



**HAL**  
open science

# Caractérisation de texture d'échographie RF par champ markovien.

Nizar Bouhlel

► **To cite this version:**

Nizar Bouhlel. Caractérisation de texture d'échographie RF par champ markovien.. Mathématiques [math]. Université René Descartes - Paris V, 2006. Français. NNT: . tel-00168529v2

**HAL Id: tel-00168529**

**<https://theses.hal.science/tel-00168529v2>**

Submitted on 5 Jul 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**UNIVERSITÉ RENÉ DESCARTES - PARIS 5**  
**Centre Universitaire des Saints-Pères**  
**UFR DE MATHÉMATIQUES ET INFORMATIQUE**

**Thèse**

en vue de l'obtention du grade de

**Docteur de l'Université René Descartes - Paris 5**

**Discipline : Mathématiques Appliquées**  
**Spécialité : Probabilités**

présentée par

**Nizar BOUHLEL**

---

**Caractérisation de texture d'échographie RF  
par champ markovien**

---

Soutenue publiquement le 21 décembre 2006, devant le jury composé de :

Christine GRAFFIGNE	Directrice de thèse
Meriem JAIDANE	Directrice de thèse
Sylvie SEVESTRE-GHALILA	Co-directrice de thèse
Françoise PRETEUX	Présidente
Pascal LAUGIER	Examineur
Bernard CHALMOND	Rapporteur
Kamel HAMROUNI	Rapporteur



**À mes parents**  
**À mes frères et ma soeur**



# Remerciements

Ce travail a été réalisé entre le Laboratoire de Mathématiques Appliquées de Paris 5 de l'Université René Descartes et l'Unité Signaux et Systèmes à l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis. J'adresse mes vifs remerciements à Madame Christine GRAFFIGNE, responsable du laboratoire MAP5 et directrice de thèse, pour son accueil, ses nombreux conseils et son soutien tout au long de mon travail de thèse. Je n'omettrai pas de remercier Madame Mériem JAIDANE, professeur à l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis et directrice de ma thèse, pour son soutien aussi bien scientifique que humain tout au long de ce parcours de thèse.

Je voudrais aussi remercier Sylvie SEVESTRE-GHALILA, sans qui cette thèse n'aurait pas vu le jour. Je lui suis reconnaissant de m'avoir formé à travers cette expérience de recherche tout en faisant toujours preuve de patience et de disponibilité. Au vu des nombreuses questions scientifiques et logistiques auxquelles elle a dû répondre, elle a assumé cet encadrement en dépassant largement son rôle d'encadreur de thèse.

Je tiens également à exprimer mon profond respect et ma vive gratitude :

A Madame Françoise PRETEUX, professeur à l'Institut National des Télécommunications pour m'avoir fait l'honneur de présider mon jury de thèse.

A Monsieur le Professeur Bernard CHALMOND, et Monsieur Kamel HAMROUNI, d'avoir accepté de rapporter mon travail. Je les remercie de l'intérêt qu'ils ont pu manifester à mon travail, notamment à travers leurs remarques constructives. Qu'ils trouvent ici le témoignage de mon profond respect.

A Monsieur le Professeur Pascal LAUGIER, directeur de recherche CNRS, pour m'avoir confié les données images acquises au sein de son laboratoire qui nous permis d'affiner notre problématique texture et pour l'intérêt qu'il a porté à mon travail. Je le remercie d'accepter le rôle d'examineur pour mon jury de thèse.

Il m'a été très plaisant de côtoyer pendant quatre ans tous les membres du laboratoire MAP5

et ceux de l'U2S. Je me permets en particulier de témoigner ma gratitude à Georges Koepfler. Il m'a été d'une aide précieuse par ses conseils.

Enfin je remercie le secrétariat du laboratoire MAP5, de l'UFR et de l'unité U2S : Nellie, Marie-Hélène et Sana qui ont toujours répondu à mes demandes avec efficacité et sourire.

Mes sincères remerciements à tous les thésards et stagiaires pour cette atmosphère si chaleureuse et cette ambiance amicale qui règnent au 4ème et 7ème étages des Saints Pères. Une pensée particulière à Moez, Faten, Olivier, Béatrice, David, Javiera, Sylvain, Gwendoline et Amandine.

Enfin, je réserve mes remerciements les plus chaleureux à ma famille et mes amis d'enfance qui ont toujours su me soutenir pendant les moments difficiles.

# Résumé

L'échographie est un outil d'imagerie médicale qui s'impose pour le diagnostic de nombreuses pathologies. En conséquence, une large littérature du domaine de l'image s'intéresse à ces images pour fournir des outils d'analyse et de caractérisation tissulaire. L'objectif de cette thèse est de modéliser la texture échographique par des champs markoviens pour en extraire des paramètres susceptibles de caractériser l'organisation des tissus.

Dans **une première partie**, nous évaluons l'habilité des lois de distribution proposées dans la littérature (Gamma,  $\mathcal{K}$  et Nakagami) à modéliser les niveaux de l'enveloppe du signal RF. Nous illustrons par des simulations de texture échographique les liens entre les paramètres de ces lois et les paramètres intrinsèques des diffuseurs, à savoir la densité, l'amplitude et l'espacement entre diffuseurs.

Dans **une deuxième partie**, nous élaborons des modèles spatiaux par l'approche markovienne de façon à obtenir en chaque pixel de l'image une distribution de type  $\mathcal{K}$  ou Nakagami dont les paramètres dépendent de la configuration du voisinage. A l'aide de simulation de ces champs de micro-texture, on illustre le comportement de leurs paramètres.

**La troisième partie** est dédiée à l'application de ces modèles spatiaux sur des images enveloppes simulées. On montre ici l'habilité de ces modèles à décrire la disposition spatiale des diffuseurs qui constituent le tissu, et le lien entre les paramètres du modèle et les propriétés intrinsèques de diffuseurs.

Finalement, les développements futurs de cette approche sont discutés.

**Mots clés :** Image RF, texture, modèle markovien, loi  $\mathcal{K}$ , loi Nakagami, caractérisation.





# Abstract

The ultrasound is a medical imaging tool that imposes itself for the diagnosis of numerous pathologies. As a consequence, many image filed studies are concerned with these images to provide tools of analysis and tissue characterization. The objective of this thesis is to exploit spatial markovien models representing the ultrasound texture that exist in the image to extract susceptible interactions that would describe the organization of these textures.

**In the first part**, we evaluate the efficiency of the distributions proposed in the previous study modeling the RF envelope amplitude. We illustrate, through texture simulations, the links between the parameters of these distributions and the parameters of the scatterers, namely the density, the amplitude and the spacing.

**In the second part**, we elaborate our texture spatial models inspired by the probability modeling RF envelope amplitude. So we obtain in every pixel of the image a local distribution of type  $\mathcal{K}$  or Nakagami. Simulation and parameter estimation were developed.

**The third part** is dedicated to the application of the spatial models on RF simulated images. We show here the adequate models for the description of the spatial arrangement of the scatterers constituting the tissue, and the connection of the model parameters with the intrinsic properties of the scatterers.

Finally, the future development of this approach are to be discussed.

**Keywords :** RF image, texture, markov model,  $\mathcal{K}$ -distribution, Nakagami distribution, characterization.



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Imagerie ultrasonore : de l'onde à l'image enveloppe</b>	<b>25</b>
1.1	Principe de l'échographe . . . . .	25
1.1.1	La sonde . . . . .	27
1.1.2	Onde ultrasonore émise et ses paramètres . . . . .	27
1.1.3	Interaction onde-tissu . . . . .	28
1.1.4	Acquisition du signal RF . . . . .	29
1.1.5	Du signal RF à l'image . . . . .	29
1.2	Simulateurs RF . . . . .	30
1.2.1	Simulation d'un signal RF . . . . .	30
1.2.2	Autres Simulateurs . . . . .	35
1.3	Conclusion . . . . .	36
<b>2</b>	<b>Modélisation des niveaux de l'image enveloppe : apport et insuffisance</b>	<b>37</b>
2.1	Quelques modèles classiques . . . . .	38
2.1.1	Enveloppe d'un signal RF sous hypothèse du modèle discret des diffuseurs . . . . .	38
2.1.2	Modèle Rayleigh . . . . .	39
2.1.3	Modèle Rice . . . . .	42
2.2	Modèle $\mathcal{K}$ . . . . .	45
2.2.1	Paramètres de la loi $\mathcal{K}$ et propriétés intrinsèques des diffuseurs . . . . .	47

2.2.2	Illustrations par simulations de signaux RF . . . . .	49
2.3	Modèle Nakagami . . . . .	51
2.3.1	Comparaison avec les autres lois . . . . .	55
2.3.2	Paramètres de Nakagami et propriétés des diffuseurs . . . . .	56
2.4	Ambiguïté et limitation de la modélisation des amplitudes . . . . .	60
2.5	Conclusion . . . . .	62
<b>3</b>	<b>Conception d'un modèle spatial de la texture échographique</b>	<b>65</b>
3.1	Cadre de travail . . . . .	65
3.2	Deux modèles markoviens de type Gamma . . . . .	68
3.2.1	Le modèle auto-Gamma . . . . .	69
3.2.2	Autre modèle markovien Gamma . . . . .	71
3.3	Le modèle spatial $\mathcal{K}$ . . . . .	75
3.3.1	Construction à partir des modèles markoviens Gamma . . . . .	75
3.3.2	Synthèse de texture obéissant au modèle spatial $\mathcal{K}$ . . . . .	77
3.4	Le modèle markovien Nakagami . . . . .	78
3.4.1	Construction du modèle et markoviénité . . . . .	81
3.4.2	Synthèse de texture . . . . .	82
3.5	Estimation des paramètres des champs de Markov . . . . .	84
3.5.1	A partir des moindres carrés conditionnels (MCC) . . . . .	86
3.5.2	Stabilité des estimations . . . . .	87
3.6	Conclusion . . . . .	90
<b>4</b>	<b>Application à la caractérisation de texture échographique</b>	<b>91</b>
4.1	Les choix de mise en œuvre . . . . .	91
4.2	Pouvoir de caractérisation des paramètres des modèles spatiaux . . . . .	94
4.3	Lien entre les paramètres des champs et ceux des diffuseurs . . . . .	96
4.3.1	Cas du modèle spatial $\mathcal{K}$ . . . . .	96

---

4.3.2	Cas du modèle markovien Nakagami . . . . .	102
4.3.3	Discussion autour de la caractérisation des diffuseurs par les paramètres des modèles globaux et spatiaux . . . . .	104
4.4	Conclusion . . . . .	107
<b>5</b>	<b>Conclusion et Perspectives</b>	<b>109</b>
<b>A</b>	<b>Calcul de la densité de la loi <math>\mathcal{K}</math></b>	<b>113</b>
<b>B</b>	<b>Démarche aléatoire cohérente</b>	<b>115</b>
<b>C</b>	<b>Estimation du paramètre forme de la loi <math>\mathcal{K}</math></b>	<b>117</b>
C.1	Méthode des moments . . . . .	117
C.2	Méthode de Raghavan's . . . . .	118
C.3	Méthode de Maximum de vraisemblance MV . . . . .	118
C.4	Méthode EM . . . . .	119
<b>D</b>	<b>Effet de la transformation logarithmique sur les modèles introduits</b>	<b>121</b>
D.1	Le modèle d'amplification logarithmique . . . . .	121
D.2	Speckle entièrement développé . . . . .	122
D.3	Speckle partiellement développé . . . . .	123
D.4	Décompression en utilisant la loi de Nakagami . . . . .	124
<b>E</b>	<b>Quelques Modèles markoviens classiques</b>	<b>127</b>
E.1	Le modèle auto-binomial . . . . .	127
E.2	Le modèle auto-normal . . . . .	128



# Liste des tableaux

1.1	Catégories de son en fonction de la fréquence. . . . .	27
2.1	Tableau de corrélation entre les paramètres $(\alpha, \beta)$ de la loi $\mathcal{K}$ et les propriétés des diffuseurs $(N, SNR_a, u)$ . . . . .	51
2.2	Relation entre Nakagami et les lois Rayleigh et Rice pour différentes valeurs de $m$	56
2.3	Tableau de corrélation entre les paramètres $(m, \Omega)$ de la loi Nakagami et les propriétés des diffuseurs $(N, SNR_a, u)$ . . . . .	58
2.4	Des configurations possibles de triplets $(N, SNR_a, u)$ aboutissant aux mêmes valeurs des paramètres $(\alpha, \beta)$ de la loi $\mathcal{K}$ . . . . .	60
2.5	Des configurations possibles de triplets $(N, SNR_a, u)$ aboutissant aux mêmes valeurs des paramètres $(m, \Omega)$ de la loi Nakagami. . . . .	61
3.1	Indices "sr" du paramètre d'interaction $b_{sr}$ du modèle stationnaire suivant la direction reliant $s$ à son voisin. . . . .	70
3.2	Valeurs des paramètres du modèle auto-Gamma pour les trois simulations de la figure 3.2. . . . .	71
3.3	Comparaison entre les valeurs estimées et les valeurs utilisées pour les simulations.	71
3.4	Valeurs des paramètres du modèle Gamma pour les trois simulations. . . . .	75
3.5	Comparaison entre les valeurs estimées et les valeurs utilisées pour la simulation.	75
3.6	Valeurs des paramètres utilisés pour les trois simulations du modèle spatial $\mathcal{K}$ . . .	78
3.7	Comparaison entre les valeurs estimées $(\hat{\alpha}_{\mathcal{K}}, \hat{\beta}_{\mathcal{K}})$ et les valeurs utilisées pour la simulation. . . . .	78
3.8	Valeur des paramètres du modèle Nakagami pour les trois simulations. . . . .	82



3.9	Estimation des paramètres du champ markovien Nakagami par la méthode du maximum de vraisemblance. . . . .	84
3.10	Tableau comparatif des valeurs estimées des simulations de la figure (3.4) à l'ordre 2 pour le modèle spatial $\mathcal{K}$ . . . . .	88
3.11	Tableau comparatif des valeurs estimées et simulées pour le modèle Nakagami. . . . .	88
4.1	Estimation des paramètres du modèle markovien Nakagami pour l'ordre 2, et les paramètres globaux sur les trois textures de la figure (4.1). . . . .	93
4.2	Estimation des paramètres du modèle spatial $\mathcal{K}$ pour l'ordre 2, et les paramètres globaux sur les trois textures de la figure (4.1). . . . .	94
4.3	Valeur des estimations des paramètres $(a_s, b_1)$ du champ $\mathcal{K}$ pour les configurations de triplet $(N, SNR_a, u)$ aboutissant à la même valeur du paramètre $\alpha_{\mathcal{K}}$ et $\beta_{\mathcal{K}}$ de la loi $\mathcal{K}$ . . . . .	95
4.4	Valeur des estimations des paramètres du champ Nakagami pour des configurations de triplet $(N, SNR_a, u)$ aboutissant à la même valeur du couple de paramètres $(\alpha_{\mathcal{N}}, \beta_{\mathcal{N}})$ de la loi $\mathcal{N}$ . . . . .	95
4.5	Matrice de corrélation entre $(N, SNR_a, u, \beta_{\mathcal{K}}, a_s, b_1)$ pour le modèle $\mathcal{K}$ estimée sur les 504 simulations. . . . .	96
4.6	Matrice de corrélation entre $(N, SNR_a, u, \beta_{\mathcal{K}}, a'_s, b'_1)$ pour le modèle $\mathcal{K}$ . . . . .	98
4.7	Matrice de corrélation entre $(N, SNR_a, u, \beta_{\mathcal{N}}, a_s, b_1)$ pour le modèle Nakagami . . . . .	102
4.8	Matrice de corrélation entre $(N, SNR_a, u, \beta_{\mathcal{N}}, a'_s, b'_1)$ pour le modèle Nakagami. . . . .	104
E.1	Valeurs des paramètres du modèle auto-binomial pour les trois simulations précédentes. . . . .	128
E.2	Valeur des paramètres du modèle auto-normal pour les quatre simulations. . . . .	129

# Table des figures

1.1	Schéma bloc d'un échographe clinique. . . . .	26
1.2	Illustration du mode A. . . . .	26
1.3	Schéma synoptique du bloc de détection de l'enveloppe du signal écho. . . . .	31
1.4	Deux signaux RF pour deux densités différentes $N_1 = 4$ et $N_2 = 40$ . La variation de l'amplitude est constante et la répartition des diffuseurs est uniforme. . . . .	32
1.5	Deux signaux RF pour deux variations d'amplitudes différentes $SNR_a = 1$ et $SNR_a = 0.2$ . La densité des diffuseurs est considérée constante $N = 40$ et la répartition des diffuseurs est uniforme. . . . .	33
1.6	Répartition des diffuseurs dans une cellule de résolution quand la distance entre diffuseurs (axe abscisse) est gérée par une loi Gamma de paramètre forme $u$ (axe ordonné). . . . .	34
1.7	3 types de texture pour 3 différentes organisations : du moins régulier au plus régulier. La densité des diffuseurs est la même et égale à 50 et $u \in \{0.1, 1, 10\}$ . . . . .	35
2.1	Fonction densité de probabilité de la loi Rayleigh $\sigma f_{\mathcal{A}}(A)$ en fonction de $A/\sigma$ . . . . .	40
2.2	Les histogrammes des images enveloppes simulées pour différentes densités de diffuseurs $N=\{40,15,7,4\}$ comparés à la densité de loi Rayleigh. . . . .	41
2.3	Evolution du SNR en fonction du nombre de diffuseurs $N$ . . . . .	42
2.4	Fonction densité de probabilité de Rice multipliée par $\sigma$ : $\sigma f(A)$ pour différentes valeurs du rapport $k$ en fonction de $A/\sigma$ . . . . .	44
2.5	Variation du $SNR_{\mathcal{R}}$ en fonction du rapport $k = R_0/\sigma$ . . . . .	45
2.6	Fonction densité de probabilité de loi $\mathcal{K}$ pour différentes valeurs du paramètre $\alpha$ . . . . .	47

2.7	Évolution du $SNR_{\mathcal{K}}$ de la loi $\mathcal{K}$ en fonction du paramètre forme $\alpha$ . . . . .	48
2.8	(a) Courbe de variation du rapport signal sur bruit (SNR) de l'enveloppe du signal écho simulé en fonction du $(SNR_a)$ pour différentes densités $N \in \{7, 13, 40\}$ . (b) Courbe de variation du rapport $\alpha/N$ de l'enveloppe du signal écho simulé en fonction du $(SNR_a)$ pour les densités $N \in \{7, 13, 25, 40\}$ . . . . .	50
2.9	Variation des paramètres $(\alpha, \beta)$ de la loi $\mathcal{K}$ en fonction des paramètres $N, SNR_a$ et $u$ . . . . .	52
2.10	Rapport signal sur bruit $SNR_{\mathcal{N}}$ pour la loi Nakagami en fonction du paramètre forme $m$ . . . . .	54
2.11	Fonction densité de probabilité de la loi de Nakagami avec $\Omega = 1$ pour différentes valeurs de $m$ . . . . .	56
2.12	Valeurs de $m$ pour un espacement très régulier $u = 10$ . . . . .	58
2.13	Variation des paramètres $(m, \Omega)$ de la loi Nakagami en fonction des paramètres $N, SNR_a$ et $u$ . . . . .	59
2.14	Des configurations de triplets $(N, SNR_a, u)$ aboutissant aux mêmes valeurs de $(\alpha, \beta)$ de la loi $\mathcal{K}$ . Les simulations sont de taille $100 \times 700$ . . . . .	63
2.15	Des configurations de triplets $(N, SNR_a, u)$ aboutissant aux mêmes valeurs de $\alpha_{\mathcal{N}}$ de la loi Nakagami. Les simulations sont de taille $100 \times 700$ . . . . .	64
3.1	Voisinage d'ordre 1 (1 <sup>er</sup> ligne), d'ordre 2 (2 <sup>eme</sup> ligne) et les cliques associées. . .	66
3.2	Simulations de texture par l'échantillonneur de Gibbs pour le modèle auto-Gamma de taille $100 \times 100$ : (a), (b) et (c). Les figures (a'), (b') et (c') correspondent à l'image de $\left( a_s + \sum_{r \in V_s} b_{sr} x_r \right)_{s \in S}$ pour les paramètres utilisés dans (a), (b) et (c). .	72
3.3	Exemples de simulation de texture par l'échantillonneur de Gibbs pour le modèle Gamma de taille $100 \times 100$ : (a), (b) et (c). Les figures (a'), (b') et (c') correspondent aux images de $(\alpha_g^s)_{s \in S}$ . . . . .	74
3.4	Exemples de simulation réalisées par l'échantillonneur de Gibbs pour le modèle $\mathcal{K}$ de taille $100 \times 100$ : (a),(b) et (c). Les figures (a'), (b') et (c') correspondent aux images de $(\alpha_{\mathcal{K}}^s)_{s \in S}$ . . . . .	79

3.5	(a) Histogramme de la simulation de la figure (3.4.a) et ajustement de l'histogramme à la loi $\mathcal{K}$ , (b) Histogramme des $(\alpha_s^{\mathcal{K}})_{s \in \mathcal{S}}$ , (c) et (d) Evolution des paramètres $(\hat{\alpha}_{\mathcal{K}}, \hat{\beta}_{\mathcal{K}})$ en fonction du nombre d'itérations de l'échantillonneur de Gibbs, (e) et (f) Evolution de la moyenne et de l'écart-type de la simulation. . . . .	80
3.6	Trois exemples de réalisation du champ Nakagami (a,b,c) et les images de $(\alpha_s^{\mathcal{N}})_{s \in \mathcal{S}}$ correspondantes (a',b',c'). . . . .	83
3.7	Etude de cas de la simulation figure (3.6.a),(a) Histogramme de la simulation et ajustement à la loi de Nakagami, (b) Histogramme des $(\alpha_s^{\mathcal{N}})$ , (c) et (d) Evolution des paramètres $(\hat{\alpha}_{\mathcal{N}}, \hat{\beta}_{\mathcal{N}})$ en fonction du nombre d'itérations de l'échantillonneur de Gibbs, (e) et (f) Evolution de la moyenne et de l'écart-type de la simulation. . . . .	85
3.8	Valeurs des paramètres du modèle $\mathcal{K}$ (resp. Nakagami) à gauche (resp. à droite) $(a, b_1, b_2, b_3, b_4, \beta_{\mathcal{K}})$ en fonction du nombre d'itérations de l'échantillonneur de Gibbs pour le cas de la simulation de la figure (3.4.a) et (3.6.a). . . . .	89
4.1	3 types de texture de taille 400 pixels*100 lignes, pour 3 différentes organisations. Texture à gauche de faible densité avec un effet de groupe, ce qui explique les tâches très claires : $(N = 15, u = 0.1)$ , texture au centre de moyenne densité, sombre par rapport aux autres car la répartition des diffuseurs est aléatoire : $(N = 25, u = 1)$ et texture à droite de forte densité avec répartition régulière : $(N = 50, u = 10)$ . . . . .	93
4.2	Variation des paramètres $(a_s, b_1)$ du modèle spatial $\mathcal{K}$ . (a) et (a') $(a_s, b_1)$ en fonction de $(N, SNR_a)$ pour un espacement $u = 1$ . (b) et (b') $(a_s, b_1)$ en fonction du $(SNR_a, u)$ pour une densité fixe $N = 25$ . (c) et (c') $(a_s, b_1)$ en fonction de $(N, u)$ pour un $SNR_a = 1.4$ . . . . .	97
4.3	Variation des paramètres $(a'_s, b'_1)$ du modèle $\mathcal{K}$ en fonction de $(N, SNR_a, u)$ . (a) cas où $u = 0.1$ . (b) cas où $u=1$ . (c) cas où $u = 4$ . . . . .	100
4.4	Variation des paramètres $(a'_s, b'_1)$ du modèle spatial $\mathcal{K}$ en fonction de $N, SNR_a$ et $u$ . . . . .	101
4.5	Variation des paramètres $(a_s, b_1)$ du modèle markovien Nakagami en fonction de $N, SNR_a$ et $u$ . . . . .	103
4.6	Variation des paramètres $(a'_s, b'_1)$ du modèle markovien Nakagami en fonction de $(N, SNR_a, u)$ . (a) cas où $u = 0.1$ . (b) cas où $u=1$ . (c) cas où $u = 4$ . . . . .	105

4.7	Variation des paramètres $(a'_s, b'_1)$ du modèle markovien Nakagami en fonction de $N, SNR_a$ et $u$ . . . . .	106
D.1	Fonction densité de probabilité de l'enveloppe avec compression logarithmique dans le cas du speckle pleinement développé. Influence des paramètres de l'amplification logarithmique. Ces résultats sont pour $\sigma = 1$ . . . . .	125
D.2	Influence du paramètre $\alpha$ sur la variance de l'image enveloppe avec compression logarithmique $D = 1$ . . . . .	125
D.3	Variation de la variance de la loi de Nakagami compressée en fonction du paramètre $m$ . $D = 1$ . . . . .	126
E.1	Exemples de simulation de texture par l'échantillonneur de Gibbs pour le modèle auto-binomial sur une image de $100 \times 100$ . . . . .	128
E.2	Exemples de simulation de texture par l'échantillonneur de Gibbs pour le modèle auto-normal sur une image de $100*100$ . . . . .	130

# Introduction Générale

Les axes de recherche dans le domaine de l'échographie sont centrés sur deux thèmes : le premier concerne la physique de l'acquisition qui vise l'amélioration de la résolution de l'image par la mise en pratique des technologies de pointe en acquisition d'image. Le second est celui de l'analyse et du traitement du signal et de l'image ultrasonore. Ici, il ne s'agit pas uniquement d'améliorer la qualité de l'image affichée à l'écran de l'échographe, mais aussi d'extraire des informations sur le tissu exploré. Parmi les travaux récents dans ce domaine, citons l'imagerie par agent de contraste ultrasonore [Rog02], l'imagerie ultrasonore 3D temps réel [GBR<sup>+</sup>02] ou encore la caractérisation tissulaire [NSR94], [MSR95], [Sha00], [Sha01], [Sha03], [AK05] champ de travail pour cette thèse. La plupart de ces derniers travaux repose sur l'accès au signal Radio-Fréquence (RF) depuis peu accessible sur quelques rares échographes. Ce dernier est riche en information. C'est pourquoi les chercheurs visent d'en extraire l'information permettant de caractériser les propriétés du tissu.

Le principal objectif de la caractérisation des tissus biologiques est la détection de tissus anormaux : tumeurs, afin de les classer en "malin" ou "bénin". Plusieurs méthodes de caractérisations ont été proposées. Dans ce cadre, la modélisation de la distribution des niveaux de l'enveloppe du signal RF par des lois de distribution a connu beaucoup de succès [NSR94], [MSR95], [Sha95], [SMN<sup>+</sup>96], [Sha00], [Sha01]. Ces lois ont montré certaines efficacités à informer sur les caractéristiques des diffuseurs qui composent le tissu comme la densité, l'espacement et l'amplitude de réflexion à travers les paramètres de ces dernières [NSR94], [CP96], [CP99], [SWZ04] et par conséquent l'identification des tumeurs [SROG93], [SDR<sup>+</sup>00], [SDR<sup>+</sup>01]. La loi Rayleigh [WSSL83], [TSP88] fut la première à être utilisée. Cette loi est valable lorsque le nombre de ces derniers présents dans le tissu est important ce qui permet l'application du théorème centrale limite.

D'autres modèles ont été envisagés, comme la loi de Rice [Sha00], loi  $\mathcal{K}$  [Sha95], [MSR<sup>+</sup>98], [KT99], [SDR<sup>+</sup>00] et loi Nakagami [Sha00]. Les conditions d'ajustement de ces lois à l'enveloppe du signal RF ont été étudiées dans [NSR94], [CP96], [Sha00]. Les auteurs montrent que

le paramètre forme de la loi  $\mathcal{K}$  renseigne sur la densité des diffuseurs et sur la variation de l'amplitude [SROG93], [NSR94], [MSR<sup>+</sup>98]. De plus, ils ont prouvé que ce paramètre discrimine mieux que le rapport signal sur bruit de la loi Rayleigh [SROG93]. Ils utilisent ces conclusions pour caractériser et localiser les tumeurs du sein sur quelques sujets. Plus tard, les mêmes auteurs montrent que le paramètre forme de la loi Nakagami, renseigne non seulement sur les deux caractéristiques précédentes, mais aussi sur l'espacement des diffuseurs et sur l'existence de régularités dans le tissu [Sha00].

Une représentation probabiliste restreinte à la distribution des amplitudes de l'image enveloppe ignore l'information provenant de l'organisation spatiale des diffuseurs qui composent le tissu et donc celle de la texture échographique de l'image. On peut remédier à cette insuffisance par l'utilisation de modèles spatiaux. Les modèles stochastiques, comme les champs de Markov ou les modèles Auto-Régressifs bidimensionnels sont les plus utilisés en traitement d'images texturées. L'intérêt de la modélisation markovienne de texture réside en sa capacité à intégrer des lois de probabilités décrivant la distribution locale de l'enveloppe de l'image RF. Celle-ci a alors des paramètres qui vont dépendre du contexte local à travers les niveaux du voisinage du pixel. Dans la littérature, on trouve l'exemple du champ markovien gaussien [CC85]. Malheureusement, ce type de champ donne alors une loi locale gaussienne qui ne fait pas partie de celles reconnues comme adaptées à l'enveloppe du signal RF.

C'est pourquoi dans cette thèse on s'intéresse à la modélisation des textures ultrasonores par des champs markoviens conduisant à des lois de distributions locales représentant l'enveloppe du signal RF. Deux lois de distribution sont étudiées : la loi  $\mathcal{K}$  et la loi Nakagami. En dehors de la modélisation spatiale de la texture de l'image enveloppe, on s'emploie ici à relier les paramètres du modèle markovien aux propriétés intrinsèques des diffuseurs à savoir la densité, l'amplitude et l'espacement [BSC06], [BSMC06]. Pour ce faire, le modèle résultant est testé sur des textures synthétiques construites par simulateur d'échographes.

Le plan du manuscrit s'articule comme suit : Le premier chapitre est consacré à la physique ultrason. En premier lieu, nous rappelons le principe de l'onde ultrasonore : vitesse, fréquence et longueur d'onde ainsi que les phénomènes de réflexion, réfraction et absorption des ultrasons par différents milieux. En second lieu, nous poursuivons avec les différents mécanismes de la formation de l'image ultrasonore en commençant par la sonde, premier élément de la chaîne d'acquisition de l'image, et enchaînant avec les différents prétraitements et post-traitements appliqués à l'image. A la fin de ce chapitre, deux simulateurs d'images échographiques sont présentés et illustrés par des exemples de simulation d'échographies.

Dans le chapitre 2, les lois de distributions régissant l'enveloppe du signal écho  $y$  sont rappelées. Une étude de la loi  $\mathcal{K}$  et de la loi Nakagami  $y$  est détaillée. Il s'agit ici de présenter ces lois et le modèle produit régissant leur apparition. Ensuite, nous illustrons l'évolution et le lien entre les paramètres de ces lois et les paramètres intrinsèques des diffuseurs à l'aide signaux RF simulés par l'un des simulateurs présentés au premier chapitre. A ce stade nous montrons aussi les limitations du pouvoir descripteur des paramètres de ces lois qui restent identiques pour des configurations différentes du triplet (densité, amplitude, espacement) des diffuseurs, notamment quand ces derniers ont différentes organisations spatiales.

Le chapitre 3 est le résultat de notre contribution. Il y propose une modélisation spatiale de textures échographiques à l'aide de champs aléatoires permettant de conserver une distribution locale de type  $\mathcal{K}$  ou Nakagami. Ces dernières étant fonction de la loi Gamma, c'est à travers cette loi que la modélisation markovienne est introduite. Deux cas possibles sont présentés : le premier est déduit des auto-modèles de Besag et le deuxième est un modèle markovien général. Ce second est plus proche que le premier de la réalité physique des textures échographiques. Nous montrons que quel que soit le modèle Gamma choisi, la loi  $\mathcal{K}$  ne permet pas d'aboutir à un champ markovien de texture. A la fin de ce chapitre des simulations sont présentées pour chacun de ces modèles. Nous travaillons aussi sur l'estimation des paramètres du modèle de texture élaboré qui repose sur la méthode des moindres carrés conditionnelle.

Le chapitre 4 est axé sur l'application des modèles précédents à des simulations d'image enveloppe. Le premier objectif de ce chapitre est de déterminer le pouvoir de caractérisation des paramètres des modèles spatiaux élaborés. On montre notamment que les simulations ambiguës décelées au chapitre (2) pour des configurations de triplet pour lesquelles l'histogramme s'ajuste à une loi  $\mathcal{K}$  ou Nakagami ayant les mêmes paramètres disparaissent. Le deuxième objectif consiste à montrer l'évolution des paramètres du champ en fonction de ces diffuseurs.

Enfin, la conclusion générale présente une synthèse de ce travail et dégage les nombreuses perspectives qui en découlent.





# Chapitre 1

## Imagerie ultrasonore : de l'onde à l'image enveloppe

L'imagerie échographique est couramment utilisée en médecine dont le principe repose sur l'exploration du corps humain à l'aide d'ondes ultrasonores. L'onde ultrasonore est transmise dans le milieu de propagation par l'intermédiaire d'une source émettrice d'onde appelée sonde. Excitée électriquement, elle émet une impulsion ultrasonore dans une gamme de fréquence allant de 2 à 12 Mhz pour le cas de l'imagerie médicale. Après l'application de l'impulsion, la sonde se transforme en récepteur. L'énergie de l'onde retournée par les obstacles de grande taille (réflexion) ou par les inhomogénéités du milieu (diffusion) est reconvertie en signal électrique, appelé signal de Radio-Fréquence ou encore signal RF.

L'objectif de ce chapitre est de donner une introduction technique au fonctionnement de l'échographe d'une façon générale ainsi que les étapes de formation du signal Radio-Fréquence (RF) et celui de l'image enveloppe. Cette introduction sera exploitée pour la synthèse de simulations d'image enveloppe. Nous traitons aussi, le contenu du signal RF qui n'est autre que le résultat de l'interaction de l'onde ultrasonore émise et le tissu.

### 1.1 Principe de l'échographe

Malgré la diversification des systèmes suivant les constructeurs, les performances et la complexité, le schéma fonctionnel des échographes demeure le même. En effet chaque appareil possède : des sondes, un bloc d'acquisition, un bloc de traitement de signal, un bloc de traitement d'image et un bloc d'affichage (figure 1.1). Le mode de formation de l'image est généralement le

mode 2D, appelé encore, mode B où l'image est construite par juxtaposition d'un grand nombre de lignes traduisant chacune une échographie unidimensionnelle appelée mode A (figure 1.2). Les différentes lignes sont obtenues soit par un déplacement du transducteur de sorte que les chemins de propagation des ultrasons restent toujours dans un même plan, soit en utilisant une sonde à barrette qui permet d'explorer plusieurs lignes sans déplacer celle-ci.

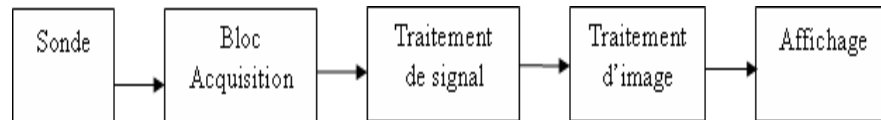


FIG. 1.1 – Schéma bloc d'un échographe clinique.

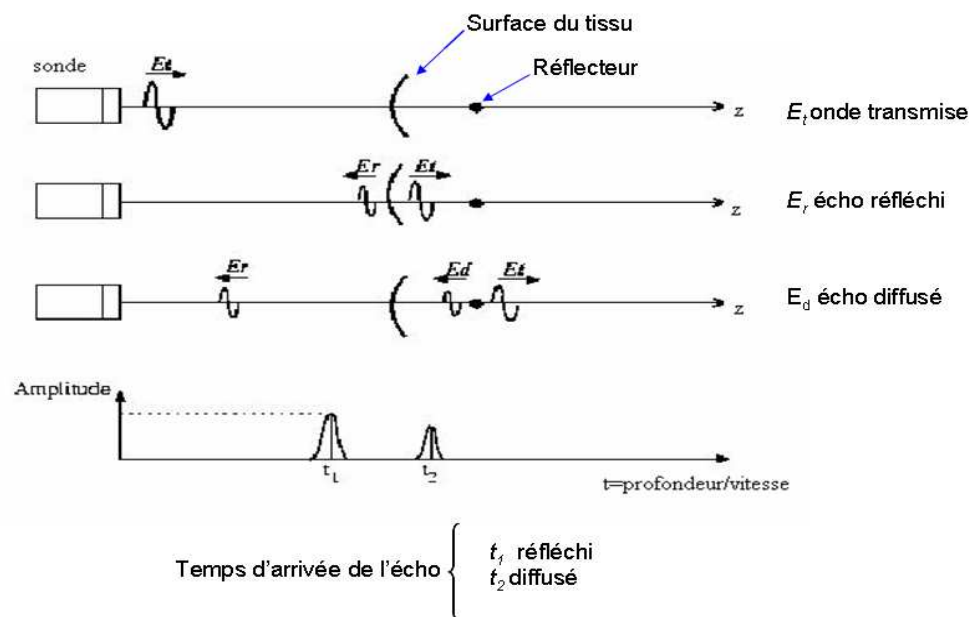


FIG. 1.2 – Illustration du mode A.

### 1.1.1 La sonde

La sonde constitue le maillon essentiel de la chaîne échographique : elle conditionne la qualité de l'image. Elle offre la particularité d'être à la fois un émetteur et un récepteur : elle transforme l'impulsion électrique en onde ultrasonore puis convertit les informations ultrasonores en signaux électriques. C'est un transformateur d'énergie, un transducteur. Les sondes à balayage électronique ont bénéficié récemment de nombreuses évolutions techniques. En effet, au lieu d'utiliser un seul transducteur que l'on déplace, on utilise une barrette formée de plusieurs transducteurs. Le balayage est réalisé soit d'une manière linéaire par une translation de l'ouverture, élément par élément après chaque exploration d'une ligne du plan de coupe, soit par balayage sectoriel où le balayage est obtenu par décalage de phase [Fre95], [SG] <sup>1</sup>.

### 1.1.2 Onde ultrasonore émise et ses paramètres

De point de vue physique, l'onde ultrasonore est un mode de propagation de l'énergie dans un milieu matériel sans transport de matière. Elle peut être considérée comme une onde de pression qui se propage dans un milieu. Plusieurs paramètres caractérisent cette onde ultrasonore : sa vitesse, sa fréquence et sa longueur d'onde. La vitesse de l'onde acoustique est la vitesse de propagation de la variation de pression dans le milieu. Celle-ci dépend uniquement du milieu. Pour la fréquence, les sons sont classés en quatre catégories selon leur fréquence  $f$  ou nombre de variation de pression (périodes) par seconde (1 Hz/1 cycle/s). La table (1.1) donne les différentes catégories de son en fonction de la fréquence [SG]. Les ultrasons utilisés dans le diagnostic médi-

Sons	Frequence
Infrasons	0-20 HZ
Son audibles	20 HZ à 20 KHZ
Ultrasons	20 KHZ à 1 GHZ
Hypersons	> 1 GHZ

TAB. 1.1 – Catégories de son en fonction de la fréquence.

cal ont une fréquence comprise entre 1 et 12 MHz. La distance séparant, à un instant donné deux points du trajet de l'onde où la pression est la même, correspond à la longueur d'onde  $\lambda$ . Dans un

<sup>1</sup>(<http://www.med.univ-rennes1.fr/cerf/edicerf/BASES/index.html>)

milieu donné, elle est reliée à la fréquence  $f$  par la formule :

$$\lambda = \frac{v}{f} \quad (1.1)$$

où  $v$  est la vitesse du milieu.

### 1.1.3 Interaction onde-tissu

Lorsque une onde rencontre une interface séparant deux milieux ayant des caractéristiques acoustiques différentes, une partie de l'onde incidente est réfléchi (échos spéculaires) en direction de la source de l'onde et l'autre partie est transmise dans le second milieu. Ce phénomène obéit aux lois physiques de la réflexion et de la réfraction, identiques à celles de l'optique. Parallèlement à ces échos spéculaires, s'ajoutent les ondes rétrodiffusées par les structures de petite dimension par rapport à la longueur de l'onde ultrasonore utilisée. La rétrodiffusion est à l'origine du phénomène de speckle bien connu en imagerie échographique. Compte tenu du fait que les échos sont renvoyés dans de nombreuses directions, Les tissus peuvent donc être assimilés à de multiples diffuseurs distribués de manière aléatoire et entraînant la formation d'un ensemble d'ondelettes ultrasonores interférant entre-elles. Ces interférences peuvent être constructives (renforcement de l'énergie), destructives (diminution de la pression ultrasonore) ou aboutir à la formation d'ondes stationnaires. Ce phénomène d'interférence aléatoire provoque des fluctuations statistiques qui ne reflètent pas réellement la distribution des diffuseurs dans le tissu : le moucheté ou speckle dû à la juxtaposition des pixels sombres et clairs n'est donc pas la reproduction fidèle des points de diffusion mais correspond au bruit d'interférence.

L'onde ultrasonore, en se propageant, cède une partie de son énergie au milieu : il y a absorption de l'énergie ultrasonore et l'intensité de l'onde diminue. Cette absorption est liée essentiellement à des mécanismes de conduction thermique et de viscosité. Ces mécanismes sont étroitement dépendants de la fréquence : les fréquences élevées provoquent de très nombreuses vibrations qui favorisent le transfert d'énergie. Elle obéit à une loi exponentielle décroissante :

$$I = I_0 \exp(-\alpha d) \quad (1.2)$$

avec  $I$  est l'intensité à la distance  $d$ ,  $I_0$  est l'intensité initiale,  $\alpha$  est le coefficient d'absorption et  $d$  est la distance à la source. Le coefficient d'absorption  $\alpha$  qui définit le pouvoir de pénétration des ultrasons est à peu près proportionnel au carré de la fréquence ultrasonore  $f$ .

### 1.1.4 Acquisition du signal RF

L'onde rétrodiffusée par le tissu est captée par la sonde. celle-ci la convertit en un signal électrique qui sera, ensuite, acheminé vers le bloc d'acquisition. Ce dernier a un double rôle. En effet, il génère l'onde ultrasonore vers la sonde en émission et en réception il détecte, échantillonne et adapte (mise en forme électronique) les échos acheminés depuis la sonde. Le bloc d'acquisition est formé d'un formateur de faisceaux (en anglais : Beam Former). Ce dernier génère l'impulsion qui pilote la sonde, détermine la fréquence de répétition (PRF) du signal à transmettre ainsi que sa puissance pendant la phase d'émission de l'onde ultrasonore. Il détecte, amplifie les échos à la réception par application de gain globale. Pour compenser l'atténuation en profondeur, le signal reçu sera transformé par un amplificateur linéaire, dont le gain varie linéairement avec la profondeur par application de gain TGC (Le gain de compensation en profondeur) et numérise l'écho pendant la phase de réception. Ce signal numérisé est le signal Radio-Fréquence [BBE95], [Fre95].

### 1.1.5 Du signal RF à l'image

Une fois que le signal est compensé à la réception par le formateur de faisceaux il est transmis vers le bloc de traitement de signal. Quatre opérations essentielles sont réalisées :

1. Application d'un filtrage fréquentiel passe bande pour élimination de tout bruit électronique indésirable.
2. Détection (ou démodulation) de l'enveloppe du signal écho. C'est la conversion du signal Radio-Fréquence RF qui renferme l'amplitude et la phase en signal amplitude qui est l'enveloppe du signal écho.
3. Compression pour réduire la dynamique du signal RF puisque l'amplitude des échos produites par la rétro-diffusion est plus faible que celle des échos produits par la réflexion spéculaire. Pour rehausser les faibles échos au niveau des plus forts, on utilise une compression logarithmique (voir annexe D) .
4. Compression linéaire pour adapter la dynamique du signal aux 20 db qui constituent la dynamique de détection des signaux lumineux par la rétine.

Finalement, l'image échographique se forme dans le bloc de traitement d'image. Ainsi, le signal issu du bloc précédent est converti en image bidimensionnelle par le convertisseur d'image (appelé en anglais : scan converter). L'image ainsi formée subit différents traitements comme l'application des filtres (exemple : filtre de moyenne), rehaussement du contraste des niveaux

de gris ou comme l'application des fonctions comme l'effet zoom. La visualisation constitue la dernière étape pour afficher l'image échographique sur l'écran du moniteur.

## 1.2 Simulateurs RF

Des travaux ont été entrepris pour modéliser la formation de l'image ultrasonore prenant en compte plusieurs aspects : en premier lieu les aspects physiques du tissu imagé comme la densité des diffuseurs qui le composent, la façon dont ils sont répartis, et les phénomènes d'absorption et d'atténuation qui accompagnent la diffusion et la réflexion, et en deuxième lieu les aspects techniques de l'acquisition comme la fréquence d'émission de l'onde ultrasonore, la largeur d'impulsion de cette dernière et sa bande passante. D'autres paramètres peuvent être pris en compte comme les spécificités de la sonde à savoir : latérale ou sectorielle, le nombre de transducteurs qui la composent, etc. On se limite dans cette thèse aux aspects physiques et techniques comme la fréquence d'émission et la largeur d'impulsion par souci de simplicité par rapport à notre objectif qui est de déterminer l'influence des paramètres intrinsèques du tissu sur les paramètres du modèle construit.

