



**HAL**  
open science

# Représentation tridimensionnelle de la phase dans un plan temps-fréquence-Contribution à l'analyse des signaux quasi-stationnaires.

Laurent Navarro

► **To cite this version:**

Laurent Navarro. Représentation tridimensionnelle de la phase dans un plan temps-fréquence-Contribution à l'analyse des signaux quasi-stationnaires.. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne, 2007. Français. NNT: . tel-00294663

**HAL Id: tel-00294663**

**<https://theses.hal.science/tel-00294663>**

Submitted on 10 Jul 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



N°ordre : 461 IVS

# THESE

Présentée par

**Laurent NAVARRO**

Pour obtenir le grade de

**DOCTEUR**

**DE L'ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DES MINES DE  
SAINT-ÉTIENNE**

Spécialité : Image, Vision, Signal

**REPRESENTATION TRIDIMENSIONNELLE DE  
LA PHASE D'UN SIGNAL DANS UN PLAN  
TEMPS-FREQUENCE - CONTRIBUTION A  
L'ANALYSE DES SIGNAUX  
QUASI-STATIONNAIRES.**

Soutenue à Saint-Etienne le 14 décembre 2007 devant le jury suivant :

Christian JUTTEN	Président	Professeur, LIS-INPG-UJF (Grenoble)
Jean-Philippe THIRAN	Rapporteur	Professeur, STI-ITS-LTS5-EPFL (Lausanne, SUISSE)
Yue-Min ZHU	Rapporteur	Directeur de Recherche CNRS, CREATIS-LRMN-INSA (Lyon)
Laurence VICO	Examineur	Directeur de Recherche INSERM, LBTO-UJM (Saint Etienne)
Alain BELLI	Examineur	Professeur, UJM (Saint Etienne)
René GUYONNET	Examineur	Directeur de Recherche, SPIN-LPMG-ENSMSE (Saint-Étienne)
Guy COURBEBASSE	Co-Directeur	Docteur, HDR, CREATIS-LRMN-INSA (Lyon)
Jean-Charles PINOLI	Directeur	Professeur, CIS-LPMG-ENSMSE (Saint-Étienne)

**Spécialités doctorales :**  
**SCIENCES ET GENIE DES MATERIAUX**  
**MECANIQUE ET INGENIERIE**  
**GENIE DES PROCEDES**  
**SCIENCES DE LA TERRE**  
**SCIENCES ET GENIE DE L'ENVIRONNEMENT**  
**MATHEMATIQUES APPLIQUEES**  
**INFORMATIQUE**  
**IMAGE, VISION, SIGNAL**  
**GENIE INDUSTRIEL**  
**MICROELECTRONIQUE**

**Responsables :**  
**J. DRIVER** Directeur de recherche - Centre SMS  
**A. VAUTRIN** Professeur - Centre SMS  
**G. THOMAS** Professeur - Centre SPIN  
**B. GUY** Maitre de recherche - Centre SPIN  
**J. BOURGOIS** Professeur - Centre SITE  
**E. TOUBOUL** Ingénieur - Centre G2I  
**O. BOISSIER** Professeur - Centre G2I  
**JC. PINOLI** Professeur - Centre CIS  
**P. BURLAT** Professeur - Centre G2I  
**Ph. COLLOT** Professeur - Centre CMP

**Enseignants-chercheurs et chercheurs autorisés à diriger des thèses de doctorat (titulaires d'un doctorat d'Etat ou d'une HDR)**

BATTON-HUBERT	Mireille	MA	Sciences & Génie de l'environnement	SITE
BENABEN	Patrick	PR 2	Sciences & Génie des Matériaux	SMS
BERNACHE-ASSOLANT	Didier	PR 1	Génie des Procédés	CIS
BIGOT	Jean-Pierre	MR	Génie des Procédés	SPIN
BILAL	Essaïd	DR	Sciences de la Terre	SPIN
BOISSIER	Olivier	PR 2	Informatique	G2I
BOUCHER	Xavier	MA	Génie Industriel	G2I
BOUDAREL	Marie-Reine	MA	Sciences de l'inform. & com.	DF
BOURGOIS	Jacques	PR 1	Sciences & Génie de l'environnement	SITE
BRODHAG	Christian	MR	Sciences & Génie de l'environnement	SITE
BURLAT	Patrick	PR 2	Génie industriel	G2I
CARRARO	Laurent	PR 1	Mathématiques Appliquées	G2I
COLLOT	Philippe	PR 1	Microélectronique	CMP
COURNIL	Michel	PR 1	Génie des Procédés	SPIN
DAUZERE-PERES	Stéphane	PR 1	Génie industriel	CMP
DARRIEULAT	Michel	ICM	Sciences & Génie des Matériaux	SMS
DECHOMETS	Roland	PR 1	Sciences & Génie de l'environnement	SITE
DESRAYAUD	Christophe	MA	Mécanique & Ingénierie	SMS
DELAFOSSE	David	PR 2	Sciences & Génie des Matériaux	SMS
DOLGUI	Alexandre	PR 1	Génie Industriel	G2I
DRAPIER	Sylvain	PR 2	Mécanique & Ingénierie	CIS
DRIVER	Julian	DR	Sciences & Génie des Matériaux	SMS
FOREST	Bernard	PR 1	Sciences & Génie des Matériaux	CIS
FORMISYN	Pascal	PR 1	Sciences & Génie de l'environnement	SITE
FORTUNIER	Roland	PR 1	Sciences & Génie des Matériaux	CMP
FRACZKIEWICZ	Anna	MR	Sciences & Génie des Matériaux	SMS
GARCIA	Daniel	CR	Génie des Procédés	SPIN
GIRARDOT	Jean-Jacques	MR	Informatique	G2I
GOEURIOT	Dominique	MR	Sciences & Génie des Matériaux	SMS
GOEURIOT	Patrice	MR	Sciences & Génie des Matériaux	SMS
GRAILLOT	Didier	DR	Sciences & Génie de l'environnement	SITE
GROSSEAU	Philippe	MR	Génie des Procédés	SPIN
GRUY	Frédéric	MR	Génie des Procédés	SPIN
GUILHOT	Bernard	DR	Génie des Procédés	CIS
GUY	Bernard	MR	Sciences de la Terre	SPIN
GUYONNET	René	DR	Génie des Procédés	SPIN
HERRI	Jean-Michel	PR 2	Génie des Procédés	SPIN
KLÖCKER	Helmut	MR	Sciences & Génie des Matériaux	SMS
LAFORREST	Valérie	CR	Sciences & Génie de l'Environnement	SITE
LI	Jean-Michel	EC (CCI MP)	Microélectronique	CMP
LONDICHE	Henry	MR	Sciences & Génie de l'Environnement	SITE
MOLIMARD	Jérôme	MA	Sciences & Génie des Matériaux	SMS
MONTHEILLET	Frank	DR 1 CNRS	Sciences & Génie des Matériaux	SMS
PERIER-CAMBY	Laurent	PR1	Génie des Procédés	SPIN
PIJOLAT	Christophe	PR 1	Génie des Procédés	SPIN
PIJOLAT	Michèle	PR 1	Génie des Procédés	SPIN
PINOLI	Jean-Charles	PR 1	Image, Vision, Signal	CIS
STOLARZ	Jacques	CR	Sciences & Génie des Matériaux	SMS
SZAFNICKI	Konrad	CR	Sciences de la Terre	SITE
THOMAS	Gérard	PR 1	Génie des Procédés	SPIN
VALDIVIESO	François	MA	Sciences & Génie des Matériaux	SMS
VAUTRIN	Alain	PR 1	Mécanique & Ingénierie	SMS
VIRICELLE	Jean-Paul	MR	Génie des procédés	SPIN
WOLSKI	Krzysztof	CR	Sciences & Génie des Matériaux	SMS
XIE	Xiaolan	PR 1	Génie industriel	CIS

**Glossaire :**

PR 1 Professeur 1ère catégorie  
 PR 2 Professeur 2ème catégorie  
 MA (MDC) Maitre assistant  
 DR (DR1) Directeur de recherche  
 Ing. Ingénieur  
 MR(DR2) Maitre de recherche  
 CR Chargé de recherche  
 EC Enseignant-chercheur  
 ICM Ingénieur en chef des mines

**Centres :**

SMS Sciences des Matériaux et des Structures  
 SPIN Sciences des Processus Industriels et Naturels  
 SITE Sciences Information et Technologies pour l'environnement  
 G2I Génie Industriel et Informatique  
 CMP Centre de Microélectronique de Provence  
 CIS Centre Ingénierie et Santé

A **Karin**,  
pour sa patience et son amour.

A mes **parents et Sylvain**,  
pour le soutien qu'ils m'ont toujours  
apporté.



# Remerciements

Mes premiers remerciements vont au directeur de cette thèse, M. Jean-Charles Pinoli, qui m'a fait confiance en me confiant ce sujet et m'a guidé dans mon périple. Par ses conseils et sa disponibilité, il a rendu ces trois dernières années enrichissantes et constructives.

Mes remerciements vont ensuite à M. Guy Courbebaisse, co-directeur, qui a su lui aussi m'épauler et m'encourager dans mon travail. Il a également beaucoup contribué à l'amélioration de mes connaissances en traitement du signal, et ce dès le Master image.

Ces deux personnes m'ont ouvert les portes du monde de la recherche et m'ont considéré comme un collègue. Elles ont su me rassurer et m'aider à prendre confiance en moi dans les moments difficiles. Je les en remercie sincèrement.

Je remercie M. Christian Jutten d'avoir accepté d'être le président du jury de soutenance de cette thèse.

Je remercie également M. Yue-Min ZHU et M. Jean-Philippe THIRAN d'avoir accepté d'être les rapporteurs de ma thèse.

J'adresse de sincères remerciements à Johan Debayle et Yann Gavet pour leurs conseils, leur soutien et leur disponibilité tout au long de cette thèse. Ils comptent aujourd'hui parmi mes amis les plus proches.

Je remercie mes autres collègues de l'équipe Imagerie et Statistiques : Xavier Trouillot, Séverine Rivollier et Marthe Lagarrigue, ainsi que mes collègues de Bureau qui se sont succédés : Daria Makarenko, Josianne Tomasi et Julien Combes pour leurs encouragements et les discussions que nous avons pu avoir ensemble.

Je remercie Anne-Marie Danna de m'avoir transmis son expérience et son savoir sur la microscopie à force atomique, ainsi que pour sa patience et sa gentillesse.

Je tiens aussi à remercier Didier Bernache et Bernard Guilhot pour leur confiance et leur considération, ainsi que pour l'intérêt qu'ils ont porté à mes différents travaux.

## *REMERCIEMENTS*

---

Je remercie aussi toutes les personnes du "Café du C3" d'avoir supporté mes jeux de mots et plaisanteries pendant trois ans...

Mes remerciements vont aussi à mes parents et mon frère Sylvain, qui m'ont apporté leur soutien, leur énergie et leur musique, ils m'ont permis de rester qui je suis.

Enfin, mes derniers remerciements vont à mon épouse Karin qui m'a soutenu, m'a aidé dans cette aventure et sans qui ces trois ans auraient été bien difficiles.

# Table des matières

0.1	Introduction générale au traitement du signal . . . . .	1
0.2	Analyse temps-fréquence . . . . .	1
0.3	Signaux biomédicaux . . . . .	2
0.4	Présentation du manuscrit . . . . .	3
<b>I</b>	<b>CONTEXTE</b>	<b>5</b>
<b>1</b>	<b>Rappels</b>	<b>9</b>
1.1	Transformée de Fourier . . . . .	9
1.1.1	Des séries de Fourier à la transformée de Fourier . . . . .	9
1.1.2	Propriétés . . . . .	10
1.2	Signal analytique . . . . .	11
1.2.1	Définitions . . . . .	11
1.2.2	Propriétés . . . . .	11
<b>2</b>	<b>Problématique</b>	<b>13</b>
2.1	Transformée de Fourier et analyse temps-fréquence . . . . .	13
2.1.1	Signaux stationnaires et non-stationnaires . . . . .	13
2.1.2	Les signaux non-stationnaires . . . . .	14
2.1.3	Les signaux quasi-stationnaires . . . . .	15
2.2	Analyse Temps-fréquence . . . . .	15
2.3	Quasi-stationnarité et petites variations de fréquence . . . . .	15
2.4	Informations de phase . . . . .	15
2.5	Nouveau concept . . . . .	16
<b>3</b>	<b>Signaux tests</b>	<b>17</b>
3.1	Signaux tests classiques de l'analyse temps-fréquence . . . . .	17
3.1.1	Chirp linéaire . . . . .	17
3.1.2	Chirp exponentiel . . . . .	18
3.1.3	Signal multicomposantes . . . . .	18
3.2	Signaux tests adaptés à notre problématique . . . . .	19
3.2.1	Signal-test à saut de fréquence . . . . .	19
3.2.2	Signal-test à très faible variation de fréquence . . . . .	20



3.2.3	Signal-test à saut de phase . . . . .	20
<b>II</b>	<b>ETAT DE L'ART : ANALYSE TEMPS-FREQUENCE</b>	<b>23</b>
<b>4</b>	<b>De la transformée de Fourier à la transformée de Fourier à court terme</b>	<b>27</b>
4.1	Transformée de Fourier à court terme . . . . .	27
4.2	Inégalité d'Heisenberg-Gabor . . . . .	28
<b>5</b>	<b>Classe de Cohen</b>	<b>31</b>
5.1	Présentation . . . . .	31
5.2	Spectrogramme de puissance . . . . .	32
5.2.1	Définition . . . . .	32
5.2.2	Résultats sur des signaux tests . . . . .	32
5.3	Distribution de Wigner-Ville . . . . .	34
5.3.1	Définition . . . . .	34
5.3.2	Propriétés . . . . .	34
5.3.3	Résultats sur des signaux tests . . . . .	36
5.3.4	Transformée de Wigner-Ville fenêtrée : Pseudo-Wigner-Ville-Lissée . . . . .	39
<b>III</b>	<b>SPECTROGRAMMES DE FREQUENCE ET DE PHASE</b>	<b>41</b>
<b>6</b>	<b>Introduction aux notions de spectrogrammes de fréquence et de phase</b>	<b>45</b>
6.1	Spectrogramme de fréquence . . . . .	45
6.1.1	Principe et algorithme de calcul . . . . .	45
6.1.2	Liens avec l'analyse spectrale différentielle . . . . .	50
6.1.3	Liens avec la réallocation . . . . .	52
6.1.4	Résultats sur les signaux tests . . . . .	53
6.2	Spectrogramme de phase . . . . .	61
6.2.1	Principe et algorithme de calcul . . . . .	61
6.2.2	Résultats sur les signaux tests . . . . .	61
<b>7</b>	<b>Apport théorique, nouveau concept</b>	<b>67</b>
7.1	Spectrogramme de fréquence continu . . . . .	67
7.1.1	Etude analytique d'un signal sinusoïdal . . . . .	68
7.1.2	Etude analytique du signal "Chirp à faible pente" . . . . .	68
7.1.3	Etude analytique du signal "saut de fréquence" . . . . .	68
7.2	Spectrogramme de phase continu . . . . .	69
7.2.1	Etude analytique d'un signal sinusoïdal . . . . .	70
7.2.2	Etude analytique du signal "saut de phase" . . . . .	71
7.3	Spectrogramme de fréquence et de phase 3D (3DFS et 3DPS) . . . . .	72
7.4	Interprétation, Résultats sur les signaux tests . . . . .	72
7.4.1	"Mapping" utilisant le spectrogramme de puissance . . . . .	72

7.4.2	"Mapping" utilisant le principe de réallocation . . . . .	80
<b>IV</b>	<b>APPLICATIONS</b>	<b>83</b>
<b>8</b>	<b>Application 1 : Analyse de signaux musicaux</b>	<b>87</b>
8.1	Signaux d'instruments traités . . . . .	87
8.2	Spectrogramme ou sonagramme . . . . .	88
8.3	Application à des sons d'instruments . . . . .	88
8.3.1	Guitare acoustique classique . . . . .	90
8.3.2	Piano . . . . .	90
8.3.3	Violon . . . . .	92
8.4	Synthèse . . . . .	94
<b>9</b>	<b>Application 2 : Réacteur de culture osseuse</b>	<b>95</b>
9.1	Tissu osseux et Ostéogénèse . . . . .	95
9.1.1	Introduction . . . . .	95
9.1.2	Constitution et rôle du tissu osseux . . . . .	96
9.1.3	Mécanisme cellulaire de l'ostéogénèse . . . . .	96
9.2	Ostéogénèse et vibrations . . . . .	97
9.2.1	Réacteur de culture . . . . .	97
9.2.2	Présentation du dispositif . . . . .	98
9.2.3	Traitement du signal . . . . .	101
9.2.4	Temps-fréquence, Résultats . . . . .	101
9.2.5	Spectrogrammes de fréquence et de phase 3D . . . . .	105
9.2.6	Calcul d'énergie . . . . .	105
9.2.7	Tests et résultats biologiques . . . . .	109
9.2.8	Synthèse . . . . .	109
<b>10</b>	<b>Application 3 : Analyse de "Ground Reaction Forces"</b>	<b>111</b>
10.1	Généralités . . . . .	111
10.2	Analyse temps-fréquence de GRF . . . . .	113
10.2.1	Spectrogramme de puissance . . . . .	113
10.2.2	Spectrogramme de fréquence et de phase . . . . .	117
10.2.3	Spectrogramme de phase . . . . .	121
10.2.4	Spectrogramme de fréquence et de phase 3D seuillés (T3DFS et T3DPS) . . . . .	123
10.2.5	Spectrogramme de phase 3D réalloués (R3DFS et R3DPS) . . . . .	129
10.3	Synthèse . . . . .	132
<b>V</b>	<b>CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES</b>	<b>137</b>
<b>11</b>	<b>Conclusions</b>	<b>139</b>

<b>12 Perspectives</b>	<b>141</b>
<b>13 Publications</b>	<b>143</b>
<b>LISTES ET NOMENCLATURE DES SYMBOLES</b>	<b>145</b>
Liste des figures	147
Liste des tables	151
Nomenclature des symboles	153
<b>BIBLIOGRAPHIE</b>	<b>157</b>
<b>Echantillonnage</b>	<b>165</b>
.1 Chaîne d'acquisition . . . . .	165
.2 Phénomène de repliement ou aliasing . . . . .	165
<b>Fenêtres</b>	<b>169</b>
.3 Les différentes fenêtres . . . . .	169
.3.1 Fenêtre rectangulaire . . . . .	169
.3.2 Fenêtre de Bartlett . . . . .	170
.3.3 Fenêtre de Hanning . . . . .	170
.3.4 Fenêtre de Hamming . . . . .	171
.3.5 Fenêtre de Blackman . . . . .	171
.3.6 Fenêtre de Blackman-Harris 4 T . . . . .	172
.3.7 Propriétés des différentes fenêtres . . . . .	173
<b>Bioréacteur, précisions techniques</b>	<b>175</b>
.4 Carte d'acquisition . . . . .	175
.5 Amplificateur de courant . . . . .	175
.6 Programme LabVIEW® . . . . .	176

# INTRODUCTION

## 0.1 Introduction générale au traitement du signal

Le traitement du signal est le nom attribué à la discipline qui consiste à développer les concepts, méthodes et techniques de traitement et d'analyse des signaux. Par le terme "signal" il faut entendre "grandeur mesurée en fonction du temps".

L'acquisition des signaux est réalisée à l'aide de capteurs capables de transformer les signaux physiques en signaux électriques. Les signaux électriques ainsi obtenus sont traités de manière analogique à l'aide de circuit et composants électroniques, ou bien de manière numérique avec des ordinateurs ou des machines numériques dédiées. L'étape préalable au traitement numérique est la numérisation, réalisée avec un convertisseur analogique-numérique.

Le champ des méthodes et des applications en traitement du signal est très vaste. Ce champ englobe non seulement les techniques de traitement et d'analyse concernant les signaux à une dimension en fonction du temps, mais aussi les images, séquences vidéo, images 3D, 4D,...

Le sujet traité dans ce manuscrit s'intéresse tout particulièrement aux signaux à une dimension en fonction du temps. Cependant il n'est pas exclu que ce travail puisse être transposé à d'autres types de signaux. Plus particulièrement, cette thèse porte sur les représentations temps-fréquence, techniques de traitement du signal basées sur la représentation conjointe d'un signal sur un plan temps-fréquence. L'objet de ce type de représentations est l'observation des variations de fréquence d'un signal en fonction du temps.

## 0.2 Analyse temps-fréquence

Les représentations temps-fréquence ont connu un formidable essor ces 30 dernières années avec l'évolution très rapide des capacités de calcul des ordinateurs [49]. Ces représentations sont adaptées aux signaux présentant un contenu fréquentiel qui varie au cours du temps. Elles fournissent une représentation conjointe en temps et en fréquence, contrairement à la transformée de Fourier qui représente sous forme uniquement fréquentielle l'information contenue dans un signal temporel. L'inconvénient de cette transformation est la perte de la chronologie des événements.

La plus ancienne et la plus répandue des représentations temps-fréquence est le spectrogramme (plus précisément appelé spectrogramme de puissance). Le spectrogramme est une distribution énergétique calculée à partir du carré du module de la transformée de Fourier à court terme. Dans le calcul du spectrogramme, l'information de phase est définitivement perdue au profit du module, c'est à dire de l'information fréquentielle. Si le rôle de la phase dans les transformées

temps-fréquence a été mis en évidence, le but de l'utilisation des informations qu'elle contient est toujours d'améliorer la résolution en fréquence. Les méthodes de réallocation et l'analyse spectrale différentielle en sont les principales représentantes.

La phase d'un signal est intéressante sur le plan informationnel, mais elle ne peut être présentée directement du fait des variations importantes qu'elle contient. En 2000, F. Léonard [46] a proposé deux représentations discrètes originales : le spectrogramme de fréquence et le spectrogramme de phase. Le spectrogramme de fréquence permet l'observation de faibles variations de fréquence, et le spectrogramme de phase permet l'observation directe des variations de phase en fonction du temps. Ces dernières représentations sont très intéressantes dans le cas des signaux présentant de faibles variations au cours du temps.

### 0.3 Signaux biomédicaux

Le grand nombre de journaux scientifiques ou de livres spécialisés dans le traitement des signaux biomédicaux montre l'importance de l'analyse de tels signaux. Par exemple, la biologie osseuse s'intéresse depuis de nombreuses années à la contrainte mécanique, en constatant l'effet des activités sportives et de la gravité terrestre sur le système cellulaire osseux. Plus précisément, il est admis depuis une dizaine d'années que les vibrations influencent la croissance cellulaire. Les biologistes se sont alors mis en quête du (ou des) "signal(aux) ostéogénique(s)" idéal(aux), signal(aux) qui aurait(ent) la plus grande efficacité en terme de croissance cellulaire. Les objectifs de l'obtention de ce signal sont à visée thérapeutique, notamment en ce qui concerne les maladies liées à la croissance osseuse, et préventives dans le cas des cosmonautes par exemple.

Dans le cadre de cette recherche du "signal ostéogénique", le Centre Ingénierie et Santé (CIS) de l'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint Etienne et le Laboratoire de Biologie du Tissu Osseux (LBTO) de l'Université Jean Monnet de Saint Etienne ont initié une collaboration. Cette collaboration a donné naissance à un bioréacteur instrumenté breveté capable d'appliquer des chocs à un biomatériau sur lequel sont semées des cellules osseuses. Le but principal de cette application de chocs est de générer des vibrations, puis d'enregistrer ces vibrations grâce aux capteurs montés sur le réacteur. Le contenu fréquentiel des vibrations dues aux chocs est alors analysé par des méthodes temps-fréquence.

L'idée d'utiliser les spectrogrammes de fréquence et de phase a été initiée par les travaux de F. Léonard. En effet, la problématique de départ qu'est l'étude des vibrations engendrées par les chocs dans le bioréacteur semblait relever du même type d'analyse que l'étude de la propagation d'ondes de chocs dans les poutres métalliques [46], c'est à dire l'analyse de vibrations mécaniques de relative longue durée.

Parallèlement à cette étude, une analyse de signaux GRF ("Ground Reaction Forces") a été réalisée en collaboration avec le Professeur A. Belli de l'Université Jean Monnet de Saint Etienne. Les nouvelles méthodes temps-fréquence développées dans ce manuscrit se sont révélées performantes sur les GRF et de ce fait ont fait l'objet d'une étude plus poussée.

## 0.4 Présentation du manuscrit

La première partie de ce manuscrit est dédiée à la présentation du cadre théorique de cette thèse. La problématique temps-fréquence ainsi que quelques signaux tests sont présentés, et une brève bibliographie sur la transformée de Fourier est proposée.

Ensuite, dans une deuxième partie, un bref état de l'art, non exhaustif, sur les méthodes temps-fréquence est exposé. La transformée de Fourier à court terme est présentée, ainsi que la classe de Cohen et quelques-unes des principales distributions la constituant.

La troisième partie présente le spectrogramme de fréquence et le spectrogramme de phase dans une approche différente de celle de F. Léonard, et introduit un nouveau concept de représentations tridimensionnelles temps-fréquence-phase et temps-frequence-"faibles variations de fréquence".

La quatrième partie présente des applications des nouveaux outils introduits aux chapitres précédents. Tout d'abord sur des signaux d'instruments de musique à cordes, puis concernant le problème des interactions entre les contraintes mécaniques vibratoires et le système osseux, et enfin l'analyse de GRF est développée en présentant des signaux de marche et de course enregistrés sur tapis de course (roulant) instrumenté.



Première partie

**CONTEXTE**





# SOMMAIRE [Première partie]

---

<b>1</b>	<b>Rappels</b>	<b>9</b>
1.1	Transformée de Fourier . . . . .	9
1.1.1	Des séries de Fourier à la transformée de Fourier . . . . .	9
1.1.2	Propriétés . . . . .	10
1.2	Signal analytique . . . . .	11
1.2.1	Définitions . . . . .	11
1.2.2	Propriétés . . . . .	11
	Fréquences négatives . . . . .	11
	Fréquence instantanée et retard de groupe . . . . .	11
<b>2</b>	<b>Problématique</b>	<b>13</b>
2.1	Transformée de Fourier et analyse temps-fréquence . . . . .	13
2.1.1	Signaux stationnaires et non-stationnaires . . . . .	13
	Signal aléatoire stationnaire . . . . .	14
	Signal certain stationnaire . . . . .	14
2.1.2	Les signaux non-stationnaires . . . . .	14
2.1.3	Les signaux quasi-stationnaires . . . . .	15
2.2	Analyse Temps-fréquence . . . . .	15
2.3	Quasi-stationnarité et petites variations de fréquence . . . . .	15
2.4	Informations de phase . . . . .	15
2.5	Nouveau concept . . . . .	16
<b>3</b>	<b>Signaux tests</b>	<b>17</b>
3.1	Signaux tests classiques de l'analyse temps-fréquence . . . . .	17
3.1.1	Chirp linéaire . . . . .	17
3.1.2	Chirp exponentiel . . . . .	18
3.1.3	Signal multicomposantes . . . . .	18
3.2	Signaux tests adaptés à notre problématique . . . . .	19
3.2.1	Signal-test à saut de fréquence . . . . .	19
3.2.2	Signal-test à très faible variation de fréquence . . . . .	20
3.2.3	Signal-test à saut de phase . . . . .	20

---



# CHAPITRE 1

## Rappels

### SOMMAIRE

---

<b>1.1 Transformée de Fourier</b> . . . . .	<b>9</b>
1.1.1 Des séries de Fourier à la transformée de Fourier . . . . .	9
1.1.2 Propriétés . . . . .	10
<b>1.2 Signal analytique</b> . . . . .	<b>11</b>
1.2.1 Définitions . . . . .	11
1.2.2 Propriétés . . . . .	11

---

En 1822, alors qu'il cherchait à résoudre l'équation de la chaleur, Joseph Fourier définit les séries désormais dites de Fourier [30]. L'idée de base est que tout signal périodique peut être représenté comme une somme de fonctions sinusoïdales déphasées entre elles : la transformée de Fourier est l'expression analytique de ce principe. La notion de fréquence est directement liée aux fonctions sinusoïdales, et de ce fait à la mécanique angulaire.

Ce chapitre vise à rappeler les bases théoriques nécessaires préalables à l'analyse temps-fréquence. Sont notamment abordées les séries de Fourier et la notion de signal analytique, dans le but d'introduire d'une part la transformée de Fourier et d'autre part la fréquence instantanée et le retard de groupe.

## 1.1 Transformée de Fourier

### 1.1.1 Des séries de Fourier à la transformée de Fourier

La transformée de Fourier prend ses racines dans la formulation des séries de Fourier [30], qui expriment le fait que tout signal périodique peut se décomposer comme une somme de sinusoïdes. Par exemple, pour un signal  $x_T(t)$  de période  $T$  (et de fréquence  $f_0$ ) :

$$x_T(t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n e^{i(2\pi n f_0 t + \phi_n)} \quad (1.1)$$

Nota : où  $i^2 = -1$ .

En faisant tendre  $T$  vers l'infini ( $f_0 = \frac{1}{T}$ ) le signal tend vers un signal non-périodique et  $x(t)$  s'écrit :

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} A(f)e^{i(2\pi ft + \phi(f))} df \quad (1.2)$$

Si  $FT(f) = A(f)e^{i\phi(f)}$ , alors :

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} FT(f)e^{i2\pi ft} df \quad (1.3)$$

L'inversion de cette formulation conduit à l'expression de la transformée de Fourier (FT) :

$$FT_x(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-2i\pi ft} dt \quad (1.4)$$

La transformée de Fourier est une représentation complexe qui possède un module :

$$|FT_x(f)| = \sqrt{\text{Imag}(FT_x(f))^2 + \text{Real}(FT_x(f))^2} \quad (1.5)$$

et une phase :

$$\phi_{FT_x(f)} = \text{Atan} \left( \frac{\text{Imag}(FT_x(f))}{\text{Real}(FT_x(f))} \right) \quad (1.6)$$

### 1.1.2 Propriétés

La transformée de Fourier possède de nombreuses propriétés qui en font un outil très puissant [9] pour de nombreuses applications.

Soient les signaux  $x(t)$ ,  $x_1(t)$  et  $x_2(t)$  intégrables et leurs transformées de Fourier, respectivement  $FT_x(f)$ ,  $FT_{x_1}(f)$  et  $FT_{x_2}(f)$ , alors les propriétés suivantes sont vérifiées :

**Additivité**  $x_1(t) + x_2(t) \Rightarrow FT_{x_1}(f) + FT_{x_2}(f)$

**Variation d'amplitude**  $Ax(t) \Rightarrow AFT_x(f)$

**Changement d'échelle**  $x(at) \Rightarrow \frac{1}{|a|}FT_x\left(\frac{f}{a}\right)$

**Décalage temporel**  $x(t - t_0) \Rightarrow FT_x(f) \exp(-i2\pi ft_0)$

**Dérivation**  $x^{(n)}(t) \Rightarrow (2i\pi f)^n FT_x(f)$

**Intégration**  $\int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau \Rightarrow \frac{FT_x(f)}{if}$

**Convolution**  $x_1(t) * x_2(t) \Rightarrow FT_{x_1}(f)FT_{x_2}(f)$

## 1.2 Signal analytique

La notion de signal analytique a été posée par Ville en 1948 [68] dans le but de définir la fréquence instantanée. Le signal analytique est un signal complexe associé à un signal réel. Il possède des propriétés intéressantes, notamment en ce qui concerne sa transformée de Fourier, qui est nulle pour les fréquences négatives.

### 1.2.1 Définitions

Le signal analytique  $z(t)$  est calculé à partir de la transformée de Hilbert [65] du signal réel  $x(t)$  :

$$z_x(t) = x(t) + iH(x(t)) \quad (1.7)$$

avec  $H(x(t))$  la transformée de Hilbert de  $x(t)$  :

$$H(x(t)) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(s)}{t-s} ds \quad (1.8)$$

### 1.2.2 Propriétés

#### Fréquences négatives

L'expression complexe du signal analytique  $z_x(t)$  peut être écrite comme :

$$z_x(f) = FT_x(f) + i(-i \operatorname{sgn}(f))FT_x(f) = 2U(f)FT_x(f) \quad (1.9)$$

où  $U(f)$  est la fonction de Heaviside.

Cette propriété est intéressante car elle rend plus simple l'aspect algorithmique du calcul du signal analytique. Pour obtenir le signal analytique d'un signal  $x(t)$  il suffira donc de réaliser une transformée de Fourier, puis de mettre à zéro toutes les valeurs négatives de son spectre (module de la transformée de Fourier), de multiplier par deux toutes les valeurs positives et ensuite de réaliser une transformée de Fourier inverse. Finalement, un effet de troncature des fréquences négatives est obtenu.

#### Fréquence instantanée et retard de groupe

Il est possible de définir [29], à partir du signal analytique, une amplitude instantanée  $a_x(t)$ , aussi appelée enveloppe du signal :

$$a_x(t) = |z_x(t)| \quad (1.10)$$

ainsi qu'une fréquence instantanée  $f_x(t)$  [17] :

$$f_x(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d \operatorname{arg}(z_x)}{dt}(t) \quad (1.11)$$

Si  $Z_x(f)$  est la transformée de Fourier de  $z_x(t)$ , il est aussi possible de définir un retard de groupe  $t_x(f)$  :

$$t_x(f) = -\frac{1}{2\pi} \frac{d \arg(Z_x)}{df}(f) \quad (1.12)$$

# CHAPITRE 2

## Problématique

### SOMMAIRE

---

<b>2.1 Transformée de Fourier et analyse temps-fréquence</b> . . . . .	<b>13</b>
2.1.1 Signaux stationnaires et non-stationnaires . . . . .	13
2.1.2 Les signaux non-stationnaires . . . . .	14
2.1.3 Les signaux quasi-stationnaires . . . . .	15
<b>2.2 Analyse Temps-fréquence</b> . . . . .	<b>15</b>
<b>2.3 Quasi-stationnarité et petites variations de fréquence</b> . . . . .	<b>15</b>
<b>2.4 Informations de phase</b> . . . . .	<b>15</b>
<b>2.5 Nouveau concept</b> . . . . .	<b>16</b>

---

## 2.1 Transformée de Fourier et analyse temps-fréquence

D'un point de vue pratique, la transformée de Fourier permet de passer du domaine temporel au domaine fréquentiel. L'analyse conjointe temps-fréquence quant à elle vise à estimer et présenter l'évolution de la fréquence instantanée d'un signal dans un "plan temps-fréquence". Il est évident que les signaux périodiques ne bénéficient pas de ces représentations, puisque leur contenu spectral ne varie pas en fonction du temps. Cependant ce type d'analyse est pleinement adapté à la famille des signaux non-stationnaires, c'est à dire les signaux dont le contenu spectral et les propriétés mathématiques évoluent en fonction du temps. La section suivante définit les notions de stationnarité et de non-stationnarité.

### 2.1.1 Signaux stationnaires et non-stationnaires

La transformée de Fourier est inadaptée dans le cas de signaux non-stationnaires, car la localisation temporelle est perdue. Ce fait a été souligné en prenant l'exemple de la musique par J. Ville en 1948 [68] : *"Si nous considérons en effet un morceau contenant plusieurs mesures... et qu'une note, "la" par exemple, figure une fois dans le morceau, l'analyse harmonique nous présentera la fréquence correspondante avec une certaine amplitude et une certaine phase, sans localiser le la. La représentation est néanmoins mathématiquement correcte parce que les phases des notes voisines du la sont agencées de manière à détruire cette note par interférence lorsqu'on ne l'entend pas et*



à la renforcer également par interférence lorsqu'on l'entend, mais s'il y a également une habileté qui honore l'analyse mathématique il ne faut se dissimuler qu'il y a également défiguration de la réalité : en effet quand on n'entend pas le la, la véritable raison est que le la n'est pas émis."

La non-stationnarité peut être vue comme une non-propriété [27], ainsi il est plus aisé de l'appréhender par la notion de stationnarité. Pour préciser la notion de stationnarité, deux cas sont à distinguer : les signaux stationnaires aléatoires et les signaux stationnaires certains.

### Signal aléatoire stationnaire

Un signal aléatoire stationnaire est un signal dont les propriétés mathématiques sont invariantes par décalage temporel. La stationnarité de second ordre, appelée aussi stationnarité au sens large, est la plus importante. Très souvent, le terme "stationnarité" désigne la stationnarité au sens large. Un signal est stationnaire au sens large si sa valeur moyenne est indépendante du temps :

$$E \{x(t)\} = \mu_x \quad (2.1)$$

où  $\mu_x$  est une constante, et si sa fonction de covariance s'identifie à une fonction de corrélation qui ne dépend que de la différence des instants considérés :

$$E \{x(t)x^*(s)\} = \lambda_x(t - s). \quad (2.2)$$

Par extension, les caractéristiques spectrales d'un signal stationnaire ne varient pas au cours du temps. Le module de la transformée de Fourier est constant, ce qui peut être interprété comme un état de régime stationnaire.

### Signal certain stationnaire

Pour les signaux certains, la notion de stationnarité signifie en réalité "stabilité d'une ou plusieurs fréquence(s) au cours du temps". Pour définir cette stationnarité, il est nécessaire de passer par la notion de signal analytique définie au chapitre précédent. En effet, un signal certain est considéré comme stationnaire si il est une combinaison linéaire de composantes à amplitude et fréquence constantes, c'est à dire :

$$a_x(t) = |z_x(t)| = c^{te} \quad (2.3)$$

et

$$f_x(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d \arg(z_x)}{dt}(t) = c^{te} \quad (2.4)$$

#### 2.1.2 Les signaux non-stationnaires

A l'inverse des signaux stationnaires décrits dans la section précédente, des signaux certains ou aléatoires [28] peuvent être des processus non-stationnaires. Les propriétés mathématiques des signaux non-stationnaires, ainsi que leurs contenus fréquentiels, varient de manière non négligeable au cours du temps.

### 2.1.3 Les signaux quasi-stationnaires

Un signal quasi-stationnaire [60] est un signal non-stationnaire dont le spectre de fréquence à court-terme et les caractéristiques statistiques n'évoluent que relativement lentement dans le temps à l'échelle des phénomènes étudiés. Par conséquent, le signal est en première approximation stationnaire à l'échelle d'une certaine fenêtre d'observation.

Les signaux considérés dans les applications traitées dans ce document sont tous des signaux non-stationnaires, cependant leurs caractéristiques sont très différentes. Dans le cas des signaux de type chocs, il est possible de parler de signaux non-stationnaires car l'évolution fréquentielle est extrêmement rapide. Dans le cas de signaux quasi-sinusoidaux, c'est à dire des signaux dont la fréquence varie très peu, il est plus pertinent de parler de quasi-stationnarité [48].

## 2.2 Analyse Temps-fréquence : représentation conjointe en temps et en fréquence

L'analyse temps-fréquence est adaptée aux signaux non-stationnaires [15]. Son but est la recherche de "l'inaccessible fréquence instantanée". Il est généralement admis que l'analyse temps-fréquence est née en 1945 avec les travaux de Gabor [33].

Les résultats de l'analyse temps-fréquence sont présentés la plupart du temps sous la forme d'un diagramme temps-fréquence-amplitude. C'est une représentation bidimensionnelle énergétique présentée souvent sous la forme d'une image, avec l'information d'amplitude (énergie) codée sur une échelle de couleurs indexées. Cette remarque est importante pour la suite de ce travail (cf. Chapitre 7). Les représentations temps-fréquence "classiques" de ce manuscrit ont été générées en utilisant la boîte à outils Matlab ISIS Time Frequency Toolbox [5].

### 2.3 Quasi-stationnarité et petites variations de fréquence

Les signaux quasi-stationnaires présentent en général de très petites variations de fréquence, or les représentations énergétiques temps-fréquence ne sont pas optimales pour l'analyse de ces petites variations de fréquence.

Des solutions pour améliorer la précision ont été mises au point [3], mais pour réellement lire les faibles variations de fréquence il est nécessaire de réaliser un zoom en fréquence dans la plage de variation considérée.

Il apparaît donc intéressant et nécessaire de disposer d'une représentation permettant de présenter globalement les faibles variations de fréquences sur le plan temps-fréquence pris dans sa globalité.

### 2.4 Informations de phase

Une des caractéristiques majeures de l'analyse temps-fréquence est la perte des informations de phase. La plupart des représentations bilinéaires de la classe de Cohen perdent les informations de phase (cf. Chapitre 5) ou bien les utilisent de manière indirecte, en général dans le but d'augmenter la précision en fréquence [42; 34] (cf. Chapitre 6).

Les informations de phase sont importantes car elles possèdent l'information de localisation temporelle des fréquences. Ainsi, il est possible de reconstruire un signal à partir du module et de la phase de sa transformée de Fourier [36], mais pas uniquement en fonction de son module.

Les informations de phase sont donc très importantes dans la connaissance approfondie d'un signal, qu'il soit stationnaire ou non [59].

## 2.5 Nouveau concept

Dans le but de réaliser une analyse conjointe "temps-fréquence" ou "temps-phase" en gardant les informations d'amplitude, un nouveau concept est introduit dans ce manuscrit. Ce nouveau concept est expliqué au Chapitre 7, il s'agit d'une représentation conjointe temps-fréquence-phase ou temps-fréquence-"faible variations de fréquence", inspirée par les travaux de F. Leonard [46] sur les spectrogrammes de fréquence et de phase.

# CHAPITRE 3

## Signaux tests

### SOMMAIRE

---

<b>3.1 Signaux tests classiques de l'analyse temps-fréquence . . . . .</b>	<b>17</b>
3.1.1 Chirp linéaire . . . . .	17
3.1.2 Chirp exponentiel . . . . .	18
3.1.3 Signal multicomposantes . . . . .	18
<b>3.2 Signaux tests adaptés à notre problématique . . . . .</b>	<b>19</b>
3.2.1 Signal-test à saut de fréquence . . . . .	19
3.2.2 Signal-test à très faible variation de fréquence . . . . .	20
3.2.3 Signal-test à saut de phase . . . . .	20

---

Certains signaux tests permettent de mettre en évidence les caractéristiques des représentations temps-fréquence. Les signaux tests suivants ont été sélectionnés pour mettre en évidence les avantages et inconvénients, ainsi que les capacités propres des représentations étudiées.

### 3.1 Signaux tests classiques de l'analyse temps-fréquence

Les résultats de l'analyse temps-fréquence sur les signaux non-stationnaires sont souvent interprétés en termes de modulations de fréquences (variations de fréquences), c'est pourquoi la plupart des signaux-test sont constitués de chirps [71](modulations de fréquence qui peuvent être linéaires, exponentielles,...). Trois signaux tests sont présentés dans cette section : le chirp linéaire, le chirp exponentiel et un signal composé de deux chirps linéaires de pentes différentes.

#### 3.1.1 Chirp linéaire

Le chirp linéaire utilisé dans cette thèse (Figure 3.1) est un chirp allant de la fréquence la plus basse à la fréquence la plus haute observable dans le signal, cette dernière étant directement liée à la période d'échantillonnage (cf. Annexe 1).

L'expression générale d'un chirp linéaire est la suivante :

$$x(t) = \sin \left( 2\pi \left( f_0 + \frac{k}{2}t \right) t \right) \quad (3.1)$$

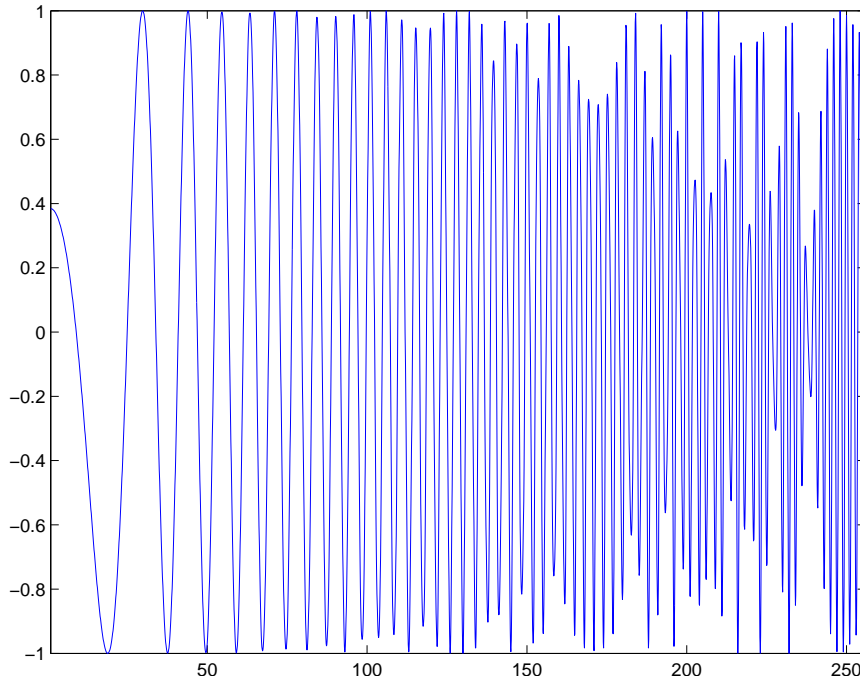


FIGURE 3.1 – Représentation temporelle d'un chirp linéaire.

$$f(t) = f_0 + \frac{k}{2}t \tag{3.2}$$

avec  $f_0$  la fréquence de départ à  $t = 0$  et  $k$  la pente de modulation.

N.B. : l'amplitude est en ordonnée et le temps en abscisse. Etant donné que les signaux tests sont synthétiques, le temps est en nombre de points et l'amplitude n'a pas de dimension.

### 3.1.2 Chirp exponentiel

L'intérêt du chirp exponentiel (Figure 3.2) en tant que signal test est la mise en évidence des phénomènes d'interférences propres intra-modulations de fréquence (cf Chapitre 5). L'expression générale d'un chirp exponentiel est la suivante :

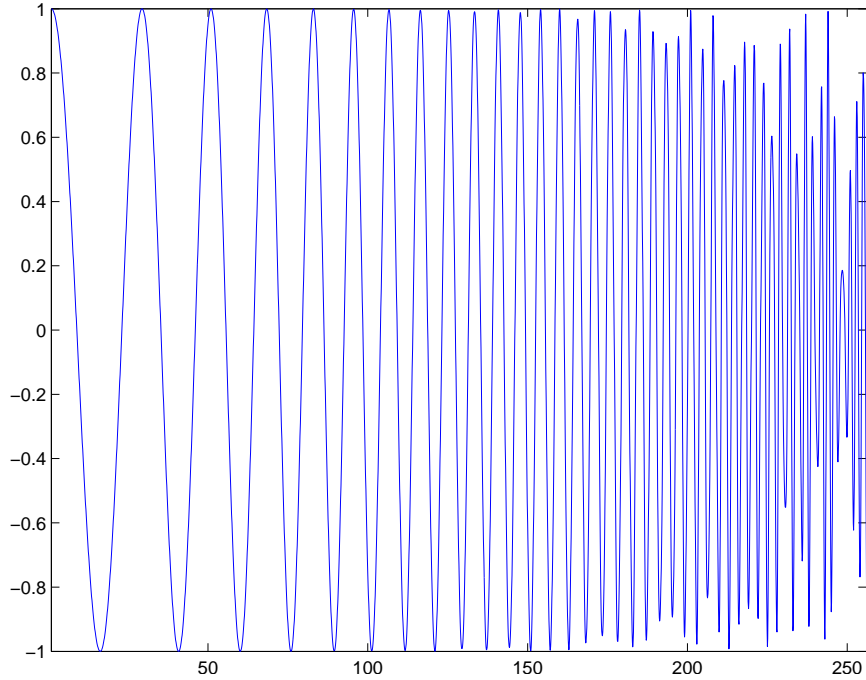
$$x(t) = \sin\left(\frac{2\pi f_0}{\ln(k)}(k^t - 1)\right) \tag{3.3}$$

$$f(t) = f_0 k^t \tag{3.4}$$

avec  $f_0$  la fréquence de départ à  $t = 0$  et  $k$  le facteur de courbure.

### 3.1.3 Signal multicomposantes

Les signaux multicomposantes sont réellement intéressants pour l'analyse temps-fréquence, car l'analyse temporelle et l'analyse fréquentielle sont mises en défaut (cf Chapitre 4) avec de tels



**FIGURE 3.2** – Représentation temporelle d'un chirp exponentiel.

signaux. Le signal utilisé dans cette thèse (Figure 3.3) est constitué de deux chirps linéaires de pentes différentes, ce qui peut être écrit de la manière suivante :

$$x(t) = \sin\left(2\pi\left(f_{01} + \frac{k_1}{2}\right)t\right) + \sin\left(2\pi\left(f_{02} + \frac{k_2}{2}\right)t\right) \quad (3.5)$$

avec  $f_{01}$  et  $k_1$  respectivement la fréquence de départ et la pente du chirp 1, et  $f_{02}$  et  $k_2$  respectivement la fréquence de départ et la pente du chirp 2.

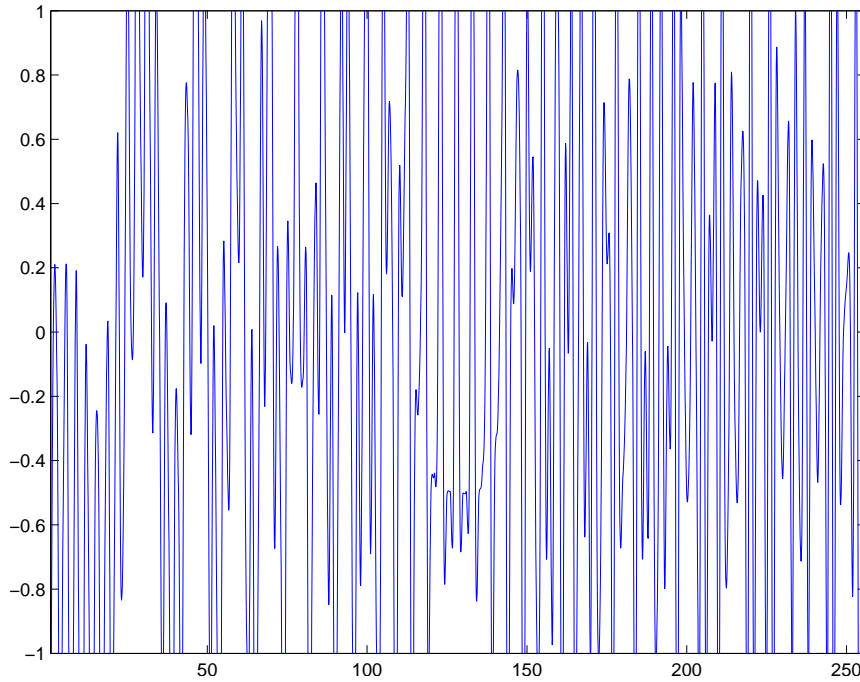
## 3.2 Signaux tests adaptés à notre problématique

En prenant en considération la problématique de quasi-stationnarité énoncée dans le chapitre précédent et les travaux de F. Leonard [46] sur le spectrogramme de fréquence et de phase, l'introduction de nouveaux signaux tests qui posent un problème d'interprétation avec les représentations temps-fréquence classiques (classe de Cohen, cf. chapitre 5) est nécessaire.

### 3.2.1 Signal-test à saut de fréquence

Le signal "saut de fréquence" (Figure 3.4) est une sinusoïde présentant un très léger saut en fréquence. Il est intéressant car il permet d'aborder de manière pratique la notion de quasi-stationnarité. Ce signal présente un saut de fréquence connu mais extrêmement faible, et donc détectable mais difficilement quantifiable avec les représentations temps-fréquence classiques.

Le signal considéré s'exprime de la manière suivante :



**FIGURE 3.3** – Représentation temporelle d'un signal multicomposantes constitué de deux chirps linéaires de pentes différentes.

$$x(t) = \begin{cases} \sin(2\pi f_{01}t) & \text{pour } t \in [0, tc] \\ \sin(2\pi f_{02}t) & \text{pour } t \in ]tc, T] \end{cases} \quad (3.6)$$

avec  $tc$  le lieu temporel du saut de fréquence,  $f_{01}$  la fréquence de la première partie du signal et  $f_{02}$  le fréquence de la deuxième partie.

### 3.2.2 Signal-test à très faible variation de fréquence

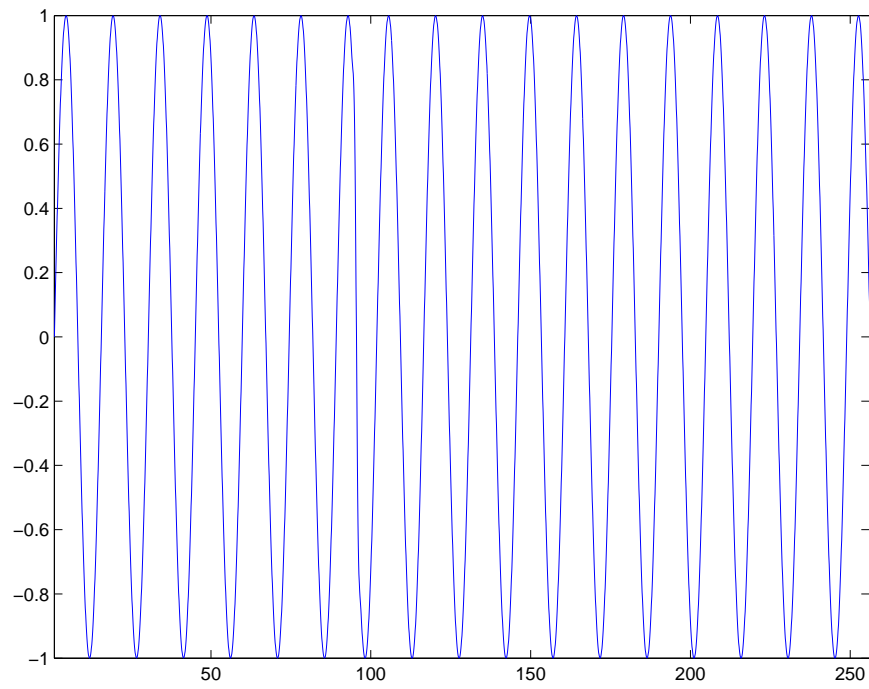
Il est aussi possible d'obtenir une faible variation de fréquence continue, c'est à dire évoluant très lentement dans l'intervalle temporel considéré. Ceci est réalisable avec un chirp linéaire ayant une pente très faible (Figure 3.5), soit la condition :

$$\Delta f \ll \Delta t \quad (3.7)$$

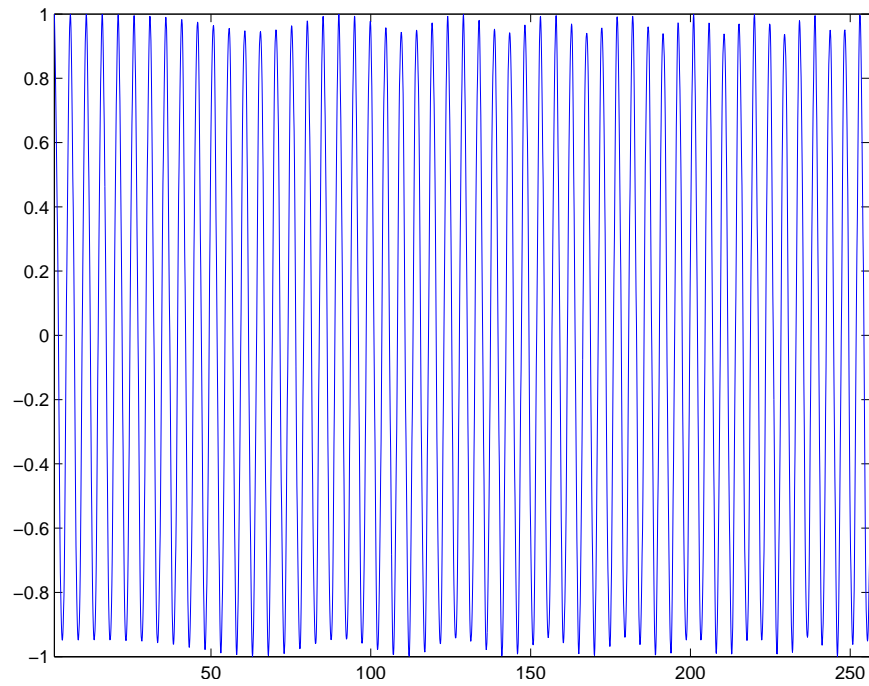
où  $\Delta f$  représente la variation de fréquence sur la durée  $\Delta t$  du signal.

