



HAL
open science

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE ET NUMÉRIQUE DE L'INTERACTION DES ONDES DE LAMB EN PRÉSENCE D'ENDOMMAGEMENTS DANS DES STRUCTURES D'ALUMINIUM

Farouk Benmeddour

► **To cite this version:**

Farouk Benmeddour. ÉTUDE EXPÉRIMENTALE ET NUMÉRIQUE DE L'INTERACTION DES ONDES DE LAMB EN PRÉSENCE D'ENDOMMAGEMENTS DANS DES STRUCTURES D'ALUMINIUM. Acoustique [physics.class-ph]. Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambresis, 2006. Français. NNT: . tel-00273325

HAL Id: tel-00273325

<https://theses.hal.science/tel-00273325>

Submitted on 23 Apr 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THÈSE

Présentée à



L'Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis

Par

Farouk BENMEDDOUR

Pour obtenir le titre de

DOCTEUR

Spécialité : **ÉLECTRONIQUE**

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE ET NUMÉRIQUE DE L'INTERACTION DES ONDES DE LAMB EN PRÉSENCE D'ENDOMMAGEMENTS DANS DES STRUCTURES D'ALUMINIUM

Soutenu le 08 décembre 2006, devant le jury composé de :

Rapporteurs :

M. J-L. Izbicki Professeur, directeur du LAUE, université du Havre.

M. R. Elguerjouma Professeur à l'université du Maine.

Examineurs :

M. M. Deschamps Directeur de recherche CNRS, directeur du LMP, université de Bordeaux I.

M. G. Feuillard Professeur à l'université de Tours.

M. O. Bou Matar Professeur à l'école centrale de Lille.

M. C. Paget Docteur en électronique à AirBus, Angleterre.

M. J. Assaad Professeur à l'université de Valenciennes et directeur de thèse.

M. S. Grondel Maître de conférences à l'université de Valenciennes et co-directeur de thèse.

Institut d'Électronique, de Microélectronique et de Nanotechnologie UMR/CNRS 8520

REMERCIEMENTS

Cette thèse a été réalisée au sein de l'Institut d'Électronique de Microélectronique et de Nanotechnologie (IEMN), Département Opto-Acousto-Électronique (DOAE), dirigé par le Professeur B. Nongaillard que je tiens à remercier pour son accueil.

*Mes remerciements vont particulièrement à monsieur le professeur **Jamal Assaad**, qui a assumé la direction de ce travail, qu'il veuille bien trouver ici l'expression de ma gratitude pour son dévouement, sa patience, ses conseils et son enseignement qu'il m'a apporté tout le long de cette thèse.*

*Je tiens aussi, à exprimer ma profonde gratitude à mon co-directeur de thèse, monsieur le maître de conférences **Sébastien Grondel** pour sa disponibilité, ses précieux conseils et son aide constante en suivant de près mes travaux de recherche.*

*Je remercie également monsieur le maître de conférences **Emmanuel Moulin** qui m'a aidé par ses suggestions, ses commentaires et qui a contribué positivement à l'avancement de mon travail.*

Mes sincères remerciements s'adressent aux rapporteurs MM. Pr. J-L. Izbicke et Pr. R. Elguerjouma, ainsi qu'aux examinateurs Pr. M. Deschamps, Pr. G. Feuillard, Pr. O. Bou Matar et Dr. C. Paget, qui ont accepté de juger ce travail et d'y apporter leur caution.

Je remercie également messieurs les docteurs Dr. Fayçal El-Youbi et Dr. Laurent Duquenne ainsi que le thésard Mustapha Baouahi qui m'ont soutenu et aidé à avancer et à accomplir ma thèse sans oublier tous les thésards au sein du laboratoire.

J'adresse mes vifs remerciements à Lucie Dupont qui m'a beaucoup aidé. Je remercie également tous les enseignants-chercheurs qui, par leurs encouragements ont participé de loin ou de près à cette thèse. Mes remerciements et respects vont particulièrement à monsieur le professeur Jean-michel Rouvaen et à tout le personnel administratif : Mme É. Bantegnies, A. Merliot et A. Arousseau qui, à titre divers, ont participé au bon fonctionnement de ce travail.

À tous ceux qui, par leur encouragement ou leur amitié, ont contribué à l'aboutissement de ce travail.

À Toute ma famille, surtout ma mère et mes sœurs : Nada, Maroua, Chahrazad, Imane, Wafa et Houria.

Et à la mémoire de mon père et mon oncle Jamal.

Merci,

Farouk BENMEDDOUR

SOMMAIRE	3
LISTE DES FIGURES	9
LISTE DES TABLEAUX	14
NOTATIONS	15
INTRODUCTION GÉNÉRALE	17
1. INTRODUCTION	17
<u>I CHAPITRE I</u>	20
ÉTAT DE L'ART CONCERNANT LES ÉTUDES DÉVELOPPÉES SUR L'INTERACTION DES ONDES DE LAMB AVEC L'ENDOMMAGEMENT	20
1. INTRODUCTION	20
2. LE CONTRÔLE SANTÉ INTÉGRÉ PAR ONDES DE LAMB	21
2.1. INTRODUCTION	21
2.2. BIBLIOGRAPHIE ET RAPPEL SUR LES ONDES DE LAMB	22
2.2.a Bibliographie.....	22
2.2.b Définition.....	24
2.2.c Équations de propagation	25
2.2.d Méthode des potentiels	26
2.2.e Méthode des ondes partielles.....	29
2.2.f La méthode de développement en modes normaux.....	30
2.3. CONCLUSION.....	31
3. PUISSANCE DES ONDES GUIDÉES	31
3.1. INTRODUCTION.....	31
3.2. DENSITE ET FLUX DE PUISSANCE DES ONDES DE LAMB	31
4. MÉTHODES D'ANALYSE DE L'INTERACTION DES ONDES DE LAMB AVEC L'ENDOMMAGEMENT	33
4.1. INTRODUCTION.....	33
4.2. METHODES ANALYTIQUES.....	33

4.2.a Introduction aux méthodes analytiques	33
4.2.b Théorie de plaque.....	34
4.2.c Méthode des modes normaux.....	34
4.2.d Conclusion	35
4.3. METHODES NUMERIQUES.....	35
4.3.a Introduction aux méthodes numériques.....	35
4.3.b Méthode des éléments finis	36
b.1) Introduction	36
b.2) Maillage et fonctions d'interpolations.....	36
b.3) Formulation de la méthode.....	37
b.4) Bibliographie.....	38
4.3.c Méthode des éléments de frontière	39
c.1) Introduction.....	39
c.2) Bibliographie	39
4.3.d Méthode des différences finies	40
d.1) Définition.....	40
d.2) Bibliographie.....	40
4.3.e Méthode des modes normaux.....	41
4.3.f Conclusion	41
4.4. METHODES HYBRIDES	41
4.5. CONCLUSION.....	42
5. CONCLUSION GÉNÉRALE.....	43
<u>II CHAPITRE II</u>	<u>45</u>
ÉTUDE DE L'INTERACTION DES MODES DE LAMB FONDAMENTAUX AVEC DES VARIATIONS D'ÉPAISSEURS BRUSQUES ET DES ENCOCHES SYMÉTRIQUES	45
1. PRÉSENTATION DE LA PROBLÉMATIQUE	45
2. CHOIX, INTÉRÊTS ET AVANTAGES DE L'ENDOMMAGEMENT SIMPLIFIÉ	46
2.1. INTRODUCTION ET HYPOTHESES DE LA MODELISATION.....	46
2.2. INTERETS ET AVANTAGES DE L'ÉTUDE D'UN ENDOMMAGEMENT SIMPLIFIÉ.....	46
2.3. SELECTION D'UN MODE DE LAMB ANALYTIQUEMENT.....	48
3. ÉTUDE DE L'INTERACTION DES MODES DE LAMB FONDAMENTAUX EN PRESENCE D'UNE VEBS.....	51

3.1. PRESENTATION DU MODELE ELEMENTS FINIS.....	51
3.2. INTERACTION DES MODES A_0 ET S_0 AVEC UNE VEBS	53
3.2.a Exploitation des résultats des modélisations	53
3.2.b Traitement de signal basé sur la transformée de Hilbert	54
3.2.c Bilan de puissance des ondes de Lamb (méthode exacte).....	57
3.3. METHODE HYBRIDE POUR LE CALCUL DE PUISSANCE D'UN MODE DE LAMB	59
3.3.a Mise en œuvre de la méthode hybride.....	59
3.3.b Coefficient de réflexion et de transmission hybride.....	60
3.3.c Comparaison des résultats.....	63
3.4. CONCLUSION.....	64
4. ANALYSE DE LA VEBS INVERSE.....	64
4.1. MODELE ELEMENTS FINIS	64
4.2. ANALYSE DE L'INTERACTION DES MODES A_0 ET S_0 AVEC UNE VEBS INVERSE	65
4.3. COMPARAISON ENTRE LA VEBS DIRECTE ET LA VEBS INVERSE	66
4.4. CONCLUSION.....	67
5. INTERACTION DES MODES DE LAMB FONDAMENTAUX AVEC DES ENCOCHES SYMÉTRIQUES.....	68
5.1. INTRODUCTION ET MODELE ELEMENTS FINIS	68
5.2. ANALYSE DE L'INTERACTION DU MODE A_0 ET DU MODE S_0 AVEC DES ENCOCHES LONGUES SYMETRIQUES (ELS)	68
5.3. COMPARAISONS DES RESULTATS.....	71
5.4. ANALYSE DE L'INTERACTION DU MODE A_0 AVEC DES ENCOCHES COURTES SYMETRIQUES (ECS)	72
5.5. CONCLUSION.....	75
6. CONCLUSION GÉNÉRALE.....	75
<u>III CHAPITRE III.....</u>	<u>77</u>
CONVERSIONS MODALES DES MODES DE LAMB EN PRÉSENCE D'ENDOMMAGEMENTS ASYMÉTRIQUES.....	77
1. INTRODUCTION	77
2. INTERACTION DES MODES DE LAMB FONDAMENTAUX EN PRÉSENCE D'UNE VEBA.....	78
2.1. ANALYSE D'UNE VEBA DIRECTE.....	78
2.1.a Présentation du modèle éléments finis	78
2.1.b Méthode analytique de séparation des modes de Lamb	79

2.1.c Application de la méthode de séparation des modes de Lamb.....	79
2.1.d Coefficients de réflexion et de transmission	82
2.1.e Comparaison entre les VEBA et les VEBS	85
2.2. INTERACTION DES MODES A_0 ET S_0 AVEC DES VARIATIONS D'ÉPAISSEURS BRUSQUES A DIFFÉRENTES HAUTEURS.....	86
2.3. ÉTUDE D'UNE VEBA INVERSE.....	89
2.3.a Positionnement du problème	89
2.3.b Relation entre la VEBA directe et la VEBA inverse	90
b.1) Mode A_0 incident	90
b.2) Mode S_0 incident	91
b.3) Conclusion	92
2.4. CONCLUSION.....	93
3. INTERACTION DES MODES DE LAMB FONDAMENTAUX AVEC DES ENCOCHES LONGUES ASYMÉTRIQUES	94
3.1. PRESENTATION DE LA MODELISATION.....	94
3.2. DISCUSSION ET EXPLOITATION DES RESULTATS	95
3.3. CONSTRUCTION D'UNE ELA A PARTIR DE VEBA DIRECTE ET INVERSE	97
3.3.a Comparaison entre une VEBA directe et les régions I et II de l'ELA.....	98
3.3.b Comparaison entre une VEBA inverse et les régions II et III de l'ELA.....	98
3.3.c Propagation du mode incident A_0	99
3.3.d Propagation du mode S_0 converti	99
3.3.e Conclusion	101
3.4. ANALYSE DES ENCOCHES COURTES ASYMETRIQUES (ECA)	102
3.4.a Introduction	102
3.4.b Modélisation.....	102
3.4.c Résultats.....	102
3.5. CONCLUSION.....	104
4. CONCLUSION GÉNÉRALE.....	104
<u>IV CHAPITRE IV.....</u>	<u>106</u>
APPLICATION DANS LE CADRE DU CONTRÔLE SANTÉ INTÉGRÉ DES ONDES DE LAMB	106
1. INTRODUCTION	106
2. PRÉPARATION DE LA PARTIE EXPÉRIMENTALE	107
2.1. INTRODUCTION.....	107

2.2. COURBES DE DISPERSION EXPERIMENTALE.....	107
2.2.a Transformée de Fourier à Deux Dimensions (TF-2D).....	107
2.2.b Dispositif expérimental.....	108
2.2.c Comparaisons entre les courbes théorique et les mesures.....	109
2.3. CHOIX DE L'EMETTEUR.....	110
2.3.a Sélection et génération des ondes de Lamb	110
2.4. REPRODUCTIBILITE ET EFFET DU GEL DE CONTACT	112
2.5. SEPARATION DES MODES DE LAMB A LA RECEPTION	113
2.6. CONCLUSION.....	113
3. ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DE L'INTERACTION DES MODES DE LAMB FONDAMENTAUX AVEC DES ENCOCHES.....	113
3.1. INTRODUCTION	113
3.2. ANALYSE D'UNE ENCOCHE LONGUE SYMETRIQUE (ELS).....	114
3.2.a Structures étudiées.....	114
3.2.b Dispositif expérimental.....	114
b.1) Plaque saine.....	115
b.2) Interaction du mode A_0 avec une ELS	116
b.3) Interaction du mode S_0 avec une ELS	117
3.2.c Analyse des résultats.....	118
3.3. ANALYSE D'UNE ENCOCHE LONGUE ASYMETRIQUE (ELA).....	119
3.3.a Dispositif expérimental.....	119
a.1) Interaction du mode A_0 avec une ELA	120
a.2) Interaction du mode S_0 avec une ELA	121
3.3.b Analyse des résultats	122
3.4. CONCLUSION.....	123
4. DISCUSSIONS ET APPLICATIONS DES DIFFÉRENTES CONFIGURATIONS POUR LE CONTRÔLE SANTÉ INTÉGRÉ.....	124
4.1. INTRODUCTION	124
4.2. CHOIX DU SYSTEME DE CONTROLE NON DESTRUCTIF	124
4.2.a Système en réflexion.....	124
4.2.b Système en transmission	125
4.2.c Amélioration du système expérimental pour le CSI.....	125
4.3. SENSIBILITE DES ONDES DE LAMB.....	126
4.4. CONCLUSION.....	128
5. CONCLUSION GÉNÉRALE.....	128

V CONCLUSION	130
CONCLUSION ET PERSPECTIVES	130
1. CONCLUSION	130
2. PERSPECTIVES.....	132
VI ANNEXES	138
ANNEXES.....	138
1. ANNEXE A.....	139
CARACTÉRISTIQUES DES MATÉRIAUX.....	139
2. ANNEXE B.....	141
MÉTHODE DES POTENTIELS.....	141
3. ANNEXE C.....	146
PROPAGATION DU MODE A_0 ISSU DE LA CONVERSION DU MODE S_0	146
INDEX	148
REFERENCES.....	133

LISTE DES FIGURES

I CHAPITRE I.....	20
figure I-1: a) Mode symétrique S_0 et b) Mode antisymétrique A_0 à 200 kHz.	25
figure I-2: a) Champs de déplacements de six modes de Lamb à la fréquence de 800 kHz (A_0, A_1, A_2, S_0, S_1 et S_2) et b) Zoom.....	25
figure I-3 : Déplacements transverses et de rotation d'une particule en 2D.	27
figure I-4 : Courbes de dispersion des modes de Lamb d'une plaque d'aluminium des nombres d'ondes: a) Réels et b) Imaginaires.	29
figure I-5 : Structure de type plaque.....	32
figure I-6 : Élément de maillage iso-paramétrique à 8 nœuds. Avant déformation (—) et après déformation (---).	37
figure I-7 : Maillage d'une structure avec les éléments de frontière.....	39
figure I-8 : Grille d'une structure rectangulaire.	40
II CHAPITRE II.....	45
figure II-1 : Étapes de transformation des VEBS en ELS puis en ECS.....	47
figure II-2 : Différents types d'endommagements.....	47
figure II-3 : Allure du signal d'excitation des déplacements : a) Tangentiels du A_0 , b) Normaux du A_0 , c) Tangentiels du S_0 et d) Normaux du A_0	50
figure II-4 : Maillage d'une plaque d'aluminium avec une variation d'épaisseur brusque symétrique.....	51
figure II-5 : Déplacements normaux pour une VEBS de rapport $p = 4/6$ à : a) $l_1 = 114$ mm (<i>in</i>) incident et (<i>re</i>) réfléchi et b) $l_2 = 364$ mm (<i>tr</i>) transmis.....	53
figure II-6 : Enveloppe des déplacements normaux pour une VEBS de rapport $p = 4/6$ à : a) $l_1 = 114$ mm et b) $l_2 = 364$ mm.....	55
figure II-7 : Déplacements normaux $u_3^{MEF}(x_1, x_3, t)$ en fonction du temps et de l'épaisseur à : a) $l_1 = 72$ mm et b) $l_2 = 300$ mm.	56
figure II-8 : Déplacements tangentiels $u_1^{MEF}(x_1, x_3, t)$ en fonction du temps et de l'épaisseur à : a) $l_1 = 72$ mm et b) $l_2 = 300$ mm.	56
figure II-9 : Contraintes en fonction du temps et de l'épaisseur à : a) $\sigma_{11}(72 \text{ mm})$, b) $\sigma_{11}(300 \text{ mm})$, c) $\sigma_{13}(72 \text{ mm})$ et d) $\sigma_{13}(300 \text{ mm})$	58

figure II-10 : Coefficients de réflexion et de transmission calculés avec les trois techniques à 200 kHz pour : a) A_0 et b) S_0 .	62
figure II-11 : Rapport entre les déplacements normaux et tangentiels des modes A_0 et S_0 .	62
figure II-12 : Coefficient de réflexion et de transmission des modes A_0 et S_0 en fonction d'une VEBS.	63
figure II-13 : a) Distribution de la densité de puissance normalisée des modes A_0 et S_0 en fonction de l'épaisseur et b) Schéma de la VEBS.	64
figure II-14 : Maillage d'une plaque d'aluminium avec une variation d'épaisseur brusque symétrique inverse.	65
figure II-15 : Coefficients de réflexion et de transmission à 200 kHz calculés pour la VEBS directe et inverse en utilisant les modes : a) A_0 et b) S_0 .	66
figure II-16 : VEBS directe et inverse.	67
figure II-17 : Maillage d'une plaque d'aluminium avec une encoche longue/courte symétrique.	68
figure II-18 : Déplacements normaux incident, réfléchi et transmis du mode A_0 pour $p = 3/6$ à : a) $l_1 = 72$ mm, b) $l_2 = 242$ mm et c) $l_3 = 372$ mm.	69
figure II-19 : Schéma de la réciprocité acoustique.	71
figure II-20 : Déplacements normaux incident et réfléchi du mode A_0 pour $p = 5/6$ à $l_1 = 114$ mm : a) $w \approx 4,1\lambda_{A_0}$ et b) $w \approx 0,1\lambda_{A_0}$.	73
figure II-21 : Enveloppe des déplacements normaux réfléchis du mode A_0 pour $p = 5/6$ en fonction de w/λ_{A_0} : a) Vue en 3D et b) Plan w/λ_{A_0} - temps.	74
III CHAPITRE III	77
figure III-1 : Maillage d'une plaque d'Aluminium avec une variation d'épaisseur brusque asymétrique.	78
figure III-2 : Déplacements normaux lors de l'interaction du mode A_0 avec une VEBA de valeur p égale à $1/6$ calculés respectivement pour les coordonnées : a) $(l_1 = 138, x_3 = +3)$ mm, b) $(l_2 = 364, x_3 = -2)$ mm, c) $(l_1 = 138, x_3 = -3)$ mm, d) $(l_2 = 364, x_3 = -3)$ mm.	80
figure III-3 : Déplacements normaux lors de l'interaction du mode A_0 avec une VEBA de $p = 1/6$ à $l_1 = 138$ mm : a) Addition et b) Soustraction.	81
figure III-4 : Déplacements normaux lors de l'interaction du mode A_0 avec une VEBA de $p = 1/6$ à $l_2 = 364$ mm : a) Addition et b) Soustraction.	81
figure III-5 : Déplacements tangentiels lors de l'interaction du mode S_0 avec une VEBA de $p = 1/6$ à $l_1 = 138$ mm : a) Addition et b) Soustraction.	82

figure III-6 : Coefficients de réflexion et de transmission des modes A_0 et S_0 lorsque les modes excités sont : a) A_0 et b) S_0 .	85
figure III-7 : Formes d'une VEBS et d'une VEBA directe.	85
figure III-8 : Comparaison entre les coefficients de réflexion et de transmission des VEBA et des VEBS des modes A_0 et S_0 lorsque : a) A_0 et b) S_0 sont générés.	86
figure III-9 : Maillage d'une plaque d'aluminium avec une VEB-h.	87
figure III-10 : R et T en fonction de la hauteur (mode A_0 incident) pour le rapport : a) $p = 1/6$, b) $p = 2/6$, c) $p = 3/6$, d) $p = 4/6$ et e) $p = 5/6$.	88
figure III-11 : R et T en fonction de la hauteur (mode S_0 incident) pour le rapport : a) $p = 1/6$, b) $p = 2/6$, c) $p = 3/6$, d) $p = 4/6$ et e) $p = 5/6$.	88
figure III-12 : Maillage d'une plaque d'aluminium avec une VEBA inverse.	89
figure III-13 : Comparaison entre les coefficients des VEBA directes (<i>Dir</i>) et inverses (<i>Inv</i>) (mode A_0 incident) : a) Réflexion et b) Transmission.	91
figure III-14 : Comparaison entre les coefficients des VEBA directes (<i>Dir</i>) et inverses (<i>Inv</i>) (mode S_0 incident) : a) réflexion et b) transmission.	92
figure III-15 : Comparaison entre la somme du coefficient de réflexion du signal incident et du coefficient de transmission du signal converti lorsque le mode incident est le mode : a) A_0 ou b) S_0 .	93
figure III-16 : Maillage d'une plaque d'aluminium avec une encoche longue asymétrique.	94
figure III-17 : Déplacements normaux (mode A_0 incident) pour $p = 3/6$ à différentes distances : I) $l_1 = 104$ mm, II) $l_2 = 242$ mm et III) $l_3 = 404$ mm.	95
figure III-18 : a) Contribution antisymétrique (A_0) et b) Contribution symétrique (S_0) des déplacements normaux (mode A_0 incident) pour $p = 3/6$ à : I) $l_1 = 104$ mm, II) $l_2 = 242$ mm et III) $l_3 = 404$ mm.	96
figure III-19 : Comparaison des résultats entre la VEBA directe et l'ELA : a) A_0 incident et b) S_0 incident.	98
figure III-20 : Réflexion et transmission du mode A_0 incident dans une plaque munie d'une ELA d'épaisseur égale à $p = 3/6$ et d'une largeur $w = 100$ mm.	100
figure III-21 : Réflexion et transmission du mode converti S_0 dans une plaque munie d'une ELA d'épaisseur égale à $p = 3/6$ et d'une largeur $w = 100$ mm.	101
figure III-22 : Maillage d'une plaque d'aluminium avec une encoche courte asymétrique.	102
figure III-23 : Coefficients de réflexion des modes A_0 et S_0 en fonction de w/λ_{A_0} (mode A_0 incident et $p = 5/6$).	103
IV CHAPITRE IV	106

figure IV-1 : Dispositif expérimental pour l'application de la TF-2D.....	108
figure IV-2 : Comparaison entre les courbes de dispersion théoriques et expérimentales des nombres d'onde.	109
figure IV-3 : Transducteur a) Piézoélectrique b) Panametrics.	110
figure IV-4 : Dispositif expérimental pour sélectionner un mode de Lamb à 200 kHz.	111
figure IV-5 : Résultat obtenu pour la sélection du mode : a) A_0 et b) S_0 à la fréquence de 200 kHz dans une plaque saine.	111
figure IV-6 : a) Phase d'impédance électrique mesurée et b) Module d'impédance électrique normalisé mesuré.	112
figure IV-7 : a) Signaux temporels mesurés à la position de 185 mm b) Zoom.	112
figure IV-8 : Spécimens des plaques d'aluminium munies d'ELS de dimensions 300x50x(1, 2, 3, 4 et 5) mm.	114
figure IV-9 : Dispositif expérimental pour l'étude d'interaction des ondes de Lamb avec des endommagements.....	115
figure IV-10 : Signaux temporels du mode A_0 dans une plaque saine à : a) $l_1 = 185$ mm et b) $l_2 = 315$ mm.	115
figure IV-11 : Signaux temporels du mode S_0 dans une plaque saine à : a) $l_1 = 185$ mm et b) $l_2 = 315$ mm.	116
figure IV-12 : Signaux temporels lors de l'interaction du mode A_0 avec une ELS de $p = 1/6$ à $l_1 = 185$ mm : a) Addition et b) Soustraction.	117
figure IV-13 : Signaux temporels lors de l'interaction du mode A_0 avec une ELS à $l_2 = 315$ mm de $p = 1/6$ à : a) Addition et b) Soustraction.	117
figure IV-14 : Soustraction des signaux temporels lors de l'interaction du mode S_0 avec une ELS de $p = 1/6$ à : a) $l_1 = 185$ mm et b) $l_2 = 315$ mm.	118
figure IV-15 : Comparaison entre les résultats expérimentaux (EXP) et numériques (MEF) lors de l'interaction des ondes de Lamb avec des ELS : a) A_0 généré et b) S_0 généré.....	119
figure IV-16 : Spécimens des plaques d'aluminium munies d'ELA de dimensions 300x50x(1, 2, 3, 4 et 5) mm.	120
figure IV-17 : Interaction du mode A_0 avec une ELA de $p = 3/6$ à $l_1 = 100$ mm : a) $x_3 = +3$ mm et b) $x_3 = -3$ mm.....	120
figure IV-18 : Interaction du mode A_0 avec une ELA de $p = 3/6$ à $l_1 = 100$ mm : a) Addition et b) Soustraction.	121
figure IV-19 : Interaction du mode S_0 avec une ELA de $p = 3/6$ à $l_1 = 100$ mm : a) $x_3 = +3$ mm et b) $x_3 = -3$ mm.....	121

figure IV-20 : Interaction du mode A_0 avec une ELA de $p = 3/6$ à $l_1 = 100$ mm :

 a) Soustraction et b) Addition. 122

figure IV-21 : Comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques lors de
 l'interaction avec des ELA de : a) A_0 et b) S_0 123

figure IV-22 : Système de CND en réflexion..... 124

figure IV-23 : Système de CND en transmission. 125

figure IV-24 : Système de contrôle santé intégré. 126

V CONCLUSION 130

VI ANNEXES 138

figure VI-1 : Représentation des contraintes..... 140

figure VI-2 : Réflexion et transmission du mode converti A_0 dans une plaque munie
 d'une ELA d'épaisseur égale à $p = 3/6$ et d'une largeur $w = 100$ mm. 147

LISTE DES TABLEAUX

tableau II-1: Rapports de réflexion et de transmission en amplitude en fonction du rapport de variation d'épaisseur.	55
tableau II-2 : Coefficients de réflexion et de transmission lors de l'interaction des modes A_0 et S_0 avec une VEBS en fonction du rapport p à la fréquence de 200 kHz.	59
tableau II-3 : Coefficients de réflexion et de transmission en fonction du type de déplacement et du rapport p d'une VEBS directe.	61
tableau II-4 : Coefficients de réflexion et de transmission en fonction du type de déplacement et du rapport p d'une VEBS inverse.	66
tableau II-5 : Coefficients de réflexion et de transmission des modes A_0 et S_0 en fonction du rapport de variation d'épaisseur.	70
tableau III-1 : Coefficients de réflexion et de transmission en fonction de l'épaisseur lorsqu'on excite soit le mode A_0 , soit le mode S_0	84
tableau III-2 : Coefficients de réflexion et de transmission en fonction de la variation d'épaisseur lorsqu'on excite soit le mode A_0 , soit le mode S_0	90
tableau III-3 : Coefficients de réflexion et de transmission, lorsque le mode A_0 est excité en fonction du paramètre p	97
tableau III-4 : Coefficients de réflexion et de transmission, lorsque le mode S_0 est excité en fonction du paramètre p	97
tableau IV-1 : Récapitulatif sur les plus grandes valeurs de coefficient obtenus en fonction de la nature de la variation d'épaisseur et du mode généré.	127
tableau IV-2 : Récapitulatif sur les plus grandes valeurs de coefficient obtenus en fonction de la nature de l'encoche longue et du mode généré.	127
tableau VI-1 : Constantes de quelques matériaux isotropes.	140

a	Modes antisymétriques.	$[I]$	Matrice identité.
a_n	Amplitude modale.	in	Incidence.
A	Constante arbitraire d'amplitude.	Inv	Inverse.
A_0	Mode antisymétrique d'ordre '0'.	k	Nombre d'onde.
B	Constante arbitraire d'amplitude.	\mathbf{K}	Vecteur d'onde.
c_g	Vitesse de groupe.	$[K]$	Matrice de rigidité.
C_{ijkl}	Tenseur d'élasticité.	k_L	Nombre d'ondes longitudinales.
\cos	Cosinus.	K_R	Rapport en réflexion.
\cosh	Cosinus hyperbolique.	k_T	Nombre d'ondes transversales.
c_p	Vitesse de phase.	K_T	Rapport en Transmission.
d	Demi-épaisseur.	L	Longueur.
Dir	Directe.	Max	Maximum.
$e(x_3, t)$	Signal d'excitation.	$[M]$	Matrice de Masse.
ECA	Encoche courte asymétrique.	N_{cyc}	Nombre de cycles.
ECS	Encoche courte symétrique.	p	Paramètre d'épaisseur.
ELA	Encoche longue asymétrique.	\mathbf{P}	Densité de puissance.
ELS	Encoche longue symétrique.	\mathbf{P}_{mn}	Flux de puissance moyenne.
f	Fréquence.	\mathbf{r}	Rayon vecteur.
\mathbf{F}	Vecteur des forces appliquées.	R	Coefficient de réflexion.
f_c	Fréquence centrale.	re	Réflexion.
F_{ech}	Fréquence d'échantillonnage.	Re	Partie réelle.
F_{max}	Fréquence maximale.	$rect$	Fenêtre rectangulaire.
f_{sm}	Forces surfaciques.	\mathbf{rot}	Rotationnel.
f_{vm}	Forces volumiques.	s	Modes symétriques.
\tilde{G}	Maximum de l'enveloppe d'un signal.	S_0	Mode symétrique d'ordre '0'.
grad	Gradient.	$s(x_1, t)$	Signal spatio-temporel.
h	Hauteur.	sin	Sinus.
\mathbf{H}	Transformée d'Hilbert.	sinh	Sinus hyperbolique.
		t	Temps.
		t_T	Temps total.

Notations

T	Coefficient de transmission.	\wedge	Produit vectoriel.
tr	Transmission.	∂	Opérateur de dérivation.
u	Champs de déplacements.	$*$	Complexe conjugué.
u_1	Déplacements tangentiels.	\cdot	Produit scalaire.
u_3	Déplacements normaux.		
U	Vecteur des déplacements.		
\dot{U}	Vecteur des vitesses.		
\ddot{U}	Vecteur des accélérations.		
v	Vitesse.		
v_1	Vitesse tangentielle.		
v_3	Vitesse normale.		
VEBA	Variation d'épaisseur brusque asymétrique.		
VEBS	Variation d'épaisseur brusque symétrique.		
VEB-h	Variation d'épaisseur à différentes hauteurs		
w	Largeur de l'encoche.		
$h(t)$	Fenêtre de Hanning temporelle.		
$h(x_1)$	Fenêtre de Hanning spatiale.		
Y	Largeur temporelle.		
x_1, x_2, x_3	Coordonnées cartésiennes.		
ϕ	Potentiel scalaire.		
η	Variable d'intégration.		
λ	Longueur d'onde.		
ρ	Masse volumique.		
σ	Contraintes.		
σ_{ij}, σ	Tenseur de contraintes.		
τ	Le retard.		
ω	Pulsation ou vitesse angulaire.		
ψ	Potentiel vectoriel.		
Δt	Pas temporel.		
Δx_1	Pas spatial.		
Δx_3	Pas spatial.		
∇	Opérateur nabla.		

INTRODUCTION

INTRODUCTION GÉNÉRALE

1. INTRODUCTION

Au cours du 20^{ème} siècle, le monde a connu des changements colossaux et une évolution croissante, surtout dans le domaine de la technique. En particulier, les technologies de pointe développées ont permis la conception, la production et l'utilisation de machines sophistiquées et ultra-puissantes. Ces machines techniques sont utilisées dans les industries aéronautique, automobile, marine ou pétrochimique et sont généralement confrontées à toutes sortes de charges et d'influences environnementales. Ces conditions de fonctionnement peuvent mener à de sérieux endommagements et donc engendrer de graves défaillances de fonctionnement. Le support ou la coque de la structure constitue l'une des parties les plus importantes de ces machines. Il peut subir toutes sortes d'agressions (c'est-à-dire soit climatiques, soit mécaniques...) et donc se détériorer avec le temps. Afin de bénéficier d'un fonctionnement et d'une durée de vie optimale, toutes ces structures doivent être entretenues et contrôlées régulièrement.

"Ondes de plaques" ou "ondes de Lamb", telle est la dénomination d'un type très particulier d'ondes ultrasonores que l'on peut générer dans les plaques, afin de contrôler l'intégrité de celles-ci de façon non destructive. Elles portent le nom de celui qui les a découvertes en 1917¹ c'est-à-dire Sir Horace Lamb. Il est possible à l'aide de transducteurs piézoélectriques placés en surface, ou intégrés à l'intérieur de la structure, de générer ces ondes sur de longues distances, ce qui est particulièrement intéressant pour détecter l'apparition d'endommagements sur de grandes surfaces en un minimum de temps. Dès les années cinquante, les premiers systèmes de contrôle² ont été élaborés, et la propagation des ondes de Lamb dans différents types de matériaux a été étudiée de manière approfondie. Ainsi, après Lamb, l'étude de ces ondes a été poursuivie dans un premier temps par Victorov³ et Auld⁴, puis, dans un

deuxième temps par un grand nombre de chercheurs. Actuellement, les recherches sur l'interaction des ondes de Lamb avec différents types d'endommagements constituent un point important pour l'optimisation du contrôle non destructif par ce type d'onde.

Cette thèse de doctorat s'inscrit dans cette thématique puisqu'elle a pour objectif la compréhension et l'explication physique de l'interaction des ondes de Lamb avec des endommagements présents dans les structures aéronautiques. L'étude développée ici sera à la fois expérimentale et théorique et concernera le cas des matériaux isotropes tel que l'aluminium. En outre, différents types d'endommagements comme la variation d'épaisseur et l'encoche seront analysés. Ce travail fait parti d'un plus vaste projet de recherche développé au sein de l'équipe **TRUST** (**TR**ansduction **U**ltrasonore : application à la **S**écurité du **T**ransport). Ce projet a comme objectif l'élaboration d'un système de **Contrôle Santé Intégré (CSI)** applicable à des structures aéronautiques.

Dans le cadre de ce projet, de nombreux travaux ont déjà été réalisés⁵ et ⁶. Nous pouvons citer les travaux menés par Moulin⁷ qui a développé une méthode hybride qui permet de déterminer les amplitudes des modes de Lamb générés en régime harmonique à l'aide de transducteurs intégrés ou en barrette. Cette méthode est basée sur les éléments finis et le développement en mode normaux.

Grondel⁸, quant à lui, a contribué à l'optimisation du contrôle santé intégré par onde de Lamb pour des structures aéronautiques, puis Bourasseau⁹ a caractérisé la propagation des ondes guidées dans les matériaux sandwichs. Ensuite, Paget¹⁰, a élaboré une technique de détection des endommagements dans les matériaux composites basée sur l'utilisation des ondelettes. Duquenne¹¹ a mis en œuvre une méthode hybride pour la génération et la réception des ondes de Lamb en régime transitoire avec un transducteur collé. Enfin, El Youbi¹² a travaillé sur le développement de techniques de traitement de signal pour l'utilisation de transducteurs multiéléments. D'autres travaux en cours traitent le problème de la propagation des ondes de Lamb en trois dimensions en fonction des dimensions de l'émetteur.

Le premier chapitre de cette thèse sera dédié, dans un premier temps, à la définition du contrôle santé intégré par ondes de Lamb. Des notions de base sur la propagation de ces ondes seront données ainsi que sur les équations de propagation, les courbes de dispersion et l'énergie transportée par un mode de Lamb. Dans un deuxième temps, des méthodes d'analyse de l'interaction des ondes de Lamb avec

l'endommagement seront présentées. On distingue trois catégories : les méthodes analytiques, les méthodes numériques et les méthodes hybrides. Les avantages et les inconvénients de chacune des méthodes seront analysés afin de déterminer le meilleur moyen d'entamer cette étude.

Dans le deuxième chapitre, nous présenterons la modélisation par la méthode des éléments finis d'une plaque d'aluminium munie d'une variation d'épaisseur brusque symétrique. Cette modélisation a pour objectif la compréhension de l'interaction d'un mode de Lamb en présence d'un endommagement élémentaire. Ce choix nous permettra de définir les outils essentiels¹³ et ¹⁴ pour l'analyse d'endommagements plus complexe c'est-à-dire la sélection des modes et le bilan de puissance¹⁵ lors de l'interaction. À partir de cet endommagement, des encoches longues symétriques¹⁶ seront reconstituées et analysées.

Le type de l'endommagement dans le premier chapitre n'entraîne pas des conversions modales. C'est pourquoi le troisième chapitre traitera le cas des variations d'épaisseurs brusques et des encoches asymétriques. En effet, ce type d'endommagement présente des conversions modales du mode antisymétrique A_0 en mode symétrique S_0 et inversement¹⁷. Afin de séparer et de quantifier ces modes de Lamb, une méthode basée sur de simples opérations arithmétiques sera présentée et appliquée. Ensuite, d'autres types d'endommagements asymétriques seront étudiés¹⁸.

Le dernier chapitre sera consacré à l'analyse expérimentale de l'interaction des ondes de Lamb en présence d'encoches symétriques et asymétriques. Dans un premier temps, le choix et l'analyse des différents composants tels que les transducteurs¹⁹ et les paramètres constituant le dispositif expérimental seront présentés. Dans un deuxième temps, une comparaison des résultats de l'étude expérimentale avec les calculs numériques précédemment réalisés sera montrée. Enfin, une discussion sur le contrôle santé intégré et le choix du système de détection optimal sera engagée.

I CHAPITRE I

ÉTAT DE L'ART CONCERNANT LES ÉTUDES DÉVELOPPÉES SUR L'INTERACTION DES ONDES DE LAMB AVEC L'ENDOMMAGEMENT

1. INTRODUCTION

Ce chapitre est consacré dans un premier temps, à la définition de la notion de **Contrôle Santé Intégré (CSI)** par ondes de Lamb. En outre, un bref rappel des enjeux économiques et de sécurité est donné avant d'aborder les propriétés de propagation des ondes de Lamb. On rappelle alors, les techniques analytiques généralement utilisées afin de caractériser la propagation de ce type d'ondes. Trois méthodes sont présentées : la méthode des potentiels, la méthode des ondes partielles et la méthode des modes normaux.

Dans un deuxième temps, une approche en puissance des ondes guidées est donnée. Ainsi, on définit la densité de puissance et le flux moyen de puissance acoustique. Cette approche en puissance permettra par la suite des comparaisons entre les différents modes générés aux différentes fréquences.

Dans un troisième temps, l'étude bibliographique développée dans ce chapitre permet de faire le point sur l'ensemble des recherches effectuées sur l'interaction des ondes de Lamb avec différents types d'endommagements. Il ressort de cette étude que trois familles de méthodes sont principalement développées dans ces recherches : les méthodes analytiques (modes normaux), les méthodes numériques (éléments finis) et les méthodes hybrides (éléments finis – mode normaux). Ce chapitre présente également les avantages et les inconvénients de chacune des méthodes utilisées.

2. LE CONTRÔLE SANTÉ INTÉGRÉ PAR ONDES DE LAMB

2.1. Introduction

Avant de définir précisément la notion d'ondes de Lamb, on peut déjà retenir que ce sont des ondes ultrasonores. L'ultrason correspond à un domaine de l'acoustique où les ondes sont inaudibles. Son intérêt provient surtout de ses propriétés non destructives pour la caractérisation des matériaux. La bande de fréquence de telles ondes ultrasonores est comprise généralement entre 10 kHz et 10 GHz selon l'application choisie. Hormis le cadre des sonars et de l'échographie, les applications les plus courantes sont :

- ✓ la caractérisation des matériaux qui occupe une place essentielle dans les domaines de l'ingénierie aérospatiale et de l'ingénierie mécanique.
- ✓ le **Contrôle Non Destructif (CND)** qui permet, comme son nom l'indique, le contrôle d'une structure sans la détériorer. C'est ce point qui nous intéresse plus particulièrement.

Le fonctionnement de toutes machines quelque soit sa nature est conditionné par la solidité des matériaux utilisés. Donc, un contrôle de qualité est primordial afin d'éviter toute panne qui pourrait avoir des conséquences sur son fonctionnement et sur la sécurité des utilisateurs. On comprend alors, l'importance d'un contrôle fiable permettant de détecter d'éventuels endommagements. Par le passé, le CND a été utilisé presque exclusivement pour détecter des anomalies macroscopiques dans les structures. Maintenant, son utilisation s'est étendue et permet la détection d'endommagements microscopiques, c'est-à-dire que l'on travaille à de plus hautes fréquences afin de diminuer la longueur d'onde et donc obtenir une meilleure sensibilité. Le CND est même introduit dans les chaînes de production.

Dans la littérature, on dénombre plusieurs techniques de CND, ayant démontrées leur fiabilité dont certaines pour l'aéronautique : l'optique²⁰, le ressuage²⁰, le flux de fuite magnétique²⁰ (magnétoscopie), les courants de Foucault²⁰, la radiographie (rayons X ou γ), les Ultrasons²⁰, la thermographie²¹, la tomographie^{22 et 23} et la chirographie²⁴. Ces méthodes courantes s'effectuent en générale par un contrôle ponctuel, linéaire ou surfacique de la structure. De plus, certaines techniques sont dangereuses pour l'être humain et d'autres difficiles à mettre en œuvre.

Depuis quelques années, les chercheurs tentent de développer d'autres méthodes plus sécuritaires. L'idée est de développer des techniques permettant le contrôle en temps réel et de manière continue des structures aéronautiques. C'est la notion de **Contrôle Santé Intégré (CSI)**. L'objectif est ainsi de détecter tous types d'endommagements (fissures, corrosions, trous, délaminages, cassures de matrices...). Bien que ces techniques soient performantes, elles nécessitent généralement l'immobilisation de l'appareil et parfois le démontage de certaines parties de la structure. C'est pourquoi, ces techniques sont lourdes, coûteuses (en argent et en temps) et délicates à mettre en œuvre. En outre, les fortes agressions sur les structures et les défauts de fabrication sont un facteur de poids dès qu'il s'agit de l'industrie aéronautique puisque la vie humaine en dépend fortement. Le CSI consiste à intégrer un système de CND directement sur la structure. Ce contrôle n'a pas la vocation de remplacer complètement la maintenance au sol. Il doit au contraire faire office de sonnette d'alarme pour un contrôle au sol plus poussé.

2.2. Bibliographie et rappel sur les ondes de Lamb

2.2.a Bibliographie

Dans la littérature, on peut trouver de nombreux travaux traitant de la propagation des ondes guidées lors d'une excitation transitoire ou harmonique. Le cas le plus simple concerne celui d'un milieu sain, c'est-à-dire sans défaut ou sans endommagement, avec des structures de géométrie simple, par exemple rectangulaire, constituées de matériaux homogènes et isotropes. En régime harmonique, ce cas a été traité par de nombreux chercheurs tels que Lamb¹ puis Victorov³ qui, ont utilisé la méthode des potentiels scalaire et vectoriel. Auld⁴, quant à lui, a employé la méthode de superposition des ondes partielles pour résoudre le même problème. Ces deux techniques sont les méthodes classiques auxquelles la majorité des chercheurs ont recours. Elles sont détaillées aux paragraphes 2.2.d et 2.2.e.

D'autres chercheurs ont fait usage d'autres procédés pour décrire les ondes de Lamb. Achenbach²⁵ a ainsi déterminé les champs de déplacements des ondes de Lamb en se basant sur la superposition des mouvements en épaisseur avec ceux de la membrane. L'avantage de cette technique est que le mouvement de la membrane peut être déterminé indépendamment et de forme plus générale que pour le cas de la méthode des potentiels. En outre, Achenbach et Xu²⁶ ont développé cette technique pour le cas d'une source ponctuelle de pression en régime harmonique appliquée soit

sur la surface, soit à l'intérieur d'une plaque. Cette technique a été également exploitée pour le cas d'une source harmonique axisymétrique²⁷ en utilisant la relation de réciprocité élasto-dynamique.

Hayachi et Endoh²⁸ ont quant à eux, calculé et visualisé la propagation des ondes de Lamb à l'aide d'une méthode hybride. Cette dernière consiste en la combinaison d'un calcul analytique basé sur les modes normaux avec un calcul numérique utilisant la méthode des éléments de frontières. L'avantage de cette méthode est d'être plus rapide que les modélisations purement numériques. Enfin, Moreno *et al*²⁹ ont utilisé la transformée de Fourier–Laplace afin d'étudier la propagation d'une impulsion de pression dans une plaque isotrope élastique.

D'autres études ont été développées pour le cas des milieux anisotropes. On peut citer ici, les recherches de Pelts et Rose³⁰ qui ont traité le problème de l'influence de la source sur la propagation des ondes de Lamb suivant les trois directions de l'espace. Ils ont choisi d'utiliser une technique analytique basée sur l'approximation asymptotique afin d'évaluer les déplacements en champ lointain dans une plaque composite. Nayfeh et Chimenti³¹ se sont attaqués au problème des courbes de dispersion des ondes de Lamb pour des plaques anisotropes, tandis que Liand et Thompson³² ont déterminé les courbes de dispersion des ondes de Lamb lors d'une symétrie monoclinique et également pour des symétries supérieures.

Tous les milieux de propagation cités précédemment sont monocouches. Néanmoins, ces dernières années, des études sur les matériaux multicouches ont également été développées. Ainsi, Nayfeh³³ a utilisé la méthode de la matrice de transfert pour résoudre le problème de la propagation des ondes de Lamb dans un matériau multicouche anisotrope. Dans un article plus récent, Lowe³⁴ donne un résumé sur les techniques matricielles existantes permettant de modéliser la propagation des ondes ultrasonores dans les structures multicouches. Cet article inclut également des détails sur les méthodes de la matrice de transfert et de la matrice globale. Pierce *et al*³⁵ ont de leur côté, déterminé les caractéristiques des ondes de Lamb dans le cas de structures composées de couches de matériaux composites hybrides et pour une excitation de type Laser. Liu *et al*³⁶ ont choisi d'étudier le cas de la propagation d'ondes de Lamb par des transducteurs multiéléments.

Comme on peut s'en apercevoir, la liste des travaux de recherche sur la propagation, l'excitation et la réception des ondes de Lamb est longue et est loin d'être exhaustive. Néanmoins, l'essentiel des études ayant servi de base à ce travail viennent d'être présentées. Dans la suite de cette thèse, on s'intéresse seulement aux

matériaux isotropes et aux techniques classiques de détermination des courbes de dispersion des ondes de Lamb : la technique des potentiels et la technique des ondes partielles.

2.2.b Définition

Prenons un solide d'épaisseur finie et de dimensions infinies selon les deux autres directions. Si l'on applique une excitation ultrasonore à la surface de ce solide, alors, les ondes de volume se propageant, donnent lieu, après superpositions, à l'apparition d'ondes dites "ondes guidées". Lorsque ce solide est une structure plaque, on appelle également ces ondes "ondes de plaque" ou "ondes de Lamb". En général, ces ondes sont caractérisées par plusieurs paramètres³⁷ et ³⁸ tels que : la fréquence (f [Hz]), le nombre d'onde (k [m^{-1}]), la vitesse de phase ($c_p = \omega/k$ [m/s] où : $\omega = 2\pi f$ est la pulsation angulaire), la longueur d'onde ($\lambda = c_p/f$ [m]) et la vitesse de groupe ($c_g = c_p - \lambda(dc_p/d\lambda)$ [m/s]).

Par opposition à d'autres types d'ondes ultrasonores (onde de volume ou onde de Rayleigh), les ondes de Lamb peuvent se propager sur de longues distances. Elles existent traditionnellement sous deux formes : les modes symétriques et les modes antisymétriques. Lorsque les déformations d'une structure sont symétriques par rapport à son plan médian, les modes sont dits "symétriques", et lorsque ces déformations sont antisymétriques, on parle alors de "modes antisymétriques". La figure I-1.a et la figure I-1.b illustrent ces cas de déformations symétrique et antisymétrique, pour un régime harmonique de fréquence égale à 200 kHz et dans une plaque d'aluminium de 3 mm d'épaisseur.

La figure I-1.a représente l'allure du mode symétrique d'ordre 0 (S_0), tandis que la figure I-1.b donne l'allure du mode antisymétrique d'ordre 0 (A_0). Au fur et à mesure que la fréquence augmente, le nombre de modes que l'on peut générer augmente. On incrémente alors l'ordre des modes en fonction de leur fréquence d'apparition.

La figure I-2.a illustre le cas d'une déformation correspondant à la superposition de six modes de Lamb (3 symétriques et 3 antisymétriques) à une fréquence de 800 kHz toujours dans le cas d'une plaque d'aluminium de 3 mm d'épaisseur. La figure I-2.b est un zoom de la partie encadrée de la figure I-2.a permettant ainsi de faire ressortir les détails.

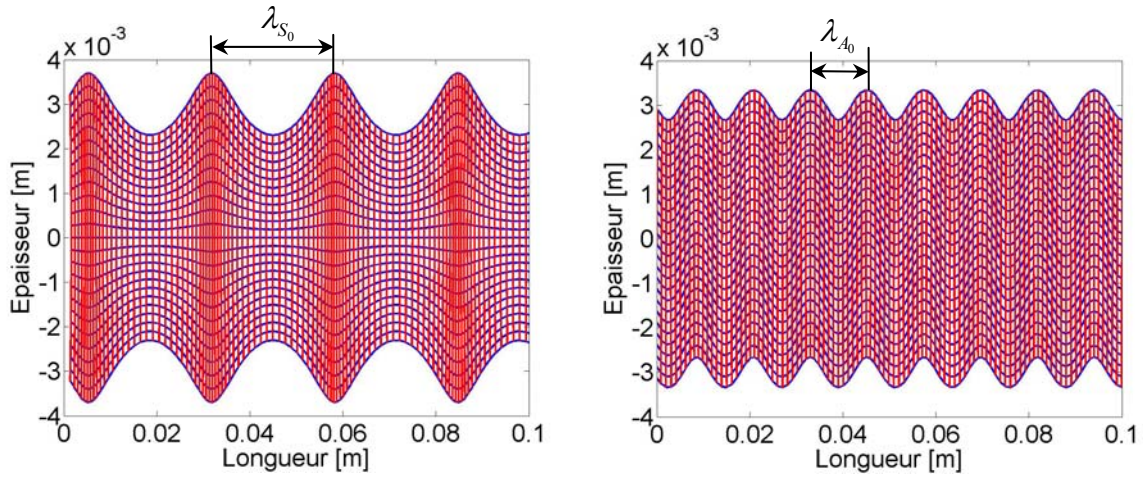


figure I-1: a) Mode symétrique S_0 et b) Mode antisymétrique A_0 à 200 kHz.