### 1.2.1 Simulation d'un signal RF

L'approche utilisée par [NSR94], [CP96], [CP99], [Sha00], [SWZ04] consiste à utiliser le modèle "discret" qui stipule que les tissus sont constitués d'un milieu homogène dans lequel sont distribués des diffuseurs discrets et identiques. Avec ce modèle, ils simulent des signaux RF avec prise en considération de la réalité physique des diffuseurs à savoir la spécification de l'espacement entre diffuseurs, la densité des diffuseurs ou le nombre de diffuseurs moyen par une cellule de résolution, et enfin, l'amplitude de l'écho ou l'absorption apportée par les diffuseurs. Le signal RF obtenu est un signal monodimensionnel qui correspond à un signal de type A-scan (voir figure 1.2) utilisé par les échographes cliniques pour former une image écho de type B-scan qui est la juxtaposition de plusieurs échographies type A-Scan.

Les diffuseurs sont répartis sur une distance  $d$  qui correspond à la profondeur de pénétration de l'onde émise. La forme du signal émis en fonction du temps  $t$  est donnée comme suit :

$$P(t) = -t \exp(-4B^2t^2) \sin(2\pi f_0 t) \quad (1.3)$$

Où  $f_0$  correspond à la fréquence centrale utilisée,  $f_0 = 3.5$  Mhz.  $B$  est la largeur de bande utilisée par la sonde,  $B = 0.8$  Mhz. Toutes ces valeurs sont celles proposées par les auteurs cités

au début du paragraphe, que nous utiliserons pour nos simulations. Le signal écho reçu RF est la sommation de tous les signaux réfléchis par les diffuseurs présents sur la ligne de parcours de l'onde émise.

$$s_{RF}(t) = \sum_{k=1} \alpha_k P\left(t - \frac{2x_k}{v}\right) \quad (1.4)$$

Où  $k$  est le  $k^{eme}$  diffuseur présent sur la ligne de tir de la sonde,  $\alpha_k$  l'amplitude du signal réfléchi du diffuseur numéro  $k$ ,  $v$  est la vitesse de propagation de l'onde émise,  $v=1446$  m/s et  $x_k$  est la position du diffuseur  $k$ .  $\frac{2x_k}{v}$  est le temps parcouru par l'onde pour faire un aller et retour vers la sonde.

Le signal écho reçu est échantillonné avec une fréquence de 40 Mhz. Ainsi, pour une profondeur de pénétration  $d=3.7$  cm, correspond alors un nombre d'échantillons égal à 2048 échantillons. La cellule de résolution correspond à 1.26 mm et définie par  $v\Delta\tau/2$  où  $\Delta\tau$ , largeur d'impulsion, est égale à 1.76  $\mu s$ . Le signal RF ainsi dégagé est démodulé à  $f_d=3.5$  Mhz résultant ainsi à 2 composantes  $X$  et  $Y$ . Un filtre passe bas de type Butterworth d'ordre 10 et à fréquence de coupure à 2 Mhz est appliqué sur ces deux composantes. La figure 1.3 montre le schéma du bloc de traitement appliqué aux signaux RF. L'enveloppe du signal écho est ainsi calculé comme suit :

$$A = \sqrt{X^2 + Y^2} \quad (1.5)$$

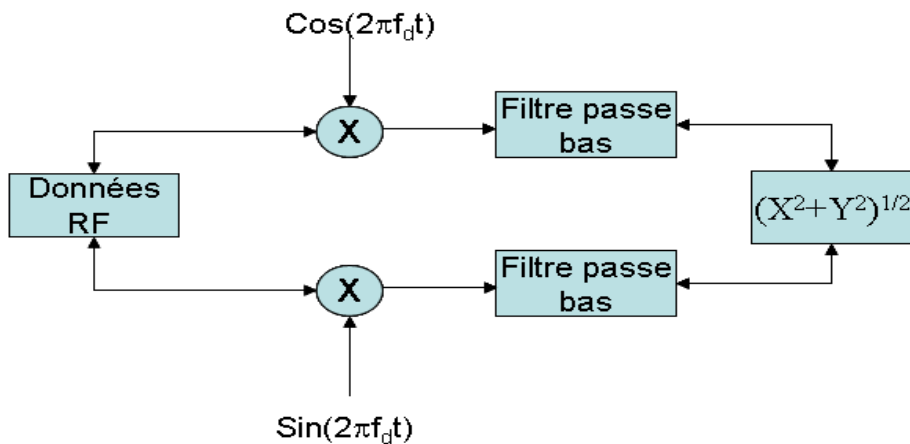


FIG. 1.3 – Schéma synoptique du bloc de détection de l'enveloppe du signal écho.

Il est à signaler que le traitement du signal appliqué dans notre cas repose sur un certain nombre d'hypothèses :

1. La direction de l'onde ultrasonore est unique.



2. Une seule réflexion a eu lieu

3. La distance entre la sonde et le diffuseur est calculée, par le temps de vol, en utilisant la vitesse de propagation moyenne des ultrasons dans les tissus mous (1446 m/s).

Avec ce simulateur, la génération de différentes configurations est possible. En effet, en faisant varier la densité des diffuseurs dans une cellule de résolution, on peut générer des tissus de moins dense au plus dense. La figure (1.4) montre deux signaux RF pour deux densités différentes  $N_1 = 4$  et  $N_2 = 40$ . Les amplitudes sont supposées constantes et la répartition des diffuseurs est uniforme. Avec une densité importante de diffuseurs dans une cellule de résolution, le signal RF est très riche en écho.

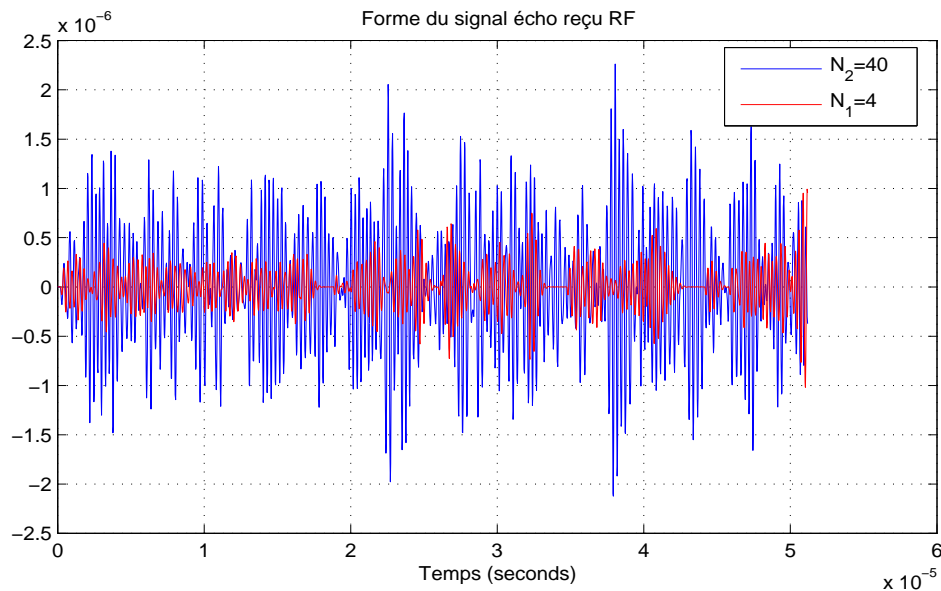


FIG. 1.4 – Deux signaux RF pour deux densités différentes  $N_1 = 4$  et  $N_2 = 40$ . La variation de l'amplitude est constante et la répartition des diffuseurs est uniforme.

De même, la variation du paramètre  $\alpha_k$  sert à générer des tissus moins atténuant au plus atténuant. Dans la réalité l'amplitude du signal réfléchi ou diffusé par le diffuseur n'est pas constante. Cette fluctuation est due à plusieurs phénomènes liés à la nature des diffuseurs présents dans le tissu comme l'atténuation, l'absorption du tissu. Par exemple, l'amplitude réfléchie par le muscle est beaucoup plus faible que le foie et la graisse car le pouvoir atténuant du muscle est plus important. Dans la littérature, les auteurs ont essayé de modéliser cette fluctuation [NSR94] en la considérant comme une variable aléatoire décrite par une densité de probabilité de type loi gamma de paramètre  $(a,1)$  dont le rapport signal sur bruit  $SNR_a$  est égal à  $\sqrt{a}$ . La figure (1.5) montre

deux signaux RF pour deux SNR différents  $SNR_a = 1$  et  $SNR_a = 0.2$ . La densité des diffuseurs est considérée constante, est égale à  $N = 40$  et la répartition des diffuseurs est uniforme.

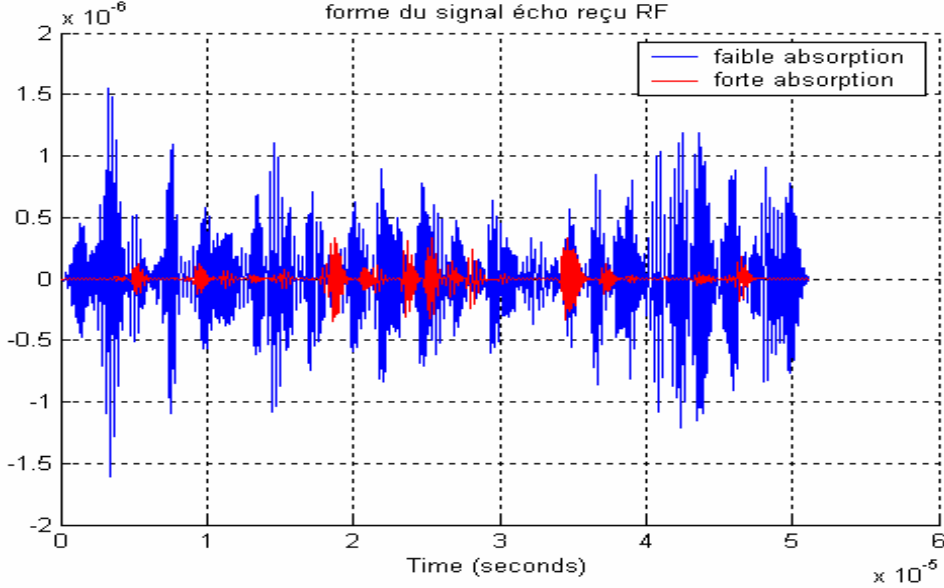


FIG. 1.5 – Deux signaux RF pour deux variations d’amplitudes différentes  $SNR_a = 1$  et  $SNR_a = 0.2$ . La densité des diffuseurs est considérée constante  $N = 40$  et la répartition des diffuseurs est uniforme.

Et enfin, la variation de l’espace entre diffuseurs permet de générer des tissus de moins régulier au plus régulier. La répartition des diffuseurs est une grandeur importante puisqu’elle nous mentionne comment les diffuseurs dans une cellule de résolution sont répartis. Pour le muscle, les cellules diffuseurs sont réparties selon une direction spécifique avec un espacement régulier.

Selon [CP96], [CP99] cet espacement entre diffuseurs est modélisé par une loi gamma de paramètre  $(u, v)$ . Si  $\bar{d}$  désigne la distance moyenne entre deux diffuseurs quelconques alors :

$$\bar{d} = u/v \quad (1.6)$$

Pour un espacement moyen donné, la variance de l’espace ne dépend que de la valeur de  $u$ , comme le montre l’équation suivante :

$$\sigma_d^2 = u/v^2 = \bar{d}^2/u \quad (1.7)$$

Ainsi, pour des valeurs de  $u$  importantes, la variance de l’espace devient très faible, et les diffuseurs deviennent régulièrement espacés. Pour un  $u = 1$ , l’ensemble des  $\{d_i\}$  sont distribués

selon une loi exponentielle et le modèle se réduit à un processus poissonnien. Dans ce cas, les diffuseurs apparaissent avec un placement aléatoire avec un faible degré de régularité. Des valeurs de  $u$  inférieures à 1 font apparaître des groupements de diffuseurs et ainsi, ces derniers forment des groupes. La figure (1.6) montre ce comportement des diffuseurs pour différentes valeurs de  $u$  allant de 0.01 à 100 et pour un espacement moyen maintenu constant, ce qui correspond à un espacement entre diffuseurs du moins régulier au plus régulier.

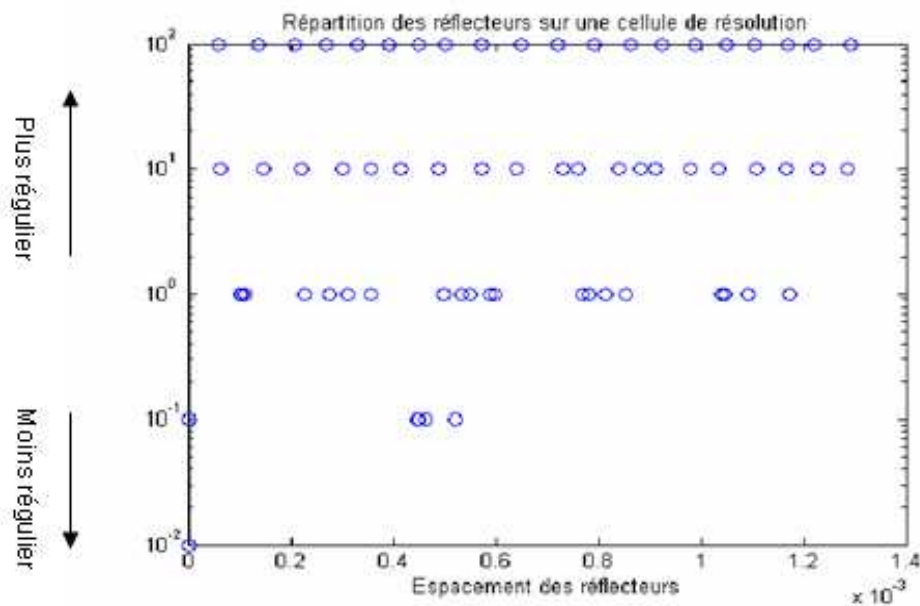


FIG. 1.6 – Répartition des diffuseurs dans une cellule de résolution quand la distance entre diffuseurs (axe abscisse) est gérée par une loi Gamma de paramètre forme  $u$  (axe ordonné).

Une image enveloppe de type B-scan est la juxtaposition de plusieurs échographies type A-Scan. La figure (1.7) montre trois types d'images pour trois différentes organisations : du moins régulier au plus régulier. La densité des diffuseurs est la même et égale à 50 avec une amplitude égale à 1 pour tous les diffuseurs. Elles sont toutes trois normalisées par la racine de leurs moments globaux d'ordre 2 afin de faciliter leur visualisation. Quand  $u$  est faible, c'est-à-dire une grande variance de l'espacement entre diffuseurs (équation 1.7), ces derniers se mettent en groupe. Ceci donne un contraste important dans la texture. Lorsque  $u$  augmente, les groupes se dissocient, le contraste diminue jusqu'à donner une texture homogène. Il est à noter que l'effet directionnel horizontal provient du mode de simulateur de type A-scan.

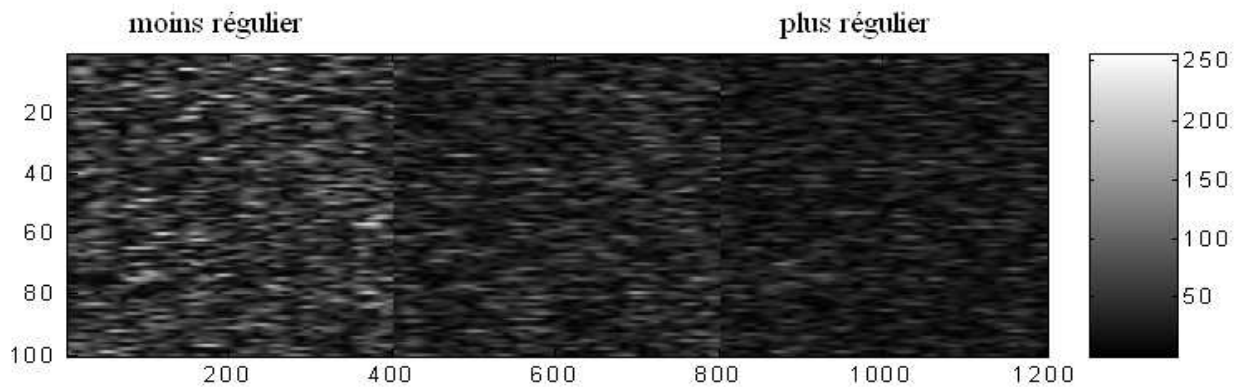


FIG. 1.7 – 3 types de texture pour 3 différentes organisations : du moins régulier au plus régulier. La densité des diffuseurs est la même et égale à 50 et  $u \in \{0.1, 1, 10\}$ .

### 1.2.2 Autres Simulateurs

Plusieurs auteurs ont essayé de modéliser la formation du signal RF par une approche système [BD80],[WSSL83], [MB95], [CADJ02] en représentant l'image RF, noté  $I(x, y)$ , où  $x, y$  sont les coordonnées du pixel, comme étant le produit de convolution entre la réponse impulsionnelle du système  $H(x, y)$  formé par la sonde émettrice de l'onde ultrasonore et la réponse spatiale du tissu  $T(x, y)$ .

$$I(x, y) = H(x, y) \otimes T(x, y) \quad (1.8)$$

Ce produit de convolution modélise l'interaction entre les particules qui constituent le tissu imagé et l'onde ultrasonore. on trouve dans la littérature plusieurs formes de réponse impulsionnelle du système.

Sur cette base, les simulateurs d'aujourd'hui utilisent la convolution pour le calcul du champ ultrasonore réfléchi par un groupe de diffuseurs, et obtenir ainsi des images échographiques simulées. On trouve dans la littérature le logiciel Field <sup>2</sup>, développé par Jorgen Jensen [JM97], à l'université technique de Denmark, qui est spécifiquement dédié au calcul du champ de pression en tout point et dont l'intérêt majeur est de pouvoir simuler des sondes de forme complexe. Par extension il permet la simulation de signaux RF. Ce logiciel présente l'avantage de simuler les contributions des caractéristiques de la sonde (forme, stratégie de tir, excitation, ...) sur un fantôme numérique 2D ou 3D et d'obtenir les signaux RF correspondants [JS92]. Les images ultrasonores sont obtenues en examinant les tissus, qui sont définis par leur réflectivité, avec une sonde, elle-

<sup>2</sup>(<http://www.es.oersted.dtu.dk/staff/jaj/field/index.html>)

même caractérisée par sa réponse impulsionnelle. Les signaux ultrasonores RF résultent donc de la sommation des réponses des diffuseurs à la propagation des ondes ultrasonores. Le processus de formation du signal écho est modélisé en utilisant des produits de convolution, principe adopté dans FIELD [JM97]. On trouve aussi d'autres simulateurs comme Ultrasim [Hol95], qui est une boîte à outils pour Matlab destinée à la simulation des champs ultrasonores<sup>3</sup> ou le simulateur disponible sur le web<sup>4</sup> qui simule en temps réel des images B-scan et des images couleur Doppler [CADJ02].

### 1.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons introduit les aspects généraux du fonctionnement d'un échographe clinique. Ainsi, acquisition, interaction onde-tissu, traitement de signal et formation finale de l'image ont été présentés. Nous nous sommes intéressés aux simulateurs décrits dans la littérature. Nous avons choisi de travailler avec un simulateur de type A-scan. Ce choix est justifié par le fait qu'on se limite dans cette thèse aux aspects physiques et techniques comme la fréquence d'émission et la largeur d'impulsion par souci de simplicité par rapport à notre objectif qui est de déterminer l'influence des paramètres intrinsèques du tissu sur les paramètres du modèle construit. Le simulateur suppose que le tissu est constitué d'un milieu homogène dans lequel sont distribués plus au moins uniformément des diffuseurs discrets et identiques. La simulation d'un signal RF est alors possible en faisant varier trois paramètres intrinsèques des diffuseurs : densité, amplitude et espacement. En effet, en faisant varier la densité des diffuseurs dans une cellule de résolution, on peut générer des tissus plus au moins denses. De même, la variation de l'amplitude sert à générer des tissus plus ou moins atténuants. La variation de l'espacement entre diffuseurs permet de générer des tissus plus ou moins réguliers.

---

<sup>3</sup>(<http://www.ifi.uio.no/ultrasim/>)

<sup>4</sup>(<http://www.creatis.insa-lyon.fr/menu/iultrasonore>)

## Chapitre 2

# Modélisation des niveaux de l'image enveloppe : apport et insuffisance

Comme nous l'avons déjà mentionné au chapitre (1), le modèle physique des diffuseurs le plus largement utilisé est le modèle "discret" qui stipule que les tissus biologiques sont constitués d'un milieu homogène dans lequel sont distribués des diffuseurs discrets et identiques [NSR94], [Sha00] comme nous le verrons en section 2.1.1 de ce chapitre. Dans ce contexte, selon la densité des diffuseurs dans la cellule de résolution, leur nature (atténuant ou pas) et leur répartition (aléatoire ou non aléatoire) dans le tissu, le comportement statistique de l'image enveloppe varie.

Plusieurs auteurs [NSR94], [MSR95], [Sha00], [Sha01], [Sha03] proposent des lois de distribution pour des niveaux de l'image enveloppe s'appuyant sur cette précédente hypothèse physique des diffuseurs. Ainsi, pour caractériser ces tissus biologiques, ces auteurs ont pour objectif de relier les paramètres de ces lois aux propriétés intrinsèques des diffuseurs considérés dans ce modèle physique. Généralement, afin de distinguer les tissus normaux des tissus anormaux, et plus précisément, classifier les tumeurs malignes et bénignes [DG94], [SMN<sup>+</sup>96], [SDR<sup>+</sup>00], [SDR<sup>+</sup>01], [HBPG02], [Sha03], [DSP<sup>+</sup>02].

Ces lois ont été classées par Wagner [WSSL83] en trois catégories par la comparaison de leur SNR <sup>1</sup> à celui de la loi Rayleigh. De la section (2.1.2) à la section (2.3), on s'attachera à présenter les quatre principales lois utilisées dans la littérature (Rayleigh, Rice,  $\mathcal{K}$  et Nakagami) pour la modélisation de la distribution de l'enveloppe en précisant leur appartenance aux trois classes pré-Rayleigh, Rayleigh et post-Rayleigh, et donc, leur habilité à modéliser les distributions des

---

<sup>1</sup>SNR= abréviation anglaise de "signal noise ratio" qui n'est autre que le rapport de la moyenne sur l'écart type du signal

niveaux de différentes textures. A l'aide de simulations d'images RF, on illustrera le lien entre les paramètres de ces lois et les propriétés intrinsèques des diffuseurs quantifiés par les trois paramètres du modèle physique à savoir la densité, l'amplitude et l'espacement.

Malgré l'apport des paramètres de ces lois dans l'extraction d'information sur les propriétés intrinsèques des diffuseurs, des ambiguïtés d'interprétation dans la discrimination de texture subsistent. En effet, on présente dans la section (2.4) quelques simulations d'images RF pour différents triplets de densité, d'amplitude et d'espacement de diffuseurs, ayant les mêmes paramètres de lois. Ceci rend compte des limitations de la modélisation de l'enveloppe par des lois de distribution.

## 2.1 Quelques modèles classiques

Plusieurs modèles d'enveloppe ont été ainsi proposés pour la caractérisation de tissus biologiques. On s'intéresse ici aux plus populaires d'entre eux : Rayleigh, Rice,  $\mathcal{K}$  et Nakagami. Ces modèles sont classés par Wagner [WSSL83] selon trois catégories à l'aide du rapport signal sur bruit (SNR) qui n'est autre que le rapport de la moyenne sur l'écart type du signal. Étant connu que la loi Rayleigh est un cas particulier des 3 autres et que son SNR vaut 1.91, on classe alors une loi de probabilité dans les modèles pré-Rayleigh si son SNR est inférieur à 1.91, dans le modèle Rayleigh si le SNR=1.91 et enfin dans les modèles post-Rayleigh si son SNR est supérieur à 1.91. Pour mieux comprendre la constitution de ces modèles, on propose tout d'abord d'introduire la formalisation du signal écho sous l'hypothèse du modèle physique discret de diffuseurs. Les sections suivantes sont alors consacrées à la construction de ces lois à partir de ce dernier formalisme et ce par ordre chronologique de leur apparition à savoir pour les plus connus : Loi de Rayleigh, Rice, loi  $\mathcal{K}$ , et enfin, Nakagami.

### 2.1.1 Enveloppe d'un signal RF sous hypothèse du modèle discret des diffuseurs

Le signal reçu RF, noté  $s(t)$ , par le capteur de l'échographe de type A, sous l'hypothèse du modèle discret des diffuseurs, est une somme discrète sur tous les signaux échos diffusés ou réfléchis par les  $N$  diffuseurs situés sur le parcours de l'onde [NSR94], [Sha00]. En supposant

que l'on peut associer à chaque diffuseur  $n$  une phase  $\phi_n$ , on peut écrire que :

$$s(t) = \sum_{n=1}^N \alpha_n \cos(2\pi f_0 t + \phi_n) \quad (2.1)$$

où  $t$  est le temps d'acquisition,  $N$  est le nombre de diffuseurs présents dans le tissu,  $\alpha_n$  est l'amplitude du signal issu du  $n^{ieme}$  diffuseur et  $f_0$  est la fréquence utilisée pour l'onde émise par l'échographe. Pour accéder à l'enveloppe du signal  $s(t)$ , on considère que ce signal est la partie réelle du signal complexe fictif :

$$\underline{s}(t) = \sum_{n=1}^N \alpha_n \exp(j\phi_n) \exp(j2\pi f_0 t) \quad (2.2)$$

L'enveloppe complexe de ce signal, noté  $\underline{\mathcal{A}}$ , est définie par :

$$\underline{\mathcal{A}} = \sum_{n=1}^N \alpha_n \exp(j\phi_n) = \mathcal{A} \exp(j\phi) \quad (2.3)$$

Le module de  $\underline{\mathcal{A}}$  n'est autre que l'enveloppe réelle du signal écho  $s(t)$ , notée ici  $\mathcal{A}$ , et  $\arg(\underline{\mathcal{A}})$  est la phase de l'enveloppe complexe, notée  $\phi$ . On peut aussi écrire l'enveloppe complexe en fonction de deux variables  $X$  et  $Y$ . Si on suppose que, dans tout ce qui suit, les  $\{\alpha_n\}$  et  $\{\phi_n\}$  sont des variables aléatoires statistiquement indépendantes alors les deux variables  $X$  et  $Y$  sont statistiquement indépendantes :

$$\underline{\mathcal{A}} = X + jY \quad (2.4)$$

### 2.1.2 Modèle Rayleigh

C'est l'un des premiers modèles utilisés pour la distribution des niveaux de l'image enveloppe [WSSL83]. Il sous entend que la loi de probabilité des  $\{\phi_n\}$  est uniforme sur  $[0, 2\pi]$  et que les  $\{\alpha_n\}$  sont indépendants. En effet, ceci conduit à l'indépendance des variables aléatoires  $X$  et  $Y$  définies en (2.1.1) de même moyenne nulle et variances égales à  $\sigma^2$ . Si le nombre de diffuseurs  $N$  devient très important ( $N \rightarrow \infty$ ), en utilisant le théorème limite centrale, les distributions de  $X$  et  $Y$  suivent une loi normale centrée et de même écart type  $\sigma$ . On détermine alors facilement la loi de l'enveloppe puisque le rapport de son carré avec  $\sigma^2$  suit alors une loi du khi deux à deux degrés de liberté qui n'est autre qu'une loi Gamma de paramètre comme indiquée ci-dessous :

$$\frac{\mathcal{A}^2}{\sigma^2} = \frac{X^2 + Y^2}{\sigma^2} \sim \chi_2^2 = \gamma\left(1, \frac{1}{2}\right) \quad (2.5)$$



On déduit alors par changement de variable, la densité de probabilité de l'enveloppe  $\mathcal{A}$  :

$$f_{\mathcal{A}}(A) = \frac{A}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{A^2}{2\sigma^2}\right), \quad A \in \mathbb{R}_+. \quad (2.6)$$

Cette distribution illustrée par la figure (2.1) est connue sous le nom de distribution de Rayleigh de paramètre  $\sigma$ . Le rapport de la moyenne sur l'écart-type appelé encore rapport signal sur bruit

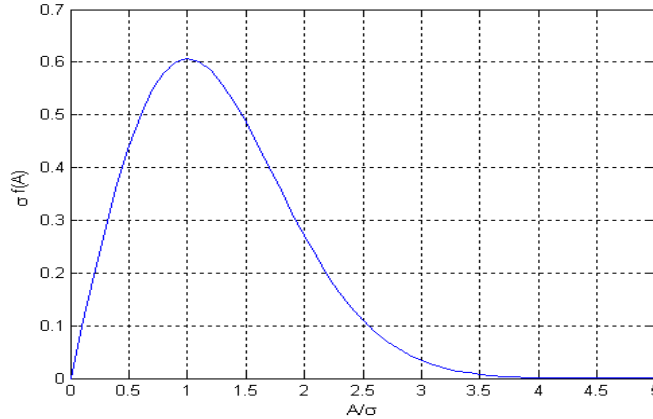


FIG. 2.1 – Fonction densité de probabilité de la loi Rayleigh  $\sigma f_{\mathcal{A}}(A)$  en fonction de  $A/\sigma$ .

(SNR) a la valeur particulière de 1.91 [WSSL83] :

$$SNR_{Ray} = \sqrt{\frac{\pi}{4 - \pi}} = 1.91 \quad (2.7)$$

Plus généralement, les moments normalisés, notés ici  $\mathcal{A}^{(n)}$ , pour une loi Rayleigh valent :

$$\mathcal{A}^{(n)} = \frac{E\{\mathcal{A}^{2n}\}}{E\{\mathcal{A}^2\}^n} = n! \quad \text{pour } n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.8)$$

Les simulations réalisées par le simulateur présenté dans la section (1.2.1) du chapitre précédent nous permettent d'illustrer que l'existence d'un grand nombre de diffuseurs conduit à une bonne adéquation à la loi Rayleigh. Ainsi, nous réalisons quelques simulations avec des nombres différents  $N$  de diffuseurs dans une cellule de résolution. Les diffuseurs sont répartis d'une façon uniforme sur tout le volume et supposés identiques. Les histogrammes des simulations sont tracés et comparés à la loi Rayleigh. Les figures (2.2.a., b et .c) illustrent le cas de  $N = 4, 7$  et  $15$  tandis que la figure (2.2.d) représente le cas pour  $N = 40$ . On observe que lorsque le nombre  $N$  vaut 40, la distribution est très proche d'une loi Rayleigh ce qui n'est pas le cas pour  $N=4, 7$ , et  $15$  conduisant à des lois dites pré-Rayleigh. La courbe de la figure (2.3) montre l'évolution croissante du

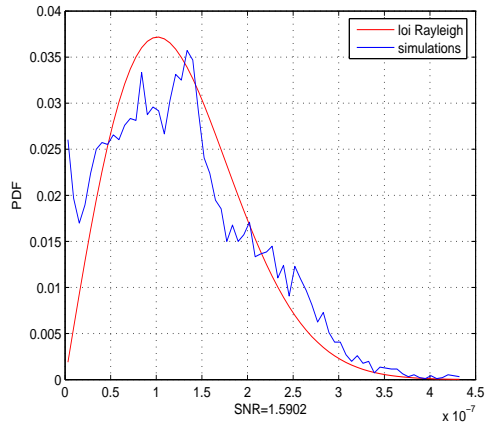
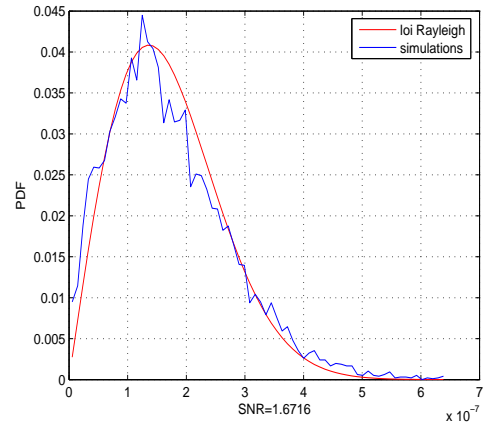
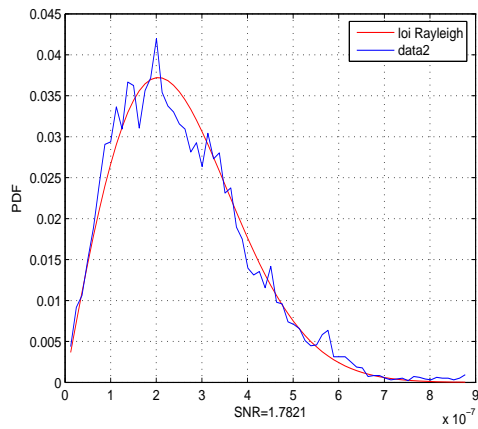
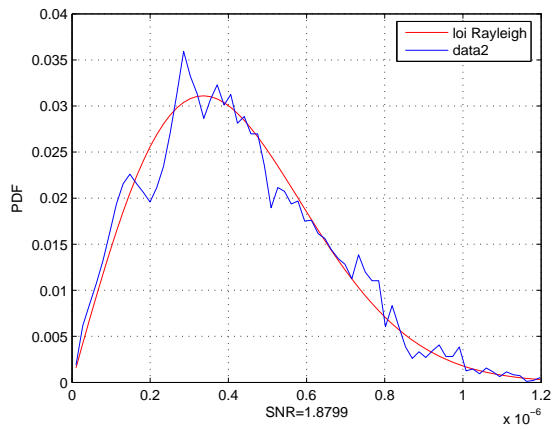
(a)  $N=4$ ,  $\text{SNR}=1.5902$ (b)  $N=7$ ,  $\text{SNR}=1.6716$ (c)  $N=15$ ,  $\text{SNR}=1.7821$ (d)  $N=40$ ,  $\text{SNR}=1.8799$ 

FIG. 2.2 – Les histogrammes des images enveloppes simulées pour différentes densités de diffuseurs  $N=\{40,15,7,4\}$  comparés à la densité de loi Rayleigh.

rapport SNR en fonction de la densité  $N$  vers une asymptote en 1.91 qui est en concordance avec la convergence du théorème central limite.

Étant donné les hypothèses à poser sur les diffuseurs du tissu, le modèle de Rayleigh n'est pas général pour la description des statistiques de l'image enveloppe, En particulier, la présence d'une structure très organisée de diffuseurs conduit à des valeurs de SNR supérieures à 1.91. Ceci nous mène au cas de la loi de Rice introduite dans le paragraphe suivant.

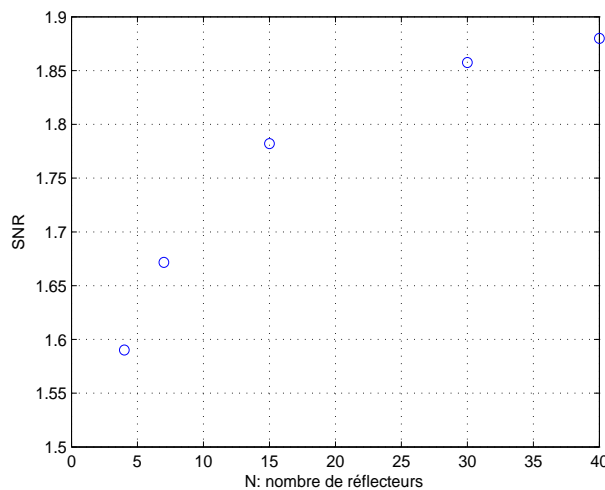


FIG. 2.3 – Evolution du SNR en fonction du nombre de diffuseurs  $N$

### 2.1.3 Modèle Rice

La présence d'une structure régulière des diffuseurs dans le milieu (muscle, présence de vaisseaux,...) conduit à une composante cohérente dans le signal RF. L'enveloppe du signal écho suit alors une loi de Rice [TSP88], [WIB87], [Sha00]. Ce type de loi est qualifié de post-Rayleigh puisque le rapport signal sur bruit est supérieur à 1.91. Comme pour la loi de Rayleigh, la densité de probabilité de cette loi suppose l'existence d'un grand nombre de diffuseurs ce qui permet à nouveau l'application du théorème limite central.

Par contre on suppose ici que le signal écho RF,  $s(t)$ , contient en plus du terme aléatoire, un autre terme déterministe correspondant à la composante cohérente qui est ici la sommation de toutes les réflexions issues du tissu induites par la structure régulière [Sha00].

$$s(t) = \text{Réal} \left\{ \exp(j2\pi f_0 t) \left( \sum_{i=1}^L a_i + \sum_{n=1}^N \alpha_n \exp(j\phi_n) \right) \right\} \quad (2.9)$$

Si  $L$  est le nombre de diffuseurs répartis en espacement régulier, dont la réflexion est spéculaire et  $\{a_i\}$  sont les amplitudes de ces derniers, alors l'expression de l'enveloppe  $\mathcal{A}$  du signal  $s$  est donnée par :

$$\mathcal{A} = \left| \sum_{i=1}^L a_i + \sum_{n=1}^N \alpha_n \exp(j\phi_n) \right| = \sqrt{X'^2 + Y^2} \quad (2.10)$$

En posant :

$$\begin{cases} X' = \sum_{i=1}^L a_i + \sum_{n=1}^N \alpha_n \cos \phi_n \\ Y = \sum_{n=1}^N \alpha_n \sin \phi_n \end{cases} \quad (2.11)$$

et :

$$R_0 = \sum_{i=1}^L a_i \quad (2.12)$$

est donc la composante cohérente.

Comme pour Rayleigh on suppose que  $\{\phi_n\}$  suit une loi uniforme sur  $[0, 2\pi]$  et que les  $\{\alpha_n\}$  sont indépendants. Sous l'hypothèse d'un grand nombre de diffuseurs, les deux variables aléatoires  $(X' - R_0, Y)$  sont alors indépendantes gaussiennes de moyenne nulle et de variance constante que l'on pose égale à  $\sigma^2$ . La densité de probabilité du couple  $(X', Y)$  est alors :

$$f_{X'Y}(x, y) = f_{X'}(x) f_Y(y) \quad (2.13)$$

$$= \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{(x - R_0)^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.14)$$

Par le changement de coordonnées cartésiennes en coordonnées polaires  $(A, \phi)$ , on aboutit :

$$f_{A\phi}(A, \phi) = A f_{X'Y}(A \cos \phi, A \sin \phi) \quad (2.15)$$

$$= \frac{A}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{(A \cos \phi - R_0)^2 + A^2 \sin^2 \phi}{2\sigma^2}\right) \quad (2.16)$$

$$= \frac{A}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{A^2 + R_0^2}{2\sigma^2}\right) \exp\left(-\frac{AR_0 \cos \phi}{\sigma^2}\right) \quad (2.17)$$

En intégrant par rapport à la phase  $\phi$  sur  $[0, 2\pi]$  et en introduisant l'expression de la fonction de Bessel modifiée d'ordre zéro donnée comme suit :

$$I_0(a) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(a \cos \phi) d\phi \quad (2.18)$$

La loi marginale de  $\mathcal{A}$  a pour densité :

$$f_{\mathcal{A}}(A) = \frac{A}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{A^2 + R_0^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{AR_0}{\sigma^2}\right), \quad A \geq 0; R_0 \geq 0, \sigma > 0 \quad (2.19)$$

Cette expression, connue sous le nom de distribution de Rice, est une généralisation de la distribution de Rayleigh, puisque pour  $R_0 = 0$  la loi de Rice est une loi Rayleigh. Les variations de cette densité en fonction du rapport  $k = R_0/\sigma$  sont illustrées en figure (2.4). On y voit que la fonction densité de Rice tend vers une gaussienne quand  $k \rightarrow \infty$ . Le rapport signal sur bruit  $SNR_{\mathcal{R}}$  est donnée par :

$$SNR_{\mathcal{R}} = \frac{\sqrt{\frac{\pi}{2}} L_{1/2}(-\frac{k^2}{2})}{\sqrt{2 + k^2 - \frac{\pi}{2} L_{1/2}^2(-\frac{k^2}{2})}} \quad (2.20)$$

où  $L_{1/2}$  est le polynôme de Laguerre généralisé. Le  $SNR_{\mathcal{R}}$  de la distribution de Rice augmente linéairement avec le rapport  $k = R_0/\sigma$  [DG95] comme le montre la figure (2.5). On y voit que le  $SNR_{\mathcal{R}}$  est supérieur à 1.91.

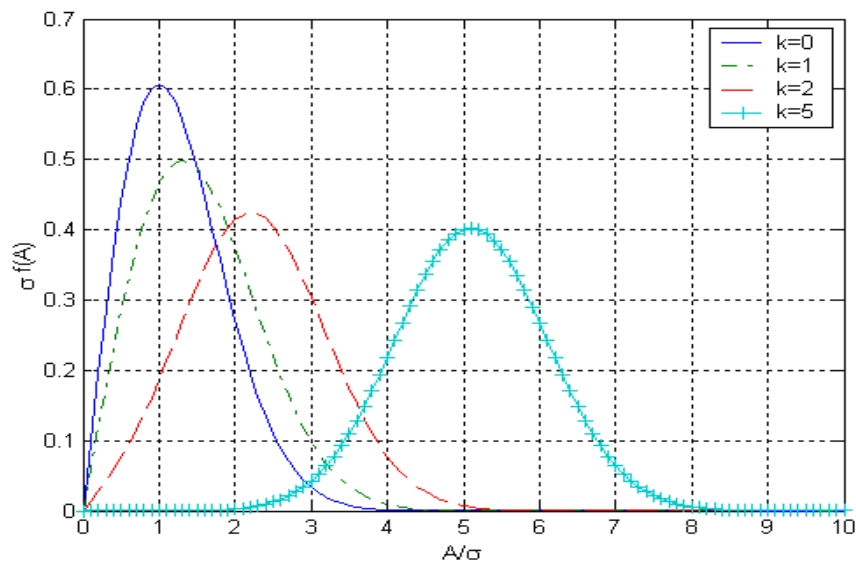


FIG. 2.4 – Fonction densité de probabilité de Rice multipliée par  $\sigma$  :  $\sigma f(A)$  pour différentes valeurs du rapport  $k$  en fonction de  $A/\sigma$ .

La densité de probabilité de Rayleigh et son extension à celle de Rice, permettent donc de modéliser la distribution de l'enveloppe. Cependant, la contrainte du nombre de diffuseurs élevé dans le milieu, limite leur domaine d'application.

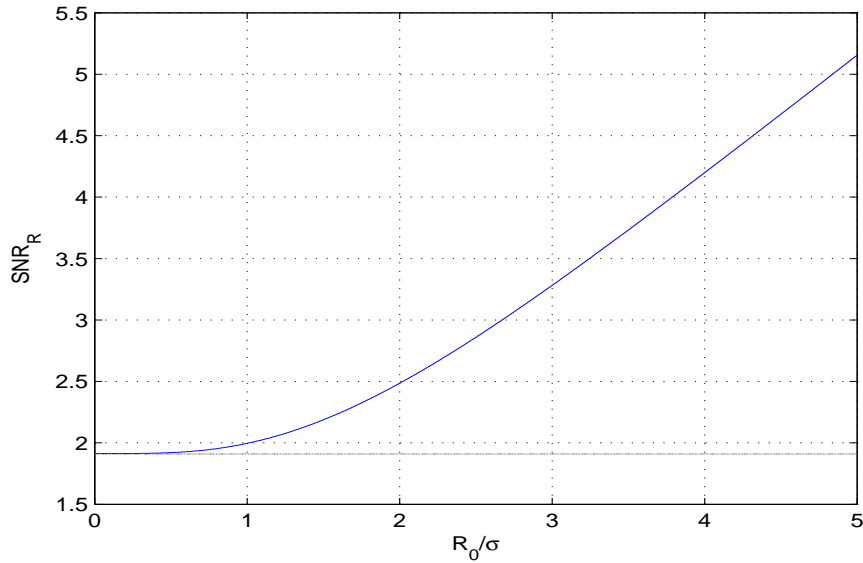


FIG. 2.5 – Variation du  $SNR_R$  en fonction du rapport  $k = R_0/\sigma$ .

## 2.2 Modèle $\mathcal{K}$

La loi  $\mathcal{K}$  permet de modéliser l'écho de tissu dont le nombre de diffuseurs présents est faible. Ainsi le théorème central limite n'est pas valable. Une autre configuration adaptée à ce modèle est le cas où l'amplitude de diffusion présente de forte variation au sein même de la cellule de résolution [Sha95], [NSR94]. Au début, la distribution  $\mathcal{K}$  a été utilisée par Jakeman pour décrire la distribution de l'amplitude des signaux électromagnétiques [JP76]. Sa première utilisation a été pour modéliser les échos radar.

Jakeman a démontré que l'on peut obtenir cette distribution de deux manières :

- En procédant par une démarche aléatoire cohérente en passant par la fonction caractéristique [JP76].
- En décrivant l'amplitude par deux distributions conditionnelles dont le produit donnera la distribution  $\mathcal{K}$  [JT87].

