



HAL
open science

Contribution à la modélisation de systèmes de Contrôles Non Destructifs par Courants de Foucault. Application à la caractérisation physique et dimensionnelle de matériaux de l'aéronautique.

Vincent Doirat

► To cite this version:

Vincent Doirat. Contribution à la modélisation de systèmes de Contrôles Non Destructifs par Courants de Foucault. Application à la caractérisation physique et dimensionnelle de matériaux de l'aéronautique.. Autre. Université de Nantes, 2007. Français. NNT : . tel-00260526

HAL Id: tel-00260526

<https://theses.hal.science/tel-00260526>

Submitted on 4 Mar 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE DE NANTES
ECOLE DOCTORALE
SCIENCES ET TECHNOLOGIES
DE L'INFORMATION ET DES MATERIAUX

Année 2007

Thèse de Doctorat de l'Université de Nantes

Spécialité : Electronique & Génie Electrique

Présentée et soutenue publiquement par

Vincent DOIRAT

Ingénieur Polytech' Nantes

Le 25 octobre 2007

A l'IREENA - site de Saint Nazaire

**Contribution à la modélisation de systèmes de Contrôles
Non Destructifs par Courants de Foucault
Application à la caractérisation physique et dimensionnelle
de matériaux de l'aéronautique**

Jury :

Président	M. MULTON Bernard	Professeur - ENS Cachan Antenne de Bretagne - Bruz
Rapporteurs :	M. BURAIIS Noël	Professeur - Université Claude Bernard Lyon1
	M. PREMEL Denis	Chercheur HDR - CEA - Saclay
Examineurs :	M. FOULADGAR Javad	Professeur - IUT de Saint Nazaire
	M. BERTHIAU Gérard	Maître de Conférences - IUT de Saint Nazaire
Invité :	M. AUFRAY Stéphane	Ingénieur - EADS Technocampus - Nantes

Directeur de thèse : Javad FOULADGAR

Co-Encadrant : Gérard BERTHIAU

Laboratoire : IREENA – 37 Boulevard de l'Université, BP406, 44602 SAINT NAZAIRE Cedex

Composante de rattachement du directeur de thèse : IUT de Saint Nazaire

N°ED 0366-320

"La fourmi"

de Robert Desnos (1900 - 1945)

*Une fourmi de dix-huit mètres
Avec un chapeau sur la tête,
Ça n'existe pas, ça n'existe pas.*

*Une fourmi traînant un char
Plein de pingouins et de canards,
Ça n'existe pas, ça n'existe pas.*

*Une fourmi parlant français,
Parlant latin et javanais,
Ça n'existe pas, ça n'existe pas.*

Eh ! Pourquoi pas ?

À Grammie, Mamie, Amélie et Mathis ...

Remerciements

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été effectués au sein de l'Institut de Recherche en Électronique et Électrotechnique de Nantes-Atlantique (IREENA, site de Saint-Nazaire). Je souhaite tout d'abord exprimer mes plus sincères remerciements à chacun des membres du jury qui ont bien voulu me consacrer du temps :

Monsieur Bernard Multon, Professeur à l'École Normale Supérieure de Cachan, Antenne de Bretagne, pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant de présider le jury.

Monsieur Noël Burais, Professeur à l'Université Claude Bernard (Lyon I), pour avoir accepté de rapporter mon travail.

Monsieur Denis Prémel, chercheur au Centre à l'Énergie Atomique, pour avoir également accepté d'être rapporteur.

Monsieur Stéphane Auffray, Ingénieur à EADS Techno'Campus pour l'intérêt qu'il a porté à mon travail et pour les échanges que nous avons eu.

Monsieur Javad Fouladgar, Professeur à l'IUT de Saint-Nazaire, pour avoir accepté de diriger mes travaux de doctorat. Je retiendrai tout particulièrement ses compétences scientifiques, sa disponibilité et son ouverture.

Monsieur Gérard Berthiau, Maître de Conférences à l'IUT de Saint-Nazaire, pour m'avoir fait confiance et pour m'avoir encouragé.

Les années passées au laboratoire m'ont amené à côtoyer des personnes de qualité que je tiens à remercier particulièrement : Françoise Haté pour sa gentillesse et son indispensable dévouement. Franck Judic toujours prêt à se rendre utile pour les nombreuses manipulations. Didier Trichet, Samir Bensaïd, El Hadi Zaim et Nicolas Bernard pour les nombreuses discussions scientifiques (et autres) et leur bonne humeur. Étienne Robert-Dehault, Luc Moreau, Vincent Pauvert et Jean-Christophe Olivier avec qui j'ai partagé tant de bons moments. Bien d'autres personnes au sein du laboratoire pourraient être associées à ces quelques noms.

Toutefois, ma gratitude ne se limite pas au laboratoire et je tiens à rendre hommage à monsieur Denis Maron, enseignant en BEP au lycée Jean Prouvé de Nancy, qui m'a mis au contact de l'électrotechnique et m'a encouragé à poursuivre mes études. De même, je tiens à saluer monsieur Gérard Asensi, enseignant la physique en classes préparatoires au lycée Louis Vincent de Metz, pour m'avoir montré "*avé les mains*" la magie de l'électromagnétisme.

Une pensée toute particulière va à ma Grammie et à ma Mamie qui m'ont toujours soutenu et encouragé. Leurs forces, leurs abnégations et leurs amours m'ont construit et élevé.

Enfin, mes plus intimes remerciements vont à Amélie et mon petit Mathis.

Table des matières

Nomenclature	13
Introduction générale	17
1 Objectifs de l'étude	21
1.1 Introduction	21
1.2 Matériaux constituant le fuselage et la voilure d'un avion	22
1.2.1 Les métalliques	23
1.2.2 Les composites	23
1.2.3 Les hybrides : Le Glare	25
1.3 Cahier des charges	26
1.3.1 Évaluation de la déformation des tôles d'aluminium	27
1.3.2 Caractérisation géométrique et physique des matériaux composites à base de fibres de carbone	27
1.3.3 Synthèse des besoins	28
1.4 Les différentes techniques de CND envisageables	28
1.4.1 La photogrammétrie	29
1.4.2 Les ultrasons	31
1.4.2.1 Les ultrasons avec couplant	31
1.4.2.2 Les ultrasons sans contact	33
1.4.2.3 Synthèse sur les ultrasons	35
1.4.3 Les courants de Foucault	36
1.4.3.1 Interactions Ondes-Matières	36
1.4.3.2 Profondeur de pénétration ou effet de peau	37
1.4.3.3 Variation d'impédance	38
1.4.3.4 Impédance normalisée et plan d'impédance normalisé	38
1.4.3.5 Modèle phénoménologique : Analogie du transformateur	40
1.4.3.6 Modes d'excitation	44
1.4.3.7 Types de capteurs	45

1.4.3.8	Structures de capteurs	46
1.4.4	Choix de la technique mise en oeuvre	46
1.5	Conclusion	47
2	Modèle Mathématique	49
2.1	Introduction	49
2.2	Phénomènes électromagnétiques	49
2.2.1	Expression locale	50
2.2.1.1	Équations de Maxwell	50
2.2.1.2	Comportement des matériaux	51
2.2.1.3	Conditions de passage	51
2.2.1.4	Conditions aux limites	52
2.2.1.5	Conditions de jauge	53
2.2.1.6	Simplification des équations de Maxwell	53
2.2.2	Formulations électromagnétiques	53
2.2.2.1	Formulation en champ électrique : \mathbf{E}	54
2.2.2.2	Formulation en Potentiel Vecteur Magnétique \mathbf{A} - V	54
2.2.2.3	Formulation en Champ Magnétique \mathbf{H}	55
2.2.2.4	Formulation en Potentiel Vecteur Électrique et Potentiel Scalaire Magnétique \mathbf{T} - Ω	56
2.2.2.5	Formulation en Potentiel Scalaire Magnétique total et ré- duit $\mathbf{H} - \Phi, \Phi_r$	57
2.2.2.6	Synthèse et choix de la formulation adéquate	58
2.3	Modèle analytique	59
2.4	Méthode des Circuits Couplés	65
2.4.1	Principe général	65
2.4.2	Interaction entre les éléments du circuit	65
2.4.3	Flux d'induction magnétique d'un système axisymétrique	67
2.4.4	Résistance, inductance propre et inductance mutuelle	68
2.5	Modèles numériques basés sur les éléments finis	69
2.5.1	Modélisation d'une plaque en éléments finis 3D	69
2.5.2	Formulation généralisée des éléments coques	70
2.5.3	Homogénéisation de matériaux hétérogènes et anisotropes par la mé- thode du problème inverse	72
2.6	Conclusion du chapitre II	73

3	Mesure de l'entrefer entre un matériau conducteur et un matériau ferro-	75
	magnétique	
3.1	Introduction	75
3.2	Cahier des charges	76
3.2.1	Caractéristiques géométriques	76
3.2.2	Caractéristiques électromagnétiques	76
3.2.3	Conditions du contrôle	79
3.2.4	Principe de la mesure	79
3.3	Méthode du problème inverse	80
3.4	Mesure de la conductivité électrique par la méthode du problème inverse .	82
3.4.1	Modèle direct d'une bobine au-dessus d'une plaque	82
3.4.2	Choix de la fréquence optimale	83
3.4.3	Application de la méthode	84
3.5	Caractérisation fréquentielle d'un matériau ferromagnétique	87
3.5.1	Principe d'identification de la perméabilité magnétique	87
3.5.2	Caractérisation de la plaque de fonte ferritique	88
3.6	Entrefer entre un matériau conducteur et un matériau ferromagnétique . .	90
3.6.1	Capteurs plats insérés entre le gabarit et la tôle d'aluminium	90
3.6.1.1	Choix du rayon externe	91
3.6.1.2	Caractéristiques de la bobine réalisée	95
3.6.1.3	Comparaison des champs magnétiques des deux bobines	96
3.6.1.4	Caractérisation de la fonte avec la bobine "D30NS69"	97
3.6.2	Entrefer entre la fonte et l'acier inoxydable	98
3.6.2.1	Sensibilité de l'impédance de la bobine vis-à-vis de l'entrefer	98
3.6.2.2	Comparaison entre mesures et simulations	99
3.6.2.3	Perméabilité de la fonte en fonction de l'entrefer et de la fréquence	101
3.6.2.4	Algorithme itératif pour la détermination de l'entrefer	102
3.7	Sensibilité de la bobine vis-à-vis de l'épaisseur	102
3.8	Conclusion	104
4	Prise en compte des effets pelliculaires et de proximité dans la bobine	107
4.1	Introduction	107
4.2	Effets de peau et de proximité au sein d'une bobine multi-spires	108
4.2.1	Équations électriques d'une spire circulaire	108
4.2.2	Équations relatives aux spires discrétisées en secteurs et en couches	109
4.2.3	Mise sous forme matricielle du problème	110
4.2.4	Évaluation de l'impédance de la bobine	112

4.2.5	Réduction du nombre de discrétisations	112
4.2.5.1	Distribution de la densité de courant dans un fil circulaire	113
4.2.5.2	Formulation dans le cas multi-spires discrétisées en secteurs	114
4.2.6	Validation de la méthode	114
4.3	Prise en compte d'un pot ferritique axisymétrique	117
4.3.1	Interaction entre l'inducteur et la ferrite	117
4.3.1.1	Courants fictifs équivalents	117
4.3.1.2	Expressions analytiques de la ferrite	118
4.3.1.3	Système matriciel de l'ensemble "bobine-ferrite"	119
4.3.2	Modélisation de l'ensemble "bobine-ferrite"	120
4.3.2.1	Influence de la ferrite sur la distribution de la densité de courants	121
4.3.2.2	Optimisation de la discrétisation de la ferrite	122
4.4	Modélisation de l'ensemble "bobine-ferrite-charge"	125
4.4.1	Discrétisation de la charge	125
4.4.2	Interaction de la charge avec l'ensemble "bobine-ferrite"	125
4.4.3	Évaluation de l'ensemble "bobine-ferrite-charge"	126
4.4.4	Prise en compte analytique de la charge	129
4.4.5	Influence de l'épaisseur de la plaque sur la résistance	131
4.5	Conclusion	133

5 Contrôle d'une structure anisotrope et hétérogène par courants de Foucault 135

5.1	Introduction	135
5.2	Homogénéisation d'une couche de matériau ferromagnétique	136
5.2.1	Homogénéisation dans le cas Transverse Électrique	137
5.2.2	Homogénéisation dans le cas Transverse Magnétique	141
5.2.3	Homogénéisation dans le cas général	141
5.3	Éléments coques généralisés de matériaux anisotropes et hétérogènes	142
5.3.1	Solution analytique	142
5.3.1.1	Cas d'un matériau conducteur amagnétique	144
5.3.1.2	Cas d'un matériau ferromagnétique	145
5.3.2	Solution numérique	146
5.4	Validation de la formulation	147
5.4.1	Répartition de la densité de puissance dans une plaque de conductivité anisotrope	148
5.4.2	Variation de résistance par rapport au sens de l'anisotropie	149
5.4.3	Variation de résistance par rapport au <i>lift-off</i>	150

5.5 Conclusion	151
Conclusion générale	153
Annexes	157
A Méthode d'intégration de Gauss-Legendre	159
B Correction des mesures par rapport aux capacités parasites	163
C Écriture générale des tenseurs dans un repère quelconque	165
D Système d'équations différentielles anisotropes	167
E Élément coque anisotrope monocouche	171
Références bibliographiques	174

Nomenclature

Les variables définies en gras sont des grandeurs vectorielles, tandis que les autres sont des scalaires. Les grandeurs entre crochets sont les unités dans le système MKSA et les valeurs entre accolades sont les valeurs usuelles ou par défaut.

Notations latines :

H	Champ magnétique	[Am ⁻¹]
B	Induction magnétique	[T]
E	Champ électrique	[Vm ⁻¹]
D	Induction électrique	[Cm ⁻²]
J, K	Densité de courant surfacique	[Am ⁻²]
A	Potentiel Vecteur Magnétique	[Tm]
T	Potentiel Vecteur Électrique	[Am ⁻¹]
n₁₂	Vecteur normal à la surface dirigé du milieu 1 vers le milieu 2	
J'	Densité volumique de courants dans la ferrite	[Am ³]
K'	Densité surfacique de courants dans la ferrite	[Am ²]
n_k	Vecteur unitaire à la surface <i>k</i>	
<i>V</i>	Potentiel Scalaire Électrique	[V]
<i>U</i>	Différence de potentiel	[V]
<i>R</i>	Résistance	[Ω]
<i>X</i>	Réactance	[Ω]
<i>L</i>	Inductance propre	[H]
<i>M</i>	Inductance mutuelle	[H]

R_N	Résistance normalisée	
X_N	Réactance normalisée	
R'	Pseudo résistance	$[\Omega\text{m}^2]$
M'	Pseudo inductance mutuelle	$[\text{Hm}^2]$
f	Fréquence	$[\text{Hz}]$
t	Variable temporelle	$[\text{s}]$
j	Opérateur complexe	$\{\sqrt{-1}\}$
k_l	Constante de Legendre	
k_k	Constante de Kelvin	
R_s	Rayon du fil d'une spire circulaire	$[\text{m}]$
r_s	Rayon interne du fil d'une spire circulaire	$[\text{m}]$
S	Section d'une spire	$[\text{m}^2]$
N_s	Nombres de spires	
n_c	Nombre de discrétisations en couche d'une spire de la bobine	
n_s	Nombre de discrétisations en secteur d'une spire de la bobine	
N_{ds}	Nombre de discrétisations d'une spire de la bobine	
N_{db}	Nombre de discrétisations de la bobine	
N_{dc}	Nombre de discrétisations de la charge	
N_{df}	Nombre de discrétisations de la ferrite	

Notations Grecques :

ρ	Densité volumique de charge	$[\text{C.m}^{-3}]$
	Résistivité électrique	$[\Omega\text{m}]$
σ	Conductivité électrique	$[\text{Sm}^{-1}]$
$\bar{\sigma}$	Tenseur de conductivité électrique	
μ_0	Perméabilité magnétique du vide $\{4\pi 10^{-7}\}$	$[\text{Hm}^{-1}]$
μ_r	Perméabilité magnétique relative d'un matériau	
μ_{rr}	Perméabilité magnétique relative équivalente réelle	
μ_{ri}	Perméabilité magnétique relative équivalente imaginaire	

ϵ_0	Permittivité électrique du vide $\left\{ \frac{1}{36\pi 10^{-9}} \right\}$	[F.m ⁻¹]
ϵ_r	Permittivité électrique relative du matériau	
ω	Pulsation électrique des courants sources	[rad s ⁻¹]
δ	Épaisseur de peau	[m]
κ	densité de charge surfacique	[C.m ⁻²]
Γ	Frontière du milieu	
Ω	Milieu	
	Potentiel Scalaire Magnétique	[A]
Φ	Potentiel Scalaire Magnétique total	[A]
Φ_r	Potentiel Scalaire Magnétique réduit	[A]
Ψ_k	Flux magnétique	[Wb]

Autres notations :

$\text{rot}(\mathbf{X})$	Rotationnel du champ de vecteur \mathbf{X}	[. m ⁻¹]
$\text{div}(\mathbf{X})$	Divergence du champ de vecteur \mathbf{X}	[. m ⁻¹]
$\text{grad}(X)$	Gradient du champ scalaire X	[. m ⁻¹]
$\Delta \mathbf{X}$	Laplacien	[. m ⁻²]
\mathcal{J}_1	Fonction de Bessel de premier ordre et de première espèce	
\mathcal{Y}_1	Fonction de Bessel de premier ordre et de seconde espèce	
\mathcal{L}_1	Première intégrale elliptique de Legendre	
\mathcal{L}_2	Seconde intégrale elliptique de Legendre	
[\mathcal{Z}]	Matrice "pseudo impédance"	
[\mathcal{S}]	Matrice des surfaces	
[\mathcal{V}]	Matrice des différences de potentiel	
[\mathcal{J}]	Matrice des densités de courants	
[$\mathcal{B} \leftarrow \mathcal{F}$]	Matrice des "pseudo inductance mutuelle" de la ferrite (\mathcal{F}) sur la bobine (\mathcal{B})	

Introduction générale

La réalisation d'un avion implique de nombreuses opérations successives de formage et d'assemblage de plaques de grandes dimensions. L'ensemble de ces opérations doit se faire dans le respect les unes des autres, une imprécision dans l'une d'entre elles pouvant engendrer des retards considérables dans la phase de montage.

Pendant longtemps l'aluminium était le seul matériau employé dans la structure des avions. Mais par souci de réduction de poids et d'économie d'énergie, les constructeurs emploient de plus en plus de matériaux composites à base de fibres de carbone. De telle sorte que, dans un avion moderne, on trouve à la fois de l'aluminium et du composite.

Lors du formage de ces plaques, différents défauts peuvent apparaître. On peut citer, par exemple, le cas des tôles d'aluminium étirées sur des gabarits en fonte ferritique dont l'étirage diminue leur *épaisseur*. Or, une diminution trop importante de cette épaisseur est dommageable pour la phase d'usinage de ces tôles. Par ailleurs, la relaxation mécanique déforme la tôle. Cette déformation se traduit par l'apparition d'un *entrefer* entre le gabarit et la tôle étirée. Nous considérons les effets de ces déformations (épaisseur et entrefer) comme des défauts de formage. Ces défauts doivent être détectés et rectifiés si possible avant l'assemblage.

Pour détecter et quantifier ces défauts sans altérer les tôles, il faut avoir recours aux techniques de contrôles non destructifs afin de garantir la qualité des pièces utilisées ainsi que la qualité de leur assemblage. Différentes techniques de contrôles non destructifs sont envisageables parmi lesquelles on peut citer les systèmes de vision structurée, les ultrasons ou encore les courants de Foucault.

Les systèmes de vision structurée permettent de reconstruire de grandes géométries en trois dimensions. Cependant, ces géométries sont limitées à l'aspect extérieur des plaques et ne peuvent fournir simultanément une information sur l'entrefer et sur l'épaisseur.

Le contrôle non destructif par ultrasons classique nécessite l'utilisation d'un couplant (eau, gel) qui, dans le cas des pièces étudiées, est proscrit. Les nouvelles techniques de contrôles non destructifs par ultrasons sans couplant telles que les capteurs magnéto-acoustiques à courants de Foucault ou les systèmes lasers sont soit difficiles à mettre en œuvre, soit nécessitant des infrastructures importantes et coûteuses.

Nous nous sommes donc dirigés dans nos travaux vers des techniques de contrôles non destructifs par courants de Foucault, d'autant que ces techniques peuvent être utilisées à la fois pour l'aluminium et pour les matériaux composites conducteurs tels que ceux à base de fibres de carbone.

Ce mémoire s'articule autour de cinq chapitres :

Le premier présente les matériaux qui composent le fuselage et la voilure d'un avion. Le cahier des charges est également présenté ainsi que les différentes techniques de contrôles non destructifs pouvant y répondre. Le choix du contrôle non destructif par courants de Foucault est argumenté.

Les interactions qui ont lieu dans le processus de mesure par courants de Foucault sont régies par les lois de l'électromagnétisme. Ces lois et les modèles mathématiques (analytiques, semi-analytiques et numériques) qui permettent de les mettre en œuvre font l'objet du deuxième chapitre.

La mesure de l'*entrefer* entre les tôles d'aluminium étirées et le gabarit en fonte ferritique fait l'objet du troisième chapitre. Nous disposons un ensemble de bobines ultra-fines entre la fonte et la tôle étirée. La mesure de l'impédance de chaque bobine fournit alors les informations concernant cette grandeur. La caractérisation électromagnétique des matériaux en présence est effectuée en utilisant la méthode du problème inverse associé à un modèle analytique direct. Cette caractérisation prend toute sa dimension à la vue des résultats obtenus pour la fonte ferritique. La variation de la perméabilité magnétique équivalente de la fonte, en fonction à la fois de la fréquence électromagnétique et de l'entrefer entre la tôle et le gabarit, doit être prise en compte. A cette fin, un modèle original est développé. Ce modèle nous permet d'évaluer précisément la valeur de l'entrefer. Cependant, la mesure de l'*épaisseur* des plaques d'aluminium n'est pas envisageable directement avec les bobines ultra-fines. L'utilisation d'une sonde plus puissante, donc plus volumineuse, est alors envisagée.

Un capteur muni d'un pot ferritique, générant un champ magnétique plus important que la précédente bobine, est disposé au-dessus de la tôle étirée. La conception et l'analyse de l'interaction de ce capteur avec l'ensemble tôle-gabarit font l'objet du quatrième chapitre. Dans les modélisations classiques de contrôles non destructifs par courants de Foucault, l'impédance propre de la bobine n'est pas prise en compte. Elle est mesurée à vide et soustraite des mesures en présence de la charge. Cette technique n'est évidemment pas possible en phase de conception. Or, l'impédance de la bobine peut évoluer en fonction de la fréquence due aux effets de peau et de proximité. Nous développons dans ce chapitre un modèle basé sur la Méthode des Circuits Couplés pour évaluer précisément l'impédance d'une bobine en fonction de sa géométrie, de ses composants et de la fréquence. Un ensemble de techniques analytiques et numériques ont été développées pour diminuer le temps de calcul. Ce modèle direct est alors utilisé dans un algorithme de minimisation afin de déterminer la valeur de l'*épaisseur* de la tôle étirée.

Le cinquième chapitre est une ouverture sur la modélisation d'un système de contrôle non destructif par courants de Foucault pour matériaux composites à fibres de carbone. Ces matériaux sont hétérogènes et anisotropes. Pour simplifier leur modélisation, une phase préliminaire d'homogénéisation est développée. Les propriétés physiques homogénéisées sont anisotropes. De plus, les dimensions des plaques rendent l'utilisation des modèles éléments finis 3D classiques difficilement envisageable. Nous avons donc introduit un modèle d'éléments coques anisotropes afin de résoudre ce problème.

Les modèles développés dans les différents chapitres ont été validés par des mesures expérimentales.

Chapitre 1

Objectifs de l'étude

1.1 Introduction

Les recherches en construction aéronautique visent constamment à améliorer la sécurité. Deux grands axes peuvent être dégagés en ce qui concerne la sécurité en aéronautique : la sécurité lors de la construction et la sécurité lors de l'utilisation (maintenance).

Rigueur et précision dans la construction d'un avion sont primordiales pour assurer une sécurité optimale. Si bien qu'un grand nombre de pièces doivent remplir des conditions d'acceptation draconiennes pour pouvoir être utilisées. Des contrôles non destructifs doivent avoir lieu afin de garantir la qualité des pièces utilisées ainsi que la qualité de leur assemblage.

Pour la maintenance, les avions subissent des contrôles tout au long de leur exploitation. Les différents organes sont inspectés de manière non destructive en suivant des procédures bien précises.

Le contrôle non destructif a donc une place prépondérante au sein de l'aéronautique. [Judenne-2007]

Nous n'aborderons pas, dans ce mémoire, le contrôle non destructif qui vise à la maintenance des avions, mais seulement à leur contrôle lors de la fabrication. De plus, nous ne nous intéressons qu'à une partie des avions qui est constituée du fuselage et de la voilure. Ces éléments sont conçus de manière semi-monocoque, c'est-à-dire par l'assemblage de différentes parties préformées. Cet assemblage se fait en général par rivetage ou par collage. On distingue principalement trois types de matériaux qui les composent : les métalliques (alliage d'aluminium), les composites à matrice organique (CMO à fibres de carbone) et les hybrides.

La mise en forme des éléments métalliques se fait par étirage, via des vérins à mâchoires hydrauliques, sur des gabarits de référence. Cette méthode entraîne des phénomènes mécaniques et thermiques qui modifient les formes étirées lors de la relaxation. La sécurité et l'optimisation de la production nécessitent le contrôle de ces pièces à la sortie du cycle de formage. Ce contrôle doit s'effectuer avant la découpe, l'usinage et l'assemblage.

Dans le cadre d'un projet *AIRBUS-Région Pays de la Loire*, une étude nous a été confiée sur la possibilité de contrôler en ligne la qualité du formage des tôles d'aluminium étirées. Cette problématique peut être étendue aux matériaux composites.

Dans ce chapitre, nous présentons certains des matériaux les plus utilisés dans la réalisation du fuselage et de la voilure des avions civils AIRBUS. Ensuite, nous définissons le cahier des charges qui précise les conditions et les contraintes qui jalonnent notre étude. Enfin, trois techniques de contrôles non destructifs pouvant répondre au cahier des charges sont présentées : la photogrammétrie 3D, les ultrasons et les courants de Foucault. Parmi ces trois techniques, nous tenterons de montrer que le contrôle non destructif par courants de Foucault s'avère être la technique la plus pertinente pour notre étude.

1.2 Matériaux constituant le fuselage et la voilure d'un avion

La construction d'un avion demande non seulement un savoir faire, mais également la maîtrise des matériaux qui le constituent. Si nous regardons uniquement la partie extérieure d'un avion, nous voyons un assemblage complexe de nombreuses pièces de formes et de natures différentes. L'optimisation de la forme de l'avion est guidée par les lois de la mécanique des fluides, l'aérodynamique et la résistance des matériaux. L'une des problématiques majeures rencontrées par les concepteurs en aéronautique est l'optimisation du poids des éléments constituant les avions par rapport à la résistance qu'ils doivent fournir. L'aluminium a longtemps été le matériau principal du fuselage d'avions, ceci en regard de sa relative légèreté en fonction de sa résistance mécanique et de sa facilité de mise en œuvre. Cependant, les efforts de recherche dans le domaine des matériaux ont permis de mettre en avant les avantages incontestables de nouveaux matériaux. Aussi, les fuselages sont maintenant une combinaison de matériaux métalliques, composites et hybrides.

1.2.1 Les métalliques

Seuls à être utilisés pendant longtemps, les matériaux métalliques constituent encore actuellement au moins 60% de la structure des avions commerciaux. Ce sont principalement des alliages d'aluminium de différents types, caractérisés par différentes propriétés mécaniques, comme par exemple :

- Aile Supérieure : série 7000 (compression, stabilité)
- Aile Inférieure : série 2000 (traction, fatigue, dommage)
- Fuselage : 2024

De plus, en fonction des caractéristiques mécaniques, de sécurité ou encore thermiques de ces pièces, les alliages d'aluminium utilisés subissent des traitements spécifiques (trempe, recuit). Ainsi, une grande diversité de nuances d'alliage d'aluminium est présente sur un avion.

L'assemblage des différentes tôles se fait en général par rivetage, ce qui constitue une augmentation du poids et des concentrations de contraintes mécaniques. Par conséquent, des alliages d'aluminium à base de silicium ont vu le jour afin de permettre un assemblage par soudure (série 6000).

Il va sans dire que les caractéristiques mécaniques, mais également électriques, dépendent du type d'alliage et du traitement subi. Une caractérisation fine des propriétés physiques des pièces utilisées peut alors être nécessaire suivant les contrôles de qualité à faire.

1.2.2 Les composites

La volonté d'optimiser le plus possible les capacités de vol des avions, en durée et en quantité de charge transportée par rapport à la consommation de carburant, a poussé les avionneurs à développer de nouveaux matériaux. Ces matériaux requièrent des caractéristiques mécaniques de sécurité équivalentes, voire supérieures, aux éléments métalliques remplacés. Les matériaux composites à matrice organique ont ainsi fait leur apparition. Parmi ceux-ci, les matériaux composites à base de fibres de carbone sont les plus employés dans le domaine aéronautique. La proportion de ces matériaux dans les avions est passée de 3% (AIRBUS-A300) à 25% (AIRBUS-A380) en l'espace d'une vingtaine d'années.

Contrairement aux matériaux métalliques, les matériaux composites à base de fibres de carbone sont constitués de plusieurs couches de brins tissés, posées les unes au-dessus des autres (Figure 1.1). Il s'agit du renfort qui constitue le squelette supportant les efforts mécaniques. Ces couches ont généralement des orientations différentes, permettant ainsi une bonne répartition de la résistance mécanique. Ces couches sont maintenues en position au moyen d'une matrice époxy qui transmet les efforts au renfort [Gay-1997].

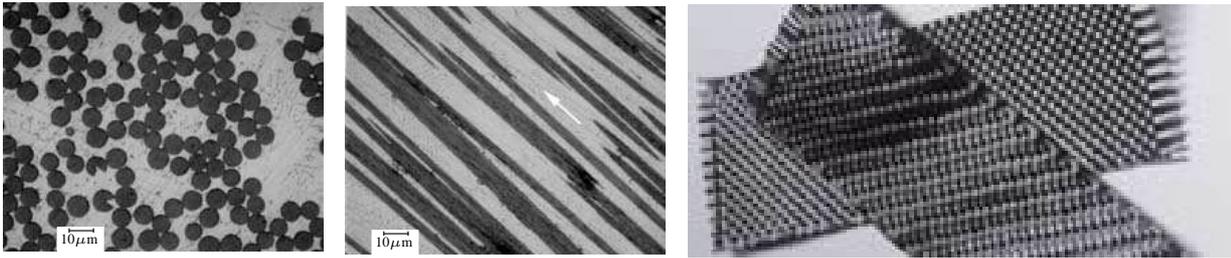


FIGURE 1.1 – COUCHES DE BRINS DE CARBONE TISSÉS

Ces structures sont donc hétérogènes et anisotropes. La figure 1.2 schématise la structure d'un matériau composite stratifié.

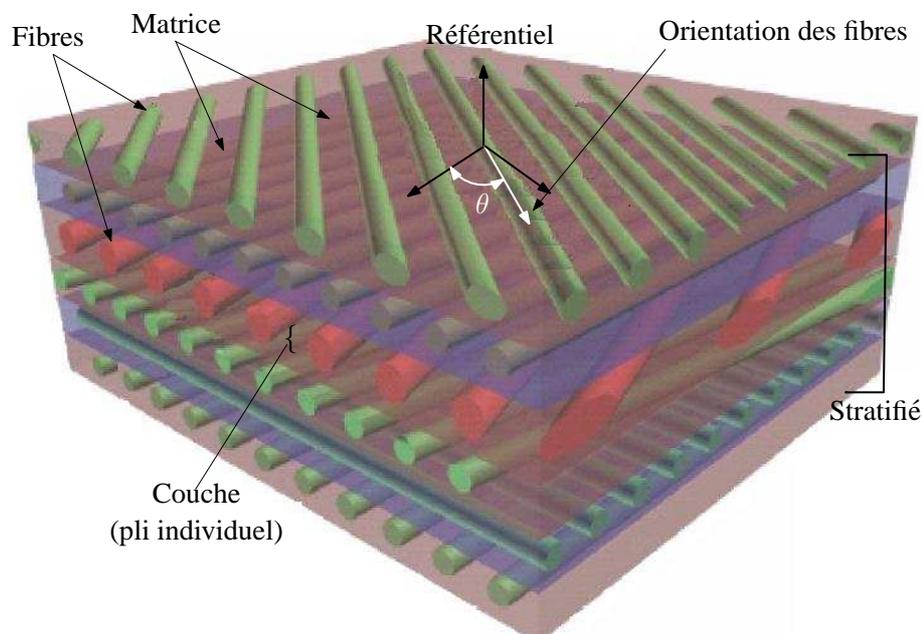


FIGURE 1.2 – COMPOSITE STRATIFIÉ

Les matériaux composites à fibres de carbone sont définis par la densité de fibres par couche, par leurs nombres de couches et par l'orientation des couches vis-à-vis d'un référentiel. Leurs caractéristiques résultant de l'association "renfort/matrice" sont fonctions :

- Des proportions de renfort et de matrice
- Du conditionnement du renfort
- Du processus de fabrication

Leurs avantages :

- Poids réduit
- Bonne tenue en corrosion et en fatigue
- Mise en œuvre simple, forme complexe, grande structure

Leurs limitations :

- Coût relativement élevé
- Effets du vieillissement mal connus
- Faible résistance aux chocs
- Tenue moindre des résines à haute température
- Difficulté de réparation de certaines structures
- Recyclage difficile

La recherche et l'innovation dans le domaine des matériaux poussent toujours plus loin les caractéristiques mécaniques de ces nouveaux éléments ainsi que leur mise en œuvre. Les deux principales techniques d'assemblage de ces éléments sont à l'heure actuelle le rivetage et le collage. Néanmoins, de nouvelles techniques telles que le soudage par ultrasons ou par induction électromagnétique peuvent être envisagées.

1.2.3 Les hybrides : Le Glare

Le Glare, matériau startifié développé au sein de la *Delft University of Technology*¹, est une alternance de matériaux métalliques (feuille d'aluminium d'épaisseur inférieure à $500\mu\text{m}$) et de matériaux organiques (nappes unidirectionnelles de fibres de verre imprégnées de résine époxyde) comme le montre la figure 1.3¹. Ils sont également issus de la recherche et de la volonté de trouver un compromis entre les différentes caractéristiques souhaitées (résistance, souplesse, légèreté).

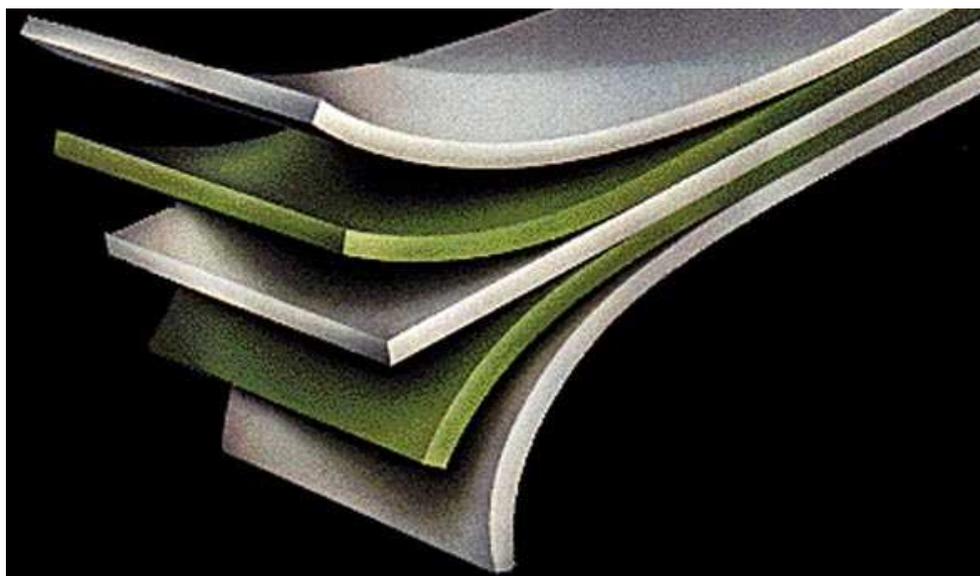


FIGURE 1.3 – ALTERNANCE DE FEUILLE D'ALUMINIUM ET DE FIBRE DE VERRE : GLARE

¹<http://www.lr.tudelft.nl/highlights/glare.asp>

Ses principaux avantages² :

- Caractéristiques mécaniques améliorées comparées aux alliages d'aluminium
- Résistance à la corrosion
- Résistance au feu (capital en cas de crash)
- Vitesse de fissuration quasiment constante et relativement faible
- Répartition des contraintes mécaniques
- Résistance au niveau des jonctions d'assemblage
- Résistance aux impacts (déformation sans rupture)
- Une densité moins élevée que des panneaux classiques en aluminium

Le Glare est un produit relativement récent (1970), ce qui explique son utilisation restreinte dans l'aéronautique malgré ses nombreux avantages. Toutefois, la société AIRBUS a intégré ce nouveau matériau dans son nouvel appareil A380.

La variété et la complexité des matériaux utilisés en aéronautique ont incité l'État et les régions à lancer des programmes de recherche pour la réalisation et pour le contrôle des pièces et des structures d'avion à base de ces matériaux. C'est dans ce cadre et notamment dans le cadre de la problématique "*Méthodes et moyens de Contrôle Non Destructif*" que nous avons développé notre recherche.

1.3 Cahier des charges

Lors de la fabrication du fuselage et de la voilure d'un avion, un certain nombre de tôles planes d'aluminium sont formées sur des gabarits. Le formage se fait par le biais de mâchoires à vérins hydrauliques. Les tôles d'aluminium sont étirées à froid ou préalablement chauffées selon le type (Figure 1.4a). Une fois ces tôles formées, le contour est découpé et divers usinages sont réalisés. Cependant, entre le moment où les tôles sont étirées sur les gabarits et le moment où elles sont découpées et usinées, une relaxation mécanique et/ou thermique se produit. Cette relaxation engendre une modification de la géométrie de la tôle étirée (Figure 1.4b).

Deux aspects sont à considérer : d'une part la déformation géométrique de la tôle par rapport à la forme de référence (qui est mis en évidence par l'apparition d'un entrefer entre le gabarit et la tôle d'aluminium) et d'autre part la diminution de l'épaisseur de la tôle lors de l'étirage.

²<http://fr.wikipedia.org/wiki/GLARE>

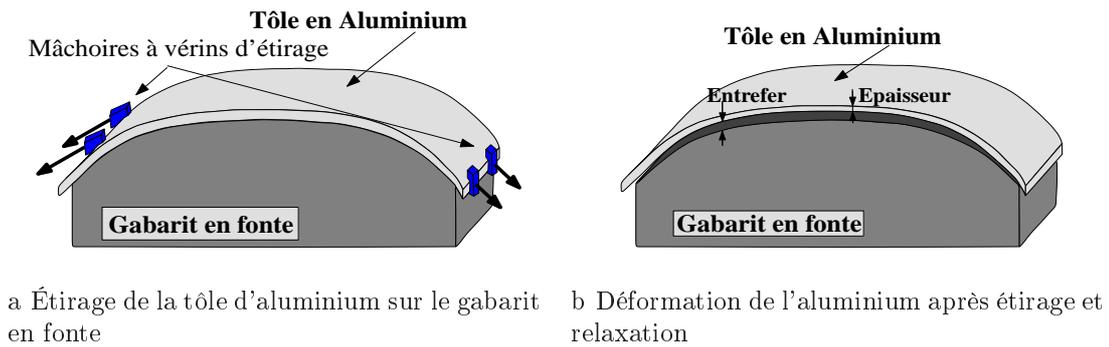


FIGURE 1.4 – ÉTIRAGE ET DÉFORMATION DES TÔLES D'ALUMINIUM SUR UN GABARIT EN FONTE

1.3.1 Évaluation de la déformation des tôles d'aluminium

Un entrefer inférieur à une certaine tolérance garantit un formage correct de la tôle. La connaissance du lieu et de l'amplitude de l'entrefer permet d'évaluer la qualité du formage. Ceci permet également d'obtenir un assemblage parfait des tôles les unes avec les autres après découpage et usinage.

Une épaisseur minimum des tôles d'aluminium est requise afin de garantir une bonne résistance mécanique. De plus, lors de l'usinage chimique ou mécanique, une épaisseur trop faible de la tôle peut engendrer un manque de matière en certains endroits. L'épaisseur de la tôle d'aluminium doit donc être supérieure à une certaine cote, sur l'ensemble de sa surface.

Une cartographie de la tôle devra être réalisée. Cette cartographie permettra de valider ou non l'envoi de la tôle à l'usinage. De plus, des mesures précises de l'entrefer entre le gabarit et la tôle d'aluminium et également de l'épaisseur de la tôle permettent d'affiner le réglage des mâchoires à vérins hydrauliques.

1.3.2 Caractérisation géométrique et physique des matériaux composites à base de fibres de carbone

La possibilité de caractériser finement les matériaux composites à base de fibres de carbone, d'un point de vue électromagnétique (conductivité électrique), est un avantage certain lors de l'emploi d'un système de chauffage par induction. Pour ce faire, un modèle de simulation performant peut aider à mieux comprendre leur comportement électromagnétique, notamment l'influence de l'anisotropie sur la distribution de puissance active. Nous avons donc étendu nos investigations dans ce sens.

1.3.3 Synthèse des besoins

Résumons les questions auxquelles nous désirons répondre.

1. En ce qui concerne les matériaux métalliques, tôles d'alliages d'aluminium multicouches de nuances et d'épaisseurs différentes :
 - Quantifier l'*entrefer* entre le gabarit en fonte ferritique et la tôle étirée et relaxée.
 - Quantifier l'*épaisseur* de la tôle étirée et relaxée.

Les contraintes imposées par les systèmes sous test sont de natures géométrique et physique. Les surfaces à contrôler sont relativement importantes, et une technique de contrôle sans contact est souhaitable. En effet, l'*entrefer* ne doit pas être modifié lors de sa mesure et l'état de surface des tôles ne doit pas être altéré. Si cela est possible, un seul appareillage devra permettre de quantifier l'*entrefer* entre le gabarit et la tôle d'aluminium ainsi que l'*épaisseur* de cette dernière.

2. Nous désirons comprendre les interactions électromagnétiques entre un inducteur et les plaques de matériaux composites à base de fibres de carbone. De plus, un procédé qui permet de caractériser la conductivité électrique suivant les différents axes d'un matériau anisotrope serait profitable aux systèmes de chauffage par induction.

1.4 Les différentes techniques de CND envisageables

L'industrie aéronautique utilise les techniques de contrôle non destructif de l'approvisionnement des matières premières jusqu'à la mise en service de l'avion, puis lors de sa maintenance. Les différentes familles de contrôle non destructif sont représentées : les courants de Foucault (40%), les ultrasons (40%), la radiographie, le ressuage, la magnétoscopie et les méthodes optiques (20%) [Judenne-2007].

Certaines technologies de contrôle non destructif servent à mesurer l'épaisseur des matériaux, autant pour vérifier la qualité de la fabrication que pour garantir la sécurité en cours d'utilisation. Dans plusieurs cas, le premier avantage des contrôles non destructif est la faculté de mesurer avec précision l'épaisseur des parois dans des situations où on ne peut atteindre qu'un seul côté de la pièce à inspecter : dans les tuyaux ou les réservoirs par exemple, ou encore là où les simples mesures mécaniques sont impossibles ou difficiles à réaliser en raison des dimensions de la pièce ou de la difficulté d'y accéder. Les mesures d'épaisseur par ultrasons s'effectuent sur la plupart des matériaux : métal-

lique, plastique, verre, céramique, caoutchouc, composite à matrice organique (fibres de verre ou fibres de carbone). Les appareils à courants de Foucault servent à mesurer les couches minces des matériaux conducteurs, comme le revêtement métallique des avions ou les tuyaux de métal à parois fines. Ils mesurent aussi l'épaisseur de revêtements non conducteurs, comme la peinture appliquée sur des sous-couches conductrices. De plus, les capteurs à courants de Foucault permettent la mesure de distance jusqu'à plusieurs dizaines de millimètres [Charron-2003a, Charron-2003b]. Ces deux techniques ne permettent que des mesures localisées qui doivent être répétées afin de couvrir une surface importante. Des méthodes de contrôle par vision permettent, quant à elles une mesure de distance et une reconstruction en 3D d'ensemble de grande dimension.

1.4.1 La photogrammétrie

Les mesures d'entrefer et d'épaisseur doivent être effectuées sur des surfaces relativement importantes (10 à 30m²). Certaines techniques de vision sont adaptées à la reconstruction de forme 3D de grande dimension. Parmi les différentes techniques, on trouve la triangularisation laser, la digitalisation par projection de lumière structurée, l'holographie, la stéréovision ou encore la photogrammétrie. Cette dernière semble être la mieux adaptée à la quantification de la déformation des tôles d'aluminium, en raison des contraintes industrielles, financières et techniques [Le Noc-2005].

La figure 1.5 montre le principe de fonctionnement de cette technique. Un point P appartenant à l'objet à mesurer projette une image sur chacun des capteurs des caméras CCD ou appareils photos numériques. Les points homologues P_1 et P_2 , images du point P , ont pour coordonnées respectives $P_1(x_1, y_1)$ et $P_2(x_2, y_2)$. Les coordonnées du point $P(x, y, z)$ sont déterminées par la relation qui lie les points P_1 et P_2 . Si l'on connaît la distance entre les objectifs des caméras et l'angle formé entre elles, les coordonnées x_1 et x_2 donnent x et z du point P , alors que y_1 et y_2 donnent y et z [Grussenmeyer-1998].

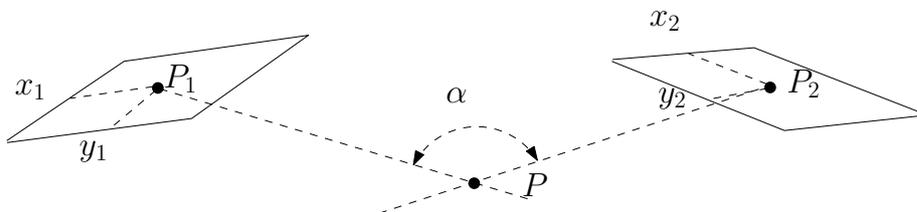


FIGURE 1.5 – MÉTHODE D'INTERSECTION SPATIALE

Suivant ce principe, en multipliant le nombre de points de référence sur la cible et le nombre de caméras de mesure, il est possible de reconstruire une géométrie 3D de grande

dimension. Cette technique, déjà présente dans l'industrie aéronautique, se met en place suivant cinq phases³ :

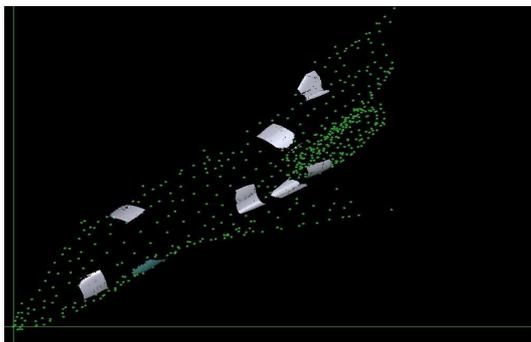
1. La première phase permet par la simulation ou par différents essais de régler les différents appareils photos ou caméras et d'estimer les incertitudes de mesure.
2. La deuxième phase consiste dans un premier temps à poser sur l'objet à mesurer les différentes vignettes (Figure 1.6a) qui sont prises comme points de référence, et dans un second temps à réaliser l'acquisition des images. Les images sont alors stockées sous format informatique.
3. La troisième phase est le traitement des images. Il consiste à repérer les vignettes dans l'image (Figure 1.6b).
4. Lors de la quatrième phase, les coordonnées 3D des points de l'image sont calculées (Figure 1.6c).
5. Lors de la cinquième phase, les coordonnées 3D sont exploitées et analysées (Figure 1.6d).



a -Préparation de la surface par apposition de vignette



b -Points de référence (vert), positions des caméras (jaune)



c -Résultat de la photogrammétrie



d -Modèle calculé sur les mesures de photogrammétrie

FIGURE 1.6 – ÉTAPES DE LA PHOTOGRAMMÉTRIE

³<http://www.gom.com/EN/index.html>

Grâce à cette méthode, il est donc envisageable de reconstruire une géométrie 3D de grande dimension avec une précision relativement bonne. Il est donc, *a priori*, possible de calculer les coordonnées des points du gabarit en fonte, puis celles de la tôle d'alliage d'aluminium posée dessus et de déterminer la distance entre ces points par différence. On obtient ainsi la distance entre la surface supérieure du gabarit en fonte et la surface supérieure de la tôle étirée. Cependant, il ne paraît pas envisageable de séparer les deux grandeurs désirées, à savoir l'entrefer entre le gabarit et la tôle d'aluminium et l'épaisseur de cette dernière.

Il est donc nécessaire de recourir à une autre méthode (ultrasons par exemple) afin de compléter le système de mesures par photogrammétrie, et ainsi quantifier séparément l'épaisseur de la tôle d'aluminium et l'entrefer entre celle-ci et le gabarit.

1.4.2 Les ultrasons

Le contrôle non destructif par ultrasons est un procédé qui a fait ses preuves dans l'industrie aéronautique. Son principe est basé sur la transmission et la réception d'ondes ultrasonores dans les matériaux [Dumont-Fillon-1996] [Shull-2002a].

On distingue deux types d'ondes : les ondes de volume et les ondes de surface. Les ondes de volume sont principalement les ondes longitudinales et les ondes transversales (cisaillement). Quant aux ondes de surface, elles sont constituées à la fois d'ondes transversales et longitudinales, les plus connues étant les ondes de Rayleigh (Figure 1.7).

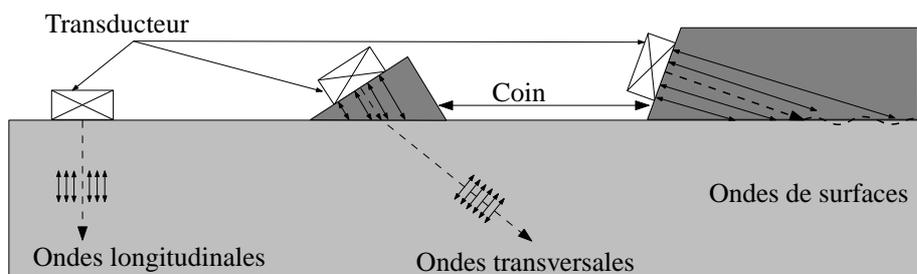


FIGURE 1.7 – TYPES D'ONDES ULTRASONORES

1.4.2.1 Les ultrasons avec couplant

L'effet piézoélectrique découvert par Pierre et Jacques Curie en 1880 se décrit comme suit :

Production d'un potentiel électrique sous l'effet d'une compression appliquée à une lame de tourmaline taillée selon l'un des axes cristallographiques du monocristal

Le phénomène étant réciproque, l'application d'un potentiel électrique sur un matériau piézoélectrique provoque une modification de sa géométrie.

Le principe de fonctionnement d'un transducteur piézoélectrique est relativement simple : l'excitation de l'élément piézoélectrique à une fréquence bien déterminée provoque une résonance de ce dernier. Celui-ci, mécaniquement couplé au solide, transmet une onde ultrasonore dans le matériau. Cette onde se réfléchit sur une paroi (face du solide ou défaut interne) et revient au palpeur qui la transforme en signal électrique via l'élément piézoélectrique (Figure 1.8). L'amplitude du signal électrique ainsi que la durée entre l'émission et la réception informent sur le matériau.

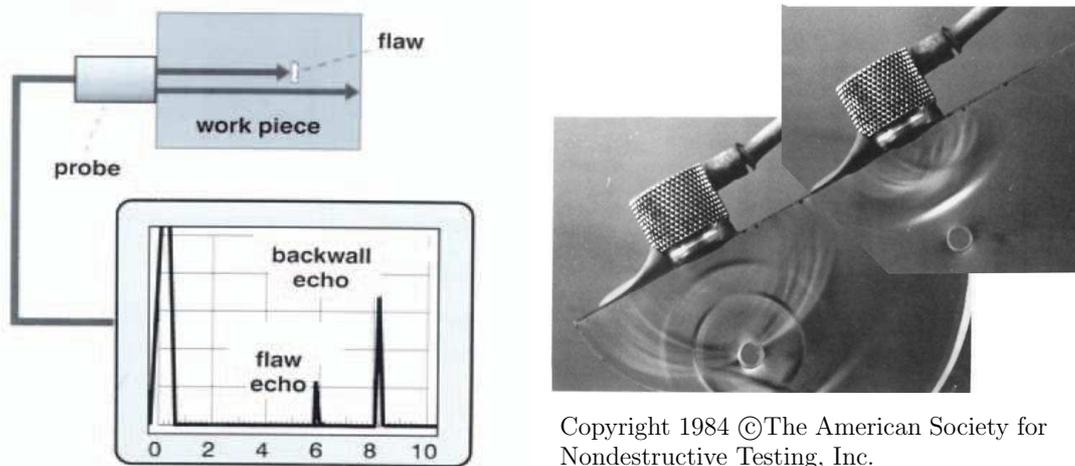


FIGURE 1.8 – PRINCIPE DES TRANSDUCTEURS ULTRASONORES

Les matériaux piézoélectriques de synthèse, tels que les films polymères (membrane de polyfluorure de vinylidène), ont été largement développés du fait de leurs performances bien meilleures que celles des matériaux piézoélectriques naturels.

La mesure ultrasonore est une mesure locale qui nécessite dans la plupart des cas un contrôle automatisé pour des pièces de grandes dimensions (piscine et bras robotisé) pour pouvoir inspecter une grande surface. Un nouveau système a fait son apparition dans l'industrie française. Il s'agit de la méthode Phased Array [Mahaut-2002]. Des éléments piézoélectriques indépendants sont alimentés avec des décalages temporels. De cette manière, un *balayage*, une *focalisation* ou encore une *déflexion* ultrasonore peuvent être générés (Figure 1.9). Cette technique, issue de l'échographie médicale, permet de couvrir une plus large surface, d'inspecter des configurations difficiles, voir de dimensionner des défauts [Chaffaï-Gargouri-2007].

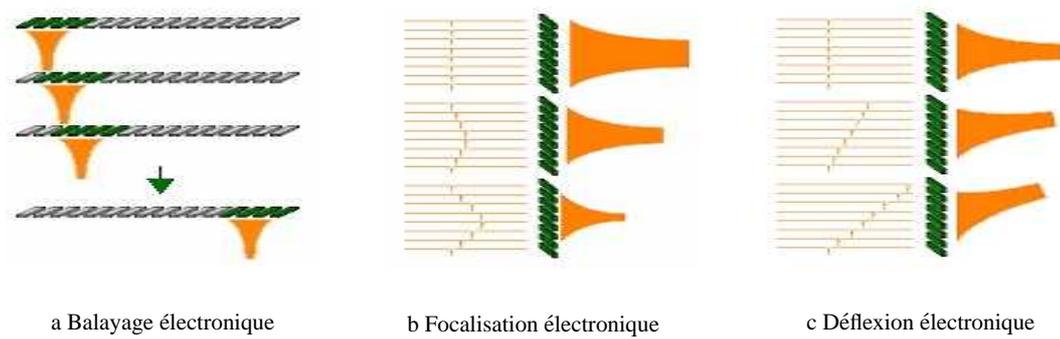


FIGURE 1.9 – PRINCIPE DE PHASED ARRAY

Les ondes générées par un transducteur ultrasonore de type piézoélectrique ont une gamme de fréquence de 1MHz à 10MHz. A ces fréquences, les transducteurs piézoélectriques doivent être en contact avec l'objet testé par l'utilisation d'un couplant (gel, eau). En effet, à ces fréquences d'utilisation, la présence d'une lame d'air amortit fortement les ondes acoustiques qui la traversent. Pour pallier cette contrainte, qui limite son utilisation, de nouveaux systèmes de contrôle par ultrasons sans couplant ont été développés [Shull-2002a].

1.4.2.2 Les ultrasons sans contact

On distingue trois grandes familles de techniques :

1. Les systèmes laser (Figure 1.10a)
2. Les capteurs magnéto-acoustiques à courants de Foucault : EMAT (*ElectroMagneto-Acoustic Transducer*) (Figure 1.10b)
3. Les capteurs à couplage air de type capacitif ou piézoélectrique (Figure 1.10c).