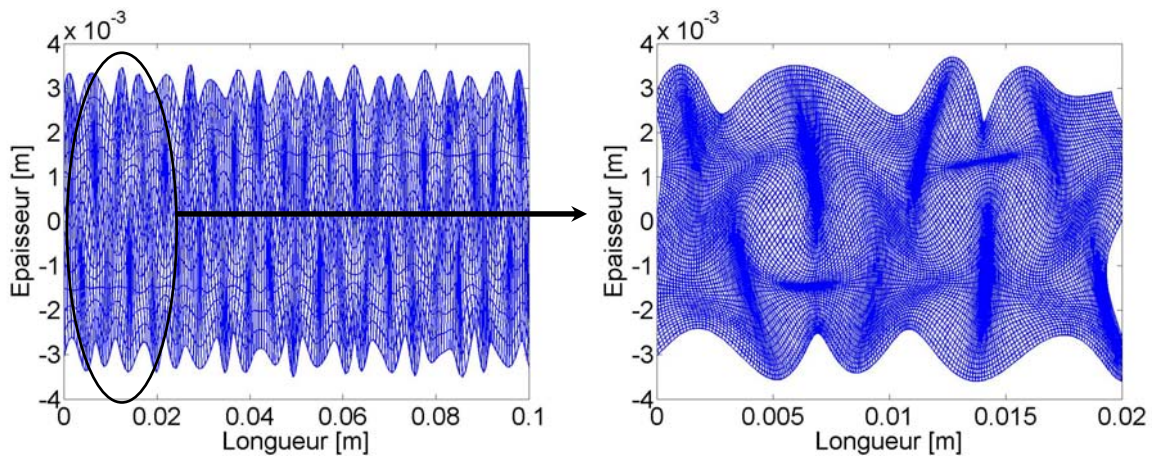


figure I-2: a) Champs de déplacements de six modes de Lamb à la fréquence de 800 kHz (A_0 , A_1 , A_2 , S_0 , S_1 et S_2) et b) Zoom.

2.2.c Équations de propagation

Différentes méthodes analytiques selon le type de matériau étudié ont été développées afin de décrire la propagation des ondes de Lamb dans des structures saines. Ainsi, on peut citer, d'une part, la méthode des potentiels³, utilisée pour les matériaux isotropes et, d'autre part, la méthode des ondes partielles⁴, pour le cas des matériaux anisotropes. Ces méthodes permettent le calcul des courbes de dispersion des ondes de Lamb, c'est-à-dire la détermination des vitesses des ondes susceptibles de se propager dans une structure en fonction de la fréquence. Néanmoins, le calcul de l'amplitude des modes générés pour une excitation donnée n'est pas immédiat. C'est pourquoi on utilise également une autre méthode appelée "méthode des modes normaux". Presque toutes ces techniques se basent sur les équations de mouvement³⁹ :

$$\rho \frac{\partial^2 u_i^{ANA}}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ij}^{ANA}}{\partial x_j}, \quad \text{I-1}$$

et la loi de Hooke³⁸ :

$$\sigma_{ij}^{ANA} = \frac{1}{2} C_{ijkl} \left(\frac{\partial u_k^{ANA}}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l^{ANA}}{\partial x_k} \right), \quad \text{I-2}$$

où σ_{ij}^{ANA} représente le tenseur des contraintes, C_{ijkl} le tenseur d'élasticité, u le champ de déplacement et ρ la masse volumique. L'exposant ANA désigne analytique.

2.2.d Méthode des potentiels

La méthode des potentiels est valable uniquement dans le cas des matériaux isotropes. Celle-ci consiste à décomposer le champ des déplacements u à l'aide du potentiel scalaire ϕ et du potentiel vectoriel ψ , c'est-à-dire sous la forme d'une translation et d'une rotation dans le plan du guide d'onde. Le déplacement de translation est représenté à l'aide d'un opérateur gradient du champ scalaire comme indiqué ci-dessous⁴⁰ :

$$\mathbf{grad}(\phi) = \nabla \phi = \frac{\partial \phi}{\partial x_1} \vec{x}_1 + \frac{\partial \phi}{\partial x_2} \vec{x}_2 + \frac{\partial \phi}{\partial x_3} \vec{x}_3. \quad \text{I-3}$$

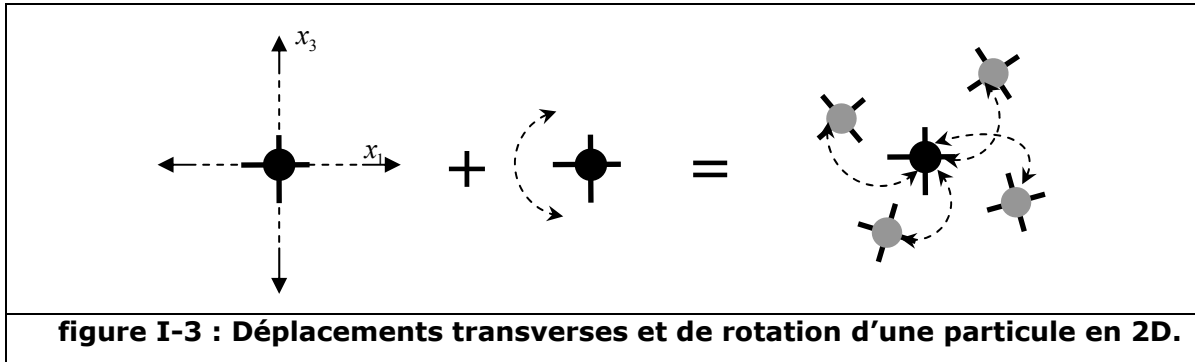
Le rotationnel correspond au mouvement d'une particule autour d'un axe fixe. Il est défini comme le produit vectoriel de l'opérateur ∇ avec le potentiel vectoriel ψ ⁴⁰ :

$$\mathbf{rot}(\psi) = \nabla \wedge \psi = \left(\frac{\partial \psi_3}{\partial x_2} - \frac{\partial \psi_2}{\partial x_3} \right) \vec{x}_1 + \left(\frac{\partial \psi_1}{\partial x_3} - \frac{\partial \psi_3}{\partial x_1} \right) \vec{x}_2 + \left(\frac{\partial \psi_2}{\partial x_1} - \frac{\partial \psi_1}{\partial x_2} \right) \vec{x}_3. \quad \text{I-4}$$

Ainsi le champ des déplacements est la somme d'un terme gradient et d'un terme rotationnel³ :

$$\mathbf{u} = \mathbf{grad}(\phi) + \mathbf{rot}(\psi). \quad \text{I-5}$$

La figure I-3 illustre le champ de déplacements correspondant à l'équation **I-5** dans le plan x_1x_3 c'est-à-dire uniquement suivant deux dimensions :



Cette décomposition s'applique uniquement pour le cas des matériaux isotropes puisque l'on considère ici, que les ondes de Lamb sont découplées des ondes Transversales Horizontales (TH)³, ces dernières ayant un déplacement perpendiculaire au guide d'onde. L'introduction de l'équation **I-5** dans les équations **I-1** et **I-2**, en tenant compte des conditions aux limites des contraintes nulles aux surfaces, permet d'aboutir aux deux équations caractéristiques des ondes de Lamb :

$$(k^2 + s^2)^2 \cosh(qd) \sinh(sd) - 4k^2 qs \sinh(qd) \cosh(sd) = 0, \quad \text{I-6}$$

$$(k^2 + s^2)^2 \sinh(qd) \cosh(sd) - 4k^2 qs \cosh(qd) \sinh(sd) = 0, \quad \text{I-7}$$

avec : $q = \sqrt{k^2 - k_L^2}$, $s = \sqrt{k^2 - k_T^2}$. d représente la demi-épaisseur de la plaque et k_T et k_L désignent respectivement les nombres d'ondes des ondes transversale et longitudinale.

Les équations caractéristiques définies précédemment correspondent respectivement aux équations des modes de Lamb symétriques et antisymétriques. Pour chaque fréquence, il est alors possible de déterminer les courbes de dispersion de ces ondes et d'en déduire les paramètres présentés au paragraphe 2.2.b. Il est également possible de calculer les allures de déplacements d'une plaque libre. Elles sont données par les équations suivantes (Annexe B) :

$$u_{1s}^{ANA} = Ak_s i \left(\frac{\cosh(q_s x_3)}{\sinh(q_s d)} - \frac{2q_s s_s}{k_s^2 + s_s^2} \frac{\cosh(s_s x_3)}{\sinh(s_s d)} \right) \exp(i(k_s x_1 - \omega t)),$$

$$u_{3s}^{ANA} = Aq_s \left(\frac{\sinh(q_s x_3)}{\sinh(q_s d)} - \frac{2k_s^2}{k_s^2 + s_s^2} \frac{\sinh(s_s x_3)}{\sinh(s_s d)} \right) \exp(i(k_s x_1 - \omega t)),$$

I-8

et

$$u_{1a}^{ANA} = Bk_a i \left(\frac{\sinh(q_a x_3)}{\cosh(q_a d)} - \frac{2q_a s_a}{k_a^2 + s_a^2} \frac{\sinh(s_a x_3)}{\cosh(s_a d)} \right) \exp(i(k_a x_1 - \omega t)),$$

$$u_{3a}^{ANA} = Bq_a \left(\frac{\cosh(q_a x_3)}{\cosh(q_a d)} - \frac{2k_a^2}{k_a^2 + s_a^2} \frac{\cosh(s_a x_3)}{\cosh(s_a d)} \right) \exp(i(k_a x_1 - \omega t)),$$

I-9

où u_1^{ANA} et u_3^{ANA} correspondent respectivement aux déplacements tangentiels et normaux des modes de Lamb, a et s désignent respectivement antisymétrique et symétrique et A et B sont des constantes d'amplitudes arbitraires.

Les deux équations caractéristiques de la méthode des potentiels, appelées également équations de Rayleigh-Lamb, sont généralement résolues numériquement. En utilisant l'algorithme de Newton-Raphson, Le Clézio⁴¹ a amélioré la précision de ces solutions. D'autres méthodes peuvent être exploitées dans le même but tel que le théorème de résidus qui a été utilisé par Brazier-Smith et Scott⁴². La recherche des solutions avec une bonne précision est une étape nécessaire et essentielle pour la compréhension des ondes de Lamb, mais celle-ci est coûteuse en temps.

Les équations **I-6** et **I-7** ont trois types de solutions, à savoir des solutions purement réelles, des solutions purement imaginaires et des solutions complexes. Les solutions réelles correspondent aux modes propagatifs, celles imaginaires correspondent aux modes non propagatifs et les solutions complexes, aux modes atténués. Lors de la propagation des ondes de Lamb dans une plaque de dimension infinie, on ne tient compte que des modes propagatifs. En revanche, dès que l'on étudie le cas soit d'une plaque semi-infinie, soit de régions proches d'endommagements où d'actionneurs, les modes dont le nombre d'onde est réel coexistent avec ceux ayant un nombre d'onde imaginaire et complexe.

La figure I-4.a et la figure I-4.b représentent respectivement les parties réelles et imaginaires des nombres d'onde des modes de Lamb en fonction du produit fréquence par la demi-épaisseur. Ces courbes permettent de voir le caractère dispersif et multimodal des ondes de Lamb. Les courbes de dispersion des vitesses de phase,

des longueurs d'onde et des vitesses de groupe se déduisent de ces courbes à partir des équations présentées au paragraphe 2.2.b. L'indice **N** présenté sur la figure I-4.b désigne les modes **Non** propagatifs.

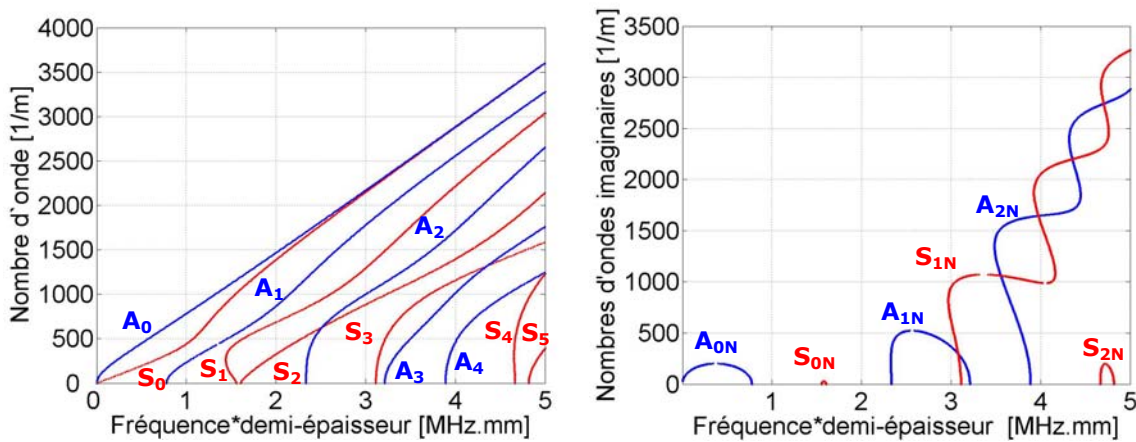


figure I-4 : Courbes de dispersion des modes de Lamb d'une plaque d'aluminium des nombres d'ondes: a) Réels et b) Imaginaires.

2.2.e Méthode des ondes partielles

La méthode des ondes partielles est une méthode plus générale que la précédente puisqu'elle permet de traiter le cas des matériaux anisotropes. Cette méthode consiste à trouver les solutions sous la forme d'ondes partielles³⁷ :

$$u_i^{ANA} = U_i e^{j(\omega t - \mathbf{K} \cdot \mathbf{r})}, \quad \text{I-10}$$

où U_i sont les amplitudes des ondes, \mathbf{K} représente le vecteur d'onde, \mathbf{r} le rayon vecteur et $i = 1, 2, 3$.

En substituant l'équation **I-10** dans les équations **I-1** et **I-2**, on obtient un système d'équations qui admet des solutions non nulles à la condition que son déterminant soit nul. La combinaison de ces solutions permet de traiter le cas des ondes de Lamb, mais également le cas des ondes transverses horizontales dans les matériaux anisotropes. Cette méthode n'est toutefois pas utilisée dans cette étude car les matériaux étudiés sont isotropes et la méthode précédente est largement suffisante.

2.2.f La méthode de développement en modes normaux

On montre dans la littérature⁷ et ⁴³ qu'il est possible d'exprimer le champ de déplacement $\mathbf{u}(x_1, x_3)$ et le champ de contraintes $\boldsymbol{\sigma}(x_1, x_3)$ pour les ondes guidées comme une combinaison de modes normaux :

$$\mathbf{u}(x_1, x_3) = \sum_n a_n(x_1) \mathbf{u}_n(x_3), \quad \text{I-11}$$

$$\boldsymbol{\sigma}(x_1, x_3) = \sum_n a_n(x_1) \boldsymbol{\sigma}_n(x_3), \quad \text{I-12}$$

avec $a_n(x_1)$ correspondant à l'amplitude du mode n en fonction de la direction de propagation x_1 .

Cette amplitude dépend naturellement de l'excitation imposée sur le guide d'onde. Ainsi, si l'on prend l'exemple de sources surfaciques et volumiques harmoniques n'agissant que sur l'intervalle $-L < x_1 < +L$, l'amplitude du mode n se calcule alors comme⁷ :

$$a_n(x_1) = \frac{e^{-ik_n x_1} \int_{-L}^{+L} (f_{sn}(\eta) + f_{vn}(\eta)) e^{jk_n \eta} d\eta}{4P_{nn}}, \quad \text{I-13}$$

avec :

$$P_{nn} = -\frac{1}{2} \text{Re} \int_{-d}^{+d} (v_{1n}^* \sigma_{11,n} + v_{3n}^* \sigma_{13,n}) dx_3, \quad \text{I-14}$$

Où η est la variable d'intégration pour l'excitation, f_{sn} et f_{vn} représentent respectivement les contributions des forces surfaciques et volumiques et v et σ correspondent respectivement aux vitesses et aux contraintes. (*) et n représentent respectivement le complexe conjugué et le rang du mode de Lamb. Pour plus de détails concernant l'intégrale P_{nn} , se référer au paragraphe 3.2.

2.3. Conclusion

Bien que les ondes de Lamb soient multimodales et dispersives, leur utilisation comme une technique de contrôle non destructif pour le contrôle santé intégré de structures est reconnue. Il est nécessaire toutefois de bien connaître les propriétés de celles-ci en fonction de la structure étudiée. Dans ce but, deux techniques de calcul des courbes de dispersion ont été rappelées. La première se base sur la méthode des potentiels et est uniquement applicable dans le cas de matériaux isotropes. La seconde, plus générale, se base sur la technique des ondes partielles, elle s'applique également pour des matériaux anisotropes.

La méthode de développement en modes normaux est également présentée dans cette partie. Celle-ci offre l'avantage de déterminer les amplitudes modales des ondes de Lamb d'une structure de type plaque à partir d'une excitation donnée. Dans l'objectif de travailler dorénavant sur l'interaction entre les ondes de Lamb et un endommagement, nous proposons dans la suite de ce chapitre de définir les notions de puissance des ondes guidées.

3. PUISSANCE DES ONDES GUIDÉES

3.1. Introduction

La nature multimodale et dispersive des ondes de Lamb rend l'analyse difficile et requière une étude du flux de puissance afin de mieux comprendre les phénomènes mis en jeu. Dans cette optique, des rappels et des définitions sur des théorèmes de base sur la loi de conservation d'énergie et sur l'analyse du flux de puissance moyen sont donnés.

3.2. Densité et flux de puissance des ondes de Lamb

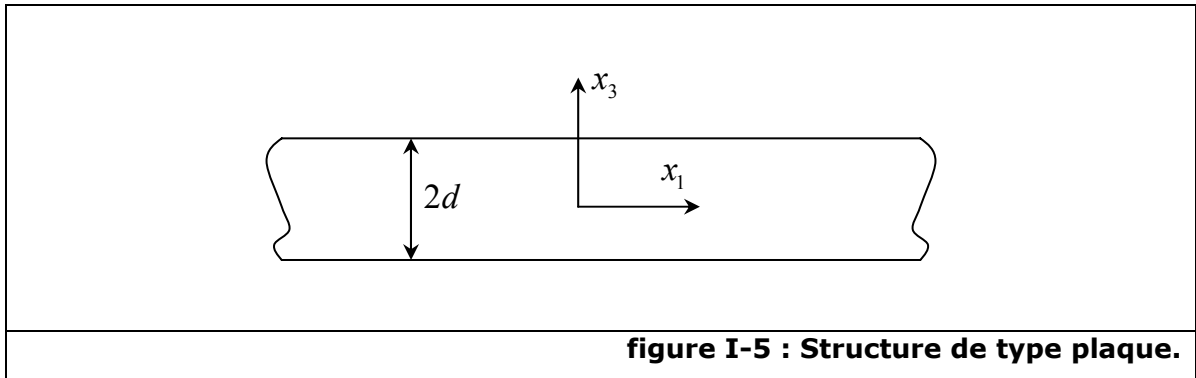
La validité de la théorie de propagation d'onde repose sur la satisfaction de la loi de conservation d'énergie. En effet, cette loi exige que l'énergie incidente d'une onde soit égale à la somme de l'énergie réfléchie, transmise et diffractée de cette même onde par un obstacle, lorsque les matériaux sont supposés sans pertes.

Dans la suite de cette étude, on utilisera plutôt la densité de puissance moyenne pour analyser le phénomène d'interaction avec un endommagement. Cette

densité est définie comme le taux d'énergie s'écoulant à travers une unité de surface dS perpendiculaire à la direction de propagation \vec{n} . Elle est donnée comme suit³⁹ :

$$\mathbf{P} \cdot \vec{n} dS = -\frac{1}{2} \text{Re}(\mathbf{v}^* \cdot \boldsymbol{\sigma}) \cdot \vec{n} dS, \quad \text{I-15}$$

où \mathbf{v} est le vecteur de vitesses et $\boldsymbol{\sigma}$ est le tenseur de contraintes. \mathbf{P} désigne le vecteur de Poynting acoustique.



Lorsqu'on applique cette relation pour le cas des ondes de Lamb, on trouve que le flux de puissance moyen P_{mn} du $n^{\text{ième}}$ mode de Lamb se propageant à l'intérieur d'une plaque d'épaisseur $2d$ (voir figure I-5) s'écrit comme :

$$P_{mn} = -\frac{1}{2} \text{Re} \int_{-d}^{+d} (\mathbf{v}_n^* \cdot \boldsymbol{\sigma}_n) \hat{x}_1 dx_3, \quad \text{I-16}$$

où : $\mathbf{v}_n^* = [v_{1n}^* \quad v_{3n}^*]$ et $\boldsymbol{\sigma}_n = \begin{bmatrix} \sigma_{11,n} \\ \sigma_{13,n} \end{bmatrix}$ en deux-dimensions dans le plan $x_1 x_3$.

La démonstration complète de ce résultat est présentée dans le livre de Auld⁴. Pour rappel cette relation n'est valable que pour les modes de Lamb ayant un nombre d'onde réel.

4. MÉTHODES D'ANALYSE DE L'INTERACTION DES ONDES DE LAMB AVEC L'ENDOMMAGEMENT

4.1. Introduction

De nombreuses recherches ont été menées afin d'expliquer le phénomène physique de l'interaction des ondes de Lamb avec différents types d'endommagement. On peut les classer en trois catégories, à savoir les méthodes analytiques, les méthodes numériques et les méthodes hybrides. Ce paragraphe a pour objectif de donner un aperçu de chacune des méthodes et de faire un bilan des avantages et des inconvénients de celles-ci. Le but est également de déduire de cette synthèse les principales orientations de la suite de cette thèse.

4.2. Méthodes analytiques

4.2.a Introduction aux méthodes analytiques

Une solution analytique est une expression mathématique qui détermine la valeur de la quantité inconnue désirée pour n'importe quelle valeur de l'espace et du temps. La détermination de ces solutions analytiques n'est cependant aisée à obtenir que pour des cas relativement simples.

Les méthodes analytiques dans le cadre qui nous intéresse, permettent en premier lieu, une interprétation physique des phénomènes mis en jeu lors de l'interaction onde de Lamb - endommagement puisqu'elles sont directement liées à la mise en équation du problème. De plus, cette interprétation physique est facilitée par la possibilité de faire varier de façon simple et rapide les paramètres du modèle. En outre, dans des cas simples, elles offrent la possibilité de déduire directement les caractéristiques d'un endommagement à partir des signaux expérimentaux, ce qui est l'objectif du CSI.

Toutefois, les méthodes analytiques restent difficiles à développer surtout dans le cas de structures et d'endommagements à la géométrie et aux caractéristiques complexes. De plus, le caractère multimodal et la nature dispersive des ondes de Lamb compliquent considérablement le développement de telles méthodes.

4.2.b Théorie de plaque

La théorie classique de plaque prédit l'existence de trois modes de propagation⁴⁴, à savoir les modes de compression, de cisaillement interne et de flexion. On peut citer ici les travaux de Norris et Vemula⁴⁵, qui ont étudié l'interaction des ondes de flexion - généralement le mode antisymétrique d'ordre '0' (A_0) en basse fréquence - avec des trous circulaires selon deux approches différentes : la première se base sur la théorie de plaque de Kirchhoff appelée théorie de plaque mince tandis que la deuxième s'appuie sur la théorie de Mindlin⁴⁶ ou théorie de plaque épaisse.

La théorie de plaque de Kane et Mindlin d'ordre supérieur qui inclut les effets de la déformation de cisaillement et le moment d'inertie, a été utilisée quant à elle, par McKeon et Hinders⁴⁷ afin d'analyser le cas des modes de compression tel que le mode S_0 en présence de trous et d'inclusions cylindriques.

4.2.c Méthode des modes normaux

Diligent *et al*⁴⁸ ont pour leur part étudié l'interaction du mode fondamental symétrique S_0 avec un trou cylindrique en utilisant la méthode des modes normaux. Afin de simplifier le problème, les champs de déplacement sont calculés en coordonnées cylindriques à l'aide des résultats de Achenbach et Xu²⁷. De plus, à partir des conditions aux limites au voisinage du trou et en respectant l'orthogonalité des modes, ils obtiennent un système d'équations dont les solutions correspondent aux coefficients d'amplitudes modaux du champ diffracté. Dans cette étude, les modes de Lamb ainsi que les modes de cisaillement sont pris en compte, et permettent donc, une évaluation en trois dimensions de l'interaction du mode S_0 avec le trou en basse fréquence. Cette méthode est applicable également aux modes antisymétriques.

Grahn⁴⁹ a approfondi l'étude précédente en utilisant un trou borgne, c'est-à-dire un trou qui ne traverse pas toute l'épaisseur de la plaque. Il a ainsi recalculé les coefficients modaux du champ diffracté en fonction de ces nouvelles conditions aux limites. Ces conditions se partagent en deux catégories : la catégorie en dehors du trou borgne et celle au dessous de ce dernier, c'est-à-dire la partie non percée. Il a présenté également un deuxième modèle analytique basé sur la théorie de plaque d'ordre inférieur pour les modes de compression, appelée théorie de Poisson. Cette dernière technique ne s'applique toutefois que dans le domaine de basse fréquence.

4.2.d Conclusion

Très peu de modèles analytiques existent dans la littérature afin de traiter les phénomènes de l'interaction et de la diffraction des ondes de Lamb par un obstacle. Les travaux exposés précédemment, se limitent pour l'instant à des endommagements de types cylindriques et à des domaines de basses fréquences. De plus, leur développement exige un savoir faire et une maîtrise des calculs analytiques avancée. Nous nous abstenons donc de présenter ces longs calculs dans ce chapitre. Néanmoins, ces techniques présentent des résultats prometteurs et serviront peut-être de base dans le futur à d'autres recherches.

4.3. Méthodes numériques

4.3.a Introduction aux méthodes numériques

La plupart des phénomènes physiques sont régis par des systèmes complexes d'équations aux dérivées partielles. La résolution analytique de ces équations est une tâche délicate, c'est pourquoi les méthodes numériques telles que la méthode des éléments finis sont utilisées de préférence afin de résoudre ce type de problème. Le principe de ces méthodes est de transformer un problème continu en un problème discret.

La plupart des méthodes numériques, si l'on respecte certaines conditions dans la discrétisation du problème, fournissent une approximation de la solution exacte. L'avantage principal de ces méthodes est la détermination des quantités inconnues, par exemple le champ de déplacement, en tout point de la structure et ce, même pour des structures de formes complexes ou des matériaux hétérogènes et multicouches. Néanmoins, le temps de calcul de ces méthodes reste élevé et les résultats doivent être interprétés attentivement. De plus, le changement d'un seul paramètre dans le modèle nécessite à chaque fois sa re-modélisation.

Il existe plusieurs méthodes numériques applicables au domaine des ultrasons : La méthode des éléments de frontière, la méthode des différences finies et la méthode des éléments finis. Leurs principes sont brièvement rappelés ci-après.

4.3.b Méthode des éléments finis

b.1) Introduction

La modélisation d'un problème par la **Méthode des Éléments Finis (MEF)** passe par plusieurs étapes. La première, concerne la discrétisation par éléments finis du milieu continu : le maillage de la structure dépend alors de la forme, de la dimension et du nombre d'éléments choisi pour la précision du calcul. Ensuite, des fonctions d'interpolations sont sélectionnées afin d'approximer au mieux le champ de déplacement en chaque nœud de l'élément. Enfin, l'assemblage des éléments permet d'obtenir le système global d'équations à résoudre. Toutes ces étapes sont effectuées automatiquement par les codes actuels. Dans notre cas, le code utilisé est le code Atila⁵⁰.

b.2) Maillage et fonctions d'interpolations

Le maillage d'une structure est lié à la précision et à la validité de l'approximation des solutions. En effet, celui-ci est adapté aux paramètres de la structure, à savoir sa forme, ses dimensions, les matériaux la constituant et les conditions aux limites.

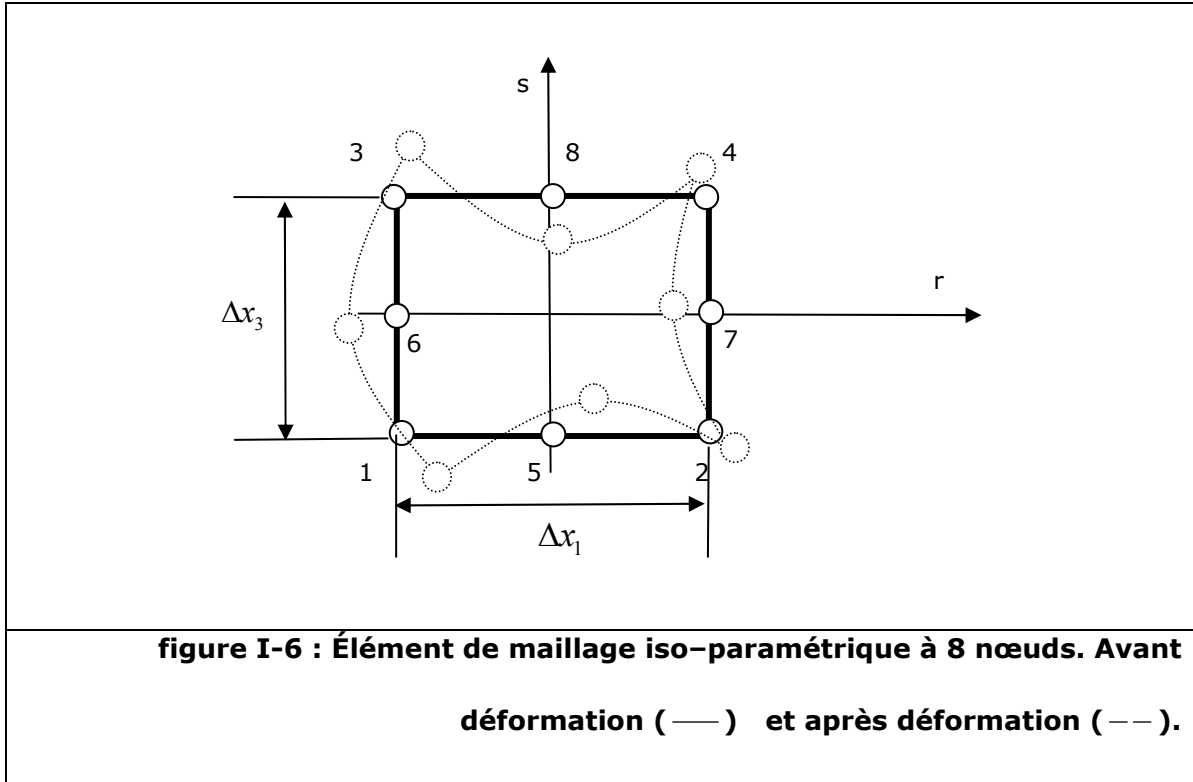
Il existe plusieurs formes d'éléments que ce soit en 1-D, 2-D ou 3-D. En 2-D, on trouve généralement des éléments rectangulaires et triangulaires. Dans cette thèse, les structures sont découpées à l'aide d'éléments iso-paramétriques à 8 nœuds. La géométrie de ces éléments ainsi que leurs déplacements sont basés sur des fonctions d'interpolations identiques. La figure I-6 représente un élément quadratique à 8 nœuds avant et après déformation.

Les dimensions des éléments (Δx_1 et Δx_3) sont déterminées en fonction de la plus petite longueur d'onde pouvant se propager dans la structure. Les mailles des éléments doivent être choisies au minimum inférieures ou égales à $\lambda/4$ ⁵¹ afin de représenter correctement les phénomènes physiques mis en jeu. Les fonctions d'interpolation des nœuds principaux et d'interface sont données respectivement par les relations suivantes⁵² :

$$N_i(r,s) = \frac{1}{4}(1+rr_i)(1+ss_i)(rr_i+ss_i-1), \quad i = 1, 2, 3 \text{ et } 4, \quad \mathbf{I-17}$$

$$N_i(r,s) = \frac{1}{4}(1-r^2)(1+ss_i), \quad i = 5, 6, 7 \text{ et } 8, \quad \mathbf{I-18}$$

où r et s prennent les valeurs -1, 0 et 1.



À partir de ces équations d'interpolation, les champs de déplacements sont ensuite déterminés pour chaque nœud tel que :

$$\mathbf{u}^e = N_i^e [I_2] \mathbf{U}^e, \quad \mathbf{I-19}$$

où \mathbf{U}^e représente ici le vecteur des valeurs nodales des déplacements pour l'élément e , N_i^e correspond aux fonctions d'interpolations et $[I_2]$ est une matrice identité d'ordre 2 correspondant aux deux composantes de déplacement.

b.3) Formulation de la méthode

Il existe plusieurs types d'analyses possibles selon l'étude considérée. En effet, l'analyse peut être soit statique, soit modale, soit harmonique ou encore transitoire. C'est ce dernier type d'analyse qui nous intéresse dans le cadre de notre étude. Le

calcul des champs de déplacements nécessite pour ce cas la résolution de l'équation suivante⁵⁰ :

$$[M]\ddot{U} + \frac{1}{\omega_0}[K''_{uu}]\dot{U} + [K'_{uu}]U = F, \quad \mathbf{I-20}$$

où $[K_{uu}]$ correspond à la matrice de rigidité et K'_{uu} et K''_{uu} dénotent respectivement sa partie réelle et sa partie imaginaire. $[M]$ est la matrice de masse, U le vecteur des valeurs nodales des composantes du champs de déplacement, F le vecteur des valeurs nodales des forces appliquées et ω_0 est la pulsation pour laquelle les pertes du matériau sont définies.

L'équation différentielle **I-20** est résolue numériquement à l'aide d'une technique itérative. Cette technique consiste à discrétiser le temps. Ensuite, à chaque pas temporel, la solution est cherchée avec une méthode adéquate. Il existe plusieurs méthodes implémentées dans le code Atila : la méthode des différences centrales, la méthode Wilson- θ et la méthode de Newmark. C'est cette dernière méthode qui est utilisée dans cette thèse, et de plus amples détails sont donnés au chapitre II, § 3.1.

b.4) Bibliographie

Dans la littérature, on trouve de nombreuses recherches traitant de l'interaction des ondes de Lamb avec des endommagements à l'aide de la MEF. On peut citer en premier lieu, les travaux de Alleyne et Cawley^{53, 54 et 55}, qui ont pour leur part, utilisé conjointement la transformée de Fourier à deux dimensions (voir chapitre IV, § 2.2.a) et la MEF afin de déterminer la sensibilité des ondes de Lamb en présence d'encoches. En second lieu, Guo et Cawley⁵⁶ ont travaillé sur l'interaction du mode fondamental symétrique S_0 avec un délaminage horizontal dans un matériau composite.

Lowe et al⁵⁷ ont quant à eux calculé le coefficient de transmission des ondes de Lamb lors du passage par un joint adhésif de type époxy situé entre deux plaques d'aluminium. Plus récemment, Lowe et al^{58 et 59} ont étudié le comportement du mode A_0 en présence soit d'encoches de différentes largeurs et de différentes profondeurs, soit de fissures verticales. Ensuite, Lowe et Diligent⁶⁰ ont élargi cette étude pour le cas du mode S_0 . Ces travaux ont donc permis de traiter le cas de l'interaction des deux modes fondamentaux.

4.3.c Méthode des éléments de frontière

c.1) Introduction

La méthode des éléments de frontière **BEM** "Boundary Element Method" se base sur la transformation d'une intégrale de volume en une intégrale de surface à l'aide de la fonction de Green⁶¹. La méthode des BEM est particulièrement intéressante pour résoudre les problèmes de diffraction des ondes de volume et des ondes guidées. De plus, cette méthode est numériquement plus rapide que la MEF, car les nœuds sont placés sur la frontière de la structure à étudier et autour des défauts ou des inhomogénéités à l'intérieur de la structure. Donc, elle aboutit à une unique solution interne quand toutes les conditions aux limites et les équations de propagation des ondes sont satisfaites. La figure I-7 présente un exemple de maillage obtenu par cette méthode³⁷.

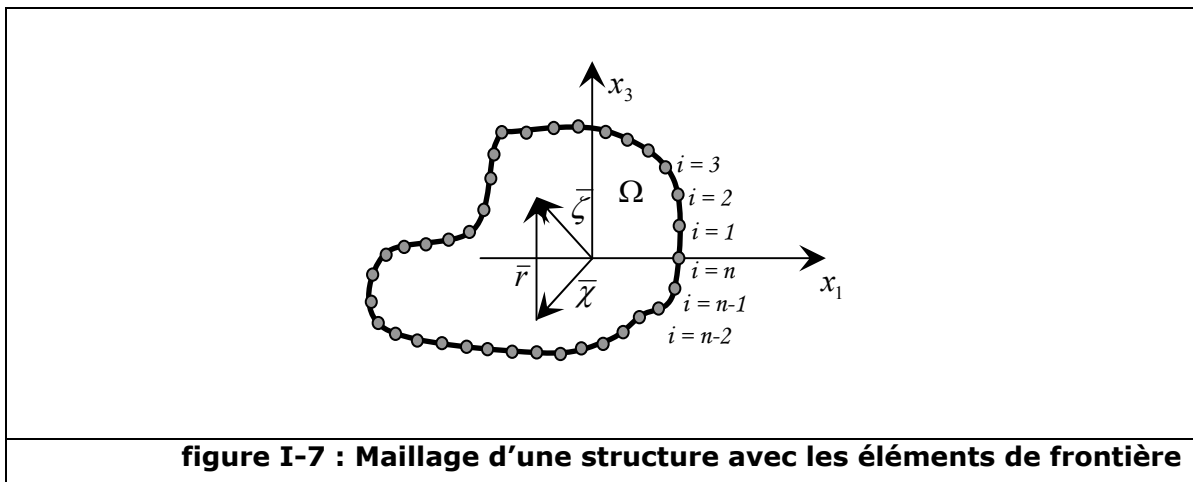


figure I-7 : Maillage d'une structure avec les éléments de frontière

c.2) Bibliographie

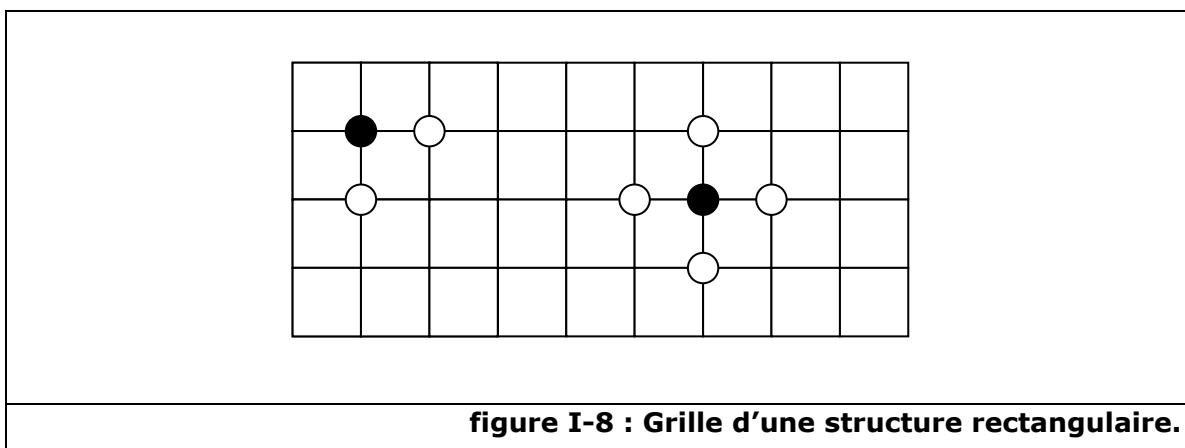
Dans la littérature, on trouve très peu de publications utilisant cette méthode directement afin de résoudre le problème de la diffraction des ondes de Lamb. Elle est souvent combinée avec d'autres méthodes analytiques ou numériques. On peut citer ici, les travaux d'Ahn et al⁶², qui ont étudié la diffraction des ondes de volume par un défaut de surface. En outre, bien que cette méthode soit rapide, elle ne permet pas de déterminer les champs des déplacements et les champs des contraintes à l'intérieur des structures analysées. De plus, l'étude des matériaux anisotropes est très complexe.

4.3.d Méthode des différences finies

d.1) Définition

La méthode des différences finies est largement utilisée dans l'ingénierie et les problèmes scientifiques. Elle était présente bien avant l'apparition de la MEF et la BEM. Comme toute méthode numérique, elle se base sur le découpage de la structure en une maille de nœuds, généralement équidistants. Les équations de propagation sont discrétisées à l'aide des séries de Taylor⁶³. La détermination des déplacements pour chaque nœud dépend de tous les nœuds voisins à un instant donné. Alors, un système d'équation est obtenu et sa résolution détermine les champs de déplacements et de contraintes recherchés.

La figure I-8 illustre une grille d'une structure rectangulaire et la dépendance d'un nœud avec les nœuds voisins. Sur cette figure, deux exemples sont montrés : le premier nœud est situé au bord de la structure, il dépend donc des deux nœuds voisins et des conditions à ces limites. Le deuxième exemple concerne un nœud au milieu de la structure qui dépend des quatre nœuds voisins.



d.2) Bibliographie

La méthode des différences finies est utilisée pour simuler le phénomène de propagation des ondes ultrasonores dans des matériaux complexes. Dans cette optique, Delsanto et al⁶⁴ ont développé une technique appelée **LISA** "Local Interaction Simulation Machine" pour la propagation en une dimension, puis en deux dimensions⁶⁵ et enfin en trois dimensions⁶⁶. Cette technique nécessite néanmoins une étude approfondie de la stabilité et de la convergence des solutions lorsque les ondes ultrasonores passent d'un matériau à un autre⁶⁷.

En ce qui concerne les ondes de Lamb, peu de travaux ont été menés avec cette méthode. Fromme⁶⁸ puis Fromme et Sayir⁶⁹ ont utilisé la méthode des différences finies pour étudier l'interaction des ondes de Lamb avec des trous munis de fissures. Pour ce travail, la propagation des ondes de Lamb est analysée avec la théorie de plaque de Mindlin et la diffraction par la méthode des différences finies.

4.3.e Méthode des modes normaux

La méthode des modes normaux peut être, soit utilisée analytiquement comme le paragraphe 4.2.c le montre, soit numériquement comme illustré par les travaux de Le Clézio *et al*⁷⁰ et Castaings *et al*⁷¹. Ces derniers ont en effet, analysé l'interaction du mode S_0 avec des fissures verticales dans une plaque d'aluminium à l'aide de la méthode des modes normaux.

D'après les auteurs, l'avantage de cette méthode est qu'elle est plus rapide que la méthode des éléments finis. Par contre, la taille des séries d'équations obtenues est variable car elle dépend du bilan énergétique. En effet, à chaque fois que ce bilan n'est pas satisfait, les paramètres de calculs sont optimisés.

4.3.f Conclusion

Comme on peut le constater, la méthode des éléments finis est largement répandue et donc utilisée par la majorité des chercheurs dans le cadre de l'interaction des ondes de Lamb avec les endommagements. D'autre part, elle sert également d'outil de validation des autres méthodes numériques. Ces raisons ont conditionné le choix de cette méthode plutôt qu'une autre.

4.4. Méthodes hybrides

Afin d'améliorer les méthodes d'analyse de l'interaction des ondes de Lamb avec les endommagements, de nouvelles méthodes ont vues le jour. Ces méthodes combinent les méthodes numériques exposées précédemment avec les méthodes analytiques. Généralement le modèle numérique est utilisé pour la modélisation de l'endommagement et du champ proche, tandis que la méthode analytique permet d'extrapoler les résultats en champ lointain, là où il n'y a pas d'inhomogénéité. On bénéficie ainsi des avantages qu'offrent les deux techniques. En revanche, ces méthodes sont relativement lourdes à mettre en œuvre.

Contrairement aux études bibliographiques des paragraphes précédents, la classification des méthodes est effectuée ici en fonction de la nature de l'endommagement. Ainsi, pour l'étude des fissures de longueurs finies et inclinées, Wang et Shen⁷² ont développé une méthode hybride basée sur la méthode de la matrice de transfert (T-Matrix) et la méthode des éléments de frontière (BEM). À l'aide de surfaces imaginaires, ils ont partagé la plaque en deux parties, l'une pour la réflexion et l'autre pour la transmission. Ils ont noté un effet de résonance lors du passage des modes S_0 , S_1 et S_2 par une fissure.

Dans le cadre de l'analyse de fissures de surface, Cho *et al*⁷³, puis Cho et Rose⁷⁴, ont utilisé une méthode hybride appelée HBEM pour la caractérisation des défauts. Cette méthode combine la méthode des modes normaux et la méthode des éléments de frontière. Rose *et al*⁷⁵, ont repris cette méthode afin d'analyser les différences dues à la présence de fissures pointues et de fissures lisses.

Afin d'étudier l'interaction des ondes de Lamb avec des trous munis de fissures, Chang et Mal⁷⁶ ont développé quant à eux une méthode hybride appelée "Global Local Finite Element Method". Cette technique combine la MEF pour les trous et les fissures lorsqu'ils existent et les modes normaux pour le champ lointain. Dans le cas des délaminages, Hayashi et Kawashima⁷⁷ ont proposé une méthode hybride appelée SEM "Strip Element Method". Cette méthode fut proposée par Liu *et al*^{78 et 79} et développée par Cheung⁸⁰. Enfin, Mal *et al*⁸¹ ont étudié des joints adhésifs. Hansch *et al*⁸² quant à eux ont travaillé sur des joints dans le domaine aéronautique.

4.5. Conclusion

On constate tout d'abord que de nombreux chercheurs se sont attaqués à l'étude des défauts ou d'endommagements à géométries complexes (fissures, délaminages, ... etc). Deuxièmement, une grande majorité des études montrées précédemment ne présentent essentiellement que des comparaisons entre un calcul numérique et expérimental, tandis que le comportement physique proprement dit, de l'interaction des ondes guidées en présence de différents endommagements et/ou des défauts restent peu ou pas expliqués.

D'autre part, d'après l'étude bibliographique, on peut constater qu'il est préférable de procéder à certaines simplifications, si l'on veut être capable d'expliquer le phénomène d'interaction.

Ces simplifications se résument en quatre points. En premier lieu, il est préférable de travailler avec des matériaux simples, en d'autres termes monocouches homogènes et isotropes. En second lieu, il est également préférable d'analyser la propagation d'un seul mode à la fois. Ceci implique l'adaptation des actionneurs et des capteurs piézoélectriques pour l'émission et la réception en expérimentation. En troisième lieu, il est nécessaire d'étudier les phénomènes d'interaction en régime transitoire afin d'éviter les réflexions et de mieux distinguer les paquets d'ondes (incident, réfléchi et transmis). Enfin, il faut choisir une bande de fréquence où les vitesses de phase des ondes de Lamb sont peu dispersives et éloignées des fréquences de coupures. Cela n'est malheureusement pas possible lorsqu'on travaille sur une large bande de fréquence.

5. CONCLUSION GÉNÉRALE

Dans ce chapitre, l'intérêt du contrôle santé intégré par les ondes de Lamb pour l'industrie aéronautique a été rappelé. Le point essentiel concerne la sécurité lors de l'utilisation de structures vieillissantes. Dans un deuxième temps, un récapitulatif des propriétés des ondes de Lamb a été effectué. En particulier, les équations régissant la propagation de ces ondes dans des plaques isotropes ont été rappelées. Dans une troisième partie, une étude de l'état de l'art a permis de faire le point sur les méthodes utilisées pour décrire l'interaction onde de Lamb – endommagement. On distingue trois grandes catégories d'analyse : la première est analytique, la deuxième est numérique et la troisième est hybride.

Au vu de l'analyse effectuée, les conclusions sont les suivantes : en premier, les méthodes hybrides semblent être les mieux adaptées puisqu'elles combinent les avantages des méthodes numériques à proximité de l'endommagement avec celles des méthodes analytiques en champ lointain. De plus, un grand travail reste à fournir pour l'étude et l'interprétation systématique du comportement des ondes de Lamb en présence de l'endommagement. En effet, les études effectuées jusqu'ici apparaissent comme des cas particuliers et ne peuvent en aucun cas apporter des conclusions générales sur le comportement des ondes de Lamb en fonction du type d'endommagement.

Dans la suite de cette étude, nous proposons donc d'étudier des endommagements de forme élémentaire à l'aide de la méthode des éléments finis. Ces formes serviront par la suite à construire des endommagements plus complexes.

II CHAPITRE II

ÉTUDE DE L'INTERACTION DES MODES DE LAMB FONDAMENTAUX AVEC DES VARIATIONS D'ÉPAISSEURS BRUSQUES ET DES ENCOCHES SYMÉTRIQUES

1. PRÉSENTATION DE LA PROBLÉMATIQUE

Dans le chapitre I, l'étude bibliographique a mis en évidence l'intérêt croissant des travaux des chercheurs sur l'étude de l'interaction des ondes de Lamb avec les endommagements. Néanmoins, l'étude de ce phénomène nécessite de résoudre auparavant un certain nombre de problèmes. En premier lieu, la compréhension de la propagation des ondes de Lamb selon la structure étudiée est déjà une tâche critique. De plus, il convient également d'analyser les phénomènes d'excitation et de réception selon le type d'actionneur et de capteur utilisé.

À cause de la complexité des phénomènes cités précédemment, des simplifications sont apportées afin de ne se focaliser que sur le phénomène d'interaction avec l'endommagement. Le premier paramètre dont il faut réduire la complexité est l'endommagement en lui-même : une forme élémentaire doit être choisie. Le deuxième paramètre concerne le type de structure utilisée. On réduit l'analyse à l'étude de plaques isotropes et homogènes. Concernant l'excitation, un seul mode de Lamb est excité à la fois. La sélection d'un mode est effectuée avec une méthode adéquate pour le régime transitoire. En outre, les paramètres du signal d'excitation sont également simplifiés. La bande de fréquence utilisée pour l'excitation ne concerne que les deux premiers modes de Lamb A_0 et S_0 dans un domaine peu dispersif. Ce choix limite donc les possibilités de conversion de mode.

Dans ce chapitre, le comportement des modes de Lamb fondamentaux en présence de variations d'épaisseurs brusques symétriques est analysé à l'aide de la méthode des éléments finis. Les intérêts et les avantages de l'analyse de ce type d'endommagement sont présentés dans le paragraphe 2.2. L'étude est ensuite approfondie pour le cas d'encoches longues symétriques (voir § 5.2). Enfin, des comparaisons et des conclusions sur ces différents cas de figures sont apportées tout au long de ce chapitre.

2. CHOIX, INTÉRÊTS ET AVANTAGES DE L'ENDOMMAGEMENT SIMPLIFIÉ

2.1. Introduction et hypothèses de la modélisation

Pour effectuer la modélisation, certaines hypothèses sont posées. D'une part, on considère que la propagation des modes de Lamb est unidirectionnelle, c'est-à-dire qu'elle ne se fait que dans une direction. Cette hypothèse nous permet de travailler avec un modèle à deux dimensions et donc de simplifier l'analyse. D'autre part, les dimensions de la structure sont choisies avec une longueur suffisante afin de s'absoudre dans l'analyse du problème des réflexions sur les bords.

