



**HAL**  
open science

# Mesure quantique non destructive répétée de la lumière: états de Fock et trajectoires quantiques

Christine Guerlin

► **To cite this version:**

Christine Guerlin. Mesure quantique non destructive répétée de la lumière: états de Fock et trajectoires quantiques. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2007. Français. NNT: . tel-00284379

**HAL Id: tel-00284379**

**<https://theses.hal.science/tel-00284379>**

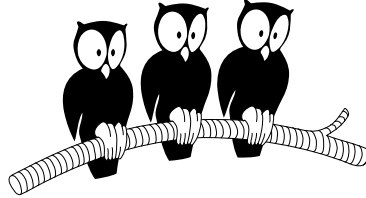
Submitted on 3 Jun 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

DÉPARTEMENT DE PHYSIQUE  
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE

LABORATOIRE KASTLER BROSSEL



THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ PARIS VI  
spécialité : Physique Quantique

présentée par  
Christine GUERLIN

pour obtenir le grade de Docteur  
de l'Université Paris VI

Sujet de la thèse :  
Mesure quantique non destructive répétée de la lumière : états  
de Fock et trajectoires quantiques

Soutenue le 14 décembre 2007 devant le jury composé de :

Pr. C. Fabre	
Pr. P. Grangier	Rapporteur
Pr. R. Kaiser	
Pr. A. Levenson	
Pr. F. Schmidt-Kaler	Rapporteur
Pr. J.M. Raimond	Directeur de thèse



# Table des matières

<b>Table des matières</b>	<b>i</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Le système expérimental</b>	<b>13</b>
1.1 Les états de Rydberg circulaires . . . . .	13
1.1.1 Description . . . . .	14
1.1.2 Propriétés . . . . .	17
1.2 Le résonateur micro-onde . . . . .	19
1.2.1 Une cavité Fabry-Pérot . . . . .	19
1.2.2 Une très grande finesse . . . . .	21
1.2.3 Régime de couplage fort . . . . .	22
1.3 Le montage expérimental . . . . .	24
1.3.1 Une vue d'ensemble . . . . .	24
1.3.2 Contraintes expérimentales . . . . .	27
1.3.3 Contrôle des atomes . . . . .	29
1.3.3.a Préparation des états de Rydberg circulaires . . . . .	29
1.3.3.b Sélection en vitesse . . . . .	32
1.3.3.c Réglage de l'interaction avec le champ micro-onde . . . . .	38
1.3.3.d Manipulation de l'état atomique : zones de Ramsey . . . . .	39
1.3.3.e Détection atomique . . . . .	41
1.3.4 Contrôle de la cavité . . . . .	44
1.3.4.a Accord de la fréquence . . . . .	44
1.3.4.b Préparation d'un état cohérent . . . . .	45
<b>2 Description théorique du système atome-champ</b>	<b>47</b>
2.1 L'atome à deux niveaux . . . . .	47
2.1.1 Hamiltonien libre . . . . .	47

2.1.2	Représentation sur la sphère de Bloch . . . . .	48
2.1.3	Interaction avec un champ classique . . . . .	48
2.2	Description quantique d'un mode du champ électromagnétique . . . . .	51
2.2.1	Etats de Fock . . . . .	51
2.2.2	Champ cohérent . . . . .	52
2.2.3	Champ thermique . . . . .	53
2.2.4	Relaxation du champ . . . . .	54
2.2.4.a	Relaxation de la valeur moyenne de l'énergie . . . . .	55
2.2.4.b	Relaxation d'un champ cohérent à température nulle . . . . .	56
2.2.4.c	Taux de départ d'un état de Fock . . . . .	56
2.2.4.d	Trajectoire quantique individuelle . . . . .	57
2.3	Interaction atome-champ quantique . . . . .	59
2.3.1	Le hamiltonien de Jaynes-Cummings . . . . .	59
2.3.2	Interaction résonante : échange d'énergie . . . . .	61
2.3.3	Interaction dispersive : effets de déphasage . . . . .	62
2.3.3.a	Déphasage des états couplés . . . . .	64
2.3.3.b	Déphasage d'un état cohérent par un atome dans $ e\rangle$ ou $ g\rangle$ . . . . .	64
2.3.3.c	Déphasage d'un dipôle atomique par un état de Fock à $n$ photons . . . . .	66
2.4	Principe de la mesure QND du nombre de photons . . . . .	67
2.4.1	Mesure des états atomiques finaux . . . . .	68
2.4.1.a	Mesure du spin atomique . . . . .	68
2.4.1.b	Interprétation en terme d'interférométrie . . . . .	68
2.4.2	Détermination de l'état du champ . . . . .	71
2.4.2.a	Sensibilité du dipôle atomique au nombre de photons . . . . .	71
2.4.2.b	Cas simple : $q = 1$ . . . . .	73
2.4.2.c	Cas général, $q > 1$ . . . . .	73
2.5	Interaction dispersive : conditions expérimentales réalistes . . . . .	78
2.5.1	Variation de la constante de couplage . . . . .	78
2.5.2	Interaction à faible désaccord . . . . .	78
2.5.3	Linéarité du déphasage par photon . . . . .	80
2.5.4	Conclusion : choix du déphasage pour les expériences . . . . .	82
<b>3</b>	<b>Premières observations des sauts quantiques de la lumière</b>	<b>85</b>
3.1	Contrôle de la valeur du déphasage par photon . . . . .	85
3.1.1	Ajustement du déphasage par photon . . . . .	86

3.1.1.a	Variation de la vitesse atomique . . . . .	86
3.1.1.b	Variation du désaccord . . . . .	86
3.1.1.c	Estimation du déphasage . . . . .	87
3.1.1.d	Mesure du déphasage en fonction du désaccord . . . . .	88
3.1.2	Choix de la vitesse et du désaccord pour les expériences . . . . .	88
3.2	Vie et mort d'un photon . . . . .	91
3.2.1	Réglages préliminaires . . . . .	91
3.2.1.a	Réglage de l'interféromètre . . . . .	91
3.2.1.b	Préparation des états du champ $ 0\rangle$ et $ 1\rangle$ . . . . .	93
3.2.2	Séquence expérimentale . . . . .	97
3.2.2.a	Délai entre deux paquets atomiques . . . . .	97
3.2.2.b	Choix du flux atomique . . . . .	97
3.2.2.c	Délai moyen entre deux atomes sonde . . . . .	101
3.2.3	Analyse des détections atomiques . . . . .	102
3.2.3.a	Statistique des détections . . . . .	102
3.2.3.b	Application d'un filtre . . . . .	105
3.2.4	Trajectoires individuelles . . . . .	107
3.2.4.a	Champ thermique . . . . .	107
3.2.4.b	Relaxation d'un photon . . . . .	107
3.2.5	Relaxation moyenne d'un photon . . . . .	110
3.2.5.a	Mesure de la probabilité de $ 1\rangle$ . . . . .	110
3.2.5.b	Champ à l'équilibre . . . . .	111
3.2.5.c	Dynamique de relaxation de l'état $ 1\rangle$ . . . . .	112
3.2.6	Durées de vie des états de Fock . . . . .	112
3.3	Jusqu'à deux photons . . . . .	116
3.3.1	Réglages préliminaires . . . . .	116
3.3.1.a	Paramètres de la mesure . . . . .	116
3.3.1.b	Préparation d'un champ contenant plus d'un photon . . . . .	119
3.3.2	Analyse des événements de détection . . . . .	121
3.3.2.a	Histogramme des premières détections . . . . .	123
3.3.2.b	Choix de la taille de la fenêtre . . . . .	125
3.3.3	Exemples de trajectoires . . . . .	129
<b>4</b>	<b>Mesure QND répétée d'un champ cohérent : projection et relaxation</b>	<b>131</b>
4.1	Mesure d'un champ contenant jusqu'à quatre photons . . . . .	131
4.1.1	Réglages . . . . .	132

4.1.1.a	Choix de la phase de mesure . . . . .	132
4.1.1.b	Déphasage par photon . . . . .	133
4.1.1.c	Prise en compte des détections biatomiques . . . . .	133
4.1.1.d	Nombre de photons du champ initial . . . . .	135
4.1.2	Analyse par seuillage . . . . .	135
4.1.2.a	Recouvrement des états atomiques finaux . . . . .	135
4.1.2.b	Nécessité d'utiliser plusieurs directions de mesure . . . . .	136
4.1.3	Analyse par décimation . . . . .	137
4.2	Projection du champ et relaxation d'états de Fock jusqu'à sept photons . .	138
4.2.1	Variation des phases de mesure . . . . .	138
4.2.1.a	Application d'un champ Stark . . . . .	138
4.2.1.b	Ajustement des quatre phases . . . . .	140
4.2.2	Détermination des probabilités conditionnelles . . . . .	140
4.2.3	Projection du champ . . . . .	144
4.2.3.a	Exemple d'une séquence . . . . .	144
4.2.3.b	Choix du nombre d'atomes pris en compte dans la fonction de décimation . . . . .	146
4.2.3.c	Histogramme des nombres de photons mesurés par la pre- mière fenêtre de détections . . . . .	149
4.2.4	Evolution du champ . . . . .	152
4.2.4.a	Trajectoires individuelles . . . . .	152
4.2.4.b	Analyse statistique . . . . .	156
4.2.5	Conclusion . . . . .	159
<b>Conclusion</b>		<b>161</b>
<b>A Mesure du désaccord atome-champ : utilisation de l'effet maser</b>		<b>165</b>
<b>B Vérification du champ préparé par les serpillières</b>		<b>167</b>
<b>C Calcul du déphasage des franges par effet Stark</b>		<b>169</b>
<b>Bibliographie</b>		<b>170</b>

# Introduction

## Fluctuations quantiques et mesure quantique

Le formalisme énoncé dès les années 1920 par les pères fondateurs de la mécanique quantique pour décrire le comportement des objets microscopiques a été validée expérimentalement tout au long du 20<sup>e</sup> siècle par des confirmations expérimentales sans faille. Cette description quantique est indispensable dans un très large ensemble de domaines, fondamentaux comme appliqués. Malgré son caractère incontournable pour la physique d'aujourd'hui, la description quantique repose sur des axiomes très éloignés de notre « intuition », forgée par l'observation quotidienne du comportement classique des objets macroscopiques. Elle oblige à réviser un certain nombre de concepts nous semblant « évidents ».

En particulier, elle autorise des états pour lesquels la valeur d'une grandeur mesurable est intrinsèquement indéterminée. Un système peut se trouver dans une superposition d'états, dont l'étrangeté est soulignée par exemple par l'expérience des fentes d'Young : les franges d'interférence que l'on obtient lorsqu'une série de particules sont envoyées à travers un dispositif comprenant deux fentes [1] indiquent que chaque particule est passée par les deux fentes *en même temps*. Bien que macroscopiquement de tels phénomènes ne soient pas apparents, ils sont à l'échelle microscopique un aspect fondamental de la description des systèmes. La relation d'incertitude d'Heisenberg impose en effet une limite minimale à l'indétermination d'un état. Tout système présente en conséquence des « fluctuations quantiques », qui constituent une limite intrinsèque à la précision avec laquelle on peut déterminer la valeur d'une grandeur. Dans le cadre d'expériences de mesure de précision, ces fluctuations prennent un sens physique concret en terme de bruit. Par exemple, l'état du champ électromagnétique produit par un laser présente une indétermination d'énergie, ou de manière équivalente, du nombre de photons, appelée « bruit quantique standard » ou « shot noise ».

La mesure d'une grandeur classique semble un processus simple : il s'agit seulement de faire parvenir à l'observateur la valeur qu'une grandeur possède dans un état donné du système. Le principe d'une mesure quantique est également d'acquérir cette information, à ceci près que l'information peut être non déterminée avant la mesure ! Or, tout appareil de mesure ayant pour caractéristique essentielle de nous fournir une information non ambiguë, une mesure ne nous donne qu'*un* des résultats possibles. Le postulat de la mesure prédit les *probabilités* des résultats selon l'état mesuré. On peut remarquer qu'en conséquence, une seule mesure ne peut pas nous permettre, pour un état présentant initialement des fluctuations, de reconstituer complètement l'état du système que l'on a mesuré.



Une autre caractéristique essentielle du formalisme quantique est qu'une mesure quantique, au-delà de sa fonction habituelle d'acquisition d'information, n'est pas une observation passive du système : elle modifie l'état de celui-ci. Une superposition d'états, lors d'une mesure quantique idéale, est en effet projetée sur l'état correspondant au résultat de la mesure.

Ces propriétés sont formalisées par les trois postulats suivants [2], dits postulats de la mesure :

*Résultat d'une mesure :*

La mesure d'une grandeur physique ne peut donner comme résultat qu'une des valeurs propres de l'observable  $\hat{A}$  correspondante, que nous noterons  $a_i$  dans le cas d'un spectre discret.

*Probabilités des résultats :*

Lors d'une mesure de l'observable  $\hat{A}$  sur un système dans l'état  $|\psi\rangle$  normé, la probabilité d'obtenir comme résultat la valeur propre  $a_i$  est<sup>1</sup>  $P(a_i) = |\langle u_i | \psi \rangle|^2$ , où  $|u_i\rangle$  est le vecteur propre normé associé à la valeur propre  $a_i$ .

*Postulat de projection :*

Si la mesure de l'observable  $\hat{A}$  sur le système dans l'état  $|\psi\rangle$  normé donne le résultat  $a_i$ , l'état du système immédiatement après la mesure est le vecteur propre correspondant  $|u_i\rangle$ .

## Mesure quantique non destructive

Le postulat de projection a une conséquence importante. La relation d'incertitude de Heisenberg pose une limite à la précision de notre connaissance de deux observables  $\hat{A}$  et  $\hat{B}$  ne commutant pas :

$$\Delta A \cdot \Delta B \geq \langle [\hat{A}, \hat{B}] \rangle / 2 .$$

Puisqu'une mesure quantique de l'observable  $\hat{A}$  réduit le bruit de celle-ci, le bruit de l'observable  $\hat{B}$  est donc augmenté. Cet effet, appelé « action en retour », a été identifié théoriquement très rapidement après l'énoncé des postulats [3]. Or, pour certains couples de variables, les fluctuations induites sur  $\hat{B}$  influent sur l'évolution ultérieure de l'observable mesurée  $\hat{A}$ . Par exemple, une mesure parfaite de la position  $\hat{X}$  résulte en une indétermination complète de l'impulsion  $\hat{P}$ . En conséquence, très peu de temps après la mesure, la valeur de la position est à nouveau indéterminée. Dans ce type de cas, une répétition de la mesure ne donne pas nécessairement le même résultat. Dans les années 70 a été introduit le concept de mesure quantique non destructive (QND) [4, 5, 6], posant des conditions pour qu'une mesure puisse satisfaire le critère de *répétabilité* quel que soit l'intervalle de temps entre deux mesures.

De nombreuses observables, telles que  $\hat{X}$ , ne peuvent intrinsèquement remplir ce critère. Pour qu'une observable soit QND, l'action en retour doit affecter une variable n'influant pas sur l'évolution ultérieure de l'observable. Une observable QND doit donc être stable

---

<sup>1</sup>Dans le cas d'une valeur propre non dégénérée.

lors de l'évolution libre du système, noté  $S$ . Une observable  $\hat{A}_S$  est donc QND si

$$[\hat{H}_S, \hat{A}_S] = 0 ,$$

où  $\hat{H}_S$  est le hamiltonien du système.

Une mesure porte au niveau du monde macroscopique, lisible par un observateur, une information relative à un système quantique. Une mesure se fait donc par l'intermédiaire d'un appareil que nous appellerons mètre, noté  $M$ , qui se couple au système à mesurer. L'état du mètre « pointe » vers l'un des états propres d'une observable que nous noterons  $\hat{A}_M$ . Une condition pour que ce mètre effectue une mesure de l'observable  $\hat{A}_S$  est que son état après interaction contienne une information sur l'état du système à mesurer, ce que l'on peut écrire comme :

$$[\hat{H}_{int}, \hat{A}_M] \neq 0 ,$$

où  $\hat{H}_{int}$  est le hamiltonien d'interaction entre le système et le mètre.

Enfin, pour que la mesure soit non destructive, l'interaction ne doit pas modifier les états propres de l'observable à mesurer  $\hat{A}_S$ , ce qui est garanti par la condition

$$[\hat{H}_{int}, \hat{A}_S] = 0 .$$

En pratique, il n'est pas aisé de satisfaire ces critères. Les mesures usuelles ne sont pas QND. Prenons l'exemple de l'observable QND nombre de photons  $\hat{N} = \hat{a}^+ \hat{a}$  d'un champ électromagnétique de fréquence  $\omega$ . Cette observable est bien conservée par l'évolution libre, définie par le hamiltonien  $\hat{H} = \hbar\omega(\hat{N} - 1/2)$ . Deux exemples de photodétecteurs extrêmement répandus sont l'oeil, et les photodiodes. Dans ces deux cas, le nombre de photons est mesuré par absorption, ce qui détruit complètement l'objet mesuré. Pour une mesure QND, il est en fait plus aisé de concevoir un protocole de *mesure indirecte*, pour lequel le système  $S$  se couple tout d'abord à un système mètre  $M$  quantique. Une interaction entre deux systèmes quantiques isolés de leur environnement est plus facilement contrôlable qu'une interaction directe entre un système quantique et un système macroscopique. Cette stratégie, déjà évoquée par Von Neuman en 1932 [7], est celle qui a été utilisée pour les premières implémentations expérimentales. Les premières expériences permettant d'atteindre les conditions posées dans le paragraphe précédent ont été réalisées dans le domaine de l'optique dans les années 90, leur caractère QND étant validé selon plusieurs critères quantitatifs définis dans [8, 9].

Depuis ces premières expériences, de nombreuses mesures QND ont été réalisées dans différents types de systèmes. On pourra trouver une revue des expériences implémentées en optique dans [10, 11], et une revue un peu plus générale dans [12]. Mon propos n'est pas ici de recenser exhaustivement ces expériences, mais je mentionnerai tout de même un certain nombre des systèmes ayant été mesurés non destructivement. Deux types d'objets quantiques, et deux supports physiques ont été explorés. Les systèmes quantiques sont soit des oscillateurs harmoniques, soit des systèmes à deux niveaux, et les supports physiques sont soit optiques, soit matériels. Parmi les oscillateurs harmoniques, ont pu être mesurés des champs optiques propageants, en régime continu [13] ou sous forme de solitons [14], ainsi que des champs piégés [15]. Le mouvement cyclotron quantifié d'un électron a également donné lieu à une très belle illustration de la mesure de l'état d'excitation d'un

oscillateur harmonique [16]. L'état de systèmes à deux niveaux a, pour sa part, été mesuré non destructivement pour une variété de systèmes matériels, allant des expériences originelles faites sur des ions [17], aux molécules [18], et jusqu'à, très récemment, des systèmes quantiques nouvellement explorés, tels que les qubits supraconducteurs [19] ou les boîtes quantiques [20].

## Intérêt fondamental et applications

Sur un plan fondamental, la réalisation expérimentale d'une mesure quantique idéale permet de démystifier la « boîte noire » introduite dans les postulats. La réflexion sur les différents systèmes en jeu lors d'une mesure, et sur les interactions influant sur ces systèmes, mène sur la voie d'un contrôle de la mesure, et d'une investigation expérimentale des comportements des « appareils de mesure ». Une compréhension plus profonde du phénomène de décohérence, expliquant le comportement classique des appareils de mesure macroscopiques, a été possible par l'étude expérimentale d'une mesure par un système de taille intermédiaire [21], réalisée il y a quelques années dans notre groupe. Des manipulations subtiles permettant de choisir l'observation de l'aspect ondulatoire ou corpusculaire d'un objet quantique, appelées expériences de « gomme quantique » [22], ont également permis de mieux comprendre et contrôler la complémentarité que manifestent les objets microscopiques lors d'une mesure [23].

Outre cet aspect d'ordre fondamental, une mesure QND présente de forts intérêts pratiques. Au delà de son rôle d'acquisition d'information sur l'état d'un système, elle constitue un outil puissant pour réduire les fluctuations d'un état, permettant de passer sous la limite des fluctuations quantiques standard. En terme de bruit, cette possibilité est d'un très grand intérêt pour les mesures de précision. C'est d'ailleurs originellement dans ce cadre que le concept de mesure QND a été introduit. En effet, dans les années 70 sont apparus les premiers détecteurs d'ondes gravitationnelles. Ces appareils, constitués de grandes barres métalliques à très basse température appelées barres de Weber, pouvaient théoriquement détecter le passage d'une onde gravitationnelle par une augmentation du nombre de phonons dans la barre. Cependant la sensibilité en déplacement requise se situe en deça des fluctuations quantiques standard. Si une première mesure provoque une action en retour sur l'observable mesurée, l'indétermination résultante de cette observable à des instants ultérieurs ne permet plus, lors d'une deuxième mesure, d'atteindre la sensibilité requise. La définition d'un protocole permettant une mesure répétée était donc nécessaire. Un tel protocole offre non seulement la possibilité d'éviter l'augmentation de l'incertitude de mesure, mais de plus celle de la maintenir constamment *en dessous* des fluctuations quantiques standard.

La diminution du bruit permise par une mesure QND trouve, de manière plus générale, un champ d'applications en interférométrie et en spectroscopie. Cette motivation a conduit à la réalisation d'états dits « comprimés ». L'utilisation d'états comprimés de la lumière [24] pour ce type d'expérience a été proposée dès les années 80 [25], puis explorée [26, 27, 28]. La mesure QND n'est cependant pas utilisée en optique pour préparer ces états, car d'autres techniques permettent d'atteindre une compression plus forte. La maîtrise croissante des ensembles atomiques a par contre permis d'envisager l'implémentation d'expériences similaires sur des atomes [29, 30]. La préparation d'états de spin comprimés

a pu être réalisée efficacement à l'aide de mesures QND, permettant l'amélioration de mesures interférométriques [31], spectroscopiques [32, 33], ou de magnétométrie [34, 35]. Il est même envisageable d'utiliser une telle méthode pour améliorer les performances d'horloges atomiques [36].

Les protocoles de mesure QND de champ cohérents propageants [37, 38] peuvent être vus comme la copie sur un autre système d'une quantité physique relative au champ, ne perturbant pas la valeur de cette quantité pour le champ initial. On peut donc utiliser cette mesure comme un « robinet », permettant de distribuer l'information le long d'une ligne de communication, sans la perturber. De manière plus générale, les protocoles de mesure QND trouvent un grand champ d'applications en information quantique. En effet, lorsque l'on réalise une mesure QND indirecte, couplant le système à mesurer  $S$  à un mètre quantique, on modifie l'état du mètre conditionnellement à l'état du système  $S$ . Lorsque les systèmes sont des qubits, cette interaction est alors appelée porte quantique conditionnelle [39], et génère de l'intrication entre les deux systèmes.

## Mesure QND répétée et sauts quantiques

« The key feature of [...] a nondemolition measurement is repeatability - once is not enough! », C. M. Caves *et al.*, [5]

Les critères [8, 9], énoncés pour évaluer le caractère QND des mesures de champs optiques propageants, correspondent aux conditions nécessaires pour assurer la répétabilité de la mesure. Afin de vérifier expérimentalement ce comportement, des mesures QND répétées pour des champs optiques propageants [40, 41] ont été implémentées à partir de 1995. Leurs résultats confirment une très bonne corrélation entre deux mesures successives. Cette possibilité de la répétition d'une mesure peut être fort utile expérimentalement. Une mesure réelle est en effet toujours imparfaite ; mais en la répétant, on peut atteindre une meilleure pureté de l'état préparé, ou, partant d'un état pur, une meilleure fidélité de sa détection. En information quantique notamment, la qualité de ces deux processus est cruciale. Une détection de très grande fidélité, utilisant une mesure QND répétée, a été implémentée récemment sur des qubits ioniques [42].

Lorsqu'une mesure QND est capable de résoudre les niveaux discrets d'un système quantique, sa répétition, en présence d'une perturbation entraînant une évolution du système lente devant le délai de répétition, conduit à l'observation d'un comportement de *sauts quantiques*. En l'absence de perturbation, le résultat d'une mesure répétée resterait stable. Si le système n'est pas complètement isolé, il peut cependant ne pas être dans un état stationnaire. Lorsqu'on sonde non destructivement ce système de manière répétée, l'allure des résultats obtenus est une suite de paliers, séparés par des sauts brusques qui sont appelés sauts quantiques.

La première observation des sauts quantiques d'un système a été réalisée en 1986 pour des ions  $Ba^+$  piégés [43]. Les niveaux de l'ion utilisés sont représentés sur la figure 1(a). Une excitation lumineuse de faible intensité permet à l'ion d'atteindre l'état métastable  $5D_{5/2}$ , de durée de vie 1 s, à partir de l'état fondamental  $6S_{1/2}$ . Seul l'état fondamental, lorsqu'il est sondé sur une autre transition, donne lieu à un signal de fluorescence ; l'état excité métastable est « noir » pour la sonde. Une allure typique du signal de fluorescence obtenu

est représentée sur la figure 1(b). La fluorescence reste constante lorsque la lampe excitant l'ion vers le niveau métastable est éteinte; lorsqu'on allume la lampe, la fluorescence présente des périodes où elle tombe brusquement à une valeur très faible. Des résultats similaires ont été obtenus la même année dans d'autres systèmes ioniques [44, 17], et plus récemment pour une molécule [18]. En 1999, une mesure QND a été capable de résoudre les états de Fock d'un oscillateur harmonique, permettant l'observation des sauts quantiques du mouvement cyclotron quantifié d'un électron [16] jusqu'à des états de Fock  $|n = 4\rangle$ . La figure 2 représente quatre exemples de trajectoires obtenues.

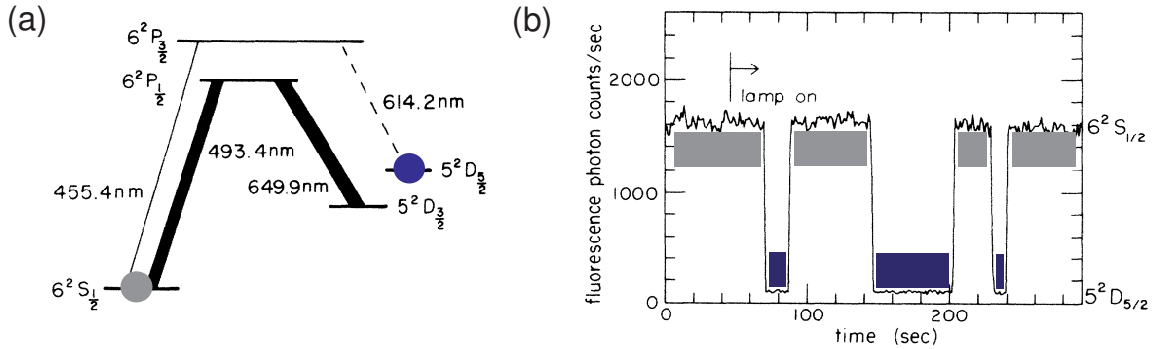


FIG. 1 – Sauts quantiques d'un ion, expérience de Nagourney et al., 1986 [43]. (a) Niveaux utilisés. Les deux ronds repèrent les niveaux entre lesquels se font les sauts quantiques. (b) Signal de fluorescence, présentant des sauts quantiques.

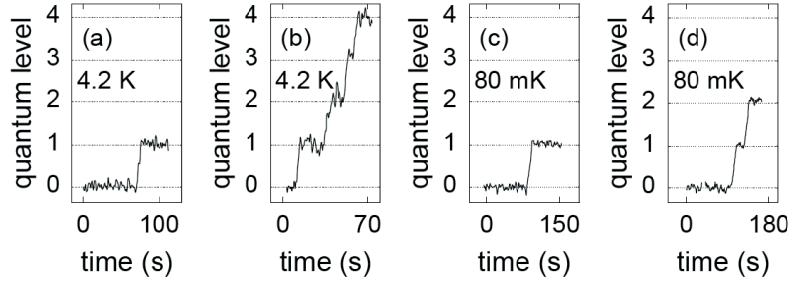


FIG. 2 – Sauts quantiques entre les états de Fock du mouvement cyclotron d'un électron [16].

L'utilisation des sauts quantiques a été proposée théoriquement dès 1986 pour l'étude spectroscopique d'une particule unique [45]. La méthode présentée ci-dessus permet en effet d'observer une transition faible entre deux états, par l'intermédiaire d'un signal de fluorescence fort sur une autre transition. Suivant ce principe, l'analyse statistique de trajectoires a été utilisée par exemple pour déterminer le temps de vie d'états ioniques [46], la fréquence de transition entre deux états d'un ion [47] et d'une molécule [48], ainsi que pour déterminer la température du mouvement cyclotron d'un électron [49].

## Exemple de stratégie de mesure QND en optique

Dans toutes les expériences mentionnées ci-dessus, le système manifestant des sauts quantiques est matériel, et est sondé par la lumière. Les sauts quantiques sont plus difficiles à observer pour la lumière, car la mesure QND doit atteindre une sensibilité meilleure que l'énergie d'un photon. Il faut donc un très grand couplage de la lumière au système de mesure.

Les expériences réalisées en optique pour des champs propageants se basent sur une interaction non linéaire avec un milieu matériel. La stratégie proposée initialement utilise un cristal transparent présentant un effet Kerr [50]. L'indice de réfraction du cristal varie linéairement avec l'intensité totale transmise. Si l'on superpose dans un cristal un faisceau signal de forte intensité et un faisceau sonde faible, le faisceau sonde subit un déphasage proportionnel à l'intensité du faisceau signal. En analysant ce déphasage par un interféromètre de Mach-Zehnder, comme représenté sur la figure 3, on peut mesurer non destructivement les fluctuations d'intensité du faisceau signal. Cet effet a été testé dans des fibres optiques, par exemple pour des solitons [14], prouvant une réduction du bruit du signal. C'est cependant en utilisant un autre milieu matériel que les critères QND des références [8, 9] ont été clairement atteints pour la première fois [51, 13]. La mesure utilisait cette fois une interaction non linéaire à deux photons dans un jet atomique de sodium. Le même type d'expérience a été implémenté plus tard en utilisant des atomes refroidis [52], démontrant une très grande qualité de la mesure.

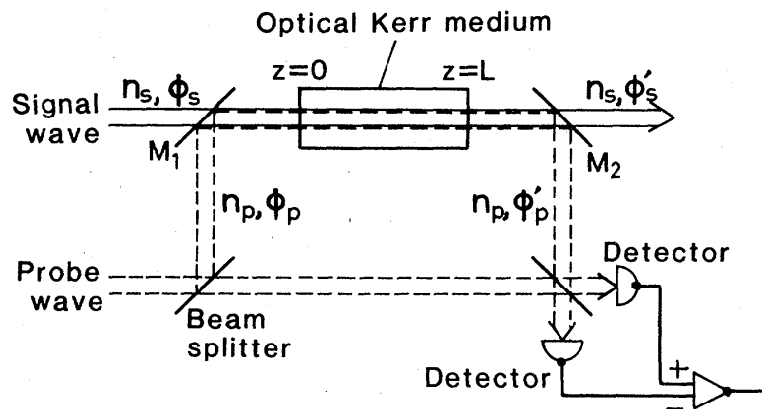


FIG. 3 – Schéma de principe de la mesure QND d'un champ propageant par effet Kerr [50].

Toutes ces expériences mesurent des fluctuations de l'intensité du champ autour d'une valeur moyenne élevée. Elles n'ont cependant pas une résolution suffisante pour discriminer le nombre de photons du champ. Pour augmenter le couplage entre le champ et le système matériel qui permet sa mesure, on peut envisager de confiner le champ dans une cavité. Si l'interaction entre les deux systèmes satisfait la condition de couplage fort, on atteint le régime décrit par l'électrodynamique quantique en cavité. C'est à cette situation que nous allons maintenant nous intéresser. Elle a été implémentée dans le domaine optique et dans le domaine micro-onde ; notre expérience se situe dans cette deuxième gamme de longueurs d'onde.

## Cavité micro-onde supraconductrice et atomes de Rydberg circulaires

Dans le domaine micro-onde, les matériaux supraconducteurs sont, à basse température, extrêmement réfléchissants. En utilisant des miroirs supraconducteurs, il est donc possible, en plus du bon confinement, d'atteindre de très grands temps de vie du champ dans la cavité. Il existe par ailleurs des états atomiques se couplant très fortement au rayonnement micro-onde : ce sont les états de Rydberg. Ces deux systèmes sont représentés sur la figure 4. Nous utilisons plus précisément des atomes de Rydberg circulaires, qui présentent l'avantage d'être très stables et de former un système à deux niveaux. Dans notre expérience, les atomes traversent la cavité ; celle-ci est donc ouverte, en configuration Fabry-Pérot.

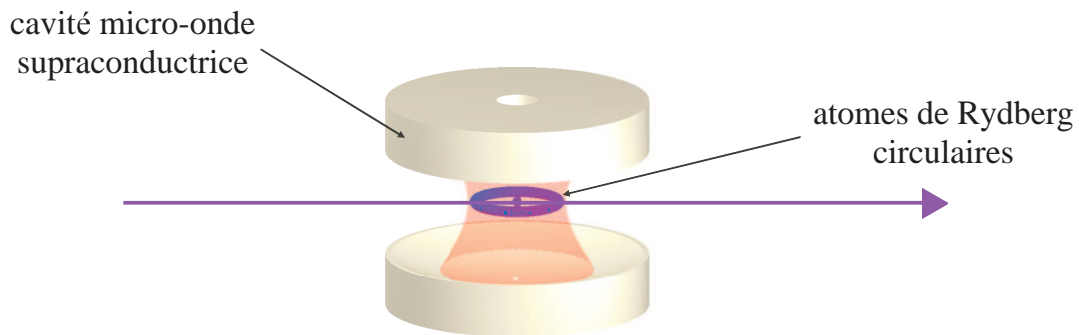


FIG. 4 – Principe de notre expérience d'électrodynamique quantique en cavité. Des atomes de Rydberg circulaires interagissent, à leur passage dans la cavité supraconductrice, avec un mode du champ électromagnétique micro-onde confiné.

Le fort couplage se traduit par une durée caractéristique d'interaction courte devant les temps de vie des deux systèmes. Ce régime, appelé régime de couplage fort, permet d'observer des effets d'interaction purement quantiques : pour une interaction résonante, l'atome et le champ ont le temps d'effectuer plusieurs *oscillations de Rabi*, c'est-à-dire d'échanger de manière cohérente plusieurs fois un quantum d'énergie avant que l'un des deux systèmes ne relaxe. Ce régime est extrêmement intéressant, puisqu'il est régi par les lois d'évolution unitaires d'un système quantique fermé. Il permet donc de « jouer » avec les éléments de base de la mécanique quantique. Le point clef est que l'on peut *intriquer* les deux systèmes, et préparer des états non locaux, puisque l'atome quitte la cavité après l'interaction. Cette corrélation d'information ouvre toute une palette de possibilités. On peut, en détectant l'atome ultérieurement, préparer certains états du champ. En considérant l'atome et le champ chacun comme un qubit, on peut également s'intéresser à l'information quantique qu'ils portent et la manipuler. On peut aussi utiliser les atomes pour sonder le champ contenu dans la cavité. Les différentes expériences réalisées jusqu'ici ont clairement montré que ce système atteint tout à fait la sensibilité à un quantum

d'énergie du champ. La sensibilité subphoton a été montrée par exemple en détectant par interférométrie le déplacement d'énergie d'un niveau atomique par le vide [53], ou en mesurant la distribution quantifiée de l'énergie d'un champ cohérent à l'aide d'oscillations de Rabi résonantes [54]. Les états  $|0\rangle$  et  $|1\rangle$  du champ ont par ailleurs pu être utilisés comme qubits [55, 56]. Des manipulations et mesures fondamentales plus complexes, telles que la préparation d'états de Fock à deux photons et la mesure de la fonction de Wigner de petits champs, ont été réalisées dans [57, 58]. Les conditions sont donc très favorables à l'implémentation d'une mesure QND de l'état du champ par l'atome.

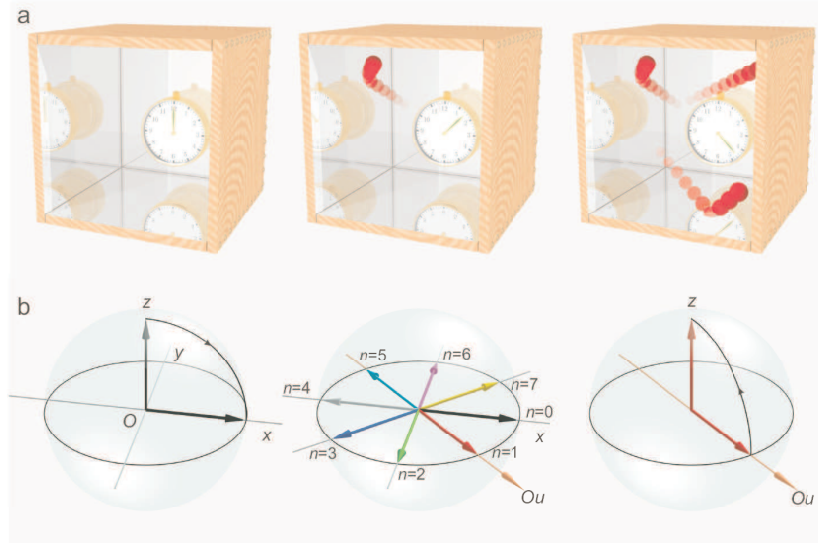


FIG. 5 – Principe de la mesure QND : effet sur un dipôle atomique d'une interaction dispersive avec le champ dans un état de Fock. (a) Analogie : le dipôle atomique est semblable à l'aiguille d'une horloge avançant à une vitesse proportionnelle au nombre de photons  $n$  contenus dans une boîte, égal ici respectivement à 0, 1 et 3. (b) Représentation sur la sphère de Bloch du dipôle atomique. À gauche : préparation d'une superposition atomique. Au milieu : position finale du spin atomique suivant le nombre  $n$  de photons présents dans le champ. À droite : lecture de la position finale du spin atomique.

Il est en effet possible, en choisissant bien l'interaction entre l'atome et le champ, de corréliser les états des deux systèmes de sorte que l'atome emporte une information sur l'énergie du champ sans avoir modifié celle-ci. Le schéma de mesure que nous avons adopté pour les expériences présentées dans ce manuscrit utilise une interaction *dispersive*. Ce type d'interaction, pour lequel la transition atomique et le champ sont désaccordés, génère naturellement des états corrélés de l'atome et du champ *sans échange d'énergie* : l'effet du champ sur l'atome est alors simplement un déplacement en énergie des niveaux atomiques, appelé déplacement lumineux, se traduisant pour un dipôle atomique par l'acquisition d'une phase variant linéairement avec le nombre de photons. L'expérience de pensée schématisée figure en 5(a) illustre cet effet : le dipôle atomique est semblable à l'aiguille d'une horloge, dont la vitesse de rotation serait proportionnelle au nombre de photons du champ. La lecture de la position de l'aiguille indique le nombre de photons présents dans le champ. En (b), on a représenté sur la sphère de Bloch l'équivalent ato-



mique de l'aiguille de l'horloge, qui est le spin atomique. Les niveaux de l'atome sont représentés par les spins  $|\pm\rangle_z$ . On prépare initialement l'atome dans une superposition à poids égaux des deux niveaux atomiques. L'interaction avec le champ quantique provoque un déphasage de cette superposition, qui se traduit sur la sphère de Bloch par une rotation du spin dans le plan équatorial, d'un angle proportionnel au nombre de photons dans la cavité. Il reste alors à mesurer la position finale du spin pour déterminer le nombre de photons, ce qui est réalisé par rotation du spin sur l'axe ( $Oz$ ) puis mesure du niveau atomique.

On peut envisager ce protocole sous un autre angle de vue. La préparation du dipôle atomique et sa mesure sont effectuées par des impulsions  $\pi/2$  d'un champ classique puis détection du niveau atomique, dont la combinaison forme un *interféromètre atomique* appelé habituellement interféromètre de Ramsey [59]. La figure 6, représentant schématiquement les éléments de la mesure QND, permet de visualiser cet interféromètre. Il repose sur le déphasage différentiel entre deux états *internes* de l'atome. On peut décrire son fonctionnement en utilisant le vocabulaire habituellement utilisé pour un interféromètre de type Mach-Zehnder, basé lui sur le déphasage différentiel entre deux chemins optiques différents. Nous utilisons deux « séparateurs de faisceaux », l'un qui prépare une superposition des deux états internes, le second qui recombine ces états internes afin de faire interférer leurs amplitudes de probabilités. Ces « séparateurs de faisceaux » sont des impulsions d'un champ micro-onde classique dont la durée et l'intensité sont ajustées de sorte qu'un atome initialement dans un des niveaux atomiques soit porté dans une superposition à poids égaux de deux états. Si l'on varie la « distance parcourue », équivalente à la phase, entre les séparateurs de faisceaux, la détection finale de l'état atomique dessine un système de franges. Si un objet déphasant se situe sur l'un des bras de l'interféromètre, le système de franges sera décalé. L'objet déphasant pour l'atome est ici le champ. Notons que notre stratégie de mesure QND peut être rapprochée de celle que nous avons présentée précédemment pour la mesure de champs optiques propageants : on réalise une mesure indirecte de l'énergie du champ en corrélant l'état d'énergie du champ à la phase du système mètre quantique, qui est mesurée par interférométrie. Dans notre cas, le champ est piégé, et le couplage au mètre est beaucoup plus fort, permettant d'atteindre une sensibilité à l'échelle du photon unique.

Une expérience démontrant une telle sensibilité a été réalisée dans notre équipe en 1999 par Gilles Nogues [15, 60]. Le schéma de mesure QND utilisait également l'interféromètre de Ramsey pour détecter un déphasage atomique conditionné au nombre de photons du champ, mais l'interaction utilisée était fondamentalement différente : il s'agissait d'une interaction résonante, durant un temps tel que l'atome et le champ échangent un quantum d'énergie puis reviennent à leur état d'énergie initial. En préparant initialement l'atome dans l'état  $|g\rangle$ , l'état global du système après interaction est affecté d'une phase  $\pi$  si une oscillation de Rabi a eu lieu, ou reste inchangé si le champ était vide ; le nombre de quanta final du champ n'est pas altéré. Cette expérience a clairement démontré la mesure QND d'un photon dans la cavité. Les performances d'une telle mesure sont cependant restreintes par le choix de l'interaction résonante entre l'atome et le champ. La période d'une oscillation de Rabi dépend du nombre de photons présents dans le mode : cette méthode n'est pas donc pas utilisable pour détecter plus qu'un photon. Par ailleurs, la fidélité de la mesure est intrinsèquement limitée par le contraste des oscillations de Rabi :

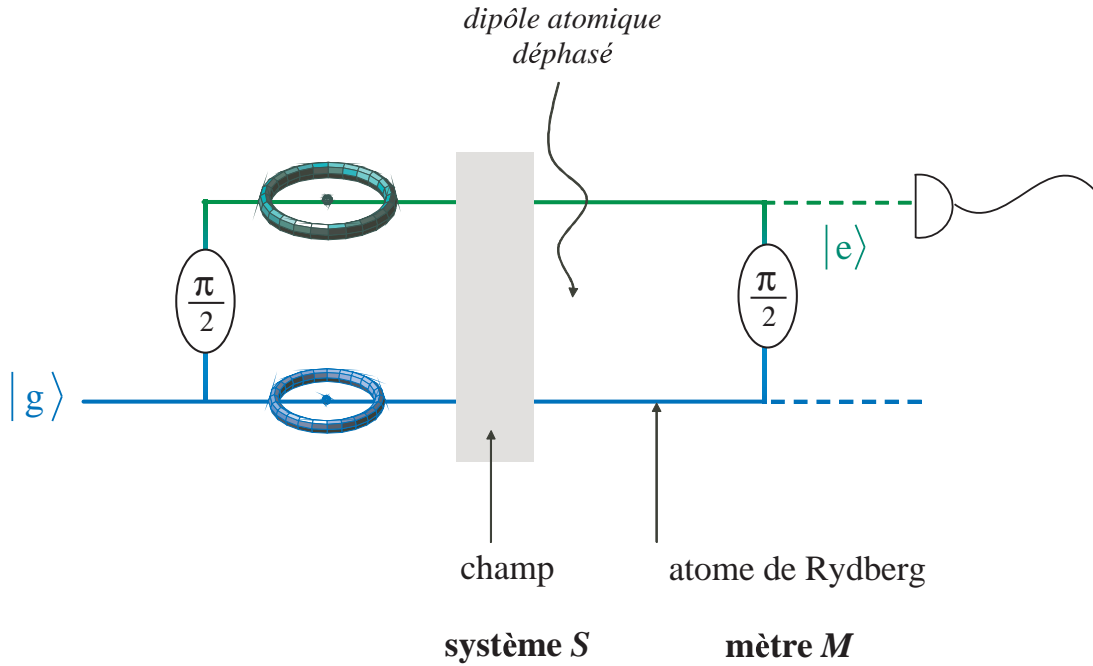


FIG. 6 – Schéma de principe de notre protocole de mesure QND. En utilisant une interaction dispersive, on corrèle le nombre de photons du champ, sans le modifier, à la phase du dipôle atomique. Cette phase est lue par interférométrie Ramsey.

l'atome détecteur a une probabilité d'environ 20 % d'absorber le photon qu'il mesure.

Les résultats que je présenterai dans ce manuscrit nous ont été accessibles grâce à la construction d'une nouvelle version du montage présentant plusieurs améliorations cruciales. Je ne présenterai que la nouvelle version du montage, sans faire référence à l'ancienne ; la conception du nouveau montage et les améliorations qu'il apporte sont détaillées dans la thèse de Sébastien Gleyzes [61]. Je mentionnerai tout de même dans cette introduction les points qui nous ont été de première importance pour l'implémentation des expériences présentées ici. Tout d'abord, les performances de l'interféromètre de Ramsey ont été fortement améliorées ; notamment, la très bonne localisation spatiale du champ classique lors d'une impulsion micro-onde nous permet d'adresser uniquement un atome se trouvant dans la région d'injection. Le point essentiel, cependant, est l'augmentation du temps de vie du champ dans le résonateur de deux ordres de grandeur, atteignant maintenant 130 ms au lieu d'environ 1 ms. Cette performance change complètement nos perspectives d'expériences. En effet, cela signifie que, alors que la durée de vie du photon ne laissait le temps qu'à 1 ou 2 atomes de venir sonder le champ, on peut maintenant envoyer une centaine d'atomes avant que le photon n'ait quitté la cavité ! Cela nous a permis d'implémenter une expérience de mesure QND répétée du champ, ce qui, le critère de la sensibilité au photon unique étant rempli, nous a menés à l'observation des sauts quantiques de la lumière.

Je commencerai, dans une première partie, par présenter le système expérimental avec lequel nous travaillons. Nous verrons quantitativement comment les atomes de Rydberg circulaires et le résonateur micro-onde supraconducteur utilisés peuvent être décrits res-

pectivement par un système à deux niveaux et un mode du champ interagissant dans le régime de couplage fort. Je détaillerai également le fonctionnement des différentes parties du montage.

Dans la deuxième partie, je présenterai tout d'abord la description théorique des deux systèmes quantiques et de leur interaction. J'expliquerai ensuite le principe de la mesure QND basée sur l'interaction dispersive, et montrerai que cette méthode permet de discriminer le nombre de photons dans la cavité idéalement jusqu'à des nombres bien supérieurs à 1. Nous verrons également que pour une plage de nombres de photons discriminés plus large que 2, toute l'information ne peut être apportée par une seule détection atomique, qui ne porte qu'un bit d'information. L'incertitude sur le nombre de photons du champ se réduit alors de manière plus progressive, grâce à une analyse adéquate des détections atomiques.

Les deux derniers chapitres de mon manuscrit correspondent aux expériences de mesure QND répétée réalisées. Dans le chapitre 3, je présenterai l'expérience ayant conduit à la première observation des sauts quantiques de la lumière. Des trajectoires quantiques enregistrant l'histoire de l'état du champ pendant quelques secondes permettent de détecter l'apparition d'un photon dans le mode, son séjour dans la cavité, puis son départ. Nous verrons que l'analyse statistique de ces trajectoires est en accord avec les temps de relaxation et états d'équilibre thermodynamique attendus théoriquement. Je montrerai comment modifier ce schéma d'observation pour pouvoir discriminer jusqu'à deux photons, en conservant le même type d'analyse des détections, et présenterai des trajectoires quantiques relaxant à partir de l'état de Fock  $|n = 2\rangle$ .

Dans le dernier chapitre, j'expliquerai comment nous avons utilisé le protocole QND pour observer jusqu'à 7 photons. En suivant la méthode d'analyse présentée à la fin du chapitre 2, je montrerai comment on peut suivre la réduction progressive de l'incertitude sur le nombre de photons jusqu'à convergence vers un état de Fock. Un champ initialement cohérent, manifestant des fluctuations quantiques du nombre de photons, est projeté vers des états de Fock contenant jusqu'à 7 photons, à partir desquels on peut suivre les trajectoires quantiques de relaxation vers l'équilibre. L'analyse statistique de ces trajectoires permet une très belle illustration des postulats de la mesure.

# Chapitre 1

## Le système expérimental

Dans notre dispositif d'électrodynamique quantique en cavité, les deux systèmes en interaction sont un mode d'une cavité Fabry-Pérot supraconductrice, situé dans le domaine micro-onde, et des atomes de Rydberg circulaires. Les deux premières parties de ce chapitre seront consacrées à la description expérimentale de ces deux systèmes. Nous verrons ainsi pourquoi ils se couplent fortement l'un à l'autre et comment, sous certaines conditions, leurs temps de vie élevés permettent d'atteindre le régime de couplage fort. Nous aurons alors un aperçu des contraintes à respecter dans notre montage. Je présenterai ensuite dans une troisième partie l'ensemble du dispositif expérimental.

Un peu avant le début de ma thèse, nous avons complètement démantelé l'ancienne version du montage, dont la base, bien que progressivement modifiée, avait été utilisée au cours des thèses précédentes, jusqu'à celle de Tristan Meunier [62]. Pendant la première partie de ma thèse, j'ai donc pris part à la reconstruction complète d'un nouveau montage, conjointement avec Stefan Kuhr et Sébastien Gleyzes. J'ai initialement pris en charge la construction de nouveaux interrupteurs thermiques, dont le bon fonctionnement est une condition nécessaire pour que le coeur de l'expérience puisse être refroidi jusqu' à 0,8 K ; puis j'ai participé à différentes tâches, parmi lesquelles l'élaboration des nouveaux miroirs, le réglage fin des cavités, et l'assemblage des différents éléments du coeur de l'expérience. Parallèlement à cela, j'ai mis en place un nouveau laser pour la première étape de l'excitation des atomes de Rydberg, qui a été présenté en annexe de [62]. La conception et la description de tous les détails du nouveau montage ont été présentées dans la thèse de Sébastien Gleyzes [61]. Je n'entrerai donc pas ici dans les détails techniques des différentes pièces et des améliorations apportées. Ma présentation insistera principalement sur les éléments nous permettant un bon contrôle des systèmes quantiques et de leur interaction.

### 1.1 Les états de Rydberg circulaires

Un alcalin est dit dans un « état de Rydberg » lorsque son électron de valence est excité dans un niveau de grand nombre quantique principal  $n$ . Cet état de Rydberg est de plus « circulaire » si son moment cinétique  $l$  est maximal, et maximalelement orienté :  $l = |m| = n - 1$  [63]. L'orbitale a alors la forme d'un tore localisé très à l'extérieur du

coeur, au voisinage de la trajectoire classique de Bohr. Parmi les alcalins possibles, nous travaillons avec du Rubidium 85, notamment pour sa facilité d'excitation vers les états de Rydberg : des diodes lasers sont disponibles aux longueurs d'onde nécessaires.

### 1.1.1 Description

#### Un système hydrogéoïde

L'éloignement de l'électron de valence par rapport au coeur permet une description des états de Rydberg assez simple.

Tout d'abord, la grande distance entre les spins nucléaire et électronique rend l'interaction hyperfine négligeable. Les niveaux d'énergie sont alors bien décrits par la formule suivante :

$$E(n, l, j) = -\frac{R_y}{(n - \epsilon_{n,l,j})^2}, \quad (1.1)$$

où  $R_y$  est la constante de Rydberg, et  $j$  est le nombre quantique relatif à la norme du moment cinétique total  $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$ . Cette formule est proche de celle d'un atome hydrogéoïde, corrigée des défauts quantiques  $\epsilon_{n,l,j}$  [64], qui correspondent à un supplément d'énergie de liaison. Cette énergie supplémentaire est due à la pénétration et à la polarisation du coeur, lorsque l'électron a une probabilité de présence non nulle près de ce coeur. C'est le cas des états de Rydberg de faible moment angulaire.

Cependant pour les nombres quantiques  $l$  élevés, l'électron s'approche très peu du coeur. Cela a deux conséquences. D'une part la structure fine devient négligeable. D'autre part, en pratique à partir de  $l = 4$  pour le  $^{85}\text{Rb}$ , l'influence du coeur, et de ce fait les défauts quantiques, deviennent faibles. Les états sont alors bien décrits par le modèle hydrogéoïde. Pour un nombre quantique  $n$  donné, les niveaux de  $l$  différents sont dégénérés. En particulier pour les états circulaires, la fréquence de transition entre les niveaux  $n$  et  $n + 1$  est

$$\omega_n = -\frac{R_y}{\hbar} \left[ \frac{1}{(n+1)^2} - \frac{1}{n^2} \right]; \quad (1.2)$$

elle varie en  $n^{-3}$ .

Pour  $n \sim 50$ , ces transitions se trouvent dans le domaine micro-onde ( $\lambda \sim 6$  mm). Nous utilisons plus précisément les niveaux circulaires  $n = 50$  et  $n = 51$ , que nous noterons  $|g\rangle$  et  $|e\rangle$  (voir figure 1.1). La fréquence de cette transition est 51,099 GHz.

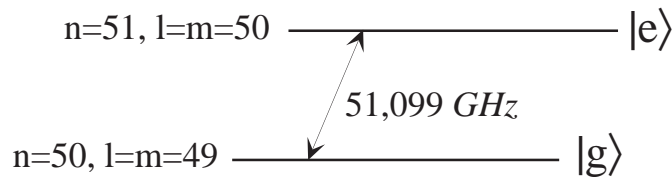


FIG. 1.1 – Niveaux d'énergie utilisés dans nos expériences.

### Le champ électrique directeur

En champs électrique et magnétique nuls, les niveaux circulaires sont dégénérés avec les états de Rydberg de moment cinétique non maximal, dits « elliptiques ». Cet ensemble de niveaux dégénérés, appelé « multiplicité », comprend environ 2500 états pour  $n \sim 50$ . Dans cette situation, les états circulaires sont extrêmement instables, puisque la moindre fluctuation de champ extérieur peut les recoupler aux autres niveaux de la multiplicité [65]. Pour briser la symétrie sphérique, cause de cette dégénérescence, nous appliquons un champ électrique directeur  $\mathbf{F}$ .

La symétrie sphérique étant brisée,  $l$  n'est plus un bon nombre quantique. Une symétrie de révolution étant cependant conservée autour de l'axe défini par le champ directeur,  $m$  reste un bon nombre quantique. Les nouveaux états propres du hamiltonien sont notés  $|n, n_1, m\rangle$ .  $n_1$ , dit nombre quantique parabolique, est compris entre 0 et  $n - |m| - 1$ . Le niveau circulaire en champ nul reste un état propre du nouveau hamiltonien, pour lequel  $n_1$  est nul. Cet état, que je noterai  $|nc\rangle$ , s'écrit selon l'un ou l'autre des jeux de nombres quantiques comme :  $|nc\rangle = |n, l = n - 1, m = n - 1\rangle = |n, n_1 = 0, m = n - 1\rangle$ .

En se restreignant à l'approximation hydrogénoïde des états de Rydberg, les énergies des états propres deviennent, jusqu'au second ordre en champ électrique  $F$  :

$$\begin{aligned} E^{(0)} &= -\frac{1}{2n^2} \\ E^{(1)} &= -\frac{3}{2}[n - 2n_1 - |m| - 1]nF \\ E^{(2)} &= -\frac{1}{8}[7n^2 - 6(|m| + n_1)^2 + 6n_1(|m| - 1) + 6n(|m| + 1) - \frac{3}{2}|m| + 8]n^4F^2 \end{aligned} \quad (1.3)$$

où les énergies et les champs sont exprimés en unités atomiques<sup>1</sup>. Ces niveaux d'énergie sont représentés sur la figure 1.2. La levée de dégénérescence entre deux états de mêmes  $n$  et  $n_1$ , et de  $m$  différant de 1 est de 100 MHz/(V/cm).

Le terme d'ordre 1 en  $F$  de l'équation 1.3 est nul pour un état circulaire, puisque  $n_1 = 0$  et  $|m| = n - 1$ . Un état circulaire n'est donc sensible au champ que quadratiquement, ce qui correspond physiquement à l'absence d'un dipôle statique permanent. La transition entre deux niveaux circulaires de  $n$  consécutifs subit donc un effet Stark différentiel lui aussi quadratique. La fréquence de la transition  $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$  est déplacée par le champ électrique de  $-255 \text{ kHz}/(\text{V}/\text{cm})^2$ . On trouvera dans la thèse de Paolo Nussenzevig [66] le diagramme Stark précis des atomes de  $^{85}\text{Rb}$  calculé en tenant compte des défauts quantiques. Ceux-ci ne modifient que les états de nombre quantique magnétique  $m \leq 2$ .

L'effet Stark sur la transition circulaire-circulaire est à la fois utile et contraignant. D'une part, l'application d'un champ électrique constitue une manière aisée d'ajuster la fréquence atomique. Mais en contrepartie, la grande sensibilité de la transition impose un très bon contrôle du champ électrique vu par les atomes dans l'expérience, afin de conserver une fréquence atomique bien définie.

<sup>1</sup>Dans les unités atomiques de Hartree,  $e=m_e=\hbar=1$ . L'unité d'énergie est  $E_0=m_e e^4/\hbar^2=27,212 \text{ eV}$  et l'unité de champ  $F_0=m_e^2 e^5/\hbar^4=5,1422 \cdot 10^9 \text{ V}\cdot\text{cm}^{-1}$ .

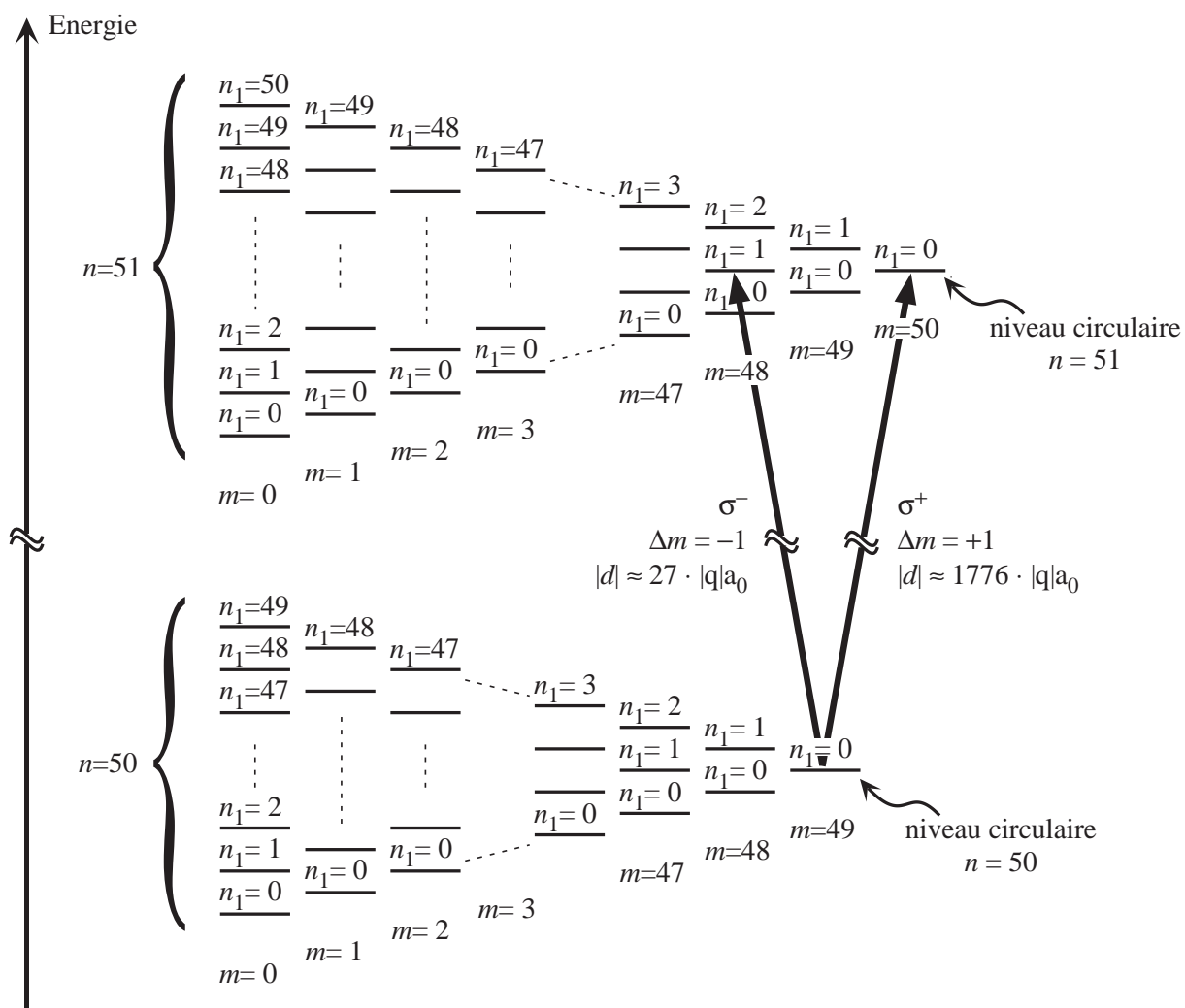


FIG. 1.2 – Diagramme d'énergie des niveaux de Rydberg  $n = 50$  et  $n = 51$  en présence d'un champ électrique, pour  $m \geq 0$ .

## 1.1.2 Propriétés

Les atomes de Rydberg circulaires possèdent les trois propriétés requises pour l'implémentation du modèle de Jaynes-Cummings : ils se couplent très fortement au champ électrique, tout en ayant une longue durée de vie ; de plus deux états de  $n$  consécutifs forment un système à deux niveaux fermé.

### Une antenne géante pour le champ électrique

Nous avons vu que les atomes de Rydberg circulaires ne possèdent pas de dipôle électrique statique permanent. Cependant l'élément de matrice non diagonal du dipôle entre deux niveaux circulaires est non nul :

$$d_n = \| \langle nc | q\hat{\mathbf{R}} | (n-1)c \rangle \| , \quad (1.4)$$

où  $q$  est la valeur absolue de la charge de l'électron et  $|nc\rangle$  est l'état de Rydberg circulaire de nombre quantique principal  $n$ . Connaissant la forme des orbitales atomiques, on peut calculer cette expression, qui pour  $n \gg 1$  se simplifie en :

$$d_n \simeq n^2 \frac{qa_0}{\sqrt{2}} , \quad (1.5)$$

où  $a_0 = 0,53 \text{ \AA}$  est le rayon de Bohr. On note que le dipôle de transition varie en  $n^2$ , ce qui était attendu car le rayon d'un atome de Rydberg dans l'approximation hydrogénoïde est  $n^2 a_0$ . Pour la transition qui nous intéresse, on trouve  $d_{51} = 1776 qa_0$ . C'est une valeur très grande à l'échelle atomique. Les atomes de Rydberg circulaires sont des atomes géants, véritables antennes très sensibles aux champs électriques.

### Un grand temps de vie

On pourrait craindre qu'en conséquence, les atomes de Rydberg circulaires ne se couplent très fortement aux fluctuations du vide, et ne se désexcitent ainsi très rapidement par émission spontanée. Cependant dans l'approximation dipolaire électrique, la règle de sélection  $\Delta m = \pm 1, 0$  restreint les voies de désexcitation possibles : un niveau circulaire est couplé par émission spontanée seulement au niveau circulaire immédiatement inférieur, qui est de plus très proche en énergie. Dans l'espace libre, le taux d'émission spontanée de l'état circulaire  $n$  est :

$$t_{at}^{-1} = \gamma_{at} = \frac{\omega_n^3 d_n^2}{3\pi\epsilon_0 \hbar c^3} . \quad (1.6)$$

L'augmentation du dipôle en  $n^2$  est plus que compensée par la diminution de la fréquence en  $n^{-3}$ . Le temps de vie varie finalement en  $n^5$ . Ainsi pour  $n = 51$  le temps de vie atteint 31,5 ms, correspondant à une largeur naturelle  $\gamma_{at}/2\pi$  de l'ordre de 5 Hz.

Ce calcul n'est cependant valable qu'à température nulle. Dès que la température augmente, les photons thermiques des modes du champ électromagnétique peuvent stimuler la désexcitation des atomes. Le taux de désexcitation est alors multiplié par  $1 + n_{th}$ , où  $n_{th}$  est le nombre de photons thermiques. Utiliser des atomes de Rydberg impose donc de travailler à des températures cryogéniques. En effet à 51 GHz, l'augmentation du taux de désexcitation due aux photons thermiques atteint un facteur 2 dès 3,5 K.



### Un système à deux niveaux

Si le niveau de Rydberg circulaire  $n$  ne peut se désexciter que vers le circulaire  $n-1$ , les possibilités d'excitation à partir de ce niveau inférieur sont multiples. On peut voir sur la figure 1.2 que les transitions  $\sigma^\pm$  et  $\pi$  sont possibles. Cependant la levée de dégénérescence en champ électrique non nul est largement suffisante pour pouvoir adresser séparément les transitions  $\sigma$  et  $\pi$ . Les transitions  $\sigma$  restent dégénérées, mais la force de la transition  $\sigma^+$  est environ 70 fois plus élevée que celle de la transition  $\sigma^-$ . Nous négligerons donc cette dernière. On peut ainsi considérer les états atomiques  $|e\rangle$  et  $|g\rangle$  comme un système à deux niveaux fermé.

### Choix de la valeur de $n$

Nous pouvons maintenant justifier le choix des valeurs  $n = 50$  et  $n = 51$  pour notre système atomique. Nous avons vu qu'avec  $n$  à la fois le temps de vie et le dipôle de transition augmentent. Cette augmentation du dipôle rend les atomes plus sensibles au champ électrique, ce qui n'est pas seulement un avantage. En effet, les atomes deviennent également plus sensibles à de faibles inhomogénéités de champ, qui peuvent réduire fortement leur cohérence. D'autre part, la fréquence de transition diminuant lorsque  $n$  augmente, le nombre de photons thermiques présents à cette fréquence augmente lui aussi, nous obligeant, pour s'affranchir de ce problème, à travailler à plus basse température. Le choix des valeurs  $n = 50$  et  $n = 51$  est un compromis entre ces contraintes.

## 1.2 Le résonateur micro-onde

Nous devons, pour le champ électromagnétique, disposer d'un mode fortement couplé aux atomes dans le domaine micro-onde, et ayant une grande durée de vie. Pour remplir ces conditions, nous utilisons une cavité Fabry-Pérot constituée de deux miroirs recouverts de niobium. Les miroirs que j'ai utilisés pendant ma thèse sont d'une conception nouvelle, grâce à laquelle nous avons obtenu une très grande amélioration du temps de vie du champ [67]. Deux des paires fabriquées ont en effet atteint un temps de vie d'une centaine de millisecondes, ce qui représente une agmentation de deux ordres de grandeur par rapport au temps de vie des cavités de la génération précédente. Pour plus de détails sur cette nouvelle conception et les procédures de test du temps de vie, on pourra se référer à la thèse de Sébastien Gleyzes [61].

### 1.2.1 Une cavité Fabry-Pérot

La nécessité d'appliquer un champ électrique directeur pour conserver le système atomique impose de travailler avec au moins deux parties isolées électriquement. C'est pourquoi nous utilisons une cavité ouverte, de type Fabry-Pérot.

Les modes propres d'une cavité Fabry-Pérot constituée de deux miroirs sphériques peuvent être calculés dans l'approximation paraxiale [68]. On trouve des « modes gaussiens »  $TEM_{q,n,m}$  où  $q$  correspond au nombre de ventres de l'onde stationnaire et  $m$  et  $n$  décrivent le profil transverse du mode. Les modes  $TEM_{q00}$  correspondent à un profil transverse gaussien, et leur fréquence de résonance  $\nu_q$  est donnée par

$$\nu_q = \frac{c}{2d} \left( q + \frac{1}{\pi} \arccos \left( 1 - \frac{d}{R} \right) \right), \quad (1.7)$$

où  $c$  est la vitesse de la lumière,  $R$  le rayon de courbure des miroirs, supposés indentiques, et  $d$  la distance entre les deux miroirs. Nous utilisons dans nos expériences uniquement le mode  $TEM_{900}$ . Les rayons de nos miroirs sont  $R \simeq 40 \text{ mm}$ ; la distance entre les miroirs,  $d = 27.57 \text{ mm}$ , est ajustée de telle sorte que le mode  $TEM_{900}$  soit résonant avec la transition atomique à 51,099 GHz.

Deux modes de polarisation correspondent à cette forme spatiale. Pour des miroirs parfaitement sphériques, les deux modes sont dégénérés. Cependant expérimentalement, les miroirs n'ont jamais une sphéricité parfaite. Il s'établit alors dans la cavité deux modes de polarisations linéaires orthogonales, dont les fréquences sont distinctes. Si la levée de dégénérescence est de l'ordre du couplage entre l'atome et le champ, l'atome interagit avec les deux modes à la fois. Cette situation n'est pas souhaitée, car elle ne permet pas un contrôle individuel de chaque système en jeu dans l'interaction, et ne peut plus être décrite par le hamiltonien de Jaynes-Cummings.

Pour échapper à ce problème, nous avons pris le parti d'adopter pour la nouvelle génération de miroirs une forme toroïdale, présentant selon deux plans orthogonaux des rayons de courbure légèrement différents. On peut ainsi lever la dégénérescence des deux modes de polarisation d'une manière contrôlée. En choisissant deux rayons de courbures de valeur  $R = 39,4 \text{ mm}$  et  $R = 40,6 \text{ mm}$ , les deux modes de polarisation sont séparés de

1,2 MHz. Nous verrons plus loin que la fréquence de couplage entre l'atome et un mode du champ est  $\Omega_0 = 2\pi \cdot 48$  kHz ; la levée de dégénérescence est donc suffisamment grande pour que l'atome n'interagisse qu'avec un seul des deux modes.