### 3.2.3 Signal-test à saut de phase

S'il est impossible d'obtenir une variation continue de phase sans avoir de variation de fréquence, il est possible de créer un signal présentant un changement brusque de phase, c'est à dire un saut de phase. Il est alors intéressant d'effectuer une analogie avec la mécanique ; ce signal pourrait par exemple traduire un phénomène d'engrenage cassé, ou de glissement de courroie. Le signal test à "saut de phase" (Figure 3.6) est une sinusoïde présentant une rupture réalisée en ôtant une partie du signal en son milieu et en concaténant les deux morceaux ainsi obtenus.

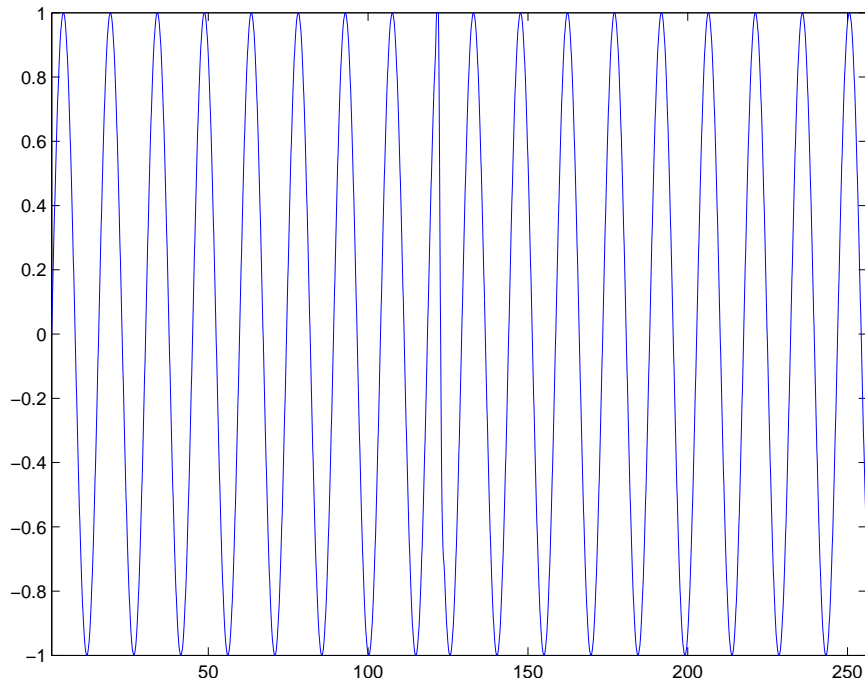


**FIGURE 3.4** – Représentation temporelle d'un signal comprenant un saut de fréquence à  $t_c=130$ .



**FIGURE 3.5** – Représentation temporelle d'un signal à très faible variation de fréquence, ici un chirp linéaire à très faible pente.





**FIGURE 3.6** – Représentation temporelle d’un signal comprenant un saut de phase à  $t_c=120$ .

Un tel signal peut s’exprimer de la manière suivante :

$$x(t) = \sin(2\pi f_0 t + \lambda U(t - t_c)) \quad (3.8)$$

avec  $t_c$  le lieu temporel du saut de phase,  $f_0$  la fréquence du signal,  $\lambda$  la valeur du saut (décalage) de phase et  $U(t - t_c)$  la fonction de Heaviside en  $t_c$ .

Deuxième partie

**ETAT DE L'ART : ANALYSE  
TEMPS-FREQUENCE**



## SOMMAIRE [Deuxième partie]

---

<b>4</b>	<b>De la transformée de Fourier à la transformée de Fourier à court terme</b>	<b>27</b>
4.1	Transformée de Fourier à court terme . . . . .	27
4.2	Inégalité d'Heisenberg-Gabor . . . . .	28
<b>5</b>	<b>Classe de Cohen</b>	<b>31</b>
5.1	Présentation . . . . .	31
5.2	Spectrogramme de puissance . . . . .	32
5.2.1	Définition . . . . .	32
5.2.2	Résultats sur des signaux tests . . . . .	32
5.3	Distribution de Wigner-Ville . . . . .	34
5.3.1	Définition . . . . .	34
5.3.2	Propriétés . . . . .	34
	Conditions marginales . . . . .	34
	Termes croisés . . . . .	35
	Énergie négative . . . . .	35
5.3.3	Résultats sur des signaux tests . . . . .	36
	Utilisation du signal analytique . . . . .	36
	Signaux-tests analytiques . . . . .	36
5.3.4	Transformée de Wigner-Ville fenêtrée : Pseudo-Wigner-Ville-Lissée . . . . .	39

---



# CHAPITRE 4

## De la transformée de Fourier à la transformée de Fourier à court terme

### SOMMAIRE

---

<a href="#">4.1 Transformée de Fourier à court terme</a> . . . . .	<b>27</b>
<a href="#">4.2 Inégalité d'Heisenberg-Gabor</a> . . . . .	<b>28</b>

---

Il n'est plus vraiment nécessaire de présenter le problème de l'analyse de Fourier globale tant les insuffisances de ce type de représentations dans le cas non-stationnaire ont été mises en évidence. Les travaux de Gabor dans les années 40 [33] ont posé les bases de la transformée de Fourier à court terme. Il a été le premier à imaginer une transformée de Fourier locale basée sur un fenêtrage du signal à analyser permettant d'observer des variations de fréquence au cours du temps. Ce chapitre rappelle les principes de l'analyse de Fourier à court terme.

### 4.1 Transformée de Fourier à court terme

La transformée de Fourier à court terme [29] est une transformée de Fourier fenêtrée. Le signal à analyser est convolué par une fenêtre, gaussienne dans le cas de la transformée de Gabor, ou bien par des fenêtres de type Hanning ou Blackman (cf. Annexe 2). Le résultat de cette transformation est une représentation temps-fréquence-amplitude où l'amplitude est complexe.

La transformée de Fourier à court terme peut être exprimée ainsi :

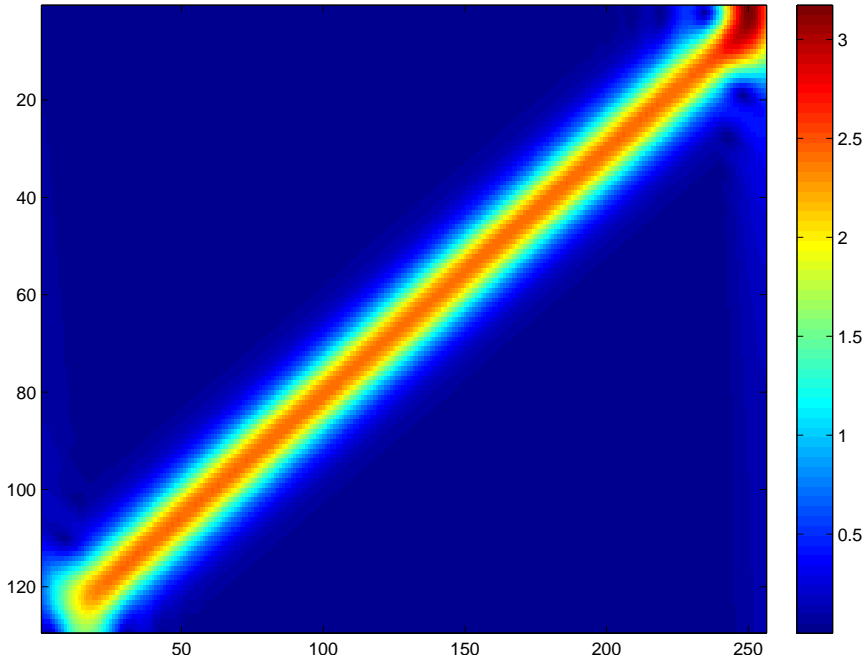
$$STFT_x(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) h^*(\tau - t) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (4.1)$$

où  $h(t)$  est une fenêtre temporelle (cf. Annexe 2), et  $x(t)$  le signal à analyser.

Comme pour la transformée de Fourier, la transformée de Fourier à court terme possède un module (Figure 4.1) :

$$|STFT_x(t, f)| = \sqrt{\text{Imag}(STFT_x(t, f))^2 + \text{Real}(STFT_x(t, f))^2} \quad (4.2)$$

et une phase (Figure 4.2) :



**FIGURE 4.1** – Module de la transformée de Fourier à court terme du signal "chirp linéaire". La barre de couleur représente l'amplitude.

$$\phi_{STFT_x(t,f)} = \text{Atan} \left( \frac{\text{Imag}(STFT_x(t,f))}{\text{Real}(STFT_x(t,f))} \right) \quad (4.3)$$

Il est aussi possible de définir une version discrète de la transformée de Fourier à court terme. Schématiquement, la transformée de Fourier à court terme discrète peut être vue comme une succession de tranches de transformées de Fourier arrangées en fonction du temps.

$$DSTFT_x(t,f) = \sum_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) h^*(\tau - t) e^{-i2\pi f\tau} \quad (4.4)$$

où  $h(t)$  est une fenêtre temporelle et  $x(t)$  le signal à analyser.

## 4.2 Inégalité d'Heisenberg-Gabor

Cette inégalité, également appelée inégalité temps-fréquence, trouve son fondement dans les relations d'incertitudes fixées par Heisenberg [37]. L'analogie avec les travaux de Heisenberg pour la transformée de Fourier a été faite par Gabor dans les années 40 [33].

L'inégalité d'Heisenberg-Gabor s'écrit :

$$\Delta t \cdot \Delta f \geq \frac{1}{4\pi}. \quad (4.5)$$

Elle exprime le fait que le produit durée-bande de tout signal est borné inférieurement pour une durée  $\Delta t$  et une bande spectrale  $\Delta f$ . Autrement dit, plus grande est la précision en fréquence, plus faible est la précision en temps et vice versa.



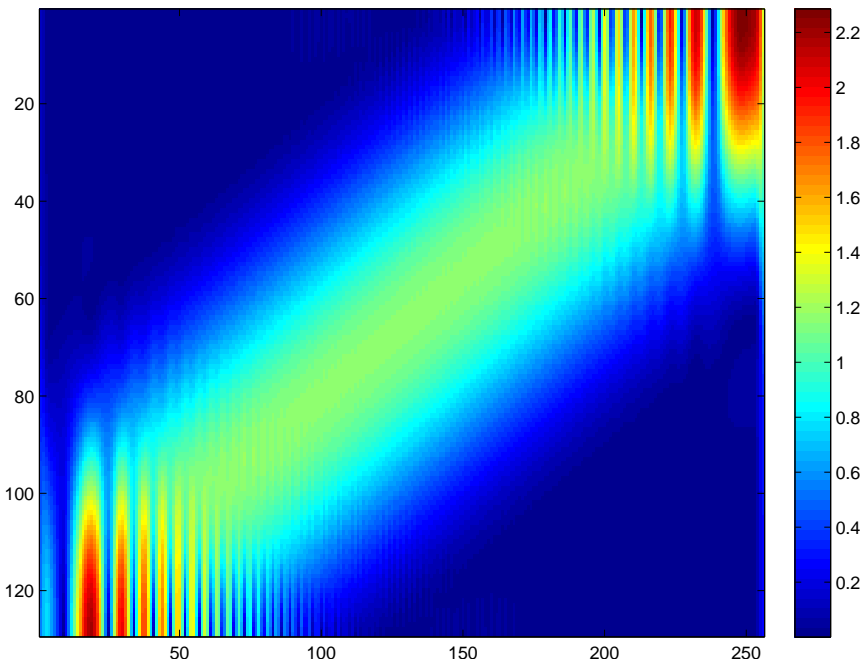
**FIGURE 4.2** – Phase de la transformée de Fourier à court terme du signal "chirp linéaire". La barre de couleur représente l'amplitude.

La transformée de Fourier à court terme est sujette à cette incertitude du fait de l'utilisation de la transformée de Fourier. Ce phénomène impose la recherche du bon compromis temps-fréquence [29] adapté au cas considéré en fixant la bonne largeur de fenêtre.

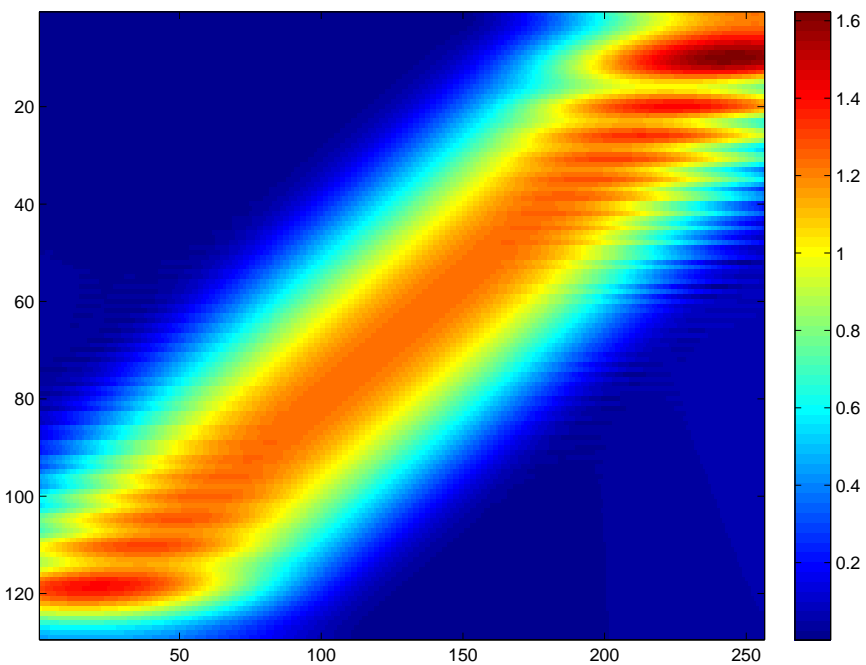
La figure 4.3 présente le cas où la fenêtre est trop étroite ; un phénomène d'étalement en fréquence apparaît.

Sur la figure 4.4, c'est l'inverse, la fenêtre est trop large et un étalement en temps peut être observé.





**FIGURE 4.3** – Module de la transformée de Fourier à court terme du signal "chirp linéaire", calculé avec une fenêtre "trop étroite".



**FIGURE 4.4** – Module de la transformée de Fourier à court terme du signal "chirp linéaire", calculé avec une fenêtre "trop large".

# CHAPITRE 5

## Classe de Cohen

### SOMMAIRE

---

<b>5.1</b>	<b>Présentation</b>	<b>31</b>
<b>5.2</b>	<b>Spectrogramme de puissance</b>	<b>32</b>
5.2.1	Définition	32
5.2.2	Résultats sur des signaux tests	32
<b>5.3</b>	<b>Distribution de Wigner-Ville</b>	<b>34</b>
5.3.1	Définition	34
5.3.2	Propriétés	34
5.3.3	Résultats sur des signaux tests	36
5.3.4	Transformée de Wigner-Ville fenêtrée : Pseudo-Wigner-Ville-Lissée	39

---

L. Cohen a proposé en 1966 dans une synthèse [14] une définition générale pour les représentations conjointes. Cette représentation est basée sur une formulation mathématique intégrale avec une fonction de paramétrisation  $f(\xi, \tau)$  comme noyau. Elle englobe notamment le spectrogramme de puissance [29], la distribution de Wigner-Ville [29], et toutes les représentations énergétiques (dites de la classe de Cohen). Cette définition était au départ destinée à la mécanique quantique, mais elle a été réintroduite au début des années 80 par B. Escudé et J. Gréa [26] et T.A.C.M. Claasen et W.F.G. Mecklenbrauker [13] pour le cas particulier du temps-fréquence.

### 5.1 Présentation

Pour un signal  $x(t)$  et une fonction de paramétrisation (noyau)  $k(\xi, \tau)$ , la forme générale des représentations conjointes de la classe de Cohen peut s'écrire :

$$C_x(t, f; k) = \int \int \int e^{i2\pi\xi(s-t)} k(\xi, \tau) x\left(s + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(s - \frac{\tau}{2}\right) e^{-2i\pi f\tau} d\xi ds d\tau. \quad (5.1)$$

Le spectrogramme de puissance et la distribution de Wigner-Ville sont deux représentations importantes de la classe de Cohen ; elles peuvent être tirées toutes deux de cette expression générale. Ainsi le spectrogramme peut être retrouvé en prenant comme fonction de paramétrisation :

$$k(\xi, \tau) = A_h^*(\xi, \tau) \quad (5.2)$$

avec :

$$A_h^*(\xi, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t)h^*(t - \tau)e^{-i2\pi\xi t} dt \quad (5.3)$$

où  $A_h^*(\xi, \tau)$  est la fonction d'ambiguïté [18] de la fenêtre  $h(\tau, f)$  choisie pour le calcul.

De la même façon, la distribution de Wigner-Ville peut être retrouvée en prenant comme fonction de paramétrisation :

$$k(\xi, \tau) = 1 \quad (5.4)$$

Ces deux distributions sont présentées ci-après dans ce manuscrit.

## 5.2 Spectrogramme de puissance

### 5.2.1 Définition

Le spectrogramme de puissance est le module au carré de la transformée de Fourier à court terme (STFT). C'est donc une distribution énergétique réelle et il fait partie des distributions de la classe de Cohen. La transformée de Fourier à court terme, du fait de sa nature complexe, ne fait pas partie de la classe de Cohen.

Le spectrogramme de puissance s'écrit :

$$S_x(t, f) = |STFT_x(t, f)|^2. \quad (5.5)$$

où  $x(t)$  est le signal à analyser,  $t$  le temps et  $f$  la fréquence.

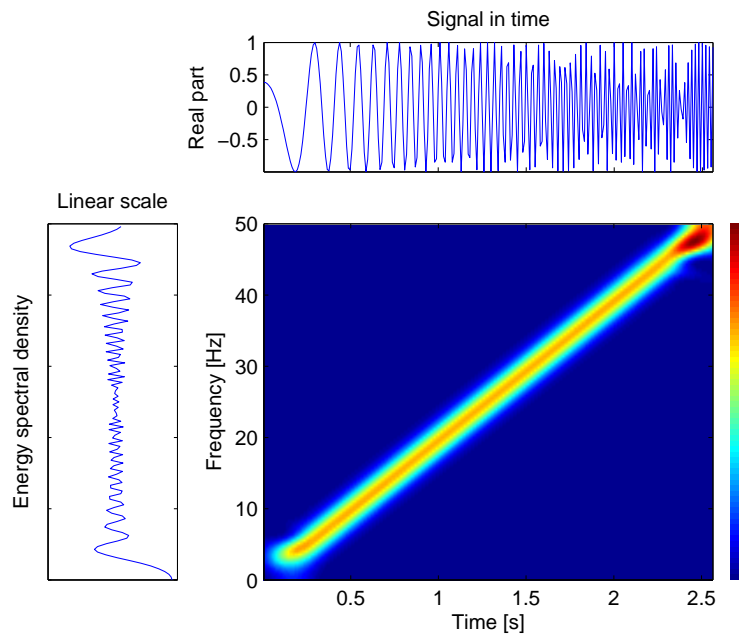
Le spectrogramme de puissance est aussi appelé sonagramme, notamment dans les applications liées au son et à la musique [72]. Historiquement, le terme sonagramme provient du nom du premier appareil capable de réaliser mécaniquement et électriquement l'opération de transformée de Fourier fenêtrée en module carré : le sonographe [23]. Les applications de type acoustique seront abordées au chapitre 8 à titre d'exemple.

### 5.2.2 Résultats sur des signaux tests

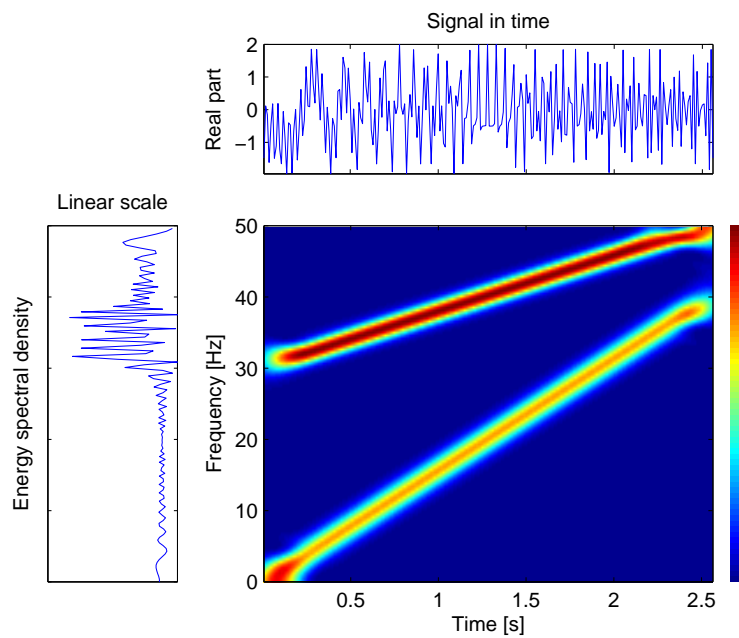
Deux exemples de spectrogramme de puissance sur les signaux tests "chirp linéaire" et "signal multicomposantes" sont illustrés figures 5.1 et 5.2.

**Remarque :** Les représentations temps-fréquence de la classe de Cohen sont en général présentées dans ce document de la manière illustrée figure 5.1. Le signal figure en haut de la représentation et la densité spectrale d'énergie (module carré de la transformée de Fourier) à gauche de la représentation. L'amplitude est représentée sur une échelle de fausses couleurs indexées selon la barre de couleur située à droite sur la figure 5.1.

Il est intéressant de remarquer que la densité spectrale d'énergie (module de la transformée de Fourier au carré) ne permet pas d'appréhender le contenu fréquentiel du signal à elle seule. Sur la figure 5.1, la représentation temporelle du signal permet de comprendre que le signal considéré



**FIGURE 5.1** – Spectrogramme du signal-test chirp linéaire. La fenêtre choisie est de type Hanning et d’une largeur de 61 points.



**FIGURE 5.2** – Spectrogramme du signal-test chirp exponentiel. La fenêtre choisie est de type Hanning et d’une largeur de 61 points.

est à fréquence croissante. En revanche, cette constatation n'est pas valable sur la figure 5.2, car les deux composantes sont entremêlées.

### 5.3 Distribution de Wigner-Ville

La distribution de Wigner-Ville [70] occupe une position centrale dans les distributions de la classe de Cohen [19; 20]. En effet, il est possible de retrouver les principales distributions de la classe de Cohen à partir de la transformée de Wigner-Ville [13].

#### 5.3.1 Définition

La distribution de Wigner-Ville d'un signal  $z(t)$  représentant la version analytique d'un signal  $x(t)$ , s'écrit :

$$WVD_z(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} z\left(t + \frac{\tau}{2}\right) z^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-i2\pi f\tau} d\tau, \quad (5.6)$$

La distribution de Wigner-Ville peut être vue comme une transformation du même type que la transformée de Fourier à court terme, avec comme principale différence la fenêtre, qui ici est tout simplement le signal à transformer renversé dans le temps. Il est à noter une deuxième différence : l'opération quadratique réalisée par le terme  $z\left(t + \frac{\tau}{2}\right) z^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right)$  avant la transformation de Fourier, rend l'algorithme de calcul plus conséquent car il est nécessaire de considérer l'ensemble du signal pour réaliser cette opération.

Il est à noter que la distribution de Wigner-Ville peut être exprimée de manière équivalente en fonction de la transformée de Fourier du signal analysé, soit :

$$WVD_Z(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} Z\left(f + \frac{f'}{2}\right) Z^*\left(f - \frac{f'}{2}\right) e^{i2\pi f't} df' \quad (5.7)$$

où  $Z(f) = FT(z(t))$ .

#### 5.3.2 Propriétés

La distribution de Wigner-Ville possède des propriétés intrinsèques [16] qui en font un outil mathématique puissant mais délicat à utiliser.

#### Conditions marginales

**Moments d'ordre zéro** Les moments d'ordre zéro traduisent le fait qu'il y a conservation de l'énergie sur le support fréquentiel :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} WVD_z(t, f) df = |z(t)|^2 \quad (5.8)$$

et sur le support temporel :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} WVD_z(t, f) dt = |Z(f)|^2 \quad (5.9)$$

De la même façon, l'énergie totale du signal  $z(t)$  est conservée :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} WVD_z(t, f) dt df = \int |z(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |Z(f)|^2 df = \text{Energie} \quad (5.10)$$

**Moments d'ordre un** Le calcul des moments d'ordre un du signal analytique  $z(t)$  associé à un signal  $x(t)$  permet de retrouver la fréquence instantanée :

$$\nu_x(t) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} f WVD_z(t, f) df}{\int_{-\infty}^{+\infty} WVD_z(t, f) df} \quad (5.11)$$

et le retard de groupe :

$$t_x(f) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} t WVD_z(t, f) dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} WVD_z(t, f) dt} \quad (5.12)$$

### Termes croisés

La présence de termes croisés peut rendre l'interprétation des motifs temps-fréquence délicate, c'est l'un des inconvénients de la distribution de Wigner-Ville. Ces termes croisés sont liés au fait que la distribution de Wigner-Ville est quadratique (bilinéaire).

En effet, si  $x(t)$  est un signal constitué d'une somme de composantes élémentaires  $x_c(t)$  :

$$x(t) = \sum_c x_c(t) \quad (5.13)$$

la distribution de Wigner-Ville d'un tel signal s'écrit :

$$WVD_x(t, f) = \int \left[ \sum_c x_c(t + \frac{\tau}{2}) \right] \left[ \sum_c x_c^*(t - \frac{\tau}{2}) \right] e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (5.14)$$

$$= \sum_c \int x_c(t + \frac{\tau}{2}) x_c^*(t - \frac{\tau}{2}) e^{-i2\pi f\tau} d\tau + \sum_c \sum_{d \neq c} \int x_c(t + \frac{\tau}{2}) x_d^*(t - \frac{\tau}{2}) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (5.15)$$

Le terme  $\int x_c(t + \frac{\tau}{2}) x_d^*(t - \frac{\tau}{2}) e^{-i2\pi f\tau} d\tau$  est appelé distribution de Wigner-Ville croisée, à l'origine des termes d'interférence.

La distribution de Wigner-Ville d'un signal multicomposantes est égale à la somme des distributions de Wigner-Ville de chaque composante, plus la somme des distributions de Wigner-Ville croisées de chaque composante avec chaque autre :

$$WVD_x(t, f) = \sum_c WVD_c(t, f) + \sum_c \sum_{d \neq c} WVD_{c,d}(t, f) \quad (5.16)$$

### Énergie négative

Etant donné qu'il y a apparition de termes supplémentaires (termes croisés) et que l'énergie est conservée, il y a aussi apparition d'énergie négative qui va compenser l'énergie supplémentaire apportée par les termes croisés.

A titre d'exemple, si  $z(t)$  est un signal analytique constitué par deux composantes respectivement d'amplitudes  $a_1$  et  $a_2$  et de fréquences  $f_1$  et  $f_2$  :

$$z(t) = z_1(t) + z_2(t) = a_1 e^{i2\pi f_1 t} + a_2 e^{i2\pi f_2 t} \quad (5.17)$$

La distribution de Wigner-Ville de ce signal s'écrit :

$$WVD_z(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ (a_1 e^{i2\pi f_1(t+\frac{\tau}{2})} + a_2 e^{i2\pi f_2(t+\frac{\tau}{2})}) (a_1 e^{-i2\pi f_1(t-\frac{\tau}{2})} + a_2 e^{-i2\pi f_2(t-\frac{\tau}{2})}) \right] e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (5.18)$$

et le résultat final du calcul est le suivant :

$$WVD_z(t, f) = a_1^2 \delta(f - f_1) + a_2^2 \delta(f - f_2) + 2a_1 a_2 \cos(2\pi t(f_1 - f_2)) \delta\left(f - \frac{f_1 + f_2}{2}\right) \quad (5.19)$$

où  $\delta$  représente une distribution de Dirac (symbole de Kronecker).

C'est le terme oscillant  $\cos(2\pi t(f_1 - f_2))$  qui génère les termes d'énergie négative. Il est ici égal à deux fois la partie réelle de  $WVD_{z_1 z_2}(t, f)$ .

### 5.3.3 Résultats sur des signaux tests

#### Utilisation du signal analytique

Il est plus intéressant d'utiliser la version analytique du signal avec la distribution de Wigner-Ville. En effet, le signal analytique permet la réduction des interférences propres à la représentation [38] comme le montrent les figures 5.3 et 5.4. La figure 5.3 représente la distribution de Wigner-Ville du signal réel, et 5.4 représente la distribution de Wigner-Ville du signal analytique associé au signal réel.

#### Signaux-tests analytiques

Les versions analytiques des signaux sont prises dans cette section pour les raisons énoncées ci-dessus. Le cas du chirp linéaire a été présenté ci-dessus. La distribution de Wigner-Ville est parfaitement adaptée aux signaux possédant une seule composante linéaire [64]. La figure 5.4 illustre le fait qu'il n'existe pas d'interférence si le signal analytique est pris à la place du signal réel. Cependant, s'il existe plusieurs composantes ou bien si la composante n'est pas linéaire, des interférences apparaissent (Figures 5.5 et 5.6). Sur la figure 5.5, des interférences inter-composantes apparaissent sous la forme de vaguelettes espacées régulièrement dans une direction intermédiaire entre celles des deux composantes. Des interférences propres à la composante elle-même apparaissent sous la forme de répliques de la composante (Figure 5.6), mais atténuées.

**Remarque :** Il convient cependant de noter que les interférences ne sont pas toujours un problème, et qu'elles contiennent parfois des informations complémentaires à celles des composantes [21]. La figure 5.7 illustre ce principe : la périodicité des interférences est inversement proportionnelle à l'espacement en fréquence entre les deux composantes sinusoïdales.

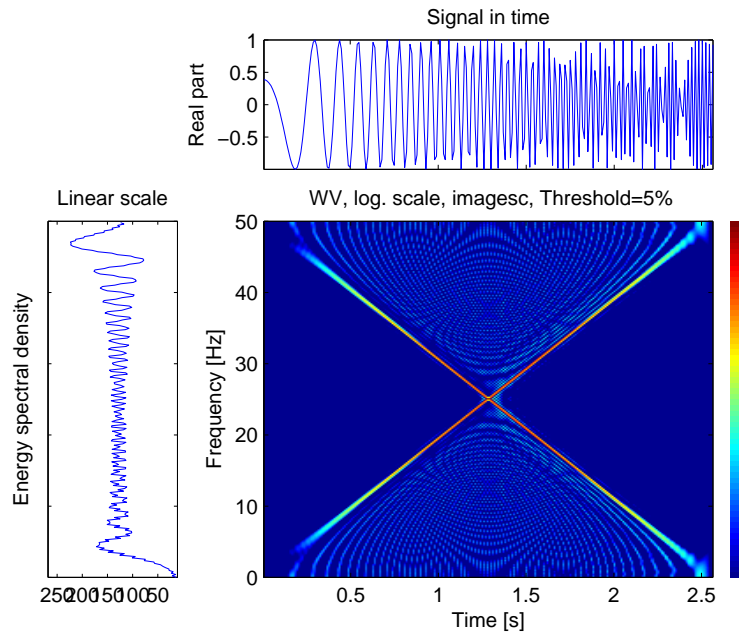


FIGURE 5.3 – Distribution de Wigner-Ville du signal-test chirp linéaire.

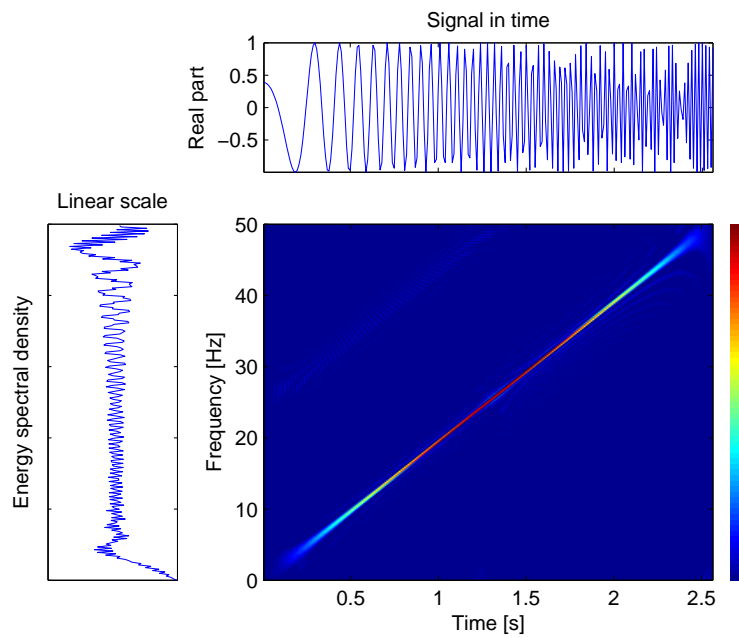


FIGURE 5.4 – Distribution de Wigner-Ville de la version analytique du signal-test chirp linéaire.



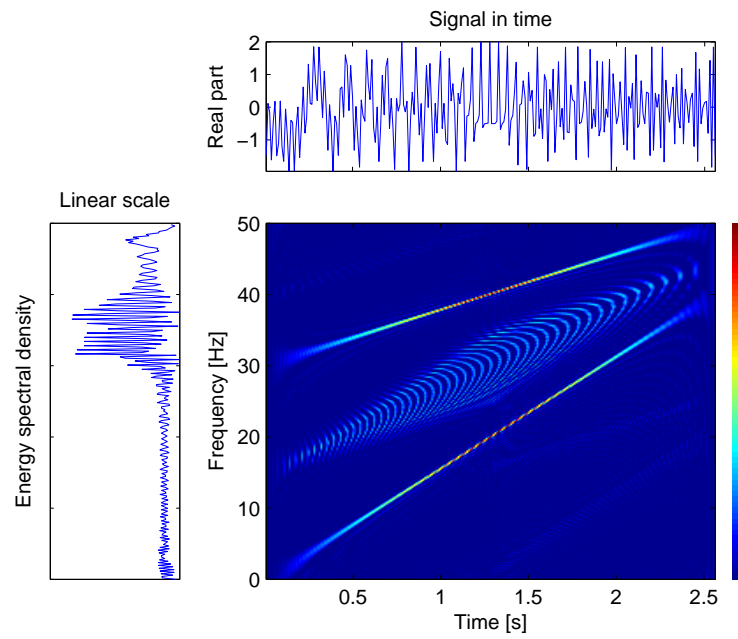


FIGURE 5.5 – Distribution de Wigner-Ville de la version analytique du signal-test multicomposantes.

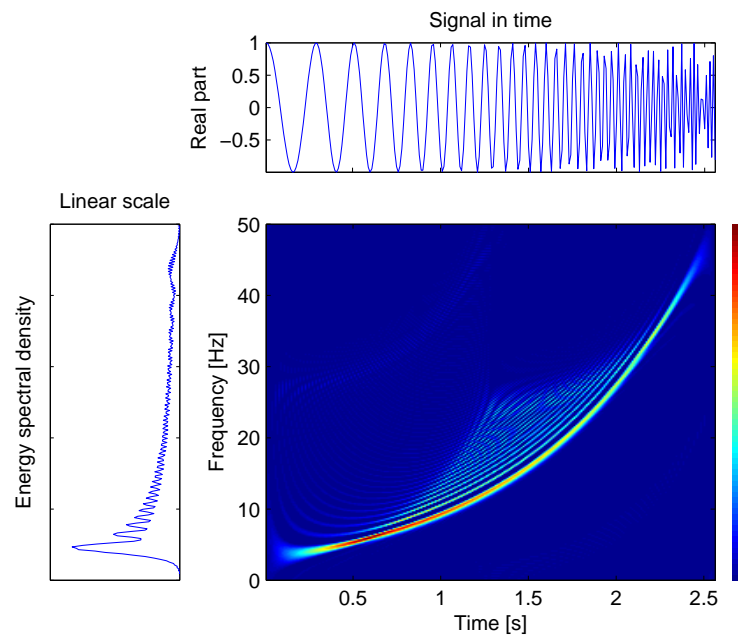
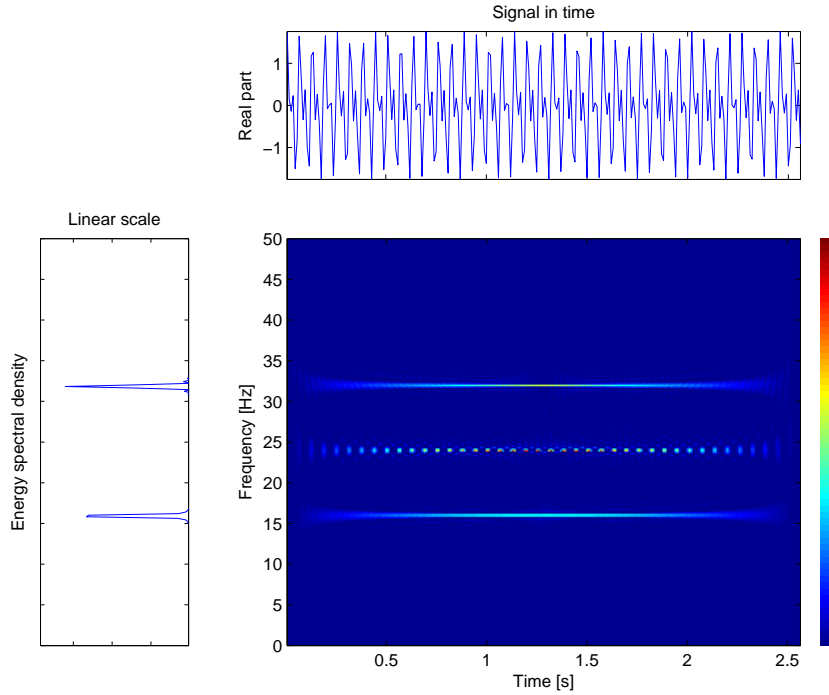


FIGURE 5.6 – Distribution de Wigner-Ville de la version analytique du signal-test chirp exponentiel.



**FIGURE 5.7** – Distribution de Wigner-Ville, version analytique d'un signal constitué de deux sinusoïdes décalées en fréquence.

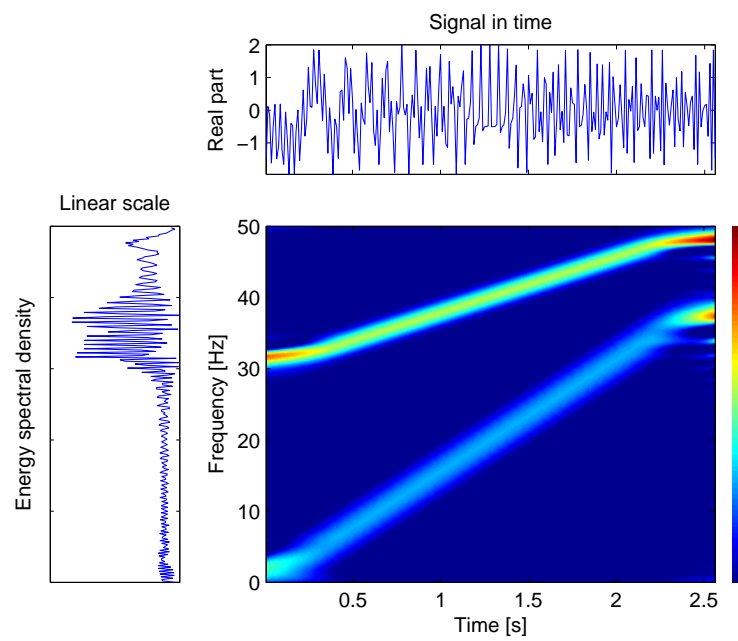
### 5.3.4 Transformée de Wigner-Ville fenêtrée : Pseudo-Wigner-Ville-Lissée

La solution de la transformée de Wigner-Ville fenêtrée a été proposée [47] pour tenter de résoudre le problème des interférences, soit :

$$SPWVD_x(t, f) = \int h(\tau) \int p(s-t) x(s + \frac{\tau}{2}) x^*(s - \frac{\tau}{2}) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (5.20)$$

où  $p(s-t)$  est une fenêtre de lissage fréquentiel.

Cependant, en résolvant en partie le problème des interférences, la transformée de Wigner-Ville fenêtrée se rapproche du spectrogramme de puissance comme l'illustre la figure 5.8. La précision est donc moindre et le compromis temps-fréquence réapparaît, même si il est possible de dissocier la précision en temps et en fréquence grâce aux fenêtres d'ajustement  $h(\tau)$  et  $p(s-t)$ .



**FIGURE 5.8** – Distribution de Pseudo-Wigner-Ville-Lissée de la version analytique du signal-test multicomposantes. La fenêtre choisie est de type Hanning et d’une largeur de 61 points.

Troisième partie

**SPECTROGRAMMES DE  
FREQUENCE ET DE PHASE**



## SOMMAIRE [Troisième partie]

---

<b>6</b>	<b>Introduction aux notions de spectrogrammes de fréquence et de phase</b>	<b>45</b>
6.1	Spectrogramme de fréquence . . . . .	45
6.1.1	Principe et algorithme de calcul . . . . .	45
6.1.2	Liens avec l'analyse spectrale différentielle . . . . .	50
6.1.3	Liens avec la réallocation . . . . .	52
6.1.4	Résultats sur les signaux tests . . . . .	53
	Signaux tests classiques de l'analyse temps-fréquence . . . . .	54
	Signaux tests spécifiques . . . . .	56
6.2	Spectrogramme de phase . . . . .	61
6.2.1	Principe et algorithme de calcul . . . . .	61
6.2.2	Résultats sur les signaux tests . . . . .	61
	Signaux tests classiques de l'analyse temps-fréquence . . . . .	61
	Signaux tests spécifiques . . . . .	64
<b>7</b>	<b>Apport théorique, nouveau concept</b>	<b>67</b>
7.1	Spectrogramme de fréquence continu . . . . .	67
7.1.1	Etude analytique d'un signal sinusoïdal . . . . .	68
7.1.2	Etude analytique du signal "Chirp à faible pente" . . . . .	68
7.1.3	Etude analytique du signal "saut de fréquence" . . . . .	68
7.2	Spectrogramme de phase continu . . . . .	69
7.2.1	Etude analytique d'un signal sinusoïdal . . . . .	70
7.2.2	Etude analytique du signal "saut de phase" . . . . .	71
7.3	Spectrogramme de fréquence et de phase 3D (3DFS et 3DPS) . . . . .	72
7.4	Interprétation, Résultats sur les signaux tests . . . . .	72
7.4.1	"Mapping" utilisant le spectrogramme de puissance . . . . .	72
7.4.2	"Mapping" utilisant le principe de réallocation . . . . .	80

---



# CHAPITRE 6

## Introduction aux notions de spectrogrammes de fréquence et de phase

### SOMMAIRE

---

<b>6.1 Spectrogramme de fréquence</b> . . . . .	<b>45</b>
6.1.1 Principe et algorithme de calcul . . . . .	45
6.1.2 Liens avec l'analyse spectrale différentielle . . . . .	50
6.1.3 Liens avec la réallocation . . . . .	52
6.1.4 Résultats sur les signaux tests . . . . .	53
<b>6.2 Spectrogramme de phase</b> . . . . .	<b>61</b>
6.2.1 Principe et algorithme de calcul . . . . .	61
6.2.2 Résultats sur les signaux tests . . . . .	61

---

Une introduction aux spectrogrammes de fréquence et de phase est présentée sous une approche originale dans ce chapitre, et une mise en relation avec les techniques développées précédemment est réalisée.

### 6.1 Spectrogramme de fréquence

Le spectrogramme de fréquence a été introduit en 2000 par F. Léonard [46]. C'est une représentation issue du spectrogramme de puissance et de la phase de la transformée de Fourier à court terme qui permet l'observation de faibles variations de fréquence autour d'une fréquence de référence.

#### 6.1.1 Principe et algorithme de calcul

Le principe général du calcul du spectrogramme de fréquence est illustré par les figures 6.1 et 6.2. L'opération commence avec le calcul de la version discrète de la transformée de Fourier à court terme (DSTFT) et du spectrogramme de puissance, qui s'écrit de la même façon que le spectrogramme de puissance continu :

$$DS_x(m, f) = |DSTFT(x)(m, f)|^2 \tag{6.1}$$

où  $x$  est le signal analysé,  $m$  un échantillon de temps correspondant à une position temporelle sur



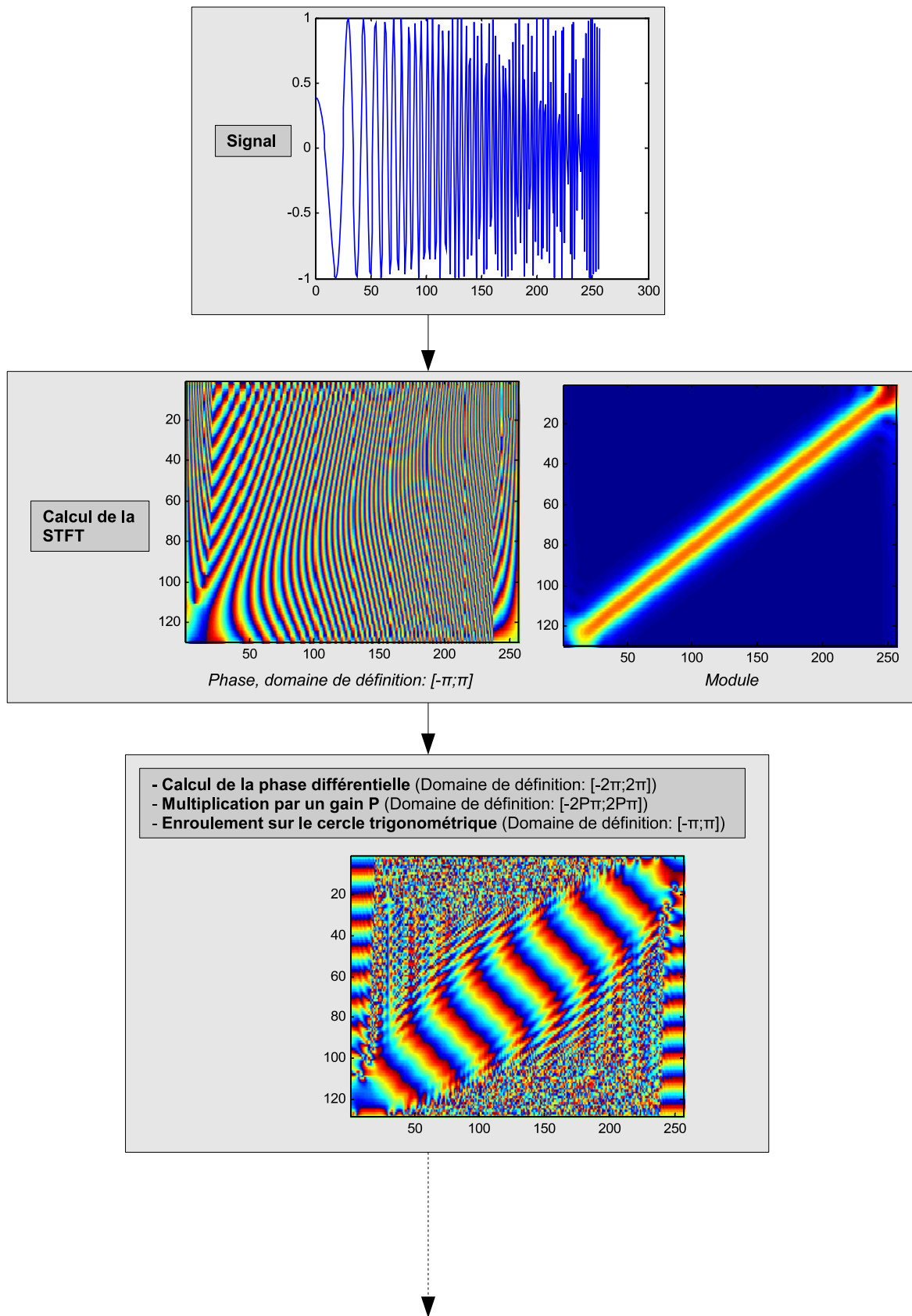


FIGURE 6.1 – Synoptique de calcul du spectrogramme de fréquence, partie 1.

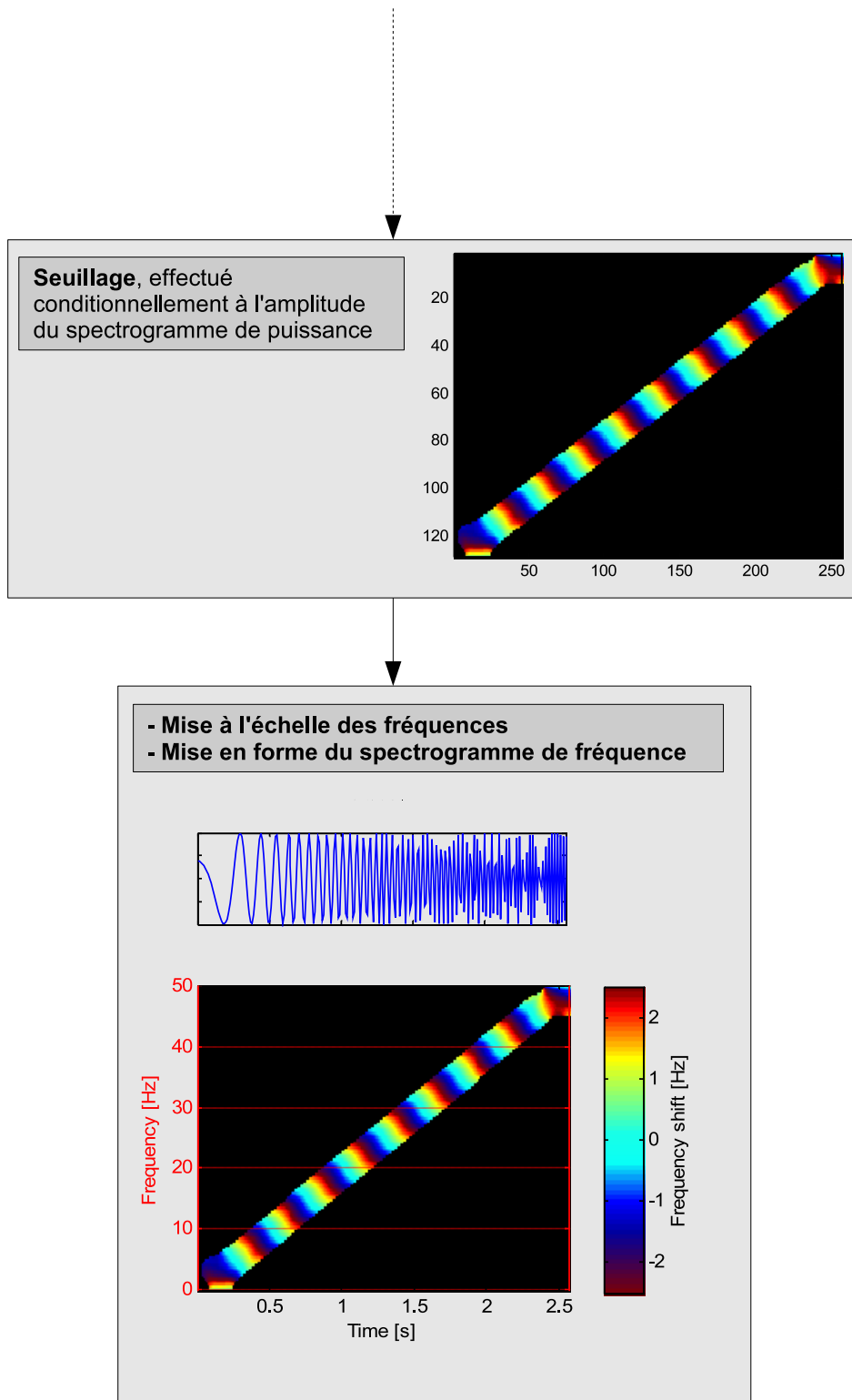
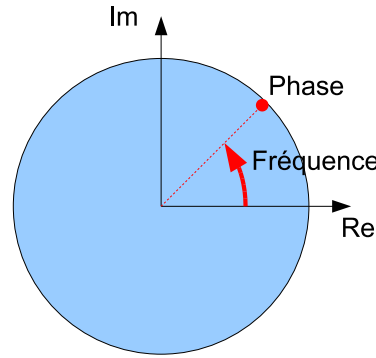


FIGURE 6.2 – Synoptique de calcul du spectrogramme de fréquence, partie 2.



**FIGURE 6.3** – Notion de phase sur le cercle trigonométrique. La phase peut être vue comme une position angulaire et la fréquence comme une vitesse de rotation.

le spectrogramme de puissance,  $f$  la fréquence discrète. La phase  $\phi$  de la DSTFT peut être écrite comme suit :

$$\phi_{DSTFT(x)}(m, f) = \text{Atan} \left( \frac{\text{Imag}(DSTFT(x)(m, f))}{\text{Real}(DSTFT(x)(m, f))} \right) \quad (6.2)$$

La dérivée discrète de la phase (Phase différentielle) est ensuite calculée en prenant deux échantillons temporels adjacents de la phase de la DSTFT. À cette étape, la dérivée discrète de phase (DPD) peut être exprimée ainsi :

$$DPD_x(m, f) = \phi_{DSTFT(x)}(m, f) - \phi_{DSTFT(x)}(m - 1, f). \quad (6.3)$$

L'idée de calculer la dérivée de la phase pour obtenir des informations fréquentielles est à rapprocher des notions de position angulaire et de vitesse de rotation en mécanique. Ceci peut être observé sur le cercle trigonométrique (Figure 6.3).

La DPD admet alors des valeurs dans l'intervalle  $[-2\pi, 2\pi]$  (Figure 6.4).

A cette étape, il est possible d'enrouler la DPD sur le cercle trigonométrique pour revenir dans l'intervalle  $[-\pi, \pi]$ , c'est à dire utiliser un algorithme du type :

### Algorithme d'enroulement de phase

**Entrées:** Phase différentielle  $PhD$

**Sorties:** Phase différentielle enroulée  $PhDE$

**pour**  $i=1$  à  $i=\text{longueur de } PhD$  **faire**

**si**  $Phd(i) > \pi$  **alors**

$PhD(i) = PhD(i) - 2\pi$

**fin**

**si**  $Phd(i) < -\pi$  **alors**

$PhD(i) = PhD(i) + 2\pi$

**fin**

Retourner  $PhDE$ .