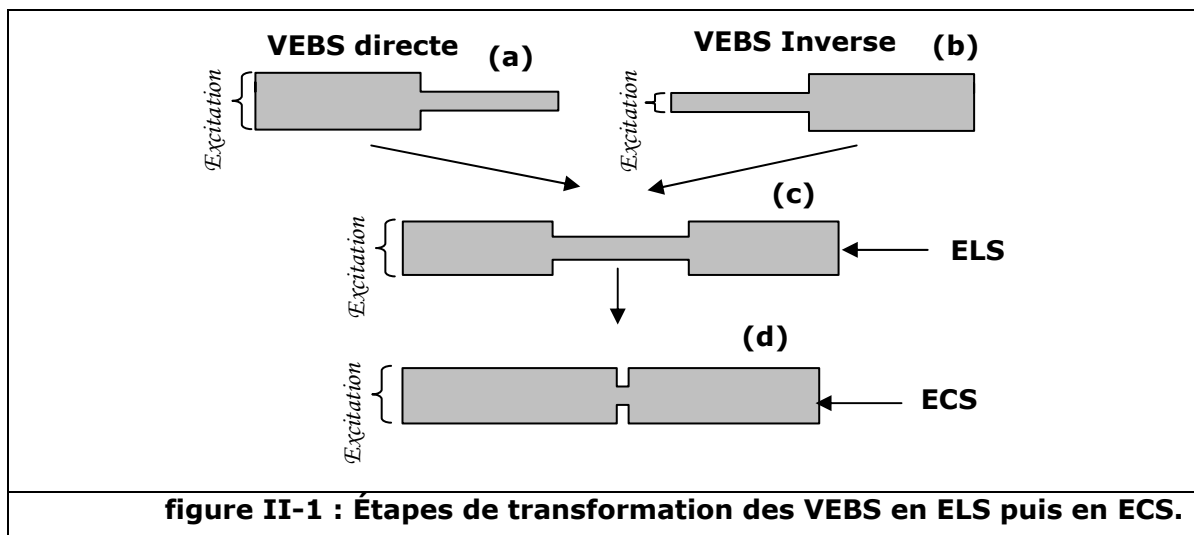
Dans ce qui suit, notre étude est axée principalement sur des plaques d'aluminium. En ce qui concerne l'excitation des ondes de Lamb, celle-ci est réalisée par l'application de déplacements sur le bord de la plaque. Les déplacements engendrés le long de la plaque sont ensuite analysés. On ne prend donc pas en compte, dans cette étude, les phénomènes de perturbation liés à la transduction de l'émetteur et du capteur.

2.2. Intérêts et avantages de l'étude d'un endommagement simplifié

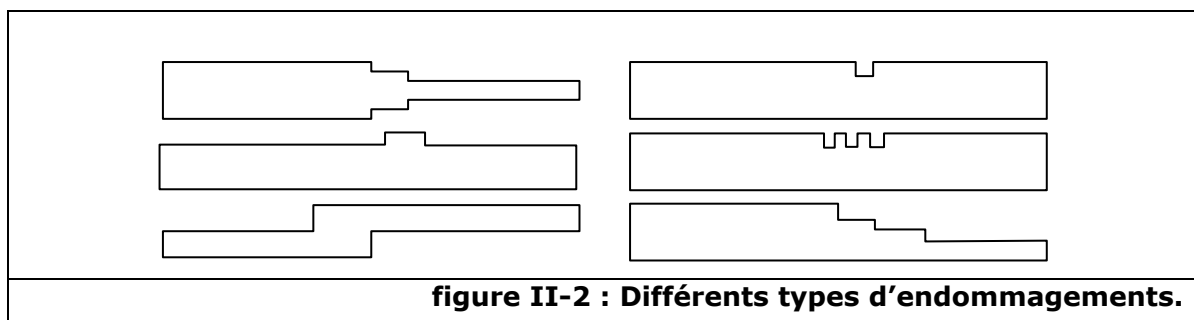
Une **V**ariation d'**É**paisseur **B**rusque **S**ymétrique est un changement brusque de l'épaisseur de la section de la structure, symétriquement par rapport au plan médian. Cet endommagement sera noté par la suite **VEBS**. Le choix s'est porté sur une **VEBS** car, après le bord libre d'une plaque, on considère que c'est la géométrie la moins complexe à étudier. De plus, si l'on arrive à analyser et à comprendre les phénomènes d'interaction avec les modes de Lamb pour une telle géométrie, on peut envisager par

la suite d'utiliser plusieurs VEBS pour reconstituer des endommagements de géométrie complexe. Inversement, le phénomène d'interaction des ondes de Lamb pourrait alors se décomposer en phénomènes d'interactions élémentaires.

Dans ce chapitre, on étudie le cas d'une structure d'aluminium contenant une VEBS. Cette structure peut être excitée par un déplacement transitoire appliqué soit sur le bord le plus épais (figure II-1.a), soit sur le bord le plus fin (figure II-1.b). La compréhension de l'interaction des ondes de Lamb avec la VEBS dans les deux cas nous permet alors par simple combinaison, d'analyser l'interaction de celles-ci, soit avec une **Encoche Longue Symétrique** notée **ELS** (figure II-1.c), c'est-à-dire pour une longueur d'encoche supérieure à la valeur déterminée au § 5.4, soit avec une **Encoche Courte Symétrique** notée **ECS** (figure II-1.d).



Ces combinaisons sont également généralisables aux cas asymétriques. Il suffit alors d'utiliser comme brique élémentaire une **VEBA** qui est une **Variation d'Épaisseur Brusque Asymétrique** par rapport au plan médian, afin d'obtenir des **Encoches Longues Asymétriques (ELA)** et des **Encoches Courtes Asymétriques** notées **ECA** (voir chapitre III). En outre, d'autres types d'endommagements (figure II-2) peuvent être réalisés ou approximatés par simples combinaisons de VEBS et de VEBA.



2.3. Sélection d'un mode de Lamb analytiquement

Une excitation quelconque sur un bord de plaque entraîne généralement la génération de plusieurs modes de Lamb. Afin de comprendre le phénomène d'interaction de ces ondes avec l'endommagement, il est préférable cependant de n'exciter qu'un seul mode. Dans notre cas, on s'intéresse à la sélection d'un mode de Lamb sur une bande de fréquence donnée, c'est-à-dire, en régime transitoire. L'avantage d'une analyse transitoire est que l'on peut, pour des conditions préalablement définies, s'absoudre des problèmes de réflexions par les bords de la structure et donc ainsi simplifier l'étude. Dans ce sens, on utilise une fenêtre temporelle pour limiter l'excitation en temps. Le spectre est alors élargi en fréquence.

À l'aide des équations **I-8** et **I-9** du chapitre I, on peut déterminer les allures des déplacements des modes de Lamb en fonction de l'épaisseur. De plus, lorsque l'on travaille en basse fréquence, seuls deux modes peuvent être générés, le mode symétrique d'ordre '0' (S_0) et le mode antisymétrique d'ordre '0' (A_0). La sélection du mode A_0 résulte de l'application conjointe sur l'extrémité de la structure de déplacements normaux symétriques et de déplacements tangentiels antisymétriques par rapport au plan médian. Au contraire, la sélection du mode S_0 nécessite l'application de déplacements normaux antisymétriques et de déplacements tangentiels symétriques.

En général, pour avoir un signal transitoire, le signal d'excitation harmonique doit être multiplié par une fenêtre temporelle. Dans cette étude, le signal harmonique est fenêtré par la fonction de Hanning afin de diminuer la puissance des lobes secondaires dans le spectre d'excitation. La fenêtre de Hanning généralisée a la forme suivante⁸³ :

$$h(t) = \left(\alpha + (1 - \alpha) \cos\left(\frac{2\pi t}{Y}\right) \right) \text{rect}\left(\frac{t}{Y}\right), \quad \text{II-1}$$

avec :

$$\text{rect}\left(\frac{t}{Y}\right) = \begin{cases} 1, & -\frac{Y}{2} \leq t < \frac{Y}{2}, \\ 0, & \text{ailleurs} \end{cases}, \quad \text{II-2}$$

où t représente le temps, Y la largeur temporelle de la fenêtre. Lorsque $\alpha = 1$, la fonction est rectangulaire, pour $\alpha = 0,5$, on obtient la fenêtre de **Hanning** et pour $\alpha = 0,54$, la fenêtre de Hamming.

La limitation temporelle des signaux engendre une demi-largeur de bande Δf en fréquence. Le signal résultant a donc un spectre fréquentiel compris entre $f_c - \Delta f$ et $f_c + \Delta f$. f_c correspond à la fréquence centrale. La demi-bande de fréquence de l'équation **II-1** a la forme :

$$\Delta f = \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^2 \right] Y^{-1}. \quad \text{II-3}$$

Les déplacements du $n^{\text{ième}}$ mode de Lamb calculés analytiquement ont quant à eux la forme suivante :

$$u_n^e(x_1, x_3, t) = h(t) u_n^{ANA}(x_1, x_3, t), \quad \text{II-4}$$

où $h(t)$ représente la fenêtre de Hanning et $u_n^{ANA}(x_1, x_3, t) = [u_{1n}^{ANA}(x_1, x_3, t), u_{3n}^{ANA}(x_1, x_3, t)]$ correspond respectivement au champ de déplacements tangentiels et au champ de déplacements normaux en régime harmonique. L'indice n correspond au mode de Lamb.

Le signal d'excitation $e_n(x_3, t) = u_n^e(0, x_3, t)$ utilisé dans ce rapport, possède une fréquence centrale f_c ainsi qu'un nombre de cycles N_{cyc} donné. La largeur de la fenêtre de Hanning est liée aux paramètres f_c et N_{cyc} par la relation suivante :

$$Y = N_{cyc} \frac{1}{f_c}. \quad \text{II-5}$$

En substituant l'équation **II-5** dans l'équation **II-3** on obtient pour la fenêtre de Hanning ($\alpha = 0,5$) :

$$\Delta f = 1,5 \frac{f_c}{N_{cyc}}. \quad \text{II-6}$$

On constate qu'à partir de f_c et N_{cyc} , on peut déterminer la largeur de la fenêtre de Hanning Y et la demi-bande de fréquence Δf . Réciproquement, on peut aussi déterminer Y et N_{cyc} à partir de f_c et Δf selon nos besoins.

À titre d'exemple, la figure II-3.a et la figure II-3.b montrent respectivement les allures des déplacements tangentiels et normaux du mode A_0 en fonction du temps et de l'épaisseur de la plaque. En outre, la figure II-3.c et la figure II-3.d représentent respectivement les déplacements tangentiels et normaux du mode S_0 . Les caractéristiques de ces déplacements temporels finaux sont calculés à partir des paramètres suivants : $f_c = 200$ kHz, $N_{cyc} = 10$, $\Delta f = 30$ kHz, $\Delta t = 0,1$ μ s, $Y = 50$ μ s et ce, pour une épaisseur de la plaque $2d$ égale à 6 mm. L'échantillonnage spatial pour l'application des déplacements le long de l'épaisseur de la plaque est de 0,25 mm entre chacun des nœuds (voir figure II-4).

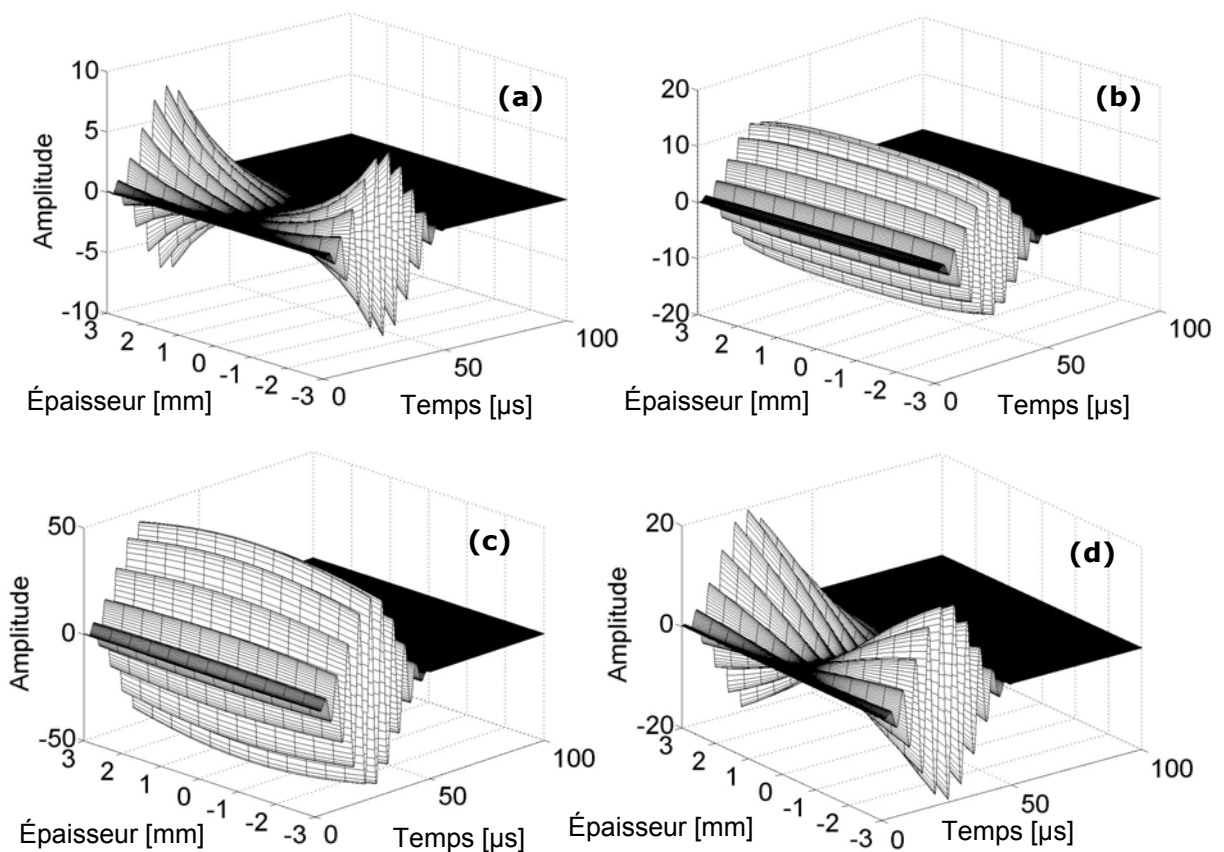
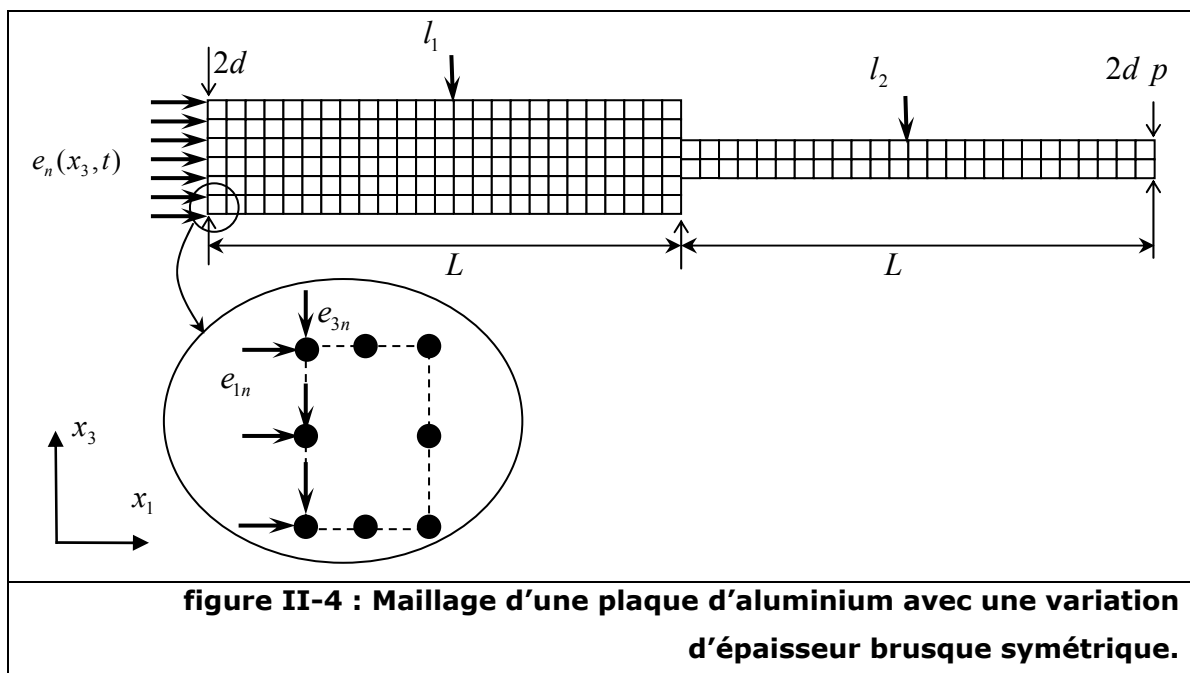


figure II-3 : Allure du signal d'excitation des déplacements : a) Tangentiels du A_0 , b) Normaux du A_0 , c) Tangentiels du S_0 et d) Normaux du A_0 .

3. ÉTUDE DE L'INTERACTION DES MODES DE LAMB FONDAMENTAUX EN PRESENCE D'UNE VEBS

3.1. Présentation du modèle éléments finis

La figure II-4 présente le maillage utilisé pour modéliser une plaque isotrope contenant une VEBS. Le signal d'excitation $e_n(x_3, t)$ défini au paragraphe 2.3 est appliqué aux nœuds du maillage sur toute l'épaisseur de l'extrémité gauche de la plaque. Celle-ci a une demi-épaisseur initiale de d et sa valeur après la variation d'épaisseur brusque est de $2d p$. Le paramètre p varie de 0 à 1 avec un pas de $2\Delta x_3$. La plaque a une longueur totale égale à $2L$. Dans ce qui suit, le rapport p ne sera pas simplifié afin de pouvoir déterminer directement l'épaisseur de la plaque et l'épaisseur de la variation : par exemple, lorsque $p = 3/6$ le chiffre 3 désigne la variation d'épaisseur et le chiffre 6 l'épaisseur initiale en mm.



Pour mailler la structure, on utilise des éléments quadratiques à 8 nœuds, iso-paramétriques (voir chapitre I). La taille de ces éléments qui est de $\Delta x_1 = \Delta x_3 = 0,5 \text{ mm}$, satisfait le critère exigeant une taille d'éléments inférieure ou égale au quart de la plus petite longueur d'onde générée dans la structure ($\Delta x_1 = \Delta x_3 \leq \lambda/4$).

La modélisation est effectuée avec le code éléments finis "Atila" en régime transitoire. Une intégration temporelle numérique pas à pas est indispensable afin de résoudre les phénomènes physiques linéaires. Le vecteur des déplacements nodaux est déterminé à l'aide du schéma de Newmark⁸⁴. Celui-ci se déduit de l'application directe des séries de Taylor sur le système d'équations d'équilibre (voir chapitre I, § 4.3.b). Après calculs, le système obtenu est le suivant :

$$\begin{cases} U_t^{MEF} = U_{t-\Delta t}^{MEF} + \left(\frac{1}{2} - \alpha\right)\Delta t^2 \ddot{U}_{t-\Delta t}^{MEF} + \alpha\Delta t^2 \ddot{U}_t^{MEF} \\ \dot{U}_t^{MEF} = \dot{U}_{t-\Delta t}^{MEF} + (1 - \beta)\Delta t \ddot{U}_{t-\Delta t}^{MEF} + \beta\Delta t \ddot{U}_t^{MEF} \end{cases}, \quad \text{II-7}$$

où U est le vecteur des déplacements nodaux, \dot{U} le vecteur des vitesses nodales et \ddot{U} le vecteur des accélérations nodales, Δt représente le pas d'intégration temporelle et α et β sont des constantes. L'exposant MEF signifie méthode des éléments finis.

Cette méthode est implicite car le système d'équations est résolu à l'instant t à partir des équations différentielles à l'instant $t - \Delta t$. Pour que l'algorithme de calcul de Newmark soit stable, il faut prendre les paramètres $\alpha = 0,5$ et $\beta \geq 0,25$.

Dans notre étude, la modélisation est réalisée pour un temps de propagation total $t_T = 200 \mu s$, ce qui correspond à $t_T / \Delta t = 2000$ cas de charges. Le pas d'intégration temporelle est égal à $\Delta t = 0,1 \mu s$ et coïncide donc avec une fréquence d'échantillonnage de $F_{ech} = 10$ MHz. Cette valeur vérifie largement le théorème de Shannon⁸³, c'est-à-dire :

$$F_{ech} \geq 2F_{max}, \quad \text{II-8}$$

où F_{ech} est la fréquence d'échantillonnage et F_{max} est la fréquence maximale du signal. Les fréquences maximales simulées sont inférieures à 1 MHz.

Les déplacements temporels normaux $u_3^{MEF}(x_1, +d, t)$ et tangentiels $u_1^{MEF}(x_1, +d, t)$ sont prélevés sur la surface de la plaque en deux points d'observation l_1 et l_2 . La position l_1 correspond au prélèvement des déplacements du signal incident et réfléchi, tandis que la position l_2 permet d'obtenir les déplacements du signal transmis (voir figure II-4).

3.2. Interaction des modes A_0 et S_0 avec une VEBS

Le maillage utilisé reprend celui présenté sur la figure II-4 pour des valeurs de p comprises entre 0 et 1, d étant choisie égale à 3 mm. Pour cette étude, une longueur L égale à 250 mm est choisie afin d'éviter les réflexions sur les bords de la plaque. Le signal d'excitation correspond à la contribution du déplacement du mode A_0 ou S_0 à une fréquence centrale égale à $f_c = 200$ kHz. Celui-ci est déterminé à partir de la relation II-4 et le résultat est illustré sur la figure II-3 pour un nombre de cycles égal à $N_{cyc} = 10$.

3.2.a Exploitation des résultats des modélisations

Les résultats des modélisations numériques sont traités de la façon suivante. On détermine les déplacements normaux temporels reçus à la surface de la plaque, à la position $l_1 = 114$ mm afin de visualiser les paquets d'ondes incident et réfléchi et à la position $l_2 = 364$ mm pour le paquet d'onde transmis. Ces déplacements normaux sont représentés, à titre d'exemple pour un rapport d'épaisseur $p = 4/6$, sur la figure II-5.a et la figure II-5.b.

Sur la figure II-5.a, le signal $u_3^{MEF}(l_1, +d, t)$ contient deux paquets d'ondes. Le premier correspond à l'onde incidente tandis que le deuxième représente l'onde réfléchi par la VEBS. La figure II-5.b illustre le signal $u_3^{MEF}(l_2, +dp, t)$ dont le paquet d'onde correspond à l'onde transmise après la VEBS. On remarque à priori qu'aucune conversion de mode ne vient perturber le signal transmis et le signal réfléchi.

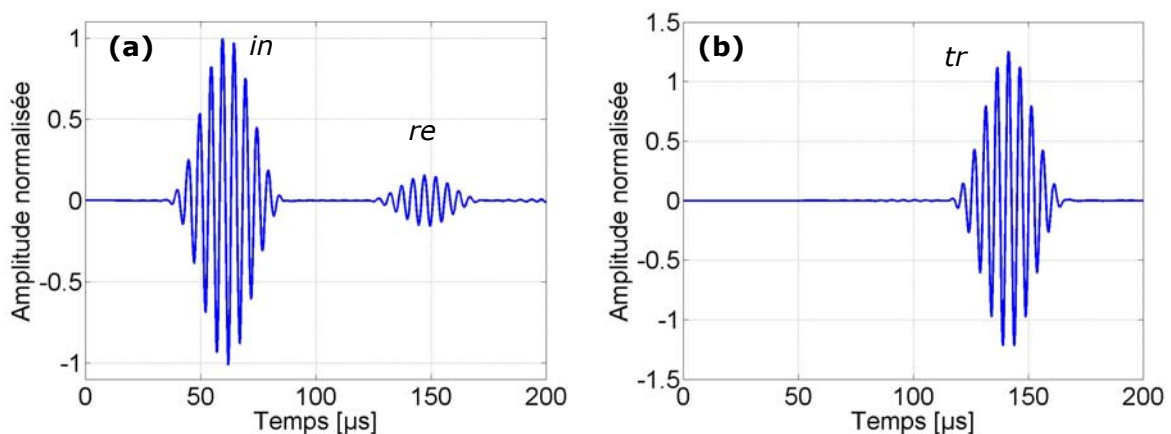


figure II-5 : Déplacements normaux pour une VEBS de rapport $p = 4/6$ à :
a) $l_1 = 114$ mm (*in*) incident et (*re*) réfléchi et b) $l_2 = 364$ mm (*tr*) transmis.

3.2.b Traitement de signal basé sur la transformée de Hilbert

À l'aide de la transformée d'Hilbert⁸³, on détermine l'enveloppe des signaux. Cette dernière permet d'obtenir les pics des paquets d'ondes avec précision et ainsi de calculer les rapports en amplitude entre le pic incident et le pic réfléchi pour la réflexion, et entre le pic incident et le pic transmis pour la transmission (voir figure II-6). Les rapports de réflexion et de transmission en amplitudes pour un mode de Lamb n donné s'obtiennent dès lors à l'aide des relations suivantes :

$$K_{R,n}^{MEF} = \frac{\tilde{G}_{n(re)}^{MEF}}{\tilde{G}_{n(in)}^{MEF}}, \quad \text{II-9}$$

$$K_{T,n}^{MEF} = \frac{\tilde{G}_{n(tr)}^{MEF}}{\tilde{G}_{n(in)}^{MEF}}, \quad \text{II-10}$$

avec :

$$\tilde{G}_n^{MEF} = \text{Max} \left(\left| \sqrt{u_n^{MEF}(t)^2 + \mathbf{H}[u_n^{MEF}(t)]^2} \right| \right), \quad \text{II-11}$$

et

$$\mathbf{H}[u_n^{MEF}(t)] = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{u_n^{MEF}(\tau)}{t - \tau} d\tau, \quad \text{II-12}$$

où \tilde{G}_n^{MEF} correspond au maximum de l'enveloppe du mode de Lamb n et \mathbf{H} représente la transformée d'Hilbert. Les indices in , re et tr désignent les termes incidents, réfléchis et transmis.

La figure II-6 montre un exemple d'application de la méthode de la transformée d'Hilbert. Ainsi, l'enveloppe normalisée (par rapport au signal incident) du signal de la figure II-5 est calculée à l'aide de l'équation d'Hilbert. Cette technique est évidemment applicable seulement dans le cas où il n'existe pas de conversions de modes et où les signaux incident et réfléchi sont bien distincts.

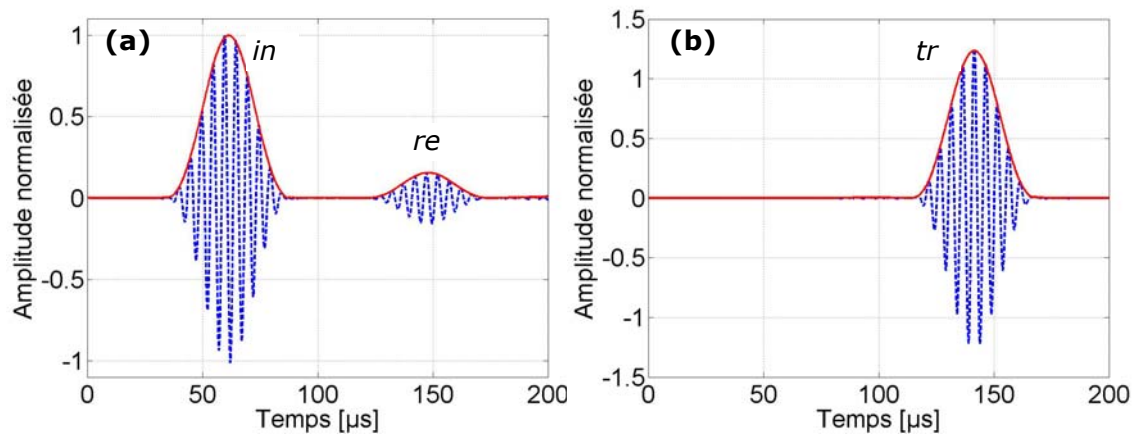


figure II-6 : Enveloppe des déplacements normaux pour une VEBS de rapport $p = 4/6$ à : a) $l_1 = 114$ mm et b) $l_2 = 364$ mm.

Le tableau II-1 représente les rapports de réflexion et de transmission en amplitude. Ils sont calculés à l'aide des pics des paquets d'ondes des déplacements normaux et tangentiels pris sur la surface de la plaque. Les deux cas où $p = 0$ mm et $p = 1$ mm sont évidents et il n'y a donc pas besoin de modélisation.

p	Forme des VEBS		A_0				S_0			
			Déplacements normaux		Déplacements tangentiels		Déplacements normaux		Déplacements tangentiels	
	$2d$	$2d p$	K_R^{MEF}	K_T^{MEF}	K_R^{MEF}	K_T^{MEF}	K_R^{MEF}	K_T^{MEF}	K_R^{MEF}	K_T^{MEF}
0			1,00	0,00	1,00	0,00	1,00	0,00	1,00	0,00
1/6			0,81	1,80	0,82	1,12	0,68	0,25	0,68	2,00
2/6			0,55	1,61	0,56	1,31	0,46	0,44	0,46	1,70
3/6			0,32	1,41	0,32	1,29	0,29	0,59	0,29	1,48
4/6			0,16	1,24	0,16	1,20	0,16	0,71	0,16	1,29
5/6			0,05	1,10	0,05	1,08	0,07	0,83	0,06	1,11
1			0,00	1,00	0,00	1,00	0,00	1,00	0,00	1,00

tableau II-1: Rapports de réflexion et de transmission en amplitude en fonction du rapport de variation d'épaisseur.

Les rapports de réflexion des déplacements normaux et tangentiels ont presque les mêmes valeurs, tandis que les rapports de transmission diffèrent. De plus, on

constate soit que la somme du rapport de réflexion et du rapport de transmission n'est pas égale à 1, soit un rapport de transmission supérieur à 1. Il apparaît clairement que ces rapports n'ont pas de véritable signification physique. Il est donc nécessaire de passer à une autre technique basée sur le calcul des coefficients de réflexion et de transmission en puissance afin d'obtenir un bilan significatif.

Afin de confirmer l'absence de conversions de mode, on étudie l'évolution des déplacements à travers l'épaisseur de la plaque avant et après la VEBS. La figure II-7 et la figure II-8 représentent respectivement les déplacements normaux et tangentiels en fonction du temps et de l'épaisseur de la plaque à deux positions données : $l_1 = 72$ mm et $l_2 = 300$ mm. La position l_1 correspond au signal incident et réfléchi tandis que la position l_2 correspond au signal transmis.

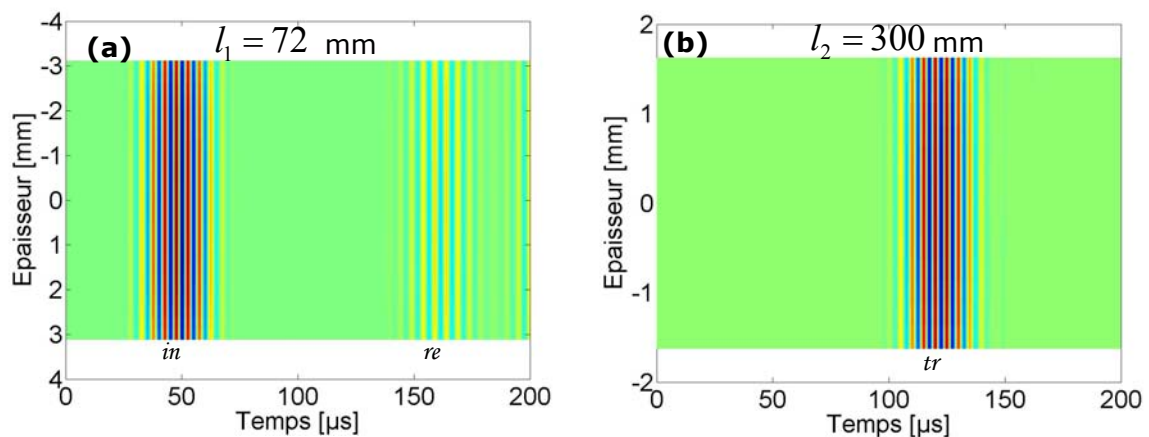


figure II-7 : Déplacements normaux $u_3^{MEF}(x_1, x_3, t)$ en fonction du temps et de l'épaisseur à : a) $l_1 = 72$ mm et b) $l_2 = 300$ mm.

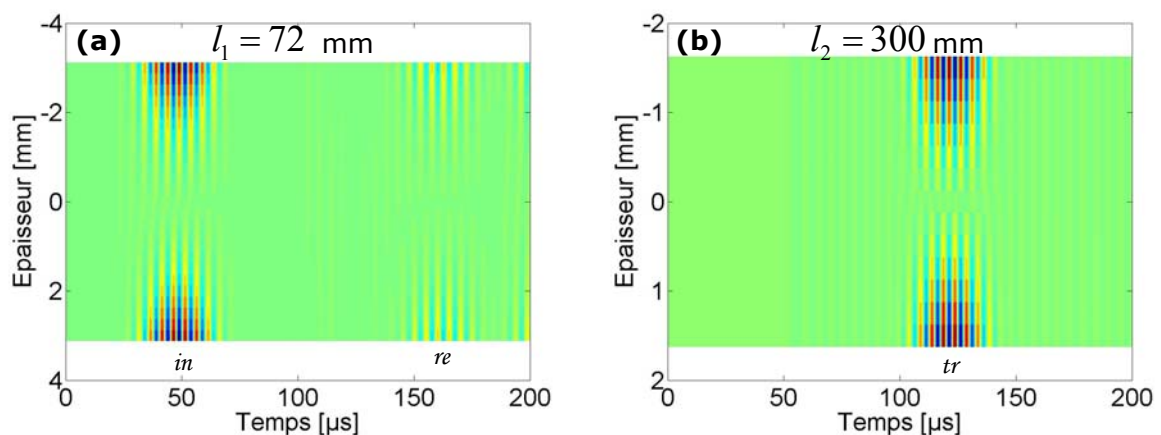


figure II-8 : Déplacements tangentiels $u_1^{MEF}(x_1, x_3, t)$ en fonction du temps et de l'épaisseur à : a) $l_1 = 72$ mm et b) $l_2 = 300$ mm.

On peut remarquer que la symétrie des déplacements normaux et l'antisymétrie des déplacements tangentiels par rapport au plan médian est conservée aussi bien pour les signaux réfléchis que transmis. Ce résultat permet de vérifier qu'il n'y a pas de conversion de mode pour ce type d'endommagement.

3.2.c Bilan de puissance des ondes de Lamb (méthode exacte)

Le vecteur de Poynting est utilisé afin de déterminer les coefficients de réflexion et de transmission en puissance et ainsi vérifier le bilan de puissance. Pour le calcul du flux de puissance moyen acoustique, on utilise l'équation **I-16** du Chapitre I. Cette équation est développée et est adaptée pour les calculs numériques comme suit :

$$P_{nn}^{MEF} \Big|_{2d} = -\frac{1}{2} \operatorname{Re} \left(\int_{-d}^{+d} i\omega (u_{1n}^{*MEF} \sigma_{11,n}^{MEF} + u_{3n}^{*MEF} \sigma_{13,n}^{MEF}) dx_3 \right). \quad \text{II-13}$$

Le bilan de puissance en régime transitoire est déterminé pour chaque paquet d'onde à la fréquence centrale de travail et vérifie l'équation suivante :

$$\tilde{P}_{nn(in)}^{MEF} \Big|_{2d} = \tilde{P}_{nn(re)}^{MEF} \Big|_{2d} + \tilde{P}_{nn(tr)}^{MEF} \Big|_{2dp}, \quad \text{II-14}$$

les notations $\Big|_{2d}$ et $\Big|_{2dp}$ indiquent que le flux de puissance moyen acoustique est calculé respectivement pour une épaisseur de $2d$ et $2dp$.

Pour calculer l'équation **II-13**, on a besoin des déplacements et des contraintes à travers toute l'épaisseur de la plaque. On reprend la simulation de l'exemple précédent, c'est-à-dire celle où le rapport de la VEBS est de $p = 4/6$. Les déplacements sont déjà représentés sur la figure II-7 et la figure II-8. Les contraintes σ_{11} et σ_{13} sont calculées également numériquement. Les résultats de la simulation de ces contraintes aux nœuds situés à $l_1 = 72$ mm et à $l_2 = 300$ mm sont donnés sur les figures II-9.a à d.

À partir de toutes les données de déplacements et de contraintes, à travers l'épaisseur, le flux de puissance moyen peut être déterminé. Ensuite, les coefficients de réflexion et de transmission en puissance sont calculés :

$$R_n = \frac{\tilde{P}_{m(re)}^{MEF}|_{2d}}{\tilde{P}_{m(in)}^{MEF}|_{2d}}, \quad \text{II-15}$$

$$T_n = \frac{\tilde{P}_{m(tr)}^{MEF}|_{2dp}}{\tilde{P}_{m(in)}^{MEF}|_{2d}}, \quad \text{II-16}$$

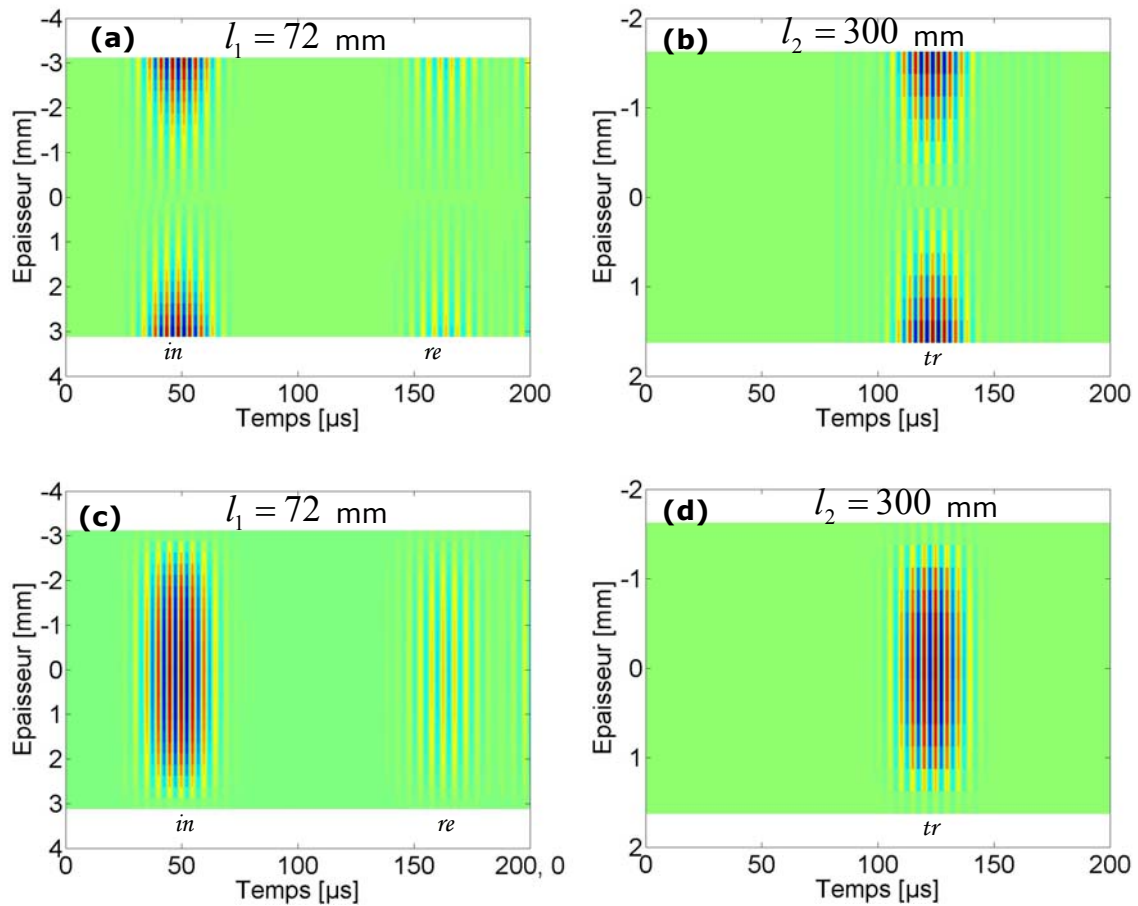


figure II-9 : Contraintes en fonction du temps et de l'épaisseur à :
a) σ_{11} (72 mm), b) σ_{11} (300 mm), c) σ_{13} (72 mm) et d) σ_{13} (300 mm).

Les valeurs de ces coefficients sont indiquées sur le tableau II-2. On constate que la somme des coefficients de réflexion et de transmission en puissance s'approche de 1, ce qui confirme la loi de conservation de puissance (équation II-14). Les faibles erreurs proviennent des erreurs d'arrondis.

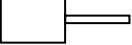
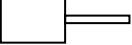




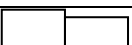
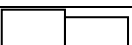


p	Forme des VEBS		A_0			S_0		
	$2d$	$2d$	R^{Exa}	T^{Exa}	Σ_{R+T}	R^{Exa}	T^{Exa}	Σ_{R+T}
1/6			0,663	0,373	1,036	0,463	0,530	0,993
2/6			0,306	0,680	0,986	0,214	0,782	0,996
3/6			0,105	0,867	0,972	0,090	0,912	1,002
4/6			0,024	0,951	0,975	0,028	0,971	0,999
5/6			0,003	0,996	0,999	0,004	0,994	0,998

tableau II-2 : Coefficients de réflexion et de transmission lors de l'interaction des modes A_0 et S_0 avec une VEBS en fonction du rapport p à la fréquence de 200 kHz.

3.3. Méthode hybride pour le calcul de puissance d'un mode de Lamb

3.3.a Mise en œuvre de la méthode hybride

Le calcul des coefficients de réflexion et de transmission utilisant l'équation **II-13** nécessite de connaître les vecteurs de contraintes et de déplacements à travers l'épaisseur de la plaque. Nous proposons ici une autre méthode permettant d'éviter des calculs lourds et coûteux en temps, en déterminant les coefficients de réflexion et de transmission uniquement à partir des déplacements calculés à la surface de la plaque. Dans ce sens, en se basant sur l'analyse modale, les déplacements du $n^{\text{ième}}$ mode peuvent être exprimés sous la forme suivante :

$$u_n^{MEF} = a_n u_n^{ANA}, \quad \text{II-17}$$

où a_n est l'amplitude modale et l'exposant ANA désigne analytique.

En substituant l'équation **II-17** dans **II-13** on obtient :

$$P_{mn}^{MEF} |_{2d} = a_n^2 \left(-\frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{-d}^{+d} i\omega (u_{1n}^{*ANA} \sigma_{11,n}^{ANA} + u_{3n}^{*ANA} \sigma_{13,n}^{ANA}) dx_3 \right). \quad \text{II-18}$$

Par analogie avec le flux de puissance moyen analytique, on obtient :

$$P_{nn}^{MEF}|_{2d} = a_n^2 P_{nn}^{ANA}|_{2d} . \quad \text{II-19}$$

À partir de l'équation **II-17**, on peut écrire que :

$$\tilde{G}_n^{MEF} = a_n |u_n^{ANA}| . \quad \text{II-20}$$

En substituant l'équation **II-20** dans **II-19** on trouve une relation entre le flux de puissance moyen calculé analytiquement et numériquement :

$$P_{nn}^{MEF}|_{2d} = \left(\frac{\tilde{G}_n^{MEF}|_{2d}}{|u_n^{ANA}|_{2d}} \right)^2 P_{nn}^{ANA}|_{2d} . \quad \text{II-21}$$

3.3.b Coefficient de réflexion et de transmission hybride

À l'aide de l'équation **II-15** et de l'équation **II-21**, il est possible d'exprimer le coefficient de réflexion sous la forme suivante :

$$R_n = \frac{\left(\frac{\tilde{G}_{n(re)}^{MEF}|_{2d}}{|u_n^{ANA}|_{2d}} \right)^2 P_{nn}^{ANA}|_{2d}}{\left(\frac{\tilde{G}_{n(in)}^{MEF}|_{2d}}{|u_n^{ANA}|_{2d}} \right)^2 P_{nn}^{ANA}|_{2d}} = \left(\frac{\tilde{G}_{n(re)}^{MEF}|_{2d}}{\tilde{G}_{n(in)}^{MEF}|_{2d}} \right)^2 . \quad \text{II-22}$$

En suivant le même raisonnement, on obtient la formule suivante pour le coefficient de transmission :

$$T_n = \frac{\left(\frac{\tilde{G}_{n(tr)}^{MEF}|_{2dp}}{|u_n^{ANA}|_{2dp}} \right)^2 P_{nn}^{ANA}|_{2dp}}{\left(\frac{\tilde{G}_{n(in)}^{MEF}|_{2d}}{|u_n^{ANA}|_{2d}} \right)^2 P_{nn}^{ANA}|_{2d}} = \frac{\left(\frac{\tilde{G}_{n(tr)}^{MEF}|_{2dp}}{\tilde{G}_{n(in)}^{MEF}|_{2d}} \right)^2 P_{nn}^{ANA}|_{2dp}}{\left(\frac{|u_n^{ANA}|_{2dp}}{|u_n^{ANA}|_{2d}} \right)^2 P_{nn}^{ANA}|_{2d}} . \quad \text{II-23}$$

On peut simplifier les équations précédentes en les exprimant en fonction des rapports de réflexion et de transmission en amplitude :

$$R_n = \left(K_{R,n}^{MEF} \right)^2, \quad \text{II-24}$$

$$T_n = \left(\frac{K_{T,n}^{MEF}}{K_{T,n}^{ANA}} \right)^2 \frac{P_{nn}^{ANA} \Big|_{2dp}}{P_{nn}^{ANA} \Big|_{2d}}, \quad \text{II-25}$$

avec :

$$K_{T,n}^{ANA} = \frac{\left| u_n^{ANA} \right|_{2dp}}{\left| u_n^{ANA} \right|_{2d}}. \quad \text{II-26}$$

Le tableau II-3 résume les résultats du calcul des coefficients de réflexion et de transmission en puissance des modes A_0 et S_0 déterminés à partir des déplacements normaux et tangentiels en fonction de différentes épaisseurs de VEBS.


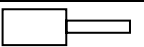
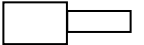
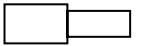
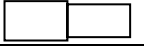
P	Forme de la VEBS	A_0				S_0			
		Déplacements normaux		Déplacements tangentiels		Déplacements normaux		Déplacements tangentiels	
	$2d$	$2dp$	R	T	R	T	R	T	R
1/6		0,656	0,339	0,672	0,351	0,462	0,538	0,462	0,548
2/6		0,303	0,703	0,314	0,748	0,212	0,807	0,212	0,801
3/6		0,102	0,903	0,102	0,951	0,084	0,920	0,084	0,929
4/6		0,026	0,990	0,026	1,027	0,026	0,936	0,026	0,971
5/6		0,003	1,000	0,003	1,001	0,005	0,933	0,004	0,952

tableau II-3 : Coefficients de réflexion et de transmission en fonction du type de déplacement et du rapport p d'une VEBS directe.

La figure II-10.a et la figure II-10.b montrent les coefficients de réflexion et de transmission en puissance respectivement des modes A_0 et S_0 calculés avec trois techniques. La première consiste à les déterminer directement avec les résultats de la MEF (voir § 3.2.c). La deuxième et la troisième technique utilisent la méthode hybride présenté dans ce paragraphe : le calcul se fait soit à partir des déplacements normaux, soit à partir des déplacements tangentiels.

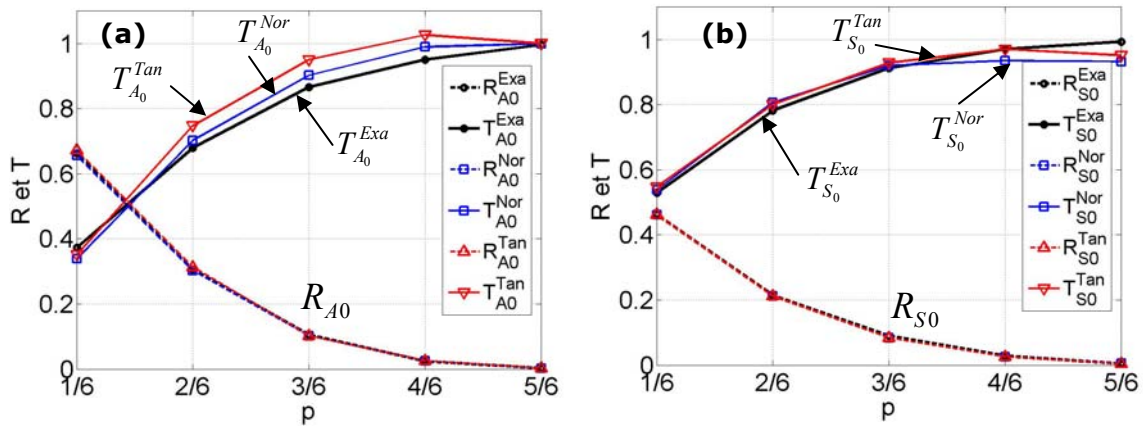


figure II-10 : Coefficients de réflexion et de transmission calculés avec les trois techniques à 200 kHz pour : a) A_0 et b) S_0 .

Sur ces graphes, on constate que les courbes des coefficients de réflexion sont presque identiques. En revanche, celles des coefficients de transmission diffèrent quelque peu d'une technique à l'autre. En ce qui concerne le mode A_0 , l'utilisation des déplacements normaux donne un résultat plus précis, car pour ce mode, c'est le déplacement dont la contribution est la plus importante à cette fréquence (voir figure II-11). Les erreurs influant sur la précision sont dues essentiellement aux calculs numériques des déplacements ainsi qu'aux calculs du flux de puissance moyen acoustique (P_m). Ceux-ci découlent directement des erreurs de calculs numériques des courbes de dispersion.

Pour le mode S_0 , on remarque une bonne concordance entre la première technique (exacte) et la méthode hybride basée sur l'utilisation des déplacements tangentiels. En effet, le mode S_0 a un déplacement principalement tangential à cette fréquence (figure II-11). Par la suite, seuls les résultats de la méthode hybride seront donnés.

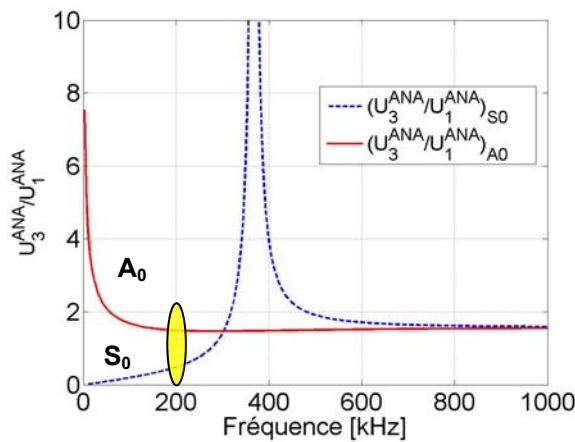


figure II-11 : Rapport entre les déplacements normaux et tangentiels des modes A_0 et S_0 .

3.3.c Comparaison des résultats

La figure II-12 donne une comparaison entre les coefficients de réflexion et de transmission des modes A_0 et S_0 en présence d'une VEBS. Pour des valeurs de rapport $p \geq 3/6$, les résultats sont similaires pour les deux modes. Par contre, dès que le rapport est d'épaisseur $p < 3/6$, la différence s'accroît en fonction de ce rapport.