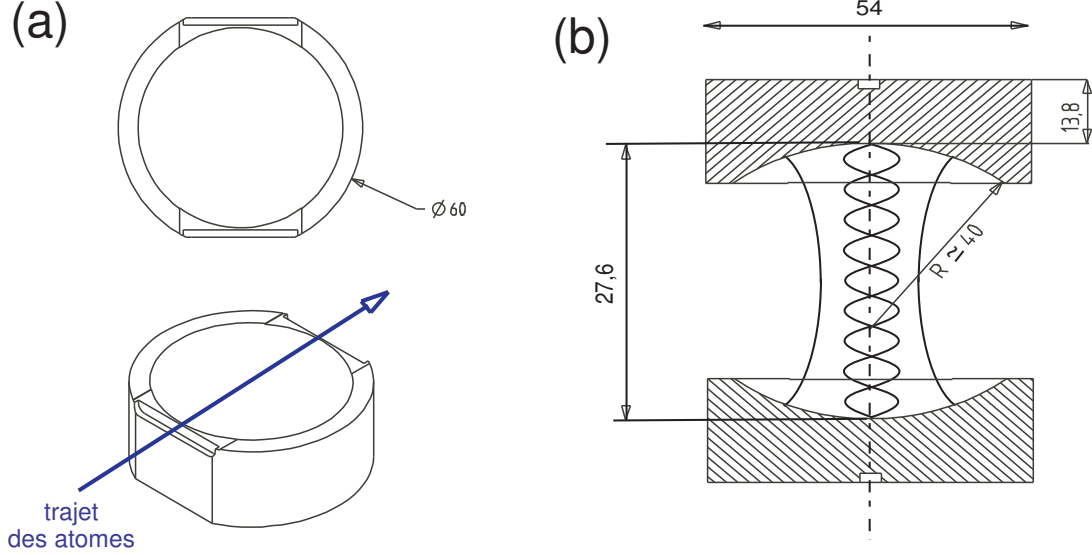


FIG. 1.3 – (a) Deux vues des miroirs utilisés. En haut, vue de dessus, en bas : vue de trois-quarts. (b) Schéma du résonateur. Les dimensions sont données en millimètres. Pour une meilleure lisibilité, la distance entre les miroirs est exagérée sur le dessin par rapport à la taille des miroirs.

Bien que l'approximation paraxiale ne soit pas vraiment respectée loin du centre de la cavité, elle permet cependant de donner une idée de la géométrie et du volume du mode. Pour ce calcul approché, nous garderons le modèle d'une cavité sphérique, l'écart réel à la sphéricité de nos miroirs restant très faible. La structure spatiale d'un mode gaussien du champ électrique est alors donnée en coordonnées cylindriques par :

$$f(r, z) = \frac{w_0}{w(z)} \cos \left( kz - \arctan \frac{\lambda z}{\pi w_0^2} + \frac{r^2 k}{2R(z)} \right) e^{-\frac{r^2}{w(z)^2}}, \quad (1.8)$$

où  $\lambda = c/\nu = 5,87$  mm est la longueur d'onde et  $w_0$  est le col du mode au centre de la cavité, qui vaut :

$$w_0 = \left[ \frac{\lambda}{2\pi} \sqrt{d(2R - d)} \right]^{1/2} \simeq 5,96 \text{ mm} . \quad (1.9)$$

Les fonctions  $w(z)$  et  $R(z)$  décrivent respectivement la variation de l'extension du mode et celle du rayon de courbure du front d'onde lorsque l'on s'éloigne du centre de la cavité :

$$\begin{aligned} w(z) &= w_0 \sqrt{1 + \left( \frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)^2} \\ R(z) &= z \left[ 1 + \left( \frac{\pi w_0^2}{\lambda z} \right)^2 \right] . \end{aligned} \quad (1.10)$$

On peut déduire de ces expressions le volume du mode :

$$V_{\text{mode}} = \int |\mathbf{f}(\mathbf{r})|^2 d^3\mathbf{r} = \frac{\pi w_0^2 d}{4} \simeq 769 \text{ mm}^3 . \quad (1.11)$$

Cette estimation du volume du mode nous permet de calculer la valeur du champ électrique par photon  $E_0$ . Le confinement du champ dans ce faible volume assure même au niveau du photon unique une grande amplitude de champ :

$$E_0 = \sqrt{\frac{h\nu}{2\epsilon_0 V_{\text{mode}}}} \simeq 1,58 \text{ mV.m}^{-1} . \quad (1.12)$$

### 1.2.2 Une très grande finesse

Pour être dans le régime de couplage fort, on souhaite que le temps caractéristique de dissipation de l'énergie soit grand devant le temps caractéristique du couplage entre les atomes et le champ. Le temps de relaxation du champ,  $t_{cav}$ , correspond au temps de vie d'un photon dans le mode à température nulle. C'est aussi le temps caractéristique de décroissance exponentielle de l'intensité d'un champ classique stocké dans la cavité. Cette grandeur est liée à la largeur spectrale intrinsèque  $\Delta\nu$  d'une résonance en intensité de la cavité par la relation  $2\pi\Delta\nu \cdot t_{cav} = 1$  [69, p. 372]. On peut également quantifier la qualité du résonateur en terme de facteur de qualité  $Q = \nu/\Delta\nu = 2\pi\nu \cdot t_{cav}$ , ou en terme de finesse  $F = I_{SL}/\Delta\nu = 2\pi I_{SL} \cdot t_{cav}$ , où  $I_{SL} = c/2d$  est l'intervalle spectral libre. Les pertes d'énergie de la cavité se font lors de la réflexion sur les miroirs, et ont essentiellement deux origines : l'absorption d'une partie de l'énergie par la surface du miroir, et la diffraction en dehors du mode par un écart de cette surface à la forme idéale. La taille finie du miroir résulte également en un couplage d'une partie du mode vers l'extérieur de la cavité.

L'utilisation d'un matériau supraconducteur, plus précisément du niobium, nous permet d'obtenir des miroirs extrêmement réfléchissants. Dans le domaine des faibles fréquences, la résistance de surface d'un matériau supraconducteur augmente lentement en fonction de la fréquence de l'onde incidente<sup>2</sup>. Aux fréquences micro-onde, la résistance de surface reste très faible. Nous obtenions déjà ainsi des temps de vie de l'ordre de la milliseconde avec des miroirs polis en niobium massif.

Ce temps de vie était limité par diffraction. En travaillant à minimiser cette source de dissipation, nous avons très fortement amélioré le temps de vie du champ. La surface de miroirs en niobium massif présentait une qualité limitée, notamment en terme de rugosité, car c'est un matériau difficile à polir. Nous utilisons maintenant un substrat de cuivre, qui est plus facile à usiner. Un usinage diamant est possible, ce qui nous permet d'obtenir une rugosité de surface de qualité optique, de l'ordre de 10 nm rms, et une très bonne précision à grande échelle (300 nm crête à crête). Nous déposons ensuite sur ce substrat une couche de 12  $\mu\text{m}$  de niobium par pulvérisation cathodique<sup>3</sup>.

<sup>2</sup>Pour des fréquences élevées, telles que les fréquences optiques, l'énergie du champ est plus grande que le gap du supraconducteur ; l'onde incidente brise alors les paires de Cooper, faisant perdre à la surface ses propriétés supraconductrices, et donc réfléchissantes.

<sup>3</sup>La pulvérisation cathodique est réalisée au CEA, qui utilise habituellement le même procédé pour fabriquer les cavités des accélérateurs à particules, en collaboration avec E. Jacques, P. Bosland et B. Visentin.

Dans l'ancienne version, les miroirs étaient de plus percés en leur centre, ce qui permettait un test facile de leurs propriétés spectrales en transmission. Ce trou était cependant source de diffraction, à la fois intrinsèquement et du fait de la déformation de surface occasionnée lors du perçage. Pour s'affranchir de ce problème, le nouveau modèle de miroir n'est pas percé. L'injection d'un champ dans la cavité se fait maintenant par un guide latéral (voir plus loin figure 1.22), et le test des propriétés spectrales est réalisé à l'aide des atomes (la méthode est présentée dans [61] et [67]).

Ce procédé nous a permis une amélioration spectaculaire du temps de vie du champ. Le résonateur que nous avons utilisé pour les expériences présentées dans ce manuscrit possède une finesse de  $4,6 \cdot 10^9$ , qui est la plus grande finesse jamais atteinte pour un résonateur de type Fabry-Pérot. Le temps de vie correspondant est 130 ms, soit deux ordres de grandeur de plus que les temps de vie obtenus jusque là. Ceci constitue une petite révolution pour notre système, nous ouvrant des perspectives d'expériences complètement nouvelles.

La figure 1.4 permet de visualiser l'allure du spectre de notre cavité. Ce spectre est extrêmement fin. Le facteur de qualité valant  $Q = 4,2 \cdot 10^{10}$ , on s'attend en effet pour une fréquence  $\nu \sim 5 \cdot 10^{10}$  Hz à une largeur  $\Delta\nu = \nu/Q$  de l'ordre du Hz. La valeur exacte de la largeur intrinsèque attendue est 1,2 Hz. La largeur de la courbe présentée, de  $\Delta\nu = 3,4$  Hz, est très proche de cette valeur minimale.

### 1.2.3 Régime de couplage fort

Connaissant l'amplitude du champ électrique et le dipôle atomique, nous pouvons évaluer quantitativement le couplage des deux systèmes. Les atomes passent au milieu des deux miroirs, donc au niveau d'un ventre du mode TEM<sub>900</sub>. L'amplitude du champ lorsque les atomes sont au centre du mode est donc l'amplitude maximale  $E_0$ . Il faut cependant prendre garde au fait que la transition  $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$ , étant une transition  $\Delta m = +1$ , n'est couplée qu'à la composante  $\sigma^+$  du champ électromagnétique. Le mode du champ proche de la résonance atomique possède une polarisation linéaire, que l'on peut considérer comme une superposition à poids égaux de deux modes de polarisation circulaire. Chaque composante contient donc la moitié de l'énergie totale du champ, ce qui a pour conséquence la réduction d'un facteur  $\sqrt{2}$  de l'amplitude vue par les atomes. La fréquence de Rabi du vide, qui caractérise la force du couplage, vaut donc au centre du mode :

$$\Omega_0 = \frac{2E_0 d_{51}}{\sqrt{2}\hbar} \simeq 2\pi \cdot 51 \text{ kHz} . \quad (1.13)$$

La période de Rabi correspondante vaut  $t_{Rabi} \sim 20 \mu s$ . On voit que :

$$\begin{aligned} t_{at} \sim 30 \text{ ms} &\gg t_{Rabi} \\ t_{cav} \sim 130 \text{ ms} &\gg t_{Rabi} . \end{aligned} \quad (1.14)$$

Les temps de dissipation de l'atome et du champ sont très longs devant le temps caractéristique de l'interaction : nos deux systèmes interagissent donc bien dans le régime de couplage fort.

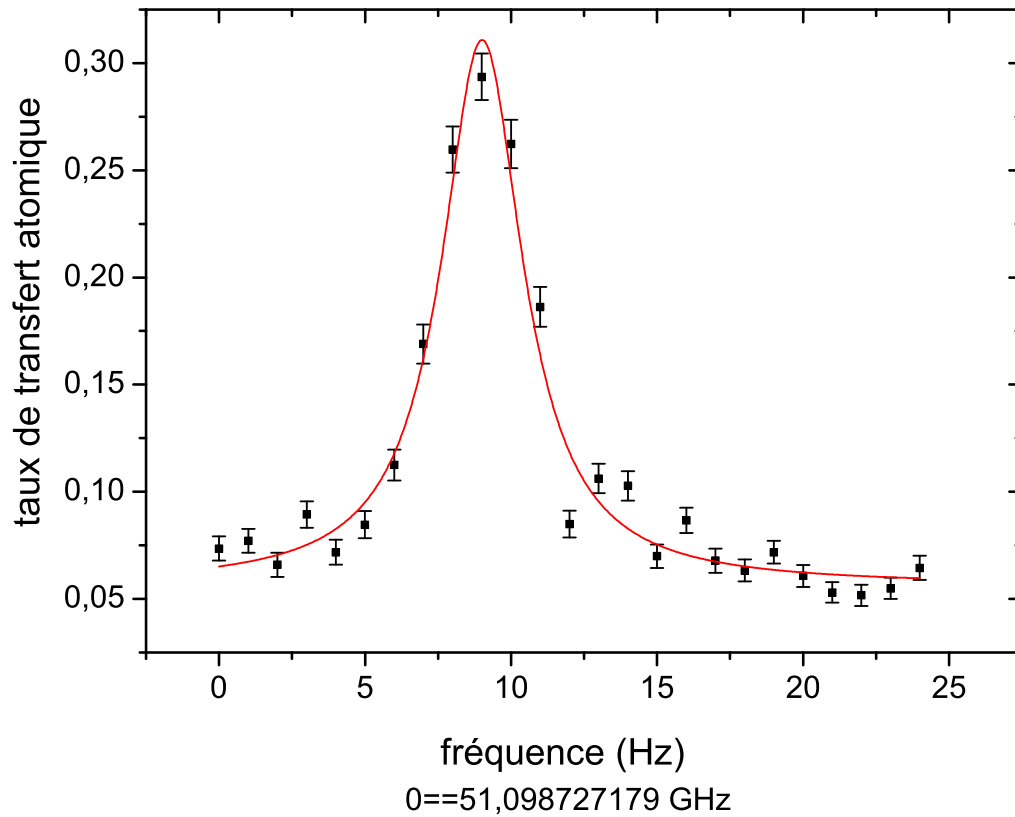


FIG. 1.4 – Spectre de la cavité. On injecte initialement un champ dans la cavité pendant environ 400 ms à l'aide d'une source extérieure, puis environ 500  $\mu$ s après des atomes testent l'intensité du champ dans le mode. Les points sont obtenus en évaluant un transfert atomique entre deux niveaux. Ce transfert varie avec l'intensité du champ restant dans la cavité. On utilise une transition du niveau  $52D_{5/2}$  vers la multiplicité  $n = 52$  en fort champ électrique, de sorte que la sonde de champ utilisée soit large bande. On répète cette opération en variant très légèrement la fréquence du champ injecté. La courbe en trait plein rouge est un ajustement lorentzien, indiquant une largeur spectrale de 3,4 Hz.

Du fait des approximations utilisées pour décrire la forme du mode, la valeur de la fréquence de Rabi trouvée d'après l'équation 1.13 est seulement une estimation. Il est en fait possible de mesurer expérimentalement la fréquence de Rabi du vide, comme nous le verrons dans le chapitre 2. La valeur que l'on détermine expérimentalement est  $\Omega_0 = 2\pi \cdot 48$  kHz.

## 1.3 Le montage expérimental

### 1.3.1 Une vue d'ensemble

La figure 1.5 présente un schéma d'ensemble des différents éléments du montage. Dans ce paragraphe je mentionnerai brièvement ces différents éléments ; nous verrons les détails des éléments importants dans les paragraphes suivants.

**Architecture générale** Les atomes de  $^{85}\text{Rb}$ , issus d'un four, se propagent en un jet horizontal à travers l'expérience. Après excitation dans l'état de Rydberg circulaire souhaité, ils interagissent avec le champ lors de leur passage à travers la cavité supraconductrice. On peut manipuler l'état de l'atome avant et après son passage dans la cavité dans l'une zones appelées « zones de Ramsey ». Les atomes sont finalement ionisés dans un détecteur qui mesure leur état. C'est par cette détection atomique que nous obtenons toute information sur l'état du système atome-champ résultant de l'interaction. La figure 1.6 présente le plan de la partie du montage vue par les atomes de Rydberg circulaires. Elle permet de visualiser la forme des différentes pièces traversées ainsi que les distances entre elles. La distance parcourue par les atomes de Rydberg entre leur préparation et la détection est d'environ 30 cm.

Comme on peut le voir sur les schémas, notre dispositif comporte en fait deux cavités. Toutes les propriétés du montage (conservation de la cohérence atomique, temps de vie du champ) sont adaptées à l'utilisation simultanée des deux cavités lors d'une expérience. Cependant, la procédure de pré-accord des cavités n'étant pas encore complètement optimisée au moment de leur assemblage, la deuxième cavité ( $C_2$ ) s'est avérée être trop loin de la résonance atomique. Pour les expériences présentée dans ce manuscrit, nous avons utilisé uniquement la première cavité et le premier jeu de zones de Ramsey. Je ne mentionnerai donc plus, par la suite, l'existence de la deuxième cavité et de la troisième zone de Ramsey.

**Principaux éléments** Le four, chauffé à  $200^\circ\text{C}$ , produit une vapeur dont la distribution de vitesses est maxwellienne, s'étendant d'environ 100 à 700 m/s. La direction et l'extension transverse du jet sont définies par deux trous de 0,7 mm de diamètre, dont l'un est le trou de sortie du four, et le second est le trou d'entrée de la zone de préparation des atomes, situé 550 mm plus loin.

Afin de connaître la position des atomes au sein de l'expérience au cours du temps, nous sélectionnons une vitesse bien définie parmi cette maxwellienne à l'aide de lasers, grâce à un pompage optique rendu sélectif par effet Doppler.

Les atomes sont ensuite excités vers les états de Rydberg circulaires dans la boîte à circulariser. On envoie pour cela un laser de pompage optique et deux lasers d'excitation, ainsi que des photons micro-onde et radio-fréquence. Cette excitation est réalisée pendant une durée finie, ce qui nous permet, en restreignant aussi le temps d'allumage des lasers de sélection de vitesse, de raffiner encore la distribution de vitesse par effet de temps de vol.

Les zones de Ramsey, notées  $R_1$  et  $R_2$ , encadrent la cavité supraconductrice. Nous

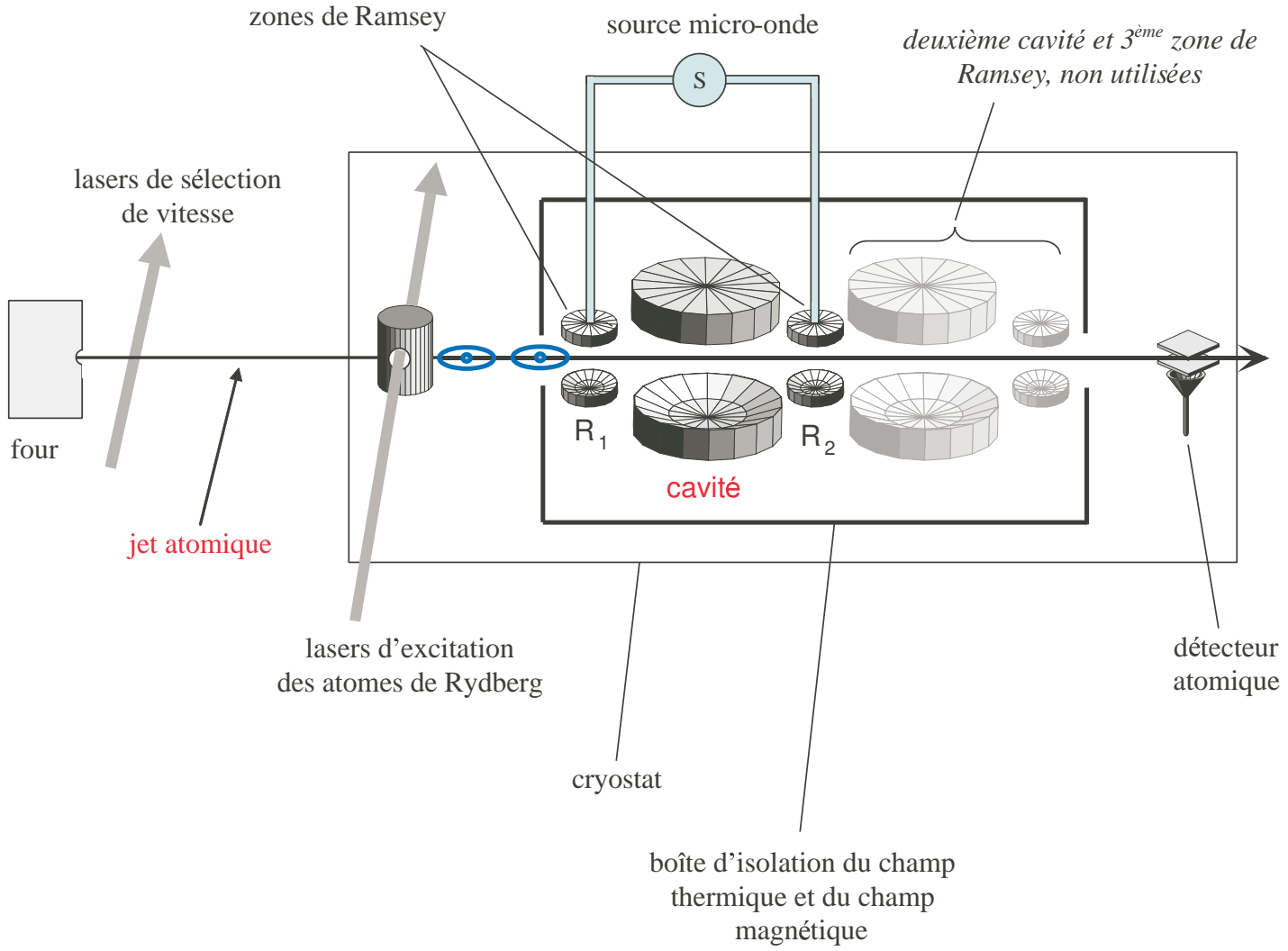


FIG. 1.5 – Schéma du dispositif expérimental.



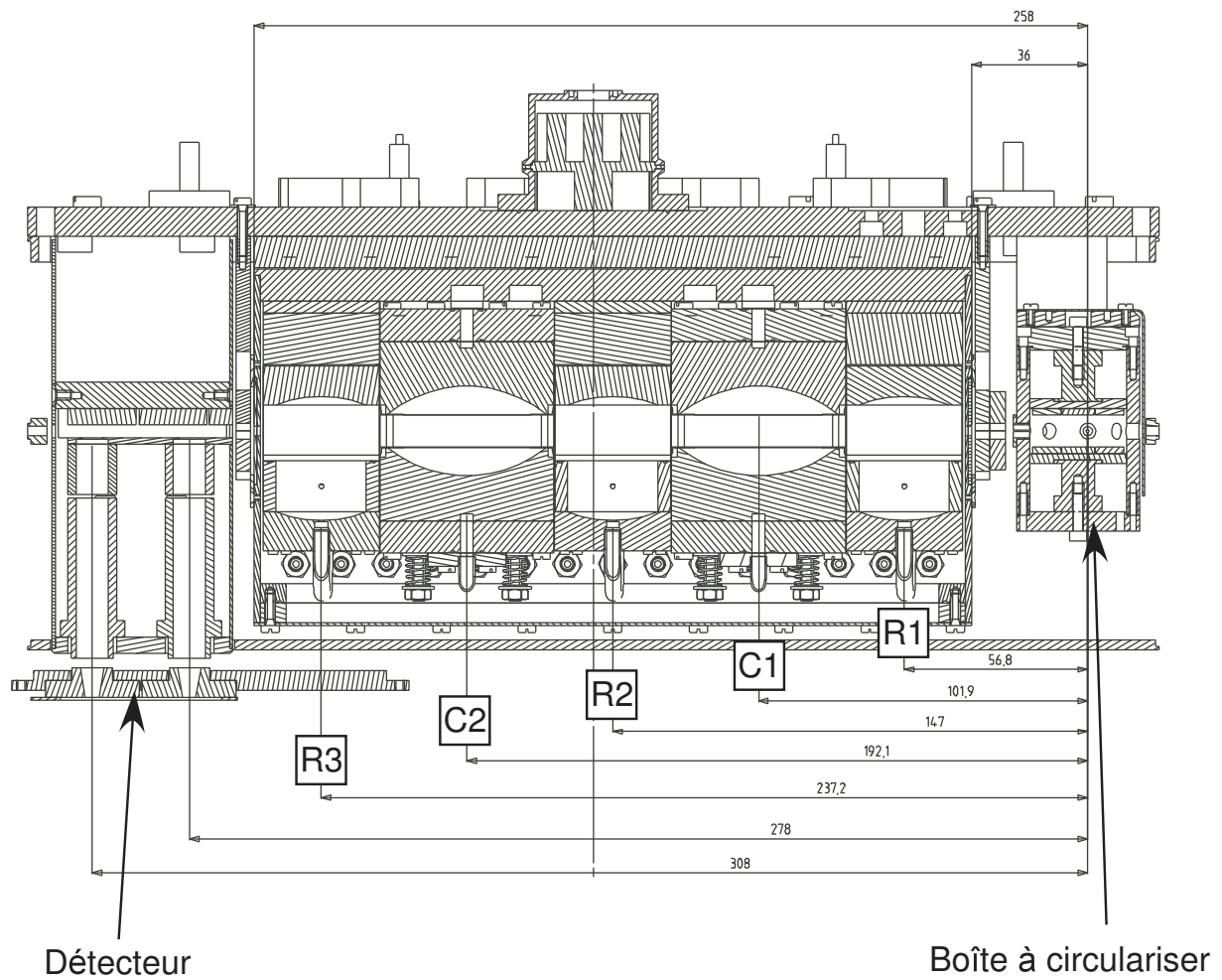


FIG. 1.6 – Plan du montage, de la boîte à circulariser aux détecteurs. Les pièces  $C_{i=1,2}$  sont les cavités, et  $R_{i=1,2,3}$  les zones de Ramsey. Nous n'utilisons que la première cavité, c'est-à-dire  $C_1$ , et les zones de Ramsey qui l'encadrent,  $R_1$  et  $R_2$ .

y appliquons aux atomes une impulsion micro-onde classique, permettant de manipuler l'état atomique. La combinaison des deux zones de Ramsey et de la détection constitue un interféromètre atomique, qui détecte la phase accumulée par le dipôle atomique.

### 1.3.2 Contraintes expérimentales

**Température cryogénique** Nous avons vu au paragraphe 1.1.2 que l'utilisation d'atomes de Rydberg circulaires impose de travailler à une température très basse, la présence d'un champ thermique réduisant le temps de vie atomique; le taux de désexcitation d'un état est augmentée en présence de  $n_{th}$  photons thermiques d'un facteur  $1 + n_{th}$ .  $n_{th}$  augmente très vite à partir de 0,5 K : de 0,05 à 0,8 K, il atteint 0,28 à 1,6 K. Dès leur préparation les atomes de Rydberg circulaires doivent donc être à basse température. Pour cette raison, toute la partie de l'expérience allant de la boîte à circulariser au détecteur inclus se trouve dans un cryostat à deux étages  $^4\text{He} - ^3\text{He}$ , qui permet de maintenir dans cette zone une température de 0,8 K. Le taux de désexcitation pour un atome dans  $|e\rangle$  lors du trajet dans le montage se réduit alors en bonne approximation à son taux d'émission spontanée :

$$1 - e^{-t_{vol}\gamma_{at}} \approx 4\%, \quad (1.15)$$

où  $t_{vol}$  est le temps de vol de l'atome entre la préparation et la détection, séparées d'environ 300 mm. Pour cette estimation nous avons pris une vitesse de 250 m/s, ce qui correspond à un temps de vol dans le montage de 1,2 ms.

Une très faible température est nécessaire également pour optimiser les performances de la cavité supraconductrice. Le temps de vie du champ n'est en effet maximal qu'à très basse température, quand la valeur de la résistance de surface des miroirs a atteint sa valeur limite minimale. Le temps de vie du champ sature à 130 ms à 0,8 K, mais ne vaut que 50 ms à 1,6 K.

**Ecrantage du champ thermique environnant** Certaines parties du cryostat sont plus chaudes que 0,8 K. Pour maintenir une température de 0,8 K dans le coeur de l'expérience, il faut donc éviter toute possibilité qu'un photon de ces parties plus chaudes ne puisse entrer. Les différents moyens utilisés pour isoler le coeur de l'expérience du rayonnement environnant sont représentés sur la figure 1.7. Un écran, que nous appelons « jupe  $^3\text{He}$  », entoure la partie de l'expérience refroidie à 0,8 K. Cependant, des ouvertures sont nécessaires, notamment pour laisser entrer le jet atomique et les lasers d'excitation, ainsi que pour récolter l'électron arraché lors d'une détection atomique. Leurs diamètres étant très supérieurs à la longueur d'onde à  $\nu \sim 51$  GHz, qui vaut  $\lambda \sim 6$  mm, ils ne sont pas sous coupure, et peuvent donc laisser entrer des photons micro-onde. Afin d'éviter que ces photons n'augmentent la température du mode ou ne diminuent le temps de vie des atomes de Rydberg, les cavités supraconductrices et Ramsey sont enfermées dans une boîte d'écrantage supplémentaire conçue pour être entièrement étanche au rayonnement à 51 GHz. Les trous d'entrée et de sortie des atomes sont cette fois sous coupure. Il faut également prendre des précautions pour les guides d'onde qui débouchent dans cette boîte, dans chaque cavité. Ces guides traversent tout le cryostat, et sont donc sur la majeure partie de leur longueur plus chauds que 0,8 K. Pour éviter que le rayonnement chaud

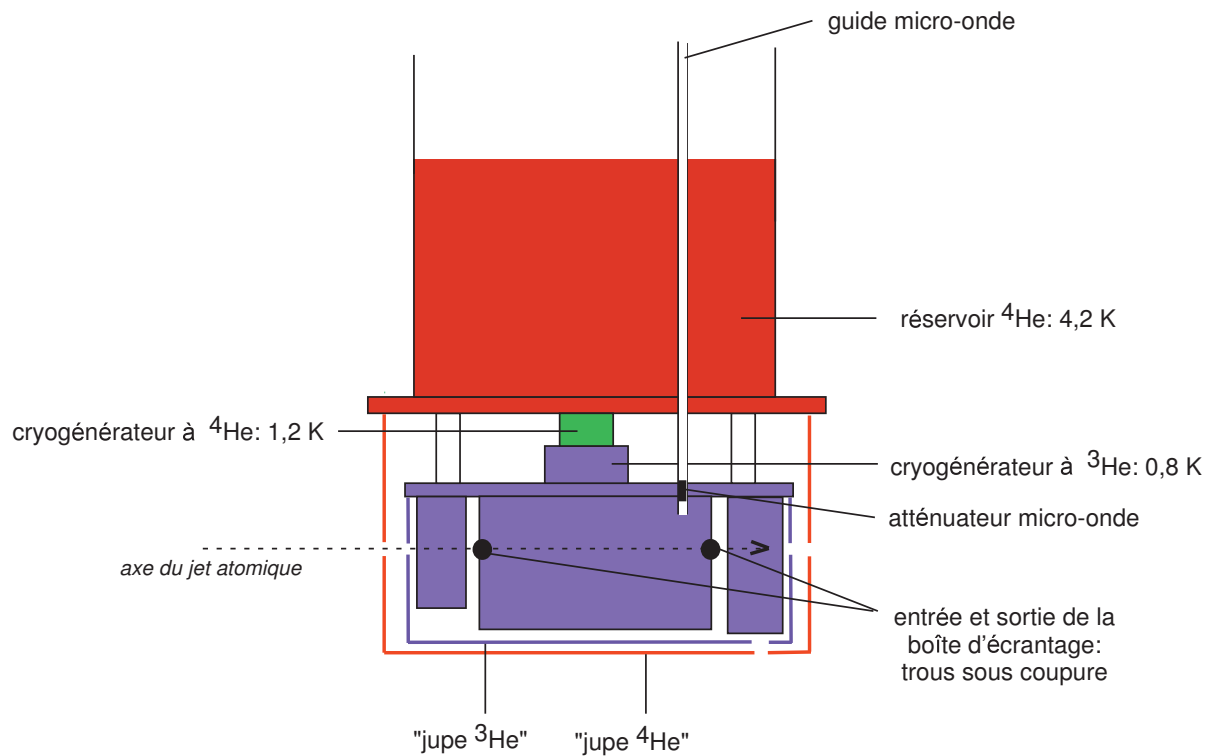


FIG. 1.7 – Précautions prises pour maintenir une température de 0,8 K dans la cavité et sur la majeure partie du trajet des atomes. Un écran thermique protège la partie à 0,8 K du rayonnement environnant, de température  $T \sim 4$  K. Les trous de cet écran n'étant pas sous coupure, le rayonnement à l'intérieur de la jupe est un peu plus chaud que 0,8 K. Les cavités et les zones de Ramsey sont donc placées dans une boîte d'écrantage supplémentaire, qui, elle, est sous coupure. Pour éviter qu'un rayonnement thermique provenant de parties plus chaudes ne puisse arriver par les guides d'onde débouchant dans cette boîte, des atténuateurs micro-onde sont placés dans ces guides, au niveau de la plaque  $^3\text{He}$ .

qu'ils contiennent ne débouche directement dans la cavité, nous avons inséré dans chaque guide un atténuateur micro-onde au début de leur tronçon thermalisé à 0,8 K, c'est-à-dire au niveau de la plaque  $^3\text{He}$ . Ces atténuateurs sont constitués d'une faible épaisseur d'un matériau absorbant la micro-onde<sup>4</sup>. L'atténuation obtenue en ajustant l'épaisseur, de l'ordre de la dizaine de dB, est à la fois suffisante pour bloquer le champ thermique, et suffisamment faible pour que l'augmentation de la puissance nécessaire pour injecter un champ donné dans une cavité reste largement en deçà des limites de nos sources.

**Maintien d'un champ électrique directeur** Nous avons vu qu'un champ électrique directeur est nécessaire pour conserver les atomes de Rydberg circulaires. Pour maintenir un champ le long du trajet des atomes, tous les éléments les plus proches d'eux, du lieu de leur préparation à celle de leur détection, sont conducteurs, et nous contrôlons leur potentiel. Les formes de ces éléments ont de plus été conçues afin de rendre le champ électrique le plus homogène possible transversalement au jet. En effet, la transition étant sensible à la valeur du champ électrique, une dispersion des fréquences de transition selon la position radiale d'un atome dans le jet pourrait brouiller les cohérences.

Enfin, la transition atomique est également sensible au champ magnétique. C'est en effet une transition  $\Delta m = +1$ , déplacée par effet Zeeman de 1,4 MHz/Gauss. De même qu'une inhomogénéité de champ électrique, la présence d'un champ magnétique inhomogène transversalement ou fluctuant au cours du temps est susceptible de brouiller les cohérences atomiques. Afin de s'affranchir de ce problème, la boîte d'écrantage est recouverte d'une couche d'un matériau de haute perméabilité magnétique, le Vitrovac, qui écranter le champ magnétique extérieur.

### 1.3.3 Contrôle des atomes

#### 1.3.3.a Préparation des états de Rydberg circulaires

La préparation des états de Rydberg est très complexe, car il faut fournir à la fois beaucoup d'énergie et de moment cinétique à un atome initialement dans l'état fondamental  $|5S_{1/2}, F = 3, m_F = 3\rangle$ . Les niveaux atomiques utilisés ainsi que les différentes étapes de la circularisation sont schématisés sur la figure 1.8. L'ensemble du processus est effectué en présence d'un champ magnétique vertical de 18 Gauss, qui définit l'axe de quantification atomique. Avant de commencer la circularisation, on prépare l'état magnétique de départ le plus pur possible par pompage optique. Le pompage se fait par une diode laser à 780 nm, de polarisation  $\sigma^+$ , sur la raie D2 (c'est-à-dire vers le niveau  $|5P_{3/2}, F = 4\rangle$ ).

1. L'excitation vers les états de  $n$  élevé se fait par deux transitions optiques, réalisées à l'aide de deux diodes lasers, bleue puis infrarouge. L'état d'arrivée est un niveau  $52D$ , séparé de la multiplicité  $n = 52$  car le défaut quantique reste important pour un moment cinétique angulaire  $l = 2$ .
2. Une transition micro-onde permet d'atteindre le niveau  $|52f, m = 2\rangle$ , très proche de la multiplicité  $n = 52$ .

---

<sup>4</sup>RAM, Radar Absorbing Material, développé par la société Thomas Keating Ltd.

3. Les étapes 1 et 2 sont réalisées en champ électrique nul. En augmentant ensuite la valeur du champ électrique, les atomes suivent l'évolution du  $|52f, m = 2\rangle$ , qui se branche à la multiplicité Stark : la population est adiabatiquement transférée vers le niveau elliptique  $|n = 52, n_1 = 1, m = 2\rangle$ . Cette étape est appelée « Stark switching ».
4. Au sein de la multiplicité, les 49 quanta de moment angulaire restant sont fournis par des photons radio-fréquence. Le niveau  $|n = 52, n_1 = 1, m = 2\rangle$  ayant conservé des propriétés non hydrogénéoïdes, il existe une valeur du champ électrique,  $E_R = 2,4 \text{ V/cm}$ , pour laquelle la transition entre les niveaux  $|n_1 = 1, m = 2\rangle$  et  $|n_1 = 0, m = 3\rangle$  a la même fréquence (255 MHz) que les transitions  $\Delta n_1 = 0, \Delta m = +1$ , pour  $m \geq 3$ , elles-mêmes quasiment dégénérées. La présence du champ magnétique de 18 Gauss lève la dégénérescence entre ces transitions et celles pour lesquelles  $\Delta m = -1$ . Un champ radiofréquence à 255 MHz permet donc d'atteindre les états circulaires. Cependant, pour optimiser l'efficacité du processus, au lieu d'effectuer les transitions à résonance, on réalise un passage adiabatique rapide : en présence du champ radiofréquence de fréquence fixe, on varie le champ électrique statique autour de  $E_R$ . Les niveaux atomiques habillés par les photons forment un anticroisement géant qui permet de passer de l'état  $|n_1 = 1, m = 2; N \text{ photons radiofréquences}\rangle$  à l'état  $|n_1 = 0, m = 51; N - 49 \text{ photons radiofréquences}\rangle$  avec une grande efficacité [70].
5. On prépare ainsi le niveau circulaire  $n = 52$ , mais imparfaitement : le passage adiabatique a une efficacité de 80%. Les atomes restant sont dans des niveaux elliptiques. On ne peut pas utiliser le niveau circulaire obtenu pour interagir avec le champ de la cavité supraconductrice car, cette interaction se faisant en champ faible, certains atomes elliptiques pourraient eux aussi interagir avec la cavité ; comme les états elliptiques résiduels sont de  $m$  assez proches de la valeur maximale, la détection par ionisation ne permet ensuite pas de distinguer ces états des circulaires. Pour obtenir des circulaires purs, on se place en champ électrique fort pour exciter sélectivement la transition circulaire-circulaire à un ou deux photons micro-onde vers les niveaux  $n = 51$  ou  $n = 50$ , suivant que l'on veut préparer initialement  $|e\rangle$  ou  $|g\rangle$ . Cette importante étape de purification repose sur le fait que les états circulaires sont beaucoup moins sensibles au champ électrique que les états elliptiques (pas d'effet Stark linéaire) : en champ fort, seule la transition circulaire-circulaire est résonante avec la fréquence micro-onde choisie. Il est ainsi possible d'atteindre des taux de pureté de l'ordre de 98%.

Le contrôle du premier laser d'excitation par un modulateur acousto-optique permet de définir une fenêtre d'allumage limitée temporellement. La durée des impulsions est typiquement de  $2 \mu\text{s}$ . On fabrique ainsi des « paquets » d'atomes. Le nombre d'atomes préparés par paquet est aléatoire, et obéit à une statistique poissonnienne. Pour s'assurer que la cavité n'interagit qu'avec un atome à la fois, on prépare un nombre moyen d'atomes petit devant un, de telle sorte que la probabilité d'avoir deux atomes ou plus soit très faible. Différents paramètres nous permettent d'ajuster le flux atomique moyen, tels que la durée d'allumage et la puissance du second laser de sélection de vitesse (décrit un peu plus loin dans le paragraphe 1.3.3.b) et du premier laser d'excitation.

Pour les expériences présentées dans ce manuscrit, nous avons eu besoin d'une très bonne pureté des états préparés : une impureté est susceptible de se coupler de manière

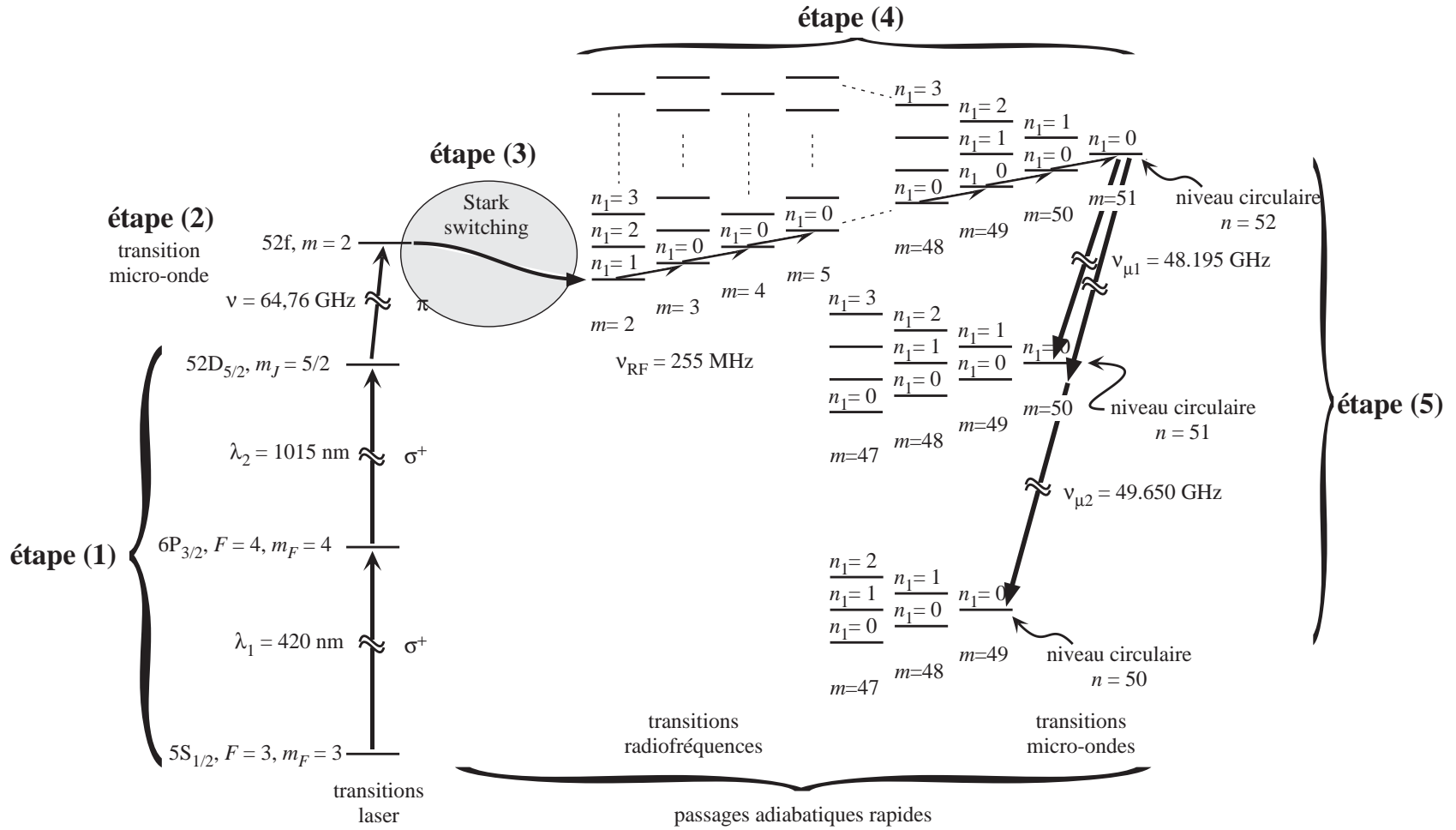


FIG. 1.8 – Les différentes étapes de la préparation des atomes de Rydberg circulaires.

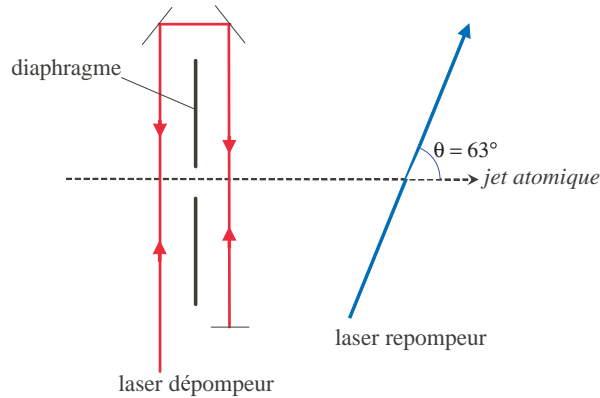


FIG. 1.9 – Lasers de sélection de vitesse : laser dépompeur et laser repompeur. L'arrangement de miroirs permet au laser dépompeur de croiser quatre fois le jet.

non contrôlée au champ, et donc éventuellement de déposer un photon dans la cavité, ce qui détériore la qualité du caractère « non destructif » de notre mesure. Nous avons donc mis en place une procédure de purification supplémentaire. Nous préparons initialement toujours l'état  $|g\rangle$ . On applique ensuite, grâce à des électrodes situées entre la zone de circularisation et la première zone de Ramsey, un champ électrique statique dont la valeur est juste en dessous du champ d'ionisation de l'état  $|g\rangle = |50c\rangle$ . Ce champ ionise tout état dont le champ d'ionisation est inférieur à cette valeur, donc a priori tous les niveaux des multiplicités  $n = 51$  et  $n = 52$ , éliminant ainsi d'éventuels résidus laissés par la procédure de préparation. Si l'expérience nécessite un atome dans l'état  $|e\rangle$ , on peut préparer ensuite cet état à l'aide d'une impulsion  $\pi$  de champ classique dans la première zone de Ramsey.

### 1.3.3.b Sélection en vitesse

Il nous est nécessaire de connaître la position au cours du temps des atomes au sein de l'expérience. On peut ainsi prévoir à quels instants « allumer et éteindre » les interactions atome-champ, dans les zones de Ramsey et dans la cavité. De plus, la plupart des signaux que nous acquérons sont basés sur la répétition d'un grand nombre de séquences identiques, afin d'en extraire des informations statistiques. Or l'état atomique en sortie du montage dépend en plusieurs manières du temps mis pour traverser les différents éléments. Savoir préparer des atomes de vitesse connue et bien définie est donc très important.

**Sélection en vitesse par effet Doppler** Le niveau fondamental du  $^{85}\text{Rb}$  possède deux sous-niveaux hyperfins,  $F = 3$  et  $F = 2$ , séparés de 3,04 GHz. La population atomique est initialement répartie entre ces deux sous-niveaux. La sélection de vitesse est basée sur le fait que seuls les atomes dans le sous-niveau  $F = 3$  seront excités vers les états de Rydberg, cette structure hyperfine étant parfaitement résolue par le premier laser d'excitation. Notre stratégie est donc de transférer d'abord tous les atomes dans  $F = 2$ , puis de préparer ensuite dans  $F = 3$  seulement les atomes de vitesse voulue. La disposition

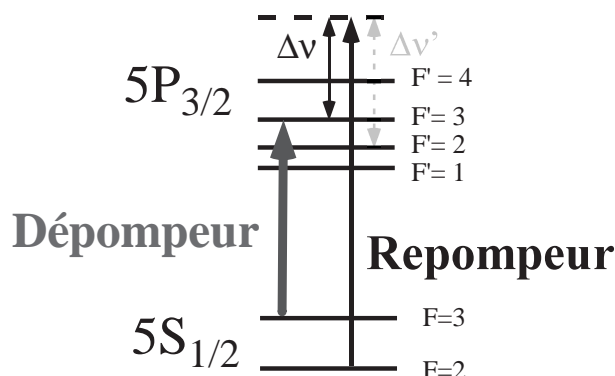


FIG. 1.10 – Structures des niveaux et fréquences des lasers impliqués dans la sélection de vitesse. Le faisceau repompeur est décalé d'une fréquence  $\Delta\nu = k \cdot v_{sel} \cos \theta / 2\pi$  de la transition  $F = 2 \rightarrow F' = 3$ , mais aussi d'une fréquence  $\Delta\nu' = k \cdot (v_{sel} + 109 \text{ m/s}) \cos \theta / 2\pi$  de la transition  $F = 2 \rightarrow F' = 2$ .

des faisceaux lasers utilisés est représentée sur la figure 1.9.

Pour vider l'état  $F = 3$  vers l'état  $F = 2$ , un premier laser, dit « dépompeur », excite les atomes sur la transition  $|5S_{1/2}, F = 3\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F' = 3\rangle$  à 780 nm (figure 1.10). Le faisceau, produit par une diode, est orienté perpendiculairement au jet atomique pour s'affranchir de l'effet Doppler. Les atomes pouvant se désexciter vers le sous-niveau  $F = 2$  ou  $F = 3$ , ils sont rapidement pompés optiquement dans le niveau  $F = 2$ , quelle que soit leur vitesse. Pour augmenter l'efficacité de cette étape, on fait interagir le jet atomique avec le faisceau dépompeur en deux endroits, de part et d'autre d'un diaphragme. Lorsqu'ils se désexcitent du niveau  $F' = 3$  dans le niveau  $F = 2$ , les atomes émettent un photon de fluorescence qui, s'il est absorbé par un atome dans le sous-niveau  $F = 2$ , peut ramener cet atome dans la transition cyclante  $F = 3 \leftrightarrow F' = 3$ . Ce processus limite donc l'efficacité du pompage dans le niveau  $F = 2$  lors de la première interaction des atomes avec le faisceau laser. Lors de la seconde interaction, comme la plupart des atomes sont déjà dans le niveau  $F = 2$ , un nombre beaucoup moins grand de photons  $F' = 3 \rightarrow F = 2$  sont émis. La présence du diaphragme permet de plus de bloquer une partie des photons émis lors de la première interaction. La probabilité pour un atome d'être repompé optiquement dans le niveau  $F = 3$  par un photon de fluorescence est donc beaucoup plus faible qu'au premier passage. Comme on peut le voir sur le schéma, on a de plus rétro-réfléchi le laser, de manière à augmenter l'intensité vue par les atomes à chaque interaction. On obtient une efficacité de dépompage finale d'environ 5000/1.

Les atomes interagissent ensuite avec un second laser (« repompeur ») croisant le jet avec un angle de  $\theta = 63^\circ$ , et dont la fréquence  $\nu_{laser}$  est légèrement supérieure à la fréquence  $\nu_0$  de la transition atomique  $F = 2 \rightarrow F' = 3$  (le désaccord est d'environ  $\Delta\nu = 180 \text{ MHz}$ ). A cause de l'effet Doppler, la fréquence  $\nu_{atomes}$  à laquelle les atomes voient le faisceau laser dépend de leur vecteur vitesse  $\mathbf{v}$  :

$$\nu_{atomes} = \nu_{laser} - \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}}{2\pi} = \nu_{laser} - \frac{k \cdot v}{2\pi} \cos \theta \quad (1.16)$$



où  $\mathbf{k}$  est le vecteur d'onde du faisceau laser. Ainsi seuls les atomes de vitesse

$$v_{\text{sel}} = 2\pi \frac{\nu_{\text{laser}} - \nu_0}{k \cos \theta} \quad (1.17)$$

sont pompés optiquement dans le sous-niveau  $F = 3$  (Fig. 1.10). Il existe en fait une seconde classe de vitesse à  $v_{\text{sel}} + 109$  m/s pour laquelle l'effet Doppler compense la différence de fréquence entre le laser repompeur et la transition  $F = 2 \rightarrow F' = 2$ . Cette classe de vitesse parasite est éliminée ensuite lors de la sélection en temps de vol.

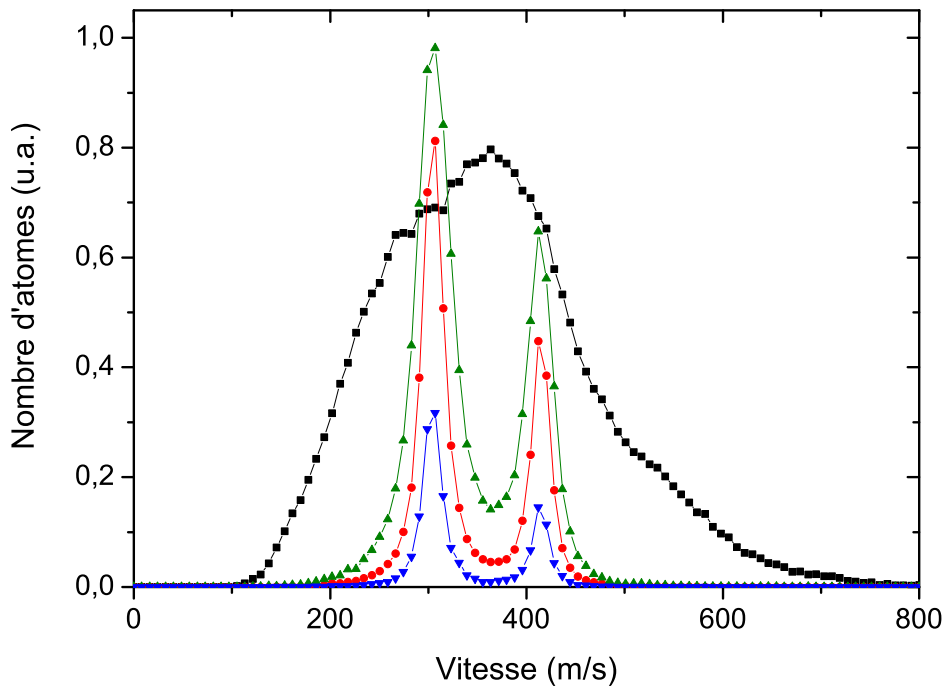


FIG. 1.11 – *Distribution de vitesse des atomes avant et après sélection par effet Doppler. Les carrés correspondent à la distribution maxwellienne des atomes qui sortent du four. Les cercles et les triangles sont les distributions de vitesse après interaction avec les lasers dépompeur et repompeur pour différentes valeurs de la puissance du faisceau repompeur ( $41 \mu\text{W}$ ,  $11,5 \mu\text{W}$ , et  $3,1 \mu\text{W}$ ). Les deux pics correspondent aux deux classes de vitesse repompées, séparées de  $109$  m/s. Pour des puissances croissantes, la qualité de la sélection de vitesse diminue, mais le nombre d'atomes préparés augmente. Pour de faibles puissances ( $3,1 \mu\text{W}$ ), la dispersion en vitesse, de  $16$  m/s, est proche de la limite imposée par la largeur de raie de la transition.*

La figure 1.11 montre la distribution maxwellienne de vitesses initiale et un exemple de distribution après sélection par effet Doppler. La largeur spectrale du niveau  $5P_{3/2}$ ,

$\Gamma_{5P_{3/2}} = 2\pi \cdot 5,9$  MHz, est la limite ultime de la sélectivité en vitesse de cette méthode. La dispersion de vitesses correspondante vaut :

$$\Delta v = 2\pi \frac{\Gamma_{5P_{3/2}}}{k \cos \theta} \simeq 10 \text{ m/s.} \quad (1.18)$$

Cependant, la principale limite de la sélectivité est l'élargissement en puissance de la transition  $F = 2 \rightarrow F' = 3$  dû au laser de repompage. On pourrait s'affranchir de cet élargissement en choisissant de très faibles puissances. Nous aurions alors des paquets mieux sélectionnés en vitesse, mais contenant très peu d'atomes. Une meilleure sélectivité nous étant de toute façon garantie par la sélection ultérieure en temps de vol, nous préférons travailler à des puissances du laser repompeur plus élevées.

**Sélection en vitesse par temps de vol** On complète la sélection de vitesse par effet Doppler par une sélection de vitesse en temps de vol. La procédure de circularisation se faisant par impulsions, on ajoute une nouvelle contrainte sur la vitesse si l'on allume le laser repompeur également pendant une durée finie. Imaginons la séquence suivante : une impulsion de laser repompeur est allumée autour de l'instant  $t_{\text{repomp}}$ , pendant une durée  $\Delta t$ , et le premier laser d'excitation est ensuite allumé autour de l'instant  $t_{\text{circ}}$  pour la même durée. Pour être excités dans les états de Rydberg, les atomes doivent être à l'instant  $t_{\text{repomp}} \pm \Delta t/2$  au niveau du faisceau repompeur et à l'instant  $t_{\text{circ}} \pm \Delta t/2$  au niveau des faisceaux lasers d'excitation (fig. 1.12). Cette contrainte correspond à la vitesse centrale et à la dispersion suivante :

$$v = \frac{v}{t_{\text{circ}} - t_{\text{repomp}}}, \quad (1.19)$$

$$\Delta v \approx \frac{2v\Delta t}{t_{\text{circ}} - t_{\text{repomp}}} = \frac{2v^2\Delta t}{D},$$

où  $D = 380$  mm est la distance entre le faisceau laser repompeur et les faisceaux d'excitation.

Par exemple, pour une vitesse sélectionnée  $v = 314$  m/s, une durée d'allumage  $\Delta t = 2 \mu\text{s}$  correspond à une dispersion en vitesse<sup>5</sup>  $\Delta v \simeq 1$  m/s. La distribution finale de vitesses obtenue expérimentalement pour ces paramètres est représentée sur la figure 1.13. Sa largeur est  $\Delta v = 1,9$  m/s. On peut alors calculer l'extension spatiale du paquet préparé en différents points de l'expérience :

$$\begin{aligned} C_1 : & \quad \Delta x \sim 0,6 \text{ mm} \\ R_2 : & \quad \Delta x \sim 0,9 \text{ mm} \\ \text{détecteurs :} & \quad \Delta x \sim 1,8 \text{ mm} . \end{aligned} \quad (1.20)$$

Le paquet reste donc très bien localisé au cours du temps.

---

<sup>5</sup>Si l'on prend aussi en compte l'extension spatiale des faisceaux, qui augmente la dispersion de vitesse de manière analogue, la dispersion théorique totale devient  $\Delta v \simeq 1,5$  m/s .

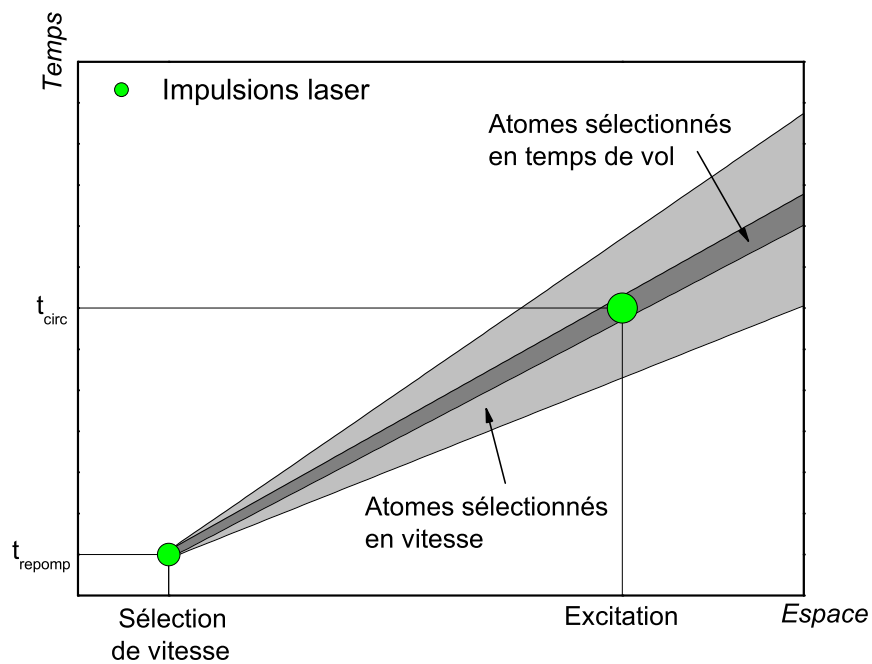


FIG. 1.12 – Principe de la sélection de vitesse en temps de vol. Le laser repompeur et le premier laser d'excitation sont allumés pendant un temps  $\Delta t$  aux instants  $t_{\text{repomp}}$  et  $t_{\text{circ}}$ . Le cône gris clair montre les trajectoires des atomes qui ont été repompés dans l'état  $F=3$ . Seuls les atomes se trouvant à l'instant  $t_{\text{circ}}$  au niveau des lasers d'excitation pourront être préparés dans les états de Rydberg. La pente des trajectoires dans ce diagramme correspondant à la vitesse, on voit que la largeur de la distribution de vitesse est affinée grâce à cette sélection par temps de vol.

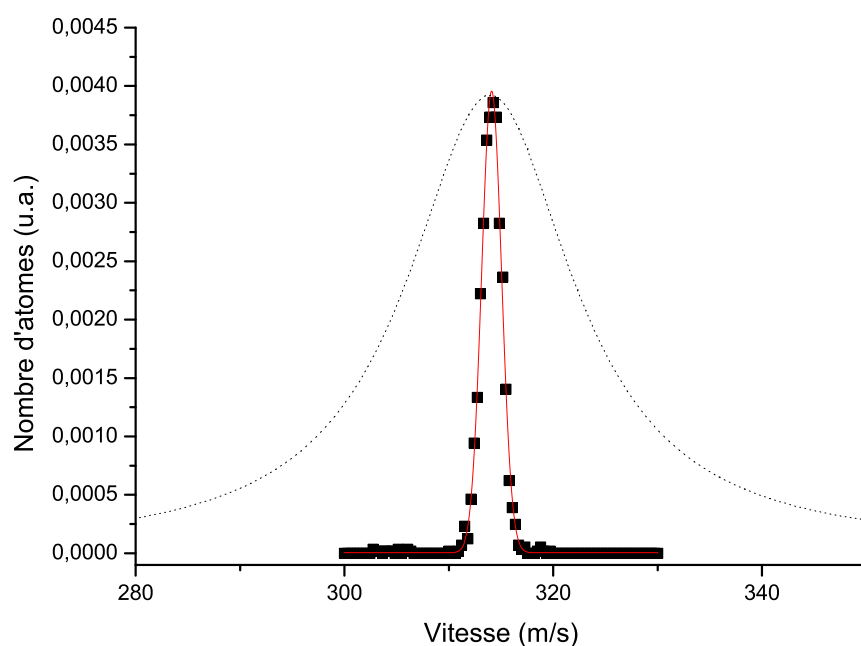


FIG. 1.13 – Distribution en vitesse des atomes après une sélection par temps de vol, pour une durée d'allumage du laser repompeur et du premier laser d'excitation de  $2 \mu\text{s}$ . Le délai entre les deux impulsions est  $1210 \mu\text{s}$ . Les points sont les valeurs expérimentales, la courbe en trait plein un ajustement gaussien. On trouve une distribution centrée sur  $314 \text{ m/s}$ , de largeur  $1,9 \text{ m/s}$ . Pour comparaison, la courbe en pointillés représente la distribution de vitesses issue de la sélection Doppler (les nombres d'atomes ne sont pas comparables, la courbe en pointillés ayant été renormalisée).

### 1.3.3.c Réglage de l'interaction avec le champ micro-onde

Le jet atomique a un diamètre de 0,7 mm, tandis qu'une demi longueur d'onde du champ micro-onde vaut 3 mm. Les atomes sont donc tous localisés au maximum du ventre central de la cavité. La valeur du couplage, dépendant de l'intensité du champ, sera par conséquent bien définie, et la même pour tous les atomes.

Pour ajuster l'interaction, on peut cependant jouer sur sa durée. A une échelle petite devant son temps de vie, le champ est stationnaire dans la cavité. Les atomes, eux, ne sont présents que de manière transitoire dans le mode de la cavité. Le temps d'interaction est donc limité par le temps que met un atome pour traverser le mode du champ. On utilise ainsi des atomes de vitesse lente lorsque l'on veut utiliser de grands temps d'interaction.

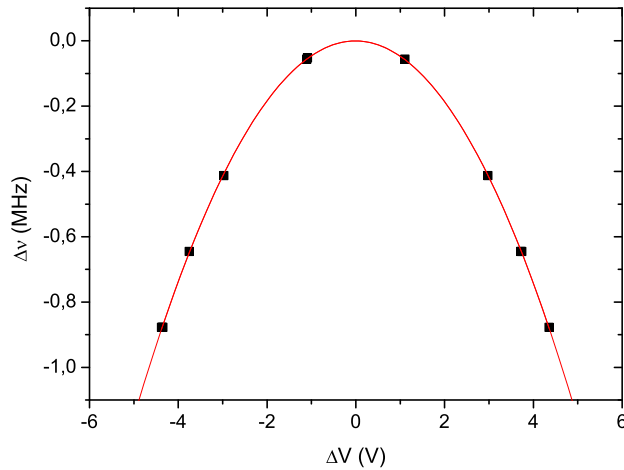


FIG. 1.14 – Variation de la fréquence atomique par effet Stark, en fonction de la différence de potentiel appliquée aux miroirs de la cavité. La courbe rouge est un ajustement par une parabole.

Nous disposons cependant d'un outil plus maniable pour ajuster ce temps : la sensibilité des atomes de Rydberg circulaires au champ électrique. Nous avons vu au paragraphe 1.1.1 que le déplacement Stark de la fréquence est quadratique en champ électrique, et vaut  $-255\text{kHz}/(\text{V}/\text{cm})^2$ . En augmentant le champ électrique dans la cavité, on peut, par effet Stark, porter brusquement les atomes hors de résonance par rapport à la cavité. Avant leur arrivée au niveau du mode et après la traversée du mode, ce grand champ est appliqué ; lorsque les atomes sont dans la région du mode, le champ électrique statique est abaissé à la valeur correspondant au désaccord souhaité, pendant un temps correspondant à la durée d'interaction souhaitée pour une expérience donnée. Cette méthode nous permet de contrôler le temps d'interaction avec une précision meilleure que  $1\ \mu\text{s} \sim t_{\text{Rabi}}/20$ . Comme le paramètre externe que nous contrôlons n'est pas le champ électrique mais la différence de potentiel  $\Delta V$  appliquée entre les miroirs, nous avons calibré expérimentalement la variation de fréquence en fonction de  $\Delta V$ . La figure 1.14 présente la courbe obtenue, qui est comme on s'y attend parfaitement ajustée par une parabole.

## 1.3.3.d Manipulation de l'état atomique : zones de Ramsey

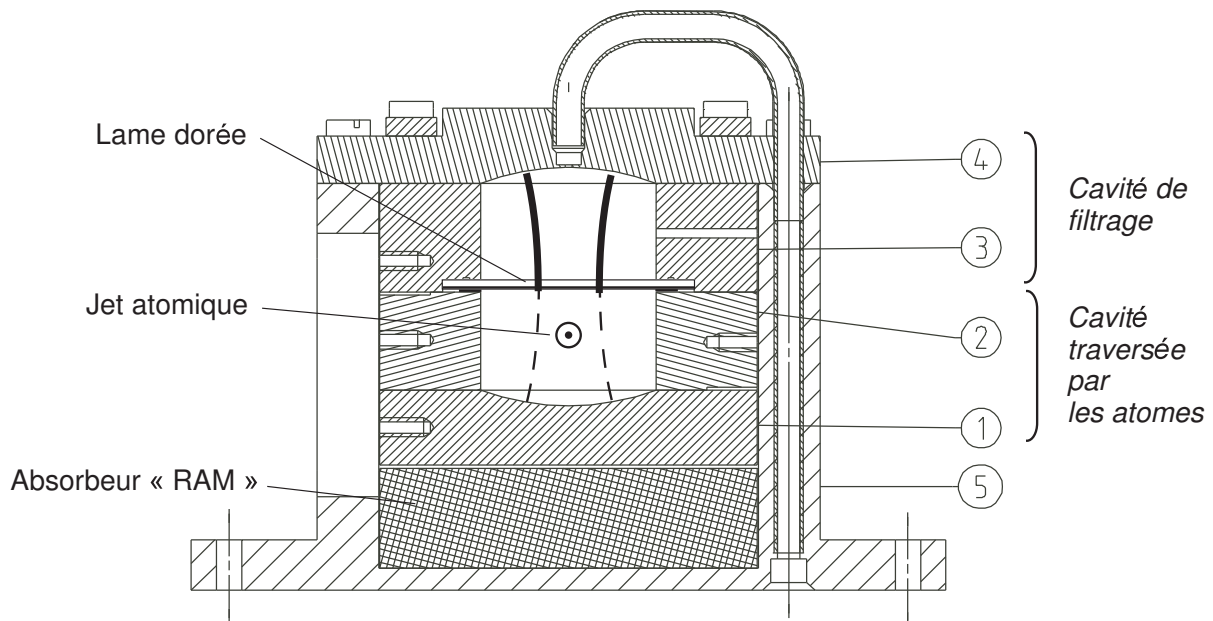


FIG. 1.15 – Plan des zones de Ramsey. La cavité de filtrage (partie supérieure) est composée d'un miroir en cuivre (4), d'un anneau fermé pour confiner la micro-onde (3) et d'une lame dorée. La couche d'or est déposée sur la face inférieure sur le dessin (en gras). La lame dorée est soudée sur la pièce (3) par un joint d'indium, et tenue en place par deux lamelles de bronze placées entre cette lame de verre et les pièces (2). La cavité traversée par les atomes (partie inférieure) est définie par la lame dorée et un miroir en araldite recouvert de graphite (1), séparés par deux espaceurs parallélépipédiques (2) entre lesquels passe le jet atomique. La micro-onde qui est transmise à travers la couche de graphite est ensuite absorbée par un bloc de « RAM » (radar absorbing material) collé sur la pièce support (5). La micro-onde est injectée par le guide dans la cavité supérieure, où se construit un mode gaussien bien défini (traits épais). Ce mode fuit alors par la lame semi-réfléchissante pour interagir avec les atomes (traits pointillés).

Avant et après interaction avec le mode de la cavité supraconductrice, l'état atomique peut être manipulé par l'interaction avec une impulsion de champ micro-onde classique. La première zone de Ramsey, située entre la préparation atomique et la cavité supraconductrice, nous permet de préparer l'atome dans n'importe quel état de l'espace généré par  $|e\rangle$  et  $|g\rangle$ . La seconde zone de Ramsey est située entre la cavité et les détecteurs. En y effectuant une rotation de l'état atomique avant l'arrivée dans les détecteurs, son association avec le détecteur permet de mesurer l'état atomique, à la sortie de la cavité supraconductrice, dans n'importe quelle superposition des états  $|e\rangle$  et  $|g\rangle$ . Nous pouvons également utiliser l'association des deux zones de Ramsey et de la détection comme un interféromètre atomique, détectant la phase accumulée par l'atome lors de son trajet entre les deux impulsions de micro-onde.

La figure 1.15 permet de visualiser le schéma d'une zone de Ramsey. On peut voir que la conception est plus complexe qu'une simple cavité dans laquelle on injecterait

directement un champ micro-onde. Les contraintes à respecter ne sont en effet pas aisées à concilier. On souhaite d'une part une très bonne adressabilité des atomes : une impulsion de micro-onde doit affecter seulement un atome se trouvant dans une zone bien définie de la cavité. Il faut donc un mode de forme spatiale bien définie, et une bonne isolation de la zone de Ramsey de sorte qu'elle ne perde pas de photons vers le reste du montage. Ces contraintes peuvent être satisfaites par l'utilisation d'une cavité de très grand facteur de qualité. Cependant, une telle cavité augmente l'émission spontanée d'un atome dans  $|e\rangle$  lors de son passage à travers le mode, par effet Purcell [71]. Il faut donc à la fois que la cavité vue par les atomes soit de faible facteur de qualité et que la forme du mode reste bien définie.

Pour respecter ces deux contraintes, nous avons utilisé deux cavités, comme on peut le voir sur la figure 1.15. Le champ micro-onde est injecté dans une cavité de très bon facteur de qualité ( $Q \sim 1000$ ), dans laquelle s'établit un mode bien défini spatialement. Cette cavité fuit par l'intermédiaire d'un de ses miroirs dans une cavité de plus bas facteur de qualité ( $Q \sim 100$ ). C'est dans cette seconde cavité que passent les atomes. On peut vérifier expérimentalement la très bonne isolation des zones de Ramsey : l'intensité maximale de micro-onde détectée en dehors d'une zone de Ramsey est plus de 30 dB inférieure à l'intensité du champ au centre de la zone. On peut également vérifier que l'émission spontanée des atomes n'est pas sensiblement affectée par leur passage dans les zones de Ramsey. Pour plus de précisions sur ces tests, on pourra se reporter à [61, p.93].