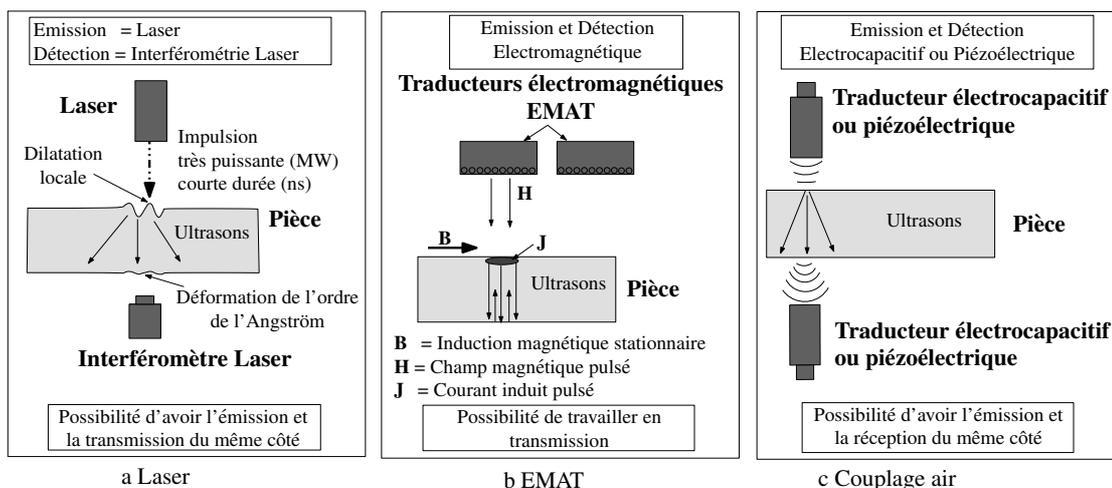


FIGURE 1.10 – LES ULTRASONS SANS COUPLANT

Laser

Un faisceau laser est envoyé sur la paroi du matériau à inspecter. Un échauffement local provoque une dilatation de la surface, voire une légère ablation de la surface sur les matériaux métalliques. L'onde ultrasonore ainsi générée se propage au travers du matériau sous test. Une infime déformation (de l'ordre de l'Angström) est repérée par un détecteur de type interféromètre. Il existe trois types de détecteurs interférométriques : le Fabry-Perrot (interféromètre à ondes multiples), les interféromètres à cristaux photoréfractifs et les interféromètres hétérodynes.

Le générateur laser et l'interféromètre peuvent se trouver à quelques mètres de la paroi à inspecter. De plus, il n'est pas nécessaire de positionner de manière précise le système d'où une facilité de mise en oeuvre appréciable. Cependant, un personnel qualifié est recommandé pour manipuler le système qui rayonne dans tout son environnement.

Capteurs magnéto-acoustiques à courants de Foucault

Un aimant génère un champ magnétique stationnaire en surface de la pièce à contrôler. Une bobine parcourue par une impulsion de courant produit un champ magnétique pulsé qui induit des courants électriques dans le matériau nécessairement conducteur. Ces courants combinés avec le champ stationnaire donnent naissance à des forces de Lorentz. Ce sont ces forces qui engendrent les ondes ultrasonores utilisées dans ce type de contrôle. Le phénomène inverse produit une force électromotrice aux bornes de la bobine émettrice ou d'une autre bobine. L'analyse de cette force électromotrice renseigne sur l'intégrité de la pièce sous test. Ce système génère aussi bien des ondes de surfaces que des ondes volumiques (longitudinales et transversales). Il n'est donc pas sensible à l'orientation d'éventuels défauts [Juillard-1999].

Compte tenu des faibles amplitudes des signaux de retour (quelques μV), les capteurs magnéto-acoustiques à courants de Foucault doivent être placés à de très faibles distances (< 3 mm) de la pièce à inspecter. De plus, les signaux sont très sensibles aux perturbations extérieures.

Capteur à couplage air

Les ondes ultrasonores émises par les transducteurs piézoélectriques ou électrocapacitifs (émetteur : principe du haut parleur ; récepteur : principe du microphone) se propagent dans l'air puis dans la matière. Leur fréquence, de l'ordre de 50 à 500 kHz, est bien inférieure à celle des dispositifs classiques à couplage par matière (gel ou eau).

Les palpeurs piézoélectriques ne peuvent se positionner à plus de 2 cm de la pièce à contrôler alors que les palpeurs électrocapacitifs fonctionnent entre 1 à 15 cm. De plus, la précision

du positionnement des capteurs vis-à-vis de la plaque est importante dans le cas des capteurs piézoélectriques (1 ou 2 mm).

Bien qu'intéressantes par rapport aux méthodes avec couplant, ces techniques sans couplant restent marginales dans l'industrie. En effet, elles ne sont utilisées que dans les cas limites où il n'est pas possible d'immerger la pièce dans l'eau, ou encore lorsque le gel est proscrit. La sensibilité est meilleure lors de l'utilisation d'un couplant.

1.4.2.3 Synthèse sur les ultrasons

La mesure que nous devons effectuer est à la fois une mesure d'épaisseur et une mesure d'entrefer entre la tôle et le gabarit. Les méthodes de contrôle non destructif par ultrasons permettent des mesures d'épaisseur très précises. Bien que des techniques sans contact aient vu le jour, la majorité des procédés employés nécessite un élément couplant (eau, gel) entre le palpeur et la pièce à contrôler.

L'entrefer ne doit pas être modifié par le système de contrôle mis en place. De ce fait, il ne faut appliquer aucune force sur la tôle pour effectuer la mesure. De plus, l'état de surface des tôles d'aluminium doit rester impeccable. Un système de contrôle qui provoque une ablation de la surface de la tôle d'aluminium (laser) n'est donc pas envisageable, et l'utilisation d'un couplant sous forme de gel oblige à procéder à une étape de nettoyage supplémentaire.

Enfin, le capteur ultrasonore effectue des mesures locales. De nombreuses mesures devront être réalisées pour couvrir la totalité de la surface de la tôle étirée (même avec le système Phased-Array). Étant donné le coût d'un capteur à l'unité, il est préférable d'envisager de déplacer le capteur sur la surface plutôt que de la recouvrir de palpeurs. Soit un bras automatisé se déplace dans les trois directions au dessus de la plaque en maintenant le palpeur en contact avec la tôle, soit on immerge la tôle dans une piscine.

On se rend vite compte que malgré de bonnes performances, la méthode des ultrasons pour mesurer l'épaisseur de la tôle d'aluminium sur l'ensemble de sa surface paraît difficile. De plus, les capteurs à ultrasons ne peuvent mesurer les entrefers car les ondes ultra-sonores se propagent très mal dans l'air.

Cette technique ne peut donc pas être utilisée directement pour mesurer à la fois l'épaisseur des tôles d'alliage d'aluminium étirées et l'entrefer entre le gabarit en fonte et la tôle d'aluminium. En conséquence, un palpeur à ultrasons devra être couplé à un autre type de

capteur (courants de Foucault par exemple) pour effectuer une mesure d'entrefer.

1.4.3 Les courants de Foucault

Nous avons vu dans les deux paragraphes précédents que ni la photogrammétrie et ni les techniques par ultrasons ne permettent d'obtenir à la fois l'épaisseur de la tôle d'aluminium et l'entrefer entre le gabarit en fonte ferritique et la tôle d'aluminium étirée.

La technique du contrôle non destructif par courants de Foucault permet d'aboutir à la mesure de l'entrefer entre deux matériaux conducteurs. De même, la mesure de l'épaisseur des matériaux conducteurs est possible avec cette technique dans certaines conditions [Dodd-1972].

Nous explicitons dans cette partie les principes physiques qui régissent l'interaction entre une bobine alimentée en courant alternatif et une pièce conductrice. Les notions d'épaisseur de peau et de variation d'impédance sont également développées. La présentation du plan d'impédance normalisé, les modes d'excitation de la bobine et les types de capteurs terminent ce paragraphe.

1.4.3.1 Interactions Ondes-Matières

L'ensemble des matériaux que nous étudions sont conducteurs de l'électricité. Or, toute charge électrique soumise à un champ électromagnétique subit une force appelée *force de Lorentz*. Cette force entraîne les charges libres du conducteur et crée ainsi des courants électriques, appelés *courants de Foucault* ou *courants induits*. Ce phénomène est d'autant plus marqué que le matériau est un bon conducteur électrique. Les courants ainsi générés vont à leur tour agir sur leur environnement. Lenz a énoncé l'un de ces effets de la manière suivante :

Les courants induits, par un champ électromagnétique variable dans le temps et/ou dans l'espace au sein d'un matériau conducteur, tendent à s'opposer à la cause qui leur a donné naissance.

Ainsi, dans le cas où la cause est une variation temporelle d'un champ magnétique créée par la circulation d'un courant sinusoïdal dans une bobine, les courants induits vont créer un champ magnétique opposé au premier (Figure 1.11). Par conséquent, le champ magnétique vu par la bobine sera modifié par la présence de la charge. De même, le matériau étant électriquement résistif, une puissance active sera consommée en son sein par effet Joule.

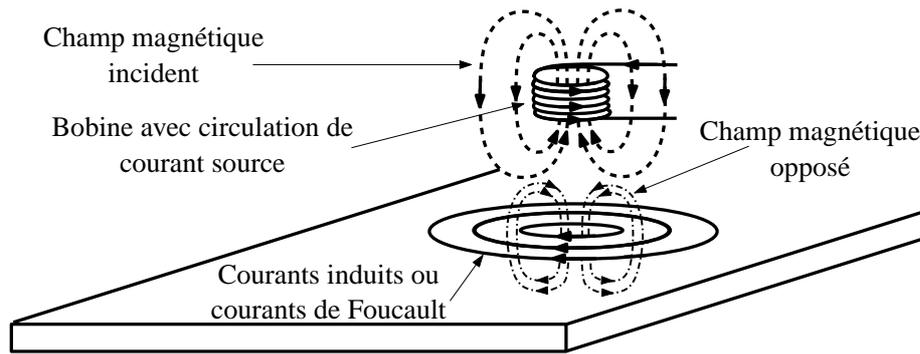


FIGURE 1.11 – CHAMP INDUIT ET CHAMP DE RÉACTION

Les lois de l'électromagnétisme qui permettent de prédire la distribution des courants induits sont relatives à la magnétodynamique et sont obtenues à partir des équations de Maxwell et des relations constitutives des matériaux [Perez-1996].

1.4.3.2 Profondeur de pénétration ou effet de peau

En considérant la loi de Lenz, on conçoit que la densité de courant diminue au fur et à mesure que l'on s'enfonce dans le matériau. En effet, plus on pénètre dans le matériau conducteur et moins il y a de champ inducteur du fait de l'opposition des champs induits.

Dans le cas simple d'un demi plan conducteur infini placé en-dessous d'une nappe de courant unidirectionnelle (Figure 1.12), la distribution de la densité de courant dans le sens de la profondeur (z) du demi plan est donnée par la relation suivante [Perez-1996] :

$$J_z = J_0 \exp\left(-z\sqrt{\frac{\omega\sigma\mu}{2}}\right) \cos\left(\omega t - z\sqrt{\frac{\omega\sigma\mu}{2}}\right) \quad (1.1)$$

Avec :

J_0 : Densité de courant à la surface du conducteur

ω : Pulsation électrique des courants sources

σ : Conductivité électrique du demi plan conducteur

μ : Perméabilité magnétique du demi plan conducteur

L'épaisseur de peau δ se définit telle qu'à cette profondeur, l'amplitude de la densité de courant est divisée par $\exp(1) = 2,718$. Ainsi, on a une concentration de courants induits de 63% entre la surface et δ . Cette distance dépend des caractéristiques physiques du matériau et de la fréquence des champs électromagnétiques suivant la relation :

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\sigma\mu}} \quad (1.2)$$

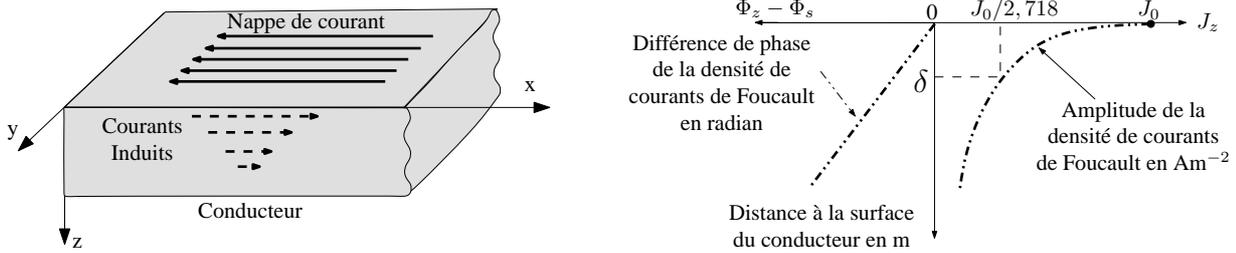


FIGURE 1.12 – ÉPAISSEUR DE PEAU DANS UNE PLAQUE

Cette formulation valable dans un cas simple est souvent utilisée plus généralement afin d'avoir une idée de la valeur de l'épaisseur de peau. C'est un paramètre extrêmement important dans les analyses par courants de Foucault. En effet, on considère qu'au-delà d'une profondeur de 3δ , la densité de courants induits est quasiment nulle. Le seul paramètre que l'on puisse régler afin d'ajuster l'épaisseur de peau est la fréquence d'excitation de la sonde de contrôle. C'est pourquoi, lors de la mesure de l'épaisseur d'une tôle, nous devons choisir une fréquence basse pour laquelle l'épaisseur de peau est supérieure à l'épaisseur effective de la tôle. Dans ce cas, les courants induits seront limités physiquement par la paroi. Par contre, pour la mesure d'entrefer, la fréquence sera choisie grande pour que l'épaisseur de la plaque n'influence pas la topologie des courants induits.

1.4.3.3 Variation d'impédance

Dans le cas de la figure 1.11, l'impédance de la bobine est modifiée par la variation du champ magnétique qui traverse les spires de la bobine et par l'absorption de pertes Joule dans la charge. L'organigramme de la figure 1.13 schématise la variation d'impédance à partir de ces phénomènes.

En analysant la variation de l'impédance de la bobine en présence d'une charge conductrice, il est possible de définir la conductivité, la perméabilité et l'épaisseur de la charge. De même, la distance capteur-cible, couramment nommé *lift-off*, est caractérisable.

1.4.3.4 Impédance normalisée et plan d'impédance normalisé

Dans le domaine du contrôle non destructif par courants de Foucault, il est courant de représenter les signaux issus de la sonde de mesure dans le plan d'impédance normalisé. On définit la résistance et la réactance normalisées d'une bobine de la manière suivante :

$$R_N = \frac{R_{charge} - R_{vide}}{X_{vide}} \quad (1.3)$$

$$X_N = \frac{X_{charge}}{X_{vide}} \quad (1.4)$$

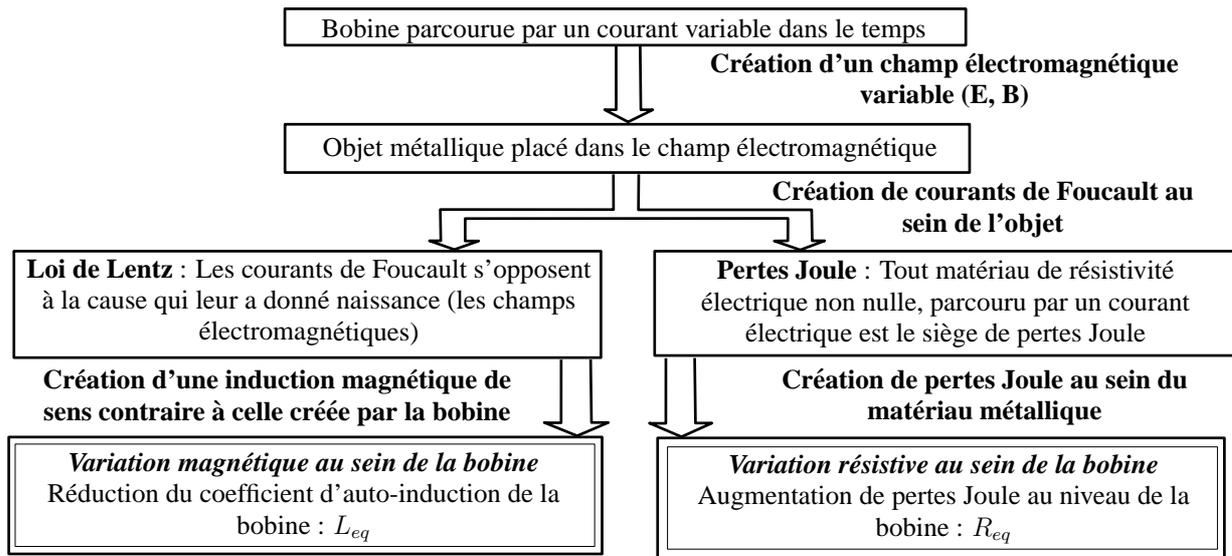


FIGURE 1.13 – PRINCIPE DE LA VARIATION D'IMPÉDANCE D'UNE BOBINE SUITE À LA GÉNÉRATION DE COURANTS DE FOUCAULT

R_{charge} est la composante résistive qui englobe les pertes Joule dues à la génération des courants de Foucault dans la charge ainsi que les pertes internes du bobinage (plus éventuellement les pertes actives dans les éléments ferritiques), et X_{charge} est la composante inductive qui représente la réactance du bobinage d'excitation, liée à la topologie des lignes de champ magnétique émises par le capteur. R_{vide} représente la résistance à vide de la bobine et X_{vide} sa réactance à vide. Le plan d'impédance normalisé est le tracé de $X_N = f(R_N)$ (Figure 1.14).

Cette représentation permet de s'affranchir des caractéristiques propres de la sonde (résistance interne, nombre de spires). Aussi, les paramètres influents sont la fréquence d'excitation, la conductivité électrique et la perméabilité magnétique de la charge, la géométrie de la sonde et de la charge ainsi que la distance capteur-cible [Shull-2002b].

Afin d'illustrer l'intérêt du plan d'impédance normalisé, nous représentons l'évolution de l'impédance normalisée d'une sonde à air au-dessus d'un plan conducteur amagnétique. Les courbes sont tracées pour une variation du produit "conductivité \times fréquence" ($\sigma \times f$) en régime harmonique. Sur la figure 1.14a, l'influence de l'épaisseur de la cible est mise en avant, alors que la figure 1.14b montre l'influence du *lift-off*.

Pour des fréquences trop basses, les variations de l'épaisseur et du *lift-off* n'ont que peu d'influence sur l'impédance normalisée du fait de la faible amplitude des champs induits dans le matériau. De même, en hautes fréquences, on constate que la notion d'épaisseur

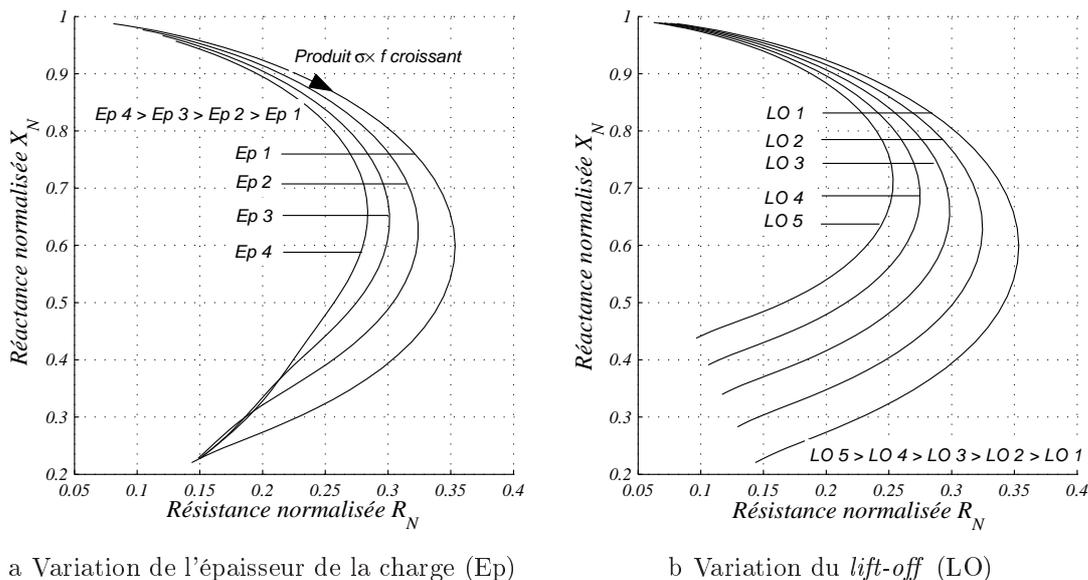


FIGURE 1.14 – IMPÉDANCE NORMALISÉE POUR DES VARIATIONS D'ÉPAISSEUR ET DE *lift-off*

de la plaque n'influence plus l'impédance normalisée du fait de la très faible épaisseur de peau. Ces constatations confirment l'importance du choix de la fréquence d'excitation de la bobine en fonction de la grandeur à quantifier.

1.4.3.5 Modèle phénoménologique : Analogie du transformateur

Lors d'études de phénomènes complexes, on cherche souvent une analogie avec des principes simples et connus. Aussi, une première approche des phénomènes mis en jeu lors d'un contrôle non destructif par courants de Foucault est l'analogie avec un transformateur électromagnétique [Jacob-1988, Hardy-1989, Auld-1999]. Cette analogie permet d'appréhender de manière qualitative l'influence des divers paramètres d'un système "capteur inductif/cible conductrice".

La figure 1.15 illustre cette analogie. Le primaire du transformateur représente le capteur inductif alors que le secondaire modélise la cible conductrice. Le capteur crée un champ magnétique variable dans le temps. Lorsque ce champ magnétique est mis en présence d'une cible conductrice, il induit des courants dans celle-ci. Ces boucles de courants forment le secondaire en court-circuit du transformateur.

La cible est un circuit à constantes localisées couplées par inductance mutuelle à la bobine. Les éléments du schéma électrique équivalent sont :

- L_1 et R_1 : Inductance et résistance propres de la bobine, qui dépendent de la géométrie

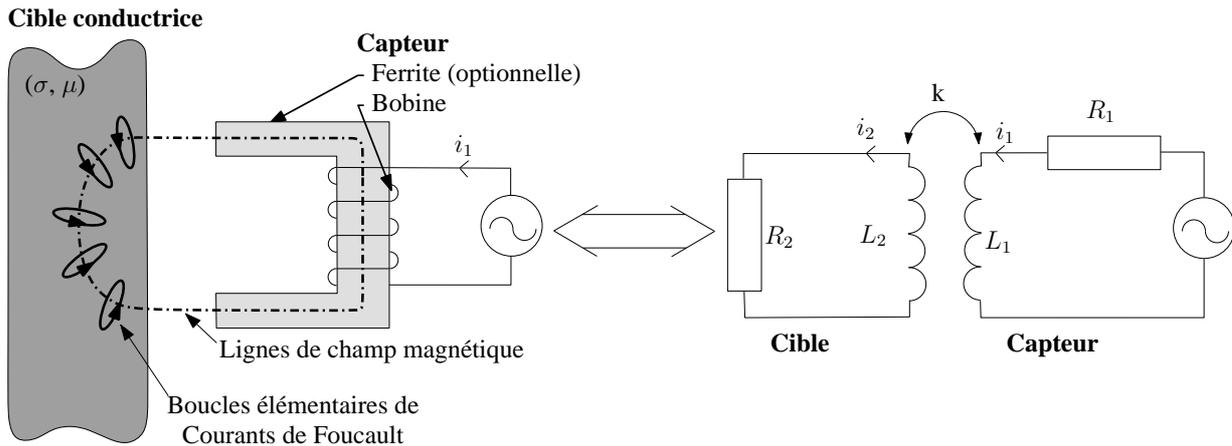


FIGURE 1.15 – ANALOGIE AVEC UN TRANSFORMATEUR ÉLECTRIQUE

et des caractéristiques physiques de la bobine ;

- L_2 : Inductance qui modélise le flux magnétique créé par les courants de Foucault. Elle dépend de la géométrie et des caractéristiques physiques de la cible ;
- R_2 : Représente les pertes Joule engendrées par la circulation des courants de Foucault au sein de la cible. Elle dépend de la conductivité électrique de la cible ;
- k : Coefficient de couplage qui traduit la proportion du flux magnétique primaire qui embrasse le circuit magnétique secondaire. Il dépend des géométries bobine/cible, de la perméabilité magnétique de la cible et de la distance entre la bobine et la cible.

L'impédance équivalente de ce transformateur ramenée au primaire est exprimée en fonction du coefficient de couplage, des éléments du circuit (R_1 , L_1 , R_2 , L_2) et de la pulsation électrique du signal d'alimentation :

$$Z_{1_{eq}} = R_1 + L_1\omega \frac{k^2 R_2 L_2 \omega}{R_2^2 + (L_2 \omega)^2} - jL_1\omega \left[1 - \frac{k^2 L_2^2 \omega^2}{R_2^2 + (L_2 \omega)^2} \right] \quad (1.5)$$

L'analogie la plus simple s'appuie sur les hypothèses simplificatrices suivantes :

- La résistance propre de la bobine du capteur R_1 est négligée devant son inductance propre $j\omega L_1$;
- Le coefficient de couplage k ne dépend que de la distance entre le capteur et la cible ;
- L'inductance du secondaire L_2 est constante ;
- L'impédance de charge Z_2 est purement résistive (R_2). Elle n'est fonction que de la conductivité de la cible.

Pour que ces conditions soient vérifiées, il faut qu'à la fréquence de travail, l'épaisseur de la plaque soit faible par rapport à l'épaisseur de peau. Ainsi, les courants de Foucault forment des spires et k , L_2 et R_2 sont indépendants de la fréquence [Dufour-1993].

Avec les hypothèses ci-dessus, l'impédance du transformateur vue du primaire s'exprime de la manière suivante :

$$Z = L_1\omega \left[\frac{k^2 R_2 L_2 \omega}{R_2^2 + L_2^2 \omega^2} + j \left(1 - \frac{k^2 L_2^2 \omega^2}{R_2^2 + L_2^2 \omega^2} \right) \right] \quad (1.6)$$

En divisant cette équation par $L_1\omega$, on obtient la résistance normalisée et la réactance normalisée.

$$Z_N = \frac{k^2 R_2 L_2 \omega}{R_2^2 + (L_2 \omega)^2} - j \left[1 - \frac{k^2 L_2^2 \omega^2}{R_2^2 + (L_2 \omega)^2} \right] \quad (1.7)$$

$$R_N = \frac{k^2 R_2 L_2 \omega}{R_2^2 + L_2^2 \omega^2} \quad (1.8)$$

$$X_N = 1 - \frac{k^2 L_2^2 \omega^2}{R_2^2 + L_2^2 \omega^2} \quad (1.9)$$

On constate que l'impédance normalisée de la bobine, ne dépend alors plus que des paramètres R_2 , L_2 et k . Ces paramètres dépendent eux-mêmes de la distance capteur-charge, de la géométrie des éléments du système et des propriétés physiques des matériaux : perméabilité magnétique et conductivité électrique.

A partir des équations (1.8) et (1.9), on déduit deux relations :

$$R_N^2 + \left(X_N - 1 + \frac{k^2}{2} \right)^2 = \frac{k^2}{4} \quad (1.10)$$

$$X_N = 1 - \frac{L_2 \omega}{R_2} R_N \quad (1.11)$$

La relation (1.10) montre que lorsque le coefficient de couplage est fixé ($k = cste$), l'affixe de l'impédance normalisée décrit un cercle paramétré par $\frac{R_2}{L_2 \omega}$ dans le plan d'impédance normalisé quand la pulsation varie. De même, l'équation (1.11) décrit la droite parcourue par l'affixe de l'impédance normalisée dans le plan d'impédance normalisé, lorsque la pulsation est fixée et que le coefficient de couplage k varie.

Nous retrouvons, grâce à ces équations, l'allure caractéristique de l'évolution de l'impédance d'un capteur inductif face à une charge amagnétique dans son plan d'impédance normalisé (Figure 1.16a). L'ordonnée à l'origine ($1 - k^2$) est l'image du couplage électromagnétique entre le capteur et la cible ($k = 1$ pour un couplage parfait).

Cette représentation est utile pour appréhender l'interaction entre le capteur et la cible. Cependant, elle ne permet pas de quantifier les paramètres du système (épaisseur de la cible, distance entre le capteur et la cible, conductivité de la cible) par inversion des relevés. Par

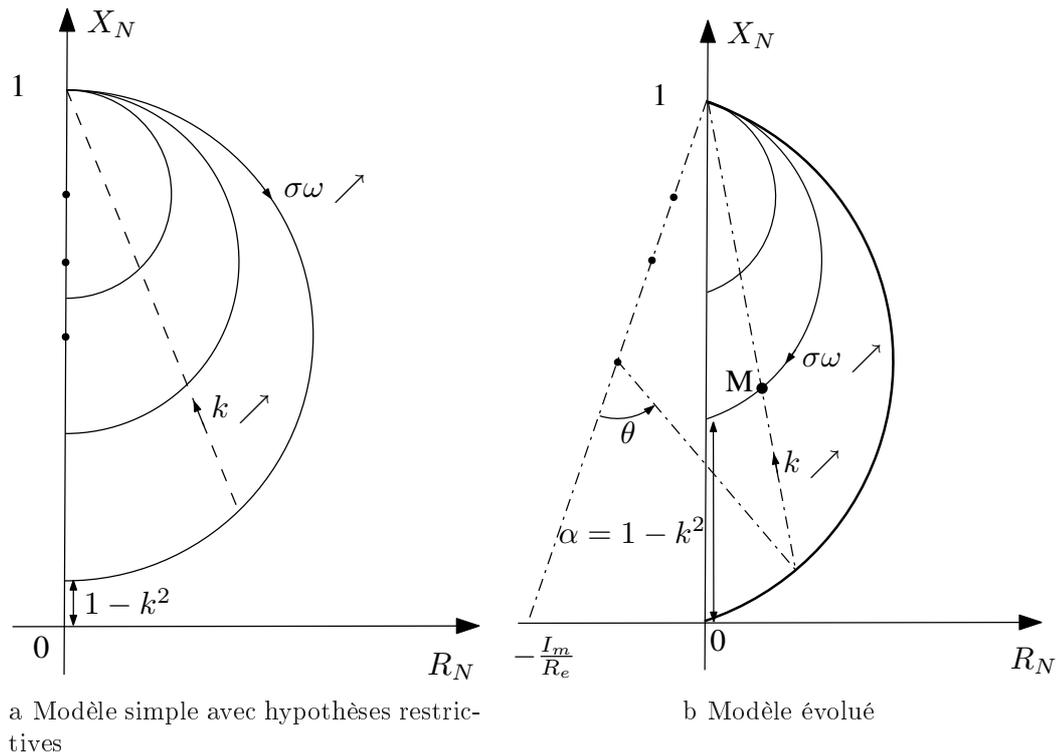


FIGURE 1.16 – PLAN D'IMPÉDANCE NORMALISÉ POUR MATÉRIAUX CONDUCTEURS AMAGNÉTIQUES

contre, un modèle plus complet du transformateur permet certaines identifications [Dufour-1993].

L'amélioration du modèle précédent passe par l'ajout d'un paramètre. La charge du secondaire du transformateur n'est plus uniquement résistive, mais complexe ($Z_2 = R_e + j.I_m$). La partie réactive représente la part de flux magnétique créée par les courants de Foucault qui ne sont pas enlacés par le capteur. Dans ce modèle, les hypothèses simplificatrices précédemment citées n'ont plus lieu d'être. Aussi, l'impédance du transformateur vue du primaire se met sous la forme suivante :

$$Z = R_1 + L_1\omega \left[\frac{k^2 L_2 \omega R_e}{R_e^2 + (L_2 \omega + I_m)^2} + j \left(1 - \frac{k^2 L_2 \omega (L_2 \omega + I_m)^2}{R_e^2 + (L_2 \omega + I_m)^2} \right) \right] \quad (1.12)$$

En normalisant cette impédance, on met en évidence deux nouvelles équations de cercle (1.13) et de droite (1.14).

$$\left(R_N + \frac{k^2 I_m}{2R_e}\right)^2 + \left(X_N - 1 + \frac{k^2}{2}\right)^2 = \frac{k^4}{4} \left(\frac{I_m^2}{R_e^2} + 1\right) \quad (1.13)$$

$$X_N = 1 - \frac{L_1 \omega + I_m}{R_e} R_N \quad (1.14)$$

Le tracé de l'impédance normalisée représenté sur la figure 1.16b montre des éléments supplémentaires par rapport au précédent plan d'impédance normalisé (Figure 1.16a). En effet, les centres des cercles ne se trouvent plus sur l'axe des ordonnées mais sur une droite passant par les points $(0, 1)$ et $(-\frac{I_m}{R_e}, 0)$. De même, l'angle θ permet de déterminer la conductivité du matériau contrôlé et la longueur α renseigne sur la distance entre le capteur et la cible [Placko-1992].

Cette modélisation a été utilisée lors de contrôle de pièces composites, avec un capteur muni d'un pot en ferrite, et une modélisation par réductance associée à la théorie des images électriques [Dufour-1993]. L'identification des cercles est réalisée à l'aide d'une mesure de l'impédance normalisée de la sonde pour plusieurs fréquences et la minimisation d'une fonction objectif, basée sur les moindres carrés.

1.4.3.6 Modes d'excitation

Dans tout système de contrôle non destructif par courants de Foucault, au moins une bobine doit être alimentée pour pouvoir produire un champ magnétique et exciter la cible que l'on souhaite examiner. Le type de champ magnétique produit par la bobine est directement lié au mode d'excitation de celle-ci. On distingue principalement trois types d'excitation :

- L'excitation mono fréquence
- L'excitation multi-fréquences
- L'excitation pulsée

La bobine est excitée par un courant sinusoïdal de fréquence et d'amplitude constantes. Le choix de la fréquence dépend directement du contrôle que l'on souhaite effectuer. Elle influe sur la sensibilité de la sonde vis-à-vis des paramètres du système (effet de peau par exemple). De plus, pour des fréquences trop basses, les courants de Foucault induits dans la pièce ont une amplitude très faible. Le capteur devient alors très sensible aux bruits de mesure. Pour des fréquences trop élevées, les effets capacitifs internes à la bobine (inter-spire) influent de manière significative sur l'impédance de la bobine en provoquant des phénomènes de résonances. Ce mode d'excitation est le plus simple et le plus rapide.

L'évaluation de plusieurs paramètres d'un système, tels que la conductivité, la perméabilité de la charge ou encore le *lift-off*, nécessite au moins autant d'informations issues du capteur. L'excitation multi-fréquences peut alors être utilisée. De plus, l'utilisation de plusieurs fréquences permet de s'affranchir de signaux perturbateurs. Avec n fréquences, on a $2n$ informations réelles (résistance et réactance de la sonde). On peut donc s'affranchir de $2n - 1$ perturbations.

L'utilisation du mode multi-fréquences se fait soit de manière séquentielle (une fréquence après l'autre), soit de manière simultanée (toutes les fréquences en même temps en les multiplexant). La première méthode nécessite un temps d'acquisition relativement long, ce qui ralentit le processus de mesure. Quant à la deuxième méthode, elle demande un matériel plus sophistiqué donc plus onéreux. En pratique, on se limite à 4 fréquences de contrôle.

Un moyen d'obtenir un spectre fréquentiel plus riche est l'utilisation de l'excitation pulsée. La bobine excitée par un signal impulsionnel de forme rectangulaire, triangulaire ou semi-sinusoidal génère un champ magnétique à très large bande. Lors de ce contrôle, c'est l'évolution temporelle de la réponse du capteur qui informe sur le système. L'analyse des signaux utiles dépend fortement du traitement des signaux bruts recueillis, ce qui constitue un frein à ce mode d'excitation.

1.4.3.7 Types de capteurs

La topologie des courants de Foucault engendrés au sein d'une pièce est riche d'informations. Cependant, cette topologie n'est pas directement accessible à la mesure. C'est par l'intermédiaire d'un capteur inductif que nous obtenons les informations utiles à l'analyse du système contrôlé. La variation d'impédance ou la différence de potentiel aux bornes d'une bobine représente la quantité de flux magnétique créé et la puissance dépensée due à la présence des courants de Foucault dans la pièce contrôlée. On distingue principalement trois types de capteurs :

- Les capteurs à double fonction
- Les capteurs à fonctions séparées
- Les capteurs différentiels

C'est la même bobine qui assure le rôle d'excitatrice et de réceptrice dans un capteur à double fonctions. La mesure de l'impédance de la bobine excitée renseigne sur les paramètres à variation lente tels que la conductivité, le *lift-off* ou l'épaisseur d'un matériau.

Deux bobines distinctes peuvent également être employées, l'une pour l'émission du champ magnétique d'excitation et l'autre pour la réception. On parle alors de capteur à double fonctions. La différence de potentiel est alors mesurée aux bornes de cette deuxième bobine, qui peut être de taille réduite par rapport à la bobine d'émission.

Pour détecter des petites discontinuités lors du déplacement de la sonde au-dessus d'un matériau, tout en s'affranchissant des variations lentes telles que la conductivité ou l'entrefer, les capteurs différentiels sont préconisés. Au moins deux bobines sont utilisées et sont généralement côte à côte dans le même boîtier de sonde. Leurs impédances sont soustraites. Le signal recueilli est donc nul si les deux bobines voient la même chose. Dès qu'une différence de topologie est vue par une seule des deux bobines, un signal apparaît.

1.4.3.8 Structures de capteurs

La géométrie et le type d'élément qui constitue la sonde vont dépendre de la pièce à contrôler. De nombreux types de sonde permettant de s'adapter à un grand nombre de configurations existant (tube, plan, atmosphère difficile, géométrie particulière, ...). Nous pouvons distinguer deux familles de capteurs : les capteurs à air et les capteurs munis d'une ferrite. Les capteurs à air peuvent être de taille réduite et de conception simple. L'utilisation de capteur en pot de ferrite permet de focaliser le champ magnétique émis par la bobine et d'immuniser la bobine d'éventuelle source magnétique extérieure.

1.4.4 Choix de la technique mise en oeuvre

Compte tenu de la configuration du système que nous avons à étudier et des éléments à quantifier (épaisseur et entrefer), le contrôle non destructif par courants de Foucault apparaît donc comme le mieux adapté. En effet, les systèmes de vision ne permettent pas de distinguer la valeur de l'entrefer et la valeur de l'épaisseur. Par ailleurs, Le contrôle non destructif par ultrasons classique nécessite un élément couplant pour pouvoir fonctionner. Enfin, les techniques ultrasons sans contact sont très coûteuses et paraissent difficiles à mettre en oeuvre dans le contexte industriel. Le contrôle non destructif par courants de Foucault quant à lui, permet d'effectuer des mesures à la fois d'épaisseur de matériau conducteur et d'entrefer entre matériaux conducteurs. Les capteurs utilisés peuvent être de dimensions très faibles et de conception simple. Aussi, l'utilisation d'un grand nombre de capteurs est possible dans un système peu onéreux. De plus, l'application de la méthode de contrôle non destructif par courants de Foucault aux matériaux composites à fibres de carbone est envisageable.

1.5 Conclusion

La mise en forme des matériaux qui composent la carcasse d'un avion est une des premières étapes dans sa conception. Ces matériaux sont de natures différentes : métallique ou composite (voire hybride). Le mode de fabrication et de mise en forme est donc différent. Nous avons étudié dans notre travail deux problématiques, l'une concernant les matériaux métalliques et l'autre les matériaux composites.

1. Le respect de la forme de chaque pièce a une importance capitale pour leur assemblage. Une quantification de la déformation des tôles d'alliage d'aluminium, par rapport au gabarit de référence sur laquelle elle est étirée, est proposée. Ces déformations sont quantifiables par le biais de deux mesures : l'épaisseur de la tôle d'aluminium et l'entrefer entre cette tôle et le gabarit. Après avoir considéré trois techniques de contrôle non destructif, à savoir la photogrammétrie 3D, les ultrasons et les courants de Foucault, nous avons choisi la dernière. En effet, c'est la seule qui permet de mesurer les deux grandeurs tout en restant simple à mettre en œuvre et peu onéreuse.
2. L'utilisation de nouveaux matériaux, tels que les composites à base de fibres de carbone, demande de nouveaux moyens de contrôle. La caractérisation des propriétés physiques et géométriques de ces matériaux est essentielle pour garantir la sûreté des avions. Là encore, une méthode de contrôle non destructif par courants de Foucault permet cette caractérisation.

Les différentes mesures sont effectuées grâce aux champs électromagnétiques qui interagissent entre une sonde inductive et les matériaux en présence. Cependant l'analyse n'est pas aisée et nécessite le plus souvent l'utilisation d'outils de modélisation. Les formulations mathématiques des phénomènes liés aux champs électromagnétiques permettent de définir ces champs et/ou les potentiels électromagnétiques nécessaires à la détermination de la variation de l'impédance de la bobine.

Aussi, des modèles électromagnétiques doivent être mis en place afin de simuler l'interaction électromagnétique entre le capteur et le matériau considéré. Ces simulations permettent de comprendre les différentes influences mises en jeu. De plus, il peut être envisagé, grâce à ces modèles, de dimensionner les inducteurs ou de choisir les fréquences optimales de contrôle. De même, suivant les éléments testés et les configurations considérées, des modèles simples, rapides et précis peuvent être utilisés dans des algorithmes de minimisation de fonction objectif. Dans le cas où un grand nombre de capteurs est utilisé, cette dernière considération prend toute son importance.

Les outils de modélisation sont présentés dans le chapitre suivant.

Chapitre 2

Modèle Mathématique

2.1 Introduction

Lors de la réalisation d'un outil de contrôle non destructif par courants de Foucault, l'étude paramétrique expérimentale peut s'avérer difficile pour plusieurs raisons : non disponibilité d'échantillons de matière, multiplication du nombre d'essais ou encore coût de fabrication d'un prototype de test.

Les outils de simulation sont, par conséquent, très utiles pour étudier l'influence des divers paramètres sur les phénomènes électromagnétiques mis en jeu. Ils mettent en œuvre les équations de Maxwell et les lois de comportement des matériaux qui régissent les interactions entre un capteur électromagnétique et une pièce conductrice.

Dans ce chapitre, nous allons tout d'abord définir les diverses formulations électromagnétiques, tirées des équations de Maxwell. Puis, nous donnons les principes des modèles développés (analytique, semi-analytique et numérique) ainsi que le cadre dans lequel nous les utilisons.

2.2 Phénomènes électromagnétiques

Les problèmes électromagnétiques traités dans ce mémoire peuvent se mettre sous la forme du schéma de principe représenté sur la figure 2.1. En effet, le contrôle non destructif par courants de Foucault que nous mettons en œuvre implique un inducteur (bobine) parfois muni d'une ferrite (Région 3) en présence d'une pièce électriquement conductrice amagnétique (région 2) et/ou ferromagnétique (région 4). Γ_{ij} représentent les frontières entre les différentes régions (i et j) sur lesquelles il faut imposer les conditions de passage des champs électromagnétiques. La condition aux limites est représentée par Γ_L .

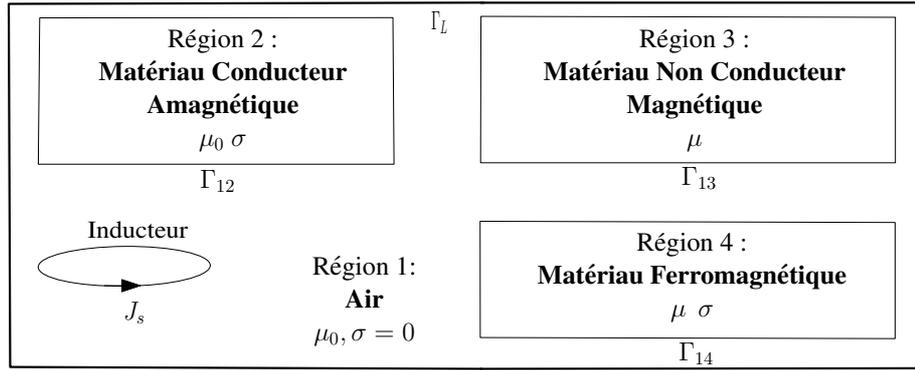


FIGURE 2.1 – SCHÉMA DE PRINCIPE GÉNÉRAL DES PROBLÈMES ÉLECTROMAGNÉTIQUES TRAITÉS

2.2.1 Expression locale

Les interactions entre les ondes électromagnétiques et les matériaux peuvent être décrites par des formulations mathématiques sous forme d'équations aux dérivées partielles. La résolution de ces équations permet de connaître l'évolution des champs électromagnétiques en fonction du temps en tout point de l'espace [Sabonnadière-1988].

2.2.1.1 Équations de Maxwell

Les variations spatio-temporelles des phénomènes électromagnétiques sont régies par les équations de Maxwell, elles-mêmes associées aux lois constitutives des matériaux [Fournet-1993].

$$\mathbf{rot}(\mathbf{H}) = \mathbf{J}_s + \mathbf{J}_i + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad \text{Maxwell-Ampère} \quad (2.1)$$

$$\mathbf{div}(\mathbf{B}) = 0 \quad \text{Conservation du flux} \quad (2.2)$$

$$\mathbf{rot}(\mathbf{E}) = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad \text{Maxwell-Faraday} \quad (2.3)$$

$$\mathbf{div}(\mathbf{D}) = \rho \quad \text{Maxwell-Gauss} \quad (2.4)$$

Avec	\mathbf{H}	Champ magnétique	$[\text{Am}^{-1}]$
	\mathbf{B}	Induction magnétique	$[\text{T}]$
	\mathbf{E}	Champ électrique	$[\text{Vm}^{-1}]$
	\mathbf{D}	Induction électrique	$[\text{Cm}^{-2}]$
	\mathbf{J}_s	Densité de courant source	$[\text{Am}^{-2}]$
	\mathbf{J}_i	Densité de courant induit	$[\text{Am}^{-2}]$
	ρ	Densité volumique de charge	$[\text{Cm}^{-3}]$

Si la densité volumique de charge est nulle, ce qui est le cas dans nos études, les équations (2.1) et (2.4) fournissent la loi de conservation de courant :

$$\operatorname{div}(\mathbf{J}_s + \mathbf{J}_i) = 0 \quad (2.5)$$

Les lois de comportement des matériaux, ainsi que les conditions de passage complètent les équations de Maxwell.

2.2.1.2 Comportement des matériaux

L'influence des différents types de matériaux vis-à-vis des champs électromagnétiques est donnée par les lois de comportement des matériaux :

$$\mathbf{J}_i = \sigma \mathbf{E} \quad \text{Loi d'Ohm} \quad (2.6)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} \quad \text{Milieu Magnétique} \quad (2.7)$$

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E} \quad \text{Milieu Diélectrique} \quad (2.8)$$

Avec :

σ	Conductivité électrique du matériau	$[\text{Sm}^{-1}]$
μ_0	Perméabilité magnétique du vide	$[\text{H.m}^{-1}]$
μ	Perméabilité magnétique du matériau	$[\text{H.m}^{-1}]$
μ_r	Perméabilité magnétique relative du matériau	
ϵ_0	Permittivité électrique du vide	$[\text{F.m}^{-1}]$
ϵ	Permittivité électrique du matériau	$[\text{F.m}^{-1}]$
ϵ_r	Permittivité électrique relative du matériau	

Nous considérons les matériaux métalliques étudiés (l'aluminium et la fonte ferritique) homogènes et isotropes. Aussi, σ et μ sont des grandeurs scalaires constantes. Par contre, les matériaux composites sont hétérogènes et anisotropes. Par conséquent, σ et μ sont des grandeurs tensorielles qu'il convient de définir par rapport à un référentiel.

2.2.1.3 Conditions de passage

On considère une grandeur vectorielle \mathbf{X} qui se décompose en deux vecteurs : l'un tangentiel \mathbf{X}_t et l'autre normal \mathbf{X}_n à la surface. Les conditions de passage expriment les relations entre les vecteurs \mathbf{X}_t et \mathbf{X}_n au passage de la région Ω_1 à la région Ω_2 (Figure 2.2). Les champs appartenant à Ω_i portent l'indice i . L'orientation des champs vis-à-vis de la

surface se fait par rapport au vecteur normal à la surface (\mathbf{n}_{12}) dirigé du milieu Ω_1 vers le milieu Ω_2 .

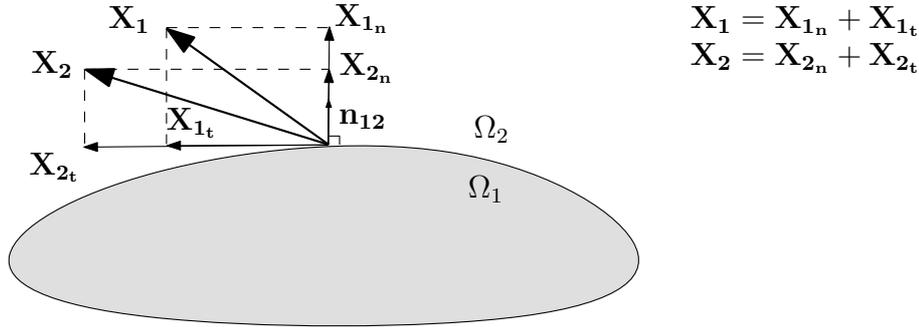


FIGURE 2.2 – INTERFACE ENTRE DEUX MILIEUX

D'un point de vue électromagnétique, ce sont les champs et/ou inductions qui peuvent subir des discontinuités au passage de certaines interfaces. Les conditions de passage électromagnétiques sont explicitées comme suit :

- Discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique en présence de courants surfaciques \mathbf{K} .

$$(\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) \times \mathbf{n}_{12} = \mathbf{K} \quad (2.9)$$

- Continuité de la composante normale de l'induction magnétique à l'interface.

$$(\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) \cdot \mathbf{n}_{12} = 0 \quad (2.10)$$

- Continuité de la composante tangentielle du champ électrique.

$$(\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) \times \mathbf{n}_{12} = 0 \quad (2.11)$$

- Discontinuité de l'induction électrique en présence de charges surfaciques κ .

$$(\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1) \cdot \mathbf{n}_{12} = \kappa \quad (2.12)$$

Il convient également de borner le domaine afin d'étudier le système pour une géométrie finie. Des conditions supplémentaires sur les frontières du domaine d'étude sont alors nécessaires.

2.2.1.4 Conditions aux limites

Les valeurs d'un champ \mathbf{X} à la frontière du domaine satisfait principalement deux relations simples, voire des formulations particulières [Brunotte-1991]. Aussi aux limites

du domaine, le champ peut être soit de valeur connue (2.13), soit normal à la surface (2.14), ce qui se traduit par :

$$\mathbf{X} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \text{Condition de Dirichlet} \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{n}} = 0 \quad \text{Condition de Neumann} \quad (2.14)$$

La combinaison de ces deux conditions est, bien entendu, envisageable. Les conditions aux limites temporelles sont, en général, définies par la nullité des grandeurs à l'instant initial.

2.2.1.5 Conditions de jauge

Les champs électromagnétiques définis par l'ensemble des équations de Maxwell, du comportement des matériaux, des relations de passage et des conditions aux limites ne sont pas uniques. En effet, les champs à divergence sont définis à un rotationnel près et les champs à rotationnel sont définis à un gradient près. Il convient donc d'imposer une condition supplémentaire afin d'assurer l'unicité de la solution issue de la résolution du système d'équations. Cette condition, appelée condition de jauge est généralement exprimée sous deux formes particulières :

$$\text{div}(\mathbf{X}) = 0 \quad \text{Jauge de Coulomb} \quad (2.15)$$

$$\text{div}(\mathbf{X}) + k \frac{\partial u}{\partial t} = 0 \quad \text{Jauge de Lorentz} \quad (2.16)$$

2.2.1.6 Simplification des équations de Maxwell

Dans le cadre de nos investigations, l'approximation des régimes quasi stationnaire est retenue. En effet, le courant d'alimentation des capteurs est sinusoïdal de fréquences telles que les courants de déplacement au sein des matériaux peuvent être négligés devant les courants de conductions ($\omega \ll \sigma \epsilon^{-1}$). De plus, en régime harmonique, l'opérateur de différentiation temporel peut être remplacé par $j\omega$. Les équations d'Ampère (2.1) et Faraday (2.3) s'écrivent alors sous la forme complexe suivante :

$$\text{rot}(\mathbf{H}) = \mathbf{J}_s + \mathbf{J}_i \quad (2.17)$$

$$\text{rot}(\mathbf{E}) = -j\omega \mathbf{B} \quad (2.18)$$

2.2.2 Formulations électromagnétiques

Nous avons défini les équations de Maxwell, les propriétés des matériaux, les conditions de passage, les conditions aux limites et les conditions de jauges nécessaires à l'étude de notre système. Il nous faut désormais établir une formulation sous la forme d'une équation

aux dérivées partielles qui régit les champs dans l'ensemble du domaine. L'établissement et la résolution du système d'équations relatif à notre problème doit nous permettre de calculer l'impédance de notre sonde de mesure en présence d'une charge.

Pour ce faire, l'utilisation de potentiels pour la résolution des problèmes électromagnétiques est largement développée [Buraïs-1982, Biro-1989, Kriezis-1992]. Deux familles de formulations peuvent être mises en évidence : celles basées sur le champ électrique (\mathbf{E} , \mathbf{A} - V) et celles basées sur le champ magnétique (\mathbf{H} - Φ , \mathbf{T} - Ω).

2.2.2.1 Formulation en champ électrique : \mathbf{E}

La formulation en champ électrique s'obtient à partir de l'équation (2.17) en dérivant cette dernière par rapport au temps :

$$\mathbf{rot} \left(\frac{1}{\mu} \mathbf{rot}(\mathbf{E}) \right) + j\omega\sigma\mathbf{E} + j\omega\mathbf{J}_s = 0 \quad (2.19)$$

2.2.2.2 Formulation en Potentiel Vecteur Magnétique \mathbf{A} - V [Biro-1989]

D'après l'équation de conservation du flux (2.2) l'induction magnétique \mathbf{B} dérive d'un potentiel vecteur \mathbf{A} tel que :

$$\mathbf{B} = \mathbf{rot}(\mathbf{A}) \quad (2.20)$$

qui combinée avec l'équation (2.18) donne :

$$\mathbf{E} = -j\omega\mathbf{A} - \mathbf{grad}(V) \quad (2.21)$$

La continuité des potentiels \mathbf{A} et V implique la continuité de la composante normale de l'induction magnétique \mathbf{B} et de la composante tangentielle du champ électrique \mathbf{E} . Par contre, il faut assurer la continuité de la composante tangentielle du champ magnétique \mathbf{H} à l'interface de milieux de perméabilités magnétiques différentes, et la continuité de la composante normale de la densité de courant \mathbf{J} à l'interface de milieux de conductivités électriques différentes. Ces deux conditions sont naturellement imposées par la formulation en éléments finis.

La formulation magnétodynamique qui permet d'obtenir la distribution des potentiels dans le domaine d'étude est définie à partir de l'équations d'Ampère (2.17) et de la relation (2.21) [Piriou-1993] :

$$\mathbf{rot} \left(\frac{1}{\mu} \mathbf{rot}(\mathbf{A}) \right) = \mathbf{J}_s - j\omega\sigma\mathbf{A} - \sigma \mathbf{grad}(V) \quad (2.22)$$

Par définition, le potentiel vecteur magnétique est défini à un gradient près. Afin de fixer le potentiel, on impose une condition de jauge de type jauge de Coulomb :

$$\operatorname{div}(\mathbf{A}) = 0 \quad (2.23)$$

Celle-ci est implicite lorsque que l'on se trouve en présence d'un matériau homogène et isotrope avec la divergence de la densité de courant nulle.

L'équation (2.22) devient donc :

$$\Delta \mathbf{A} = -\mu \mathbf{J}_s + j\omega\mu\sigma \mathbf{A} + \mu\sigma \operatorname{grad}(V) \quad (2.24)$$

Les conditions de passage, définies précédemment, s'écrivent en terme de potentiel vecteur magnétique de la manière suivante :

$$\left(\frac{\operatorname{rot}(\mathbf{A}_2)}{\mu_2} - \frac{\operatorname{rot}(\mathbf{A}_1)}{\mu_1} \right) \times \mathbf{n}_{12} = \mathbf{K} \quad (2.25)$$

$$(\operatorname{rot}(\mathbf{A}_2) - \operatorname{rot}(\mathbf{A}_1)) \cdot \mathbf{n}_{12} = 0 \quad (2.26)$$

La formulation en potentiel vecteur magnétique s'avère être particulièrement intéressante dans des configurations axisymétriques, car seule sa composante azimutale est non nulle. Par conséquent, une formulation analytique permet dans certains cas la résolution rapide de l'équation (2.24) [Dodd-1968].

2.2.2.3 Formulation en Champ Magnétique \mathbf{H}

Cette formulation est duale de la formulation exprimée en champ électrique \mathbf{E} :

$$\operatorname{rot} \left(\frac{1}{\sigma} \operatorname{rot}(\mathbf{H}) \right) + j\omega\mu \mathbf{H} = 0 \quad (2.27)$$

Aucune condition de jauge n'est nécessaire pour assurer l'unicité du champ magnétique lorsque les conditions aux limites sont adéquates. [Bossavit-1983]

2.2.2.4 Formulation en Potentiel Vecteur Électrique et Potentiel Scalaire Magnétique \mathbf{T} - Ω

Lorsque la conservation du courant est assurée ($\text{div}(\mathbf{J}) = 0$), le potentiel vecteur électrique \mathbf{T} peut être introduit sous la forme :

$$\mathbf{J} = \text{rot}(\mathbf{T}) \quad (2.28)$$

En substituant \mathbf{J} dans l'équation d'Ampère (2.17) et en faisant intervenir le potentiel scalaire magnétique Ω , il vient :

$$\mathbf{T} = \mathbf{H} + \text{grad}(\Omega) \quad (2.29)$$

En substituant \mathbf{T} - Ω dans l'équation de Maxwell-Faraday (2.3), il vient :

$$\text{rot} \left(\frac{1}{\sigma} \text{rot}(\mathbf{T}) \right) + j\omega\mu(\mathbf{T} - \text{grad}(\Omega)) = 0 \quad (2.30)$$

De même, l'équation de conservation du flux (2.2) aboutit à la relation :

$$\text{div}(\mathbf{T}) = \text{div}(\text{grad}(\Omega)) \quad (2.31)$$

Là encore, l'unicité des potentiels n'est pas garantie. Une condition de jauge, de même type que celle utilisée dans la formulation \mathbf{A} - V , doit être adjointe :

$$\text{div}(\mathbf{T}) = 0 \quad (2.32)$$

Ainsi,

$$\text{grad}(\Omega) = 0 \quad (2.33)$$

et finalement,

$$\mathbf{T} = \mathbf{H} \quad (2.34)$$

Donc, dans le cas où la conductivité électrique est constante, les relations de Maxwell aboutissent à l'équation parabolique suivante [Buraïs-1985] :

$$\Delta\mathbf{T} = j\omega\sigma\mu\mathbf{T} \Leftrightarrow \Delta\mathbf{H} = j\omega\sigma\mu\mathbf{H} \quad (2.35)$$

Le potentiel vecteur électrique \mathbf{T} est la combinaison d'un terme source \mathbf{T}_s représentant les sources de courants \mathbf{J}_s et d'un terme induit \mathbf{T}_i représentant les courants induits \mathbf{J}_i [Biro-1993].

