



**HAL**  
open science

## Sur la collecte des ordures ménagères : le problème de sectorisation

Antonio Claret Silva Gomes

► **To cite this version:**

Antonio Claret Silva Gomes. Sur la collecte des ordures ménagères: le problème de sectorisation. Modélisation et simulation. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 1983. Français. NNT: . tel-00307011

**HAL Id: tel-00307011**

**<https://theses.hal.science/tel-00307011>**

Submitted on 28 Jul 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THESE

*présentée à*

**l'Institut National Polytechnique de Grenoble**

*pour obtenir le grade de*  
**DOCTEUR INGENIEUR**  
*«recherche opérationnelle»*

*par*

**Antonio Claret SILVA GOMES**



**SUR LA COLLECTE DES ORDURES MENAGERES:**

**LE PROBLEME DE SECTORISATION.**



**Thèse soutenue le 28 septembre 1983 devant la commission d'examen**

**M. SAKAROVITCH  
P.H. FARGIER  
J. FONLUPT  
J.P. UHRY**

**Président**

**Examineurs**



**INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE**

**Année universitaire 1982-1983**

**Président de l'Université : D. BLOCH**

**Vice-Président : René CARRE  
Hervé CHERADAME  
Marcel IVANES**

**PROFESSEURS DES UNIVERSITES :**

<b>ANCEAU François</b>	<b>E.N.S.I.M.A.G.</b>
<b>BARRAUD Alain</b>	<b>E.N.S.I.E.G.</b>
<b>BAUDELET Bernard</b>	<b>E.N.S.I.E.G.</b>
<b>BESSON Jean</b>	<b>E.N.S.E.E.G.</b>
<b>BLIMAN Samuel</b>	<b>E.N.S.E.R.G.</b>
<b>BLOCH Daniel</b>	<b>E.N.S.I.E.G.</b>
<b>BOIS Philippe</b>	<b>E.N.S.H.G.</b>
<b>BONNETAIN Lucien</b>	<b>E.N.S.E.E.G.</b>
<b>BONNIER Etienne</b>	<b>E.N.S.E.E.G.</b>
<b>BOUVARD Maurice</b>	<b>E.N.S.H.G.</b>
<b>BRISSONNEAU Pierre</b>	<b>E.N.S.I.E.G.</b>
<b>BUYLE BODIN Maurice</b>	<b>E.N.S.E.R.G.</b>
<b>CAVAIGNAC Jean-François</b>	<b>E.N.S.I.E.G.</b>
<b>CHARTIER Germain</b>	<b>E.N.S.I.E.G.</b>
<b>CHENEVIER Pierre</b>	<b>E.N.S.E.R.G.</b>
<b>CHERADAME Hervé</b>	<b>U.E.R.M.C.P.P.</b>
<b>CHERUY Arlette</b>	<b>E.N.S.I.E.G.</b>
<b>CHIAVERINA Jean</b>	<b>U.E.R.M.C.P.P.</b>
<b>COHEN Joseph</b>	<b>E.N.S.E.R.G.</b>
<b>COUMES André</b>	<b>E.N.S.E.R.G.</b>
<b>DURAND Francis</b>	<b>E.N.S.E.E.G.</b>
<b>DURAND Jean-Louis</b>	<b>E.N.S.I.E.G.</b>
<b>FELICI Noël</b>	<b>E.N.S.I.E.G.</b>
<b>FOULARD Claude</b>	<b>E.N.S.I.E.G.</b>
<b>GENTIL Pierre</b>	<b>E.N.S.E.R.G.</b>
<b>GUERIN Bernard</b>	<b>E.N.S.E.R.G.</b>
<b>GUYOT Pierre</b>	<b>E.N.S.E.E.G.</b>
<b>IVANES Marcel</b>	<b>E.N.S.I.E.G.</b>
<b>JAUSSAUD Pierre</b>	<b>E.N.S.I.E.G.</b>
<b>JOUBERT Jean-Claude</b>	<b>E.N.S.I.E.G.</b>
<b>JOURDAIN Geneviève</b>	<b>E.N.S.I.E.G.</b>
<b>LACOUME Jean-Louis</b>	<b>E.N.S.I.E.G.</b>
<b>LATOMBE Jean-Claude</b>	<b>E.N.S.I.M.A.G.</b>

.../...

LESSIEUR Marcel	E.N.S.H.G.
LESPINARD Georges	E.N.S.H.G.
LONGUEUE Jean-Pierre	E.N.S.I.E.G.
MAZARE Guy	E.N.S.I.M.A.G.
MOREAU René	E.N.S.H.G.
MORET Roger	E.N.S.I.E.G.
MOSSIERE Jacques	E.N.S.I.M.A.G.
PARIAUD Jean-Charles	E.N.S.E.E.G.
PAUTHENET René	E.N.S.I.E.G.
PERRET René	E.N.S.I.E.G.
PERRET Robert	E.N.S.I.E.G.
PIAU Jean-Michel	E.N.S.H.G.
POLOJADOFF Michel	E.N.S.I.E.G.
POUPOT Christian	E.N.S.E.R.G.
RAMEAU Jean-Jacques	E.N.S.E.E.G.
RENAUD Maurice	U.E.R.M.C.P.P.
ROBERT André	U.E.R.M.C.P.P.
ROBERT François	E.N.S.I.M.A.G.
SABONNADIERE Jean-Claude	E.N.S.I.E.G.
SAUCIER Gabrielle	E.N.S.I.M.A.G.
SCHLENKER Claire	E.N.S.I.E.G.
SCHLENKER Michel	E.N.S.I.E.G.
SERMET Pierre	E.N.S.E.R.G.
SILVY Jacques	U.E.R.M.C.P.P.
SOHM Jean-Claude	E.N.S.E.E.G.
SOUQUET Jean-Louis	E.N.S.E.E.G.
VEILLON Gérard	E.N.S.I.M.A.G.
ZADWORNY François	E.N.S.E.R.G.

**PROFESSEURS ASSOCIES**

BASTIN Georges	E.N.S.H.G.
BERRIL John	E.N.S.H.G.
CARREAU Pierre	E.N.S.H.G.
GANDINI Alessandro	U.E.R.M.C.P.P.
HAYASHI Hirashi	E.N.S.I.E.G.

**PROFESSEURS UNIVERSITE DES SCIENCES SOCIALES (Grenoble II)**

BOLLIET Louis  
Chatelin Françoise

**PROFESSEURS E.N.S. Mines de Saint-Etienne**

RIEU Jean  
SOUSTELLE Michel

**CHERCHEURS DU C.N.R.S.**

FRUCHART Robert  
VACHAUD Georges

Directeur de Recherche  
Directeur de Recherche

.../...

ALLIBERT Michel	Maître de Recherche
ANSARA Ibrahim	Maître de Recherche
ARMAND Michel	Maître de Recherche
BINDER Gilbert	
CARRE René	Maître de Recherche
DAVID René	Maître de Recherche
DEPORTES Jacques	
DRIOLE Jean	Maître de Recherche
GIGNOUX Damien	
GIVORD Dominique	
GUELIN Pierre	
HOPFINGER Emil	Maître de Recherche
JOUD Jean-Charles	Maître de Recherche
KAMARINDS Georges	Maître de Recherche
KLEITZ Michel	Maître de Recherche
LANDAU Ioan-Dore	Maître de Recherche
LASJAUNIAS J.C.	
MERMET Jean	Maître de Recherche
MUNIER Jacques	Maître de Recherche
PIAU Monique	
PORTESEIL Jean-Louis	
THOLENCE Jean-Louis	
VERDILLON André	

**CHERCHEURS du MINISTERE de la RECHERCHE et de la TECHNOLOGIE (Directeurs et Maîtres de Recherches, ENS Mines de St. Etienne)**

LESBATS Pierre	Directeur de Recherche
BISCONDI Michel	Maître de Recherche
KOBYLANSKI André	Maître de Recherche
LE COZE Jean	Maître de Recherche
LALAUZE René	Maître de Recherche
LANCELOT Francis	Maître de Recherche
THEVENOT François	Maître de Recherche
TRAN MINH Canh	Maître de Recherche

**PERSONNALITES HABILITEES à DIRIGER des TRAVAUX de RECHERCHE (Décision du Conseil Scientifique)**

ALLIBERT Colette	E.N.S.E.E.G.
BERNARD Claude	E.N.S.E.E.G.
BONNET Rolland	E.N.S.E.E.G.
GAILLET Marcel	E.N.S.E.E.G.
CHATILLON Catherine	E.N.S.E.E.G.
CHATILLON Christian	E.N.S.E.E.G.
COULON Michel	E.N.S.E.E.G.
DIARD Jean-Paul	E.N.S.E.E.G.
EUSTAPOPOULOS Nicolas	E.N.S.E.E.G.
FOSTER Panayotis	E.N.S.E.E.G.

.../...

GALERIE Alain	E.N.S.E.E.G.
HAMMOU Abdelkader	E.N.S.E.E.G.
MALMEJAC Yves	E.N.S.E.E.G. (CENG)
MARTIN GARIN Régina	E.N.S.E.E.G.
NGUYEN TRUONG Bernadette	E.N.S.E.E.G.
RAVAINE Denis	E.N.S.E.E.G.
SAINFORT	E.N.S.E.E.G. (CENG)
SARRAZIN Pierre	E.N.S.E.E.G.
SIMON Jean-Paul	E.N.S.E.E.G.
TOUZAIN Philippe	E.N.S.E.E.G.
URBAIN Georges	E.N.S.E.E.G. (Laboratoire des ultra-réfractaires ODEILLON)
GUILHOT Bernard	E.N.S. Mines Saint Etienne
THOMAS Gérard	E.N.S. Mines Saint Etienne
DRIVER Julien	E.N.S. Mines Saint Etienne
BARIBAUD Michel	E.N.S.E.R.G.
BOREL Joseph	E.N.S.E.R.G.
CHOVET Alain	E.N.S.E.R.G.
CHEHIKIAN Alain	E.N.S.E.R.G.
DOLMAZON Jean-Marc	E.N.S.E.R.G.
HERAULT Jeanny	E.N.S.E.R.G.
MONLLOR Christian	E.N.S.E.R.G.
BORNARD Guy	E.N.S.I.E.G.
DESCHIZEAU Pierre	E.N.S.I.E.G.
GLANGEAUD François	E.N.S.I.E.G.
KOFMAN Walter	E.N.S.I.E.G.
LEJEUNE Gérard	E.N.S.I.E.G.
MAZUER Jean	E.N.S.I.E.G.
PERARD Jacques	E.N.S.I.E.G.
REINISCH Raymond	E.N.S.I.E.G.
ALEMANY Antoine	E.N.S.H.G.
BOIS Daniel	E.N.S.H.G.
DARVE Félix	E.N.S.H.G.
MICHEL Jean-Marie	E.N.S.H.G.
OBLED Charles	E.N.S.H.G.
ROWE Alain	E.N.S.H.G.
VAUCLIN Michel	E.N.S.H.G.
WACK Bernard	E.N.S.H.G.
BERT Didier	E.N.S.I.M.A.G.
CALMET Jacques	E.N.S.I.M.A.G.
COURTIN Jacques	E.N.S.I.M.A.G.
COURTOIS Bernard	E.N.S.I.M.A.G.
DELLA DORA Jean	E.N.S.I.M.A.G.
FONLUPT Jean	E.N.S.I.M.A.G.
SIFAKIS Joseph	E.N.S.I.M.A.G.
CHARUEL Robert	U.E.R.M.C.P.P.
CADET Jean	C.E.N.G.
COEURE Philippe	C.E.N.G. (LETI)

.../...

DELHAYE Jean-Marc  
DUPUY Michel  
JOUVE Hubert  
NICOLAU Yvan  
NIFENECKER Hervé  
PERROUD Paul  
PEUZIN Jean-Claude  
TAIEB Maurice  
VINCENDON Marc

C.E.N.G. (STT)  
C.E.N.G. (LETI)  
C.E.N.G. (LETI)  
C.E.N.G. (LETI)  
C.E.N.G.  
C.E.N.G.  
C.E.N.G. (LETI)  
C.E.N.G.  
C.E.N.G.

#### LABORATOIRES EXTERIEURS

DEMOULIN Eric  
DEVINE  
GERBER Roland  
MERCKEL Gérard  
PAULEAU Yves  
GAUBERT C.

C.N.E.T.  
C.N.E.T. (R.A.B.)  
C.N.E.T.  
C.N.E.T.  
C.N.E.T.  
I.N.S.A. Lyon





" La nature et ses forces de destruction  
ne sont plus en état, ni qualitativement,  
ni quantitativement, de résorber la masse  
énorme de déchets que l'homme continue  
à déverser sans leur faire subir parfois  
de traitement préalable".

Jean DORST

A mes parents

A ma femme



A V A N T - P R O P O S

Je voudrais exprimer ma reconnaissance à

Monsieur Michel SAKAROVITCH pour la compétence, la disponibilité et la patience avec lequel il a dirigé ce travail.

Monsieur Paul-Henri FARGIER, Monsieur Jean FONLUPT et Monsieur Jean-Pierre UHRY pour l'honneur qu'ils me font en participant au jury.

Tous les membres de l'équipe de recherche opérationnelle de l'Université de Grenoble.

Madame REDON qui a effectué avec compétence et amabilité la frappe de cette thèse.

Tous les membres du service de reprographie pour l'efficacité avec laquelle ils ont effectué le tirage de cette thèse.

Antonio Claret SILVA GOMES

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

## TABLE DES MATIERES

### INTRODUCTION

#### I - PRESENTATION DU PROBLEME ET FORMULATION MATHEMATIQUE

- 1 - Introduction
  - 2 - Analyse des Problèmes de Collecte
    - 2.1. - Saint Martin d'Hères
    - 2.2. - Syndicat Mixte d'Aménagement du Voironnais (SMAV)
    - 2.3. - Echirolles
    - 2.4. - Grenoble
  - 3 - Présentation du problème
    - 3.1. - Enoncé du problème
    - 3.2. - Représentation graphique
    - 3.3. - Formulation mathématique
- Appendice : Formulation générale.

#### II - ALGORITHMES DE RESOLUTION

- 1 - Introduction
- 2 - La méthode générale
- 3 - Le voisinage pour le problème P1
- 4 - Le voisinage pour le problème P2
- 5 - Heuristiques pour le calcul de  $D_j$

#### III - SYSTEME INFORMATIQUE

- 1 - Introduction
- 2 - Données à fournir
- 3 - Les fonctions de COME
  - 3.1. - Module d'Entrée et / ou Modification de Données et de Sortie
  - 3.2. - Module des Algorithmes
  - 3.3. - Module Graphique
- 4 - Structures de Données

#### IV - APPLICATION AU CAS D'ECHIROLLES ET SAINT MARTIN D'HERES

- 1 - Introduction
- 2 - Résultats - Problème P1
- 3 - Résultats - Problème P2
- 4 - Conclusion



I N T R O D U C T I O N





Pour la collectivité, la collecte des ordures ménagères est devenue un service de plus en plus complexe et coûteux en personnel et en matériel, ainsi qu'en énergie. Il est donc normal que des efforts soient faits pour que le service soit à la fois satisfaisant sur le plan technique, économique et social.

Le problème de la collecte des ordures ménagères peut se présenter de deux façons :

- mise en place d'un service totalement nouveau
- amélioration du service existant.

Dans le premier cas, plusieurs problèmes se posent. D'abord il faut que les élus fassent un certain nombre de choix sur : le régime administratif, l'étendue géographique, le mode de collecte, le matériel, la périodicité, les horaires de travail. Il est nécessaire aussi de prévoir les quantités à ramasser (poids et volume des déchets à collecter), la longueur des voies à desservir, les contraintes locales (rues encombrées, étroites, très larges, en sens unique ; quartiers de centre ville, commerçants, péri-urbain, résidentiel ; la situation du garage de bennes et du centre de traitement) et les contraintes statutaires relatives au personnel.

Il est certain que ces éléments, qui doivent être cohérents entre eux, vont influencer sur la composition des secteurs de collecte, la formation du personnel et l'établissement des itinéraires à l'intérieur de chaque secteur. Par exemple on peut vouloir trouver une sectorisation qui conduise à utiliser le nombre minimum de bennes, compte tenu des quantités à enlever ; on peut aussi "sectoriser" de façon que le kilométrage de l'ensemble de bennes soit minimum.

Dans le deuxième cas il existe déjà une organisation du service de collecte, reposant sur la délimitation d'un certain nombre de secteurs de collecte parcourus chacun par une benne. Ici, il s'agit de trouver une amélioration du service de collecte.

En général on cherche à équilibrer les secteurs (au sens du temps total de travail) tout en respectant certaines contraintes. Cet équilibrage peut être nécessité par un changement quelconque (modification d'étendue géographique ou du mode de collecte, par exemple) ou bien parce que la sectorisation actuelle est mauvaise.

Nous nous intéressons, dans ce mémoire, à ce dernier cas. Plus précisément notre travail consiste en la réalisation d'un logiciel pour microordinateur, destiné à permettre l'amélioration d'un service de collecte par modification de secteurs.

Nous avons divisé ce travail en 4 chapitres et une annexe.

Dans le chapitre I nous présentons un résumé des modes d'organisation des services de collecte des ordures ménagères de 4 villes : Saint Martin d'Hères, Syndicat Mixte d'Aménagement du Voironnais (SMAV), Echirolles et Grenoble, tout en précisant les principaux problèmes rencontrés.

Nous présentons aussi dans ce chapitre une formulation du problème de sectorisation, comme un programme linéaire en nombres entiers.

Dans le chapitre II sont présentés les algorithmes heuristiques que nous avons développés pour la résolution du problème énoncé dans le chapitre précédent.

Dans le chapitre III nous décrivons les principales caractéristiques du produit-programme COME (Collecte des Ordures Ménagères). Cet outil, fondé sur un algorithme approximatif, vise à apporter une aide plutôt qu'à rechercher une solution optimale.

Dans le chapitre IV nous donnons les résultats numériques d'une application de notre système aux cas d'Echirolles et Saint Martin d'Hères.

Enfin, on propose une analyse bibliographique concernant le problème de sectorisation.

CHAPITRE I

PRESENTATION DU PROBLEME

ET

FORMULATION MATHEMATIQUE



## 1 - INTRODUCTION

La collecte des ordures ménagères est un problème dans lequel un certain nombre de véhicules (bennes) parcourent une ville ou une région pour enlever les déchets des ménages qui sont déposés le long des rues à jours fixes.

Les données à prendre en compte sont :

- . les volumes ou poids des déchets à collecter avec leurs localisations ;
- . l'ensemble de la géométrie de la ville ;
- . l'emplacement du garage de bennes et du centre de traitement.

Les élus ont un certain nombre de choix à effectuer sur :

- . le régime administratif : régie ou marché avec une entreprise ;
- . l'étendue géographique : avec ou sans regroupement de plusieurs communes ;
- . le mode de collecte : en poubelles, en sacs, en conteneurs, etc.. ;
- . le matériel : benne tasseuse ou non, capacité des caissons, etc.. ;
- . la périodicité : collecte journalière, trihebdomadaire, ..., suivant les quartiers ;
- . les horaires de travail : collecte matinale, vespérale, nocturne.

L'ensemble de ces données, et les choix faits, qui doivent être cohérents entre eux, ont une incidence sur le nombre de véhicules nécessaires et l'importance du personnel.

Une fois adoptées ces caractéristiques essentielles, l'organisation méthodique des secteurs ou tournées de ramassage (sectorisation) et des circuits de collecte (établissement des itinéraires) sont des facteurs très importants de l'économie de l'exploitation.

Actuellement, les responsables des services de collecte des ordures ménagères ne peuvent délimiter les secteurs de collecte dans une ville que de deux manières :

- à la main, par expérience, sans méthode spécifique : les résultats peuvent être très bons, ils peuvent aussi être insatisfaisants, et de toute manière, le travail est long et fastidieux ;
- à l'aide d'outils informatiques très lourds (le modèle "ROMA", par exemple) qui nécessitent un important travail de recueil de données.

L'utilisation d'un modèle comme ROMA est surtout justifiée pour la mise en place d'un service totalement nouveau avec, par exemple, simultanément un changement de fréquence, l'adoption de récipients nouveaux et l'achat de bennes de caractéristiques différentes par rapport aux véhicules utilisés jusqu'alors.

Les cas de cette dernière espèce sont rares et, en outre, l'utilisation de modèles du type "ROMA" n'est réellement intéressante que pour des villes d'une taille assez grande.

La plupart du temps, le gestionnaire d'un service de collecte cherche à améliorer progressivement le service existant et c'est dans ce cadre que notre travail s'insère.

## 2 - ANALYSE DES PROBLEMES DE COLLECTE

Notre première démarche a été d'effectuer des enquêtes auprès des utilisateurs pour pouvoir mettre en évidence les véritables problèmes qui se posent dans un service de collecte et d'en dégager les paramètres déterminants pour leur compréhension.

Pour cette phase, nous nous sommes appuyés principalement sur quatre exemples : la ville de Saint Martin d'Hères, le Syndicat Mixte d'Aménagement du Voironnais, la ville d'Echirolles, la ville de Grenoble.

## 2.1. - Saint Martin d'Hères

Cette ville de 35 000 habitants est une zone urbaine dense où le ramassage s'effectue par l'intermédiaire des Ateliers Municipaux.

L'urbanisation est caractérisée par 2 types d'habitat : l'habitat collectif (8675 logements) et l'habitat individuel (2125 logements), soit une densité de population de 3,24 hab./foyer.

La collecte s'effectue par sacs plastiques, 30 litres pour l'habitat individuel et 100 litres pour le collectif. Les sacs sont fournis d'avance par les Ateliers Municipaux.

La fréquence de collecte est trois fois par semaine soit tous les 2 jours.

Les ordures sont collectées par 4 bennes avec une capacité maximale de huit tonnes.

Une benne est détachée tous les jours pour collecter les grands "ILLM" et pour ramasser les cartons (industrie et commerce). Le reste des habitations est divisé en 4 secteurs, dont deux secteurs (nord de la ville) sont ramassés lundi, mercredi et vendredi et les deux autres secteurs (sud de la ville) mardi, jeudi et samedi. Actuellement, il est indispensable de mettre 3 bennes pour les lundi et mardi car il y a une production d'ordures plus importante (3 jours), soit :

Nord → vendredi, samedi, dimanche

Sud → samedi, dimanche, lundi.

Pour les mercredi, jeudi, vendredi, samedi, 2 bennes suffisent. Donc on travaille avec 4 bennes les lundi, mardi et avec 3 les mercredi, jeudi, vendredi, samedi.

La production annuelle des ordures ménagères est de 8000 tonnes (7905 tonnes en 1981).



Il y a roulement des personnes entre les secteurs.

Le tableau de roulement est à 4 semaines, c'est-à-dire, chaque équipe répète la même tournée toutes les 4 semaines. La composition du tableau de roulement ne constitue pas un problème pour le responsable du service.

Les principaux problèmes posés au service technique sont :

- absentéisme : mais on peut compter sur le personnel d'autres services pour remplacer les absents.
- collecte en sacs : difficulté de stockage, sacs parfois déchirés, prix sans cesse croissant.
- nécessité d'une nouvelle sectorisation dans le cas où l'étendue géographique vienne à changer (ajouter le Campus, par exemple) ou dans le cas de changement du mode de collecte (changer les sacs pour les conteneurs).