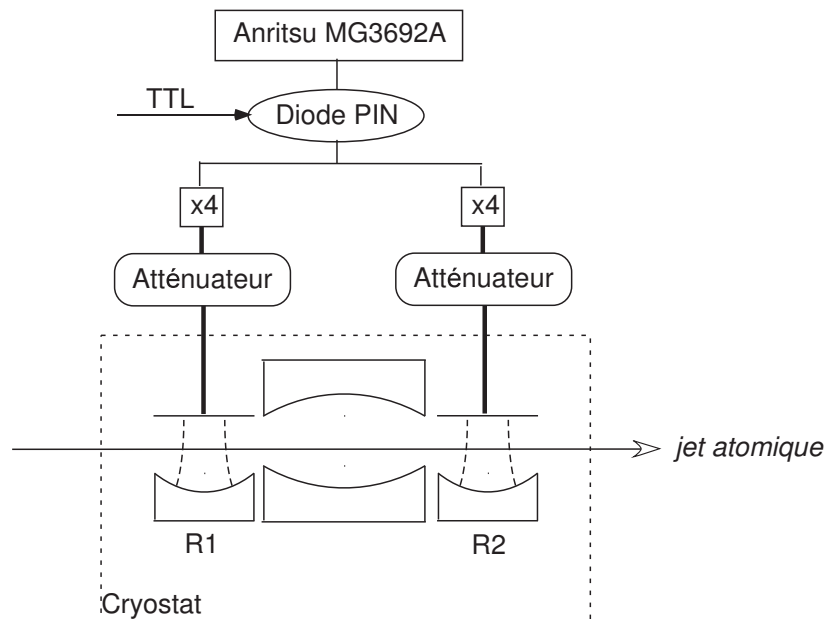


FIG. 1.16 – Schéma du dispositif micro-onde utilisé pour injecter un champ classique dans les zones de Ramsey.

Le schéma du dispositif d'injection est représenté sur la figure 1.16. Une même source micro-onde classique, réglable en fréquence, nous permet d'injecter un champ dans les deux zones de Ramsey. Pour produire un champ à 51 GHz, nous utilisons initialement un synthétiseur Anritsu à environ 12,5 GHz, dont nous envoyons le signal dans une diode

Schottky, qui génère la 4<sup>e</sup> harmonique. Pour pouvoir contrôler la puissance injectée, nous plaçons juste après le quadrupleur un atténuateur calibré. Le temps de vie du champ dans la zone de Ramsey, de l'ordre de la nanoseconde, étant extrêmement faible devant le temps de passage de l'atome dans le mode (de l'ordre de  $100 \mu\text{s}$ ), la durée de l'interaction est définie par la durée d'injection du champ. Nous pouvons contrôler cette durée à environ 50 ns près grâce à des diodes PIN commandées par signal TTL, placées à la sortie de l'Anritsu.

### 1.3.3.e Détection atomique

Toute l'information extraite de l'expérience l'est par la détection finale de l'atome, permettant de mesurer le niveau d'énergie dans lequel il se trouve, ainsi que son temps d'arrivée. La détection se fait par ionisation de l'atome. L'électron de valence des atomes de Rydberg étant peu lié au noyau, il suffit d'un champ électrique statique d'une centaine de V/cm pour l'arracher. Cette ionisation, sélective en énergie, nous permet de distinguer entre les niveaux atomiques possibles. Sur ce principe commun, nous disposons de deux détecteurs dont les géométries diffèrent, schématisés sur la figure 1.17. Nous choisissons d'utiliser l'un ou l'autre selon le type d'expérience ; on maintient alors à une valeur faible le champ appliqué dans le détecteur non utilisé.

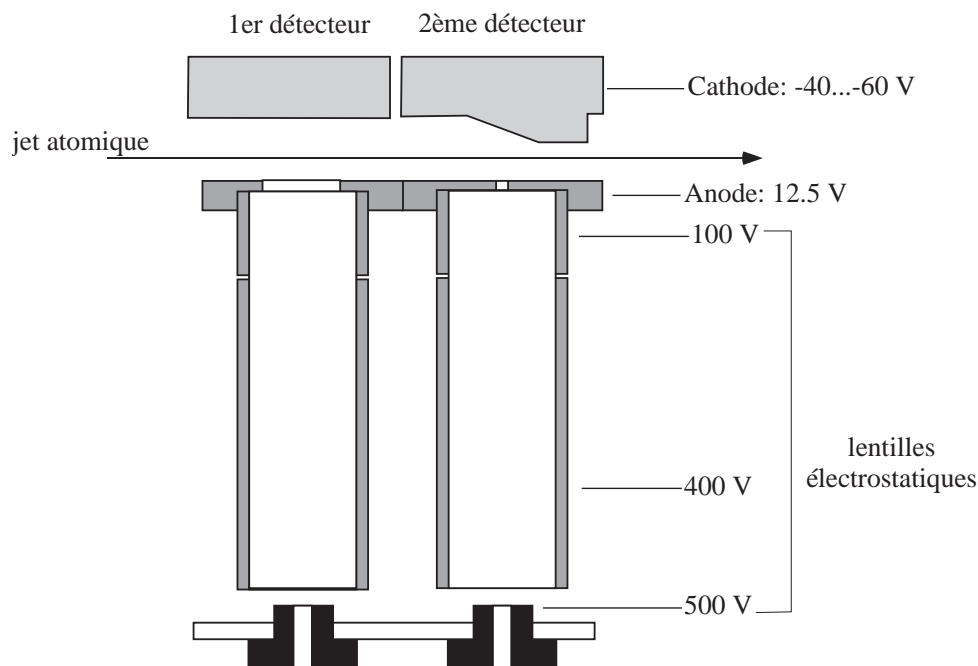


FIG. 1.17 – Schéma des deux détecteurs.

Dans les deux géométries, l'atome est ionisé par application d'un champ électrique entre les deux électrodes. Un système de lentilles électrostatiques, où des tensions de quelques centaines de volts sont appliquées, focalise l'électron arraché sur la fenêtre d'entrée d'un multiplicateur d'électrons, qui transforme l'électron en un signal de courant mesurable par un système électronique standard.



**Le détecteur à électrodes plates** Le premier détecteur est composé d'une cathode plate et d'une anode percée d'un trou de 6 mm de diamètre. Au moment où le paquet atomique est au centre du détecteur, on augmente en  $20 \mu\text{s}$  la tension appliquée à la cathode. Au cours de cette rampe, l'électron de valence de l'atome est arraché lorsque le champ électrique vu par les atomes atteint le seuil d'ionisation. En mesurant l'instant d'arrivée de l'électron, on peut connaître la valeur de champ électrique qui a ionisé l'atome et en déduire le niveau dans lequel l'atome se trouvait. Comme on le voit sur la figure 1.18, on peut ainsi discriminer le niveau  $|e\rangle$  du niveau  $|g\rangle$ . Une même rampe permet de détecter les deux niveaux. Cependant ce détecteur ne peut être utilisé qu'avec des atomes dont on connaît la vitesse, puisqu'il faut prévoir à quel temps commencer la rampe : si celle-ci est déclenchée trop tôt ou trop tard, l'atome ne s'ionisera pas au dessus du trou de l'anode, et son électron ne sera pas détecté.

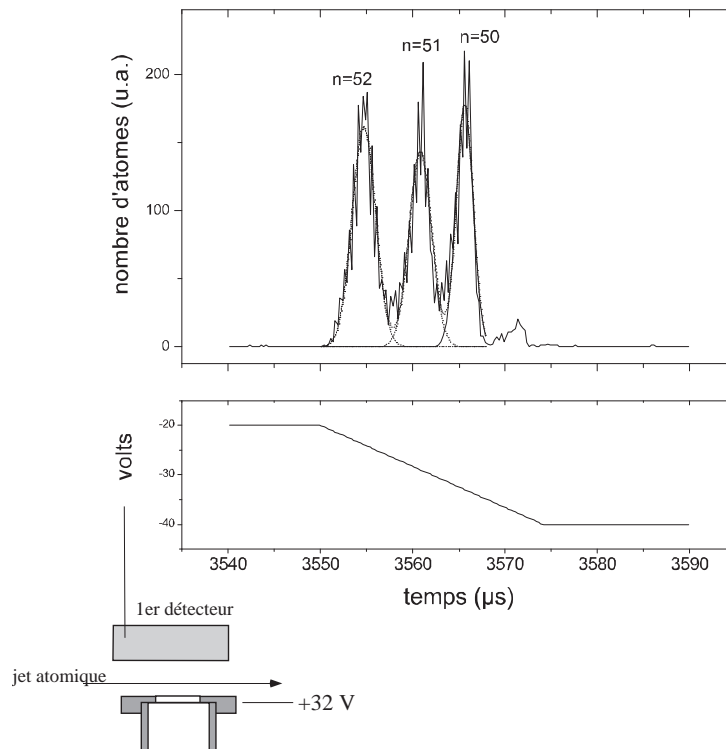


FIG. 1.18 – Signal d'ionisation obtenu avec le détecteur 1. Le cadre du bas indique la tension appliquée sur la cathode, le potentiel de l'anode étant réglé à 32 V. Selon l'instant d'arrivée de l'électron d'ionisation, on peut déduire l'état de l'atome. Ce détecteur permet de mesurer en une fois le nombre d'atomes dans les niveaux 52c, 51c et 50c.

**Le détecteur à gradient de champ** On applique aux électrodes du deuxième détecteur une tension constante. Cependant la cathode est inclinée, de telle sorte que le champ électrique entre les deux électrodes augmente au fur et à mesure que les atomes avancent dans le détecteur. Par conséquent, pour une abscisse donnée, seuls les états d'énergie dont le champ d'ionisation correspond exactement à la valeur locale du champ électrique s'ionisent (les états d'énergie d'ionisation inférieure ayant été ionisés avant sur la trajectoire

des atomes). L'anode est percée d'un trou de 2 mm de diamètre, suffisamment sélectif spatialement pour ne récolter que les électrons des atomes qui se sont ionisés exactement au centre du détecteur. Selon la tension sur la cathode, on peut détecter sélectivement les atomes dans  $|e\rangle$  ou dans  $|g\rangle$  (figure 1.19).

Par conséquent, ce détecteur ne mesure qu'un niveau atomique à la fois. Pour connaître le nombre d'atomes dans chacun des deux niveaux, il faut jouer deux fois les séquences expérimentales, l'une avec le champ ionisant programmé pour détecter l'état  $|e\rangle$ , l'autre pour détecter l'état  $|g\rangle$ . On accumule donc l'information deux fois moins vite qu'avec le premier détecteur, ce qui en fait un détecteur peu pratique à utiliser pour des sessions d'acquisition de données longues. En revanche, nous n'avons pas besoin de connaître à l'avance l'instant d'arrivée des atomes. Pour cette raison, il est pratique d'utiliser ce détecteur dans toutes les phases préliminaires d'une expérience, notamment dans la procédure de réglage de la sélection de vitesse elle-même. Il permet aussi de mesurer des paquets atomiques très longs, dont l'extension spatiale est plus grande que le diamètre du trou du premier détecteur.

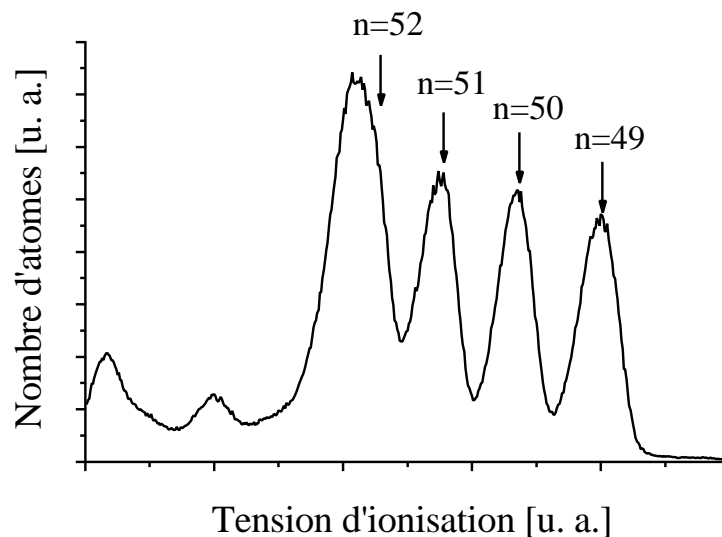


FIG. 1.19 – Signal d'ionisation obtenu avec le détecteur 2.

L'efficacité de détection maximale de ces détecteurs a été estimée précédemment [72] à  $80 \pm 10\%$ . Cependant, après la mise en place de la nouvelle version du montage, nous avons mesuré une efficacité de détection d'environ 50%. Nous pensons que le champ dans les détecteurs est devenu moins homogène, pour une raison encore non déterminée. L'endroit (ou l'instant) déterminant l'ionisation est donc moins précis, ce qui limite l'efficacité de capture vers les lentilles électrostatiques de l'électron arraché. L'erreur de discrimination (atome dans  $|e\rangle$  compté comme un atome dans  $|g\rangle$  ou inversement) est, elle, de l'ordre de 2% pour le détecteur 2 et de 0.5% pour le détecteur 1.

### 1.3.4 Contrôle de la cavité

Un schéma complet du bloc cavité est présenté figure 1.22. Sur la figure 1.20, on peut visualiser les pièces définissant la distance entre les miroirs, et donc la fréquence du résonateur.

#### 1.3.4.a Accord de la fréquence

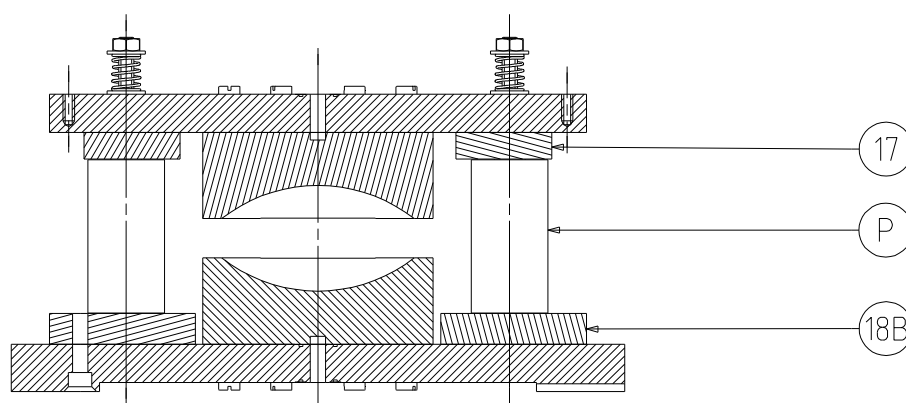


FIG. 1.20 – Pièces définissant la distance entre les miroirs. 17 et 18B : cales en cuivre, P : tubes piézoélectriques.

Il est fondamental que la cavité puisse être portée à résonance avec la transition atomique. Lors du montage, il est cependant difficile de pré-accorder la cavité, pour plusieurs raisons. Tout d'abord, pour ajuster la distance entre les miroirs avant le montage, on fait varier finement l'épaisseur des cales en cuivre numérotées (17) sur le schéma 1.20. Pour cela, on attaque leur surface en les plongeant dans un bain d'acide nitrique. Ce protocole nous permet une précision de l'ordre de  $1 \mu\text{m}$  sur l'épaisseur de ces cales. La précision correspondante sur la fréquence de la cavité est environ 2 MHz. Ensuite, l'assemblage des pièces séparant les miroirs n'est pas parfaitement reproductible, ce qui entraîne une incertitude sur la fréquence de l'ordre de 2 MHz. Enfin, il faut être capable de prévoir la diminution exacte de longueur correspondant aux contractions thermiques lorsque le montage est refroidi de 300 K à 0,8 K. Une procédure d'accord fin, permettant d'ajuster la fréquence de la cavité lorsque le montage est à basse température dans le cryostat, est donc absolument nécessaire.

Les miroirs sont, à cette fin, séparés par quatre tubes piézoélectriques, comme on peut le voir sur la figure 1.20. En appliquant une tension entre l'intérieur et l'extérieur de ces tubes, on peut faire varier leur longueur. La figure 1.21 montre la variation de fréquence de la cavité en fonction de la tension appliquée : la gamme d'accord est d'environ 7 MHz, avec une pente de 2,4 MHz/kV. Le temps de réponse des tubes piézoélectriques étant grand, nous n'utilisons pas cette méthode pour changer le désaccord entre l'atome et le champ au cours d'une séquence expérimentale, mais seulement pour accorder finement la cavité avant une série d'expériences.

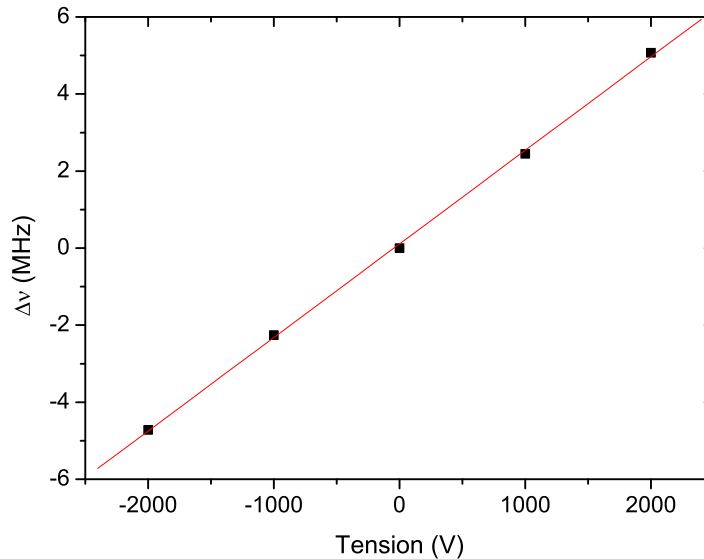


FIG. 1.21 – Variation de la fréquence de la cavité en fonction de la tension appliquée sur les tubes piézoélectriques. La pente est de 2,4 MHz/kV.

#### 1.3.4.b Préparation d'un état cohérent

Il existe deux manières d'injecter des photons dans la cavité. En utilisant l'émission atomique, on peut construire un petit champ quantique, comprenant quelques photons. En couplant la cavité à une source classique de micro-onde externe au montage, on peut injecter un champ cohérent, dont l'intensité moyenne est ajustable.

Nous avons vu que dans leur nouvelle conception, les miroirs ne disposent plus d'un trou en leur centre permettant d'injecter un champ micro-onde depuis la source externe. Nous injectons maintenant la micro-onde latéralement, entre les deux miroirs. Le schéma du montage du résonateur est représenté sur la figure 1.22. Deux blocs de cuivre dorés (2B et 2A) encadrent la cavité, présentant vu de l'intérieur de la cavité une surface en forme d'anneau, permettant éventuellement de recoupler vers le mode des photons perdus par diffraction. Ces surfaces constituent également un jeu d'électrodes latérales permettant d'homogénéiser le champ électrique vu par les atomes. L'un de ces deux blocs est percé d'un guide d'onde débouchant sur le côté de la cavité : c'est par ce guide que nous injectons la micro-onde. Nous avons vu que la diffraction couple le mode de la cavité à d'autres modes, ce qui limite le temps de vie ; inversement, on peut par diffraction injecter des photons dans le mode. L'injection est beaucoup moins efficace qu'elle ne le serait par le centre d'un des miroirs, mais elle reste tout à fait suffisante pour les champs dont nous avons besoin. Cette méthode impose cependant une contrainte supplémentaire par rapport à l'ancienne méthode. En effet, on « arrose » l'expérience entière de micro-onde lorsque l'on injecte un champ dans la cavité ; on doit donc attendre la fin de l'impulsion d'injection pour commencer la préparation d'un paquet atomique dans l'état  $|e\rangle$  ou  $|g\rangle$ , afin que les atomes préparés n'interagisse pas avec ces photons.

Pour générer un champ à la fréquence de la cavité, nous utilisons un dispositif complètement identique à celui utilisé pour injecter un champ dans les zones de Ramsey, présenté figure 1.16. Ce dispositif nous permet d'ajuster la puissance, la fréquence et la durée du champ injecté.

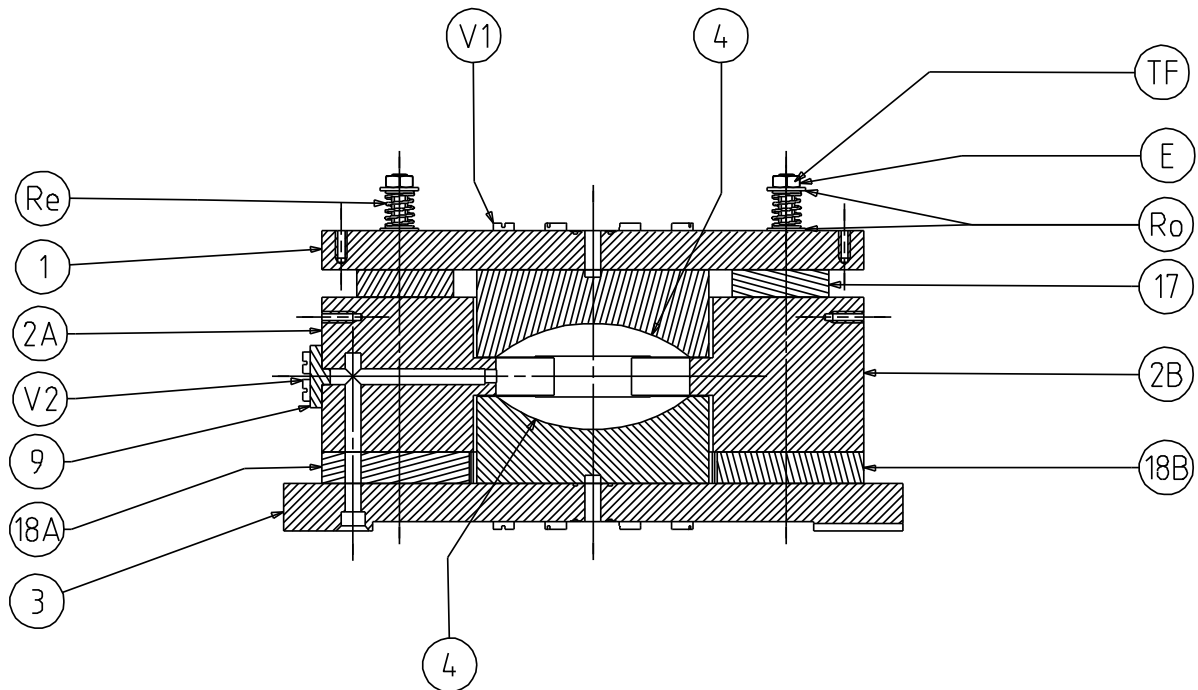


FIG. 1.22 – Schéma du bloc cavité.

# Chapitre 2

## Description théorique du système atome-champ

Au prix de la complexité expérimentale que l'on a pu découvrir dans le chapitre précédent, l'atome et le champ dans notre expérience sont très bien décrits par des objets théoriques simples. Un atome à deux niveaux est en effet formellement identique à un spin, tandis qu'un mode du champ électromagnétique est décrit par un oscillateur harmonique. La simplicité de ces objets permet une description exhaustive de leur interaction mutuelle. Dans les deux premières parties de ce chapitre, je présenterai la description théorique de chaque système, puis celle de leur interaction dans une troisième partie. Nous aurons alors les clefs pour comprendre, dans les deux dernières parties, le principe de notre mesure quantique du nombre de photons.

### 2.1 L'atome à deux niveaux

#### 2.1.1 Hamiltonien libre

Nous décrivons ici l'état de l'atome par ses degrés de liberté internes. En effet, contrairement au domaine optique, la variation des degrés de liberté externes de l'atome due à l'interaction avec des photons micro-onde est complètement négligeable. Les deux orbitales utilisées étant notées  $|e\rangle$  et  $|g\rangle$ , le hamiltonien libre de l'atome s'écrit :

$$\hat{H}_{\text{at}} = \frac{\hbar\omega_{at}}{2} (|e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|) , \quad (2.1)$$

où  $\omega_{eg}/2\pi$  est la fréquence de la transition atomique. La référence d'énergie a été prise au milieu des deux niveaux.

C'est par l'intermédiaire de son dipôle électrique  $\hat{\mathbf{d}} = q\hat{\mathbf{R}}$  que l'atome se couple au champ. Nous avons vu dans le chapitre 1 que le dipôle permanent des états  $|e\rangle$  et  $|g\rangle$  est nul. On peut donc écrire :

$$\hat{\mathbf{d}} = \mathbf{d}_{eg} |e\rangle\langle g| + \mathbf{d}_{eg}^* |g\rangle\langle e| . \quad (2.2)$$

### 2.1.2 Représentation sur la sphère de Bloch

Un atome à deux niveaux est formellement équivalent à un spin 1/2. On définit le « spin fictif » associé à l'atome en notant, suivant le formalisme habituel du spin 1/2,  $|+\rangle_z = |e\rangle$  et  $|-\rangle_z = |g\rangle$ . On peut alors représenter l'état atomique dans un espace abstrait à 3 dimensions par un vecteur défini comme la valeur moyenne du spin fictif :

$$\mathbf{U} = \langle \hat{\sigma} \rangle, \quad (2.3)$$

où les trois composantes du vecteur  $\hat{\sigma}$  sont les matrices de Pauli  $\hat{\sigma}_x$ ,  $\hat{\sigma}_y$  et  $\hat{\sigma}_z$ , écrites dans la base  $\{|e\rangle, |g\rangle\}$ . Pour un état pur, l'ensemble des états atomiques possibles peut être représenté par une sphère de rayon unité dite sphère de Bloch. L'état

$$|\psi\rangle = \cos \frac{\alpha}{2} |e\rangle + e^{i\varphi} \sin \frac{\alpha}{2} |g\rangle \quad (2.4)$$

est représenté par un vecteur unitaire d'angles  $(\alpha, \varphi)$  en coordonnées sphériques (Fig. 2.1).

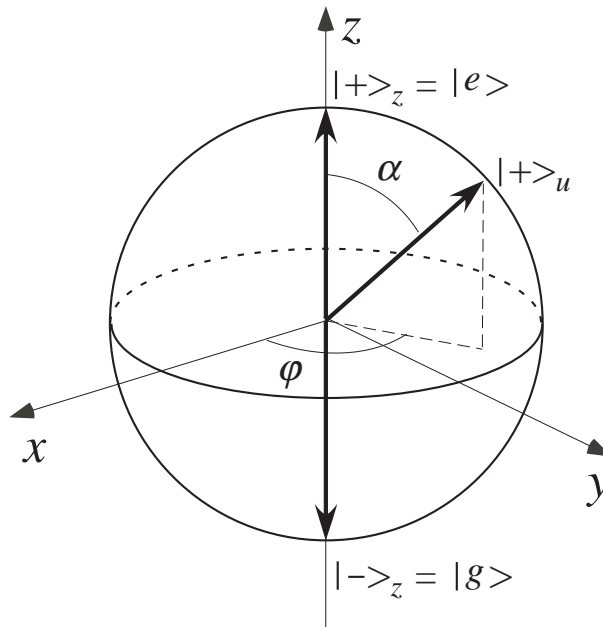


FIG. 2.1 – Représentation sur la sphère de Bloch d'un état  $|+\rangle_u = \cos \frac{\alpha}{2} |e\rangle + e^{i\varphi} \sin \frac{\alpha}{2} |g\rangle$  : c'est un vecteur unitaire repéré par les angles  $(\alpha, \varphi)$  en coordonnées sphériques.

La mesure du spin fictif selon une direction  $(Ou)$  a pour résultats possibles  $\pm 1$ , associés aux états propres notés  $|+\rangle_u$  et  $|-\rangle_u$ . Ces deux états sont représentés sur la sphère de Bloch par deux vecteurs de sens opposés, alignés sur la direction  $(Ou)$ . Les états de l'atome  $|e\rangle = |+\rangle_z$  et  $|g\rangle = |-\rangle_z$  sont donc alignés sur l'axe vertical. Toute superposition à poids égaux des deux niveaux atomiques est représentée dans le plan équatorial.

### 2.1.3 Interaction avec un champ classique

La représentation sur la sphère de Bloch est très pratique, car toute évolution unitaire de l'atome se traduit par une rotation du vecteur représentant l'état atomique, analogue

à la rotation d'un vrai spin sous l'effet du champ magnétique. Nous allons considérer ici l'évolution due au couplage à un champ électromagnétique classique  $\mathbf{E}(t) = \mathbf{E} \cos(\omega_{ch}t + \phi)$ ; nous pourrions ainsi comprendre comment on peut manipuler l'état atomique dans les zones de Ramsey.

L'intensité du champ est assez faible, et la dimension de l'atome reste très petite devant la longueur d'onde du champ micro-onde. Dans ces conditions, le couplage au champ se réduit au terme dipolaire électrique :

$$\hat{H}_I = -\hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E}(t) = -(\mathbf{d}_{eg} \cdot \mathbf{E} |e\rangle \langle g| + \mathbf{d}_{eg}^* \cdot \mathbf{E} |g\rangle \langle e|) \cos(\omega_{ch}t + \phi) . \quad (2.5)$$

On peut choisir les phases des niveaux  $|e\rangle$  et  $|g\rangle$  de telle sorte que  $-\mathbf{d}_{eg} \cdot \mathbf{E}$  soit un réel positif. On se place ensuite en représentation d'interaction par rapport au premier terme du hamiltonien écrit sous la forme

$$\hat{H} = \frac{\hbar\omega_{ch}}{2} \hat{\sigma}_z + \frac{\hbar\delta}{2} \hat{\sigma}_z + \hat{H}_I , \quad (2.6)$$

où  $\delta = \omega_{at} - \omega_{ch}$  est le désaccord entre l'atome et le champ. Utiliser cette représentation équivaut à se placer dans le référentiel tournant à la fréquence du champ. Dans l'approximation séculaire, le hamiltonien devient alors :

$$\tilde{\hat{H}} = \frac{\hbar\delta}{2} \hat{\sigma}_z + \frac{\hbar\Omega}{2} (\cos(\phi) \hat{\sigma}_x + \sin(\phi) \hat{\sigma}_y) , \quad (2.7)$$

où  $\Omega = -\mathbf{d}_{eg} \cdot \mathbf{E} / \hbar$  est le couplage entre la source classique et la transition atomique. Ce hamiltonien peut se mettre sous la forme simple :

$$\tilde{\hat{H}} = \frac{\hbar}{2} \boldsymbol{\Omega}_{eff} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}} , \quad (2.8)$$

où  $\boldsymbol{\Omega}_{eff} = \Omega_{eff} \mathbf{n}$  est le vecteur champ effectif. Son amplitude est  $\Omega_{eff} = \sqrt{\Omega^2 + \delta^2}$ , et il est orienté selon la direction  $\mathbf{n}$  dont les coordonnées cartésiennes dans la sphère de Bloch sont :

$$\mathbf{n} = \frac{1}{\Omega_{eff}} \begin{pmatrix} \Omega \cos \phi \\ \Omega \sin \phi \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \phi \\ \sin \theta \sin \phi \\ \cos \theta \end{pmatrix} ,$$

où l'angle  $\theta$  est tel que  $\tan \theta = \Omega / \delta$ .  $\mathbf{n}$  est donc un vecteur d'angles  $(\theta, \phi)$  en coordonnées sphériques. L'opérateur  $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$  étant générateur des rotations, la forme du hamiltonien permet de prédire que l'évolution de l'atome sous l'action du champ électrique classique est une rotation d'angle  $\Omega_{eff}t$  autour du vecteur  $\mathbf{n}$ .

Dans nos expériences, nous utilisons généralement un champ électrique à résonance avec la transition atomique. Le vecteur champ effectif se trouve alors dans le plan équatorial, et sa norme  $\Omega_{eff}$  atteint sa valeur minimale,  $\Omega$ . En appliquant une impulsion de champ à l'atome initialement dans  $|e\rangle$  ou  $|g\rangle$ , le vecteur représentant celui-ci tourne en suivant un méridien de la sphère de Bloch. Suivant la durée  $t$  de l'interaction, nous pouvons ainsi préparer n'importe quelle superposition atomique :

$$\begin{aligned} |e\rangle &\rightarrow \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) |e\rangle - i \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) e^{i\phi} |g\rangle \\ |g\rangle &\rightarrow -i \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) e^{-i\phi} |e\rangle + \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) |g\rangle , \end{aligned} \quad (2.9)$$



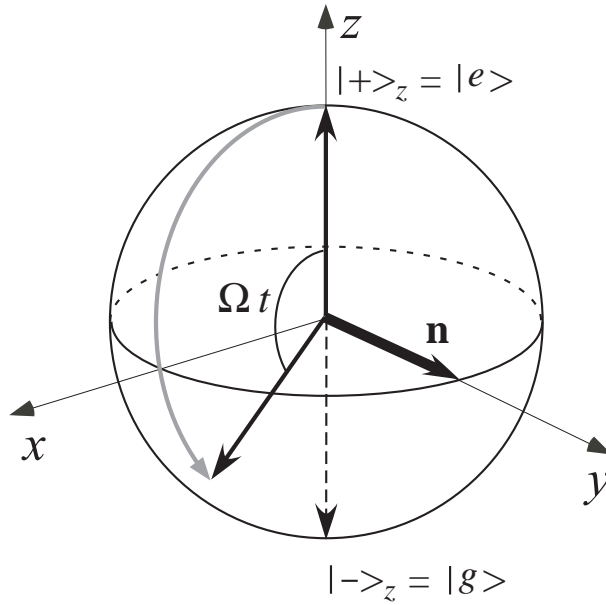


FIG. 2.2 – Effet d’une impulsion de champ classique à résonance avec l’atome. L’angle  $\theta$  vaut alors  $\pi/2$ , le vecteur champ se trouve donc dans le plan équatorial. On a représenté ici sa direction  $\mathbf{n}$  pour une phase  $\phi = \pi/2$ . Pendant une interaction de durée  $t$ , l’état atomique tourne donc d’un angle  $\Omega t$  autour de ce vecteur. On peut ainsi préparer n’importe quelle superposition atomique à partir des états initiaux  $|e\rangle$  ou  $|g\rangle$ , ou inversement, mesurer un état atomique selon n’importe quel axe ( $Ou$ ), par rotation de cet axe sur ( $Oz$ ) puis détection du niveau atomique.

où  $\alpha = \Omega t$  est l’angle de rotation sur la sphère de Bloch (voir figure 2.2) et  $\phi$  la phase du champ. Symétriquement, nous pouvons aussi mesurer l’état  $|\psi\rangle$  de l’atome dans n’importe quelle base de l’espace  $\{|e\rangle, |g\rangle\}$ . La détection atomique finale mesure  $\hat{\sigma}_z$ . Si avant cette détection on fait tourner l’axe ( $Ou$ ) sur l’axe ( $Oz$ ) par une impulsion de champ, alors le résultat donne la mesure de  $|\psi\rangle$  dans la base  $\{|+\rangle_u, |-\rangle_u\}$ . Toutes les directions possibles sont accessibles par l’ajustement des paramètres  $\phi$  et  $\Omega t$  de l’impulsion.

## 2.2 Description quantique d'un mode du champ électromagnétique

A une échelle d'énergie de l'ordre de quelques  $\hbar\omega_{ch}$ , les propriétés d'un champ électromagnétique de pulsation  $\omega_{ch}$  doivent être décrites par un modèle quantique. Dans ce modèle, le champ est analogue à un oscillateur harmonique unidimensionnel quantifié, pour lequel deux états d'énergie consécutifs sont séparés par un quantum d'énergie  $\hbar\omega_{ch}$ . Le hamiltonien correspondant est

$$\hat{H}_{ch} = \hbar\omega_{ch} \left( \hat{a}^+ \hat{a} + \frac{1}{2} \right), \quad (2.10)$$

où  $\hat{a}^+$  et  $\hat{a}$  sont les opérateurs création et annihilation d'une excitation élémentaire, appelée photon. Les états propres du hamiltonien sont les états propres de l'opérateur nombre de photons  $\hat{N} = \hat{a}^+ \hat{a}$ . Ce sont donc des états à nombre de photons bien défini, appelés états de Fock ou états nombre, et notés  $|n\rangle$  pour un état à  $n$  photons.

Pour un champ micro-onde de faible amplitude, nous avons vu dans le paragraphe 2.1.3 que l'interaction atome-champ se réduit au terme dipolaire électrique. Nous aurons donc besoin de l'expression du champ électrique. Dans le modèle quantique, celui-ci n'est plus décrit par une valeur bien définie mais par un opérateur, dont l'expression au point  $\mathbf{r}$  est :

$$\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) = E_0 [\mathbf{f}(\mathbf{r}) \hat{a} + \mathbf{f}^*(\mathbf{r}) \hat{a}^+]. \quad (2.11)$$

$E_0$  est le champ électrique associé à un photon, et  $\mathbf{f}(\mathbf{r})$  décrit la structure spatiale du champ.

Dans le cas du mode de notre cavité, la direction du champ sur l'axe du jet atomique est uniforme. Nous prendrons donc  $\mathbf{f}(\mathbf{r}) = f(\mathbf{r}) \cdot \boldsymbol{\epsilon}$ , où  $\boldsymbol{\epsilon}$  est la polarisation. Le module  $f(\mathbf{r})$ , de forme gaussienne, a été explicité en fonction des paramètres de la cavité dans l'équation 1.8. L'expression de  $E_0$ , calculée en conséquence, a été donnée dans l'équation 1.12.

### 2.2.1 États de Fock

Les états stationnaires du champ sont des états de Fock. Les propriétés de ces états sont fortement non classiques, quelle que soit la valeur de  $n$ . Évaluons par exemple le champ électrique moyen :

$$\langle \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) \rangle = \langle n | E_0 [\mathbf{f}(\mathbf{r}) \hat{a} + \mathbf{f}^*(\mathbf{r}) \hat{a}^+] | n \rangle = 0. \quad (2.12)$$

Un type d'état pour lequel la valeur moyenne du vecteur champ électrique est nulle quelle que soit la valeur moyenne de l'énergie est fortement contre-intuitif, et n'a aucun équivalent classique.

On découvre un autre aspect surprenant de ces états lorsque l'on s'intéresse à l'état vide. Dans cet état, ne contenant aucun photon, les fluctuations du champ électrique ne sont pas nulles :

$$\Delta \mathbf{E}(\mathbf{r})^2 = \langle 0 | \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r})^2 | 0 \rangle = 2E_0^2 f(\mathbf{r})^2. \quad (2.13)$$

Cela a pour conséquence que, si  $E_0 f(\mathbf{r})$  est suffisamment grand, un système peut se coupler au vide du champ électromagnétique. Dans notre cas, un effet important est par exemple l'émission spontanée de l'atome. Nous verrons également qu'on peut observer le déplacement en énergie, appelé déplacement de Lamb, des états atomiques lors de l'interaction avec le vide de la cavité.

Les états de Fock forment une base orthonormée de l'espace des états du champ. Il est commode d'utiliser cette base pour décrire les autres états du champ.

## 2.2.2 Champ cohérent

Un *champ cohérent* est un état caractérisé par une amplitude complexe  $\alpha$ , qui s'écrit dans la base des états de Fock comme :

$$|\alpha\rangle = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle . \quad (2.14)$$

Un champ cohérent est donc une superposition cohérente d'une infinité d'états de Fock, avec une distribution du nombre de photons poissonnienne :

$$P_\alpha(n) = |\langle n|\alpha\rangle|^2 = e^{-|\alpha|^2} \frac{|\alpha|^{2n}}{n!} , \quad (2.15)$$

représentée figure 2.3(a). Le paramètre  $\alpha$  caractérise à la fois l'amplitude et la phase moyennes du champ. Le nombre moyen de photons de l'état  $|\alpha\rangle$  est en effet donné par :

$$\bar{n} = \langle \hat{N} \rangle_\alpha = |\alpha|^2 \quad (2.16)$$

et la dispersion du nombre de photons vaut :

$$\Delta n = |\alpha| = \sqrt{\bar{n}} . \quad (2.17)$$

La valeur moyenne du champ électrique dans un état cohérent est non nulle :

$$\langle \alpha | \hat{\mathbf{E}} | \alpha \rangle = E_0 [\mathbf{f}(\mathbf{r})\alpha + \mathbf{f}^*(\mathbf{r})\alpha^*] . \quad (2.18)$$

Cette valeur moyenne correspond à l'expression d'un champ électrique classique d'amplitude complexe  $\alpha$  en unités de  $E_0$ . Dans la limite de faibles fluctuations relatives, un champ cohérent se comporte donc comme un champ classique.

On peut également caractériser le champ à l'aide des quadratures  $\hat{q} = (\hat{a} + \hat{a}^+)/2$  et  $\hat{p} = (\hat{a} - \hat{a}^+)/2i$ . Les valeurs moyennes de ces opérateurs dans l'état  $|\alpha\rangle$  sont :

$$\begin{aligned} \langle \alpha | \hat{q} | \alpha \rangle &= \Re(\alpha) \\ \langle \alpha | \hat{p} | \alpha \rangle &= \Im(\alpha) \end{aligned} \quad (2.19)$$

Ces deux quadratures sont donc les coordonnées du vecteur champ électrique dans le plan de Fresnel. Le champ n'étant pas classique, ces observables présentent une incertitude autour de leur valeur moyenne. Les deux quadratures ont la même incertitude :  $\Delta \hat{p} =$

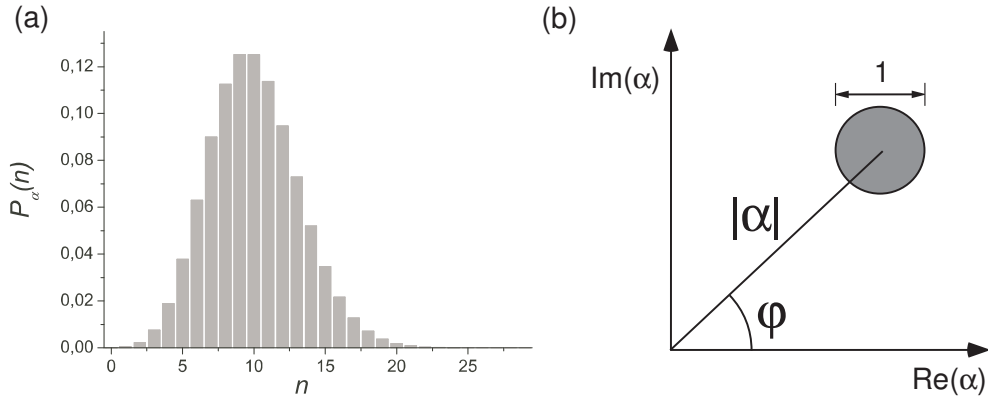


FIG. 2.3 – (a) Statistique de photons d'un champ cohérent tel que  $\bar{n} = 10$ . (b) Représentation de l'état  $|\alpha\rangle$  dans le plan de Fresnel, avec  $\alpha = |\alpha|e^{i\varphi}$ .

$\Delta\hat{q} = 1/2$ . On peut en fait montrer que l'incertitude autour de la valeur moyenne est la même quelle que soit la direction du plan de Fresnel. On représente donc un état cohérent par un vecteur d'amplitude complexe  $\alpha$ , sur l'extrémité duquel est centré un disque d'incertitude de diamètre 1 (figure 2.3(b)).

Un état cohérent n'est pas un état stationnaire du champ. Son évolution est cependant simple. Un état  $|\psi(t=0)\rangle = |\alpha\rangle$  devient à l'instant  $t$  :

$$|\psi(t)\rangle = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} e^{-i\omega_{ch}t(n+1/2)} |n\rangle = e^{-i\omega_{ch}t/2} |\alpha e^{-i\omega_{ch}t}\rangle . \quad (2.20)$$

Un état cohérent reste donc cohérent au cours de son évolution libre, mais, de manière analogue à un champ classique, sa phase évolue à la fréquence angulaire du champ.

Il nous est facile de préparer un état cohérent dans la cavité : c'est l'état que l'on obtient en injectant, dans la cavité initialement vide, un champ micro-onde généré par une source classique externe.

### 2.2.3 Champ thermique

Lorsqu'un champ est à l'équilibre thermique avec son environnement de température  $T$ , son état est décrit par une matrice densité purement diagonale :

$$\hat{\rho}_{th} = \sum_{n=0}^{\infty} p_{th}(n) |n\rangle \langle n| . \quad (2.21)$$

C'est donc un mélange statistique d'état nombres, où la probabilité d'un nombre de photons  $n$  est donnée par :

$$p_{th}(n) = \frac{n_{th}^n}{(n_{th} + 1)^{(n+1)}} . \quad (2.22)$$

Le paramètre  $n_{th}$  est le nombre moyen de photons :  $\langle \hat{n} \rangle_{th} = n_{th}$ . Pour une fréquence angulaire  $\omega_{ch}$ , la statistique bosonique prévoit que ce nombre d'occupation vaut, à la

température  $T$  :

$$n_{th} = \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega_{ch}}{k_B T}\right) - 1}, \quad (2.23)$$

où  $k_B$  est la constante de Boltzmann. Comme on peut le voir sur la figure 2.4(a), dans la gamme de quelques Kelvins sa valeur augmente rapidement. A la température de notre expérience, c'est-à-dire 0,8 K, il n'y a en moyenne que 0,049 photons thermiques à la fréquence  $\omega_{ch} = 2\pi \cdot 51,1$  GHz de notre mode. La figure 2.4(b) présente la statistique de photons dans ces conditions : le champ a une très grande probabilité d'être vide, et une faible probabilité de contenir un photon. Les nombres de photons thermiques plus élevés sont très improbables.

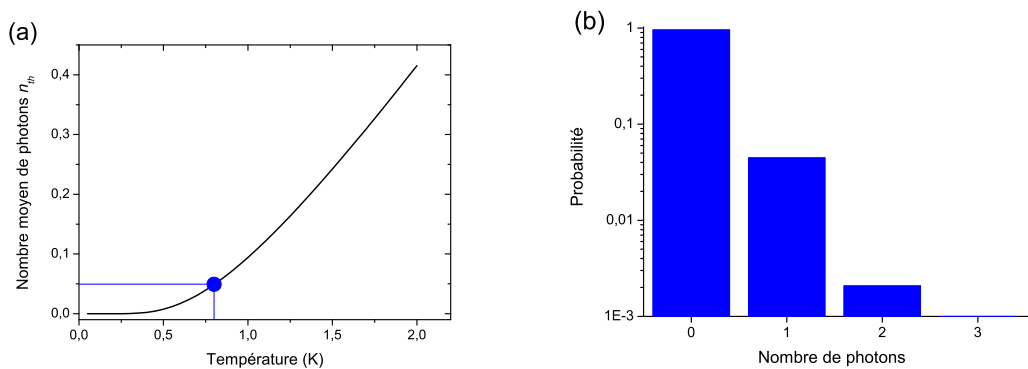


FIG. 2.4 – (a) Nombre moyen de photons thermiques à 51,1 GHz, en fonction de la température. Le point bleu marque nos conditions expérimentales : à 0,8 K, il y a en moyenne 0,049 photons thermiques. (b) Statistique des photons thermiques à 0,8 K, en échelle logarithmique. La probabilité d'un nombre de photons plus grand que 1 est inférieure à  $5 \times 10^{-3}$ .

## 2.2.4 Relaxation du champ

Comme nous sommes dans le régime de couplage fort, la relaxation du champ est très faible à l'échelle d'une durée typique d'interaction entre l'atome et le champ. Pour décrire le couplage entre l'atome et le champ, nous considérerons donc le champ comme stationnaire. Dans les expériences présentées dans ce manuscrit, nous répétons cependant l'interaction un grand nombre de fois en envoyant toute une série d'atomes. Dans ce cas, le champ relaxe au cours de l'expérience. Il est donc utile de présenter ici un modèle de cette relaxation.

La relaxation du champ provient du fait qu'il n'est pas isolé, mais en contact avec un environnement à l'équilibre thermique. Si l'environnement est assez « gros », c'est-à-dire qu'il possède un grand nombre de degrés de liberté, on peut utiliser l'hypothèse markovienne : l'environnement ne garde pas la mémoire de son interaction passée avec le système. L'équation d'évolution de la matrice densité du champ peut alors être mise sous une forme dite forme de Lindblad de l'équation pilote [12, 73] :

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = -\frac{i}{\hbar}[\hat{H}_{ch}, \hat{\rho}] + \sum_{\mu} (\hat{L}_{\mu}\hat{\rho}\hat{L}_{\mu}^{\dagger} - \frac{1}{2}[\hat{L}_{\mu}^{\dagger}\hat{L}_{\mu}, \hat{\rho}]). \quad (2.24)$$

La première partie de cette équation est l'évolution unitaire de l'état du champ, la seconde représente l'effet de l'environnement. Les opérateurs  $\hat{L}_{\mu}$  sont des « opérateurs sauts », dont l'expression dépend du type d'environnement et de couplage en jeu. Pour les expliciter, il nous faut identifier avec quel environnement interagit notre mode du champ, et quels sauts du système il peut provoquer.

La relaxation du champ dans notre expérience a deux origines physiques. D'une part, le champ perd son énergie par diffraction sur les défauts des miroirs, se couplant alors à des modes du champ se propageant librement. Il se couple d'autre part à des excitations électroniques par absorption dans les miroirs. Pour décrire ces effets, on peut choisir des opérateurs faisant sauter le nombre de photons, par création ou absorption d'un photon. Les opérateurs sauts choisis sont donc proportionnels à  $\hat{a}$  et  $\hat{a}^{\dagger}$ , avec des poids relatifs dépendant de la température de l'environnement et de l'énergie d'un photon :  $\hat{L}_{+} = \sqrt{\kappa_{+}}\hat{a}^{\dagger}$  et  $\hat{L}_{-} = \sqrt{\kappa_{-}}\hat{a}$ . En considérant que notre environnement est à l'équilibre thermique à la température  $T$ , la loi de Boltzmann prédit que les poids  $\kappa_{+}$  et  $\kappa_{-}$  vérifient le rapport :

$$\frac{\kappa_{+}}{\kappa_{-}} = \exp\left(-\frac{\hbar\omega_{ch}}{k_B T}\right), \quad (2.25)$$

où  $k_B$  est la constante de Boltzmann. En utilisant l'expression 2.23, on peut réécrire ce rapport en fonction du nombre de photons thermiques  $n_{th}$  à cette fréquence et température :

$$\frac{\kappa_{+}}{\kappa_{-}} = \frac{n_{th}}{1 + n_{th}}. \quad (2.26)$$

Dans les expériences présentées dans ce manuscrit, nous ne nous intéresserons qu'à la relaxation de l'énergie du champ, et non à la disparition des cohérences. C'est donc l'équation d'évolution des populations  $p_n = \langle n | \hat{\rho} | n \rangle$  qui nous importe :

$$\frac{dp_n}{dt} = \kappa(n+1)(1+n_{th})p_{n+1} + \kappa(n+1)n_{th}p_{n-1} - [\kappa n(1+n_{th}) + \kappa(n+1)n_{th}]p_n, \quad (2.27)$$

où les taux de relaxation ont été exprimés en fonction d'une constante commune  $\kappa$  telle que  $\kappa_{+} = \kappa n_{th}$  et  $\kappa_{-} = \kappa(1+n_{th})$ . Les deux premiers termes accroissent la probabilité d'être dans l'état  $|n\rangle$  : ils décrivent donc des transitions vers ce niveau. Inversement, le troisième terme décrit une transition qui vide le niveau  $|n\rangle$ . Un état de Fock  $|n\rangle$ , sous l'effet de l'environnement, peut donc perdre ou gagner un quantum d'énergie selon quatre processus dont les taux dépendent du nombre de photons thermiques. Ces transitions sont représentées sur la figure 2.5, ainsi que leurs taux respectifs.

#### 2.2.4.a Relaxation de la valeur moyenne de l'énergie

Lorsque le champ n'est pas dans un état à nombre de photons déterminé, il est intéressant de déterminer la dynamique de son nombre moyen de photons  $\langle N \rangle = \sum_n n p_n$  :

$$\frac{d\langle N \rangle}{dt} = -\kappa(\langle N \rangle - n_{th}). \quad (2.28)$$

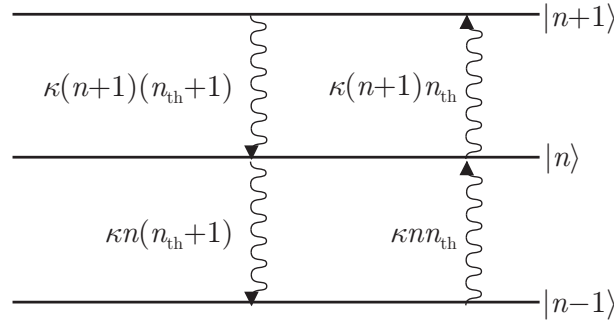


FIG. 2.5 – Taux de transition entre états de Fock, sous l'effet de la relaxation.

Comme attendu, la valeur moyenne du nombre de photons présents dans le champ à l'équilibre est  $n_{th}$ . La signification physique de  $\kappa$  apparaît dans cette équation : c'est le taux de relaxation exponentielle de l'énergie moyenne du champ. C'est donc exactement l'inverse du « temps de vie »  $t_{cav}$  classiquement utilisé pour caractériser la cavité :

$$\kappa = 1/t_{cav} = \omega_{ch}/Q . \quad (2.29)$$

#### 2.2.4.b Relaxation d'un champ cohérent à température nulle

On peut montrer en résolvant l'équation pilote que si  $n_{th} = 0$ , un champ cohérent reste cohérent au cours de sa relaxation. Un champ initialement dans l'état  $|\alpha_0\rangle$  devient à l'instant  $t$ , en représentation d'interaction :

$$|\alpha(t)\rangle = |\alpha_0 e^{-\frac{\kappa}{2}t}\rangle . \quad (2.30)$$

Le nombre moyen de photons  $\bar{n}(t) = |\alpha(t)|^2$  relaxe exponentiellement avec la constante de temps  $\kappa$ , en accord avec la règle générale prévue par l'équation 2.28.

#### 2.2.4.c Taux de départ d'un état de Fock

Si la relaxation d'un champ cohérent se calcule aisément à  $T = 0$ , ce n'est pas le cas pour une forme d'état initial et une température quelconques. La relaxation complète d'un état de Fock vers l'état d'équilibre, en particulier, n'a pas une expression simple [74, 75]. Nous pouvons cependant facilement en décrire les premiers instants. Lorsque le champ dans la cavité est à  $t = 0$  dans l'état  $|n\rangle$ , les probabilités  $p_{i \neq n}(0)$  sont toutes nulles, et  $p_n(0) = 1$ . L'équation d'évolution aux temps courts s'écrit alors au premier ordre en  $t$  comme :

$$\frac{dp_n}{dt}(t) = -[\kappa n(1 + n_{th}) + \kappa(n + 1)n_{th}]p_n(t) . \quad (2.31)$$

La relaxation est donc initialement exponentielle, avec un taux de départ

$$\kappa_n = \kappa n(1 + n_{th}) + \kappa(n + 1)n_{th} . \quad (2.32)$$

Le premier terme de cette expression correspond au taux de transition vers l'état  $|n - 1\rangle$  : l'état  $|n\rangle$  se désexcite par émission spontanée avec le taux  $\kappa n$ , et par émission stimulée

par les  $n_{th}$  quanta moyens présents dans les modes du réservoir, avec le taux  $(\kappa n) \times n_{th}$ . Le deuxième terme correspond à une excitation vers l'état  $|n + 1\rangle$ , proportionnellement à  $n_{th}$ .

L'expression du temps de vie correspondant est :

$$t_n = \frac{1}{\kappa_n} = \frac{t_{cav}}{n + n_{th}(2n + 1)} . \quad (2.33)$$

Les états de Fock ont donc une durée de vie d'autant plus courte qu'ils sont d'énergie élevée. Rappelons que dans notre expérience, le nombre de photons thermiques est très faible :  $n_{th} = 0,049$  à  $0,8$  K. Le temps de vie de l'état  $|n\rangle$  est alors assez proche de sa valeur à température nulle :

$$t_n \simeq \frac{t_{cav}}{n} . \quad (2.34)$$

#### 2.2.4.d Trajectoire quantique individuelle

L'équation 2.27 décrit l'évolution de l'énergie moyenne du champ relaxant librement. Sa résolution analytique n'est cependant pas toujours possible. Une autre méthode, de type Monte-Carlo, est souvent adoptée pour obtenir cette évolution moyenne [76, 77]. Dans cette approche, on considère une expérience de pensée où l'on peut mesurer constamment non destructivement si le système a ou non effectué un saut. Le système reste constamment dans un état pur, la relaxation se faisant par une succession de périodes d'évolution hamiltonienne non unitaire et de sauts correspondant aux opérateurs  $\hat{L}_\mu$  apparaissant dans l'équation de Lindblad 2.24. Une telle courbe de relaxation est appelée une trajectoire Monte-Carlo quantique. On peut montrer que, si l'on simule un grand nombre de trajectoires, leur statistique est bien décrite par l'évolution déterministe de la valeur moyenne donnée par l'équation pilote. Je ne présenterai pas la méthode dans le cas général, mais me contenterai d'expliquer son fonctionnement dans le cas de la relaxation d'un état de Fock. Ce cas est particulièrement simple : l'évolution en l'absence de saut se réduit à un simple déphasage. Un état de Fock initial reste donc toujours un état de Fock lors de sa relaxation, même pendant les périodes où aucun saut ne se manifeste.

Le temps est discrétisé en intervalles de temps infinitésimaux  $\tau$ . La méthode Monte-Carlo définit les probabilités de saut pendant  $\tau$  à partir d'un état initial  $|\psi(t)\rangle$  normé par :

$$p_\mu = \tau \langle \psi(t) | \hat{L}_\mu^\dagger \hat{L}_\mu | \psi(t) \rangle . \quad (2.35)$$

Nous avons vu plus haut la forme des opérateurs sauts dans le cas du champ :

$$\begin{aligned} \hat{L}_+ &= \sqrt{\kappa n_{th}} \hat{a}^+ \\ \hat{L}_- &= \sqrt{\kappa(1 + n_{th})} \hat{a} , \end{aligned} \quad (2.36)$$

pour une température non nulle, ce qui nous permet d'évaluer les probabilités de saut.



On peut alors simuler une trajectoire stochastique de relaxation d'un état de Fock par la procédure suivante :

1. A l'instant  $t$ , le champ est dans un état pur  $|\psi(t)\rangle = |N\rangle$ .
2. On évalue à l'instant  $t + \tau$  la probabilité qu'il y ait un saut, soit  $p_{N \rightarrow N-1} + p_{N \rightarrow N+1}$ . On tire au hasard suivant cette probabilité l'occurrence ou non d'un saut.
3. S'il n'y a pas de saut, alors  $|\psi(t + \tau)\rangle = |N\rangle$ . S'il y a un saut, on tire au hasard, selon les probabilités  $p_{N \rightarrow N-1}$  et  $p_{N \rightarrow N+1}$ , quel saut a eu lieu. Suivant le résultat,  $|\psi(t + \tau)\rangle$  vaut  $|N - 1\rangle$  ou  $|N + 1\rangle$ .
4. On répète la séquence avec comme nouvel état initial  $|\psi(t + \tau)\rangle$ .

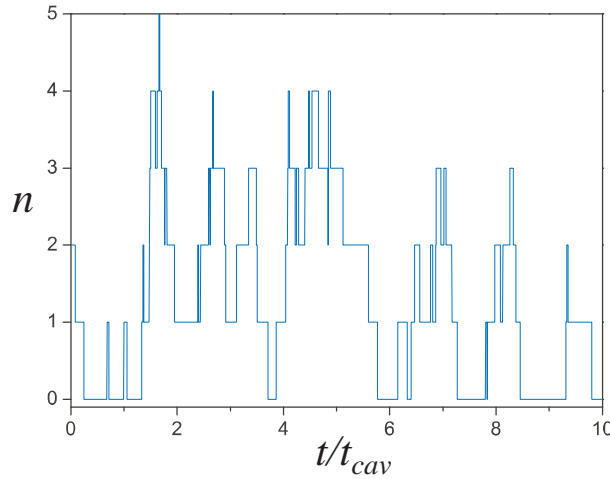


FIG. 2.6 – Simulation Monte Carlo de l'évolution d'un champ initial contenant deux photons, pour un environnement dont la température correspond à  $n_{th} = 2$ .

La figure 2.6 montre un exemple de courbe obtenue par simulation Monte-Carlo. La trajectoire quantique représentée correspond aux fluctuations thermiques du champ dans la cavité autour du nombre de photons d'équilibre, dans un cas plus « chaud » que les conditions réelles dans lesquelles nous travaillons :  $n_{th}$  vaut ici 2.

Cette trajectoire a été obtenue par une simulation numérique. Cependant, au lieu de calculer les probabilités de résultats pour déterminer l'issue d'une mesure, on peut imaginer observer une telle trajectoire, en réalisant de manière répétée une mesure QND du nombre de photons du champ. C'est l'objet des expériences que je présenterai dans ce manuscrit. Observer des trajectoires bien décrites par la méthode présentée ci-dessus signifierait que le statut des trajectoires Monte Carlo dépasse celui d'intermédiaire de calcul, donnant un sens physique à cette approche alternative à l'équation pilote.

## 2.3 Interaction atome-champ quantique

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons à l'interaction à la base de toutes nos expériences : l'interaction entre un atome à deux niveaux et un mode du champ quantique.

### 2.3.1 Le hamiltonien de Jaynes-Cummings

Lorsque l'atome et le champ quantique interagissent, les états stationnaires ne sont plus ceux qui ont été décrits dans les paragraphes précédents, car dans le hamiltonien du système global apparaît maintenant un terme d'interaction. Dans l'approximation dipolaire électrique, ce terme d'interaction s'écrit :

$$H_{\text{int}} = -\hat{\mathbf{d}} \cdot \hat{\mathbf{E}} = -E_0 f(\mathbf{r}) (\mathbf{d}_{eg} \cdot \boldsymbol{\epsilon} |e\rangle \langle g| \hat{a} + \mathbf{d}_{eg}^* \cdot \boldsymbol{\epsilon}^* |g\rangle \langle e| \hat{a}^\dagger + \mathbf{d}_{eg} \cdot \boldsymbol{\epsilon}^* |e\rangle \langle g| \hat{a}^\dagger + \mathbf{d}_{eg}^* \cdot \boldsymbol{\epsilon} |g\rangle \langle e| \hat{a}) . \quad (2.37)$$

Les deux premiers termes de cette équation décrivent des processus où l'atome monte de  $|g\rangle$  à  $|e\rangle$  en absorbant un photon ou descend de  $|e\rangle$  à  $|g\rangle$  en émettant un photon. Dans la situation où  $\omega_{ch} \sim \omega_{at}$ , qui correspond à notre cas, ces processus sont résonnants et sont beaucoup plus importants que les processus associés aux deux autres termes. Nous allons appliquer l'approximation du champ tournant qui consiste à négliger les deux termes non résonnants. Si l'on choisit les phases des état  $|e\rangle$  et  $|g\rangle$  telles que  $-\mathbf{d}_{eg} \cdot \boldsymbol{\epsilon}$  soit réel et positif, on peut réécrire le hamiltonien d'interaction sous la forme :

$$\hat{H}_{\text{int}} = \frac{\hbar\Omega_0}{2} f(\mathbf{r}) (|e\rangle \langle g| \hat{a} + |g\rangle \langle e| \hat{a}^\dagger) , \quad (2.38)$$

avec :

$$\Omega_0 \equiv -\frac{2E_0 \mathbf{d}_{eg} \cdot \boldsymbol{\epsilon}}{\hbar} . \quad (2.39)$$

Le paramètre  $\Omega_0/2\pi$  caractérise la force du couplage. Il est appelé « fréquence de Rabi du vide », car c'est, comme nous le verrons plus loin, la fréquence des échanges résonnants d'énergie entre un atome dans l'état  $|e\rangle$  et le mode initialement vide.

Le hamiltonien total du système atome-champ en interaction est :

$$\hat{H}_{\text{JC}} = \frac{\hbar\omega_{\text{at}}}{2} (|e\rangle \langle e| - |g\rangle \langle g|) + \hbar\omega_{\text{ch}} \left( \hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right) + \frac{\hbar\Omega_0}{2} f(\mathbf{r}) (|e\rangle \langle g| \hat{a} + |g\rangle \langle e| \hat{a}^\dagger) . \quad (2.40)$$

Ce hamiltonien, connu sous le nom de hamiltonien de Jaynes-Cummings, s'applique à tout système de type spin 1/2-oscillateur harmonique en interaction.

L'interaction couple les états stationnaires des systèmes libres deux à deux : les sous-espaces  $\{|e, n\rangle, |g, n+1\rangle\}$  sont fermés par rapport à l'évolution. Seul le niveau fondamental du système,  $|g, 0\rangle$ , n'est couplé à aucun autre état. L'évolution au sein de la  $n$ -ème multiplicité se fait selon un hamiltonien restreint dont la forme matricielle dans la base  $\{|e, n\rangle, |g, n+1\rangle\}$  est :

$$\hat{H}_n = \hbar \begin{pmatrix} \omega_{ch}(n+1) + \frac{\delta}{2} & \frac{\Omega_n(\mathbf{r})}{2} \\ \frac{\Omega_n(\mathbf{r})}{2} & \omega_{ch}(n+1) - \frac{\delta}{2} \end{pmatrix} \quad (2.41)$$

où :

$$\delta = \omega_{at} - \omega_{ch}$$

est le désaccord entre la fréquence de l'atome et la fréquence du champ, et :

$$\Omega_n(\mathbf{r}) = \Omega_n f(\mathbf{r}) = \Omega_0 \sqrt{n+1} f(\mathbf{r})$$

est le couplage entre les deux états de la multiplicité. La diagonalisation de cette matrice permet de connaître les valeurs propres et les états propres du système couplé, qui prennent le nom d'« états habillés ». Ces nouveaux états propres peuvent s'écrire :

$$\begin{aligned} |+, n\rangle &= \cos(\theta_n/2) |e, n\rangle + \sin(\theta_n/2) |g, n+1\rangle \\ |-, n\rangle &= \sin(\theta_n/2) |e, n\rangle - \cos(\theta_n/2) |g, n+1\rangle, \end{aligned} \quad (2.42)$$

où  $\theta_n$  est défini par la relation :

$$\tan(\theta_n/2) = \frac{\sqrt{\Omega_n(\mathbf{r})^2 + \delta^2} - \delta}{\Omega_n}, \quad (2.43)$$

que l'on peut aussi écrire comme

$$\tan(\theta_n) = \frac{\Omega_n}{\delta}. \quad (2.44)$$

Les énergies propres correspondantes sont :

$$E_{\pm, n} = \hbar\omega_{ch}(n+1) \pm \frac{\hbar}{2} \sqrt{\Omega_n(\mathbf{r})^2 + \delta^2}. \quad (2.45)$$

Sur la figure 2.7 est représentée la variation de ces énergies en fonction du désaccord. On peut voir que suivant la valeur de  $\delta$ , l'effet du couplage est plus ou moins important. A très grand désaccord, les systèmes ne s'influencent que très peu, les états propres et énergies propres sont très proches de ceux du cas non couplé. Tandis qu'à résonance, les états propres sont maximalelement intriqués, et l'énergie diffère maximalelement de celle des états non couplés. Nous utilisons deux régimes différents pour nos expériences. A désaccord nul, le régime dit d'interaction résonante est caractérisé par un échange cohérent d'énergie entre l'atome et le champ. A désaccord plus grand, l'interaction dite dispersive ne donne lieu à aucun échange d'énergie entre les systèmes, mais l'énergie propre de chaque système est modifiée.

Par souci de simplicité, nous ne considérerons pas, dans un premier temps, la dépendance spatiale des constantes de couplage  $\Omega_n(\mathbf{r})$ . Cela revient à considérer un atome fixe au centre du mode :  $f(\mathbf{r})$  est alors égal à 1, et  $\Omega_n(\mathbf{r}) = \Omega_n$ . Dans les expériences réalisées au cours de ma thèse, nous avons utilisé les deux types d'interaction. Je présenterai tout d'abord bièvement le régime résonant, qui nous a été utile dans nos premières expériences, pour la préparation du champ dans un état de Fock. J'analyserai ensuite plus en détail le cas dispersif, puisque que c'est sur l'interaction dispersive que repose le principe de notre mesure QND.

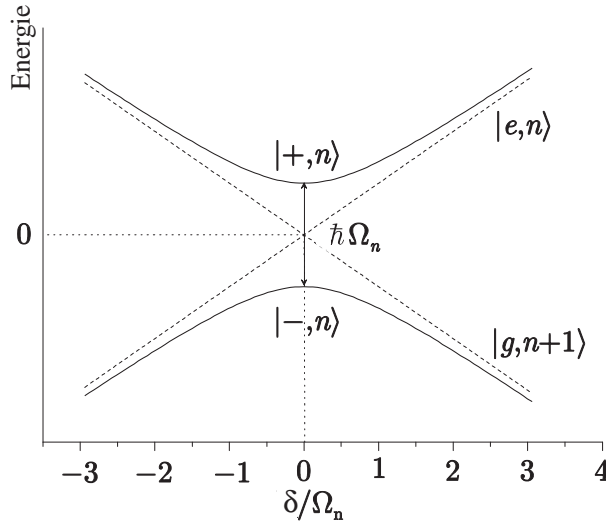


FIG. 2.7 – *Energie des états habillés en fonction du désaccord atome-champ  $\delta$ , l'origine des énergies étant prise à  $\hbar\omega_{ch}(n+1)$ . Les lignes pointillées représentent l'énergie des états non couplés. L'interaction lève la dégénérescence des niveaux à proximité de la résonance, formant un anticroisement.*

### 2.3.2 Interaction résonante : échange d'énergie

#### Les états habillés

Lorsque le mode du champ et la transition atomique ont la même fréquence ( $|\delta| = 0$ ), les deux systèmes sont maximalelement couplés. Les états stationnaires sont alors :

$$\begin{aligned} |+, n\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|e, n\rangle + |g, n+1\rangle) \\ |-, n\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(-|e, n\rangle + |g, n+1\rangle) , \end{aligned} \quad (2.46)$$

La levée de dégénérescence due est à l'interaction est de  $\hbar\Omega_n$  :

$$E_{\pm, n} = \hbar\omega_{ch}(n+1) \pm \frac{\hbar}{2}\Omega_n . \quad (2.47)$$

Pour connaître l'évolution d'un état où l'atome et le champ sont initialement non couplés, il est utile d'inverser le système :

$$\begin{aligned} |e, n\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|+, n\rangle + |-, n\rangle) \\ |g, n\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|+, n\rangle - |-, n\rangle) . \end{aligned} \quad (2.48)$$

### L'oscillation de Rabi du vide

Prenons l'exemple d'un état initial où l'atome est préparé dans  $|e\rangle$  et le champ dans l'état vide :

$$|\psi(t=0)\rangle = |e, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[|+, 0\rangle + |-, 0\rangle] . \quad (2.49)$$

Le vecteur d'état du système couplé après un temps d'interaction  $t$  devient :

$$|\psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[e^{-iE_{+,0}t/\hbar}|+, 0\rangle + e^{-iE_{-,0}t/\hbar}|-, 0\rangle] , \quad (2.50)$$

que l'on peut réécrire comme :

$$|\psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\cos\left(\frac{\Omega_0 t}{2}\right)|e, 0\rangle - i\sin\left(\frac{\Omega_0 t}{2}\right)|g, 1\rangle\right] . \quad (2.51)$$

Au cours du temps, le système oscille de manière cohérente entre l'état initial  $|e, 0\rangle$  et l'état  $|g, 1\rangle$ . Il y a donc échange cohérent périodique d'un quantum d'énergie entre l'atome et le champ. La probabilité de trouver l'atome dans  $|e\rangle$  évolue au cours du temps selon :

$$P_e(t) = \frac{1}{2}[1 + \cos(\Omega_0 t)] . \quad (2.52)$$

Elle oscille à la pulsation  $\Omega_0$ . L'échange cohérent d'un quantum d'énergie entre l'atome et le champ est appelé oscillation de Rabi quantique, ou oscillation de Rabi du vide dans le cas particulier du champ initialement vide. Le signal obtenu dans notre expérience est présenté figure 2.8.

