



HAL
open science

Modélisation probabiliste de formation de réseaux de fissures de fatigue thermique

Nicolas Malesys

► **To cite this version:**

Nicolas Malesys. Modélisation probabiliste de formation de réseaux de fissures de fatigue thermique. Mécanique [physics.med-ph]. École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan, 2007. Français. NNT: . tel-00319993

HAL Id: tel-00319993

<https://theses.hal.science/tel-00319993>

Submitted on 9 Sep 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



ENSC - 2007 - N°69



**THÈSE DE DOCTORAT
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE CACHAN**

Présentée par
Nicolas MALÉSYS

pour obtenir le grade de
DOCTEUR DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE CACHAN

Domaine :
MÉCANIQUE - GÉNIE MÉCANIQUE - GÉNIE CIVIL

Sujet de la thèse :
**Modélisation probabiliste de formation de
réseaux de fissures de fatigue thermique**

Thèse présentée et soutenue à Cachan le 16 novembre 2007 devant le Jury composé de :

S. DEGALLAIX	Présidente
P. BOMPARD	Rapporteur
E.P. BUSSO	Rapporteur
F. MOREL	Examineur
F. HILD	Directeur de thèse
L. VINCENT	Co-directeur de thèse
S. TAHERI	Invité

Laboratoire de Mécanique et Technologie
(ENS Cachan/CNRS/UPMC/PRES UniverSud Paris)
61, avenue du Président Wilson, F-94235 CACHAN CEDEX

Ce travail de thèse a été effectué au SRMA du CEA Saclay et au LMT de l'ENS Cachan sous la direction de François Hild et Ludovic Vincent. Je remercie François pour la disponibilité qu'il a su m'accorder et pour son aide précieuse notamment lors des quelques réunions d'avancement et autres moments de discussions. Je remercie également Ludovic pour sa disponibilité, ses nombreuses heures passées à debugger les programmes et pour avoir toujours réussi à trouver les bonnes questions pour faire avancer ce travail de thèse. Merci pour votre confiance. Cette thèse a aussi été l'occasion pour moi d'encadrer deux stagiaires ; merci donc à Imade et Jérémie de m'avoir supporté comme encadrant.

Je n'ai pas vu passer ces 3 années et cela est en partie dû à l'ambiance qui règne au LMT. Merci donc à toutes les personnes qui en sont responsables ! Je remercie également les amis et collègues du CEA de ne pas m'avoir considéré comme un passager hebdomadaire de leur laboratoire. Merci donc à Seb G., Ludo C., Alain C., François M., Delphine C., Martin P., Julien P., Stéphane O., Benjamin F. et Daniel G.R.. Je remercie également Boubou, Xavier P., Jeff, Séverine C. pour leur aide un peu plus technique et qui m'ont permis de réaliser des essais de manière la plus satisfaisante possible, ainsi que toute l'équipe de l'UTR MMP. Je tiens également à remercier Jean-Pierre Cordebois pour m'avoir proposé un monitorat très enrichissant au CNAM de Paris.

Je remercie sincèrement Suzanne Degallaix qui m'a fait le grand plaisir de présider mon jury de thèse ainsi que Messieurs Esteban Busso et Philippe Bompard pour avoir accepté de rapporter sur mon manuscrit. Mes remerciements vont également à Franck Morel pour avoir examiné mon travail et à Saïd Taheri pour le partenariat avec Électricité de France et pour la confiance qu'il a mis dans mon travail.

Je tiens également à remercier très chaleureusement mes parents, mes soeurs et tous les membres de ma famille qui m'ont toujours soutenu. Enfin, mes dernières pensées vont à Joumana. Comme quelques lignes ne suffisent pas à les exprimer, je les résume ainsi : *Merci HabibiE.*

Table des matières

Table des matières	i
Table des figures	v
Liste des tableaux	xi
Liste des notations du modèle probabiliste	xiii
Introduction	1
1 Préambule	5
1 Le phénomène de fatigue thermique	6
1.1 Introduction	6
1.2 La fatigue thermomécanique et le monde industriel	6
1.3 La fatigue thermique dans les centrales nucléaires	8
1.4 Des moyens d'essais	12
2 L'acier AISI 304 L	17
2.1 Acier inoxydable	17
2.2 Acier austénitique	18
2.3 Composition chimique de l'acier AISI 304 L	18
2.4 Paramètres utiles dans l'étude	20
3 Conclusions	23
2 Caractérisation du phénomène de multi-amorçage en fatigue	25
1 Essais de fatigue thermique	26
1.1 Dispositif SPLASH	26
1.2 Résultats d'essais	27
2 Essais de fatigue mécanique	28
2.1 Multi-fissures en fatigue mécanique	28
2.2 Présentation de l'essai de multi-amorçage de fissures	31
2.3 Résultats	37
2.4 Bilan des essais de multi-amorçage	48
3 Conclusions	50

3	Mise en place du modèle probabiliste : version 1D	53
1	Analyse bibliographique de modèles probabilistes de multi-fissuration . . .	55
2	Germination continue	58
	2.1 Principe de germination continue	59
	2.2 Densité de fissures activables	60
3	Obscurcissement	61
	3.1 Processus d'obscurcissement	61
	3.2 Horizon	63
	3.3 Probabilité d'obscurcissement	67
4	Densité de fissures	68
	4.1 Densité de fissures activées	68
	4.2 Densité de fissures actives	69
	4.3 Densité de fissures stoppées	69
5	Étude de cas	69
	5.1 Paramètres dépendant du matériau	70
	5.2 Taille des zones d'obscurcissement	73
	5.3 Loi de propagation des fissures	73
	5.4 Résultats du modèle probabiliste	74
6	Grandeurs caractéristiques	78
7	Conclusion	79
4	Prise en compte de la propagation en profondeur des fissures : modèle 1,5D	81
1	Le chargement thermique et ses conséquences	83
2	Propagation des fissures	84
	2.1 Hypothèses et principe de calcul	84
	2.2 Profil du chargement	84
	2.3 Loi de propagation	84
3	Zone d'obscurcissement	88
	3.1 Influence de la profondeur de fissure	88
	3.2 Modélisation des tailles de zones d'obscurcissement par calculs éléments finis	89
4	Résultats	96
	4.1 Chargement de type SPLASH	96
	4.2 Quelques bornes	98
	4.3 Comparaison avec un chargement plus sévère	99
	4.4 Seuil de non propagation de fissure	101
	4.5 Influence des tailles de zone d'obscurcissement	102
	4.6 Influence de la taille de fissure à l'amorçage	104
5	Distribution des tailles de fissures	107
	5.1 Modèle incrémental	107
	5.2 Modèle différentiel	110
	5.3 Résultats	112
	5.4 Récapitulatif	117
6	Conclusions	117

5	Prise en compte de l'aspect multi-directionnel des fissures : modèle 2,5D	119
1	Introduction	121
1.1	Observations	121
1.2	Bases de l'enrichissement	122
2	Densité de fissures activables	123
2.1	Rappel	123
2.2	Discretisation angulaire	123
3	Zone d'obscurcissement	125
3.1	Observations	125
3.2	Modération des zones d'obscurcissement	127
3.3	Influence sur l'amorçage et l'arrêt des fissures	129
4	Modèle 2,5D	130
4.1	Probabilité d'obscurcissement	130
4.2	Densité de fissures activées	131
4.3	Densité de fissures actives	132
5	Résultats	132
5.1	Influence du chargement	132
5.2	Influence de la discrétisation	137
5.3	Influence de la modération des zones d'obscurcissement	139
5.4	Comparaison modèle-expérience	140
6	Remarque sur la propagation des fissures	144
7	Conclusions	145
	Conclusion - Perspectives	147
A	Contrainte moyenne et écart type dans la théorie de Weibull	151
B	Article publié dans les Comptes Rendus de Mécanique	155
C	Approximation des tailles de fissures	163
D	Calculs de bornes du modèle 1,5D	167
	Bibliographie	171

Table des figures

1.1	Té de mélange du circuit RRA fissuré du réacteur nucléaire de Civaux . . .	9
1.2	Champ de température en surface interne de la paroi du té de mélange [CEA]	10
1.3	Réseaux de faïençage thermique observé à Civaux	11
1.4	Ancienne et nouvelle configurations du circuit RRA	11
1.5	Exemple de cycle hors-phase en fatigue thermo-mécanique [Haddar, 2003]	12
1.6	Géométrie d'un disque de type Glenny [Spera, 1969; Sehitoglu, 1996] . .	13
1.7	Essais de fatigue thermique sur éprouvette coin [Köster et Remy, 2004] .	13
1.8	Visualisation de la zone trempée sur l'éprouvette utilisée par Marsh [1981]	14
1.9	Schéma du dispositif de fatigue thermique SPLASH [Maillot, 2003] . . .	14
1.10	Schéma de principe du dispositif de fatigue thermique INTHERPOL [Cur- tit, 2004]	15
1.11	Schéma de principe du dispositif de fatigue thermique FAT3D [Ancelet, 2006]	15
1.12	Éprouvette utilisée pour l'essai FATHER [Fissolo <i>et al.</i> , 2004]	16
1.13	Exemple de trajet du faisceau d'électrons pour un essais de fatigue ther- mique [Linke <i>et al.</i> , 2007]	17
1.14	Constitution des aciers inoxydables austénitiques du type 18-9 à l'équilibre [Barralis et Maeder, 1997]	18
1.15	Microstructure d'un acier 304 L	19
1.16	Résultats d'essais sur l'acier 304 L nuance T112 à 165°C ($R = -1$) [Mot- tot et Noblecourt, 2001]	22
1.17	Courbe de Wöhler de l'acier 304 L nuance T112 à 165°C ($R = -1$) [Mot- tot et Noblecourt, 2001]	22
1.18	Résultats d'essais de fissuration sur éprouvette CT de l'acier 304 L à 320°C [Maillot, 2003]	23
2.1	Schéma de principe du dispositif SPLASH [Maillot, 2003]	26
2.2	Évolution des températures en surface et à 1 mm de profondeur pour quelques cycles de trempe de l'essai SPLASH [Vincent et Chaise, 2004] .	27
2.3	Carte de température de la surface aspergée au moment le plus froid d'un cycle de trempe SPLASH [Vincent et Chaise, 2004]	28

2.4	Évolution d'un réseau de fissures pour une éprouvette chauffée à 320°C et une différence de température de $\Delta T = 150^\circ\text{C}$ (304 L-28g) [Maillot, 2003]	29
2.5	Évolutions des densités de fissures de type I, II et III dans un acier 316L pour un chargement de traction-compression à déformation plastique imposée $\Delta\varepsilon_p/2 = \pm 4 \times 10^{-3}$ [Bréchet <i>et al.</i> , 1992]	30
2.6	Dispositif expérimental de l'essai de multi-fissuration	32
2.7	Zoom sur le montage de l'éprouvette de l'essai de multi-fissuration	32
2.8	Géométrie de l'éprouvette de fatigue pour les essais de multi-amorçage de fissures	33
2.9	Micrographie de la surface de l'éprouvette ayant subi une attaque chimique (éprouvette A26-135)	34
2.10	Image de référence de la zone d'observation servant à la corrélation d'images (éprouvette A26-134)	36
2.11	Incertitude de déplacement en fonction de la taille de zone d'intérêt	36
2.12	Cartes du champ de déformation ε_{22} (éprouvette A26-134)	38
2.13	Cartes d'erreur de corrélation (éprouvette A26-134)	40
2.14	Cartes de déplacement dans la direction 2 (éprouvette A26-134)	41
2.15	Propagation de 3 fissures dans le domaine d'examen de l'éprouvette A26-134	42
2.16	Coalescence de fissures visualisée à partir de cartes de déformation dans la direction 2 (éprouvette A26-134)	43
2.17	Micrographie de l'éprouvette A26-134 après 77 300 cycles	44
2.18	Champ de déplacement dans la direction 2 (éprouvette A26-133)	46
2.19	Conditions aux limites appliquées au maillage du prisme	47
2.20	Visualisation des zones de relaxation des contraintes à partir des champs de déplacements et de contraintes	47
2.21	Géométrie du maillage du quart de la zone utile de l'éprouvette de fatigue	48
2.22	Coefficient de concentration des contraintes obtenus à partir d'un calcul élasto-plastique	50
3.1	Évolution de la probabilité de rupture sur particules	55
3.2	Résultats de la modélisation proposée par Argence [1996]	56
3.3	Modélisation de l'amorçage et de la propagation des fissures proposée par Bataille et Magnin [1994]	57
3.4	Comparaison du modèle probabiliste introduit par Doudard [2004] avec des résultats expérimentaux sur acier dual-phase (DP60)	58
3.5	Principe de germination continue de fissures d'un domaine soumis à un chargement de traction cyclique	59
3.6	Principe d'obscurcissement associé à la germination continue	62
3.7	Résultats du modèle probabiliste de fissuration dynamique pour des essais d'impact sur la tranche [Grange <i>et al.</i> , 2007]	64
3.8	Principe d'obtention de l'horizon d'un site ou d'une fissure	65
3.9	Horizon d'un site D à N cycles	66
3.10	Horizon pour 3 types de vitesse de propagation de fissures	67

3.11	Identification de la contrainte d'incubation	73
3.12	Tailles de fissure pour 3 types de vitesses de propagation de fissures	74
3.13	Évolution de la fissuration pour 3 types de vitesse de propagation	75
3.14	Évolution de la probabilité d'obscurcissement du modèle 1D	76
3.15	Évolution des densités de fissures du modèle 1D	77
4.1	Géométrie de la fissure et du chargement du modèle 1,5D	83
4.2	Contrainte calculée à différents instants de la trempe SPLASH [Maillot, 2003]	85
4.3	Propagation d'une fissure dans les conditions de chargement SPLASH	87
4.4	Évolution du rapport d'ellipticité de la fissure en fonction du nombre de cycles	87
4.5	Évolution de la forme de la fissure au cours des cycles	88
4.6	Influence de la profondeur de fissure sur la taille des zones de relaxation des contraintes en surface ($\sigma_{seuil} = 0,5\sigma_{app}$)	89
4.7	Géométrie du maillage utilisé pour le calcul des tailles de zones de relaxation des contraintes	90
4.8	Maillage de la géométrie utilisée pour les calculs de tailles de zones d'obscurcissement	90
4.9	Conditions aux limites pour le calcul de thermique	91
4.10	Évolution du flux du spray F_{jet} sur un cycle	91
4.11	Champ de température au niveau de la surface de trempe à l'état initial, en début et en fin de trempe	92
4.12	Conditions aux limites pour le calcul mécanique	93
4.13	Champ de contrainte σ_{zz} au niveau de la zone aspergée en fin de trempe pour différentes tailles de fissures	94
4.14	Évolutions des tailles de zones d'obscurcissement en fonction de la valeur de seuil de contrainte et du rapport d'ellipticité des fissures	94
4.15	Influence du rapport d'ellipticité et du rapport de contrainte sur les tailles de zone d'obscurcissement	95
4.16	Résultats du modèle 1,5D pour un chargement de type SPLASH	97
4.17	Comparaison entre les grandeurs du modèle probabiliste et leurs bornes respectives	99
4.18	Propagation d'une fissure dans les conditions de chargement SPLASH++	100
4.19	Comparaison des grandeurs du modèle probabiliste entre le chargement SPLASH et un chargement plus sévère SPLASH++	100
4.20	Comparaison entre deux réseaux de fissures expérimentaux obtenus pour deux chargements différents au bout de 300 000 cycles [Maillot, 2003]	101
4.21	Propagation des fissures avec ou sans seuil de propagation dans le cas d'un chargement SPLASH	102
4.22	Zoom sur l'évolution en profondeur de la fissure en prenant en compte un seuil de non propagation	103
4.23	Comparaison des grandeurs du modèle pour une propagation de fissure avec et sans seuil de non propagation	103

4.24	Influence de la taille de zone d'obscurcissement sur les grandeurs du modèle probabiliste	105
4.25	Évolution des tailles de fissures en fonction du nombre de cycles pour $a_{init} = 190 \mu\text{m}$ et $a_{init} = 67 \mu\text{m}$	106
4.26	Comparaison des grandeurs du modèle pour deux tailles de fissures à l'amorçage différentes	106
4.27	Processus d'obscurcissement des fissures en germination continue	108
4.28	Évolution des distributions de tailles de fissures arrêtées pour un chargement de type SPLASH entre 1 et 2 millions de cycles	113
4.29	Évolution des distributions de tailles de fissures arrêtées pour un chargement de type SPLASH entre 1 et 6 millions de cycles	113
4.30	Évolution des distributions des profondeurs de fissures pour les chargements SPLASH et SPLASH++	114
4.31	Évolution des distributions des tailles de fissures en surface pour les chargements SPLASH et SPLASH++	115
4.32	Évolution des distributions des tailles de fissures en surface pour les chargements SPLASH et SPLASH++	115
4.33	Validation du modèle (sous chargement SPLASH avec $\Delta N = 5 \times 10^4$ cycles)	116
5.1	Réseaux de faïençage thermique observés à Civaux	121
5.2	Rosaces d'orientation de fissures pour l'éprouvette 304L-28 soumise à l'essai SPLASH avec $T_{max} = 320^\circ\text{C}$ et $\Delta T = 150^\circ\text{C}$ [Maillot, 2003]	122
5.3	Paramètres associés au découpage angulaire du domaine d'étude	124
5.4	Champ de contraintes σ_{22} pour un chargement de traction uniaxiale de même direction	126
5.5	Champ de contraintes σ_{22} pour un chargement d'équi-bitraction	127
5.6	Évolution des tailles de zones d'obscurcissement de la contrainte σ_{22} pour différentes orientations de fissures et différents seuils de contrainte	128
5.7	Prise en compte de l'orientation des fissures dans la détermination des tailles des zones d'obscurcissement	129
5.8	Résultats pour un chargement de traction équi-biaxiale ($\Delta\sigma_{11} = \Delta\sigma_{22} = 370 \text{ MPa}$) pour une division du domaine d'étude en 3 parties	133
5.9	Résultats pour un chargement de traction biaxiale ($\Delta\sigma_{11} = 370 \text{ MPa}$ et $\Delta\sigma_{22} = 350 \text{ MPa}$) pour une division du domaine d'étude en 3 parties	134
5.10	Résultats pour un chargement de traction uniaxiale ($\Delta\sigma_{11} = 370 \text{ MPa}$ et $\Delta\sigma_{22} = 0 \text{ MPa}$) pour une division du domaine d'étude en 3 parties	136
5.11	Influence du nombre de découpage ($\Delta\sigma_{11} = 370 \text{ MPa}$ et $\Delta\sigma_{22} = 350 \text{ MPa}$)	137
5.12	Décomposition du domaine d'étude en 4 sous-domaines	138
5.13	Influence du nombre de découpage ($\Delta\sigma_{11} = 370 \text{ MPa}$ et $\Delta\sigma_{22} = 350 \text{ MPa}$)	139
5.14	Influence de la fonction de modération sur la probabilité d'obscurcissement dans le sous-domaine de direction $\alpha = 0$ pour un domaine divisé en 3 et soumis à un chargement $\Delta\sigma_{11} = 370 \text{ MPa}$ et $\Delta\sigma_{22} = 350 \text{ MPa}$	140
5.15	Chargement de traction biaxiale ($\Delta\sigma_{11} = 370 \text{ MPa}$ et $\Delta\sigma_{22} = 350 \text{ MPa}$) pour une division du domaine d'étude en 3 parties et une puissance de modération q égale à 0 et à 2	141

5.16	Évolution de la densité linéique de fissures d'un réseau de fatigue thermique SPLASH pour différents instants [Maillot, 2003]	142
C.1	Évolutions et approximations des tailles de fissures pour un chargement SPLASH	164
C.2	Évolutions et approximations des tailles de fissures pour un chargement SPLASH++	164

Liste des tableaux

1.1	Composition en % massique de l'acier inoxydable austénitique 304 L étudié [Akamatsu et Chevallier, 2001]	19
1.2	Paramètres de la loi élasto-plastique de l'acier 304-L	21
1.3	Résultats des essais de fatigue à contrainte imposée selon la méthode de l'escalier [Vincent et Perez, 2004]	21
1.4	Résultats des essais de fissuration par fatigue sur éprouvette CT à 320°C [Maillot, 2003]	23
2.1	Définition des images de référence pour les calculs de corrélation d'images	37
2.2	Rapport de contrainte maximale dans le congé sur la contrainte maximale dans la zone de méplat	49
3.1	Valeurs des paramètres du matériau utiles dans l'étude	72
4.1	Aperçu des différentes valeurs de densités de fissures initiées à N_i et arrêtées à N_s	109
4.2	Aperçu des différentes valeurs de densités de fissures initiées à N_i et arrêtées entre N_{s-1} et N_s	109
4.3	Représentation des densités de fissures arrêtées correspondant à des tailles de fissures identiques	110
5.1	Nombre de fissures par domaine calculé pour différents cas de chargement	143
C.1	Identification des paramètres d'approximation des tailles de fissures pour les deux chargements étudiés	165

Liste des notations du modèle probabiliste

Les contraintes

$\Delta\sigma$	Variation de contrainte
$\Delta\sigma_u$	Variation de contrainte seuil
$\Delta\sigma_F$	Variation de contrainte à rupture
$\Delta\sigma^\alpha$	Variation de contrainte dans la direction de normale orientée d'un angle α
$\overline{\Delta\sigma_F}$	Moyenne de la variation de contrainte à rupture
$\overline{\overline{\Delta\sigma_F}}$	Écart-type associé à la variation de contrainte à rupture

Les densités

λ_0	Densité de référence de Weibull
λ_t	Densité de sites d'activation de fissures
λ_m	Densité de fissures activées
λ_m^i	Densité de fissures activées entre N_{i-1} et N_i cycles
λ_m^α	Densité de fissures activées dans le sous-domaine de direction α
λ_{mP}	Densité de fissures actives
λ_{mP}^α	Densité de fissures actives dans le sous-domaine de direction α
λ_{mS}	Densité de fissures stoppées
$\lambda_{mS}^{i,s}$	Densité de fissures amorcées entre N_{i-1} et N_i cycles et stoppées avant N_s cycles
$\Delta\lambda_{mS}^{i,s}$	Densité de fissures amorcées entre N_{i-1} et N_i cycles et stoppées entre N_{s-1} et N_s cycles
λ_{mS}^p	Densité de fissures stoppées et qui se sont propagées pendant p cycles
λ_{mT}^n	Densité totale de fissures activées pour une division du domaine en n sous-domaines
λ_{tI}	Densité de fissures activables
$\lambda_{tI}^{\alpha,\Delta\alpha}$	Densité de fissures activables dans le domaine de direction α et d'amplitude angulaire $\Delta\alpha$

Les probabilités

P_{obs}	Probabilité d'obscurcissement
-----------	-------------------------------

$P_{obs}^{i,s}$	Probabilité d'obscurcissement de fissures amorcées avant N_i cycles sur celles initiées entre N_{i-1} et N_i cycles au bout de N_s cycles
$\tilde{P}_{obs}^{\alpha_1 \rightarrow \alpha_2}$	Probabilité d'obscurcissement d'une fissure orientée suivant α_1 sur une fissure orientée suivant α_2
P_{obs}^α	Probabilité d'obscurcissement sur une fissure orientée suivant α
\underline{p}_{obs}	Probabilité élémentaire d'obscurcissement
\underline{P}_{obs}	Probabilité de non obscurcissement
P_F	Probabilité de rupture

Les tailles de zone d'obscurcissement

Z_{obs}	Taille de zone d'obscurcissement
$\tilde{Z}_{obs}^{\alpha_1 \rightarrow \alpha_2}$	Taille de la zone d'obscurcissement d'une fissure orientée suivant α_1 sur une fissure orientée suivant α_2

Les autres grandeurs

N	Nombre de cycles
N_i	Nombre de cycles à l'amorçage
N_{min}	Nombre de cycles minimum à l'amorçage de fissure
N_s	Nombre de cycles à l'arrêt
σ_0	Contrainte associée à la densité de référence λ_0
m	Module de Weibull
a	Demi-longueur de fissure en surface
c	Profondeur de fissure
ΔK_{IA}	Facteur d'intensité des contraintes en pointe de fissure
ΔK_{IC}	Facteur d'intensité des contraintes en fond de fissure
Γ	Fonction gamma
S_d	Paramètre associé à la loi de variation de contrainte seuil
η	Paramètre associé à la loi de variation de contrainte seuil
Z_{eff}	Taille effective

Introduction

La fatigue thermique est un phénomène quasi omniprésent dans notre environnement aussi bien dans la vie de tous les jours que dans le domaine industriel. En effet, les fluctuations de température, qu'elles soient saisonnières, hebdomadaires, journalières, ou plus fréquentes, ont un caractère endommageant par le fait que ces fluctuations se répètent au cours du temps. Citons rapidement quelques exemples : l'écaillage de la peinture dû à des effets couplés de variation d'humidité et de température, les fissures qui se forment au fond d'une tasse à café dues aux nombreux remplissages de liquide chaud dans une tasse dont les parois sont nettement plus froides, les nombreuses fissures présentes dans le sol lors des périodes de sécheresse dues à une variation d'humidité et de température... les exemples néfastes sont nombreux mais la formation des fissures peut également être perçue comme un avantage dans les réalisations d'art, comme la technique du Raku.

Alors que dans les tasses à café les conséquences des réseaux de fissures dues à la fatigue thermique, connus aussi sous le terme de faïençage thermique, se résument, dans la plupart des cas, à une légère fuite de café qui conduit au remplacement de la tasse pour un coût de quelques euros, dans certains cas, les conséquences sont beaucoup plus importantes et engendrent des coûts également beaucoup plus importants. Citons par exemple l'incident de Civaux qui a conduit à de nombreuses recherches dans le domaine de la fatigue thermique. En 1998, le réacteur de Civaux est mis en arrêt pour entretien. Le circuit de Refroidissement du Réacteur à l'Arrêt (RRA) prend donc la relève sur le circuit de refroidissement principal. Au bout de centaines d'heures, une fuite a été détectée en aval d'un té de mélange entre fluides chaud et froid au niveau d'un coude soudé. Suite à cet incident, une expertise de toutes les tuyauteries de ce type a été menée, révélant d'une part la présence de réseaux de fissures superficielles de fatigue thermique sur les surfaces internes des conduites et, d'autre part, dans le cas de Civaux, la présence d'une fissure débouchante due au cordon de soudure du coude. Ce deuxième problème a été résolu par un changement de la configuration de la zone de mélange (déplacement du coude en amont de la zone de mélange afin de réduire les turbulences thermiques, arrasage des soudures voire remplacement par des tés sans soudure) alors que des études sont toujours en cours afin de mieux comprendre le phénomène de fatigue thermique, qui dans le cas de Civaux, a abouti à des coûts qui sont sans aucune mesure comparables avec l'exemple de la tasse à café et montrent les enjeux industriels quant à la maîtrise du phénomène de fatigue thermique.

Cette thèse se situe dans ce contexte. Elle vise à mieux appréhender les conditions de formation et de propagation des réseaux de fissures de fatigue thermique avec deux problématiques principales pour le cas des conduites de circuits RRA :

- le réseau de fissures se stabilise-t-il au cours des cycles ?

- le réseau de fissures remet-il en cause l'intégrité des circuits RRA (rappelons que la fonction principale de cette tuyauterie est de refroidir le coeur du réacteur sans aucune fuite) ?

Afin de répondre à ces deux questions, un modèle probabiliste est proposé. Celui-ci se justifie par l'aspect aléatoire présenté par les réseaux de fissures. En effet, il a été montré par Maillot [2003] que les fissures s'amorcent sur des sites préférentiels tels que les bandes de glissement persistantes qui dépendent, entre autres, de la microstructure du matériau, de l'agencement cristallographique du matériau, et des sollicitations mécaniques et/ou d'origine thermique appliquées. De plus, ces fissures ne s'amorcent pas toutes en même temps mais de manière continue au cours des cycles thermiques. De par ces deux constatations, un problème aléatoire semble se distinguer des visions déterministes classiques : la microstructure du matériau ainsi qu'un temps d'incubation associé à chaque site d'amorçage peuvent être pris en compte de manière probabiliste. C'est en tenant compte de ces deux observations que le modèle probabiliste sera proposé.

Ce rapport s'articule en plusieurs parties. Pour commencer, la présentation des phénomènes de fatigue thermique dans des domaines divers et variés permettra de mettre en place les problématiques sur lesquelles cette thèse se fonde. En deuxième partie, des résultats d'essais mécaniques de multi-fissuration seront présentés afin de valider les hypothèses de modélisation qui seront faites par la suite. En troisième partie, quelques modélisations de la littérature portant sur le phénomène de multi-fissuration seront analysées et le modèle probabiliste sera établi. Toutes les hypothèses et bases du modèle seront détaillées afin de construire le modèle d'une façon la plus explicite possible pour le lecteur. Toutes les grandeurs de sortie du modèle apparaîtront alors et seront comparées qualitativement aux résultats expérimentaux. De plus, le modèle sera d'abord présenté uniquement pour le cas de réseaux de fissures unidirectionnelles en surface, c'est-à-dire que les fissures ne pourront s'initier que suivant une seule direction en surface du matériau (direction perpendiculaire à la direction du chargement 1D), et leur propagation ne se fera également que suivant la direction d'amorçage en surface. Ce cas correspond au *Modèle 1D* et permet de décrire la formation et la propagation des réseaux de fissures par le biais de trois grandeurs que sont la probabilité d'obscurcissement et les densités de fissures activées et actives. La caractéristique de la fatigue thermique pour les circuits RRA est la présence d'un gradient de contraintes dans l'épaisseur de la tuyauterie. Aussi, pour prendre en compte ce paramètre influant, la version 1D du modèle va évoluer vers le *Modèle 1,5D* qui intègre la propagation en profondeur des fissures. Cette amélioration du modèle correspondra à la quatrième partie de ce mémoire dans laquelle nous proposerons une nouvelle sortie : la *distribution des tailles de fissures arrêtées*, ce qui permet de donner une vision des réseaux de fissures modélisés et de les comparer beaucoup plus facilement aux réseaux de fissures expérimentaux tout en sachant que ceux-ci sont toujours composés de fissures parallèles entre elles. Afin de lever cette dernière hypothèse, le cinquième chapitre propose d'expliquer comment il est possible d'amorcer des fissures dans des directions quelconques de la surface du matériau mais surtout d'expliquer comment l'interaction entre fissures de directions différentes est prise en compte dans le modèle qui se voit donc attribué une nouvelle version, le *Modèle 2,5D*. À ce niveau, le modèle permet de décrire pleinement les réseaux de fissures et de les comparer aux résultats expérimentaux. Son application à différents types de chargements représentatifs de conditions

d'essais de fatigue thermique permet de valider le modèle.

Ce mémoire se terminera par un bilan sur la mise au point du modèle probabiliste et des résultats associés. La comparaison du modèle aux résultats expérimentaux permettra de mettre en avant les perspectives sur les travaux à mener afin de faire évoluer le modèle, notamment pour des cas de chargements plus complexes que ceux présentés dans cette étude, mais aussi par une prise en compte du phénomène de coalescence de fissures.

Chapitre 1

Préambule

Dans ce premier chapitre, quelques illustrations du phénomène de fatigue thermique seront présentées ainsi que les différents travaux de recherche entrepris pour mieux comprendre ses effets et ses conséquences dans le contexte particulier des circuits de refroidissement de réacteur à l'arrêt de centrales nucléaires où l'acier inoxydable AISI 304 L est utilisé et dont une brève présentation sera faite.

Sommaire

1	Le phénomène de fatigue thermique	6
1.1	Introduction	6
1.2	La fatigue thermomécanique et le monde industriel	6
1.3	La fatigue thermique dans les centrales nucléaires	8
1.4	Des moyens d'essais	12
2	L'acier AISI 304 L	17
2.1	Acier inoxydable	17
2.2	Acier austénitique	18
2.3	Composition chimique de l'acier AISI 304 L	18
2.4	Paramètres utiles dans l'étude	20
3	Conclusions	23

1 Le phénomène de fatigue thermique

1.1 Introduction

Le phénomène de fatigue thermique se rencontre dans beaucoup de domaines industriels tels que l'aéronautique, le nucléaire, le ferroviaire ou encore dans les procédés de mise en forme des matériaux. Dans chacun de ces domaines, durant leur cycle de vie, des éléments mécaniques se retrouvent soumis à des sollicitations thermiques répétées. Ce phénomène se conclut très souvent par la formation de fissures et parfois même de réseaux de fissures dommageables pour le fonctionnement des installations.

Avant d'entrer dans les détails des différents domaines où la fatigue thermique est présente, il est important de bien la définir. Une première définition de la fatigue thermique que l'on peut citer est celle donnée par Auger [1975] : la fatigue thermique consiste en *une répétition simultanée de cycles de contraintes thermiques et de contraintes mécaniques qui conduit à des ruptures ou à des déformations provoquées par des phénomènes de fluage*. Cette définition associe contraintes d'origine thermique et contraintes mécaniques à la fatigue thermique ce qui semble moins précis que la définition donnée par Spera [1976] pour qui la fatigue thermique correspond à une *dégradation graduelle et fissuration du matériau par chauffage et refroidissement alternés, durant lesquels la dilatation libre est partiellement ou totalement entravée*. Ici, les contraintes mécaniques résultent d'un chargement thermique et non plus d'un chargement mécanique, celui-ci étant associé aux conditions aux limites du système. Spera [1976] classe également la fatigue thermique dans le domaine de la fatigue oligocyclique (nombre de cycles à rupture inférieurs à 5×10^4) et divise en deux sous domaines bien distincts la fatigue thermique : la fatigue thermomécanique et la fatigue sous contraintes d'origine thermique. Dans la fatigue thermomécanique, les entraves à la dilatation libre sont externes et des phénomènes de fluage sont présents, tandis qu'elles sont internes dans la fatigue sous contraintes d'origine thermique. En effet, dans ce dernier cas, le chargement thermique généralement appliqué en surface du matériau induit la formation d'un gradient de température dans la structure à cause de la conductivité thermique du matériau. La présence de ce gradient de température couplée à la dilatation thermique entraîne des contraintes mécaniques d'origine thermique dans la structure. Dans notre cas, comme nous le verrons par la suite, les conditions de chargements ainsi que les propriétés du matériau font que le cadre de l'étude est la fatigue d'origine thermique.

1.2 La fatigue thermomécanique et le monde industriel

Comme nous l'avons précisé dans l'introduction, la fatigue thermique est un phénomène courant dans l'industrie. En effet, les conditions d'exploitation et de fonctionnement des installations industrielles soumettent leurs éléments de structure à des chargements divers qui peuvent être mécaniques et / ou thermiques, cycliques ou monotones et qui peuvent s'appliquer sur tout ou partie d'un composant. Voyons ici quelques cas particuliers où les problèmes de fatigue thermique sont présents.

1.2.1 L'industrie aéronautique

Durant les phases de décollage et d'atterrissage des avions, les aubes des turbines sont soumises à des chargements mécaniques et à des variations de température sévères. De plus, le phénomène de fatigue thermomécanique se localise dans les parties critiques des aubes (en pied et en milieu des pâles) en des contraintes multiaxiales à des températures élevées (650°C à 1100°C) ce qui favorise l'amorçage des fissures [Bonnand et Gallerneau, 2004]. La conception de ces pièces prend donc en compte le phénomène de fatigue thermomécanique.

1.2.2 L'industrie ferroviaire

Les disques de freins sont les principaux éléments où l'on trouve des phénomènes de fatigue thermique dans le domaine ferroviaire. C'est durant les phases d'arrêt et de ralentissement que les disques de freins sont soumis à des contraintes mécaniques et thermiques dues aux frottements des plaques de freins sur les disques [Bimbieler *et al.*, 2004]. Des fissures apparaissent alors en surface des disques et se propagent en profondeur. Ce problème occasionne des coûts importants de maintenance pour la Société Nationale des Chemins de Fer (SNCF) qui cherche à connaître les conditions d'amorçage des fissures et à déterminer l'évolution de ces fissures afin de gérer au mieux les périodes d'entretien et les durées de vie des pièces [Degallaix et Dufrenoy, 2007; Sonsino, 2007]. Les roues de trains sont aussi de plus en plus soumises à des sollicitations thermomécaniques. En effet, dans les nouvelles conceptions de trains, les roues sont utilisées pour réaliser le freinage grâce à des disques (ou voiles) directement flasquées dans la partie centrale des roues [Cocheteux et Pineau, 2004]. L'évolution des fonctions des différents éléments constituant le train amène donc à repenser les règles de conception et à prendre en compte, dans ce cas, le phénomène de fatigue thermomécanique.

1.2.3 L'industrie automobile

Dans ce domaine, nous pouvons également citer les disques de freins, mais le bloc moteur représente une des pièces les plus sollicitées thermiquement car il est constamment soumis à des chargements thermomécaniques. Cependant, de la même manière que pour les disques de freins et les aubes de turbines, c'est durant les phases de démarrage et d'arrêt que le chargement thermique est le plus dommageable (un cas très défavorable consiste, par exemple, en une phase d'accélération sévère après un arrêt de la voiture à une gare de péage). Afin d'éviter la fissuration de la culasse, il est important de connaître les causes et les conditions d'amorçage des fissures [Thomas *et al.*, 2004; Charkaluk *et al.*, 2005; Thalmair *et al.*, 2006, 2007; Engler-Pinto *et al.*, 2007].

1.2.4 L'industrie métallurgique

Les cylindres de laminaires sont sujets à des problèmes de fatigue thermomécanique dans l'industrie métallurgique. En effet, lors du passage des brames chaudes, les cylindres sont réchauffés et sont ensuite refroidis par arrosage en attendant le passage des prochaines brames. On peut également citer les moules de fonderie qui subissent un choc

thermique lors de chaque coulée, les outils de coupe qui sont chauffés lors des usinages et refroidis par arrosage de lubrifiant, les aciers à outils pour les forges [Barrau *et al.*, 2002, 2003; Persson *et al.*, 2005; Daffos *et al.*, 2007] ou encore les outillages de coulée sous pression qui subissent des chocs thermiques faisant passer rapidement leur température de 700°C à 150°C [Srivastava *et al.*, 2004].

1.3 La fatigue thermique dans les centrales nucléaires

C'est dans le domaine du nucléaire que s'inscrit plus précisément ce travail de thèse, il est donc important de s'attarder un peu plus sur les phénomènes de fatigue thermique dans ce milieu.

1.3.1 Des composants propices à la fatigue thermique

La fonction principale des centrales nucléaires est de fournir de l'énergie électrique. Pour cela, elle transfère l'énergie calorifique du coeur nucléaire à un groupe de turbo-alternateurs. Les composants sont alors, pour différentes raisons, le lieu de nombreuses sollicitations thermiques. Les principaux composants concernés par la fatigue thermique sont ceux sous pression tels que les réservoirs, les tuyauteries, les échangeurs ou les robinetteries qui peuvent fonctionner à des pressions pouvant atteindre 220 bars et des températures avoisinant les 360°C. Quelques cas de fatigue thermique ont également été constatés sur des machines tournantes comme des pompes primaires [Faidy, 2004]. Il s'avère qu'après une trentaine d'années de fonctionnement des réacteurs français, la fatigue thermique semble maîtrisée par Électricité de France (EDF), mais quelques cas de dégradations ou de fuites [Atwood *et al.*, 1999] sont observés dans des zones où les sollicitations thermiques et mécaniques restent mal connues comme par exemple :

- Thiange 1 en Belgique (juin 1988) : une fuite de 1300 l/h est détectée dans la coude de la ligne d'injection de sécurité (RIS) après 100 000 heures de service [de Keroulas et Thomeret, 1990] ;
- Farely 2 aux États Unis (décembre 1987) : une fissure circonférentielle traversante sur une ligne d'injection de sécurité conduit à une fuite de 150 l/h [de Keroulas et Thomeret, 1990] ;
- Genkai au Japon (juin 1988) : une fissure traversante sur une ligne de Refroidissement du Réacteur à l'Arrêt (RRA) a conduit à une fuite de 50 l/h [de Keroulas et Thomeret, 1990] ;
- Bugey 3 en France : une fissure traversante accompagnée d'un réseau de fissures de fatigue thermique bidirectionnel sur la ligne d'injection de sécurité (RIS) a conduit à une fuite de 10 l/h à 50 l/h après 31 600 heures de fonctionnement du réacteur [Campani et Lunven, 1985]

Enfin, l'incident de Civaux, qui sera développé par la suite, fut le précurseur aux études récentes portant sur la fatigue thermique et principalement sur la formation de réseaux de fissures.

1.3.2 L'incident de Civaux (12 mai 1998)

Mise en situation Le réacteur de Civaux 1, poussé à une puissance de 1450 MWe (palier N4), était à l'arrêt depuis 5 jours lorsqu'une fuite a été détectée dans le circuit RRA. Cette fuite était située au niveau d'un coude en aval du té de mélange entre fluides chaud et froid et a occasionné une perte de fluide de refroidissement à un débit estimé à 30 000 l/h [Faïdy, 2002]. Après expertise de la section incriminée, il s'avère que la fissure responsable de la fuite était partie du cordon de soudure présent à l'extrado du coude et que des réseaux de fissures de fatigue thermique s'étaient formés de chaque côté de la fissure. L'inspection et, ensuite, la modification des zones de mélange ont donc été entreprises afin d'éviter un nouvel incident du même type dans toutes les autres centrales. La modification de la zone de mélange a consisté au déplacement du té de mélange qui se trouve désormais en aval du coude, limitant ainsi les turbulences thermohydrauliques causées par le mélange. Remarquons que cet incident n'a pas eu de conséquences majeures car le circuit RRA est redondant, ainsi, dès la fuite détectée, le deuxième circuit RRA a permis d'assurer le bon refroidissement du réacteur à l'arrêt.

Le circuit RRA La fonction principale du circuit RRA est d'évacuer la chaleur que le réacteur continue de produire même lorsque celui-ci est à l'arrêt (appelée puissance résiduelle). Le refroidissement du réacteur est réalisé par le passage d'une conduite de fluide plus froid à sa proximité. Afin de maintenir ce fluide à une température telle que le refroidissement du réacteur soit toujours assuré, une partie de ce fluide est refroidie dans un échangeur et réinjectée dans le circuit de refroidissement au moyen d'un té de mélange (figure 1.1). C'est à ce niveau que la fatigue thermique a lieu. En effet, d'une part, le fluide

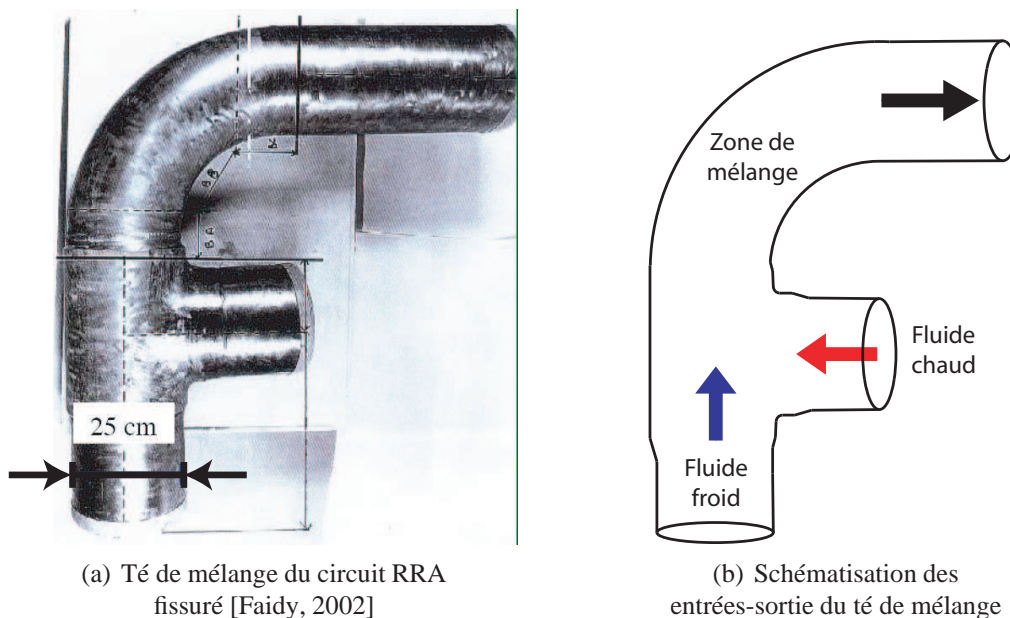


FIG. 1.1 : Té de mélange du circuit RRA fissuré du réacteur nucléaire de Civaux

chaud arrive au niveau de ce té de mélange à une température avoisinant les 170°C et d'autre part, le fluide froid arrive à une température bien moins élevée de l'ordre de 25°C.

Lors du mélange de ces deux fluides, des turbulences thermo-hydrauliques se créent. Des simulations ont été réalisées sur une zone de mélange semblable dont la figure 1.2 illustre un des résultats. Sur cette modélisation, la zone de mélange est caractérisée par un champ de température hétérogène à l'instant représenté sur la figure avec des différences de température de plusieurs dizaines de degrés entre deux zones assez proches. Sur l'ancienne

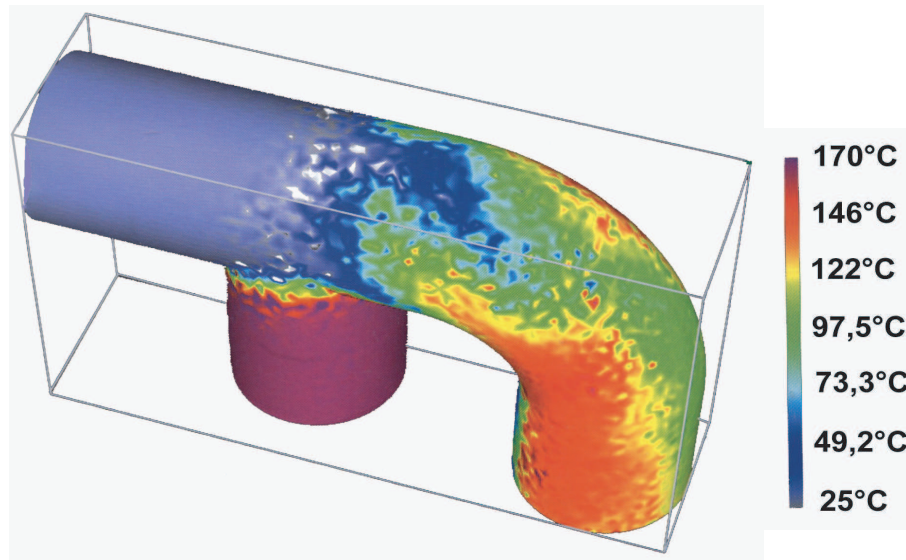


FIG. 1.2 : Champ de température en surface interne de la paroi du té de mélange [CEA]

configuration du circuit RRA, l'inertie du fluide en sortie du té de mélange avait pour conséquence de projeter les turbulences thermiques directement sur la paroi du coude situé juste après la jonction des deux arrivées de fluide. L'incident de Civaux a conduit à la modification de la géométrie de ce circuit.

La zone endommagée L'expertise menée à la suite de la fuite détectée au niveau du coude a conclu à la présence d'une fissure débouchante de 180 mm de long en peau externe et de 350 mm en peau interne (figure 1.3). Celle-ci s'est propagée au niveau d'un cordon de soudure non arasé qui représente la cause principale de la présence d'une telle fissure. De plus, des réseaux de fissures superficielles (i.e. leur profondeur n'excède jamais les 3 mm [Robert *et al.*, 2006]) ont été observés de chaque côté de telles soudures présentes dans les circuits RRA. Un tel endommagement sur ces conduites est principalement dû à leur dimensionnement effectué pour des chargements plus faibles correspondant à ceux d'une utilisation des réacteurs à des puissances de 900 MWe. Or, le passage à des puissances de 1450 MWe n'a pas été suivi par des modifications nécessaires des circuits RRA [Ancelet, 2006].

Les modifications A la suite de cet incident, des modifications ont été entreprises afin d'éviter ce genre de situation sur d'autres réacteurs ayant subi les mêmes augmentations de puissance. Les principales modifications ont été :

- la configuration géométrique du circuit RRA avec déplacement du té de mélange en aval du coude (figure 1.4) ;

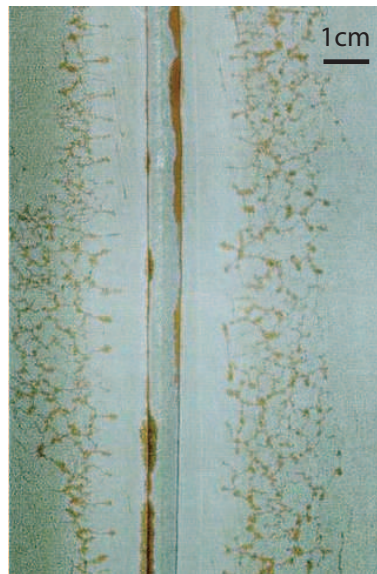


FIG. 1.3 : Réseaux de fissures de part et d'autre de la fissure principale (au centre) située au pied du cordon de soudure du coude du circuit RRA de Civaux [Cipièrre et Goltrant, 2002]

- la suppression des soudures longitudinales (et donc des zones favorables à l'amorçage de macrofissures) ;
- l'amélioration de l'état des surfaces internes des conduites pour réduire les turbulences ;
- la réduction des délais entre inspections (toutes les 450 heures d'utilisation ou tous les 5 ans) [Ancelet, 2006].

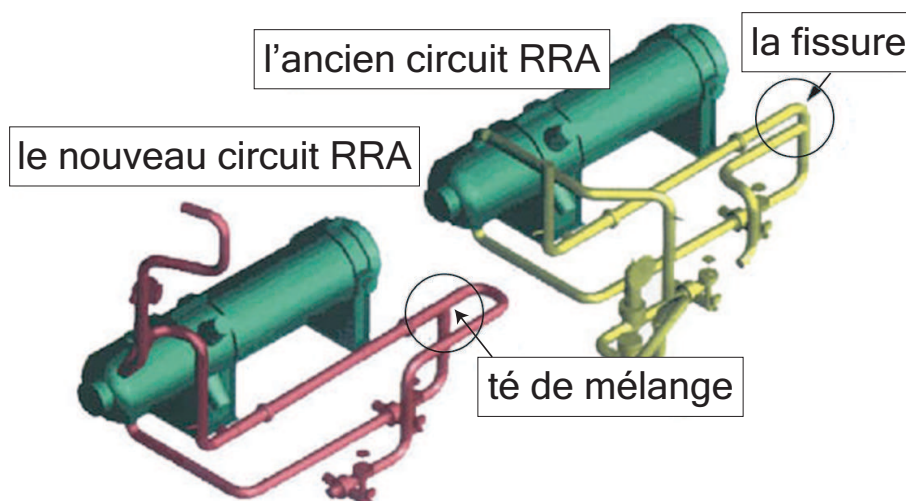


FIG. 1.4 : Ancienne et nouvelles configurations du circuit RRA

En parallèle à ces modifications, des recherches sur la fatigue thermique des aciers utilisés dans ces zones ont été lancées afin d'améliorer la compréhension des mécanismes de fissuration entraînant avec elles l'utilisation et la mise au point de moyens d'essais.

D'autres études ont également été menées dans le domaine de la thermo-hydraulique (essais FATHER [Fissolo *et al.*, 2004] qui est la réplique d'un té de mélange de circuit RRA à l'échelle 3/4).

1.4 Des moyens d'essais

1.4.1 Essais en fatigue thermo-mécanique

De manière générale, les essais de fatigue thermo-mécanique se font en imposant une déformation et une température homogènes à une éprouvette, c'est-à-dire sur un élément de volume : ce sont des essais hors structure. Pour garantir une température la plus homogène possible dans l'épaisseur de l'éprouvette, celle-ci est souvent très mince. Par contre, dans les essais sur structure, c'est-à-dire pour des composants plus massifs, un gradient de température dans l'épaisseur est recherché, gradient qui sera à l'origine des contraintes thermiques. La particularité des essais sur élément de volume est que le cycle thermique et le cycle mécanique sont a priori découplés, ce qui permet de définir un nombre important d'essais comme par exemple les essais en phase et les essais hors-phase. Les premiers présentent un maximum de température et de déformation mécanique au même instant, alors que pour les seconds, le maximum de température est atteint lors du minimum de déformation mécanique comme le montre la figure 1.5. En ce qui concerne la déformation, on retrouve aussi plusieurs types d'essais : ceux dont on contrôle la déformation totale et d'autres où c'est la déformation élastoplastique qui est contrôlée. En exemple, on peut citer les travaux menés par Haddar [2003], Köster et Remy [2004] et Benallal [1989].

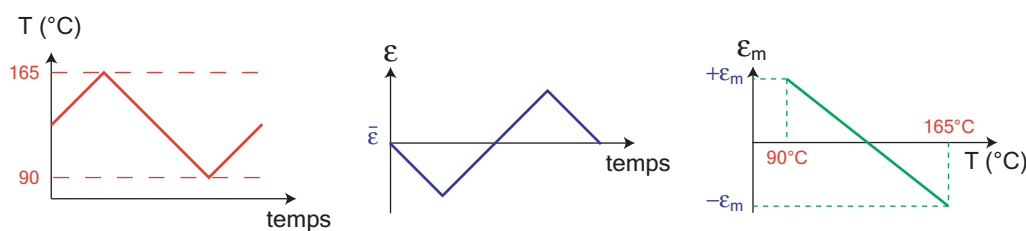


FIG. 1.5 : Exemple de cycle hors-phase en fatigue thermo-mécanique défini sur les courbes température/temps, déformation mécanique/temps et déformation mécanique/température [Haddar, 2003]

1.4.2 Essais en fatigue sous contraintes d'origine thermique

Dans les configurations simples d'essais de type fatigue sous contraintes d'origine thermique, aucun chargement mécanique extérieur n'est appliqué et les contraintes proviennent de la présence de gradients thermiques dans les éprouvettes. Comme il existe un grand nombre de domaines dans lesquels le phénomène de fatigue thermique est présent, il existe un grand nombre de types d'essais. Enfin, certains essais permettent d'associer un chargement mécanique au chargement cyclique d'origine thermique.

Essai de type Glenny Cet essai [Glenny *et al.*, 1958] a été créé pour tester les aubes de turbines en fatigue thermique. Les éprouvettes sont sous forme de disque dont le centre

est plus épais que les extrémités (figure 1.6). Le chargement thermique est réalisé par le procédé par lit fluidisé où l'éprouvette est plongée successivement dans un bain chaud puis froid [Spera, 1969]. À cause de la masse plus importante au centre, un gradient thermique se crée dans l'éprouvette, entraînant la dilatation ou la contraction du bord mince. Il représente un des essais de fatigue thermique les plus simples.

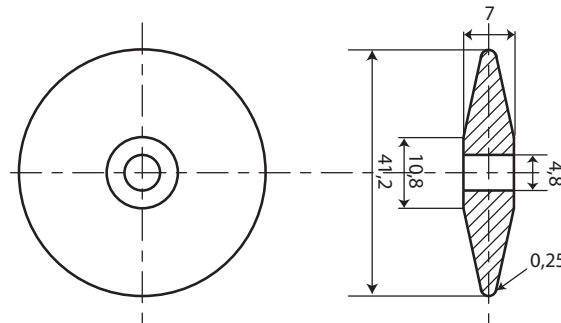


FIG. 1.6 : Géométrie d'un disque de type Glenny (dimensions en mm) [Spera, 1969; Sehitoglu, 1996]

Essai sur éprouvette coin Dans cet essai, les éprouvettes sont en forme de coin, une partie de l'éprouvette est donc plus massive que l'autre (figure 1.7(a)). Elles ont été utilisées, entre autres, par Köster et Remy [2004], pour tester des superalliages dans les aubes de turbines. L'éprouvette est positionnée dans un four de telle façon que son bridage n'entraîne pas de contrainte mécanique (figure 1.7(b)). Le cycle thermique se fait par refroidissement du bord mince de l'éprouvette par projection d'air sous 8 bars. Cet essai permet d'atteindre des différences de température allant jusqu'à 750°C pour une durée de 1min30s par cycle.

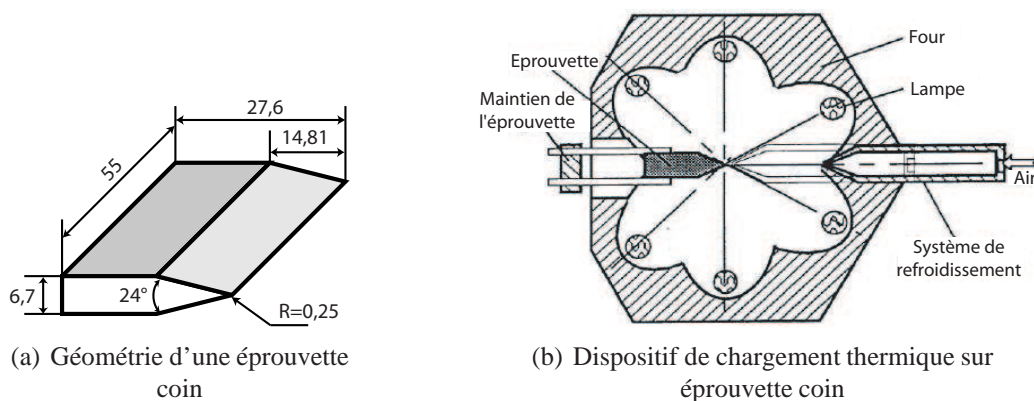


FIG. 1.7 : Essais de fatigue thermique sur éprouvette coin [Köster et Remy, 2004]

Essai de type choc thermique Les phénomènes de fatigue thermique liés à l'utilisation du sodium, qui est le fluide caloporteur dans les Réacteurs à Neutrons Rapides (RNR), ont

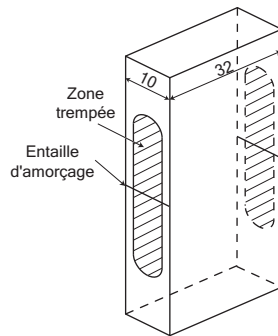


FIG. 1.8 : Visualisation de la zone trempée sur l'éprouvette utilisée par Marsh [1981]

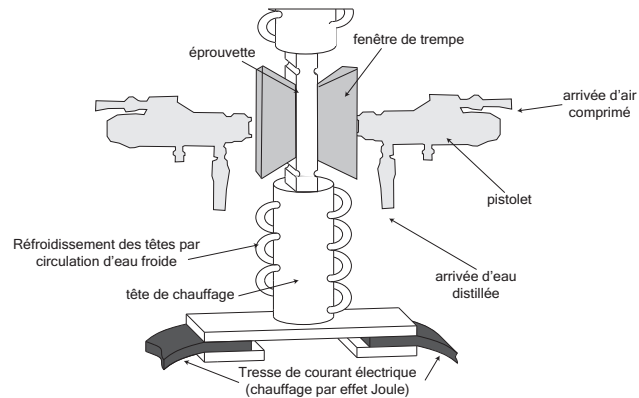


FIG. 1.9 : Schéma du dispositif de fatigue thermique SPLASH [Maillot, 2003]

amené Marsh [1981] à concevoir un dispositif de choc thermique sur éprouvette chauffée. Dans cet essai, l'éprouvette est chauffée par effet Joule et le refroidissement se fait par projection d'eau sur les deux faces opposées (figure 1.8). Pour favoriser la propagation d'une fissure, une entaille mécanique est réalisée par électroérosion sur la zone de trempée.

Une version de cet essai a été réalisée par le CEA pour simuler le phénomène de faïençage thermique, l'essai SPLASH (figure 1.9) [Maillot, 2003]. Dans cet essai, il n'y a pas d'entaille mécanique afin de ne pas favoriser une fissure devant d'autres. En effet, ce que l'on cherche à obtenir dans cet essai, ce n'est pas la propagation d'une seule fissure, mais l'amorçage sous sollicitations de fatigue thermique et la propagation d'un réseau de fissures. Cet essai, sur lequel se base cette étude, sera détaillé au chapitre suivant.

EDF a également mis au point un essai de type choc thermique INTHERPOL (INstallation de fatigue THERmique POLycyclique) [Curtit, 2004]. Dans cet essai, c'est le mouvement alternatif de l'éprouvette qui va réaliser le cycle thermique. Suivant la position de l'éprouvette dans le dispositif, elle va être localement chauffée par des lampes infrarouges ou refroidie par spray d'eau (figure 1.10). La totalité de l'éprouvette est chauffée de manière continue par la peau externe au moyen d'éléments chauffant à une température comprise entre 185°C et 320°C.

L'essai BIAX du CEA propose, quant à lui, de réchauffer cycliquement par induction la surface externe d'une éprouvette de forme cylindrique dans laquelle circule de manière continue de l'eau afin de maintenir sa température [Skelton, 2006]. Ce type d'essai a pour but principal d'observer l'amorçage et la propagation de fissures soumises à un chargement de type fatigue thermique et permet également de prendre en compte l'influence d'une contrainte mécanique additionnelle permanente [Robertson et Chaise, 2004].

L'essais FAT3D [Ancelet, 2006] utilise une éprouvette tubulaire (diamètre extérieur de 170 mm, hauteur de 360 mm) qui est placée dans un four afin de maintenir la température en un point particulier de l'éprouvette constante (figure 1.11(a)). Cycliquement, un jet d'eau est envoyé sur la paroi interne du tube décrivant ainsi une forme parabolique.

Dans le domaine des essais mis au point suite à l'incident de Civaux, on peut également citer FATHER [Fissolo *et al.*, 2004]. Cet essai reproduit à l'échelle 3/4 une zone de mélange de type RRA modifiée (i.e. sans coude après le té de mélange); (figure 1.12). Il permet de réaliser un mélange de fluides à une vitesse de 4 m.s⁻¹ et une différence de

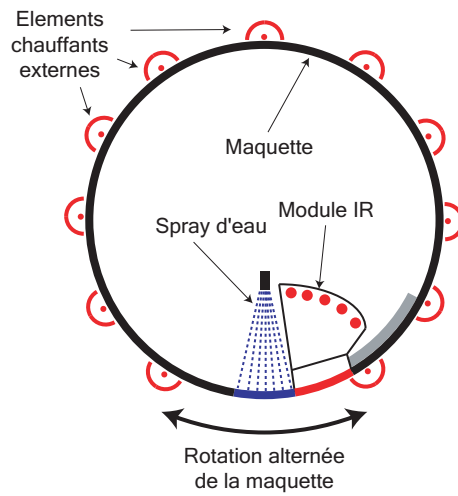


FIG. 1.10 : Schéma de principe du dispositif de fatigue thermique INTHERPOL [Curtit, 2004]

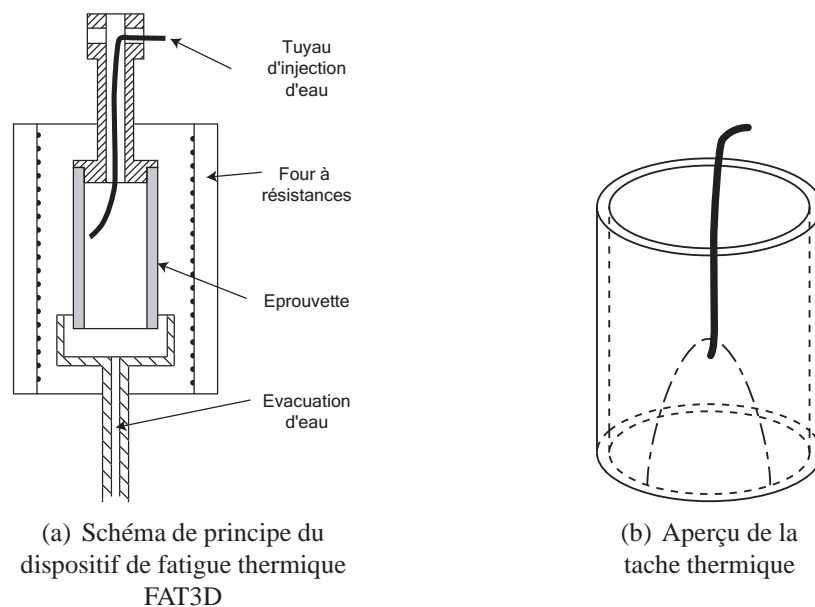


FIG. 1.11 : Schéma de principe du dispositif de fatigue thermique FAT3D [Ancelet, 2006]

température entre la branche chaude et la branche froide de 160°C. L'éprouvette est équipée notamment de nombreux *fluxmètres*, composés de trois thermocouples, permettant de mesurer des flux de chaleur en différentes positions dans la conduite entre le fluide et la paroi, avec un temps de réponse très faible [Guilbaud *et al.*, 2006].



FIG. 1.12 : Éprouvette utilisée pour l'essai FATHER (diamètre des tubes : 150 mm) [Fissolo *et al.*, 2004]

Autres configurations D'autres types de machines d'essais ont également été développés dans d'autres domaines que ceux de l'incident de Civaux. Certains de ces essais ont la particularité d'utiliser des moyens de chauffage cyclique particuliers comme des faisceaux d'électrons ou des lasers [Zhu et Miller, 1997]. Ces systèmes ont été développés principalement pour les études menées dans le développement du projet ITER et sur les couches de confinement magnétique réalisées par des matériaux de type céramique qui se doivent d'avoir une très bonne résistance à la fatigue thermique. En ce qui concerne le chargement utilisant un faisceau d'électrons, l'éprouvette est de forme parallélépipédique multi-couche ou monobloc. Le faisceau d'électrons chauffe cycliquement la surface supérieure de l'échantillon alors qu'un flux d'air ou de fluide, circulant au coeur de l'éprouvette, permet de maintenir une température constante [Rödig *et al.*, 2000, 2002; Koichiro *et al.*, 2004; Tokunaga *et al.*, 2006; Linke *et al.*, 2007]. Une éprouvette bi-couche ainsi qu'un type de trajet du faisceau d'électrons est donnée sur la figure 1.13.

Dans le cas particulier des réacteur à neutrons rapides (RNR), le fluide caloporteur est du sodium liquide. Des dispositifs expérimentaux ont donc été réalisés autour de ce fluide afin de caractériser l'amorçage et la propagation des fissures dans les conduites de refroidissement des RNR. On peut citer entre autres le dispositif FAENA [Moulin *et al.*, 2000] développé au CEA dont le fonctionnement consiste à injecter alternativement du sodium chaud et du sodium froid dans une éprouvette tubulaire maintenue dans un environnement gazeux (argon). Des réseaux de fissures de fatigue thermique sont ainsi observés dans la zone d'injection.

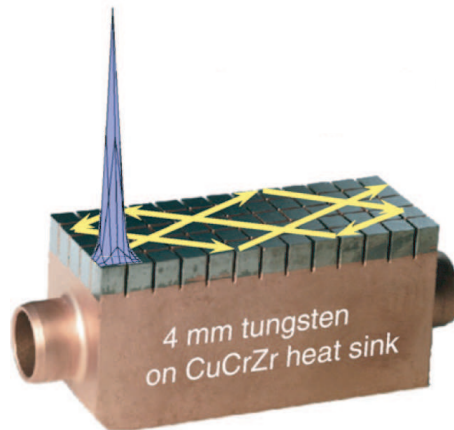


FIG. 1.13 : Exemple de trajet du faisceau d'électrons pour un essai de fatigue thermique [Linke *et al.*, 2007]

2 L'acier AISI 304 L

Dans le paragraphe précédent, nous avons fait référence à l'acier AISI 304 L, un acier inoxydable austénitique utilisé pour réaliser les conduites des circuits de refroidissement des centrales nucléaires. Nous allons le présenter succinctement dans la suite de ce paragraphe.

2.1 Acier inoxydable

2.1.1 Définition

Selon Barralis et Maeder [1997], un acier est dit inoxydable si sa teneur en chrome est supérieure à 13%. L'inoxidabilité d'un acier représente sa résistance à l'agression d'un grand nombre de milieux corrosifs dans des limites étendues de températures. Cette résistance est due à la création d'une très fine couche de passivation en surface du matériau qui réalise un obstacle pour le milieu corrosif.

2.1.2 Classement

Le classement des aciers inoxydables se fait selon leur constitution métallurgique à température ambiante. On distingue alors les aciers inoxydables ferritiques et semi-ferritiques, les aciers inoxydables martensitiques, les aciers inoxydables austénitiques, ceux à durcissement par précipitation et les aciers austéno-ferritiques. Dans les différentes familles, ces aciers sont classés suivant leurs teneurs respectives en carbone, chrome et nickel. C'est ainsi que l'acier inoxydable austénitique AISI 304 L, objet de notre étude, est la normalisation américaine de la nuance française X2 CrNi18-09, c'est-à-dire un acier avec un taux massique de carbone de 0,2%, 18% de chrome et 9% de nickel. Le faible taux massique de carbone étant indiqué par le "L" qui signifie *Low Carbon*.

2.2 Acier austénitique

2.2.1 Définition

Un acier est dit austénitique (de structure cubique à faces centrées) s'il présente cette microstructure à température ambiante. Certains constituants du matériau peuvent avoir une influence sur l'étendue des domaines austénitiques (domaine γ) et ferritique (domaine α). Précisons, par exemple, que la présence de carbone, de nickel, de manganèse et d'azote entraîne l'augmentation du domaine γ (éléments γ -gènes), tandis que la présence de chrome, de silicium et de molybdène entraîne l'augmentation du domaine α (éléments α -gènes).

2.2.2 Moyens d'obtention

La plupart des aciers ne sont pas en phase austénitique naturellement à température ambiante, mais des traitements thermiques permettent de les y amener si leur composition chimique le permet. En ce qui concerne la nuance AISI 304 L, la phase austénitique est obtenue par hypertempe. En effet, à température ambiante, l'état d'équilibre est un mélange de trois phases : $\gamma + \alpha + Cr_{23}C_6$ (figure 1.14). Un recuit du matériau à une température comprise entre 1000°C et 1100°C permet d'être en présence d'un état monophasé austénitique qui sera figé et conservé par un refroidissement rapide.

