

Stratégies de contrôle d'erreur pour le calcul de structures industrielles.

Mise en œuvre d'estimation
d'erreur en quantité d'intérêt
et d'adaptation de maillages.

Josselin DELMAS^{1,2,3}



Encadrée par Patrice COOREVITS¹

Co-encadrée par Mohamed GUESSASMA¹ et Pierre-Bernard BADEL^{2,3}

¹ Laboratoire des Technologies Innovantes, EA3899, UPJV

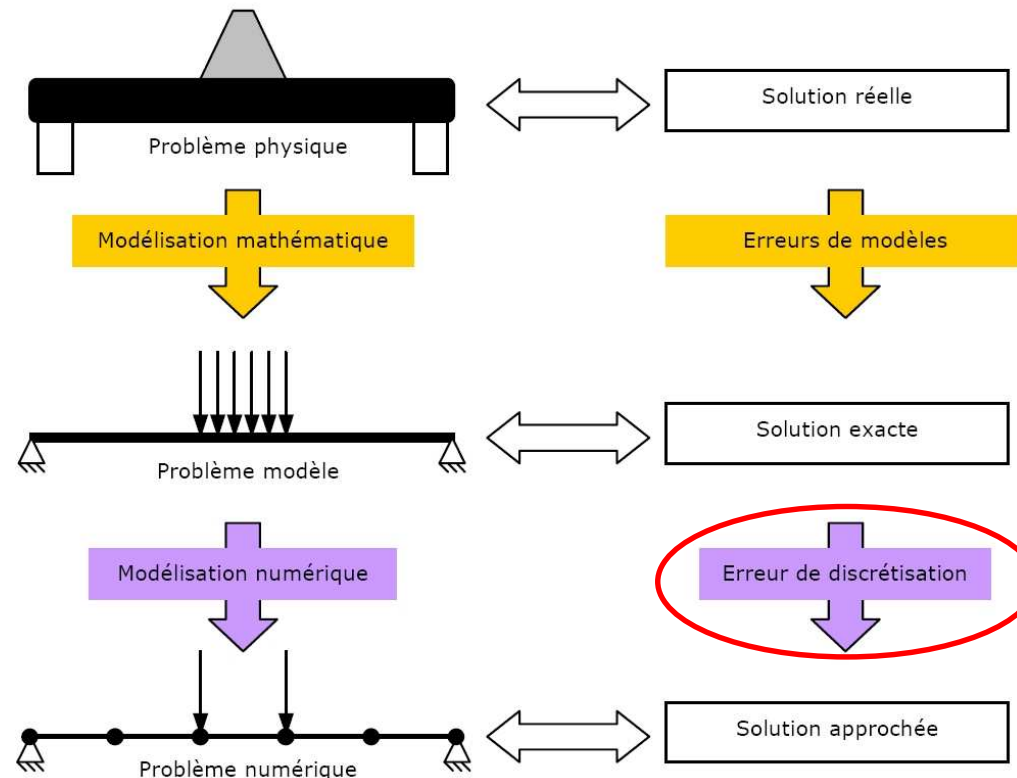
² Laboratoire de Mécanique des Structures Industrielles Durables, UMR EDF/CNRS 2832

³ Département Analyses Mécaniques et Acoustique, EDF R&D



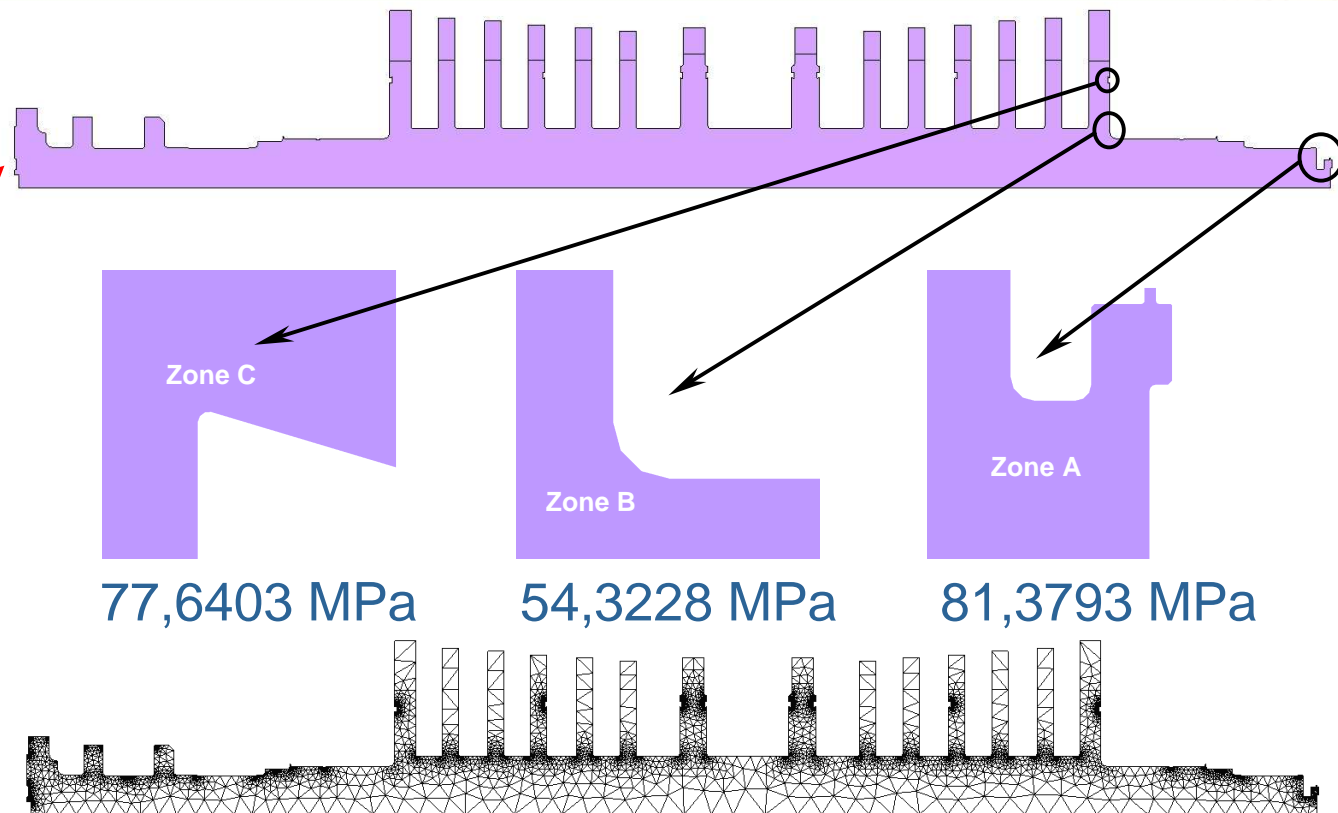
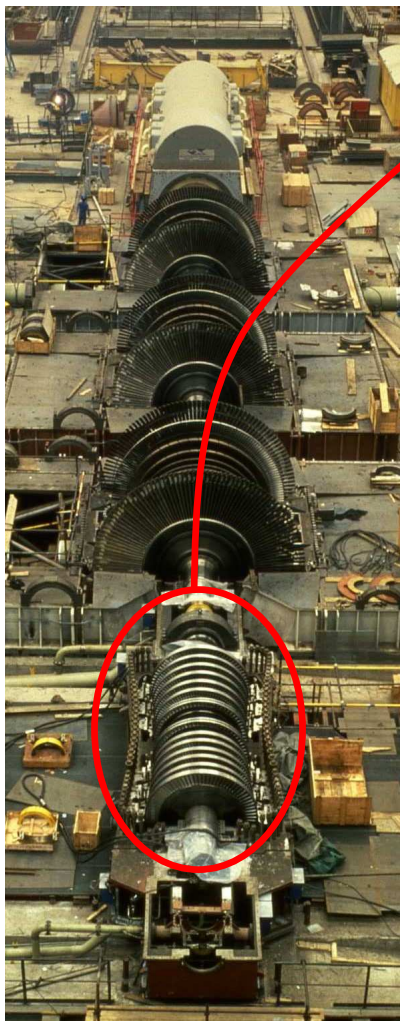
Introduction

Contexte et motivations



- Pour garantir la sûreté des installations et pour estimer leur durée de vie, EDF réalise des simulations numériques ;
- *Code_Aster* est l'outil de simulation numérique en mécanique des structures.

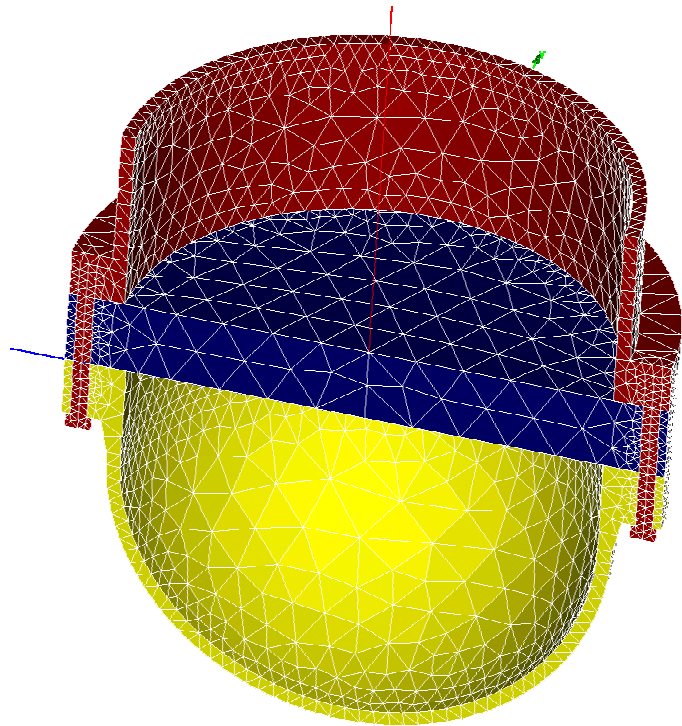
Exemple d'études menées à EDF avec *Code_Aster* : Rotor HP



6200 nœuds, 10500 triangles linéaires

Élasticité linéaire, effort de rotation

Exemple d'études menées à EDF avec *Code_Aster* : Assemblage boulonné

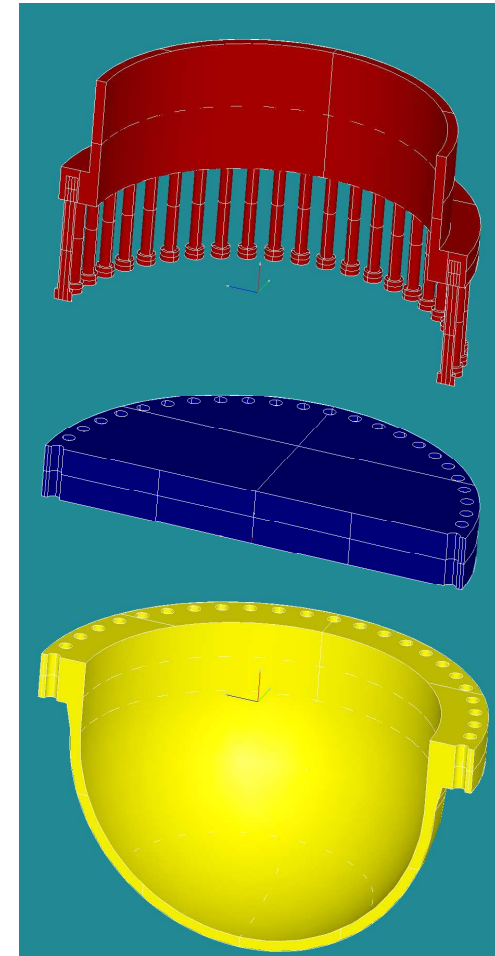


Dans les 48 goujons

$$\sigma_{xx} = 140,4 \text{ MPa}$$

22000 nœuds,
80000 tétraèdres
linéaires

Élasticité linéaire, pression, contact



Plan de la présentation

Objectif : Développer et implémenter une stratégie de contrôle d'erreur pour le calcul de structures industrielles

