



**HAL**  
open science

# Analyse par thermographie infrarouge des effets dissipatifs de la localisation dans des aciers

Hervé Louche

► **To cite this version:**

Hervé Louche. Analyse par thermographie infrarouge des effets dissipatifs de la localisation dans des aciers. Mécanique [physics.med-ph]. Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc, 1999. Français. NNT: . tel-00259398

**HAL Id: tel-00259398**

**<https://theses.hal.science/tel-00259398>**

Submitted on 27 Feb 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ACADEMIE DE MONTPELLIER

UNIVERSITE MONTPELLIER II

— SCIENCES ET TECHNIQUES DU LANGUEDOC —

# THESE

Présentée à l'Université de Montpellier Sciences et Techniques du Languedoc

pour obtenir le diplôme de DOCTORAT

Spécialité : Mécanique  
Formation Doctorale : Mécanique des matériaux, Structures et Génie des procédés.  
Ecole Doctorale : Sciences pour l'ingénieur.

## ANALYSE PAR THERMOGRAPHIE INFRAROUGE DES EFFETS DISSIPATIFS DE LA LOCALISATION DANS DES ACIERS

par

Hervé LOUCHE

Soutenue le 19 Janvier 1999, devant le jury composé de :

|                     |   |                    |
|---------------------|---|--------------------|
| MM. Robert ARRIEUX  | Professeur, Université de Savoie        | Rapporteur         |
| René BILLARDON      | Professeur, Université Paris 6          | Rapporteur         |
| André CHRYSOCHOOS   | Professeur, Université Montpellier II   | Directeur de Thèse |
| Thierry DESOYER     | Professeur, Université Aix-Marseille II | Rapporteur         |
| Olivier MAISONNEUVE | Professeur, Université Montpellier II   | Président du Jury  |
| Gilles ROUSSELIER   | Direction Etudes et Recherches, EDF     | Examineur          |

## Remerciements

*Ce présent travail a été réalisé au sein de l'Equipe "Thermomécanique des Matériaux" du Laboratoire de Mécanique et de Génie-Civil (LMGC - UMR 5508 CNRS) à l'Université Montpellier II.*

*Je suis très heureux de pouvoir remercier ici Monsieur Olivier Maisonneuve, Directeur du LMGc et président du jury, pour la confiance qu'il m'a accordé en m'accueillant dans son laboratoire. Je tiens également à lui témoigner toute ma reconnaissance pour ses précieux conseils, sa disponibilité et son dévouement.*

*Ma reconnaissance et ma gratitude s'adressent également à André Chrysochoos qui a encadré, toujours dans la bonne humeur, ce travail de recherche. Il a su me faire confiance et m'a souvent laissé l'initiative, tout en me faisant bénéficier de ses grandes compétences et de son esprit critique. Je suis particulièrement fier de lui devoir ma formation de chercheur.*

*Je remercie Messieurs Robert Arrieux, René Billardon et Thierry Désoyer pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail et pour l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant de le juger en tant que rapporteurs.*

*Je tiens aussi à témoigner toute ma gratitude à Monsieur Gilles Roussellier d'Edf pour sa participation à mon jury de thèse, malgré une importante charge de travail.*

*Je n'oublie pas non plus Robert Peyroux qui a guidé mes premiers pas en recherche lors de mon stage de DEA. Je le remercie pour ses conseils et son soutien permanent tout au long de ces années.*

*Messieurs Louis Pinchard et Daniel Rault ont manifesté beaucoup d'intérêts à suivre l'avancement de mes recherches, leurs encouragements et leurs conseils m'ont été très précieux ; qu'ils reçoivent ici mes remerciements les plus sincères.*

*Je tiens également à remercier toutes les personnes que j'ai pu côtoyer au cours de ma formation d'enseignant et plus particulièrement Thierry Laurent et Louis Paris pour leurs conseils, leur disponibilité et leur gentillesse.*

*Ces trois années de thèse n'auraient pu aussi bien se dérouler sans la présence de tous mes amis thésards ou étudiants qui ont contribué sans exception à l'ambiance et à l'entraide commune dans ce laboratoire : Jean-Louis Saurel, Franck Meissonnier, Xavier Balandraud, Eric Meyer, Vincent Huon, Sylvain Leclercq, Mireille Tuffraud, Delphine Julien, Catherine Mabru, Sandrine Bardet, François Sassus, Aziz Laghdir, Stéphane Pagano, Michel Abadie, Mikael Barbotou, Cécile Nouguier, To vong Nguyen, ...*

*J'associe également à ces amis, tous les membres du laboratoire. Je ne pourrais citer ici tous ceux qui de près ou de loin m'ont aidé dans ce travail. Je suis sûr qu'ils se reconnaîtront dans ces quelques lignes, qu'ils reçoivent en retour mes remerciements les plus chaleureux.*

*A mes parents  
A Nathalie et Esther*

# Table des matières

|   |           |
|---|-----------|
| <b>INTRODUCTION GENERALE</b>  | <b>9</b>  |
| <b>I ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE DU PROBLEME DE LOCALISATION</b>                                    | <b>15</b> |
| <b>Introduction Partie I</b>  | <b>17</b> |
| <b>1 Différentes formes de localisation</b>   | <b>21</b> |
| 1.1 Striction . . . . .   | 21        |
| 1.2 Bandes de cisaillement . . . . .  | 22        |
| 1.3 Bandes de Luders . . . . .  | 23        |
| <b>2 Analyses de bifurcation pour les matériaux au comportement indépendant du temps</b>      | <b>29</b> |
| 2.1 Relations de comportement . . . . .   | 29        |
| 2.2 Formulation du problème en vitesse . . . . .  | 31        |
| 2.3 Condition d'unicité de Hill(1958) . . . . .   | 32        |
| 2.4 Etude des modes de bifurcation . . . . .  | 32        |
| 2.5 Critère de localisation de Rice (1976) . . . . .  | 33        |
| 2.6 Utilisation des critères de bifurcation . . . . .   | 36        |
| 2.6.1 Etudes analytiques - Influence de la loi de comportement . . . . .                      | 37        |
| 2.6.2 Modélisations numériques . . . . .  | 38        |
| 2.6.3 Confrontation avec l'expérience . . . . .   | 39        |
| 2.7 Analyse de bifurcation du problème de striction . . . . .                                 | 41        |
| 2.7.1 Traction simple . . . . .   | 41        |
| 2.7.2 Traction biaxiale . . . . .   | 42        |
| 2.8 Adoucissement et localisation . . . . .   | 42        |
| 2.9 Conclusion . . . . .  | 43        |
| <b>3 Analyses de stabilité linéaire</b>   | <b>49</b> |
| 3.1 Notions de stabilité . . . . .  | 49        |
| 3.2 Méthode de perturbation . . . . .   | 49        |
| 3.3 Utilisation de la méthode de perturbation . . . . .                                       | 51        |
| 3.3.1 Détection des BCA . . . . .   | 51        |
| 3.3.2 Etude de la striction en traction simple . . . . .                                      | 51        |
| 3.3.3 Etude de la striction en traction biaxiale . . . . .                                    | 52        |
| 3.4 Conclusions . . . . .   | 53        |
| <b>4 Critères de striction - Application à la détermination de Courbes Limites de Formage</b> | <b>57</b> |
| 4.1 Définition des CLF . . . . .  | 57        |
| 4.2 Définition expérimentale des CLF . . . . .  | 57        |
| 4.3 Critères de striction . . . . .   | 58        |
| 4.3.1 Critère de Considère: . . . . .   | 58        |