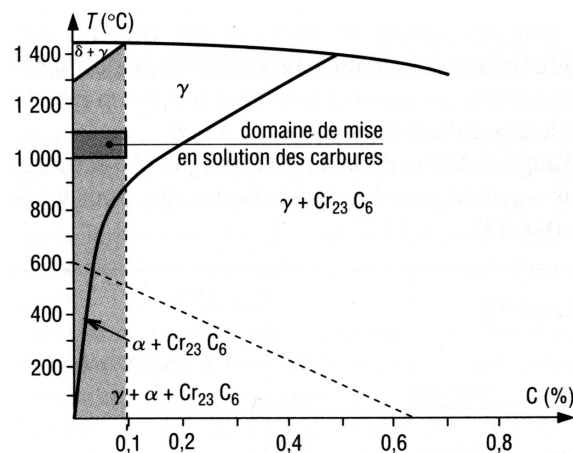


FIG. 1.14 : Constitution des aciers inoxydables austénitiques du type 18-9 à l'équilibre [Barralis et Maeder, 1997]

2.3 Composition chimique de l'acier AISI 304 L

La composition de cet acier est assez variable. Le tableau 1.1 donne la composition de celui utilisé par Maillot [2003] pour les essais de fatigue thermique SPLASH (référence EDF : T112, référence CEA/SRMA : 849) et celui utilisé à l'heure actuelle par le SRMA (référence EDF : THY, référence CEA/SRMA : A26) pour des essais de fatigue isotherme à grand nombre de cycles. Ces deux aciers possèdent un taux massique de ferrite variant de 1 à 4%, qui se présente sous la forme de plaques majoritairement étendues par le laminage des tôles (voir figure 1.15).

TAB. 1.1 : Composition en % massique de l'acier inoxydable austénitique 304 L étudié [Akamatsu et Chevallier, 2001]

Ref. (SRMA)	C	Mn	Si	Cr	Ni	Mo	S	P	Cu	N	Fe
T112 (849)	0,026	1,49	0,52	19,23	9,45	0,24	0,002	0,027	0,17	0,064	Bal
THY (A26)	0,023	1,13	0,49	18,50	10,10	0,09	0,004	0,024	0,1	0,028	Bal

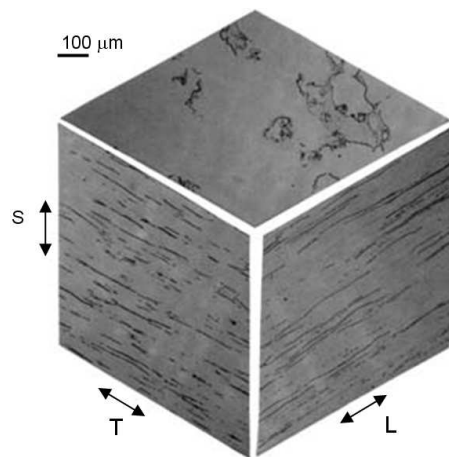


FIG. 1.15 : Microstructure de l'acier 304 L T112 (S=sens travers court, T=sens travers long et L=sens le long du laminage) [Maillot, 2003]

2.4 Paramètres utiles dans l'étude

2.4.1 Caractéristiques thermiques

La nuance AISI 304 L présente une forte sensibilité à la fatigue thermique. En effet, cet acier possède un fort coefficient de dilatation thermique ($18 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$) et une faible conductivité thermique ($19 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$) [Haddar et Fissolo, 2005]. Ainsi, les parties chauffées auront tendance à se dilater beaucoup, mais cette dilatation sera fortement empêchée par les parties plus froides assez proches des précédentes à cause du fort gradient thermique dû à la faible conductivité thermique.

2.4.2 Caractéristiques mécaniques

Dans ce paragraphe, seules les caractéristiques mécaniques utilisées par la modèle probabiliste sont proposées. D'autres paramètres mécaniques du 304 L sont présentés dans la thèse de Maillot [2003].

Paramètres élasto-plastiques Lors d'un essai de fatigue à grand nombre de cycles sur un acier 304-L, on observe que son comportement n'est pas stable au cours des cycles. Toutefois, une modélisation de son comportement a été réalisée à l'aide d'une loi de comportement simple comprenant une variable d'écrouissage cinématique non linéaire

$$\underline{\dot{X}} = C \left(\frac{2}{3} A \underline{\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}}^p - \underline{\underline{X}} \dot{p} \right) \quad (1.1)$$

où A et C sont des paramètres déterminés à partir d'essais de fatigue [Vincent et Perez, 2004], $\underline{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p$ est le tenseur des déformations plastiques, p la déformation plastique cumulée équivalente, et $\underline{\underline{X}}$ est la variable d'écrouissage cinématique. La fonction seuil de plasticité est donnée par

$$f(\underline{\underline{\underline{\sigma}}} - \underline{\underline{X}}) = \sigma_{eq} - \sigma_y \leq 0 \quad (1.2)$$

où σ_y correspond à la limite d'élasticité du matériau, $\underline{\underline{\underline{\sigma}}}$ au tenseur des contraintes, et σ_{eq} à la contrainte équivalente de von Mises définie par

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} \left[(\underline{\underline{\underline{\sigma}}}_D - \underline{\underline{X}}) : (\underline{\underline{\underline{\sigma}}}_D - \underline{\underline{X}}) \right]} \quad (1.3)$$

où $\underline{\underline{\underline{\sigma}}}_D$ est le tenseur déviatorique des contraintes

$$\underline{\underline{\underline{\sigma}}}_D = \underline{\underline{\underline{\sigma}}} - \frac{1}{3} (\text{Tr} \underline{\underline{\underline{\sigma}}}) \mathbb{I}. \quad (1.4)$$

L'identification de la loi elasto-plastique sur une boucle contrainte-déformation d'un essai de fatigue à $\pm 210 \text{ MPa}$ réalisé à température ambiante a conduit aux paramètres du tableau 1.2 (pour un nombre de cycles aux environs de 30 000).

TAB. 1.2 : Paramètres de la loi élasto-plastique de l'acier 304-L

E	ν	A	C	σ_y
196 GPa	0,3	80 MPa	1042	141 MPa

TAB. 1.3 : Résultats des essais de fatigue à contrainte imposée selon la méthode de l'escalier [Vincent et Perez, 2004]

$\Delta\sigma/2$ (MPa)	Chronologie des essais																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
	Numéro d'éprouvette A26																
	031	036	035	037	030	026	038	033	044	032	034	041	027	028	039	045	042
210	X														X		
200						X		X		X				O		X	
190		X			O		O		O		X			O			O
180				O									O				
170			O														
	Nombre de cycles à rupture (en milliers de cycles)																
	104,4	305	-	-	-	470	-	227	-	91	853	-	-	-	110,1	130,1	-
	Fréquence (Hz)																
	8	10	15	10	10	6	10	6	7	6	7	8	7	6	5	6	7

X : éprouvettes rompues dont 6 pour la méthode de l'escalier
O : éprouvettes non rompues au bout de 5 millions de cycles

Limite d'endurance La limite d'endurance à température ambiante a été déterminée par des essais de fatigue avec la méthode de l'escalier [Lieurade, 1982]. Un total de 17 éprouvettes ont été utilisées en fatigue à contrainte imposée [Vincent et Perez, 2004] dont les résultats d'essai sont résumés dans le tableau 1.3. Dans cet essai, sur les 17 éprouvettes testées, 8 éprouvettes ont été rompues, dont 6 réellement pour la méthode de l'escalier, et 9 ne se sont pas rompues au bout de 5 millions de cycles. Ainsi, la limite d'endurance moyenne, donnée par la méthode de l'escalier, est égale à 195 MPa et l'écart type vaut environ 5,9 MPa. Vu le faible nombre d'éprouvettes utilisées dans cette campagne d'essais, l'écart type sur la limite d'endurance est vraisemblablement sous-estimé. En effet, si l'on prend en compte les deux premières éprouvettes permettant de s'approcher rapidement de la limite d'endurance pour débiter la méthode de l'escalier, soit 8 éprouvettes rompues, le calcul de la limite d'endurance donne le même résultat, par contre, l'écart type associé à la limite d'endurance est maintenant égal à 8,6 MPa. Afin de ne pas sous-estimer cette quantité, nous avons décidé d'établir arbitrairement l'écart type associé à la limite d'endurance σ_∞ à 10 MPa soit un écart-type de 20 MPa sur la variation de la limite d'endurance, $\Delta\sigma_\infty$, qui est donc égale à 390 MPa à température ambiante.

Courbe de Wöhler Des essais de fatigue isotherme, à rapport de contrainte $R = -1$, ont été réalisés par Mottot et Noblecourt [2001, 2002] sur plusieurs nuances de 304 L et pour plusieurs températures. Les principaux résultats relatifs à la nuance 304 L T112 à 165°C sont résumés sur la figure 1.16. On constate, sur la courbe de fatigue (figure 1.16(a)), une augmentation du nombre de cycles à rupture pour une diminution de la variation totale de déformation appliquée durant les essais avec une variation de déformation à l'endurance de l'ordre de 0,3%. La courbe de Wöhler (figure 1.17) est obtenue en associant ce résultat avec la courbe de consolidation cyclique du 304 L T112 à 165°C obtenue pour un nombre de cycles égal à $N_{25}/2$ (figure 1.16(b)) où N_{25} est le nombre de cycles correspondant à une chute de contrainte de 25% par rapport à la contrainte maximale observée durant l'essai.

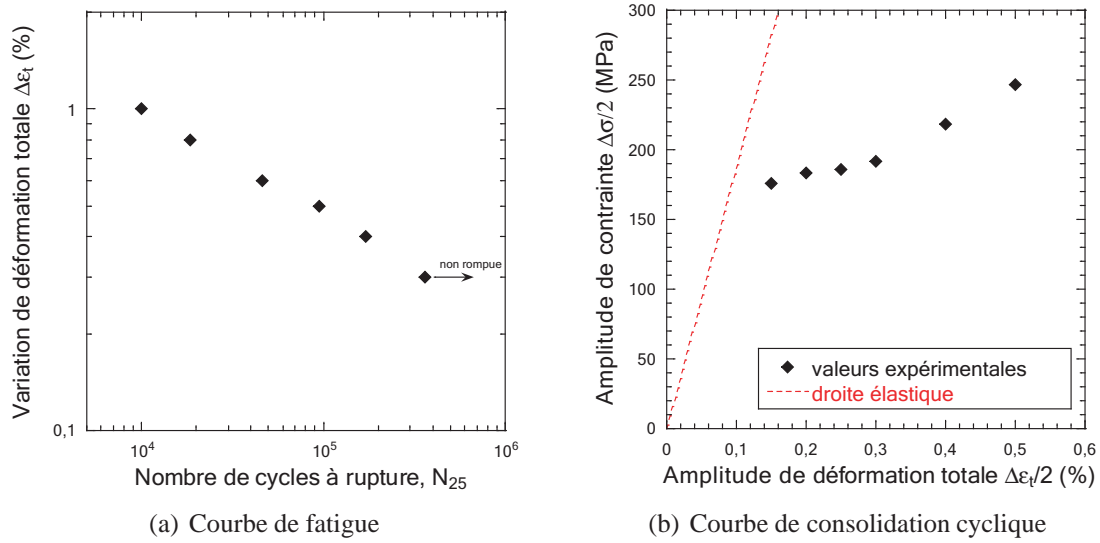


FIG. 1.16 : Résultats d'essais sur l'acier 304 L nuance T112 à 165°C ($R = -1$) [Mottot et Noblecourt, 2001]

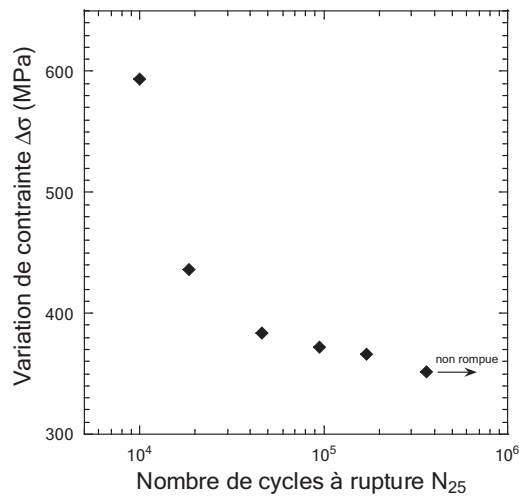


FIG. 1.17 : Courbe de Wöhler de l'acier 304 L nuance T112 à 165°C ($R = -1$) [Mottot et Noblecourt, 2001]

Loi de propagation de fissures Des essais de fissuration ont été menés sur éprouvettes CT à température ambiante et à 320°C [Maillot, 2003]. Les résultats des essais à 320°C sont représentés sur la figure 1.18 et l'identification des paramètres de la loi de Paris est résumée dans le tableau 1.4. Les éprouvettes utilisées étaient de type CT 25 à entaille mécanique courte. Le rapport initial a_0/W était de 0,3 avec a_0 la longueur de l'entaille mécanique et W la largeur de l'éprouvette.

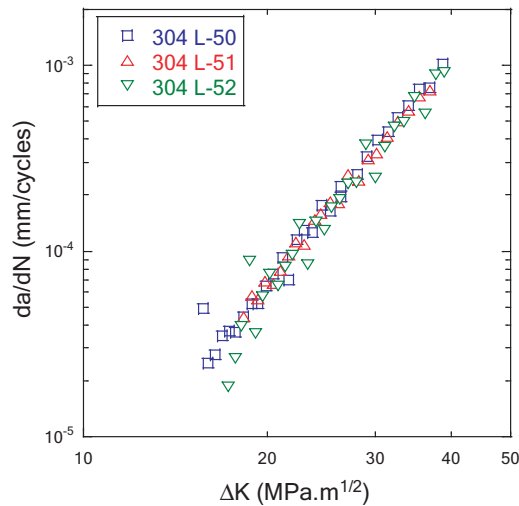


FIG. 1.18 : Résultats d'essais de fissuration sur éprouvette CT de l'acier 304 L à 320°C [Maillot, 2003]

TAB. 1.4 : Résultats des essais de fissuration par fatigue sur éprouvette CT à 320°C [Maillot, 2003]

N° éprouvette	Fin de préfissuration		Fin d'essai		Loi de Paris $da/dn = C(\Delta K)^p$		
	a (mm)	a/W	a (mm)	a/W	C (mm/(MPa \sqrt{m}) $^{-p}$ /cycle)	p	R^2
304 L-50	18,6	0,371	32,4	0,647	$1,19 \times 10^{-9}$	3,68	0,85
304 L-51	18,5	0,369	33,6	0,673	$3,78 \times 10^{-10}$	4,04	0,98
304 L-52	18,2	0,364	33,3	0,665	$3,74 \times 10^{-10}$	4,04	0,99

3 Conclusions

L'incident de Civaux a conduit au lancement de nombreux travaux de recherche sur la fatigue thermique et plus principalement sur la résistance à la fatigue thermique de l'acier constituant les conduites des circuits de refroidissement de réacteur à l'arrêt, l'acier inoxydable austénitique AISI 304 L, qui présente une forte sensibilité à la fatigue thermique à cause d'un fort coefficient de dilatation thermique associé à une faible conductivité thermique. Les résultats d'essais de formation de réseaux de faïençage thermique sont aujourd'hui nombreux et variés. Le but de cette thèse est de proposer un modèle probabiliste

permettant de caractériser l'apparition et la propagation des fissures constituant les réseaux de faïençage thermique. Les prévisions de ce modèle pourront alors être comparées aux résultats expérimentaux afin de valider l'approche probabiliste, et plus précisément, les résultats des essais SPLASH, dont le chargement thermo-mécanique est connu et qui présentent l'avantage de créer des réseaux de fissures comparables à ceux observés sur site.

Chapitre 2

Essais de caractérisation du phénomène de multi-amorçage de fissures en fatigue

Afin de caractériser les différents phénomènes pouvant intervenir dans la formation et la propagation de réseaux de fissures, des essais de fatigue mécanique ont été réalisés sur des éprouvettes contenant un méplat. Les résultats de ces essais seront interprétés pour mettre en avant l'amorçage, la propagation, l'arrêt ou la coalescence de fissures.

Sommaire

1	Essais de fatigue thermique	26
1.1	Dispositif SPLASH	26
1.2	Résultats d'essais	27
2	Essais de fatigue mécanique	28
2.1	Multi-fissures en fatigue mécanique	28
2.2	Présentation de l'essai de multi-amorçage de fissures	31
2.3	Résultats	37
2.4	Bilan des essais de multi-amorçage	48
3	Conclusions	50

1 Essais de fatigue thermique

Les essais de fatigue thermique ont majoritairement été réalisés durant la thèse de Maillot [2003]. Une rapide présentation des résultats sera faite dans cette première partie.

1.1 Dispositif SPLASH

La manipulation de fatigue thermique utilisée est le dispositif SPLASH mis en place au CEA de Saclay (figure 2.1).

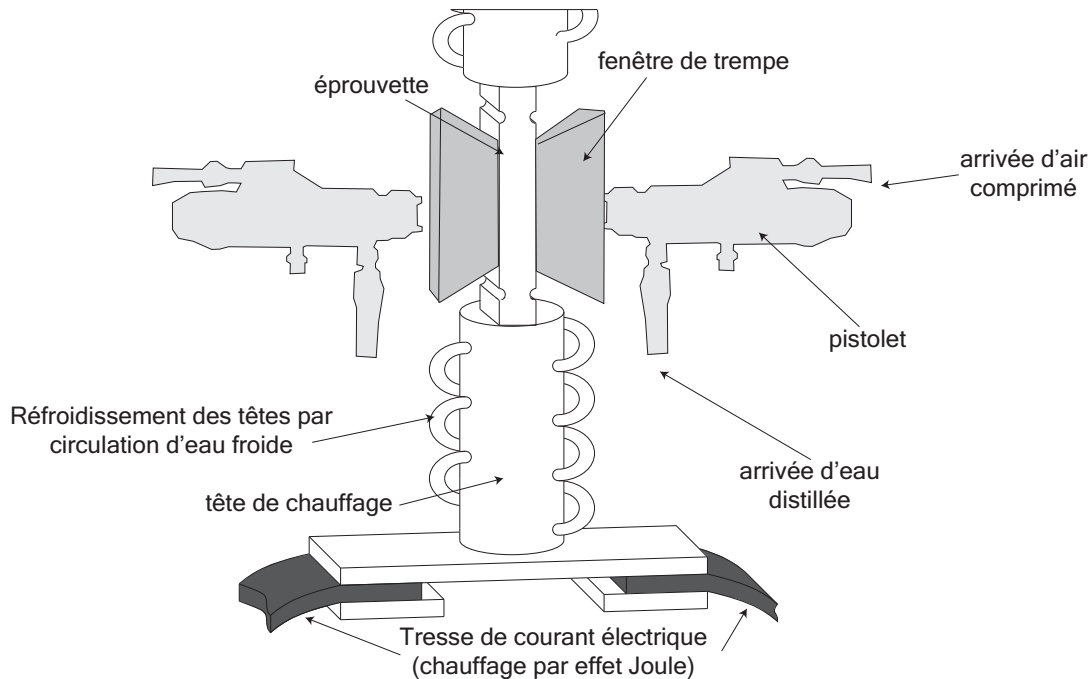


FIG. 2.1 : Schéma de principe du dispositif SPLASH [Maillot, 2003]

Le but de cet essai est de reproduire les conditions de chargement thermique cyclique sur éprouvette afin de caractériser l'apparition de réseaux de fissures de fatigue thermique, dit réseaux de faïençage thermique. Le dispositif comporte 2 principaux éléments :

- une éprouvette de type prismatique ($240 \times 20 \times 30 \text{ mm}^3$) chauffée de manière continue par effet Joule. Dans de nombreux essais, la température de l'éprouvette est maintenue aux alentours de 320°C .
- deux pistolets disposés de part et d'autre de l'éprouvette qui aspergent chacun une face de l'éprouvette avec un brouillard d'eau distillée et d'air au travers d'une fenêtre de trempe.

La différence de température entre le mélange (eau+air) et la surface de l'éprouvette est à l'origine du gradient thermique imposé de chaque côté de l'éprouvette. Elle peut être réglée pour permettre un chargement plus ou moins fort par une modification de la distance pistolet-éprouvette et/ou par un réglage du spray (débit d'eau, forme du jet, tailles des gouttes d'eau). Typiquement, une différence de température ΔT de l'ordre de 150°C

est appliquée. L'avantage de ce dispositif par rapport à d'autres machines de fatigue thermique est la faible durée d'un cycle (aspersion de 0,25 s toutes les 7,75 s) ce qui permet d'atteindre de grands nombres de cycles (inférieurs à 1 million) en une durée d'essai raisonnable et ainsi d'observer l'apparition et la propagation de réseaux de fissures.

Les figures 2.2(a) et 2.2(b) représentent l'évolution des températures en surface et à 1 mm de profondeur au niveau de la zone de trempe au cours des cycles. Ces mesures ont été réalisées par des thermocouples de type K (chromel/alumel) brasés dans le fond d'une rainure en surface de l'éprouvette ou au fond de trous situés à 1 mm, 2 mm et 3 mm de profondeur sous la surface (le thermocouple en surface et celui à 1 mm sous la surface ne sont présents que sur les éprouvettes témoins utilisées pour les réglages avant essai, afin de ne pas perturber les résultats d'essai en termes de fissuration). La température en surface chute d'environ 150°C alors que les autres mesures de température en profondeur fluctuent de 10 à 20°C maximum. Ces mesures prouvent la présence d'un fort gradient de température dans la profondeur de l'éprouvette.

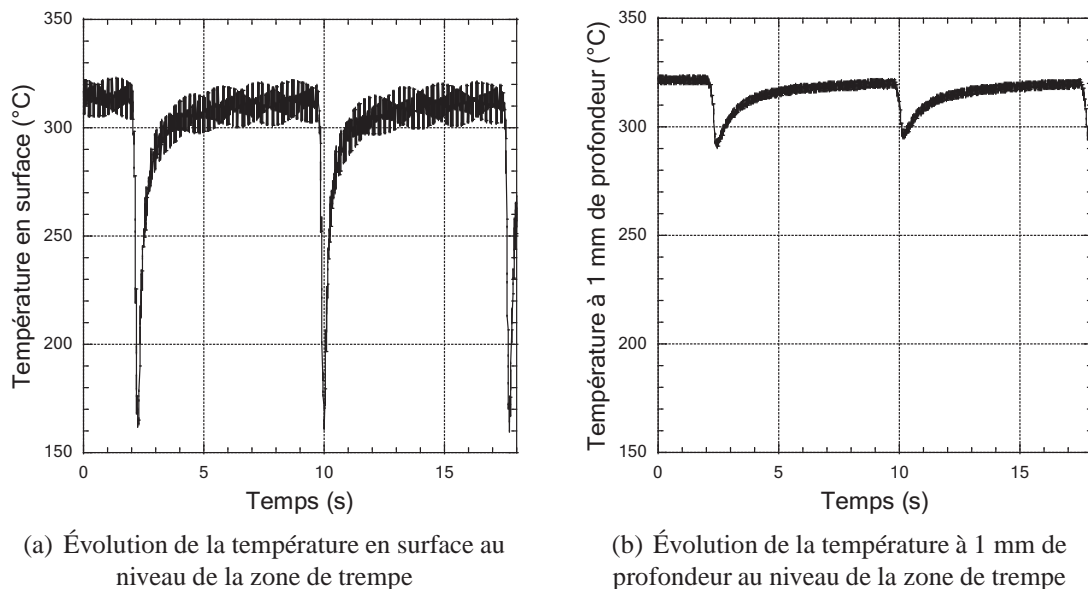


FIG. 2.2 : Évolution des températures en surface et à 1 mm de profondeur pour quelques cycles de trempe de l'essai SPLASH [Vincent et Chaise, 2004]

La figure 2.3 représente le champ de température au moment le plus froid d'un cycle (i.e. à la fin du cycle de trempe) mesuré par caméra infra-rouge sur la surface de trempe. Un fort gradient de température est également visible sur la surface de l'éprouvette entre la zone aspergée et le reste de la zone de trempe.

1.2 Résultats d'essais

Diverses observations ont été réalisées sur chacune des éprouvettes testées [Maillot, 2003]. Un des objectifs principaux de ces essais est la détermination du nombre de cycles à l'amorçage des fissures sous sollicitations de fatigue thermique. Afin de le satisfaire, des relevés des deux zones de trempe ont été réalisés fréquemment à la loupe binoculaire

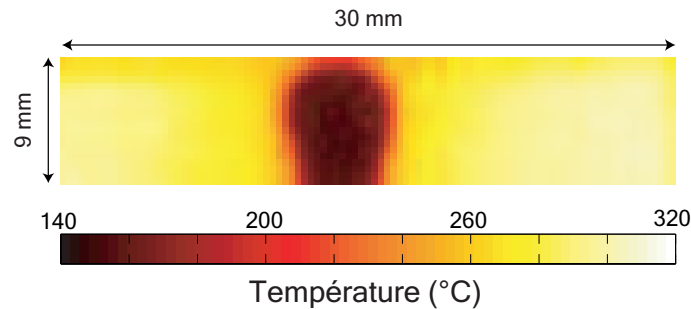


FIG. 2.3 : Carte de température de la surface aspergée au moment le plus froid d'un cycle de trempe SPLASH [Vincent et Chaise, 2004]

ainsi qu'au microscope optique. Des mesures sont également faites lorsque le réseau commence à se propager comme la détermination de la densité de fissures, la taille du réseau de fissures ou encore l'orientation préférentielle des fissures. Des analyses post-mortem d'éprouvette ont également été réalisées afin de déterminer les profondeurs des fissures constituant le réseau. La figure 2.4 donne un exemple de relevé de réseaux de fissures réalisé à différentes étapes de l'essai sur la face gauche de l'éprouvette 304 L-28. Au début de l'essai, on compte une dizaine de fissures assez éloignées les unes des autres, puis, plus le nombre de cycles augmente, plus les fissures deviennent nombreuses. De plus, les premières fissures se propagent et on assiste à des phénomènes de coalescence entre fissures. Au final, au bout de 350 000 cycles, le réseau est principalement constitué de fissures dont la taille est de l'ordre de plusieurs millimètres et, pour cet essai, les fissures ont des directions majoritairement horizontales et verticales.

L'une des principales conclusions de ces essais est la caractérisation de la germination continue des fissures. En effet, toutes les fissures n'apparaissent pas en même temps mais les une après les autres. C'est sur cette première observation que nous allons construire le modèle probabiliste.

2 Essais de fatigue mécanique

2.1 Multi-fissures en fatigue mécanique

Des essais de fatigue mécanique permettent également d'observer l'amorçage et les premiers stades de propagation de multiples fissures ainsi que les différents phénomènes qui permettent la formation de réseaux de fissures. Des essais de traction-compression ont ainsi été réalisés sur des éprouvettes de fatigue cylindriques en 316 L et grâce à une technique d'observation adéquate, ont donné accès à la cinétique de fissuration de fissures multiples [Magnin, 1985]. L'analyse de l'apparition de ces fissures a été réalisée par la technique de réplique dans le cas de Magnin [1985]. La figure 2.5 représente l'évolution des densités de trois familles de tailles de fissures pour un essai de traction compression à déformation plastique imposée $\Delta\varepsilon_p/2 = \pm 4 \times 10^{-3}$ pour un acier 316L. Pour des nombres de cycles aux environs de 10% de la durée de vie, les fissures observées sont de type I, c'est-à-dire que leur taille est inférieure à la taille d'un grain (environ $50 \mu\text{m}$ pour l'acier 316L). Celles-ci sont majoritairement transgranulaires à température ambiante pour cet

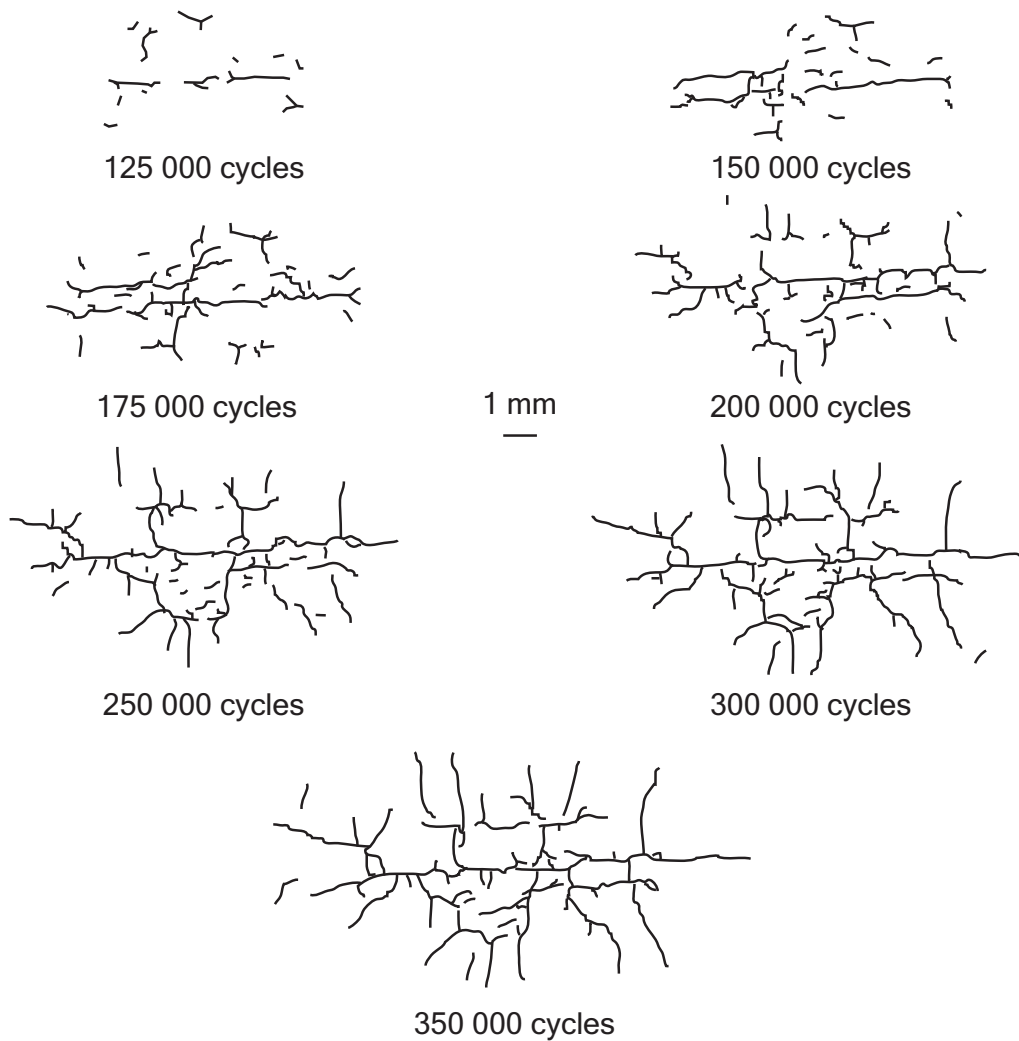


FIG. 2.4 : Évolution d'un réseau de fissures pour une éprouvette chauffée à 320°C et une différence de température de $\Delta T = 150^\circ\text{C}$ (304 L-28g) [Maillot, 2003]

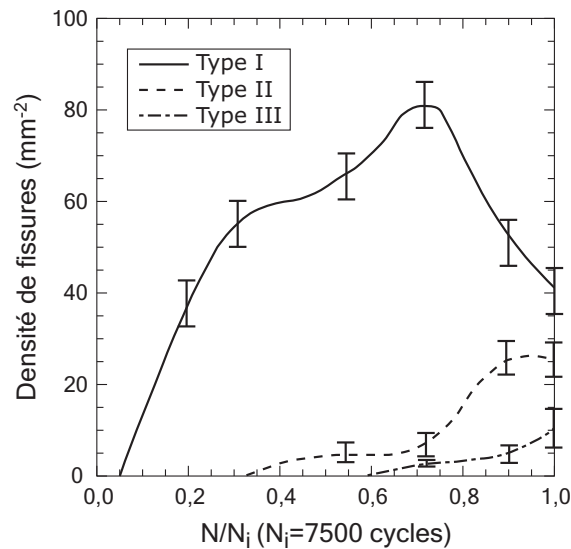


FIG. 2.5 : Évolutions des densités de fissures de type I, II et III dans un acier 316L pour un chargement de traction-compression à déformation plastique imposée $\Delta\varepsilon_p/2 = \pm 4 \times 10^{-3}$ [Bréchet *et al.*, 1992]

acier. Dès que le nombre de cycles dépasse les 30% de la durée de vie, les fissures atteignent des tailles comprises entre une à trois tailles de grains et restent transgranulaires (type II). Puis, lorsque le nombre de cycles atteint les 60% de la durée de vie, les tailles de certaines fissures sont comprises entre trois et dix tailles de grains (type III). A partir de ce moment, la densité de fissures de type I diminue car la plupart d'entre elles ont atteint des tailles telles qu'elles sont devenues de type II voire de type III, ce qui est confirmé par l'augmentation des densités de fissures de type II et III. Enfin, pour des nombres de cycles proches de la rupture (environ 90% de la durée de vie), les fissures ont des tailles macroscopiques. Ces dernières conduisent à la rupture de l'éprouvette à cause des phénomènes de coalescence entre fissures rendant les tailles de certaines fissures de plus en plus importantes mais augmentant également la vitesse de propagation de ces fissures. Dans cette dernière phase de propagation de fissures macroscopiques (type IV), une seule fissure endommageante est généralement observée, les autres fissures ne pouvant plus se propager à cause du déchargement de l'éprouvette occasionné par la présence de cette fissure principale.

D'autres essais de multi-amorçage de fissures ont été réalisés sur des éprouvettes cylindriques de fatigue sur lesquelles une modification de la géométrie a été réalisée afin de concentrer les apparitions de fissures sur un domaine plus petit [Polák et Zezulka, 2005; Polák, 2005; El Bartali *et al.*, 2006]. L'observation des fissures de la taille d'un grain est réalisée à l'aide d'un microscope optique. Nous avons choisi de reprendre ce dernier type de dispositif pour réaliser de nouveaux essais de fatigue sur un acier 304 L en utilisant, de plus, la technique de corrélation d'images déjà validée par El Bartali *et al.* [2006] à cette échelle.

2.2 Présentation de l'essai de multi-amorçage de fissures

2.2.1 Principe de l'essai

Les éprouvettes choisies pour réaliser ces essais sont cylindriques sur lesquelles un méplat a été usiné afin de localiser les déformations sur une petite partie de l'éprouvette et non sur la totalité de sa zone utile. Nous avons appliqué aux éprouvettes un chargement de traction compression cyclique en contrainte imposée ($\Delta\sigma = \pm 210$ MPa) à une fréquence de 5 Hz et à température ambiante. Le choix de cette valeur de contrainte est justifié par une limite d'endurance un peu plus faible (195 MPa) ce qui permet d'augmenter les chances d'observer le phénomène de multi-amorçage pour un nombre de cycles raisonnable. Le suivi de la déformation moyenne de l'éprouvette est réalisé grâce à un extensomètre placé sur la zone centrale de l'éprouvette qui englobe le méplat. Un suivi en température est également réalisé par la mise en place de 3 thermocouples (un sur chaque mors et un sur la zone centrale de l'éprouvette). Enfin, la détection des fissures est réalisée par corrélation d'images numériques à l'aide du logiciel CorreliQ4 [Besnard *et al.*, 2006]. La prise d'images numériques se fait à l'aide d'un microscope à longue distance frontale (de marque Questar) raccordé à une caméra numérique (de marque PixelFly). Les images de sortie sont en niveaux de gris codés sur 12 bits. Le microscope présente une faible profondeur de champ ce qui justifie le choix d'un méplat au lieu d'une simple entaille à la différence des géométries d'éprouvettes utilisées par Polák et Zezulka [2005], Polák [2005] et El Bartali *et al.* [2006]. En effet, la corrélation d'images, comme nous le verrons par la suite, nécessite l'utilisation d'images dont les conditions de prises de vues sont strictement les mêmes (même netteté, mêmes conditions d'éclairage, même zoom, même temps de prise de vue, etc.). Or Polák et Zezulka [2005] et [Polák, 2005] n'utilisaient pas la corrélation d'images dans leurs essais, et El Bartali *et al.* [2006] utilisait des images prises à l'aide d'un dispositif de microscopie *ad-hoc* disposant d'un système d'éclairage intégré. Dans ces deux cas de figure, le méplat n'est donc pas indispensable. La figure 2.6 présente le dispositif expérimental, où l'on retrouve la machine d'essai dans laquelle l'éprouvette est montée, face entaillée orientée vers le microscope longue distance derrière lequel la caméra numérique est fixée. Un zoom du montage (figure 2.7) permet de visualiser le positionnement de l'extensomètre sur l'éprouvette ainsi que le montage de celle-ci dans la machine d'essai.

2.2.2 Géométrie de l'éprouvette

La première conception d'éprouvette a consisté en une modification de celle proposée par Polák et Zezulka [2005] et Polák [2005]. Le microscope longue distance, utilisé pour la prise d'images numériques, ne disposant pas d'une profondeur de champ assez grande pour prendre une image nette de toute la zone entaillée (cf. paragraphe précédent), il a été décidé de réaliser un méplat en fond d'entaille. La taille du méplat a été choisie dans un premier temps égale à la taille maximale de la zone observable par le microscope longue distance, soit une zone d'environ 2×2 mm². Le rayon d'entaille a , quant à lui, été diminué par rapport aux 30 mm proposés par Polák et Zezulka [2005], Polák [2005], nous sommes passés à un rayon de 14 mm. Des premiers essais ont été réalisés avec cette géométrie d'éprouvette et les résultats obtenus ont montré la faisabilité de l'essai de par

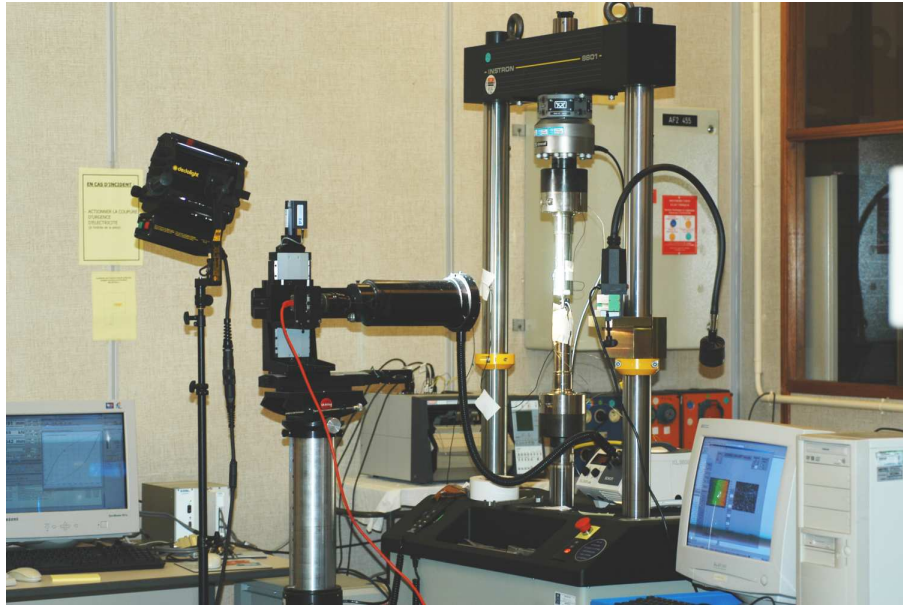


FIG. 2.6 : Dispositif expérimental de l'essai de multi-fissuration

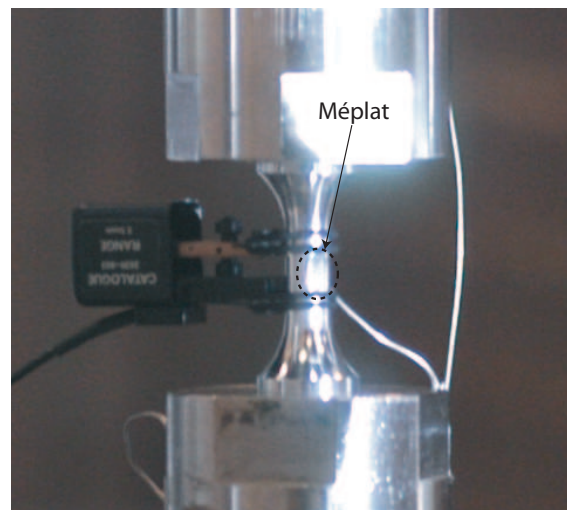


FIG. 2.7 : Zoom sur le montage de l'éprouvette de l'essai de multi-fissuration

l'observation de plusieurs fissures dans la zone entaillée.

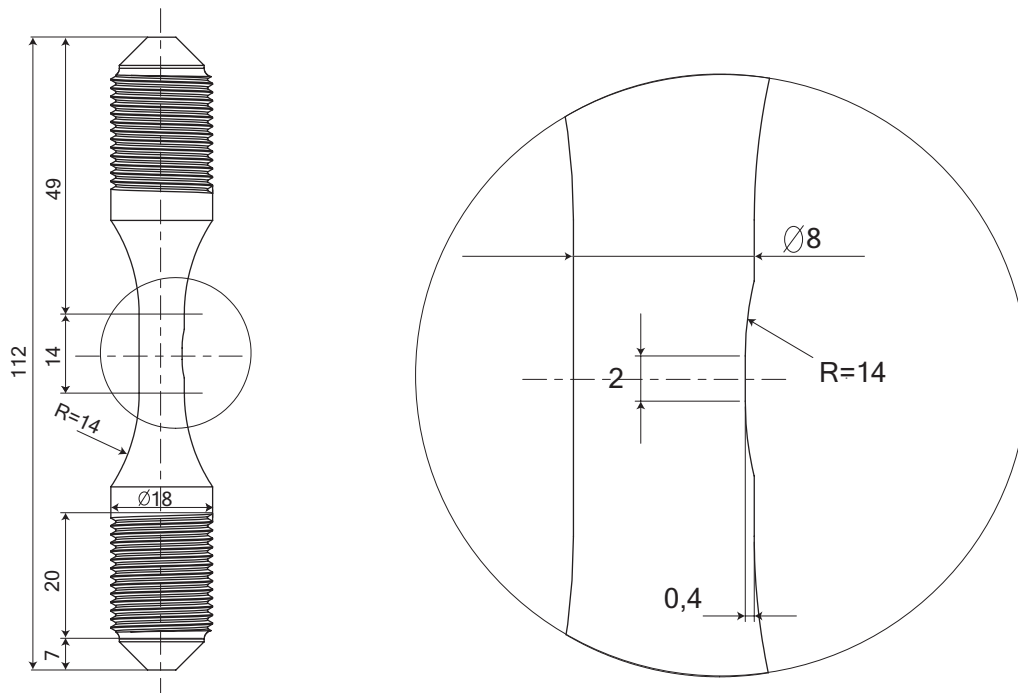


FIG. 2.8 : Géométrie de l'éprouvette de fatigue pour les essais de multi-amorçage de fissures

2.2.3 Préparation des éprouvettes

Polissage Après usinage des éprouvettes, le méplat a été poli à la pâte diamantée de tailles successives 9, 6, 3 et 1 μm . Le matériel utilisé pour le polissage (tampon de forme cylindrique) ainsi que la forme du méplat n'ont permis un polissage que dans une seule direction parallèle à l'axe de l'éprouvette. Par contre, aucune discontinuité géométrique dans la direction orthogonale à l'axe de l'éprouvette, et donc à la direction de chargement, n'a été laissée afin de ne pas favoriser l'amorçage de fissure conduisant à la ruine prématurée de l'éprouvette durant l'essai.

Révélation de la microstructure La corrélation d'images nécessite la présence d'un contraste assez marqué de la zone à étudier. Ce contraste est généralement réalisé à l'aide d'un mouchetis de peinture. Ce procédé n'a pas été retenu dans notre cas car les tailles caractéristiques des gouttelettes de peinture sont généralement trop grandes par rapport à la taille du méplat. Nous avons donc décidé de révéler la microstructure du matériau au niveau de la zone du méplat afin d'augmenter le contraste de cette zone polie. Cette opération a été réalisée par une attaque électrolytique à base d'acide oxalique à 10% en volume d'une durée de 1 min 45 s sur chaque éprouvette. Le résultat de cette attaque chimique sur la zone de méplat est donnée par la figure 2.9 pour l'éprouvette A26-135. Sur cette micrographie, on peut distinguer les différents grains dont la taille avoisine les

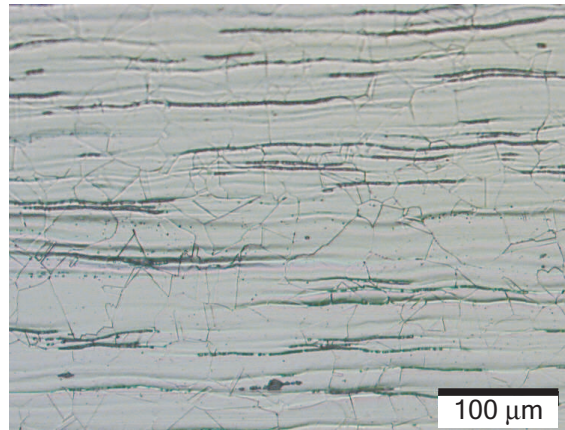


FIG. 2.9 : Micrographie de la surface de l'éprouvette ayant subi une attaque chimique (éprouvette A26-135)

50 μm ainsi que des bandes de ferrites (bandes sombres) dont la présence dans le matériau est de l'ordre de 4% en volume.

2.2.4 Corrélation d'images

Les fissures, auxquelles le modèle s'intéressera dans la suite, ont des tailles de plusieurs dizaines de micromètres à l'amorçage, c'est-à-dire un peu plus que la taille moyenne des grains de l'AISI 304 L (environ 50 μm [Maillot, 2003]). Un microscope à longue distance frontale et la méthode de corrélation d'images numériques ont été utilisées pour permettre la détection de telles fissures. Cette méthode présente l'avantage de faire des mesures in-situ et ne nécessite donc pas des démontages et remontages successifs de l'éprouvette dans la machine, entraînant des conditions de chargement pas toujours identiques avant et après remontage. La méthode de corrélation d'images permet de calculer les champs de déplacements et de déformations à partir d'images numériques de la zone à étudier, ce paragraphe se propose d'en expliquer succinctement le principe.

Principe de corrélation d'images La corrélation d'images a été réalisée grâce au logiciel CORRELI^{LMT} [Hild *et al.*, 1999; Hild, 2002; Besnard *et al.*, 2006]. La technique de corrélation d'images consiste à rechercher les déplacements des zones d'intérêt ou zones d'étude entre deux images : l'image de référence et l'image déformée. En effet, l'image de référence est découpée par un quadrillage qui forme alors un ensemble de zones d'étude. A chaque zone d'étude est associé le motif de niveau de gris correspondant et l'hypothèse de déplacement bilinéaire dans chacune des zones est faite. La corrélation d'images consiste donc à rechercher sur l'image déformée ces zones définies sur l'image de référence. Une fois retrouvées, le déplacement de chacune d'entre elles peut facilement être identifié.

Soient f et g les fonctions de distributions de niveaux de gris associées respectivement à l'image de référence et à l'image déformée, et $\underline{u}(x)$ le champ continu de vecteurs déplacement plan entre deux images. La conservation du flot optique de la zone d'étude

est donnée par

$$f(\underline{x} + \underline{u}(\underline{x})) = g(\underline{x}). \quad (2.1)$$

Le but de la corrélation est de déterminer le déplacement entre deux images, donc de rechercher le champ de déplacements \underline{v} qui peut être obtenu par la minimisation de la fonctionnelle Φ si le choix de la norme 2 a été fait

$$\Phi(\underline{v}) = \int [f(\underline{x} + \underline{v}(\underline{x})) - g(\underline{x})]^2 d\underline{x}. \quad (2.2)$$

Supposons que la fonction de distribution de l'image de référence soit suffisamment régulière et que le déplacement \underline{v} soit suffisamment petit pour appliquer un développement de Taylor au premier ordre de la fonctionnelle Φ

$$\Phi(\underline{v}) = \int [\underline{v}(\underline{x}) \cdot \underline{\nabla}f(\underline{x}) + f(\underline{x}) - g(\underline{x})]^2 d\underline{x}. \quad (2.3)$$

Le produit scalaire entre le déplacement \underline{v} et le gradient $\underline{\nabla}f$ dans (2.3) impose la connaissance du déplacement uniquement dans la direction du gradient de f . Aussi, afin de résoudre ce problème, le déplacement est décomposé linéairement sur une base de n fonctions $\underline{\psi}_i(\underline{x})$

$$\underline{v}(\underline{x}) = \sum_{i=1}^{i=n} v_i \underline{\psi}_i(\underline{x}). \quad (2.4)$$

La minimisation de la fonctionnelle Φ s'écrit alors en n équations indépendantes à déterminer

$$\left[\int (\underline{\nabla}f \cdot \underline{\psi}_j) (\underline{\nabla}f \cdot \underline{\psi}_j) d\underline{x} \right] v_j = \int [f - g] (\underline{\nabla}f \cdot \underline{\psi}_j) d\underline{x}. \quad (2.5)$$

Ce système d'équation (2.5) peut être mis sous forme matricielle

$$\underline{\underline{M}} \underline{\underline{V}} = \underline{\underline{F}} \quad (2.6)$$

où $\underline{\underline{V}}$ contient les n composantes v_i recherchées et $\underline{\underline{M}}$ et $\underline{\underline{F}}$ sont calculés à partir des fonctions $\underline{\nabla}f$, f , g et $\underline{\psi}_i$. Comme tous ces développements ont été obtenus sous l'hypothèse de déplacements faibles, une stratégie multi-échelles est utilisée. La première étape du calcul se fait sur des zones d'étude très grandes afin de déterminer des champs de déplacements grossiers mais faibles, et qui vont être injectés dans les calculs de l'étape suivante qui se fera sur des zones d'études plus petites pour que le déplacement de ces dernières soit faible autour du déplacement grossier estimé à l'étape précédente. Ce procédé est répété jusqu'à atteindre les tailles de zones d'études désirées. Le choix des fonctions de bases peut être divers, pourtant, afin de profiter des nombreux avantages des fonctions utilisées dans les codes de calculs par éléments finis, des fonctions de formes bilinéaires sont utilisées [Besnard *et al.*, 2006].

Analyse d'incertitude Avant tout calcul de corrélation d'images sur les résultats d'essais, il est important d'estimer une performance sur la texture des images utilisées, et principalement, sur les niveaux de gris associés à l'image (figure 2.10(a)). Pour cela, une étude d'incertitude sur les déplacements est disponible dans CORREL^{LMT}. Le calcul de

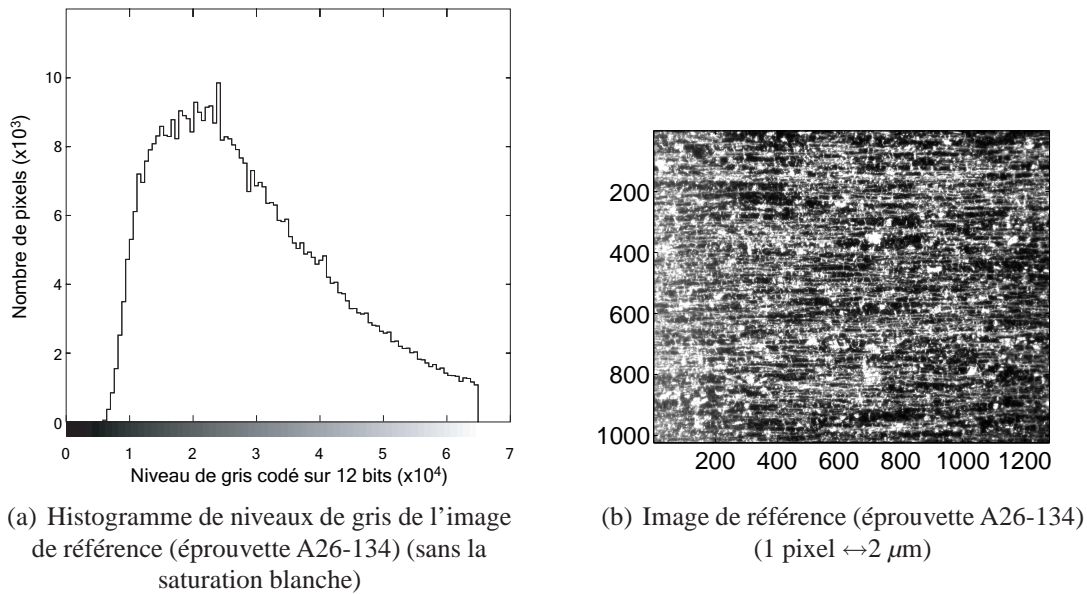


FIG. 2.10 : Image de référence de la zone d'observation servant à la corrélation d'images (éprouvette A26-134)

corrélation est effectué entre une image originale (f) et l'image déformée (g) obtenue par l'application d'une translation de vecteur u_{app} de l'image originale pour différentes tailles de zone d'intérêt (4, 8, 16, 32 et 64 pixels de côté). Il permet d'obtenir le déplacement calculé u_{calc} entre les deux images pour chaque taille de zone d'intérêt. L'incertitude en déplacement s'écrit alors

$$\sigma_u = \langle \|\langle u_{calc} \rangle - \langle u_{app} \rangle\|^2 \rangle^{1/2} \quad (2.7)$$

La figure 2.11 donne l'évolution de l'incertitude en déplacement en fonction de la taille l de zone d'intérêt pour l'image de référence (figure 2.10(b)) de l'éprouvette A26-134 (voir tableau 2.1). Cette évolution peut être approximée par une loi puissance

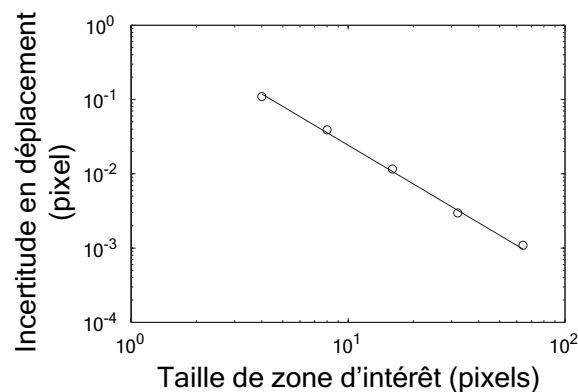


FIG. 2.11 : Incertitude de déplacement en fonction de la taille de zone d'intérêt

$$\sigma_u = \frac{A^{\alpha+1}}{l^\alpha} \quad (2.8)$$

où l est la taille de zone d'intérêt. Cette approximation linéaire donne $A = 1,7$ pixel et $\alpha = 1,1$. L'incertitude en déplacement pour une taille de zone d'intérêt de 8 pixels est donc environ $3,6 \times 10^{-2}$ pixel. Le choix de cette taille de zone d'intérêt est un compromis entre la nécessité de détecter des phénomènes d'amorçage de fissure très tôt, impliquant des tailles de zone d'intérêt très petites, et la microstructure ne permettant pas des tailles trop petites de zone d'intérêt. Ainsi, une taille de 4 pixels ne permet pas de mener à terme les calculs de corrélation alors qu'une taille de 16 pixels ne permet pas de distinguer assez tôt l'amorçage des fissures.

Une estimation de l'incertitude en déformation σ_ε peut être obtenue en utilisant la relation

$$\sigma_\varepsilon = B \frac{\sigma_u}{l}, \quad (2.9)$$

ce qui donne $\sigma_\varepsilon \approx 4,5 \times 10^{-3}$ pour une taille de zone d'intérêt de 8 pixels et une valeur du coefficient B de 1 [Bergonnier *et al.*, 2004].

Remarque : l'étude d'incertitude réalisée dans ce paragraphe est faite sur une seule image, et ne prend donc pas en compte d'autres sources d'incertitudes qui pourraient venir perturber les résultats de corrélation (comme la dérive du capteur entre deux prises de vue, les conditions d'éclairage, les reflets de l'éclairage qui peuvent varier à cause du déplacement de l'éprouvette). L'incertitude donnée correspond donc à une borne inférieure (appelée *résolution*) de l'incertitude réelle de corrélation entre deux images différentes.

2.3 Résultats

Dans ce paragraphe, la direction 2 correspond à la direction du chargement de traction compression (direction verticale sur les figures 2.6 et 2.7). Pour les deux essais détaillés dans la suite, le tableau 2.1 définit les images de référence nécessaires aux différents calculs de corrélation d'images. Tous les calculs de corrélation d'images suivants sont

TAB. 2.1 : Définition des images de référence pour les calculs de corrélation d'images

N° éprouvette	Image de référence	
	Nombre de cycles	Chargement
A26-133	46 000	10,36 kN
A26-134	42 000	10,36 kN

donc faits à partir de l'image de l'éprouvette sous charge (10,36 kN soit 210 MPa dans la zone de méplat) au nombre de cycles indiqué par rapport à l'image de référence associée prise également sous charge. De plus, les échelles correspondant à chaque résultat ont été fixées afin de visualiser au mieux les différents phénomènes. Les extrema de celles-ci ne correspondent donc ni aux déplacements ni aux déformations minimum et maximum.

2.3.1 Observation du multi-amorçage

Une des trois éprouvettes testées a été particulièrement riche dans les phénomènes observés et notamment vis-à-vis du multi-amorçage des fissures. La figure 2.12 regroupe les cartes des champs de déformation dans la direction du chargement, ε_{22} , à différents

instants de l'essai. Sur la dernière carte (figure 2.12(c)), les fissures détectées par le calcul

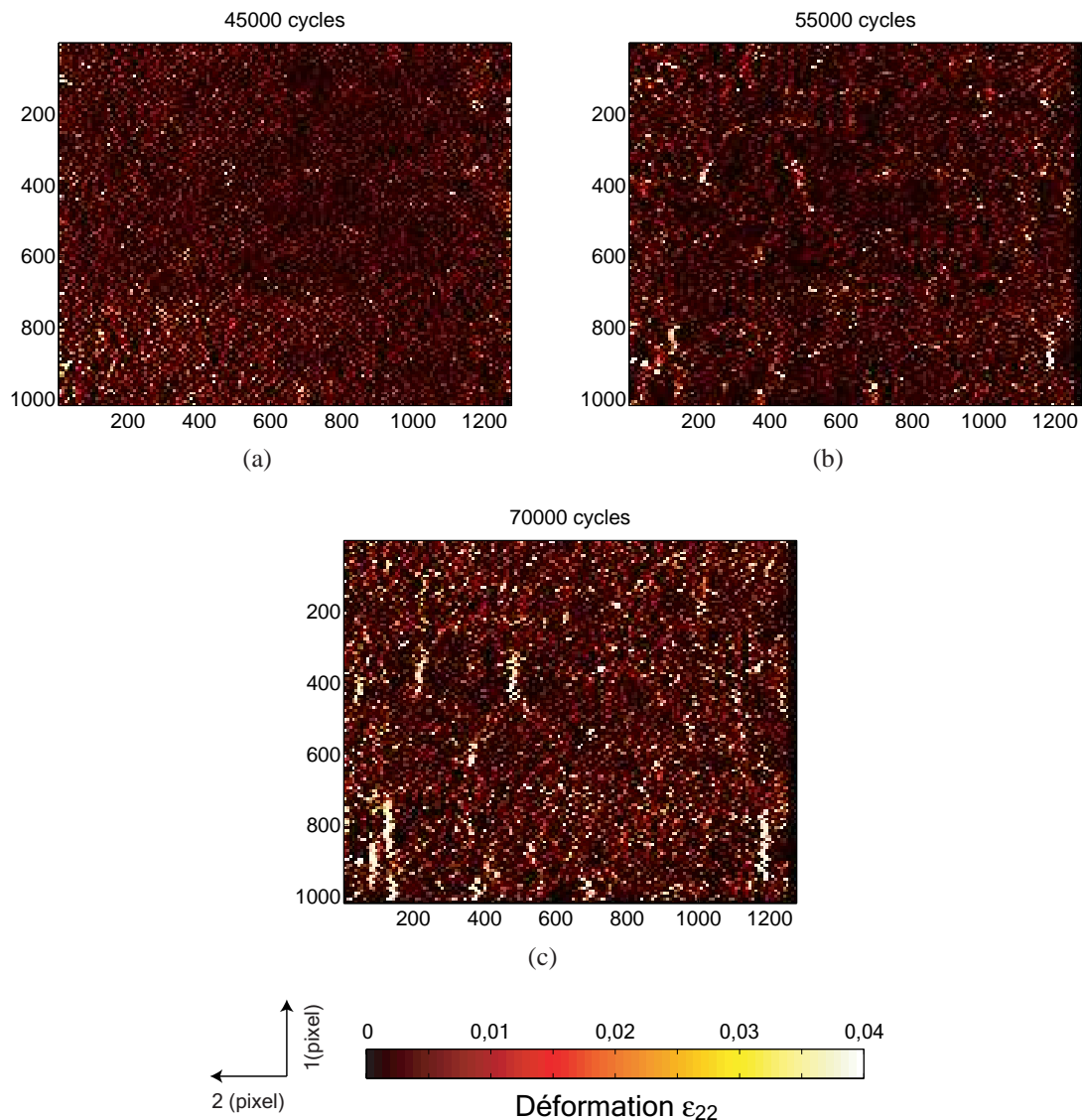


FIG. 2.12 : Cartes du champ de déformation ϵ_{22} (éprouvette A26-134)

correspondent aux zones dont les déformations sont de l'ordre de 4%. Ces valeurs de déformations sont 10 fois plus grandes que l'incertitude en déformation, σ_ϵ , validant ainsi le choix de la taille des zones d'intérêt vis-à-vis des phénomènes observés. Ainsi, le domaine entaillé de l'éprouvette, de taille environ $2 \times 2 \text{ mm}^2$, compte une dizaine de fissures. La difficulté à déterminer quand celles-ci sont apparues réside dans le fait que la détection des fissures n'est pas évidente en dessous d'une certaine taille de fissure. En effet, au bout de 45 000 cycles (figure 2.12(a)), les calculs de corrélation donnent un domaine vierge de fissures, alors qu'au bout de 55 000 cycles (figure 2.12(b)), il semblerait que les fissures soient déjà présentes mais leur taille respective est tellement petite qu'elles ne recouvrent que quelques zones d'intérêt de corrélation et n'apparaissent donc pas de manière évidente sur les résultats de calculs de corrélation d'images. Afin de confirmer la présence

de ces fissures, il est donc souvent nécessaire de recommencer le chargement cyclique afin de faire propager les fissures et d'attendre le résultat des calculs de corrélation d'images où celles-ci apparaîtront de manière plus prononcée.

Il est également possible de déterminer la présence de fissures à partir des cartes d'erreur de corrélation. L'erreur de corrélation, E_c , correspond à un résidu de niveau de gris qui reste inexplicée par le champ de déplacement estimé par corrélation d'images. Elle correspond au résidu de corrélation moyen par élément Ω_e

$$E_c = \frac{\left\langle \sqrt{[\underline{v}(\underline{x}) \cdot \underline{\nabla}f(\underline{x}) + f(\underline{x}) - g(\underline{x})]^2} \right\rangle_{\Omega_e}}{\max f - \min f} \quad (2.10)$$

où $(\max f - \min f)$ correspond à la dynamique de l'image. La présence d'une fissure correspond à une discontinuité de la structure de l'éprouvette et implique donc une discontinuité de flot lumineux dans l'image, et donc une variation des niveaux de gris des zones d'intérêt recouvrant la fissure. Le calcul de corrélation d'images aura donc plus de difficultés à retrouver les zones d'intérêt de l'image de référence (ne présentant pas de fissures) sur l'image déformée (présentant des fissures). Les résultats de corrélation donneront donc des erreurs plus importantes dans les zones fissurées. La figure 2.13 regroupe les cartes d'erreur de corrélation correspondant aux mêmes nombres de cycles que les cartes précédentes (figure 2.12). Au bout de 45 000 cycles, quelques *points* semblent avoir des erreurs un peu plus importantes. Ces *points* sont également retrouvés au bout de 55 000 cycles (figure 2.13(b)). Ils correspondent à des zones d'intérêt dont l'erreur de calcul est de 30% permettant donc de conclure à la présence de discontinuités dans la zone d'examen, ce qui est confirmé par la carte d'erreur de corrélation au bout de 70 000 cycles (figure 2.13(c)).

Au final, l'amorçage des fissures est difficile à détecter à partir d'un seul calcul de corrélation. En effet, il est toujours nécessaire de valider la présence de fissures grâce à des calculs réalisés sur des images prises à des instants postérieurs pour lesquels l'éprouvette a de nouveau été sollicitée et dont les fissures, qui ont pu se propager, génèrent des zones de déformations plus importantes (en termes d'espace et de valeur de déformation) et des zones d'erreur de corrélation également plus importantes.

Remarque : de nombreux points d'erreur apparaissent sur les cartes. Ceux-ci sont principalement des erreurs de contraste dû à la microstructure du matériau (rappelons que la corrélation d'images est réalisée directement sur la microstructure du matériau sans utilisation de mouchetis, la conservation du flot optique n'est donc pas strictement conservée), mais présente des valeurs d'erreur de corrélation plus faibles que celles dues à la présence de fissures.

2.3.2 Propagation des fissures

En se basant sur les résultats du même essai, il est possible de caractériser la propagation des fissures et même l'arrêt de certaines d'entre elles. Pour cela, intéressons-nous, cette fois-ci, aux cartes des déplacements suivant la direction de chargement à différents instants (figure 2.14). Sur ce type de cartes, les fissures sont caractérisées par des discontinuités de déplacements. Ceux-ci sont inférieurs au pixel aux environs des 60 000 cycles

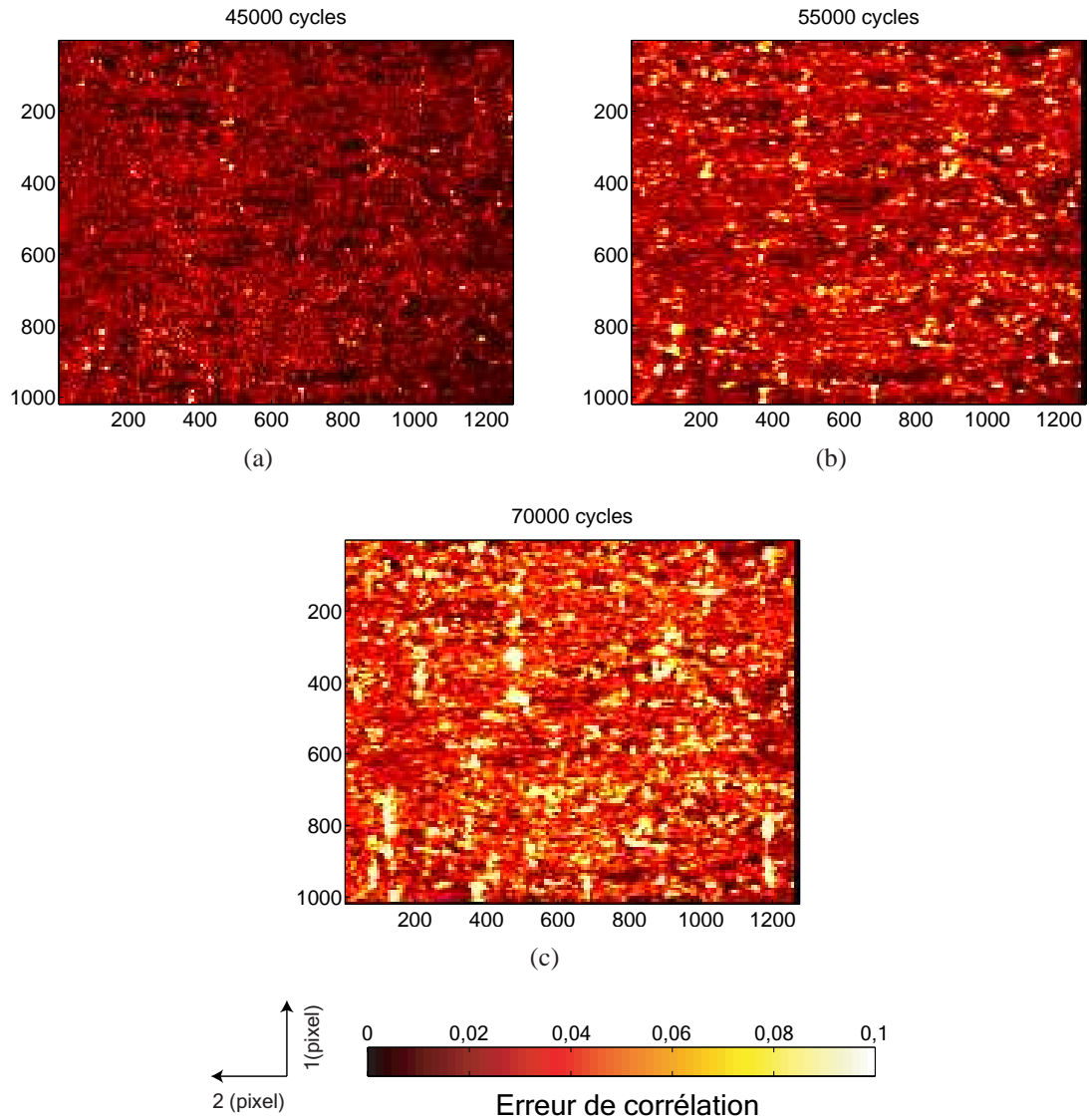


FIG. 2.13 : Cartes d'erreur de corrélation (éprouvette A26-134)

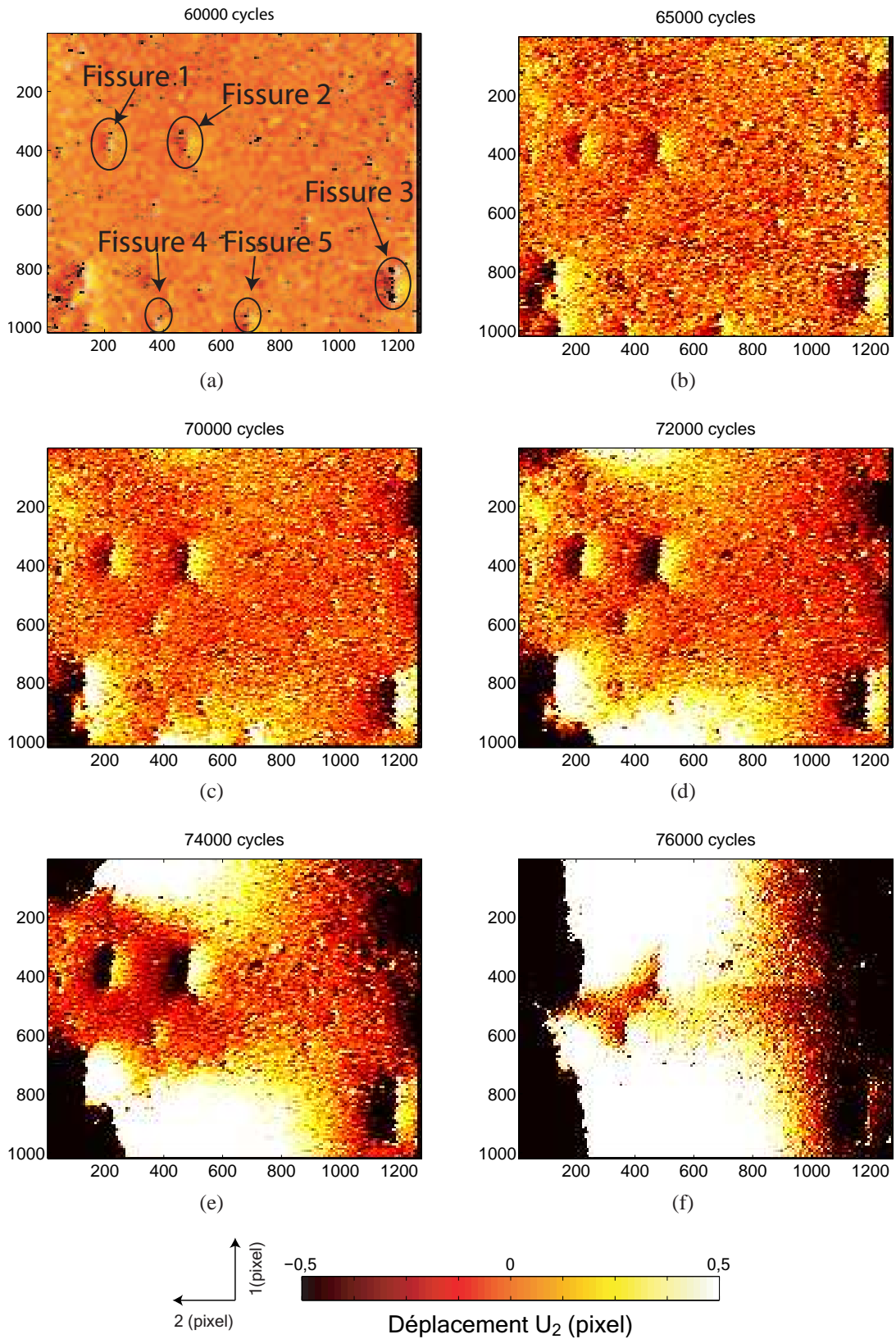


FIG. 2.14 : Cartes de déplacement dans la direction 2 (éprouvette A26-134)
(1 pixel \leftrightarrow 2 μm)

(figure 2.14(a)) soit une ouverture de fissure de l'ordre de $1\mu\text{m}$, mais restent largement supérieurs à l'incertitude en déplacement, σ_u , déterminée précédemment ($3,6 \times 10^{-2}$ pixel). Ces ouvertures tendent à augmenter avec le nombre de cycles et dépassent le pixel pour les plus grandes fissures dès 70 000 cycles (figures 2.14(c) à 2.14(f)).