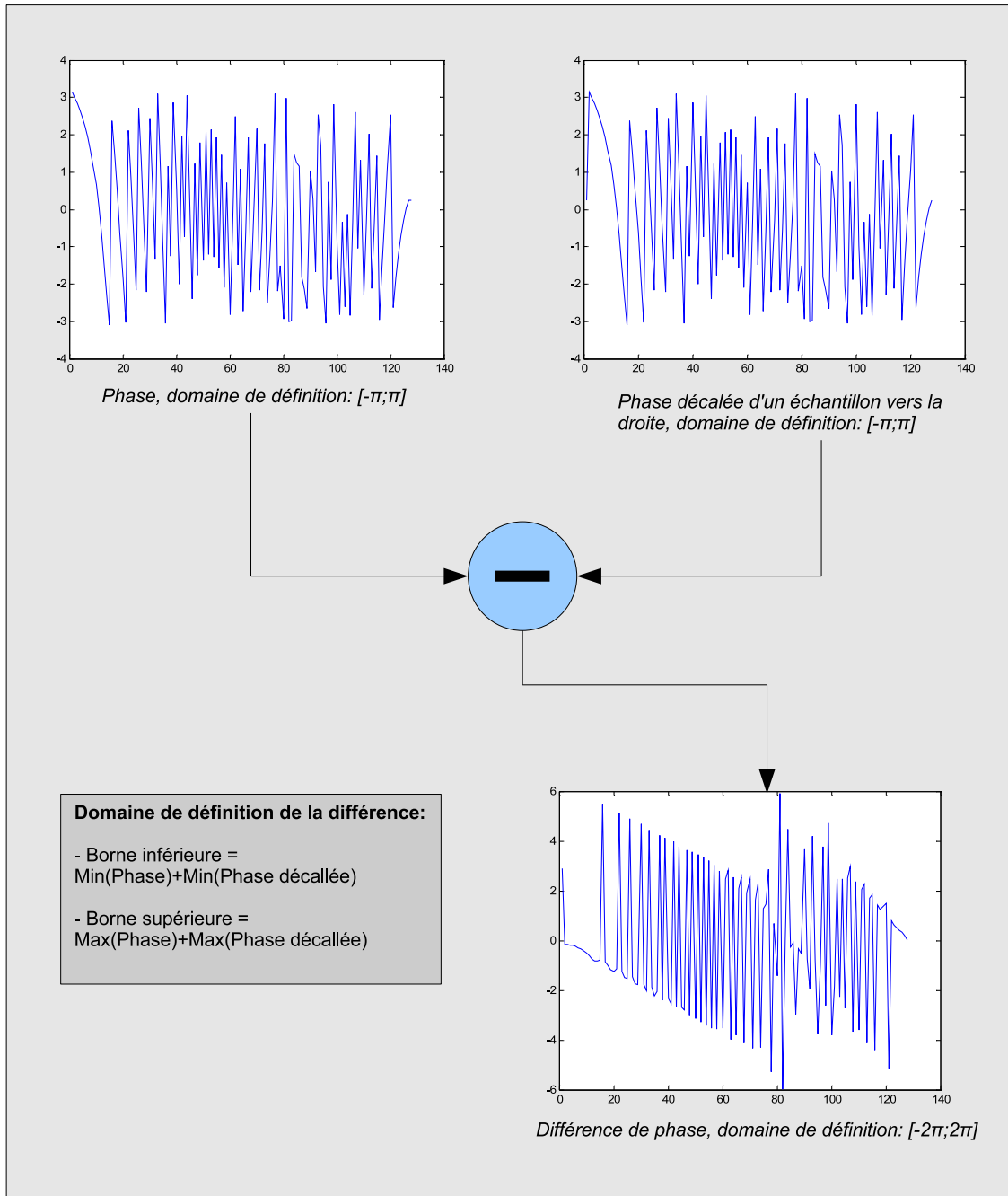


FIGURE 6.4 – Synoptique de calcul de la phase différentielle. Le calcul est présenté ici pour une ligne.

Comme il est illustré dans la figure 6.2, plusieurs rotations colorimétriques sur l'échelle de couleurs peuvent être observées : ces "rotations de fréquence angulaire" apparaissent seulement après enroulement sur le cercle trigonométrique. Le nombre de ces "rotations de fréquence angulaire" est ajusté dans le plan temps-fréquence en utilisant un paramètre de gain entier  $P$ . Avant enroulement, les valeurs sont comprises dans l'intervalle  $[-2P\pi, 2P\pi]$ . Ces valeurs sont alors enroulées sur le cercle trigonométrique (la notation 'souligné' correspond à un enroulement de phase) afin d'être dans l'intervalle  $[-\pi, \pi]$ . Finalement, ce dernier résultat est multiplié par  $\frac{1}{2\pi.l.T.P}$  ( $l$  est le temps entre deux tranches de la STFT et  $T$  la période d'échantillonnage du signal) pour être mis à l'échelle des fréquences.

En conséquence, le spectrogramme de fréquence peut être exprimé de la manière suivante :

$$FS_{x,P}(m, f) = \frac{1}{2\pi.l.T.P} P(\underline{\phi_{DSTFT(x)}(m, f)} - \underline{\phi_{DSTFT(x)}(m-1, f)}) \quad (6.4)$$

Finalement, un seuillage du résultat du calcul du spectrogramme de fréquence est réalisé conditionnellement à l'énergie du spectrogramme de puissance. Ceci se traduit, comme illustré sur la figure 6.2, par un masquage de toutes les zones du plan temps-fréquence pour lesquelles le spectrogramme de puissance admet des valeurs en dessous du seuil choisi.

Un exemple de l'influence du gain  $P$  est présenté figure 6.5.

### 6.1.2 Liens avec l'analyse spectrale différentielle

Il est intéressant de remarquer que le spectrogramme de fréquence s'appuie sur le même principe que l'analyse spectrale différentielle [34].

Cette dernière repose sur une opération de fenêtrage, comme la transformée de Fourier à court terme. Le signal est décrit sous la forme de coefficients calculés sur la largeur d'une fenêtre glissante. Ces coefficients s'expriment pour un signal  $x(t)$  et une fenêtre glissante de largeur  $T$  de la manière suivante :

$$X(t, n) = \frac{1}{T} \int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} x(u) e^{-2i\pi \frac{n}{T} u} du \quad (6.5)$$

Cette expression est ensuite dérivée, ce qui donne :

$$\frac{dX(t, n)}{dt} = \frac{(-1)^n}{T} \left\{ x\left(t + \frac{T}{2}\right) - x\left(t - \frac{T}{2}\right) \right\} e^{-2i\pi \frac{n}{T} t} \quad (6.6)$$

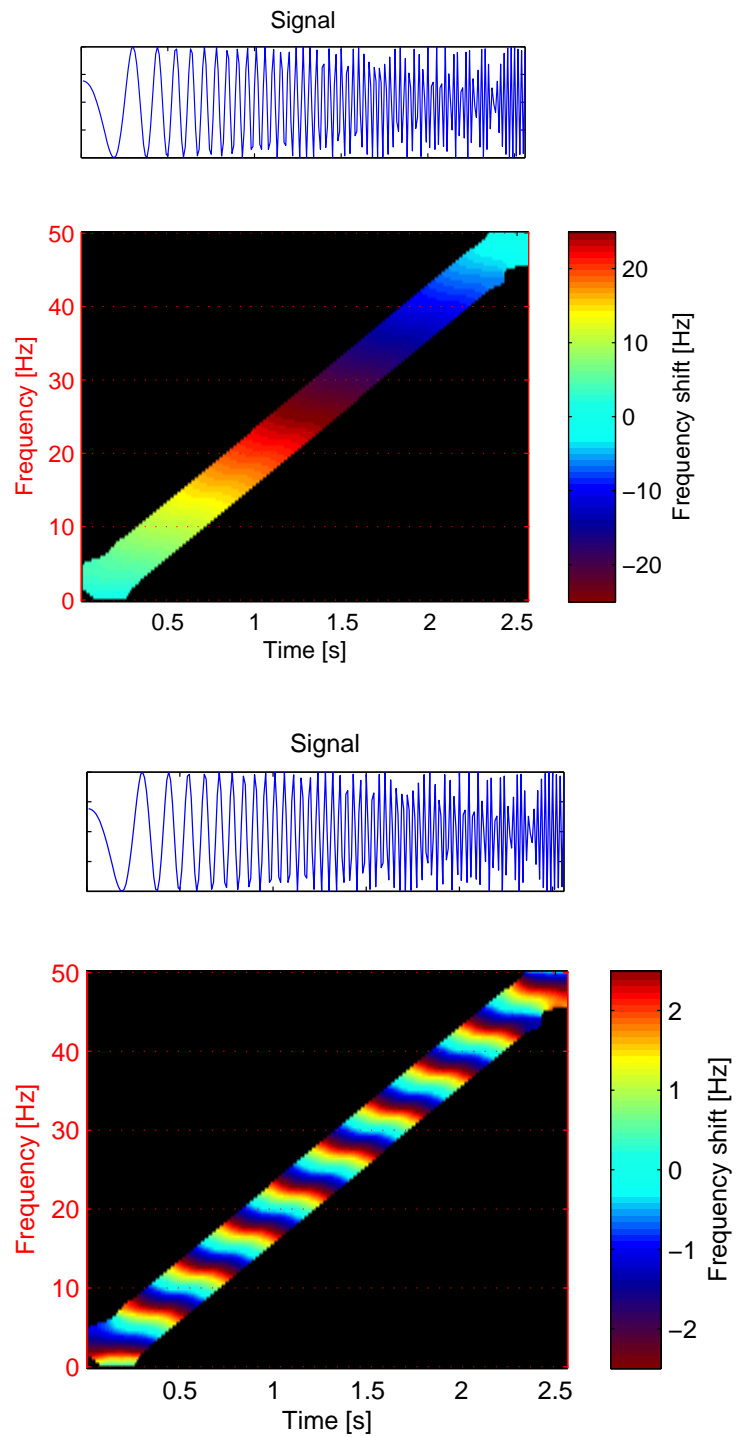
L'analyse spectrale différentielle utilise ensuite le fait que le calcul de  $\frac{dX(t,n)}{dt}$  ne dépend que de  $x\left(t + \frac{T}{2}\right)$  et  $x\left(t - \frac{T}{2}\right)$ .

Pour mettre en oeuvre de manière simple les principes de l'analyse spectrale différentielle, il est plus intéressant d'écrire cette expression sous forme discrète.

L'expression des coefficients devient :

$$X(t, n) = \frac{1}{N} \sum_{k=-\frac{N-1}{2}}^{k+\frac{N-1}{2}} x(l) e^{-2i\pi \frac{n}{N} l} \quad (6.7)$$

Par dérivation, cette expression donne :



**FIGURE 6.5** – Influence du gain  $P$  : Spectrogrammes de fréquence du signal-test "chirp linéaire". La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 61 points,  $P=1$  (figure du haut) et  $P=10$  (figure du bas).

$$\frac{\Delta X(k, n)}{dt} = \frac{(-1)^n}{N} \left\{ x\left(k + \frac{N+1}{2}\right) - x\left(k + \frac{N-1}{2}\right) \right\} e^{-2i\pi \frac{n}{N}l} \quad (6.8)$$

Une loi de récurrence permet de calculer facilement tous les coefficients :

$$X(k+1, n) = X(k, n) + \Delta X(k, n) = X(k, n) + \frac{(-1)^n}{N} \left\{ x\left(k + \frac{N+1}{2}\right) - x\left(k + \frac{N-1}{2}\right) \right\} e^{-2i\pi \frac{n}{N}l} \quad (6.9)$$

Un calcul, non détaillé dans ce manuscrit mais que le lecteur peut trouver dans [24], permet d'écrire la fréquence instantanée :

$$f_i(k, n) = \frac{1}{2\pi} \frac{\operatorname{Re}X(k, n)\operatorname{Im}\Delta X(k, n) - \operatorname{Im}(k, n)\operatorname{Re}\Delta X(k, n)}{\operatorname{Re}X(k, n)^2 + \operatorname{Im}(k, n)^2} \quad (6.10)$$

Globalement, le lien entre analyse spectrale différentielle et spectrogramme de fréquence est assez direct : l'utilisation des informations de phase pour améliorer la précision fréquentielle est réalisée par intégration, comme pour le spectrogramme de fréquence. Cependant, la principale différence réside dans le fait que cette intégration est réalisée sur une expression complexe, avant la séparation en module et phase. Le calcul de la fréquence instantanée peut donc être réalisé directement à partir des coefficients complexes.

### 6.1.3 Liens avec la réallocation

La réallocation est une méthode qui permet d'améliorer la lisibilité des représentations temps-fréquence [43; 3], elle s'appuie sur le calcul de la fréquence instantanée et du retard de groupe. L'idée de base de la réallocation est de réarranger les valeurs d'une distribution mal localisée de la classe de Cohen en utilisant une distribution bien localisée mais qui présente des interférences. L'exemple pour le spectrogramme est présenté ci-après.

Le point de départ est l'expression du spectrogramme comme une version doublement lissée de la transformée de Wigner-Ville :

$$S_x(t, f; h) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} WVD_x(s, \zeta) WVD_h(s-t, \zeta-f) ds d\zeta \quad (6.11)$$

où  $h$  est la fenêtre du spectrogramme.

Le terme  $WVD_h(s-t, \zeta-f)$  délimite une "zone" temps-fréquence au voisinage du point  $(t, f)$ . Il se comporte comme un moyennneur pondéré de la distribution de Wigner-Ville du signal. Le principe de la réallocation consiste à repositionner chaque point  $(t, f)$  du spectrogramme à une position  $(t', f')$  qui est le centre de gravité énergétique de la zone temps-fréquence considérée. Cette opération est réalisée par des opérateurs (vecteurs) de réallocation  $\hat{t}(t, f; x)$  et  $\hat{f}(t, f; x)$  :

$$\hat{t}(t, f; x) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} s WVD_h(s-t, \zeta-f) \cdot WVD_x(s, \zeta) ds d\zeta}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} WVD_h(s-t, \zeta-f) \cdot WVD_x(s, \zeta) ds d\zeta} \quad (6.12)$$

$$\hat{f}(t, f; x) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \zeta WVD_h(s-t, \zeta-f) \cdot WVD_x(s, \zeta) ds d\zeta}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} WVD_h(s-t, \zeta-f) \cdot WVD_x(s, \zeta) ds d\zeta} \quad (6.13)$$

La propriété la plus intéressante réside dans le fait que ces valeurs peuvent être exprimées à partir de la phase de la transformée de Fourier à court terme [4] :

$$\hat{t}(t, f; x) = -\frac{d\phi_{STFT_x}(t, f; h)}{df} \quad (6.14)$$

$$\hat{f}(t, f; x) = f + \frac{d\phi_{STFT_x}(t, f; h)}{dt} \quad (6.15)$$

avec :

$$\phi_{STFT_x}(t, f) = \text{Atan} \left( \frac{\text{Imag}(STFT_x(t, f))}{\text{Real}(STFT_x(t, f))} \right) \quad (6.16)$$

Il est alors possible de donner l'expression du spectrogramme réalloué :

$$Sr_x(t', f'; h) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} S_x(t, f; h) \delta(t' - \hat{t}(t, f; x)) \delta(f' - \hat{f}(t, f; x)) dt df \quad (6.17)$$

où  $\delta$  représente une distribution de Dirac.  $\hat{t}(t, f; x)$  et  $\hat{f}(t, f; x)$  sont des opérateurs chargés de réallouer (déplacer) toutes les valeurs du spectrogramme de puissance, des points  $(t, f)$  vers les points  $(t', f')$ .

Le spectrogramme réalloué ne conserve pas l'énergie du signal contrairement aux représentations de la classe de Cohen.

Il est possible de voir l'opération de réallocation comme un "recentrage" des informations temps-fréquence vers un centre de gravité. Les déplacements des points réalloués sont appelés vecteurs de réallocation.

Le lien avec la réallocation réside, comme l'analyse spectrale différentielle, dans l'utilisation des informations contenues dans la phase pour obtenir des informations fréquentielles. La principale différence est que la réallocation utilise la phase pour améliorer la lisibilité des représentations temps-fréquence, alors que le spectrogramme de fréquence présente simplement la dérivée de la phase. Pour le calcul du spectrogramme de fréquence, les distributions temps-fréquence servent uniquement au seuillage final.

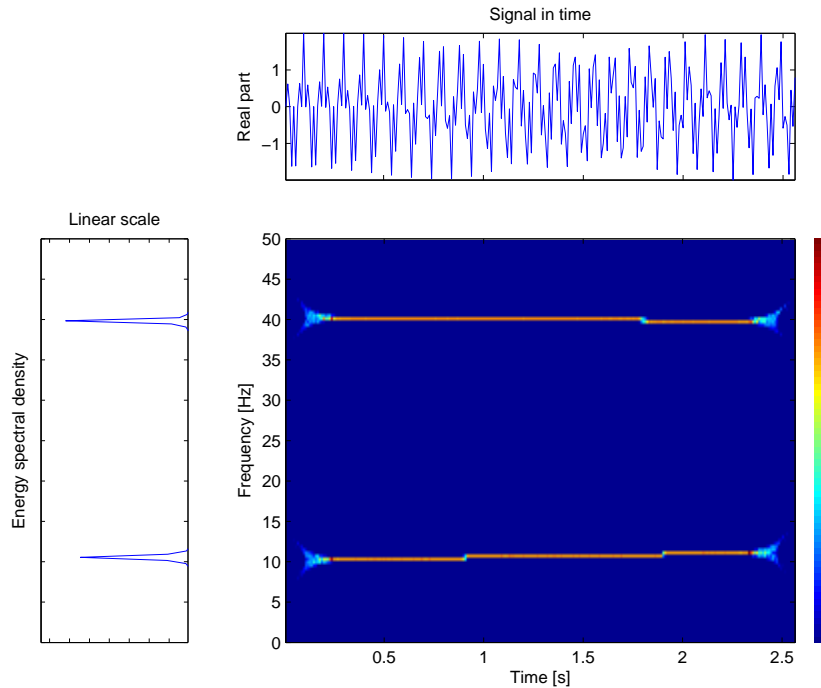
Enfin, le principal défaut de la réallocation est le fait qu'il est nécessaire d'effectuer un zoom sur l'axe des fréquences pour observer les faibles variations. Dans ce cas, il n'est pas possible d'observer de faibles variations de fréquence sur l'ensemble du plan temps-fréquence. Par exemple, pour un signal composé de deux quasi-sinusoides éloignées sur le plan temps-fréquence, il conviendra d'effectuer deux zooms différents pour observer les faibles variations de fréquence.

La figure 6.6 représente le spectrogramme de puissance réalloué d'un signal comportant deux chirps à très faibles pentes. Il est possible d'observer les faibles variations de fréquence sous la forme de "cassures" (ce phénomène étant du à l'échantillonnage), mais il sera nécessaire d'effectuer des zooms sur l'axe des fréquences pour quantifier l'une ou l'autre des variations de fréquence.

### 6.1.4 Résultats sur les signaux tests

Les signaux tests classiques de l'analyse temps-fréquence sont très bien adaptés aux représentations de types temps-fréquence. Les signaux tests spécifiques définis au chapitre 2 ont cependant





**FIGURE 6.6** – Spectrogramme de puissance réalloué du signal-test constitué de deux chirps à très faible pente. La fenêtre choisie est de type Hanning et d’une largeur de 61 points.

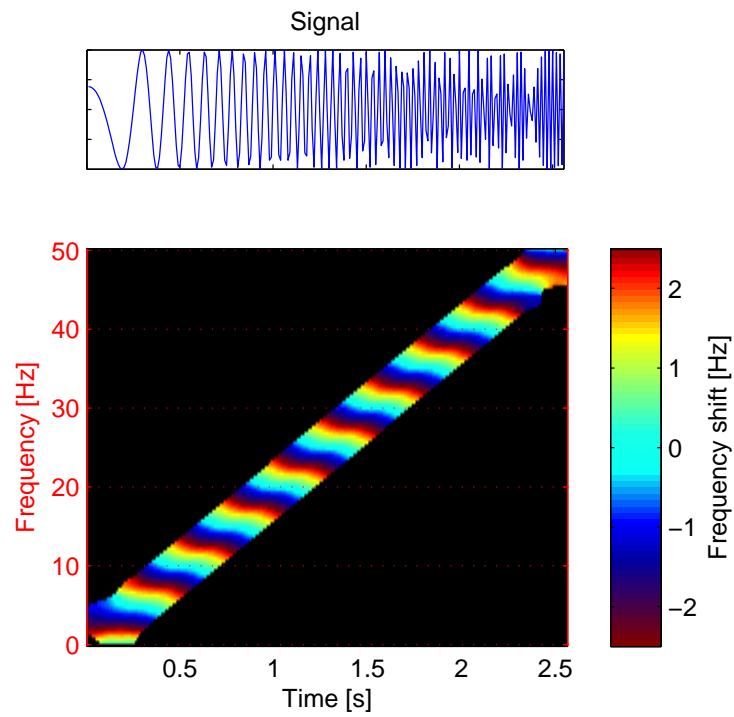
permis de montrer les limites de ces représentations. Les signaux "chirp à faible pente" et "saut de fréquence" vont permettre de mettre en avant les avantages du spectrogramme de fréquence.

### Signaux tests classiques de l’analyse temps-fréquence

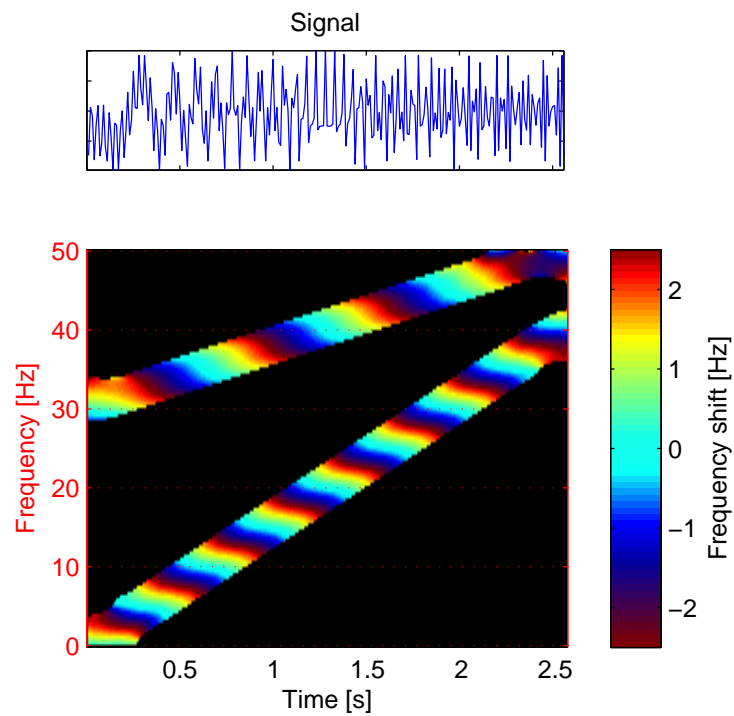
Ces signaux permettent d’observer la façon dont le spectrogramme de fréquence se comporte, notamment en ce qui concerne les "rotations de fréquence". La figure 6.7 illustre le spectrogramme de fréquence du "chirp linéaire", avec un gain  $P=10$  permettant 10 rotations complètes de fréquence sur la totalité de l’échelle fréquentielle, rotations qui seront par la suite appelées "franges spectrales". Le déroulement de fréquence qui parcourt 10 fois l’échelle de couleur est parfaitement observable, étant donné que ce signal part de la fréquence la plus basse pour aller jusqu’à la fréquence la plus haute.

Les franges spectrales se déroulent de manière régulière sur le spectrogramme de fréquence du signal "chirp linéaire". Sur le spectrogramme de fréquence du signal multicomposantes (Figure 6.8), les franges spectrales sont régulières, mais différentes pour chaque composante. Le spectrogramme de fréquence du signal "chirp exponentiel" (Figure 6.9) présente quant à lui une évolution non régulière des franges spectrales, et l’espace inter-franges décroît en fonction du temps. Le spectrogramme de fréquence peut alors renseigner sur la rapidité d’évolution de la fréquence, et donc la pente d’un chirp linéaire, mais aussi sur la linéarité de ce chirp. En effet, dans le cas d’un chirp qui est presque linéaire, l’espace inter-franges spectrales n’est pas constant et il est possible de cette façon de quantifier la courbure de ce dernier.

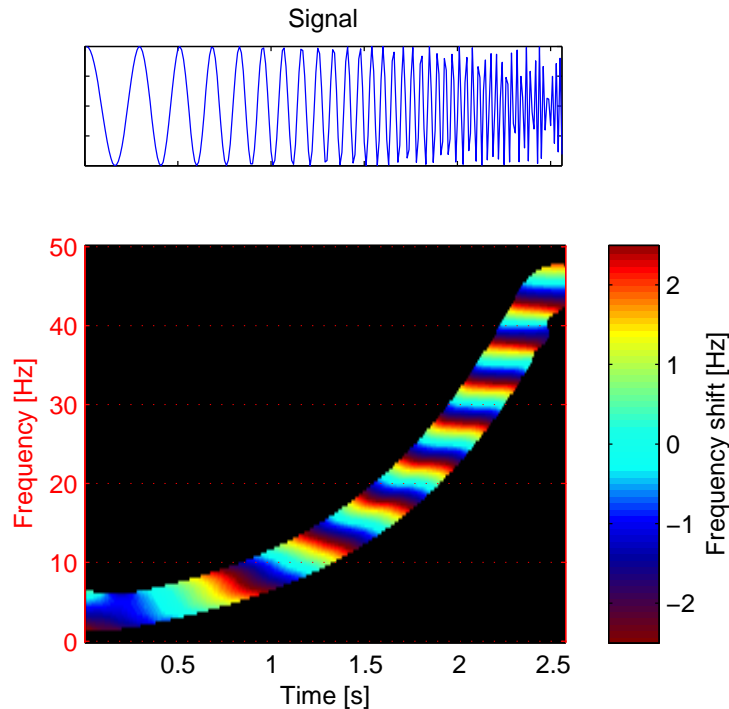
Une propriété intéressante est à remarquer : si la largeur de la fenêtre prise pour le calcul du



**FIGURE 6.7** – Spectrogramme de fréquence du signal-test "chirp linéaire". La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 61 points.



**FIGURE 6.8** – Spectrogramme de fréquence du signal-test multicomposantes. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 61 points.



**FIGURE 6.9** – Spectrogramme de fréquence du signal-test "chirp exponentiel". La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 61 points.

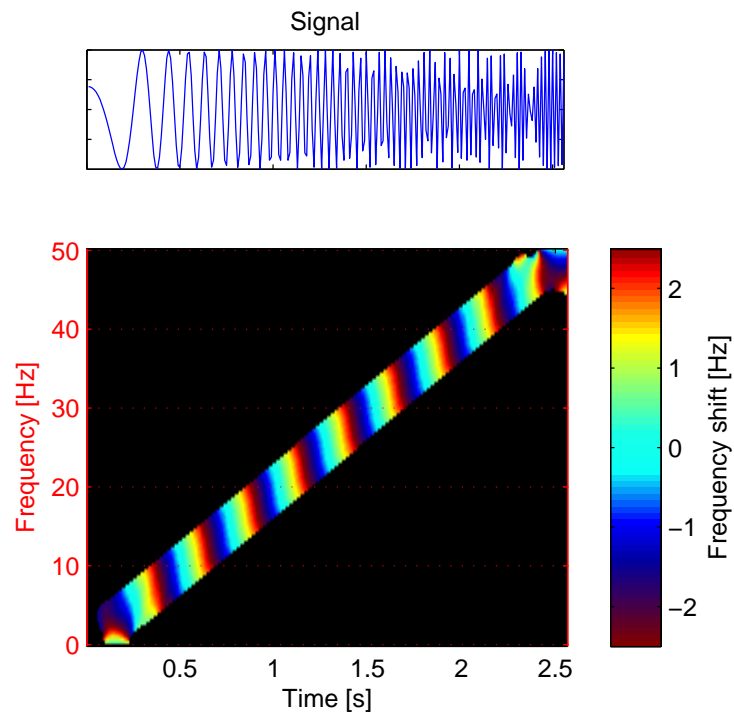
spectrogramme de fréquence du signal "Chirp linéaire" change, une différence d'inclinaison des franges spectrales peut être observée. Sur les figures 6.10 et 6.7, il apparaît clairement que l'inclinaison des franges est liée à la largeur des fenêtres d'analyse. Sur la figure 6.11, les franges spectrales sont perpendiculaires à la direction du chirp : ce phénomène est un atout intéressant, car dans ce cas précis la fenêtre de largeur 41 points semble bien adaptée. Ceci peut représenter une solution originale pour aider au choix de la largeur de la fenêtre spectrale.

### Signaux tests spécifiques

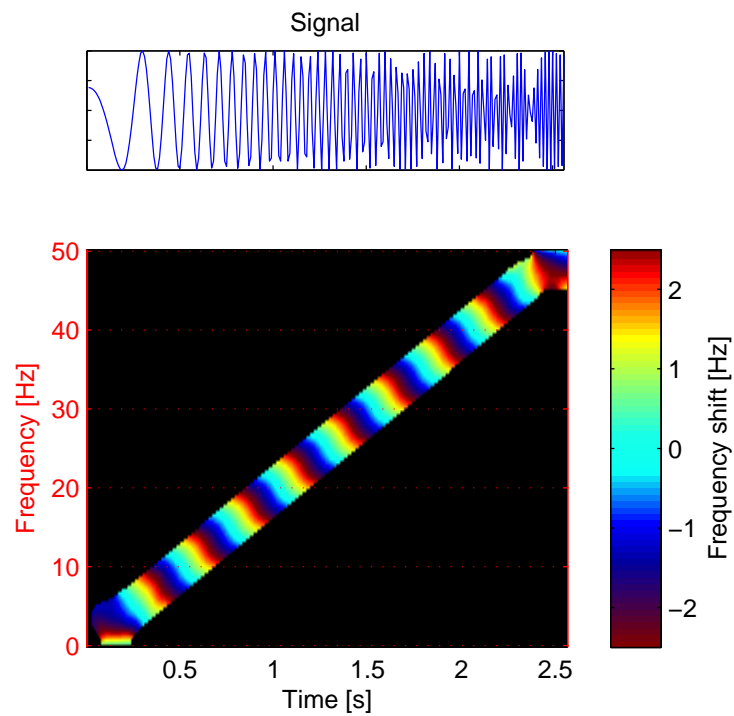
Les signaux tests spécifiques "chirp à faible pente" et "saut de fréquence" ont été créés pour mettre en évidence les capacités du spectrogramme de fréquence (FS) à détecter de faibles variations de fréquence.

Le spectrogramme de puissance (S) montre certaines faiblesses face aux deux signaux tests considérés. Si il est possible de distinguer le saut de fréquence sur la figure 6.12, il est impossible de le quantifier correctement sans effectuer un zoom sur l'axe des fréquences. Sur le spectrogramme de puissance du "chirp à faible pente" (Figure 6.13), la variation de fréquence n'apparaît pas du tout. Le spectrogramme de puissance est donc peu adapté à ces signaux.

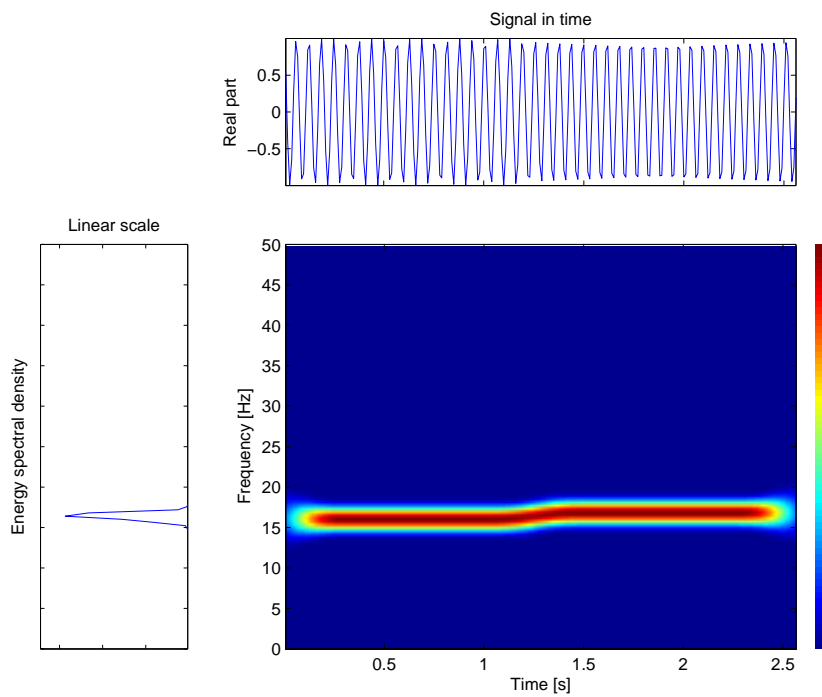
En revanche, le spectrogramme de fréquence des mêmes signaux permet non seulement l'observation des faibles variations de fréquence, mais aussi leur quantification. En effet, le spectrogramme de fréquence du signal "Saut de fréquence" (Figure 6.14) montre un saut de fréquence de 0.8 Hz (valeur lisible sur l'échelle de couleur). Le spectrogramme de fréquence du signal "Chirp à faible pente" (Figure 6.15) quant à lui permet d'observer directement la pente sur l'échelle de



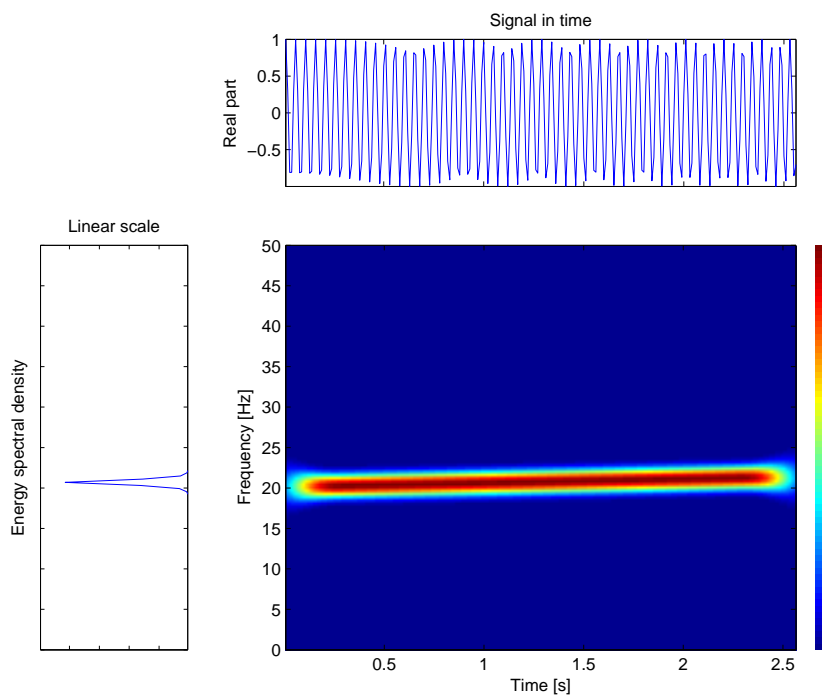
**FIGURE 6.10** – Spectrogramme de fréquence du signal-test "chirp linéaire". La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 31 points.



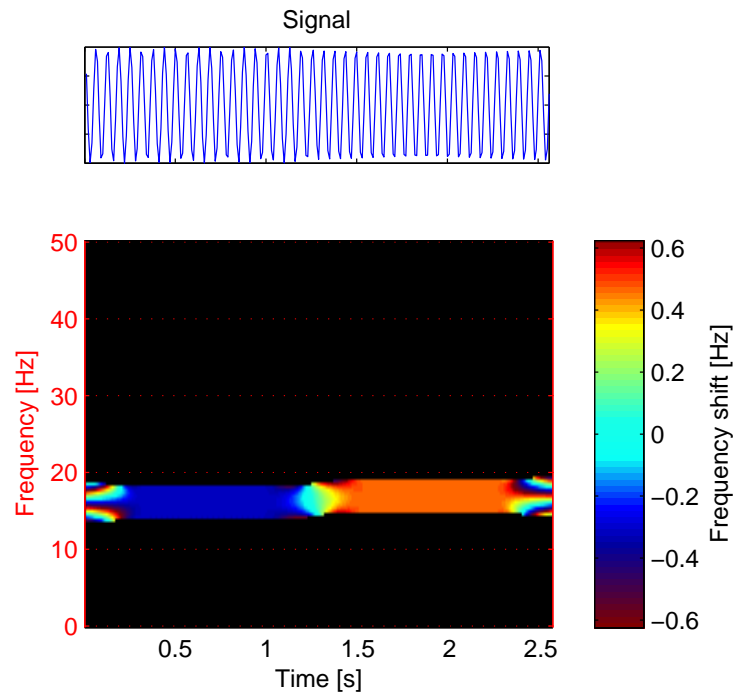
**FIGURE 6.11** – Spectrogramme de fréquence du signal-test "chirp linéaire". La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 41 points.



**FIGURE 6.12** – Spectrogramme de puissance du signal-test "saut de fréquence". La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 61 points.

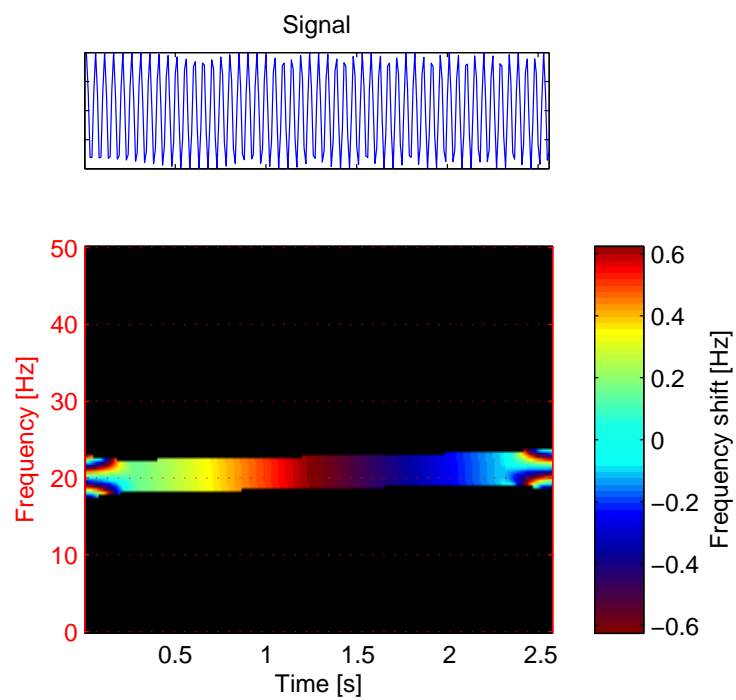


**FIGURE 6.13** – Spectrogramme de puissance du signal-test "chirp à faible pente". La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 61 points.



**FIGURE 6.14** – Spectrogramme de fréquence du signal-test "saut de fréquence". La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 61 points.

couleurs, et de la quantifier : 1 Hz.



**FIGURE 6.15** – Spectrogramme de fréquence du signal-test "chirp à faible pente". La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 61 points.

## 6.2 Spectrogramme de phase

Le spectrogramme de phase (PS) a également été introduit en 2000 par F. Léonard [46]. Il est calculé à partir du spectrogramme de fréquence (FS) référencé à une tranche temporelle  $mr$ , en effectuant la somme cumulative en fonction du temps de ce dernier.

### 6.2.1 Principe et algorithme de calcul

Le principe général du calcul du spectrogramme de phase est illustré par les figures 6.16 et 6.17. La première étape du calcul du spectrogramme de phase consiste à référencer le spectrogramme de fréquence à une tranche  $mr$  en retranchant la valeur à cet instant à tout le spectrogramme de fréquence. Cette dernière représentation peut être utilisée, mais elle présente le principal inconvénient de perdre la référence absolue en fréquence, puisque la tranche de référence choisie constitue désormais le zéro de fréquence. Dans ce cas l'échelle de couleurs ne donne que des informations différentielles et la connaissance absolue de la fréquence est perdue. Il est à remarquer que ce spectrogramme de fréquence référencé à une tranche pourrait être intéressant dans le cas où la fréquence de départ d'une sinusoïde à faible modulation serait connue précisément. L'expression du spectrogramme de fréquence référencé à une tranche  $mr$  est la suivante :

$$FS_{x,P}(m, f, mr) = \frac{1}{2\pi \cdot l \cdot T \cdot P} \left( \text{Unwrap} \left( \underline{P(\phi_{DSTFT(x)}(m, f) - \phi_{DSTFT(x)}(m-1, f))} \right) \right. \\ \left. - \text{Unwrap} \left( \underline{P(\phi_{DSTFT(x)}(mr, f) - \phi_{DSTFT(x)}(mr-1, f))} \right) \right) \quad (6.18)$$

où  $l$  est le temps entre deux tranches de la STFT,  $P$  le gain et  $T$  la période d'échantillonnage du signal. la notation "souligné" correspond à un enroulement de phase.

Il convient ensuite d'effectuer une somme cumulative pour obtenir la phase référencée à la première tranche temporelle :

$$\Phi_{x,P}(m, f, mr) = \begin{cases} 2\pi l T \sum_{j=2}^m FS_{x,P}(m, f, mr) & \text{pour } m > 1 \\ 0 & \text{pour } m = 1 \end{cases} \quad (6.19)$$

Enfin, il convient de référencer le spectrogramme de phase à la tranche  $mr$  en retranchant cette dernière à toutes les tranches. Cette opération est réalisée de la même façon que pour spectrogramme de fréquence référencé à la tranche  $mr$ .

Finalement, le spectrogramme de phase référencé à la tranche  $mr$  s'écrit :

$$PS_{x,P}(m, f, mr) = \Phi_{x,P}(m, f, mr) - \Phi_{x,P}(mr, f, mr) \quad (6.20)$$

### 6.2.2 Résultats sur les signaux tests

#### Signaux tests classiques de l'analyse temps-fréquence

Les résultats du spectrogramme de phase sur les signaux tests classiques ne mettent pas en valeur les capacités de cette représentation. En effet, comme le spectrogramme de phase est prévu pour observer de faibles variations de phase, les signaux à fortes variations de fréquence



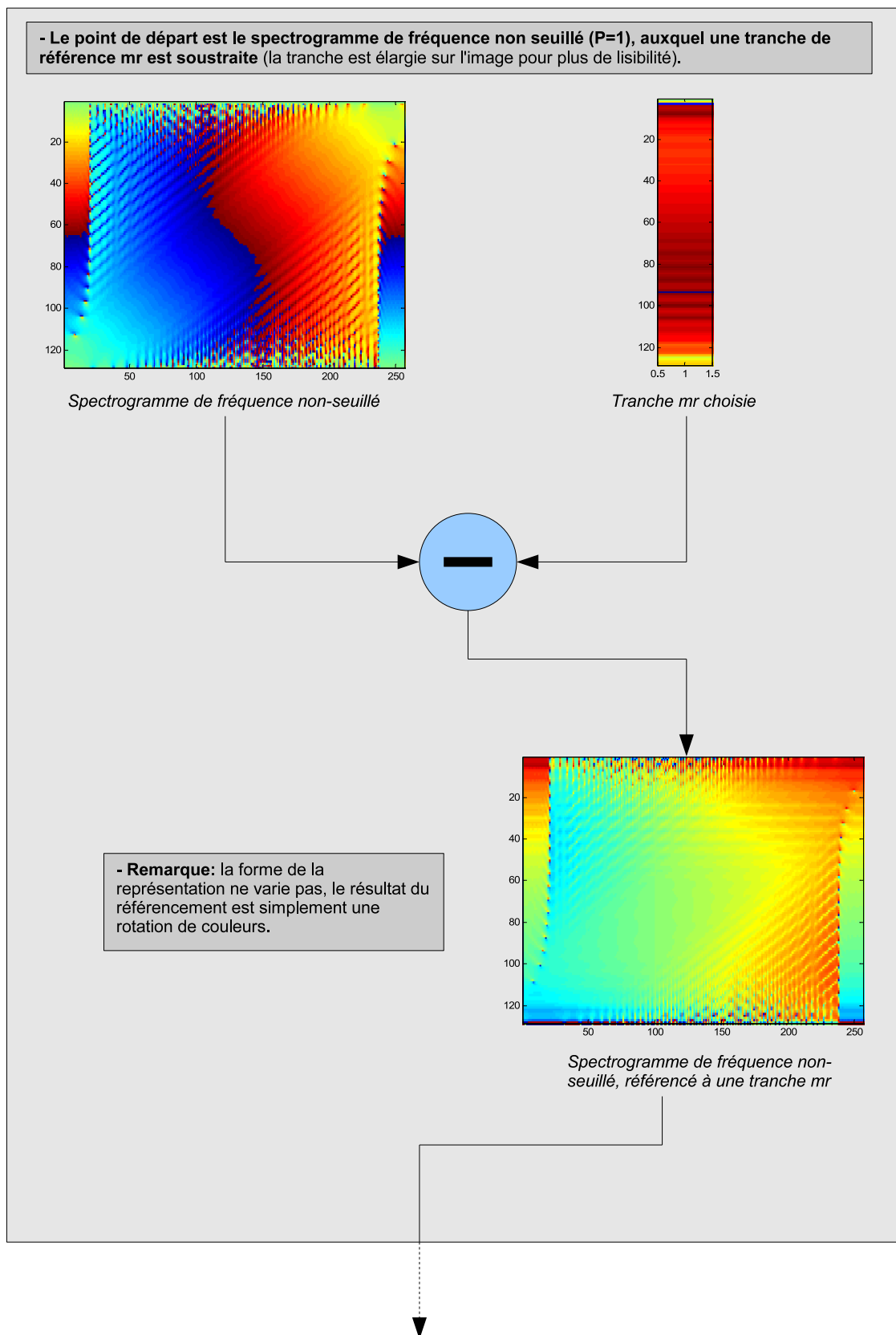


FIGURE 6.16 – Synthétique de calcul du spectrogramme de phase, partie 1.

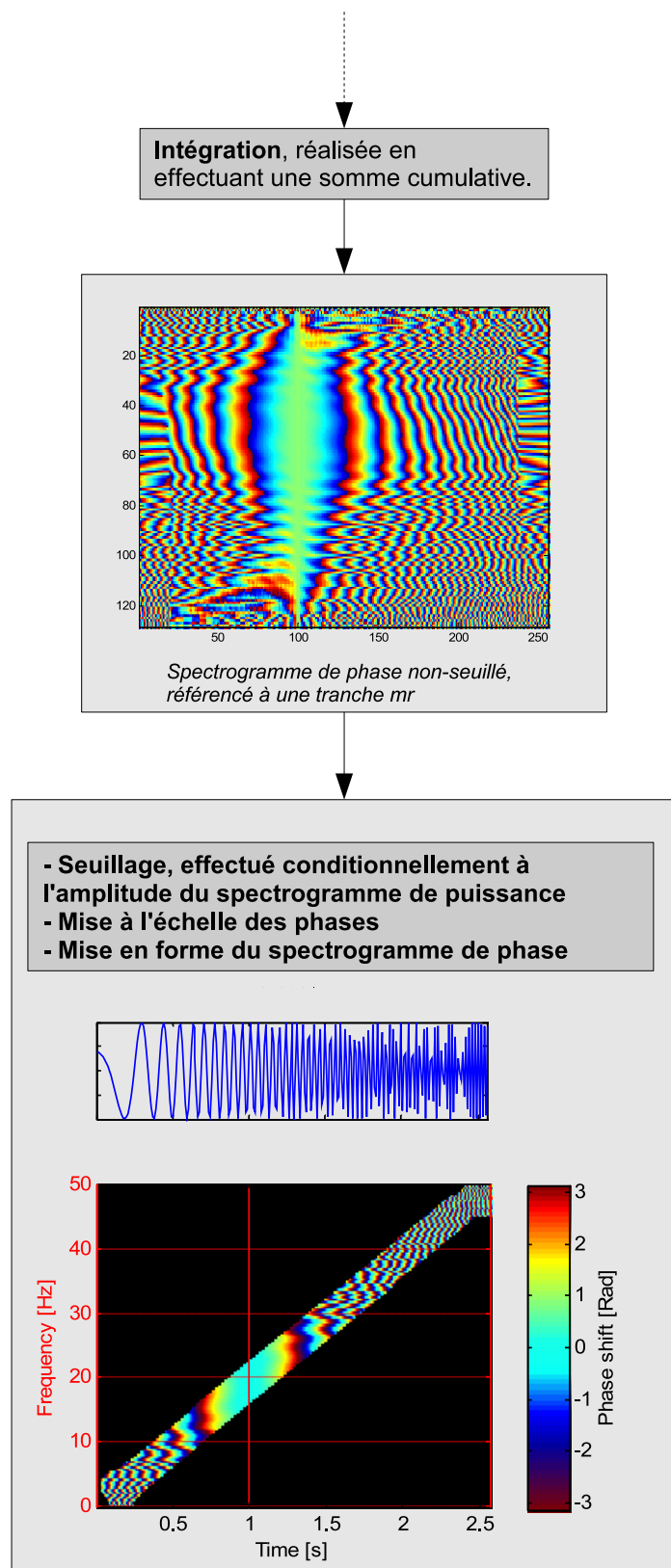
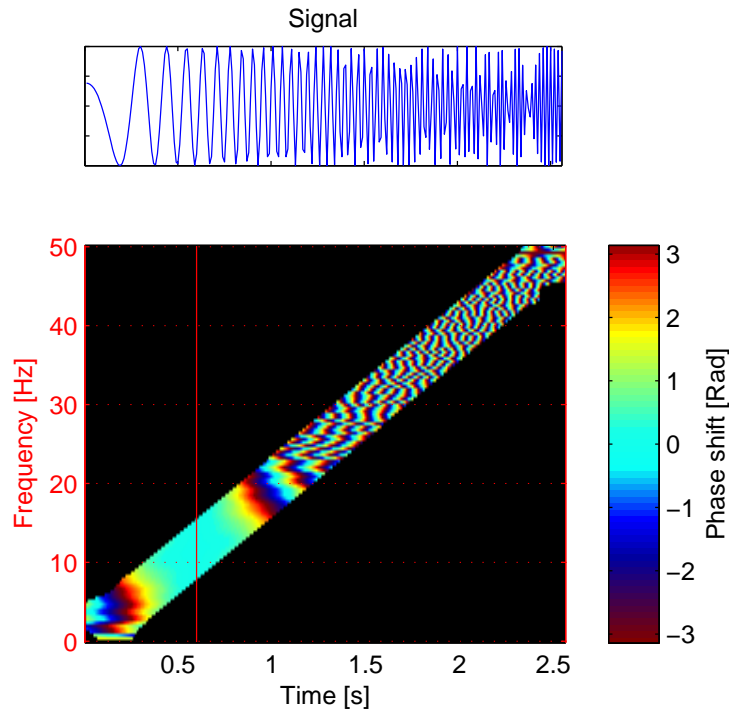


FIGURE 6.17 – Synoptique de calcul du spectrogramme de phase, partie 2.



**FIGURE 6.18** – Spectrogramme de phase du signal-test "chirp linéaire". La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 61 points.

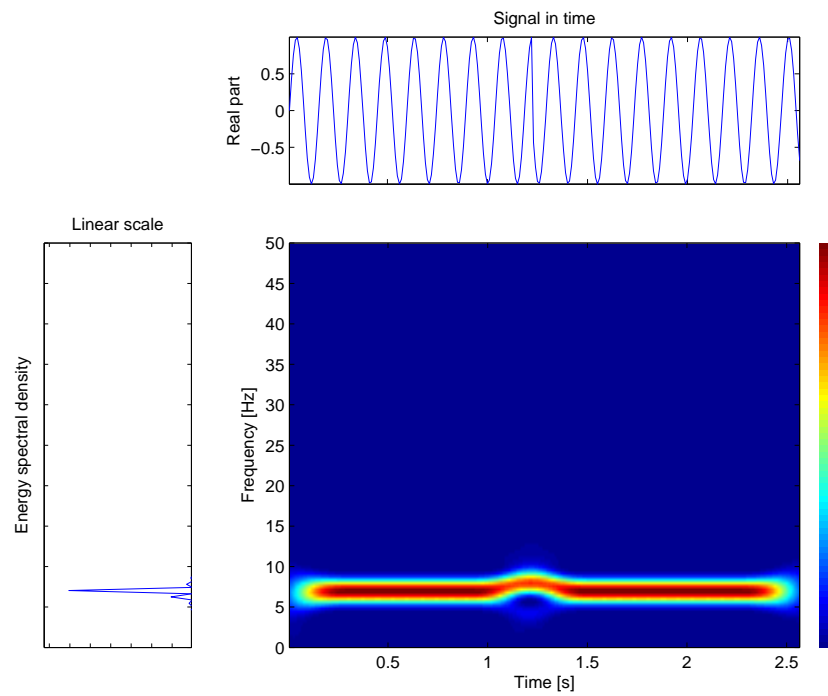
vont induire des variations de phase encore plus fortes, du fait de la relation différentielle entre la fréquence et la phase. L'exemple du spectrogramme de phase du chirp linéaire (Figure 6.18) montre une zone dans laquelle la phase est constante (zone en bleu clair) autour de la référence. Ce phénomène de "plateau de phase" a été abordé par F. Léonard [46].

### Signaux tests spécifiques

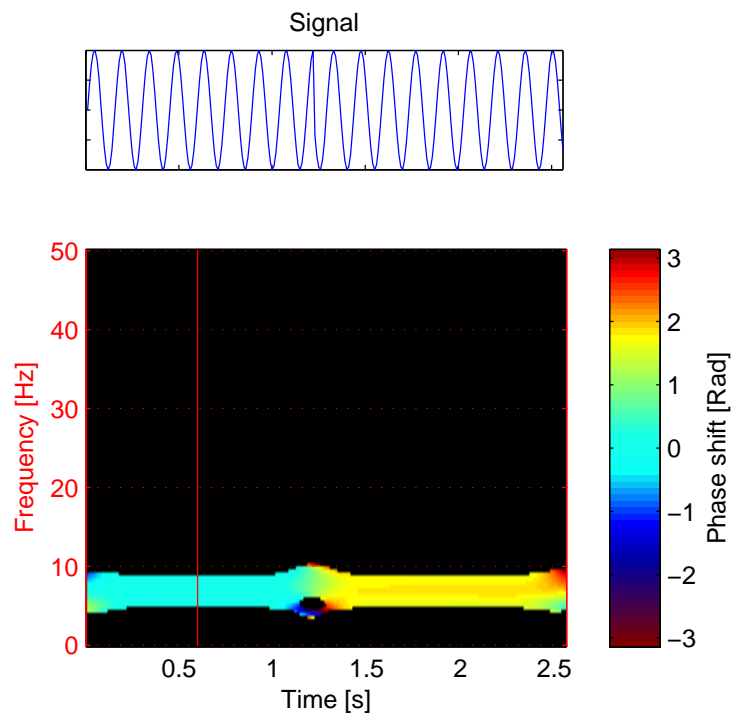
Comme pour le spectrogramme de fréquence, un signal test a été créé spécialement pour mettre en évidence les capacités du spectrogramme de phase. Ce signal test est une sinusoïde présentant un saut de phase de 1,5 Radians en son milieu. Le spectrogramme de puissance (Figure 6.19) permet seulement de déceler un "accident", une modulation de fréquence qui est le reflet d'une variation de phase dans le comportement de la sinusoïde. Cependant il est impossible de quantifier ce saut de phase.

Le spectrogramme de phase du signal "saut de phase" permet d'observer directement et de quantifier le saut de phase de 1,5 Radians (Figure 6.20) du signal. La couleur bleu-ciel correspond à la référence de phase, de valeur 0 Radian.

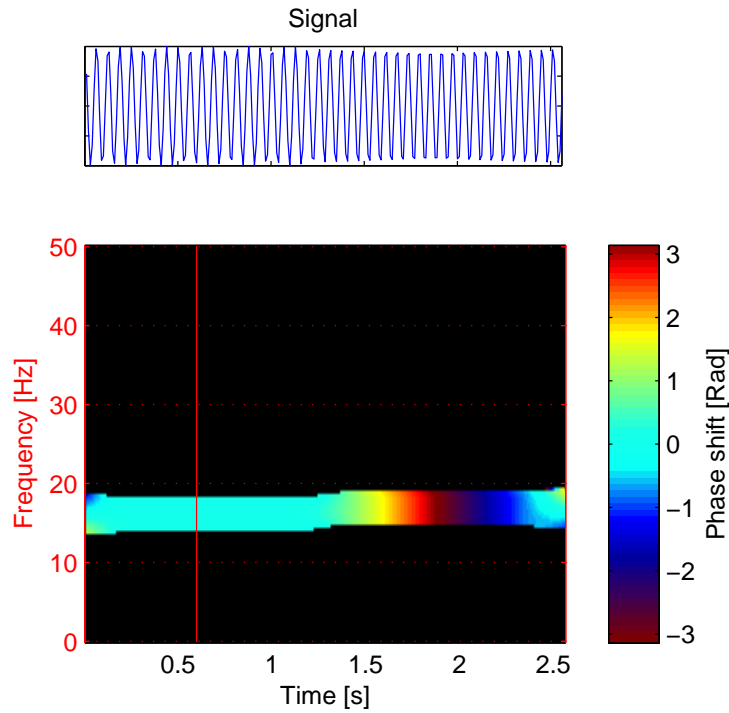
Le spectrogramme de phase du signal "saut de fréquence" permet lui aussi de quantifier le saut de fréquence (Figure 6.21). En effet, si la référence de phase est prise sur la première phase du signal, la phase est constante tant que la fréquence est la même. Si la fréquence augmente, la phase commence à varier de façon continue et proportionnellement à cette différence de fréquence. De plus, grâce à la relation différentielle existant entre fréquence et phase, il est possible d'écrire :



**FIGURE 6.19** – Spectrogramme de puissance du signal-test "saut de phase". La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 61 points.



**FIGURE 6.20** – Spectrogramme de phase du signal-test "saut de phase". La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 61 points.