En réglant la durée de l'interaction, on peut préparer différents états du système. Dans les expériences présentées dans ce manuscrit, nous avons utilisé une « impulsion  $\pi$  ». Pour une durée d'interaction telle que  $\Omega_0 t = \pi$ , l'état final est  $|g, 1\rangle$  : le quantum d'énergie a été transféré de l'atome au champ. Nous utilisons ce temps d'interaction pour préparer le champ dans un état de Fock à un photon.

### 2.3.3 Interaction dispersive : effets de déphasage

Plaçons-nous maintenant loin de résonance :  $|\delta| \gg \Omega_n$ . Les états et énergies propres sont alors très proches de ce qu'ils seraient en l'absence de couplage. Dans une approche perturbative, nous allons considérer que les états propres restent ceux du système non couplé :

$$\begin{aligned} |+, n\rangle &\simeq |e, n\rangle & \text{et} & \quad |-, n\rangle \simeq |g, n+1\rangle & \text{pour } \delta > 0 \\ |+, n\rangle &\simeq |g, n+1\rangle & \text{et} & \quad |-, n\rangle \simeq |e, n\rangle & \text{pour } \delta < 0 , \end{aligned} \quad (2.53)$$

mais qu'ils subissent une petite modification de leur énergie. Puisque les états  $|e, n\rangle$  et  $|g, n+1\rangle$  sont états propres, ils ne se « contaminent » pas au cours du couplage. Cela signifie que lors d'une interaction dispersive, il n'y a pas d'échange d'énergie entre l'atome et le champ. Pour connaître l'évolution de l'énergie de ces états, réécrivons tout d'abord l'équation 2.45 sous la forme :

$$E_{\pm, n} = \hbar\omega_{ch}(n+1) \pm \frac{\hbar|\delta|}{2}\sqrt{1 + \left(\frac{\Omega_n}{\delta}\right)^2} . \quad (2.54)$$

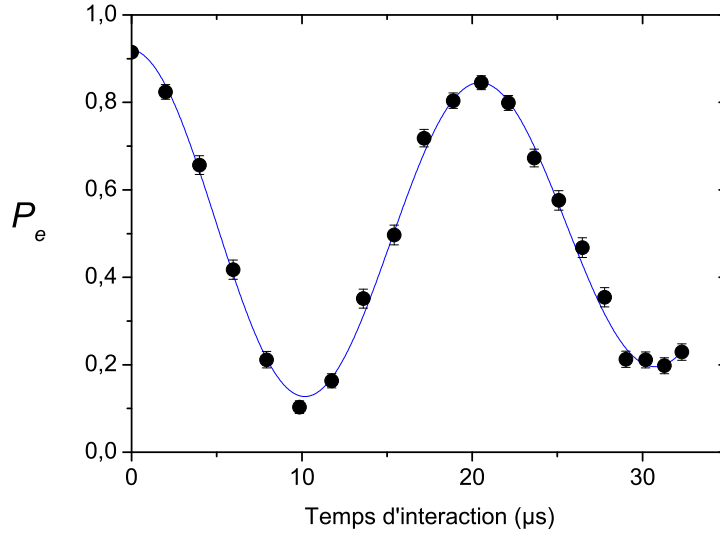


FIG. 2.8 – Oscillations de Rabi du vide d'un atome initialement préparé dans  $|e\rangle$ . Les points sont expérimentaux, la ligne est un ajustement. La probabilité  $P_e$  correspondant à la durée d'interaction  $t$  est obtenue à partir d'un grand nombre de répétitions de la séquence suivante : un atome envoyé dans  $|e\rangle$  à travers la cavité vide, interagit pendant un temps  $t$  avec le champ, puis est détecté dans l'état  $|e\rangle$  ou  $|g\rangle$ . L'ajustement indique une fréquence de Rabi  $\Omega_0 = 2\pi \cdot 48,6 \pm 0,2$  KHz, correspondant à une période d'environ  $20 \mu s$ .

Le développement de cette équation au deuxième ordre en  $\Omega_n/\delta$  donne le déplacement en énergie des états  $|e, n\rangle$  et  $|g, n+1\rangle$  dû à l'interaction :

$$\begin{aligned} E_{e,n} &= E_{e,n}^0 + \frac{\hbar\Omega_n^2}{4\delta} = E_{e,n}^0 + \frac{\hbar\Omega_0^2}{4\delta}(n+1) \\ E_{g,n+1} &= E_{g,n+1}^0 - \frac{\hbar\Omega_n^2}{4\delta} = E_{g,n+1}^0 - \frac{\hbar\Omega_0^2}{4\delta}(n+1), \end{aligned} \quad (2.55)$$

où  $E_{e,n}^0$  et  $E_{g,n+1}^0$  sont les énergies des états non couplés. Ces déplacements d'énergie sont de signes opposés, et augmentent linéairement avec le nombre de photons.

La figure 2.9 représente les déplacements d'énergie pour les états de deux multiplicités de  $n$  consécutifs. On peut considérer ces déplacements comme une modification de la fréquence de résonance de l'un des systèmes par l'interaction avec l'autre. Nous allons prendre successivement ces deux points de vue, en étudiant l'effet d'un atome dans  $|e\rangle$  ou  $|g\rangle$  sur un champ cohérent, puis l'effet d'un état de Fock sur l'atome. L'évolution qui nous intéresse étant celle due au couplage, nous nous placerons dans la suite en représentation d'interaction par rapport au système atome-champ non couplé.

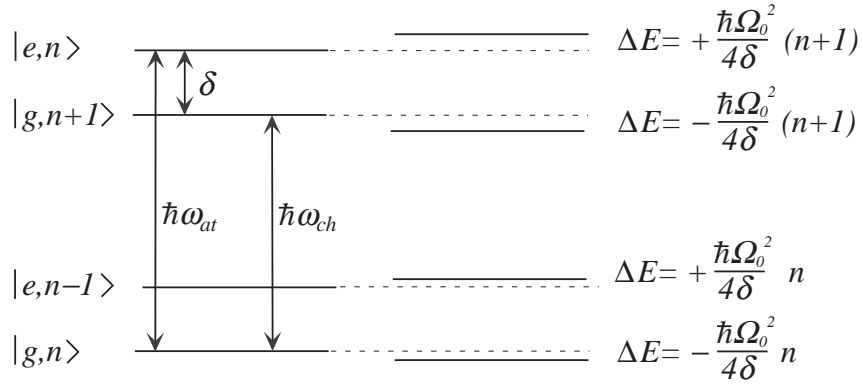


FIG. 2.9 – Déplacement dispersif des niveaux d'énergie, dans le cas  $\delta > 0$ , pour les multiplicités adjacentes  $n$  et  $n - 1$ . Les énergies des états non couplés sont représentées à gauche, le déplacement d'énergie dû au couplage est représenté à droite.

### 2.3.3.a Déphasage des états couplés

Avant d'adopter le point de vue d'un système ou de l'autre, il nous faut commencer par écrire l'évolution de l'état du système complet atome-champ. Lorsque l'atome traverse la cavité contenant un état de Fock à  $n$  photons, les énergies des états  $|e, n\rangle$  et  $|g, n\rangle$  sont déplacées de :

$$\begin{aligned}\Delta E_{e,n} &= +\frac{\hbar\Omega_0^2}{4\delta}(n+1) \\ \Delta E_{g,n} &= -\frac{\hbar\Omega_0^2}{4\delta}n.\end{aligned}\tag{2.56}$$

Les états  $|e, n\rangle$  et  $|g, n\rangle$  acquièrent donc une phase à l'issue d'une interaction de durée  $t$ , qui est en représentation d'interaction :

$$\begin{aligned}|e, n\rangle &\rightarrow e^{-i\Phi(n+1)/2}|e, n\rangle \\ |g, n\rangle &\rightarrow e^{i\Phi n/2}|g, n\rangle,\end{aligned}\tag{2.57}$$

où l'on a introduit une grandeur qui sera fondamentale pour la suite :

$$\Phi = \frac{\Omega_0^2 t}{2\delta}.$$

### 2.3.3.b Déphasage d'un état cohérent par un atome dans $|e\rangle$ ou $|g\rangle$

Comme on peut le visualiser sur la figure 2.9, lorsqu'un atome par exemple dans  $|e\rangle$  interagit avec la cavité, l'écart en énergie entre les états  $|e, n\rangle$  et  $|e, n-1\rangle$  est modifié d'une quantité

$$\Delta E_{e,n} - \Delta E_{e,n-1} = \frac{\hbar\Omega_0^2}{4\delta}.$$

Cette expression étant indépendante de  $n$ , on peut considérer que la fréquence de la cavité est déplacée de

$$\Delta\omega_{ch} = \frac{\Omega_0^2}{4\delta}.$$

Le déplacement dû à l'état  $|g\rangle$  est de même valeur, mais de signe opposé.

Nous avons montré au paragraphe 2.2.2 qu'un état cohérent en évolution libre se déphase au cours du temps à la fréquence du champ, acquérant une phase  $-\omega_{ch}t$ . En représentation d'interaction, un état cohérent libre est donc stationnaire. Dans cette représentation, la fréquence du champ étant modifiée en régime dispersif par rapport au cas non couplé, on peut s'attendre à ce qu'après une interaction de durée  $t$  avec un atome dans  $|e\rangle$  (resp.  $|g\rangle$ ), un champ cohérent soit déphasé de  $-\Delta\omega_{ch}t = -\Phi/2$  (resp.  $+\Phi/2$ ).

Nous pouvons retrouver analytiquement ce résultat à partir des équations 2.57. Chaque composante de l'état couplé atome-champ acquiert une phase linéaire en nombre de photons, qui peut donc se réécrire comme une phase supplémentaire du champ cohérent :

$$\begin{aligned} |e\rangle |\alpha\rangle &= e^{-|\alpha|^2/2} \sum_n \frac{|\alpha|^n}{\sqrt{n!}} |e, n\rangle \rightarrow e^{-|\alpha|^2/2} \sum_n \frac{|\alpha|^n}{\sqrt{n!}} e^{-i\Phi(n+1)/2} |e, n\rangle = e^{-i\Phi/2} |e\rangle |\alpha e^{-i\Phi/2}\rangle, \\ |g\rangle |\alpha\rangle &= e^{-|\alpha|^2/2} \sum_n \frac{|\alpha|^n}{\sqrt{n!}} |g, n\rangle \rightarrow e^{-|\alpha|^2/2} \sum_n \frac{|\alpha|^n}{\sqrt{n!}} e^{+i\Phi n/2} |g, n\rangle = |g\rangle |\alpha e^{+i\Phi/2}\rangle. \end{aligned} \quad (2.58)$$

Cet effet a une interprétation physique simple, en terme d'indice de réfraction. L'atome, transparent vis-à-vis du champ, se comporte comme un objet diélectrique, qui modifie l'indice du milieu dans la cavité. La longueur optique de la cavité, et par conséquent la fréquence du mode, est ainsi modifiée par l'interaction non résonante avec un atome.

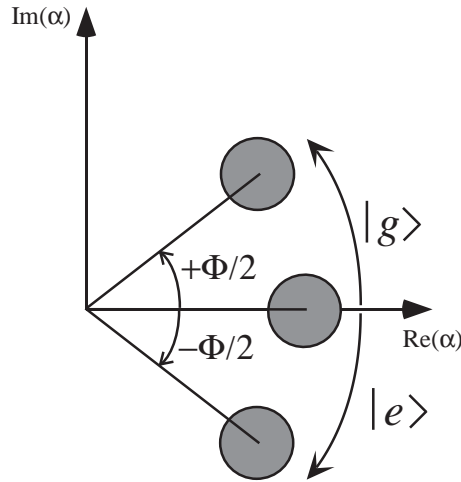


FIG. 2.10 – Déphasage du champ cohérent par interaction dispersive avec l'atome.

Nous n'utilisons pas directement cet effet dans les expériences présentées dans ce manuscrit. Nous verrons cependant dans la conclusion qu'il intervient lorsque les premiers atomes de mesure QND viennent sonder un champ initial cohérent, ce qui pour d'autres types d'expériences serait extrêmement intéressant à exploiter.



### 2.3.3.c Déphasage d'un dipôle atomique par un état de Fock à $n$ photons

La fréquence de la transition atomique peut se définir comme la différence d'énergie entre les états  $|e, n\rangle$  et  $|g, n\rangle$ , divisée par  $h$ . Comme l'illustre la figure 2.9, l'interaction dispersive de l'atome avec  $n$  photons a donc pour effet de déplacer sa fréquence de transition, d'une quantité

$$\Delta\omega_{at} = \frac{\Omega_0^2}{4\delta}(n + 1/2), \quad (2.59)$$

obtenue d'après les équations 2.56.

La phase d'un dipôle atomique sera donc modifiée par la présence des photons. Si l'atome est préparé initialement dans l'état  $|e\rangle + |g\rangle$ , l'évolution de son état sera :

$$(|e\rangle + |g\rangle)|n\rangle \rightarrow e^{-i\Phi(n+1)/2}|e, n\rangle + e^{i\Phi n/2}|g, n\rangle = e^{-i\Phi(n+1)/2}(|e\rangle + e^{i\Phi(n+1/2)}|g\rangle)|n\rangle. \quad (2.60)$$

La superposition atomique est déphasée de  $\Phi(n+1/2)$ . Dans le régime dispersif, la présence d'un état de Fock dans la cavité a donc pour effet de déphaser un dipôle atomique, d'une quantité qui varie linéairement avec le nombre de photons. La contribution  $n\Phi$  au déphasage provient du déplacement lumineux : c'est l'effet des  $n$  photons présents dans le mode. La contribution  $\Phi/2$  est celle que l'atome subit lorsque le mode est vide : le couplage aux fluctuations du vide provoque lui aussi un déplacement des niveaux, appelé déplacement de Lamb.

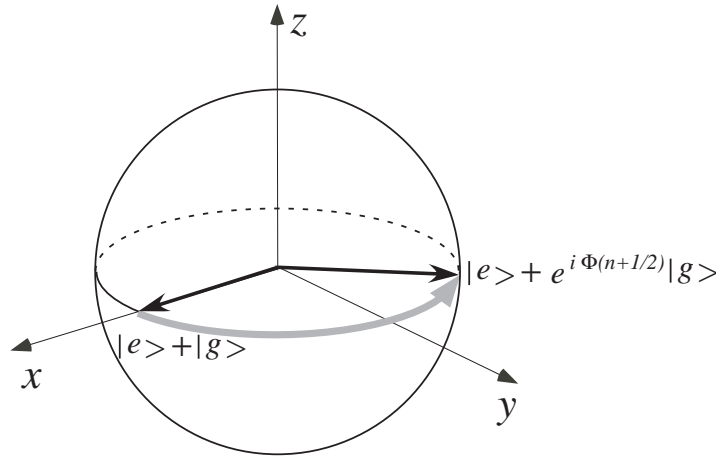


FIG. 2.11 – Déphasage de l'atome par interaction dispersive avec un état de Fock  $|n\rangle$ .

La représentation sur la sphère de Bloch, figure 2.11, permet de visualiser l'effet de l'interaction dispersive. Comme il n'y a pas d'échange d'énergie, une superposition atomique à poids égaux reste dans le plan équatorial, et subit simplement une rotation dans ce plan. L'angle de cette rotation, par rapport au vide, est proportionnelle au nombre de photons, avec un taux de  $\Phi$  par photon.

## 2.4 Principe de la mesure QND du nombre de photons

Notre mesure QND repose sur l'interaction dispersive avec la cavité d'un atome initialement préparé dans une superposition à poids égaux de  $|e\rangle$  et  $|g\rangle$  par une impulsion  $\pi/2$  de champ classique [78, 79].

Nous venons de voir qu'à l'issue d'une interaction dispersive avec un champ de  $n$  photons, un atome initialement dans<sup>1</sup>  $|e\rangle + |g\rangle$  est déphasé de  $\Phi(n+1/2)$ . Par commodité, nous considérerons dans la suite le déphasage par photon  $\Phi$  comme une fraction entière de  $\pi$ , caractérisée par le nombre  $q$  tel que  $\Phi = \pi/q$ . La figure 2.12 représente dans le plan équatorial de la sphère de Bloch les états atomiques finaux suivant le nombre de photons  $n$ , que nous noterons

$$|+\rangle_n = e^{-i\theta_n}(|e\rangle + e^{i\Phi(n+1/2)}|g\rangle), \quad (2.61)$$

où la phase globale  $\theta_n$  vaut  $\Phi(n+1)/2$  d'après l'équation 2.60. Les états atomiques correspondant à  $0 \leq n < 2q$  pointent dans  $2q$  directions différentes. Les directions se répètent ensuite périodiquement :  $|+\rangle_n = |+\rangle_{n+2q}$ . L'angle entre deux vecteurs de  $n$  consécutifs est  $\Phi = \pi/q$ .

Ces états atomiques, bien que corrélés, comme on le souhaite, au nombre de photons, ne sont pas encore équivalents à l'aiguille d'un appareil de mesure classique : ils portent l'information du nombre de photons, mais cette information reste à être lue. Dans cette section, j'expliquerai tout d'abord comment on peut mesurer ces états. Nous verrons ensuite quelle information sur le nombre de photons délivrent les détections atomiques obtenues.

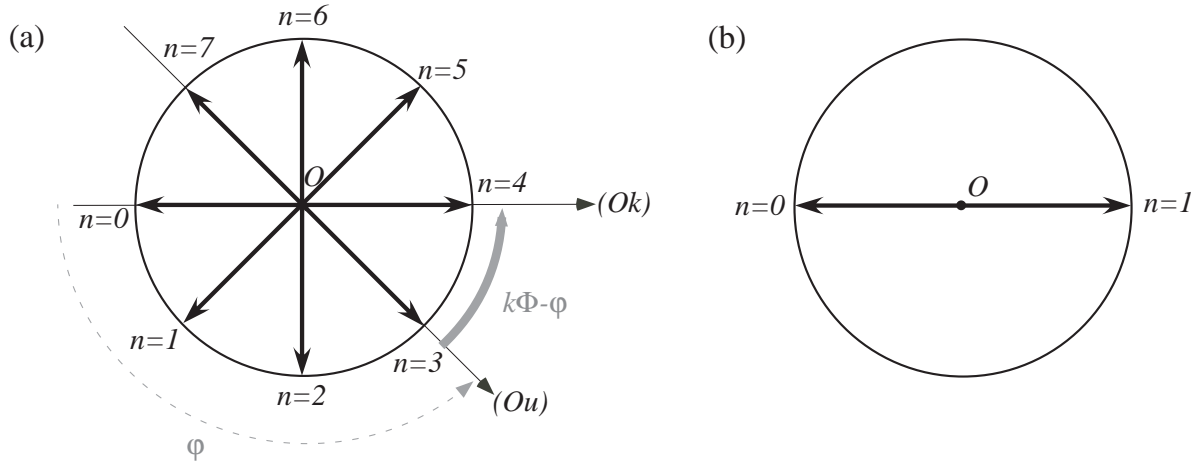


FIG. 2.12 – Représentation dans le plan équatorial de la sphère de Bloch de l'état atomique à l'issue de son interaction avec  $n$  photons. Le plan équatorial est vu depuis le sommet de l'axe  $z$ . L'état final peut pointer dans  $2q$  directions différentes pour  $\Phi = \pi/q$ . (a) Illustration du cas général :  $q = 4$ . L'axe  $(Ou)$  représente l'axe correspondant à la phase de mesure  $\varphi$ . L'angle entre  $(Ou)$  et la direction  $(Ok)$  correspondant à  $|+\rangle_k$  est  $k\Phi - \varphi$ . (b) Cas particulier :  $q = 1$ .

<sup>1</sup>Nous avons pris l'exemple de cette superposition par souci de simplicité. Pour des phases initiales relatives différentes, l'expression de l'état  $|+\rangle_n$ , introduite un peu plus bas, doit être adaptée. Cela ne change cependant en rien toute la suite du processus.

## 2.4.1 Mesure des états atomiques finaux

### 2.4.1.a Mesure du spin atomique

Nous pouvons tout d'abord faire la remarque suivante : sauf pour  $q = 1$ , les états finaux ne sont pas orthogonaux entre eux. Il ne sera donc pas possible de les distinguer tous sans ambiguïté en une seule mesure. Ce constat n'est pas surprenant. Une mesure de spin atomique est en effet une mesure binaire, délivrant un seul bit d'information. La mesure d'un seul bit n'est donc pas suffisante pour déterminer un nombre  $n \geq 2$ , se codant sur au moins deux bits.

La meilleure information que nous pouvons obtenir en une mesure est la projection de l'état selon un axe ( $Ou$ ) dans le plan équatorial, repéré par son angle  $\varphi$  par rapport à l'axe ( $O, n = 0$ ) (représenté sur la figure 2.12(a)). Cette projection correspond à une mesure du spin de l'état dans la base  $\{|+\rangle_\varphi, |-\rangle_\varphi\}$ . On obtient les résultats  $\pm 1$ , avec des probabilités qui sont les poids de la décomposition dans cette base. L'angle entre la direction de mesure ( $Ou$ ) et la direction ( $On$ ) étant  $n\Phi - \varphi$ , les poids de l'état  $|+\rangle_n$  s'écrivent :

$$\begin{aligned} |_\varphi \langle + | + \rangle_n|^2 &= \cos^2((n\Phi - \varphi)/2) \\ |_\varphi \langle - | + \rangle_n|^2 &= \sin^2((n\Phi - \varphi)/2) . \end{aligned} \quad (2.62)$$

Nous avons vu au paragraphe 2.1.3 que mesurer l'état atomique dans la base  $\{|+\rangle_\varphi, |-\rangle_\varphi\}$  est équivalent à faire, à l'aide d'une impulsion  $\pi/2$  de champ classique, une rotation transformant cette base en  $\{|+\rangle_z = |e\rangle, |-\rangle_z = |g\rangle\}$ , puis à mesurer le niveau atomique. Les probabilités de détection des états  $|e\rangle$  et  $|g\rangle$  sont les poids calculés dans l'équation 2.62, que l'on peut réécrire comme

$$P(j, \varphi | n) = \frac{1}{2} (1 + \cos[(\varphi + j\pi) - n\Phi]) , \quad (2.63)$$

où l'indice  $j$  nous permet de condenser les équations des deux états atomiques, avec la correspondance suivante :  $j = 0$  pour l'état  $|e\rangle$  et  $j = 1$  pour l'état  $|g\rangle$ .

La figure 2.13 présente la variation de ces probabilités. On peut fixer la phase de mesure  $\phi$ . Comme on peut le voir sur le graphe (a), les probabilités de détection se placent alors sur une sinusoïde lorsque le déphasage atomique varie, c'est-à-dire lorsque  $n$  varie. La phase de mesure joue le rôle d'une phase globale permettant de décaler la sinusoïde.

### 2.4.1.b Interprétation en terme d'interférométrie

On peut également dessiner l'évolution des probabilités 2.63 à nombre de photons fixé lorsque l'on varie la phase de mesure  $\varphi$ . Comme on peut le voir sur la figure 2.13(b), on parcourt également une sinusoïde, dont la phase globale est le déphasage atomique  $n\Phi$ . Cette courbe, obtenue en variant la phase de l'impulsion de champ classique appliquée dans la deuxième zone de Ramsey, est en fait un type de signal très couramment utilisé dans notre laboratoire : des franges d'interférence Ramsey. Nous allons voir en effet brièvement ici que la mesure QND décrite précédemment peut être considérée comme la mesure par interférométrie Ramsey des propriétés déphasantes de la cavité [80].

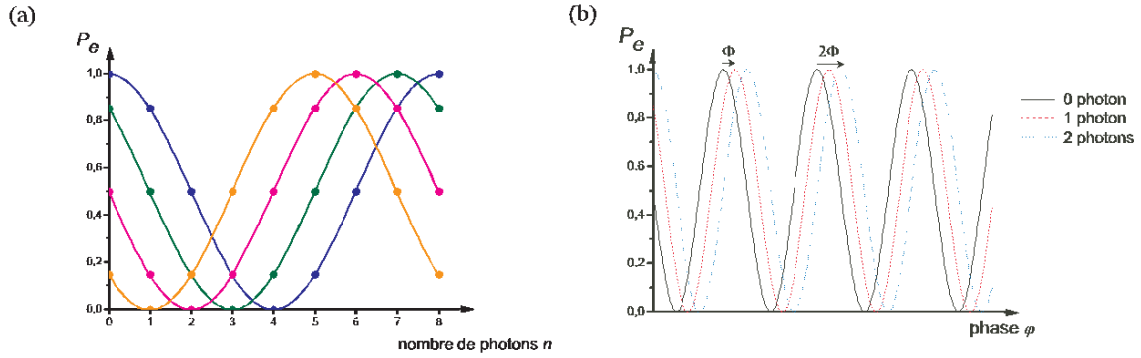


FIG. 2.13 – Oscillations des probabilités de détection de l'atome dans  $|e\rangle$ , pour  $q = 4$ , soit  $\Phi = \pi/4$ . (a) Variation de la probabilité de détection de l'état  $|e\rangle$  en fonction du nombre de photons, pour 4 différents choix de la phase de fonctionnement de l'interféromètre  $\varphi$  espacés de  $\pi/4$ . (b) Variation de la probabilité de l'état  $|e\rangle$  en fonction de la phase réglable  $\varphi$ , pour 3 valeurs consécutives du nombre de photons.

**Principe d'un interféromètre de Ramsey.** Un interféromètre de Ramsey, schématisé sur la figure 2.14, repose sur l'interférence entre deux chemins d'états atomiques *internes* différents. Nos séparateurs d'états internes sont deux impulsions  $\pi/2$  d'un champ classique quasi-résonant. Le champ, de fréquence  $\omega_R$ , est allumé brièvement aux instants  $t_1$  et  $t_2$  correspondant au passage de l'atome dans chacune des zones de Ramsey, notées  $R1$  et  $R2$ . La première impulsion crée une superposition des états  $|e\rangle$  et  $|g\rangle$ , la seconde les remélange. L'atome peut suivre deux chemins indiscernables pour aller de l'état initial  $|g\rangle$  à l'état final  $|e\rangle$ . La probabilité de détecter l'atome dans l'état  $|e\rangle$  résulte d'une interférence entre ces deux chemins<sup>2</sup>.

Examinons analytiquement l'évolution de l'état de l'atome dans l'interféromètre. Nous nous placerons en représentation d'interaction par rapport à l'atome, de sorte que les états atomiques soient stationnaires en l'absence d'interaction. Nous avons étudié le couplage de l'atome au champ classique dans le paragraphe 2.1.3, et abouti, dans le cas résonant, aux équations d'évolution 2.9. Ces équations décrivent bien l'état de l'atome également dans le cas quasi-résonant, où le temps d'interaction  $t_R^{int}$  et le désaccord  $\delta_R = \omega_{at} - \omega_R$  vérifient la relation  $2\pi/t_R^{int} \ll |\delta_R|$ . Elles ont été établies dans le référentiel tournant relatif au champ, mais la condition de quasi-résonance assure également qu'elles sont valables en représentation d'interaction par rapport à l'atome. Une impulsion  $\pi/2$  transforme donc les états atomiques selon :

$$\begin{aligned} |e\rangle &\rightarrow (|e\rangle - ie^{i\phi} |g\rangle)/\sqrt{2} \\ |g\rangle &\rightarrow (-ie^{-i\phi} |e\rangle + |g\rangle)/\sqrt{2}, \end{aligned} \quad (2.64)$$

où  $\phi$  est la phase du champ.

Pendant le temps  $T_{vol}$  entre les deux impulsions, le champ, n'étant pas exactement à résonance, se déphase par rapport à l'atome. Dans le référentiel de l'atome, les phases  $\phi_1$

<sup>2</sup>On peut évidemment faire fonctionner de manière analogue l'interféromètre en détectant l'état  $|g\rangle$ .

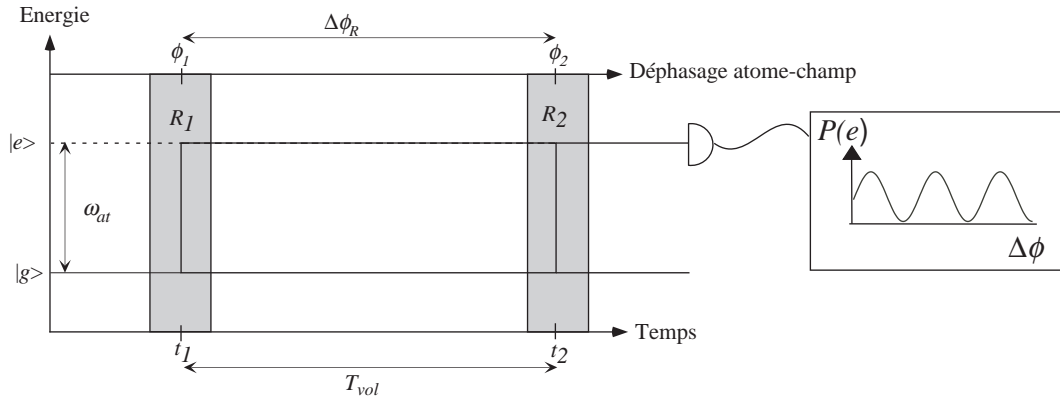


FIG. 2.14 – Principe d'un interféromètre de Ramsey.

et  $\phi_2$  du champ dans  $R_1$  et  $R_2$  diffèrent de  $\Delta\phi_R = \phi_2 - \phi_1 = \delta_R T_{vol}$ . L'évolution dans l'interféromètre d'un atome initialement dans  $|g\rangle$  est donc :

$$\begin{aligned} |g\rangle &\xrightarrow{R1} (-ie^{-i\phi_1} |e\rangle + |g\rangle)/\sqrt{2} \\ &\xrightarrow{R2} (-ie^{-i\phi_1}(1 + e^{-i\Delta\phi_R}) |e\rangle + (1 - e^{i\Delta\phi_R}) |g\rangle)/2 . \end{aligned} \quad (2.65)$$

Les probabilités de détecter l'atome dans  $|e\rangle$  et  $|g\rangle$  valent :

$$\begin{aligned} P_e &= \frac{1}{2}(1 + \cos(\Delta\phi_R)) \\ P_g &= \frac{1}{2}(1 - \cos(\Delta\phi_R)) . \end{aligned} \quad (2.66)$$

Les probabilités sont modulées de façon sinusoïdale en fonction de  $\Delta\phi_R = \delta_R T_{vol}$ , le déphasage entre atome et champ pendant le temps de vol. Ce signal interférométrique est couramment appelé « franges de Ramsey ».

**Effet d'un déphasage de l'état atomique.** La phase d'une superposition atomique peut être modifiée de manière cohérente durant le temps de vol entre les deux zones de Ramsey :

$$c_e |e\rangle + c_g |g\rangle \xrightarrow{\text{déphas. coh.}} c_e e^{-i\phi_{at}} |e\rangle + c_g |g\rangle . \quad (2.67)$$

L'évolution de l'état atomique au fil de l'interféromètre devient alors :

$$\begin{aligned} |g\rangle &\xrightarrow{R1} (-ie^{-i\phi_1} |e\rangle + |g\rangle)/\sqrt{2} \\ &\xrightarrow{\text{déphas. coh.}} (-ie^{-i(\phi_1 + \phi_{at})} |e\rangle + |g\rangle)/\sqrt{2} \\ &\xrightarrow{R2} (-ie^{-i(\phi_1 + \phi_{at})}(1 + e^{-i(\Delta\phi_R - \phi_{at})}) |e\rangle + (1 - e^{i(\Delta\phi_R - \phi_{at})}) |g\rangle)/2 . \end{aligned} \quad (2.68)$$

Nous trouvons des franges de Ramsey déphasées de  $\phi_{at}$  par rapport au cas sans déphasage atomique (2.66) :

$$\begin{aligned} P_e &= \frac{1}{2} (1 + \cos(\Delta\phi_R - \phi_{at})) \\ P_g &= \frac{1}{2} (1 - \cos(\Delta\phi_R - \phi_{at})) . \end{aligned} \quad (2.69)$$

**Mesure du déphasage atomique dû au champ.** En prenant  $\phi_{at} = \Phi(n + 1/2)$  dans les équations ci-dessus, on retrouve exactement l'équation 2.63, avec

$$\varphi = \Delta\phi_R - \Phi/2 = \delta_R t_{vol} - \Phi/2 . \quad (2.70)$$

Le passage de l'atome de mesure QND dans la cavité est en effet encadré par deux impulsions  $\pi/2$  de champ classique. Nous avons introduit la première pour la préparation de la superposition atomique, puis la deuxième pour la mesure du spin atomique résultant de l'interaction avec la cavité : la combinaison des deux impulsions suivie de la détection du niveau atomique forme exactement l'interféromètre de Ramsey tel qu'on vient de le décrire. L'équation 2.70 permet de voir que la « phase de mesure »  $\varphi$  dépend de notre choix du désaccord de la source Ramsey. On peut également ajuster cette phase en jouant sur un autre paramètre. Par effet Stark, on peut en effet modifier la fréquence atomique, et donc le déphasage du dipôle :  $\phi_{at} = \phi_{Stark} + \Phi(n + 1/2)$ . La phase de mesure dépend alors de ce déphasage additionnel selon

$$\varphi = \delta_R t_{vol} + \phi_{Stark} - \Phi/2 . \quad (2.71)$$

Au cours d'une mesure QND, nous ne parcourons pas les franges de Ramsey, mais fixons la phase de l'interféromètre à une valeur connue. Comme nous le verrons aux chapitres 3 et 4, l'effet de déphasage global des franges de Ramsey, représenté figure 2.13(b), nous est cependant utile pour la calibration de la valeur du déphasage par photon  $\Phi$ .

## 2.4.2 Détermination de l'état du champ

La détection d'un atome de mesure QND nous apporte une information sur l'état de l'atome ayant résulté de l'interaction. Les probabilités conditionnelles 2.63 nous montrent que le nombre de photons est corrélé à une *probabilité* de détection de l'état atomique. Une seule détection ne nous donne donc pas directement l'information complète du nombre de photons. Il nous reste à déterminer comment inférer le nombre de photons présents dans la cavité à partir des résultats  $e$  ou  $g$  fournis par notre détecteur. Nous allons voir tout d'abord pourquoi, suivant la valeur du déphasage par photon, cette détermination est plus ou moins aisée. Nous traiterons ensuite les différents cas.

### 2.4.2.a Sensibilité du dipôle atomique au nombre de photons

La valeur  $\Phi = \pi/q$  détermine la sensibilité du dipôle atomique au nombre de photons du champ : plus  $q$  est faible, plus l'état atomique est « sensible » à un seul quantum d'énergie. La figure 2.15 permet de visualiser la séparation entre les états atomiques résultant de

nombre de photons voisins, définie par  $\eta(n, n+1) = 1 - |_{n+1} \langle + | + \rangle_n|^2$ , en fonction de  $q$ . Cette séparation est d'autant plus grande que  $q$  est faible, c'est-à-dire que l'angle de déphasage est grand. Pour  $q = 1$ , deux états  $|+\rangle_n$  adjacents sont maximalelement séparés : la séparation est de 1, ils sont donc orthogonaux. Pour des  $q$  croissant, la séparation diminue, et devient inférieure à 10 % dès  $q = 5$ .

Cette séparation entre états atomiques « adjacents » est corrélée à la précision de l'information qu'il faudra atteindre pour les distinguer. C'est en effet la distance la plus petite entre deux valeurs consécutives des probabilités conditionnelles 2.63 ; or le nombre d'atomes permettant de diminuer suffisamment le bruit statistique pour distinguer deux nombres de photons consécutifs est d'autant plus grand que les valeurs moyennes sont proches. Une sensibilité plus grande se paie donc au prix d'une mesure plus contraignante. De ce point de vue, le réglage le plus facile est donc  $q = 1$ .

Il faut cependant noter qu'en contrepartie, la plage de lecture est d'autant plus faible que  $q$  est petit. En effet, les états atomiques corrélés à  $n$  et  $n + 2q$  étant les mêmes, les nombres  $n$  et  $n + 2q$  sont indistinguables pour un déphasage de  $\pi/q$  par photons. La détermination du nombre de photons se fait modulo  $2q$ . Nous pouvons donc discriminer au maximum une plage de  $2q$  nombres de photons différents.

Les faibles valeurs de  $\Phi$ , bien qu'il soit plus difficile d'en extraire l'information, sont donc également intéressantes, puisqu'elles permettent de mesurer des nombres de photons plus grands. Nous nous sommes donc intéressés à la fois à  $q = 1$  et à des valeurs plus élevées.

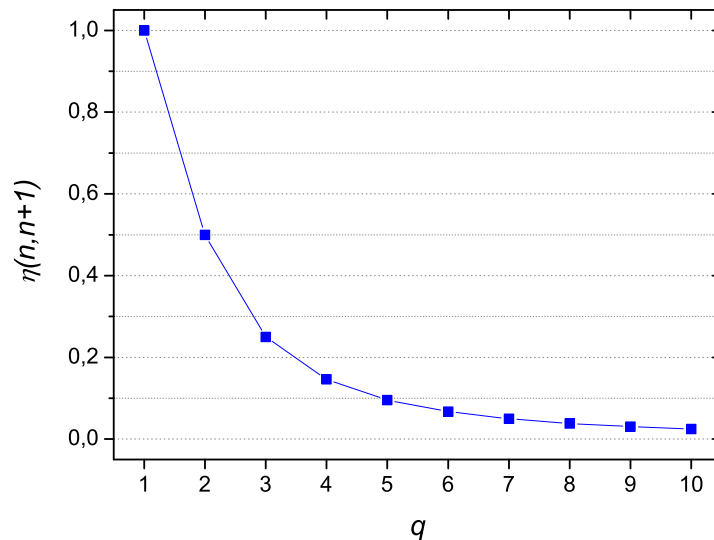


FIG. 2.15 – Séparation  $\eta(n, n+1)$  entre deux états atomiques résultant de l'interaction avec deux états de Fock adjacents, pour différents réglages du déphasage par photon  $\Phi = \pi/q$ .

### 2.4.2.b Cas simple : $q = 1$

Pour  $\Phi = \pi$ , la résolution de la mesure après une seule détection atomique est parfaite. Il faut pour cela bien évidemment choisir l'axe de mesure sur l'axe ( $n = 0, O, n = 1$ ). La détermination du nombre de photons se faisant cependant modulo 2, l'état atomique détecté est corrélé à la parité du nombre de photons. Pour un champ contenant 0 ou 1 photon, chaque détection atomique permet de mesurer complètement l'état du champ.

### 2.4.2.c Cas général, $q > 1$

L'équation 2.63 nous donne le codage de l'état du champ sur la statistique de détection atomique. Dans le cas où  $q$  est plus grand que 1, les probabilités  $P(j, \varphi|n)$  de détecter l'état  $j$  pour une phase de mesure  $\varphi$  donnée sont non nulles pour plusieurs valeurs de  $n$  : la détection d'un atome dans  $j$  est donc compatible avec plusieurs nombres de photons. La probabilité s'annule cependant pour certains  $n$  : une détection dans  $j$  exclut donc la possibilité que l'état du champ soit l'un de ces nombres de photons.

**Loi de Bayes.** Ce raisonnement nous indique comment prendre en compte l'information partielle apportée par une détection atomique : on peut pondérer les probabilités des différents nombres de photons connaissant le résultat d'une détection, en se basant sur les probabilités conditionnelles de détections atomiques. Ce type de raisonnement, plus formellement, correspond à la loi d'inversion des probabilités conditionnelles, dite loi de Bayes. Les probabilités des nombres de photons réévaluées d'après le résultat d'une détection atomique dans l'état  $j$  pour une phase de mesure  $\varphi$  sont :

$$P(n|j, \varphi) = P(j, \varphi|n) \times p(n) / P(j, \varphi) , \quad (2.72)$$

où  $p(n)$  est la probabilité des nombres de photons avant la mesure, et  $P(j, \varphi)$ , assurant la normalisation, est la probabilité totale de détection de l'état  $j$ .

La figure 2.16 permet de visualiser ce processus. L'état du champ initial a été pris comme complètement inconnu : les probabilités  $p(n)$  sont donc toutes initialisées à la même valeur. Sur la figure (a) sont représentés cet état initial, ainsi que les probabilités conditionnelles de détection d'un atome dans  $|e\rangle$ , pour  $\Phi = \pi/4$  et pour une phase de mesure  $\varphi = 0$ . Comme on ne peut pour ce réglage discriminer les états de Fock que sur une plage de 8 nombres consécutifs, nous avons supposé que le champ initial ne peut contenir que de 0 à 7 photons. La figure 2.16(b) présente les probabilités des états de Fock après une détection atomique dans l'état  $|e\rangle$ , calculées en utilisant la formule 2.72. On voit que la probabilité de  $n = 4$  est réduite à 0 tandis que celles des nombres de photons extrêmes sont exaltées. La tendance est bien sûr inversée dans le cas d'une détection dans  $|g\rangle$ , présentée figure (c).

**Evolution de l'état du champ.** Un champ de nombre de photons initial inconnu peut se trouver dans une superposition cohérente, ou dans un mélange statistique. On peut vérifier, en écrivant l'évolution du système couplé atome-champ puis en appliquant le postulat de projection correspondant à la détection d'un atome, que les probabilités des nombres de photons du champ après mesure sont bien modifiées suivant la loi de Bayes.



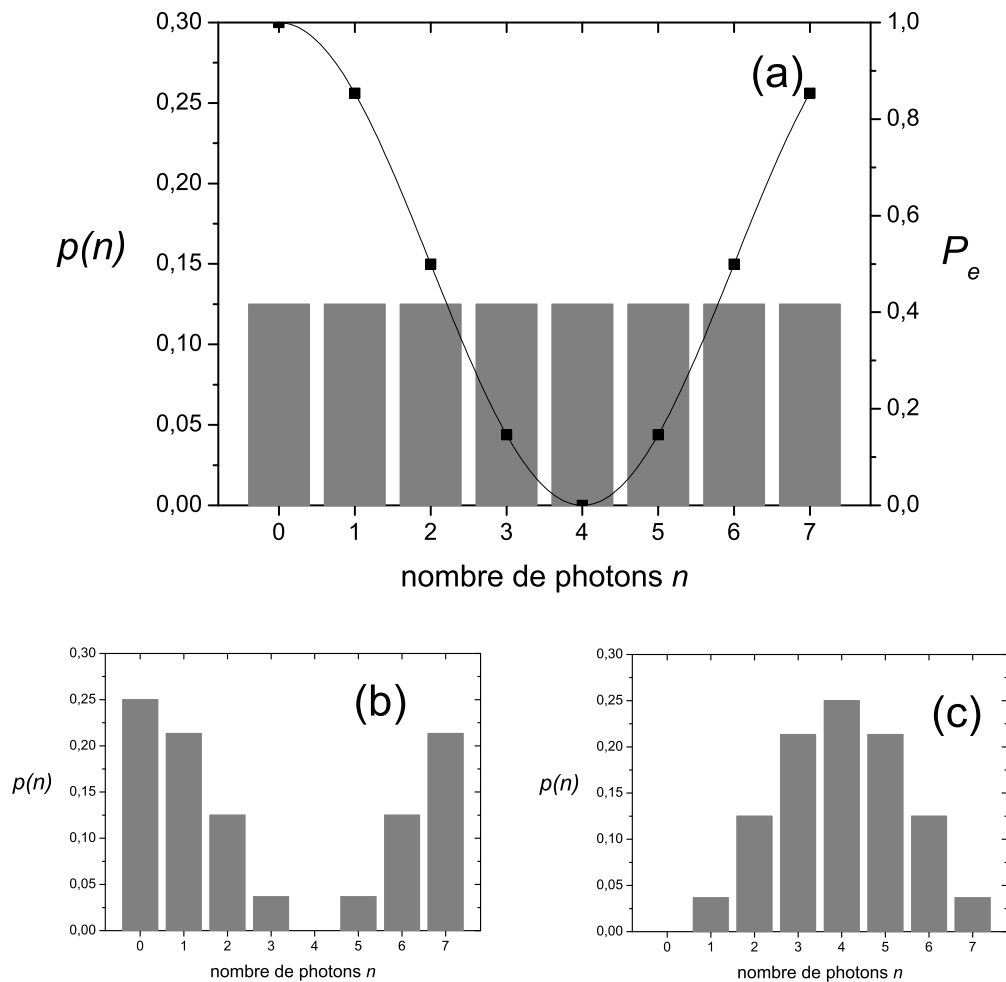


FIG. 2.16 – Information apportée sur le champ par une détection atomique. (a) Probabilités initiales des états de Fock, sur l'axe de gauche, en barres grises. On prend ici l'exemple d'un champ initial complètement inconnu, dont les probabilités sont donc uniformes. Les points et la ligne noirs correspondent aux probabilités conditionnelles de détection dans l'état  $|e\rangle$ , lisibles sur l'axe de droite, pour  $\Phi = \pi/4$  et pour une phase de mesure  $\varphi$  donnée. (b) Probabilités des états de Fock après la mesure, si l'atome a été détecté dans  $|e\rangle$ . (c) Probabilités des états de Fock après la mesure, si l'atome a été détecté dans  $|g\rangle$ .

L'état du système avant interaction, dans le cas où le champ est dans une superposition cohérente de probabilités initiales  $p(n) = |c_n|^2$ , peut s'écrire comme :

$$[|e\rangle + |g\rangle] \otimes \sum_n c_n |n\rangle . \quad (2.73)$$

Après interaction, les deux systèmes sont intriqués :

$$\sum_n c_n |+\rangle_n \otimes |n\rangle . \quad (2.74)$$

Après la deuxième impulsion  $\pi/2$ , de phase  $\varphi$ , l'état du système devient

$$\sum_n c_n [c_e(\varphi, n) |e\rangle + c_g(\varphi, n) |g\rangle] \otimes |n\rangle , \quad (2.75)$$

où par définition  $|c_j(\varphi, n)|^2 = P(j, \varphi|n)$ . La détection de l'atome dans l'état  $j$  projette alors le champ sur l'état

$$A \sum_n c_j(\varphi, n) c_n |n\rangle , \quad (2.76)$$

où  $A$  est une constante de normalisation. Les probabilités de l'état  $|n\rangle$  deviennent donc :

$$P(n|j, \varphi) = |c_j(\varphi, n) c_n|^2 \times A = P(j, \varphi|n) \times p(n) \times A . \quad (2.77)$$

Si le champ est initialement dans un mélange statistique  $\hat{\rho}_{ch} = \sum_n p(n) |n\rangle \langle n|$ , l'état du système couplé juste avant la détection atomique est :

$$\hat{\rho} = \sum_n \left( c_e(\varphi, n) |e\rangle + c_g(\varphi, n) |g\rangle \right) \left( c_e^*(\varphi, n) \langle e| + c_g^*(\varphi, n) \langle g| \right) p(n) |n\rangle \langle n| . \quad (2.78)$$

Après détection de l'atome dans l'état  $j$ , la matrice densité du champ devient :

$$\hat{\rho}_{ch} = \langle e| \hat{\rho} |e\rangle \times B = B \sum_n |c_j(\varphi, n)|^2 p(n) |n\rangle \langle n| , \quad (2.79)$$

où  $B$  assure la normalisation. On peut à nouveau écrire l'équation 2.77.

On peut voir sur ces deux exemples que les cohérences ne jouent aucun rôle. On peut donc généraliser les calculs précédents à un état arbitraire du champ : quel que soit l'état initial, on retrouve, en utilisant le postulat de projection, la loi de Bayes. Le processus de mesure n'étant pas du tout sensible aux cohérences initiales entre les états de Fock, l'évolution des probabilités est dans tous les cas la même que pour un mélange statistique, pour lequel il est tout à fait normal que l'on retrouve la loi classique de Bayes, puisque c'est un mélange « classique » de différents états.

**Accumulation de l'information.** La formule 2.72 contient la logique de la réduction progressive de l'indétermination du nombre de photons : elle invite à l'itération. En détectant l'atome de mesure  $k + 1$ , on va modifier les probabilités inférées de la détection de l'atome  $k$ . Il est facile de voir que si l'on varie la phase de mesure, les états de Fock

que peut décimer une détection atomique vont varier, permettant d'éliminer petit à petit tous les nombres de photons, sauf un.

Les probabilités des nombres de photons après la détection de l'atome  $N$  peuvent s'écrire à partir des probabilités initiales  $P_0(n)$  comme

$$P_N(n) = \Pi_N(n) \times P_0(n) . \quad (2.80)$$

La fonction  $\Pi_N(n)$ , que nous appellerons fonction de décimation, ne dépend que des probabilités conditionnelles  $P(j, \varphi|n)$  et des résultats de détection :

$$\Pi_N(n) = \prod_{(k=1\dots N)} P(j(k), \varphi(k)|n) , \quad (2.81)$$

où la notation  $(j(k), \varphi(k))$  indique le résultat  $j$  et la phase de détection  $\varphi$  de l'atome  $k$ . Lorsque le nombre d'atomes pris en compte augmente, on s'attend à ce que la probabilité  $P_N(n)$  se réduise à un seul pic non nul. L'équation 2.80, dépendant de  $P_0(n)$ , semble cependant indiquer qu'il nous faut connaître les probabilités initiales pour calculer les probabilités au rang  $N$  et connaître le nombre de photons final. Comme l'illustre la figure 2.17, nous pouvons en réalité connaître le nombre de photons final indépendamment de la connaissance de la forme des probabilités initiales. Cette figure présente deux exemples simulés de l'évolution de la fonction de décimation, pour un nombre  $N$  d'atomes détectés croissant. Le graphe (a) correspond à la simulation de la mesure d'un champ initial cohérent de nombre de photons moyen  $\bar{n} = 3$ . La fonction de décimation, d'une sinusoïde pour  $N = 1$ , converge au bout d'une vingtaine d'atomes vers un pic, de largeur plus petite que 1, centré sur  $n = 5$ . Quelle que soit notre choix d'initialisation de  $P_0(n)$ , à condition de n'exclure aucun nombre de photon, la distribution  $P_N(n)$  que nous obtenons finalement se réduit alors au pic  $n = 5$ , car c'est le seul nombre que le « filtre » fonction de décimation préserve. Sur la figure (b), simulée à partir d'un état de Fock  $|n\rangle = 5$ , on peut vérifier que le pic vers lequel la fonction de décimation a convergé est bien le nombre de photons attendu.

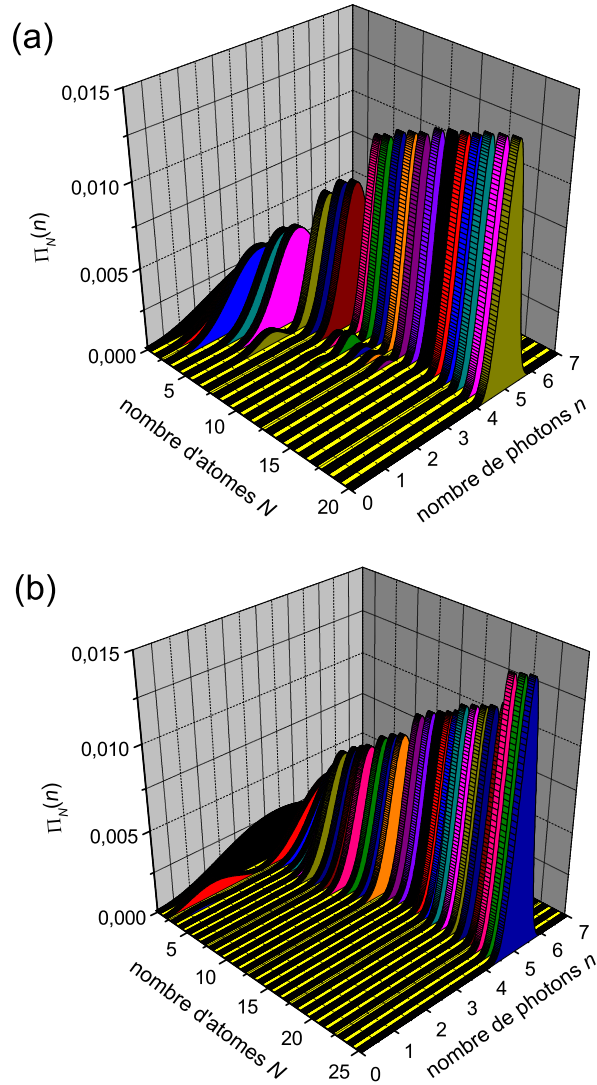


FIG. 2.17 – . Convergence de la fonction de décimation  $\Pi_N(n)$ , calculée pour les premières détections  $(j, \varphi)$  d'une séquence simulée. On a représenté la fonction de décimation sur une forme continue, avec une normalisation arbitraire à 1 de la somme des points. Les probabilités  $P(j, \varphi|n)$  utilisées pour la simulation sont celles présentées sur la figure 2.13, correspondant donc à des franges de Ramsey de contraste parfait et à l'utilisation de quatre phases de mesure. Pour la simulation des détections atomiques, on a alterné cycliquement ces quatre phases de mesure. Sur les deux courbes présentées, la fonction de décimation a convergé vers un pic centré sur  $n = 5$ , d'une largeur plus petite que 1. Les données ont été simulées pour deux états initiaux différents : (a) champ cohérent de nombre moyen de photons  $\bar{n} = 3$ , (b) état de Fock  $|n = 5\rangle$ .

## 2.5 Interaction dispersive : conditions expérimentales réalistes

### 2.5.1 Variation de la constante de couplage

En réalité, l'atome n'est pas fixe au centre du mode, mais le traverse à la vitesse  $v$ . L'amplitude du champ vue par l'atome varie au cours du temps, selon la forme gaussienne  $f(\mathbf{r})$  du mode, donnée par l'équation 1.8. La fréquence de couplage vue par l'atome n'est donc pas constante au cours du temps, mais varie comme :

$$\Omega_n(\mathbf{v}t) = \Omega_n f(\mathbf{v}t) = \Omega_n e^{-(vt/w_0)^2}, \quad (2.82)$$

où l'origine des temps est prise à l'instant où l'atome est au centre de la cavité, et  $w_0$  est le col du mode. L'allure de cette variation est représentée figure 2.18(a).

Comme on peut le voir sur la figure 2.18(b), les déplacements d'énergie des états couplés, et donc la phase qu'ils accumulent par intervalle de temps élémentaire, ne sont donc plus constants. Pour calculer la phase totale acquise, il faut intégrer sur la durée de l'interaction. Le paramètre  $\Phi$ , que l'on a introduit dans les équations 2.57, a donc pour nouvelle expression :

$$\Phi = \frac{\Omega_0^2 t_{eff}}{2\delta}, \quad (2.83)$$

où  $t_{eff}$  est le temps d'interaction effectif, défini par :

$$t_{eff} = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2(vt/w_0)^2} dt = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{w_0}{v}. \quad (2.84)$$

### 2.5.2 Interaction à faible désaccord

Nous avons vu qu'à désaccord nul, l'interaction entre atome et champ donne lieu à un échange d'énergie entre les deux systèmes résonnants, tandis que la condition de grand désaccord  $\delta \gg \Omega_n$  assure une suppression de ces échanges d'énergie pour ne laisser place qu'à des effets de déphasage. Qu'en est-il du régime où le désaccord est intermédiaire ?

La forme gaussienne de notre mode permet en réalité d'assouplir la condition de grand désaccord tout en conservant l'absence d'échange d'énergie. Le régime de désaccord, caractérisé par le rapport  $\Omega_n(\mathbf{r})/\delta$ , varie selon la position de l'atome, puisque la constante de couplage a un profil spatial gaussien.

Comme nous l'avons vu au paragraphe précédent, cette variation spatiale se traduit par une variation temporelle  $\Omega_n(vt)$  pour un atome traversant le mode à la vitesse  $v$ . Loin du centre du mode, l'interaction commence dans tous les cas dans le régime de grand désaccord, la constante de couplage étant très faible. L'état initial découplé  $|e, n\rangle$  (ou  $|g, n\rangle$ ) est alors confondu avec l'un des états propres  $|\pm, n\rangle$  (selon le signe du désaccord). Si la variation des états propres le long de la trajectoire atomique est suffisamment lente, le système atome-champ suit adiabatiquement l'état propre dans lequel il était initialement. Même si cet état propre devient momentanément, au centre du mode, un état partiellement

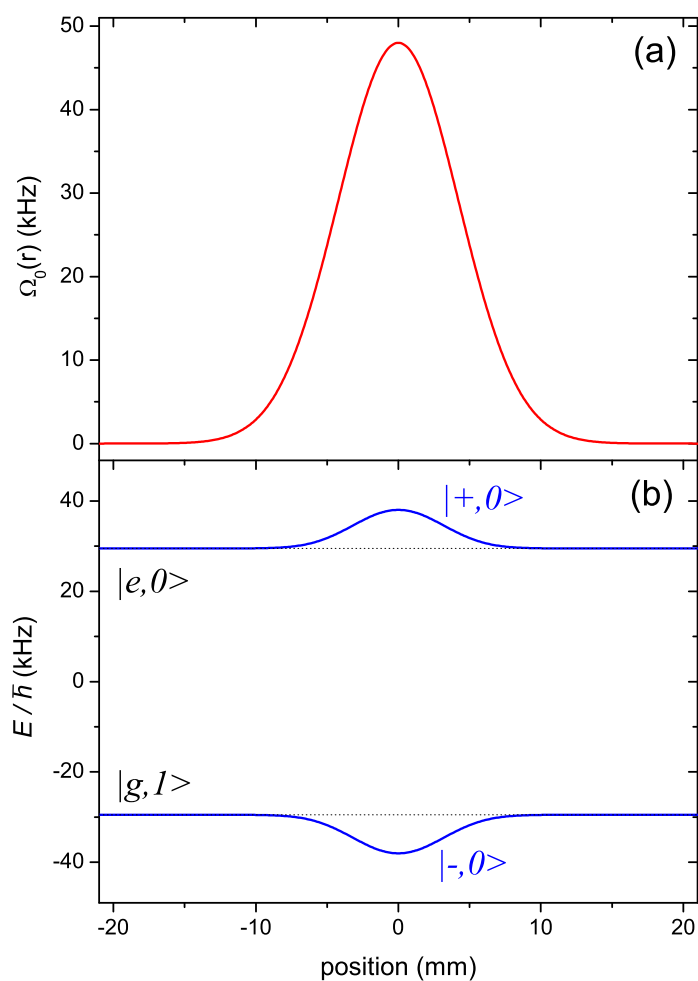


FIG. 2.18 – Variation spatiale des paramètres de l'interaction. (a) Profil gaussien de la constante de couplage  $\Omega_0$ . (b) Les courbes continues bleues représentent, en fonction de la position, l'énergie des états propres  $|\pm, 0\rangle$  de la multiplicité 0, pour un désaccord  $\delta = 2\pi \cdot 59$  kHz. Le zéro a été pris à  $\omega_{ch}$ . Les lignes pointillées noires rappellent l'énergie des états la multiplicité en l'absence de couplage.

intriqué de l'atome et du champ, le critère d'adiabaticité garantit que le système continue de suivre l'état propre jusqu'à la sortie du mode. Le régime d'interaction étant à nouveau celui de grand désaccord, l'état redevient alors séparable, et identique à l'état initial. Dans ce cas, même si pour la valeur du couplage au centre du mode la condition  $\delta \gg \Omega_n$  n'est pas satisfaite, le passage de l'atome à travers la cavité ne modifie pas l'énergie du champ.

Pour une fréquence de Rabi au centre du mode  $\Omega_n$  fixée, la vitesse de variation des états propres dépend de deux paramètres : la vitesse de l'atome, et le désaccord. A désaccord fixé, la variation est d'autant plus rapide que l'atome traverse le mode rapidement. A vitesse atomique fixée, la différence entre les états propres du système atome-champ au centre du mode et loin du centre est d'autant plus grande que l'on se rapproche du régime résonant au centre du mode. On peut montrer que, pour les ordres de grandeur des vitesses atomiques que nous utilisons (environ 300 m/s) et pour  $\Omega_0 \approx 2\pi \cdot 50$  kHz, une contrainte suffisante pour assurer une bonne adiabaticité jusqu'à  $n \sim 100$  est :

$$|\delta| > \Omega_0 . \quad (2.85)$$

Les effets d'interaction dispersive peuvent donc être observés, dans notre expérience, jusqu'à des désaccords de l'ordre de la fréquence de Rabi  $\Omega_0 = 2\pi \cdot 48$  kHz.

La figure 2.19 permet de vérifier la qualité de l'adiabaticité, dans le cas d'un désaccord faible  $\delta = 2\pi \cdot 59$  kHz, pour différentes vitesses atomiques. Par intégration numérique de l'équation de Schrödinger, nous avons évalué la probabilité de transition de l'état initial  $|g, 1\rangle$  vers l'état  $|e, 0\rangle$ , au cours de la traversée du mode. On peut voir qu'à 250 m/s, la courbe représentant la probabilité de cette transition reste continument presque indistinguable de la courbe correspondant à l'état propre  $|-, 0\rangle$ . Cela signifie que l'état du système suit l'état propre, il revient donc presque parfaitement à l'état initial à la fin de l'interaction. La probabilité de transition finale à cette vitesse est inférieure à  $2 \times 10^{-7}$ . Pour des vitesses plus élevées, l'évolution ne suit pas parfaitement celle de l'état propre. La suite de la courbe est irrégulière, car l'état, n'étant plus stationnaire, peut amorcer une oscillation de Rabi. L'état ne se resépare alors que partiellement à la fin de l'interaction : il reste une probabilité non nulle d'avoir modifié l'énergie du champ. Ces courbes permettent d'illustrer la tendance non adiabatique pour des vitesses croissantes, mais le résultat final reste encore très bon : même à 600 m/s, la probabilité de transition finale est inférieure à 0,5 %.

### 2.5.3 Linéarité du déphasage par photon

La variation linéaire du déphasage atomique selon le nombre de photons découle du développement au premier ordre en  $\Omega_n/\delta$  de l'énergie perturbée, valable en régime de grand désaccord :  $\delta \gg \Omega_n = \Omega_0\sqrt{n+1}$ . Nous venons cependant de voir au paragraphe précédent que dans le cas de notre expérience, nous pouvons conserver des effets purement dispersifs pour des valeurs du désaccord  $\delta \sim \Omega_0$ . Dans ce régime intermédiaire, le développement linéaire utilisé n'est plus justifié, nous devons donc utiliser l'expression exacte du déphasage en fonction du nombre de photons, que nous allons maintenant expliciter en prenant en compte la forme gaussienne du mode.

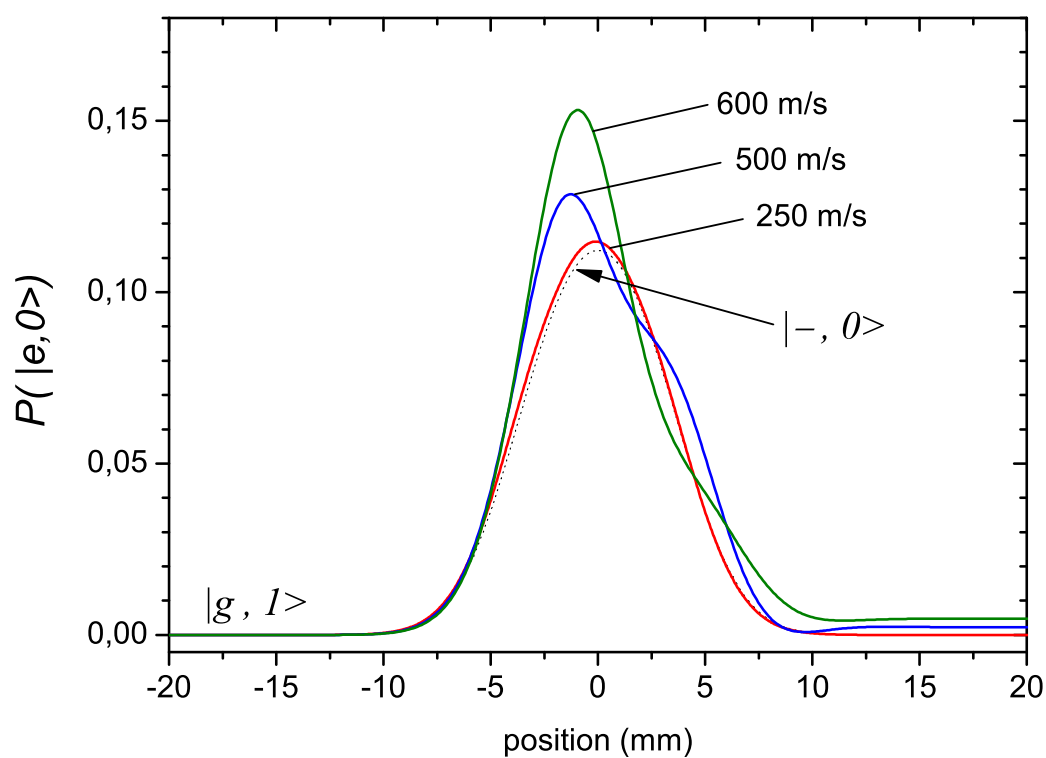


FIG. 2.19 – Evolution de la probabilité de l'état  $|e,0\rangle$  au cours de l'interaction, pour un atome initialement dans l'état  $|g,1\rangle$  traversant la cavité à différentes vitesses. Les courbes sont obtenues par intégration numérique de l'équation de Schrödinger, pour un désaccord  $\delta = 2\pi \cdot 59$  kHz. Pour pouvoir plus facilement les comparer, nous avons reporté en abscisse la position et non le temps. Pour référence, la ligne pointillée noire correspond à l'état propre  $|-,0\rangle$ .



Sans approximation, les équations 2.56 s'écrivent, pour  $\delta$  positif<sup>3</sup> :

$$\begin{aligned}\Delta E_{e,n} &= \frac{\hbar}{2} \left( \sqrt{\delta^2 + (n+1)(\Omega_0 f(\mathbf{r}))^2} - |\delta| \right) \\ \Delta E_{g,n} &= -\frac{\hbar}{2} \left( \sqrt{\delta^2 + n(\Omega_0 f(\mathbf{r}))^2} - |\delta| \right),\end{aligned}\tag{2.86}$$

où l'on a pris en compte la dépendance spatiale du couplage. Le déphasage en fonction de  $n$  est l'intégrale des déplacements d'énergie :

$$\phi(n) = \frac{1}{\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} (\Delta E_{e,n}(t) - \Delta E_{g,n}(t)) dt .\tag{2.87}$$

Cette expression n'a pas de forme analytique simple, elle doit être évaluée numériquement.

La figure 2.20 représente les déphasages différentiels par rapport à  $\phi(0)$  pour  $n \leq 10$ , calculés pour des atomes à 250 m/s à partir de l'expression 2.87. Le calcul a été fait pour trois désaccords différents : 58 kHz, 132 kHz et 272 kHz, qui correspondent respectivement aux valeurs pour lesquelles on attend  $\phi(1) - \phi(0) = \pi$ ,  $\pi/2$  et  $\pi/4$ . Le désaccord le plus faible est très proche de  $\Omega_0$  : on peut constater qu'en effet, le déphasage ne varie pas linéairement sur la plage de nombre de photons représentée. Pour le désaccord le plus grand, de l'ordre de  $6\Omega_0$ , l'ajustement linéaire décrit par contre très bien les points calculés.

## 2.5.4 Conclusion : choix du déphasage pour les expériences

Nous avons vu au paragraphe 2.4.2.a quelles sont les performances et contraintes d'une mesure dans l'approximation où le déphasage est linéaire en nombre de photons. Ces prédictions ne sont qualitativement pas drastiquement modifiées par l'écart à la linéarité vu dans le paragraphe précédent, notable surtout pour de faibles valeurs du désaccord. Pour la suite de cette conclusion je raisonnerai donc encore en terme de « déphasage par photon »  $\Phi$ , bien que dans les chapitres expérimentaux, pour des évaluations quantitatives, nous devons utiliser la valeur exacte du déphasage  $\phi(n)$ .

Nous avons remarqué qu'à cause des dégénérescences de mesure, une mesure à fort  $\Phi$  est limitée en plage de nombre de photons mesurables, mais qu'en contrepartie l'information sur le nombre de photons est plus facile à acquérir que pour une mesure à faible  $\Phi$ . Nous avons donc commencé les expériences par le cas le plus simple,  $\Phi = \pi$ . A ce réglage, permettant la mesure de 2 nombres de photons consécutifs, nous avons mesuré des champs contenant 0 ou 1 photon. Comme on a pu le voir sur la figure 2.20, la non-linéarité est alors assez forte, mais ce n'est pas un problème puisque nous nous limitons à deux nombres de photons. Nous avons ensuite complexifié un petit peu la mesure, en utilisant le réglage  $\Phi = \pi/2$ . Pour ces deux premières expériences, inférer le nombre de photon mesuré à partir des détections atomiques se fait de manière assez intuitive.

Nous avons ensuite utilisé un troisième réglage,  $\Phi = \pi/4$ , où le déphasage est assez linéaire sur la plage de nombre de photons mesurés, allant de 0 à 7. Pour ce cas, nous avons dû analyser les détections de manière plus subtile, en s'appuyant sur les résultats

<sup>3</sup>Le signe global de chaque déplacement est inversé dans le cas d'un désaccord négatif.

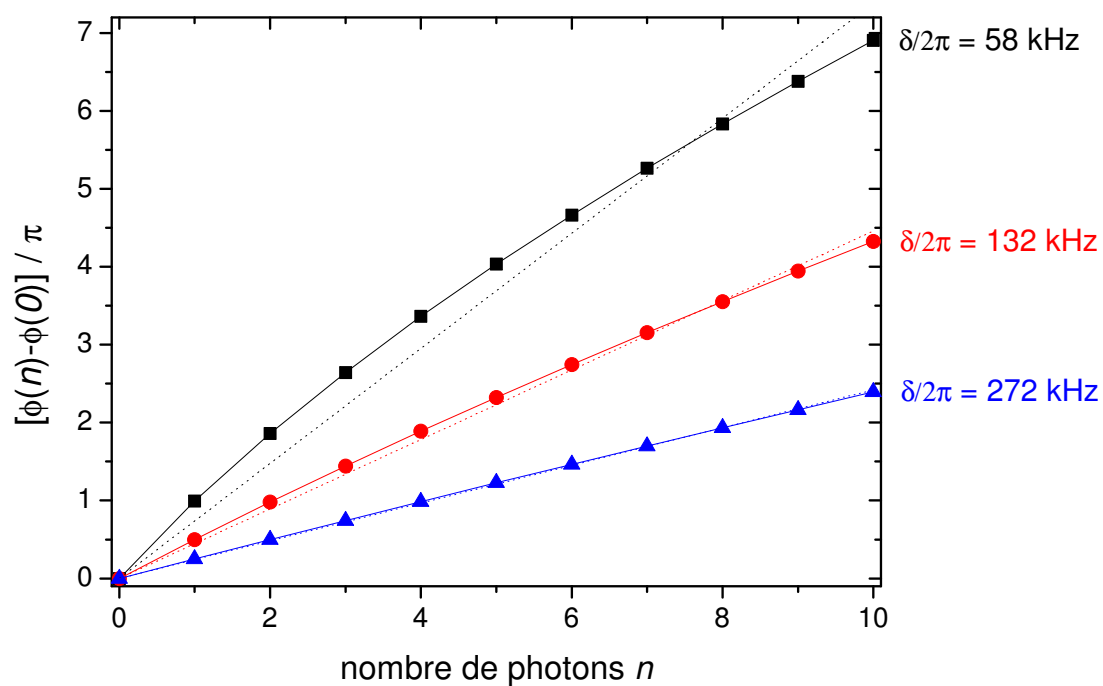


FIG. 2.20 – Déphasage  $(\phi(n) - \phi(0))/\pi$  en fonction de  $n$ , pour 3 valeurs du désaccord. La vitesse des atomes est prise à 250 m/s. Les lignes pointillées sont des ajustements linéaires passant par 0, effectués sur les points représentés.

du paragraphe 2.4.2.c où l'on a explicité le contenu de l'information partielle apportée par chaque atome.