Dans le cas d'une démarche aléatoire cohérente, la loi de variation du nombre de diffuseurs est de type binomial négative par opposition à une loi uniforme pour les 2 lois précédemment présentées. Ainsi, le nombre de diffuseurs observés fluctue d'une cellule de résolution à une autre (diffuseurs non-homogènes). Cette démarche est détaillée dans l'annexe B. Dans le deuxième cas, la loi  $\mathcal{K}$  découle du modèle de produit (product model) où l'amplitude  $\mathcal{A}$  du signal de loi  $\mathcal{K}$  de paramètre

$(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}_+^{*2}$  est la racine du produit de deux variables aléatoires indépendantes [Jak80] :

$$\mathcal{A} = \sqrt{X \times \xi} \quad (2.21)$$

où  $X$  suit une loi Gamma de paramètre  $(\alpha, \beta^2/4) \in \mathbb{R}_+^{*2}$ . La variable  $X$  est généralement interprétée comme la texture de l'image. Quant à la variable  $\xi$ , elle suit une loi exponentielle de moyenne 1 et joue le rôle du bruit multiplicatif appelé *speckle*. La densité de  $\mathcal{A}$ , est déterminée en utilisant la loi jointe de  $(\mathcal{A}, X)$  déduite de celle de  $\mathcal{A}$  sachant  $X$ . En effet, par application de la formule de Bayes, on a :

$$f_{\mathcal{A}}(A) = \int_0^{\infty} f_{\mathcal{A}/X}(A) f_X(t) dt \quad (2.22)$$

Les détails de calculs sont donnés dans l'annexe A.

La distribution  $\mathcal{K}$  de paramètre  $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}_+^{*2}$ , définie par [JP76] est donnée comme suit :

$$f_{\alpha, \beta}(A) = \frac{2\beta}{\Gamma(\alpha)} \left( \frac{\beta A}{2} \right)^{\alpha} K_{\alpha-1}(\beta A); \quad \forall x \in \mathbb{R}_+. \quad (2.23)$$

où  $A$  est la valeur de l'amplitude de l'image enveloppe,  $\alpha$  est un paramètre de forme,  $\beta$  est un paramètre d'échelle, et  $K_{\alpha-1}$  est la fonction de Bessel modifiée de deuxième espèce d'ordre  $\alpha-1$ .

Le moment d'ordre  $k \in \mathbb{N}^*$  de l'amplitude de l'enveloppe, noté  $E\{\mathcal{A}^k\}$  vaut :

$$E\{\mathcal{A}^k\} = \frac{\Gamma(1 + \frac{k}{2})\Gamma(\alpha + \frac{k}{2})}{\Gamma(\alpha)} \left( \frac{2}{\beta} \right)^k \quad (2.24)$$

L'expression du moment normalisé, noté  $\mathcal{A}^{(k)}$ , défini par le rapport  $E\{\mathcal{A}^{2k}\}/E\{\mathcal{A}^2\}^k$  est donnée comme suit :

$$\mathcal{A}^{(k)} = k! \left( \frac{\Gamma(k + \alpha)}{\alpha^k \Gamma(\alpha)} \right) \quad (2.25)$$

Les paramètres de la loi  $\mathcal{K}$   $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}_+^{*2}$  sont estimés par la méthode des moments en utilisant les moments normalisés définis par l'équation précédente qui conduit à :

$$\begin{cases} \alpha = \frac{2}{\mathcal{A}^{(2)} - 2} \\ \beta = 2\sqrt{\frac{\alpha}{E\{\mathcal{A}^2\}}} \end{cases} \quad (2.26)$$

Le rapport signal sur bruit est une fonction du paramètre forme  $\alpha$  de la loi  $\mathcal{K}$  :

$$SNR_{\mathcal{K}} = \frac{\sqrt{\pi}\Gamma(\alpha + \frac{1}{2})}{\sqrt{4\alpha\Gamma(\alpha)^2 - \pi\Gamma(\alpha + \frac{1}{2})^2}} \quad (2.27)$$

La figure (2.6) illustre le comportement de cette loi définie pour l'équation (2.21) : pour  $\alpha$  très faible, la fonction densité  $\mathcal{K}$  tend vers une fonction exponentielle. Et pour ( $\alpha > 10$ ), elle est "équivalente" à la distribution de Rayleigh. Cette dernière distribution représente ainsi un cas particulier de la loi  $\mathcal{K}$ .

De même, la figure (2.7) montre l'évolution du rapport signal sur bruit en fonction du paramètre forme  $\alpha$  de la loi  $\mathcal{K}$ . On y voit que la courbe est une fonction croissante de  $\alpha$  et qu'elle comporte une asymptote de valeur 1.91 qui est celle du SNR de la loi Rayleigh.

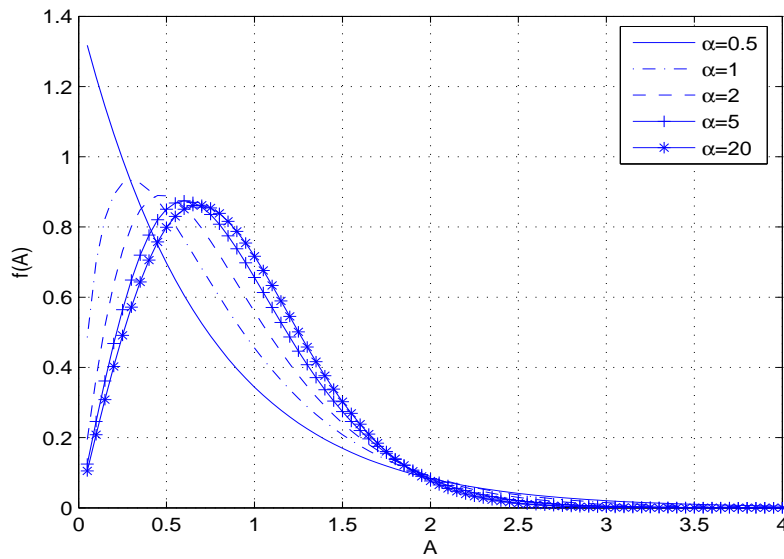


FIG. 2.6 – Fonction densité de probabilité de loi  $\mathcal{K}$  pour différentes valeurs du paramètre  $\alpha$

### 2.2.1 Paramètres de la loi $\mathcal{K}$ et propriétés intrinsèques des diffuseurs

La variation du paramètre forme  $\alpha$  de la loi  $\mathcal{K}$  est liée aux paramètres d'acquisition (géométrie du transducteur, fréquence, largeur de Bande...) [OKBP96]. En effet, plus la fréquence d'émission de l'onde ultrasonore  $f_0$  est haute, plus la longueur d'onde est petite et la résolution axiale est plus fine, et plus le tissu semble être plus hétérogène. Par opposition, pour des fréquences plus faibles, la longueur d'onde augmente et la profondeur de pénétration des ondes augmente dans le tissu et plus ce dernier semble homogène. Ce comportement se traduit par de faibles valeurs de  $\alpha$  pour des tissus hétérogènes et de grandes valeurs pour des tissus homogènes.

Des auteurs comme [SROG93], [NSR94], [MSR95] ont exprimé le paramètre  $\alpha$  en fonction du



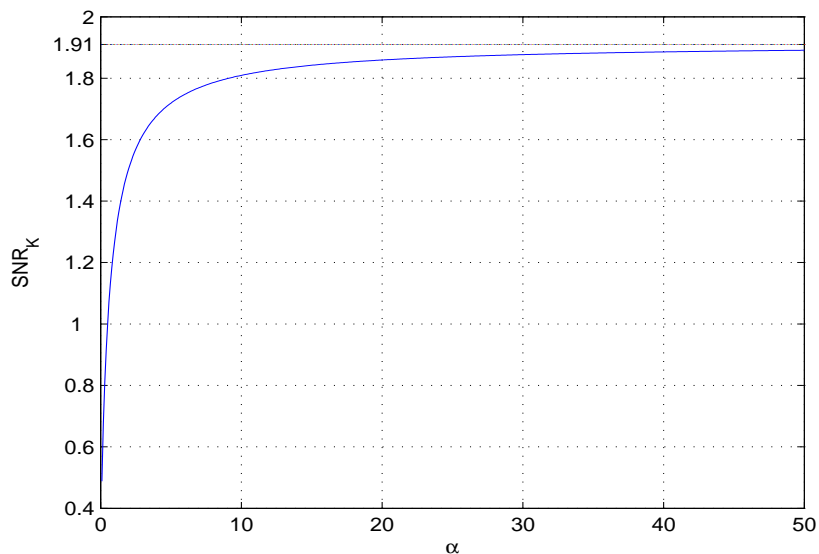


FIG. 2.7 – Évolution du  $SNR_{\mathcal{K}}$  de la loi  $\mathcal{K}$  en fonction du paramètre forme  $\alpha$

nombre de diffuseurs  $N$  qui contribue à la formation du signal echo et au paramètre d'acquisition  $\mu$  lié à la géométrie du transducteur et à la fréquence, par la relation suivante :

$$\alpha = N(1 + \mu), \quad \mu > -1 \quad (2.28)$$

Le paramètre  $\alpha$  représente ainsi le nombre effectif de diffuseurs. Ainsi  $\alpha$  peut être largement inférieur à  $N$  et ceci pour des valeurs de  $\mu$  proche de -1. D'après [SROG93], [NSR94], [MSR95] le paramètre  $\mu$  faible traduit le manque d'uniformité des valeurs de l'amplitude de réflexion  $\alpha_n$  dans l'équation (2.3). Pour conclure, une faible valeur de  $\alpha$  résulte :

- Soit d'un nombre faible de diffuseurs  $N$  présents dans une cellule de résolution. Le théorème central limite est non applicable dans ce cas.
- Soit d'une grande fluctuation de l'amplitude de réflexion induite par une valeur de  $\mu$  proche de -1.

Pour le paramètre d'échelle  $\beta$  de la loi  $\mathcal{K}$ , il change de valeur chaque fois dès qu'on effectue un changement de variable pour l'amplitude, en opposition avec la valeur du paramètre forme  $\alpha$  qui lui est indépendant de l'échelle. Plusieurs auteurs n'ont pas donné d'importance à ce paramètre d'échelle puisqu'il n'informe pas sur la nature hétérogène de la texture. Ici, on s'intéresse à l'évolution de ce paramètre en fonction des propriétés intrinsèques des diffuseurs.

## 2.2.2 Illustrations par simulations de signaux RF

Pour illustrer la dépendance des paramètres de loi  $\mathcal{K}$  avec le triplet (densité, amplitude, espacement entre diffuseurs), nous réalisons quelques simulations de signaux RF (voir section 4.1 pour le choix de mise en oeuvre de ces simulations) et nous estimons leur valeur sur l'image enveloppe.

Nous rappelons que la densité des diffuseurs dans une cellule de résolution est notée par  $N$ , que l'amplitude de réflexion  $\alpha_n$  est modélisée selon [NSR94] par une loi Gamma de paramètre  $(a, 1)$ . La variation de cette amplitude est réalisée en faisant varier le rapport signal sur bruit  $SNR_a = \sqrt{a}$ . Lorsque le  $SNR_a$  décroît, la fluctuation aléatoire de l'amplitude de réflexion croît. On rappelle que les diffuseurs sont considérés comme étant les points d'un processus stationnaire avec des distances qui séparent les points modélisables par une loi Gamma de paramètre  $(u, u/\bar{d})$  où  $\bar{d}$  est l'espacement moyen entre diffuseur (voir chapitre 1).

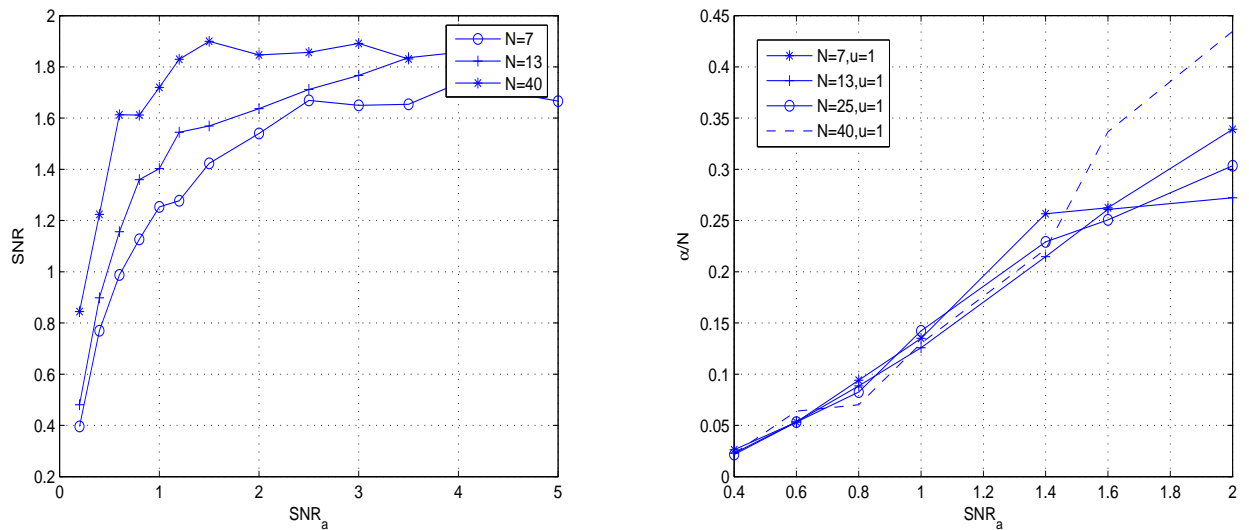
1<sup>er</sup> cas : fonction de  $(SNR_a, N)$  pour  $u = 1$ .

Dans la figure (2.8.a), le  $SNR$  de l'image enveloppe simulée est tracée en fonction du  $SNR_a$ , et ceci pour trois cas du nombre de diffuseurs  $N=7, 13$  et  $40$ . Sur cette figure, on voit que le  $SNR$  de l'enveloppe pour tous les cas de  $N$ , diminue avec le  $SNR_a$ , s'éloignant ainsi de la valeur 1.92, caractéristique de la loi Rayleigh, pour tendre vers des valeurs faibles uniquement caractéristique de la loi  $\mathcal{K}$ . On retrouve donc ici une bonne adéquation de cette loi dans le cas où le nombre de diffuseurs  $N$  présents dans une cellule de résolution est faible ou encore lorsqu'il y a une grande variation de l'amplitude traduite par une valeur de  $SNR_a$  faible.

La figure (2.8.b) illustre le rapport  $\alpha/N$  en fonction du  $SNR_a$  pour différentes valeurs de  $N \in \{7, 13, 25, 40\}$ . La courbe montre que la valeur du rapport  $\alpha/N$  est portée sur une droite avec une pente constante. Comme il a été défini dans l'équation (2.28), cette pente est de valeur  $(1 + \mu)$  qui est donc quasiment linéaire avec le  $SNR_a$ . Cette constatation est attendue puisque comme nous l'avons dit précédemment se traduit l'uniformité des amplitudes. De plus la figure (2.9.a) montre l'évolution de  $\alpha$  en fonction de  $SNR_a$  et  $N$  avec un espacement constant de valeur  $u = 1$ . La valeur de  $\alpha$  est croissante avec la densité  $N$  et le  $SNR_a$ . Enfin, on remarque l'augmentation de la discrimination des différentes valeurs de  $N$  par  $\alpha$  quand le  $SNR_a$  augmente. Ceci signifie que pour des variations d'amplitude importantes ( $SNR_a$  faible),  $\alpha$  n'arrivera pas à informer sur le  $N$ .

D'après la figure (2.9.a'), le paramètre  $\beta$  reste insensible à la variation du nombre de diffuseurs  $N$ , par contre il décroît avec le  $SNR_a$ , ce qui correspond à des variations d'amplitudes de plus

en plus faibles et donc à des textures de plus en plus homogènes.



(a)  $SNR$  en fonction du  $(SNR_a, N)$  pour  $u = 1$       (b)  $\alpha/N$  en fonction du  $(SNR_a, N)$  pour  $u = 1$ .

FIG. 2.8 – (a) Courbe de variation du rapport signal sur bruit ( $SNR$ ) de l'enveloppe du signal écho simulé en fonction du  $(SNR_a)$  pour différentes densités  $N \in \{7, 13, 40\}$ . (b) Courbe de variation du rapport  $\alpha/N$  de l'enveloppe du signal écho simulé en fonction du  $(SNR_a)$  pour les densités  $N \in \{7, 13, 25, 40\}$ .

2<sup>ème</sup> cas :  $(\alpha, \beta)$  en fonction de  $(SNR_a, u)$  pour  $N = 25$ .

On choisit de travailler avec une densité  $N = 25$  fixe. Le  $SNR_a$  varie entre 0.4 et 2 tandis que le paramètre  $u$  régissant l'espacement est choisi dans l'ensemble  $\{0.1, 0.5, 1, 4\}$ . La figure (2.9.b) montre la valeur estimée de  $\alpha$  en fonction de  $(SNR_a, u)$ . On voit ici que le paramètre forme de la loi  $\mathcal{K}$  est une fonction croissante de l'espacement. Pour des distances peu régulières entre diffuseurs ( $u=4$ ), la valeur de  $\alpha$  est grande ( $>12$ ), laissant penser à une texture homogène. Tandis que pour des espacements aléatoires où des groupes de diffuseurs peuvent se former ( $u < 1$ ) la valeur de  $\alpha$  est faible ( $< 2$ ) et insensible au  $SNR_a$ . Dans ce cas la texture générée semble être hétérogène.

D'après la figure (2.9.b'), le  $\beta$  est aussi sensible aux espacements et ce d'une façon croissante. La discrimination entre les différentes valeurs des espacements reste constante sauf pour la plus faible valeur du  $SNR_a$  ce qui est aussi le cas pour  $\alpha$  qui ne pourra différencier différents espacements réguliers de diffuseurs quand le  $SNR_a$  est faible.

3<sup>ème</sup> cas :  $(\alpha, \beta)$  en fonction de  $(N, u)$  pour  $SNR_a = 1.4$ .

Dans ce cas des figures (2.9.c, .c'), la valeur de  $\alpha$  et  $\beta$  est calculée puis tracée en fonction du couple  $(N, u)$  où l'espacement varie comme suit :  $u \in \{0.1, 0.5, 1, 4\}$  tandis que la valeur de  $N$  varie dans l'ensemble  $\{7, 13, 16, 20, 25, 30, 40, 50\}$ . Par contre la valeur de  $SNR_a$  est maintenue constante de valeur 1.4. D'après ces courbes, la valeur de  $\alpha$  est croissante avec la densité des diffuseurs  $N$  et ce avec une pente de plus en plus forte lorsque l'espacement  $u$  augmente. Ainsi  $\alpha$  distinguera mieux les différents cas pour  $N$  quand l'espacement devient grand ce qui correspond à des textures homogènes.

Comme nous l'avons constaté au figure (2.9.a') le  $\beta$  est insensible au nombre de diffuseurs. Par contre, il est croissant avec l'inverse de la variance de l'espacement ( $u$ ). Or ce changement de configuration qui fait passer du cas de diffuseurs en groupe au cas de diffuseurs régulièrement espacés modifie la dynamique de l'image, comportement pour  $\beta$  que l'on retrouvera dans le chapitre (4)

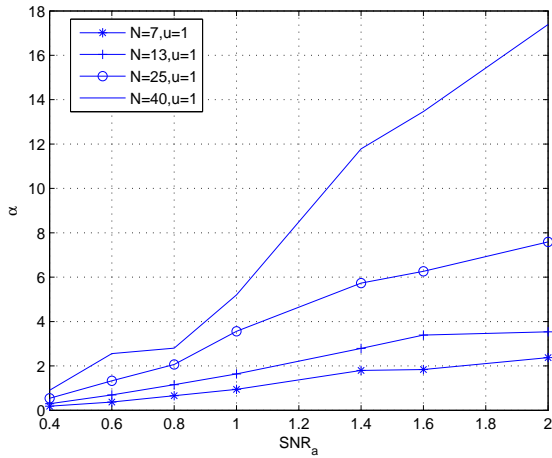
La matrice de corrélation permet de quantifier les liens qui existent entre les paramètres estimés de la loi  $\mathcal{K}$  et les propriétés intrinsèques des diffuseurs  $(N, SNR_a, u)$ . D'après le tableau (2.1),  $\alpha$  dépend fortement du  $SNR_a$  (0.4682), puis du  $N$  (0.4036), et enfin de  $u$  (0.1102). Pour le paramètre d'échelle  $\beta$ , il est fortement corrélé avec le  $SNR_a$  (-0.76), moyennement corrélé avec l'espacement  $u$  (0.58) et faiblement corrélé avec la densité  $N$  (-0.04). On retrouve ainsi ce qui a été conclu dans les cas précédents sur le comportement de  $(\alpha, \beta)$ .

	$N$	$SNR_a$	$u$	$\alpha$	$\beta$
$N$	1.0000	-0.0000	0.0000	0.4036	-0.0421
$SNR_a$	-0.0000	1.0000	-0.1855	0.4682	-0.7687
$u$	0.0000	-0.1855	1.0000	0.1102	0.5800
$\alpha$	0.4036	0.4682	0.1102	1.0000	0.1049
$\beta$	-0.0421	-0.7687	0.5800	0.1049	1.0000

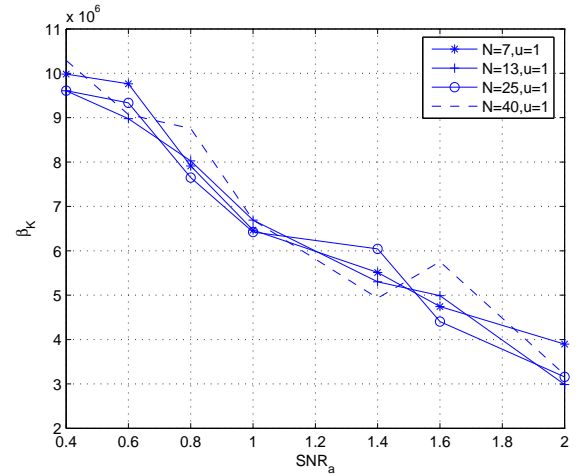
TAB. 2.1 – Tableau de corrélation entre les paramètres  $(\alpha, \beta)$  de la loi  $\mathcal{K}$  et les propriétés des diffuseurs  $(N, SNR_a, u)$ .

## 2.3 Modèle Nakagami

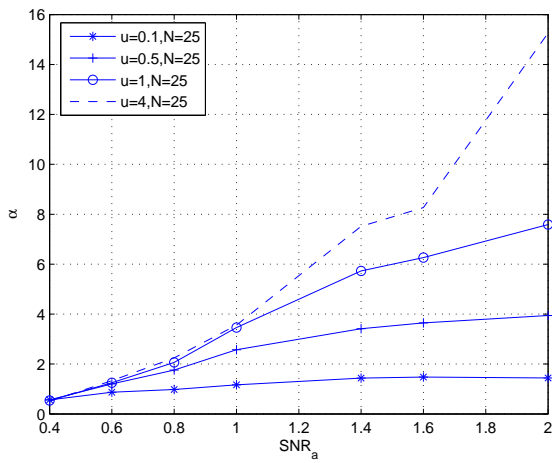
A cause des statistiques Non-Rayleigh de l'enveloppe du signal écho des tissus examinés, la distribution  $\mathcal{K}$  a été proposée comme étant un modèle fiable [NSR94]. Ce modèle a montré qu'il



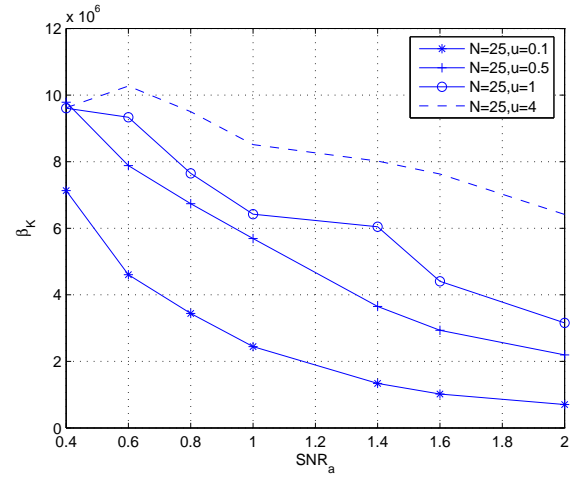
(a)  $\alpha$  en fonction du  $(SNR_a, N)$  pour  $u = 1$



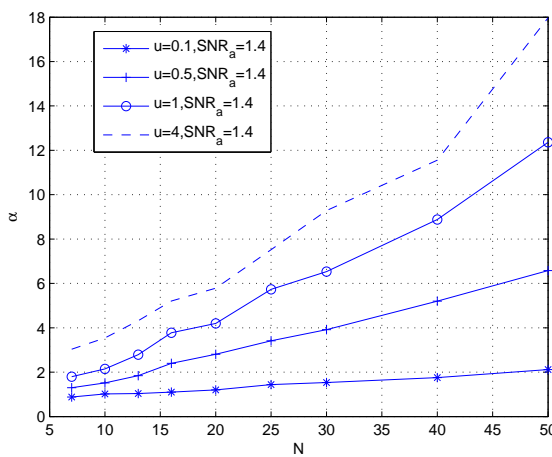
(a')  $\beta$  en fonction du  $(SNR_a, N)$  pour  $u = 1$



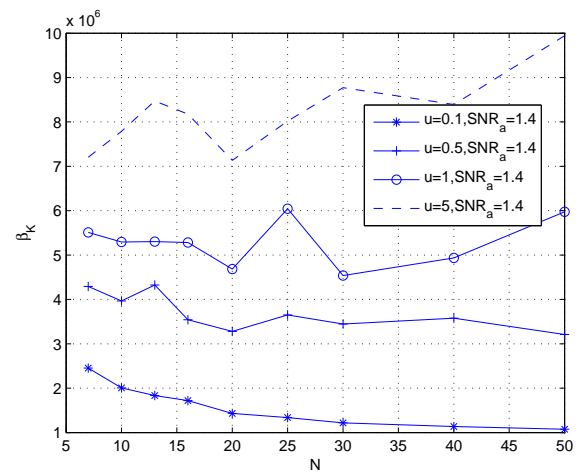
(b)  $\alpha$  en fonction du  $(SNR_a, u)$  pour  $N = 25$



(b')  $\beta$  en fonction du  $(SNR_a, u)$  pour  $N = 25$ .



(c)  $\alpha$  en fonction du  $(u, N)$  pour  $SNR_a=1.4$



(c')  $\beta$  en fonction du  $(u, N)$  pour  $SNR_a=1.4$

FIG. 2.9 – Variation des paramètres  $(\alpha, \beta)$  de la loi  $\mathcal{K}$  en fonction des paramètres  $N, SNR_a$  et  $u$ .

permet de représenter des statistiques pré-Rayleigh et Rayleigh mais ne permet pas de modéliser des statistiques post-Rayleigh. En effet, elle ne permet pas de représenter les statistiques de l'écho des tissus qui contiennent des régularités. Plusieurs solutions ont été envisagées pour remédier à cette insuffisance. La distribution  $\mathcal{K}$  généralisée [Sha95] et la distribution Homodyned  $\mathcal{K}$  [DG94]. Ces deux modèles permettent de couvrir les statistiques pré et post-Rayleigh. Malheureusement la complexité de ces deux modèles rend leur utilisation pratique très rare.

Récemment, il a été montré que la distribution de Nakagami proposée dans le domaine radar [Nak60] peut être utilisée dans la caractérisation des échos ultrasons pré-Rayleigh et post-Rayleigh [Gil97], [Sha00]. On peut aussi citer les travaux de [GMA01] qui ont fondé un filtre adaptatif pour la suppression du speckle en se basant sur un modèle de Nakagami. L'avantage qui contribue au succès de cette distribution est la simplicité de l'expression analytique de cette loi qui rend l'estimation des paramètres simple par rapport aux autres lois. Le modèle est fonction de deux paramètres qui peuvent être utilisés pour générer plusieurs types de lois. Le premier paramètre est un paramètre de forme noté généralement  $m$  et le deuxième noté  $\Omega$  est un paramètre d'échelle. Une validation de ce modèle avec des simulations ainsi qu'une expérimentation sur des phantoms [Sha00] montrent que le paramètre  $m$  de la distribution de Nakagami est sensible aux nombres de diffuseurs présents dans le tissu, aux variations de leur amplitude et à leur organisation (aléatoire ou non aléatoire). Cette sensibilité contribue à l'efficacité de ce modèle dans la modélisation des échos pré-Rayleigh et post-Rayleigh.

Dans ce qui suit, on effectue une exploration de ce modèle ainsi que ces statistiques. La distribution de Nakagami de paramètres  $(m, \Omega)$  où  $m \geq \frac{1}{2}$  et  $\Omega > 0$ , a pour densité [Nak60] :

$$f_{m,\Omega}(A) = \frac{2m^m}{\Gamma(m)\Omega^m} A^{2m-1} \exp\left(-\frac{m}{\Omega} A^2\right) \quad \forall A \in \mathbb{R}_+. \quad (2.29)$$

$A$  est l'amplitude, le paramètre  $m$  est le paramètre forme, appelé encore paramètre de Nakagami et  $\Omega$  est un paramètre d'échelle. Il est à noter que lorsque  $m = 1$  et  $\Omega = \sigma^2$  la distribution de Nakagami se réduit à une distribution Rayleigh.

Le moment d'ordre  $k \in \mathbb{N}^*$  est donné par :

$$E\{\mathcal{A}^k\} = \frac{\Gamma(m + \frac{k}{2})}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{\frac{k}{2}} \quad (2.30)$$

L'expression du moment normalisée  $\mathcal{A}^{(2k)}$  est donnée par :

$$\mathcal{A}^{(2k)} = \frac{\Gamma(m + k)}{\Gamma(m)} \frac{1}{m^k} \quad (2.31)$$

L'expression du paramètre  $\Omega$  et  $m$  s'écrit en fonction des moments d'ordre 2 et d'ordre 4 permettant ainsi leur estimation par la méthode des moments [Nak60] :

$$\Omega = E\{\mathcal{A}^2\} \quad (2.32)$$

$$m = \frac{\Omega^2}{E\{(\mathcal{A}^2 - \Omega)^2\}} \quad (2.33)$$

L'expression du rapport signal sur bruit  $SNR_{\mathcal{N}}$  pour une loi Nakagami est donnée comme suit :

$$SNR_{\mathcal{N}} = \frac{\Gamma(m + \frac{1}{2})}{\sqrt{\Gamma(m + 1)\Gamma(m) - \Gamma(m + \frac{1}{2})^2}} \quad (2.34)$$

Le  $SNR_{\mathcal{N}}$  est une fonction du paramètre  $m$ . Sur la figure (2.10) la courbe de ce dernier est tracée en fonction du paramètre  $m$ . La valeur du  $SNR_{\mathcal{N}}$  prend des valeurs inférieures à 1.91 pour  $m < 1$ , et des valeurs supérieures à 1.91 pour  $m > 1$  ce qui permet de dire qu'elle couvre les 3 types de distributions pré-Rayleigh et post-Rayleigh.

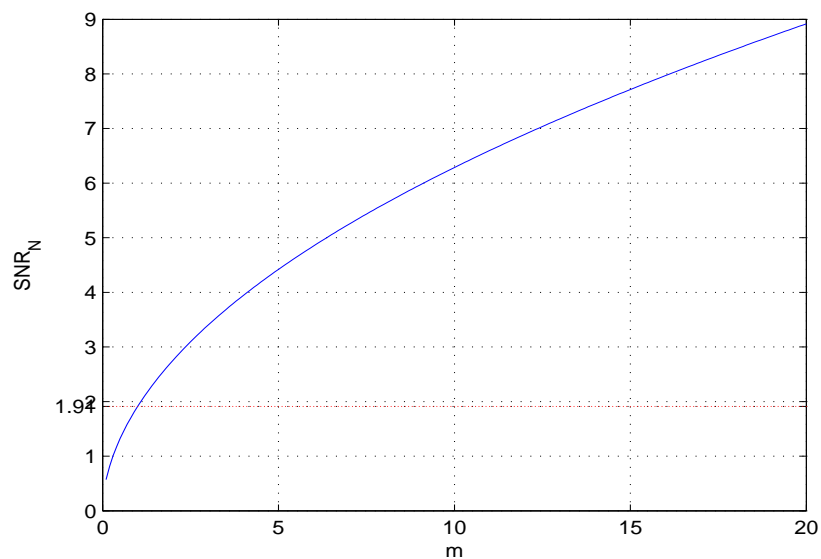


FIG. 2.10 – Rapport signal sur bruit  $SNR_{\mathcal{N}}$  pour la loi Nakagami en fonction du paramètre forme  $m$ .

La loi de Nakagami s'exprime aussi en fonction d'une loi Gamma. Dans ce cas, le paramètre  $m$  est étendu au cas  $m > 0$ . En effet, si  $\mathcal{A}$  une variable aléatoire de loi de Nakagami de paramètre  $(m, \Omega)$ , on peut définir cette variable aléatoire comme étant la racine carrée de la variable aléatoire  $X$ . Ainsi :

$$\mathcal{A} = \sqrt{X} \quad (2.35)$$

où  $X$  suit une loi Gamma de paramètre  $(m, \frac{m}{\Omega})$ .

### 2.3.1 Comparaison avec les autres lois

Il existe une grande ressemblance entre le paramètre  $m$  et le paramètre  $\alpha$  de la loi  $\mathcal{K}$  [SDR<sup>+</sup>01]. En effet, la loi  $\mathcal{K}$  est le résultat de produit de deux lois de type Nakagami et Rayleigh. En identifiant les deux premiers moments paires des deux lois  $\mathcal{K}$  et Nakagami, on établit la relation suivante :

$$\begin{cases} m = \frac{\alpha}{2 + \alpha} \\ \Omega = 4 \frac{\alpha}{\beta^2} \end{cases} \quad (2.36)$$

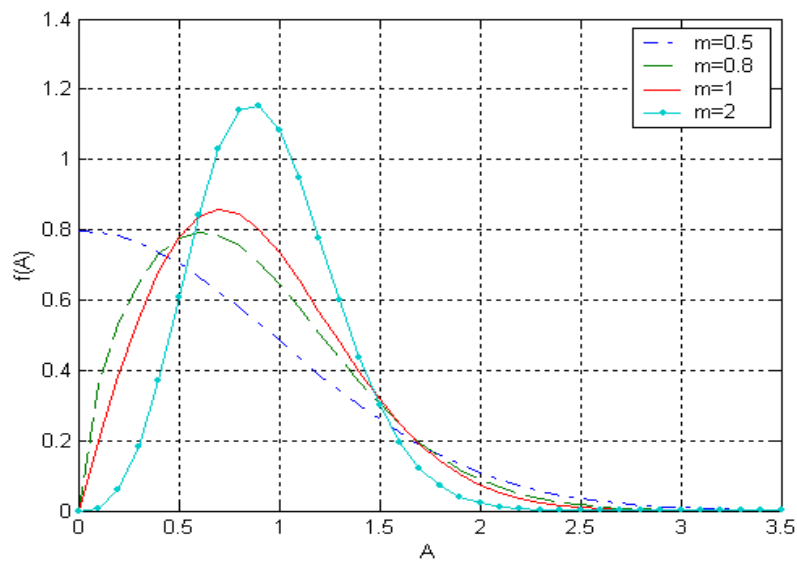
Pour un tissu homogène (le paramètre  $\alpha$  est important et tend vers  $\infty$ )  $m$  tend vers 1. Pour un tissu hétérogène (le  $\alpha$  est faible et tend vers 0) le paramètre  $m$  tend vers 0. Dépendant uniquement de  $\alpha$ , le paramètre  $m$  est considéré encore comme le nombre effectif de diffuseurs dans une cellule de résolution comme le paramètre  $\alpha$ . Ceci constitue même une violation de la condition donnée dans [Nak60] où le  $m \geq 0.5$ . Ceci peut être contourné quand on considère la loi Nakagami déduite d'une loi Gamma par la transformation donnée à l'équation (2.35). Dans ce cas précis,  $m$  prend des valeurs comprises entre  $0 < m < \infty$ . Dans [Sha00], [SDR<sup>+</sup>01], la densité de probabilité de l'enveloppe du signal écho est appelée "Nakagami-Gamma" pour  $m < 0.5$ .

Lorsque les diffuseurs sont répartis d'une façon régulière et séparés par des espacements multiples de la demi-longueur d'onde ( $\lambda/2$ ) correspondant à la fréquence de démodulation  $f_0$ , l'enveloppe du signal écho est post-Rayleigh et il est appelé "Rice-Nakagami" [Sha00]. La valeur de  $m$  dans ce cas est supérieure à 1 et la phase  $\phi$  de l'enveloppe complexe définie par l'équation (2.3) du signal RF est non uniforme [Sha00].

Lorsque les diffuseurs sont répartis d'une façon régulière et séparés par des espacements multiples d'un quart de la longueur d'onde ( $\lambda/4$ ), l'enveloppe du signal écho est dit de type "Rice Généralisé" [WIB87], [Sha00]. La valeur de  $m$  dans ce cas est comprise entre 0.5 et 1. Dans [Sha00], les auteurs proposent pour séparer ce cas avec le cas pré-Rayleigh, d'examiner la phase  $\phi$  de l'enveloppe complexe, si elle est uniforme, alors il s'agit d'un cas pré-Rayleigh, mais si la phase est non uniforme, alors c'est le cas Rice généralisé. Le tableau (2.2) résume toutes les configurations possibles de la loi Nakagami en fonction de  $m$  [SDR<sup>+</sup>01]. La figure (2.11) montre l'allure de la loi de Nakagami pour différentes valeurs de  $m$  pour une valeur de  $\Omega = 1$ .



Valeurs de $m$	Enveloppe	Phase	loi Nakagami
$m=1$	Rayleigh	Uniforme	Nakagami
$0.5 < m < 1$	Pré-Rayleigh	Uniforme	Nakagami
$0 < m < 0.5$	Pré-Rayleigh	Uniforme	Nakagami-Gamma
$m > 1$	Post-Rayleigh	Non uniforme	Nakagami-Rice
$0.5 < m < 1$	Rice Généralisé	Non uniforme	Nakagami

TAB. 2.2 – Relation entre Nakagami et les lois Rayleigh et Rice pour différentes valeurs de  $m$ FIG. 2.11 – Fonction densité de probabilité de la loi de Nakagami avec  $\Omega = 1$  pour différentes valeurs de  $m$ .

### 2.3.2 Paramètres de Nakagami et propriétés des diffuseurs

Des études sur des simulations [Sha00] ont montré que le paramètre  $m$  est sensible à la densité des diffuseurs dans une cellule de résolution, à la variation des amplitudes et à la répartition des diffuseurs dans une cellule de résolution.

Les simulations montrent qu'en absence de régularité des diffuseurs dans le tissu, la valeur de  $m$  varie entre 0 et 1. Dans le cas où la cellule de résolution contient un nombre important de diffuseurs  $N$ , l'enveloppe du signal echo s'approche d'une loi Rayleigh, et le  $m$  tends vers 1. Mais si, le nombre de diffuseurs  $N$  est trop faible ou l'amplitude de réflexion est aléatoire, c'est la loi  $\mathcal{K}$  qui représente le mieux l'enveloppe, et ainsi les statistiques sont pré-Rayleigh. La valeur

de  $m$  est alors comprise entre 0 et 1 [Sha00].

Des simulations discrétisant l'ensemble des valeurs possibles pour le triplet ont été ici réalisées pour illustrer les déductions citées précédemment et sur le comportement des paramètres de la loi Nakagami en fonction des caractéristiques du tissu. Les conditions de simulations sont les mêmes que celles utilisées pour la loi  $\mathcal{K}$ .

**1<sup>er</sup> cas :**  $(m, \Omega)$  en fonction de  $(SNR_a, N)$  pour  $u = 1$

Comme pour le paramètre  $\alpha$  de la loi  $\mathcal{K}$ , le paramètre  $m$  croît avec la densité des diffuseurs  $N$  et la valeur de  $SNR_a$ . Ceci est montré sur la figure (2.13.a). Pour le paramètre  $\Omega$ , c'est le même comportement que  $m$  (figure 2.13.a'), mais contrairement à ce dernier, il ne distingue pas les valeurs de  $N$  pour des faibles valeurs de  $SNR_a$  (texture hétérogène).

**2<sup>eme</sup> cas :**  $(m, \Omega)$  en fonction de  $(SNR_a, u)$  pour  $N = 25$

La figure (2.13.b) montre la valeur estimée de  $m$  en fonction de  $(SNR_a, u)$ . On voit que le paramètre forme de la loi Nakagami est aussi une fonction croissante de l'espacement. Pour des distances peu régulières entre diffuseurs ( $u=4$ ), la valeur de  $m$  tend vers 1, laissant penser à une texture homogène. Tandis que pour des espacements aléatoires où des groupes de diffuseurs peuvent se former ( $u < 1$ ), la valeur vaut  $m < 0.5$ . Pour,  $u = 0.1$ , on voit ici que  $m$  ne permet pas de discriminer facilement les différentes valeurs du  $SNR_a$ .

Dans ce cas la texture générée semble être hétérogène. De la même façon  $\Omega$  augmente avec le  $SNR_a$  et l'espacement  $u$  (figure 2.13.b'). Mais tous les deux ne distinguent pas les  $u$  pour des  $SNR_a$  faibles.

**3<sup>eme</sup> cas :**  $(m, \Omega)$  en fonction de  $(u, N)$  pour  $SNR_a = 1.4$

D'après les courbes (2.13.c et .c'), les paramètres  $m$  et  $\Omega$  sont croissants en fonction de  $(u, N)$ . On retrouve les mêmes constatations sur la croissance en fonction de  $u$  et  $SNR_a$  des cas précédents. Par contre, on constate ici que  $m$  distingue mal les  $u$  grands quand  $N$  est grand. Pour  $\Omega$ , c'est l'opposé à savoir qu'il ne distingue pas les différentes valeurs de  $u$  quand  $N$  est faible.

**4<sup>eme</sup> cas :**  $m$  en fonction de  $(SNR_a, N)$  pour  $u = 10$

C'est le cas où la valeur de  $m$  est supérieure à 1, indiquant la présence d'une structure régulière. En effet, pour une densité de diffuseurs égale à  $N = 7$  répartis d'une façon régulière dans la cellule de résolution ( $u=10$ ), la distance séparant ces diffuseurs est de valeur égale à  $\Delta r/7 = 0.18$  où  $\Delta r$  est la taille de notre cellule de résolution ici égale à 1.26 mm. Cette distance correspond à  $\lambda/2$  où  $\lambda$  est la longueur d'onde utilisée dans le simulateur et définie par  $\lambda = v/f_0$ . la figure (2.12) fait référence à ce type de comportement.

La matrice de corrélation de  $(N, SNR_a, u, m, \Omega)$  montre que (voir tableau (2.3)) le paramètre  $m$  est plus fortement corrélé avec la densité  $N$  et  $SNR_a$  que avec  $u$  (0.22, avec un  $p=0$ ). Cette corrélation est légèrement plus importante que celle de la corrélation du  $\alpha$  paramètre forme de la loi  $\mathcal{K}$  avec le  $u$ . Ceci montre que la loi Nakagami par l'intermédiaire de son paramètre forme décrit mieux la répartition spatiale des diffuseurs dans le tissu. Le paramètre  $\Omega$  est sensible à la valeur du  $SNR_a$  et à l'espacement. Les coefficients de corrélation avec ces derniers sont égaux à ceux des coefficients entre  $m$  et  $(SNR_a, u)$ . Par contre, il est moyennement corrélé avec la densité (0.29).

	$N$	$SNR_a$	$u$	$m$	$\Omega$
$N$	1.0000	-0.0000	0.0000	0.5528	0.2951
$SNR_a$	-0.0000	1.0000	-0.1855	0.5434	0.5423
$u$	0.0000	-0.1855	1.0000	0.2221	-0.2253
$m$	0.5528	0.5434	0.2221	1.0000	0.2052
$\Omega$	0.2951	0.5423	-0.2253	0.2052	1.0000

TAB. 2.3 – Tableau de corrélation entre les paramètres  $(m, \Omega)$  de la loi Nakagami et les propriétés des diffuseurs  $(N, SNR_a, u)$ .