Au bout de 60 000 cycles (figure 2.14(a)), le domaine d'examen comporte une dizaine de fissures. Soient la fissure 1 de coordonnées (200 ; 400 pixels), la fissure 2 (500 ; 400 pixels) et la fissure 3 (1200 ; 900 pixels). L'évolution de la taille de ces trois fissures est donnée par la figure 2.15. Jusqu'à environ 70 000 cycles, les 3 fissures considérées

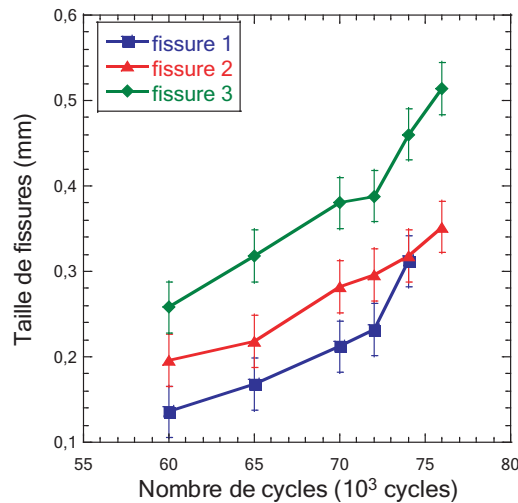


FIG. 2.15 : Propagation de 3 fissures dans le domaine d'examen de l'éprouvette A26-134

se propagent à vitesse environ constante ($6,4 \times 10^{-3} \mu\text{m/cycles}$ pour la fissure 1, $8,6 \times 10^{-3} \mu\text{m/cycles}$ pour la fissure 2 et $12,2 \times 10^{-3} \mu\text{m/cycles}$ pour la fissure 3). Par contre, dès 72 000 cycles, la propagation de la fissure 1 s'accélère car son extrémité supérieure devient très proche de la pointe de la fissure qui apparaît dans le cadre haut gauche de la zone d'examen, et présente donc une zone d'amplification de contrainte. Par contre, la fissure 2 continue à se propager à vitesse quasiment constante. Enfin, la fissure 3 se propage également un peu plus vite sur les derniers cycles. Remarquons qu'il est assez délicat de mesurer les différentes tailles de fissures, l'incertitude de ces mesures est de quelques tailles de zone d'intérêt de corrélation (ici, $8 \times 8 \text{ pixel}^2$) sur chaque pointe de fissure soit environ 30 pixels (i.e. $60 \mu\text{m}$) au total.

2.3.3 Coalescence de fissures

Reprenons toujours le même essai, et intéressons-nous maintenant aux derniers milliers de cycles avant rupture de l'éprouvette. Sur la figure 2.16, les champs de déformation ϵ_{22} sont tracés pour différentes étapes du chargement. Au bout de 74 000 cycles (figure 2.16(a)), la zone d'examen compte 8 fissures dont les tailles sont supérieures à environ $300 \mu\text{m}$ soit 150 pixels, dont quatre d'entre elles sont situées à peu près sur la même ligne (à gauche de la zone), et vont donc interagir les unes avec les autres au cours de leur propagation. Au bout de 76 000 cycles, les deux fissures du bas sont proches de la coalescence, elles sont en effet proches d'une situation classique de coalescence où la pointe

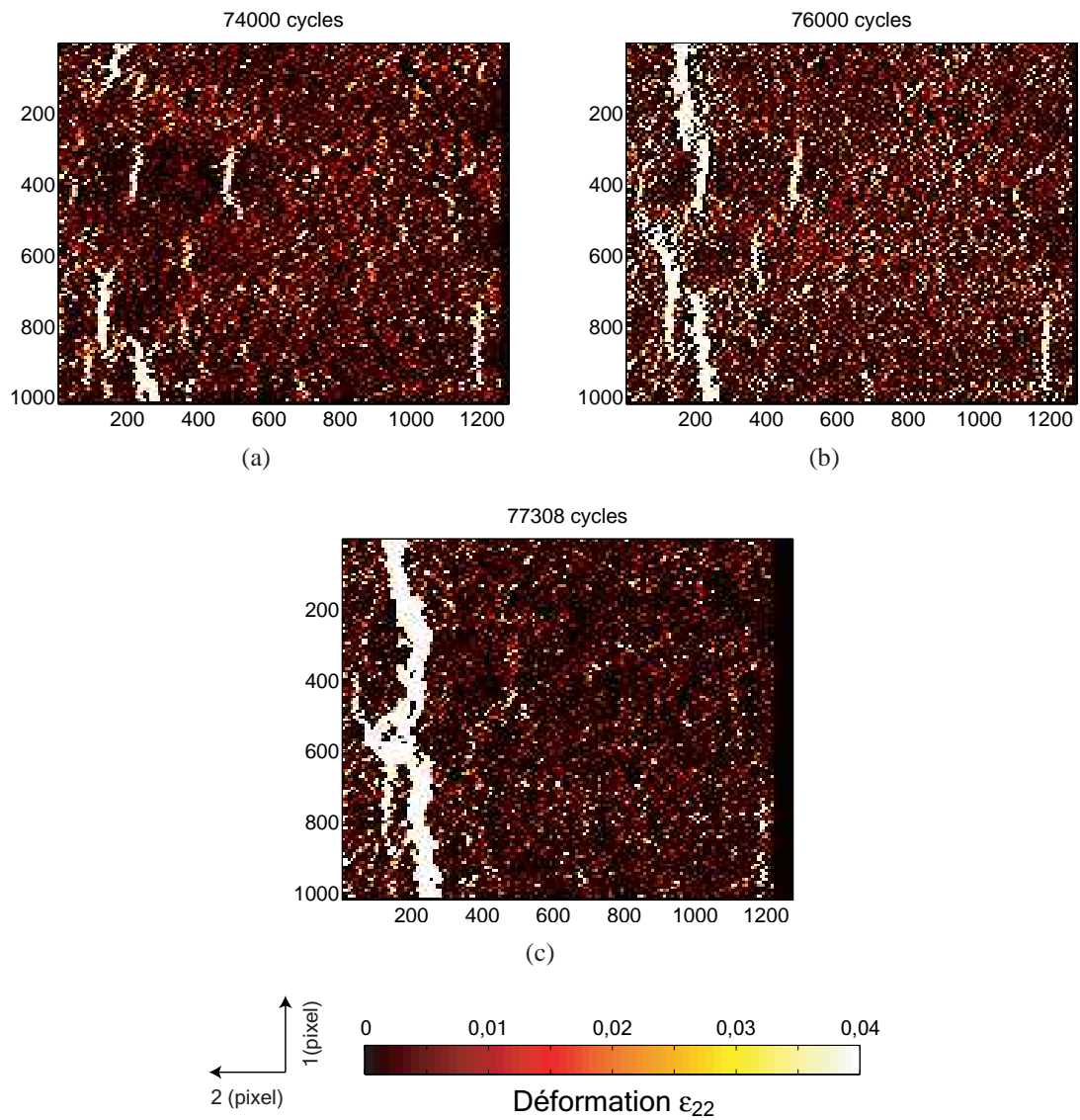


FIG. 2.16 : Coalescence de fissures visualisée à partir de cartes de déformation dans la direction 2 (éprouvette A26-134)

de chaque fissure va tendre à se rapprocher de la lèvre de l'autre fissure. Le cas des deux fissures de la zone supérieure est quant à lui plus avancé. En effet, les deux fissures se sont quasiment rassemblées en présentant un schéma légèrement différent du précédent car leur direction respective était quasiment alignée. Enfin, au bout de 77 300 cycles, la fissure du haut, aboutissement de la coalescence de deux fissures, et la fissure du bas ont coalescé entre elles pour n'en former plus qu'une dont la taille dépasse celle du domaine d'examen. La microscopie de la zone entaillée de l'éprouvette (figure 2.17) permet de comparer les résultats de calculs de corrélation sur lesquels l'analyse est faite et montre que la fissure, résultat de multiples coalescences, a une taille qui a entièrement recouvert la zone entaillée. C'est cette fissure qui a conduit à la ruine de l'éprouvette et l'essai a été arrêté à cet instant afin de garder l'éprouvette en un seul morceau.

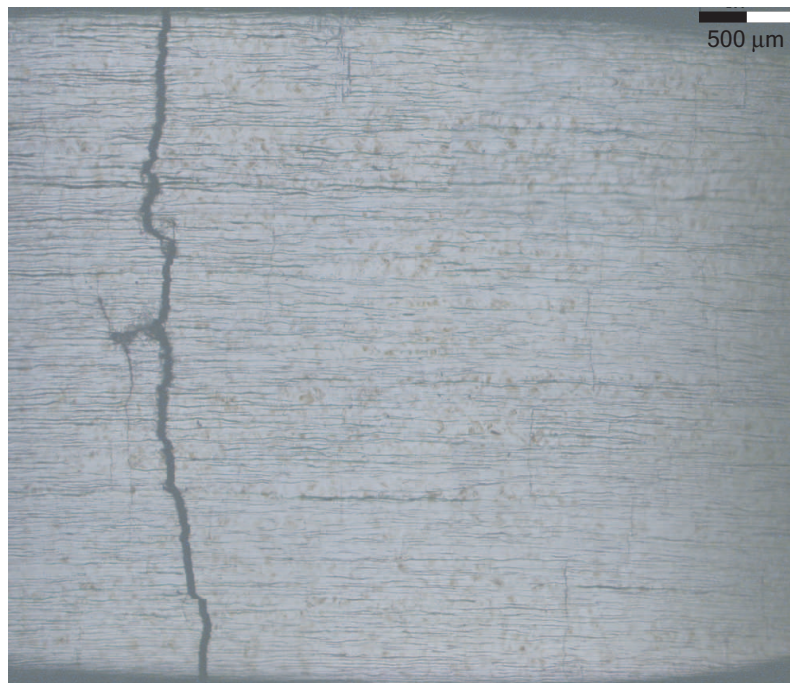


FIG. 2.17 : Micrographie de l'éprouvette A26-134 après 77 300 cycles

2.3.4 Arrêt de fissures

Si l'on reprend la même région d'étude qu'au paragraphe 2.3.2 (figure 2.14), certaines fissures semblent ne pas se propager. En effet, les fissures 4 et 5 ont une taille d'environ 50 pixels (100 µm) au bout de 60 000 cycles (figure 2.14(a)) sur la zone étudiée. Au bout de 70 000 cycles, leur taille est toujours du même ordre (figure 2.14(c)) comparée aux autres fissures (1, 2 et 3 par exemple) dont la taille a augmenté (figure 2.15). Le réseau de fissures parallèles obtenu par ces essais présente donc des fissures dont la propagation est stoppée. Le paragraphe suivant propose une explication à ces arrêts de fissure.

2.3.5 Zones de relaxation de contraintes

Lors de l'examen des champs de déformations dans la direction 2 (figure 2.16), les fissures apparaissent nettement. Ces champs correspondent à ceux de la zone observée sous charge à différents nombres de cycles par rapport à la même zone sous charge mais à un nombre de cycles tel qu'elle ne contient pas de fissure. La qualité des images numériques ainsi que la taille des fissures ne permettent pas de visualiser correctement les zones proches de la fissure. Aussi, afin de contourner le problème, les résultats associés à une autre éprouvette (A26-133) vont être utilisés. En effet, au cours de ce nouvel essai, la propagation d'une fissure macroscopique a été suivie de part et d'autre de la zone d'observation, alors qu'aucune autre fissure ne semble s'amorcer dans le reste de la région d'étude. Les champs de déplacement dans la direction 2 à différents instants sont représentés sur la figure 2.18. En plus du saut de déplacement déjà observé sur l'essai précédent (figure 2.16), de part et d'autre des lèvres de la fissure, on observe une zone où les déplacements varient (délimité par la courbe pointillée sur la figure 2.18(b)). Il existe donc une zone de gradient de déplacement aux bords des fissures.

Afin de mieux comprendre à quoi correspond cette zone, des calculs par éléments finis élastiques 3D ont été réalisés sur un cube de côté 7 mm sans fissure dans un premier temps, puis avec une fissure (de demi-longueur de 3,4 mm et de profondeur de 1,35 mm) dans un deuxième temps. Les conditions aux limites appliquées au maillage sont données sur la figure 2.19. Le chargement est de traction de 100 MPa suivant l'axe $-z$. Les éléments sont parallélépipédiques avec fonction d'interpolation quadratique (20 noeuds, CU20). La différence entre ces deux calculs réside uniquement dans les conditions aux limites appliquées : dans le premier cas, le front de la fissure (hachurée sur la figure 2.19) est bloqué par les conditions de symétrie, alors que dans le deuxième cas, aucune condition ne lui est appliquée. Ces deux calculs sont nécessaires afin de pouvoir comparer le champ de déplacements par rapport à un même état de référence comme fait par corrélation d'images, qui est ici une structure chargée sans fissure. Le champ de déplacements final obtenu par calculs par éléments finis est donc la différence entre le champ de déplacements dans la direction orthogonale à la fissure de la structure chargée avec fissure et celui de la structure chargée sans la fissure (figure 2.20(a)). Une zone de gradient de déplacement est retrouvée au bord des lèvres de la fissure.

D'autre part, le champ des contraintes dans la direction orthogonale à la fissure a également été calculé (figure 2.20(b)). On remarque en comparant le champ des déplacements avec le champ de contrainte que la zone où les déplacements sont les plus importants correspond à la zone où les contraintes sont les plus faibles. Ainsi, les zones de variation des déplacements de part et d'autre de la fissure peuvent être assimilées aux zones de relaxation de contraintes créées par la fissure.

Si l'on reprend les cartes des déplacements de l'essai A26-133 (figure 2.18), une petite fissure se trouve dans la zone de relaxation de contraintes de la grande fissure (dont l'extrémité inférieure est indiquée par la flèche), et si son évolution est analysée depuis son apparition, on observe que celle-ci ne se propage pas. En fait, la contrainte que subit cette fissure est diminuée par la présence de la plus grande fissure et n'est donc plus suffisamment élevée pour continuer à assurer sa propagation. Cette situation se retrouve sur la fissure 2 de l'éprouvette A26-134 (figures 2.14 et 2.16). En effet, sa croissance est

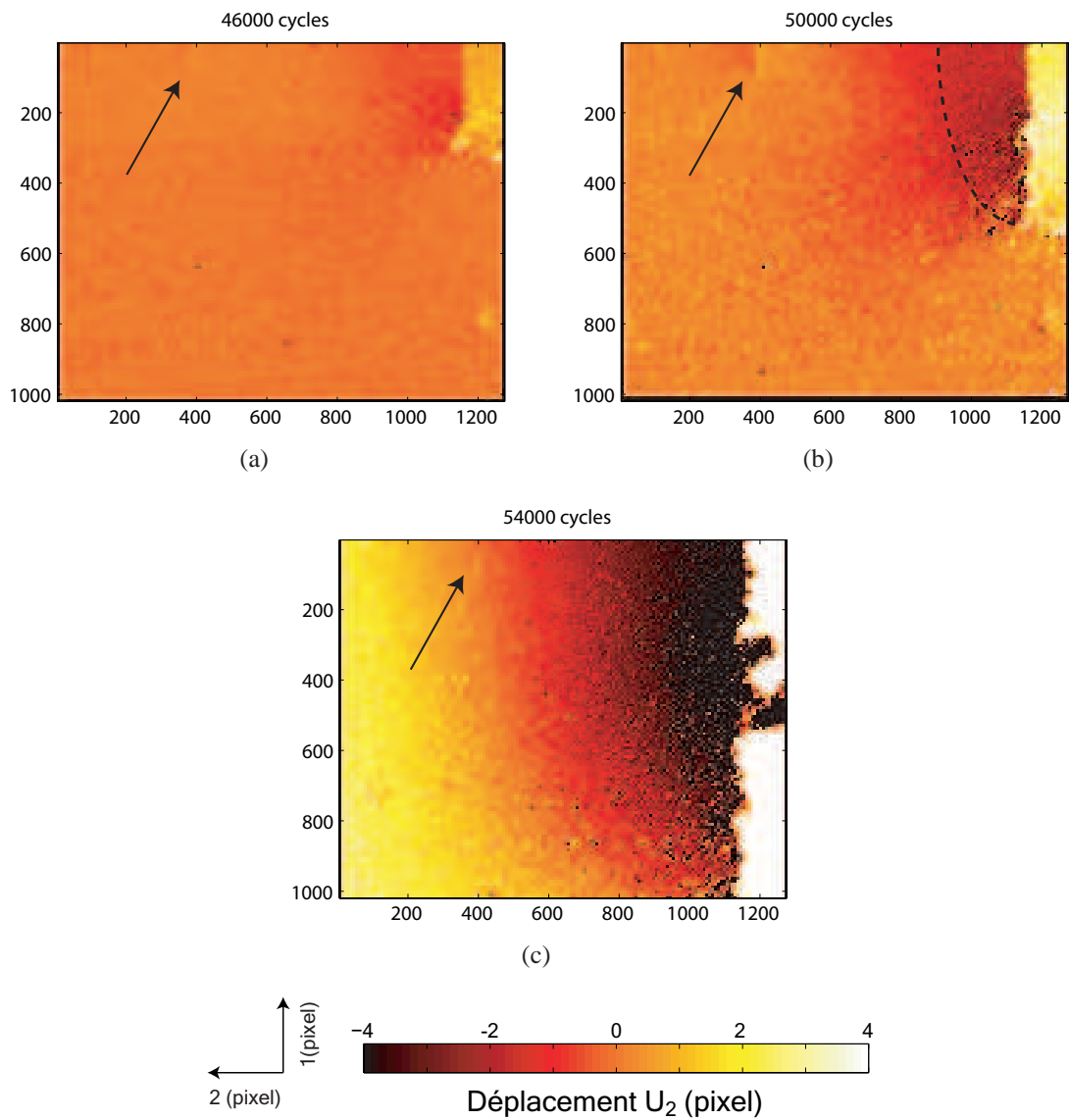


FIG. 2.18 : Champ de déplacement dans la direction 2 (éprouvette A26-133)
(1 pixel \leftrightarrow 2 μm)

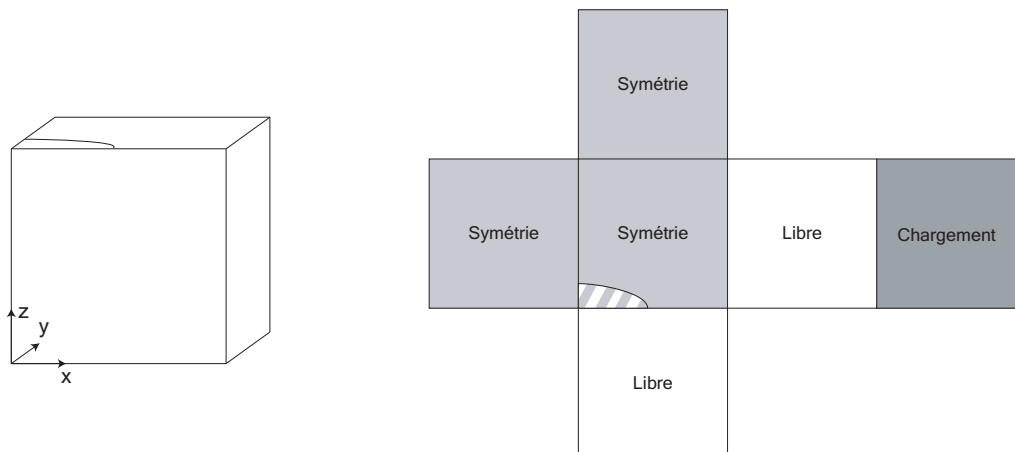


FIG. 2.19 : Conditions aux limites appliquées au maillage du prisme

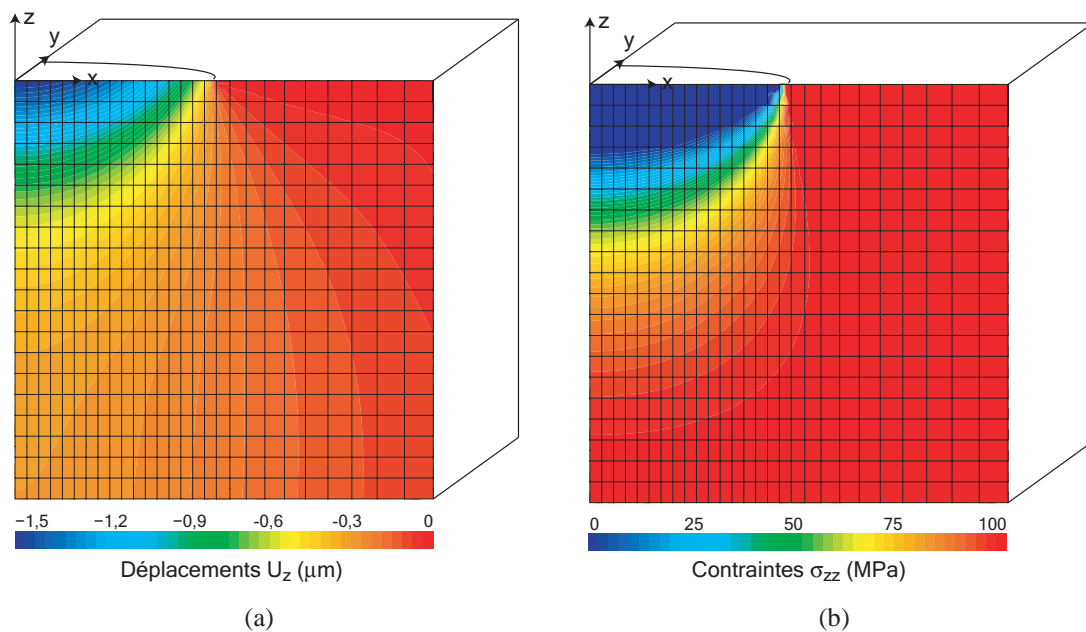


FIG. 2.20 : Visualisation des zones de relaxation des contraintes à partir des champs de déplacements et de contraintes

ralentie aux environs des 76 000 cycles à cause de la zone de relaxation des contraintes due à la fissure macroscopique qui se propage à sa gauche. Les zones de relaxation des contraintes semblent donc jouer un rôle important dans le développement des réseaux de fissures.

2.4 Bilan des essais de multi-amorçage

2.4.1 Sur les 3 essais réalisés

Sur les trois essais qui ont été réalisés avec cette géométrie d'éprouvette, les résultats sont encourageants. En effet, les principaux phénomènes permettant de décrire la formation de réseaux de fissures ont pu être observés, à savoir l'amorçage, la propagation, la coalescence et l'arrêt de fissures. Les zones de relaxation de contraintes semblent ainsi jouer un rôle primordial dans l'évolution des différentes fissures en gérant l'arrêt des fissures, tout comme les zones d'amplification de contraintes qui permettent la coalescence de fissures. Ce type de géométrie d'éprouvette est donc satisfaisant pour les phénomènes que l'on désire observer, toutefois des fissures macroscopiques sont venues perturber le phénomène de multi-amorçage sur 2 éprouvettes. Celles-ci se sont amorcées et propagées dans le congé de raccord entre le méplat et la surface extérieur de l'éprouvette. La présence de ces fissures a eu pour conséquence un déchargement de la zone de méplat diminuant les chances d'observation de l'amorçage des fissures dans cette zone. Afin d'éviter ce problème à l'avenir, on se propose de modifier la géométrie de l'entaille et du méplat.

2.4.2 Nouvelle géométrie

À cause de l'amorçage précoce de fissures macroscopiques dans le congé de raccordement menant à la décharge de la zone du méplat, nous avons réalisé une étude paramétrique des effets de la géométrie de l'éprouvette sur l'hétérogénéité du champ de contrainte. Cette étude paramétrique a fait l'objet d'une partie du stage de Master de Koutiri [2007]. Des calculs par éléments finis ont été menés avec un modèle élasto-plastique sur un quart d'éprouvette dont la géométrie est donnée sur la figure 2.21. Les éléments sont

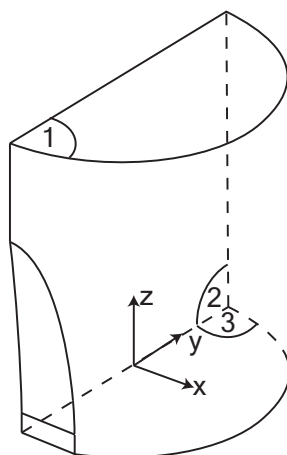


FIG. 2.21 : Géométrie du maillage du quart de la zone utile de l'éprouvette de fatigue

tétraédriques avec fonction d'interpolation quadratique (10 noeuds, TE10). Les conditions aux limites imposées à l'éprouvette sont :

- translation suivant z de la surface 1 afin de simuler le chargement de l'éprouvette appliqué par la machine d'essai,
- conditions de symétrie de la surface 2 (déplacements des noeuds de 2 dans le plan (y, z)),
- conditions de symétrie de la surface 3 (déplacements des noeuds de 3 dans le plan (x, y)).

L'analyse des différents champs de contraintes et principalement celui des contraintes principales maximales et celui de von Mises montre que le chargement maximal du pont de vue de la fatigue ne se situe pas dans la zone du méplat mais dans la zone de raccord, expliquant ainsi l'amorçage des fissures hors de la zone du méplat. Afin de remédier à ce problème, l'étude paramétrique de la zone entaillée a eu pour but de diminuer le coefficient de concentration de contraintes entre la zone de raccord et la zone de méplat. Les paramètres que nous avons considérés dans cette étude sont la hauteur du méplat et le rayon de courbure de l'entaille, dont la profondeur de 0,4 mm a été conservée. Les

TAB. 2.2 : Rapport de contrainte maximale dans le congé sur la contrainte maximale dans la zone de méplat

	$h = 1 \text{ mm}$	$h = 2 \text{ mm}$
$R = 14 \text{ mm}$	1,062	1,038
$R = 20 \text{ mm}$	1,024	1,031
$R = 30 \text{ mm}$	1,015	1,010

résultats de ces calculs sont résumés dans le tableau 2.2. Plus le rayon d'entaille diminue, plus le rapport des contraintes principales maximales entre la zone de l'entaille et le méplat augmente. Cette évolution est également influencée par l'augmentation de la hauteur du méplat, mais dans une moindre mesure. De plus, ce rapport de contraintes principales maximales reste à peu près homogène entre ces deux zones. Ce résultat peut aussi être confirmé par le champ de coefficients de concentration des contraintes dans l'éprouvette (défini comme le rapport de la contrainte principale maximale sur la contrainte moyenne appliquée sur la surface 1) (figure 2.22) qui montre également une certaine homogénéité entre les deux zones. Le choix final sur les paramètres de la zone entaillée s'est porté sur une hauteur de méplat de 1,5 mm et un rayon d'entaille de 30 mm. Ces choix vont permettre une visualisation complète du méplat par la caméra numérique via le microscope longue distance, mais aussi des zones de congés de part et d'autre du méplat afin de prendre en compte les éventuelles fissures qui pourraient encore s'amorcer dans ces zones. De plus, le rayon d'entaille étant plus grand, la faible profondeur de champ du microscope longue distance présentera un problème moins sévère qu'avec un rayon d'entaille plus faible. Des éprouvettes de ces dimensions vont donc être testées dans une nouvelle campagne d'essai pour enrichir les données expérimentales permettant d'identifier une loi de multi-amorçage de fissures.

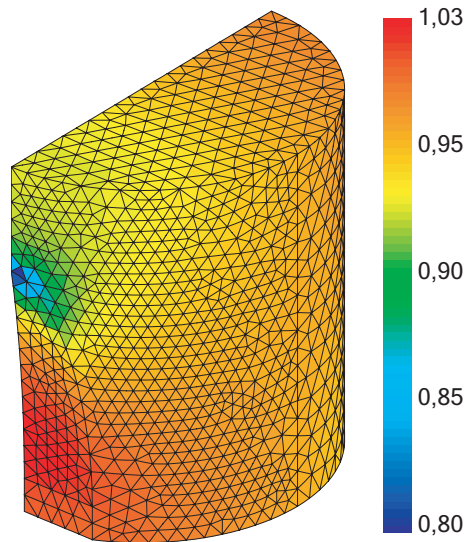


FIG. 2.22 : Coefficient de concentration des contraintes obtenus à partir d'un calcul élasto-plastique

3 Conclusions

Le phénomène caractéristique de la fatigue thermique, les réseaux de fissures, a pu être observé et reproduit en laboratoire notamment via le dispositif SPLASH développé au CEA de Saclay. Les nombreux essais réalisés permettent de disposer d'une base de données conséquente de résultats de réseaux de fissuration thermique. De plus, ces différents résultats permettent de proposer les hypothèses pour le modèle probabiliste qui sera développé dans la suite de ce rapport. L'une des conclusions que l'on peut tirer des essais SPLASH vis-à-vis du modèle est que l'amorçage des fissures se fait de manière continue au cours des cycles. Ainsi, l'hypothèse de germination continue de fissures va être retenue dans la suite des travaux. De plus, les sites préférentiels d'amorçage des fissures semblent être les bandes de glissement persistantes qui se développent au cours du chargement cyclique à la surface du matériau [Maillot, 2003]. La formation de ces bandes de glissement persistantes est en partie induite par la microstructure du matériau, le modèle probabiliste se devra donc de prendre en compte cet aspect microstructural d'une certaine manière.

Au niveau des essais mécaniques mis au point pour caractériser les différents phénomènes pouvant se produire dans la formation et la propagation de réseaux de fissures, les résultats obtenus sont également utiles quant aux choix à faire sur la modélisation probabiliste. En effet, même si le peu d'essais réalisés ne permet pas de tirer des conclusions quantitatives, il permet de caractériser les phénomènes d'amorçage, de propagation, de coalescence et d'arrêt de fissures. Les zones de relaxation et d'amplification des contraintes semblent être les moteurs de ces phénomènes : la relaxation des contraintes joue un rôle sur l'arrêt des fissures, alors que l'amplification des contraintes favorise la propagation et la coalescence des fissures. Dans un premier temps, nous prendrons en compte uniquement les zones de relaxation des contraintes dans l'établissement du modèle probabiliste. Afin d'exploiter pleinement ces essais mécaniques de multi-amorçage, une autre campagne d'essais devra être menée sur des éprouvettes dont la zone entaillée a été mo-

difiée afin d'augmenter la probabilité d'apercevoir un réseau de fissures dans cette zone. Si ces essais sont convaincants, ils pourraient servir de base à l'identification d'une loi d'amorçage de fissures dans le cas d'un chargement uniaxial voire multiaxial.

Chapitre 3

Mise en place du modèle probabiliste : version 1D

Une mise en équations des deux principales bases va être faite dans ce chapitre afin de proposer le modèle probabiliste dans sa forme la plus simple (1D), qui ne considère que l'amorçage et la propagation unidirectionnelle de fissures en surface du domaine d'examen.

Sommaire

1	Analyse bibliographique de modèles probabilistes de multi-fissuration .	55
2	Germination continue	58
2.1	Principe de germination continue	59
2.2	Densité de fissures activables	60
3	Obscurcissement	61
3.1	Processus d'obscurcissement	61
3.2	Horizon	63
3.3	Probabilité d'obscurcissement	67
4	Densité de fissures	68
4.1	Densité de fissures activées	68
4.2	Densité de fissures actives	69
4.3	Densité de fissures stoppées	69
5	Étude de cas	69
5.1	Paramètres dépendant du matériau	70

5.2	Taille des zones d'obscurcissement	73
5.3	Loi de propagation des fissures	73
5.4	Résultats du modèle probabiliste	74
6	Grandeurs caractéristiques	78
7	Conclusion	79

1 Analyse bibliographique de modèles probabilistes de multi-fissuration

Des études ont déjà été menées afin de déterminer de manière probabiliste la présence de plusieurs fissures dans une structure. Ainsi, Alexandre [2004] propose un modèle probabiliste permettant de décrire l'amorçage de fissures et d'en déduire une probabilité de rupture de la structure. Ce modèle se base sur trois types d'amorçage de fissures (l'amorçage sur particules surfaciques ou internes et l'amorçage en stade I) qui permettent de déterminer une probabilité de rupture associée à chaque mode d'amorçage. Ce modèle est associé à des histogrammes de répartition des tailles de particules et à une loi de propagation de fissure permettant de connaître la taille et le type de fissures à chaque instant du calcul. Au final, une probabilité de rupture est mise en relation avec les probabilités de présence de particules fissurées pour les différents modes d'amorçage (figure 3.1). La courbe présentée correspond aux résultats donnés par le modèle pour un chargement proche de celui appliqué à des essais dont la durée de vie de chaque éprouvette est représentée par les flèches. Pour ces durées de vie, le modèle donne des probabilités de rupture de 0,5, valeur généralement utilisée lors du tracé des courbes de Wöhler. La gestion de la coalescence de fissures, par recouvrement des zones d'amplification des contraintes en pointes de fissures, a également été traitée permettant de se rapprocher des observations durant son étude de multi-fissuration.

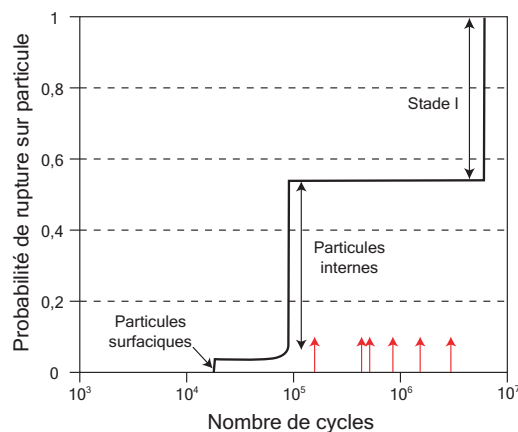


FIG. 3.1 : Évolution de la probabilité de rupture sur particules donnée par le modèle en comparaison avec les durée de vie obtenues sur éprouvettes entaillées pour des chargements comparables [Alexandre, 2004]

D'autres travaux permettent de modéliser la propagation et les interactions de plusieurs fissures entre elles [Weiss, 1992; Argence, 1996; Fedelich, 1998]. Des simulations de Monte-Carlo permettent de positionner les fissures dans la zone d'examen et à celles-ci sont associées des lois d'amorçage et de propagation de fissures. La coalescence de fissures est également prise en compte dans ce type de modèle par le biais des zones d'amplification des contraintes en pointe de fissures. Un des résultats du modèle proposé par Argence [1996] est présenté sur la figure 3.2 pour le cas d'un chargement de torsion. On voit qu'au début du chargement, pour 19% de la durée de vie (figure 3.2(a)), le domaine

d'étude comporte déjà un nombre important de fissures d'orientations horizontale et verticale. Ce nombre de fissures croît fortement durant les cycles suivants (figure 3.2(b)). Des phénomènes de coalescence peuvent déjà être aperçus à 57% de la durée de vie. Au final, une fissure traverse totalement le domaine d'étude (figure 3.2(c)) et provoque donc la rupture de celui-ci. Cette fissure est le résultat de coalescences successives entre plusieurs fissures de tailles égales aux autres fissures présentes dans le reste du domaine d'étude. D'autres études permettent également de simuler la position des fissures le long d'une

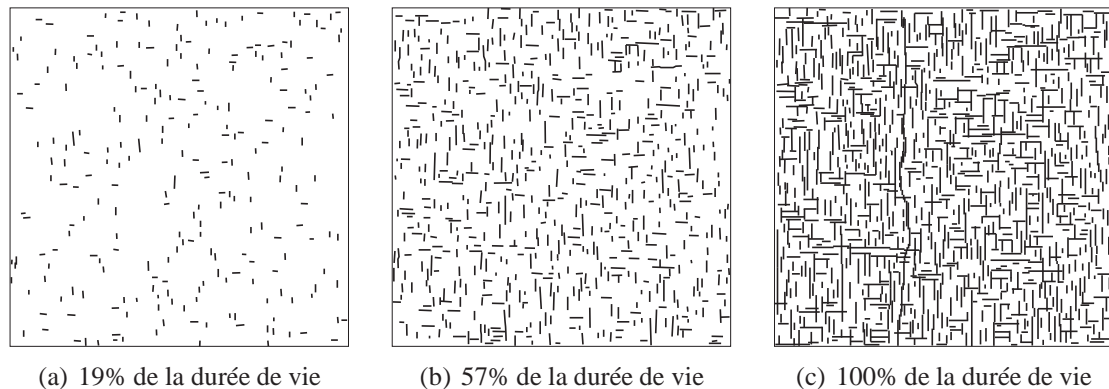


FIG. 3.2 : Modélisation d'un cas de chargement de torsion en fatigue relaxation [Argence, 1996]

ligne et leur propagation en profondeur par calcul par éléments finis avec remaillage afin de caractériser l'influence de la position des fissures mais aussi du chargement thermique dans le cas des études de Maillot [2003]; Haddar et Fissolo [2005]; Haddar *et al.* [2005] où un gradient des contraintes est présent dans la profondeur de la structure. Ces simulations permettent de constater la propagation de certaines fissures alors que d'autres ne se propagent que très peu. De plus, un arrêt en profondeur est retrouvé pour la plus grande fissure à cause du gradient de contrainte dû au chargement thermique impliquant la présence d'une zone de compression en profondeur assurant l'auto-équilibre du champ de contraintes.

Suite aux résultats d'essais présentés au début du chapitre 2, Bataille et Magnin [1994] proposent un modèle permettant de gérer l'apparition et la propagation de multiples fissures à l'échelle de quelques grains. La structure d'étude est modélisée par un ensemble de sous-domaines de forme hexagonale, représentant chacun un grain du matériau, caractérisé par une direction de bandes de glissement persistantes déterminée de manière aléatoire (figure 3.3(a)). Ces formes hexagonales sont elles-mêmes divisées en 36 sous-domaines de forme carrée permettant de faire propager des fissures intragranulaires suivant la directions des bandes de glissement persistantes. L'amorçage des fissures est géré par un traitement de type Monte-Carlo au niveau de chaque carré. La propagation des fissures est ensuite modélisée par différentes lois de propagation suivant le type de fissure considéré (type I, II ou III présenté en début de chapitre précédent). La coalescence des fissures est prise en compte de la même manière que Argence [1996] par recouvrement des zones d'amplification des contraintes en pointe de deux fissures (figure 3.3(b)).

D'autres études viennent compléter les modèles probabilistes précédents tant au niveau expérimental que théorique. Kane [2005] propose d'analyser les interactions entre

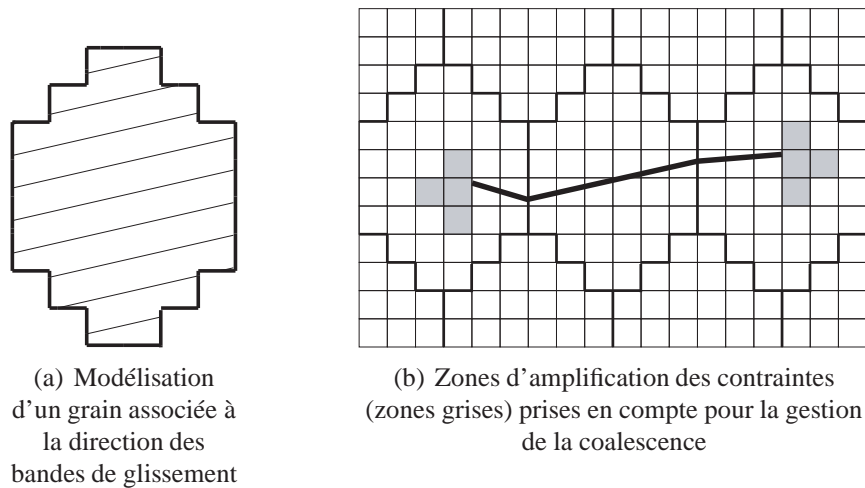


FIG. 3.3 : Modélisation de l'amorçage et de la propagation des fissures proposée par Bataille et Magnin [1994]

plusieurs fissures soumises à un chargement de tension biaxiale afin de caractériser les effets d'amplification et de relaxation des contraintes favorisant l'arrêt ou la coalescence des fissures. Ces travaux ne prennent plus en compte des distributions aléatoires de fissures et se basent donc sur des cas d'étude précis où les positions des fissures sont déterminées. Toutefois, les conclusions de cette étude montrent que les interactions entre fissures peuvent être complexes et jouent un rôle important dans la formation et la propagation de réseaux de fissures.

Des modèles probabilistes basés sur la théorie de Weibull [1939, 1951] sont également utilisés pour décrire la formation de fissures dans des structures. Ainsi, Chantier [2000] calcule une probabilité de rupture de bras de suspension basée sur une densité de défauts présents dans la fonte à graphite sphéroïdale [Yaacoub, 1996], ces défauts étant le lieu d'amorçage et de propagation des fissures conduisant à la ruine des bras de suspension automobile étudiés. Une étude est ainsi menée afin de caractériser la densité de ces défauts, par identification inverse basée sur le modèle de Poisson-Weibull, sur des résultats d'essais de fatigue à grand nombre de cycles (FGNC), et sur la détermination des lois de propagation des fissures sous diverses conditions (influence de l'état de surface et prise en compte des contraintes résiduelles dues au procédé d'obtention de la structure et surtout au grenailage). Doudard [2004] propose de modéliser les propriétés mécaniques en FGNC à partir d'essais d'échauffement où la micro-plasticité est identifiée comme étant la cause des échauffements de la structure. En associant une dissipation à l'activité micro-plastique (modélisée par un processus ponctuel de Poisson), les courbes d'échauffement sont ainsi modélisées (figure 3.4(a)). En y ajoutant l'hypothèse du maillon le plus faible (consistant à associer l'activité micro-plastique à l'endommagement), les courbes de Wöhler (contrainte à rupture vs. nombre de cycles) sont retrouvées (figure 3.4(b)).

Dans le domaine de la fatigue thermique et principalement de la formation des réseaux de fissures de fatigue thermique retrouvés dans les circuits RRA des centrales nucléaires, Seyedi [2004] a étudié la propagation des fissures parallèles formant un réseau. Une approche probabiliste basée sur la théorie de Weibull a également été proposée dans le cas

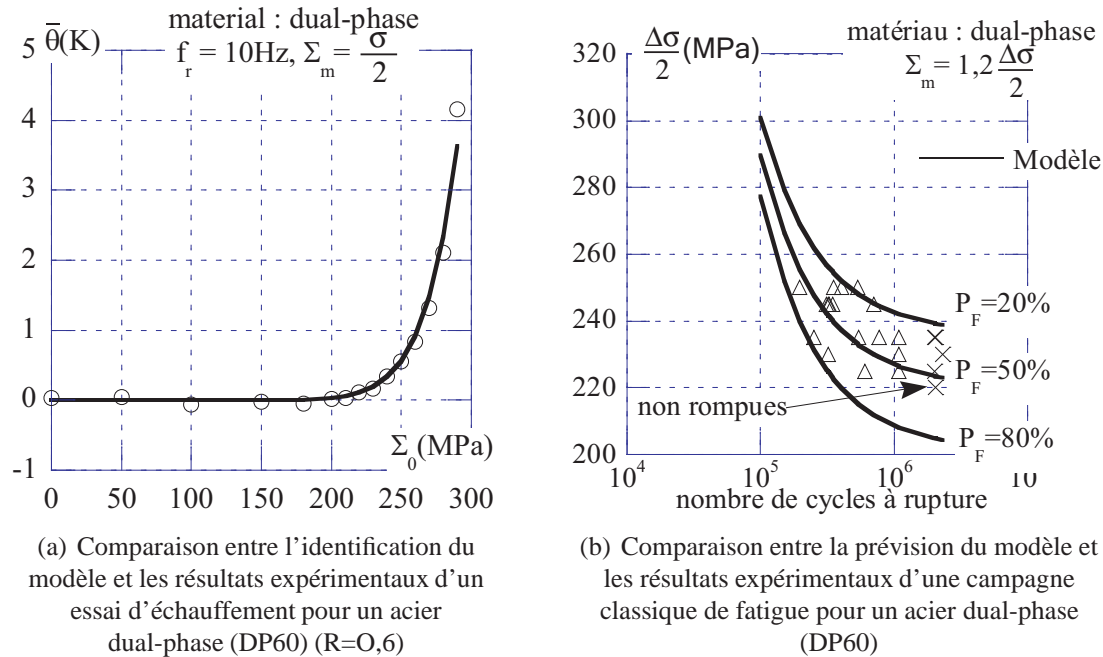


FIG. 3.4 : Comparaison du modèle probabiliste introduit par Doudard [2004] avec des résultats expérimentaux sur acier dual-phase (DP60)

simple de la germination instantanée, qui correspond à un amorçage de toutes les fissures lors de la première montée en charge du premier cycle de chargement, puis à une propagation de ces fissures dans la suite du chargement cyclique. Une étude détaillée de ce modèle a été réalisée lors de mon stage de DEA [Malésys, 2005] avec une proposition de passage de la germination instantanée à la germination continue.

2 Germination continue

Le chapitre précédent a mis en avant plusieurs phénomènes dont :

- l’obscurcissement qui caractérise la présence de zones de relaxation des contraintes de part et d’autre des lèvres d’une fissure soumise à un chargement ;
- la germination continue qui décrit le processus d’amorçage progressif des fissures pour des chargements de fatigue.

Le modèle, présenté dans la suite, se propose de décrire la formation des réseaux de fissures de fatigue thermique en se basant sur ces deux principales hypothèses. Les premières parties de ce chapitre seront consacrées à la transcription théorique de ces phénomènes physiques. Ensuite, le modèle probabiliste sera mis en place en présentant les principales variables de sortie permettant de décrire l’évolution cyclique des réseaux de fissures. Enfin, quelques cas tests de propagation de fissures permettront de valider qualitativement les bases du modèle.

Le problème traité ici étant la fatigue cyclique, nous assimilerons le temps au nombre de cycles où chaque cycle du modèle est équivalent à un cycle SPLASH, soit le temps écoulé entre le début de la trempe et la fin du réchauffement de l’éprouvette (i.e. 7,75 se-

condes) ; (figure 2.2).

2.1 Principe de germination continue

Examinons de manière schématique le phénomène de germination continue des fissures. La figure 3.5 montre l'évolution du nombre et de la taille des fissures dans un domaine d'examen soumis à un chargement cyclique constant. A l'instant initial ($N = 0$),

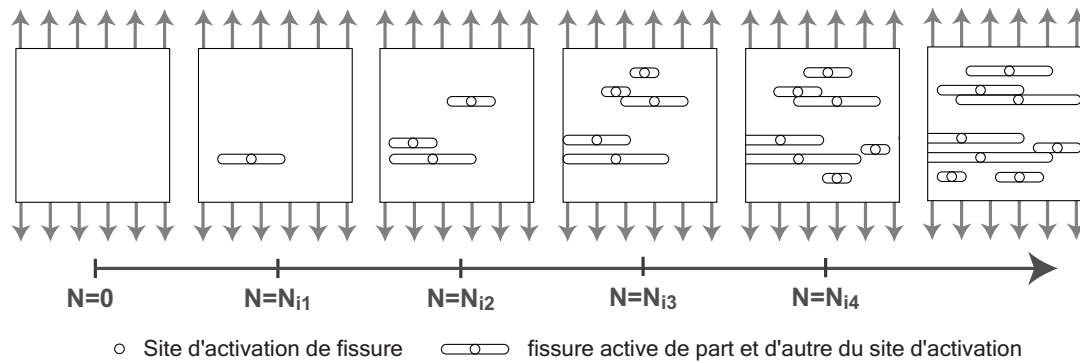


FIG. 3.5 : Principe de germination continue de fissures d'un domaine soumis à un chargement de traction cyclique

le domaine ne comporte pas de fissure et il faut attendre N_{i1} cycles pour voir apparaître la première fissure. Ce nombre de cycles N_{i1} correspond au temps d'incubation nécessaire à l'amorçage d'une fissure sur le site considéré. A cet instant, aucune autre fissure n'est apparue dans le domaine, le temps d'incubation des autres sites étant plus élevé que N_{i1} . Si le nombre de cycles continue à augmenter, d'autres fissures vont apparaître. On peut compter par exemple 5 fissures au bout de N_{i3} cycles et 8 fissures à l'instant final considéré.

De plus, dès qu'une fissure s'est amorcée, celle-ci se propage indépendamment des autres car, dans ce cas, seul le phénomène de germination continue est pris en compte. Nous verrons dans la suite comment le processus d'obscurcissement intervient dans l'évolution du réseau de fissures.

Dans ces quelques explications, nous avons fait intervenir un temps d'incubation. Celui-ci correspond au temps nécessaire pour que le site amorce une fissure. Or, ces sites sont directement liés à la microstructure du matériau. Ainsi, si le matériau est relativement homogène, les temps d'incubation de chaque site seront proches, ce qui implique un amorçage de nombreuses fissures durant un intervalle de nombre de cycles assez réduit. Par contre, si le matériau est hétérogène, les fissures s'amorceront les unes à la suite des autres avec des intervalles de *temps* assez grands entre chaque amorçage. La modélisation du phénomène de germination continue doit donc prendre en compte l'aspect hétérogène du matériau. De plus, l'influence du chargement agit directement sur le temps nécessaire pour amorcer les fissures : un chargement plus élevé entraînera des temps d'incubation d'amorçage de fissures plus faibles et donc un nombre de fissures plus important que pour un chargement plus faible à nombre de cycles équivalent. Cette constatation ajoute un paramètre supplémentaire, le chargement, que doit prendre en compte le modèle permettant de décrire la germination continue de fissures.

2.2 Densité de fissures activables

La densité de fissures activables introduite dans ce paragraphe permet de décrire la germination continue de fissures en considérant les remarques faites dans le paragraphe précédent. La microstructure du matériau est modélisée en terme de sites où peuvent s'amorcer des fissures. Ces sites sont approximés par un processus ponctuel de Poisson d'intensité $\Lambda = \lambda_t Z$ où λ_t représente ici le nombre moyen de sites par unité de surface et Z l'aire du domaine Ω

$$P(N_\mu = v, \Omega) = \frac{[\lambda_t (\Delta\sigma) Z]^v}{v!} \exp[-\lambda_t (\Delta\sigma) Z] \quad (3.1)$$

où P représente la probabilité de trouver v sites dans le domaine Ω . Une loi puissance est choisie pour décrire la densité de sites

$$\lambda_t (\Delta\sigma) = \lambda_0 \left(\frac{\Delta\sigma}{\sigma_0} \right)^m \quad (3.2)$$

où m , λ_0 et σ_0 sont des paramètres du matériau et $\Delta\sigma$ la variation de contrainte du chargement appliqué. Dans des cas différents de cette étude, ces défauts peuvent être assimilés à des sites de microplasticité où des échauffements locaux se produisent [Doudard *et al.*, 2005]. Il a ainsi été montré qu'une loi puissance permettait de décrire de manière satisfaisante l'évolution de la densité de ces sites en fonction de la variation de contrainte appliquée.

À ce niveau, la loi associée à λ_t permet de prendre en compte l'influence du chargement $\Delta\sigma$. Il nous faut maintenant prendre en compte le temps d'incubation de chaque site pour arriver à une loi modélisant la germination continue. Si l'on reprend la figure 3.5, à l'instant initial, c'est-à-dire lorsqu'aucun chargement cyclique n'a été appliqué au domaine d'examen, il n'y a pas de fissure car aucun site n'est activable dans le domaine d'examen. Par contre, plus le nombre de cycles est important, plus la densité de fissures va être importante. Cette augmentation du nombre de fissures au cours des cycles est gérée par le seuil que représente le temps d'incubation de chaque site. Associons donc, à ce temps d'incubation, une variation de contrainte seuil, ou variation de contrainte d'incubation, $\Delta\sigma_u$, dépendant du nombre de cycles et reprenons la constatation sur l'évolution du nombre de cycles. Tant que le temps d'incubation le plus faible n'est pas atteint, il n'y a pas de fissures dans le domaine d'examen, donc $\lambda_t = 0$, et plus le nombre de cycles augmente plus il y a de fissures, donc λ_t doit être une fonction croissante du nombre de cycles. L'idée est de transformer la loi associée à λ_t en

$$\lambda_{tI}(\Delta\sigma, N) = \lambda_0 \left(\frac{\langle \Delta\sigma - \Delta\sigma_u(N) \rangle}{\sigma_0} \right)^m \quad (3.3)$$

où $\langle x \rangle$ correspond à la partie positive de x . Ainsi, en choisissant une fonction décroissante de N pour $\Delta\sigma_u$, dépendant du matériau et tendant vers 0 pour $N \rightarrow +\infty$, le phénomène de germination continue est modélisé. Trois cas se présentent :

- pour des faibles nombres de cycles, la variation de contrainte appliquée reste inférieure à la variation de contrainte seuil $\Delta\sigma_u$ et donc $\lambda_{tI} = 0$;

- pour $N \geq N_{min}$, λ_{tI} devient une fonction croissante du nombre de cycles. En effet, plus le nombre de cycles va augmenter, plus la variation de contrainte seuil va diminuer (car elle est une fonction décroissante du nombre de cycles), donc plus la différence $\Delta\sigma - \Delta\sigma_u(N)$ va augmenter ;
- pour $N \rightarrow +\infty$, on se retrouve dans le domaine de l'endurance et comme la variation de contrainte seuil tend vers 0 pour $N \rightarrow +\infty$, la densité de fissures activables s'écrit :

$$\lambda_{tI}(\Delta\sigma, N) \xrightarrow{N \rightarrow +\infty} \lambda_0 \left(\frac{\Delta\sigma}{\sigma_0} \right)^m. \quad (3.4)$$

L'adoption de la relation (3.3) permet ainsi de modéliser de manière satisfaisante le phénomène de germination continue en prenant en compte l'influence de l'hétérogénéité du matériau et le chargement. De plus, la mise en place de la contrainte d'incubation entraîne l'existence d'un nombre de cycles minimum à atteindre N_{min} avant l'apparition de la première fissure tel que

$$\Delta\sigma - \Delta\sigma_u(N_{min}) = 0. \quad (3.5)$$

Remarquons que la variable principale du problème de germination continue est le nombre de cycles N , la variation de contrainte du chargement $\Delta\sigma$ est donc reléguée en paramètre du problème, considéré comme constant dans le cadre de notre étude.

3 Obscurcissement

3.1 Processus d'obscurcissement

Dans le chapitre précédent, des zones de relaxation des contraintes ont été mises en avant lors d'essais de fatigue. Nous allons donc modéliser ces zones pour construire le processus d'obscurcissement. L'idée est de considérer qu'un site qui se trouve dans une zone de relaxation des contraintes d'une fissure qui existe déjà se verra soumis à un chargement plus faible que le chargement imposé au domaine d'examen, et en tout cas insuffisant pour permettre l'amorçage d'une fissure. Cette remarque pourra également être appliquée au cas d'une fissure qui se retrouve dans une zone de relaxation des contraintes d'une autre fissure et qui verra alors sa propagation stoppée.

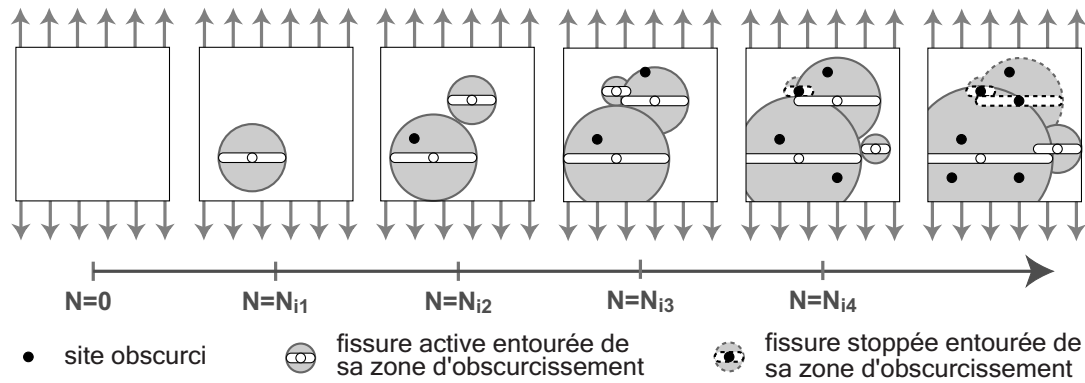


FIG. 3.6 : Évolution d'un réseau de fissures sous hypothèse de germination continue et de processus d'obscurcissement d'un domaine soumis à un chargement de traction cyclique

Reprenons le cadre schématique de la figure 3.5 en y ajoutant le principe d'obscurcissement (figure 3.6). Cette fois-ci l'amorçage et la propagation des fissures sont dépendants des zones d'obscurcissement des fissures qui se sont activées les premières. À l'instant initial, $N = 0$, il n'y a pas encore de fissure active dans le domaine d'étude. Au bout de N_{i1} cycles, la première fissure s'amorce accompagnée de l'apparition d'une zone de relaxation des contraintes de part et d'autre de ses lèvres. Cette zone est donc associée à la zone d'obscurcissement. Au bout de N_{i2} cycles, une deuxième fissure s'amorce, toujours entourée de sa zone d'obscurcissement, alors que la première fissure s'est propagée et empêche une troisième fissure de se créer. En effet, un site se trouve dans la zone d'obscurcissement de la première fissure, la contrainte qui lui est appliquée est plus faible que celle appliquée au domaine et n'est donc plus suffisante pour amorcer une fissure. Au bout de N_{i2} cycles, le domaine compte 2 fissures actives et un site obscurci.

Au bout de N_{i3} cycles, les fissures amorcées précédemment continuent leur propagation, et on compte une nouvelle fissure et un défaut supplémentaire obscurci. Au bout de N_{i4} cycles, la propagation de la deuxième fissure amorcée est telle que la troisième fissure se retrouve dans sa zone d'obscurcissement. Comme nous l'avons remarqué au début de ce paragraphe, la contrainte appliquée à cette fissure devient trop faible pour assurer sa propagation, la troisième fissure est stoppée. De plus, une nouvelle fissure est amorcée et un site supplémentaire est obscurci. Des processus d'obscurcissement continuent à avoir lieu dans le domaine d'examen et, au final, celui-ci compte 2 fissures actives, 2 fissures stoppées et 4 sites obscurcis, alors que dans le cas de la germination continue sans prise en compte du processus d'obscurcissement, le domaine final comptait 8 fissures actives.

La prise en compte du processus d'obscurcissement dans un phénomène de germination continue permet donc de décrire la formation de réseaux de fissures : amorçage des fissures à différents instants, non amorçage de certaines fissures, propagation des fissures et arrêt de fissures. De plus, cette présentation schématique montre un réseau de fissures dont les tailles de fissures ne sont pas toutes identiques, et dépendent principalement du temps de propagation de chacune.

Remarque : La zone d'obscurcissement est modélisée ici par un disque, de diamètre égal à la taille de la fissure correspondante, afin de faciliter la compréhension du modèle. Nous verrons dans la suite de la présentation du modèle que c'est principalement la taille de la zone d'obscurcissement qui intervient et non sa forme.

3.2 Horizon

3.2.1 Conséquences du processus d'obscurcissement

L'analyse du processus de germination continue associée à l'obscurcissement permet d'aboutir à une remarque importante pour le modèle. Considérons le site obscurci à N_{i2} cycles (figure 3.6). Celui-ci ne peut pas amorcer de fissure car il se situe dans la zone d'obscurcissement de la fissure qui s'est amorcée à un nombre de cycles $N_{i1} < N_{i2}$. Il en est de même pour le site obscurci en N_{i3} qui se trouve dans la zone d'obscurcissement de la fissure amorcée en $N_{i2} < N_{i3}$, et ainsi de suite pour les autres sites. Considérons maintenant les fissures arrêtées. La fissure amorcée en N_{i3} est stoppée en N_{i4} à cause de la zone d'obscurcissement de la fissure initiée en N_{i2} . Quant à cette dernière fissure, elle est stoppée en N_{i5} car elle se trouve dans la zone d'obscurcissement de la fissure initiée en N_{i1} . Ces remarques aboutissent à la même conclusion : *“les conditions d'amorçage et d'arrêt d'une fissure à N_i cycles dépendent des fissures qui se sont amorcées à des instants antérieurs à N_i cycles”*. Pour modéliser au mieux la formation et la propagation des réseaux de fissures, il est donc indispensable d'analyser le passé du réseau à chaque instant, c'est ce que l'horizon se propose de faire.

Le concept d'horizon a été introduit par Denoual [1998] pour modéliser l'apparition et la propagation des fissures lors d'un impact dans des structures destinées aux blindages moyens dans le domaine de fragmentation dynamique. Dans ces travaux, les fissures s'amorcent sur des défauts présents dans le matériau étudié (céramique) et les conditions de propagation de fissures sont gérées par la présence de zones de relaxation des contraintes autour des fissures qui sont considérées comme des zones d'arrêt pour les fissures qui s'y trouveraient. Brajer [2004] propose une avancée supplémentaire dans le modèle de Denoual [1998] par la prise en compte de la coalescence des fissures qui intervient lors de la propagation des fissures. L'élément clé est constitué par l'horizon, concept utilisé également ci-dessous.

Toujours dans le domaine de la fragmentation dynamique, Grange [2007] propose de modéliser l'abattage des roches. L'utilisation de ce modèle devrait permettre de mieux maîtriser les conditions d'abattage de roches dans les carrières et ainsi d'en améliorer le rendement. Une variable d'endommagement a été introduite via la probabilité de rupture associée au domaine d'étude. L'implantation de ce modèle dans un code élément finis permet d'aboutir à une carte d'endommagement de la structure, comme le propose la figure 3.7 pour le cas d'une dalle soumise à un impact.

Le concept d'horizon a donc déjà été utilisé dans le domaine de la fragmentation dynamique et va être appliqué ici au cas de la fatigue thermique et plus précisément, au cas de germination continue.

3.2.2 Construction de l'horizon

L'horizon consiste en une représentation schématique de l'évolution au cours des cycles des zones d'obscurcissement voisines d'un site et qui peuvent donc obscurcir ce dernier à un instant donné. L'axe des abscisses représente l'espace d'étude et l'axe des ordonnées le nombre de cycles.

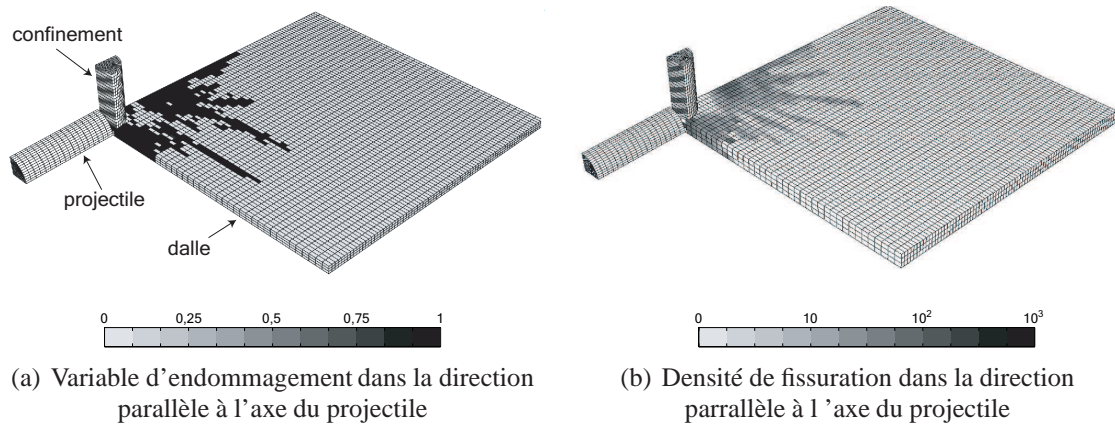


FIG. 3.7 : Modèle probabiliste de fissuration dynamique pour des essais d'impact sur la tranche d'une plaque en calcaire crinoïde [Grange *et al.*, 2007]

Voyons comment est déterminé l'horizon d'un site D à N cycles. Pour cela, considérons la taille de la zone d'obscurcissement entourant une fissure, notée Z_{obs} fonction de la taille de cette fissure. Considérons de plus que cette fissure se soit amorcée à N_I cycles avec $N_I < N$. À N cycles, cette fissure s'est donc propagée pendant $(N - N_I)$ cycles et la taille de sa zone d'obscurcissement est égale à $Z_{obs}[a(N - N_I)]$, avec a la taille de la fissure, notée plus simplement $Z_{obs}(N - N_I)$. S'étant amorcée avant le site D considéré à N cycles, elle peut donc l'obscurcir ou non suivant sa position dans l'espace. Sur la figure 3.8 sont représentées les différentes positions d'une fissure amorcée à N_I cycles ainsi que sa zone d'obscurcissement. Comme cette fissure ne peut obscurcir que des fissures qui s'amorceront à des nombres de cycles postérieurs à N_I , la zone d'obscurcissement est représentée par un rectangle gris qui s'étend pour des nombres de cycles supérieurs à N_I et dont la largeur est égale à $Z_{obs}(N - N_I)$.

Faisons *bouger* cette fissure dans le domaine d'examen. En position (b), le site n'est toujours pas obscurci, par contre, lorsque la fissure atteint la position (c), le site se trouve dans la zone d'obscurcissement de la fissure. Le site sera également obscurci pour les positions (d) et (e), alors que pour la position suivante (f), il ne le sera plus et pourra donc amorcer une fissure. Les positions d'obscurcissement du site par la fissure sont relevées (trait fort sur la figure) et en réalisant cette procédure pour toutes les fissures initiées entre N_{min} et N cycles, on se retrouve avec un ensemble de traits forts qui forme l'horizon (figure 3.9).