**FIGURE 6.21** – Spectrogramme de phase du signal-test "saut de fréquence". La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 61 points.

$$\Delta f = \frac{\Delta\phi(t)}{2\pi\Delta t} = 0,8Hz \quad (6.21)$$

avec  $\Delta t = 1,25$  et  $\Delta\Phi = 2\pi$ , valeurs lisibles directement sur le Spectrogramme de phase.

# CHAPITRE 7

## Apport théorique, nouveau concept

### SOMMAIRE

---

<b>7.1 Spectrogramme de fréquence continu</b> . . . . .	<b>67</b>
7.1.1 Etude analytique d'un signal sinusoïdal . . . . .	68
7.1.2 Etude analytique du signal "Chirp à faible pente" . . . . .	68
7.1.3 Etude analytique du signal "saut de fréquence" . . . . .	68
<b>7.2 Spectrogramme de phase continu</b> . . . . .	<b>69</b>
7.2.1 Etude analytique d'un signal sinusoïdal . . . . .	70
7.2.2 Etude analytique du signal "saut de phase" . . . . .	71
<b>7.3 Spectrogramme de fréquence et de phase 3D (3DFS et 3DPS)</b> . . . . .	<b>72</b>
<b>7.4 Interprétation, Résultats sur les signaux tests</b> . . . . .	<b>72</b>
7.4.1 "Mapping" utilisant le spectrogramme de puissance . . . . .	72
7.4.2 "Mapping" utilisant le principe de réallocation . . . . .	80

---

Ce chapitre présente une formulation continue des spectrogrammes de fréquence et de phase, ainsi qu'un développement analytique de ces représentations pour quelques signaux tests.

### 7.1 Spectrogramme de fréquence continu

Soit la phase de la transformée de Fourier à court terme  $\phi_{STFT_x}$  du signal  $x(t)$  :

$$\phi_{STFT_x}(t, f) = \text{Atan} \left( \frac{\text{Imag}(STFT_x(t, f))}{\text{Real}(STFT_x(t, f))} \right) \quad (7.1)$$

De la même façon que pour le spectrogramme de fréquence discret, il est possible d'introduire le spectrogramme de fréquence continu, qui n'est autre que la dérivée de la phase de la transformée de Fourier à court terme en fonction du temps, soit :

$$FS_x(t, f) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi_{STFT_x}(t, f)}{dt} \quad (7.2)$$

Et il vient, en introduisant le gain P, responsable des enroulements de phase multiples :

$$FS_{x,P}(t, f) = \frac{1}{2\pi P} \frac{d\phi_{STFT_x}(t, f)}{dt} \quad (7.3)$$

### 7.1.1 Etude analytique d'un signal sinusoïdal

Soit  $x(t)$  un signal sinusoïdal de fréquence constante  $f_0$  et de phase à l'origine  $\Phi_0$  :

$$x(t) = \cos(2\pi f_0 t + \Phi_0) \quad (7.4)$$

A cette fréquence  $f_0$ , la dérivée de la phase du signal par rapport au temps doit être égale à une constante :

$$\phi'(t, f_0) = 2\pi f_0 \quad (7.5)$$

d'où :

$$FS_{x,P}(t, f_0) = \frac{1}{2\pi P} P 2\pi f_0 \quad (7.6)$$

Le spectrogramme de fréquence étant constant pour la fréquence  $f_0$ , il est ainsi possible de détecter une composante sinusoïdale pure dans un signal.

### 7.1.2 Etude analytique du signal "Chirp à faible pente"

Soit  $x(t)$  un signal de type "Chirp" de fréquence variable  $f(t)$  :

$$x(t) = \sin\left(2\pi\left(f_0 + \frac{k}{2}t\right)t\right) \quad (7.7)$$

Soit :

$$f(t) = f_0 + \frac{k}{2}t \quad (7.8)$$

En  $f(t)$ , la dérivée de la phase  $\phi(t, f(t))$  s'écrit :

$$\phi'(t, f(t)) = 2\pi(f_0 + kt) \quad (7.9)$$

.

Le spectrogramme de fréquence du chirp linéaire en  $f(t)$  s'écrit :

$$FS_{x,P}(t, f(t)) = \frac{1}{2\pi P} \underline{2\pi P f_0 + 2\pi P k t} \quad (7.10)$$

Le gain  $P$  impose au spectrogramme de fréquence  $FS_{x,P}(t, f(t))$  d'avancer dans le temps  $P$  fois plus vite que la fréquence  $f(t)$ . Si l'enroulement de fréquence est très faible, c'est à dire si  $k$  est très petit, une forte valeur de  $P$  va permettre "d'amplifier" le terme  $2\pi P k t$  et de faire apparaître la variation de fréquence.

### 7.1.3 Etude analytique du signal "saut de fréquence"

Soit  $x(t)$  un signal comprenant un "saut de fréquence", défini par :

$$x(t) = \begin{cases} \sin(2\pi f_{01}t) & \text{pour } t \in [0, tc] \\ \sin(2\pi f_{02}t) & \text{pour } t \in ]tc, T] \end{cases} \quad (7.11)$$

Ce signal peut aussi s'écrire :

$$x(t) = \begin{cases} \sin(2\pi f_{01}t) & \text{pour } t \in [0, tc] \\ \sin(2\pi(f_{01} + \Delta f)t) & \text{pour } t \in ]tc, T] \end{cases} \quad (7.12)$$

avec  $\Delta f = f_{02} - f_{01}$ , et  $tc$  le lieu temporel du saut de fréquence.

L'expression est continue par morceaux, il convient de calculer la dérivée de la phase par morceaux.

La dérivée de la phase  $\phi(t, f)$  s'écrit :

$$\phi'(t, f(t)) = \begin{cases} 2\pi f_{01} & \text{en } f(t) = f_{01} \text{ pour } t \in [0, tc] \\ 2\pi(f_{01} + \delta f) & \text{en } f(t) = f_{02} \text{ pour } t \in ]tc, T] \end{cases} \quad (7.13)$$

Le spectrogramme de fréquence du signal "saut de fréquence" s'écrira donc :

$$FS_{x,P}(t, f(t)) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi \cdot T \cdot P} P 2\pi f_{01} & \text{en } f(t) = f_{01} \text{ pour } t \in [0, T] \\ \frac{1}{2\pi \cdot T \cdot P} P 2\pi f_{01} + P 2\pi \Delta f & \text{en } f(t) = f_{02} \text{ pour } t \in ]tc, T] \end{cases} \quad (7.14)$$

Le gain  $P$  va, dans ce cas, amplifier la différence  $\Delta f$ . Même si cette différence est très faible, il suffit de choisir une valeur de  $P$  assez grande pour la faire apparaître.

## 7.2 Spectrogramme de phase continu

Le spectrogramme de phase continu est calculé à partir du spectrogramme de fréquence continu par intégration. Ce calcul est basé sur la même relation entre position angulaire et fréquence de rotation, mais en sens inverse.

Dans un premier temps la fréquence est indexée sur un temps de référence  $tr$  et déroulée (le terme  $Uw$  correspond à l'opération de déroulement de phase) :

$$FS_{x,P,tr}(t, f) = \frac{1}{2\pi P} \left[ Uw \left( \underline{P\phi'(t, f)} \right) - Uw \left( \underline{P\phi'(tr, f)} \right) \right] \quad (7.15)$$

avec :

$$\phi'(t, f) = \frac{d\phi_{STFT_x}(t, f)}{dt} \quad (7.16)$$

La phase peut alors être calculée par intégration :

$$\Phi_{x,P,tr}(t, f) = 2\pi \int_0^t FS_{x,P,tr}(\tau, f) d\tau \quad (7.17)$$

avec  $\tau \in [0, t]$

$$\Phi_{x,P,tr}(t, f) = \frac{1}{P} \int_0^t \left[ Uw \left( \underline{P\phi'(\tau, f)} \right) - Uw \left( \underline{P\phi'(tr, f)} \right) \right] d\tau \quad (7.18)$$

$$\Phi_{x,P,tr}(t, f) = \frac{1}{P} \left[ \int_0^t Uw \left( \underline{P\phi'(\tau, f)} \right) d\tau - K(f)t \right] \quad (7.19)$$

avec :



$$K(f) = Uw \left( \underline{P\phi'(tr, f)} \right) \quad (7.20)$$

Il est ensuite nécessaire de référencer la phase à un temps  $tr$  :

$$PS_{x,P,tr}(t, f) = \Phi_{x,P,tr}(t, f) - \Phi_{x,P,tr}(tr, f) \quad (7.21)$$

$$= \frac{1}{P} \left[ \int_0^t Uw \left( \underline{P\phi'(\tau, f)} \right) d\tau - K(f)t \right] \quad (7.22)$$

$$- \int_0^{tr} Uw \left( \underline{P\phi'(tr, f)} \right) d\tau + K(f)tr \quad (7.23)$$

$$= \frac{1}{P} \left[ \int_0^t Uw \left( \underline{P\phi'(\tau, f)} \right) d\tau - K(f)t \right] \quad (7.24)$$

$$- K(f)t + K(f)tr \quad (7.25)$$

$$= \frac{1}{P} \left[ \int_0^t Uw \left( \underline{P\phi'(\tau, f)} \right) d\tau - 2K(f)t + K(f)tr \right] \quad (7.26)$$

Or, pour  $t = tr$  :

$$PS_{x,P,tr}(tr, f) = \frac{1}{P} [K(f)tr - 2K(f)tr + K(f)tr] = 0 \quad (7.27)$$

Donc le spectrogramme de phase est nul pour toutes les valeurs de fréquence en  $t = tr$  qui constitue la référence de phase. Cette référence peut être appelée "phase stroboscopique" en référence au principe stroboscopique [44]. En effet, une phase constante signifie une fréquence de rotation constante sur le cercle trigonométrique : ceci correspond à une fréquence de référence qui conduit à une valeur de phase nulle sur la représentation.

### 7.2.1 Etude analytique d'un signal sinusoïdal

Soit  $x(t)$  un signal sinusoïdal de fréquence constante  $f_0$  et de phase à l'origine  $\Phi_0$  :

$$x(t) = \cos(2\pi f_0 t + \Phi_0) \quad (7.28)$$

A cette fréquence  $f_0$ , la dérivée de la phase du signal par rapport au temps doit être égale à une constante :

$$\phi'(t, f_0) = 2\pi f_0 \quad (7.29)$$

Il vient :

$$Uw \left( \underline{P\phi'(t, f_0)} \right) dt = Uw \left( \underline{P\phi'(tr, f_0)} \right) dt \quad (7.30)$$

$$FS_{x,P,tr}(t, f_0) = 0 \quad (7.31)$$

$$\Phi_{x,P,tr}(t, f_0) = \Phi_{x,P,tr}(tr, f_0) \quad (7.32)$$

$$PS_{x,P,tr}(t, f_0) = 0 \quad (7.33)$$

Pour chaque  $t$  et pour la fréquence  $f_0$ , le spectrogramme de phase est nul.

### 7.2.2 Etude analytique du signal "saut de phase"

Soit  $x(t)$  un signal comprenant un saut de phase, définit par :

$$x(t) = \sin(2\pi f_0 t + \lambda U(t - t_c)) \quad (7.34)$$

avec  $t_c$  le lieu temporel du saut de phase,  $f_0$  la fréquence du signal,  $\lambda$  la valeur du saut (décalage) de phase et  $U(t - t_c)$  la fonction de Heaviside.

A la fréquence  $f_0$ , la dérivée de la phase du signal par rapport au temps doit être égale à une constante, différente selon le lieu temporel considéré (avant  $t_c$  ou après) :

$$\phi(t, f_0) = 2\pi f_0 t + \lambda U(t - t_c) \quad (7.35)$$

d'où :

$$\phi'(t, f_0) = 2\pi f_0 + \lambda \delta(t - t_c) \quad (7.36)$$

avec  $\delta(t - t_c)$  une distribution de Dirac en  $t_c$ .

En considérant que l'instant  $t_r$  précède le saut de phase (instant  $t_c$ ), le spectrogramme de phase s'écrit :

$$\Phi_{x,P,tr}(t, f_0) = \frac{1}{P} \int_0^T \left[ U w \left( \frac{P2\pi f_0 + \lambda \delta(t - t_c)}{P} \right) - U w \left( \frac{P2\pi f_0}{P} \right) \right] dt \quad (7.37)$$

Soit encore :

$$\Phi_{x,P,tr}(t, f_0) = \frac{1}{P} \int_0^T \left[ U w \left( \frac{P2\pi f_0}{P} \right) - U w \left( \frac{P2\pi f_0}{P} \right) \right] dt + \int_0^T \left[ U w \left( \frac{P\lambda \delta(t - t_c)}{P} \right) \right] dt \quad (7.38)$$

D'où :

$$\Phi_{x,P,tr}(t, f_0) = \int_0^T \left[ U w \left( \frac{P\lambda \delta(t - t_c)}{P} \right) \right] dt = \frac{1}{P} P \lambda U(t - t_c) \quad (7.39)$$

Pour  $t < t_c$ ,  $\lambda \delta(t - t_c) = 0$ , donc :

$$\Phi_{x,P,tr}(t, f_0) = 0 \quad (7.40)$$

Pour  $t \geq t_c$ ,  $\lambda \delta(t - t_c) = \lambda$ , donc :

$$\Phi_{x,P,tr}(t, f_0) = \frac{1}{P} P \lambda \quad (7.41)$$

Le gain  $P$  joue encore dans ce cas le rôle d'un amplificateur, mais cette fois-ci il va amplifier la différence de phase  $\lambda$ . Comme la phase est calculée par intégration, ses variations vont avoir tendance à être très importantes. Dans la pratique, il est donc plus intéressant d'utiliser de faibles valeurs de  $P$ .

### 7.3 Spectrogramme de fréquence et de phase 3D (3DFS et 3DPS)

Comme il a été précisé au chapitre précédent, un seuillage des spectrogrammes de fréquence et de phase est nécessaire pour ne garder que les informations correspondant aux amplitudes élevées du spectrogramme de puissance. Le choix du seuil constitue une limitation importante de ces représentations.

Une solution pour pallier cette limitation est de coupler les informations de faibles variations de fréquence et de phase, et l'amplitude du spectrogramme de puissance en effectuant un "mapping" (Figure 7.1) des spectrogrammes de fréquence et de phase sur le spectrogramme de puissance. Ces représentations seront appelées spectrogramme de fréquence 3D et spectrogramme de phase 3D dans la suite de ce manuscrit.

Le spectrogramme de fréquence 3D résulte du couplage des informations de faibles variations de fréquence et de phase avec l'amplitude du spectrogramme de puissance. Le terme 3D est justifié par le mode de représentation surfacique, mais aussi et surtout parce que l'information globale est accrue par une demi-dimension supplémentaire. Dans le cas présent, il est plus pertinent de parler de surface temps-fréquence-faibles variations de fréquence que de plan temps-fréquence. Le spectrogramme de phase 3D représente réellement une nouvelle approche de la mesure des variations de phase dans un signal. A l'instar du spectrogramme de phase 3D, il est plus pertinent de parler de surface temps-fréquence-phase que de plan temps-fréquence.

## 7.4 Interprétation, Résultats sur les signaux tests

### 7.4.1 "Mapping" utilisant le spectrogramme de puissance

Cette section va s'intéresser plus particulièrement aux signaux spécifiques présentés au chapitre 3 : c'est à dire les signaux "saut de fréquence", "saut de phase" et "faible variation de fréquence". La Figure 7.2 représente le spectrogramme de fréquence 3D du signal test "saut de fréquence". La lisibilité est accrue par le fait que toutes les amplitudes, et non uniquement les crêtes, sont prises en compte. Des informations qui étaient masquées dans le spectrogramme de fréquence apparaissent, comme les franges spectrales verticales au début et à la fin de la représentation. Ces franges spectrales sont comparables à celles observées sur le spectrogramme de phase 3D d'une fonction de Heaviside (Figure 7.3), elles correspondent au phénomène de rupture brutale du signal aux bornes de son support.

Les franges sont verticales car le front montant quasi-instantané de la fonction de Heaviside contient toutes les fréquences : toutes les fréquences sont donc parcourues en un laps de temps très court, et les franges spectrales "s'enroulent" verticalement.

Le même phénomène de franges spectrales verticales peut être observé sur le spectrogramme

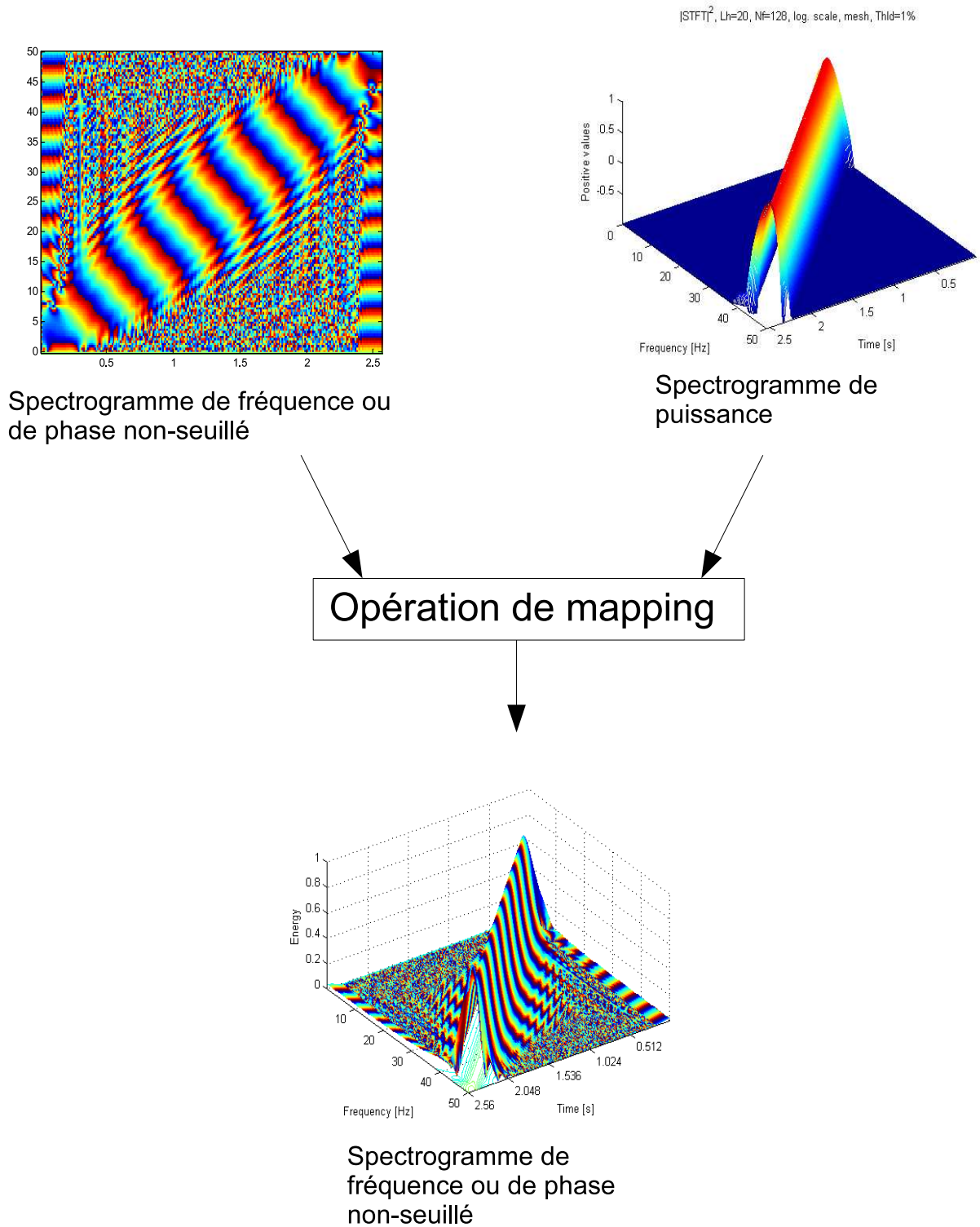
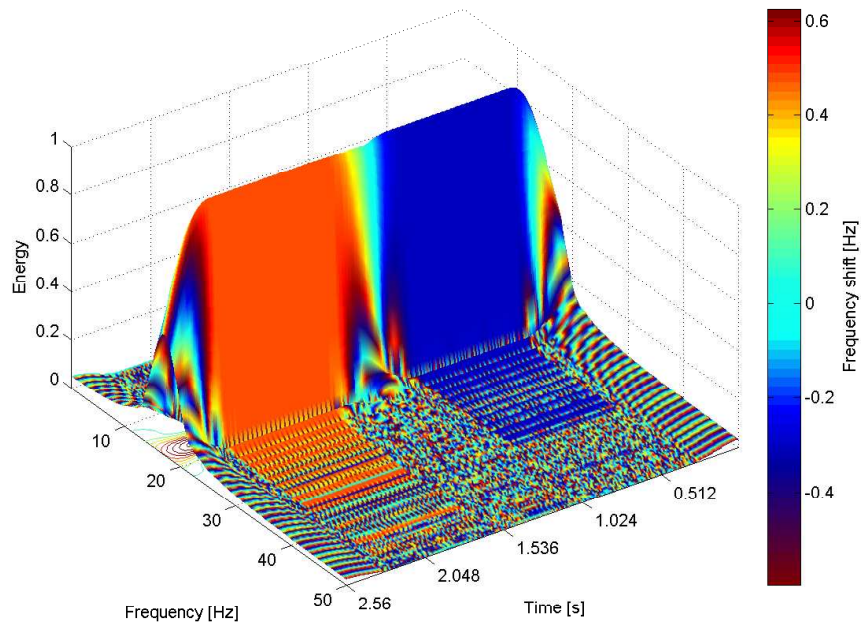
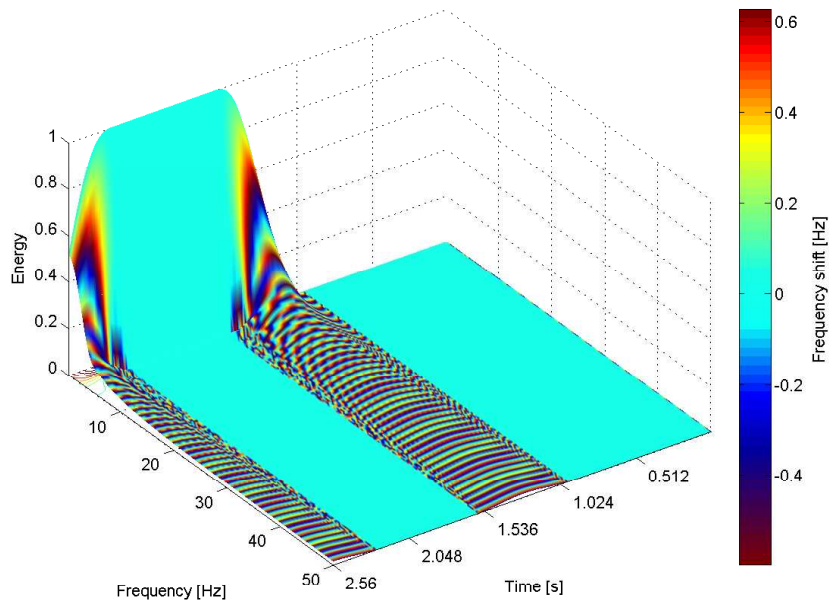


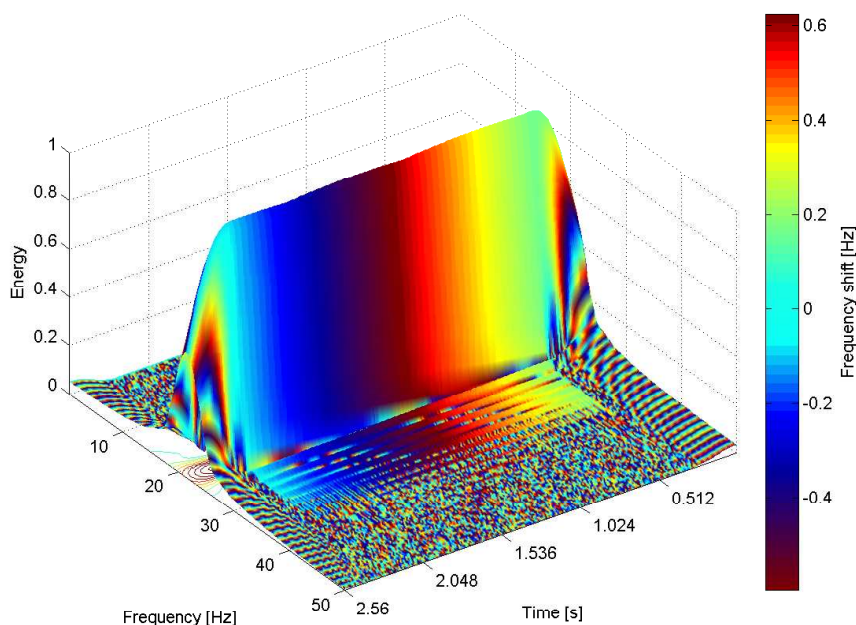
FIGURE 7.1 – Principe du "mapping" des spectrogrammes de fréquence et de phase sur le spectrogramme de puissance.



**FIGURE 7.2** – Spectrogramme de fréquence 3D d'un signal comprenant un saut de fréquence. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 61 points.



**FIGURE 7.3** – Spectrogramme de fréquence 3D d'un Heaviside. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 61 points.



**FIGURE 7.4** – Spectrogramme de fréquence 3D d'un signal comprenant une faible variation de fréquence. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 61 points.

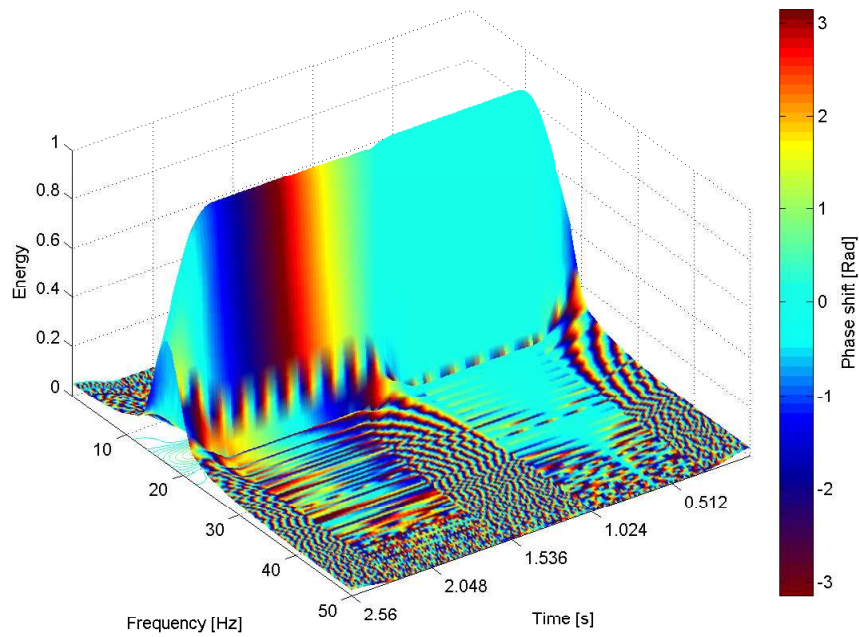
de fréquence 3D du signal "faible variation de fréquence" (Figure 7.4). Il est intéressant de remarquer que pendant la durée de ces franges spectrales, des distorsions apparaissent sur la faible modulation de fréquence, jusqu'à des amplitudes non-négligeables. Une importance particulière sera attachée aux phénomènes de bord car ils peuvent induire de fortes erreurs d'interprétations.

La Figure 7.5 représente le spectrogramme de phase 3D du signal "saut de fréquence". Aucun phénomène de bord n'apparaît pour cette représentation, c'est une propriété intéressante et remarquable. En effet, l'intégration a gommé le phénomène de franges verticales. Cependant il est étonnant de remarquer que dans le cas du spectrogramme de phase 3D, les amplitudes faibles mais non-négligeables présentent quelques distorsions de phase. Ces distorsions sont aussi dues au phénomène d'intégration qui peut induire un bruit à cause de l'échantillonnage.

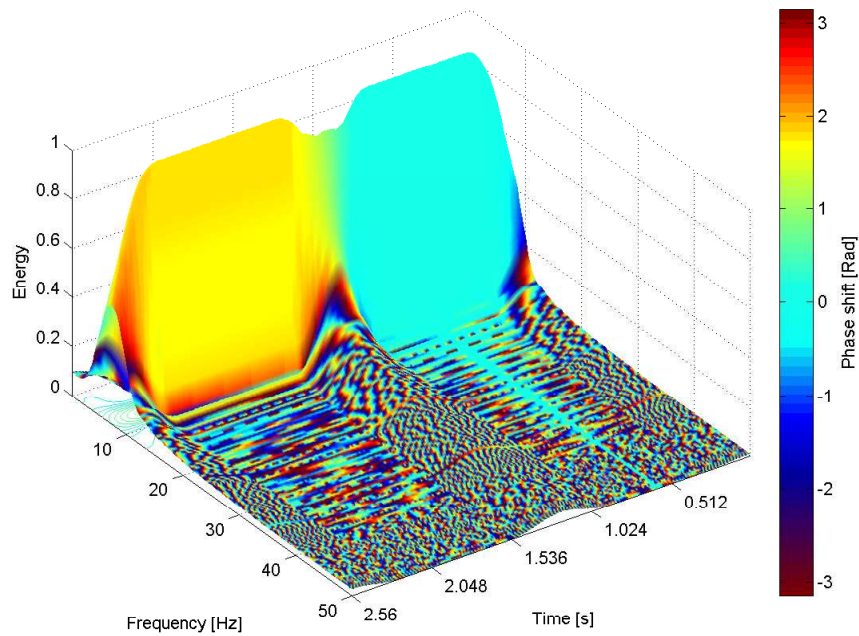
Avec le spectrogramme de phase 3D, il n'est pas nécessaire de préciser le lieu temporel de la référence de phase, car il est visible directement, sous la forme d'une bande verticale (bleu-ciel dans l'échelle de couleurs choisie dans ce manuscrit) plus ou moins épaisse.

La figure 7.6 représente le spectrogramme de phase 3D du signal "saut de phase". Il est possible d'observer non seulement le saut de phase, mais aussi la légère variation de fréquence qu'il occasionne sous la forme d'une déformation de la surface. La déformation monte verticalement jusqu'à la fréquence maximum, car la rupture de phase est si brutale qu'elle peut être assimilée à une fonction de Heaviside. Le même phénomène est observable sur le spectrogramme de phase 3D de la fonction de Heaviside (Figure 7.7).

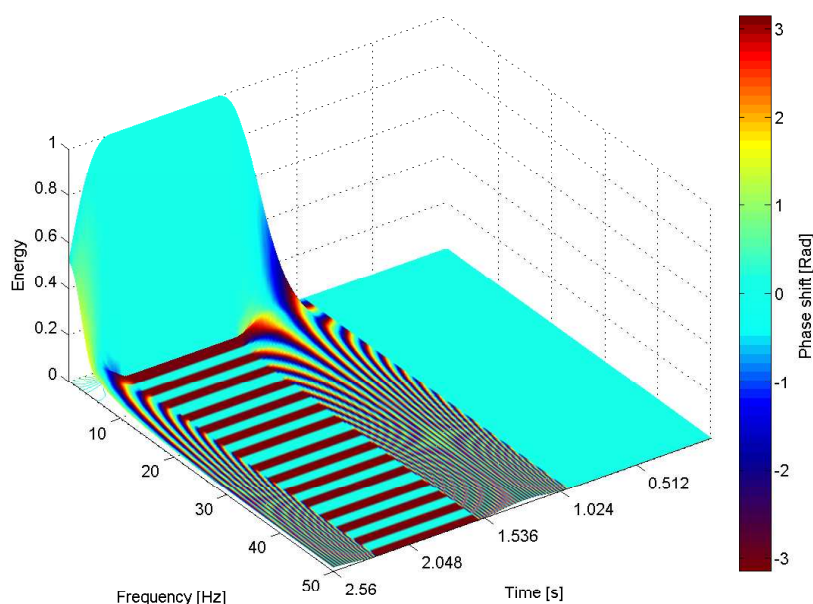
La lisibilité est accrue pour une seconde raison dans les spectrogrammes de fréquence et de phase 3D : la représentation 3D "étire" les informations fréquentielles et permet de les présenter avec une répartition différente, dans certains cas plus propice à la lecture des informations. La



**FIGURE 7.5** – Spectrogramme de phase 3D d'un signal comprenant un saut de fréquence. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 61 points.



**FIGURE 7.6** – Spectrogramme de phase 3D d'un signal comprenant un saut de phase. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 61 points.



**FIGURE 7.7** – Spectrogramme de phase 3D d'un Heaviside. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 61 points.

visualisation 3D permet aussi de juger selon l'amplitude la pertinence des informations relevées. Ainsi, des modulations de fréquence ou de phase situées sur une amplitude très basse ne seront pas nécessairement à prendre en compte.

L'opération de seuillage a été mise de côté dans cette section. Cependant, il peut dans certains cas être intéressant de l'utiliser. Si ceci n'est pas évident sur les signaux tests, cette perte d'information volontaire peut aider à la lecture de signaux réels relativement bruités. Un exemple de spectrogrammes de fréquence et de phase seuillés est présenté ci-après pour mettre en évidence les différences avec les spectrogrammes de fréquence et de phase 3D.

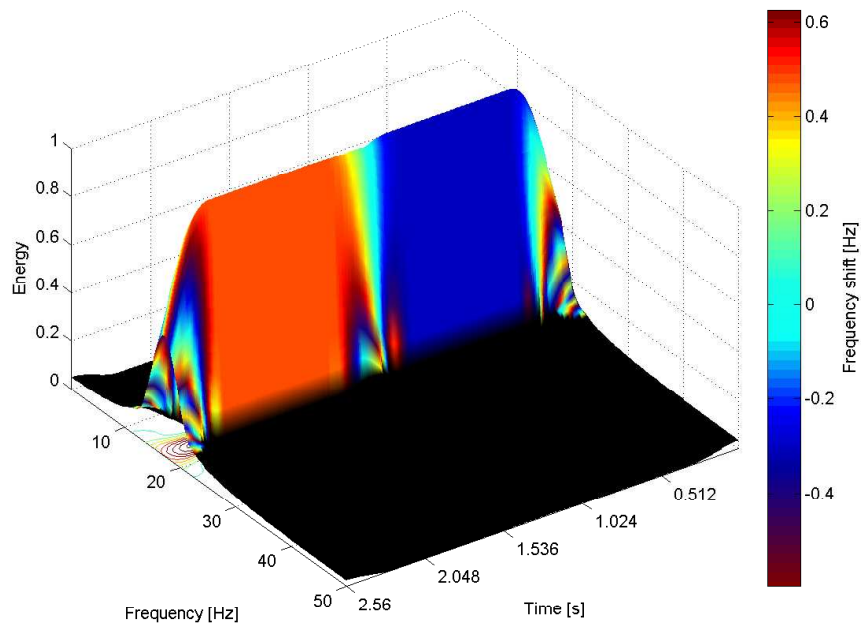
La Figure 7.8 représente le spectrogramme de fréquence 3D seuillé du signal test "saut de fréquence". Ici, les franges spectrales verticales au début et à la fin de la représentation ne sont pas visibles. Cette représentation simplifie donc l'interprétation si seules les informations énergétiquement pertinentes sont recherchées, tout en permettant cependant une lecture de l'amplitude de manière conjointe.

Le spectrogramme de fréquence 3D seuillé du signal "faible variation de fréquence" (Figure 7.9) perd certaines informations, cependant le phénomène de distorsion apparaissant sur la faible modulation de fréquence reste présent et ne disparaît que pour un seuil élevé. Ce fait est intéressant, car il signifie que ce phénomène de distorsion n'est certainement pas négligeable.

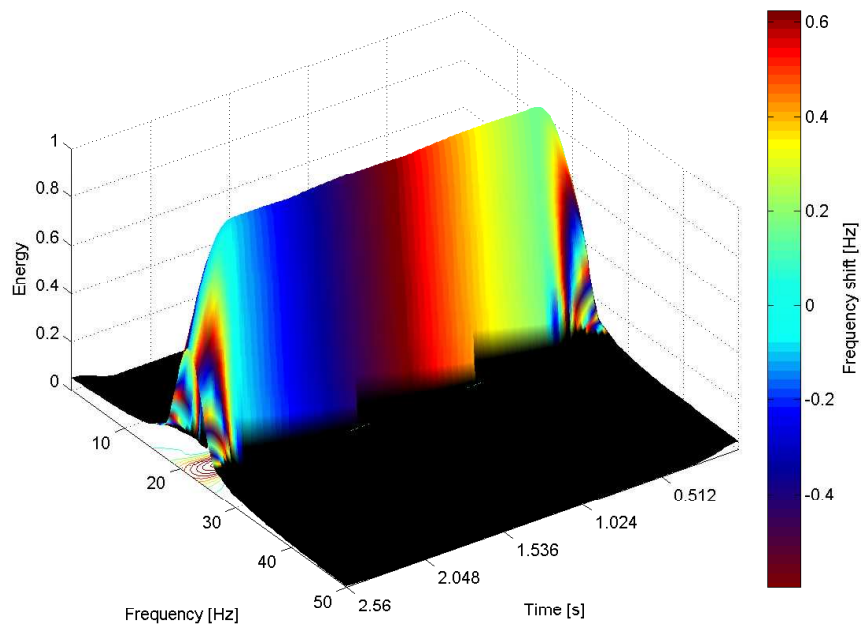
La Figure 7.10 représente le spectrogramme de phase 3D seuillé du signal "saut de fréquence". Il est intéressant de remarquer que le spectrogramme de phase 3D seuillé devient plus simple à lire. Les informations de phase sont par nature très nombreuses et la discrimination due au seuillage apporte un plus, toujours bien évidemment dans le cas où les informations contenues dans les faibles amplitudes ne sont pas nécessaires.

La figure 7.11 représente le spectrogramme de phase 3D seuillé du signal "saut de phase".

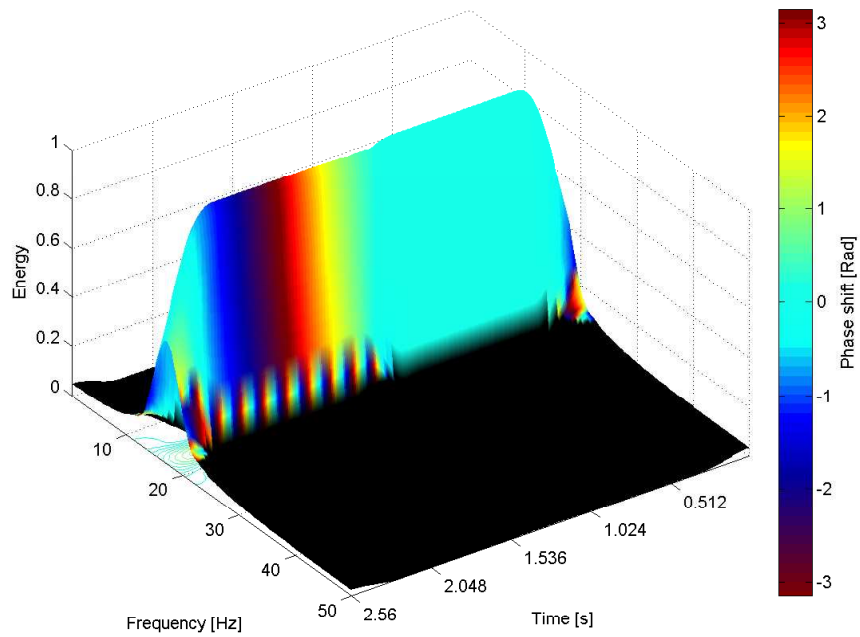




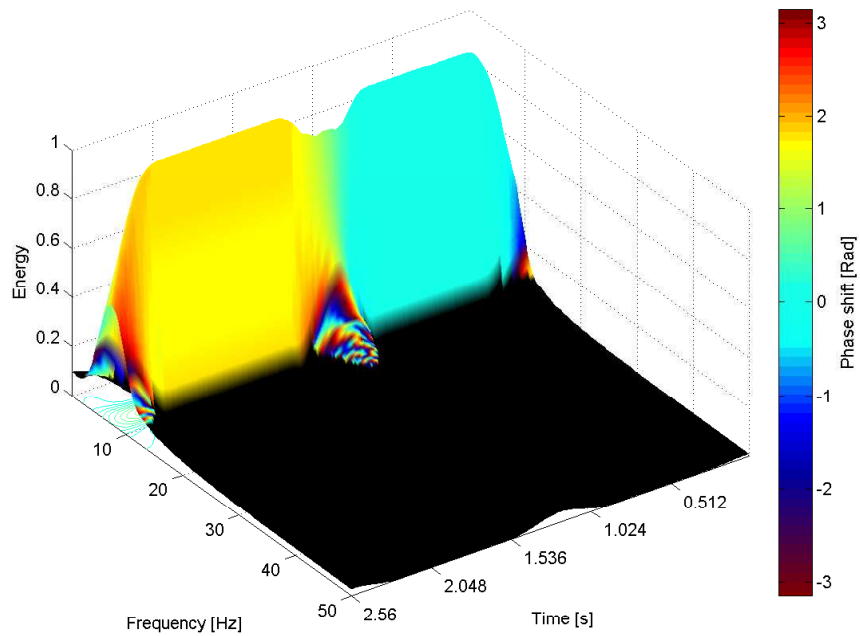
**FIGURE 7.8** – Spectrogramme de fréquence 3D seuillé d'un signal comprenant un saut de fréquence. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 61 points.



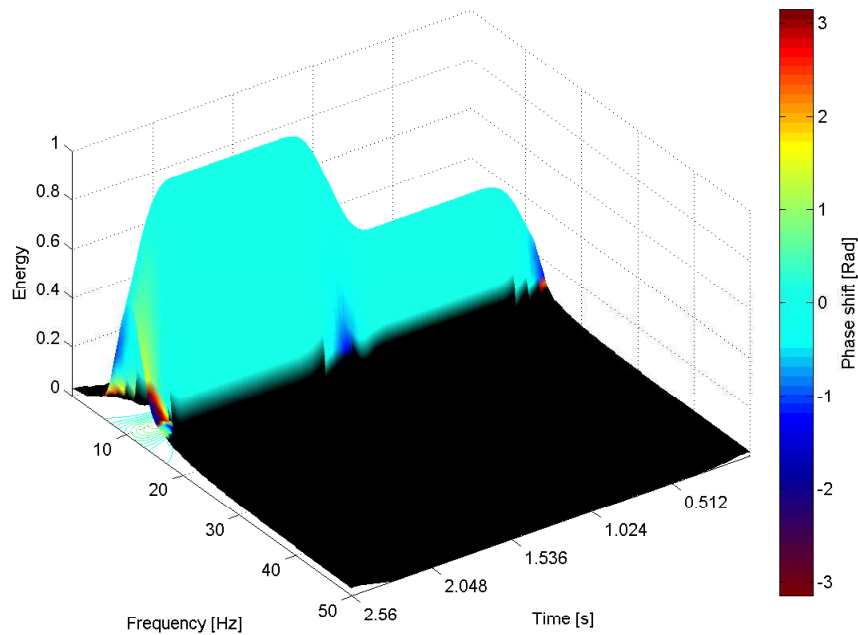
**FIGURE 7.9** – Spectrogramme de fréquence 3D seuillé d'un signal comprenant une faible variation de fréquence. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 61 points.



**FIGURE 7.10** – Spectrogramme de phase 3D seuillé d'un signal comprenant un saut de fréquence. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 61 points.



**FIGURE 7.11** – Spectrogramme de phase 3D seuillé d'un signal comprenant un saut de phase. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 61 points.



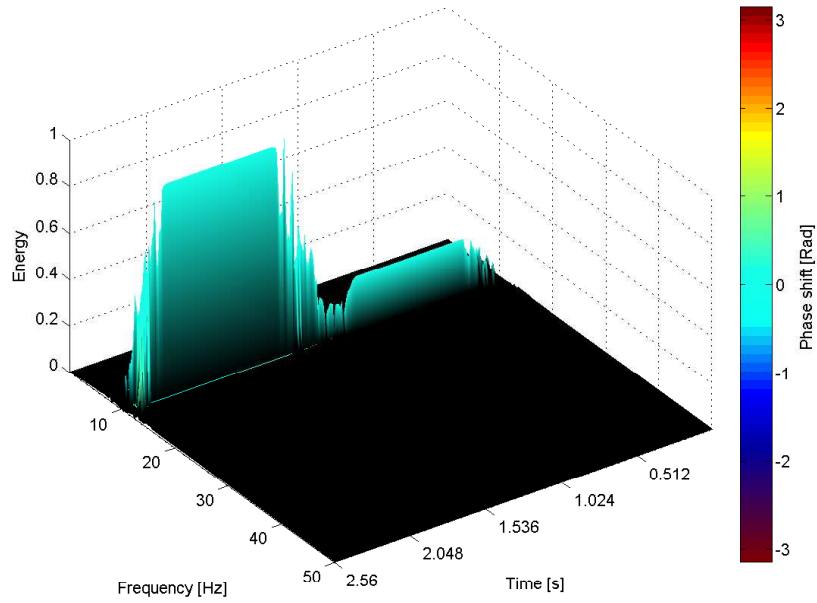
**FIGURE 7.12** – Spectrogramme de phase 3D d'un signal comprenant un saut d'amplitude d'un rapport de 2. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 61 points.

#### 7.4.2 "Mapping" utilisant le principe de réallocation

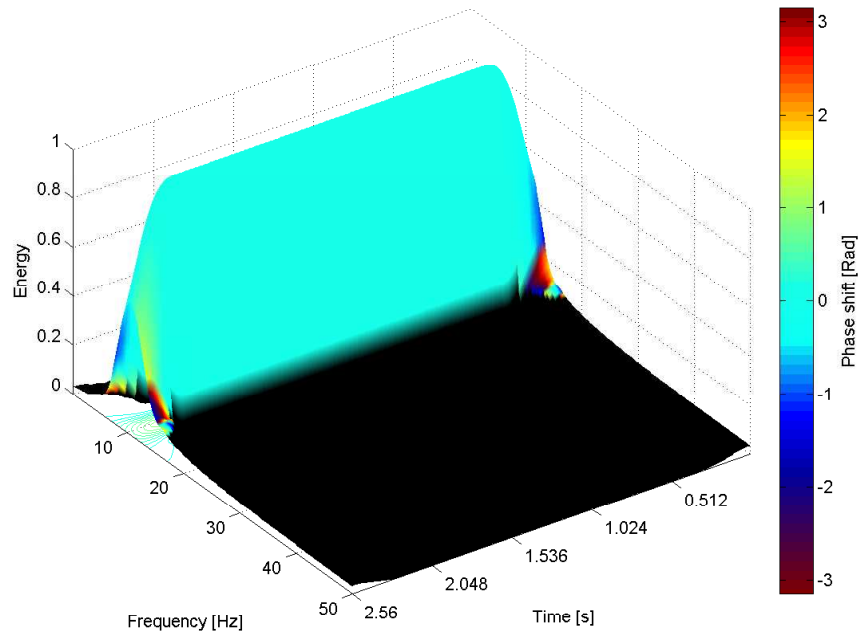
Il est possible d'utiliser d'autres représentations, énergétiques ou non, pour réaliser le "mapping" des spectrogrammes de fréquence et de phase. En particulier, le spectrogramme réalloué semble constituer un candidat potentiel parmi les autres, pour ses propriétés concernant la précision en temps et en fréquence.

Du fait de l'opération d'intégration de la phase, les vecteurs de réallocation suppriment le lissage réalisé par la fenêtre dans le calcul de la transformée de Fourier à court terme. Cette remarque est importante car elle traduit le fait que les amplitudes des spectrogrammes de fréquence et de phase 3D réalloués présentent des variations plus fortes que les spectrogrammes de fréquence et de phase 3D. Ainsi, sur le spectrogramme de phase 3D d'un signal comprenant un saut d'amplitude de rapport 2 (Figure 7.12) par exemple, le rapport est toujours de 2. En revanche, sur le spectrogramme de phase 3D réalloué du même signal (Figure 7.13), le rapport n'est pas conservé. Ceci reste logique vis à vis du principe même de la réallocation qui est en réalité une réallocation de l'énergie des représentations temps-fréquence.

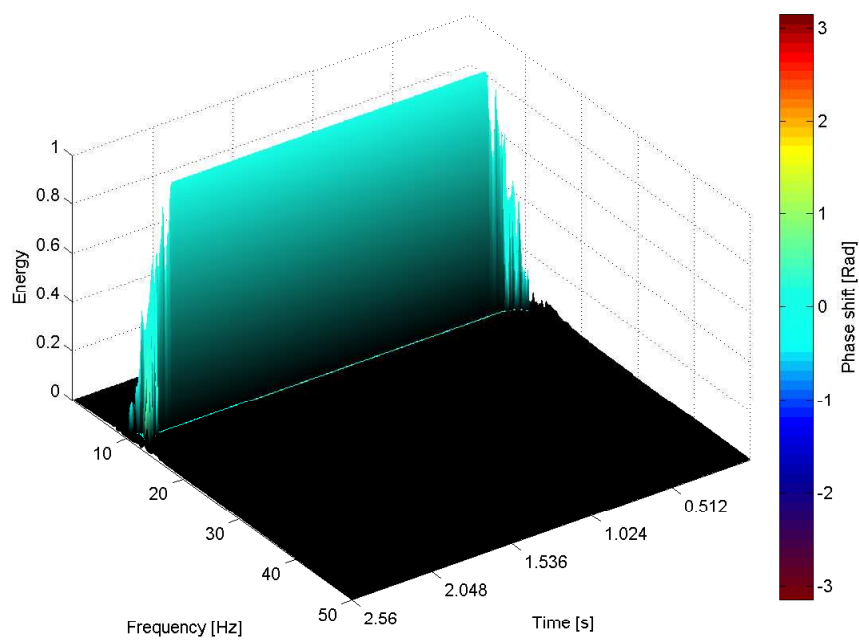
Pour ce qui est de l'interprétation, le spectrogramme de phase 3D réalloué va se comporter comme un zoom en amplitude qui va permettre de détecter de très faibles variations d'amplitude dans un signal. L'observation de son spectrogramme de phase 3D montre que de tels variations d'amplitudes ne seront pas détectables directement. En revanche, un signal parfaitement sinusoïdal ne présentant pas de variation d'amplitude sur son spectrogramme de phase 3D (Figure 7.14) ne présentera également pas de variation d'amplitude sur son spectrogramme de phase 3D réalloué (Figure 7.15).



**FIGURE 7.13** – Spectrogramme de phase 3D réalloué d’un signal comprenant un saut d’amplitude d’un rapport de 2. La fenêtre choisie est de type Hanning et d’une largeur de 61 points.



**FIGURE 7.14** – Spectrogramme de phase 3D d’un signal sinusoïdal. La fenêtre choisie est de type Hanning et d’une largeur de 61 points.



**FIGURE 7.15** – Spectrogramme de phase 3D réalloué d’un signal sinusoïdal. La fenêtre choisie est de type Hanning et d’une largeur de 61 points.

Quatrième partie

**APPLICATIONS**



## SOMMAIRE [Quatrième partie]

---

<b>8</b>	<b>Application 1 : Analyse de signaux musicaux</b>	<b>87</b>
8.1	Signaux d'instruments traités . . . . .	87
8.2	Spectrogramme ou sonagramme . . . . .	88
8.3	Application à des sons d'instruments . . . . .	88
8.3.1	Guitare acoustique classique . . . . .	90
8.3.2	Piano . . . . .	90
8.3.3	Violon . . . . .	92
8.4	Synthèse . . . . .	94
<b>9</b>	<b>Application 2 : Réacteur de culture osseuse</b>	<b>95</b>
9.1	Tissu osseux et Ostéogénèse . . . . .	95
9.1.1	Introduction . . . . .	95
9.1.2	Constitution et rôle du tissu osseux . . . . .	96
9.1.3	Mécanisme cellulaire de l'ostéogénèse . . . . .	96
9.2	Ostéogénèse et vibrations . . . . .	97
9.2.1	Réacteur de culture . . . . .	97
9.2.2	Présentation du dispositif . . . . .	98
9.2.3	Traitement du signal . . . . .	101
9.2.4	Temps-fréquence, Résultats . . . . .	101
9.2.5	Spectrogrammes de fréquence et de phase 3D . . . . .	105
9.2.6	Calcul d'énergie . . . . .	105
9.2.7	Tests et résultats biologiques . . . . .	109
9.2.8	Synthèse . . . . .	109
<b>10</b>	<b>Application 3 : Analyse de "Ground Reaction Forces"</b>	<b>111</b>
10.1	Généralités . . . . .	111
10.2	Analyse temps-fréquence de GRF . . . . .	113
10.2.1	Spectrogramme de puissance . . . . .	113
10.2.2	Spectrogramme de fréquence et de phase . . . . .	117
	Spectrogramme de fréquence . . . . .	117
10.2.3	Spectrogramme de phase . . . . .	121
10.2.4	Spectrogramme de fréquence et de phase 3D seuillés (T3DFS et T3DPS) . . . . .	123



10.2.5 Spectrogramme de phase 3D réalloués (R3DFS et R3DPS) . . . . .	129
10.3 Synthèse . . . . .	132

---

# CHAPITRE 8

## Application 1 : Analyse de signaux musicaux

### SOMMAIRE

---

<b>8.1</b>	<b>Signaux d'instruments traités</b>	<b>87</b>
<b>8.2</b>	<b>Spectrogramme ou sonagramme</b>	<b>88</b>
<b>8.3</b>	<b>Application à des sons d'instruments</b>	<b>88</b>
8.3.1	Guitare acoustique classique	90
8.3.2	Piano	90
8.3.3	Violon	92
<b>8.4</b>	<b>Synthèse</b>	<b>94</b>

---

L'analyse temps-fréquence est très bien adaptée aux signaux musicaux, et l'analogie temps-fréquence-partition musicale [35] montre l'importance de ce type de représentation pour ces signaux. Ce chapitre vise à montrer l'intérêt des spectrogrammes de fréquence et de phase pour ce type de signaux.

### 8.1 Signaux d'instruments traités

Le choix des signaux d'instruments s'est porté sur les instruments à cordes représentant des trois grandes familles : guitare acoustique classique pour les cordes pincées, piano pour les cordes frappées et violon pour les cordes frottées. Ces signaux ont été enregistrés en 16bits 44kHz sur une carte audionumérique RME® via un convertisseur ADAT Behringer®, en utilisant un microphone Appex® 170, une console de mixage Phonic® MM1002 et le logiciel Audacity.

Pour des problèmes numériques de calcul et de mémoire vive, les signaux sont filtrés pour ensuite être rééchantillonnés à une fréquence de 2205Hz qui permet toutefois d'observer plusieurs harmoniques étant donné le fondamental de chaque signal (tous les signaux correspondent à une note La à 220Hz).