Le service technique a ajouté qu'à son avis, il est possible de faire la collecte actuellement, en changeant seulement la sectorisation, avec 3 bennes.

## 2.2. - Syndicat Mixte d'Aménagement du Voironnais (SMAV)

Ce territoire de 60 000 habitants recouvre vingt communes où coexistent trois types de zones (urbaines, semi-urbaines et rurales).

L'urbanisation est caractérisée par 4 types d'habitat. En zone urbaine, l'habitat collectif (35 %) et l'habitat continu supérieur à 2 niveaux (21 %). En zone rurale, l'habitat pavillonnaire et l'habitat continu de 1 à 2 niveaux (44 %).

Le ramassage s'effectue par conteneurs sur l'ensemble de 14 communes (douze communes rurales, Voiron et Tullins) totalisant 40 000 habitants. Les autres communes ne sont pas collectées par le SMAV.

La fréquence de collecte est :

- . une fois par semaine dans les communes rurales.
- . deux fois par semaine aux alentours de Voiron et Tullins.
- . trois fois par semaine dans les communes urbaines.

Il y a cinq équipes (un chauffeur et deux rippers).

Chaque jour il y a une équipe au repos. Deux personnes de plus assurent les congés et les maladies. De plus, il est toujours possible de faire appel aux employés de la ville pour combler le manque de personnel.

Le parc de bennes est composé de cinq bennes : une benne avec une capacité de 9 à 10 tonnes, une de 6,5 à 7 tonnes, deux autres de 7 à 7,5 tonnes, et une benne de secours.

La sectorisation actuelle a été faite pour le Cabinet d'Etudes Marc Merlin en 1980. Ils ont fait l'étude de la collecte par une méthode de simulation. Une grande quantité de données a été nécessaire pour cette étude.

Quatre tournées de ramassage sont effectuées du lundi au samedi, trois le matin et une l'après-midi.

Les tournées sont intercommunales et étudiées pour présenter le moindre coût à partir des performances de collecte et des vitesses de circulation observées sur le terrain.

Dans la mesure du possible, elles sont répétitives, pour ne pas compliquer la tâche du personnel. Ces tournées ont été rendues les plus répétitives possible : on a préféré regrouper les fréquences identiques plutôt que de rechercher des groupements plus harmonieux par mélange des fréquences de collecte.

La collecte sélective des verres est faite (50 % de récupération) en utilisant des gros conteneurs disposés sur les places publiques.

La production hebdomadaire d'ordures ménagères est de 235 tonnes.

Il y a roulement des personnes entre les secteurs.

Les principaux problèmes posés pour le service technique sont :

- . absentéisme
- . confection du tableau d'affectation des équipes aux tournées (hebdomadaire)
- . gestion du matériel
- . nécessité d'une nouvelle sectorisation dûe au changement de l'étendue géographique (prendre en compte les 20 communes).

Pour le responsable du tableau d'affectation des équipes aux tournées, la difficulté de sa confection est dûe aux facteurs suivants :

- . les chauffeurs ne conduisent pas toutes les bennes
- . les chauffeurs ne connaissent pas toutes les tournées
- . incompatibilité d'humeur entre les personnes
- . congés et maladies
- . absentéisme.

Nous avons construit, avec le responsable, un tableau d'affectation pour une semaine type. Dans cette semaine il y avait une personne en congé et une démission. On a eu besoin de faire appel à un employé de la ville. On a passé moins d'une heure pour confectionner le tableau, malgré l'approche empirique retenue.

### 2.3. - Echirolles

Cette ville de 30 000 habitants est une zone urbaine dense où le ramassage s'effectue par l'intermédiaire des Services Techniques.

L'urbanisation est caractérisée par 2 types d'habitat : l'habitat collectif et l'habitat individuel.

La collecte pour les foyers collectifs est faite en utilisant des conteneurs et pour les foyers individuels en utilisant des poubelles.

La fréquence de collecte est tous les jours (lundi à samedi) pour les foyers collectifs et trois fois par semaine pour les foyers individuels.

Les ordures sont collectées par 3 bennes. Les Services Techniques d'Echirolles possèdent de plus deux bennes de remplacement.

Dans cette ville on a trois tournées qui se répètent les lundi, mercredi et vendredi, et trois autres tournées qui se répètent les mardi, jeudi et samedi. Actuellement, il est ajouté un ripper dans chaque équipe pour les lundi et mardi, c'est-à-dire que ces jours là, les équipes sont formées d'un chauffeur et trois rippers.

La production hebdomadaire des ordures ménagères est de 180 tonnes.

Il y a deux groupes de personnes qui assurent la collecte des ordures pendant la semaine. Le premier groupe composé de 13 personnes (trois chauffeurs et dix rippers) assure les tournées de lundi à vendredi. Le deuxième groupe (groupe volant) composé aussi de treize personnes (quatre chauffeurs et neuf rippers) assure le service du samedi, les congés, les maladies et les jours problématiques, sauf le lundi.

Il n'y a pas de roulement des personnes entre les secteurs.

La sectorisation actuelle a été construite à la main vers 1968 à la suite d'une grève des éboueurs. Depuis cette date on a fait quelques changements pour l'adapter aux nouvelles données.

Les principaux problèmes posés pour le service technique sont

- absentéisme
- manque de liaison entre le personnel de ramassage et de la voirie
- nécessité d'une nouvelle sectorisation afin d'équilibrer (au sens de la charge de travail) les tournées.

#### 2.4. - Grenoble

Cette ville de 160 000 habitants est une zone urbaine dense où le ramassage s'effectue par l'intermédiaire des Services Techniques de la Ville.

L'urbanisation est caractérisée par 2 types d'habitat : l'habitat collectif et l'habitat individuel.

La collecte est faite en utilisant des conteneurs et des poubelles. Les poubelles sont utilisées dans les foyers individuels et dans les foyers collectifs qui ne possèdent pas d'espace suffisant pour les conteneurs (certains foyers du centre ville).

Les ordures sont collectées par 17 bennes du lundi au vendredi, c'est-à-dire que l'on a 17 tournées qui se répètent du lundi au vendredi.

Le parc de bennes est composé de dix bennes multiprises et sept bennes doubles bouches.

Une centaine d'employés travaillent à la collecte. Ils ont tous un statut de chauffeur. Chaque tournée est faite par une équipe de cinq personnes (un chauffeur et quatre suiveurs).

Les principaux problèmes posés au responsable du service de collecte des ordures ménagères ont été :

- problèmes de personnel : absentéisme, vitesse de travail très élevée entraînant des accidents.

- . gestion du matériel
- . nécessité d'une nouvelle sectorisation à cause du changement du parc de bennes et du mode de collecte.  
On envisage de faire la collecte avec des bennes multiprises et en utilisant seulement des conteneurs.
- . nécessité, certains jours, d'une nouvelle sectorisation (très rapide) à cause d'un manque de personnel non prévu ou de problèmes dans le parc de bennes.
- . problèmes dûs au stationnement irrégulier des voitures.

### 3 - PRESENTATION DU PROBLEME.

Après avoir analysé les problèmes de collecte posés pour les services techniques, on est arrivé à la conclusion que la réalisation d'un logiciel pour micro-ordinateur, destiné à permettre l'amélioration d'un service de collecte par modification de secteurs (tournées) pouvait aider substantiellement la solution des problèmes liés à la sectorisation.

#### 3.1. - Enoncé du problème

Le problème peut s'énoncer de la façon suivante :  
"diviser la région en unités de base (centres de production des ordures) convenablement choisies, puis les affecter aux bennes et aux jours de la semaine en obéissant à certaines contraintes et de façon à optimiser certains critères".

Les contraintes qui doivent être respectées sont les suivantes :

- . chaque centre de production des ordures est ramassé un jour donné par une benne et une seule ;
- . chaque centre doit être ramassé un nombre (connu d'avance) fixe de fois par semaine. On appelle ce nombre "fréquence de ramassage du centre" ;

- le nombre de secteurs (tournées) est connu d'avance ;
- le temps total de travail dans chaque tournée ne doit pas dépasser un seuil horaire (contrainte statutaire) ;
- l'affectation de chaque centre de production aux jours de la semaine doit respecter des contraintes d'espacement ;
- une dernière contrainte qui peut être relaxée est l'obligation de ramasser un centre par la même benne pendant la semaine.

Pour pouvoir choisir parmi les sectorisations qui respectent les contraintes, nous avons retenu comme critère la création de secteurs de ramassage "homogènes". Dans notre cas, nous cherchons à minimiser le temps total de travail (durée de ramassage + durée de parcours des chemins inutiles) de la tournée la plus chargée. Ce critère a été choisi comme étant le plus représentatif de ce que les équipes de ramassage considèrent comme la qualité d'une sectorisation.

L'établissement des itinéraires à l'intérieur de chaque secteur n'est pas traité dans ce travail. Cette phase exige une connaissance précise du réseau de voirie et des temps de parcours. Ceci suppose la collecte d'un ensemble de données important que ne justifie pas la seule réorganisation de la collecte des ordures ménagères. De plus, nous avons pu remarquer que les chauffeurs construisent eux-mêmes les itinéraires qui leur plaisent.

### 3.2. - Représentation graphique

Pour résoudre les problèmes de tournées de ramassage (sectorisation) dans une région donnée, il faut premièrement déterminer quelle représentation on donne à cette région, pour pouvoir préciser quelles données on prend en compte. Cette représentation, dans notre cas, ne doit pas être trop gourmande de données.

Après plusieurs discussions avec les responsables des services de collecte on a retenu comme meilleure une représentation d'une région à travers un multi-graphe (sans boucle) mixte

fortement connexe  $G = (V, E)$  où chaque sommet  $v \in V$  représente un carrefour et chaque arête (ou arc)  $e \in E$  représente ou un centre de production des ordures ou une liaison entre deux carrefours. Un centre de production des ordures est un ensemble de tronçons de rues qui dans la pratique sont indissociables, c'est-à-dire qui doivent toujours être ramassés ensemble, et qui possèdent les mêmes fréquences de ramassage. On peut penser à chaque centre comme un tronçon de rue principal auquel ont été attachés des rues ou des tronçons de rues secondaires. Les tronçons de rues qui ne sont pas des centres de production des ordures doivent être représentés dans le graphe pour bien préciser les voisinages entre les centres.

Pour chaque centre on doit connaître le temps total qu'une benne passe pour le ramasser et la fréquence de ramassage. On doit connaître aussi la matrice de distances entre les sommets, la sectorisation actuelle, l'emplacement du garage des bennes et le parc de bennes.

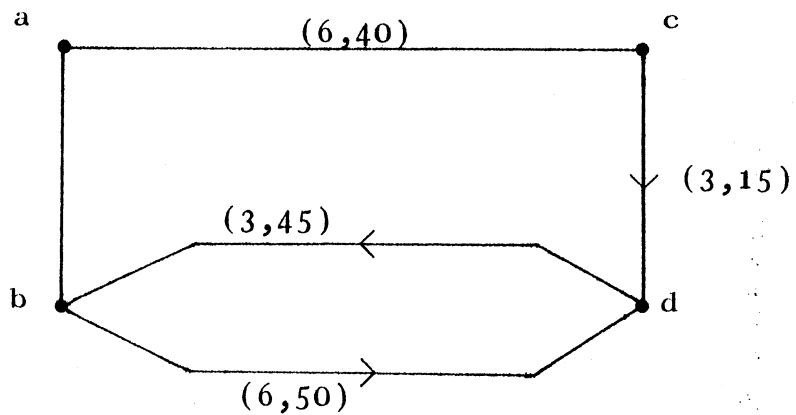
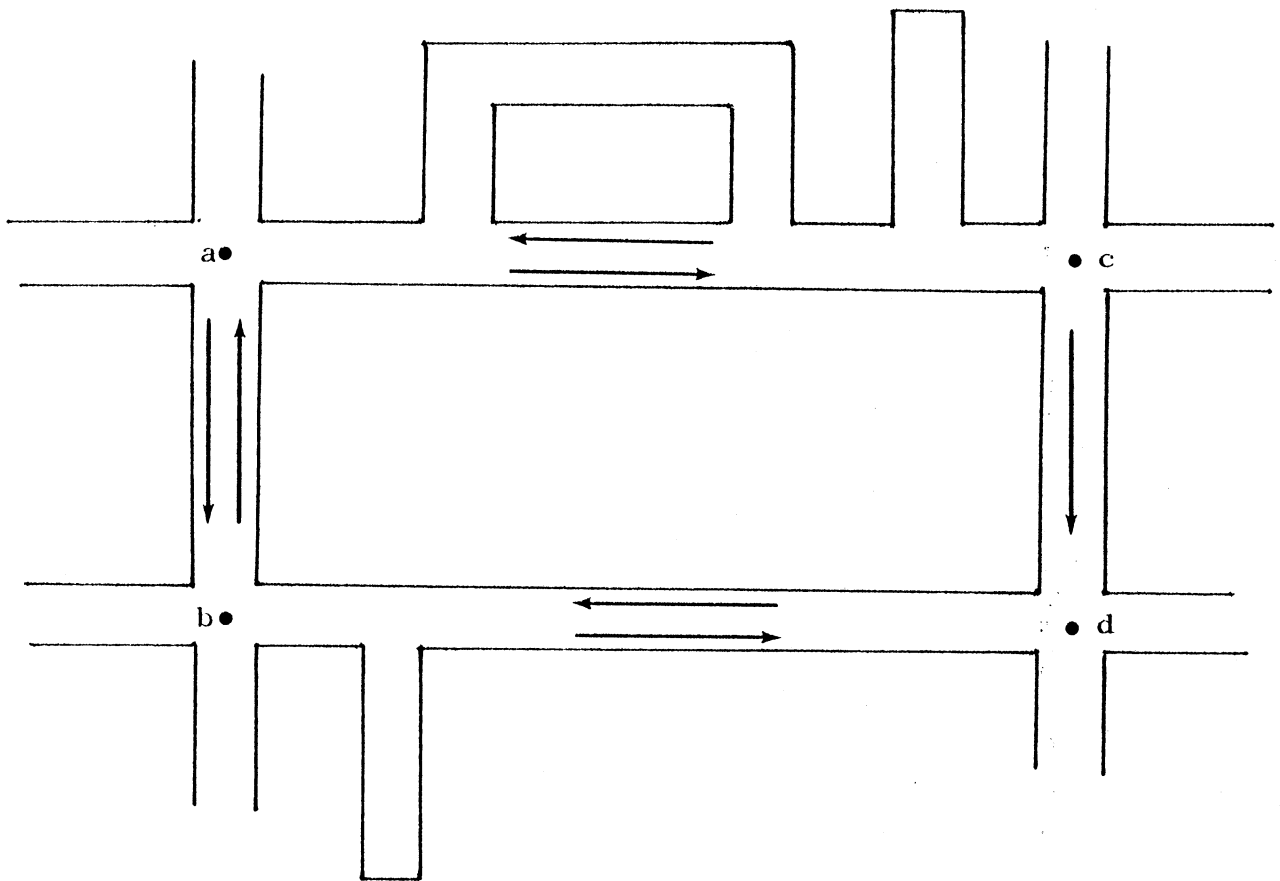
La construction du graphe doit être faite à partir du plan de la ville, en utilisant du papier-calque, avec la participation du responsable des services et des chauffeurs.

Pour Echirolles on est arrivé à un graphe avec 35 sommets et 67 arêtes et/ou arcs dont 53 centres de production des ordures.

Pour Saint Martin d'Ilères on est arrivé à un graphe avec 38 sommets et 78 arêtes et/ou arcs dont 63 centres de production des ordures.

On donne ci-après un petit morceau du plan d'une ville avec le graphe qui le représente.





- Remarques : 1.  $(f_i, p_i)$  représente la fréquence et le temps de ramassage du centre  $i$
2. l'arête  $(a,b)$  n'est pas un centre de production des ordures
3. les deux côtés de la rue  $bd$  ne peuvent pas être ramassés dans un même passage.

### 3.3. - Formulation mathématique

Soit une région ou une ville qui a été divisée en centres de production des ordures.

Soit  $G = (V, E)$  la représentation graphique de cette région.

Appelons l'ensemble de centres de production  $I = \{ i / i = 1, 2, \dots, n \}$  avec  $I \subseteq E$ . Chaque centre  $i$  possède une fréquence  $f_i$  de ramassage qui peut varier d'une fois par semaine ( $f_i = 1$ ) à six fois par semaine ( $f_i = 6$ ). On attache aussi à chaque centre  $i$  un numéro  $p_i$  qui représente la durée en minutes qu'une équipe type avec une benne type passe pour le ramasser ;  $p_i$  est appelé pénibilité de ramassage du centre  $i$ .

Soit un ensemble de bennes  $K = \{ k / k = 1, 2, \dots, NB \}$ .

Soit  $J = \{ j / j = 1, 2, \dots, m \}$  l'ensemble de tournées de ramassage.

On appelle tournée de ramassage ou secteur un ensemble de centres de production des ordures qui sont ramassés dans une même journée par une même benne. A chaque tournée  $j$  on attache un entier  $\pi_j$  ( $1 \leq \pi_j \leq 6$ ) qui représente le nombre de fois que cette tournée doit être répétée chaque semaine et un ensemble  $S_j$ .  $S_j$ , appelé schéma de la tournée  $j$ , représente un sous-ensemble non vide de jours de la semaine utile (lundi à samedi), dans lequel la tournée  $j$  doit être faite ( $\pi_j = |S_j|$ ). Par exemple :

soit une ville avec trois bennes et six tournées :

Benne (k)	Tournée (j)	Schéma ( $S_j$ )	$\pi_j$
1	1	{ L, Me, V }	3
1	2	{ M, J, S }	3
2	3	{ L, Me, V }	3
2	4	{ M, J, S }	3
3	5	{ L, Me, V }	3
3	6	{ M, J, S }	3

L = Lundi ; M = Mardi ; Me = Mercredi ; J = Jeudi ; V = Vendredi ; S = Samedi.

Soit  $J_k$  l'ensemble de tournées effectuées par la benne  $k$  (par exemple :  $J_1 = \{1,2\}$  ,  $J_2 = \{3,4\}$  ,  $J_3 = \{5,6\}$  ). On remarque que pour chaque benne  $k$  on doit avoir :

$$\bigcap_{j \in J_k} S_j = \emptyset \quad \text{et} \quad \sum_{j \in J_k} \pi_j \leq 6 \quad (1)$$

Soit  $G = (V,E)$  le graphe associé à la région qu'on veut sectoriser. On remarque que le graphe obtenu à partir de  $G$  en substituant à chaque arête un couple d'arcs opposés est fortement connexe. Supposons que le garage de bennes soit le sommet  $v_0 \in V$ . On définit le problème :

" trouver un circuit  $C_j$  dans le graphe  $G$  passant obligatoirement par  $v_0$  et par toutes les arêtes et arcs appartenant à la tournée  $j$  et qui soit le plus court possible. On appelle  $\bar{D}_j$  la longueur du circuit  $C_j$ ".

Soit  $\bar{D}_j = \sum_{i \in E_j} l(i)$ , où  $l(i)$  est la longueur de l'arête (ou arc)  $i$  et  $E_j$  est l'ensemble d'arêtes et/ou arcs (centres) de la tournée  $j$ . Appelons  $D_j = \bar{D}_j - \bar{D}_j$  la distance qu'une benne doit faire dans la tournée  $j$  sans ramasser.

Soit  $VM$  la vitesse moyenne d'une benne quand elle effectue un parcours sans ramasser.

On appelle pénibilité totale d'une tournée  $j$ ,  $P_j$ , le temps total de travail pour ramasser tous les centres de production qui appartiennent à cette tournée. Ce temps comprend le temps de ramassage ( $k_j \sum_{i \in E_j} p_i$ ) plus le temps parcouru sans ramasser ( $D_j/VM$ ), où  $k_j$  est une constante associée à la tournée  $j$  pour corriger les valeurs de  $p_i$ , de manière à prendre en compte la capacité de la benne  $k$  associée à la tournée  $j$ , la taille de l'équipe et dans

certains cas la plus grande quantité d'ordures qui doit être ramassée certains jours de la semaine. Par exemple supposons qu'un centre de production des ordures  $i$  soit ramassé par une benne multiprise de 8 tonnes (benne-type) et en utilisant une équipe de 3 personnes (équipe-type) en 40 minutes, c'est-à-dire  $p_i = 40$ .

Alors, si le centre  $i$  est affecté à une tournée  $j$  à laquelle on a associé une benne-type et une équipe de 6 personnes, on aura certainement un  $p_i$  plus petit. Pour prendre en compte cela on doit multiplier chaque  $p_i$  pour une constante  $k_j$ .

On appelle  $P^0$  la pénibilité "objectif" de chaque tournée, c'est-à-dire  $P^0$  est la pénibilité qu'on souhaite pour chaque tournée.

Soit  $x_{ij}$  une variable bivalente (0 ou 1) ;  $x_{ij} = 1$  signifie que le centre  $i$  est affecté à la tournée  $j$  ;  $x_{ij} = 0$  sinon.

Dans ce contexte, une sectorisation n'est rien d'autre qu'une matrice  $[x_{ij}]$  satisfaisant certaines contraintes.

L'affectation des centres  $i$  demandant un service de fréquence compris (strictement) entre une et cinq fois par semaine doit satisfaire certains décalages (1). Ainsi, par exemple, il n'est pas raisonnable qu'un centre  $i$  avec  $f_i = 3$  soit affecté aux Lundi, Mardi, Mercredi ; par contre, on peut l'affecter aux Lundi, Mercredi, Vendredi ou Mardi, Jeudi, Samedi.

Pour simplifier le formalisme développé dans la suite on fait l'hypothèse suivante (qui est vérifiée pour Echirolles, Saint Martin d'Hères et Grenoble) :

---

(1) La présentation et la formalisation de cet aspect du problème sont données dans l'appendice au présent chapitre.

$H\emptyset$  { les données du problème imposent que pour toute sectorisation,  
 les contraintes d'espacement (décalages) soient toujours  
 satisfaites.

Ainsi dans le cas de Grenoble, où toutes les tournées sont quotidiennes, cette hypothèse est évidemment vérifiée (puisqu'on s'intéresse en fait à un seul jour). De même dans le cas d'Echirolles où on a deux types de tournées : celle des Lundi, Mercredi, Vendredi, et celle des Mardi, Jeudi, Samedi.

A Saint Martin d'Hères on a défini deux types de tournées, comme à Echirolles, en utilisant deux bennes chaque jour. Avec cette définition on respecte  $H\emptyset$  et on économise une benne par rapport à la sectorisation existante.

On pose :

$f_i$  - fréquence de ramassage du centre  $i$

$S_j$  - schéma de ramassage de la tournée  $J$  ( $\pi_j \equiv |S_j|$ )

$p_i$  - pénibilité de ramassage du centre  $i$

Chaque centre  $i$  doit être ramassé  $f_i$  fois par semaine :

$$\text{pour } i = 1, \dots, m \quad \sum_{j=1}^m \pi_j x_{ij} = f_i \quad (2)$$

Chaque centre  $i$  est ramassé un jour donné par une et une seule tournée :

$$\forall j, j' \in J / S_j \cap S_{j'} \neq \emptyset \Rightarrow x_{ij} + x_{ij'} \leq 1 \quad (3)$$

Une sectorisation  $[x_{ij}]$  doit respecter la contrainte statutaire, c'est-à-dire, le temps total de travail de chaque tournée ne doit pas dépasser un seuil horaire :

$$\text{pour } j = 1, \dots, m, \quad k_j \sum_{i=1}^n p_i x_{ij} + D_j/VM \leq S \quad (4)$$

où  $S$  est le temps total de travail maximum permis dans une tournée.