3.2.3 Conditions d'amorçage et de propagation de fissure

Comme nous l'avons vu précédemment, l'horizon regroupe l'ensemble des positions où les fissures peuvent se situer pour obscurcir le site D à l'instant N . Une condition nécessaire pour l'amorçage de fissure est donc :

- **Aucune fissure ne doit se trouver dans l'horizon du site D pour qu'il amorce une fissure.**

Cette condition peut être également appliquée dans le cas où la question de l'arrêt d'une fissure se pose à l'instant N :

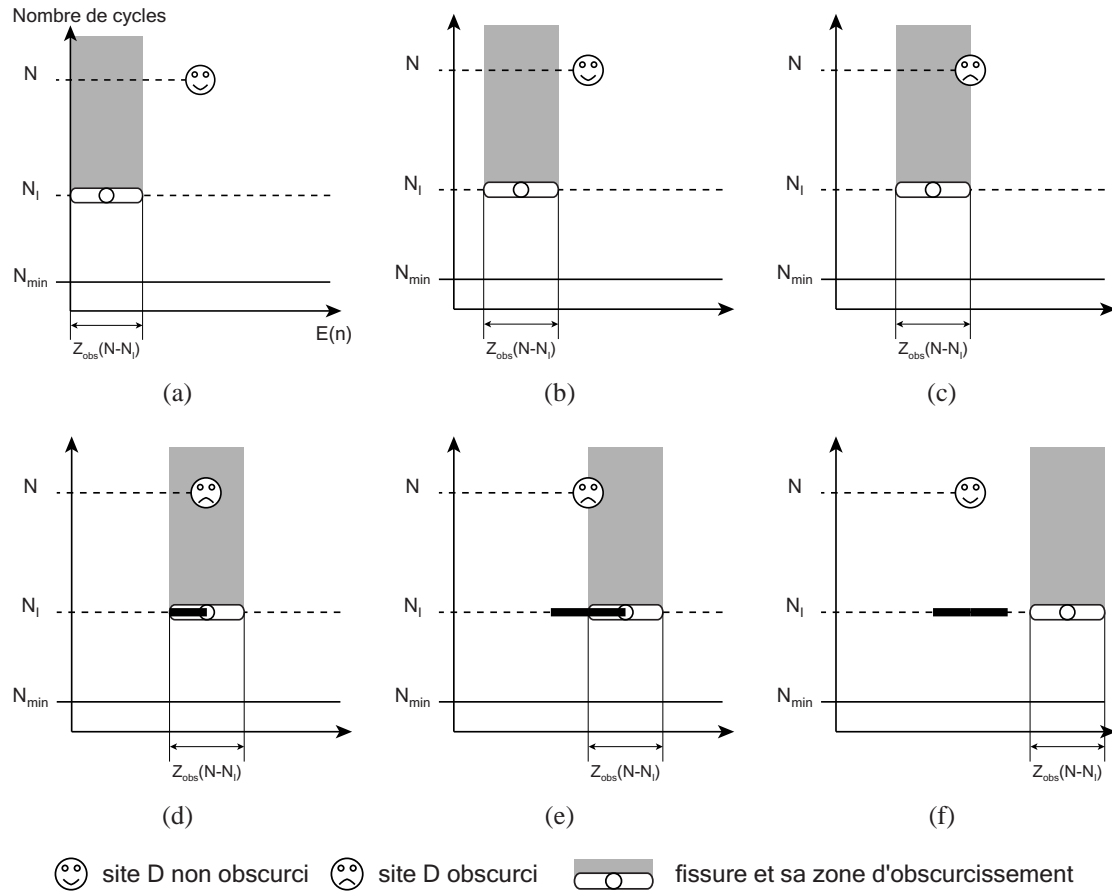


FIG. 3.8 : Principe d'obtention de l'horizon d'un site ou d'une fissure : pour différentes positions d'une fissure, qui s'est propagée pendant $N - N_I$ cycles, on regarde quand celle-ci obscurcie le site considéré ; les positions où le site D est obscurci sont marquées par un trait fort ; l'ensemble des traits forts obtenus pour toutes les tailles de fissures (i.e. qui se sont propagée entre 0 et $N - N_{min}$ cycles) constitue alors l'horizon du site considéré.

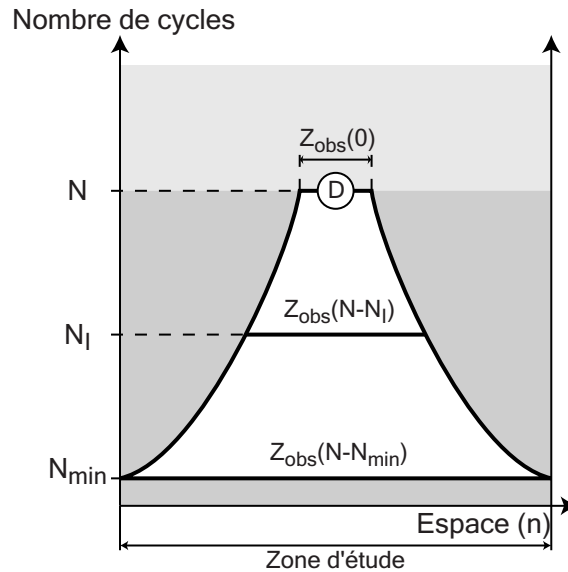


FIG. 3.9 : Horizon d'un site D à N cycles

- **Aucune fissure ne doit se trouver dans l'horizon d'une fissure pour que cette dernière puisse continuer à se propager**

3.2.4 Discussions sur l'horizon

L'horizon est propre à chaque site d'activation de fissure ainsi qu'à chaque fissure. Ainsi, pour modéliser l'apparition et l'évolution d'un réseau de fissures, l'horizon doit être redéfini pour chaque instant N , c'est ce que nous verrons lors de l'introduction de la probabilité d'obscurcissement.

La taille de la zone d'obscurcissement a été supposée dépendre de la taille de la fissure ce qui entraîne une dépendance de la forme de l'horizon au profil de chargement mécanique qui, avec la forme de la fissure, représente le principal moteur de la propagation des fissures lors de l'utilisation d'une loi de Paris pour décrire la croissance de fissures. Afin de montrer l'influence de cette loi de propagation des fissures sur l'horizon, considérons les cas d'une vitesse de propagation de fissures décroissante, constante et enfin croissante en fonction du nombre de cycles [Seyedi, 2004].

Dans le cas d'une vitesse de propagation décroissante avec le nombre de cycles (figure 3.10(a)), les fissures courtes se propagent plus vite que les fissures longues. Dans le cas extrême de la figure, les fissures longues tendent vers un arrêt de propagation (qui n'est pas causé par l'obscurcissement), une évolution stable du réseau de fissures peut être envisagé. Par contre, dans le cas d'une vitesse de propagation constante (figure 3.10(b)), les fissures se propagent toutes à la même vitesse, qu'elles soient grandes ou petites, ainsi la plus grande fissure restera la plus grande et lorsque la taille de celle-ci dépassera la taille du domaine d'examen, l'hypothèse du maillon le plus faible s'appliquera et par conséquent, le modèle probabiliste, considérant des densités de fissures, ne s'appliquera plus. Une vitesse de propagation croissante en fonction du nombre de cycles peut être analysée de la même manière que le cas précédent. Par contre, la fissure la plus grande se

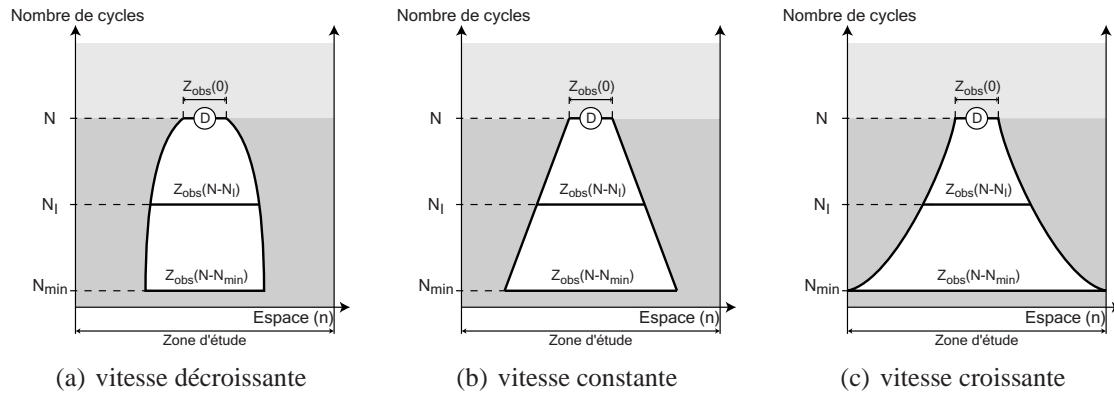


FIG. 3.10 : Horizon d'un site D à N cycles suivant 3 cas de loi de propagation de fissure

propagera de plus en plus vite et l'hypothèse du maillon le plus faible s'appliquera beaucoup plus tôt que dans le cas précédent. Ainsi, afin de pouvoir observer la formation d'un réseau de fissures stable au cours du temps, il est nécessaire d'avoir une loi de propagation de fissure qui se rapproche le plus du cas de la figure 3.10(a), c'est-à-dire des fissures qui tendent vers un arrêt pour de grands nombres de cycles, arrêt dû, généralement, aux conditions de chargement et non à l'obscurcissement.

Remarque : il est également possible d'observer un réseau de fissures lorsque la dispersion du nombre de cycles à l'amorçage est faible par rapport à la vitesse de propagation des fissures. En effet, dans ce cas, toutes les fissures s'amorceront dans un laps de temps très court pendant lequel les premières fissures n'auront pas le temps de se propager suffisamment pour obscurcir le domaine d'étude. Par contre, dès que les fissures commenceront à coalescer entre-elles, il y aura rupture du domaine d'étude et un réseau stable dans les grands nombres de cycles ne pourra pas être observé. Les essais de multi-amorçage de fissures présentés dans le chapitre précédent en sont un bon exemple.

3.3 Probabilité d'obscurcissement

Une distribution de Poisson permet de donner la probabilité de trouver $N_\mu = v$ sites dans un domaine Ω chargé uniformément

$$P(N_\mu = v, \Omega) = \frac{[\lambda_t(\Delta\sigma)Z]^v}{v!} \exp[-\lambda_t(\Delta\sigma)Z] \quad (3.6)$$

où Z est la taille du domaine Ω et donc le produit $\lambda_t(\Delta\sigma)Z$ correspond à l'intensité du processus ponctuel de Poisson, c'est-à-dire au nombre moyen de sites dans le domaine Ω . Les conditions exposées plus haut (paragraphe 3.2.3) permettent de déterminer si un défaut peut amorcer une fissure ou si une fissure peut continuer sa propagation. Ces conditions sont les conséquences des deux principales hypothèses du modèle probabiliste (germination continue et processus d'obscurcissement) faites à partir de l'examen de l'horizon. Afin de construire le modèle probabiliste, il est donc nécessaire de modéliser le principe d'horizon d'un site ou d'une fissure. Pour cela, nous introduisons la probabilité d'obscurcissement d'un site ou d'une fissure notée P_{obs} . La probabilité d'obscurcissement d'un site correspond à la probabilité de trouver au moins une fissure dans l'horizon

de celui-ci, ce qui correspond également à la probabilité pour ce site de ne pas amorcer de fissure. La probabilité élémentaire de non-obscureissement entre l'instant N_I et $N_I + \Delta N_I$, $\overline{P}_{obs}(N_I)$, d'un site considéré à l'instant N correspond donc à la probabilité de ne pas trouver de site dans la zone d'obscureissement de taille $Z_{obs}(N - N_I)$

$$\begin{aligned}\overline{P}_{obs}(N_I) &= P(N_\mu = 0, \Omega_{obs}) \\ &= \exp\left[-\frac{d\lambda_{tI}}{dN_I}(N_I) \Delta N_I Z_{obs}(N - N_I)\right]\end{aligned}\quad (3.7)$$

où $\frac{d\lambda_{tI}}{dN_I}(N_I) \Delta N_I$ correspond à l'incrément de densité de fissures qui se sont amorcées entre N_I et $N_I + \Delta N_I$ cycles. Or, pour que le site d'amorçage de fissure puisse amorcer une fissure à N cycles, il faut qu'il ne soit obscurci par aucune fissure amorcée entre N_{min} et N cycles. En reprenant la construction de l'horizon décrite dans le paragraphe précédent, on déduit que la probabilité de non-obscureissement d'un site à l'instant N , \overline{P}_{obs} , correspond au produit des probabilités élémentaires de non-obscureissement pour des nombres de cycles compris entre N_{min} et N cycles

$$\overline{P}_{obs}(N) = \prod_{N_I=N_{min}}^{N_I=N} \overline{P}_{obs}(N_I). \quad (3.8)$$

La probabilité d'obscureissement d'un site à l'instant N s'écrit

$$P_{obs}(N) = 1 - \overline{P}_{obs}(N) = 1 - \prod_{N_I=N_{min}}^{N_I=N} \exp\left[-\frac{d\lambda_{tI}}{dN_I}(N_I) \Delta N_I Z_{obs}(N - N_I)\right] \quad (3.9)$$

où encore

$$P_{obs}(N) = 1 - \exp\left[-\sum_{N_I=N_{min}}^{N_I=N} \frac{d\lambda_{tI}}{dN_I}(N_I) Z_{obs}(N - N_I) \Delta N_I\right]. \quad (3.10)$$

À cette écriture discrète de la probabilité d'obscureissement correspond l'écriture continue associée

$$\boxed{P_{obs}(N) = 1 - \exp\left[-\int_{N_{min}}^N \frac{d\lambda_{tI}}{dN_I}(N_I) Z_{obs}(N - N_I) dN_I\right]}. \quad (3.11)$$

4 Densité de fissures

4.1 Densité de fissures activées

La densité de fissures activées correspond aux fissures qui ont rempli les conditions d'amorçage, c'est-à-dire la fraction de densité de fissures activables, λ_{tI} , qui ne sont pas obscurcies. Ainsi, par activées, on entend celles qui se sont déjà amorcées au bout de N cycles. L'incrément de densité de fissures activées s'écrit donc

$$\boxed{\frac{d\lambda_m}{dN}(N) = \frac{d\lambda_{tI}}{dN}(N) [1 - P_{obs}(N)]}. \quad (3.12)$$

Cette densité de fissures activées est directement comparable à l'état de fissuration observable sur des essais de fatigue thermique ou lors de maintenance pour des éléments de centrales nucléaires. La photo du réseau de fissures obtenu sur les essais correspond à un instant donné, et pour cette unique photo, il est impossible de déterminer quelles sont les fissures qui se propagent de celles qui sont stoppées. La seule information disponible sur une photo de réseau de fissure est la densité de fissures activées.

4.2 Densité de fissures actives

Dans la densité de fissures activées définie précédemment, il existe deux types de fissures : celles qui continuent à se propager, appelées fissures actives, et celle qui sont stoppées, autrement dit, les fissures qui sont obscurcies parmi les fissures activées. Ainsi, la densité de fissures actives à N cycles s'exprime de la manière suivante

$$\boxed{\lambda_{mP}(N) = \lambda_m(N) [1 - P_{obs}(N)]}. \quad (3.13)$$

La densité de fissures actives donne une information importante quant à l'évolution du réseau. En effet, c'est grâce à cette quantité (mais aussi grâce à la probabilité d'obscurcissement) que l'on peut déterminer si un réseau de fissure est toujours actif ou s'il est arrivé à saturation. Une densité de fissures actives proche de 0 indique un réseau saturé ou ayant une fissure dominante. Par contre, si cette densité ne tend pas vers 0 pour de grands nombres de cycles, le réseau n'est pas saturé et devient de plus en plus dense.

4.3 Densité de fissures stoppées

De la même manière que l'on a défini la densité de fissures actives, la densité de fissures stoppées s'écrit

$$\boxed{\lambda_{mS}(N) = \lambda_m(N) P_{obs}(N)}. \quad (3.14)$$

La densité de fissures stoppées correspond aux fissures qui se sont amorcées avant N cycles et qui, à N cycles, ne sont plus actives, c'est-à-dire les fissures qui se sont stoppées à des nombres de cycles inférieurs ou égaux à N .

5 Étude de cas

Dans cette partie, les paramètres du matériau intervenant dans le modèle probabiliste vont tout d'abord être introduits afin de pouvoir, dans un deuxième temps, appliquer différents types de propagation de fissures au modèle. Cela permettra ainsi de valider les bases adoptées pour sa mise en place et d'envisager une extension de celui-ci à des cas plus proches des réseaux de fissures observés sur sites et expérimentalement.

5.1 Paramètres dépendant du matériau

5.1.1 Paramètres de Weibull

La loi de Poisson donne la probabilité de trouver un nombre de défauts $N_\mu = v$ dans un domaine Ω

$$P(N_\mu = v, \Omega) = \frac{\Lambda^v}{v!} \exp(-\Lambda) \quad (3.15)$$

où Λ représente l'intensité du processus de Poisson. La rupture de l'éprouvette lors d'essais de fatigue est occasionnée par la présence d'au moins une fissure dans la zone utile de l'éprouvette. Il est donc possible, pour des essais de fatigue, de faire l'hypothèse du maillon le plus faible. Dans ce cas, la probabilité de rupture, P_F , de l'éprouvette est donnée par la probabilité de trouver au moins un site (ou une fissure) dans la zone utile, soit

$$\begin{aligned} P_F &= P(N_\mu \geq 1, \Omega) \\ &= 1 - P(N_\mu = 0, \Omega) \\ &= 1 - \exp(-\Lambda). \end{aligned} \quad (3.16)$$

La loi puissance de la densité de fissures activables du matériau définie par la relation (3.3) est toujours valable ici car elle dépend du matériau et non du type d'essai. Par contre, la taille du domaine à prendre en compte dans ce type d'essai correspond à la taille effective, Z_{eff} , de la zone utile de l'éprouvette, soit pour des essais de fatigue de traction/compression, la surface extérieure de la zone utile (i.e. un cylindre de diamètre 8 mm et de hauteur 14 mm) lorsque l'on suppose un amorçage des fissures uniquement en surface. La probabilité de rupture devient donc

$$P_F(\Delta\sigma_F) = 1 - \exp \left[-\lambda_0 \left(\frac{\langle \Delta\sigma_F - \Delta\sigma_u(N) \rangle}{\sigma_0} \right)^m Z_{eff} \right] \quad (3.17)$$

qui correspond à une loi de Weibull à 3 paramètres [Weibull, 1939, 1951] où m est le module de Weibull représentant la dispersion dans le matériau, σ_0 la contrainte relative à un domaine de référence de surface $S_0 = 1/\lambda_0$ et $\Delta\sigma_u$ la variation de contrainte seuil. La théorie de Weibull relie donc la probabilité de rupture d'un matériau à la contrainte appliquée dans la structure. Or, les essais de fatigue considérés se situent dans le domaine proche de l'endurance. La probabilité de rupture devient donc pratiquement indépendante du nombre de cycles. Dans notre cas, la définition de la variation de contrainte seuil, $\Delta\sigma_u$, introduite en début de chapitre, permet de la négliger pour des grands nombres de cycles devant la variation de contrainte $\Delta\sigma_F$

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_u(N) &\xrightarrow{N \rightarrow +\infty} 0 \\ \Rightarrow \lambda_{tI}(\Delta\sigma, N) &\xrightarrow{N \rightarrow +\infty} \lambda_0 \left(\frac{\Delta\sigma}{\sigma_0} \right)^m. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Dans le domaine de l'endurance, la probabilité de rupture P_F s'écrit sous la forme d'une loi de Weibull à 2 paramètres

$$P_F(\Delta\sigma_F) = 1 - \exp \left[-\lambda_0 \left(\frac{\Delta\sigma_F}{\sigma_0} \right)^m Z_{eff} \right]. \quad (3.19)$$

Les paramètres m et λ_0/σ_0^m du modèle peuvent donc être déterminés de la même manière que les paramètres de Weibull, c'est-à-dire à partir d'essais de fatigue à l'endurance. De tels essais utilisant la méthode de l'escalier ont été réalisés par Vincent et Perez [2004] sur un acier inoxydable austénitique (type 304 L code SRMA A26) à température ambiante. Ils donnent accès à la limite d'endurance moyenne $\overline{\Delta\sigma_F}$ ainsi qu'à l'écart type associé $\overline{\overline{\Delta\sigma_F}}$. Par définition, une densité de probabilité de rupture p_F peut être associée à une probabilité cumulée de rupture P_F

$$P_F(\Delta\sigma_F) = \int_0^{+\infty} p_F(\Delta\sigma_F) d\Delta\sigma_F \quad (3.20)$$

avec

$$p_F(\Delta\sigma_F) = \frac{dP_F}{d\Delta\sigma_F}(\Delta\sigma_F). \quad (3.21)$$

La moyenne $\overline{\Delta\sigma_F}$ et l'écart type $\overline{\overline{\Delta\sigma_F}}$ associés à la variation de contrainte à rupture $\Delta\sigma_F$ sont alors donnés par

$$\overline{\Delta\sigma_F} = \int_0^{+\infty} \Delta\sigma_F p_F(\Delta\sigma_F) d\Delta\sigma_F \quad (3.22)$$

$$\overline{\overline{\Delta\sigma_F}} = \int_0^{+\infty} (\Delta\sigma_F - \overline{\Delta\sigma_F})^2 p_F(\Delta\sigma_F) d\Delta\sigma_F. \quad (3.23)$$

En remplaçant la probabilité cumulée de rupture P_F par son expression définie par (3.17), la moyenne et l'écart type peuvent être exprimés par (Annexe A)

$$\overline{\Delta\sigma_F} = \frac{\sigma_0}{(\lambda_0 Z_{eff})^{1/m}} \Gamma\left(\frac{1}{m} + 1\right) \quad (3.24)$$

et

$$\overline{\overline{\Delta\sigma_F}} = \frac{\sigma_0}{(\lambda_0 Z_{eff})^{1/m}} \sqrt{\Gamma\left(\frac{2}{m} + 1\right) - \Gamma^2\left(\frac{1}{m} + 1\right)} \quad (3.25)$$

où Γ est la fonction gamma définie par

$$\Gamma(p) = \int_0^{+\infty} t^{p-1} \exp(-t) dt. \quad (3.26)$$

Connaissant les valeurs expérimentales de la moyenne de la distribution de limite d'endurance et de son écart type, il est possible de déterminer le module de Weibull m à partir du rapport

$$\left(\frac{\overline{\overline{\Delta\sigma_F}}}{\overline{\Delta\sigma_F}}\right)^2 = \frac{\Gamma\left(\frac{2}{m} + 1\right)}{\Gamma^2\left(\frac{1}{m} + 1\right)} - 1 \quad (3.27)$$

et ensuite le paramètre d'échelle λ_0/σ_0^m à partir de l'une ou l'autre des équations (3.24) et (3.25). L'écart type de variation de contrainte à l'endurance trouvé sur les essais de fatigue présentés au paragraphe 2.4.2 est de 20 MPa. La moyenne de la limite d'endurance à 165°C a été obtenue par extrapolation des résultats d'essais de fatigue à déformation imposée de Mottot et Noblecourt [2001, 2002] (figure 1.16(a)) et par l'utilisation de la

courbe de consolidation cyclique à 165°C (figure 1.16(b)) ; la valeur moyenne de la variation de contrainte à l'endurance est estimée à 320 MPa. À partir de ces résultats, le module de Weibull m vaut environ 20 et pour $\lambda_0 = 1$ fissure/mm² $\sigma_0 = 451$ MPa.

Remarque : pour cause de rupture de matière de 304 L, les nuances utilisées dans les deux essais précédents ne sont pas les mêmes. Les essais donnant l'écart type ont été réalisés sur la nuance THY à température ambiante, alors que ceux donnant la valeur moyenne de la variation de contrainte à l'endurance à 165°C ont été réalisés sur la nuance T112 (les compositions de ces deux nuances sont données dans le tableau 1.1). Notre étude s'intéresse aux conditions à 165°C et non à l'ambiante où tous les paramètres de la nuance THY sont connues.

5.1.2 Contrainte d'incubation

Comme mentionné précédemment, les sites d'amorçage de fissures ne peuvent initier des fissures qu'après un certain temps d'incubation. Le lien entre ce temps d'incubation et la densité de fissures activables est obtenu par l'intermédiaire de la contrainte d'incubation $\Delta\sigma_u(N)$. La différence entre la variation de contrainte et la contrainte d'incubation correspond à la variation de contrainte à l'endurance d'un site

$$\Delta\sigma_\infty = \Delta\sigma - \Delta\sigma_u(N). \quad (3.28)$$

Les courbes de Wöhler donnent accès à la distribution des variations de contrainte en fonction du nombre de cycles à rupture [Mottot et Noblecourt, 2001, 2002]. Pour une variation de contrainte donnée et pour une distribution des limites locales de fatigue, l'amorçage de fissures a lieu lorsque

$$\Delta\sigma_\infty + \Delta\sigma_u(N) = \Delta\sigma. \quad (3.29)$$

La contrainte d'incubation est approchée par une loi puissance sur les résultats de fatigue (figure 3.11)

$$\Delta\sigma_u(N) = \Delta S_d(N)^{-1/\eta} \quad (3.30)$$

où ΔS_d et η sont des paramètres dépendant du matériau ($\Delta S_d = 3,1 \times 10^5$ MPa and $\eta = 1,3$). Cette approximation correspond, en fait, à une isoprobabilité de rupture de 0,5. La loi puissance permet d'assurer la condition $\Delta\sigma_u(N \rightarrow +\infty) \rightarrow 0$ qui donne une densité maximale de fissures activables pour un nombre de cycles infini. Ainsi, ce modèle décrit le domaine de la fatigue à grand nombre de cycles ($N < +\infty$) ainsi que celui de l'endurance ($N \rightarrow +\infty$) dans le même cadre.

Le tableau 3.1 résume les différents paramètres du matériau qui seront utilisés par la suite dans le modèle.

TAB. 3.1 : Valeurs des paramètres du matériau utiles dans l'étude

Paramètres d'endurance		Paramètres de Weibull			Paramètres d'incubation	
$\overline{\Delta\sigma_F}$	$\overline{\overline{\Delta\sigma_F}}$	m	λ_0	σ_0	ΔS_d	η
320 MPa	20 MPa	20	1 mm ⁻¹	451 MPa	$3,1 \times 10^5$ MPa	1,3

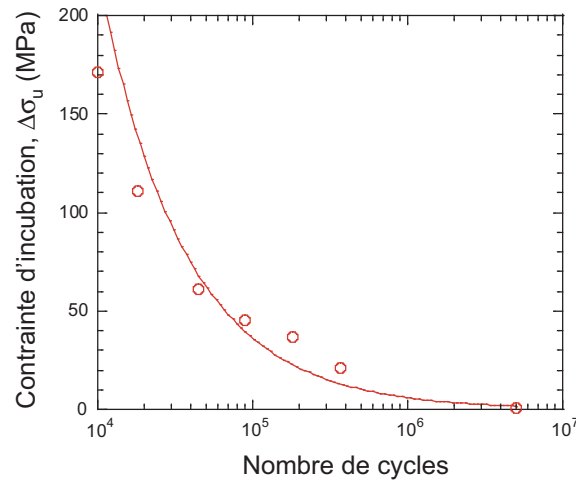


FIG. 3.11 : Identification de la contrainte d'incubation $\Delta\sigma_u$ comme fonction du nombre de cycles. Les cercles représentent les points expérimentaux obtenus sur une nuance T112 (nuance SRMA 849) à 165°C (le dernier à 5×10^6 cycles est obtenu par extrapolation des premiers) et la courbe correspond à l'approximation par une loi puissance

5.2 Taille des zones d'obscurcissement

Le calcul de la probabilité d'obscurcissement (3.11) du modèle probabiliste nécessite la connaissance de la taille de la zone d'obscurcissement d'une fissure à N cycles. Cette taille est directement liée à celle de la fissure en surface au moyen d'une fonction de forme

$$Z_{obs}(N) = S[2ka(N)]^n \quad (3.31)$$

où a est la demi-longueur de la fissure en surface, S et k sont des paramètres disponibles dans la littérature et n la dimension de l'espace considéré. Ainsi, pour un espace de dimension 1, $n = 1$, $k = 1,334$ et $S = 2$ [Widom, 1966], pour $n = 2$, $k = 1,428$ et $S = \pi$ [Quintanilla et Torquato, 1997]. Le modèle considère un amorçage en surface, les tailles de zones d'obscurcissement associées au modèle doivent donc être calculées en surface avec $n = 2$.

5.3 Loi de propagation des fissures

Comme nous venons de le voir, les tailles de zones d'obscurcissement dépendent directement des tailles de fissures à un instant N . Il nous faut donc connaître la loi de propagation des fissures pour le matériau auquel le modèle sera appliqué. Or, ici, le modèle n'en est qu'à ses débuts, et il ne prend pas en compte tous les paramètres influents de la fatigue thermique qui seront introduits par la suite, comme le gradient thermique en profondeur du domaine qui contrôle la propagation des fissures. Le modèle 1D ne prend en compte qu'un chargement uniforme constant en surface, si l'on choisit de prendre les paramètres du matériau pour représenter la propagation des fissures (les paramètres de Paris par exemple), la vitesse de propagation des fissures sera telle que la première fissure aura une taille tellement importante que très peu d'autres fissures ne pourront s'amorcer et l'hypothèse du maillon le plus faible s'appliquera, comme il a été observé sur l'éprouvette A26-133 des essais de multi-amorçage (paragraphe 2.3.5 du chapitre 2).

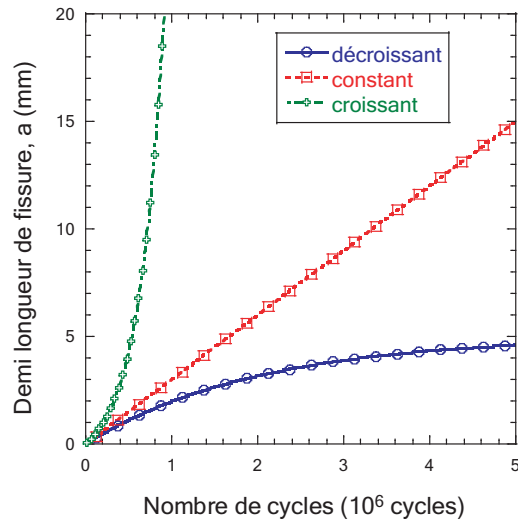


FIG. 3.12 : Demi-longueur de fissure en fonction du nombre de cycles pour 3 lois de vitesse de propagation de fissures

On choisit trois lois de propagation de fissures arbitraires afin de rendre compte de l'influence de chacune d'elle sur l'état du réseau de fissures résultant et de présenter les résultats du modèle probabiliste et la manière de les interpréter. Le choix de ces lois de propagation va être guidé par les 3 types d'horizon présentés sur la figure 3.10. Nous allons ainsi choisir une vitesse de propagation de fissures décroissante, constante et croissante en fonction du nombre de cycles (figure 3.12). Ainsi, une vitesse de propagation de fissure décroissante correspond au cas d'une propagation d'une fissure courte plus rapide qu'une fissure longue (figure 3.10(a)), une vitesse de propagation constante correspond au cas où toutes les fissures se propagent à la même vitesse (figure 3.10(b)), et enfin, une vitesse de propagation croissante, au cas où plus la fissure est grande, plus elle se propage vite (figure 3.10(c)). Les évolutions de la taille de fissure au cours des cycles sont :

- vitesse de propagation décroissante

$$a(N) = 5 \left[1 - \exp \left(\frac{-N}{2 \times 10^5} \right) \right],$$

- vitesse de propagation constante

$$a(N) = 3 \times 10^{-5} N,$$

- vitesse de propagation croissante

$$a(N) = \exp \left(\frac{N}{3 \times 10^5} \right) - 1.$$

avec a exprimé en mm.

5.4 Résultats du modèle probabiliste

Pour les trois types de lois de propagation de fissures, les calculs des grandeurs du modèle probabiliste ont été effectués (figures 3.14 et 3.15), avec les valeurs des paramètres du modèle données dans le tableau 3.1.

5.4.1 Analyse qualitative

Si l'on reprend la représentation schématique qui nous a permis de présenter le phénomène d'obscurcissement associé à la germination continue (figure 3.6), les 3 cas de loi de vitesses de propagation de fissures suivent les évolutions données par la figure 3.13. Ainsi, pour le cas d'une vitesse décroissante (figure 3.13.a)), on constate que toutes les

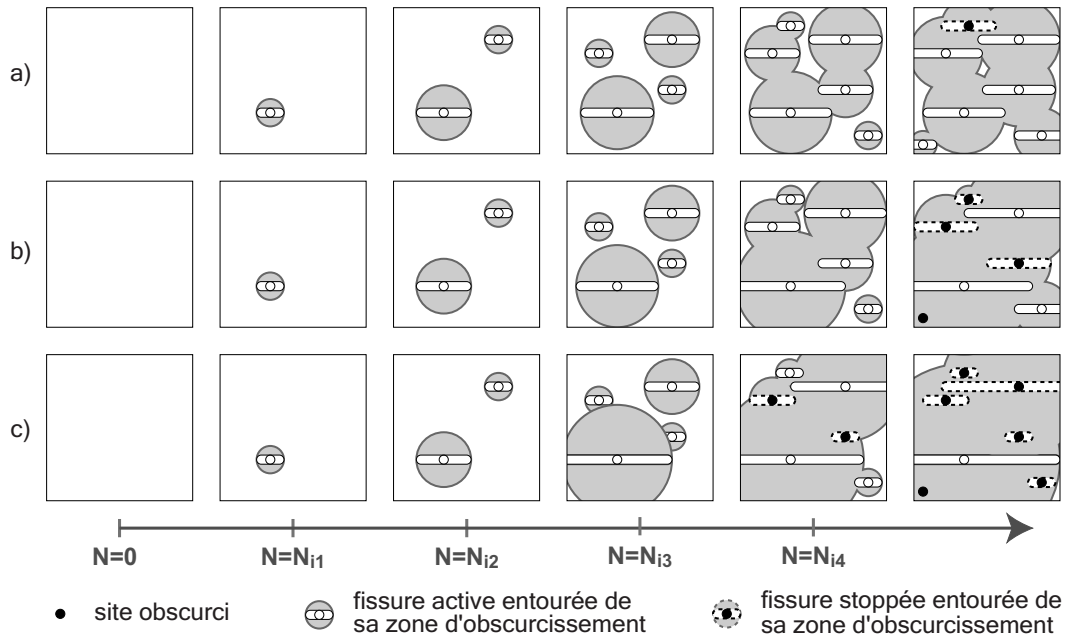


FIG. 3.13 : Évolution de la fissuration pour 3 types de loi de vitesse de propagation : a) vitesse décroissante, b) vitesse constante, c) vitesse croissante

fissures s'amorcent et que l'arrêt de certaines fissures commence à la dernière étape. À ce moment, on compte 6 fissures actives et 1 fissure arrêtée. Dans le cas d'une vitesse constante (figure 3.13.b)), à la dernière étape, un site n'a pas pu amorcer de fissure à cause de la zone d'obscurcissement de la première fissure amorcée qui a continué de se propager, comparé au cas précédent où elle s'était arrêtée à cause de la loi de propagation et où ce site avait pu amorcer une fissure. Au final, ce cas compte 3 fissures actives, 3 stoppées et un site obscurci. Enfin, dans le cas d'une vitesse de propagation croissante (figure 3.13.c)), l'augmentation de la taille des deux premières fissures amorcées ne permet pas la propagation des fissures amorcées après elles : les deux fissures amorcées en N_{i3} sont directement obscurcies en N_{i4} , et celle amorcée en N_{i4} est stoppée à l'étape finale. Cette configuration donne, au final, 1 fissure active, 5 fissures arrêtées et un site obscurci.

5.4.2 Probabilité d'obscurcissement

Comparons, pour commencer l'évolution de la probabilité d'obscurcissement (figure 3.14) pour les trois types de lois. La vitesse de propagation décroissante donne une évolution de P_{obs} la plus douce et la plus lente. Quant à celle associée à la vitesse croissante de propagation de fissure, elle présente une augmentation rapide de la valeur nulle à la valeur à saturation (i.e. $P_{obs} = 1$). Une vitesse de propagation de fissures constante

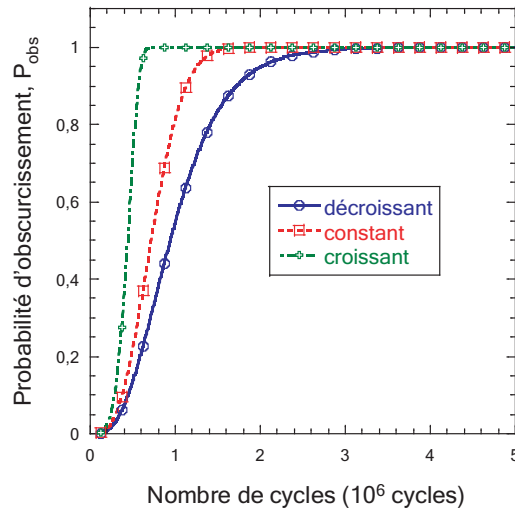


FIG. 3.14 : Évolution de la probabilité d'obscurcissement pour 3 types de vitesses de propagation de fissures

donne une évolution de la probabilité d'obscurcissement intermédiaire aux deux cas précédents. L'évolution de la probabilité d'obscurcissement est directement liée à l'évolution des tailles de zones d'obscurcissement ; or, une vitesse de propagation de fissure décroissante en fonction de la taille de la fissure empêche la propagation des grandes fissures donc limite l'existence des *grandes* zones d'obscurcissement. En effet, dans le cas présent, la demi-longueur de fissure ne dépassera jamais les 5 mm (figure 3.12), le domaine d'étude sera donc composé d'une multitude de zones d'obscurcissement de petites tailles, laissant toujours des zones non obscurcies permettant l'amorçage de nouvelles (petites) fissures.

Par contre, dans le cas d'une vitesse de propagation de fissure croissante, les premières fissures seront de plus en plus grandes et se propageront de plus en plus vite. Leur taille atteindra donc des valeurs telles que le domaine d'étude sera rapidement et totalement obscurci, ce qui explique l'évolution très rapide de la probabilité d'obscurcissement pour la vitesse croissante comparée aux deux autres cas, mais, même dans ce cas, plusieurs fissures peuvent être présentes dans le domaine d'étude. Le cas d'une évolution constante de la taille des fissures ne favorise pas la propagation d'une catégorie de fissure (courtes ou longues), toutes les fissures se propagent à la même vitesse, ainsi, les premières fissures amorcées seront toujours les plus grandes et continueront toujours leur propagation (contrairement au cas de la vitesse décroissante où les fissures longues sont stoppées). La probabilité d'obscurcissement tend donc vers sa valeur limite plus rapidement que celle du cas de vitesse décroissante.

Les cas extrêmes peuvent donc être cités ici afin de comprendre l'évolution de la probabilité d'obscurcissement. Pour une vitesse croissante de propagation de fissure, la probabilité d'obscurcissement tend vers sa valeur maximale à cause des premières fissures auxquelles sont associées des zones d'obscurcissement dont la taille croît très rapidement. Par contre, pour une vitesse décroissante, la probabilité d'obscurcissement tend vers 1 à cause de toutes les fissures qui obscurcissent tout le domaine moins par leur taille (qui reste limitée) que par leur nombre.

5.4.3 Densité de fissures

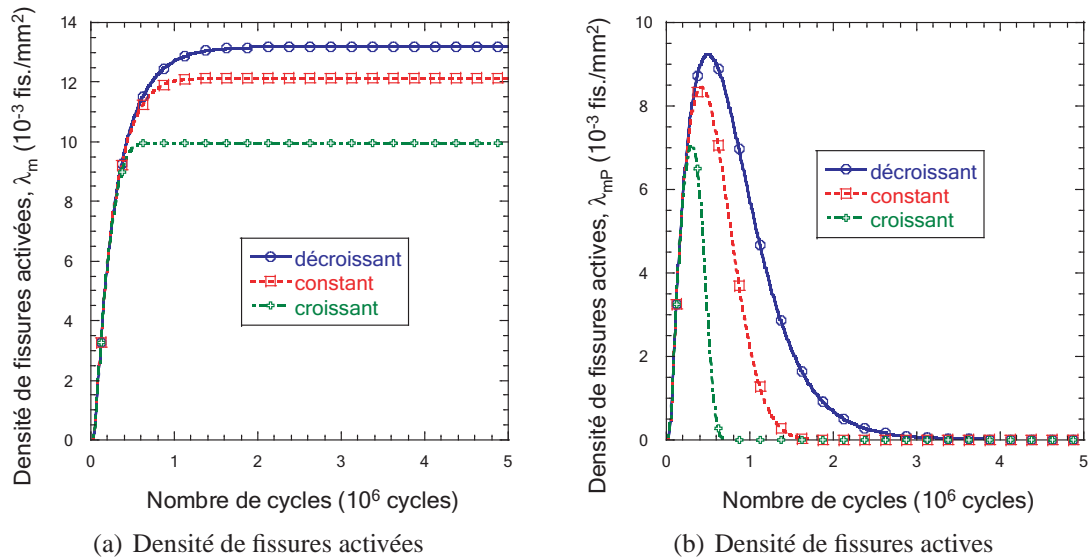


FIG. 3.15 : Évolution des densités de fissures pour 3 types de vitesse de propagation de fissures

L'évolution des densités de fissures activées (figure 3.15(a)) et actives (figure 3.15(b)) est liée à celle des probabilités d'obscurcissement, décrite dans le paragraphe précédent. Plus la vitesse de propagation augmente, plus la densité de fissures activées sature vite et plus la densité de fissures actives atteint rapidement son maximum avant de décroître, décroissance qui est d'autant plus rapide que les fissures se propagent vite. Ainsi, une vitesse de propagation de fissures décroissante présente une densité de fissures activées plus élevées au bout de 5 millions de cycles grâce à une évolution de la probabilité d'obscurcissement plus lente que celle associée à une vitesse de propagation croissante. L'évolution des tailles des zones d'obscurcissement étant moins rapide dans le premier cas pour un nombre de fissures identique, la place laissée pour l'amorçage de nouvelles fissures est plus importante dans le premier cas que dans le deuxième. De plus, le réseau de fissures associé à une loi de vitesse de propagation décroissante présentera, à un moment donné, plus de fissures actives que celui associé à une vitesse de propagation croissante, de même, les fissures actives s'arrêteront plus rapidement dans le deuxième cas.

Le réseau de fissures associé à une vitesse de propagation de fissure croissante présente peu de fissures (1 seule fissure dans le cas extrême) et sature plus vite que le réseau associé à une vitesse de propagation de fissure décroissante qui présente beaucoup plus de fissures et qui sature moins vite.

L'influence du module de Weibull m joue également un rôle important dans le modèle. Celui-ci est à relier directement à la dispersion du matériau. Plus m est grand, moins le matériau est *dispersif* et donc plus les sites auront tendance à amorcer dans un laps de *temps* réduit. Les grandeurs du modèle probabiliste évolueront d'autant plus rapidement que le module de Weibull m est élevé. Ainsi, un matériau dispersif donnera lieu à des réseaux de fissures de densité moins élevée mais celui-ci mettra plus de temps à se former.

L'approche probabiliste établie dans ce chapitre est ainsi capable de modéliser la formation d'un réseau de fissures. Ceux-ci sont définis à l'aide de 3 grandeurs que sont la probabilité d'obscurcissement et les densités de fissures activées et actives. L'étude faite montre que la loi d'évolution des tailles de fissures influe directement sur l'évolution des grandeurs du modèle et comme celle-ci est directement liée, entre autres, au chargement appliqué aux fissures, l'étude montre également la validité du modèle quant à sa dépendance au chargement.

6 Grandeurs caractéristiques

L'élaboration du modèle probabiliste a fait l'objet d'un article [Malésys *et al.*, 2006] (Annexe B) où un cas particulier d'évolution de fissure a été traité. Ce cas particulier consiste en la décomposition de la loi d'évolution des fissures a , en un produit de deux fonctions dépendant respectivement de la taille initiale de la fissure a_{init} et du couple nombre de cycles N et chargement $\Delta\sigma$

$$a(N - N_I, \Delta\sigma) = a_{init} \times \Psi(N - N_I, \Delta\sigma). \quad (3.32)$$

Il a été supposé que la taille à l'amorçage de la fissure est directement liée à la limite d'endurance $\Delta\sigma_\infty$

$$a_{init} = \Phi(\Delta\sigma_\infty), \quad (3.33)$$

et en considérant les deux cas extrêmes de la propagation des fissures

- taille de fissure constante $\Psi(0, \Delta\sigma) = 1$;
- propagation de la fissure qui correspond à la propagation de la première et plus grande fissure $\Psi(N - N_I, \Delta\sigma) = \Psi(N - N_{min}, \Delta\sigma)$,

deux bornes associées à la probabilité d'obscurcissement ont été introduites ($m > 2n$)

$$P_{obs}(N, \Delta\sigma) \geq 1 - \exp \left[-\frac{m}{m-2n} \left\{ \frac{\langle \Delta\sigma - \Delta\sigma_u(N) \rangle}{\Delta\sigma_c^*} \right\}^{m-2n} \right] \quad (3.34)$$

$$P_{obs}(N, \Delta\sigma) \leq 1 - \exp \left[-\frac{m}{m-2n} \left\{ \frac{\langle \Delta\sigma - \Delta\sigma_u(N) \rangle}{\Delta\sigma_c(N - N_{min}, \Delta\sigma)} \right\}^{m-2n} \right] \quad (3.35)$$

où $\Delta\sigma_c^*$ correspond à la contrainte caractéristique à l'amorçage qui dépend uniquement des paramètres de Weibull et de "Hall-Petch" et où $\Delta\sigma_c$ correspond à la contrainte caractéristique de propagation dépendant en plus de la loi de propagation de fissure

$$\Delta\sigma_c^* = \Delta\sigma_0 [\Delta\sigma_0 \sqrt{a_0} / K]^{2n} \quad \text{et} \quad \Delta\sigma_c = \Delta\sigma_c^* [\Psi(N - N_{min}, \Delta\sigma)]^{-\frac{n}{m-2n}} \quad (3.36)$$

où a_0 est une taille de fissure de référence. Deux bornes associées à la densité de fissures activées peuvent ainsi être déterminées

$$\frac{\lambda_m(N, \Delta\sigma)}{\lambda_c(N - N_{min}, \Delta\sigma)} \geq \left(\frac{m-2n}{m} \right)^{\frac{2n}{m-2n}} \gamma \left[\frac{m}{m-2n}; \frac{m}{m-2n} \left\{ \frac{\langle \Delta\sigma - \Delta\sigma_u(N) \rangle}{\Delta\sigma_c(N - N_{min}, \Delta\sigma)} \right\}^{m-2n} \right]$$

$$\frac{\lambda_m(N, \Delta\sigma)}{\lambda_c^*} \leq \left(\frac{m-2n}{m} \right)^{\frac{2n}{m-2n}} \gamma \left[\frac{m}{m-2n}; \frac{m}{m-2n} \left\{ \frac{\langle \Delta\sigma - \Delta\sigma_u(N) \rangle}{\Delta\sigma_c^*} \right\}^{m-2n} \right] \quad (3.37)$$

où γ est la fonction gamma incomplète définie par

$$\gamma[p; x] = \int_0^x t^{p-1} \exp(-t) dt \quad (3.38)$$

λ_c^* et λ_c sont les densités caractéristiques telles que

$$\lambda_c^* = \lambda_0 [\Delta\sigma_0 \sqrt{a_0}/K]^{\frac{2mn}{m-2n}} \quad \text{et} \quad \lambda_c = \lambda_c^* [\Psi(N - N_{min}, \Delta\sigma)]^{-\frac{mn}{m-2n}}. \quad (3.39)$$

Les grandeurs caractéristiques sont liées par une dernière relation

$$Z_{obs}(0, \Delta\sigma) \lambda_t [\Delta\sigma_c^*] = 1 \quad \text{et} \quad Z_{obs}(N - N_{min}, \Delta\sigma) \lambda_t [\Delta\sigma_c(N - N_{min}, \Delta\sigma)] = 1 \quad (3.40)$$

qui correspond à trouver en moyenne un site dans le domaine de taille $1/\lambda_c^*$ (respectivement $1/\lambda_c(N - N_{min}, \Delta\sigma)$).

7 Conclusion

La germination continue et le processus d'obscurcissement ont été présentés avant d'être adoptés comme les deux principales bases du modèle probabiliste de formation et de propagation de réseaux de fissures, qui une fois établi, a été appliqué à des cas d'étude afin de le valider qualitativement.

Dans un premier temps, quelques paramètres influents sur la germination continue ont été listés sur des cas simples. Ainsi, à partir d'un processus ponctuel de Poisson, la densité de fissures activables, λ_{tI} , prend en compte le chargement appliqué au domaine d'étude, le nombre de cycles permettant de modéliser les temps d'incubation nécessaires à chaque site pour amorcer une fissure, ainsi que l'hétérogénéité du matériau étudié au moyen des paramètres de Weibull.

Dans un deuxième temps, le processus d'obscurcissement a été ajouté à la germination continue et a permis de montrer comment le modèle probabiliste allait prendre en compte les conditions d'amorçage et d'arrêt des fissures grâce à l'horizon. Cette représentation spatio-temporelle permet de résumer toutes les conditions d'amorçage et d'arrêt de fissure pour un nombre de cycles donné. La deuxième grandeur du modèle a été introduite, la probabilité d'obscurcissement P_{obs} , qui représente la probabilité de trouver une fissure activée dans l'horizon d'un site d'amorçage de fissure ou d'une fissure et qui permet ainsi de déterminer si le site peut amorcer une fissure ou si la fissure peut continuer sa propagation.

Les grandeurs de sortie du modèle permettant la description de la formation et de la propagation de réseaux de fissures sont donc la probabilité d'obscurcissement, comparable au niveau de saturation du réseau ou à l'endommagement du matériau, ainsi que les densités de fissures. La densité de fissures activées à un instant N , λ_m , regroupe toutes les fissures qui se sont amorcées à des instants inférieurs ou égaux à N , qu'elles soient actives ou stoppées. C'est cette information qui est observable à un instant donné de maintenance des centrales nucléaires. La densité de fissures actives à l'instant N , λ_{mP} , regroupe, quant à elle, toutes les fissures qui continuent de se propager à l'instant N . C'est cette quantité

qui est primordiale pour caractériser la dangerosité (éventuelle) du réseau considéré lorsqu'il est toujours sollicité en fatigue thermique. La densité de fissures arrêtées à l'instant N , λ_{mS} , correspond à la différence des deux densités précédentes et regroupe toutes les fissures qui se sont stoppées à des instants inférieurs ou égaux à N .

Enfin, le modèle probabiliste a été testé sur 3 types de loi de propagation de fissures : vitesse de propagation décroissante, constante et croissante afin de le valider qualitativement. En effet, à ce niveau de développement du modèle, tous les éléments propres à la fatigue thermique n'ont pas encore été pris en compte, comme la présence d'un gradient de contraintes en profondeur de la structure sollicitée, il n'est donc pas encore possible de le valider quantitativement.

Chapitre 4

Prise en compte de la propagation en profondeur des fissures : modèle 1,5D

Une des particularités de la fatigue thermique est la présence d'un gradient de température dans l'épaisseur qui influe sur la propagation des fissures en profondeur comme en surface. Le but de ce chapitre est de présenter la manière dont la propagation des fissures en profondeur est prise en compte dans le modèle probabiliste écrit en surface.

Sommaire

1	Le chargement thermique et ses conséquences	83
2	Propagation des fissures	84
2.1	Hypothèses et principe de calcul	84
2.2	Profil du chargement	84
2.3	Loi de propagation	84
3	Zone d'obscureissement	88
3.1	Influence de la profondeur de fissure	88
3.2	Modélisation des tailles de zones d'obscureissement par calculs éléments finis	89
4	Résultats	96
4.1	Chargement de type SPLASH	96
4.2	Quelques bornes	98
4.3	Comparaison avec un chargement plus sévère	99

4.4	Seuil de non propagation de fissure	101
4.5	Influence des tailles de zone d'obscurcissement	102
4.6	Influence de la taille de fissure à l'amorçage	104
5	Distribution des tailles de fissures	107
5.1	Modèle incrémental	107
5.2	Modèle différentiel	110
5.3	Résultats	112
5.4	Récapitulatif	117
6	Conclusions	117

1 Le chargement thermique et ses conséquences

Le chapitre précédent a permis d'établir le modèle probabiliste de formation et de propagation de réseaux de fissures de fatigue thermique sous des hypothèses dont certaines vont être modifiées dans le présent chapitre. Le modèle 1D suppose un chargement constant, uniforme et unidirectionnel sur le domaine d'étude ainsi qu'une propagation unidirectionnelle des fissures uniquement à la surface du domaine d'étude. Or, un chargement de fatigue thermique imposé à une structure présente généralement un gradient thermique en profondeur qui se traduit par un gradient des contraintes dans la profondeur. Il est donc important et nécessaire de prendre en compte ce gradient des contraintes car il a une influence forte sur la propagation des fissures dans la profondeur mais également sur leur propagation en surface. Nous allons donc montrer dans ce chapitre comment ce gradient de contraintes va être pris en compte dans le modèle probabiliste et ainsi proposer la version 1,5D du modèle.

Tout d'abord, le modèle 1,5D garde les hypothèses de germination continue et de processus d'obscurcissement, et on considère toujours que l'amorçage des fissures et le processus d'obscurcissement ne se font qu'en surface de la structure. La prise en compte de la dimension supplémentaire ne se fait que sur la propagation des fissures en profondeur (figure 4.1) et non pas sur leur obscurcissement. En effet, on considère ici que l'arrêt de propagation des fissures par obscurcissement ne peut se faire qu'en surface. Ainsi, dès qu'une fissure est obscurcie en surface, sa propagation est stoppée en surface mais aussi en profondeur. On décompose la nomination 1,5D sous 3 phénomènes :

- 1D pour l'amorçage et la propagation unidirectionnels des fissures en surface,
- 0,5D pour la propagation en profondeur suivant la direction orthogonale au plan de la surface.

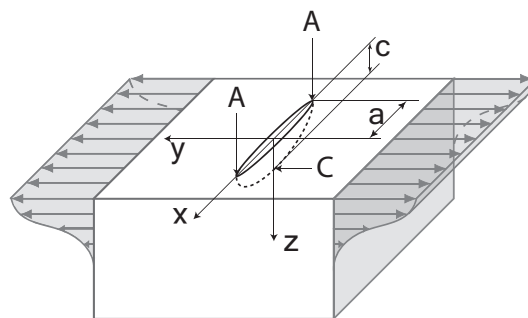


FIG. 4.1 : Géométrie de la fissure et du chargement du modèle 1,5D

Toutes les grandeurs présentées dans le chapitre précédent vont être conservées sous la même forme hormis celles qui sont directement fonction de la propagation des fissures comme la demi-longueur en surface des fissures, a , la profondeur des fissures, c (figure 4.1), et la taille des zones d'obscurcissement associées Z_{obs} .

2 Propagation des fissures

2.1 Hypothèses et principe de calcul

Dans le modèle 1D, les lois de propagation de fissures ont été choisies pour permettre de *tester* qualitativement les réponses du modèle. La particularité du modèle 1,5D est de prendre en compte le caractère spécifique du chargement thermique présentant un gradient des contraintes dans l'épaisseur et influant sur la propagation des fissures dans la profondeur. La principale hypothèse faite ici porte sur la forme de la fissure : dans tout le reste de l'étude, les fissures sont supposées de forme semi-elliptique.

Le chargement imposé à la structure est maintenant un nouveau paramètre qu'il faut prendre en compte pour déterminer les lois de propagation de fissures. L'hypothèse faite sur la forme des fissures permet de limiter l'étude de leur propagation aux seuls calculs des facteurs d'intensité des contraintes en pointe et en fond de fissure. Soit donc ΔK_{IA} le facteur d'intensité des contraintes en pointe de fissure (relatif à la propagation en surface a) et ΔK_{IC} le facteur d'intensité des contraintes en fond de fissure (relatif à la propagation en profondeur c), voir figure 4.1. Ces deux grandeurs dépendent uniquement des deux paramètres géométriques de la fissure a et c et du chargement appliqué supposé ne dépendre que de la profondeur.

2.2 Profil du chargement

Afin de déterminer les lois de propagation de la fissure, il faut s'imposer un chargement. Ces travaux ayant pour premier objectif de retrouver les résultats expérimentaux obtenus sur l'installation SAPLSH, nous choisissons d'utiliser, dans un premier temps, le chargement déterminé lors de la thèse de Maillot [2003] à partir de simulations thermomécaniques par éléments finis de ces mêmes essais où la loi de comportement élastoplastique, introduite au paragraphe 2.4.2 du chapitre 1, a été utilisée.

Le chargement obtenu est equibiaxial et autoéquilibré en profondeur (figure 4.2). La variation de contrainte (figure 4.2(c)) en fonction de la profondeur a été obtenue par différence de la contrainte calculée à l'instant le plus froid du cycle de trempe (i.e. à la fin de la trempe) (figure 4.2(a)) avec la contrainte calculée à l'instant le plus chaud du cycle de trempe (i.e. à la fin du réchauffement de l'éprouvette, juste avant le début de la trempe du cycle suivant) (figure 4.2(b)). Ce chargement sur un cycle présente une forte variation de contrainte en surface (environ 370 MPa), un fort gradient dans les premiers millimètres de l'épaisseur pour gagner une zone de compression qui se prolonge jusqu'à la moitié de la profondeur. L'autre moitié présente le même cas de chargement, l'éprouvette SPLASH permettant la réalisation de réseaux de fissures sur deux faces opposées. La présence de ce gradient et surtout de cette zone de compression en profondeur aura certainement tendance à ralentir la propagation de la fissure voire à la stopper.

2.3 Loi de propagation

Comme nous venons de le préciser, la présence du gradient de contrainte dans l'épaisseur entraîne la formation de fissures semi-elliptiques dont les rapports de forme de fis-

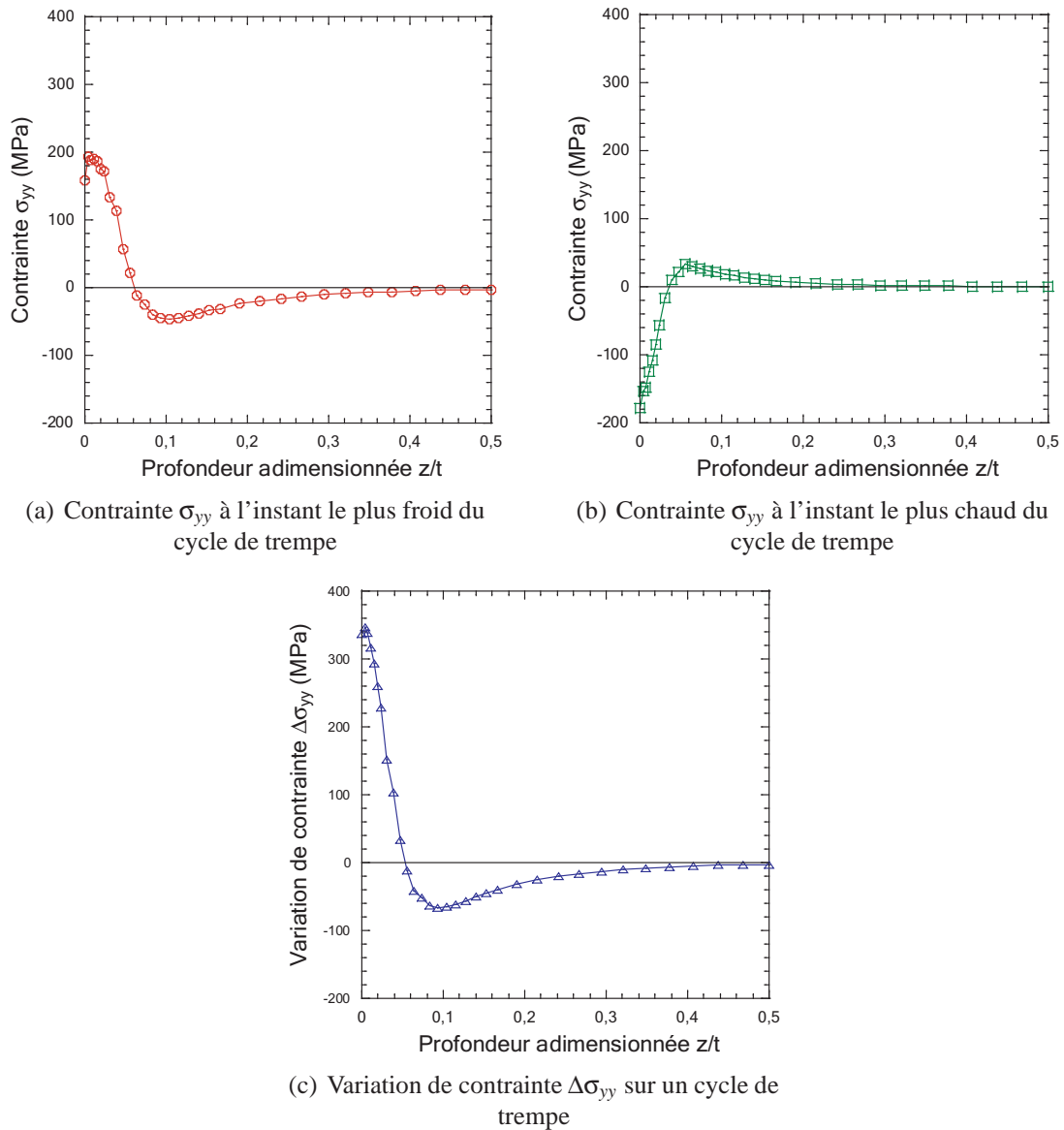


FIG. 4.2 : Contrainte calculée à différents instants de la trempe SPLASH [Maillot, 2003]

sures (i.e., profondeur/longueur) peuvent devenir très faibles ($< 0,2$). Dans de tels domaines, les équations classiques [Murakami, 1987] donnant les facteurs d'intensité des contraintes en pointe et en fond de fissure ne sont plus valables. Wang et Lambert [1995] présentent une méthode basée sur l'utilisation des fonctions poids, obtenues par calculs par éléments finis, aboutissant à l'écriture des facteurs d'intensité des contraintes pour des rapports de forme compris entre 0 et 1. Une des exigences de cette méthode est l'adoption d'un profil de contrainte sous la forme d'un polynôme de degré maximum 3. Une approximation polynomiale de la variation du chargement (figure 4.2) a donc été établie

$$\frac{\Delta\sigma_{yy}}{\Delta\sigma_{SPLASH}} = -529,8 \left(\frac{z}{t}\right)^3 + 213,3 \left(\frac{z}{t}\right)^2 - 28,3 \left(\frac{z}{t}\right) + 1 \quad (4.1)$$

où $\Delta\sigma_{SPLASH} = 370$ MPa et t est l'épaisseur de l'éprouvette ($t = 30$ mm). Cette approximation a été faite pour des profondeurs telles que $z/t \leq 0,16$. En effet, nous verrons par la suite que les profondeurs de fissures ne dépassent jamais de telles profondeurs et qu'il n'est donc pas nécessaire de proposer une approximation qui prenne en compte toute la demi-épaisseur de l'éprouvette (d'ailleurs, l'évolution de la contrainte dans toute la profondeur ne permet pas d'être modélisée correctement par un polynôme de degré 3).

Les facteurs d'intensité des contraintes dépendent du chargement appliqué mais aussi de la forme de la fissure. Comme les fissures évoluent au cours du temps, on considère une loi de propagation de fissures de type Paris dépendant des deux paramètres a et c

$$\frac{da}{dN} = C [\Delta K_{IA}(a, c)]^p \quad \text{et} \quad \frac{dc}{dN} = C [\Delta K_{IC}(a, c)]^p \quad (4.2)$$

avec $C = 3,74 \times 10^{-10} \text{ mm}/(\text{MPa}\sqrt{\text{m}})^{-p}/\text{cycle}$ et $p = 4,04$ pour un acier AISI 304 L à 320°C [Maillot, 2003]. La résolution de ce système d'équations différentielles est réalisée grâce au logiciel SIDOLO [Pilvin, 1994]. En appliquant le chargement défini précédemment, les facteurs d'intensité de contraintes en pointe de fissure ΔK_{IA} et en fond de fissure ΔK_{IC} sont connus (figure 4.3(a)). Les résultats de ces calculs sont donnés sur la figure 4.3(b). Quand le nombre de cycles est petit (i.e., au début du chargement cyclique) la fissure se propage en surface et en profondeur à la même vitesse. Dès que la profondeur atteint la zone où le chargement change de signe, la vitesse de propagation en profondeur de la fissure diminue, ce qui amène à un arrêt en profondeur. Les conditions initiales pour la fissure sont $a = c = 0,067$ mm, c'est-à-dire que la fissure est considérée comme semi-circulaire. Durant le chargement cyclique, la fissure reste semi-circulaire jusqu'à environ 1 million de cycles puis tend rapidement vers une forme elliptique durant le million de cycles suivant (figure 4.4 et figure 4.5). Les figures 4.3(a) et 4.3(b) prouvent que la profondeur des fissures ne dépassera pas les 5 mm. L'approximation du chargement en profondeur sur les 5 premiers millimètres se justifie donc. De plus, la décroissance du facteur d'intensité des contraintes en surface, ΔK_{IA} , aux environs des 6 millions de cycles est due à l'arrêt de la propagation de la fissure en profondeur ralentissant ainsi la propagation en surface.

Remarque : les tailles en surface et en profondeur des fissures présentées par la suite seront les résultats d'approximations par des fonctions polynomiales des résultats donnés par le modèle de Wang et Lambert [1995]. En effet, la programmation numérique du modèle probabiliste nécessite une écriture analytique des tailles de fissures afin de pouvoir

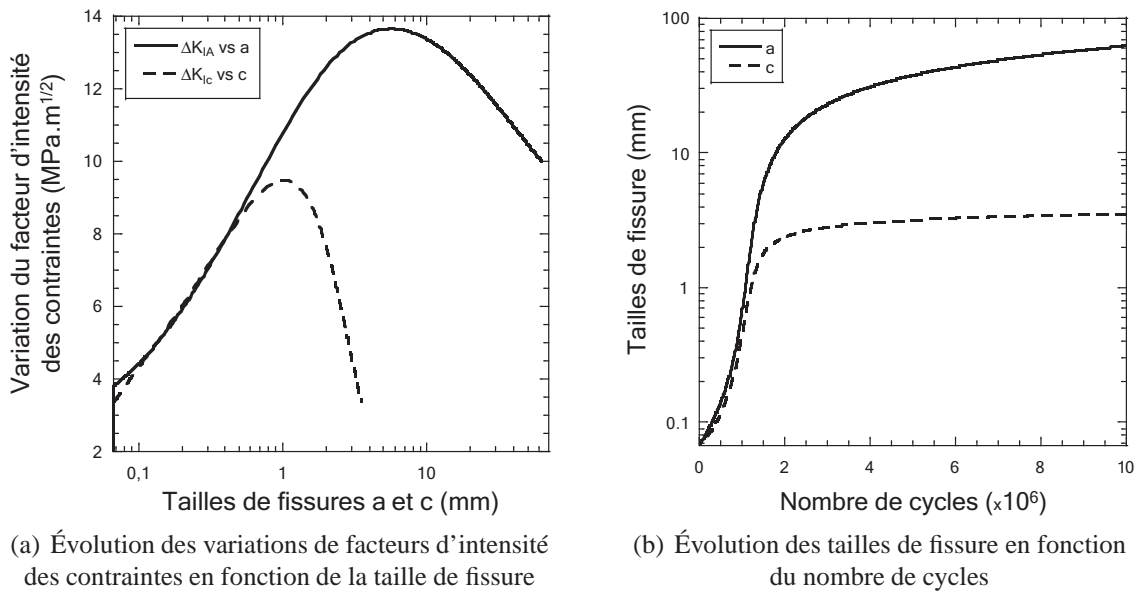


FIG. 4.3 : Propagation d'une fissure dans les conditions de chargement SPLASH

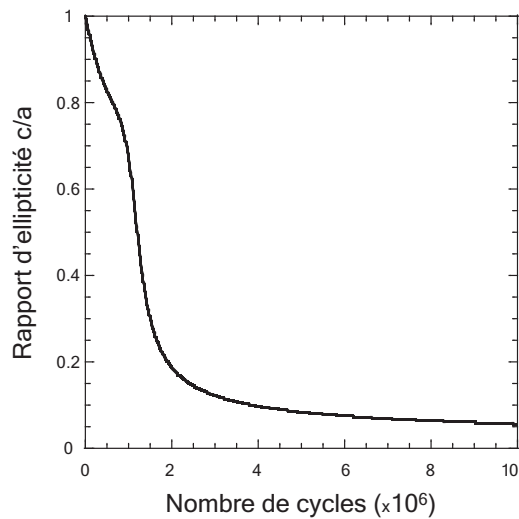


FIG. 4.4 : Évolution du rapport d'ellipticité de la fissure en fonction du nombre de cycles

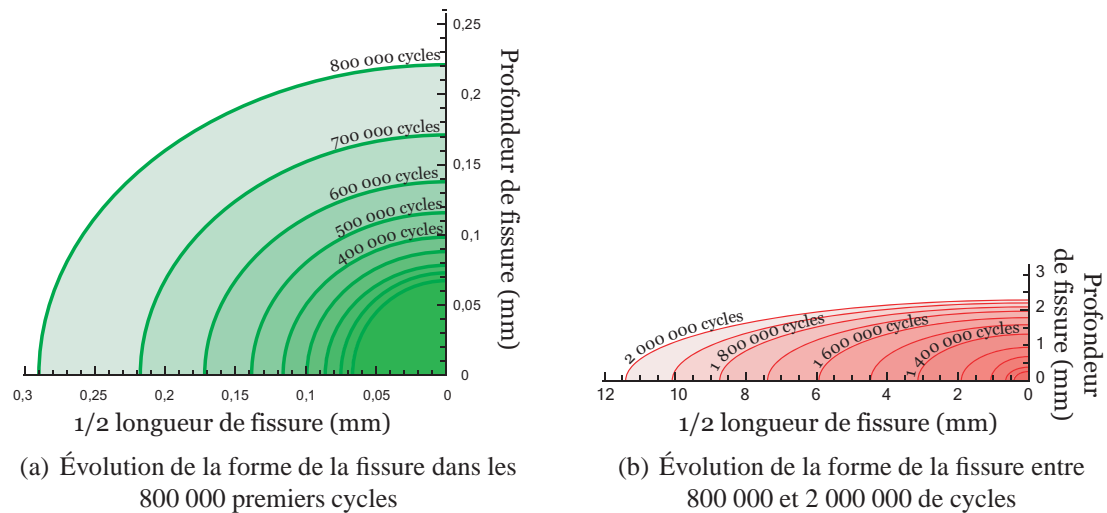


FIG. 4.5 : Évolution de la forme de la fissure au cours des cycles

réaliser numériquement les calculs d'intégrales nécessaires à l'obtention de la probabilité d'obscurcissement. Les détails des approximations sont donnés en Annexe C.