La continuité des potentiels \mathbf{T} et Ω implique la continuité de la composante normale de la densité de courant \mathbf{J} et de la composante tangentielle du champ magnétique \mathbf{H} . Par contre, il faut assurer la continuité de la composante normale de l'induction magnétique \mathbf{B} à l'interface de milieux de perméabilités magnétiques différentes, et la continuité de la composante tangentielle du champ électrique \mathbf{E} à l'interface de milieux de conductivités électriques différentes.

Cette formulation peut être employée pour déterminer la distribution des courants induits dans une plaque avec défaut, ainsi que la variation de la résistance de la bobine excitatrice [Buraïs-1982].

2.2.2.5 Formulation en Potentiel Scalaire Magnétique total et réduit $\mathbf{H} - \Phi, \Phi_r$

Dans les régions dépourvues de courants induits, l'équation de Maxwell-Ampère (2.17) devient :

$$\mathbf{rot}(\mathbf{H}) = 0 \quad (2.36)$$

Donc, le champ magnétique \mathbf{H} dérive d'un potentiel scalaire Φ tel que :

$$\mathbf{H} = -\mathbf{grad}(\Phi) \quad (2.37)$$

La conservation du flux magnétique (2.2) s'écrit alors :

$$\mathbf{div}(\mu(-\mathbf{grad}(\Phi))) = 0 \quad (2.38)$$

La continuité de Φ assure la continuité de la composante tangentielle du champ magnétique. La continuité de la composante normale de l'induction magnétique, quant à elle, est assurée par l'équation (2.38).

Cette formulation est avantageuse dans la mesure où l'inconnue Φ est un scalaire. Cependant, elle ne s'applique que pour des régions dépourvues de densité de courant (région non conductrice ou sans source de courant).

Dans les régions avec une source de courants, une formulation complémentaire en Potentiel Scalaire Magnétique Réduit Φ_r est utilisée. Cette formulation part du principe que le champ magnétique \mathbf{H} est décomposé en deux parties, tel que $\mathbf{H} = \mathbf{H}_j + \mathbf{H}_r$. L'une des parties du champ magnétique est créée par l'inducteur en l'absence de tout élément perturbateur \mathbf{H}_j et l'autre partie du champ magnétique est due à la contribution des éléments réactifs

(magnétique ou électrique) \mathbf{H}_r . L'équation de Maxwell-Ampère (2.17) devient alors :

$$\mathbf{rot}(\mathbf{H}_j + \mathbf{H}_r) = \mathbf{J}_s \quad (2.39)$$

Le rotationnel se décompose en deux parties telles que :

$$\mathbf{rot}(\mathbf{H}_j) = \mathbf{J}_s \quad (2.40)$$

$$\mathbf{rot}(\mathbf{H}_r) = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{H}_r = -\mathbf{grad}(\Phi_r) \quad (2.41)$$

Le calcul de \mathbf{H}_j se fait grâce à la formulation de Biot et Savart, en connaissant la géométrie de l'inducteur. On obtient alors la formulation du champ magnétique dans tout l'espace en fonction du potentiel scalaire magnétique réduit :

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_j - \mathbf{grad}(\Phi_r) \quad (2.42)$$

Comme précédemment, la conservation du flux magnétique (2.2) s'exprime en fonction de Φ_r par :

$$\mathbf{div}(\mu(\mathbf{H}_j - \mathbf{grad}(\Phi_r))) = 0 \quad (2.43)$$

La continuité de Φ_r assure celle de la composante tangentielle du champ magnétique et l'équation (2.43) garantit la continuité de la composante normale de l'induction magnétique.

Cette formulation, associée à la formulation en éléments coques, sera appliquée dans l'étude des matériaux composites, au chapitre 5.

2.2.2.6 Synthèse et choix de la formulation adéquate

En fonction de la complexité géométrique et/ou physique du système étudié, l'utilisation d'une formulation sera préférable à une autre. De plus, la culture scientifique d'un laboratoire influence parfois le choix d'une formulation en fonction des outils disponibles pour la résolution du système d'équations obtenu. Nous résumons, dans le tableau comparatif 2.1, les avantages et les inconvénients des différentes formulations.

Nous présentons dans ce mémoire une étude axisymétrique avec des matériaux homogènes et isotropes (chapitre 3 & 4) où l'utilisation de la formulation en potentiel vecteur magnétique \mathbf{A} est indiquée. La détermination de la composante azimutale de \mathbf{A} est réalisée de manière analytique ou semi-analytique, ce qui permet une résolution rapide. La valeur de l'impédance de la sonde en présence d'une charge est alors déterminée à partir de cette composante.

TABLE 2.1 – SYNTHÈSE DES FORMULATIONS ÉLECTROMAGNÉTIQUES

Formulations	Avantages	Inconvénients
E	Calcul direct de E et J	Mise en œuvre Coûts (3 inconnues)
A-V Chapitre 3 et 4	Régions multiples connexes	Coûts (3 ou 4 inconnues)
H	Calcul direct de H et B	Mise en œuvre Coûts (3 inconnues)
T-Ω	Régions conductrices	Régions multiples connexes Coûts (4 inconnues)
H-Φ_r Chapitre 5	Coûts (1 inconnue)	Régions multiples connexes Calcul H₀ Imprécision pour μ grand
Φ_t	Coûts (1 inconnue)	Régions multiples connexes Couplage Φ_r

Par contre, dans le chapitre 5, la formulation en éléments coques appliquée à des matériaux hétérogènes et anisotropes justifie l'utilisation du potentiel scalaire magnétique Φ [Bensaid-2005].

Ayant choisi le type de formulation, il nous faut définir le mode de résolution le mieux adapté à nos besoins (précision, rapidité). Nous présentons par la suite différents types de résolution : analytique, semi-analytique et numérique.

2.3 Modèle analytique

Dans des configurations géométriques simples et en présence de matériaux homogènes et isotropes, la résolution analytique des équations de diffusion est possible. La solution est alors exacte contrairement aux solutions déterminées par des méthodes numériques. De plus, les moyens informatiques modernes permettent d'aboutir aux solutions avec des temps de calcul extrêmement faibles.

Les applications rencontrées font souvent intervenir des charges conductrices de formes planes ou cylindriques. Vues du capteur, ces charges sont assimilables à des demi-espaces, à une plaque infinie d'épaisseur constante ou encore à des tubes parfaits infinis.

Les modèles axisymétriques sont élaborés dans le cas où le capteur et le conducteur admettent une symétrie de révolution. Les grandeurs électromagnétiques sont alors exprimées en fonction des deux coordonnées (r, z) du système de coordonnées cylindriques (r, θ, z) . Ces modèles font partie de la classe des modèles en deux dimensions.

Modèle de Dodd & Deeds

L'un des premiers modèles axisymétriques est celui développé par Dodd et Deeds en 1968 [Dodd-1968]. La composante azimutale du potentiel vecteur magnétique est déterminée dans le cas de l'approximation des régimes quasi stationnaires. Les deux géométries traitées, une plane et une cylindrique, sont représentées sur la figure 2.3.

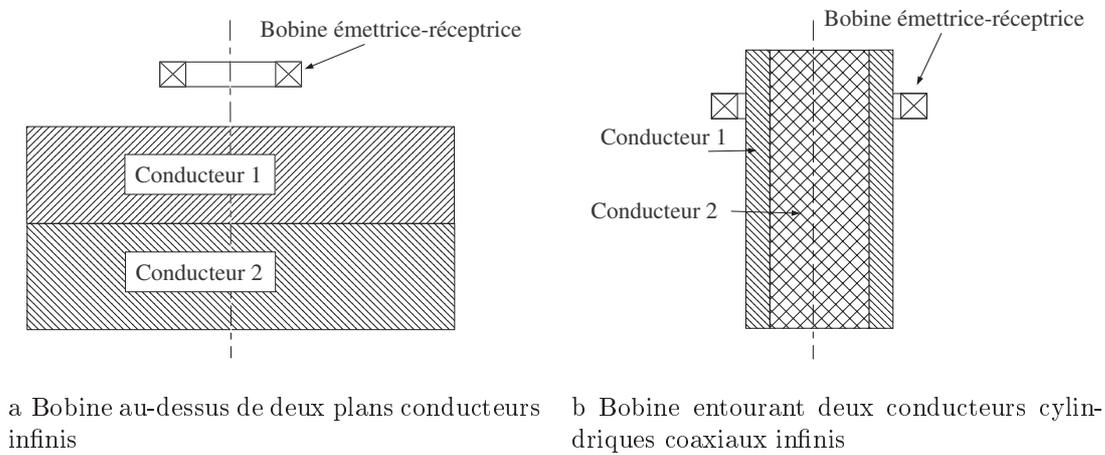


FIGURE 2.3 – GÉOMÉTRIES AXISYMÉTRIQUES AVEC BOBINE À AIR

A partir de la formulation analytique du potentiel vecteur magnétique, il est possible de déterminer les autres grandeurs intéressantes du système : impédance de la bobine, courants induits, puissance injectée dans la charge, champ électromagnétique, ...

Dans notre étude, une bobine à air est placée au-dessus d'un plan conducteur homogène et isotrope, de grandes dimensions devant le rayon de la bobine. L'axe de la bobine est perpendiculaire au plan, ce qui implique la présence d'une configuration axisymétrique. Les paramètres géométriques et le schéma de principe sont représentés sur la figure 2.4.

Ce problème est traité de manière analytique en évaluant la distribution du potentiel vecteur magnétique au niveau de la bobine. Son impédance est alors déterminée en fonction des paramètres géométriques du système (bobine, plaque et air), et des paramètres physiques de la plaque.

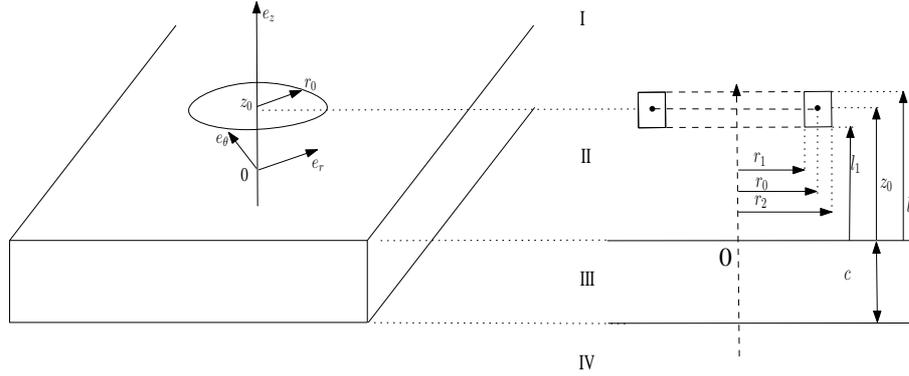


FIGURE 2.4 – SCHÉMA DE PRINCIPE DE LA SPIRE AU DESSUS D'UNE PLAQUE

L'équation de diffusion du potentiel vecteur magnétique (2.24) est exprimée dans le cas d'une spire circulaire élémentaire parcourue par un courant sinusoïdal d'amplitude constante I et de pulsation fixe ω . En coordonnées cylindriques, la composante azimutale du potentiel vecteur magnétique ne dépend que des coordonnées r et z , soit $\mathbf{A}(r, z) = A_\theta(r, z)\mathbf{e}_\theta$. L'équation (2.24) se met donc sous la forme scalaire suivante :

$$\Delta A_\theta - j\omega\mu\sigma A_\theta = -\mu J_s \quad (2.44)$$

Aussi, l'équation (2.44) développée s'écrit :

$$\frac{\partial^2 A_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\theta}{\partial r} + \frac{\partial^2 A_\theta}{\partial z^2} - \frac{A_\theta}{r^2} - j\omega\mu\sigma A_\theta + \mu I \delta(r - r_0) \delta(z - z_0) = 0 \quad (2.45)$$

Le dernier terme correspond à la spire élémentaire de courant qui est nul en dehors des coordonnées $r = r_0, z = z_0, \theta \in [0, 2\pi]$. Aussi, ce terme n'intervient qu'au moment de traiter les conditions de passage. Nous devons donc déterminer la solution particulière de l'équation suivante :

$$\frac{\partial^2 A_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\theta}{\partial r} + \frac{\partial^2 A_\theta}{\partial z^2} - \frac{A_\theta}{r^2} - j\omega\mu\sigma A_\theta = 0 \quad (2.46)$$

On résout cette équation en appliquant le principe de séparation des variables r et z . On pose : $A_\theta(r, z) = R(r)Z(z)$ et on effectue le remplacement dans l'équation précédente, puis on divise tout par $R(r)Z(z)$. Comme les variables en r et en z sont indépendantes, nous avons :

$$-\frac{1}{R(r)} \frac{\partial^2 R(r)}{\partial r^2} - \frac{1}{rR(r)} \frac{\partial R(r)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} = \frac{1}{Z(z)} \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} - j\omega\mu\sigma = \alpha^2 = \text{cste} \quad (2.47)$$

où α^2 est la constante de séparation des variables avec $\alpha \in [0, +\infty[$ dans notre cas.

On résout les équations différentielles en r et en z séparément. On rassemble ensuite les deux solutions particulières en r et en z afin d'obtenir la solution particulière de l'équation (2.46). Chaque solution particulière dépend de la constante de séparation α . Afin d'obtenir la solution générale, il convient de sommer l'ensemble des solutions particulières. Si la constante est non discrète, mais continûment variable, il est possible d'intégrer les solutions particulières sur l'ensemble de son domaine de variation. Ainsi, dans la région i , le potentiel vecteur magnétique a pour expression :

$$A_{\theta}^{(i)}(r, z) = \int_0^{\infty} [A_i(\alpha)e^{-\alpha_i z} + B_i(\alpha)e^{\alpha_i z}] [C_i \mathcal{J}_1(\alpha r) + D_i \mathcal{Y}_1(\alpha r)] d\alpha \quad (2.48)$$

avec $\alpha_i = \sqrt{\alpha^2 + j\omega\mu_i\sigma_i}$, μ_i et σ_i sont la perméabilité magnétique et la conductivité électrique dans la région i . \mathcal{J}_1 et \mathcal{Y}_1 représentent respectivement les fonctions de Bessel de premier ordre et de première et seconde espèce [Angot-1972]. A_i, B_i, C_i, D_i sont des coefficients à déterminer grâce aux conditions aux limites et aux conditions de passage.

Une fois les coefficients déterminés, on remplace dans l'équation (2.48) les inconnues par leur expression. On obtient alors l'expression du potentiel vecteur magnétique produit par une spire élémentaire dans chaque région. Il suffit ensuite d'intégrer ces expressions sur la section de la spire pour obtenir le potentiel vecteur magnétique généré par la bobine dans tout l'espace.

Enfin, la formulation analytique de l'impédance d'une spire circulaire de section rectangulaire, placée au-dessus d'une plaque conductrice, peut être déterminée [Dodd-1968].

$$Z = \frac{j\omega\pi\mu n^2}{(l_2 - l_1)^2(r_2 - r_1)^2} \int_0^{+\infty} \frac{1}{\alpha^5} \mathcal{J}_1^2(r_2, r_1) K(\alpha) d\alpha \quad (2.49)$$

La fonction $K(\alpha)$ dépend des paramètres physiques (μ_i, σ_i) et géométriques du problème, et $\mathcal{J}_1(r_2, r_1) = \int_{\alpha r_1}^{\alpha r_2} r \mathcal{J}_1(\alpha r) dr$.

A partir du modèle de Dodd et Deeds, Luquire et al. [Luquire-1970] et Cheng et al. [Cheng-1971] développent des modèles multicouches, non restreint à l'approximation des régimes quasi stationnaires. La bobine peut être, dans ces modèles, comprise entre deux plans conducteurs multi-couches comme le montre la figure (Figure 2.5).

Le potentiel vecteur magnétique peut être écrit comme suit :

$$A_{\theta}(r, z) = \iint G(r, z; r_0, z_0) J(r_0, z_0) dr_0 dz_0 \quad (2.50)$$

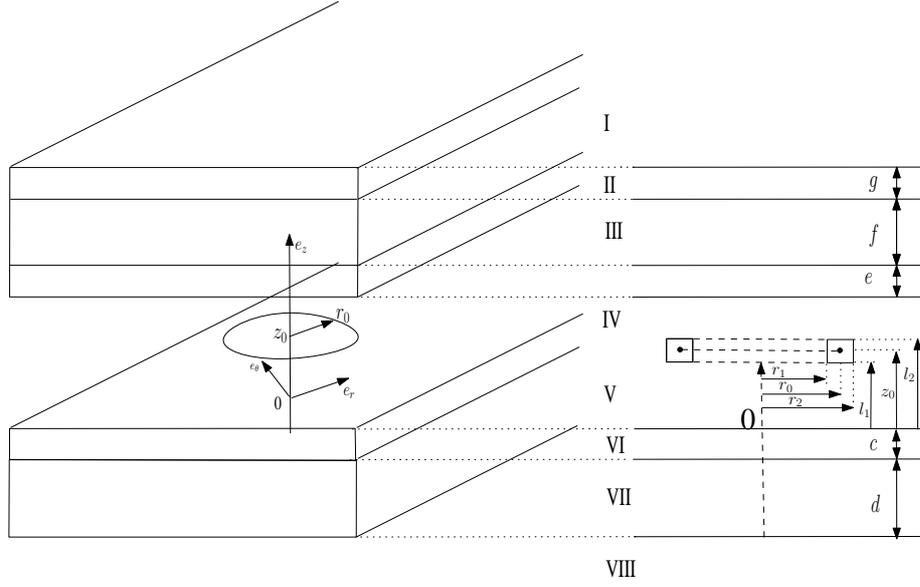


FIGURE 2.5 – SCHÉMA DE PRINCIPE DE LA SPIRE ENTRE DEUX PLAQUE MULTI-COUCHES

où $G(r, z; r_0, z_0)$ est une fonction de Green pour une spire élémentaire de courant située en (r_0, z_0) qui satisfait à l'équation :

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - j\omega\mu\sigma \right] G(r, z; r_0, z_0) = -\mu\delta(r - r_0)\delta(z - z_0) \quad (2.51)$$

Ainsi, dans chaque région i , une fonction de Green est définie par :

$$G^{(i)}(r, z; r_0, z_0) = \int_0^{+\infty} [B_i(\alpha)e^{-\alpha_i z} + C_i(\alpha)e^{\alpha_i z}] \mathcal{J}(\alpha r) d\alpha \quad (2.52)$$

De même que précédemment, les constantes B_i et C_i sont déterminées grâce aux conditions de passage d'un milieu à l'autre et aux conditions aux limites. Le potentiel vecteur magnétique est défini de manière matricielle et permet d'aboutir à l'expression de l'impédance de la bobine insérée entre les plans conducteurs :

$$Z = j\omega\pi n^2 \int_0^\infty \frac{\mathcal{J}^2(r_2, r_1)}{\beta_0 \alpha_0^2 \alpha^3} \left\{ 2\alpha_0(l_2 - l_1) + \frac{1 - e^{-\alpha_0(l_2 - l_1)}}{V_{22}V_{11} - V_{12}V_{21}} \cdot \right. \\ \left. \cdot [(U_{21}e^{\alpha_0 l_2} - U_{11}e^{-\alpha_0 l_2})(V_{12}e^{-\alpha_0 l_1} + V_{22}e^{\alpha_0 l_2}) + \right. \\ \left. + (V_{12}e^{-\alpha_0 l_1} - V_{22}e^{\alpha_0 l_1})(U_{11}e^{-\alpha_0 l_1} + U_{21}e^{\alpha_0 l_2})] \right\} d\alpha \quad (2.53)$$

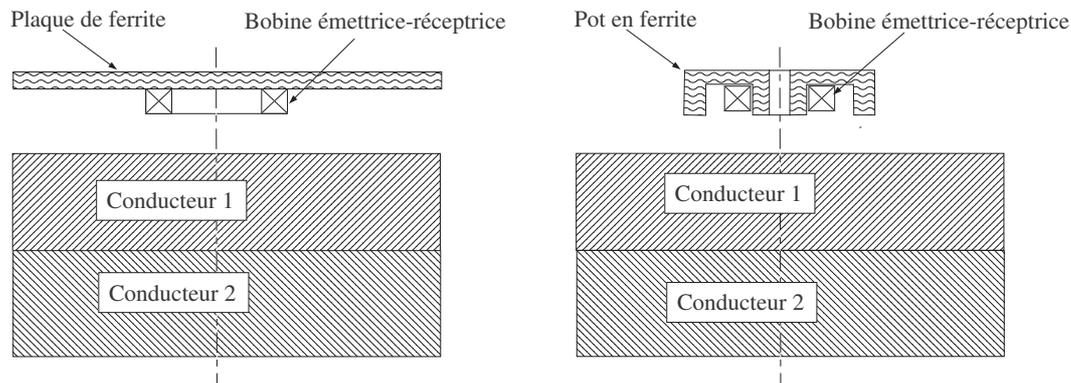
Les coefficients matriciels U_{ij} et V_{ij} dépendent des propriétés physiques et géométriques du système.

Uzal et al. étendent le modèle de Cheng pour des conducteurs dont la conductivité

électrique et/ou la perméabilité magnétique varient continûment, suivant une fonction particulière (hyperbolique), dans le sens de la profondeur [Uzal-1993].

Les modèles basés sur la formulation de Dodd et Deeds n'admettent que des plans infinis d'épaisseur finie ou non, ou des cylindres parfaits de longueur infinie. Il n'est donc pas possible de simuler des bobines insérées dans des pots ferritiques ou entourant un noyau de ferrite de longueur finie.

Cependant, afin d'augmenter la sensibilité des capteurs à air, l'utilisation de pot ferritique est préconisée. Lê et Placko ont développé un modèle analytique pour simuler l'impédance d'une bobine coiffée d'une plaque en ferrite au-dessus d'un plan multicouche en s'inspirant des modèles précédents [Le-1995] (figure (2.6a)).



a Bobine coiffée d'une plaque de ferrite au-dessus d'une charge multicouche

b Bobine munie d'un pot ferritique en E au-dessus d'une charge multicouche

FIGURE 2.6 – SONDE MUNIE D'UNE PARTIE EN FERRITE AU-DESSUS D'UNE CHARGE

De même, Sabbagh et al. ont développé un modèle qui utilise les dyades de Green et les intégrales de volume, afin de modéliser l'interaction entre une bobine entourant un noyau ferritique (homogène et isotrope) au-dessus d'un demi-plan conducteur [Sabbagh-1987]. La résolution de ces intégrales se fait par la méthode des moments. De la même manière, Buvat et al. ont formalisé les interactions électromagnétiques d'un système constitué d'une sonde munie d'un élément ferritique (I,U ou E) en présence d'un conducteur plan [Buvat-2004].

Dans l'ensemble de ces modèles, la prise en compte des effets de peau et de proximité au sein de la bobine est impossible. En effet, la conductivité électrique de la bobine est nulle par hypothèse. Nous avons donc développé un modèle axisymétrique basé sur la méthode des circuits couplés qui permet de prendre en compte à la fois les éléments ferritiques et les effets de peau et de proximité dans la bobine.

2.4 Méthode des Circuits Couplés

Le modèle développé sur la base des circuits couplés est proposé dans le domaine du chauffage par induction par Delage et Ernst [Delage-1984]. L'inducteur (sans ferrite) et la charge sont discrétisés en spires concentriques à l'intérieur desquelles la densité de courant est supposée constante. Le système ainsi défini forme un réseau de résistances, inductances et mutuelles couplées qui sont calculées de manière analytique. La résolution du système d'équations permet de déterminer la différence de potentiel aux bornes de la bobine ainsi que la répartition de la densité de courant dans l'ensemble du système. On peut ainsi connaître la valeur de l'impédance de la bobine en présence de la charge, ainsi que la puissance injectée dans la charge. Le modèle est ensuite étendu au cas d'un inducteur muni d'un pot ferritique qui est pris en compte en employant le principe des courants fictifs sur son contour [Ernst-1987]. Cette méthode a ensuite été appliquée à des systèmes de contrôle non destructif par courants de Foucault sans défaut et avec défaut axisymétrique [Maouche-2006, La-1996]. Dans cette dernière étude, l'effet de peau et de proximité au sein même de l'inducteur est négligé en considérant l'inducteur comme non conducteur et seule la variation d'impédance due à la présence de la charge est calculée. La prise en compte de l'effet de peau et de proximité au sein de la bobine d'une sonde munie d'un pot en ferrite est explicitée dans le chapitre 4 [Doirat-2006b, Doirat-2007a].

2.4.1 Principe général

Les parties du système étudié, actives d'un point de vue électromagnétique, sont subdivisées en spires élémentaires. Le type de discrétisation peut être régulier ou irrégulier selon la pièce modélisée : zone de fortes variations des grandeurs physiques, effet de peau important, géométrie des éléments [Chentouf-1994]. Le schéma de principe général de la discrétisation d'un système étudié par la méthode des circuits couplés peut être représenté par la figure 2.7a.

A l'intérieur des éléments discrets de section connue, la densité de courant est supposée constante. Les spires élémentaires sont mutuellement couplées et un circuit électrique équivalent peut alors être mis en équations.

2.4.2 Interaction entre les éléments du circuit

La figure 2.7a représente un inducteur constitué de N spires, chacune subdivisée en n éléments. Le schéma électrique représenté sur la figure 2.7b reprend le système discrétisé d'un point de vue *circuit*. On note pour chaque spire élémentaire, la résistance R et l'inductance propre L . La mutuelle inductance entre deux spires distinctes est notée M .

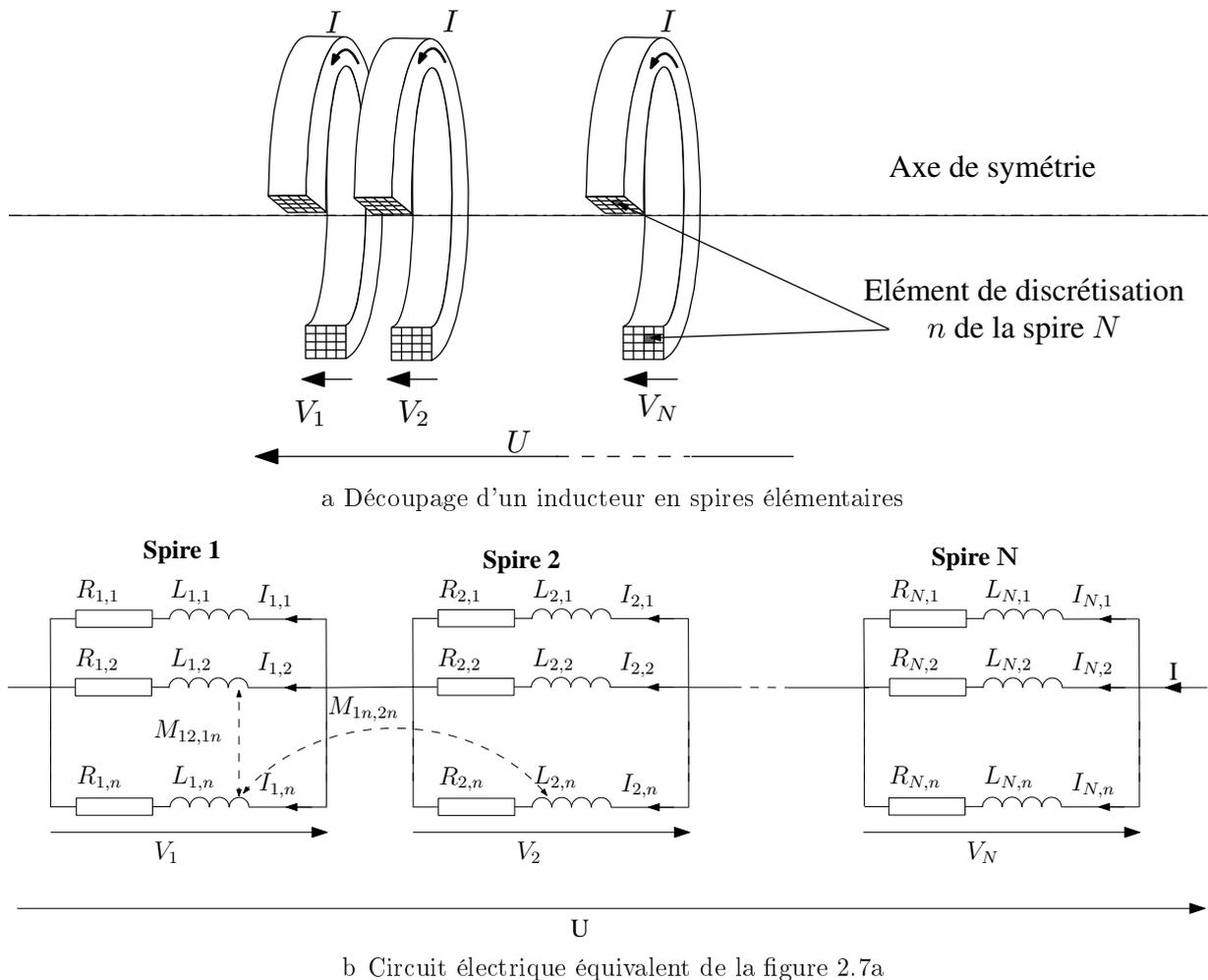


FIGURE 2.7 – SCHÉMAS RELATIFS À LA MÉTHODE DES CIRCUITS COUPLÉS

La mise en équation de ces circuits forme un système de $N \times n$ équations différentielles du premier ordre correspondant aux $N \times n$ circuits R-L ainsi formés (2.54). Il est possible de formuler les termes magnétiques de ces équations soit en fonction des courants I_k , soit en fonction des flux d'induction magnétique Ψ_k . Aussi, la différence de potentiel V_k aux bornes de la spire élémentaire $k \in (1, N \times n)$ s'écrit :

$$V_k = R_k I_k + j\omega L_k I_k + j\omega \sum_{i=1, i \neq k}^{N \times n} M_{i,k} I_i = R_k I_k + j\omega \sum_{i=1}^{N \times n} \Psi_{i,k} \quad (2.54)$$

Chaque spire étant parcourue par un courant I , la conservation de courant s'écrit :

$$I = \sum_{k=1}^n I_{1,k} = \sum_{k=1}^n I_{2,k} = \dots = \sum_{k=1}^n I_{N,k} \quad (2.55)$$

La tension aux bornes de la bobine est la somme des tensions aux bornes de chaque spire :

$$U = \sum_{k=1}^N V_k \quad (2.56)$$

Dans une charge de résistivité électrique non nulle, seule l'équation (2.54) est considérée. Chaque spire élémentaire de la charge est considérée en court-circuit. Aussi, la différence de potentiel V_k est nulle.

2.4.3 Flux d'induction magnétique d'un système axisymétrique

Le flux d'induction magnétique Ψ traversant une surface \mathcal{S} supportée par un contour \mathcal{C}' , peut être obtenu en introduisant le potentiel vecteur magnétique \mathbf{A} et en utilisant le théorème de Stokes :

$$\Psi = \iint_{\mathcal{S}} \mathbf{B} d\mathbf{S} = \iint_{\mathcal{S}} \text{rot}(\mathbf{A}) d\mathbf{S} = \oint_{\mathcal{C}'} \mathbf{A} d\mathbf{l} \quad (2.57)$$

D'après la loi de Biot et Savart, le potentiel vecteur magnétique \mathbf{A} généré en un point $P \in \mathcal{C}'$ par un courant I circulant le long d'un circuit filiforme \mathcal{C} , est tel que :

$$\mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{\mathcal{C}} \frac{I d\mathbf{l}}{|\mathbf{r}|} \quad (2.58)$$

avec $|\mathbf{r}|$ la distance entre le point P et un point $M \in \mathcal{C}$.

Dans la configuration axisymétrique de la figure 2.8, l'équation (2.58) devient [Durand-1968] :

$$A_{\vartheta} = \frac{\mu_0 I}{k_l \pi} \sqrt{\frac{a}{b}} \left[\left(1 - \frac{k_l^2}{2} \right) \mathcal{L}_1(k_l) - \mathcal{L}_2(k_l) \right] \quad (2.59)$$

avec $k_l = \sqrt{\frac{4ab}{(a+b)^2 + c^2}}$ et $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2$ sont les intégrales elliptiques de Legendre.

Le flux d'induction magnétique au travers \mathcal{C}' s'écrit alors :

$$\Psi = \frac{2\mu_0 I}{k_l} \sqrt{ab} \left[\left(1 - \frac{k_l^2}{2} \right) \mathcal{L}_1(k_l) - \mathcal{L}_2(k_l) \right] \quad (2.60)$$

Dans le cas de spires non élémentaires, il convient d'intégrer la formulation du flux magnétique sur l'ensemble de la section traversée par le courant (source).

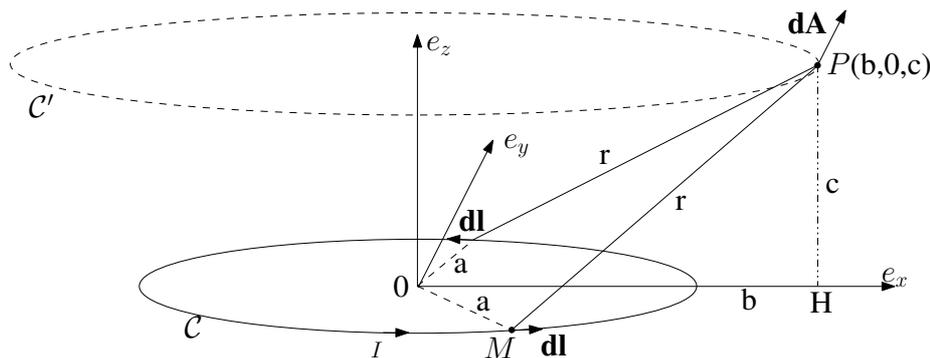


FIGURE 2.8 – POTENTIEL VECTEUR MAGNÉTIQUE ÉLÉMENTAIRE $d\mathbf{A}$ EN P GÉNÉRÉ PAR DEUX ÉLÉMENTS SYMÉTRIQUES $d\mathbf{l}$ DE LA SPIRE CIRCULAIRE ÉLÉMENTAIRE C

2.4.4 Résistance, inductance propre et inductance mutuelle

La résistance est classiquement déterminée en fonction de sa résistivité électrique ρ , de la longueur de l'élément considéré l , et de sa section S :

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad (2.61)$$

Suivant le schéma de la figure 2.8, l'inductance mutuelle entre les spires C et C' s'exprime à partir de (2.60) par :

$$M_s = \frac{2\mu_0\sqrt{ab}}{k_l} \left[\left(1 - \frac{k_l^2}{2}\right) \mathcal{L}_1(k_l) - \mathcal{L}_2(k_l) \right] \quad (2.62)$$

En ce qui concerne l'inductance propre, nous utilisons la formule de la mutuelle de la spire sur elle-même. Afin d'éviter toute singularité dans le calcul des intégrales, nous utilisons la méthode d'intégration de Gauss, présentée en annexe A, en prenant garde que les points de Gauss ne soient pas des points de collocation.

Un autre formalisme développé par Fawzy et Burke [Fawzi-1978] peut également être utilisé pour calculer les inductances propre et mutuelle d'un système axi-symétrique. Dans ce cas, les éléments discrets sont nécessairement à section rectangulaire. Les spires à section circulaire ne peuvent être modélisées par cette méthode. De plus, la méthode de Fawzy et Burke a le désavantage de ne pas fonctionner lorsque les deux cylindres ont le même rayon, il est alors nécessaire de la coupler avec la formulation précédente.

Les expressions des inductances propres et des inductances mutuelles entre deux circuits rectangulaires de même axe peuvent être évaluées de manière analogue dans certaines conditions [Lefèvre-2006].

La relative simplicité de mise en œuvre et les formulations analytiques rendent les modèles axisymétriques très attractifs. Ils conviennent dans de nombreux cas de figures avec parfois quelques approximations géométriques. Nous utilisons la méthode des circuits couplés, dans le chapitre 4, afin de déterminer l'impédance d'une sonde munie d'un pot ferritique en présence d'une plaque conductrice. Les effets de peau et de proximité au sein de la bobine peuvent ainsi être considérés.

Cependant, il existe des configurations où les modèles axisymétriques ne conviennent pas. Dans ce cas, les modèles aux équations intégrales, associées au formalisme des dyades de Green, peuvent apporter des solutions [Bowler-1989, Buvat-2005]. Nous ne développons pas dans ce mémoire ces méthodes, mais nous nous intéressons plutôt aux méthodes numériques telles que les éléments finis.

2.5 Modèles numériques basés sur les éléments finis

De nombreuses configurations rencontrées lors d'un contrôle non destructif par courants de Foucault ne sont pas axisymétriques. C'est notamment le cas lorsque l'on considère la présence d'un défaut dans une plaque, ou encore lors de l'utilisation d'une ferrite en U au-dessus d'une plaque. Ce type de configuration peut être appréhendé par une modélisation numérique en trois dimensions (3D) telle que les éléments finis. L'inconvénient de cette méthode est qu'elle nécessite d'énormes ressources en terme d'espace mémoire et de temps de calcul.

Toutefois, lorsqu'une dimension est très inférieure aux autres (plaque, fil), l'utilisation d'outils spéciaux (tels que les éléments coques ou les éléments filaires) permet de réduire considérablement le nombre d'inconnues [Guérin-1994].

2.5.1 Modélisation d'une plaque en éléments finis 3D

Un modèle d'éléments finis 3D permet de simuler les interactions entre un capteur et une plaque conductrice dans une configuration non nécessairement axisymétrique. L'utilisation d'un maillage irrégulier est utilisé pour réduire le nombre d'éléments dans les zones de moindre intérêt (en augmentant la taille des mailles dans ces zones). Cependant, dans notre cas, l'épaisseur de la plaque est en générale très inférieure à sa surface. Or, une différence de taille trop grande entre les éléments du maillage peut engendrer des instabilités numériques. Pour éviter ces problèmes numériques et réduire le nombre de mailles, des modèles de *régions minces* sont utilisés.

Plusieurs types d'éléments spéciaux surfaciques sont proposés dans la littérature comme les éléments d'impédance de surface, les éléments coques et les éléments coques généralisés. Dans tous les cas, la région mince est remplacée par une surface et la variation des grandeurs électromagnétiques à l'intérieur de cette région est fonction du rapport entre l'épaisseur de la région mince e et l'épaisseur de peau δ :

- Si $e \gg \delta \Rightarrow$ Évolution *exponentielle* du côté du champ source
- Si $e \approx \delta \Rightarrow$ Évolution *hyperbolique* des deux côtés de la plaque
- Si $e \ll \delta \Rightarrow$ Évolution *constante* sur toute l'épaisseur de la plaque

Les phénomènes électromagnétiques à l'intérieur de ces régions minces sont pris en compte de manière analytique. Le champ magnétique, dans l'ensemble du système, est évalué de manière numérique.

2.5.2 Formulation généralisée des éléments coques [Guérin-1994]

La formulation éléments coques généralisés proposée par Guérin est le couplage d'une solution numérique obtenue dans tout le domaine et d'une solution analytique qui tient compte de la variation des grandeurs suivant l'épaisseur. Cette dernière est exprimée en fonction de la solution sur les surfaces de la région mince.

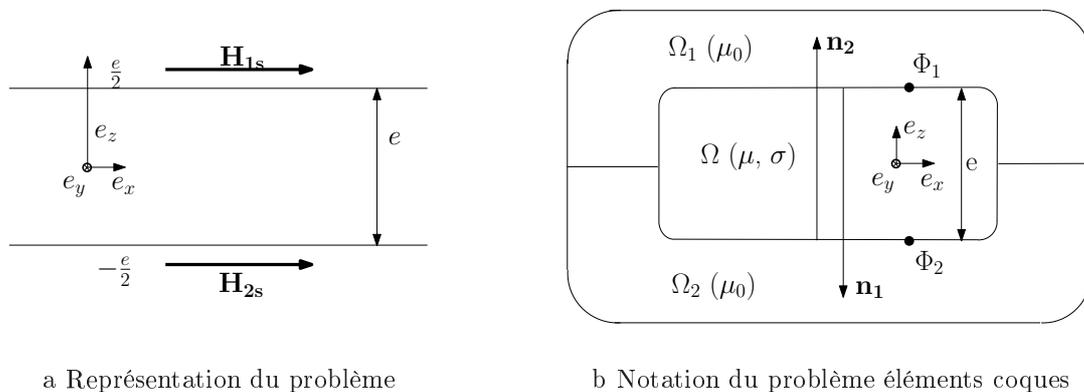


FIGURE 2.9 – SCHÉMA DE PRINCIPE D'UN PROBLÈME ÉLÉMENT COQUE GÉNÉRALISÉ

Solution analytique

Considérons une plaque conductrice isotrope d'épaisseur e et de dimensions infinies suivant e_x et e_y . Ses deux faces sont respectivement soumises à deux champs uniformes sinusoïdaux tangentiels, \mathbf{H}_{1s} et \mathbf{H}_{2s} (Figure. 2.9a). La solution analytique dans la plaque est

représenté par la formule suivante :

$$\mathbf{H}(z) = \frac{1}{\sinh(e\gamma)} \left[\mathbf{H}_{1s} \sinh\left(\frac{e}{2}\gamma + z\gamma\right) + \mathbf{H}_{2s} \sinh\left(\frac{e}{2}\gamma - z\gamma\right) \right] \quad (2.63)$$

Avec \mathbf{H}_{1s} et \mathbf{H}_{2s} les champs magnétiques à la surface de l'élément coque du côté 1 et du côté 2 respectivement, $\gamma = \frac{1+j}{\delta}$ et $\delta = \sqrt{\frac{2}{\sigma\omega\mu}}$.

Solution numérique

La figure 2.9b représente le schéma de principe de l'élément coque généralisé. Les formulations $\mathbf{H}\text{-}\Phi$ et $\mathbf{H}\text{-}\Phi_r$ (voir §2.2.2.5) sont utilisées pour modéliser le système. Les champs magnétiques sur les surfaces limitrophes de la région mince sont donnés par les relations suivantes :

$$\begin{cases} \mathbf{H}_1 = \mathbf{H}_j - \mathbf{grad}(\Phi_1) \\ \mathbf{H}_2 = \mathbf{H}_j - \mathbf{grad}(\Phi_2) \end{cases} \quad (2.64)$$

\mathbf{H}_j est le champ magnétique généré par l'inducteur en l'absence de toute perturbation. Ce champ est calculé par la formule de Biot et Savart. Φ_1 et Φ_2 sont les potentiels scalaires magnétiques dans les régions 1 et 2 respectivement.

La solution numérique est obtenue, en partant de la forme intégrale de la formulation en potentiel scalaire magnétique réduit (2.43) couplée au besoin (présence de régions de perméabilité différentes) avec la formulation en potentiel scalaire totale (2.38).

La formulation généralisée des éléments coques sur le côté 1 est donnée par [Guérin-1995] :

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_1} \mu_0 \mathbf{grad}(w) \mathbf{grad}(\Phi_1) \, d\Omega_1 + \frac{1}{j\omega} \int_{\Gamma} \alpha \mathbf{grad}_s(w) \mathbf{grad}_s(\Phi_1) \, d\Gamma \\ & - \frac{1}{j\omega} \int_{\Gamma} \beta \mathbf{grad}_s(w) \mathbf{grad}_s(\Phi_2) \, d\Gamma \\ & = \int_{\Gamma} w \mu_0 \mathbf{H}_j \mathbf{n}_1 \, d\Gamma + \frac{1}{j\omega} \int_{\Gamma} (\alpha - \beta) \mathbf{grad}_s(w) \mathbf{H}_j \, d\Gamma \end{aligned} \quad (2.65)$$

$$\text{Avec } \alpha = \frac{\mu}{\gamma \tanh(\gamma e)} \text{ et } \beta = \frac{\mu}{\gamma \sinh(\gamma e)}.$$

Pour obtenir la formulation du côté 2, il suffit de remplacer l'indice 1 par l'indice 2 dans l'expression ci-dessus. La formulation en potentiel scalaire total s'obtient sans les termes en \mathbf{H}_j dans l'équation (2.65).

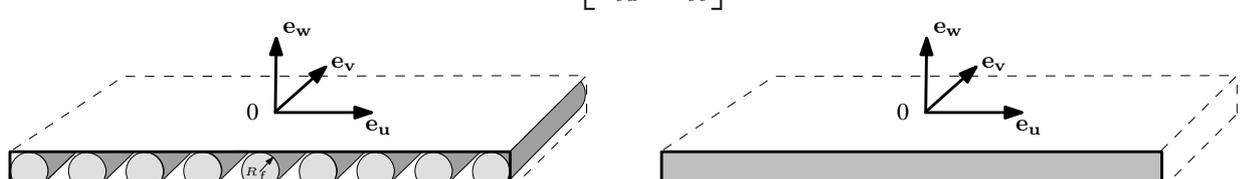
L'implémentation et la résolution de ces formulations, sous PDE-Matlab suivant le formalisme des éléments finis nodaux, nous permet de calculer les grandeurs électromagnétiques dans le système et notamment dans la plaque. A partir de ces grandeurs, il est possible de calculer la puissance active injectée dans la plaque et la variation d'impédance de la sonde qui en découle.

Dans le domaine aéronautique, les avions intègrent de plus en plus de plaques de matériaux composites dans leur structure. La formulation ci-dessus ne prend pas en compte les matériaux anisotropes. L'adaptation de cette formulation aux cas de matériaux anisotropes [Bensaid-2006] est développée dans le chapitre 5. Toutefois, une phase préalable d'homogénéisation est nécessaire.

2.5.3 Homogénéisation de matériaux hétérogènes et anisotropes par la méthode du problème inverse

Le but de l'homogénéisation d'un élément hétérogène est de déterminer les caractéristiques électromagnétiques d'un matériau homogène de mêmes dimensions. Le matériau homogénéisé est alors modélisé par une géométrie à laquelle est associée un tenseur de conductivité électrique et éventuellement un tenseur de perméabilité magnétique. L'homogénéisation consiste à déterminer les composantes de ces tenseurs.

Dans notre étude, nous considérons que la circulation de courants induits se fait uniquement dans le plan (e_u, e_v) représenté sur la figure 2.10. Ainsi pour une couche de fibres, nous définissons le tenseur de conductivité (2.66) comme suit :

$$\bar{\bar{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_{uu} & \sigma_{uv} \\ \sigma_{vu} & \sigma_{vv} \end{bmatrix} \quad (2.66)$$


Pour chaque fibre :

- Conductivité électrique σ_f
- Perméabilité magnétique μ_f

Pour le matériau homogène :

- Tenseur de conductivité électrique $\bar{\bar{\sigma}}$
- Tenseur de perméabilité magnétique $\bar{\bar{\mu}}$

FIGURE 2.10 – HOMOGÉNÉISATION D'UNE COUCHE HÉTÉROGÈNE

Plusieurs méthodes d'homogénéisation existent [Trichet-2000]. Nous avons choisi d'homogénéiser notre matériau par une méthode prédictive en utilisant la méthode du problème

inverse. Cette procédure est développée au chapitre 5.

2.6 Conclusion du chapitre II

Nous avons présenté dans ce chapitre, le formalisme des équations de Maxwell. La simulation électromagnétique passe par la résolution de ces équations. Trois modèles de résolution ont été choisis selon le problème à résoudre :

1. Un modèle axisymétrique résolu de manière analytique en utilisant le potentiel vecteur magnétique \mathbf{A} . Ce modèle permet de simuler l'interaction électromagnétique entre une bobine axisymétrique à air et une plaque ferromagnétique et/ou une plaque conductrice (chapitre 3).
2. Un modèle basé sur la méthode des circuits couplés, dans le cas d'une formulation en potentiel vecteur magnétique \mathbf{A} . Ce modèle axisymétrique permet de considérer les effets de peau et de proximité au sein d'une bobine. De plus, l'utilisation d'un élément en ferrite peut être prise en compte dans ce modèle (chapitre 4).
3. Un modèle en éléments finis 3D formulé en potentiel scalaire magnétique $\mathbf{H}\text{-}\Phi$. La modélisation de matériau de faible épaisseur est effectuée grâce à l'utilisation d'éléments coques (chapitre 5).

Les chapitres suivants mettent en avant l'efficacité de ces modèles ainsi que leurs limites.

Chapitre 3

Mesure de l'entrefer entre un matériau conducteur et un matériau ferromagnétique

3.1 Introduction

Les sociétés aéronautiques utilisent des plaques d'aluminium pour la fabrication du fuselage et de la voilure d'un grand nombre d'avions. Ces plaques, d'épaisseurs et de nuances diverses, doivent être mises en forme pour pouvoir être assemblées les unes aux autres. L'étirage des tôles d'aluminium sur les gabarits en fonte ferritique permet cette mise en forme.

D'inévitables phénomènes mécaniques se produisent alors. Tout d'abord, la réduction de l'épaisseur de la tôle d'aluminium sous l'effet des forces de traction des vérins hydrauliques, puis une fois relâchée, la relaxation mécanique déforme la tôle. Ces conséquences de l'étirage des tôles d'aluminium doivent être maîtrisées. Aussi, l'évaluation de la déformation est un enjeu important pour la continuité de la chaîne de production. Cette déformation de la tôle peut être évaluée en connaissant, d'une part, l'épaisseur de la tôle étirée et d'autre part, l'entrefer entre celle-ci et le gabarit considéré comme forme de référence.

Nous établissons, dans ce chapitre, la méthode de mesure de l'entrefer entre un matériau conducteur multi-couches et un matériau ferromagnétique. Une bobine ultra-fine (alimentée par un courant sinusoïdal) est insérée entre la tôle et le gabarit. Celle-ci voit son impédance évoluer en fonction de l'entrefer.

Un algorithme itératif qui minimise une fonction objectif est utilisé pour déterminer

la valeur de l'entrefer à partir de la valeur de l'impédance mesurée. Un modèle direct du système, utilisé dans l'algorithme de minimisation, est établi en fonction des paramètres géométriques et physiques des matériaux. Il doit donc être le plus rapide et le plus précis possible afin de détecter les éventuels défauts en un temps réduit.

Les paramètres électromagnétiques des différents matériaux doivent préalablement être définis. Afin d'améliorer la rapidité du modèle direct, des hypothèses simplificatrices sont considérées tant d'un point de vue géométrique que d'un point de vue des paramètres électromagnétiques.

3.2 Cahier des charges

Le but de cette étude est de quantifier l'entrefer entre un gabarit en fonte (qui est considéré comme forme de référence) et une tôle d'aluminium sur l'ensemble de la surface. Les alliages d'aluminium sont de diverses nuances, ayant subi divers traitements : la conductivité électrique peut évoluer légèrement par rapport aux prescriptions.

Nous précisons par la suite les caractéristiques géométriques et physiques des éléments considérés.

3.2.1 Caractéristiques géométriques

Les tôles d'aluminium à contrôler sont de formes multiples (à géométrie curviligne) et de surfaces comprises entre 4 m^2 et 30 m^2 . Leurs épaisseurs sont comprises entre 1,2 mm et 10 mm. Afin d'éviter toute forme de corrosion, les tôles d'alliage d'aluminium sont recouvertes, sur chaque face, d'un alliage d'aluminium de type A1050 (99% d'aluminium). L'épaisseur de ce placage sur chaque face est de 2% (si l'épaisseur est supérieure à 1,6mm) ou 4% (si l'épaisseur est inférieure à 1,6mm) de l'épaisseur totale de la tôle. L'épaisseur minimale des gabarits est de 30mm.

3.2.2 Caractéristiques électromagnétiques

Les alliages d'aluminium des tôles sont de différents types, par exemple, 2024, 2219, 2524 ou encore 6056. L'aluminium est un matériau amagnétique, les alliages d'aluminium utilisés le sont également. La conductivité électrique hors placage des tôles d'alliages d'aluminium utilisées pour le fuselage des avions doit être inférieure à 19 MSm^{-1} . La conductivité électrique du placage est proche de celle de l'aluminium pur (37 MSm^{-1}). Ces tôles sont

donc multicouche d'un point de vue électromagnétique. L'identification de leur conductivité électrique doit donc être établie dans les conditions de mesure de l'entrefer.

Le gabarit est en fonte ferritique à graphite lamellaire de type FGL240HB. C'est un matériau ferromagnétique. La conductivité électrique et la perméabilité magnétique des fontes évoluent selon leur composition chimique, leur structure cristalline ou encore leur traitement thermique et mécanique [Decrop-1963].

La proportion des éléments qui entrent dans la composition de la fonte influe sur sa résistivité. A titre d'exemple, les tableaux suivants issus de [Margerie-1989], montrent la variation de la résistivité électrique en fonction des teneurs en carbone (Tableau 3.1) et en silicium (Tableau 3.2). Ces éléments perturbent la structure du fer. De même, le procédé de fabrication du gabarit (échauffement, refroidissement) influe sur la structure cristalline et par conséquent sur la résistivité électrique. Cette dernière augmente lorsqu'on passe de la forme sphéroïdale à la forme nodulaire de recuit et à la forme lamellaire.

TABLE 3.1 – RÉSISTIVITÉ DES FONTES GRISSES PAR RAPPORT AU **CARBONE**

C	Si	Mn	S	P	Résistivité
%	%	%	%	%	$\mu\Omega.cm$
2,25	1,62	0,15	0,051	0,084	67
2,75	1,6	0,17	0,048	0,07	72,1
3,21	1,62	0,26	0,048	0,053	85,6
3,8	1,69	0,31	0,057	0,042	100,3

TABLE 3.2 – RÉSISTIVITÉ DES FONTES GRISSES PAR RAPPORT AU **SILICIUM**

C	Si	Mn	S	P	Résistivité
%	%	%	%	%	$\mu\Omega.cm$
3,01	1,43	0,50	53,7
3,05	1,65	0,53	0,032	0,029	61,5
3,07	1,89	0,64	0,035	0,032	68,3
3,05	1,92	0,72	0,030	0,045	71,3
3,03	2,29	0,62	0,036	0,041	75,9
3,08	2,41	0,52	0,011	0,037	76,5
3,05	3,08	0,73	0,021	0,072	90,4

La perméabilité magnétique des fontes dépend également des composants qui la consti-

tuent. Lorsque la quantité de carbone augmente, la perméabilité diminue, d'autant plus que le carbone se trouve sous forme de cémentite. Les traitements thermiques qui décomposent la cémentite tendent par conséquent à augmenter la perméabilité. L'état cristallin de la fonte influe également sur la perméabilité en ce sens que celle-ci augmente quand le graphite passe de la forme lamellaire à la forme nodulaire et sphéroïdale [Margerie-1989]. Les figures 3.1a et 3.1b montrent les courbes d'induction magnétique et d'hystérésis de plusieurs types de fonte et le tableau 3.3 indique le type de fonte correspondant.

On remarque sur ces courbes une différence non négligeable de la perméabilité magnétique en fonction du type de fonte. Aussi, la détermination des paramètres électromagnétiques de la fonte dans le but de développer un modèle direct de l'ensemble "tôle d'aluminium – gabarit en fonte" est une étape préliminaire incontournable.

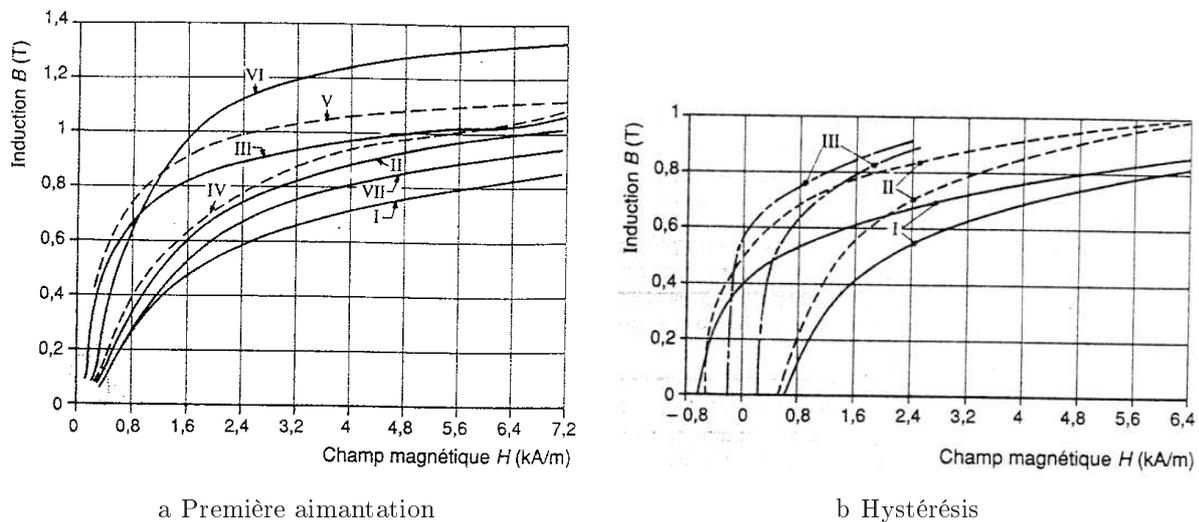


FIGURE 3.1 – COURBES DE PLUSIEURS FONTES GRISES

TABLE 3.3 – DIFFÉRENTS TYPES DE FONTE

Type de fonte (1)	Composition chimique (%)			
	C	Ceq	Si	Mn
I FGL 150	3,5	0,50	2,30	0,70
II FGL 300	3	0,55	2	0,75
III FGL 300				
Après recuit et durcissement
IV à VII : fontes spéciales [Decrop-1963]				

3.2.3 Conditions du contrôle

Le poids et l'encombrement des tôles, mais surtout des gabarits limitent leur déplacement. Aussi, les contrôles de la qualité de l'étirage de ces tôles doit se faire sur le site de production. De même, le processus de caractérisation physique des tôles et des gabarits (ajustement des paramètres du modèle) doit se dérouler sur le site, dans les conditions de la mesure de l'entrefer (température).