# Chapitre 3

## Premières observations des sauts quantiques de la lumière

Nous avons décrit au paragraphe 2.4 le principe de notre mesure QND répétée du nombre de photons : l'interaction dispersive d'un dipôle atomique avec le champ résulte en un déphasage de ce dipôle, approximativement linéaire en nombre de photons. Le paramètre clef de cette mesure QND est le déphasage par photon. C'est en effet lui qui règle la plage de nombre de photons distinguables et la rapidité d'acquisition de l'information. Le fonctionnement le plus simple de notre appareil est celui pour lequel la plage de lecture est la plus réduite et la lecture de l'information la plus rapide. Cette situation correspond à des valeurs du déphasage par photon  $\Phi = \pi/q$  grandes. Je présenterai dans ce chapitre deux réglages, réalisant les premiers « films » d'états du champ à nombre de photons faible, pour lesquels la lecture du nombre de photons ne nécessite pas d'algorithme complexe.

Le réglage le plus simple nous permet de détecter non destructivement un seul photon. On choisit pour cela la valeur maximale du déphasage par photon, soit  $\Phi = \pi$ . Dans ce cas, on peut distinguer la présence ou non d'un seul photon dans le mode de la cavité idéalement avec un seul atome. En répétant un grand nombre de fois la mesure, on peut suivre l'évolution de l'état du champ. Nous avons vu au chapitre 2 que, dans ces conditions d'observation, le nombre de photons devrait évoluer par sauts soudains, appelés sauts quantiques. Nous verrons dans ce chapitre que cette expérience a en effet permis d'enregistrer l'apparition et la disparition brusque d'un photon dans le mode de la cavité, ce qui a constitué la première observation des sauts quantiques de la lumière [81].

Nous avons ensuite affiné notre réglage, en nous plaçant à  $\Phi = \pi/2$ . Nous avons alors pu mesurer, au prix d'une modification minime de l'algorithme de lecture, jusqu'à deux photons dans la cavité. La présentation de ces résultats sera l'objet de la dernière partie de ce chapitre.

### 3.1 Contrôle de la valeur du déphasage par photon

Il est primordial pour nos expériences de savoir comment ajuster et estimer le déphasage par photon. Nous avons donc commencé par vérifier notre contrôle de ce paramètre.

### 3.1.1 Ajustement du déphasage par photon

D'après les formules 2.83 et 2.84, le déphasage dans la limite de l'approximation linéaire s'écrit comme :

$$\phi(n) \approx (n + 1/2)\Phi \quad \text{avec} \quad \Phi = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\Omega_0^2 w}{2} \times \frac{1}{\delta v} . \quad (3.1)$$

Bien que cette approximation ne soit valable quantitativement que pour des désaccords pas trop faibles, elle nous permet de visualiser qualitativement la dépendance du déphasage en fonction de nos paramètres expérimentaux. La fréquence de Rabi du vide  $\Omega_0$  et la taille du col du mode  $w$  étant des grandeurs fixées, notamment par la géométrie de notre cavité, il reste deux paramètres pour ajuster le régime de déphasage : la vitesse atomique  $v$  et le désaccord  $\delta$ . Le déphasage par photon décroît en fonction de ces deux paramètres.

#### 3.1.1.a Variation de la vitesse atomique

Comme nous l'avons vu au chapitre 1, nos atomes sont sélectionnés en vitesse par effet Doppler à l'aide de lasers, à partir d'un jet thermique. Comme on a pu le voir sur la figure 1.11, la distribution initiale thermique de vitesses est essentiellement répartie entre 150 et 600 m/s. La gamme sur laquelle on peut varier la vitesse est donc assez restreinte.

#### 3.1.1.b Variation du désaccord

Deux approches sont possibles pour ajuster le désaccord atome-champ : nous pouvons modifier la fréquence de l'atome par effet Stark en appliquant une différence de potentiel entre les deux miroirs de la cavité, ou modifier la fréquence de la cavité, en changeant la tension aux bornes des tubes piézo-électriques qui séparent les miroirs.

Si l'on applique un fort champ électrique statique aux atomes, cela implique que le gradient du champ dans une zone donnée augmente en proportion. La forme des pièces du bloc cavité a été conçue pour minimiser les inhomogénéités de champ électrique vues par les atomes, mais celles-ci ne sont cependant pas nulles. Or une inhomogénéité de champ dans la direction transverse au faisceau d'atomes entraîne une dispersion des fréquences de transition atomique. Une telle dispersion n'est pas souhaitable, car elle correspond à un déphasage inhomogène du dipôle atomique pendant le temps de vol entre les deux zones de Ramsey, dont on peut montrer qu'il réduit le contraste des franges de Ramsey. Pour des atomes sondés par interférométrie, nous préférons donc appliquer un champ électrique statique le plus faible possible dans l'espace entre les deux zones de Ramsey, notamment dans la cavité. Nous maintenons donc le champ à la valeur minimale  $F_{min}$  assurant le maintien de l'axe de quantification des atomes de Rydberg. Cette valeur correspond au point où le contraste des franges de Ramsey est le meilleur : c'est sur ce critère que nous nous réglons. On trouve une différence de potentiel optimale appliquée aux miroirs de 0,62 V.

C'est donc la fréquence de la cavité que nous modifions pour atteindre le désaccord voulu, en variant la tension appliquée aux cales piézoélectriques qui définissent la distance

entre les miroirs. La méthode utilisée pour mesurer le désaccord est présentée en annexe A. Sa précision est d'environ 15 kHz.

### 3.1.1.c Estimation du déphasage

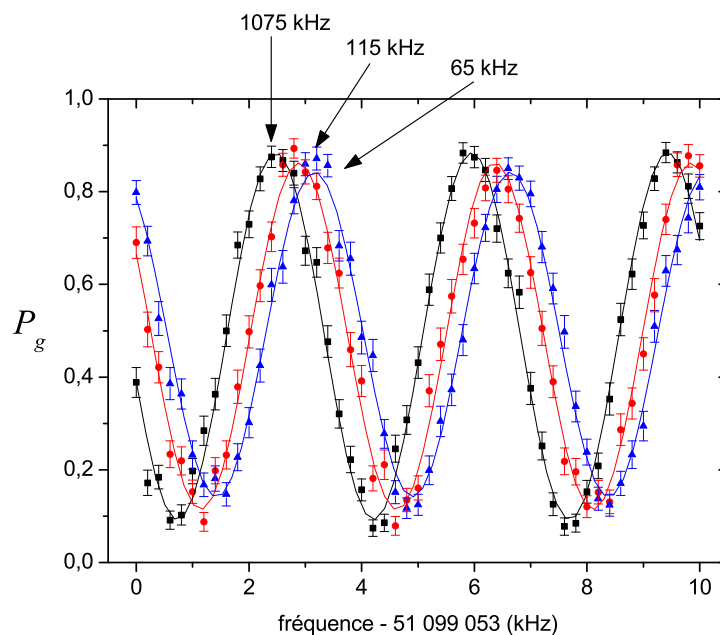


FIG. 3.1 – *Franges de Ramsey en présence d'un champ vide, pour des atomes de vitesse  $v = 314$  m/s, à trois différents désaccords. Les barres d'erreur sont statistiques. Les trois courbes en trait plein sont des ajustements sinusoidaux. En abscisse est reportée la fréquence de la source Ramsey.*

Pour estimer le déphasage, nous utilisons l'effet de décalage des franges de Ramsey. Nous avons vu au paragraphe 2.4.1.b que le déphasage subi par l'atome à son passage dans la cavité constitue une phase globale pour les franges de Ramsey :

$$P_j(\varphi, n) = 1/2 \left[ A + B \cos(\delta_R T_{vol} + (\varphi + j\pi) - \phi(n)) \right], \quad (3.2)$$

où les paramètres  $A$  et  $B$  ont été introduits pour décrire des franges éventuellement non idéales. Dans toutes nos expériences, les franges sont obtenues par variation de la fréquence  $\omega_R$  de la source Ramsey : on varie ainsi le désaccord  $\delta_R = \omega_{at} - \omega_R$  entre l'atome et la source. La probabilité  $P_j$  correspondant à une fréquence donnée est évaluée par la moyenne des résultats d'un grand nombre de réalisations de la séquence suivante : un atome est détecté après avoir traversé le montage et subi une impulsion classique  $\pi/2$  dans chaque zone de Ramsey. La valeur  $P_j$  est alors  $n_j / \sum_i n_i$ , où  $n_j$  est le nombre total d'atomes détectés dans l'état  $j$ .

La figure 3.1 représente les franges enregistrées dans l'état vide  $|0\rangle$  pour un atome de

vitesse 314 m/s à trois valeurs différentes du désaccord<sup>1</sup>. On peut observer que pour des désaccords décroissants, les trois sinusoides se décalent progressivement vers la droite<sup>2</sup>. Ce décalage est dû au terme  $\phi(0)$  dans la phase de l'équation 3.2 : à vitesse atomique et nombre de photons fixés, le déphasage atomique dû au champ est d'autant plus important que le désaccord est faible. Cette figure est une belle illustration de la présence d'un couplage entre l'état vide du champ et l'atome, se manifestant ici par le déplacement de Lamb.

#### 3.1.1.d Mesure du déphasage en fonction du désaccord

Nous avons répété la mesure de la phase des franges pour d'autres désaccords. On s'attend à ce que les phases obtenues varient comme  $\phi(0)$ , mais en étant décalées d'une valeur indépendante de  $\delta$ , qui est la phase des franges en l'absence d'interaction avec le champ. Nous avons estimé ce décalage en cherchant la valeur qui, soustraite aux valeurs expérimentales brutes, minimise la distance moyenne entre les points théoriques et expérimentaux. Le graphe 3.2(a) présente les points obtenus, ainsi que la valeur théorique attendue, calculée en utilisant l'expression exacte 2.87.

On constate que la courbe théorique décrit très bien les points expérimentaux. Ce bon accord nous assure que l'interaction des atomes avec le mode de la cavité donne quantitativement lieu aux effets attendus, et est bien décrit par la théorie présentée au chapitre précédent.

### 3.1.2 Choix de la vitesse et du désaccord pour les expériences

On a pu voir sur les graphes précédents qu'il est facilement possible en augmentant le désaccord d'atteindre de faibles valeurs du déphasage par photon. Pour atteindre des valeurs élevées de ce paramètre, il faut par contre prendre plus de précautions quant au jeu de réglages que l'on utilise.

Nous devons satisfaire la condition dispersive  $|\delta| > \Omega_0$ , afin de garantir l'absence d'échange d'énergie entre l'atome et le champ. Il est donc préférable, pour que le désaccord reste le plus élevé possible, de choisir une vitesse atomique faible.

Cependant, la répartition maxwellienne des vitesses atomiques à la sortie du four est comprise entre 150 et 600 m/s. Le maximum se situant vers 300-400 m/s, le nombre d'atomes va en diminuant pour des vitesses s'éloignant de cette fourchette. Le nombre moyen d'atomes préparés par les impulsions d'excitation est donc de plus en plus faible. Si l'on répète la séquence d'excitation pour envoyer à intervalles réguliers des atomes sonde dans la cavité, cela signifie que le délai moyen entre la présence réelle de deux atomes dans la cavité est de plus en plus grand. Choisir une vitesse atomique faible se fait donc au

---

<sup>1</sup>L'état  $|0\rangle$  n'est pas l'état d'équilibre de la cavité à température non nulle, et nécessite donc une étape de préparation du champ, dont nous verrons la procédure lors de la présentation de la première mesure QND.

<sup>2</sup>On peut également voir que le contraste diminue. Cet effet est dû à la prise en compte pour ces franges de toutes les détections atomiques quel que soit le nombre d'atomes dans un paquet. Or nous verrons au paragraphe 3.2.2.b qu'une interaction simultanée de plusieurs atomes avec le mode donne lieu à des effets brouillant les franges de Ramsey lorsque le déphasage par photon devient proche de  $\pi$ .

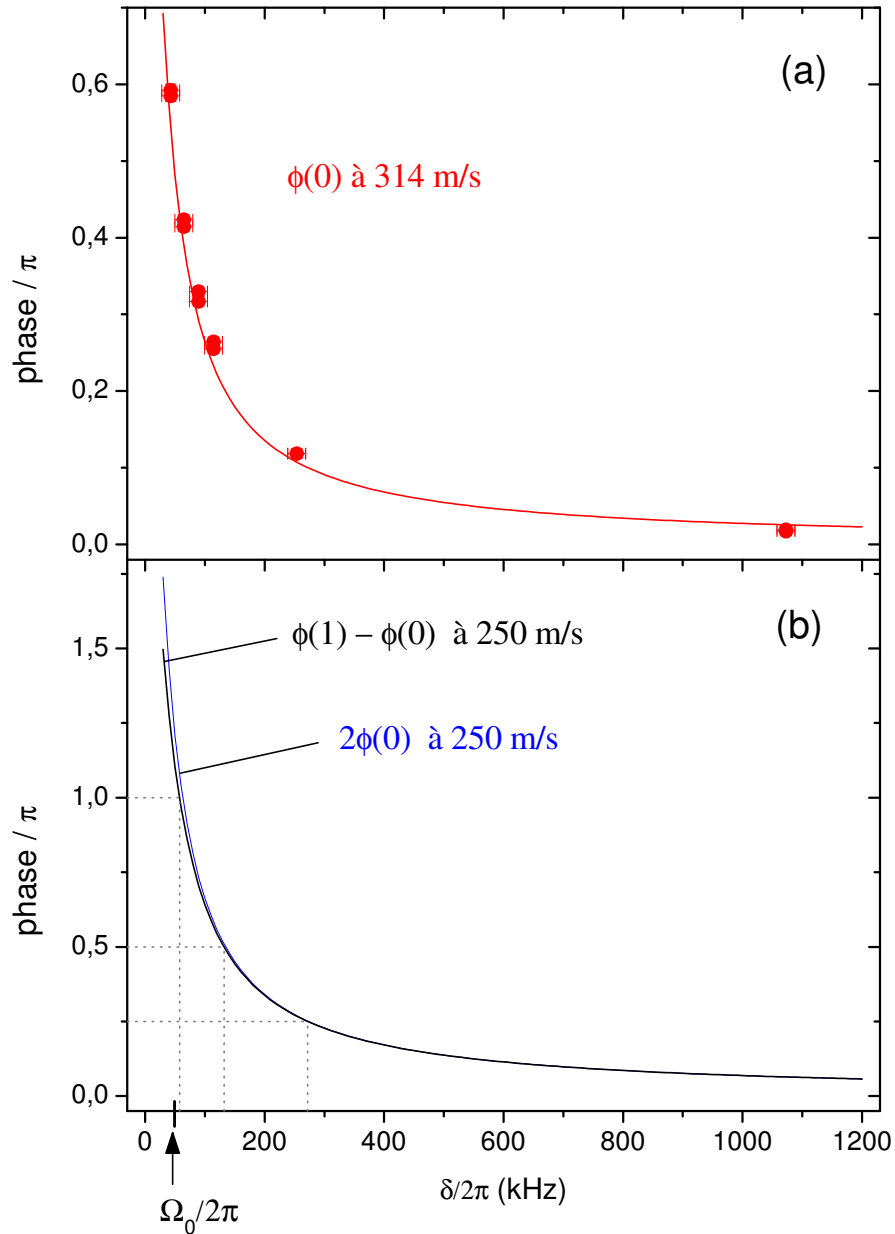


FIG. 3.2 – Déphasage du dipôle atomique en fonction du désaccord. (a) Déphasage par l'état vide  $\phi(0)$  pour des atomes de vitesse  $v = 314$  m/s. Les points sont expérimentaux, et la ligne pleine est la valeur théorique pour cette vitesse. Les valeurs expérimentales représentées sur le graphe sont obtenues en soustrayant aux phases des franges de Ramsey leur décalage moyen par rapport à la courbe théorique. (b) Courbes théoriques :  $2\phi(0)$  et  $\phi(1) - \phi(0)$  à 250 m/s. Nous avons également repéré par des traits tiretés les trois points de fonctionnement auxquels les expériences présentées dans ce manuscrit ont été réalisées.



détriment de la résolution temporelle de notre mesure. En faisant un compromis entre ces deux limitations, nous avons finalement choisi de sélectionner les atomes à 250 m/s. Toutes les expériences présentées dans ce manuscrit ont été réalisées à cette vitesse.

On peut visualiser sur la figure 3.2(b) l'évolution théorique de  $2\phi(0)$  en fonction du désaccord pour cette vitesse<sup>3</sup>, et celle de  $\phi(1) - \phi(0)$ . Les points de fonctionnement pour nos trois réglages sont représentés, à  $\phi(1) - \phi(0) = \pi, \pi/2$  et  $\pi/4$ , qui correspondent à des désaccords respectivement de 58 kHz, 132 kHz et 272 kHz. Les désaccords  $\delta = \omega_{at} - \omega_{ch}$  utilisés sont positifs.

---

<sup>3</sup>Dans l'approximation linéaire, on a  $\Phi = 2\phi(0) = \phi(1) - \phi(0)$ .

## 3.2 Vie et mort d'un photon

Le premier réglage que nous avons utilisé est un déphasage par photon  $\Phi = \pi$ , grâce auquel nous pouvons mesurer non destructivement un photon. La périodicité du déphasage en nombre de photons ne permettant en principe pas de distinguer entre eux des nombres de même parité, nous nous sommes limités à la mesure de champs pouvant contenir seulement 0 ou 1 photon. Les états atomiques résultant de l'interaction avec ces deux états du champ sont orthogonaux. Pour un interféromètre de Ramsey de contraste parfait, la corrélation entre l'état atomique détecté à la sortie de l'interféromètre et le nombre de photons du champ est alors maximale, par exemple :

$$\begin{aligned} 0 \text{ photon} &\leftrightarrow \text{détecté dans } |g\rangle \\ 1 \text{ photon} &\leftrightarrow \text{détecté dans } |e\rangle . \end{aligned} \tag{3.3}$$

Nous avons tout d'abord utilisé cette méthode en mesurant le champ à l'équilibre dans notre cavité, c'est-à-dire le champ thermique. A 0,8 K, le champ thermique est en bonne approximation un mélange statistique des états vide et à 1 photon : la probabilité qu'il contienne plus d'un photon est en effet de l'ordre de 0,2 %. Notre réglage est donc bien adapté à sa mesure. Nous avons ensuite observé plus spécifiquement la relaxation de l'état à un photon, en sondant l'évolution d'un champ préparé initialement dans l'état  $|1\rangle$ .

### 3.2.1 Réglages préliminaires

Nous nous sommes tout d'abord placés à un désaccord  $\delta \approx 2\pi \cdot 58$  kHz.

Afin de choisir la phase de l'interféromètre pour laquelle la corrélation entre l'état atomique détecté et le nombre de photons du champ est la meilleure, nous avons initialement enregistré des franges de Ramsey, en présence de 0 ou 1 photon dans la cavité. Je présenterai ici ces franges et indiquerai quelle phase de fonctionnement a été choisie. Je préciserai ensuite comment nous préparons les états  $|0\rangle$  et  $|1\rangle$  du champ.

#### 3.2.1.a Réglage de l'interféromètre

Les franges de Ramsey sont présentées sur la figure 3.3. Les paramètres de préparation des atomes (vitesse, sélection de vitesse, flux d'atomes détectés) pour lesquels ces franges sont enregistrées sont exactement les mêmes que les paramètres de préparation utilisés ensuite pour les atomes de mesure QND, qui seront précisés au paragraphe 3.2.2. Je rappelle ici l'expression des probabilités conditionnelles de détection dans le cas de franges non idéales :

$$P(j, \varphi|n) = \frac{1}{2} (A + B \cos[(\varphi + j\pi) - n\Phi]) . \tag{3.4}$$

**Franges de Ramsey dans l'état  $|0\rangle$**  Les franges de Ramsey correspondant au champ préparé dans l'état  $|0\rangle$  sont représentées sur la figure 3.3. Leur ajustement par une sinu-

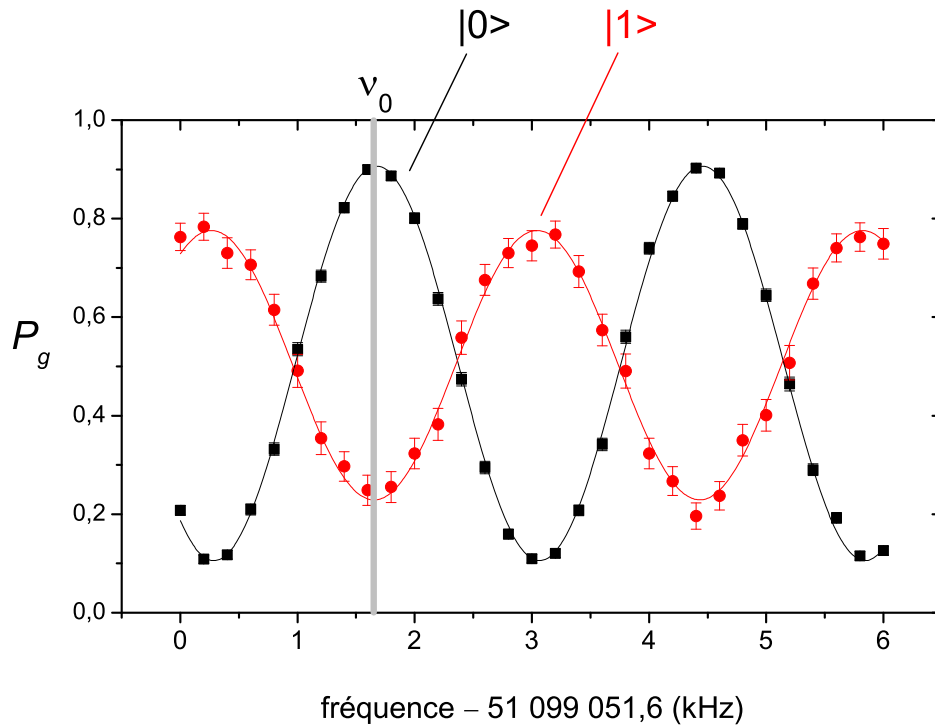


FIG. 3.3 – Franges de Ramsey pour un atome de mesure QND. Les carrés noirs correspondent à une séquence de préparation de l'état  $|0\rangle$ , et les points rouges à une séquence de préparation de l'état  $|1\rangle$ . Les courbes en trait plein sont des ajustements sinusoïdaux. Toutes ces courbes ont été enregistrées pour un flux de l'atome de mesure de 0,08 atomes détectés par paquet. Le trait vertical représente la phase choisie pour la mesure QND.

soïde donne les paramètres  $A$  et  $B$  suivants :

$$\begin{aligned} A &= 1,012 \pm 0,004, \\ B &= 0,800 \pm 0,004, \end{aligned} \quad (3.5)$$

où  $A$  correspond au décalage vertical des franges, et  $B$  est le contraste. Le contraste, de 80 %, est très satisfaisant.

**Déphasage des franges par un photon** On peut préparer l'état  $|1\rangle$  en envoyant dans la cavité initialement vide un atome résonant, qui pour une durée d'interaction correspondant à une impulsion  $\pi$  « dépose » un photon dans le mode du champ. Cette procédure sera détaillée dans le paragraphe 3.2.1.b. Les points obtenus après préparation de l'état  $|1\rangle$  sont représentés sur la figure 3.3. On voit clairement que les franges dessinées sont en opposition de phase par rapport aux franges réalisées avec la cavité vide : le déphasage de la superposition atomique par photon,  $\phi(1) - \phi(0)$ , semble donc bien être de  $\pi$ . La valeur exacte donnée par les ajustements sinusoïdaux donne une différence de phase entre les deux systèmes de franges  $\Delta\phi_{franges} = 0,98(\pm 0,01)\pi$ .

Ces franges en présence d'un photon ont constitué un pas important pour nous dans la mise en oeuvre de la mesure QND : elles sont en effet notre première mise en évidence expérimentale du déphasage de l'atome par la présence d'un photon dans la cavité, d'une valeur correspondant à la valeur attendue.

**Pureté d'un état et effet sur les franges** On peut noter que le contraste de franges pour la courbe à un photon est réduit. Cette réduction de contraste n'est pas intrinsèque, elle est due à une impureté de l'état du champ préparé, qui, comme nous le verrons dans le paragraphe 3.2.1.b lorsque nous détaillerons la procédure de préparation, contient également un peu de  $|2\rangle$ . Le contraste des franges en présence de  $n$  photons est un bon indicateur de la pureté d'un état du champ : il n'est optimal que si l'état ne contient pas d'impuretés de parité opposée. A notre réglage, les probabilités de détection à une phase donnée, pour un champ se trouvant dans un mélange statistique de poids  $p(n)$ , sont en effet données par :

$$P_j(\varphi) = \sum_n p(n) P_j(\varphi, n) , \quad (3.6)$$

qui peut se réécrire pour des  $n$  restant petits ( $n \leq 2$ ) sous la forme 3.2 en remplaçant  $B$  par

$$B' \approx \sum_n (p(2n) - p(2n + 1)) ,$$

où l'on a utilisé l'approximation linéaire du déphasage à  $\pi$  par photon.

Si  $\phi(2) - \phi(1) = \pi$ , le contraste global des franges est réduit, mais la phase n'est pas modifiée. Le calcul exact donne cependant une valeur un peu inférieure :  $\phi(2) - \phi(1) = 0,86\pi$ . Les franges résultant d'un mélange de  $|1\rangle$  avec un peu de  $|2\rangle$  n'ont donc pas seulement un contraste réduit, mais sont légèrement déphasées vers la droite par rapport à l'état  $|1\rangle$  pur.

**Choix de la phase de l'interféromètre** Contrairement à l'état  $|1\rangle$ , la pureté de l'état  $|0\rangle$  préparé est très bonne : le contraste est à la valeur maximale que nous pouvons atteindre à ce désaccord. Nous pouvons donc être confiants dans le fait qu'à la phase de l'interféromètre où les franges sont extrémales, une détection atomique correspond à une mesure de l'état atomique dans la base  $\{|\pm\rangle_{n=0}\}$ . Si l'on est effectivement à  $\phi(1) - \phi(0) = \pi$ , alors  $|-\rangle_0 = |+\rangle_1$  : l'état atomique détecté nous indique directement si le champ contient 0 ou 1 photon. La fréquence de la source Ramsey choisie,  $\nu_0$ , est représentée par un trait vertical gris sur la figure 3.3. L'état détecté et le nombre de photons dans la cavité sont alors corrélés suivant la correspondance donnée par la formule 3.3.

### 3.2.1.b Préparation des états du champ $|0\rangle$ et $|1\rangle$

Le champ présent à l'équilibre dans la cavité est le champ thermique. Ce champ étant un mélange statistique d'états de Fock à 0 et 1 photon, les états purs  $|0\rangle$  et  $|1\rangle$  sont, eux, hors équilibre, et nécessitent une préparation.

**Refroidissement dans l'état  $|0\rangle$**  Pour vider le mode de ses photons thermiques, nous le mettons en contact avec un thermostat à température nulle, constitué par un grand nombre d'atomes préparés dans l'état  $|g\rangle$  : nous envoyons à travers la cavité une série de paquets atomiques, surnommés « serpillières » en raison de leur vocation d'absorber tout photon initialement présent. On pourrait obtenir cette absorption en réalisant une impulsion  $\pi$ , à résonance. L'inconvénient de cette méthode est que l'interaction ne correspond à une impulsion  $\pi$  que pour un nombre de photons donné. Pour que l'efficacité d'absorption soit bonne indépendamment du champ initial, nous utilisons plutôt un passage adiabatique. Nous balayons la fréquence atomique à travers la résonance par effet Stark, en modifiant la tension appliquée aux miroirs de la cavité pendant le passage d'un paquet<sup>4</sup>. En pratique, nous envoyons trois paquets serpillières contenant chacun environ trois atomes.

Pour s'assurer de l'efficacité des serpillières, nous testons le champ préparé en utilisant l'observation faite au paragraphe 3.2.1.a : le contraste de Ramsey pour un atome en interaction dispersive avec le champ est réduit lorsque l'état n'est pas pur. Tant que le champ préparé par les serpillières n'est pas dans l'état pur  $|0\rangle$ , le contraste des franges est réduit ; dès que le nombre de paquets est suffisant pour vider le champ, le contraste des franges est maximal, et reste constant si l'on augmente encore le nombre de paquets. Nous avons testé l'efficacité de refroidissement des serpillières sur un champ initial cohérent de valeur moyenne 4 photons environ. Nous avons mesuré le contraste Ramsey d'un atome en interaction dispersive pour un champ préparé par un nombre variable de paquets absorbants. A partir de trois paquets envoyés, le contraste Ramsey reste constant : nous avons donc fixé le nombre de paquets préparés à 3. La figure 3.4 permet de visualiser la séquence de refroidissement du champ, représentée dans la zone de temps  $t < 0$ .

L'état  $|0\rangle$  préparé ainsi est très pur. Nous avons vérifié cette pureté par mesure QND (présentée en annexe B), indiquant un nombre de photons initial  $0,003 \pm 0,003$  compatible avec 0.

**Préparation de l'état  $|1\rangle$**  Pour pouvoir préparer un état pur, nous commençons par vider le champ de ses photons thermiques. Le photon est ensuite déposé dans la cavité à l'aide d'un atome résonant, que nous appellerons atome émetteur. L'ensemble de la séquence est représenté sur la figure 3.4.

L'atome émetteur, préparé dans l'état excité  $|e\rangle$ , est porté à résonance avec le champ durant un temps correspondant à une impulsion  $\pi$  dans la cavité vide. On a alors :

$$|e, 0\rangle \xrightarrow{\pi} -i |g, 1\rangle .$$

Le nombre d'atomes présents dans un paquet émetteur obéit à une statistique poissonnienne, de nombre moyen plus petit que 1. Il n'y a le plus souvent aucun atome dans ce paquet. La préparation du champ dans l'état  $|1\rangle$  est donc conditionnée à la détection réelle d'un atome émetteur dans le paquet atomique. Par ailleurs, les oscillations de Rabi

<sup>4</sup>La nécessité de pouvoir amener l'atome à résonance justifie notre choix d'un signe positif du désaccord  $\omega_{at} - \omega_{ch}$  : dans le cas inverse, c'est-à-dire si la fréquence de la cavité est plus grande que celle de l'atome, amener l'atome à résonance avec la cavité n'est pas possible puisque l'effet Stark diminue la fréquence atomique.

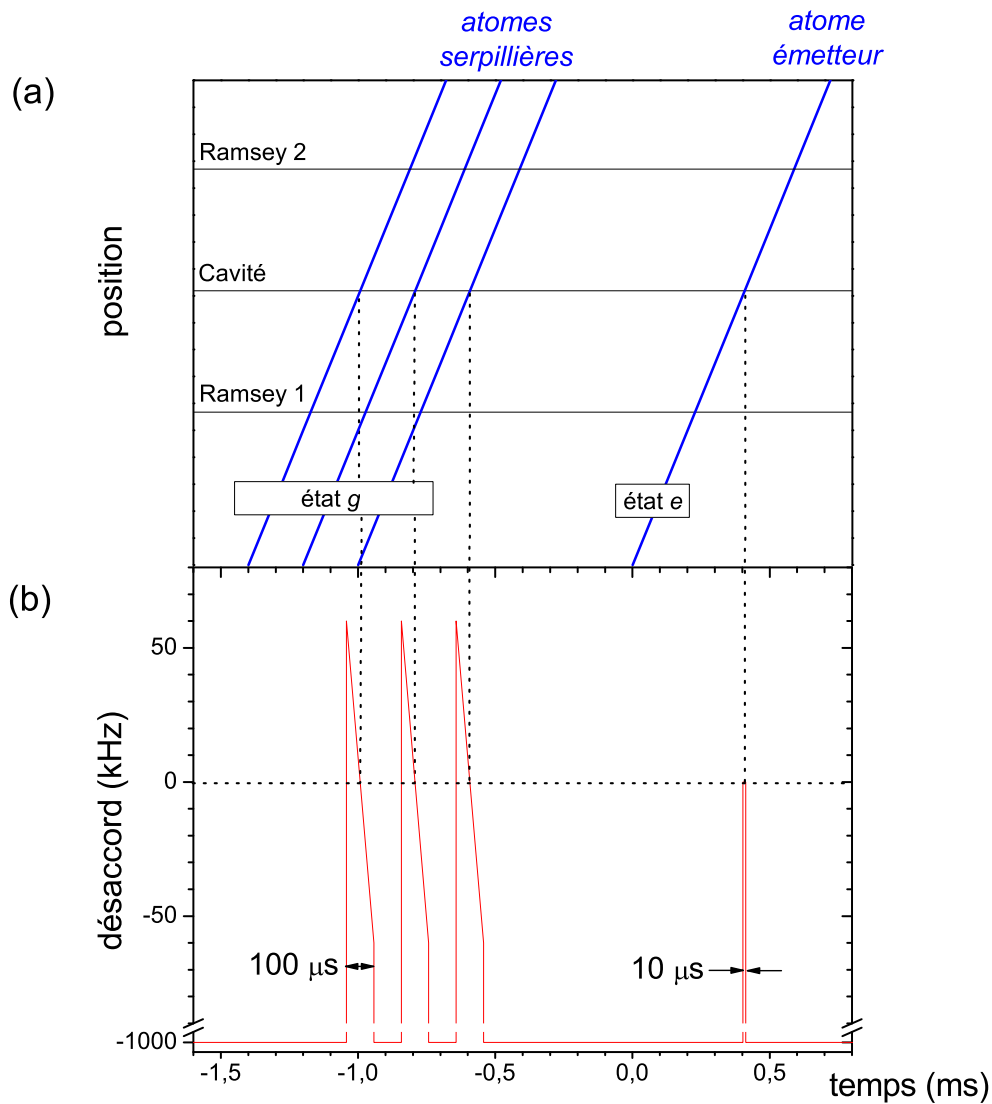


FIG. 3.4 – Séquence préparant le champ dans l'état  $|1\rangle$ . En (a) est représenté le trajet des atomes dans l'expérience au cours du temps, pour une vitesse de 250 m/s. En (b) est représenté le désaccord atome-cavité en fonction du temps. Sa valeur est réglée par effet Stark, en changeant la valeur du potentiel entre les deux miroirs de la cavité. Les paquets serpillières sont des paquets spatialement larges, car peu sélectionnés en vitesse : la durée d'allumage du laser repompeur est 150  $\mu\text{s}$ , ce qui correspond à une dispersion de vitesse d'environ  $\pm 12$  m/s. Il sont pour cette raison séparés de 200  $\mu\text{s}$ . Le paquet émetteur lui, est sélectionné en vitesse à  $\pm 1$  m/s, grâce à une durée de repompage de 2  $\mu\text{s}$ . Le premier laser d'excitation est, pour tous les paquets, allumé pendant 2  $\mu\text{s}$ .

présentées figure 2.8 montrent que l'efficacité de l'impulsion  $\pi$  n'est pas parfaite, mais limitée à environ 90 %. La probabilité de détecter l'atome émetteur dans l'état  $|e\rangle$ , corrélé à la cavité vide, n'est pas nulle. Par contre si l'atome est détecté dans  $|g\rangle$ , on sait que l'on a « déposé » exactement un photon dans la cavité. La préparation de l'état  $|1\rangle$  est donc conditionnée au résultat  $|g\rangle$  pour l'atome détecté. Par ailleurs, du fait de la statistique poissonnienne, il peut également y avoir deux atomes dans un paquet émetteur. La probabilité que deux photons aient été émis n'est alors pas nulle. Le critère de sélection d'une séquence est donc finalement la détection d'*un seul atome* dans le paquet émetteur, *dans l'état  $|g\rangle$* .

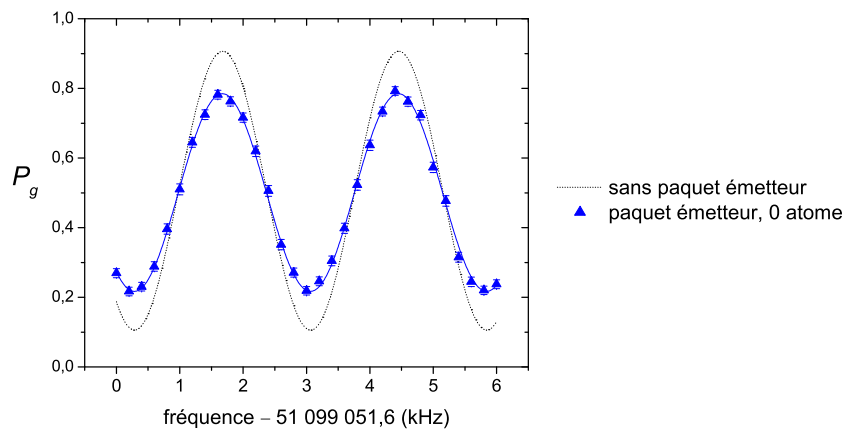


FIG. 3.5 – Impureté de préparation due à l'efficacité de préparation limitée : réduction du contraste des franges lorsqu'aucun atome n'est détecté dans le paquet émetteur (points bleus), par rapport aux franges où on ne prépare pas de paquet émetteur (ligne pointillée noire).

Cependant, même avec ce critère, la pureté de l'état préparé est limitée par notre efficacité de détection, qui n'est que de 50 %. En effet, un paquet contenant deux atomes est, de ce fait, détecté dans la moitié des cas comme ne contenant qu'un atome, et lorsque cet atome est dans l'état  $|g\rangle$ , ce paquet est considéré comme valide. Or la détection d'un des deux atomes du paquet dans l'état  $|g\rangle$  signifie que le champ contient au moins un photon, et possiblement deux. Le champ que nous préparons est donc en réalité un mélange statistique des états  $|1\rangle$  et  $|2\rangle$ . Pour limiter l'impureté de préparation, nous devons travailler avec un nombre moyen d'atomes par paquet émetteur faible, car la probabilité qu'un paquet à un atome détecté en contienne deux est alors faible. Pour la préparation du champ dans les séquences de mesure QND, nous nous sommes limités à un flux de 0,08 atomes détectés par paquet. La probabilité qu'une détection monoatomique provienne d'un paquet à deux atomes est alors d'environ 8 %. Pour cette valeur du flux, seulement une séquence sur douze environ prépare réellement un photon. Les expériences nécessitant la préparation d'un photon requièrent donc un temps d'acquisition beaucoup plus grand que celles où la cavité contient un champ thermique ou vide.

L'impureté de préparation est détectable par la réduction de contraste des franges, vue

sur la figure 3.3. L'effet est cependant particulièrement marqué sur la courbe présentée, car pour cette courbe nous avons utilisé un flux de l'atome émetteur de 0,22 atomes détectés par paquet, plus élevé que le flux finalement choisi. Cette valeur élevée a pour conséquence une probabilité plus grande d'avoir deux atomes dans un paquet. On peut remarquer que les franges conditionnées à l'absence d'atome émetteur détecté, représentées sur la figure 3.5, attestent également de cet effet d'impureté de préparation due à l'efficacité de détection limitée : leur contraste est réduit par rapport aux franges dans un état à 0 photon pur, du fait de la prise en compte de séquences à un atome émetteur dans l'état  $|g\rangle$  non détecté.

### 3.2.2 Séquence expérimentale

La séquence de mesure QND du champ est schématisée sur la figure 3.6. Après initialisation du champ, si nécessaire, suivant le protocole présenté dans le paragraphe 3.2.1.b, on prépare répétitivement un paquet atomique de mesure à  $250 \pm 1$  m/s dans l'état  $|g\rangle$ , auquel on applique une impulsion  $\pi/2$  à la traversée de chaque zone de Ramsey. On mesure ensuite le niveau atomique à l'aide du détecteur 1. Le champ Stark dans la cavité est maintenu à la valeur  $F_{min}$  durant la mesure. La fréquence des impulsions Ramsey, donc la phase de l'interféromètre, est laissée fixe à tout au long de la séquence, à une valeur  $\nu_0$ .

#### 3.2.2.a Délai entre deux paquets atomiques

Pour obtenir la meilleure résolution temporelle possible, nous avons intérêt à réduire le délai entre deux paquets atomiques. Ce délai a cependant une limite minimale, liée à la préparation des atomes de Rydberg. Le champ électrique directeur à appliquer au début ou à la fin d'une séquence d'excitation n'est en effet pas le même. Ne disposant que d'une paire d'électrodes dans la boîte à circulariser, nous ne pouvons donc commencer la préparation d'un nouvel atome avant d'avoir achevé celle du précédent. Nous fixons donc le délai entre deux paquets atomiques à  $70 \mu\text{s}$ , légèrement au-dessus de la durée de la procédure de circularisation, qui est de  $55 \mu\text{s}$ . La durée totale d'une séquence étant limitée par notre logiciel d'acquisition de données, nous pouvons préparer 10800 paquets atomiques, soit une durée totale d'environ 750 ms. Le logiciel de contrôle de l'expérience nous permet par ailleurs de répéter 5 fois cette séquence avec un délai minimal de 5 à 10 ms entre deux répétitions. Cette possibilité nous est utile lors de la mesure du champ thermique, pour laquelle l'état du champ n'est pas modifié entre deux séquences : la suite des détections des 5 séquences consécutives constitue une mesure de l'évolution du champ initial pendant environ 3,8 s.

#### 3.2.2.b Choix du flux atomique

Le flux atomique choisi est de 0,08 atomes détectés par paquet. Cette valeur est le résultat d'un compromis. Nous sommes a priori intéressés par le flux le plus grand possible : plus grande est sa valeur, plus court est le délai moyen entre deux paquets contenant effectivement un atome. L'augmentation du flux entraîne cependant deux effets secondaires altérant la qualité de la mesure.



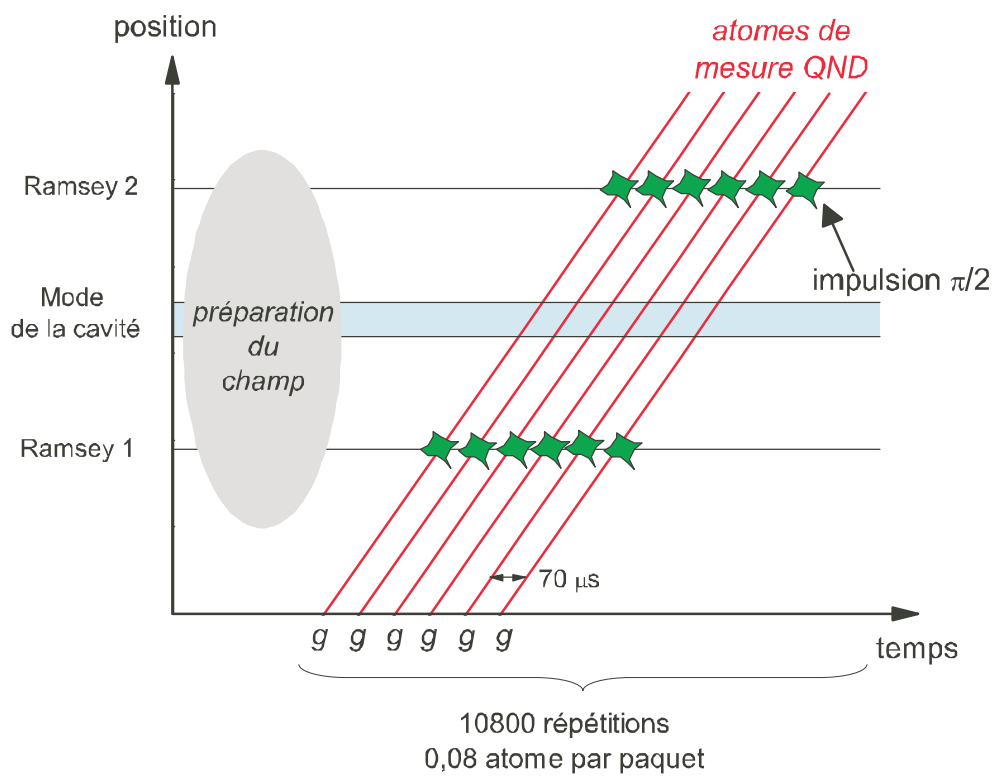


FIG. 3.6 – Déroulement d'une séquence de mesure QND.

**Emission atomique résiduelle** D'une part, la faible valeur du désaccord auquel nous réalisons cette expérience limite la valeur de flux que l'on peut s'autoriser. En effet, le taux d'émission résiduel est faible mais non nul. Le nombre total de photons déposés par une série d'atomes étant limité par la mémoire finie du champ, le paramètre pertinent est le nombre moyen d'atomes traversant le champ pendant sa durée de vie. Ce nombre, multiplié par la probabilité d'émission, donne le nombre de photons rajoutés au champ par temps de vie. Si cette valeur reste petite devant 1, la perturbation du champ par la mesure restera négligeable.

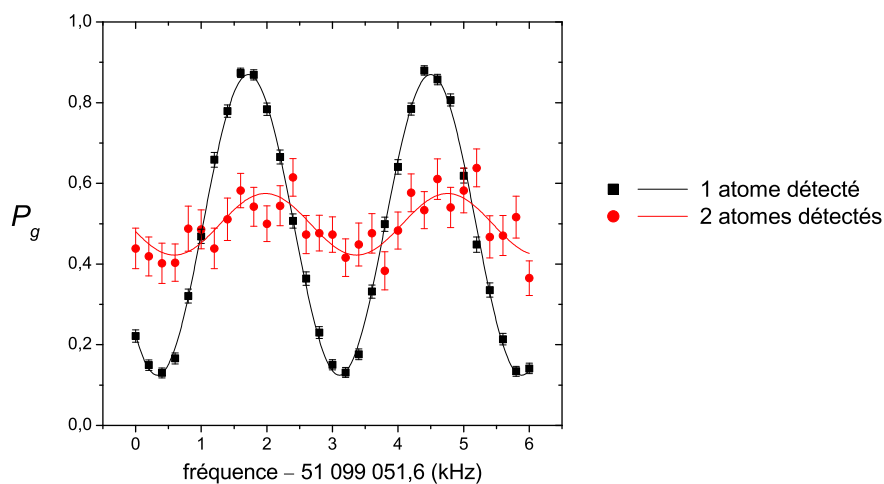


FIG. 3.7 – Franges de Ramsey dans le vide pour les détections monoatomiques (carrés noirs) et biatomiques (ronds rouges).

**Paquets contenant deux atomes** D'autre part, l'augmentation du flux entraîne celle de la probabilité qu'un paquet contienne deux atomes. La dispersion en vitesse d'un paquet atomique étant très faible, ces deux atomes se trouvent en même temps dans la mode de la cavité. Or, cette situation donne lieu à un effet de collision cohérente assistée par la cavité, décrite dans la thèse de Stefano Osnaghi [82] : l'état bi-atomique  $|e_1, g_2\rangle$  se couple, par échange d'un photon virtuel, à l'état  $|g_1, e_2\rangle$ . L'état  $|e_1, g_2, n\rangle + |g_1, e_2, n\rangle$  est état propre du hamiltonien de couplage, pour la valeur propre  $-\hbar\Omega_0^2/2\delta$ . Au bout d'un temps d'interaction effectif  $t_{eff}$ , cet état acquiert donc une phase globale de  $\Omega_0^2 t_{eff}/2\delta$ , qui est exactement l'expression du déphasage par photon  $\Phi$ . L'état du système atomique évolue à la fois sous l'effet du déplacement lumineux et sous l'effet de la collision selon :

$$\begin{aligned} (|e_1\rangle + |g_1\rangle)(|e_2\rangle + |g_2\rangle) &= |e_1, e_2\rangle + |g_1, g_2\rangle + |e_1, g_2\rangle + |g_1, e_2\rangle \\ \longrightarrow e^{-i\Phi(n+1)} |e_1, e_2\rangle + e^{-i\Phi n} |g_1, g_2\rangle + e^{i\Phi} (|e_1, g_2\rangle + |g_1, e_2\rangle) , \end{aligned} \quad (3.7)$$

où l'on a gardé l'expression linéaire du déphasage d'un atome par le champ. Dans le cas général, l'état final  $|\psi(n)\rangle$  des deux atomes n'est plus séparable. Pour  $\Phi = \pi$ , il est même

maximalement intriqué, quel que soit le nombre de photons dans la cavité. Ainsi pour la cavité vide, l'état final s'écrit :

$$|\psi\rangle = |e_1\rangle (|e_2\rangle + |g_2\rangle) + |g_1\rangle (|e_2\rangle - |g_2\rangle) , \quad (3.8)$$

que l'on peut bien évidemment exprimer aussi comme

$$|\psi\rangle = (|e_1\rangle + |g_1\rangle) |e_2\rangle + (|e_1\rangle - |g_1\rangle) |g_2\rangle . \quad (3.9)$$

L'état de chaque atome est donc dans une superposition à poids égaux de deux états dont les phases diffèrent de  $\pi$ . La mesure de la phase atomique, par l'impulsion  $\pi/2$  appliquée dans la 2<sup>e</sup> zone de Ramsey suivie de la détection de l'atome, a donc un résultat complètement indéterminé. En d'autres termes, cela signifie que, quel que soit le nombre de photons dans la cavité, le contraste des franges de Ramsey est nul pour les événements à deux atomes. La figure 3.7, réalisée pour la cavité vide, montre en effet que le contraste obtenu en sélectionnant les événements de détection à deux atomes est très fortement réduit<sup>5</sup>. La détection de l'état  $|e\rangle$  ou  $|g\rangle$  d'un atome appartenant à un paquet à deux atomes n'est pas du tout corrélée à l'état du champ, elle n'apporte donc aucune information.

Pour une efficacité de détection parfaite, augmenter le flux pour augmenter la fréquence des paquets monoatomiques ne poserait pas de problème, il suffirait d'analyser uniquement les détections monoatomiques. Mais nous avons vu précédemment qu'à cause de notre efficacité de détection limitée à 50 %, la moitié des paquets biatomiques sont détectés comme ne contenant qu'un atome. La conséquence moyenne de cet effet est une diminution du contraste des détections prises en compte. Un compromis doit donc être trouvé pour que l'augmentation de la fréquence de détection d'une sonde ne soit pas compensée par la diminution de l'information apportée par chaque sonde.

**Choix du compromis** C'est en fait en réalisant la séquence de mesure QND, un grand nombre de fois, que nous avons estimé l'émission atomique et le contraste des atomes détectés. Nous analysons le nombre de photons par la méthode présentée plus loin dans le paragraphe 3.2.3.

Pour  $\phi(1) - \phi(0) \approx \pi$ , on a d'après l'équation 3.4 :  $B = P(g|0) - P(g|1)$ . Nous avons évalué le contraste  $B$  pour chaque réglage en utilisant cette relation. On peut en effet après analyse du nombre de photon déterminer les statistiques de détections conditionnelles  $P(g|0)$  et  $P(g|1)$ .

Pour évaluer le nombre de photons à l'équilibre, nous avons simplement pris la valeur moyenne des nombres de photons trouvés après un temps de mesure de plusieurs  $t_{cav}$ .

La figure 3.8 permet de visualiser les valeurs obtenues pour le contraste et pour le nombre moyen de photons à l'équilibre pendant une mesure, en fonction du nombre moyen de paquets à 1 atome passant dans la cavité pendant  $t_{cav}$ . Pour un réglage donné de préparation des atomes de mesure, le flux moyen d'atomes détectés peut varier entre deux sessions de mesure, probablement à cause de dérives lentes de la fréquence des lasers d'excitation. Nous avons donc compté à chaque courbe le nombre de détections monoatomiques et reporté en abscisse le nombre moyen de sondes par  $t_{cav}$  auquel il correspond.

<sup>5</sup>Le contraste des franges enregistrées n'est pas nul, car les détections biatomiques correspondent parfois à un paquet contenant trois atomes, donnant lieu à des effets collisionnels différents.

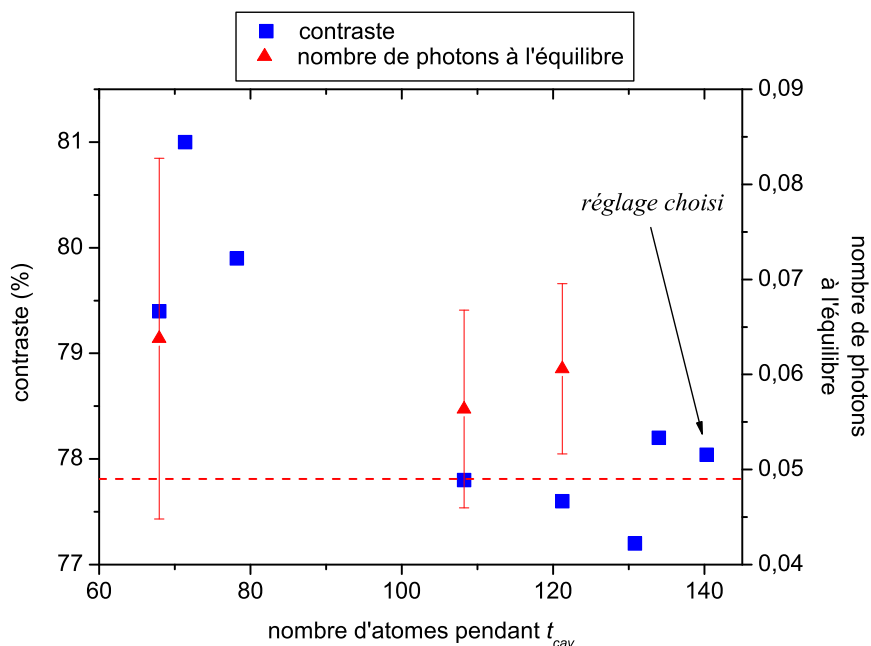


FIG. 3.8 – *Contraste des atomes de mesure QND, et nombre de photons dans le champ à l'équilibre lors d'une mesure, en fonction du nombre d'atomes passant dans la cavité pendant un temps de vie  $t_{cav}$ . Chaque point est calculé à partir de 100 répétitions d'une séquence de mesure. Le nombre de photons présents dans le champ est calculé en moyennant ensuite les valeurs obtenues sur la durée d'une séquence, dont la dispersion est représentée par la barre d'erreur. La ligne pointillée horizontale représente le nombre de photons attendu pour le champ thermique à 0,8 K, qui est de 0,049.*

Dans la gamme de flux représentée, à la barre d'erreur près, on ne peut pas distinguer d'augmentation du nombre de photons déposés. On observe par contre que le contraste diminue de quelques pourcents. Cette diminution reste petite jusqu'à un flux deux fois plus grand que le flux pour lequel le contraste est maximal. Nous avons donc choisi de travailler à un flux élevé, comme l'indique la figure 3.8.

### 3.2.2.c Délai moyen entre deux atomes sonde

Dorénavant, j'appellerai « atome sonde » un atome dont la détection est prise en compte pour l'analyse de l'état du champ, c'est-à-dire, comme nous venons de le voir, un atome détecté seul dans son paquet. A un flux total détecté de 0,08 atomes par paquet, la probabilité d'une détection monoatomique est  $p(1at) = 0,074$ . Le délai moyen entre deux tels événements est, en microsecondes,  $70/p(1at)$ , puisque le délai entre deux séquences de préparation d'un paquet est de  $70 \mu s$ . Le champ est donc sondé avec un pas de temps moyen  $T = 950 \mu s$ , soit environ 140 fois par temps caractéristique d'évolution  $t_{cav}$ .

### 3.2.3 Analyse des détections atomiques

Une séquence de détections d'une durée de 2,5 s, correspondant à la mesure d'un champ thermique, est présentée sur la figure 3.9. Les événements de détection se suivent avec des délais aléatoires, dont avons calculé la moyenne dans le paragraphe précédent :  $T = 950 \mu\text{s}$ . La résolution temporelle est tout à fait suffisante pour distinguer clairement deux types de périodes. Au début et à la fin de la fenêtre, l'atome sonde est détecté presque exclusivement dans l'état  $|g\rangle$ . Au milieu, la statistique de détection est inversée : on ne mesure presque que l'état  $|e\rangle$ . Visuellement, l'interprétation de cette séquence est donc très claire : partant de la cavité vide, un photon est apparu dans le mode de la cavité, y est resté environ 0,5 s, puis a disparu.

#### 3.2.3.a Statistique des détections

L'interprétation « visuelle » présentée ci-dessus se fait cependant par un effet de moyennage. En effet, bien que la corrélation entre l'état atomique et le nombre de photons semble très bonne, elle n'est pas parfaite. Comme on peut le voir sur le zoom de la figure 3.9, dans une séquence évaluée comme détectant essentiellement l'un des états, il reste quelques détections atomiques dans l'autre état. Ces événements sont en fait dûs au contraste fini des franges de Ramsey, dont nous avons vu figure 3.3 qu'il est de 80 %.

Pour quantifier ce « bruit » dans les détections lors des séquences de mesure QND, nous avons calculé l'histogramme du nombre d'atomes détectés dans l'état  $|g\rangle$  dans la première fenêtre de 50 atomes, lors d'une séquence de préparation de l'état  $|1\rangle$ . Plus exactement, nous avons considéré d'une part les séquences où aucun atome émetteur n'a été détecté, préparant a priori l'état  $|0\rangle$ , et d'autre part les séquences où un seul atome émetteur a été détecté, dans l'état  $|g\rangle$ , préparant a priori l'état  $|1\rangle$ . La probabilité de détecter  $n_j$  atomes parmi  $N$  dans l'état  $j$  (où  $j$  représente  $e$  ou  $g$ ) en présence de  $n$  photons est donnée par la loi binomiale :

$$P(n_j|n) = P(j|n)^{n_j} \times (1 - P(j|n))^{N-n_j} \times C_N^{n_j} , \quad (3.10)$$

dont l'allure en fonction de  $n_j$  est un pic centré sur  $P(j|n)N$ . Pour un état à nombre de photons non fixé, on obtient plusieurs pics dont les positions correspondent aux probabilités conditionnelles relatives aux différents nombres de photons. Même si les états  $|0\rangle$  et  $|1\rangle$  préparés ne sont pas purs, on doit donc pouvoir déterminer les statistiques conditionnelles des détections, dans la limite où les pics obtenus sont séparés.

Les deux histogrammes obtenus sont présentés figure 3.10. Chacun des histogrammes est caractérisé par un pic étroit à l'une des extrémités de la fenêtre : ces pics correspondent à l'état majoritairement préparé dans chaque cas,  $|0\rangle$  et  $|1\rangle$ . Leur ajustement par une loi binomiale donnent les probabilités conditionnelles suivantes :

$$\begin{aligned} P(g|0) &= 90,7 \pm 0,1 \text{ \%} , \\ P(g|1) &= 13,1 \pm 0,1 \text{ \%} . \end{aligned} \quad (3.11)$$

La valeur conditionnée à  $n = 0$  est en parfait accord avec notre ajustement des franges de la figure 3.3 pour l'état vide, qui nous donnait  $P(g|0) = (A + B)/2 = 90,6 \pm 0,6 \text{ \%}$ . La

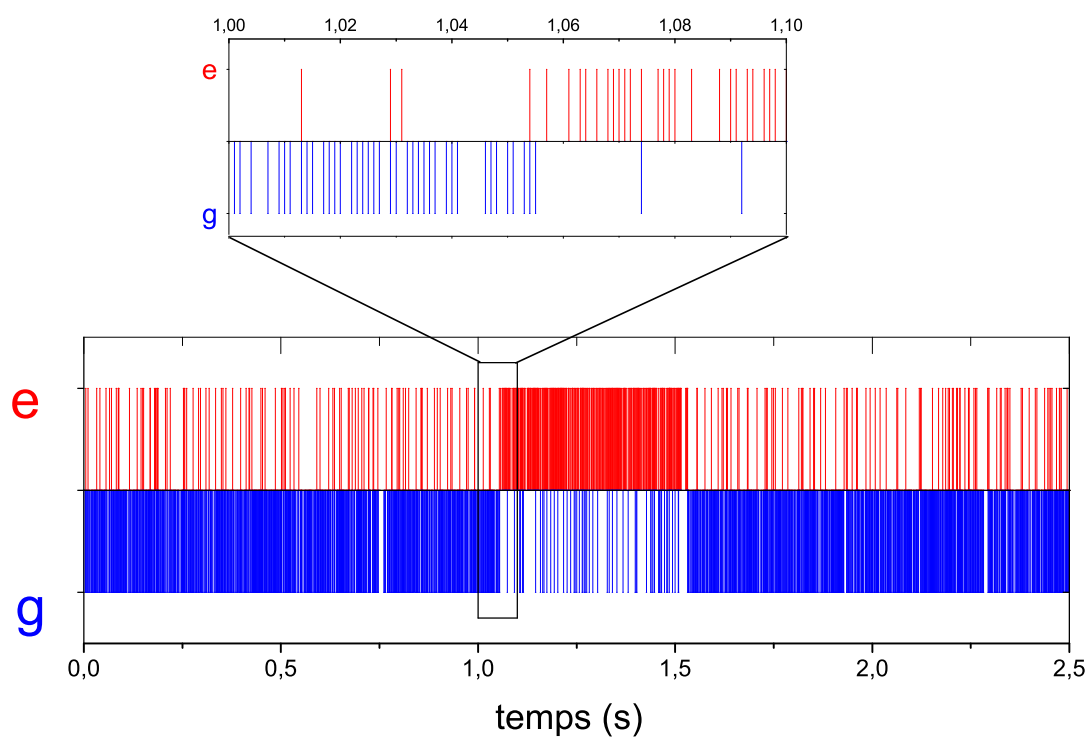


FIG. 3.9 – Detections mono-atomiques brutes en fonction du temps, correspondant à la mesure d'un champ thermique pendant une durée de 2,5 s. Une détection dans  $|g\rangle$  est représentée par un trait bleu vers le bas, une détection dans  $|e\rangle$  par un trait rouge vers le haut.

valeur attendue pour l'état  $|1\rangle$  est  $P(g|1) = (A - B)/2 = 10,6 \pm 0,6 \%$ . L'ajustement de l'histogramme nous fournit une valeur très proche ; le léger écart pourrait être attribué à une imprécision sur notre connaissance du déphasage par photon, ou à une imprécision sur la position du pic de l'histogramme un peu supérieure à celle donnée par l'ajustement.

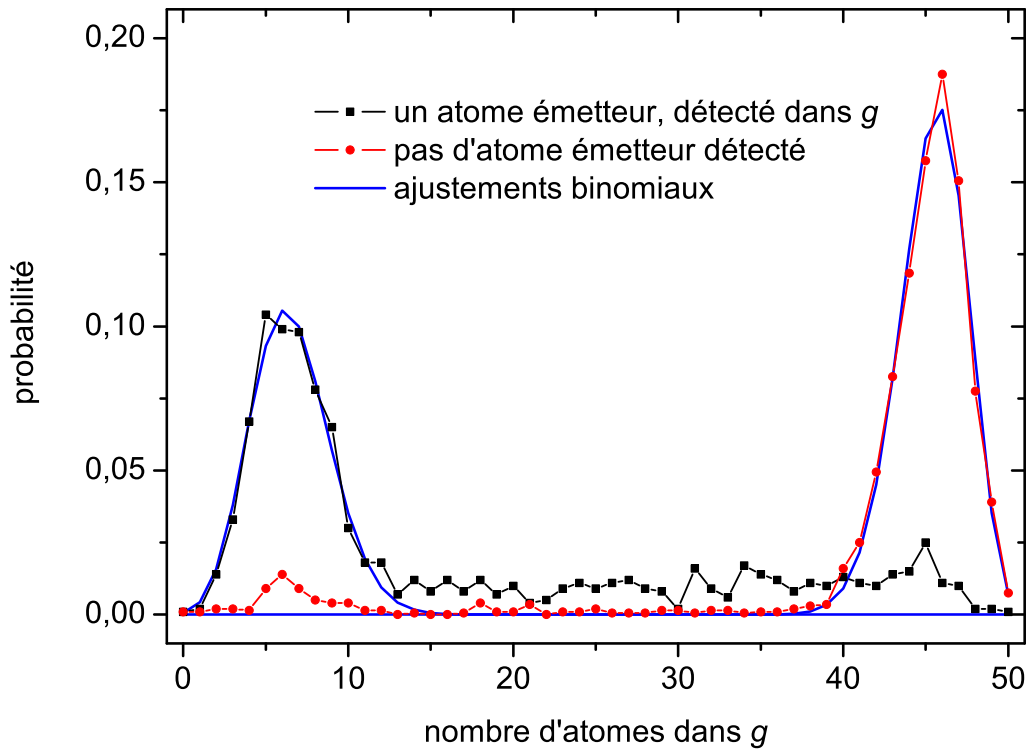


FIG. 3.10 – Histogrammes du nombre d'atomes détectés dans  $|g\rangle$  dans la fenêtre des 50 premières détections atomiques lors de séquences de préparation de l'état  $|1\rangle$ . Les points rouges représentent l'histogramme normalisé correspondant à 2000 séquences pour lesquelles aucun atome émetteur n'a été détecté. Les carrés noirs représentent l'histogramme normalisé correspondant à 1000 séquences pour lesquelles un seul atome émetteur a été détecté, dans l'état  $|g\rangle$ . Les courbes vertes sont des ajustements par une loi binomiale.

Les deux pics de l'histogramme indiquent deux valeurs discrètes des statistiques de détection, corrélées à deux états de phase de l'atome à l'issue de son interaction avec le champ. Nous pouvons donc déjà dire, même sans déterminer quelle est la valeur mesurée, que notre appareil de mesure de l'énergie, dont l'aiguille est la phase de l'atome, pointe dans deux directions bien distinctes : c'est une signature de la quantification de l'énergie du champ.

### 3.2.3.b Application d'un filtre

Nous connaissons maintenant plus précisément nos erreurs de mesure :

$$\begin{aligned} P(e|0) &= 9,3 \% , \\ P(g|1) &= 13,1 \% . \end{aligned} \quad (3.12)$$

Nous avons utilisé un filtre simple pour réduire l'effet de ces imperfections, basé sur un seuillage du nombre  $n_g$  d'atomes dans  $g$  détectés dans une fenêtre de  $N$  atomes. On détermine le nombre de photons  $n$  par les conditions :

$$\begin{aligned} n &= 0 \text{ si } n_g > N/2 , \\ n &= 1 \text{ si } n_g < N/2 . \end{aligned} \quad (3.13)$$

Dans le cas  $N$  impair, le nombre de photons est toujours déterminé par l'une de ces deux conditions. Dans le cas  $N$  pair, lorsque  $n_g = N/2$ , on laisse le nombre de photons à la valeur déterminée par la fenêtre précédente. On a dans ce cas en réalité deux seuils : ce type de seuillage, connu dans le domaine du traitement des images [83] sous le nom de « seuillage à hystérésis », introduit un hystérésis qui limite le bruit, notamment au voisinage d'un saut du nombre de photons.

L'erreur provenant des statistiques conditionnelles est réduite par ce filtrage. La probabilité restante d'erreur est donnée à partir des probabilités binomiales par :

$$\begin{aligned} P_{err}(0) &= \sum_{0 \leq n_g < N/2} P(n_g|0) \\ P_{err}(1) &= \sum_{N/2 < n_g \leq N} P(n_g|1) . \end{aligned} \quad (3.14)$$

La figure 3.11(a) présente en fonction de  $N$  les erreurs statistiques résiduelles données par ces équations : comme on s'y attend, les erreurs sont d'autant plus réduites que la taille de la fenêtre est grande. On peut remarquer que l'erreur est plus faible pour un nombre pair que pour les deux nombres impairs adjacents : cette réduction du bruit pour les  $N$  pairs est liée à l'effet d'hystérésis introduit dans la méthode de seuillage.

On ne peut cependant pas indéfiniment gagner en fidélité en augmentant la taille de la fenêtre. Comme les atomes arrivent un par un, la fenêtre de vote est d'autant plus longue que le nombre d'atomes pris en compte est grand. La relaxation du champ n'étant pas nulle, la probabilité d'un changement de l'état du champ pendant la fenêtre de mesure augmente donc avec la durée de la fenêtre. Or ce changement n'est pas détecté dans une fenêtre s'il s'est produit durant la deuxième moitié de la fenêtre de filtrage, ce qui conduit à une évaluation erronée du nombre de photons. Le nombre d'atomes à prendre en compte pour le filtre est donc un compromis entre ces deux effets.

Il est cependant plus délicat de quantifier l'erreur due à la relaxation. Son effet principal est un retard au changement du nombre de photons ; son effet secondaire est que si le nombre de photons change à nouveau avant la prise en compte du premier saut, un épisode court à  $n$  photons peut être complètement non détecté. Nous avons estimé l'effet global des deux erreurs en simulant des trajectoires du champ, en simulant ensuite des données atomiques correspondant à chaque trajectoire, puis en analysant ces détections atomiques par filtrage à  $N$  atomes. Par comparaison avec la trajectoire connue du champ,



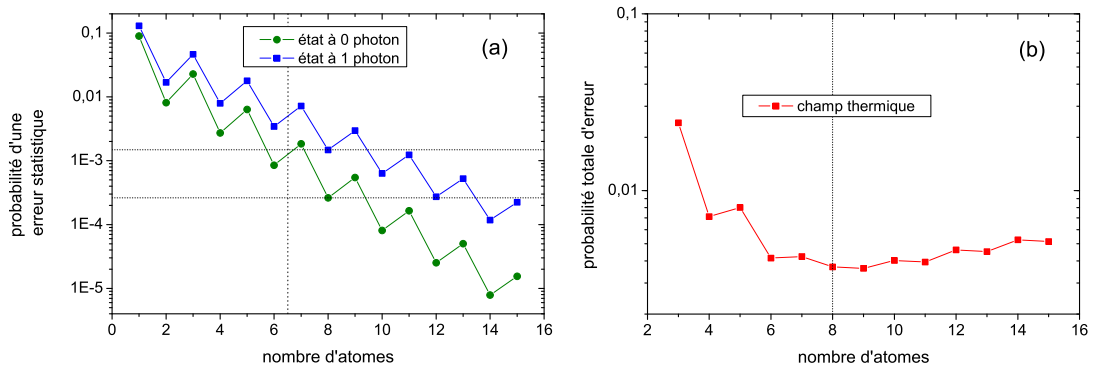


FIG. 3.11 – (a) Probabilité théorique d'une erreur statistique sur la détermination du nombre de photons par seuillage, en fonction du nombre d'atomes votants. (b) Probabilité théorique d'erreur prenant en compte la relaxation du nombre de photons pendant la durée de la mesure, obtenue à partir de 1000 séquences simulées de l'évolution d'un champ thermique de durée 750 ms chacune, ce qui correspond à environ 800 atomes.

on peut déterminer si le résultat d'une fenêtre de mesure donne un résultat juste ou non. Le rapport du nombre de résultats erronés sur le nombre total de mesures nous donne le taux d'erreur de notre filtrage sur la mesure du champ simulé. Le champ que nous avons considéré est un champ thermique à 0,8 K, qui à cette température peut contenir 0 ou 1 photon. Le résultat obtenu est représenté sur la figure 3.11(b). Le taux d'erreur décroît initialement, puis après un minimum mou commence à remonter. Dans la zone du minimum, nous avons choisi  $N = 8$ , car nous avons vu précédemment qu'un nombre pair est préférable pour limiter le bruit de mesure au moment des sauts.

nombre de photons	durée de vie en ms	durée de vie en nombre de fenêtres de mesure indépendantes
0	2653	349
1	113	15

La durée d'une fenêtre de filtrage est alors de  $t_{mes} = 7,6$  ms, qui correspond d'après le tableau précédent à une fraction  $1/15$  du temps de vie de l'état  $|1\rangle$  et  $1/349$  du temps de vie de l'état  $|0\rangle$ , où les temps de vie ont été calculés en prenant en compte  $n_{th} = 0,049$ . La probabilité de l'erreur statistique est pour cette taille de fenêtre réduite à  $2,6 \times 10^{-4}$  pour l'état  $|0\rangle$  et  $1,5 \times 10^{-3}$  pour l'état  $|1\rangle$ . Le retard sur le moment des sauts introduit par le filtrage est de  $t_{mes}/2$ , soit 3,8 ms.