3 Zone d'obscurcissement

Maintenant que les fissures sont considérées de manière plane, la demi-longueur de la fissure n'est plus le seul paramètre influent sur la taille des zones d'obscurcissement (i.e. des zones de relaxation des contraintes). Cette partie se propose donc d'étudier l'influence couplée de la profondeur et de la longueur en surface d'une fissure sur la taille de la zone d'obscurcissement avant de l'introduire adéquatement dans le modèle probabiliste. Cette partie est issue du travail de stage de Master de Koutiri [2007].

3.1 Influence de la profondeur de fissure

Dans le cas du modèle 1D, les tailles de zones d'obscurcissement étaient calculées pour des cas de fissures débouchantes au travers d'une plaque. Dans notre cas, la relation (3.31) n'est plus applicable car la profondeur de la fissure a une influence sur la taille de la zone de relaxation des contraintes en surface. La figure 4.6 représente l'évolution de la taille de la zone de relaxation des contraintes dans la direction du chargement ($\sigma_{zz} \leq 0,5\sigma_{app}$) d'une structure élastique soumise à un chargement de traction uniaxiale suivant la direction z pour plusieurs profondeurs de fissures c (suivant y) à demi-longueur en surface a (suivant x) constante. La principale conclusion de cette courbe est une augmentation des tailles de zones de relaxations des contraintes avec l'augmentation de la profondeur de fissure. Il est donc nécessaire de prendre en compte les tailles de fissures (demi-longueur en surface, a , et profondeur c) dans la détermination des tailles de zones d'obscurcissement.

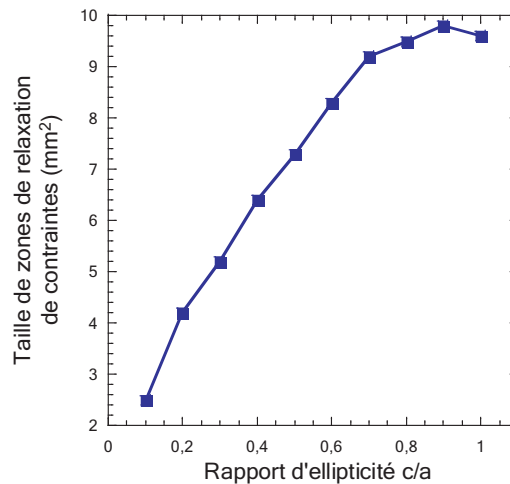


FIG. 4.6 : Influence de la profondeur de fissure sur la taille des zones de relaxation des contraintes en surface ($\sigma_{seuil} = 0,5\sigma_{app}$)

3.2 Modélisation des tailles de zones d'obscurcissement par calculs éléments finis

3.2.1 Maillage

Une étude paramétrique a donc été menée afin d'étudier les tailles de zones de relaxation des contraintes pour plusieurs tailles de fissure. La géométrie utilisée pour réaliser ce calcul est un huitième de cylindre représentant un élément de volume de l'éprouvette SPLASH dans laquelle une fissure est située au milieu de la face aspergée (figure 4.7). Cette géométrie est divisée en plusieurs zones afin de faciliter la gestion du raffinement du maillage. Le maillage final est donné sur la figure 4.8(a) dont le détail de la zone fissurée est donné sur la figure 4.8(b). Les éléments utilisés sont à interpolation quadratique du champ de déplacement.

3.2.2 Calcul Thermique

Le chargement appliqué au maillage est de type thermique et a été déterminé à partir des mesures faites sur l'essai SPLASH [Amiable, 2005]. Les conditions aux limites pour le calcul thermique sont les suivantes (figure 4.9) :

- flux nul F_{nul} sur les deux surfaces de symétrie du quart de cylindre ;
- température imposée T_{imp} sur la face arrière du quart de cylindre ;
- flux simulant le spray F_{jet} sur la zone de trempé ;
- flux d'air F_{air} sur le reste de la face avant du cylindre ;
- flux d'air F_{air} sur la face latérale du cylindre ;
- source volumique Q_{vol} dans tout le volume pour simuler le chauffage continu par effet Joule de l'éprouvette SPLASH.

La loi de comportement associée au matériau est élastique isotrope. Le cycle de trempé imposé pour le calcul est donné sur la figure 4.10 et se décompose en :

- diminution du flux F_{jet} de F_{air} à F_{max} (durée $T_1 = 0,02$ s) ;

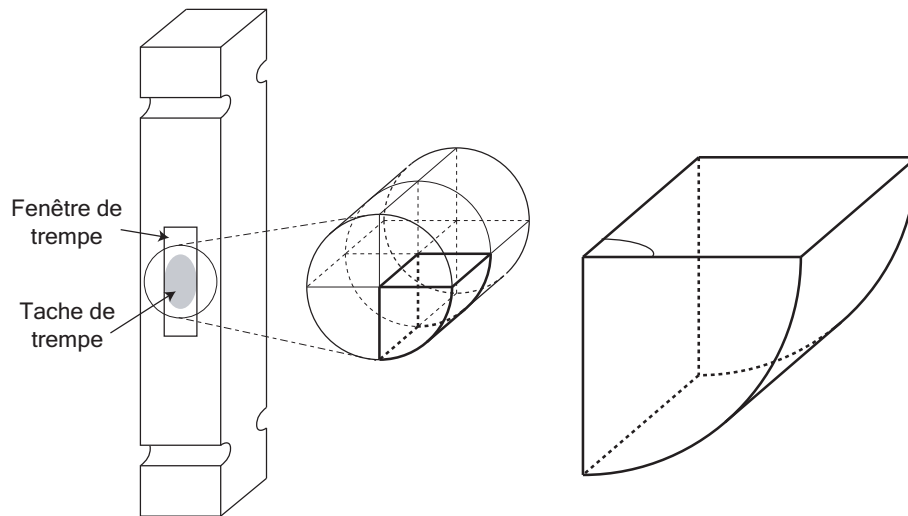
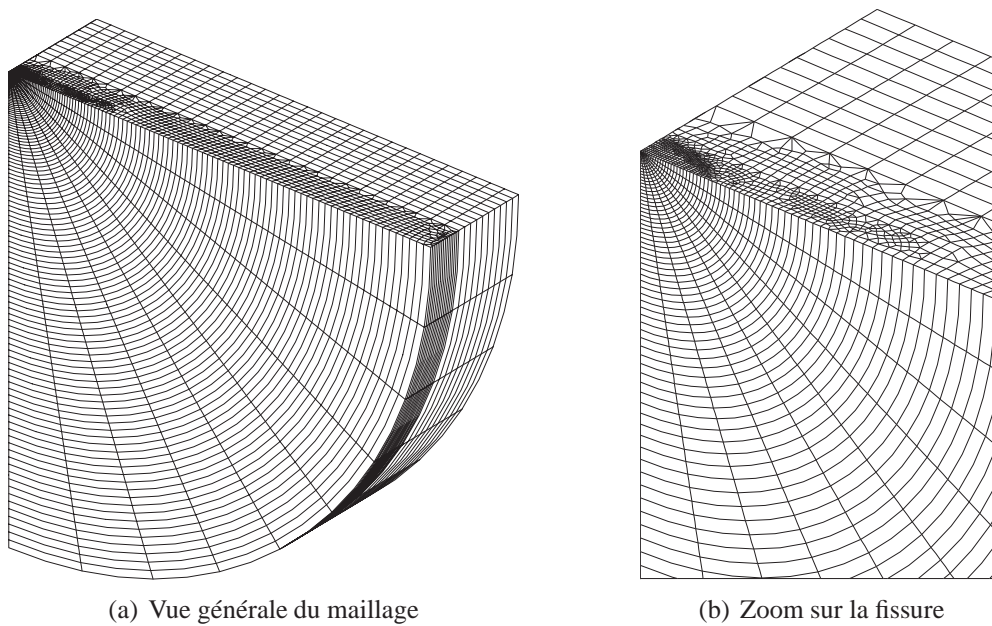


FIG. 4.7 : Géométrie du maillage utilisé pour le calcul des tailles de zones de relaxation des contraintes



(a) Vue générale du maillage

(b) Zoom sur la fissure

FIG. 4.8 : Maillage de la géométrie utilisée pour les calculs de tailles de zones d'obscurcissement

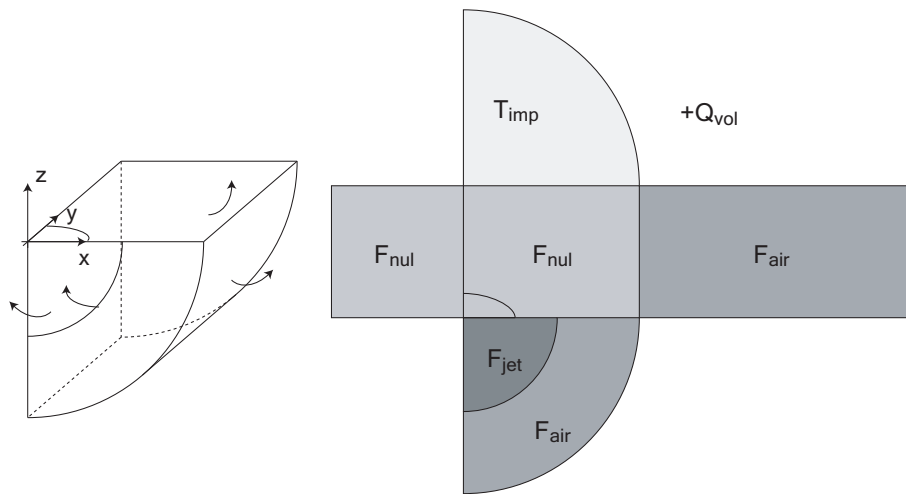


FIG. 4.9 : Conditions aux limites pour le calcul de thermique

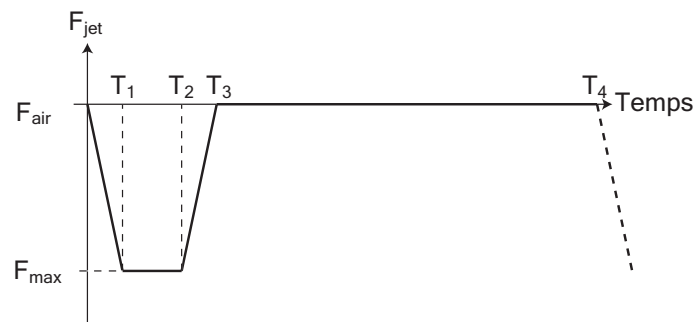


FIG. 4.10 : Évolution du flux du spray F_{jet} sur un cycle

- maintien du flux F_{jet} à la valeur F_{max} (durée $T_2 = 0,21$ s) ;
- augmentation du flux F_{jet} de F_{max} à F_{air} (durée $T_3 = 0,02$ s) ;
- maintien du flux F_{jet} à la valeur F_{air} (durée $T_4 = 7,5$ s).

Au total, un cycle a une durée de 7,75 s comme durant l'essai SPLASH. Amiable [2005] a montré qu'au bout de quelques cycles, une stabilisation des champs de température est observée à la fin de chaque cycle. Dans notre cas d'étude paramétrique, un seul cycle a été réalisé car les différences observées avant stabilisation sur le champ de température sont assez faibles. De plus, pour simplifier l'étude, la taille de la fenêtre de trempe a été largement surdimensionnée de manière à avoir un champ de contrainte à peu près homogène en surface au niveau de la fissure. La figure 4.11 représente les champs de température à différents instants de la trempe. À l'instant initial (figure 4.11(a)), la température sur

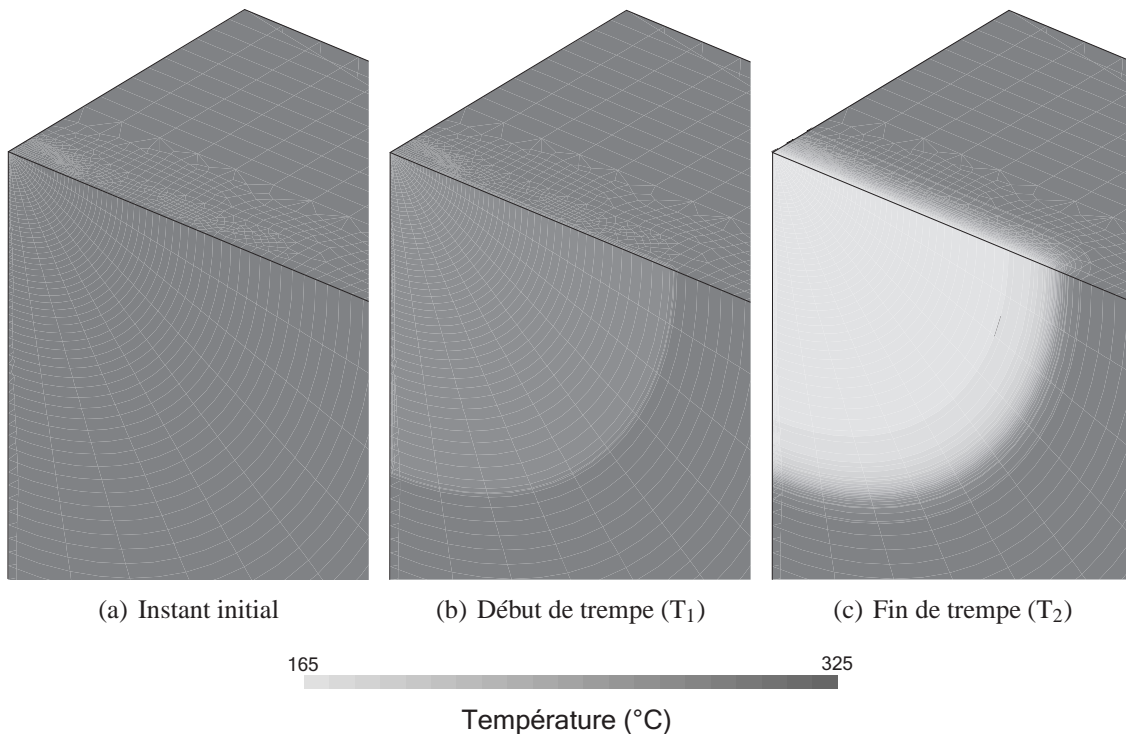


FIG. 4.11 : Champ de température au niveau de la surface de trempe à l'état initial, en début et en fin de trempe

l'éprouvette est homogène et égale à 325°C. Au début de la trempe (figure 4.11(b)), la zone de trempe commence à voir sa température diminuer en surface (environ 300°C) puis, en fin de trempe (figure 4.11(c)), la surface soumise à la trempe a une température d'environ 165°C. Un gradient de température sur le bord de la fenêtre de trempe ainsi qu'en profondeur s'est créé à cause d'une faible conductivité thermique du matériau.

3.2.3 Passage du champ de température au champ des contraintes

À partir des résultats du calcul de thermique, un passage du champ de températures au champ mécanique a été réalisé afin de pouvoir visualiser et étudier les zones de relaxation

des contraintes. Une loi élastique isotrope a donc été utilisée avec les conditions aux limites mécaniques suivantes (figure 4.12) :

- déplacements bloqués suivant la direction x de la face gauche (imposés par la condition de symétrie) ;
- déplacements bloqués suivant la direction y de la face arrière (imposés par la condition de symétrie) ;
- déplacements bloqués suivant la direction z de la face haute (imposés par la condition de symétrie), hormis le front de fissure dont les déplacements restent libres ;
- les autres faces ont des déplacements libres.

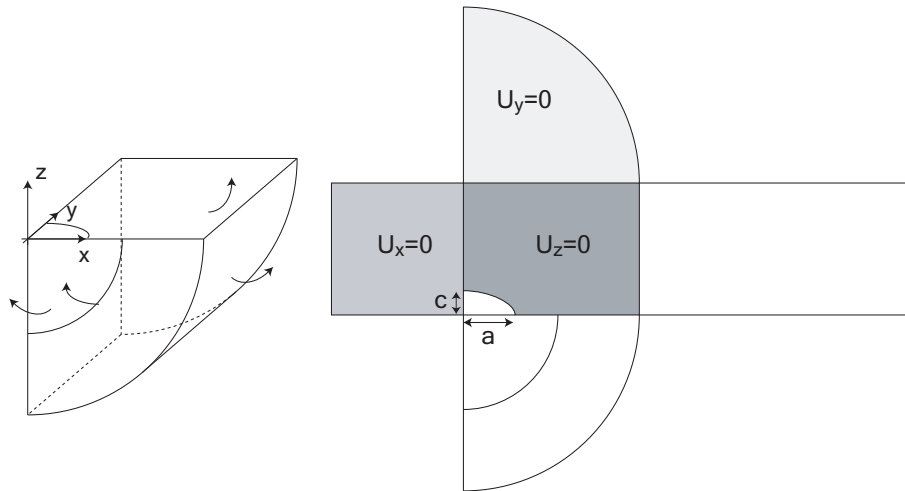


FIG. 4.12 : Conditions aux limites pour le calcul mécanique

L'instant le plus contraignant pour la structure correspond à la fin de la trempe (T_2). C'est à cet instant que les champs de contraintes vont être déterminés afin d'évaluer les tailles des zones de relaxation de contraintes. La figure 4.13 donne le champ de contrainte σ_{zz} de la zone aspergée en fin de trempe pour différents rapports de forme de fissures.

3.2.4 Résultats et discussions

Différents rapports d'ellipticité de fissure ont été choisis afin de donner une évolution des tailles de zones d'obscurcissement pour plusieurs formes de fissures. Toutefois, les tailles de fissure ne sont pas quelconques, elles correspondent aux tailles calculées au paragraphe précédent, ainsi, un rapport d'ellipticité de 1 correspond à $a = c = 0,067$ mm, et un rapport de 0,5 à une taille de fissure telle que $a = 3,373$ mm et $c = 1,354$ mm (voir figure 4.3 et 4.4). De même, plusieurs seuils de contraintes ont été étudiés pour mesurer les tailles des zones d'obscurcissement, sachant que les zones de relaxation de contraintes sont considérées comme des zones d'obscurcissement lorsque la contrainte en tout point est inférieure à une contrainte seuil. La figure 4.14 présente l'évolution des tailles de zones d'obscurcissement pour différentes valeurs de seuil de contrainte et pour différents rapports d'ellipticité de fissures. On constate que plus le seuil de contrainte est faible plus la taille de la zone d'obscurcissement est faible pour tous les rapports d'ellipticité de fissures. De plus, plus le rapport d'ellipticité de fissure est petit (i.e. plus les tailles de

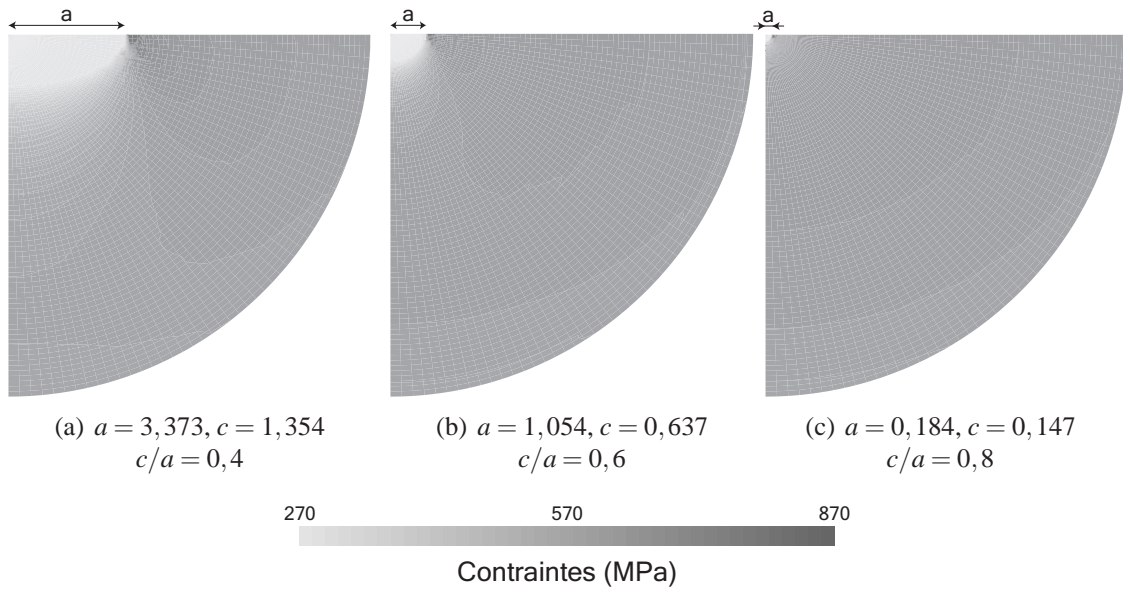


FIG. 4.13 : Champ de contrainte σ_{zz} au niveau de la zone aspergée en fin de trempe pour différentes tailles de fissures (les tailles a et c sont données en mm)

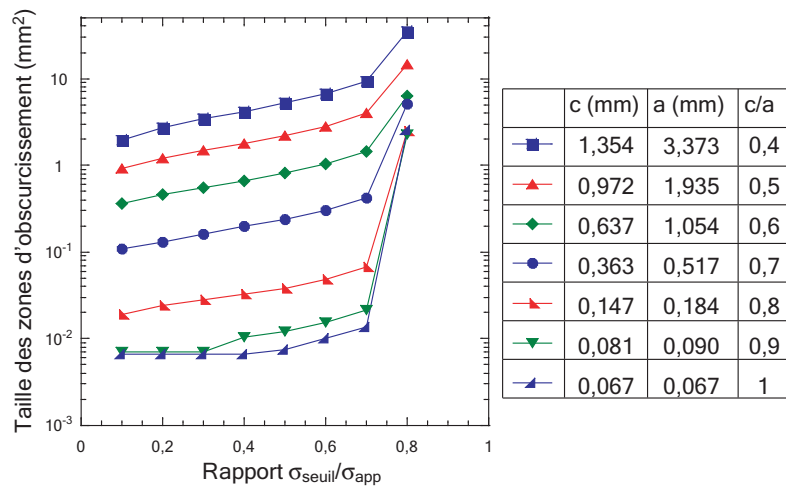


FIG. 4.14 : Évolutions des tailles de zones d'obscurcissement en fonction de la valeur de seuil de contrainte et du rapport d'ellipticité des fissures

fissures sont grandes), plus les tailles de zones d'obscurcissement sont grandes à valeur seuil de contrainte identique, ce qui confirme le fait que plus une fissure est grande, plus la zone de relaxation des contraintes autour d'elle est grande. Intéressons-nous maintenant au choix de la valeur du seuil de contrainte à prendre en compte. La figure 4.15(a) reprend les différentes valeurs de tailles de zones d'obscurcissement pour différents seuils de contrainte et pour un rapport d'ellipticité de fissure de 0,4. Une valeur théorique de

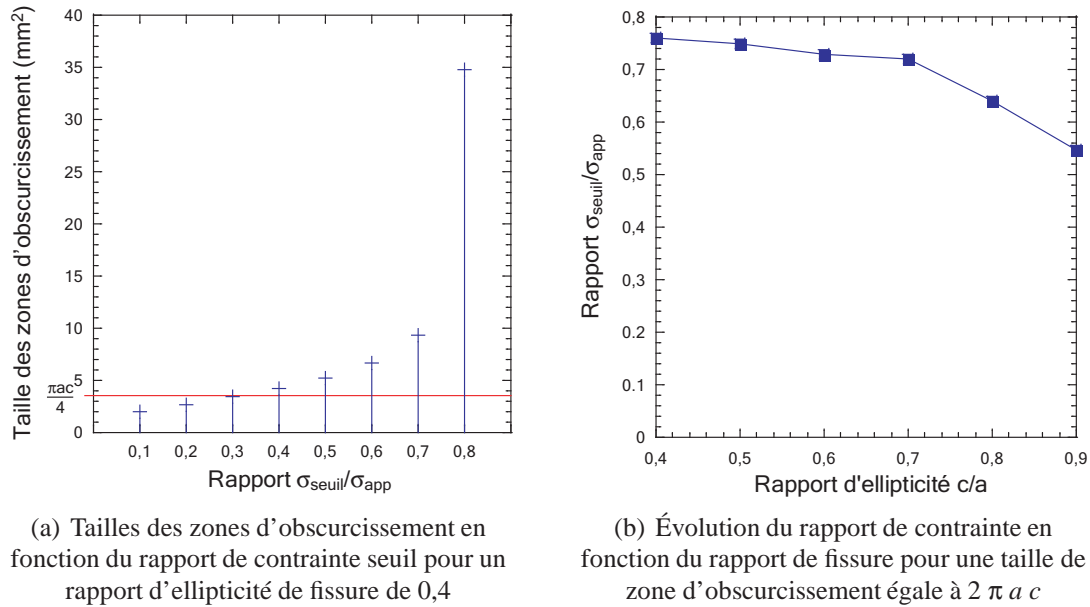


FIG. 4.15 : Influence du rapport d'ellipticité et du rapport de contrainte sur les tailles de zone d'obscurcissement

taille de zone d'obscurcissement a été ajoutée aux valeurs obtenues par calculs éléments finis. Celle-ci reprend de la manière la plus simple qui soit l'hypothèse que l'on pourrait faire sur l'évolution de la taille de zone d'obscurcissement en considérant que cette taille n'est fonction uniquement que de la taille de la fissure à savoir

$$Z_{\text{obs}}(a, c) = \pi a c. \quad (4.3)$$

L'intérêt de cette relation est qu'elle s'inspire fortement de la modélisation des tailles de zone d'obscurcissement utilisée dans le modèle 1D, et qu'elle prend en compte le fait que plus la fissure est grande et/ou profonde, plus la taille de zone d'obscurcissement est importante. Toutefois, cette modélisation, pour un rapport de forme de fissure de 0,4 (figure 4.15(a)), équivaut à un rapport de seuil de contrainte sur contrainte appliquée de 0,3. Comme le chargement appliqué dans le cas du modèle probabiliste est très proche de la limite d'endurance, la prise en compte d'une telle modélisation des tailles de zone d'obscurcissement ne serait pas assez sévère et permettrait la propagation et l'amorçage de beaucoup trop de fissures. Afin de corriger ce problème, il est choisi de prendre un rapport de seuil de contrainte sur contrainte imposée aux environs de 0,7 qui correspondrait à prendre une loi de taille de zone d'obscurcissement sous la forme

$$Z_{\text{obs}}(a, c) = 2 \pi a c. \quad (4.4)$$

La figure 4.15(b) montre l'influence des tailles de fissures (i.e. du rapport d'ellipticité de fissure) sur le rapport de contrainte $\sigma_{seuil}/\sigma_{app}$ pour une taille de zone d'obscurcissement égale à $2\pi a c$. Celui-ci reste proche de la valeur choisie, $\sigma_{seuil}/\sigma_{app} = 0,7$ pour les différents rapports d'ellipticité.

Remarque : Par la suite, le modèle adoptera cette modélisation par soucis de simplicité dans la mise en place du modèle probabiliste. Toutefois, cette modélisation ne prend pas en compte de manière rigoureuse l'évolution réelle des tailles de zone d'obscurcissement. Il est en effet très difficile de déterminer la valeur de la contrainte seuil à partir de laquelle une zone de relaxation de contraintes sera considérée comme étant une zone d'obscurcissement. De plus, le chargement joue également un rôle dans les tailles de ces zones. Ce choix permet quand même de prendre en compte l'influence des tailles en surface et en profondeur de la fissure sur les tailles de zone d'obscurcissement de manière satisfaisante.

4 Résultats

Dans cette partie, les résultats du modèle probabiliste sont présentés pour un chargement de type SPLASH et comparés à des conditions de chargement plus sévères. Des bornes des différentes grandeurs sont aussi introduites. On rappelle ci-dessous les différentes grandeurs du modèle. La probabilité d'obscurcissement P_{obs} s'écrit

$$P_{obs}(N) = 1 - \exp \left[- \int_{N_{min}}^N \frac{d\lambda_{tI}(\tilde{N})}{d\tilde{N}} Z_{obs}(N - \tilde{N}) d\tilde{N} \right]. \quad (4.5)$$

La densité de fissures (ou densité de fissures activées) s'écrit

$$\lambda_m(N) = \int_{N_{min}}^N \frac{d\lambda_{tI}(N_I)}{dN_I} [1 - P_{obs}(N_I)] dN_I. \quad (4.6)$$

La densité de fissures qui se propagent (ou densité de fissures actives) s'écrit

$$\lambda_{mP}(N) = \lambda_m \times [1 - P_{obs}(N)]. \quad (4.7)$$

Ces expressions sont identiques au cas précédent (modèle 1D). La seule différence est donnée par l'équation de la taille de zone d'obscurcissement Z_{obs} .

4.1 Chargement de type SPLASH

Les conditions de chargement SPLASH, présentées dans le paragraphe 2.2, sont appliquées au modèle. Les premiers résultats correspondent à la propagation des fissures, phénomène décrit dans le paragraphe 2.3. Ces résultats apparaissent comme des variables du modèle nécessaires pour le calcul de la probabilité d'obscurcissement, de la densité de fissures et de la densité de fissures actives. L'évolution de la probabilité d'obscurcissement en fonction du nombre de cycles est donnée sur la figure 4.16(a). La figure 4.16(b) donne l'évolution correspondante des densités de fissures, λ_m , et de fissures actives λ_{mP} .

Au début du chargement, la probabilité d'obscurcissement est égale à zéro à cause de l'absence de fissure dans l'échantillon et donc à l'absence de zone d'obscurcissement.

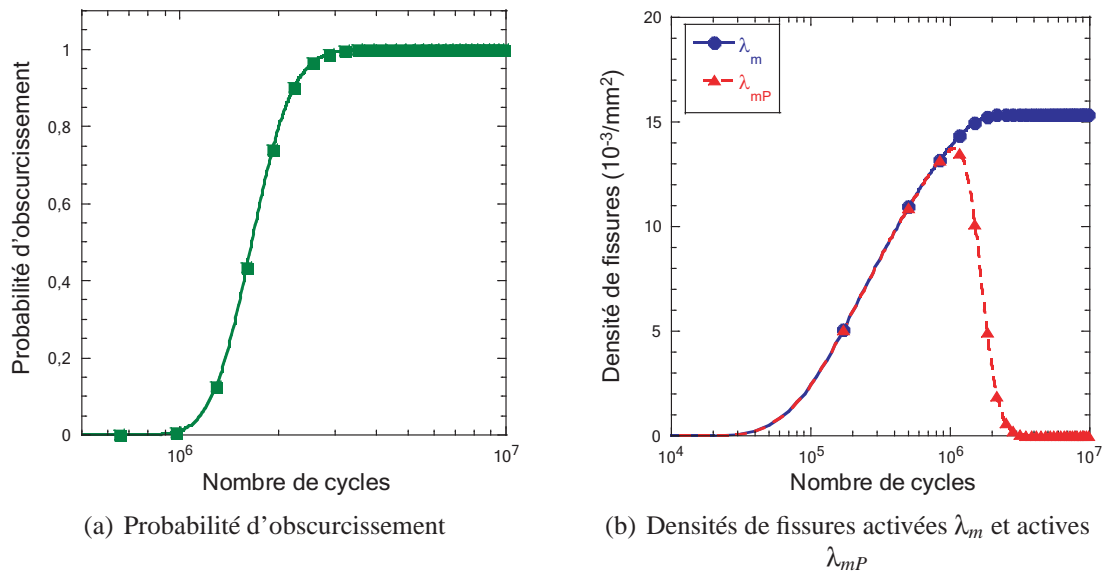


FIG. 4.16 : Résultats du modèle 1,5D pour un chargement de type SPLASH

Les deux densités de fissures sont aussi nulles. Dès que le nombre de cycles atteint le nombre de cycles minimum (i.e., $N = N_{min}$), correspondant à l'amorçage de la première fissure, les trois grandeurs commencent à évoluer. Quand la première fissure est amorcée, une zone d'obscurcissement apparaît autour d'elle et la probabilité d'obscurcissement, qui est une fonction croissante de la taille de la zone d'obscurcissement, augmente. À partir de ce moment, de nouvelles fissures continuent à s'amorcer avec la création de nouvelles zones d'obscurcissement et les premières fissures créées se propagent entraînant avec elles l'augmentation de leurs tailles de zone d'obscurcissement respective. Ce phénomène est aussi accompagné par l'arrêt des fissures qui se retrouvent dans les zones d'obscurcissement des autres fissures et par l'impossibilité de certains sites à amorcer de nouvelles fissures à cause de la présence des zones de relaxation des contraintes à proximité.

Pour commencer, le nombre de fissures arrêtées est moins important que le nombre de nouvelles fissures amorcées, ce qui est confirmé par l'augmentation de la densité de fissures actives λ_{mP} . L'augmentation des fissures arrêtées comparée à l'augmentation du nombre de nouvelles fissures est justifiée par la différence de plus en plus importante entre ces deux densités (figure 4.16(b)). Le maximum de la densité de fissures actives correspond au nombre de cycles tel que l'incrément de fissures arrêtées devient supérieur à celui des fissures amorcées. À partir de ce moment, la densité de fissures actives diminue et tend vers une valeur nulle, la probabilité d'obscurcissement tend vers 1 (i.e., le domaine d'étude est de plus en plus obscurci) et la densité de fissures sature. Remarquons que la probabilité d'obscurcissement, la densité de fissures et la densité de fissures actives sont des grandeurs relatives à la surface, de par la nature du réseaux de fissures de fatigue thermique. D'autre part, la propagation, elle-même, tient compte de la variation en profondeur du champ de contrainte (voir paragraphe 2.2).

4.2 Quelques bornes

Dans cette partie, une borne supérieure de la probabilité d'obscurcissement et des bornes inférieures des densités de fissures activées et actives vont être déterminées. Supposons que la profondeur de fissure c soit égale à la profondeur maximale c_{max} de fissure calculée précédemment. À partir de la figure 4.3(a), si un seuil de non propagation ΔK_{th} est adopté, pour toute valeur de ΔK_{IC} en-dessous de ce seuil la fissure ne peut plus se propager, la valeur maximale de la profondeur de fissure c_{max} s'écrit donc

$$c_{max} = c(\Delta K_{IC} = \Delta K_{th}). \quad (4.8)$$

À partir de cet instant, ΔK_{IA} est à peu près constant pour toute valeur de a . Ce cas correspond à la propagation d'un "channeling crack" [Hutchinson et Suo, 1992], i.e., la vitesse de propagation en surface de la fissure est constante

$$\frac{d\tilde{a}}{dN} = C(\Delta K_{IAmax})^p = C\Delta K_{max}^p \quad (4.9)$$

avec C et p les paramètres de la loi de Paris et ΔK_{max} la valeur maximale de ΔK_{IA} . Avec ces hypothèses, la demi-longueur de fissure \tilde{a} devient

$$\tilde{a} = a_{init} + C\Delta K_{max}^p \times (N - N_I) \quad (4.10)$$

où a_{init} est la taille initiale de la fissure (ici, $a_{init} = 0,067\text{mm}$) et la probabilité d'obscurcissement \tilde{P}_{obs} devient

$$\ln [1 - \tilde{P}_{obs}(N)] = I_1 + I_2 \quad (4.11)$$

avec

$$I_1 = 2\pi c_{max} [a_{init} + C\Delta K_{max}^p N] \times [\lambda_t(N_{min}) - \lambda_t(N)] \quad (4.12)$$

et

$$I_2 = -2\pi c_{max} C\Delta K_{max}^p m\lambda_0 \left(\frac{\Delta\sigma}{\sigma_0}\right)^m \times \left(\frac{\Delta S_d}{\Delta\sigma}\right)^\eta \left[\mathcal{B} \left(\frac{\Delta S_d N_I^{-1/\eta}}{\Delta\sigma}, 1 - \eta, m \right) \right]_{N_I=N_{min}}^{N_I=N} \quad (4.13)$$

où \mathcal{B} est la fonction bêta définie par

$$\mathcal{B}(x, a, b) = \int_0^x t^{a-1} (1-t)^{b-1} dt. \quad (4.14)$$

Le détail de ces calculs figure en Annexe D. Une borne inférieure de la densité de fissures $\tilde{\lambda}_m$ est obtenue en utilisant la relation

$$\frac{d\tilde{\lambda}_m}{dN}(\Delta\sigma, N) = \frac{d\lambda_{tI}}{dN}(\Delta\sigma, N) \times [1 - \tilde{P}_{obs}(\Delta\sigma, N)]. \quad (4.15)$$

De la même manière, une borne inférieure de la densité de fissures actives $\tilde{\lambda}_{mP}$ est obtenue à partir de la relation

$$\tilde{\lambda}_{mP}(\Delta\sigma, N) = \tilde{\lambda}_m(\Delta\sigma, N) \times [1 - \tilde{P}_{obs}(\Delta\sigma, N)]. \quad (4.16)$$

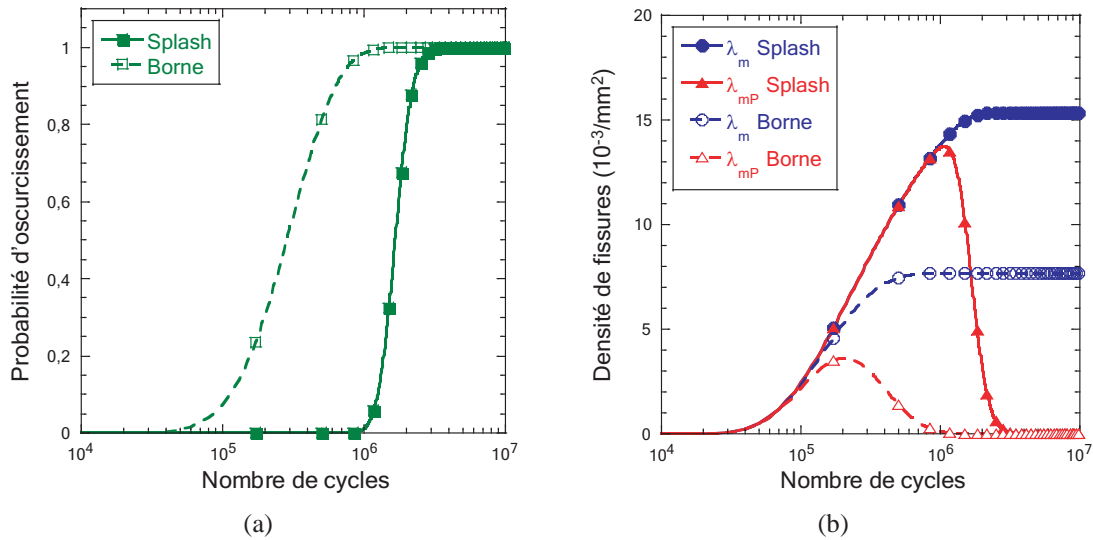


FIG. 4.17 : Comparaison entre les grandeurs du modèle probabiliste et leurs bornes respectives

Les résultats présentés sur la figure 4.17 sont obtenus avec une profondeur maximale de fissure c_{max} de 3,5 mm et un facteur d'intensité de contrainte de $\Delta K_{I_{Amax}} = 13,5 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$. Ils prouvent que pour une taille de fissure égale à la valeur maximale qu'elle peut atteindre, le domaine d'étude est obscurci plus rapidement que dans le cas d'une propagation *normale* de la fissure. La densité de fissures $\tilde{\lambda}_m$ augmente de la même manière que la densité de référence λ_m mais ralentit plus tôt et sature à une valeur plus faible. Pour de faibles nombres de cycles (i.e., $N < 10^5$), la densité de fissures actives λ_m et sa borne associée $\tilde{\lambda}_m$ évoluent de façon similaire mais la dernière atteint plus rapidement sa valeur maximale (après 8×10^5 cycles) alors que la densité de fissures de référence n'atteint sa valeur maximale qu'au bout de 2×10^6 cycles.

4.3 Comparaison avec un chargement plus sévère

Les résultats précédents ont été obtenus pour des conditions de chargement de type SPLASH. Dans d'autres cas d'étude, dans les Réacteurs à Neutrons Rapides (RNR) par exemple, la température sur les surfaces internes des conduites de refroidissement est plus élevée, les amplitudes de températures et donc des contraintes appliquées sur celles-ci sont également, a priori, plus élevées. Dans cette partie, on se propose d'appliquer le modèle probabiliste à un chargement plus fort afin d'étudier l'influence du chargement sur les grandeurs associées au modèle. Le chargement plus élevé associé au modèle est celui défini par l'équation (4.1) où $\Delta\sigma_{SPLASH}$ est remplacé par $\Delta\sigma_{SPLASH++} = 400 \text{ MPa}$. Ainsi, le chargement appliqué reste auto-équilibré. La propagation des fissures sous chargement SPLASH++ est donnée sur la figure 4.18 et les résultats relatifs au modèle probabiliste sont donnés sur la figure 4.19. La probabilité d'obscurcissement tend vers 1 plus rapidement dans le cas du chargement le plus sévère (figure 4.19(a)). De plus, la densité de fissures (figure 4.19(b)) présente des valeurs supérieures comparées à celles obtenues dans le cas de conditions de chargement SPLASH, et elle arrive à saturation beaucoup plus rapi-

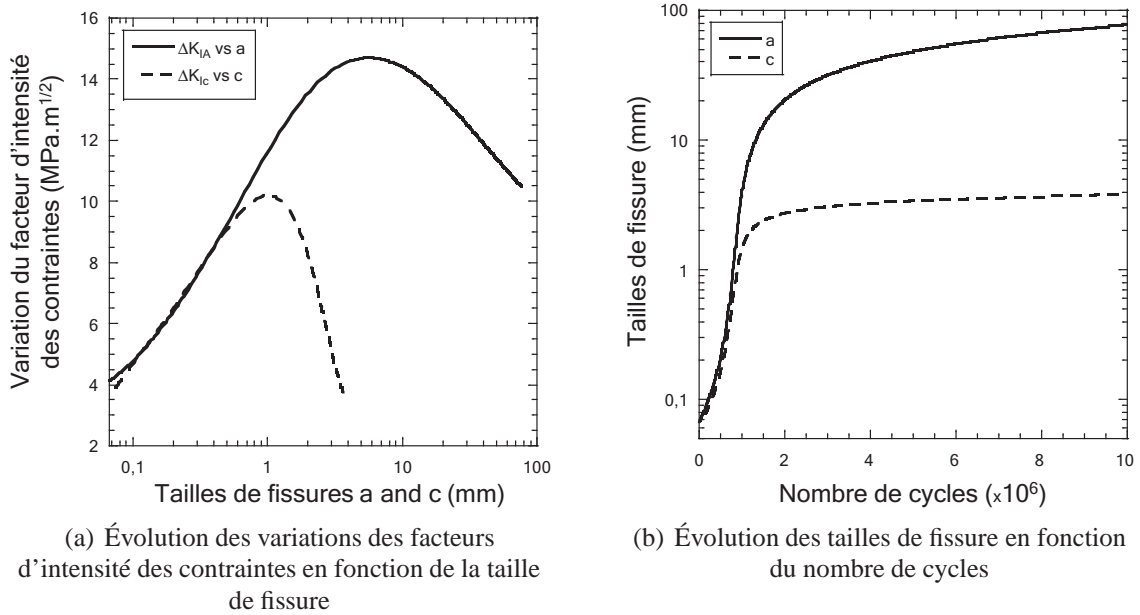


FIG. 4.18 : Propagation d'une fissure dans les conditions de chargement SPLASH++

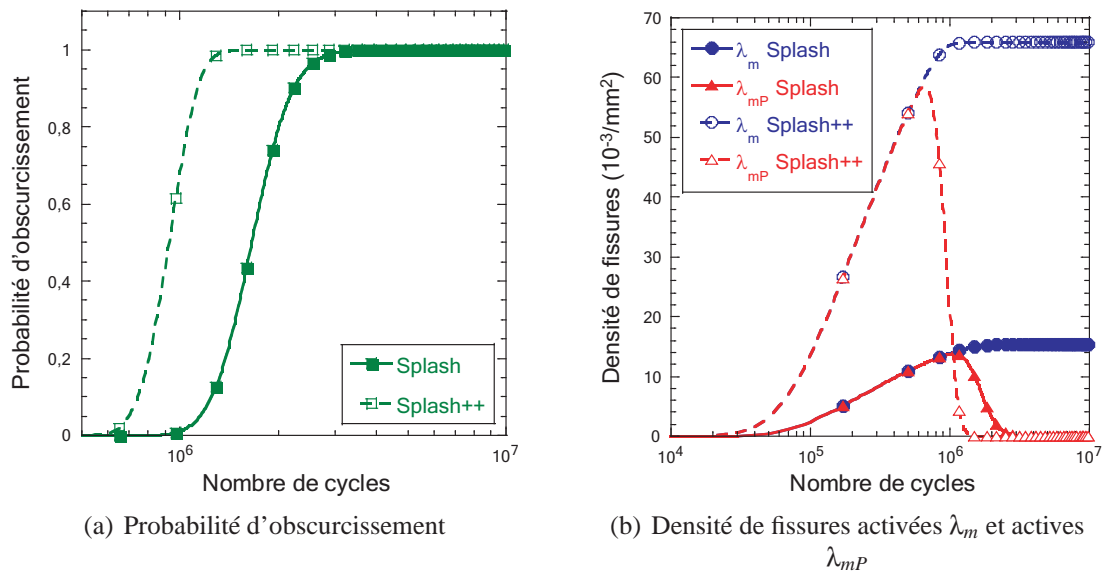


FIG. 4.19 : Comparaison des grandeurs du modèle probabiliste entre le chargement SPLASH et un chargement plus sévère SPLASH++

dement. La densité de fissures actives (figure 4.19(b)) présente une croissance plus rapide et atteint une valeur maximale plus importante que dans le cas de chargement SPLASH. De plus, sa décroissance a lieu plus tôt. En conséquence, on peut conclure que le réseau de fissures obtenu dans le cas d'un chargement plus fort est plus dense que celui obtenu dans le cas d'un chargement SPLASH, et sa saturation est plus rapide. Ce résultat est en accord avec ceux observés expérimentalement sur les essais SPLASH par Maillot [2003]. En effet, pour une variation de température $\Delta T = 200^\circ\text{C}$ sur une éprouvette chauffée à $T_{max} = 320^\circ\text{C}$, on observe un réseau de fissures beaucoup plus dense (figure 4.20(b)) que celui obtenu pour une variation de température $\Delta T = 150^\circ\text{C}$ sur une éprouvette chauffée à même température T_{max} (figure 4.20(a)) après un même nombre de cycles. Les fissures sont également plus courtes dans le cas du chargement plus fort.

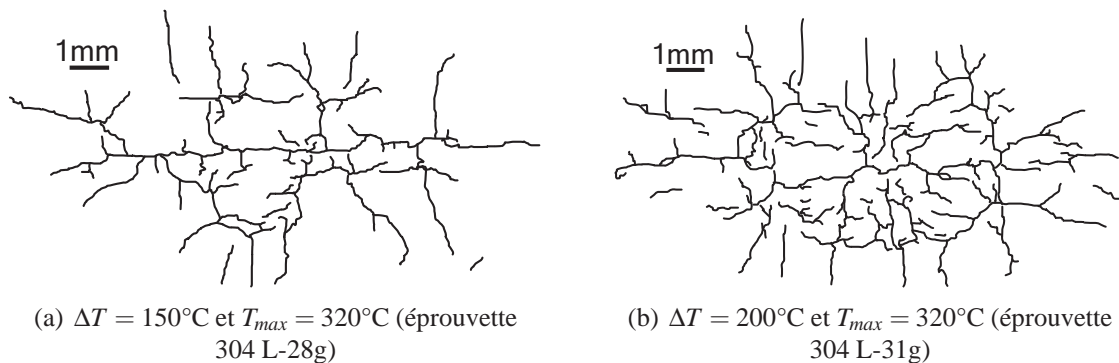


FIG. 4.20 : Comparaison entre deux réseaux de fissures expérimentaux obtenus pour deux chargements différents au bout de 300 000 cycles [Maillot, 2003]

4.4 Seuil de non propagation de fissure

Dans le calcul du facteur d'intensité des contraintes en pointe ΔK_{IA} et en fond ΔK_{IC} de fissure, aucun critère de non propagation n'a été pris en compte. Or, sur les évolutions de ΔK_{IA} et ΔK_{IC} données sur la figure 4.3(a), la valeur des ΔK_{IC} devient très faible. L'idée est donc de prendre en compte une valeur seuil de facteur d'intensité des contraintes en dessous de laquelle, la fissure ne peut plus se propager.

Dans le cas de l'acier AISI 304 L, le facteur d'intensité des contraintes seuil, K_{th} a une valeur proche de $5 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$. Nous avons donc réalisé de nouveaux calculs en prenant en compte ce seuil de non propagation. La figure 4.21(a) donne une comparaison entre l'évolution des facteurs d'intensité des contraintes avec seuil et sans seuil. À partir d'environ 3 millions de cycles, le facteur d'intensité des contraintes en fond de fissure, ΔK_{IC} devient inférieur à la valeur seuil. À partir de ce moment, la propagation de la fissure en profondeur est stoppée. Cet arrêt en profondeur influence l'évolution du facteur d'intensité des contraintes en pointe de fissure ΔK_{IA} . La vitesse de propagation de la fissure en surface diminue, mais ne s'arrête pas ce qui a pour conséquence une modification du rapport d'ellipticité, donc de la forme de la fissure. Le facteur d'intensité des contraintes en profondeur, qui dépend du rapport d'ellipticité de la fissure, reprend donc une valeur supérieure à la valeur seuil au bout de quelques cycles, mais dès que la fissure peut se

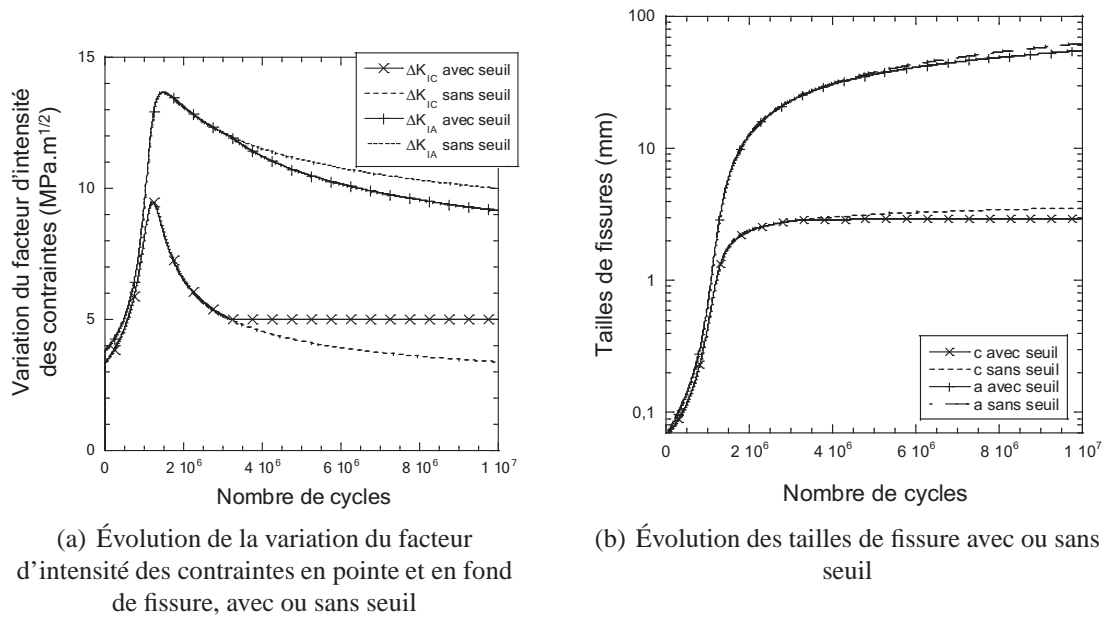


FIG. 4.21 : Propagation des fissures avec ou sans seuil de propagation dans le cas d'un chargement SPLASH

propager une nouvelle fois en profondeur, ΔK_{IC} redevient directement inférieur à la valeur seuil. On observe donc une fluctuation de ΔK_{IC} autour de la valeur seuil et une légère augmentation de la profondeur de fissure sans toutefois être significative (figure 4.22). La figure 4.22(a) présente les résultats d'un calcul avec un pas de 10 000 cycles tandis que ceux de la figure 4.22(b) ont été obtenus avec un pas de 5 000 cycles. La différence d'évolution de profondeur de fissure pour ces deux cas s'explique par une augmentation de la profondeur plus importante durant 10 000 cycles que 5 000 cycles et donc une diminution plus forte du facteur d'intensité des contraintes en fond de fissure, ΔK_{IC} . Il faudra donc un nombre de cycles plus important pour que ΔK_{IC} redevienne égal à la valeur seuil pour un pas de 10 000 cycles que pour un pas de 5 000 cycles.

Cette nouvelle loi de propagation de fissure a été appliquée au modèle probabiliste afin de montrer son influence sur l'évolution du réseau de fissures. Les résultats (figure 4.23) ne montrent pas une grande différence en ce qui concerne la probabilité d'obscurcissement et les densités de fissures activées et actives. L'hypothèse que l'on fait dans la suite du modèle est de ne pas considérer de seuil de non propagation de fissures. Ainsi, même pour de très faibles valeurs du facteur d'intensité des contraintes, la taille correspondante continuera à évoluer.

4.5 Influence des tailles de zone d'obscurcissement

Comme nous l'avons remarqué, le choix d'une variation de contrainte seuil définissant la zone d'obscurcissement est assez délicat (paragraphe 3). Afin d'étudier l'influence de ce choix sur l'évolution des grandeurs du modèle probabiliste, introduisons un facteur de

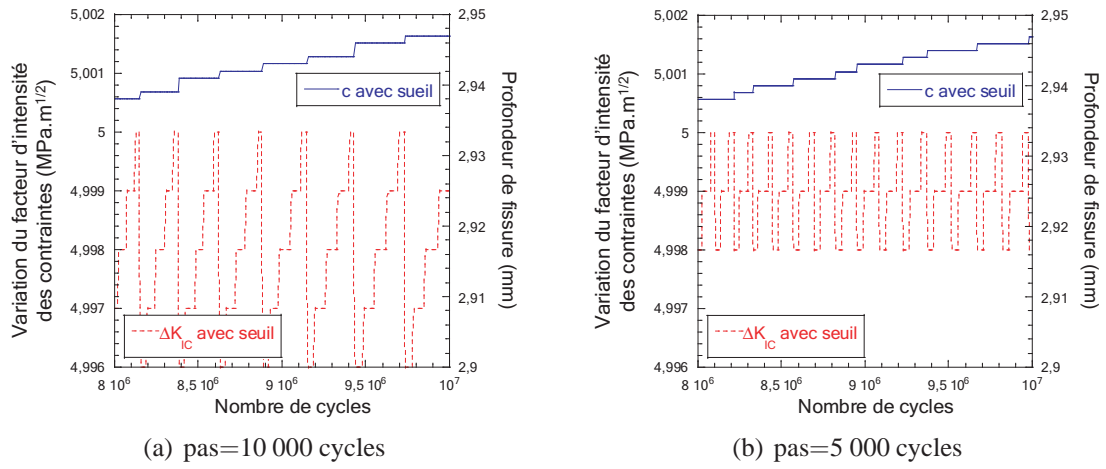


FIG. 4.22 : Zoom sur l'évolution en profondeur de la fissure en prenant en compte un seuil de non propagation

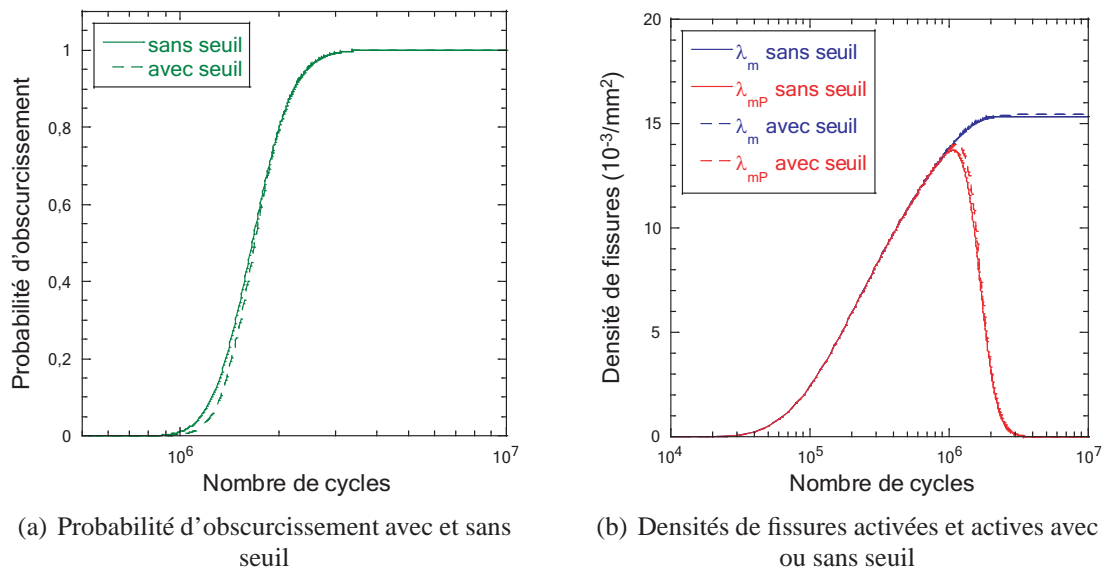


FIG. 4.23 : Comparaison des grandeurs du modèle pour une propagation de fissure avec et sans seuil de non propagation

pondération χ sur la taille de zone d'obscurcissement

$$Z_{obs}(N) = \chi \pi a c. \quad (4.17)$$

La probabilité d'obscurcissement s'écrit alors

$$P_{obs}(N, \chi) = 1 - \exp \left[-\chi \int_{N_{min}}^N \frac{d\lambda_{II}(\tilde{N})}{d\tilde{N}} \pi a (N - \tilde{N}) c (N - \tilde{N}) d\tilde{N} \right]. \quad (4.18)$$

ou encore

$$P_{obs}(N, \chi) = 1 - [1 - P_{obs}(N, \chi = 1)]^\chi \quad (4.19)$$

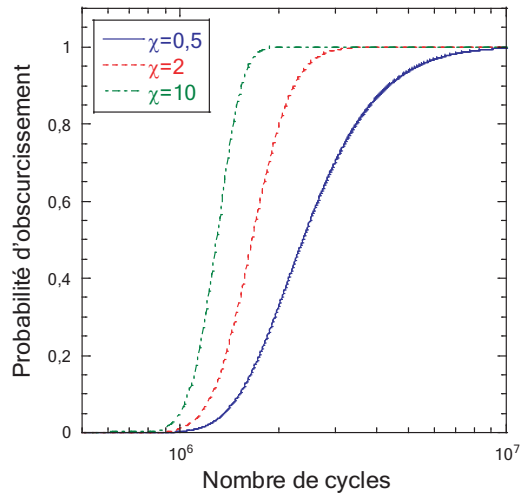
Les densités de fissures activées et actives restent définies de la même manière.

Les résultats du modèle probabiliste pour différentes valeurs de χ sont données sur la figure 4.24. La figure 4.24(a) donne l'évolution de la probabilité d'obscurcissement pour différentes valeurs de χ , celle-ci évolue d'autant plus rapidement que le facteur χ est grand. Cette tendance est cohérente puisque plus le facteur χ est grand, plus la taille de zone d'obscurcissement est grande et donc, plus l'obscurcissement du domaine d'étude se produit rapidement. Ces évolutions de probabilité d'obscurcissement sont directement visibles sur celles des densités de fissures activées (figure 4.24(b)) et actives (figure 4.24(c)). En effet, plus les valeurs de χ sont grandes, plus la densité de fissures activées sature rapidement due à un obscurcissement plus rapide du domaine d'étude. De plus, pour la même raison, la valeur à saturation de cette densité est également plus faible pour des valeurs de χ plus élevées. En ce qui concerne les densités de fissures actives (figure 4.24(c)), elles atteignent leur valeur maximale d'autant plus vite que le facteur χ est élevé. Leur décroissance est également plus rapide pour un facteur χ plus grand. L'obscurcissement plus rapide de la zone d'étude dû à un facteur χ plus grand conduit donc à un réseau dont la saturation est plus rapide et dont la densité de fissures activées est plus faible.

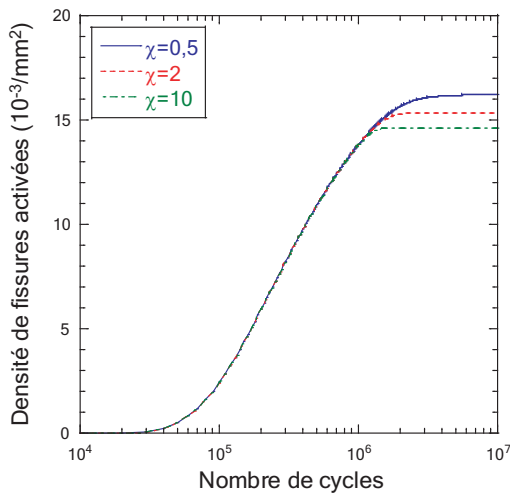
4.6 Influence de la taille de fissure à l'amorçage

Tous les résultats précédents étaient basés sur l'utilisation de la loi de propagation de fissure établie sur une fissure semi-circulaire de taille à l'amorçage $67 \mu\text{m}$ en surface et en profondeur. Or, ces lois donnent une propagation très lente des fissures durant les 500 000 premiers cycles retardant ainsi l'effet de l'obscurcissement sur l'amorçage et l'arrêt des fissures. Cette taille à l'amorçage de $67 \mu\text{m}$ correspond à la taille moyenne d'un grain de l'acier 304 L et la loi de Paris n'est peut-être pas bien adaptée pour ces petites tailles de fissures. Supposons donc que les tailles de fissures à l'amorçage soient égales à environ $190 \mu\text{m}$, soit un peu plus de trois tailles de grains. Afin de prendre en compte cette nouvelle taille de fissure à l'amorçage dans le modèle, les lois d'évolution de fissures proposées dans le paragraphe 2.3 et en annexe C vont être conservées mais un décalage de 750 000 cycles va y être appliqué ($a_{init} = 190 \mu\text{m}$ et $c_{init} = 123 \mu\text{m}$). Les nouvelles lois d'évolutions des tailles de fissures pour un chargement SPLASH sont données par la figure 4.25.

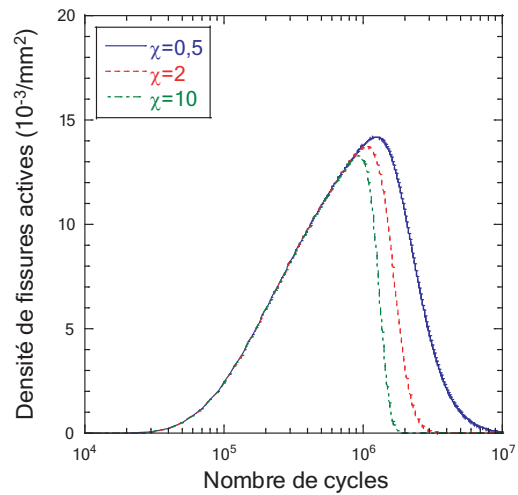
Les résultats du modèle probabiliste sont donnés sur la figure 4.26. Comme les fissures ont des tailles qui augmentent plus tôt, les zones d'obscurcissement augmentent elles



(a) Probabilité d'obscurissement



(b) Densité de fissures activées



(c) Densité de fissures actives

FIG. 4.24 : Influence de la taille de zone d'obscurissement sur les grandeurs du modèle probabiliste

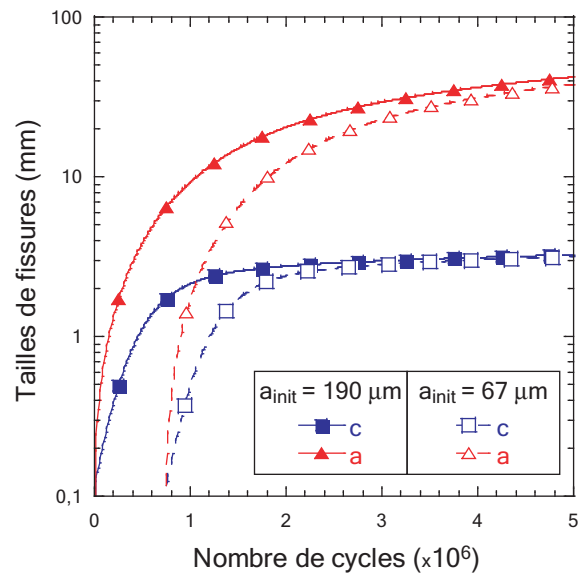


FIG. 4.25 : Évolution des tailles de fissures en fonction du nombre de cycles pour $a_{init} = 190 \mu\text{m}$ et $a_{init} = 67 \mu\text{m}$

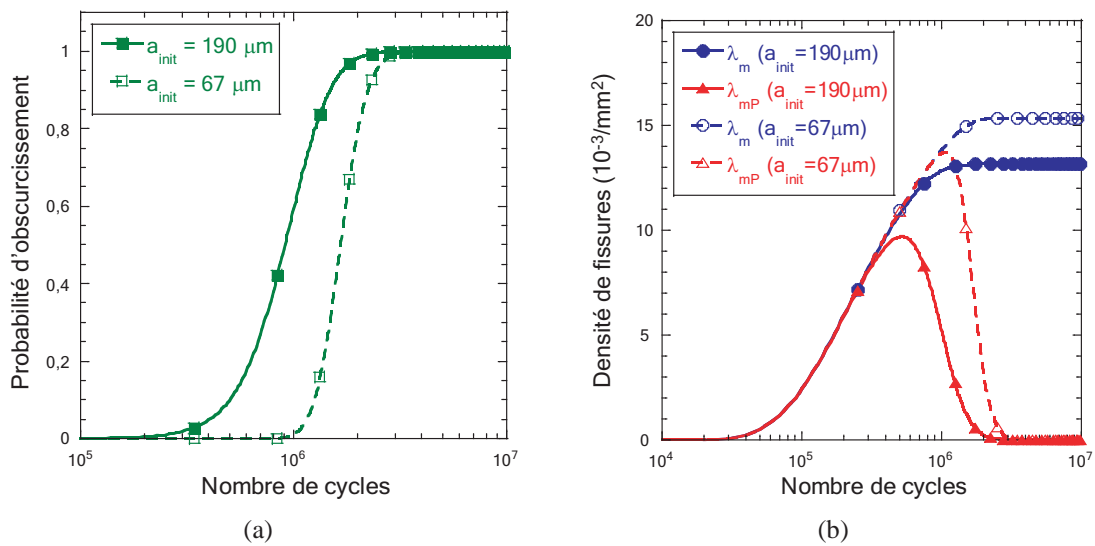


FIG. 4.26 : Comparaison des grandeurs du modèle pour deux tailles de fissures à l'amorçage différentes

aussi plus tôt ce qui explique l'avance de la probabilité d'obscurcissement pour un $a_{init} = 190 \mu\text{m}$ par rapport à celle pour un $a_{init} = 67 \mu\text{m}$ (figure 4.26(a)). Ainsi, dans le premier cas, au bout d'environ 2 millions de cycles, le domaine est entièrement obscurci alors que 3 millions de cycles sont nécessaire dans le deuxième cas. Pour ce qui est des densités de fissures (figure 4.26(b)), dans le cas $a_{init} = 190 \mu\text{m}$, la densité de fissures activées atteint une valeur plus faible à saturation, ce qui est en accord avec le fait que la probabilité d'obscurcissement agit plus tôt sur les conditions d'amorçage et d'arrêt de fissures. Ainsi, la densité de fissures actives atteint son maximum plus tôt dans le cas $a_{init} = 190 \mu\text{m}$ et celui-ci est plus faible comparé à la valeur obtenue pour $a_{init} = 67 \mu\text{m}$.

5 Distribution des tailles de fissures

L'étude des réseaux de fissures par le modèle probabiliste donne accès à différentes grandeurs comme la probabilité d'obscurcissement (comparable à l'endommagement de la surface), la densité de fissures actives (qui continuent à se propager dans le réseau) et la densité de fissures activées (nombre total de fissures qui composent le réseau et donc directement comparable avec les réseaux de fissures obtenus lors des essais de fatigue thermique SPLASH). Par contre, une information importante dans l'étude des réseaux de fissures n'est pas encore fournie explicitement par le modèle : les tailles des fissures constituant le réseau. Une extension du modèle 1,5D va permettre d'obtenir une répartition des tailles de fissures en fonction du nombre de cycles.

Le modèle se base sur la connaissance à chaque instant (i.e., nombre de cycles) de la taille des zones d'obscurcissement autour de chaque fissure. À partir de cette quantité et d'une densité de fissures activables sous un chargement $\Delta\sigma$ et au bout d'un nombre de cycles N , le modèle donne accès aux densités de fissures activées λ_m et actives λ_{mP} . Le but de l'extension du modèle est de déterminer la densité de fissures stoppées au bout de \tilde{N} cycles de propagation afin de connaître la taille des fissures actives et stoppées à n'importe quel moment de la simulation.

5.1 Modèle incrémental

L'obtention d'une répartition des tailles de fissures implique une discrétisation en temps (ou en nombre de cycles) du problème. En effet, il est nécessaire de connaître quand une fissure s'est créée et quand elle s'est arrêtée (*rappel : la germination continue représente un phénomène d'amorçage des fissures continu dans le temps*).

5.1.1 Densité de fissures activées

A partir de la densité de fissures activées entre l'instant initial N_{min} et l'instant final N , $\lambda_m(N)$, nous allons introduire la densité de fissures initiées entre N_{i-1} et N_i : λ_m^i

$$\lambda_m(N) = \int_{N_{min}}^N \frac{d\lambda_{tI}}{dN_I}(N_I) [1 - P_{obs}(N_I)] dN_I \quad (4.20)$$

$$\lambda_m^i(N_i) = \int_{N_{i-1}}^{N_i} \frac{d\lambda_{tI}}{dN_I}(N_I) [1 - P_{obs}(N_I)] dN_I \quad (4.21)$$

avec $i \in \mathbb{N}^*$, et l'incrément de temps défini par $\Delta N_i = N_i - N_{i-1}$.