Si on exige de plus que chaque centre soit ramassé pendant toute la semaine par la même benne, on a :

pour  $i = 1, \dots, n$

$$x_{ij'} = 1 \text{ et } j' \in J_{k'} \Rightarrow \sum_{j \in J_{k'}} \pi_j x_{ij} = f_i \quad (5)$$

Une sectorisation  $[x_{ij}]$  est convenable au sens de la pénibilité de chaque tournée si le temps total de travail de chaque tournée  $j$  se situe dans une certaine fourchette autour de  $P^0$  :

$$\text{pour } j = 1, \dots, m, \left| k_j \sum_{i=1}^n p_i x_{ij} + D_j/VM - P^0 \right| \leq \omega P^0 \quad (6)$$

où  $100\omega$  est le pourcentage maximum permis d'écart de la pénibilité de la tournée par rapport à  $P^0$ .

On peut écrire les contraintes (6) de la façon suivante :

$$k_j \sum_{i \in I} p_i x_{ij} + D_j/VM \leq P^0 (1 + \omega), j \in J \quad (6')$$

$$k_j \sum_{i \in I} p_i x_{ij} + D_j/VM \geq P^0 (1 - \omega), j \in J \quad (6'')$$

Ainsi si  $S \geq P^0 (1 + \omega)$  les contraintes (4) sont redondantes. Dans le cas contraire les contraintes (6') peuvent être supprimées.

Toute sectorisation  $[x_{ij}]$  qui répond aux contraintes (2), (3), (4) et (6) est acceptable et il s'agit de choisir la "meilleure" d'entre elles. Nous avons retenu comme critère pour faire ce choix la minimisation du temps total de la tournée la plus "mauvaise" :

$$\max_j \left\{ k_j \sum_{i \in I} p_i x_{ij} + D_j/VM \right\} = z \text{ (Min)} \quad (7)$$

En effet, compte tenu de la fonction objective, les contraintes (4) et (6) peuvent être considérées comme secondaires. Cela veut dire qu'on se contentera de vérifier qu'elles sont satisfaites par la (ou les) solution (s) trouvée (s). Par exemple, supposons que toutes les solutions trouvées par une méthode quelconque ne respectent pas la contrainte (4). Alors on est obligé d'ajouter au moins une benne pour que chaque tournée puisse respecter les contraintes statutaires.

Ainsi on peut maintenant formaliser le problème de sectorisation de la façon suivante :

$$\text{on pose } JS = \{ L, M, Me, J, V, S \}, \gamma \in JS$$

$$a_j^\gamma = \begin{cases} 1, & \text{si le schéma } S_j \text{ contient le jour } \gamma \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

$$(P1) \left\{ \begin{array}{l} x_{ij} = 0 \text{ ou } 1 \quad , \quad i \in I, \quad j \in J \quad (8) \\ \sum_{j \in J} \pi_j x_{ij} = f_i \quad , \quad i \in I \quad (9) \\ \sum_{\substack{j \in J \\ j | f_i / \pi_j > 1}} a_j^\gamma x_{ij} \leq 1 \quad , \quad i \in I, \quad \gamma \in JS \quad (10) \\ \max_j \left\{ k_j \sum_{i \in I} p_i x_{ij} + D_j / VM \right\} = z \text{ (Min)} \quad (11) \end{array} \right.$$

Les contraintes (10) sont équivalentes aux contraintes (3).

Si nous voulons prendre en compte les contraintes (5) on peut formuler le problème de la façon suivante :

"soit  $l_{ik}$  une variable bivalente (0 ou 1) ;  $l_{ik} = 1$  signifie que le centre  $i$  est ramassé toujours pour la benne  $k$  ;  $l_{ik} = 0$ , sinon".

$$\begin{array}{l}
 (P2) \left\{ \begin{array}{l}
 x_{ij} = 0 \text{ ou } 1 \quad , i \in I, j \in J \quad (12) \\
 l_{ik} = 0 \text{ ou } 1 \quad , i \in I, k \in K \quad (13) \\
 \sum_{j \in J_k} \pi_j x_{ij} = f_i l_{ik} \quad , i \in I, k \in K \quad (14) \\
 \sum_{k \in K} l_{ik} = 1 \quad , i \in I \quad (15) \\
 \max_j \left\{ k_j \sum_{i \in I} p_i x_{ij} + D_j / VM \right\} = z \text{ (Min)} \quad (16)
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

Les contraintes (14) et (15) assurent que chaque centre  $i$  est ramassé  $f_i$  fois par semaine toujours par la même benne.



On est en présence d'un problème de programmation mathématique à  $n.m$  variables entières dans le cas de (P1) et à  $n(m + NB)$  dans le cas de (P2). Ces nombres ont toutes les chances d'être très grands dans les cas réels d'application. De plus, il est très difficile d'exprimer  $D_j$  par une fonction des  $x_{ij}$ . Tout cela rend impossible le traitement direct du problème en utilisant des algorithmes exacts de programmation en nombres entiers ; d'où la nécessité de rechercher des algorithmes heuristiques pouvant permettre de résoudre (P1) et (P2) avec un micro ordinateur.

Remarques :

- 1.- Le nombre de tournées ( $m$ ) dans la formulation des problèmes (P1) et (P2) dépend du nombre de bennes et des types de tournées. Chaque benne peut avoir de 1 (minimum) à 6 (maximum) types de tournées. C'est-à-dire :

$$NB \leq m \leq 6.NB \quad (NB = \text{Nombre de bennes})$$

Par exemple, à Echirolles on a 3 bennes avec 2 types de tournées totalisant 6 tournées différentes.

- 2.- Le problème, décrit dans ORLOFF [ORL], consistant à trouver un circuit dans un graphe mixte "fortement connexe"  $G = (V, E, A)$ , où  $V$  est l'ensemble de sommets,  $E$  l'ensemble d'arêtes et  $A$  l'ensemble d'arcs, contenant  $V' \subseteq V$ ,  $E' \subseteq E$  et  $A' \subseteq A$  est appelé "problème général de tournées" (General Routing Problem - GRP). C'est un problème NP-dur (LENSTRA et RINOOY-KAN [LE-RI]). Alors le problème consistant à trouver  $\bar{D}_j$  et par conséquent  $D_j$  est aussi NP-dur.

- 3.- Si l'ensemble  $I$  de centres de production des ordures d'une région contient seulement des centres  $i$  avec la même fréquence ( $f_i = \bar{f}$ ,  $\forall i$ ) et toutes les tournées  $j$  possèdent le même  $\pi_j = \bar{\pi}$  et si  $\bar{f} = \bar{\pi}$  les problèmes (P1) et (P2) peuvent être formulés de la façon suivante :

$$(P3) \left\{ \begin{array}{l} x_{ij} = 0 \text{ ou } 1 \quad , i \in I, j \in J \quad (17) \\ \sum_{j \in J} x_{ij} = 1 \quad , i \in I \quad (18) \\ \max_j \left\{ k_j \sum_{i \in I} p_i x_{ij} + D_j/VM \right\} = z \text{ (Min)} \quad (19) \end{array} \right.$$

Ce problème est équivalent au problème de partitionnement suivant :

engendrons pour chaque tournée  $j$  une famille  $F_j$  de "bonnes" tournées possibles (en général, cette famille sera très grande). A chaque tournée  $l$  de  $F = F_1 \cup F_2 \cup \dots \cup F_{|J|}$ , on associe un coût  $\hat{c}_l$  ; on pose

$$z_l = \begin{cases} 1, & \text{si la tournée } l \text{ de } F \text{ est retenue dans la partition} \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

$$a_{il} = \begin{cases} 1, & \text{si l'unité } i \text{ appartient à la tournée } l \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\hat{c}_l = k_j \sum_{i \in I} a_{il} p_i + D_l/VM$$

$$(PP) \left\{ \begin{array}{l} z_l = 0 \text{ ou } 1 \quad , l = 1, \dots, |L| \quad (20) \\ \sum_{l \in L} a_{il} z_l = 1 \quad , i = 1, \dots, |I| \quad (21) \\ \sum_{l \in F_j} z_l = 1 \quad , j = 1, \dots, |J| \quad (22) \\ \max_l \hat{c}_l z_l = z \text{ (MIN)} \quad (23) \end{array} \right.$$

Le problème (PP) est un problème de partitionnement sous les contraintes (22) (problème de partitionnement généralisé).

Un très grand nombre de problèmes concrets peuvent se formaliser comme un problème de partitionnement :

- . le problème d'affectation des équipages ([C-M-T-S] , [SAK] , [THT] )
- . l'habillage des horaires des lignes d'autobus ( [HE-2] )
- . le problème des tournées ( [C-M-T-S] , [FRE] , [VO-3] , [SAK] )
- . constitution de circonscriptions électorales ( [GA-NE] , [SAK] )

Plusieurs algorithmes de résolution ont été mis au point pour résoudre les problèmes de partitionnement ( [C-M-T-S] , [ROY] ).

On peut diviser ces algorithmes en trois catégories :

- . programmation linéaire spéciale,
- . algorithmes de coupes et de groupes,
- . énumération implicite.

Si la matrice des coefficients du problème de partitionnement est totalement unimodulaire, la programmation linéaire suffit.

Une approche pour les problèmes de partitionnement est basée sur un théorème qui montre que par le simplexe, on peut passer théoriquement d'une base entière à une base adjacente entière améliorant la solution et ainsi jusqu'à l'optimum. Cette voie a été explorée par BALAS et PADBERG ( voir [C-M-T-S] ) qui ont proposé des algorithmes du type "génération de colonnes". Pour la technique de "génération de colonnes" voir GILMORE et GOMORY [GI-GO] , SAKAROVITCH [SAK] et SHAPIRO [SHP] .

Les algorithmes basés sur l'algorithme de coupes de GOMORY ( [GOM] ) donnent d'excellents résultats. Ainsi DELORME ( [DEL] ) en utilisant une variante de l'algorithme de coupes de Gomory, a

pu résoudre de très grands problèmes de partitionnement ( $\sim 2000$  variables et  $\sim 100$  contraintes). THIRIEZ ([THI]) a utilisé avec succès les groupes pour résoudre des problèmes de rotation d'équipages.

Dans la dernière catégorie on a les algorithmes d'exploration arborescente. Les algorithmes les plus anciens n'utilisent pas la programmation linéaire pour obtenir une bonne évaluation par défaut du problème. Très bons pour des problèmes de taille moyenne, ils deviennent très longs pour de grands problèmes.

Pour les grands problèmes, l'utilisation de bonnes méthodes pour résoudre le programme linéaire sous-jacent s'avère indispensable.

Il faut noter aussi qu'une difficulté essentielle de la plus grande partie des méthodes pour résoudre le problème de partitionnement réside dans la génération de la matrice de coefficients à l'avance. Plus le générateur de cette matrice sera ingénieux, meilleure sera la méthode.



APPENDICE - FORMULATION GENERALE

Dans cet appendice on formule le problème de sectorisation en relaxant l'hypothèse faite en (I.3.3.)

Une sectorisation  $[x_{ij}]$  doit respecter dans ce cas, non seulement les contraintes (2), (3), (4) et (6), mais aussi les contraintes d'espacement. Ainsi l'affectation des centres  $i$ , demandant un service de fréquence  $f_i$  ( $1 < f_i < 6$ ), aux jours de la semaine doit satisfaire certains décalages.

On peut considérer que, dans la pratique, on rencontre seulement des centres avec fréquences 1, 2, 3 ou 6. Avec ces fréquences les affectations possibles aux jours de la semaine sont les suivantes :

- . centres de fréquence 1 → toute affectation est possible ;
- . centres de fréquence 2 → Lundi, Jeudi ou  
Mardi, Vendredi ou  
Mercredi, Samedi ;
- . centres de fréquence 3 → Lundi, Mercredi, Vendredi ou  
Mardi, Jeudi, Samedi ;
- . centres de fréquence 6 → Une affectation possible  
(Lundi à Samedi).

On va supposer aussi que les schémas possibles dans la définition des caractéristiques d'une tournée  $j$  sont les suivants :

$$\pi_j = 1 \rightarrow S_j \in \{(L), (M), (Me), (J), (V), (S)\} ;$$

$$\pi_j = 2 \rightarrow S_j \in \{(L, J), (M, V), (Me, S)\} ;$$

$$\pi_j = 3 \rightarrow S_j \in \{(L, Me, V), (M, J, S)\} ;$$

$$\pi_j = 6 \rightarrow S_j \in \{(L, M, Me, V, J, S)\} .$$

Parmi les cas possibles d'affectation d'un centre aux tournées on ne peut pas avoir de problèmes avec les centres de fréquence 1 et 6. Restent donc les affectations suivantes :

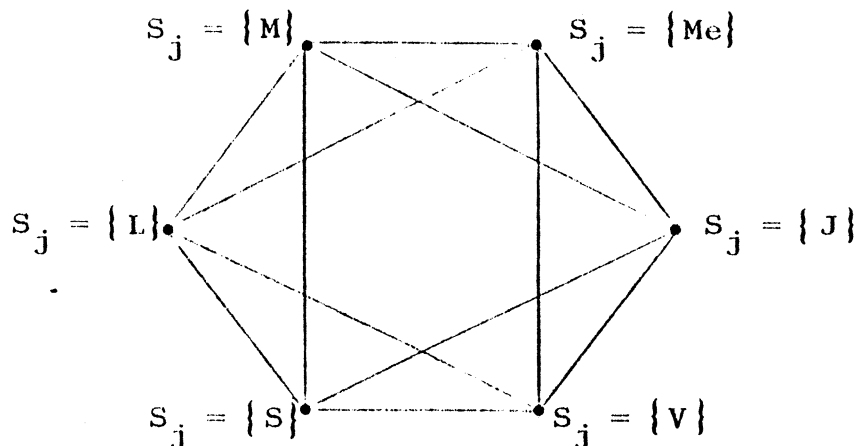
- a) centre de fréquence 2 ramassé par une tournée avec  $\pi_j = 2$  ;
- b) centre de fréquence 2 ramassé par deux tournées avec  $\pi_j = 1$  ;
- c) centre de fréquence 3 ramassé par une tournée avec  $\pi_j = 3$  ;
- d) centre de fréquence 3 ramassé par trois tournées avec  $\pi_j = 1$ .

Parmi les cas ci-dessus, seuls les cas (b) et (d) peuvent ne pas respecter les contraintes d'espacement. Ainsi on doit ajouter aux contraintes du problème (P1) des contraintes supplémentaires pour obliger les affectations des types (b) et (d) à satisfaire les décalages.

L'utilisation de la notion de stable dans un graphe nous aidera, dans la suite, à mieux comprendre la manière de formaliser les contraintes d'espacement.

#### A - Cas (b)

Construisons le graphe  $G_s = (V, E)$  ci-dessous où chaque sommet représente un type de tournée avec  $\pi_j = 1$ .



Donc pour chaque sommet de  $G_s$  on possède un schéma  $S_j$  distinct. Une affectation d'un centre  $i$  de fréquence 2 à deux tournées avec  $\pi_j = 1$ , respectant les décalages, est équivalent à un stable

maximum du graphe  $G_s$ , c'est-à-dire, les stables  $\{L, J\}$ ,  $\{M, V\}$  et  $\{Me, V\}$  de  $G_s$  sont équivalents aux affectations possibles d'un centre de fréquence 2 à deux tournées avec  $\pi_j = 1$ , respectant les décalages.

Ainsi on peut écrire pour chaque centre  $i$  les contraintes d'espacement de la façon suivante :

Soit

$$- JS = \{L, M, Me, J, V, S\}$$

$$- C_i = \{ (\beta, \nu) \mid \beta \in JS, \nu \in JS \}, \text{ les éléments de } C_i \text{ étant en bijection avec les arêtes du graphe } G_s.$$

$$\text{donc } C_i = \left\{ (L, M), (M, Me), (Me, J), (J, V), (V, S), (S, L), (L, Me), (Me, V), (V, L), (M, J), (J, S), (S, M) \right\}$$

$$- a_j^{(\beta, \nu)} = \begin{cases} 1, & \text{si le schéma } S_j \text{ est égal à } \beta \text{ ou } \nu \text{ avec } (\beta, \nu) \in C_i \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

$$j \mid \pi_j \sum_{(\beta, \nu) \in C_i} a_j^{(\beta, \nu)} x_{ij} < 1, \quad (24)$$

Supposons un exemple avec 2 bennes, chacune avec 6 tournées (une tournée pour chaque jour de la semaine)

Tournée	Benne	Schéma
1 (resp. 2, 3, 4, 5, 6)	1	$\{L\}$ (resp. $\{M\}, \{Me\}, \{J\}, \{V\}, \{S\}$ )
2 (resp. 8, 9, 10, 11, 12)	2	$\{L\}$ (resp. $\{M\}, \{Me\}, \{J\}, \{V\}, \{S\}$ )

Supposons que les centres sont de fréquence 2.

Les affectations possibles sont du type (b).

Ainsi les contraintes (24) s'écrivent, pour chaque centre  $i$ , de la manière suivante :

$$x_i = [x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, x_{i4}, x_{i5}, x_{i6}, x_{i7}, x_{i8}, x_{i9}, x_{i10}, x_{i11}, x_{i12}]$$

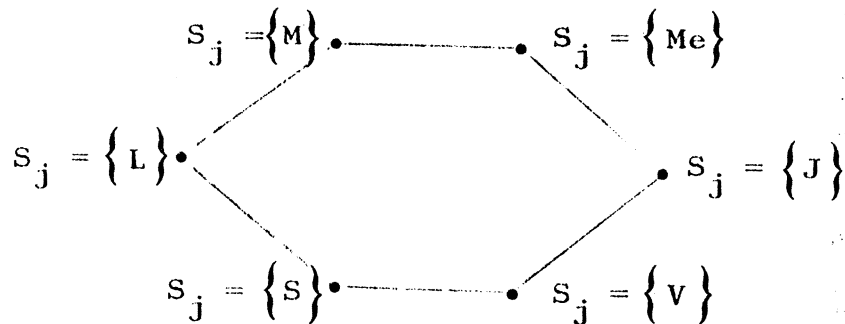


$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} (L, M) \\ (M, Me) \\ (Me, J) \\ (J, V) \\ (V, S) \\ (S, L) \\ (L, Me) \\ (Me, V) \\ (V, L) \\ (M, J) \\ (J, S) \\ (S, M) \end{matrix}$$

$$A \cdot x_i^T \leq 1 \quad \forall i$$

B - Cas (d)

Construisons un graphe  $G'_S = (V, E)$  ci-dessous où chaque sommet représente un type de tournée avec  $\pi_j = 1$ .



Donc pour chaque sommet de  $G'_S$  on possède un schéma  $S_j$  distinct. Une affectation d'un centre  $i$  de fréquence 3 à trois tournées avec  $\pi_j = 1$ , respectant les décalages, est équivalent à un stable maximum du graphe  $G'_S$ , c'est-à-dire, les stables  $\{L, Me, V\}$  et  $\{M, J, S\}$  de  $G'_S$  sont équivalents aux affectations possibles d'un centre de fréquence 3 à trois tournées avec  $\pi_j = 1$ , respectant les décalages.

Ainsi on peut écrire pour chaque centre  $i$  les contraintes d'espacement de la façon suivante :

soit  $C_i = \{ (\beta, \gamma) \mid \beta \in JS, \gamma \in JS \}$ , les éléments de  $C_i$  étant en bijection avec les arêtes du graphe  $G_S^i$

donc  $C_i = \{ (L, M), (M, Me), (Me, J), (J, V), (V, S), (S, L) \}$

Les contraintes d'espacement pour chaque unité de fréquence 3 sont identiques aux contraintes (24) avec l'ensemble  $C_i$  ci-dessus.

Prenons l'exemple précédent en supposant maintenant que l'on ait seulement des centres de fréquence 3.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} (L, M) \\ (M, Me) \\ (Me, J) \\ (J, V) \\ (V, S) \\ (S, L) \end{matrix}$$

$$A \cdot x_i^T \leq 1 \quad \forall i$$

Alors, on peut formaliser le problème de sectorisation de la façon suivante :

$$\text{on pose } a_j^\alpha = \begin{cases} 1, & \text{si le schéma } S_j \text{ contient le jour } \alpha \\ & \text{avec } \alpha \in JS \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 x_{ij} = 0 \text{ ou } 1, & i \in I, \quad j \in J & (25) \\
 \sum_{j \in J} \pi_j x_{ij} = f_i, & i \in I & (26) \\
 \sum_{j \in J} a_j^{(\beta, \nu)} x_{ij} \leq 1, & \left\{ \begin{array}{l} \forall i \mid i \in I, f_i = 3 \text{ ou } f_i = 2 \\ \forall (\beta, \nu) \in C_i \end{array} \right\} & (27) \\
 \sum_{j \in J} a_j^\alpha x_{ij} \leq 1, & \left\{ \begin{array}{l} \forall i \mid i \in I, f_i = 6 \\ \forall \alpha \in JS \end{array} \right\} & (28) \\
 \max_j \left\{ k_j \sum_{i \in I} p_i x_{ij} + D_j / VM \right\} = z \text{ (MIN)} & (29)
 \end{cases}
 \quad (\overline{P1})$$

Si nous voulons prendre en compte les contraintes (5) on peut formuler le problème de sectorisation de la façon suivante :

posons  $l_{ik}$  comme dans le problème (P2)

$$\begin{cases}
 x_{ij} = 0 \text{ ou } 1, & i \in I, \quad j \in J & (30) \\
 l_{ik} = 0 \text{ ou } 1, & i \in I, \quad k \in K & (31) \\
 \sum_{j \in J} \pi_j x_{ij} = f_i l_{ik} & i \in I, \quad k \in K & (32) \\
 \sum_{k \in K} l_{ik} = 1, & i \in I & (33) \\
 \sum_{j \in J} a_j^{(\beta, \nu)} x_{ij} \leq 1, & \left\{ \begin{array}{l} \forall i \mid i \in I, f_i = 2 \text{ ou } f_i = 3 \\ \forall (\beta, \nu) \in C_i \end{array} \right\} & (34) \\
 \max_j \left\{ k_j \sum_{i \in I} p_i x_{ij} + D_j / VM \right\} = z \text{ (MIN)} & (35)
 \end{cases}
 \quad (\overline{P2})$$

Compte tenu de la complexité des formulations ( $\overline{P1}$ ) et ( $\overline{P2}$ ), on préférera, en pratique autant que possible, ne pas se mettre dans les cas (b) et (d), c'est-à-dire, prévoir que les centres de fréquence 2 et 3 seront nécessairement ramassés par des tournées  $j$  avec  $\pi_j = 2$  et  $\pi_j = 3$  respectivement. Cependant la prise en compte des contraintes (b) et (d) dans les algorithmes développés au chapitre suivant est beaucoup moins compliquée que leur formulation mathématique précise dans ( $\overline{P1}$ ) et ( $\overline{P2}$ ) ne pourrait le laisser penser. Une procédure simple peut être ajoutée au système COME, procédure qui permet le traitement de telles contraintes si les données du problème l'exigent.



CHAPITRE II

ALGORITHMES DE RESOLUTION



## 1 - INTRODUCTION

Le problème énoncé dans le chapitre précédent est un problème de programmation mathématique en variables bivalentes.