|  |   |               |
|--|---|---------------|
| 4.3.2  | Critère de Swift : . . . . .  | 59            |
| 4.3.3  | Critère de Hill 52: . . . . .   | 61            |
| 4.3.4  | Approche M.K. . . . .   | 61            |
| 4.3.5  | Critère de Cordebois-Ladevèze . . . . .   | 63            |
| <b>5</b>   | <b>Autres types d'analyses</b>  | <b>67</b>     |
| 5.1  | Analyse de Hart . . . . .   | 67            |
| 5.2  | Classification des instabilités plastiques. . . . .   | 69            |
| 5.2.1  | Classification . . . . .  | 69            |
| 5.2.2  | Phénoménologie et origine microscopique des instabilités de type h. . . . .                         | 70            |
| <b>Conclusion Partie I</b>   |   | <b>75</b>     |
| <br><b>II TRAITEMENT DES DONNEES - PASSAGE DES TEMPERATURES AUX SOURCES DE CHALEUR</b> |   | <br><b>77</b> |
| <b>Introduction Partie II</b>  |   | <b>79</b>     |
| <b>1</b>   | <b>Dispositifs Expérimentaux</b>  | <b>81</b>     |
| 1.1  | Machine d'essais mécanique . . . . .  | 82            |
| 1.2  | Dispositif de Thermographie Infrarouge . . . . .  | 83            |
| 1.2.1  | Rappels sur le rayonnement thermique. . . . .   | 83            |
| 1.2.2  | Description et mode de fonctionnement du dispositif de thermographie . . . . .                      | 87            |
| 1.2.3  | Transcription du thermosignal en température - Courbes d'étalonnage. . . . .                        | 90            |
| 1.2.4  | Le Rapport Signal/Bruit. . . . .  | 93            |
| 1.2.5  | Récapitulatif - Caractéristiques du dispositif d'acquisition . . . . .                              | 94            |
| <b>2</b>   | <b>Cadre thermomécanique d'interprétation des expériences - Equation de diffusion de la chaleur</b> | <b>97</b>     |
| 2.1  | Choix d'un cadre thermodynamique . . . . .  | 97            |
| 2.2  | Thermodynamique des Processus Irréversibles . . . . .   | 97            |
| 2.3  | Equation de diffusion de la chaleur . . . . .   | 104           |
| 2.3.1  | Expression de l'équation de diffusion de la chaleur . . . . .                                       | 105           |
| 2.3.2  | Interprétation des termes de l'équation de la chaleur . . . . .                                     | 105           |
| 2.4  | Quantités de chaleur mises en jeu . . . . .   | 106           |
| <b>3</b>   | <b>Vers un passage des températures aux sources de chaleur</b>                                      | <b>111</b>    |
| 3.1  | Equation de la chaleur bidimensionnelle . . . . .   | 111           |
| 3.1.1  | Hypothèses: . . . . .   | 112           |
| 3.1.2  | Problème de diffusion 2D. . . . .   | 113           |
| 3.2  | Passage des températures aux sources de chaleur . . . . .   | 118           |
| <b>4</b>   | <b>Traitement des images thermiques</b>   | <b>121</b>    |
| 4.1  | Nécessité d'un traitement . . . . .   | 121           |
| 4.2  | Etude du bruit . . . . .  | 121           |
| 4.3  | Choix d'une méthode de filtrage . . . . .   | 122           |
| 4.3.1  | Techniques de traitement envisagées . . . . .   | 123           |
| 4.3.2  | Méthode de filtrage choisie . . . . .   | 125           |
| 4.4  | Traitement des profils thermiques par TFD - Problème 1D . . . . .                                   | 125           |
| 4.4.1  | Pourquoi travailler en 1D? . . . . .  | 126           |
| 4.4.2  | Définition du problème 1D . . . . .   | 126           |
| 4.4.3  | Filtrage numérique passe-bas 1D par TFD . . . . .   | 127           |
| 4.4.4  | Calcul des dérivées (en 1D) . . . . .   | 130           |
| 4.4.5  | Effets de bords . . . . .   | 130           |

|                                |  |            |
|--------------------------------|--|------------|
| 4.4.6                          | Prolongement périodique 1D . . . . .   | 132        |
| 4.4.7                          | Construction d'exemples tests 1D - Contrôle du traitement 1D . . . . .                                   | 133        |
| 4.5                            | Traitement des images thermiques par TFD - Problème 2D . . . . .   | 139        |
| 4.5.1                          | Remarques préliminaires . . . . .  | 140        |
| 4.5.2                          | Construction d'un exemple test 2D . . . . .  | 141        |
| 4.5.3                          | Filtrage dans le temps et évaluation du terme dérivée /temps . . . . .                                   | 141        |
| 4.5.4                          | Filtrage dans l'espace et évaluation du terme laplacien . . . . .  | 144        |
| 4.5.5                          | Contrôle du traitement 2D . . . . .  | 149        |
| 4.5.6                          | Conclusions sur le traitement 2D . . . . .   | 150        |
| 4.6                            | Conclusions sur le traitement des images thermiques . . . . .  | 152        |
| <b>Conclusions Partie II</b>   |  | <b>155</b> |
| <b>III RESULTATS</b>           |  | <b>157</b> |
| <b>Introduction Partie III</b> |  | <b>159</b> |
| <b>1</b>                       | <b>Observations de phénomènes de localisation sur différentes nuances d'aciers doux</b>                  | <b>161</b> |
| 1.1                            | Description des matériaux et des essais . . . . .  | 161        |
| 1.2                            | Résultats sur la nuance S355MC - Analyse des sources de chaleur . . . . .                                | 164        |
| 1.2.1                          | Remarque préliminaire . . . . .  | 164        |
| 1.2.2                          | Présentation des résultats . . . . .   | 165        |
| 1.2.3                          | Interprétation des sources de chaleur - indicateur de localisation énergétique . . . . .                 | 169        |
| 1.3                            | Observations sur d'autres nuances d'aciers doux . . . . .  | 173        |
| 1.4                            | Propagation de bandes de Lüders . . . . .  | 175        |
| 1.5                            | Conclusions . . . . .  | 180        |
| <b>2</b>                       | <b>Indicateurs de localisation énergétiques</b>  | <b>185</b> |
| 2.1                            | Indicateurs locaux - Localisation des sources de chaleur . . . . .                                       | 185        |
| 2.1.1                          | Indicateur A . . . . .   | 185        |
| 2.1.2                          | Indicateur B . . . . .   | 186        |
| 2.2                            | Indicateur global - Maximum d'énergie bloquée . . . . .  | 188        |
| 2.2.1                          | Indicateur C . . . . .   | 188        |
| 2.2.2                          | Mise en oeuvre . . . . .   | 188        |
| 2.2.3                          | Exemple d'application . . . . .  | 190        |
| 2.2.4                          | Application de l'indicateur C à l'étude de la localisation de striction sur la nuance M323brut . . . . . | 194        |
| 2.3                            | Influence de l'opération de "skin-pass" sur le comportement de la nuance M323 - Adoucissement . . . . .  | 194        |
| 2.4                            | Discussion et conclusions . . . . .  | 196        |
| <b>3</b>                       | <b>Un modèle simple et heuristique de propagation de bandes de Lüders</b>                                | <b>201</b> |
| 3.1                            | Mise en place du modèle . . . . .  | 201        |
| 3.2                            | Simulations à partir de profils analytiques de dissipation mécanique . . . . .                           | 203        |
| 3.2.1                          | Etude préliminaire . . . . .   | 203        |
| 3.2.2                          | Modèle élastoplastique parfait . . . . .   | 207        |
| 3.3                            | Conclusions . . . . .  | 209        |
| <b>4</b>                       | <b>Observations de localisation sur d'autres matériaux</b>   | <b>213</b> |
| 4.1                            | Description des essais . . . . .   | 213        |
| 4.2                            | Acier inoxydable austéno-martensitique . . . . .   | 213        |
| 4.3                            | Acier HiBiGO à gros grains . . . . .   | 215        |
| 4.4                            | Compression d'une plaque trouée de PVC . . . . .   | 218        |

|   |            |
|---|------------|
| 4.5 Conclusions . . . . .   | 219        |
| <b>Conclusions Partie III</b>   | <b>225</b> |
| <b>CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES</b>  | <b>229</b> |
| <b>ANNEXES</b>  | <b>233</b> |
| A Grandeurs relatives au rayonnement thermique                                  | 233        |
| B Vérification de l'hypothèse d'homogénéité de la température dans l'épaisseur  | 235        |
| C Evaluation de la constante de temps des fuites sur les faces avant et arrière | 237        |
| D Etude des caractéristiques du bruit associé aux images thermiques             | 245        |
| E Quelques rappels sur le filtrage numérique                                    | 251        |
| <b>BIBLIOGRAPHIE</b>  | <b>263</b> |

# **INTRODUCTION GENERALE**



## Problématique

Les phénomènes de localisation généralement qualifiés de “localisation de la déformation plastique” sont observés pour une large variété de matériaux (métaux, géomatériaux, polymères) à partir d’un certain niveau de chargement. L’intérêt industriel de ce problème mécanique est très important puisqu’il concerne tous les procédés de mise en forme par déformation plastique, notamment l’emboutissage de tôles métalliques minces. Sur une production mondiale annuelle de 700 millions de tonnes d’acier, les tôles minces représentent 100 millions de tonnes dont 20 millions pour la seule industrie automobile. Pour cette dernière le coût des opérations d’emboutissage représente environ 20% du coût total d’un nouveau véhicule (compris en général entre 5 et 10 milliards de francs). Pour des pièces complexes la durée de mise au point définitive d’un outil d’emboutissage peut prendre jusqu’à 14 mois (chiffres extraits de [Ronde Oustau et Moussy 96]). Cette durée très importante est principalement liée aux difficultés posées par les différentes formes de défauts susceptibles de se développer au cours des opérations d’emboutissage : plissement de tôles et localisations (formation de bandes de Lüders, formation de striction diffuse puis localisée). Ces défauts, pouvant entraîner, selon le type de chargement, un endommagement, voire la rupture du matériau ou de la structure, doivent être évités.

Pour apporter des réponses à ces problèmes, les industriels, qui ne disposaient il y a quelques années que de leur “savoir-faire”, ont aujourd’hui la possibilité de simuler les opérations de mise en forme à partir de codes de calcul. Cependant, il apparaît que ces codes, toujours de plus en plus puissants, restent en général assez inadaptés pour décrire les défauts de mise en forme recensés plus haut.

Les principales raisons de cet écart entre modélisations et expériences sont liées aux difficultés :

- (i) de définir un critère d’arrêt capable de décrire la “limite de formabilité du matériau”.
- (ii) de connaître tout au long des divers trajets de chargement possibles le comportement rhéologique du matériau.

Ces deux points sont (i) directement ou (ii) indirectement liés au problème de localisation. Le premier concerne les définitions des mécanismes de localisation ainsi que les propositions de critères de localisation qui en découlent. Les multiples recherches réalisées depuis les années 50 sur ce sujet font apparaître différents “mécanismes” de localisation : maximum de la charge ([Considère 1885]), variation de la section ([Hart 67]), bifurcation ([Hill 58]), bifurcation localisée ou perte d’ellipticité ([Hill 62], [Mandel 64], [Rice 76]), instabilité ou croissance exponentielle d’une perturbation ([Clifton 78], [Bai 82]), présence d’un défaut initial ([Marciniak and Kuczinski 67]), etc.