5.1.2 Arrêt des fissures

La condition d'arrêt des fissures imposée par le modèle 1,5 D est basée sur l'obscurcissement des fissures entre elles. Un examen du processus d'obscurcissement (figure 4.27) montre que ce sont les fissures les plus grandes qui obscurcissent les fissures les plus petites. Pour déterminer la densité de fissures stoppées ou arrêtées, on impose donc une condition d'arrêt : *une fissure ne peut être stoppée que par une fissure de même taille ou par une fissure plus grande qu'elle*. Ainsi, au bout de N_s cycles, les fissures activées

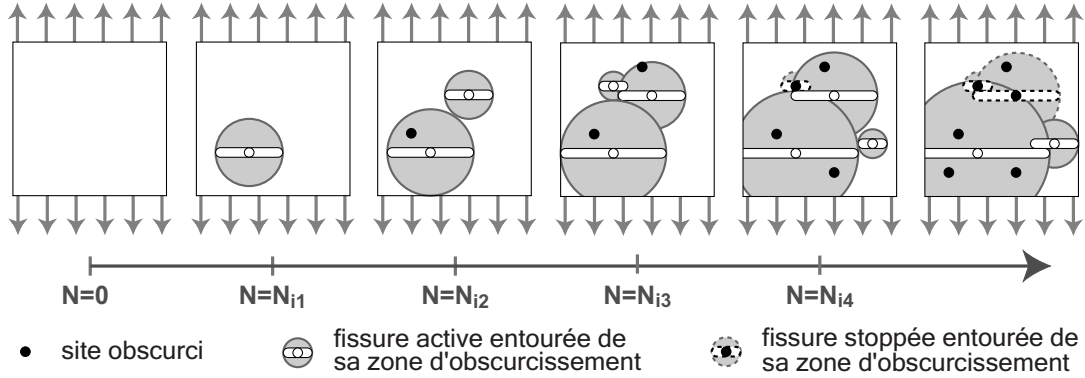


FIG. 4.27 : Processus d'obscurcissement des fissures en germination continue

entre N_{i-1} et N_i cycles, de densité λ_m^i , ne peuvent être obscurcies que par les fissures qui se sont initiées avant elles ou en même temps, dont la densité est donc λ_m^l avec $l \leq i$.

5.1.3 Probabilité d'obscurcissement

Il nous faut donc calculer la probabilité d'obscurcissement au bout de N_s cycles des fissures initiées avant N_i cycles sur celles initiées entre N_{i-1} et N_i cycles

$$P_{obs}^{i,s}(N_i, N_s) = 1 - \exp \left[- \int_{N_{min}}^{N_{i-1}} \frac{d\lambda_{mI}}{dN_I} (N_I) Z_{obs}(N_s - N_I) dN_I \right]. \quad (4.22)$$

5.1.4 Densité de fissures stoppées

On a ainsi accès à la densité de fissures qui se sont initiées entre N_{i-1} et N_i et qui se sont stoppées avant N_s cycles

$$\lambda_{mS}^{i,s}(N_i, N_s) = \lambda_m^i(N_i) \times P_{obs}^{i,s}(N_i, N_s). \quad (4.23)$$

La densité de fissures initiées entre N_{i-1} et N_i et stoppées entre N_{s-1} et N_s est alors égale à

$$\Delta \lambda_{mS}^{i,s}(N_i, N_s) = \lambda_{mS}^{i,s}(N_i, N_s) - \lambda_{mS}^{i,s-1}(N_i, N_{s-1}). \quad (4.24)$$

5.1.5 Répartition des tailles de fissures

Remarques sur la discrétisation La discrétisation en temps (i.e., nombre de cycles) impose une dépendance de l'incrément de temps ΔN . Il sera donc intéressant par la suite de faire une étude de l'influence du pas de temps sur les résultats numériques.

Tailles des fissures À ce niveau de l'étude, le modèle donne accès aux densités de fissures initiées entre deux instants et stoppées entre deux autres instants postérieurs ainsi qu'aux densités de fissures actives et activées à chaque instant (ces deux dernières grandeurs sont calculées de manière continue donc indépendante du pas de temps choisi). En supposant qu'entre deux pas de temps successifs la taille de la fissure est constante, nous avons accès aux tailles de fissures arrêtées à chaque pas de temps. Le tableau 4.1 donne un aperçu de toutes les densités de fissures stoppées à chaque pas de temps N_s à calculer où la notation "ind." correspond à une valeur indéterminée (une fissure ne peut pas s'arrêter avant de s'amorcer, N_s doit toujours être supérieur à N_i). Le tableau 4.2 donne les densités

TAB. 4.1 : Aperçu des différentes valeurs de densités de fissures initiées à N_i et arrêtées à

		N_s				
		$\xrightarrow{N_i}$				
		...	N_{k-1}	N_k	N_{k+1}	...
N_s	↓			
	N_{k-1}	...	0	ind.	ind.	
	N_k		$\lambda_{mS}^{k-1,k}$	0	ind.	
	N_{k+1}		$\lambda_{mS}^{k-1,k+1}$	$\lambda_{mS}^{k,k+1}$	0	...

de fissures initiées entre N_{i-1} et N_i et arrêtées entre N_{s-1} et N_s . Pour une même différence

TAB. 4.2 : Aperçu des différentes valeurs de densités de fissures initiées à N_i et arrêtées entre N_{s-1} et N_s

		N_s				
		$\xrightarrow{N_i}$				
		...	N_{k-1}	N_k	N_{k+1}	...
N_s	↓			
	N_{k-1}	...	0	ind.	ind.	
	N_k		$\Delta\lambda_{mS}^{k-1,k}$	0	ind.	
	N_{k+1}		$\Delta\lambda_{mS}^{k-1,k+1}$	$\Delta\lambda_{mS}^{k,k+1}$	0	...

($s - i$), les fissures se sont propagées durant un même nombre de cycles (en négligeant

l'influence du pas de temps fixé pour le calcul) et ont donc la même taille (*rappel : l'hypothèse sur la taille initiale des fissures constante est toujours adoptée ici*). Ainsi, en faisant la somme des $\Delta\lambda_{mS}^{i,s}$ pour les $(s-i)$ constants, on obtient les densités de fissures stoppées de même taille égale à $A^p = a(p \times \Delta N, \Delta\sigma)$ avec $p = s - i$

$$\lambda_{mS}^p(N_s, A^p) = \sum_{k=p}^{k=s} \Delta\lambda_{mS}^{k-p,k} \quad \text{pour } p \in [0; s-1]. \quad (4.25)$$

Le tableau 4.3 reprend le même formalisme que les tableaux précédents. Il indique par

TAB. 4.3 : Représentation des densités de fissures arrêtées correspondant à des tailles de fissures identiques

0	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.
■	0	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.
■	■	0	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.
■	■	■	0	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.
■	■	■	■	0	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.
■	■	■	■	■	0	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.
■	■	■	■	■	■	0	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.
■	■	■	■	■	■	■	0	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.
■	■	■	■	■	■	■	■	0	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.
■	■	■	■	■	■	■	■	■	0	ind.	ind.	ind.	ind.	ind.
■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	0	ind.	ind.	ind.	ind.
■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	0	ind.	ind.	ind.
■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	0	ind.	ind.
■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	0	ind.
■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	0
	↖	↖	↖	↖	↖	↖	↖	↖	↖	↖	↖	↖	↖	↖
	A^{14}	A^{13}	A^{12}	A^{11}	A^{10}	A^9	A^8	A^7	A^6	A^5	A^4	A^3	A^2	A^1

son code de couleurs, ou niveau de gris, les densités de fissures arrêtées dont la taille est identique. Le calcul de λ_{mS} (équation (4.25)) correspond donc à faire une somme sur chacune des diagonales du tableau. La dernière ligne du tableau 4.3 donne la taille des fissures relative à la diagonale considérée.

5.2 Modèle différentiel

Le modèle présenté jusqu'ici est incrémental. La résolution numérique du problème dépend donc du pas de temps ΔN choisi (nombre de cycles choisi pour déterminer un intervalle de temps de propagation de fissures par exemple). On propose donc un modèle différentiel dont le but est de lever cette limite afin d'obtenir des formes analytiques pour chaque grandeur (i.e., densité de fissures amorcées à N_i cycles, densité de fissures amorcées à N_i cycles et stoppées à N_p cycles).

Soit $d\lambda_m^*$ l'incrément de densité de fissures amorcées entre les instants N_i et $N_i + dN_i$

$$d\lambda_m^*(N_i) = \frac{d\lambda_m}{dN}(N_i) dN_i \quad (4.26)$$

avec

$$\begin{aligned} \frac{d\lambda_m}{dN}(N_i) &= \frac{d\lambda_{tI}}{dN}(N_i) \times [1 - P_{obs}(N_i)] \\ &= \frac{d\lambda_{tI}}{dN}(N_i) \exp \left[- \int_{N_{min}}^{N_i} \frac{d\lambda_{tI}}{dN}(N_I) Z_{obs}(N_i - N_I) dN_I \right] \end{aligned} \quad (4.27)$$

où

$$\lambda_{tI}(N) = \lambda_0 \left[\frac{\langle \Delta\sigma - \Delta\sigma_u(N) \rangle}{\sigma_0} \right]^m. \quad (4.28)$$

L'incrément de densité de fissures amorcées entre les instants N_i et $N_i + dN_i$ et stoppées avant et à N_s vaut

$$d\lambda_{mS}^{i,s}(N_i, N_s) = d\lambda_m^*(N_i) \times P_{obs}^{i,s}(N_i, N_s) \quad (4.29)$$

où $P_{obs}^{i,s}$ correspond à la probabilité d'obscurcissement, en N_s de fissures amorcées en N_i par des fissures amorcées avant elles

$$P_{obs}^{i,s}(N_i, N_s) = 1 - \exp \left[- \int_{N_{min}}^{N_i} \frac{d\lambda_{tI}}{dN}(N_I) Z_{obs}(N_s - N_I) dN_I \right]. \quad (4.30)$$

Au lieu de considérer le nombre de cycles d'arrêt des fissures, on peut considérer le temps de propagation des fissures, $N_p = N_s - N_i$. $P_{obs}^{i,s}$ devient $\tilde{P}_{obs}^{i,p}$ et s'écrit

$$\tilde{P}_{obs}^{i,p}(N_i, N_p) = 1 - \exp \left[- \int_{N_{min}}^{N_i} \frac{d\lambda_{tI}}{dN}(N_I) Z_{obs}(N_p + N_i - N_I) dN_I \right]. \quad (4.31)$$

Ainsi, l'incrément de densité de fissures amorcées entre les instants N_i et $N_i + dN_i$ et qui se sont propagées entre N_p et $N_p + dN_p$ cycles correspond à

$$\Delta d\lambda_{mS}^{i,p}(N_i, N_p) = d\lambda_{mS}^{i,p}(N_i, N_p) - d\lambda_{mS}^{i,p-1}(N_i, N_{p-1}) \quad (4.32)$$

soit, en divisant par $(N_p - N_{p-1})$

$$\frac{\Delta d\lambda_{mS}^{i,p}(N_i, N_p)}{\Delta N_p} = \frac{d\lambda_{mS}^{i,p}(N_i, N_p) - d\lambda_{mS}^{i,p-1}(N_i, N_{p-1})}{N_p - N_{p-1}}. \quad (4.33)$$

Ce qui donne pour un écart ΔN_p petit, l'incrément de densité de fissures, $d^2\lambda_{mS}^{i,p}$, amorcées entre les instants N_i et $N_i + dN_i$ et qui se sont propagées entre N_p et $N_p + dN_p$

$$d^2\lambda_{mS}^{i,p}(N_i, N_p) = \frac{\partial \lambda_{mS}^{i,p}(N_i, N_p)}{\partial N_p} dN_p. \quad (4.34)$$

Au final

$$d^2\lambda_{mS}^{i,p}(N_i, N_p) = \frac{d\lambda_m}{dN}(N_i) \times \frac{\partial \tilde{P}_{obs}^{i,p}(N_i, N_p)}{\partial N_p} dN_i dN_p \quad (4.35)$$

avec

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{P}_{obs}^{i,p}(N_i, N_p)}{\partial N_p} &= \frac{\partial}{\partial N_p} \left(1 - \exp \left[- \int_{N_{min}}^{N_i} \frac{d\lambda_I}{dN} (N_I) Z_{obs}(N_p + N_i - N_I) dN_I \right] \right) \\ &= \int_{N_{min}}^{N_i} \frac{d\lambda_{mI}}{dN_I} (N_I) \frac{\partial Z_{obs}(N_p + N_i - N_I)}{\partial N_p} dN_I \times \\ &\quad \exp \left[- \int_{N_{min}}^{N_i} \frac{d\lambda_{mI}}{dN} (N_I) Z_{obs}(N_p + N_i - N_I) dN_I \right]. \end{aligned}$$

Ainsi, en faisant l'intégrale sur N_i pour N_p donné (c'est-à-dire une taille de fissure donnée), on trouve l'incrément de densité de fissures qui se sont propagées entre N_p et $N_p + dN_p$ cycles

$$\frac{d\lambda_{mS}^p}{dN_p} = \int_{N_{min}}^{N_s - N_p} \frac{d\lambda_{mI}}{dN} (N_i) \times \frac{\partial \tilde{P}_{obs}^{i,p}(N_i, N_p)}{\partial N_p} dN_i. \quad (4.36)$$

On a donc accès à une fonction continue de N_p , c'est-à-dire à une distribution de tailles de fissures arrêtées. Les résultats présentés dans la suite de ce chapitre ont été obtenus à partir de l'écriture discrète du modèle car la programmation du modèle dans le logiciel SIDOLO nécessite certaines expressions analytiques des quantités présentées précédemment qui ne semblent malheureusement pas évidentes à déterminer. Toutefois, afin de valider cette approche discrète, une comparaison de la densité de fissures arrêtées calculée de manière discrète et continue sera faite à la fin de ce chapitre.

5.3 Résultats

5.3.1 Chargement de type SPLASH

Les conditions de chargement de type SPLASH sont appliquées au modèle afin d'analyser les résultats du modèle. Les calculs ont été réalisés avec un pas ΔN de 50 000 cycles. La figure 4.28 présente l'évolution des tailles de fissures arrêtées en profondeur (figure 4.28(a)) et en surface (figure 4.28(b)) à différents instants entre 1 et 2 millions de cycles, alors que la figure 4.29 représente cette évolution jusqu'à 6 millions de cycles, instant où le réseau est saturé (cf. figure 4.16). Durant les deux premiers millions de cycles, le réseau de fissures évolue beaucoup et présente déjà une répartition de fissures dont les tailles en surface sont comprises entre 0,067 mm et 10 mm environ avec une prédominance de fissures dont la demi-longueur en surface vaut environ 5 mm (8×10^{-4} fissures / mm² au bout de 2 millions de cycles). Cette répartition est la même en profondeur puisque à une taille en surface correspond une seule taille en profondeur. Ainsi, les profondeurs de fissures se répartissent entre 0,067 mm et 2,5 mm avec une prédominance d'une profondeur aux alentours de 1,5 mm. Pour les cycles suivants (figure 4.29), le réseau évolue encore jusqu'à environ 3 millions de cycles avec une augmentation des densités de fissures arrêtées pour toutes les tailles, mais à partir de 4 millions de cycles, le réseau n'évolue plus beaucoup. Les densités de fissures arrêtées pour toutes les tailles restent constantes, mais on constate quand même la propagation des plus grandes fissures qui sont les seules à ne

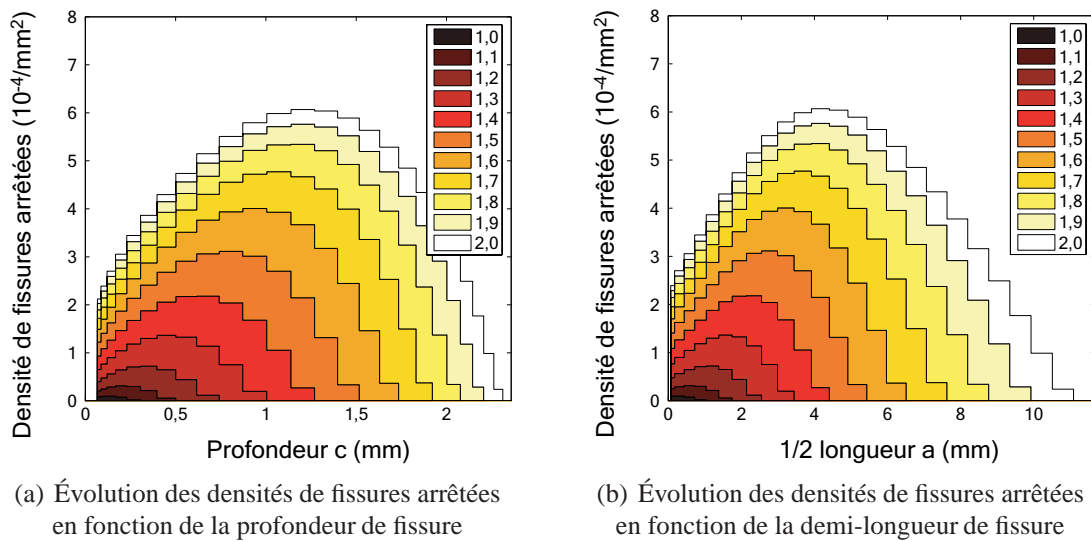


FIG. 4.28 : Évolution des distributions de tailles de fissures arrêtées pour un chargement de type SPLASH entre 1 et 2 millions de cycles

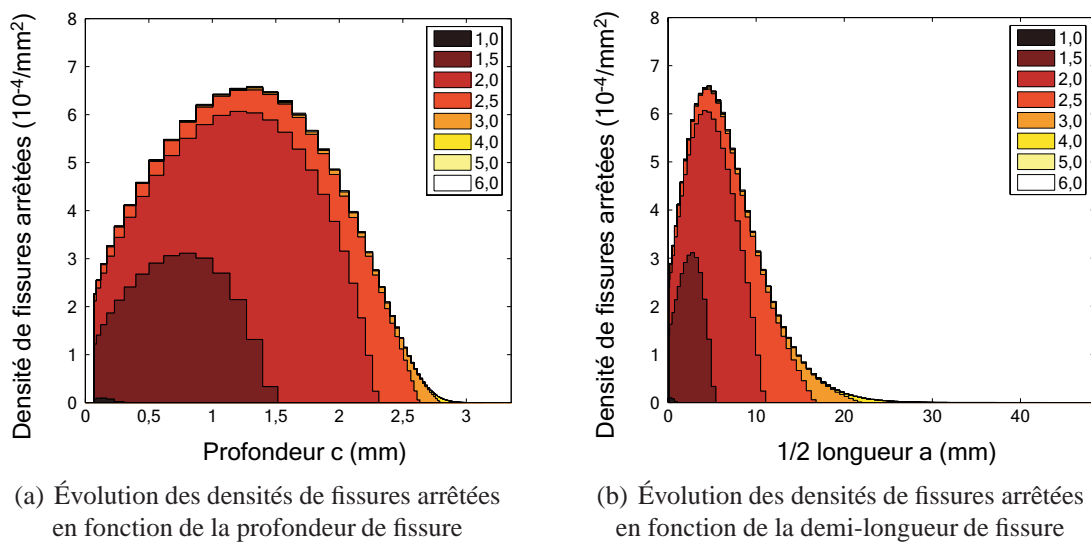


FIG. 4.29 : Évolution des distributions de tailles de fissures arrêtées pour un chargement de type SPLASH entre 1 et 6 millions de cycles

pas être obscurcies puisqu'elle se sont amorcées les premières et ne peuvent donc pas être obscurcies par des fissures plus petites.

Au final (i.e., lorsque le réseau est saturé), le réseau SPLASH est constitué de fissures dont les tailles en profondeur atteignent au maximum 3 mm et dont les tailles en surface atteignent quelques centimètres. Toutefois, la majorité des fissures composant le réseau ont des tailles avoisinant le centimètre en surface et proches de 1,5 mm en profondeur. De plus, le réseau s'est constitué durant les 3 premiers millions de cycles, après quoi, seule la propagation des plus grandes fissures influe sur la distribution des tailles de fissures arrêtées au niveau des grandes tailles (i.e., > 30 mm en surface).

5.3.2 Comparaison avec un chargement plus sévère

Les calculs précédents ont été appliqués au cas d'un chargement plus élevé afin d'analyser l'influence du chargement sur la formation du réseau et sur la distribution des tailles de fissures arrêtées. Le même pas de calcul ΔN de 50 000 cycles a été adopté afin de pouvoir comparer les résultats à ceux obtenus avec le chargement SPLASH. Les figures

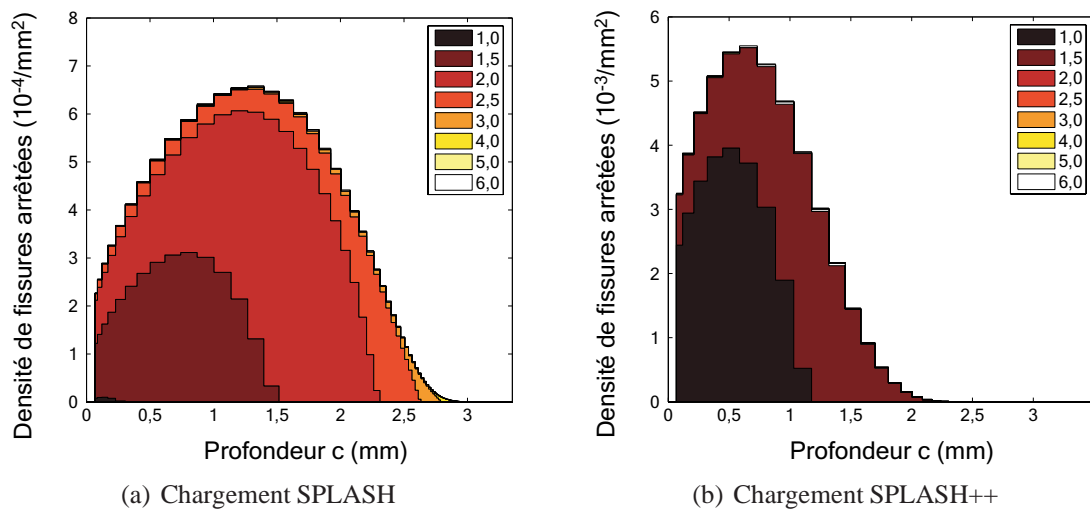


FIG. 4.30 : Évolution des distributions des profondeurs de fissures pour les chargements SPLASH et SPLASH++

4.30 et 4.31 représentent la comparaison des tailles de fissures en profondeur et en surface pour les deux chargement SPLASH et SPLASH++. Le chargement le plus fort entraîne un réseau de fissures beaucoup plus dense que le chargement SPLASH. En effet, un facteur 10 est observé entre les densités de fissures arrêtées pour SPLASH et SPLASH++. De plus, les fissures sont beaucoup plus courtes dans le cas d'un chargement plus fort : les tailles des fissures en surface n'excèdent pas les 10 mm et les profondeurs ne vont pas au delà de 2,5 mm. De plus, au bout de 2 millions de cycles, le réseau SPLASH++ n'évolue plus du tout et présente des fissures dont les tailles majoritaires avoisinent les quelques millimètres en surface et le millimètre en profondeur. Si on compare qualitativement ces résultats aux essais réalisés par [Maillot, 2003] pour des températures d'éprouvettes différentes et des chocs thermiques plus ou moins élevés, les mêmes observations peuvent être faites. Pour un chargement plus fort, le réseau de fissures est plus dense et les fissures

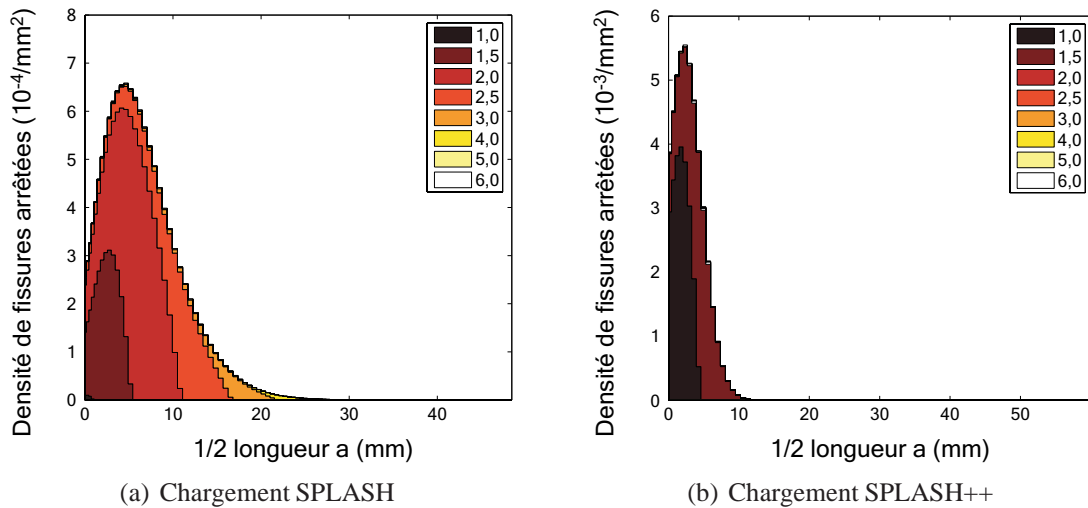


FIG. 4.31 : Évolution des distributions des tailles de fissures en surface pour les chargements SPLASH et SPLASH++

sont plus courtes. Le modèle est donc qualitativement en accord avec les résultats expérimentaux.

Remarque : Les distributions de tailles de fissures arrêtées présentées ici ne tiennent pas compte de toutes les tailles de fissures. La figure 4.32 représente la distribution des densités de fissures arrêtées en fonction de leur profondeur pour un chargement SPLASH et SPLASH++. On observe une forte densité des fissures dont la profondeur est égale à $67 \mu\text{m}$ correspondant, en fait, à des fissures qui se sont propagées uniquement durant les premiers pas de temps car ayant subi l'obscurcissement des fissures plus grandes déjà actives dans le domaine. Cette catégorie de tailles de fissures n'est pas critique pour

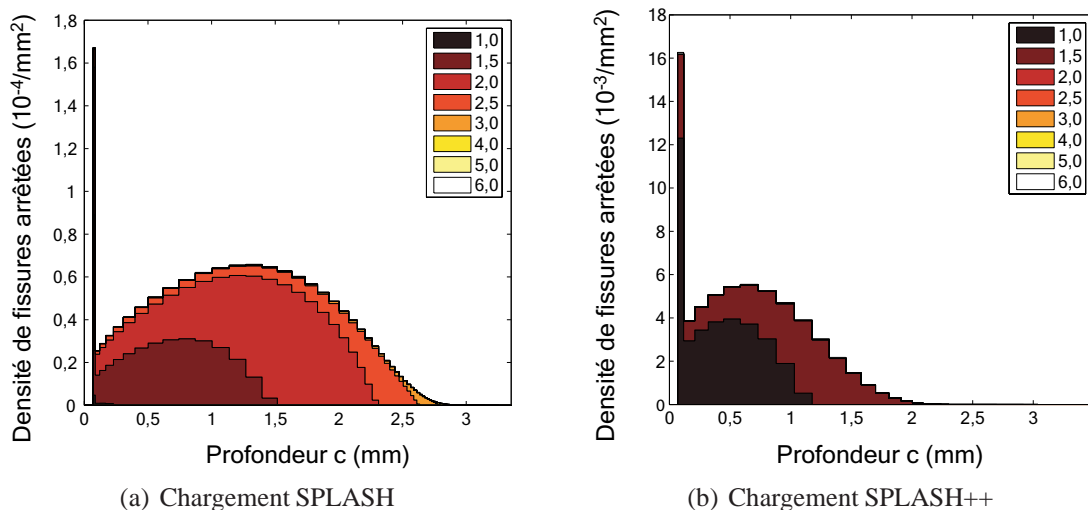


FIG. 4.32 : Évolution des distributions des tailles de fissures en surface pour les chargements SPLASH et SPLASH++

la structure ou le domaine d'étude car leur propagation est directement stoppée et leur

nombre n évolue plus à partir du moment où la probabilité d'obscurcissement atteint une valeur proche de 1 (i.e. le réseau de fissures est saturé). Il faut tout de même remarquer que ces fissures sont très nombreuses dans le domaine (environ $1,6 \times 10^{-4}$ fissures/mm² pour le chargement SPLASH et 16×10^{-3} fissures/mm² pour le chargement SPLASH++) et représentent la plus grande famille de catégorie de taille de fissures par rapport aux autres tailles. Toutefois, afin de concentrer l'étude sur les fissures qui sont le plus critique pour la structure, les figures 4.28 à 4.31 ne représentent pas cette catégorie de fissures.

5.3.3 Validation

Une manière simple de valider le calcul de la densité de fissures arrêtées est de comparer cette densité à celles des fissures actives et activées calculées, elles, de manière continue. En effet, à chaque instant, la somme de la densité de fissures actives λ_{mP} et de la densité de fissures arrêtées λ_{mS} doit être égale à la densité de fissures activées λ_m avec

$$\lambda_{mS}(N_f) = \sum_{p=1}^{p=f} \lambda_{mS}^p(N_f, A^p). \quad (4.37)$$

La figure 4.33(a) représente l'évolution de ces trois quantités. Lorsque le réseau est saturé,

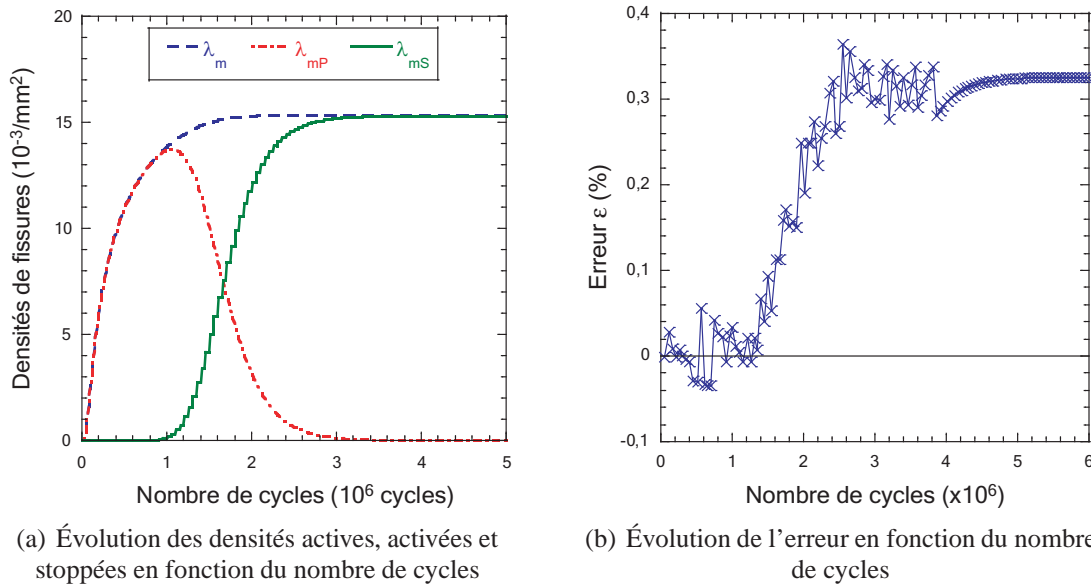


FIG. 4.33 : Validation du modèle (sous chargement SPLASH avec $\Delta N = 5 \times 10^4$ cycles)

la condition de validation précédente est observée, et elle semble aussi l'être à tout instant N . La figure 4.33(b) représente l'erreur ε faite à cause de la discrétisation en temps (pour un pas de temps de $\Delta N = 5 \times 10^4$ cycles) définie par

$$\varepsilon(N) = \frac{\lambda_m(N) - (\lambda_{mP}(N) + \lambda_{mS}(N))}{\lambda_m(N)} \times 100. \quad (4.38)$$

L'erreur augmente au fur et à mesure que le nombre de cycles augmente mais tend vers une valeur constante (environ 0,32%). Cette valeur est obtenue à saturation du réseau (i.e.

lorsque toutes les grandeurs du modèle probabilistes n'évoluent plus) et il est important de remarquer que l'erreur faite par la discrétisation ne dépassent jamais 0,4% montrant une précision acceptable sur les distribution de tailles de fissures arrêtées.

5.4 Récapitulatif

Ce paragraphe a présenté un ajout important au modèle. Il est maintenant possible de connaître la distribution des tailles de fissures arrêtées qui forment le réseau de fissures. L'implantation et le déroulement des calculs associés à la distribution des tailles de fissures permet de connaître pour un nombre de cycles donné, la distribution des tailles de fissures arrêtées. Il est alors possible de suivre au cours des cycles l'évolution de la distribution des tailles de fissures arrêtées et donc de déterminer différentes phases dans la formation du réseau de fissures.

L'application du modèle au chargement SPLASH permet de mettre en évidence la formation du réseau de fissures dans les premiers millions de cycles. Ainsi, on constate qu'entre 4 et 5 millions de cycles, la propagation de la plus grande fissure correspond à la seule évolution notable du réseau. De plus, les fissures les plus petites semblent se former au tout début du chargement, la densité de fissures arrêtées de taille inférieure à 2 mm ne variant presque plus après 2,5 millions de cycles. Le réseau ne présente donc plus de nouvelle fissure après 2,5 millions de cycles, et seule la propagation des fissures existantes intervient dans l'évolution du réseau. De plus, le modèle donne une profondeur de fissure maximale aux alentours de 3 mm, ce qui correspond aux observations des essais SPLASH [Maillot, 2003] et des résultats d'inspection des tuyauteries endommagées des centrales nucléaires [Robert *et al.*, 2006].

L'application du modèle à un chargement plus fort permet de comparer les deux réseaux obtenus. La comparaison est conforme aux résultats expérimentaux. En effet, le chargement plus fort permet d'aboutir à un réseau beaucoup plus dense avec des fissures plus courtes. De plus, le réseau de fissures se crée beaucoup plus rapidement dans le cas d'un chargement plus fort.

Enfin, la distribution des tailles des fissures arrêtées est validée par la comparaison entre densités de fissures actives, activées et arrêtées.

6 Conclusions

Dans ce chapitre, le gradient de température est pris en compte par l'adoption d'un gradient de contrainte issu d'un calcul thermique stationnaire par la méthode des éléments finis. Ce gradient de contrainte est ensuite utilisé pour le calcul de la propagation des fissures en surface et en profondeur ; le résultat de ce calcul conduit à un arrêt en profondeur des fissures qui influe directement sur la propagation en surface de celles-ci. L'influence de la profondeur d'une fissure sur la taille de la zone de relaxation des contraintes en surface et donc sur la taille de la zone d'obscurcissement a également été étudiée par des calculs par éléments finis. Elle a été intégrée dans le modèle probabiliste sous une forme relativement simple.

Les grandeurs associées au modèle probabiliste sont compatibles avec les résultats

expérimentaux. Dans le cas du chargement SPLASH, la probabilité d'obscurcissement tend vers 1 (le domaine d'étude est entièrement obscurci) pour les grands nombres de cycles, la densité de fissures activées, λ_m , tend vers une constante ce qui signifie que plus aucune nouvelle fissure ne se crée, et enfin, la densité de fissures actives, λ_{mP} tend vers une valeur nulle ce qui correspond à un réseau de fissures dans lequel toutes les fissures sont arrêtées ou à un réseau où une seule fissure domine toutes les autres (dans ce cas, l'hypothèse du maillon le plus faible s'applique). Ainsi l'état final du réseau de fissures correspond à un réseau saturé dans lequel plus aucune nouvelle fissure ne peut s'amorcer.

Des bornes associées à ces trois grandeurs ont été proposées. Elles ont été établies en considérant des évolutions de tailles de fissures extrêmes (profondeur de fissure égale à la profondeur maximale calculée dans le cas *normal* et vitesse de propagation en surface constante et égale à la vitesse maximale). Ces bornes montrent l'influence des tailles des zones d'obscurcissement, qui sont directement reliées aux tailles des fissures, sur l'évolution de la probabilité d'obscurcissement et les densités de fissures activées et actives.

Une comparaison du modèle a été établie pour un chargement plus sévère afin de valider qualitativement le modèle pour des cas différents des conditions SPLASH. Là aussi, les résultats du modèle sont compatibles avec les résultats expérimentaux, le modèle appliqué au cas d'un chargement plus fort amène à un réseau de fissures plus dense qui s'établit plus tôt et arrive à saturation plus vite.

Une nouvelle sortie du modèle a également été proposée permettant de donner les distributions de tailles de fissures arrêtées. Les deux cas de chargement, SPLASH et SPLASH++, ont été appliqués au modèle et ont permis de valider cette nouvelle grandeur. En effet, pour un chargement plus fort, le réseau de fissures arrêtées présente plus de fissures par rapport à celui obtenu pour un chargement *normal*. Mais surtout, les tailles des fissures arrêtées constituant ce premier réseau sont plus faibles que dans le second.

Chapitre 5

Prise en compte de l'aspect multi-directionnel des fissures : modèle 2,5D

Afin de mieux rendre compte des multiples directions de fissuration des réseaux de faïençage thermique observés sur site et en laboratoire, le modèle 1,5D va être modifié pour permettre l'amorçage et la propagation de fissures dans plusieurs directions, toujours en surface. La diversité des orientations de fissure sera d'autant plus grande que le chargement se rapprochera d'une équi-biaxialité. Ceci constituera ainsi le modèle 2,5D.

Sommaire

1	Introduction	121
1.1	Observations	121
1.2	Bases de l'enrichissement	122
2	Densité de fissures activables	123
2.1	Rappel	123
2.2	Discrétisation angulaire	123
3	Zone d'obscurcissement	125
3.1	Observations	125
3.2	Modération des zones d'obscurcissement	127

3.3	Influence sur l'amorçage et l'arrêt des fissures	129
4	Modèle 2,5D	130
4.1	Probabilité d'obscurcissement	130
4.2	Densité de fissures activées	131
4.3	Densité de fissures actives	132
5	Résultats	132
5.1	Influence du chargement	132
5.2	Influence de la discrétisation	137
5.3	Influence de la modération des zones d'obscurcissement	139
5.4	Comparaison modèle-expérience	140
6	Remarque sur la propagation des fissures	144
7	Conclusions	145

1 Introduction

Dans le chapitre précédent, le modèle probabiliste a été enrichi par la prise en compte de la propagation en profondeur des fissures pour un cas de chargement correspondant à celui estimé dans l'essai SPLASH. Ce chargement particulier n'a été pris en compte que dans une seule direction limitant le modèle probabiliste à la formation et à la propagation de réseaux de fissures parallèles entre elles et perpendiculaires à la direction de la contrainte qui les a initiées et les fait se propager. Dans ce chapitre, l'hypothèse du chargement uniaxial va être levée au profit d'un chargement plan afin de permettre l'amorçage et la propagation de fissures dans n'importe quelle direction du domaine d'étude, et ainsi de rendre le modèle probabiliste plus proche des observations expérimentales mais aussi des observations faites lors des expertises des circuits de refroidissement incriminés (figure 5.1).

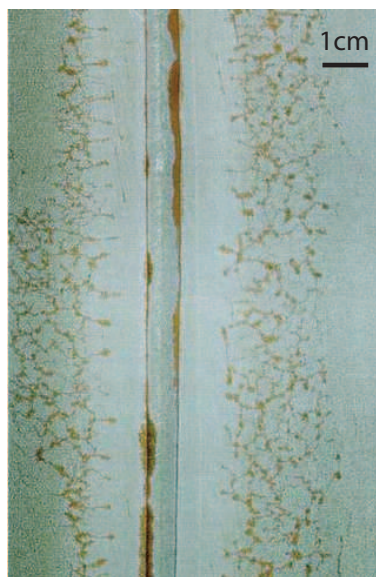


FIG. 5.1 : Réseaux de fissures de part et d'autre de la fissure principale (au centre) située sur la soudure du coude du circuit RRA de Civaux [Cipière et Goltrant, 2002]

1.1 Observations

Les réseaux de fissures de fatigue thermique observés sur les conduites de refroidissement de réacteur à l'arrêt (figure 5.1) présentent des fissures dont les directions sont variées. Même si certaines directions sont plus représentées que d'autres, un réseau de fissures parallèles issu du modèle probabiliste 1,5D est loin de représenter de tels réseaux. D'autre part, les post-traitements de Maillot [2003] sur les réseaux de faïençage thermique obtenus expérimentalement par les essais SPLASH donnent accès, entre autres, à des distributions d'orientations de fissures constituant les réseaux. L'exemple de l'éprouvette 304 L-28 chauffée à $T_{max} = 320^{\circ}\text{C}$ et refroidie cycliquement à $\Delta T = 150^{\circ}\text{C}$ est donné sur la figure 5.2. Sur la face gauche de l'éprouvette (figure 5.2(a)), au bout de 150 000 cycles,

le réseau compte près de 30% de fissures dont l'orientation est de l'ordre de quelques degrés, et plus de 80% environ des fissures ont des orientations comprises entre 0° et 45° . Par contre, au bout de 350 000 cycles, les orientations de fissures sont concentrées autour des directions horizontale et verticale. Pour la face droite de cette éprouvette (figure 5.2(b)), la répartition des distributions de fissures ne présente pas d'orientation préférentielle. Ces observations obligent à améliorer le modèle probabiliste en lui faisant prendre en compte des fissures de directions différentes. Au passage, on peut supposer que la nature du chargement n'est pas strictement identique entre les deux faces de l'éprouvette.

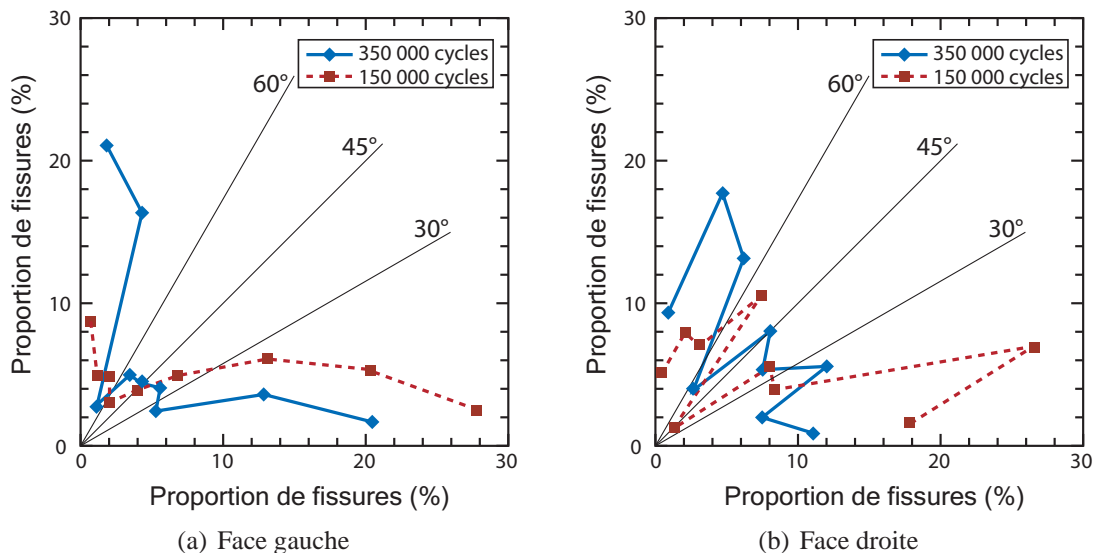


FIG. 5.2 : Rosaces d'orientation de fissures pour l'éprouvette 304L-28 soumise à l'essai SPLASH avec $T_{max} = 320^\circ\text{C}$ et $\Delta T = 150^\circ\text{C}$ [Maillot, 2003]

1.2 Bases de l'enrichissement

Comme les deux ingrédients du modèle probabiliste sont la germination continue de fissures et le processus d'obscurcissement, le modèle 2,5D va se baser sur une modification de la loi de densité de fissures activables, λ_{tI} , représentant la germination continue et de la probabilité d'obscurcissement, P_{obs} , représentant, quant à elle, le processus d'obscurcissement. Dans un premier temps, le passage $1D \rightarrow 2D$ de la densité de fissures activables va être présenté, puis, dans un deuxième temps, le passage $1D \rightarrow 2D$ des tailles de zones d'obscurcissement entre des fissures d'orientations différentes sera explicité. Dans une troisième partie, le modèle probabiliste 2,5D va être présenté avec la mise en place des différentes grandeurs comme la probabilité d'obscurcissement et les densités de fissures activées et actives. Enfin, les résultats du modèle 2,5D seront présentés sur des études paramétriques montrant l'influence des différents paramètres qui vont être implémentés dans le modèle, comme le nombre de directions de fissures considérées, l'influence du chargement, l'influence du type de modération des zones de relaxation des contraintes de fissures d'orientations différentes.

2 Densité de fissures activables

2.1 Rappel

Afin de rendre compte du phénomène de germination continue de fissures dans le domaine considéré, la densité de fissures activables a été introduite au chapitre 3

$$\lambda_{tI}(N) = \lambda_0 \left(\frac{\langle \Delta\sigma - \Delta\sigma_u(N) \rangle}{\sigma_0} \right)^m. \quad (5.1)$$

Dans le modèle 1,5D, le chargement était considéré constant et uniaxial, la variation de contrainte, $\Delta\sigma$, prise en compte était donc équivalente à la variation de la contrainte principale, $\Delta\sigma_I$, ou encore à la variation de la contrainte orthogonale à la direction de la fissure, $\Delta\sigma_m$. Le but du modèle 2,5D est de permettre l'amorçage et la propagation de fissures de directions quelconques, il se doit donc de considérer un chargement plan, ce qui entraîne une dépendance de la contrainte suivant la direction considérée pour l'amorçage de fissure. Dans notre cas, nous utiliserons la variation de la contrainte normale à la direction de la fissure

$$\Delta\sigma = \Delta\sigma(\alpha) = \Delta\sigma^\alpha \quad (5.2)$$

où α correspond à la direction de la normale à la fissure considérée. De ce fait, la densité de fissures activables va elle aussi dépendre de la direction considérée

$$\lambda_{tI} = \lambda_{tI}^\alpha. \quad (5.3)$$

Le choix des directions de fissures à prendre en compte est assez délicat. En effet, expérimentalement, il n'est pas évident de déterminer sur un réseau de fissures la direction exacte des fissures. Le plus souvent, et comme l'a proposé Maillot [2003], on associe un domaine angulaire à une direction de fissure (figure 5.2). Ainsi, plus le domaine d'examen est divisé en sous-domaines, plus la description des directions de fissures sera précise. On se propose donc d'adopter la même méthode pour décrire le réseau de faïencage thermique dans le modèle probabiliste. Ainsi, pour une direction donnée, α , et pour un domaine angulaire d'amplitude donnée, $\Delta\alpha$ (figure 5.3), une densité de fissures activables pourra être définie.

2.2 Discrétisation angulaire

La densité de fissures activables associée à une direction et à un domaine angulaire est construite à partir de sa définition donnée dans le modèle 1D (équation (5.1)). Elle est calculée par la moyenne sur le domaine angulaire de chaque contribution angulaire. Ainsi,

$$\lambda_{tI}^{\alpha, \Delta\alpha} = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha - \Delta\alpha/2}^{\alpha + \Delta\alpha/2} \lambda_{tI}(\Delta\sigma^\beta, N) d\beta \quad (5.4)$$

$$= \frac{\lambda_0}{\pi} \int_{\Delta\alpha} \left[\frac{\langle \Delta\sigma^\beta - \Delta\sigma_u(N) \rangle}{\sigma_0} \right]^m d\beta. \quad (5.5)$$

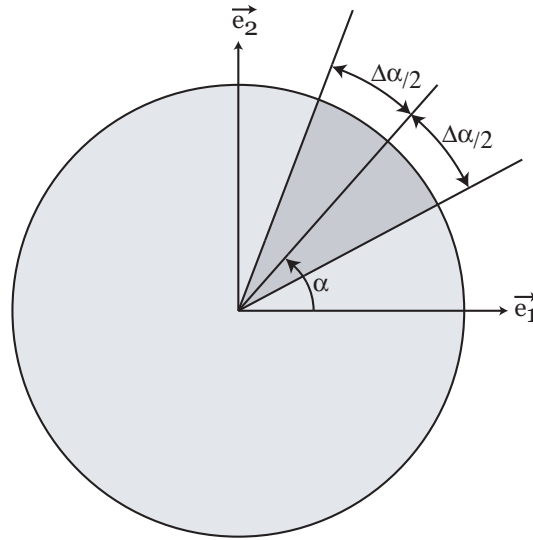


FIG. 5.3 : Paramètres associés au découpage angulaire du domaine d'étude

Les calculs par éléments finis réalisés sur les essais SPLASH [Maillot, 2003] montrent que le chargement est quasiment equi-biaxial au centre de la tache de refroidissement. Afin de ne pas limiter le modèle 2,5D au seul cas du chargement equi-biaxial, un chargement quelconque de type plan va être pris en compte. Ainsi, dans la base principale des contraintes $(\underline{e}_1, \underline{e}_2, \underline{e}_3)$ supposée fixe durant le chargement, la variation du tenseur des contraintes s'écrit

$$\underline{\underline{\Delta\sigma}} = \begin{pmatrix} \Delta\sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \Delta\sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_{(\underline{e}_1, \underline{e}_2, \underline{e}_3)}. \quad (5.6)$$

où $\Delta\sigma_{11}$ et $\Delta\sigma_{22}$ correspondent aux variations de contraintes principales. Soit \underline{n}_β le vecteur unitaire orienté d'un angle β par rapport à \underline{e}_1 , la variation de contrainte dans la direction \underline{n}_β , $\Delta\sigma^\beta$, pouvant amorcer une fissure de direction normale à \underline{n}_β est égale à

$$\Delta\sigma^\beta = \underline{n}_\beta \cdot \underline{\underline{\Delta\sigma}} \cdot \underline{n}_\beta \quad (5.7)$$

avec

$$\underline{n}_\beta = \cos \beta \underline{e}_1 + \sin \beta \underline{e}_2. \quad (5.8)$$

Soit donc

$$\Delta\sigma^\beta = \Delta\sigma_{11} \cos^2 \beta + \Delta\sigma_{22} \sin^2 \beta. \quad (5.9)$$

Ainsi,

$$\lambda_{II}^{\alpha, \Delta\alpha}(N) = \frac{1}{\pi} \frac{\lambda_0}{\sigma_0^m} \int_{\Delta\alpha} \langle \Delta\sigma_{11} \cos^2 \beta + \Delta\sigma_{22} \sin^2 \beta - \Delta\sigma_u(N) \rangle^m d\beta \quad (5.10)$$

$$= \frac{1}{\pi} \frac{\lambda_0}{\sigma_0^m} \int_{\Delta\alpha} \langle \Delta\sigma_{11} \cos^2 \beta + \Delta\sigma_{22} (1 - \cos^2 \beta) - \Delta\sigma_u(N) \rangle^m d\beta. \quad (5.11)$$

En supposant l'ordonnement $\Delta\sigma_{22} \geq \Delta\sigma_{11} \geq 0$ réalisé, on peut écrire

$$\lambda_{II}^{\alpha, \Delta\alpha}(N) = \frac{\lambda_0}{\pi} \left[\frac{\langle \Delta\sigma_{22} - \Delta\sigma_u(N) \rangle}{\sigma_0} \right]^m \underbrace{\int_{\Delta\alpha} \langle \mathcal{A}(N) \cos^2 \beta + 1 \rangle^m d\beta}_{I_m(\alpha, \Delta\alpha)} \quad (5.12)$$

avec

$$\mathcal{A}(N) = \frac{\Delta\sigma_{11} - \Delta\sigma_{22}}{\Delta\sigma_{22} - \Delta\sigma_u(N)}. \quad (5.13)$$

L'intégrale I_m n'a pas d'écriture analytique, d'une part parce que la fonction à intégrer est la valeur positive d'une autre fonction de type \cos^2 le tout à une puissance m , et d'autre part à cause des bornes de l'intégrale qui ne sont pas classiques dans ce cas d'étude (i.e. si les bornes étaient égale à 0, $\pi/2$ ou encore π , le calcul serait légèrement plus simple).

Un autre problème se présente ici car le modèle probabiliste est présenté de manière différentielle et que la détermination de la probabilité d'obscurcissement nécessite le calcul d'intégrales dépendant l'une de l'autre, très gourmand en temps de calcul. De plus, ce n'est pas la densité de fissures activables $\lambda_{II}^{\alpha, \Delta\alpha}$ qui intervient mais l'incrément de densité de fissures activables $d\lambda_{II}^{\alpha, \Delta\alpha}/dN$. Le modèle nécessite donc une écriture analytique de cet incrément de fissures activables pour permettre de garder l'aspect continu de celui-ci, écriture qui ne peut être obtenue à partir de l'expression (5.10).

Une hypothèse simplificatrice va donc être faite ici : la variation de contrainte dans un sous-domaine $\Delta\alpha$ est négligée. Ainsi, la contrainte dans le sous-domaine de direction α et d'amplitude angulaire $\Delta\alpha$ est égale à $\Delta\sigma^\alpha$. Cette simplification du problème permet le calcul de la densité de fissures activables de la même manière que dans le modèle 1,5D où l'amplitude de contrainte est constante

$$\begin{aligned} \lambda_{II}^{\alpha, \Delta\alpha} &= \frac{1}{\pi} \int_{\Delta\alpha} \lambda_0 \left[\frac{\langle \Delta\sigma^\beta - \Delta\sigma_u(N) \rangle}{\sigma_0} \right]^m d\beta \\ &\cong \frac{1}{\pi} \int_{\Delta\alpha} \lambda_0 \left[\frac{\langle \Delta\sigma^\alpha - \Delta\sigma_u(N) \rangle}{\sigma_0} \right]^m d\beta \\ &= \frac{\Delta\alpha \cdot \lambda_0}{\pi} \left[\frac{\langle \Delta\sigma^\alpha - \Delta\sigma_u(N) \rangle}{\sigma_0} \right]^m \\ &= \frac{\Delta\alpha}{\pi} \lambda_{II}(\Delta\sigma^\alpha, N). \end{aligned} \quad (5.14)$$

Cette approximation sera d'autant plus valable que $\Delta\alpha$ sera petit.

3 Zone d'obscurcissement

3.1 Observations

Dans les chapitres précédents, la zone d'obscurcissement correspondait à la zone de relaxation des contraintes normales à la direction de la fissure soumise à un chargement

uniaxial de direction normale à la fissure (figure 5.4(a)), pour une direction de fissure unique. Dans le cas du modèle 2,5D, plusieurs directions de fissures sont à prendre en compte. Il semble donc raisonnable de regarder comment évoluent les champs de contraintes dans plusieurs directions par rapport à une direction fixe de fissure, ce qui revient au même que d'observer le champ de contraintes dans une direction fixe pour différentes orientations de fissures. Des calculs par éléments finis ont été réalisés sur une plaque fissurée, pour un modèle de comportement élastique, soumise à un chargement de traction uniaxial (figure 5.4) et sous un chargement de traction équi-biaxial (figure 5.5). Pour dif-

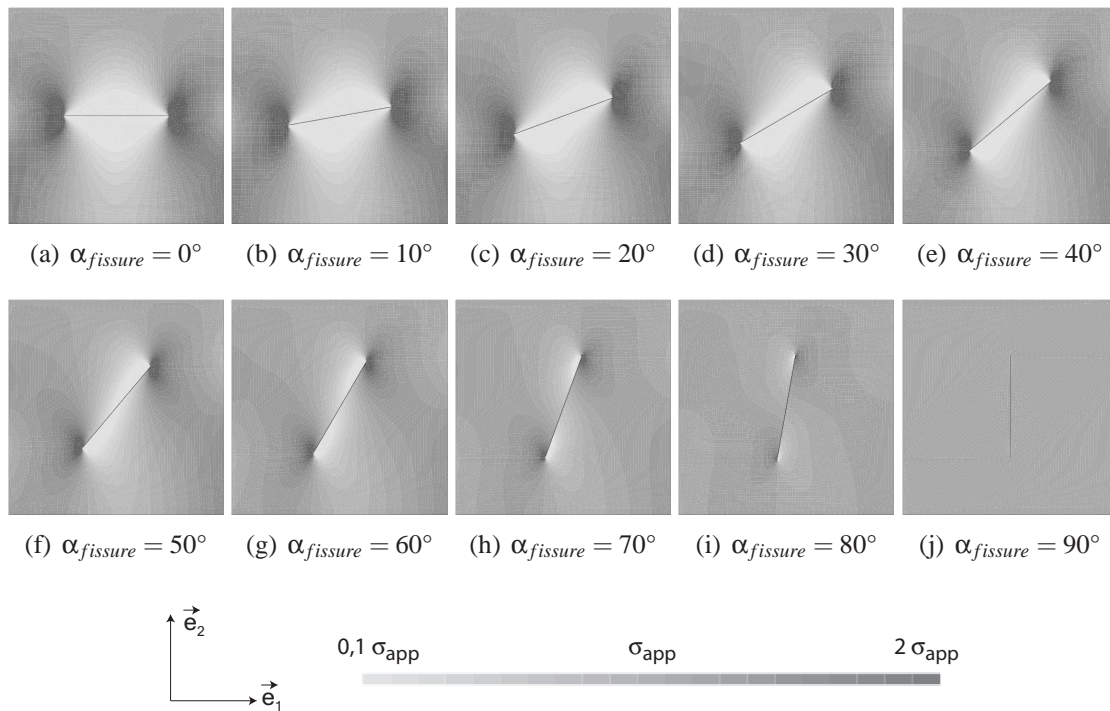


FIG. 5.4 : Champ de contraintes σ_{22} pour un chargement de traction uniaxiale de même direction

férentes directions de fissures, le champ de contraintes σ_{22} est tracé. Dans le cas de la traction uniaxiale (figure 5.4), la zone de relaxation des contraintes (zones claires correspondant à une contrainte plus faible que la contrainte appliquée) est la plus grande pour une direction de fissure orthogonale au chargement (figure 5.4(a)). Celle-ci tend à diminuer lorsque la direction de la fissure s'approche de la direction du chargement, et s'annule même pour une fissure parallèle à la direction du chargement (figure 5.4(j)). Dans le cas d'un chargement d'équi-bitraction (figure 5.5), les mêmes tendances s'observent hormis pour les fissures dont la direction est proche de la direction du chargement, auquel cas, les tailles de zones d'obscurcissement ne sont pas nulles, la contrainte σ_{11} ayant tendance à ouvrir la fissure et donc à relaxer les contraintes dans toutes les directions de la zone proche des lèvres de la fissure. Il semble donc pertinent de considérer qu'une fissure n'aura pas la même influence sur une autre fissure si cette dernière est de direction différente de la première. C'est sur cette observation que les tailles de zones d'obscurcissement introduites précédemment vont être modérées suivant les directions relatives des

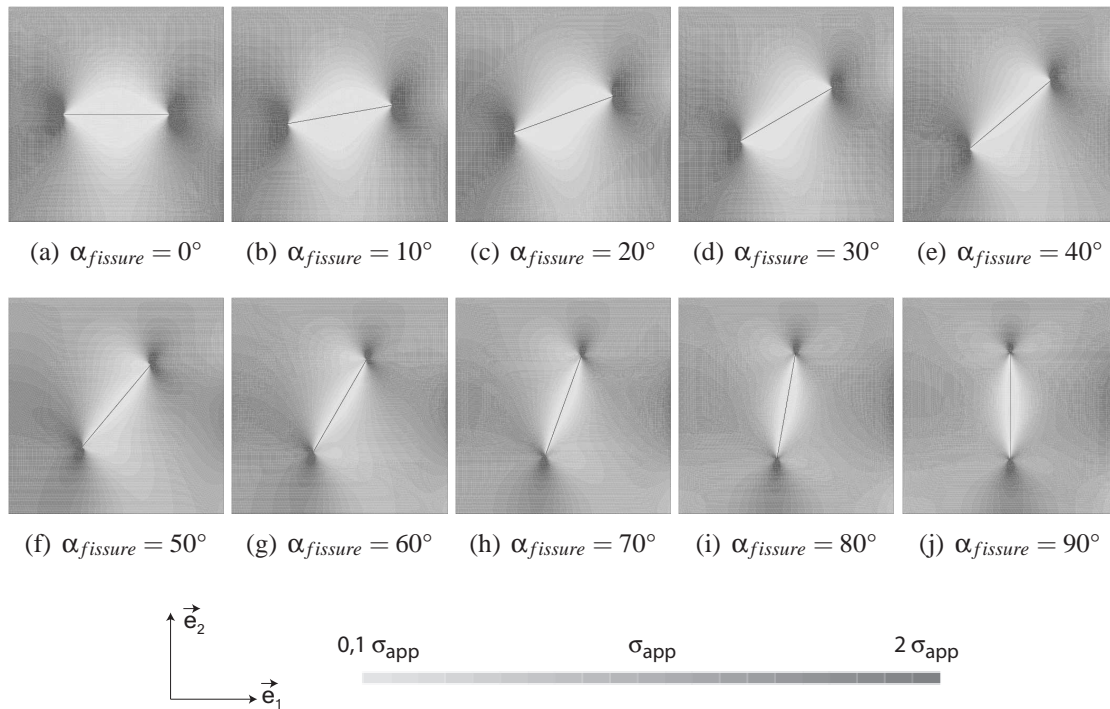


FIG. 5.5 : Champ de contraintes σ_{22} pour un chargement d'équi-bi traction

fissures considérées.

3.2 Modération des zones d'obscurcissement

Les évolutions des tailles de zones d'obscurcissement pour différents seuils de contrainte ont été tracées dans le cas de la traction uniaxiale (figure 5.6(a)) et de la traction équi-biaxiale (figure 5.6(b)). Ces seuils de contrainte représentent la limite de contrainte pour laquelle la zone de relaxation des contraintes est considérée comme étant une zone d'obscurcissement pour le modèle probabiliste. Ces évolutions reprennent quantitativement les variations décrites qualitativement dans le paragraphe précédent et sont issues des mêmes calculs par éléments finis. Pour le cas de chargement uniaxial, les tailles de zones d'obscurcissement tendent vers des valeurs nulles pour des fissures de même direction que le chargement et sont maximales pour des fissures orthogonales au chargement. Des seuils de contrainte plus faibles donnent des tailles de zones d'obscurcissement plus faibles que des seuils de contrainte élevés. Une loi (\cos^2) a été ajoutée aux évolutions des tailles de zones d'obscurcissement (figure 5.6(a)), cette loi semble très bien décrire l'influence de l'orientation des fissures sur les tailles des zones d'obscurcissement dans le cas de la traction uniaxiale.

Par contre, vu que dans le cas de la traction équi-biaxiale, les tailles de zones d'obscurcissement ne tendent pas vers une valeur nulle pour des fissures orthogonales à la direction de contrainte observée, cette loi ne permet pas de décrire ces évolutions. Pour des raisons de simplicité dans l'élaboration du modèle probabiliste 2,5D, il est néanmoins choisi d'utiliser la loi (\cos^2) pour décrire ces évolutions, sachant que la modification dans

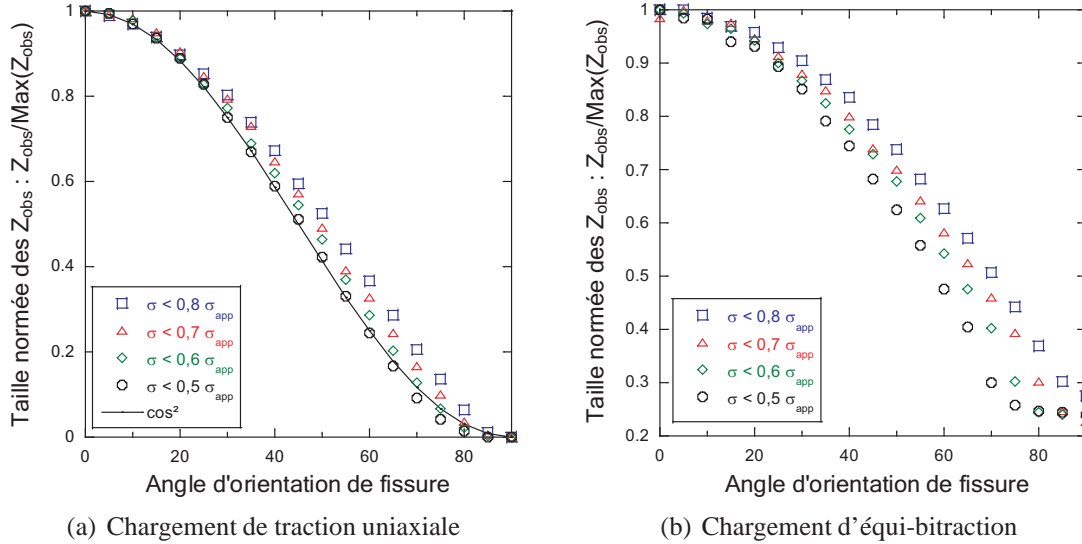


FIG. 5.6 : Évolution des tailles de zones d'obscurcissement de la contrainte σ_{22} pour différentes orientations de fissures et différents seuils de contrainte

le modèle et dans le code peut être facilement réalisée. De plus, une étude sur l'influence de cette loi sur le modèle va être proposée dans la suite.

Soient α_1 la direction d'une fissure 1 et α_2 celle associée à une fissure 2. La taille de la zone d'obscurcissement de la fissure de direction α_1 sur la fissure de direction α_2 sera d'autant plus élevée que les deux directions seront proches, et d'autant plus faible que les deux directions deviendront proches de l'orthogonalité. La taille de la zone d'obscurcissement de la fissure 1 sur la fissure 2 s'écrit donc

$$\tilde{Z}_{obs}^{\alpha_1 \rightarrow \alpha_2}(N) = Z_{obs}(N) \times \cos^2(\alpha_1 - \alpha_2). \quad (5.15)$$

Cette définition de \tilde{Z}_{obs} est bien fonction décroissante de la différence $(\alpha_1 - \alpha_2)$, et les deux cas extrêmes sont retrouvés

$$\alpha_1 = \alpha_2 \Rightarrow \tilde{Z}_{obs}^{\alpha_1 \rightarrow \alpha_2}(a, c) = 2 \pi a c \quad (5.16)$$

$$\alpha_1 = \alpha_2 + \pi/2 \Rightarrow \tilde{Z}_{obs}^{\alpha_1 \rightarrow \alpha_2}(a, c) = 0. \quad (5.17)$$

Remarque : le choix de cette fonction de modération des tailles de zones d'obscurcissement représente bien le cas du chargement uniaxial (figure 5.4). Dans le cas de chargements équi-biaxiaux et même biaxiaux, cette fonction n'est plus parfaitement représentative des évolutions des tailles de zones d'obscurcissement. Afin de prendre en compte ces évolutions particulières, en plus de considérer les tailles de fissures, il faudrait également considérer les contraintes appliquées dans les deux directions, $\Delta\sigma_{11}$ et $\Delta\sigma_{22}$, ce qui reviendrait à compliquer le problème. Or, ici, le but principal de cette étude est de mettre en place un modèle probabiliste simple, où les fonctions associées à chaque grandeur sont aisément modifiables (comme la densité de fissures activables, les tailles de zones d'obscurcissement, etc.).

3.3 Influence sur l'amorçage et l'arrêt des fissures

Maintenant que la modération des zones d'obscurcissement est écrite, intéressons-nous à son influence sur l'amorçage, la propagation et l'arrêt des fissures. Pour cela, reprenons la schématisation déjà utilisée dans la présentation du modèle probabiliste. Considérons donc une zone d'étude schématisée par un domaine circulaire (figure 5.7) soumise à un chargement plan quelconque et présentant 3 fissures d'orientations différentes.

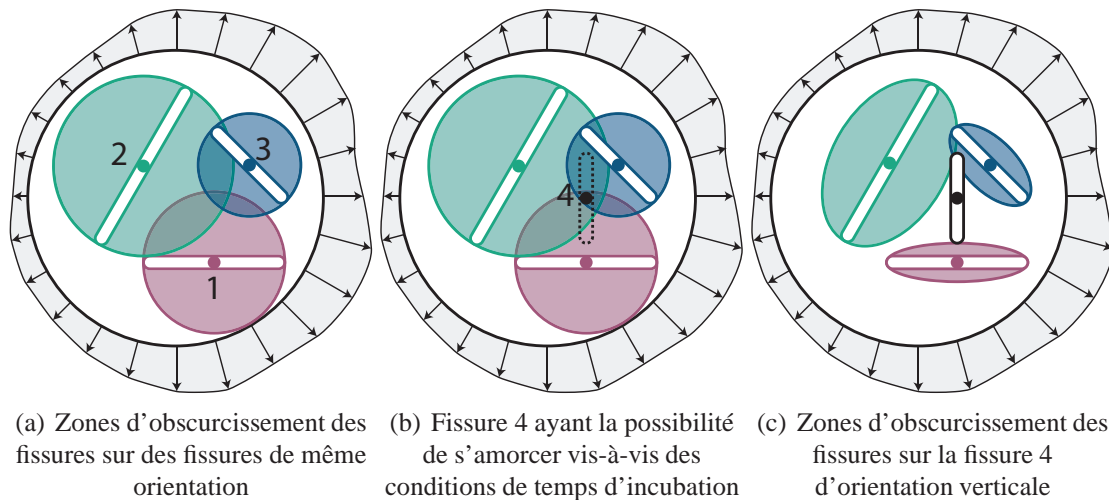


FIG. 5.7 : Prise en compte de l'orientation des fissures dans la détermination des tailles des zones d'obscurcissement

Sur la figure 5.7(a), les zones d'obscurcissement représentées sont des schématisations pour des fissures de même orientation que les fissures considérées. Ainsi, la zone d'obscurcissement de la fissure 1 correspond à l'obscurcissement de cette fissure sur une fissure de même orientation, il en est de même pour les fissures 2 et 3. À l'instant considéré, le domaine est donc dans l'état donné par la figure 5.7(a). Dans cet état, le nombre de cycles atteint correspond à l'amorçage de la fissure 4. Cette fissure a donc rempli une des deux conditions d'amorçage : si elle n'est pas obscurcie par les autres fissures, elle s'amorcera suivant la direction verticale comme l'indique la figure 5.7(b). Afin de savoir si l'amorçage de la fissure 4 est possible, il est nécessaire d'étudier l'influence de chacune des 3 autres fissures d'orientations différentes sur cette fissure.