1. État de l'art des méthodes d'estimation d'erreur et d'adaptation de maillage
2. Intérêt industriel de l'erreur en quantité d'intérêt
3. Estimateur d'erreur en quantité d'intérêt et adaptation de maillage dans *Code_Aster*
4. Application au calcul de structures industrielles

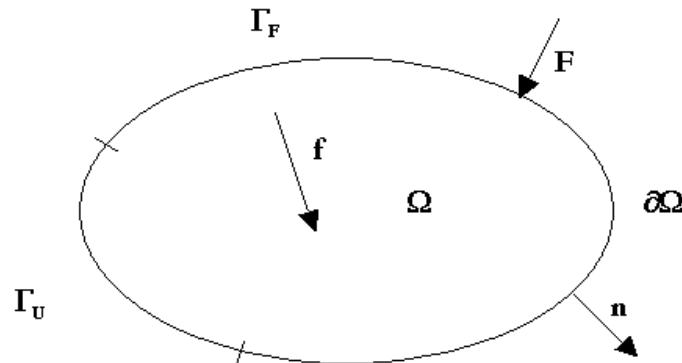


1

État de l'art des méthodes d'estimation d'erreur et d'adaptation de maillage

1.1 Problème modèle

Le domaine



Formulation variationnelle du problème

$$\begin{cases} \text{Trouver } u \in V \text{ tel que} \\ a(u, v) = l(v) \quad \forall v \in V \end{cases}$$

$$a(u, v) = \int_{\Omega} a_{ijkh} \varepsilon_{kh}(u) \varepsilon_{ij}(v) d\Omega \quad l(v) = \int_{\Gamma_F} F_i v_i d\Gamma - \int_{\Omega} f_i v_i d\Omega$$

Problème discrétisé

$$\begin{cases} \text{Trouver } u^h \in V^h \text{ tel que} \\ a(u^h, v) = l(v) \quad \forall v \in V^h \end{cases}$$

Erreur sur la solution

$$e = u - u^h$$

Estimation d'une mesure de l'erreur

$$\|e\|_e^2 = a(e, e) = \int_{\Omega} \sigma(e) : \varepsilon(e) d\Omega$$

1.2 Estimateurs d'erreur en loi de comportement

- Couple déplacement-contrainte éléments finis ne vérifie pas les conditions d'admissibilité.

Construction d'un couple admissible
déplacement/contrainte .

$$e_{RdC} = \hat{\sigma} - K\varepsilon(\hat{u})$$

Méthodes de construction de champs admissible

(Ladevèze, 1975)

- + bornes garanties, ne sous estime jamais l'erreur*
- nécessite architecture adaptée de code, effort de développement important*

1.3 Estimateurs basés sur le lissage des contraintes

- Contraintes exactes σ continues aux interfaces entre éléments ;
- Contraintes éléments finis σ^h discontinues aux interfaces entre éléments.

Lissage des contraintes éléments finis σ^h pour obtenir un champ de contraintes continues σ^* .

$$\eta^2 = \int_{\Omega} Tr \left[{}^T (\sigma^* - \sigma^h) K^{-1} (\sigma^* - \sigma^h) \right] d\Omega$$

Méthodes de lissage : globale, locale, méthode de recouvrement (SPR)
(Zienkiewicz & Zhu, 1987, 1992)

| + simples à implémenter (très commun dans les codes industriels)
| - implémentés dans Code_Aster mais que pour les maillages simples 2D

1.4 Estimateurs explicites basé sur les résidus

- Résidus d'équilibres responsables de l'erreur ;
- L'erreur est solution d'un problème d'élasticité dont les données en effort sont les résidus d'équilibre .

$$a(e, v) = R_h^u(v) \quad \forall v \in V$$

Calcul des résidus intérieurs et des résidus de bord pour chaque élément afin d'estimer une norme de l'erreur

$$\|e\|_e \leq c \left(\sum_E \eta_E^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

avec

$$\eta_E^2 = h_E^2 \|r_E\|_{L^2(E)}^2 + \frac{1}{2} \sum_{\Gamma \in \Gamma_F} l_\Gamma \|t_\Gamma\|_{L^2(\Gamma)}^2 + \sum_{\Gamma \subset \Gamma_F} l_\Gamma \|t_\Gamma\|_{L^2(\Gamma)}^2$$

(Babuška & Rheinboldt, 1978)

+ base mathématique forte, simples à implémenter, implémentés dans Code_Aster
- constante difficile à déterminer

1.5 Estimateurs implicites basés sur les résidus

Résolutions locales de l'équation de l'erreur sur chaque élément ou sur un patch d'élément

Par élément

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Trouver } e_E \in V_E \text{ tel que} \\ a(e_E, v)_E = \int_E r_E v dE - \int_{\Gamma} R v d\Gamma \quad \forall v \in V_E \end{array} \right.$$

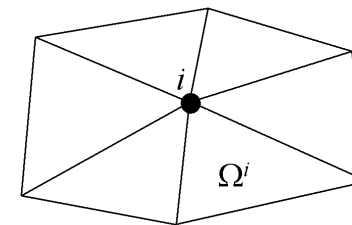
(Demkowicz *et al.*, 1984)

La densité d'efforts surfacique doit être correctement choisie pour qu'une solution existe

Par patch

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Trouver } e^i \text{ nul sur } \Gamma_U^i \text{ tel que} \\ a(e^i, v)_i = \sum_{E \subset \Omega^i} \int_E r_E v dE - \sum_{\Gamma \subset \Omega^i} \int_{\Gamma} t_{\Gamma} v d\Gamma \quad \forall v \text{ nul sur } \Gamma_U^i \end{array} \right.$$

(Babuška & Rheinboldt, 1978)



- + fournissent des bornes de l'erreur
- difficile à implémenter

1.6 Autres démarches

Méthodes basées sur les bases hiérarchiques

(Bank & Smith, 1993)

Comparer deux solutions obtenues par deux discrétisations différentes :

- interpolation plus élevée avec bases hiérarchiques ;
- raffinement uniforme du maillage.

| *+ applicable à une large classe de problèmes, simple et facile à implémenter*
| *- coût de calcul : problème de taille ou de complexité supérieure à résoudre*

Méthodes basées sur l'analyse duale

(Fraeijis de Veubeke, 1965) (Debongnie *et al.*, 1995) (Kempeneers, 2005)

Comparer deux solutions obtenues par deux approches différentes :

- approche cinématiquement admissible (formulation en déplacement) ;
- approche statiquement admissible (formulation en contrainte).

| *+ bornes garanties de l'erreur*
| *- coût de calcul, implémentation de la formulation en contraintes complexe*

1.7 Erreur en quantité d'intérêt (1/2)

Quantités ayant un sens physique et un intérêt pour l'utilisateur :

Composante du déplacement

$$Q(v) = \frac{1}{|\omega|} \int_{\omega} v_x d\Omega$$

Composante des contraintes

$$Q(v) = \frac{1}{|\omega|} \int_{\omega} \sigma_{xx} d\Omega$$

Erreur en quantité d'intérêt

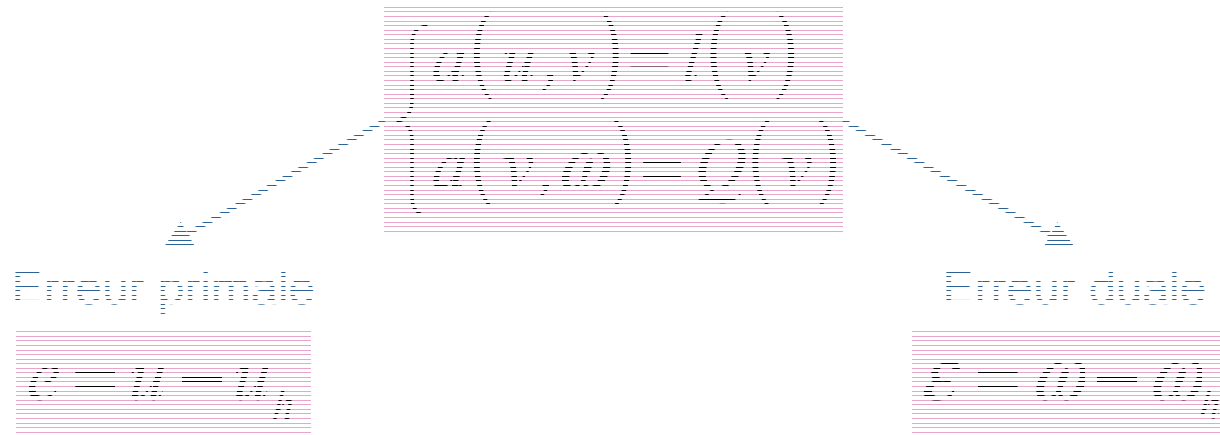
$$\varepsilon^Q = Q(u) - Q(u^h)$$

Principes :

- Considérer notre problème de référence comme un problème de minimisation ; (Becker & Rannacher, 2001) (Oden & Prudhomme, 2002)
- Les solutions de ce problème satisfont les problèmes primal et dual ;
- Trouver une relation entre l'erreur en quantité d'intérêt et le résidu.

1.7 Erreur en quantité d'intérêt (2/2)

Problème primal et problème dual issus du problème de minimisation

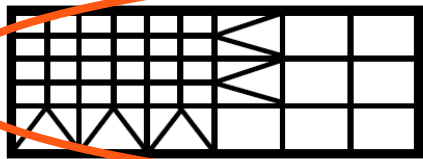
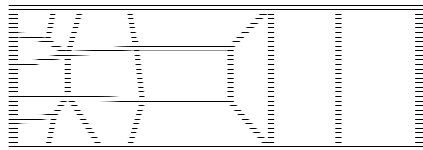
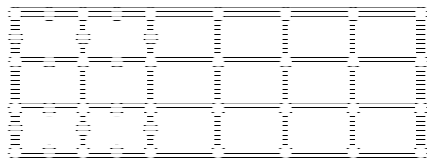
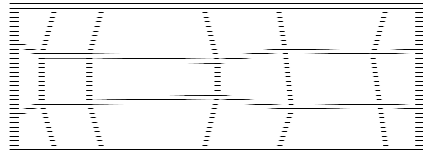
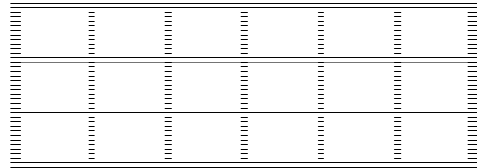


Relation fondamentale entre la quantité d'intérêt et l'erreur sur le problème primal et sur le problème dual

$$Q(e) = a(e, \varepsilon) = \frac{1}{4} \|s e + s^{-1} \varepsilon\|_e^2 - \frac{1}{4} \|s e - s^{-1} \varepsilon\|_e^2$$

$$s = \sqrt{\frac{\|\varepsilon\|_e}{\|e\|_e}}$$

1.8 Techniques d'adaptation de maillage



Modification du maillage initial

r-adaptation : déplacement des nœuds

- + simple*
- coût de calcul et gain limité*

p-adaptation : augmentation du degré d'interpolation

- + peu d'éléments, taux de convergence exponentiel*
- architecture adaptée du code et gain limité*

h-adaptation globale : remaillage

- + uniformisation efficace de l'erreur*
- nécessite la cao et un mailleur automatique*

h-adaptation locale : raffinement/déraffinement

- + utilisable avec des outils simples*
- nœuds pendants si le maillage est réglé mais ...*

1.9 Bilan

De nombreuses méthodes bien maîtrisées.