A chacune de ces différentes approches théoriques sont associées des hypothèses fortes sur le comportement (indépendant du temps, loi de type puissance, adoucissement, etc.), sur l’état du matériau (généralement supposé homogène) avant l’apparition de la localisation ou bien encore sur le caractère soudain (et non progressif) de la localisation.

Avec la donnée d’une loi de comportement ces approches permettent de construire des critères de localisation globaux (sur la structure) ou locaux (en tout point du milieu continu) ; critères qui peuvent en général s’exprimer analytiquement à partir des paramètres de ces lois.

Compte tenu du rôle très important joué par la loi de comportement dans l’étude des problèmes de localisation, il est légitime de s’interroger sur la validité de celle-ci, notamment pour les instants critiques de chargement précédant l’activation des critères de localisation. Jusqu’où dans le chargement peut-on exploiter les informations expérimentales, le plus souvent globales de charge et de déplacement, pour construire une réponse locale contrainte-déformation ? Ces questions, sous-jacentes à la modélisation du problème de localisation, mettent l’accent sur la nécessité d’une approche expérimentale du problème de localisation. Comment se manifeste le développement d’une localisation ? Comment la détecter ? Comment la définir ?

Une autre question importante concerne le rôle de la variable température et des éventuels couplages thermomécaniques associés au développement de la localisation. Pour des essais dynamiques de nombreux travaux expérimentaux ont montré (par ex. [Marchand and Duffy 88]) que des variations très importantes de température (plusieurs centaines de °C) et très localisées pouvaient, *via*

le mécanisme de “cycle autocatalytique”, être à l’origine de l’initiation et du développement d’une localisation en bandes de cisaillement (adiabatiques). Si certaines approches théoriques ont pu, pour modéliser ce mécanisme, prendre en compte les effets thermiques, on constate en revanche que la plupart de celles développées pour modéliser la localisation apparaissant lors de processus quasi-statiques se placent dans un cadre isotherme. Des études expérimentales, certes assez rares, montrent pourtant l’importance des effets thermiques (de quelques  $^{\circ}C$  à plusieurs dizaines de  $^{\circ}C$ ) lors de processus de déformation quasi-statiques ([Ferron 81], [Kim and Wagoner 87], [Lisiecki *et al.* 92]).

Qu’elle est l’incidence de ces effets thermiques macroscopiques sur le comportement du matériau? Compte tenu du mécanisme de conduction thermique, ne faudrait-il pas s’interroger sur l’importance du champ microscopique de température et sur le rôle qu’il peut jouer à ces échelles?

*Les questions qui viennent d’être posées, relatives à la fois aux critères de localisation, à l’établissement des lois de comportement et au rôle des effets thermiques, situent le cadre de ce travail de thèse.*

## Objectifs

*Notre objectif est d’aborder par une approche expérimentale le problème de localisation. Celui-ci est étudié plus particulièrement lors d’essais quasi-statiques de traction “simple” sur plusieurs nuances d’aciers doux. A terme, nous souhaitons utiliser cette approche pour construire, à partir d’essais uniaxiaux réalisés sur des éprouvettes prédéformées ou à partir d’essais biaxiaux, des Courbes Limites de Formage.*

Le développement de cette approche comporte trois étapes :

- la mise au point d’un traitement de données permettant de calculer les sources de chaleur générant des effets thermiques mesurés par thermographie infrarouge.
- l’observation des sources chaleur associées aux manifestations de localisation.
- l’interprétation, dans le cadre du problème de localisation, de ces informations locales, de nature énergétique.

Dans le cas des aciers doux les sources de chaleur s’identifient au terme de dissipation intrinsèque. *Pour ces matériaux l’observation spatio-temporelle de ces effets dissipatifs permet d’avoir une indication sur les zones et sur les instants où une localisation s’est développée dans l’éprouvette. On montre alors que l’éprouvette d’essai se comporte très tôt comme une structure, des manifestations précoces et progressives de localisation étant observées avant le maximum de la charge. Des observations cinématiques locales obtenues par corrélation d’images sur les mêmes aciers et dans les mêmes conditions de chargement confirment ces résultats ([Wattrisse 99]).*

## Organisation du mémoire

Ce mémoire est présenté en trois parties rassemblant chacune plusieurs chapitres.

La **partie I** est dédiée à l'**étude bibliographique du problème de localisation**. La plupart des travaux consacrés à cette thématique sont de nature théorique ou numérique et, plus rarement, expérimentaux. A travers une présentation non exhaustive des différentes approches théoriques recensées, l'objectif de cette étude est de rappeler, pour chacune d'elles :

- les principales hypothèses réalisées (sur le comportement, sur les mécanismes de localisation , etc.).
- l'écriture du (ou des) critère(s) de localisation (ou d'instabilité) proposé(s).
- les résultats des confrontations avec des observations expérimentales.

La **partie II** est consacrée à la présentation de l'**approche expérimentale permettant de calculer les sources de chaleur** mises en jeu lors d'essais quasi-statiques réalisés sur des éprouvettes plates. Dans les 3 premiers chapitres on présente successivement les caractéristiques du dispositif d'essais, le cadre thermomécanique d'interprétation des expériences ainsi que l'écriture de l'équation bidimensionnelle de diffusion de la chaleur. Le dernier chapitre décrit les méthodes de traitement 1D puis 2D qui ont été mises au point, dans le cadre de ce travail de thèse, pour estimer les sources de chaleur à partir des images thermiques.

Enfin, dans la **partie III** sont présentés les principaux **résultats**. A travers la description d'essais représentatifs des différents comportements d'aciers doux observés, on présente au cours du 1<sup>er</sup> chapitre les diverses manifestations thermiques et dissipatives associées aux deux modes principaux de localisation détectés en traction simple, à savoir la propagation de bandes de Lüders et le développement de la striction. A partir de ces observations on propose, au cours du second chapitre, d'étudier les zones de l'éprouvette ainsi que les instants concernés par la localisation à partir d'"indicateurs de localisation énergétiques". Le chapitre 3 est consacré à la présentation d'un modèle simple de propagation de bandes de Lüders basé sur les observations énergétiques et cinématiques associées à ce mode de localisation. Enfin, au cours du dernier chapitre on propose d'utiliser l'approche expérimentale développée dans ce travail pour étudier d'autres matériaux : un acier inoxydable austéno-martensitique (A301), un acier magnétique à gros grains (HiBiGO) et un polymère (PVC).



# Bibliographie

- [Bai 82] Bai Y.L., Thermoplastic instability in pure shear, *J. Mech. Phys. Solids*, V. 30, p 195-207, (1982).
- [Clifton 78] Clifton R., Report to the NRC committee on material response to ultrasonic loading rates, (1978).
- [Considère 1885] Considère A., 1885. L'emploi du fer et de l'acier dans les constructions, *Ann. Ponts Chaussées*, vol 9, p574, (1885).
- [Ferron 81] Ferron G., Influence of heating generation and conduction on plastic stability under uniaxial tension, *Mat. Sci. Engng.*, V. 49, pp 241-248, (1981).
- [Hart 67] Hart E.W., Theory of the tensile test, *Acta Met.*, V. 15, pp 351-355, (1967).
- [Hill 58] Hill R., A general theory of uniqueness and stability in elastic-plastic solids, *J. Mech. Phys. Solids*, V. 6, pp 236-249, (1958).
- [Hill 62] Hill R., Acceleration waves in solids, *J. Mech. Phys. Solids*, V. 10, pp.1-16, (1962).
- [Kim and Wagoner 87] Kim Y.H. and Wagoner R.H., Analytical investigation of deformation induced heating in tensile testing, *Int. J. Mech. Sci.*, vol 29, n°3, pp 179-194, (1987).
- [Lisiecki *et al.* 92] Lisiecki B., Kubin L., Estrin Y., Thermal effects during plastic flow in Nickel-base superalloys, *Metal. Sci. Tech.*, vol 10, n°1, pp.10-15 (1992).
- [Mandel 64] Mandel J., Condition de stabilité et postulat de Drücker, *Rhéologie et Mécanique des sols*, Kravtchenko et Syries (Ed.), IUTAM Symposium, Grenoble, pp.58-68, (1964).
- [Marchand and Duffy 88] Marchand A. and Duffy J., An experimental study of the formation process of adiabatic shear bands in a structural steel, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol 36, No 3, pp.251-283 (1988).
- [Marciniak and Kuczinski 67] Marciniak Z. and Kuczinski K., Limit strains in the processus of stretch forming sheet metal, *Int. J. Mech. Sci.*, V. 9, p 609, (1967).
- [Rice 76] Rice J.R., The localization of plastic deformation, *Theoretical and Applied Mechanics*, W. T. Koiter (Ed.), North Holland, Amsterdam (1976).
- [Ronde Oustau et Moussy 96] Ronde Oustau F. et Moussy F., L'emboutissage : progrès récents et évolutions attendues. Actes du Colloque National Mecamat '96, "Mécanismes et Mécanique des Grandes Déformations", Aussois, 29 Janv.au 2 Fév., pp 44-50, (1996).
- [Wattrisse 99] Wattrisse B., Etude cinématique des phénomènes de localisation dans des aciers par intercorrélation d'images, Thèse de Doctorat, Université Montpellier II, (1999).