3.2.4 Principe de la mesure

Les tôles étirées sont déposées, pendant une durée d'environ trois jours, avant de partir à l'atelier d'usinage et de découpage. Pendant ce laps de temps elles subissent la relaxation mécanique. C'est donc à l'issue de ce temps qu'il convient de contrôler la qualité de l'étirage.

Nous disposons sur le gabarit des bandelettes souples, qui sont munies de bobines ultrafines gravées sur du kapton¹ (support et bobine de $200\mu\text{m}$ d'épaisseur environ), comme le montre la figure 3.2.

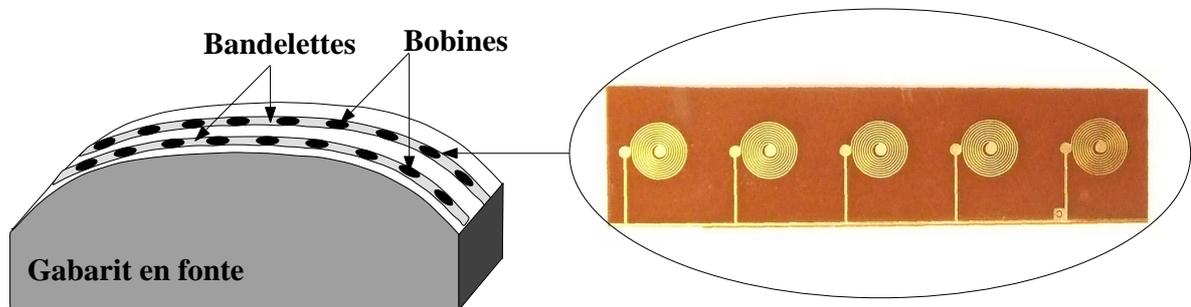


FIGURE 3.2 – BANDELETTES DE BOBINES SOUPLES

La tôle étirée et relaxée est ensuite remise sur son gabarit. Les bandelettes se retrouvent ainsi insérées dans l'entrefer entre le gabarit et la tôle. La figure 3.3 montre ce principe et un agrandissement de l'entrefer.

Il est à noter que les rayons de courbure des tôles étirées sont suffisamment grands pour considérer qu'à l'endroit de la mesure, le gabarit et les tôles d'aluminium forment deux plans parallèles. Donc, si le rayon de la bobine est très faible par rapport au rayon de

¹Support plastique souple

courbure de la tôle alors le problème peut être considéré comme axisymétrique. Ceci nous permet de développer un modèle relativement simple, rapide et précis qui rend bien compte des différentes interactions électromagnétiques entre la bobine et les éléments conducteurs.

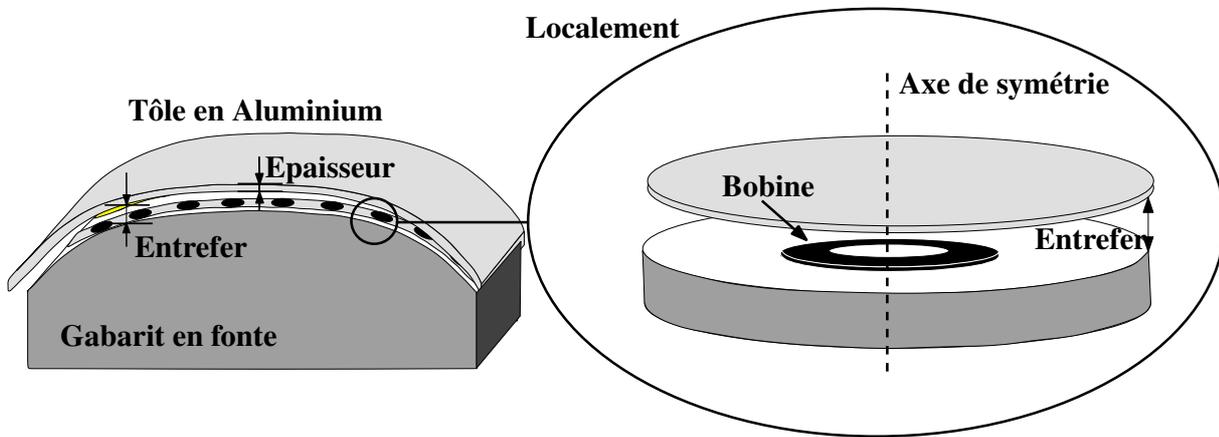


FIGURE 3.3 – AGRANDISSEMENT DE L'ENTREFER

La mesure de l'impédance des différentes bobines permet de quantifier l'entrefer à l'endroit où elles se trouvent. Une cartographie, image de l'entrefer, peut alors être construite en considérant les impédances de toutes les bobines.

Afin de procéder à la mesure de l'entrefer (entre le gabarit et la tôle d'aluminium) par un procédé de contrôle non destructif par courants de Foucault, nous devons évaluer la conductivité électrique et la perméabilité magnétique du gabarit et des tôles d'aluminium. En effet, ces caractéristiques sont nécessaires pour la suite de notre étude (paramètres du modèle direct) et les fournisseurs de matériaux ne les donnent pas systématiquement. De plus, ces propriétés peuvent évoluer en fonction des traitements subis comme nous l'avons dit précédemment. Pour ce faire, nous employons une approche par la résolution du problème inverse.

3.3 Méthode du problème inverse

La figure 3.4 présente le schéma fonctionnel d'un système de contrôle non destructif par courants de Foucault. Les équations d'états décrivent les phénomènes électromagnétiques. Dans le problème direct, les variables d'entrée sont les paramètres physiques du système (géométrie de la bobine et de la charge, propriétés physiques, ...) et les sources (intensité, forme d'onde, fréquence, ...), les variables de sortie sont, par exemple, l'impédance normalisée de la bobine de mesure ou encore la différence de potentiel à ses bornes. Dans le

cadre du problème inverse, connaissant le résultat, l'objectif est de trouver les paramètres d'entrées [Fouladgar-1996, Trichet-1998].

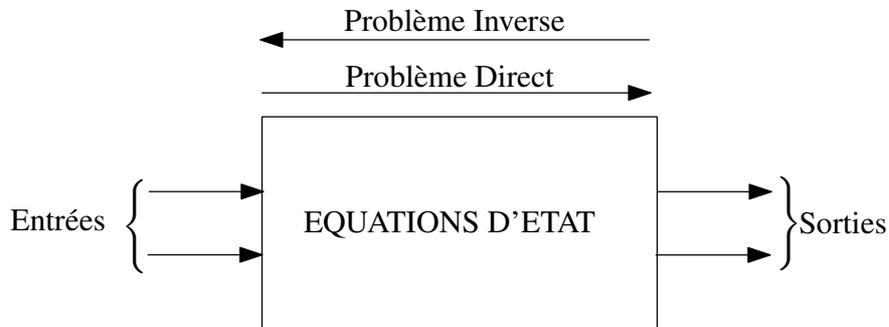


FIGURE 3.4 – SCHEMA FONCTIONNEL

Cette méthode permet de déterminer la valeur d'un ou plusieurs paramètres à partir des mesures. Un modèle direct doit être établi dans le cas de configurations connues. Puis, le problème est résolu en faisant varier les paramètres recherchés dans un algorithme itératif afin de minimiser une fonction objectif. La figure 3.5 illustre ce principe dans le cas de l'évaluation non destructive d'un paramètre α à partir des valeurs d'impédances issues des mesures Z_{mes} et issues d'un modèle de simulation direct Z_{sim} .

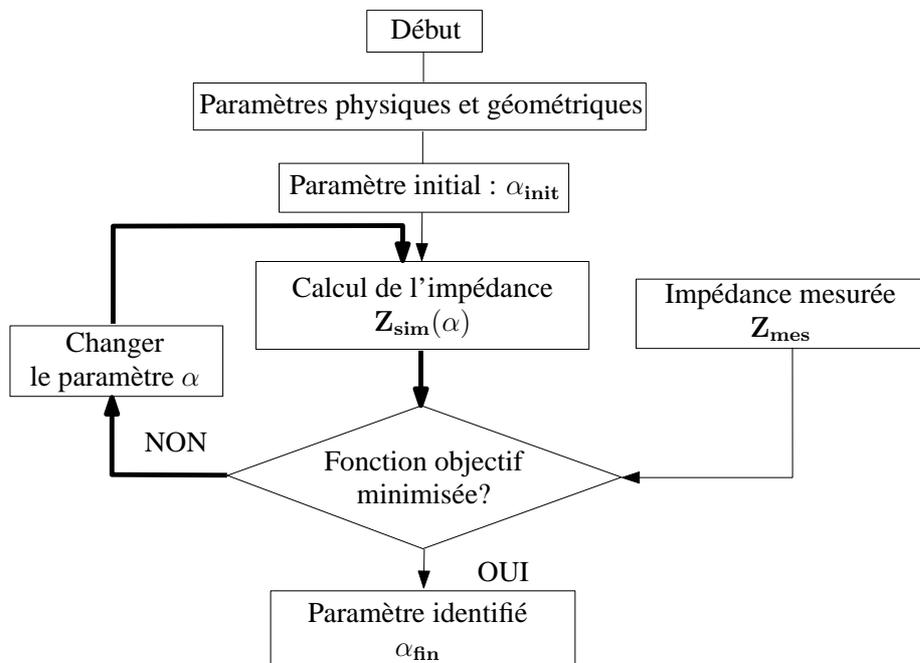


FIGURE 3.5 – ALGORITHME ITÉRATIF DE MINIMISATION DE FONCTION OBJECTIF

3.4 Mesure de la conductivité électrique par la méthode du problème inverse

Nous effectuons la mesure de la conductivité électrique d'un matériau en résolvant un problème inverse. La fonction objectif que nous cherchons à minimiser est définie par [Bowler-2005] :

$$F_{opt} = \sqrt{\frac{1}{N_f} \sum_{n=1}^{n=N_f} \left\{ \left[1 - \frac{RsimN(n)}{RmesN(n)} \right]^2 + \left[1 - \frac{XsimN(n)}{XmesN(n)} \right]^2 \right\}} \quad (3.1)$$

avec $RmesN$ et $XmesN$ les résistances et les réactances normalisées issues des mesures. $RsimN$ et $XsimN$ sont les résistances et les réactances normalisées calculées avec le modèle direct. N_f est le nombre de fréquences considérées.

Cette fonction est minimisée grâce à un algorithme de type simplex (dans toutes les applications de ce mémoire) [Nelder-1965].

Un modèle direct du système doit alors être établi afin de déterminer $RsimN$ et $XsimN$.

3.4.1 Modèle direct d'une bobine au-dessus d'une plaque

Pour déterminer la conductivité électrique d'une plaque, nous utilisons une bobine circulaire. Cette bobine est placée au-dessus de la plaque à une distance connue. L'axe de la bobine est perpendiculaire au plan formé par la plaque. La configuration étudiée est présentée sur la figure 3.6.

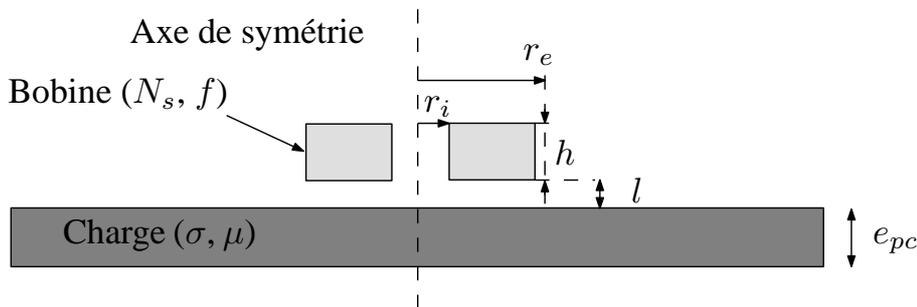


FIGURE 3.6 – BOBINE AU-DESSUS D'UNE PLAQUE CONDUCTRICE D'ÉPAISSEUR FINIE

Les paramètres géométriques de la bobine et de la charge sont donnés dans le tableau 3.4. Il vient s'y ajouter le *lift-off* c'est-à-dire la distance entre le capteur et la charge (l), le nombre de spires de la bobine (N_s) et la fréquence d'excitation (f).

TABLE 3.4 – PARAMÈTRES DE LA BOBINE ET DE LA CHARGE

Bobine	Charge
Rayons intérieur (r_i)	Épaisseur (e_{pc})
Rayons extérieur (r_e)	Conductivité électrique (σ)
Hauteur (h)	Perméabilité magnétique (μ)

Le problème ainsi défini est axisymétrique et la formulation analytique de Dodd et Deeds, présentée à la section 2.3, convient parfaitement d'un point de vue rapidité et précision [Bowler-2005].

La réponse et la sensibilité du capteur, par rapport à la mesure de certains paramètres, dépendent de la fréquence à laquelle le matériau sous test est excité. De plus, le *lift-off* est un paramètre qui peut perturber la mesure de la conductivité. Or, un choix judicieux de la fréquence de mesure permet de minimiser l'influence de ce paramètre sur la mesure de la conductivité. Le tracé de l'impédance normalisée est un outil précieux pour la recherche d'une fréquence optimale.

3.4.2 Choix de la fréquence optimale

Sur le plan d'impédance normalisée d'une bobine au-dessus d'un plan conducteur amagnétique, on peut définir certaines longueurs et angles rattachés à la conductivité et au *lift-off* [Le Bihan-2002]. Il existe certaines fréquences pour lesquelles les variations de l'impédance normalisée par rapport à ces deux grandeurs sont distinctes [Buvat-2004]. Donc à ces fréquences, l'identification de la conductivité se fait avec un minimum d'influence du *lift-off*. Les angles et les directions caractéristiques du plan d'impédance normalisé sont illustrés sur la figure 3.7.

Pour avoir une bonne séparation des phénomènes (variation de *lift-off*, variation de conductivité) il convient de maximiser l'angle de séparation de phases ($\Delta\phi$). Bien entendu, le plan d'impédance normalisé change en fonction du capteur employé et la recherche de la fréquence optimale devra se répéter pour chaque capteur. Cependant, pour un même capteur et une même configuration géométrique (épaisseur de la plaque et *lift-off*), le tracé de l'impédance normalisée dans le plan d'impédance normalisé suit le même trajet lorsque le produit "conductivité \times fréquence" (σf) évolue. Il peut être alors intéressant de rechercher la valeur du produit σf qui maximise l'angle de séparation de phases dans une configuration donnée. Ainsi, la fréquence optimale sera déduite pour chaque conductivité.

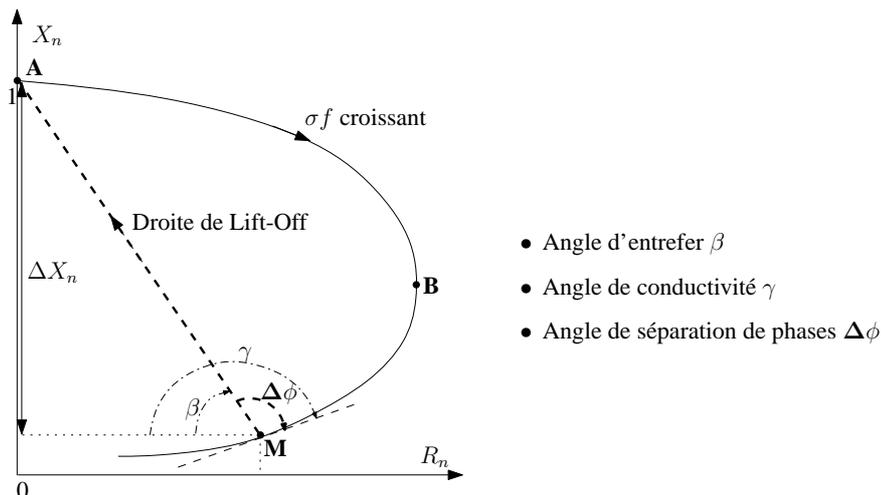


FIGURE 3.7 – ANGLES D'ENTREFER, DE CONDUCTIVITÉ ET DE SÉPARATION DE PHASE

3.4.3 Application de la méthode

Nous disposons pour la mesure de l'impédance de la bobine d'un analyseur d'impédance de type Agilent[®] 4294A. Cet appareil nous fournit la valeur de l'impédance réelle de la bobine à vide ou en présence d'un matériau. Les caractéristiques de la bobine à air dont nous disposons sont données dans le tableau 3.5.

TABLE 3.5 – CARACTÉRISTIQUES DE LA BOBINE QUE NOUS NOMMONS "BOB-500"

Rayon interne	r_i	4 mm
Rayon externe	r_e	8,6 mm
Hauteur	h	7,1 mm
Nombre de spires	N_s	500
<i>lift-off</i> Nominal	LO	1,755 mm
Inductance DC	L_0	2.04 mH
Résistance DC	R_0	11,03 Ω
Fréquence de résonance dans l'air	f_r	604 kHz

La comparaison entre les mesures et les simulations issues du modèle analytique nécessite de s'affranchir, le cas échéant, des effets parasites de la mesure tels que les capacités parasites inter-spires [Bowler-2005]. Pour ce faire, une correction des mesures est opérée. Le principe de la correction est indiqué en annexe B.

Nous validons notre processus de mesure de conductivité sur une plaque d'acier inoxydable de type AISI 304 L, de 1 mm d'épaisseur. Les données "constructeur" indiquent une conductivité électrique comprise entre $1,38 \text{ MSm}^{-1}$ et $1,43 \text{ MSm}^{-1}$. En considérant une

conductivité électrique moyenne de 1.4 MSm^{-1} , la recherche de la fréquence optimale pour la bobine "BOB-500" au-dessus de la plaque permet d'aboutir à un produit $\sigma \times f$ de l'ordre de $170 \text{ MSm}^{-1}\text{kHz}$.

Afin d'être sûr de sa valeur, la conductivité électrique de la plaque d'acier inoxydable est mesurée par une méthode Volt-Ampèremétrique 4 points sur un échantillon de cette plaque. Nous obtenons une conductivité de $1,39 \text{ MSm}^{-1}$. Cette méthode nécessite des échantillons de petites dimensions, ce qui la rend inutilisable directement pour la caractérisation des tôles étirées sur le site industriel. Nous l'utilisons ici uniquement pour valider notre processus de mesure de conductivité.

Dans le tableau 3.6 nous indiquons les deux conductivités obtenues avec et sans correction. Les écarts, sur la valeur de la conductivité, sont inférieurs à 2% et une légère amélioration est apportée par la correction des mesures vis-à-vis des effets capacitifs.

TABLE 3.6 – CONDUCTIVITÉ ÉLECTRIQUE DE LA PLAQUE D'ACIER INOXYDABLE 304L, 1MM

Conditions	Conductivité	Écart
Sans compensation de capacité	$1,372 \text{ MSm}^{-1}$	1,57%
Avec compensation de capacité	$1,387 \text{ MSm}^{-1}$	0,5%

De plus, la détermination de la conductivité électrique pour des tôles du même matériau mais d'épaisseurs différentes montre une bonne stabilité de notre méthode (Tableau 3.7).

TABLE 3.7 – CONDUCTIVITÉ ÉLECTRIQUE DE LA PLAQUE D'ACIER INOXYDABLE 304L POUR DIFFÉRENTES ÉPAISSEURS

Épaisseur	Conductivité	Écart
1 mm	1,387	0,5%
0,8 mm	1,376	1,29%
2 mm	1,392	0,14%

Nous appliquons la même procédure sur quelques échantillons d'aluminium plaqué. Nous testons trois tôles de type 2024 PL F d'épaisseurs 2 mm, 3,2 mm, 8,5 mm et une tôle de type 2024 PL O d'épaisseur 2,5 mm. Bien que le placage soit de conductivité différente par rapport au corps de la tôle, nous considérons le même modèle direct que pour l'acier inox 304L, c'est-à-dire une seule couche de conductivité électrique équivalente.

Nous présentons sur la figure 3.8 l'évolution de la conductivité en fonction de la fréquence pour les différentes tôles.

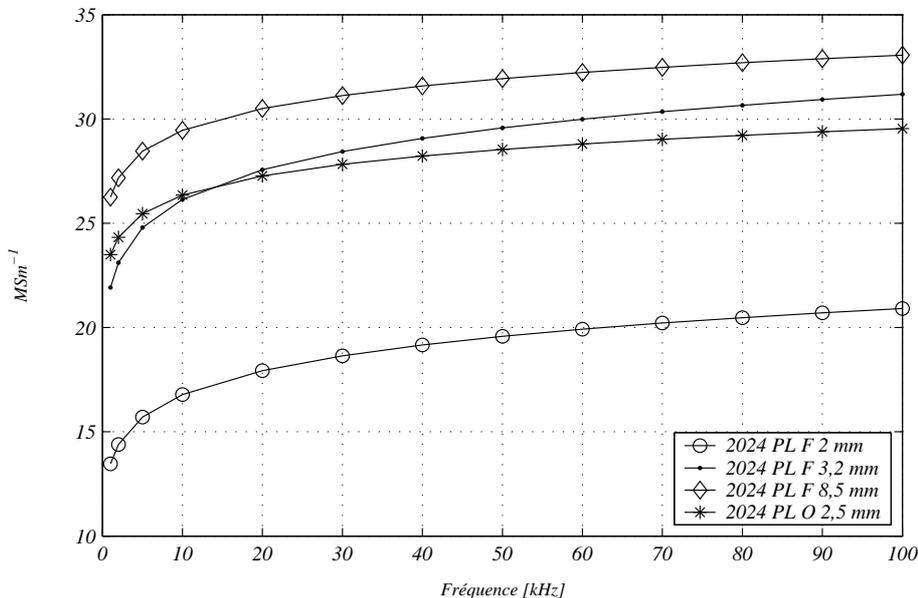


FIGURE 3.8 – CONDUCTIVITÉS ÉQUIVALENTES DE L'ALUMINIUM PLAQUÉ

On constate que la conductivité augmente avec la fréquence et avec l'épaisseur des plaques. Ces évolutions sont en accord avec les phénomènes électromagnétiques. En effet, plus la fréquence augmente et plus l'épaisseur de peau diminue. Aussi, la densité de courants est davantage concentrée dans le placage qui a une conductivité plus importante que le corps de la plaque. De plus, l'épaisseur du placage est proportionnelle à l'épaisseur totale de la plaque. Il est donc normal que la conductivité équivalente vue par la bobine soit plus importante pour les fortes épaisseurs et les fortes fréquences.

De plus, le type de traitement apporté à la tôle modifie son comportement électrique. En effet, la lettre F signifie que la tôle est brute de fabrication, elle s'utilise sans traitement particulier. Le cas de tôles subissant un recuit est spécifié par la lettre O. Il ne paraît donc pas évident de définir une loi de comportement générale de la conductivité électrique équivalente basée sur la valeur de l'épaisseur de la tôle et de la fréquence d'excitation.

Aussi, la conductivité électrique équivalente de chaque tôle d'alliage d'aluminium doit être mesurée au moment de la quantification de l'entrefer sur site. Celle-ci est ensuite intégrée, sous forme d'un abaque, dans l'algorithme itératif pour la détermination de l'entrefer.

Maintenant que la méthode permettant de caractériser la conductivité électrique équi-

valente de la plaque d'alliage d'aluminium multicouche a été établie, nous caractérisons la fonte ferritique.

3.5 Caractérisation fréquentielle d'un matériau ferromagnétique

Nous nous sommes procuré une plaque de fonte ferritique à graphite lamellaire de type FGL240HB auprès de la société ALLIO, fournisseur d'AIRBUS dans la région Pays de la Loire. Le fait d'avoir une fonte issue d'une même coulée que celle utilisée pour la fabrication d'un gabarit est très important pour le calage de nos modèles.

3.5.1 Principe d'identification de la perméabilité magnétique

La détermination de la conductivité électrique de matériaux conducteurs amagnétiques est évoquée au paragraphe précédent. Malheureusement, lorsqu'il s'agit de matériaux ferromagnétiques, les difficultés s'accroissent. La séparation de la conductivité électrique et de la perméabilité magnétique n'est pas évidente car elles apparaissent sous forme de produit ou de quotient dans les formulations.

Nous avons donc procédé en deux étapes en mesurant d'abord la conductivité électrique que nous considérons homogène et indépendante de la fréquence. Elle est déterminée par la méthode Volt-Ampèremétrique à quatre points (en alimentation continue). Une fois la conductivité connue, nous identifions la perméabilité magnétique par la méthode du problème inverse.

Pour une plaque de matériau ferromagnétique, la perméabilité magnétique peut être représentée de plusieurs manières :

- Un paramètre réel constant [Le-1995];
- Une couche superficielle de perméabilité magnétique constante différente de celle du reste matériau [Moulder-1998];
- Un ensemble multi-couches d'épaisseurs et de perméabilités magnétiques différentes [Tai-2002];
- Un paramètre qui évolue de manière continue avec l'épaisseur de la plaque [Uzal-1993];
- Un paramètre complexe dont la composante évolue en fonction de la fréquence électromagnétique [Sandovskii-2001].

Pour des raisons de rapidité et de simplicité du programme de simulation, il est préférable d'utiliser un modèle monocouche. De plus, l'utilisation d'une perméabilité magnétique équivalente dans toute l'épaisseur du matériau est envisagée.

3.5.2 Caractérisation de la plaque de fonte ferritique

Les caractéristiques de la fonte ferritique à graphite lamellaire de type FGL240HB, fournies par le fabricant, sont présentées dans le tableau 3.8. Les données chimiques ne sont que des ordres de grandeurs.

TABLE 3.8 – CARACTÉRISTIQUES DE LA PLAQUE DE FONTE FERRITIQUE À GRAPHITE LAMELLAIRE DE TYPE FGL240HB

C	Si	Mn	S	P	Cu	Dimensions latérales	Épaisseur
%	%	%	%	%	%	mm	mm
2,8/3,3	1,5/2	0,5/1	<0,12	<0,12	1,8	500 × 500	26

La conductivité électrique de $1,31 \text{ MSm}^{-1}$ a été mesurée par la méthode Volt-Ampèremétrique quatre points sur une éprouvette découpée dans la plaque. La bobine à air "BOB-500" a été utilisée pour identifier la perméabilité magnétique équivalente de cette plaque. La caractérisation est effectuée pour une gamme de fréquence allant de 200 Hz à 100 kHz (évaluation pour une centaine de fréquences).

Nous utilisons dans l'algorithme itératif la fonction objectif définie comme suit :

$$F_{opt} = \sqrt{\frac{1}{N_{BF}} \sum_{n=1}^{n=N_{BF}} \left\{ \left[1 - \frac{Rsim(n)}{\Delta Rmes(n)} \right]^2 + \left[1 - \frac{Xsim(n)}{Xmes(n)} \right]^2 \right\}} \quad (3.2)$$

où les $\Delta Rmes$ sont les variations des résistances mesurées par rapport à la résistance propre de la bobine (R_0), alors que les $Xmes$ sont les réactances mesurées. $Rsim$ et $Xsim$ sont les résistances et les réactances simulées.

■ Paramètre réel indépendant de la fréquence

Après minimisation de la fonction objectif, nous obtenons une perméabilité magnétique relative équivalente de 8,67. Cette perméabilité magnétique équivalente ne permet pas d'obtenir une précision satisfaisante du modèle du point de vue de la résistance. En effet, l'écart sur la réactance étant inférieur à 3,5% sur l'ensemble des fréquences, alors que l'écart sur la résistance ne devient inférieur à 20% qu'à partir de 18 kHz.

Cette différence sur la résistance provient de la non prise en compte des pertes par hystérésis dans le matériau magnétique. Afin de les prendre en compte dans notre modèle nous ajoutons un paramètre à la perméabilité magnétique en la rendant complexe.

■ Paramètre complexe indépendant de la fréquence

En opérant de la même manière, nous déterminons la perméabilité magnétique relative équivalente du type $\mu_r = \mu_{rr} + j * \mu_{ri}$. Nous obtenons $\mu_{rr} = 8,67$ et $\mu_{ri} = -0,12$. La valeur déterminée est quasiment identique à la précédente. Aussi, l'ajout de la partie imaginaire ne permet pas une caractérisation plus précise.

Nous considérons donc une perméabilité magnétique complexe équivalente dont les paramètres dépendent de la fréquence [Sandovskii-2001].

■ Paramètre complexe variable avec la fréquence

Nous déterminons $\mu_r(f) = \mu_{rr}(f) + j * \mu_{ri}(f)$, pour chacune des fréquences comprises entre 200 Hz à 100 kHz. Les paramètres obtenus sont représentés sur la figure 3.9 sous forme d'un hodographe (tracé de $\mu_{ri}(f)$ en fonction $\mu_{rr}(f)$). Grâce à cette détermination de $\mu_r(f)$, on obtient une très bonne corrélation entre les mesures et les simulations avec un simple modèle à une couche. Les écarts entre les mesures et les simulations sont inférieures à 1% pour la variation de résistance, et inférieures à 0,1% pour la variation de réactance.

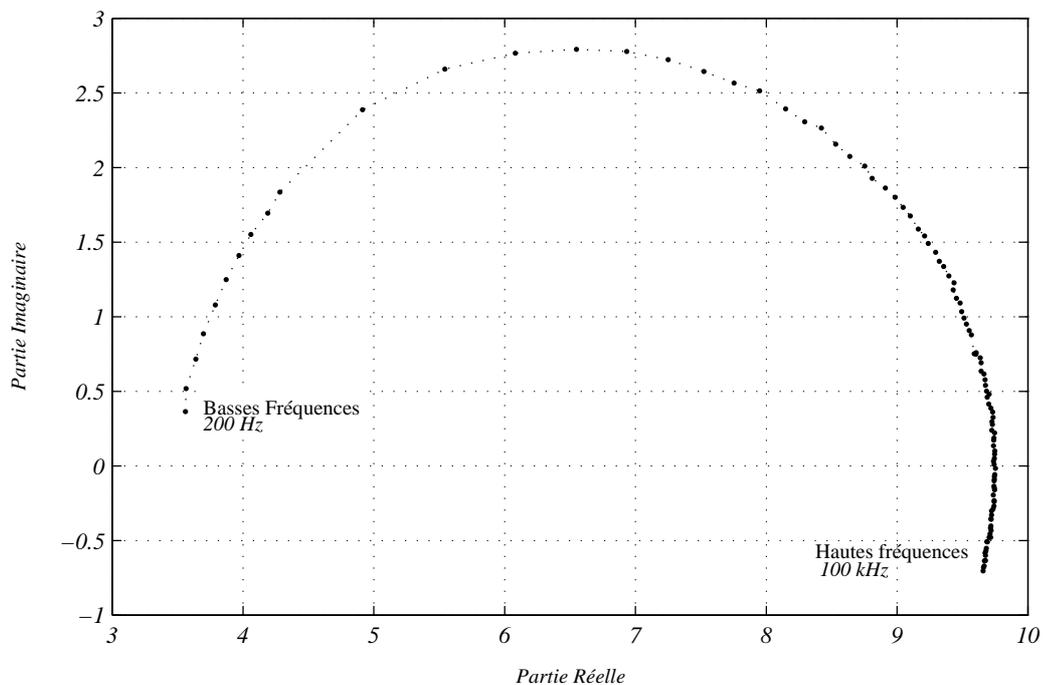


FIGURE 3.9 – PERMÉABILITÉ MAGNÉTIQUE RELATIVE COMPLEXE DE LA FONTE FGL240HB EN FONCTION DE LA FRÉQUENCE

Par conséquent, notre modèle analytique à une couche permet de bien rendre compte des phénomènes électromagnétiques, engendrés par une bobine au-dessus d'un plan ferromagnétique, si la perméabilité magnétique équivalente est caractérisée par un paramètre complexe qui varie avec la fréquence.

Cette méthode de caractérisation d'une plaque ferromagnétique a également été menée sur de l'acier inox ferritique de type 180MoT. Les résultats obtenus vont dans le même sens que ceux obtenus pour la plaque de fonte ferritique.

3.6 Entrefer entre un matériau conducteur et un matériau ferromagnétique

Nous avons identifié la conductivité électrique de la fonte ferritique, ainsi que la perméabilité magnétique équivalente qui entrent en considération dans notre modèle direct. De même, la méthode permettant de caractériser la conductivité électrique équivalente de la plaque d'aluminium multicouche a été établie. Nous définissons maintenant la bobine qui nous sert à quantifier l'entrefer entre le gabarit en fonte et la tôle conductrice.

3.6.1 Capteurs plats insérés entre le gabarit et la tôle d'aluminium

Les dimensions et le type de sonde sont définis par le type de contrôle que l'on souhaite réaliser mais également par la place dont on dispose. Ding utilise des bandelettes souples munies de bobines ultrafines afin de mesurer la distance entre les bobines et la cible [Ding-2004]. Un même genre de bandelette peut être utilisé pour mesurer l'entrefer entre des matériaux conducteurs.

Dans notre étude, le capteur plat est inséré entre le gabarit et la tôle. L'espace disponible est restreint. L'épaisseur du capteur doit donc être la plus faible possible. Cependant, le capteur doit présenter une certaine robustesse mécanique. En effet, il ne restera pas en place sur le gabarit, et l'on doit pouvoir le déplacer sans risque de l'endommager.

Les spires de cuivre qui génèrent le champ magnétique sont gravées sur un support en kapton. Ces spires ne peuvent pas être en contact direct avec le gabarit ou les tôles d'aluminium sous peine de court-circuit. Elles sont donc protégées sur une face par le kapton et sur l'autre face par un film isolant. Le schéma de principe de la solution retenue (qui correspond également à la géométrie de notre modèle direct) est représenté sur la figure 3.10.

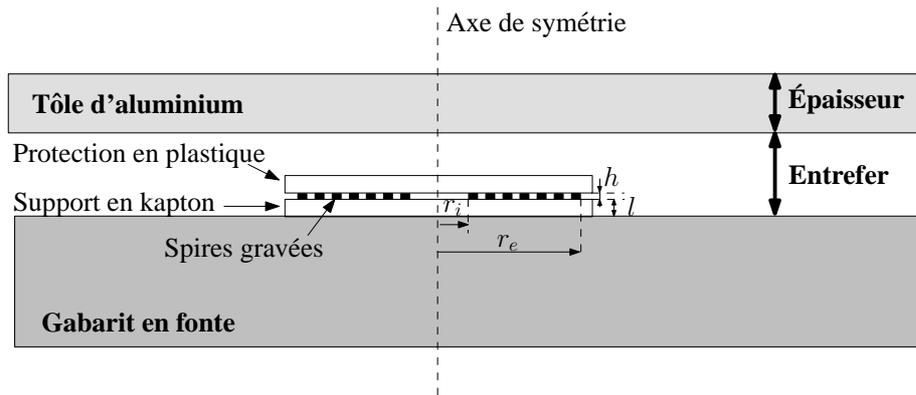


FIGURE 3.10 – BOBINE PLATE INSÉRÉE ENTRE LE GABARIT ET LA TÔLE D'ALUMINIUM

Les épaisseurs du kapton et du film plastique sont de $80 \mu\text{m}$, alors que l'épaisseur du cuivre est de $45 \mu\text{m}$. Nous avons donc une épaisseur totale d'environ $200 \mu\text{m}$. La largeur minimum d'une spire est imposée par le procédé de fabrication. Une largeur de $100 \mu\text{m}$ est retenue pour notre bobine avec également une largeur entre spires de $100 \mu\text{m}$.

L'amplitude du champ magnétique généré par la bobine dépend directement du nombre de spires de celle-ci et de l'intensité du courant qui les traverse. Aussi, afin d'assurer une bonne détection des variations d'entrefer, la bobine doit avoir un nombre de spires suffisamment important. Or, pour ce type de bobine, plus le nombre de spires augmente et plus le rayon externe est grand. Aussi, le rayon externe, donc l'encombrement, est imposé par le nombre de spires et le rayon intérieur. Il faut donc trouver un compromis entre un nombre de spires important et un rayon externe trop imposant.

3.6.1.1 Choix du rayon externe

Les tôles à contrôler présentent une géométrie curviligne avec un grand rayon de courbure. Une estimation de l'entrefer tous les 10 cm suffit pour reconstruire une cartographie représentative du défaut d'étirage (pas de variation brusque de l'entrefer). Nous avons donc espacé les centres des bobines tous les 10 cm. Étant donnée la surface à couvrir, un nombre important de mesures devra être fait. Aussi, une mesure simultanée de deux bobines côte à côte permet de gagner du temps. Nous cherchons le rayon maximum d'une bobine qui permet l'analyse des deux bobines sans influence mutuelle.

■ Effets des matériaux conducteurs sur la répartition du champ magnétique

Les simulations que nous présentons montre l'influence des différents éléments sur la répartition du champ magnétique.

- Sur la figure 3.11a, la bobine est seule dans l'air, alors que sur la figure 3.11b, elle est posée sur la fonte. La fréquence électromagnétique est de 50 kHz. Les courbes sont graduées en valeur relative par rapport à la valeur maximale du champ. Les courbes les plus éloignées de la bobine représentent l'isovaleur à 5%.

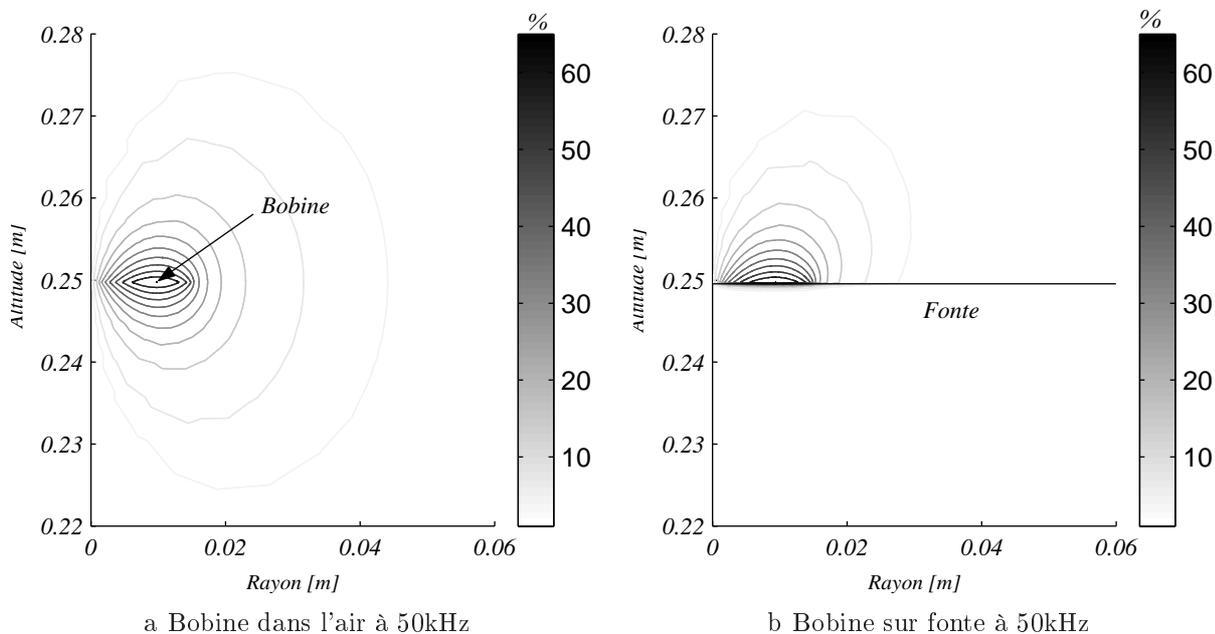


FIGURE 3.11 – INFLUENCE DE LA FONTE

On constate qu'à cette fréquence la fonte fait office de barrière au champ magnétique. De plus, elle limite latéralement le champ magnétique. L'isovaleur à 5% ne dépasse pas une distance de 2 fois le rayon extérieur de la bobine.

- Toujours à 50 kHz, une plaque de conductivité électrique égale à 18 MSm^{-1} , et d'épaisseur égale à 2 mm, est positionnée au dessus de la bobine. Deux entrefers différents sont considérés : $700 \mu\text{m}$ (figure 3.12a) et $2100 \mu\text{m}$ (figure 3.12b).

La plaque conductrice limite le champ magnétique en hauteur. A cette fréquence, l'épaisseur de peau dans la plaque est d'environ $530 \mu\text{m}$. Les courants induits, dans la plaque, se concentrent sur la face en regard de la fonte. Ils forment, comme la fonte, un bouclier au champ magnétique. Plus l'entrefer est faible et plus le champ est concentré dans l'entrefer, et inversement.

- La réduction de la fréquence permet au champ magnétique de traverser la plaque. Dans ce cas, le champ magnétique n'est plus concentré dans l'entrefer comme le montre les figures 3.13. Une fréquence trop faible ne permet donc pas de quantifier correctement

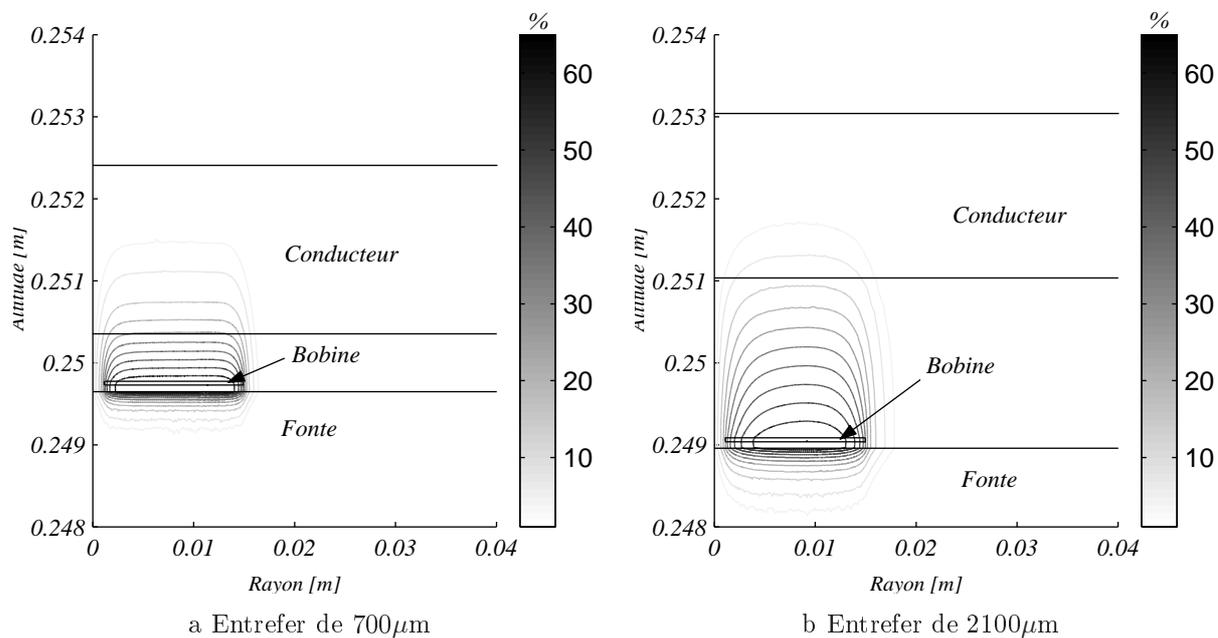


FIGURE 3.12 – INFLUENCE DE L'ENTREFIER POUR UNE FRÉQUENCE DE 50 KHZ

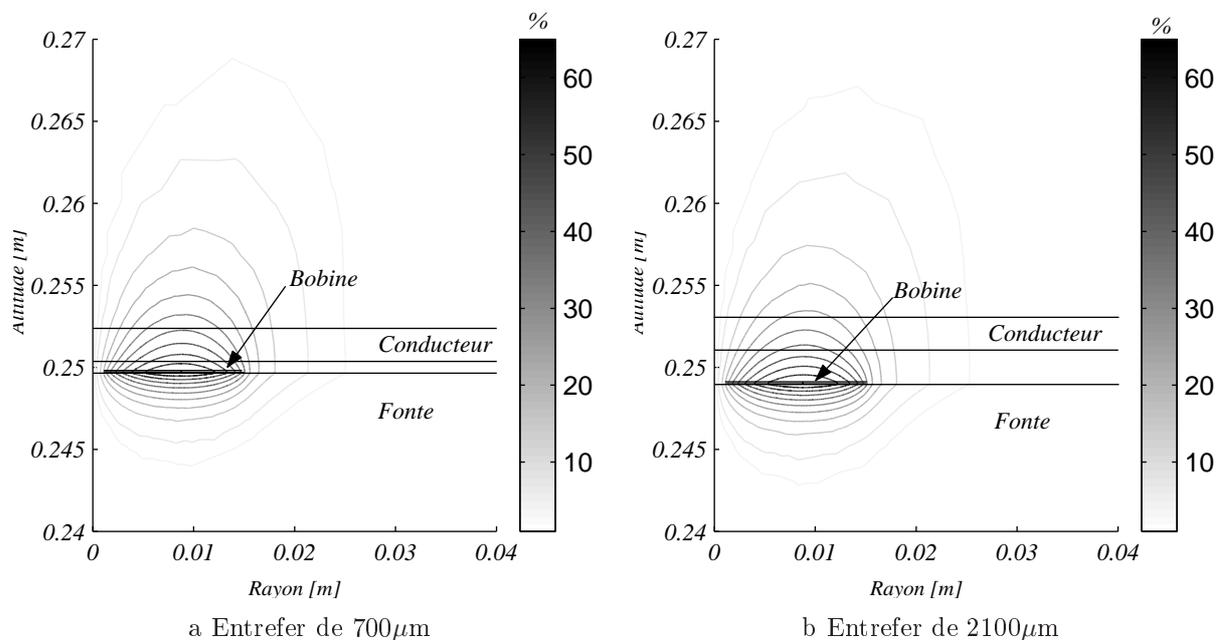


FIGURE 3.13 – INFLUENCE DE L'ENTREFIER POUR UNE FRÉQUENCE DE 1 KHZ

l'entrefer entre le gabarit en fonte et la tôle d'aluminium.

Nous constatons donc que la présence de la charge limite le champ d'action latéral du champ magnétique.

■ Mutuelle inductance entre deux bobines côte à côte

Afin de déterminer le rayon externe maximum envisageable (R_{ext}), de deux bobines identiques côte-à-côte fonctionnant simultanément, nous avons évalué l'effet de l'inductance mutuelle entre ces deux bobines par rapport à l'inductance propre d'une bobine. En effet, pour une distance entre les axes fixée (D), un rayon externe important implique une mutuelle forte (Figure 3.14a) alors qu'un rayon externe réduit conduit à une mutuelle faible (Figure 3.14b).

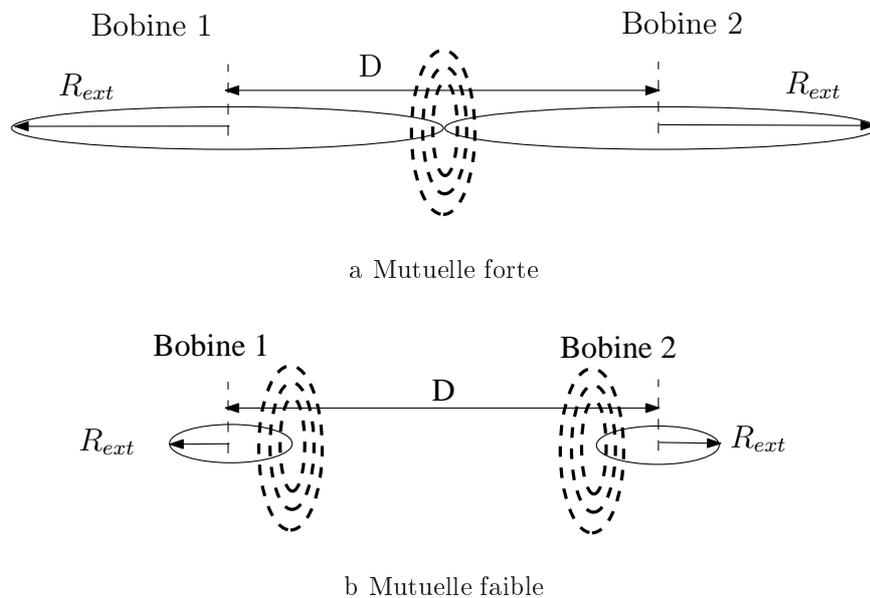


FIGURE 3.14 – INDUCTION MUTUELLE ENTRE DEUX BOBINES CÔTE À CÔTE

Le critère de choix du rayon externe de la bobine est défini par la relation suivante :

$$\frac{\text{Mutuelle entre 2 spires}}{\text{Inductance propre}} \leq 1\%$$

Nous avons évalué ce critère dans deux cas de figure, à savoir lorsque les bobines sont en l'absence de charge et lorsqu'elles sont posées sur une charge de type ferromagnétique. Les résultats de cette évaluation sont présentés sur la figure 3.15 ainsi que les paramètres considérés.

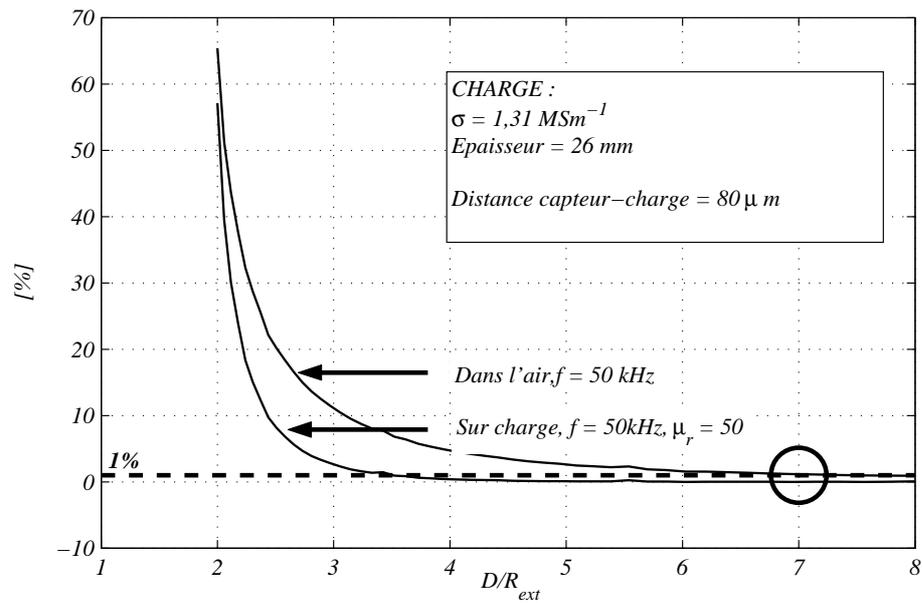


FIGURE 3.15 – BOBINE PLATE INSÉRÉE ENTRE LE GABARIT ET LA TÔLE D'ALUMINIUM

Si les axes des bobines sont éloignés les uns des autres d'au moins sept fois le rayon externe des bobines alors l'influence mutuelle entre deux bobines successives est négligeable. Aussi, le rayon externe maximal des bobines de mesure est alors d'environ 15 mm avec une distance entre les axes de 10 cm.

3.6.1.2 Caractéristiques de la bobine réalisée

Nous avons donc réalisé une bobine dont les caractéristiques sont les suivantes :

TABLE 3.9 – CARACTÉRISTIQUES DE LA BOBINE QUE NOUS NOMMONS "D30NS69"

Rayon interne	r_i	1 mm
Rayon externe	r_e	15 mm
Hauteur cuivre	h	$45\mu\text{m}$
Nombre de spires	N_s	69
Épaisseur kapton	l_k	$\sim 80\mu\text{m}$
Épaisseur film	l_f	$\sim 80\mu\text{m}$

Cette bobine, insérée entre le gabarit en fonte et la plaque conductrice, voit son impédance varier en fonction de la valeur de l'entrefer. La valeur de cet entrefer est estimée par un processus itératif d'inversion de données à partir de la valeur de l'impédance mesurée.

Cependant, on s'est aperçu que lorsque l'on change de bobine, l'utilisation de la perméabilité magnétique équivalente définie précédemment (Figure 3.9) ne convient plus. Une cause probable est la non linéarité de la perméabilité magnétique en fonction du champ magnétique. Nous comparons donc les champs magnétiques générés par la bobine "BOB-500" et par la bobine "D30NS69".

3.6.1.3 Comparaison des champs magnétiques des deux bobines

Les champs magnétiques générés par les bobines "BOB-500" et "D30NS69", au niveau de la fonte, sont représentés sur la figure 3.16. On constate que ces champs sont différents en forme, mais surtout en amplitude. La bobine "BOB-500" a beaucoup plus d'ampères-tours que la bobine "D30NS69". Elle génère donc un champ magnétique plus important pour un même courant d'alimentation.

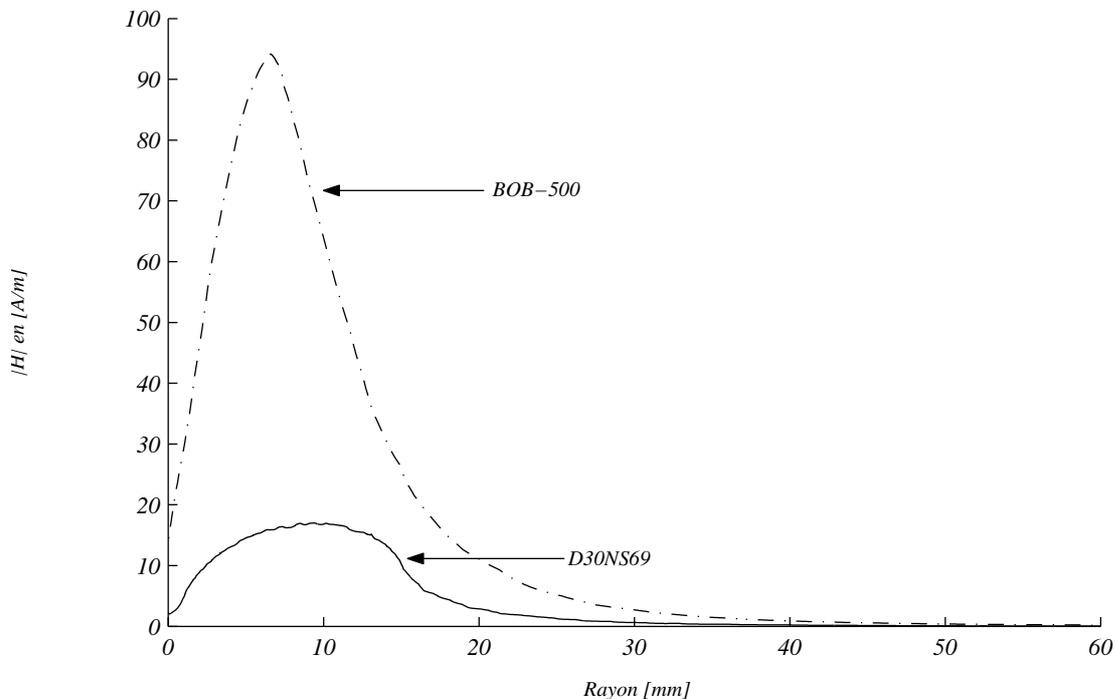


FIGURE 3.16 – ALLURE DE H EN SURFACE DE LA FONTE

Suite à cette constatation, nous avons refait la caractérisation de la fonte avec la bobine "D30NS69", afin de se rendre compte de l'évolution de la perméabilité magnétique équivalente.

Toutefois, on se contente par la suite d'un paramètre réel qui varie avec la fréquence pour caractériser la perméabilité. En effet, la réactance est plus sensible pour déterminer la valeur de l'entrefer (ce point est abordé à la section 3.6.2.1).

3.6.1.4 Caractérisation de la fonte avec la bobine "D30NS69"

La perméabilité magnétique de la fonte identifié avec la bobine "D30NS69" en fonction de la fréquence est représentée sur la figure 3.17.