Une grande variété des méthodes mathématiques exactes ont été développées pour résoudre ce type de problèmes (les méthodes des coupes, les méthodes d'énumération implicite, théorie des groupes, réduction de la fonction coût, etc. voir [C-M-T-S] , [NE-GA] , [PA-ST] , [SAK] et [VO-2] ).

Toutefois ces méthodes, dans le cas de problèmes complexes, sont impraticables sur un micro-ordinateur (voire même un ordinateur puissant).

Ainsi avons nous été amenés à nous tourner vers des méthodes heuristiques qui permettent de trouver des solutions satisfaisantes des problèmes (P1) et (P2) pour les villes de taille moyenne avec des temps de calcul raisonnables.

## 2 - LA METHODE GENERALE

### Définition 1 -

On appelle algorithme approché (on dit aussi "approximatif" ou "heuristique") un algorithme qui donne une solution réalisable du problème en tenant compte de la fonction économique.

On présente les étapes qui caractérisent une classe d'algorithmes approximatifs, les algorithmes de voisinage (on dit aussi algorithmes par exploration locale).

Soit P un ensemble fini et soit le problème de programmation discrète suivante

$$\min \left\{ f(p) \mid p \in P \right\} \quad , \quad (1)$$

où la fonction  $f(p)$  est définie dans l'ensemble P.

On définit un voisinage pour chaque élément  $p \in P$ .



Définition 2 -

Soit  $v$  une collection de sous-ensemble

$v \equiv \left\{ V(p) \subseteq P \ / \ p \in P \right\}$  telle que

i) pour chaque  $p \in P$  il existe exactement un  $V(p) \in v$  ;

ii)  $p \in V(p)$ , pour chaque  $p \in P$ .

On appelle  $V(p)$  le voisinage de la solution  $p$ .

Le principe de l'algorithme consiste à partir d'un élément  $p_1 \in P$  et à déterminer un élément  $p_2$  appartenant à  $V(p_1)$ . Si certaines conditions sont satisfaites  $p_1$  est remplacé par  $p_2$  ( $p_1 = p_2$ ) et on continue le processus, c'est-à-dire, on cherche un nouvel élément  $p_2 \in V(p_1)$ . Sinon celui-ci est stoppé.

Ainsi, on peut écrire l'algorithme par exploration locale général de la façon suivante :

Algorithme Exploration Locale Général (données modifiées :  $p_1$ )

```

|   on a une solution initiale  $p_1$  ;
|   tantque "on peut continuer" faire
|       |   on cherche  $p_2 \in V(p_1)$  ;
|       |   on pose  $p_1 := p_2$  ;
|       fintantque ;
finalgorithme •

```

Deux familles d'algorithme suivant le critère d'arrêt ("on peut continuer") et l'exploration de voisinage (on cherche  $p_2 \in V(p_1)$ ) sont décrites dans la suite :

1°) Exploration Locale

2°) La généralisation de la méthode par exploration locale proposée par KIRKPATRICK et alii [K-G-V] .

1°) - Exploration LocaleDéfinition 3 -

Un point  $p^* \in P$  est une solution globalement optimale de (1) si  $f(p^*) \leq f(p) \quad \forall p \in P$ .

Définition 4 -

Un point  $p' \in P$  est une solution localement optimale de (1) par rapport au voisinage  $V$  si

$$f(p') \leq f(p) \quad , \quad \forall p \in V(p')$$

Dans l'exploration d'un voisinage d'une solution on peut envisager d'obtenir le meilleur élément, c'est-à-dire l'élément qui améliore le plus la fonction objective. Pour cela on utilise une méthode mathématique exacte la meilleure, adaptée aux caractéristiques du problème (méthodes d'énumération implicite ou explicite, méthodes des coupes, etc...).

On peut aussi tenter d'obtenir, non pas le meilleur élément, mais un élément quelconque qui améliore la fonction objective. Dans ce cas, l'exploration du voisinage de  $p_1$  peut être entamée de plusieurs manières, telles que :

- suite des choix au hasard, sans répétition, de solutions appartenant au voisinage de  $p_1$ , jusqu'à ce qu'une première solution meilleure que  $p_1$  soit trouvée.
- exploration du voisinage de  $p_1$ , en utilisant un ordre pré-établi sur ses éléments, jusqu'à ce qu'une première solution meilleure que  $p_1$  soit trouvée.

Les solutions obtenues par les algorithmes par exploration locale sont localement optimales par rapport au voisinage défini plus haut.

La performance des algorithmes par exploration locale dépend de la complexité d'exploration du voisinage d'un élément ("complexité par itération"), du nombre d'itérations et de la qualité de la solution localement optimale.

On peut améliorer en général la procédure décrite plus haut en choisissant plusieurs points  $p_1$  de départ au hasard et pour chacun en appliquant l'algorithme de base. On peut répéter cela jusqu'à ce qu'on soit sûr de ne plus pouvoir améliorer la solution ou que le coût d'une amélioration de la fonction objective soit prohibitif par rapport à l'amélioration obtenue.

## 2°) - Généralisation de la Méthode par Exploration Locale

La méthode décrite dans ce paragraphe, dûe à KIRKPATRICK et alii, est une généralisation de la méthode par exploration locale. On l'appelle la méthode de "recuit".

Voici en gros le schéma de la méthode. Soit le problème de programmation discrète défini ci-dessus. On définit un voisinage pour chaque élément  $p \in P$ , qui soit un sous-ensemble de  $P$ . On choisit un élément  $p_1 \in P$  (solution réalisable) comme solution initiale. Ensuite on choisit  $p_2$  appartenant au voisinage de  $p_1$ . Si  $f(p_2) < f(p_1)$  on accepte  $p_2$  comme solution à la place de  $p_1$ , c'est-à-dire on échange  $p_1$  avec  $p_2$ , et on recommence. Si ce n'est pas le cas on peut néanmoins décider d'accepter  $p_2$  comme solution. Cette décision est liée au résultat du test suivant :

- soit Prob la probabilité d'accepter, à un moment donné,  $p_2$  comme solution à la place de  $p_1$  où

$$\text{Prob} = F(f(p_2) - f(p_1), T) \quad (2)$$

par exemple  $\text{Prob} = \exp[-(f(p_2) - f(p_1)) / \beta(T - T_F)]$

$$T - T_F \geq 0$$

si Prob est plus grand qu'un nombre aléatoire entre 0 et 1 on accepte  $p_2$  à la place de  $p_1$ .

si ce n'est pas le cas on n'accepte pas et on doit choisir un autre élément  $p_2$  du voisinage de  $p_1$  pour essayer l'échange.

T est un paramètre de contrôle (appelé en général température) qu'on fait décroître par paliers jusqu'à  $T_F$  (refroidissement contrôlé, c'est-à-dire "recuit").

Au fur et à mesure que T baisse l'acceptation du remplacement de  $p_2$  par  $p_1$  devient plus rare si  $f(p_2) > f(p_1)$ . Pour  $T = T_F$  on aura  $\text{Prob} \rightarrow 0$  quelque soit  $f(p_2) - f(p_1) > 0$  et à ce moment on ne pourra accepter  $p_2$  si  $f(p_2) < f(p_1)$ .

Pour la température initiale,  $T_i$ , on prend une valeur assez haute. Par exemple, pour les problèmes (P1) et (P2), on peut prendre une valeur initiale telle que le mouvement le plus désavantageux soit accepté avec une probabilité assez haute.

Pour le taux de décroissance de T on utilise des formules comme :

$$T_n = F(n, T_i) \quad (3)$$

Par exemple on peut prendre

$$F(n, T_i) = \alpha^n T_i \quad (0 < \alpha < 1)$$

C'est ce type de fonction que l'on a utilisé dans la suite.

On reste dans chaque palier de température jusqu'à ce qu'un nombre Lim 1 d'échanges soit réalisé ou un nombre Lim 2 d'itérations soit atteint ou que l'on ait exploré tout le voisinage. Ces nombres (Lim 1, Lim 2) doivent être proportionnés à la taille du problème.

En général  $\text{Lim } 1$  est plus petit que  $\text{Lim } 2$  et  $\text{Lim } 2$  est plus petit que le cardinal du voisinage d'une solution quelconque. Dans nos problèmes, comme on le verra plus tard, le cardinal du voisinage n'est pas très grand (pour des cas pratiques). Ainsi dans notre algorithme on reste au même palier de température jusqu'à ce que l'on ait une exploration complète d'un voisinage sans accomplir un échange ou bien le nombre  $\text{Lim } 1$  d'échanges soit atteint.

Dans chaque itération de la méthode de "recuit" on a besoin de choisir une solution  $p_2 \in V(p_1)$ . En général on choisit cette solution ou bien au hasard, ou bien à partir d'un ordre défini sur le voisinage de  $p_1$ .

Comme mécanisme d'arrêt pour la méthode de "recuit" on peut utiliser les critères suivants :

1. critère de la température finale ( $T_F$ ) : ce critère est utilisé si l'on arrive à refroidir le système jusqu'à  $T_F$ . A ce moment on accepte seulement les échanges qui améliorent la fonction objective.
2. le nombre maximal d'itérations ( $\text{Lim}$ ) est atteint. Ce critère est lié au temps de calcul.
3. le nombre d'échanges par température ( $\text{Lim } 1$ ) n'est pas atteint pour  $N_{ts}$  températures successives. Ce critère est lié aussi au temps de calcul.

En autorisant les mouvements localement désavantageux on atténue le risque de se laisser piéger dans un optimum local (en sautant les barrières de potentiel).

L'efficacité de cette méthode vient du fait qu'on peut essayer un grand nombre d'échanges car les calculs à chaque itération sont très simples.

Ainsi KIRKPATRICK et alii ont obtenu de bonnes solutions par ce type d'approche pour des problèmes de 2-partition et un problème de voyageur de commerce sur 3200 villes.

PREMTI [PRE] a utilisé la méthode de Kirkpatrick dans le problème de placement des rectangles et de pièces irrégulières. Ses résultats, du point de vue perte, sont assez encourageants. Pour le placement des rectangles la méthode donne des configurations dont l'énergie (fonction objective) est de 30 à 40 % plus petite que celle donnée par un algorithme glouton (parfois jusqu'à 90 % plus petite). Pour le placement des pièces irrégulières la perte diminue (par rapport à d'autres méthodes) de 2 à 3 %.

Dans la suite on formalise la méthode de "recuit" qui n'est rien d'autre qu'une généralisation de la méthode d'exploration locale.

Pour formaliser l'algorithme de la méthode de "recuit" on utilise la notation suivante :

- $p_1, p_2$  - solutions du problème (1) ;
- $T_i$  - température initiale (paramètre de la méthode) ;
- $T_F$  - température finale (paramètre de la méthode) ;
- $T_n$  - température au  $n^{\text{ème}}$  palier de refroidissement ;
- $F'$  - fonction utilisée pour calculer  $T_n$  (voir (3) ) ;
- $F$  - fonction utilisée pour calculer la probabilité, à une itération quelconque, qu'une solution  $p_2$  soit acceptée à la place d'une solution  $p_1$  (voir (2) ) ;
- $V$  - voisinage d'une solution ;
- $f$  - fonction objective du problème (1) ;

- $\alpha$  - paramètre de la fonction  $F'$  ( $F' = \alpha^n T_i$ ,  $0 < \alpha < 1$ ) ;
- $\beta$  - paramètre de la fonction  $F$  ( $F = \exp [ -(f(p_2) - f(p_1)) / \beta (T_n - T_F) ]$ ) ;
- $k$  - nombre d'itérations, c'est-à-dire, nombre de fois que l'on choisit une solution  $p_2 \in V(p_1)$  ;
- Lim - nombre maximal d'itérations ;
- $k_1$  - nombre de fois, dans une température, qu'une solution  $p_2$  est acceptée à la place de  $p_1$  ;
- Lim 1 - nombre maximal d'échanges par température, c'est-à-dire, si Lim 1 est atteint on doit changer de température ;
- knts - nombre de fois de suite qu'on change de température sans que Lim 1 soit atteint ;
- Nts - paramètre utilisé dans le critère 3, c'est-à-dire, si le nombre maximal d'échanges par température n'est pas atteint pour Nts températures successives on arrête l'algorithme ;
- $\epsilon$  - écart de température.

Dans l'algorithme général de la méthode de "recuit" on utilise la procédure suivante :

```

Fonction Teste (Données :  $T_F, \beta, T_n, p_1, p_2$ ) : booléenne ;

    /* cette fonction retourne vrai si on prend la
       décision d'accepter  $p_2$  à la place de  $p_1$  et faux
       dans le cas contraire */

    Si  $f(p_2) < f(p_1)$  alors
        Teste := vrai
    Sinon
        si  $F(f(p_2) - f(p_1), T_n, T_F, \beta) > ALEA$  alors
            Teste := vrai
        sinon
            Teste := faux ;
        finsi ;

    /* ALEA est une fonction permettant d'obtenir
       une valeur aléatoire comprise entre 0 et 1.
       Les fonctions f et F ont la même significa-
       tion que dans le texte */

    finsi ;
finfonction ;

```

On peut écrire alors, l'algorithme général de la méthode de "recuit" de la manière suivante :



Algorithme "Recuit" (données :  $T_i, T_F, \alpha, \beta, \epsilon, \text{Lim}, \text{Lim } 1, \text{Nts}$  ;  
données modifiées :  $p_1$ ) ;

$n := 0$  ;  $k := 0$  ;  $knts := 0$  ;  $\overline{\text{Lim } 1} := \text{Lim } 1$  ;

itérer

$T_n := \alpha^n T_i$  ;  $k_1 := 0$  ;  $V := V(p_1)$  ;

si  $T_n \leq T_F + \epsilon$  alors

$\overline{\text{Lim } 1} := \infty$  ; /\* quand  $T_n$  prend une valeur très  
proche de  $T_F$  on affecte à  $\overline{\text{Lim } 1}$   
une valeur très grande \*/

finsi ;

choix ( $p_1, V$  ;  $p_2$ ) ;

/\* la procédure choix choisit un élément  $p_2 \in V(p_1)$  \*/

itérer

$k := k + 1$  ;

si Teste ( $T_F, \beta, T_n, p_1, p_2$ ) alors

$p_2 := p_2$  ;

$k_1 := k_1 + 1$  ;

$V := V(p_1)$

sinon

$V := V \setminus \{p_2\}$  ;

finsi ;

arrêt ( ( $k \geq \text{Lim}$ ) ou ( $k_1 \geq \overline{\text{Lim } 1}$ ) ou ( $V = \emptyset$ ) )

choix ( $p_1, V$  ;  $p_2$ ) ;

finitéer ;

si  $k_1 < \overline{\text{Lim } 1}$  alors

$knts := knts + 1$

sinon

$knts := 0$  ;

finsi ;

arrêt ( ( $T_n \leq T_F + \epsilon$ ) ou ( $k \geq \text{Lim}$ ) ou ( $knts = \text{Nts}$ ) )

$n := n + 1$  ;

finitéer ;

finalgorithme.

Remarque :

La procédure choix  $(p_1, V ; p_2)$  à partir des "données"  $p_1$  et  $V$  fournit comme "résultat" une solution  $p_2 \in V$ .

Aux paragraphes 3 et 4 ci-dessous, on indique comment ce choix est réalisé.

3 - LE VOISINAGE POUR LE PROBLEME P1

On donne d'abord certaines définitions qui sont utilisées dans la définition du voisinage d'une solution pour le problème (P1)

Définition 5 :

La "plus mauvaise" tournée (secteur) d'une sectorisation  $p = [x_{ij}]$ ,  $i \in I$  et  $j \in J$  est une tournée  $j^*$  telle que

$$k_{j^*} \sum_{i \in I} p_i x_{ij^*} + D_{j^*}/VM = \text{Max}_{j \in J} \left\{ k_j \sum_{i \in I} p_i x_{ij} + D_j/VM \right\}$$

Définition 6 :

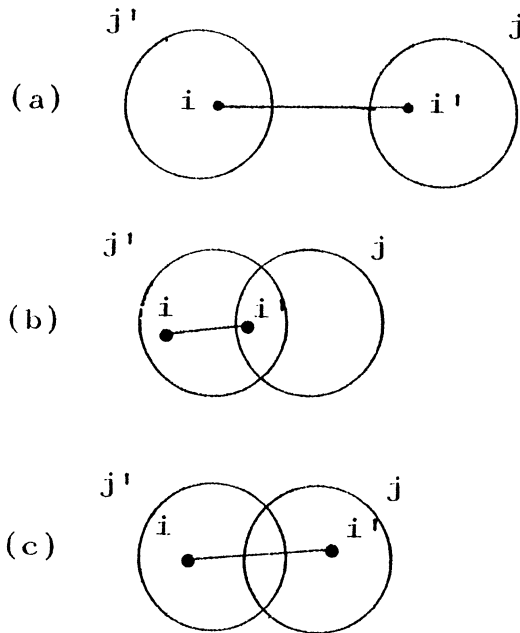
On dit que deux centres de production des ordures  $i$  et  $i'$  sont adjacents s'ils possèdent au moins un sommet en commun dans le graphe représentatif  $G$ .

Définition 7 :

On dit qu'une tournée  $j$  est adjacente à un centre  $i$  si :

- le centre  $i$  n'appartient pas à la tournée  $j$
- il existe au moins un centre  $i'$  appartenant à  $j$  tel que  $i$  et  $i'$  sont adjacents.

Exemples :



En (a), (b), (c), le centre  $i$  est adjacent à la tournée  $j$ .

En (a) et (c) le centre  $i'$  est adjacent à la tournée  $j'$ .

Remarque :

On a représenté dans les exemples ci-dessus (au contraire du graphe représentatif) les centres par des sommets et les carrefours par des arêtes.

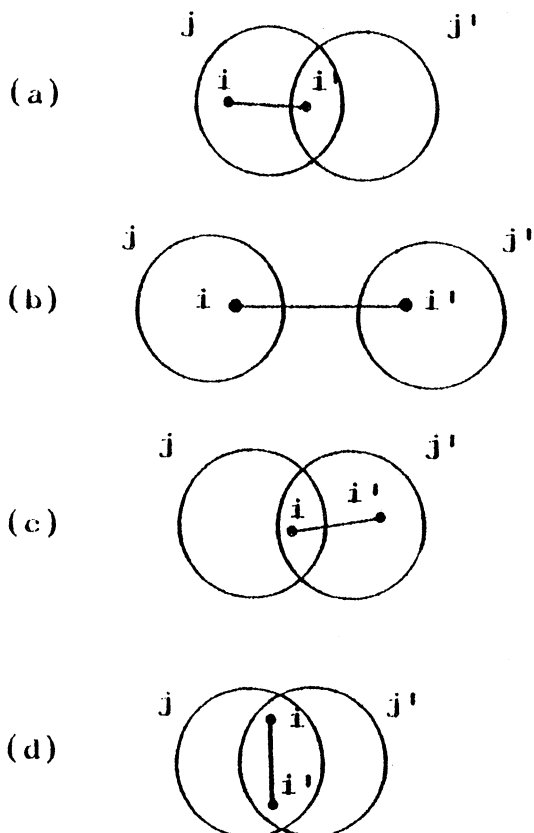
Définition 8

On dit qu'un centre  $i$  appartient à la frontière d'une tournée  $j$  si :

- il appartient à cette tournée ( $x_{ij} = 1$ )
- il existe au moins une tournée  $j'$  ne contenant pas le centre  $i$  ( $x_{ij'} = 0$ ), avec au moins un centre  $i'$  adjacent au centre  $i$  ( $x_{i'i'} = 1$ )

Appelons cette frontière  $Fr(j)$ .

Exemples :



En (a) et (b) le centre  $i$  appartient à la frontière de  $j$ .

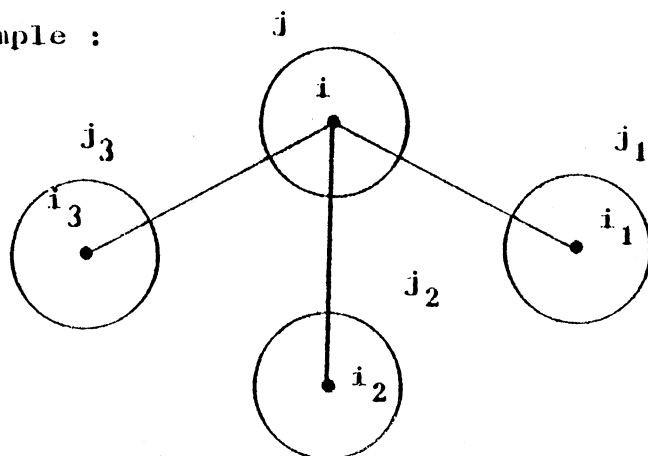
En (b) et (c) le centre  $i'$  appartient à la frontière  $j'$ .

En (d) ni  $i$  ni  $i'$  n'appartiennent aux frontières de  $j$  ou de  $j'$ .

### Définition 9

On définit pour tout centre  $i \in \text{Fr}(j)$ , l'adhérence de  $i$ ,  $\text{Ad}(i)$ , comme étant l'ensemble de tournées adjacentes à  $i$ .

Exemple :



$$\text{Ad}(i) = \{j_1, j_2, j_3\}$$

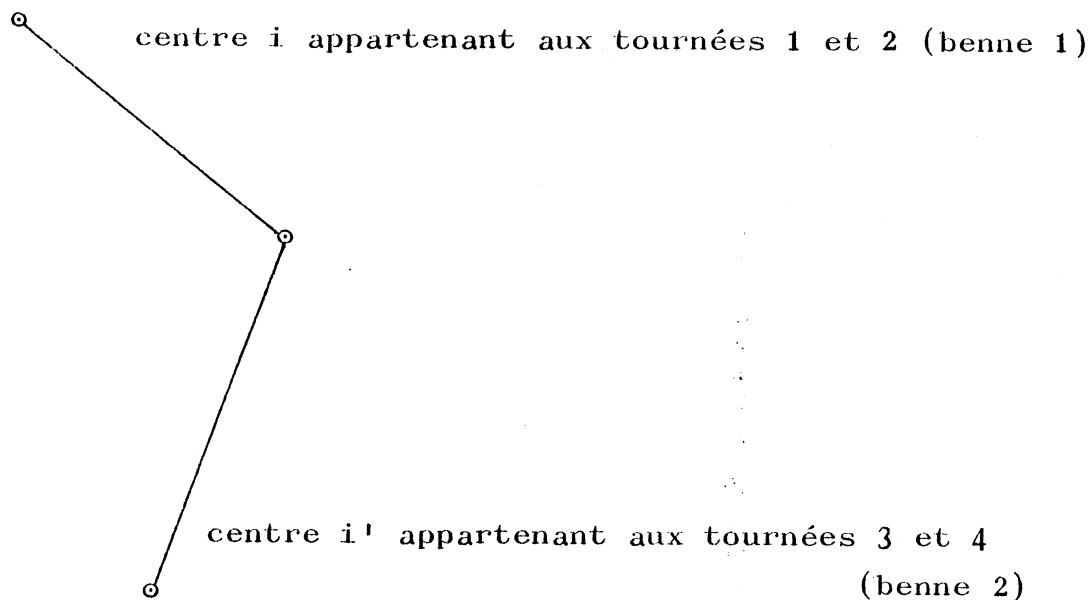
Définition 10

On définit le déplacement simple d'un centre  $i$  d'une tournée  $j$  vers une tournée  $j'$  ( $j' \neq j$ ) comme l'opération consistant à sortir le centre  $i$  de la tournée  $j$  (faire  $x_{ij} = 0$ ) et le mettre dans la tournée  $j'$  (faire  $x_{ij'} = 1$ ).