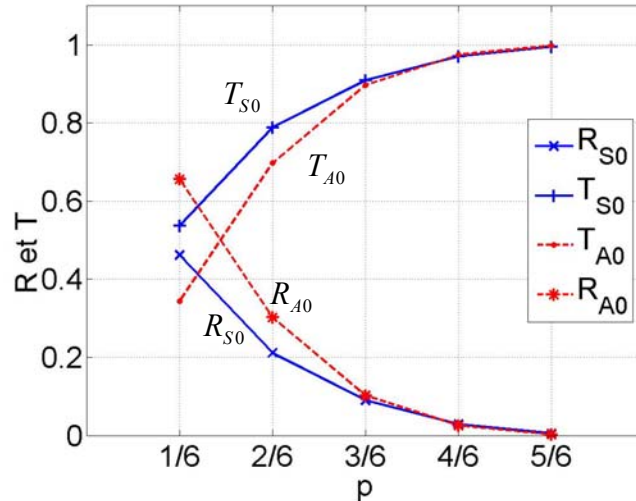


figure II-12 : Coefficient de réflexion et de transmission des modes A_0 et S_0 en fonction d'une VEBS.

On constate sur les figures précédentes que le mode A_0 est plus sensible que le mode S_0 en présence d'une VEBS lorsque la variation d'épaisseur s'accroît. Afin de mieux interpréter cette sensibilité, il est nécessaire de déterminer la distribution de la densité de puissance à travers toute l'épaisseur de la plaque. La figure II-13.a représente cette distribution qui est calculée comme suit :

$$\frac{P}{P_{nn}^{ANA}} = \frac{\operatorname{Re}\left(i\omega\left(u_{1n}^{*ANA}\sigma_{11,n}^{ANA} + u_{3n}^{*ANA}\sigma_{13,n}^{ANA}\right)\right)}{\operatorname{Re}\left(\int_{-d}^{+d} i\omega\left(u_{1n}^{*ANA}\sigma_{11,n}^{ANA} + u_{3n}^{*ANA}\sigma_{13,n}^{ANA}\right)\right)}. \quad \text{II-27}$$

La figure II-13.b représente la distribution de la densité de puissance à travers l'épaisseur d'une VEBS directe. Sur cette figure, on constate que la densité de puissance du mode A_0 est concentrée à proximité des deux surfaces de la plaque. Cela peut expliquer la sensibilité de ce mode par rapport au mode S_0 pour ce type d'endommagement.

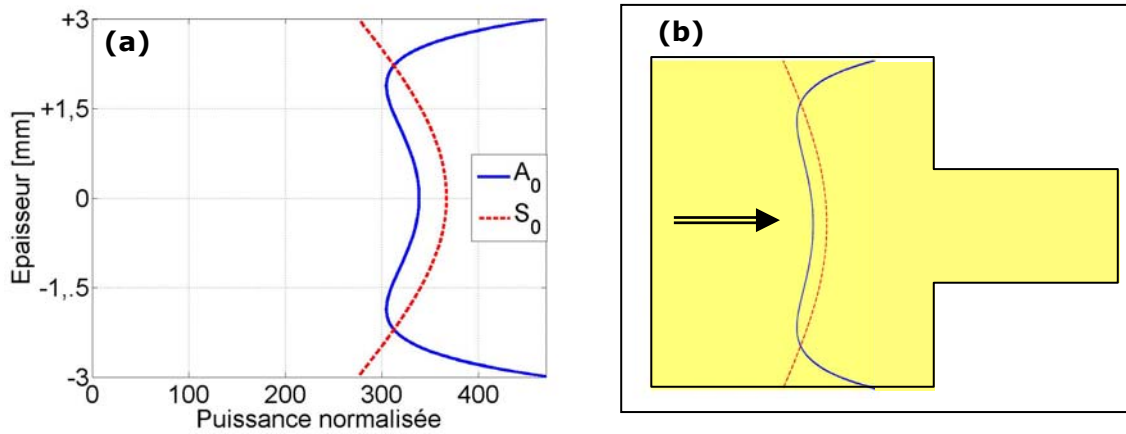


figure II-13 : a) Distribution de la densité de puissance normalisée des modes A_0 et S_0 en fonction de l'épaisseur et b) Schéma de la VEBS.

3.4. Conclusion

Pour l'analyse de l'interaction d'une onde de Lamb avec une VEBS, le calcul des rapports de transmission et de réflexion en amplitude n'est pas utilisable et ce, en raison de la variation d'épaisseur. Dans ce cas, il est nécessaire d'avoir recours à une analyse des puissances. Cette méthode est basée sur l'utilisation du flux de puissance moyen acoustique (P_m). Ainsi, les coefficients de réflexion et de transmission en puissance sont déterminés et le bilan de puissance est vérifié.

L'étude de l'interaction des modes A_0 et S_0 en présence d'une VEBS montre que ces modes sont sensibles aux variations d'épaisseur surtout lorsque celles-ci ont un rapport $p \leq 4/6$. De plus, le mode A_0 est plus sensible que le mode S_0 lorsque $p < 3/6$. Cette différence de sensibilité semble liée à la distribution de la densité de puissance à travers l'épaisseur. En effet, la densité de puissance du mode A_0 est concentrée essentiellement près des deux surfaces de la plaque.

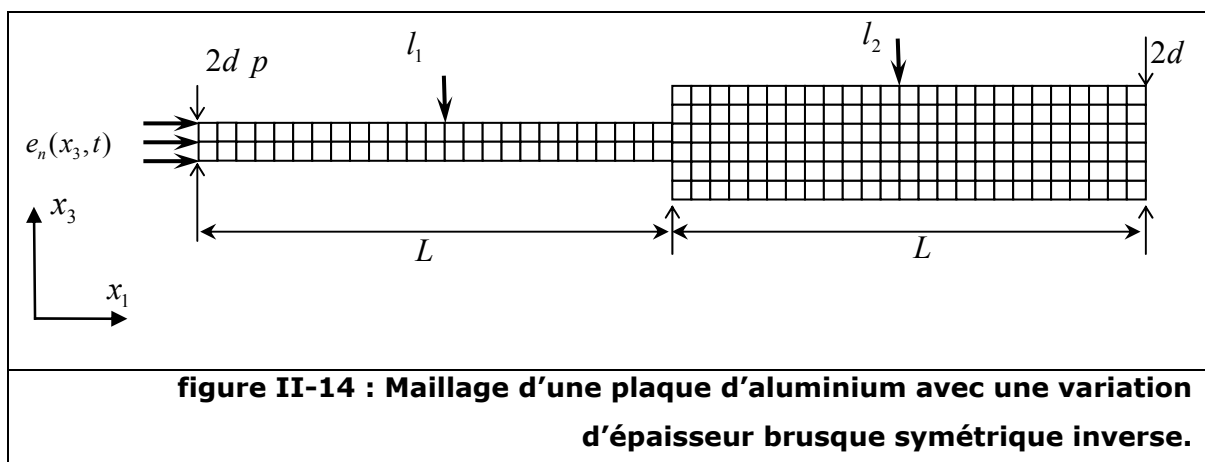
4. ANALYSE DE LA VEBS INVERSE

4.1. Modèle éléments finis

Afin de vérifier la possibilité de combiner des VEBS pour obtenir un endommagement de géométrie plus complexe, le cas inverse de l'étude précédente

est modélisé. Cette fois, la VEBS passe d'une épaisseur variable égale à $2d p$ à une épaisseur fixe égale à $2d$, p variant de 0 à 1 avec un pas de $2\Delta x_3$.

La figure II-14 expose le modèle d'une VEBS inverse. Le maillage, les dimensions et les conditions aux limites sont les mêmes que dans le paragraphe 3.1. La seule différence avec le cas précédemment étudié est que le signal d'excitation des déplacements sur le bord de la structure est adapté afin de correspondre à la génération des modes A_0 et S_0 sur l'épaisseur $2d p$ au lieu de l'épaisseur $2d$. La fréquence centrale d'excitation est toujours égale à 200 kHz et le signal contient 10 cycles de sinusoides fenêtrés par la fonction de Hanning (voir § 2.3).



4.2. Analyse de l'interaction des modes A_0 et S_0 avec une VEBS inverse

Comme précédemment, on détermine les déplacements en deux positions l_1 et l_2 à la surface de plaque, tout en s'assurant que les paquets d'ondes soient bien distincts. Néanmoins, en raison de la valeur de vitesse élevée du mode S_0 , il est difficile de séparer dans certains cas les paquets d'ondes. En conséquence, la précision est détériorée : on ne peut pas avoir par exemple de résultats utilisables pour le cas de ce mode en déplacements normaux à $p = 1/6$.

Une fois les pics des paquets d'ondes des modes A_0 et S_0 déterminés, les coefficients de réflexion et de transmission en puissance sont calculés (voir tableau II-4). On constate que l'on a une meilleure précision lorsqu'on utilise les déplacements normaux pour le mode A_0 et les déplacements tangentiels pour le mode S_0 . Par contre, l'utilisation respectivement des déplacements tangentiels du mode A_0 et des déplacements normaux du mode S_0 entraîne des erreurs. Cette dégradation de

précision est causée par l'erreur commise lors de la sélection des modes pour l'épaisseur $2d p$. En effet, il n'y a pas assez de nœuds, c'est-à-dire pas assez de résolution spatiale dans le maillage, afin d'exciter un mode pur avec précision contrairement au cas de la VEBS directe.

P	Forme des VEBS	A_0				S_0			
		Déplacements normaux		Déplacements tangentiels		Déplacements normaux		Déplacements tangentiels	
	$2d p$	$2d$	R	T	R	T	R	T	R
1/6		0,640	0,310	0,828	0,300	-	-	0,436	0,493
2/6		0,303	0,651	0,292	0,597	0,203	0,752	0,212	0,764
3/6		0,102	0,874	0,090	0,882	0,084	0,886	0,084	0,849
4/6		0,026	0,945	0,022	0,943	0,026	0,828	0,029	0,938
5/6		0,003	1,002	0,003	1,029	0,004	0,666	0,004	0,950

tableau II-4 : Coefficients de réflexion et de transmission en fonction du type de déplacement et du rapport p d'une VEBS inverse.

4.3. Comparaison entre la VEBS directe et la VEBS inverse

Sur la figure II-15.a et la figure II-15.b, les coefficients de réflexion et de transmission en puissance des modes A_0 et S_0 sont comparés. Cette comparaison comprend les résultats du tableau II-3 pour une VEBS directe et du tableau II-4 pour une VEBS inverse.

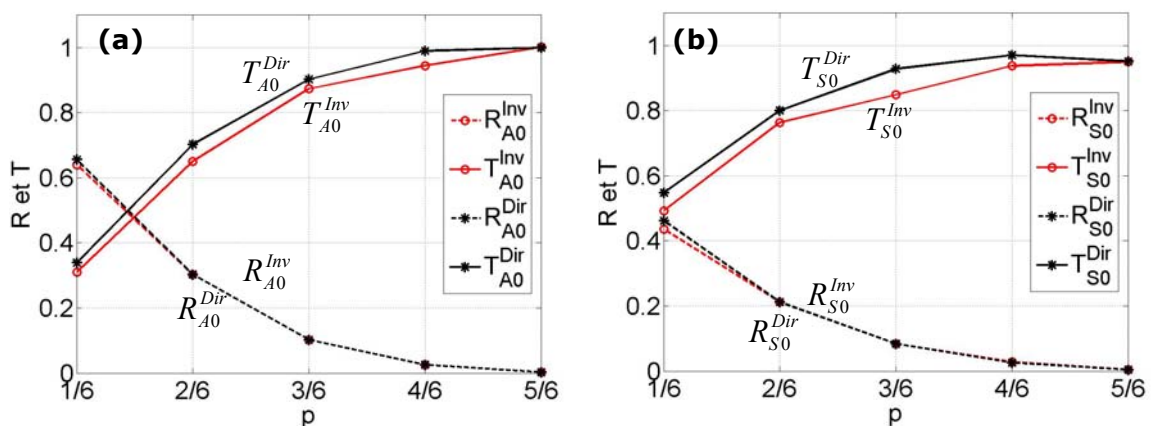
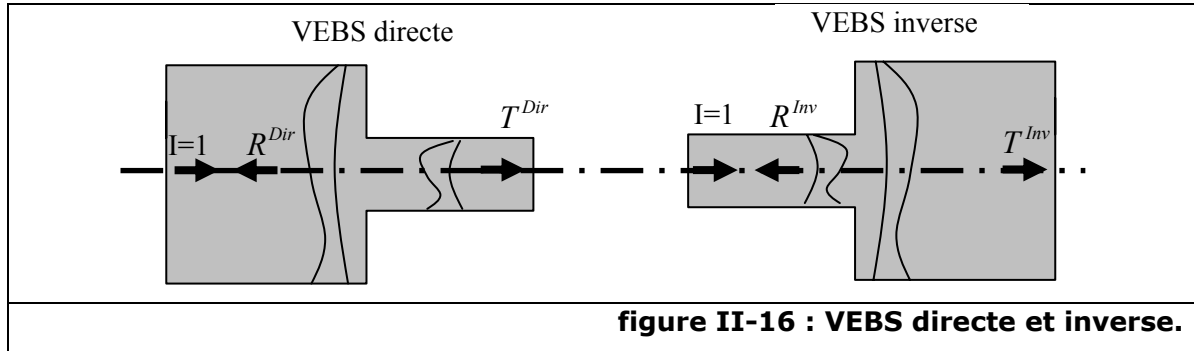


figure II-15 : Coefficients de réflexion et de transmission à 200 kHz calculés pour la VEBS directe et inverse en utilisant les modes : a) A_0 et b) S_0 .

Les courbes montrées précédemment concordent surtout pour les coefficients de réflexion car le nombre de nœuds et les conditions aux limites sont les mêmes. Il ressort de ces comparaisons l'observation du phénomène de réciprocité entre les VEBS directe et inverse. Cela s'explique par le fait de la symétrie de la VEB (voir figure II-16) et l'absence des conversions de modes.



On peut donc en déduire les deux équations suivantes :

$$R_n^{Dir} = R_n^{Inv} , \quad \text{II-28}$$

$$T_n^{Dir} = T_n^{Inv} , \quad \text{II-29}$$

les exposants *Dir* et *Inv* dénotent respectivement le cas direct et inverse de la VEBS.

Il est très important de noter que ces relations ne sont pas valables lorsque p tend vers zéro.

4.4. Conclusion

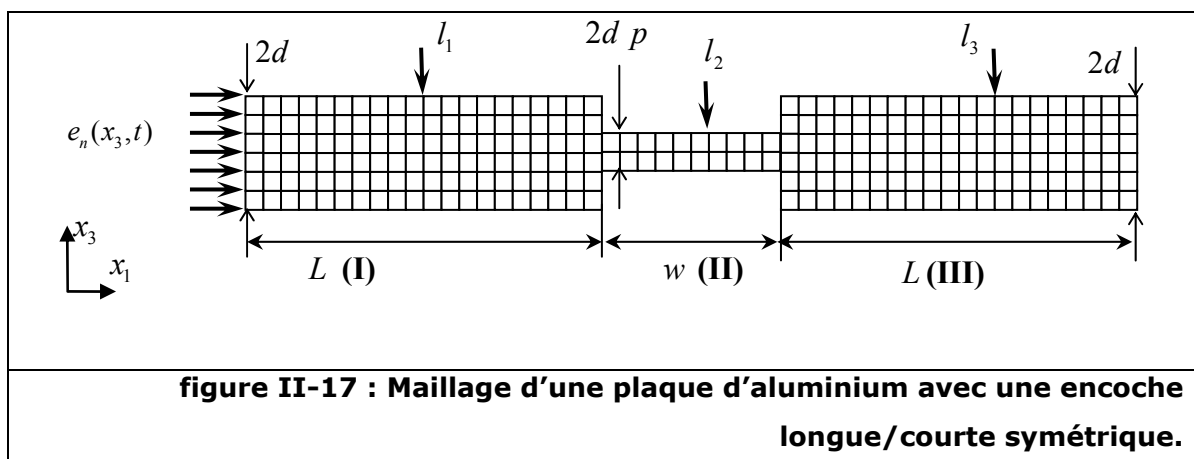
Sur la base des résultats obtenus précédemment, on peut établir quelques conclusions. Dans le cas d'interaction d'un mode de Lamb fondamental en régime transitoire avec une VEBS à une fréquence centrale donnée, l'interaction de ce dernier avec une VEBS directe et une VEBS inverse de même rapport aboutit au même coefficient de réflexion et de transmission en puissance. Donc, dans ces conditions, on a une réciprocité acoustique entre les deux VEBS. Cette conclusion peut donc nous aider à simplifier l'étude d'endommagements symétriques complexes construits à partir des VEBS directes et/ou inverses en ne tenant compte que des résultats d'une VEBS directe ou inverse. Le cas d'une encoche longue symétrique qui est l'aboutissement de la combinaison de deux VEBS fait l'objet du paragraphe suivant.

5. INTERACTION DES MODES DE LAMB FONDAMENTAUX AVEC DES ENCOCHES SYMÉTRIQUES

5.1. Introduction et modèle éléments finis

L'objectif est de vérifier s'il est possible de combiner des endommagements simplifiés afin d'obtenir un endommagement complexe. Dans ce paragraphe, nous allons concrétiser cette idée : comme on a déjà étudié une VEBS directe et inverse, la combinaison de ces deux configurations aboutit à une encoche symétrique.

La figure II-17 donne le maillage et les dimensions de la plaque modélisée, ainsi que les positions de l'excitation temporelle et spatiale et des points d'acquisitions des déplacements normaux et tangentiels. L'épaisseur de l'encoche est de $2d p$ tandis que le reste de la plaque a une épaisseur de $2d$. La largeur de l'encoche est donnée par w .



5.2. Analyse de l'interaction du mode A_0 et du mode S_0 avec des encoches longues symétriques (ELS)

Sur la figure précédente, il y a trois régions à visualiser et à traiter. La première région **(I)** est située avant l'ELS c'est-à-dire entre l'extrémité gauche de la plaque et la première variation d'épaisseur. Cette dernière est une VEBS directe. La seconde région **(II)** est située au sein de l'ELS. Enfin, la dernière région **(III)** est située après l'ELS, c'est-à-dire après la deuxième variation d'épaisseur qui est une VEBS inverse.

A titre d'exemple, prenons le cas d'une excitation temporelle de fréquence centrale $f_c = 200$ kHz, composée de $N_{cyc} = 10$ cycles de sinusoides multipliée par une fenêtre de Hanning de longueur $Y = 50$ μ s. La demi-largeur de bande de fréquence (voir § 2.3) est donc de $\Delta f = 30$ kHz et le pas d'échantillonnage temporel reste de $\Delta t = 0,1$ μ s. L'épaisseur de la plaque est de $2d = 6$ mm et la valeur du paramètre p est égale à $3/6$. La contribution du mode A_0 est appliquée au bord gauche de la plaque.

En choisissant soigneusement les trois points d'observations, afin d'avoir des paquets d'ondes distincts, on prélève les déplacements à la surface de la plaque. Dans cet exemple, on a comme points d'observations $l_1 = 72$ mm, $l_2 = 242$ mm et $l_3 = 340$ mm, la largeur de l'encoche étant égale à $w = 100$ mm et $L = 200$ mm. Les résultats sont représentés sur la figure II-18.

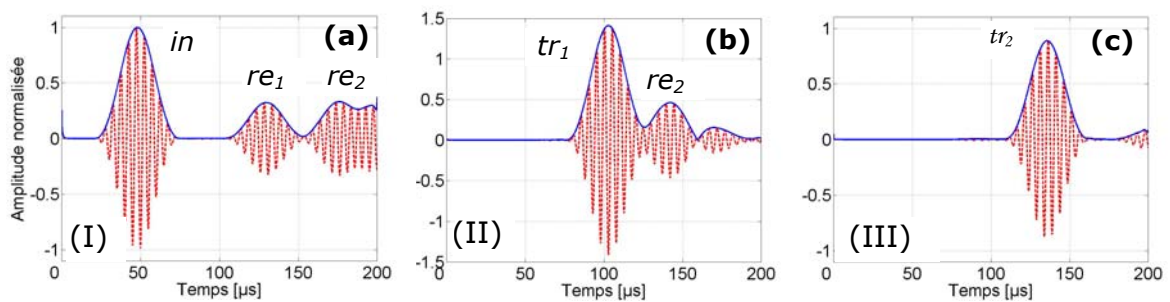


figure II-18 : Déplacements normaux incident, réfléchi et transmis du mode A_0 pour $p = 3/6$ à : a) $l_1 = 72$ mm, b) $l_2 = 242$ mm et c) $l_3 = 340$ mm.

La figure II-18.a illustre le déplacement normal simulé et reçu sur le 1^{er} point d'observation à savoir la distance $l_1 = 72$ mm. Ce signal contient les déplacements normaux du paquet d'onde incident (in) et du paquet d'onde réfléchi (re_1) par la première variation d'épaisseur (VEBS directe), ainsi que les deux paquets d'ondes réfléchis (re_2) par la deuxième variation d'épaisseur (VEBS inverse) et l'extrémité gauche de la plaque. Ces deux derniers paquets se chevauchent, et il est difficile par conséquent de les distinguer.

Les résultats obtenus au 2^{ème} point d'observation, c'est à dire en l_2 sont représentés sur la figure II-18.b : le déplacement se compose du paquet d'onde transmis (tr_1), d'un paquet d'onde réfléchi (re_2) par la deuxième variation d'épaisseur (VEBS inverse) et de la réflexion par la première variation d'épaisseur (VEBS directe). Le troisième paquet d'onde est plus complexe à définir, il correspond à une onde ayant

effectuée un aller et retour au sein de l'encoche. Il provient donc de multiples réflexions, ce qui explique le fait qu'il ait une amplitude plus faible.

La troisième région dont les signaux sont illustrés sur la figure II-18.c montre un paquet d'onde transmis (tr_2) et une partie de paquet d'onde réfléchi par l'extrémité droite de la plaque.

À partir des pics des enveloppes des signaux prélevés sur la surface de la plaque, on en déduit les rapports des amplitudes. Ensuite, à l'aide de ces rapports et des équations **II-24** et **II-25**, on détermine les coefficients de réflexion et de transmission en puissance par rapport à l'onde incidente. Ces coefficients sont illustrés sur le tableau II-5 pour les trois régions **I**, **II** et **III**, et ils sont exprimés en fonction du rapport p et des deux modes fondamentaux. Les coefficients du mode A_0 sont calculés à partir des déplacements normaux tandis que ceux du mode S_0 sont déterminés à l'aide des déplacements tangentiels pour des raisons de précision comme évoqué au § 3.3.b.



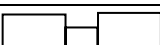


P	Forme des VEBS	A_0 Déplacements normaux				S_0 Déplacements tangentiels			
		I	II		III	I	II		III
	$2d$ $2d$ p $2d$	R_1	T_1	R_2	T_2	R_1	T_1	R_2	T_2
1/6		0,656	0,339	0,226	0,109	0,462	0,548	0,308	0,281
2/6		0,303	0,703	0,220	0,476	0,212	0,801	0,169	0,608
3/6		0,102	0,903	0,096	0,792	0,084	0,929	0,075	0,828
4/6		0,026	0,990	0,023	0,941	0,026	0,971	0,026	0,941
5/6		0,003	1,000	0,003	0,980	0,005	0,992	0,005	0,980

tableau II-5 : Coefficients de réflexion et de transmission des modes A_0 et S_0 en fonction du rapport de variation d'épaisseur.

À partir du tableau précédent, on peut vérifier le bilan de puissance. Après l'interaction du signal incident (in) avec la première extrémité de l'ELS, deux signaux apparaissent : le premier signal réfléchi (re_1) qui permet de calculer R_1 et le premier signal transmis (tr_1) qui détermine T_1 . Puis, le signal transmis poursuit sa propagation jusqu'à la deuxième extrémité de l'ELS. Alors, deux nouveaux signaux sont créés : le deuxième signal réfléchi (re_2) lié à la valeur de R_2 et le deuxième signal transmis (tr_2) permettant le calcul de T_2 . En résumé, le signal (in) est incident avant l'ELS et le

signal (tr_1) est le signal incident pour la VEBS inverse. On peut déduire les deux bilans au niveau de la VEBS directe et inverse tel que :

$$R_1 + T_1 = 1, \quad \text{II-30}$$

$$R_2 + T_2 = T_1. \quad \text{II-31}$$

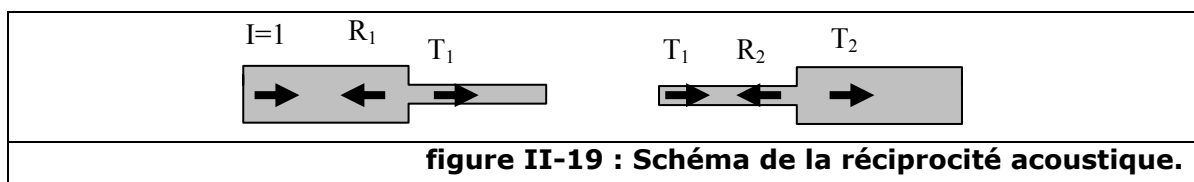
En remplaçant la valeur de T_1 de l'équation **II-31** dans **II-30**, on aboutit à l'équation générale du bilan de puissance suivante :

$$R_1 + R_2 + T_2 = 1. \quad \text{II-32}$$

Le bilan de puissance est alors vérifié pour une ELS tant que l'on est capable de distinguer les deux paquets d'ondes re_1 et re_2 . Cette condition est liée à quatre paramètres, l'épaisseur de la plaque, la vitesse de l'onde, la largeur du paquet d'onde et la largeur de l'encoche. De plus amples détails sont donnés dans le paragraphe 5.4.

5.3. Comparaisons des résultats

On constate dans un premier temps que les coefficients R et T des modes A_0 et S_0 du tableau II-3 (voir § 3.3.b) sont respectivement identiques à R_1 et T_1 du tableau II-5. Dans un deuxième temps, si l'on tient compte de la conclusion faite durant la comparaison entre les VEBS directe et inverse (voir § 4.3), il est possible de déduire R_2 à partir de R_1 . Dans ce sens, on part du fait que l'interaction d'un paquet d'onde incident avec une VEBS directe crée un paquet d'onde réfléchi (R_1) et un autre paquet d'onde transmis (T_1). Ensuite, on suppose que ce dernier paquet d'onde transmis (T_1) est le nouveau signal incident pour le cas d'une VEBS inverse comme illustré sur la figure II-19.



L'hypothèse de réciprocité acoustique de la VEBS inverse et directe indique que les coefficients de réflexion sont égaux pour une même valeur d'onde incidente. Dans

le cas d'encoche, on peut démontrer simplement que les coefficients de réflexions sont proportionnels au rapport des coefficients des ondes incidentes :

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{T_1}{(\mathbf{I} = \mathbf{1})}. \quad \text{II-33}$$

Par conséquent, on peut obtenir à partir de R_1 les coefficients de réflexion R_2 et de transmission T_2 . En effet, en substituant la valeur de T_1 à l'aide de l'équation **II-30** dans **II-33** on obtient :

$$R_2 = R_1(1 - R_1). \quad \text{II-34}$$

Et de la même manière on obtient :

$$T_2 = (1 - R_1)^2. \quad \text{II-35}$$

Il est toutefois nécessaire de préciser que ces équations ne sont valables que lorsque l'endommagement est une VEBS et que l'on excite des modes de Lamb fondamentaux peu dispersifs.

5.4. Analyse de l'interaction du mode A_0 avec des Encoches Courtes Symétriques (ECS)

Afin de compléter l'étude du paragraphe précédent, nous étudions maintenant le cas des encoches courtes symétriques (ECS). Pour rappel, la différence entre une ELS et une ECS dépend de la largeur de l'encoche w . Le maillage et les dimensions du modèle numérique sont les mêmes que ceux indiqués sur la figure II-17. L'effet de la largeur de l'encoche sur le comportement des ondes de Lamb est alors analysé. Pour cette analyse, on reprend l'exemple de modélisation du § 5.1, mais cette fois-ci, la largeur de l'encoche symétrique est testée pour différentes valeurs de largeurs et différents rapports d'épaisseurs.

À titre d'exemple, nous illustrons les résultats obtenus pour p égal à $5/6$ et pour deux valeurs de largeur de l'encoche : $w = 4,1\lambda_{A0}$ et $w = 0,1\lambda_{A0}$. Sur la figure II-20.a, on distingue clairement en plus du mode incident, deux paquets d'ondes réfléchis se chevauchant. En revanche, sur la figure II-20.b où la taille de l'encoche

est diminuée, il n'est plus possible de distinguer avec précision l'existence des deux paquets d'ondes superposés.

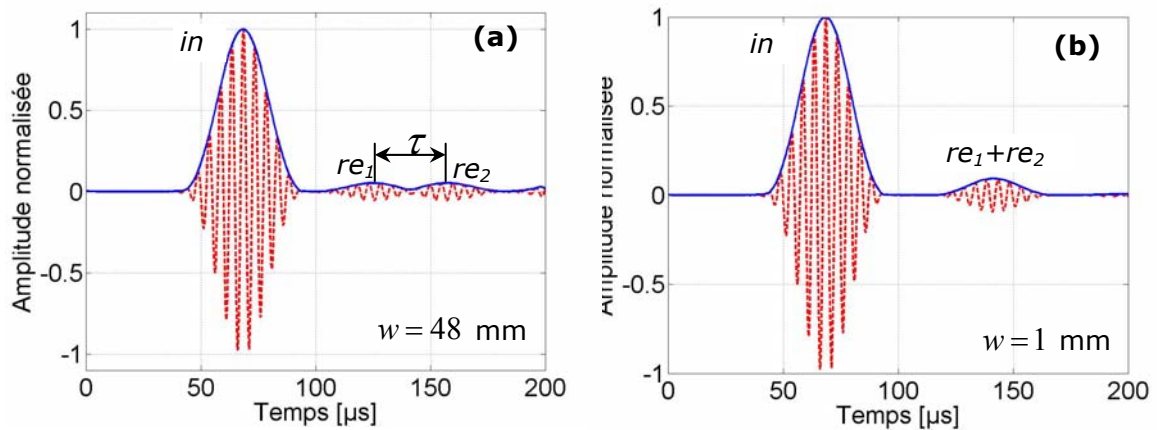


figure II-20 : Déplacements normaux incident et réfléchi du mode A_0 pour $p = 5/6$ à $l_1 = 114$ mm : a) $w \approx 4,1\lambda_{A_0}$ et b) $w \approx 0,1\lambda_{A_0}$.

En fait, lorsque l'onde incidente atteint l'extrémité gauche de l'ECS, une partie de son énergie est réfléchiée tandis que l'autre est transmise jusqu'à l'extrémité droite. Une seconde réflexion se produit alors et on observe suivant la taille de l'encoche un chevauchement ou non des réflexions. De plus, ce phénomène entraîne des interactions constructives et d'autres destructives.

La figure II-21.a montre les enveloppes des déplacements normaux réfléchis en fonction du temps et de la largeur de l'encoche normalisée par rapport à la longueur d'onde du mode A_0 . La figure II-21.b est une vue dans le plan w/λ_{A_0} -temps. La largeur de l'encoche varie de $0,1\lambda_{A_0}$ à $4,1\lambda_{A_0}$ avec un pas de 1 mm.

Pour des valeurs de w/λ_{A_0} supérieures à 3, les deux réflexions re_1 et re_2 sont distinctes. En revanche, pour des valeurs de w/λ_{A_0} inférieures à 3, ces réflexions se chevauchent. On remarque aussi que les maximums de ce graphe correspondent à des multiples de $\lambda_{A_0}/2$ et les minimums à des multiples impaires de $\lambda_{A_0}/4$ (voir figure II-21). En effet, ces valeurs entraînent des interactions destructives ou constructives.

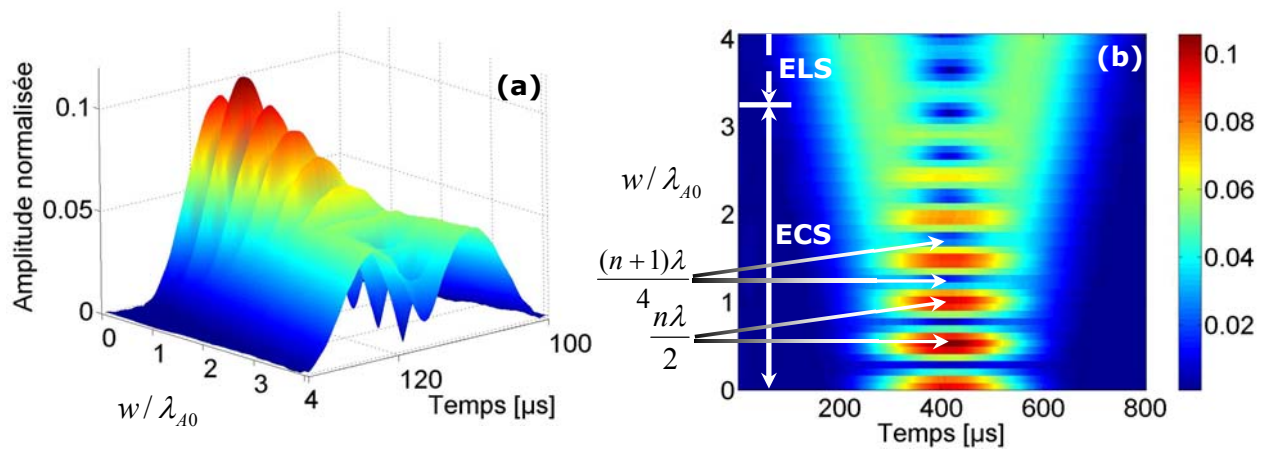


figure II-21 : Enveloppe des déplacements normaux réfléchis du mode A_0 pour $p = 5/6$ en fonction de w/λ_{A0} : a) Vue en 3D et b) Plan w/λ_{A0} - temps.

La question qui se pose est de contrôler la valeur de w limite permettant de considérer que l'on se trouve, soit dans le cas d'une encoche courte, soit dans le cas d'une encoche longue. Cette différenciation dépend de la capacité à séparer les deux réflexions re_1 et re_2 , donc, du retard entre les deux modes. Ce retard est exprimé par la relation suivante :

$$\tau = \frac{2w}{c_g}, \quad \text{II-36}$$

où c_g est la vitesse de groupe de l'onde de Lamb.

Si l'on appelle Y la largeur temporelle de chaque paquet d'onde existant et que l'on considère les modes comme peu dispersifs, le retard doit satisfaire la condition suivante :

$$\tau > \frac{Y}{2}. \quad \text{II-37}$$

Sachant que la largeur Y dépend du nombre de cycles N_{cyc} et de la fréquence centrale f_c (éq. II-5) et que le retard τ dépend de la largeur de l'encoche w (éq. II-36), on trouve la condition de largeur pour avoir une ECS. Cette condition s'exprime comme suit :

$$w \leq w_{\text{lim}} = \frac{1}{4} \frac{N_{\text{cyc}}}{f_c} c_g$$

II-38

l'indice w_{lim} désigne limite.

Dans l'exemple présenté, la fréquence centrale est de $f_c = 200$ kHz, l'épaisseur est de $2d = 6$ mm, la vitesse de groupe à l'intérieur d'une encoche de p égal à $5/6$ est de $c_g = 3077$ m/s. La longueur d'onde est égale à $11,66$ mm et le nombre de cycles est de $N_{\text{cyc}} = 10$. Donc, la valeur limite est de $w_{\text{lim}} = 38,36$ mm, alors pour considérer le cas d'une ECS, il faut que w soit inférieur à w_{lim} .

Cette valeur limite est identique à celle déterminée à l'aide des modélisations MEF de la figure II-21.b. Pour le mode S_0 , qui a une vitesse de groupe égale à $c_g = 5184$ m/s et une longueur d'onde $\lambda_{S_0} = 26,47$ mm donc, il faudrait respecter la condition $w \leq w_{\text{lim}} = 64,85$ mm.

5.5. Conclusion

L'étude de l'ELS a validée la possibilité de décomposer un endommagement complexe symétrique en des endommagements simplifiés. Dès lors, en utilisant cette technique, on peut obtenir des gains de calcul pour l'analyse de ce type d'endommagement. De plus, les modes de Lamb fondamentaux sont sensibles à des ECS dont la largeur correspond à des multiples de $\lambda/2$ même si cette largeur est largement inférieure à la longueur d'onde du mode.

6. CONCLUSION GÉNÉRALE

Dans ce chapitre, la problématique de l'étude du phénomène d'interaction des ondes de Lamb avec l'endommagement est présentée et les intérêts et les avantages d'un endommagement simplifié sont énumérés. Dans un premier temps, une étude détaillée est effectuée sur le comportement des modes de Lamb fondamentaux en présence d'une variation d'épaisseur brusque symétrique (**VEBS**) directe. À l'aide d'une méthode hybride, on calcule les coefficients de réflexion et de transmission en

puissance. On en conclut que le mode A_0 est plus sensible aux VEBS que le mode S_0 dans ce cas de figure.

Dans un deuxième temps, le comportement des modes de Lamb fondamentaux en présence d'une VEBS inverse est étudié. On remarque ici, l'existence d'une réciprocity du phénomène d'interaction lorsqu'on travaille avec des modes de Lamb peu dispersifs. Donc, à partir d'une configuration on peut déduire les coefficients de l'autre.

Dans un troisième temps, on construit à partir des deux configurations un endommagement plus complexe appelé encoche longue symétrique (**ELS**) et on le compare au modèle MEF complet. Une bonne concordance est remarquée, ce qui prouve la possibilité de décomposer un endommagement complexe en des endommagements simplifiés dans ce cas de figure.

Enfin, la largeur de l'ELS est réduite pour obtenir une encoche courte symétrique (**ECS**). Une condition est déterminée permettant de différencier le cas d'une ECS d'une ELS. Tous les types d'endommagements étudiés dans ce chapitre (VEBS directe et inverse, ELS et ECS) n'engendrent pas de conversions modales. Pour étendre notre recherche à des cas plus complexes, des endommagements permettant des conversions modales seront étudiés au chapitre suivant.

III CHAPITRE III

CONVERSIONS MODALES DES MODES DE LAMB EN PRÉSENCE D'ENDOMMAGEMENTS ASYMÉTRIQUES

1. INTRODUCTION

Le chapitre précédent a permis d'étudier le cas des endommagements symétriques par rapport au plan médian : c'est-à-dire la VEBS directe et la VEBS inverse ainsi que l'ELS et l'ECS. Pour ces cas de figure, il n'y avait pas de conversions modales, c'est-à-dire de conversion d'un mode symétrique en un mode antisymétrique et inversement.

Afin d'approfondir notre étude et d'élargir le champ des types d'endommagements étudiés, ce chapitre analyse dans un premier temps l'interaction des modes de Lamb fondamentaux avec une **Variation d'Épaisseur Brusque Asymétrique (VEBA)** directe. Pour cette étude, une technique simple pour séparer les modes symétriques et antisymétriques est utilisée. Cette technique se base uniquement sur les opérations arithmétiques d'addition et de soustraction puisque l'on désire séparer les déplacements symétriques des déplacements antisymétriques. Cette opération est effectuée à l'aide des déplacements calculés en deux points situés sur les deux faces de la plaque.

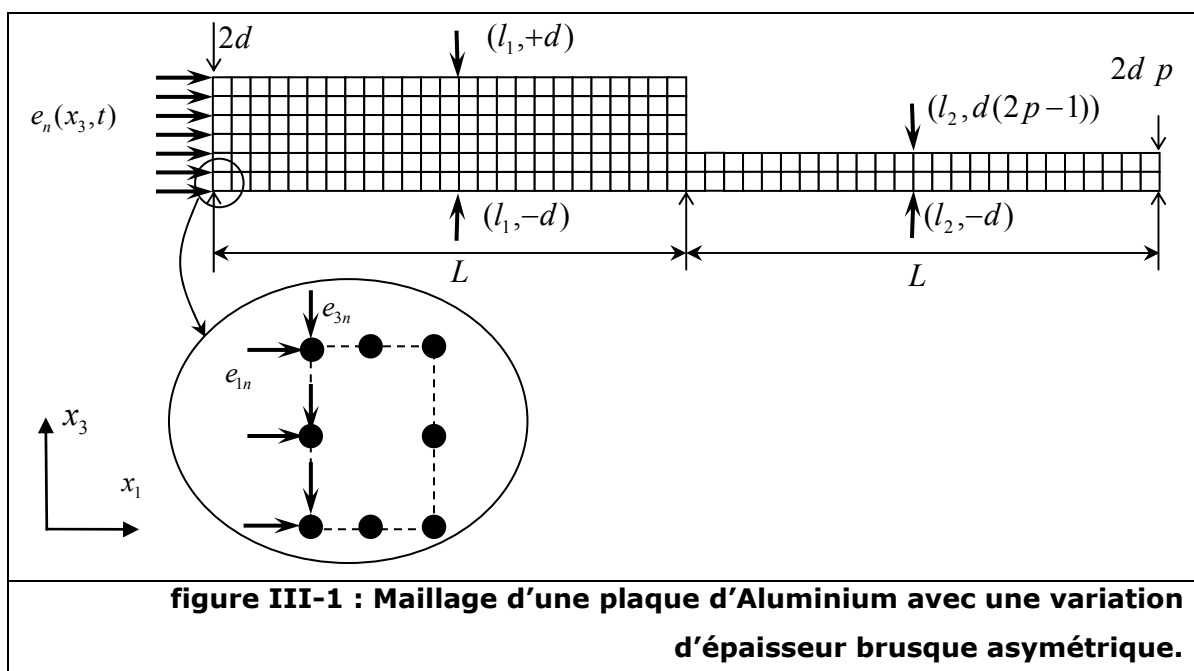
L'analyse se porte dans un deuxième temps sur le comportement des modes A_0 et S_0 lors de leur passage par une VEBA inverse et la comparaison des résultats obtenus avec ceux de la VEBA directe. Ensuite, la combinaison des VEBA directes et inverses permet d'obtenir des **Encoches Longues Asymétriques (ELA)**. Ces deux types d'endommagements font l'objet d'une étude approfondie.

2. INTERACTION DES MODES DE LAMB FONDAMENTAUX EN PRÉSENCE D'UNE VEBA

2.1. Analyse d'une VEBA directe

2.1.a Présentation du modèle éléments finis

L'objectif de cette partie est d'étudier le comportement des ondes de Lamb en présence d'endommagements asymétriques. La figure III-1 donne les dimensions et le maillage utilisés pour modéliser le cas d'une VEBA. Les dimensions sont choisies de façon à ce que les ondes incidente, réfléchiée et transmise en l'absence de conversions de mode puissent être distinguées simplement sur le signal temporel. La modification d'épaisseur de la plaque est prise en compte par le paramètre p (voir chapitre II) qui varie de 0 à 1 avec un pas de $2\Delta x_3$.



Dans cette partie, le comportement des modes A_0 et S_0 en présence d'une VEBA est analysé. Dans ce qui suit, les modes de Lamb fondamentaux sont excités à gauche de la plaque de manière similaire au chapitre II, paragraphe 2.3. Néanmoins, on effectue cette fois-ci des prélèvements sur les deux faces opposées de la plaque afin de permettre la séparation des modes symétriques et antisymétriques.

2.1.b Méthode analytique de séparation des modes de Lamb

L'analyse des ondes de Lamb nous indique qu'il existe des modes symétriques et d'autres antisymétriques. Cette caractéristique peut être utilisée afin de séparer ces modes lorsqu'on connaît la contribution du déplacement sur les deux faces opposées de la structure étudiée. En effet, à l'aide de simples opérations arithmétiques, on peut, soit favoriser l'amplitude d'un mode, soit l'annuler. Par exemple, la somme des déplacements normaux sur les deux faces opposées de la structure permet de doubler l'amplitude normale du mode A_0 (éq. **III-1**). En revanche, la soustraction de ces déplacements annule l'amplitude normale du mode A_0 et double l'amplitude normale du mode S_0 (éq. **III-3**). Cette technique de séparation des modes n'est fiable que lorsque l'on travaille en basse fréquence dans une zone où il n'existe que les deux modes fondamentaux.

Les quatre équations qui suivent, donnent les opérations arithmétiques permettant de sélectionner le déplacement normal ou tangentiel d'un mode donné :

$$2u_{3A_0}^{MEF}(x_1, t) = u_3^{MEF}(x_1, +d, t) + u_3^{MEF}(x_1, -d, t), \quad \text{III-1}$$

$$2u_{1A_0}^{MEF}(x_1, t) = u_1^{MEF}(x_1, +d, t) - u_1^{MEF}(x_1, -d, t), \quad \text{III-2}$$

$$2u_{3S_0}^{MEF}(x_1, t) = u_3^{MEF}(x_1, +d, t) - u_3^{MEF}(x_1, -d, t), \quad \text{III-3}$$

$$2u_{1S_0}^{MEF}(x_1, t) = u_1^{MEF}(x_1, +d, t) + u_1^{MEF}(x_1, -d, t). \quad \text{III-4}$$

2.1.c Application de la méthode de séparation des modes de Lamb

Un exemple de modélisation est proposé pour une épaisseur de la plaque égale à $2d = 6$ mm. Le paramètre p est égal à $1/6$. On choisit de plus, d'exciter le mode A_0 . Sur la figure III-2 sont représentés les déplacements normaux sur les deux faces opposées de la plaque et aux distances respectives $l_1 = 138$ mm et $l_2 = 364$ mm.

L'analyse des signaux temporels démontre que les signaux transmis et réfléchi comportent plusieurs paquets d'ondes. On a donc eu une conversion du mode A_0 en un mode S_0 autour de la VEBA. De plus, il n'est pas possible de distinguer clairement le pic du mode A_0 et celui du mode S_0 dans le cas de la réflexion (voir figure III-2.a et figure III-2.c) ainsi que dans celui de la transmission (voir figure III-2.b et figure III-2.d).

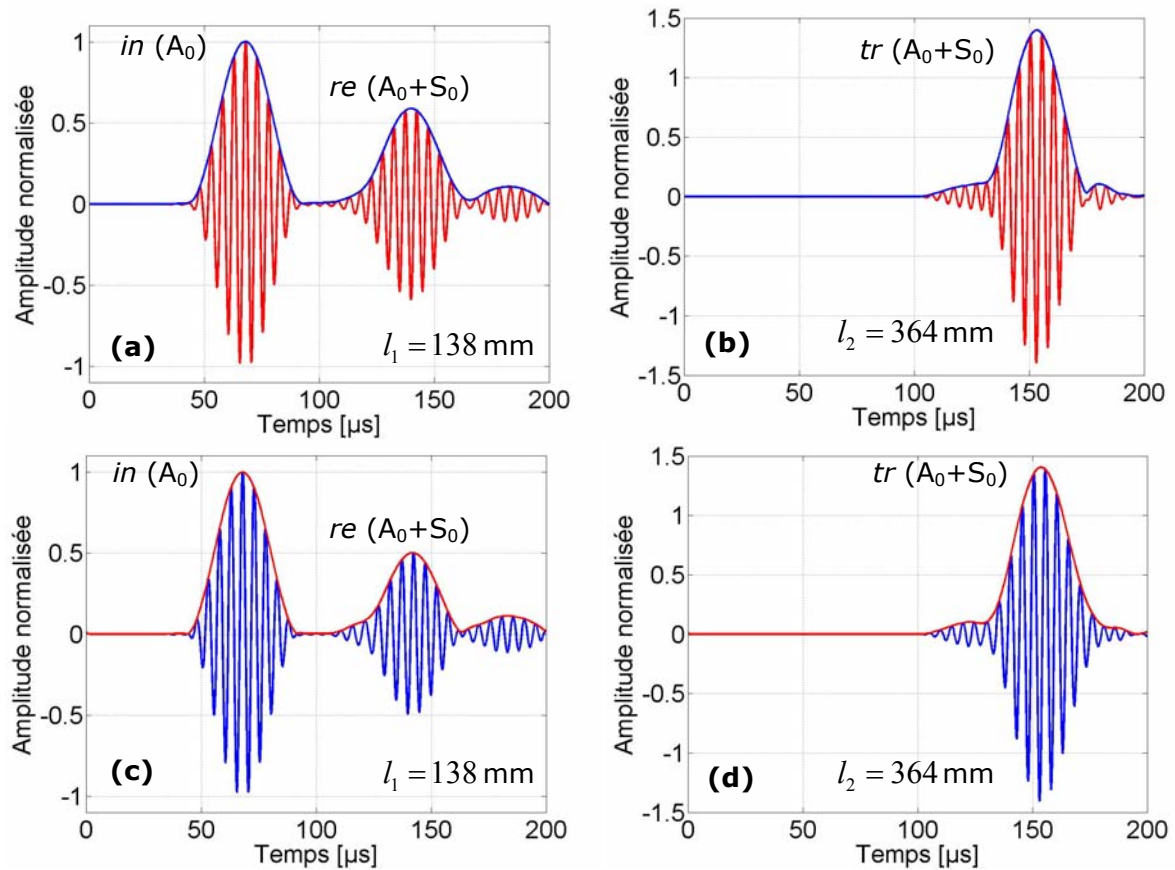


figure III-2 : Déplacements normaux lors de l'interaction du mode A_0 avec une VEBA de valeur p égale à $1/6$ calculés respectivement pour les coordonnées : a) ($l_1 = 138$, $x_3 = +3$) mm, b) ($l_2 = 364$, $x_3 = -2$) mm, c) ($l_1 = 138$, $x_3 = -3$) mm, d) ($l_2 = 364$, $x_3 = -3$) mm.

Afin de résoudre ce problème, on a deux solutions. La première consiste à modéliser une plaque suffisamment longue afin que les deux modes se séparent. Ce choix est mal adapté car on augmente le temps de calcul et l'espace mémoire. Ainsi, le code éléments finis ne converge pas vers une solution. Le deuxième choix, consiste à utiliser la méthode du paragraphe 2.1.b afin de séparer les deux modes de manière rapide et efficace.

L'application des équations **III-1** et **III-3** sur les déplacements normaux prélevés sur les deux faces de la plaque permet la séparation des modes A_0 et S_0 . Les résultats sont présentés sur la figure III-3 et la figure III-4. Les deux paquets d'ondes de la figure III-3.a correspondent respectivement aux modes A_0 incident (*in*) et réfléchi (*re*) par la VEBA. Sur la figure III-3.b, les paquets d'ondes correspondent au mode S_0 réfléchi (*re*) provenant de la conversion du mode A_0 et à sa réflexion sur

l'extrémité gauche de la plaque (re'). La figure III-4.a donne le mode A_0 transmis (tr) tandis que la figure III-4.b illustre les paquets d'onde du mode S_0 transmis (tr) et sa réflexion par le bord droit de la plaque (tr').