Première partie

**ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE DU  
PROBLEME DE LOCALISATION**



# Introduction Partie I

Pour une grande variété de matériaux (métaux, géomatériaux, polymères,...) on constate expérimentalement, à partir d'un certain chargement et pour certaines sollicitations, que la déformation à l'échelle du milieu continu passe progressivement ou brutalement d'un état de déformation *diffuse* (homogène) vers un état de déformation *localisée* (hétérogène). Ce passage d'un état d'écoulement plastique homogène vers un état hétérogène est généralement qualifiée d'*instabilité plastique*. Ce qualificatif rappelle l'aspect (parfois) brutal et soudain d'un phénomène qui se localise dans l'espace. Les bandes de Lüders, la striction (diffuse, localisée) et les bandes de cisaillement sont trois exemples de localisation qui peuvent être observés lors de la déformation d'un acier doux.

De très nombreuses études, expérimentales, théoriques et numériques ont été réalisées et discutées dans la littérature dans le but d'identifier et de modéliser les mécanismes de localisation de la déformation. Le recensement de ces études met en évidence une grande variété d'approches liée principalement :

- à la modélisation du mécanisme de localisation (discontinuité, instabilité, défaut initial, avalanche de dislocations, ...).
- à la forme de la localisation (striction, bande de cisaillement, bande de Lüders).
- au cadre d'écriture des lois de comportement (matériau standard, loi puissance, théorie de la déformation, de l'écoulement, ...).
- au type de sollicitation (traction simple, traction biaxiale, compression, cisaillement).
- à l'échelle de description (macro, micro).

Quelques tentatives pour proposer un cadre fédérateur à ces multiples approches ont été développées, sur la base d'un critère énergétique ([Petryk 85]) ou d'un critère prenant en compte à l'échelle macro des fluctuations présentes à différentes échelles ([Hähner 95]). Ces travaux restent cependant en pratique assez délicats à aborder.

L'objectif de cette partie est de rappeler les principaux résultats des recherches conduites pour étudier les instabilités plastiques. Une classification, toujours difficile à réaliser, a été implicitement retenue dans le plan de cette partie.

Le premier chapitre présente les différents modes de localisation (striction, bande de cisaillement, bande de Lüders) que l'on peut observer lors d'essais mécaniques sur des métaux.

Le second chapitre rappelle l'approche par *bifurcation*, souvent utilisée aujourd'hui pour décrire et modéliser les instabilités "géométriques" (striction) et surtout "matérielles" (bandes de cisaillement) dans les matériaux au *comportement indépendant du temps*. Initiée par les travaux de [Hill 58] cette approche s'est fortement développée avec la définition du critère (local) de localisation de [Rice 76].

Au chapitre 3 on présente des analyses de *stabilité linéaire* conduites à partir de la méthode dite de *perturbation*. Cette dernière, applicable à une large variété de comportement, est utilisée en pratique pour étudier la localisation dans des *matériaux au comportement dépendant du temps*.

Les critères de striction, développés spécifiquement pour tracer les courbes Limites de Formage (CLF) en emboutissage, sont présentés au chapitre 4.

Enfin, le dernier chapitre présente deux approches unidimensionnelles développées dans le cas particulier de l'essai de traction pour étudier respectivement la localisation de striction et des formes de localisation (bandes de Lüders, bandes de Portevin Le Chatelier) spécifiques à certains matériaux.



# Bibliographie

- [Hähner 95] Hähner P., A generalized criterion of plastic instabilities and its application to creep damage and superplastic flow, *Acta Metall. mater.*, V. 43, N° 11, pp 4093-4100, (1995).
- [Hill 58] Hill R ., A general theory of uniqueness and stability in elastic-plastic solids, *J. Mech. Phys. Solids*, V. 6, pp 236-249, (1958).
- [Petryk 85] Petryk H., On energy criteria of plastic instability, "Plastic Instability", Considère Memorial, Paris, ENSPC, (1985).
- [Rice 76] Rice J.R., The localization of plastic deformation, *Theoretical and Applied Mechanics*, W. T. Koiter (Ed.), North Holland, Amsterdam (1976).



## Chapitre 1

# Différentes formes de localisation

Lorsqu'on déforme un échantillon de matériau, on constate expérimentalement qu'au delà d'une certaine limite cette déformation n'est plus homogène. Dans les métaux, l'écoulement plastique ou viscoplastique se *localise* dans une zone de l'échantillon, on parle aussi d'*instabilité plastique*.

Cette homogénéité ou inversement hétérogénéité de la déformation plastique dépend fortement de l'échelle à laquelle on observe le matériau. En effet, à l'échelle du grain, la déformation plastique d'un monocristal se produit généralement par formation et croissance de bandes de glissement générées principalement par les mouvements des dislocations au sein du grain. Pour les polycristaux, la distribution statistique des divers systèmes de glissement possibles, leur déclenchement en différents points d'un même cristal, et l'orientation au hasard des nombreux grains du corps d'une éprouvette, font que la déformation macroscopique reste, elle, généralement homogène jusqu'à un certain niveau de déformation. Au delà se développent des manifestations macroscopiques de localisation.

[Needleman 88] recense pour les métaux trois exemples principaux de localisation : *les bandes de Lüders, la striction et les bandes d'intense déformation plastique communément appelées bandes de cisaillement*. Il propose de classer ces instabilités en 2 catégories :

- i) *Les instabilités géométriques*. Ce sont celles où les caractéristiques de la géométrie du solide, telles que les surfaces libres, permettent à un mode d'instabilité de se développer. La *striction* est la principale manifestation de ce type d'instabilité.
- ii) *Les instabilités matérielles*. Celles-ci sont insensibles aux Conditions Limites (C.L.) et peuvent se produire lorsque les contraintes sur les frontières écartent les instabilités géométriques. Pour les métaux comme pour de nombreux matériaux ce type d'instabilité se manifeste sous la forme de *bandes* dites de *cisaillement*.

Nous présentons ci-après chacun de ces modes de localisation.

### 1.1 Striction

Ce mode de localisation est observé lors de sollicitations de traction simple ou biaxiale sur des matériaux ductiles. On distingue couramment ([Cordebois 83]) deux types de striction :

- la striction diffuse (voir figure 1.1a).
- la striction localisée (voir figure 1.1b).

La striction diffuse, caractérisée par une variation assez douce de la section, précède toujours la striction localisée; son apparition peut-être prédite avec une bonne approximation par le critère de Considère. En général, seule la striction localisée retient l'attention des industriels de l'emboutissage qui l'utilisent comme critère limite pour les Courbes Limites de Formage (CLF). ([Barata Da Rocha and Jalinier 85], [Arrieux 90]).

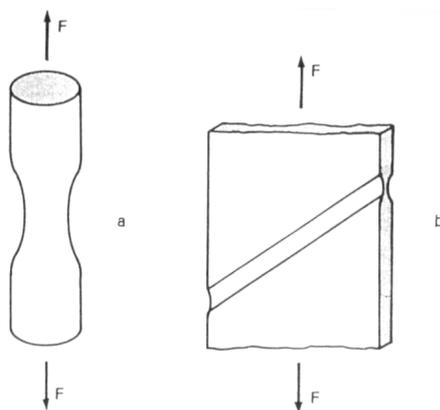


FIG. 1.1 – a) *Striction diffuse*, b) *striction localisée* (d'après [Cordebois 83]).

## 1.2 Bandes de cisaillement

Ce mode de déformation hétérogène est observé sur les métaux ([Pierce *et al.* 82]), sur les géomatériaux : sols, roches, bétons ([Desrues 85], [Leroy and Ortiz 90]), et sur les polymères ([Young and Kinloch 83]).

En ce qui concerne les métaux, des études réalisées par exemple sur des monocristaux de Al-2.8wt%Cu ([Chang and Asaro 81]) ou de FeTiMn ([Spitzig 81]) ont montré que ces bandes peuvent apparaître en sollicitations quasi-statiques (voir figure 1.2).

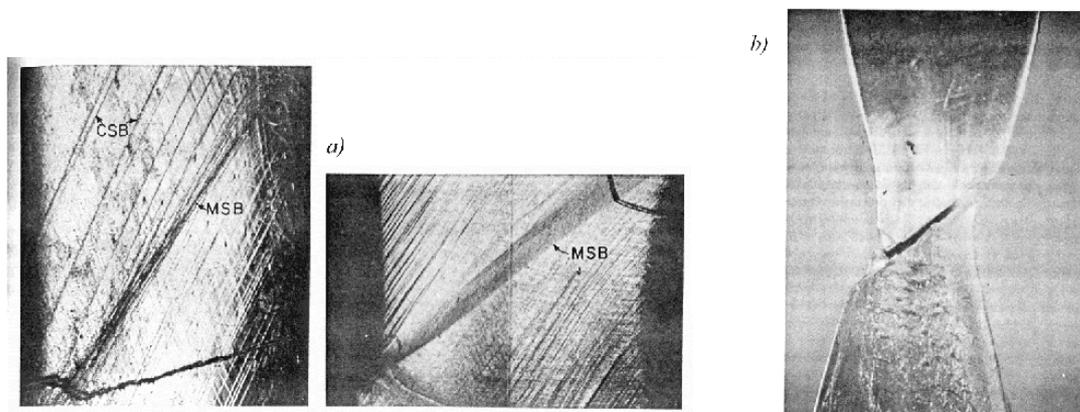


FIG. 1.2 – *Essai de traction quasi-statique sur un monocristal de Al-2.8wt%Cu*: a) *observations de CSB et MSB*, b) *Rupture le long d'une bande de cisaillement dans la zone de striction diffuse* (extrait de [Chang and Asaro 81]).