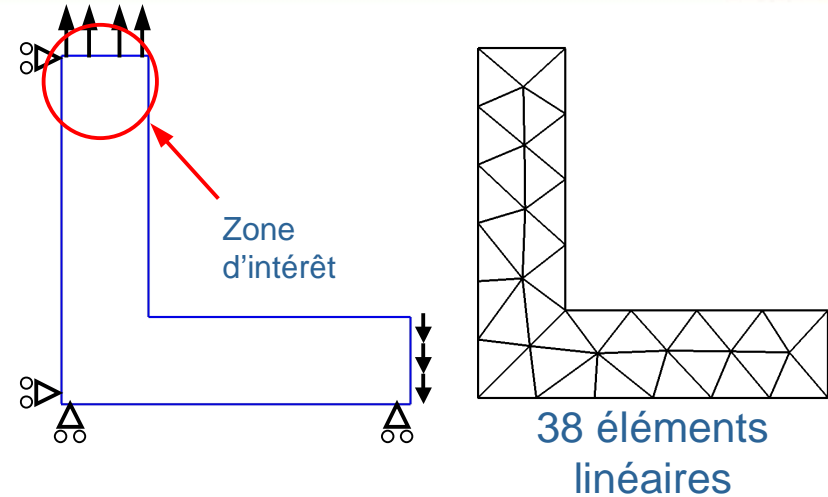
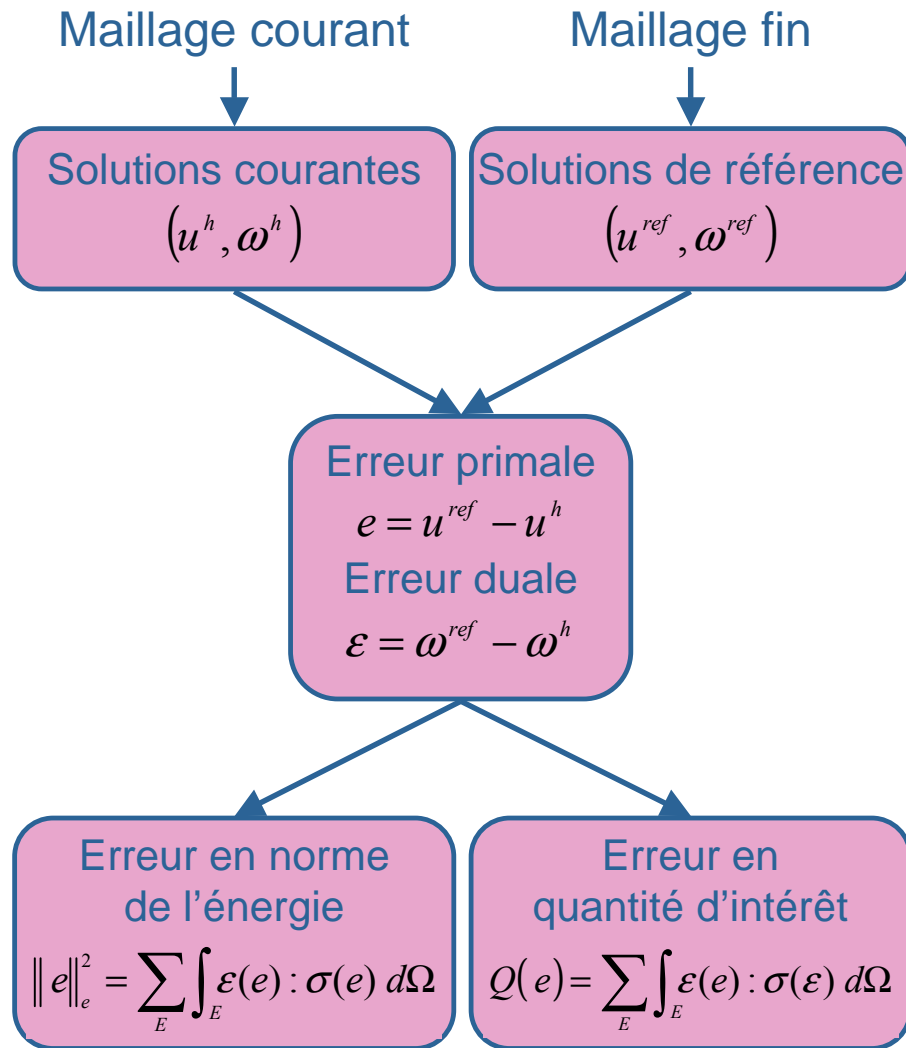
Pour notre objectif de contrôle d'erreur pour le calcul de structures industrielles :

- ✓ Erreur en quantités d'intérêt ;
- ✓ Estimateur explicite basé sur les résidus ;
- ✓ H-adaptation locale.

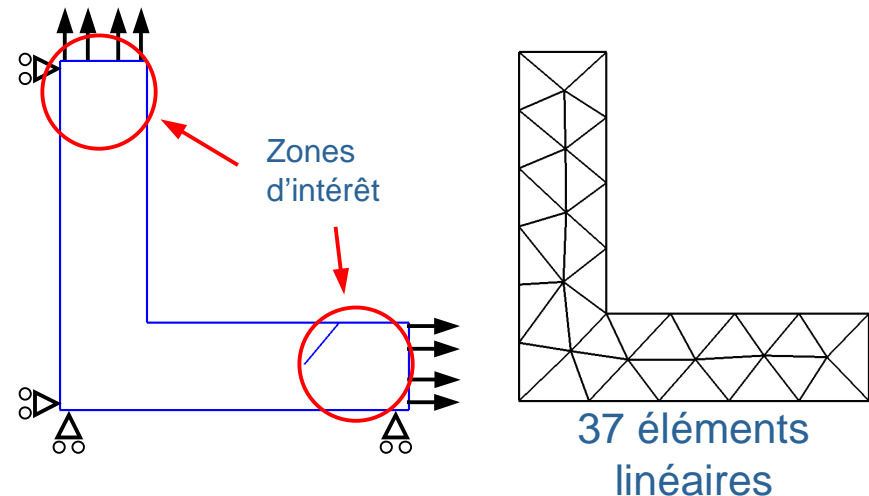
2

**Intérêt industriel de l'erreur en quantité
d'intérêt**

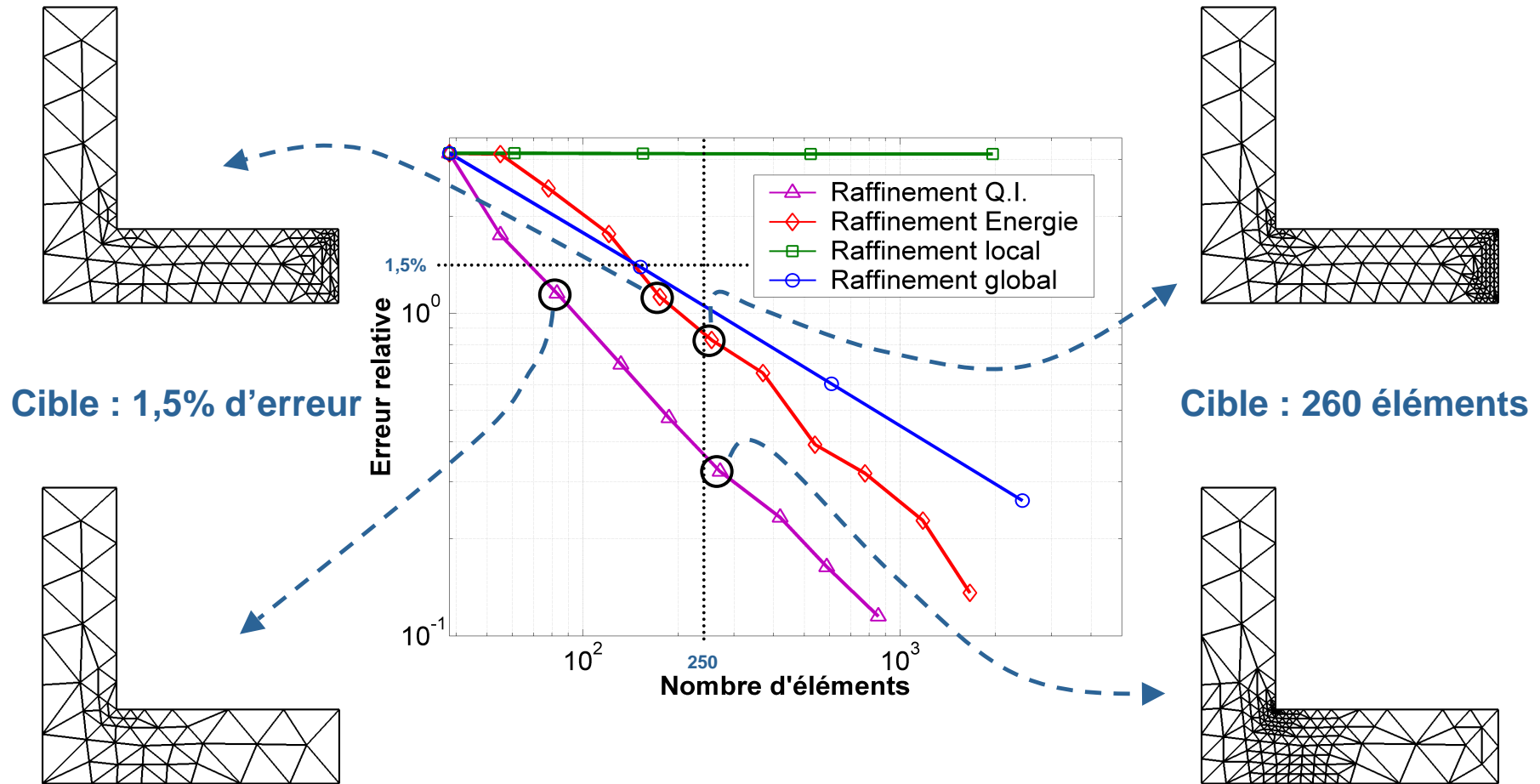
2.1 Principe de l'étude



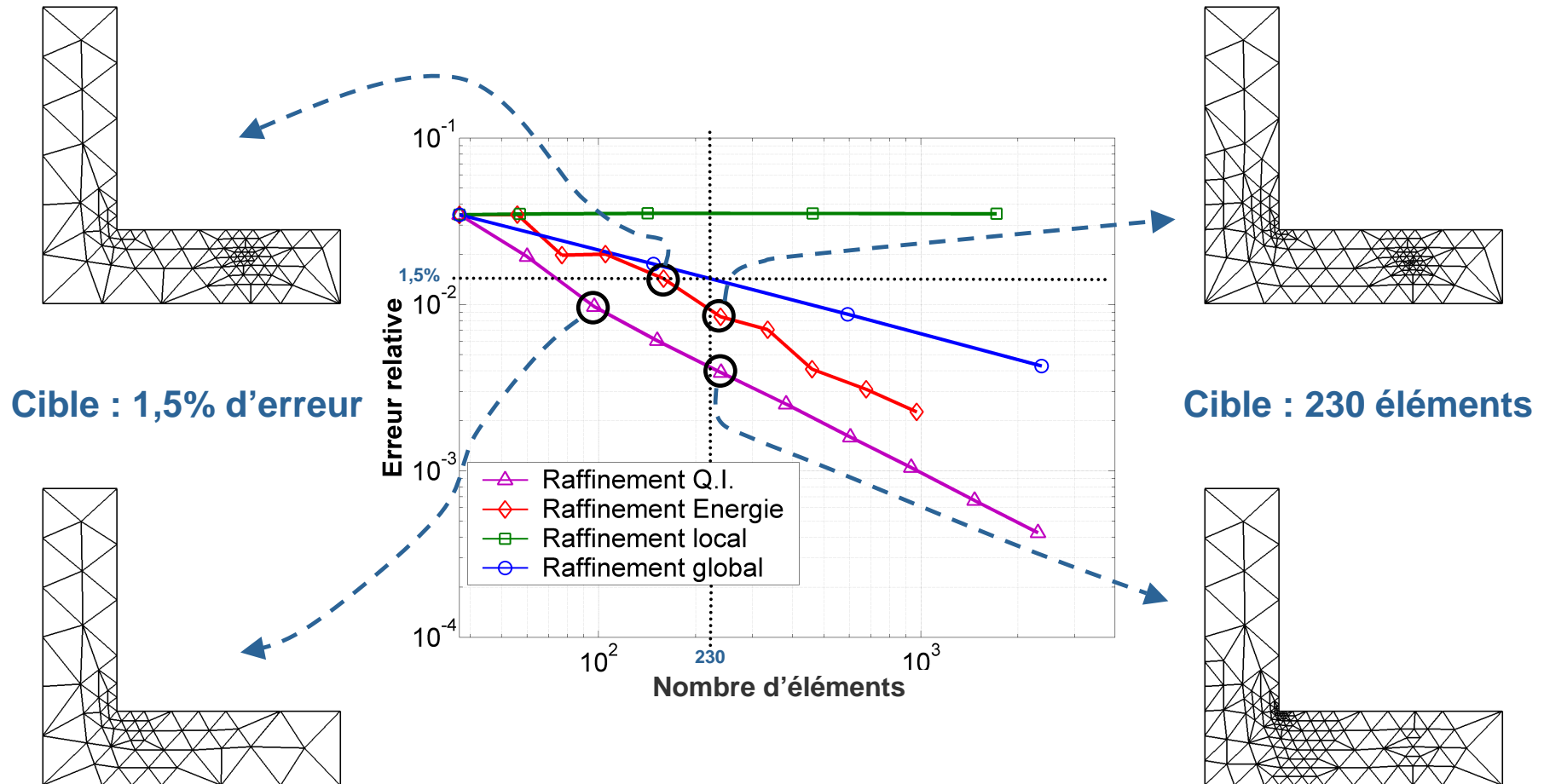
Composante de contrainte σ_{yy}
4 stratégies, 2 critères cibles