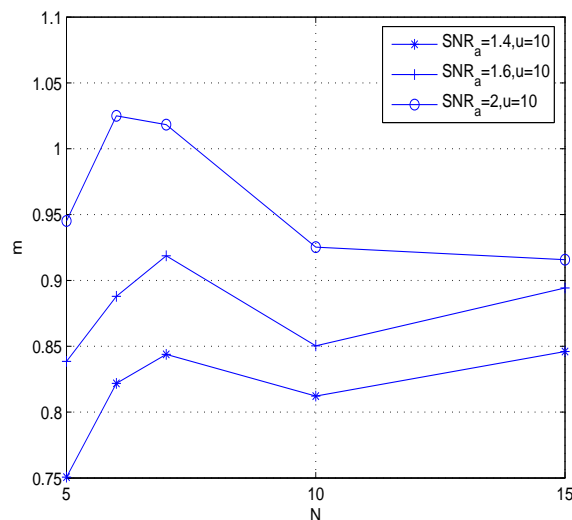
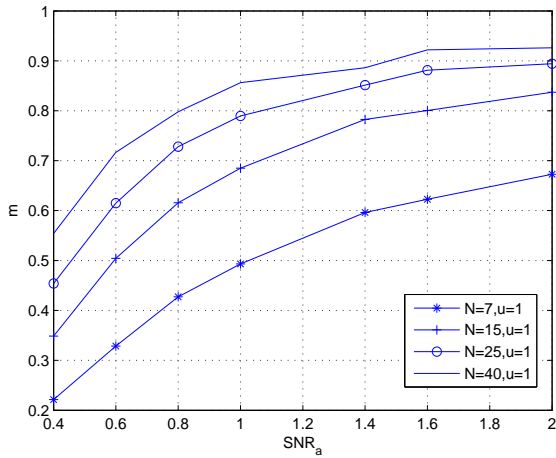
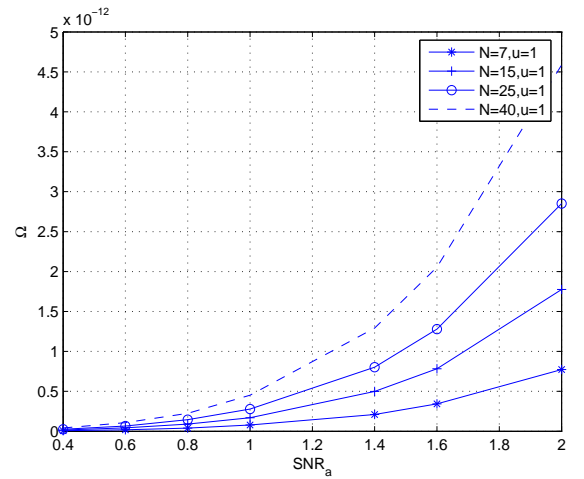


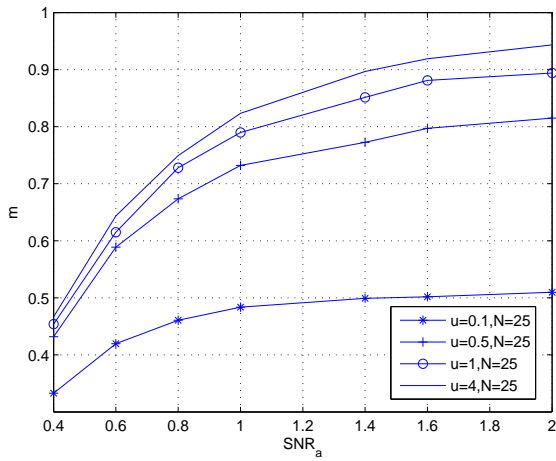
FIG. 2.12 – Valeurs de  $m$  pour un espacement très régulier  $u = 10$



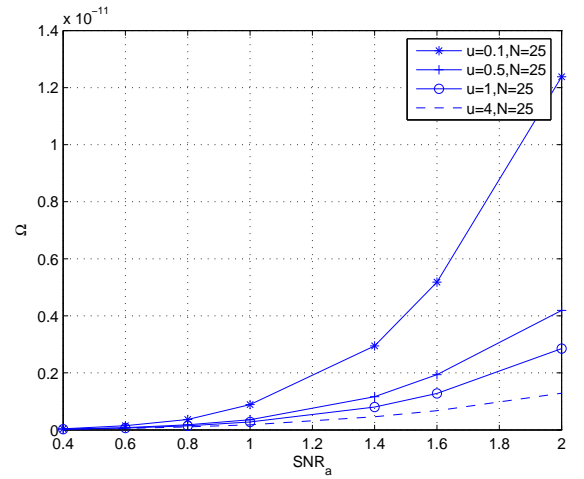
(a)  $m$  en fonction du  $(SNR_a, N)$  pour  $u = 1$



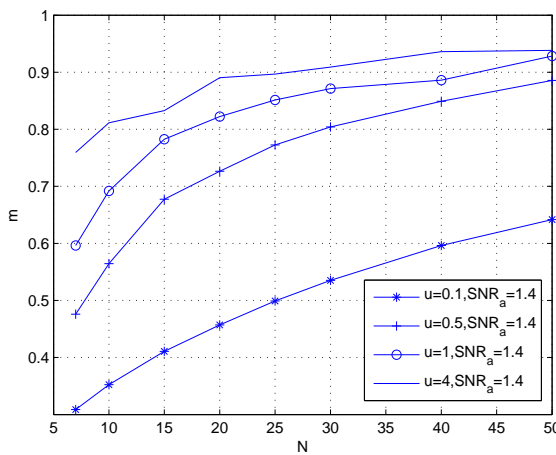
(a')  $\Omega$  en fonction du  $(SNR_a, N)$  pour  $u = 1$



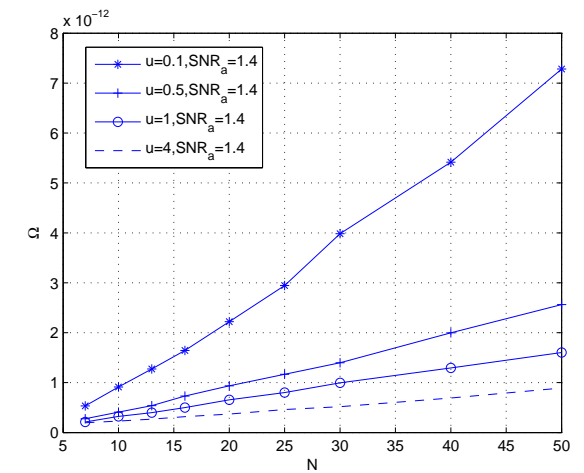
(b)  $m$  en fonction du  $(SNR_a, u)$  pour  $N = 25$ .



(b')  $\Omega$  en fonction du  $(SNR_a, u)$  pour  $N = 25$



(c)  $m$  en fonction du  $(N, u)$  pour  $SNR_a=1.4$ .



(c')  $\Omega$  en fonction du  $(N, u)$  pour  $SNR_a=1.4$

FIG. 2.13 – Variation des paramètres  $(m, \Omega)$  de la loi Nakagami en fonction des paramètres  $N$ ,  $SNR_a$  et  $u$ .

## 2.4 Ambiguïté et limitation de la modélisation des amplitudes

Les lois de distributions comme les loi  $\mathcal{K}$  et Nakagami se sont avérées utiles pour la modélisation de l'enveloppe du signal écho et ont été utilisées par plusieurs auteurs pour une caractérisation tissulaire. Mais des ambiguïtés peuvent être décelées. En effet, comme nous l'avons observé dans la section (2.2), les ambiguïtés de caractérisation par le couple de paramètre  $(\alpha, \beta)$  de la loi  $\mathcal{K}$  surviennent pour des faibles valeurs de  $SNR_a$  c'est-à-dire pour des grandes variations de l'amplitude et donc pour des textures hétérogènes. C'est ce qu'illustrent les textures de la figure (2.14). Cette confusion survient sur les les espacements et sur le nombre de diffuseurs  $N$ . De même, des ambiguïtés de caractérisation par le couple  $(m, \Omega)$  de la loi Nakagami surviennent aussi pour des faibles valeurs de  $SNR_a$ . En effet, ni  $m$ , ni  $\Omega$  ne distinguent les valeurs de  $N$  et de  $u$ .

Les tableaux (2.4) et (2.5) montrent différentes configurations de triplets  $(N, SNR_a, u)$  et les simulations d'images correspondantes. Ces simulations ont les mêmes couples de paramètres  $(\alpha, \beta)$  pour une loi  $\mathcal{K}$  et  $(m, \Omega)$  pour le cas Nakagami. En plus, ces simulations peuvent avoir des textures totalement différentes avec des organisations aléatoires ou régulières des diffuseurs mais ayant la même loi de distribution et donc les mêmes paramètres.

Figures	$\alpha$	$\beta(10^6)$	$N$	$SNR_a$	$u$	Figures	$\alpha$	$\beta(10^6)$	$N$	$SNR_a$	$u$
2.14.a	0.2933	8.114	13	0.4	0.10	2.14.b'	2.0440	7.837	40	0.6	4.00
2.14.a'	0.2928	8.339	13	0.4	0.30	2.14.b''	2.0618	7.650	25	0.8	1.00
2.14.a''	0.2938	8.577	13	0.4	0.50	2.14.c	2.0276	7.576	40	0.6	0.8
2.14.b	0.2971	8.7604	13	0.4	1.00	2.14.c'	2.0686	8.060	13	1.40	0.50

TAB. 2.4 – Des configurations possibles de triplets  $(N, SNR_a, u)$  aboutissant aux mêmes valeurs des paramètres  $(\alpha, \beta)$  de la loi  $\mathcal{K}$

Pour la loi  $\mathcal{K}$ , on constate pour le tableau (2.4), figures (2.14.a,a',a'' et b) que pour une densité de diffuseur constante  $N$ , et pour un  $SNR_a$  très faible égal à 0.4, les  $\alpha$  et  $\beta$  ne distinguent pas l'espacement  $u$ . Ceci est traduit par une même valeur de  $\alpha = 0.29$  et de  $\beta = 8.510^6$  pour des espacements allant de 0.1 à 1. On retrouve le même comportement pour les figures (2.14.b',b'',c et c'), pour des  $SNR_a$  faibles (0.6, 0.8), les  $\alpha$  et  $\beta$  ne distinguent pas les espacements et les densités.

Le même type de comportement se répète dans le tableau (2.5) où le couple de paramètres  $(m, \Omega)$  n'arrive pas à distinguer les espacements  $u$  et  $N$  pour des  $SNR_a$  faibles (0.6 et 0.8).

Figures	$m$	$\Omega$	$N$	$SNR_a$	$u$
2.15.a	0.3178	1.9347E-14	7	0.60	0.80
2.15.a'	0.3119	2.1009E-14	10	0.80	0.10
2.15.b	0.4084	4.1974E-14	7	0.80	0.80
2.15.b'	0.4026	3.699E-14	10	0.6	1.00
2.15.c	0.7009	1.1678E-13	40	0.6	0.80
2.15.c'	0.7005	1.5246E-13	25	0.80	0.80

TAB. 2.5 – Des configurations possibles de triplets  $(N, SNR_a, u)$  aboutissant aux mêmes valeurs des paramètres  $(m, \Omega)$  de la loi Nakagami.

## 2.5 Conclusion

Ce chapitre, a été consacré à une description des lois de distribution de l'image enveloppe proposées dans la littérature s'appuyant sur le modèle discret des diffuseurs. Nous nous sommes plus particulièrement intéressés aux lois  $\mathcal{K}$  et Nakagami. La loi  $\mathcal{K}$  décrit les statistiques Pré-Rayleigh tandis que la loi Nakagami englobe les lois pré-Rayleigh et post-Rayleigh.

Ces lois de distribution étudiées ici dépendent fortement des caractéristiques physiques des diffuseurs à savoir la densité de ces derniers, leur répartition spatiale (uniforme ou aléatoire) et leur amplitude. A l'aide de simulations d'images RF, nous avons illustré cette dépendance entre les paramètres de ces lois et ceux des diffuseurs. Ainsi, pour la loi  $\mathcal{K}$ , le paramètre forme  $\alpha$  dépend fortement de la variation d'amplitude  $SNR_a$ , puis de la densité des diffuseurs  $N$ . Le même comportement est observé pour le paramètre  $m$  de la loi Nakagami à une différence près que la dépendance avec le paramètre espacement est plus importante que pour le cas de la loi  $\mathcal{K}$ .

Malgré l'apport de ces paramètres dans l'extraction d'informations sur les propriétés intrinsèques des diffuseurs, des ambiguïtés dans la discrimination de texture subsistent. En effet, sur quelques simulations d'images RF ayant des triplets différents de densité, d'amplitude et d'espacement de diffuseurs, on obtient des paramètres de forme et d'échelle très proches. Ces ambiguïtés de caractérisation par le couple de paramètres  $(\alpha, \beta)$  de la loi  $\mathcal{K}$  surviennent pour des faibles valeurs de  $SNR_a$  c'est-à-dire pour des grandes variations de l'amplitude et donc pour des textures hétérogènes. Cette confusion survient sur les espacements et sur le nombre de diffuseurs  $N$ . De même, des ambiguïtés de caractérisation par le couple  $(m, \Omega)$  de la loi Nakagami surviennent aussi pour des faibles valeurs de  $SNR_a$ . En effet, ni  $m$ , ni  $\Omega$  ne distinguent les valeurs de  $N$  et de  $u$ .

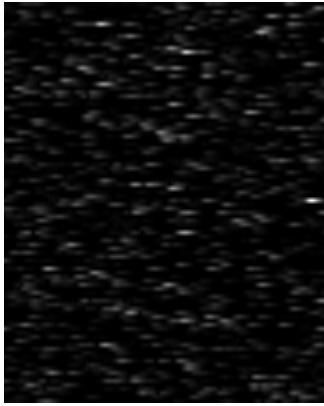
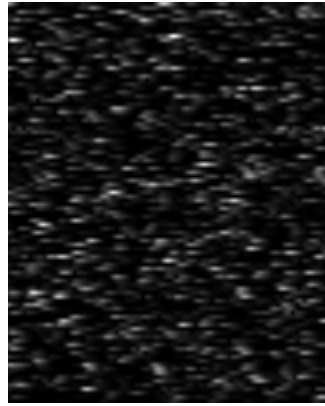
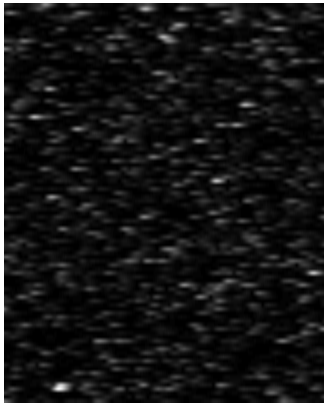
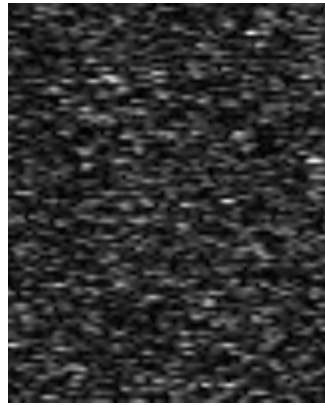
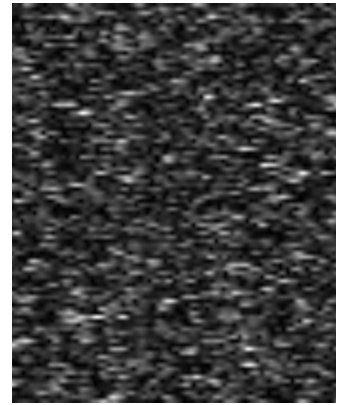
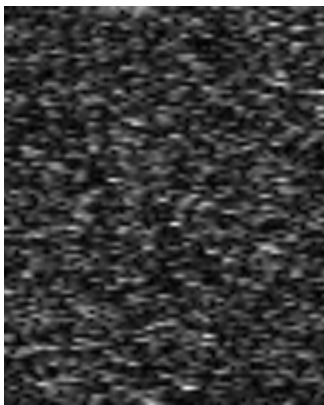
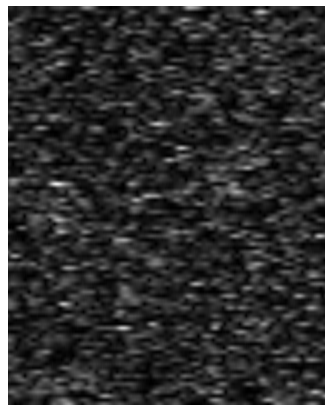
(a)  $N=13, SNR_a=0.4, u=0.1$ (a')  $N=13, SNR_a=0.4, u=0.3$ (a'')  $N=13, SNR_a=0.4, u=0.5$ (b)  $N=13, SNR_a=0.4, u=1$ (b')  $N=40, SNR_a=0.6, u=4$ (b'')  $N=25, SNR_a=0.8, u=1$ (c)  $N=40, SNR_a=0.6, u=0.8$ (c')  $N=13, SNR_a=1.4, u=0.5$ 

FIG. 2.14 – Des configurations de triplets  $(N, SNR_a, u)$  aboutissant aux mêmes valeurs de  $(\alpha, \beta)$  de la loi  $\mathcal{K}$ . Les simulations sont de taille  $100 \times 700$ .



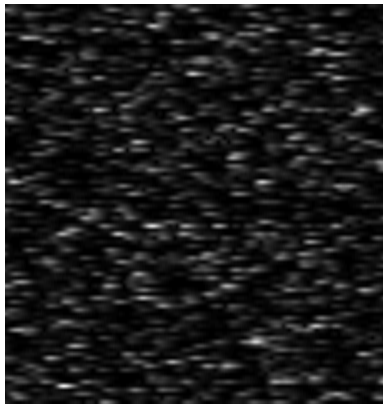
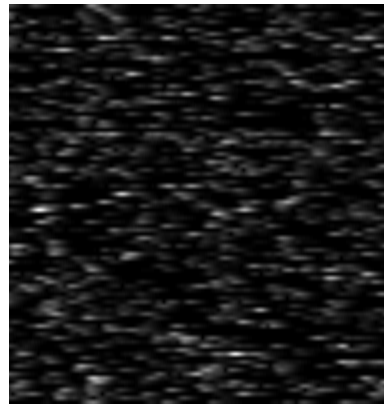
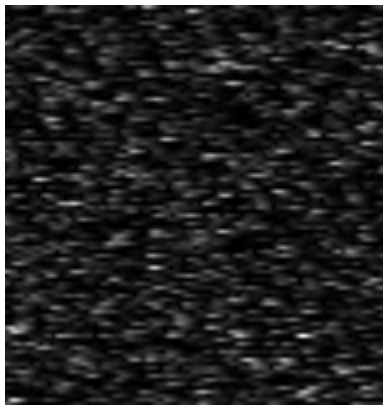
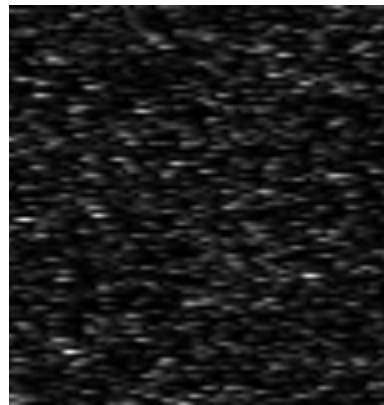
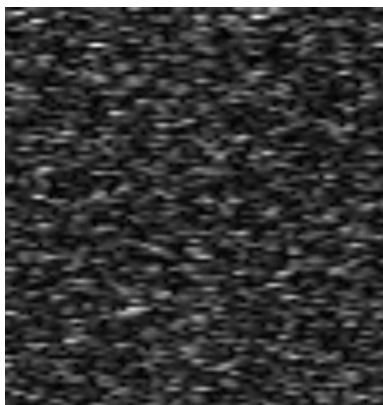
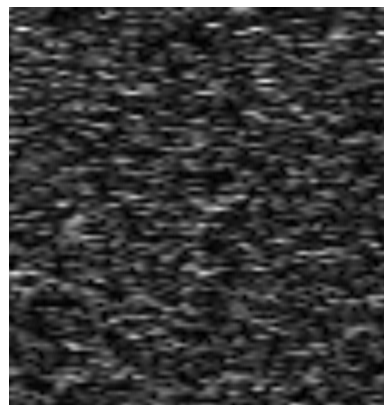
(a)  $N=7, SNR_a=0.6, u=0.8$ (a')  $N=10, SNR_a=0.8, u=0.1$ (b)  $N=7, SNR_a=0.8, u=0.8$ (b')  $N=10, SNR_a=0.6, u=1$ (c)  $N=40, SNR_a=0.6, u=0.8$ (c')  $N=25, SNR_a=0.8, u=0.8$ 

FIG. 2.15 – Des configurations de triplets  $(N, SNR_a, u)$  aboutissant aux mêmes valeurs de  $\alpha_N$  de la loi Nakagami. Les simulations sont de taille  $100 \times 700$ .

# Chapitre 3

## Conception d'un modèle spatial de la texture échographique

Comme nous l'avons vu au chapitre précédent, l'étude du comportement aléatoire des niveaux de l'image enveloppe nécessite la prise en compte de l'organisation spatiale de ces derniers dans l'image. La texture échographique étant de type micro-texture, les champs de Markov sont l'approche que nous avons choisie pour accomplir cette tâche, car ils permettent aussi de conserver localement les lois  $\mathcal{K}$  et Nakagami qui fournissent une bonne description des niveaux de la texture échographique. On propose de monter ici un modèle markovien à l'aide de chacune de ces lois. Ces dernières sont fonction de la loi Gamma. C'est à travers cette loi que la modélisation markovienne est introduite et ce en section (3.2). Deux cas de modèles sont proposés. Le premier, le plus simple, est construit autour des auto-modèles de Besag. Le deuxième qui sort de ce type de modèle, est plus proche de la réalité physique des textures échographiques. On constate en section (3.3) que quel que soit le modèle choisi, la loi  $\mathcal{K}$  ne permet pas d'aboutir à un modèle de texture markovien. Dans la section (3.4) des simulations seront présentées pour chacun de ces modèles. A la fin de ce chapitre, nous présentons la méthode d'estimation des paramètres de ces modèles de textures qui repose sur la méthode des moindres carrés conditionnels.

### 3.1 Cadre de travail

Les notions et définitions rappelées dans cette partie peuvent être retrouvées dans [Guy95]. L'image est représentée ici par une grille  $S$  rectangulaire finie bidimensionnelle de taille  $n \times m$ . La notion de voisinage en terme de "plus proche voisin" sur la grille  $S$  est synthétisée par un graphe

non orienté  $G=[S,V]$  où le système de voisinage  $V = (V_s, s \in S)$  qui possède les propriétés suivantes :

$$\begin{cases} \forall s \in S, s \notin V_s \\ \forall \{s, r\} \subset S, s \in V_r \Leftrightarrow r \in V_s \end{cases} \quad (3.1)$$

La définition du système de voisinage  $V$  conduit à celle de l'ensemble des cliques  $\mathcal{C}$  dont les éléments  $c$  sont les parties de  $S$  vérifiant :

$$\begin{cases} \exists s \in S : c = \{s\} \\ \forall \{s, r\} \subset c, r \in V_s \end{cases} \quad (3.2)$$

L'ensemble  $\mathcal{C}$  comporte donc, les singletons et les parties de  $S$  dont les éléments sont voisins deux à deux. Les systèmes de voisinage les plus couramment utilisés sont d'ordre 1 et 2. Dans le cas bidimensionnel, ils sont de 4 connexité et de 8 connexité.

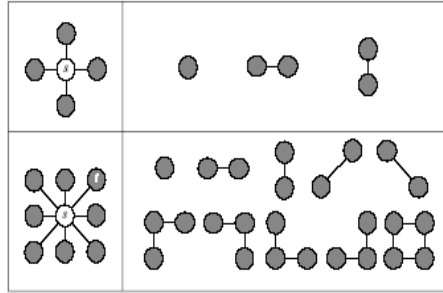


FIG. 3.1 – Voisinage d'ordre 1 (1<sup>er</sup> ligne), d'ordre 2 (2<sup>eme</sup> ligne) et les cliques associées.

L'image  $X$  est ici à valeur dans  $E$  (l'ensemble des configurations possibles de  $X$ ). Étant donné un ensemble  $S$  fini de sites (pixels), soit  $X_s$  la variable aléatoire associée au site  $s$  ayant une observation  $x_s$  appartenant à l'espace d'état  $E_s$ , tels que  $E = \prod_{s \in S} E_s$ . Soit  $P$  une mesure de probabilité définie sur  $(E, P(E))$  où  $P(E)$  est l'ensemble de toutes les parties de  $E$ . Dans le cas de l'image, le champ vérifie l'apparition probable de toute configuration de  $E$  ce qui conduit à la définition suivante :

**Définition 1 :** Un champ aléatoire  $X = (X_s, s \in S)$  est un champ markovien sur un graphe  $[S, V]$  si et seulement si il vérifie :

1.  $\forall x \in E, P(x) > 0$  (contrainte de positivité)
2.  $\forall s \in S, \forall x \in E, P(X_s = x_s / X_r = x_r, r \neq s) = P(X_s = x_s / X_r = x_r, r \in V_s)$

Le second point de cette définition appelée propriété de "markoviennité", exprime que le comportement de la variable aléatoire portée par un site est entièrement déterminé par les observations

des variables aléatoires voisines. Il est clair que l'intérêt des champs de Markov réside essentiellement dans la notion de localité.

Grâce à la positivité de la mesure de probabilité, il peut être relié au champ de Gibbs.

**Définition 2 :** *Un champ aléatoire  $X = (X_s, s \in S)$  est un champ de Gibbs sur  $S$  relativement au système de voisinage  $V_s$  si et seulement si  $P$  est une distribution de Gibbs donnée par :*

$$\forall x \in E, P(x) = \frac{1}{Z} \exp(-U(x)), \quad Z = \sum_{x' \in E} \exp(-U(x')) \quad (3.3)$$

La fonction  $U$  définie sur  $E$  par :

$$U(x) = \sum_{c \in \mathcal{C}} V_c(x) \quad (3.4)$$

est la fonction d'énergie du champ de Gibbs  $X$  et  $(V_c, c \in \mathcal{C})$  est une famille de potentiels sur les cliques.

La constante  $Z$  est une constante de normalisation appelée fonction de répartition.

La liaison entre champ de Markov et champ de Gibbs est faite par le théorème de Hammersley-Clifford.

**Théorème 1 :** *Un champ aléatoire sur l'ensemble des sites  $S$  est un champ de Markov sur le graphe  $G = [S, V]$  vérifiant la propriété de positivité si et seulement si c'est un champ de Gibbs sur  $G$ .*

Ainsi la distribution des niveaux du pixel  $s$  sachant celui de ses voisins s'exprime à l'aide des potentiels associés aux cliques contenant le site  $s$  :

$$P(X_s = x_s / X_r = x_r, r \in V_s) = \frac{\exp\left(-\sum_{c \in \mathcal{C}/s \in c} V_c(x_s)\right)}{\sum_{l \in E_s} \exp\left(-\sum_{c \in \mathcal{C}/s \in c} V_c(l)\right)} \quad (3.5)$$

Cette distribution est aussi appelée distribution conditionnelle ou spécification locale. Dans le cas de la texture, le modélisateur choisit une loi adaptée au phénomène physique pour l'imposer comme distribution locale. On retrouve donc l'ensemble des lois connues comme modèle markovien de texture (normale, binomial, poisson,...) dont les paramètres vont dépendre des niveaux des voisins. Ces lois appartiennent généralement à la famille dite exponentielle et ces champs vérifient alors la propriété suivante :

**Propriété 1 :** *Soit  $X$  un champ Markovien associé à une mesure de Gibbs. Si le champ  $X$  est de type exponentiel :*

$$\ln P(X_s = x_s / X_{V_s} = x_{V_s}) = \mathbf{A}_s(x_{V_s})\mathbf{B}_s(x_s) + \mathbf{C}_s(x_s) + \mathbf{D}_s(x_{V_s}), \quad \mathbf{B}_s(0) = \mathbf{C}_s(0) = 0 \quad (3.6)$$

où  $S$  est l'ensemble des sites,  $x_s$  la valeur au site  $s$  et  $x_{V_s} = \{x_r, r \in V_s\}$  la valeur des niveaux au voisinage.

Alors : (a) il existe  $a_s$  et  $b_{sr}$ , tel que :

$$\mathbf{A}_s(x_{V_s}) = a_s + \sum_{r \in V_s} b_{sr} \mathbf{B}_s(x_r) \quad (3.7)$$

où  $a_s$  est le paramètre qui définit l'importance donnée à la valeur  $x_s$  du site  $s$  et  $b_{sr}$  est le paramètre d'interaction entre le site  $s$  et son voisin  $r$ .

Dans ce cas, les potentiels de clique sont :  $\phi_s$  associé à la clique singleton réduite au pixel  $s$  et  $\phi_{sr}$  le potentiel associé au clique paires  $\{s, r\}$ , qui s'écrivent :

$$\begin{cases} \phi_s(x_s) = a_s \mathbf{B}_s(x_s) + \mathbf{C}_s(x_s) \\ \phi_{sr}(x_s, x_r) = b_{sr} \mathbf{B}_s(x_s) \mathbf{B}_r(x_r) \end{cases} \quad (3.8)$$

La fonction d'énergie globale devient alors :

$$U(x) = \sum_{s \in S} (a_s \mathbf{B}_s(x_s) + \mathbf{C}_s(x_s)) + \sum_{r \neq s, \{s, r\} \in \mathcal{C}} b_{sr} \mathbf{B}_s(x_s) \mathbf{B}_r(x_r). \quad (3.9)$$

(b) Réciproquement des lois conditionnelles  $P(X_s = x_s / X_{V_s} = x_{V_s})$  vérifiant les équations (3.6) et (3.7), sont celles d'un champ markovien dont le potentiel est donné par (3.8).

Pour la famille exponentielle, on peut encore contraindre la fonction d'énergie globale définie précédemment à s'écrire sous la forme suivante :

$$U(x) = \sum_{s \in S} \phi_s(x_s) + \sum_{\{s, r\} \in \mathcal{C}} b_{sr} x_s x_r \quad (3.10)$$

où  $\mathcal{C}$  : L'ensemble des cliques paires.

Le modèle est alors appelé *auto-modèle*. C'est Besag (1974) qui a défini les auto-modèles comme étant des champs markoviens associés à une mesure de Gibbs ayant une fonction d'énergie ne faisant intervenir que les cliques contenant au plus 2 pixels. On trouve dans la littérature plusieurs auto-modèles, on peut citer : l'auto-binomial et l'auto-normal dont les probabilités locales sont données dans l'annexe (E).

## 3.2 Deux modèles markoviens de type Gamma

Notre objectif est de construire un modèle spatial de spécification locale de type  $\mathcal{K}$  ou Nakagami. Or ces deux lois s'écrivent en fonction de la loi Gamma qui dépend de deux paramètres.

C'est donc grâce à cette loi appartenant à la famille exponentielle que nous allons construire ces modèles spatiaux aux lois locales de type  $\mathcal{K}$  et Nakagami. Deux types de modèles markoviens peuvent être construits : le modèle auto-Gamma et le modèle markovien Gamma pour lequel la fonction des niveaux des voisins n'est plus linéaire.

### 3.2.1 Le modèle auto-Gamma

Ce modèle suggéré par [Bes86] a été construit pour la caractérisation des textures des images radars [BBSB00]. La construction du modèle se base sur la propriété 3.1 des auto-modèles de Besag. En effet, La loi Gamma de paramètre  $(\alpha_g, \beta_g) \in \mathbb{R}_+^{*2}$  dont la densité vaut :

$$\gamma(\alpha_g, \beta_g)(x) = \frac{\beta_g^{\alpha_g}}{\Gamma(\alpha_g)} x^{\alpha_g-1} \exp(-\beta_g x); \quad \forall x \in \mathbb{R}_+. \quad (3.11)$$

est une famille exponentielle. D'après la propriété 3.1 on peut définir un modèle markovien de type auto-modèle dont le Log des spécifications locales vaut :

$$\ln f(X_s = x_s / X_{V_s} = x_{V_s}) = \left( a_s + \sum_{r \in V_s} b_{sr} x_r \right) x_s + \mathbf{C}_s(x_s) + \mathbf{D}_s(x_{V_s}) \quad (3.12)$$

où  $x_s$  : la configuration du site  $s$ ,  $x_{V_s} = \{x_r / r \in V_s\}$  la configuration du voisinage, et  $a_s, b_{sr}$  : paramètres du modèle.

A l'aide de l'équation (3.6) de la propriété 3.1, on identifie ici les paramètres du modèle auto-Gamma après passage au Log sur la densité  $\gamma(\alpha_g, \beta_g)$  :

$$\begin{cases} a_s + \sum_{r \in V_s} b_{sr} x_r = \beta_g \\ \mathbf{C}_s(x_s) = -(\alpha_g - 1) \ln x_s \\ \mathbf{D}_s(x_{V_s}) = \ln \Gamma(\alpha_g) - \alpha_g \ln \left( a_s + \sum_{r \in V_s} b_{sr} x_r \right) \end{cases} \quad (3.13)$$

Ainsi l'auto-modèle Gamma a pour loi locale :

$$\{X_s / X_r = x_r\} \propto \gamma \left( \alpha_g, \left( a_s + \sum_{r \in V_s} b_{sr} x_r \right) \right) \quad (3.14)$$

L'équation (3.8) permet d'en déduire l'expression de l'énergie du champ de Markov global :

$$\begin{cases} U(x) = \sum_{s \in S} \phi_s(x_s) + \sum_{\{s,r\} \in \mathcal{C}} b_{sr} x_s x_r, & x \in \prod_{s \in S} E_s \\ \phi_s(x_s) = a_s x_s + C_s(x_s) \end{cases} \quad (3.15)$$

qui conduit à la densité jointe de notre processus auto-Gamma

$$f(x) = \frac{1}{Z} \exp \left( \sum_{s \in S} a_s x_s - (\alpha_g - 1) \ln x_s + \sum_{\{s,r\} \in \mathcal{C}} b_{sr} x_s x_r \right), \quad \forall x \in E \quad (3.16)$$

Les moyennes locales d'ordre 1 et 2 valent alors :

$$\begin{cases} E\{X_s / X_r = x_r, r \in V_s\} = \frac{\alpha_g}{a_s + \sum_{r \in V_s} b_{sr} x_r} \\ V\{X_s^2 / X_r = x_r, r \in V_s\} = \frac{\alpha_g}{\left(a_s + \sum_{r \in V_s} b_{sr} x_r\right)^2} \end{cases} \quad (3.17)$$

Ces moyennes s'écrivent non linéairement en fonction des paramètres d'interaction du champ.

Des simulations de ce champ à valeurs continues de taille  $100 \times 100$  sont réalisées à l'aide de l'échantillonneur de Gibbs avec 50 itérations. Pour ces simulations, le champ est considéré stationnaire d'ordre 2. Ainsi, les paramètres sont supposés indépendants du site considéré et notés selon le schéma proposé dans [Guy95] :

3	2	4
1	<i>s</i>	1
4	2	3

TAB. 3.1 – Indices "sr" du paramètre d'interaction  $b_{sr}$  du modèle stationnaire suivant la direction reliant  $s$  à son voisin.

$$b_{sr} = b_i, \quad i \in \{1, 2, 3, 4\} \quad \forall r \in V_s, \quad a_s = a \quad \forall s \in S. \quad (3.18)$$

Ainsi,  $b_1$  traduit l'interaction entre deux pixels voisins sur la direction horizontale,  $b_2$  celle sur la direction verticale et  $b_3, b_4$  respectivement sur la seconde et la première diagonale.

Les figures (3.2.a, b, et c) représentent les simulations du champ  $X$  auto-Gamma pour les paramètres  $(\alpha_g, a_s, b_{sr})$  données par le tableau (3.2). Les figures (3.2.a', b' et c') représentent les images de  $\left(a_s + \sum_{r \in V_s} b_{sr} x_r\right)_{s \in S}$  calculées à partir de la réalisation du champ markovien  $X$  et permettent de visualiser les effets d'attraction et de répulsion sur l'horizontal, la verticale ou les diagonales sont présentes.

La comparaison de l'histogramme des réalisations du champ  $X$  à la densité d'une loi Gamma dont les paramètres sont estimés par la méthode du maximum de vraisemblance notée ici par

$(\hat{\alpha}_g, \hat{\beta}_g)$ , donnée dans le tableau (3.3), permet de constater, en premier lieu, la conservation de la valeur du paramètre forme  $\alpha_g$ . En deuxième lieu, la moyenne  $\frac{1}{m \times n} \sum_{s \in S} (a_s + \sum_{r \in V_s} b_{sr} x_r)$  est similaire à la valeur du paramètre d'échelle  $\hat{\beta}_g$ . Ainsi, le modèle markovien auto-Gamma conserve ici les paramètres globaux ce qui facilite la simulation de champ ayant une valeur imposée pour ces derniers paramètres.

	$a_s$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$\alpha_g$
Fig.3.2.a	0.5	-0.01	-0.01	0.03	0.03	3
Fig.3.2.b	0.5	-0.01	0.01	-0.01	0.01	3
Fig.3.2.c	0.5	0.04	0.04	-0.01	-0.01	3

TAB. 3.2 – Valeurs des paramètres du modèle auto-Gamma pour les trois simulations de la figure 3.2.

	$\hat{\alpha}_g$	$\alpha_g$	$\hat{\beta}_g$	$\frac{1}{m \times n} \sum_{s \in S} (a_s + \sum_{r \in V_s} b_{sr} x_r)$
Fig.3.2.a	2.776	3	0.720	0.80
Fig.3.2.b	2.486	3	0.385	0.5
Fig.3.2.c	2.505	3	0.775	0.920

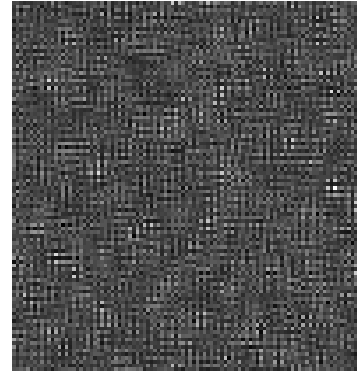
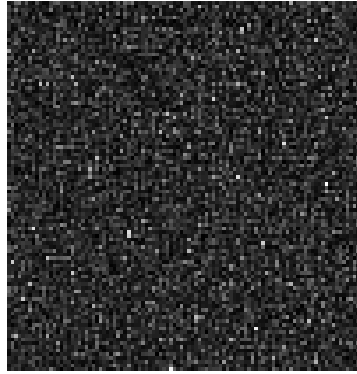
TAB. 3.3 – Comparaison entre les valeurs estimées et les valeurs utilisées pour les simulations.

### 3.2.2 Autre modèle markovien Gamma

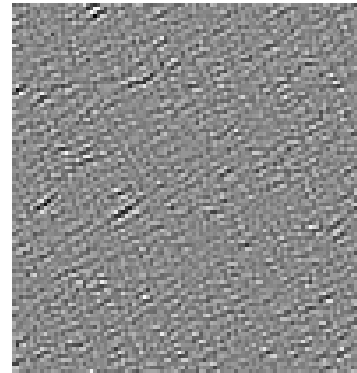
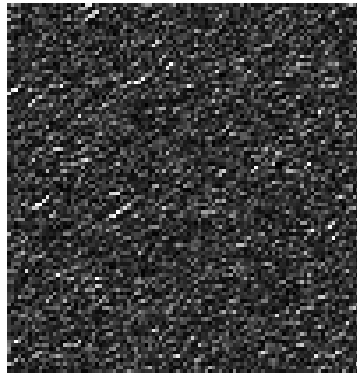
Nous proposons d'utiliser un modèle markovien plus général [BSRH03], [BSRH04]. La différence avec le modèle précédent auto-Gamma est que la variation locale est maintenant portée sur le paramètre forme de la loi Gamma. En effet, d'après la propriété d'un champ markovien général à partir d'une loi appartenant à la famille exponentielle et prenant en compte de la condition suivante :  $\mathbf{B}_s(1) = \mathbf{C}_s(1) = 0$ , l'identification du log  $\gamma(\alpha_g, \beta_g)$  avec l'expression d'un champ markovien général, on peut écrire alors :

$$\begin{cases} \mathbf{A}_s(x_{V_s}) = \alpha_g - 1 \\ \mathbf{B}_s(x_s) = \ln x_s \\ \mathbf{C}_s(x_s) = -\beta_g x_s + \beta_g \\ \mathbf{D}_s(x_{V_s}) = \alpha_g \ln \beta_g - \Gamma(\alpha_g) - \beta_g \end{cases} \quad (3.19)$$





(a)  $a_s = 0.5, b_1 = b_2 = -0.01, b_3 = b_4 = 0.03$  (a') image de  $\left( a_s + \sum_{r \in V_s} b_{sr} x_r \right)_{s \in S}$



(b)  $a_s = 0.5, b_1 = b_3 = -0.01, b_2 = b_4 = 0.01$  (b') image de  $\left( a_s + \sum_{r \in V_s} b_{sr} x_r \right)_{s \in S}$



(c)  $a_s = 0.5, b_1 = b_2 = 0.04, b_3 = b_4 = -0.01$  (c') image de  $\left( a_s + \sum_{r \in V_s} b_{sr} x_r \right)_{s \in S}$

FIG. 3.2 – Simulations de texture par l'échantillonneur de Gibbs pour le modèle auto-Gamma de taille  $100 \times 100$  : (a), (b) et (c). Les figures (a'), (b') et (c') correspondent à l'image de  $\left( a_s + \sum_{r \in V_s} b_{sr} x_r \right)_{s \in S}$  pour les paramètres utilisés dans (a), (b) et (c).

L'expression des potentiels de cliques sera :

$$\begin{cases} \phi_s(x_s) = a_s \ln x_s - \beta_g x_s + \beta_g \\ \phi_{sr}(x_s, x_r) = b_{sr} \ln x_s \ln x_r \end{cases} \quad (3.20)$$

L'expression du champ de Markov global a alors pour densité jointe :

$$f(x) = \frac{1}{Z} \exp \left( \sum_{s \in S} (a_s \ln x_s - \beta_g x_s + \beta_g) + \sum_{\{s,r\} \in \mathcal{C}} b_{sr} \ln x_s \ln x_r \right), \quad \forall x \in E \quad (3.21)$$

Et comme loi locale :

$$(X_s / X_r = x_r, r \in V_s) \propto \gamma \left( (a_s + 1 + \sum_{r \in V_s} b_{sr} \ln x_r), \beta_g \right) \quad (3.22)$$

dont le paramètre forme varie en fonction du voisinage et donnée par :

$$\alpha_g^s = a_s + 1 + \sum_{r \in V_s} b_{sr} \ln x_r, \quad s \in S \quad (3.23)$$

Les moments locaux d'ordre 1 et 2 s'écrivent alors :

$$\begin{cases} E\{X_s / X_r = x_r, r \in V_s\} = \frac{\alpha_g^s}{\beta_g} \\ V\{X_s^2 / X_r = x_r, r \in V_s\} = \frac{\alpha_g^s}{\beta_g^2} \end{cases} \quad (3.24)$$

Ces moments locaux s'écrivent donc linéairement en fonction du paramètre de forme devenu dépendant du Log des niveaux des voisins.

Nous réalisons des simulations du modèle Gamma pour l'ordre 2. Les figures (3.3.a, b et c) présentent ces simulations dans le cas isotropique et anisotropique. L'algorithme utilisé est encore l'algorithme de l'échantillonneur de Gibbs. Les figures (3.3.a', b' et c') représentent les images de  $(\alpha_g^s)_{s \in S}$  proportionnelles à la moyenne locale et calculées à partir de la réalisation du champ markovien  $X$  des figures (3.3.a,b et c). Les paramètres utilisés  $(a_s, b_{sr}, \beta_g)$  sont donnés par le tableau (3.4). En supposant que l'histogramme des réalisations du champ  $X$  suit une loi Gamma dont les paramètres sont estimés par la méthode du maximum de vraisemblance, et notée comme suit  $(\hat{\alpha}_g, \hat{\beta}_g)$ , on dresse alors le tableau (3.5) pour comparer les valeurs estimées de cette loi Gamma à celle des paramètres utilisés pour la simulation. On constate, une fois de plus, la conservation de la valeur du paramètre d'échelle donnée par  $\beta_g$ , et la similarité de la moyenne de la variation de  $(\alpha_g^s)_{s \in S}$  égale à  $\frac{1}{m \times n} \sum_{s \in S} \alpha_g^s$  avec le paramètre de forme estimée. Ceci mène à dire que le modèle markovien Gamma peut conserver tous les paramètres ce qui donne comme pour le modèle auto-Gamma une facilité pour la génération de simulations avec un contrôle de ces derniers.