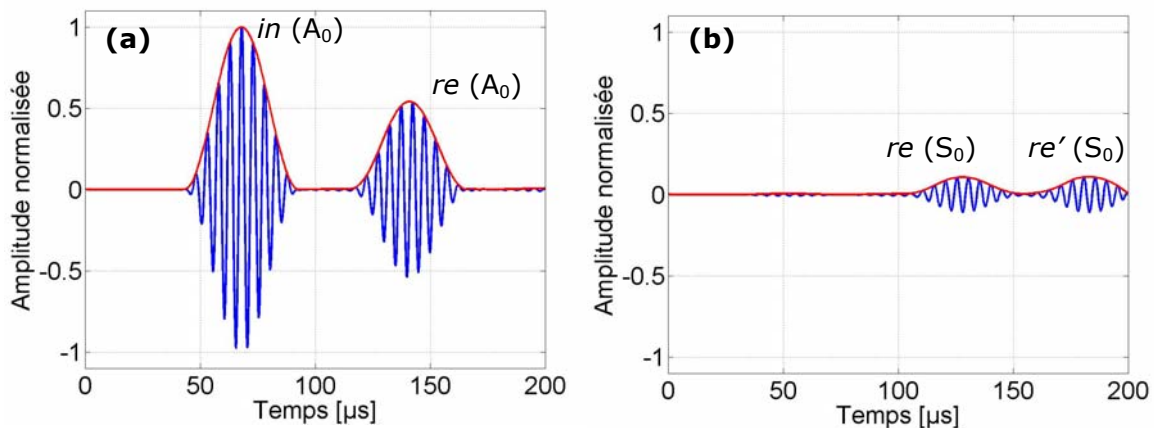


figure III-3 : Déplacements normaux lors de l'interaction du mode A_0 avec une VEBA de $p=1/6$ à $l_1=138$ mm : a) Addition et b) Soustraction.

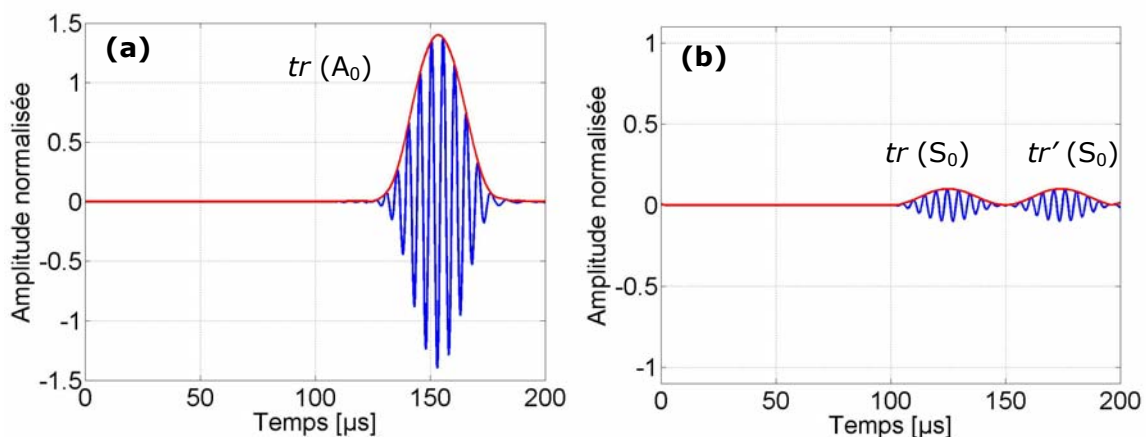


figure III-4 : Déplacements normaux lors de l'interaction du mode A_0 avec une VEBA de $p=1/6$ à $l_2=364$ mm : a) Addition et b) Soustraction.

Un second exemple est ensuite traité : on choisit la même VEBA que précédemment, mais on excite cette fois-ci le mode S_0 . En appliquant le même principe que précédemment, on peut à l'aide de la somme et de la soustraction des déplacements sélectionner soit le mode S_0 , soit le mode A_0 .

Ainsi, la figure III-5.a et la figure III-5.b illustrent les résultats obtenus sur les déplacements tangentiels, après application des opérations arithmétiques. L'identification des réflexions des différents paquets d'ondes se base sur le calcul des temps de vol de chacun des modes. Ainsi, sur la figure III-5.a, on visualise non

seulement le signal incident S_0 (*in*) mais aussi le mode réfléchi S_0 (*re*) et sa réflexion (*re'*) par l'extrémité gauche de la plaque. De plus, en raison de la grande vitesse de ce mode, on peut noter également l'apparition d'un quatrième paquet d'onde correspondant aux allers retours du mode S_0 . La figure III-5.b montre quant à elle le mode réfléchi A_0 (*re*) provenant de la conversion du mode S_0 .

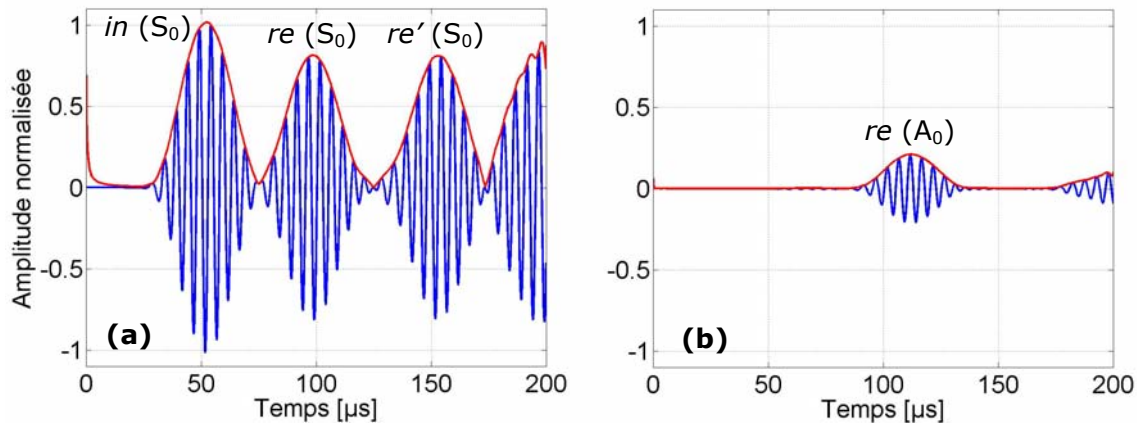


figure III-5 : Déplacements tangentiels lors de l'interaction du mode S_0 avec une VEBA de $p=1/6$ à $l_1=138$ mm : a) Addition et b) Soustraction.

Ces deux premiers exemples illustrent le fait que pour une VEBA, l'analyse est plus complexe, car il est nécessaire dorénavant de tenir compte des conversions de mode. Il est important de souligner que la séparation des modes incidents peut être effectuée indifféremment avec les déplacements tangentiels ou avec les déplacements normaux.

2.1.d Coefficients de réflexion et de transmission

Le tableau III-1 donne les coefficients de réflexion et de transmission des modes A_0 et S_0 en fonction du rapport d'épaisseur de la VEBA. Les valeurs des coefficients des modes qui ne sont pas issus de la conversion de mode sont déterminées de la même manière que dans le chapitre II (§ 3.3.b), c'est-à-dire à partir des pics des paquets d'ondes (équations **II-24** et **II-25**).

En revanche, lorsqu'on calcule ces coefficients pour les modes issus d'une conversion de mode, on utilise des équations plus générales. Ainsi, en reprenant le raisonnement du paragraphe 3.3.b du chapitre II, on peut en déduire les deux équations suivantes :

$$R_m = \frac{\tilde{P}_{mm(re)}^{MEF}|_{2d}}{\tilde{P}_{m(in)}^{MEF}|_{2d}} = \frac{\left(\frac{\tilde{G}_{m(re)}^{MEF}|_{2d}}{|u_m^{ANA}|_{2d}} \right)^2 P_{mm}^{ANA}|_{2d}}{\left(\frac{\tilde{G}_{n(in)}^{MEF}|_{2d}}{|u_n^{ANA}|_{2d}} \right)^2 P_{nn}^{ANA}|_{2d}} = \frac{\left(\frac{\tilde{G}_{m(re)}^{MEF}|_{2d}}{\tilde{G}_{n(in)}^{MEF}|_{2d}} \right)^2 \frac{P_{mm}^{ANA}|_{2d}}{P_{nn}^{ANA}|_{2d}}}{\left(\frac{|u_m^{ANA}|_{2d}}{|u_n^{ANA}|_{2d}} \right)^2 \frac{P_{mm}^{ANA}|_{2d}}{P_{nn}^{ANA}|_{2d}}}, \quad \text{III-5}$$

$$T_m = \frac{\tilde{P}_{mm(tr)}^{MEF}|_{2dp}}{\tilde{P}_{m(in)}^{MEF}|_{2d}} = \frac{\left(\frac{\tilde{G}_{m(tr)}^{MEF}|_{2dp}}{|u_m^{ANA}|_{2dp}} \right)^2 P_{mm}^{ANA}|_{2dp}}{\left(\frac{\tilde{G}_{n(in)}^{MEF}|_{2d}}{|u_n^{ANA}|_{2d}} \right)^2 P_{nn}^{ANA}|_{2d}} = \frac{\left(\frac{\tilde{G}_{m(tr)}^{MEF}|_{2dp}}{\tilde{G}_{n(in)}^{MEF}|_{2d}} \right)^2 \frac{P_{mm}^{ANA}|_{2dp}}{P_{nn}^{ANA}|_{2d}}}{\left(\frac{|u_m^{ANA}|_{2dp}}{|u_n^{ANA}|_{2d}} \right)^2 \frac{P_{mm}^{ANA}|_{2dp}}{P_{nn}^{ANA}|_{2d}}}, \quad \text{III-6}$$

où n et m désignent respectivement le mode incident et le mode issu de la conversion.

Afin de simplifier ces deux équations, on pose :

$$K_{(m/n)}^{MEF} = \frac{\tilde{G}_m^{MEF}}{\tilde{G}_n^{MEF}}, \quad \text{III-7}$$

$$K_{(m/n)}^{ANA} = \frac{|u_m^{ANA}|}{|u_n^{ANA}|}. \quad \text{III-8}$$

On peut donc, réécrire les équations **III-5** et **III-6** comme suit :

$$R_m = \left(\frac{K_{R,(m/n)}^{MEF}}{K_{R,(m/n)}^{ANA}} \right)^2 \frac{P_{mm}^{ANA}|_{2d}}{P_{nn}^{ANA}|_{2d}}, \quad \text{III-9}$$

$$T_m = \left(\frac{K_{T,(m/n)}^{MEF}}{K_{T,(m/n)}^{ANA}} \right)^2 \frac{P_{mm}^{ANA}|_{2dp}}{P_{nn}^{ANA}|_{2d}}, \quad \text{III-10}$$

où $K_{R,(m/n)}^{MEF}$ et $K_{T,(m/n)}^{MEF}$ sont les rapports en amplitude des déplacements respectivement en réflexion (re) et en transmission (tr) par rapport au signal incident (in).

Lorsqu'il existe seulement un mode de Lamb, si on considère que celui-ci se convertit en un mode (m), il faut vérifier l'équation suivante :

$$R_n + T_n + R_m + T_m = 1,$$

III-11

où R_n et T_n sont respectivement les coefficients de réflexion et de transmission du mode incident et R_m et T_m représentent les coefficients de réflexion et de transmission du mode issu de la conversion.

Mode incident	Forme de la VEBA			R		T		Σ R+T
	$2d$	$2d/p$	p	A_0	S_0	A_0	S_0	
A_0 excité			1/6	0.297	0.083	0.209	0.484	1.073
			2/6	0.157	0.121	0.451	0.425	1.154
			3/6	0.080	0.089	0.711	0.203	1.083
			4/6	0.026	0.037	0.908	0.074	1.083
			5/6	0.003	0.008	0.988	0.016	1.015
S_0 excité			1/6	0.058	0.664	0.015	0.286	1.023
			2/6	0.086	0.392	0.032	0.522	1.032
			3/6	0.064	0.181	0.041	0.750	1.036
			4/6	0.027	0.053	0.028	0.938	1.046
			5/6	0.005	0.007	0.008	1.023	1.043

tableau III-1 : Coefficients de réflexion et de transmission en fonction de l'épaisseur lorsqu'on excite soit le mode A_0 , soit le mode S_0 .

Les résultats du tableau III-1 sont illustrés sur la figure III-6.a et la figure III-6.b. La figure III-6.a donne les coefficients de réflexion et de transmission lorsque le mode A_0 est incident. On constate que la VEBA entraîne une conversion de mode importante vers le mode S_0 surtout en transmission. La figure III-6.b montre les coefficients de réflexion et de transmission lorsque le mode S_0 est excité. On note dans ces conditions, que la réflexion du mode incident est plus importante que la conversion du mode S_0 vers le mode A_0 .

Si, on considère la distribution de la densité de puissance des modes A_0 et S_0 à travers l'épaisseur d'une plaque (voir figure II-13), on remarque que le profil du mode S_0 est homogène suivant l'épaisseur contrairement au mode A_0 où une grande partie de la puissance est située à proximité de la surface de la plaque. Cette caractéristique

peut, peut-être expliquer une plus forte migration d'énergie du mode A_0 vers le mode S_0 lors de l'interaction avec la VEBA. Ceci nécessite toutefois une étude plus approfondie. On constate aussi que les deux modes sont quasi-insensibles au cas où $p = 5/6$.

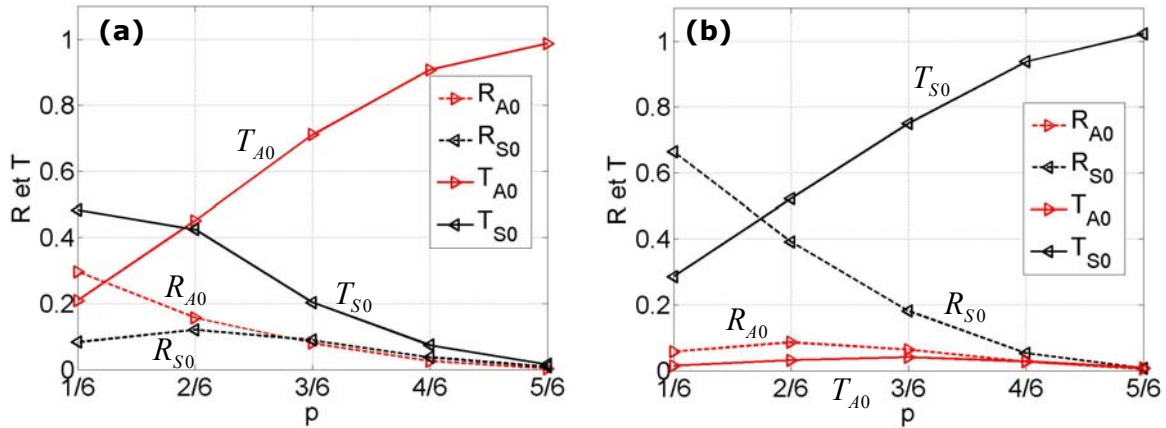


figure III-6 : Coefficients de réflexion et de transmission des modes A_0 et S_0 lorsque les modes excités sont : a) A_0 et b) S_0 .

Dans le deuxième chapitre, on a déterminé la sensibilité d'un mode par rapport à l'autre à l'aide de la quantité d'énergie réfléchie. Sur la base de cette définition, le mode S_0 est plus sensible que le mode A_0 . Or, si on définit la sensibilité par rapport à la quantité d'énergie convertie, dans ce cas, le mode A_0 est le plus sensible. Donc selon la technique d'inspection (un système en réflexion ou un système en transmission), on peut choisir l'un des deux modes pour l'étude des VEBA.

2.1.e Comparaison entre les VEBA et les VEBS

La figure III-8.a et la figure III-8.b présentent une comparaison de l'interaction des modes de Lamb fondamentaux avec soit des VEBS, soit des VEBA (voir figure III-7). Dans ce cas, on ne s'intéresse pas aux modes issus de la conversion.

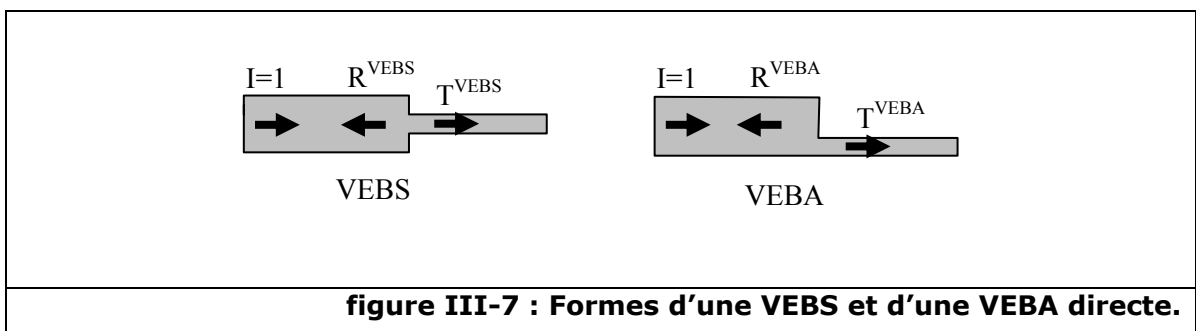


figure III-7 : Formes d'une VEBS et d'une VEBA directe.

On constate sur la figure III-8.a, où le mode A_0 est incident, que les coefficients de réflexion et de transmission du mode A_0 dans le cas d'une VEBA sont plus faibles que celles de la VEBS. Ceci s'explique par le fait qu'une partie de l'énergie de la réflexion et de la transmission est convertie en mode S_0 .

Lorsque le mode S_0 est incident (figure III-8.b), le coefficient de transmission de ce mode dans le cas des VEBA est beaucoup plus faible que celui des VEBS, tandis que le coefficient de réflexion dans le cas des VEBA est plus grand que celui des VEBS. Ainsi, la forte chute du coefficient de transmission est due non seulement à une conversion de mode, mais aussi à une importante réflexion d'énergie lors de l'interaction du mode S_0 avec la VEBA (voir figure III-6.b).

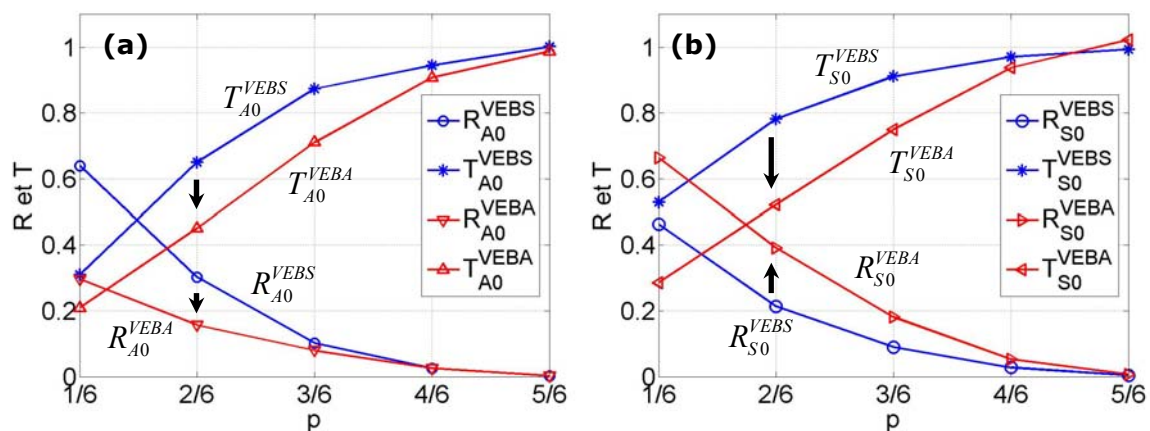


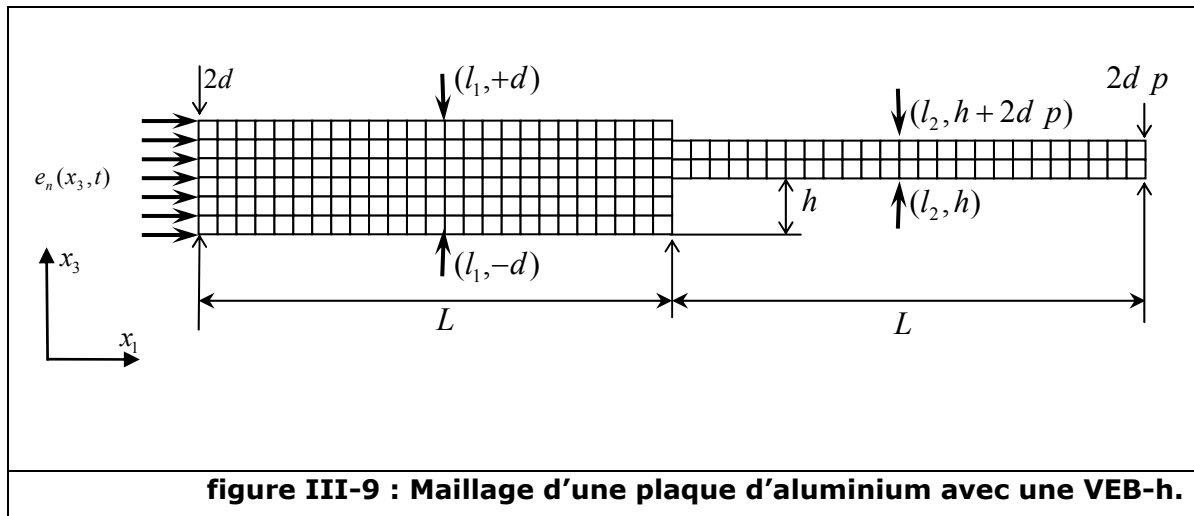
figure III-8 : Comparaison entre les coefficients de réflexion et de transmission des VEBA et des VEBS des modes A_0 et S_0 lorsque : a) A_0 et b) S_0 sont générés.

Les endommagements de type VEBS et VEBA correspondent à deux cas particuliers d'une variation d'épaisseur. La VEBS est située au milieu de la plaque tandis que la VEBA se trouve sur l'extrémité inférieure. Afin de mieux comprendre l'interaction des ondes de Lamb avec une variation d'épaisseur, une étude des autres cas de figures est proposée au paragraphe suivant.

2.2. Interaction des modes A_0 et S_0 avec des variations d'épaisseurs brusques à différentes hauteurs

La figure III-9 représente le maillage et les dimensions d'une Variation d'Épaisseur Brusque à différentes hauteurs (VEB-h). La hauteur h varie entre 0 et $2d(1-p)$. Lorsque cette hauteur est égale à zéro, on obtient une VEBA et lorsqu'elle vaut $d(1-p)$, on a une VEBS. En raison de la symétrie suivant l'épaisseur, le nombre

de configurations possibles dépend de la taille des éléments du maillage, de l'épaisseur de la plaque et de l'épaisseur de la variation.



La figure III-10 et la figure III-11 représentent les coefficients de réflexion et de transmission pour chaque valeur de p en fonction de la hauteur h . On note que le cas où $p = 1/6$ présente le plus de configurations possibles.

Les figures III-10.a-e illustrent les coefficients de réflexion et de transmission lorsque le mode A_0 rencontre des VEB-h de différentes valeurs de p . On voit d'après ces figures, que l'on a une conversion de mode dès que la VEB-h n'est pas symétrique, c'est-à-dire si h est différent de $d(1-p)$. De plus, cette conversion est d'autant plus importante que la variation d'épaisseur est grande c'est-à-dire que p est petit. On constate également que la sensibilité de ce mode diminue lorsque p tend vers 1 comme illustré par la figure III-10.e dans le cas où $p = 5/6$.

Les coefficients de réflexion et de transmission lorsque le mode S_0 rencontre des VEB-h sont représentés sur les figures III-11.a-e. On constate également que l'on a une conversion de mode dès que la VEB-h n'est pas symétrique et cette conversion est d'autant plus importante que la valeur de p est petite. Le mode S_0 est aussi insensible au cas où $p = 5/6$.

On constate aussi que la réflexion du mode incident S_0 lors de l'interaction avec la VEB-h est plus importante que celle du mode A_0 incident. En revanche, la conversion du mode incident A_0 en un mode S_0 est plus importante que celle du mode S_0 incident en un mode A_0 .

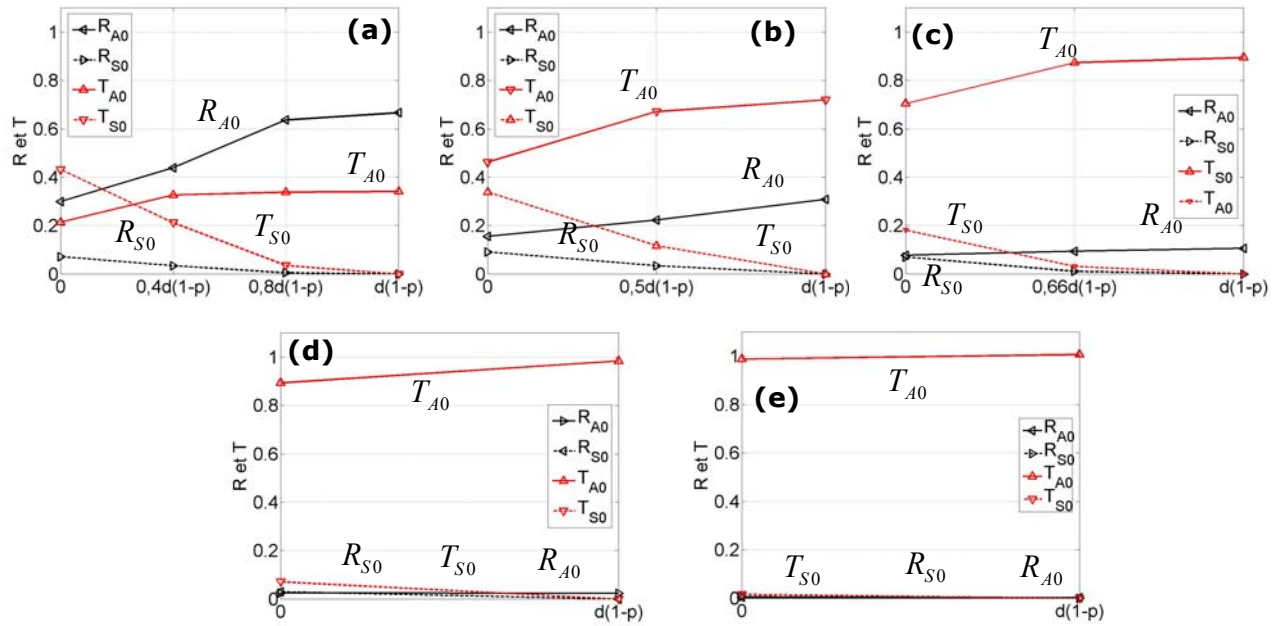


figure III-10 : R et T en fonction de la hauteur (mode A_0 incident) pour le rapport : a) $p=1/6$, b) $p=2/6$, c) $p=3/6$, d) $p=4/6$ et e) $p=5/6$.

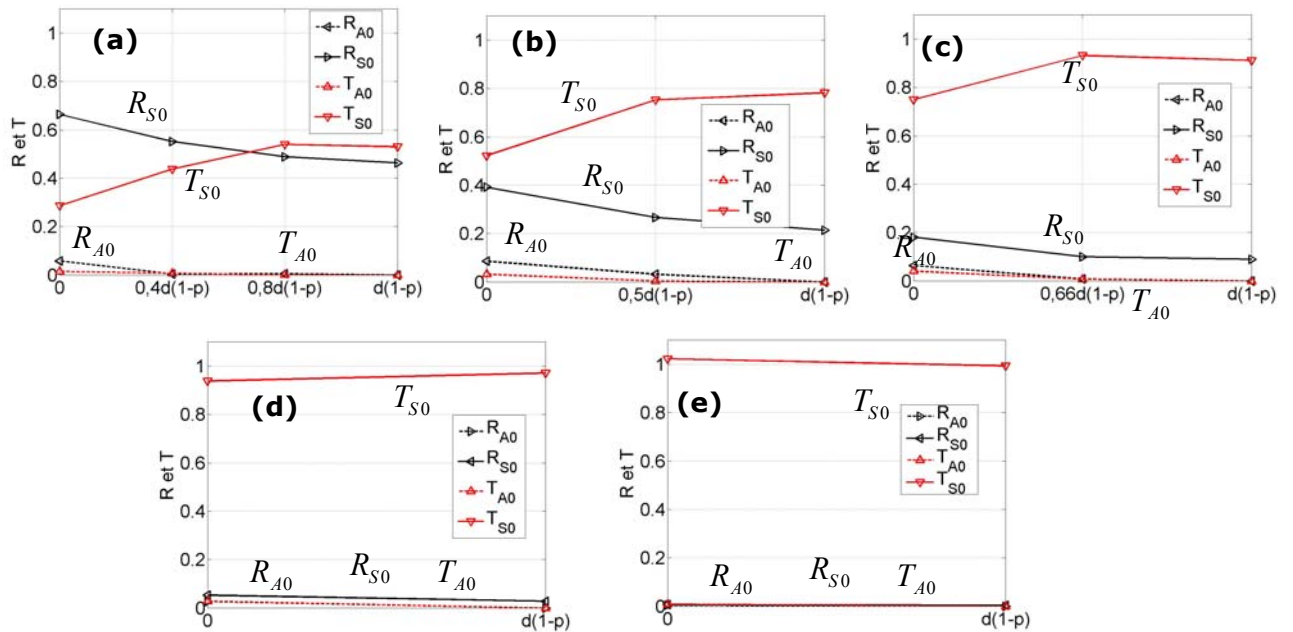
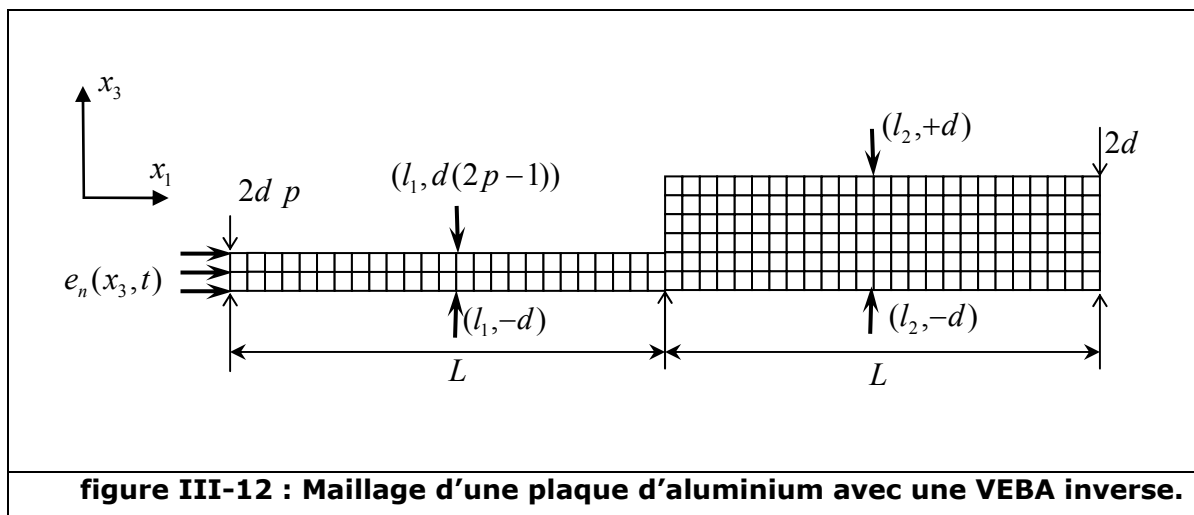


figure III-11 : R et T en fonction de la hauteur (mode S_0 incident) pour le rapport : a) $p=1/6$, b) $p=2/6$, c) $p=3/6$, d) $p=4/6$ et e) $p=5/6$.

2.3. Étude d'une VEBA inverse

2.3.a Positionnement du problème

On étudie ici le cas inverse d'une VEBA directe, c'est-à-dire celui où l'épaisseur passe d'une valeur égale à $2d p$ à une valeur constante égale à $2d$. Le maillage de la structure utilisée et les dimensions sont représentés sur la figure III-12. L'excitation est adaptée afin de correspondre au mode que l'on souhaite exciter sur le bord gauche de la plaque. Deux régions sont analysées, la première se situe avant la variation d'épaisseur et la deuxième après celle-ci. Pour chacune des régions, on prélève les déplacements sur les deux faces opposées de la plaque.



La méthode développée au paragraphe 2.1.b est de nouveau utilisée afin de séparer les modes antisymétriques des modes symétriques. Le tableau III-2 montre les coefficients de réflexion et de transmission d'une VEBA inverse, d'une part, lorsque le mode A_0 est incident et d'autre part, lorsque le mode S_0 est incident.

La comparaison entre le tableau III-1 et le tableau III-2 montre que contrairement aux cas des VEBS, les coefficients de réflexion et de transmission calculés en présence, d'une part, d'une VEBA directe et, d'autre part, d'une VEBA inverse sont différents. Cette différence provient de l'énergie induite par la conversion des modes de Lamb. En effet, lorsqu'un mode de Lamb passe par une VEBA directe, la quantité d'énergie due aux conversions de modes n'est pas la même que lorsque ce même mode passe par une VEBA inverse.

Mode incident	Forme de la VEBA			R		T		Σ R+T
	$2d$	$2d p$	p	A_0	S_0	A_0	S_0	
A_0 excité			1/6	0.716	0.089	0.186	0.029	1.020
			2/6	0.482	0.101	0.426	0.059	1.068
			3/6	0.208	0.066	0.667	0.060	1.001
			4/6	0.054	0.038	0.892	0.044	1.028
			5/6	0.005	0.009	0.999	0.013	1.026
S_0 excité			1/6	0.062	0.213	0.396	0.273	0.944
			2/6	0.064	0.122	0.277	0.476	0.939
			3/6	0.053	0.071	0.142	0.710	0.976
			4/6	0.025	0.027	0.049	0.873	0.974
			5/6	0.005	0.005	0.010	0.976	0.996

tableau III-2 : Coefficients de réflexion et de transmission en fonction de la variation d'épaisseur lorsqu'on excite soit le mode A_0 , soit le mode S_0 .

2.3.b Relation entre la VEBA directe et la VEBA inverse

On utilisera par la suite la notation abrégé qui contient une première lettre qui désigne le coefficient de réflexion (R) ou le coefficient de transmission (T). Ensuite, l'indice inférieur désigne le mode de Lamb. Enfin, les notations *Inv* et *Dir* désignent respectivement le sens inverse ou directe de l'endommagement. Ainsi, par exemple $T_{S_0}^{Dir}$ signifie : le coefficient de transmission du mode S_0 lors du passage d'un mode incident par une VEBA directe.

b.1) Mode A_0 incident

La figure III-13.a et la figure III-13.b présentent respectivement les coefficients de réflexion et de transmission pour des VEBA directes et inverses lorsque le mode A_0 est incident.

Afin d'établir une relation entre une VEBA directe et une VEBA inverse, les deux bilans de puissance sont déterminés à l'aide de l'équation **III-11** comme suit:

$$R_{A_0}^{Dir} + T_{A_0}^{Dir} + R_{S_0}^{Dir} + T_{S_0}^{Dir} = 1, \quad \text{III-12}$$

$$R_{A_0}^{Inv} + T_{A_0}^{Inv} + R_{S_0}^{Inv} + T_{S_0}^{Inv} = 1. \quad \text{III-13}$$

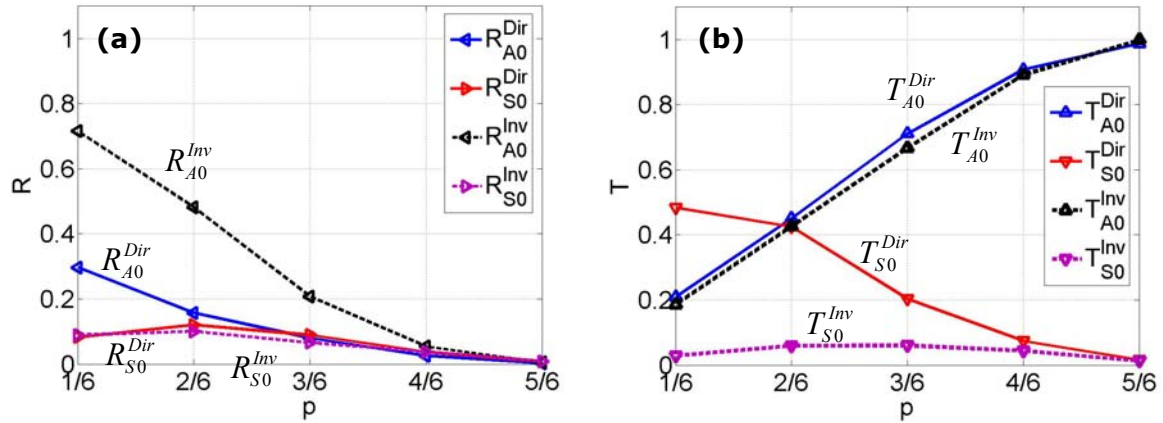


figure III-13 : Comparaison entre les coefficients des VEBA directes (*Dir*) et inverses (*Inv*) (mode A_0 incident) : a) Réflexion et b) Transmission.

D'après les résultats montrés sur la figure III-13.a et la figure III-13.b, on peut écrire les deux égalités suivantes :

$$R_{S0}^{Dir} \cong R_{S0}^{Inv}, \quad \text{III-14}$$

$$T_{A0}^{Dir} \cong T_{A0}^{Inv}. \quad \text{III-15}$$

Sachant que les deux équations **III-12** et **III-13** sont égales et à l'aide des deux équations **III-14** et **III-15**, on obtient :

$$R_{A0}^{Dir} + T_{S0}^{Dir} = R_{A0}^{Inv} + T_{S0}^{Inv}. \quad \text{III-16}$$

b.2) Mode S_0 incident

Lorsque le mode S_0 est incident les coefficients de réflexion et de transmission sont montrés respectivement sur la figure III-14.a et la figure III-14.b.

En suivant le même raisonnement que celui utilisé dans le paragraphe précédent, on obtient les deux égalités suivantes :

$$R_{A0}^{Dir} \cong R_{A0}^{Inv}, \quad \text{III-17}$$

$$T_{S0}^{Dir} \cong T_{S0}^{Inv}. \quad \text{III-18}$$

Ceci permet d'écrire que :

$$R_{S_0}^{Dir} + T_{A_0}^{Dir} = R_{S_0}^{Inv} + T_{A_0}^{Inv} .$$

III-19

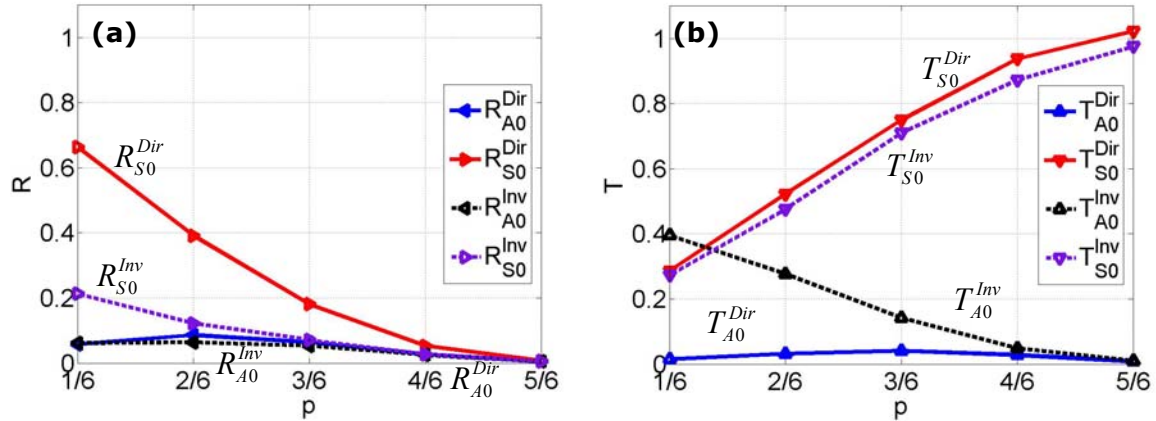


figure III-14 : Comparaison entre les coefficients des VEBA directes (*Dir*) et inverses (*Inv*) (mode S_0 incident) : a) réflexion et b) transmission.

b.3) Conclusion

En conclusion, lorsqu'un mode de Lamb (n) incident traverse une VEBA directe, les coefficients de la VEBA inverse ne peuvent pas tous être déterminés à partir des résultats de la VEBA directe. Néanmoins, on peut déterminer le coefficient de réflexion du mode converti (m), le coefficient de transmission du mode incident (n) et il semble qu'une troisième relation existe entre les coefficients restants à déterminer. Les précédentes relations peuvent être réécrites dans le cas général comme suit :

$$R_m^{Dir} \cong R_m^{Inv} , \quad \text{III-20}$$

$$T_n^{Dir} \cong T_n^{Inv} , \quad \text{III-21}$$

$$R_n^{Dir} + T_m^{Dir} = R_n^{Inv} + T_m^{Inv} . \quad \text{III-22}$$

On note que ces équations sont valides uniquement lorsque l'on travaille avec les deux modes de Lamb fondamentaux dans une région peu dispersive.

La figure III-15.a et la figure III-15.b montrent une comparaison des résultats de l'équation **III-22** obtenus respectivement lorsque le mode A_0 et le mode S_0 sont incidents. Sur ces deux figures, les courbes concordent.

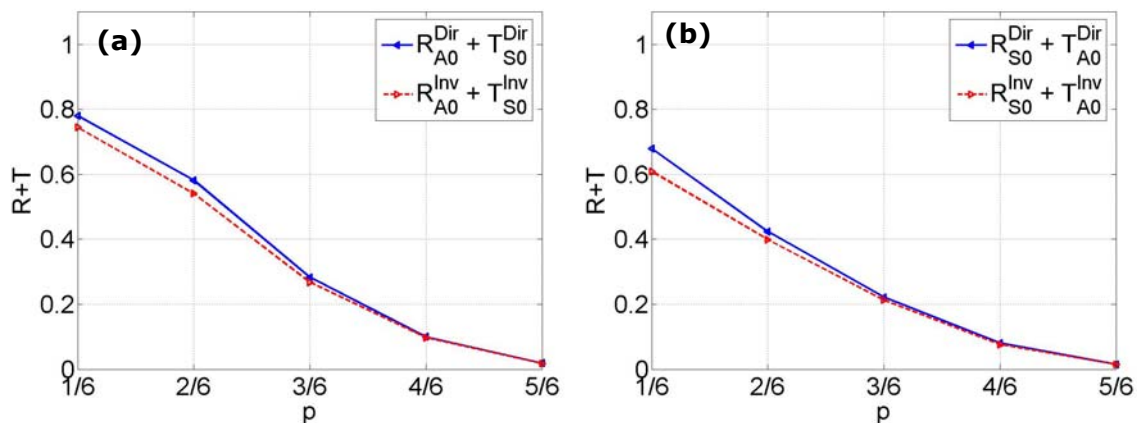


figure III-15 : Comparaison entre la somme du coefficient de réflexion du signal incident et du coefficient de transmission du signal converti lorsque le mode incident est le mode : a) A_0 ou b) S_0 .

2.4. Conclusion

Cette partie a permis l'étude de l'interaction des modes de Lamb avec des variations d'épaisseurs asymétriques. Ce type d'endommagement entraîne des conversions modales, c'est-à-dire d'un mode symétrique en un mode antisymétrique et inversement. Une méthode de séparation de ces modes a donc été présentée et validée.

La définition de la sensibilité du mode incident en présence de la VEBA s'avère variable selon la technique d'inspection choisie. En effet, le mode S_0 apparaît plus sensible en réflexion, tandis qu'une plus grande conversion de mode est obtenue lorsque le mode A_0 est incident. La comparaison entre les résultats des modélisations des VEBS et les résultats des VEBA a permis d'expliquer certains phénomènes physiques de l'interaction des modes fondamentaux avec les variations d'épaisseurs brusques. Ces phénomènes sont liés à la distribution de la densité de puissance des modes à travers l'épaisseur, ainsi qu'à la symétrie de l'endommagement. De plus, l'analyse du comportement des modes A_0 et S_0 envers des variations d'épaisseurs brusques en fonction de la hauteur montre que plus l'asymétrie est élevée, plus l'énergie convertie augmente.

Contrairement aux VEBS, les coefficients de réflexion et de transmission pour les VEBA directes et inverses présentent des différences à cause de la présence des

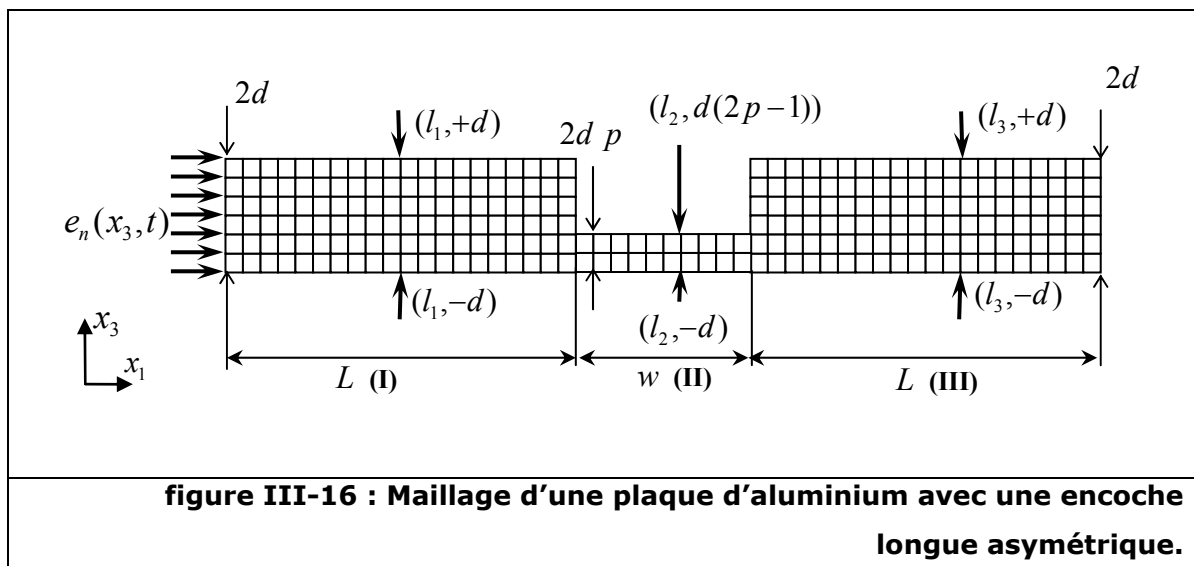
modes convertis. Donc, pour avoir les résultats d'une encoche longue asymétrique (ELA), les VEBA directes et inverses doivent être étudiées conjointement.

3. INTERACTION DES MODES DE LAMB FONDAMENTAUX AVEC DES ENCOCHES LONGUES ASYMÉTRIQUES

3.1. Présentation de la modélisation

Afin de valider la décomposition d'une encoche longue asymétrique en des variations d'épaisseurs brusques asymétriques, une analyse détaillée est présentée dans ce paragraphe. Le maillage et les dimensions d'une plaque d'aluminium munie d'une ELA de largeur $w = 100$ mm, sont illustrés sur la figure III-16.

Le signal d'excitation correspond à la contribution spatio-temporelle du mode fondamental A_0 à la fréquence de 200 kHz. La partie temporelle contient 10 cycles sinusoidaux multipliés par une fenêtre de Hanning. L'excitation est appliquée sur l'extrémité gauche de la plaque d'épaisseur $2d = 6$ mm. On distingue ici trois régions d'études : avant, pendant et après l'ELA. Dans ce qui suit, L est choisie égale à 200 mm et la largeur de l'encoche w est de 100 mm.



3.2. Discussion et exploitation des résultats

Avant de déterminer les coefficients de réflexion et de transmission en puissance, un exemple de modélisation est étudié et analysé dans ce paragraphe. En premier lieu, on prélève les déplacements normaux en trois positions différentes comme indiqué sur la figure III-16. Ces positions correspondent respectivement à $l_1 = 104$ mm, $l_2 = 242$ mm et $l_3 = 404$ mm et pour chacune des positions, on a soit $x_3 = -d$, soit $x_3 = +d$ pour l_1 et l_3 et $x_3 = d(2p - 1)$ pour l_2 .

Les déplacements normaux obtenus sur la surface supérieure de la plaque aux trois positions indiquées précédemment sont illustrés sur la figure III-17.**I**, la figure III-17.**II** et la figure III-17.**III**. Les notations **I**, **II** et **III** correspondent aux régions étudiées. On distingue clairement le mode A_0 incident sur la figure III-17.**I**. En revanche, le signal est composé de plusieurs paquets d'ondes réfléchis et transmis se chevauchant. Il est donc difficile d'identifier ou de quantifier les modes de Lamb existants.

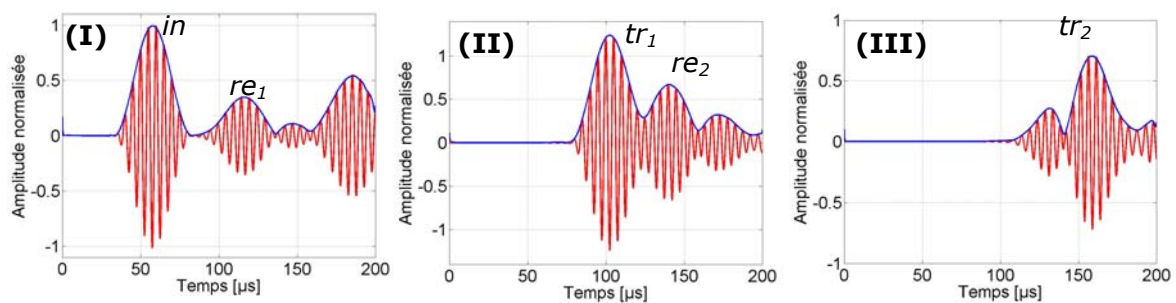


figure III-17 : Déplacements normaux (mode A_0 incident) pour $p = 3/6$ à différentes distances : I) $l_1 = 104$ mm, II) $l_2 = 242$ mm et III) $l_3 = 404$ mm.

En appliquant la méthode exposée au paragraphe 2.1.b, on sépare les modes de Lamb symétriques et antisymétriques. Les figures III-18.a-**I**, **II** et **III** donnent respectivement la contribution antisymétrique dans les régions **I**, **II** et **III**, c'est-à-dire celles du mode A_0 tandis que Les figures III-18.b-**I**, **II** et **III** illustrent la contribution du mode S_0 .

On détermine ensuite l'équation du bilan de puissance. Pour cela, on rappelle dans un premier temps l'équation **II-32** du chapitre II du bilan de puissance lorsqu'il n'existe qu'un seul mode en réflexion et en transmission :

$$R_1 + R_2 + T_2 = 1.$$

III-23

Dans le cas des ELA, deux modes de Lamb coexistent, alors les paramètres de l'équation **III-23** sont remplacés tout simplement par les quantités suivantes :

$$R_1 = R_{A_0}^I + R_{S_0}^I, \quad \text{III-24}$$

$$R_2 = R_{A_0}^{II} + R_{S_0}^{II}, \quad \text{III-25}$$

$$T_2 = T_{A_0}^{III} + T_{S_0}^{III}, \quad \text{III-26}$$

où R_1 et R_2 sont respectivement les coefficients de réflexion pour les régions I et II et T_2 représente le coefficient de transmission dans la région III.