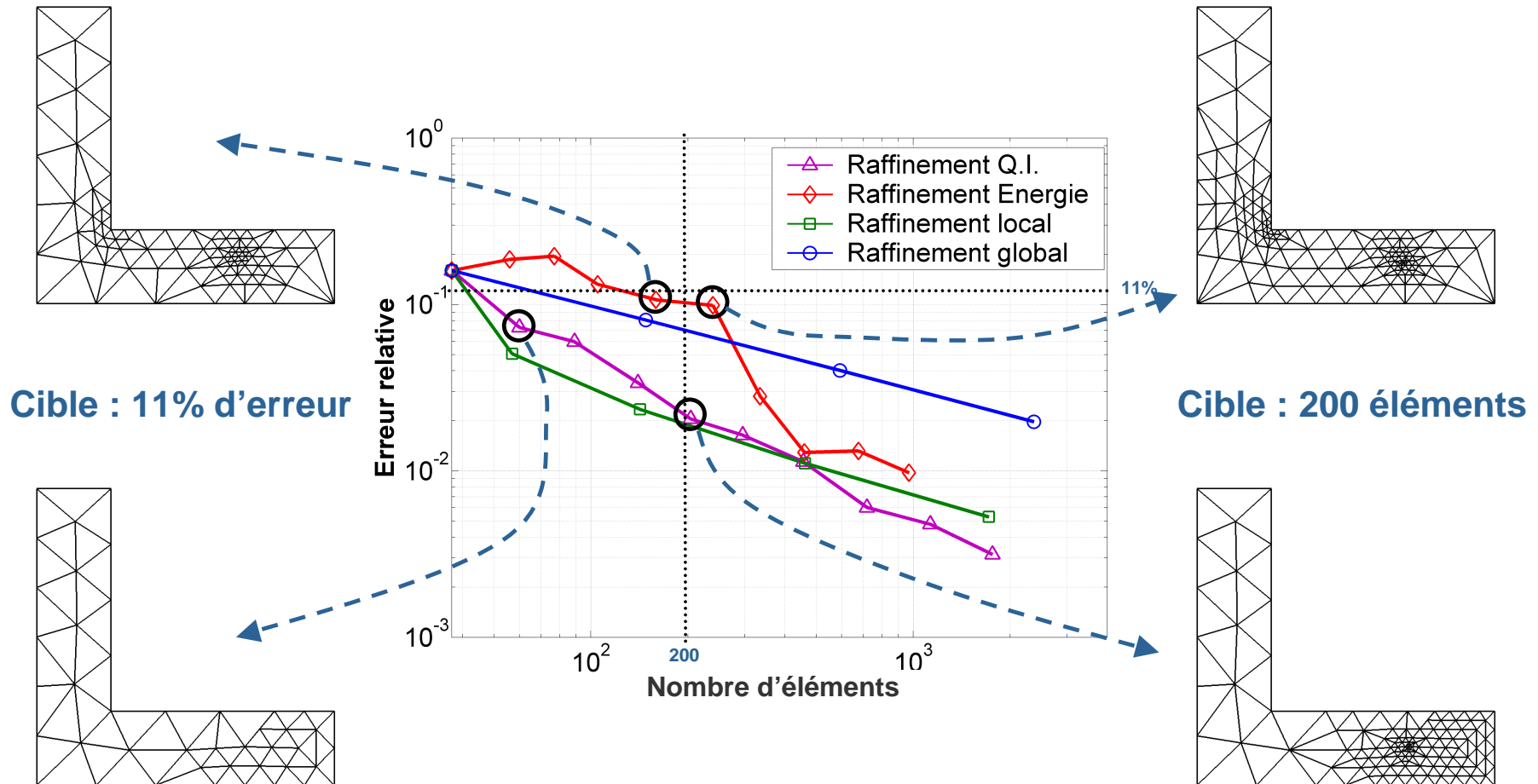
2.2 Cas des structures saines



2.3 Cas des structures fissurées hors de la zone d'intérêt



2.4 Cas des structures fissurées dans la zone d'intérêt



2.5 Bilan

✓ Raffinement local :

- ✓ efficace dans un cas particulier ;
- ✓ stratégie la moins universelle donc la moins performante.

✓ Raffinement global :

- ✓ moyen très sûr d'améliorer la précision ;
- ✓ généralement inutilisable pour l'étude de structures industrielles.

✓ Raffinement guidé par l'erreur en norme de l'énergie :

- ✓ efficace dans la plupart des cas ;
- ✓ en présence de singularité, peut être malicieux.

✓ **Raffinement guidé par l'erreur en quantité d'intérêt :**

- ✓ permet toujours d'améliorer le plus la précision à moindre coût ;
- ✓ la meilleure stratégie.



3

**Estimateur d'erreur en quantité d'intérêt et
adaptation de maillage dans *Code_Aster***

3.1 Estimateur d'erreur en quantité d'intérêt basé sur les résidus explicites

Point de départ : la relation du parallélogramme

$$Q(e) = a(e, \varepsilon) = \frac{1}{4} \|s e + s^{-1} \varepsilon\|_e^2 - \frac{1}{4} \|s e - s^{-1} \varepsilon\|_e^2$$

$$\begin{cases} a(e, v) = R_h^u(v) \\ a(\varepsilon, v) = R_h^\omega(v) \end{cases}$$

Équations de l'erreur

Combinaison linéaire

$$\begin{cases} a(s e + s^{-1} \varepsilon, v) = (s R_h^u + s^{-1} R_h^\omega)(v) \\ a(s e - s^{-1} \varepsilon, v) = (s R_h^u - s^{-1} R_h^\omega)(v) \end{cases}$$

Nouvelles équations à considérer

Démonstration analogue à l'estimateur en résidu de l'erreur globale

$${}^{REQI} \eta_E = \frac{1}{4} (\eta_E^+)^2 - \frac{1}{4} (\eta_E^-)^2$$

avec

$$\begin{aligned} (\eta_E^+)^2 &= c^+ \left[h_E^2 \|s r_E^u + s^{-1} r_E^\omega\|_{L^2(E)}^2 + \frac{1}{2} \sum_{\Gamma \in \Gamma_F} l_\Gamma \|s t_\Gamma^u + s^{-1} t_\Gamma^\omega\|_{L^2(\Gamma)}^2 + \sum_{\Gamma \in \Gamma_F} l_\Gamma \|s t_\Gamma^u + s^{-1} t_\Gamma^\omega\|_{L^2(\Gamma)}^2 \right] \\ (\eta_E^-)^2 &= c^- \left[h_E^2 \|s r_E^u - s^{-1} r_E^\omega\|_{L^2(E)}^2 + \frac{1}{2} \sum_{\Gamma \in \Gamma_F} l_\Gamma \|s t_\Gamma^u - s^{-1} t_\Gamma^\omega\|_{L^2(\Gamma)}^2 + \sum_{\Gamma \in \Gamma_F} l_\Gamma \|s t_\Gamma^u - s^{-1} t_\Gamma^\omega\|_{L^2(\Gamma)}^2 \right] \end{aligned}$$

Estimation de l'erreur en quantité d'intérêt

$$Q(e) \approx \sum_E {}^{REQI} \eta_E$$

3.2 Forme générale des quantités d'intérêt

- Caractérisées par des fonctionnelles linéaires ou non mais pas facile si non linéaires...
- Chargement du problème dual ;
- Pour être utilisable, sous la forme suivante :

$$Q(v) = \int_{\Omega} f^{\varrho} \cdot v \, d\Omega + \int_{\Gamma_F} F^{\varrho} \cdot v \, d\Gamma - a(u^{\varrho}, v) \quad (\text{Parés, 2006})$$

données

Trois catégories :

- Quantités simples associées au déplacement ;
- Quantités simples associées aux contraintes ;
- Quantités composées (Contrainte de Von Mises, Facteur d'intensité des contraintes).

3.3 Quantités simples liées au déplacement

Le chargement dual se déduit trivialement

$$Q(v) = \int_{\Omega} f^{\mathcal{Q}} \cdot v \, d\Omega$$

$$Q(v) = \int_{\Gamma_F} F^{\mathcal{Q}} \cdot v \, d\Gamma$$

**Vecteurs constants dans la zone d'intérêt
(composante par composante)**

- Composante du déplacement dans un domaine ;
- Composante du déplacement sur un bord ;
- Déplacement normal à un bord.

3.4 Quantités simples liées aux contraintes

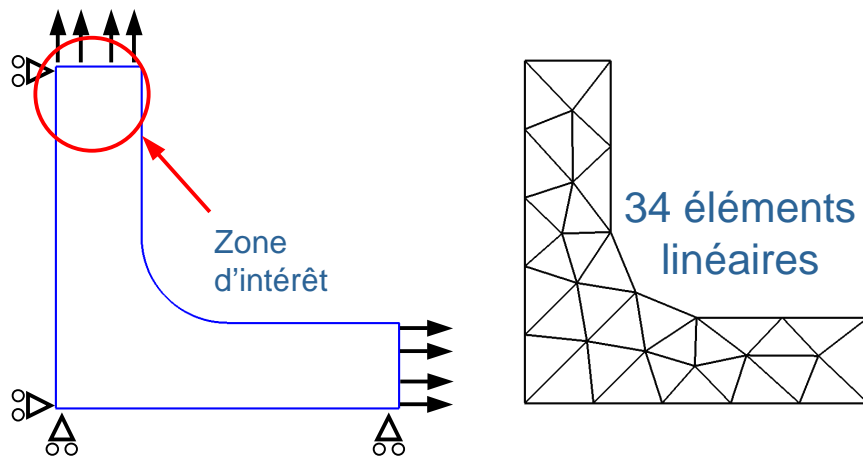
Le chargement dual se déduit trivialement

$$Q(v) = -a(u^{\varrho}, v) = \int_{\Omega} \sigma(v) : \Sigma(u^{\varrho}) d\Omega$$

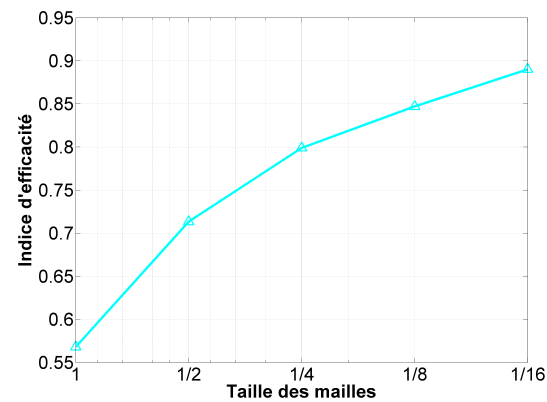
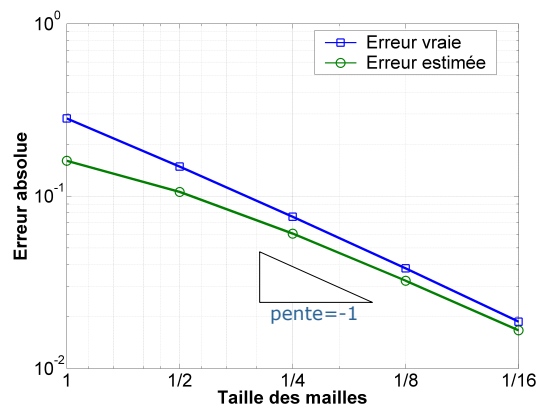
**Matrice constante dans la zone d'intérêt
(composante par composante)**

- Composante des contraintes dans un domaine.