Définition 11

On dit qu'un déplacement simple est réalisable par rapport à (P1) ou (P2) si la matrice  $[x_{ij}]$ ,  $i \in I$ ,  $j \in J$  obtenue après le déplacement est une sectorisation acceptable (voir chapitre I), c'est-à-dire, respecte les contraintes de (P1) ou (P2) respectivement.

Exemple :



Supposons que les schémas des tournées soient les suivantes

$$S_1 = S_3 = \{ \text{Lundi, Mercredi, Vendredi} \}$$

$$S_2 = S_4 = \{ \text{Mardi, Jeudi, Samedi} \}$$

Ainsi on a :

- déplacement simple du centre  $i$  de la tournée 1 vers la tournée 4 - non réalisable (le centre  $i$ , de fréquence 6, sera ramassé 3 fois par semaine)
- déplacement simple du centre  $i$  de la tournée 1 vers la tournée 3
 

{	réalisable par rapport à (P1)
	non réalisable par rapport à (P2) (le centre $i$ sera ramassé par bennes différentes dans une même semaine).

Dans le cas d'Echirolles, toutes les tournées possèdent des schémas de ramassage avec la même cardinalité ( $\pi_j=3$ ). Cela facilite beaucoup la vérification de la réalisabilité d'un déplacement. Par exemple, pour le problème (P1), n'importe quel déplacement d'un centre de fréquence 3 d'une tournée  $j$  à une tournée  $j'$  ( $j \neq j'$ ) est réalisable. Pour les centres de fréquence 6 il faut que le schéma de  $j$  ( $S_j$ ) soit égal au schéma de  $j'$  ( $S_{j'}$ ) pour qui le déplacement puisse être réalisable.

Après ces définitions on est en mesure de définir le voisinage d'une solution  $p_1$ , pour le problème P1 :

- a) on détermine d'abord la plus mauvaise tournée  $j^*$  de  $p_1$  ;
- b) on détermine la frontière de  $j^*$ ,  $Fr(j^*)$  ;
- c) pour chaque centre  $i \in Fr(j^*)$  on détermine  $Ad(i)$  ;
- d) soit  $S$  l'ensemble de couples  $(i, j)$ ,  $i \in Fr(j^*)$ ,  $j \in Ad(i)$  tel que le déplacement simple du centre  $i$  de la tournée  $j^*$  vers la tournée  $j$  soit réalisable ;
- e) pour chaque couple  $(i, j) \in S$  on détermine une solution  $p$  obtenue à partir de la solution  $p_1$  en faisant
 
$$j^* := j^* \setminus \{i\} \text{ et } j := j \cup \{i\} ;$$

Ainsi l'ensemble de solutions  $p$  obtenues de la manière exposée ci-avant plus la solution  $p_1$  constituent le voisinage d'une solution  $p_1$  pour le problème P1.

Pour le choix d'une solution  $p_2 \in V(p_1)$  on utilise un ordre sur les éléments de  $V(p_1)$ . Celui-ci est établi en ordonnant les centres appartenant à chaque tournée et les tournées entre elles. Ainsi à chaque itération on progresse séquentiellement dans un voisinage jusqu'à ce qu'un déplacement soit effectué, ou le voisinage soit entièrement exploré ou une limite (Lim ou Lim 1) liée au temps de calcul soit atteinte. Après chaque essai, on connaît le prochain voisin à être exploré à travers un marquage sur chaque tournée. Ces marquages sont toujours mis à jour. Dans le chapitre III on donne les structures de données utilisées pour l'exploration de  $V(p_1)$ .

#### 4 - LE VOISINAGE POUR LE PROBLEME P2

Dans le problème (P2) chaque centre doit être ramassé par une et une seule benne. Cette contrainte supplémentaire interdit un certain nombre de déplacements.

Dans l'exemple du paragraphe précédent il n'y a pas un seul déplacement simple réalisable possible, par rapport au problème (P2), du centre  $i$ .

Ainsi on a introduit un autre type de déplacement qu'on définit ci-dessous.

##### Définition 12

On définit le déplacement multiple d'un centre  $i$  d'un ensemble de tournées  $J_1$  à un ensemble de tournées  $J_2$  ( $J_1 \cap J_2 = \emptyset$ ) comme l'opération de sortir le centre  $i$  de toutes tournées de  $J_1$  (faire  $x_{ij} = 0, \forall j \in J_1$ ) et le mettre dans chaque tournée  $j'$  de  $J_2$  (faire  $x_{ij'} = 1, \forall j' \in J_2$ ).

Définition 13

On dit qu'un déplacement multiple est réalisable par rapport à (P1) ou (P2) si la matrice  $[x_{i,j}]$ ,  $i \in I$ ,  $j \in J$  obtenue après le déplacement est une sectorisation acceptable (voir chapitre I), c'est-à-dire, respecte les contraintes de (P1) et (P2) respectivement.

Ainsi dans l'exemple du paragraphe précédent on peut effectuer un déplacement multiple du centre  $i$  des tournées 1 et 2 vers les tournées 3 et 4.

Dans le cas d'Echirolles, les déplacements multiples rendent possible que les centres de fréquence 6 (qui appartiennent toujours à deux tournées de la même benne) soient déplacés à d'autres tournées tout en respectant la contrainte d'être ramassé par une même benne.

On peut maintenant définir le voisinage d'une solution  $p_1$  pour le problème P2 en décrivant une manière de construire ce voisinage :

- a) on détermine d'abord la plus mauvaise tournée  $j^*$  de  $p_1$  ;
- b) on détermine la frontière de  $j^*$ ,  $Fr(j^*)$  ;
- c) pour chaque  $i \in Fr(j^*)$  on détermine  $Ad(i)$  et  $J^*(i)$ , l'ensemble de tournées qui ramassent le centre  $i$  ;
- d) soit  $S$  l'ensemble de couples  $(i, J)$ ,  $i \in Fr(j^*)$ ,  $J$  sous-ensemble de tournées contenu en  $Ad(i)$  tel que le déplacement multiple du centre  $i$  des tournées  $J^*(i)$  vers l'ensemble de tournées  $J$  soit réalisable ;
- e) pour chaque couple  $(i, J) \in S$  on détermine une solution  $p$  obtenue à partir de la solution  $p_1$  en faisant

$$\begin{aligned} j &:= j \setminus \{i\} & \forall j \in J^*(i) & \quad \text{et} \\ j &:= j \cup \{i\} & \forall j \in J \end{aligned}$$

Ainsi l'ensemble de solutions  $p$  obtenues de la manière exposée ci-dessus plus la solution  $p_1$  constituent le voisinage d'une solution  $p_1$  pour le problème P2.



## 5 - HEURISTIQUES POUR LE CALCUL DE $D_j$

Pour l'évaluation de la fonction objective des problèmes (P1) et (P2) dans chaque itération du algorithme de "recuit" on a besoin de développer un algorithme pour le calcul de  $D_j$  ( $D_j$  est le temps qu'on passe dans la tournée  $j$  sans ramasser, c'est-à-dire, temps de parcours à vide).

On rappelle ici que :

- on doit calculer  $D_j$ , dans la résolution de (P1), un grand nombre de fois ;
- le problème consistant à trouver  $D_j$  est NP-dur ;
- les données du problème sont des estimations ;
- la représentation graphique (support de notre problème) est également une approximation.

Ainsi le décalage entre le modèle traité et le problème réel, la difficulté et la quantité des calculs de  $D_j$  ne justifient pas l'emploi d'une méthode exacte. Cependant une estimation de la valeur de  $D_j$  liée à chaque solution tentative est importante : la prise en compte d'une telle estimation permet d'éviter les solutions dans lesquelles le ramassage est dispersé aux différents points de la ville. On a donc construit deux heuristiques simples fournissant une valeur approchée de  $D_j$ .

Soit  $G = (V, E)$  notre représentation graphique. A chaque tournée on fait correspondre le sous-graphe partiel de  $G$ ,  $G' = (V', E')$ , où  $E'$  est l'ensemble d'arêtes et/ou d'arcs appartenant à la tournée  $j$  et  $V'$  l'ensemble de sommets adjacents à au moins un élément de  $E'$ . On construit un réseau  $\hat{G} = (\hat{V}, \hat{E}, \hat{d})$

- $\hat{V} = \{ \hat{v}_0, \hat{v}_1, \hat{v}_2, \dots, \hat{v}_q \}$  - les éléments de  $\hat{V}$  étant en bijection avec les composantes connexes  $V_0 (v_0 \in V_0), V_1, V_2, \dots, V_q$  de  $G'$ .

- .  $\hat{E} = \{ \hat{v}_i, \hat{v}_j \mid \text{le graphe } (\hat{V}, \hat{E}) \text{ soit complet} \}$
- . la longueur de chaque  $(\hat{v}_i, \hat{v}_j)$  est égale à la longueur du plus court chemin dans  $G$  pour aller de  $V_i$  à  $V_j$ .

La première heuristique consiste à trouver un circuit hamiltonien en  $\hat{G} = (\hat{V}, \hat{E}, \hat{d})$  en utilisant un algorithme du type voisin le plus proche (voir [SAK]).

Dans la deuxième heuristique on utilise une démarche légèrement différente. On part du sommet  $v_0$  (dépôt).

Supposons sans perte de généralité que  $v_0 \notin V'$ . On trouve une séquence de sommets de  $G$  ( $v_1, v_2, \dots, v_q$ ) avec les propriétés suivantes :

- a)  $v_i$  appartient à la composante connexe  $V_i$  de  $G'$ ,  $i = 1, \dots, q$
- b)  $v_i$  est le plus proche sommet de  $v_{i-1}$  dans  $G$ , tel que  $v_i \in V'$  et  $v_{i-1} \in V'$  (où  $v_{i-1} = v_0$ ),  $i = 1, \dots,$

Ainsi la valeur de  $D_j^a$  sera égale à

$$\sum_{i=1}^q l(v_{i-1}, v_i) + l(v_q, v_0)$$

où  $l(x, y)$  est la longueur du plus court chemin dans  $G$  pour aller de  $x$  à  $y$ .

La valeur approximative  $D_j^a$  (longueur des circuits) trouvée par les heuristiques ci-dessus n'est pas un majorant de  $D_j$ . Cela n'est pas trop gênant car en réalité on cherche simplement, ainsi qu'on l'a déjà dit, à pénaliser la non connexité d'une sectorisation. D'autre part la recherche d'un bon (au sens de la vitesse et de la qualité) majorant pour  $D_j$  est assez difficile et on ne sera jamais sûr que cette valeur constitue un majorant pour le temps de parcours à vide puisque notre graphe  $G$  est lui-même une approximation de la carte et qu'on ne tient pas compte du parcours à vide dans chaque arête et/ou arc de  $G$ . C'est-à-dire que le caractère approximatif de notre modèle rend de toute façon impossible le calcul exact du temps de parcours à vide.

Algorithme Calcul- $D_j^a$  (Données :  $G, V', E', v_0$  ; Résultat :  $D_j^a$ )

/\* cet algorithme est utilisé dans le calcul de la fonction objective \*/

prendre la sommet  $v_0 \in V$  (dépôt) comme le début du chemin  $C_j$  ;

si  $v_0 \in V'$  alors

soit la composante connexe  $G'' = (V'', E'')$ , par rapport au graphe  $G' = (V', E')$ , telle que  $v_0 \in V''$ , faire

$V' = V' - V''$  ;

$E' = E' - E''$

finsi ;

tantque  $V' \neq \emptyset$  faire

trouver le sommet  $v \in V'$  le plus proche (au sens du graphe  $G$ ) du dernier sommet ajouté au chemin  $C_j$  ;

Ajouter ce sommet au chemin  $C_j$  ;

Soit la composante connexe  $G'' = (V'', E'')$  par rapport au graphe  $G' = (V', E')$  telle que  $v \in V''$ , faire

$V' = V' - V''$  ;

$E' = E' - E''$

fintanque ;

si le dernier sommet ajouté à  $C_j$  est égal à  $v_0$  alors

$D_j^a := 0$  /\* Cela veut dire que  $x_0 \in V'$  et que  $G'$  est connexe\*/

sinon

ajouter  $v_0$  au chemin  $C_j$  et  $D_j^a$  sera la longueur du chemin fermé  $C_j$  ;

finsi ;

finalgorithme ;

Remarque :

Pour trouver un minorant de la fonction objective des problèmes (P1) et (P2) il suffit de les résoudre en considérant pour tout  $j$ ,  $D_j = 0$ .

Dans une région urbaine ce minorant est assez bon car le rapport temps de travail dans le ramassage / temps de travail hors ramassage est très grand.



CHAPITRE III

SYSTEME INFORMATIQUE



## 1 - INTRODUCTION

COME (Collecte des Ordures Ménagères) est un outil informatique dont le but est de guider le technicien des services techniques dans la résolution du problème consistant à trouver l'ensemble de secteurs de ramassage.

COME est un ensemble de programmes PASCAL, conçu pour utiliser un écran de visualisation (en couleurs) géré par un micro-ordinateur.

On peut grouper ces programmes en trois modules :

- . module d'entrée et/ou modification de données
- . module constitué par les algorithmes de sectorisation
- . module de sortie (graphique et non graphique) de données.

Il fonctionne actuellement sur APPLE III. L'ensemble de programmes et fichiers est stocké sur une diskette 5 $\frac{1}{4}$ .

Il peut être adapté sur la plupart des micro-ordinateurs avec possibilités graphiques disposant d'un Pascal et d'un lecteur de diskettes.

## 2 - DONNEES A FOURNIR

Une des difficultés à résoudre est de recueillir des données, surtout celles qui concernent les temps de ramassage. Généralement peu de données sont disponibles, elles sont souvent globales.

### 2.1. - Données géographiques

Elles permettent de situer chaque zone élémentaire du découpage : sommets (carrefours), arêtes (centres de production des ordures) et repères géographiques.



Chaque sommet sera situé par un couple de coordonnées, ces coordonnées seront lues sur une carte dont on donnera l'échelle.

Les repères géographiques sont situés chacun par un ensemble de couples de coordonnées.

Ces coordonnées sont utilisées seulement pour le dessin de la ville sur l'écran graphique.

Pour le calcul du plus court chemin entre chaque couple de carrefours on a besoin de la distance entre carrefours adjacents.

### 2.2. - Données relatives à chaque centre de production des ordures

Pour chaque centre on doit connaître le temps total qu'une benne passe pour le ramasser et la fréquence de ramassage. Le temps de ramassage est calculé par rapport à une équipe type avec une benne type. Ainsi chaque donnée relative au temps pourra être corrigée par un coefficient attaché à chaque tournée, c'est-à-dire, si un centre  $i$  est affecté à une tournée  $j$  son temps de ramassage est corrigé par un coefficient  $k_j$ .

### 2.3. - Données relatives à sectorisation actuelle

Afin de pouvoir appliquer les algorithmes développés dans le chapitre II, il est nécessaire de connaître une solution de départ. En général, on utilise la sectorisation actuelle comme solution de départ. (\*)

Cette sectorisation est constituée par :

- . les centres ramassés dans chaque tournée ;
- . le schéma de ramassage de chaque tournée ;
- . la benne attachée à chaque tournée.

---

(\*) Si l'on se trouve dans l'impossibilité d'utiliser la sectorisation actuelle on peut générer une solution de départ aléatoirement ou à travers un algorithme glouton.

## 2.4. - AUTRES DONNEES

Afin de pouvoir évaluer la fonction objective dans chaque itération des algorithmes, il est nécessaire de connaître la vitesse des bennes hors-collecte. Cette valeur sera donnée pour chaque benne, elle pourra correspondre à une moyenne faite sur des données disponibles. Cette valeur pourra être corrigée par des coefficients attachés aux tournées.

Il est nécessaire de connaître aussi : l'emplacement du garage des bennes, les caractéristiques de chaque benne et les données spéciales (par exemple, certains centres peuvent être "interdits" à certaines bennes).

## 3 - LES FONCTIONS DE COME

Le système COME est constitué de plusieurs programmes. On les a groupés, pour faciliter l'exposé, en trois modules : entrée et/ou modification de données, algorithmes et module graphique.

### 3.1. - Module d'entrée et/ou modification de données et de sortie

Le but de ce module a été l'élaboration de programmes pour entrer et/ou modifier les données, pour éditer les données et pour éditer les résultats.

Les principales procédures de ce module sont les suivantes :

- 1) - CREATION - permet de créer, modifier ou supprimer les données sur les sommets, les centres, les tournées, la sectorisation actuelle, les données générales et les repères géographiques.
- 2) - EDCETO - édition des différentes valeurs affectées aux centres et aux tournées.

- 3) - EDGEN - édition des données générales.
- 4) - EDIT - édition par tournée des résultats du calcul.

### 3.2. - Module des algorithmes

Dans ce module on propose deux algorithmes pour résoudre le problème de sectorisation :

Option 1 : Algorithme "Recuit" avec la possibilité qu'un centre soit ramassé par des bennes différentes dans une semaine.

Option 2 : Algorithme "Recuit" sans la possibilité qu'un centre soit ramassé par des bennes différentes dans une semaine.

Les principales procédures de ce module sont les suivantes :

- 1) - LEC - à partir des données contenues dans les fichiers, on crée les structures de données nécessaires aux algorithmes de sectorisation.
- 2) - CDJ - procédure pour calculer la valeur approximative de  $D_j$  (distance parcourue sans ramasser).
- 3) - CHOIX 12, CHOIX 345 - procédure pour choisir à quelles tournées on va essayer de déplacer un centre.
- 4) - ESSAI 12 - procédure pour tester si l'on accepte ou pas le déplacement que l'on a essayé.
- 5) - MISAJ1, MISAJ2, MISAJ3 - procédures qui, après chaque déplacement, met à jour les structures de données nécessaires à la sectorisation.
- 6) - ALGOR - procédure qui trouve dans chaque itération la plus mauvaise tournée, teste si un centre appartient ou pas à la frontière d'une tournée, choisit un centre pour essayer un déplacement.

### 3.3. - Module graphique

Le but de ce module a été l'élaboration de programmes graphiques pour permettre :

- a) de visualiser sur un écran graphique l'état de la sectorisation d'une ville au fur et à mesure que l'on tourne un des algorithmes décrits dans le chapitre III.
- b) de donner la possibilité au gestionnaire de retoucher certains secteurs de façon conversationnelle.

Pour la partie (a) on a écrit un ensemble de procédures permettant de représenter une ville sous forme d'un graphe, dont les sommets représentent des carrefours et les arêtes des centres de production des ordures.

On a donné la possibilité de représenter trois types de sommets différents et de dessiner jusqu'à trois arêtes différentes entre une même paire de sommets. Il est également possible d'écrire sur chaque arête le temps de ramassage et/ou la fréquence de ramassage.

Pour une meilleure clarté du plan de la ville on a écrit une procédure qui dessine des repères géographiques.

Des procédures ont été développées pour permettre d'agrandir une partie du plan à laquelle l'on s'intéresse plus spécialement ou de cacher une certaine zone.

Cet ensemble de procédures permet de représenter une sectorisation de plusieurs manières :

- . coloration par benne, c'est-à-dire, toutes les arêtes appartenant à une même benne ont la même couleur.
- . coloration par benne et schéma de ramassage, c'est-à-dire, toutes les arêtes appartenant à une même benne et un même schéma de ramassage (par exemple les arêtes ramassées par la benne 1 dans les jours Lundi, Mercredi et Vendredi) ont la même couleur.

- . coloration par schéma de ramassage, c'est-à-dire, toutes les arêtes qui sont ramassées dans un schéma (par exemple Mardi, Jeudi et Samedi) ont la même couleur.

On peut aussi colorier seulement :

- . les arêtes appartenant à une même tournée
- . les arêtes appartenant à une même benne
- . les arêtes appartenant à un même jour de la semaine
- . les arêtes de même fréquence appartenant à une même benne.

Pour la partie (b) on a écrit des procédures pour permettre au gestionnaire de retoucher la "sectorisation" en faisant des changements dans certains secteurs qui lui semblent mauvais. Après chaque changement il peut demander l'état de chaque secteur.

Les principales procédures de ce module sont les suivantes :

- 1) - MOVEA, DRAWA, POINTA - Ces procédures ont été construites pour nous permettre de travailler en coordonnées réelles. Elles correspondent aux procédures MOVETO, LINETO, DOTAT du système APPLE III, lesquelles travaillent en coordonnées relatives à l'écran graphique.
- 2) - DFENETRE et FENETRE - Ces procédures demandent quelle partie de la ville (fenêtre) on veut dessiner. On doit fournir les coordonnées réelles nécessaires à ce dessin. On doit fournir aussi les coordonnées correspondantes pour la représentation sur l'écran. Alors est dessinée sur l'écran la fenêtre désirée. Si l'on veut que la fenêtre ait la même "orthonormalité" que dans la réalité, la procédure recalcule les coordonnées correspondantes sur l'écran.
- 3) - CACHER - Cette procédure demande si l'on veut cacher une partie du dessin à l'intérieur de la fenêtre à laquelle l'on s'intéresse. On doit fournir les coordonnées de la partie à cacher.

- 4) - CARRE - Procédure pour dessiner un rectangle.
- 5) - POLYGONE - Cette procédure dessine un polygone régulier à n côtés.
- 6) - DETS - Cette procédure dessine un ensemble de sommets de même type, en omettant ceux qui se trouvent soit à l'extérieur de la fenêtre, soit à l'intérieur du cache que l'on s'est donné.
- 7) - TSOMMET et SOMMET - Ces procédures dessinent un sommet d'un graphe. On dispose de 3 types de dessins possibles. On peut également marquer sur ce sommet son numéro.
- 8) - DETA - Cette procédure dessine un ensemble d'arêtes de même type dans un graphe, en omettant les arêtes dont les 2 extrémités sont soit à l'extérieur de la fenêtre, soit à l'intérieur du cache que l'on s'est donné.
- 9) - TARETE et ARETE - Ces procédures dessinent une arête dans un graphe. On permet de dessiner jusqu'à trois arêtes par rapport aux 2 sommets qui définissent l'arête.
- 10) - NUMERO - Cette procédure permet d'inscrire le long d'une arête un numéro.
- 11) - DESSIN et REPERES - Ces procédures dessinent des repères géographiques. Ces repères sont définis par des points judicieusement choisis.
- 12) - PRI2, PRI22 et PRI23 - Ces procédures sont utilisées pour le coloriage de l'ensemble d'arêtes selon la sectorisation.
- 13) - MUDANCA - Cette procédure change la couleur d'une arête à la demande de l'utilisateur.
- 14) - MODIF1 - Cette procédure permet d'une façon conversationnelle le changement d'une sectorisation.