## 3.2.4 Trajectoires individuelles

### 3.2.4.a Champ thermique

La figure 3.12 présente deux exemples de trajectoires quantiques enregistrées pour le champ thermique, analysées par un filtrage à 8 atomes.

Le comportement que l'on observe sur les trajectoires filtrées est un enchaînement des phases suivantes : le nombre de photon reste fixe, dessinant un long palier lisse, puis est interrompu par une marche, brusque et nette, vers un nouveau long palier, correspondant à l'autre nombre de photons. Cette observation vérifie donc, pour la première fois pour la lumière, la prédiction théorique des *sauts quantiques* : sous observation répétée, l'évolution du nombre de photons se fait par saut brusque d'une valeur à l'autre.

La trajectoire (a) correspond à celle que nous avons analysée visuellement au paragraphe 3.2.3. La trajectoire filtrée présente un palier à un photon d'une durée exceptionnellement grande : ce photon a été observé dans la cavité pendant près d'une demi-seconde ! Cette durée de vie est inhabituelle : elle vaut environ 4 fois le temps de vie moyen d'un photon dans le mode. On peut, pour s'amuser, donner quelques illustrations de ce que représente cet ordre de grandeur de temps pour un photon. Dans une vision particulière, on peut considérer que ce photon, pendant son temps de séjour de 476 ms dans la cavité, a rebondi de manière parfaite  $5,2 \times 10^9$  fois sur les miroirs avant d'être absorbé dans un miroir ou diffracté vers un autre mode. Il a parcouru durant ce temps 143000 kilomètres, soit plus du tiers de la distance Terre-Lune, ou 3,5 fois le tour de la Terre. Nous pourrions dire que probablement peu de photons sur Terre ont l'occasion de parcourir sans encombre une telle distance.

Dans la séquence (b), le champ est le plus souvent vide. Au début et à la fin de la séquence, un photon apparaît dans le mode de la cavité, pour une durée de 100 ms et 40 ms respectivement. Cette séquence est beaucoup plus typique de l'évolution du champ thermique à 0,8 K : la probabilité du vide est en effet bien plus grande que celle de l'état à un photon, et la durée de vie moyenne d'un photon est 130 ms.

### 3.2.4.b Relaxation d'un photon

La figure 3.13(a) permet de visualiser une trajectoire d'un champ que l'on a initialement préparé dans l'état  $|1\rangle$  selon la procédure décrite au paragraphe 3.2.1.b. Sur la trajectoire présentée, le photon est observé répétitivement dans la cavité durant 120 ms, puis sa relaxation se traduit par son départ brusque du mode de la cavité, qui reste ensuite dans l'état vide. Cette trajectoire correspond à une réalisation particulière. L'allure serait ressemblante pour une autre réalisation : le photon vit quelques instants dans la cavité, puis le champ saute brusquement à 0, avec un temps de départ éventuellement différent. La figure (b) représente la moyenne de 5 trajectoires. Les marches d'escalier dessinées sont le signe que les 5 photons ont quitté la cavité à des instants différents, s'étalant de 10 à 300 ms. On peut également voir un « rebond » vers la fin de la courbe : un photon thermique est revenu temporairement dans la cavité à la fin de l'une des séquences.

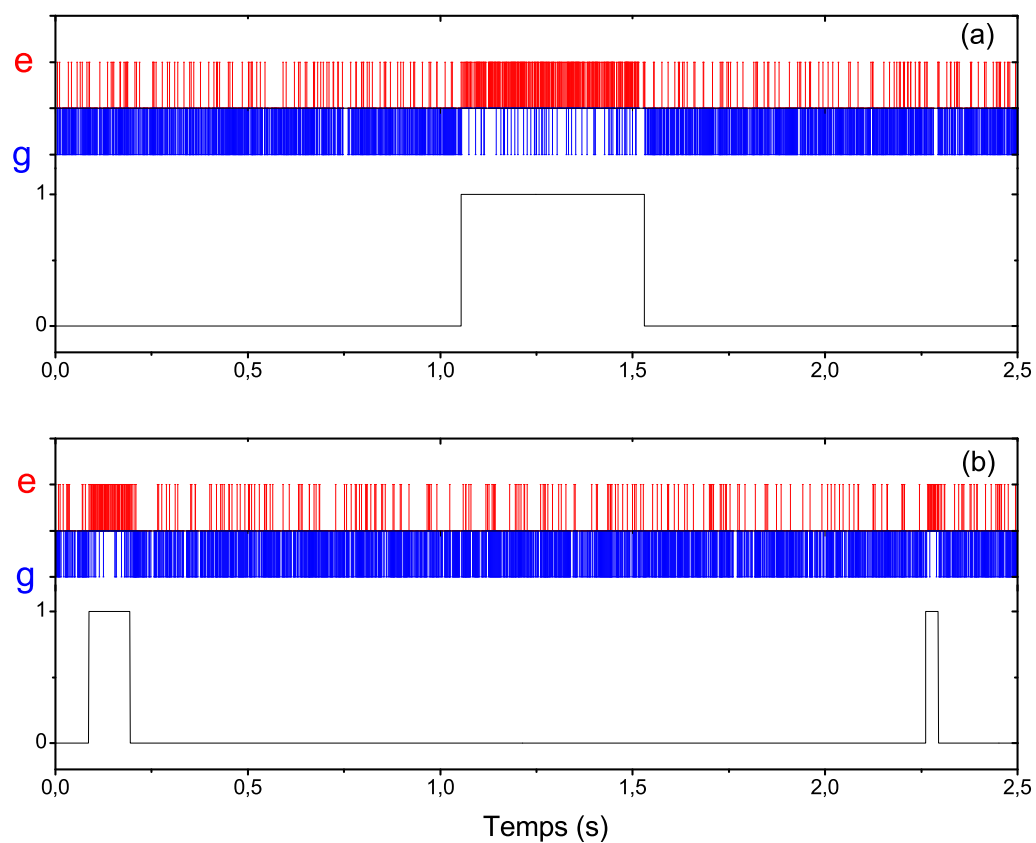


FIG. 3.12 – Deux exemples de trajectoires du champ thermique. Le résultat du filtrage à 8 atomes est présenté en trait plein en dessous de chaque séquence de détections. (a) Présence exceptionnellement longue d'un photon dans le mode. (b) Trajectoire typique du champ thermique.

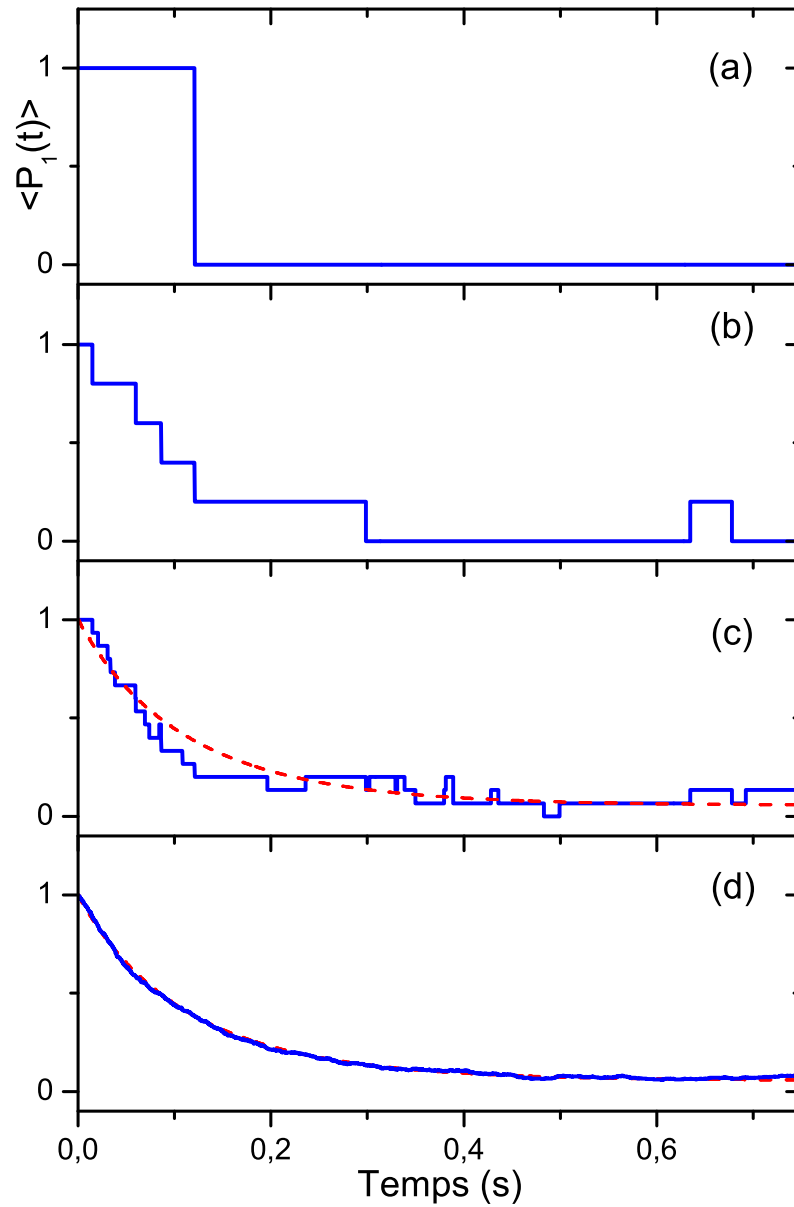


FIG. 3.13 – Relaxation de l'état à un photon. (a) Valeur moyenne de  $\hat{P}_1 = |1\rangle\langle 1|$  en fonction du temps, pour une seule réalisation expérimentale. (b)-(d) Moyenne de 5, 15 et 904 trajectoires similaires. La ligne pointillée rouge sur (c) et (d) représente l'évolution théorique de  $\langle \hat{P}_1 \rangle$ .

### 3.2.5 Relaxation moyenne d'un photon

Il est assez amusant d'être capable de suivre presque en temps réel l'apparition et la disparition d'un photon dans la cavité. Cependant, pour caractériser la statistique et la dynamique du champ, il nous faut prendre un peu de recul et moyenner un grand nombre de trajectoires. Je présenterai ici l'analyse de la relaxation moyenne d'un photon : elle contient en effet d'une part la dynamique de relaxation propre à l'état initial  $|1\rangle$ , mais également la statistique du champ thermique, puisque la durée totale d'une courbe, de 750 ms, laisse au champ le temps de relaxer vers son état d'équilibre.

Nous devons moyenner les courbes pour lesquelles nous avons réellement préparé l'état  $|1\rangle$ . Parmi toutes les séquences enregistrées, nous sélectionnons tout d'abord les courbes pour lesquelles un seul atome a été détecté dans le paquet émetteur, dans l'état  $|g\rangle$ . Il reste alors une probabilité faible, mais non nulle, que le champ ait été préparé dans un autre état, en particulier l'état  $|2\rangle$ , comme nous l'avons vu au paragraphe 3.2.1.b. Nous restreignons donc la sélection aux courbes telles que le résultat de la mesure par la première fenêtre de filtrage soit 1. Les figures 3.13(b) à (d) montrent la moyenne de 5, 15 puis 904 de ces trajectoires. La moyenne sur 15 réalisations expérimentales porte encore la trace d'un comportement aléatoire individuel, visible par la rugosité de la courbe ; mais elle commence à dessiner une tendance lisse. La moyenne sur 904 trajectoires a, elle, perdu toute trace de l'aléatoire des ses composantes, et suit une courbe d'allure exponentielle.

#### 3.2.5.a Mesure de la probabilité de $|1\rangle$

Pour comprendre ce que représente la valeur moyenne des trajectoires filtrées, il nous est préalablement nécessaire de rappeler la statistique de photons à laquelle on s'attend à l'équilibre. Le tableau suivant donne les probabilités d'équilibre des nombres de photons pour une température de 0,8 K correspondant à une valeur moyenne  $n_{th} = 0,049$  :

$n$	$p_{th}(n)$
0	0,953
1	0,045
2	0,002
$\geq 3$	$< 10^{-4}$

On peut voir qu'à l'échelle de la valeur moyenne, la probabilité de l'état 2, bien que faible, n'est pas complètement négligeable. Par ailleurs, on peut noter que le temps de vie de l'état  $|1\rangle$ , du fait de la possibilité de sauter vers l'état  $|2\rangle$ , est réduit à  $t_{cav}/(1 + 3n_{th}) = 113$  ms au lieu de  $t_{cav}/(1 + n_{th}) = 124$  ms si l'on pouvait considérer uniquement les sauts vers l'état  $|0\rangle$ .

La prise en compte de l'état  $|2\rangle$  est donc nécessaire à la bonne description de l'état d'équilibre final et de la dynamique de relaxation. Une mesure réalisée à un déphasage de  $\pi$  par photon ne distingue en principe pas entre eux des nombres de même parité. Le calcul exact du décalage de phase du dipôle entre l'état à 1 et 2 photons donne plus exactement  $\phi(2) - \phi(1) = 0,86\pi$ . La probabilité de détecter l'état  $g$  est donc :  $P(g|2) =$

$0,506 + 0,4 \cos(\pi + 0,86\pi) = 86,8\%$ . On en déduit que la mesure d'un état à deux photons donne, via le filtrage à 8 atomes, le même résultat que le vide du champ dans 99,8 % des cas : on peut donc bien considérer que 0 et 2 sont indistinguables par notre mesure. Notre mesure attribue donc la valeur 1 aux détections dans l'état  $|e\rangle$ , corrélé à l'état à 1 photon, et la valeur 0 lors de la détection d'un atome dans l'état  $|g\rangle$ , corrélé à un état à 0 ou 2 photons. En terme d'observables, ce que nous mesurons n'est donc pas le nombre de photons, mais le projecteur  $\hat{P}_1 = |1\rangle\langle 1|$ , de valeurs propres 0 et 1. La valeur moyenne d'un grand nombre de courbes est donc la valeur moyenne  $\langle \hat{P}_1 \rangle$  de ce projecteur, ou, de manière équivalente, la probabilité  $p_1$  de l'état  $|1\rangle$ .

### 3.2.5.b Champ à l'équilibre

**Nombre moyen de photons à l'équilibre** La valeur finale d'équilibre de la probabilité de  $|1\rangle$  mesurée sur le graphe 3.13 est  $p(1) = 0,063 \pm 0,005$ . Cette valeur est un peu supérieure à la valeur  $n_{th} = 0,049 \pm 0,004$  attendue à  $0,80 \pm 0,02$  K. Pour déterminer à quel nombre de photons moyens cette valeur correspond pour un champ thermique, nous pouvons inverser la relation 2.22 donnant les probabilités en fonction du nombre moyen de photons. Il existe deux solutions possibles, mais une seule correspond à  $p(0) + p(2) \simeq 1 - p(1)$ . Le nombre de photons correspondant est  $n_0 = 0,072 \pm 0,006$ .

**Chauffage atomique résiduel** La valeur moyenne du nombre de photons dans le champ au cours d'une séquence de mesure QND est supérieure à la valeur correspondant à la température de l'environnement : cela signifie que le champ est plus chaud que son environnement thermique, et qu'il est donc en contact avec une autre source de photons. Or le seul système pouvant modifier la température du champ, si on considère qu'on a parfaitement isolé la cavité des photons thermiques venant de parties plus chaudes de l'expérience, sont les atomes. Nous pouvons en conclure que l'échange d'énergie entre les atomes et le champ n'est pas complètement nul. Dans la suite, nous considérerons les atomes comme un « réservoir de photons », caractérisé par  $n_{at} = n_0 - n_{th}$ , se comportant de la même manière que l'environnement thermique : on pourra donc considérer que le champ dans le mode évolue sous l'effet d'un champ thermique total à  $\bar{n} = n_0 = n_{th} + n_{at}$ .

Nous pouvons, à partir de la valeur du nombre de photons excédentaires  $n_{at}$ , calculer la probabilité  $\gamma$  d'émission par atome-sonde. Ces deux grandeurs sont liées par la relation suivante :  $n_{at} = \gamma t_{cav}/T$ .  $T$  étant le délai moyen entre la présence effective de deux atomes,  $t_{cav}/T$  est le nombre moyen d'atomes passant dans la cavité pendant  $t_{cav}$ . On trouve alors une probabilité d'émission  $\gamma = 1,7 \times 10^{-4}$  par atome. Cette émission reste très faible : le critère QND est donc très bien respecté.

L'émission résiduelle peut provenir de la subsistance d'une très petite fraction d'atomes mal préparés, se trouvant par exemple dans un état elliptique du  $n = 51$ , ou de l'émission résiduelle des atomes sonde, due à la non adiabaticité parfaite du suivi des états propres. Etant donné que la valeur théorique de ce dernier effet pour  $\delta = 2\pi \cdot 58$  kHz est de l'ordre de  $1 \times 10^{-7}$ , il est plus probable que l'émission soit due à des atomes mal préparés.

### 3.2.5.c Dynamique de relaxation de l'état $|1\rangle$

La décroissance théorique de la probabilité de l'état  $|1\rangle$  est représentée par un trait pointillé rouge sur les figures (c) et (d). Elle a été obtenue par intégration de l'équation pilote 2.27, en utilisant les valeurs connues du temps caractéristique de dissipation de la cavité,  $t_{cav} = 130$  ms, et du nombre moyen de quanta du réservoir,  $n_0 = 0,072$ . C'est une quasi-exponentielle, dont la pente initiale correspond, selon l'équation 2.33, à une constante de temps  $t_{cav}/(1 + 3n_0) = 107$  ms. Cette courbe décrit extrêmement bien la valeur moyenne expérimentale, dont elle est presque indistinguishable.

Notre expérience est donc une réalisation expérimentale de trajectoires Monte-Carlo : elle illustre l'interprétation en terme de sauts de l'évolution du champ en contact avec un réservoir, et le passage, par moyennage sur un grand nombre de réalisations, de courbes aléatoires à une moyenne déterministe lisse dont l'évolution est donnée par l'équation pilote.

### 3.2.6 Durées de vie des états de Fock

Il est également intéressant de déterminer si les probabilités par unité de temps des sauts expérimentaux sont en accord avec les probabilités attendues théoriquement. Pour vérifier cela, on peut analyser la durée des paliers au cours de nos trajectoires. La figure 3.14 représente l'histogramme des durées de paliers à 0 et 1 photon. La taille de la fenêtre d'échantillonnage est  $\Delta t_0 = 300$  ms pour les  $n = 0$ , et  $\Delta t_1 = 20$  ms pour les  $n = 1$ .

Un point du graphe situé à l'abscisse  $t$  correspond au nombre de séquences pour lesquelles le nombre de photons a sauté pour la première fois entre les instants  $t - \Delta t$  et  $t$ . Ces valeurs peuvent être écrites comme le produit du nombre total de séquences par la probabilité  $P$ (1<sup>er</sup> saut entre  $t - \Delta t$  et  $t$ ). La condition {1<sup>er</sup> saut entre  $t - \Delta t$  et  $t$ } peut se reformuler comme {saut entre  $t - \Delta t$  ET pas de saut jusqu'à  $t - \Delta t$ }. Or dans l'hypothèse d'un réservoir markovien, la probabilité de saut par unité de temps à partir de l'état  $|n\rangle$  ne dépend pas du temps et est égale à  $\kappa_n$ . On peut donc écrire pour  $\Delta t \ll 1/\kappa_n$  :

$$P(\text{1<sup>er</sup> saut entre } t - \Delta t \text{ et } t) = \kappa_n \Delta t \times e^{-\kappa_n(t - \Delta t)} . \quad (3.15)$$

La probabilité d'une durée de palier décroît donc exponentiellement avec une constante de temps  $1/\kappa_n = t_n$  lorsque la durée  $t$  du palier augmente.

On attend donc une décroissance exponentielle de constante de temps  $t_{cav}/n_0 = 1,81 \pm 0,17$  s pour les états  $|0\rangle$  et  $t_{cav}/(1 + 3n_0) = 107 \pm 2$  ms pour les états  $|1\rangle$ . Pour construire l'histogramme, il faut éviter de prendre en compte un palier en fin de séquence, car celui-ci risque d'avoir été coupé artificiellement par la fin de l'enregistrement. Pour cette raison, nous n'avons sélectionné que le premier palier de chaque séquence. L'histogramme relatif à l'état  $|1\rangle$  est obtenu à partir des séquences avec atome émetteur, conditionnées de la même manière qu'au paragraphe 3.2.5. Pour l'état  $|0\rangle$ , nous avons utilisé les séquences de 2,5 s prises pour le champ thermique, conditionnées au résultat 0 de la première mesure. Les points représentés sur la figure 3.14 sont, en échelle logarithmique, alignés sur une droite : on observe donc bien une décroissance exponentielle de la probabilité des durées de paliers. L'ajustement des histogrammes donne une constante de temps  $t_0 = 1,45 \pm 0,12$  s pour l'état  $|0\rangle$  et  $t_1 = 97 \pm 5$  ms pour l'état  $|1\rangle$ .

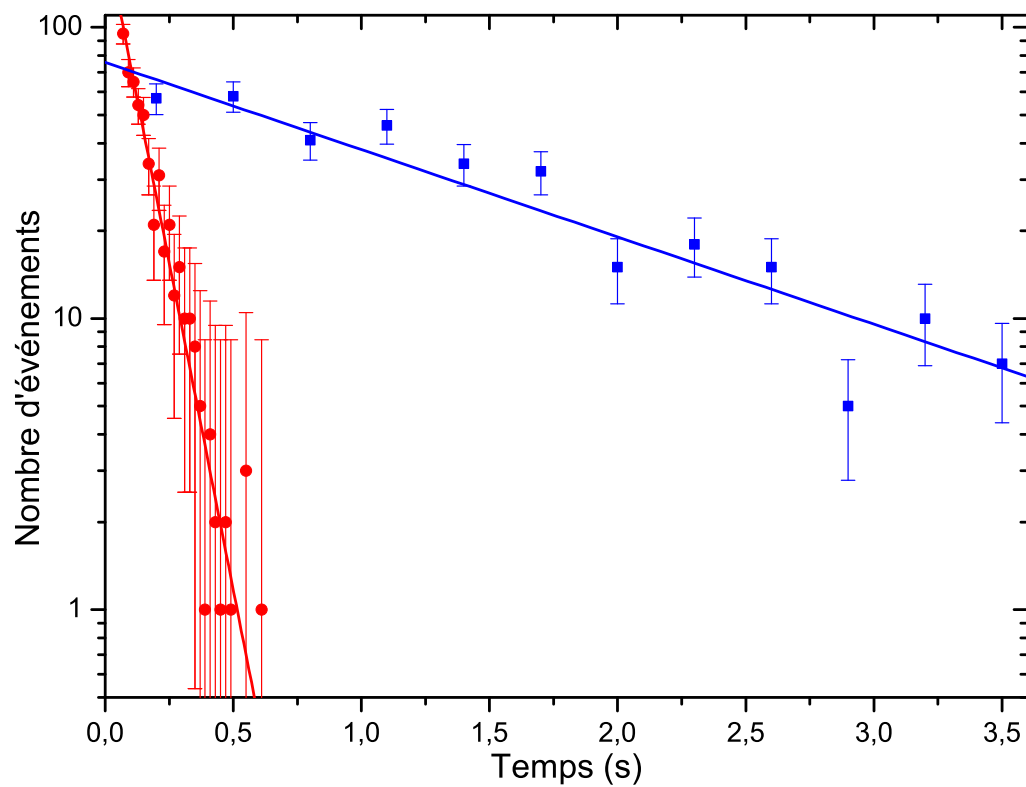


FIG. 3.14 – Statistique de la durée des paliers à  $|0\rangle$  (carrés) et  $|1\rangle$  (cercles), en échelle logarithmique. Le nombre de paliers pris en compte est 338 pour  $|0\rangle$  et 904 pour  $|1\rangle$ . Les barres d'erreur sont statistiques : elles représentent  $\pm 1$  d.s., où d.s. est la déviation standard. Les droites sont les ajustements linéaires des deux histogrammes.



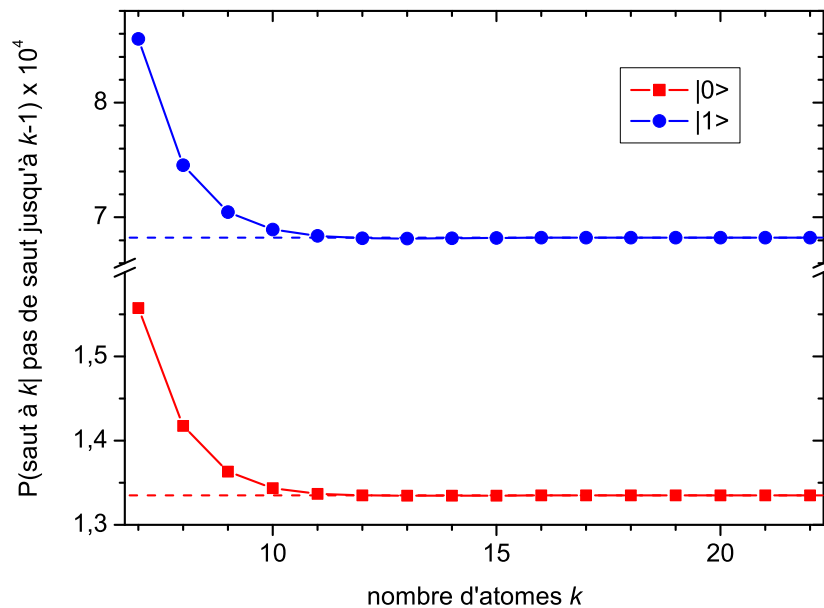


FIG. 3.15 – Estimation de la probabilité d'un saut dû à une erreur statistique. Par dénombrement sur des trajectoires analysées à partir de données simulées, on peut tracer la probabilité qu'une erreur survienne au rang  $k$  sachant qu'il n'y avait pas eu d'erreur jusqu'au rang  $k - 1$ , en fonction de  $k$ , pour les états  $|0\rangle$  (ligne continue bleue) et  $|1\rangle$  (ligne pointillée rouge). Les deux courbes atteignent un régime stationnaire dès  $k \simeq 12$ .

Ces valeurs sont toutes les deux un peu inférieures aux valeurs attendues. Cet écart peut essentiellement être attribué à la présence de « faux sauts » du nombre de photons, dûs à la possibilité non nulle d'une erreur de mesure. Évaluer analytiquement la probabilité de saut par une erreur à l'instant  $t$  n'est pas possible, car cette probabilité dépend de l'histoire des détections au-delà de la fenêtre de mesure à l'instant  $t$ . Elle tend cependant vers une valeur constante à partir d'un nombre d'atomes fini. On peut donc, par une simulation, estimer en régime stationnaire la probabilité de saut par unité de temps dû à une erreur. Pour un état  $|n\rangle$  donné, on génère toutes les séquences de détections possibles pour une série de 22 atomes, et on les analyse par filtrage. À chaque rang  $k$ , on peut obtenir les probabilités de saut en évaluant la proportion de séquences analysées présentant un saut du nombre de photons à l'atome  $k$ . Ce qui nous intéresse est la probabilité qu'une erreur survienne au rang  $k$  sachant qu'elle n'était pas encore survenue au rang  $k - 1$ . Cette probabilité est représentée sur la figure 3.15 en fonction de  $k$  pour les états  $|0\rangle$  et  $|1\rangle$ . La probabilité de saut n'est en effet pas constante pour des petits nombres d'atomes, mais un régime stationnaire est atteint dès une quinzaine d'atomes, respectivement à  $1,33 \times 10^{-4}$  et  $6,82 \times 10^{-4}$ .

En divisant cette probabilité par le délai entre deux atomes,  $T = 950 \mu\text{s}$ , on obtient la probabilité par unité de temps d'un saut dû à une erreur. On trouve  $0,14 \text{ s}^{-1}$  pour l'état  $|0\rangle$  et  $0,72 \text{ s}^{-1}$  pour l'état  $|1\rangle$ . En additionnant ces probabilités aux taux de départ théoriques,

on attend donc  $t_0 = 1,44 \pm 0,11$  s et  $t_1 = 99 \pm 2$  ms. Notre mesure est parfaitement en accord avec ces prévisions théoriques. La statistique des sauts observée est celle attendue. Notre expérience vérifie donc bien toutes les prédictions de l'interprétation Monte-Carlo de l'évolution du champ sous l'effet de l'environnement.

### 3.3 Jusqu'à deux photons

Les résultats de la mesure QND répétée de 0 et 1 photon nous ont encouragés à pousser plus loin les capacités de cette méthode. L'étape suivante est de pouvoir mesurer un état de Fock à deux photons, en se plaçant à un déphasage de  $\pi/2$  par photon. A ce réglage, les états atomiques après interaction sont représentés sur la figure 3.16. En mesurant la projection de l'état final suivant l'axe ( $n = 0, O, n = 2$ ), on peut distinguer les états  $|0\rangle$ ,  $|1\rangle$  et  $|2\rangle$ . On peut noter que, par symétrie par rapport à l'axe de mesure, la projection de l'état  $|3\rangle$  est alors indistinguable de celle de l'état  $|1\rangle$ . Nous nous restreindrons donc à mesurer des champs contenant entre 0 et 2 photons.

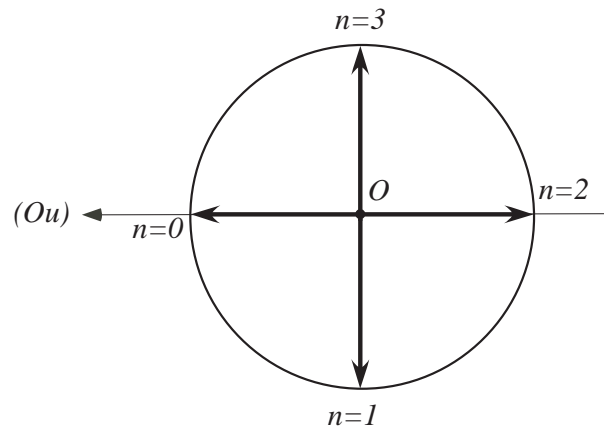


FIG. 3.16 – Représentation dans le plan équatorial de la sphère de Bloch de l'état final de l'atome après interaction avec le champ, pour un déphasage par photon de  $\Phi_0 = \pi/2$ , dans l'approximation linéaire. (Ou) représente l'axe de mesure choisi.

#### 3.3.1 Réglages préliminaires

La séquence temporelle de mesure est très similaire à celle décrite par la figure 3.6 : après préparation du champ, nous envoyons 10000 paquets atomiques espacés de  $70 \mu\text{s}$ . Il reste à préciser les paramètres de la mesure, notamment ceux de l'interféromètre, et le procédé de préparation d'un champ contenant plus d'un photon.

##### 3.3.1.a Paramètres de la mesure

Nous nous sommes placés approximativement au désaccord auquel on attend  $\phi(1) - \phi(0) = \pi/2$ , soit  $\delta = 2\pi \cdot 132 \text{ kHz}$ .

**Réglage de l'interféromètre** Les franges dans le vide obtenues dans les conditions de la mesure QND (détectations monoatomiques, flux d'atomes détectés de 0,31 atome par paquet, dont nous expliquerons le choix au paragraphe suivant) sont représentées sur la figure 3.17. Leur centrage est  $A = 1,07 \pm 0,01$  et leur contraste  $B = 74,2 \pm 1,4\%$ .

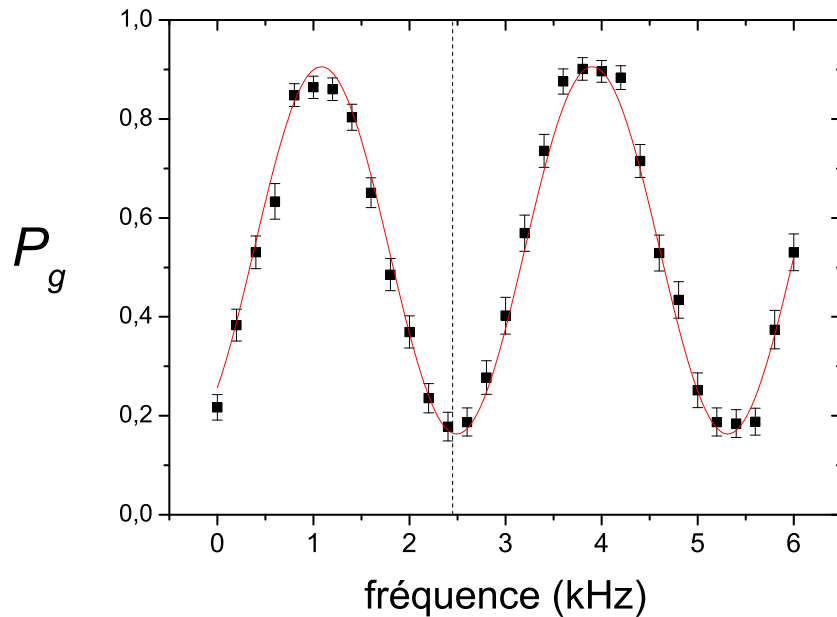


FIG. 3.17 – Franges de Ramsey dans la cavité vide, pour les événements à un atome détecté. Les points expérimentaux sont les carrés noirs, la courbe rouge représente l'ajustement sinusoïdal. La phase de mesure choisie est représentée par le trait vertical gris.

Le trait vertical représente la phase choisie pour la mesure QND. La probabilité attendue de l'état  $|g\rangle$  dans le vide est  $P(g|0) = 16,5(\pm 0,8)\%$ . On s'attend donc à mesurer surtout l'état  $|e\rangle$  lorsque le champ est vide. Pour l'état à un photon, déphasant l'atome de  $\pi/2$  par rapport au vide, on s'attend à mesurer aussi souvent  $|e\rangle$  que  $|g\rangle$ ; l'état à deux photons, déphasant l'atome de  $\pi$  par rapport au vide, devrait correspondre à la mesure très majoritaire de l'état  $|g\rangle$ .

Nous avons également vérifié le déphasage des franges par l'état  $|1\rangle$ , préparé selon le protocole présenté au paragraphe 3.2.1.b. Ces franges sont représentées sur la figure 3.18. Le déphasage entre les deux ajustements sinusoïdaux est de  $0,51(\pm 0,01)\pi$ , proche de  $\pi/2$  comme on s'y attend.

**Choix du flux atomique** Le choix du flux des atomes de mesure est à nouveau le résultat d'un compromis. La contrainte sur la fréquence de la mesure est plus forte que pour l'expérience précédente, car nous cherchons maintenant à observer l'état  $|2\rangle$ , qui vit moins longtemps que les états mesurés précédemment :  $t_2 = 57$  ms en présence du champ thermique de moyenne 0,049 photon. On aimerait donc augmenter le flux, afin que le nombre de mesures indépendantes pendant la durée de vie moyenne d'un état de Fock ne soit pas trop faible.

On s'attend à un effet de chauffage atomique moindre que précédemment, car nous sommes plus loin de la résonance. Par contre nous devons à nouveau ne prendre en compte

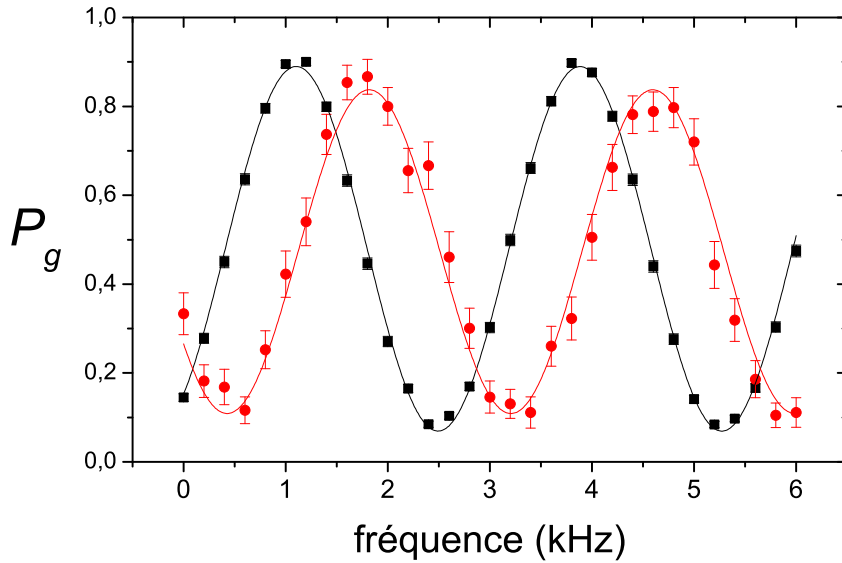


FIG. 3.18 – *Franges en champ vide (carrés noirs) et en présence d'un photon déposé par un atome émetteur (ronds rouges). Les courbes en trait plein sont des ajustements sinusoïdaux.*

que les détections monoatomiques. L'effet de réduction du contraste par les paquets biatomiques accidentellement pris en compte est cependant moins fort qu'à un déphasage de  $\pi$  par photon. Le déphasage par photon étant plus faible que  $\pi$ , l'état final à deux atomes est d'après l'équation 3.7 moins intriqué, plus proche de l'état séparable qui résulterait de deux interactions indépendantes avec le champ. L'état final reste suffisamment altéré pour que nous ne souhaitons pas prendre ces événements en compte. Ils délivrent une information réduite, mais cependant non nulle, ce qui limite la réduction de contraste qu'ils occasionnent. Vis-à-vis de ce critère, la contrainte de flux faible est donc également adoucie.

Nous avons choisi une valeur de 0,31 atomes par paquet. Ce flux entraîne une réduction de contraste de 8% par rapport au contraste maximal à ce désaccord, que l'on obtient pour un flux de 0,08. Les détections monoatomiques sont en revanche trois fois plus fréquentes qu'à ce faible flux. Pour atteindre la valeur 0,31, nous avons allongé la durée du laser repompeur et du premier laser d'excitation<sup>6</sup> de 2 à 6  $\mu\text{s}$ . La probabilité d'un paquet à un atome est 0,23. Le délai théorique moyen entre deux détections monoatomiques est  $T = 304 \mu\text{s}$ .

<sup>6</sup>Cela a pour effet secondaire d'élargir d'un facteur 3 la dispersion de vitesses, mais celle-ci reste limitée à  $\Delta v/v = 1,2\%$ , ce qui n'entraîne donc pas de dispersion notable de la valeur du déphasage par photon.

### 3.3.1.b Préparation d'un champ contenant plus d'un photon

Pour mesurer un état à deux photons, il faut préparer un champ dont la probabilité initiale de l'état de Fock  $|2\rangle$  est non nulle. Le champ thermique ne contient cet état qu'avec une probabilité de 0,2 %, il n'est donc pas très intéressant.

Nous pourrions envisager de préparer l'état de Fock  $|2\rangle$  par une méthode similaire à celle utilisée pour la préparation de l'état  $|1\rangle$  présentée au paragraphe 3.2.1.b, c'est-à-dire par émission atomique résonante. Lorsque le paquet émetteur contient deux atomes, on peut en effet préparer un état à deux photons. Cependant, pour augmenter la probabilité des paquets à deux atomes détectés jusqu'à une valeur raisonnable, par exemple 10 %, il faudrait un flux atomique total de 0,6 atomes par courbe. Or à ce flux, pour une efficacité de détection de 50 %, un tiers des paquets biatomiques détectés contiennent en réalité 3 atomes. L'état préparé serait donc un mélange statistique assez éloigné de l'état pur  $|2\rangle$ .

Plutôt que de préparer un état à nombre de photon indéterminé dont la statistique est liée aux imperfections de la méthode de préparation, nous préférons initialiser le champ dans un état de forme bien déterminée : un champ cohérent. Pour cela, après avoir préparé le champ dans l'état  $|0\rangle$ , nous injectons pendant une durée finie un champ généré par une source classique externe. Nous pouvons varier l'amplitude du champ injecté, en variant la puissance et le temps d'allumage de la source. Nous gardons une durée d'injection fixe, et varions la puissance par un atténuateur micro-onde calibré : nous sommes ainsi certains de la linéarité de la puissance injectée en fonction du paramètre de contrôle. Les pertes subies par le champ entre la source et la cavité ne nous permettent cependant pas de calculer a priori l'amplitude du champ injecté. Nous mesurons cette amplitude, pour des champs faibles, à l'aide des atomes. Les franges de Ramsey pour un atome en interaction dispersive avec la cavité sont déphasées par rapport à la cavité vide de  $n\Phi$  en présence de  $n$  photons, dans l'approximation linéaire. Pour une superposition cohérente d'états de Fock de valeur moyenne  $\bar{n}$ , les franges de Ramsey sont la somme de sinusoides de phases différentes. Il s'ensuit une réduction de contraste  $\eta$  et un déphasage  $\phi_{coh}$  des franges par rapport aux franges réalisées dans le vide. On peut montrer [21] que ces modifications s'expriment en fonction de  $\bar{n}$  par :

$$\begin{aligned}\eta &= e^{-\bar{n}(1-\cos\Phi)} \\ \phi_{coh} &= \bar{n} \cdot \sin\Phi .\end{aligned}\tag{3.16}$$

La variation théorique en fonction de  $\bar{n}$  de ces deux paramètres est représentée sur la figure 3.19(a). Le contraste devient très faible pour des champs plus grands que deux photons : cette méthode n'est donc valable que pour de petits champs. Sa précision est limitée par la précision de nos ajustements des franges, qui pour être bons nécessitent des temps d'acquisition assez longs. Le graphe (b) de la figure présente les points obtenus expérimentalement pour les valeurs de  $-\ln(\eta)$  et  $\phi_{coh}$ , en prenant comme référence les franges correspondant au champ en l'absence d'injection. A  $\Phi = \pi/2$ , les équations ci-dessus peuvent se réécrire comme :

$$\bar{n} = -\ln(\eta) = \phi_{coh} .\tag{3.17}$$

Les deux séries de points s'alignent en effet bien sur une même droite lorsque l'on varie la puissance injectée, qui nous donne directement le nombre de photon moyen du champ cohérent. On peut voir que la barre d'erreur de cette mesure est de l'ordre de  $\pm 0,1$  photon.

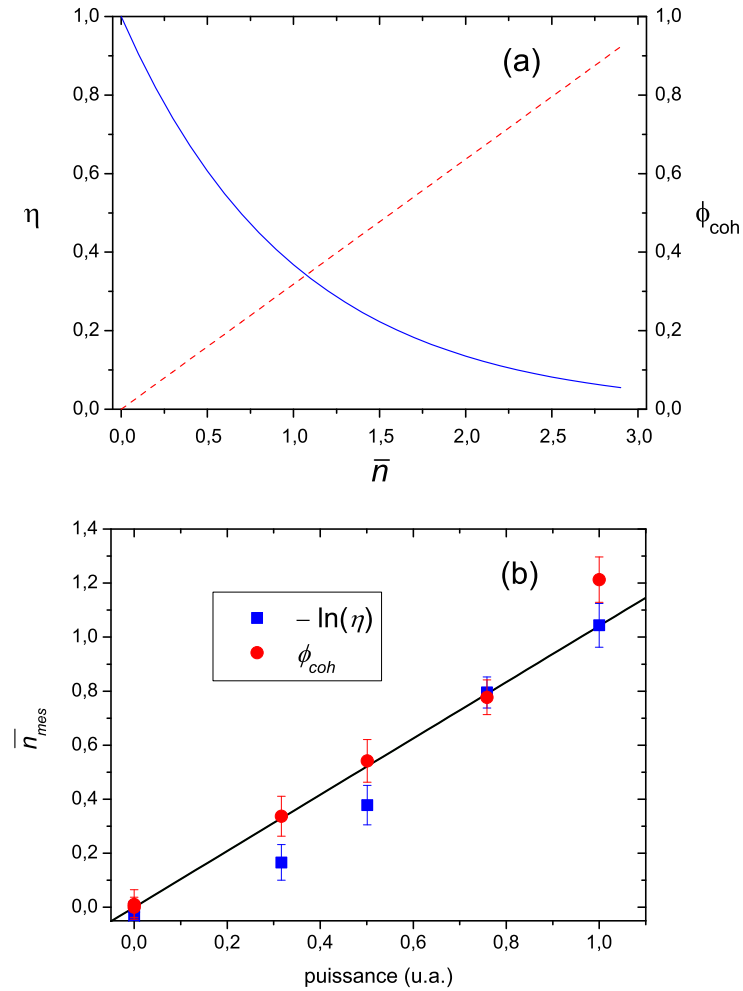


FIG. 3.19 – Calibration d'un champ cohérent. (a) Réduction du contraste (courbe en trait plein bleue) et déphasage des franges (courbe pointillée rouge) théoriques en fonction du nombre moyen de photons du champ. (b) Valeurs expérimentales du nombre de photons inféré à partir de la réduction de contraste (carrés bleus) et du déphasage (points rouges) des franges par rapport aux franges correspondant à l'état vide du champ, en supposant  $\Phi = \pi/2$ . La valeur connue de l'atténuation du champ a été linéarisée en une puissance connue seulement à un facteur près. La droite noire est un ajustement linéaire commun aux deux courbes, passant par 0.

Le champ injecté doit à la fois rester assez petit pour que les probabilités des nombres de photons  $n \geq 3$  restent faibles, et suffisamment grand pour que l'état  $n = 2$ , que l'on souhaite observer, n'apparaisse pas trop rarement. Le compromis que nous avons choisi est  $\bar{n} \simeq 0,5$ . Les probabilités attendues à cette valeur sont données dans le tableau suivant.

$n$	$p_{coh}(n)$
0	0,61
1	0,30
2	0,08
3	0,01
$\geq 4$	$< 2 \times 10^{-4}$

La probabilité de l'état  $|2\rangle$ , que l'on veut observer, est de 8 %. La probabilité de l'état  $|3\rangle$  est très petite devant celle de l'état  $|1\rangle$  : si nous attribuons le nombre de photons  $n = 1$  à une mesure corrélée à l'espace  $\{|1\rangle, |3\rangle\}$ , nous ne commettrons une erreur que dans 3 % des cas. Les nombres de photons suivants sont complètement négligeables.

### 3.3.2 Analyse des événements de détection

La figure 3.20(a) présente un extrait d'une séquence de détections monoatomiques, de durée 400 ms.

Visuellement, la trajectoire du nombre de photons correspondant à ces détections est un peu moins facilement lisible que pour les résultats de mesure à  $\pi$  par photon. On peut cependant distinguer trois zones différentes. On voit nettement qu'au début les atomes sont détectés surtout dans  $|g\rangle$ , et à la fin surtout dans  $|e\rangle$ . Pendant une phase intermédiaire, les détections dans les deux états semblent équilibrées. Cette impression visuelle est confirmée par le graphe 3.20(b), qui représente, à la fin d'une fenêtre glissante de 31 atomes détectés, le nombre de détections dans  $|g\rangle$ . Bien que bruitée, cette courbe dessine trois paliers, approximativement autour de 90 % puis 50 % puis 15 %. Ces pourcentages sont à peu près ceux auxquels nous nous attendions pour des états respectivement à 2, 1 et 0 photons. Cette trajectoire semble donc correspondre à la mesure d'un état contenant initialement deux photons, qui a relaxé vers le vide via l'état à un photon.

Nous avons analysé plus systématiquement les données, en suivant cette même démarche. Le nombre de photons est maintenant corrélé non plus à un état atomique mais à une statistique de détection. Pour déterminer le nombre de photons à un instant donné, il est donc naturel d'évaluer tout d'abord la statistique des atomes détectés à ce moment, puis de décider du nombre de photons en fonction du résultat obtenu. Pour cela, nous analysons les données par une fenêtre glissante de taille constante en nombre total d'atomes, noté  $N$ . La statistique locale est évaluée en comptant le nombre d'atomes détectés par exemple dans l'état  $|g\rangle$ . Pour en déduire le nombre de photons, nous pouvons définir deux seuils de nombres de comptes dans  $|g\rangle$ , séparant les trois attributions 0, 1 et 2. Nous utilisons la fenêtre comprenant l'atome détecté à l'instant  $t$  et les  $N - 1$  atomes précédents pour déterminer le nombre de photons à l'instant  $t$ . Il reste à définir les paramètres de



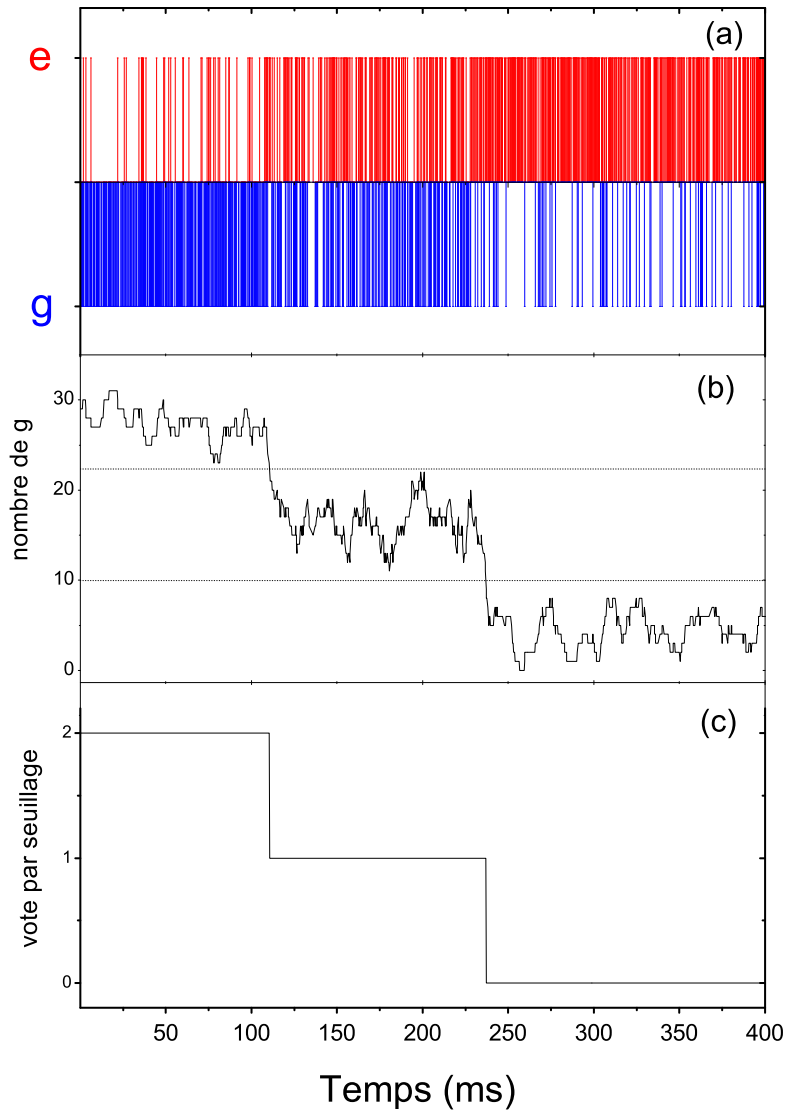


FIG. 3.20 – Analyse d’une trajectoire. (a) Séquence brute de détections monoatomiques. Chaque atome détecté est représenté par un trait vertical, en bleu vers le bas pour l’état  $|g\rangle$  et en rouge vers le haut pour l’état  $|e\rangle$ . (b) Nombre d’atomes dans  $|g\rangle$  dans la fenêtre des 31 atomes précédents. Les seuils d’attribution des nombres de photons sont représentés par les lignes pointillées. Ils correspondent à une fraction respectivement de 32,2 et 72,1 % d’atomes dans  $|g\rangle$ . (c) Nombre de photons inféré de l’analyse par seuillage sur 31 atomes.

cette analyse : les probabilités conditionnelles, les valeurs des seuils, et la taille  $N$  d'une fenêtre.

### 3.3.2.a Histogramme des premières détections

Notre connaissance des probabilités conditionnelles de détection en fonction du nombre de photons est un paramètre crucial de cette expérience. L'établissement des valeurs de seuils du filtrage en dépend. Comme nous l'avons vu déjà pour l'expérience à  $\Phi = \pi$ , la seule probabilité que nous connaissons bien a priori est la probabilité conditionnelle  $P(g|0)$ , car c'est le seul état que l'on sait préparer de manière pure. Pour obtenir les autres valeurs, nous avons comme précédemment mesuré ces statistiques directement dans les données QND, en traçant l'histogramme du nombre d'atomes détectés dans  $|g\rangle$  dans la première fenêtre d'une séquence. Si le champ initial contenait un nombre de photon fixe, on obtiendrait une loi binomiale centrée sur la valeur  $P(g|n)$ . Nous savons cependant que le champ initial est un champ cohérent, il a donc une dispersion non nulle du nombre de photons. Par linéarité, l'histogramme résultant doit donc être la somme des histogrammes correspondant à 0, 1 et 2 photons, pondérés chacun par les probabilités  $p(n)$  des nombres de photons dans le champ initial :

$$P(n_g) = \sum_n P(n_g|n)p(n) , \quad (3.18)$$

où l'expression de la loi binomiale  $P(n_g|n)$  a été donnée équation 3.10.

**Détermination des probabilités conditionnelles de la mesure QND** L'histogramme obtenu en prenant en compte les 16 premiers atomes est représenté sur la figure 3.21. Comme attendu, on distingue trois pics. C'est en fait sur ce critère que nous avons choisi la taille de la fenêtre. Nous avons choisi cette valeur assurant la séparation des pics la plus petite possible, afin que la relaxation du champ soit négligeable pendant la fenêtre. Nous avons ajusté l'histogramme par une superposition à poids poissonniens de lois binomiales jusqu'à  $n = 3$ . Les paramètres libres sont la position des pics, et le nombre moyen de photons caractérisant la statistique poissonnienne. On trouve les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned} P(g|0) &= 16,9(\pm 0,2)\% \\ P(g|1) &= 50,6(\pm 0,4)\% \\ P(g|2) &= 88,4(\pm 0,5)\% \\ \bar{n} &= 0,51 \pm 0,02 . \end{aligned} \quad (3.19)$$

La courbe obtenue, représentée en rouge, reproduit très bien la forme de l'histogramme. Cela nous confirme que le champ initial a bien la statistique d'un champ cohérent, dont le nombre moyen de photons correspond à celui qui avait été estimé par la méthode présentée au paragraphe 3.3.1.b. La probabilité conditionnée à l'état  $|0\rangle$  est également en accord avec la valeur  $P(g|0) = 16,5(\pm 0,8)\%$  estimée à partir des franges de la figure 3.17.

A partir des probabilités conditionnelles obtenues, connaissant les paramètres des franges de Ramsey et la phase choisie, on peut calculer le déphasage entre les états. On trouve  $\phi(1) - \phi(0) = 0,443\pi$  et  $\phi(2) - \phi(1) = 0,416\pi$ .

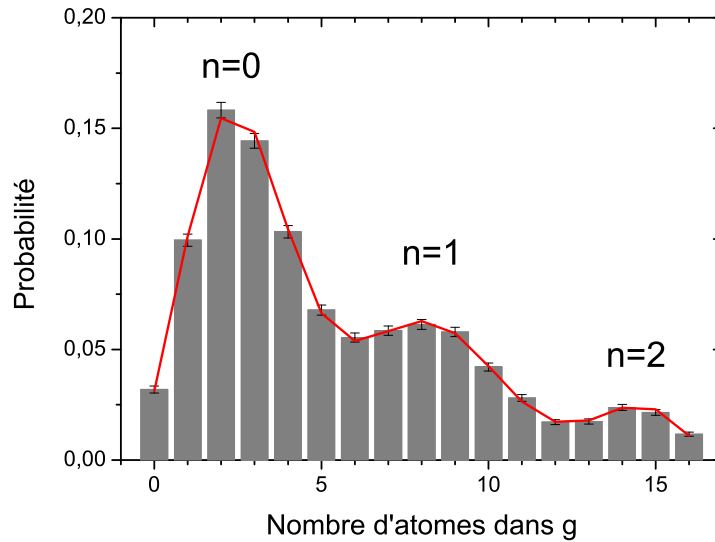


FIG. 3.21 – Histogramme du nombre d’atomes dans  $|g\rangle$  dans la première fenêtre de 16 atomes d’une séquence, obtenu à partir d’environ 13000 répétitions. Les données expérimentales sont représentées par des barres grises, avec leur barre d’erreur statistique. La ligne rouge représente un ajustement par une somme de lois binomiales pondérées entre elles par des poids poissonniens.

**Variation du nombre de photons ajusté en fonction de la puissance d’injection du champ** Avant de déterminer les seuils à partir des probabilités conditionnelles obtenues par ajustement de l’histogramme initial, nous avons vérifié notre bonne compréhension de la forme de l’histogramme en modifiant le nombre moyen de photons du champ mesuré. Comme nous l’avons vu au paragraphe 3.3.1.b, nous pouvons pour cela varier la puissance d’injection du champ à l’aide d’un atténuateur calibré, ce qui nous permet de connaître à un facteur multiplicatif global près la puissance que nous injectons dans la cavité. Le nombre moyen de photons du champ est une fonction linéaire de cette puissance. La figure 3.22 représente les nombres moyens de photons estimés par ajustement de l’histogramme initial, en fonction de la puissance d’injection.

Le nombre moyen de photons estimé varie bien linéairement avec la puissance injectée. La ligne rouge représentant l’ajustement passe en bonne approximation par l’origine. Cela nous assure une bonne fiabilité de notre analyse de l’histogramme. Cette méthode est de plus utilisable pour la calibration du champ injecté avec une meilleure précision que celle utilisant le déphasage et la diminution de contraste des franges.

**Détermination des seuils** A partir des probabilités conditionnelles obtenues, nous pouvons calculer l’histogramme du nombre de comptes dans  $|g\rangle$  pour des états à nombre de photons fixé  $|n\rangle$ . La probabilité d’un nombre  $n_g$  de  $|g\rangle$  dans une fenêtre de  $N$  atomes est donnée par la loi binomiale, et est centrée sur  $P(g|n) \times N$ . La figure 3.23 représente les histogrammes calculés pour 0, 1 et 2 photons, pour deux tailles de fenêtres différentes :

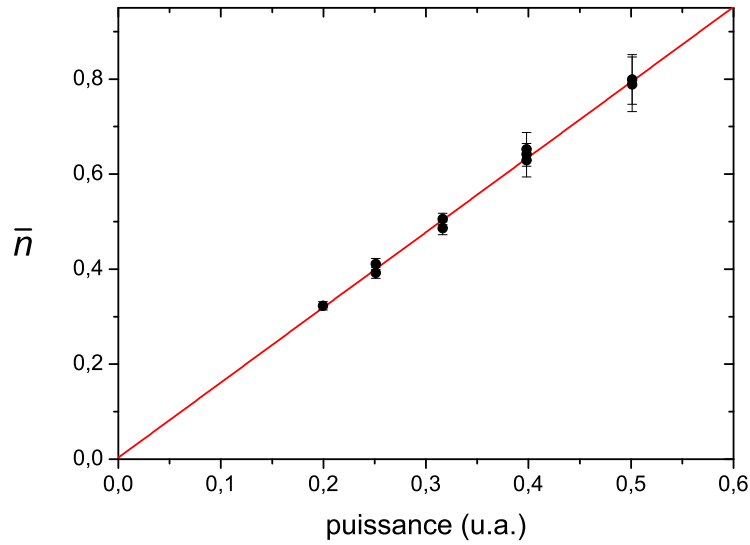


FIG. 3.22 – Nombre de photons moyen du champ, obtenu par ajustement de l’histogramme initial des détections atomiques, pour différentes valeurs de la puissance d’injection du champ. Les points expérimentaux sont représentés par des ronds noirs, la droite rouge est un ajustement linéaire. Les points ont été obtenus à partir d’une fenêtre de 24 atomes.

16 et 31 atomes. Les courbes présentent  $P(n_g|n)$  en fonction de  $x_g = n_g/N$ .

La valeur de seuil la plus appropriée est celle qui correspond au croisement de deux courbes adjacentes. En effet, d’après la loi de Bayes

$$P(n|x_g) = P(x_g|n) \times p(n)/P(x_g)$$

pour un nombre de photons a priori inconnu, donc pour des probabilités  $p(n)$  égales, on peut écrire :

$$P(n|x_g) > P(n'|x_g) \text{ si } P(x_g|n) > P(x_g|n') .$$

On peut voir que, bien que la forme des pics diffère suivant la taille de la fenêtre, les pics de deux nombres de photons adjacents se croisent au même endroit. Nous pouvons donc définir une valeur de seuil, en terme de proportion d’atomes dans  $|g\rangle$ , valable pour toute taille de la fenêtre d’analyse. Les valeurs déterminées à partir de la figure 3.23, représentées par les lignes pointillées, sont :

$$\begin{aligned} \text{seuil entre 0 et 1 : } & 32,2 \% , \\ \text{seuil entre 1 et 2 : } & 72,1 \% . \end{aligned} \tag{3.20}$$

### 3.3.2.b Choix de la taille de la fenêtre

Malgré ce choix optimal de seuil, il reste une probabilité non nulle qu’un état de Fock produise une proportion  $x_g$  du mauvais côté du seuil, conduisant à une erreur. On peut

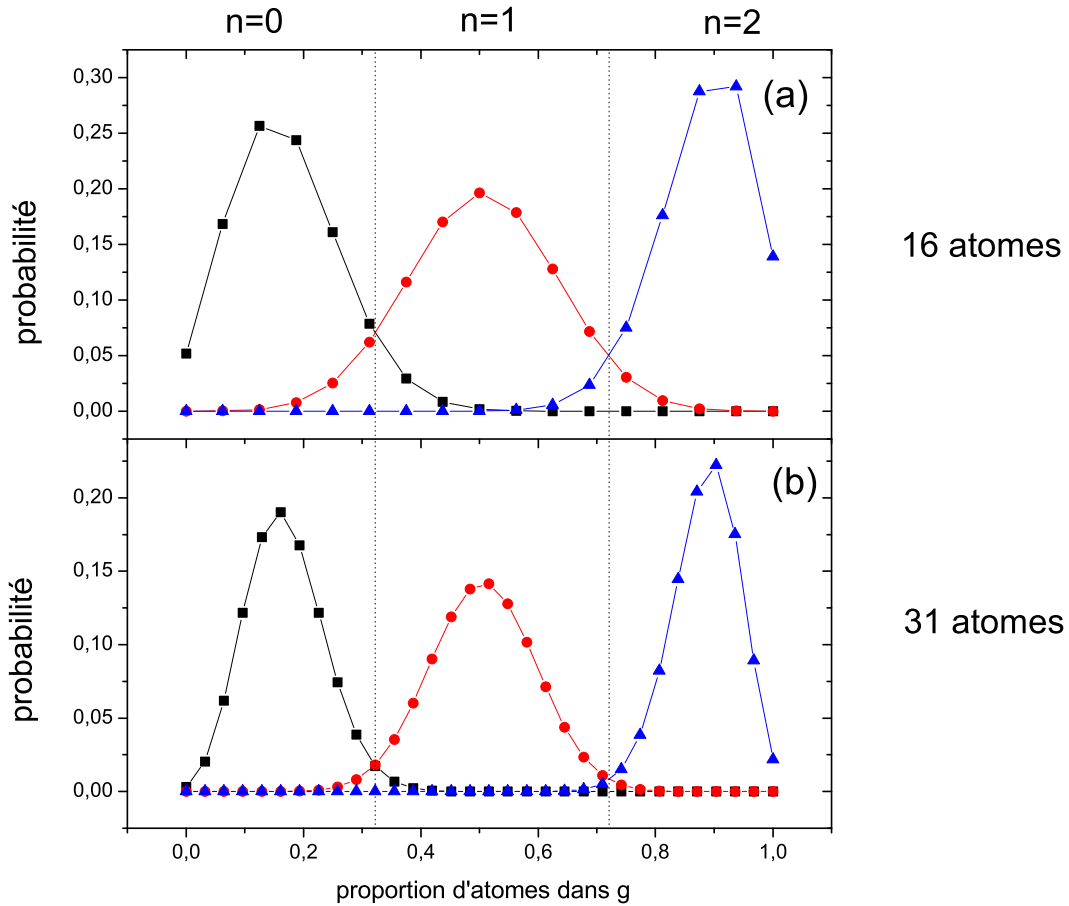


FIG. 3.23 – Probabilité théorique de la proportion d'atomes dans  $g$  dans une fenêtre : loi binomiale centrée sur la probabilité conditionnelle  $P(g|n)$ . Les carrés noirs correspondent à  $n=0$ , les ronds rouges à  $n=1$  et les triangles bleus à  $n=2$ . Les deux seuils choisis pour l'analyse sont représentés par les lignes pointillées. (a) Fenêtre de 16 atomes. (b) Fenêtre de 31 atomes.

calculer cette erreur statistique : pour un nombre de photons  $n$ , c'est la somme des points se situant en dehors de la zone d'attribution de la valeur  $n$ . Or, lorsque la taille de la fenêtre augmente, les lois binomiales s'affinent, et le recouvrement entre deux pics adjacents est de plus en plus faible. L'erreur statistique peut donc être réduite aussi bas qu'on le souhaite par l'augmentation de la taille de la fenêtre d'analyse.

Cependant, nous souhaitons garder une bonne résolution temporelle : la fenêtre d'analyse doit rester courte devant le temps caractéristique d'évolution du champ. Les durées de vie des états que l'on veut mesurer sont, pour un champ thermique de 0,049 :

nombre de photons	durée de vie en ms	durée de vie en nombre moyen d'atomes détectés
0	2653	8717
1	113	371
2	58	191

Le choix de la taille de la fenêtre est donc à nouveau un compromis entre la minimisation de l'erreur statistique et la résolution temporelle.

Pour calculer analytiquement la valeur moyenne de cette erreur pour chaque durée de fenêtre, nous avons utilisé la même méthode que celle que nous avons présentée au paragraphe 3.2.3.b. Nous avons simulé 1000 trajectoires de relaxation partant d'un champ cohérent de nombre moyen  $\bar{n} = 0,51$ , par simulation Monte-Carlo. En utilisant les probabilités conditionnelles déterminées au paragraphe précédent, nous avons ensuite simulé les événements de détection atomiques engendrés par ces trajectoires, puis analysé ces trajectoires par seuillage sur  $n_{at}$  atomes, en utilisant les seuils déterminés précédemment, et déterminé l'erreur par comparaison avec les trajectoires du champ. Les résultats obtenus sont représentés sur la figure 3.24.

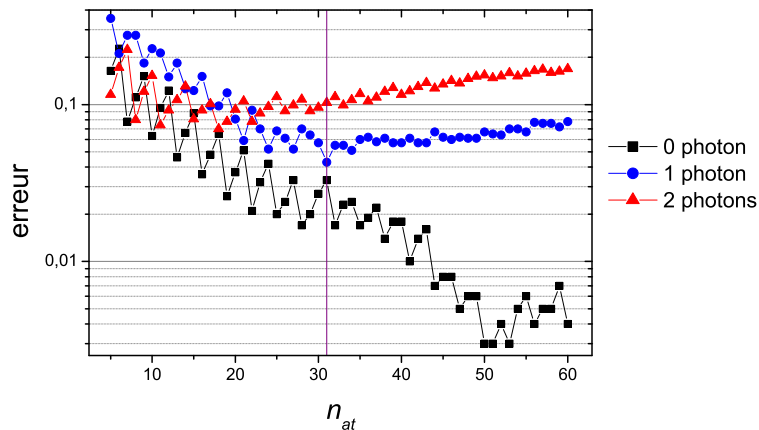


FIG. 3.24 – Erreurs sur 0 (carrés noirs), 1 (ronds bleus) et 2 (triangles rouges) obtenues par la simulation, en fonction du nombre d'atomes total de la fenêtre d'analyse. Le trait vertical représente la taille de fenêtre choisie pour l'analyse.

Le taux d'erreur montre un minimum pour les nombres de photons 1 et 2. L'erreur sur 0, elle, décroît constamment sur cette plage de tailles de fenêtre. La figure 3.25 permet de comprendre cette évolution. On peut voir que la courbe obtenue par simulation décroît tout d'abord en accord avec l'erreur statistique attendue, tant que la relaxation reste négligeable. L'erreur simulée se détache ensuite de l'erreur statistique pour suivre la tendance de la relaxation.

L'erreur statistique sur 1 est plus grande que celle de 0 et 2, car le pic de la loi binomiale est un peu plus large. Il n'est donc pas raisonnable de choisir le minimum de la courbe 2,

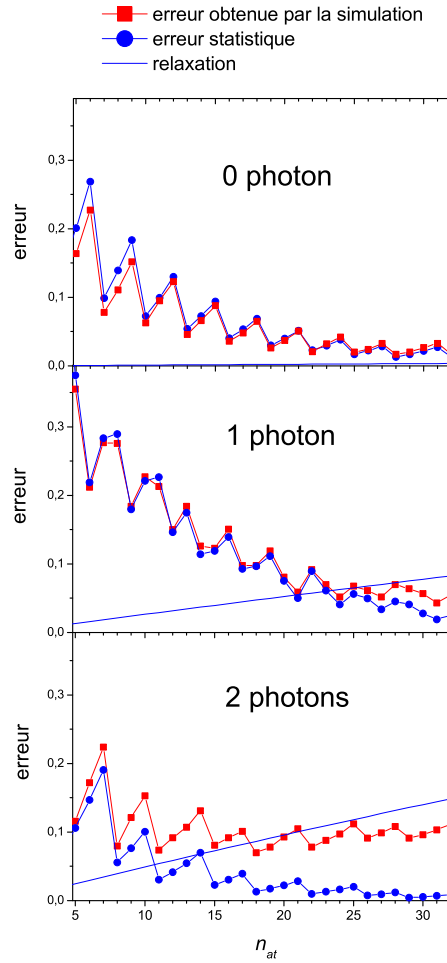


FIG. 3.25 – Comparaison de l’erreur obtenue par simulation (carrés rouges) et de l’erreur statistique attendue (ronds bleus). La ligne bleue représente la taux de relaxation.

car le taux d’erreur sur 1 est alors encore très élevé. La taille de fenêtre choisie, représentée par un trait vertical sur la figure 3.24, est de 31 atomes. A cette taille, l’erreur sur 1 est minimale, et l’erreur sur 2 n’a pas encore beaucoup réaugmenté. Le taux d’erreur est alors :

$$\begin{aligned}
 p(n_{mes} \neq 0 | n = 0) &= 3,3 \% \\
 p(n_{mes} \neq 1 | n = 1) &= 4,3 \% \\
 p(n_{mes} \neq 2 | n = 2) &= 10,3 \% ,
 \end{aligned}
 \tag{3.21}$$

où  $n_{mes}$  est le nombre de photons inféré par l’analyse. La durée moyenne d’une fenêtre est de 9,4 ms, qui reste court devant les temps de vie.

### 3.3.3 Exemples de trajectoires

La figure 3.20(c) présente le résultat de l'analyse à 31 atomes sur les événements de détection reportés en (a). L'analyse en est explicitée par la courbe (b), qui présente le nombre d'atomes détectés dans  $|g\rangle$  dans une fenêtre de 31 atomes ainsi que les seuils d'attribution. La courbe complète, ainsi qu'un autre exemple de trajectoire, sont représentées sur la figure 3.26. Ces deux trajectoires, partant de deux photons, relaxent vers l'état vide, via un palier dans l'état  $|1\rangle$ .