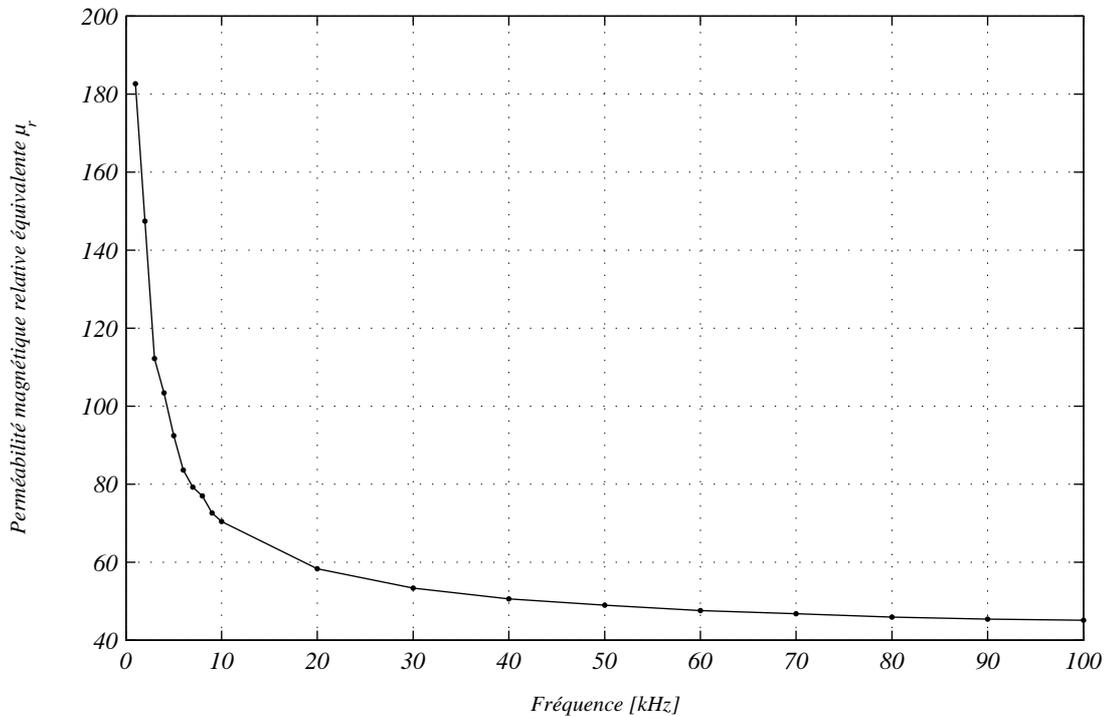


FIGURE 3.17 – PERMÉABILITÉ MAGNÉTIQUE RELATIVE ÉQUIVALENTE DE LA FONTE IDENTIFIÉ AVEC "D30NS69"

Pour conclure, nous pouvons dire que le modèle de la fonte à une couche, avec une conductivité constante et une perméabilité magnétique équivalente qui varie avec la fréquence, donne de bons résultats par rapport aux mesures. Cependant, nous avons vu que ce paramètre dépend du type de sonde utilisée. En effet, le champ magnétique engendré par la bobine "BOB-500" est différent de celui engendré par la bobine "D30NS69". Cette différence provoque de grandes variations de la perméabilité magnétique relative équivalente.

Il est donc important de caractériser le gabarit en fonte ferritique avec la bobine de mesure d'entrefer, dans les conditions de la mesure. De plus, il peut être nécessaire de procéder à une identification de l'ensemble de la surface (fluctuation des paramètres sur une structure de grandes dimensions) afin de renseigner le modèle direct utilisé dans l'algorithme itératif de minimisation.

3.6.2 Entrefer entre la fonte et l'acier inoxydable

La bobine "D30NS69" est insérée entre une plaque de fonte ferritique et une plaque d'acier inoxydable de type 304L d'épaisseur 1mm.

Le premier entrefer entre la fonte et l'acier inox est de $710 \mu\text{m}$. Les suivants sont réalisés par l'insertion de cales de plastique de $195 \mu\text{m}$ d'épaisseur. Nous mesurons les variations d'impédance de la bobine pour 8 entrefers différents de $710 \mu\text{m}$ à $2,075 \text{ mm}$. Les fréquences d'excitation de la bobine varient entre 1 kHz et 100 kHz. Les variations de résistances et de réactances sont représentées sur les figures 3.18a et 3.18b respectivement.

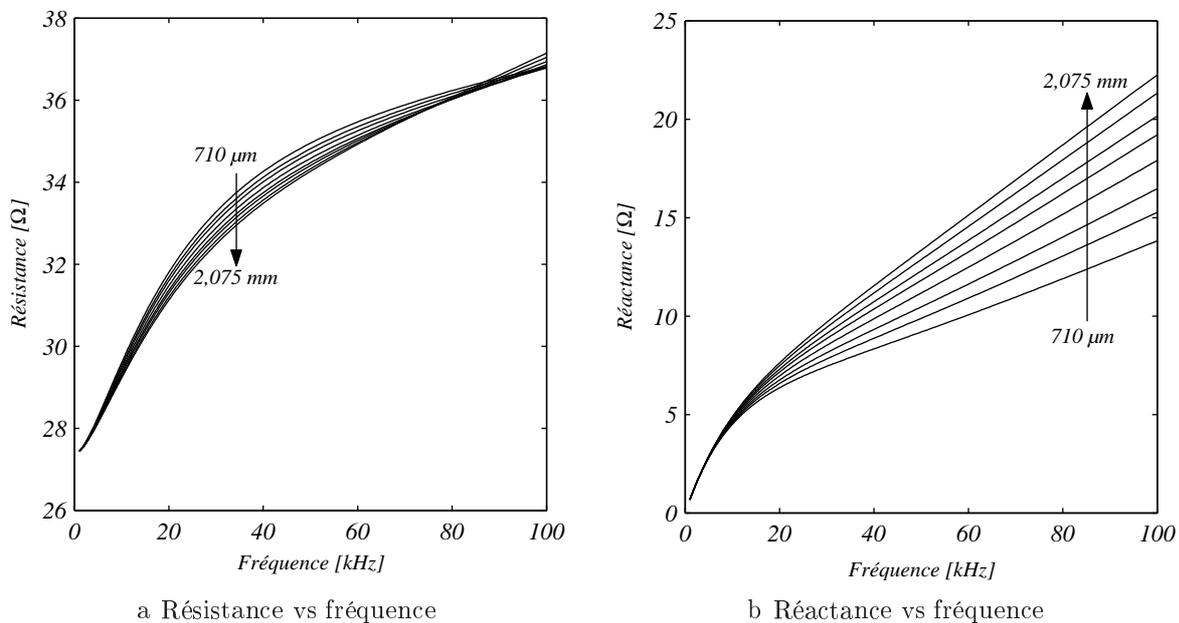


FIGURE 3.18 – VARIATIONS D'IMPÉDANCE DE LA BOBINE D30NS69 INSÉRÉE ENTRE LA FONTE ET L'ACIER INOXYDABLE 304L POUR DIFFÉRENTS ENTREFERS

La réactance de la bobine semble plus sensible que la résistance vis-à-vis de l'entrefer. Nous confirmons ceci par une étude de la sensibilité de l'impédance de la bobine par rapport à l'entrefer.

3.6.2.1 Sensibilité de l'impédance de la bobine vis-à-vis de l'entrefer

La sensibilité d'une fonction g par rapport à un paramètre a , est définie en général de la manière suivante :

$$S(a) = \frac{\partial g}{\partial a} = \frac{g(a + \delta a) - g(a)}{\delta a} \quad (3.3)$$

Nous préférons rendre la sensibilité adimensionnelle, et étudier le taux de variation de g par rapport au taux de variation de a :

$$S(a) = \frac{\frac{\partial g}{\partial a}}{\frac{g}{a}} = \left| \frac{g(a + \delta a) - g(a - \delta a)}{g(a)} \frac{a}{2\delta a} \right| \quad (3.4)$$

Nous appliquons cette procédure pour évaluer la sensibilité de la résistance et de la réactance vis-à-vis de l'entrefer. Le pas de variation de l'entrefer est de $195 \mu\text{m}$ autour d'un entrefer de $905 \mu\text{m}$. Cette évaluation est répétée pour un ensemble de fréquences variant de 200 Hz à 100 kHz.

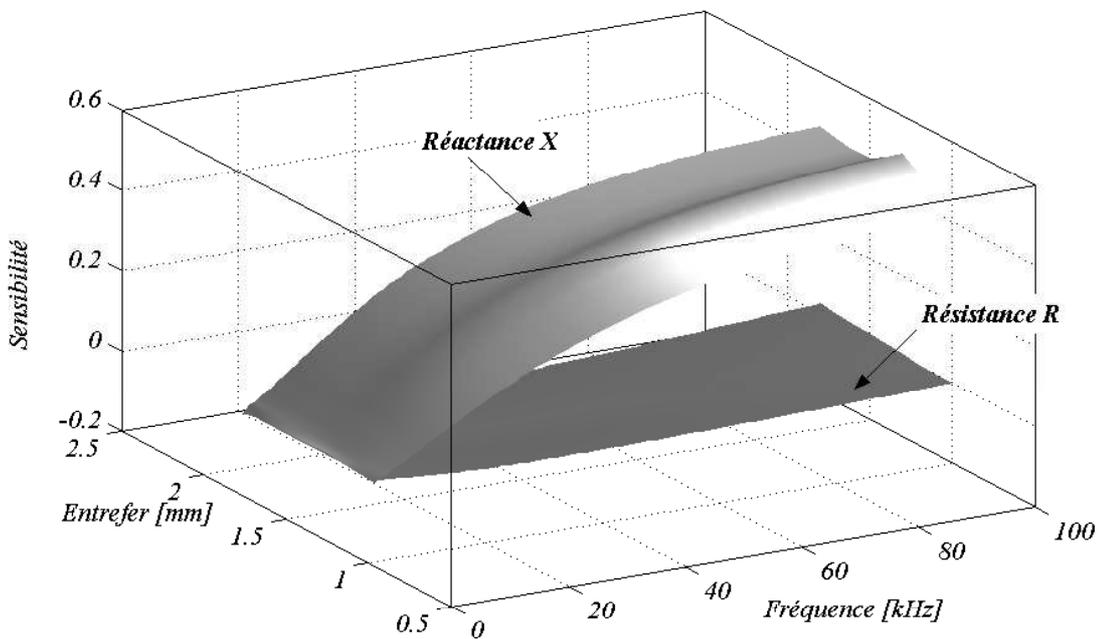


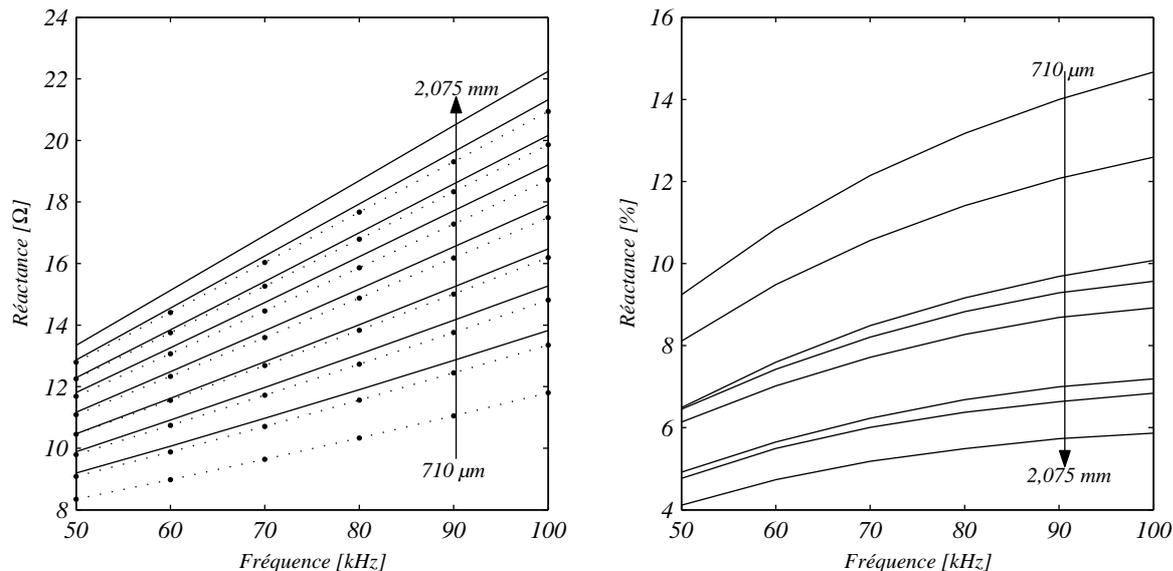
FIGURE 3.19 – SENSIBILITÉ DE L'IMPÉDANCE VIS-À-VIS DE L'ENTREFER

Cette étude montre clairement que la réactance est beaucoup plus sensible que la résistance à la variation de l'entrefer. Cette remarque justifie le fait d'utiliser une perméabilité magnétique relative équivalente *réelle* qui évolue en fonction de la fréquence. Nous considérons donc par la suite uniquement la réactance de la bobine comme source d'information pour évaluer l'entrefer. De plus, la sensibilité est meilleure pour des fréquences supérieures à 50 kHz.

3.6.2.2 Comparaison entre mesures et simulations

Les caractéristiques de la fonte et de la plaque ont été déterminées précédemment. Pour rappel, la conductivité électrique de la plaque d'acier inoxydable de type 304L est de

$1,39 \text{ MSm}^{-1}$ alors que celle de la fonte ferritique vaut $1,31 \text{ MSm}^{-1}$. La perméabilité magnétique équivalente de la fonte en fonction de la fréquence est représentée sur la figure 3.17. Nous comparons sur la figure 3.20a les valeurs de la réactance issues des mesures (—) et du modèle direct (\cdots), pour 8 entrefers différents qui évoluent de $710 \mu\text{m}$ à $2,075 \text{ mm}$ par pas de $195 \mu\text{m}$.



a Comparaison des réactances simulées et mesurées

b Écarts relatifs entre les réactances simulées et mesurées

FIGURE 3.20 – RÉACTANCE EN FONCTION DE L'ENTREFER

Les réactances simulées varient correctement mais un décalage apparaît entre celles-ci et les réactances mesurées. Les nombreux essais effectués confirment ce phénomène. Les écarts relatifs entre les mesures et les simulations, représentées sur la figure 3.20b, montrent que la différence est moins importante pour les forts entrefers.

Une cause possible de l'erreur de simulation est l'utilisation de la perméabilité magnétique équivalente définie pour la fonte seule. En effet, l'intensité du champ qui magnétise la fonte est différent lorsqu'il y a présence de la plaque conductrice. Là encore, la non linéarité de la fonte ferritique en fonction du champ magnétique est mis en évidence. Le champ de réaction dû aux courants de Foucault induits dans la plaque diminue le champ qui excite la fonte. Nous allons caractériser la perméabilité magnétique équivalente de la fonte en fonction de la fréquence et de l'entrefer entre la fonte et la plaque d'acier inoxydable 304L.

3.6.2.3 Perméabilité de la fonte en fonction de l'entrefer et de la fréquence

Les résultats de la recherche des paramètres sont illustrés sur la figure 3.21. L'utilisation de ces paramètres dans le modèle direct permet de "coller" parfaitement aux mesures.

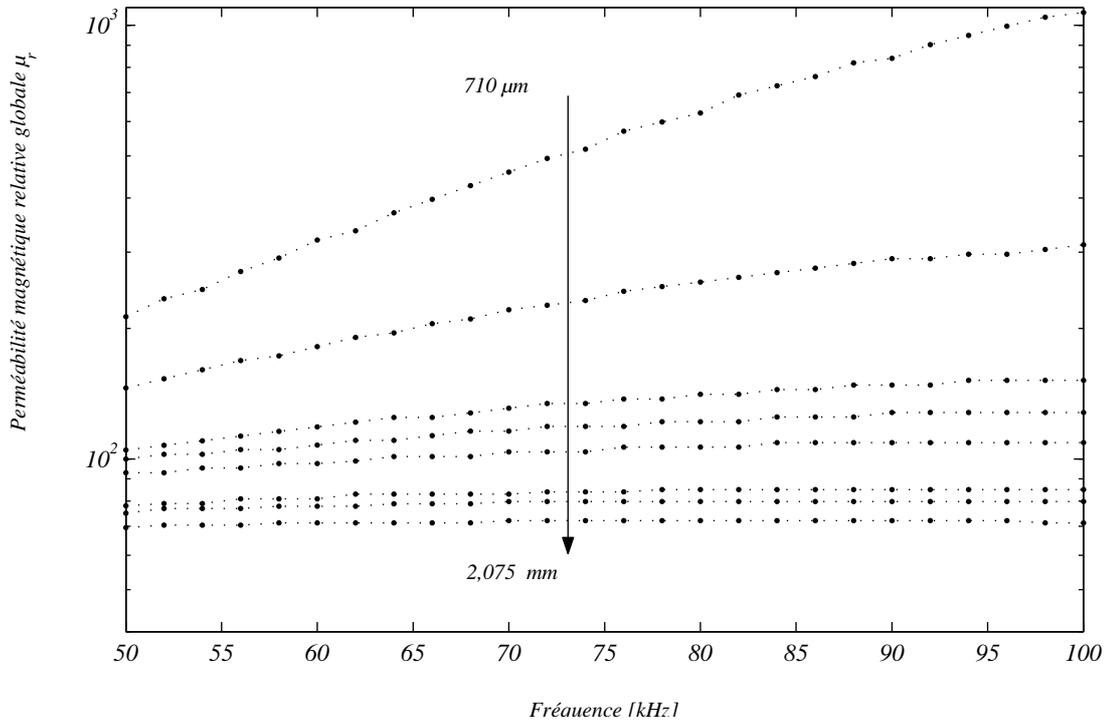


FIGURE 3.21 – PERMÉABILITÉ MAGNÉTIQUE RELATIVE GLOBALE EN FONCTION DE L'ENTREFER ET DE LA FRÉQUENCE

Plus l'entrefer augmente et plus la perméabilité magnétique équivalente se rapproche de sa valeur trouvée pour la fonte seule. En effet, le champ de réaction provenant de la plaque conductrice est moins puissant. Aussi, plus le champ qui magnétise la fonte augmente et plus la perméabilité équivalente diminue.

Bien entendu, un modèle éléments finis non linéaire serait plus rigoureux. Cependant, il demanderait un temps de calcul beaucoup plus long. La détermination de l'entrefer sur l'ensemble de la plaque prendrait alors un temps de calcul considérable. D'autre part, l'utilisation des éléments finis nécessite la connaissance exacte des caractéristiques électromagnétiques de la fonte $B(H)$. Ces caractéristiques sont souvent difficiles à obtenir surtout pour des hautes fréquences et pour des matériaux massifs. Nous optons alors pour l'utilisation d'un abaque défini hors ligne utilisé dans l'algorithme de problème inverse présenté sur la figure 3.22.

3.6.2.4 Algorithme itératif pour la détermination de l'entrefer

La détermination de l'entrefer par la méthode inverse nécessite alors l'utilisation d'un algorithme qui fait évoluer la perméabilité magnétique globale en fonction de l'entrefer calculée à une fréquence donnée (Figure 3.22).

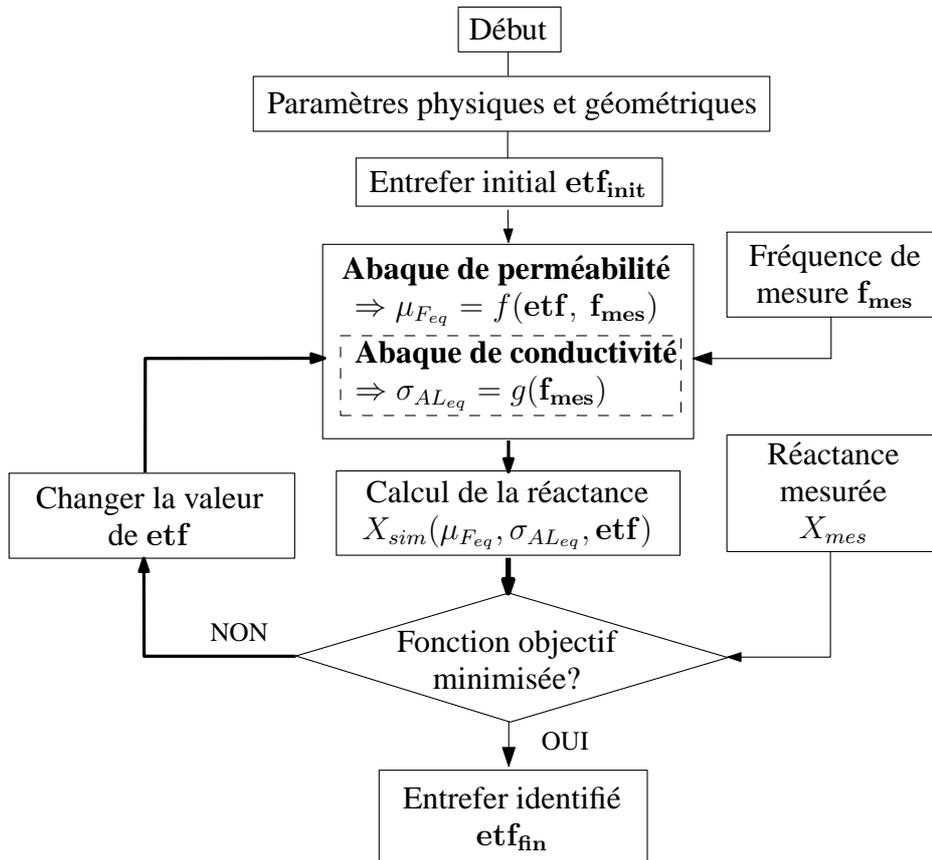


FIGURE 3.22 – ALGORITHME D'IDENTIFICATION DE L'ENTREFER PAR LE PROBLÈME INVERSE

Grâce à cet algorithme, l'identification d'un entrefer entre la fonte et la plaque d'acier inox 304L ne prend que quelques secondes, avec une précision de l'ordre du %. En ce qui concerne l'entrefer entre le gabarit et une plaque d'aluminium multicouche, il convient de prendre en compte l'abaque de conductivité équivalente de la tôle d'aluminium.

3.7 Sensibilité de la bobine vis-à-vis de l'épaisseur

Nous avons évalué la sensibilité de la bobine "D30NS69" vis-à-vis d'une variation d'épaisseur de $100 \mu\text{m}$ par rapport à l'épaisseur nominale d'une plaque conductrice de conductivité électrique de 19MSm^{-1} . La bobine est insérée entre la fonte et cette plaque.

Sur la figure 3.23, les sensibilités de la résistance et de la réactance pour une épaisseur de 2 mm sont représentées. L'entrefer entre la fonte et la plaque varie de $500 \mu\text{m}$ jusqu'à 2,5 mm.

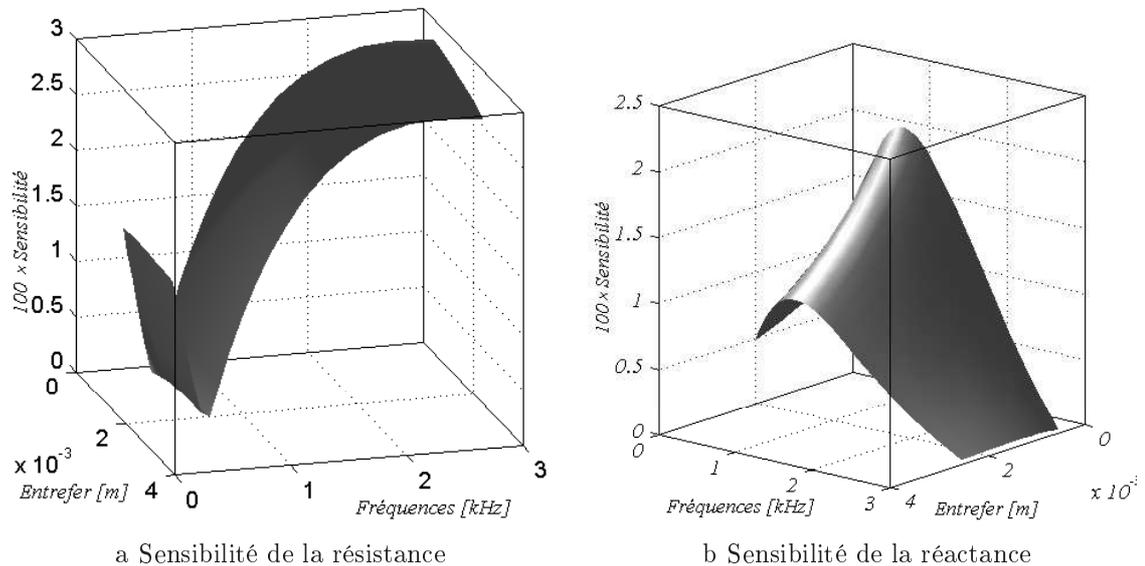


FIGURE 3.23 – SENSIBILITÉ DE L'IMPÉDANCE DE LA BOBINE VIS-À-VIS DE L'ÉPAISSEUR POUR DIFFÉRENTS ENTREFERS

Tout d'abord, on constate que la sensibilité de l'impédance vis-à-vis de la variation de l'épaisseur de la plaque est faible. De plus, l'augmentation de l'entrefer entre la fonte et cette plaque diminue la sensibilité. L'amplitude du champ magnétique décroît fortement dans l'air. Ce phénomène est plus marqué sur la sensibilité de la réactance. De même, la sensibilité de la bobine décroît avec l'augmentation de l'épaisseur nominale de la plaque comme le montre la figure 3.24. On remarque que la fréquence, pour laquelle la sensibilité est maximale, diminue avec l'augmentation de l'épaisseur de la plaque.

A la vue de ces observations, il apparaît difficile d'envisager une mesure pertinente de l'épaisseur de la tôle posée sur la fonte par le biais de cette bobine. Nous envisageons donc de mesurer l'épaisseur de la plaque à l'aide d'une bobine positionnée directement sur la plaque conductrice.

Comme la résistance des plaques vue par la bobine est assez faible, pour avoir plus de précision il faut que la résistance du capteur soit relativement faible. Cette résistance peut être diminuée par l'augmentation du diamètre de conducteur qui constitue la bobine de mesure.

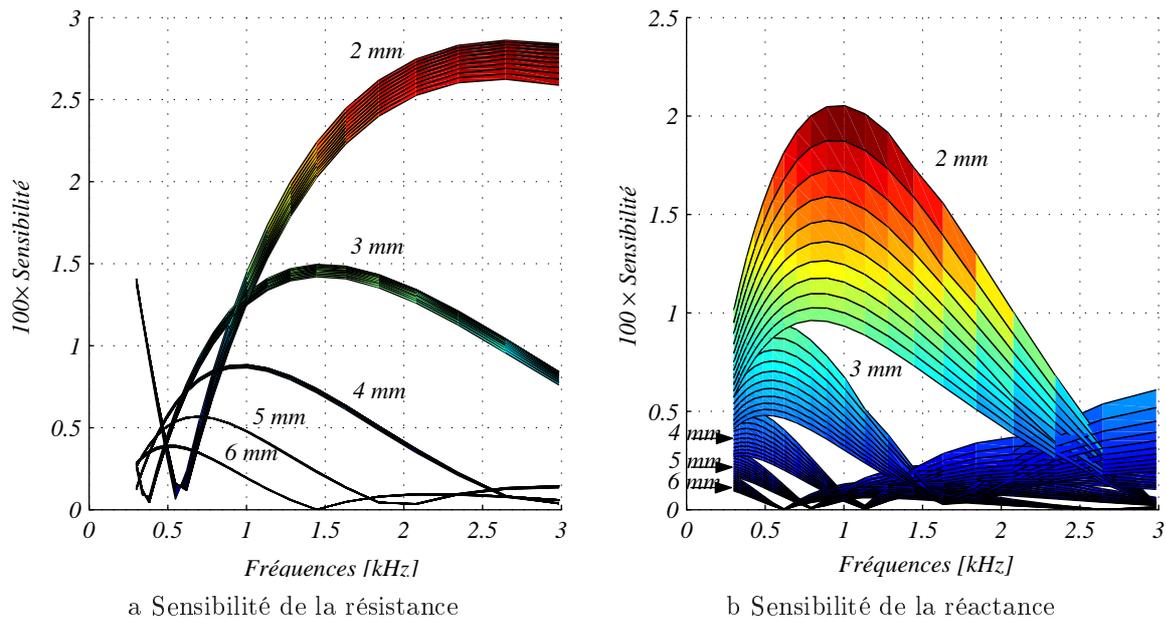


FIGURE 3.24 – SENSIBILITÉ DE L'IMPÉDANCE POUR DIFFÉRENTES ÉPAISSEURS

Par contre, comme la présence de la fonte perturbe les mesures et qu'il est très difficile de connaître sa perméabilité magnétique (qui dépend de l'entrefer, des ampères-tours, ...), on essaye d'utiliser des fréquences qui minimisent l'influence de la fonte.

3.8 Conclusion

Une méthode originale pour quantifier la déformation de tôles d'aluminium étirées sur les gabarits en fonte ferritique a été présentée dans ce chapitre. La mesure de l'entrefer engendré par la déformation a été judicieusement exploitée pour définir les zones de déformations.

Pour mesurer cet entrefer, des bandelettes composées de bobines ultra-fines sont insérées entre la fonte et la tôle étirée. Ces bobines sont réalisées en gravant des pistes de cuivre sur un support souple (kapton). Les bandelettes sont alors disposées sur le gabarit en fonte qui est ensuite recouvert par la tôle étirée et relaxée. Les variations d'impédance de ces bobines sont alors exploitées pour définir une cartographie de l'entrefer.

Pour ce faire, nous avons développé un algorithme itératif qui minimise une fonction objectif. La mise en œuvre de cette technique demande de développer un modèle direct rapide et précis. Le modèle analytique que nous avons utilisé nécessite de déterminer la conductivité et la perméabilité magnétique équivalentes des matériaux. En effet, dans le

modèle considéré les paramètres sont homogènes dans tout le domaine du matériau qu'ils caractérisent.

Or, la perméabilité magnétique est non linéaire vis-à-vis du champ magnétique qui, dans la fonte, varie non seulement en fonction du type de bobine qui l'excite (topologie, ampère-tours) mais également en fonction de la fréquence électromagnétique et de l'entrefer entre la fonte et la plaque conductrice. Aussi, un abaque de la perméabilité magnétique équivalente a été défini hors ligne et intégré dans l'algorithme itératif. De même, dans le cas des tôles d'alliages d'aluminium plaquées, un abaque de la conductivité électrique équivalente a également été évalué et doit être inséré dans l'algorithme. Une fois ces abaques définis, la détermination de l'entrefer est rapide et précise.

Par contre, nous avons montré que la sensibilité des bobines est telle qu'elle ne permet pas la mesure de l'épaisseur des tôles d'aluminium. Nous avons donc proposé d'utiliser une bobine munie d'un pot ferritique, positionnée sur la tôle étirée. L'impédance de ce capteur évolue fortement avec la fréquence due aux effets de peau et de proximité. Le chapitre suivant présente cette étude.

Chapitre 4

Prise en compte des effets pelliculaires et de proximité dans la bobine

4.1 Introduction

Nous avons vu dans le chapitre précédent que la bobine ultra-fine insérée entre un plan ferromagnétique et la plaque conductrice permet de déterminer correctement l'entrefer entre ces deux éléments, mais ne permet pas une quantification correcte de l'épaisseur de la plaque. Nous envisageons donc le recours à un capteur plus puissant (augmentation des ampères-tours), donc plus encombrant. Dans ce cas, le capteur ne peut plus être inséré dans l'entrefer, mais placé au-dessus de la plaque. Afin de focaliser le champ magnétique généré par la bobine un pot en ferrite est utilisé.

L'objet de ce chapitre est la modélisation rapide de cette sonde placée au-dessus d'une plaque métallique (Figure 4.1). La valeur absolue de l'impédance de celle-ci en fonction des paramètres de la plaque et des données géométriques du système est déterminée. L'identification de certaines grandeurs géométriques (épaisseur, *lift-off*, entrefer) et/ou physiques (conductivité électrique, perméabilité magnétique) peut alors être effectuée par la minimisation d'une fonction objectif dans un algorithme itératif.

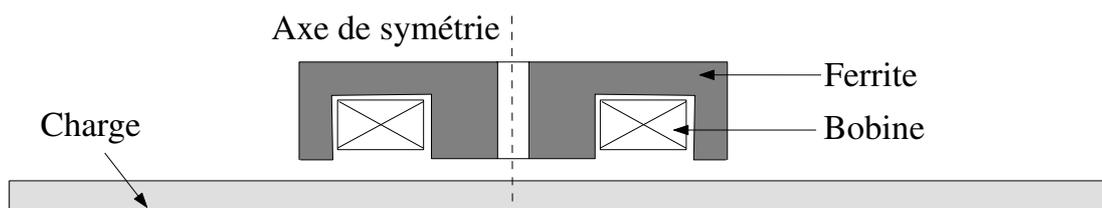


FIGURE 4.1 – SCHÉMA DE PRINCIPE DE LA SONDE AU-DESSUS DE PLAN PARALLÈLE

Dans un premier temps, nous considérons la bobine seule. Les effets de peau et de proximité sont pris en compte. Une minimisation du nombre de discrétisations est effectuée en employant une distribution particulière dite de Kelvin. Puis, la modélisation de la ferrite est présentée. La minimisation du nombre de discrétisations nécessaire par rapport aux surfaces influentes est discutée. Enfin, le modèle est complété par l'introduction de la charge.

La validité du modèle est confirmée par comparaison avec des mesures.

4.2 Effets de peau et de proximité au sein d'une bobine multi-spires

Lorsque l'on considère une bobine circulaire constituée de nombreuses spires, deux phénomènes sont à prendre en compte. L'effet de peau au sein des spires, ainsi que l'effet de proximité des spires les unes par rapport aux autres. Ce dernier étant non négligeable, voire prépondérant [Delage-1984, Maouche-2006], la résistance et l'inductance équivalentes de la bobine sont donc dépendantes de la fréquence du signal d'alimentation. La modélisation de la bobine par la méthode des circuits couplés permet de mettre en avant ces phénomènes de manière rapide et précise.

4.2.1 Équations électriques d'une spire circulaire

On considère une spire circulaire de rayon moyen r et de section S . Compte-tenu du caractère axisymétrique, la densité de courant \mathbf{J} , le champ électrique \mathbf{E} et le potentiel vecteur magnétique \mathbf{A} ne présentent qu'une composante azimutale non nulle que l'on note J , E , et A respectivement. La définition des potentiels (2.21) et la loi d'Ohm locale (2.6) permettent d'écrire la densité de courant J telle que :

$$J = -\frac{\mathbf{grad}(V)}{\rho} - \frac{j\omega A}{\rho} \quad (4.1)$$

Or le gradient du potentiel V dans le repère circulaire n'a qu'une composante circonférentielle telle que :

$$\mathbf{grad}(V) = -\frac{U}{2\pi r} \quad (4.2)$$

De plus, le flux magnétique à travers la spire est égal à la circulation de A le long du circuit formé par la spire (théorème de Stokes) :

$$\Psi = 2\pi r A \quad (4.3)$$

d'où

$$j\omega A = \frac{j\omega\Psi}{2\pi r} \quad (4.4)$$

Ainsi, en insérant les équations (4.2) et (4.4) dans (4.1), il vient :

$$U = 2\pi r \rho J + j\omega\Psi = 2\pi r(\rho J + j\omega A) \quad (4.5)$$

On reconnaît l'expression de la tension aux bornes d'une spire élémentaire utilisée dans la formulation de la méthode des circuits couplés, exprimée en terme de densité de courant J et de potentiel vecteur magnétique A . Le terme $2\pi r \rho J$ correspond à la chute de tension résistive, alors que le terme $j\omega 2\pi r A$ représente la chute de tension inductive.

Dans le cas où plusieurs spires seraient en interaction, le potentiel vecteur magnétique A comprendrait la contribution du courant de la spire elle-même (inductance propre), ainsi que la contribution des courants circulant dans les autres spires (inductances mutuelles).

Nous définissons, à partir de l'équation (4.5), l'expression des "pseudo résistances" (4.6) et des "pseudo inductances mutuelles" (4.7) qui seront employées dans les systèmes matriciels de la méthode des circuits couplés :

$$R' = 2\pi r \rho \quad (4.6)$$

$$M' = \frac{2\pi r A}{J} \quad (4.7)$$

4.2.2 Équations relatives aux spires discrétisées en secteurs et en couches

Nous considérons une bobine constituée de N_s spires circulaires de section également circulaire. La manière la plus directe et la plus simple, pour prendre en compte les effets de peau et de proximité par la méthode des circuits couplés, est de discrétiser chaque spire en couches et en secteurs. La figure 4.2 représente deux spires (i et k) discrétisées en $n_c = 3$ couches et en $n_s = 8$ secteurs. On notera $N_{ds} = n_c \times n_s$ le nombre de discrétisations d'une spire.

La relation (4.5) exprime la différence de potentiel dans chaque élément de discrétisation en fonction de tous les autres. Aussi, la différence de potentiel V_{kl} aux bornes de l'élément l de la spire k s'écrit en fonction de tous les éléments en présence :

$$V_{kl} = 2\pi r_{kl} \left\{ \rho J_{kl} + j\omega \sum_{i=1}^{N_s} \sum_{j=1}^{N_{ds}} A_{kl,ij} \right\} \quad (4.8)$$

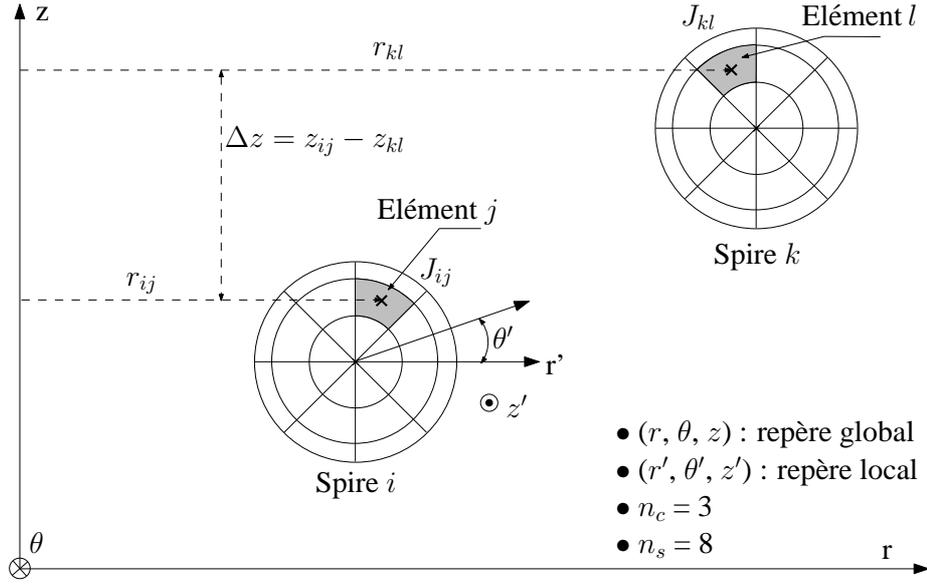


FIGURE 4.2 – DISCRÉTISATION DES SPIRES EN COUCHES ET EN SECTEURS

Les potentiels vecteurs magnétiques $A_{kl,ij}$ s'expriment en fonction des données géométriques de la figure 4.2, et de l'équation (2.59) par :

$$A_{kl,ij} = \frac{\mu_0 J_{ij}}{k_l \pi} \iint_{S_{ij}} \sqrt{\frac{r_{ij}}{r_{kl}}} \left[\left(1 - \frac{k_l^2}{2}\right) \mathcal{L}_1(k_l) - \mathcal{L}_2(k_l) \right] dS_{ij} \quad (4.9)$$

avec $k_l = \sqrt{\frac{4r_{ij}r_{kl}}{(r_{ij} + r_{kl})^2 + (\Delta z)^2}}$ et où $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2$ sont les intégrales elliptiques de Legendre.

Les équations (4.8) et (4.9) permettent d'obtenir une formulation de la différence de potentiel V_{kl} pour chaque discrétisation kl .

4.2.3 Mise sous forme matricielle du problème

On considère la bobine alimentée par un courant sinusoïdal I d'amplitude et de fréquence constantes. Les grandeurs que nous cherchons sont les densités de courant dans chaque élément de la discrétisation. On notera ces densités de courant J (pour la bobine). La procédure de mise sous forme matricielle suit les quatre points définis ci-dessous.

■ A partir des équations (4.6), (4.7) et (4.8) nous définissons pour chaque discrétisation l , de la spire k la loi d'Ohm suivante :

$$V_{kl} = R'_{kl} J_{kl} + \sum_{p=1}^{N_s} \sum_{q=1}^{N_{ds}} j \omega M'_{pq} J_{pq} \quad (4.10)$$

La loi d'Ohm de l'ensemble de la bobine permet de définir la matrice "pseudo impédance"

$[\mathcal{Z}]$ telle que :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} V_{11} \\ \vdots \\ V_{N_s N_{ds}} \end{bmatrix}}_{[\mathcal{V}]} = [\mathcal{Z}] \underbrace{\begin{bmatrix} J_{11} \\ \vdots \\ J_{N_s N_{ds}} \end{bmatrix}}_{[\mathcal{J}]} \quad (4.11)$$

$[\mathcal{Z}]$ est la somme de deux matrices de dimension $N_s \times N_{ds}$:

- Une matrice diagonale dont les composantes sont les "pseudo résistances" R' ;
- Une matrice pleine dont les composantes sont les "pseudo inductances mutuelles" M' (la diagonale étant constituée des "pseudo inductances propres") multipliées par $j\omega$.

■ La loi de conservation du courant pour la spire k (2.55) s'énonce comme suit :

$$I = \sum_{l=1}^{N_{ds}} S_{kl} J_{kl} \quad (4.12)$$

S_{kl} et J_{kl} représentent la surface et la densité surfacique de courant de la discrétisation l de la spire k .

Nous construisons une matrice $[\mathcal{S}]$ de dimensions $(N_s \times N_{ds})$ telle que :

$$[\mathcal{S}] = \begin{bmatrix} S_{11} & \dots & S_{1N_{ds}} & 0 & \dots & \dots & 0 \\ & & & \vdots & & & \\ 0 & \dots & \dots & 0 & S_{N_s 1} & \dots & S_{N_s N_{ds}} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

■ La différence de potentiel aux bornes d'une spire est la même pour chaque discrétisation qui la compose. Donc, en considérant (4.10) pour les éléments 1 et l de la spire k , nous pouvons écrire :

$$(R'_{k1} + j\omega M'_{k1})J_{k1} - R'_{kl}J_{kl} - \sum_{p=1}^{N_s} \sum_{q=1}^{N_{ds}} j\omega M'_{pq}J_{pq} = 0 \quad (4.14)$$

Nous construisons une matrice $[\mathcal{B} \leftarrow \mathcal{B}]$ (action de la bobine sur elle même) de dimensions $((N_s - 1)N_{ds} \times N_{ds})$ à partir des équations (4.14).

■ Nous assemblons les deux matrices $[\mathcal{S}]$ et $[\mathcal{B} \leftarrow \mathcal{B}]$ afin de former le système (4.15). L'alimentation en courant fournit la source du système à résoudre. L'alimentation en tension est possible en modifiant quelque peu les équations [Delage-1984, Lefèvre-2006]. L'inversion

de ce système fournit la valeur de la densité de courants surfaciques dans chaque élément de la discrétisation des spires.

$$\begin{bmatrix} [S] \\ [\mathcal{B} \leftarrow \mathcal{B}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_{11} \\ \vdots \\ \vdots \\ J_{N_s N_{ds}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ \vdots \\ I \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

4.2.4 Évaluation de l'impédance de la bobine

L'évaluation de l'impédance de la bobine par la méthode des circuits couplés se fait de la manière suivante :

1. On définit la matrice "pseudo impédance" $[\mathcal{Z}]$.
2. On définit et on inverse le système (4.15). Les densités de courant $[\mathcal{J}]$ des éléments de la bobine sont alors calculées.
3. Les différences de potentiel aux bornes de chaque discrétisation $[\mathcal{V}]$ sont calculées selon le système (4.11).
4. La somme des éléments du vecteur $[\mathcal{V}]$ divisée par le nombre de discrétisations par spire N_{ds} est égale à la tension aux bornes de la bobine.
5. En divisant par le courant d'alimentation I , on obtient l'impédance Z de la bobine.

La réactance X de la bobine est déterminée en considérant la partie imaginaire de cette impédance. La résistance R de la bobine est définie par la somme de la puissance active de chaque élément divisée par le carré de son courant d'alimentation :

$$R = \frac{\sum_{k=1}^{N_s} \sum_{l=1}^{N_{sp}} 2 \pi r_{kl} \rho S_{kl} |J_{kl}|^2}{I^2} \quad (4.16)$$

Nous procéderons toujours de cette manière par la suite, quel que soit le système étudié (ajout de ferrite et/ou de charge).

4.2.5 Réduction du nombre de discrétisations

Lorsque les effets de peau et de proximité sont marqués, une discrétisation fine est nécessaire pour avoir une bonne précision.

Toutefois, nous avons défini précédemment un système matriciel à inverser. Or, la matrice $[\mathcal{B} \leftarrow \mathcal{B}]$ est pleine et ses dimensions dépendent directement du nombre de discrétisations de la bobine $N_s \times N_{ds}$. Pour des raisons de place mémoire et de temps de calcul, nous devons réduire le plus possible le nombre de discrétisations. Nous devons donc satisfaire deux exigences contradictoires et nous ne pouvons pas réduire le nombre de spires N_s (système physique). Quant au nombre de discrétisations par spire, il est composé du nombre de secteurs et du nombre de couches $N_{ds} = n_c \times n_s$.

Nous proposons une méthode pour réduire à l'unité le nombre de couches tout en conservant une très bonne précision. Le nombre de secteurs sera ensuite optimisé.

4.2.5.1 Distribution de la densité de courant dans un fil circulaire

On considère un fil de section circulaire, de rayon R_s et de longueur infinie, parcouru par une densité de courant J . Le schéma de principe est représenté sur la figure 4.3.

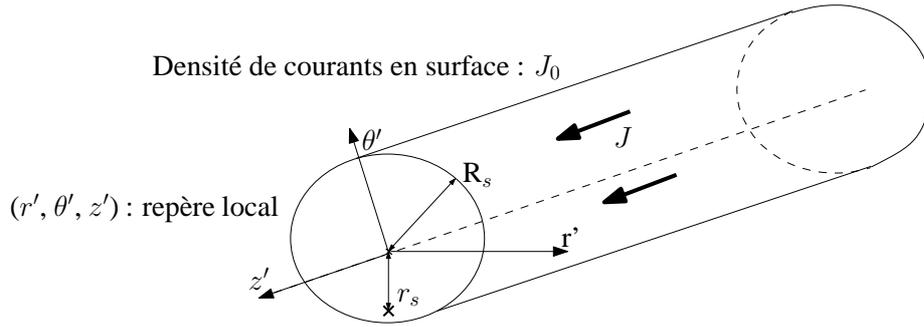


FIGURE 4.3 – PARAMÈTRES UTILISÉES POUR LA DISTRIBUTION DITE DE KELVIN

La distribution de la densité de courant suivant le rayon du conducteur suit la fonction de Kelvin d'ordre zéro [Angot-1972, Desesquelles-1992] définie par :

$$\mathcal{J}_0(Xj^{3/2}) = \mathcal{M}_0(X)e^{j\vartheta_0(X)} \quad (4.17)$$

avec \mathcal{J}_0 la fonction de Bessel d'ordre zéro et de première espèce.

Aussi, dans le repère local (r', θ', z') du fil, la composante de la densité de courant suivant l'axe du fil (z') s'écrit en fonction de la distance au centre r_s comme suit :

$$J(r_s) = J_0 \frac{\mathcal{M}_0(k_k r_s)}{\mathcal{M}_0(k_k R_s)} e^{j(\vartheta_0(k_k r_s) - \vartheta_0(k_k R_s))} \quad (4.18)$$

avec $k_k = \frac{\sqrt{2}}{\delta}$, δ étant l'épaisseur de peau du fil. J_0 est la densité de courant en surface

de la spire. Par la suite, on considère l'origine des phases sur la surface de la spire, ce qui implique $\vartheta_0(k_k R_s) = 0$.

4.2.5.2 Formulation dans le cas multi-spires discrétisées en secteurs

Dans la figure 4.4, nous reprenons la figure 4.2 sans discrétisation en couches. Nous considérons que, pour chaque secteur, la densité surfacique de courants ne dépend que du rayon interne r_s , suivant (4.18). Désormais, les inconnues sont les densités de courant $J_{o..}$, au centre de l'arc de cercle en surface de chaque secteur.

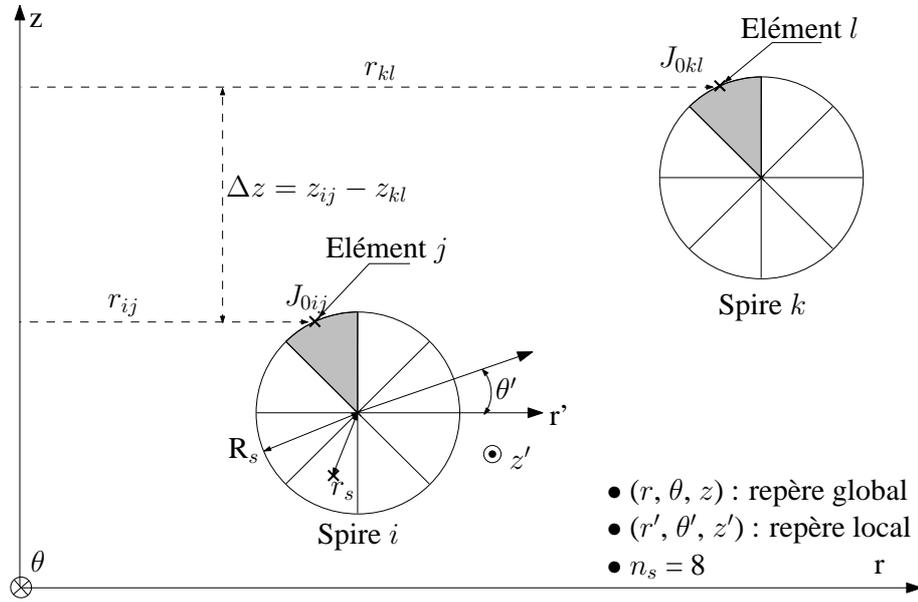


FIGURE 4.4 – DISCRÉTISATION DES SPIRES EN SECTEURS

Ainsi, l'expression du potentiel vecteur magnétique (4.9) s'écrit en considérant (4.18) :

$$A_{kl,ij} = \frac{\mu_0 J_{0ij}}{k_l \pi} \iint_{S_{ij}} \sqrt{\frac{r_{ij}}{r_{kl}}} \frac{\mathcal{M}_0(k_k r_s)}{\mathcal{M}_0(k_k R_s)} \left[\left(1 - \frac{k_l^2}{2}\right) \mathcal{L}_1(k_l) - \mathcal{L}_2(k_l) \right] e^{j(\vartheta_0(k_k r_s))} dS_{ij} \quad (4.19)$$

Cette formulation est employée pour calculer les "pseudo inductances propres et mutuelles". Ainsi, le nombre de discrétisations total est divisé par le nombre de couches, tout en conservant la même précision [Doirat-2006b, Doirat-2007a].

4.2.6 Validation de la méthode

■ Tout d'abord, nous comparons les deux types de discrétisation par la simulation. La figure 4.5a montre la distribution de la densité de courant (par rapport à la densité de courant injectée) au sein des spires d'une bobine circulaire avec une discrétisation en secteur

et en couche. Sur la figure 4.5b seule la discrétisation en secteur est utilisée, le calcul de la densité de courant suivant le rayon de chaque spire se fait par la relation (4.18). La fréquence d'excitation de la bobine est de 200 kHz.

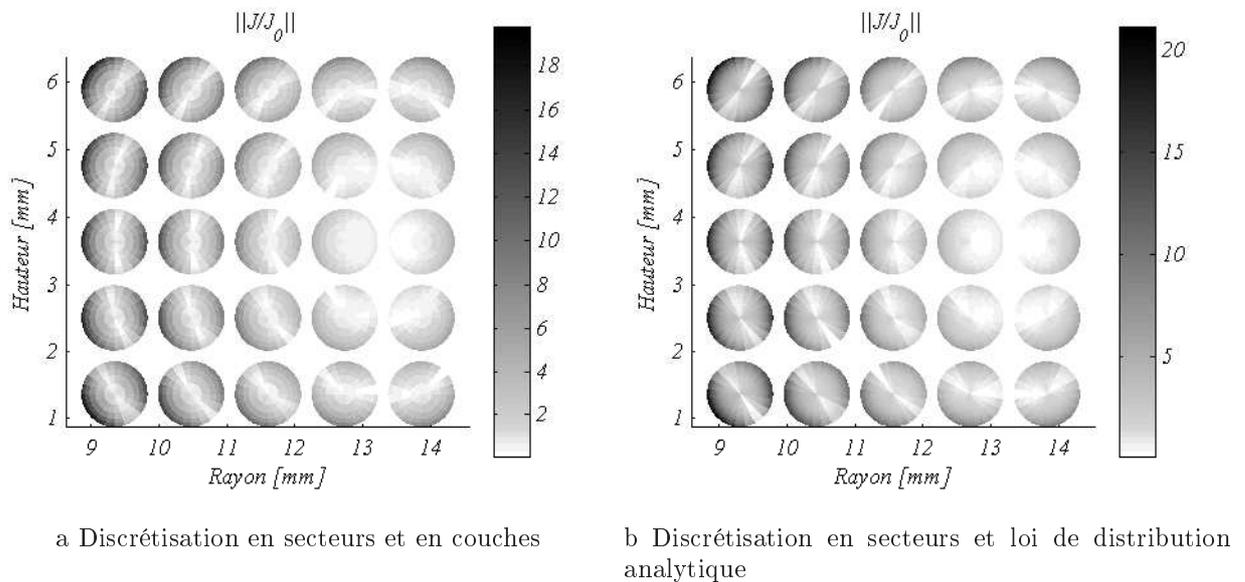


FIGURE 4.5 – DISTRIBUTION DE LA DENSITÉ DE COURANT DANS LES SPIRES D'UNE BOBINE CIRCULAIRE

La comparaison entre les deux méthodes en termes d'impédance, de discrétisations et de temps de calcul est illustrée par le tableau 4.1 (PC pentium 4 ; 2,8GHz ; 1Go de RAM).

TABLE 4.1 – COMPARAISON DES DEUX TYPES DE DISCRÉTISATIONS DE LA BOBINE

	Cas (a) $n_c = 6$ et $n_s = 20$	Cas (b) $n_s = 20$	Comparaison
Nb d'éléments	3000	500	$\div 6$
Résistance [Ω]	0,816	0,80	écart : 2%
Inductance [μH]	13,31	13.36	écart : 0,37%
Temps de simulation [s]	495	4.8	$\div 103$

Les résultats sont sans équivoque. Les écarts relatifs, de la résistance et de la réactance, entre les deux modes de calcul sont très faibles et le gain en temps et en nombre d'inconnues est significatif. Nous utilisons donc la discrétisation en couches avec la loi de distribution analytique dans l'ensemble de nos travaux (et dans la suite de ce chapitre).

■ La validation expérimentale de notre modèle de simulation nous a conduit à réaliser une bobine, en fil de cuivre, dont les caractéristiques sont données dans le tableau 4.2.

TABLE 4.2 – CARACTÉRISTIQUES DE LA BOBINE : "BOB-25"

Rayon intérieur	8,8 mm	Diamètre Nominal du fil	1 mm
Rayon extérieur	14,3 mm	Inductance DC	15,7 μH
Hauteur	5,6 mm	Résistance DC	38,8 m Ω
Nombre de spires	25	Fréquence de résonance dans l'air	3 MHz

Les mesures de l'impédance de la bobine dans l'air, pour une gamme de fréquence allant de 100 Hz jusqu'à 500kHz, sont faites avec l'analyseur d'impédance. Sur la figure 4.6a sont présentées les résistances mesurées et simulées, alors que la figure 4.6b présente les réactances.

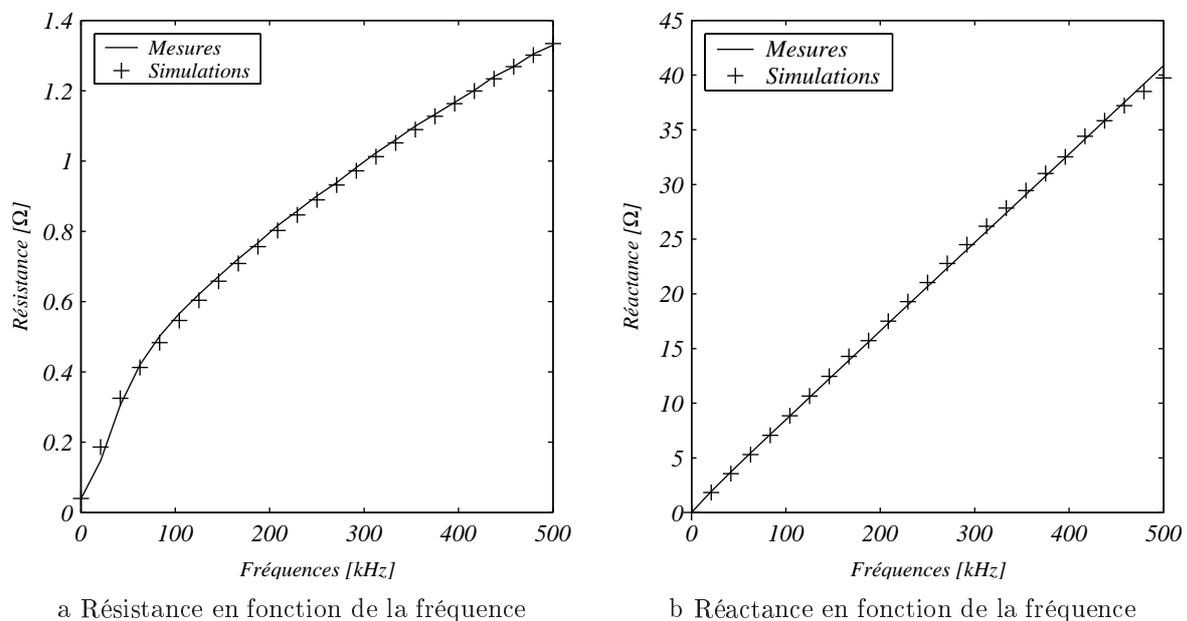


FIGURE 4.6 – IMPÉDANCE DE LA BOBINE À VIDE

Les effets de peau et de proximité sont facilement visibles sur l'évolution de la résistance. En effet, la non prise en compte de ces effets se traduit par la constance de la résistance de la bobine (Résistance DC) quelle que soit la fréquence et nous voyons qu'il n'en est rien. Il est donc nécessaire de considérer ces effets dans l'évaluation de l'impédance de la bobine.