4 - STRUCTURES DE DONNEES

Pour l'implantation des algorithmes relatifs au problème (P1) on a utilisé :

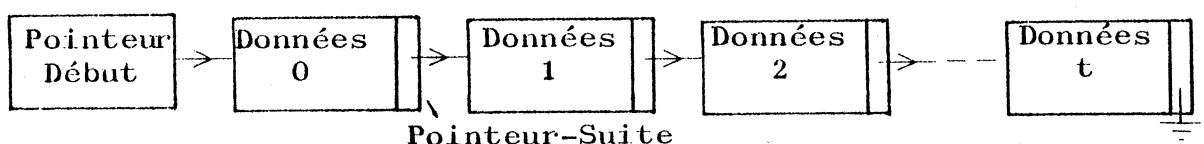
- un vecteur (NO) composé de listes chaînées ; chaque liste représente une tournée ; chaque élément d'une liste contient un centre ; dans la tête de la liste on garde des informations générales sur la tournée ; le vecteur NO doit être mis à jour après chaque changement de solution.
- un vecteur LT2 de listes chaînées ; chaque liste représente un centre et les centres qui lui sont adjacents. Ces listes ne changent jamais.
- une matrice booléenne LT4 avec chaque colonne de LT4 représentant une tournée.
- une matrice booléenne LT3 construite à partir des vecteurs LT2 et LT4 ; chaque ligne de LT3 représente un centre et les tournées qui lui sont adjacentes.

Les structures LT3 et LT4 ont été utilisées pour augmenter la vitesse des algorithmes. Leur mise à jour est très facile.

Pour le choix d'un centre  $i$  appartenant à la frontière d'une tournée  $j$  on utilise les structures NO et LT2. Dans la suite on va étudier la structure NO, et sa réalisation, à l'aide d'un mécanisme de pointeur.

Soit la liste chaînée ci-dessous un élément du vecteur NO

NO(j) → Tournée  $j$

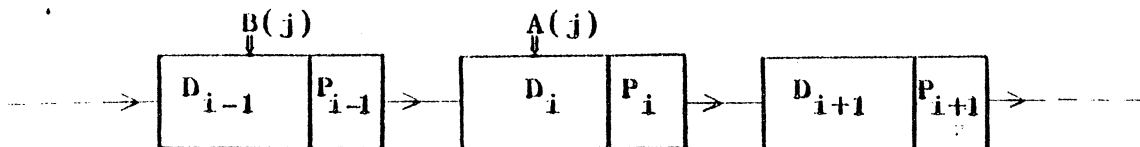


Données 0 - renseignements sur la tournée  $j$

Données  $i$  ( $1 \leq i \leq t$ ) - renseignements sur les centres appartenant à la tournée  $j$

On introduit dans cette liste deux pointeurs auxiliaires  $A(j)$  et  $B(j)$ . La fonction du pointeur  $A(j)$  est de garder trace du dernier centre que l'on a essayé de déplacer. Le pointeur  $B(j)$  est utilisé dans la mise à jour de la liste lorsqu'on a effectué un déplacement.

Supposons qu'à une itération quelconque on sorte dans la situation suivante :



On essaie de déplacer le centre  $D_i$  pointé par  $A(j)$ .

Si on ne le déplace pas on fait :

$$\begin{aligned} A(j) &:= P_i \\ B(j) &:= P_{i-1} \end{aligned}$$

Dans le cas contraire on doit enlever le centre  $i$  de la structure chaînée relative à la tournée  $j$ . Pour cela, il est indispensable de mémoriser le pointeur précédent, pointant sur l'élément à effacer. C'est le but de  $B(j)$ . On fait alors :

$$\begin{aligned} A(j) &:= A(j). \text{ Pointeur - Suite } (A(j) := P_i) \\ B(j). \text{ Pointeur-Suite} &:= A(j) \end{aligned}$$

Une attention spéciale doit être portée aux extrémités de la structure chaînée.

Les adresses initiales de  $A(j)$  et  $B(j)$  sont :

$$\begin{aligned} B(j) &:= \text{Pointeur-Début} \\ A(j) &:= B(j). \text{ Pointeur-Suite} \end{aligned}$$

L'arrêt de l'algorithme par exploration locale se produit quand on fait un tour complet de la structure chaînée sans avoir eu un seul déplacement.



On remarque que dans chaque cellule de la structure chaînée relative à un centre  $i$ , on possède des informations sur l'appartenance ou non de ce centre à la frontière de la tournée.

L'insertion d'un centre est faite toujours au début de la liste chaînée.

Pour l'implantation des algorithmes relatifs au problème (P2) on a utilisé les structures LT2, LT3 et LT4, et à la place de la structure N0 on a utilisé deux vecteurs N01 et N02. Dans N01 on garde des renseignements sur les centres et dans N02 on garde des renseignements généraux sur les tournées. Après chaque changement de solution on doit mettre à jour N02.

Dans ces algorithmes on utilise LT2 et LT4 pour le choix d'un centre  $i$  appartenant à la frontière. Pour cela, à la place des pointeurs A et B, on a besoin seulement d'un vecteur pour garder trace du dernier changement de solution (ou essai de changement).

CHAPITRE IV

APPLICATION AU CAS

D'ECRIQUES ET

ST. MARTIN D'HERES



## 1 - INTRODUCTION

On a choisi pour tester notre logiciel, les villes d'Echirolles et St. Martin d'Hères. Ce choix a été fait parce que l'on a trouvé que le problème de sectorisation de ces villes est assez représentatif et parce que l'on a rencontré des services techniques désireux de collaborer.

Pour Echirolles on a 53 centres de production des ordures sur un graphe-représentatif de 35 sommets et 67 arêtes et/ou arcs. Ces centres sont ramassés par 3 bennes, chacune ayant 2 tournées différentes par semaine, une qui se répète les lundi, mercredi et vendredi et l'autre les mardi, jeudi, samedi.

Pour St. Martin d'Hères on a 63 centres de production des ordures sur un graphe-représentatif de 38 sommets et 78 arêtes et/ou arcs. Ces centres sont ramassés par 3 bennes les lundi, mardi et 2 bennes les mercredi, jeudi, vendredi et samedi. Dans la résolution du problème de sectorisation pour St. Martin d'Hères on a essayé d'économiser une benne les lundi, mardi.

Les graphes-représentatifs d'Echirolles et St. Martin d'Hères sont donnés par les figures 1 et 2 respectivement. Sur chaque arête et/ou arc on a porté un couple  $(a,b)$  qui représente respectivement la fréquence et la pénibilité du centre. La fréquence 1 signifie ramassage quotidien et la fréquence 2 ramassage 1 jour sur 2. La pénibilité est donnée en minutes.

On a utilisé dans le cas d'Echirolles 4 sectorisations comme solutions initiales pour les algorithmes par exploration locale et dans le cas de St. Martin d'Hères on a construit une solution initiale (avec 4 tournées).

On a introduit un facteur (FAC) dans la fonction objective pour pouvoir étudier le comportement du deuxième membre dans le temps total de travail (pénibilité totale).

fonction objective  $\rightarrow \max_j \left\{ \sum_{i \in I} p_i x_{ij} + (D_j^a / VM) \cdot FAC \right\}$

On a donné pour FAC les valeurs 1, 2 ou 3 et pour VM (vitesse moyenne des bennes) 15 km/heure.

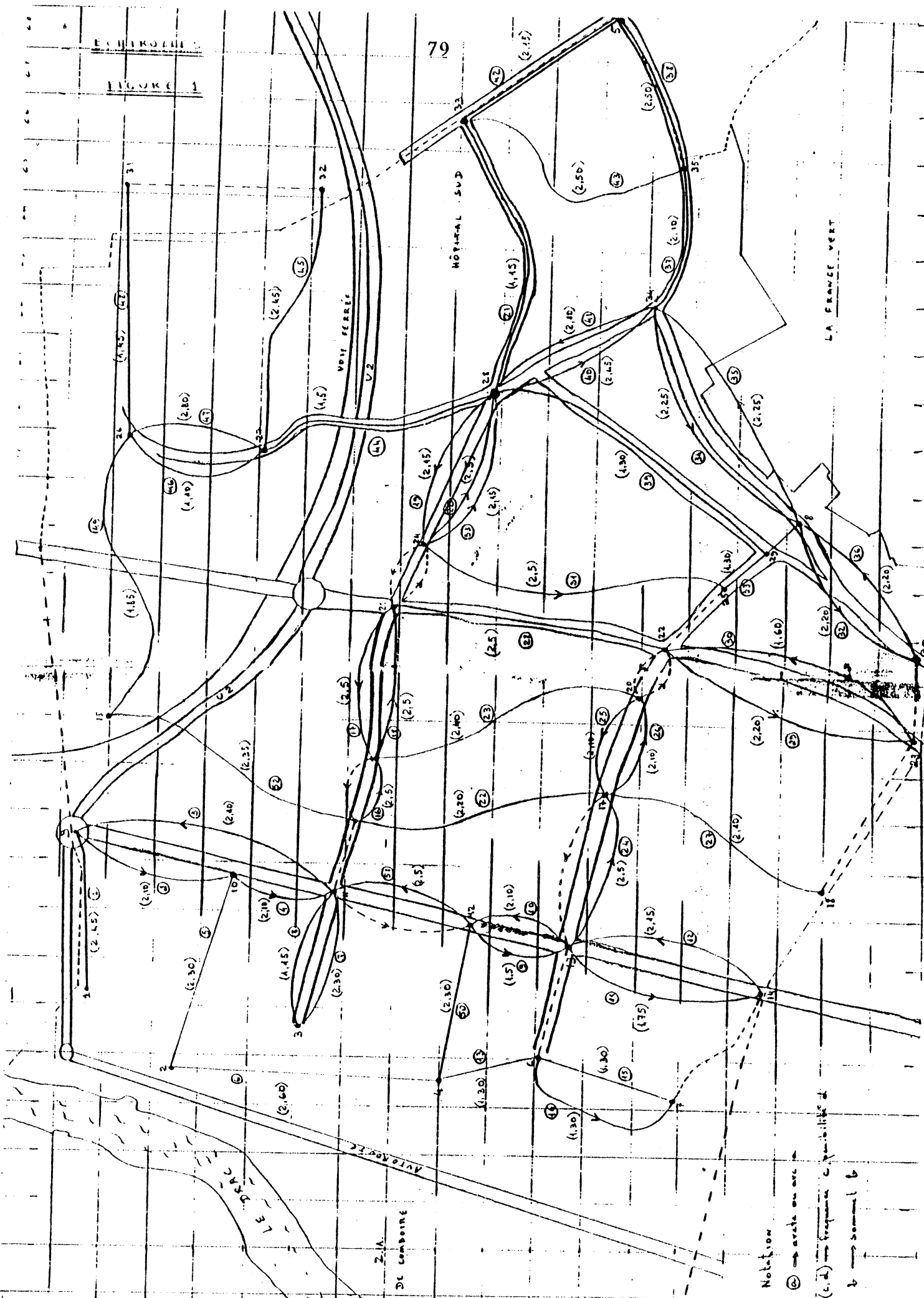
Pour les algorithmes de la méthode de "recuit" on a utilisé pour Echirolles, comme solution de départ, la sectorisation actuelle et pour St. Martin d'Hères la même solution utilisée dans l'algorithme par exploration locale.

Les paramètres utilisés dans l'algorithme "recuit" sont :

$T_i = 200$  ;  $T_F = 1$  ;  $\alpha = 0,9$  ;  $\beta = 0,4$  ;  $Lim = 1500$  ;  $Lim 1 = 5$  ;  
 $Nts = 50$

On a choisi  $Nts = 50$  et  $Lim = 1500$  de façon à ce que l'algorithme puisse refroidir jusqu'à  $T_F$ , puisque l'on n'a pas de problème de temps de calcul.

FIGURE 1



Notation

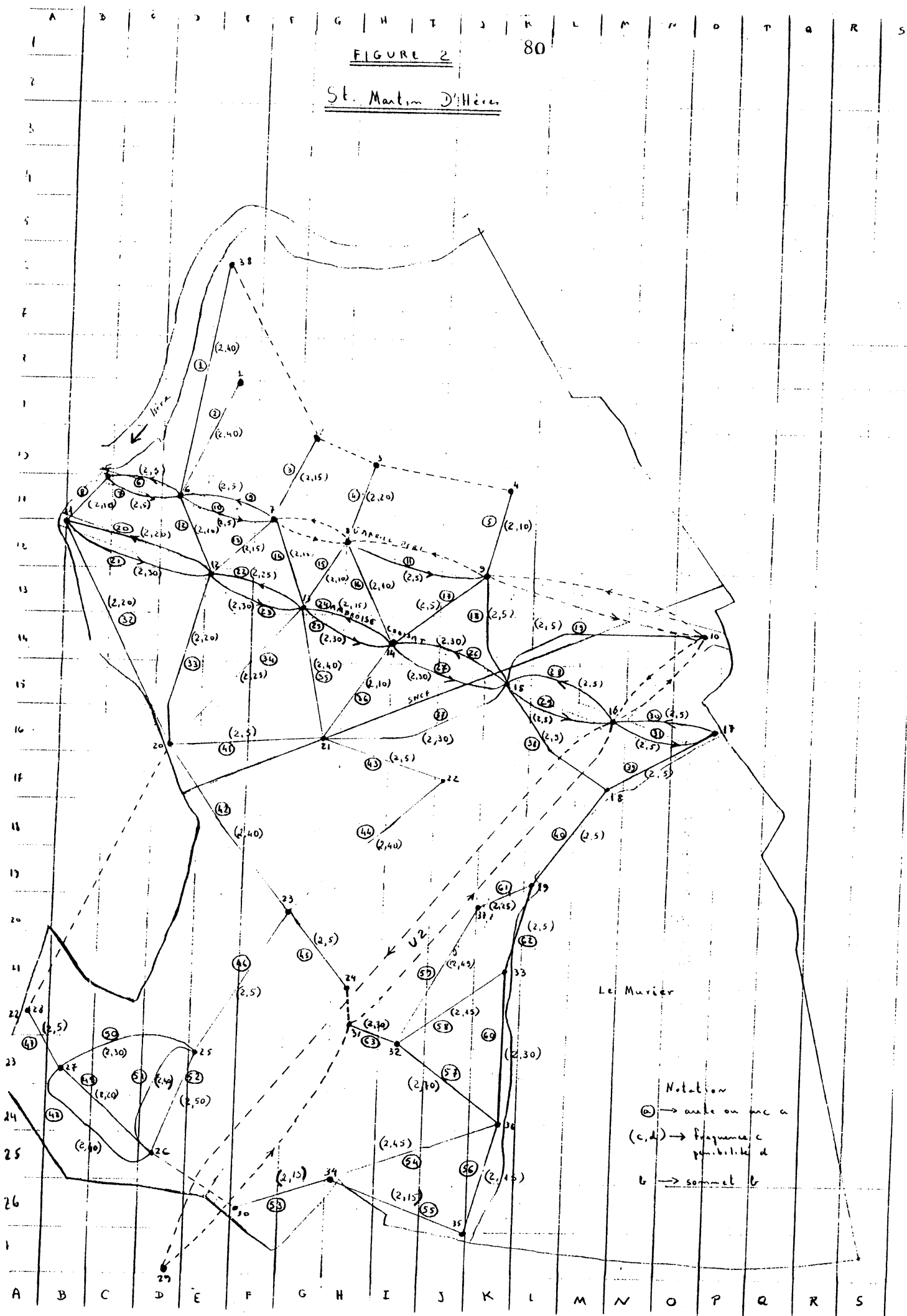
⊙ → arrêt au arc

(c, d) → fréquence c, quantités d

↓ → somme 1 b

FIGURE 2

St. Martin D'Hères



## ECHIROLLES

## SECTORISATION ACTUELLE

Tournée j	Benne k	Temps de travail (minutes)			Centres appartenant à la tournée j
		Temps Total	Temps de Ramassage	Temps hors Ramassage(D <sub>j</sub> <sup>a</sup> )	
1	1	238	220	18	8,19,20,21,31,37,38, 39,41,42,43
2	1	364	350	14	1,2,3,4,5,6,7,8,10, 21,24,39,40,50,51
3	2	214	210	4	34,35,44,46,48,49,53
4	2	320	310	10	17,44,45,46,47,48,49, 52
5	3	361	340	21	9,11,13,14,15,26,27, 29,30,32,33,36
6	3	381	360	21	9,11,12,13,14,15,16, 18,22,23,25,28,30,33

TABLEAU 1



St. Martin d'Hères

SOLUTION INITIALE

Tournée	Benne	Temps de travail			Centres appartenant à la tournée j
		Temps Total	Temps de Ramassage	Temps hors Ramassage	
1	1	300	290	10	1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11, 12,13,14,15,16,20,22,24, 28,30
2	1	340	340	0	17,18,19,21,23,25,26,27, 29,31,32,33,34,35,36,37, 38,39,41,43
3	2	391	365	26	40,52,53,54,55,56,57,58, 59,60,61,62,63
4	2	241	225	16	42,44,45,46,47,48,49,50, 51

TABLEAU 2

## 2 - RESULTATS - PROBLEME P1

Dans la suite on commente les résultats trouvés pour les villes d'Echirolles et St. Martin d'Hères.

### A - ECHIROLLES - Exploration Locale

On a trouvé des solutions jusqu'à 16 % meilleures que la sectorisation actuelle (par rapport à pénibilité de la plus mauvaise tournée). En moyenne l'amélioration pour cet algorithme a été de 13 %.

La déviation moyenne par rapport à un minorant ( $\underline{z}$ ) du temps total de travail (pénibilité) de la plus mauvaise tournée a été d'environ 11 %. La différence moyenne, en minutes, entre la plus mauvaise et la meilleure tournée a été de 55 contre 167 de la sectorisation actuelle. Donc les sectorisations obtenues avec l'algorithme par exploration locale sont nettement meilleures que la sectorisation actuelle. Toutefois elles ne sont pas encore très homogènes au sens du temps total de travail. Dans la meilleure sectorisation obtenue avec l'algorithme par exploration locale on a un écart de 24 minutes entre la tournée la moins pénible (295 minutes) et la plus pénible (319 minutes). Les meilleures sectorisations ont été obtenues avec  $FAC = 1$  (déviations et améliorations moyennes de 8,08 % et 14,90 % respectivement) cependant, les sectorisations obtenues avec  $FAC = 2$  et  $FAC = 3$  possèdent des temps de travail hors ramassage plus petits.

### B - SAINTE MARTIN D'HERES - Exploration Locale

A St. Martin d'Hères l'amélioration et la déviation moyenne ont été de 18,3 % et 4,7 % respectivement. La différence moyenne, en minutes, entre la plus mauvaise et la meilleure tournée a été de 22 contre 150 de la sectorisation actuelle.

Donc à St. Martin d'Hères l'algorithme par exploration locale a donné de bonnes sectorisations. Dans la meilleure sectorisation obtenue avec cet algorithme on a une déviation de 4,26 %, une amélioration de 18,67 % et un écart entre la moins (298 minutes) et la plus (318 minutes) pénible tournée de 20 minutes. Comme à Echirolles la meilleure sectorisation a été obtenue avec  $FAC = 1$  et les sectorisations obtenues avec  $FAC = 2$  et  $FAC = 3$  possèdent des temps de travail hors ramassage plus petits.

Les tableaux 3 et 4 donnent les performances de l'algorithme "recuit" pour Echirolles et St. Martin d'Hères respectivement.

#### A - ECHIROLLES - Recuit

En utilisant l'algorithme "recuit" on a toujours trouvé des solutions très homogènes. Ces solutions sont quelquefois, au sens de la pénibilité de la plus mauvaise tournée, pires que la meilleure sectorisation trouvée par l'algorithme par exploration locale, mais en moyenne elles sont meilleures. L'amélioration moyenne a été de 16,29 % contre 16,27 % de la meilleure solution obtenue par exploration locale. La déviation moyenne par rapport au minorant  $\underline{z}$  a été de 6,31 % contre 6,33 % de la meilleure solution de l'exploration locale. La différence moyenne, en minutes, entre la plus mauvaise et la meilleure tournée a été de 7. Dans la meilleure sectorisation obtenue avec l'algorithme "recuit" on a une amélioration de 17,32 %, une déviation de 5 % et un écart de 7 minutes entre la tournée la moins (308 minutes) et la plus (315 minutes) pénible. Le nombre d'itérations moyenne et le nombre de succès moyenne ont été 655 et 190 respectivement.

**B - SAINTE MARTIN D'HERES - Recuit**

A St. Martin d'Herès l'algorithme "recuit" nous a donné de très bons résultats tant au sens de la pénibilité que de l'homogénéité des tournées. L'amélioration et la déviation moyenne ont été de 18,59 % et 4,35 % respectivement. La différence moyenne, en minutes, entre la plus mauvaise et la meilleure tournée a été de 7,5. Dans la meilleure sectorisation obtenue avec l'algorithme "recuit" on a une amélioration de 19,95 %, une déviation de 2,62 % et un écart de 3 minutes entre la tournée la moins (310 minutes) et la plus (313 minutes) pénible. Le nombre d'itérations et de succès moyenne ont été 542 et 160 respectivement.

## ALGORITHME - RECUIT - ECHIROLLES

FAC	Heuristique $z_t$ (minutes)	Déviatiion (*)	Amélioration (**)	Nombre d'itérations	Nombre de succès	Température finale
1	316	5,33	17,06	897	237	0,83
1	321	7,00	15,75	390	69	0,83
1	316	5,33	17,06	683	232	0,83
1	319	6,33	16,27	896	297	0,83
1	315	5,00	17,32	757	256	0,83
1	319	6,33	16,27	1151	184	0,83
1	320	6,67	16,01	512	103	0,83
1	318	6,00	16,53	554	246	0,83
1	320	6,67	16,01	508	218	0,83
1	321	7,00	15,75	565	142	0,83
1	318	6,00	16,53	482	52	0,83
1	318	6,00	16,53	629	243	0,83
1	325	8,33	14,70	486	195	0,83

TABLEAU 3

(\*) La déviation est le rapport  $100 \times \frac{z_t - \underline{z}}{\underline{z}}$

(\*\*) L'amélioration est le rapport  $100 \times \frac{z_a - z_t}{z_a}$

$z_h$  - valeur estimée de la fonction objective

$z_t$  - temps total de travail estimé de la "plus mauvaise" tournée trouvée

$\underline{z}$  - minorant du temps total de travail de la plus mauvaise tournée ( $\underline{z} = 300$ )

$z_a$  - temps total de travail estimé de la plus mauvaise tournée de la sectorisation actuelle ( $z_a = 381$ )

## ALGORITHME - RECUIT - SAINT MARTIN D'HERES

FAC	Heuristique $z_L$ (minutes)	Déviaton (*)	Amélioration (**)	Nombre d'itérations	Nombre de succès	Température finale
1	321	5,25	17,90	352	178	0,83
1	317	3,93	18,93	801	253	0,83
1	318	4,26	18,67	1041	270	0,83
1	313	2,62	19,95	306	123	0,83
1	316	3,61	19,18	556	162	0,83
1	327	7,21	16,37	536	72	0,83
1	315	3,28	19,44	803	113	0,83
1	321	5,25	17,90	425	70	0,83
1	313	2,62	19,95	516	249	0,83
1	313	2,62	19,95	257	95	0,83
1	327	7,21	16,37	444	155	0,83
1	319	4,39	18,41	470	180	0,83

TABLEAU 4

(\*) et (\*\*) : se référer au tableau 3

$z$ ,  $z_a$  pour St. Martin d'Herès sont égaux à 305 et 391 minutes respectivement.

### 3 - RESULTATS - PROBLEME P2

On a résolu le problème (P2) seulement pour Echirolles, car pour la ville de St. Martin d'Hères, possédant uniquement des centres avec fréquence 6, le problème (P2) se ramène au problème (P1).