Notre mesure à un déphasage d'environ  $\pi/2$  par photons est donc bien capable de mesurer des trajectoires contenant 0, 1 et 2 photons. L'extension de la plage de nombres de photons mesurables s'est faite au détriment de la précision de mesure : le taux d'erreur a en effet augmenté, tels qu'en attestent les fins pics que l'on peut voir sur les trajectoires, correspondant certainement à des attributions erronées. Ce taux d'erreur reste cependant encore faible, et nous permet de suivre très convenablement les trajectoires. Nous avons vu que la perte de précision vient d'un double effet : d'une part, le plage d'atomes à distinguer plus grande nécessite une fenêtre d'analyse plus longue pour séparer les pics de statistique binomiale. D'autre part, les états mesurés, à nombre de photons plus grands, sont plus fragiles vis à vis de la relaxation. Après cette étape intermédiaire concluante, nous avons, comme nous allons le voir dans le prochain chapitre, poussé notre capacité de mesure jusqu'à la limite autorisée par ces deux contraintes.



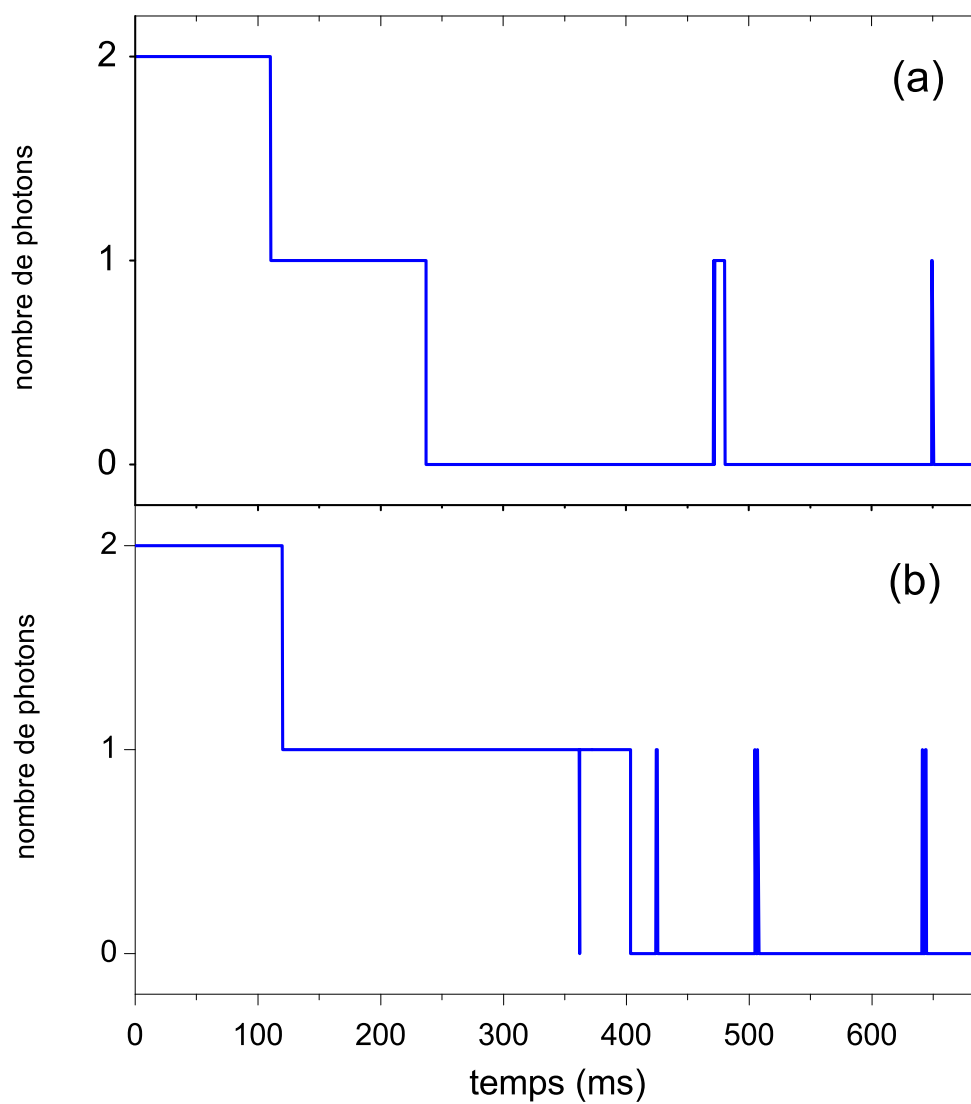


FIG. 3.26 – Trajectoires partant de 2 photons, analysées par seuillage à 31 atomes. La trajectoire (a) correspond aux données présentées figure 3.20.

# Chapitre 4

## Mesure QND répétée d'un champ cohérent : projection et relaxation

Les expériences présentées dans ce chapitre ont été réalisées pour un déphasage par photon de  $\pi/4$ , qui nous permet de mesurer jusqu'à sept photons [84]. Nous avons utilisé une nouvelle méthode d'analyse des détections atomiques mettant en lumière l'acquisition progressive d'information, suivant le principe présenté dans le paragraphe 2.4.2.c. En mesurant un champ initialement dans un état cohérent, nous pouvons suivre la projection progressive de l'état du champ sur un état à nombre de photons fixé. L'analyse statistique des résultats obtenus à l'issue de cette réduction permet d'illustrer le postulat des probabilités de résultats de la mesure quantique. En répétant la mesure au cours d'une même séquence, on peut vérifier qu'en accord avec le postulat de projection, le champ a bien été projeté sur l'état de Fock correspondant au résultat de la première mesure ; on peut ensuite suivre les trajectoires quantiques du champ au cours de sa relaxation.

### 4.1 Mesure d'un champ contenant jusqu'à quatre photons

Nous avons tout d'abord essayé de reprendre la démarche utilisée lors des expériences réalisées à un déphasage par photon de  $\Phi = \pi/2$ . A notre nouveau réglage  $\Phi = \pi/4$ , correspondant à un désaccord de 272 kHz, 8 états atomiques différents peuvent résulter de l'interaction avec un champ à nombre de photons fixé. Ces états sont représentés sur la figure 4.1. Si l'on choisit une phase de mesure  $\varphi$  correspondant à la direction  $|+\rangle_n$ , les nombres de photons sont corrélés à 5 probabilités conditionnelles de détection différentes. Si l'on n'utilise qu'une seule phase de mesure, la symétrie des états atomiques par rapport à l'axe de mesure  $|\pm\rangle_n$  ne permet de distinguer qu'entre des nombres de photons sur une plage de 5. En choisissant l'axe  $|\pm\rangle_4$ , on peut ainsi mesurer des nombres de photons allant de 0 à 4. Sur la figure 4.1 sont représentés les poids des états  $|+\rangle_n$  sur l'état  $|+\rangle_4$ , qui sont aussi les probabilités de détection en présence d'un état  $|n\rangle$  du niveau atomique  $j = e$  ou  $g$  associé à  $|+\rangle_4$ .

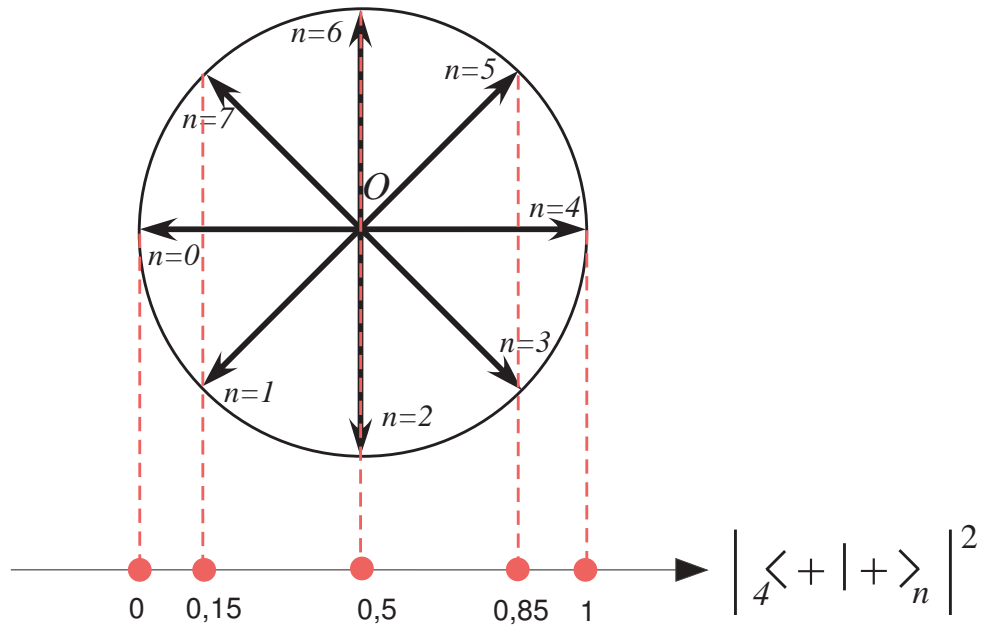


FIG. 4.1 – Etats atomiques résultant de l'interaction avec un état  $|n\rangle$  représentés dans le plan équatorial de la sphère de Bloch, et projections des vecteurs  $|+\rangle_n$  sur l'état  $|+\rangle_4$ .

### 4.1.1 Réglages

La séquence expérimentale est la même que dans l'expérience à  $\Phi = \pi/2$ . On prépare tout d'abord le champ : on vide le champ thermique par des serpillières, puis on injecte un champ cohérent. On envoie ensuite 10000 paquets atomiques séparés de  $70 \mu\text{s}$ . Nous avons changé le désaccord, la phase de l'interféromètre, le flux atomique, et l'amplitude du champ injecté. Je préciserai dans cette partie les procédures de réglage de ces paramètres et les valeurs choisies.

Nous avons vu au paragraphe 3.3.2.a que l'histogramme de la proportion d'atomes détectés dans l'un des états  $|e\rangle$  ou  $|g\rangle$  parmi les  $N$  premiers atomes est un élément clef pour déterminer les paramètres de la mesure. Nous avons donc utilisé cet histogramme comme principal outil pour ajuster le désaccord, la phase de l'interféromètre et le nombre moyen de photons du champ initial. Nous avons utilisé les  $N = 100$  premiers atomes. L'histogramme correspondant aux réglages fins, obtenu en prenant en compte 3000 séquences de mesure d'un champ cohérent dont les nombres de photons  $n$  sont principalement compris entre 0 et 4, est représenté figure 4.3(a), ainsi que son ajustement par une somme de lois binomiales pondérées par des poids poissonniens.

#### 4.1.1.a Choix de la phase de mesure

La figure 4.2(a) présente des franges de Ramsey dans le vide obtenues au désaccord choisi. La phase de mesure, représentée par le trait vertical, est choisie à un minimum de la probabilité de  $|g\rangle$ . A cette phase, l'impulsion Ramsey de mesure transforme idéalement l'état  $|+\rangle_0$  en l'état  $|+\rangle_z = |e\rangle$ , et l'état  $|+\rangle_4$  en l'état  $|-\rangle_z = |g\rangle$ . Ce réglage permet de séparer maximalelement les 5 nombres de photons, en utilisant toute l'étendue d'une demi-

période de l'interféromètre. L'ajustement de l'histogramme de la figure 4.3(a) permet en effet bien de distinguer 5 pics.

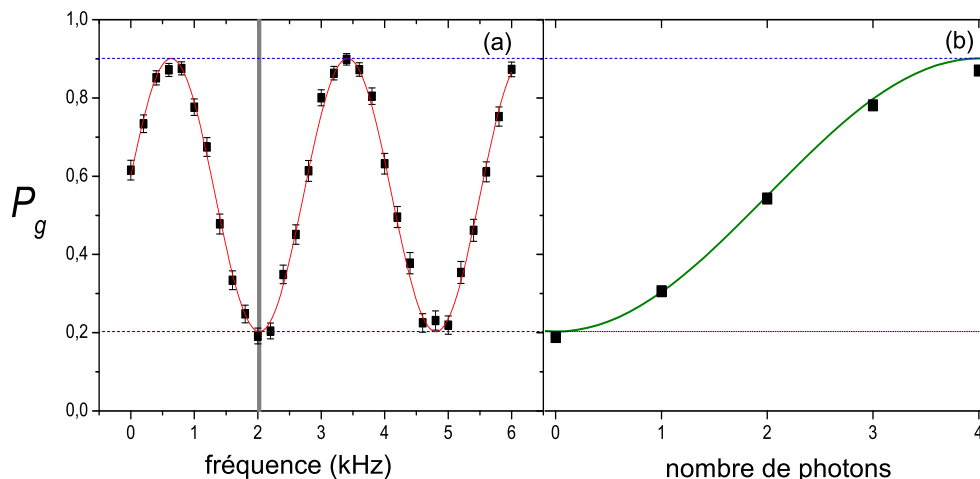


FIG. 4.2 – (a) Franges de Ramsey dans le vide (carrés noirs) et ajustement sinusoïdal (ligne rouge). La ligne verticale représente la phase choisie. (b) Probabilités conditionnelles ajustées sur l'histogramme (carrés noirs) et probabilités prévues à partir de la phase à  $n = 0$  et des paramètres des franges pour un déphasage linéaire de  $\pi/4$  par photon.

#### 4.1.1.b Déphasage par photon

L'état  $|+\rangle_4$  étant transformé en l'état  $|g\rangle$ , les probabilités conditionnelles  $P(g|n)$  de détection pour un déphasage par photon de  $\pi/4$  sont, dans le cas idéal, les valeurs des projections indiquées sur la figure 4.1. Sur la figure 4.2(b), nous avons représenté en fonction du nombre de photons  $n$  les probabilités conditionnelles ajustées sur l'histogramme obtenu figure 4.3(a). La courbe lisse représente les probabilités prévues à partir des paramètres réels des franges et de la connaissance de la phase de mesure, pour un déphasage de  $\pi/4$  par photon. Cette courbe décrit assez bien la position des 5 pics ajustés à partir de l'histogramme : nous nous situons donc bien à un déphasage d'environ  $\pi/4$  par photon.

#### 4.1.1.c Prise en compte des détections biatomiques

Pour un déphasage par photon  $\Phi = \pi/4$ , l'angle de mélange des états de deux atomes présents simultanément dans la cavité (cf. 3.2.2.b) devient faible. L'état final étant presque séparable, l'information délivrée par chaque atome est peu diminuée par rapport aux détections monoatomiques. La figure 4.3(b) permet de comparer l'histogramme des détections à 1 atome avec celui où l'on a pris en compte les détections à 1 et 2 atomes. On peut voir qu'en prenant en compte les détections à deux atomes, les pics sont plus resserrés,

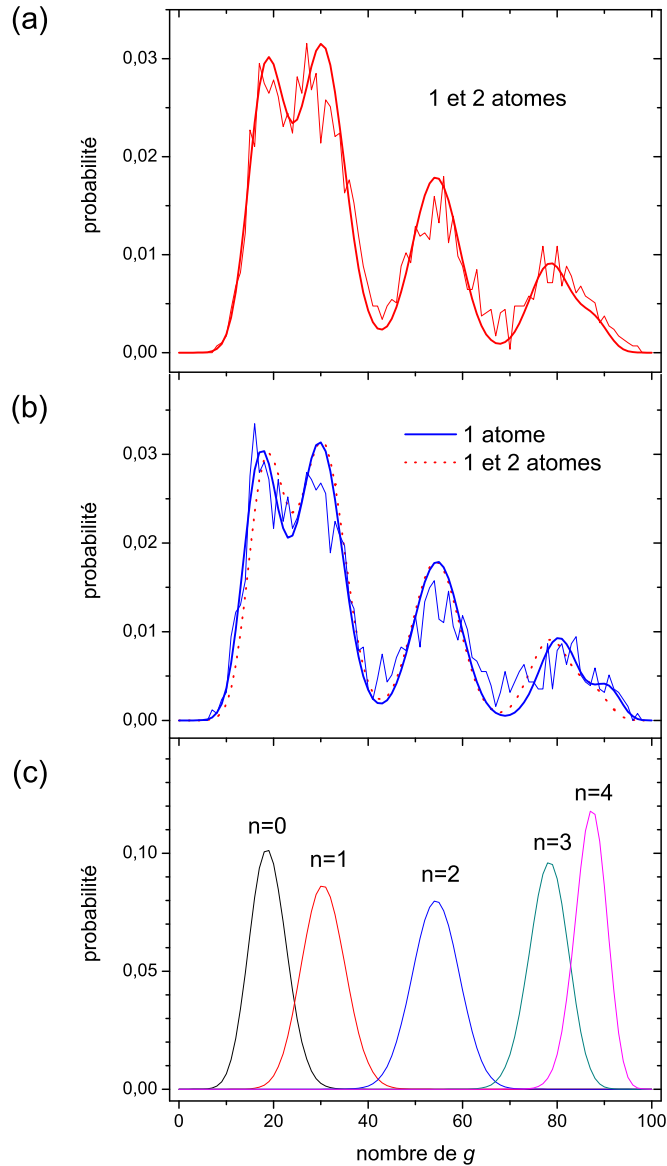


FIG. 4.3 – Détermination des paramètres de mesure. (a) Histogramme du nombre d'atomes dans l'état  $|g\rangle$  détectés dans la première fenêtre de 100 atomes. Les paquets détectés à 1 et 2 atomes ont été pris en compte. La courbe fine représente les points issus de 3000 répétitions, la courbe épaisse est un ajustement par une somme de lois binomiales pondérées par des poids poissonniens. (b) Histogramme pour les paquets à 1 atome détecté (ligne fine bleue). On peut comparer son ajustement (ligne épaisse bleue) à celui de l'histogramme présenté en (a) (ligne pointillée rouge). (c) Lois binomiales  $P(n_g|n)$  correspondant à l'ajustement de la courbe (a).

donc moins séparés ; cela correspond à un contraste Ramsey un peu réduit. Mais cette réduction est très faible. Sur cette constatation, nous avons décidé de prendre en compte les paquets détectés à 1 et 2 atomes pour la mesure QND. En gardant un flux total de 0,3 atomes détectés par paquet, cela permet une augmentation de 15 % des détections par rapport aux événements à 1 atome, portant le flux « efficace » à 0,26. Le nombre moyen d'atomes pris en compte par paquet est en effet  $p(1) + 2p(2)$ , où  $p(1) = 0,222$  et  $p(2) = 0,033$ . Le délai entre deux paquets étant  $70 \mu\text{s}$ , le délai moyen entre deux atomes détectés est  $70/(p(1) + 2p(2)) \simeq 240 \mu\text{s}$ .

#### 4.1.1.d Nombre de photons du champ initial

L'ajustement de l'histogramme où l'on a pris en compte les détections à 1 et 2 atomes indique un champ cohérent initial de nombre de photons moyen  $1,25 \pm 0,03$ . Les probabilités des états de Fock correspondantes sont :

$n$	$p_{coh}(n)$
0	0,29
1	0,36
2	0,22
3	0,09
4	0,03
$\geq 5$	$< 8 \times 10^{-3}$

Ce champ est bien essentiellement une superposition d'états de Fock compris entre  $n = 0$  et  $n = 4$ .

### 4.1.2 Analyse par seuillage

#### 4.1.2.a Recouvrement des états atomiques finaux

La figure 4.3(c) présente les probabilités conditionnelles  $P(n_g|n)$  de détecter  $n_g$  atomes dans  $|g\rangle$  dans une fenêtre de  $N = 100$  atomes pour chaque nombre de photon, données par l'ajustement de l'histogramme présenté en (a). Le pic  $n = 2$  est très bien séparé de ses voisins. Les pics  $n = 0$  et 1 (respectivement 3 et 4) ne sont eux pas très bien séparés l'un de l'autre. En effet pour un contraste  $B < 1$ , la sensibilité de l'interféromètre est moins bonne près d'un extrémum du signal (à  $n = 0, 1, 3, 4$ ) que près de la valeur médiane (à  $n = 2$ ). La figure 4.4 permet d'évaluer la probabilité d'une erreur due à ce recouvrement entre pics adjacents lors d'une analyse du nombre de photon par seuillage sur  $N = 100$  atomes. On choisit les seuils aux croisements des courbes binomiales de la courbe 4.3(c).

Les valeurs de ces seuils sont données dans le tableau suivant :

seuil	$n_g/N$
0-1	0,244
1-2	0,421
2-3	0,669
3-4	0,828

On trouve des probabilité théorique d'erreur statistique théoriques de 1,2 % pour  $n = 2$  à 12 % pour l'état  $n = 3$ . Les pics pourraient être mieux séparés si l'on prenait un plus grand nombre d'atomes en compte dans la fenêtre d'analyse. Cependant, la durée de vie des états  $|3\rangle$  et  $|4\rangle$  étant respectivement 39 et 29 ms (pour  $n_{th} = 0,049$ ), on ne peut se permettre de rallonger la fenêtre. Une fenêtre à 100 atomes dure déjà 26 ms, ce qui est à peine plus court que le temps de vie de l'état  $|4\rangle$ .

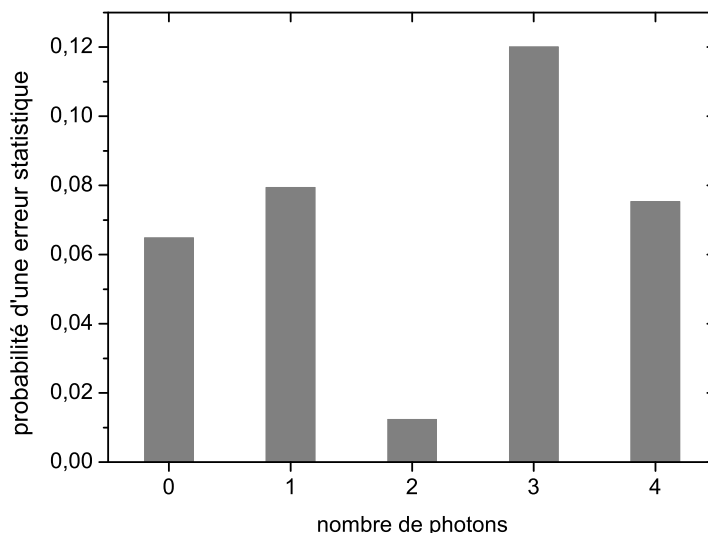


FIG. 4.4 – Probabilités théoriques d'erreur associées à une mesure par seuillage sur  $N = 100$  atomes.

#### 4.1.2.b Nécessité d'utiliser plusieurs directions de mesure

Comme on a pu le voir sur la figure 4.1, les distances plus ou moins grandes entre deux pics binomiaux voisins correspondent au fait que bien que les angles entre les états atomiques résultant de l'interaction soient également répartis, la projection distribuée sinusoidalement la valeur des composantes sur l'axe de mesure. Cela introduit une dissymétrie de la qualité de la mesure : l'erreur la plus faible pour une mesure selon l'axe  $|+\rangle_n$  est commise pour les états se trouvant sur l'axe perpendiculaire  $|+\rangle_{n\pm q/2}$ . Cette limitation

étant introduite par le choix de la phase de mesure, elle n'est pas insurmontable : il suffit de changer cette phase. On peut choisir de varier l'axe de mesure de telle sorte que chaque nombre de photons soit mesuré une fois sur la zone de sensibilité maximale de l'interféromètre. Quatre axes différents sont suffisants : les vecteurs correspondant à  $n$  et  $n + 4$  étant alignés, l'axe qui leur est perpendiculaire est le même.

Notons que le choix de plusieurs phases de mesure a également pour avantage de briser la symétrie que présentent les états atomiques finaux relativement à un seul axe de mesure. La plage de nombres de photons que l'on peut distinguer s'étend donc maintenant jusqu'à 8.

### 4.1.3 Analyse par décimation

L'analyse par seuillage sur les histogrammes est une méthode assez intuitive pour une mesure QND n'utilisant qu'une phase de mesure, mais ne l'est plus du tout lorsque les états atomiques sont mesurés dans plusieurs bases différentes.

Il est plus naturel de revenir à la notion d'acquisition progressive d'information. Nous avons vu au paragraphe 2.4.2.c comment décrire de manière générale l'information apportée par une détection quelle que soit sa phase de mesure. Nous allons maintenant utiliser les outils théoriques introduits dans ce paragraphe pour estimer atome après atome l'information que l'on a sur le champ, jusqu'à réduction complète de l'indétermination du nombre de photons.



## 4.2 Projection du champ et relaxation d'états de Fock jusqu'à sept photons

Pour cette nouvelle expérience, il est tout d'abord nécessaire de définir comment ajuster expérimentalement les phases de mesure, de vérifier notre bon contrôle de ce paramètre, et finalement de choisir les différentes valeurs que l'on veut utiliser. Il nous faut ensuite déterminer les probabilités conditionnelles de détection  $P(j, \varphi|n)$ , qui sont les paramètres de notre nouvel algorithme de lecture du nombre de photons. L'information apportée par chaque détection est en effet basée sur la loi de Bayes dont je rappelle ici l'expression :

$$P(n|j, \varphi) = P(j, \varphi|n) \times P_0(n)/P(j, \varphi) , \quad (4.1)$$

qui relie quantitativement les probabilités des nombres de photons  $P(n|j, \varphi)$  après une mesure aux probabilités  $P_0(n)$  avant la mesure.

Après avoir détaillé ces réglages préliminaires, nous présenterons les expériences réalisées sur des champs contenant jusqu'à 7 photons, analysées par notre nouvelle méthode. Nous pourrons alors visualiser les trajectoires quantiques obtenues, et vérifier la statistique du champ, ainsi que son évolution.

### 4.2.1 Variation des phases de mesure

#### 4.2.1.a Application d'un champ Stark

La phase de mesure  $\varphi$ , définie comme le déphasage entre l'état atomique  $|+\rangle_0$  et le vecteur  $|+\rangle_u$  de la base de mesure, correspond physiquement au déphasage relatif entre le champ classique Ramsey et le dipôle atomique. La phase accumulée par le champ Ramsey dépend simplement du délai entre les deux impulsions  $\pi/2$  appliquées à l'atome. La phase accumulée par le dipôle atomique dépend de l'énergie des niveaux atomiques le long du trajet entre les deux zones de Ramsey. Les niveaux atomiques subissent un déplacement lumineux dû à leur interaction avec le mode à leur passage dans la cavité. Mais, par effet Stark, l'énergie des niveaux atomiques dépend également du champ électrique statique vu par l'atome au cours de sa trajectoire. Si d'un atome à l'autre on modifie ce champ électrique, alors la phase relative entre le dipôle atomique et le champ Ramsey varie. C'est ce principe, évoqué au paragraphe 2.4.1.b, que nous avons utilisé pour ajuster les phases de mesure.

Entre les deux impulsions Ramsey, un atome traverse la deuxième moitié de la zone de Ramsey  $R_1$ , la cavité supraconductrice, puis la première moitié de  $R_2$ . C'est donc le champ électrique entre les miroirs de l'une de ces trois cavités que nous devons modifier. Nous préférons ne pas utiliser les miroirs de la cavité : en changeant la fréquence atomique on changerait le désaccord atome-champ quantique. Ce désaccord influe sur la valeur du déphasage par photon  $\Phi$ , or nous souhaitons garder ce paramètre constant. Nous avons donc choisi d'utiliser l'une des zones de Ramsey, plus précisément  $R_2$ .

Pour commencer, nous avons enregistré des franges de Ramsey dans le vide pour différentes valeurs de la différence de potentiel entre les deux miroirs  $\Delta V_{R_2}$ , cette différence restant constante au cours d'une séquence. Nous avons observé l'effet attendu de décalage

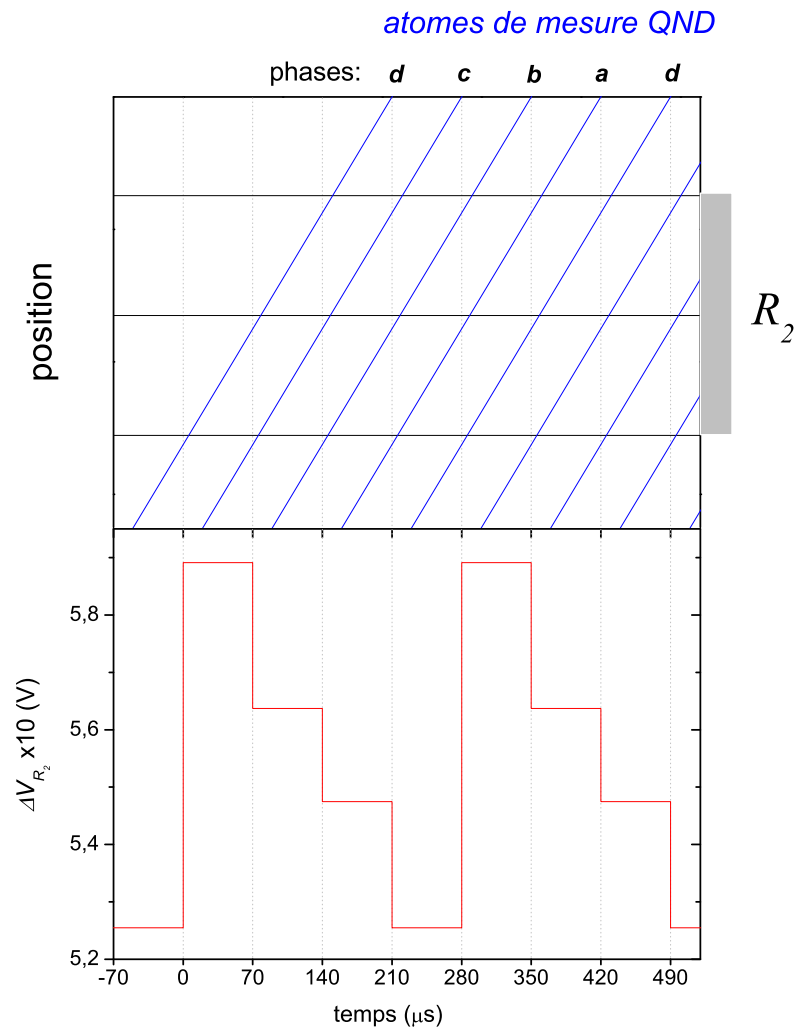


FIG. 4.5 – Méthode de variation de la phase de mesure : application de 4 valeurs différentes du champ Stark dans la deuxième zone de Ramsey. (a) Position des paquets atomiques de vitesse  $v = 250 \text{ m/s}$  au cours du temps, séparés de  $70 \mu\text{s}$ , à leur traversée de la zone de Ramsey  $R_2$ . (b) Sur le même axe de temps, variation de la différence de potentiel appliquée aux deux miroirs de la zone de Ramsey.

progressif des franges en fonction de cette valeur. On atteint un déphasage de  $\pm\pi$  pour une différence de potentiel modifiée d'environ  $\mp 0,05$  V autour de  $\Delta V_{R_2} \sim 0,5$  V. Cette valeur correspond à l'ordre de grandeur attendu (dont le calcul est détaillé en annexe C).

#### 4.2.1.b Ajustement des quatre phases

Nous souhaitons utiliser les quatre phases de mesure correspondant aux 4 différentes bases  $\{|\pm\rangle_n\}$  formées par les états atomiques finaux. Ces phases  $\varphi$ , que nous indexerons par  $a, b, c, d$ , sont espacées de  $\Phi = \pi/4$ . Nous changeons la phase de mesure à chaque paquet atomique : on passe successivement de  $\varphi_d$  jusqu'à  $\varphi_a$ , puis on recommence à partir de  $\varphi_d$ . Il faut donc modifier à chaque paquet, soit toutes les  $70 \mu\text{s}$ , le champ appliqué dans la zone de Ramsey 2. La figure 4.5 représente au cours du temps en (a) la position des atomes, et en (b) les paliers de différences de potentiel appliquées dans  $R_2$ . On peut voir que lorsqu'un paquet atomique arrive au centre de  $R_2$ , le suivant entre dans la zone de Ramsey. La valeur de  $\Delta V_{R_2}$  est gardée constante entre l'entrée d'un paquet atomique dans la zone de Ramsey et son arrivée au centre de la zone, moment auquel l'impulsion  $\pi/2$  est appliquée. Cependant, juste avant d'entrer dans la zone de Ramsey, le paquet  $k$  subit l'influence du potentiel appliqué au paquet  $k-1$ . Un atome subit donc un effet moyen des deux potentiels, qu'il nous faut calibrer. Pour cela, nous avons utilisé une séquence telle que représentée sur la figure 4.5, où le motif de variation du potentiel dans  $R_2$  est répété plusieurs fois. Nous analysons les franges de Ramsey dans le vide pour un paquet d'une répétition intermédiaire, de telle sorte que le champ électrique vu par un atome tout au long de son trajet dans l'expérience soit le même que pour un atome quelconque d'une séquence de mesure QND. Les franges obtenues sont représentées figure 4.6. Ces franges sont bien décalées entre elles d'environ  $\pi/4$ ,  $\pi/2$  et  $3\pi/4$ . La fréquence de l'interféromètre que nous avons utilisée pour les mesures QND est représentée par un trait vertical. Ce choix fixe quatre phases globales de mesure  $\varphi_{a,b,c,d}$ , correspondant respectivement à des mesures selon les états atomiques  $|+\rangle_{n=6,7,0,1}$ .

## 4.2.2 Détermination des probabilités conditionnelles

Pour pouvoir analyser les détections atomiques lors de la mesure QND, nous devons à nouveau déterminer les probabilités conditionnelles de détection. Nous avons pour cela utilisé les 30 premiers atomes détectés dans chaque phase au cours d'une séquence de mesure QND, en prenant en compte les détections mono- et biatomiques, et tracé l'histogramme du nombre d'atomes dans l'état  $|g\rangle$  détectés pour chacune des phases. Afin d'éviter de multiples repliements, nous avons tracé cet histogramme en présence d'un faible champ cohérent, identique à celui utilisé dans la section précédente 4.1, dont le nombre de photons moyen est  $\bar{n} \sim 1,3$ . Les histogrammes obtenus sont représentés sur la figure 4.7.

Chaque histogramme est ajusté par une somme de lois binomiales de mêmes poids poissonniens, centrées sur des probabilités conditionnelles  $P(g, \varphi|n)$  de forme donnée par l'expression 2.63, en imposant que tous les paramètres de cette formule sauf les phases  $\varphi_{a,b,c,d}$  soient communs aux quatre ajustements. On détermine ainsi la valeur du déphasage

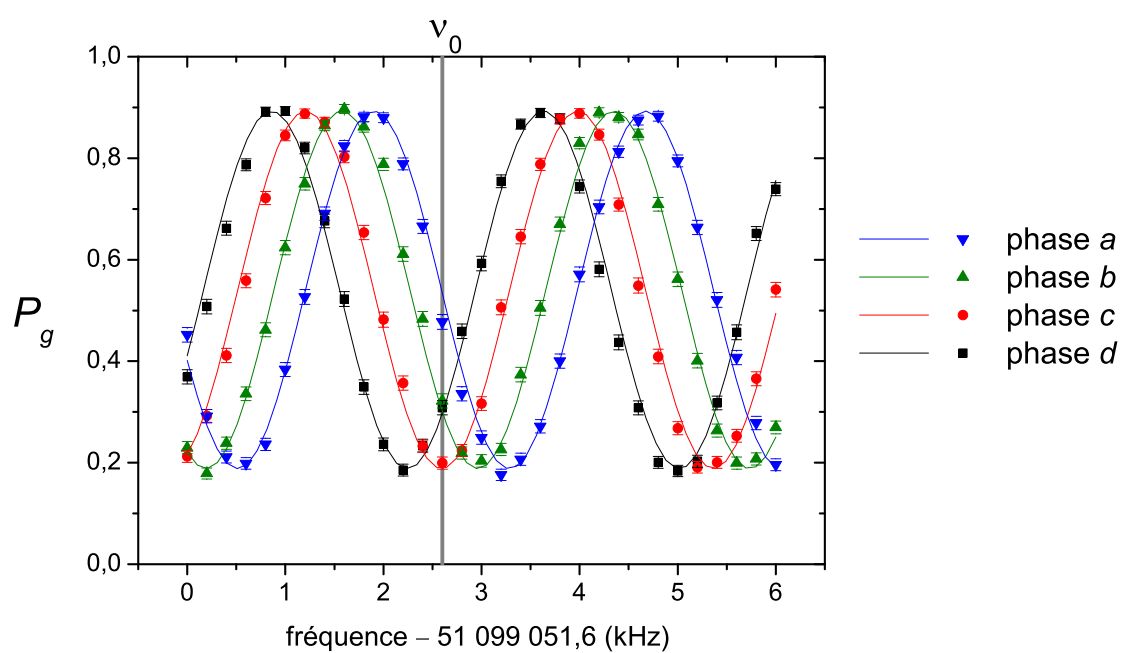


FIG. 4.6 – Franges de Ramsey correspondant aux phases de mesure  $a, b, c, d$  pour un champ dans l'état vide. La ligne verticale représente la fréquence choisie pour les séquences de mesure QND.

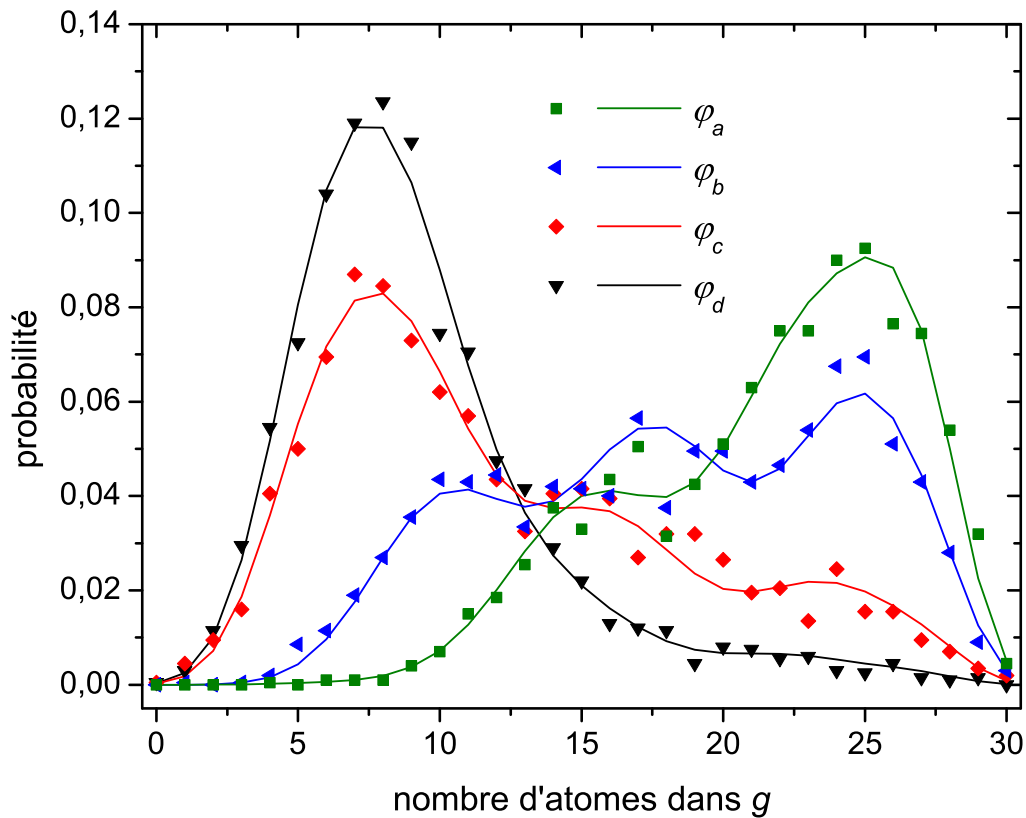


FIG. 4.7 – Histogrammes du nombre d'atomes dans l'état  $g$  dans la fenêtre des 30 premiers atomes détectés dans des paquets mono- ou biatomiques, pour chaque phase de mesure. 2000 séquences ont été prises en compte. La somme des points de chaque histogramme a été normalisée à 1. Les courbes lisses sont des ajustements par une somme à poids poissonniens de lois binomiales. On a fixé la forme 2.63 pour les probabilités conditionnelles. On a laissé libres tous les paramètres de cette expression, et imposé que toutes leurs valeurs exceptée la phase  $\varphi$  soient communes aux quatre histogrammes.

par photon :

$$\Phi = 0,233\pi(\pm 0,004) , \quad (4.2)$$

qui est comme attendu de l'ordre de  $\pi/4$ . Le centrage et le contraste de l'interféromètre sont :

$$\begin{aligned} A &= 0,907(\pm 0,004) \\ B &= 0,674(\pm 0,003) , \end{aligned} \quad (4.3)$$

et les phases de mesure, dans l'ordre croissant :

$$\begin{aligned} \varphi_d &= -0,260(\pm 0,013)\pi \\ \varphi_c &= 0,016(\pm 0,009)\pi = \varphi_d + 0,276\pi \\ \varphi_b &= 0,299(\pm 0,007)\pi = \varphi_d + 0,559\pi \\ \varphi_a &= 0,464(\pm 0,006)\pi = \varphi_d + 0,724\pi . \end{aligned} \quad (4.4)$$

Le nombre moyen de photons du champ ajusté,  $\bar{n} = 1,36 \pm 0,03$ , est très proche de la valeur estimée au paragraphe 4.1.1.d. Les probabilités conditionnelles que l'on attend pour chacune des phases, déterminées à partir des paramètres ajustés, sont représentées sur la figure 4.8.

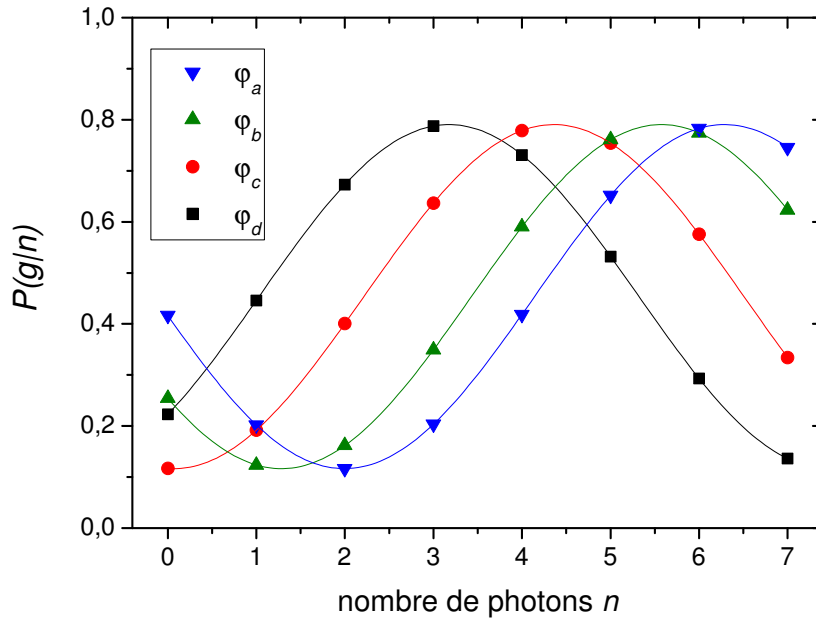


FIG. 4.8 – Probabilités conditionnelles correspondant aux ajustements des histogrammes pour chaque phase.

### 4.2.3 Projection du champ

La mesure à plusieurs phases nous permettant a priori de mesurer des états de Fock contenant jusqu'à 7 photons, nous avons injecté un champ cohérent initial un peu plus intense, de sorte que la probabilité de l'état le plus grand que l'on peut mesurer,  $n = 7$ , ne soit pas trop faible. Nous avons choisi une valeur moyenne  $\bar{n} \sim 4$ , pour laquelle  $p(7) \sim 5\%$ . Nous avons pour cela simplement calculé de combien nous devons modifier, par rapport au réglage précédent correspondant à  $\bar{n} \sim 1, 3$ , l'atténuation de la source micro-onde injectant le champ cohérent. Nous avons diminué cette atténuation de  $5 \text{ dB} \simeq -10 \log(1, 3/4)$ .

Le déroulement temporel d'une mesure QND reste similaire à celui présenté jusque là. Le nombre moyen d'atomes détectés par paquet atomique est le même que pour la mesure à phase unique présentée dans la section précédente, et à nouveau on prend en compte les détections à un et deux atomes. Le délai moyen entre deux atomes pris en compte est  $240 \mu\text{s}$ . Pendant la durée d'une séquence, de 700 ms, environ 2900 atomes sondent donc le champ dans la cavité.

#### 4.2.3.a Exemple d'une séquence

La figure 4.9 permet d'illustrer le processus de notre nouvelle analyse des détections, en prenant l'exemple des premières détections de deux séquences expérimentales de mesure QND. En connaissant les probabilités conditionnelles  $P(j, \varphi_i | n)$ , on peut calculer après chaque nouvelle détection atomique la fonction de décimation  $\Pi_N(n)$ , à partir de l'équation 2.81. En (a) sont reportées les 50 premières détections atomiques pour chacune des deux séquences, sous la forme d'un doublet  $(j, i)$  donnant pour chaque atome le niveau détecté, où  $j = 0/1$  correspondent à  $e/g$ , ainsi que l'indice  $i = a, b, c, d$  de la phase avec laquelle l'atome a été mesuré. Sur la figure (b), chaque courbe représente la fonction de décimation  $\Pi_N(n)$  obtenue au bout de  $N$  atomes, où l'on traite  $n$  de manière continue. Les courbes sont représentées aux rangs  $N$  allant de 1 à 50. On peut voir que pour  $N = 1$  cette fonction est simplement la sinusoïde des probabilités conditionnelles d'une détection dans l'une des phases. Par multiplication progressive des sinusoïdes correspondant aux différentes détections, l'allure de la fonction de décimation évolue et se restreint à un pic, dont la largeur est de plus en plus faible lorsque  $N$  augmente. La figure (c) présente la version discrétisée de ces fonctions pour  $N$  variant de 1 à 110. On a imposé une normalisation à 1 pour la somme sur  $n$  des valeurs à chaque rang. En émettant comme seule hypothèse que le nombre de photons du champ est compris entre 0 et 7, il est alors, d'après la formule 2.80, formellement tout à fait équivalent de considérer que les valeurs calculées sont les probabilités de nombres de photons du champ au rang  $N$ , lorsque le champ a initialement un nombre de photons complètement indéterminé, correspondant à des probabilités initiales  $P_0(n) = 1/8$  uniformes. Pour illustrer cette interprétation en terme de probabilités de nombre de photons, nous avons représenté ces probabilités initiales plates au rang  $N = 0$ .

A  $N = 50$ , les distributions de probabilités sont réduites à un pic principal et un petit pic satellite. Cela signifie que la fonction de décimation continue représentée en (b) est encore un peu plus large que 1. On voit cependant sur la figure (c) qu'après  $N = 110$  atomes, le pic satellite est complètement éliminé : la probabilité d'un seul nombre de

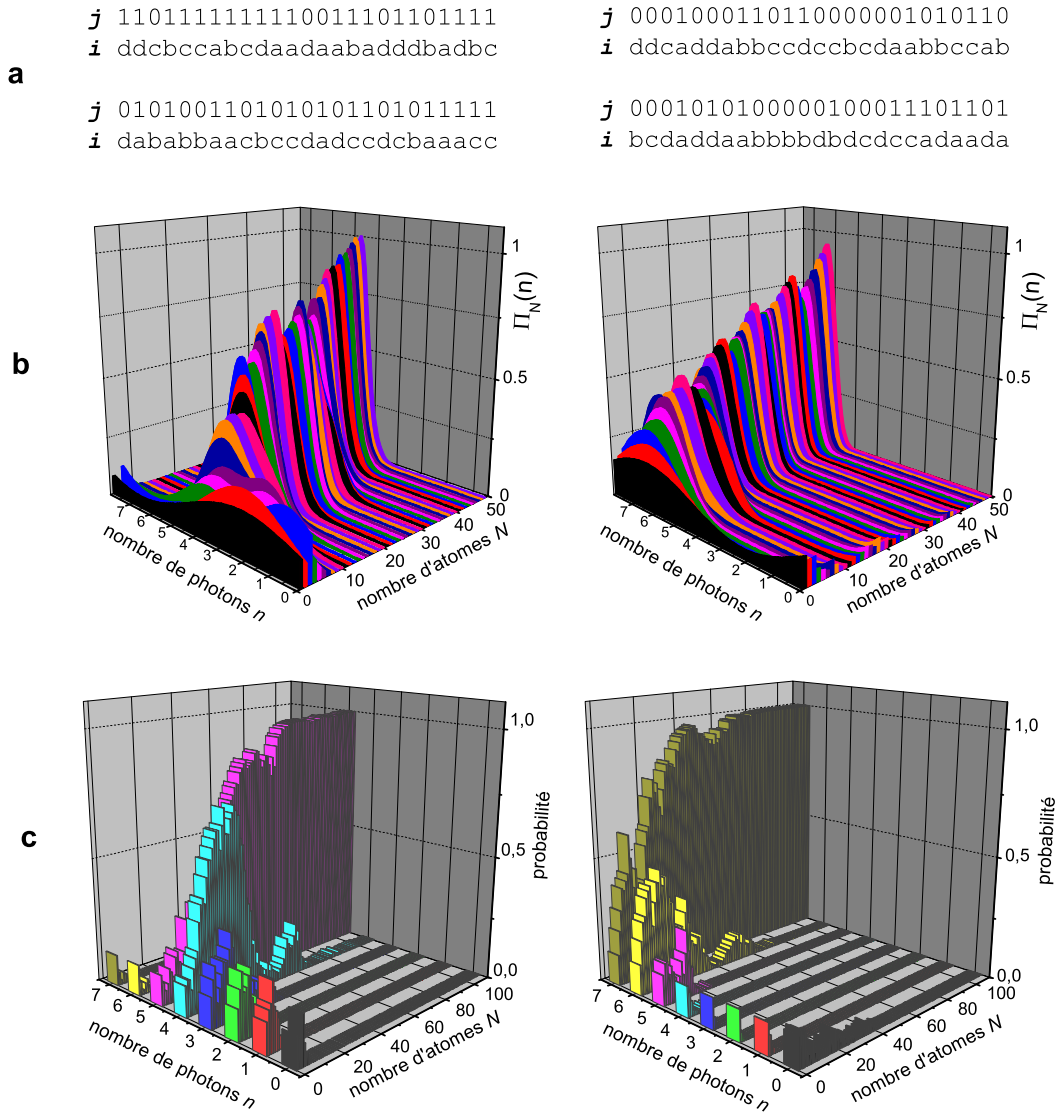


FIG. 4.9 – Réduction progressive des probabilités du champ vers un état nombre. (a) Résultats des 50 premières détections expérimentales ( $j, i$ ), pour deux séquences, où on note  $j = 0/1$  l'état atomique  $e/g$ , et  $i = a, b, c, d$  est l'indice de la phase de mesure. (b) Evolution de la fonction de décimation  $\Pi_N(n)$  pour les deux séquences présentées en (a), pour  $N$  croissant de 1 à 50. Le nombre de photons  $n$  a été traité comme une variable continue (avec une normalisation à 1 de l'intégrale de  $\Pi_N(n)$ ). (c) Probabilités des nombres de photons, suivant le nombre total  $N$  d'atomes détectés variant de 0 à 110.



photon est très proche de 1, les probabilités de tous les autres sont réduites à 0. La subsistance d'un seul pic non nul est la conséquence de la réduction de la largeur de la fonction de décimation continue, par l'accumulation des informations de détection, jusqu'à une valeur plus petite que 1. Notre connaissance du nombre de photons du champ est alors complète. Dans la séquence présentée dans la partie gauche, le champ est mesuré dans l'état  $|5\rangle$ ; dans la séquence de droite, il est mesuré dans l'état  $|7\rangle$ .

#### 4.2.3.b Choix du nombre d'atomes pris en compte dans la fonction de décimation

Les deux séquences de détection présentées ci-dessus ont parfaitement convergé pour  $N = 110$ . La qualité de cette convergence est cependant dépendante de la séquence de détection considérée, qui pour la mesure d'un état donné est soumise aux fluctuations statistiques des détections. Cependant plus le nombre  $N$  de détections pris en compte est grand, plus la convergence moyenne d'une mesure d'un état stationnaire est bonne. Pour évaluer la qualité de cette convergence, nous avons simulé la mesure d'un champ connu. Nous avons généré aléatoirement 900 séquences de détections correspondant à un champ dans un état de Fock  $|n\rangle$ , à partir des probabilités conditionnelles  $P(j, \varphi_i | n)$  déterminées expérimentalement. En analysant ces séquences par notre algorithme de décimation, nous avons évalué les probabilités  $P_N(n)$  des nombres de photons à l'issue de  $N$  détections atomiques, puis calculé la valeur moyenne  $\overline{P_N(n)}$  de chacune de ces probabilités à partir des 900 séquences.

Sur la figure 4.10 sont représentés deux exemples d'évolution de ces probabilités moyennes. La figure (a) correspond à une séquence simulée de mesure de l'état  $|0\rangle$ ; la figure (b) correspond à un état  $|1\rangle$ . On peut voir que la probabilité moyenne de l'état de Fock mesuré converge bien vers 1 au bout d'une centaine d'atomes. Les deux nombres de photons adjacents restent au départ en compétition avec le pic principal lors de la mesure de l'état  $|1\rangle$ . La séquence de mesure correspondant à l'état  $|0\rangle$  présente le même comportement, mais les nombres de photons « adjacents », en terme d'état atomique final, sont 1 et 7. Pour évaluer la convergence moyenne d'une mesure, il n'est donc pas parfaitement pertinent de déterminer la variance des nombres de photons d'après les probabilités  $P_N(n)$ , qui serait artificiellement plus élevée pour l'état  $n = 0$ , et symétriquement pour l'état  $n = 7$ , que pour les nombres de photons  $n = 1$  à 6. Nous avons plutôt estimé un paramètre « complémentaire » de cette quantité : la probabilité de l'état  $n$  pour lequel la séquence de détection a été générée. La figure 4.11 présente, pour chaque état  $|n\rangle$ , la valeur moyenne  $\overline{P_N(n)}$  de cette probabilité, moyennée sur 900 séquences, pour une taille de fenêtre d'analyse  $N$  allant de 1 à 300. Comme on s'y attend, toutes les courbes convergent vers 1, dépassant 95 % dès  $N = 150$ .

Cependant, nous devons à nouveau ici considérer que l'augmentation du nombre d'atomes dans la fenêtre de décimation correspond à une augmentation du temps de mesure. L'état initial mesuré, un champ cohérent, a un temps de relaxation de  $t_{cav} = 130$  ms. Nous nous sommes donc restreints à un temps de mesure  $T_m$  court devant cette valeur. Nous avons choisi une taille de fenêtre  $N = 110$  atomes, qui correspondant à un temps de mesure moyen  $T_m \simeq 26$  ms.

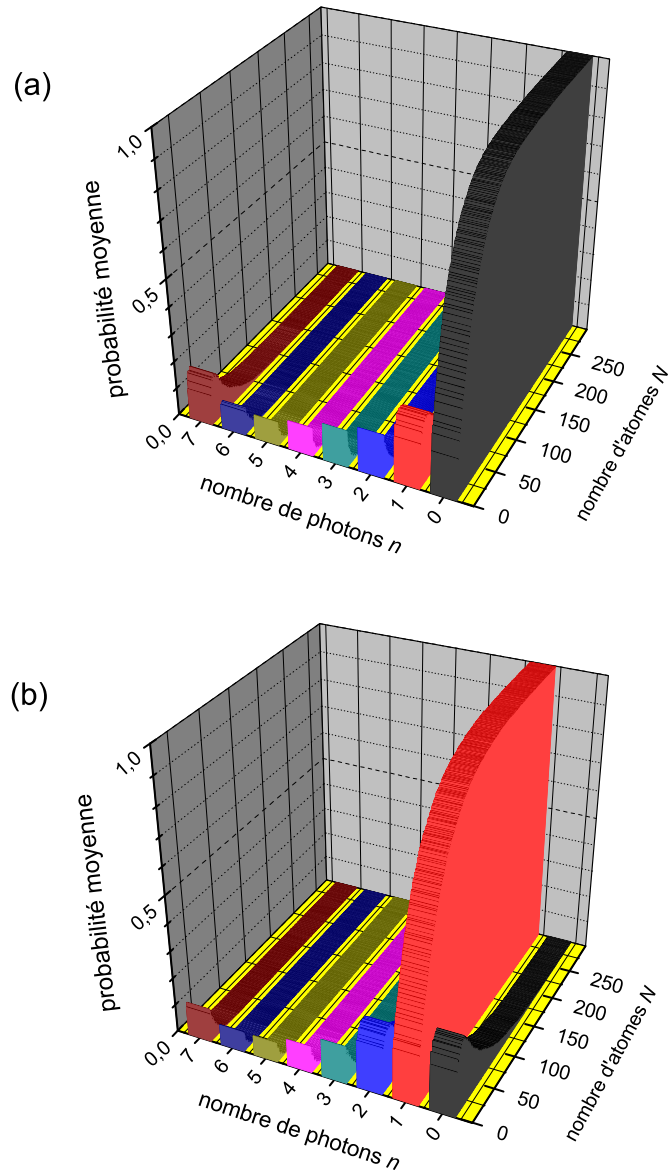


FIG. 4.10 – Simulation de la mesure d'un état de Fock  $|0\rangle$ , en (a), et  $|1\rangle$ , en (b). 900 séquences de détections  $(j, i)$  ont été générées suivant les probabilités conditionnelles de détection  $P(j, \varphi_i | n)$  déterminées expérimentalement, puis analysées par une fenêtre de décimation de  $N$  atomes. Le graphe représente la moyenne des distributions de probabilités  $P_N(n)$  obtenues, en fonction du nombre d'atomes  $N$  pris en compte dans la fenêtre de décimation.

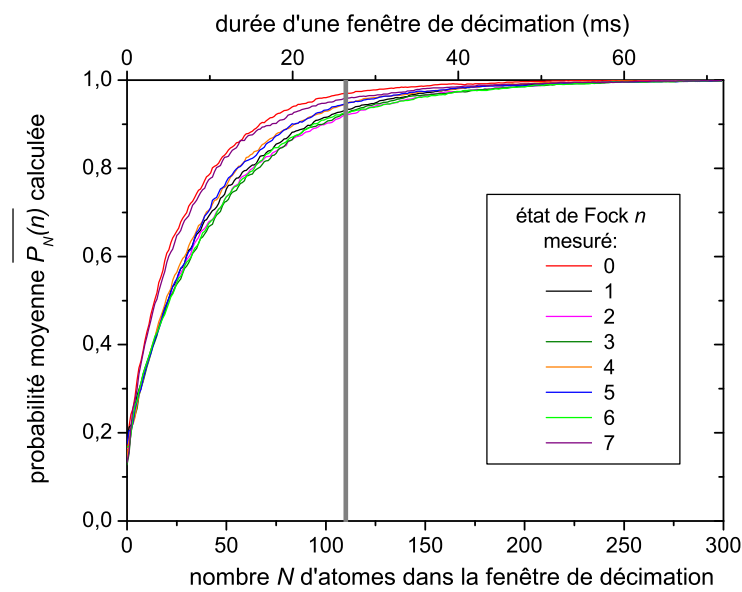


FIG. 4.11 – Simulation de la mesure d'un état de Fock  $|n\rangle$ , pour  $n$  allant de 0 à 7. Le graphe représente la probabilité moyenne  $P_N(n)$  du nombre de photons mesuré estimée par une fenêtre de décimation de  $N$  atomes. Cette probabilité converge vers 1 pour  $N$  grand. Sur l'axe du haut est représentée la durée de la fenêtre. Le trait vertical épais gris repère la taille de fenêtre choisie,  $N = 110$ , correspondant à une durée de 26 ms.

### 4.2.3.c Histogramme des nombres de photons mesurés par la première fenêtre de détections

Le résultat d'une mesure peut être évalué par l'expression

$$\langle n \rangle = \sum_{n=0}^7 P_N(n)n .$$

Les séquences expérimentales présentées sur la figure 4.9, obtenues lors de deux séquences de mesure d'un champ cohérent initial préparé de manière identique, donnent respectivement  $\langle n \rangle = 5,00$  et  $\langle n \rangle = 7,00$ . Un champ cohérent de valeur moyenne environ 4 a une probabilité non nulle de tous les nombres de photons entre 0 et 7 ; le nombre de photons déterminé par la première mesure peut donc en principe prendre toute valeur entière entre 0 et 7. Nous avons analysé la première fenêtre de  $N = 110$  détections de chacune des 2000 séquences de mesure enregistrées. Nous avons effectivement trouvé des résultats différents suivant les séquences. L'histogramme des valeurs  $\langle n \rangle$  obtenues, échantillonnées avec un pas de 0,2, est représenté sur la figure 4.12 (a).

Les mesures sont réparties sur toute la gamme des nombres de photons allant de 0 à 7. Les séquences ont le plus souvent donné un résultat entier : l'histogramme est constitué de pics situés aux valeurs entières, se détachant très nettement sur un fond de comptes situés à des valeurs intermédiaires. Comme nous avons vu qu'une mesure a presque toujours convergé au bout de 110 atomes, nous pouvons considérer que les pics aux valeurs  $\langle n \rangle$  entières correspondent à des mesures d'états de Fock du champ. Les valeurs intermédiaires peuvent correspondre à des séquences ayant mal convergé, ou pour lesquelles la convergence a été interrompue par un saut du nombre de photons. La hauteur des pics convergés présente un maximum pour  $n = 3$  puis décroît lorsqu'on s'éloigne de ce nombre de photons. C'est qualitativement ce qu'on attend pour une forme de champ cohérent. Plus quantitativement, le postulat de la mesure prévoit que la probabilité du résultat d'une mesure correspond à la probabilité de l'état de Fock dans le champ initial. La statistique des résultats obtenus devrait donc obéir à celle d'un champ cohérent. Sur le graphe, les cercles bleus représentent l'ajustement de la hauteur des pics à  $\langle n \rangle$  entier par une loi poissonnienne normalisée à la somme des probabilités des pics ajustés, soit 0,77. On trouve une loi poissonnienne de valeur moyenne  $n_{coh} = 3,46 \pm 0,04$ . La courbe obtenue décrit très bien les pics de l'histogramme expérimental. Le pic de l'état  $|0\rangle$  fait cependant un peu exception à ce bon accord : il est presque deux fois plus élevé que la valeur de l'ajustement. On peut cependant facilement comprendre cet excès. En effet, notre mesure attribue la valeur 0 à la mesure d'un état de Fock  $n = 8$ . Or pour un champ cohérent de nombre moyen de photons  $n_{coh} = 3,46$ , la probabilité de l'état 8 vaut  $p_{coh}(8) = 1,6 \%$  : bien que faible, elle n'est pas négligeable devant la probabilité de 0,  $p_{coh}(0) = 3,1 \%$ . La possibilité de l'état 8 augmente donc théoriquement le nombre de comptes dans l'échantillon  $n = 0$  de  $0,77p_{coh}(8) = 0,012 \pm 0,001$ , ce qui est compatible avec l'excès  $0,019 \pm 0,006$  observé sur le pic  $\langle n \rangle = 0$  expérimental par rapport à l'ajustement.

Notons que pendant la durée moyenne  $T_m = t_{cav}/5$  d'une mesure, le champ n'est pas complètement stationnaire. Le champ moyen vu par les atomes pendant le temps de mesure est en bonne approximation le champ à  $T_m/2$ . On peut déduire de cette remarque le nombre de photons moyen du champ à l'instant  $t = 0$  :  $n_0 = n_{coh}e^{T_m/(2t_{cav})} = 3,82 \pm 0,04$ ,

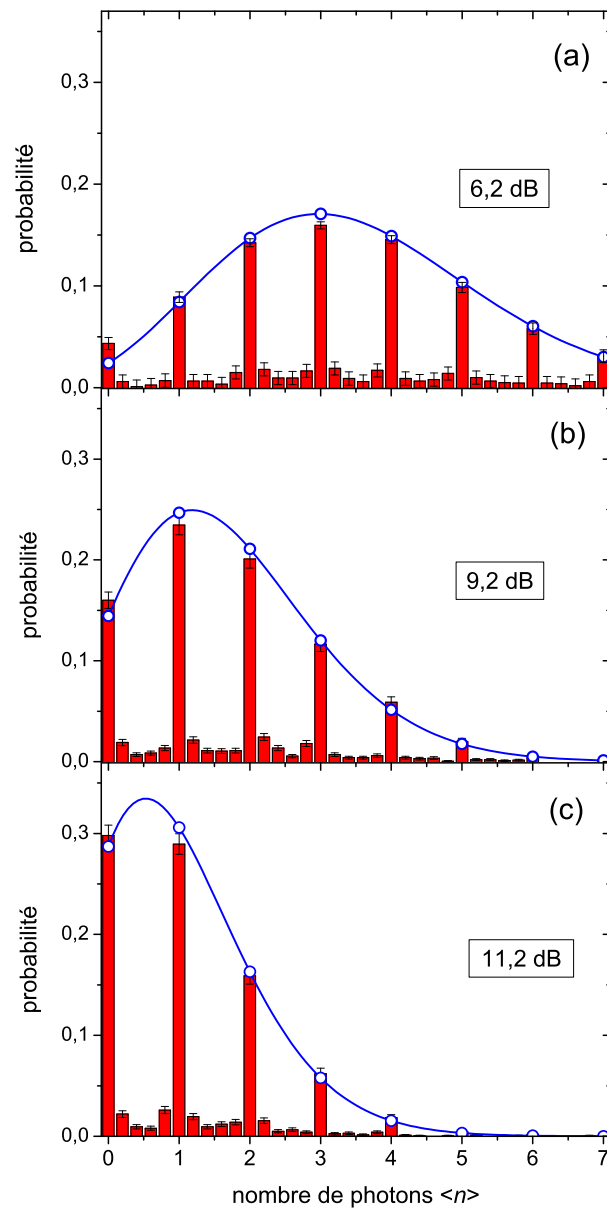


FIG. 4.12 – Histogrammes des nombres de photons  $\langle n \rangle$  estimés par la première fenêtre de mesure lors de 2000 séquences de mesure d'un champ cohérent initial identique (barres rouges), échantillonnés avec un pas de 0,2. La somme des comptes a été normalisée à 1. Les cercles bleus correspondent à un ajustement poissonnien des pics situés aux valeurs entières de  $\langle n \rangle$ . Pour la clarté de lecture, on leur a superposé la courbe poissonnienne continue correspondante. Les trois histogrammes présentés correspondent à trois amplitudes différentes du champ initialement injecté dans la cavité. Les nombres moyens de photons donnés par les ajustements sont respectivement : (a)  $n_{coh} = 3,46 \pm 0,04$ , (b)  $n_{coh} = 1,71 \pm 0,03$  et (c)  $n_{coh} = 1,07 \pm 0,03$ .

en accord la valeur  $\bar{n} \sim 4$  attendue.

Nous avons également enregistré 2000 séquences de mesure pour deux autres amplitudes du champ cohérent initialement injecté dans la cavité, correspondant à des valeurs d'atténuation de la source micro-onde différentes. L'histogramme présenté en (a) correspondait à un réglage de l'atténuateur calibré à 6,2 dB. Nous avons choisi deux autres valeurs d'atténuation, 9,2 dB et 11,2 dB. Les histogrammes obtenus sont représentés respectivement sur les figures 4.12 (b) et (c). Les pics aux valeurs entières de ces histogrammes, représentant respectivement 80 et 83 % des séquences, sont également bien ajustés par des probabilités poissonniennes. La valeur moyenne trouvée pour l'histogramme (b) est  $n_{coh} = 1,71 \pm 0,03$ , et pour l'histogramme (c)  $n_{coh} = 1,07 \pm 0,03$ . Les trois valeurs moyennes obtenues pour les différents réglages sont représentées sur la figure 4.13 en fonction de la puissance d'injection du champ, que l'on peut évaluer à un facteur multiplicatif près à partir des différences d'atténuation de la source micro-onde. Comme on l'attend de la valeur moyenne du champ cohérent en fonction de la puissance d'injection, les trois points sont alignés, sur une droite qui passe par l'origine. Un ajustement linéaire donne une ordonnée à l'origine de  $-0,04 \pm 0,04$ , compatible avec 0.

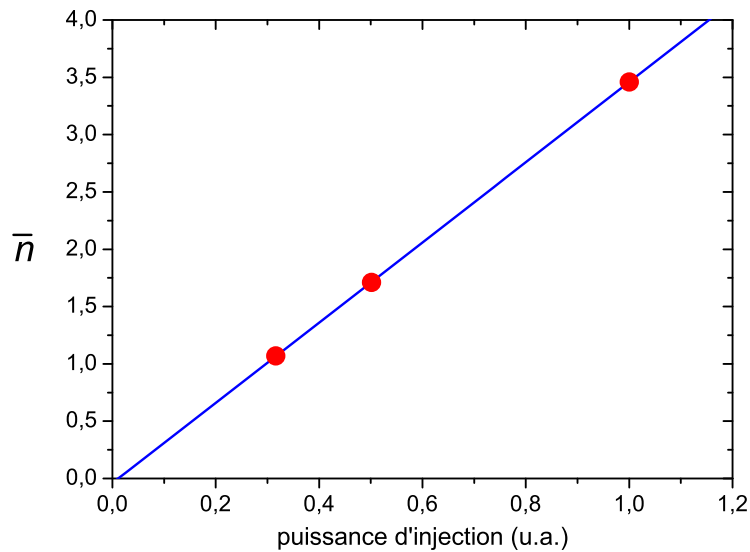


FIG. 4.13 – Nombre de photons moyen  $n_{coh}$  du champ cohérent ajusté sur les histogrammes initiaux, en fonction de la puissance d'injection du champ (points rouges). La ligne bleue est un ajustement linéaire.

Le résultat obtenu par notre méthode d'analyse des détections se comporte donc, en terme de probabilités de résultats, de manière complètement conforme à ce que l'on attend d'une mesure quantique : la statistique des résultats correspond à celle du champ cohérent mesuré.

## 4.2.4 Evolution du champ

### 4.2.4.a Trajectoires individuelles

Une mesure quantique idéale ne doit pas seulement vérifier le postulat des probabilités des résultats, mais également le postulat de projection : le champ doit se trouver, à l'issue de la mesure, dans l'état correspondant au résultat que l'on a obtenu. En mesurant le champ laissé dans la cavité par une première fenêtre de détections atomiques ayant donné le résultat  $n$ , on doit, si le champ n'a pas relaxé, retrouver la même valeur.

Le champ initialement injecté est sondé par les atomes durant environ 700 ms. Nous avons donc le temps de répéter un grand nombre de fois notre mesure, de durée  $T_m = 26$  ms. La figure 4.14 présente l'évolution du nombre  $\langle n \rangle$  obtenu, pour les séquences dont la première fenêtre de détections a été analysée figure 4.9. A l'instant  $t_{k \geq 110}$  correspondant à la détection du  $k^{\text{e}}$  atome, nous déterminons le nombre  $\langle n \rangle$  en utilisant une fenêtre glissante de  $N = 110$  atomes : nous évaluons les probabilités  $P_N(n)$  des nombres de photons à partir des résultats des détections atomiques  $k - N + 1$  à  $k$ . La valeur à  $T = 26$  ms, est, conformément à la figure 4.9, de 5 et 7 respectivement pour chacune des séquences. La courbe forme ensuite un palier, qui se prolonge pour chaque trajectoire jusqu'à  $t \simeq 65$  ms. Le nombre de photons estimé à la fin du palier est donc le résultat d'une mesure complètement indépendante de la première. Dans les deux cas, une deuxième mesure du nombre de photons indépendante succédant à la première redonne le même résultat : le champ a bien été projeté dans l'état correspondant au résultat de la première mesure.