Chang et Asaro présentent une étude très détaillée du développement des bandes de cisaillement sur des éprouvettes à section carrée ( $25 \times 4 \times 4 \text{ mm}^3$ ) de monocristal d'AlCu. Ils relèvent l'apparition de striction diffuse au maximum de la charge, suivi par le développement de bandes de cisaillement grossières (Coarse Shear Bands - CSB) alignées avec les plans de glissement cristallographiques. Ces bandes précèdent l'apparition de bandes de cisaillement macro (Macro Shear Bands - MSB) faiblement inclinées par rapport aux précédentes (figure 1.2a) et conduisant généralement à la rupture ductile de l'éprouvette (figure 1.2b). On voit ici que les trois modes de localisation (striction diffuse, CSB et MSB) se produisent quasiment simultanément, ce qui ne facilite pas la tâche du modélisateur.

Les bandes de cisaillement sont d'autre part décrites comme étant le principal mode de déformation hétérogène (et précurseur de la rupture) lors d'essais à grande vitesse de déformation (usinage à grande vitesse, torsion rapide d'un tube à paroi mince). Dans ce cas de sollicitation les bandes sont

classiquement appelées Bandes de Cisaillement Adiabatiques (BCA), voir [Marchand and Duffy 88].

### 1.3 Bandes de Luders

Parmi les hétérogénéités de déformation, l'une des plus importantes concerne les métaux à structure c.c. ; elle a été observée pour la première fois par [Piobert *et al.* 1842] puis par [Lüders 1860] et est communément<sup>1</sup> appelée aujourd'hui *bande(s) de Lüders*. Lorsque ce phénomène se produit, lors d'un essai de traction réalisé à vitesse de traverse constante sur une éprouvette d'acier doux, la courbe de traction présente l'allure particulière tracée sur la figure 1.3a.

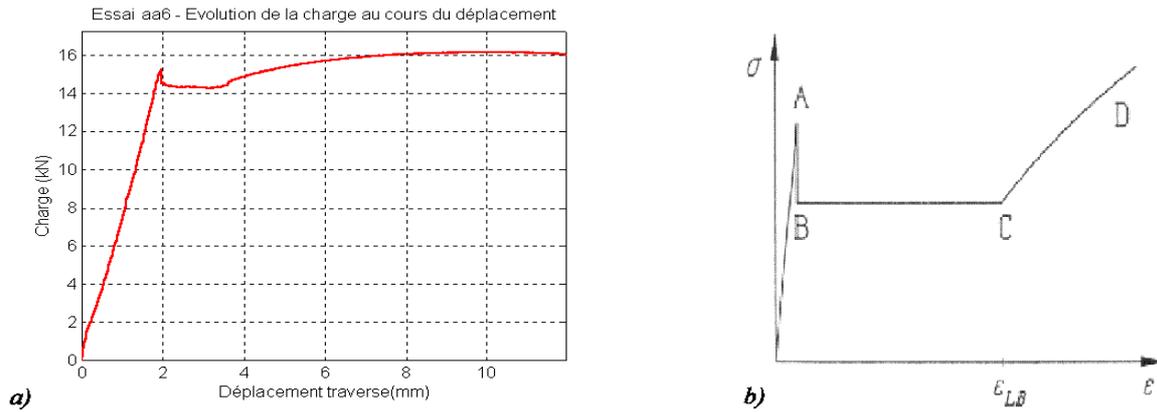


FIG. 1.3 – a) Réponse mécanique lors d'un essai de traction simple réalisée sur un acier doux ( $\dot{U}_{imp} = 0.15 \text{ mm/s}$ ). b) Modélisation schématique classique de la courbe contrainte-déformation associée à la propagation de bandes de Lüders (extrait de [Hähner 94]).

**[Remarque - R1] :** La figure 1.3a représente le comportement global d'une éprouvette de traction plate de soudur (acier doux S355MC) sollicitée à vitesse de traverse imposée constante ( $\dot{U}_{imp} = 0.15 \text{ mm.s}^{-1}$ ). Le déplacement tracé est le déplacement global de la traverse mobile. Ce comportement global n'est jamais rapporté dans la littérature, en fait, seul le comportement local (contrainte - déformation) est retenu pour représenter la réponse mécanique. La figure 1.3b tirée de [Hähner 94] rappelle la schématisation utilisée classiquement pour décrire le comportement local d'aciers doux présentant des bandes de Lüders; des schémas identiques sont donnés dans [Lomer 52], [Hahn 62] et [Conrad and Stone 64]. Ces auteurs ne précisent pas comment sont établies ces réponses locales. Peut-on passer facilement du comportement global au comportement local alors que le processus de déformation associé à la propagation de bandes de Lüders est décrit comme fortement hétérogène? Ce problème lié aux effets de localisation sera débattu dans la 3<sup>ème</sup> partie de ce travail de thèse.

Le comportement d'un acier doux où se développent des bandes de Lüders lors d'un essai de traction est classiquement décrit par la courbe  $(\sigma, \epsilon)$  de la figure 1.3b. Le régime élastique initial se termine par une limite élastique supérieure (point A) suivie d'un crochet ("yield point") et d'un palier (BC) où la contrainte reste constante (limite élastique inférieure); au delà un régime d'écrouissage plastique se met en place (CD). Les premières études sur les bandes de Lüders ont montré que les bandes naissent au point A et se développent au cours du palier "plastique". Les bandes sont décrites comme *un front ou des fronts de déformation plastique localisée parcourant le corps de l'éprouvette* (voir figure 1.4a et b).

Les bandes naissent généralement sur un bord de l'éprouvette, près d'un congé de raccordement, et se propagent<sup>2</sup> vers l'autre extrémité en faisant un angle bien défini avec l'axe de traction. Puis quand

1. En France on trouvera aussi la désignation "bandes de Piobert-Lüders" en mémoire du chercheur Français ayant observé le premier ce phénomène ([Jaoul 61]).

2. Certains auteurs parlent même d'une "onde plastique" (plastic wave) pour décrire la propagation d'une bande de Lüders ([Hähner 94],[Weertman *et al* 83]).

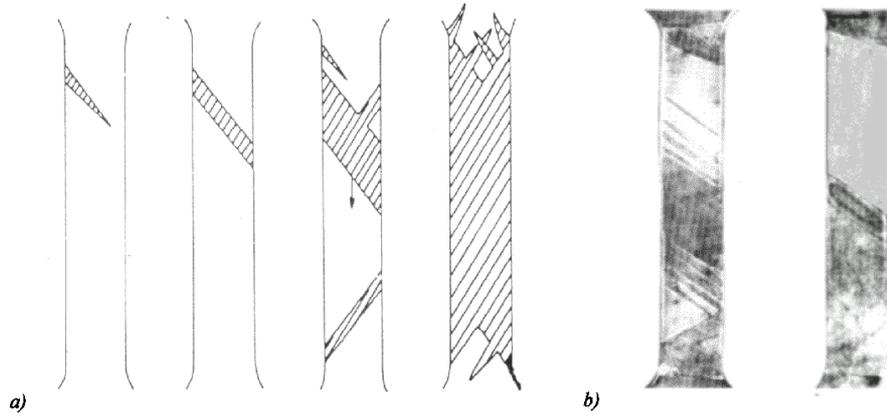


FIG. 1.4 – a) Schématisation de la propagation de bandes de Lüders (extrait de [Pomey et al 64]), b) Photographies de propagation de bandes de Lüders (extrait de [Jaoul 64]).

la bande a traversé l'éprouvette, elle s'épaissit par saccades et gagne l'autre extrémité. D'autres bandes peuvent apparaître au cours de ce développement mais une fois que toute la surface est recouverte le phénomène s'arrête. A cet instant (point C) toute la zone utile est dans le même état de déformation, classiquement appelé déformation de Lüders et notée  $\varepsilon_{LB}$  (voir figure 1.3b). L'ordre de grandeur de cette déformation est de quelques pourcents. Les bandes correspondent donc à une *instabilité<sup>3</sup> limitée* de la déformation car l'amplitude de la déformation due au passage de la bande est limitée et la (ou les) bandes ne parcourent qu'une seule fois l'éprouvette. Ensuite, la charge appliquée à l'éprouvette s'élève de nouveau et une phase d'écroissage, où la déformation est homogène dans la zone utile de l'éprouvette, commence.

La propagation de bandes de Lüders génère des irrégularités ("vermiculures") à la surface de l'éprouvette. L'apparition de bandes de Lüders est donc perçue comme un défaut par les emboutisseurs. Pour les éviter et effacer le palier plastique des opérations d'écroissage de surface (skin-pass) ont été (empiriquement) développées.

La nature, la formation des bandes de Lüders, depuis leur découverte ont fait l'objet de nombreuses études, chacune s'attachant à les décrire à une *échelle* particulière d'observation (macroscopique, mésoscopique ou microscopique). Notre objectif n'est pas de faire ici un bilan exhaustif de tous ces travaux mais plutôt de relever les principaux résultats de la littérature de façon à pouvoir présenter par la suite les résultats expérimentaux réalisés dans ce travail.

### a) observations macroscopiques :

Les premiers travaux sur les bandes de Lüders ([Lüders 1860], [Fell 35], [Hall 51], [Lomer 52], [Jaoul 61], [Conrad and Stone 64]) ou même plus récemment [Ananthan and Hall 91], réalisés à l'échelle macroscopique, se sont surtout focalisés sur les conditions favorisant leur apparition, sur la cinématique, sur la géométrie des bandes (largeur, inclinaison,...) et sur les mécanismes de déformation associés.