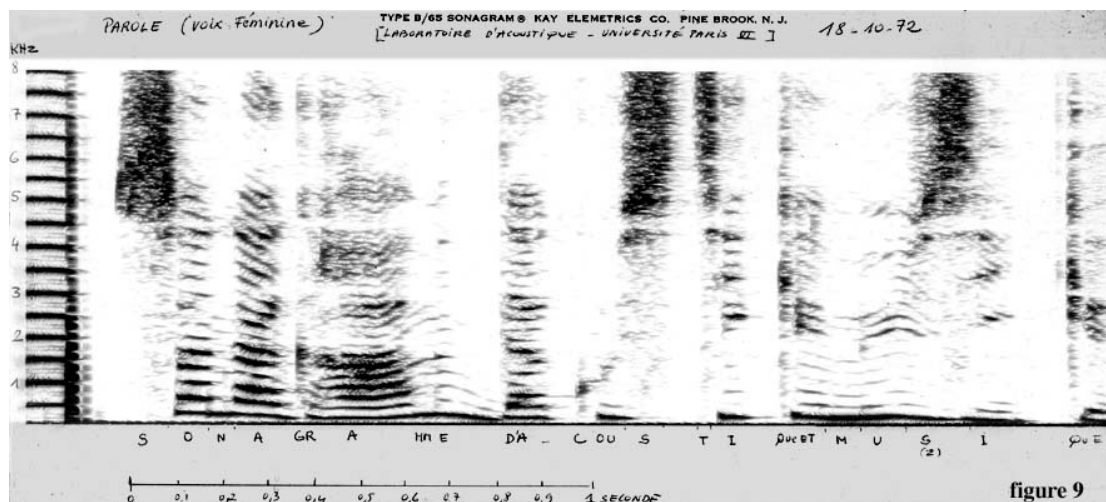


FIGURE 8.1 – Sonagramme de l'enregistrement de la phrase : "sonagramme d'acoustique et musique" [url]

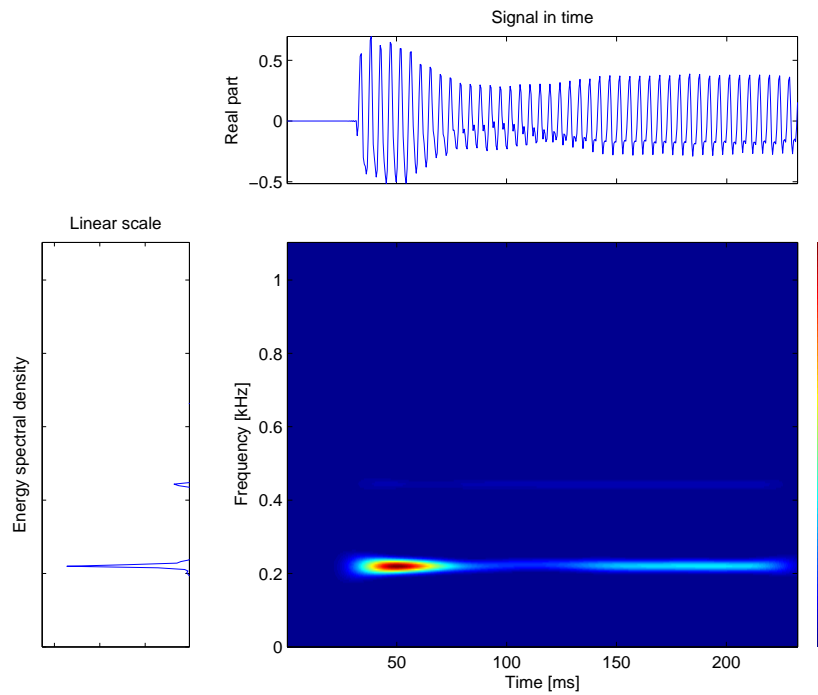
## 8.2 Spectrogramme ou sonagramme

Dès le début de l'acoustique musicale [63], l'analyse temps-fréquence s'est révélée nécessaire. Pour preuve de cette nécessité, le spectrogramme était autrefois appelé le sonagramme, qui vient du terme sonographe. Le sonographe a été créé dans les laboratoires Bell dans les années 40. Schématiquement, cet appareil permettait de réaliser une transformée de Fourier à court terme en temps réel en inscrivant les résultats sur un rouleau de papier, l'amplitude étant codée avec l'intensité du trait (échelle de gris).

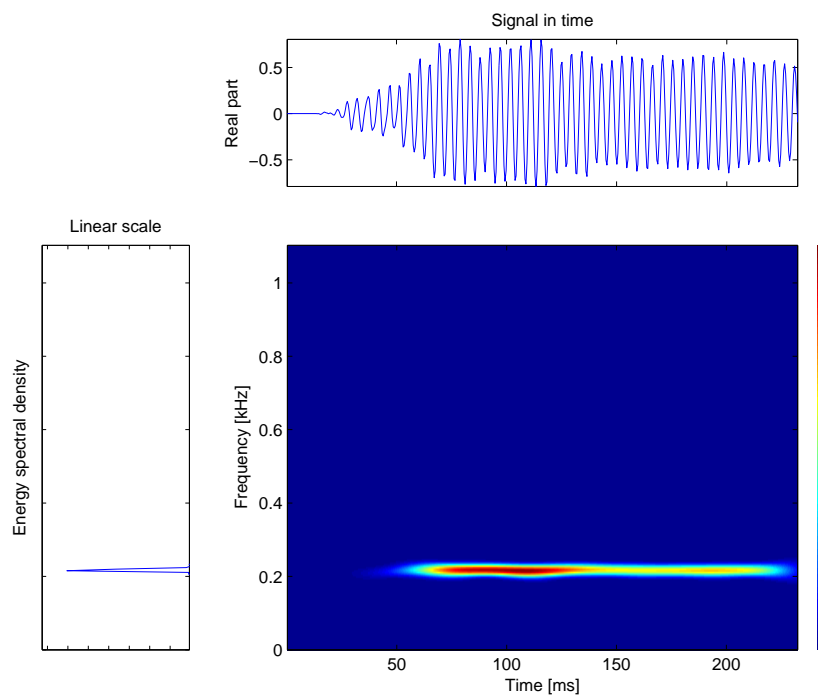
Sur les signaux considérés, le spectrogramme de puissance permet d'aborder la décomposition harmonique en fonction du temps. Ceci constitue, dans un premier temps, une information importante en termes de chronologie des événements. Cependant, les faibles variations de fréquence et de phase n'apparaissent pas.

## 8.3 Application des spectrogrammes de fréquence et de phase à des sons d'instruments

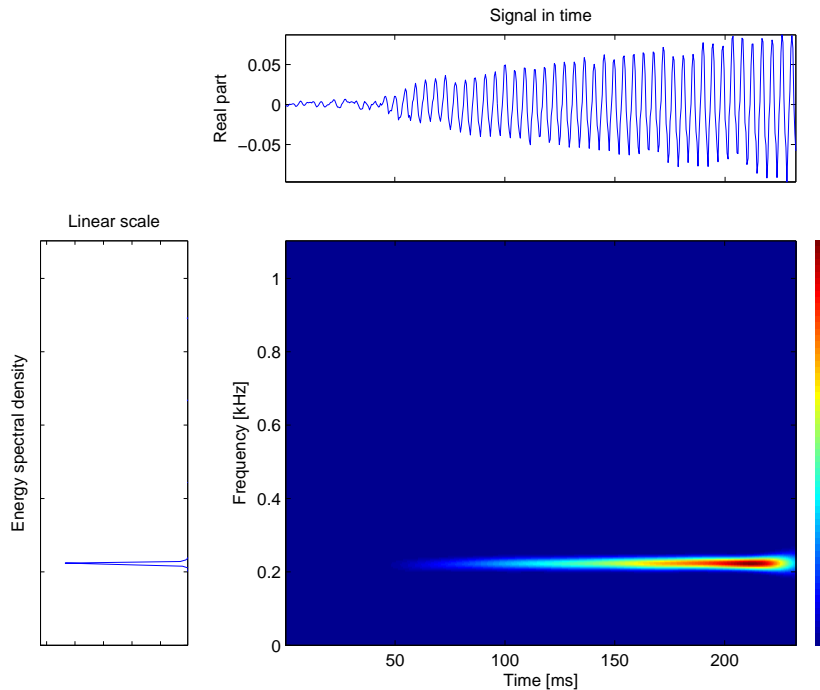
Les spectrogrammes de puissance des trois signaux considérés (Figures 8.2, 8.3 et 8.4) montrent des contenus harmoniques réguliers, et variables selon les instruments, ces derniers sont liés au "timbre" [11] propre à chaque instrument. Par exemple, le contenu harmonique de la guitare classique est plus riche que celui du piano. Cependant, il n'est pas possible de distinguer des variations de phase ou de fréquence sur ce type de représentation. Si le spectrogramme de puissance est intéressant pour les signaux musicaux, les spectrogrammes de fréquence et de phase 3D sont pleinement adaptés, car la nature de tels signaux nécessite tout particulièrement l'analyse de faibles variations de fréquence et de phase [61; 62].



**FIGURE 8.2** – Spectrogramme de puissance d'un signal de guitare. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 121 points.



**FIGURE 8.3** – Spectrogramme de puissance d'un signal de piano. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 121 points.



**FIGURE 8.4** – Spectrogramme de puissance d'un signal de violon. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 121 points.

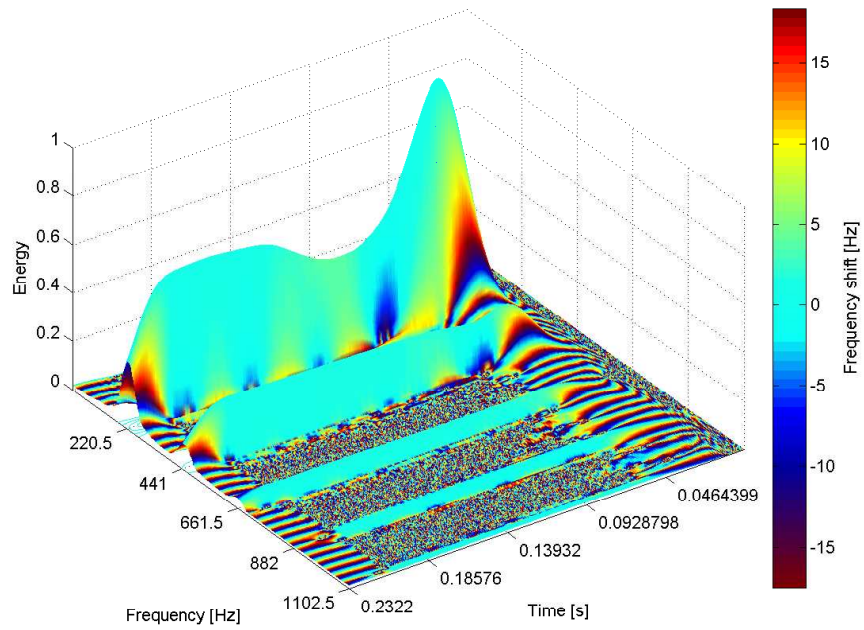
### 8.3.1 Guitare acoustique classique

Le spectrogramme de fréquence 3D du signal de guitare acoustique classique ne présente pas de variation de fréquence (Figure 8.5), à la fois sur le fondamental et sur les harmoniques, malgré d'importantes variations d'amplitude. Des franges horizontales allant de zéro à la fréquence maximale peuvent être observées sur l'attaque du signal ( $t=0,05s$ ). Cela peut être comparé au comportement du spectrogramme de fréquence d'une fonction de Heaviside : quand le signal est coupé brutalement, un phénomène de franges horizontales se produit. En guise de comparaison, un exemple de spectrogramme de fréquence d'une fonction de Heaviside est représenté sur la figure 7.3 du chapitre 8.

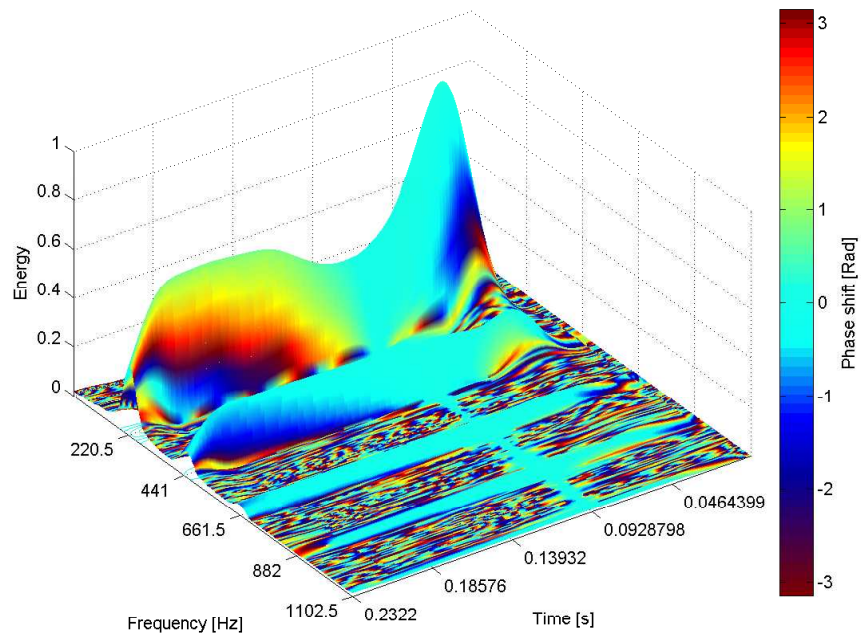
Le spectrogramme de phase 3D du signal de guitare acoustique classique (Figure 8.6) montre une propriété intéressante : il semble que des variations de phase apparaissent sur le fondamental, alors qu'il n'y en a pas sur les harmoniques. Ceci peut être dû au fait que l'opération de placage déforme l'information de phase jusqu'à lui donner une très grande importance. Les petites variations apparaissent alors très larges pour les hautes amplitudes. Cette limitation peut être vue comme un avantage, dans le sens où cette représentation est extrêmement sensible aux petites variations.

### 8.3.2 Piano

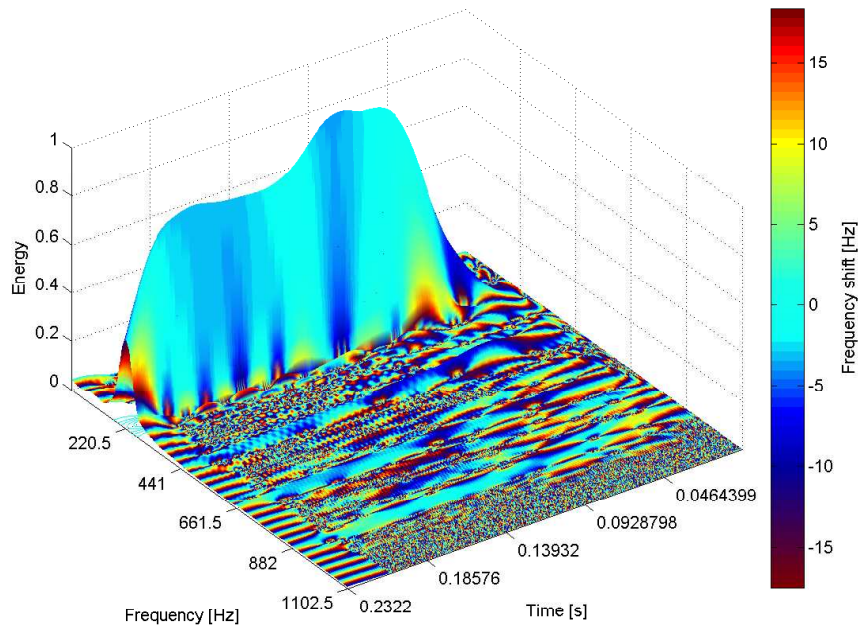
Contrairement à celui du signal de guitare acoustique classique, le spectrogramme de fréquence 3D du signal de piano (Figure 8.7) présente des variations de fréquence, à la fois sur le fondamental et sur les harmoniques. Ceci est surprenant, car intuitivement, il serait plus logique de



**FIGURE 8.5** – Spectrogramme de fréquence 3D d'un signal de guitare. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 121 points.



**FIGURE 8.6** – Spectrogramme de phase 3D d'un signal de guitare. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 121 points.



**FIGURE 8.7** – Spectrogramme de fréquence 3D d’un signal de piano. La fenêtre choisie est de type Hanning et d’une largeur de 121 points.

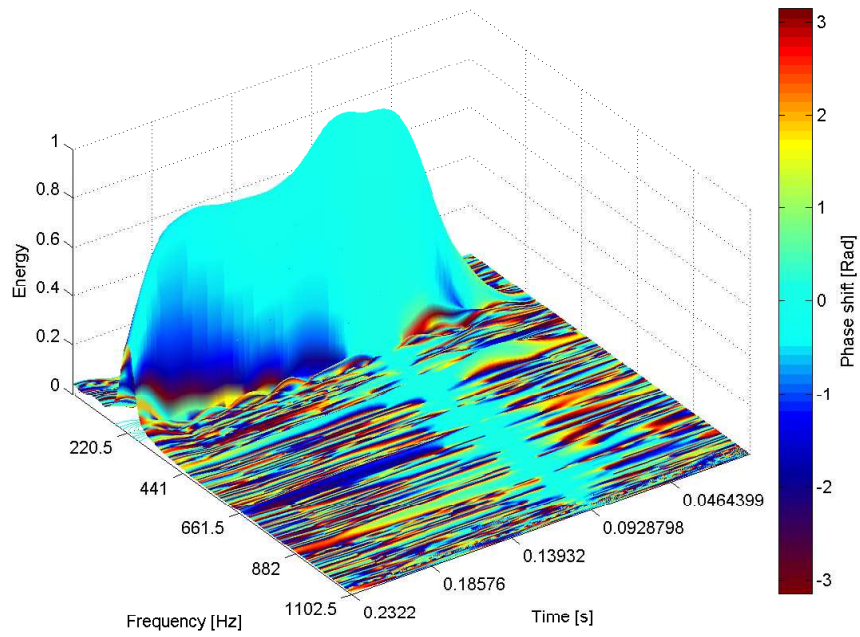
penser qu’un instrument à cordes frappées observe un comportement fréquentiel plus stable. Le deuxième point important à noter est que le phénomène semblable à la fonction de Heaviside qui était observable sur le spectrogramme de fréquence 3D du signal de guitare acoustique classique n’est pas présent. Ceci signifie que l’attaque n’est pas aussi rapide que sur l’instrument à cordes pincées.

Le spectrogramme de phase 3D du signal de piano (Figure 8.8) présente des variations de phase, uniquement sur les harmoniques. La phase de la première harmonique semble rester constante, la phase de la seconde diminue, alors que la phase de la troisième augmente. La différence totale entre les phases des harmoniques 2 et 3 atteint 4 Radians à la fin de l’intervalle de temps considéré.

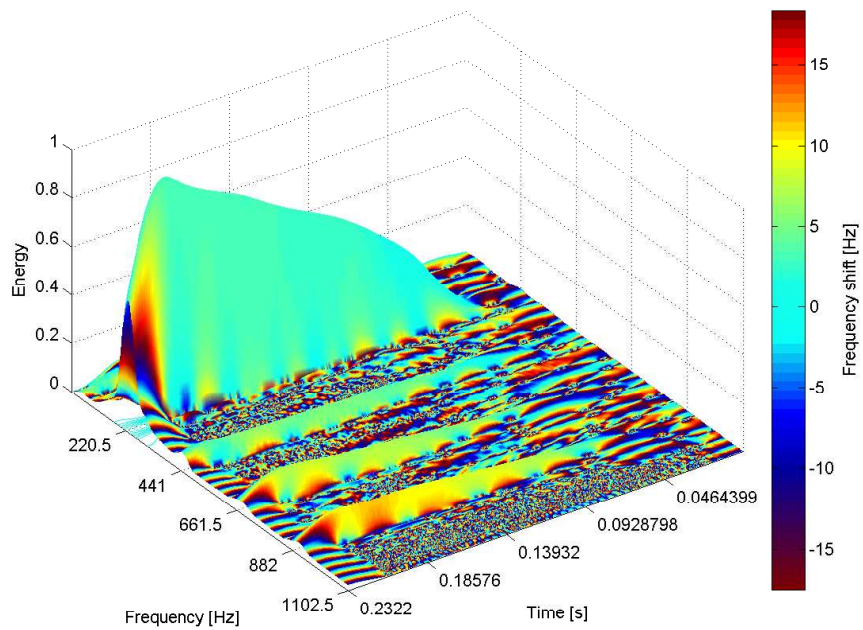
### 8.3.3 Violon

Le signal de violon est intéressant en tant que représentant du troisième type d’instruments à cordes : les instruments à cordes frottées. Le spectrogramme de fréquence 3D du signal de violon (Figure 8.9) montre une variation de fréquence de 10 Hz sur la troisième harmonique. Cette variation est importante par rapport à la fréquence de la note considérée (220 Hz) et comme l’amplitude est aussi assez élevée, il est très probable que le résultat de cette variation de fréquence soit audible. Cette variation peut être due à la position des doigts du violoniste, ou bien au début d’un vibrato. Comme pour les autres instruments à cordes frottées, l’attaque est très douce et l’amplitude du son augmente lentement. Le spectrogramme de fréquence 3D (tout comme le spectrogramme de phase 3D) permet d’observer sur la même représentation ces variations d’amplitude.

Sur le spectrogramme de phase 3D du signal de violon (Figure 8.10), aucune variation de phase

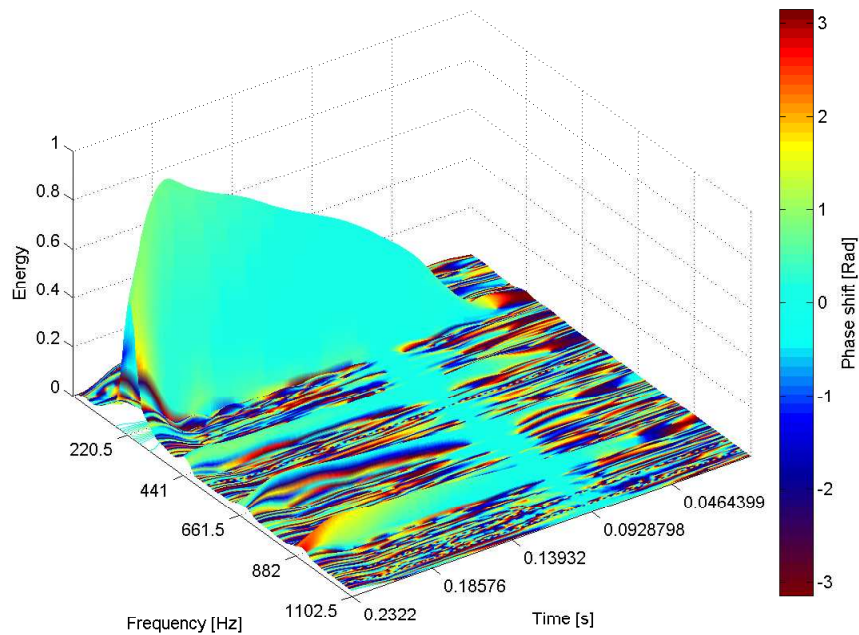


**FIGURE 8.8** – Spectrogramme de phase 3D d'un signal de piano. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 121 points.



**FIGURE 8.9** – Spectrogramme de fréquence 3D d'un signal de violon. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 121 points.





**FIGURE 8.10** – Spectrogramme de phase 3D d’un signal de violon. La fenêtre choisie est de type Hanning et d’une largeur de 121 points.

autre que celle due à la variation de fréquence n’entre en jeux.

## 8.4 Synthèse

L’objet principal de ce chapitre est la présentation des capacités des spectrogrammes de fréquence et de phase 3D sur des signaux réels. Cette nouvelle représentation permet de mettre en évidence des phénomènes de micro-variations de fréquence et de phase, tout en permettant l’observation de l’information d’amplitude. Sur des signaux d’attaques d’instruments à cordes, la complexité des phénomènes harmoniques en jeux est mise en évidence. Ceci montre la réelle difficulté à synthétiser des signaux de ce type avec des méthodes simples comme la synthèses additive ou la synthèse soustractive [39].

# CHAPITRE 9

## Application 2 : Réacteur de culture osseuse

### SOMMAIRE

---

<b>9.1</b>	<b>Tissu osseux et Ostéogenèse</b>	<b>95</b>
9.1.1	Introduction	95
9.1.2	Constitution et rôle du tissu osseux	96
9.1.3	Mécanisme cellulaire de l'ostéogenèse	96
<b>9.2</b>	<b>Ostéogenèse et vibrations</b>	<b>97</b>
9.2.1	Réacteur de culture	97
9.2.2	Présentation du dispositif	98
9.2.3	Traitement du signal	101
9.2.4	Temps-fréquence, Résultats	101
9.2.5	Spectrogrammes de fréquence et de phase 3D	105
9.2.6	Calcul d'énergie	105
9.2.7	Tests et résultats biologiques	109
9.2.8	Synthèse	109

---

Ce chapitre présente une étude réalisée en collaboration avec le Laboratoire de Biologie du Tissu Osseux de l'Université Jean Monnet de Saint Etienne (EMI INSERM E366). Le cadre de cette étude est l'ostéogenèse in-vitro sous contrainte mécanique. Dans ce cadre, un nouveau réacteur de culture osseuse a été développé. Ce réacteur est détaillé dans le présent chapitre.

## 9.1 Tissu osseux et Ostéogenèse

### 9.1.1 Introduction

Le tissu osseux a pour rôle de supporter mécaniquement l'organisme. Pour assurer cette fonction de charpente, le tissu osseux est en perpétuel remaniement [32], ainsi le squelette humain peut se renouveler jusqu'à cinq fois tout au long de la vie, et cette activité perdure même après la fin de la période de croissance [8]. Cet équilibre entre croissance et résorption osseuse, appelé ostéogenèse, est assuré par les différentes cellules qui constituent le tissu osseux.

### 9.1.2 Constitution et rôle du tissu osseux

Le tissu osseux est constitué de deux phases : une matrice extracellulaire composée principalement de collagène de type I [8], et une phase minérale constituée de cristaux d'hydroxyapatite. La combinaison de ces deux phases confère au tissu osseux sa grande résistance mécanique et sa relative élasticité. En plus de ses fonctions mécaniques de charpente et de coque de protection des organes internes, le tissu osseux sert aussi de réserve minérale. En effet, du fait de son remodelage perpétuel. Il constitue une plateforme d'échange et de stockage de minéraux comme le calcium et le phosphore et permet ainsi la régulation des sels minéraux dans l'organisme.

### 9.1.3 Mécanisme cellulaire de l'ostéogenèse

Le tissu osseux est constitué de trois types de cellules : les ostéoblastes (responsables de la formation osseuse par synthèse de collagène), les ostéoclastes (responsables de la résorption osseuse) et les ostéocytes (qui ne constituent pas vraiment un autre type cellulaire, mais sont en réalité des ostéoblastes emmurés dans la matrice osseuse).

L'ostéogenèse est un mécanisme continu (Figure 9.1) caractérisé par différentes phases, pendant lesquelles interviennent à tour de rôle les ostéoclastes et les ostéoblastes :

- la phase de quiescence, caractérisée par la présence de cellules dites "bordantes" qui recouvrent la surface osseuse et empêchent ainsi les ostéoclastes d'y accéder.
- la phase d'activation : les cellules bordantes se rétractent et libèrent l'accès aux ostéoclastes.
- la phase de résorption : les ostéoclastes se fixent sur la surface osseuse, acidifient le milieu extracellulaire, ce qui entraîne la dissolution de la partie minérale de l'os et la création d'une lacune de résorption.
- la phase d'inversion du processus : lorsqu'ils ont terminé de creuser la lacune de résorption, les ostéoclastes entrent en phase d'apoptose (mort cellulaire).
- la phase de formation : les ostéoblastes entrent alors en jeu, ils vont synthétiser de l'os non minéralisé pour combler la lacune créée par les ostéoclastes.
- la phase de minéralisation : les ostéoblastes synthétisent une enzyme, la phosphatase alcaline, qui va permettre la minéralisation osseuse.

Le remaniement du tissu osseux est présent tout au long de la vie, pas seulement lors de la période de croissance mais aussi tout au long de la vie adulte. Alors que les os ont plutôt tendance à subir un allongement durant la période de croissance, ils stoppent cette évolution en longueur à l'âge adulte pour évoluer en largeur : les diamètres intérieur et extérieur ont tendance à augmenter avec l'âge et les os ont tendance à devenir plus fins. Comme le diamètre extérieur augmente, la résistance mécanique reste importante même si les os deviennent plus fins. L'ostéogenèse est un cycle continu constitué de plusieurs phases correspondant aux différentes actions des cellules osseuses.

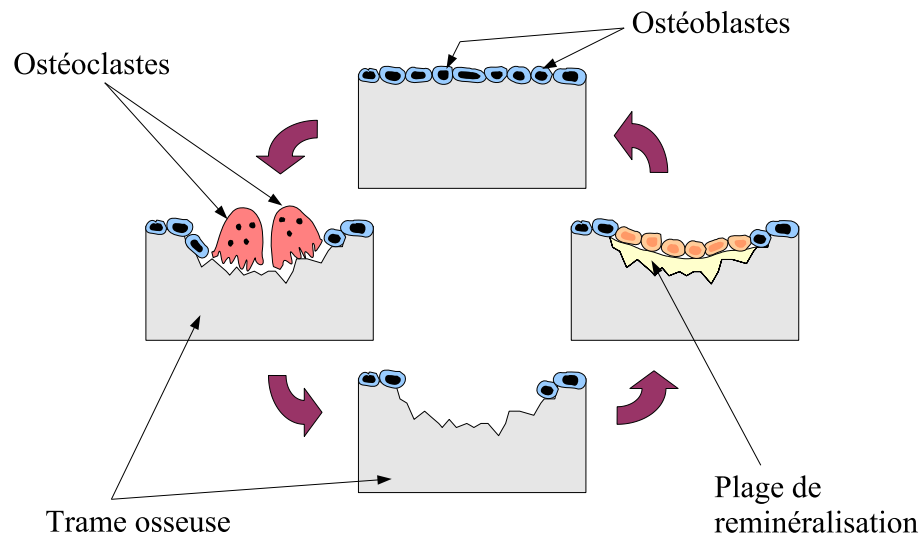


FIGURE 9.1 – Mécanisme de l'ostéogenèse.

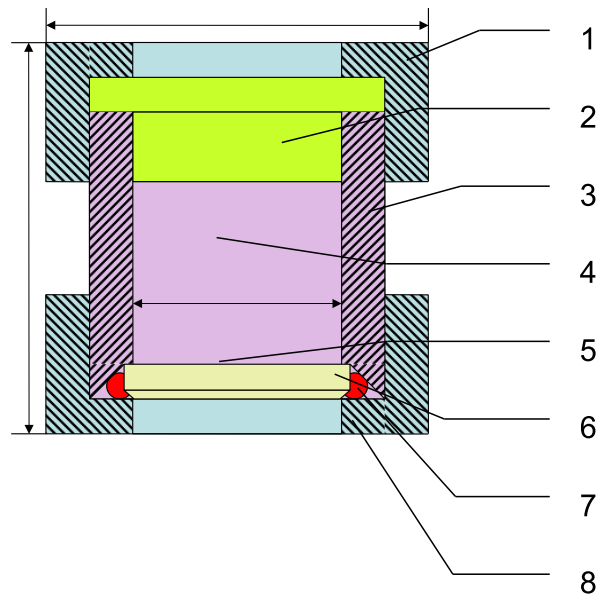
## 9.2 Ostéogenèse et vibrations

### 9.2.1 Réacteur de culture

Dans le cadre d'une collaboration au sujet de l'ostéogenèse et de la contrainte mécanique, un nouveau réacteur de culture breveté [25] pour les cellules osseuses a été conçu par le Centre Ingénierie et Santé (CIS) de l'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint Etienne et le Laboratoire de biologie du tissu osseux (LBTO) du CHU de Saint Etienne. L'objectif de ce réacteur de culture est de tester l'effet des chocs mécaniques sur le développement des cellules osseuses in-vitro. L'originalité de ce système réside dans l'instrumentation réalisée à l'aide de capteurs reliés à une carte d'acquisition capable d'échantillonner les signaux en fonction du temps, et donc de réaliser des opérations de traitement du signal.

Dans cette étude, quatre disques constitués de quatre biomatériaux différents ont été testés : Titane (Ti6Al4V), Hydroxyapatite (HAP), os cortical et os trabéculaire. Normalement, les disques sont scellés dans la chambre de culture fermée hermétiquement. Cependant, pour l'acquisition des signaux il a fallu ouvrir la chambre de culture pour laisser passer le câble du capteur, donc les acquisitions n'ont pas été faites avec les cellules et le milieu de culture. Le résultat de ces acquisitions permet de calculer le comportement mécanique du biomatériau seul. Cette étape est nécessaire pour caractériser le système et permet d'observer directement le comportement global du biomatériau sous l'influence des chocs mécaniques.

Certains auteurs ont montré que des cellules ostéoblastiques mises en culture in-vitro répondent à des sollicitations mécaniques de fréquences allant de 1 Hz à 10 Hz [45; 57; 40]. Comme les signaux qui sont appliqués dans cette étude ne sont pas des signaux sinusoïdaux, et comme la stimulation mécanique est de type choc, les fréquences de stimulation sont exprimées en coups par seconde (cps). Une stimulation de 1 Hz correspond à la fréquence de locomotion humaine.



**FIGURE 9.2** – Diagramme schématisique de la chambre de culture du réacteur. Un marteau d'impact est actionné par un électro-aimant, la tête du marteau frappe la surface extérieure du biomatériau (disque de diamètre 10 mm et d'épaisseur 2 mm) avec une fréquence définie et paramétrable. Les cellules osseuses sont cultivées à la surface du biomatériau et la chambre de culture est remplie avec du milieu de culture. Les différents composants de la chambre de culture sont les suivants : (1) couvercle supérieur en Macrolon®, (2) bouchon en teflon, (3) partie principale de la chambre de culture en Macrolon®, (4) milieu de culture, (5) culture cellulaire, (6) disque en biomatériau, (7) couvercle inférieur en Macrolon®, (8) joint torique.

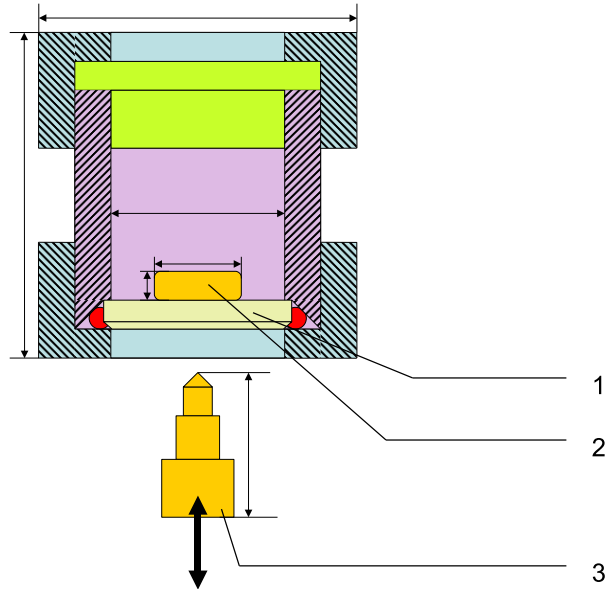
Dans cette étude les chocs mécaniques sont appliqués à deux fréquences de stimulation : 1 cps et 10 cps.

### 9.2.2 Présentation du dispositif

Le réacteur de culture est constitué de trois pièces principales : un corps en dural, une chambre de culture en Macrolon et une partie mobile constituée d'un électro-aimant monostable et d'un marteau d'impact. Un disque en biomatériau de 10 mm de diamètre et de 2 mm d'épaisseur est inséré et serré dans la chambre en Macrolon via un joint torique, les cellules sont cultivées à la surface de ce biomatériau (Figure 9.2).

Le principe de fonctionnement du réacteur en lui-même est le suivant : l'électro-aimant met en mouvement le marteau d'impact qui vient frapper le biomatériau inséré dans la chambre à une fréquence de choc pouvant aller jusqu'à 10 chocs par seconde. L'alimentation de l'électro-aimant est réalisée à l'aide d'un signal carré, du fait de son mode d'alimentation (monostable).

L'instrumentation est réalisée à l'aide de deux capteurs montés sur le réacteur (Figure 9.3). Un accéléromètre ICP (Integrated Circuit Piezoelectric (ICP), modèle 352C23, PCB® Piezotronics) est fixé sur les surfaces supérieures des disques en biomatériau par collage et un marteau d'impact instrumenté (modèle 086D80, PCB® Piezotronics) est adapté à la tige de l'électro-aimant. Les caractéristiques de ces derniers sont données en figure 9.1. Ces capteurs sont connectés à un conditionneur de signal (modèle 442B104, PCB® Piezotronics) assurant



**FIGURE 9.3** – Diagramme schématisique de l'instrumentation de la chambre de culture utilisée pour l'acquisition du signal : (1) disque en biomatériau, (2) accéléromètre ICP®, (3) marteau d'impact instrumenté ICP®.

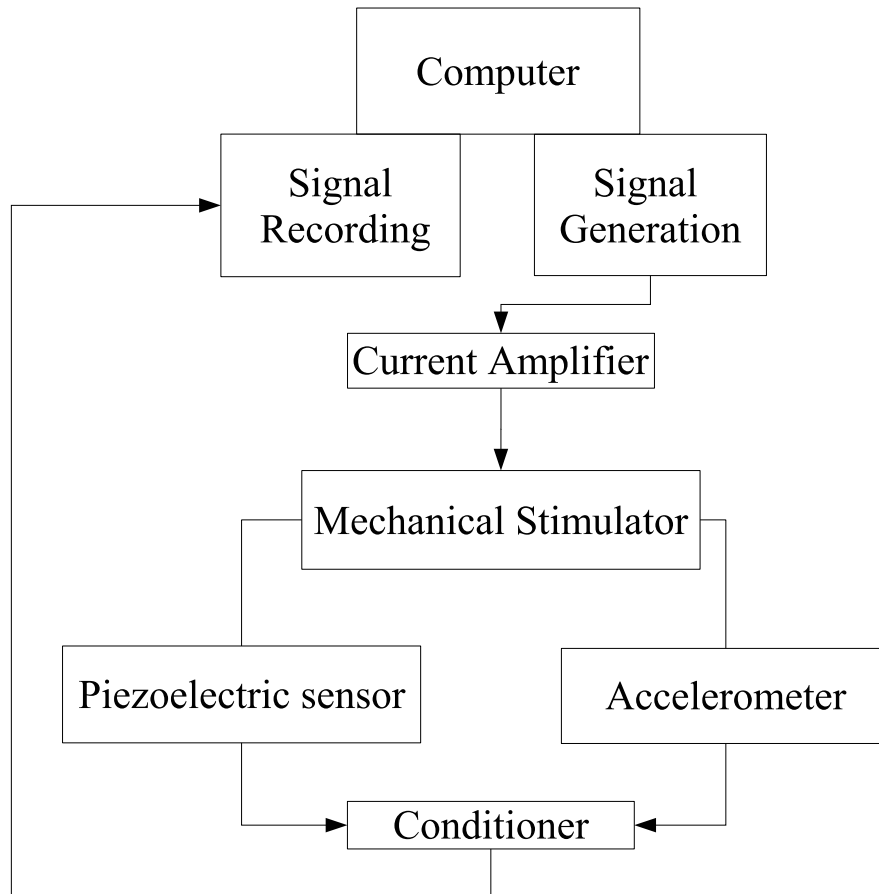
Accelerometer : 5 mV/g ( 15%) sensitivity
50 kHz frequency range
Impact hammer : 22.5 mV/N sensitivity
12 kHz Frequency Range ( 5%)

**TABLE 9.1** – Sensibilité et réponse en fréquence données par le fabricant des capteurs.

l'alimentation des capteurs et l'amplification des signaux. Les signaux sont enregistrés dans un ordinateur PC via une carte d'acquisition (NI DAQ Pad-6015, National Instruments®) (cf. Annexe 3) fonctionnant sur un port USB, en utilisant un programme LabVIEW® (cf. Annexe 3 : programme LabVIEW®).

Le pilotage de l'électro-aimant est aussi assuré par une carte NI DAQ Pad-6015 (Figure 9.4) via un amplificateur de courant de type "push-pull" (cf. Annexe 3 : Amplificateur de courant) suffisamment puissant pour alimenter 5 réacteurs en même temps.

Une vis de réglage de la butée inférieure de l'électro-aimant permet d'ajuster la course du marteau, ce qui permet de contrôler la force maximale dans le marteau instrumenté et l'accélération maximale dans l'accéléromètre. De plus, le serrage de la vis supérieure est réalisé avec un tournevis à limiteur de couple réglé sur une valeur de 20 cN.m pour assurer un serrage constant. Des tests d'acquisition ont montré qu'un filtre anti-repliement n'est pas nécessaire, car le contenu fréquentiel ne dépasse pas les 50 kHz sur tous les signaux. Ces tests ont été effectués avec un oscilloscope à mémoire numérique 150 MHz FI 3315C qui possède une fonction d'analyse spectrale (analyseur de spectre). Ces résultats ont été confirmés à l'aide d'une deuxième carte d'acquisition (NI PCI/PXI-6221, National Instrument®) capable d'échantillonner à une fréquence de 250 kHz. Le théorème de Shannon est donc respecté.



**FIGURE 9.4** – Diagramme de fonctionnement du réacteur. Le réacteur est piloté par un ordinateur via la carte NI DAQ Pad-6015. Pendant les chocs mécaniques, les signaux de l'accéléromètre et du marteau d'impact installés sur le réacteur sont enregistrés simultanément sur l'ordinateur via la même carte NI DAQ Pad-6015.

### 9.2.3 Traitement du signal

Les signaux issus des capteurs sont enregistrés sur une profondeur de 16 bits, avec une fréquence d'échantillonnage de 100 kHz. Le traitement des signaux est effectué à l'aide du logiciel Matlab® et de la boîte à outils ISIS temps-fréquence [5].

Dix disques de chaque biomatériau ont été testés. Pour un même réglage de vis, les valeurs crêtes mesurées pour l'accélération sont : Ti6Al4V,  $783 \pm 31$  g; HAP,  $1197 \pm 87$  g; os cortical,  $1215 \pm 21$  g; os trabéculaire,  $225 \pm 24$  g. Les valeurs pics mesurées pour la force sont : Ti6Al4V,  $34 \pm 0,6$  N; HAP,  $28 \pm 0,2$  N; os cortical,  $23 \pm 0,2$  N; os trabéculaire,  $8 \pm 0,6$  N. Ces valeurs montrent que pour une même sollicitation, l'ensemble chambre-biomatériau ne réagit pas de la même façon, selon le biomatériau en présence.

Les visualisations temps-accélération et temps-force des signaux en fonction présentent déjà des informations qui ne sont pas décelables à l'oeil nu. En effet, des rebonds apparaissent sur les signaux de force et d'accélération. Ces rebonds sont dus à la phase de maintien de l'électro-aimant, phase de maintien qui peut être mesurée sur le signal par le petit décrochement présent à 10 ms. Le temps de maintien de l'électro-aimant est lié au mode d'alimentation du réacteur (signal carré de rapport cyclique variable), il est directement lié au rapport cyclique (Figure 9.5).

### 9.2.4 Temps-fréquence, Résultats

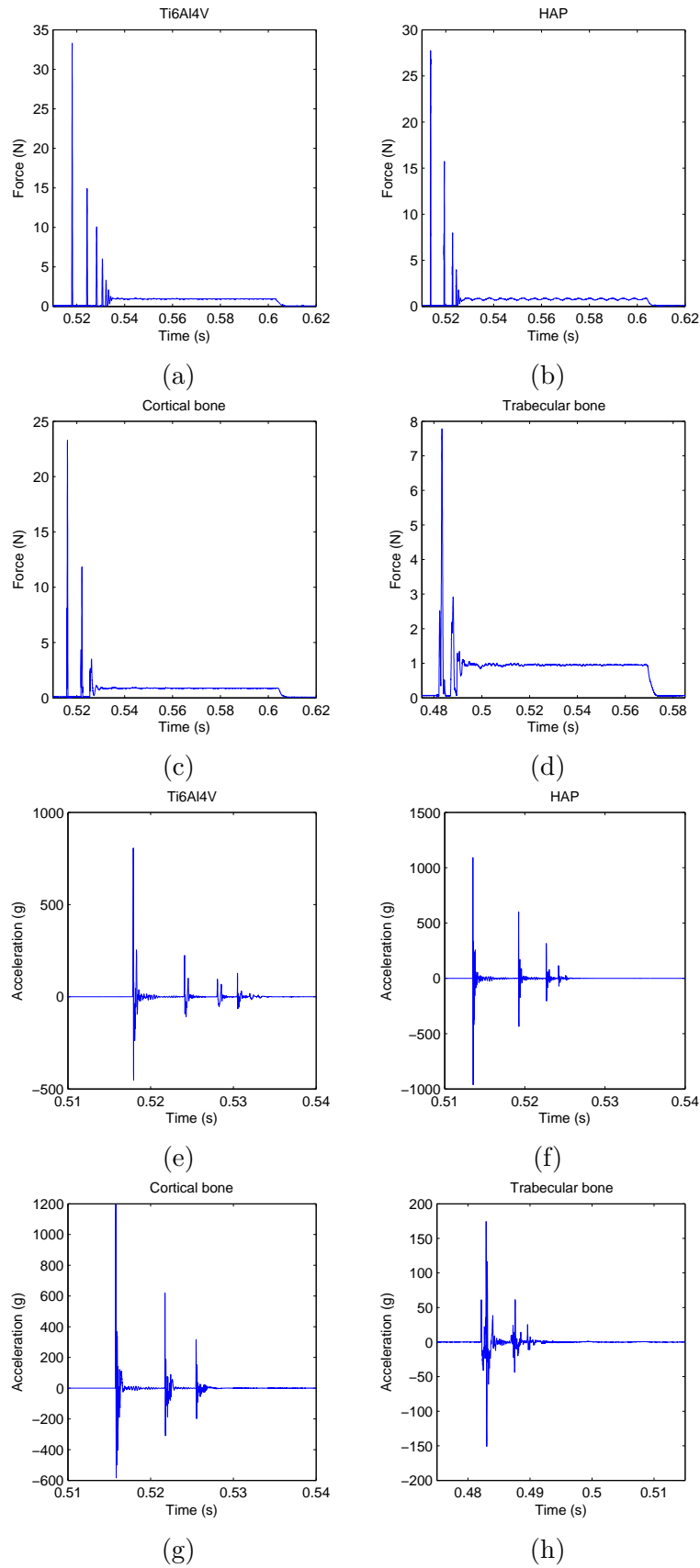
Pour cette analyse temps-fréquence, seul le premier pic de chaque signal est considéré : d'une part parce qu'il contient la plus grande partie de l'énergie et le contenu fréquentiel le plus élevé, et d'autre part parce que les phénomènes de modulation de fréquence sont très courts. La longueur du signal de l'os trabéculaire est un peu plus élevée, du fait des modulations de fréquences qui durent plus longtemps.

Le calcul des spectrogrammes de puissance sur les signaux d'accélération des quatre biomatériaux présente des motifs temps-fréquence différents. Ce fait est intéressant, car si les biomatériaux n'ont pas le même comportement temps-fréquence pour une même sollicitation, alors les cellules ne reçoivent pas le même stimulus mécanique.

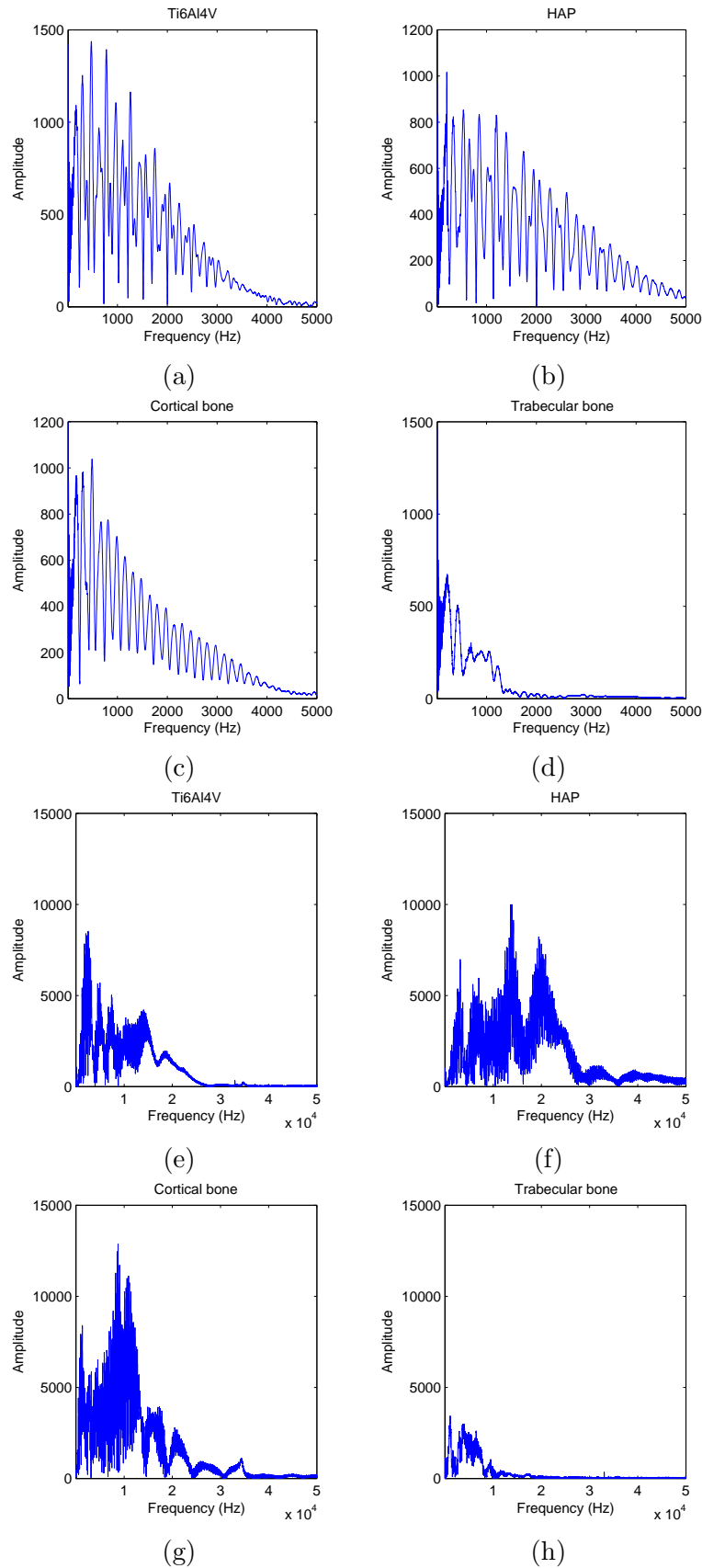
Sur le disque en Ti6Al4V (Figure 9.7a), le contenu fréquentiel est élevé sur la première partie du pic (jusqu'à 20 kHz) et une modulation de fréquence plus basse apparaît ensuite sur une durée de 0,5 ms à environ 1 kHz. Sur le disque en HAP (Figure 9.7b), le contenu fréquentiel est élevé sur la première partie du premier pic comme pour le Ti6Al4V, puis il décroît linéairement pendant 0,15 ms de 25 à 15 kHz. Sur le disque en os cortical (Figure 9.7c), le contenu fréquentiel est toujours élevé sur la première partie du premier pic, puis il décroît très rapidement. Ensuite, le contenu fréquentiel augmente pendant 0,15 ms de 10 à 15 kHz. Enfin, il est possible d'observer sur le spectrogramme de l'os trabéculaire (Figure 9.7d) un motif qui pourrait être interprété comme deux modulations de fréquence croisées, l'une croissante, l'autre décroissante.

Il apparaît clairement que le spectrogramme de puissance montre ses limites en terme de précision. Pour tenter d'améliorer les précisions fréquentielle et temporelle, la distribution de Wigner-Ville est utilisée (Figure 9.8). Il est intéressant de remarquer que si les données du spectrogramme de puissance sont connues, la lecture de la distribution de Wigner-Ville est plus aisée, puisque

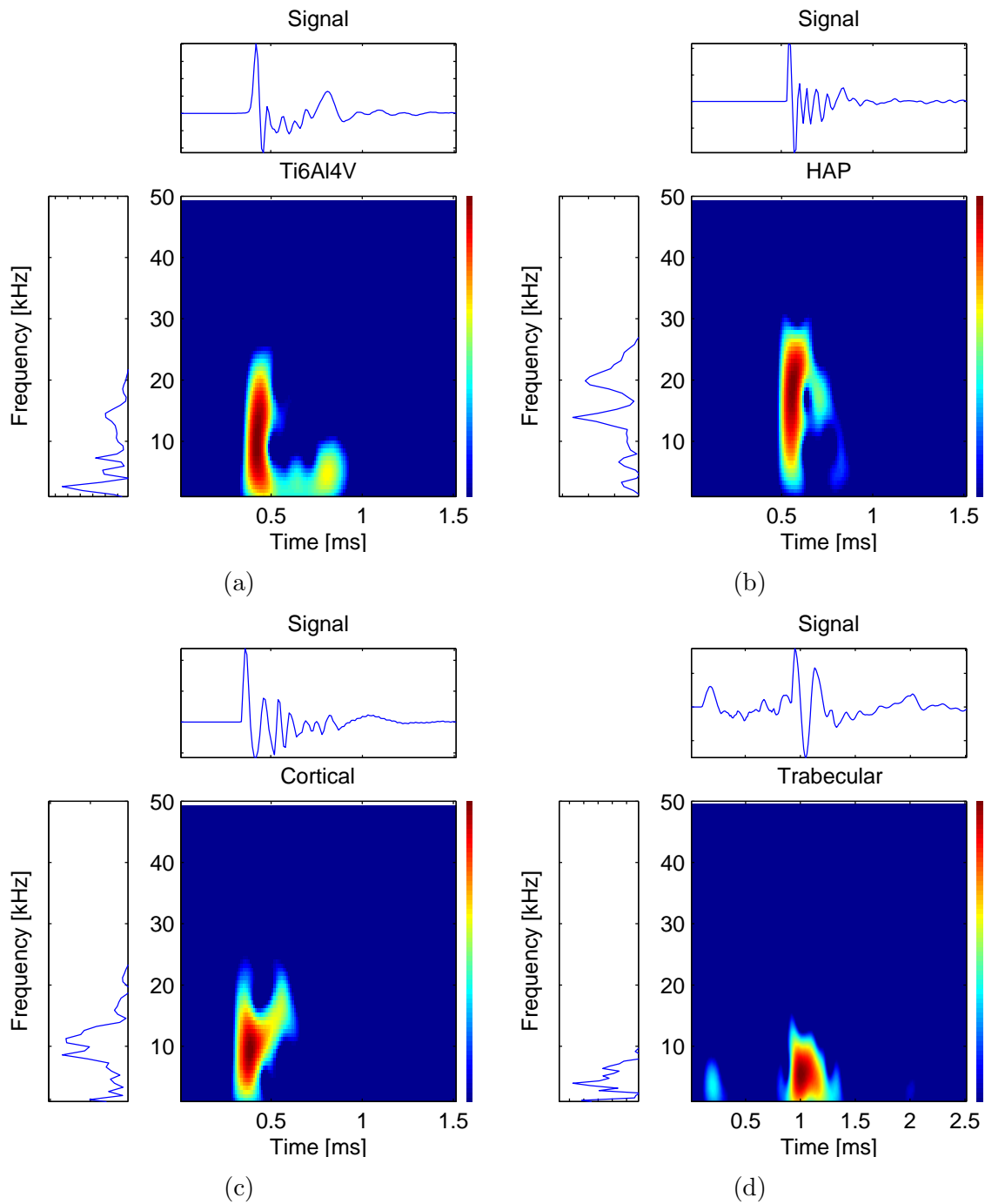




**FIGURE 9.5** – Signaux de force et d'accélération, enregistrés à 100 kHz avec une résolution de 16 bits. (a) : signal d'accélération d'un disque en Ti6Al4V. (b) : signal d'accélération d'un disque en HAP. (c) : signal d'accélération d'un disque en os cortical. (d) : signal d'accélération d'un disque en os trabéculaire. (e) : signal de force d'un disque en Ti6Al4V. (f) : signal de force d'un disque en HAP. (g) : signal de force d'un disque en os cortical. (h) : signal de force d'un disque en os trabéculaire.



**FIGURE 9.6** – Modules des transformées de Fourier (TF) des signaux de force et d'accélération. (a) : Module de la TF, accélération, disque en Ti6Al4V. (b) : Module de la TF, accélération, disque en HAP. (c) : Module de la TF, accélération, disque en os cortical. (d) : Module de la TF, accélération, disque en os trabéculaire. (e) : Module de la TF, force, disque en Ti6Al4V. (f) : Module de la TF, force, disque en HAP. (g) : Module de la TF, force, disque en os cortical. (h) : Module de la TF, force, disque en os trabéculaire.



**FIGURE 9.7** – Spectrogrammes de puissance des signaux d'accélération enregistrés, calculés avec un fenêtre de Hanning (cf. annexe 2) à 21 points. (a) : spectrogramme de l'accélération du disque en Ti6Al4V. (b) : spectrogramme de l'accélération du disque en HAP. (c) : spectrogramme de l'accélération du disque en os cortical. (d) : spectrogramme de l'accélération du disque en os trabéculaire.

la forme de base des modulations est connue. Ainsi, les mêmes motifs peuvent être retrouvés pour chaque biomatériau avec une précision accrue.