En l'absence de relaxation, de nouvelles répétitions de la mesure donneraient à nouveau le même résultat. Le temps de vie du champ dans la cavité étant fini, le palier initial mesuré est interrompu par un saut du champ de l'état  $|n\rangle$  vers l'état  $|n - 1\rangle$ . L'insert du premier graphe montre la transition du nombre de photons mesuré de  $n = 5$  à  $n = 4$ , qui dure environ 10 ms. On peut vérifier sur la figure 4.15(a) l'évolution des probabilités des nombres de photons mesurées lors de cette phase transitoire : initialement la probabilité de l'état  $n = 5$  vaut 1, puis diminue au profit de la probabilité de l'état  $n = 4$ , les probabilités de tous les autres nombres de photons restant nulles. La probabilité de l'état  $n = 4$  atteint ensuite la valeur 1 et s'y maintient. Si l'on imagine que le nombre de photons dans la cavité a sauté brusquement à un instant donné, alors la mesure enregistre ce saut avec un retard moyen de l'ordre de  $T_m/2 = 13$  ms.

La trajectoire évolue ensuite de manière analogue : le nombre de photons présente un palier à la nouvelle valeur, puis la relaxation provoque un saut d'une unité du nombre de photons, et ce jusqu'à ce que le champ atteigne l'état  $|0\rangle$ . On peut voir de même la trajectoire partant de l'état  $|7\rangle$  relaxer vers le vide par sauts de un photon. La figure 4.15(b) permet de visualiser les probabilités  $P_N(n)$  correspondant à cette trajectoire pendant toute la durée de la relaxation. On peut voir que les probabilités valent 1 ou 0 durant presque toute la trajectoire, avec un pic à 1 qui passe au cours du temps par tous les nombres de photons intermédiaires, jusqu'à  $n = 0$ .

La figure 4.16 présente quatre autres exemples de trajectoires quantiques, partant de l'état  $n = 4$ . Pour la première trajectoire, l'état initial s'est maintenu durant 0,235 s, ce qui correspond à environ 9 mesures indépendantes. Sur la dernière trajectoire, on peut

voir un saut positif du nombre de photons, qui correspond à l'apparition d'un photon thermique dans le mode de la cavité.

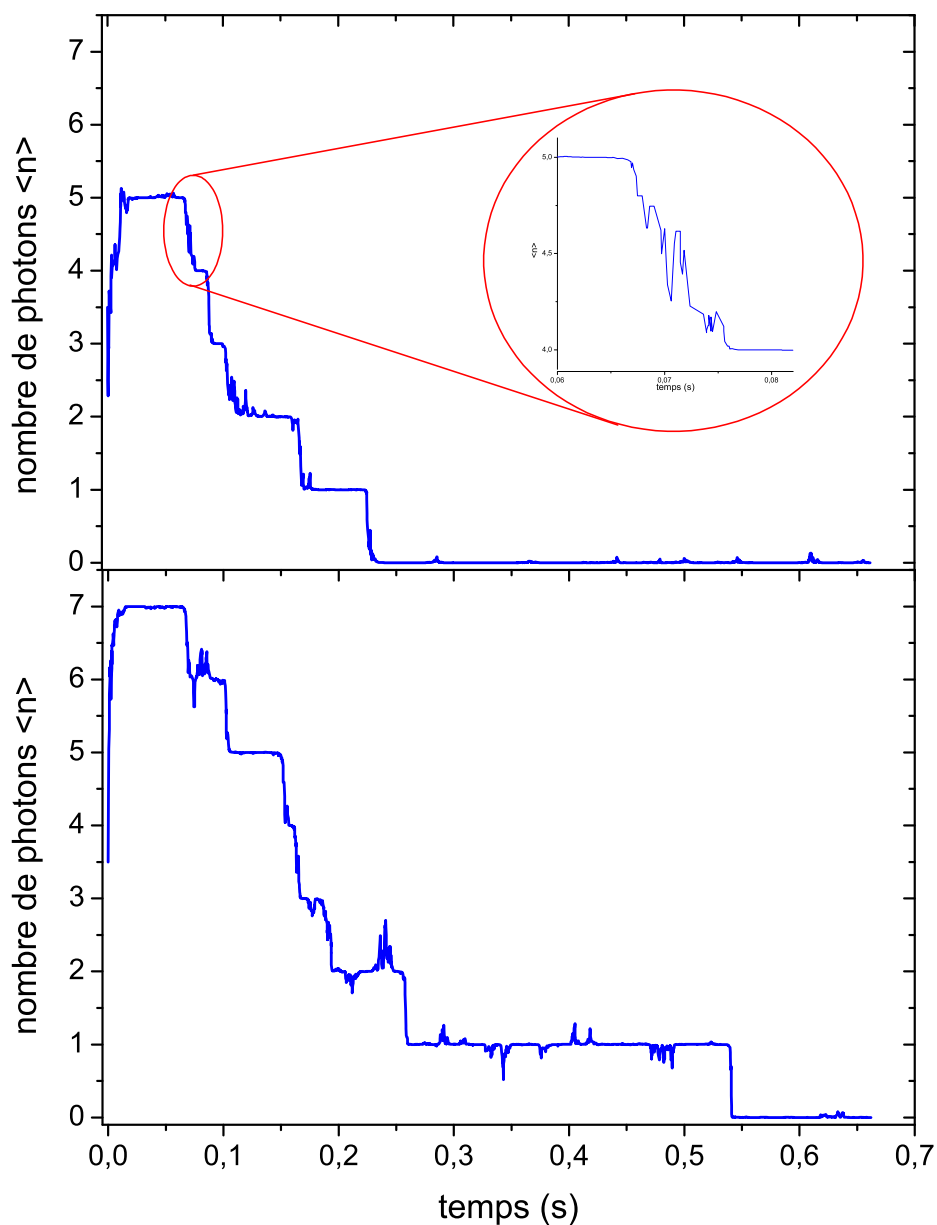


FIG. 4.14 – Deux trajectoires quantiques correspondant aux champs dont la projection est analysée figure 4.9. Les deux graphes présentent le nombre de photons moyen  $\langle n \rangle$  évalué par une fenêtre de décimation glissante de  $N = 110$  atomes, pendant une durée totale de 0,7 s. L'insert montre un agrandissement de la portion de la première trajectoire entre 0,06 et 0,08 s, pendant laquelle le nombre de photons saute de 5 vers 4.



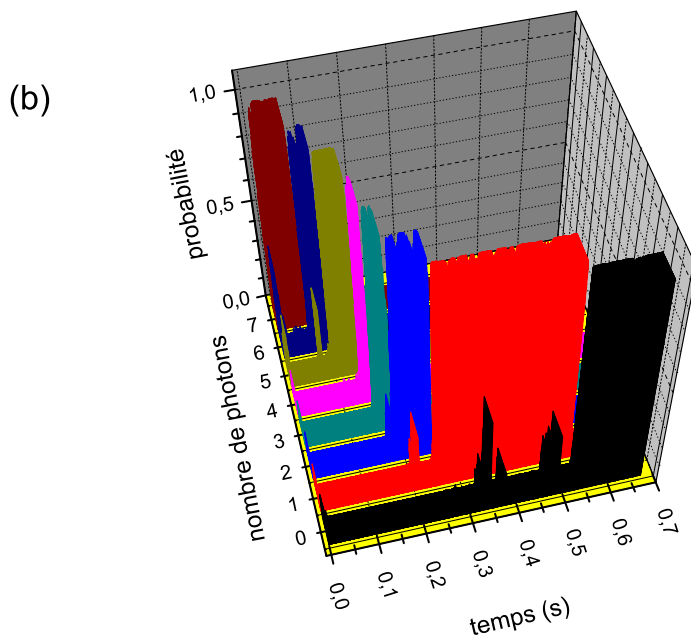
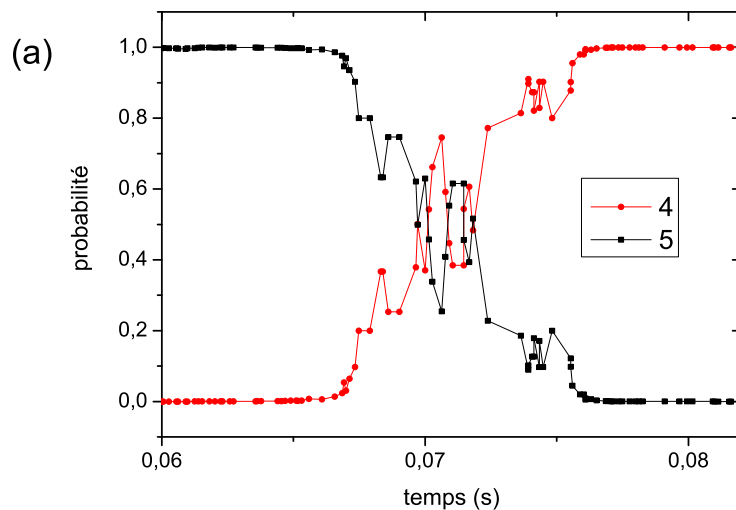


FIG. 4.15 – Probabilités des nombres de photons au cours des trajectoires présentées figure 4.14. (a) Probabilités correspondant au saut représenté en insert de la trajectoire partant de  $|5\rangle$ . Toutes les autres probabilités étant nulles, on n'a représenté que  $P_{110}(5)$  et  $P_{110}(4)$ . (b) Probabilité de chaque nombre de photons au cours de la trajectoire présentant la relaxation d'un état initial  $|7\rangle$ .

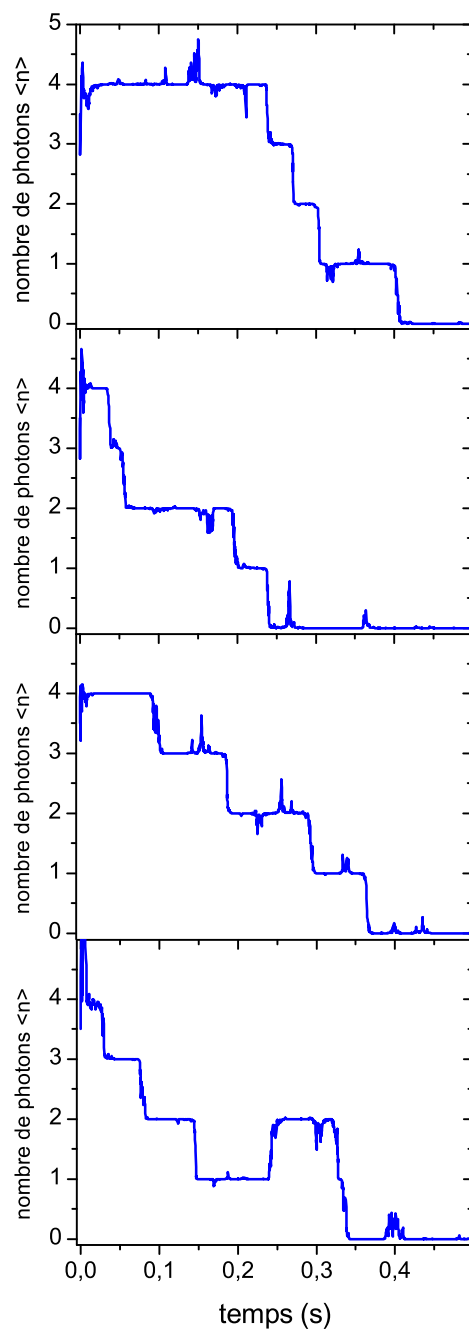


FIG. 4.16 – Quatre autres exemples de l'évolution de  $\langle n \rangle$  : trajectoires quantiques du champ à partir de l'état  $|4\rangle$ .

#### 4.2.4.b Analyse statistique

Ces exemples de trajectoires individuelles semblent confirmer que la répétition de notre mesure au cours du temps présente le comportement attendu. Pour vérifier cela de manière plus générale, on peut analyser la statistique de l'évolution mesurée du champ, en moyennant un grand nombre de trajectoires. Je présenterai ici les résultats obtenus à partir de 2000 séquences réalisées pour le champ initial le plus grand, dont la valeur initiale  $n_0 = 3,82$  a été calculée à partir de l'histogramme de la figure 4.12(a). Le premier nombre de photons mesuré par une fenêtre complète de 110 atomes se trouve en moyenne à  $t = T_m = 26$  ms ; les courbes moyennées présentées dans cette partie commenceront donc à  $t = 26$  ms.

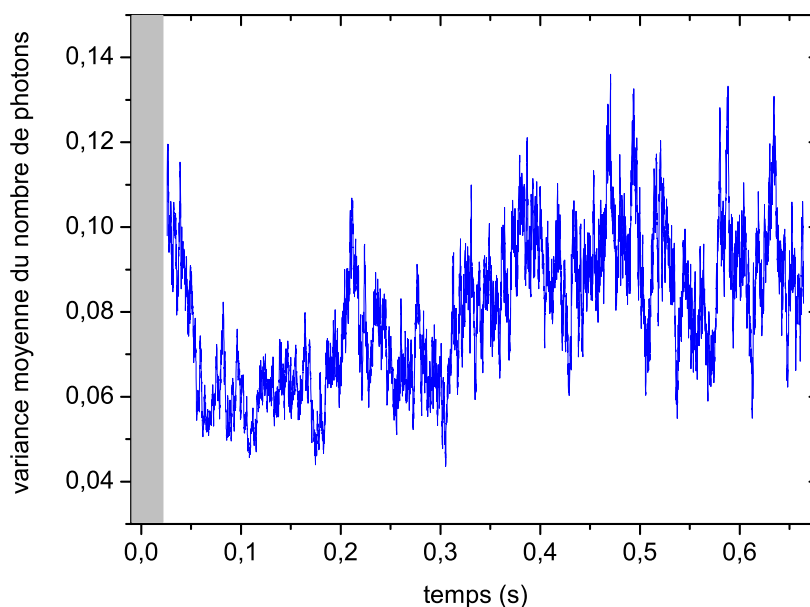


FIG. 4.17 – Convergence moyenne des mesures : moyenne  $\overline{\Delta n}$  de la variance résiduelle des nombres de photons à l'issue de chaque fenêtre de décimation, calculée à partir de 2000 trajectoires. La partie grise matérialise la zone de temps initiale où notre information sur le champ n'est pas encore complète, correspondant à  $t < 26$  ms.

**Estimation de la convergence moyenne de la mesure** On peut tout d'abord vérifier à quel point la mesure a bien convergé pour l'ensemble des trajectoires. La variance résiduelle  $\Delta n$  des nombres de photons à l'issue d'une fenêtre de mesure est définie par :

$$(\Delta n)^2 = \langle (n - \langle n \rangle)^2 \rangle = \langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2 .$$

La figure 4.17 présente la valeur moyenne de  $\Delta n$  sur 2000 trajectoires. La variance du nombre de photons à l'issue d'une fenêtre de mesure reste très faible : elle est de l'ordre de 0,09. Le nombre de photons lors de chaque mesure est donc en moyenne très bien réduit.

**Evolution de la valeur moyenne du nombre de photons** L'évolution de la valeur moyenne  $\langle n \rangle$  des nombres de photons est présentée sur la figure 4.18(a). Le champ relaxe de façon exponentielle : l'ajustement exponentiel, représenté sur le graphe, est quasiment indistinguable de la courbe expérimentale. La constante de temps trouvée est :

$$t_{relax} = 133,5 \pm 0,1 \text{ ms},$$

et la valeur finale est

$$n_{lim} = 0,095 \pm 0,010 .$$

La constante de temps ajustée est légèrement plus élevée que la valeur attendue,  $t_{cav} = 130$  ms. Considérant que la valeur moyenne de la courbe expérimentale est un peu modifiée par rapport au nombre de photons moyens du champ cohérent par l'assimilation de  $n = 8$  à  $n = 0$ , nous avons également ajusté la courbe en ne prenant en compte que les points au-delà de 60 ms, ce qui correspond à la plage où  $p_{coh}(8)$  devient très faible, plus exactement inférieur à 0,5 %. On trouve alors :

$$t_{relax} = 130,2 \pm 0,1 \text{ ms}, n_{lim} = 0,103 \pm 0,010 .$$

La constante de temps est alors exactement la valeur attendue.

Le nombre de photons final semble par contre être en excès par rapport au nombre moyen de photons thermiques correspondant à une température de 0,8 K,  $n_{th} = 0,049$ . On peut voir sur le graphe que la courbe théorique attendue, représentée par une ligne pointillée bleue, est détachée de la courbe expérimentale à l'état stationnaire. Dans la limite des barres d'erreur, on peut attribuer complètement l'excès observé à l'erreur statistique de notre mesure. Nous avons en effet vu au paragraphe 4.2.3.b que lors d'une mesure de l'état de Fock  $|0\rangle$ , l'imperfection résiduelle de la convergence de la mesure laisse une probabilité non nulle des nombres de photons « adjacents », qui sont  $n = 1$  et  $n = 7$  ; la valeur  $\langle n \rangle$  obtenue est donc légèrement supérieure à 0. La simulation présentée au paragraphe 4.2.3.b donne plus exactement la valeur  $n_{|0\rangle} = 0,049$  (la similitude de cette valeur avec celle de  $n_{th}$  est fortuite) pour une mesure de l'état  $|0\rangle$  par une fenêtre de  $N = 110$  atomes. Si l'on mesure un champ thermique, dont le nombre moyen s'exprime comme  $n_{th} = p_{th}(1) + 2p_{th}(2)$ , le nombre moyen donné par une mesure est un peu surévalué à cause de l'erreur sur la mesure de  $|0\rangle$ . On trouve  $n_{|0\rangle}p_{th}(0) + n_{th} = 0,095$ , qui correspond à la valeur finale  $n_{lim}$  donnée par les ajustements sur la courbe 4.18(a). On peut vérifier également que c'est bien l'erreur statistique qui est à l'origine cet excès en utilisant une fenêtre d'analyse plus longue, dont la durée, moins adaptée à la mesure des nombres de photons élevés dont la durée de vie est courte, soit cependant raisonnable pour la mesure du champ thermique final. En analysant la fin de la courbe avec une fenêtre de  $N = 220$  et  $N = 400$ , on trouve dans les deux cas une valeur limite  $n_{lim} = 0,05 \pm 0,01$ . Cette valeur, parfaitement compatible avec le nombre de photons thermiques attendus, confirme donc notre bonne compréhension de la légère surévaluation observée à  $N = 110$ . On peut en conclure qu'aux barres d'erreur près, notre mesure ne chauffe pas du tout la cavité.

**Evolution des probabilités moyennes des nombres de photons** On peut également vérifier, au delà de la valeur moyenne du nombre de photons, comment se comporte la statistique du champ lors de sa relaxation. Nous avons pour cela tracé la valeur moyenne

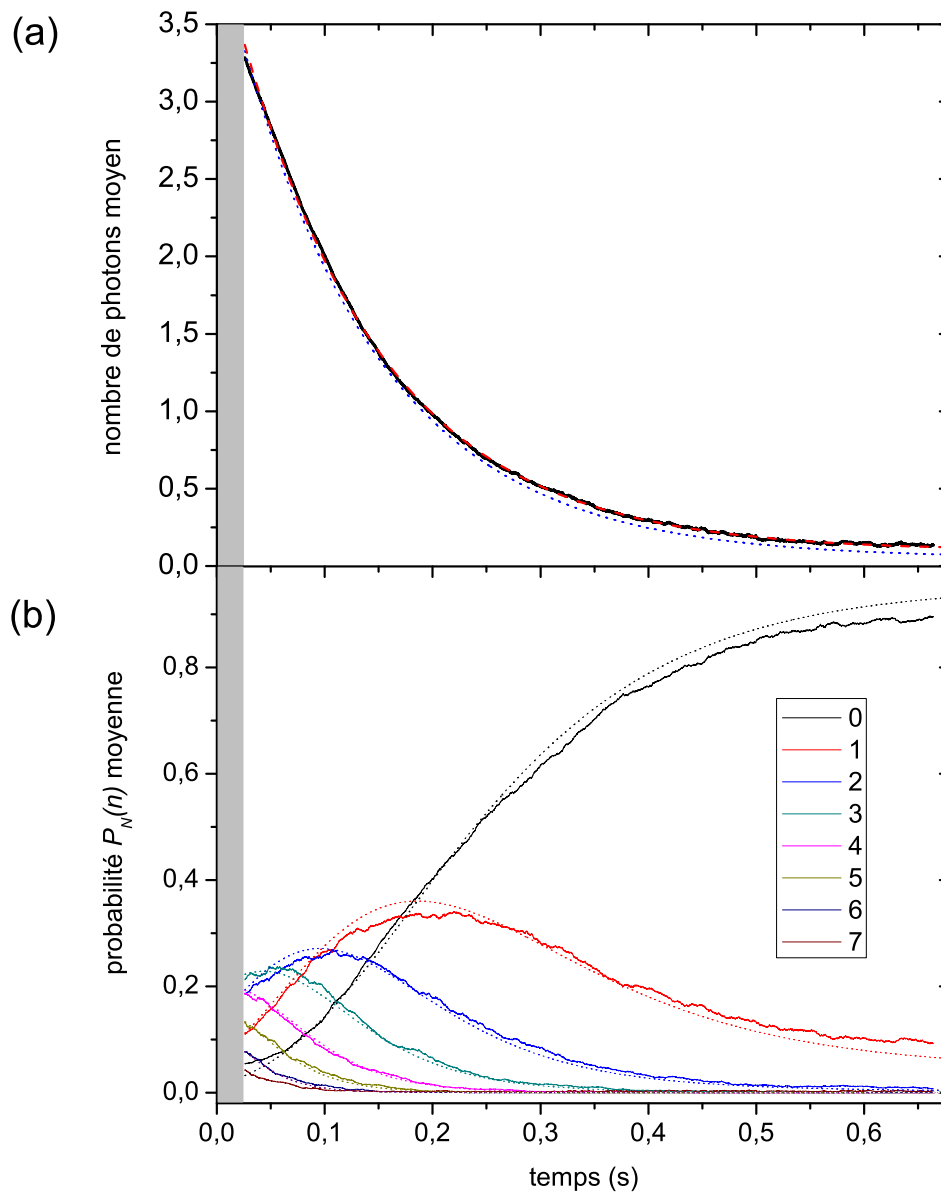


FIG. 4.18 – (a) Relaxation du nombre moyen de photons du champ. La courbe noire est une moyenne des valeurs de  $\langle n \rangle$  obtenues lors de l'analyse de 2000 séquences mesurant le champ cohérent initial de nombre moyen de photons  $n_0 = 3,82$ . La courbe tirée rouge est un ajustement exponentiel. La courbe pointillée bleue est la courbe théorique de relaxation. (b) Evolution des probabilités des différents nombres de photons. Les courbes en traits continus sont les moyennes expérimentales des probabilités à l'issue de chaque fenêtre de décimation, les courbes pointillées représentent la valeur théorique.

$\overline{P_N(n)}$  des probabilités  $P_N(n)$  résultant de chaque fenêtre de mesure. La mesure ayant bien convergé, cette méthode est quasiment équivalente à établir l'histogramme des nombres de photons obtenus, ce que nous avons fait au paragraphe 4.2.3.c. Le résultat obtenu est présenté sur la figure 4.18(b). Les probabilités des nombres de photons plus grands que la valeur moyenne initiale du champ,  $n = 4, 5, 6$  et  $7$ , décroissent continument vers la valeur nulle. Les nombres de photons  $n = 1, 2$  et  $3$ , inférieurs à la valeur moyenne initiale, commencent par croître, atteignent un maximum puis diminuent, vers une valeur nulle pour  $3$ , faible pour  $2$  et de l'ordre de  $10\%$  pour l'état  $1$ . La proportion de  $0$  croît continument jusqu'à atteindre environ  $90\%$ . Les valeurs théoriques de ces probabilités sont représentées par les courbes pointillées. La forme globale de l'évolution des probabilités obtenues par l'analyse des données expérimentales est très bien décrite par les courbes théoriques. On observe initialement le même léger désaccord sur l'état  $|0\rangle$  que l'on avait noté et expliqué au paragraphe 4.2.3.c. La petite déviation de  $P_N(0)$  et  $P_N(1)$  pour le champ final ont également déjà été expliquées dans le paragraphe précédent. Afin de mieux visualiser la forme de la statistique du champ, on a représenté, sur la figure 4.19, des « coupes » des probabilités moyennes  $P_N(n)$ , expérimentales et théoriques, à trois instants différents de la relaxation. A  $50$  ms, le champ est encore assez proche du champ initial. A  $120$  ms, la loi poissonnienne s'est décalée vers les nombres de photons plus faibles. A  $250$  ms, le nombre de photons le plus probable est déjà  $n = 0$ . On peut vérifier sur ces courbes le bon accord entre les formes théoriques et analysées à partir de l'expérience.

### 4.2.5 Conclusion

Les différentes analyses des résultats de mesure présentées dans cette section confirment que notre mesure est bien décrite par le modèle théorique présentée au chapitre 2, et mesure bien le champ de manière QND. L'acquisition progressive d'information sur le champ projette petit à petit celui-ci sur l'état nombre vers lequel la fonction de décomposition converge. Cette projection nous est confirmée par un résultat stationnaire lors de répétitions ultérieures de la mesure, comme nous l'avons observé sur des trajectoires quantiques du nombre de photons. Conformément au postulat de la mesure sur les probabilités de résultats, la statistique du champ reconstituée est celle que l'on attend pour un champ cohérent. Cette statistique suit correctement la variation attendue du champ si l'on modifie la taille de l'état cohérent initialement injecté. La dynamique du champ reconstituée par la mesure est également en accord avec la dynamique attendue.

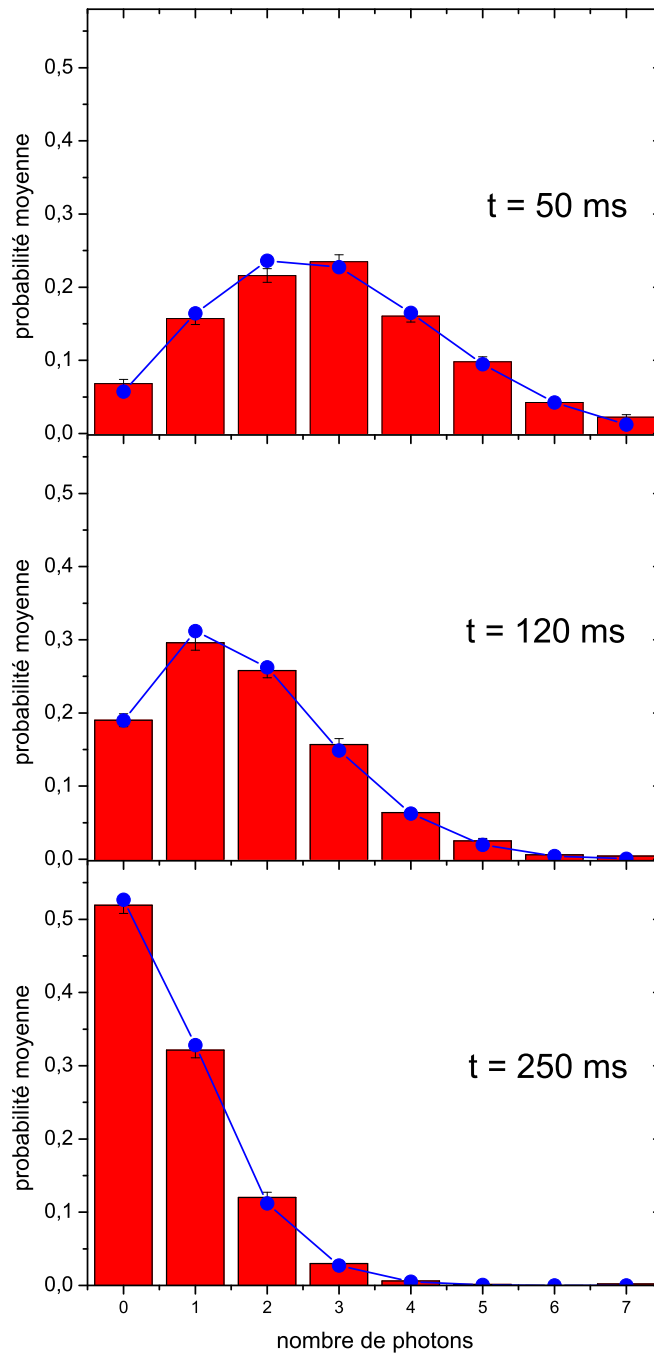


FIG. 4.19 – Statistique du champ à différents moments de sa relaxation. Les barres rouge sont les valeurs moyennes expérimentales des probabilités  $P_N(n)$ . Les points bleus sont les valeurs théoriques. Pour les temps  $t = 50, 120$  et  $250$  ms, le nombre moyen de photons théorique est respectivement de  $n_{coh} = 2,88, 1,68$  et  $0,74$ .

# Conclusion

L'interaction dans le régime de couplage fort entre un atome de Rydberg et le champ micro-onde contenu dans la cavité génère de l'intrication entre ces deux systèmes. Dans ce manuscrit, nous avons utilisé la corrélation résultante pour acquérir de l'information sur l'énergie du champ à l'aide des atomes. En choisissant une interaction dispersive, le champ déphase une superposition atomique proportionnellement au nombre de photons. Un interféromètre de Ramsey permet de mesurer le déphasage atomique. Grâce au fort couplage entre l'atome et le champ, on peut atteindre une sensibilité au niveau du quantum d'énergie, et ainsi réaliser une mesure QND du nombre de photons dans le mode du champ.

En utilisant cette méthode, nous avons pu compter le nombre de photons du champ jusqu'à  $n = 7$ . En testant la répétabilité de la mesure, nous avons vérifié le postulat de projection d'une mesure quantique idéale : l'état du champ à l'issue de la mesure est bien l'état de Fock correspondant au résultat de la mesure. L'acquisition de l'information peut, selon le réglage utilisé, se faire de manière progressive. Par une analyse quantitative de l'information partielle apportée par chaque détection atomique, nous avons pu suivre la projection progressive d'un champ initialement cohérent vers un état de Fock. En mesurant ensuite répétitivement le champ, nous avons suivi son évolution, et observé pour la première fois les sauts quantiques de la lumière. Une analyse statistique d'un grand nombre de trajectoires permet d'illustrer également le postulat des probabilités de résultat d'une mesure quantique.

Ces expériences sont permises par le fait que la variable nombre de photons est une variable QND : son évolution n'est pas affectée par l'action en retour sur l'état du champ imposée par la relation d'incertitude de Heisenberg. Cette action en retour porte sur la variable conjuguée du nombre de photons, qui est la phase du champ. Cette phase ne joue aucun rôle dans les expériences présentées. On peut cependant s'intéresser à son évolution au cours de la mesure QND. Lorsque l'on mesure un champ cohérent  $|\alpha\rangle$ , la phase du champ est initialement bien déterminée. A l'issue d'une mesure, une connaissance parfaite du nombre de photons a pour conséquence une indétermination complète de la phase. La figure 4.20, représentant le champ dans l'espace des phases à l'aide de la fonction  $Q$  [85], permet de visualiser ces deux états : la figure (a) correspond à un champ cohérent initial de nombre de photons moyen  $\bar{n} = 10$ , dont la phase est nulle, et la figure (c) représente un état de Fock  $|n = 7\rangle$ , dont la phase est complètement indéterminée.

De même que l'incertitude sur le nombre de photons se réduit atome après atome, le brouillage de la phase est également progressif. Nous avons vu au paragraphe 2.3.3.b l'effet d'un atome dans l'état  $|e\rangle$  ou  $|g\rangle$  sur la phase du champ, formalisé par les équations 2.58 : lors d'une interaction dispersive à un déphasage de  $\Phi$  par photon, un champ cohérent est



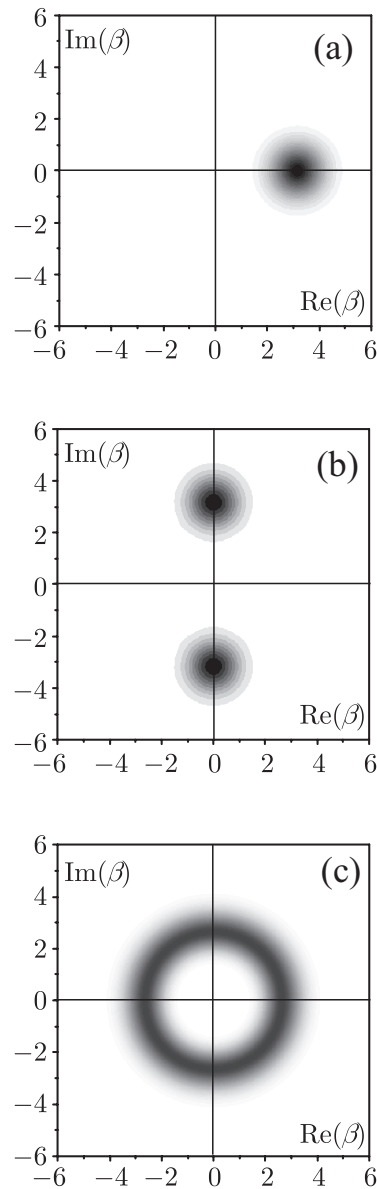


FIG. 4.20 – Représentation du champ dans l'espace des phases : fonction de quasi-probabilité  $Q(\beta)$ . (a) Champ cohérent de nombre de photons moyen  $\bar{n} = 10$ . (b) Etat du champ, initialement dans l'état cohérent représenté en (a), après la détection d'un premier atome de mesure QND pour un déphasage par photon  $\Phi = \pi$ . (c) Etat de Fock  $|n = 7\rangle$ .

déphasé de  $\pm\Phi/2$  selon l'état de l'atome. L'état du champ après le passage du premier atome contient donc dans sa phase l'information sur l'état atomique. Or l'impulsion  $\pi/2$  réalisée sur l'atome avant sa détection mélange les niveaux atomiques : la détection de l'atome laisse donc le champ dans une superposition des états  $|\alpha e^{i\Phi/2}\rangle$  et  $|\alpha e^{-i\Phi/2}\rangle$ . Cet état est extrêmement intéressant : une superposition de deux états de phases d'un champ cohérent est un prototype de chat de Schrödinger.

L'état préparé est d'autant plus non classique que la distance  $D = 2|\alpha| \sin(\Phi/2)$  entre les deux composantes du chat est grande. Il est intéressant d'utiliser le réglage permettant d'atteindre la plus grande distance, soit  $\Phi = \pi$ . En utilisant les équations 2.58 et 2.60, on peut écrire l'état intriqué résultant de l'interaction du premier atome de mesure QND avec le champ cohérent initial  $|\alpha\rangle$  :

$$|\psi\rangle = \frac{1}{2} \left[ \begin{array}{l} |+\rangle_{pair} \otimes [|\beta\rangle + |-\beta\rangle] + \\ |+\rangle_{impair} \otimes [|\beta\rangle - |-\beta\rangle] \end{array} \right], \quad (4.5)$$

où  $\beta = -i\alpha$ . Les états atomiques  $|+\rangle_{pair}$  et  $|+\rangle_{impair}$  sont, suivant la notation 2.61, les états obtenus après une interaction avec un état de Fock respectivement de  $n$  pair et de  $n$  impair. La mesure de cet état atomique final indique la parité du nombre de photons : suivant le résultat obtenu, le champ est alors projeté sur l'état propre de parité correspondant,  $|\beta\rangle + |-\beta\rangle$  ou  $|\beta\rangle - |-\beta\rangle$ . La figure 4.20(b) permet de visualiser la fonction  $Q$  de l'état obtenu après détection du premier atome, pour un champ initialement dans l'état cohérent représenté en (a).

La procédure de mesure QND que nous avons utilisée permet donc de générer des états hautement non classiques du champ [79]. Les états chats de Schrödinger sont extrêmement intéressants : ils possèdent la propriété quantique de superposition à une échelle intermédiaire entre microscopique et macroscopique, et permettent ainsi d'explorer l'apparente contradiction entre les comportements observés habituellement à l'échelle macroscopique et la description quantique du monde microscopique. L'étude des propriétés quantiques de tels états a permis par le passé de mettre en évidence le phénomène de décohérence [86], qui conduit très rapidement à un simple mélange statistique des deux composantes [87, 21]. Il existe différentes manières de mesurer la cohérence de l'état. La plus complète est la mesure de la fonction de Wigner du champ [85, 88], pour laquelle la présence de cohérences se manifeste par l'existence de valeurs négatives. La figure 4.21 présente la fonction de Wigner d'un chat de Schrödinger du type  $|\beta\rangle \pm |-\beta\rangle$  à différents moments de sa décohérence, pour  $\bar{n} = |\beta|^2 = 10$ . On peut voir initialement la signature de la cohérence par des franges autour de 0, de contraste très marqué. A des temps de l'ordre de  $t_{cav}/\bar{n}$ , ces franges ont quasiment disparu : l'état est dans un mélange statistique.

La fonction de Wigner d'états non classiques a déjà pu être mesurée expérimentalement [89, 90]. La reconstruction complète de la fonction de Wigner au cours de la décohérence d'un chat de Schrödinger n'a cependant pas encore été obtenue. Or il existe un protocole de mesure de la fonction de Wigner, déjà utilisée dans [89], basé sur une mesure de la parité du nombre de photons du champ [91]. Notre expérience possède donc toutes les propriétés permettant la génération et l'étude exhaustive d'états chat de Schrödinger du champ, ainsi que de leur décohérence [92] : le très grand temps de vie du champ permet

de générer le chat par un premier atome, et de sonder ensuite l'état du champ avant que celui-ci n'ait perdu ses cohérences, pour des champs jusqu'à  $\bar{n} \sim 10$ . A l'heure où ces pages sont écrites, les premières expériences de mesure de fonction de Wigner d'un chat de taille  $\bar{n} \sim 2$  sont en cours, et ont déjà donné des premiers résultats extrêmement prometteurs.

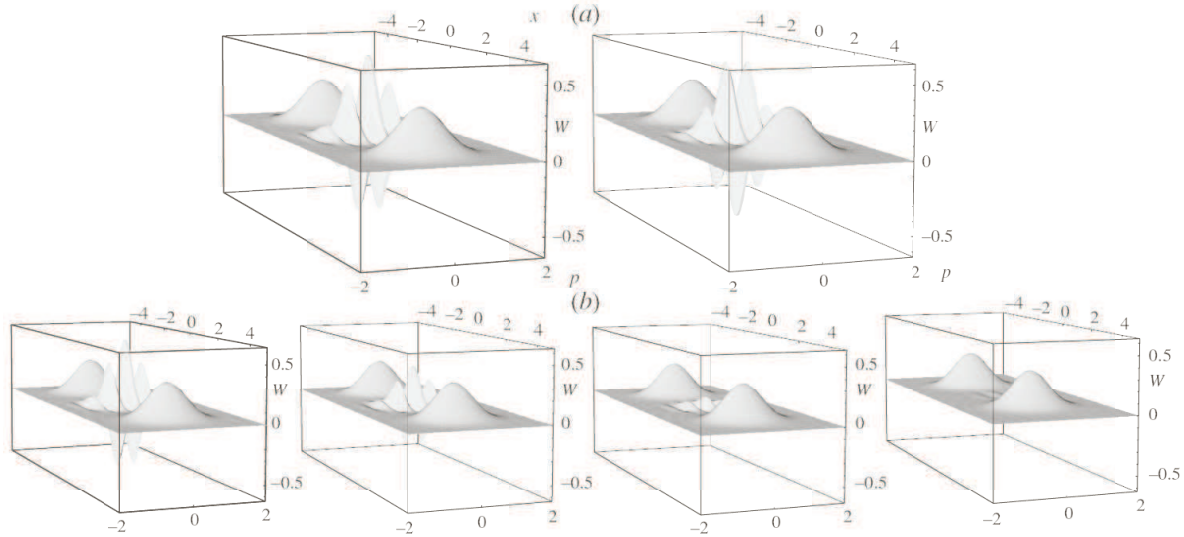


FIG. 4.21 – (a) Fonctions de Wigner pour un chat de Schrödinger respectivement pair et impair, avec  $\bar{n} = 10$ . (b) Fonctions de Wigner aux temps  $t = 0$ ,  $t = t_{cav}/20$ ,  $t = t_{cav}/5$  et  $t = t_{cav}/2$  du chat initialement pair, où  $t_{cav}$  est le temps de relaxation de la cavité.

Pour les perspectives à plus long terme, la possibilité d'utiliser la deuxième cavité permet d'envisager d'ajouter à nos expériences un autre ingrédient caractéristique du monde quantique : la non-localité. Le montage à deux cavités permettra en effet la préparation de chats de Schrödinger non locaux, où le champ n'est plus dans une superposition de deux états de phase dans une même cavité, mais dans une superposition de deux localisations différentes :

$$|\psi\rangle_{non-local} = |\beta\rangle_{C1} |0\rangle_{C2} + |0\rangle_{C1} |\beta\rangle_{C2} , \quad (4.6)$$

où  $|\phi\rangle_{C1,C2}$  représentent l'état du champ respectivement dans la première cavité  $C1$  et dans la deuxième cavité  $C2$ , et où  $|\beta\rangle$  est un champ cohérent. La mesure de la parité du champ nous sera alors cruciale pour évaluer les propriétés non locales de l'état préparé, en vérifiant la violation d'inégalités de Bell généralisées à des systèmes à variables continues, basées sur la mesure de la fonction de Wigner en différents points de l'espace de phases [93]. Ces expériences ouvrent la voie à l'exploration pour des objets mésoscopiques de propriétés non-locales se manifestant habituellement uniquement à l'échelle microscopique [94].

# Annexe A

## Mesure du désaccord atome-champ : utilisation de l'effet maser

Nous avons vu au paragraphe 3.1.1.b que dans nos expériences, nous maintenons la différence de potentiel  $\Delta V$  appliquée entre les miroirs de la cavité supraconductrice à une valeur minimale  $\Delta V_{min} = 0,62 V$ , assurant le maintien d'un axe de quantification tout en gardant faibles les inhomogénéités de champ électrique vues par le jet atomique. Le désaccord au cours d'une expérience est donc

$$\delta = \omega_{at}(\Delta V_{min}) - \omega_{ch} , \quad (\text{A.1})$$

où  $\omega_{ch}$  est la pulsation du champ.

Pour mesurer ce désaccord, au cours d'une phase préliminaire à l'expérience, nous varions  $\Delta V$  jusqu'à atteindre pour une valeur  $\Delta V_{res}$  la résonance entre l'atome et le champ<sup>1</sup> :  $\omega_{at}(\Delta V_{res}) = \omega_{ch}$ . D'après l'expression A.1, on peut donc réécrire le désaccord comme :

$$\delta = \omega_{at}(\Delta V_{min}) - \omega_{at}(\Delta V_{res}) .$$

Cette valeur peut être estimée en utilisant la courbe de calibration de l'effet Stark en fonction de la différence de potentiel  $\Delta V$ , présentée figure 1.14.

Pour tester la résonance, nous utilisons l'effet maser. Nous envoyons des atomes dans l'état  $|e\rangle$  à travers la cavité initialement vidée, et déterminons, en détectant l'état atomique après la cavité, le taux moyen de désexcitation vers l'état  $|g\rangle$ . Si l'on répète cette mesure en balayant la fréquence atomique par effet Stark, on observe un pic d'émission lorsque la fréquence atomique croise celle de la cavité. La figure A.1 présente trois courbes obtenues ainsi, réalisées pour 3 fréquences différentes de la cavité. On observe bien à chaque fois un pic, dont la position indique le désaccord  $\delta$ . Cependant, du fait des grandes valeurs du champ électrique statique que l'on applique pour varier la fréquence atomique, les inhomogénéités de champ élargissent la transition atomique. A cause de cet élargissement, la précision de cette calibration est limitée à environ 15 kHz.

---

<sup>1</sup>Notons que cela impose de travailler à un désaccord  $\delta > 0$  : l'effet Stark diminue la fréquence atomique, pouvoir amener les atomes à résonance avec le champ en augmentant la différence de potentiel  $\Delta V$  n'est possible que si  $\omega_{at}(\Delta V_{min}) > \omega_{ch}$ .

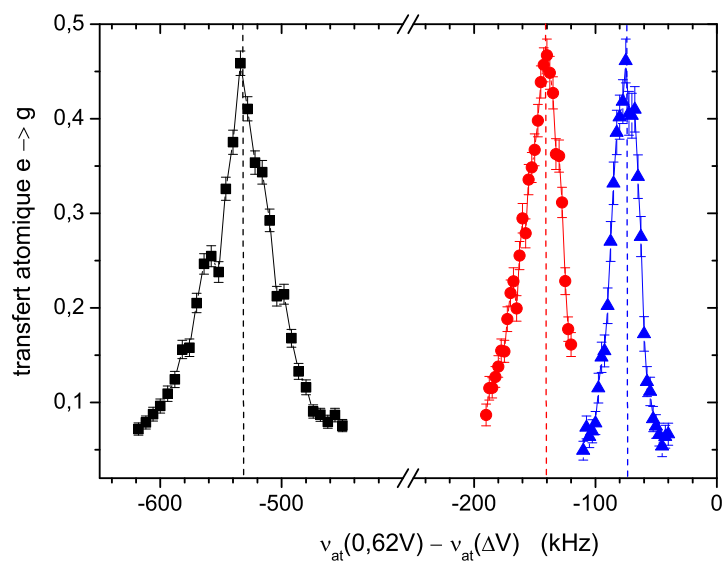


FIG. A.1 – *Effet maser* : lorsque l'atome est à résonance avec la cavité, la désexcitation de l'atome de  $|e\rangle$  vers  $|g\rangle$  lorsqu'il traverse la cavité vide est exaltée. La fréquence de l'atome est balayée en changeant la valeur  $\Delta V$  de la différence de potentiel appliquée aux miroirs. En abscisse est directement représentée la différence de fréquence par rapport à la fréquence atomique à  $\Delta V = 0,62$  V. Les trois courbes présentées correspondent à trois réglages différents de la fréquence de la cavité. Les centres des pics indiquent les désaccords mesurés, respectivement de 75, 140 et 530 kHz.

## Annexe B

# Vérification du champ préparé par les serpilières

Pour vérifier la pureté de l'état préparé par les serpilières, nous avons mesuré le nombre de photons initial du champ par une mesure QND à un déphasage de  $\Phi = \pi$  par photon. La relaxation moyenne vers l'équilibre de l'état préparé est représenté figure B.1. Les premiers points de cette courbe nous permettent d'estimer la valeur initiale du nombre de photons à  $0,003 \pm 0,003$ , confirmant une très grande pureté de l'état  $|0\rangle$  préparé.

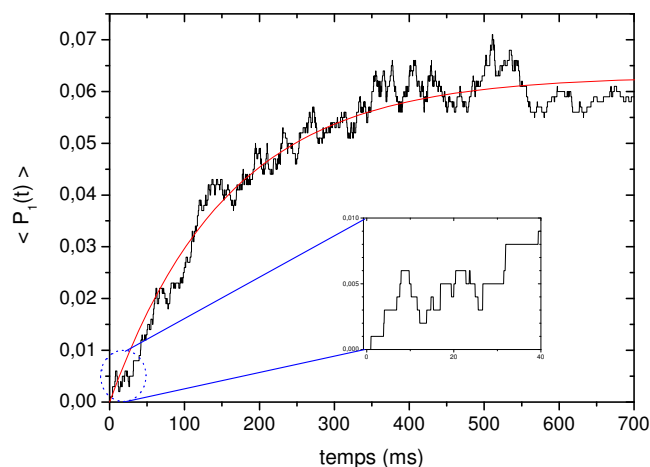


FIG. B.1 – Mesure QND du champ pour un déphasage  $\Phi = \pi$  par photon : relaxation moyenne de l'état préparé par les serpilières vers l'état d'équilibre (en noir) et ajustement exponentiel (courbe lisse rouge). Nous utilisons cette courbe pour estimer le nombre moyen de photons du champ préparé par les serpilières. Ce qui nous intéresse est donc la portion initiale de la courbe, dont l'insert montre un agrandissement. Par un moyennage des 20 premières millisecondes, on estime ce nombre initial à  $0,003 \pm 0,003$ .



## Annexe C

# Calcul du déphasage des franges par effet Stark

On peut retrouver par le calcul l'ordre de grandeur du déphasage des franges en fonction de la différence de potentiel appliquée sur les miroirs de la zone de Ramsey  $R_2$ , dont la mesure expérimentale a été présentée au paragraphe 4.2.1.a.

En première approximation, on peut considérer que le changement du champ électrique statique est vu par l'atome à partir de l'entrée de  $R_2$ , pendant une durée  $t = l/v$  où  $l$  est la distance entre l'entrée de  $R_2$  et le centre de  $R_2$ , position à laquelle est appliquée la deuxième impulsion  $\pi/2$  de l'interféromètre. Cette distance vaut  $l = 18$  mm. Si la différence de potentiel entre les miroirs de la zone de Ramsey, séparés de  $d$ , est augmentée de  $\Delta V_1$  à  $\Delta V_2$ , le déphasage atomique additionnel vaut :

$$\Delta\varphi = \alpha \times \frac{\Delta V_2^2 - \Delta V_1^2}{d^2} \times 2\pi t, \quad (\text{C.1})$$

où  $\alpha = -255 \text{ kHz}/(\text{V}/\text{cm})^2$  est la dépendance en champ électrique de la fréquence de la transition, vue au chapitre 1. La distance  $d$  variant de 15 mm à l'entrée de  $R_2$  jusqu'à 18 mm au centre de  $R_2$ , on peut prendre sa valeur moyenne, 16,5 mm. Les différences de potentiel appliquées sont  $\Delta V_1 = 0,589$  V pour les franges de référence et  $\Delta V_2 = 0,639 = \Delta V_1 + 0,05$  V pour les franges déphasées de  $-\pi$ . Les différences de potentiel réelles sont diminuées du potentiel de contact entre l'or et le graphite, qui sont les deux surfaces conductrices vues par les atomes [61], calibré expérimentalement à 0,076 V. Avec ces valeurs, l'équation C.1 donne  $\Delta\varphi = -0,71\pi$ . On retrouve le bon ordre de grandeur. La petite différence avec la valeur mesurée,  $\Delta\varphi = -\pi$ , provient probablement du fait que le champ électrique appliqué dans  $R_2$  influe sur les lignes de champ dans la partie de la cavité proche de  $R_2$ ; l'influence d'une variation de ce champ se fait donc sentir un peu plus longtemps que ce que nous avons considéré.





# Bibliographie

- [1] A. TONOMURA, J. ENDO, T. MATSUDA, T. KAWASAKI et H. EZAWA, “Demonstration of single-electron buildup of an interference pattern”, *Am. J. Phys.* **57**, 117 (1989).
- [2] C. COHEN-TANNOUJDI, B. DIU et F. LALOË, *Mécanique quantique*, tome 1, Hermann (1977).
- [3] J. A. WHEELER et W. H. ZUREK, *Theory of measurement*, Princeton University Press (1983).
- [4] V. B. BRAGINSKY, Y. I. VORONTSOV et K. S. THORNE, “Quantum non-demolition measurements”, *Science* **209**, 547 (1980).
- [5] C. M. CAVES, K. S. THORNE, R. W. P. DREVER, V. D. SANDBERG et M. ZIMMERMANN, “On the measurement of a weak classical force coupled to a quantum-mechanical oscillator. I. Issues of principle”, *Rev. Mod. Phys.* **52**, 341 (1980).
- [6] K. S. THORNE, R. W. P. DREVER, C. M. CAVES, M. ZIMMERMANN et V. D. SANDBERG, “Quantum non-demolition measurements of harmonic oscillators”, *Phys. Rev. Lett.* **40**, 667 (1978).
- [7] J. VON NEUMANN, *Mathematische Grundlagen der Quanten-Mechanik*, Verlag Julius-Springer, Berlin (1932), traduction anglaise : Princeton University Press (1955) ou [3].
- [8] M. J. HOLLAND, M. J. COLLETT, D. F. WALLS et M. D. LEVENSON, “Nonideal quantum nondemolition measurements”, *Phys. Rev. A* **42**, 2995 (1990).
- [9] J.-P. POIZAT, J.-F. ROCH et P. GRANGIER, “Characterization of quantum-nondemolition measurements in optics”, *Ann. Phys. Fr.* **19**, 265 (1994).
- [10] J. F. ROCH, G. ROGER, P. GRANGIER, J. M. COURTY et S. REYNAUD, “Quantum non-demolition measurements in optics : a review and some recent experimental results”, *Appl. Phys. B* **55**, 291 (1992).
- [11] P. GRANGIER, J. A. LEVENSON et J. P. POIZAT, “Quantum non-demolition measurements in optics”, *Nature (London)* **396**, 537 (1998).
- [12] S. HAROCHE et J.-M. RAIMOND, *Exploring the quantum*, Oxford University Press (2006).
- [13] J.-P. POIZAT et P. GRANGIER, “Experimental realization of a quantum optical tap”, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 271 (1993).
- [14] S. R. FRIBERG, S. MACHIDA et Y. YAMAMOTO, “Quantum-nondemolition measurement of the photon number of an optical soliton”, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 3165 (1992).

- [15] G. NOGUES, A. RAUSCHENBEUTEL, S. OSNAGHI, M. BRUNE, J. M. RAIMOND et S. HAROCHE, “Seeing a single photon without destroying it”, *Nature (London)* **400**, 239 (1999).
- [16] S. PEIL et G. GABRIELSE, “Observing the Quantum Limit of an Electron Cyclotron : QND Measurements of Quantum Jumps between Fock States”, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1287 (1999).
- [17] T. SAUTER, W. NEUHAUSER, R. BLATT et P. TOSCHEK, “Observation of Quantum Jumps”, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 1696 (1986).
- [18] T. BASCHÉ, S. KUMMER et C. BRÄUCHLE, “Direct spectroscopic observation of quantum jumps of a single molecule”, *Nature (London)* **373**, 132 (1995).
- [19] A. LUPASCU, S. SAITO, T. PICOT, P. C. DE GROOT, C. J. P. M. HARMANS et J. E. MOOIJ, “Quantum non-demolition measurement of a superconducting two-level system”, *Nature (London)* **3**, 119 (2007).
- [20] T. MEUNIER, I. T. VINK, L. H. W. VAN BEVEREN, F. H. L. KOPPENS, H. P. TRANITZ, W. WEGSCHEIDER, L. P. KOUWENHOVEN et L. M. K. VANDERSYPEN, “Nondestructive measurement of electron spins in a quantum dot”, *Nature Phys.* **74**, 195303 (2006).
- [21] M. BRUNE, E. HAGLEY, J. DREYER, X. MAÎTRE, A. MAALI, C. WUNDERLICH, J. M. RAIMOND et S. HAROCHE, “Observing the Progressive Decoherence of the “Meter” in a Quantum Measurement”, *Phys. Rev. Lett.* **77**, n° 24, 4887–4890 (Dec 1996).
- [22] M. O. SCULLY et K. DRÜHL, “Quantum eraser : A proposed photon correlation experiment concerning observation and «delayed choice» in quantum mechanics”, *Phys. Rev. A* **25**, 2208 (1982).
- [23] P. BERTET, S. OSNAGHI, A. RAUSCHENBEUTEL, G. NOGUES, A. AUFFEVES, M. BRUNE, J. M. RAIMOND et S. HAROCHE, “A complementarity experiment with an interferometer at the quantum-classical boundary”, *Nature (London)* **411**, 166 (2001).
- [24] D. F. WALLS, “Squeezed states of light”, *Nature (London)* **306**, 141 (1983).
- [25] C. M. CAVES, “Quantum-mechanical noise in an interferometer”, *Phys. Rev. D* **23**, 1693 (1981).
- [26] M. XIAO, L.-A. WU et H. J. KIMBLE, “Precision Measurement beyond the shot-noise limit”, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 278 (1987).
- [27] P. GRANGIER, R. E. SLUSHER, B. YURKE et A. LAPORTA, “Squeezed-light-enhanced polarization interferometer”, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2153 (1987).
- [28] E. S. POLZIK, J. CARRI et H. J. KIMBLE, “Atomic spectroscopy with squeezed light for sensitivity beyond the vacuum-state limit”, *Appl. Phys. B* **55**, 279 (1992).
- [29] A. KUZMICH, N. P. BIGELOW et L. MANDEL, “Atomic quantum non-demolition measurements and squeezing”, *Europhys. Lett.* **42**, 481 (1998).
- [30] A. KUZMICH et L. MANDEL, “Quantum nondemolition measurements of collective spins”, *Phys. Rev. A* **60**, 2346 (1999).

- [31] A. KUZMICH, L. MANDEL et N. P. BIGELOW, "Generation of spin squeezing via continuous quantum nondemolition measurement", *Phys. Rev. Lett.* **85**, 1594 (2000).
- [32] D. J. WINELAND, J. J. BOLLINGER et W. I. ITANO, "Squeezed atomic states and projection noise in spectroscopy", *Phys. Rev. A* **50**, 68 (1994).
- [33] D. J. WINELAND, J. C. BERGQUIST, T. ROSEN BAND, P. O. SCHMIDT, W. M. ITANO, J. J. BOLLINGER, D. LEIBFRIED et W. H. OSKAY, "Ion optical clocks and quantum information processing", *Proc. IEEE* **304**, 67 (2003).
- [34] J. M. GEREMIA, J. K. STOCKTON et H. MABUCHI, "Real-time quantum feedback control of atomic spin-squeezing", *Science* **304**, 270 (2004).
- [35] J. M. GEREMIA, J. K. STOCKTON et H. MABUCHI, "Suppression of spin projection noise in broadband atomic magnetometry", *Phys. Rev. Lett.* **94**, 203002 (2005).
- [36] D. OBLAK, P. G. PETROV, C. L. G. ALZAR, W. TITTEL, A. K. VERSHOVSKI, J. K. MIKKELSEN, J. L. SØRENSEN et E. S. POLZIK, "Quantum-noise-limited interferometric measurement of atomic noise : towards spin squeezing on the Cs clock transition", *Phys. Rev. A* **71**, 043807 (2005).
- [37] J. A. LEVENSON, I. ABRAM, T. RIVERA, P. FAYOLLE, J.-C. GARREAU et P. GRANGIER, "Quantum optical cloning amplifier", *Phys. Rev. Lett.* **70**, 267 (1993).
- [38] S. F. PEREIRA, S. Y. OU et H. J. KIMBLE, "Backaction evading measurements for quantum nondemolition detection and quantum optical tapping", *Phys. Rev. Lett.* **72**, 214 (1994).
- [39] A. RAUSCHENBEUTEL, G. NOGUES, S. OSNAGHI, P. BERTET, M. BRUNE, J. M. RAIMOND et S. HAROCHE, "Coherent operation of a tunable quantum phase gate in cavity QED", *Phys. Rev. Lett.* **83**, n° 24, 5166 (1999).
- [40] K. BENCHEIKH et J. A. LEVENSON, "Quantum nondemolition demonstration via repeated backaction evading measurements", *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3422 (1995).
- [41] R. BRUCKMEIER, H. HANSEN et S. SCHILLER, "Repeated Quantum Nondemolition Measurements of Continuous Optical Waves", *Phys. Rev. Lett.* **79**, 1463 (1997).
- [42] D. B. HUME, T. ROSEN BAND et D. J. WINELAND, "High-fidelity adaptative qubit detection through repetitive quantum nondemolition measurements", *Phys. Rev. Lett.* **99**, 120502 (2007).
- [43] W. NAGOURNEY, J. SANDBERG et H. DEHMELT, "Shelved Optical Electron Amplifier : Observation of Quantum Jumps", *Phys. Rev. Lett.* **56**, 2797 (1986).
- [44] J. C. BERGQUIST, R. G. HULET, W. M. ITANO et D. J. WINELAND, "Observation of Quantum Jumps in a Single Atom", *Phys. Rev. Lett.* **57**, 1699 (1986).
- [45] C. COHEN-TANNOUJDI et J. DALIBARD, "Single-atom laser spectroscopy - looking for dark periods in fluorescence", *Europhys. Lett.* **1**, 441 (1986).
- [46] W. M. ITANO, J. C. BERGQUIST, R. G. HULET et D. J. WINELAND, "Radiative Decay Rates in  $Hg^+$  from Observations of Quantum Jumps in a Single Ion", *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2732 (1987).
- [47] P. TAYLOR, M. ROBERTS, S. V. GATEVA-KOSTOVA, R. B. M. CLARKE, G. P. BARWOOD, W. R. C. ROWLEY et P. GILL, "Investigation of the  $^2S_{1/2} - ^2D_{5/2}$  clock transition in a single ytterbium ion", *Phys. Rev. A* **56**, 2699 (1997).

- [48] A. C. J. BROUWER, E. J. J. GROENEN et J. SCHMIDT, “Detecting Magnetic Resonance through Quantum Jumps of Single Molecules”, *Phys. Rev. Lett.* **80**, n° 18, 3944 (1998).
- [49] B. D’URSO, R. V. HANDEL, B. ODOM, D. HANNEKE et G. GABRIELSE, “Single-particle self-excited oscillator”, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 113002 (2005).
- [50] N. IMOTO, H. A. HAUS et Y. YAMAMOTO, “Quantum nondemolition measurement of the photon number via the optical Kerr effect”, *Phys. Rev. A* **32**, n° 4, 2287 (1985).
- [51] P. GRANGIER, J.-F. ROCH et G. ROGER, “Observation of backaction-evading measurement of an optical intensity in a three-level atomic nonlinear system”, *Phys. Rev. Lett.* **66**, n° 11, 1418 (1991).
- [52] J.-F. ROCH, K. VIGNERON, P. GRELU, A. SINATRA, J.-P. POIZAT et P. GRANGIER, “Quantum nondemolition measurements using cold trapped atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 634 (1997).
- [53] M. BRUNE, P. NUSSENZVEIG, F. SCHMIDT-KALER, F. BERNARDOT, A. MAALI, J. M. RAIMOND et S. HAROCHE, “From Lamb shift to light shifts : vacuum and subphoton cavity fields measured by atomic phase sensitive detection”, *Phys. Rev. Lett.* **72**, n° 21, 3339 (1994).
- [54] M. BRUNE, F. SCHMIDT-KALER, A. MAALI, J. DREYER, E. HAGLEY, J. M. RAIMOND et S. HAROCHE, “Quantum Rabi oscillation : a direct test of field quantization in a cavity”, *Phys. Rev. Lett.* **76**, n° 11, 1800 (1996).
- [55] X. MAÎTRE, E. HAGLEY, G. NOGUES, C. WUNDERLICH, P. GOY, M. BRUNE, J. M. RAIMOND et S. HAROCHE, “Quantum memory with a single photon in a cavity”, *Phys. Rev. Lett.* **79**, n° 4, 769 (1997).
- [56] A. RAUSCHENBEUTEL, G. NOGUES, S. OSNAGHI, P. BERTET, M. BRUNE, J. M. RAIMOND et S. HAROCHE, “Coherent Operation of a Tunable Quantum Phase Gate in Cavity QED”, *Phys. Rev. Lett.* **83**, n° 24, 5166–5169 (Dec 1999).
- [57] P. BERTET, S. OSNAGHI, P. MILMAN, A. AUFFEVEES, P. MAIOLI, M. BRUNE, J. M. RAIMOND et S. HAROCHE, “Generating and probing a two-photon Fock state with a single atom in a cavity”, *Phys. Rev. Lett.* **88**, n° 14, 143601 (2002).
- [58] P. BERTET, A. AUFFEVEES, P. MAIOLI, S. OSNAGHI, T. MEUNIER, M. BRUNE, J. M. RAIMOND et S. HAROCHE, “Direct measurement of the Wigner function of a one-photon Fock state in a cavity”, *Phys. Rev. Lett.* **89**, n° 20, 200402 (2002).
- [59] N. F. RAMSEY, *Molecular beams*, Oxford University Press, New-York (1985).
- [60] G. NOGUES, *Détection sans destruction d’un seul photon. Une expérience d’électrodynamique quantique en cavité.*, Thèse de doctorat, Université Paris 6 (1999).
- [61] S. GLEYZES, *Vers la préparation de cohérences quantiques mésoscopiques : réalisation d’un montage à deux cavités supraconductrices*, Thèse de doctorat, Université Paris 6 (2006).
- [62] T. MEUNIER, *Oscillations de Rabi induites par un renversement du temps : un test de la cohérence d’une superposition quantique mésoscopique*, Thèse de doctorat, Université Paris 6 (2004).
- [63] R. G. HULET et D. KLEPPNER, “Rydberg atoms in «circular» states”, *Phys. Rev. Lett.* **51**, 1430 (1983).

- [64] R. R. FREEMAN et D. KLEPPNER, “Core polarization and quantum defects in high-angular-momentum states of alkali atoms”, *Phys. Rev. A* **14**, 1614 (1976).
- [65] M. GROSS et J. LIANG, “Is a circular Rydberg atom stable in a vanishing electric field?”, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 3160 (1986).
- [66] P. NUSSENZVEIG, *Mesures de champs au niveau du photon par interférométrie atomique*, Thèse de doctorat, Université Paris 6 (1994).
- [67] S. KUHR, S. GLEYZES, C. GUERLIN, J. BERNU, U. B. HOFF, S. DELÉGLISE, S. OSNAGHI, M. BRUNE, J. M. RAIMOND, S. HAROCHE, E. JACQUES, P. BOSLAND et E. VISENTIN, “Ultrahigh finesse Fabry-Pérot superconducting resonator”, *Appl. Phys. Lett.* **90**, 164101 (2007).
- [68] H. KOGELNIK et T. LI, “Laser beams and resonators”, *Appl. Opt.* **5**, 1550 (1966).
- [69] J. D. JACKSON, *Classical electrodynamics*, Wiley, New York, 2 édition (1975).
- [70] P. NUSSENZVEIG, F. BERNARDOT, M. BRUNE, J. HARE, J. M. RAIMOND, S. HAROCHE et W. GAWLIK, “Preparation of high principal quantum numbers circular states of rubidium”, *Phys. Rev. A* **48**, 3991 (1993).
- [71] E. M. PURCELL, “Spontaneous emission probabilities at radio frequencies”, *Phys. Rev.* **69**, 681 (1946).
- [72] P. MAIOLI, T. MEUNIER, S. GLEYZES, A. AUFFEVE, G. NOGUES, M. BRUNE, J.-M. RAIMOND et S. HAROCHE, “Nondestructive Rydberg Atom Counting with Mesoscopic Fields in a Cavity”, *Physical Review Letters* **94**, n° 11, 113601 (2005).
- [73] G. GIULINI, E. JOOS, C. KIEFER, J. KUPSCH, I. O. STAMATESCU et H. D. ZEH, *Decoherence and the appearance of a classical world in quantum theory*, Springer, Berlin (1996).
- [74] N. LU, “Effects of dissipation on photon statistics and the lifetime of a pure number state”, *Phys. Rev. A* **40**, 1707 (1989).
- [75] Q. A. TURCHETTE, C. J. MYATT, B. E. KING, C. A. SACKETT, D. KIPLINSKI, W. M. ITANO, C. MONROE et D. J. WINELAND, “Decoherence and decay of motional quantum states of a trapped atom coupled to engineered reservoirs”, *Phys. Rev. A* **62**, 053807 (2000).
- [76] J. DALIBARD, Y. CASTIN et K. MØLMER, “Wave-function approach to dissipative processes in quantum optics”, *Phys. Rev. Lett.* **68**, n° 5, 580–583 (Feb 1992).
- [77] M. B. PLENIO et P. L. KNIGHT, “The quantum-jump approach to dissipative dynamics in quantum optics”, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 101 (1998).
- [78] M. BRUNE, S. HAROCHE, V. LEFEVRE, J.-M. RAIMOND et N. ZAGURY, “Quantum nondemolition measurement of small photon numbers by Rydberg-atom phase-sensitive detection”, *Phys. Rev. Lett.* **65**, n° 8, 976–979 (Aug 1990).
- [79] M. BRUNE, S. HAROCHE, J.-M. RAIMOND, L. DAVIDOVICH et N. ZAGURY, “Manipulation of photons in a cavity by dispersive atom-field coupling : Quantum-nondemolition measurements and generation of “Schrödinger cat” states”, *Phys. Rev. A* **45**, n° 7, 5193–5214 (Apr 1992).
- [80] S. HAROCHE, M. BRUNE et J.-M. RAIMOND, “Measuring photon numbers in a cavity by atomic interferometry : optimizing the convergence procedure”, *Journal de Physique II* **2**, 659 (1992).

- [81] S. GLEYZES, S. KUHR, C. GUERLIN, J. BERNU, S. DELÉGLISE, U. B. HOFF, M. BRUNE, J. M. RAIMOND et S. HAROCHE, “Quantum jumps of light recording the birth and death of a photon in a cavity”, *Nature (London)* **446**, 297 (2007).
- [82] S. OSNAGHI, *Réalisation d'états intriqués par une collision atomique assistée dans une cavité*, Thèse de doctorat, Université Paris 6 (2002).
- [83] J. CANNY, “A Computational Approach To Edge Detection”, *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence* **8**, 679 (1986).
- [84] C. GUERLIN, J. BERNU, S. DELÉGLISE, C. SAYRIN, S. GLEYZES, S. KUHR, M. BRUNE, J. M. RAIMOND et S. HAROCHE, “Progressive field-state collapse and quantum non-demolition photon counting”, *Nature (London)* **448**, 889 (2007).
- [85] W. P. SCHLEICH, *Quantum Optics in Space Phase*, Wiley, Berlin (2001).
- [86] D. F. WALLS et G. J. MILBURN, “Effect of dissipation on quantum coherence”, *Phys. Rev. A* **31**, n° 4, 2403–2408 (Apr 1985).
- [87] L. DAVIDOVICH, M. BRUNE, J. M. RAIMOND et S. HAROCHE, “Mesoscopic quantum coherences in cavity QED : Preparation and decoherence monitoring schemes”, *Phys. Rev. A* **53**, n° 3, 1295–1309 (Mar 1996).
- [88] P. BERTET, *Atomes et cavité : complémentarité et fonctions de Wigner*, Thèse de doctorat, Université Paris 6 (2002).
- [89] P. BERTET, A. AUFFEVEES, P. MAIOLI, S. OSNAGHI, T. MEUNIER, M. BRUNE, J. M. RAIMOND et S. HAROCHE, “Direct Measurement of the Wigner Function of a One-Photon Fock State in a Cavity”, *Phys. Rev. Lett.* **89**, n° 20, 200402 (Oct 2002).
- [90] A. OURJOUNTSEV, H. JEONG, R. TUALLE-BROURI et P. GRANGIER, “Generation of optical Schrödinger cats from photon number states”, *Nature (London)* **448**, 784 (2007).
- [91] L. G. LUTTERBACH et L. DAVIDOVICH, “Method for direct measurement of the Wigner function in cavity QED and ion traps”, *Phys. Rev. Lett.* **78**, n° 13, 2547 (1997).
- [92] S. HAROCHE, M. BRUNE et J.-M. RAIMOND, “Measuring the photon number parity in a cavity : from light quantum jumps to the tomography of non-classical field states”, *J. Mod. Opt.* **54**, 2101 (2007).
- [93] K. BANASZEK et K. WÓDKIEWICZ, “Testing Quantum Nonlocality in Phase Space”, *Phys. Rev. Lett.* **82**, n° 10, 2009–2013 (Mar 1999).
- [94] P. MILMAN, A. AUFFEVEES, F. YAMAGUCHI, M. BRUNE, J.-M. RAIMOND et S. HAROCHE, “A proposal to test Bell’s inequalities with mesoscopic non-local states in cavity QED”, *Eur. Phys. J. D* **32**, 233 (2005).