La figure 5.7(c) représente schématiquement les zones d'obscurcissement de la fissure 1 par rapport à la fissure 4, de la fissure 2 par rapport à la fissure 4 et de la fissure 3 par rapport à la fissure 4. Ainsi, la fissure 1 qui a une direction orthogonale à la fissure 4 a une influence quasiment nulle sur la fissure 4, la fissure 3 voit également sa zone d'influence sur la fissure 4 réduite par rapport à une fissure de même orientation, et il en est de même pour la fissure 2. Alors que la configuration de la figure 5.7(b) laissait présager un obscurcissement de la fissure 4, celle-ci peut finalement s'amorcer dans la direction considérée. Par contre, si cette fissure 4 était de même orientation qu'une des 3 autres fissures, son amorçage aurait été impossible à cause de l'obscurcissement par la fissure de même direction.

L'analyse vient d'être faite en considérant l'amorçage d'une fissure. Les conditions

d'arrêt ou de propagation des fissures peuvent être retrouvées en suivant cette même analyse mais en considérant que la fissure 4 est, cette fois-ci, déjà présente dans le domaine à l'instant considéré. Le principe de formation et de propagation de fissures de directions différentes vient donc d'être posé avec la présentation des conditions d'amorçage, de propagation et d'arrêt de fissures. Ajoutées à la discrétisation angulaire de la densité de fissures activables, les bases du modèle 2,5D peuvent donc maintenant être intégrées dans les grandeurs du modèle probabiliste que sont la probabilité d'obscurcissement et les densités de fissures activées et actives.

Remarque : dans cette schématisation, les zones d'obscurcissement ont été représentées par des cercles et des ellipses. Cette schématisation est assez proche de la réalité si on considère les résultats des calculs éléments finis présentés sur la figure 5.4 dans le cas d'un chargement uniaxial sur un plaque. Par contre, dans le cas d'un chargement équi-biaxial (figure 5.5), la schématisation n'est plus vraie. Toutefois, ce qui est important dans le modèle, ce n'est pas la forme des zones d'obscurcissement mais leur taille. Dans un souci pédagogique, l'adoption de zones d'obscurcissement de forme elliptique est utilisée dans cette schématisation.

4 Modèle 2,5D

4.1 Probabilité d'obscurcissement

Dans le paragraphe précédent, nous avons introduit la zone d'obscurcissement d'une fissure d'orientation β sur une fissure d'orientation α , $\tilde{Z}_{obs}^{\beta \rightarrow \alpha}$. De la même manière, introduisons la probabilité d'obscurcissement des fissures d'orientation β sur une fissure d'orientation α , $\tilde{P}_{obs}^{\beta \rightarrow \alpha}$, en utilisant la définition de la probabilité d'obscurcissement (3.11)

$$\tilde{P}_{obs}^{\beta \rightarrow \alpha}(N) = 1 - \exp \left[- \int_{N_{min}(\beta)}^N \frac{d\lambda_{II}^{\beta, \Delta\beta}}{dN_I}(N_I) \tilde{Z}_{obs}^{\beta \rightarrow \alpha}(N - N_I) dN_I \right] \quad (5.18)$$

avec $\lambda_{II}^{\beta, \Delta\beta}$ défini par (5.14) et $\tilde{Z}_{obs}^{\alpha \rightarrow \beta}$ défini par (5.15). Ainsi, avec l'utilisation de la fonction de modération définie dans l'équation (5.15), la probabilité d'obscurcissement de fissures d'orientation β sur une fissure d'orientation α peut s'écrire

$$\begin{aligned} \tilde{P}_{obs}^{\beta \rightarrow \alpha}(N) &= 1 - \exp \left(- \int_{N_{min}(\beta)}^N \frac{d\lambda_{II}^{\beta, \Delta\beta}}{dN_I}(N_I) Z_{obs}(N - N_I) \times \cos^2(\beta - \alpha) dN_I \right) \\ &= 1 - \left[\exp \left(- \int_{N_{min}(\beta)}^N \frac{d\lambda_{II}^{\beta, \Delta\beta}}{dN_I}(N_I) Z_{obs}(N - N_I) dN_I \right) \right]^{\cos^2(\beta - \alpha)}. \end{aligned} \quad (5.19)$$

Posons, pour simplifier

$$P_{obs}(\Delta\sigma^\beta, N) = 1 - \exp \left(- \int_{N_{min}(\beta)}^N \frac{d\lambda_{II}^{\beta, \Delta\beta}}{dN_I}(N_I) Z_{obs}(N - N_I) dN_I \right) \quad (5.20)$$

où P_{obs} représente la probabilité d'obscurcissement d'une fissure de normale \underline{n}_β sur une fissure de même direction. Ainsi

$$1 - \tilde{P}_{obs}^{\beta \rightarrow \alpha}(N) = \left[1 - P_{obs}(\Delta\sigma^\beta, N) \right]^{\cos^2(\beta - \alpha)}. \quad (5.21)$$

Il est maintenant nécessaire de déterminer la probabilité d'obscurcissement de toutes les fissures, c'est-à-dire des fissures de toutes les orientations, sur une fissure de direction α . Une fissure de direction α n'est pas obscurcie si aucune fissure de direction β ne l'obscurcit, avec β décrivant toutes les directions du domaine d'étude. Ainsi

$$1 - P_{obs}^\alpha(N) = \prod_{\beta=\alpha}^{\beta=\alpha+\pi} \left[1 - \tilde{P}_{obs}^{\beta \rightarrow \alpha}(N) \right] \quad (5.22)$$

où $P_{obs}^\alpha(N)$ est la probabilité d'obscurcissement de toutes les fissures sur une fissure de direction α . Cette écriture peut-être ramenée à

$$1 - P_{obs}^\alpha(N) = \prod_{\beta=\alpha}^{\beta=\alpha+\pi} \left[1 - P_{obs}(\Delta\sigma^\beta, N) \right]^{\cos^2(\beta - \alpha)}, \quad (5.23)$$

soit

$$\ln(1 - P_{obs}^\alpha(N)) = \sum_{\beta=\alpha}^{\beta=\alpha+\pi} \left[\cos^2(\beta - \alpha) \ln(1 - P_{obs}(\Delta\sigma(\beta), N)) \right] \quad (5.24)$$

ou de manière continue

$$\ln(1 - P_{obs}^\alpha(N)) = -2 \int_{\beta=\alpha}^{\beta=\alpha+\pi/2} \cos^2(\beta - \alpha) \hat{Z}_{obs}(\beta, N) \lambda_{tI}^{\beta, \Delta\beta}(N) d\beta \quad (5.25)$$

avec

$$\hat{Z}_{obs}(\beta, N) \lambda_{tI}^{\beta, \Delta\beta}(N) = \int_{N_{min}(\beta)}^N \frac{d\lambda_{tI}^{\beta, \Delta\beta}}{dN_I}(N_I) Z_{obs}(N - N_I) dN_I. \quad (5.26)$$

Le multiplicateur 2 devant l'intégrale vient du fait que les fissures orientées symétriquement par rapport à la direction de la fissure ont la même influence sur les tailles de zones d'obscurcissement. Ainsi, le calcul de l'intégrale entre 0 et π est égal à deux fois le calcul de la même intégrale entre 0 et $\pi/2$. Au final, la probabilité d'obscurcissement de toutes les fissures sur une fissure de direction α s'écrit

$$P_{obs}^\alpha(N) = 1 - \exp \left[-2 \int_{\beta=\alpha}^{\beta=\alpha+\pi/2} \cos^2(\beta - \alpha) \hat{Z}_{obs}(\beta, N) \lambda_{tI}^{\beta, \Delta\beta}(N) d\beta \right]. \quad (5.27)$$

4.2 Densité de fissures activées

De manière analogue à la mise en place de la densité de fissures activées dans les modèles 1D et 1,5D, la densité de fissures activées dans la direction α correspond à toutes les fissures qui ont pu s'amorcer dans la direction α et qui ne sont pas obscurcies par toutes les autres fissures (i.e. les fissures de même direction et les fissures de toutes les autres directions)

$$\lambda_m^\alpha(N) = \int_{N_{min}(\alpha)}^N \frac{d\lambda_{tI}^{\alpha, \Delta\alpha}}{dN_I}(N_I) [1 - P_{obs}^\alpha(N_I)] dN_I. \quad (5.28)$$

4.3 Densité de fissures actives

La densité de fissures actives dans la direction α correspond à la densité de fissures activées dans la direction α et qui ne sont pas obscurcies par toutes les autres fissures (i.e. les fissures de même direction et les fissures de toutes les autres directions)

$$\lambda_{mP}^{\alpha}(N) = \lambda_m^{\alpha}(N) \times [1 - P_{obs}^{\alpha}(N)]. \quad (5.29)$$

5 Résultats

Afin de valider le modèle 2,5D établi dans ce chapitre, une étude paramétrique a été menée. Les influences du type de chargement, de l'amplitude du chargement, du nombre de subdivisions du domaine d'étude ainsi que la modération des zones d'obscurcissement vont être présentées. Dans toute cette partie, le domaine d'étude est assimilé à un quart de cercle qui sera découpé en plusieurs sous-domaines. La direction 1 correspond à un angle $\alpha = 0$ et la direction 2 à un angle $\alpha = \pi/2$.

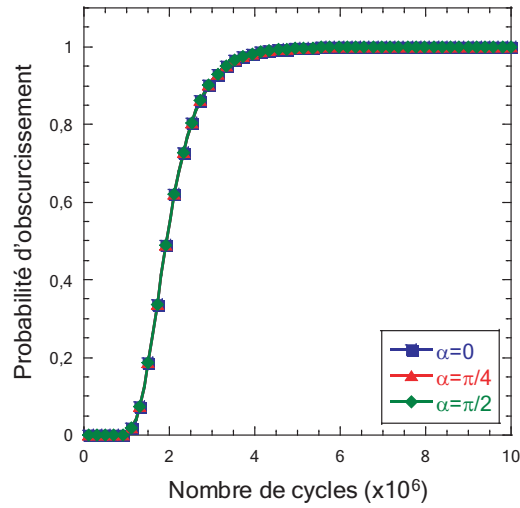
5.1 Influence du chargement

5.1.1 Chargement d'équi-bitraction

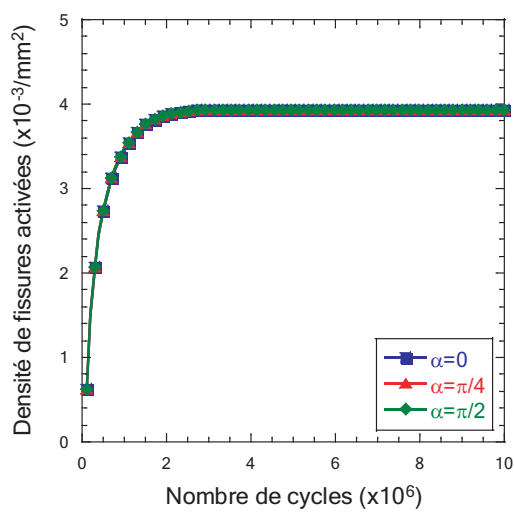
La façon la plus simple de tester le modèle est d'examiner le cas le plus simple de chargement plan : le chargement équi-biaxial. En effet, dans ce type de chargement, l'amplitude de contrainte est la même quelle que soit la direction considérée. Ainsi, chaque grandeur du modèle doit évoluer de la même manière quel que soit le domaine angulaire. Les résultats d'un tel cas de chargement sont représentés sur la figure 5.8 pour une amplitude de chargement de 370 MPa et pour une division du domaine d'étude en trois parties. Les évolutions de la probabilité d'obscurcissement (figure 5.8(a)) sont exactement les mêmes pour chaque direction angulaire. Il en est de même pour les évolutions des densités de fissures activées (figure 5.8(b)) et actives (figure 5.8(c)).

Dans le premier million de cycles, la probabilité d'obscurcissement dans chaque direction est nulle car il y a peu de fissures dans le domaine et leur taille évolue peu. Les seules fissures présentes ont des tailles relativement petites et ne permettent donc pas un obscurcissement du domaine assez important par rapport à la taille du domaine étudié. La présence de ces fissures est justifiée par les augmentations respectives des densités de fissures activées et actives dont l'évolution est strictement identique.

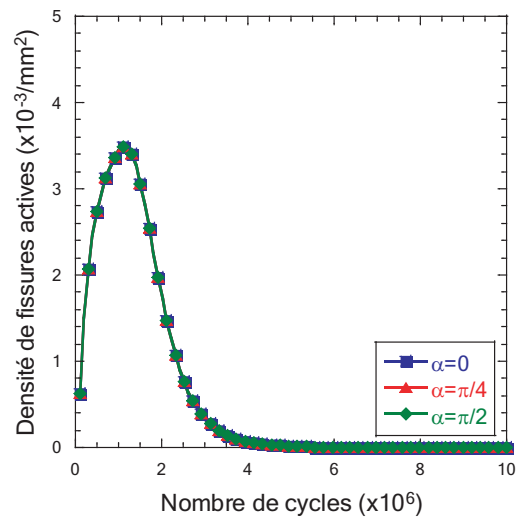
Par contre, dès que la probabilité d'obscurcissement augmente, à partir de 1 million de cycles, ces densités vont voir leur évolution se séparer avec un ralentissement puis une décroissance de la densité de fissures actives et un ralentissement puis une saturation vers une valeur constante de la densité de fissures activées. En fait l'obscurcissement prenant une part de plus en plus importante dans l'évolution des fissures, le nombre de nouvelles fissures, caractérisé par l'incrément de densité de fissures activées, devient plus faible que le nombre de fissures arrêtées, caractérisé quant à lui par la diminution de la densité de fissures actives. Cette augmentation de la probabilité d'obscurcissement vient de l'augmentation du nombre de fissures activées mais aussi de l'augmentation des tailles des



(a) Probabilité d'obscurcissement



(b) Densité de fissures activées



(c) Densité de fissures actives

FIG. 5.8 : Résultats pour un chargement de traction équi-biaxiale ($\Delta\sigma_{11} = \Delta\sigma_{22} = 370$ MPa) pour une division du domaine d'étude en 3 parties

fissures actives présentes dans le domaine. Ces dernières fissures correspondent majoritairement aux premières fissures amorcées et possèdent donc des tailles importantes.

Dans la suite de l'étude, ces évolutions de probabilité d'obscurcissement et de densités de fissures activées et actives serviront de courbes de référence. C'est par rapport à ces courbes que les résultats des études paramétriques suivantes seront comparés et permettront de valider qualitativement le modèle 2,5D.

5.1.2 Chargement de bitraction

Dans cette deuxième simulation, le champ de contraintes appliqué est biaxial avec une contrainte plus élevée suivant la direction \underline{e}_1 ($\Delta\sigma_{11} = 370$ MPa) par rapport à la direction \underline{e}_2 ($\Delta\sigma_{22} = 350$ MPa). Les résultats sont rassemblés dans la figure 5.9. Dans ce

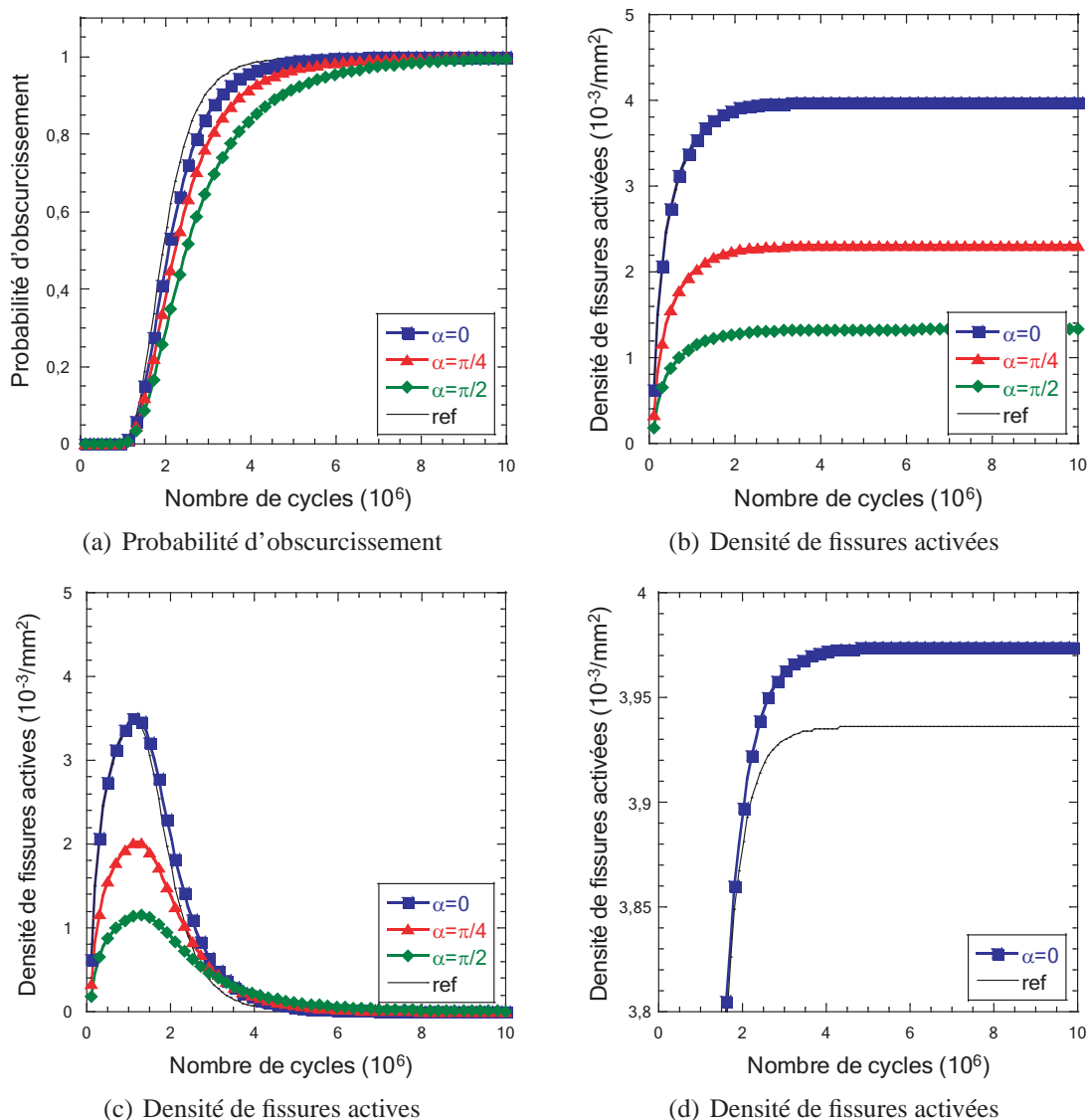


FIG. 5.9 : Résultats pour un chargement de traction biaxiale ($\Delta\sigma_{11} = 370$ MPa et $\Delta\sigma_{22} = 350$ MPa) pour une division du domaine d'étude en 3 parties

type de chargement, les contraintes ne sont plus les mêmes dans chaque sous-domaine et dépendent donc de la discrétisation du domaine d'étude.

L'évolution de la probabilité d'obscurcissement (figure 5.9(a)) n'est plus identique dans chaque sous-domaine. Le domaine le plus chargé, qui correspond au domaine d'orientation $\alpha = 0$ est celui qui s'obscurcit le plus vite par rapport aux deux autres domaines. Par contre, son évolution est moins rapide que dans le cas d'un chargement équi-biaxial car les autres domaines n'influent plus de la même manière sur lui. En effet, la contrainte associée à chaque autre sous-domaine est plus faible ($\Delta\sigma^{\pi/4} = 360$ MPa et $\Delta\sigma^{\pi/2} = 350$ MPa) que dans le cas de référence ($\Delta\sigma^{\pi/4} = \Delta\sigma^{\pi/2} = 370$ MPa) ce qui entraîne un nombre de fissures dans ces sous-domaines plus faible que dans le cas précédent et donc un obscurcissement du domaine $\alpha = 0$ plus restreint.

De plus, comme la contrainte est plus faible dans les autres sous-domaines, l'amorçage des premières fissures a lieu plus tard que dans le sous-domaine le plus chargé. En ce qui concerne les densités de fissures activées, (figure 5.9(b)), celles-ci suivent des évolutions différentes principalement dues à la contrainte qui règne dans chaque sous-domaine : plus la contrainte est élevée dans un sous-domaine, plus la densité de fissures activées dans celui-ci est élevée. A première vue, la densité de fissures activées dans le sous-domaine de direction $\alpha = 0$ semble identique pour le cas de chargement équi-biaxial de référence et le chargement de bitraction traité ici. Or, comme les deux autres sous-domaines comportent moins de fissures, l'obscurcissement de ces derniers sur le sous-domaine de direction $\alpha = 0$ est plus faible à même nombre de cycles par rapport au chargement de référence, ce qui devrait aboutir à une densité de fissures activées plus importante dans le cas traité ici. Un zoom sur les valeurs finales de cette densité de fissures activées (figure 5.9(d)) montre que, cette densité est effectivement plus élevée que dans le cas de traction équi-biaxiale.

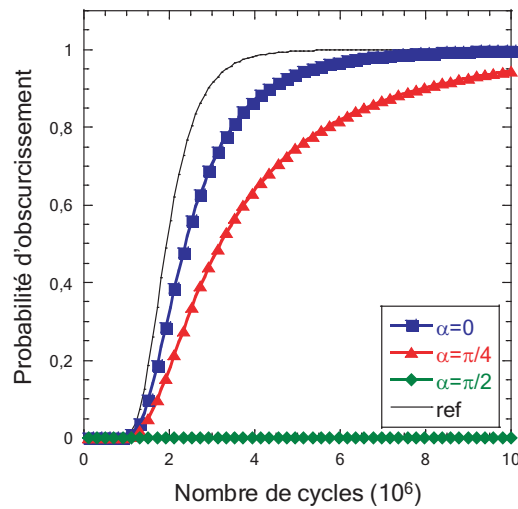
Les densités de fissures actives (figure 5.9(c)) atteignent elles-aussi des maxima qui sont d'autant plus élevés que la contrainte dans le sous-domaine est élevée. De plus, comme l'obscurcissement est moins rapide dans les sous-domaines moins chargés (figure 5.9(a)), c'est dans ces sous-domaines que les fissures restent actives le plus longtemps. De la même façon, la densité de fissures actives du domaine de direction $\alpha = 0$ décroît plus faiblement dans ce cas de chargement de bitraction que dans le cas d'équi-bitraction.

L'influence d'un chargement de bitraction sur un chargement d'équi-bitraction semble donc être cohérente avec les attentes qu'il est possible d'avoir vis-à-vis de la formation d'un réseau de fissures. En effet, si l'on considère la formation d'un réseau de fissures pour un chargement de bitraction, il semble cohérent que la direction la plus chargée donnera naissance à un plus grand nombre de fissures qu'une autre direction moins chargée. De même, l'influence du niveau de chargement est compatible avec les résultats obtenus dans le modèle 1,5D (paragraphe 5.3.2), avec une saturation plus rapide dans le cas d'un chargement plus fort et une densité de fissures activées finale plus élevée.

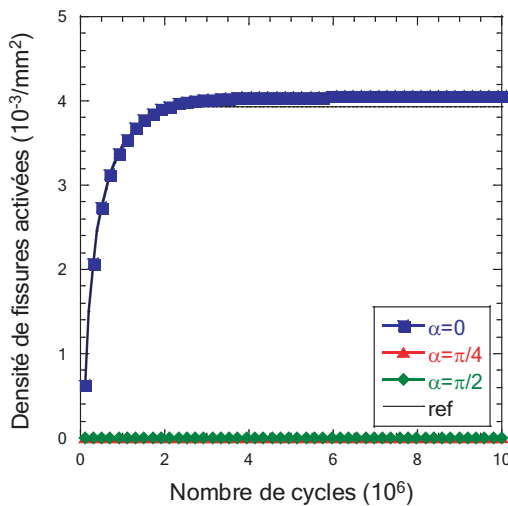
5.1.3 Chargement de traction uniaxiale

Dans cet exemple, le cas d'un chargement extrême de bitraction va être considéré. La forme du champ de contrainte est telle que $\Delta\sigma_{11} = 370$ MPa et $\Delta\sigma_{22} = 0$. Les résul-

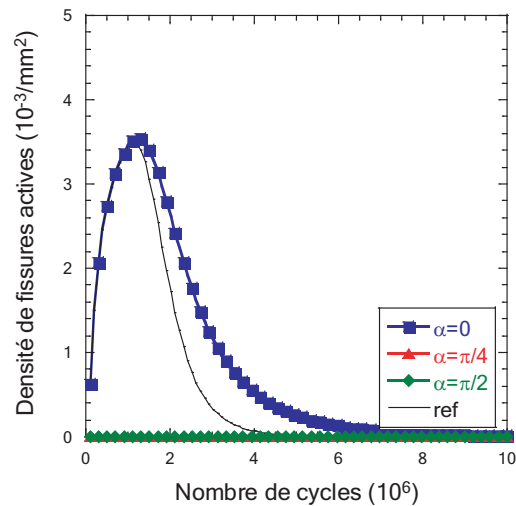
tats de ce cas de chargement sont rassemblés dans la figure 5.10. Ce cas de chargement



(a) Probabilité d'obscurcissement



(b) Densité de fissures activées



(c) Densité de fissures actives

FIG. 5.10 : Résultats pour un chargement de traction uniaxiale ($\Delta\sigma_{11} = 370$ MPa et $\Delta\sigma_{22} = 0$ MPa) pour une division du domaine d'étude en 3 parties

peut être analysé de la même manière que le chargement biaxial précédent, par contre quelques remarques peuvent y être ajoutées. En effet, la probabilité d'obscurcissement du sous-domaine de direction $\pi/2$ semble être nulle à chaque instant (figure 5.10(a)). En fait, celle-ci n'est pas exactement nulle mais de l'ordre de 2×10^{-3} au bout de 5 millions de cycles correspondant à l'influence de la probabilité d'obscurcissement du sous-domaine de direction $\pi/4$. Par contre, la fonction de modération choisie (5.15) rend nulle l'influence de la direction orthogonale à la direction considérée, soit ici $\alpha = 0$.

La densité de fissures activées associée au sous-domaine de direction $\pi/2$ reste nulle au cours des cycles (figure 5.10(b)), car la densité de fissures activables dans ce sous-domaine, $\lambda_{tI}^{\pi/2, \Delta\alpha}$ est nulle pour tout nombre de cycles, la contrainte dans ce domaine étant

elle-même nulle. La densité de fissures activées du sous-domaine de direction $\pi/4$ n'est, quant à elle, pas nulle, mais il y a un facteur 1 000 avec celle associée à la direction $\alpha = 0$. Ce cas de chargement rend compte de manière beaucoup plus radicale de l'influence des sous-domaines entre-eux. En effet, si l'on considère le cas de la probabilité d'obscurcissement du sous domaine de direction $\alpha = 0$, celle-ci évolue plus lentement dans le cas du chargement de traction uniaxiale par rapport au cas de traction équi-biaxiale. Ceci est dû à l'influence plus faible du sous-domaine de direction $\alpha = \pi/4$ qui comporte moins de fissures dans le cas de la traction uniaxiale que dans le cas de référence.

5.2 Influence de la discrétisation

Il est nécessaire que la discrétisation angulaire du domaine d'étude permette une indépendance au nombre de sous-domaines utilisés. Dans ce paragraphe, le modèle a été appliqué dans le cas d'une discrétisation du domaine en 4 sous-domaines ($i = 4$) afin d'être comparé aux cas d'études précédents où 3 sous-domaines étaient utilisés ($i = 3$). Le chargement appliqué est celui de la bitraction où $\Delta\sigma_{11} = 370$ MPa et $\Delta\sigma_{22} = 350$ MPa et la fonction de modération des zones d'obscurcissement est celle donnée par (5.15). La

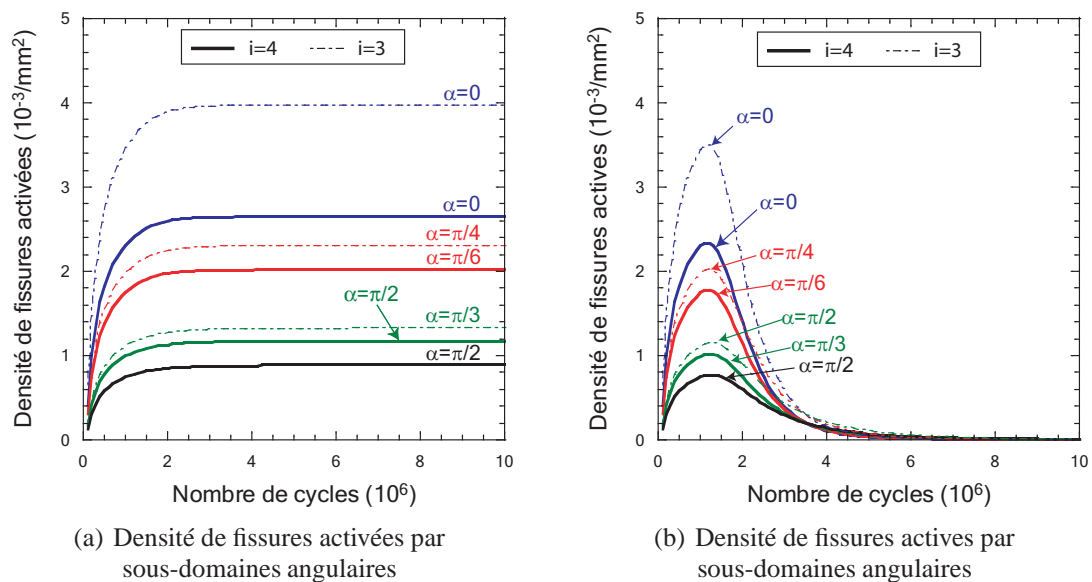


FIG. 5.11 : Influence du nombre de découpage ($\Delta\sigma_{11} = 370$ MPa et $\Delta\sigma_{22} = 350$ MPa)

figure 5.11 regroupe les évolutions des densités de fissures activées et actives pour ces deux cas. Les densités de fissures activées (figure 5.11(a)) associées aux sous-domaines du cas ($i = 4$) sont plus faibles que celles associées au cas ($i = 3$) car la taille des sous-domaines est plus faible dans le premier cas. Ainsi, même si le sous-domaine de direction $\alpha = 0$ est soumis dans les deux cas au même chargement ($\Delta\sigma_{11} = 370$ MPa), la densité de fissures activées est plus faible dans le cas d'une discrétisation plus fine du domaine d'étude. Cette comparaison peut également être faite sur le sous-domaine de direction $\alpha = \pi/2$. Les densités de fissures actives atteignent également des maxima moins élevés pour une discrétisation plus fine du domaine d'étude.

Afin de comparer l'influence de la discrétisation du domaine d'étude sur la précision des calculs, introduisons la densité totale de fissures sur le domaine λ_{mT} . Pour cela, référons nous à la figure 5.12 qui représente la discrétisation du domaine d'étude en 4 sous-domaines. Les sous-domaines numérotés 1, 2, 3 et 4 sont les sous-domaines sur lesquels

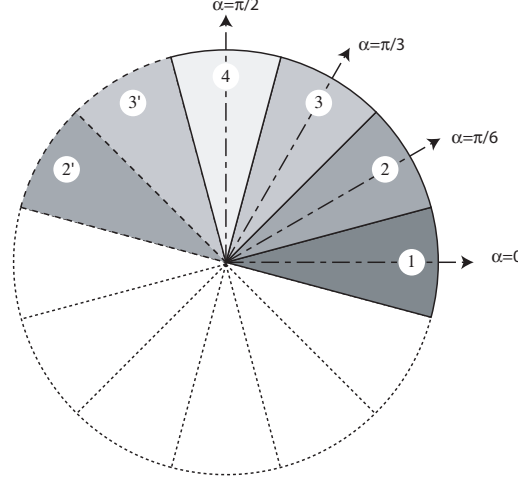


FIG. 5.12 : Décomposition du domaine d'étude en 4 sous-domaines

les calculs sont effectués par le modèle (et dont les résultats sont, en partie, donnés par la figure 5.11). Les sous-domaines 3' et 2' sont respectivement soumis au même chargement que les sous-domaines 3 et 2. De plus, ceux-ci jouent le même rôle dans le processus d'obscurcissement sur les différents sous-domaines. Les fissures créées dans chaque sous-domaine ont des directions orthogonales à la direction de chaque sous-domaine. Ainsi, les fissures qui s'amorcent, par exemple, dans le sous-domaine 1 sont les mêmes qui peuvent s'amorcer dans le sous-domaine complémentaire ($\alpha = \pi$). La densité totale de fissures λ_{mT}^4 est donc définie par

$$\begin{aligned}\lambda_{mT}^4(N) &= \lambda_m^1(N) + \lambda_m^2(N) + \lambda_m^{2'}(N) + \lambda_m^3(N) + \lambda_m^{3'}(N) + \lambda_m^4(N) \\ &= \lambda_m^1(N) + 2 \times \lambda_m^2(N) + 2 \times \lambda_m^3(N) + \lambda_m^4(N).\end{aligned}\quad (5.30)$$

De manière plus générale, la densité totale de fissures dans le domaine d'étude subdivisé en n sous-domaines, λ_{mT}^n , est définie par

$$\lambda_{mT}^n(N) = \lambda_m^0(N) + \lambda_m^{\pi/2}(N) + 2 \times \sum_{k=1}^{k=n-2} \lambda_m^{k\pi/2(n-1)} \quad (5.31)$$

où λ_m^α est définie par la relation (5.28). Les évolutions de la densité totale de fissures pour plusieurs discrétisations ont été calculées (figure 5.13(a)). Celles-ci sont très proches d'une discrétisation à l'autre. Afin de le vérifier, introduisons l'erreur sur la densité totale de fissures qui représente l'erreur faite pour un calcul de la densité de fissures totale pour une discrétisation en n_2 sous-domaines par rapport à celui fait pour une discrétisation en n_1 sous-domaines

$$\varepsilon(n_1, n_2) = \frac{\lambda_{mT}^{n_1} - \lambda_{mT}^{n_2}}{\lambda_{mT}^{n_1}} \quad (5.32)$$

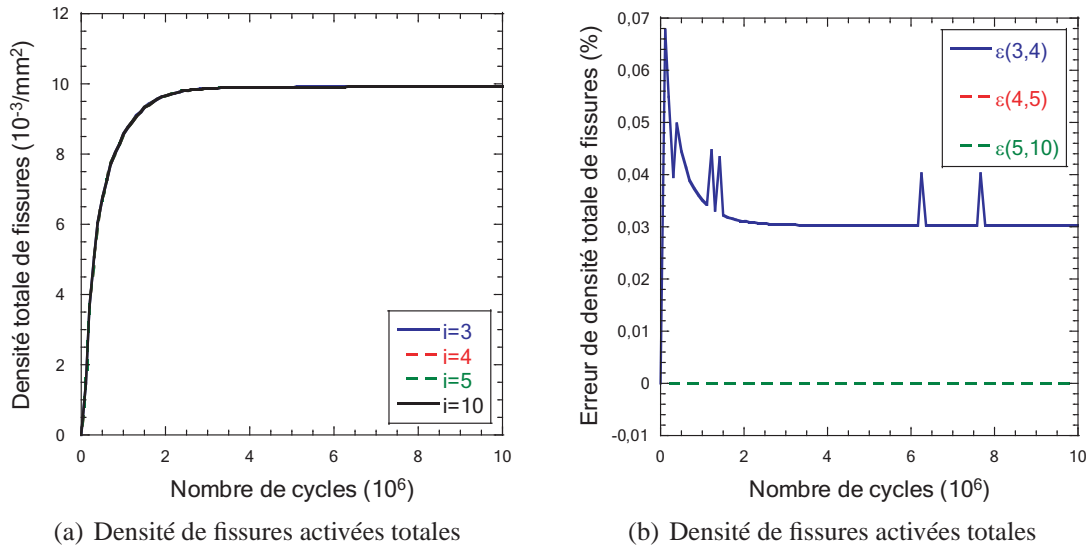


FIG. 5.13 : Influence du nombre de découpage ($\Delta\sigma_{11} = 370$ MPa et $\Delta\sigma_{22} = 350$ MPa)

Les résultats des calculs d'erreur entre différentes discrétisations sont donnés sur la figure 5.13(b). L'erreur de densité totale de fissures entre 3 et 4 subdivisions est de l'ordre de 0,07% au début du calcul. Celle-ci diminue au cours des cycles et tend finalement vers une valeur constante de l'ordre de 0,03%. Par contre, l'erreur $\varepsilon(4,5)$ est nulle pour tout cycle, de même pour $\varepsilon(5,10)$. Au terme de cette étude comparative sur l'influence du nombre de subdivisions du domaine d'étude, à partir d'un nombre minimum de 4 sous-domaines, la densité totale de fissures dans le domaine converge vers une seule et même valeur. La prise en compte de 3 sous-domaines reste également un bon choix puisque l'erreur est de l'ordre de quelques centièmes de pourcents sur la valeur finale de la densité totale de fissures environ égale à 0,01 fissure/ mm^2 .

5.3 Influence de la modération des zones d'obscurcissement

Tous les résultats présentés précédemment sont obtenus à partir de la fonction de pondération (5.15) permettant de prendre en compte l'influence des fissures dans d'autres directions que la direction considérée. Comme nous l'avons vu, cette fonction de pondération approche très bien l'évolution des tailles de zones d'obscurcissement dans le cas d'un chargement de traction uniaxiale. Ce choix entraîne une influence nulle des fissures d'un sous-domaine de direction orthogonale au sous-domaine étudié. Pour analyser l'influence du choix de la fonction de modération sur l'évolution des grandeurs du modèle 2,5D, plusieurs types de loi ont été utilisés

$$\mathcal{F}_q(\alpha, \beta) = \cos^q(\beta - \alpha) \quad \text{avec } q = 0, 1, \text{ et } 2. \quad (5.33)$$

Ainsi, plus la valeur de q diminue, plus l'influence des fissures de direction éloignée à la direction considérée sera importante. Par contre, seule la valeur $q = 0$ permet de considérer l'influence d'un sous-domaine sur un autre sous-domaine de direction orthogonale. La figure 5.14 montre l'évolution, pour les 3 valeurs de q , de la probabilité d'obscurcisse-

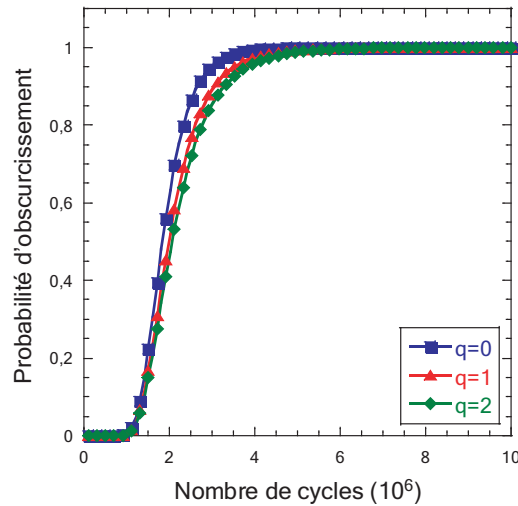


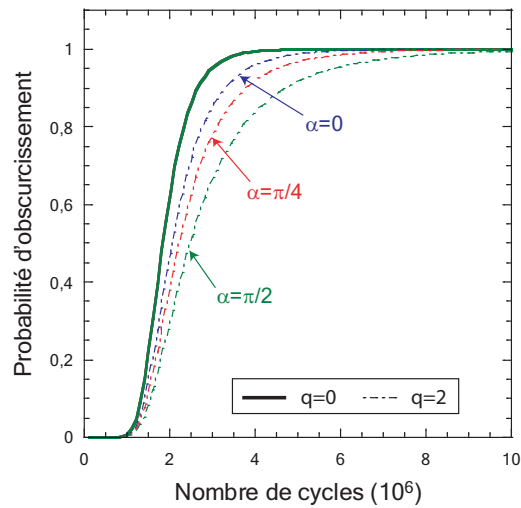
FIG. 5.14 : Influence de la fonction de modération sur la probabilité d'obscurcissement dans le sous-domaine de direction $\alpha = 0$ pour un domaine divisé en 3 et soumis à un chargement $\Delta\sigma_{11} = 370$ MPa et $\Delta\sigma_{22} = 350$ MPa.

ment dans le sous-domaine de direction $\alpha = 0$ pour un domaine divisé en 3 sous-domaines et soumis à un chargement de bitraction ($\Delta\sigma_{11} = 370$ MPa et $\Delta\sigma_{22} = 350$ MPa). Pour la valeur $q = 1$, cette probabilité d'obscurcissement augmente plus rapidement que pour le cas $q = 2$ car celle-ci prend en compte de manière plus importante l'influence du sous-domaine de direction $\alpha = \pi/4$. Pour la valeur extrême $q = 0$, tous les sous-domaines ont la même influence sur les autres sous-domaines dans le calcul de la probabilité d'obscurcissement, car la fonction de modération, \mathcal{F}_q est égale à 1.

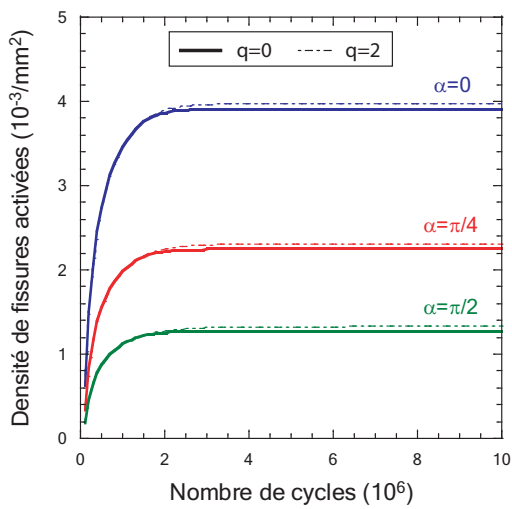
Pour ce cas particulier, les résultats du modèle sont résumés sur la figure 5.15. À chaque courbe est associée, en pointillé, l'évolution de la même quantité obtenue pour une valeur $q = 2$. Comme la fonction de modération entre toutes les directions de sous-domaine est égale à 1 pour $q = 0$, la probabilité d'obscurcissement est la même pour toutes les directions (figure 5.15(a)) et celle-ci augmente beaucoup plus vite que dans le cas $q = 2$ car toutes les fissures de toutes les directions obscurcissent de la même manière chaque sous-domaine. Par contre, en ce qui concerne les densités de fissures activées, une saturation plus rapide est observée pour un paramètre $q = 0$ que pour le cas $q = 2$ et donc une valeur à saturation plus faible que dans le cas $q = 2$. Ceci est dû à l'évolution plus rapide de la probabilité d'obscurcissement, alors que la densité de fissures activables ne change pas suivant les valeurs prises par q . Ces observations sont aussi confirmées par une décroissance plus rapide et une valeur à saturation plus faible des densités de fissures actives dans le cas $q = 0$ par rapport au cas $q = 2$.

5.4 Comparaison modèle-expérience

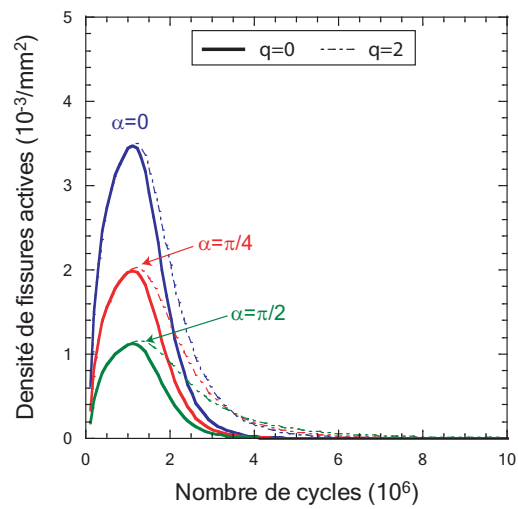
Le modèle probabiliste a principalement été mis en place pour permettre de modéliser l'essai de fatigue thermique SPLASH développé au CEA. La difficulté dans ce type d'essai est de contrôler parfaitement les conditions de chargement de l'éprouvette. En effet, contrairement à des essais mécaniques où la contrainte ou la déformation peut être impo-



(a) Probabilité d'obscurissement



(b) Densité de fissures activées



(c) Densité de fissures actives

FIG. 5.15 : Chargement de traction biaxiale ($\Delta\sigma_{11} = 370$ MPa et $\Delta\sigma_{22} = 350$ MPa) pour une division du domaine d'étude en 3 parties et une puissance de modulation q égale à 0 et à 2

sée de manière rigoureuse à l'éprouvette, le chargement thermique n'est pas parfaitement connu de par la façon dont il est imposé sur chacune des deux faces de l'éprouvette (spray d'eau), qui constituent ici le domaine d'étude du modèle probabiliste. Maillot [2003] a réalisé un calcul par éléments finis thermo-mécanique permettant de remonter au champ de contraintes au centre de l'éprouvette à partir de conditions de températures et de flux estimés sur l'essai SPLASH. L'inconvénient de ce calcul est que le champ de contraintes résultant est déterminé au centre de la zone de trempe pour une éprouvette. Un autre problème qui a été déterminé plus tard est que l'état de surface de l'éprouvette influe sur le chargement imposé à l'éprouvette. En particulier, Vincent et Chaise [2004, 2005] ont montré que la couche d'oxyde qui se forme sur les zones de trempe tout au long de l'essai amplifie l'amplitude de chargement. Ainsi, le chargement équi-biaxial déterminé par Maillot [2003] correspond à un cas théorique et sous-estime vraisemblablement le chargement responsable du développement des réseaux de fissures observés.

Pour déterminer les évolutions des réseaux de fissures de fatigue thermique sur les essais SPLASH, Maillot [2003] a mesuré plusieurs types de densités. La figure 5.16 représente l'évolution de la densité linéique de fissures sur la surface de référence pour différents nombres de cycles pour une éprouvette SPLASH chargée cycliquement avec une différence de température $\Delta T = 150^\circ\text{C}$. La densité linéique sur la surface de réf-

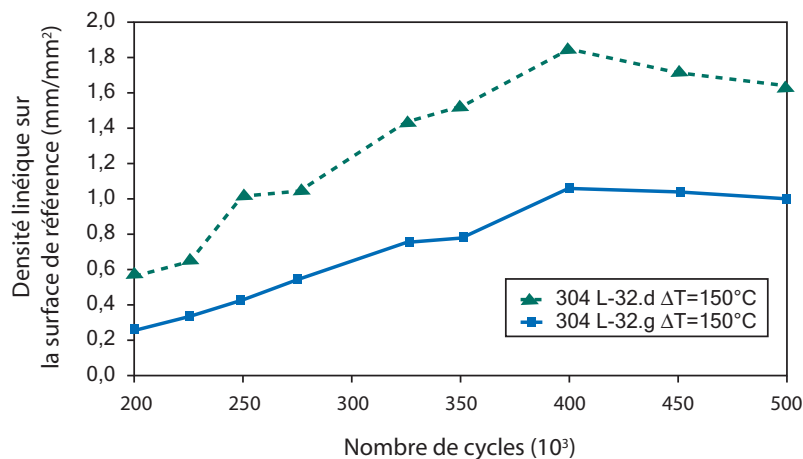


FIG. 5.16 : Évolution de la densité linéique de fissures d'un réseau de fatigue thermique SPLASH pour différents instants [Maillot, 2003]

rence correspond au rapport entre la longueur totale de fissures du réseau et la surface du réseau au bout de 200 000 cycles. Cette densité est difficilement comparable aux densités données par le modèle probabiliste d'un point de vue quantitatif. Par contre, qualitativement, ces évolutions sont comparables à ce que donne le modèle probabiliste. En effet, la longueur de l'ensemble des fissures augmente jusqu'aux environs de 400 000 cycles ce qui se traduit par deux phénomènes : la croissance des fissures au cours des cycles et l'augmentation du nombre de fissures dans la surface de référence. Puis, après 400 000 cycles, la longueur de fissures n'augmente plus, les fissures cessent donc de se propager à l'intérieur de la surface de référence et, de plus, plus aucune nouvelle fissure ne s'amorce dans ce domaine. Ces observations confirment donc la saturation du réseau dans le domaine d'étude comme le montre le modèle probabiliste.

En ce qui concerne les directions de fissures, les relevés des distributions d'orientations de fissures sur les éprouvettes SPLASH ne convergent pas toutes vers la même conclusion [Maillot, 2003]. En effet, pour une différence de température $\Delta T = 150^\circ\text{C}$ appliquée durant les essais, les réseaux de fissures présentent des directions majoritairement verticales et horizontales (figure 5.2), alors que pour une différence de température $\Delta T = 200^\circ\text{C}$, les réseaux présentent des fissures dont les directions sont uniformément distribuées. Un chargement plus faible semble donc mettre en doute l'hypothèse de chargement équi-biaxial caractéristique du chargement appliqué sur la zone de trempe. Ne connaissant pas le chargement exact dans toutes les directions, il est difficile de comparer les distributions des orientations de fissures avec le modèle probabiliste car celui-ci ne peut en aucun cas donner des réseaux de fissures dont les deux directions principales des fissures seraient perpendiculaires. Le cas d'une discrétisation du domaine d'étude en deux sous-domaines ne résoudrait pas ce problème car les densités de fissures calculées dans les deux sous-domaines n'auraient pas des directions strictement horizontales et verticales, mais des directions comprises dans l'intervalle angulaire $\alpha \pm \pi/4$.

Enfin, connaissant la taille de la fenêtre de trempe de l'essai SPLASH ($30 \times 9 \text{ mm}^2$), il est possible de donner le nombre de fissures constituant le réseau de faïençage thermique calculé par le modèle probabiliste. Le tableau 5.1 récapitule les résultats obtenus

TAB. 5.1 : Nombre de fissures par domaine calculé pour différents cas de chargement

Chargement (MPa)		Nombre de fissures par domaine			Nombre total de fissures
$\Delta\sigma_{11}$	$\Delta\sigma_{22}$	$\alpha = 0$	$\alpha = \pi/4$	$\alpha = \pi/2$	
400	400	4,87	4,87	4,87	19
390	390	2,96	2,96	2,96	12
370	390	1,05	1,78	2,99	8
370	370	1,06	1,06	1,06	4
370	350	1,07	0,62	0,36	2
370	0	1,09	0	0	1

par le modèle probabiliste 2,5D au bout de 10 millions de cycles (lorsque la saturation du domaine est observée) pour différents cas de chargement et pour une discrétisation en 3 sous-domaines. Le nombre total de fissures a été déterminé en multipliant la densité totale de fissures par l'aire de la zone de trempe. Des chargements plus forts ont été simulés avec le modèle probabiliste pour prendre en compte le fait que le chargement réel imposé à l'éprouvette est plus élevé à cause de la couche d'oxyde qui se forme sur les zones trempées [Vincent et Chaise, 2004, 2005]. Le chargement déterminé par Maillot [2003] correspond au cas de traction équi-biaxiale avec $\Delta\sigma_{11} = \Delta\sigma_{22} = 370 \text{ MPa}$, d'après les résultats du modèle probabiliste, le réseau de faïençage thermique issu de ce chargement ne comporterait au total que 4 fissures, ce qui est très peu pour un réseau de fissures. Par contre, un chargement un peu plus élevé en surface permettrait de créer des réseaux beaucoup plus denses avec environ une vingtaine de fissures pour un chargement équi-biaxial avec une variation de contrainte égale à 400 MPa. Ces différents résultats montrent que le modèle probabiliste est très sensible à l'amplitude du chargement imposé à la structure et qu'une connaissance plus précise des conditions de chargement de l'essai SPLASH

permettrait une comparaison plus aisée entre les résultats du modèle probabiliste et les résultats expérimentaux.

6 Remarque sur la propagation des fissures

Dans ce chapitre, l'amélioration du modèle probabiliste 1,5D vers la version 2,5D a été présentée. L'application de différents cas de chargement au modèle a permis de montrer une grande influence vis-à-vis du chargement. Le chargement a donc été modifié de nombreuses fois, pourtant, à aucun moment la propagation des fissures n'a été modifiée. En fait, pour être vraiment rigoureux, à chaque type de chargement et donc pour chaque direction considérée, il aurait fallu associer une cinétique de propagation des fissures différente, ce qui aurait rendu le modèle beaucoup plus compliqué, non pas dans l'écriture de celui-ci, mais dans sa résolution numérique. En effet, comme nous l'avons montré lors de la prise en compte de la propagation des fissures en profondeur (chapitre 4), la propagation des fissures est réalisée grâce au calcul des facteurs d'intensité de contraintes en pointe et en fond de fissure pour un chargement donné couplé à une loi de Paris. Ensuite, le modèle probabiliste étant écrit de manière différentielle, une écriture analytique de la propagation des fissures est nécessaire, et pour cela, une approximation des lois de propagation en surface et en profondeur par des fonctions polynomiales est réalisée (Annexe C). Ainsi, pour chaque type de chargement et pour chaque discrétisation du domaine d'étude, ces approximations devraient être réalisées, rendant le modèle très lourd à l'utilisation. Par exemple, supposons que l'on veuille étudier x types de chargements pour une discrétisation en y et z sous-domaines, il faudrait réaliser $x \times y \times (z - 2)$ approximations, soit, pour l'étude menée précédemment où au moins 3 types de chargement ont été testés, une discrétisation en 3 et en 4 sous-domaines du domaine d'étude ont été utilisées, 18 approximations à réaliser, sans compter la discrétisation en 5 et 10 sous-domaines réalisée pour un type de chargement et les 3 autres chargements plus forts réalisés dans le paragraphe précédent. Cela nous amènerait à une quarantaine d'approximations polynomiales, sachant que chacune de ces approximations ne pourra pas être réutilisée pour un autre type de chargement ou pour une autre discrétisation du domaine.

L'hypothèse a donc été faite de conserver une seule et même cinétique de propagation de fissures associée aux conditions de chargement SPLASH afin d'étudier qualitativement les réponses du modèle. Une amélioration de ce modèle serait d'associer un type de loi de propagation de fissures à chaque intervalle de contrainte, c'est-à-dire associer une loi de propagation pour tous les sous-domaines dont la contrainte est comprise entre deux valeurs limites. Ainsi, les sous-domaines se verront attribuer une loi de propagation plus proche des conditions de chargement appliquées. De plus, la loi de propagation des fissures utilisée est celle déterminée dans le modèle 1,5D se basant sur le modèle de Wang et Lambert [1995] pour lequel le chargement est uniaxial. La propagation des fissures n'est donc pas rigoureusement la même dans le cas où le chargement n'est plus uniaxial mais biaxial. Des études complémentaires doivent donc être menées afin de prendre en compte cet aspect de propagation de fissures dans un champ de contraintes biaxiales hétérogènes.

7 Conclusions

Les observations faites lors des expertises des conduites des circuit RRA suite à l'incident de Civaux et les résultats expérimentaux des essais SPLASH, avec notamment, les distributions des orientations de fissures constituant les réseaux de faïençage thermique ont imposé la levée de l'hypothèse de fissures unidirectionnelles utilisée dans le modèle 1,5D afin de construire le modèle 2,5D. Cette amélioration du modèle probabiliste a porté sur la germination continue de fissures, représentée par la densité de fissures activables, et le processus d'obscurcissement, représenté par la probabilité d'obscurcissement dépendant des tailles de zones de relaxation des contraintes existants de part et d'autre des lèvres des fissures.

La densité de fissures activables est maintenant écrite pour chaque direction de sous-domaine considéré. Ces sous-domaines, caractérisés par leur direction et leur amplitude angulaire, regroupent un ensemble de fissures dont les orientations sont proches de la direction de chacun d'eux ; le modèle permet donc de choisir autant de sous-domaines que de directions de fissures désirées dans la modélisation du réseau de fissures. Ce découpage des densités de fissures activables est construit sur la base d'un chargement de traction plane, représenté par les deux variations de contraintes principales $\Delta\sigma_{11}$ et $\Delta\sigma_{22}$.

Afin de valider l'idée qu'une fissure n'a pas la même influence en termes de zone de relaxation de contrainte sur deux fissures de directions différentes, des calculs par éléments finis d'une plaque fissurée ont été réalisés afin de modéliser l'évolution de ces tailles de zones de relaxation de contraintes ou zones d'obscurcissement, dans le cas de chargement de traction uniaxiale et de traction plane pour une fissure positionnée dans différentes directions par rapport à la contrainte observée (i.e. par rapport à une direction fixe de fissure pour laquelle l'influence de l'autre fissure est examinée). Afin de ne pas compliquer l'écriture du modèle probabiliste 2,5D, l'hypothèse a été faite d'utiliser une fonction de modération prenant en compte uniquement l'orientation relative de deux fissures, pour le calcul des tailles de zones d'obscurcissement entre ces deux fissures considérées. Cette fonction a été identifiée sur les résultats de traction uniaxiale.

Afin de valider le modèle 2,5D, des calculs ont été conduits à partir de différents types de chargement plan, mais aussi en faisant varier le nombre de sous-domaines constituant la zone d'étude ainsi que la fonction de modération. Pour chacun des cas analysés, les résultats du modèle sont cohérents. L'influence du chargement permet de constater que pour un chargement d'équi-bitraction, toutes les grandeurs du modèle, à savoir la probabilité d'obscurcissement et les densités de fissures actives et activées, sont les mêmes dans tous les sous-domaines. Pour un chargement de traction plane, dans les sous-domaines où le chargement est plus faible, les densités de fissures activées saturent à des valeurs plus faibles que dans les sous-domaines où le chargement est plus élevé.

Le modèle est de plus indépendant du nombre de sous-domaines utilisés dans l'étude, ceci étant validé par une densité totale de fissures égale pour différentes discrétisations du domaine d'étude avec un minimum de 4. Pour un découpage en 3 sous-domaines, une erreur de 0,03% par rapport à la valeur exacte est trouvée, rendant ce type de découpage acceptable. Enfin, l'influence de la fonction de modération a été étudiée et a permis de montrer une faible dépendance de la puissance dans les évolutions des densités de fissures activées et actives. Une saturation du réseau plus rapide a été montrée lors d'une prise en

compte de manière plus importante des influences des fissures de directions différentes. Les valeurs finales des densités de fissures activées sont affectées par la modification des fonctions de modération, mais restent proches suivant les différents cas d'étude.

Une comparaison des résultats du modèle probabiliste 2,5 D avec les résultats expérimentaux a été établie de manière qualitative. En effet, les difficultés rencontrées dans la détermination rigoureuse du chargement imposé par l'essai SPLASH aux éprouvettes ne permet pas de comparaison définitive avec le modèle. Toutefois, les évolutions de densité de fissures observées sur les éprouvettes SPLASH sont qualitativement comparables avec les résultats du modèle probabiliste. De plus, en appliquant ce dernier sur un domaine d'aire égale à celle de la fenêtre de trempe de l'essai, le nombre de fissures finales composant le réseaux de faïençage thermique correspond à une vingtaine de fissures pour un chargement équi-biaxial de variation de contrainte égale à 400 MPa. Ce résultat conforte le fait que le chargement réel imposé par l'essai SPLASH est sans doute plus élevé que celui estimé par calcul par éléments finis pour une variation de température $\Delta T = 150^\circ\text{C}$ [Maillot, 2003]. De plus, les différentes hypothèses simplificatrices faites pour mettre en place le modèle probabiliste ne permettent sans doute pas de comparaison quantitative directe avec les résultats expérimentaux pour le moment. Toutefois, le modèle probabiliste donne des résultats assez proches des observations faites expérimentalement.

Conclusion - Perspectives

Conclusion

Un incident sur un circuit de refroidissement de réacteur à l'arrêt de centrale nucléaire de type REP (Réacteur à Eau Pressurisée) en mai 1998 est à l'origine des travaux de la présente étude. Lors de cet incident, une fissure a été détectée sur un cordon de soudure d'un coude du circuit de refroidissement et a conduit à des expertises révélant la présence de réseaux de fissures dus à de la fatigue thermique dans la partie du circuit incriminé, à savoir dans une zone de mélange entre fluides de refroidissement chaud et froid. Même si la cause principale de la fuite détectée était la fissure amorcée sur le cordon de soudure, la présence de ces réseaux de faïençage thermique se doit d'être maîtrisée. Des études ont donc été lancées dans de nombreux domaines afin de mieux comprendre la formation et la propagation de ces réseaux. Cette thèse s'est inscrit dans ce programme de recherche et s'est proposée de mettre en place un modèle probabiliste permettant de décrire l'amorçage, la propagation et l'arrêt des fissures constituant les réseaux de faïençage thermique.

Dans un premier temps, une analyse de la fatigue thermique a été réalisée. Celle-ci est présente dans de nombreux domaines industriels tels que l'aéronautique, le ferroviaire, l'automobile, la métallurgie et évidemment le nucléaire. La découverte de ce phénomène suite à l'incident de Civaux a été détaillée en présentant la zone du circuit incriminé et les transformations faites sur la géométrie des canalisations pour que ce type d'incident ne se reproduise plus. Des exemples d'essais de fatigue thermo-mécanique et thermique ont ensuite été présentés. Dans le domaine de la thermo-hydraulique, des essais sur semi-structure ont été réalisés afin de reproduire le plus fidèlement possible la zone de mélange du circuit de refroidissement, et ainsi, de mieux appréhender le type de chargement au niveau de la surface où les réseaux de fissures ont été détectés. D'autres essais permettent quant à eux de reproduire en laboratoire des réseaux de fissures afin de mieux comprendre les conditions d'amorçage et de propagation des fissures dans un réseau. Enfin, le matériau qui constitue les conduites des circuits de refroidissement, l'acier inoxydable austénitique AISI 304 L, a été brièvement présenté afin de mettre en avant sa forte sensibilité à la fatigue thermique due à un fort coefficient de dilatation thermique associé à une faible conductivité thermique.

Le deuxième chapitre a permis de présenter plus précisément l'essai SPLASH développé au CEA Saclay et permettant de reproduire expérimentalement des réseaux de fissures en venant asperger cycliquement une zone d'éprouvette chauffée de manière continue par un mélange d'eau froide et d'air. De nombreux essais de ce type ont été réalisés par Maillot [2003] et représentent une base de données expérimentale conséquente per-

mettant, à terme, de valider le modèle probabiliste mis en place dans cette thèse. Parallèlement à l'essai SPLASH, nous avons mis au point un essai mécanique de multi-amorçage de fissures. Celui-ci se base sur des essais de fatigue classique réalisés avec une éprouvette cylindrique sur laquelle un méplat a été usiné afin de concentrer les contraintes dans un endroit précis de l'éprouvette et donc de concentrer les apparitions de fissures dans cette zone. La corrélation d'images numériques a été utilisée afin de détecter l'apparition et la propagation de fissures. Les trois essais réalisés ont permis de valider la faisabilité de ce procédé expérimental. En effet, nous avons pu constater l'apparition de plusieurs fissures dans la zone d'examen (dont la taille est d'environ $2 \times 2 \text{ mm}^2$) ainsi que la propagation, la coalescence et l'arrêt de fissures. En plus de ces phénomènes caractéristiques de la formation et de la propagation des réseaux de fissures, ces essais ont permis de valider l'utilisation de la corrélation d'images réalisée directement sur la microstructure du matériau à des échelles assez fines (les fissures détectées avaient des tailles d'environ $100 \mu\text{m}$) où la mise en place d'un mouchetis de peinture était délicate. A posteriori, une étude paramétrique de la taille du méplat a été réalisée afin d'améliorer la configuration expérimentale. Une nouvelle campagne d'essais devra donc être menée afin d'augmenter le nombre de résultats expérimentaux et permettant l'identification directe d'une loi d'amorçage des fissures en fonction du nombre de cycles.

C'est au niveau du troisième chapitre que le modèle probabiliste a été mis en place sous sa forme la plus simple après une étude bibliographique des modèles de formation et de propagation de réseaux de fissures. Dans un premier temps, les deux principales bases du modèle probabiliste ont été présentées : la germination continue, qui consiste en un amorçage des fissures au cours des cycles, et le processus d'obscurcissement des fissures, qui décrit la présence d'une zone de relaxation des contraintes de part et d'autre des lèvres de la fissure, pour gérer les conditions d'amorçage et de propagation des fissures. Suite à la présentation de ces deux processus, la probabilité d'obscurcissement et les densités de fissures activées et actives ont été introduites dans le cas du modèle 1D, qui ne considère qu'un amorçage et une propagation des fissures en surface et suivant une seule direction. Ces grandeurs représentent les principales sorties du modèle et permettent de décrire le réseau de fissures de fatigue thermique modélisé. La probabilité d'obscurcissement permet de décrire l'état de saturation du réseau : lorsque celle-ci est minimale (i.e. égale à 0), toutes les fissures peuvent s'amorcer ou se propager alors que lorsqu'elle est maximale (i.e. égale à 1), plus aucune fissure ne peut s'amorcer et les fissures ne se propagent plus, le matériau est alors entièrement endommagé. La densité de fissures activées représente le nombre totale de fissures qui se sont amorcées dans le domaine d'étude et la densité de fissures actives représente le nombre de fissures qui continuent à se propager. Différents cas de loi de propagation de fissures ont alors été étudiés pour permettre de tester et de valider qualitativement le modèle. Cette partie a fait l'objet d'un article publié dans les Comptes Rendus de Mécanique [Malésys *et al.*, 2006].

Le quatrième chapitre a permis de prendre en compte une des principales caractéristique du chargement d'origine thermique : le gradient de température. En effet, pour les conduites du circuit de refroidissement du réacteur à l'arrêt, la couche extérieure est à température constante alors que la surface interne du tube est soumise à des fluctuations de température. Le coefficient de dilatation du matériau ainsi que sa conductivité thermique font qu'un gradient de température cyclique s'installe dans l'épaisseur du tube. Le mo-

dèle 1,5D s'est proposé de le prendre en compte en l'intégrant dans la loi de propagation des fissures qui peuvent maintenant se propager dans la profondeur (suivant la direction orthogonale à la surface où elle s'est initiée). Les fissures sont maintenant considérées de forme semi-elliptique et leur propagation est gérée par calculs de facteurs d'intensité des contraintes en pointe et fond de fissure pour un chargement identique à celui déterminé sur les essais SPLASH. Une loi de Paris est associée aux calculs des facteurs d'intensité des contraintes pour permettre de déterminer la taille des fissures à n'importe quel instant. L'influence du chargement sur les résultats du modèle a été testée et est en accord avec les résultats expérimentaux : un chargement plus fort donne un réseau de fissures plus dense qu'un chargement plus faible, de plus, les tailles de fissures sont plus petites que dans le deuxième cas. Un ajout supplémentaire au modèle probabiliste a également permis de déterminer les distributions des tailles de fissures arrêtées au cours des cycles pour une meilleure comparaison avec les résultats expérimentaux. Cette nouvelle version du modèle a fait l'objet d'un article soumis [Malésys *et al.*, 2007].

Enfin, le dernier chapitre a supprimé une hypothèse supplémentaire du modèle en considérant désormais un amorçage et une propagation des fissures en surface suivant plusieurs directions, la propagation se faisant toujours suivant la direction orthogonale au plan d'amorçage des fissures. Le modèle probabiliste est maintenant capable de décrire la formation et la propagation de réseaux de fissures de fatigue thermique dans plusieurs directions et non plus uniquement des réseaux de fissures parallèles. Une modération des tailles de zones d'obscurcissement en fonction de l'orientation relative des fissures a été réalisée à partir de résultats de calculs par éléments finis afin de modéliser l'influence relative de fissures de directions différentes. Des analyses de l'influence du rapport de biaxialité du chargement, du type de modération des tailles de zones d'obscurcissement et de la finesse de la discrétisation angulaire du domaine d'étude ont été réalisées et permettent de valider le modèle probabiliste mis en place.

Au final, cette thèse a permis de mettre au point un modèle probabiliste se basant sur deux principes : la germination continue des fissures et l'obscurcissement. Ce rapport a tenté de présenter la construction de ce modèle en partant d'une version simple, le modèle 1D, qui ne prend en compte que des fissures unidirectionnelles surfaciques, pour, ensuite, présenter le modèle 1,5D où la propagation des fissures en profondeur est prise en compte, et pour finalement arriver au modèle 2,5D qui considère des fissures multi-directionnelles. Les différentes études faites sur le modèle au cours de sa mise en place montrent une bonne corrélation avec les résultats expérimentaux. De plus, ce modèle probabiliste appliqué au cas de chargement de l'essai SPLASH pourra être appliqué pour des cas de chargement différents comme le nécessite la conception des réacteurs nucléaires de génération future, SFR (Sodium Fast Reactor) par exemple.

Perspectives

Comme nous l'avons vu, de nombreuses hypothèses ont dû être faites dans l'élaboration du modèle. Certaines ont été levées au fur et à mesure de l'enrichissement du modèle, mais d'autres subsistent encore rendant les perspectives de ce modèle nécessaires quant à son amélioration.

On sait que la tenue mécanique du matériau peut différer de manière importante selon la nature du chargement aléatoire considéré par rapport à un chargement cyclique constant. Or, le modèle probabiliste se base sur une germination continue et une propagation des fissures sous un chargement cyclique constant d'origine thermique. Une des améliorations du modèle pourra donc être la prise en compte de l'aspect aléatoire du chargement notamment via une modélisation plus fine de la loi de germination continue et de propagation de fissures.

D'autre part, les conditions d'amorçage, de propagation et d'arrêt de fissures sont pour le moment gérées par le processus d'obscurcissement construit à partir de la présence de zones de relaxation des contraintes de part et d'autre des lèvres d'une fissure. Outre la présence de ces zones, il y a également des zones d'amplification des contraintes en pointe de fissure. Celles-ci ne sont pour l'instant pas prises en compte mais permettraient de traiter des accélérations de propagation de fissures voire même la coalescence de fissures.