### 9.2.5 Spectrogrammes de fréquence et de phase 3D

Les travaux sur les spectrogrammes de fréquence et de phase, appliqués à l'étude de la propagation d'ondes de chocs dans les poutres métalliques [46], ont orienté le début de cette étude. La notion de choc étant tout aussi importante dans le cas du bioréacteur, il a été décidé de tester ces méthodes sur les signaux considérés dans le présent chapitre.

Sur le spectrogramme de fréquence il est possible de quantifier les faibles variations de fréquence locales. Par exemple, sur la modulation du bas du "L" sur le spectrogramme de fréquence du Ti6Al4V (9.9a) (Bleu, violet, rouge, jaune, rouge, violet, bleu, chaque couleur correspondant à une variation de fréquence, respectivement égale à : -1000 Hz, -2500 Hz, -3000 Hz, -3500 Hz, -3000 Hz, -2500 Hz, -1000 Hz).

Le spectrogramme de fréquence 3D présente les résultats à la fois des faibles variations de fréquence et du spectrogramme de puissance. Cette représentation met en évidence le fait que la caractérisation par des motifs temps-fréquence n'est pas aussi simple sur ce réacteur. En effet, l'information d'amplitude est au moins aussi importante que le contenu fréquentiel, alors il n'est pas très judicieux de caractériser finement les modulations de fréquence uniquement par des motifs temps-fréquence simples. Alors que l'interprétation des motifs temps-fréquence obtenus à partir du spectrogramme de puissance, de la distribution de Wigner-Ville et du spectrogramme de fréquence semble relativement aisée, elle l'est beaucoup moins en ce qui concerne le spectrogramme de fréquence 3D. En effet, ce dernier met en évidence des variations de fréquence qui sont couplées aux fortes amplitudes.

### 9.2.6 Calcul d'énergie

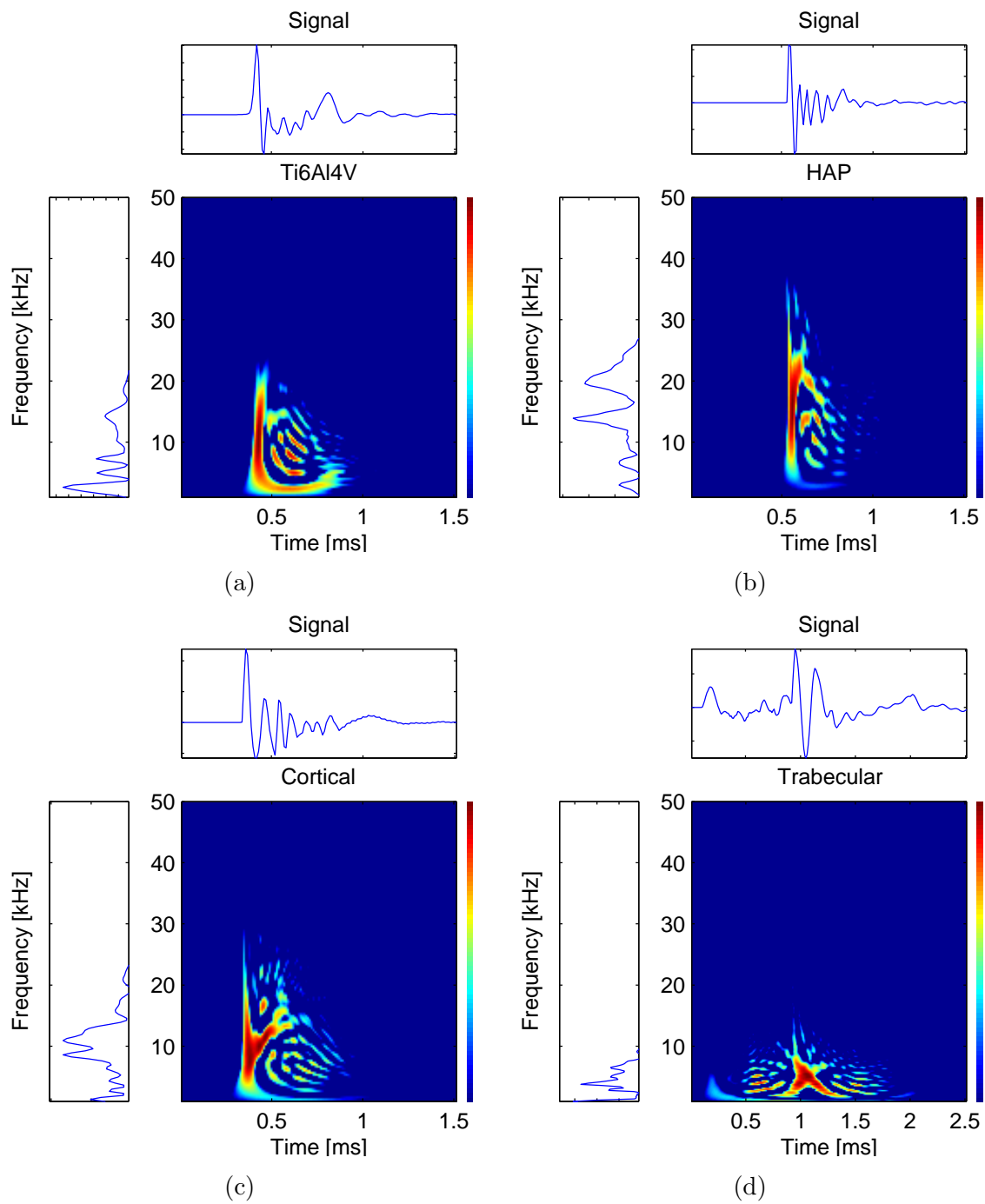
La notion d'énergie est importante en biologie osseuse [6; 10; 22]. L'énergie des disques en biomatériaux peut être calculée à partir des signaux d'accélération. Il est possible d'effectuer une intégration des signaux d'accélération, ce qui permet d'obtenir la vitesse instantanée des disques, et donc de calculer l'énergie cinétique en utilisant la formule classique :

$$E_k = \frac{1}{2}m \int v(t)^2 dt. \quad (9.1)$$

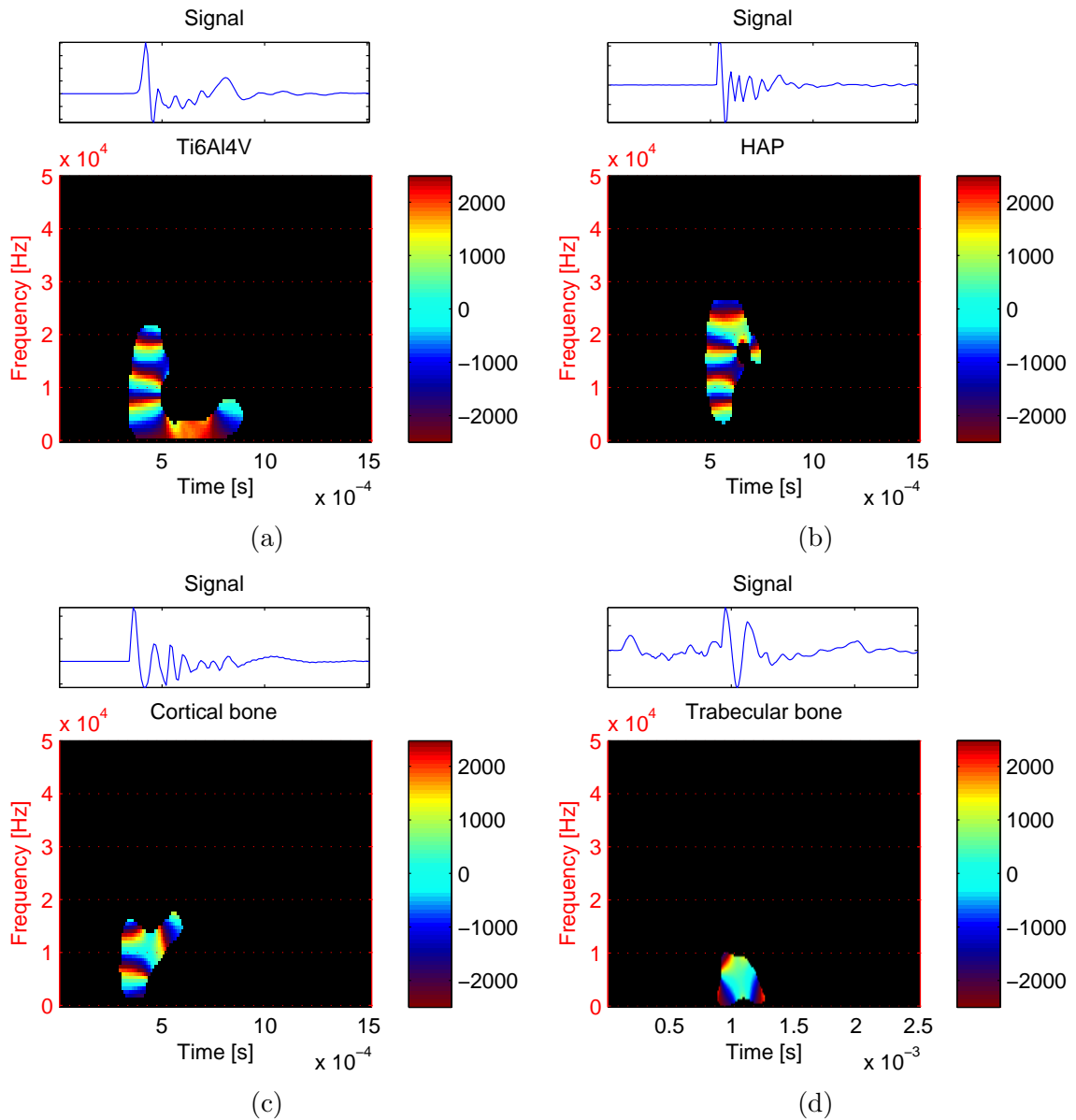
avec  $E_k$  : énergie cinétique,  $v$  : vitesse,  $m$  : masse du disque donnée pour chaque couple accéléromètre-disque.

La vitesse est calculée par intégration des signaux d'accélération après un filtrage passe-haut à 30Hz à l'aide d'un filtre de type Butterworth du sixième ordre pour filtrer la composante continue. La bande passante d'un filtre de ce type est pratiquement plate, en contrepartie l'utilisation d'un tel filtre induit un déphasage non-linéaire. Cependant, pour cette étude le spectre des phénomènes mis en jeu est assez éloigné de la fréquence de coupure, donc le filtre de type Butterworth reste bien adapté.

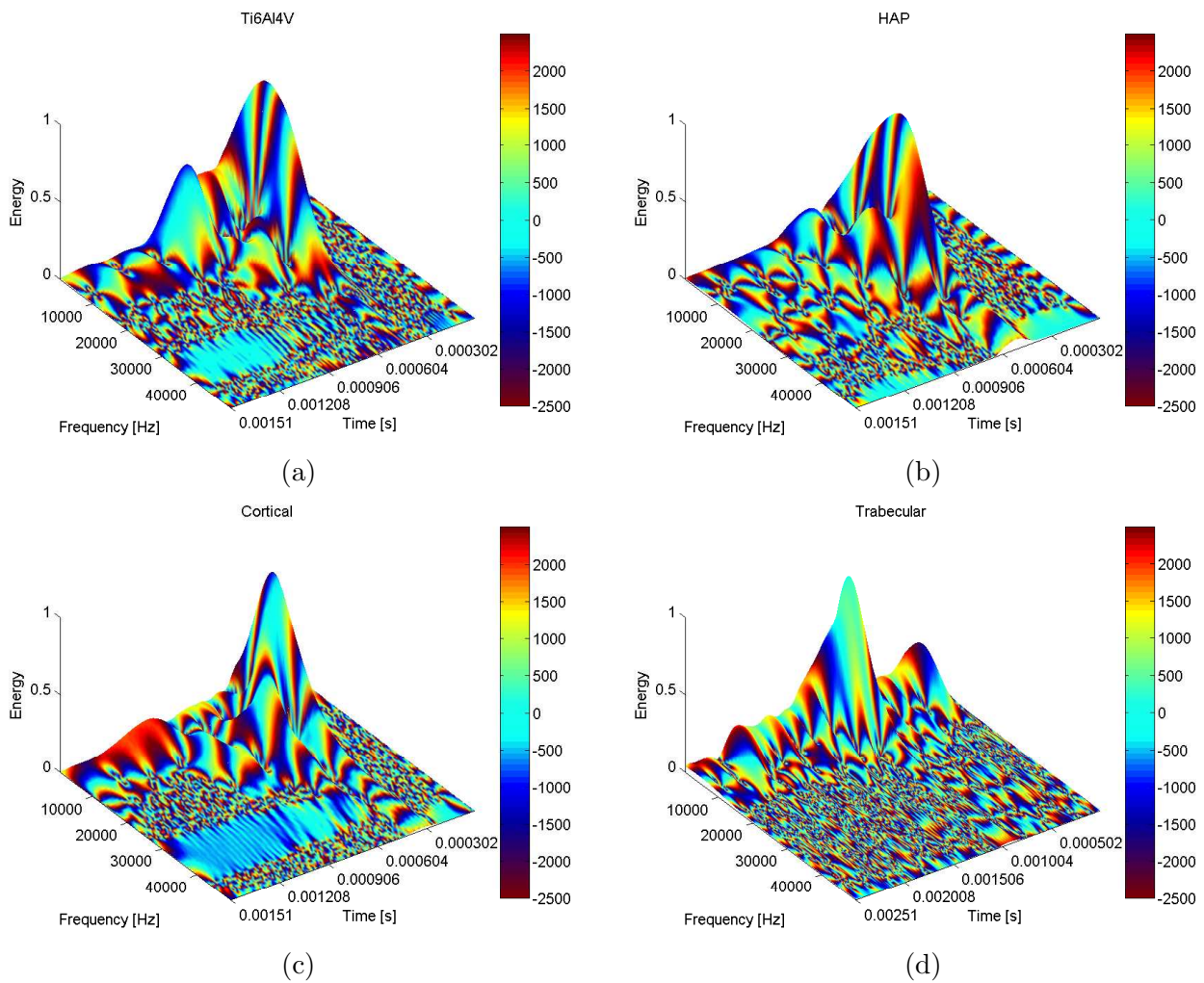
L'énergie cinétique a été calculée par unité de surface, ce qui est utilisé classiquement en biologie : Ti6Al4V,  $4,8 \pm 0,1$  pJ/ $\mu\text{m}^2$  pour 1 cps et  $50,2 \pm 1,1$  pJ/ $\mu\text{m}^2$  pour 10 cps ; HAP,  $2,0 \pm 0,04$  pJ/ $\mu\text{m}^2$



**FIGURE 9.8** – Distributions de Wigner-Ville des signaux d'accélération enregistrés. (a) : Distribution de Wigner-Ville de l'accélération du disque en Ti6Al4V. (b) : Distribution de Wigner-Ville de l'accélération du disque en HAP. (c) : Distribution de Wigner-Ville de l'accélération du disque en os cortical. (d) : Distribution de Wigner-Ville de l'accélération du disque en os trabéculaire.



**FIGURE 9.9** – Spectrogrammes de fréquence des signaux d'accélération,  $P=10$ . (a) : Spectrogramme de fréquence de l'accélération du disque en Ti6Al4V. (b) : Spectrogramme de fréquence de l'accélération du disque en HAP. (c) : Spectrogramme de fréquence de l'accélération du disque en os cortical. (d) : Spectrogramme de fréquence de l'accélération du disque en os trabéculaire.



**FIGURE 9.10** – Spectrogrammes de fréquence 3D des signaux d'accélération,  $P=10$ . (a) : Spectrogramme de fréquence 3D de l'accélération du disque en Ti6Al4V. (b) : Spectrogramme de fréquence 3D de l'accélération du disque en HAP. (c) : Spectrogramme de fréquence 3D de l'accélération du disque en os cortical. (d) : Spectrogramme de fréquence 3D de l'accélération du disque en os trabéculaire.

pour 1 cps et  $20,6 \pm 0,6$  pJ/ $\mu\text{m}^2$  pour 10 cps ; Os cortical,  $8,5 \pm 0,2$  pJ/ $\mu\text{m}^2$  pour 1 Hps et  $65,1 \pm 3,6$  pJ/ $\mu\text{m}^2$  pour 10 cps ; Os trabéculaire,  $0,9 \pm 0,2$  pJ/ $\mu\text{m}^2$  pour 1 cps et  $8,8 \pm 3,2$  pJ/ $\mu\text{m}^2$  pour 10 cps.

Il est intéressant de noter que l'énergie pour 10 cps est simplement 10 fois supérieure à l'énergie pour 1 cps. Ceci reste logique, compte tenu du fait que la forme des signaux reste la même.

### 9.2.7 Tests et résultats biologiques

Les résultats biologiques ne sont pas présentés dans ce manuscrit, ils font l'objet d'une publication soumise à un journal international en 2007 :

L. Navarro, D. Makarenko, J.-C. Pinoli, H. Besset, A. Guignandon, L. Vico and R. Guyonnet. Mechanical-shocks-based frequency vibrations modulates adhesion and fibrillogenesis in osteoblastic cells cultured on titanium alloys. *Journal of Biomechanics*, Article soumis, 2007.

### 9.2.8 Synthèse

Ce nouveau réacteur de culture instrumenté représente une approche novatrice dans le champ d'application des biomatériaux, ainsi que dans la culture cellulaire sous contrainte mécanique. L'acquisition de signaux, notamment des signaux d'accélération, permet de mettre en évidence de légères différences de "signaux mécaniques" transmis aux cellules en culture. Les nouveaux outils temps-fréquence tels que les spectrogrammes de fréquence et de phase classiques et 3D ont permis d'accroître la précision de lecture des informations temps-fréquence. Quatre biomatériaux ont été utilisés pour cette étude (Ti6Al4V, HAP, os cortical et os trabéculaire). Cependant, il serait intéressant de tester d'autres (bio)matériaux. Il est tentant de penser que cet appareil pourrait représenter un nouveau type de caractérisation des matériaux, mais il ne faut pas oublier que ces tests ont été réalisés par un seul opérateur, et à l'état actuel de l'étude, les résultats restent à confirmer. Une étude plus poussée, tant au niveau de la conception que de l'instrumentation et de la biologie reste à effectuer pour réellement créer un nouveau standard de test mécanique des biomatériaux.





# CHAPITRE 10

## Application 3 : Analyse de "Ground Reaction Forces"

### SOMMAIRE

---

<b>10.1 Généralités</b> . . . . .	<b>111</b>
<b>10.2 Analyse temps-fréquence de GRF</b> . . . . .	<b>113</b>
10.2.1 Spectrogramme de puissance . . . . .	113
10.2.2 Spectrogramme de fréquence et de phase . . . . .	117
10.2.3 Spectrogramme de phase . . . . .	121
10.2.4 Spectrogramme de fréquence et de phase 3D seuillés (T3DFS et T3DPS) . . . . .	123
10.2.5 Spectrogramme de phase 3D réalloués (R3DFS et R3DPS) . . . . .	129
<b>10.3 Synthèse</b> . . . . .	<b>132</b>

---

L'utilité des GRF (Ground Reaction Forces) dans l'analyse de la démarche humaine n'est plus à démontrer [69]. Les principales applications s'orientent vers l'analyse de pathologies diverses comme les entorses du genou ou encore vers des analyses cliniques sur des patients ayant subi un remplacement total du genou.

Les signaux traités dans cette partie ont été fournis par le Professeur A. Belli de l'Université Jean Monnet de Saint Etienne. Ils sont issus d'un tapis de course instrumenté et ont été enregistrés à une fréquence de 200Hz.

### 10.1 Généralités

Les GRF sont les forces de réaction du sol d'amplitudes égales et de sens opposés aux forces exercées par le corps sur le sol.

Les GRF se décomposent en trois composantes (Figure 10.1) :

- verticale
- antéro-postérieure
- médio-latérale

Ainsi, la notion de vecteur GRF, qui est l'inverse de la somme des forces gravitationnelles et inertielles, peut être utilisée :

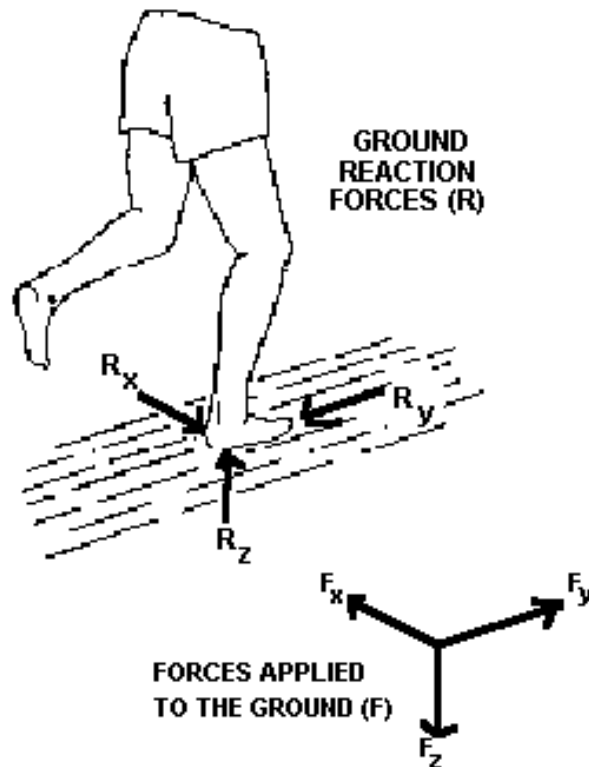


FIGURE 10.1 – Ground Reaction Forces dans les trois directions.

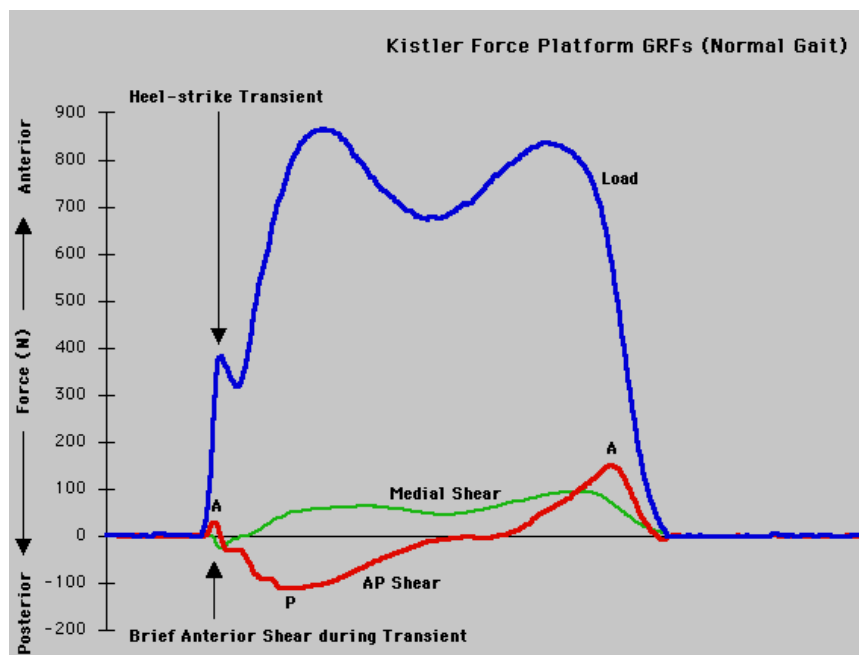
$$\vec{F}_r = -m \times (\vec{g} + \vec{a}) \quad (10.1)$$

Le relevé en fonction du temps des différentes composantes prend toujours la même forme générale (pour la marche ou la course).

Sur la figure 10.2 les différentes phases d'appui peuvent être observées. Tout d'abord, sur le signal vertical, on observe un pic bref qui correspond au choc du talon sur le sol, puis l'appui du talon à proprement parlé. Ensuite, un petit temps pendant lequel le signal est moins important, c'est le déroulement du pied, et enfin une autre colline qui correspond à la poussée pour avancer. Il est intéressant de remarquer que le signal antéro-postérieur commence en négatif, c'est la force d'adhérence (s'opposant au mouvement) au moment de l'amorti. Enfin, dans un deuxième temps le pic positif coïncide avec le pic large observable sur le signal vertical au moment de la poussée. Le signal médio-latéral est quant à lui le témoin des forces de stabilisation latérales.

Les signaux GRF peuvent être mesurés de deux façons, la première est de relever la force de contact sous le pied. L'intérêt de cette première méthode est la possibilité d'utiliser un système portable. Cependant il existe une certaine rémanence qui empêche de relever de hautes fréquences. De plus, si la réponse impulsionnelle est mauvaise, alors une imprécision dans les hautes fréquences est inévitable.

La deuxième méthode consiste à utiliser un tapis de course instrumenté (ou une plateforme instrumentée) relié à un ordinateur. Les tapis de course instrumentés fonctionnent quasiment



**FIGURE 10.2** – Exemple de signaux GRF dans les trois directions. Courbe bleue : forces verticales, courbe rouge : forces antéro-postérieures, courbe verte : forces médio-latérales.

tous sur le principe de capteurs de force piezzo-électriques, couplés avec une carte d'acquisition et un ordinateur. La rémanence est certainement présente mais n'est pas prise en compte au regard des taux d'échantillonnages utilisés. La plupart du temps, les taux d'échantillonnages ne dépassent pas les 100Hz, ce qui reste assez faible et demeure dans la gamme des phénomènes biomécaniques présents dans la jambe. Ces tapis sont surtout utilisés pour des acquisitions de longues durées, de l'ordre de plusieurs minutes.

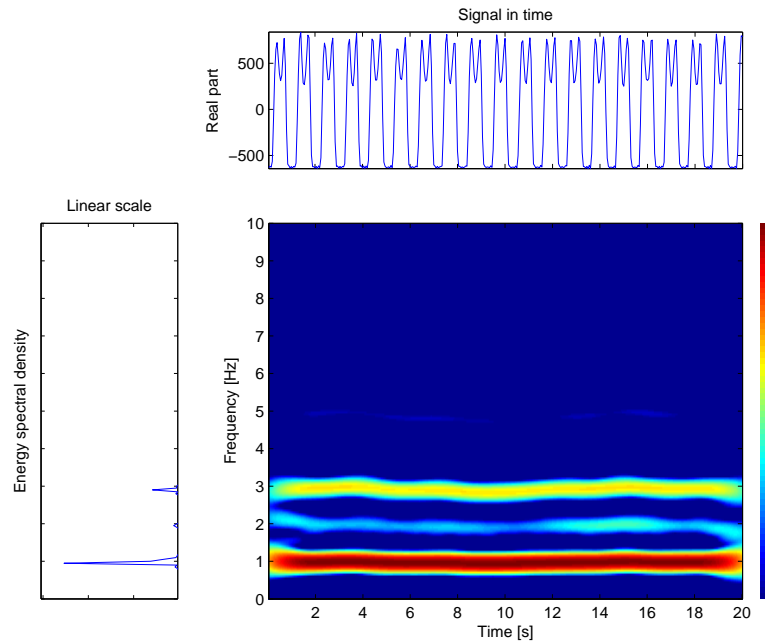
## 10.2 Analyse temps-fréquence de GRF

L'utilisation des représentations temps fréquence pour l'analyse des GRFs n'est pas très développée [12; 50; 58], même si l'analyse par ondelettes est plus appréciée [41; 1; 7]. Le plus souvent, l'analyse se fait en terme de hautes et basses fréquences, mais aucune de ces études ne s'est intéressée aux faibles variations de fréquence et de phase. Ces faibles variations pourraient jouer un rôle important dans le mécanisme de renouvellement osseux [67; 2].

L'information de phase est tout aussi importante dans l'analyse des signaux GRF. Plus précisément, l'exemple du stabilogramme (GRF statiques de maintien de l'équilibre) renseignent directement sur l'état du système nerveux central [31]. Les signaux GRF suivants seront analysés avec les nouvelles méthodes définies dans la partie III.

### 10.2.1 Spectrogramme de puissance

Les spectrogrammes de puissance des différentes directions des signaux de marche et de course présentent des caractéristiques similaires, sauf le spectrogramme de puissance du signal GRF médio-latéral de marche (Figure 10.5) : en général, deux composantes spectrales peuvent être



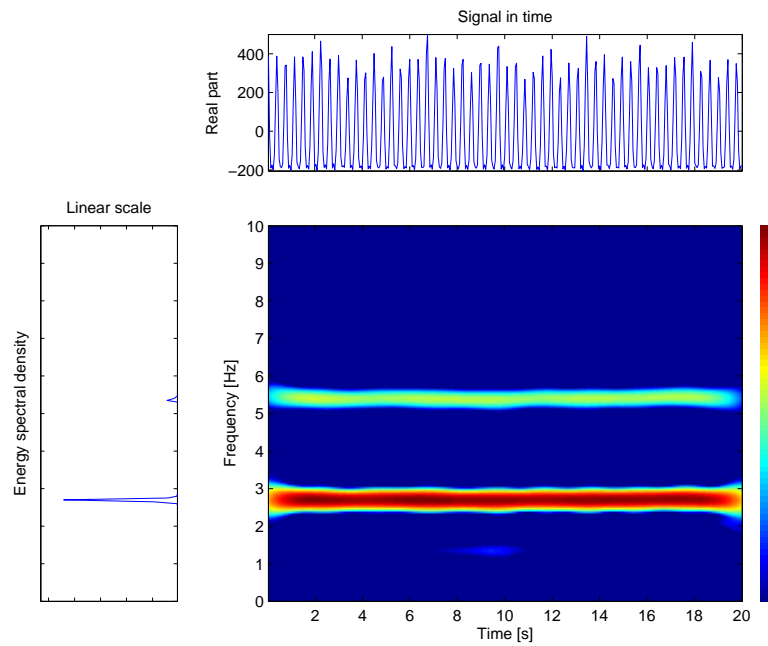
**FIGURE 10.3** – Spectrogramme de puissance d'un signal GRF vertical de marche. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 91 points.

distinguées. Il est à noter que pour supprimer la composante continue les signaux ont été filtrés. C'est pourquoi ils apparaissent centrés en zéro sur les représentations.

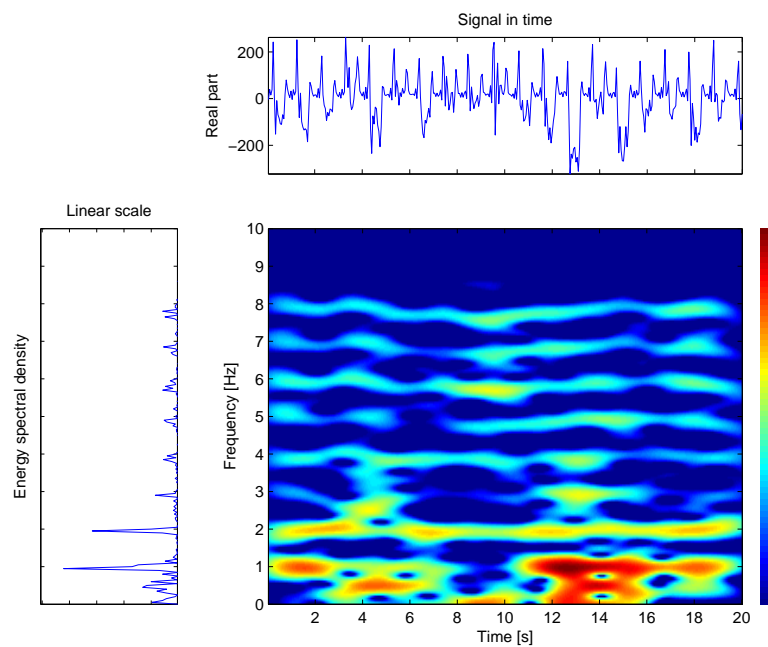
Le spectrogramme de puissance du signal GRF vertical de marche (Figure 10.3) possède un fondamental à 1Hz, et celui de la course (Figure 10.4) possède un fondamental à 2,7Hz. Les composantes secondaires à 3Hz pour la marche et 5.4Hz pour la course correspondent au déroulement du pied. Le signal de marche possède aussi une composante de très faible amplitude à 2Hz qui n'est pas à prendre en compte dans cette direction. Il semble qu'il y ait quelques variations légères de fréquence, mais ces variations ne peuvent être quantifiées avec le spectrogramme de puissance.

Comme il a été expliqué plus haut, le signal GRF antéro-postérieur de marche (Figure 10.5) ne présente pas de composantes spectrales franches, ceci est du au bruit propre du signal. Le signal GRF antéro-postérieur de course (Figure 10.6), quant à lui, présente deux composantes spectrales situées aux mêmes fréquences que le signal GRF vertical de course (Figure 10.4). Deux autres composantes secondaires apparaissent aussi, mais elles peuvent être négligées pour l'instant du fait de leur faible énergie. De plus, deux composantes secondaires négligeables (encore à cause de leur faible énergie) apparaissent à 1,4Hz et 4.1Hz.

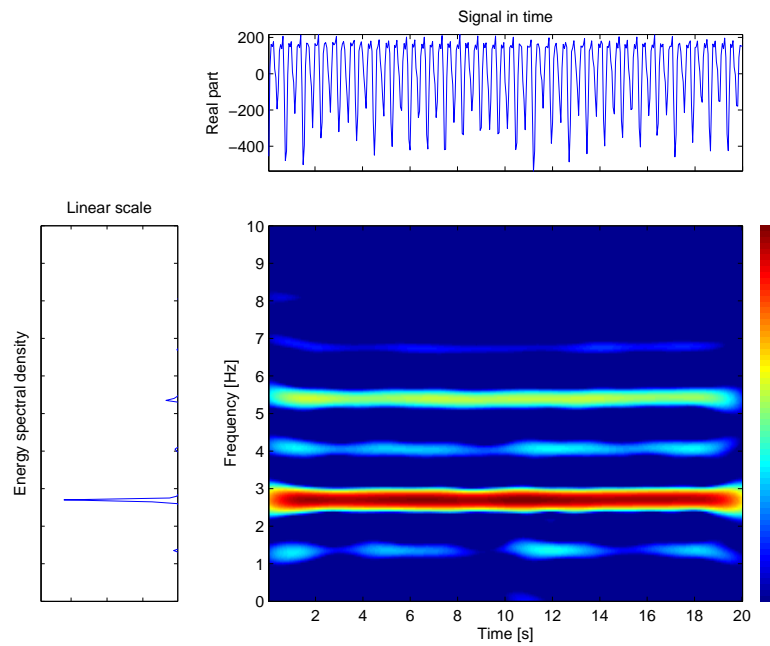
Le signal GRF médio-latéral de marche (Figure 10.5) présente trois composantes principales à 1Hz, 2Hz et 4Hz, et deux composantes négligeables à 3Hz et 6 Hz. Le signal GRF médio-latéral de course (Figure 10.6) présente deux composantes spectrales à 1,4Hz et 2,7Hz. Il est intéressant d'observer que des composantes qui étaient négligeables dans certaines directions deviennent principales dans d'autres. Ceci illustre le fait que le repère choisi n'est peut-être pas le plus adapté du point de vue biomécanique.



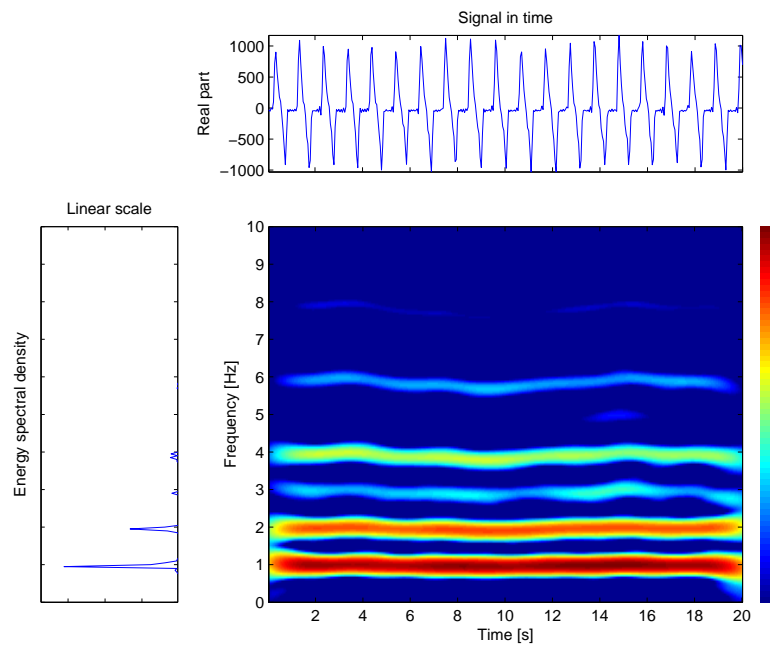
**FIGURE 10.4** – Spectrogramme de puissance d'un signal GRF vertical de course. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 91 points.



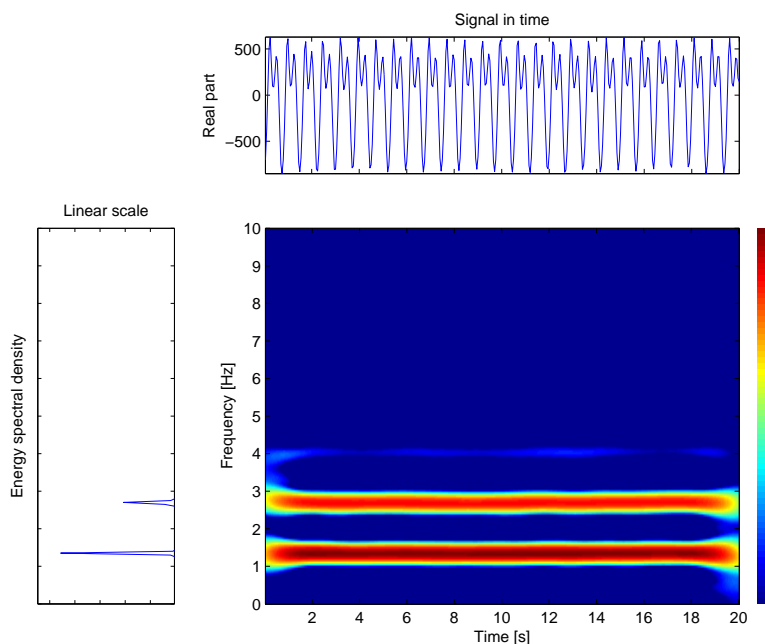
**FIGURE 10.5** – Spectrogramme de puissance d'un signal GRF antéro-postérieur de marche. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 91 points.



**FIGURE 10.6** – Spectrogramme de puissance d'un signal GRF antéro-postérieur de course. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 91 points.



**FIGURE 10.7** – Spectrogramme de puissance d'un signal GRF médio-latéral de marche. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 91 points.



**FIGURE 10.8** – Spectrogramme de puissance d'un signal GRF médio-latéral de course. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 91 points.

## 10.2.2 Spectrogramme de fréquence et de phase

### Spectrogramme de fréquence

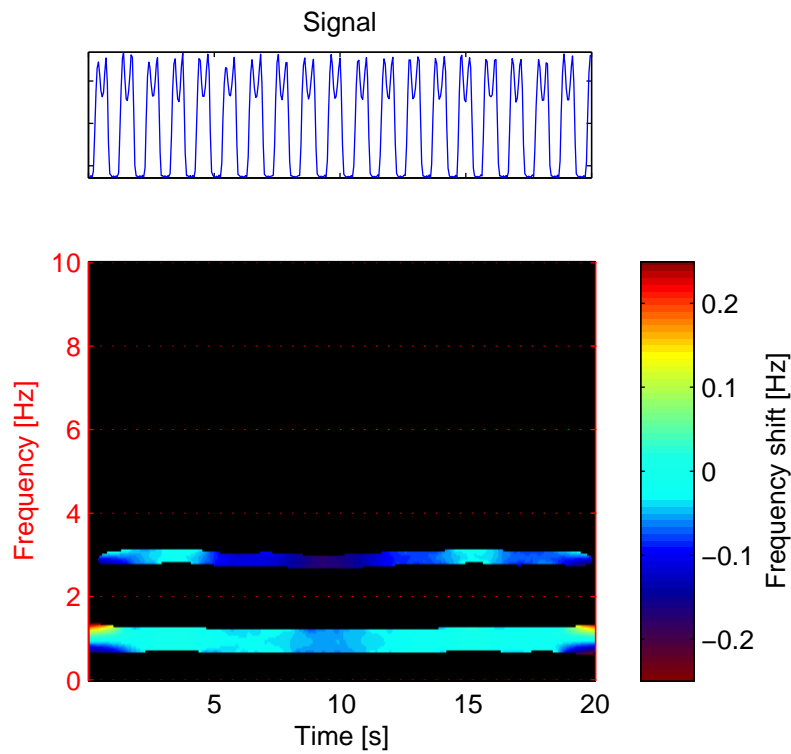
Les spectrogrammes de fréquence des signaux GRF de marche et de course présentent les mêmes composantes spectrales que le spectrogramme de puissance. Cependant, il est possible de quantifier les faibles variations de fréquence qui sont très peu visibles sur le spectrogramme de puissance.

Ainsi, sur l'échelle de couleurs, une amplitude de variation de 0,15Hz peut être observée sur la composante à 3Hz du signal GRF vertical de marche (Figure 10.9). Le fondamental présente une très légère variation de 0,05Hz. Le spectrogramme de fréquence du signal GRF vertical de course (Figure 10.10) quant à lui ne présente pas de variation de fréquence significative, tant sur la composante fondamentale que sur la composante secondaire.

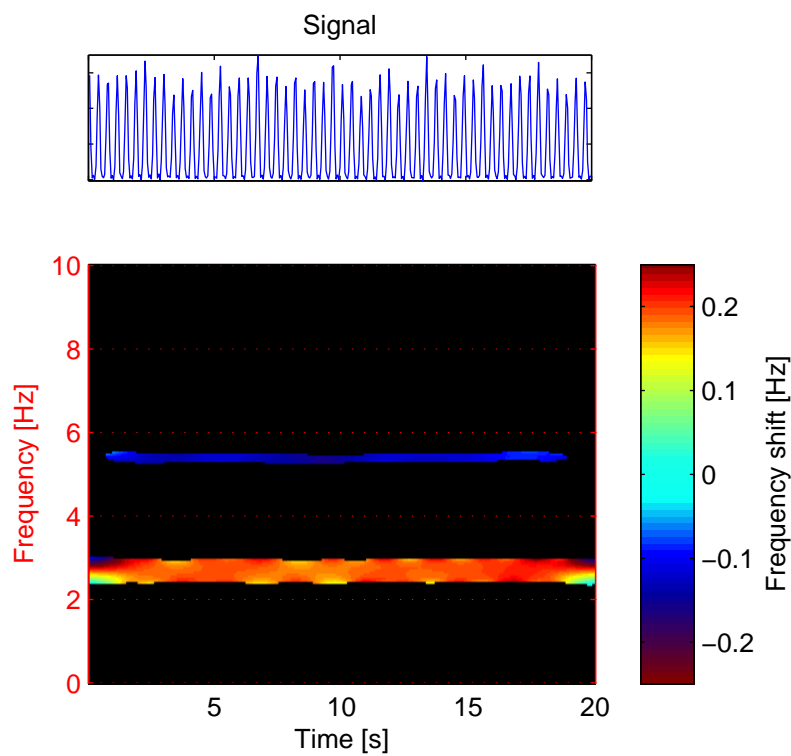
Le spectrogramme de fréquence du signal GRF antéro-postérieur de marche (Figure 10.11) ne présente pas de composantes spectrales franches, ce qui était déjà observable sur le spectrogramme de puissance. Le spectrogramme de fréquence du signal GRF antéro-postérieur de course (Figure 10.6) présente deux composantes spectrales situées aux mêmes fréquences que le signal GRF vertical de course (Figure 10.12), il est identique au signal GRF vertical de course (Figure 10.10).

Une amplitude de variation de 0,25Hz peut être observée sur la composante à 4Hz du signal GRF médio-latéral de marche (Figure 10.13). La composante à 2Hz présente une légère variation de 0,15Hz. Le spectrogramme de fréquence du signal GRF médio-latéral de course (Figure 10.14) ne présente pas de variation de fréquence significative, tant sur la composante fondamentale que sur la composante secondaire.

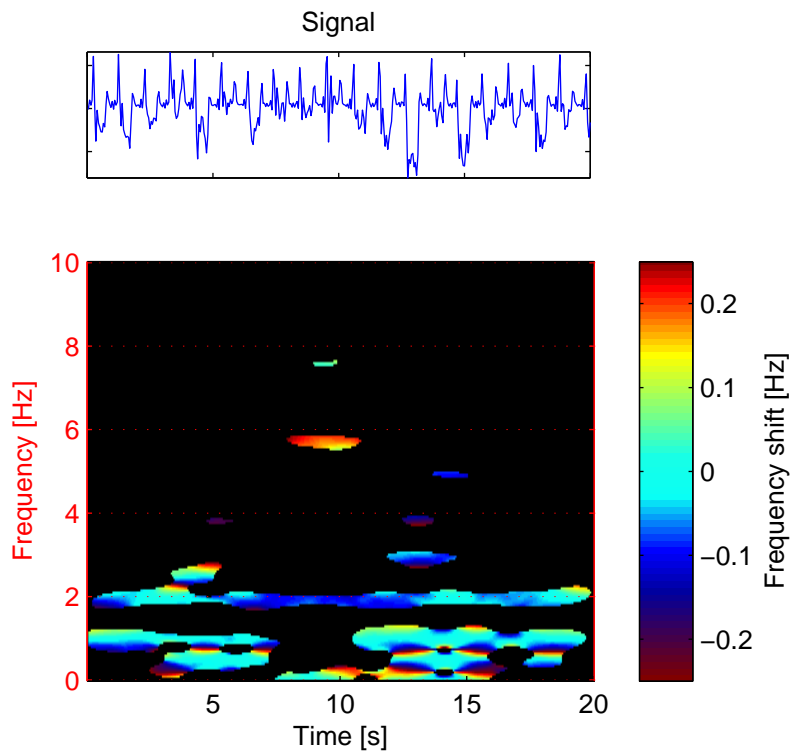




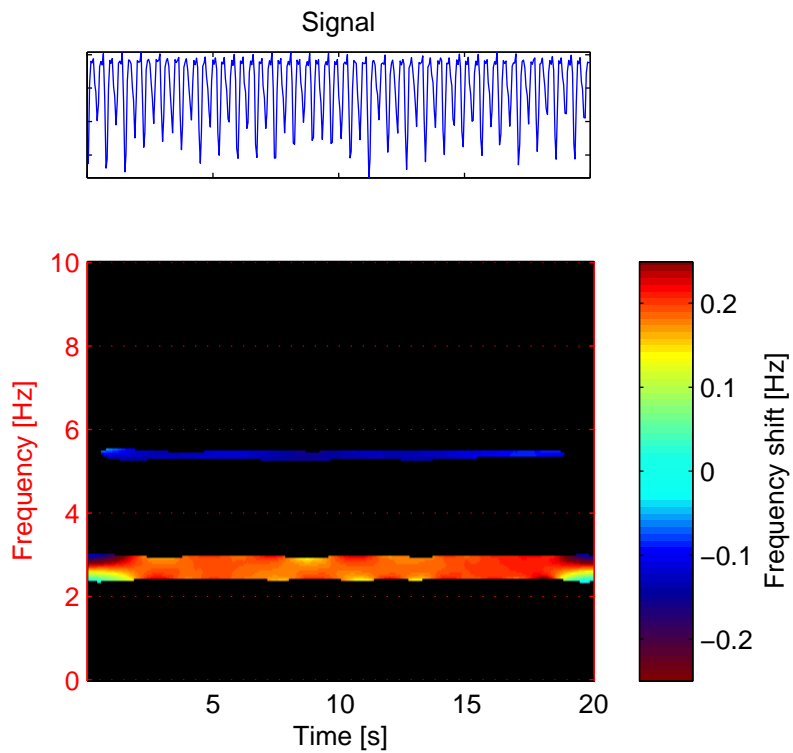
**FIGURE 10.9** – Spectrogramme de fréquence d'un signal GRF vertical de marche. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 91 points.  $P=20$



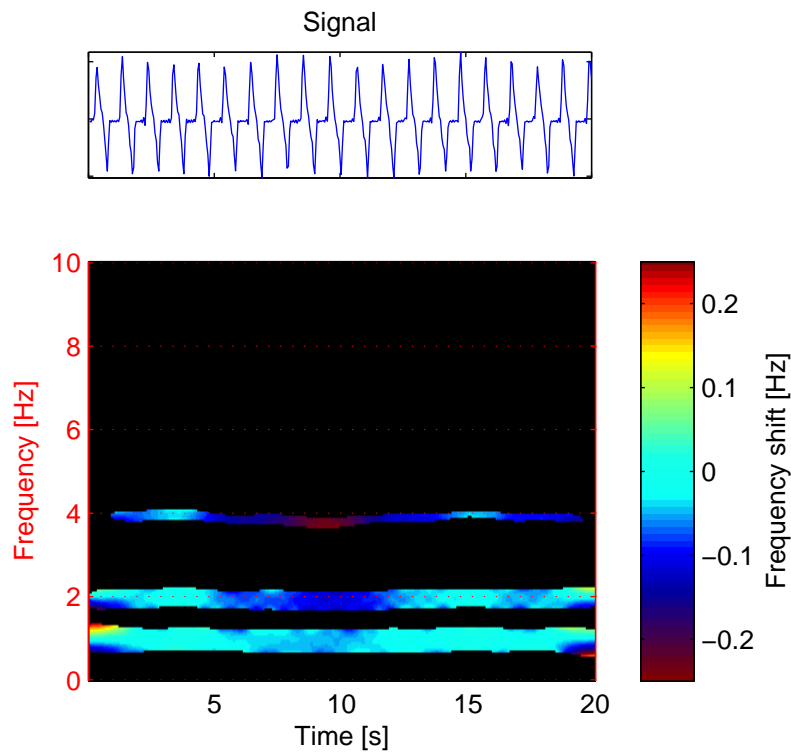
**FIGURE 10.10** – Spectrogramme de fréquence d'un signal GRF vertical de course. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 91 points.  $P=20$



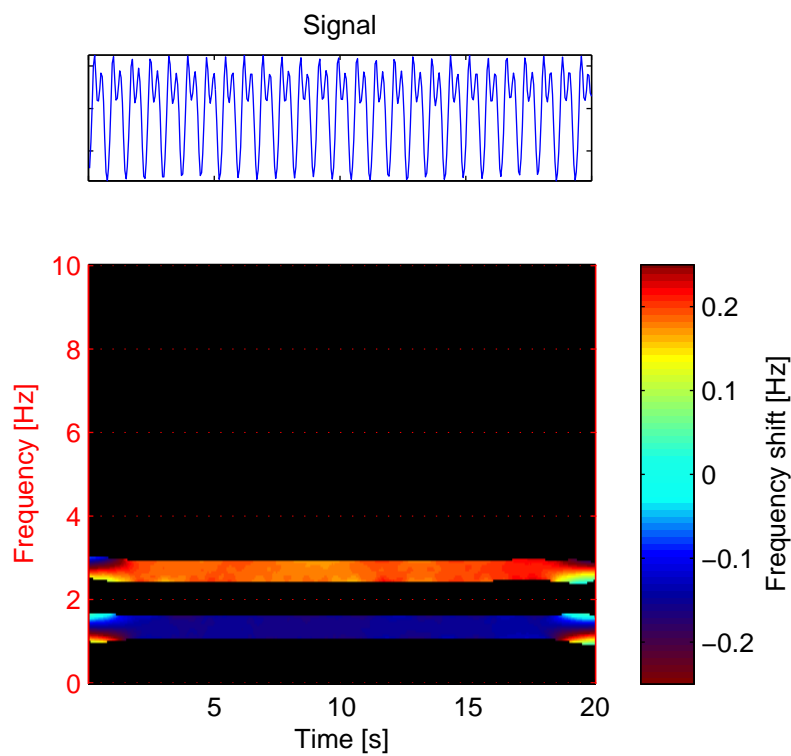
**FIGURE 10.11** – Spectrogram de fréquence d'un signal GRF antéro-postérieur de marche. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 91 points.  $P=20$



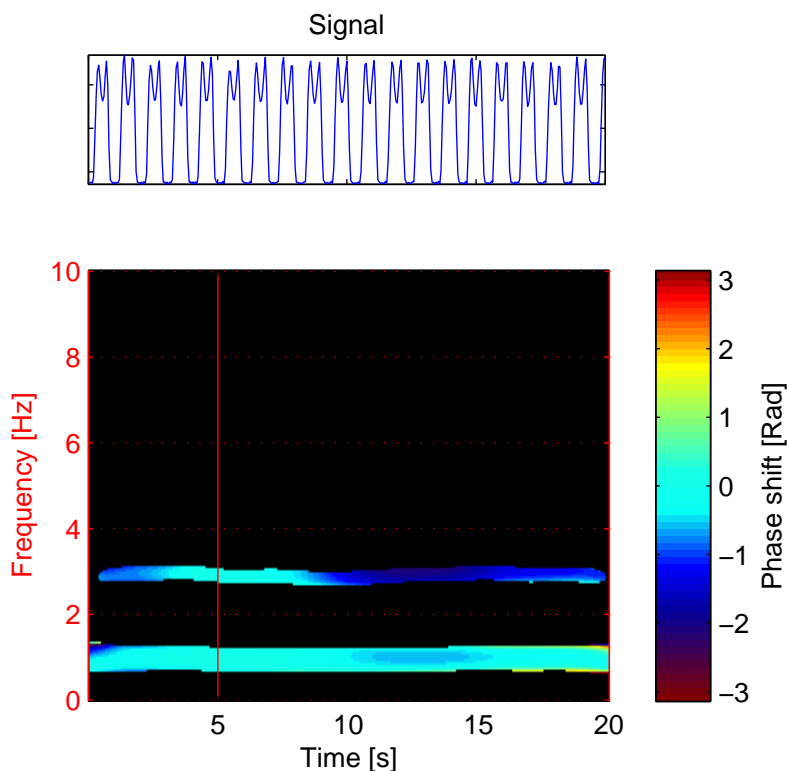
**FIGURE 10.12** – Spectrogram de fréquence d'un signal GRF antéro-postérieur de course. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 91 points.  $P=20$



**FIGURE 10.13** – Spectrogramme de fréquence d'un signal GRF médio-latéral de marche. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 91 points.  $P=20$



**FIGURE 10.14** – Spectrogramme de fréquence d'un signal GRF médio-latéral de course. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 91 points.  $P=20$



**FIGURE 10.15** – Spectrogramme de phase d'un signal GRF vertical de marche. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 91 points.  $P=2$

### 10.2.3 Spectrogramme de phase

Le spectrogramme de phase du signal GRF vertical de marche (Figure 10.15) présente de fortes variations de phase, de l'ordre de 2 Radians sur la deuxième composante, et de 0,7 Radians sur la première. Les fortes variations de la deuxième composante sont prévisibles, puisqu'il existe par ailleurs des variations de fréquence non-négligeables sur le spectrogramme de fréquence du même signal. Il est possible d'observer sur la deuxième composante du spectrogramme de phase du signal GRF vertical de course (Figure 10.16) une variation significative de phase de l'ordre de 0,7 Radians. Cette variation est assez continue ; il est donc pertinent de penser qu'il pourrait y avoir une très légère variation de fréquence, cependant il n'est pas aisé de quantifier cette variation comme au chapitre 7, car il n'existe pas de connaissance a priori sur le comportement du signal.

Le spectrogramme de phase du signal GRF antéro-postérieur de marche (Figure 10.17) ne présente pas de composantes spectrales franches, comme il était déjà observable sur le spectrogramme de puissance et le spectrogramme de fréquence. Le spectrogramme de phase du signal GRF antéro-postérieur de course (Figure 10.18) présente deux composantes spectrales situées aux mêmes fréquences que le signal GRF vertical de course (Figure 10.18). Toutefois, ce spectrogramme de phase n'est pas identique à celui du signal GRF vertical de course (Figure 10.16), car les variations de phase sont légèrement moins importantes.