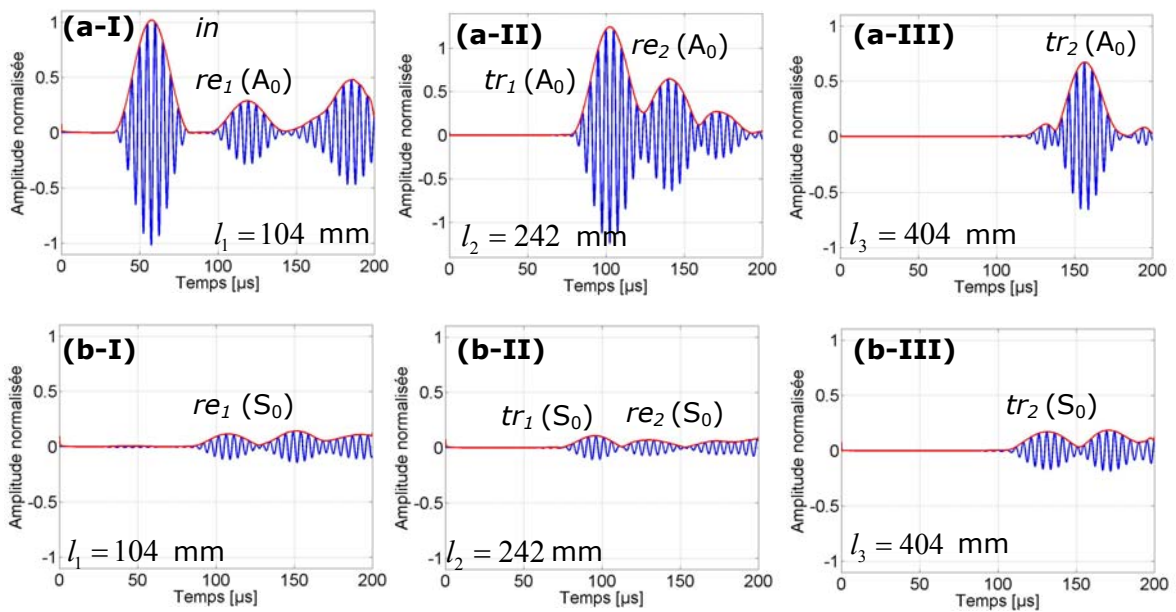


figure III-18 : a) Contribution antisymétrique (A₀) et b) Contribution symétrique (S₀) des déplacements normaux (mode A₀ incident) pour $p = 3/6$ à : I) $l_1 = 104$ mm, II) $l_2 = 242$ mm et III) $l_3 = 404$ mm.

Après la détermination des rapports d'amplitudes, les coefficients de réflexion et de transmission sont calculés par la méthode hybride à l'aide des équations **II-24** et **II-25** pour les modes non convertis et des équations **III-9** et **III-10** pour les modes convertis. Le tableau III-3 et le tableau III-4 résument l'ensemble des résultats des modélisations. Ce bilan de puissance obtenu est presque égal à 1. Il est important

de noter ici que nous n'avons tenu compte des multiples conversions de modes au sein de l'encoche considérées négligeables (voir § 3.3).

P	Forme des ELA	A_0 Déplacements normaux									Σ $R_1+R_2+T_2$
		I		II				III			
	R_1		T_1		R_2		T_2				
	A_0	S_0	A_0	S_0	A_0	S_0	A_0	S_0			
1/6		0,306	0,086	0,211	0,494	0,116	0,141	0,209	0,165	1,023	
2/6		0,163	0,127	0,456	0,425	0,233	0,033	0,257	0,198	1,011	
3/6		0,080	0,087	0,709	0,200	0,192	0,084	0,449	0,201	1,093	
4/6		0,027	0,036	0,904	0,074	0,047	0,043	0,806	0,093	1,052	
5/6		0,003	0,008	0,990	0,016	0,005	0,008	0,976	0,007	1,007	

tableau III-3 : Coefficients de réflexion et de transmission, lorsque le mode A_0 est excité en fonction du paramètre p .

P	Forme des ELA	S_0 Déplacements tangentiels									Σ $R_1+R_2+T_2$
		I		II				III			
	R_1		T_1		R_2		T_2				
	A_0	S_0	A_0	S_0	A_0	S_0	A_0	S_0			
1/6		0,057	0,650	0,015	0,277	0,006	0,115	0,115	0,079	1,022	
2/6		0,084	0,399	0,097	0,514	0,042	0,111	0,135	0,259	1,030	
3/6		0,062	0,184	0,082	0,738	0,034	0,067	0,146	0,517	1,010	
4/6		0,025	0,053	0,027	0,925	0,023	0,028	0,072	0,819	1,020	
5/6		0,005	0,007	0,008	1,009	0,006	0,006	0,005	0,980	1,009	

tableau III-4 : Coefficients de réflexion et de transmission, lorsque le mode S_0 est excité en fonction du paramètre p .

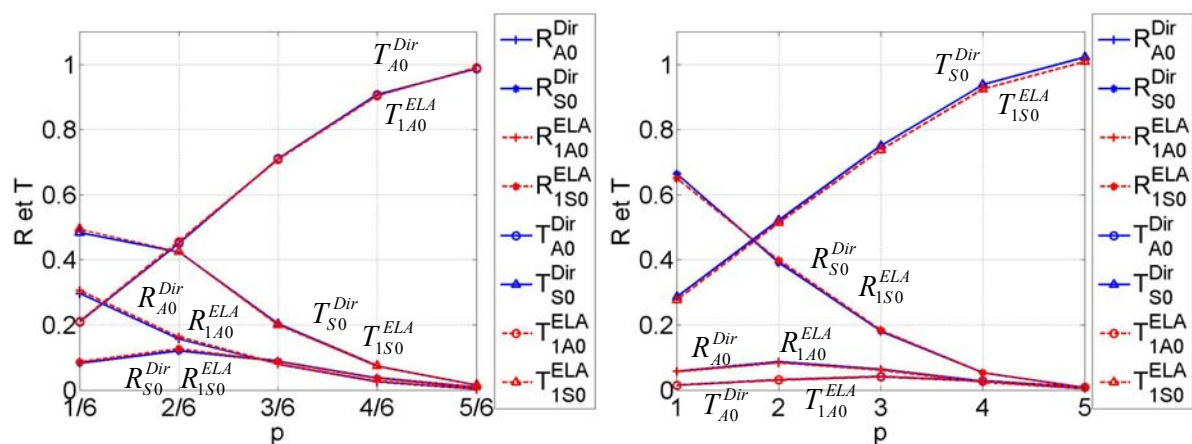
3.3. Construction d'une ELA à partir de VEBA directe et inverse

Dans le paragraphe 2.3.b, on a remarqué qu'il n'était pas possible de déterminer tous les coefficients de réflexion et de transmission d'une VEBA inverse à

partir d'une VEBA directe. Cela exige que la construction d'une ELA se réalise à partir des résultats des deux cas de figures.

3.3.a Comparaison entre une VEBA directe et les régions I et II de l'ELA

Dans un premier temps, on compare les coefficients de réflexion et de transmission dans le cas d'une VEBA directe (voir tableau III-1) avec les coefficients de réflexion et de transmission des régions I et II d'une ELA notées R_1 et T_1 (voir tableau III-3 pour le mode A_0 incident et le tableau III-4 pour le mode S_0 incident). Les résultats de ces comparaisons sont illustrés sur la figure III-19.a lorsque le mode A_0 est incident et sur la figure III-19.b lorsque le mode S_0 est incident. On constate que les courbes sont identiques entre une VEBA directe et l'ELA.



**figure III-19 : Comparaison des résultats entre la VEBA directe et l'ELA :
a) A_0 incident et b) S_0 incident.**

3.3.b Comparaison entre une VEBA inverse et les régions II et III de l'ELA

Dans un deuxième temps, on remarque que la comparaison entre une VEBA inverse et les régions II et III de l'ELA est quasi-impossible dans ces conditions. En effet, le signal incident dans le cas d'une VEBA inverse est un mode pur. En revanche, le signal incident pour la deuxième moitié de l'ELA est beaucoup plus complexe. Ce signal est composé d'un signal incident, d'un signal converti et d'un signal composé de multiples réflexions par les deux extrémités de l'ELA ainsi que par de multiples conversions de mode. Néanmoins, on peut expliquer le comportement de l'interaction d'un mode de Lamb à partir des résultats numériques de l'étude des VEBA directe et inverse. Ainsi, on peut quantifier les modes existants et donc reconstruire une ELA.

3.3.c Propagation du mode incident A_0

À partir des résultats numériques des VEBA directe et inverse de chaque mode et des calculs des temps de vol, on peut prédire les coefficients de réflexion et de transmission ainsi que leur temps d'arrivée dans une plaque munie d'une ELA.

À titre d'exemple, la figure III-20 représente un schéma de puissance lorsque le mode incident A_0 passe par une ELA d'épaisseur $p = 3/6$. Le signal incident a une puissance égale à 1. Sur cette figure, on ne représente que la réflexion et la transmission du mode A_0 , on ne s'occupe pas pour l'instant des conversions de mode. Ainsi, lorsque le mode incident $I_{A_0}^{Dir}$ passe par la première variation d'épaisseur, une partie de la puissance est réfléchiée ($R_{A_0}^{Dir}$), une autre partie est transmise ($T_{A_0}^{Dir}$). De même, une partie de la puissance transmise est à son tour réfléchiée ($R_{A_0}^{Inv}$) et transmise ($T_{A_0}^{Inv}$) lorsque le mode A_0 passe par la deuxième variation d'épaisseur. Les réflexions sur le bord droit et le bord gauche de la plaque liés aux puissances $T_{A_0}^{Inv}$ et $R_{A_0}^{Dir}$ sont notées respectivement R'_{A_0} et R''_{A_0} .

La comparaison de ce premier modèle avec les résultats obtenus avant l'encoche à l'aide du modèle MEF complet de l'ELA (voir figure III-18.a-I) permet d'identifier les modes existants. En second lieu, on observe une erreur d'interprétation pour ce premier modèle si on le compare avec les résultats du modèle MEF après l'encoche (voir figure III-18.a-III). En fait, cette différence provient du fait que l'on n'a pas pris en compte la conversion du mode A_0 incident en un mode S_0 . En effet, le mode S_0 converti en arrivant à l'extrémité droite de l'encoche se convertit à son tour en un mode A_0 . Ce mode antisymétrique influence le mode transmis $T_{A_0}^{Inv}$ (voir Annexe C).

3.3.d Propagation du mode S_0 converti

Afin de compléter le premier modèle, on étudie cette fois-ci les réflexions et les transmissions issus de la conversion du mode A_0 en mode S_0 (voir figure III-21). Sur cette figure, on ne représente que les puissances significatives du mode converti S_0 . La puissance du mode incident A_0 ($I_{A_0}^{Dir}$) et la puissance transmise ($T_{A_0}^{Dir}$) à l'intérieur de l'encoche sont également représentées. Une partie de la puissance du mode A_0 incident est converti dans le mode S_0 en transmission $T_{S_0}^{Dir}$ et en réflexion $R_{S_0}^{Dir}$. La

puissance de ces deux modes S_0 est ensuite réfléchi sur le bord droit (R'_{S_0}) et sur le bord gauche de la plaque (R''_{S_0}).

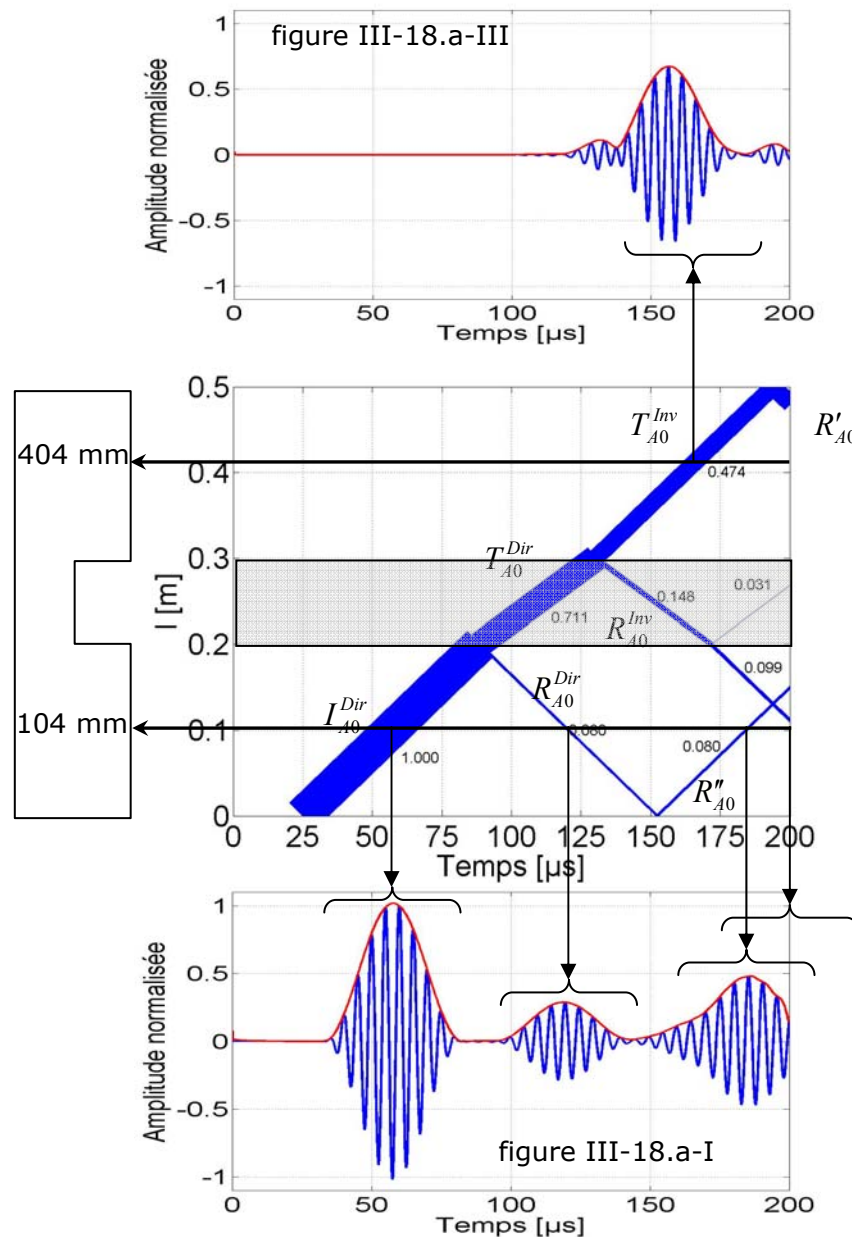


figure III-20 : Réflexion et transmission du mode A_0 incident dans une plaque munie d'une ELA d'épaisseur égale à $p = 3/6$ et d'une largeur $w = 100$ mm.

Les comparaisons des résultats de ce second modèle avec ceux du modèle MEF avant (figure III-18.b-I) et après (figure III-18.b-III) l'encoche pour les déplacements symétriques permet d'identifier et de quantifier tous les modes existant. De plus, on remarque la présence d'un grand nombre de paquets d'onde. Ceux-ci proviennent des multiples réflexions du mode S_0 au sein de l'encoche. On s'aperçoit que l'étude de

l'ELA se complique très rapidement avec la propagation de modes rapides et la présence de multiples conversions de modes.

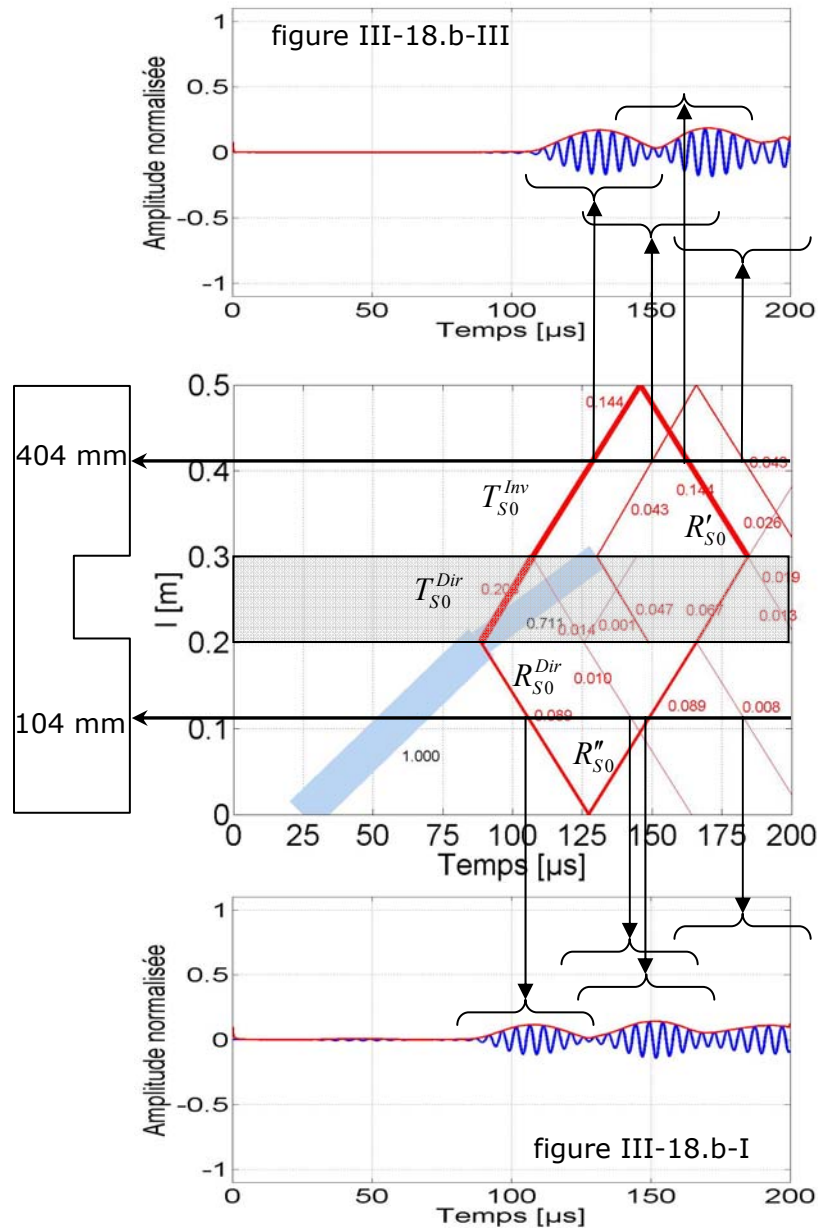


figure III-21 : Réflexion et transmission du mode converti S_0 dans une plaque munie d'une ELA d'épaisseur égale à $p = 3/6$ et d'une largeur $w = 100$ mm.

3.3.e Conclusion

Dans cette partie, l'analyse des VEBA directe et inverse a permis de quantifier chacun des modes existants. En outre, le calcul des temps de vol a permis d'identifier ces modes. La combinaison de ces deux analyses offre la possibilité de mieux comprendre le phénomène de l'interaction. De plus, on peut prédire le comportement des deux modes de Lamb fondamentaux pour différentes largeurs de l'encoche.

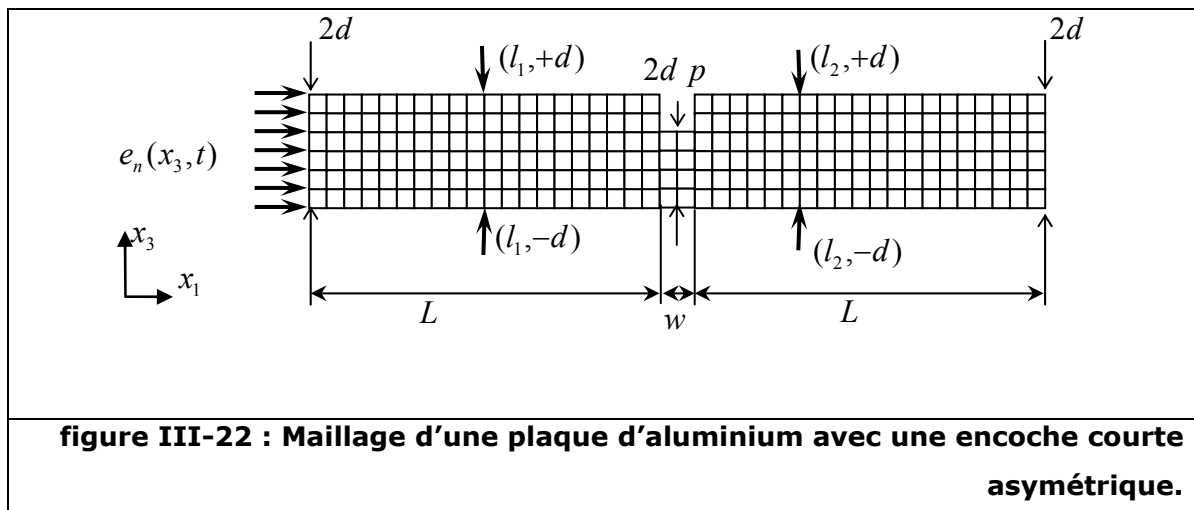
3.4. Analyse des Encoches Courtes Asymétriques (ECA)

3.4.a Introduction

Après avoir étudié l'interaction des modes de Lamb fondamentaux avec des variations d'épaisseurs brusques et des encoches longues asymétriques, ce paragraphe analyse le comportement de ces modes avec des **Encoches Courtes Asymétriques (ECA)**. L'objectif de cette partie est de déterminer un critère afin de différencier une ELA d'une ECA. Les outils de modélisation sont les mêmes que précédemment et les dimensions et le maillage de la structure sont donnés sur la figure III-16.

3.4.b Modélisation

Un exemple de cette étude se porte sur une plaque d'aluminium de 500 mm de longueur et de $2d = 6$ mm d'épaisseur, qui possède une encoche de 1 mm de profondeur, c'est-à-dire un paramètre p égal à $5/6$ (voir figure III-22). Plusieurs largeurs d'encoches sont modélisées. Elles varient de 1 mm à 65 mm avec un pas de 1 mm, ce qui correspond à un rapport de $w/\lambda_{A_0} = 0,08$ à $5,57$. L'encoche est située au milieu de la plaque. Le signal est le même que dans le paragraphe 3.1.



3.4.c Résultats

La figure III-23.a et la figure III-23.b représentent respectivement le coefficient de réflexion du mode incident A_0 et du mode issu de la conversion S_0 en fonction du rapport largeur-longueur d'onde (w/λ_{A_0}) du mode incident. Ces

coefficients sont calculés à partir des équations **II-24** du chapitre II pour le mode incident et **III-9** pour le mode converti, après la séparation des modes.

On constate que le coefficient de réflexion du mode A_0 (figure III-23.a) passe par des maximums correspondant à des multiples de $\lambda_{A_0}/2$ et par des minimums correspondant à des multiples impaires de $\lambda_{A_0}/4$. Ces minimums et maximums sont les résultats d'une interférence destructive et constructive des multiples réflexions par les bords de l'ECA (voir chapitre II, § 5.4).

On remarque également que ce coefficient de réflexion tend vers une valeur stable égale à la valeur obtenue lors de l'interaction avec l'ELA précédente. Lorsque cette dernière valeur est atteinte, on s'aperçoit que le rapport w/λ_{A_0} égale à la valeur $w_{\text{lim}} = 38,36$ qui correspond au critère calculé à l'aide de l'équation **II-38** du chapitre II.

Lorsque l'on regarde le coefficient de réflexion du mode S_0 converti, sa valeur ne se stabilise pas pour le même rapport w/λ_{A_0} . En fait, en raison des conversions de mode, le critère permettant de différencier des ELA des ECA est le même que celui de l'équation **II-38**, seulement on utilise cette fois-ci la vitesse du mode de Lamb le plus rapide comme suit :

$$w \leq \frac{1}{4} \frac{N_{\text{cyc}}}{f_c} \max(c_{gA_0}, c_{gS_0}). \quad \text{III-27}$$

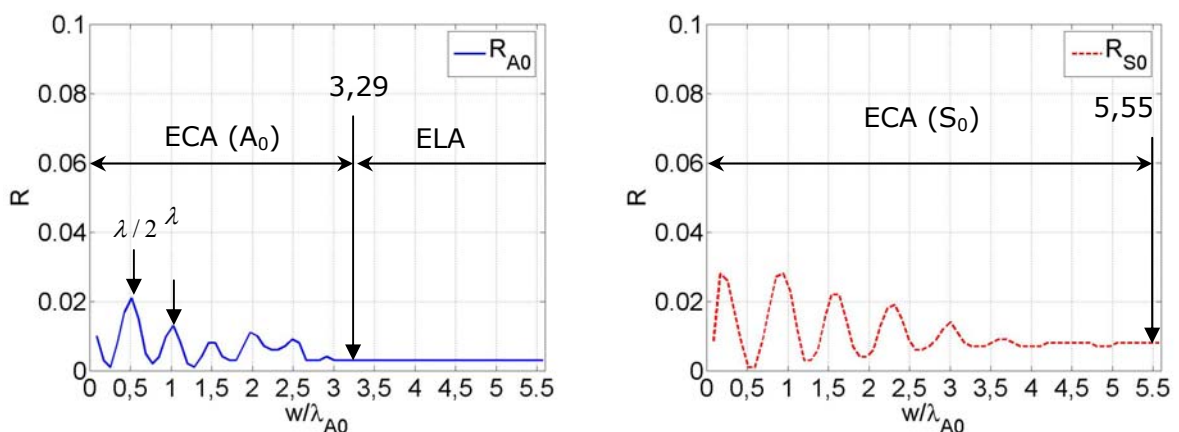


figure III-23 : Coefficients de réflexion des modes A_0 et S_0 en fonction de w/λ_{A_0} (mode A_0 incident et $p = 5/6$).

3.5. Conclusion

Lors de cette étude, on a constaté que l'interaction des modes de Lamb avec des ELA est complexe à cause des conversions de mode et des multiples réflexions. À l'aide de l'étude de la VEBA directe et inverse et du calcul des temps de vol, tous les paquets d'ondes existant lors de cette interaction sont identifiés et quantifiés. Le modèle ainsi développé aide à mieux se rendre compte du phénomène de l'interaction des modes de Lamb avec l'ECA.

4. CONCLUSION GÉNÉRALE

Dans ce chapitre, on s'est intéressé à l'étude de l'interaction des modes de Lamb avec des endommagements asymétriques. Dans un premier temps, une méthode analytique a été développée afin de séparer les modes de Lamb. Ensuite, le comportement des modes de Lamb fondamentaux en présence d'une variation d'épaisseur brusque asymétrique (**VEBA**) directe a été étudié.

À l'aide de la méthode hybride généralisée, on calcule les coefficients de réflexion et de transmission en puissance. On en conclut que selon la technique d'inspection, on peut choisir l'un ou l'autre des deux modes de Lamb fondamentaux afin d'analyser ce type d'endommagement. Des **Variations d'Épaisseurs Brusques** à différentes hauteurs (**VEB-h**) sont également analysées. Il ressort de cette analyse que plus l'asymétrie de l'endommagement par rapport au plan médian est grande, plus la conversion du mode est importante.

Dans un deuxième temps, le comportement des modes de Lamb fondamentaux en présence d'une VEBA inverse est étudié. Contrairement au cas symétrique, les résultats obtenus sont différents de ceux obtenus pour une VEBA directe. Cela s'explique par la présence de conversions de modes. Néanmoins, une relation entre la VEBA directe et la VEBA inverse est trouvée.

Dans un troisième temps, on reconstruit à partir d'une VEBA directe et d'une VEBA inverse, un endommagement plus complexe appelé **Encoche Longue Asymétrique (ELA)**. Cette étude montre la complexité du phénomène de l'interaction des modes de Lamb avec les encoches asymétriques. Enfin, l'analyse des **Encoches Courtes Asymétriques (ECA)** permet de choisir un critère afin de différencier une ELA d'une ECA.

Aux chapitres II et III, tous les endommagements (VEBS, ELS, ECS, VEBA, VEB-h, ELA et ECA) sont étudiés numériquement. Le chapitre suivant sera consacré à la validation expérimentale des ELS et des ELA.

IV CHAPITRE IV

APPLICATION DANS LE CADRE DU CONTRÔLE SANTÉ INTÉGRÉ DES ONDES DE LAMB

1. INTRODUCTION

Les chapitres II et III ont été consacrés respectivement à l'étude de l'interaction des modes de Lamb fondamentaux avec des encoches symétriques et asymétriques. Cette analyse numérique a permis de mieux comprendre les phénomènes mis en jeu en se basant sur le calcul des coefficients de réflexions et de transmissions en puissance des modes de Lamb lors de l'interaction avec l'endommagement.

Ce chapitre a pour objectif de déterminer dans quelle mesure les résultats précédents peuvent être exploités dans le cadre du contrôle santé intégré (**CSI**) de structures. Contrairement à l'étude numérique, il est dorénavant nécessaire d'utiliser des transducteurs intégrés à la structure pour générer et recevoir les modes de Lamb. Une première question qui se pose est de savoir si il est possible d'obtenir des résultats proches des mesures en déplacements. Ensuite, il est essentiel de pouvoir résoudre les problèmes de sélection de mode lors de l'excitation et de séparation des modes à la réception. Enfin, la dernière partie du chapitre est dédiée à la recherche de la configuration optimale du système CSI, c'est-à-dire le choix d'un système en transmission ou en réflexion pour la détection de l'endommagement dans les meilleures conditions.

2. PRÉPARATION DE LA PARTIE EXPÉRIMENTALE

2.1. Introduction

Avant de pouvoir effectuer les essais d'interactions des ondes de Lamb avec les encoches, certaines étapes préliminaires sont nécessaires. Dans un premier temps, il est essentiel de caractériser les propriétés des modes de Lamb pour la structure utilisée. Dans un deuxième temps, il s'agit de déterminer les types d'émetteurs et de récepteurs nécessaires à l'étude. L'objectif est double, il s'agit d'une part, de sélectionner un mode de Lamb à l'excitation et d'autre part, de détecter l'ensemble des modes pouvant apparaître lors de l'interaction des ondes de Lamb avec l'endommagement.

2.2. Courbes de dispersion expérimentale

Cette partie est consacrée à la caractérisation expérimentale de la structure choisie. Cette caractérisation nécessite un traitement de signal avancé et un dispositif expérimental adapté.

2.2.a Transformée de Fourier à Deux Dimensions (TF-2D)

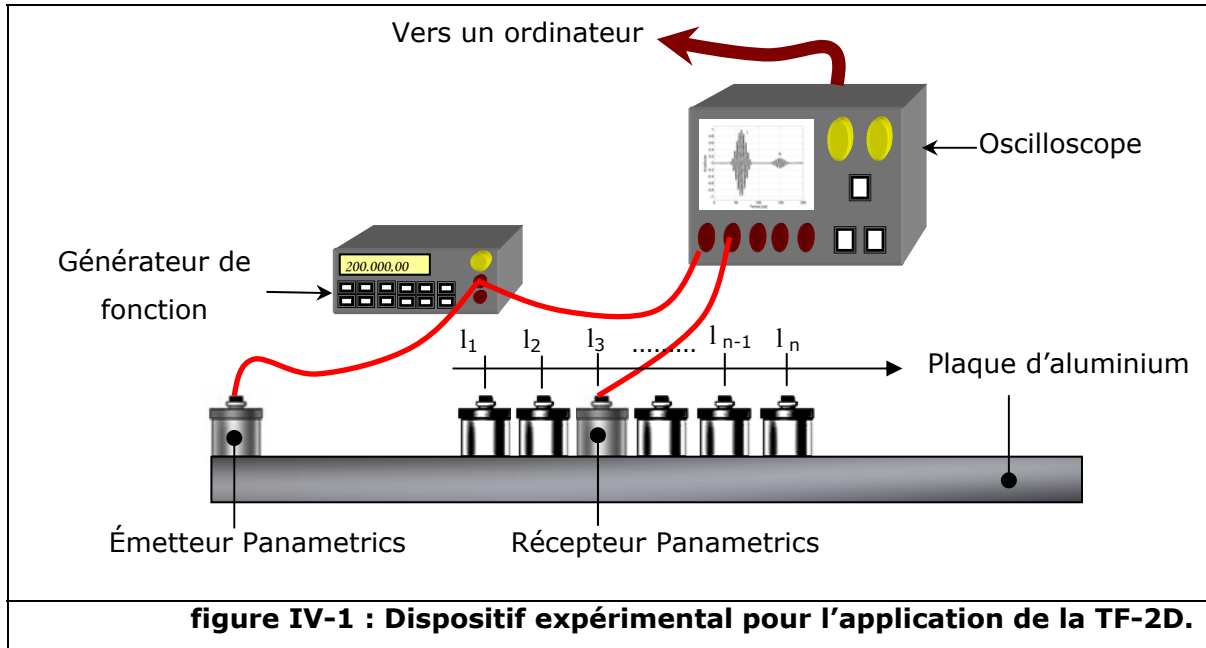
Afin de déterminer les modes se propageant dans la structure, la méthode basée sur la Transformée de Fourier à Deux Dimensions (TF-2D)¹⁷ est utilisée. Cette technique se base sur l'utilisation conjointe de la TF temporelle et de la TF spatiale, afin de visualiser le contenu en fréquence temporelle et spatiale du signal onde de Lamb généré. L'équation de la TF-2D est donnée ci-dessous :

$$S(k, f) = \iint_{x_1, t} s(x_1, t) h(x_1) e^{-j(2\pi ft + kx_1)} dt dx_1, \quad \text{IV-1}$$

où x_1 et t représentent respectivement l'espace et le temps tandis que k et f correspondent au nombre d'onde et à la fréquence temporelle. $s(x_1, t)$ est le signal spatio-temporel et $h(x_1)$ représente la fenêtre de Hanning spatiale, choisie pour minimiser l'apparition des lobes secondaires.

2.2.b Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental utilisé afin de déterminer les courbes de dispersions des nombres d'ondes est présenté sur la figure IV-1. Ce dispositif est constitué de transducteurs Panametrics en émission et en réception. L'acquisition des signaux est effectuée à l'aide d'un oscilloscope relié à un ordinateur par une carte d'interface GPIB. Les données sont ensuite traitées à l'aide du logiciel Matlab. Les deux transducteurs Panametrics sont mis en contact avec la plaque d'aluminium à l'aide d'un gel de contact permettant l'adaptation d'impédance mécanique.



Les mesures sont effectuées de la façon suivante : dans un premier temps, l'émetteur est excité par un signal électrique. Le signal choisi est une impulsion sinusoïdale de fréquence égale à la fréquence de résonance du Panametrics, c'est-à-dire à 500 kHz, ceci afin de générer le plus grand nombre de modes de Lamb possibles. Le signal ultrasonore transmis est reçu par le récepteur, puis transféré vers l'ordinateur pour l'enregistrement. Ensuite, on déplace le récepteur, d'une position l_1 à une position l_2 d'un pas spatial régulier. Le deuxième signal est alors enregistré. On continue ainsi jusqu'à la position l_n . Ainsi, on obtient un signal spatio-temporel, ou en d'autres termes une matrice bidimensionnelle qui contient l'amplitude du signal ondes de Lamb généré en fonction du temps et de l'espace.

Le nombre d'acquisitions et la valeur du pas des déplacements déterminent la précision spatiale Δk de la TF-2D, tandis que la fréquence d'échantillonnage et le

nombre de points temporels donnent la précision fréquentielle Δf . On exprime ces valeurs à l'aide des équations suivantes :

$$\Delta k = \frac{2\pi}{(N-1)\Delta x_1}, \quad \text{IV-2}$$

$$\Delta f = \frac{F_{ech}}{(M-1)}, \quad \text{IV-3}$$

où N et M sont les nombres d'échantillons, Δx_1 le pas spatial et F_{ech} est la fréquence d'échantillonnage.

2.2.c Comparaisons entre les courbes théorique et les mesures

La figure IV-2 représente le résultat de la TF-2D : l'axe des abscisses donne la fréquence, l'axe des ordonnées correspond au nombre d'onde et l'intensité des couleurs (niveau de gris) représente l'amplitude normalisée du signal onde de Lamb. Ce graphe est le résultat d'une TF-2D appliquée sur 256 signaux ondes de Lamb. L'acquisition de chacun des signaux est effectuée sur 2000 points avec une fréquence d'échantillonnage de 10 MHz et un pas spatial de 1 mm. De plus, sur cette figure, on superpose les résultats théoriques montrés au chapitre I, § 2.2.d. On remarque une bonne concordance entre les courbes théoriques et expérimentales, ce qui valide les paramètres théoriques utilisés lors de la modélisation (chapitres II et III).

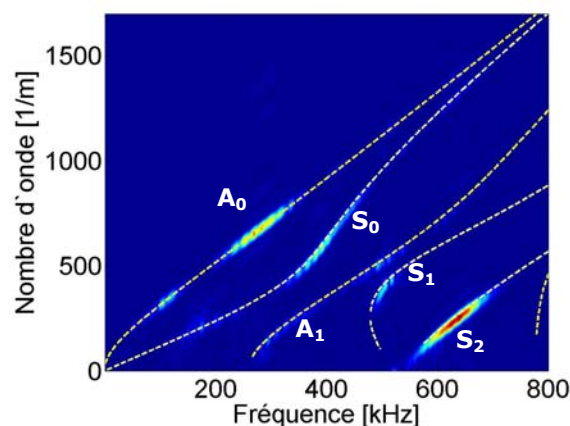


figure IV-2 : Comparaison entre les courbes de dispersion théoriques et expérimentales des nombres d'onde.

2.3. Choix de l'émetteur

2.3.a Sélection et génération des ondes de Lamb

Le choix des transducteurs s'est porté sur deux types de transducteurs. À l'émission, on utilise une piézo-céramique de type "PZT 27" (voir figure IV-3.a), de forme rectangulaire polarisée suivant l'épaisseur et de dimensions 50x6x1 mm. La longueur est choisie suffisamment grande par rapport aux autres dimensions afin d'avoir une génération d'onde unidirectionnelle⁸⁵. On utilise généralement pour le CSI, des céramiques d'épaisseur fine et on travaille en mode de résonance largeur. Le signal d'excitation correspond à 5 cycles de sinusoides à la fréquence de 200 kHz. Le signal est de plus fenêtré par une fonction de Hanning. Le récepteur utilisé est un transducteur Panametrics⁸⁶ (voir figure IV-3.b). Ce dernier permet de faciliter les mesures sur les différents spécimens. Il peut être remplacé dans le cadre du CSI par un transducteur du même type que l'émetteur.

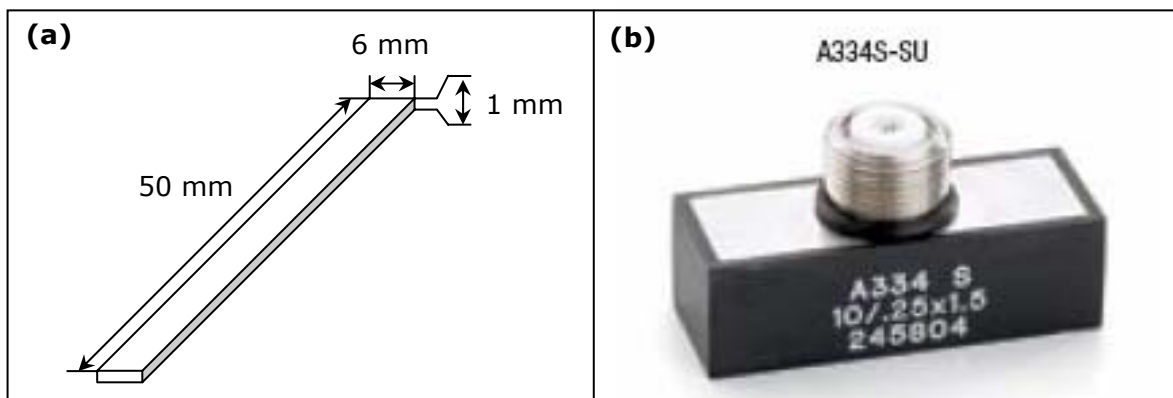
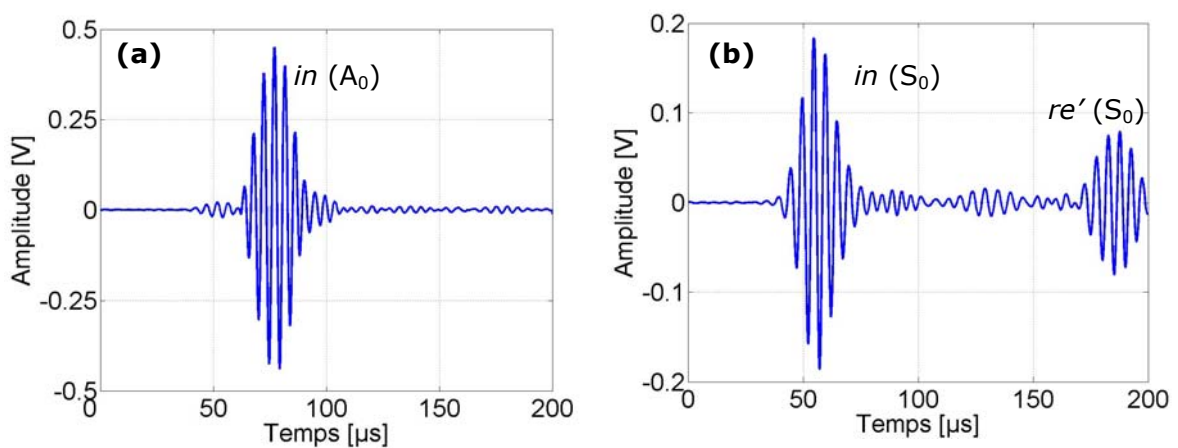
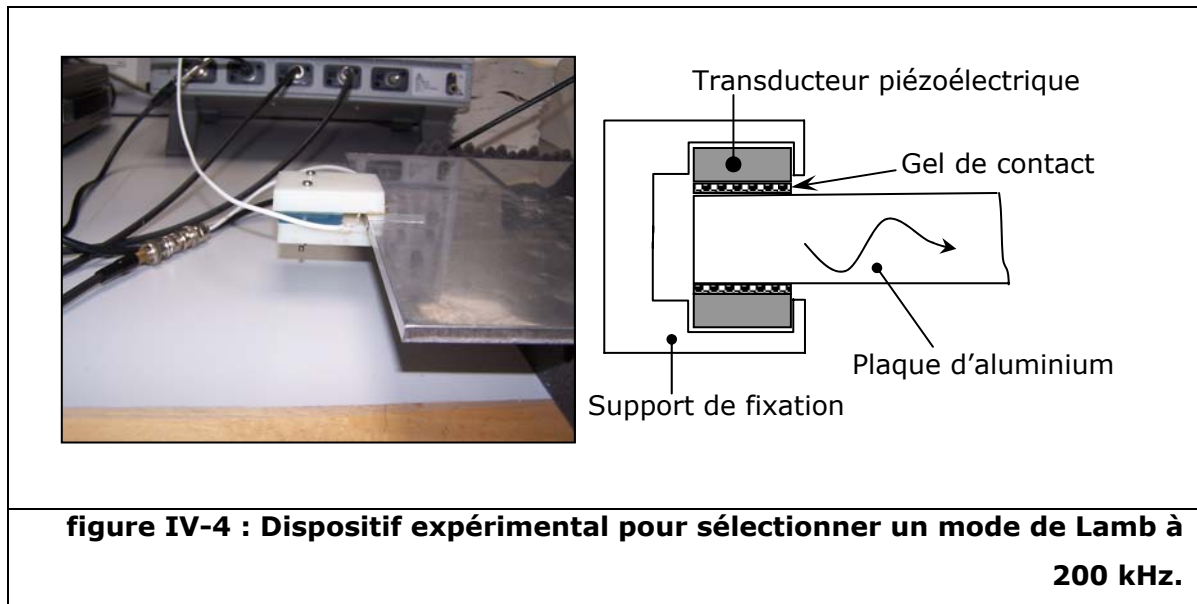


figure IV-3 : Transducteur a) Piézoélectrique b) Panametrics.

Afin de sélectionner un mode par rapport à un autre, la technique utilisée consiste à placer les transducteurs sur les deux faces opposées de la plaque (voir figure IV-4). Ainsi, lorsqu'on excite les deux transducteurs avec deux signaux en opposition de phase, on sélectionne le mode A_0 (voir figure IV-5.a), puisque l'excitation est alors antisymétrique. En revanche, lorsqu'on excite ces mêmes transducteurs avec des signaux électriques en phase, on sélectionne le mode S_0 (voir figure IV-5.b). En effet, l'excitation de la plaque est alors symétrique.



Les deux transducteurs placés sur les faces opposées de la plaque sont supposés identiques. On vérifie cette hypothèse par des mesures effectuées avec un analyseur de spectre. Les résultats sont donnés sur la figure IV-6.a et la figure IV-6.b représentant respectivement la phase d'impédance électrique des deux transducteurs ainsi que leur module. Les caractéristiques obtenues pour les deux transducteurs sont très proches.

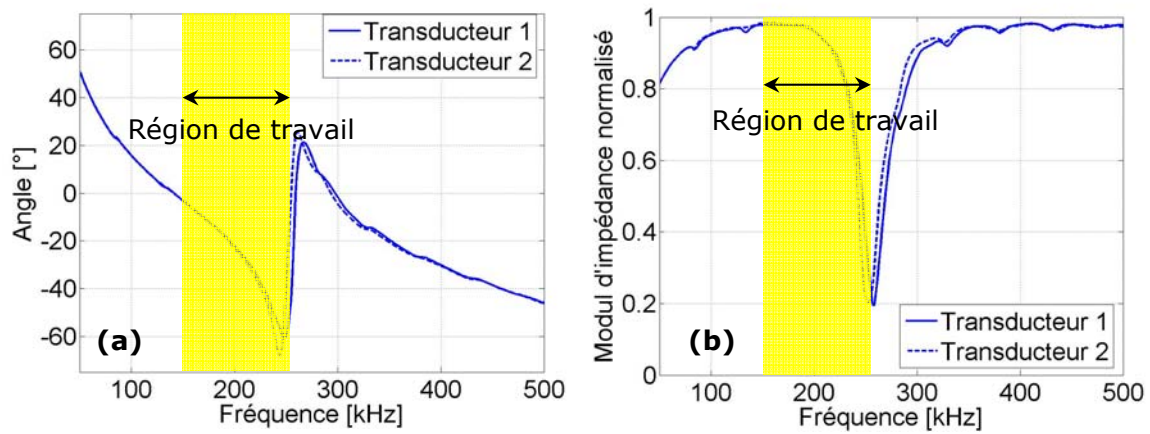


figure IV-6 : a) Phase d'impédance électrique mesurée et b) Module d'impédance électrique normalisé mesuré.

2.4. Reproductibilité et effet du gel de contact

L'utilisation du capteur Panametrics contrairement à un transducteur collé, nécessite l'introduction d'un gel afin d'améliorer le couplage. Néanmoins, son épaisseur est difficile à contrôler et peut induire des changements d'amplitudes.

Afin de démontrer la reproductibilité des signaux et mesurer l'erreur introduite par le gel, une vingtaine de mesures a été effectuée. Les résultats sont donnés sur la figure IV-7.a lorsque le mode A_0 est excité. La variation d'amplitude est à peine visible, c'est pourquoi un zoom est appliqué (voir figure IV-7.b). On constate que l'erreur d'amplitude maximale induite est de l'ordre de 2 %, ce qui est acceptable. Il faut cependant en tenir compte pour les valeurs des coefficients de réflexion et de transmission. Ce problème n'existe plus lorsque les transducteurs sont collés ou intégrés à la structure.

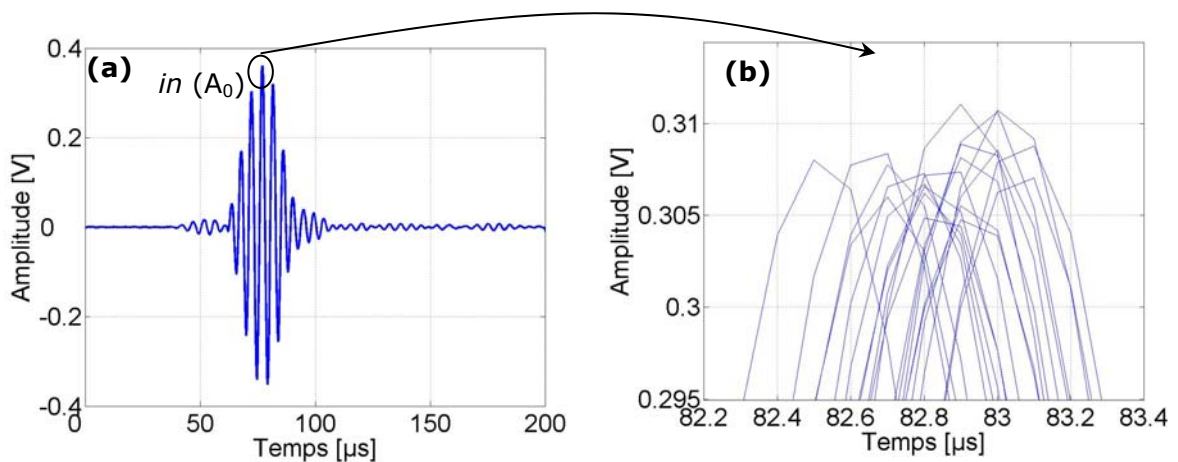


figure IV-7 : a) Signaux temporels mesurés à la position de 185 mm b) Zoom.

2.5. Séparation des modes de Lamb à la réception

Lors de l'introduction d'une encoche antisymétrique, des conversions de mode apparaissent. Il est donc nécessaire de séparer les contributions des modes symétriques des modes antisymétriques. Dans ce sens, on choisit d'utiliser la technique étudiée au chapitre précédent, paragraphe 2.1.b. Pour rappel, on mesure le signal onde de Lamb sur les deux faces opposées de la plaque (voir figure IV-9) et par simple opération arithmétique, on peut séparer les modes antisymétriques des modes symétriques.

2.6. Conclusion

Cette partie a permis de mettre en place le dispositif expérimental pour l'analyse de l'interaction des ondes de Lamb avec différents endommagements. On a pu voir notamment que le choix de l'excitation permet de privilégier un mode par rapport à un autre. En effet, lors d'une excitation symétrique, on sélectionne le mode S_0 , tandis que pour une excitation antisymétrique on favorise le mode A_0 . Lors de l'interaction avec une encoche, les conversions de modes seront détectées à l'aide de la méthode de séparation des modes développée au chapitre précédent.

3. ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DE L'INTERACTION DES MODES DE LAMB FONDAMENTAUX AVEC DES ENCOCHES

3.1. Introduction

Après avoir étudié numériquement aux chapitres II et III l'interaction des modes de Lamb fondamentaux avec différents types d'endommagements simplifiés, cette partie traite le phénomène expérimentalement. L'objectif est de vérifier si il est possible expérimentalement de retrouver des résultats proches des résultats numériques.

3.2. Analyse d'une Encoche Longue Symétrique (ELS)

3.2.a Structures étudiées

Les plaques utilisées sont en aluminium et ont les dimensions suivantes : 500x300x6 mm. Elles contiennent en leur centre des ELS d'épaisseur variables réalisées à l'aide d'une fraiseuse conventionnelle. La figure IV-8 donne l'ensemble des spécimens utilisés. Les ELS ont les dimensions suivantes : 300x50x(1, 2, 3, 4 et 5) mm.