Parmi les facteurs conditionnant l'apparition des bandes de Lüders, on peut citer ([Hähner 94]) :

- faible taille de grain ( $< 200 \mu m$  pour un acier doux).
- vitesse de déformation imposée élevée (les bandes de Lüders pouvant disparaître à faible vitesse).
- température ambiante pas trop élevée.

3. Le terme instabilité associé aux bandes de Lüders est aussi employé par [Weertman et al 83] : la propagation des bandes de Lüders s'effectuant à contrainte constante, il n'existe pas une relation biunivoque entre la contrainte et la déformation.

- nombre d'impuretés suffisamment important (au moins 10 ppm, en particulier les interstitiels C, N et O).

Concernant l'angle d'inclinaison des bandes avec l'axe de chargement, il varie selon les études et les conditions d'essai entre  $45^\circ$  et  $55^\circ$ . [Ananthan and Hall 91] rappellent que dans les cas particuliers d'éprouvettes cylindriques ou rectangulaires à gros grains on peut s'écarter fortement du plan de cisaillement maximal ( $45^\circ$ ) et dans certains cas les bandes peuvent progresser perpendiculairement à l'axe de chargement (angle de  $90^\circ$ ).

Ces observations sur l'angle d'inclinaison des bandes ont soutenu les premières hypothèses sur les mécanismes de déformation des bandes de Lüders. L'hypothèse de cisaillement pur, retenue initialement ([Fell 35]) et longtemps admise fut écartée ensuite par les travaux de [Hall 51], [Lomer 52] et [Jaoul 61]. La déformation serait due à un cisaillement simple au front de la bande, suivi d'un écoulement qui n'est pas nécessairement un cisaillement pur. Cette combinaison de deux déformations est intégrée dans le concept de cisaillement écoulement ("shear flow") proposé par [Ananthan and Hall 91].

D'autres auteurs ([Iricibar *et al.* 77]) ont observé la propagation des bandes de Lüders à l'aide d'un dispositif d'interférométrie optique. Leur étude s'est focalisée sur les caractéristiques du front de la bande, c'est à dire l'interface entre la zone non déformée (élastique) et la bande de déformation (plastique) localisée qui se propage. Si la trace de cette interface, à l'échelle macroscopique, semble rectiligne à la surface de l'éprouvette il apparaît à l'échelle du grain que cette ligne de transition se présente sous la forme de "marches" de hauteur égale à la taille du grain. Des simulations éléments-finis conduites par ces mêmes auteurs montrent que cette géométrie d'interface en forme de "marches" est "stable", contrairement à une interface rectiligne qui rend la configuration géométrique "intrinsèquement instable". Un tracé de la contrainte le long de la direction de propagation des marches montre une forte concentration autour de l'interface, par contre, en arrière du front, à une distance de l'ordre de la taille du grain, le champ de contrainte redevient homogène et s'établit à la valeur de la limite élastique inférieure de propagation des bandes de Lüders. A partir de ces résultats les auteurs proposent de décomposer le processus de déformation hétérogène des bandes en deux étapes faisant appel à des mécanismes de déformation homogènes. Le premier, s'effectuant à vitesse de déformation constante modélise le comportement du front de la bande; le second en arrière de la bande est un mécanisme de fluage à contrainte constante.

Ces travaux permettent de faire le lien avec une échelle d'étude plus fine où les bandes de Lüders sont décrites comme une avalanche de dislocations à travers le polycristal.

## **b) Description des bandes de Lüders à l'échelle des dislocations dans des polycristaux ([Hähner and Zaiser 93], [Hähner 94], [Neuhäuser and Hampel 93]):**

En 1948, [Cottrell 48], fut un des premiers à proposer, à l'échelle microscopique, une explication du mécanisme de propagation des bandes de Lüders et du décrochement observé sur la réponse mécanique. Des impuretés présentes dans le métal (azote, carbone...) vont diffuser et vont entourer les dislocations pour former un nuage d'impuretés (appelées aussi "atmosphères") bloquant le mouvement des dislocations. La densité initiale de dislocations mobiles juste avant la limite élastique est donc faible. Les dislocations sont fortement ancrées dans leurs atmosphères et ne peuvent être arrachées qu'en appliquant une contrainte très élevée.

Dans la théorie de Cottrell, cette contrainte correspondait à la contrainte palier où la bande se propage: l'initiation et la propagation des bandes de Lüders, selon Cottrell était due à l'arrachement des dislocations de leurs atmosphères. Une proposition alternative proposée à l'issue de travaux expérimentaux par [Johnston and Gilman 59] explique quantitativement le décrochage de la contrainte d'écoulement par une multiplication rapide des dislocations et par la dépendance en contrainte de la vitesse des dislocations. La possibilité d'un déblocage des dislocations de leur atmosphère d'impureté n'est pas complètement exclu, mais l'auteur en réduit considérablement l'importance.

Les mécanismes de création et de multiplication des dislocations furent étudiés par la suite dans les monocristaux et dans les polycristaux. En fin de régime élastique, la plupart des dislocations étant bloquées, de nouvelles dislocations sont créées dans des zones de forte concentration de contrainte (par exemple au niveau des congés de raccordement de la zone utile des éprouvettes). Dans le cadre des

polycristaux, ces dislocations peuvent facilement glisser et activer des sources de dislocations empilées aux joints de grain grâce aux concentrations de contraintes au niveau du front de bande (mécanisme de Hall-Petch).

Des modèles dynamiques de dislocation ont été proposés pour décrire la propagation de bandes de Lüders dans les polycristaux (voir par exemple [Hähner and Zaiser 93], [Hähner 94]) Ces modèles sont basés sur des systèmes d'équations aux dérivées partielles, couplées et non-linéaires, caractérisant les évolutions des densités des différentes populations de dislocations (mobiles, empilées et immobiles). Ces modélisations permettent de calculer les différentes caractéristiques des bandes de Lüders : la déformation de Lüders  $\varepsilon_{LB}$ , la largeur de la bande, la vitesse de propagation,...

## Conclusions

“Dans la déformation plastique des métaux, les bandes de Lüders demeurent l'exemple le plus connu de localisation” ([Rice 76] p207). Ces effets lorsqu'ils se produisent dans des opérations de mise en forme par emboutissage sont dommageables pour la qualité de l'état de surface et surtout pour *la tenue en fatigue des pièces embouties* ([Nagase and Suzuki 92], [Hibon 94]). Si les solutions technologiques (opérations de “skin-pass”) permettant d'éviter leur apparition sont bien établies, mais pas toujours applicables, les mécanismes de propagation des bandes eux ne sont pas encore complètement expliqués par la théorie.

Qualifiées “d'instabilités plastiques propagatives” ([Kubin and Estrin 88]) les bandes de Lüders sont d'un grand intérêt pour les mécaniciens comme pour les métallurgistes. En effet leur étude, à différentes échelles, permet de mieux comprendre le comportement coopératif non-linéaire de l'organisation de structures de dislocations conduisant à l'échelle macroscopique à une localisation qui se propage. Les fortes hétérogénéités de déformation font que les bandes de Lüders ne peuvent pas être analysées seulement à l'échelle macroscopique. Les quantités relevées à cette échelle ne seront que des quantités moyennes. L'introduction d'une échelle plus fine (mésoscopique) faisant un lien avec l'échelle microscopique s'avère nécessaire ([Kubin and Estrin 88]). C'est à cette échelle que sont proposés les modèles décrivant la propagation d'instabilités telles que les bandes de Lüders ou les bandes de Portevin Le Châtelier. Mais pour vérifier ces modèles théoriques les chercheurs appellent à plus d'expériences pour étudier les aspects spatiaux-temporels des ces phénomènes propagatifs ([Estrin *et al.* 93]).

# Bibliographie

- [Ananthan and Hall 91] Ananthan V.S. and Hall E.O. , Macroscopic aspects of Lüders band deformation in mild steel, *Acta metall. mater.*, N° 12, pp 3153-3160, (1991).
- [Arrieux 90] Arrieux R., Détermination théorique et expérimentale des courbes limites de formage en contraintes, Thèse d'Etat, Insa de Lyon et Université Lyon I, (1990).
- [Barata Da Rocha and Jalinier 85] Barata Da Rocha A. and Jalinier J.M., The development of strain gradients in sheet metal forming processes, dans: "Plastic Instability", *Considère Memorial*, Paris, ENSPC, (1985).
- [Chang and Asaro 81] Chang Y.W. and Asaro R.J., An experimental study of shear localization in aluminium-copper single crystals, *Acta. Metall.*, V. 29, pp 241-257, (1981).
- [Conrad and Stone 64] Conrad H. and Stone G., The effect of stress on the Lüders band velocity in niobium, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 12, pp 139-148, (1964).
- [Cordebois 83] Cordebois J.P., Instabilités et Rupture dans les solides élastoviscoplastiques, Thèse d'état, Univ. Paris 6, (1983).
- [Cottrell 48] Cottrell A.H., Report of the Bristol Conference on Strength of Solids, *Phys. Soc. Lond.*, Vol. 30, (1948).
- [Desrues 85] Desrues J., Naissance des bandes de cisaillement dans les milieux granulaires : expérience et théorie, Colloque CNRS: Les instabilités mécaniques, développement et périodicité, 10-11 Octobre 85, Grenoble, pp 11-54 (1985).
- [Estrin *et al.* 93] Estrin Y., Kubin L.P. and Aifantis E.C., Introductory remarks to the viewpoint set on propagative plastic instabilities, *Scripta Metall. et Mater.*, Vol. 29, pp 1147-1150, (1993).
- [Fell 35] Fell E.W., *J. Iron. St. Inst.*, Vol. 132, p75, (1935).
- [Hahn 62] Hahn G.T. , A model for yielding with special reference to the yield-point phenomena of iron and related bcc metals, *Acta metallurgica*, Vol. 10, (1962).
- [Hähner and Zaiser 93] Hähner P. and Zaiser M. Propagative modes of plastic deformation, Colloque C7, Supplément au Journal de Physique III, Vol.3, Nov 93, pp 1995-2004, (1993).
- [Hähner 94] Hähner P., Theory of solitary Plastic Waves, Part I: Lüders bands in Polycrystals, *Appl. Phys.*, A58, pp 41-48, (1994).
- [Hall 51] Hall E.O., *Proc. Phys. Soc. Lond.*, B64, p742, (1951).