3.5 Validation des quantités simples (1/2)



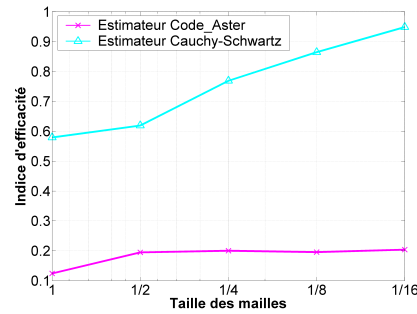
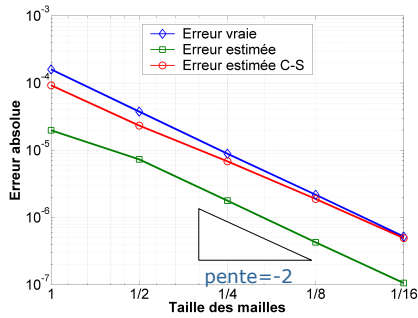
- Solution courante obtenue sur une série de maillage raffinés uniformément ;
- Solution de référence obtenue sur un maillage de près de 35000 éléments ;
- Erreur vraie calculée à partir de la solution de référence ;
- Calcul d'indice d'efficacité : $\gamma = \frac{e_{\text{estimée}}}{e_{\text{vraie}}}$
- Comparaison avec estimation obtenue par l'inégalité de Cauchy-Schwartz :



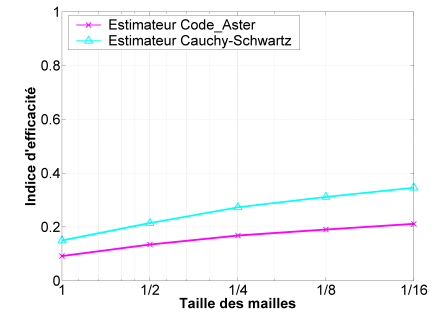
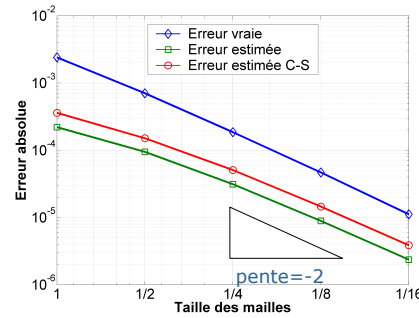
$$|Q(e)| \leq \|e\|_e \|\varepsilon\|_e$$

3.5 Validation des quantités simples (2/2)

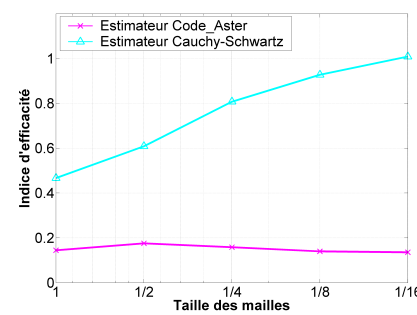
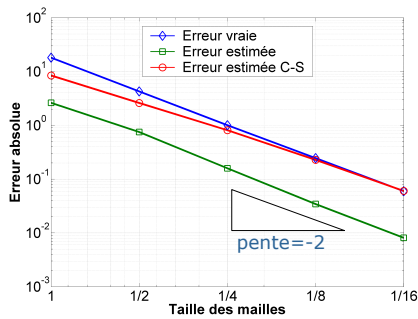
Déplacement selon x



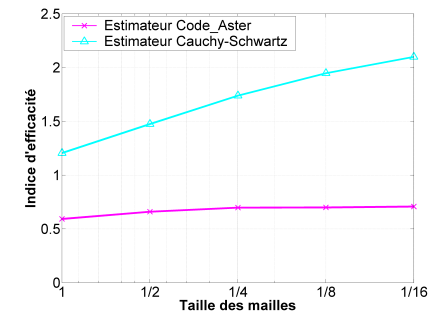
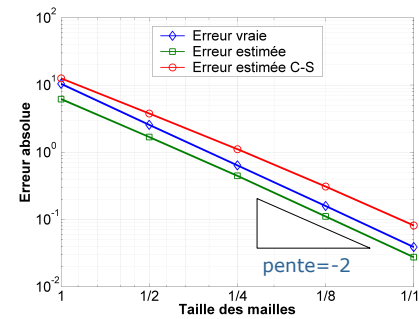
Déplacement selon y



Contrainte xx



Contrainte xy



3.6 Quantités composées : la contrainte de Von Mises

Formulation sous la forme générale non triviale.

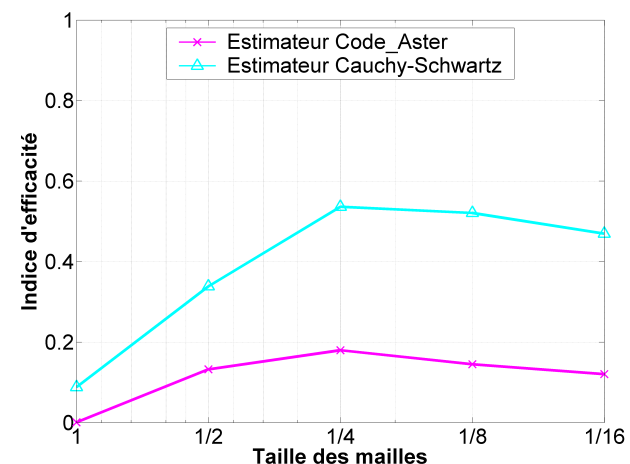
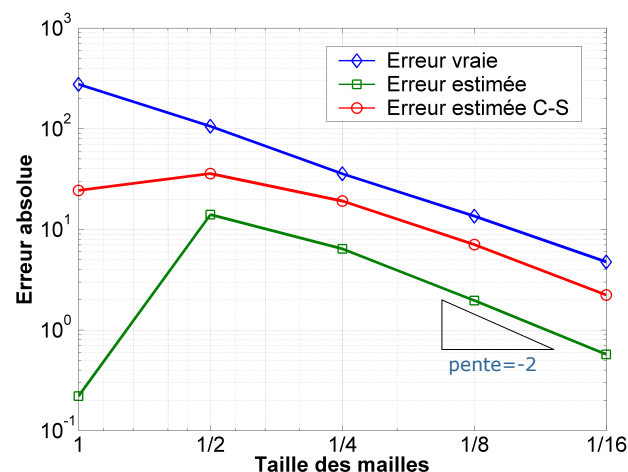
Exemples : Contrainte de Von Mises, Facteur d'intensité des contraintes

$$\mathcal{E}^Q = \frac{1}{|\omega|} \int_{\omega} (\sigma_{vm}(u) - \sigma_{vm}(u^h)) d\Omega$$

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\frac{3}{2} \sigma^d : \sigma^d}$$

$$Q^{vm}(v) = \frac{1}{|\omega|} \int_{\omega} \left(\frac{3}{2\sigma_{vm}(u^h)} \sigma^d(u^h) \right) : \sigma(v) d\Omega$$

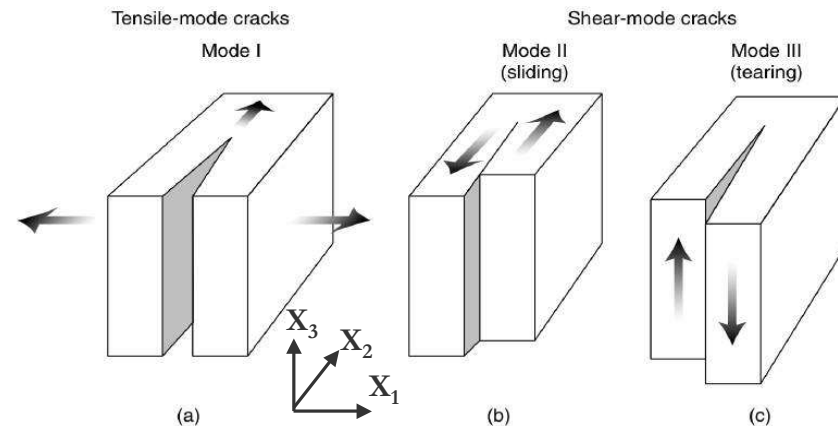
(Oden *et al.*, 2001)



3.7 Quantités composées : les facteurs d'intensité des contraintes (1/4)

En mécanique de la rupture :

- o Autour d'une fissure : zone singulière ;
- o En pointe de fissure, singularité du champ de contrainte en $r^{-1/2}$.



Intensité de la singularité est caractérisée par K_I , K_{II} , K_{III} les facteurs d'intensité de contraintes pour chacun des modes.

Expressions de K_I , K_{II} , K_{III} en 3D :

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \left(\frac{E}{8(1-\nu^2)} [U_1] \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \right) \quad K_{II} = \lim_{r \rightarrow 0} \left(\frac{E}{8(1-\nu^2)} [U_2] \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \right) \quad K_{III} = \lim_{r \rightarrow 0} \left(\frac{E}{8(1+\nu)} [U_3] \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \right)$$

3.7 Quantités composées : les facteurs d'intensité des contraintes (2/4)

Une méthode de calcul de K_I , K_{II} , K_{III} : identification à partir du saut des déplacements entre les lèvres de la fissure par une méthode des moindres carrés :

$$K \text{ minimise } F(k) = \frac{1}{2} \int_0^{r_m} (C[U(r)] - k\sqrt{r})^2 dr$$

K est explicitement donné par :

$$K = \frac{2}{r_m^2} \int_{\Gamma} C (U_{sup} - U_{inf}) \sqrt{r} dr$$

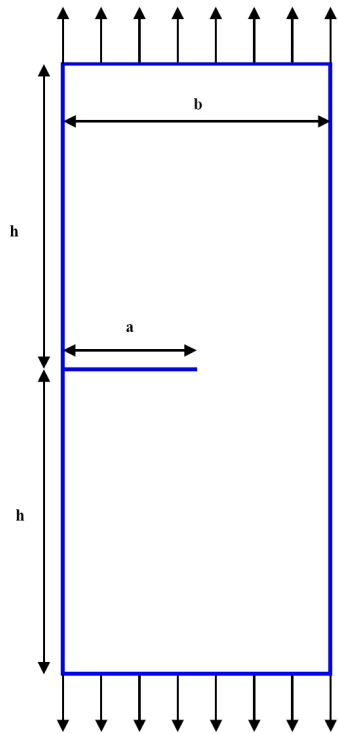
La quantité d'intérêt peut donc se formuler sous la forme de deux efforts de bord sur chacune des deux lèvres :

$$Q(v) = K_i(v) = \frac{2}{r_m^2} C \left(\int_{\Gamma^+} \sqrt{r} X_i v d\Gamma - \int_{\Gamma^-} \sqrt{r} X_i v d\Gamma \right)$$