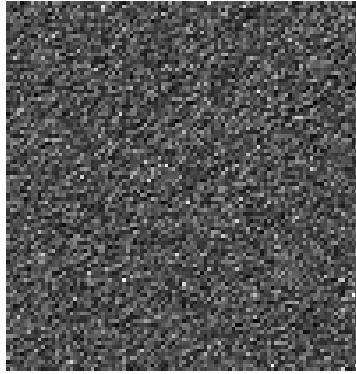
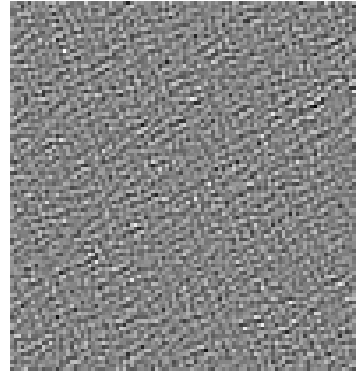
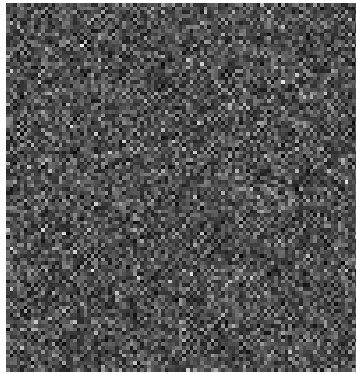
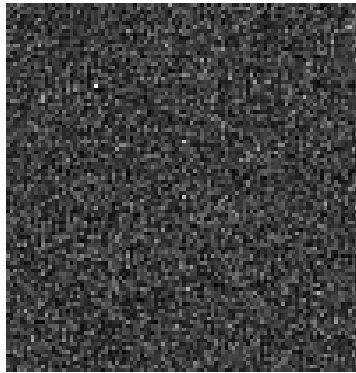
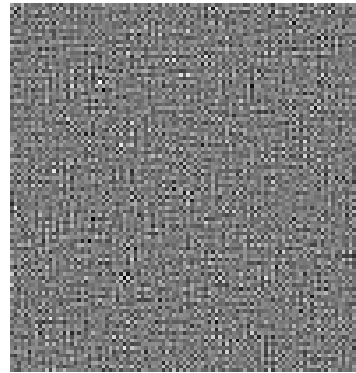
(a)  $a_s = 10, b_1 = b_3 = -1, b_2 = b_4 = 1$ (a') Image de  $(\alpha_g^s)_{s \in S}$ (b)  $a_s = 10, b_1 = b_2 = -1, b_3 = b_4 = 1$ (b') Image de  $(\alpha_g^s)_{s \in S}$ (c)  $a_s = 10, b_1 = b_2 = 1, b_3 = b_4 = -1$ (c') Image de  $(\alpha_g^s)_{s \in S}$ 

FIG. 3.3 – Exemples de simulation de texture par l'échantillonneur de Gibbs pour le modèle Gamma de taille  $100 \times 100$  : (a), (b) et (c). Les figures (a'), (b') et (c') correspondent aux images de  $(\alpha_g^s)_{s \in S}$ .

	$a_s$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$\beta_g$
Fig.3.3.a	10	1	-1	1	-1	1
Fig.3.3.b	10	-1	-1	1	1	1
Fig.3.3.c	10	1	1	-1	-1	1

TAB. 3.4 – Valeurs des paramètres du modèle Gamma pour les trois simulations.

	$\hat{\alpha}_g$	$\frac{1}{m \times n} \sum_{s \in S} \alpha_g^s$	$\hat{\beta}_g$	$\beta_g$
Fig.3.3.a	10.13	11	0.91	1
Fig.3.3.b	9.519	11	0.866	1
Fig.3.3.c	10.43	11	0.953	1

TAB. 3.5 – Comparaison entre les valeurs estimées et les valeurs utilisées pour la simulation.

### 3.3 Le modèle spatial $\mathcal{K}$

Nous introduisons le premier modèle spatial basé sur la loi  $\mathcal{K}$ . Ce modèle prend en compte l'information spatiale sur l'organisation et la répartition des niveaux de l'enveloppe du signal écho dans l'image tout en conservant la loi de distribution  $\mathcal{K}$  de l'enveloppe du signal RF.

#### 3.3.1 Construction à partir des modèles markoviens Gamma

La construction de ce champ reprend localement la construction de la loi  $\mathcal{K}$  dans le cadre du modèle produit (voir équation 2.21 du chapitre précédent). Ainsi, on suppose qu'en tout pixel  $s$  de l'ensemble  $S$  des pixels de l'image, son amplitude lumineuse  $\mathcal{A}_s$  connaissant celle de son voisinage  $V_s$ , suit une loi  $\mathcal{K}$  dont les paramètres dépendent de  $\mathcal{A}_{V_s} = (\mathcal{A}_r)_{r \in V_s}$ . Dans le cadre du modèle produit, cette modélisation conduit à introduire pour chaque pixel  $s$  de l'image :

- Une variable  $X_s$  de loi Gamma dont les paramètres dépendent du voisinage,
- Un bruit multiplicatif  $\xi_s$  de loi exponentielle de moyenne 1 indépendant de  $X_s$ .

En appliquant à nouveau la racine carrée au produit de ces variables, on obtient donc une loi  $\mathcal{K}$  dont les paramètres fluctuent avec les intensités du voisinage  $\mathcal{A}_{V_s} = (\mathcal{A}_r)_{r \in V_s}$ . Comme nous l'avons vu dans la section précédente deux possibilités s'offrent à nous pour la modélisation markovienne de  $X$ . La première, la plus simple est le modèle auto-Gamma. Ceci conduit à la loi

conditionnelle suivante [BBSB00] :

$$(X_s/X_r = x_r, r \in V_s) \propto \gamma \left( \alpha_g, \left( a_s + \sum_{r \in V_s} b_{sr} x_r \right) \right), \quad \alpha_g \in \mathbb{R}_+^*, \quad (a_s, b_{sr}) \in \mathbb{R}^2 \quad (3.25)$$

Ce modèle est caractérisé par la variation locale de son deuxième paramètre, appelé paramètre d'échelle, en fonction des niveaux du voisinage ( $X_{V_s}$ ) tandis que le paramètre forme du modèle noté par  $\alpha_g$  est constant. Ceci induit une nature homogène ou hétérogène constante sur le tissu modélisé. L'inconvénient de ce modèle est que la variation du paramètre d'échelle ne nous apporte pas grand chose sur la nature du tissu, car comme nous l'avons vu détaillé en section (2.2) du chapitre précédent, l'homogénéité ou l'hétérogénéité de ce dernier se traduit par le paramètre  $\alpha_g$ .

Le second modèle donné en section (3.2.2) déplace les valeurs des niveaux des voisins dans le paramètre de forme et permet alors de prendre en compte la nature du tissu. De plus, la moyenne locale linéaire devient une fonction linéaire des paramètres.

$$(X_s/X_r = x_r, r \in V_s) \propto \gamma \left( a_s + 1 + \sum_{r \in V_s} b_{sr} \ln x_r, \beta_g \right), \quad (a_s, b_{sr}) \in \mathbb{R}^2, \quad \beta_g \in \mathbb{R}_+^* \quad (3.26)$$

Ce nouveau modèle markovien plus général et dont les propriétés sont données par Besag pour les familles de lois exponentielles [Guy95] conduit alors à un champ sur l'image observée  $\mathcal{A}$  dont la loi conditionnelle de l'intensité  $\mathcal{A}_s$  connaissant la valeur de ses voisins  $\mathcal{A}_{V_s} = (\mathcal{A}_r)_{r \in V_s}$  est une loi  $\mathcal{K}$  de paramètre définie comme suit [BSRH03], [BSRH04] :

$$(\mathcal{A}_s/\mathcal{A}_r = A_r, r \in V_s) \propto \mathcal{K} \left( \left( a_s + 1 + \sum_{r \in V_s} b_{sr} \ln A_r \right), \beta_{\mathcal{K}} \right) \quad (3.27)$$

où le paramètre forme :

$$\alpha_{\mathcal{K}}^s = a_s + 1 + \sum_{r \in V_s} b_{sr} \ln A_r \quad (3.28)$$

varie localement en fonction du voisinage. Ce paramètre correspondant au nombre effectif de diffuseurs dans une cellule de résolution (voir section 2.2 du chapitre précédent) est alors supposé variable. Le paramètre d'échelle  $\beta_{\mathcal{K}}$  reste constant.

On déduit facilement les deux premiers moments locaux du modèle  $\mathcal{K}$  qui valent alors :

$$\begin{cases} E\{\mathcal{A}_s/\mathcal{A}_r, r \in V_s\} = \frac{\Gamma(\alpha_{\mathcal{K}}^s + 0.5)}{\Gamma(\alpha_{\mathcal{K}}^s)} \frac{2}{\beta_{\mathcal{K}}} \Gamma(1.5) \\ E\{\mathcal{A}_s^2/\mathcal{A}_r, r \in V_s\} = 4 \frac{\alpha_{\mathcal{K}}^s}{\beta_{\mathcal{K}}^2} \end{cases} \quad (3.29)$$

Ce modèle comporte malgré tout un inconvénient majeur : il n'est pas markovien. Ceci provient de sa construction à travers le modèle produit

$$\mathcal{A}_s = \sqrt{X_s \xi_s} \quad (3.30)$$

où  $\xi_s$  est le bruit multiplicatif. Bien qu'indépendant de  $X_s$ , il est le fil conducteur de la dépendance non markovienne des variables  $(\mathcal{A}_s)_{s \in S}$ .

### 3.3.2 Synthèse de texture obéissant au modèle spatial $\mathcal{K}$

Étant donné les deux modes de construction d'une loi  $\mathcal{K}$ , deux démarches de simulation s'offrent à nous. La première consiste à simuler un champ markovien Gamma, ensuite, de multiplier ce dernier par une loi exponentielle de moyenne 1, et enfin, appliquer la racine carrée pour en obtenir une simulation. On peut aussi se restreindre aux cas de champs markoviens  $\mathcal{A}$  que peut comprendre cette famille de modèle en simulant directement le modèle à l'aide de l'échantillonneur de Gibbs utilisant comme distribution locale la loi  $\mathcal{K}$  dont les paramètres sont  $(\alpha_{\mathcal{K}}^s, \beta_{\mathcal{K}})$  où  $\alpha_{\mathcal{K}}^s$  varie localement en fonction du voisinage du site  $s$  et donnée par l'équation (3.28). C'est la démarche que nous avons choisie puisqu'elle nous autorise ensuite les techniques d'estimations utilisées pour ces modèles. Les simulations sont celles d'un champ stationnaire d'ordre 2 de taille  $100 \times 100$  avec des conditions aux bords toriques.

La sélection des paramètres du modèle pour la simulation se déroule selon une procédure en deux étapes. La première est celle de la détermination de la valeur du paramètre d'échelle  $\beta_{\mathcal{K}}$  du champ. On suppose pour cela que les niveaux sont modélisables par une loi  $\mathcal{K}$  de paramètre  $(\alpha_{\mathcal{K}}, \beta_{\mathcal{K}})$ . On choisit ainsi la valeur  $\alpha_{\mathcal{K}}$  de cette loi donnant une information globale sur l'image. Pour les simulations, on a choisi  $\alpha_{\mathcal{K}} = 5$  afin de faciliter l'apparition de motifs aléatoires dans la texture. Puis, à l'aide de la relation (2.24) et d'une valeur fixée de la moyenne globale notée, ici par  $\mu_{\mathcal{K}}$ , de la future image synthétique, on en déduit une valeur plausible du paramètre  $\beta_{\mathcal{K}}$  du champ. Dans un deuxième temps, pour déterminer le reste des paramètres du champ, on exploite la définition  $\alpha_{\mathcal{K}}^s$  fonction des paramètres d'interaction du champ (équation 3.28). Pour déterminer ces derniers, on choisit de remplacer  $\alpha_{\mathcal{K}}^s$  par  $\alpha_{\mathcal{K}}$  et toute intensité présente dans l'expression de  $\alpha_{\mathcal{K}}^s$  par la moyenne globale de l'image  $\mu_{\mathcal{K}}$ . On résout l'équation suivante :

$$\alpha_{\mathcal{K}} = a + 1 + \sum_i b_i \ln \mu_{\mathcal{K}} \quad (3.31)$$

qui permet alors de conserver globalement à la fois la moyenne globale et  $\alpha_{\mathcal{K}}$ . Ainsi, le rôle du paramètre  $a$  permettra de moduler l'effet des paramètres d'interaction  $b_i$  tout en conservant

les valeurs globales. On retrouve dans la figure (3.4.a, b, et c) un comportement classique des paramètres  $b_i$  gérant alors l'interaction entre voisins. Les images des  $\alpha_{\mathcal{K}}^s$  calculées en fonction des paramètres du modèle et de la réalisation du champ  $\mathcal{A}$ , sont montrées dans les figures (3.4.a', b', et c').

En supposant que l'histogramme des réalisations du champ  $\mathcal{A}$  suivent une loi  $\mathcal{K}$ , on dresse alors le tableau (3.7) pour comparer les valeurs estimées par la méthode des moments des paramètres de cette loi notée ici par  $(\hat{\alpha}_{\mathcal{K}}, \hat{\beta}_{\mathcal{K}})$  et les valeurs utilisées pour la simulation. On constate que le champ de paramètres a donc bien permis d'obtenir une grande similarité de la moyenne des  $(\alpha_{\mathcal{K}}^s)$  avec le paramètre forme estimée de la loi ajustée sur l'histogramme de la simulation. Ainsi, le même phénomène que pour le modèle markovien Gamman s'observe.

	$a_s$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$\beta_{\mathcal{K}}$
Fig.3.4.a	4	0.4	-0.4	0.4	-0.4	0.1
Fig.3.4.b	4	0.4	0.4	-0.4	-0.4	0.1
Fig.3.4.c	-1.5	0.4	0.4	0	0	0.1

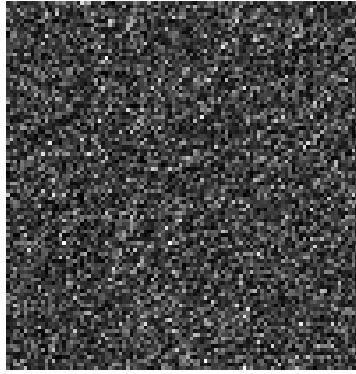
TAB. 3.6 – Valeurs des paramètres utilisés pour les trois simulations du modèle spatial  $\mathcal{K}$ .

	$\hat{\alpha}_{\mathcal{K}}$	$\frac{1}{m \times n} \sum_{s \in \mathcal{S}} \alpha_{\mathcal{K}}^s$	$\hat{\beta}_{\mathcal{K}}$	$\beta_{\mathcal{K}}$
Fig.3.4.a	5.362	5	0.103	0.1
Fig.3.4.b	4.960	5	0.100	0.1
Fig.3.4.c	4.800	5.054	0.098	0.1

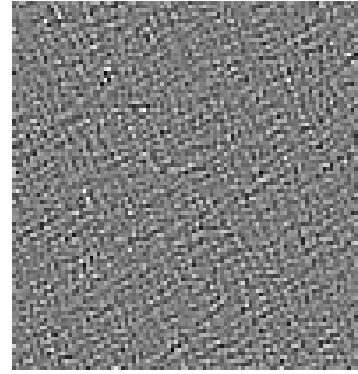
TAB. 3.7 – Comparaison entre les valeurs estimées  $(\hat{\alpha}_{\mathcal{K}}, \hat{\beta}_{\mathcal{K}})$  et les valeurs utilisées pour la simulation.

### 3.4 Le modèle markovien Nakagami

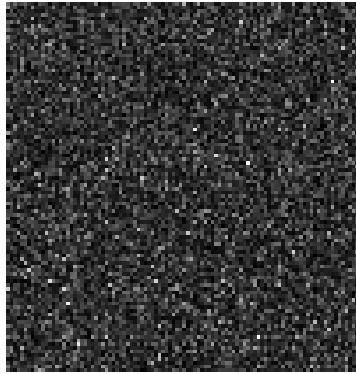
Dans le chapitre précédent, on a évoqué que la loi de Nakagami est plus générale que la loi  $\mathcal{K}$ . Elle englobe les lois pré-Rayleigh, Rayleigh et post-Rayleigh. L'idée est d'exploiter cette loi de distribution dans une représentation spatiale par le biais d'une modélisation markovienne. Comme pour la loi  $\mathcal{K}$ , on exploite son écriture en fonction d'une loi Gamma pour introduire cette



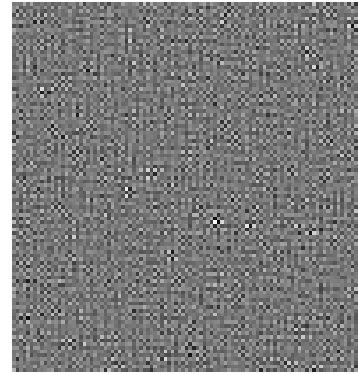
(a)  $a_s = 4, b_1 = b_3 = 0.4, b_2 = b_4 = -0.4$



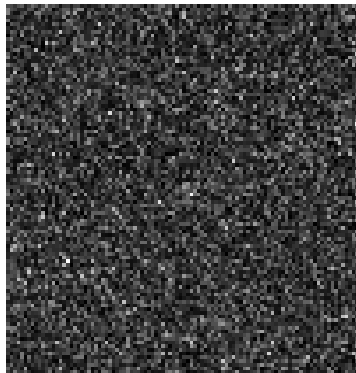
(a') Image de  $(\alpha_{\mathcal{K}}^s)_{s \in \mathcal{S}}$



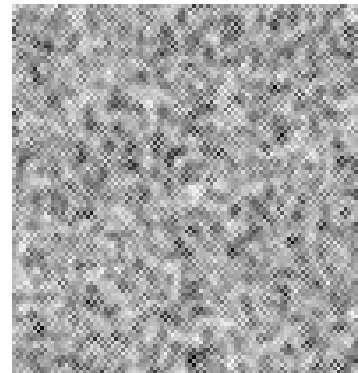
(b)  $a_s = 4, b_1 = b_2 = 0.4, b_3 = b_4 = -0.4$



(b') Image de  $(\alpha_{\mathcal{K}}^s)_{s \in \mathcal{S}}$



(c)  $a_s = -1.5, b_1 = b_2 = 0.4, b_3 = b_4 = 0$



(c') Image de  $(\alpha_{\mathcal{K}}^s)_{s \in \mathcal{S}}$

FIG. 3.4 – Exemples de simulation réalisées par l'échantillonneur de Gibbs pour le modèle  $\mathcal{K}$  de taille  $100 \times 100$  : (a),(b) et (c). Les figures (a'), (b') et (c') correspondent aux images de  $(\alpha_{\mathcal{K}}^s)_{s \in \mathcal{S}}$ .



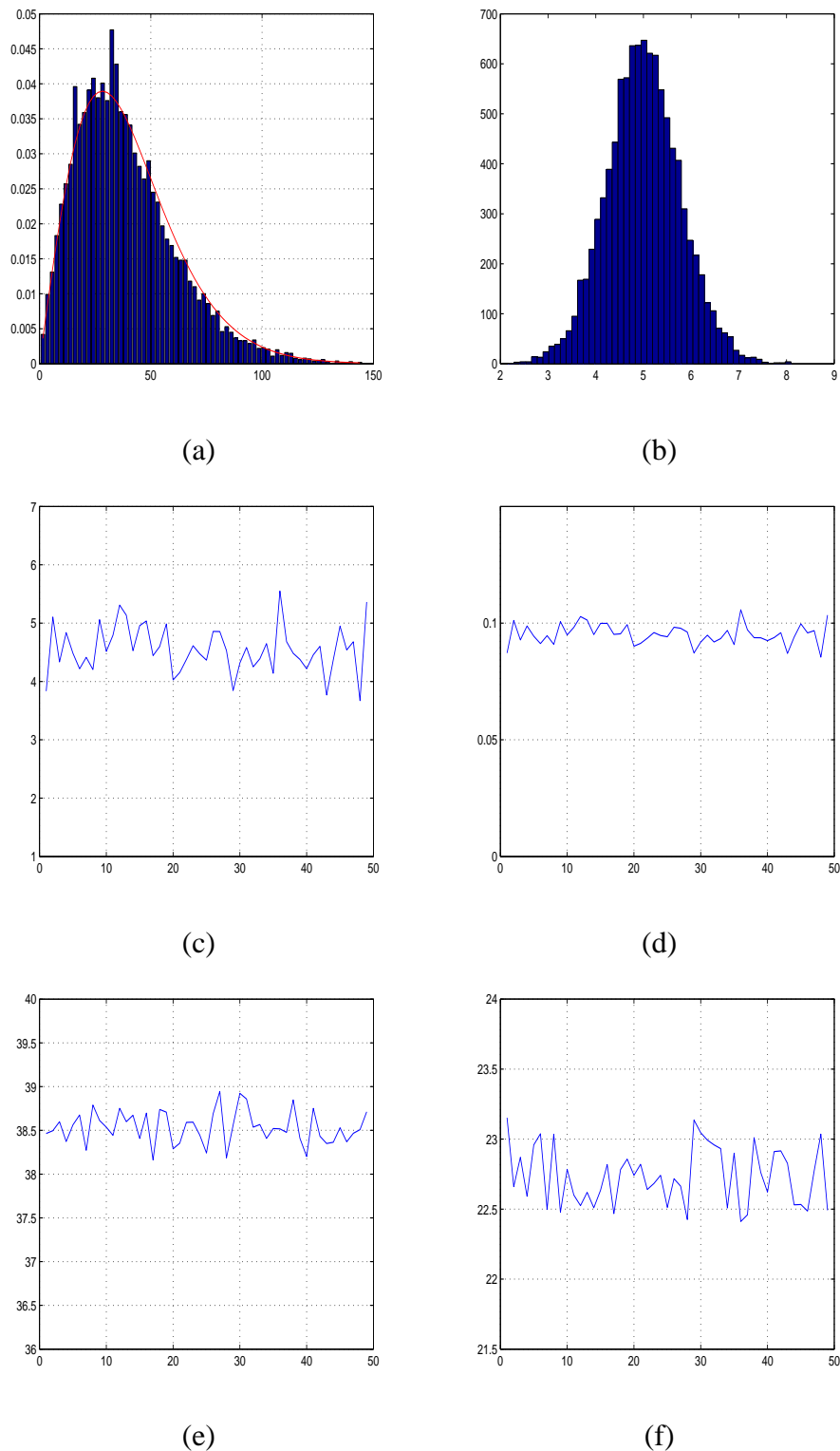


FIG. 3.5 – (a) Histogramme de la simulation de la figure (3.4.a) et ajustement de l'histogramme à la loi  $\mathcal{K}$ , (b) Histogramme des  $(\alpha_s^{\mathcal{K}})_{s \in \mathcal{S}}$ , (c) et (d) Evolution des paramètres  $(\hat{\alpha}_{\mathcal{K}}, \hat{\beta}_{\mathcal{K}})$  en fonction du nombre d'itérations de l'échantillonneur de Gibbs, (e) et (f) Evolution de la moyenne et de l'écart-type de la simulation.

modélisation spatiale. A la différence du modèle spatial construit autour de la loi  $\mathcal{K}$ , notre modèle Nakagami est cette fois-ci markovien. Le paragraphe suivant prouve la markoviénité de ce modèle spatial.

### 3.4.1 Construction du modèle et markoviénité

La construction du champ markovien de type Nakagami est réalisée soit en procédant par l'exploitation de la propriété du markoviénité sur la loi Nakagami, soit en utilisant le champ markovien Gamma cité précédemment. Nous allons utiliser la première afin de prouver par le même temps sa markoviénité et ce uniquement pour le modèle Nakagami dont les spécifications ont un paramètre quantifiant la configuration de voisinage [BSC06]. La démarche identique peut être appliquée au cas où le paramètre d'échelle intègre cette information.

La densité de Nakagami est déduite d'une loi Gamma. En effet, soit la variable  $X$  de loi Gamma de paramètre  $(\alpha_{\mathcal{N}}, \beta_{\mathcal{N}})$ . Le changement de variable  $\mathcal{A} = \sqrt{X}$  a pour densité une loi Nakagami de paramètre  $(m = \alpha_{\mathcal{N}}, \Omega = \frac{\alpha_{\mathcal{N}}}{\beta_{\mathcal{N}}})$  définie comme suit :

$$f(A) = \frac{2\beta_{\mathcal{N}}^{\alpha_{\mathcal{N}}}}{\Gamma(\alpha_{\mathcal{N}})} A^{2\alpha_{\mathcal{N}}-1} \exp(-\beta_{\mathcal{N}}A^2) \quad (3.32)$$

Le passage au Log donné :

$$\ln f_{\alpha_{\mathcal{N}}, \beta_{\mathcal{N}}}(A) = (2\alpha_{\mathcal{N}} - 1) \ln A - \beta_{\mathcal{N}}A^2 + \ln(2) + \alpha_{\mathcal{N}} \ln \beta_{\mathcal{N}} - \Gamma(\alpha_{\mathcal{N}}) \quad (3.33)$$

En utilisant la propriété du paragraphe (3.1), et en choisissant d'introduire l'information du voisinage dans le paramètre de forme, nombre effectif de diffuseurs, on peut écrire :

$$\begin{cases} \mathbf{A}_s(A_{V_s}) = 2\alpha_{\mathcal{N}} - 1 \\ \mathbf{B}_s(A_s) = \ln A_s \\ \mathbf{C}_s(A_s) = -\beta_{\mathcal{N}}A_s^2 + \beta_{\mathcal{N}} \\ \mathbf{D}_s(A_{V_s}) = \ln(2) + \alpha_{\mathcal{N}} \ln \beta_{\mathcal{N}} - \Gamma(\alpha_{\mathcal{N}}) - \beta_{\mathcal{N}} \end{cases} \quad (3.34)$$

tels que  $(\mathbf{B}_s(1) = \mathbf{C}_s(1) = 0)$ .

Et en introduisant les paramètres  $a_s$  et  $b_{sr}$  dans l'expression de  $\mathbf{A}_s(A_{V_s})$ , on en déduit alors l'expression de  $\alpha_{\mathcal{N}}^s$  (ou la valeur de  $m_{\mathcal{N}}^s$ ) :

$$\alpha_{\mathcal{N}}^s = \frac{1}{2} \left( a_s + 1 + \sum_{r \in V_s} b_{sr} \ln A_r \right) \quad (3.35)$$

L'expression des potentiels de cliques sera :

$$\begin{cases} \phi_s(A_s) = a_s \ln A_s - \beta_N A_s^2 + \beta_N \\ \phi_{sr}(A_s, A_r) = b_{sr} \ln A_s \ln A_r \end{cases} \quad (3.36)$$

On obtient donc un modèle markovien de type Nakagami dont la loi a pour probabilité :

$$f(A) = \frac{1}{Z} \exp \left( \sum_{s \in S} (a_s \ln A_s - \beta_N A_s^2 + \beta_N) + \sum_{\{s,r\} \in \mathcal{C}} b_{sr} \ln A_s \ln A_r \right), \forall A \in E \quad (3.37)$$

Ainsi,

$$(\mathcal{A}_s / \mathcal{A}_{V_s}) \propto \sqrt{\gamma(\alpha_N^s, \beta_N)} = \text{Nakagami} \left( \alpha_N^s, \frac{\alpha_N^s}{\beta_N} \right) \quad (3.38)$$

Le moment local du modèle markovien Nakagami vaut :

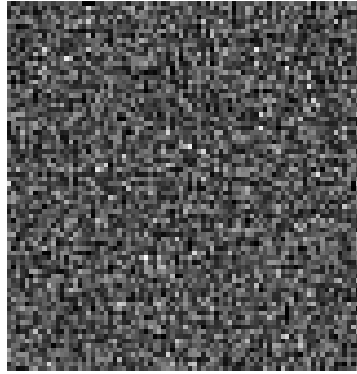
$$\begin{cases} E\{\mathcal{A}_s / \mathcal{A}_r, r \in V_s\} = \frac{\Gamma(\alpha_N^s + 0.5)}{\Gamma(\alpha_N^s)} \frac{1}{\sqrt{\beta_N}} \\ E\{\mathcal{A}_s^2 / \mathcal{A}_r, r \in V_s\} = \frac{\alpha_N^s}{\beta_N} \end{cases} \quad (3.39)$$

### 3.4.2 Synthèse de texture

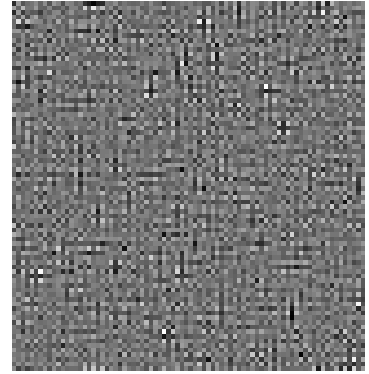
Nous réalisons trois cas de simulation du modèle Nakagami stationnaire d'ordre 2. L'algorithme utilisé est toujours l'échantillonneur de Gibbs. Les paramètres de simulation utilisés  $(a_s, b_{sr}, \beta_N)$  sont donnés par le tableau (3.8). Les images simulées sont données par la figure (3.6). En supposant que l'histogramme de ces trois simulations suive une distribution Nakagami, l'estimation des paramètres à savoir  $(\alpha_N, \beta_N)$  est encore réalisée par la méthode du maximum de vraisemblance. Les valeurs estimées sont données dans le tableau (3.9). D'après ce tableau, les trois simulations ont des paramètres globaux  $(\alpha_N, \beta_N)$  estimés quasiment identiques pourtant les paramètres de simulation sont différents ainsi que la texture des images simulées. On voit ici un premier exemple où des images peuvent avoir des paramètres globaux égaux pourtant les textures qui les composent sont totalement différentes. Nous consacrons ce paragraphe à l'étude détaillée

	$a_s$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$\beta$
Fig.3.6.a	2	0.5	0.5	-0.5	-0.5	0.01
Fig.3.6.b	2	0	0	-0.5	-0.5	0.01
Fig.3.6.c	6.5	-0.5	-0.5	0	0	0.01

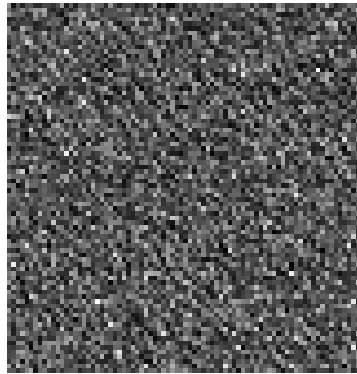
TAB. 3.8 – Valeur des paramètres du modèle Nakagami pour les trois simulations.



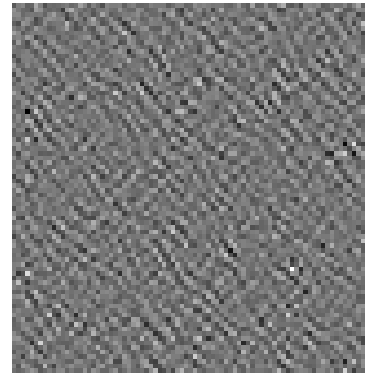
(a)  $a_s = 2, b_1 = b_2 = 0.5, b_3 = b_4 = -0.5, \beta_{\mathcal{N}} = 0.01$



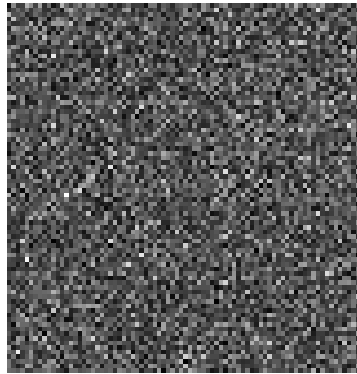
(a') image de  $(\alpha_{\mathcal{N}}^s)_{s \in \mathcal{S}}$



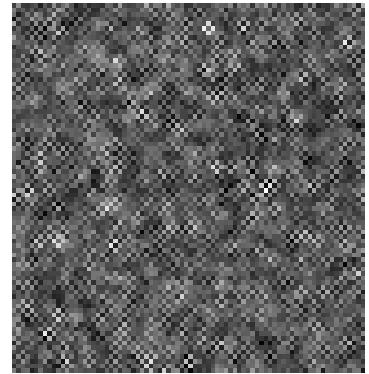
(b)  $a_s = 2, b_1 = b_2 = 0, b_3 = -0.5, b_4 = -0.5, \beta_{\mathcal{N}} = 0.01$



(b') image de  $(\alpha_{\mathcal{N}}^s)_{s \in \mathcal{S}}$



(c)  $a_s = 6.5, b_1 = b_2 = -0.5, b_3 = b_4 = 0, \beta_{\mathcal{N}} = 0.01$



(c') image de  $(\alpha_{\mathcal{N}}^s)_{s \in \mathcal{S}}$

FIG. 3.6 – Trois exemples de réalisation du champ Nakagami (a,b,c) et les images de  $(\alpha_{\mathcal{N}}^s)_{s \in \mathcal{S}}$  correspondantes (a',b',c').

	fig.3.6.a	fig.3.6.b	fig.3.6.c
$\hat{\alpha}_{\mathcal{N}}$	1.42	1.43	1.40
$\hat{\alpha}_{\mathcal{N}}/\hat{\beta}_{\mathcal{N}}$	150	152	149
$\frac{1}{m \times n} \sum_{s \in S} \alpha_{\mathcal{N}}^s$	1.39	1.40	1.36

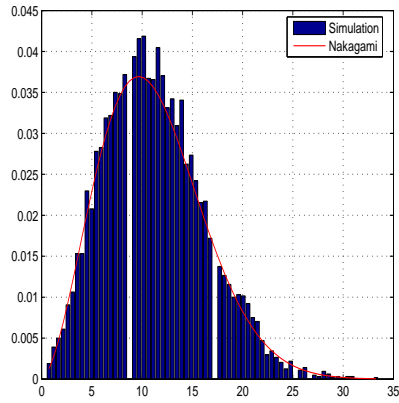
TAB. 3.9 – Estimation des paramètres du champ markovien Nakagami par la méthode du maximum de vraisemblance.

de la simulation (3.6.a). L'histogramme correspondant est affiché sur la figure (3.7.a). On trouve que ce dernier s'ajuste bien à une loi Nakagami dont les paramètres sont estimés à nouveau par la méthode du maximum de vraisemblance et sont notés  $(\hat{\alpha}_{\mathcal{N}}, \hat{\beta}_{\mathcal{N}})$ . De plus, par la démarche choisie pour la simulation, on observe la conservation des paramètres globaux. L'image de  $(\alpha_{\mathcal{N}}^s)_{s \in S}$  calculée à partir de la réalisation du champ markovien  $\mathcal{A}$  et affichée sur la figure (3.6.a') montre la répartition de ces derniers. L'histogramme correspondant est affiché dans la figure (3.7.b). On voit que ce dernier est centré sur la valeur de  $\hat{\alpha}_{\mathcal{N}}$  estimée par la méthode précédente. Ainsi, l'image de  $(\alpha_{\mathcal{N}}^s)_{s \in S}$  n'est que la variation locale de  $\alpha_{\mathcal{N}}$ .

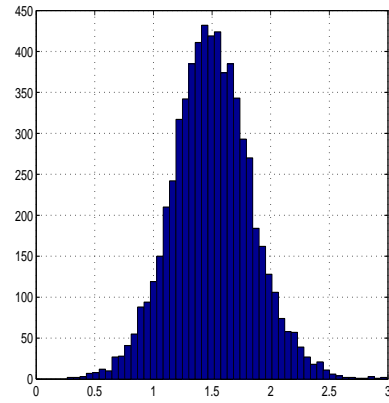
L'évolution des valeurs de  $\hat{\alpha}_{\mathcal{N}}$  et de  $\hat{\beta}_{\mathcal{N}}$  estimés au cours des itérations de l'échantillonneur de gibbs, montre leur convergence. Les valeurs sont affichées sur les figures (3.7.c) et (3.7.d). Les courbes de ces figures montrent une stabilité de ces valeurs en fonction du nombre d'itération. La même chose est aussi observable sur les figures (3.7.e) et (3.7.f), pour la moyenne et l'écart type empirique de l'image  $A$  sont affichées en fonction du nombre d'itération.

### 3.5 Estimation des paramètres des champs de Markov

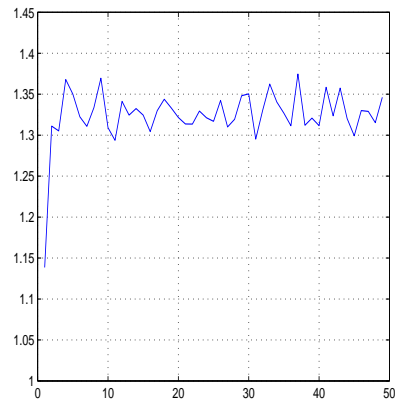
L'emploi de modèle markovien nécessite généralement l'estimation des paramètres de ce dernier. S'agissant ici d'un modèle paramétré, plusieurs méthodes bien connues peuvent être utilisées. La méthode la plus populaire est celle du maximum de vraisemblance, de part ses bonnes propriétés asymptotiques. Mais, la mise en oeuvre de cette méthode reste souvent difficile. Plus simple, on trouve la méthode de pseudo-maximum de vraisemblance introduite par Besag [Bes74]. Elle consiste à estimer les paramètres du modèle en maximisant le produit des probabilités locales. Encore plus simple car exempt de la phase d'optimisation, la méthode des moindres carrés conditionnels (MCC) utilise la moyenne locale dans une approche des moindres carrés. Malgré sa simplicité, elle possède aussi de bonnes propriétés asymptotiques dans le cas



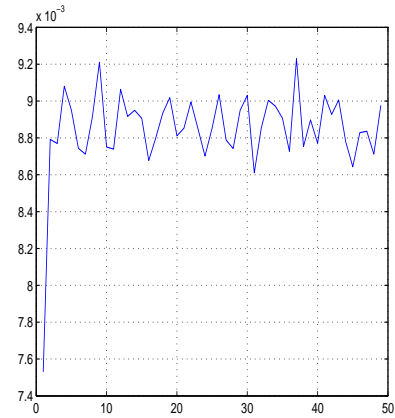
(a)



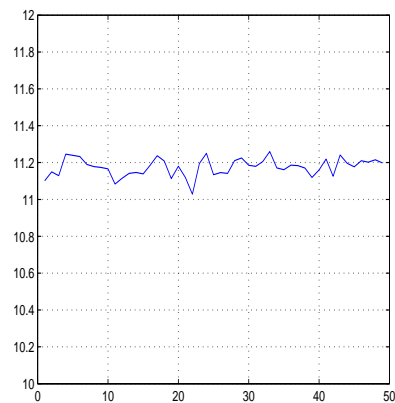
(b)



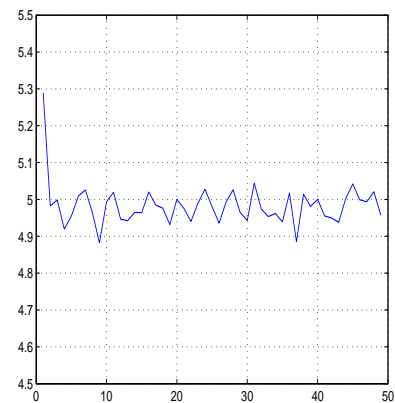
(c)



(d)



(e)



(f)

FIG. 3.7 – Etude de cas de la simulation figure (3.6.a), (a) Histogramme de la simulation et ajustement à la loi de Nakagami, (b) Histogramme des  $(\alpha_s^N)$ , (c) et (d) Evolution des paramètres  $(\hat{\alpha}_N, \hat{\beta}_N)$  en fonction du nombre d'itérations de l'échantillonneur de Gibbs, (e) et (f) Evolution de la moyenne et de l'écart-type de la simulation.

markovien qui peuvent permettre dans un objectif de discrimination de construire des tests statistiques. C'est pourquoi nous choisissons cette méthode pour estimer les paramètres de notre modèle.

En section suivante, on donne l'expression des estimateurs obtenus par cette méthode pour les modèles Gamma,  $\mathcal{K}$  et enfin Nakagami. Malgré la présence du paramètre d'échelle (resp. de forme) dans l'expression des moments locaux d'ordre 2 des modèles basés sur le champ Gamma général (resp. auto-Gamma), cette méthode nous ne permet pas d'obtenir une estimation de ce dernier paramètre. On l'estime par la méthode des moments (resp. maximum de vraisemblance) pour les modèles spatiaux de type  $\mathcal{K}$  (resp. Nakagami). Pour, vérifier la stabilité de cette combinaison d'estimations, les paramètres sont estimés sur des simulations et comparés aux valeurs simulées.

### 3.5.1 A partir des moindres carrés conditionnels (MCC)

La méthode des moindres carrés conditionnels consiste à minimiser la somme des écarts quadratiques sur tous les pixels de l'image  $X_s$  et sa moyenne locale  $E\{X_s/X_{V_s}\}$ . En d'autre terme :

$$\tilde{\Theta} = \arg \min_{\theta} \sum_{s \in S} (x_s - E_{\Theta}\{X_s/X_{V_s}\})^2 \quad (3.40)$$

Nous présentons ci-dessous les résultats obtenus dans les cas modèles basés sur le champ markovien général Gamma. Le cas auto-Gamma s'obtient par une démarche totalement similaire à celle ici présentée.

Pour le modèle spatial  $\mathcal{K}$ , on considère ici, le vecteur de paramètre à estimer  $\Theta = (a_s, b_{sr})$ . En effet, on considère que  $\beta_{\mathcal{K}}$  est déjà connu et fixé à la valeur de l'estimation par la méthode des moments de ce même paramètre quand l'histogramme de l'image est ajusté à la distribution d'une loi  $\mathcal{K}$ .

Son moment local d'ordre deux vaut :

$$E\{\mathcal{A}_s^2/A_r, r \in V_s\} = 4 \frac{\alpha_{\mathcal{K}}^s}{\beta_{\mathcal{K}}^2} \text{ où } \alpha_{\mathcal{K}}^s = a_s + 1 + \sum_{r \in V_s} b_{sr} \ln A_r \text{ et } \beta_{\mathcal{K}} > 0 \quad (3.41)$$

L'équation (3.40) revient à résoudre pour chaque site  $s \in S$ , l'équation suivante dont les inconnues sont  $\Theta = (a_s, b_{sr})$  [BSMC06] :

$$A_s^2 = \frac{4}{\beta_{\mathcal{K}}^2} (a_s + 1 + \sum_{r \in V_s} b_{sr} \ln A_r), \quad \forall s \in S \quad (3.42)$$

Cette équation peut encore s'écrire :

$$\Psi_s \Theta = d_s, \quad \forall s \in S \quad (3.43)$$

où :

$$\Psi_s = \left( 1 \quad \sum_{r \in c_1} \ln A_r \quad \sum_{r \in c_2} \ln A_r \quad \sum_{r \in c_3} \ln A_r \quad \sum_{r \in c_4} \ln A_r \quad \dots \right) \quad (3.44)$$

$$\Theta^T = \left( a + 1 \quad b_1 \quad b_2 \quad b_3 \quad b_4 \quad \dots \right) \quad \text{et} \quad d_s = \frac{\beta_{\mathcal{K}}^2}{4} A_s^2 \quad (3.45)$$

La solution au sens des moindres carrés conditionnels est donnée comme suit :

$$\hat{\Theta} = \left[ \sum_{s \in S} \Psi_s^T \Psi_s \right]^{-1} \sum_{s \in S} \Psi_s d_s \quad (3.46)$$

Pour le modèle Nakagami, le paramètre de forme  $\beta_{\mathcal{N}}$  est aussi connu mais cette fois fixé à la valeur de l'estimation par maximum de vraisemblance quand l'histogramme de l'image est ajusté à la distribution de la loi Nakagami. Ainsi, le vecteur de paramètre  $\Theta$  est le même que celui du modèle  $\mathcal{K}$ .

Son moment local d'ordre deux étant :

$$E\{\mathcal{A}_s^2 / \mathcal{A}_r, r \in V_s\} = \frac{\alpha_{\mathcal{N}}^s}{\beta_{\mathcal{N}}} \quad \text{où} \quad \alpha_{\mathcal{N}}^s = \frac{1}{2} \left( a_s + 1 + \sum_{r \in V_s} b_{sr} \ln A_r \right) \quad \text{et} \quad \beta_{\mathcal{N}} > 0. \quad (3.47)$$

L'équation (3.40) nous fait ici aboutir à la résolution du système suivant pour chaque site  $s \in S$  [BSC06] :

$$2\beta_{\mathcal{N}} A_s^2 = a_s + 1 + \sum_{r \in V_s} b_{sr} \ln A_r \quad (3.48)$$

très similaire au modèle à celui obtenu pour le modèle  $\mathcal{K}$ . En conservant la même expression pour  $\Psi_s$ , on obtient en fonction de ce dernier, la même expression d'estimateur pour  $\Theta$  mais cette fois :  $d_s = 2\beta_{\mathcal{N}} A_s^2$ .

### 3.5.2 Stabilité des estimations

Pour valider la méthode, on a estimé les paramètres des simulations présentés en figure (3.4) (resp. (3.6)) du modèle  $\mathcal{K}$  (resp. Nakagami). Dans les tableaux (3.10) (resp. (3.11)), leur comparaison à ceux utilisés pour les simulations du modèle montrent une bonne concordance entre ces valeurs. Pour évaluer la stabilité de cette estimation on propose d'estimer les paramètres à chaque itération de l'échantillonneur de Gibbs aboutissant à l'image (3.4.a) (resp. (3.6.a)).



		$a_s$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$\beta_{\mathcal{K}}$
Fig.3.4.a	$\theta$	4	0.4	-0.4	0.4	-0.4	0.1
	$\hat{\theta}$	3.69711	0.3328	-0.2989	0.3479	-0.3453	0.0996
Fig.3.4.b	$\theta$	4	0.4	0.4	-0.4	-0.4	0.1
	$\hat{\theta}$	4.0553	0.4117	0.3635	-0.3831	-0.3655	0.1030
Fig.3.4.c	$\theta$	-1.5	0.4	0.4	0	0	0.1
	$\hat{\theta}$	-1.4803	0.3589	0.3220	0.0416	-0.0261	0.0925

TAB. 3.10 – Tableau comparatif des valeurs estimées des simulations de la figure (3.4) à l'ordre 2 pour le modèle spatial  $\mathcal{K}$ .

On trace alors en figure (3.8) les courbes des paramètres estimés à savoir  $(a, b_i)$  ou  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$  en fonction de l'itération de l'échantillonneur. Le nombre d'itérations est choisi égale à 100.