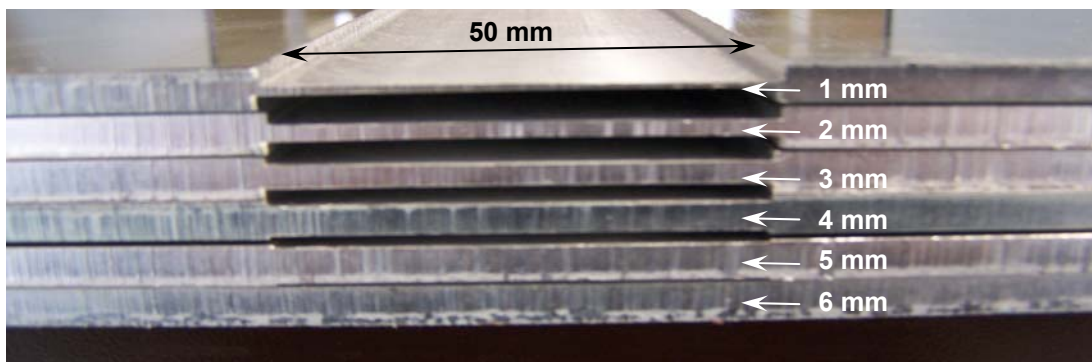
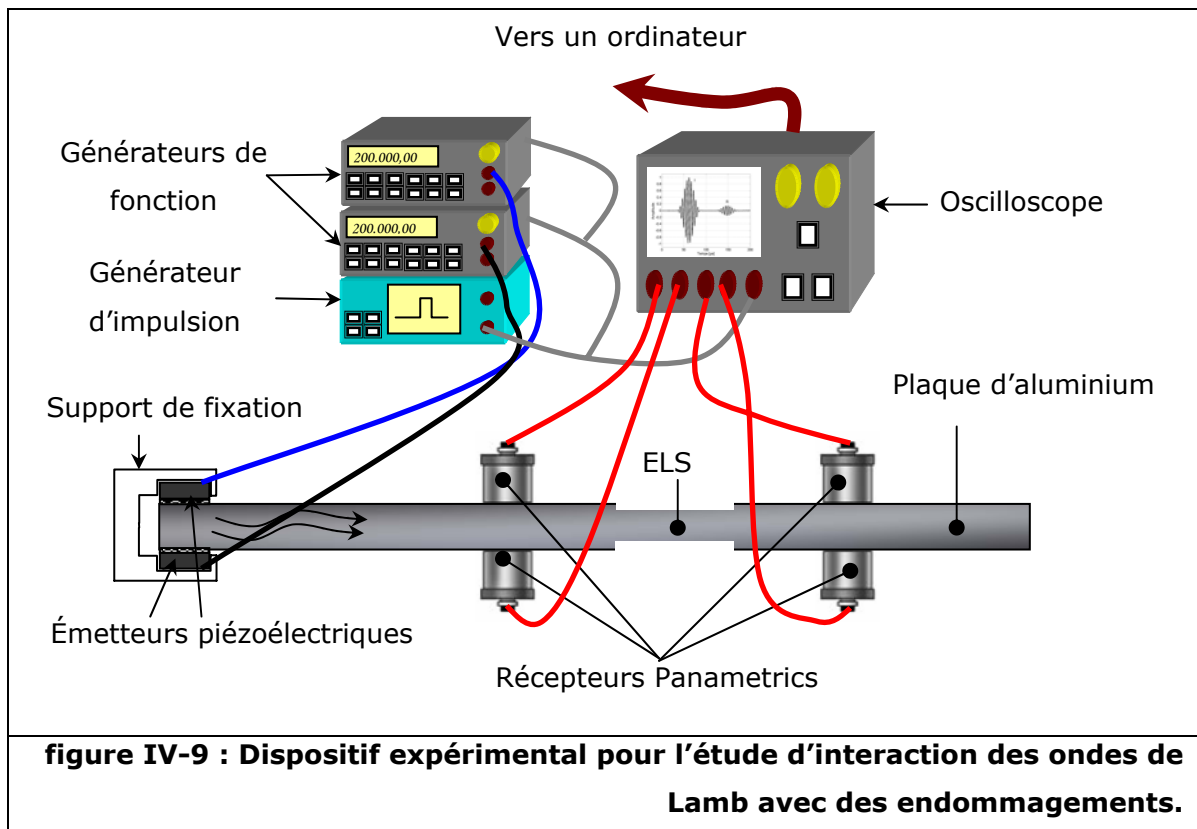


figure IV-8 : Spécimens des plaques d'aluminium munies d'ELS de dimensions 300x50x(1, 2, 3, 4 et 5) mm.

3.2.b Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental utilisé est montré sur la figure IV-9. Les deux générateurs de fonction excitent les deux émetteurs piézoélectriques en phase ou en opposition de phase selon que l'on désire générer le mode S_0 ou le mode A_0 . Le générateur d'impulsion synchronise les signaux d'excitation ainsi que les signaux mesurés. Les quatre transducteurs Panametrics servent à mesurer d'une part, les signaux incidents et réfléchis avant l'endommagement et d'autre part, les signaux transmis après l'endommagement. Les signaux mesurés sur l'oscilloscope sont transmis à un ordinateur via une carte GPIB.



b.1) Plaque saine

Après avoir réglé tous les paramètres de l'expérimentation, on prélève une vingtaine de signaux (voir § 2.4) pour chaque taille d'ELS. Puis, on effectue une moyenne afin de mieux filtrer le bruit sur le signal expérimental. La figure IV-10.a et la figure IV-10.b montrent un signal temporel résultant de la sélection du mode A_0 respectivement à $l_1 = 185$ mm et $l_2 = 315$ mm. Sur ces deux figures on constate que le mode A_0 est peu dispersif.

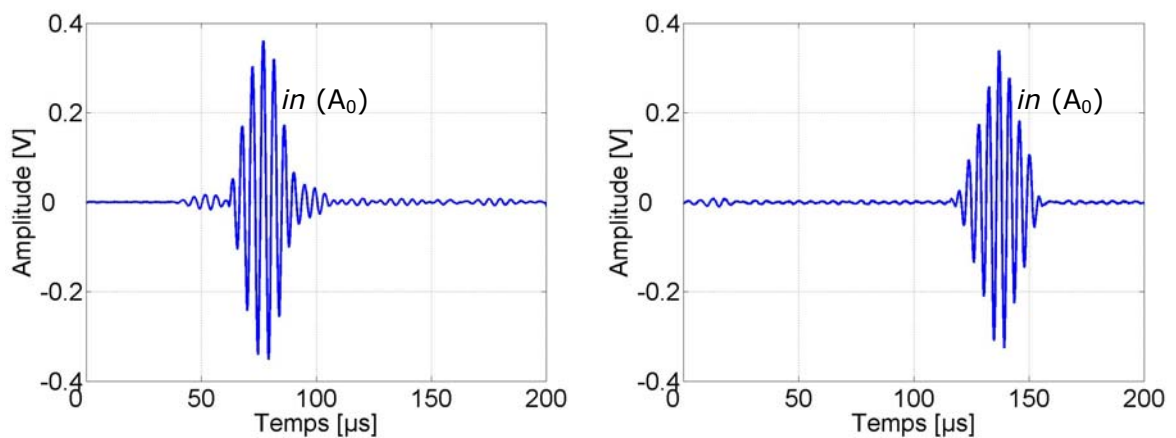


figure IV-10 : Signaux temporels du mode A_0 dans une plaque saine à :
a) $l_1 = 185$ mm et b) $l_2 = 315$ mm.

La figure IV-11.a et la figure IV-11.b représentent la propagation du mode S_0 dans une plaque saine respectivement à $l_1 = 185$ mm et $l_2 = 315$ mm. Sur ces deux figures, on distingue le paquet d'onde incident ainsi que la réflexion par le bord droit de la plaque. On remarque que le mode S_0 est également peu dispersif.

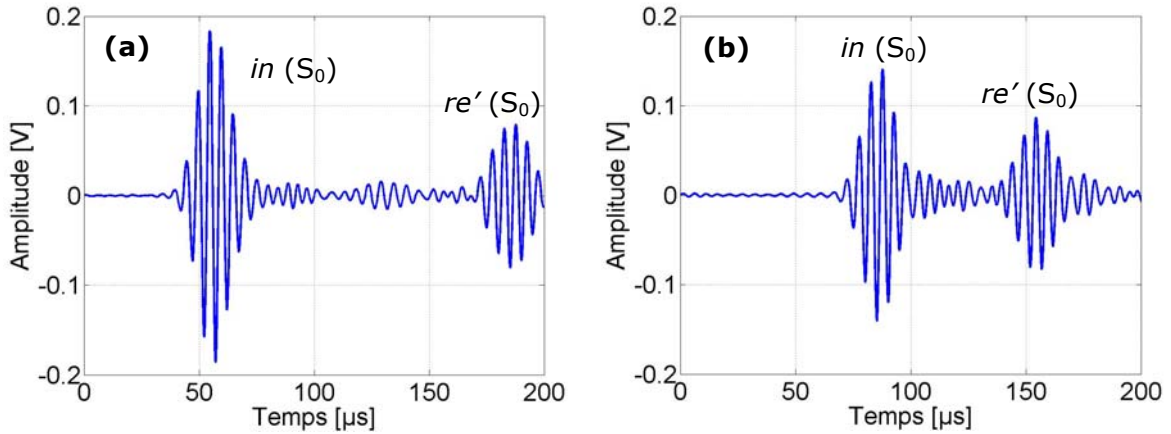


figure IV-11 : Signaux temporels du mode S_0 dans une plaque saine à :
a) $l_1 = 185$ mm et b) $l_2 = 315$ mm.

Ces signaux mesurés dans cette partie servent de référence pour l'étude de l'interaction des ondes de Lamb avec les ELS et les ELA.

b.2) Interaction du mode A_0 avec une ELS

Lors de l'interaction du mode A_0 avec une ELS, les signaux sont prélevés à $l_1 = 185$ mm sur les deux faces opposées de la plaque. À l'aide de la technique de séparation des modes, les opérations arithmétiques d'addition et de soustraction sont appliquées.

La figure IV-12.a illustre le résultat de l'addition des signaux. Sur cette figure, on distingue le paquet d'onde du mode A_0 incident et les réflexions par la première (re_1) et la deuxième (re_2) extrémité de l'encoche. Le résultat de la soustraction des signaux est montré sur la figure IV-12.b. On constate la quasi-absence de mode symétrique. Ceci prouve que les ELS n'engendrent pas de conversions du mode A_0 en mode S_0 .

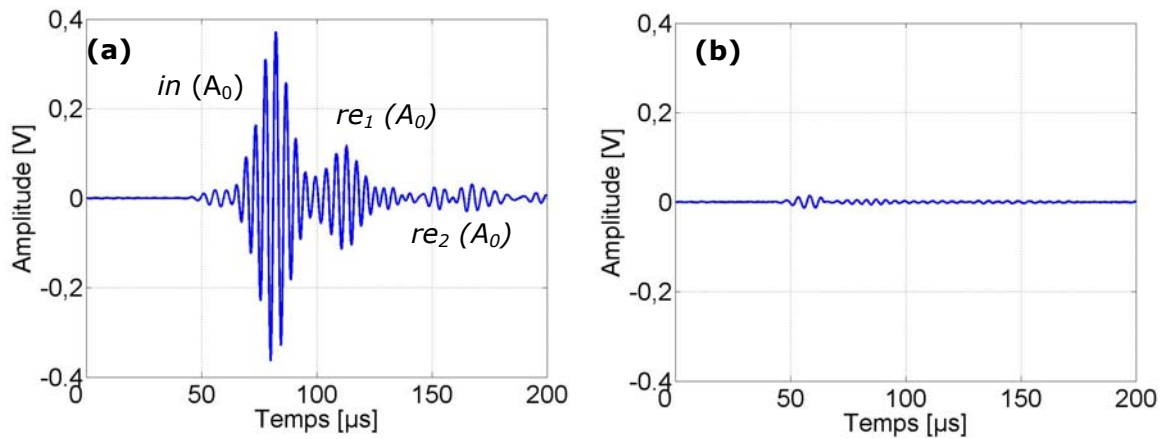


figure IV-12 : Signaux temporels lors de l'interaction du mode A_0 avec une ELS de $p = 1/6$ à $l_1 = 185$ mm : a) Addition et b) Soustraction.

En ce qui concerne la transmission, c'est-à-dire la partie située après l'ELS à $l_2 = 315$ mm, le résultat de l'addition et de la soustraction est présenté respectivement sur la figure IV-13.a et sur la figure IV-13.b. On remarque également la présence du mode A_0 transmis et l'absence de conversion de mode après l'ELS.

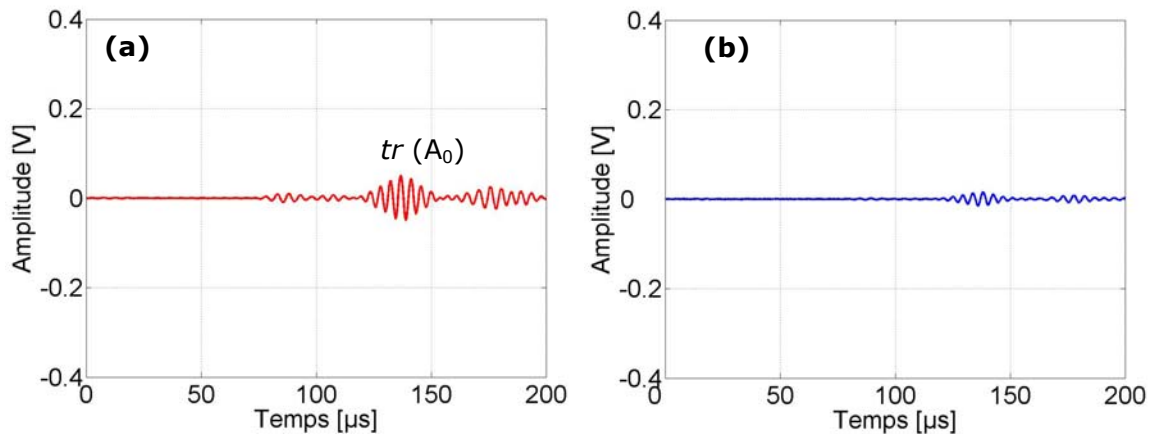


figure IV-13 : Signaux temporels lors de l'interaction du mode A_0 avec une ELS à $l_2 = 315$ mm de $p = 1/6$ à : a) Addition et b) Soustraction.

b.3) Interaction du mode S_0 avec une ELS

Dans cette partie, le mode S_0 est sélectionné. De la même façon que dans le paragraphe précédent, on prélève les signaux sur les deux faces opposées de la structure. Seule la soustraction des signaux est montrée respectivement sur la figure

III-14.a pour $l_1 = 185$ mm et sur la figure III-14.b pour $l_2 = 315$ mm puisque le résultat de l'addition montre la quasi-absence du mode antisymétrique.

On distingue sur la figure III-14.a le mode S_0 incident, la première (re_1) et la deuxième (re_2) réflexion par les extrémités de l'ELS. On constate également la présence des réflexions par le bord de la plaque. La figure III-14.b montre le signal transmis (tr_1) et la transmission des multiples réflexions sur les extrémités de l'ELS ainsi que sur le bord de la plaque. L'observation de ces multiples réflexions, contrairement au cas précédent sont dues à la vitesse élevée du mode S_0 par rapport à la taille de l'encoche et de la plaque.

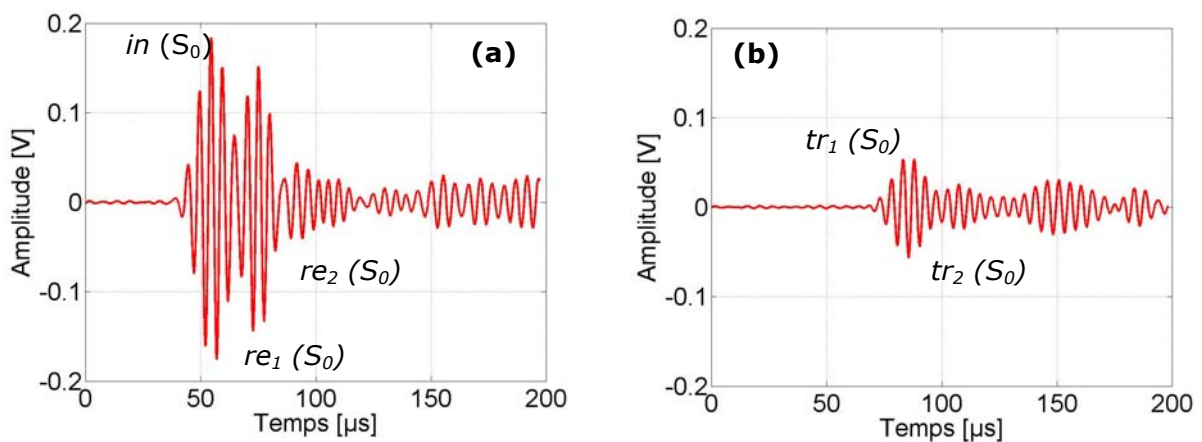


figure IV-14 : Soustraction des signaux temporels lors de l'interaction du mode S_0 avec une ELS de $p = 1/6$ à : a) $l_1 = 185$ mm et b) $l_2 = 315$ mm.

3.2.c Analyse des résultats

Tous les cas de figures analysés numériquement au chapitre II sont étudiés expérimentalement. Afin de permettre les comparaisons entre les deux études, les coefficients de réflexion et de transmission doivent être calculés à partir des pics des enveloppes des paquets d'ondes. Les coefficients de réflexion lorsqu'il s'agit du même mode incident sont déterminés à l'aide de l'équation **II-22** du chapitre II comme suit :

$$R_n = \left(\frac{\tilde{G}_{n(re)}^{EXP} |_{2d}}{\tilde{G}_{n(in)}^{EXP} |_{2d}} \right)^2, \quad \text{IV-4}$$

où l'exposant *EXP* désigne la mesure expérimentale.

Les coefficients de transmission, quand à eux, sont déterminés à l'aide de l'équation **II-23** comme suit :

$$T_n = \left(\frac{\tilde{G}_{n(tr)}^{EXP}|_{2d}}{\tilde{G}_{n(in)}^{EXP}|_{2d}} \right)^2.$$

IV-5

La figure IV-15.a montre les coefficients de réflexion et de transmission mesurés lorsque le mode A_0 interagit avec une ELS de taille variable. La figure IV-15.b quand à elle, traite le cas du mode S_0 incident. Les mesures expérimentales sont représentées avec une barre verticale qui désigne l'erreur. Les résultats numériques en déplacements concordent avec les mesures expérimentales.

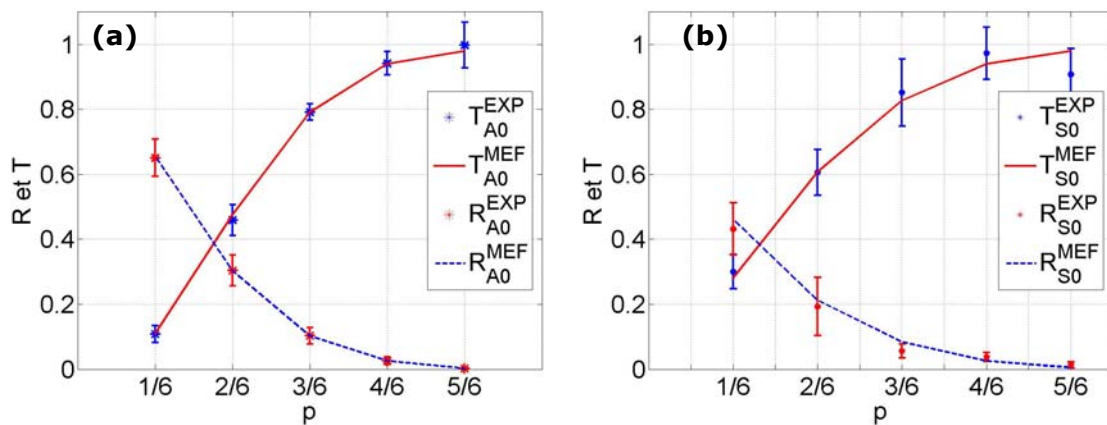


figure IV-15 : Comparaison entre les résultats expérimentaux (EXP) et numériques (MEF) lors de l'interaction des ondes de Lamb avec des ELS : a) A_0 généré et b) S_0 généré.

3.3. Analyse d'une Encoche Longue Asymétrique (ELA)

3.3.a Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est le même que celui présenté au paragraphe 3.2.b. En revanche, les plaques d'aluminium contiennent en leur centre des ELA d'épaisseurs variables. L'épaisseur varie de 1 à 5 mm comme indiqué sur la figure IV-16, tandis que la longueur et la largeur de l'encoche sont respectivement égales à 300 mm et 50 mm.

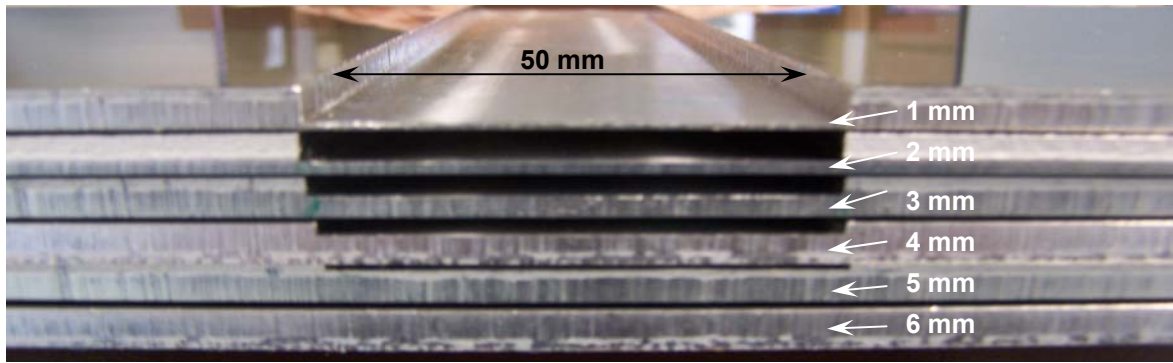
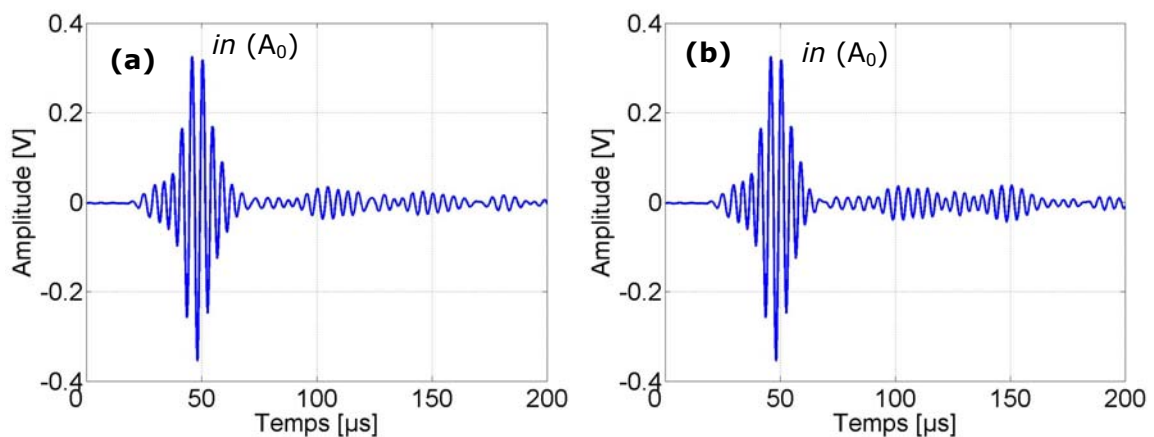


figure IV-16 : Spécimens des plaques d'aluminium munies d'ELA de dimensions 300x50x(1, 2, 3, 4 et 5) mm.

a.1) Interaction du mode A_0 avec une ELA

Le résultat de l'interaction du mode A_0 avec une ELA de $p = 3/6$ est montré sur la figure IV-17.a et la figure IV-17.b respectivement pour $x_3 = +3$ mm et $x_3 = -3$ mm. Sur ces figures, on peut y voir le mode A_0 incident et de multiples paquets d'ondes se chevauchant. Afin de permettre l'identification d'éventuels modes convertis, la méthode de séparation des modes est appliquée.



**figure IV-17 : Interaction du mode A_0 avec une ELA de $p = 3/6$ à $l_1 = 100$ mm :
a) $x_3 = +3$ mm et b) $x_3 = -3$ mm.**

Le résultat de l'addition des signaux de la figure IV-17 est montré sur la figure IV-18.a. Sur celle-ci, on peut mieux obtenir les deux réflexions (re_1 et re_2) du mode A_0 par l'ELA. La figure IV-18.b illustre le résultat de la soustraction. On constate l'apparition de modes symétriques. Ceux-ci proviennent de la conversion de mode du

A_0 en S_0 et correspondent aux réflexions du S_0 par les extrémités de l'ELA (re_1 et re_2). On peut en conclure que les ELA entraînent des conversions de mode, ce qui rend l'identification des modes plus complexe que dans le cas d'une ELS.

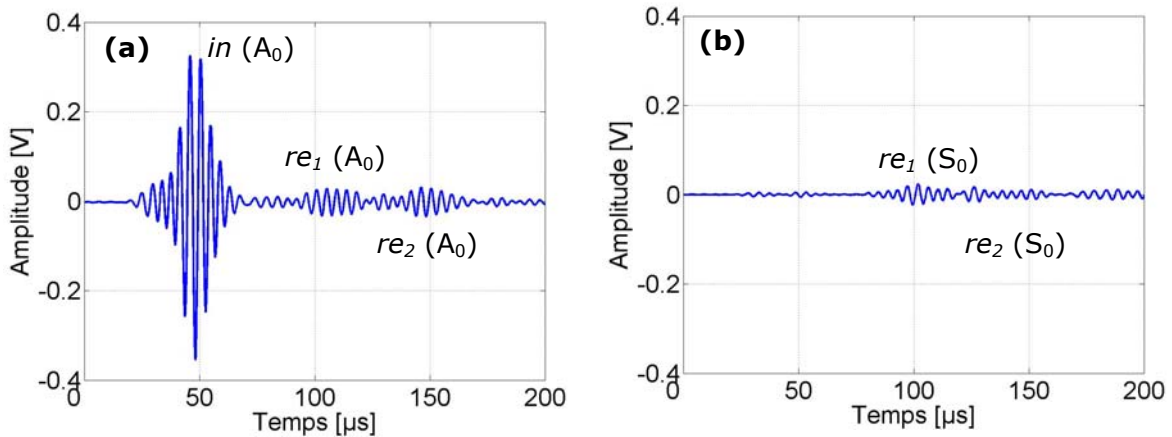


figure IV-18 : Interaction du mode A_0 avec une ELA de $p = 3/6$ à $l_1 = 100$ mm :
a) Addition et b) Soustraction.

a.2) Interaction du mode S_0 avec une ELA

La figure IV-19.a et la figure IV-19.b illustrent l'interaction du mode S_0 avec une plaque munie d'une ELA. Dans ce cas de figure, on distingue le mode incident S_0 . La première réflexion sur l'extrémité de l'ELA est également identifiable en raison de la vitesse élevée du mode S_0 par rapport à un éventuel mode converti A_0 . Par contre, la réflexion par la deuxième extrémité de l'ELA est difficile à déterminer.

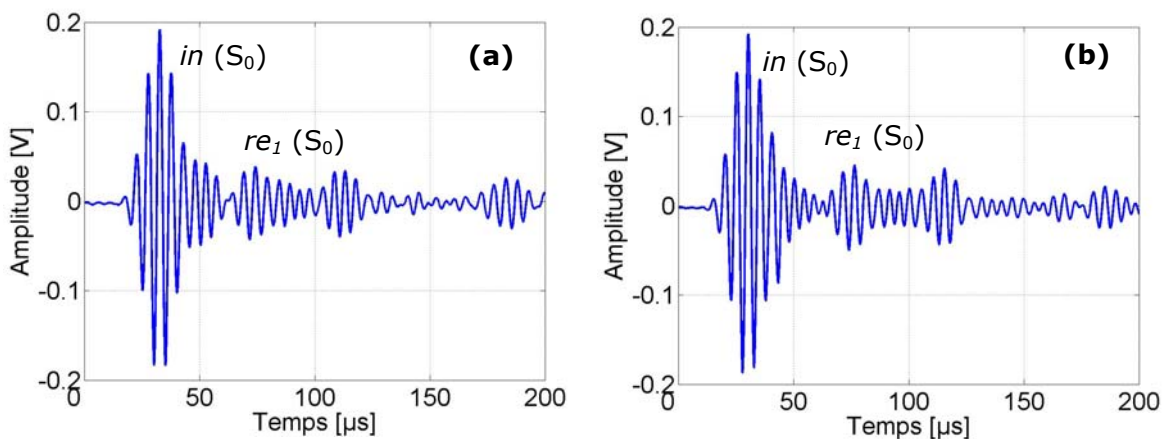


figure IV-19 : Interaction du mode S_0 avec une ELA de $p = 3/6$ à $l_1 = 100$ mm :
a) $x_3 = +3$ mm et b) $x_3 = -3$ mm.

Le résultat de la soustraction des signaux précédents est illustré sur la figure IV-21.a et le résultat de l'addition des signaux est montré sur la figure IV-21.b. Sur

cette deuxième figure, on remarque plusieurs paquets d'onde correspondant d'une part au mode converti A_0 et d'autre part aux erreurs de positionnement des capteurs sur les deux faces opposées de la structure. À l'aide des temps de vol, on peut déterminer le paquet d'onde qui correspond à la réflexion du mode converti A_0 .

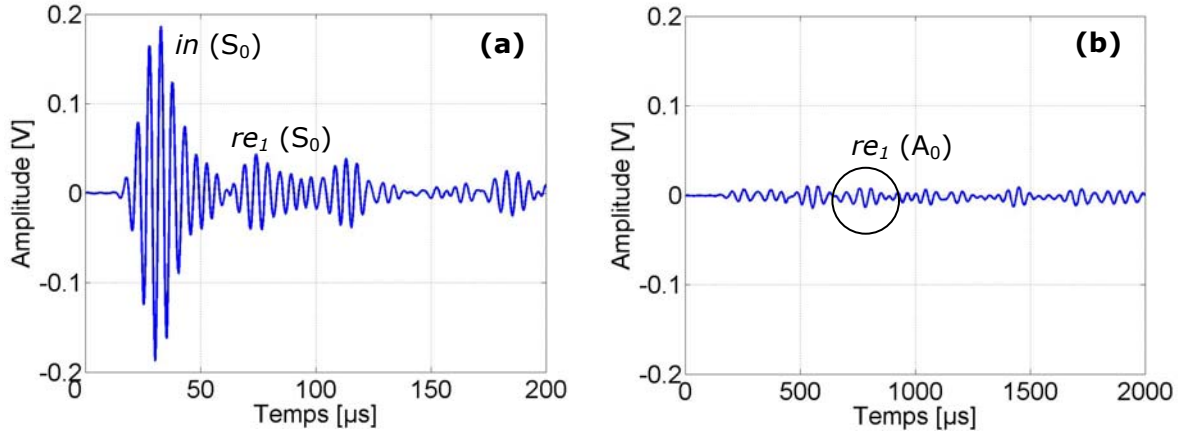


figure IV-20 : Interaction du mode A_0 avec une ELA de $p = 3/6$ à $l_1 = 100$ mm :
a) Soustraction et b) Addition.

Contrairement au cas précédent (§ a.1), on remarque que la vitesse élevée du mode S_0 complique le traitement, et il est plus difficile de séparer les modes de Lamb du bruit.

3.3.b Analyse des résultats

Le coefficient de réflexion lorsqu'il s'agit du même mode incident est déterminé avec l'équation **IV-4**. En revanche, le coefficient de réflexion du mode converti est calculé à l'aide de l'équation **III-5** comme suit :

$$R_m = \frac{\left(\frac{\tilde{G}_{m(re)}^{EXP} |_{2d}}{\tilde{G}_{n(in)}^{EXP} |_{2d}} \right)^2 \frac{P_{mm}^{ANA} |_{2d}}{P_{nn}^{ANA} |_{2d}}}{\left(\frac{u_m^{ANA} |_{2d}}{u_n^{ANA} |_{2d}} \right)^2}.$$

IV-6

Les coefficients de réflexion du mode incident et du mode issu de la conversion, lorsque le mode A_0 est excité sont montrés sur la figure IV-21.a. La figure IV-21.b. présente le cas du mode S_0 . Sur les deux figures, les résultats expérimentaux et numériques concordent.

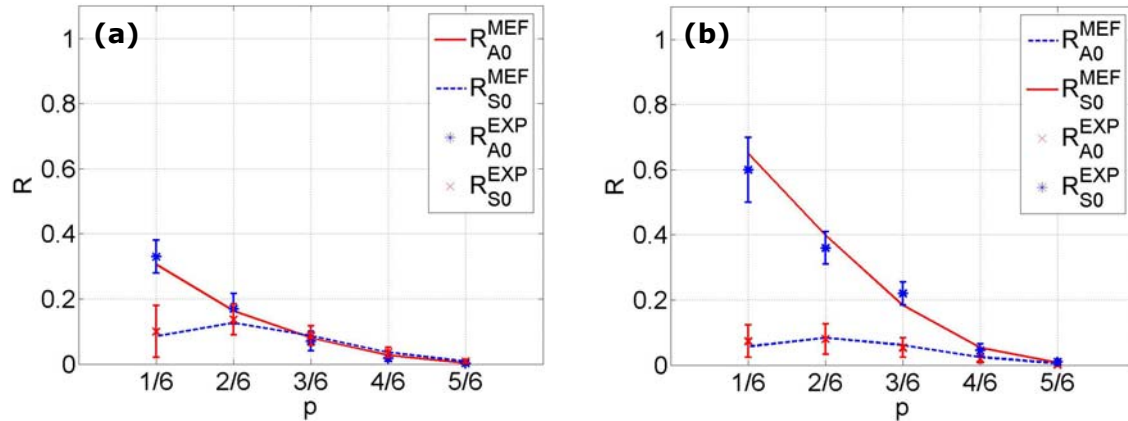


figure IV-21 : Comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques lors de l'interaction avec des ELA de : a) A_0 et b) S_0 .

Le calcul des coefficients de transmission est rendu plus délicat à cause des multiples réflexions au sein de l'ELA. Il nécessite une amélioration du dispositif expérimental et une étude plus approfondie.

3.4. Conclusion

Dans cette partie, l'interaction des modes fondamentaux avec des encoches longues symétriques et asymétriques a été étudiée expérimentalement. On a pu vérifier dans un premier temps que les ELS n'entraînent pas de conversion de mode. Dans un deuxième temps, la méthode de séparation des modes a été appliquée avec succès pour la détermination des coefficients de réflexion des ELA. Le cas de la transmission n'a pas pu en revanche être analysé en raison de la complexité du signal. La comparaison des résultats numériques avec les mesures expérimentales montre une bonne concordance pour les deux types d'encoches.

4. DISCUSSIONS ET APPLICATIONS DES DIFFÉRENTES CONFIGURATIONS POUR LE CONTRÔLE SANTÉ INTÉGRÉ

4.1. Introduction

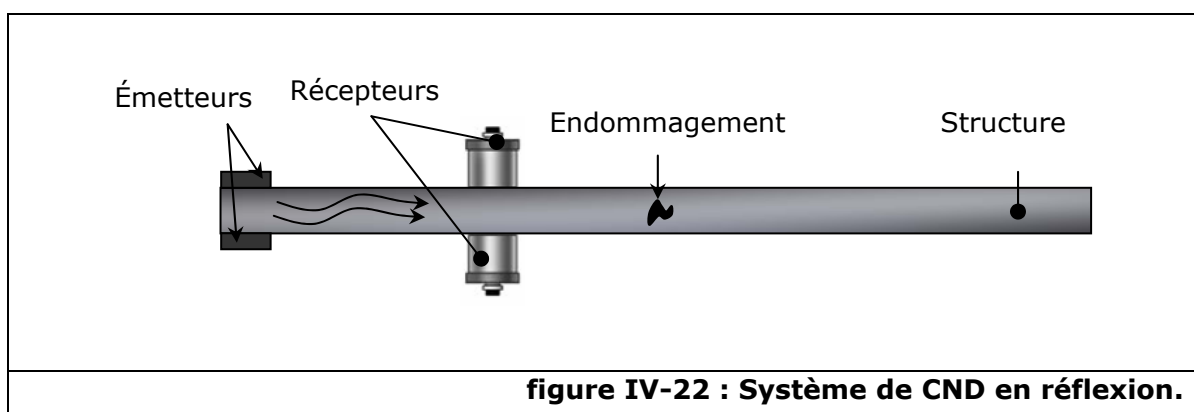
Dans un premier temps, nous allons discuter dans cette partie des différents systèmes de contrôle santé intégré c'est-à-dire le contrôle en transmission et le contrôle en réflexion. Dans un second temps la sensibilité des modes de Lamb aux endommagements est résumée afin d'aider au choix d'un système de CSI.

4.2. Choix du système de contrôle non destructif

4.2.a Système en réflexion

Le système de contrôle en réflexion consiste à prélever les signaux avant l'endommagement (voir figure IV-22), c'est-à-dire les signaux réfléchis par celui-ci. Un avantage indéniable de ce système est qu'il permet en même temps la mesure du signal incident et réfléchi, donc, les rapports des amplitudes ainsi que les coefficients de réflexion peuvent être déterminés en une seule mesure.

L'inconvénient majeur est que lorsque l'endommagement est suffisamment près de l'émetteur, il n'est plus possible de discerner l'onde incidente de l'onde réfléchi. De plus, les transducteurs situés entre l'émetteur et le récepteur perturbent le signal réfléchi. En effet, les transducteurs Panametrics sont vus par l'onde incidente comme une hétérogénéité. Enfin, pour certains types d'endommagement, la réflexion est trop faible pour être analysée.



4.2.b Système en transmission

Le système de contrôle en transmission consiste à prélever les signaux après l'endommagement (voir figure IV-23). L'avantage de ce système est qu'il permet de détecter la moindre anomalie dans la structure. De plus, le choix d'une distance adaptée entre l'émetteur et le récepteur permet de séparer les modes qui se propagent avec différentes vitesses. Donc, on peut identifier chaque paquet d'onde seulement avec un seul signal temporel mesuré à la surface de la plaque. En outre, le signal incident n'est pas perturbé par un transducteur placé entre l'émetteur et l'endommagement.

L'inconvénient majeur de ce système est qu'il faut d'abord caractériser la structure pour avoir un signal de référence afin de calculer les coefficients de transmission. De plus, les signaux réfléchis par le bord droit de la structure peuvent donc, dans certaines conditions, se chevaucher avec les signaux transmis.

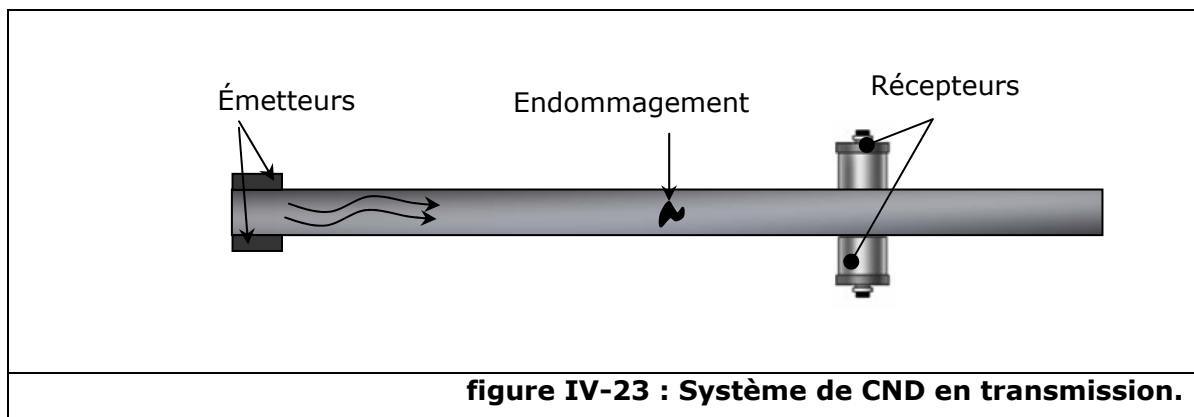


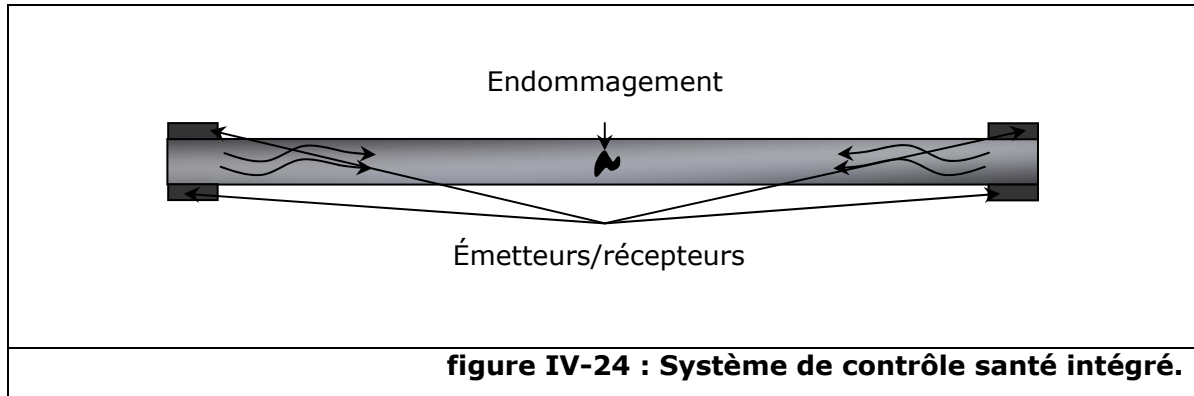
figure IV-23 : Système de CND en transmission.

4.2.c Amélioration du système expérimental pour le CSI

Le transducteur Panametrics utilisé dans ce travail offre la possibilité de travailler sur une large bande de fréquence. Néanmoins, en raison de sa taille, il ne peut être utilisé pour le CSI. C'est pourquoi, on propose un système qui se base uniquement sur des émetteurs et des récepteurs piézoélectriques d'épaisseurs fines.

Ce choix offre de nombreux avantages : en premier lieu, certaines études⁸ ont montré qu'il était possible de jouer sur la largeur de ces transducteurs pour sélectionner un mode aussi bien pour l'excitation que pour la réception. En effet, ces travaux ont démontré que l'amplitude d'un mode donné est, d'une part minimale lorsque la largeur de l'élément piézoélectrique excitateur est égale à sa longueur d'onde (phénomène d'intégration) et, d'autre part maximale pour une largeur égale à sa demi-longueur d'onde. Le raisonnement inverse peut s'appliquer pour la réception.

Une autre idée possible serait d'avoir de chaque côté de l'endommagement (voir figure IV-24) d'une part, des émetteurs pour générer le mode A_0 d'un côté et le mode S_0 de l'autre et, d'autre part, des récepteurs pour recevoir le mode S_0 d'un côté et le mode A_0 de l'autre. Ainsi, on utiliserait les deux modes fondamentaux pour un même système de CSI et on pourrait augmenter les chances de détecter rapidement différents types d'endommagements.



Une autre amélioration possible pour l'identification et la quantification des modes de Lamb consiste à utiliser à la réception un multiélément ou plus précisément un transducteur segmenté¹². Ainsi, l'identification des modes peut se faire par le biais de la TF-2D (voir équation **IV-1**) qui donne une représentation de l'amplitude dans le plan nombre d'onde/fréquence. Il est alors plus facile dans ce plan de distinguer les modes.

4.3. Sensibilité des ondes de Lamb

Dans les paragraphes précédents, on a détaillé les avantages et les inconvénients d'un système en réflexion et d'un système en transmission. La question qui se pose maintenant est de savoir si un des systèmes est plus avantageux que l'autre ou non. Dans ce sens, on reprend les résultats des chapitres II et III obtenus pour les différents endommagements et on indique à chaque fois, quel est le coefficient de réflexion ou de transmission le plus important et on marque en gras le mode de Lamb le plus sensible.

Le tableau IV-1 donne le coefficient prépondérant lors de l'interaction d'un mode de Lamb fondamental avec différents types de variations d'épaisseurs. Sur ce tableau, on constate que le mode S_0 est plus sensible que le mode A_0 dans le cas d'une VEBA directe. L'étude d'une VEBA inverse montre au contraire que le mode A_0 est plus sensible dans un grand nombre de cas. Enfin, pour le cas d'une VEBS, la

sensibilité des deux modes de Lamb est quasi-identique. Si on doit choisir, il apparaît que le mode S_0 est un peu plus sensible aux variations d'épaisseur que le mode A_0 .

Type de la variation d'épaisseur	VEBS Dir/Inv		VEBA Dir		VEBA Inv	
	Mode généré		Mode généré		Mode généré	
	A_0	S_0	A_0	S_0	A_0	S_0
1/6	R A_0	T S_0	T S_0	R S_0	R A_0	T A_0
2/6	T A_0	T S_0	T A_0	T S_0	R A_0	T S_0
3/6	T A_0	T S_0	T A_0	T S_0	T A_0	T S_0
4/6	T A_0	T S_0	T A_0	T S_0	T A_0	T S_0
5/6	T A_0	T S_0	T A_0	T S_0	T A_0	T S_0

tableau IV-1 : Récapitulatif sur les plus grandes valeurs de coefficient obtenus en fonction de la nature de la variation d'épaisseur et du mode généré.

Le tableau IV-2 représente le coefficient le plus important lors de l'interaction d'un mode de Lamb fondamental avec différents types d'encoches longues. Sur ce tableau, on constate que le mode S_0 est clairement plus sensible que le mode A_0 dans le cas d'une ELA et la sensibilité des deux modes dans le cas d'une ELS est quasi-identique. En outre, dans les deux cas où $p=4/6$ et $p=5/6$ les valeurs des coefficients de transmission des modes A_0 et S_0 sont égales. Comme précédemment, il apparaît que le mode S_0 est un peu plus sensible aux encoches longues que le mode A_0 .

Type de la variation d'épaisseur	ELS		ELA	
	Mode généré		Mode généré	
	A_0	S_0	A_0	S_0
1/6	R A_0	R S_0	R A_0	R S_0
2/6	T A_0	T S_0	T A_0	R S_0
3/6	T A_0	T S_0	T A_0	T S_0
4/6	T A_0	T S_0	T A_0	T S_0
5/6	T A_0	T S_0	T A_0	T S_0

tableau IV-2 : Récapitulatif sur les plus grandes valeurs de coefficient obtenus en fonction de la nature de l'encoche longue et du mode généré.

En ce qui concerne les encoches courtes, on a constaté un effet constructif et destructif des coefficients de réflexion et de transmission. En effet, en raison des multiples réflexions par les deux extrémités de l'encoche. La détection des encoches dépend alors de la largeur de celles-ci et de la longueur d'onde du mode incident. Afin de mieux détecter celles-ci, il apparaît utile d'utiliser les deux modes de Lamb fondamentaux afin de travailler sur différentes longueurs d'ondes.

4.4. Conclusion

L'étude de la sensibilité des modes de Lamb fondamentaux avec les endommagements étudiés, révèle que les deux systèmes de CSI, c'est-à-dire en réflexion et en transmission sont complémentaires. L'utilisation des deux modes de Lamb A_0 et S_0 est préconisée même si il apparaît que le mode S_0 soit un peu plus sensible.

5. CONCLUSION GÉNÉRALE

L'étude expérimentale de l'interaction des ondes de Lamb avec l'endommagement nécessite une préparation minutieuse du dispositif expérimental. En premier lieu, la caractérisation de la plaque d'aluminium est effectuée à l'aide de la transformée de Fourier à deux dimensions. Ensuite, le choix de l'émetteur et du récepteur est analysé. L'émetteur est constitué de transducteurs piézoélectriques placés sur les deux faces opposées de la plaque. Ce système permet de générer un seul mode de Lamb à la fois, en excitant les deux émetteurs soit en phase, soit en opposition de phase. Enfin, la reproductibilité et l'effet du gel de contact ainsi que la séparation des modes de Lamb fondamentaux sont analysés.

En deuxième lieu, l'interaction des ondes de Lamb avec des encoches longues symétriques est étudiée expérimentalement. Les coefficients de réflexion et de transmission sont déterminés. La comparaison des résultats expérimentaux avec les résultats numériques montre une bonne concordance. L'étude des encoches longues asymétriques valide les résultats numériques pour les coefficients de réflexions. En revanche, les coefficients de transmission n'ont pas pu être déterminés en raison des multiples réflexions au sein de l'encoche.

Enfin, la sensibilité des modes de Lamb fondamentaux a été analysée. Cette analyse a révélé que les deux systèmes de CSI en réflexion et en transmission sont

complémentaires. Par conséquent, le choix d'un système de CSI nécessite l'utilisation des deux techniques.

V CONCLUSION

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

1. CONCLUSION

Ce travail était consacré à l'étude numérique et expérimentale de l'interaction des ondes de Lamb en présence d'endommagements dans des structures d'aluminium.

Dans une première partie, nous avons rappelé le contexte de l'étude en traitant la question de l'utilité du contrôle santé intégré par ondes de Lamb. Nous avons de plus insisté sur l'importance de la notion de sécurité en aéronautique et sur les avantages que peuvent apporter le contrôle en temps réel. Ensuite, un état de l'art des méthodes d'analyse de l'interaction des ondes de Lamb avec des endommagements et des défauts dans diverses structures a été présenté.

Au vue de l'analyse bibliographique effectuée, un grand travail reste à fournir pour l'étude de l'interprétation systématique du comportement des ondes de Lamb en présence de l'endommagement. C'est la raison pour laquelle, nous avons focalisé notre étude, sur des endommagements élémentaires avec l'objectif en vue de construire des endommagements plus complexes.

Le deuxième chapitre a donc été dédié à l'étude des endommagements symétriques, et plus particulièrement aux variations d'épaisseurs brusques symétriques (VEBS), puisque c'est l'endommagement le plus simple à étudier, en dehors du bord libre. Pour cette analyse, nous nous sommes appuyés d'une part, sur la méthode des éléments finis qui offre l'avantage de permettre la sélection d'un mode à l'excitation et donc de simplifier l'étude et d'autre part, sur une méthode hybride pour évaluer le bilan en puissance. Les résultats obtenus ont démontré qu'il existait une relation de réciprocité acoustique entre une variation d'épaisseur brusque symétrique (VEBS) directe et inverse, ce qui permet de reconstruire des encoches longues symétriques (ELS) à partir des résultats de la VEBS directe. La reconstruction

des encoches courtes symétriques (ECS) n'est en revanche pas possible par un tel procédé en raison des multiples réflexions au sein de l'encoche. Enfin, il a été démontré que les endommagements symétriques n'entraînent pas de conversion de mode en basse fréquence.

De façon logique, le plan du deuxième chapitre a été repris dans le troisième chapitre afin d'étudier cette fois-ci des endommagements asymétriques. Contrairement aux endommagements symétriques, ce nouveau cas engendre des conversions de modes. Afin de séparer les contributions antisymétriques des contributions symétriques, une technique basée sur l'acquisition des signaux sur les faces opposées de la structure a été développée. L'analyse des coefficients de réflexion et de transmission des modes de Lamb au sein de la variation d'épaisseur brusque asymétrique (VEBA) directe et inverse, a montré cette fois-ci des divergences en raison des conversions de modes. On ne peut donc pas reconstruire une encoche longue symétrique (ELA) uniquement avec les résultats de la VEBA directe. En revanche, l'utilisation des résultats de la VEBA directe et de la VEBA inverse a permis d'identifier et de quantifier en puissance les modes de Lamb générés lors de la simulation par éléments finis de l'ELA. Le critère permettant de séparer les ELA des encoches courtes asymétriques (ECA) est établi en utilisant la vitesse du mode de Lamb le plus rapide en raison de la présence de conversions de modes.