- [Hibon 94] Hibon G., Instabilité thermodynamique, Rapport CRPC -Sollac Fos, Réf: FRA 016 94, (1994).
- [Iricibar *et al.* 77] Iricibar R., Mazza J. and Cabo A., On the Lüders band front in mild steel -part I and part II, *Acta metall.*, Vol. 25, pp 1163-1177, (1977).
- [Jaoul 61] Jaoul B., Consolidation des polycristaux de fer et hypothèses sur l'origine du palier des courbes de traction, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 9-2, pp 69-90, (1961).
- [Jaoul 64] Jaoul B., Etude de la plasticité et Applications aux métaux, Dunod, Paris, (1964).
- [Johnston and Gilman 59] Johnston W.G. and Gilman J.J., *J. Appl. Phys.*, Vol. 30, p129, (1959).
- [Kubin and Estrin 88] Kubin L.P. and Estrin Y., Strain nonuniformities and plastic instabilities, *Revue Phys. Appl.*, Vol. 23, pp 573-583, (1988).
- [Leroy and Ortiz 90] Leroy Y. and Ortiz M., Finite element analysis of transient strain localization phenomena in frictional solids, *Int. J. for Numer. Anal. Methods geomech.*, V. 14, pp 93-124, (1990).
- [Lomer 52] Lomer W.M. , The yield phenomenon in polycrystalline mild steel, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 1, pp 64-75, (1952).
- [Lüders 1860] Lüders W., *Dinglers Polytech. J.*, vol 18, pp 155, (1860).
- [Marchand and Duffy 88] Marchand A. and Duffy J., An experimental study of the formation process of adiabatic shear bands in a structural steel, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol 36, No 3, pp.251-283 (1988).
- [Nagase and Suzuki 92] Nagase Y. and Suzuki S., On the decrease of fatigue limit due to small prestrain, *J. of Eng. Mat. and Tech.*, V. 114, p317, (1992).
- [Needleman 88] Needleman A., Continuum mechanics studies of plastic instabilities, *Revue Phys. Appl.*, V. 23, pp 585-593, (1988).
- [Neuhäuser and Hampel 93] Neuhäuser H. and Hampel A., Observation of Lüders bands in single crystals, *Scripta Metall. et Mater.*, Vol. 29, pp 1151-1157, (1993).
- [Pierce *et al.* 82] Pierce D., Asaro R.J. and Needleman A., An analysis of nonuniform and localized deformation in ductile single crystals, *Acta metall.*, V. 30, pp 1087-1119, (1982).
- [Piobert *et al.* 1842] Piobert A., Morin et Didion, *Mem. Artillerie*, vol V, p505, (1842).
- [Pomey *et al.* 64] Pomey G., Grumbach M. et Crussard C., dans "Mém. Scient. Rev. Mét.", V. 61, p243, (1964).
- [Rice 76] Rice J. R., The localization of plastic deformation, *Theor. and Appl. Mech.*, Ed. W.T. Koiter, North-Holland, pp 207-220, (1976).
- [Spitzig 81] Spitzig W.A., Deformation behavior of nitrogenated FeTiMn and FeTi single crystals, *Acta Metall.*, V. 29, pp 1359-1377, (1981).
- [Weertman *et al.* 83] Weertman J. and Weertman J.R., Physical metallurgy, part II, Ed. Cahn R.W. and Haasen P., North holland physics publishing, pp 1296-1305, (1983).
- [Young and Kinloch 83] Young R.J. and Kinloch , Fracture behaviour of polymers, Ed. Elsevier Appl. Sc., (1983).

## Chapitre 2

# Analyses de bifurcation pour les matériaux au comportement indépendant du temps

Pour les matériaux au comportement indépendant du temps l'unicité de la solution en vitesse de déplacement peut-être perdue au delà d'un certain chargement ([Hill 57, 58, 59]). Cette *bifurcation* du problème en vitesse peut se faire simultanément en plusieurs points du solide (modes diffus) ou dans une zone fine, par exemple dans une bande (mode localisé). Le premier mode, décrit par le critère *global d'unicité* de [Hill 58], annonce dans le cas de l'essai de traction simple la localisation de striction. La description du 2<sup>ième</sup> mode a été obtenue par le *critère de localisation* de [Rice 76] à partir d'une bifurcation particulière du problème en vitesse : bifurcation en mode localisé permis par l'existence d'une *surface S de discontinuité du gradient de vitesse*.

La plupart des études de bifurcation s'appuient sur ces deux critères. Notre objectif dans ce chapitre est de rappeler les conditions d'établissement de ces critères et de souligner les caractéristiques importantes des travaux qui lui ont été consacrés (influence de la loi de comportement, confrontations avec l'expérience). L'application de ces critères au problème de détection de la striction en traction simple et biaxiale sera rappelée. Enfin, on insistera sur la notion d'adoucissement sous-jacente à la plupart de ces études de localisation.

### 2.1 Relations de comportement

On se propose dans cette partie de rappeler l'établissement des relations de comportement qui vont être utilisées par la suite dans l'analyse de bifurcation. Les relations qui vont être établies permettent de décrire une large classe de matériaux élastoplastiques avec ou sans endommagement, en conditions isothermes et en HPP. Pour plus d'informations sur l'établissement des relations on pourra se reporter à [Lemaître et Chaboche 85]; la présentation retenue ci-après est largement inspirée de [Billardon 89] et [Doghri and Billardon 95].

Le cadre de la Thermodynamique des Processus Irréversibles (TPI), dont une présentation plus détaillée sera faite dans la partie II, permet d'écrire pour cette classe de matériaux les lois de comportement à partir de la donnée de 3 potentiels : l'énergie libre  $\psi$ , la surface limite d'élasticité  $f = 0$ , le potentiel plastique  $F$ .

D'une façon générale, dans les modèles de comportement utilisés dans la modélisation du problème de localisation, on suppose (pour un processus isotherme) que le tenseur de déformation totale  $\varepsilon$  peut-être décomposé en un tenseur de déformation élastique  $\varepsilon_e$  et en un tenseur de déformation plastique  $\varepsilon_p$  :

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p \quad (2.1)$$

Les variables d'état choisies pour décrire le système sont :  $V_0 = \varepsilon_e$ , et  $n$  variables internes  $V_i$  ( $i = 1, 3, \dots, n$ ) scalaires ou tensorielles caractérisant l'état d'écrouissage, d'endommagement,...

Les lois d'état permettent de calculer, à partir de  $\psi(\varepsilon_e, V_i)$ ,  $i = 1 \text{ à } n$ , le tenseur des contraintes  $\sigma$  et "les forces thermodynamiques  $A_i$  associées aux variables internes" :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma = \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon_e} \\ A = \frac{\partial \psi}{\partial V} \end{array} \right. \quad (2.2)$$

où  $\rho$  désigne la masse volumique et  $A$  et  $V$  des vecteurs contenant les  $A_i$  et  $V_i$ .

Le comportement irréversible est supposé être caractérisé par la donnée dans l'espace des forces thermodynamiques d'un domaine de réversibilité défini par l'équation  $f(\sigma, A; V) \leq 0$  et par les lois d'évolution des variables internes obtenues à partir du potentiel plastique  $F(\sigma, A; V)$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\varepsilon}_p = \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \sigma} \\ \dot{V} = -\dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial A} \end{array} \right. \quad (2.3)$$

où  $\dot{\lambda} \geq 0$  désigne le multiplicateur plastique,  $\dot{\lambda} = 0$  si :  $f < 0$  ou si  $f = 0$  et  $\dot{f} < 0$ .

### Calcul du multiplicateur plastique :

Lorsque  $\dot{\lambda}$  est positif, la relation de consistance suivante doit être vérifiée :

$$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \sigma} : \dot{\sigma} + \frac{\partial f}{\partial A} \cdot \dot{A} + \frac{\partial f}{\partial V} \cdot \dot{V} = 0 \quad (2.4)$$

où le symbole ' $:$ ' désigne le produit interne entre 2 tenseurs d'ordre quelconque.