Le tableau 5 donne la performance de l'algorithme "recuit" pour le problème (P2).

En utilisant l'algorithme par exploration locale l'amélioration moyenne a été de 12 %. La déviation moyenne a été de 11,67 %. Ces résultats moins bons que ceux trouvés dans la résolution de (P1), sont dûs aux contraintes qui obligent que chaque centre soit ramassé pendant toute la semaine par la même benne. Les déplacements multiples permis dans la résolution de (P2) sont inefficaces quand on utilise l'algorithme par exploration locale, car c'est beaucoup plus difficile de faire un déplacement multiple améliorant qu'un déplacement simple améliorant.

La différence moyenne, en minutes, entre la plus mauvaise et la meilleure tournée a été de 91 minutes. Dans la meilleure sectorisation trouvée pour le problème (P2) on a une amélioration de 16,27 %, une déviation de 6,33 % et un écart de 25 minutes entre la tournée la moins (294 minutes) et la plus (319 minutes) pénible. Les meilleures sectorisations ont été obtenues avec  $FAC = 1$  (déviation et amélioration moyenne de 9,33 % et 13,91 % respectivement). De la même façon que dans la résolution de (P1) les sectorisations obtenues avec  $FAC = 2$  et  $FAC = 3$  possèdent des temps de travail hors ramassage plus petits.

L'utilisation de l'algorithme "recuit" a permis d'améliorer les solutions. Cela vient de la possibilité accrue de faire non seulement des déplacements simples mais aussi des déplacements multiples. Les solutions trouvées sont aussi très homogènes. L'amélioration et la déviation moyenne ont été de 16,16 % et 6,47 %.

La différence moyenne, en minutes, entre la plus mauvaise et la meilleure tournée a été de 9. Dans la meilleure sectorisation obtenue avec l'algorithme "recuit" on a une amélioration de 17,85 %, une déviation de 4,33 % et un écart de 3 minutes entre la tournée la moins (310 minutes) et la plus (313 minutes) pénible. Le nombre d'itérations moyenne et le nombre de succès moyenne ont été de 584 et 184 respectivement.



## ALGORITHME - RECUIT - ECHIROLLES

FAC	Heuristique $z_t$ (minutes)	Déviatiion (*)	Amélioration (**)	Nombre d'itérations	Nombre de succès	Température finale
1	317	5,67	16,80	732	198	0,83
1	313	4,33	17,85	688	188	0,83
1	321	7,00	15,75	502	205	0,83
1	317	5,67	16,80	509	156	0,83
1	321	7,00	15,75	494	184	0,83
1	321	7,00	15,75	515	181	0,83
1	324	8,00	14,96	611	181	0,83
1	322	7,33	15,49	665	172	0,83
1	319	6,33	16,27	344	146	0,83
1	320	6,67	16,01	598	187	0,83
1	319	6,33	16,27	578	194	0,83
1	319	6,33	16,27	770	218	0,83

TABLEAU 5

(\*) et (\*\*) : se référer au tableau 3

4 - CONCLUSION

Nos principaux objectifs dans ce travail étaient de :

- . réaliser un outil informatique pour micro-ordinateur, destiné à améliorer un service de collecte par modification de secteurs ;
- . tester l'approche développée par Kirkpatrick et alii, dans le problème de sectorisation.

Nous avons résolu les problèmes (P1) et (P2) en utilisant des algorithmes par exploration locale et la méthode de Kirkpatrick.

La méthode de Kirkpatrick, bien que chère en temps de calcul (30-35 minutes pour la sectorisation des villes d'Echirolles et St. Martin d'Hères en utilisant le micro-ordinateur APPLE III), s'est montrée assez performante. Notons que le temps de calcul pourrait baisser si l'on change la valeur du paramètre Nts. On a utilisé une valeur assez haute pour Nts afin d'étudier le comportement du système jusqu'à ce que le système refroidisse totalement ( $T_n = T_f$ ). Ainsi, avec Nts plus petit, l'algorithme s'arrêterait bien avant le refroidissement total du système.

L'intérêt principal de notre travail réside dans le fait qu'en utilisant des données simples, disponibles, en général, on peut sectoriser une ville moyenne avec de faibles moyens informatiques. On est arrivé dans les deux villes testées à améliorer assez bien la sectorisation, tant au niveau du temps total de travail qu'au niveau de l'homogénéité. Dans le cas de St. Martin d'Hères on a même réussi à économiser une benne tout en restant avec des tournées d'environ 5h30 de temps de travail.



**ANALYSE**

**BIBLIOGRAPHIQUE**



On a effectué une analyse rapide de diverses études concernant la sectorisation dans le ramassage des ordures ménagères. Au début on a donné un aperçu rapide sur les principaux problèmes qui se posent à l'administration d'un service de ramassage des ordures. Ensuite on a fait l'analyse des principaux travaux sur la sectorisation. En dernière partie, on a donné une bibliographie non exhaustive sur le problème de sectorisation. Certains articles de cette bibliographie ne concernent pas la sectorisation mais ils sont directement liés au sujet de cette thèse.

Le problème de ramassage des ordures se présente à plusieurs niveaux :

- . la prévision des quantités à ramasser
- . la localisation de centres pour la réception intermédiaire ou finale des ordures
- . la sectorisation, c'est-à-dire, le découpage de la ville en secteurs et l'affectation d'une benne à chacun de ces secteurs
- . la définition du trajet des bennes dans chaque secteur
- . le tableau de roulement.

La prévision des quantités à ramasser a fait l'objet de nombreuses études (LEFKE [LEF], QUON et alii [QUO], SHELL et SHUPE [SH-SH-1], [SH-SH-2]) et n'est pas abordée dans cette analyse.

La construction des tableaux de roulement a été étudiée par AMALRIC [AMA], ALTMAN et alii [ALT], BODIN [BO-1], HEURGON [HE-1]. Voir aussi les communications présentées au Séminaire ORSA-CHICAGO-1975 [ORS]. Ce problème n'est pas abordé ici.

Pour la théorie de localisation voir RICHARD et WHITE [RI-WH], HANJOUL et THISSE [HA-TH], HANDLER et MIRCHANDANS [HA-MI] et E.J.O.R. [EJO].

Pour la théorie de localisation appliquée aux problèmes de ramassage des ordures voir VU et TURNER [VU-TU] . Ce problème n'est pas abordé ici.

La sectorisation et la définition du trajet de bennes dans chaque secteur peuvent être inclus dans la classe de problèmes appelée "tournées de véhicules" ("vehicle routing and scheduling problems"). Les problèmes de tournées de véhicules ont fait aussi l'objet de nombreuses études. Pour un état de l'art sur ces problèmes voir GOLDEN [GOL] , WATSON-GANDY et FOULDS [WA-FO] , NETWORKS [NET] , CHRISTOFIDES et alii [CH-3] , CHRISTOFIDES [CH-2] , MOLE [MOL] et TURNER et alii [TU-1] .

Bodin et Golden dans un issue especial de la Revue NETWORKS [NET] ont classé les stratégies pour résoudre les problèmes de tournées de véhicules de la façon suivante :

1. sectoriser d'abord/trouver les tournées après ("cluster first/ route second")
2. trouver une route d'abord/sectoriser après ("route first/ cluster second")
3. procédures d'insertion ("saving/insertion")
4. recherche locale ("improvement/exchange")
5. programmation mathématique
6. optimisation interactive
7. procédures exactes.

Finalement, le problème retenu pour notre analyse bibliographique est celui de sectorisation ("districting problem"). Ce problème, quelque peu négligé, nous semble important dans le contexte de ramassage des ordures, surtout dans les villes petites et moyennes, où la définition du trajet de bennes dans chaque secteur perd de l'importance puisque les chauffeurs, en général, choisissent leur propre trajet compte tenu de leur pratique.

Le problème consistant à partitionner une région en secteurs de manière à optimiser un certain critère et à respecter certaines conditions est appelé problème de sectorisation ("districting problem").

Dans le problème de ramassage des ordures toute sectorisation doit respecter, entre autre, les contraintes d'espacement (voir chapitre II). Ces contraintes, la taille des problèmes pratiques et l'utilisation de micro-ordinateur dissuadent l'emploi des techniques directes de résolution et nous poussent à étudier les méthodes générales de sectorisation moins gourmandes en données et en temps de calcul. Ces méthodes ont été étudiées pour plusieurs auteurs dans des contextes différents : découpage électoral (HESS et WEAVER [HE-WE-1] , [HE-WE-2] , BOURJOLY et alii [BOU] , etc.) ramassage des ordures ménagères (BELTRAMI et BODIN [BE-BO] , RUSSEL et IGO [RU-IG] , etc.), découpage de territoires de ventes (DECKRO [DEC] , SHANKER et alii [SHA] , etc.) et découpage de territoires pour le personnel de compagnies du service public (SEGAL et WEINBERGER [SE-WE] ). Chacun de ces problèmes ont des caractéristiques particulières :

- Découpage électoral - consiste à partitionner un ensemble de N communes (unités) en M districts. Cette division des districts doit satisfaire certains critères imposés : chaque unité de population est contenue dans un district ; le nombre de districts est connu ; chaque district doit satisfaire les contraintes de contiguïté, compacité, équilibre de population.
- Ramassage des ordures ménagères - voir chapitres I et II.
- Découpage de territoires de ventes - consiste à partitionner une région géographique en secteurs de façon que chaque secteur soit affecté à un voyageur de commerce. Dans la fonction objective de ce type de problème on peut avoir les critères suivants : potentiel de ventes, équilibre de charge de travail, temps de voyage. Ces critères sont en général conflictuels.



- Découpage de territoires pour les services publics (téléphone, gaz, électricité) - consiste, en général, à partitionner une région géographique de taille petite en secteurs. Cette région doit aussi être représentée d'une manière détaillée. Une sectorisation doit satisfaire certains critères tels que : chaque unité est contenue dans un secteur ; le nombre de secteurs est connu ; chaque secteur doit satisfaire les contraintes de contiguïté, compacité, équilibre de charge de travail.

En général, une grande partie des méthodes de sectorisation utilisent une séquence d'algorithmes heuristiques et/ou procédures d'optimisation qui peuvent être schématisés de deux façons :

#### A - Schéma 1

1. - Définition de N unités géographiques de base ;
2. - Sélection de M points comme centres de chaque secteur (tournée ou district) ;
3. - Affectation des unités aux centres de façon à minimiser (ou maximiser) une fonction objective ;
4. - Résolution du problème de la division d'une unité parmi plus d'un secteur. Ce problème se pose si dans l'étape 3 on permet d'éclater une unité en affectant ses parties à des secteurs différents ;
5. - Redéfinition des centres de chaque secteur ;
6. - Répéter les étapes 3, 4 et 5 jusqu'à ce que l'on ne puisse plus améliorer la solution.

#### B - Schéma 2

1. - Définition de N unités géographiques de base ;
2. - Création de secteurs acceptables pour chacun des M secteurs voulus. On peut avoir aussi la création d'un ensemble unique de secteurs acceptables.

3. - Evaluer à travers une mesure chacun des secteurs acceptables ;
4. - Choisir parmi les secteurs acceptables M secteurs de façon à optimiser un critère qui sera une fonction des mesures de l'étape 3, tout en respectant certaines contraintes.

Parmi les autres méthodes utilisées en sectorisation, on remarque celle de recherche locale (voir chapitre II).

HESS et WEAVER [HE-WE-1] , [HE-WE-2] , dans les années 60, ont utilisé un modèle d'emplacement d'entrepôts (schéma 1) pour affecter les électeurs aux circonscriptions de façon optimale. Les temps d'exécution sont importants et la convergence n'est pas garantie.

HELBIG et alii [HEL] ont modifié la procédure de HESS et WEAVER de façon à éviter le morcellement des unités de base et le réajustement subséquent que cela impose. Leur algorithme tend à attribuer à peu près le même nombre d'unités à chaque circonscription. L'équité a donc, dans certains cas, des chances de ne pas être respectée.

L'algorithme de VICKERY [VIC] commence en choisissant au hasard une unité de référence, soit A. On définit comme centre de la prochaine circonscription l'unité libre (i.e. non encore attribuée à une circonscription) la plus éloignée de A. On construit progressivement la circonscription autour de son centre en ajoutant au noyau déjà formé une unité libre et contiguë. La circonscription est complète quand le quota de population est atteint. Ces idées ont été reprises pour GEARHART et LIITSCHWGER et THORENSEN [GE-LI] , [TH-LI] et développées jusqu'à former un système complexe appelé "The Iowa Redistricting System". Ici, les difficultés proviennent de la possibilité de créer des enclaves et d'apporter, de plus, de profonds bouleversements à la carte existante.

Dans l'algorithme de KAISER [KAI] , la qualité d'une carte électorale est mesurée par une fonction objective f dont un facteur évalue l'équité de la carte et un autre, sa compacité.

On pondère l'influence relative de ces deux facteurs par un paramètre et l'objectif est de maximiser  $f$ . On définit au départ une solution qui peut être la carte électorale réelle que l'on veut améliorer. A chaque itération, on examine chaque unité de base. Si le déplacement de cette unité vers une autre circonscription a pour effet d'augmenter la valeur de  $f$ , on l'exécute. On examine ensuite toutes les paires d'unités provenant de deux circonscriptions différentes et on procède aux échanges qui se révèlent avantageux. Le processus s'arrête quand aucune amélioration n'est possible par déplacement ou par échange. Dans son algorithme Kaiser risque d'obtenir des unités isolées, car il n'attaque pas directement le problème de la connexité des circonscriptions.

Vers 1970, GARFINKEL et NEMHAUSER [GA-NE] ont mis au point un algorithme de recouvrement d'ensembles. On définit dans une première étape un grand nombre de circonscriptions "acceptables", i.e. des ensembles d'unités compacts, connexes et dont la population est suffisamment proche de la population moyenne. Avec ces ensembles, on essaie ensuite de recouvrir chaque unité de base une fois et une seule. L'application de cette méthode se heurte à la nécessité d'énumérer explicitement au cours de la première étape, un grand nombre de sous-ensembles formés d'unités de base. Cela limite sévèrement l'applicabilité de l'algorithme qui devient inefficace dès que le nombre d'unités dépasse la quarantaine.

BODIN [BO-2] a exploité la structure de graphe inhérent à toute carte électorale. Par un procédé d'étiquetage des sommets il parvient à diviser le graphe défini par les unités de base et la relation de contiguïté en un nombre fixé de sous-graphes connexes, chacun de ces derniers représentant une circonscription. Puis il procède à des échanges entre sous-graphes. Deux unités sont échangées si cela permet de réduire la différence de population entre les sous-ensembles d'appartenance sans compromettre la connexité de ces derniers.

BOURJOLY et alii [BOU] ont, comme Kaiser opté pour un algorithme d'améliorations marginales, c'est-à-dire, à partir d'une carte électorale donnée, on exécute des déplacements d'unités d'une circonscription à une autre à chaque fois que cela s'avère avantageux. Bourjoly tient compte aussi de l'exigence supplémentaire d'avoir des circonscriptions socio-économiquement homogènes. Les échanges d'unités se font seulement entre circonscriptions voisines. L'algorithme s'est montré efficace (temps d'exécution faible, peu de modifications apportées à la carte électorale actuelle, équité respectée, bonne compacité) dans la résolution d'un problème de grande taille (l'île de Montréal). Le principal inconvénient tient à l'existence d'unités isolées.

TYAGI [TYA] , GILLET et MILLER [GI-MI] et GILLET et JOHNSON [GI-JO] ont développé des procédures pour résoudre le problème de tournées de véhicules en utilisant l'approche sectoriser d'abord/trouver les tournées après.

Pour la phase 1 (sectorisation) Tyagi affecte les clients séquentiellement aux véhicules en utilisant la règle du plus proche voisin. On choisit, pour affecter à un véhicule donné, le client le plus proche du dernier client déjà affecté à ce véhicule.

Gillet et Miller utilisent un algorithme dans lequel la localisation des clients est représentée par un système de coordonnées polaires avec l'origine dans le dépôt. Une fois la position de l'axe choisie, on balaye avec l'axe soit dans le sens trigonométrique, soit dans le sens contraire utilisant le dépôt comme pivot. Les unités sont affectées à une tournée au fur et à mesure qu'elles sont balayées jusqu'à ce qu'une affectation viole une contrainte quelconque ; alors on recommence avec une nouvelle tournée. On utilise des positions initiales pour les axes différentes et on change aussi le sens de balayage. Après un balayage de 360°, on applique pour chaque secteur des méthodes classiques de résolution du problème du voyageur de commerce.

FUERTEs et alii [FUE] ont utilisé le modèle développé par Thorenson et Liitschwager pour résoudre un problème de ramassage des ordures.

BERLIN [BE-1] , [BE-2] a développé une méthode heuristique pour créer des secteurs de ramassage des ordures compacts et équilibrés par rapport à la charge de travail. Sa méthode entre dans le cadre du schéma 1. Dans le modèle d'affectation relatif à l'étape 3 on essaie de maximiser la compacité de la sectorisation tout en respectant les contraintes de capacité pour chaque véhicule. Cet article ne propose pas d'exemple concret.

DECKRO [DEC] , en utilisant les idées de Garfinkel et Nemhauser, a présenté une méthode heuristique pour la création de secteurs de ventes équitables de façon à satisfaire des objectifs potentiellement divergents. L'heuristique forme des secteurs appartenant à un domaine de variation acceptable des critères ordonnés d'une manière fixée. A travers la variation de l'ordre des critères et de ses domaines, des sectorisations différentes peuvent être obtenues. Cette méthode a été appliquée à un petit exemple, où on veut créer à partir de 10 unités des secteurs de vente. Les critères retenus sont le potentiel de vente de chaque secteur, la charge de travail et le temps de déplacement dans chaque secteur.

La méthode proposée par SHANKER et alii [SHA] entre dans le cadre du schéma 2. Dans ce travail on résout le problème spécifique d'affecter des voyageurs de commerce à plusieurs centaines de clients possibles de façon à maximiser les ventes. Pour l'étape 1 on résout un problème de programmation en nombres entiers utilisant la procédure développée par PIPER et ZOLTNER [PI-ZO] . Ce problème est résolu pour chaque voyageur de commerce et dans chacun on prend les meilleures solutions comme secteurs acceptables. L'étape 3 est formulée comme un problème de partitionnement. Shanker et alii ont testé sa méthode sur un exemple avec 500 clients et 3 voyageurs de commerce. Dès que le nombre de voyageurs dépasse un certain seuil (entre 6 et 10) ce modèle devient inefficace.

MARLIN [MAR] a utilisé le schéma 1 pour partitionner le territoire couvert par une compagnie d'assurance. Les principales différences entre la méthode de Marlin et celles de HESS et SAMUELS [HE-SA], HESS et Weaver et SEGAL et WEINBERGER [SE-WE] sont : dans Marlin les centres de chaque secteur sont fixés et dans la fonction objective on considère seulement les distances entre chaque unité et chaque centre de secteur. L'allure de chaque secteur est contrôlée par les paramètres du modèle de transport utilisé dans l'étape 3 du schéma 1.

KROLACK et NELSON [KR-NE] ont suggéré des heuristiques pour résoudre le problème de tournées des véhicules en deux phases.

Dans la phase de sectorisation on utilise le modèle de localisation/allocation suivant :

$$(1) \left\{ \begin{array}{l} \min z = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M w_{ij} \left( (x_j - x_{c_i})^2 + (y_j - y_{c_i})^2 \right)^{\frac{1}{2}} \\ \text{s.a/} \quad \sum_{i=1}^N w_{ij} < C_j \quad , j = 1, \dots, M \\ \sum_{j=1}^M w_{ij} = q_i \quad , i = 1, \dots, N \\ w_{ij} > 0 \quad , \quad \forall (i, j) \\ (x_j, y_j) \in R^2 \quad , \quad \forall j \end{array} \right.$$

où  $(x_{c_i}, y_{c_i})$  est la localisation du client  $i$

$(x_j, y_j)$  est la localisation du centre du  $j^{\text{ème}}$  secteur

$N$  - nombre de clients

$M$  - nombre de véhicules

$q_i$  - demande du client  $i$

$w_{ij}$  - quantité de la demande du client  $i$  affectée au véhicule  $j$ .

Cette procédure produit des solutions qui divisent la demande de certains clients entre plusieurs véhicules.

RAFT [RAF] propose un modèle en cinq phases pour résoudre le problème de tournées de véhicules.

Dans la phase de sectorisation on utilise le modèle suivant :

$$(2) \left\{ \begin{array}{l} \min \sum_i \sum_j z_{ij} \left( (x_j - x_{c_i})^2 + (y_j - y_{c_i})^2 \right)^{\frac{1}{2}} \\ \text{s. a/} \quad \sum_i q_i z_{ij} \leq K \quad , j = 1, \dots, M \\ \sum_j z_{ij} = 1 \quad , i = 1, \dots, N \\ z_{ij} \in \{0, 1\} \quad , \forall (i, j) \\ (x_j, y_j) \in \mathbb{R}^2, \quad \forall j \end{array} \right.$$

où  $K$  = capacité des véhicules

$$z_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si le client } i \text{ est affecté au véhicule } j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Ce modèle peut être résolu plus facilement si toutes les demandes  $q_i$  sont égales à 1 et  $K$  entier. Dans ce cas on peut utiliser les algorithmes du problème de transport. Raft a utilisé une heuristique assez simple pour résoudre (2) dans le cas général. Cette heuristique s'est montrée très utile dans la solution complète du problème de tournées.

CULLEN et alii [CUL] ont modifié le modèle proposé par Krolak et Nelson afin de pouvoir l'utiliser dans la construction de colonnes dans un modèle de partitionnement.

FISCHER et JAIKUMAR [FI-JA] ont reformulé le problème d'affectation généralisé (non linéaire) pour résoudre en deux phases le problème de tournées de véhicules.

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \sum_k f(y_k) \quad (3) \\ \text{s.a/} \quad \sum_i a_i y_{ik} < b_k, \quad k = 1, \dots, K \quad (4) \\ \sum_k y_{ik} = \begin{cases} K, & i = 0 \text{ (dépôt)} \\ 1, & i = 1, \dots, n \end{cases} \quad (5) \\ y_{ik} = 0 \text{ ou } 1, \quad i = 0, \dots, n \\ \quad \quad \quad k = 1, \dots, K \quad (6) \end{array} \right.$$

où  $K$  = nombre de véhicules

$n$  = nombre de clients

$b_k$  = capacité du véhicule  $k$

$a_i$  = demande du client  $i$

$y_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{si le client } i \text{ est affecté au véhicule } k \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

$f(y_k)$  solution d'un problème de voyageur de commerce en

$$N(y_k) = \{ i / y_{ik} = 1 \}$$

Fischer et Jaikumar ont construit une approximation linéaire  $\sum_i d_{ik} y_{ik}$  de  $f(y_k)$  et ont résolu (3), (4), (5) et (6) avec (6) remplacé par

$$\sum_k \sum_i d_{ik} y_{ik}$$

Plusieurs méthodes pour la construction de l'approximation de  $f(y_k)$  sont exposées dans son travail.



Parmi les très rares travaux qui, dans la résolution du problème de tournées de véhicules, prennent en compte les contraintes de fréquence, on peut citer BELTRAMI et BODIN [BE-BO], FOSTER et RYAN [FO-RY] et RUSSEL et IGO [RU-IG]. Dans les problèmes avec contraintes de fréquence, certains arcs ou sommets du réseau doivent être visités un certain nombre de fois (connu d'avance) dans une période donnée (une semaine par exemple). Ces visites doivent aussi respecter des contraintes d'espacement.