		$a$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$\beta_{\mathcal{N}}$
Fig.3.6.a	$\theta$	2	0.5	0.5	-0.5	-0.5	0.01
	$\hat{\theta}$	1.96	0.48	0.48	-0.54	-0.46	0.009
Fig.3.6.b	$\theta$	2	0	0	-0.5	0.5	0.01
	$\hat{\theta}$	1.97	-0.01	0.04	-0.53	0.46	0.009
Fig.3.6.c	$\theta$	6.5	-0.5	-0.5	0	0	0.01
	$\hat{\theta}$	6.23	-0.48	-0.50	-0.09	0.10	0.009

TAB. 3.11 – Tableau comparatif des valeurs estimées et simulées pour le modèle Nakagami.

On constate que la variation des paramètres  $b_i$  est minime pour Nakagami par rapport à celle du modèle spatial  $\mathcal{K}$ . La même chose est observée pour la variation de  $a_s$ . La différence de comportement peut avoir deux origines. La première est l'utilisation de méthode du maximum de vraisemblance connue pour avoir de meilleures propriétés que celle de la méthode des moments employée pour le modèle  $\mathcal{K}$ . La seconde origine, peut être la non markoviénité du modèle  $\mathcal{K}$ .

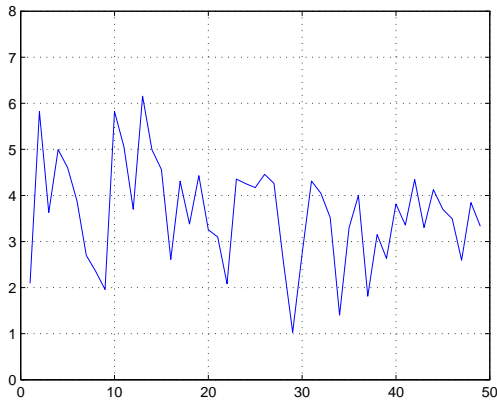
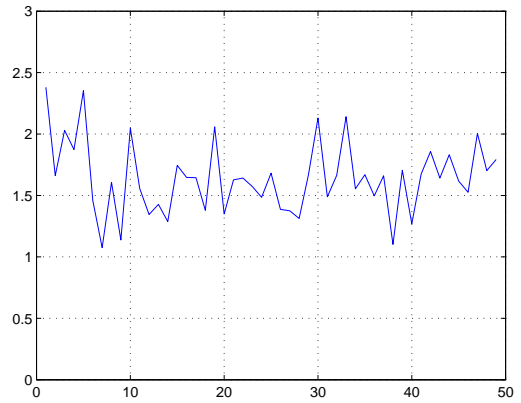
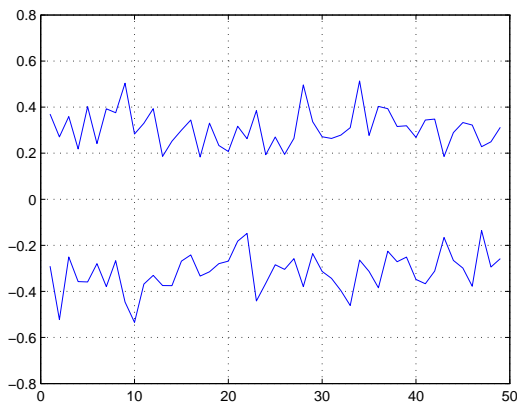
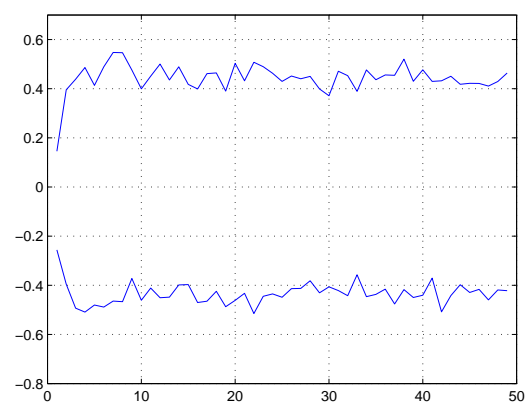
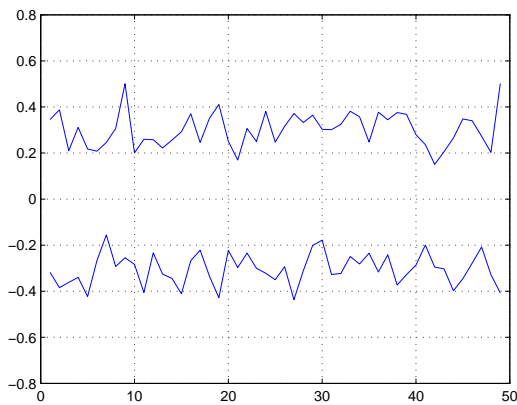
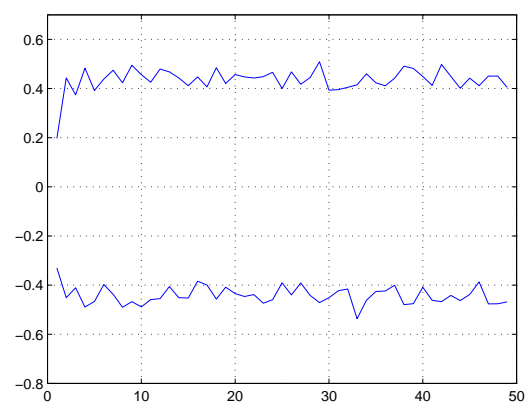
(a) paramètre  $a_s$ (a') paramètre  $a_s$ (b) paramètres d'interactions  $(b_1, b_2)$ (b') paramètres d'interactions  $(b_1, b_3)$ .(c) paramètres d'interactions  $(b_3, b_4)$ (c') paramètres d'interactions  $(b_2, b_4)$ .

FIG. 3.8 – Valeurs des paramètres du modèle  $\mathcal{K}$  (resp. Nakagami) à gauche (resp. à droite)  $(a, b_1, b_2, b_3, b_4, \beta_{\mathcal{K}})$  en fonction du nombre d'itérations de l'échantillonneur de Gibbs pour le cas de la simulation de la figure (3.4.a) et (3.6.a).

### 3.6 Conclusion

La texture échographique étant de type micro-texture, le champ de Markov est l'approche que nous avons choisie pour accomplir cette tâche, car elle permet de conserver localement les lois  $\mathcal{K}$  et Nakagami qui fournissent une bonne description des niveaux de la texture échographique. Or ces deux lois s'écrivent en fonction de la loi Gamma qui dépend de deux paramètres. C'est donc grâce à cette loi appartenant à la famille exponentielle que nous avons construit ces modèles spatiaux aux lois locales de type  $\mathcal{K}$  et Nakagami.

Ainsi, le modèle spatial  $\mathcal{K}$  est défini par son paramètre forme qui varie localement en fonction de l'amplitude du voisinage et par son paramètre d'échelle qui reste constant. Cependant, ce modèle n'est pas markovien. Ceci s'explique par sa construction à travers le modèle produit.

De la même façon est défini le modèle spatial Nakagami. A la différence du modèle spatial construit autour de la loi  $\mathcal{K}$ , le modèle Nakagami est markovien.

Des simulations ont été effectuées pour chaque modèle permettant d'illustrer les capacités d'anisotropie de texture. Cette notion, liée à la forme des structures, est contrôlée en grande partie par les paramètres d'interactions du modèle. Nous avons pu constater que pour des paramètres différents, nous dégagons des simulations aboutissant à des textures différentes pour lesquelles l'ajustement de la distribution des niveaux aux loi  $\mathcal{K}$  ou Nakagami aboutit à des paramètres de forme et d'échelle quasiment identiques pour ces derniers.

L'estimation des paramètres sur des textures simulées révèle une grande importance puisqu'on peut, à partir des simulations, extraire les paramètres utilisés pour élaborer cette réalisation. Le choix de la méthode des moindres carrés conditionnelles (MMC) est justifié par la simplicité de sa mise en oeuvre et ses propriétés asymptotiques qui permettent dans un objectif de discrimination de construire des tests statistiques. L'expression des estimateurs est donnée pour chaque modèle ainsi qu'une comparaison des estimateurs des deux modèles est dégagée.

## Chapitre 4

# Application à la caractérisation de texture échographique

Nous avons décrit dans le chapitre (2) quelques lois de distributions respectant la distribution des niveaux de l'image enveloppe. Les paramètres de ces lois, dépendent des propriétés intrinsèques des diffuseurs déduites du modèle discret : densité, espacement et amplitude. Nous avons aussi dans ce dernier chapitre exhibé des configurations de ce triplet qui peuvent aboutir aux mêmes paramètres de ces lois indiquant les limites de cette modélisation. Une solution est proposée dans le chapitre (3) et consiste à utiliser ces lois de distribution comme distributions locales de champ de Markov. L'objectif de ce chapitre est en premier lieu de montrer l'habilité des paramètres de ces modèles spatiaux à lever les ambiguïtés dans des configurations de triplet de paramètres intrinsèques des diffuseurs. En deuxième lieu, on propose de déterminer les propriétés intrinsèques des diffuseurs que quantifient ces derniers paramètres. Nous utiliserons pour cela le simulateur décrit dans le premier chapitre pour générer des simulations d'image enveloppe dont nous présentons les choix de mise en oeuvre en première section de ce chapitre.

### 4.1 Les choix de mise en oeuvre

Le simulateur de signaux RF utilisé est celui présenté dans le chapitre (1). L'image enveloppe simulée est donc la juxtaposition de plusieurs lignes de tir (type A-Scan). Ainsi, sur chaque ligne, les diffuseurs sont répartis sur une distance  $d = 3.7cm$  qui correspond à la profondeur de pénétration de l'onde émise. La fréquence centrale utilisée est  $f_0 = 3.5$  Mhz. C'est la fréquence utilisée pour des applications abdominales et générales. Par contre pour des applications de l'oeil, la fré-

quence doit être de l'ordre de 10 Mhz. On suppose que la vitesse de propagation de l'onde émise est constante et égale à  $v=1446$  m/s ce qui correspond à un milieu comme l'oeil. La cellule de résolution correspond à 1.26 mm. Par conséquent, la fréquence d'échantillonnage utilisée est de 40 Mhz. Avec ces paramètres, le nombre de pixels total dans la ligne est de 2048. Le nombre de pixels par cellule de résolution est donc de 70 échantillons puisqu'il y a 29 cellules de résolution pour la profondeur choisie.

Pour ce simulateur on a choisi de travailler avec des densités de diffuseurs par cellule de résolution variant dans l'ensemble  $\{7, 10, 13, 16, 20, 25, 30, 40, 50\}$ . La valeur maximale de  $N = 50$  nous semble justifiée par le nombre de pixels par une cellule de résolution qui est de 70.

Le  $SNR_a$  est choisi entre 0.4 et 2. Comme cela a été mentionné au chapitre (1), on balaye des amplitudes ayant de faible à forte variation. Ainsi, une valeur inférieure à 0.4 atténue énormément les amplitudes et une valeur supérieure à 2 n'affecte pas l'estimation des paramètres forme de la loi  $\mathcal{K}$  ou de la loi Nakagami. On choisit donc de faire varier le  $SNR_a$  dans l'ensemble  $\{0.4, 0.6, 0.8, 1, 1.4, 1.6, 2\}$ .

Le paramètre d'espacement entre diffuseurs  $u$  varie dans l'ensemble suivant  $\{0.1, 0.3, 0.5, 0.8, 1, 2, 4, 10\}$ . La valeur maximale  $u = 10$ , nous semble correcte puisqu'elle permet de placer les diffuseurs régulièrement espacés et la valeur minimale de  $u = 0.1$  permet de les placer sous forme de groupe. Le volume totale de configurations de triplets étudiés est donc de  $9 * 7 * 8 = 504$ .

Les simulations ainsi réalisées sont ensuite normalisées par une division des amplitudes  $\mathcal{A}$  par  $\sqrt{E\{\mathcal{A}^2\}}$ . La normalisation nous permet, en premier lieu, de traiter une moyenne d'ordre 2 égale à 1, et en deuxième lieu, d'éviter d'avoir des valeurs de paramètre d'échelle trop grandes pour le cas de la loi  $\mathcal{K}$  ( $10^6$ ) et pas trop faible pour le cas de la loi Nakagami ( $10^{-13}$ ) susceptibles d'introduire des erreurs numériques. Dans ce cas, d'après l'équation (2.26) pour une loi  $\mathcal{K}$ , le paramètre d'échelle  $\beta_{\mathcal{K}}$  devient égal à  $2\sqrt{\alpha_{\mathcal{K}}}$ , et pour le cas Nakagami,  $\beta_{\mathcal{N}}$  vaut alors exactement  $\alpha_{\mathcal{N}}$  d'après l'équation (2.32) et (2.35).

De ces simulations sont extraites les paramètres du modèle spatial  $\mathcal{K}$  et du modèle markovien Nakagami et ce uniquement sur la direction horizontale pour leurs paramètres d'interactions. Ce choix est justifié par la nature des simulations de type A-scan qui juxtapose des lignes de signaux RF, ce qui conduit à l'absence d'interaction locale dans les autres directions que l'horizontal. Pour faciliter l'analyse, l'ordre des ces champs est choisi égal à 1.

On illustre ceci sur un exemple de trois simulations (voir figure 4.1) ayant trois triplets de paramètres intrinsèques différents : du moins régulier  $u = 0.1$  au plus régulier  $u = 10$ . La densité des diffuseurs aussi varie  $N \in \{15, 25, 50\}$ . Par contre le paramètre de l'amplitude est

constant  $SNR_a = 1$ . On constate dans les tableaux (4.1) et (4.2) que, pour les deux modèles, les seules interactions présentes sont donc horizontales ( $b_1$ ) (l'indice "1" indique l'horizontal comme l'illustre la figue (3.1) du chapitre (3)). Les autres interactions sont pratiquement absentes ( $b_2 = b_3 = b_4 = 0$ ). Le modèle traduit donc bien l'absence de relation entre lignes de tir. Dans tout ce qui suit, on s'intéresse donc seulement à la valeur d'interaction horizontale traduite par  $b_1$  pour les deux modèles.

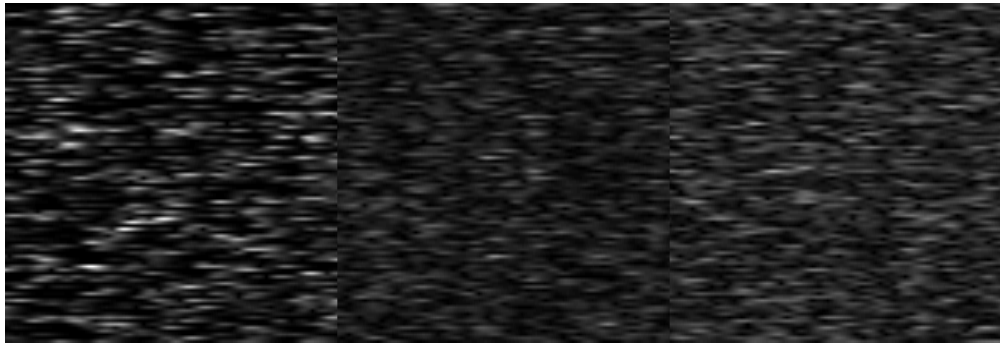


FIG. 4.1 – 3 types de texture de taille 400 pixels\*100 lignes, pour 3 différentes organisations. Texture à gauche de faible densité avec un effet de groupe, ce qui explique les tâches très claires : ( $N = 15, u = 0.1$ ), texture au centre de moyenne densité, sombre par rapport aux autres car la répartition des diffuseurs est aléatoire : ( $N = 25, u = 1$ ) et texture à droite de forte densité avec répartition régulière : ( $N = 50, u = 10$ ).

Regions	$a_s$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$\alpha_N$	$\beta_N$
( $N = 15, u = 0.1$ )	0.126	0.2074	-0.0030	0.0056	0.0166	0.329	0.329
( $N = 25, u = 1$ )	1.4363	0.9100	0.0152	-0.0006	-0.0028	0.7572	0.7572
( $N = 50, u = 10$ )	1.578	1.1792	0.0079	-0.0119	0.01179	0.9124	0.9124

TAB. 4.1 – Estimation des paramètres du modèle markovien Nakagami pour l'ordre 2, et les paramètres globaux sur les trois textures de la figure (4.1).

La méthode d'estimation choisie est celle présentée dans le chapitre 3, section (3.5). Pour assurer une parfaite stabilité des estimateurs, on associe à chaque triplet la moyenne des paramètres estimés sur 20 simulations obtenues avec ce triplet.

Regions	$a_s$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$\alpha_{\mathcal{K}}$	$\beta_{\mathcal{K}}$
$(N = 15, u = 0.1)$	0.3039	0.2401	-0.0035	0.00654	0.0192	0.7636	1.7477
$(N = 25, u = 1)$	4.1368	1.9187	0.0171	-0.0007	-0.0032	3.1931	3.5738
$(N = 50, u = 10)$	9.659	4.9385	0.0094	-0.0141	0.0139	7.5117	5.4808

TAB. 4.2 – Estimation des paramètres du modèle spatial  $\mathcal{K}$  pour l'ordre 2, et les paramètres globaux sur les trois textures de la figure (4.1).

Pour conserver l'information liée à la normalisation dans les paramètres, on choisit de conserver le paramètre d'échelle obtenu avant normalisation et ce pour les 2 lois. Cette normalisation des simulations n'influe pas sur les paramètres d'interactions des modèles spatiaux précédents. En effet, prenons l'exemple de Nakagami, l'équation d'estimation des paramètres est :

$$2\beta_N E\{\mathcal{A}_s^2/\mathcal{A}_r, r \in V_s\} = a_s + 1 + \sum_{r \in V_s} b_{sr} \ln A_r, \quad \forall s \in S \quad (4.1)$$

En remplaçant l'amplitude normalisée :  $A'_s = \frac{A_s}{\sqrt{E\{\mathcal{A}^2\}}}$  dans l'expression précédente, l'équation redevient alors :

$$2\beta'_N E\{\mathcal{A}_s'^2/\mathcal{A}_r', r \in V_s\} = a'_s + 1 + \sum_{r \in V_s} b_{sr} \ln A'_r, \quad \forall s \in S \quad (4.2)$$

tel que :

$$\begin{cases} a'_s = a_s + \ln \sqrt{E\{\mathcal{A}^2\}} \sum_{r \in V_s} b_{sr} \\ \beta'_N = \beta_N E\{\mathcal{A}^2\} \end{cases} \quad (4.3)$$

Ceci prouve que le paramètre d'interaction est indépendant de la moyenne du carré de l'amplitude de l'image par contre celui de "a'\_s" intègre cette moyenne. On obtient les mêmes résultats sur le modèle  $\mathcal{K}$ .

## 4.2 Pouvoir de caractérisation des paramètres des modèles spatiaux

Nous avons cité dans le chapitre (2) des exemples de triplets de configurations  $(N, SNR_a, u)$  pour lesquels les paramètres globaux de la loi Nakagami ou la loi  $\mathcal{K}$  sont invariants. Ici, nous appliquons nos modèles spatiaux sur ces simulations afin de lever l'ambiguïté sur ces simulations.

$\alpha_{\mathcal{K}}$	$\beta_{\mathcal{K}}$	$N$	$SNR_a$	$u$	$a_s$	$b_1$
0.2933	1.0785	13	0.4	0.10	-0.4287	0.0935
0.2928	1.0748	13	0.4	0.30	-0.4002	0.1215
0.2938	1.0781	13	0.4	0.50	-0.3877	0.1364
0.2971	1.0797	13	0.4	1.00	-0.3852	0.1563
2.0440	2.8424	40	0.6	4.00	2.1785	1.3952
2.0618	2.8577	25	0.8	1.00	2.2163	1.3774
2.0276	2.8337	40	0.6	0.8	2.1506	1.339
2.0686	2.8658	13	1.40	0.50	2.2307	1.2056

TAB. 4.3 – Valeur des estimations des paramètres  $(a_s, b_1)$  du champ  $\mathcal{K}$  pour les configurations de triplet  $(N, SNR_a, u)$  aboutissant à la même valeur du paramètre  $\alpha_{\mathcal{K}}$  et  $\beta_{\mathcal{K}}$  de la loi  $\mathcal{K}$ .

On constate que les valeurs du couple  $(a_s, b_1)$  pour les deux champs sont différentes pour les triplets de configurations  $(N, SNR_a, u)$ , ce qui permet de distinguer alors entre ces triplets. Ainsi, pour le champ  $\mathcal{K}$ , la valeur de  $b_1$  croît avec l'espace. Elle vaut 0.09 pour  $u = 0.1$  et augmente jusqu'à 0.15 pour  $u = 1$ . Le paramètre  $a_s$ , se comporte de la même façon. Il croît de -0.42 jusqu'à -0.38. Pour le deuxième exemple, ces les trois paramètres des diffuseurs qui changent de valeur. Encore, les paramètres du champ  $\mathcal{K}$  permet de les distinguer [BSMC06].

$\alpha_{\mathcal{N}}$	$\beta_{\mathcal{N}}$	$N$	$SNR_a$	$u$	$a_s$	$b_1$
0.3178	0.3178	7	0.60	0.80	0.2372	0.2843
0.3119	0.3119	10	0.80	0.10	0.0958	0.1982
0.4084	0.4084	7	0.80	0.80	0.4715	0.40368
0.4026	0.4026	10	0.6	1.00	0.5542	0.4551
0.7009	0.7009	40	0.6	0.80	1.2285	0.9501
0.7005	0.7005	25	0.80	0.80	1.1988	0.9259

TAB. 4.4 – Valeur des estimations des paramètres du champ Nakagami pour des configurations de triplet  $(N, SNR_a, u)$  aboutissant à la même valeur du couple de paramètres  $(\alpha_{\mathcal{N}}, \beta_{\mathcal{N}})$  de la loi  $\mathcal{N}$ .

On observe le même phénomène pour les paramètres du champ Nakagami. Pour ces triplets de configuration ayant les mêmes paramètres forme  $\alpha_{\mathcal{N}}$ , les paramètres du champ sont différents [BSC06].



## 4.3 Lien entre les paramètres des champs et ceux des diffuseurs

### 4.3.1 Cas du modèle spatial $\mathcal{K}$

Nous nous intéresserons dans cette section à définir le comportement des paramètres du modèle spatial  $\mathcal{K}$  introduit dans la section (3.3) en fonction des triplets  $(N, SNR_a, u)$ . Comme au chapitre (2), on trace les courbes de variation des paramètres  $(a_s, b_1)$  en fonction de ces derniers. Les courbes de la figure (4.2) montrent l'évolution de  $a_s$  et  $b_1$  en fonction de :

- $(SNR_a, N)$  pour un espacement constant de valeur  $u = 1$ , courbes de la figure (4.2.a, a')
- $(SNR_a, u)$  pour  $N = 25$ , courbes de la figure (4.2.b, b')
- $(u, N)$  pour  $SNR_a = 1.4$ , courbes de la figure (4.2.c, c')

D'après toutes ces courbes, les valeurs des paramètres estimées sur les simulations augmentent avec celles de la densité  $N$ , du  $SNR_a$  et de  $u$ . On note aussi, la ressemblance du comportement de  $a_s$  et de  $b_1$ . La matrice de corrélation donnée par le tableau (4.5) le confirme par une forte corrélation entre les 3 paramètres  $(\beta_{\mathcal{K}}, a_s, b_1)$ .

Le triplet  $(N, SNR_a, u)$  n'est pas corrélé sauf faiblement pour le paire  $(SNR_a, u)$  qui ne comporte pas d'explication physique puisque le premier régit la variation des amplitudes et le second, les espacements entre diffuseurs. Le choix des valeurs du couple n'est peut être que la seule explication de l'existante de la corrélation.

	$N$	$SNR_a$	$u$	$\beta_{\mathcal{K}}$	$a_s$	$b_1$
$N$	1.0000	-0.0000	0.0000	0.4902	0.4074	0.4169
$SNR_a$	-0.0000	1.0000	-0.1855	0.6065	0.4707	0.4565
$u$	0.0000	-0.1855	1.0000	0.1145	0.1117	0.1290
$\beta_{\mathcal{K}}$	0.4902	0.6065	0.1145	1.0000	0.9415	0.9440
$a_s$	0.4074	0.4707	0.1117	0.9415	1.0000	0.9994
$b_1$	0.4169	0.4565	0.1290	0.9440	0.9994	1.0000

TAB. 4.5 – Matrice de corrélation entre  $(N, SNR_a, u, \beta_{\mathcal{K}}, a_s, b_1)$  pour le modèle  $\mathcal{K}$  estimée sur les 504 simulations.

Pour mieux étudier les corrélations entre  $(\beta_{\mathcal{K}}, a_s, b_1)$  et  $(N, SNR_a, u)$ , on propose de diviser la relation entre  $a_s$  et  $b_1$  par la constante  $\frac{\beta_{\mathcal{K}}^2}{4}$ . En effet, d'après l'équation (3.42) du chapitre

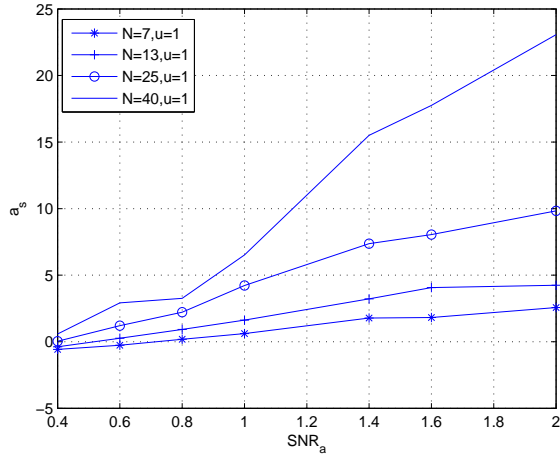
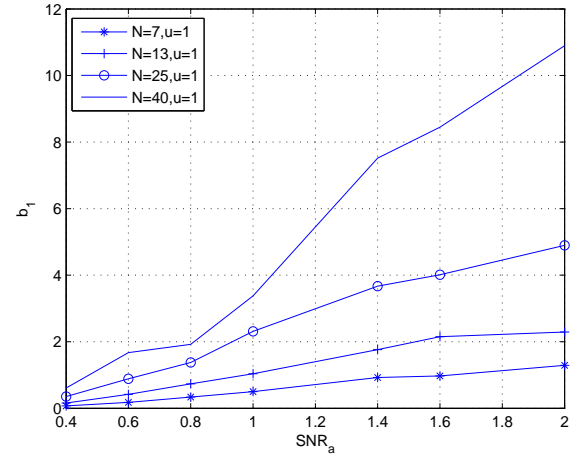
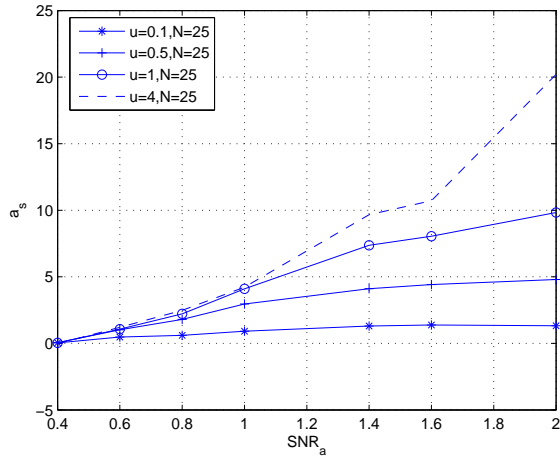
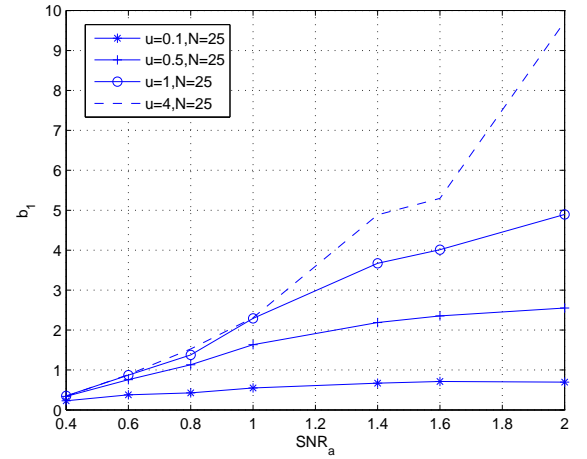
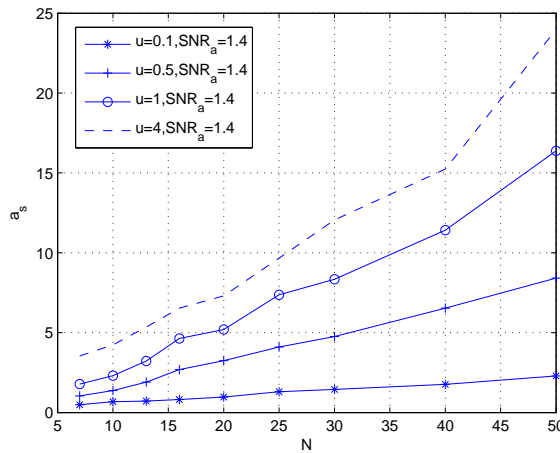
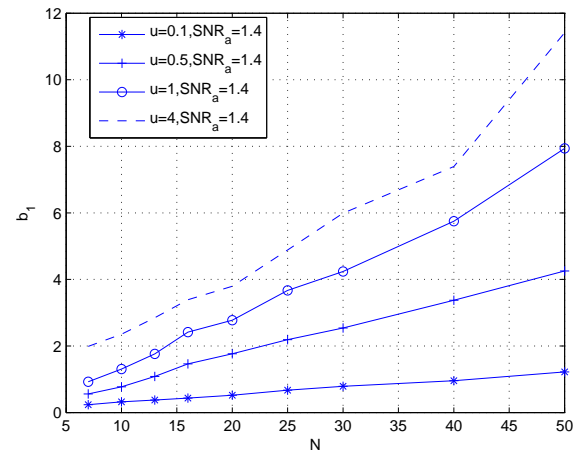
(a)  $a_s$  en fonction du  $(SNR_a, N)$  pour  $u = 1$ (a')  $b_1$  en fonction du  $(SNR_a, N)$  pour  $u = 1$ .(b)  $a_s$  en fonction du  $(SNR_a, u)$  pour  $N=25$ (b')  $b_1$  en fonction du  $(SNR_a, u)$  pour  $N = 25$ .(c)  $a_s$  en fonction du  $(N, u)$  pour  $SNR_a = 1.4$ (c')  $b_1$  en fonction du  $(N, u)$  pour  $SNR_a = 1.4$ .

FIG. 4.2 – Variation des paramètres  $(a_s, b_1)$  du modèle spatial  $\mathcal{K}$ . (a) et (a')  $(a_s, b_1)$  en fonction de  $(N, SNR_a)$  pour un espacement  $u = 1$ . (b) et (b')  $(a_s, b_1)$  en fonction du  $(SNR_a, u)$  pour une densité fixe  $N = 25$ . (c) et (c')  $(a_s, b_1)$  en fonction de  $(N, u)$  pour un  $SNR_a = 1.4$ .

précédent, la division par  $\frac{\beta_{\mathcal{K}}^2}{4}$  aboutit à l'équation suivante :

$$E\{\mathcal{A}_s^2/\mathcal{A}_r, r \in V_s\} = 4 \frac{a_s + 1}{\beta_{\mathcal{K}}^2} + \sum_{r \in V_s} 4 \frac{b_{sr}}{\beta_{\mathcal{K}}^2} \ln A_r, \quad \forall s \in S \quad (4.4)$$

On choisissant  $a'_s = 4 \frac{a_s + 1}{\beta_{\mathcal{K}}^2}$  et  $b'_{sr} = 4 \frac{b_{sr}}{\beta_{\mathcal{K}}^2}$ , notre équation devienne alors sous la forme :

$$E\{\mathcal{A}_s^2/\mathcal{A}_r, r \in V_s\} = a'_s + \sum_{r \in V_s} b'_{sr} \ln A_r, \quad \forall s \in S \quad (4.5)$$

Ainsi, avec la nouvelle paramétrisation, la matrice de corrélation entre  $(N, SNR_a, u, \beta_{\mathcal{K}}, a'_s, b'_1)$  aura une autre forme donnée par le tableau (4.6).

	$N$	$SNR_a$	$u$	$\beta_{\mathcal{K}}$	$a'_s$	$b'_1$
$N$	1.0000	-0.0000	0.0000	0.4902	-0.3272	0.5036
$SNR_a$	-0.0000	1.0000	-0.1855	0.6065	-0.5846	0.0992
$u$	0.0000	-0.1855	1.0000	0.1145	0.0708	0.4568
$\beta_{\mathcal{K}}$	0.4902	0.6065	0.1145	1.0000	-0.4187	0.6122
$a'_s$	-0.3272	-0.5846	0.0708	-0.4187	1.0000	-0.2343
$b'_1$	0.5036	0.0992	0.4568	0.6122	-0.2343	1.0000

TAB. 4.6 – Matrice de corrélation entre  $(N, SNR_a, u, \beta_{\mathcal{K}}, a'_s, b'_1)$  pour le modèle  $\mathcal{K}$

La figure (4.4) montre l'évolution des paramètres  $(a'_s, b'_1)$  en fonction du  $(SNR_a, N)$  pour  $u = 1$  (courbes (a) et (a')),  $(a'_s, b'_1)$  en fonction du  $(SNR_a, u)$  pour  $N = 25$  (courbes (b) et (b')), et enfin,  $(a'_s, b'_1)$  en fonction  $(N, u)$  pour  $SNR_a = 1.4$ . On constate alors que :

- le nouveau paramètre  $a'_s$  n'est sensible plus à la variation du paramètre d'espacement  $u$  ( $\rho = 0.07, p = 0.15$ ). Les courbes de variation de  $a'_s$  en fonction de  $(N, SNR_a, u)$  de la figure (4.3) montrent clairement le comportement de ce dernier qui dépend faiblement du variation du paramètre  $u$  pour les courbes (a), (b) et (c). Par contre, le comportement de  $a'_s$  change en fonction de la densité  $N$  et du  $SNR_a$  comme le confirme notre matrice de corrélation : ( $\rho = -0.32, p = 0$ ) pour  $N$  et ( $\rho = -0.58, p = 0$ ) pour  $SNR_a$ . En comparant ces résultats à ceux de la figure (2.9) du chapitre 2), on voit que le comportement de  $a'_s$  est à rapprocher de celui du paramètre de forme du modèle  $\mathcal{K}$  mais dans une version amélioré au sens de la capacité de discrimination des configurations de triplet. Par contre, son habilité à distinguer différentes configurations d'espacement ( $u$ ) diminue.

- 
- le paramètre  $b'_1$  lui aussi devient très peu corrélé avec le paramètre d'amplitude  $SNR_a$ . Le coefficient de corrélation passe ainsi de la valeur de 0.45 avant normalisation à la valeur de  $\rho = 0.09$  avec une valeur de  $p = 0.04$ . La figure (4.3) montre l'insensibilité de ce paramètre à la variation du  $SNR_a$  essentiellement pour les petites valeurs de  $u$ . Il est à noter que le paramètre  $b'_1$  devient constant pour les différentes valeurs de  $N$  lorsque  $u = 4$  et varie linéairement en fonction de la densité pour  $u = 0.1$ .
  - la corrélation entre  $a'_s$  et  $b'_1$  passe du  $\rho = 0.99$  à  $\rho = -0.23$  avec  $p = 0$ . La corrélation entre ces deux paramètres a diminué mais elle reste toujours non nulle, ce qui concorde avec le fait que  $a'_s$  et  $b'_s$  sont toutes les deux corrélés avec le paramètre densité  $N$  des diffuseurs.

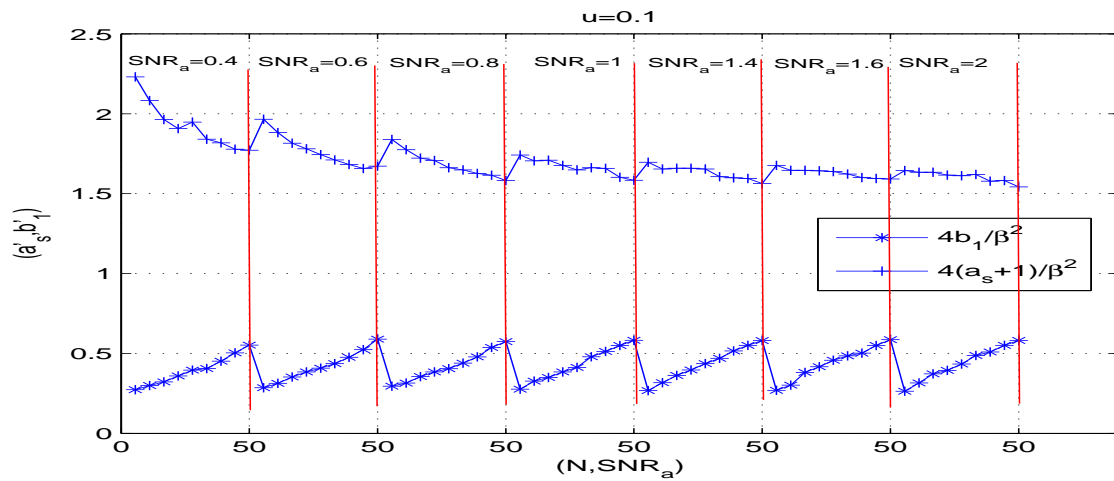
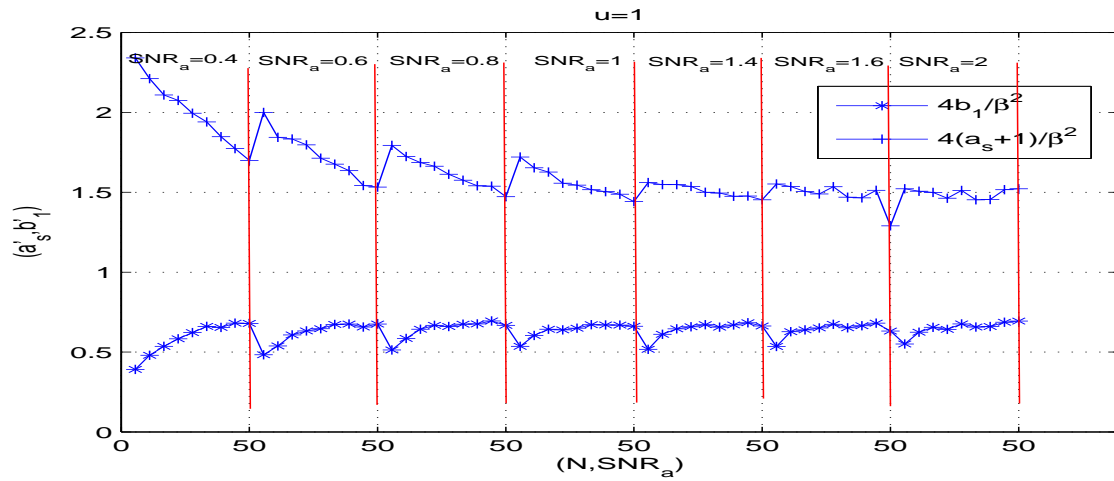
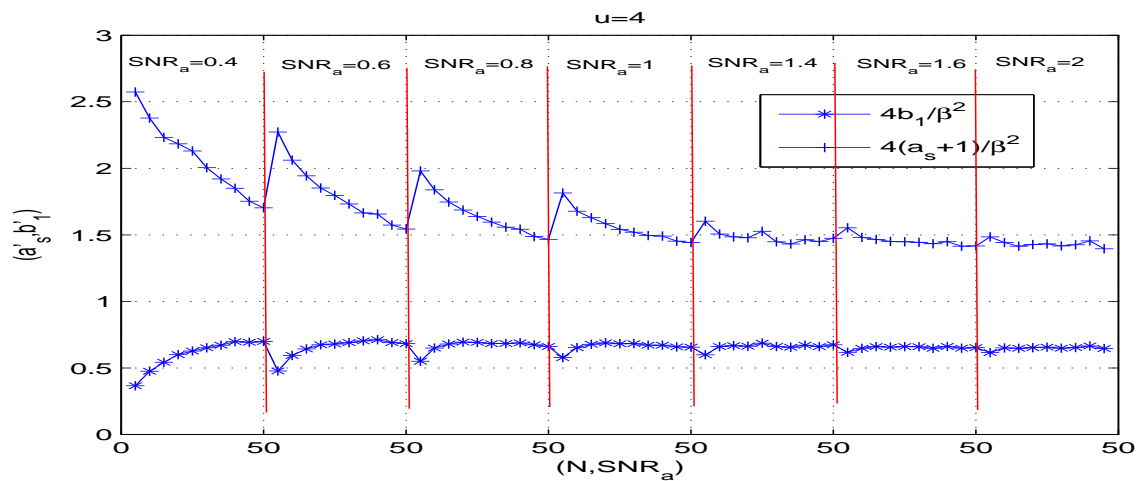
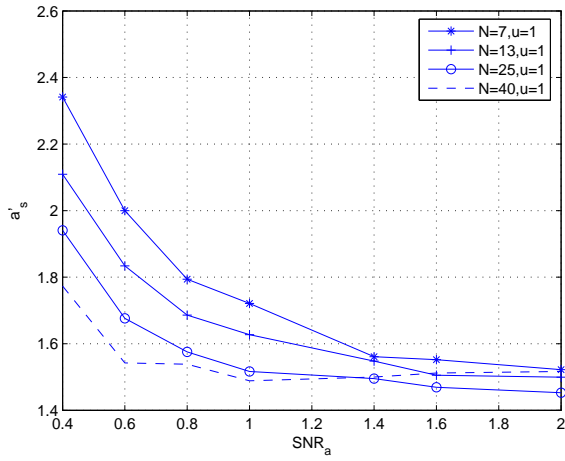
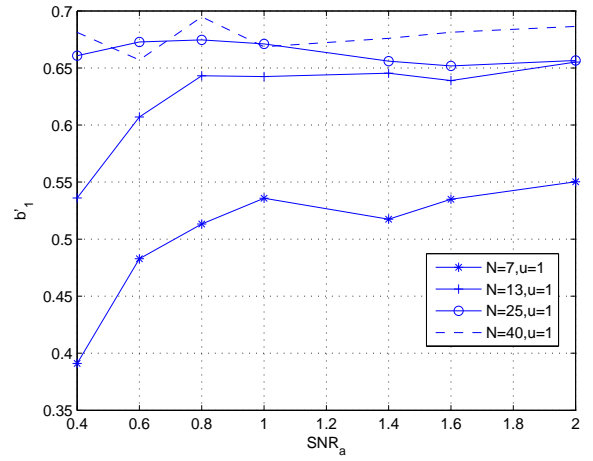
(a)  $(a'_s, b'_1)$  en fonction du  $(N, SNR_a)$  pour  $u = 0.1$ (b)  $(a'_s, b'_1)$  en fonction du  $(N, SNR_a)$  pour  $u = 1$ (c)  $(a'_s, b'_1)$  en fonction du  $(N, SNR_a)$  pour  $u = 4$ 

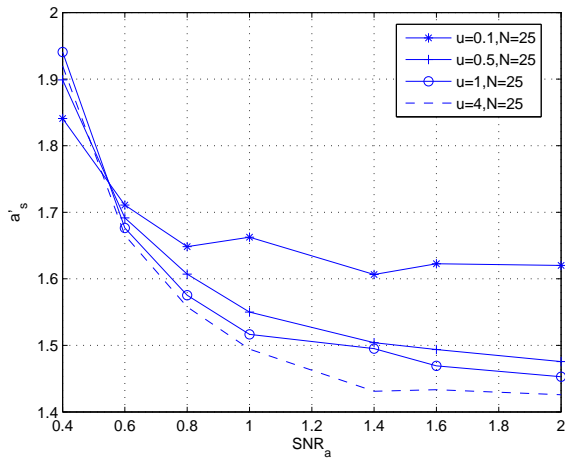
FIG. 4.3 – Variation des paramètres  $(a'_s, b'_1)$  du modèle  $\mathcal{K}$  en fonction de  $(N, SNR_a, u)$ . (a) cas où  $u = 0.1$ . (b) cas où  $u=1$ . (c) cas où  $u = 4$ .



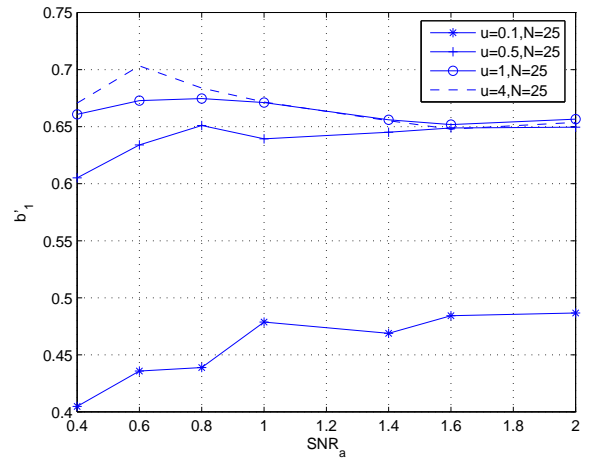
(a)  $a'_s$  en fonction du  $(SNR_a, N)$  pour  $u = 1$



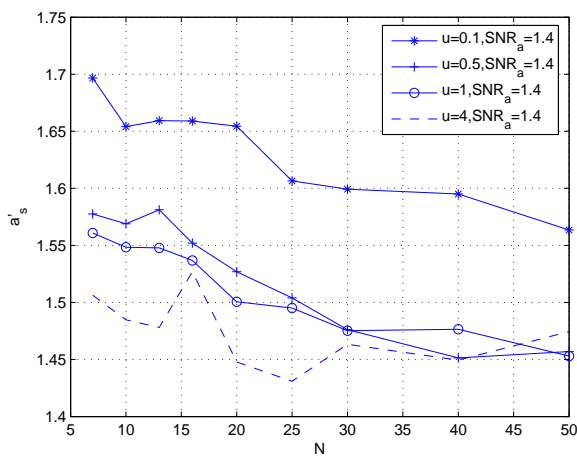
(a')  $b'_1$  en fonction du  $(SNR_a, N)$  pour  $u = 1$ .