De plus, les différentes remarques faites au cours de ce rapport auront la possibilité d'être levées comme, principalement, le cas de la propagation des fissures sous un chargement biaxial. En effet, à ce niveau, le modèle probabiliste considère, pour le moment, la cinétique de propagation des fissures sous un chargement uniaxial. Or, cette propagation est fortement dépendante du type de chargement appliqué à la fissure.

Les tailles de zone d'obscurcissement dans le modèle 2,5D sont pour le moment calculées à partir d'une loi basée sur des tailles de zone de relaxation des contraintes de part et d'autre d'une fissure plane soumise à un chargement uniaxial. Une étude plus approfondie pourra donc être menée pour le cas d'un chargement bi-axial prenant en compte la profondeur de la fissure afin de modéliser au mieux les effets d'obscurcissement entre fissures.

Enfin, les résultats des essais mécaniques de multi-amorçage pourront être complétés par de nouveaux essais avec une géométrie de l'éprouvette améliorée. Des éprouvettes sont d'ores et déjà usinées. Ces nouveaux essais permettraient, à terme, d'identifier une loi plus physique de l'amorçage des fissures qui pourra également être rapprochée des résultats associés aux modèles *micro-macro* de germination continue de fissures issus des travaux de Osterstock *et al.* [2007].

Annexe A

Contrainte moyenne et écart type dans la théorie de Weibull

On se propose ici de détailler les calculs permettant d'obtenir la contrainte moyenne à rupture ainsi que l'écart type associé dans la théorie de Weibull.

La **probabilité cumulée de rupture** est associée à la densité de probabilité p_F

$$P_F(\Delta\sigma_F) = \frac{dP_F}{d\Delta\sigma_F}. \quad (\text{A.1})$$

Or, dans la théorie de Weibull, la probabilité cumulée de rupture s'écrit

$$P_F(\Delta\sigma_F) = 1 - \exp\left[-Z_{eff}\lambda_0\left(\frac{\Delta\sigma_F}{\sigma_0}\right)^m\right] \quad (\text{A.2})$$

ainsi, la densité de probabilité s'écrit

$$p_F(\Delta\sigma_F) = m\frac{Z_{eff}\lambda_0}{\sigma_0^m}\Delta\sigma_F^{m-1}\exp\left[-Z_{eff}\lambda_0\left(\frac{\Delta\sigma_F}{\sigma_0}\right)^m\right]. \quad (\text{A.3})$$

Contrainte moyenne de rupture $\overline{\Delta\sigma_F}$

Par définition, la contrainte moyenne de rupture vaut

$$\overline{\Delta\sigma_F} = \int_0^{+\infty} \Delta\sigma_F p_F(\Delta\sigma_F) d\Delta\sigma_F \quad (\text{A.4})$$

soit en remplaçant la densité de probabilité par l'expression (A.3)

$$\begin{aligned} \overline{\Delta\sigma_F} &= \int_0^{+\infty} mZ_{eff}\lambda_0\left(\frac{\Delta\sigma_F}{\sigma_0}\right)^m \exp\left[-Z_{eff}\lambda_0\left(\frac{\Delta\sigma_F}{\sigma_0}\right)^m\right] d\Delta\sigma_F \\ &= mZ_{eff}\frac{\lambda_0}{\sigma_0^m} \int_0^{+\infty} \Delta\sigma_F^m \exp\left[-Z_{eff}\lambda_0\left(\frac{\Delta\sigma_F}{\sigma_0}\right)^m\right] d\Delta\sigma_F. \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Soit le changement de variable

$$\begin{aligned} u = Z_{eff}\lambda_0 \left(\frac{\Delta\sigma_F}{\sigma_0} \right)^m &\Rightarrow \Delta\sigma_F = \sigma_0 \left[\frac{u}{Z_{eff}\lambda_0} \right]^{1/m} \\ &\Rightarrow d\Delta\sigma_F = \frac{\sigma_0}{(Z_{eff}\lambda_0)^{1/m}} \frac{1}{m} u^{1/m-1} du. \end{aligned}$$

La contrainte moyenne de rupture s'écrit alors

$$\begin{aligned} \overline{\Delta\sigma_F} &= \frac{\sigma_0}{(Z_{eff}\lambda_0)^{1/m}} \int_0^{+\infty} m u \exp(-u) \frac{1}{m} u^{1/m-1} du \\ &= \frac{\sigma_0}{(Z_{eff}\lambda_0)^{1/m}} \int_0^{+\infty} \exp(-u) u^{1+1/m-1} du \end{aligned} \quad (A.6)$$

Introduisons la fonction Γ définie par

$$\Gamma(p) = \int_0^{+\infty} t^{p-1} \exp(-t) dt, \quad (A.7)$$

la contrainte moyenne de rupture s'écrit finalement

$$\overline{\Delta\sigma_F} = \frac{\sigma_0}{(Z_{eff}\lambda_0)^{1/m}} \Gamma\left(1 + \frac{1}{m}\right). \quad (A.8)$$

Ecart type associé à $\Delta\sigma_F$

Par définition, l'écart type $\overline{\overline{\Delta\sigma_F}}$ est donné par

$$\overline{\overline{\Delta\sigma_F}} = \int_0^{+\infty} (\Delta\sigma_F - \overline{\Delta\sigma_F})^2 p_F(\Delta\sigma_F) d\Delta\sigma_F \quad (A.9)$$

soit en développant

$$\begin{aligned} \overline{\overline{\Delta\sigma_F}} &= \int_0^{+\infty} \Delta\sigma_F^2 p_F(\Delta\sigma_F) d\Delta\sigma_F \\ &\quad - 2\overline{\Delta\sigma_F} \underbrace{\int_0^{+\infty} \Delta\sigma_F p_F(\Delta\sigma_F) d\Delta\sigma_F}_{=\overline{\Delta\sigma_F}} + \overline{\Delta\sigma_F}^2 \underbrace{\int_0^{+\infty} p_F(\Delta\sigma_F) d\Delta\sigma_F}_{=1} \\ &= mZ_{eff} \frac{\lambda_0}{\sigma_0^m} \int_0^{+\infty} \Delta\sigma_F^{m+1} \exp\left[-Z_{eff}\lambda_0 \left(\frac{\Delta\sigma_F}{\sigma_0}\right)^m\right] d\Delta\sigma_F - \overline{\Delta\sigma_F}^2. \end{aligned} \quad (A.10)$$

En utilisant le même changement de variable que précédemment,

$$\begin{aligned}
 \overline{\overline{\Delta\sigma_F}}^2 &= \int_0^{+\infty} m Z_{eff} \frac{\lambda_0}{\sigma_0^m} \sigma_0^{m+1} \left[\frac{u}{Z_{eff}\lambda_0} \right]^{\frac{m+1}{m}} \exp(-u) \frac{\sigma_0}{(Z_{eff}\lambda_0)^{1/m}} \frac{1}{m} u^{1/m-1} du - \overline{\overline{\Delta\sigma_F}}^2 \\
 &= \left(\frac{\sigma_0}{(Z_{eff}\lambda_0)^{1/m}} \right)^2 \int_0^{+\infty} u^{2/m+1-1} \exp(-u) du - \overline{\overline{\Delta\sigma_F}}^2. \tag{A.11}
 \end{aligned}$$

En reprénant l'expression de la fonction Γ (A.7) et celle de la moyenne de la contrainte à rupture (A.8), l'écart type s'écrit finalement

$$\overline{\overline{\Delta\sigma_F}} = \frac{\sigma_0}{(Z_{eff}\lambda_0)^{1/m}} \sqrt{\Gamma\left(1 + \frac{2}{m}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{m}\right)}. \tag{A.12}$$

Annexe B

Article publié dans les Comptes Rendus de Mécanique

Available online at www.sciencedirect.com

C. R. Mécanique 334 (2006) 419–424

<http://france.elsevier.com/direct/CRAS2B/>

On the formation of crack networks in high cycle fatigue

Nicolas Malésys^{a,c}, Mohammad Seyedi^{a,b,1}, Ludovic Vincent^c, François Hild^{a,*}

^a LMT-Cachan, ENS de Cachan, CNRS UMR 8535, Université Paris 6, 61, avenue du Président Wilson, 94235 Cachan cedex, France

^b EDF-R&D, Département AMA, 1 avenue du Général de Gaulle, 92141 Clamart cedex, France

^c CEA Saclay, DEN-DANS/DMN/SRMALC2M, 91191 Gif sur Yvette cedex, France

Received 29 March 2006; accepted after revision 23 May 2006

Available online 22 June 2006

Presented by Évariste Sanchez-Palencia

Abstract

A probabilistic model based on an initial distribution of sites is proposed to describe different aspects of the formation, propagation and coalescence of crack networks in thermomechanical fatigue. The interaction between cracks is modeled by considering shielding effects. **To cite this article:** *N. Malésys et al., C. R. Mécanique 334 (2006).*

© 2006 Académie des sciences. Published by Elsevier SAS. All rights reserved.

Résumé

De la formation de réseaux de fissures en fatigue à grand nombre de cycles. La création de fissures, leur propagation et coalescence ultérieure dans un réseau sont traitées à l'aide d'un modèle probabiliste. Les interactions entre fissures sont prises en compte par la description des effets d'écran. **Pour citer cet article :** *N. Malésys et al., C. R. Mécanique 334 (2006).*

© 2006 Académie des sciences. Published by Elsevier SAS. All rights reserved.

Keywords: Fatigue; Crack shielding; Poisson point process; Weibull model

Mots-clés : Fatigue ; Effet d'écran ; Processus ponctuel de Poisson ; Modèle de Weibull

Version française abrégée

Le modèle proposé dans cette Note traite de manière unifiée de trois échelles de fissuration en fatigue [2]. L'échelle microscopique est liée au stade I de propagation. L'échelle mésoscopique correspond à la propagation en stade II des fissures. Enfin, la coalescence des fissures se produit à l'échelle macroscopique. Le stade II sera le plus important dans cette étude. La microstructure est modélisée par des sites sur lesquels des fissures peuvent s'amorcer par l'intermédiaire d'un processus ponctuel de Poisson.

En fatigue à grand nombre de cycles, de toutes les microfissures, seule une fraction peut former des mésolfissures. Un processus de germination continue est introduit. Une microfissure peut conduire à l'amorçage d'une mésolfissure

* Corresponding author.

E-mail addresses: malesys@lmt.ens-cachan.fr (N. Malésys), m.seyedi@brgm.fr (M. Seyedi), ludovic.vincent@cea.fr (L. Vincent), hild@lmt.ens-cachan.fr (F. Hild).

¹ Present address: BRGM/ARN, 3 avenue Guillemin, 45060 Orléans cedex, France.

à condition qu'elle ne soit pas écartée par une autre mésos fissure. Un domaine d'obscurcissement autour de mésos fissures (i.e., une zone dans laquelle les contraintes sont inférieures au niveau appliqué, ce qui empêche tout nouvel amorçage) est défini. Ainsi, de nouvelles mésos fissures sont amorcées s'il existe un site potentiel dans la zone considérée et, lorsque la condition d'amorçage est satisfaite, si cette fissure n'est pas écartée par les mésos fissures existantes (Fig. 1(a)). L'élément fondamental pour analyser l'amorçage est l'horizon (Fig. 1(b)). Il s'agit de regarder dans le passé de l'histoire de chargement. Une microfissure en S peut amorcer une mésos fissure si aucune mésos fissure ne se trouve dans son horizon. L'incrément de densité de mésos fissures λ_m est calculé à l'aide de la probabilité d'obscurcissement P_{obs} . À partir de cette information, un modèle d'endommagement est écrit à l'échelle mésoscopique. Enfin, la coalescence peut alors être décrite à l'aide d'une condition de localisation de l'endommagement.

1. Introduction

Various components in nuclear power plants are subjected to thermomechanical loadings during their lifetime. Thermal striping was observed in the mixing zones of the auxiliary cooling system of nuclear power plants [1]. This is not troublesome as long as a fracture analysis indicates that the cracks will not grow notably during the remaining service life. Consequently, the evaluation of crack initiation, their subsequent propagation and coalescence in structures subjected to thermomechanical loadings is very important to determine investigation periods and maintenance programs. It is proposed to analyze the three stages of cracking by using a unified probabilistic framework.

2. Initiation, propagation and coalescence in a crack network

The following model aims at bridging three scales [2]. First the microscale, which is related to stage I of the fatigue process, depends upon the details of the microstructure. The cracks are considered as microstructurally short (they will be referred to as microcracks). This scale ends when mesocracks are initiated. The second scale corresponds to the propagation of mesocracks (i.e., stage II fatigue) that form the network. The cracks are considered as physically small. Last, the third scale is concerned with coalesced mesocracks that form a macrocrack (i.e., a long crack). Since stage II fatigue is predominant, the cracking directions are assumed to be aligned along the principal stress directions \mathbf{d}_i (here constant during the whole load history). Each direction will be considered independently. The stress σ will denote any of the in-plane local principal stresses σ_1, σ_2 since initiation is assumed to occur on the surface of samples or structures.

The microstructure is modeled in terms of sites where cracks may initiate. The sites are approximated by points of density λ_t (i.e., their average number per unit surface or length). For example, these points have a random yield stress σ_y , accounting for microplasticity in their vicinity. In the present setting, they correspond to the distribution of local fatigue limits $\Delta\sigma_\infty (= \sigma_y)$. A Poisson point process of intensity λ_t is considered herein. A power law function is assumed and leads to a Poisson–Weibull model [3]

$$\lambda_t(\Delta\sigma) = \lambda_0 \left(\frac{\Delta\sigma}{\Delta\sigma_0} \right)^m \quad (1)$$

where m is the Weibull modulus (i.e., it characterizes the scatter in local fatigue limits or similarly in yield stress level), $\Delta\sigma$ the stress amplitude, and $\Delta\sigma_0$ the scale parameter relative to a reference density λ_0 . The probability P of finding $N_\mu = \nu$ microcracks within a uniformly loaded domain Ω is expressed in terms of a Poisson distribution

$$P(N_\mu = \nu, \Omega) = \frac{[\lambda_t(\Delta\sigma)Z]^\nu}{\nu!} \exp[-\lambda_t(\Delta\sigma)Z] \quad (2)$$

The product $\lambda_t(\Delta\sigma)Z$ corresponds to the average number of microcracks in a domain Ω of measure Z . With a weakest link hypothesis, a two-parameter Weibull law [4] is retrieved (i.e., the failure probability P_F is given by $P_F = 1 - P(N_\mu = 0, \Omega) = 1 - \exp\{-\lambda_t(\Delta\sigma)Z\}$). The Weibull parameters may therefore be determined by analyzing endurance data for which the majority of the number of cycles is used in the formation of a mesocrack.

In high cycle fatigue, among all these microcracks, there is only a fraction for which the mesoscopic initiation condition is satisfied. Let λ_{tI} denote the corresponding density that depends upon the stress amplitude $\Delta\sigma$ and the number of cycles N . For instance, a threshold $\Delta\sigma_u(N)$ accounting for continuous mesoscopic initiation is considered

$$\lambda_{tI}(N; \Delta\sigma) = \lambda_t[\Delta\sigma - \Delta\sigma_u(N)] \quad (3)$$

where $\langle \cdot \rangle$ are the Macauley brackets. Equation (3) shows that the initiation process needs a *minimum* number of cycles N_{\min} (i.e., such that $\Delta\sigma - \Delta\sigma_u(N_{\min}) = 0$) to initiate the first mesocrack. In Eq. (3), the principal variable is N and $\Delta\sigma$ appears as a parameter. Similarly, with a weakest link hypothesis, a three-parameter Weibull law is retrieved as long as $\Delta\sigma_u > 0$. To be consistent with the previous analysis, it is assumed that $\Delta\sigma_u(N \rightarrow +\infty) \rightarrow 0$ so that high cycle fatigue (i.e., $N < +\infty$) and endurance (i.e., $N \rightarrow +\infty$) are described in the same framework. Therefore, $\Delta\sigma_\infty + \Delta\sigma_u(N)$ corresponds to the equation of a constant failure probability in a Woehler diagram.

To understand why a microcrack may initiate a mesocrack, one has to model its interaction with other mesocracks. An obscuration domain of measure Z_{obs} around mesocracks (i.e., a zone in which the stresses are less than the applied stresses, thus do not allow for new initiations) has to be defined. The obscuration domain of measure Z_{obs} is assumed to be proportional to the current size a of propagating mesocracks

$$Z_{\text{obs}}(N - N_I; \Delta\sigma) = S[a(N - N_I; \Delta\sigma)]^n \tag{4}$$

where N_I the number of cycles to mesoscopic initiation, $n = 1$ or 2 the space dimension, S a shape parameter independent of the Weibull modulus m but dependent on the space dimension n [5]. It may be noted that the initial mesocrack size $a(0; \Delta\sigma)$ is different from zero and depends upon microstructural parameters [2]. By using this set of hypotheses, microcracks do not obscure each other and mesocracks obscure microcracks, thereby partly inhibiting mesocrack initiation, and some mesocrack propagations.

New mesocracks will be initiated only if a microcrack exists in the considered zone, if the initiation condition is met and if the crack does not belong to *any* relaxed zone depicted in gray in Fig. 1(a). The spatial position of the microcracks is represented as a simple abscissa (instead of a two- or one-dimensional representation) of an x - y graph where the y -axis denotes the number of cycles. The microscopic growth is depicted by the black zones. A first mesocrack initiation occurs at point 1 for a number of cycles equal to N_1 . The initiated mesocrack creates a stress relaxation zone or an ‘obscured zone’. For a number of cycles N_3 , the second mesocrack will be initiated at point 3, which is outside the obscuration zone of mesocrack 1. The second initiated mesocrack creates its own obscured zone. The sites 2 and 4 do not create mesocracks because they are obscured by the first and second mesocracks. The space-time (i.e., number of cycles) diagram is composed of the union of the obscured zones where no crack initiates and their complementary zones where any active site initiates a mesocrack. The key element to analyze the interaction between existing mesocracks and microcracks is the horizon of a given site S (Fig. 1(b)). It consists in looking at the past of S . A microcrack S will initiate a mesocrack if it is not obscured by other mesocracks. The horizon is a space-time zone where S is at least obscured by another mesocrack. Consequently, for a mesocrack to be formed, its horizon should not contain any mesocrack. In the present setting, obscuration occurs at the mesoscopic level. Therefore, the density λ_{rI} is split into two parts, namely, λ_m , the density of mesocracks and the obscured density. The increment of λ_m is related to that of λ_{rI} by

$$\frac{d\lambda_m}{dN}(N; \Delta\sigma) = \frac{d\lambda_{rI}}{dN}(N; \Delta\sigma) \times [1 - P_{\text{obs}}(N; \Delta\sigma)] \tag{5}$$

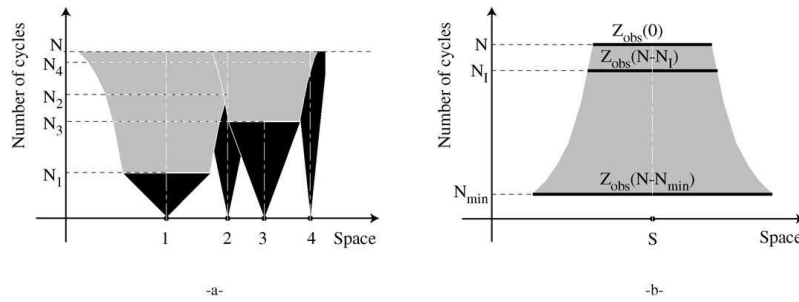


Fig. 1. (a) Depiction of two mesocrack propagations (1 and 3) and obscuration for two microcracks (2 and 4). (b) Horizon for a given location S .
 Fig. 1. (a) Schématisation de la propagation de deux mésofissures (1 et 3) et de l'écrantage de deux microfissures (2 et 4). (b) Horizon en un lieu donné S .

with $\lambda_m(0; \Delta\sigma) = 0$ and P_{obs} the probability of obscuration

$$P_{\text{obs}}(N; \Delta\sigma) = 1 - \exp[-\widehat{Z}_{\text{obs}}(N; \Delta\sigma)\lambda_{tI}(N; \Delta\sigma)] \quad (6)$$

where \widehat{Z}_{obs} is the measure of the *mean* obscuration zone [6]

$$\widehat{Z}_{\text{obs}}(N; \Delta\sigma)\lambda_{tI}(N; \Delta\sigma) = \int_{N_{\text{min}}}^N Z_{\text{obs}}(N - N_I; \Delta\sigma) \frac{d\lambda_{tI}}{dN_I}(N_I; \Delta\sigma) dN_I \quad (7)$$

It is worth noting that Eq. (6) accounts for overlappings of obscuration zones. Furthermore, in the context of mathematical morphology, the above-described approach corresponds to a Boolean islands model [7]. By using Eq. (3), Eq. (7) is rewritten in terms of the underlying distribution of endurance limits $\Delta\sigma_{\infty}$

$$\widehat{Z}_{\text{obs}}(N; \Delta\sigma)\lambda_{tI}[\Delta\sigma - \Delta\sigma_u(N)] = \int_0^{(\Delta\sigma - \Delta\sigma_u(N))} Z_{\text{obs}}[N - N_I(\Delta\sigma_{\infty}); \Delta\sigma] \frac{d\lambda_{tI}}{d\Delta\sigma_{\infty}}(\Delta\sigma_{\infty}) d\Delta\sigma_{\infty} \quad (8)$$

where $N_I(\Delta\sigma_{\infty})$ corresponds to the number of cycles to initiation associated with $\Delta\sigma_{\infty}$ (e.g., $N_I(0) = N_{\text{min}}$). When the crack propagation law is known, the change of Z_{obs} is written (see Eq. (4)) and the current density of mesocracks is derived.

From this information, a damage model at the mesoscale is written. To each principal direction \mathbf{d}_i is associated a damage variable $D_i \equiv P_{\text{obs}}(N; \Delta\sigma_i)$ that characterizes the overall mesocracking state. The ‘effective’ stress $\Delta\sigma_i$ is here taken equal to $\sqrt{2E\Delta Y_i}$, where ΔY_i is the amplitude of the thermodynamic force associated with the damage variable D_i , E the Young’s modulus of the virgin material. The mesoscopic principal stress amplitudes $\Delta\Sigma_i$ are related to the corresponding strain amplitudes $\Delta\varepsilon_i$ by the reduced stiffness tensor \mathcal{K} that depends upon the two damage variables. Its inverse reads

$$\mathcal{K}^{-1}(D_1, D_2) = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} \frac{1}{1-D_1} & -\nu \\ -\nu & \frac{1}{1-D_2} \end{bmatrix}_{(\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2)} \quad (9)$$

With this damage description, $\sqrt{2E\Delta Y_i} = \Delta\Sigma_i/(1-D_i)$. The onset of coalescence is written as a damage localization condition. The number of cycles to coalescence N_{coal} is obtained from the condition

$$d(\Delta\Sigma_i) = 0 \quad \text{or equivalently} \quad \Delta\sigma_i \frac{\partial \ln(1-D_i)}{\partial \Delta\sigma_i} = -1 \quad (10)$$

that corresponds to the onset of strain and damage localization *perpendicular* to the considered eigen direction \mathbf{d}_i [8].

3. Example

The mesoscopic initiation condition is described by using a damage model [9] written at a microscopic scale

$$\frac{\delta D_{\mu}}{\delta N} = \left(\frac{(\Delta\sigma - \Delta\sigma_{\infty})}{\Delta S_D} \right)^{\eta} \quad (11)$$

where ΔS_D and η are material-dependent constants, and D_{μ} the microscopic damage variable. Since the microscopic yield stress σ_y is equal to the local fatigue limit amplitude $\Delta\sigma_{\infty}$, the latter appears in Eq. (11). Consequently, the number of cycles to initiation (i.e., when $D_{\mu} = 1$) and the threshold stress become

$$N_I(\Delta\sigma_{\infty}) = \left(\frac{\Delta S_D}{(\Delta\sigma - \Delta\sigma_{\infty})} \right)^{\eta} \quad \text{and} \quad \Delta\sigma_u(N) = \Delta S_D N^{-1/\eta} \quad (12)$$

When initiation occurs, the mesocrack size is equal to $a(0; \Delta\sigma) = \Phi(\Delta\sigma_{\infty})$, where Φ is a characteristic size of the microstructure (e.g., grain size). If the Hall–Petch relationship applies, $\Delta\sigma_{\infty}$ ($= \sigma_y$) and Φ are related by

$$\Phi(\Delta\sigma_{\infty}) = \left(\frac{K}{\Delta\sigma_{\infty}} \right)^2 \quad (13)$$

where K is a material-dependent parameter. To get closed-form results, it is assumed that the mesocrack propagation is such that

$$a(N - N_I; \Delta\sigma) = \Phi(\Delta\sigma_\infty)\Psi(N - N_I; \Delta\sigma) \quad (14)$$

where the function Ψ describes the propagation stage in a simple way. By definition, $\Psi(0; \Delta\sigma) = 1$, and $\Psi(N - N_I; \Delta\sigma) \leq \Psi(N - N_{\min}; \Delta\sigma)$, where the latter describes the propagation of the largest crack. Consequently, bounds to the obscuration probability and the density of mesocracks are derived. Bounds to the obscuration probability become ($m > 2n$)

$$\begin{aligned} P_{\text{obs}}(N; \Delta\sigma) &\geq 1 - \exp\left[-\frac{m}{m-2n} \left\{ \frac{\langle \Delta\sigma - \Delta\sigma_u(N) \rangle}{\Delta\sigma_c^*} \right\}^{m-2n}\right] \\ P_{\text{obs}}(N; \Delta\sigma) &\leq 1 - \exp\left[-\frac{m}{m-2n} \left\{ \frac{\langle \Delta\sigma - \Delta\sigma_u(N) \rangle}{\Delta\sigma_c(N - N_{\min}; \Delta\sigma)} \right\}^{m-2n}\right] \end{aligned} \quad (15)$$

where $\Delta\sigma_c^*$ is a characteristic (initiation) stress depending upon the Weibull and Hall–Petch parameters and $\Delta\sigma_c$ is a characteristic (propagation) stress depending in addition on the crack propagation law

$$\Delta\sigma_c^* = \Delta\sigma_0 [\Delta\sigma_0 \sqrt{a_0}/K]^{2n/m-2n} \quad \text{and} \quad \Delta\sigma_c(N - N_{\min}; \Delta\sigma) = \Delta\sigma_c^* [\Psi(N - N_{\min}; \Delta\sigma)]^{-\frac{n}{m-2n}} \quad (16)$$

with $a_0 = (S\lambda_0)^{-1/n}$ a reference crack size. Bounds to the density of mesocracks read ($m > 2n$)

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_m(N; \Delta\sigma)}{\lambda_c(N - N_{\min}; \Delta\sigma)} &\geq \left(\frac{m-2n}{m}\right)^{\frac{2n}{m-2n}} \gamma\left[\frac{m}{m-2n}; \frac{m}{m-2n} \left\{ \frac{\langle \Delta\sigma - \Delta\sigma_u(N) \rangle}{\Delta\sigma_c(N - N_{\min}; \Delta\sigma)} \right\}^{m-2n}\right] \\ \frac{\lambda_m(N; \Delta\sigma)}{\lambda_c^*} &\leq \left(\frac{m-2n}{m}\right)^{\frac{2n}{m-2n}} \gamma\left[\frac{m}{m-2n}; \frac{m}{m-2n} \left\{ \frac{\langle \Delta\sigma - \Delta\sigma_u(N) \rangle}{\Delta\sigma_c^*} \right\}^{m-2n}\right] \end{aligned} \quad (17)$$

where γ is the incomplete gamma function $\gamma[p, x] = \int_0^x t^{p-1} \exp(-t) dt$, λ_c^* and λ_c characteristic densities

$$\lambda_c^* = \lambda_0 [\Delta\sigma_0 \sqrt{a_0}/K]^{2mn/m-2n} \quad \text{and} \quad \lambda_c(N - N_{\min}; \Delta\sigma) = \lambda_c^* [\Psi(N - N_{\min}; \Delta\sigma)]^{-\frac{mn}{m-2n}} \quad (18)$$

The characteristic quantities are related with one another by the following condition

$$Z_{\text{obs}}(0; \Delta\sigma)\lambda_t[\Delta\sigma_c^*] = 1 \quad \text{and} \quad Z_{\text{obs}}(N - N_{\min}; \Delta\sigma)\lambda_t[\Delta\sigma_c(N - N_{\min}; \Delta\sigma)] = 1 \quad (19)$$

i.e., the average number of site in a domain of measure $1/\lambda_c^*$ (resp., $1/\lambda_c(N - N_{\min}; \Delta\sigma)$) is equal to 1.

An upper bound to the number of cycles to coalescence N_{coal} is obtained from the condition

$$D_i = 1 - \exp\left(-\frac{1}{m-2n}\right) \quad \text{or} \quad \langle \sqrt{2E\Delta Y_i} - \Delta\sigma_c^* m^{-1/(m-2n)} \rangle = \Delta\sigma_u(N) \quad (20)$$

leading to

$$N_{\text{coal}} < \left[\frac{\Delta S_D}{\langle e^{1/(m-2n)} \Delta \Sigma - m^{-1/(m-2n)} \Delta \sigma_c^* \rangle} \right]^\eta \quad (21)$$

This type of analysis is valid as long as the horizon remains included in any examination zone. Otherwise, a weakest link hypothesis applies at the considered level.

4. Perspectives

The probabilistic model was described in the simple case of the initiation of cracks on a surface along two perpendicular directions. A more detailed analysis on the interaction between cracks aligned along any direction is needed. In thermomechanical fatigue, crack propagation is also driven by the stress profile induced by temperature variations through the thickness of a structure. This effect has also to be accounted for.

Acknowledgements

This work was supported by the DOMZOME project. The authors wish to thank the anonymous reviewer for his/her valuable suggestions.

References

- [1] J.M. Stephan, F. Curtit, C. Vindeirinho, S. Taheri, M. Akamatsu, C. Peniguel, Evaluation of the risk of damage in mixing zones: EDF R&D programme, in: Proceedings Fatigue 2002, 2002, pp. 1707–1714.
- [2] K.J. Miller, Materials science perspective of metal fatigue resistance, Mater. Sci. Technol. 9 (1993) 453–462.
- [3] D. Jeulin, Modèles morphologiques de structures aléatoires et changement d'échelle, Thèse d'Etat, University of Caen, 1991.
- [4] W. Weibull, A statistical theory of the strength of materials, Roy. Swed. Inst. Eng. Res. 151 (1939).
- [5] M. Seyedi, F. Hild, Probabilistic aspects in the formation and propagation of multiple crack networks in thermomechanical fatigue, in: M.R. Bache, P.A. Blackmore, J. Draper, J.H. Edwards, P. Roberts, J.R. Yates (Eds.), Proceedings Fatigue 2003, EMAS, 2003, pp. 495–502.
- [6] C. Denoual, G. Barbier, F. Hild, A probabilistic approach for fragmentation of ceramics under impact loading, C. R. Acad. Sci. Paris, Sér. Iib 325 (1997) 685–691.
- [7] D. Jeulin, P. Jeulin, Synthesis of rough surfaces by random morphological functions, in: Proceedings of 3rd European Symposium of Stereology, 1981, pp. 239–246.
- [8] F. Hild, P.-L. Larsson, F.A. Leckie, Localization due to damage in two direction fiber-reinforced composites, ASME J. Appl. Mech. 63 (1996) 321–326.
- [9] J. Lemaitre, A Course on Damage Mechanics, Springer-Verlag, Berlin, 1992.

Annexe C

Approximation des tailles de fissures

Les évolutions des tailles de fissure en surface et en profondeur en fonction du nombre de cycles ont été approchées par la fonction

$$f(N) = \frac{a_1 + a_2N + a_3N^2 + a_4N^3}{a_5 + a_6N + a_7N^2 + a_8N^3 + a_9N^4} \quad (\text{C.1})$$

où a_i sont les paramètres de l'approximation. Afin d'éviter une diminution de la taille de fissure induite par un minimum local de la fonction f pour de faibles nombres de cycles, un nombre de cycles minimum, N_{min} , est pris en compte. Celui-ci est choisi lorsque la fonction f a dépassé le minimum local et que la taille approximée est supérieure à la taille initiale (i.e. $67 \mu\text{m}$). Pour des nombres de cycles inférieurs à N_{min} , la taille de fissure est fixée égale à la taille initiale. Ainsi

$$\begin{aligned} \text{pour } N \in [0, N_{min}] \quad , \quad f(N) &= 0,067 \text{ mm} \\ \text{pour } N \in [N_{min}, 10^7] \quad , \quad f(N) &= \frac{a_1 + a_2N + a_3N^2 + a_4N^3}{a_5 + a_6N + a_7N^2 + a_8N^3 + a_9N^4} \end{aligned}$$

La figure C.1 représente les évolutions des tailles de fissures obtenues par le modèle de Wang et Lambert [1995] et leur approximation respective pour un cas de chargement SPLASH et la figure C.2 celles associées au chargement SPLASH++ qui correspond au même profil de chargement que SPLASH mais avec une variation de contrainte plus élevée. Le tableau C.1 donne les valeurs de ces coefficients pour les tailles de fissures pour les deux chargements utilisés (i.e. SPLASH et SPLASH++).

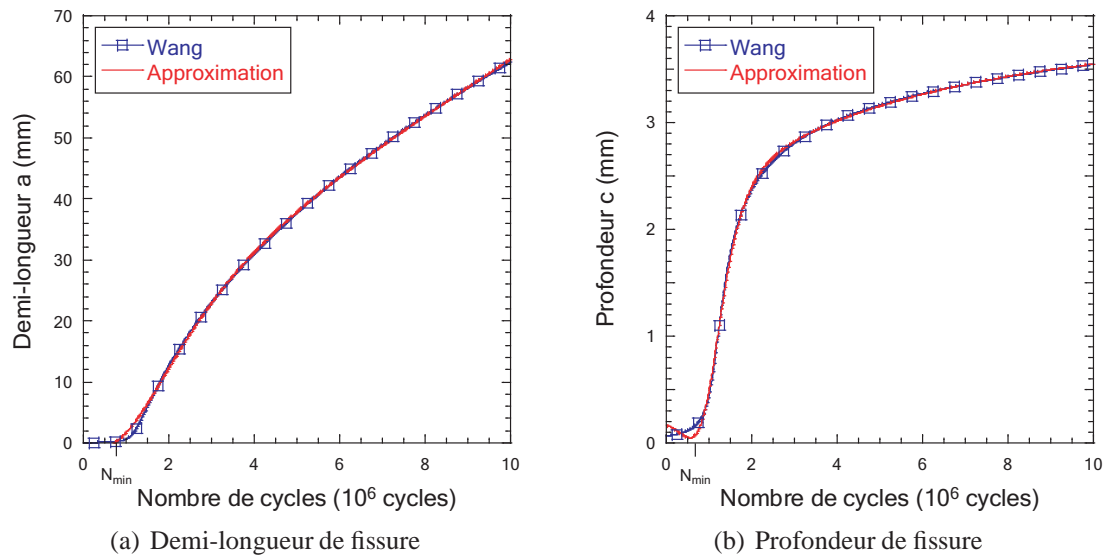


FIG. C.1 : Évolutions et approximations des tailles de fissures pour un chargement SPLASH

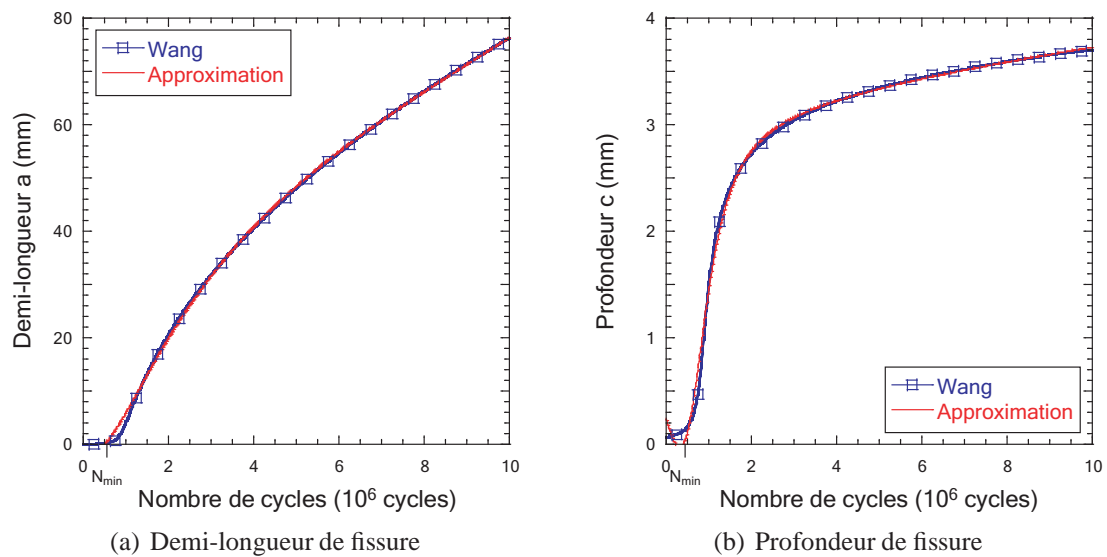


FIG. C.2 : Évolutions et approximations des tailles de fissures pour un chargement SPLASH++

TAB. C.1 : Identification des paramètres d'approximation des tailles de fissures pour les deux chargements étudiés

	SPLASH		SPLASH++	
	a	c	a	c
N_{min}	735 549	664 348	518 083	471 633
a_1 (mm)	-7,8	0,9	-2,1	0,6
a_2 (mm)	$-4,9 \times 10^{-6}$	$-1,5 \times 10^{-6}$	$-1,2 \times 10^{-5}$	$-4,2 \times 10^{-6}$
a_3 (mm)	$7,5 \times 10^{-11}$	$-1,4 \times 10^{-12}$	$3,1 \times 10^{-11}$	$5,0 \times 10^{-12}$
a_4 (mm)	$1,2 \times 10^{-17}$	$3,2 \times 10^{-18}$	0,0	$3,3 \times 10^{-18}$
a_5	18,3	5,4	1,6	2,7
a_6	$-4,5 \times 10^{-6}$	$-5,7 \times 10^{-6}$	$9,7 \times 10^{-7}$	$-2,7 \times 10^{-6}$
a_7	$3,7 \times 10^{-12}$	$2,0 \times 10^{-12}$	$4,0 \times 10^{-13}$	$2,5 \times 10^{-12}$
a_8	$-5,0 \times 10^{-20}$	$6,9 \times 10^{-19}$	$-1,2 \times 10^{-20}$	$8,8 \times 10^{-19}$
a_9	$1,0 \times 10^{-27}$	$3,1 \times 10^{-27}$	0,0	$-9,2 \times 10^{-27}$

Annexe D

Calculs de bornes du modèle 1,5D

On se propose ici de détailler les calculs réalisés dans la détermination des bornes du modèle probabiliste 1,5D.

Hypothèses

- la profondeur de la fissure est toujours égale à la profondeur maximale atteinte

$$c_{max} = c(\Delta K_{IC} = \Delta K_{th}), \quad (D.1)$$

- la vitesse de propagation de la fissure en surface est égale à la vitesse maximale de propagation

$$\frac{d\tilde{a}}{dN} = C(\Delta K_{IAmax})^p = C\Delta K_{max}^p. \quad (D.2)$$

Taille de fissure en surface : celle-ci peut-être déterminée directement par intégration de la relation (D.2) entre le nombre de cycle à initiation, N_I et le nombre de cycles considéré N

$$\tilde{a}(N) = a_{init} + C\Delta K_{max}^p (N - N_I). \quad (D.3)$$

Taille de zone d'obscurcissement : elle correspond à celle associée à une fissure dont la profondeur est égale à la profondeur maximale c_{max} et la demi longueur en surface égale à \tilde{a}

$$\tilde{Z}_{obs}(N) = 2\pi c_{max} \tilde{a}(N). \quad (D.4)$$

Probabilité d'obscurcissement : elle est déterminée de la même manière que dans le cas du modèle 1,5D

$$\tilde{P}_{obs}(N) = 1 - \exp \left[- \int_{N_{min}}^N \frac{d\lambda_{tI}}{dN_I}(N_I) \tilde{Z}_{obs}(N - N_I) dN_I \right] \quad (D.5)$$

$$\begin{aligned}
\ln [1 - \tilde{P}_{obs}] &= - \int_{N_{min}}^N 2\pi c_{max} [a_{init} + C\Delta K_{max}^p (N - N_I)] \frac{d\lambda_{tI}}{dN_I} (N_I) dN_I \\
&= - \int_{N_{min}}^N 2\pi c_{max} [(a_{init} + C\Delta K_{max}^p N) - C\Delta K_{max}^p N_I] \frac{d\lambda_{tI}}{dN_I} (N_I) dN_I \\
&= - \underbrace{\int_{N_{min}}^N 2\pi c_{max} (a_{init} + C\Delta K_{max}^p N) \frac{d\lambda_{tI}}{dN_I} (N_I) dN_I}_{I_1} \\
&\quad + \underbrace{\int_{N_{min}}^N 2\pi c_{max} C\Delta K_{max}^p N_I \frac{d\lambda_{tI}}{dN_I} (N_I) dN_I}_{I_2} \\
&= I_1 + I_2. \tag{D.6}
\end{aligned}$$

Calcul de I_1 : la détermination de l'intégrale I_1 est quasiment directe car seul l'incrément de densité de fissures activables dépend de N_I

$$\begin{aligned}
I_1 &= -2\pi c_{max} (a_{init} + C\Delta K_{max}^p N) \int_{N_{min}}^N \frac{d\lambda_{tI}}{dN_I} (N_I) dN_I \\
&= 2\pi c_{max} (a_{init} + C\Delta K_{max}^p N) [\lambda_{tI}(N_{min}) - \lambda_{tI}(N)]. \tag{D.7}
\end{aligned}$$

Incrément de densité de fissures activables : le calcul de I_2 nécessite l'écriture de l'incrément de densité de fissures activables

$$\begin{aligned}
\frac{d\lambda_{tI}}{dN_I} (N_I) &= \frac{d}{dN_I} \left(\frac{\lambda_0}{\sigma_0^m} \langle \Delta\sigma - \Delta\sigma_u(N_I) \rangle^m \right) \\
&= \frac{d}{dN_I} \left(\frac{\lambda_0}{\sigma_0^m} \langle \Delta\sigma - S_d N_I^{-1/\eta} \rangle^m \right) \\
&= \frac{m S_d \lambda_0}{\eta \sigma_0^m} N_I^{-1/\eta-1} \langle \Delta\sigma - S_d N_I^{-1/\eta} \rangle^{m-1}. \tag{D.8}
\end{aligned}$$

Calcul de I_2

$$\begin{aligned}
I_2 &= 2\pi c_{max} C\Delta K_{max}^p \int_{N_{min}}^N N_I \frac{d\lambda_{tI}}{dN_I} (N_I) dN_I \\
&= \underbrace{\frac{2\pi c_{max} C\Delta K_{max}^p m S_d \lambda_0}{\eta \sigma_0^m}}_{\mathcal{K}_1} \int_{N_{min}}^N N_I^{-1/\eta} [\Delta\sigma - S_d N_I^{-1/\eta}]^{m-1} dN_I \\
&= \mathcal{K}_1 \int_{N_{min}}^N \Delta\sigma^{m-1} N_I^{-1/\eta} \left[1 - \frac{S_d N_I^{-1/\eta}}{\Delta\sigma} \right]^{m-1} dN_I. \tag{D.9}
\end{aligned}$$

Soit le changement de variable

$$\begin{aligned}
X_I = \frac{S_d N_I^{-1/\eta}}{\Delta\sigma} &\Rightarrow N_I = \left[\frac{X_I \Delta\sigma}{S_d} \right]^{-\eta} \\
&\Rightarrow dN_I = -\eta \left[\frac{\Delta\sigma}{S_d} \right]^{-\eta} X_I^{-\eta-1} dX_I.
\end{aligned}$$

L'intégrale I_2 s'écrit alors

$$\begin{aligned} I_2 &= \mathcal{K}_1 \Delta \sigma^{m-1} \int_{X_{min}}^X \frac{\Delta \sigma X_I}{S_d} [1 - X_I]^{m-1} \times (-\eta) \left[\frac{\Delta \sigma}{S_d} \right]^{-\eta} X_I^{-\eta-1} dX_I \\ &= -\mathcal{K}_1 \frac{\eta}{S_d} \Delta \sigma^m \left[\frac{S_d}{\Delta \sigma} \right]^\eta \int_{X_{min}}^X X_I^{-\eta+1-1} [1 - X_I]^{m-1} dX_I \end{aligned} \quad (D.10)$$

avec

$$X = \frac{S_d N^{-1/\eta}}{\Delta \sigma} \quad \text{et} \quad X_{min} = \frac{S_d N_{min}^{-1/\eta}}{\Delta \sigma}. \quad (D.11)$$

Or,

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_1 \frac{\eta}{S_d} \Delta \sigma^m &= \frac{2\pi c_{max} C \Delta K_{max}^p m S_d \lambda_0}{\eta \sigma_0^m} \frac{\eta}{S_d} \Delta \sigma^m \\ &= 2\pi c_{max} C \Delta K_{max}^p m \lambda_0 \left[\frac{\Delta \sigma}{\sigma_0} \right]^m. \end{aligned} \quad (D.12)$$

Soit \mathcal{B} la fonction bêta définie par

$$\mathcal{B}(x, a, b) = \int_0^x t^{a-1} (1-t)^{b-1} dt, \quad (D.13)$$

l'intégrale I_2 peut finalement s'écrire sous la forme

$$I_2 = -2\pi c_{max} C \Delta K_{max}^p m \lambda_0 \left[\frac{\Delta \sigma}{\sigma_0} \right]^m \left[\frac{S_d}{\Delta \sigma} \right]^\eta \left[\mathcal{B} \left(\frac{S_d N_I}{\Delta \sigma}, 1 - \eta, m \right) \right]_{N_I=N_{min}}^{N_I=N} \quad (D.14)$$

où

$$\left[\mathcal{B}(x, a, b) \right]_{x=x_1}^{x=x_2} = \mathcal{B}(x_2, a, b) - \mathcal{B}(x_1, a, b). \quad (D.15)$$

Enfin, la probabilité d'obscurcissement s'écrit

$$\tilde{P}_{obs}(N) = 1 - \exp(I_1 + I_2) \quad (D.16)$$

avec I_1 définie par la relation (D.7) et I_2 par la relation (D.14).

Calcul de la densité de fissures activées : la densité de fissures activées regroupe toutes les fissures qui se sont amorcées jusqu'à l'instant N

$$\frac{d\tilde{\lambda}_m}{dN}(\Delta \sigma, N) = \frac{d\lambda_{tI}}{dN}(\Delta \sigma, N) \times [1 - \tilde{P}_{obs}(\Delta \sigma, N)]. \quad (D.17)$$

Calcul de la densité de fissures actives : la densité de fissures actives regroupe toutes les fissures qui se sont amorcées jusqu'à l'instant N et qui ne sont toujours pas obscurcies

$$\tilde{\lambda}_{mP}(\Delta \sigma, N) = \tilde{\lambda}_m(\Delta \sigma, N) \times [1 - \tilde{P}_{obs}(\Delta \sigma, N)]. \quad (D.18)$$

Bibliographie

- M. AKAMATSU et E. CHEVALLIER : Caractérisation chimique et mécanique des matériaux approvisionnés pour l'étude du comportement en fatigue des aciers inoxydables austénitiques. Note technique HT-42/00/020/A, EDF, R&D, 2001.
- F. ALEXANDRE : *Aspects probabilistes et microstructuraux de l'amorçage des fissures de fatigue dans l'alliage INCO 718*. Thèse de doctorat, Ecole des Mines de Paris, 2004.
- S. AMIABLE : *Prédiction de durée de vie de structures sous chargement de fatigue thermique*. Thèse de doctorat, École Polytechnique, 2005.
- O. ANCELET : *Étude de l'amorçage et de la propagation des fissures sous chargement thermique cyclique 3D*. Thèse de doctorat, Université de Poitiers, 2006.
- D. ARGENCE : *Endommagements couplés de fatigue et de fluage sous chargement multiaxial appliqué à un acier inoxydable austénitique*. Thèse de doctorat, Ecole des Mines de Paris, 1996.
- C. ATWOOD, V. SHAH et W. GALYEAN : Analysis of pressurized water reactor primary coolant leak events caused by thermal fatigue. *In European Safety and Reliability Conference*, 1999.
- P. AUGER : *Encyclopédie Internationale des Sciences et des Techniques*. Presses de la Cité-Paris, 1975.
- J. BARRALIS et G. MAEDER : *Précis de métallurgie - élaboration, structures-propriétés, normalisation*. Nathan, 1997.
- O. BARRAU, C. BOHER, R. GRAS et F. RÉZAÏ-ARIA : Analysis of the friction and wear behaviour of hot work tool steel for forging. *Wear*, 255(7-12):1444–1454, 2003.
- O. BARRAU, C. VERGNE, C. BOHER et F. RÉZAÏ-ARIA : Investigations of friction and wear mechanisms of hot forging tool steels. *In Proc. of the Sixth International Conference on Tooling*, 2002.
- A. BATAILLE et T. MAGNIN : Surface damage accumulation in low-cycle fatigue : Physical analysis and numerical modeling. *Acta Metall. Mater.*, 42(11):3817–3825, 1994.
- A. BENALLAL : *Thermoviscoplasticité et endommagement des structures*. Thèse de Doctorat d'État, Université Pierre et Marie Curie Paris 6, 1989.

- S. BERGONNIER, F. HILD et S. ROUX : Digital image correlation used for mechanical tests on crimped glass wood samples. *J. Strain Analysis*, 40(2):185–197, 2004.
- G. BESNARD, F. HILD et S. ROUX : Finite-element displacement fields analysis from digital images : Application to Portevin-Le Châtelier bands. *Exp. Mech.*, 46:789–803, 2006.
- F. BIMBIELER, P. DUFRENOY, G. DEGALLAIX, R. HAMAM et J.-J. VIET : Amorçage et propagation de fissures par fatigue thermique dans les disques de frein de TGV. *Séminaire CEA-EDF Fatigue Thermique*, mars 2004.
- V. BONNAND et F. GALLERNEAU : Fatigue multiaxiale pour une aube de turbine. *Séminaire CEA-EDF Fatigue Thermique*, mars 2004.
- X. BRAJER : *Comportement dynamique du verre sous impact*. Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Cachan, 2004.
- Y. BRÉCHET, T. MAGNIN et D. SORNETTE : The Coffin-Manson law as a consequence of the statistical nature of LCF surface damage. *Acta Metall. Mater.*, 40(9):2281–2287, 1992.
- M. CAMPANI et L. LUNVEN : Fissuration d'un coude en acier inoxydable austénitique du circuit d'injection de sécurité du réacteur Bugey 3. *In Proc. of International Symposium on Contribution of Materials Investigation to the resolution of problems encountered in PWR plants*, 1985.
- CEA : tiré de CEA/DRN/DTP/SMTH/LDTA.
- I. CHANTIER : *Tolérance aux défauts et effet de surface : dimensionnement à la fatigue de pièces de fonderie*. Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Cachan, 2000.
- E. CHARKALUK, A. CONSTANTINESCU et J.-J. THOMAS : Numerical approach in thermomechanical fatigue. *In Proc. of ICF 11 - 11th International Conference on Fracture*, 2005.
- M.-F. CIPIÈRE et O. GOLTRANT : Circuit RRA N4 - Incident de Civaux - Endommagement par fatigue thermique des tuyauteries situées dans des zones de mélange. *In Proc. of International Symposium on Contribution of Materials Investigations to the Resolution of Problems Encountered in Pressurized Water Reactors*, 2002.
- F. COCHETEUX et M. PINEAU : La fatigue des roues, des axes et des bogies à la SNCF. *Séminaire CEA-EDF Fatigue Thermique*, mars 2004.
- F. CURTIT : Essais INTHERPOL. *Séminaire CEA-EDF Fatigue Thermique*, mars 2004.
- C. DAFFOS, A. OUDIN, P. LAMESLE et F. RÉZAÏ-ARIA : Low cycle fatigue at high temperature assessment of a 5Cr-Mo-V martensitic hot work tool steel : effect of nitriding. *In Proc. of 23es Journées de Printemps "Fatigue sous Sollicitations Thermiques"*, 2007.

- F. de KEROULAS et B. THOMERET : Fissuration par fatigue thermique de tuyauteries auxiliaires du circuit primaire principal : analyse de cas rencontrés. *In Proc. of International Symposium on Contribution of Materials Investigation to the resolution of problems encountered in PWR plants*, 1990.
- G. DEGALLAIX et P. DUFRENOY : Fatigue thermique de disques de frein ferroviaires. *In Proc. of 23es Journées de Printemps "Fatigue sous Sollicitations Thermiques"*, 2007.
- C. DENOUAL : *Approche probabiliste du comportement à l'impact du carbure de silicium : Application aux blindages moyens*. Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Cachan, 1998.
- C. DOUDARD : *Détermination rapide des propriétés en FGNC à partir d'essais d'échauffement*. Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Cachan, 2004.
- C. DOUDARD, S. CALLOCH, P. CUGY, A. GALTIER et F. HILD : A probabilistic two-scale model for high cycle fatigue life predictions. *Fat. Fract. Eng. Mat. Struct.*, 28:279–288, 2005.
- A. EL BARTALI, V. AUBIN et S. DEGALLAIX : Micromécanismes d'endommagement en fatigue plastique oligocyclique d'un acier inoxydable austeno-ferritique. *In Proc. of Conférence Mecamat Aussois 2006*, p. 343–347, 2006.
- C. ENGLER-PINTO, S. XUMING, C. XINGFU et J.-E. ALLISON : Thermal fatigue analysis of cast aluminum engine components. *In Proc. of 23es Journées de Printemps "Fatigue sous Sollicitations Thermiques"*, 2007.
- C. FAIDY : La fatigue thermique dans les centrales nucléaires : enseignement du retour d'expérience. *In Proc. of International Symposium on Contribution of Materials Investigations to the resolution of problems encountered in pressurized water reactors*, p. 847–857, 2002.
- C. FAIDY : La fatigue thermique dans les centrales nucléaires. *Séminaire CEA-EDF Fatigue Thermique*, mars 2004.
- B. FEDELICH : A stochastic theory for the problem of multiple surface crack coalescence. *Int. J. Fract.*, P1:23–45, 1998.
- A. FISSOLO, A. FORESTIER, S. CHAPULIOT, C. GOURDIN, J.-P. MAGNAUD, F. DUCROS, P. QUÉMÉRÉ, P. EMONOT, A. CHATELAIN, Y. DOLIAS, O. BRAILLARD, L. VINCENT, C. ROBERTSON, D. GUILBAUD, V. LECORRE, V. MAILLOT, N. HADDAR, S. AMIABLE, A. CONSTANTINESCU, G. DEGALLAIX et S. DEGALLAIX : Advances in CEA for French PWR piping. *In Proc. of Third International Conference on Fatigue of Reactor Components*, 2004.
- E. GLENNY, J.-E. NORTHWOOD, S.-W.-K. SHAW et T.-A. TAYLOR : A technique for thermal-shock and thermal-fatigue testing based on the use of fluidized solids. *J. Inst. Met.*, 87:294–302, 1958.

- S. GRANGE : *Expérimentation et modélisation de l'endommagement sous chargements dynamiques de deux roches calcaires*. Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Cachan, 2007.
- S. GRANGE, P. FORQUIN, S. MENACCI et F. HILD : On the dynamic fragmentation of two limestones using edge-on impact tests. *Int. J. Impact Eng.*, sous presse, 2007.
- D. GUILBAUD, N. BLAY, D. BROU, T. CHAUDAT, C. FÉAU, P. SOLLOGOUB, F. WANG, F. BAJ, H. BUNG, D. COMBESURE, M. LEPAREUX, C. PHALIPPOU, F. BENTEJAC, L. NICOLAS, S. CHAPULIOT, A. FISSOLO, C. GOURDIN, Y. KAYSER, S. MARIE, M. REYTIER, T. YURITZINN, J.-P. MAGNAUX, O. BRAILLARD, B. COLLARD, G. GOBILLOT, V. MORI, J. VALLORY, S. PASACAL-RIBOT, E. PLUYETTE, M.-N. BERTON, M.-T. CABRILLAT et Y. LEJEAIL : An overview of studies in structural mechanics. Rapport CEA-R-6113, CEA Saclay, 2006.
- N. HADDAR : *Fatigue thermique d'un acier inoxydable austénitique 304L : simulation de l'amorçage et de la croissance des fissures courtes en fatigue isotherme et anisotherme*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2003.
- N. HADDAR et A. FISSOLO : 2D simulation of the initiation and propagation of crack array under thermal fatigue. *Nucl. Eng. Des.*, 235:945–964, 2005.
- N. HADDAR, A. FISSOLO et V. MAILLOT : Thermal fatigue crack networks : a computational study. *Int. J. Sol. Struct.*, 42:771–788, 2005.
- F. HILD : CORRELI^{LMT} : A Software for Displacement Field Measurements by Digital Image Correlation. (Rapport 254), 2002.
- F. HILD, J.-N. PÉRIÉ et M. CORET : Mesure de champs de déplacements 2D par intercorrélation d'images : CORRELI^{2D}. (Rapport 230), 1999.
- J.-W. HUTCHINSON et Z. SUO : Mixed mode cracking in layered materials. *Adv. Appl. Mech.*, 29:63–191, 1992.
- A. KANE : *Propagation de fissures superficielles et de réseaux de fissures en fatigue isotherme biaxiale et fatigue thermique dans l'acier inoxydable 304L*. Thèse de doctorat, École Polytechnique, 2005.
- E. KOICHIRO, S. SUZUKI, K. SATO et M. AKIBA : Thermal fatigue experiment of screw cooling tube under one-sided heating condition. *J. Nucl. Mat.*, 329-333:820–824, 2004.
- A. KÖSTER et L. REMY : Fatigue thermomécanique des aciers austénitiques et de superalliages à base nickel. *Séminaire CEA-EDF Fatigue Thermique*, mars 2004.
- I. KOUTIRI : Amélioration de lois associées au modèle probabiliste de formation de réseaux de fissures. Stage de recherche M2, 2007.
- H.-P. LIEURADE : *La pratique des essais de fatigue*. PYC édition, 1982.

- J. LINKE, F. ESCOURBIC, I.-V. MAZUL, R. NYGREN et M. RÖDIG : High heat flux testing of plasma facing materials and components - Status and perspectives for ITER related activities. *J. Nucl. Mat.*, in press, 2007.
- T. MAGNIN : A quantitative approach to fatigue damage evolution in FCC and BCC stainless steels. *Scripta Metall.*, 19:1487–1490, 1985.
- V. MAILLOT : *Amorçage et propagation de réseaux de fissures de fatigue thermique dans un acier inoxydable austénitique de type X2 CrNi18-08 (AISI 304 L)*. Thèse de doctorat, Université des Sciences et Technologie de Lille, 2003.
- N. MALÉSYS : Modèle probabiliste de la formation de réseaux de fissures de fatigue thermique. Note technique DMN/SRMA/LC2M/NT/2005-2731/A, CEA Saclay, 2005.
- N. MALÉSYS, M.-S. SEYEDI, L. VINCENT et F. HILD : On the formation of crack networks in high cycle fatigue. *C. R. Mécanique*, 334:419–424, 2006.
- N. MALÉSYS, L. VINCENT et F. HILD : A probabilistic model to predict the formation and propagation of crack networks in thermal fatigue. *Soumis*, 2007.
- D.-J. MARSH : A thermal shock fatigue study of type 304 and 316 stainless steels. *Fat. Fract. Engng. Mater. Struct.*, 4(2):179–185, 1981.
- M. MOTTOT et M. NOBLECOURT : Etude du comportement en fatigue oligocyclique à 165°C et 320°C du 304L pour de faibles niveaux de déformations ($\epsilon \leq 1\%$). Note technique DMN/SRMA/NT/2001-2403, CEA Saclay, 2001.
- M. MOTTOT et M. NOBLECOURT : Etude du comportement en fatigue oligocyclique d'aciers de type Z2 CN 18-10 (304L) à 20°C et 300°C. Note technique DMN/SRMA/NT/2002-2513, CEA Saclay, 2002.
- D. MOULIN, S. J.-M., D. MOINEREAU, J. MASSON, J. GARNIER, A. FISSOLO et Y. LE-JAIL : Études R& D pour la prédiction de la fatigue thermique. *In Proc. de Conférence SFEN Endommagement par fatigue des installations nucléaires*, p. 81–103, 2000.
- Y. MURAKAMI : *Stress intensity factors handbook*. Pergamon Press, Tokyo, 1987.
- S. OSTERSTOCK, C. ROBERTSON, M. SAUZAY, S. DEGALLAIX et V. AUBIN : Prediction of the scatter of crack initiation under high cycle fatigue. *Key Eng. Mat.*, 345-346:363–366, 2007.
- A. PERSSON, S. HOGMARK et J. BERGSTRÖM : Thermal fatigue cracking of surface engineered hot work tool steels. *Surf. and Coatings Tech.*, 191(2-3):216–227, 2005.
- P. PILVIN : *Sidolo : Logiciel de simulation et d'identification de lois de comportement*. Notice d'utilisation, 1994.
- J. POLÁK : Plastic strain-controlled short crack growth and fatigue life. *Int. J. Fat.*, 27:1192–1201, 2005.

- J. POLÁK et P. ZEZULKA : Short crack growth and fatigue life in austenitic-ferritic duplex stainless steel. *Fat. Fract. Engng. Mater. Struct.*, 28:923–935, 2005.
- J. QUINTANILLA et S. TORQUATO : Local volume fraction fluctuations in random media. *Chem. Phys.*, 106(7):2741–2751, 1997.
- N. ROBERT, J. ECONOMOU, F. CORNUEL, O. VOLTE et J. STEPHAN : Investigation of mixing zones subject to thermal fatigue. *In Proc. of International Symposium on Contribution of Materials Investigations to Improve the Safety and Performance of LWRs*, 2006.
- C. ROBERTSON et S. CHAISE : Bilan des essais de fatigue thermique avec contrainte de traction sur un acier austénitique. Note technique DMN-SRMA-LC2M-NT-2004-2690-A, CEA Saclay, 2004.
- M. RÖDIG, M. AKIDA, P. CHAPPUIS, R. DUWE, M. FEBVRE, A. GERVASH, J. LINKE, N. LITOUNOVSKY, S. SUZUKI, B. WIECHERS et D.-L. YOUCHISSON : Comparison of electron beam test facilities for testing high heat flux components. *Fus. Eng. Des.*, 51-52:715–722, 2000.
- M. RÖDIG, E. ISHITSUKA, A. GERVASH, H. HAWAMURA, J. LINKE, N. LITUNOVSKI et M. MEROLA : High heat flux performance of neutron irradiated plasma facing components. *J. Nucl. Mat.*, 307-311:53–59, 2002.
- H.-M. SEHITOGLU : Thermal and thermomechanical fatigue of structural alloys. *ASM Handbook*, 19, 1996.
- S.-M. SEYEDI : *Formation, propagation et coalescence dans un réseau de fissures en fatigue thermique*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2004.
- R.-P. SKELTON : Thermal shock behaviour in ferritic steels : laboratory tests and comparison with service conditions. *Mat. High. Temp.*, 23(1):39–54, 2006.
- C.-M. SONSINO : Fatigue life assessment of cast nodular iron disc brakes for railway vehicles. *In Proc. of 23es Journées de Printemps "Fatigue sous Sollicitations Thermiques"*, 2007.
- D.-A. SPERA : Calculation of thermal-fatigue life based on accumulated creep damage. Technical Report TN D-5489, NASA, 1969.
- D.-A. SPERA : What is thermal fatigue ? *ASTM*, 612:3–9, 1976.
- A. SRIVASTAVA, V. JOSHI et R. SHIVPURI : Computer modeling and prediction of thermal fatigue cracking in die-casting tooling. *Wear*, 256:38–43, 2004.
- S. THALMAIR, A. FISCHERSWORRING-BUNK, F.-J. KLINKENBERG, K.-H. LANG et M. FRIKHA : Microstructural damage evolution in aluminium-silicon cylinder head alloys under thermomechanical loading. *In Proc. of 23es Journées de Printemps "Fatigue sous Sollicitations Thermiques"*, 2007.

- S. THALMAIR, A. FISCHERSWORRING-BUNK, K.-H. LANG et D. LÖHE : Thermomechanical cylinder head design for high power gasoline engines. *In Proc. of Fatigue 2006 - 9th International fatigue Congress*, 2006.
- J.-J. THOMAS, et A. BIGONNET : Fatigue thermomécanique dans l'industrie automobile. *Séminaire CEA-EDF Fatigue Thermique*, mars 2004.
- K. TOKUNAGA, Y. KUBOTA, N. NODA, Y. IMAMURA, A. KURUMADA, N. YOSHIDA, T. SOGABE, T. KATO et B. SCHEDLER : Behavior of actively cooled mock-ups with plasma sprayed tungsten coating under high heat flux conditions. *Fus. Eng. Des.*, 81: 133–138, 2006.
- L. VINCENT et S. CHAISE : Mesure par thermographie infrarouge du champ de température en surface d'éprouvette SPLASH. Note technique DMN/SRMA/LC2M/NT/2004-2641/A, CEA Saclay, 2004.
- L. VINCENT et S. CHAISE : Fatigue thermique sous faible chargement d'un acier inoxydable austénitique. Note technique DMN/SRMA/LC2M/NT/2005-2750/A, CEA Saclay, 2005.
- L. VINCENT et G. PEREZ : Etude de la fatigue d'un acier inox aux faibles niveaux de chargement. Rapport d'avancement n°2. Note technique DMN/SRMA/LC2M/NT/2004-2687/A, CEA Saclay, 2004.
- X. WANG et S.-B. LAMBERT : Stress intensity factors for low aspect ratio semi-elliptical surface cracks in finite-thickness plates subjected to nonuniform stresses. *Eng. Fract. Mech.*, 51:517–532, 1995.
- W. WEIBULL : A statistical theory of the strength materials. *Roy. Swe. Inst. Eng. Res.*, Report 151, 1939.
- W. WEIBULL : A statistical distribution function of wide applicability. *J. Appl. Mech.*, 18 (3):293–297, 1951.
- J. WEISS : *Endommagement en viscoplasticité cyclique sous chargement multiaxial à haute température d'un acier inoxydable austénitique*. Thèse de doctorat, École des Mines de Paris, 1992.
- B. WIDOM : Random Sequential Addition of Hard Spheres to a Volum. *Chem. Phys.*, 44 (10):3888–3894, 1966.
- A. YAACOUB : *Tolérance aux défauts initiaux : application à une fonte GS en fatigue*. Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Cachan, 1996.
- D. ZHU et R.-A. MILLER : Thermal fatigue testing of ZrO₂-Y₂O₃ Thermal barrier coating systems using a High Power CO₂ Laser. Technical Report ARL-TR-1354, NASA, 1997.

Résumé

Mots-clés : réseaux de fissures, processus ponctuel de Poisson, obscurcissement, modèle de Weibull

Des réseaux de fissures superficielles de fatigue thermique ont été détectés dans des conduites de centrales nucléaires, plus précisément dans les zones de mélange du circuit de refroidissement du réacteur à l'arrêt. De nombreux travaux expérimentaux ont d'ores et déjà été menés pour caractériser l'apparition et la propagation de ces fissures. L'aspect aléatoire de l'apparition de celles-ci a conduit à proposer un modèle probabiliste de formation et de propagation de fissures. Dans un premier temps, des essais de fatigue mécanique uniaxiale sur des éprouvettes entaillées ont été réalisés afin de mettre en évidence le multi-amorçage de fissures, leur arrêt par obscurcissement et leur coalescence par recouvrement des zones d'amplification des contraintes. Dans un deuxième temps, le modèle probabiliste a été établi sous deux hypothèses : la germination continue de fissures en surface, grâce à une loi d'amorçage à seuil suivant un processus ponctuel de Poisson, et le processus d'obscurcissement qui interdit l'amorçage ou la propagation d'une fissure si celle-ci se situe dans la zone de relaxation des contraintes d'une autre fissure déjà existante. La propagation des fissures est assurée par une loi de type Paris basée sur des calculs de facteurs d'intensité des contraintes en pointe et en fond de fissure. L'évolution des réseaux de fissures multidirectionnelles en surface peut ainsi être suivie au moyen de trois grandeurs : la probabilité d'obscurcissement, comparable à une variable d'endommagement de la structure, la densité de fissures activées, comparable à la densité de fissure d'un réseau réel, et la densité de fissures actives qui permet de connaître le nombre de fissures qui se propagent toujours dans la zone d'étude. La distribution des tailles de fissures est également accessible permettant une comparaison plus rapide avec les résultats expérimentaux.

Summary

Keywords : crack network, Poisson point process, shielding, Weibull model

Thermal superficial crack networks have been detected in mixing zone of cooling system in nuclear power plants. Numerous experimental works have already been led to characterize initiation and propagation of these cracks. The random aspect of initiation led to propose a probabilistic model for the formation and propagation of crack networks in thermal fatigue. In a first part, uniaxial mechanical test were performed on smooth and slightly notched specimens in order to characterize the initiation of multiple cracks, their arrest due to obscuration and the coalescence phenomenon by recovery of amplification stress zones. In a second time, the probabilistic model was established under two assumptions : the continuous cracks initiation on surface, described by a Poisson point process law with threshold, and the shielding phenomenon which prohibits the initiation or the propagation of a crack if this one is in the relaxation stress zone of another existing crack. The crack propagation is assumed to follow a Paris' law based on the computation of stress intensity factors at the top and the bottom of crack. The evolution of multiaxial cracks on the surface can be followed thanks to three quantities : the shielding probability, comparable to a damage variable of the structure, the initiated crack density, representing the total number of cracks per unit surface which can be compared to experimental observations, and the propagating crack density, representing the number per unit surface of active cracks in the network. The crack sizes distribution is also computed by the model allowing an easier comparison with experimental results.