Le dernier chapitre a été consacré à l'étude expérimentale de l'interaction des ondes de Lamb avec des ELS et des ELA. Des émetteurs piézoélectriques et des récepteurs Panametrics ont été utilisés afin de permettre la génération et l'acquisition des signaux. Une technique expérimentale de sélection du mode incident a été utilisée. Cette dernière consiste à exciter deux transducteurs placés sur les faces opposées de la plaque : lorsque les transducteurs sont excités en phase, on génère le mode symétrique et lorsque l'excitation est en opposition de phase, c'est le mode antisymétrique qui est généré. Ensuite, l'étude expérimentale de l'interaction des deux modes de Lamb fondamentaux avec les ELS et les ELA a été effectuée et les résultats obtenus concordent avec les déplacements numériques calculés aux chapitres II et III. De plus, cette analyse a permis, par la suite, le choix d'un système de contrôle santé intégré optimal, c'est-à-dire un système qui est sensible aux différents types d'endommagements.

2. PERSPECTIVES

Les perspectives de ce travail sont données à court terme, moyen terme et long terme.

À court terme, la première idée est d'effectuer une étude sur une plus grande largeur de bande en fréquence de l'interaction des modes de Lamb avec les endommagements analysés dans ce travail. En effet, les toutes premières simulations effectuées avec des ELS montrent que contrairement aux basses fréquences, on peut avoir des conversions de modes au sein d'une même famille de modes qu'elle soit antisymétrique ou symétrique. Pour cette étude, les déplacements analytiques de la méthode hybride doivent être recalculés afin de prendre en compte l'effet de la dispersion des modes de Lamb.

À moyen terme, on envisage également d'élargir l'étude au cas des bords libres biseautés⁸⁷ c'est-à-dire des bords inclinés. On peut également analyser le cas des variations d'épaisseurs continues, contrairement aux variations d'épaisseurs brusques. Ceux-ci permettront par la suite, de reconstruire des endommagements plus réalistes tels que des endommagements trapézoïdaux ou pointus. En ce qui concerne l'étude expérimentale, on prévoit d'utiliser des transducteurs multiéléments ou segmentés à la réception afin de permettre l'identification des modes de Lamb sur une bande de fréquence plus large.

À long terme, on peut généraliser l'étude du comportement des ondes de Lamb en présence d'endommagements au cas des structures anisotropes et multicouches, où l'on observe cette fois-ci un couplage des modes de Lamb avec les ondes transversales horizontales.

VI ANNEXES

ANNEXES

1. ANNEXE A

CARACTÉRISTIQUES DES MATÉRIAUX

Les constantes de Lamé, λ et μ , dans un matériau isotrope, peuvent remplacer les vitesses longitudinale et transversale. Les relations entre ces constantes sont :

$$\lambda = \rho (c_L^2 - 2c_T^2), \quad \text{A-1}$$

$$\mu = \rho c_T^2. \quad \text{A-2}$$

Il est possible aussi de décrire ces constantes en utilisant le module d'Young E et le coefficient de Poisson ν comme suit :

$$E = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu}, \quad \text{A-3}$$

$$\nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}, \quad \text{A-4}$$

Le tenseur d'élasticité des matériaux isotropes a la forme suivante :

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{12} & c_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} \end{bmatrix}, \quad \text{A-5}$$

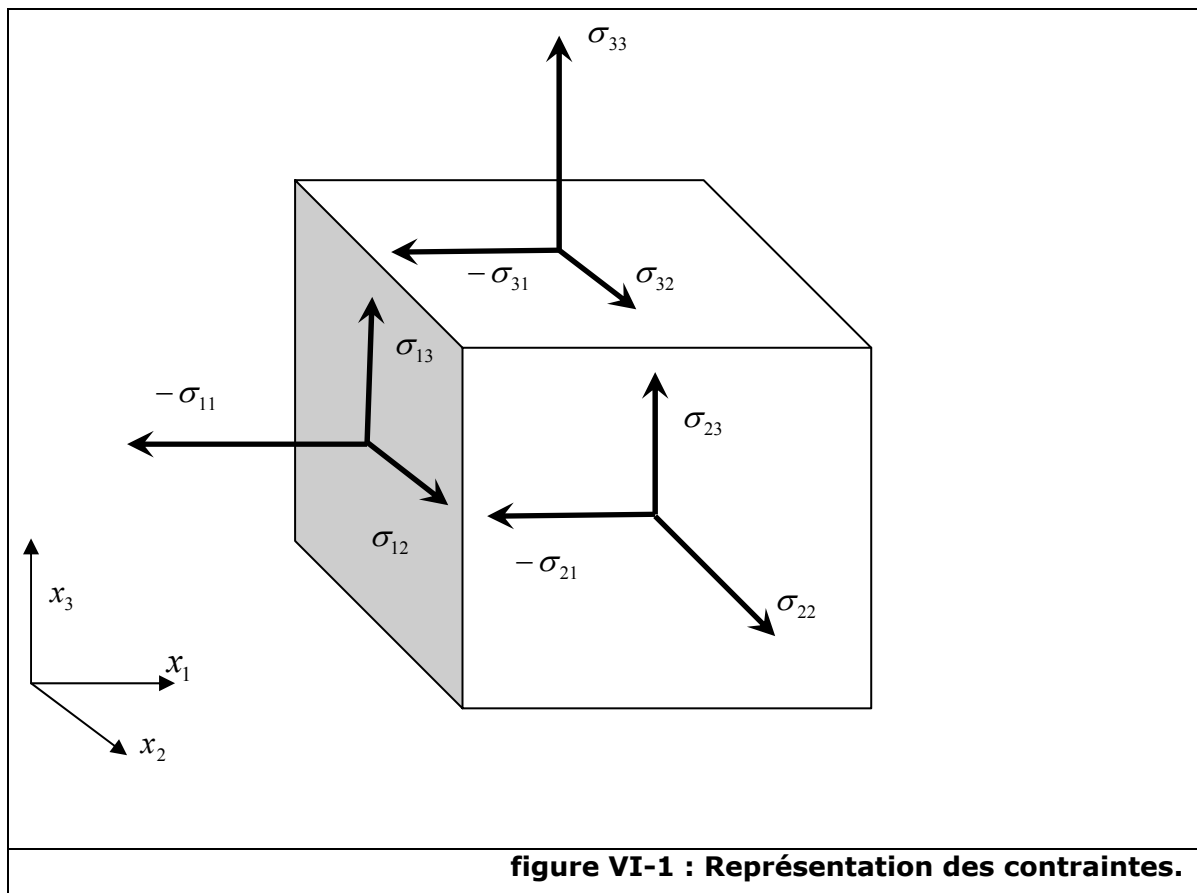
avec : $c_{11} = \lambda + 2\mu$ et $c_{12} = \lambda$ et $c_{44} = \frac{c_{11} - c_{12}}{2} = \mu$.

Les caractéristiques de l'Aluminium, qui est un matériau isotrope d'une symétrie orthotrope, sont montrées dans le tableau ci-après :

	Aluminium
Masse volumique [kg.m ³]	2695
Vitesse longitudinale [m/s]	6422
Vitesse transversale [m/s]	3110
Constante de Lamé « λ » [Pa]	59,02 10 ⁹
Constante de Lamé « μ » [Pa]	26,07 10 ⁹
Module d'Young « E » [Pa]	72,10 10 ⁹
Coefficient de Poisson « ν »	0,383

tableau VI-1 : Constantes de quelques matériaux isotropes.

Les contraintes agissant lors du passage d'une onde acoustique sur une unité de volume sont montrées sur la figure VI-1.



2. ANNEXE B

MÉTHODE DES POTENTIELS

En remplaçant l'équation des potentiels **I-5** du chapitre I dans l'équation de Navier :

$$(\lambda + \mu) \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_j} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i \partial x_j} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}. \quad \text{B-1}$$

On obtient :

$$\nabla^2 \phi = \frac{1}{c_L^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}, \quad \text{B-2}$$

$$\nabla^2 \vec{\psi} = \frac{1}{c_T^2} \frac{\partial^2 \vec{\psi}}{\partial t^2}, \quad \text{B-3}$$

avec : $c_L^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho}$ et $c_T^2 = \frac{\mu}{\rho}$ et :

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2}. \quad \text{B-4}$$

Après développement des équations **B-2** et **B-3** et à l'aide de la définition du Laplacien **B-4**, On trouve alors les équations d'onde (équations d'Helmholtz) :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_3^2} - \frac{1}{c_L^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0, \quad \text{B-5}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_3^2} - \frac{1}{c_T^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0. \quad \text{B-6}$$

Les champs de déplacement tangentiels u_1 et normaux u_3 , et les composantes des contraintes σ_{11} , σ_{33} et σ_{13} peuvent être représentées en termes des potentiels ϕ et ψ à l'aide de l'équation des potentiels (éq. **I-5**), comme suit :

$$u_1 = \frac{\partial \phi}{\partial x_1} - \frac{\partial \psi}{\partial x_3}, \quad \mathbf{B-7}$$

$$u_3 = \frac{\partial \phi}{\partial x_3} + \frac{\partial \psi}{\partial x_1}, \quad \mathbf{B-8}$$

$$\sigma_{11} = \lambda \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_3^2} \right) + 2\mu \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_1 x_3} \right) = \lambda \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) + 2\mu \frac{\partial u_1}{\partial x_1}, \quad \mathbf{B-9}$$

$$\sigma_{13} = \mu \left(2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_1 x_3} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_3^2} \right) = \mu \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right), \quad \mathbf{B-10}$$

$$\sigma_{33} = \lambda \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_3^2} \right) + 2\mu \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x_3^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_1 x_3} \right) = \lambda \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) + 2\mu \frac{\partial u_3}{\partial x_3}, \quad \mathbf{B-11}$$

En régime harmonique, pour une onde de pulsation ω et de nombre d'onde k , les solutions ont les formes suivantes :

$$\phi(x_1, x_3, t) = \phi(x_3) e^{i(kx_1 - \omega t)}, \quad \mathbf{B-12}$$

$$\psi(x_1, x_3, t) = \psi(x_3) e^{i(kx_1 - \omega t)}, \quad \mathbf{B-13}$$

Ces potentiels satisfont les équations de Helmholtz **B-5** et **B-6**, on trouve alors:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x_3^2} - (k^2 - k_L^2) \phi = 0, \quad \mathbf{B-14}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x_3^2} - (k^2 - k_T^2) \psi = 0, \quad \mathbf{B-15}$$

avec : $k_L = \omega \sqrt{\frac{\rho}{\lambda + 2\mu}}$ et $k_T = \omega \sqrt{\frac{\rho}{\mu}}$ représentent respectivement les nombres d'onde longitudinale et transversale.

La forme des potentiels scalaire et vectoriel est déterminée à partir des conditions aux limites :

$$\phi(x_3) = A_s \cosh(qx_3)e^{ikx_1} + B_a \sinh(qx_3)e^{ikx_1}, \quad \mathbf{B-16}$$

$$\psi(x_3) = D_s \sinh(qx_3)e^{ikx_1} + C_a \cosh(qx_3)e^{ikx_1}, \quad \mathbf{B-17}$$

$$\text{avec : } q = \sqrt{k^2 - k_L^2} \text{ et } s = \sqrt{k^2 - k_T^2}$$

En remplaçant **B-16** et **B-17** respectivement dans **B-5** et **B-6** et en utilisant les conditions aux limites (à $x_3 = \pm d$, σ_{13} et σ_{33} égales zéro), on trouve un système d'équations linéaire homogène :

$$\begin{bmatrix} (k^2 + s^2)\cosh(qd) & (k^2 + s^2)\cosh(qd) & 2iks \sinh(sd) & 2iks \cosh(sd) \\ (k^2 + s^2)\sinh(qd) & -(k^2 + s^2)\sinh(qd) & -2iks \sinh(sd) & 2iks \cosh(sd) \\ 2ikq \sinh(qd) & 2ikq \cosh(qd) & -(k^2 + s^2)\cosh(sd) & -(k^2 + s^2)\sinh(sd) \\ -2ikq \sinh(qd) & 2ikq \cosh(qd) & -(k^2 + s^2)\cosh(sd) & (k^2 + s^2)\sinh(sd) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_s \\ B_a \\ C_a \\ D_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B-18}$$

Ce système admet des solutions non triviales, si les deux systèmes suivants le sont aussi :

$$\begin{bmatrix} (k^2 + s^2)\cosh(qd) & 2iks \cosh(sd) \\ 2ikq \sinh(qd) & -(k^2 + s^2)\sinh(sd) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_s \\ D_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B-19}$$

$$\begin{bmatrix} (k^2 + s^2)\sinh(qd) & 2iks \sinh(sd) \\ 2ikq \cosh(qd) & -(k^2 + s^2)\cosh(sd) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_a \\ C_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B-20}$$

Les deux systèmes ci-dessus admettent des solutions non triviales seulement si leurs déterminants sont égaux à zéro. Cela conduit aux deux équations caractéristiques **I-6** et **I-7** et on obtient D_s en fonction de A_s ainsi qu'une expression de C_a en fonction de B_a . En remplaçant ces résultats dans **B-16** et **B-17**, on arrive à :

$$\phi = A_s \cosh(q_s x_3) e^{ik_s x_1} + B_a \sinh(q_a x_3) e^{ik_a x_1}, \quad \mathbf{B-21}$$

$$\psi = \frac{2ik_s q_s \sinh(q_s d)}{(k_s^2 + s_s^2) \sinh(s_s d)} A_s \sinh(s_s x_3) e^{ik_s x_1} + \frac{2ik_a q_a \cosh(q_a d)}{(k_a^2 + s_a^2) \sinh(s_s d)} B_a \cosh(s_a x_3) e^{ik_a x_1}, \quad \mathbf{B-22}$$

ici, les k_s sont les valeurs de k qui satisfont la première équation caractéristique et les k_a sont les valeurs satisfaisant la deuxième équation caractéristique. Ils sont appelés respectivement nombres d'onde symétrique et nombres d'onde antisymétrique.

Les composantes de déplacement u_1 et u_3 peuvent être calculées à partir des équations **B-21** et **B-22**. À l'aide des équations **B-7** et **B-8**, on trouve alors :

$$\begin{aligned} u_{1s} &= Ak_s i \left(\frac{\cosh(q_s x_3)}{\sinh(q_s d)} - \frac{2q_s s_s \cosh(s_s x_3)}{k_s^2 + s_s^2 \sinh(s_s d)} \right) \exp(i(k_s x_1 - \omega t)) \\ u_{3s} &= Aq_s \left(\frac{\sinh(q_s x_3)}{\sinh(q_s d)} - \frac{2k_s^2 \sinh(s_s x_3)}{k_s^2 + s_s^2 \sinh(s_s d)} \right) \exp(i(k_s x_1 - \omega t)) \end{aligned}, \quad \mathbf{B-23}$$

$$\begin{aligned} u_{1a} &= Bk_a i \left(\frac{\sinh(q_a x_3)}{\cosh(q_a d)} - \frac{2q_a s_a \sinh(s_a x_3)}{k_a^2 + s_a^2 \cosh(s_a d)} \right) \exp(i(k_a x_1 - \omega t)) \\ u_{3a} &= Bq_a \left(\frac{\cosh(q_a x_3)}{\cosh(q_a d)} - \frac{2k_a^2 \cosh(s_a x_3)}{k_a^2 + s_a^2 \cosh(s_a d)} \right) \exp(i(k_a x_1 - \omega t)) \end{aligned}, \quad \mathbf{B-24}$$

où : u_{1s} , u_{3s} , u_{1a} et u_{3a} représentent respectivement les champs des déplacements symétriques et antisymétriques, tangentiels et normaux.

$$\sigma_{11s} = \mu A \left((2k_s^2 - s_s^2 + q_s^2) \frac{\cosh(q_s x_3)}{\sinh(q_s d)} - \frac{4k_s^2 q_s s_s \cosh(s_s x_3)}{k_s^2 + s_s^2 \sinh(s_s d)} \right) \exp(i(k_s x_1 - \omega t)), \quad \mathbf{B-25}$$

$$\sigma_{13s} = -2i\mu A k_s q_s \left(\frac{\sinh(q_s x_3)}{\sinh(q_s d)} - \frac{\sinh(s_s x_3)}{\sinh(s_s d)} \right) \exp(i(k_s x_1 - \omega t)), \quad \mathbf{B-26}$$

$$\sigma_{33s} = \mu A \left((k_s^2 + q_s^2) \frac{\cosh(q_s x_3)}{\cosh(q_s d)} - (k_s^2 + s_s^2) \frac{\cosh(s_s x_3)}{\cosh(s_s d)} \right) \exp(i(k_s x_1 - \omega t)), \quad \mathbf{B-27}$$

$$\sigma_{11a} = \mu B \left((2k_a^2 - s_a^2 + q_a^2) \frac{\sinh(q_a x_3)}{\sinh(q_a d)} - \frac{4k_a^2 q_a s_a}{k_a^2 + s_a^2} \frac{\sinh(s_a x_3)}{\sinh(s_a d)} \right) \exp(i(k_a x_1 - \omega t)), \quad \mathbf{B-28}$$

$$\sigma_{13a} = -2i\mu B k_a q_a \left(\frac{\cosh(q_a x_3)}{\cosh(q_a d)} - \frac{\cosh(s_a x_3)}{\cosh(s_a d)} \right) \exp(i(k_a x_1 - \omega t)), \quad \mathbf{B-29}$$

$$\sigma_{33a} = \mu B (k_a^2 + q_a^2) \left(\frac{\sinh(q_a x_3)}{\sinh(q_a d)} - \frac{\sinh(s_a x_3)}{\sinh(s_a d)} \right) \exp(i(k_a x_1 - \omega t)), \quad \mathbf{B-30}$$

avec : $q_{s,a}^2 = k_{s,a}^2 - k_l^2$ et $s_{s,a}^2 = k_{s,a}^2 - k_t^2$. A et B sont des constantes arbitraires.

Les champs des déplacements totaux sont présentés comme suit :

$$u_1 = u_{1s} + u_{1a}, \quad \mathbf{B-31}$$

$$u_3 = u_{3s} + u_{3a}. \quad \mathbf{B-32}$$

3. ANNEXE C

PROPAGATION DU MODE A_0 ISSU DE LA CONVERSION DU MODE S_0

La figure VI-2 montre l'effet en transmission de la conversion de la puissance du mode S_0 en un mode A_0 . Sur cette figure, on ne montre que les modes utiles à cette étude et uniquement dans la région allant de 200 mm à 500 mm.

D'après la figure III-20 et la figure III-21, on sait qu'une partie de la puissance du mode incident $I_{A_0}^{Dir}$ est transmise au sein de l'encoche par le mode A_0 ($T_{A_0}^{Dir}$) et le mode S_0 ($T_{S_0}^{Dir}$) issu de la conversion de mode. La puissance transmise par le mode S_0 est convertie en un mode A_0 ($T_{A_0}^c$) qui est réfléchi par le bord droit de la plaque ($R_{A_0}^c$).

La comparaison de la figure VI-2 avec la figure III-18.a-III explique la différence relevée sur la figure III-20 et prouve l'influence du mode converti A_0 sur le signal transmis.

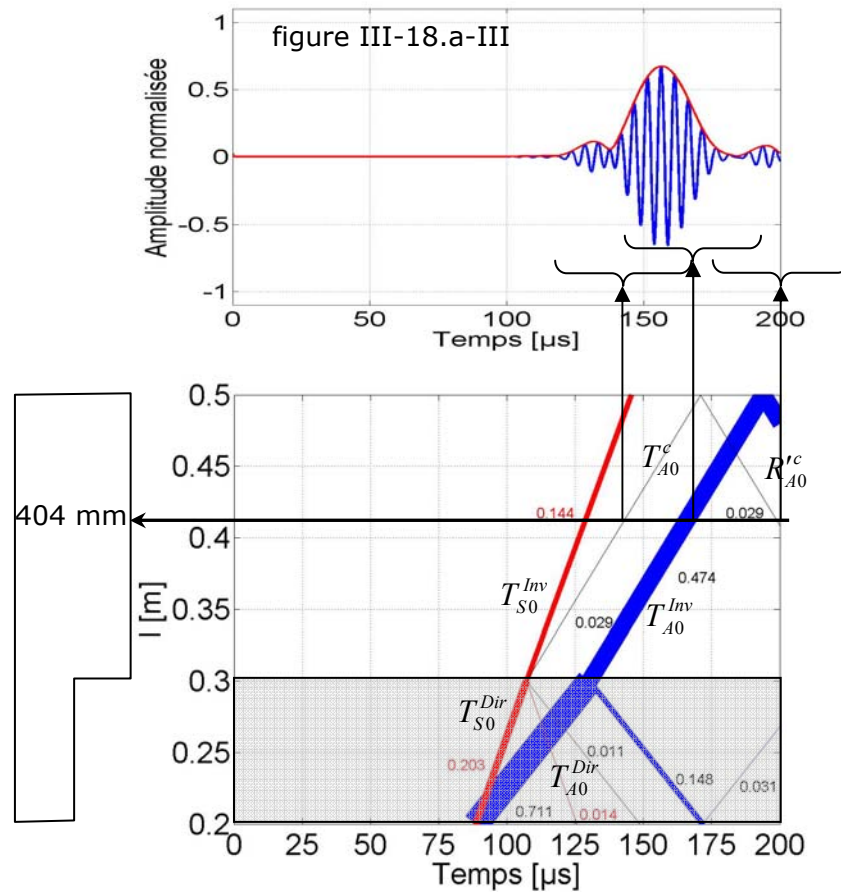


figure VI-2 : Réflexion et transmission du mode converti A_0 dans une plaque munie d'une ELA d'épaisseur égale à $p = 3/6$ et d'une largeur $w = 100$ mm.

A

acquisition(s) · 68, 108, 109, 131
 actionneur(s) · 28, 43, 45
 adaptation · 43, 108
 aéronautique · 17, 21, 22, 42, 43, 130, 132
 algorithmique · 28, 52
 aluminium · 18, 19, 24, 29, 38, 41, 46, 47, 51, 65, 68,
 87, 89, 94, 102, 108, 114, 119, 120, 128, 130
 anisotrope(s) · 23, 25, 29, 31, 39
 Atila · 36, 38, 52
 automobile · 17
 axe · 26, 109
 axisymétrique · 23

B

barrette · 18, 133
 BEM · 39, 40, 42
 bilan · 19, 33, 41, 56, 57, 64, 70, 71, 95, 96, 130
 bord(s) · 40, 46, 47, 48, 53, 65, 69, 81, 89, 99, 100, 103,
 116, 118, 125, 130, 132, 146

C

capteur(s) · 43, 45, 46, 112, 122
 caractériser · 20, 21, 23, 33, 42, 50, 107, 111, 125, 128,
 140, 133
 champ(s)
 de déplacements · 22, 37, 38, 40
 des contraintes · 39
 diffracté · 34
 lointain · 23, 41, 42, 43
 proche · 41
 charge(s) · 17, 52
 chirographie · 21
 cisaillement · 34
 CND · 21, 22, 124, 125
 coefficient(s)

de réflexion · 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65,
 66, 67, 70, 71, 72, 75, 82, 84, 86, 87, 89, 90, 91,
 92, 93, 95, 96, 97, 98, 99, 102, 103, 104, 106,
 112, 118, 119, 122, 123, 124, 126, 128, 131
 de transmission · 38, 60, 62, 86, 90, 92, 93, 96, 119,
 123, 125, 127, 128
 condition(s) aux limites · 27, 34, 36, 39, 65, 67, 143
 contrôle
 de qualité · 21
 en réflexion · 124
 non-destructif · 18, 31
 santé intégré · 18, 19, 31, 43, 106, 124, 126, 130,
 133
 conversion de mode · 45, 53, 57, 82, 84, 86, 87, 93,
 117, 120, 123, 131, 146
 corrosions · 22
 courbes de dispersion · 18, 23, 24, 25, 27, 28, 31, 62,
 108, 109
 CSI · 18, 20, 22, 33, 106, 110, 124, 125, 126, 128, 132
 cycle(s) · 15, 49, 53, 65, 69, 74, 75, 94, 110

D

défaut(s) · 22, 39, 42, 130
 déformation(s) · 24, 34, 36, 37
 délaminage(s) · 22, 38, 42
 déplacement(s)
 normal(aux) · 48, 49, 53, 55, 56, 57, 61, 62, 65, 68,
 69, 70, 73, 74, 79, 80, 82, 95, 96
 tangentiel(s) · 28, 48, 49, 50, 57, 61, 62, 65, 70, 81,
 82, 142
 détection · 18, 19, 21, 106, 128
 diffraction · 35, 39, 41

E

ECA · 15, 47, 102, 103, 104, 105, 131
 échantillonnage · 15, 50, 52, 69, 108, 109
 échographie · 21
 ECS · 15, 47, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 105, 131

ELA · 15, 47, 77, 94, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102,
103, 104, 105, 116, 119, 120, 121, 122, 123, 127,
131, 147
élastique(s) · 23
électrique · 108, 111, 112
élément(s)
finis · 18, 20, 36, 46, 51, 52, 64, 68, 78, 80, 131
quadratiques · 51
ELS · 15, 47, 68, 70, 71, 72, 75, 76, 77, 105, 114, 115,
116, 117, 118, 119, 121, 123, 127, 130, 131, 132
encoche · 16, 18, 47, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75,
76, 94, 97, 99, 100, 101, 102, 113, 116, 118, 119,
127, 128, 131, 146
endommagement(s)
asymétrique(s) · 19, 78, 104, 131
complexe(s) · 68, 75, 76
simplifié(s) · 46, 68, 75, 76, 113
symétrique(s) · 67, 77, 130, 131
énergie · 18, 31, 32, 73, 85, 86, 89, 93
enveloppe · 54
époxy · 38
équation(s)
caractéristiques · 27, 28, 143
de mouvement · 26
de propagation · 18, 39, 40
de Rayleigh-Lamb · 28
différentielle · 38
excitation · 15, 22, 23, 24, 25, 30, 31, 45, 46, 48, 49,
50, 51, 53, 65, 68, 69, 89, 94, 106, 107, 110, 113,
114, 125, 130, 131

F

fenêtre
de Hamming · 49
de Hanning · 48, 49, 50, 69, 94, 107
temporelle · 48
fissure(s) · 22, 38, 41, 42
flexion · 34
flux · 20, 21, 31, 32, 57, 60, 62, 64
fonction
de Green · 39
de Hanning · 48, 65, 110
fréquence(s)
centrale · 49, 53, 57, 65, 67, 69, 74, 75

de coupure(s) · 43

G

gel de contact · 108, 112, 128
générateur de fonction · 114
GPIB · 108, 114
gradient · 26

H

hétérogène(s) · 35
homogène(s) · 22, 43, 45, 84, 143

I

impédance · 108, 111, 112
impulsion · 23, 108, 114
inclusions · 34
industrie · 22, 43
inhomogénéité(s) · 39, 41
inspection · 85, 93, 104
interpolation · 36, 37
interprétation · 33, 43, 99, 130
isotrope · 23, 51, 139, 140

J

joint(s) adhésif(s) · 38, 42

L

Laser · 23
lobe(s) · 48, 107

M

maillage · 36, 37, 39, 51, 53, 65, 66, 68, 72, 78, 86, 89,
94, 102
maintenance · 22
marine · 17
matériaux · 17, 18, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 29, 31,
35, 36, 39, 40, 43, 132, 139, 140, 133

matrice
 de transfert · 23
 global · 23

méthode(s)
 analytiques · 19, 20, 25, 33, 39, 41, 43
 de la matrice de transfert · 23, 42
 de Newmark · 38
 des différences centrales · 38
 des éléments de frontières · 23
 des éléments finis · 19, 35, 41, 44, 46, 130
 des modes normaux · 20, 26, 34, 41, 42
 des ondes partielles · 20, 29
 hybrides · 19, 20, 33, 43
 numériques · 19, 20, 33, 35, 41, 43

modes
 de Lamb · 18, 19, 24, 25, 27, 28, 29, 32, 34, 45, 46,
 48, 72, 75, 76, 77, 78, 79, 85, 89, 92, 93, 95, 96,
 101, 102, 104, 105, 106, 107, 108, 113, 122, 124,
 126, 127, 128, 131, 132, 133
 fondamentaux · 38, 70, 79, 93, 123, 126
 non propagatifs · 28
 propagatifs · 28

multicouches · 23, 35

multiélément · 126

multimodale · 31

N

nœud(s) · 36, 37, 39, 40, 50, 51, 57, 66, 67

O

ondelettes · 18

ondes
 de Lamb · 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 27, 28,
 29, 31, 32, 33, 35, 38, 39, 41, 42, 43, 45, 46, 47,
 57, 72, 75, 78, 79, 86, 107, 108, 109, 110, 113,
 115, 116, 119, 126, 128, 130, 131, 133
 de volume · 24, 39
 guidées · 18, 20, 22, 24, 30, 31, 39, 42, 133
 longitudinales · 15
 transversales · 15, 132

optique · 21, 31, 40

ordinateur · 108, 114

orthogonalité · 34

oscilloscope · 108, 114

P

Panametrics · 108, 110, 112, 114, 124, 125, 131

particule · 26, 27

pertes · 31, 38

perturbation · 46

pétrochimique · 17

physique · 18, 33, 42, 56

pic(s) · 54, 55, 65, 70, 79, 82, 118

piézoélectrique(s) · 17, 43, 114, 125, 128, 131, 133

ponctuelle(s) · 22

potentiel
 scalaire · 26
 vectoriel · 26

Poynting · 32, 57

précision · 28, 36, 54, 62, 65, 70, 73, 108

pression · 22, 23

R

radiographie · 21

rang · 30

réciprocité · 23, 67, 71, 76, 130

régime
 harmonique · 18, 22, 24, 49, 142
 transitoire · 18, 43, 45, 48, 52, 57, 67

rotationnel · 26

S

sain · 22

sécurité · 20, 21, 43, 130

sensible · 21, 38, 63, 64, 76, 85, 87, 93, 124, 126, 127,
 128, 131

simulation · 57, 131

sinusoïdale · 65, 69, 108, 110

solide · 24

somme · 26, 31, 56, 58, 79, 81, 93

sonars · 21

source · 22, 23

soustraction · 77, 79, 81, 82, 116, 117, 120, 121

spécimens · 110, 114

spectre · 48, 49, 111
surfaciues · 15, 30
symétrique(s) · 15, 19, 24, 27, 46, 48, 68, 72, 77, 78,
79, 89, 95, 100, 106, 113, 120, 123, 128, 130, 131,
144
système
de contrôle · 124, 125, 131, 132, 133

T

Taylor · 40, 52
tenseur
des contraintes · 26
théorème de résidus · 28
théorie de plaque · 34, 41
thermographie · 21
tomographie · 21
traitement de signal · 18, 107, 133

transformée
de Fourier · 23, 38, 128
de Fourier à deux dimensions · 38, 128
d'Hilbert · 15, 54
trou(s) · 22, 34, 41, 42, 132

U

ultrasons(nore) · 17, 21, 23, 24, 35, 40, 133
unidirectionnelle · 46, 110

V

vitesses
de groupe · 29
de phase · 28, 43
volumiques · 15, 30

Résumé

Le Contrôle Non Destructif dans le domaine d'aéronautique connaît un fort développement. En particulier, les systèmes de Contrôle Santé Intégré par ondes de Lamb permettent une inspection rapide et continue des structures de type plaque.

Ce travail est consacré à la compréhension des phénomènes physiques de l'interaction des ondes de Lamb en présence d'endommagements dans des structures d'aluminium. Les endommagements étudiés correspondent à des variations d'épaisseurs et à des encoches symétriques et asymétriques.

Dans un premier temps, un seul mode est généré à l'émission c'est-à-dire, soit le mode A_0 , soit le mode S_0 , ceci afin de simplifier l'interprétation physique des phénomènes d'interactions. De plus, pour analyser les modes issus de l'interaction avec l'endommagement, une méthode hybride (MEF - analytique) donnant les coefficients de réflexion et de transmission en puissance des modes de Lamb est développée. La séparation des modes dans la structure est effectuée à l'aide d'une technique simple basée sur l'addition et la soustraction des déplacements calculés sur les faces opposées de la plaque. Ce travail montre qu'il est souvent possible de comprendre et de quantifier l'interaction d'un mode de Lamb en présence d'un endommagement complexe uniquement à partir des calculs réalisés pour des endommagements élémentaires.

Dans un deuxième temps, un système expérimental de CSI est proposé. La sélection d'un mode de Lamb à l'émission est assurée par deux capteurs piézoélectriques placés sur les deux faces opposées de la structure. Les résultats expérimentaux sont confrontés avec succès aux résultats numériques et permettent de concevoir un système optimal.

Mots-clés : Ultrasons, ondes de Lamb, méthode hybride, éléments finis, CND, interaction, endommagement, encoche.

Summary

The Non Destructive Testing is more and more used in aeronautics field. Among the various techniques available, Integrated Health Monitoring (IHM) systems based on Lamb waves offer a convenient method for quick and continuous inspection of plate structures.

This work is devoted to the understanding of the physical interaction of Lamb waves with damages encountered in aluminum structures. These damages can be of different kinds. For example, this study deals with symmetric and asymmetric thickness variations and notches.

First, one single mode is launched, either fundamental anti-symmetric mode (A_0), or fundamental symmetric mode (S_0), in order to simplify physics interpretation of interactions. Moreover, to analyze the Lamb modes issued from the interaction with the damage, a hybrid method (FEM - analytic) giving the power reflection and transmission coefficients of Lamb waves, is developed. At the reception, the modes are separated with a simple technique based on the addition and the subtraction of the displacements computed in the opposite sides of the structure. This work shows that it is often possible to understand and quantify the interaction of a Lamb mode with a complex damage only from elementary damages.

Second, an IHM experimental system is proposed. The selection of a Lamb wave at the emission is provided with two piezoelectric sensors placed at the two opposite faces of the structure. Experimental results are in good keeping with numerical results and allow conceiving an optimal system.

Key-words: Ultrasound, Lamb waves, hybrid method, finite element, NDT, interaction, damage, notch.

RÉFÉRENCES

-
- ¹ Lamb, H. *On waves in an elastic plate*. Proceeding of the Royal Society of London Series, 1917, A **93**, p. 114 – 128.
- ² Worlton, D.C. Ultrasonic testing with Lamb waves. *Non destructive testing* 15, 1957, p. 218 – 222.
- ³ Viktorov, I.A. *Rayleigh and Lamb waves*. Plenum press New York , 1967, 121 p.
- ⁴ Auld, B.A. *Acoustic fields and waves in solids*, A Wiley-Interscience publication, 1973, Vol II, 414 p.
- ⁵ Blanquet P. *Étude de l'endommagement des matériaux composites aéronautiques à partir de techniques ultrasonores*, Thèse de doctorat, 1997, Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis. N° d'ordre: 97-24.
- ⁶ Demol, T. *Étude de transducteurs en barrette adaptées au contrôle santé par ondes de Lamb de structures aéronautiques composites: Application à la caractérisation de l'impact basse vitesse*. Thèse de doctorat, 1998, Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis. N° d'ordre: 98-01.
- ⁷ Moulin, E. *Contribution à l'étude de la génération d'ondes de Lamb par transducteurs piézoélectriques intégrés. Application à la modélisation de matériaux sensibles*. Thèse de doctorat, 1999, Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis. N° d'ordre : 99-32.
- ⁸ Grondel, S. *Contribution à l'optimisation du contrôle santé intégré par ondes de Lamb : Application à la surveillance de structures aéronautiques*. Thèse de doctorat, 2000, Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis. N° d'ordre : 00-34.
- ⁹ Bourasseau, N. *Caractérisation de la propagation d'ondes guidées dans les matériaux sandwiches : Application au contrôle santé des radômes*. Thèse de doctorat, 2001, Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis. N° d'ordre : 01-13.
- ¹⁰ Paget, C. *Contribution au contrôle actif de santé de structures composites aéronautiques par transducteurs piézoélectriques insérés*. Thèse de doctorat, 2001, Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis. N° d'ordre : 01-17.
- ¹¹ Duquenne, L. *Développement d'une méthode d'estimation de la génération transitoire d'ondes de Lamb : Application à la modélisation d'un système de contrôle santé intégré*. Thèse de doctorat, 2003, Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis. N° d'ordre : 03-32
- ¹² El Youbi, F. *Étude de transducteurs multiéléments pour le contrôle santé intégré par ondes de Lamb et développement du traitement de signal associé*. Thèse de doctorat, 2005, Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis. N° d'ordre : 05-18.
- ¹³ Benmeddour, F. Grondel, S. Moulin, E. Assaad, J. Fundamental Lamb waves scattering from a sudden thickness variation in a plate, AFPAC'05, Le Havre, France. Anglo French Physical Acoustics Conference, January 2005.
- ¹⁴ Benmeddour, F. Grondel, S. Assaad, J. Étude du comportement des modes de Lamb fondamentaux lors d'une variation d'épaisseur brusque, COFREND'05, Beaune, France. COFédération Française pour les Essais Non Destructif, Mai 2005.
- ¹⁵ Benmeddour, F. El Youbi, F. Moulin, E. Assaad, J. Study of lamb modes behavior with a simplified damage, AFPAC'06, Ashford, United Kingdom. Anglo French Physical Acoustics Conference, January 2006.

- ¹⁶ Benmeddour, F. Grondel, S. Assaad, J. Moulin, E. *Study of the interaction of the fundamental Lamb modes with symmetric long notches*. En cours de rédaction.
- ¹⁷ Benmeddour, F. Grondel, S. Assaad, J. *Study of fundamental Lamb modes behaviour with a sharp change of section in a plate*. Proceeding ICAS, September 2006, Hamburg, Germany. 25th International Council of the Aeronautical Sciences.
- ¹⁸ Benmeddour, F. Grondel, S. Assaad, J. Moulin, E. *Study of the interaction of the fundamental Lamb modes with asymmetric long notches*. En cours de rédaction.
- ¹⁹ El Youbi, F. Benmeddour, F. Grondel, S. Assaad, J. *Finite element and experimental analysis to characterize and minimize the influence of surface bonded transducers on the Lamb wave propagation*. AFPAC'06, Ashford, United Kingdom. Anglo French Physical Acoustics Conference, January 2006.
- ²⁰ Dumont-Fillon, J. *Contrôle non destructif (CND)*. Technique de l'ingénieur, 1996, Vol N° RC3, R1 400.
- ²¹ Dajani, D. *Thermographie*. Technique de l'ingénieur, 2001, Vol N° RD1, R2 740.
- ²² Rose, J.L. Ditri, J.J. *Ultrasonic computed tomography considerations in the NDE of solid materials*. IEEE Ultrasonics Symposium, 1990, p. 991-995.
- ²³ Malyarenko, E.V. Hinders, M.K. *Ultrasonic Lamb wave diffraction tomography*. Ultrasonics 39, 2001, p. 269-281.
- ²⁴ Osmont, D. Taillade, F. Devillers, D. Krapez, J.-C. Lepoutre, F. Balageas, D. *Shearographic imaging of the ultrasonic wave and defect interaction in plates: comparison between computation and experiments*. 36th Annual Review of progress in Quantitative Nondestructive Evaluation, 1999, Montreal (Canada), July 25-30, 6 p.
- ²⁵ Achenbach, J.D. *Lamb waves as thickness vibrations superimposed on a membrane carrier wave*. J. Acoust. Soc. Am. 103 (5), 1998, p. 2283-2286.
- ²⁶ Achenbach, J.D. Xu, Y. *Use of elastodynamic reciprocity to analyze point-load generated axisymmetric waves in a plate*. Wave Motion 30, 1999, p. 57-67.
- ²⁷ Achenbach, J.D. Xu, Y. *Wave motion in an isotropic elastic layer generated by a time-harmonic point load of arbitrary direction*. J. Acoust. Soc. Am. 106 (1), 1999, p 83-90.
- ²⁸ Hayashi, T. Endoh, S. *Calculation and visualization of Lamb wave motion*. Ultrasonics 38, 2000, p 770-773.
- ²⁹ Moreno, E. Acevedo, P. Castillo, M. *Pulse propagation in plate elements*. European Journal of Mechanics A/Solids 22, 2003, p. 283-294.
- ³⁰ Pelts, S.P. Rose, J.L. *Source influence parameters on elastic guided waves in an orthotropic plate*. J. Acoust. Soc. Am. 99 (4), 1996, p. 2124-2129.
- ³¹ Nayfeh, A.N. Chimenti, D.E. *Free wave propagation in plates of general anisotropic media*. Journal of applied Mechanics, 1989, Vol. 56, p. 881-886.
- ³² Liand, Y. Thompson, R.B. *Influence of anisotropy on the dispersion characteristics of guided ultrasonic plate modes*. J. Acoust. Soc. Am. 87 (5), 1990, p. 1911-1931.
- ³³ Nayfeh, A.H. *The general problem of elastic wave propagation in multilayered anisotropic media*. J. Acoust. Soc. Am. 89 (4), 1991, p. 1521-1531.
- ³⁴ Lowe, M.J.S. *Matrix techniques for modeling ultrasonics waves in multilayered media*. IEEE Transactions on Ultrasonics. Ferroelectrics and frequency control, 1995, Vol 42 N° 4, p. 525-542.

- ³⁵ Pierce, S.G. Culshaw, B. Philp, W.R. Lecuyer, F. Farlow, R. *Broadband Lamb wave measurements in aluminium and Carbon/glass fibre reinforced composite materials using non-contacting laser generation and detection*. Ultrasonics 35, 1997, p. 105-114.
- ³⁶ Liu, T. Veidt, M. Kitipornchai, S. *Single mode Lamb waves in composite laminated plates generated by piezoelectric transducers*. Composite Structures 58, 2002, p. 381-396.
- ³⁷ Rose, J.L. *Ultrasonic Waves in Solid Media*. Cambridge university press, 1999, 454 p.
- ³⁸ Dieulesaint, E. Royer, D. *Ondes élastiques dans les solides. Application au traitement du signal*. Masson ET C^{ie}, éditeurs, 1974, 407 p.
- ³⁹ Auld, B.A. *Acoustic fields and waves in solids*, A Wiley-Interscience publication, 1973, Vol I, 423 p.
- ⁴⁰ Frère, C. Krempf, P. *Physique des ondes*, éditions ellipses, 2^{ème} année, 1998, 528 p.
- ⁴¹ Le Clézio E, *Diffraction des ondes de Lamb par des fissures verticales*, Thèse de doctorat, 2001, Université de Bordeaux I, N° d'ordre : 2472.
- ⁴² Brazier-Smith, P.R. Scott, J.F.M. *On the determination of the roots of dispersion equations by use of winding number integrals*. Journal of Sound and Vibration 145 (3), 1991, p. 503-510.
- ⁴³ Jia, X. *Modal analysis of Lamb wave generation in elastic plates by liquid wedge transducer*. J. Acoust. Soc. Am. 101 (2), 1997, p. 834-842.
- ⁴⁴ Prosser, W.H. Gorman, M.R. Dorigi, J. *Extensional and flexural waves in a thin-walled Graphite/Epoxy Tube*. Journal of composite Materials 26 (14), 1992, p. 418-427.
- ⁴⁵ Norris, A.N. Vemula, C. *Scattering of flexural waves on thin plates*. Journal of Sound and Vibration 181 (1), 1995, p. 115-125.
- ⁴⁶ Vemula, C. Norris, A.N. *Flexural wave propagation and scattering on thin plates using Mindlin theory*. Wave Motion 26, 1997, p. 1-12.
- ⁴⁷ McKeon, J.C.P. Hinders, M.K. *Lamb wave scattering from a through hole*. Journal of Sound and Vibration 224 (5), 1999, p. 843-862.
- ⁴⁸ Diligent, O. Grahn, T. Boström, A. Cawley, P. Lowe, M.J.S. *The low-frequency reflection and scattering of the S_0 Lamb mode from a circular through-thickness hole in a plate: finite element, analytical and experimental studies*. J. Acoust. Soc. Am. 112 (6), 2002, p. 2589-2601.
- ⁴⁹ Grahn, T. *Lamb wave scattering from a circular partly through-thickness hole in a plate*. Wave Motion 37, 2003, p. 63-80.
- ⁵⁰ ATILA, *Finite Element Analysis for Piezoelectric and Magnetostrictive Structures*, 2003, Version 5.2.2, User's Manual, ISEN. Lille, 160 p.
- ⁵¹ Hamonic, B. F. Debus, J. C. Decarpigny J. N. *The finite element code ATILA*, Proceedings Workshop, 1990, Toulon.
- ⁵² Imbert, J.-F. *Analyse des structures par éléments finis*, Cépaduès-éditions, 1995, troisième édition, 506 p.
- ⁵³ Alleyne, D.N. Cawley, P. *A 2-dimensional Fourier transform method for the quantitative measurement of Lamb modes*. IEEE Ultrasonics Symposium, 1990, p. 1143-1146.
- ⁵⁴ Alleyne, D.N. Cawley, P. *The measurement and prediction of Lamb wave interaction with defects*. IEEE Ultrasonics Symposium, 1991, p. 855-857.
- ⁵⁵ Alleyne, D.N. Cawley, P. *The interaction of Lamb waves with defects*. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and frequency control. 39 N° 3, 1992, p. 381-397.

- ⁵⁶ Guo, N. Cawley, P. *The interaction of Lamb waves with delaminations in composite laminates*. J. Acoust. Soc. Am. 94 (4), 1993, p. 2240-2246.
- ⁵⁷ Lowe, M.J.S. Challis, R.E. Chan, C.W. *The transmission of Lamb waves across adhesively bonded lap joints*. J. Acoust. Soc. Am. 107 (3), 2000, p. 1333-1345.
- ⁵⁸ Lowe, M.J.S. Cawley, P. Kao, J-Y. Diligent, O. *Prediction and measurement of the reflection of the fundamental anti-symmetric Lamb wave from cracks and notches*. Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation, 509 (1), 25-30 July 1999, p. 193-200.
- ⁵⁹ Lowe, M.J.S. Cawley, P. Kao, J-Y. Diligent, O. *The low frequency reflection characteristics of the fundamental antisymmetric Lamb wave a_0 from a rectangular notch in a plate*. J. Acoust. Soc. Am. 112 (6), 2002, p 2612-2622.
- ⁶⁰ Lowe, M.J.S. Diligent, O. *Low-frequency reflection characteristics of the s_0 Lamb wave from a rectangular notch in a plate*. J. Acoust. Soc. Am. 111 (1), 2002, p 64-74.
- ⁶¹ Kreyszig, E. *Advances engineering mathematics*. John Wiley & sons, inc. 7th edition, 1993, 1271 p.
- ⁶² Ahn, V.S. Harris, J.G. Achenbach, J.D. *Numerical analysis of the acoustic signature of a surface-breaking crack*. IEEE Transactions on Ultrasonics. Ferroelectrics and frequency control. 39 N° 1, 1992, p 112-118.
- ⁶³ Smith, G.D. *Numerical solution of partial differential equations: Finite Difference Method*. Clardon Press, Oxford, 1985, third edition, 333 p.
- ⁶⁴ Delsanto, P.P. Whicombe, T. Chaskelis, H.H. Mignogna, R.B. *Connection machine simulation of ultrasonic wave propagation in materials. I : The one-dimensional case*. Wave Motion 16, 1992, p. 65 -80 .
- ⁶⁵ Delsanto, P.P. Schechter, R.S. Chaskelis, H.H. Mignogna, R.B. Kline, R. *Connection machine simulation of ultrasonic wave propagation in materials. II : The two-dimensional case*. Wave Motion 20, 1994, p. 295 -314.
- ⁶⁶ Delsanto, P.P. Schechter, R.S. Mignogna, R.B. *Connection machine simulation of ultrasonic wave propagation in materials. III : The three-dimensional case*. Wave Motion 26, 1997, p 329 -339.
- ⁶⁷ Delsanto, P.P. Iordache, D. Iordache, C. Ruffino, E. *Analysis of stability and convergence in FD simulations of the 1-D ultrasonic wave propagation*. Math. Comput. Modelling, 1997, Vol. 25 No. 6, p. 19-29 .
- ⁶⁸ Fromme, P. *Defect detection in plates using guided waves*. Thèse de doctorat, 2001, Swiss Federal Institute of technology. Diss. ETH N° 14397.
- ⁶⁹ Fromme, P. Sayir, M.B. *Detection of cracks at rivet holes using guided waves*. Ultrasonics 40, 2002, p. 199-203.
- ⁷⁰ Le Clezio, E. Castaings, M. Hosten, B. *The interaction of the S_0 Lamb mode with vertical cracks in an aluminium plate*. Ultrasonics 40, 2002, p. 187-192.
- ⁷¹ Castaings, M. Le Clezio, E. Hosten, B. *Modal decomposition for modelling the interaction of Lamb waves with cracks*. J. Acoust. Soc. Am. 112 (6), 2002, p. 2567-2582.
- ⁷² Wang, L. Shen, J. *Scattering of elastic waves by a crack in a isotropic plate*. Ultrasonics 35, 1997, p. 451-457.
- ⁷³ Cho, Y. Hongerholt, D.D. Rose, J.L. *Lamb wave scattering analysis for reflector characterization*. IEEE Transactions on Ultrasonics. Ferroelectrics and Frequency control. 44 N° 1. 1997, p. 44-52.
- ⁷⁴ Cho, Y. Rose, J.L. *An elastodynamic hybrid boundary element study for elastic wave interactions with a surface breaking defect*. Int. J. of Solids and Structures 37, 2000, p. 4103-4124 .

- ⁷⁵ Rose, J.L. Zhu, W. Cho, Y. *Boundary element modeling for guided wave reflection and transmission factor analysis in defect classification*. IEEE Ultrasonics symposium, 1998, p. 885-888.
- ⁷⁶ Chang, Z. Mal, A. *Scattering of Lamb waves from a rivet hole with edge cracks*. Mechanics of Materials 31, 1999, p. 197-204.
- ⁷⁷ Hayashi, T. Kawashima, K. *Multiple reflections of Lamb waves at a delamination*. Ultrasonics 40, 2002, p. 193-197.
- ⁷⁸ Liu, G.R. Achenbach, J.D. *A strip element method for stress analysis of anisotropic linearly elastic solids*. J. Appl. Mech. 61, 1994, p. 270-277.
- ⁷⁹ Liu, G.R. Xi, Z.C. Lam, K.Y. Shang, H.M. *A strip element method for analysing wave scattering by a crack in an immersed composite laminate*. J. Appl. Mech. 66, 1999, p. 73-80.
- ⁸⁰ Cheung, Y.K. *Finite strip method in structural mechanics*. Pergamon press, 1976, Oxford.
- ⁸¹ Mal, A. Chang, Z. Guo, D. *Lap joint inspection using plate waves*. Proc. SPIE. 1996, Vol. 2945, p. 128-137.
- ⁸² Hansch, M.K.T. Rajana, K.M. Rose, J.L. *Characterization of aircraft joints using ultrasonic guided waves and physically bases feature extraction*. IEEE Ultrasonics Symposium, 1994, p. 1193-1196.
- ⁸³ De Coulon, F. *Théorie et traitement des signaux, Traité d'électricité*. Presses polytechniques et universitaires romande, 1998, 4^{ème} édition, Vol VI, 531 p.
- ⁸⁴ Wang. P-C. *Calcul des structures par les méthodes numériques et matricielles, applications sur calculateurs*. Paris Dunod, 1969, Vol VI, 434 p.
- ⁸⁵ Moulin, E. Bourasseau, N. Assaad, J, Delebarre, C. *Directivity of integrated piezoelectric Lamb wave sources*, IEEE Ultrasonics Symposium, 2001, p. 1081-1084.
- ⁸⁶ Olympus catalogue, Ultrasonic transducers for non destructive testing, Panametrics-NDTC. www.olympusNDT.com.
- ⁸⁷ Wilkie-Chancellor, N. *Réflexion et conversion d'une onde de Lamb à l'extrémité biseautée d'une plaque*. Thèse de doctorat, 2003, Université du Havre.