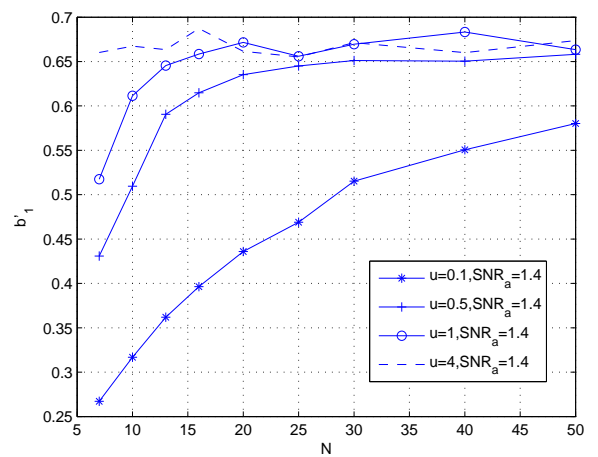
(b)  $a'_s$  en fonction du  $(SNR_a, u)$  pour  $N=25$



(b')  $b'_1$  en fonction du  $(SNR_a, u)$  pour  $N = 25$ .



(c)  $a'_s$  en fonction du  $(N, u)$  pour  $SNR_a = 1.4$



(c')  $b'_1$  en fonction du  $(N, u)$  pour  $SNR_a = 1.4$ .

FIG. 4.4 – Variation des paramètres  $(a'_s, b'_1)$  du modèle spatial  $\mathcal{K}$  en fonction de  $N, SNR_a$  et  $u$ .

### 4.3.2 Cas du modèle markovien Nakagami

Les courbes de la figure (4.5) montrent l'évolution de  $a_s$  et  $b_1$  en fonction de :

- $(SNR_a, N)$  pour un espacement constant de valeur  $u = 1$ , courbes de la figure (4.5.a, a')
- $(SNR_a, u)$  pour  $N = 25$ , courbes de la figure (4.5.b, b')
- $(u, N)$  pour  $SNR_a = 1.4$ , courbes de la figure (4.5.c, c')

Comme dans le cas précédent, les valeurs des paramètres estimés sur les simulations sont proportionnelles à la densité  $N$ , au  $SNR_a$  et à  $u$ . De même, on constate la ressemblance du comportement de  $a_s$  et de  $b_1$ . La matrice de corrélation donnée par le tableau (4.7) montre à nouveau de fortes corrélations entre les paramètres  $(N, SNR_a, u, \beta_N, a_s, b_1)$ . En effet, on constate :

- une forte corrélation entre  $a_s$  et  $b_1$ . Le coefficient de corrélation est de l'ordre 0.99.
- Le paramètre  $a_s$  est corrélé avec  $N$ ,  $SNR_a$  et  $u$
- Le paramètre  $b_1$  est lui aussi corrélé avec ces derniers

	$N$	$SNR_a$	$u$	$\beta_N$	$a_s$	$b_1$
$N$	1.0000	-0.0000	0.0000	0.5528	0.5672	0.5699
$SNR_a$	-0.0000	1.0000	-0.1855	0.5434	0.4340	0.4029
$u$	0.0000	-0.1855	1.0000	0.2221	0.3048	0.3254
$\beta_N$	0.5528	0.5434	0.2221	1.0000	0.9840	0.9807
$a_s$	0.5672	0.4340	0.3048	0.9840	1.0000	0.9959
$b_1$	0.5699	0.4029	0.3254	0.9807	0.9959	1.0000

TAB. 4.7 – Matrice de corrélation entre  $(N, SNR_a, u, \beta_N, a_s, b_1)$  pour le modèle Nakagami

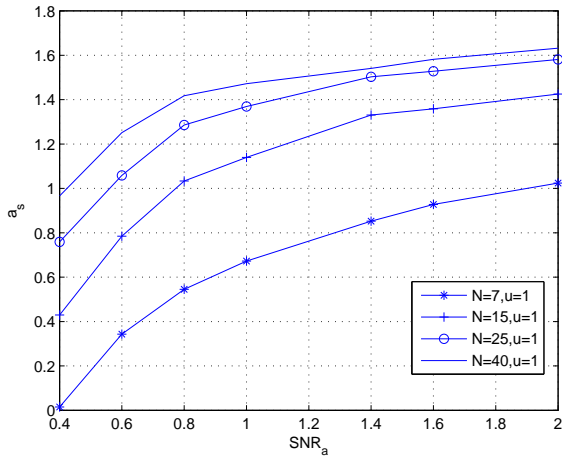
Pour pouvoir diminuer la corrélation entre  $a_s$  et  $b_1$ , on opère comme pour le modèle  $\mathcal{K}$  à savoir on divise  $a_s$  et  $b_1$  par la constante  $2\beta_N$ . D'après l'équation (3.48) du chapitre précédent, la division par  $2\beta_N$  aboutit à l'équation suivante :

$$E\{\mathcal{A}_s^2/\mathcal{A}_r, r \in V_s\} = \frac{a_s + 1}{2\beta_N} + \sum_{r \in V_s} \frac{b_{sr}}{2\beta_N} \ln A_r, \quad \forall s \in S \quad (4.6)$$

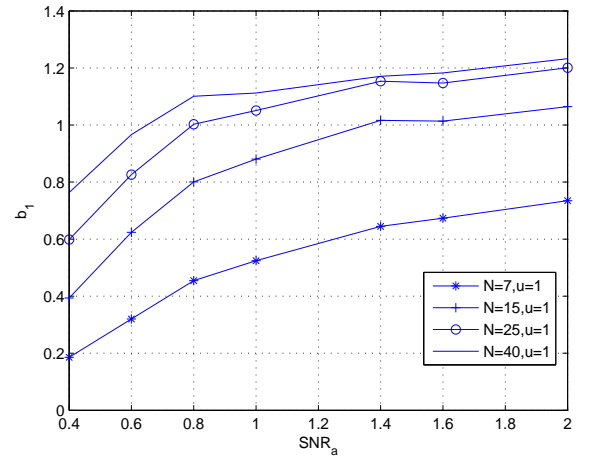
On choisissant :  $a'_s = \frac{a_s + 1}{2\beta_N}$  et  $b'_{sr} = \frac{b_{sr}}{2\beta_N}$ , notre équation devienne alors sous la forme :

$$E\{\mathcal{A}_s^2/\mathcal{A}_r, r \in V_s\} = a'_s + \sum_{r \in V_s} b'_{sr} \ln A_r, \quad \forall s \in S \quad (4.7)$$

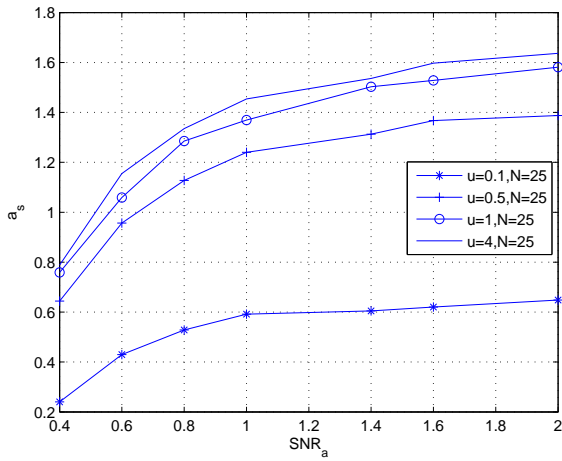
La figure (4.7) montre l'évolution des paramètres  $(a'_s, b'_1)$  en fonction du  $(SNR_a, N)$  pour  $u = 1$  (courbes (a) et (a')),  $(a'_s, b'_1)$  en fonction du  $(SNR_a, u)$  pour  $N = 25$  (courbes (b) et



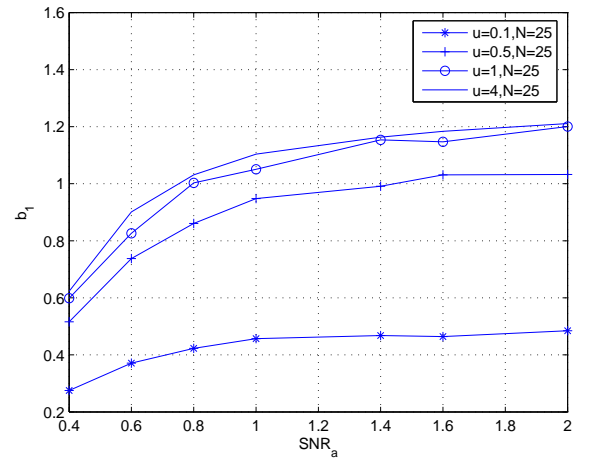
(a)  $a_s$  en fonction du  $(SNR_a, N)$  pour  $u = 1$



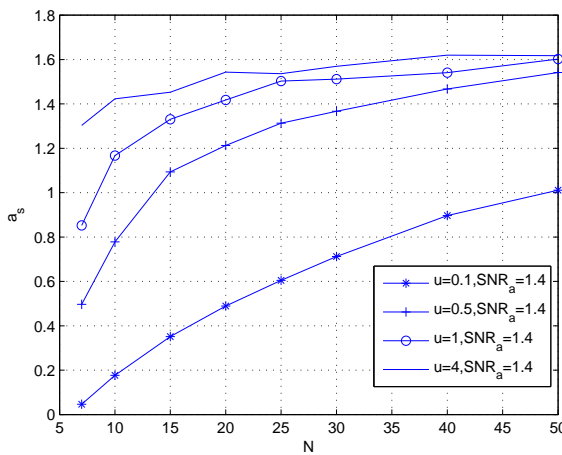
(a')  $b_1$  en fonction du  $(SNR_a, N)$  pour  $u = 1$



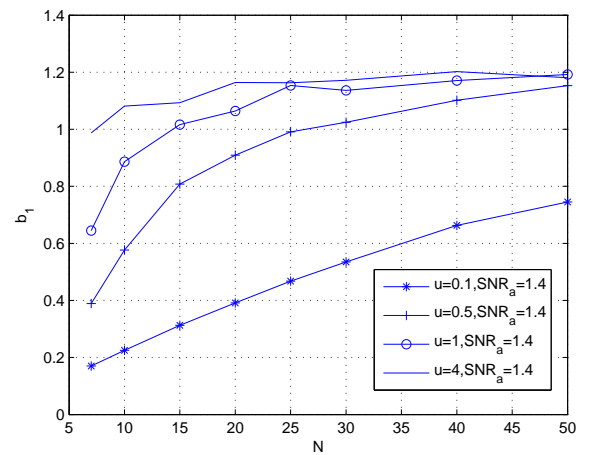
(b)  $a_s$  en fonction du  $(SNR_a, u)$  pour  $N=25$



(b')  $b_1$  en fonction du  $(SNR_a, u)$  pour  $N = 25$ .



(c)  $a_s$  en fonction du  $(N, u)$  pour  $SNR_a = 1.4$



(c')  $b_1$  en fonction du  $(N, u)$  pour  $SNR_a = 1.4$ .

FIG. 4.5 – Variation des paramètres  $(a_s, b_1)$  du modèle markovien Nakagami en fonction de  $N$ ,  $SNR_a$  et  $u$ .



	$N$	$SNR_a$	$u$	$\beta_N$	$a'_s$	$b'_1$
$N$	1.0000	-0.0000	0.0000	0.5528	-0.4243	0.4920
$SNR_a$	-0.0000	1.0000	-0.1855	0.5434	-0.6951	0.0286
$u$	0.0000	-0.1855	1.0000	0.2221	0.0375	0.4853
$\beta_N$	0.5528	0.5434	0.2221	1.0000	-0.8678	0.7518
$a'_s$	-0.4243	-0.6951	0.0375	-0.8678	1.0000	-0.4521
$b'_1$	0.4920	0.0286	0.4853	0.7518	-0.4521	1.0000

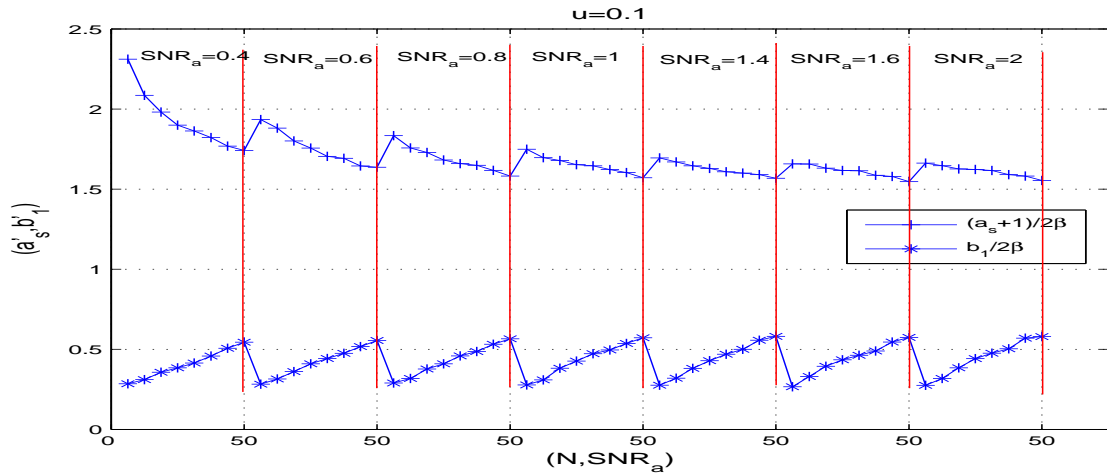
TAB. 4.8 – Matrice de corrélation entre  $(N, SNR_a, u, \beta_N, a'_s, b'_1)$  pour le modèle Nakagami.

(b')), et enfin,  $(a'_s, b'_1)$  en fonction  $(N, u)$  pour  $SNR_a = 1.4$ . Avec la nouvelle paramétrisation, la corrélation entre  $(N, SNR_a, u, \beta_N, a'_s, b'_1)$  donnée par le tableau (4.8) et les courbes de la figure (4.7) permettent de constater alors que :

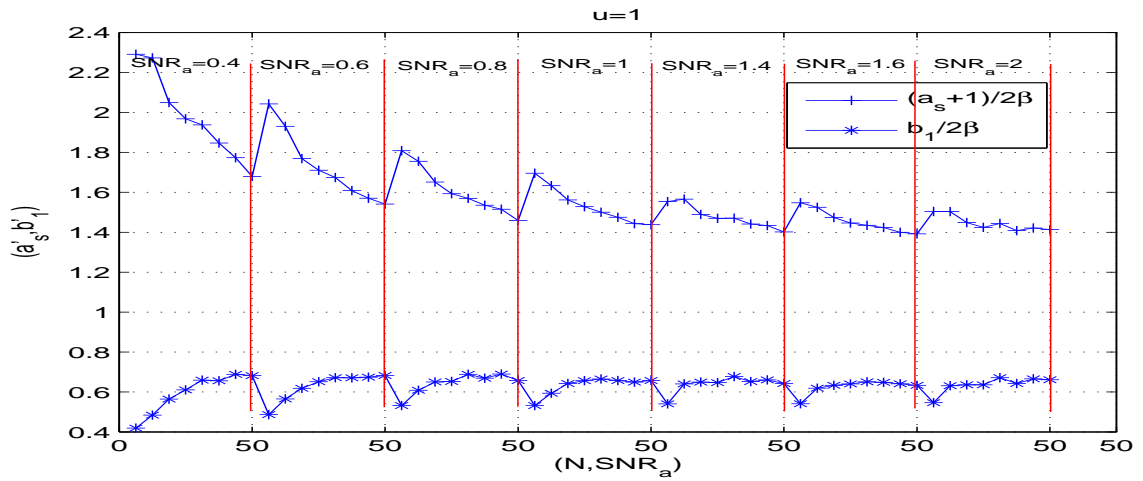
- le nouveau paramètre  $a'_s$  devient insensible à la variation du paramètre d'espace  $u$  et ce de façon plus marquée que pour ce même paramètre du modèle  $\mathcal{K}$ . Ceci est traduit par un coefficient de corrélation de l'ordre de 0.03 ( $p=0.446$ ). Les courbes (a), (b) et (c) de variation de  $a'_s$  en fonction de  $(N, SNR_a, u)$  de la figure (4.6) illustrent ce comportement. Et comme pour le modèle  $\mathcal{K}$ , son comportement décroît avec la densité  $N$  et du  $SNR_a$  comme le confirme notre matrice de corrélation.
- le paramètre  $b'_1$  lui n'est plus corrélé avec le paramètre d'amplitude  $SNR_a$  et ce de façon plus accentuée que pour le modèle  $\mathcal{K}$ . Le coefficient de corrélation passe ainsi de la valeur de 0.40 avant normalisation à la valeur de 0.02 ( $p=0.56$ ). La figure (4.6) montre l'insensibilité de ce paramètre à la variation du  $SNR_a$  quelque soit l'espace  $u$ . On a encore ici le paramètre  $b'_1$  constant lorsque  $u = 4$  et qui varie linéairement en fonction de la densité pour  $u = 0.1$ .
- la corrélation passe du 0.99 à -0.45 entre  $a'_s$  et  $b'_1$ . Et ainsi, on diminue la corrélation entre ces deux paramètres mais elle n'est toujours pas proche de zéro car  $a'_s$  et  $b'_s$  sont toutes les deux corrélés avec le paramètre densité  $N$  des diffuseurs.

### 4.3.3 Discussion autour de la caractérisation des diffuseurs par les paramètres des modèles globaux et spatiaux

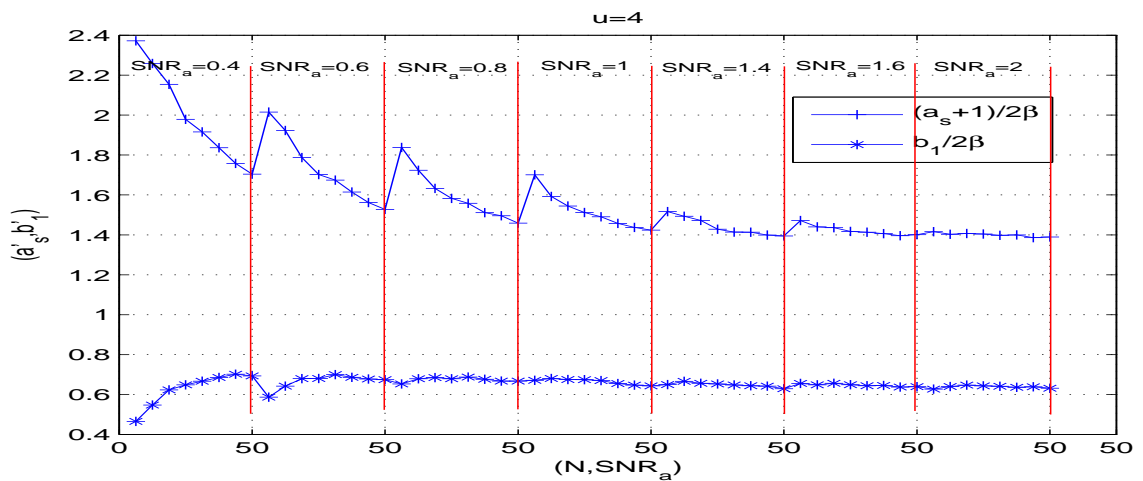
Si maintenant on s'intéresse à la description des variations des 3 quantités  $(N, SNR_a, u)$  caractérisant les diffuseurs du tissu par les paramètres des modèles globaux et spatiaux étudiés dans



(a)  $(a'_s, b'_1)$  en fonction du  $(N, SNR_a)$  pour  $u = 0.1$

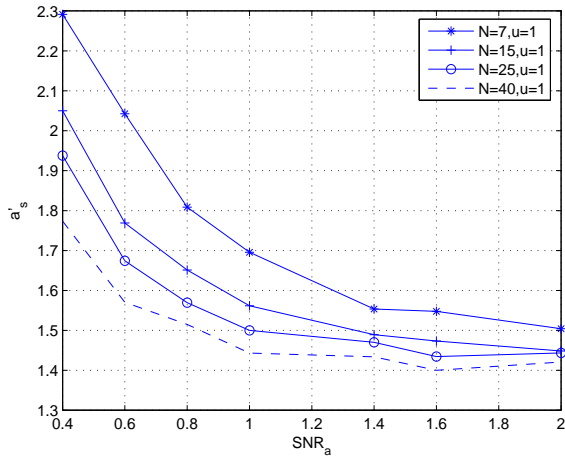


(b)  $(a'_s, b'_1)$  en fonction du  $(N, SNR_a)$  pour  $u = 1$

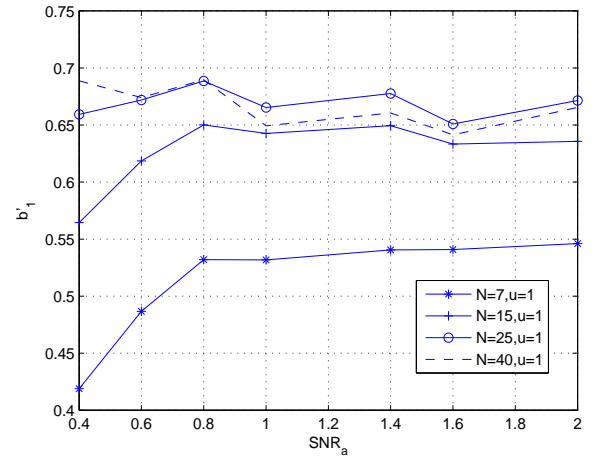


(c)  $(a'_s, b'_1)$  en fonction du  $(N, SNR_a)$  pour  $u = 4$

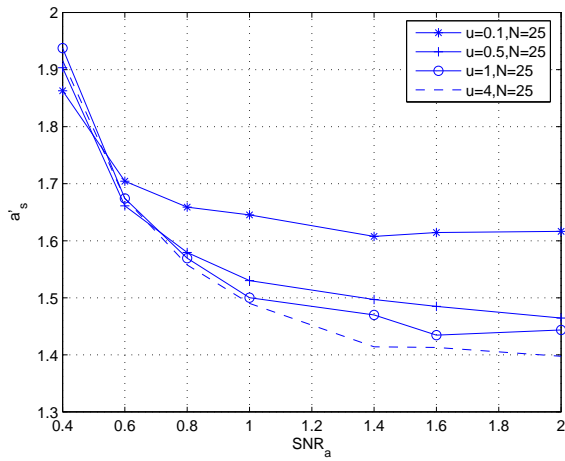
FIG. 4.6 – Variation des paramètres  $(a'_s, b'_1)$  du modèle markovien Nakagami en fonction de  $(N, SNR_a, u)$ . (a) cas où  $u = 0.1$ . (b) cas où  $u = 1$ . (c) cas où  $u = 4$ .



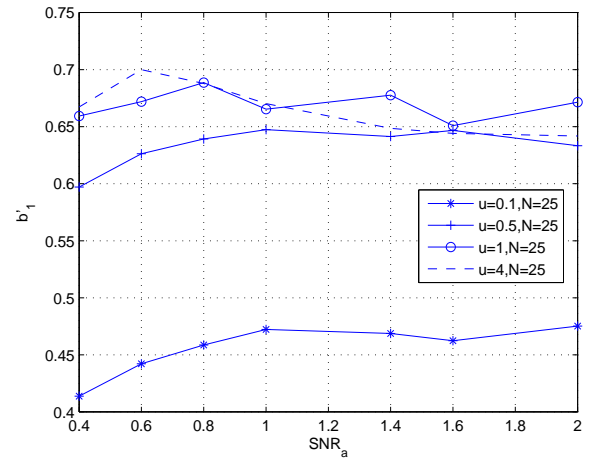
(a)  $a'_s$  en fonction du  $(SNR_a, N)$  pour  $u = 1$



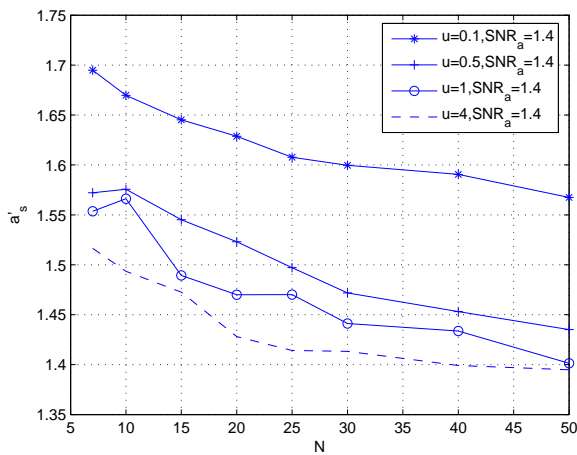
(a')  $b'_1$  en fonction du  $(SNR_a, N)$  pour  $u = 1$ .



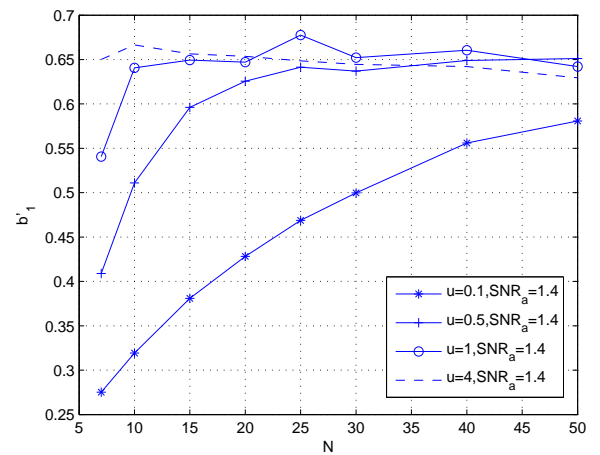
(b)  $a'_s$  en fonction du  $(SNR_a, u)$  pour  $N=25$



(b')  $b'_1$  en fonction du  $(SNR_a, u)$  pour  $N = 25$ .



(c)  $a'_s$  en fonction du  $(N, u)$  pour  $SNR_a = 1.4$



(c')  $b'_1$  en fonction du  $(N, u)$  pour  $SNR_a = 1.4$ .

FIG. 4.7 – Variation des paramètres  $(a'_s, b'_1)$  du modèle markovien Nakagami en fonction de  $N$ ,  $SNR_a$  et  $u$ .

cette thèse, on constate en premier lieu qu'évidemment que les modèles spatiaux dépendant ici de 3 paramètres, vont mieux décrire ces derniers au sens de la variance. En examinant, une à une les lignes des matrices de corrélations des tableaux (2.1), (2.3), (4.6) et (4.8) on peut évaluer l'aptitude de ces modèles à extraire les informations de chaque composante du triplets  $(N, SNR_a, u)$ .

Pour  $N$ , le modèle Nakagami est celui qui décrit le mieux à travers son paramètre de forme ( $\rho = 0.55$ ) qui devient par la normalisation le paramètre d'échelle du champ Nakagami. Ce dernier est suivi de façon rapprochée par les paramètres  $a_s$  et  $b_1$  de ce même champ et par le paramètre  $b'_1$  du champ  $\mathcal{K}$ . Le champ Nakagami est celui qui décrit le mieux la densité des diffuseurs.

Pour la variation des amplitudes ( $SNR_a$ ), c'est le paramètre d'échelle de la loi  $\mathcal{K}$  qui lui est le plus corrélé ( $\rho = 0.77$ ). De nouveau, le champ Nakagami, à travers son paramètre  $a'_s$  est aussi candidat à cette description du  $SNR_a$  ( $\rho = 0.7$ ) qui est le paramètre intrinsèque des diffuseurs le mieux décrit par les modèles étudiés.

Quant au paramètre d'espacement  $u$ , c'est le modèle global  $\mathcal{K}$  qui remporte la plus forte corrélation ( $\rho = 0.58$ ) suivi par le paramètre  $b'_1$  du champ Nakagami ( $\rho = 0.49$ ).

Au vue des résultats obtenus sur l'ordre 1, le champ markovien Nakagami, comparé au modèle spatial  $\mathcal{K}$ , est celui le plus à même à décrire le comportement des diffuseurs.

Pour se distinguer du modèle global  $\mathcal{K}$ , ce dernier peut avoir recours, par l'augmentation de son ordre, à l'ajout de paramètres d'interaction susceptibles d'informer au pixel sur les amplitudes plus distantes de ce dernier.

## 4.4 Conclusion

Nous avons démontré dans ce chapitre l'habilité des paramètres des modèles spatiaux  $\mathcal{K}$  et Nakagami à lever les ambiguïtés dans des configurations de triplet de paramètres intrinsèques des diffuseurs décelés au deuxième chapitre. En effet, on constate que les valeurs du couple  $(a_s, b_1)$  pour les deux champs sont différentes pour les triplets de configurations  $(N, SNR_a, u)$ , ce qui permet de distinguer alors entre ces triplets.

En deuxième lieu, nous avons évalué les liens entre les paramètres des champs  $\mathcal{K}$  et Nakagami avec ceux des diffuseurs. Nous avons utilisé pour cela le simulateur décrit dans le premier chapitre pour générer des simulations d'image enveloppe. Les valeurs de la matrice de corrélation établies entre les triplets  $(N, SNR_a, u)$  et  $(a_s, b_1)$  montrent la forte corrélation entre  $a_s$  et  $b_1$  pour les deux modèles spatiaux. La nouvelle paramétrisation qui consiste à normaliser les paramètres du

modèle  $a'_s = 4 \frac{a_s + 1}{\beta_{\mathcal{K}}^2}$  et  $b'_{sr} = \frac{b_{sr}}{\beta_{\mathcal{K}}^2}$  (resp.  $a'_s = \frac{a_s + 1}{2\beta_N}$  et  $b'_{sr} = \frac{b_{sr}}{2\beta_N}$ ) pour le modèle  $\mathcal{K}$  (resp. pour le modèle Nakagami) permettent de séparer la corrélation entre  $a'_s$  et  $b'_{sr}$ . Le comportement de  $a'_s$  change en fonction de la densité  $N$  et du  $SNR_a$  comme le confirme la matrice de corrélation. Par contre, son habilité à distinguer différentes configurations d'espacement ( $u$ ) diminue. Pour le paramètre  $b'_1$  devient sensible à l'espacement  $u$  et à la densité des diffuseurs  $N$  mais insensible à la variation de l'amplitude  $SNR_a$ .

En conclusion, les modèles spatiaux dépendant ici de 3 paramètres, semblent meilleurs candidats pour la description de texture présentant des variations de type  $(N, SNR_a, u)$ .

# Chapitre 5

## Conclusion et Perspectives

Les lois, comme les lois  $\mathcal{K}$  et Nakagami, ont été utilisées comme modèles paramétrés d'amplitudes dans le but de caractériser les tissus biologiques qui sont observés. Plus précisément, les paramètres de ces lois servent alors de descripteurs de l'homogénéité ou l'hétérogénéité de ces tissus. Ces paramètres dépendent donc fortement de la densité des diffuseurs présents dans le milieu, de leur répartition spatiale, et de leur amplitude.

Malgré, le succès de cette approche, il est pourtant difficile de distinguer différentes configurations de paramètres intrinsèques des diffuseurs aboutissant à des textures différentes. Dans ce travail, on a proposé une approche permettant d'y associer une information spatiale par une approche markovienne. L'intérêt est alors double : conserver la modélisation globale par le biais de la loi locale du champ construit tout en apportant une information spatiale sur la texture échographique.

Dans le chapitre 1, nous avons centré notre attention sur le processus de formation de l'image ultrasonore, et ses propriétés physiques, dans le but de comprendre les interactions entre l'onde ultrasonore et le tissu. Nous y avons présenté le fonctionnement d'un échographe clinique. Ainsi, toutes les étapes sont décrites : de l'acquisition du signal Radio-Fréquence, au traitement du signal RF, jusqu'à l'affichage de l'image. On décrit ici un simulateur de signaux Radio-fréquence de type A-scan utilisé durant toute la thèse. Ce simulateur utilise le modèle "discret" des diffuseurs qui stipule que les tissus biologiques sont constitués d'un milieu homogène dans lequel sont distribués des diffuseurs discrets et identiques. Trois paramètres caractérisent alors le tissu à savoir la densité, l'amplitude et l'espacement entre diffuseurs. A travers la réalisation de simulations d'images échographiques, on remarque notamment que lorsque  $u$  est faible, c'est à dire une grande variance de l'espacement entre diffuseurs, ces derniers se mettent en groupe. Ceci donne

un contraste important dans la texture. Lorsque  $u$  augmente, les groupes se dissocient, le contraste diminue jusqu'à donner une texture homogène.

Dans le chapitre 2, nous nous sommes plus particulièrement intéressés à la modélisation de l'enveloppe du signal RF par la loi  $\mathcal{K}$  tout d'abord puis la loi Nakagami, toutes deux bien adaptées aux textures de type speckle et dont la dernière permet de couvrir une plus large gamme de ce type de textures. Les paramètres de ces lois ont été calculés sur différentes simulations de texture RF afin d'illustrer leurs relations existantes avec les trois caractéristiques des diffuseurs (densité, espacement et amplitude) établies par les auteurs qui ont proposées ces lois pour la modélisation de l'amplitude. A travers ces simulations, on retrouve que le paramètre de forme de ces lois peut être interprété comme le nombre effectif de diffuseurs. Le paramètre d'échelle lui ne touche que la dynamique des niveaux. Ces lois, bien que s'ajustant très bien à l'histogramme de ces textures, ne peuvent en décrire l'organisation spatiale, ce qu'on illustre à la fin de ce chapitre à travers quelques simulations RF. La ressemblance des paramètres de ces lois pour des configurations différentes du triplet densité, amplitude, espacement nous incite à introduire une modélisation spatiale.

On étudie donc, au chapitre 3, la modélisation de ces textures de type micro-texture par des modèles markoviens ayant comme spécifications locales les distributions de la loi  $\mathcal{K}$  ou de la loi Nakagami. Toutes deux étant fonction d'une loi Gamma, on commence par construire un modèle markovien de spécification locale égale à la distribution Gamma. Deux modèles markoviens sont alors possibles : le modèle auto-Gamma et le modèle markovien général Gamma. C'est ce dernier que l'on choisit car il est le plus proche de la réalité physique des diffuseurs puisque l'information du voisinage va définir le paramètre de forme. Il va donc être ici possible de favoriser certaines gammes d'amplitude intimement liés aux nombre de diffuseurs à considérer aux pixels étant donnée la configuration des amplitudes de ces voisins. Ceci permet de prendre en compte l'organisation spatiale des diffuseurs.

Contrairement à Nakagami, la loi  $\mathcal{K}$  ne permet pas d'aboutir à un modèle markovien. Nous exhibons la signification des paramètres par des simulations de ces modèles réalisées à l'aide de l'échantillonneur de Gibbs. Sur ces deux modèles, les paramètres d'interactions " $b_{sr}$ " décrivent l'organisation spatiale de la texture tandis que le paramètre " $a_s$ " permet de modérer l'importance du pixel central à ses voisins. L'estimation des paramètres des deux modèles est obtenue par la combinaison de la méthode des moments, pour l'estimation du paramètre d'échelle de la loi  $\mathcal{K}$  ou celle du maximum de vraisemblance pour celui de la loi Nakagami, avec celle des moindres carrés conditionnels. On constate sur les simulations de ces champs une bonne stabilité qui s'avère meilleure dans le cas du modèle Nakagami.

---

Après avoir levé les ambiguïtés sur de triplets pour lesquels les paramètres globaux de la loi Nakagami ou la loi  $\mathcal{K}$  sont les mêmes à l'aide des paramètres de nos champs, nous déterminons dans le chapitre 4, les propriétés quantifiées par les paramètres de ces deux derniers modèles. Pour cela, on effectue des simulations d'images échographiques pour une large gamme de triplets (densité, amplitude, espacement) et l'on dresse une carte de la variation des paramètres spatiaux. Il en ressort que le paramètre d'interaction comble la lacune du modèle global dans la description des espacements.

Reste maintenant à voir si une organisation spatiale plus complexe offerte par exemple par un simulateur de type B-scan permettrait de confirmer le rôle des paramètres d'interactions du modèle dans la caractérisation des diffuseurs du tissu et ce pour différentes gammes de fréquence émise, fréquence d'échantillonnage, largeur d'impulsion, forme de l'onde...

Si tel est le cas, une démarche de type discrimination de texture pourrait être envisagée par l'intermédiaire de tests statistiques basés sur les estimateurs utilisés dans ce travail. En effet, dans le cadre du modèle markovien Nakagami, l'estimateur des MCC est asymptotiquement normal. Le travail doit donc être associé à une étude de leur convergence fonction de la taille de la fenêtre à utiliser.

Pour finir, nous envisageons d'extraire les paramètres de ces différents modèles d'images échographiques de l'oeil de patients atteints de cancer et suivis au cours de leur traitement. Sur ces images que le laboratoire d'imagerie paramétrique de Paris6 nous a confiées en février 2006, nous espérons pouvoir ici renseigner sur la possibilité de guérison avant ou pendant traitement. Dans cet objectif, notre premier travail consiste déjà à obtenir une description qualitative des diffuseurs de ces 2 groupes de patients en s'appuyant sur les liens établis entre les paramètres des modèles spatiaux proposées dans cette thèse.





# Annexe A

## Calcul de la densité de la loi $\mathcal{K}$

On peut définir la variable aléatoire  $\mathcal{A}$  comme étant la racine carré du produit de deux variables aléatoires indépendantes  $X$  et  $\xi$  puisque l'amplitude est lié à l'intensité par  $A^2 = I$ . Ainsi :

$$\mathcal{A} = \sqrt{X \times \xi} \quad (\text{A.1})$$

Pour déterminer la densité de  $\mathcal{A}$ , nous avons utiliser la loi jointe de  $(X, \xi)$  dont la densité peut s'écrire en fonction de celle de  $A$  sachant  $X = t$  : En effet, par application de la formule de Bayes, on a :

$$f_{\mathcal{A}}(A) = \int_0^{\infty} f_{\mathcal{A}, X=t}(A, t) dt \quad (\text{A.2})$$

$$= \int_0^{\infty} f_{\mathcal{A}/X}(A) f_X(t) dt \quad (\text{A.3})$$

La variable  $\xi$  étant de loi exponentielle de moyenne 1. Ainsi, la densité de  $\mathcal{A}$  sachant  $X = t$  est donnée par :

$$f_{\mathcal{A}/X=t}(A) = 2 \left( \frac{A}{t} \right) f_{\xi} \left( \frac{A^2}{t} \right), \quad A \in \mathbb{R}_+ \quad (\text{A.4})$$

$$= 2 \left( \frac{A}{t} \right) \exp \left( - \frac{A^2}{t} \right) \quad (\text{A.5})$$

$X$  étant de loi  $\gamma(\alpha, \beta^2/4)$ , la densité de  $A$  est donnée ainsi :

$$f_{\mathcal{A}}(A) = \int_0^{\infty} \frac{A}{t} \exp \left( - \frac{A^2}{t} \right) \frac{\beta^{2\alpha}}{4^{\alpha} \Gamma(\alpha)} t^{\alpha-1} \exp \left( - \frac{\beta^2}{4} t \right) dt \quad (\text{A.6})$$

$$= \frac{\beta^{2\alpha} A}{4^{\alpha} \Gamma(\alpha)} \int_0^{\infty} t^{\alpha-2} \exp \left( - \frac{\beta^2}{4} t \right) \exp \left( - \frac{A^2}{t} \right) dt \quad (\text{A.7})$$

Le changement de variable  $u = \frac{\beta^2}{4}t$  permet de simplifier l'écriture de cette loi :

$$f_{\mathcal{A}}(A) = \frac{A\beta^2}{4\Gamma(\alpha)} \int_0^{\infty} u^{\alpha-2} \exp(-u) \exp\left(-\frac{A^2\beta^2}{4u}\right) du \quad (\text{A.8})$$

En utilisant la fameuse égalité de [JT88],[KT99] :

$$\frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^{\infty} x^{\alpha-2} e^{-x} e^{-\frac{z}{x}} dx = \frac{2}{\Gamma(\alpha)} z^{\frac{1}{2}(\alpha-1)} K_{\alpha-1}(2z^{\frac{1}{2}}) \quad (\text{A.9})$$

En prenant  $z = \frac{A^2\beta^2}{4}$ , la fonction densité de probabilité de  $\mathcal{A}$  est donnée en terme d'une distribution  $\mathcal{K}$  de paramètre  $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}_+^{*2}$ , comme suit :

$$f_{\mathcal{A}}(A) = \frac{2\beta}{\Gamma(\alpha)} \left(\frac{\beta A}{2}\right)^{\alpha} K_{\alpha-1}(\beta A); \quad \forall x \in \mathbb{R}_+. \quad (\text{A.10})$$

On vérifie bien que la moyenne de la variable  $\mathcal{A}$  est déduite à partir du modèle de produit :

$$E\{\mathcal{A}\} = E\{\sqrt{X}\}E\{\sqrt{\xi}\} \quad (\text{A.11})$$

En effet,

$$E\{\sqrt{X}\} = \frac{\Gamma(\alpha + 0.5)}{\Gamma(\alpha)} \frac{2}{\beta} \quad \text{et} \quad E\{\sqrt{\xi}\} = \Gamma(1.5) \quad (\text{A.12})$$

## Annexe B

### Démarche aléatoire cohérente

Dans le cas d'une démarche aléatoire cohérente, la loi de variation du nombre de diffuseurs est choisie de type binomiale négative par opposition à une loi uniforme. Ceci veut dire que le nombre de diffuseurs observés fluctuent d'une cellule de résolution à une autre (diffuseurs non-homogènes). Selon l'équation (2.3) l'enveloppe complexe peut être écrite comme suit :

$$\underline{A} = A \exp(j\phi) \quad (\text{B.1})$$

Puisque  $\{\phi_n\}$  est un ensemble de variables aléatoires uniformément distribuées sur  $[0, 2\pi]$ , alors  $\phi$  en est de même. La fonction caractéristique, noté  $C_N(u)$ , est définie comme la transformée de Fourier de l'enveloppe  $A$  du signal écho. En supposant que le nombre de diffuseurs  $N$  est fixe, son expression est donnée par :

$$C_N(u) = E\left\{J_0\left(u\frac{a}{\sqrt{N}}\right)\right\}^N \quad (\text{B.2})$$

Pour dégager la distribution de l'enveloppe  $A$  pour un comportement asymptotique de la fonction caractéristique dans le cas de large valeur de  $N$ , on calcule la limite de cette fonction lorsque  $N$  tend vers l'infini :

$$\lim_{N \rightarrow \infty} C_N(u) = \exp\left(-\frac{u^2 E\{a^2\}}{4}\right) \quad (\text{B.3})$$

La densité de probabilité de l'enveloppe  $A$  est déduite par la transformation de Fourier inverse de la fonction caractéristique précédente. La densité dégagée correspond à la distribution de Rayleigh décrite dans l'équation (2.6).

Si l'on considère maintenant que le nombre de diffuseurs  $N$  est une variable aléatoire indépendante de  $\{\alpha_n\}$  et  $\{\phi_n\}$ , et que cette variable aléatoire  $N$  fluctue d'une cellule de résolution à une autre, et que ce comportement est modélisé par une loi binomiale négative fonction de la

moyenne de  $N$ , notée  $\bar{N}$ , et du paramètre  $\alpha$  :

$$f(N) = \binom{N + \alpha - 1}{N} \frac{(\bar{N}/\alpha)^N}{(1 + \bar{N}/\alpha)^{N+\alpha}} \quad (\text{B.4})$$

Le calcul de la fonction caractéristique dépendante maintenant de  $\bar{N}$  s'écrit en fonction de la densité de  $N$  comme suit :

$$C_{\bar{N}}(u) = \sum_{N=0}^{\infty} f(N) C_N(u) \quad (\text{B.5})$$

$$= \left( 1 + \frac{\bar{N}}{\alpha} \left( 1 - E\left\{ J_0\left(u \frac{a}{\sqrt{\bar{N}}}\right)\right\} \right) \right)^{-\alpha} \quad (\text{B.6})$$

En faisant tendre le  $\bar{N}$  vers l'infini, la nouvelle fonction caractéristique est donnée comme suit :

$$\lim_{\bar{N} \rightarrow \infty} C_{\bar{N}}(u) = \left( 1 + \frac{u^2 E\{a^2\}}{4\alpha} \right)^{-\alpha} \quad (\text{B.7})$$

Ceci correspond à la loi  $\mathcal{K}$ .