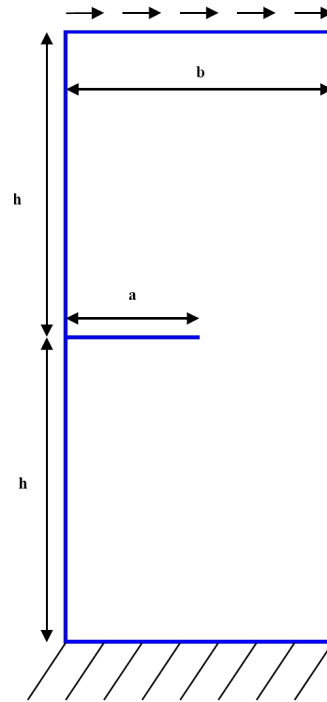
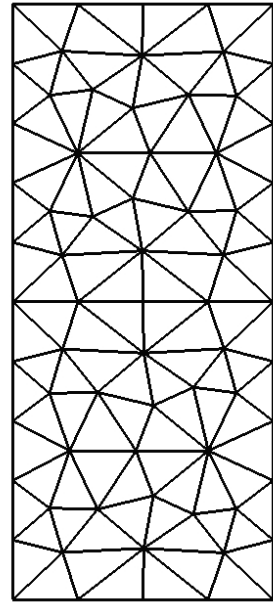
en contraintes planes $C = 1$

en déformations planes et 3D $C = 1 - \nu^2$

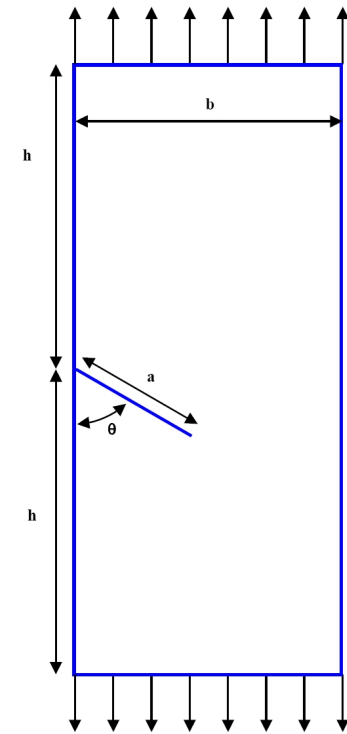
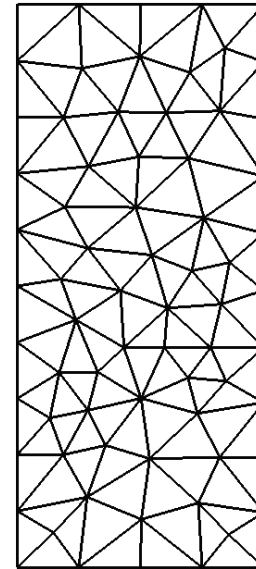
3.7 Quantités composées : les facteurs d'intensité des contraintes (3/4)



Problème 1



Problème 2



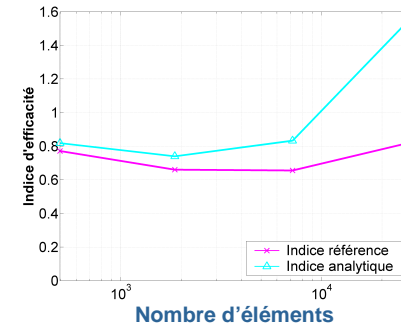
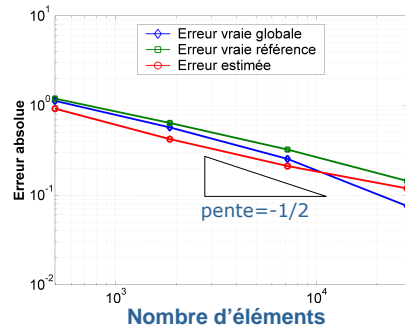
Problème 3

Éléments de Barsoum

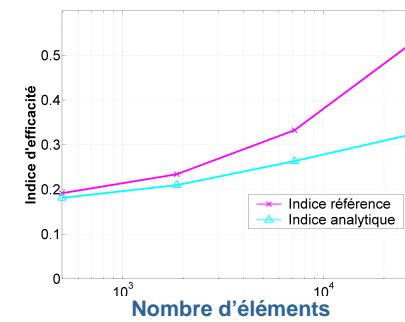
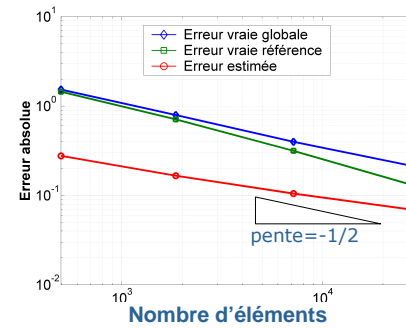
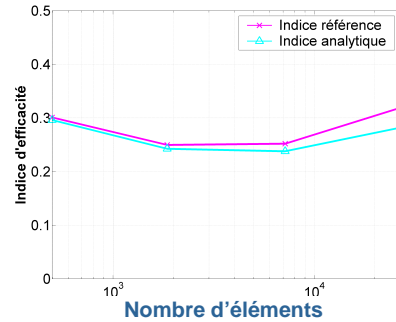
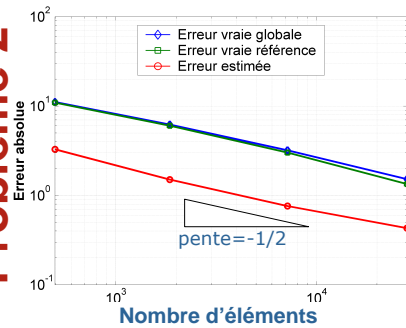
$$E = 200000 \text{ Mpa} ; \nu = 0,3 ; F = 1 \text{ N} ; a = b/2 ; h/b = 8/7 ; \theta = 60^\circ$$

3.7 Quantités composées : les facteurs d'intensité des contraintes (4/4)

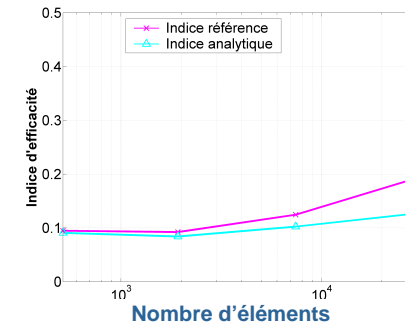
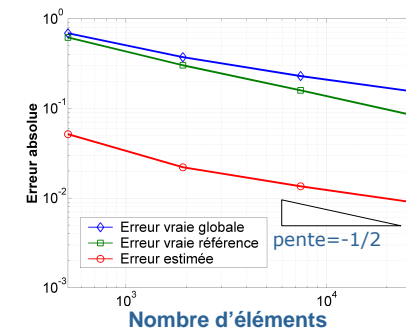
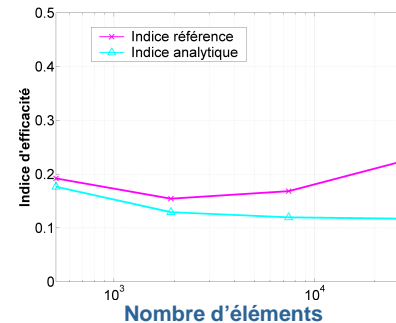
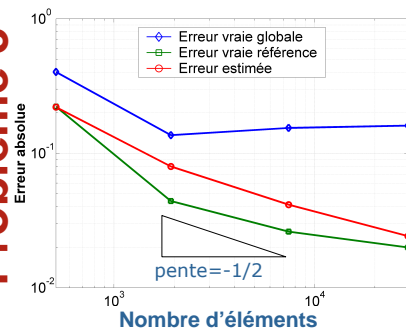
Problème 1



Problème 2



Problème 3



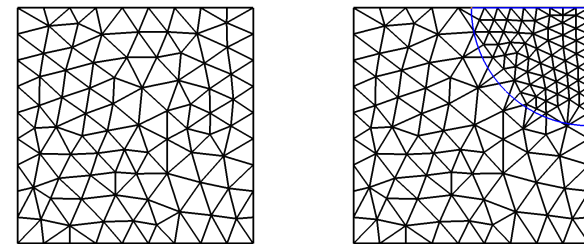
3.8 Homard, un outil de h-raffinement/déraffinement

Logiciel de découpage des éléments en 2D et 3D couplé à Code_Aster

Meilleur compromis dans un contexte industriel

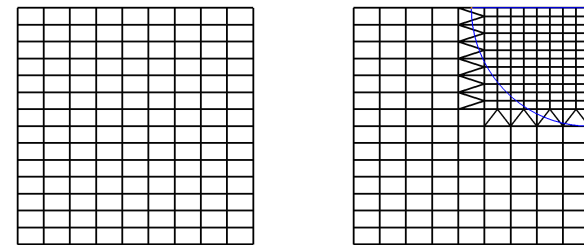
Assure un raffinement et déraffinement :

- Local ou global ;
- Uniforme ou guidé par un champ.



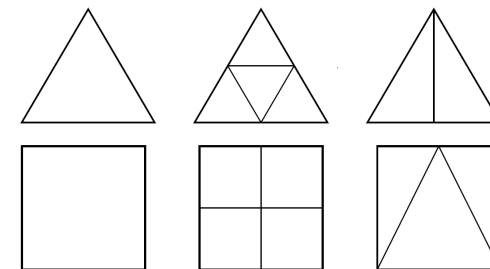
Critères pour adaptation par un champ :

- Pourcentage d'éléments ;
- Seuil.



Conserve :

- La qualité des mailles ;
- La conformité du maillage.



3.9 Bilan

Choix et développement d'outils pour assurer le contrôle d'erreur en calcul de structures industrielles :

- ✓ Estimateur d'erreur en quantités d'intérêt implémenté dans Code_Aster ;
- ✓ Estimateur validé pour de nombreuses quantités d'intérêt ;
- ✓ Homard, outil de h-adaptation couplé à Code_Aster.

Stratégie adoptée :

Raffinement de maillage guidé par un estimateur d'erreur en quantité d'intérêt.