Les écarts relatifs n'excèdent pas 5% sur les résistances et 2% sur les réactances. De plus, nous avons comparé les impédances mesurées et les impédances simulées pour les deux méthodes, pour la gamme de fréquence considérée ci-dessus, et nous avons constaté que l'utilisation de la discrétisation en couches et en secteurs est comparable sur la plage

de fréquence à la méthode développée.

Maintenant que la modélisation de la bobine est effective et optimisée, nous pouvons considérer la prise en compte d'un élément en ferrite.

4.3 Prise en compte d'un pot ferritique axisymétrique

Les sondes utilisées, en contrôle non destructif par courants de Foucault, sont souvent munies d'une partie en ferrite. Celle-ci a pour but de canaliser le flux magnétique et de le focaliser en un endroit précis de la pièce à inspecter. La présence de cette ferrite modifie la distribution de la densité de courants dans les spires et donc la valeur de l'impédance de la sonde. Il est donc important de modéliser le comportement de l'ensemble "bobine-ferrite" afin de connaître le comportement de la bobine à vide en fonction de la fréquence.

4.3.1 Interaction entre l'inducteur et la ferrite

Nous considérons que la saturation magnétique de la ferrite n'est pas atteinte. Aussi, la perméabilité magnétique est supposée constante. De plus, la conductivité électrique est quasiment nulle (quelques Sm^{-1}). Les courants de Foucault sont donc négligés dans la ferrite. La ferrite se comporte donc comme un matériau homogène et isotrope. L'ensemble de ces considérations nous permet de modéliser toute partie en ferrite par des courants fictifs surfaciques [Durand-1968].

4.3.1.1 Courants fictifs équivalents

Le milieu magnétique se comporte comme une distribution volumique de dipôles. L'induction magnétique \mathbf{B}' créée par l'aimantation \mathbf{M} de la ferrite est la même que celle créée par des courants fictifs \mathbf{J}' et \mathbf{K}' circulant respectivement à l'intérieur et à la surface de la ferrite, tels que :

$$\mathbf{J}' = \mathbf{rot}(\mathbf{M}) \quad (4.20)$$

$$\mathbf{K}' = -(\mathbf{n} \times \mathbf{M}) \quad (4.21)$$

\mathbf{n} étant la normale orientée positivement vers l'extérieur en tout point de la surface de la ferrite.

L'hypothèse d'homogénéité de la perméabilité magnétique de la ferrite implique que $\mathbf{rot}(\mathbf{M})=0$, donc que \mathbf{J}' est nulle. La ferrite peut donc se représenter uniquement par une

distribution de courants surfaciques \mathbf{K}' . Dans le cas axisymétrique, la densité de courants surfacique \mathbf{K}' se représente par une densité de courants linéique le long du contour (coupe radiale). Nous représentons de manière schématique le système "bobine-ferrite" sur la figure 4.7.

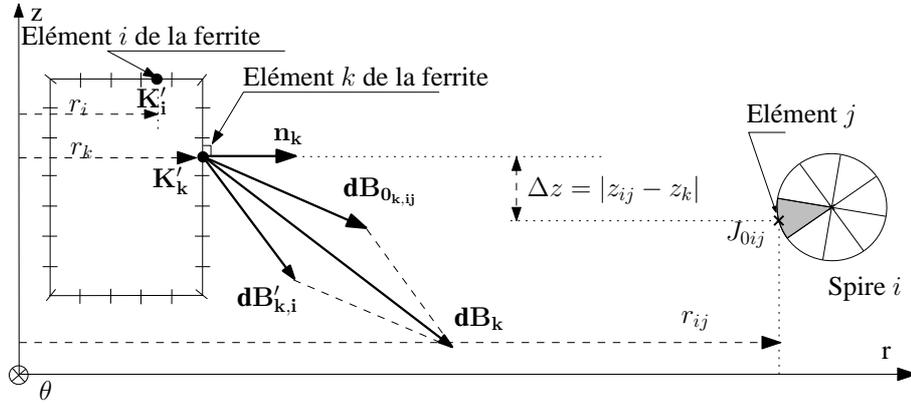


FIGURE 4.7 – SCHÉMA DE PRINCIPE DU SYSTÈME "BOBINE-FERRITE"

Dans le système axisymétrique considéré, la ferrite est discrétisée en N_{df} éléments linéiques. Par hypothèse, dans chaque discrétisation k , la densité de courants fictifs \mathbf{K}'_k est constante. L'induction magnétique $\mathbf{B}_{0k,ij}$ est générée par les densités de courants sources J_{0ij} . Cette induction aimante la ferrite. Les densités de courants fictifs \mathbf{K}'_i , qui représentent cette aimantation, créent une induction magnétique \mathbf{B}'_k . L'induction magnétique résultante en k est donc $\mathbf{B}_k = \mathbf{B}_{0k,ij} + \mathbf{B}'_k$. Celle-ci crée l'intensité d'aimantation \mathbf{M}_k .

4.3.1.2 Expressions analytiques de la ferrite

La ferrite est donc modélisée par une distribution linéique de courants fictifs (géométrie axisymétrique). Les conditions de passage du champ magnétique et de l'induction magnétique sur la surface de la ferrite, formulées en terme de potentiel vecteur magnétique, sont exprimées. La résolution du système d'équations ainsi obtenu permet d'aboutir à l'équation caractéristique de la ferrite sous la forme de l'équation de Fredholm de 2^{ème} espèce en \mathbf{K}' [Ernst-1987] :

$$\frac{1}{2} \frac{\mu_r + 1}{\mu_r - 1} \mu_0 \mathbf{K}'_k + \mathbf{n} \times \int_{(l)} d\mathbf{B}' = -\mathbf{n} \times \mathbf{B}_{0s} \quad (4.22)$$

l étant le contour linéique obtenu par intersection entre la surface de révolution de la ferrite et le plan méridien passant par l'axe de révolution.

Nous discrétisons la ferrite en N_{df} éléments de longueur l_k , sur lesquels la densité de courants fictifs \mathbf{K}'_k est constante. La superposition de l'ensemble des éléments discrets de

la ferrite et de la bobine permet d'exprimer la relation magnétique au point k de la ferrite :

$$\underbrace{\frac{1}{2} \frac{\mu_r + 1}{\mu_r - 1} \mu_0 \mathbf{K}'_{\mathbf{k}}}_{\text{"Magnétisation propre"}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{N_{df}} \left(\int_{l_i} \mathbf{n}_{\mathbf{k}} \times d\mathbf{B}'_{\mathbf{k},i} \right)}_{\text{"Magnétisation mutuelle"}} = - \underbrace{\sum_{i=1}^{N_s} \sum_{j=1}^{N_{ds}} \left(\iint_{S_{ij}} \mathbf{n}_{\mathbf{k}} \times d\mathbf{B}_{\mathbf{0}_{\mathbf{k},ij}} \right)}_{\text{"Source"}} \quad (4.23)$$

L'expression (4.23) est composée de trois termes :

- "Magnétisation propre" : courants fictifs $\mathbf{K}'_{\mathbf{k}}$ sur l'élément k ;
- "Magnétisation mutuelle" : courants fictifs \mathbf{K}'_i sur l'élément k ;
- "Source" : courants sources (bobine et/ou charge) sur l'élément k .

Pour le calcul de (4.23), nous devons déterminer l'expression de l'induction magnétique créée par une spire circulaire en tout point de la discrétisation k de la ferrite. Pour ce faire, nous utilisons l'expression (2.59) du potentiel vecteur magnétique créé par une spire. Ainsi, les composantes de l'induction magnétique élémentaire s'écrivent en fonction des paramètres de la figure 4.7 comme suit :

$$d\mathbf{B}_{\mathbf{r}_{\mathbf{k}}} = \frac{\mu_0 k_l}{4\pi} \frac{\Delta z}{r_k \sqrt{rr_k}} [-\mathcal{L}_1(k_l) + C \mathcal{L}_2(k_l)] \mathbf{J}_{\mathbf{k},.} d\mathbf{l} \quad (4.24)$$

$$d\mathbf{B}_{\theta_{\mathbf{k}}} = 0 \quad (4.25)$$

$$d\mathbf{B}_{\mathbf{z}_{\mathbf{k}}} = \frac{\mu_0 k_l}{4\pi} \frac{1}{\sqrt{rr_k}} [\mathcal{L}_1(k_l) + D \mathcal{L}_2(k_l)] \mathbf{J}_{\mathbf{k},.} d\mathbf{l} \quad (4.26)$$

avec $k_l = \sqrt{\frac{4rr_k}{(r+r_k)^2 + \Delta z^2}}$, $C = \frac{r^2 + r_k^2 + \Delta z^2}{(r-r_k)^2 + \Delta z^2}$, $D = \frac{r^2 - r_k^2 - \Delta z^2}{(r-r_k)^2 + \Delta z^2}$ et \mathcal{L}_1 , \mathcal{L}_2 les intégrales elliptiques de Legendre. La distance r est soit r_i dans le cas de magnétisation mutuelle, soit r_{ij} dans le cas de la source. De même, $\mathbf{J}_{\mathbf{k},.}$ est soit $\mathbf{K}'_{\mathbf{k},i}$ dans le cas de magnétisation mutuelle, soit $J_{0_{ij}}$ dans le cas de la source. L'intégration linéique sur chaque longueur l_k se fait par la méthode de Gauss comme précédemment.

4.3.1.3 Système matriciel de l'ensemble "bobine-ferrite"

Afin de simuler l'ensemble "bobine-ferrite" nous construisons le système matriciel (4.27) en complétant le système matriciel (4.15). L'ensemble $[\mathcal{F} \leftarrow \mathcal{B}][\mathcal{F} \leftarrow \mathcal{F}]$, de dimensions $N_{df} \times (N_s \times N_{ds} + N_{df})$, est développée à partir de l'équation (4.23), alors que $[\mathcal{B} \leftarrow \mathcal{F}]$ est défini à partir de l'équation (4.14). Nous avons donc une matrice carrée de dimensions $N_{df} + N_s \times N_{ds}$. L'inversion de ce système permet de déterminer la valeur des $N_s \times N_{ds}$ densités de courants dans la bobine et les N_{df} densités de courants fictifs sur la ferrite.

$$\begin{bmatrix} [\mathcal{S}] & [0] \\ [\mathcal{B} \leftarrow \mathcal{B}] & [\mathcal{B} \leftarrow \mathcal{F}] \\ [\mathcal{F} \leftarrow \mathcal{B}] & [\mathcal{F} \leftarrow \mathcal{F}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_{11} \\ \vdots \\ J_{N_s N_{ds}} \\ K'_1 \\ \vdots \\ K'_{N_{df}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ \vdots \\ I \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4.27}$$

L'impédance de la sonde sans charge peut alors être calculée de la même manière que précédemment (section 4.2.4).

4.3.2 Modélisation de l'ensemble "bobine-ferrite"

Maintenant que nous avons établi le système qui permet de prendre en compte les interactions entre les sources et la ferrite, nous pouvons simuler l'ensemble "bobine-ferrite" par la méthode des circuits couplés. Le schéma de principe de l'étude est représenté par le figure 4.8. La bobine utilisée est la même que précédemment ("BOB-25") avec une discrétisation en secteur uniquement associée à la loi de distribution analytique. La partie en ferrite étudiée est un pot qui entoure la bobine et dont les caractéristiques sont données dans le tableau 4.3.

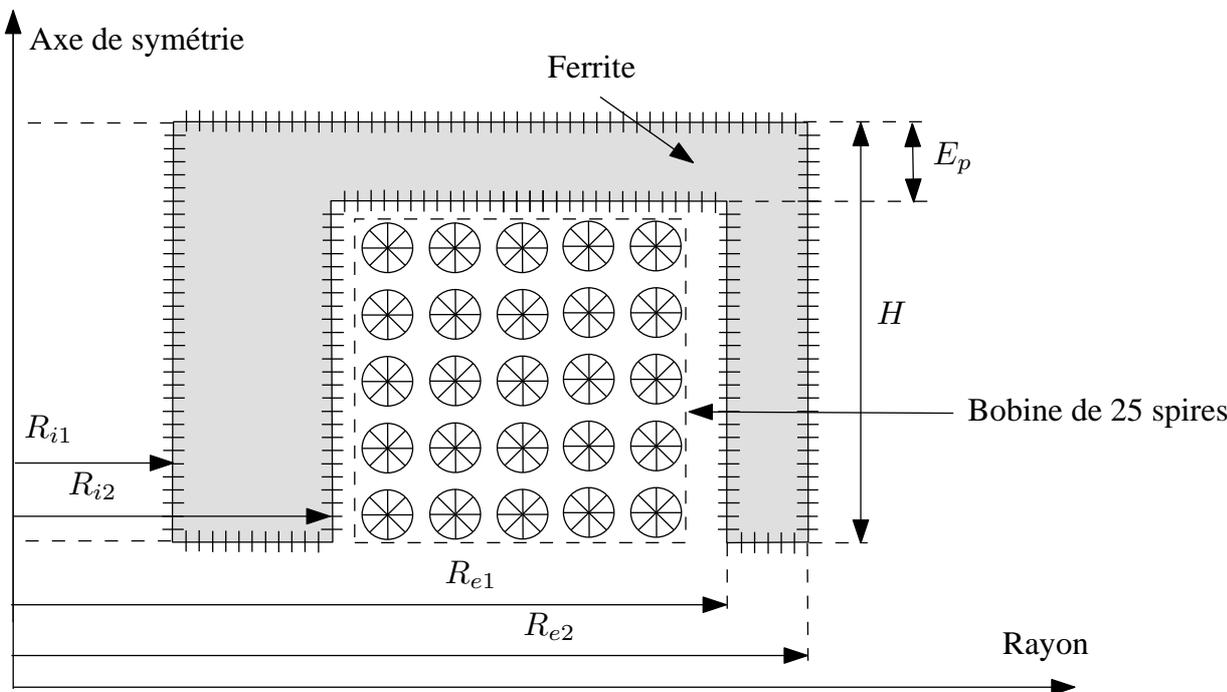


FIGURE 4.8 – DISCRÉTISATION DU SYSTÈME "BOBINE-FERRITE"

TABLE 4.3 – CARACTÉRISTIQUES DU POT FERRITIQUE

Rayon interne 1	R_{i1}	2,75 mm
Rayon interne 2	R_{i2}	8,05 mm
Rayon externe 2	R_{e1}	15,25 mm
Rayon externe 2	R_{e2}	17,75 mm
Hauteur	H	7,2 mm
Épaisseur	E_p	3,5 mm
Perméabilité magnétique relative	μ_r	2300

4.3.2.1 Influence de la ferrite sur la distribution de la densité de courants

La figure 4.9 permet de se rendre compte de l'influence de la ferrite sur la distribution de la densité de courants dans les spires de la bobine. En effet, la densité maximale dans les spires est multipliée par 2 par rapport celle évaluée sans ferrite. De plus, on constate que la répartition de la densité de courants est plus homogène dans les spires supérieures. Cette modification de la distribution de courants implique une augmentation de la résistance propre de la bobine.

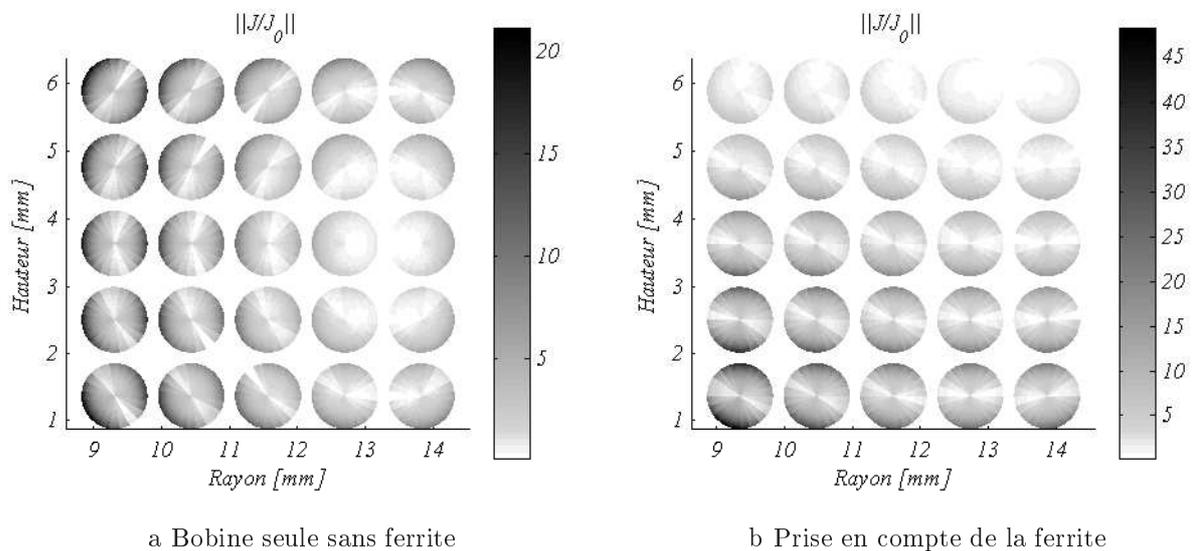


FIGURE 4.9 – EFFET DE LA FERRITE SUR LA DISTRIBUTION DE LA DENSITÉ DE COURANTS

La figure 4.10 montre les variations d'impédances de l'ensemble "bobine-ferrite" mesurées et simulées pour la même gamme de fréquences que lors de l'essai avec la bobine seule. On constate que la résistance de la bobine est multipliée quasiment par 4 pour les

fréquences élevées. Or, la ferrite a une conductivité électrique négligeable, l'augmentation de la résistance ne peut donc pas être la conséquence de pertes par effets Joule en son sein. C'est bien la modification de la distribution de la densité de courants qui est la cause de cette augmentation.

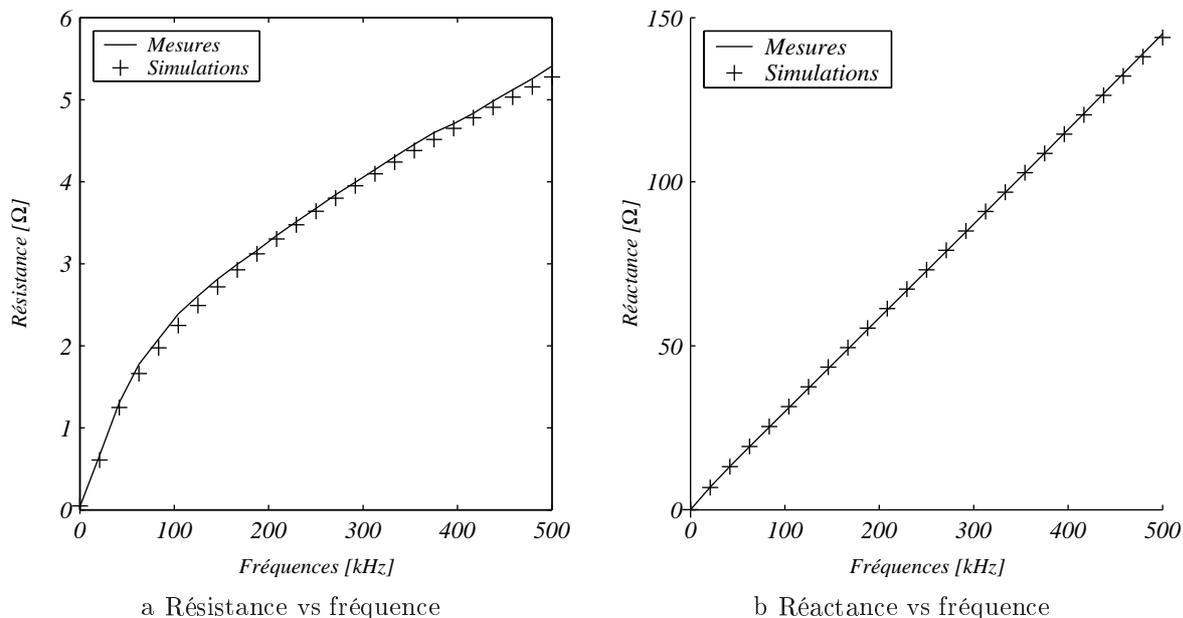


FIGURE 4.10 – IMPÉDANCE DE L'ENSEMBLE "BOBINE-FERRITE" À VIDE

Cette figure nous montre également la précision de notre modèle, notamment sur détermination de la réactance. En effet, les écarts relatifs sur la réactance sont inférieurs à 1%. Par contre, les écarts sur la résistance sont plus élevés. Ils ne deviennent inférieurs à 10% qu'à partir de 50kHz. Le temps de calcul pour une simulation est de 5 secondes sur un ordinateur Pentium 4, 2.8GHz et 1Go de RAM. Pour obtenir cette rapidité de calcul, une réduction du nombre d'éléments de la discrétisation de la ferrite est aussi réalisée.

4.3.2.2 Optimisation de la discrétisation de la ferrite

Comme pour la bobine, la précision de calcul est directement liée à la finesse de la discrétisation de la ferrite. En effet, pour une discrétisation où les segments auraient une taille infinitésimale, la prise en compte de la ferrite serait assurée par une résolution analytique de l'équation de Fredholm de 2^{ème} espèce. Cependant, une telle discrétisation demanderait un espace mémoire et un temps de calcul infinis. Aussi devons-nous limiter le nombre d'éléments discrets tout en assurant une précision relative satisfaisante.

Nous avons comparé deux types de discrétisations illustrés par la figure 4.11. Une discrétisation régulière (Figure 4.11a) où le nombre d'éléments discrets sur chaque segment est lié à la longueur du segment par rapport à la longueur du périmètre (la longueur des discrétisations est quasiment égale sur le contour). La discrétisation irrégulière (Figure 4.11b) où, pour un nombre de discrétisations fixé, les segments 1 à 5 sont privilégiés. Un poids est défini afin de quantifier l'intérêt porté à ces segments (un poids de 1 correspond à la discrétisation régulière).

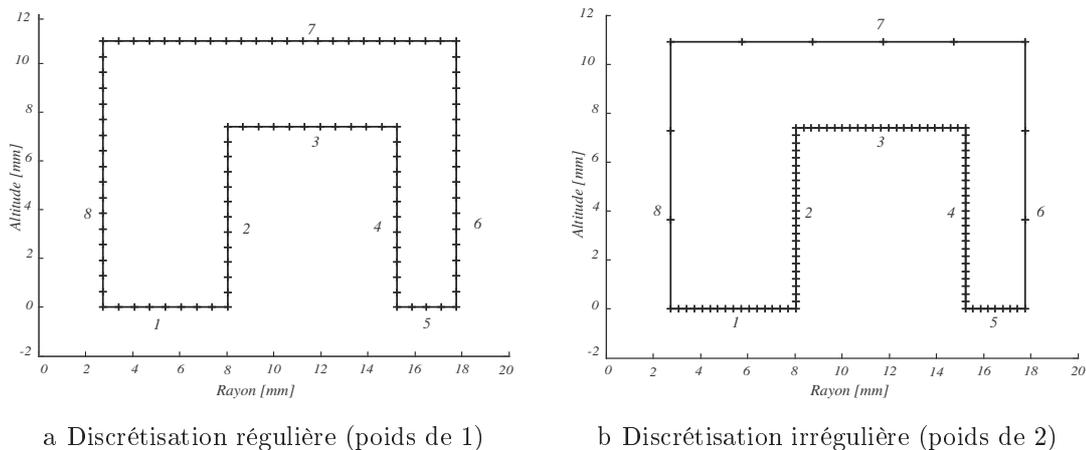


FIGURE 4.11 – INFLUENCE DU TYPE DE DISCRÉTISATION DU POT EN FERRITE

Nous avons évalué les écarts relatifs entre les impédances mesurées et simulées pour trois discrétisations différentes (poids de 1, 1,5 et 2), le nombre de discrétisations variant de 50 à 1000. La fréquence est fixée à 500 kHz. Les résultats de cette étude sont présentés à la figure 4.12.

Nous constatons que l'augmentation du nombre d'éléments discrets améliore la précision des simulations ; il en est de même pour l'augmentation du poids. Cependant, les temps de calcul augmentent également (par exemple pour $N_s \times N_{ds} = 150$ et $N_{df} = 1007$ le temps de calcul est de 33s, alors que pour $N_{df} = 199$ il n'est que de 3,37s !). Un compromis entre la précision et le temps de calcul doit donc être trouvé. Nous avons donc fixé *a priori* une précision à atteindre le plus rapidement possible, à savoir des écarts relatifs maximum de 3% sur les résistances et de 0,8% sur les inductances.

4.3. Prise en compte d'un pot ferritique axisymétrique

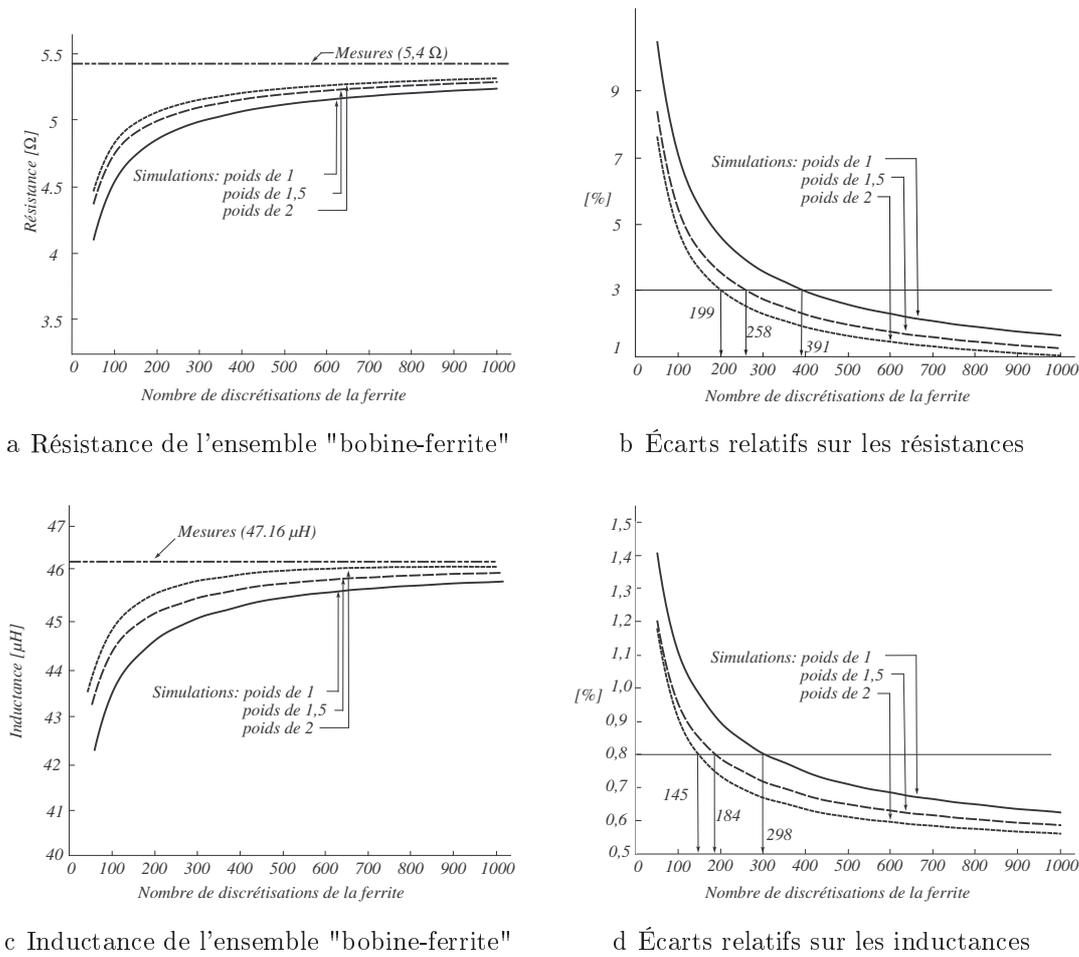


FIGURE 4.12 – INFLUENCE DE LA DISCRÉTISATION SUR L'IMPÉDANCE DU CAPTEUR

Nous donnons, dans la table 4.4, le nombre de discrétisations nécessaires pour atteindre notre objectif, ainsi que le temps de simulation (avec "Nombre de discrétisations pour R" et $N_s \times N_{ds} = 150$).

TABLE 4.4 – NOMBRE DE DISCRÉTISATIONS REQUIS POUR UN ÉCART MAXIMUM ENTRE MESURES ET SIMULATIONS

	poids = 1	poids = 1,5	poids = 2
Nombre de discrétisations pour R (3%)	391	258	199
Nombre de discrétisations pour L (0,8%)	298	184	145
Temps de simulations (s)	7,67	4,31	3,37

En employant une discrétisation irrégulière avec un poids de 2 par rapport à une discrétisation régulière, on divise par deux le nombre d'éléments nécessaires pour une même précision. Le temps de calcul et l'espace mémoire sont donc diminués, tout en conservant une bonne estimation de l'impédance de la sonde.

4.4 Modélisation de l'ensemble "bobine-ferrite-charge"

Maintenant que l'ensemble "bobine-ferrite" est modélisé, nous ajoutons les interactions de celui-ci avec la charge conductrice. Cette charge est discrétisée en N_{dc} rectangles élémentaires. Les densités de courants J_c , dans chaque discrétisation de la charge, constituent les nouvelles inconnues (en plus des densités J et K').

4.4.1 Discrétisation de la charge

Une discrétisation fine et régulière de l'ensemble de la surface de la charge serait gourmande en nombre d'éléments et inutile par rapport à la précision. En effet, la présence du pot ferritique canalise le champ magnétique à l'intérieur de la charge dans un domaine limité. De même, la profondeur de pénétration des courants au sein de la charge peut être très inférieure à son épaisseur (elle dépend de la fréquence). Aussi, la charge est discrétisée de manière irrégulière selon sa profondeur (exponentielle) et suivant le rayon (précise en-dessous du capteur et relâchée ensuite). Un exemple de discrétisation de l'ensemble "bobine-ferrite-charge" est représenté sur la figure 4.13.

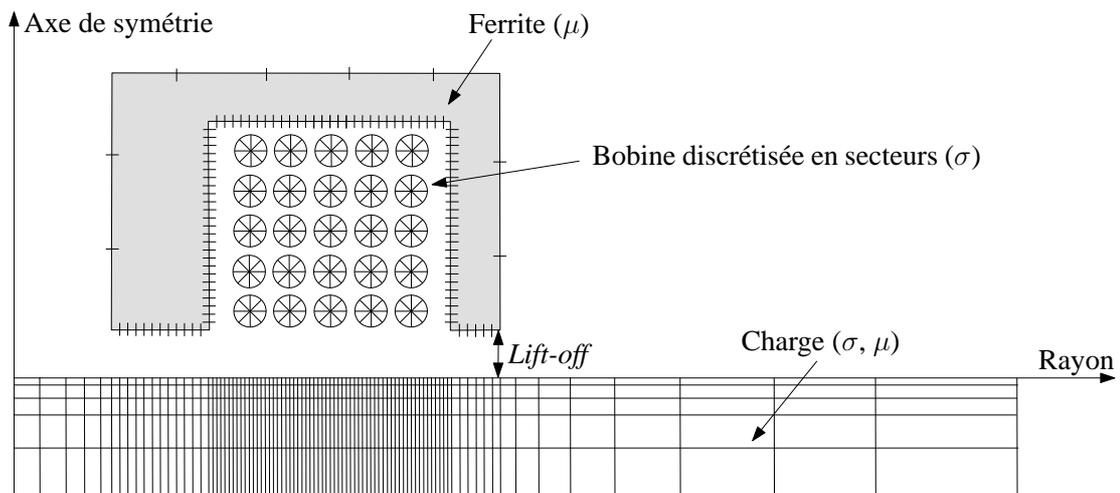


FIGURE 4.13 – DISCRÉTISATION DE L'ENSEMBLE "BOBINE-FERRITE-CHARGE"

4.4.2 Interaction de la charge avec l'ensemble "bobine-ferrite"

La "pseudo résistance" de chaque discrétisation de la charge se calcule grâce à la formule (4.6). De même, les "pseudo inductances mutuelles" du capteur (ensemble "bobine-ferrite") sur la charge et de la charge sur la bobine se déterminent en appliquant la relation (4.7). Par contre, l'influence de la charge sur la ferrite se fait en rajoutant, au second membre de l'équation (4.23), l'expression suivante :

$$-\sum_{p=1}^{N_{dc}} \left(\iint_{S_p} \mathbf{n}_k \times d\mathbf{B}_{0_{kp}} \right) \quad (4.28)$$

avec $\mathbf{B}_{0_{kp}}$ l'induction créée par l'élément p de la charge sur l'élément k de la ferrite.

Nous rappelons que les intégrations sont toujours réalisées par la méthode de Gauss, et les inductances propres sont calculées en prenant garde qu'aucun point de Gauss ne se trouvent sur le lieu de l'évaluation de l'inductance.

On reprend le système matriciel (4.27), que l'on complète avec la matrice "pseudo impédance" de la charge constituée de l'ensemble $[\mathcal{C} \leftarrow \mathcal{B}][\mathcal{C} \leftarrow \mathcal{F}][\mathcal{C} \leftarrow \mathcal{C}]$. La spire élémentaire que forme chaque discrétisation de la charge se referme sur elle-même. Aussi, la différence de potentiel est nulle à ses bornes. Le nouveau système matriciel s'écrit donc :

$$\begin{bmatrix} [\mathcal{S}] & [0] & [0] \\ [\mathcal{B} \leftarrow \mathcal{B}] & [\mathcal{B} \leftarrow \mathcal{F}] & [\mathcal{B} \leftarrow \mathcal{C}] \\ [\mathcal{F} \leftarrow \mathcal{B}] & [\mathcal{F} \leftarrow \mathcal{F}] & [\mathcal{F} \leftarrow \mathcal{C}] \\ [\mathcal{C} \leftarrow \mathcal{B}] & [\mathcal{C} \leftarrow \mathcal{F}] & [\mathcal{C} \leftarrow \mathcal{C}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_{11} \\ \vdots \\ J_{N_s N_{ds}} \\ K'_1 \\ \vdots \\ K'_{N_{df}} \\ J_{c1} \\ \vdots \\ J_{cN_{dc}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ \vdots \\ I \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

L'inversion de ce nouveau système matriciel permet de déterminer les densités de courants des différentes parties de l'ensemble "bobine-ferrite-charge".

4.4.3 Évaluation de l'ensemble "bobine-ferrite-charge"

La figure 4.14 montre la répartition des densités de courants dans la bobine "BOB-25" insérée dans le pot ferritique, ainsi que dans une plaque conductrice d'épaisseur 2 mm et de conductivité électrique égale à 20 MSm⁻¹. La fréquence électromagnétique est de 20 kHz.

On constate là encore que la distribution de la densité de courants n'est pas homogène. A cette fréquence, l'effet pelliculaire dans les spires de la bobine est négligeable ($\delta \approx 0.49$ mm) devant les effets de proximité combinés de la charge et des spires entre elles. On voit que les spires situées en regard de la charge ont une densité de courant plus importante

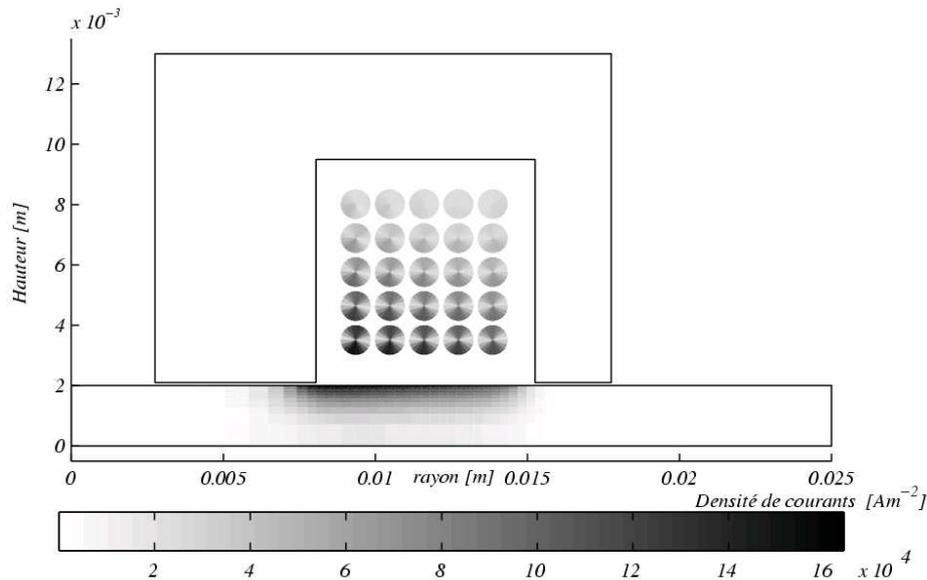


FIGURE 4.14 – DENSITÉS DE COURANTS DANS LA BOBINE ET DANS LA CHARGE

que les autres. Ce phénomène tend à augmenter la résistance propre de la bobine.

Nous avons validé expérimentalement notre modèle à l'aide de la bobine "BOB-25" munie d'un pot ferritique (dont les caractéristiques se trouvent dans le tableau 4.3) et d'une plaque d'acier inoxydable de type 304L, de conductivité électrique égale à $1,39 \text{ MSm}^{-1}$ et de 2 mm d'épaisseur. Les données des discrétisation sont présentées dans le tableau 4.5.

TABLE 4.5 – DISCRÉTISATION DE L'ENSEMBLE "BOBINE-FERRITE-CHARGE"

Nombre de secteurs par spire	6
Nombre de discrétisations de la bobine	150
Nombre de discrétisations de la ferrite (poids = 2)	200
Nombre de discrétisations de la charge	900

La fréquence électromagnétique varie entre 100Hz et 500 kHz. La distance entre la ferrite et la charge évolue de 0 mm à 4,8 mm. Cet entrefer est réalisé en intercalant des cales de plastique d'épaisseur connue.

La figure 4.15 représente l'évolution de l'impédance normalisée de la sonde.

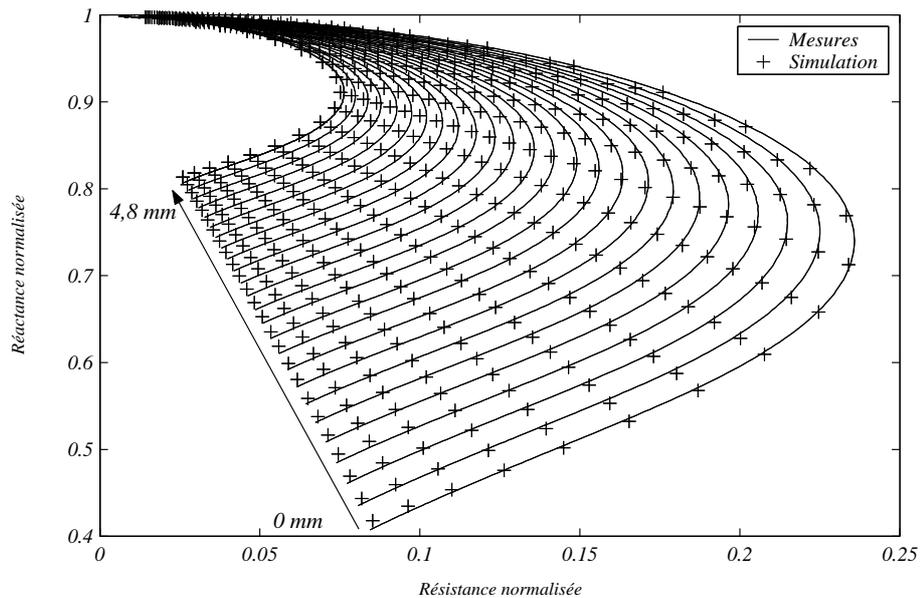


FIGURE 4.15 – PLAN D'IMPÉDANCE NORMALISÉ DE L'ENSEMBLE "BOBINE-FERRITE" EN PRÉSENCE D'UNE PLAQUE CONDUCTRICE

Le modèle ainsi développé fournit des valeurs d'impédances conformes à celles obtenues par la mesure, que ce soit d'un point de vue fréquentiel ou part rapport au *lift-off*. Toutefois, l'ajout de la charge augmente considérablement la taille de la matrice des "pseudo impédances". Or il ne faut pas que cette matrice soit trop importante pour pouvoir l'inverser et/ou pour pouvoir considérer une bobine comportant plus de spires. De plus, nous présentons, dans le tableau 4.6, les temps nécessaires à l'évaluation des coefficients des 9 "pseudo inductances mutuelles". On constate que l'évaluation des coefficients relatifs à la charge occupe les trois quart du temps.

TABLE 4.6 – TEMPS DE CALCUL DES "PSEUDO INDUCTANCES MUTUELLES"

Ferrite sur elle même	0,56 s	Charge sur elle même	39,70 s
Ferrite sur bobine	0,33 s	Charge sur la bobine	5,86 s
Bobine sur elle même	1,19 s	Charge sur la ferrite	8,31 s
Bobine sur la ferrite	1,50 s	Ferrite sur la charge	2,05 s
Inversion de la matrice	15,50	Bobine sur la charge	6,48 s

Il est donc intéressant d'envisager un autre moyen de prendre en compte la charge dans l'évaluation de l'impédance de la sonde afin de réduire son influence sur l'espace mémoire et sur le temps de calcul.

4.4.4 Prise en compte analytique de la charge

Pour modéliser les interactions entre les discrétisations de la bobine, nous utilisons l'expression (4.19) du potentiel vecteur magnétique. Cette formulation ne prend pas en compte la présence de la charge. Par contre, dans le modèle de Dodd et al. [Dodd-1968], l'expression du potentiel vecteur magnétique en tout point de l'espace, généré par une spire élémentaire parcourue par un courant i_0 , est établie en présence de la charge. Aussi, l'utilisation de cette formulation, dans le calcul des "pseudo inductances mutuelles" de la bobine sur elle-même, permet de prendre en compte la charge directement, sans avoir besoin de la discrétiser (Figure 4.16).

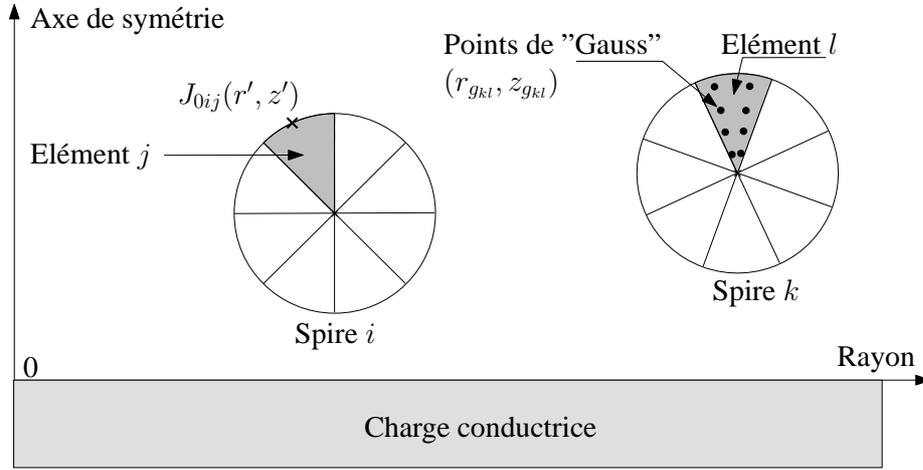


FIGURE 4.16 – SCHÉMA DE PRINCIPE

Chaque point de "Gauss", de coordonnées (r_g, z_g) , correspond à une spire élémentaire (source) qui crée le potentiel vecteur magnétique élémentaire en un point de coordonnées (r', z') défini par :

$$A_\theta(r', z'; r_g, z_g) = \frac{\mu_0 i_0}{2} \int_0^\infty r_g \mathcal{J}_1(\alpha r_g) \mathcal{J}_1(\alpha r') \left[e^{-\alpha|z_g - z'|} + B(\alpha) e^{-\alpha(z' + z_g)} \right] d\alpha \quad (4.30)$$

Avec $B(\alpha)$ est un paramètre qui dépend des caractéristiques physiques et géométriques de la charge (section 2.3).

Dans le cas de spires circulaires, avec prise en compte de l'effet de peau par la méthode analytique (Kelvin), le terme i_0 s'écrit de la manière suivante :

$$i_0 = \frac{\mathcal{M}_0(k_k r_g)}{\mathcal{M}_0(k_k R_s)} e^{j\vartheta_0(k_k r_g)} \quad (4.31)$$

Il suffit ensuite d'intégrer cette expression (par la méthode de Gauss) pour obtenir le potentiel vecteur magnétique créé par une discrétisation de la bobine en un point de coordonnées (r', z') . Les "pseudo mutuelles inductances" de la bobine sur elle-même avec prise en compte de la charge se déterminent alors de la même manière que décrite précédemment.

Nous présentons, sur la figure 4.17, les résultats de simulations pour les deux types de prise en compte de la charge. La bobine "BOB-25" est positionnée, à une distance de 0,8 mm, au-dessus d'un plaque de conductivité électrique égale à 2MSm^{-1} et d'épaisseur 2 mm.

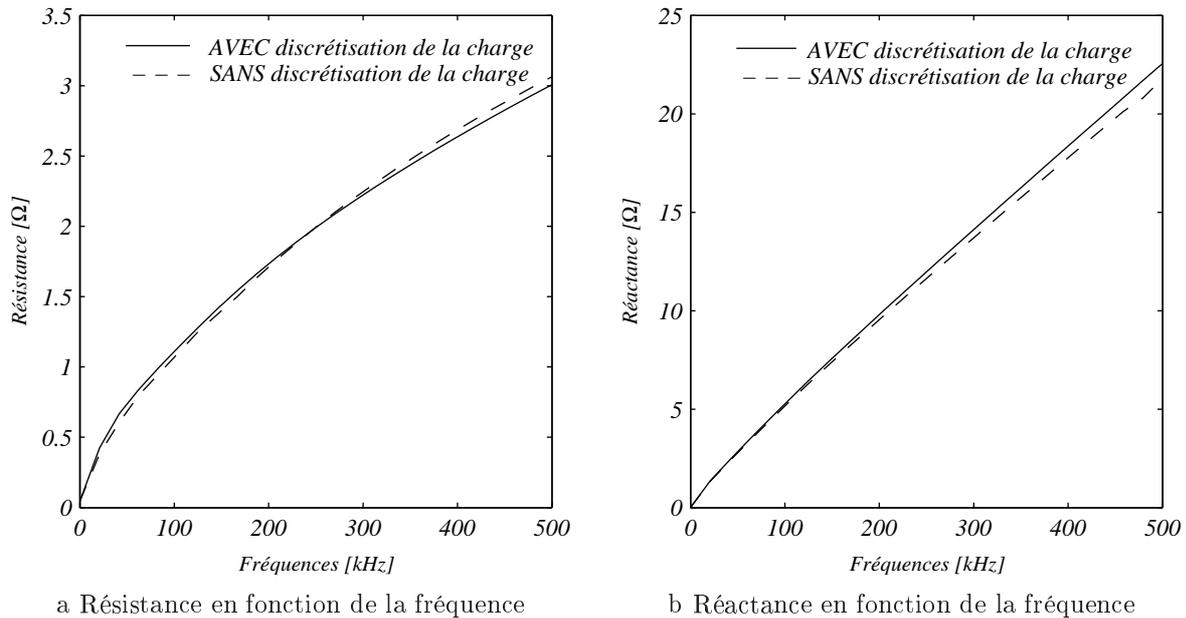


FIGURE 4.17 – COMPARAISON DES IMPÉDANCES SIMULÉES EN FONCTION DU TYPE DE PRISE EN COMPTE DE LA CHARGE

Nous constatons que les résultats obtenus diffèrent légèrement par rapport à la méthode des circuits couplés avec discrétisation de la charge. Toutefois, la réduction du nombre d'inconnues est très importante. Le principe de la prise en compte de la charge sans discrétisation est donc très intéressant. De plus, la prise en compte de matériau ferromagnétique devient possible par la méthode des circuits couplés grâce au couplage avec la formulation de Dodd&Deeds.

A ce stade du développement de notre modèle, les temps de calculs des termes de la matrice "pseudo-impédance" de la bobine sur elle-même restent assez long (évaluation de $N_g \times N_{ds} \times N_s$ source sur $N_{ds} \times N_s$ récepteur). Aussi, une comparaison quant au temps de calcul de l'impédance de la bobine en charge fausserait la notion de performance de cette nouvelle démarche de prise en compte de la charge.

4.4.5 Influence de l'épaisseur de la plaque sur la résistance

Afin de déterminer l'épaisseur de la plaque, à l'aide des courants de Foucault, il faut que la circulation de ceux-ci soit perturbée par l'épaisseur. Ceci implique, que les courants induits circulent dans toute l'épaisseur de la plaque. Dans notre cas de figure, le capteur est posé sur une tôle qui est elle-même au-dessus d'une plaque de fonte. Aussi, les courants de Foucault doivent circuler le long de la surface en regard de la fonte. Dans ce cas, la fonte peut réagir et perturber la mesure de l'épaisseur. Il peut alors être judicieux de trouver des fréquences de contrôle qui permettent de limiter, voir d'éliminer, l'influence de la fonte sur le capteur.

Nous avons donc effectué une série de mesures afin d'analyser l'évolution de l'impédance de la sonde ("BOB-25" munie de sa ferrite), posée sur la plaque conductrice (de type acier inoxydable 304L), en présence et en l'absence de la fonte (FGL 240 HB). La figure 4.18 présente l'évolution de la résistance, en fonction de la fréquence, pour trois épaisseurs différentes (0,8 mm, 1 mm et 2 mm).

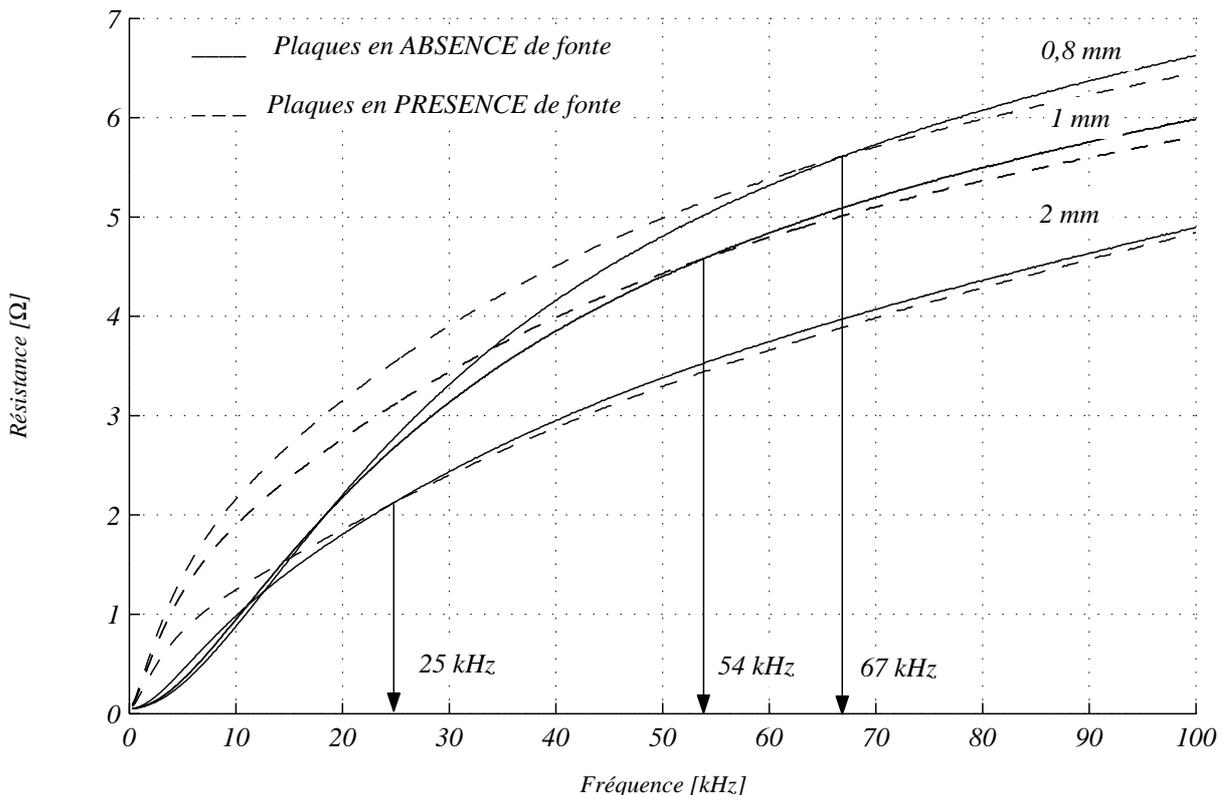


FIGURE 4.18 – RÉSISTANCE EN FONCTION DE L'ÉPAISSEUR, AVEC OU SANS FONTE

Pour chaque épaisseur, nous notons une fréquence particulière à laquelle les résistances de la sonde, pour la plaque conductrice en l'air ou posée sur la fonte, sont égales. La quan-

tification de cette fréquence particulière peut être perturbée par des paramètres extérieurs (entrefer entre tôle conductrice et plaque de fonte, *lift-off*, ...) et donc s'avérer être imprécise. Néanmoins, on se rend compte que pour des fréquences proches ou supérieures à cette fréquence particulière, les écarts relatifs entre les valeurs de résistances sont inférieurs à 5% (Figure 4.19).

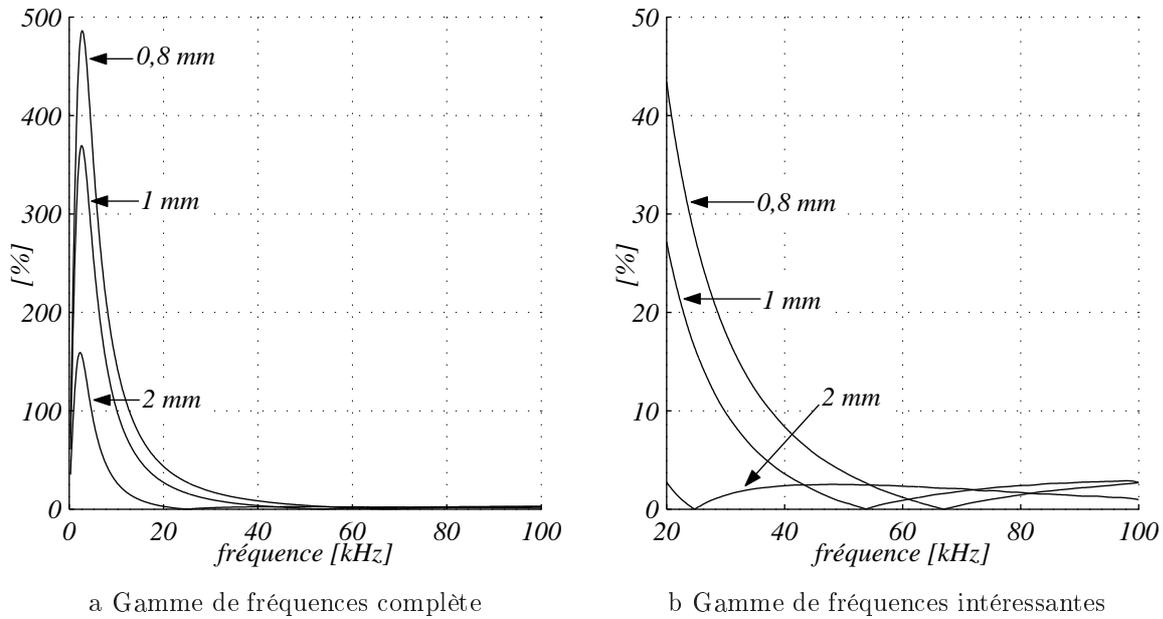


FIGURE 4.19 – ÉCARTS RELATIFS ENTRE LES RÉSISTANCES AVEC OU SANS FONTE

L'évaluation de l'épaisseur de la tôle conductrice est donc possible par la minimisation de fonction objectif, en utilisant le modèle des circuits couplés pour la résolution directe d'un système ne comportant que la tôle à identifier et la sonde alimentée à une fréquence bien choisie.

4.5 Conclusion

L'utilisation des capteurs dans les systèmes de contrôles non destructifs par courants de Foucault se fait à des fréquences telles que les effets de peau et de proximité au sein de la bobine sont non négligeables. Nous avons développé dans ce chapitre un modèle axisymétrique basé sur la méthode des circuits couplés qui permet de calculer la distribution de la densité de courants dans chaque spire de la bobine, ainsi que l'impédance absolue de la sonde à vide aussi bien qu'en présence d'une charge conductrice.

Compte tenu du nombre important de spires que comportent les bobines, une formulation analytique a été employée pour considérer l'effet de peau. Par ce biais nous avons réduit, de manière substantielle, le nombre de discrétisations dans la bobine.