# Annexe C

## Estimation du paramètre forme de la loi $\mathcal{K}$

Plusieurs méthodes d'estimation du paramètre  $\alpha$  ont été élaborées, jugées plus ou moins efficaces. On cite la méthode des moments MM [Oli91], [IZ99], la méthode de Raghavan [Rag91] et la méthode de maximum de vraisemblance MV [JPD93]. Récemment, plusieurs autres méthodes ont été réalisées pour améliorer la qualité de l'estimation et réduire considérablement le biais apporté par l'estimation. On distingue la méthode du EM [RF00] pour approximer la solution ou une combinaison du MV avec le MM [IZB99].

### C.1 Méthode des moments

La façon la plus simple d'estimer le paramètre  $\alpha$  avec la méthode des moments est d'utiliser le moment normalisé d'ordre 4 de l'enveloppe donnée comme suit :

$$A^{(4)} = 2 \left( 1 + \frac{1}{\alpha} \right) \quad (\text{C.1})$$

Pour calculer le moment normalisé d'ordre 4, on a recourt au calcul des moments d'ordre  $k$  empiriques ( $k=2,4$ ) donnés comme suit :

$$E\{A^k\} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i^k, \quad k \geq 0 \quad (\text{C.2})$$

Où  $\{a_i; i = 1 \dots N\}$  est un ensemble de réalisations de  $N$  variables aléatoires statistiquement indépendantes  $\{A_i; i = 1 \dots N\}$ . D'après [OKBP96] cette estimateur est biaisé. Ils prouvent que le  $E\{\hat{\alpha} - \alpha\} \neq 0$  et que le biais relatif défini par  $Biais\{\hat{\alpha}\}/\alpha$  est non constant. Il croît lorsque le nombre d'échantillon  $N$  décroît et tend vers zéro lorsque ce dernier tend vers l'infini. De même

ce biais relatif croît avec  $\alpha$ . En considérant que l'utilisation des moments d'ordre supérieur à 1 entraîne des biais importants et afin de réduire ce biais au maximum, les auteurs [IZ99] ont opté à utiliser des ordres de moment inférieur à 1 ou rationnel. En effet, il utilise le moment normalisé suivant :

$$\beta_p = \frac{E\{A^{p+2}\}}{E\{A^p\}E\{A^2\}}, \quad p > 0 \quad (\text{C.3})$$

Pour l'estimation de  $\alpha$  avec un minimum de biais, l'ordre  $p$  est choisi dans la gamme ]0,2].

$$\alpha = \frac{\left(\frac{p+2}{2}\right)^2 - \beta_p}{\beta_p - \left(\frac{p+2}{2}\right)} + 1, \quad p > 0 \quad (\text{C.4})$$

Avec la réduction de l'ordre des moments à des rationnels, le biais et la variance de l'estimation de  $\alpha$  diminuent considérablement par rapport aux ordres utilisés classiquement.

## C.2 Méthode de Raghavan's

Pour une forte présence de texture dans le tissu observé ( $\alpha$  faible), le speckle est négligeable et la loi Gamma rejoint alors la loi  $\mathcal{K}$ . [Rag91] montre que la distribution gamma est une bonne approximation de la loi  $\mathcal{K}$  pour des  $\alpha$  allant de 0.5 à 1.5. L'estimateur maximum de vraisemblance du paramètre forme de la loi Gamma, noté ici  $\gamma$ , peut être calculé numériquement en solvant une équation dépendante du rapport de la moyenne arithmétique sur la moyenne géométrique, noté ici  $\rho_n$  où  $n$  est le nombre d'échantillons utilisés.

$$\rho_n = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i}{\left(\prod_{i=1}^n a_i\right)^{1/n}} \quad (\text{C.5})$$

Une bonne estimation du paramètre forme  $\alpha$  de la loi  $\mathcal{K}$  est ainsi basée sur le rapport précédent. Raghavan calcule l'espérance de  $\rho_n$  en fonction de  $\alpha$  comme suit :

$$E\{\rho_n\} = \frac{\Gamma(0.5 + \alpha - 0.5n^{-1})\Gamma(1.5 - 0.5n^{-1})}{\Gamma(\alpha)} \left( \frac{\Gamma(\alpha - 0.5n^{-1})\Gamma(1 - 0.5n^{-1})}{\Gamma(\alpha)} \right)^{n-1}, \quad n > \frac{1}{2\alpha} \quad (\text{C.6})$$

La résolution numérique de l'équation précédente aboutit ainsi à l'estimation de  $\alpha$ .

## C.3 Méthode de Maximum de vraisemblance MV

La méthode du maximum de vraisemblance est utilisée lorsque la loi de distribution, qui est fonction paramètre à estimer, est connue [JPD93]. Soit  $A = (A_1, A_2, \dots, A_N)$ ,  $N$  variables aléa-

toires indépendantes et identiquement distribuées selon une certaine loi  $f(a; \Theta)$  de paramètre  $\Theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m)$  et  $a = (a_1, a_2, \dots, a_N)$  une réalisation de  $A$ . L'estimation de  $\Theta$  au sens du MV consiste à trouver  $\hat{\Theta}$  tel que :

$$\hat{\Theta} = \arg \max_{\Theta} \{\ln f_{A/\Theta}(a/\Theta)\} \quad (\text{C.7})$$

Compte tenu des hypothèses sur  $A$ , le Log-vraisemblance est défini comme suit :

$$\ln(\mathcal{L}(\Theta)) = \sum_{i=1}^N \ln(f(a_i, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m)) \quad (\text{C.8})$$

Pour la distribution  $\mathcal{K}$ , le Log-vraisemblance, noté ici  $L = \ln(\mathcal{L}(\Theta))$  où  $\Theta = (\alpha, \beta)$ , a pour expression [IZB99],[JPD93] :

$$L = \alpha \sum_{i=1}^N \ln(a_i) + N \ln\left(\frac{\beta^{1+\alpha} 2^{1-\alpha}}{\Gamma(\alpha)}\right) + \sum_{i=1}^N \ln(\mathcal{K}_{\alpha}(\beta a_i)) \quad (\text{C.9})$$

Les dérivées partielles par rapport à  $(\alpha, \beta)$  de la fonction Log-vraisemblance sont données comme suit [IZB99] :

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial \beta} = -\beta N(\alpha + 1) - \frac{\beta}{2} \sum_{i=1}^N \frac{K_{\alpha-2}(\beta a_i) + K_{\alpha+2}(\beta a_i)}{K_{\alpha-1}(\beta a_i)} \beta a_i \\ \frac{\partial L}{\partial \alpha} = -N \left( \ln\left(\frac{2}{\beta}\right) + \Psi(\alpha) \right) + \sum_{i=1}^N \ln(a_i) + \sum_{i=1}^N \frac{\frac{\partial}{\partial \alpha} K_{\alpha-1}(\beta a_i)}{K_{\alpha-1}(\beta a_i)} \end{cases} \quad (\text{C.10})$$

où  $\Psi$  est la fonction Digamma.

Puisqu'il n'y a pas une forme explicite de la solution qui maximise l'équation (C.9), ceci est calculé numériquement. Les détails sur la maximisation du log-vraisemblance par méthode numérique sont donnés dans [JPD93],[PTVF92]. Pour avoir une forme explicite de la solution, [IZB99] ont utilisé une combinaison de la méthode des moments avec celle du MV.

## C.4 Méthode EM

[JT87] ont considéré que la loi  $\mathcal{K}$  est représentée par une distribution de Rayleigh dont la moyenne varie selon une loi Gamma. La densité de probabilité est donnée par l'équation (2.22). Cette propriété est utilisé par [RF00] pour l'estimation des paramètres de la loi  $\mathcal{K}$  en considérant que  $Z = (\mathcal{A}, X)$  forme ainsi les données complètes du problème. L'approche est basée sur l'algorithme EM (Expectation Maximisation) qui est un algorithme itératif utilisé pour calculer



les paramètres au sens du MV quand les observations sont vues comme étant des données incomplètes. Chaque itération de l'algorithme consiste en une étape de calcul de l'espérance suivi d'une étape de maximisation. L'idée de l'algorithme EM est d'utiliser, non pas la densité de probabilité des données incomplètes comme cela est utilisé lors d'une estimation au sens du MV, mais la densité de probabilité des données complètes :  $f_{Z/\Theta}(z/\Theta)$ . Ainsi, l'estimation des paramètres  $\Theta$  donnée par l'EM se présente comme suit :

$$\hat{\Theta} = \arg \max_{\Theta} E\{\ln f_{Z/\Theta}(z/\Theta)/\mathcal{A}, \Theta'\} \quad (\text{C.11})$$

$$= \arg \max_{\Theta} \int_{\mathcal{X}} f(X/\mathcal{A}, \Theta') \ln f(\mathcal{A}, X/\Theta) dX \quad (\text{C.12})$$

Où  $\Theta'$  est l'estimation courante de  $\Theta$ . En utilisant la règle de Bayes et sous l'hypothèse d'indépendance des variables  $X = (X_1, X_2, \dots, X_N)$ , la recherche du  $\hat{\Theta}$  est donnée :

$$\hat{\Theta} = \arg \max_{\Theta} \sum_{i=1}^N \int_{\mathcal{X}} f(X/\mathcal{A}, \Theta') \ln f(X_i/\Theta) dX \quad (\text{C.13})$$

$$= \arg \max_{\Theta} \sum_{i=1}^N \int_0^{\infty} f(X_i/\mathcal{A}_i, \Theta') \ln f(X_i/\Theta) dX_i \quad (\text{C.14})$$

## Annexe D

# Effet de la transformation logarithmique sur les modèles introduits

La dynamique du signal enveloppe peut atteindre 100 dB. Cependant l'oeil humain ne peut percevoir, sur une image noir et blanc, qu'une dynamique d'environ 30 dB. C'est pour cette raison que les échographes utilisés en routine dans les hôpitaux utilisent une compression logarithmique afin de réduire la dynamique des échos, et permettre ainsi l'observation des zones les moins échogènes. Cela revient en pratique à l'utilisation d'une amplification logarithmique du signal fourni par le transducteur au lieu d'une amplification linéaire. La non linéarité de l'amplification change complètement les statistiques du signal enveloppe. Ainsi, les modèles que nous avons présentés ne peuvent plus s'appliquer dans ce cas de figure. De plus, la compression logarithmique rend la modélisation des statistiques du signal de sortie encore plus difficile. Une première manière d'utiliser les modèles déjà présentés, pour l'analyse de signaux ayant subi une amplification logarithmique, est d'appliquer la transformation inverse

### D.1 Le modèle d'amplification logarithmique

La fonction de transfert d'un amplificateur logarithmique peut s'écrire sous la forme [Dutt et Greenleaf 1996,b] [Smith et al.2000] [Prager et al.2003] :

$$Y = T(A) = D \ln(A) + G \quad (\text{D.1})$$

Où  $A$  est le signal d'entrée et  $Y$  la sortie amplifiée.  $D$  et  $G$  sont respectivement, les gains logarithmique et linéaire. Le gain  $G$  n'affecte pas les statistiques du signal, cependant l'estimation

du gain logarithmique D est indispensable si l'on veut faire la transformation inverse. Si la dynamique du signal d'entrée DE (en dB) et celle du signal de sortie sont connues, D peut être estimé par :

$$D = \frac{20}{DE \ln(10)} (Y_{max} - Y_{min}) \quad \text{avec} \quad DE = 20 \log_{10} \left( \frac{A_{max}}{A_{min}} \right) \quad (\text{D.2})$$

Certains échographes (comme ATL HDI5000) donnent la dynamique du signal d'entrée DE et le gain linéaire G. Ainsi on peut utiliser l'équation précédente pour l'estimation de D. Cependant ces deux informations indispensables ne sont pas toujours disponibles sur tous les systèmes d'imagerie utilisés en routine dans les hôpitaux.

## D.2 Speckle entièrement développé

L'enveloppe sans compression logarithmique dans le cas du speckle entièrement développé suit une loi de Rayleigh. Les statistiques de l'enveloppe ayant subi une compression logarithmique sont déduites par une transformation inverse [DG96] :

$$f_Y(y) = \left| \frac{\partial A}{\partial Y} \right| f_A(T^{-1}(Y)) \quad (\text{D.3})$$

Où  $T^{-1}$  est la transformée inverse de  $T$  et  $T^{-1}(Y) = \exp\left(\frac{Y-G}{D}\right)$  Ainsi,

$$f_Y(y) = \frac{1}{\lambda} \exp(-g - \exp(-g)) \quad (\text{D.4})$$

où  $\lambda = \frac{D}{2}$  et  $g = \frac{G-Y}{\lambda} + \ln(2\sigma^2)$

Cette loi de probabilité est connue sous le nom de double exponentielle ou Fisher-Tippett. La moyenne et la variance de cette densité sont données par [Kaplan et Ma 1994] [Dutt et Greenleaf 1996,a] :

$$\begin{cases} E\{Y\} = D \left( \frac{\ln(2)}{2} + \ln(\sigma) - \frac{\gamma}{2} \right) + G \\ V\{Y\} = \frac{\pi^2}{24} D^2 \end{cases} \quad (\text{D.5})$$

Où  $\gamma$  est la constante d'Euler ( $\gamma \approx 0.5772$ ). La variance de l'enveloppe avec compression logarithmique ne dépend que du gain D de l'amplification logarithmique. Ceci peut constituer une méthode pour l'estimation de D par le calcul de la variance d'une région d'une image B-scan dont le speckle est pleinement développé [Kaplan et Ma 1994]. Cependant, la variance ne peut être utilisée dans la caractérisation de tissus dans ce cas.

L'influence des deux paramètres de l'amplification logarithmique sur l'allure de cette densité de probabilité est montrée en figure (D.1). Un algorithme est utilisé pour l'estimation du gain

logarithmique  $D$  [Prager 2003] basé sur le calcul des moments normalisés de l'intensité, amplitude au carré, de l'enveloppe du signal écho supposé suivre une loi exponentielle. L'algorithme nécessite une initialisation quelconque du paramètre  $D$  et utilise la propriété des moments normalisés  $E\{I^n\}/E\{I\}^n$  d'une loi exponentielle égale à  $\Gamma(n + 1)$ , où  $\Gamma$  est la fonction Gamma. L'algorithme nécessite une optimisation de la somme des écarts quadratiques entre les moments normalisés calculés sur l'image et la fonction gamma pour un ensemble de valeur de  $n$ .

L'algorithme se présente comme suit :

1. Choisir une valeur arbitraire de  $D$ .
2. Faire la transformation inverse :

$$I = \exp\left(\frac{p}{D}\right) \quad (\text{D.6})$$

Où  $p$  est la valeur du pixel (0-255) de l'image échographique compressée. Et  $I$  est l'intensité de l'image transformée.

3. Calculer les moments normalisés pour des valeur de  $n_i = 0.25, 0.5, 1.5, 2, 2.5$  et 3.
4. Calculer les écarts, pour les six valeurs de  $n_i$ , des moments normalisés calculés et les moments normalisés théoriques pour une loi exponentielle.

$$e_{n_i} = \frac{E\{I^{n_i}\}}{E\{I\}^{n_i}} - \Gamma(n_i + 1) \quad o \quad n_i = 0.25, 0.5, 1.5... \quad (\text{D.7})$$

5. Estimation de  $D$  par la méthode d'optimisation de Levenberg Marquardt qui minimise la somme des écarts quadratiques calculés dans l'étape 4.

$$\hat{D} = \arg \min_D \sum_{n_i} (e_{n_i})^2 \quad (\text{D.8})$$

### D.3 Speckle partiellement développé

Lorsque le nombre de diffuseurs dans une cellule de résolution est faible, la densité de probabilité de l'enveloppe avant compression logarithmique est une distribution  $\mathcal{K}$ . La dérivation de la densité de probabilité de l'enveloppe avec compression logarithmique obtenue directement à partir de cette équation donnera des termes comme  $K_\alpha(\exp(\cdot))$ . L'étude d'une telle loi deviendra pratiquement impossible. Récemment Dutt [Dutt and Greenleaf 1996,a] a proposé une approximation en utilisant les polynômes de Laguerre et en passant par la modélisation de l'intensité normalisée  $I_n = A^2/(2\sigma^2)$  au lieu de faire l'étude directement sur l'enveloppe  $A$ . Ici, nous ne détaillerons pas le calcul de cette loi car il nécessite l'introduction de plusieurs notions. Pour plus de

détails consulter les références suivantes [Dutt and Greenleaf 1995] [Dutt and Greenleaf 1996,a].

Les expressions de la moyenne et de la variance sont :

$$\begin{cases} E\{Y\} = D \left( \frac{\ln(2)}{2} + \ln(\sigma) - \frac{\gamma}{2} - \frac{1}{4\alpha} \right) + G \\ V\{Y\} = \frac{\pi^2}{24} D^2 \left( 1 + \frac{0.608}{\alpha} + \frac{0.231}{\alpha^2} \right) \end{cases} \quad (D.9)$$

Il est important de noter que les termes dépendant de  $\alpha$ , dans ces deux expressions, sont des approximations car ils sont obtenus en utilisant seulement les 3 premiers polynômes de Laguerre. Il est intéressant de noter également qu'on retrouve bien les expressions de la moyenne et de variance du modèle de Rayleigh quand  $\alpha \rightarrow \infty$  (voir figure D.2). On remarque que la moyenne et la variance de l'enveloppe avec compression logarithmique sont inversement proportionnelles à la densité de diffuseurs  $\alpha$ . Ainsi son influence sur la moyenne et la variance, est plus importante lorsque la densité de diffuseurs dans le milieu est faible. Connaissant le gain logarithmique  $D$ , la variance peut être utilisée pour l'estimation de la densité de diffuseurs dans une cellule de résolution. Cependant, des études ont montré que cet estimateur possède une variance trop importante. Des estimateurs basés sur les moments d'ordre inférieur sont meilleurs [Dutt and Greenleaf 1995][Ossant et al. 1998]. Cette modélisation a également été utilisée dans la synthèse de filtres adaptatifs de réduction de speckle [Dutt and Greenleaf 1996,a].

## D.4 Décompression en utilisant la loi de Nakagami

Pour réduire le bruit speckle [Ghofrani 2001] a utilisé les statistiques de la loi compressée de Nakagami, plus générale que la loi de Rayleigh et moins compliquée que la distribution K, pour la synthèse du masque du filtre. Ce dernier est adaptatif puisque il s'appuie sur des informations locales collectées à partir des fenêtres centrées sur les pixels de l'image échographiques compressées. Ces informations sont de type variance et moyenne calculées sur des fenêtres de taille  $N$ . La modélisation fut testée sur l'organe foie et rein en utilisant un transducteur de type linéaire avec une fréquence de 3.5 MHZ. Les expressions de la moyenne et de variance après transformation logarithmique sont données comme suit :

$$\begin{cases} E\{Y\} = G - \frac{D}{2} \ln \left( \frac{m}{\Omega} \right) + \frac{D}{2} \frac{\Gamma'(m)}{\Gamma(m)} \\ V\{Y\} = \frac{D^2}{4} \xi(m) \end{cases} \quad (D.10)$$

$\Gamma'$  est la dérivée de la fonction gamma et  $\xi$  est définie comme suit :

$$\xi(m) = \frac{1}{m^2} + \frac{1}{(m+1)^2} + \frac{1}{(m+2)^2} + \dots \quad (D.11)$$

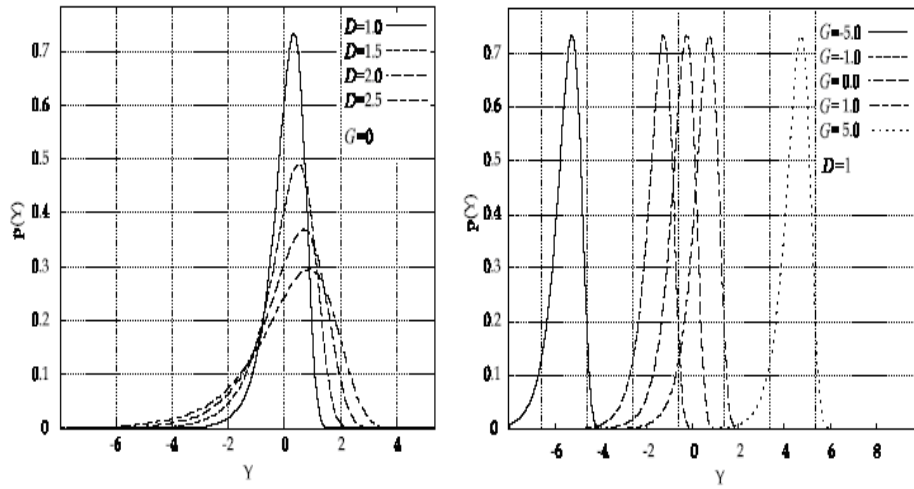


FIG. D.1 – Fonction densité de probabilité de l’enveloppe avec compression logarithmique dans le cas du speckle pleinement développé. Influence des paramètres de l’amplification logarithmique. Ces résultats sont pour  $\sigma = 1$ .

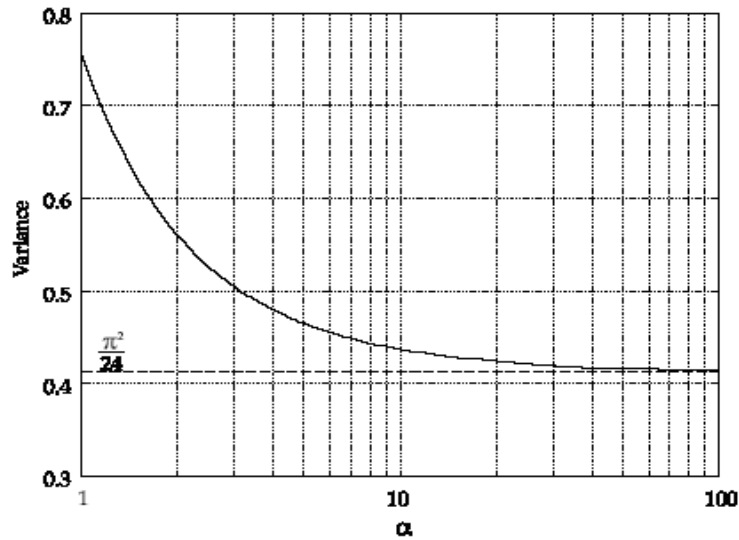


FIG. D.2 – Influence du paramètre  $\alpha$  sur la variance de l’image enveloppe avec compression logarithmique  $D = 1$ .

On déduit pour  $m = 1$ , la valeur de la variance  $\frac{\pi^2}{24}D$  qui est la variance de la loi Rayleigh compressée. La figure suivante montre la courbe de la variance de la loi compressée en fonction de  $m$ .

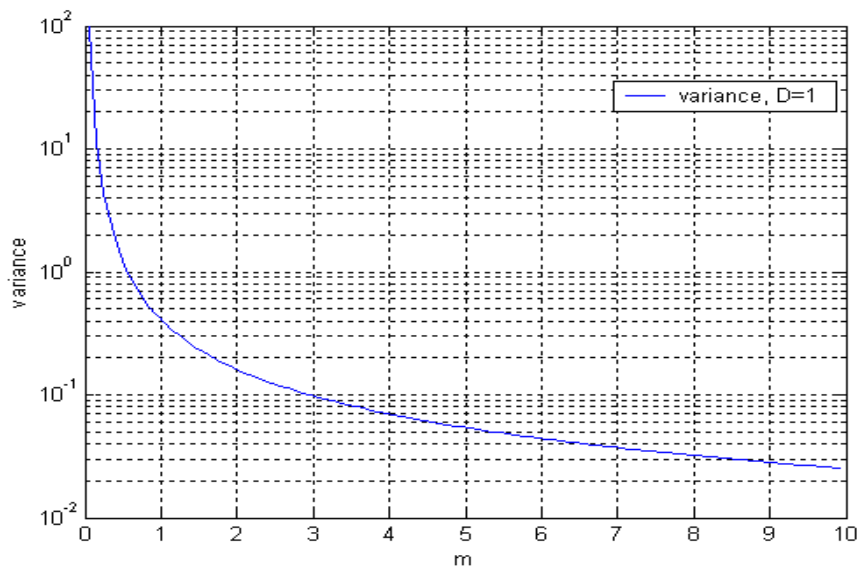


FIG. D.3 – Variation de la variance de la loi de Nakagami compressée en fonction du paramètre  $m$ .  $D = 1$

# Annexe E

## Quelques Modèles markoviens classiques

### E.1 Le modèle auto-binomial

Ce modèle a été introduit par Besag (1974). Ensuite, utilisé par Cross et Jain (1983). [Schroder et al. 1998] et [Schroder et al. 2000] utilisent ce modèle comme un puissant et robuste descripteur de l'information spatiale contenue dans les images radar ainsi que les images optiques. Cette description est réalisée par le biais des paramètres de la fonction d'énergie. Ce qui suit est une présentation de ce modèle. La loi conditionnelle du pixel sachant ses voisins est une loi binomiale :

$$\{X_s/X_r, r \in V_s\} \propto B\{n, \theta_s(x_r, r \in V_r)\} \quad (\text{E.1})$$

Où  $n$  est le nombre de niveaux de gris possible pour le site  $s$  et  $V_s$  le voisinage de  $s$ . Le paramètre  $\theta_s(x_r)$  est défini de la façon suivante :

$$\theta_s(x_r) = \frac{\exp A(x_r)}{1 + \exp A(x_r)} \quad \text{avec} \quad A(x_r) = a_s + \sum_{r, r \neq s, r \in V_s} b_{sr} x_r \quad (\text{E.2})$$

Où  $a_s$  et  $b_{sr}$  sont les paramètres du modèle.

Pour le cas où  $n=1$ , c'est à dire deux niveaux de gris, on se ramène au cas du modèle autologistique. En jouant sur la portée markovienne et avec les valeurs des paramètres on simule différents types de texture. L'algorithme de simulation est celui de l'échantillonneur de Gibbs. Pour toutes les simulations présentées ci-après, nous avons choisi des conditions toriques aux bords, c'est à dire que l'image est considérée comme un tore pour faciliter le calcul du voisinage pour les pixels aux bords. Les simulations du présent modèle sont des images de taille 100\*100 sur 128 niveaux de gris et sont présentées dans les figures (E.1.a, .b, .c). Les paramètres utilisés



pour simuler ces images sont donnés dans le tableau (E.1).

	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$a$
Fig.2.a	1	1	0.7	-0.7	-2
Fig.3.b	2.25	0.75	0.75	-0.75	-3
Fig.3.c	1	-1	1	-1	0

TAB. E.1 – Valeurs des paramètres du modèle auto-binomial pour les trois simulations précédentes.

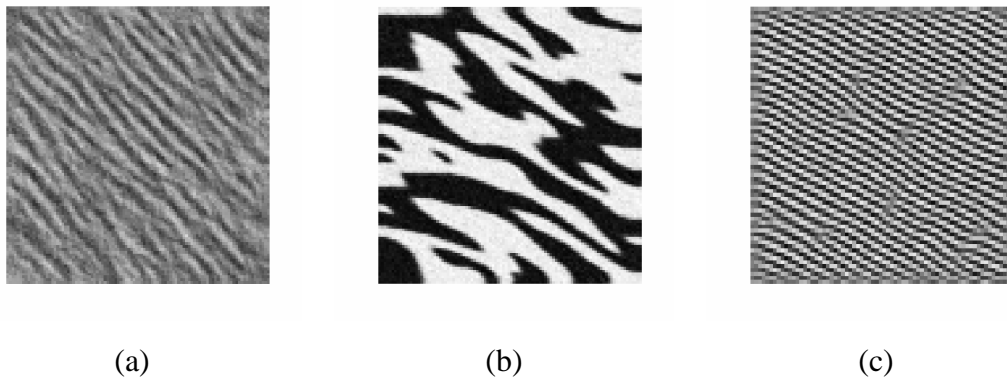


FIG. E.1 – Exemples de simulation de texture par l'échantillonneur de Gibbs pour le modèle auto-binomial sur une image de  $100 \times 100$

## E.2 Le modèle auto-normal

Un autre type de modèle très utilisé dans la classification des textures est le modèle auto-normal [Chellappa et al. 1985]. Une autre variante de ce modèle se présente sous la forme du modèle markovien gaussien circulaire qui traite l'invariance des textures par rotation [Deng et al.2004]. Nous présentons un bref aperçu du modèle auto-normal ainsi que quelques simulations réalisées avec l'échantillonneur de Gibbs. La probabilité conditionnelle au site  $s$  est celle d'une loi Normale :

$$\{X_s = x_s / X_r = x_r, r \in V_s\} \propto N(\mu_s(\cdot) / \sigma^2) \quad (\text{E.3})$$

La moyenne de  $x_s$  sachant le voisinage est définie comme suit :

$$E\{X_s / X_r, r \in V_s\} = \mu_s + \sum_{r, r \neq s} b_{sr}(x_r - \mu_r) \quad (\text{E.4})$$

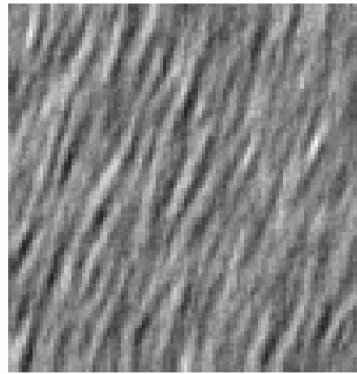
Où  $\mu_s = E\{X_s\}$  et  $b_{sr}$  : paramètre d'interaction entre le site  $s$  et  $r \in V_s$ . La variance est définie :

$$V(X_s/x_r, r \in V_s) = \sigma^2 \quad (\text{E.5})$$

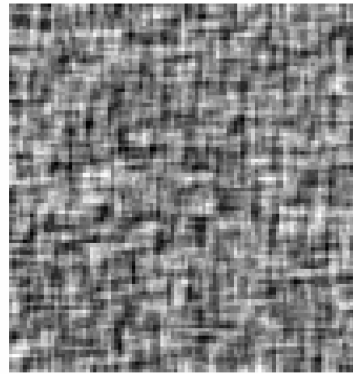
Ainsi, nous avons simulé, à l'aide de l'échantillonneur de Gibbs, des champs markoviens gaussiens pour différents ordres afin d'obtenir un éventail du type de texture que peut offrir un tel modèle. Les images simulées dans les figures (E.2.a, .b, .c et .d) sont ici de taille  $100 \times 100$  sur 256 niveaux de gris obtenues à partir d'une moyenne et d'un écart-type fixées. Le tableau (E.2) donne les valeurs des paramètres utilisés dans la simulation de ces images.

	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$b_5$	$b_6$	$b_7$	$b_8$	$\mu$	$\sigma$
Fig.3.a	0.15	0.45	-0.15	0.05	-	-	-	-	128	8
Fig.3.b	0.4957	0.495	-0.253	-0.2265	-0.0086	-0.0074	-	-	126	12
Fig.3.c	0.4496	0.2944	-0.0943	-0.0135	-0.0854	-0.0540	0.0145	-0.0151	47	9
Fig.3.d	0.4462	0.4755	-0.0383	-0.2784	-0.0522	-0.0677	-0.0431	0.0439	118.65	19.221

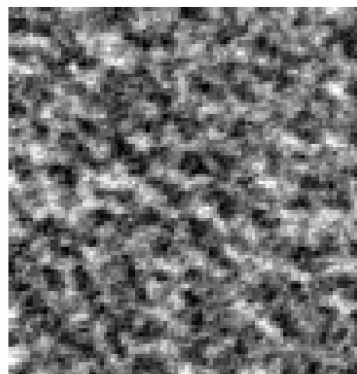
TAB. E.2 – Valeur des paramètres du modèle auto-normal pour les quatre simulations.



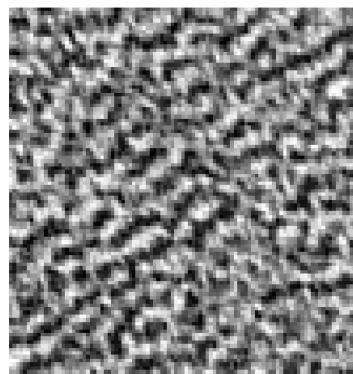
(a)



(b)



(c)



(d)

FIG. E.2 – Exemples de simulation de texture par l'échantillonneur de Gibbs pour le modèle auto-normal sur une image de 100\*100

# Bibliographie

- [AK05] Rajeev Agrawal and Karmeshua. Ultrasonic backscattering in tissue : characterization through nakagami-generalized inverse gaussian distribution. *Computers in Biology and Medicine*, 2005. Received 3 February 2005 ; accepted 16 November 2005.
- [BBE95] J.M. Bourgeois, M. Boynard, and P. Espinasse. *L'image par échographie*. 1995.
- [BBSB00] Z. Belhadj, N. Bouhlel, G. S. Sevestre, and M. R. Boussema. Heterogeneous sar texture characterization by means of markov random fields. *Geoscience and Remote Sensing Symposium, Proc. IGARSS 2000*, 2 :579–581, 2000.
- [BD80] J.C. Bamber and R.J. Dickinson. Ultrasonic b-scanning : a computer simulation. *Phys. Med. Biol.*, 25 :463–479, 1980.
- [Bes74] J. Besag. Spatial interaction and the statistical analysis of lattice systems. *J.R.S.S.*, B-36 :192–236, 1974.
- [Bes86] J. Besag. On the statistical analysis of dirty pictures (with discussion). *Journal Royal Statistical Society B*, 48(3) :259–302, 1986.
- [BSC06] N. Bouhlel, SEVESTRE-GHALILA Sylvie, and GRAFFIGNE Christine. New markov random field model based on nakagami distribution for modelling ultrasound rf envelope. *14th European Signal Processing Conference EUSIPCO 2006*, 2006.
- [BSMC06] N. Bouhlel, SEVESTRE-GHALILA Sylvie, JAIDANE Mériem, and GRAFFIGNE Christine. Ultrasound backscatter characterization by using markov random field model. *International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, ICASSP 2006*, 2 :1124–1127, 14-19 May 2006.
- [BSRH03] N. Bouhlel, G.S. Sevestre, H. Rajhi, and R. Hamza. Nouveau modèle de texture markovien basé sur la loi k : Application à l'échographie. *GRETSI 03*, 1 :112–115, 8-11 september 2003.
- [BSRH04] N. Bouhlel, G.S. Sevestre, H. Rajhi, and R. Hamza. New markov random field model based on k-distribution for textured ultrasound image. *Medical Imaging 2004 : Ul-*

- trasonic Imaging and Signal Processing, SPIE International Symposium, 5373 :363–372, 14-19 February 2004.*
- [CADJ02] Christian Cachard, Teodor Alecu, Philippe Delachartre, and Marc Janier. Web ultrasound imaging simulator. *IEEE ULTRASONICS SYMPOSIUM*, pages 1745–1748, 2002.
- [CC85] Rama Chellappa and Shankar Chatterjee. Classification of textures using gaussian markov random fields. *IEEE TRANSACTIONS ON ACOUSTICS, SPEECH, AND SIGNAL PROCESSING*, 33(4) :959–963, August 1985.
- [CP96] Robert M. Cramblitt and Kevin J. Parker. Generation of non-rayleigh speckle ditribution using regularity models. *IEEE ULTRASONICS SYMPOSIUM*, pages 1147–1150, 1996.
- [CP99] Robert M. Cramblitt and Kevin J. Parker. Generation of non-rayleigh speckle ditribution using marked regularity models. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 46(4) :867–873, July 1999.
- [DG94] V. Dutt and J.F. Greenleaf. Ultrasound echo envelope analysis using a homodyned k distribution signal model. *Ultrason. Imag.*, 16 :265–287, 1994.
- [DG95] V. Dutt and J. Greenleaf. Speckle analysis using signal to noise ratios based on fractional order moments. *Ultrasonic Imaging*, 17 :251–268, 1995.
- [DG96] V. Dutt and J. Greenleaf. Adaptive speckle reduction filter for log-compressed b-scan images. *IEEE Trans. on Medical Imaging*, 15(6) :802–813, 1996.
- [DSP<sup>+</sup>02] V.A Dumane, P. Mohana Shanker, C.W. Picolli, J.M. Reid, V. Genis, F. Forsberg, and B.B Goldberg. Classification of ultrasonic bmode images of the breast using frequency diversity and nakagami statistics. *IEEE, Trans. On Ultrasonics, Ferro. And Frequency Control*, 49(5) :664–668, May 2002.
- [Fre95] W. Kremkau Frederick. *Diagnostic ultrasound, Principles and instruments*. Sixth edition edition, 1995.
- [GBR<sup>+</sup>02] O. Gérard, A.C. Billon, J.M. Rouet, M. Jacob, M. Fradkin, and C. Allouche. Efficient model-based quantification of left ventricular function in 3-d echocardiography. *IEEE Transcation on Medical Imaging*, 21(9) :1059–1068, 2002.
- [Gil97] L. C. Gillman. First order statistics of pulsed sinusoid backscatter from random media : basic elements of an exact treatment. *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq., Contr.*, 44 :798–804, July 1997.

- [GMA01] S. Ghofrani, M.R. Jahed Motlagh, and A. Ayatollahi. An adaptive speckle suppression filter based on nakagami distribution. *IEEE*, 2001.
- [Guy95] X. Guyon. *Champs aléatoire sur un réseau, modélisation, statistique et application*. 1995.
- [HBPG02] Xiaohui Hao, Charles J. Bruce, Cristina Pislaru, and James F. Greenleaf. Characterization of reperfused infarcted myocardium from high-frequency intracardiac ultrasound imaging using homodyned k distribution. *IEEE, Trans. On Ultrasonics, Ferro. And Frequency Control*, 49(11) :1530–1541, November 2002.
- [Hol95] S. Holm. Simulation of acoustic fields from medical ultrasound transducers of arbitrary shape. *Proc. Nordic Symp. in Physical Acoustics, Ustaoset, Norway*, Jan. 1995.
- [IZ99] D. Robert Iskander and A. M. Zoubir. Estimation of the parameters of k-distribution using higher order and fractional moments. *IEEE Trans. Aerospace Electron Systems*, 35(4) :1453–1457, october 1999.
- [IZB99] D. Robert Iskander, Abdelhak M. Zoubir, and Boualem Boashash. A method for estimating the parameters of the k distribution. *IEEE Trans. Signal Processing*, 47(4) :1147–1999, April 1999.
- [Jak80] E. Jakeman. On the statistics of k-distributed noise. *J.Phys.A :Math.Gen*, 13 :31–48, 1980.
- [JM97] J. Jensen and P. Munk. Computer phantoms for simulating ultrasound b mode and cfm images. *In Boston, Massachusetts, USA, 3rd Acoustical Imaging Symposium*, 23 :75–80, 1997.
- [JP76] E. Jakeman and P. N. Pusey. A model for non-rayleigh sea echo. *IEEE Trans. On antennas and Prop.*, 24(6) :806–814, november 1976.
- [JPD93] I.R. Joughin, D.P. Percival, and P. Dale. Maximum likelihood estimation of k-distribution parameters for sar data. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, 31(5) :989–999, 1993.
- [JS92] J. Jensen and N. Svensen. Calculation of pressure fields from arbitrarily shaped, apodized, and excited ultrasound transducer. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 39 :262–267, 1992.
- [JT87] E. Jakeman and R.J.A. Tough. Generalized k-distribution : a statistical model for weak scattering. *J. of Opt. Soc. Am.*, 13(9) :1764–1771, september 1987.
- [JT88] E. Jakeman and R.J.A. Tough. Non gaussian models for the statistics of scattered waves. *Adv. Phys.*, 37(5) :471–529, 1988.

- [KT99] Tim K. Keyes and William T. Tucker. The k-distribution for modeling the envelope amplitude of a backscattering signal. *IEEE, Trans. On Ultrasonics, Ferro. And Frequency Control*, 46(4) :883–887, July 1999.
- [MB95] J. Meunier and M. Bertrand. Echographic image mean gray level changes with tissue dynamics a system-based model study. *IEEE Trans. On Med. Engineering*, 42(4) :403–410, 1995.
- [MSR95] R.C. Molthen, P.M. Shankar, and J.M. Reid. Characterization of ultrasonic b-scans using non-rayleigh statistics. *Ultrasound Med. Biol.*, 21(2) :161–170, 1995.
- [MSR<sup>+</sup>98] R.C. Molthen, P.M. Shankar, J.M. Reid, F. Forsberg, E.J. Halpern, C.W. Piccoli, and B.B. Goldberg. Comparisons of the rayleigh and k-distribution models using in vivo breast and liver tissue. *Ultrasound Med. Biol.*, 24(1) :93–100, 1998.
- [Nak60] M. Nakagami. *The m distribution- A general formula of intensity distribution signal in rapid fading*. in *Statistical Methods on Radio Wave Propagation*, 1960.
- [NSR94] V. Manoj Narayanan, P.M. Shanker, and John M. Reid. Non-rayleigh statistics of ultrasonic backscattered signals. *IEEE, Trans. On Ultrasonics, Ferro. And Frequency Control*, 41(6) :845–852, November 1994.
- [OKBP96] F. Ossant, B. Karlsson, TH. Baldeweck, and F. Patat. Statistical limitations of effective density based on the k-distribution. *IEEE Ultrasonics Symposium*, pages 1085–1088, 1996.
- [Oli91] C.J. Oliver. Information from sar images. *J. Appl. Phys.*, 24 :1493–1514, 1991.
- [PTVF92] W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vettering, and B.P. Flannery. *Numerical Recipes in C, the Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, Cambridge, 2nd edition edition, 1992.
- [Rag91] R.S. Raghavan. A method for estimating parameters of k-distributed clutter. *IEEE Trans. Aerospace Electron Systems*, 27(2) :238–246, 1991.
- [RF00] J. J. William Roberts and Sadaoki Furui. Maximum likelihood estimation of k-distribution parameters via the expectation-maximisation algorithm. *IEEE Trans. Signal Processing*, 48(12) :3303–3306, December 2000.
- [Rog02] N.G. Rognin. *Imagerie de contraste en échographie médicale*. Ph. d thesis, Université Claude Bernard Lyon 1, 2002.
- [SDR<sup>+</sup>00] P. M. Shankar, V. A. Dumane, J. M. Reid, V. Genis, F. Forsberg, C.W. Piccoli, and B.B. Goldberg. Use of the k-distribution for classification of breast masses. *Ultrasound Med. Biol.*, 26(9) :1503–1510, 2000.

- [SDR<sup>+</sup>01] P. M. Shankar, V. A. Dumane, John M. Reid, Vladimir Genis, Flemming Forsberg, Catherine W. Piccoli, and Barry B. Goldberg. Classification of ultrasonic b-mode images of breast masses using nakagami distribution. *IEEE, Trans. On Ultrasonics, Ferro. And Frequency Control*, 48(2) :569–580, March 2001.
- [SG] J.C. SOLACROUP and N. GRENIER. *IMAGERIE ULTRASONORE*. HIA Sainte Anne - Toulon, G.H. Pellegrin Tripode - Bordeaux.
- [Sha95] P.M. Shankar. A model for ultrasonic scattering from tissues based on the k-distribution. *Phys. Med. Biol.*, 40 :1633–1649, 1995.
- [Sha00] P. M. Shanker. A general statistical model for ultrasonic backscattering from tissues. *IEEE, Trans. On Ultrasonics, Ferro. And Frequency Control*, 47(3) :727–736, May 2000.
- [Sha01] P. M. Shanker. Ultrasonic tissue characterization using a generalized nakagami model. *IEEE, Trans. On Ultrasonics, Ferro. And Frequency Control*, 48(6) :1716–1720, November 2001.
- [Sha03] P.M. Shankar. A compound scattering pdf for the ultrasonic echo envelope and its relationship to k and nakagami distributions. *IEEE Trans. on Ultrasonics Ferroelectric and Frequency Control*, 50(3) :339–343, 2003.
- [SMN<sup>+</sup>96] P.M. Shankar, R. Molthen, V.M. Narayanan, J.M. Reid, V.Genis, F. Forsberg, C.W. Piccoli, A.E. Lindenmayer, and B.B. Goldberg. Studies of the use of non-rayleigh statistics for ultrasonic tissue characterization. *Ultrasound in Med. Biol.*, 22(7) :873–882, 1996.
- [SROG93] P.M. Shankar, J.M. Reid, H. Ortega, and Picolli C.W.and B.B. Goldberg. Use of non-rayleigh statistics for identification of tumors in ultrasonic b-scans for the breast. *IEEE Trans. On Medical Imaging*, 12(4) :687–692, 1993.
- [SWZ04] Renata Smolikova, Mark P. Wachwiak, and Jacek M. Zurada. An information-theoretic approach to estimating ultrasound backscattering characteristics. *Computers in Biology and Medicine*, 34 :355–370, 2004.
- [TSP88] T. A. Tuthill, R. H. Sperry, and K. J. Parker. Deviation from rayleigh statistics in ultrasonic speckle. *Ultrason Imaging*, 10 :81–89, 1988.
- [WIB87] R.F. Wagner, M.F. Insana, and D.G. Brown. Statistical properties of radio-frequency and envelope detected signals with applications to medical ultrasound. *J. opt. Soc. Amer.A.*, 4 :910–922, May 1987.



- [WSSL83] R.F. Wagner, S. W. Smith, J. M. Sandrik, and H. Lopez. Statistics of speckle in ultrasound b-scans. *IEEE Trans. Sonics Ultrason*, 30(3) :156–163, May 1983.