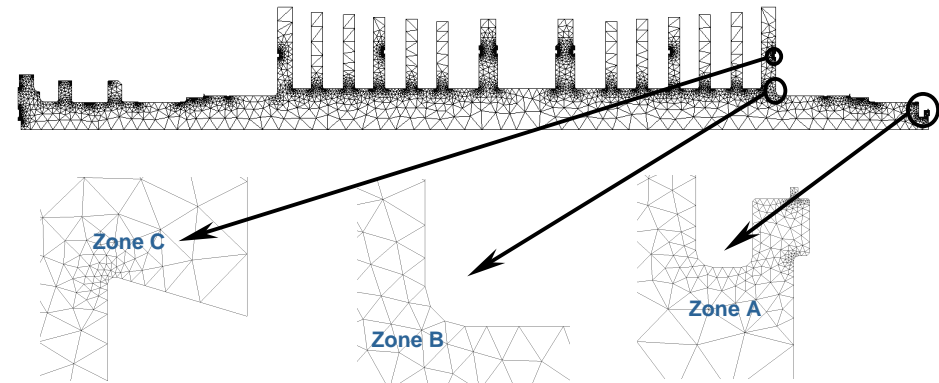


4

**Application au calcul de structures
industrielles**

4.1 Rotor HP : Stratégie

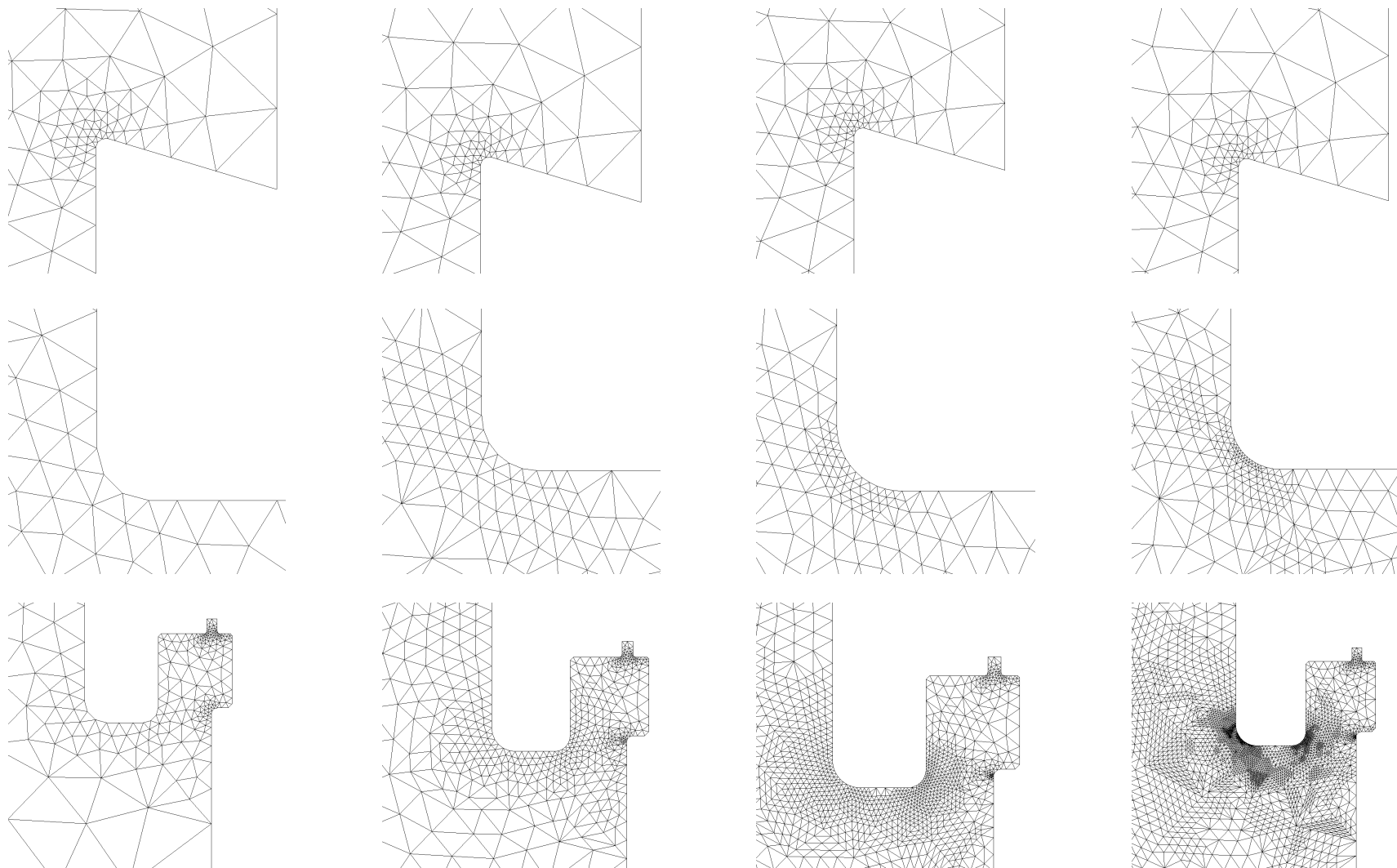
- Raffinement du maillage guidé par la moyenne de la contrainte de Von Mises dans chacune des zones et leur union ;
- 5% des éléments avec l'erreur la plus importante sont découpés ;
- Pas de déraffinement ;
- 8 raffinements, 25 minutes.



6200 nœuds pour le maillage initial

- ✓ Convergence dès le 4ème raffinement (10000 nœuds) ;
- ✓ 1 calcul par zone d'intérêt ;
- ✓ Pondération nécessaire si union des trois zones ;
- ✓ Maillage initial déjà « bon ».

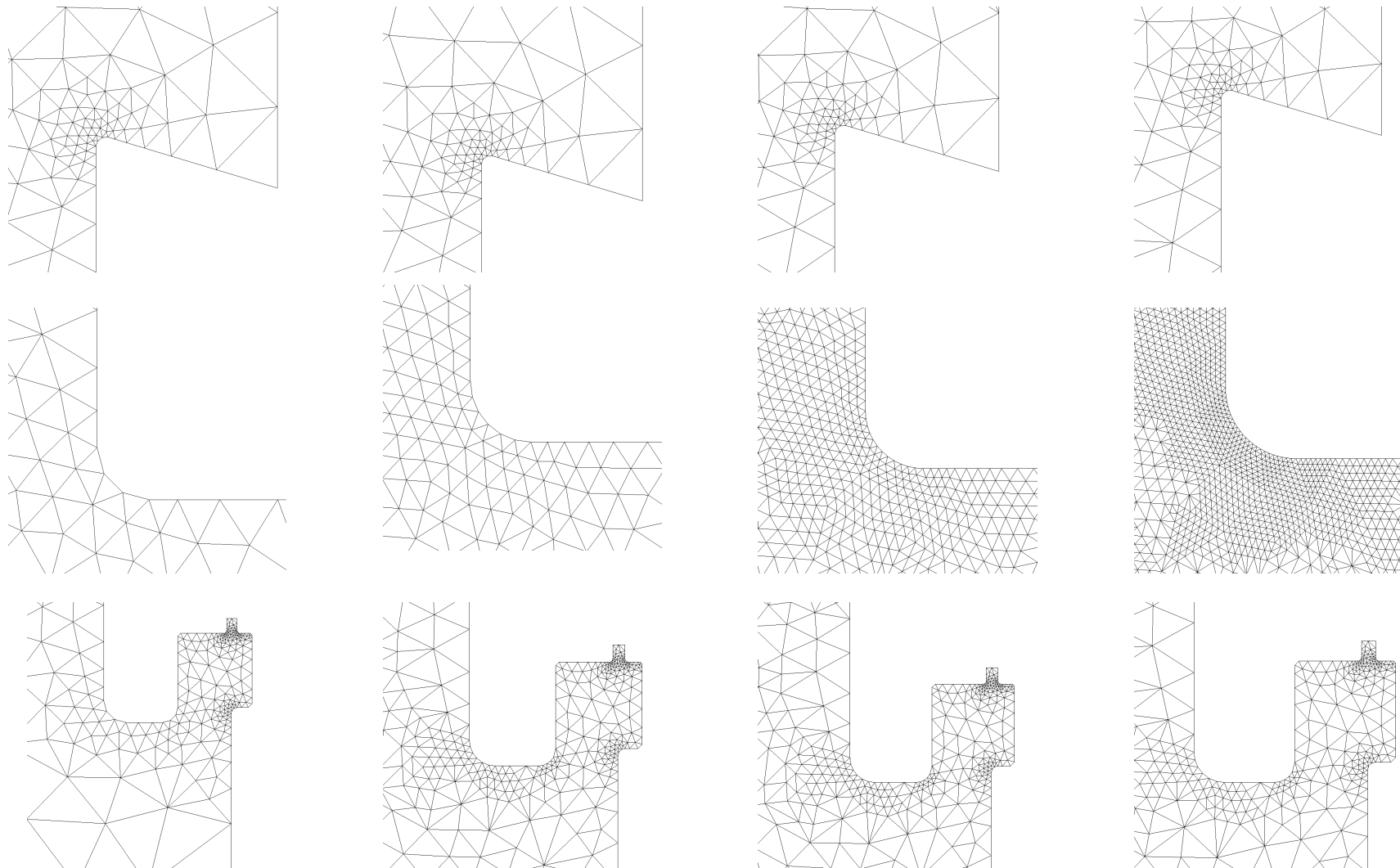
4.1 Rotor HP : résultats zone A (1/2)



4.1 Rotor HP : résultats zone A (2/2)

Maillage	Moyenne de Von Mises (MPa)			Nombre de nœuds
	Zone A	Zone B	Zone C	
Initial	77,6403	54,3228	81,3793	6 208
Raffiné 1	78,5130	54,8830	80,0037	7 301
Raffiné 2	78,8277	55,2908	79,9381	8 576
Raffiné 3	78,9062	55,3168	79,9535	10 263
Raffiné 4	78,8895	55,3010	80,2548	12 729
Raffiné 5	78,8817	55,3137	79,9479	16 007
Raffiné 6	78,8668	55,2740	80,0849	20 403
Raffiné 7	78,8566	55,2820	80,2611	25 894
Raffiné 8	78,8572	55,2792	80,7249	32 922

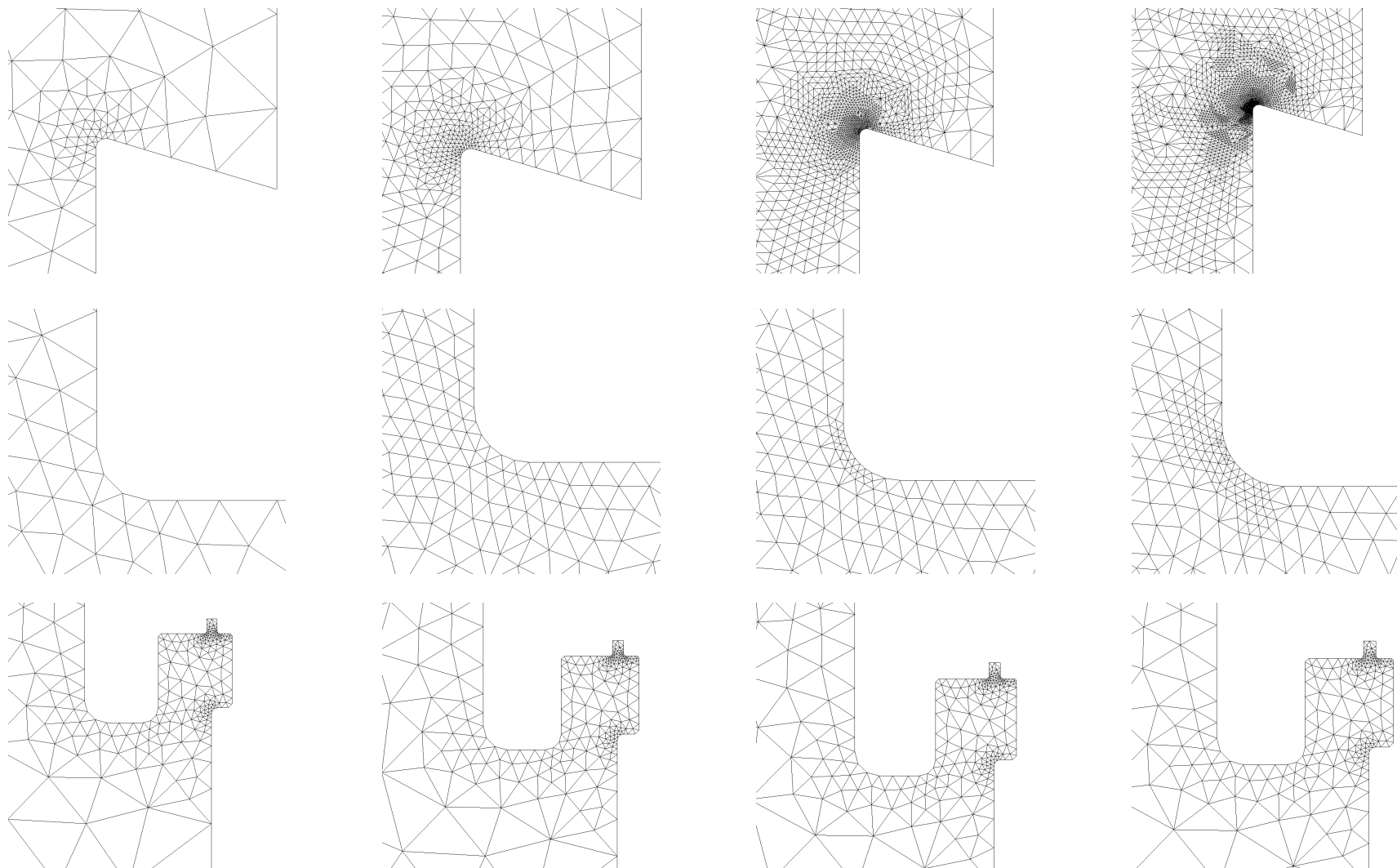
4.1 Rotor HP : résultats zone B (1/2)



4.1 Rotor HP : résultats zone B (2/2)

Maillage	Moyenne de Von Mises (MPa)			Nombre de nœuds
	Zone A	Zone B	Zone C	
Initial	77,6403	54,3228	81,3793	6 208
Raffiné 1	78,4747	54,8954	81,5721	7 208
Raffiné 2	78,4567	55,1667	81,3469	8 370
Raffiné 3	78,4516	55,2585	81,2825	9 828
Raffiné 4	78,5312	55,2645	81,0212	11 825
Raffiné 5	78,6750	55,2585	83,3653	14 642
Raffiné 6	78,8048	55,2559	83,5984	18 245
Raffiné 7	78,8646	55,2534	84,0215	22 920
Raffiné 8	78,8261	55,2522	83,1490	28 933