Le pot ferritique a été modélisé par une distribution fictive de courants de surface et une attention particulière a été portée sur le type de discrétisation de cette ferrite. Le nombre d'éléments discrets de la ferrite a été optimisé au regard de leur sollicitation magnétique.

La focalisation du champ magnétique, par le biais du pot ferritique, limite les courants de Foucault dans une région restreinte de la charge. De plus, l'épaisseur de peau dans la charge peut être faible devant l'épaisseur de celle-ci, en fonction de la fréquence utilisée. La discrétisation irrégulière de la charge que nous avons développée prend en compte ces deux aspects, en affinant les zones de fortes sollicitations électriques.

Malgré ces précautions, le nombre de discrétisations utilisées pour la charge limite les performances de notre modèle. En effet, dans la méthode des circuits couplés, une matrice pleine est définie, puis inversée. La taille de cette matrice est limitée par les ressources mémoires disponibles dans les ordinateurs (inversion rapide). Aussi, la discrétisation de la charge impose une limite au nombre de discrétisations des autres éléments (à savoir la ferrite et surtout la bobine). Nous avons donc développé une approche originale de prise en compte de la charge. En effet, dans la méthode des circuits couplés, nous introduisons la formulation analytique développée par Dodd et al., afin de s'abstenir de discrétiser la charge et de réduire ainsi le nombre d'inconnues, tout en la prenant en compte.

L'optimisation de la discrétisation apportée au cours de ce travail rend le modèle des circuits couplés performant en temps de calcul. De plus, il permet de bien prendre en compte l'ensemble des phénomènes électromagnétiques au sein de la bobine, dans la gamme de fréquences considérée.

Les comparaisons expérimentales ont montré la pertinence de notre modèle.

Chapitre 5

Contrôle d'une structure anisotrope et hétérogène par courants de Foucault

5.1 Introduction

Dans le premier chapitre, nous avons présenté les matériaux qui composent la structure d'un avion, et notamment l'introduction des matériaux composites, qui a permis un gain de poids considérable et donc une économie financière appréciable pour les compagnies aéronautiques. Ils sont de plus en plus utilisés et donc de plus en plus contrôlés.

Parmi ces nouveaux matériaux, les composites à matrices organiques tels que les matériaux composites à fibres de carbone sont particulièrement utilisés. Ces matériaux ont une structure différente des matériaux métalliques tels que les aluminiums et leurs alliages. En effet, ils présentent une forte anisotropie et une hétérogénéité tout aussi importante.

L'étude électromagnétique du contrôle non destructif par courants de Foucault de telles structures nécessite la mise en place d'outils numériques de modélisation tels que les éléments finis en trois dimensions.

Tout d'abord, une technique d'homogénéisation de ces matériaux doit être développée. En effet, la prise en compte de l'ensemble de la structure réelle est impossible numériquement car les ressources mémoires et les temps de calculs seraient prohibitifs. Ensuite, l'interaction entre le capteur et la charge anisotrope homogénéisée doit être définie. Pour ce faire, une modélisation en trois dimensions est nécessaire afin de prendre en compte l'anisotropie de la plaque. Cette plaque possède en général une épaisseur très inférieure aux autres dimensions. Aussi, dans le but de réduire encore le temps de calcul et l'espace mémoire nécessaire, l'utilisation des éléments à couche mince est préconisée. Enfin, l'éva-

luation de la puissance active injectée dans la plaque permet de déterminer la variation de la résistance de la bobine de contrôle.

Nous présentons dans ce chapitre une ouverture sur ces modèles anisotropes et hétérogènes. Dans notre approche, nous ne considérons qu'une seule couche. Le principe d'homogénéisation de cette couche de matériaux hétérogènes est développé dans le cas général où ces matériaux possèdent une perméabilité magnétique constante différente de celle de l'air. Les formulations en potentiel scalaire réduit sont ensuite développées dans le cadre des éléments coques. Puis le calcul des puissances injectées ramenées à la variation de la résistance de la bobine d'excitation est effectué. Une comparaison avec les mesures expérimentales dans un cas simple conclut cette ouverture sur le contrôle non destructif par courants de Foucault de structure anisotrope et hétérogène [Doirat-2006b, Doirat-2007a].

5.2 Homogénéisation d'une couche de matériau ferromagnétique

La figure 1.2 montre une structure complète multicouche d'un matériau composite. Nous considérons une couche de cette structure. L'homogénéisation de cette couche, d'un point de vue électromagnétique, permet de déterminer les tenseurs de conductivité $\bar{\sigma}$ et de perméabilité magnétique $\bar{\mu}$ homogènes d'un élément de même géométrie. Cet élément homogénéisé doit se comporter d'un point de vue énergétique de la même manière que le matériau réel. Aussi, les puissances actives et réactives de l'élément homogénéisé et du matériau réel doivent être identiques.

Le matériau réel est défini géométriquement par le nombre de fibres n_f , leur rayon R_f et le taux de remplissage τ (rapport de la surface occupée par les fibres sur la surface totale considérée). La conductivité électrique σ_f et la perméabilité magnétique μ_f de chaque fibre complète la définition du système. La matrice est considérée d'un point de vue électromagnétique comme de l'air.

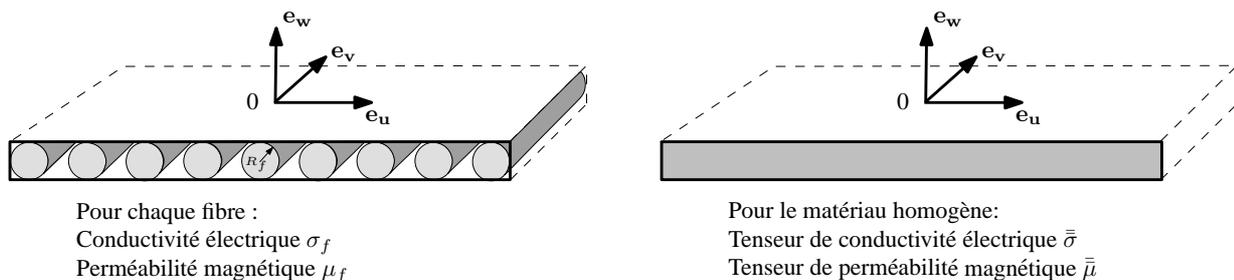


FIGURE 5.1 – SCHÉMA DE PRINCIPE DE L'HOMOGENÉISATION D'UNE COUCHE

Les fibres sont orientées suivant l'axe \mathbf{e}_v du repère local $(O; \mathbf{e}_u, \mathbf{e}_v, \mathbf{e}_w)$. Les tenseurs sont donc définis par rapport à ce repère. On considère que la conductivité électrique suivant l'axe \mathbf{e}_w est très faible. De plus, nous considérons que la composante des champs électromagnétiques suivant l'axe \mathbf{e}_w est nulle. Il ne reste donc plus qu'à déterminer les composantes des tenseurs dans le plan $(O; \mathbf{e}_u, \mathbf{e}_v)$. Les tenseurs de conductivité et de perméabilité magnétiques s'écrivent donc dans le repère $(O; \mathbf{e}_u, \mathbf{e}_v, \mathbf{e}_w)$:

$$\bar{\sigma}_{uv} = \begin{pmatrix} \sigma_{uu} & 0 \\ 0 & \sigma_{vv} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \bar{\mu}_{uv} = \begin{pmatrix} \mu_{uu} & 0 \\ 0 & \mu_{vv} \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

Nous distinguons deux cas de figure suivant l'axe d'homogénéisation choisi :

- Transverse Électrique (TE) : champ magnétique \mathbf{H}_0 parallèle aux fibres ;
- Transverse Magnétique (TM) : champ électrique \mathbf{E}_0 parallèle aux fibres.

Chacune de ces configurations permet de définir une composante non nulle de $\bar{\sigma}_{uv}$ et de $\bar{\mu}_{uv}$.

5.2.1 Homogénéisation dans le cas Transverse Électrique

Cette configuration nous permet de déterminer la perméabilité magnétique équivalente suivant l'axe \mathbf{e}_u (μ_{uu}) et la conductivité électrique suivant l'axe \mathbf{e}_v (σ_{vv}). Nous considérons un champ magnétique \mathbf{H}_0 sinusoïdal d'amplitude constante, de pulsation fixe ω , dirigé suivant l'axe des fibres \mathbf{e}_v . La longueur des fibres n'est pas prise en compte. Les puissances calculées sont donc des puissances par unité de longueur.

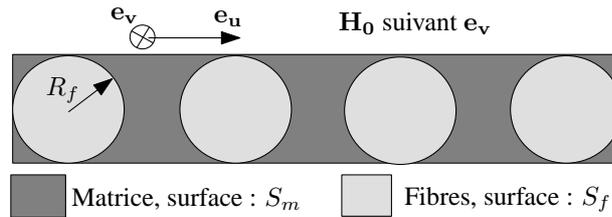


FIGURE 5.2 – SCHÉMA DE PRINCIPE DANS LE CAS TE

La perméabilité magnétique suivant l'axe \mathbf{e}_u est pondérée par le taux de remplissage tel que :

$$\mu_{uu} = \mu_0(\mu_r\tau + (1 - \tau)) \quad (5.2)$$

Afin de déterminer la conductivité électrique équivalente suivant l'axe \mathbf{e}_v , il faut calculer les puissances actives et réactives dans le cas réel et dans le cas homogénéisé.

■ Pour calculer les puissances dans le système réel, on considère une seule fibre baignée

dans un champ magnétique \mathbf{H}_0 dirigé suivant l'axe de la fibre (le champ magnétique \mathbf{H}_0 est donc scalaire). Les relations suivantes sont établies dans le repère circulaire propre de la fibre.

La densité de courant dans la fibre $J(r)$ circule suivant l'axe orthoradial et son module est donné par la distribution de "Kelvin" en fonction de la densité de courant en surface J_0 telle que :

$$J(r) = J_0 \frac{\mathcal{J}_0(k_k r j^{1,5})}{\mathcal{J}_0(k_k R_f j^{1,5})} \quad (5.3)$$

avec $k_k = \sqrt{\omega \sigma_f \mu_f}$, \mathcal{J}_0 étant la fonction de Bessel d'ordre zéro et de premier espèce. A partir de l'équation de Maxwell-Faraday (2.18) et de la loi d'Ohm (2.6) on a :

$$J_0 = \frac{(k_k j^{1,5})^2 H_0}{2 \pi R_f} \quad (5.4)$$

L'intégration de (5.3) sur la surface d'une fibre donne donc :

$$E = H_0 k_k j^{1,5} \frac{\mathcal{J}_1(k_k j^{1,5} R_f)}{\mathcal{J}_0(k_k j^{1,5} R_f)} \quad (5.5)$$

La puissance apparente transmise dans la fibre par unité de longueur ($P_{rf} + jQ_{rf}$) est donnée par l'intégration du vecteur de Poynting :

$$P_{rf} + jQ_{rf} = - \oint_c \mathbf{E} \times \mathbf{H}_0 \Rightarrow P_{rf} + jQ_{rf} = -2 \pi R_f E H_0 \quad (5.6)$$

Soit pour n_f fibres :

$$P_{r_{nf}} + jQ_{r_{nf}} = -n_f H_0^2 k_k j^{1,5} \frac{\mathcal{J}_1(k_k j^{1,5} R_f)}{\mathcal{J}_0(k_k j^{1,5} R_f)} \quad (5.7)$$

De plus, l'énergie magnétique emmagasinée dans la matrice est définie par :

$$Q_{rm} = j \omega \mu_0 H_0^2 S_m \quad (5.8)$$

avec S_m la surface occupée par la matrice. Aussi, la puissance apparente dans le système réel s'écrit :

$$P_r + jQ_r = -n_f H_0^2 k_k j^{1,5} \frac{\mathcal{J}_1(k_k j^{1,5} R_f)}{\mathcal{J}_0(k_k j^{1,5} R_f)} + j \omega \mu_0 H_0^2 S_m \quad (5.9)$$

■ Nous établissons maintenant le principe de calcul des puissances dans le système homogène. Pour ce faire, nous utilisons un modèle en éléments finis 2D. La structure est schématisée sur la figure 5.1. Elle est constituée d'un matériau homogène de perméabilité

μ_{uu} donnée par (5.2).

Une fois déterminé le champ magnétique H dans tout le matériau, on calcule la densité de courant J par la loi de Maxwell-Ampère ainsi que le champ électrique E par la loi d'Ampère. On évalue enfin la puissance apparente homogène dans le matériau par :

$$P_h + jQ_h = \int_S (E \cdot J^* + j \omega \mu_{uu} \mathbf{H}^2) \quad (5.10)$$

■ Maintenant que les formulations des puissances apparentes des systèmes réels et homogénéisés sont définies dans le cas TE, nous appliquons l'algorithme présenté sur la figure 5.3 pour déterminer la conductivité homogène suivant l'axe \mathbf{e}_v (σ_{vv}).

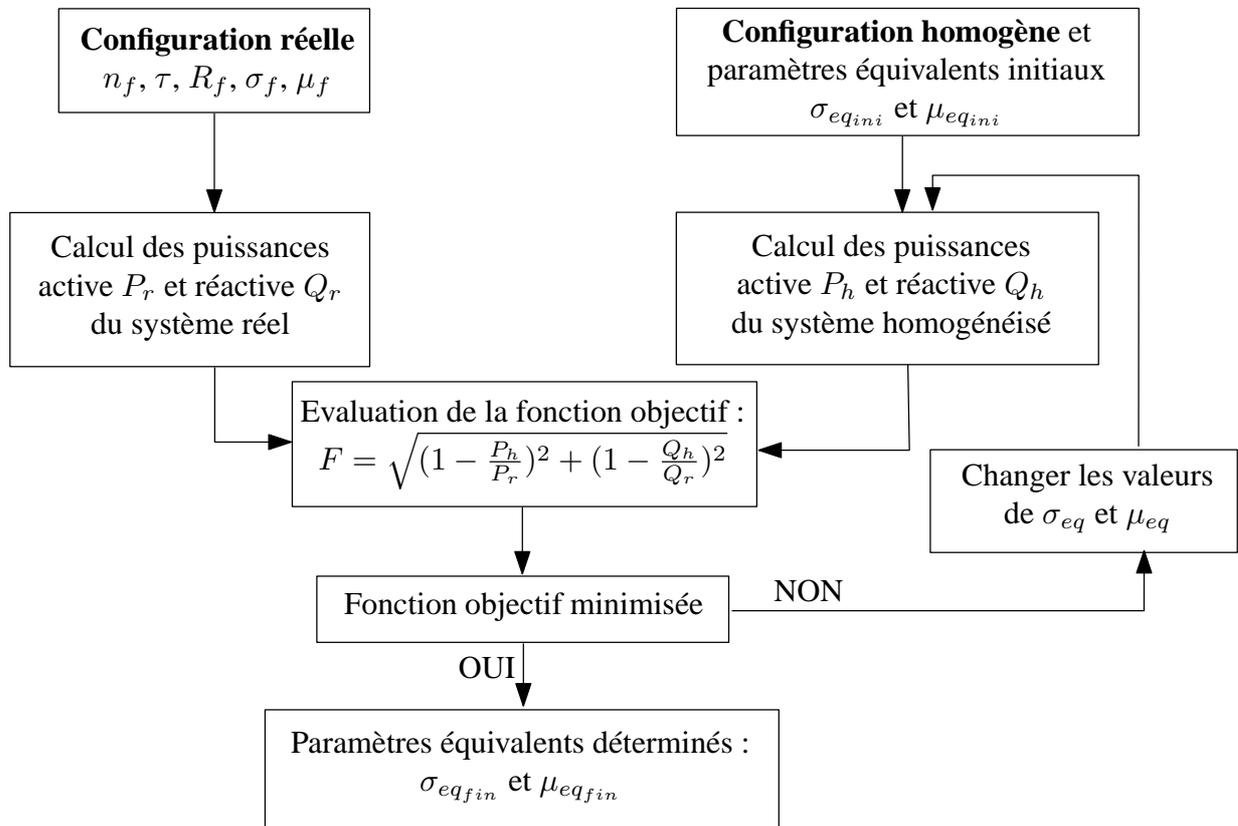


FIGURE 5.3 – ALGORITHME DE RECHERCHE DES PARAMÈTRES HOMOGENES

Les valeurs de σ_{vv} et μ_{uu} dépendent de la géométrie et des matériaux réels. Avec les paramètres fournis dans le tableau 5.1, nous obtenons les parties imaginaire et réelle de la conductivité équivalente représentées sur la figure 5.4. La perméabilité magnétique relative μ_{uu} quant à elle varie entre 80 (40%) et 157 (80%).

TABLE 5.1 – CARACTÉRISTIQUE DE SIMULATION

Conductivité électrique	σ	1,5 MSm ⁻¹
Perméabilité magnétique relative	μ_r	200
Taux de remplissage	τ	de 40% à 80%

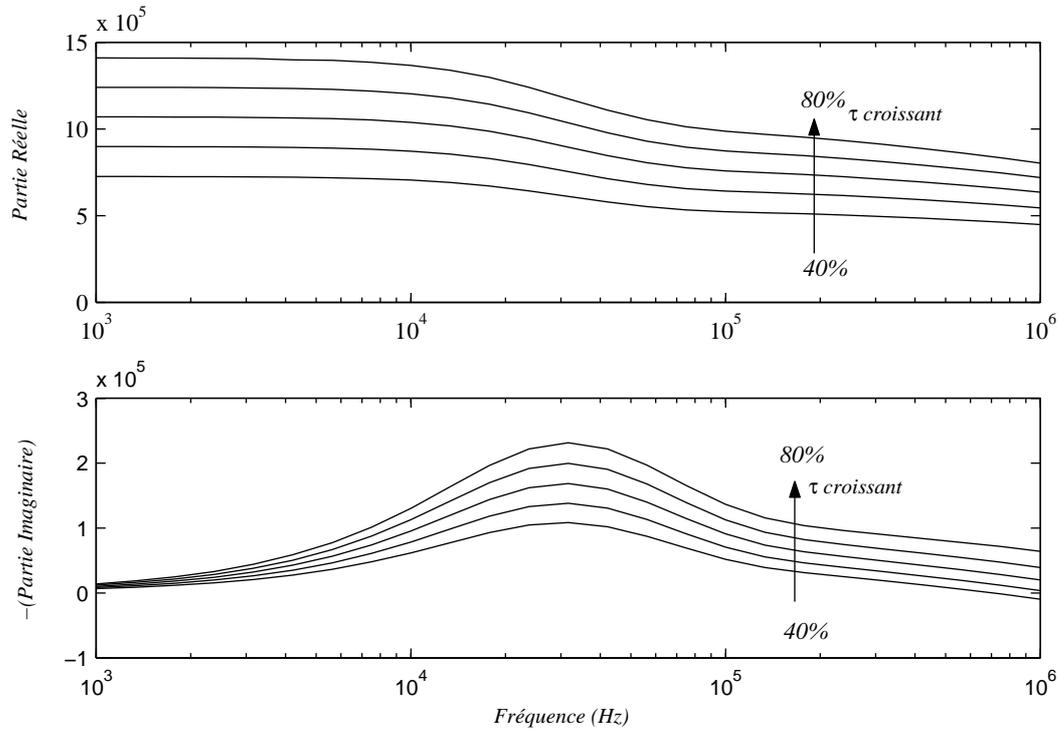


FIGURE 5.4 – CONDUCTIVITÉ HOMOGÈNE DANS LE CAS TE

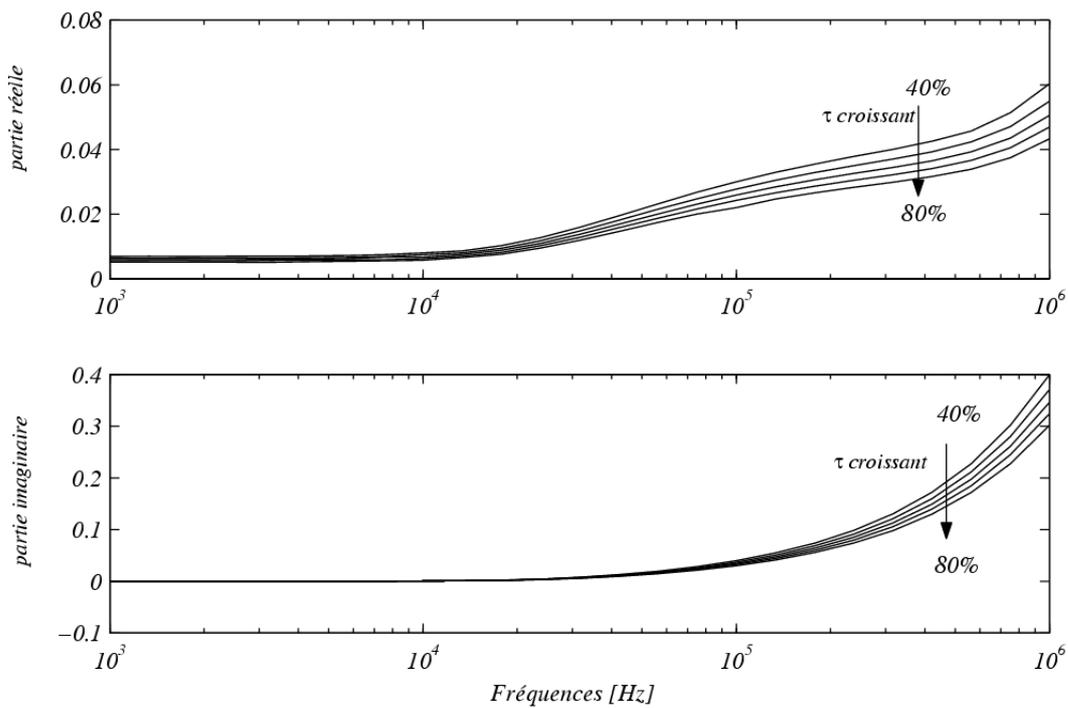


FIGURE 5.5 – RELUCTIVITÉ HOMOGÈNE DANS LE CAS TM

5.2.2 Homogénéisation dans le cas Transverse Magnétique

Dans le cas TM, c'est le champ électrique qui est parallèle aux fibres. On cherche la conductivité équivalente dans le plan perpendiculaire aux fibres σ_{uu} et la réductivité complexe équivalente dans le sens des fibres μ_{vv} .

La conductivité équivalente est pondérée par le taux de remplissage des fibres dans la matrice, comme la perméabilité dans le cas TE.

Pour la réductivité équivalente, on procède de la même manière que pour la conductivité équivalente dans le cas TE. Toutefois, les calculs des puissances dans le cas réel comme dans le cas homogène se font de manière numérique en éléments finis 2D.

La figure 5.5 montre l'évolution de la réductivité avec la fréquence pour différents taux de remplissage et pour les mêmes caractéristiques présentées dans le tableau 5.1.

5.2.3 Homogénéisation dans le cas général

Les champs électromagnétiques générés par un inducteur ne sont pas nécessairement dirigés suivant les axes des fibres. La figure 5.6 indique le système d'axes propres aux fibres ($O; \mathbf{e}_u, \mathbf{e}_v, \mathbf{e}_w$) et celui propre à l'inducteur ($O; \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$).

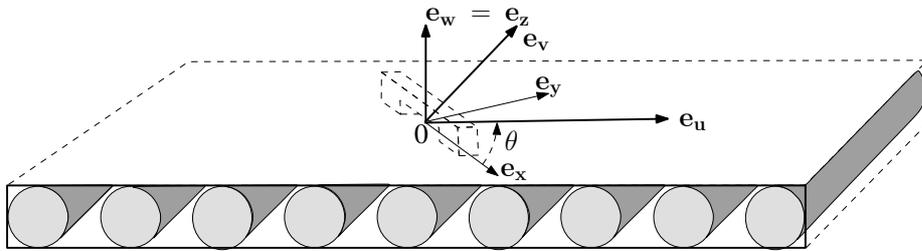


FIGURE 5.6 – SCHÉMA DE PRINCIPE AVEC SYSTÈME D'AXE

Le but de la simulation est de définir l'impédance de la bobine en présence de la plaque. L'ensemble des puissances et autres grandeurs sont alors ramenés à l'inducteur. Il convient de définir les tenseurs $\bar{\bar{\sigma}}_{xy}$ et $\bar{\bar{\mu}}_{xy}$ dans le repère propre de l'inducteur tels que :

$$\bar{\bar{\sigma}}_{xy} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \bar{\bar{\mu}}_{xy} = \begin{pmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} \end{pmatrix} \quad (5.11)$$

Les relations entre les composantes des tenseurs de conductivité électrique dans les

repères $(O; \mathbf{e}_u, \mathbf{e}_v, \mathbf{e}_w)$ et $(O; \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$ sont données par (annexe C) :

$$\bar{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_u \cos^2(\theta) + \sigma_v \sin^2(\theta) & \cos(\theta) \sin(\theta)(\sigma_u - \sigma_v) \\ \cos(\theta) \sin(\theta)(\sigma_u - \sigma_v) & \sigma_u \sin^2(\theta) + \sigma_v \cos^2(\theta) \end{pmatrix} \quad (5.12)$$

Les relations entre les composantes du tenseur de perméabilité magnétique s'écrivent de la même manière en remplaçant σ par μ .

5.3 Éléments coques généralisés de matériaux anisotropes et hétérogènes

Comme pour la formulation des éléments coques généralisés de matériaux isotropes et homogènes, présentée dans la section 2.5.2, la formulation éléments coques généralisés de matériaux anisotropes et hétérogènes est une combinaison de deux types de solutions [Bensaid-2006] :

1. Une solution analytique qui permet de connaître les variations des grandeurs électromagnétiques suivant l'épaisseur de la plaque en connaissant les champs magnétiques tangentiels en surface de la plaque.
2. Une solution numérique qui permet de connaître les champs magnétiques dans tout l'espace, notamment sur les surfaces de la plaque.

5.3.1 Solution analytique

Nous considérons une plaque d'épaisseur e et de dimensions latérales infinies. Les deux faces de cette plaque sont soumises à des champs magnétiques tangentiels comme indiqué sur la figure 5.7.

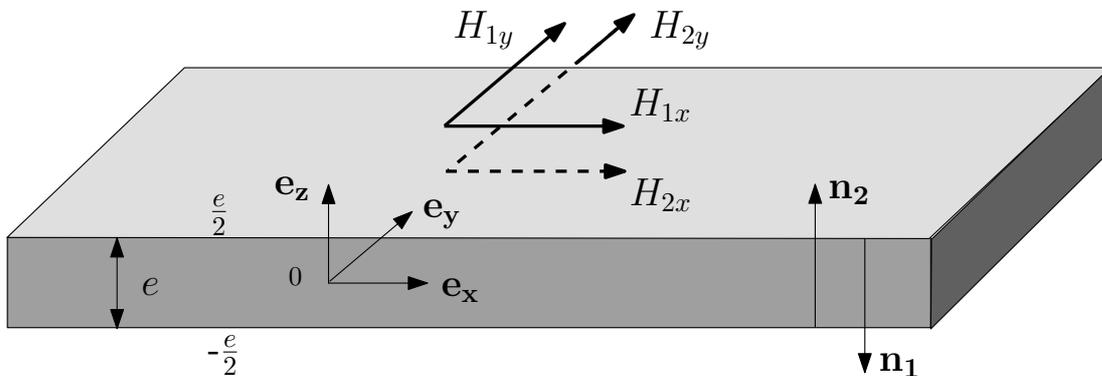


FIGURE 5.7 – CHAMPS TANGENTIELS EN SURFACE D'UNE PLAQUE CONDUCTRICE

L'équation de diffusion du champ magnétique s'écrit :

$$\mathbf{rot}(\bar{\sigma}^{-1} \mathbf{rot}(\mathbf{H})) + j\omega\bar{\mu}\mathbf{H} = 0 \quad (5.13)$$

Le champ magnétique dans la plaque n'a que deux composantes non nulles (H_x et H_y) qui ne dépendent que de z . En exprimant cette équation en fonction de ces composantes, on obtient le système d'équations différentielles couplées de la forme suivante :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 H_x(z)}{\partial z^2} + a.H_x = b.H_y \\ \frac{\partial^2 H_y(z)}{\partial z^2} + c.H_y = d.H_x \end{cases} \quad (5.14)$$

Les coefficients complexes a , b , c et d dépendent de la pulsation ω , des composantes des tenseurs de conductivité électrique $\bar{\sigma}$ et de perméabilité magnétique $\bar{\mu}$.

La résolution du système (5.14) permet d'obtenir les formulations analytiques des composantes H_x et H_y du champ magnétique dans la plaque (Annexe D). A partir de ces formulations, nous déduisons les expressions de la densité de courant, du champ électrique et de la puissance induite dans la plaque.

Les composantes H_x et H_y du champ magnétique dans la plaque s'écrivent :

$$\begin{cases} H_x(z) = K_1(z) - K_2(z) \\ H_y(z) = Q_2.K_1(z) - Q_1.K_2(z) \end{cases} \quad (5.15)$$

Avec

$$K_1(z) = \frac{1}{(Q_1 - Q_2) \sinh(P_2 e)} \begin{bmatrix} (Q_1 H_{1x} - H_{1y}) \sinh\left(P_2 \cdot \left(\frac{e}{2} + z\right)\right) \\ + (Q_1 H_{2x} - H_{2y}) \sinh\left(P_2 \cdot \left(\frac{e}{2} - z\right)\right) \end{bmatrix}$$

$$K_2(z) = \frac{1}{(Q_1 - Q_2) \sinh(P_1 e)} \begin{bmatrix} (Q_2 H_{1x} - H_{1y}) \sinh\left(P_1 \cdot \left(\frac{e}{2} + z\right)\right) \\ + (Q_2 H_{2x} - H_{2y}) \sinh\left(P_1 \cdot \left(\frac{e}{2} - z\right)\right) \end{bmatrix}$$

$$Q_1 = \frac{a + P_1^2}{b} \quad , \quad P_1 = \sqrt{\frac{-(a + c) + j \cdot \sqrt{-(a - c)^2 - 4 \cdot b \cdot d}}{2}}$$

$$Q_2 = \frac{a + P_2^2}{b} \quad , \quad P_2 = \sqrt{\frac{-(a + c) - j \cdot \sqrt{-(a - c)^2 - 4 \cdot b \cdot d}}{2}}$$

La densité de courant induite se déduit de l'équation de Maxwell-Ampère :

$$\mathbf{rot}(\mathbf{H}) = \mathbf{J} = -\mathbf{n}_1 \times \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial z} \quad (5.16)$$

Comme pour le champ magnétique, la composante de la densité de courant suivant z est identiquement nulle et les deux autres composantes ne dépendent que de z telles que :

$$\begin{cases} J_x = -\frac{dH_y}{dz} = -Q_2 \frac{dK_1}{dz} + Q_1 \frac{dK_2}{dz} \\ J_y = \frac{dH_x}{dz} = \frac{dK_1}{dz} + \frac{dK_2}{dz} \end{cases} \quad (5.17)$$

A partir de la loi d'Ohm, nous déduisons les expressions des composantes du champ électrique.

$$\mathbf{E} = \bar{\sigma}^{-1} \mathbf{J} \Rightarrow \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \bar{\sigma}^{-1} \begin{pmatrix} J_x \\ J_y \end{pmatrix} \quad (5.18)$$

L'inverse du tenseur de la conductivité est donné par :

$$\bar{\sigma}^{-1} = \frac{1}{\sigma_{xx}\sigma_{yy} - \sigma_{xy}^2} \begin{pmatrix} \sigma_{yy} & -\sigma_{xy} \\ -\sigma_{xy} & \sigma_{xx} \end{pmatrix} \quad (5.19)$$

La densité de puissance induite se déduit de l'expression suivante :

$$P = \mathbf{J} \cdot \mathbf{E}^t \quad (5.20)$$

En fonction du type de matériau et de configuration, les relations précédentes peuvent se mettre sous la forme d'expressions analytiques simples.

5.3.1.1 Cas d'un matériau conducteur amagnétique

Le matériau conducteur amagnétique anisotrope est défini avec une perméabilité magnétique constante égale à celle de l'air et son tenseur de conductivité électrique $\bar{\sigma}$. Aussi, les coefficients a , b , c et d de l'équation (5.14) s'écrivent :

$$\begin{aligned} a &= -j\omega\mu\sigma_{yy} & b &= -j\omega\mu\sigma_{yx} \\ c &= -j\omega\mu\sigma_{xx} & d &= -j\omega\mu\sigma_{xy} \end{aligned}$$

On considère $\sigma_{xy} = \sigma_{yx}$, donc $b = d$.

$$\begin{aligned}
 P_1 &= \sqrt{\frac{j\omega\mu_0}{2} \cdot \left(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4\sigma_{xy}^2} \right)} \\
 P_2 &= \sqrt{\frac{j\omega\mu_0}{2} \cdot \left(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} - \sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4\sigma_{xy}^2} \right)} \\
 Q_1 &= \frac{\sigma_{yy}}{\sigma_{xy}} - \frac{P_1^2}{j\omega\mu_0\sigma_{xy}} = \frac{\sigma_{yy} - \sigma_{xx} - \sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4\sigma_{xy}^2}}{2\sigma_{xy}} \\
 Q_2 &= \frac{\sigma_{yy}}{\sigma_{xy}} - \frac{P_2^2}{j\omega\mu_0\sigma_{xy}} = \frac{\sigma_{yy} - \sigma_{xx} + \sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4\sigma_{xy}^2}}{2\sigma_{xy}}
 \end{aligned}$$

Aussi les composantes du champ électrique ont pour expressions :

$$\begin{cases}
 E_x = \frac{\sigma_{yy}}{\sigma_{xx}\sigma_{yy} - \sigma_{xy}^2} \cdot J_x - \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}\sigma_{yy} - \sigma_{xy}^2} \cdot J_y \\
 E_y = -\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}\sigma_{yy} - \sigma_{xy}^2} \cdot J_x + \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}\sigma_{yy} - \sigma_{xy}^2} \cdot J_y
 \end{cases} \quad (5.21)$$

La densité de puissance active induite dans une plaque conductrice anisotrope (5.20) est donnée par :

$$P = \frac{\sigma_{yy} \cdot J_x^2 - 2 \cdot \sigma_{xy} \cdot J_x \cdot J_y + \sigma_{xx} \cdot J_y^2}{\sigma_{xx}\sigma_{yy} - \sigma_{xy}^2} \quad (5.22)$$

5.3.1.2 Cas d'un matériau ferromagnétique

La conductivité électrique et la perméabilité magnétique seront représentées par leurs tenseurs respectifs. Les coefficients a , b , c et d de l'équation (5.14) s'écrivent :

$$\begin{aligned}
 a &= -j\omega(\sigma_{yy}\mu_{xx} - \sigma_{xy}\mu_{xy}) & b &= -j\omega(\sigma_{xy}\mu_{yy} - \sigma_{yy}\mu_{xy}) \\
 c &= -j\omega(\sigma_{xx}\mu_{yy} - \sigma_{xy}\mu_{xy}) & d &= -j\omega(\sigma_{xy}\mu_{xx} - \sigma_{xx}\mu_{xy})
 \end{aligned}$$

Une formulation développée des différentes grandeurs ne s'exprime pas de manière simple dans ce cas. Nous remplaçons donc les coefficients a , b , c et d dans P_1 , P_2 , Q_1 et Q_2 pour calculer numériquement les champs électromagnétiques, les densités de courants et les densités de puissance induites dans la plaque.

Les expressions développées ci-dessus s'appliquent à l'intérieur de la plaque. Elles dépendent des composantes du champ magnétique sur les surfaces externes. Ces grandeurs sont évaluées numériquement en fonction du système d'excitation (bobine) et des éléments extérieurs (ferrite).

5.3.2 Solution numérique

Le domaine d'étude est représenté par le schéma de principe 5.8. La solution numérique se déduit du potentiel scalaire magnétique dans ce domaine.

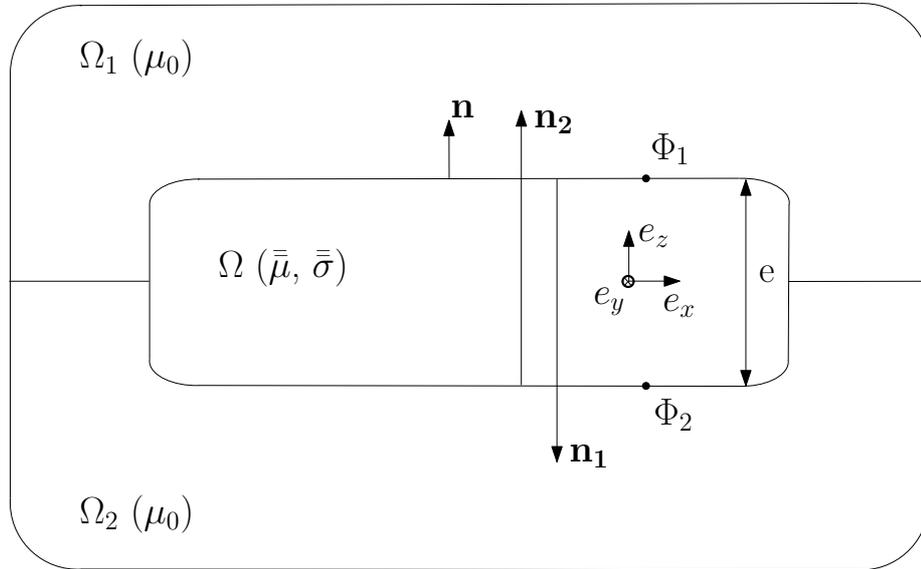


FIGURE 5.8 – ÉLÉMENT COQUE D'UNE PLAQUE D'ÉPAISSEUR FINIE DE CONDUCTIVITÉ ET DE PERMÉABILITÉ ANISOTROPE

Les relations qui lient les composantes tangentielles du champ électrique \mathbf{E}_s aux composantes tangentielles du champ magnétique \mathbf{H}_s se mettent sous la forme matricielle suivante (annexe E) :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} E_{1x} \\ E_{1y} \\ E_{2x} \\ E_{2y} \end{bmatrix}}_{\mathbf{E}_s} = \mathbf{n} \times \underbrace{\begin{bmatrix} [\alpha] & [-\beta] \\ [\beta] & [-\alpha] \end{bmatrix}}_{\Delta} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} H_{1x} \\ H_{1y} \\ H_{2x} \\ H_{2y} \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}_s} \quad (5.23)$$

Les coefficients α et β s'écrivent :

$$[\alpha] = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 \\ \alpha_3 & \alpha_4 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad [\beta] = \begin{bmatrix} \beta_1 & \beta_2 \\ \beta_3 & \beta_4 \end{bmatrix}$$

où $\alpha_{1,2,3,4}$ et $\beta_{1,2,3,4}$ dépendent des coefficients des tenseurs $\bar{\sigma}$ et $\bar{\mu}$ et de la pulsation du champ d'excitation ω .

La formulation en éléments coques dans la région 1 s'écrit [Doirat-2007a] :

$$\begin{aligned}
 & \int_{\Omega_1} \mu \mathbf{grad}(w) \cdot \mathbf{grad}(\Phi_1) d\Omega_1 + \frac{1}{jw} \int_{\Gamma} \mathbf{grad}_s w \begin{bmatrix} -\alpha_1 & -\alpha_2 & \beta_1 & \beta_2 \\ -\alpha_3 & -\alpha_4 & \beta_3 & \beta_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{grad}_x(\Phi_1) \\ \mathbf{grad}_y(\Phi_1) \\ \mathbf{grad}_x(\Phi_2) \\ \mathbf{grad}_y(\Phi_2) \end{bmatrix} d\Gamma \\
 & = \int_{\Gamma} \mu w \mathbf{H}_j \cdot \mathbf{n}_1 d\Gamma - \frac{1}{jw} \int_{\Gamma} \mathbf{grad}_s w \begin{bmatrix} (\beta_1 - \alpha_1) & (\beta_2 - \alpha_2) \\ (\beta_3 - \alpha_3) & (\beta_4 - \alpha_4) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{jx} \\ \mathbf{H}_{jy} \end{bmatrix} d\Gamma
 \end{aligned} \tag{5.24}$$

La formulation correspondant au côté 2 se déduit de (5.24) en remplaçant les indices 1 par les indices 2 du vecteur normal \mathbf{n} et du potentiel scalaire magnétique Φ .

Une fois le potentiel scalaire magnétique déterminé, on calcule les composantes des champs magnétiques sur les deux surfaces :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{H}_{1s} \\ \mathbf{H}_{2s} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{H}_{js} - \mathbf{grad}_s(\Phi_1) \\ \mathbf{H}_{js} - \mathbf{grad}_s(\Phi_2) \end{pmatrix} \tag{5.25}$$

avec \mathbf{H}_{js} le champ magnétique source calculé par la loi de Biot et Savart. Les composantes tangentielles du champ électrique sont données par (5.23).

Nous pouvons calculer la puissance active injectée dans le matériau par l'évaluation de la partie réelle de l'intégrale surfacique du vecteur de Poynting. Cette puissance représente la variation de résistance dans l'inducteur si l'on néglige les effets de peau et de proximité propre dans celui-ci :

$$P_{Poynting} = \frac{1}{2} \left(- \iint_{S_1} (\mathbf{E}_{1s} \times \mathbf{H}_{1s}^*) dS + \iint_{S_2} (\mathbf{E}_{2s} \times \mathbf{H}_{2s}^*) dS \right) \tag{5.26}$$

5.4 Validation de la formulation

Nous avons implémenté cette formulation sous environnement *Matlab*. Nous utilisons pour ce faire les éléments finis nodaux de première ordre. Deux types de maillage ont été employés, soit le maillage 2D fournit dans la *toolbox de PDE Matlab* qui est extrudé afin de fournir un environnement 3D, soit le maillage GMSH développé par C. Geuzaine et J-F

Remacle¹. Les données du maillage sont complétées par les données physiques du système. L'assemblage sous forme matricielle et la résolution de ce système par une méthode de gradient biconjugué permettent de déterminer la valeur du potentiel scalaire magnétique dans l'ensemble du domaine.

L'outil numérique ainsi développé permet de nous rendre compte de l'effet de l'anisotropie sur la répartition de la densité de puissance dans la plaque homogénéisée. Cet effet sur la répartition de puissance se traduit notamment par une variation de la résistance de sonde de contrôle.

5.4.1 Répartition de la densité de puissance dans une plaque de conductivité anisotrope

Un quadrillage a été gravé dans une couche de cuivre (collé sur une plaque d'epoxy) de telle sorte que la conductivité électrique équivalente suivant chaque axe du quadrillage (\mathbf{e}_u , \mathbf{e}_v) soit différente l'une de l'autre ($2\sigma_{uu} \approx \sigma_{vv}$). La figure 5.9 montre la plaque surmonté d'une bobine circulaire. Cette bobine est traversée par un courant sinusoïdal d'amplitude constante et de fréquence fixe.

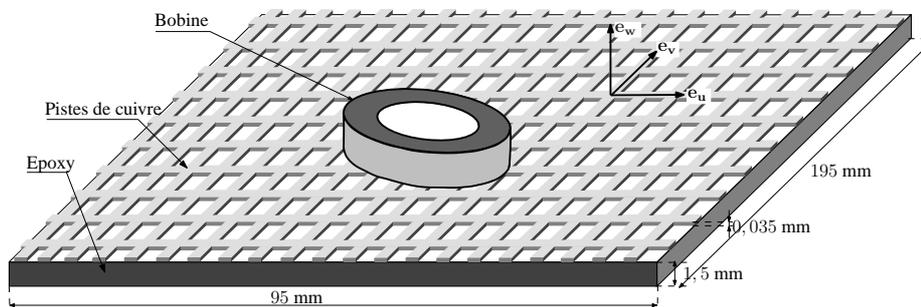


FIGURE 5.9 – SCHÉMA DE PRINCIPE CAPTEUR SUR PLAQUE ANISOTROPE

La répartition de la densité de puissance active dans la plaque homogénéisée est représentée sur la figure 5.10. L'influence de l'anisotropie de la plaque est mis en évidence par comparaison d'une structure isotrope (figure 5.10a, avec $\sigma_{uu} = \sigma_{vv}$) et d'une structure anisotrope (figure 5.10b, avec $2\sigma_{uu} \approx \sigma_{vv}$). Bien que la puissance injectée dans la plaque reste quasiment inchangée, la densité de puissance active dans le sens de faible conductivité est plus importante car les courants induits rencontrent plus de résistance.

L'orientation et la densité des brins conducteurs modifient la distribution de la densité de puissance. Par conséquent, la résistance d'un capteur qui crée un champ magnétique unidirectionnel au-dessus d'un matériau anisotrope est différente suivant sa position.

¹<http://www.geuz.org/gmsh>

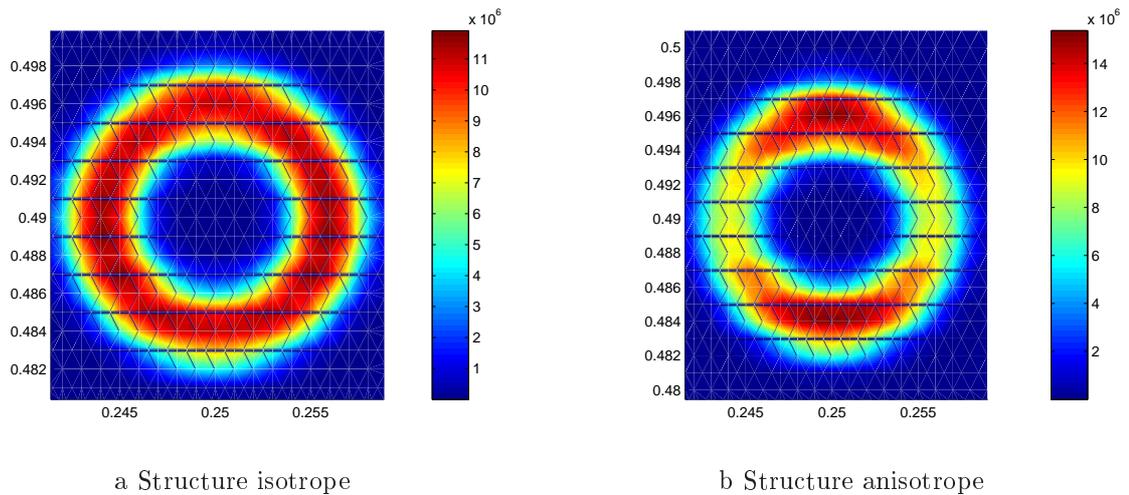


FIGURE 5.10 – RÉPARTITION DE LA DENSITÉ DE PUISSANCE DANS LA PLAQUE

5.4.2 Variation de résistance par rapport au sens de l'anisotropie

Un capteur muni d'une ferrite en forme de U privilégie la circulation du champ magnétique entre ses plots (et la circulation des courants induits perpendiculairement au champ magnétique). La figure 5.11 montre un tel capteur (de repère propre $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$) au-dessus de la plaque précédente (de repère propre $(\mathbf{e}_u, \mathbf{e}_v, \mathbf{e}_w)$).

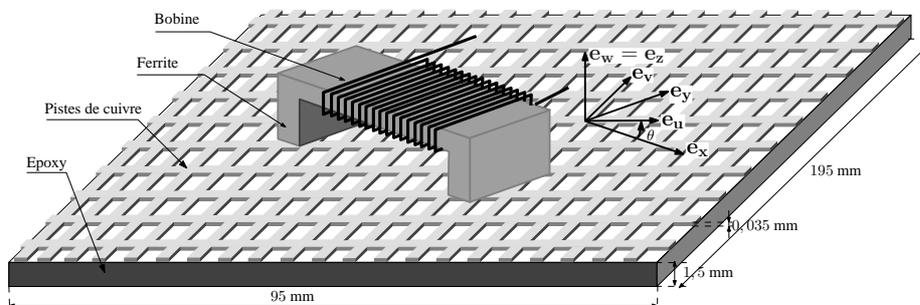


FIGURE 5.11 – SCHÉMA DE PRINCIPE CAPTEUR SUR PLAQUE ANISOTROPE

Deux cas extrêmes sont considérés : dans le premier cas (cas1) : $\mathbf{e}_x = \mathbf{e}_v$ (circulation des courants suivant la faible conductivité) et dans le second cas (cas2) : $\mathbf{e}_x = \mathbf{e}_u$ (circulation des courants suivant la forte conductivité). La variation de la résistance en fonction de l'orientation du capteur est représentée sur la figure 5.12 pour des fréquences allant de 30kHz à 350 kHz.

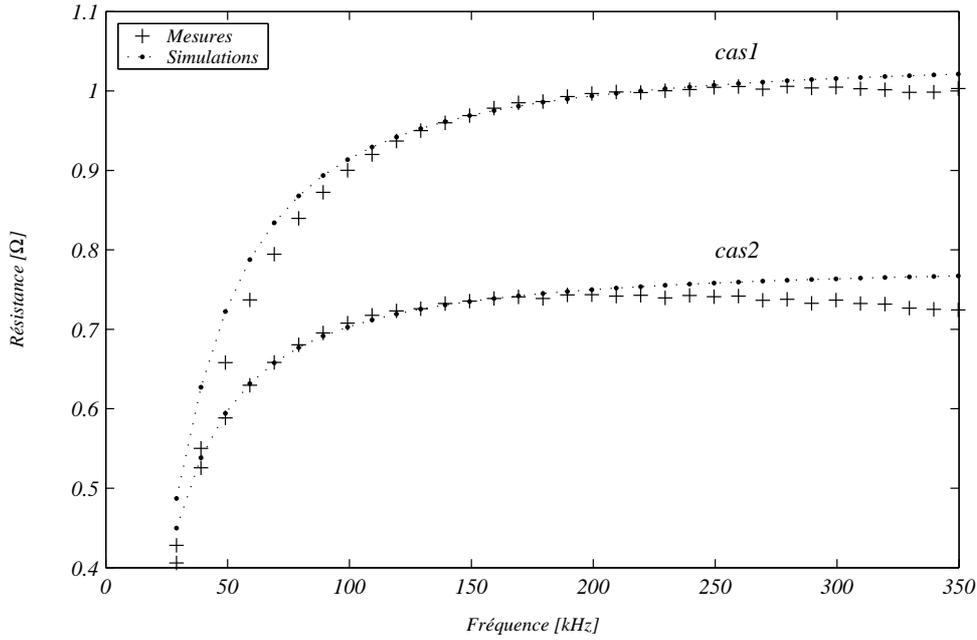


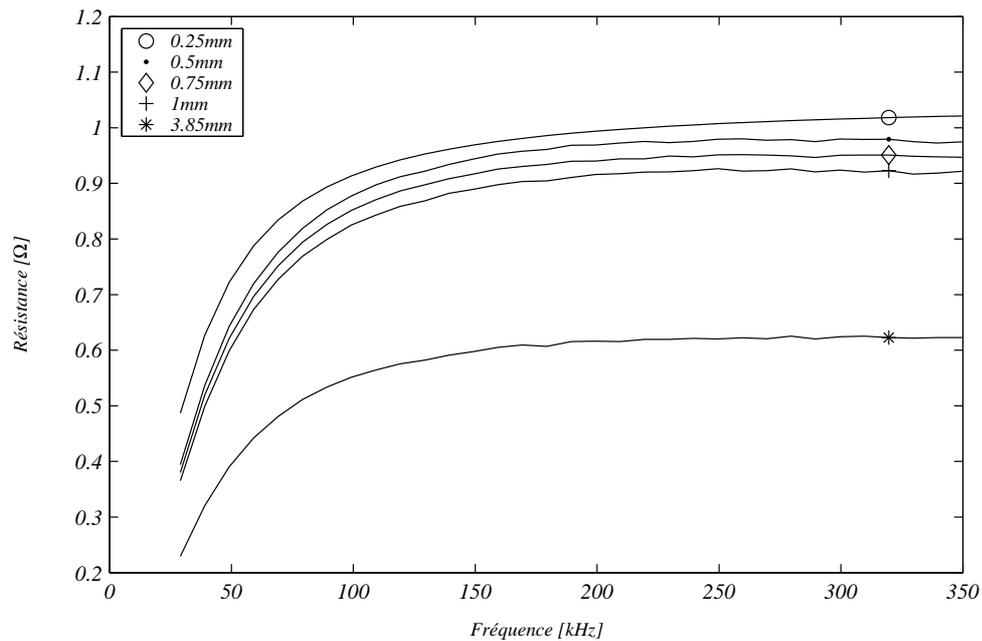
FIGURE 5.12 – RÉSISTANCE SUIVANT L'ORIENTATION DU CAPTEUR

La comparaison entre les simulations et les mesures montrent une tendance identique, et même une bonne adéquation pour des fréquences comprises entre 100 Hz et 200 kHz. De plus, on constate qu'à faible fréquence l'orientation du capteur n'a que peu d'effet sur la résistance. Par contre, au delà de 100 kHz, l'orientation du capteur sur la plaque influe sur la résistance de façon non négligeable. Il est donc difficile, voir impossible, de distinguer l'orientation des fibres en-dessous de 100kHz [Doirat-2007b]. Cette influence de l'anisotropie sur la variation de résistance permet d'envisager une application pour ce type de configuration qui consiste à déterminer la conductivité électrique de matériaux anisotropes suivant différents axes.

5.4.3 Variation de résistance par rapport au *lift-off*

Le *lift-off* est un paramètre très influent dans le contrôle non destructif par courants de Foucault. Il est donc intéressant de voir comment se comporte la résistance du capteur en fonction de ce paramètre. Nous présentons sur la figure 5.13 la variation de la résistance en fonction de la fréquence pour différents *lift-off* dans le cas où $\mathbf{e}_x = \mathbf{e}_v$.

On constate que l'évolution de la résistance par rapport à la variation du *lift-off* est significative. Ceci autorise à penser qu'il est possible de contrôler la distance séparant un capteur au-dessus d'un plan conducteur anisotrope en quantifiant sa variation de résistance.

FIGURE 5.13 – VARIATIONS DE LA RÉSISTANCE POUR DIFFÉRENTS *lift-off*

5.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous présentons un modèle tridimensionnel, basé sur la méthode des éléments finis, utilisé pour le contrôle non destructif de plaques de matériaux hétérogènes et anisotropes. L'hétérogénéité de ces matériaux est levée grâce à une phase préalable d'homogénéisation basée sur la minimisation de l'écart de puissances (actives et réactives) entre le matériau réel et un matériau homogène de même géométrie. Le tenseur de conductivité électrique (voire de perméabilité magnétique) est établi dans le repère lié au capteur. Puis, dans le cas de plaques dont l'épaisseur est très inférieure à la surface, la formulation en éléments coques est utilisée. L'adaptation de cette formulation aux matériaux anisotropes est développée et implémentée sous environnement Matlab.

La comparaison entre les résultats de simulations et les mesures permet de valider cette nouvelle approche. Ce premier travail ouvre donc une piste intéressante dans la modélisation des moyens de contrôles non destructifs de matériaux hétérogènes et anisotropes. La variation de la résistance de la sonde de mesure, en fonction de son orientation vis-à-vis de l'anisotropie de la plaque, nous encourage à imaginer un moyen de quantifier la valeur de la conductivité électrique suivant différents axes de la plaque. De même, la variation du *lift-off* modifie de manière non négligeable la résistance du capteur.

Conclusion générale et perspectives

Nous avons présenté, dans ce travail de thèse, différents matériaux qui composent les avions actuels, notamment les alliages d'aluminium et les composites à base de fibre de carbone qui sont les plus employés. Nous avons vu, au cours du premier chapitre, que, principalement deux types de défauts apparaissaient lors de la mise en forme des tôles d'aluminium par étirage sur un gabarit en fonte ferritique : une diminution de l'épaisseur de la tôle et une déformation de la tôle étirée suite à la relaxation mécanique. Pour pallier ces problèmes et parmi les techniques de contrôles non destructifs, présentées dans ce mémoire, notre choix s'est porté sur le contrôle non destructif par courants de Foucault qui nous a semblé être le mieux à même pour quantifier ces déformations de manière simultanée.

Au cours du second chapitre, nous avons présenté les équations électromagnétiques ainsi que les hypothèses simplificatrices qui s'appliquent dans notre cas. Les grandes lignes des modèles utilisés sont également présentées : les modèles analytiques de Dodd et al. qui permettent une résolution axisymétrique dans le cas d'une bobine sur ou entre des plans conducteurs, le modèle semi-analytique basé sur la méthode des circuits couplés. Ce modèle axisymétrique, contrairement au précédent, permet de prendre en compte les effets de peau et de proximité au sein de la bobine dans l'air et en présence d'une charge. Enfin, un modèle numérique en éléments finis 3D qui permet de prendre en compte les plaques de faibles épaisseurs par l'utilisation des éléments coques est explicité. Nous avons montré que, dans le cas de matériaux hétérogènes, une phase préalable d'homogénéisation était nécessaire. Ces trois modèles nous fournissent une base d'analyse solide pour les problèmes auxquels nous nous sommes intéressés.

Nous avons développé une méthode originale pour quantifier la déformation de tôles d'aluminium étirées sur les gabarits en fonte ferritique. Celle-ci consiste à insérer des bobines souples ultrafines entre la fonte et la tôle étirée, afin de mesurer l'entrefer généré par la déformation. Un modèle analytique rapide et précis est utilisé dans un algorithme itératif basé sur l'optimisation d'une fonction objectif.

Les matériaux concernés sont, d'une part, un matériau conducteur multicouches (tôles d'alliages d'aluminium de type 2024 PL O, par exemple, plaqués en surface avec un alliage proche de l'aluminium pure) et, d'autre part, un matériau ferromagnétique (fonte ferritique de type FGL240HB).