Beltrami et Bodin ont étudié, entre autres, le problème de trouver les tournées d'un parc de bennes afin de minimiser le temps total parcouru et de déterminer le nombre minimum de bennes nécessaires. Dans ce problème, avec des unités de fréquence 3 et 6 fois par semaine, deux approches ont été utilisées : dans la première on utilise la procédure de CLARKE et WRITE [CL-WR] pour créer des tournées et après on affecte les tournées soit à Lundi, Mercredi et Vendredi (plan 1), soit à Mardi, Jeudi et Samedi (plan 2). Dans cette approche on duplique les unités de fréquence 6 et on oblige qu'une unité et son image soient affectées à des tournées différentes. La deuxième approche affecte aléatoirement les unités de fréquence 3 soit au plan 1, soit au plan 2 et ensuite elle utilise la procédure de Clarke et Wright pour résoudre le problème de tournées dans chaque plan. La première approche est acceptable seulement si l'on a très peu d'unités de fréquence 6.

Foster et Ryan ont suggéré des améliorations au modèle de partitionnement de BALINSKI et QUANDT [BA-QU] pour pouvoir prendre en compte un plus grand éventail de contraintes et pour automatiser la sélection de secteurs attractifs dans la résolution du problème de tournées. On choisit un nombre petit de secteurs, avec la forme de pétales, définis en groupant les unités qui sont adjacentes aux régions radiales au long des rayons émanant du dépôt. Pour résoudre le programme en nombres entiers Foster et Ryan relaxent les contraintes d'intégralité. Utilisant la méthode du simplexe révisé et une technique de génération de colonnes, ils ont résolu des problèmes possédant jusqu'à 100 clients avec des temps de calcul raisonnables.

Russel et Igo ont développé des procédures heuristiques pratiques pour l'affectation des centres de production des ordures aux jours de la semaine avec l'objectif de faciliter la résolution du problème de tournées de véhicules sur chaque jour de la semaine. Ils essaient de minimiser le coût de voyage (distance ou temps) hebdomadaire tout en respectant certaines contraintes. La méthode prend en compte des unités avec toutes les fréquences. Une des heuristiques forme des secteurs compacts en affectant les unités aux jours de la semaine selon une règle basée sur trois mesures statistiques. On commence par affecter les unités de fréquence 6 ou les unités spéciales. On a alors, pour chaque jour de la semaine des noyaux, lesquels agissent comme pôles d'attraction pour les autres unités non affectées. Les autres unités sont affectées dans l'ordre décroissant de fréquence. Cette heuristique est rapide et utile pour générer une solution réalisable mais pas efficace pour réduire la distance hebdomadaire parcourue. D'autres heuristiques ont été proposées pour améliorer la solution obtenue avec la première et pour trouver les tournées de chaque jour. Les heuristiques ont été testées sur des exemples possédant jusqu'à 490 unités et 4 véhicules.

Pour finir on remarque une similitude entre certains problèmes de districting et le problème de "clustering". Pour ces derniers voir HARTIGAN [HAR] , RAO [RAO] et FERLIGOJ et BATALGELJ [FE-BA] .



REFERENCES

- [ALT] ALTMAN S. et alii, A Nonlinear Programming Model for Household Refuse Collection. IEEE Systems, Man and Cybernetics, Vol. SMC-1, 289-291, 1971.
- [AMA] AMALRIC A.R., Sur l'Exploitation d'un Réseau de Transport en Commun : Le Problème de Roulement des Agents de Conduite. Thèse de Docteur-Ingénieur, USMG, 1980.
- [BA-QU] BALINSKI M.L. et QUANDT R.E., On an Integer Program for a Delivery Problem. Ops. Res., Vol. 12, 300-304, 1964.
- [BE-BO] BELTRAMI E.J. et BODIN L.D., Networks and Vehicle Routing for Municipal Waste Collection. Networks, Vol. 4, 65-94, 1974.
- [BEL] BELTRAMI E., Models for Public Systems Analysis. Academic Press, 1977.
- [BE-1] BERLIN G.N., Computerized Residential Refuse Districting. J. of the Urb. Plan. and Develop. Division, 173-180, November 1974.
- [BE-2] BERLIN G.N., Method for Delineating Districts of Varying Shape. Transp. Engineering Journal, 805-819, November 1976.
- [BO-1] BODIN L., Towards a General Theory of Manpower Scheduling. Parts 1 and 2. Journal of Urban Analysis, Vol. 1, N° 2, 1973.

- [BO-2] BODIN L., A Districting Experiment with a Clustering Approach. *Annals of New York Academy of Sciences*, Vol. 219, 209-214, 1973.
- [BO-KU-1] BODIN L. et KURSH S.J., A Computer-Assisted System for the Routing and Scheduling of Street Sweepers. *Ops. Res.*, Vol. 26, N° 4, 527-537, 1978.
- [BO-KU-2] BODIN L. et KURSH S.J., A Detailed Description of a Computer System for the Routing and Scheduling of Street Sweepers. *Comput. Ops. Res.*, Vol. 6, 181-198, 1979.
- [BOU] BOURJOLY J.M. et alii, Découpage Electoral Automatisé : Application à l'île de Montréal. Publication 345, Dep. Inform. et de Rech. Opér. Université de Montréal, 1979.
- [CH-1] CHRISTOFIDES N., Fixed Routes and Areas for Delivery Operations. *Int. Journal of Physical Distribution*, Vol. 1, 87-92, 1971.
- [CH-2] CHRISTOFIDES N., The Vehicle Routing Problem. *RAIRO*, Vol. 10, N° 2, 55-70, 1976.
- [CH-3] CHRISTOFIDES et alii, Exact Algorithms for the Vehicle Routing Problem, Based on Spanning Tree and Shortest Path Relations. *Mathematical Programming* Vol. 20, 255-282, 1981.
- [C-M-T-S] CHRISTOFIDES N., MINGOZZI A., TOTH P. et SANDI C. (Eds.), *Combinatorial Optimization*. John Wiley and Sons, 1979.
- [CL-1] CLARK R.M. et alii, Basic Data for Solid Waste Management. *J. Sanit. Eng. Div. Am. Soc. Civ. Engrs.* 98 (SAG), Proc. Paper 9424, 897-907, 1972.

- [CL-2] CLARK R.M., Measures of Efficiency in Solid Waste Collection. J. Envir. Eng. Dir. Am. Soc. Civ. Engrs. 99 (EE4), 1973.
- [CL-LE] CLARK R.M. et LEE J.C.H., Systems Planning for Solid Waste Collection. Comput. Ops. Res., Vol. 3, 157-173, 1976.
- [CL-GI] CLARK R.M. et GILLEAN J.I., Solid Waste Collection: A Case Study. Opl. Res. Q., Vol. 28, N° 4, 795-806, 1977.
- [CL-WR] CLARKE G. et WRIGHT J., Scheduling of Vehicle from a Central Depot to a Number of Delivery Points, Vol. 12, 568-581, 1964.
- [CLO] CLOONAN J.B., A Note on the Compactness of Sales Territories. Man. Sc., Vol. 19, Part 1, 1972.
- [COY] COYLE R.G., Computer-Based Design of Refuse Collection Syskms. Models for Environmental Pollution Control (R.A. Deininger, Ed.), 307-326. Ann Arbor Science Publishers, 1973.
- [CUL] CULLEN F.H. et alii, Set Partitioning Based Heuristics for Interactive Routing. Networks, Vol. 11, 125-143, 1981.
- [DEC] DECKRO R.F., Multiple Objective Districting : A General Heuristic Approach Vsing Multiple Criteria. Opl. Res. Q., Vol. 28, 953-961, 1977.
- [DEL] DELORME J., Contribution à la Résolution du Problème de Recouvrement : Méthodes de Troncatures. Thèse de Docteur Ingénieur, 1974, Université Paris VI.

- [EC-CO] ECHOLS R.E. et COOPER L., Solution of Integer Linear Programming Problems by Direct Search. JACM, Vol. 15, N° 1, 75-84, 1968.
- [E-W-C] EILON S., WATSON-GANDY D.T. et CHRISTOFIDES N., Distribution Management : Mathematical Modelling and Practical Analysis. Griffin, London, 1971.
- [EJO] E.J.O.R., Locational Decisions : Special issue, Vol. 12, N° 3, 1983.
- [FE-BA] FERLIGOJ A. et BATAGELJ V., Clustering with Relational Constraint. Psychometrika, Vol. 47, N° 4, 1982.
- [FI-JA] FISHER M.L. et JAİKUMAR R., A Generalized Assignment Heuristic for Vehicle Routing. Networks, Vol. 11, 109-124, 1981.
- [FO-RY] FOSTER B.A. et RYAN D.M., An Integer Programming Approach to the Vehicle Scheduling Problem. Opl. Res. Q., Vol. 27, N° 2, 367-384, 1976.
- [FR-1] FREDERICKSON G.N., Approximation Algorithms for Some Postman Problems. JACM, Vol. 26, N° 3, 538-554, 1979.
- [FR-2] FREDERICKSON G.N. et alii, Approximation Algorithms for Some Routing Problems. SIAM J. Computer, Vol. 7, N° 2, 178-193, 1978.
- [FRE] FREHEL J., Régularisation dans les Problèmes Combinatoires, Problèmes de Tournées, de Partition et de Recouvrement. METRA, 1975.
- [FUE] FUERTES L.A. et alii, Analysis Models for Solid Waste Collection. Report R-72-70, Dep. of Cir. Eng., MIT, Cambridge, Mass., Nov. 1972.

- [GA-NE] GARFINKEL R.S. et NEMHAUSER G., Optimal Political Redistricting by Implicit Enumeration Technique. *Man. Sc.*, Vol. 16, N° 8, 1970.
- [GE-LI] GEARHART B.C. et LIITSCHWAGER J.M., Legislative Districting by Computer. *Behavioral Science*, Vol. 14, 404-417, 1969.
- [GI-GO] GILMORY P.C., GOMORY R.E., A Linear Programming Approach to the Cutting-Stock Problem. *Operations Research* 9, 849-859, 1961.
- [GI-MI] GILLET B.E. et MILLER L.R., A Heuristic Algorithm for the Vehicle-Dispatch Problem. *Ops. Res.*, Vol. 22, 340-349, 1974.
- [GI-JO] GILLET B.E. et JOHNSON J.G., Multi-Terminal Vehicle-Dispatch Algorithm. *Omega*, Vol. 4, 711-718, 1976.
- [GOL] GOLDEN B.L., Recent Developments in Vehicle Routing. *Bicent. Conf. on Math. Prog.*, Nov. 1976.
- [GOM] GOMORY R.E., An Algorithm for Integer Solutions to Linear Programs, in Graves R.L. and Wolfe P.H. (éd.), *Recent Advances in Mathematical Programming*, Mc. Graw-Hill.
- [GON] GONDRAN M., Deux Transformations Idéales pour Régulariser les Problèmes Combinatoires. *Bull. Dir. Etud. Rech. EDF, Série C*, N° 2, 1978.
- [GO-MI] GONDRAN et MINOUX M., *Graphes et Algorithms*. Editions Eyrolles, 1979.
- [HA-MI] HANDLER G.Y. et MIRCHANDANI P.B., *Location in Networks : Theory and Algorithms*, MIT Press, Cambridge, Mass., 1979.



- [HA-TH] HANJOUL P. et THISSE J.F., Localisation sur un Réseau. Regards sur la Théorie des Graphes (Hansen P. et Werra D. (Eds.) ), Presses Politechniques Romandes, Lausanne, 1980.
- [HAR] HARTIGAN J.A., Cluster Algorithms. New York : Wiley, 1975.
- [HEL] HELBIG R.E. et alii, Political Redistricting by Computer. Comm. of the ACM, Vol. 15, N° 8, 735-748, 1972.
- [HE-WE-1] HESS S.W. et WEAVER J.B., A Procedure for Non partisan Districting : Development of Computer Techniques. Yale Law Journal, Vol. 72, 288-308, 1963.
- [HE-WE-2] HESS S.W. et WEAVER J.B., Non partisan Political Districting by Computer. Ops. Res., Vol. 13, 998-1006, 1965.
- [HE-SA] HESS S.W. et SAMUELS S.A., Experiences with a Sales Districting Model : Criteria and Implementation. Man. Sci., Vol. 18, Part 2, 45-54, 1971.
- [HE-1] HEURGON E., Construction de Grilles de Roulement. Direction des Etudes Générales RATP (Note de Travail).
- [HE-2] HEURGON E., Un Problème de Recouvrement : l'Habillage des Horaires des Lignes d'Autobus. RAIRO, 6ème année, n° V-1, 13-29, 1972.
- [KAI] KAISER H.F., An Objective Method for Establishing Legislative Districts. Midwest Journal of Political Sciences, 200-213, 1967.
- [KEE] KEENEY R.L., A Method for Districting among Facilities. Ops. Res., Vol. 20, 613-618, 1972.

- [K-G-V] KIRKPATRICK S., GELATT C.D. et VECCHI M.P., Optimizing by Simulated Annealing. IBM Thomas J. Watson Research Center, RC 9355, 1982.
- [KR-NE] KROLAK P.D. et NELSON J.H., A Family of Truck Load Clustering (TLC) Heuristics for Solving Vehicle Scheduling Problems. Tech. Rept. 78-2, Comp. Science, School of Eng., Vanderbilt Univ., 1978.
- [LEF] LEFKE L.W., Progress in Solid Waste Management and Needed Developments. Proceedings of the 8 th. Annual Env. and Wat. Res. Eng. Conference, 107-118, 1969.
- [LE-RI] LENSTRA J.K. et RINOOY-KAN A.H.G., Complexity of Vehicle Routing and Scheduling Problems. Networks, Vol. 11, 221-227, 1981.
- [LI-KE] LIN S. et KERNIGHAN B., An Effective Heuristic Algorithm for the Traveling Salesman Problem. Ops. Res., Vol. 21, 498-516, 1973.
- [LOD] LODISH L.M., Sales Territory Alignment to Maximize Profit. J. Marketing Res., Vol. 12, 30-36, 1975.
- [MA-LI] MARKS D.H. et LIEBMAN J.C., Mathematical Analysis of Solid Waste Collection. USPHS Publications 2104, 1970.
- [MAR] MARLIN P.G., Application of the Transportation Model to a Large-Scale Districting Problem. Comput. Ops. Res., Vol. 8, 83-96, 1981.
- [ME-BA] MEYER B. et BAUDOIN C., Méthodes de Programmation. Editions Eyrolles, 1978.

- [MOL] MOLE R.H., A Survey of Local Delivery Problem Routing Methodology. J. Opl. Res. Soc., Vol. 30, N° 3, 245-252, 1979.
- [NAG] NAGEL S.S., Simplified Bipartisan Computer Redistricting. Stanford Law Review, Vol. 17, 1965.
- [NE-GA] NEMHAUSER G. et GARFINKEL R.S., Integer Programming. John Wiley and Sons, 1972.
- [NET] NETWORKS, Vehicle Routing and Scheduling Problems : Special Issue. Vol. 11, 1981.
- [NG-1] NGHIEM P.T., Le Problème de Collecte des Ordures Urbaines. RAIRO, 8ème année, V-2, 75-111, 1974.
- [NG-2] NGHIEM P.T., Note sur le Problème de Collecte des Ordures Urbaines. RAIRO, Vol. 10, N° 2, 103-106, 1976.
- [ORL] ORLOFF C.S., A Fundamental Problem in Vehicle Routing. Networks, Vol. 4, 35-64, 1974.
- [ORS] O.R.S.A., Communications of the Conference ORSA-CHICAGO, 1975.
- [PA-ST] PAPADIMITRIOU C.H. et STEIGLITZ K., Combinatorial Optimization. Algorithms and Complexity. PrenticeHall, Englewood Cliffs, N.J., 1982.
- [PI-ZO] PIPER C. et ZOLTNER A., A Pragmatic Approach to Zero-One Decision Making. WP-89-71-72, Graduate School of Ind. Adm., Carnegie-Mellon Univ., March, 1972.
- [PRE] PREMTI F., Méthodes Stochastiques dans les Problèmes de Placement. Thèse Docteur de 3ème Cycle, USMG, 1983.

- [QUO] QUON A.M. et alii, Simulation and Analyses of a Refuse Collection System. J. of the Sanitary Eng. Div., ASCE, Oct. 1965.
- [RAF] RAFT O.M., A Modular Algorithm for an Extended Vehicle Scheduling Problem. European Journal of Operational Research, Vol. 11, 67-76, 1982.
- [RAO] RAO M.R., Cluster Analysis and Mathematical Programming. Journal of the ASA, Vol. 66, N° 335, 622-626, 1971.
- [R-M-L] REVELLE C.D., MARKS D. et LIEBMAN J.C., An Analysis of Private and Public Sector Location Models. Man. Sci., 16, 12, 692-707.
- [RE-SH] REITER S. et SHERMAN G., Discrete Optimizing. SIAM Journal, Vol. 13, N° 3, 864-889, 1965.
- [RE-RI] REITER S. et RICE D.B., Discrete Optimizing Solution Procedures for Linear and Nonlinear Integer Programming Problems. Manag. Science, Vol. 12, 829-850, 1966.
- [RI-WH] RICHARD F. et WHITE J.A., Facility Layout and Location. An Analytical Approach. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1974.
- [RO-1] ROTH R.H., Computer Solutions to Minimum-Cover Problems. Ops. Res., Vol. 17, 455-466, 1969.
- [RO-2] ROTH R.H., An Approach to Solving Linear Discrete Optimization Problems. JACM, Vol. 17, N° 2, 303-313, 1970.
- [ROU] ROUSSEAU J.M. et alii, Clustering for Routing in Dense Area. Publication 407. Univ. de Montréal, Avril 1981.

- [ROY] ROY B., Combinatorial Programming : Methods and Applications. NATO Advanced Study Institute. Versailles, 1974.
- [RU-IG] RUSSEL R. et IGO W., An Assignment Routing Problem. Networks, Vol. 9, 1-17, 1979.
- [SAK] SAKAROVITCH M., Optimisation Combinatoire. Techniques Mathématiques de la Recherche Opérationnelle. Vol. 4, USMG, 1983.
- [SAV] SAVAS E.S., A Computer Based System for Forming Efficient Election Districts. Ops. Res., Vol. 19, N° 1, 135-155, 1971.
- [SE-WE] SEGAL M. et WEINBERGER D.B., Turfing. Ops. Res., Vol. 25, 367-386, 1977.
- [SHA] SHANKER R.J. et alii, Sales Territory Design : An Integrated Approach. Manag. Sci., Vol. 22, 309-320, 1975.
- [SHP] SHAPIRO J.F., Mathematical Programming : Structure and Algorithms. John Wiley and Sons, 1979.
- [SH-SH-1] SHELL R.L. et SHUPE D.S., A Study of the Problem of Predicting Future Volume of Wastes. Solid Waste Refuse Removal Journal, March 1972.
- [SH-SH-2] SHELL R.L. et SHUPE D.S., Predicting Work Content for Residential Waste Collection. Industrial Engineering, 38-74, Feb., 1973.
- [SKE] SKELLY M.J., Planning for Regional Refuse Disposal Systems. Ph. D. Thesis, Cornell University, Ithaca, New York, 1968.

- [ST-DR] STERN H.I. et DROR M., Routing Electric Meter Readers. Comput. Ops. Res., Vol. 6, 209-223, 1979.
- [STO] STONE R. et Company, A Study of Solid Waste Collection Systems Comparing One-Man with Multi-Man Crews. USPHS Publications 1892, 1969.
- [STR] STRICKER R., Public Sector Vehicle Routing : the Chinese Postman Problem. Master's Report, Ops. Res. Center MIT, Cambridge, Mass., Sept. 1970.
- [THI] THIRIEZ H., Airline Crew Scheduling : A Group Theoric Approach. Rep. R-67, Flight Transportation Laboratory, MIT, 1969.
- [TH-LI] THORENSEN J. et LIITSCHWAGER J., Legislative Districting by Computer Simulation. Behavioral Science, Vol. 12, N° 3, 237-247, 1967.
- [TRU] TRUITT M.M. et alii, Mathematical Modeling of Solid Waste Collection Policies. Volumes 1 and 2. USPHS Publications 2030, 1970.
- [TUC] TUCKER A., Perfect Graphs and an Application to Optimizing Municipal Services. SIAM Review, Vol. 15, 585-590, 1973.
- [TU-1] TURNER W.C. et alii, Transportation Routing Problem A Survey. AIIE Transactions, Vol. 6, 288-301, 1974.
- [TU-2] TURNER W.C. et alii, An Industrial Engineering Approach to Large Scale Refuse Collection. Proceedings, 26 th Annual AIIE Conference, Washington, D.C., May, 1975.

- [TU-HO] TURNER W.C. et HOUGHLAND E.S., The Optimal Routing of Solid Waste Collection Vehicles. AIIE Transactions Vol. 7, 427-434, 1975.
- [TYA] TYAGI M.S., Practical Method for Truck Dispatching Problem. JORS of Japan, Vol. 10, 76-92, 1968.
- [VIC] VICKERY W., On the Prevention of Gerry mandering Political Science Quarterly, Vol. 76, 105-110, 1961.
- [VO-1] VO-KHAC K., La Régularisation dans les Problèmes Combinatoires et son Application au Problème de Tournées de Livraison. RAIRO, Vol. 1, 91-104, 1969.
- [VO-2] VO-KHAC K., La Régularisation dans les Problèmes Combinatoires et son Application au Problème de Sectorisation. RAIRO, Vol. 2, 59-78, 1971.
- [VO-3] VO-KHAC K., Utilisation des Coûts Pondérés et des Variables Bivalentes dans le Problème des Tournées : Sectorisation sous Contraintes Nombreuses. RAIRO, 6ème année, V-2, 3-20, 1972.
- [VUV] VU V.T., A Solution Procedure for Refuse Collection Systems Design. Master's Report, Dept. of Ind. Engn. and Manag., Virginia Polytech. Inst. and State Univ., Blacksburg, Va., 1975.
- [VU-TU] VU V.T. et TURNER W.C., Systems Design for Rural Refuse Collection. AIIE Transactions, Vol. 8, N°1, 1976.
- [WA-FO] WATSON-GANDY C.D.T. et FOULDS L.R., The Vehicle Scheduling Problem : A Survey. NZOR, Vol. 9, N° 2, 73-92, 1981.
- [ZOL] ZOLTNERS A.A., Integer Programming Models for Sales Territory Alignment to Maximize Profit. J. Marketing Res., Vol. 13, 426-430, 1976.

## AUTORISATION DE SOUTENANCE

VU les dispositions de l'article 3 de l'arrêté du 16 avril 1974,

VU les rapports de présentation de Messieurs

. M. SAKAROVITCH, Professeur  
. P.H FARGIER, Ingénieur

**Monsieur SILVA GOMES Antonio Claret**

est autorisé à présenter une thèse en soutenance pour l'obtention du diplôme de  
DOCTEUR-INGENIEUR, spécialité "Recherche opérationnelle"

Fait à Grenoble, le 5 septembre 1983

Le Président de l'I.N.P.-G;

**D. BLOCH**  
Président  
de l'Institut National Polytechnique  
de Grenoble

P.O. le Vice-Président,