Le spectrogramme de phase du signal GRF médio-latéral de marche (Figure 10.19) présente

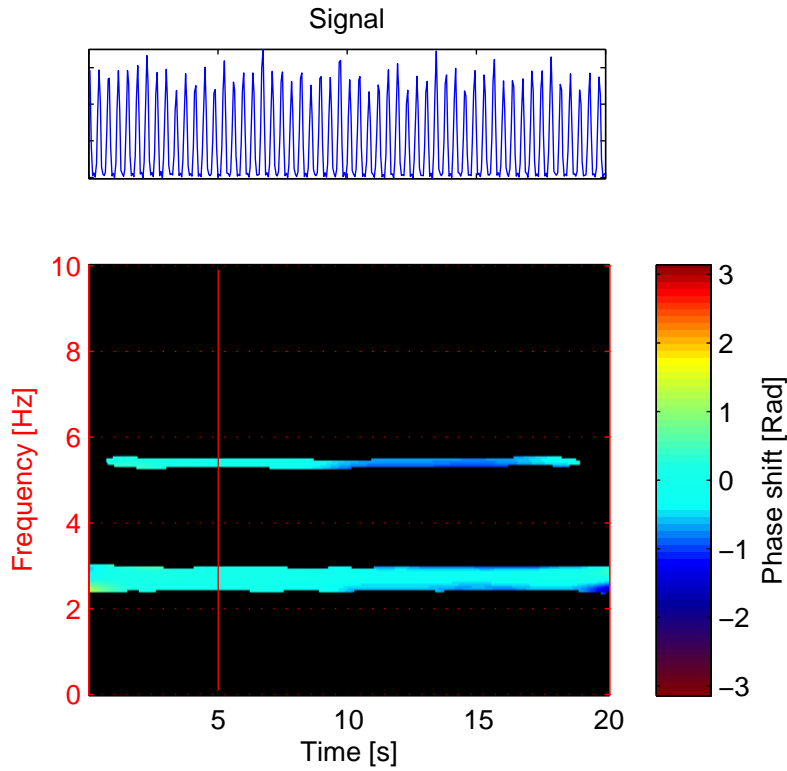


FIGURE 10.16 – Spectrogramme de phase d'un signal GRF vertical de course. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 91 points.  $P=2$

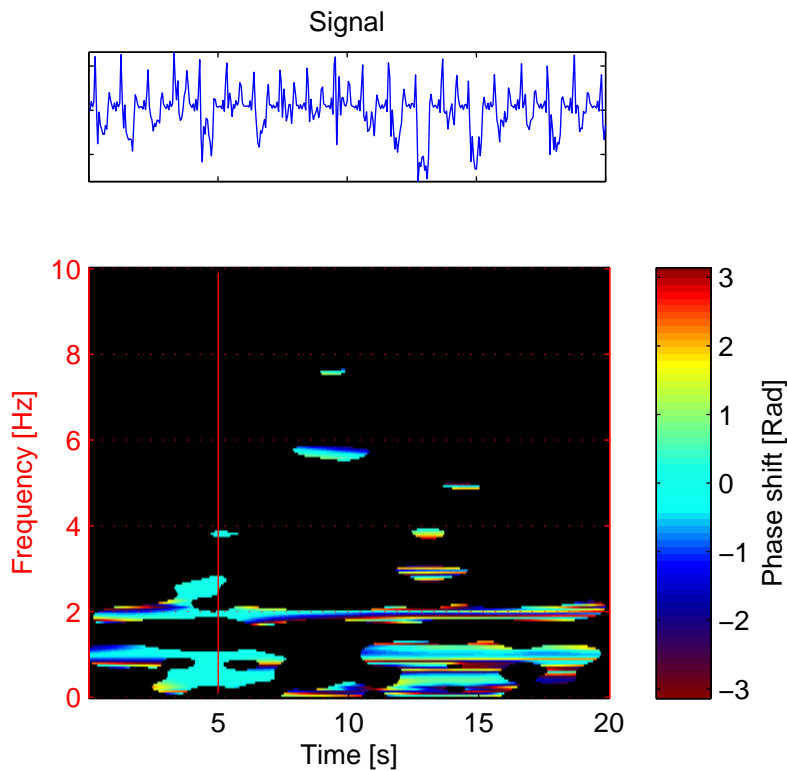
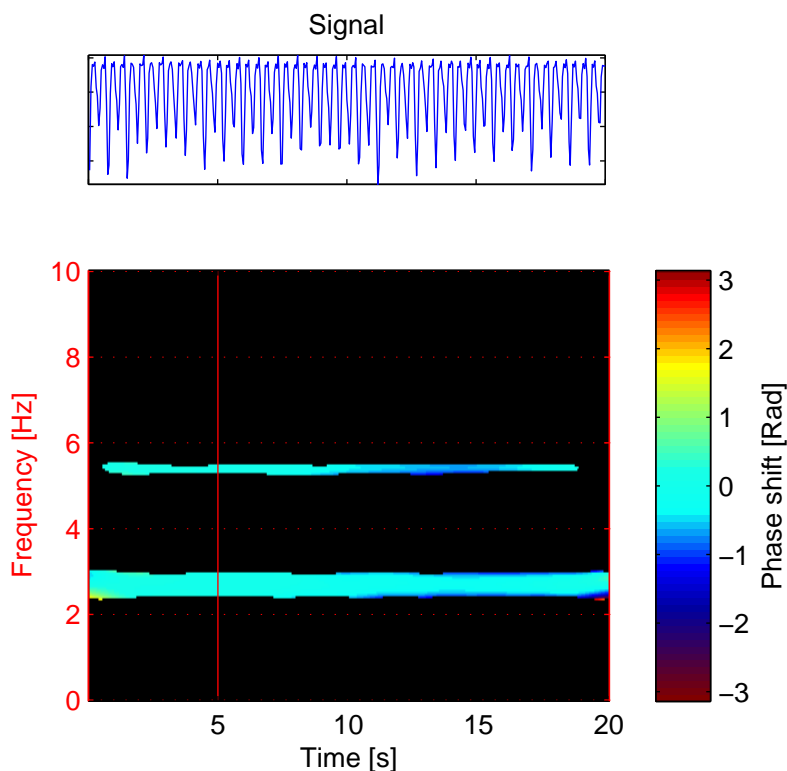


FIGURE 10.17 – Spectrogramme de phase d'un signal GRF antéro-postérieur de marche. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 91 points.  $P=2$



**FIGURE 10.18** – Spectrogramme de phase d'un signal GRF antéro-postérieur de course. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 91 points.  $P=2$

trois composantes spectrales, dont deux présentent des variations non-négligeables. La composante à 4Hz a une variation de phase d'amplitude égale à  $\pi$  Radians, et la composante à 2Hz présente une variation d'environ 2 radians. Le spectrogramme de phase du signal GRF médio-latéral de course (Figure 10.18) ne présente pas de variation de phase significative.

#### 10.2.4 Spectrogramme de fréquence et de phase 3D seuillés (T3DFS et T3DPS)

Pour cette application, les spectrogrammes de fréquence et de phase seuillés sont utilisés, dans le but d'éliminer une partie de l'information qui n'est pas significative et pourrait perturber la lecture des informations.

Les spectrogrammes de fréquence 3D seuillés des signaux GRF verticaux de course et de marche montrent des caractéristiques intéressantes en ce qui concerne les amplitudes. En effet, sur le spectrogramme de fréquence 3D seuillé du signal GRF vertical de course (Figure 10.22), de fortes variations d'amplitude apparaissent alors que les variations de fréquence existent, mais ne sont pas significatives. Sur le spectrogramme de fréquence 3D seuillé du signal GRF vertical de marche (Figure 10.21), le phénomène inverse se produit : l'amplitude reste à peu près constante, alors que des variations non négligeables de fréquence apparaissent. Le spectrogramme de fréquence 3D seuillé du signal GRF antéro-postérieur de marche (Figure 10.23) ne présente toujours pas de composantes spectrales franches, par contre il est possible

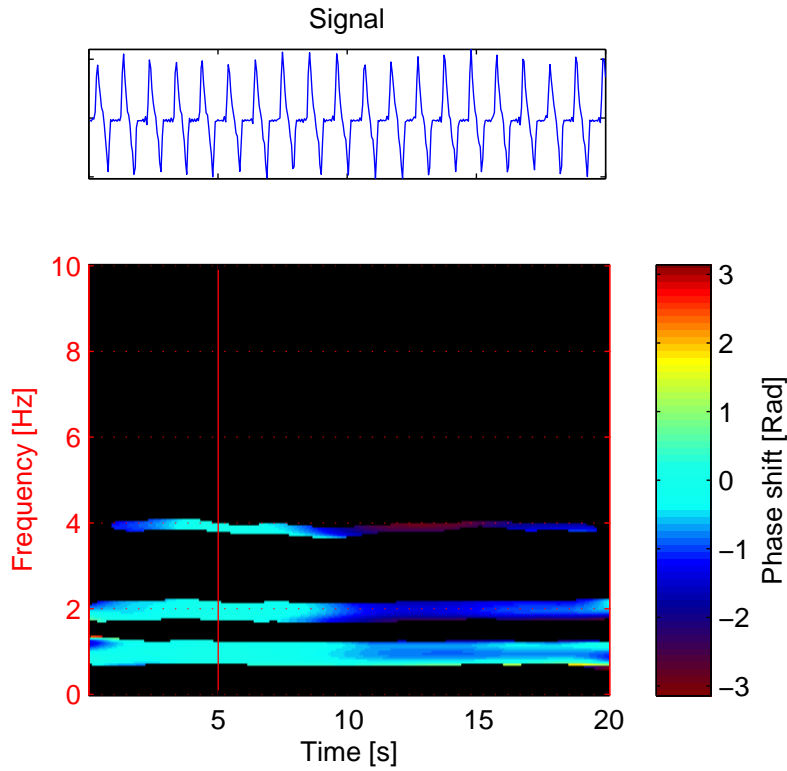


FIGURE 10.19 – Spectrogramme de phase d'un signal GRF médio-latéral de marche. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 91 points.  $P=2$

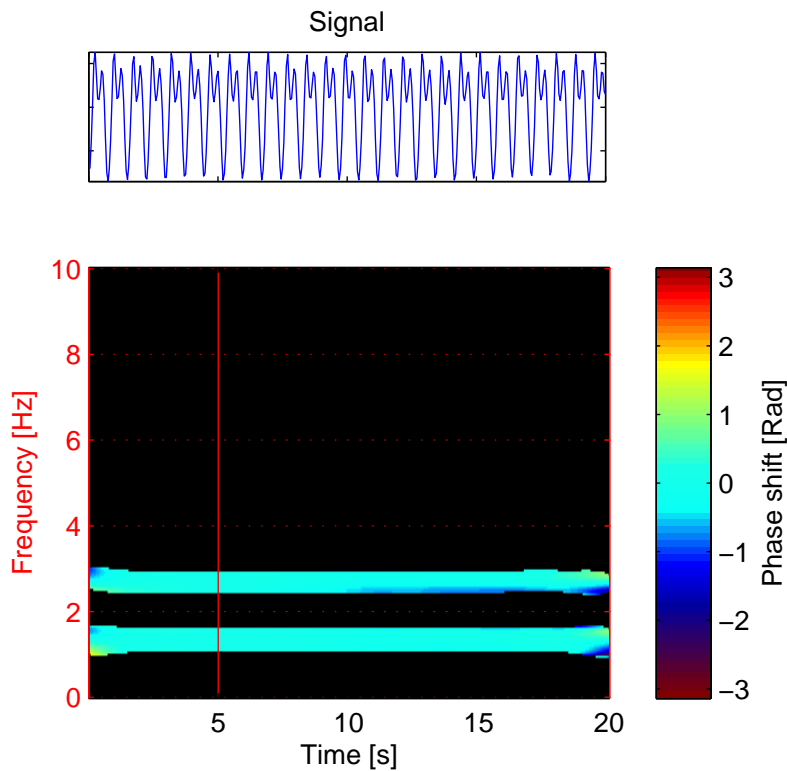
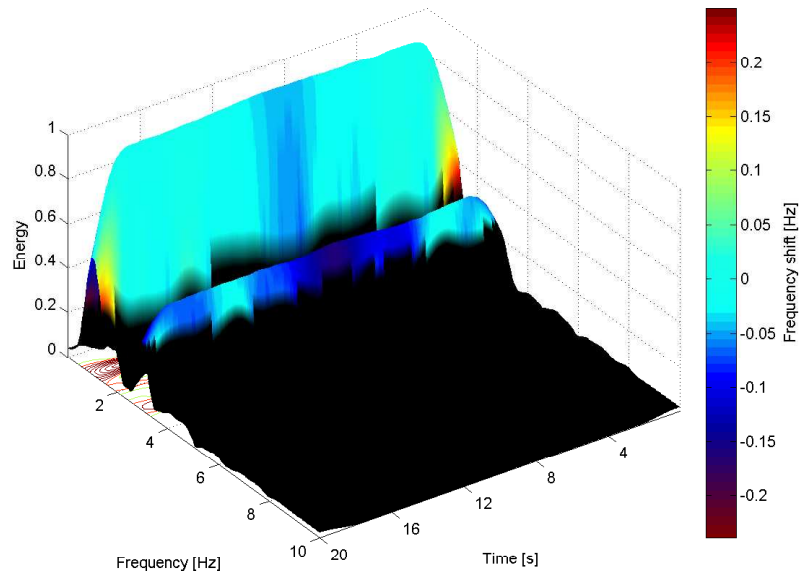
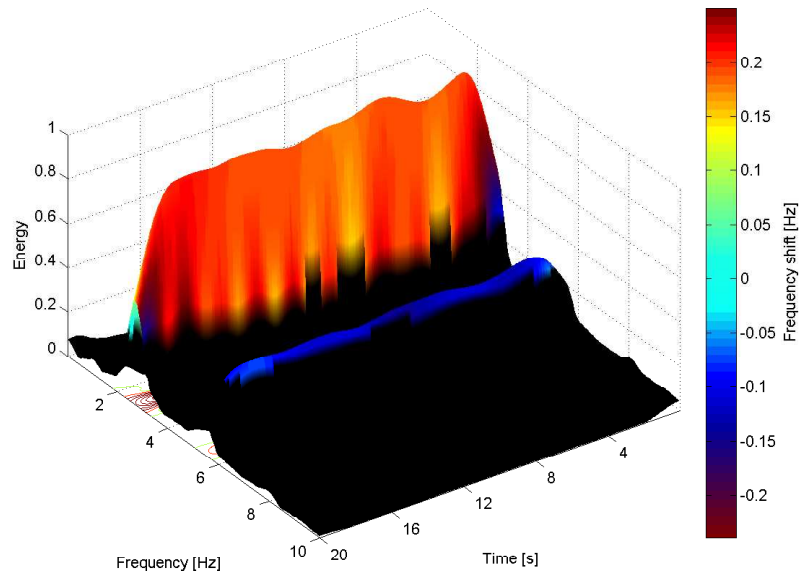


FIGURE 10.20 – Spectrogramme de phase d'un signal GRF médio-latéral de course. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 91 points.  $P=2$

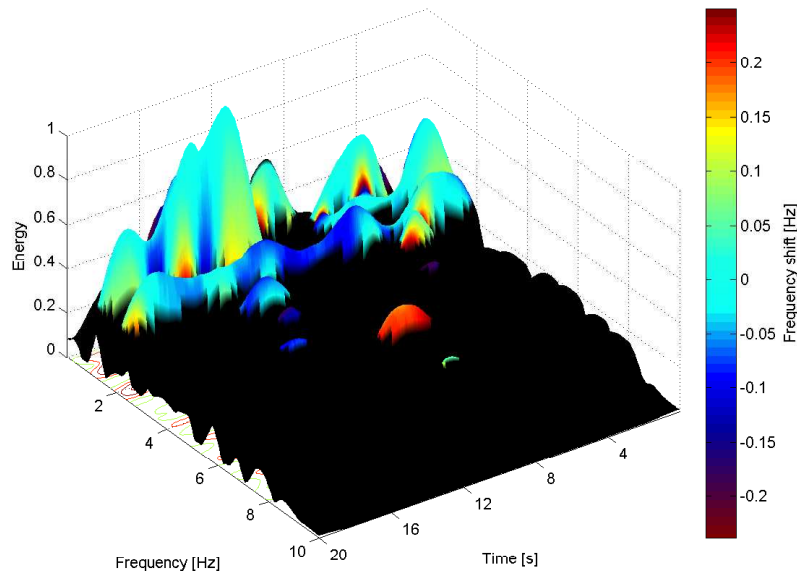


**FIGURE 10.21** – Spectrogramme de fréquence 3D seuillé d'un signal GRF vertical de marche. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 91 points.



**FIGURE 10.22** – Spectrogramme de fréquence 3D seuillé d'un signal GRF vertical de course. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 91 points.



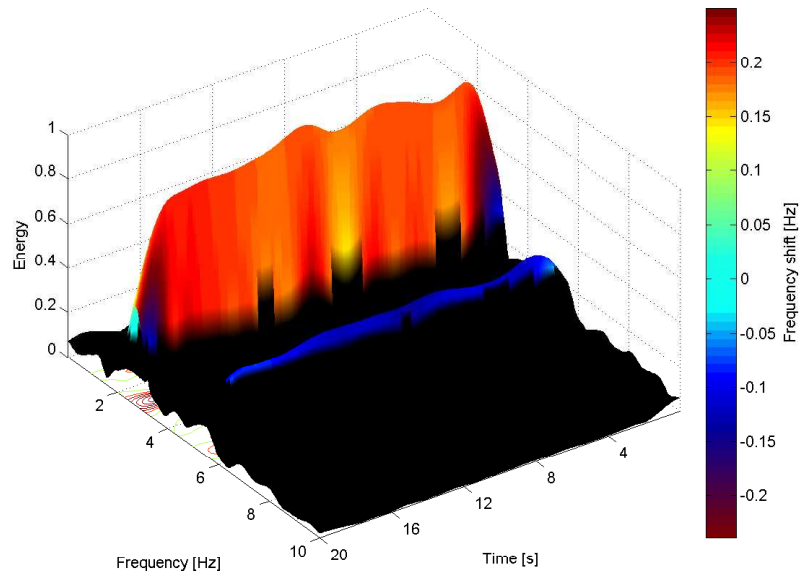


**FIGURE 10.23** – Spectrogramme de fréquence 3D seuillé d'un signal GRF antéro-postérieur de marche. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 91 points.

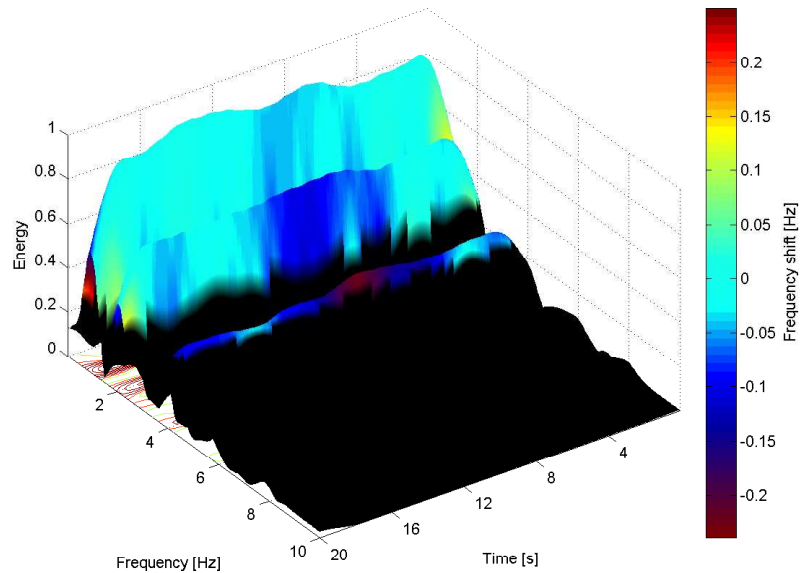
d'en observer une du fait de la visualisation conjointe. En effet, une composante à 2Hz apparait sous la forme d'une chaîne de collines qui présente une variation de fréquence de 0,1Hz. Le spectrogramme de fréquence 3D seuillé du signal GRF antéro-postérieur de course (Figure 10.24) présente des variations d'amplitude qui ne correspondent qu'en partie à celles du spectrogramme de fréquence 3D seuillé du signal GRF vertical de course (Figure 10.24). Des variations de fréquences apparaissent, ce sont à peu près les mêmes que sur le spectrogramme de fréquence 3D seuillé du signal GRF vertical de course (Figure 10.22). Ces variations ne sont encore pas significatives, cependant il est pertinent de se demander si elles ne le seraient pas dans un autre repère : il existe certainement une direction pour laquelle ces variations de fréquence sont plus franches.

Le spectrogramme de fréquence 3D seuillé du signal GRF médio-latéral de marche (Figure 10.25) présente à la fois des variations de fréquence et des variations d'amplitude. Cette représentation permet d'observer ces informations de manière conjointe et de vérifier que le signal médio-latéral correspond à des forces de stabilisation. Le spectrogramme de fréquence 3D seuillé du signal GRF médio-latéral de course (Figure 10.26) présente les mêmes variations de fréquence non-significatives que les deux autres axes, cependant il n'y a pas de variation d'amplitude, ce qui est en opposition avec les phénomènes de stabilisation attendus.

Les spectrogrammes de phase 3D seuillés des signaux GRF verticaux de marche (Figure 10.27) et de course (Figure 10.28) n'apportent pas d'informations supplémentaires en ce qui concerne le comportement de la phase des signaux. Toutefois, il est intéressant de remarquer sur le spectrogramme de phase 3D seuillé du signal GRF vertical de course (Figure 10.28) que le changement de phase intervient juste après un pic d'amplitude très marqué ( $t=12s$ ). Le spectrogramme de phase 3D seuillé du signal GRF antéro-postérieur de marche (Figure 10.29) est très bruité et la lecture des informations de phase n'est pas aisée, voir impossible.



**FIGURE 10.24** – Spectrogramme de fréquence 3D seuillé d'un signal GRF antéro-postérieur de course. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 91 points.



**FIGURE 10.25** – Spectrogramme de fréquence 3D seuillé d'un signal GRF médio-latéral de marche. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 91 points.

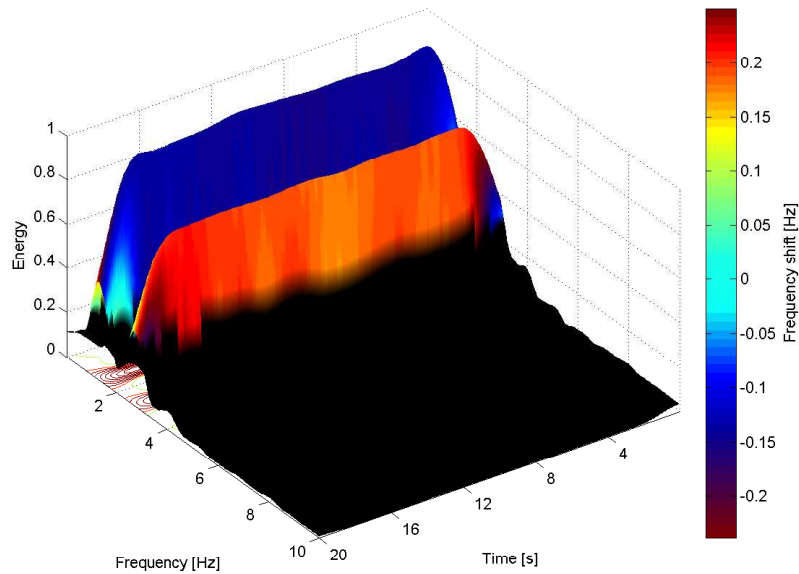


FIGURE 10.26 – Spectrogramme de fréquence 3D seuillé d'un signal GRF médio-latéral de course. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 91 points.

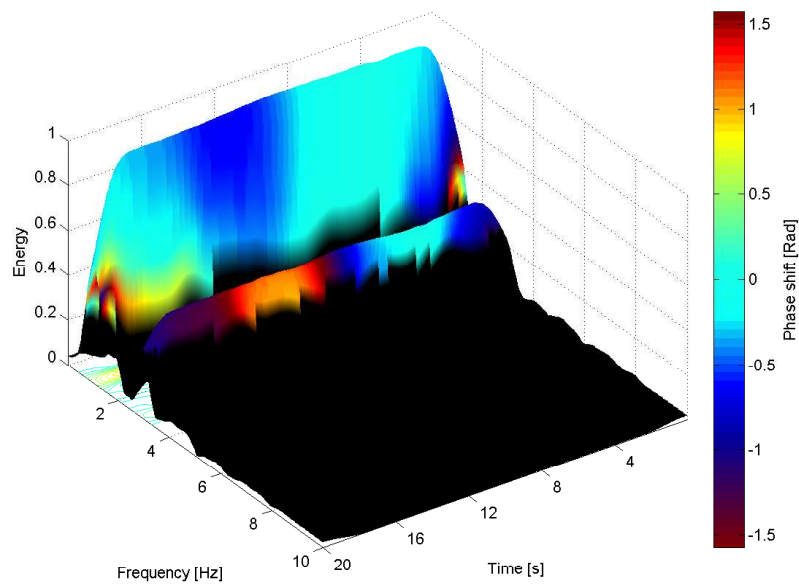
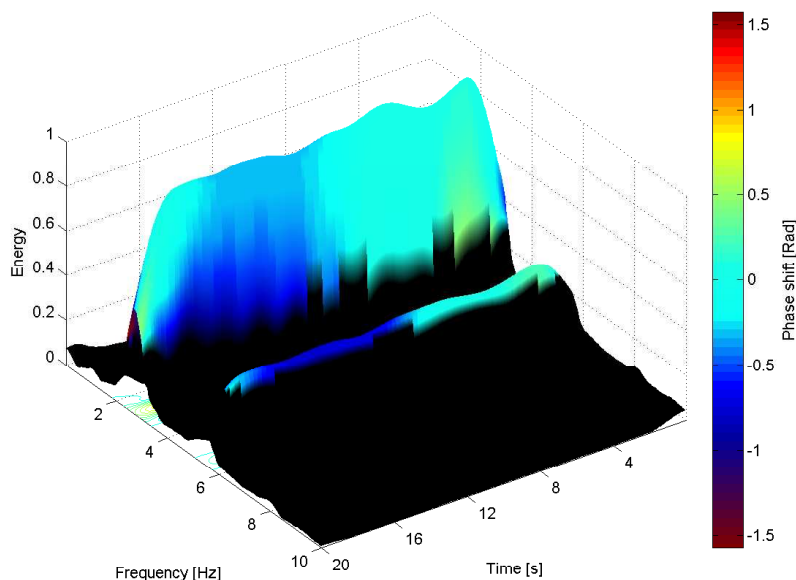


FIGURE 10.27 – Spectrogramme de phase 3D seuillé d'un signal GRF vertical de marche. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 91 points.



**FIGURE 10.28** – Spectrogramme de phase 3D seuillé d'un signal GRF vertical de course. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 91 points.

Le spectrogramme de phase 3D seuillé du signal GRF antéro-postérieur de course (Figure 10.30) montre le même changement de phase intervenant juste après le pic d'amplitude très marqué.

Alors que le spectrogramme de phase 3D seuillé du signal GRF médio-latéral de marche (Figure 10.31) n'apporte pas d'information supplémentaire, le spectrogramme de phase 3D seuillé du signal GRF médio-latéral de course (Figure 10.32) ne présente ni variation de phase, ni variation de fréquence, donc les variations liées à la stabilisation du coureur ne s'effectuent pas du tout dans cet axe.

### 10.2.5 Spectrogramme de phase 3D réalloués (R3DFS et R3DPS)

Comme le spectrogramme de phase 3D seuillé présente plus d'informations intéressantes que le spectrogramme de fréquence 3D seuillé avec les GRF, seuls les spectrogrammes de phase 3D réalloués sont présentés dans cette partie.

L'utilisation du spectrogramme de phase 3D réalloué permet d'augmenter la précision en amplitude et en temps, cependant ceci va se faire au détriment de la facilité de lecture de la fréquence. Tous les signaux GRF, considérés comme quasi-stationnaires, pourront être comparés au signal test sinusoïdal présenté au chapitre 7. Il est à rappeler que dans le cas du signal test sinusoïdal, l'amplitude demeure constante.

Ainsi, le spectrogramme de phase 3D réalloué du signal GRF vertical de marche (Figure 10.33) présente les mêmes résultats que le spectrogramme de phase 3D seuillé en ce qui concerne les informations fréquentielles, mais les informations d'amplitude couplées permettent d'observer des variations d'amplitude qui étaient passées inaperçues avec le spectrogramme de phase 3D seuillé. Le spectrogramme de phase 3D réalloué du signal GRF vertical de course (Figure 10.34) ressemble beaucoup au spectrogramme de phase 3D réalloué du signal GRF antéro-

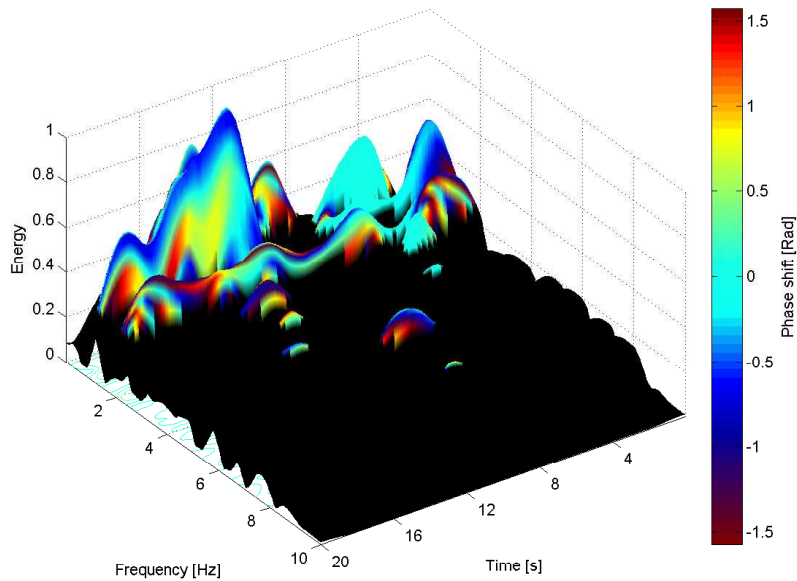


FIGURE 10.29 – Spectrogramme de phase 3D seuillé d'un signal GRF antéro-postérieur de marche. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 91 points.

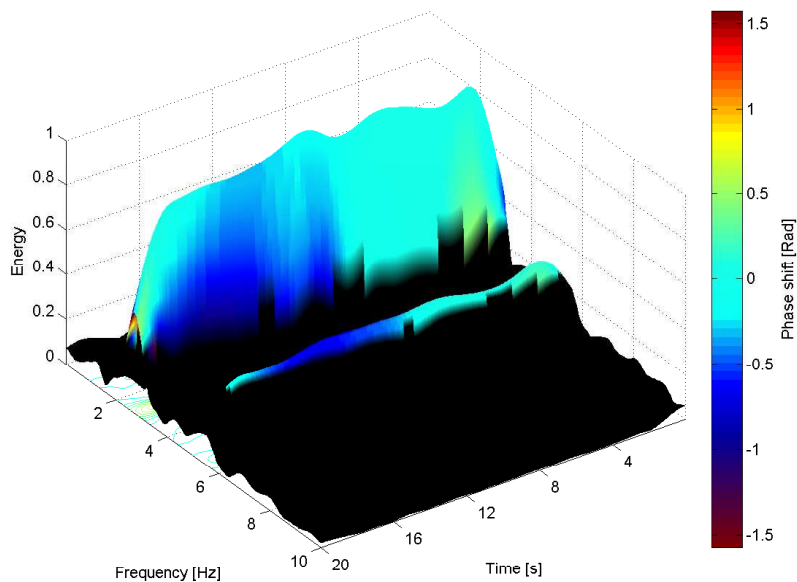
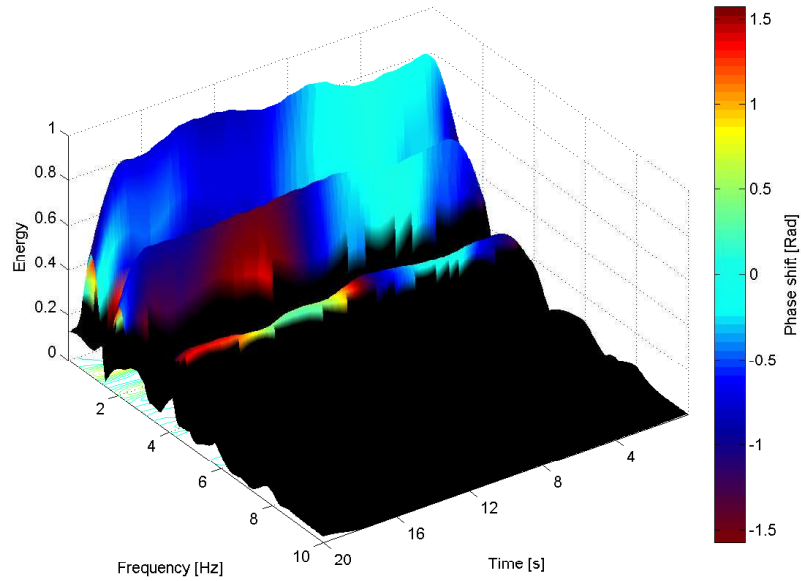
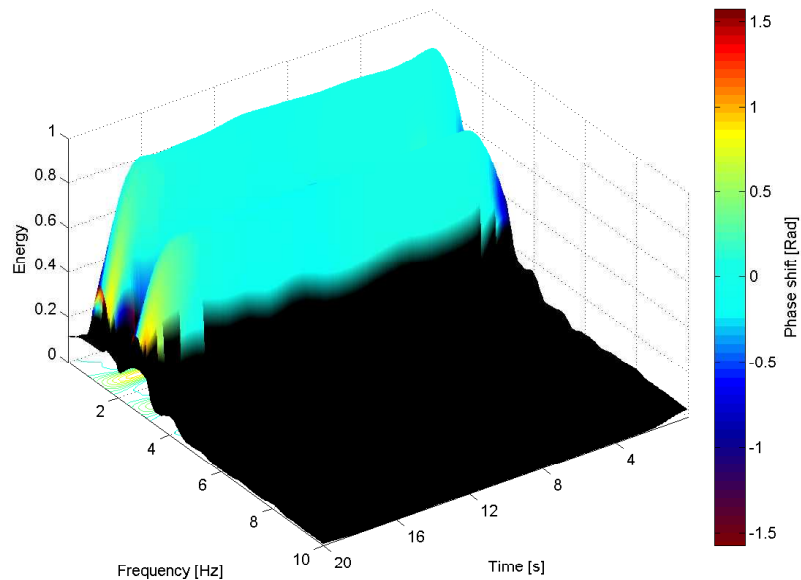


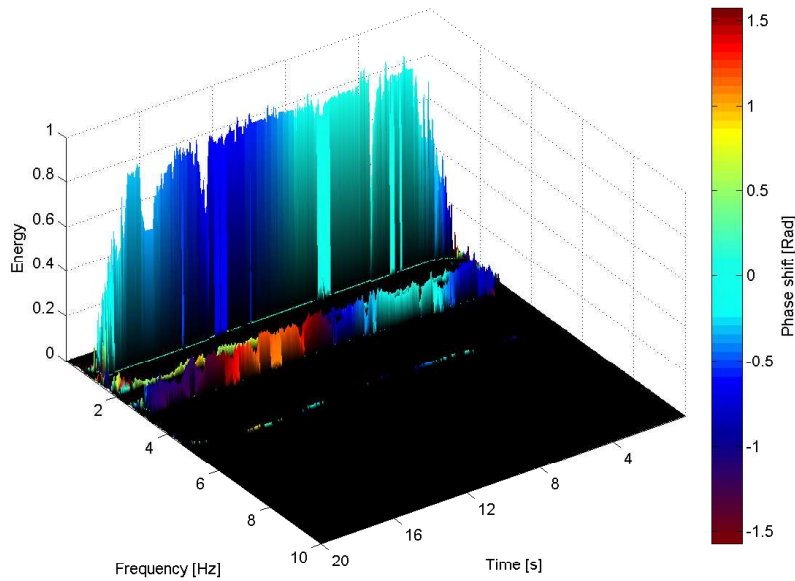
FIGURE 10.30 – Spectrogramme de phase 3D seuillé d'un signal GRF antéro-postérieur de course. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 91 points.



**FIGURE 10.31** – Spectrogramme de phase 3D seuillé d'un signal GRF médio-latéral de marche. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 91 points.



**FIGURE 10.32** – Spectrogramme de phase 3D seuillé d'un signal GRF médio-latéral de course. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 91 points.



**FIGURE 10.33** – Spectrogramme de phase 3D réalloué d'un signal GRF vertical de marche. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 91 points.

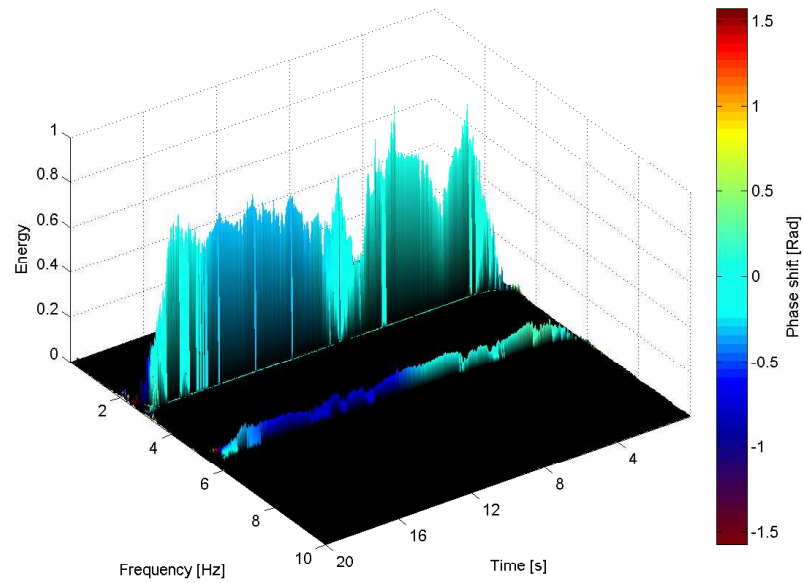
postérieur de course (Figure 10.35). Cette ressemblance existe aussi pour les amplitudes : ceci prouve que l'effet de zoom en amplitude (cf. chapitre 7) n'est pas un phénomène aléatoire. Le spectrogramme de phase 3D réalloué du signal GRF antéro-postérieur de marche (Figure 10.36) est encore plus bruité que le spectrogramme de phase 3D seuillé, il est encore moins lisible que ce dernier.

Le spectrogramme de phase 3D réalloué du signal GRF médio-latéral de marche (Figure 10.37) montre, grâce à l'effet de zoom en amplitude, que des variations d'amplitude existent et qu'elle ne sont pas corrélées avec les variations de phase. Enfin, le spectrogramme de phase 3D réalloué du signal GRF médio-latéral de course (Figure 10.37) présente des variations d'amplitude. Ce fait est très intéressant, car si ce résultat est comparé au spectrogramme de phase 3D réalloué du signal sinusoïdal (Figure 7.15) du chapitre 7 il est possible de conclure que ces très légères variations d'amplitudes ne sont pas des artéfacts dus au principe de réallocation. Ces variations d'amplitude constituent donc bel et bien une information supplémentaire.

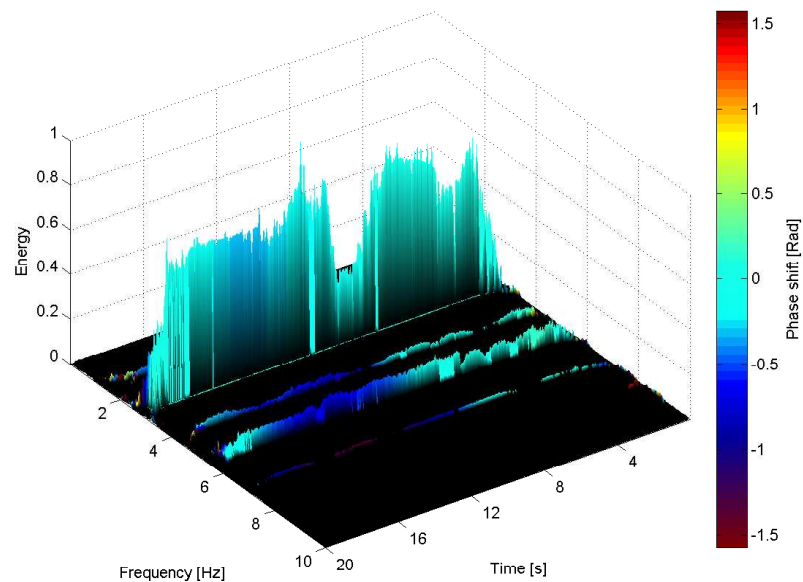
### 10.3 Synthèse

Les spectrogrammes de fréquence et de phase sont des outils très bien adaptés aux signaux GRF. Il a été montré que des variations de fréquence et de phase peuvent être observées, et grâce aux spectrogrammes de fréquence et de phase 3D seuillés les informations d'amplitude ont pu être présentées de manière conjointe.

Les deux composantes principales observées dans l'axe vertical peuvent être interprétées comme le rythme de la marche (ou de la course) pour les composantes de plus faibles fréquences, et comme le rythme de déroulement du pied pour les composantes de fréquences

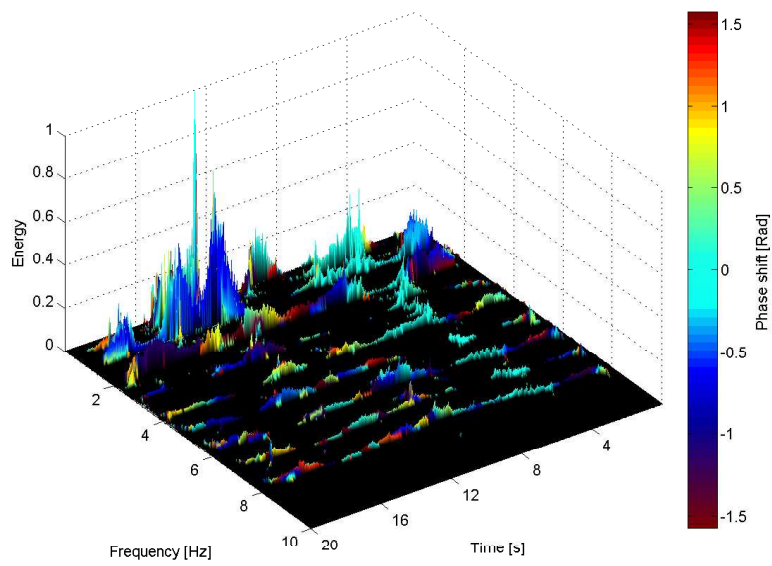


**FIGURE 10.34** – Spectrogramme de phase 3D réalloué d'un signal GRF vertical de course. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 91 points.

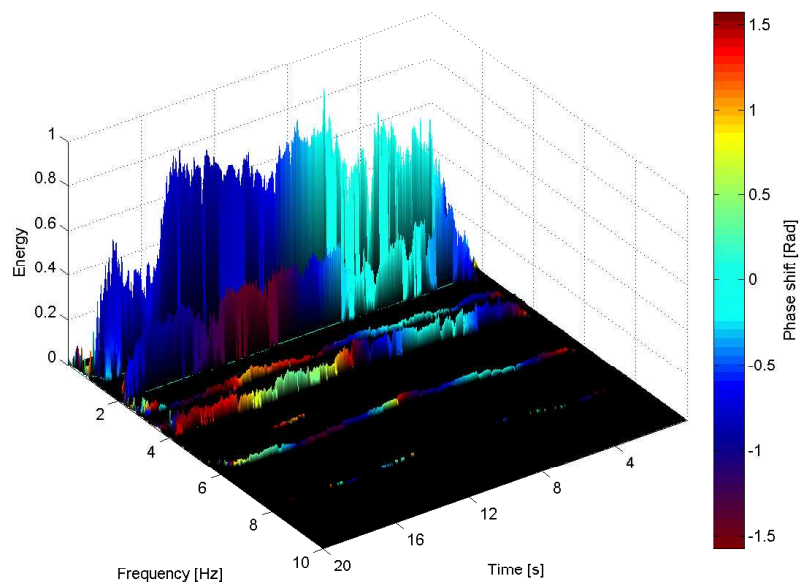


**FIGURE 10.35** – Spectrogramme de phase 3D réalloué d'un signal GRF antéro-postérieur de course. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 91 points.

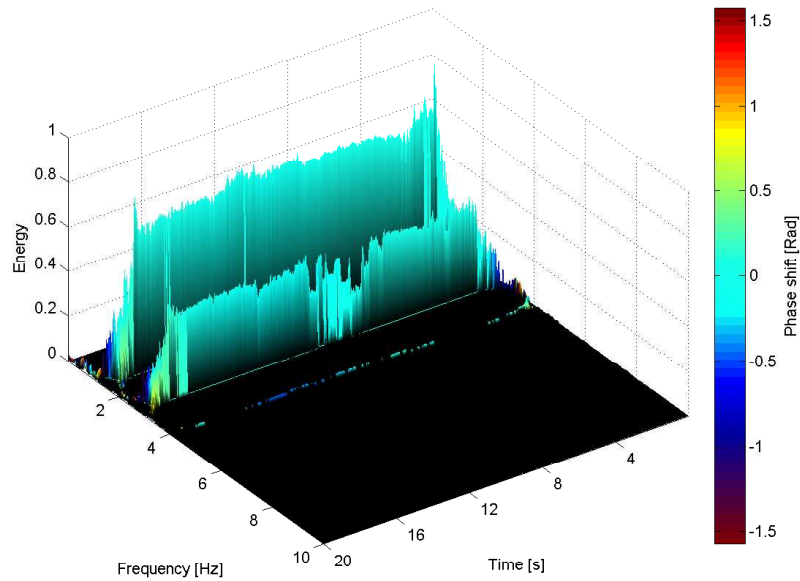




**FIGURE 10.36** – Spectrogramme de phase 3D réalloué d'un signal GRF antéro-postérieur de marche. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 91 points.



**FIGURE 10.37** – Spectrogramme de phase 3D réalloué d'un signal GRF médio-latéral de marche. La fenêtre choisie est de type Hanning et d'une largeur de 91 points.



**FIGURE 10.38** – Spectrogramme de phase 3D réalloué d’un signal GRF médio-latéral de course. La fenêtre choisie est de type Hanning et d’une largeur de 91 points.

plus élevées.

Sur les autres axes, il est admis que les forces en présence sont des forces d’adhérence et de stabilisation, qui sont très aléatoires sur l’axes antéro-postérieur lors de la marche : dans ce cas, les signaux sont fortement non-stationnaires et bruités et les spectrogrammes de fréquence et de phase montrent leurs faiblesses.

Il est très intéressant de voir que les variations de fréquence entre chaque composante pour un même signal mais aussi les variations d’amplitudes sont situées à peu près sur les mêmes lieux temporels. Il y a donc une interdépendance entre les composantes. L’analyse de ces résultats conduit à penser que les spectrogrammes de fréquence et de phase 3D seuillé sont capables de mettre en évidence le phénomène de compensation biomécanique pour le maintien de l’équilibre pendant un déplacement. En effet, l’exemple du spectrogramme de phase 3D seuillé du signal GRF vertical de course (Figure 10.28) montre qu’une variation de phase se produit immédiatement après un pic d’amplitude, c’est à dire un pas qui a donné lieu à un choc plus important. Le spectrogramme de phase 3D réalloué permet de mettre en évidence de très petites variations d’amplitude et d’observer ces variations de manière couplée avec la phase. Ces phénomènes de faibles variations d’amplitude peuvent être cachés avec le spectrogramme de phase 3D seuillé.

Toutes ces données sont d’une grande importance en ce qui concerne les tests in-vitro liés à l’ostéogenèse et à la contrainte mécanique. En particulier, le ZETOS est un système de mise en contrainte de compression couplé à une chambre de culture pour les os trabéculaires [66], cet appareil est utilisé au LBTO. L’intérêt de ce système réside dans le fait qu’il est possible d’appliquer des contraintes mécaniques périodiques à un petit cylindre d’os trabéculaire sans le sortir de son milieu de culture. Le cylindre d’os est monté avec un ajustement serré à l’intérieur de la chambre et n’a donc pas la possibilité d’une quelconque variation

de diamètre. Le ZETOS est relié à un ordinateur via une carte de pilotage qui permet de régler la contrainte appliquée et d'enregistrer le signal fourni par un capteur de force situé sous la face inférieure du cylindre en fonction du temps. Avec cette machine, il est possible d'appliquer des contraintes mécaniques périodiques sous forme de signaux et de choisir ces signaux. Le logiciel de contrôle intègre une base de données de signaux basée en grande partie sur des signaux GRF "standards" de marche, de course et de saut. Cependant, il n'est pas possible d'introduire de faibles variations de fréquence ou de phase dans la commande des signaux, c'est à dire de faire varier de manière continue la fréquence d'application. Or, les cellules présentes dans le corps humain sont soumises à de faibles variations de fréquence et de phase comme il a été montré précédemment. Il serait donc intéressant de tester l'influence de ces faibles variations de fréquence et de phase sur le développement osseux.

Cinquième partie

**CONCLUSIONS ET  
PERSPECTIVES**



# CHAPITRE 11

## Conclusions

Ce manuscrit de thèse a présenté de nouveaux outils temps-fréquence dans un contexte de formalisation et d'applications. Avant de présenter les spectrogrammes de fréquence et de phase, ainsi que leurs versions 3D, il a été nécessaire de revenir sur des notions temps-fréquence classiques. Les rappels bibliographiques ont aussi permis de comparer ces nouvelles représentations aux principales représentations de la classe de Cohen. Pour ce faire, une introduction à la théorie de la transformée de Fourier a été réalisée, suivi d'un état de l'art concis sur la transformée de Fourier à court terme et les transformées de la classe de Cohen comme le spectrogramme et la distribution de Wigner-Ville. Les spectrogrammes de fréquence et de phase ont ensuite été introduits, puis un développement concernant les spectrogrammes de fréquence et de phase continu, 3D et 3D réalloué a été présenté.

Trois applications ont été mises en oeuvre pour démontrer l'utilité des spectrogrammes de fréquence et de phase 3D, et pour donner certaines clés pour l'interprétation des résultats. La première application concernant l'analyse de sons musicaux permet de mettre clairement en évidence le potentiel de ces méthodes. L'application la plus importante en terme de travail et de temps investis est l'application concernant le réacteur de culture osseuse, dont la mise au point a donné lieu à un brevet d'invention européen [25]. Cette application n'est a priori pas la mieux adaptée aux méthodes proposées, toutefois elle a permis de montrer que ces dernières peuvent être utilisées dans ce type de cas. La troisième application est une ouverture sur l'utilisation des spectrogrammes de phase et de fréquence 3D pour l'analyse des Ground Reaction Forces (GRF). Cette application ne représente bien évidemment pas une étude exhaustive, mais ouvre des perspectives intéressantes.

Au terme de ce mémoire, il apparaît clairement que les nouvelles représentations introduites dans ce manuscrit, bien qu'en marge de l'analyse temps-fréquence classique, sont plus performantes en terme d'analyse de signaux quasi-stationnaires. Le travail de formalisation réalisé a permis de mettre en évidence certaines propriétés intéressantes de ces représentations ; la représentation conjointe temps-fréquence-phase ouvre des voies en terme d'analyse de comportements temps-fréquence et temps-phase.



# CHAPITRE 12

## Perspectives

Ce manuscrit a permis de commencer à répondre à la question des possibilités d'application des spectrogrammes de fréquence et de phase 3D. Historiquement, l'analyse temps-fréquence a toujours fait référence à la classe de Cohen. Les travaux de F. Léonard sur les spectrogrammes de fréquence et de phase montrent, par l'utilisation du terme spectrogramme, la volonté de continuité dans la démarche.

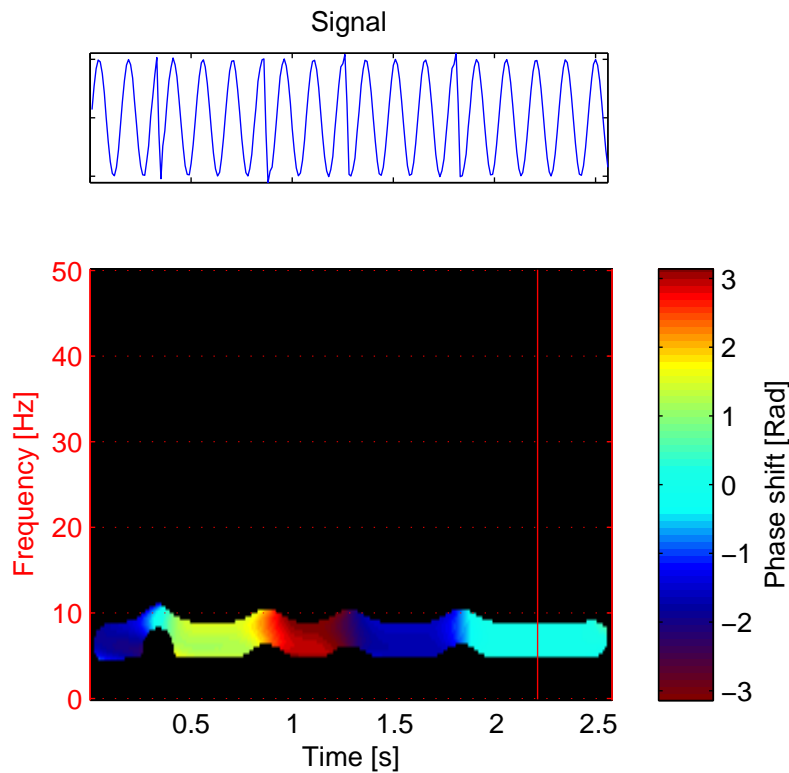
A l'issu de ce travail, une nouvelle classe d'outils, qui se démarquent des représentations énergétiques de la classe de Cohen, voit le jour. Cette nouvelle classe de représentation d'une part s'inscrit dans la continuité de la classe de Cohen par la recherche de la fréquence instantanée, et d'une autre part s'en écarte en abandonnant le principe de la conservation d'énergie. L'analyse spectrale différentielle, la réallocation et les spectrogrammes de fréquence et de phase appartiennent à cette classe. Le lien entre toutes ces représentations est la notion de phase différentielle, ou dérivée de la phase. Cette nouvelle classe de représentations temps-fréquence-phase, en opposition avec les représentations temps-fréquence-énergie de la classe de Cohen, pourrait faire l'objet d'une formulation générale à l'instar de la formulation générale des représentations énergétiques de la classe de Cohen.

En ce qui concerne les applications, les signaux biomédicaux semblent tout à fait adaptés à l'analyse par spectrogramme de fréquence et de phase. Dans la nature et plus précisément dans le corps humain, nombreux sont les phénomènes qui sont constitués d'une base périodique et de faibles variations autour de cette base. Ces phénomènes peuvent souvent être enregistrés sous forme de signaux. Outre les signaux biomécaniques, ces méthodes pourraient être appliquées aux signaux :

- myoélectriques (EMG)
- électroencéphalographiques (EEG, MRP, ERP)
- magnéto-encéphalographiques (MEG)
- imagerie par résonance magnétique (IRM)
- échographie
- etc...

Toujours en ce qui concerne les applications, ces méthodes pourraient s'avérer très intéressantes en acoustique, plus particulièrement pour l'analyse de sons émis par des animaux comme les baleines ou les chauves-souris. L'analyse de propagation de vibrations pourraient





**FIGURE 12.1** – Exemple de codage par un signal utilisant uniquement des sauts de phase.

aussi être réalisée par ces méthodes, en géophysique par exemple.

En ce qui concerne les télécommunications, des applications de codage sur la phase pourraient être mises en place. Ainsi, à titre d'exemple, sur une porteuse sinusoïdale il est possible de coder des informations multiples par sauts de phase (Figure 12.1) et de décoder très facilement en sortie à l'aide du spectrogramme de phase.