Le modèle utilisé ne comporte que deux couches : une couche pour l'aluminium et une autre couche pour la fonte. Les paramètres électromagnétiques de ces couches ont donc été définis de manière globale. L'identification de ces paramètres a montré que la conductivité électrique de la couche représentant l'aluminium dépend de la fréquence électromagnétique. De même, nous avons établi que la perméabilité magnétique globale (ou équivalente) de la fonte dépend de trois éléments : la fréquence, l'entrefer et le type de capteur utilisé pour la caractériser. De plus, l'utilisation d'un paramètre complexe, qui évolue avec la fréquence, nous a permis d'améliorer la précision du modèle, surtout en ce qui concerne la résistance. Aussi, la non linéarité de la perméabilité magnétique globale a été considérée par la réalisation et l'utilisation d'un abaque. Cet abaque, qui fournit la valeur de la perméabilité magnétique globale en fonction de l'entrefer et de la fréquence, a été intégré dans l'algorithme itératif qui minimise une fonction objectif permettant ainsi la détermination de l'entrefer de façon très rapide et précise.

Nous avons ensuite étudié le cas d'un capteur axisymétrique, muni d'un pot ferritique, placé au dessus d'un plan conducteur. La méthode des circuits couplés nous a permis de calculer de manière précise l'impédance propre du capteur à des fréquences telles que les effets de peau et de proximité au sein de la bobine soient non négligeables.

Le principal inconvénient de ces modèles est l'obligation d'inverser une matrice pleine dont la taille est directement liée au nombre d'inconnues du système. Une attention toute particulière a donc été portée sur l'optimisation de la discrétisation des éléments. Tout d'abord, les spires de la bobine n'ont été discrétisées qu'en secteurs. La distribution de la densité de courant suivant le rayon de chaque spire a été calculée de manière analytique. Ensuite, la discrétisation du pot ferritique prend en compte la sollicitation magnétique de ses faces, ce qui a permis de diviser par deux le nombre d'éléments nécessaire à sa modélisation. Nous avons présenté ces travaux lors d'un congrès international au Japon ainsi que dans un article étendu [Doirat-2006a, Doirat-2007b]. Bien entendu, la charge a été discrétisée de manière irrégulière au regard des zones de forte induction (ferrite, effet de peau). Toutefois, une utilisation originale de la formulation analytique de Dodd et al., dans la méthode des circuits couplés, nous a permis de prendre en compte la charge sans avoir besoin de la discrétiser. Cette ultime réduction du nombre d'éléments discrets de la charge

a été effectuée dans le cas d'une bobine à air placée au-dessus de la plaque conductrice. Cette nouvelle approche ouvre des perspectives très prometteuses.

L'optimisation de la discrétisation apportée au cours de ce travail rend le modèle des circuits couplés performant en temps de calcul. De plus, il permet de bien prendre en compte l'ensemble des phénomènes électromagnétiques au sein de la bobine en présence et en l'absence de charge.

Enfin nous proposons une ouverture quant au développement d'un outil de simulation numérique en trois dimensions appliquées aux contrôles non destructifs par courants de Foucault de plaques hétérogènes et anisotropes. Le modèle a été développé dans le cas de matériaux de perméabilité magnétique relative constante. Une technique d'homogénéisation permettant d'obtenir les propriétés homogénéisées des matériaux composites a été employée afin de définir un matériau homogène équivalent.

Pour prendre en compte les problèmes d'anisotropie et de facteur d'échelle au niveau macroscopique, un modèle numérique tridimensionnel anisotrope d'éléments coques a été développé. La plaque ainsi modélisée a été soumise à un champ magnétique produit par une bobine excitatrice. La variation de résistance de la bobine est proportionnelle à la puissance active consommée par la plaque. L'influence de l'anisotropie sur la distribution de la densité de courants induits est mise en avant. De même, l'utilisation d'un capteur directif permet de caractériser l'orientation de l'anisotropie.

Ces premières considérations sont encourageantes et ont données lieu à plusieurs publications [Doirat-2006b, Doirat-2007a]. Les perspectives concernant ce type de modèles sont multiples.

Il s'agira maintenant de pousser plus en avant la caractérisation des matériaux ferromagnétiques en fonction de la fréquence pour pouvoir isoler les effets propres à la fréquence et ceux dus à l'amplitude du champ magnétique.

L'étape suivante que nous aurions souhaité aborder est la conception et la réalisation des bandelettes multi-bobines afin tester le principe de la quantification de la déformation des tôles d'aluminium sur site, c'est-à-dire coupler la cartographie issue de la mesure des bandelettes aux fichiers numériques des gabarits pour définir une image en trois dimensions de la tôle déformée. Ce moyen de contrôle pourrait alors permettre de vérifier la qualité du formage et éventuellement permettre de régler les vérins d'étirage.

En ce qui concerne le modèle basé sur la méthode des circuits couplés, la prise en compte de l'effet de peau et de proximité de manière analytique pourrait être étendue aux

conducteurs de section rectangulaire. De plus, le principe de la prise compte de la charge d'un point de vue analytique doit être étendu à la ferrite pour pouvoir considérer le capteur complet.

Il reste à poursuivre la modélisation numérique en trois dimensions des matériaux composites par une considération multi-couches et calculer la variation d'inductance de la bobine due à la présence du matériau composite et à développer un modèle d'éléments coques qui permettra d'intégrer un défaut au modèle.

Annexes

Annexe A

Méthode d'intégration de Gauss-Legendre

Cette méthode d'intégration, très précise, consiste à approximer une intégrale, par une combinaison linéaire des valeurs prises par la fonction analytique de définition en différent points [Angot-1972].

$$\int_{x_a}^{x_b} f(x) dx = [w_1 f(x_1) + w_2 f(x_2) + \dots + w_n f(x_n)] dx \quad (\text{A.1})$$

Les facteurs de pondération w (poids de Gauss) dépendent du type d'approximation de la fonction $f(x)$. Pour les méthodes des trapèzes et de Simpson la fonction à intégrer est respectivement approchée par des segments de droite ou des arcs de parabole. La méthode de Gauss se réfère, elle, à un développement sur une base de polynômes orthogonaux (polynômes de Legendre) pour lesquels les différentes racines x_i ($i = 1, 2, \dots, n_g$) sont irrégulièrement espacé. Ces polynômes sont définis sur l'intervalle $[-1, 1]$ et un changement de variable est alors nécessaire de manière à recentrer les bornes d'intégration, initialement définie entre $[x_a, x_b]$, sur l'intervalle de référence, afin d'obtenir les racines élémentaires x_k :

$$x_k = \frac{x_b - x_a}{2} \xi_k + \frac{x_b + x_a}{2} \quad (\text{A.2})$$

L'intégrale initiale devient finalement la somme pondérée suivante :

$$\int_{x_a}^{x_b} f(x) dx = \frac{x_b - x_a}{2} \sum_{k=1}^{k=n_g} w_k f(x_k) \quad (\text{A.3})$$

Les n_g racines de références sont symétriques deux à deux par rapport à 0 et associée à leur poids respectif donné par la table à la fin de cette annexe. Du nombre de points d'intégration dépend logiquement la précision recherchée et dans le cas d'une intégrale

bidimensionnel (x, y) qui nous intéresse plus particulièrement, celui-ci peut être raisonnablement limité à deux voir trois pour chaque axe (variations supposées faibles).

Pour le cas de conducteurs circulaire, définit dans un repère axisymétrique local, les intégrales surfaciques élémentaires sont alors définies de la manière suivante :

$$\int_{r_a}^{r_b} \int_{\theta_a}^{\theta_b} f(r, \theta) r \, dr \, d\theta = \frac{(r_b - r_a)(\theta_b - \theta_a)}{4} \sum_{k=1}^{n_g} r_k w_k f(r_k, \theta_k) \quad (\text{A.4})$$

TABLE A.1 – RACINES ET POIDS DE GAUSS.

n_g	$\pm\xi_k$	w_k
2	0.577 350 269 189 63	1
3	0	0.888 888 888 888 89
	0.774 596 669 241 48	0.555 555 555 555 56
4	0.339 981 043 584 86	0.652 145 154 862 55
	0.861 136 311 594 05	0.347 854 845 137 45
5	0	0.568 888 888 888 89
	0.538 469 310 105 68	0.478 628 670 499 37
	0.906 179 845 938 66	0.236 926 885 056 19
6	0.238 619 186 083 20	0.467 913 934 572 69
	0.661 209 386 466 26	0.360 761 573 048 14
	0.932 469 514 203 15	0.171 324 492 379 17
7	0	0.417 959 183 673 47
	0.405 845 151 377 40	0.381 830 050 505 12
	0.741 531 185 599 40	0.279 705 391 489 28
	0.949 107 912 342 76	0.129 484 966 168 87
8	0.183 434 642 495 65	0.362 683 783 378 37
	0.525 532 409 916 33	0.313 706 645 877 87
	0.796 666 477 413 62	0.222 381 034 453 39
	0.960 289 856 497 54	0.101 228 536 290 37
9	0	0.330 239 355 001 28
	0.324 253 423 403 81	0.312 347 077 039 99
	0.613 371 432 700 59	0.260 610 696 402 95
	0.836 031 107 326 63	0.180 648 160 694 85
	0.968 160 239 507 63	0.081 274 388 361 58

Les racines ξ_k sont donc celles du polynôme de Legendre de degré n_g , et défini par les coefficients suivants ($j = 1$ pour n_g impaire, 2 si paire) :

$$P_{n_g}(x) = \frac{\prod_{i=1}^{n_g} (2i-1)}{n_g!} \left[x^{n_g} + n_g \sum_{k=1}^{\frac{n_g+j-2}{2}} (-1)^k \frac{\prod_{i=1}^{2k-1} (n_g-i)}{k! 2^k \prod_{i=1}^k (2(n_g-i)+1)} x^{n_g-2k} \right] \quad (\text{A.5})$$

Finalement, sachant que l'on peut à l'aide de n_g points approcher une fonction par un polynôme de degré $n_g - 1$, on obtient alors un système linéaire (type Vandermonde) permettant le calcul des poids associés, aux racines obtenues (n_g paires ou impaires).

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_{n_g} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \xi_1 & \xi_2 & & \xi_{n_g} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \xi_1^{n_g-1} & \xi_2^{n_g-1} & & \xi_{n_g}^{n_g-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ \vdots \\ \frac{1-(-1)^{n_g}}{n_g} \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$



Annexe B

Correction des mesures par rapport aux capacités parasites

Lors des mesures, les effets de peau et de proximité au sein de la bobine peuvent être non négligeables. De même, des capacités parasites peuvent avoir une influence certaine sur la réponse de la bobine à des fréquences élevées. La conséquence de ces effets est une variation de la résistance et de l'inductance de la bobine dans l'air lorsque l'on augmente la fréquence. Le schéma électrique équivalent de la bobine de mesure est représenté sur la figure B.1 [Harrison-1996].

Une correction des résultats de mesure est donc opérée afin de se rapprocher au mieux du modèle de Dodd et Deeds en éliminant les effets de la résistance propre et des capacités parasites de la bobine [Moulder-1998, Bowler-2005]. Avec :

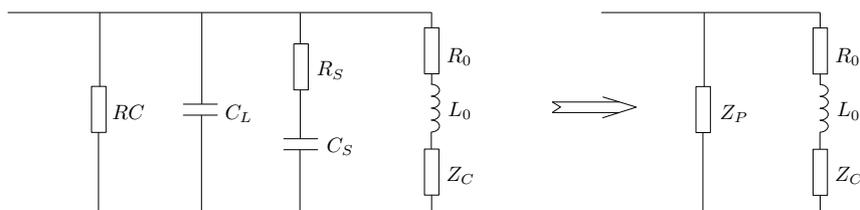


FIGURE B.1 – SCHÉMA ÉLECTRIQUE ÉQUIVALENT DE LA BOBINE

- R_0 et L_0 : résistance et inductance de la bobine en continu (ou basse fréquence) ;
- Z_C : impédance de l'ensemble des charges électriques soumise au champ magnétique de la bobine ;
- R_S et C_S : résistance et capacité parasite de la bobine ;
- C_L : capacité de ligne ;
- RC : ensemble des éléments pouvant intervenir en amont.

On rassemble l'ensemble des impédances "parasites" en une impédance équivalente Z_P .

La procédure de correction des mesures est la suivante :

L'admittance de la bobine dans l'air en basse fréquence Y_0 est déterminée à partir de R_0 et L_0 par :

$$Y_0 = \frac{1}{Z_0} = \frac{1}{R_0 + j\omega L_0} \quad (\text{B.1})$$

L'admittance parallèle Y_P est définie par la différence entre l'admittance de la bobine dans l'air mesurée pour la gamme de fréquence utile Y_{air}^{mes} et Y_0 :

$$Y_P = Y_{air}^{mes} - Y_0 \quad (\text{B.2})$$

L'impédance corrigée de la bobine en présence de la plaque Z_C^{mes} est obtenue à partir de l'admittance de la bobine mesurée en présence de la charge Y_{ch}^{mes} et Y_P :

$$Z_C^{mes} = \frac{1}{Y_{ch}^{mes} - Y_P} \quad (\text{B.3})$$

La variation d'impédance corrigée en présence de la charge est donnée par :

$$\Delta Z_C^{mes} = Z_C^{mes} - Z_0 \quad (\text{B.4})$$

Alors que la variation d'impédance non corrigée en présence de la charge est donnée par :

$$\Delta Z_{ch}^{mes} = Z_{ch}^{mes} - Z_0 \quad (\text{B.5})$$

Grâce à cette procédure, les mesures corrigées peuvent être confrontées aux résultats de simulation issus du modèle analytique. Bien entendu cette procédure corrige les capacités parasites du capteur uniquement. Or, on peut avoir des capacités entre la charge et la bobine de mesure.

Annexe C

Écriture générale des tenseurs dans un repère quelconque

On considère deux repères orthogonaux $(O; \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$ et $(O; \mathbf{e}_u, \mathbf{e}_v, \mathbf{e}_w)$ avec $\mathbf{e}_z = \mathbf{e}_w$. Ces deux repères sont décalés d'un angle θ tel que le montre la figure (C.1). Le premier est propre à la sonde alors que le second est propre de la plaque anisotrope.

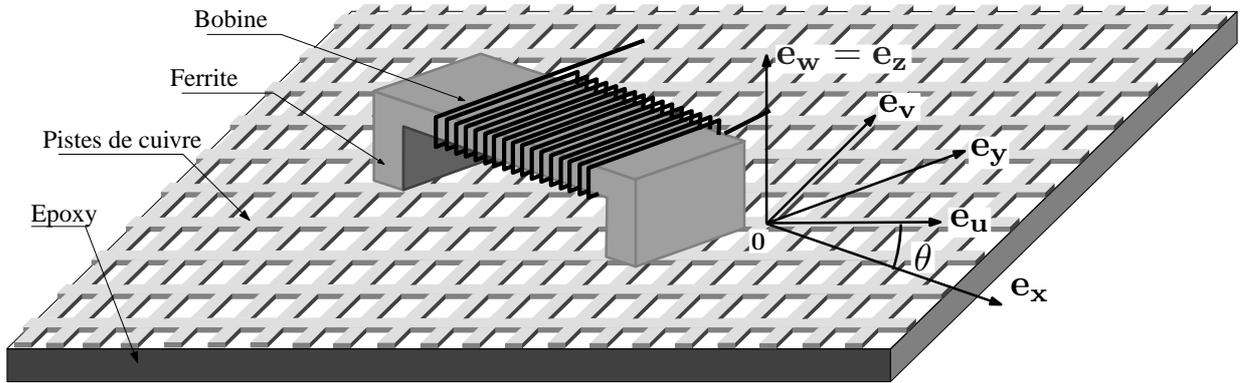


FIGURE C.1 – SCHÉMA DE PRINCIPE CAPTEUR SUR PLAQUE ANISOTROPE

La matrice de rotation permettant le passage du repère $(O; \mathbf{e}_u, \mathbf{e}_v, \mathbf{e}_w)$ au repère $(O; \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$ s'écrit :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}}_{M_r} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \quad (\text{C.1})$$

Le tenseur de conductivité électrique dans le repère de la plaque s'écrit :

$$\bar{\sigma}_{uv} = \begin{pmatrix} \sigma_{uu} & 0 \\ 0 & \sigma_{vv} \end{pmatrix} \quad (\text{C.2})$$

Le tenseur de conductivité électrique dans le repère de la sonde s'écrit :

$$\bar{\bar{\sigma}}_{xy} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{xx} \end{pmatrix} \quad (\text{C.3})$$

Nous cherchons à exprimer les composantes de $\bar{\bar{\sigma}}_{xy}$ en fonction des composantes de $\bar{\bar{\sigma}}_{uv}$.

La loi d'Ohm dans le repère de la plaque s'écrit :

$$\begin{pmatrix} J_u \\ J_v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_u E_u \\ \sigma_v E_v \end{pmatrix} \quad (\text{C.4})$$

Grâce à l'inverse de la matrice de rotation, nous pouvons écrire :

$$M_{R^{-1}} \begin{pmatrix} J_x \\ J_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_u \cos(\theta) E_x + \sigma_u \sin(\theta) E_y \\ -\sigma_v \sin(\theta) E_x + \sigma_v \cos(\theta) E_y \end{pmatrix} \quad (\text{C.5})$$

Soit

$$\begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_x \\ J_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_u \cos(\theta) & \sigma_u \sin(\theta) \\ -\sigma_v \sin(\theta) & \sigma_v \cos(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} \quad (\text{C.6})$$

Nous obtenons donc

$$\begin{pmatrix} J_x \\ J_y \end{pmatrix} = \bar{\bar{\sigma}}_{xy} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} \quad (\text{C.7})$$

Le tenseur de conductivité de la plaque s'écrit donc dans le repère $(O; \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$ de la manière suivante :

$$\bar{\bar{\sigma}}_{xy} = \begin{pmatrix} \sigma_u \cos^2(\theta) + \sigma_v \sin^2(\theta) & \cos(\theta) \sin(\theta) (\sigma_u - \sigma_v) \\ \cos(\theta) \sin(\theta) (\sigma_u - \sigma_v) & \sigma_u \sin^2(\theta) + \sigma_v \cos^2(\theta) \end{pmatrix} \quad (\text{C.8})$$

Annexe D

Système d'équations différentielles anisotropes

On considère le système représenté sur la figure D.1. Une plaque conductrice, d'épaisseur e et de dimensions latérales infinies, est soumise à deux champs magnétiques uniformes sinusoïdaux tangentiels sur chacune de ces faces.

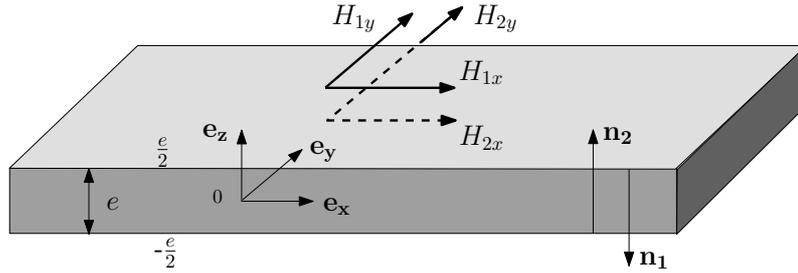


FIGURE D.1 – CHAMPS TANGENTIELS EN SURFACE D'UNE PLAQUE CONDUCTRICE

L'équation de diffusion du champ magnétique s'écrit :

$$\text{rot} (\bar{\sigma}^{-1} \text{rot}(\mathbf{H})) + \bar{\mu} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = 0 \quad (\text{D.1})$$

Le champ magnétique dans la plaque n'a que deux composantes non nulles ($H_x(z)$ et $H_y(z)$) qui ne dépendent que de z . En exprimant cette équation en fonction de ces composantes on obtient le système d'équations différentielles de la forme suivante :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 H_x(z)}{\partial z^2} + a.H_x(z) = b.H_y(z) \\ \frac{\partial^2 H_y(z)}{\partial z^2} + c.H_y(z) = d.H_x(z) \end{cases} \quad (\text{D.2})$$

Les coefficients complexes a , b , c et d dépendent de la pulsation ω , des composantes des tenseurs de conductivité électrique $\bar{\sigma}$ et de perméabilité magnétique $\bar{\mu}$.

Pour la suite, on note $\frac{\partial^i H(z)}{\partial z^i} \equiv H^{(i)}$ et la dépendance des grandeurs par rapport z n'est plus indiquée afin de simplifier les écritures.

D'après la première équation du système (D.2), nous avons :

$$H_y = \frac{H_x^{(2)} + a.H_x}{b} \quad (\text{D.3})$$

$$H_y^{(2)} = \frac{H_x^{(4)} + a.H_x^{(2)}}{b} \quad (\text{D.4})$$

Donc d'après la deuxième équation, la composante suivant x du champ magnétique s'exprime par :

$$H_x^{(4)} + (a + c).H_x^{(2)} + (a.c - b.d).H_x = 0 \quad (\text{D.5})$$

L'équation différentielle (D.5) admet l'équation suivante comme équation caractéristique :

$$p^4 + (a + c).p^2 + a.c - b.d = 0 \quad (\text{D.6})$$

On pose $P = p^2$, ainsi (D.6) s'écrit :

$$P^2 + (a + c).P + a.c - b.d = 0 \quad (\text{D.7})$$

Son discriminant est :

$$\Delta = (a + c)^2 - 4.(a.c - b.d) = (a - c)^2 + 4.b.d \quad (\text{D.8})$$

Ainsi on définit les 4 zéros $P_1, -P_1, P_2$ et $-P_2$ de l'équation caractéristique (D.6) tels que :

$$P_1 = \sqrt{\frac{-(a + c) + j.\sqrt{-(a - c)^2 - 4.b.d}}{2}}$$

$$P_2 = \sqrt{\frac{-(a + c) - j.\sqrt{-(a - c)^2 - 4.b.d}}{2}}$$

Les composantes H_x et H_y du champ magnétique s'écrivent :

$$H_x = A.\exp(P_1.z) + B.\exp(-P_1.z) + C.\exp(P_2.z) + D.\exp(-P_2.z) \quad (\text{D.9})$$

$$H_y = A.Q_1.\exp(P_1.z) + B.Q_1.\exp(-P_1.z) + C.Q_2.\exp(P_2.z) + D.Q_2.\exp(-P_2.z) \quad (\text{D.10})$$

Avec $Q_1 = \frac{a + P_1^2}{b}$ et $Q_2 = \frac{a + P_2^2}{b}$

Les constantes inconnues A, B, C et D se déterminent grâce aux conditions aux limites

suivantes :

$$H_{1x} = H_x\left(\frac{e}{2}\right) \quad H_{2x} = H_x\left(-\frac{e}{2}\right) \quad H_{1y} = H_y\left(\frac{e}{2}\right) \quad H_{2y} = H_y\left(-\frac{e}{2}\right)$$

L'utilisation de conditions aux limites permet d'aboutir à un système de 4 équations à 4 inconnues. Sa formulation sous forme matricielle est la suivante :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} H_{1x} \\ H_{2x} \\ H_{1y} \\ H_{2y} \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}_s} = \underbrace{\begin{bmatrix} \exp(P_1 \frac{e}{2}) & \exp(-P_1 \frac{e}{2}) & \exp(P_2 \frac{e}{2}) & \exp(-P_2 \frac{e}{2}) \\ \exp(-P_1 \frac{e}{2}) & \exp(P_1 \frac{e}{2}) & \exp(-P_2 \frac{e}{2}) & \exp(P_2 \frac{e}{2}) \\ Q_1 \exp(P_1 \frac{e}{2}) & Q_1 \exp(-P_1 \frac{e}{2}) & Q_2 \exp(P_2 \frac{e}{2}) & Q_2 \exp(-P_2 \frac{e}{2}) \\ Q_1 \exp(-P_1 \frac{e}{2}) & Q_1 \exp(P_1 \frac{e}{2}) & Q_2 \exp(-P_2 \frac{e}{2}) & Q_2 \exp(P_2 \frac{e}{2}) \end{bmatrix}}_{\Delta} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} \quad (\text{D.11})$$

La multiplication à gauche du vecteur \mathbf{H}_s par l'inverse de la matrice Δ permet d'obtenir les coefficients recherchés.

Grâce à la détermination des inconnues A , B , C et D et aux équations (D.9) et (D.3), on peut exprimer de manière générale les composantes H_x et H_y du champ magnétique en présence du matériau anisotrope.

$$H_x = K_1 - K_2 \quad (\text{D.12})$$

$$H_y = Q_2 \cdot K_1 - Q_1 \cdot K_2 \quad (\text{D.13})$$

Avec

$$K_1 = \frac{1}{(Q_1 - Q_2) \sinh(P_2 e)} \left[\begin{aligned} & (Q_1 H_{1x} - H_{1y}) \sinh\left(P_2 \cdot \left(\frac{e}{2} + z\right)\right) \\ & + (Q_1 H_{2x} - H_{2y}) \sinh\left(P_2 \cdot \left(\frac{e}{2} - z\right)\right) \end{aligned} \right] \quad (\text{D.14})$$

$$K_2 = \frac{1}{(Q_1 - Q_2) \sinh(P_1 e)} \left[\begin{aligned} & (Q_2 H_{1x} - H_{1y}) \sinh\left(P_1 \cdot \left(\frac{e}{2} + z\right)\right) \\ & + (Q_2 H_{2x} - H_{2y}) \sinh\left(P_1 \cdot \left(\frac{e}{2} - z\right)\right) \end{aligned} \right] \quad (\text{D.15})$$



Annexe E

Élément coque anisotrope monocouche

Le schéma de principe d'une plaque modélisée en éléments coques est le suivant.

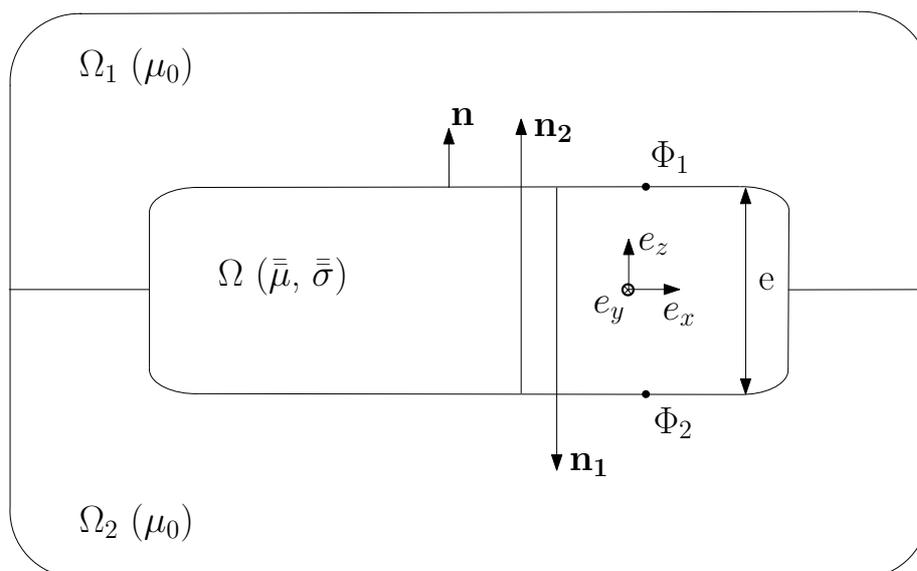


FIGURE E.1 – SCHÉMA DE PRINCIPE EN ÉLÉMENTS COQUES D'UNE PLAQUE D'ÉPAISSEUR FINIE DE CONDUCTIVITÉ ET DE PERMÉABILITÉ ANISOTROPE

L'utilisation du formalisme des éléments coques, développé par Guérin [Guérin-1994], nécessite la détermination de certaines variables et la formulation des équations en fonction de notre application. Dans la formulation de base, les coefficients α et β interviennent dans l'expression suivante :

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{n}_1 \times (\beta \mathbf{H}_2 - \alpha \mathbf{H}_1) \quad (\text{E.1})$$

Dans un premier temps, on cherche une matrice Δ tel que :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} E_{1x} \\ E_{1y} \\ E_{2x} \\ E_{2y} \end{bmatrix}}_{\mathbf{E}_s} = \mathbf{n} \times \underbrace{\begin{bmatrix} [\alpha] & [-\beta] \\ [\beta] & [-\alpha] \end{bmatrix}}_{\Delta} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} H_{1x} \\ H_{1y} \\ H_{2x} \\ H_{2y} \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}_s} \quad (\text{E.2})$$

Avec \mathbf{n} un vecteur unitaire suivant l'axe z .

On se place du côté 1 de la plaque. On cherche à égaliser les deux formulations du champ électrique du côté 1 suivantes :

$$\mathbf{E}_1 = \bar{\bar{\sigma}}^{-1} \mathbf{rot}(\mathbf{H}_1) \quad (\text{E.3})$$

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{n}_1 \times \left[A \cdot \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial z} \Big|_{z=\frac{\epsilon}{2}} \right] \quad (\text{E.4})$$

$$\text{Avec } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & 0 \\ a_3 & a_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \bar{\bar{\sigma}}^{-1} = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} \sigma_{yy} & -\sigma_{xy} & 0 \\ -\sigma_{yx} & \sigma_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ et } D = \sigma_{xx}\sigma_{yy} - \sigma_{xy}\sigma_{yx}$$

$$(\text{E.3}) \Rightarrow \begin{bmatrix} E_{1x} \\ E_{1y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\sigma_{xy}}{D} & -\frac{\sigma_{yy}}{D} \\ \frac{\sigma_{xx}}{D} & \frac{\sigma_{yx}}{D} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial H_{1x}}{\partial z} \Big|_{z=\frac{\epsilon}{2}} \\ \frac{\partial H_{1y}}{\partial z} \Big|_{z=\frac{\epsilon}{2}} \end{bmatrix} \quad (\text{E.5})$$

$$(\text{E.4}) \Rightarrow \begin{bmatrix} E_{1x} \\ E_{1y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_3 & a_4 \\ -a_1 & -a_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial H_{1x}}{\partial z} \Big|_{z=\frac{\epsilon}{2}} \\ \frac{\partial H_{1y}}{\partial z} \Big|_{z=\frac{\epsilon}{2}} \end{bmatrix} \quad (\text{E.6})$$

Donc par identification on a : $a_1 = -\frac{\sigma_{xx}}{D}$ $a_2 = -\frac{\sigma_{yx}}{D}$ $a_3 = -\frac{\sigma_{xy}}{D}$ $a_4 = -\frac{\sigma_{yy}}{D}$

On rappelle que les composantes du champ magnétique \mathbf{H} se mettent sous la forme

suivante (Annexe D) :

$$\begin{cases} H_x(z) = K_1(z) - K_2(z) \\ H_y(z) = Q_2 K_1(z) - Q_1 K_2(z) \end{cases}$$

On détermine les dérivées de H_{1x} et H_{1y} par rapport à la profondeur de la plaque :

$$\frac{\partial H_{1x}}{\partial z} \Big|_{z=\frac{e}{2}} = \frac{1}{(Q_1 - Q_2)} \left[\begin{aligned} &+ \left(\frac{P_2 Q_1}{\tanh(P_2 e)} - \frac{P_1 Q_2}{\tanh(P_1 e)} \right) H_{1x} \\ &+ \left(\frac{P_1}{\tanh(P_1 e)} - \frac{P_2}{\tanh(P_2 e)} \right) H_{1y} \\ &+ \left(\frac{P_1 Q_2}{\sinh(P_1 e)} - \frac{P_2 Q_1}{\sinh(P_2 e)} \right) H_{2x} \\ &+ \left(\frac{P_2}{\sinh(P_2 e)} - \frac{P_1}{\sinh(P_1 e)} \right) H_{2y} \end{aligned} \right] \quad (\text{E.7})$$

$$\frac{\partial H_{1y}}{\partial z} \Big|_{z=\frac{e}{2}} = \frac{1}{(Q_1 - Q_2)} \left[\begin{aligned} &+ \left(\frac{P_2 Q_1 Q_2}{\tanh(P_2 e)} - \frac{P_1 Q_1 Q_2}{\tanh(P_1 e)} \right) H_{1x} \\ &+ \left(\frac{P_1 Q_1}{\tanh(P_1 e)} - \frac{P_2 Q_2}{\tanh(P_2 e)} \right) H_{1y} \\ &+ \left(\frac{P_1 Q_1 Q_2}{\sinh(P_1 e)} - \frac{P_2 Q_1 Q_2}{\sinh(P_2 e)} \right) H_{2x} \\ &+ \left(\frac{P_2 Q_2}{\sinh(P_2 e)} - \frac{P_1 Q_1}{\sinh(P_1 e)} \right) H_{2y} \end{aligned} \right] \quad (\text{E.8})$$

On peut mettre les dérivées de H_{1x} et H_{1y} sous forme matricielle telles que :

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial z} \Big|_{z=\frac{e}{2}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial H_{1x}}{\partial z} \Big|_{z=\frac{e}{2}} \\ \frac{\partial H_{1y}}{\partial z} \Big|_{z=\frac{e}{2}} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 & \gamma_4 \\ \delta_1 & \delta_2 & \delta_3 & \delta_4 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_2} \underbrace{\begin{bmatrix} H_{1x} \\ H_{1y} \\ H_{2x} \\ H_{2y} \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}_s} \quad (\text{E.9})$$

Nous avons donc :

$$\mathbf{A} \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} (a_1 \gamma_1 + a_2 \delta_1) & (a_1 \gamma_2 + a_2 \delta_2) & (a_1 \gamma_3 + a_2 \delta_3) & (a_1 \gamma_4 + a_2 \delta_4) \\ (a_3 \gamma_1 + a_4 \delta_1) & (a_3 \gamma_2 + a_4 \delta_2) & (a_3 \gamma_3 + a_4 \delta_3) & (a_3 \gamma_4 + a_4 \delta_4) \end{bmatrix} \quad (\text{E.10})$$

que nous pouvons écrire :

$$\mathbf{AA}_2 = \left[\underbrace{\begin{bmatrix} -\alpha_1 & -\alpha_2 \\ -\alpha_3 & -\alpha_4 \end{bmatrix}}_{-\alpha} \underbrace{\begin{bmatrix} \beta_1 & \beta_2 \\ \beta_3 & \beta_4 \end{bmatrix}}_{\beta} \right] \quad (\text{E.11})$$

Comme $\mathbf{n} = -\mathbf{n}_1$ l'expression (E.4) s'écrit :

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{n} \times \left(\left[\begin{bmatrix} \alpha \\ -\beta \end{bmatrix} \right] \mathbf{H}_s \right) \quad (\text{E.12})$$

On procède de la même manière pour déterminer les paramètres α et β relatifs au côté 2. On trouve finalement la relation suivante :

$$\mathbf{E}_2 = \mathbf{n} \times \left(\left[\begin{bmatrix} \beta \\ -\alpha \end{bmatrix} \right] \mathbf{H}_s \right) \quad (\text{E.13})$$

Les coefficients α et β de la relation (E.2) s'écrivent :

$$[\alpha] = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 \\ \alpha_3 & \alpha_4 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad [\beta] = \begin{bmatrix} \beta_1 & \beta_2 \\ \beta_3 & \beta_4 \end{bmatrix}$$

Avec

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{1}{D(Q_2 - Q_1)} \left[\sigma_{xx} \left(\frac{P_2 Q_1}{\tanh(P_2 e)} - \frac{P_1 Q_2}{\tanh(P_1 e)} \right) + \sigma_{yx} \left(\frac{P_2 Q_1 Q_2}{\tanh(P_2 e)} - \frac{P_1 Q_1 Q_2}{\tanh(P_1 e)} \right) \right] \\ \alpha_2 &= \frac{1}{D(Q_2 - Q_1)} \left[\sigma_{xx} \left(\frac{P_1}{\tanh(P_1 e)} - \frac{P_2}{\tanh(P_2 e)} \right) + \sigma_{yx} \left(\frac{P_1 Q_1}{\tanh(P_1 e)} - \frac{P_2 Q_2}{\tanh(P_2 e)} \right) \right] \\ \alpha_3 &= \frac{1}{D(Q_2 - Q_1)} \left[\sigma_{xy} \left(\frac{P_2 Q_1}{\tanh(P_2 e)} - \frac{P_1 Q_2}{\tanh(P_1 e)} \right) + \sigma_{yy} \left(\frac{P_2 Q_1 Q_2}{\tanh(P_2 e)} - \frac{P_1 Q_1 Q_2}{\tanh(P_1 e)} \right) \right] \\ \alpha_4 &= \frac{1}{D(Q_2 - Q_1)} \left[\sigma_{xy} \left(\frac{P_1}{\tanh(P_1 e)} - \frac{P_2}{\tanh(P_2 e)} \right) + \sigma_{yy} \left(\frac{P_1 Q_1}{\tanh(P_1 e)} - \frac{P_2 Q_2}{\tanh(P_2 e)} \right) \right] \\ \beta_1 &= \frac{1}{D(Q_2 - Q_1)} \left[\sigma_{xx} \left(\frac{P_1 Q_2}{\sinh(P_1 e)} - \frac{P_2 Q_1}{\sinh(P_2 e)} \right) + \sigma_{yx} \left(\frac{P_1 Q_1 Q_2}{\sinh(P_1 e)} - \frac{P_2 Q_1 Q_2}{\sinh(P_2 e)} \right) \right] \\ \beta_2 &= \frac{1}{D(Q_2 - Q_1)} \left[\sigma_{xx} \left(\frac{P_2}{\sinh(P_2 e)} - \frac{P_1}{\sinh(P_1 e)} \right) + \sigma_{yx} \left(\frac{P_2 Q_2}{\sinh(P_2 e)} - \frac{P_1 Q_1}{\sinh(P_1 e)} \right) \right] \\ \beta_3 &= \frac{1}{D(Q_2 - Q_1)} \left[\sigma_{xy} \left(\frac{P_1 Q_2}{\sinh(P_1 e)} - \frac{P_2 Q_1}{\sinh(P_2 e)} \right) + \sigma_{yy} \left(\frac{P_1 Q_1 Q_2}{\sinh(P_1 e)} - \frac{P_2 Q_1 Q_2}{\sinh(P_2 e)} \right) \right] \\ \beta_4 &= \frac{1}{D(Q_2 - Q_1)} \left[\sigma_{xy} \left(\frac{P_2}{\sinh(P_2 e)} - \frac{P_1}{\sinh(P_1 e)} \right) + \sigma_{yy} \left(\frac{P_2 Q_2}{\sinh(P_2 e)} - \frac{P_1 Q_1}{\sinh(P_1 e)} \right) \right] \end{aligned}$$

Bibliographie

- [Angot-1972] A. Angot. *Complément de mathématiques à l'usage de l'électrotechnique et des télécommunications*. MASSON, 1972.
- [Auld-1999] B. A. Auld et J. C. Moulder. Review of advances in quantitative eddy current nondestructive evaluation. *J. Nondestr. Eval.*, Vol. 18, no. 1, pp. 3–36, 1999.
- [Bensaid-2006] S. Bensaid. Contribution à la caractérisation et à la modélisation électromagnétique et thermique des matériaux composites anisotropes. Thèse de doctorat en génie électrique, Ecole doctorale Sciences et Technologies de l'Information et des Matériaux, Déc. 2006.
- [Bensaid-2005] S. Bensaid, D. Trichet et J. Fouladgar. 3-d simulation of induction heating of anisotropic composite materials. *IEEE Trans. on Magn.*, Vol. 41, no. 5, pp. 1568–1571, May 2005.
- [Biro-1989] O. Biro et K. Preis. On the use of the magnetic vector potential in the finite element analysis of three-dimensional eddy current. *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 25, no. 4, pp. 3145–3159, Jul 1989.
- [Biro-1993] O. Biro, K. Preis, W. Renhart et G. V. ans K.R. Richter. Computation of 3-D current driven skin effect problems using a current vector potential. *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 29, no. 2, pp. 1325–1328, Mar. 1993.
- [Bossavit-1983] A. Bossavit et J. C. Vérité. The TRIFOU code : solving the 3-D eddy currents problem by using H as state variable. *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 19, no. 6, pp. 2465–2470, Nov. 1983.
- [Bowler-1989] J. R. Bowler, L. D. Sabbagh et H. A. Sabbagh. A theoretical and computational model of eddy current probes incorporating volume integral and conjugate gradient methods. *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 25, no. 3, pp. 2650–2664, May 1989.
- [Bowler-2005] N. Bowler et Y. Huang. Electrical conductivity measurements of metal plates using broadband eddy-current and four-point methods. *Meas. Sci. Technol.*, Vol. 16, pp. 2193–2200, Sep. 2005.

- [Brunotte-1991] X. Brunotte. Modélisation de l'infini et prise en compte de régions magnétiques minces. application à la modélisation des aimantations de navires. Thèse de doctorat en électrotechnique, Institut National Polytechnique de Grenoble, Déc. 1991.
- [Buraïs-1982] N. Buraïs, A. Foggia, A. Nicolas et J. Sabonnadière. Electromagnetic field formulation for eddy current calculations in nondestructive testing systems. *IEEE Trans. on Magn.*, Vol. 18, no. 6, pp. 1058–1060, Nov. 1982.
- [Buraïs-1985] N. Buraïs, A. Nicolas, R. Grimberg et J. Muller. Electric vector potential formulation for crack growth monitoring simulation. *IEEE Trans. on Magn.*, Vol. 21, no. 6, pp. 2428–2431, Nov. 1985.
- [Buvat-2004] F. Buvat. Modélisation de la réponse d'un capteur à courants de foucault comportant un noyau ferromagnétique en régime harmonique. Thèse de doctorat en sciences, Université Paris XI, Nov. 2004.
- [Buvat-2005] F. Buvat, G. Pichenot, D. Premel, D. Lesselier, M. Lambert, H. Voillaume et J.-P. Choffy. Eddy-current modeling of ferrite-cored probes. *Rev. of QNDE*, Vol. 24, 2005.
- [Chaffai-Gargouri-2007] S. Chaffai-Gargouri, S. Chatillon, S. Mahaut et L. L. Ber. Simulation and data processing for ultrasonic phased-arrays applications. *Review of Quantitative Nondestructive Evaluation*, Vol. 26, pp. 799–805, 2007.
- [Charron-2003a] J.-L. Charron. Mesures sans contact. généralités. *Technique de l'Ingénieur*, Vol. R1330, Dec. 2003.
- [Charron-2003b] J.-L. Charron. Mesures sans contact. méthodes magnétiques et capacitatives. *Technique de l'Ingénieur*, Vol. R1331, Dec. 2003.
- [Cheng-1971] C. C. Cheng, C. V. Dodd et W. E. Deeds. General analysis of probe coils near stratified conductors. *International Journal of Nondestructive Testing*, Vol. 3, pp. 109–130, 1971.
- [Chentouf-1994] A. Chentouf. Contribution à la modélisation électrique, magnétique et thermique d'un applicateur de plasma inductif haute fréquence. Thèse de doctorat en dynamique des fluides et des transferts, Université de Nantes, Déc. 1994.
- [Decrop-1963] M. Decrop. Le magnétisme des fontes. *Fonderie*, no. 209, pp. 244, Jul. 1963.
- [Delage-1984] D. Delage et R. Ernst. Prédiction de la répartition du courant dans un inducteur à symétrie de révolution destiné au chauffage par induction MF et HF. *RGE*, Vol. 4, no. 84, pp. 225–230, Apr. 1984.
- [Desesquelles-1992] P. F. Desesquelles et G. Terracol. Un modèle analytique monodimensionnel complet pour bobinages solénoïdaux en régime alternatif. *J. Phys. III*, pp. 415–437, Mar. 1992.

- [Ding-2004] T. Ding, X. Chen et Y. Huang. Ultra-thin flexible eddy current sensor array for gap measurements. *Tsinghua science and technology*, Vol. 9, no. 6, pp. 667–671, Dec. 2004.
- [Dodd-1968] C. V. Dodd et W. E. Deeds. Analytical solution to eddy-current probe-coil problems. *J. Appl. Phys.*, Vol. 39, no. 6, pp. 2829–2838, May 1968.
- [Dodd-1972] C. V. Dodd et W. A. Simpson. Thickness measurements using eddy-current techniques. *Oak Ridge National Laboratory*, Mar. 1972.
- [Doirat-2007a] V. Doirat, S. Bensaid, J. Fouladgar, G. Berthiau et A. Lefèvre. Magnetic response of anisotropic metal fibre material using homogeneous technique in ECNDT. *IEEE Trans. on Magn.* Vol. 43, no. 4, pp. 1777–1780, Apr. 2007.
- [Doirat-2006a] V. Doirat, G. Berthiau, J. Fouladgar et A. Lefèvre. EC modeling by coupled circuits method considering the skin and the proximity effects. *The 11th International Workshop on Electromagnetic Nondestructive Evaluation (ENDE'06)*, Jun. 2006. Japan.
- [Doirat-2007b] V. Doirat, G. Berthiau, J. Fouladgar et A. Lefèvre. Skin and proximity effects in ECNDT sensors. *Electromagnetic Nondestructive Evaluation, IOS Press*, Vol. 10, pp. 13–24, 2007.
- [Doirat-2006b] V. Doirat, J. Fouladgar, G. Berthiau et S. Bensaid. Eddy current non destructive testing for anisotropic composite materials. *The 12th Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation (CEFC'06)*, pp. 252, May 2006. USA-Miami.
- [Dufour-1993] I. Dufour. Contribution à l'évolution des procédés de contrôle non destructif par courants de foucault par capteurs inductifs : application au cas des matériaux composites carbone. Thèse de doctorat en sciences, Université Paris XI, Avr. 1993.
- [Dumont-Fillon-1996] J. Dumont-Fillon. Contrôle non destructif cnd. *Technique de l'Ingénieur*, Vol. R1400, Jan. 1996.
- [Durand-1968] E. Durand. *Magnétostatique*. MASSON, 1968.
- [Ernst-1987] R. Ernst, A. Gagnoud et I. Leclercq. Etude du comportement d'un circuit magnétique dans un système de chauffage par induction. *RGE*, Vol. 9, pp. 10–16, Oct. 1987.
- [Fawzi-1978] T. H. Fawzi et P. E. Burke. The accurate computation of self and mutual inductances of circular coils. *IEEE Trans. Pow. App. Sys.*, no. 2, pp. 464–468, Mar. 1978.
- [Fouladgar-1996] J. Fouladgar. The inverse problem methodology for the measurement of the permeability of the ferromagnetic materials. *IEEE CEFC*, Mar. 1996. Okayama.
- [Fournet-1993] G. Fournet. Electromagnétisme. *Technique l'ingénieur. Traité convertisseurs et machines électriques*, Vol. D1, no. D1020, pp. 1–89, 1993.

- [Gay-1997] D. Gay. *Matériaux composites*. Hermes, 4e édition revue et augmentée edition, 1997.
- [Grussenmeyer-1998] P. Grussenmeyer, C. Morot et Y. Goujon. Tiphon, un logiciel de photogrammétrie développé à l'ensais. *Revue de l'association française de Topographie* Vol. 75, pp. 61–66, 1998.
- [Guérin-1994] C. Guérin. Détermination des pertes par courants de foucault dans les cuves de transformateurs - modélisation des régions minces et prise en compte de la saturation des matériaux magnétiques en régime harmonique. Thèse de doctorat en génie électrique, Institut National Polytechnique de Grenoble, Sep. 1994.
- [Guérin-1995] C. Guérin, G. Tanneau, G. Meunier, P. Labie et T. Ngnegueu. A shell element for computing 3d eddy currents - application to transformers. *IEEE Trans. on Magn.*, Vol. 31, no. 3, pp. 1360–1363, May 1995.
- [Hardy-1989] M. Hardy. Conception et réalisation d'une matrice de capteurs plats à courants de foucault en vue de la détection et de la reconnaissance de formes simples. Thèse de doctorat en sciences appliquées, Reims, Sep. 1989.
- [Harrison-1996] D. J. Harrison, L. D. Jones et S. K. Burke. Benchmark problems for defect size and shape determination in eddy-current nondestructive evaluation. *J. Nondestr. Eval.*, Vol. 15, no. 1, pp. 21–34, Mar. 1996.
- [Jacob-1988] D. R. Jacob. Principe de la mesure simultanée de distance et d'épaisseur de dépôts métalliques par capteur à courants de foucault : conception et réalisation d'un dispositif. Thèse de doctorat, Université de Paris sud en Science, Juin 1988.
- [Judenne-2007] P. Judenne. Modèles, simulations et expériences à la pointe de la technique. les END dans l'aéronautique. *Contrôles Essais Mesures*, Vol. 19, pp. 105–111, Avr. 2007.
- [Juillard-1999] J. Juillard. Etude de la génération d'ultrasons par ondes électromagnétiques. Thèse de doctorat en acoustique physique, Université Denis Diderot -Paris VII Jussieu, Déc. 1999.
- [Kriezis-1992] E. E. Kriezis, T. D. Tsiboukis, S. M. Panas et J. A. Tegopoulos. Eddy currents : Theory and applications. *Proceeding of the IEEE*, Vol. 80, no. 10, pp. 1559–1589, Oct. 1992.
- [La-1996] R. La. Modélisation phénoménologique des signaux courants de foucault en vue de la caractérisation des défauts des tubes de générateurs de vapeur. Thèse de doctorat en contrôle des systèmes, Université technologique de Compiègne, Déc. 1996.
- [Le-1995] M. Le et D. Placko. Nouvelle structure de capteur à courants de foucault et algorithme associé pour la mesure des propriétés électrique et magnétique d'un métal. *J. Phys. III*, Vol. 5, pp. 807–824, Jun. 1995.

- [Le Bihan-2002] Y. Le Bihan. Lift-off and tilt effect on eddy current sensor measurements : a 3-d finite element study. *Eur. Phys. J. AP* Vol. 17, pp. 25–28, 2002.
- [Le Noc-2005] E. Le Noc, R. Jahier et P. Baranger. Mesure tridimensionnelle optique pour le contrôle non destructif. *Rapport interne AIRBUS-ICAM de Nantes*, 2005.
- [Lefèvre-2006] A. Lefèvre. Contribution à la modélisation électrique, magnétique et thermique des transformateurs. application à l'étude de l'échauffement sur charges non linéaires. Thèse de doctorat en électronique et génie électrique, Université de Nantes, Oct. 2006.
- [Luquire-1970] J. W. Luquire, C. V. Dodd et W. E. Deeds. Alternative current distribution between planar conductors. *J. Appl. Phys.*, Vol. 41, no. 10, pp. 3983–3991, Sep. 1970.
- [Mahaut-2002] S. Mahaut, O. Roy, S. Chatillon et P. Calmon. Modeling and application of phased array techniques dedicated to complex geometry inspection. *Review of Quantitative Nondestructive Evaluation*, Vol. 21, pp. 894–901, 2002.
- [Maouche-2006] B. Maouche, M. Feliachi et N. Khenfer. A half-analytical formulation for the impedance variation in axisymmetrical modelling of eddy current non destructive testing. *Eur. Phys. J. Appl. Phys.*, Vol. 33, pp. 59–67, 2006.
- [Margerie-1989] J. C. Margerie. Propriétés des fontes grises ordinaires : fontes à graphite lamellaire non alliées. *Technique de l'ingénieur*, Vol. M 380, 1989.
- [Moulder-1998] J. Moulder, C.-C. Tai, B. F. Larson et J. H. Rose. Inductance of a coil on a thick ferromagnetic metal plate. *IEEE Trans. on Magn.*, Vol. 34, no. 2, pp. 505–514, Mar. 1998.
- [Nelder-1965] J. A. Nelder et R. Mead. A simplex method for function minimization. *Computer Journal*, Vol. 7, pp. 308–313, 1965.
- [Perez-1996] J. P. Perez, R. Carles et R. Fleckinger. *Electromagnétisme. Fondements et applications*. [MASSON], 1996.
- [Piriou-1993] F. Piriou et A. Razek. Finite element analysis in electromagnetic systems accounting for electric circuits. *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 29, no. 2, pp. 1669–1675, Mar. 1993.
- [Placko-1992] D. Placko et I. Dufour. Eddy current sensors for nondestructive inspection of graphite composite materials. *Industry Applications Society Annual Meeting*, Vol. 2, pp. 1676–1682, 4-9 Oct 1992.
- [Sabbagh-1987] H. A. Sabbagh. A model of eddy-current probes with ferrite cores. *IEEE Trans. on Magn.*, Vol. 23, no. 3, pp. 1888–1904, May 1987.
- [Sabonnadière-1988] J. C. Sabonnadière et J. L. Coulomb. Calcul de champs électromagnétiques. *Technique l'ingénieur. Traité convertisseurs et machines électriques*, Vol. D1, no. D3020, pp. 1–19, 1988.

- [Sandovskii-2001] V. A. Sandovskii, V. V. Dyakin et M. S. Dudarev. Frequency dependence of the effective magnetic permeability of plates in homogeneous magnetic field. *Russian J. NonDestr. Test.*, Vol. 37, no. 11, pp. 757–767, 2001.
- [Shull-2002a] P. J. Shull et B. R. Tittmann. *Non Destructive Evaluation. Theory, techniques and applications*. Chapitre 3 : Ultrason. Marcel Dekker Inc, The Pennsylvania State University (Altoona, Pennsylvania), 2002.
- [Shull-2002b] P. J. Shull et B. R. Tittmann. *Non Destructive Evaluation. Theory, techniques and applications*. Chapitre 5 : Eddy Current. Marcel Dekker Inc, The Pennsylvania State University (Altoona, Pennsylvania), 2002.
- [Tai-2002] C.-C. Tai, H.-C. Yang et Y.-H. Liu. Modeling the surface condition of ferromagnetic metal by the swept-frequency eddy current method. *IEEE Trans. on Magn.*, Vol. 38, no. 1, pp. 205–210, Jan. 2002.
- [Trichet-2000] D. Trichet. Contribution à la modélisation, à la conception et au développement du chauffage par induction des matériaux composites. Thèse de doctorat en génie électrique, Ecole doctorale sciences pour l'ingénieur de Nantes, Jan. 2000.
- [Trichet-1998] D. Trichet, J. Fouladgar et G. Develey. An estimator for equivalent properties of a bundle of conductors using the inverse problem method. *IEEE Trans. on Magn.*, Vol. 34, no. 5, pp. 2889–2892, May 1998.
- [Uzal-1993] E. Uzal, J. C. Moulder, S. Mitra et J. H. Rose. Impedance of coils over layered metals with continuously variable conductivity and permeability : Theory and experiment. *J. Appl. Phys.*, Vol. 74, no. 3, pp. 2076–2089, Aug. 1993.

Résumé de la thèse

La structure d'un avion est constituée de grandes tôles en aluminium ou en composite. Lors du formage de ces tôles, différents défauts peuvent apparaître. A travers ce mémoire, nous contribuons au développement de modèles de simulations ainsi qu'à la conception de capteurs pour détecter ces défauts. Nous étudions le cas de tôles d'aluminium étirées sur des gabarits en fonte ferritique dont l'étirage diminue l'épaisseur. Par ailleurs, la relaxation mécanique engendre également un entrefer entre le gabarit et la tôle étirée. Un moyen de quantifier simultanément l'épaisseur de la tôle et l'entrefer est élaboré. A cette fin, nous disposons un ensemble de bobines ultrafines entre la fonte et la tôle étirée. La mesure de l'impédance de chaque bobine fournit alors des informations qui sont utilisées dans un algorithme d'inversion de données développé autour d'un modèle analytique. La quantification de l'entrefer par ce système apporte des résultats satisfaisants. Néanmoins, l'évaluation de l'épaisseur est plus difficilement visible par le biais de cette technique. Il est envisagé alors de disposer un capteur muni d'un pot ferritique au dessus de la tôle étirée. La valeur de son impédance est analysée. Un modèle basé sur la méthode des circuits couplés est développé. Il permet de prendre en compte les effets de peau et de proximité dans la bobine. Pour finir, une ouverture sur la modélisation en éléments finis 3D de plaques de matériaux hétérogènes et anisotropes est présentée. L'homogénéisation des propriétés électromagnétiques précède la formulation en éléments coques anisotropes. La variation de la résistance du capteur en présence de la plaque sert de source d'information.

Mots Clés : CND par Courants de Foucault, effets de peau et de proximité, ferromagnétique, composites, homogénéisation, anisotropie, éléments coques, identification

The structures of planes are constituted of large metal sheets made of aluminium or composite materials. When these sheets are being formed, several flaws may appear. Through this work, we contribute to the development of models and to the conception of sensors which can detect these flaws. We study the case of aluminium sheets drawn out on ferritic cast iron matrix. This process reduces the thickness of the sheet. Moreover, it generates a gap between the matrix and the aluminium sheet. In order to measure the thickness and the gap simultaneously, we use several ultra-thin coils between the cast iron and the aluminium sheet. The coil impedances are used with an analytical inverse algorithm to obtain information about the thickness or the gap. This system gives satisfying results with regards to the measurement of the gap. The measurement of the thickness is nevertheless more difficult to apprehend with this technique. We therefore use a sensor with a ferrit core above the aluminium sheet. Its impedance is analysed with a model based upon the coupled circuits method. Moreover, this model enables us to take into account both skin and proximity effects in the coil. To complete this work, a 3D Finite Element model with heterogeneous and anisotropic materials is presented. A preliminary homogenization stage of electromagnetic properties precedes an anisotropic shell elements formulation. The sensor resistance variation with regards to the composite sheet is used as information.

Key words : Eddy Current NDT, skin and proximity effect, ferromagnetic, composites, homogenization, anisotropy, shell elements, identification

Discipline : Science de l'ingénieur

N°ED 0366-320