4.1 Rotor HP : résultats zone C (1/2)



4.1 Rotor HP : résultats zone C

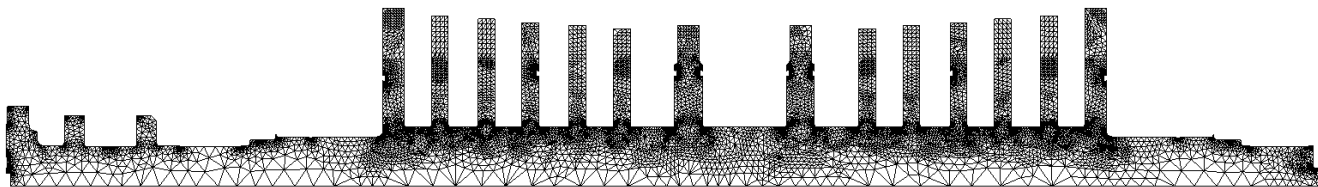
Maillage	Moyenne de Von Mises (MPa)			Nombre de nœuds
	Zone A	Zone B	Zone C	
Initial	77,6403	54,3228	81,3793	6 208
Raffiné 1	77,5846	54,9183	82,9748	7 107
Raffiné 2	77,5746	54,9826	83,6529	8 341
Raffiné 3	77,5701	55,0895	83,6752	9 907
Raffiné 4	77,5652	55,1877	83,7052	12 054
Raffiné 5	77,6201	55,2234	83,6921	14 931
Raffiné 6	78,0466	55,2164	83,6721	18 510
Raffiné 7	78,2496	55,2307	83,6777	22 951
Raffiné 8	78,3672	55,2310	83,6786	28 593

4.1 Rotor HP : résultats union des 3 zones

Maillage	Moyenne de Von Mises (MPa)			Nombre de nœuds
	Zone A	Zone B	Zone C	
Initial	77,6403	54,3228	81,3793	6 208
Raffiné 1	78,6544	54,8948	82,6453	7 202
Raffiné 2	79,0208	55,1759	82,3415	8 412
Raffiné 3	79,0309	55,2557	81,8114	10 022
Raffiné 4	78,9569	55,2611	81,7641	12 360
Raffiné 5	78,9273	55,2531	82,1231	15 467
Raffiné 6	78,8979	55,2532	82,6606	19 434
Raffiné 7	78,8788	55,2516	82,9972	24 529
Raffiné 8	78,8762	55,2500	83,1068	31 256

4.1 Rotor HP : éléments de comparaison

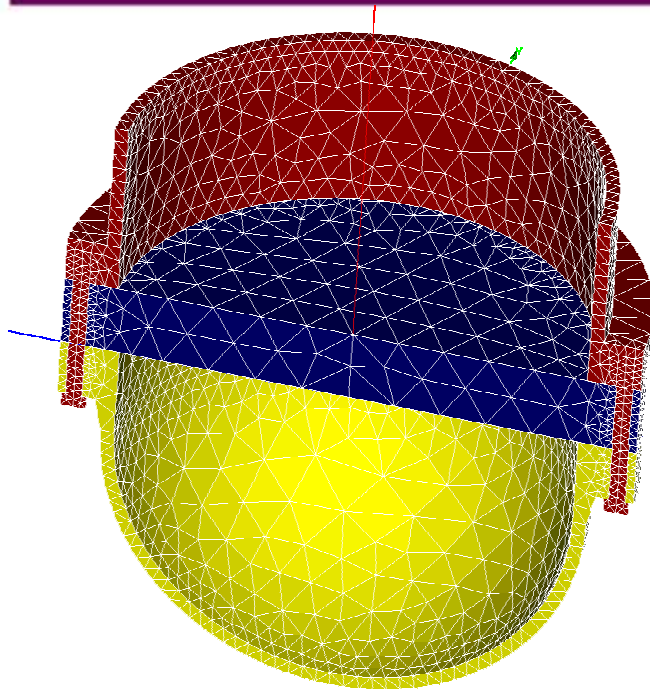
- Raffinement uniforme du maillage (4 raffinements, 10000 secondes) ;
- Raffinement du maillage guidé par l'erreur en norme de l'énergie.



Raffinement selon
l'erreur en norme de
l'énergie, 4ème
raffinement

- ✓ Résultats obtenus par raffinement suivant l'erreur en quantité d'intérêt similaire à ceux obtenus par raffinement uniforme.
- ✓ Convergence pas atteinte pour le raffinement uniforme malgré 1 350 000 nœuds ;
- ✓ A nombre de nœuds égal, le raffinement guidé par la norme en énergie de l'erreur ne fournit pas des valeurs convergées.

4.2 Assemblage boulonné : stratégie



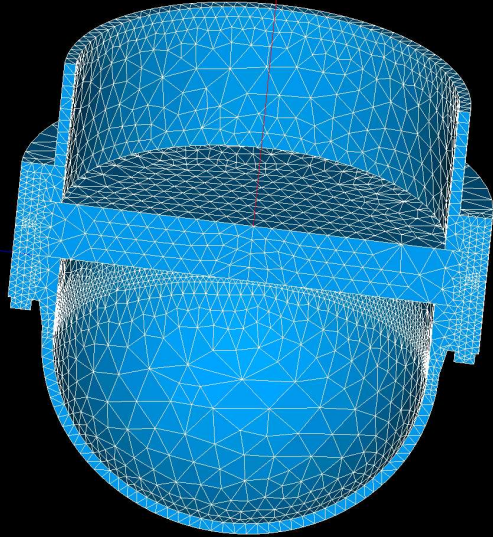
22000 nœuds pour le maillage initial

- Raffinement du maillage guidé par la moyenne de la contrainte verticale dans les goujons ;
- 2% des éléments avec l'erreur la plus importante sont découpés ;
- Pas de déraffinement ;
- 4 raffinements, 86 minutes ;
- Linéarisation du problème de contact.

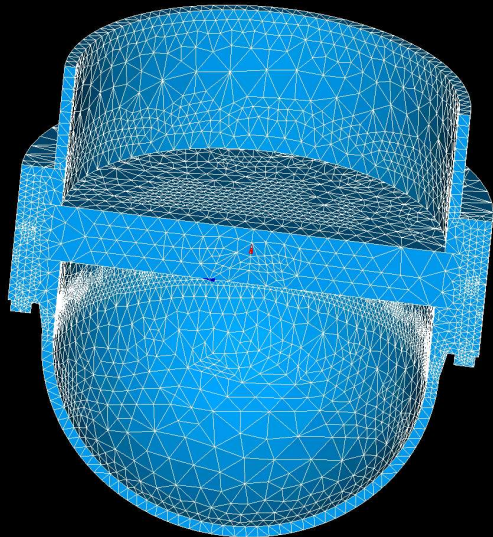
✓ Convergence dès le 3ème raffinement (55000 nœuds) vers la valeur de 144,0MPa contre 140,1MPa pour le premier maillage ;

4.2 Assemblage boulonné : résultats

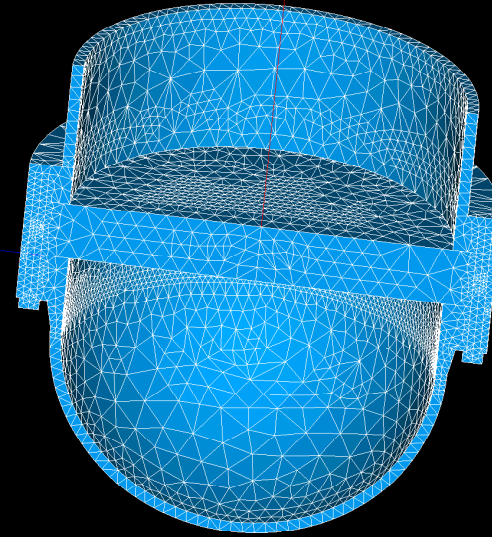
Raffinement 1



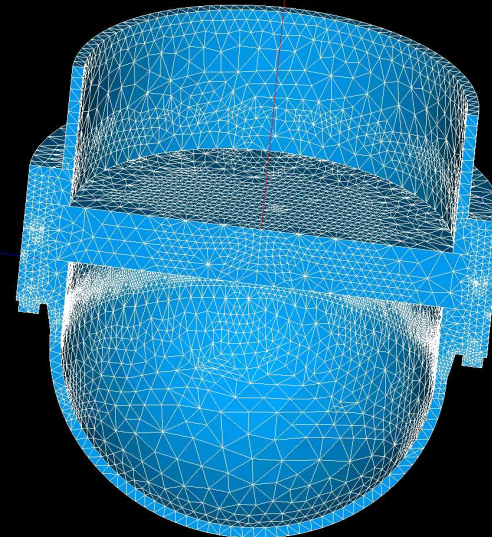
Raffinement 3



Raffinement 2

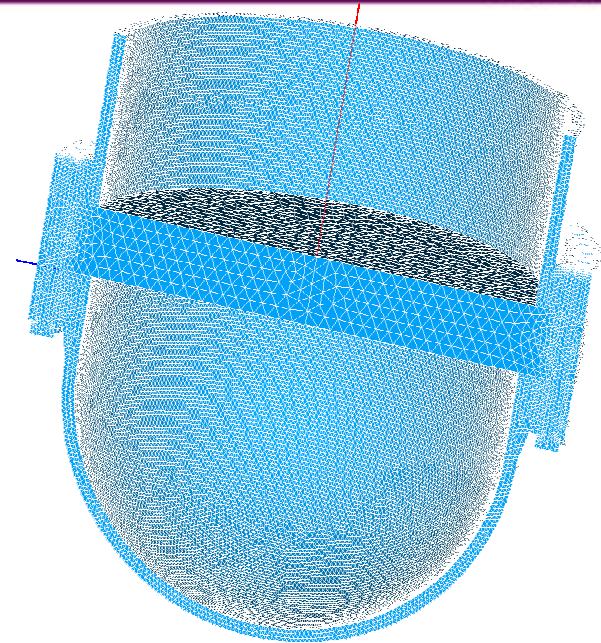


Raffinement 4



4.2 Assemblage boulonné : éléments de comparaison

- Plusieurs raffinements uniforme du maillage impossibles ;
 - Utilisation d'un maillage raffiné uniformément une fois (140000 nœuds) ;
 - Utilisation d'un maillage plus fin que le maillage initial (190000 nœuds).
- ✓ Valeur de 142,0MPa pour le premier maillage :
- L'erreur est faible (passage de 140,5MPa à 142,0MPa après un raffinement uniforme) ;
 - La valeur trouvée par raffinement par l'erreur en quantité d'intérêt va dans le bon sens
- ✓ Valeur de 138,9MPa pour le second maillage :
- La géométrie est mieux prise en compte.



Conclusions

- ✓ L'étude a montré que l'erreur en quantité d'intérêt est très pertinente dans un contexte de calcul de structures industrielles ;
- ✓ Une méthode d'estimation d'erreur en quantité d'intérêt a été développée et implémentée dans *Code_Aster* ;
- ✓ De nombreuses quantités d'intérêt ont été développées et particulièrement une quantité d'intérêt pour la mécanique de la rupture ;
- ✓ L'indicateur d'erreur en quantité d'intérêt est utilisé dans un processus d'adaptation de maillage dans le cadre d'études de structures industrielles.

Perspectives

- ✓ Développer un véritable estimateur d'erreur fournissant des bornes (estimateurs implicites par exemples) ;
- ✓ Développer un critère d'arrêt du processus adaptatif (notion de maillage optimal) ;
- ✓ Évaluer la pertinence de l'utilisation de l'estimation d'erreur sur K avec une méthode de calcul plus performante (méthode G-théta) ;
- ✓ Extension à la mécanique non-linéaire ;
- ✓ Automatiser le processus adaptatif ;
- ✓ Couplage de manière fine entre Code_Aster et un mailleur automatique qui dispose de la CAO (Salomé)