# CHAPITRE 13

## Publications

- L. Navarro, D. Makarenko, J.-C. Pinoli, H. Besset, A. Guignandon, L. Vico and R. Guyonnet. Signal Processing on a New Device Designed to Apply Mechanical Shocks to Cells Cultured on Biomaterials. *Proceedings of 20 th ESB 2006 - European Conference on Biomaterials* Cité des Congrès, Nantes, France. September 27-October 1, 2006, v. 1. [55]
- R. Guyonnet, L. Navarro, H. Besset, A. Guignandon and L. Vico. Réacteur pour la caractérisation de biomatériaux. *Dépôt de brevet Européen* Numéro : EP 07290132.5. 27-February, 2007. [25]
- L. Navarro, G. Courbebaisse and J.-C. Pinoli. Continuous frequency and phase spectrograms : A study of their 2D and 3D capabilities and application to musical signal analysis. *Journal of Zhejiang University Science A* Article en cours de publication, décembre 2007. [53]
- L. Navarro, G. Courbebaisse and J.-C. Pinoli. Reassigned 3D phase spectrogram : application to Ground Reaction Forces analysis. *IEEE Transactions on Signal Processing* Article soumis, 2007. [54]
- L. Navarro. Analyse temps-fréquence de signaux vibratoires issus d'un réacteur de culture osseuse. *Journée de la recherche de l'EDSE*, Communication orale, Saint Etienne, France. 26 avril 2007. [51]
- L. Navarro. Spectrogramme de fréquence et spectrogramme de phase. *Séminaire CREATIS-LRMN INSA*, Villeurbanne, France. 21 juin 2007. [52]
- L. Navarro, J.-C. Pinoli, H. Besset, A. Guignandon, L. Vico and R. Guyonnet. A new instrumented biological device designed to apply mechanical shocks to bone cells. *International Conference on Biomedical Electronics and Devices* Funchal-Madeira, Portugal. Présentation orale acceptée. 28-31 janvier 2008. [56]



# **LISTES ET NOMENCLATURE DES SYMBOLES**



# Liste des figures

3.1	Représentation temporelle d'un chirp linéaire. . . . .	18
3.2	Représentation temporelle d'un chirp exponentiel. . . . .	19
3.3	Représentation temporelle d'un signal multicomposantes. . . . .	20
3.4	Représentation temporelle d'un signal comprenant un saut de fréquence à $t_c=130$ . . . . .	21
3.5	Représentation temporelle d'un signal à très faible variation de fréquence. . . . .	21
3.6	Représentation temporelle d'un signal comprenant un saut de phase à $t_c=120$ . . . . .	22
4.1	Module de la transformée de Fourier à court terme du signal "chirp linéaire" . . . . .	28
4.2	Phase de la transformée de Fourier à court terme du signal "chirp linéaire" . . . . .	29
4.3	Module de la transformée de Fourier à court terme du signal "chirp linéaire". . . . .	30
4.4	Module de la transformée de Fourier à court terme du signal "chirp linéaire". . . . .	30
5.1	Spectrogramme du signal-test chirp linéaire. . . . .	33
5.2	Spectrogramme du signal-test chirp exponentiel. . . . .	33
5.3	Distribution de Wigner-Ville du signal-test chirp linéaire. . . . .	37
5.4	Distribution de Wigner-Ville, version analytique du chirp linéaire. . . . .	37
5.5	Distribution de Wigner-Ville, version analytique du signal multicomposantes. . . . .	38
5.6	Distribution de Wigner-Ville, version analytique du chirp exponentiel. . . . .	38
5.7	Distribution de Wigner-Ville, deux sinusoides décallées en fréquence. . . . .	39
5.8	Pseudo-Wigner-Ville-Lissée, version analytique du signal multicomposantes. . . . .	40
6.1	Synoptique de calcul du spectrogramme de fréquence, partie 1. . . . .	46
6.2	Synoptique de calcul du spectrogramme de fréquence, partie 2. . . . .	47
6.3	Notion de phase sur le cercle trigonométrique. . . . .	48
6.4	Synoptique de calcul de la phase différentielle. . . . .	49
6.5	Influence du gain P. . . . .	51
6.6	Spectrogramme de puissance réalloué de deux chirps à faible pente. . . . .	54
6.7	Spectrogramme de fréquence du signal-test "chirp linéaire". . . . .	55
6.8	Spectrogramme de fréquence du signal-test multicomposantes. . . . .	55
6.9	Spectrogramme de fréquence du signal-test "chirp exponentiel". . . . .	56
6.10	Spectrogramme de fréquence du signal-test "chirp linéaire". . . . .	57
6.11	Spectrogramme de fréquence du signal-test "chirp linéaire". . . . .	57
6.12	Spectrogramme de puissance du signal-test "saut de fréquence". . . . .	58

6.13	Spectrogramme de puissance du signal-test "chirp à faible pente". . . . .	58
6.14	Spectrogramme de fréquence du signal-test "saut de fréquence". . . . .	59
6.15	Spectrogramme de fréquence du signal-test "chirp à faible pente". . . . .	60
6.16	Synoptique de calcul du spectrogramme de phase, partie 1. . . . .	62
6.17	Synoptique de calcul du spectrogramme de phase, partie 2. . . . .	63
6.18	Spectrogramme de phase du signal-test "chirp linéaire". . . . .	64
6.19	Spectrogramme de puissance du signal-test "saut de phase". . . . .	65
6.20	Spectrogramme de phase du signal-test "saut de phase". . . . .	65
6.21	Spectrogramme de phase du signal-test "saut de fréquence". . . . .	66
7.1	Principe du "mapping" des spectrogrammes de fréquence et de phase. . . . .	73
7.2	Spectrogramme de fréquence 3D d'un signal comprenant un saut de fréquence. . . . .	74
7.3	Spectrogramme de fréquence 3D d'un Heaviside. . . . .	74
7.4	Spectrogramme de fréquence 3D, chirp à faible variation de fréquence. . . . .	75
7.5	Spectrogramme de phase 3D d'un signal comprenant un saut de fréquence. . . . .	76
7.6	Spectrogramme de phase 3D d'un signal comprenant un saut de phase. . . . .	76
7.7	Spectrogramme de phase 3D d'un Heaviside. . . . .	77
7.8	Spectrogramme de fréquence 3D seuillé d'un signal comprenant un saut de fréquence. . . . .	78
7.9	Spectrogramme de fréquence 3D seuillé, chirp à faible variation de fréquence. . . . .	78
7.10	Spectrogramme de phase 3D seuillé d'un signal comprenant un saut de fréquence. . . . .	79
7.11	Spectrogramme de phase 3D seuillé d'un signal comprenant un saut de phase. . . . .	79
7.12	Spectrogramme de phase 3D d'un signal comprenant un saut d'amplitude. . . . .	80
7.13	Spectrogramme de phase 3D réalloué d'un signal comprenant un saut d'amplitude. . . . .	81
7.14	Spectrogramme de phase 3D d'un signal sinusoïdal. . . . .	81
7.15	Spectrogramme de phase 3D réalloué d'un signal sinusoïdal. . . . .	82
8.1	Sonagramme de l'enregistrement de la phrase : "sonagramme d'acoustique et musique". . . . .	88
8.2	Spectrogramme de puissance d'un signal de guitare. . . . .	89
8.3	Spectrogramme de puissance d'un signal de piano. . . . .	89
8.4	Spectrogramme de puissance d'un signal de violon. . . . .	90
8.5	Spectrogramme de fréquence 3D d'un signal de guitare. . . . .	91
8.6	Spectrogramme de phase 3D d'un signal de guitare. . . . .	91
8.7	Spectrogramme de fréquence 3D d'un signal de piano. . . . .	92
8.8	Spectrogramme de phase 3D d'un signal de piano. . . . .	93
8.9	Spectrogramme de fréquence 3D d'un signal de violon. . . . .	93
8.10	Spectrogramme de phase 3D d'un signal de violon. . . . .	94
9.1	Mécanisme de l'ostéogénèse. . . . .	97
9.2	Diagramme schématique de la chambre de culture du réacteur. . . . .	98
9.3	Diagramme schématique de l'instrumentation . . . . .	99
9.4	Diagramme de fonctionnement du réacteur. . . . .	100
9.5	Signaux de force et d'accélération. . . . .	102
9.6	Modules des transformées de Fourier (TF) des signaux de force et d'accélération. . . . .	103

9.7 Spectrogrammes de puissance des signaux d'accélération enregistrés. . . . .	104
9.8 Distributions de Wigner-Ville des signaux d'accélération enregistrés. . . . .	106
9.9 Spectrogrammes de fréquence des signaux d'accélération. . . . .	107
9.10 Spectrogrammes de fréquence 3D des signaux d'accélération. . . . .	108
10.1 Ground Reaction Forces dans les trois directions. . . . .	112
10.2 Exemple de signaux GRF dans les trois directions. . . . .	113
10.3 Spectrogramme de puissance d'un signal GRF vertical de marche. . . . .	114
10.4 Spectrogramme de puissance d'un signal GRF vertical de course. . . . .	115
10.5 Spectrogramme de puissance d'un signal GRF antéro-postérieur de marche. . . . .	115
10.6 Spectrogramme de puissance d'un signal GRF antéro-postérieur de course. . . . .	116
10.7 Spectrogramme de puissance d'un signal GRF médio-latéral de marche. . . . .	116
10.8 Spectrogramme de puissance d'un signal GRF médio-latéral de course. . . . .	117
10.9 Spectrogramme de fréquence d'un signal GRF vertical de marche. . . . .	118
10.10 Spectrogramme de fréquence d'un signal GRF vertical de course. . . . .	118
10.11 Spectrogramme de fréquence d'un signal GRF antéro-postérieur de marche. . . . .	119
10.12 Spectrogramme de fréquence d'un signal GRF antéro-postérieur de course. . . . .	119
10.13 Spectrogramme de fréquence d'un signal GRF médio-latéral de marche. . . . .	120
10.14 Spectrogramme de fréquence d'un signal GRF médio-latéral de course. . . . .	120
10.15 Spectrogramme de phase d'un signal GRF vertical de marche. . . . .	121
10.16 Spectrogramme de phase d'un signal GRF vertical de course. . . . .	122
10.17 Spectrogramme de phase d'un signal GRF antéro-postérieur de marche. . . . .	122
10.18 Spectrogramme de phase d'un signal GRF antéro-postérieur de course. . . . .	123
10.19 Spectrogramme de phase d'un signal GRF médio-latéral de marche. . . . .	124
10.20 Spectrogramme de phase d'un signal GRF médio-latéral de course. . . . .	124
10.21 Spectrogramme de fréquence 3D seuillé d'un signal GRF vertical de marche. . . . .	125
10.22 Spectrogramme de fréquence 3D seuillé d'un signal GRF vertical de course. . . . .	125
10.23 Spectrogramme de fréquence 3D seuillé d'un signal GRF antéro-postérieur de marche. . . . .	126
10.24 Spectrogramme de fréquence 3D seuillé d'un signal GRF antéro-postérieur de course. . . . .	127
10.25 Spectrogramme de fréquence 3D seuillé d'un signal GRF médio-latéral de marche. . . . .	127
10.26 Spectrogramme de fréquence 3D seuillé d'un signal GRF médio-latéral de course. . . . .	128
10.27 Spectrogramme de phase 3D seuillé d'un signal GRF vertical de marche. . . . .	128
10.28 Spectrogramme de phase 3D seuillé d'un signal GRF vertical de course. . . . .	129
10.29 Spectrogramme de phase 3D seuillé d'un signal GRF antéro-postérieur de marche. . . . .	130
10.30 Spectrogramme de phase 3D seuillé d'un signal GRF antéro-postérieur de course. . . . .	130
10.31 Spectrogramme de phase 3D seuillé d'un signal GRF médio-latéral de marche. . . . .	131
10.32 Spectrogramme de phase 3D seuillé d'un signal GRF médio-latéral de course. . . . .	131
10.33 Spectrogramme de phase 3D réalloué d'un signal GRF vertical de marche. . . . .	132
10.34 Spectrogramme de phase 3D réalloué d'un signal GRF vertical de course. . . . .	133
10.35 Spectrogramme de phase 3D réalloué d'un signal GRF antéro-postérieur de course. . . . .	133
10.36 Spectrogramme de phase 3D réalloué d'un signal GRF antéro-postérieur de marche. . . . .	134
10.37 Spectrogramme de phase 3D réalloué d'un signal GRF médio-latéral de marche. . . . .	134



10.38	Spectrogramme de phase 3D réalloué d'un signal GRF médio-latéral de course.	135
12.1	Exemple de codage par un signal utilisant uniquement des sauts de phase. . .	142
1	Chaîne d'acquisition de l'échantillonnage. . . . .	165
2	Illustration du phénomène de repliement . . . . .	167
3	Représentation en temps et en fréquence de la fenêtre rectangulaire. . . . .	169
4	Représentation en temps et en fréquence de la fenêtre Bartlett. . . . .	170
5	Représentation en temps et en fréquence de la fenêtre Hanning. . . . .	171
6	Représentation en temps et en fréquence de la fenêtre Hamming. . . . .	171
7	Représentation en temps et en fréquence de la fenêtre Blackman. . . . .	172
8	Représentation en temps et en fréquence de la fenêtre BlackmanHarris. . . . .	172
9	Schéma de l'amplificateur de courant . . . . .	176
10	Programme LabVIEW® de pilotage du bioréacteur et d'acquisition des signaux	177

# Liste des tableaux

9.1	Sensibilité et réponse en fréquence données par le fabricant des capteurs. . . .	99
1	Caractéristiques des principales fenêtres d'observation. . . . .	173
2	Caractéristiques de la carte d'acquisition . . . . .	175



# Nomenclature des symboles

---

FT	.....	Fourier Transform
H	.....	Hilbert Transform
U	.....	Heaviside function
$a_z$	.....	Envelope of z
$f_z$	.....	Instantaneous frequency of z
$t_z$	.....	Group delay of z
STFT	.....	Short Time Fourier Transform
DSTFT	.....	Discrete Short Time Fourier Transform
S	.....	Spectrogramme de puissance
WVD	.....	Wigner-Ville Distribution
SPWVD	.....	Smoothed Pseudo Wigner-Ville Distribution
DS	.....	Discrete power Spectrogram
DPD	.....	Discrete Phase Derivative
FS	.....	Frequency Spectrogram
Sr	.....	Reassigned power spectrogram
PS	.....	Phase Spectrogram
3DFS	.....	3D Frequency Spectrogram
3DPS	.....	3D Phase Spectrogram
T3DFS	.....	3D Threshold Frequency Spectrogram
T3DPS	.....	3D Threshold Phase Spectrogram
R3DFS	.....	3D Reallocated Frequency Spectrogram
R3DPS	.....	3D Reallocated Phase Spectrogram
GRF	.....	Ground Reaction Forces



# BIBLIOGRAPHIE



# Références bibliographiques

(avec indication des pages où elles sont citées)

- [url] <http://biblio-fr.info.unicaen.fr/bnum/jelec/Solaris/d07/7caillaud.html>. 88
- [1] Arafat, S. (2003). *Uncertainty Modeling for Classification and Analysis of Medical Signals*. PhD thesis, University of Missouri. 113
- [2] Arena, B. and Maffulli, N. (2002). Endocrinologic changes in exercising women. *Sports Medicine and Arthroscopy Review*, 10(1) :10–14. 113
- [3] Auger, F. and Flandrin, P. (1994). The why and how of time-frequency reassignment. 15, 52
- [4] Auger, F., Flandrin, P., and GE44-LRTI, S. (1995). Improving the readability of time-frequency and time-scalerepresentations by the reassignment method. *Signal Processing, IEEE Transactions on [see also Acoustics, Speech, and Signal Processing, IEEE Transactions on]*, 43(5) :1068–1089. 53
- [5] Auger, F., Flandrin, P., Lemoine, O., and Gonçalves, P. (1998). Time-frequency toolbox for matlab. 15, 101
- [6] Basso, N. and Heersche, J. (2002). Characteristics of in vitro osteoblastic cell loading models. *Bone*, 30(2) :347–51. 105
- [7] Best, R. and Begg, R. (2006). Overview of movement analysis and gait features. *Computational Intelligence for Movement Sciences : Neural Networks and Other Emerging Techniques*, 1 :1–69. 113
- [8] Bilezikian JP, Raisz LG, R. G. (2002). *Principles of Bone Biology-Second Edition*. Academic Press. 95, 96
- [9] Bracewell, R. and Kahn, P. (1966). The Fourier transform and its applications. *American Journal of Physics*, 34 :7–12. 10
- [10] Brown, T. (2000). Techniques for mechanical stimulation of cells in vitro : a review. *J Biomech*, 33(1) :3–14. 105



- [11] Castellengo, M. and Dubois, M. (2005). Timbre ou timbres ? propriété du signal, de l'instrument ou construction cognitive ? [88](#)
- [12] Chau, T. (2001). A review of analytical techniques for gait data. part 2 : neural network and wavelet methods. *Gait Posture*, 13(2) :102–120. [113](#)
- [13] Claasen, T. A. C. M. and Mecklenbrauker, W. F. G. (1980). The Wigner distribution, a tool for time-frequency signal analysis. part iii : Relation with other time-frequency signal transformations. *Philips J. Res.*, 35 :372–389. [31](#), [34](#)
- [14] Cohen, L. (1966). Generalized phase-space distribution functions. *Journal of Mathematical Physics*, 7 :781. [31](#)
- [15] Cohen, L. (1989). Time-frequency distributions-a review. *Proceedings of the IEEE*, 77(7) :941–981. [15](#)
- [16] Cohen, L. (1995). *Time-frequency analysis*. Prentice Hall PTR Englewood Cliffs, NJ. [34](#)
- [17] Cohen, L. and Lee, C. (1989). Instantaneous frequency and time-frequency distributions. *IEEE International Symposium on Circuits and Systems, 1989.*, pages 1231–1234. [11](#)
- [18] Cohen, L. and Posch, T. (1985). Positive time-frequency distribution functions. *Acoustics, Speech, and Signal Processing [see also IEEE Transactions on Signal Processing]*, *IEEE Transactions on*, 33(1) :31–38. [32](#)
- [19] Courbebaisse, G. (1990). Distribution temps-fréquence et distribution temps-échelle. Master's thesis, INPG. [34](#)
- [20] Courbebaisse, G. (1994). *Distribution temps-fréquence et distribution temps-échelle. Contributions au domaine des machines thermiques*. PhD thesis, INPG. [34](#)
- [21] Courbebaisse, G. (1995). Time-frequency distribution and turbulence. *Proceedings of the IEEE*, 1 :424–427. [36](#)
- [22] Curtis, A. (2005). Cell forces in tissues. *Medical Engineering & Physics*, 27(9) :773–779. [105](#)
- [23] Dufourd, J. (1983). *Analyse de signal sur un micro-ordinateur : application au sonar*. PhD thesis, Paris 6. [32](#)
- [24] Emiya, V. (2004). Spectrogramme d'amplitude et de fréquence instantanées (safi). Master's thesis, Aix-Marseille II. [52](#)
- [25] ENSMSE (2007). *Réacteur pour la caractérisation de biomatériaux*. INSERM-Patent Numéro : EP 07290132.5. [97](#), [139](#), [143](#)
- [26] Escudie, B. and Grea, J. (1976). Sur une formulation générale de la représentation en temps et fréquence dans l'analyse de signaux d'énergie finie. *CR Acad. Sci*, 283 :1049–1051. [31](#)

- [27] Flandrin, P. (1989a). Représentations temps-fréquence des signaux non stationnaires. *Traitement du Signal*, 6(2) :89–101. [14](#)
- [28] Flandrin, P. (1989b). Some aspects of non-stationary signal processing with emphasis on time-frequency and time-scale methods. In Combes, J.-M., Grossmann, A., and Tchamitchian, P., editors, *Wavelets. Time-Frequency Methods and Phase Space*, pages 68–+. [14](#)
- [29] Flandrin, P. (1993). *Temps-fréquence*. Hermès. [11](#), [27](#), [29](#), [31](#)
- [30] Fourier, J. (1822). *Théorie analytique de la chaleur*. Firmin Didot, Père et Fils. [9](#)
- [31] Fournier, R., Delechelle, E., and Lemoine, J. (2004). Stabilogram phase estimation. *2004 IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, 1. [113](#)
- [32] Frost, H. (1987). Bone "mass" and the "mechanostat" : a proposal. *The Anatomical record*, 219(1) :1–9. [95](#)
- [33] Gabor, D. et al. (1946). Theory of communication. *J. IEE*, 93 :429–457. [15](#), [27](#), [28](#)
- [34] Gibiat, V. (1982). *Analyse spectrale différentielle théorie et applications*. PhD thesis, Université du Maine. [15](#), [50](#)
- [35] Gröchenig, K. (2001). *Foundations of Time-Frequency Analysis*. Birkhauser. [87](#)
- [36] Hayes, M., Lim, J., and Oppenheim, A. (1980). Signal reconstruction from phase or magnitude. *Acoustics, Speech, and Signal Processing [see also IEEE Transactions on Signal Processing]*, *IEEE Transactions on*, 28(6) :672–680. [16](#)
- [37] Heisenberg, W. (1927). Unbestimmtheit. *Zeits f Physik*, 43 :172. [28](#)
- [38] Hlawatsch, F. (1984). Interference terms in the wigner distribution. *Proc. Int. Conf. on Digital Signal Processing, Florence, Italy*, pages 363–367. [36](#)
- [39] Jaffe, D. (1995). Ten criteria for evaluating synthesis techniques. *Computer Music Journal*, 19(1) :76–87. [94](#)
- [40] Kaspar, D., Seidl, W., Neidlinger-Wilke, C., Ignatius, A., and Claes, L. (2000). Dynamic cell stretching increases human osteoblast proliferation and cicpsynthesis but decreases osteocalcin synthesis and alkaline phosphataseactivity. *J Biomech.*, 33(1) :45–51. [97](#)
- [41] Keegan, K., Arafat, S., Skubic, M., Wilson, D., and Kramer, J. (2003). Detection of lameness and determination of the affected forelimb in horses by use of continuous wavelet transformation and neural network classification of kinematic data. *American Journal of Veterinary Research*, 64(11) :1376–1381. [113](#)
- [42] Kodera, K. (1976). *Analyse numérique de signaux géophysiques non-stationnaires : diagnostic du plasma magnétosphérique à partir des émissions UBF naturelles caractéristiques nécessaires des équipements d'analyse de ces ondes*. PhD thesis, Universite de Paris VI. [15](#)

- [43] Kodera, K., de Villedary, C., and Gendrin, R. (1976). A new method for the numerical analysis of nonstationary signals. *International Union of Geodesy and Geophysics, Symposium on Analysis, Processing and Interpretation of Geophysical Data, Grenoble, France, Sept. 1, 2, 1975.* *Physics of the Earth and Planetary Interiors.*, 12(2-3). 52
- [44] Krauss, S. (1954). A simple stroboscopic frequency indicator. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 26 :932. 70
- [45] Lanyon, L. and Rubin, C. (1984). Static vs dynamic loads as an influence on bone remodelling. *J Biomech.*, 17(12) :897–905. 97
- [46] Léonard, F. (2000). Spectrogramme de phase et spectrogramme de fréquence. *TS. Traitement du signal*, 17(4) :269–286. 2, 16, 19, 45, 61, 64, 105
- [47] Martin, W. and Flandrin, P. (1983). Analysis of non-stationary processes : Short-time periodograms versus a pseudo-Wigner estimator. In *EUSIPCO-83*, pages 455–458. 39
- [48] Martin, W. and Flandrin, P. (1985). Wigner-Ville spectral analysis of nonstationary processes. *Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 33(6) :1461–1470. 15
- [49] Moore, G. (1998). Cramming more components onto integrated circuits. *Proceedings of the IEEE*, 86(1) :82–85. 1
- [50] Navarro, L. (2004). Caractérisation de signaux vibratoires issus de structures osseuses par des méthodes temps-fréquence. Master’s thesis, Ecole Nationale des Mines de Saint Etienne. 113
- [51] Navarro, L. (2007a). Analyse temps-fréquence de signaux vibratoires issus d’un réacteur de culture osseuse. In *Journée de la recherche de l’EDSE*. 143
- [52] Navarro, L. (2007b). Spectrogramme de fréquence et spectrogramme de phase. In *Séminaire CREATIS-LRMN*. 143
- [53] Navarro, L., Courbebaisse, G., and Pinoli, J.-C. (2007a). Continuous frequency and phase spectrograms : A study of their 2d and 3d capabilities and application to musical signal analysis. *Journal of Zhejiang University Science A*, to be published in 2007. 143
- [54] Navarro, L., Courbebaisse, G., and Pinoli, J.-C. (2007b). Reassigned 3d phase spectrogram : application to ground reaction forces analysis. *IEEE Transactions on Signal Processing*, submitted. 143
- [55] Navarro, L., Makarenko, D., Pinoli, J.-C., Besset, H., Guignandon, A., Vico, L., and Guyonnet, R. (2006). Signal processing on a new device designed to apply mechanical shocks to cells. In *20th European Conference on Biomaterials (ESB 2006)*. 143
- [56] Navarro, L., Pinoli, J.-C., Besset, H., Guignandon, A., Vico, L., and Guyonnet, R. (2008). A new instrumented biological device designed to apply mechanical shocks to bone cells. In *International Conference on Biomedical Electronics and Devices, Madeira-Portugal*. 143

- [57] Neidlinger-Wilke, C., Wilke, H., and Claes, L. (1994). Cyclic stretching of human osteoblasts affects proliferation and metabolism :a new experimental method and its application. *J Orthop Res.*, 12(1) :70–8. [97](#)
- [58] O'Connor, K. (2006). Postural responses to sudden changes in sensory input while viewing optic flow. Master's thesis, University of Pittsburgh. [113](#)
- [59] Oppenheim, A. and Lim, J. (1981). The importance of phase in signals. *Proceedings of the IEEE*, 69(5) :529–541. [16](#)
- [60] Pastor, D. (1997). *Diagnostic sur signaux quasi-stationnaires par décomposition en ondelettes orthonormales et détection de coefficients significatifs*. PhD thesis, Université de Rennes 1. [15](#)
- [61] Perio, P. and Wu, F. (1979). La phase en acoustique musicale. i. analyse d'un signal quasi-périodique. *Journal de Physique*, 40 :799–810. [88](#)
- [62] Perio, P. and Wu, F. (1981). La phase en acoustique musicale. ii. le rayonnement des instruments à vent. *Journal de Physique*, 42 :627–633. [88](#)
- [63] Pielemeier, W., Wakefield, G., and Simoni, M. (1996). Time-frequency analysis of musical signals. *Proceedings of the IEEE*, 84(9) :1216–1230. [88](#)
- [64] Qian, S. and Chen, D. (1999). Joint time-frequency analysis. *Signal Processing Magazine, IEEE*, 16(2) :52–67. [36](#)
- [65] Rihaczek, A. and Bedrosian, E. (1966). Hilbert transforms and the complex representation of real signals. *Proceedings of the IEEE*, 54(3) :434–435. [11](#)
- [66] Smith, E., Jones, D., and Brockmann, E. (2002). A trabecular bone bioreactor combined with a mechanical loader and testing device. *Orthopaedic Proceedings*, 84(SUPP I) :20–20. [135](#)
- [67] Vergne, L., Meunier, A., Adolphe, M., and Sedel, L. (1996). A new apparatus for studying the effect of hydrostatic pressure on cells in culture. *Cytotechnology*, 21(1) :21–30. [113](#)
- [68] Ville, J. (1948). Théorie et applications de la notion de signal analytique. *Câbles et transmissions*, 1 :61–74. [11](#), [13](#)
- [69] Whittle, M. (2002). *Gait Analysis : An Introduction*. Butterworth-Heinemann. [111](#)
- [70] Wigner, E. (1932). On the quantum correction for thermodynamic equilibrium. *Phys. Rev.*, 40(5) :749–759. [34](#)
- [71] Yger, A. (1999). *Théorie et analyse du signal - Cours et initiation pratique via MATLAB et SCILAB*. Ellipses, 32, rue Bague 75740 Paris cedex 15, ellipses edition. [17](#)

- [72] Yoshii, K., Goto, M., and Okuno, H. (2007). Drum sound recognition for polyphonic audio signals by adaptation and matching of spectrogram templates with harmonic structure suppression. *IEEE Transactions on Audio, Speech and Language Processing* [see also *Speech and Audio Processing, IEEE Transactions on*], 15(1) :333–345. [32](#)

# ANNEXES



# ANNEXE

## Echantillonnage

### .1 Chaîne d'acquisition

L'échantillonnage est une opération qui permet de transformer un signal analogique continu en signal numérique discret. Cette opération est réalisée en gardant une valeur en mémoire à une fréquence régulière appelée fréquence d'échantillonnage.

L'échantillonnage est réalisé en deux étapes :

- la première étape consiste à filtrer le signal de manière analogique avec un filtre anti-repliement
- la deuxième consiste à convertir le signal avec un convertisseur analogique/numérique.

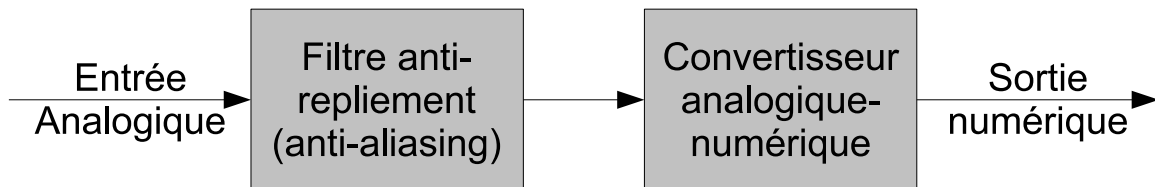


FIGURE 1 – Chaîne d'acquisition de l'échantillonnage.

### .2 Phénomène de repliement ou aliasing

La précision d'un signal analogique peut être considérée comme infinie. L'échantillonnage va avoir pour effet de réduire, ou de contraindre, cette précision à la fréquence d'échantillonnage. Le repliement de spectre est lié à la transformée de Fourier et au théorème de Nyquist-Shannon, il se traduit par une contamination des fréquences positives par les fréquences négatives.

Le théorème de Nyquist-Shannon énonce que la fréquence d'échantillonnage d'un signal doit être égale ou supérieure au double de la fréquence maximale contenue dans ce signal, afin de convertir ce signal d'une forme analogique à une forme numérique. Lors de la conver-



sion analogique-numérique, il devient évident qu'une perte d'information se produit si le pas d'échantillonnage est trop grand en comparaison avec les périodes en présence dans le signal : la fréquence d'échantillonnage étant trop faible par rapport aux fréquences considérées.

Par exemple, soit un signal sinusoïdal d'amplitude  $a$  et de fréquence  $f$  :

$$x(t) = a \cos(2\pi ft) \quad (1)$$

En l'échantillonnant avec un pas  $T$  soit une fréquence de  $\frac{1}{T}$  on obtient la suite de valeurs numériques :

$$x_n = a \cos(2\pi n f T) \quad (2)$$

Soit maintenant le signal d'amplitude  $b$  et de fréquence  $\frac{1}{T} - f$  :

$$y(t) = b \cos(2\pi(\frac{1}{T} - f)t) \quad (3)$$

Une fois échantillonné à la même fréquence, il devient :

$$y_n = b \cos(2\pi n(\frac{1}{T} - f)T) = b \cos(2\pi n(1 - fT)) \quad (4)$$

Il est alors possible de déduire :

$$y_n = b \cos(2\pi n f T) \quad (5)$$

Soit :

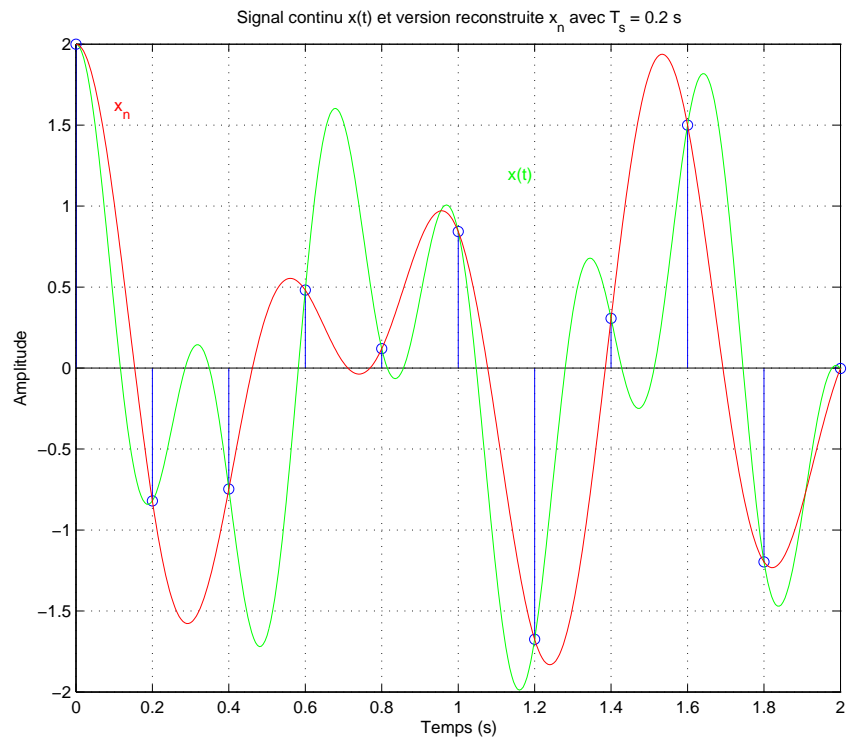
$$x_n + y_n = (a + b) \cos(2\pi n f T) \quad (6)$$

Ainsi dans la somme  $x_n + y_n$ , il est impossible de distinguer ce qui appartient au signal de fréquence  $f$  et à celui de fréquence  $1/T - f$ . Ce résultat conduit au terme anglais aliasing, souvent utilisé en français, qui indique qu'on prend une sinusoïde pour une autre (alias).

Si la plus grande fréquence d'un signal est  $f_M$ , la fréquence  $\frac{1}{T} - f$  ne doit pas appartenir au spectre du signal, ce qui conduit à l'inégalité :

$$\frac{1}{T} \geq 2f_M \quad (7)$$

Pour qu'un signal ne soit pas perturbé par l'échantillonnage, la fréquence d'échantillonnage doit être supérieure au double de la plus haute fréquence contenue dans le signal. Cette fréquence limite s'appelle la fréquence de Nyquist. Un exemple du phénomène de repliement est présenté sur la figure 2.



**FIGURE 2** – Illustration du phénomène de repliement (aliasing),  $x(t)$  est le signal original et  $x_n$  le signal reconstruit à partir du signal échantillonné.



# ANNEXE

## Fenêtres

### .3 Les différentes fenêtres

Les fenêtres présentées ici sont les principales utilisées pour les opérations de fenêtrage, notamment dans le calcul de la transformée de Fourier à court terme. Le choix du type de fenêtre est important car il représente à nouveau un compromis (comparable au compromis temps-fréquence) entre la largeur du lobe principal et la hauteur des lobes secondaires dans le domaine fréquentiel.

Le domaine de définition  $[0, T]$  sera pris pour l'expression de chaque fenêtre.

#### .3.1 Fenêtre rectangulaire

##### Expression

La fenêtre rectangulaire est la plus simple, elle est exprimée ainsi :

$$h(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t \in [0, T] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

##### Représentations

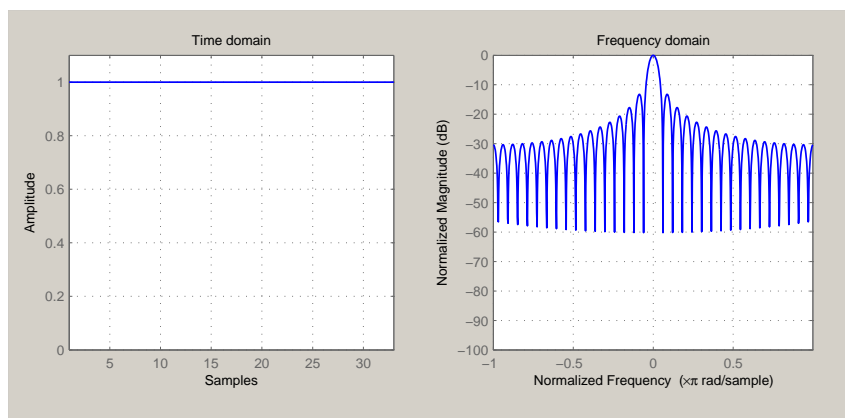


FIGURE 3 – Représentation en temps et en fréquence de la fenêtre rectangulaire.

### .3.2 Fenêtre de Bartlett

#### Expression

La fenêtre Bartlett, ou fenêtre rectangulaire, est exprimée ainsi :

$$h(t) = \begin{cases} 1 - 2 \left| \frac{t}{T} \right| & \text{si } t \in [0, T] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

#### Représentations

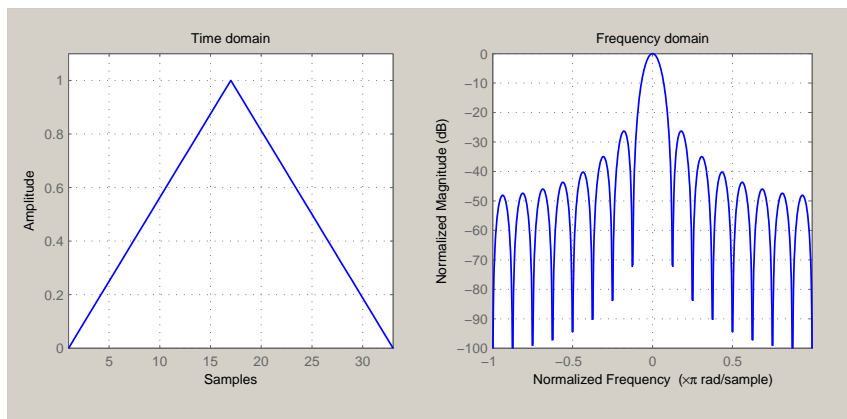


FIGURE 4 – Représentation en temps et en fréquence de la fenêtre Bartlett.

### .3.3 Fenêtre de Hanning

#### Expression

La fenêtre Hanning est exprimée ainsi :

$$h(t) = \begin{cases} 0,5 + 0,5 \cos(2\pi \frac{t}{T}) & \text{si } t \in [0, T] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

## Représentations

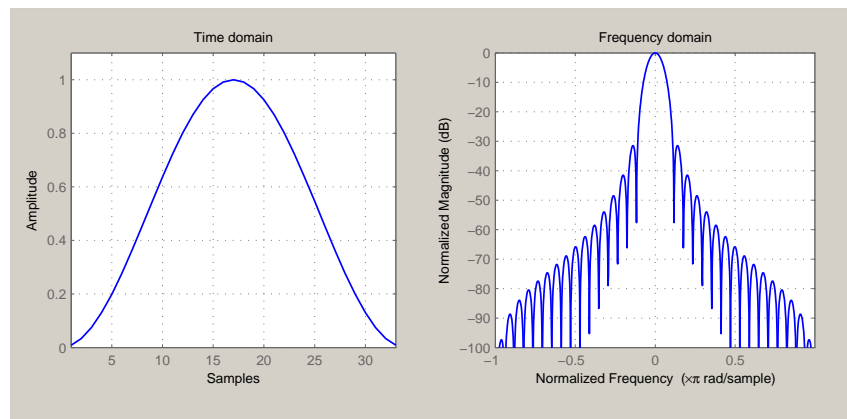


FIGURE 5 – Représentation en temps et en fréquence de la fenêtre Hanning.

### .3.4 Fenêtre de Hamming

#### Expression

La fenêtre Hamming est exprimée ainsi :

$$h(t) = \begin{cases} 0,54 + 0,46\cos(2\pi\frac{t}{T}) & \text{si } t \in [0, T] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

## Représentations

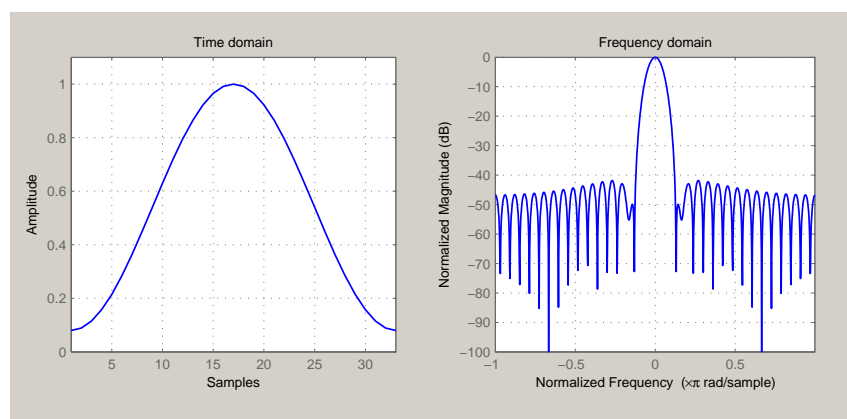


FIGURE 6 – Représentation en temps et en fréquence de la fenêtre Hamming.

### .3.5 Fenêtre de Blackman

#### Expression

La fenêtre Blackman est exprimée ainsi :

$$h(t) = \begin{cases} 0,42 + 0,5\cos(2\pi\frac{t}{T}) + 0,08\cos(4\pi\frac{t}{T}) & \text{si } t \in [0, T] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

## Représentations

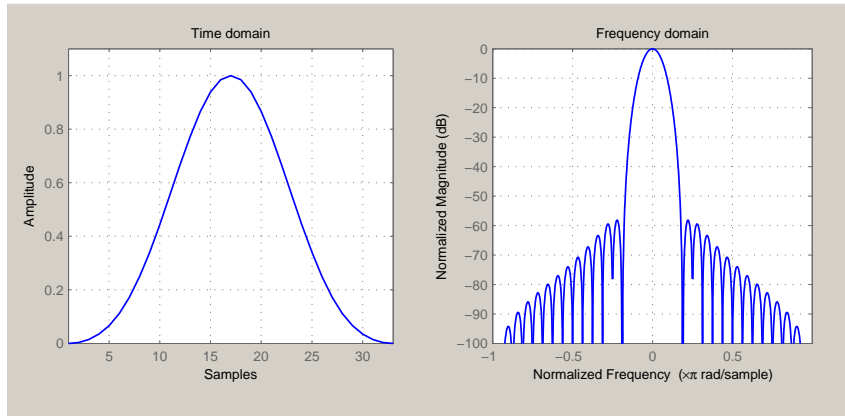


FIGURE 7 – Représentation en temps et en fréquence de la fenêtre Blackman.

### .3.6 Fenêtre de Blackman-Harris 4 T

#### Expression

La fenêtre Blackman-Harris à 4 termes est exprimée ainsi :

$$h(t) = \begin{cases} 0,040217 + 0,4970\cos(2\pi\frac{t}{T}) + 0,09892\cos(4\pi\frac{t}{T}) + 0,00188\cos(6\pi\frac{t}{T}) & \text{si } t \in [0, T] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

#### Représentations

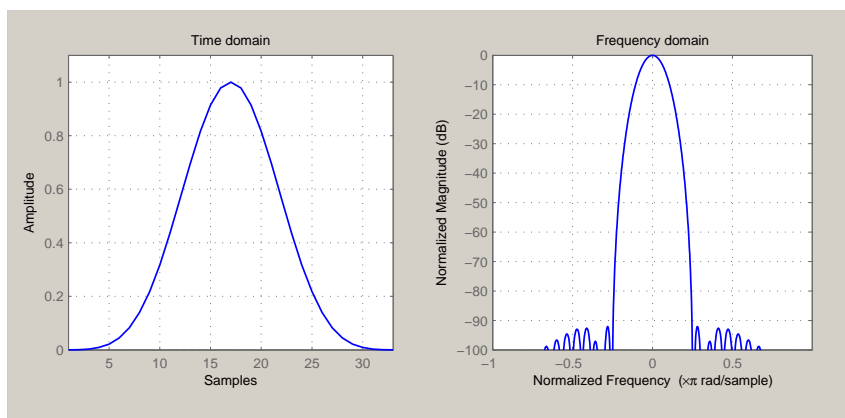


FIGURE 8 – Représentation en temps et en fréquence de la fenêtre BlackmanHarris.

### .3.7 Propriétés des différentes fenêtres

Pour comparer les propriétés des différentes fenêtres, il est plus simple de les présenter sous la forme d'un tableau (Figure 1). Les propriétés importantes sont l'amplitude des lobes secondaires et la largeur du lobe principal à -3 décibels (dB), ainsi que les pertes énergétiques en pourcentage.

Fenêtre	Amplitude du lobe secondaire (dB)	Largeur du lobe principal (-3 dB)
Rectangulaire	-13	0,9
Triangulaire	-27	1,3
Hanning	-32	1,4
Hamming	-43	1,3
Blackman-Harris	-58	1,7

**TABLE 1** – Caractéristiques des principales fenêtres d'observation.





## ANNEXE

# Bioréacteur, précisions techniques

### .4 Carte d'acquisition

Le modèle de carte utilisé pour l'acquisition est une carte National Instrument NI DAQPad-6015 fonctionnant sur un port usb. Les caractéristiques de cette carte sont les suivantes (Table 2) :

Entrées/Sorties analogiques	16/2
Résolution	16 bits
Fréquence d'échantillonnage	200 KS/s
Voltage d'entrée/sortie	$\pm 0,05$ à $\pm 10V$

**TABLE 2** – Caractéristiques de la carte d'acquisition NI DAQPad-6015 utilisée pour l'acquisition et le pilotage du bioréacteur.

### .5 Amplificateur de courant

Le bioréacteur est actionné par un électro-aimant, lui-même piloté par un amplificateur de courant. Cet amplificateur va augmenter le courant de commande pour permettre une puissance suffisante pour la frappe. Cet amplificateur de courant est alimenté par une tension +12 V/ -12V.

L'amplificateur choisi est assez basique 9, il comporte un ampli-opérationnel et deux transistors complémentaires.

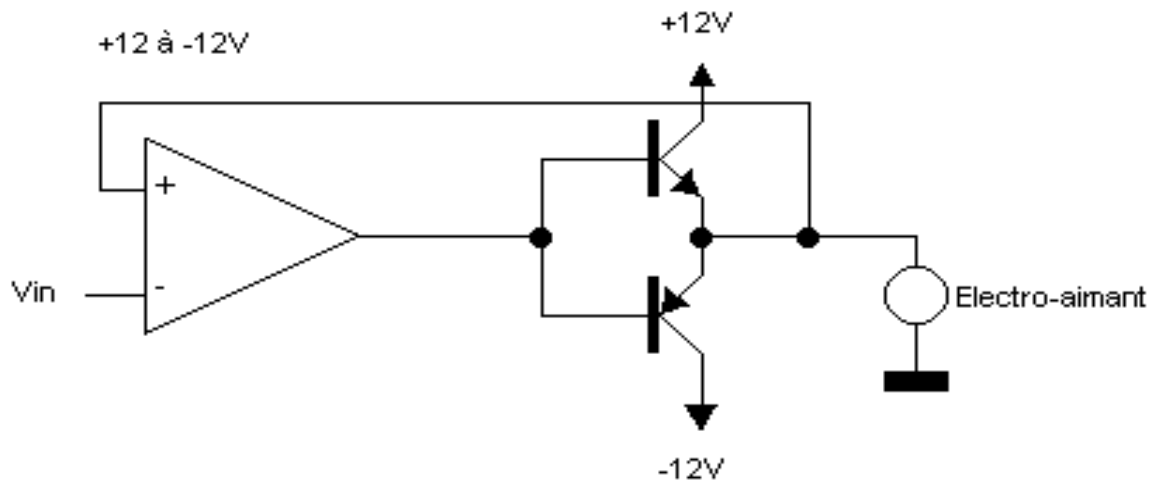
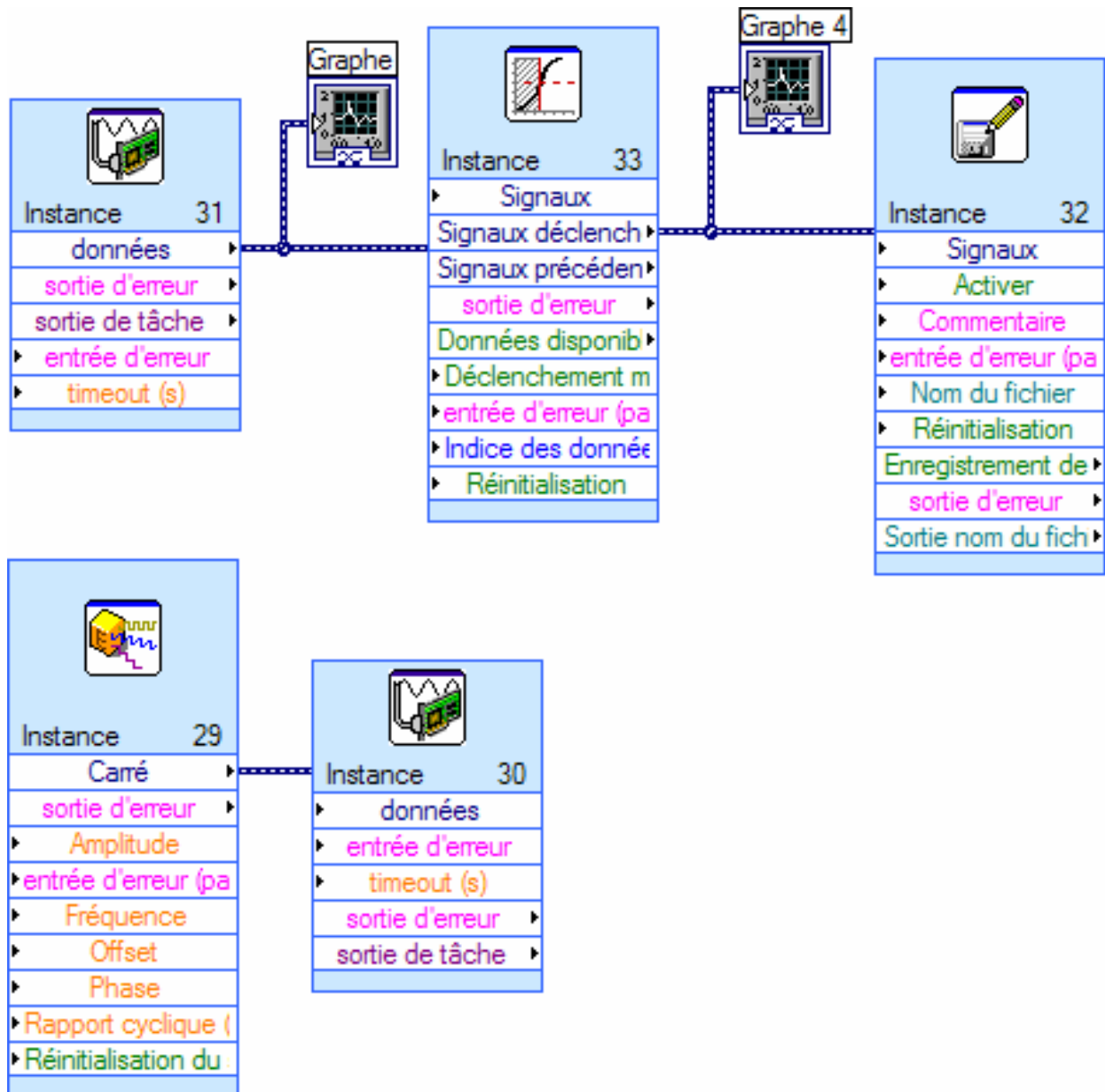


FIGURE 9 – Schéma de l'amplificateur de courant utilisé pour piloter l'électro-aimant du bioréacteur.

## .6 Programme LabVIEW®

Le logiciel LabVIEW® a été utilisé pour le pilotage et l'acquisition des signaux, il repose sur un mode de programmation graphique. Le programme de pilotage et d'acquisition des signaux est présenté figure 10.



**FIGURE 10** – Programme LabVIEW® de pilotage du bioréacteur et d'acquisition des signaux. La séquence du bas permet le pilotage du bioréacteur via la génération d'un signal carré. La séquence du haut réalise l'acquisition des signaux et permet la détection automatique des impulsions de chocs sur front montant pour l'enregistrement.



## Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne

N°ordre : 461 IVS

**Laurent Navarro**

**Three-dimensional representation of the phase of a signal in a time-frequency plan - Contribution to the analysis of quasi-stationary signals.**

**Specialty** : Image, Vision, Signal

**Keywords** : Time-frequency analysis ; 3D phase spectrogram ; 3D frequency spectrogram.

**Abstract** : This doctorat thesis deals with the three-dimensional representation of the phase in a time-frequency plan. The application to quasi-stationary signals is carried out in this manuscript.

The short-term Fourier transform of a signal is performed by convolution of the latter with a window moving with respect to time. The result is a complex distribution in a time-frequency plan in which a module and a phase can be calculated.

The short-term Fourier transform of a signal contains frequency information whose accuracy is limited by Heisenberg-Gabor's principle of time-frequency uncertainty. As for the phase, it contains some much more accurate information about the temporal localization of frequencies than the module does ; nevertheless, this information is very difficult to read directly. Frequency and phase spectrograms constitute an interesting solution to compensate for this difficulty, but limitations exist, notably as regards the choice of an energetic observation threshold.

Continuous formulation of frequency and phase spectrograms is introduced and studied in this manuscript. It allows a mathematical development of instant phase for signals whose analytic expression is known. The analysis of quasi-stationary processes allows an interpretation of the behaviour of these new representations and thus underlines some of their properties.

Consequently, a new concept of three-dimensional representations - time-frequency-phase and time-frequency-small frequency variations- is created. These three-dimensional representations are performed through a mapping process of the frequency and phase spectrograms on the square module of the short-term Fourier transform.

The three-dimensional frequency and phase spectrograms thus created allow direct observation of phase variations and small frequency variations, taking amplitudes into consideration (energy shared out across the time-frequency plan). The thresholding process is not necessary any longer or only becomes an aid to interpretation and not a limitation to the representation. The new representations prove to be competitive tools in the frame of the study of quasi-stationary signals such as musical or biomedical signals. They offer new perspectives because they present, in a simple way, information that once needed numerous manipulations to be accessible.

## Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne

N°ordre : 461 IVS

**Laurent Navarro**

**Représentation tridimensionnelle de la phase dans un plan temps-fréquence -  
Contribution à l'analyse des signaux quasi-stationnaires.**

**Spécialité** : Image, Vision, Signal

**Mots-clés** : Analyse temps-fréquence ; Spectrogramme de phase tridimensionnel ; Spectrogramme de fréquence tridimensionnel.

**Résumé** : Cette thèse de doctorat porte sur la représentation tridimensionnelle de la phase dans un plan temps-fréquence. L'application aux signaux quasi-stationnaires est effectuée dans ce manuscrit.

La transformée de Fourier à court terme d'un signal est réalisée par convolution de ce dernier avec une fenêtre glissante par rapport au temps. Il en résulte une distribution complexe dans un plan temps-fréquence, où un module et une phase peuvent être calculés.

Le module de la transformée de Fourier à court terme d'un signal contient des informations fréquentielles, dont la précision est limitée par le principe d'inégalité temps-fréquence d'Heisenberg-Gabor. La phase quant à elle contient des informations de localisation temporelle des fréquences beaucoup plus précises que le module, cependant ces informations sont très difficiles à interpréter de manière directe. Les spectrogrammes de fréquence et de phase constituent une solution intéressante pour pallier cette difficulté mais des limitations existent, notamment en ce qui concerne le choix d'un seuil énergétique d'observation.

La formulation continue des spectrogrammes de fréquence et de phase est introduite et étudiée dans ce manuscrit. Celle-ci permet un développement mathématique, pour des signaux dont l'expression analytique est connue, de la phase instantanée. L'analyse de processus quasi-stationnaires permet une interprétation du comportement de ces nouvelles représentations et permet ainsi de mettre en évidence certaines de leurs propriétés.

En conséquence, un nouveau concept de représentations tridimensionnelles temps-fréquence-phase et temps-fréquence-faibles variations de fréquence est créé. Ces représentations tridimensionnelles sont réalisées par une opération de "mapping" des spectrogrammes de fréquence et de phase sur le module carré de la transformée de Fourier à court terme.

Les spectrogrammes de fréquence et de phase tridimensionnels ainsi créés permettent l'observation directe des variations de phase et des faibles variations de fréquence en tenant compte des amplitudes (énergie répartie dans le plan temps-fréquence). L'opération de seuillage n'est donc plus nécessaire ou devient seulement une aide à l'interprétation et non pas une limitation de la représentation.

Ces nouvelles représentations se révèlent être des outils performants dans le cadre de l'étude de signaux quasi-stationnaires, comme les signaux musicaux ou les signaux biomédicaux. Elles ouvrent de nouvelles perspectives car elles présentent de manière simple des informations qui nécessitaient auparavant de nombreuses manipulations pour être accessibles.