Pour obtenir  $\dot{\lambda}$  on reporte dans l'équation précédente les valeurs de  $\dot{\sigma}$ ,  $\dot{A}$ ,  $\dot{V}$  obtenues respectivement en différentiant les relations 2.2 et en utilisant 2.3b, soit ([Doghri and Billardon 95]) :

$$\dot{\lambda} = \left\langle \frac{b : \mathbb{E} : \dot{\varepsilon}}{H} \right\rangle \quad (2.5)$$

où  $\langle \langle . \rangle \rangle$  désigne la partie positive de la quantité  $(.)$  et :

$$\begin{aligned} b &= \frac{\partial f}{\partial \sigma} + \frac{\partial f}{\partial A} \cdot \mathbb{C}^t : \mathbb{E}^{-1}, \\ H &= \frac{\partial f}{\partial \sigma} : \mathbb{E} : a + \frac{\partial f}{\partial V} \cdot \frac{\partial F}{\partial A} + \frac{\partial f}{\partial A} \cdot (\mathbb{T} \cdot \frac{\partial F}{\partial A} + \mathbb{C}^t : \frac{\partial F}{\partial \sigma}), \\ \text{Avec } : & \\ a &= \frac{\partial F}{\partial \sigma} + \mathbb{E}^{-1} : \mathbb{C} \cdot \frac{\partial F}{\partial A}, \\ \mathbb{E} &= \rho \frac{\partial}{\partial \varepsilon_e} \left( \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon_e} \right), \mathbb{C} = \rho \frac{\partial}{\partial V} \left( \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon_e} \right), \mathbb{T} = \rho \frac{\partial}{\partial V} \left( \frac{\partial \psi}{\partial V} \right) \end{aligned} \quad (2.6)$$

Pour les modèles élastoplastiques classiques  $\mathbb{E}$  désigne le tenseur d'élasticité, pour les modèles d'endommagement continu  $\mathbb{E}$  est le tenseur d'élasticité du matériau endommagé. Notons de plus que le module  $H$  présent au dénominateur de 2.5 est supposé être strictement positif (voir [Nguyen et Bui 74]).

### Expression du module tangent $\mathbb{L}$ :

Le module tangent  $\mathbb{L}$  reliant  $\dot{\sigma}$  à  $\dot{\varepsilon}$  établi à partir des relations précédentes montre bien la non-linéarité (bilinéarité) des lois incrémentales de plasticité :

$$\dot{\sigma} = \mathbb{L} : \dot{\varepsilon} \quad (2.7)$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbb{L} = \mathbb{E} \quad \text{si } f < 0 \text{ ou si } f = 0 \text{ et } \dot{f} < 0 \\ \mathbb{L} = \mathbb{H} = \mathbb{E} - \frac{(\mathbb{E} : a) \otimes (b : \mathbb{E})}{H} \quad \text{si } f = 0 \text{ et } \dot{f} = 0 \end{array} \right. \quad (2.8)$$

où  $\otimes$  désigne le produit tensoriel.

**Expression du module d'écrouissage  $h$  :**

Généralement on décompose  $H$  selon

$$H = h + b : \mathbb{E} : a \quad (2.9)$$

de manière à faire apparaître le *module d'écrouissage*  $h$  dont l'interprétation mécanique montre que son signe permet de distinguer les comportements durcissants ( $h > 0$ , augmentation de la taille du domaine élastique lors d'une charge plastique) des comportements adoucissants ( $h < 0$ , diminution de la taille du domaine élastique), (voir [Nguyen et Bui 74]). D'autre part il est montré ([Doghri and Billardon 95]) que si  $h \neq 0$  alors  $\mathbb{H}$  est inversible. Notons enfin qu'en HPP et en uniaxial, la condition  $h = 0$  est obtenue au pic de la courbe contrainte-déformation.

**Remarques : [R1]** Vue la complexité des modèles théoriques beaucoup d'études de localisation sont conduites en HPP. Pour les géomatériaux ce cadre est suffisant car la localisation se produit pour des valeurs très faibles de déformation. Pour les métaux un cadre en grande transformation est nécessaire mais complique l'écriture des modèles (dans 2.7,  $\dot{\sigma}$  est remplacé par la dérivée de Jaumann et  $\dot{\varepsilon}$  par la partie symétrique du tenseur gradient de vitesse). En HPP, et en uniaxial, la condition  $h = 0$  correspond au pic de la courbe contrainte déformation et donc aussi au pic de la réponse globale lors d'un essai de traction simple (charge - déplacement traverse). C'est pour cette raison, que dans de nombreux travaux, la transition entre un état de durcissement et un état d'adoucissement est décrite au maximum de la charge (voir par exemple [Read and Hegemier 84], [Valanis 85]). En grande déformation, et en uniaxial, la charge passe par un maximum en régime durcissant :  $\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \sigma > 0$ . Un délai existe donc entre le maximum de la charge et le pic de la courbe contrainte - déformation. Dans la suite de ce travail on parlera d'adoucissement *global* pour désigner les états de chargement correspondant à la décroissance de la charge.

**[R2]** Pour les modèles classiques d'élastoplasticité le tenseur de couplage  $\mathbb{C}$  est nul, on retrouve alors les expressions classiques  $a = \frac{\partial F}{\partial \sigma}$  et  $b = \frac{\partial f}{\partial \sigma}$  obtenues en élastoplasticité ([Rice and Rudnicki 80], [Bigoni and Hueckel 91],...).

**[R3]** On appelle classiquement ([Hill 58]) solide linéaire de comparaison le solide élastique non-linéaire défini, en charge comme en décharge, par la 2<sup>ème</sup> branche de la relation 2.8, soit :

$$\dot{\sigma} = \mathbb{H} : \dot{\varepsilon} \quad (2.10)$$

## 2.2 Formulation du problème en vitesse

Les analyses de bifurcation sont classiquement développées à partir du problème mécanique écrit en vitesse. On cherche les conditions pour lesquelles la solution en vitesse n'est plus unique. La raison principale de ce choix vient des travaux de [Hill 57], [Hill 58]. Après avoir étudié la bifurcation du problème en déplacement, [Hill 57] (page 233) rappelle que dans le problème de bifurcation "la question fondamentale n'est pas de savoir si la solution va être unique après une déformation finie mais plutôt si elle va être unique après un changement infinitésimal des CL à partir d'un état de déformation donné". L'autre intérêt du problème en vitesse est que les équations de la plasticité s'écrivent aisément dans ce cadre.

Connaissant l'état (déformations, contraintes) d'un solide occupant à l'instant  $t$  un domaine géométrique  $\Omega$  de surface  $\partial\Omega$ , on cherche à connaître le champ de vitesse  $v$  des points du solide lorsque celui-ci est soumis à des vitesses de déplacement imposées  $v_{imp}$  sur une partie  $\partial\Omega_v$  de sa surface et à des vitesses de forces imposées  $\dot{F}_{imp}$  sur la partie complémentaire  $\partial\Omega_{\dot{F}}$ . Le problème local en

vitesse s'écrit alors, en l'absence de forces de volume et en chargement quasi-statique :

$$\begin{cases} \operatorname{div}(\mathbb{L} : \dot{\varepsilon}) = 0 & \text{dans } \Omega \\ \dot{\varepsilon} = \frac{1}{2}(\operatorname{grad}(v) + \operatorname{grad}^t(v)) & \\ v = v_{imp} & \text{sur } \partial\Omega_v \\ \dot{\sigma}\vec{n} = \vec{F}_{imp} & \text{sur } \partial\Omega_{\dot{F}} \end{cases} \quad (2.11)$$

### 2.3 Condition d'unicité de Hill(1958)

Les travaux de [Hill 58] (voir aussi [Hill 59]) ont permis de définir un critère global d'unicité applicable aux matériaux à comportement élastoplastique. Afin de simplifier l'analyse originale de Hill, conduite en grande déformation à partir du tenseur nominal de contrainte (transposé du 1<sup>er</sup> tenseur de Piola Lagrange), on se propose ici de rappeler l'établissement du critère dans le cadre des petites perturbations.

L'unicité de la solution  $v$  du problème en vitesse 2.11 est testée en considérant l'existence de deux solutions cinématiquement admissibles (C.A.)  $v_1$  et  $v_2$  de ce problème. Comme dans l'approche de Hill on considère que la vitesse des forces volumiques imposées  $\dot{f}_{imp}$  est nulle. En notant  $(\dot{\sigma}_1, \dot{\varepsilon}_1)$ ,  $(\dot{\sigma}_2, \dot{\varepsilon}_2)$  les champs de vitesse de contrainte et de déformation associés à ces deux solutions et  $\Delta(\cdot)$  la différence  $(\cdot)_1 - (\cdot)_2$  entre ces deux solutions on obtient :

$$0 = \int_{\partial\Omega} \Delta\dot{F} \Delta v \, dS = \int_{\Omega} \Delta\dot{\sigma} : \Delta\dot{\varepsilon} \, dV \quad (2.12)$$

La première égalité est donnée par les C.L., la seconde est obtenue par application du principe des puissances virtuelles. Si 2.12 est vérifiée les deux solutions  $v_1$  et  $v_2$  sont possibles. *La condition suffisante d'unicité proposée alors par Hill est la suivante :*

$$f(v_1, v_2) = \int_{\Omega} \Delta\dot{\sigma} : \Delta\dot{\varepsilon} \, dV > 0 \quad \forall v_1 \text{ et } v_2, \text{ deux solutions C.A.} \quad (2.13)$$

La fonctionnelle  $f$ , en tenant compte de 2.7 peut s'écrire  $f(v_1, v_2) = \int_{\Omega} (\mathbb{L} : \dot{\varepsilon}_2 - \mathbb{L} : \dot{\varepsilon}_1) : (\dot{\varepsilon}_2 - \dot{\varepsilon}_1) \, dV$ .

Les travaux de [Hill 58] ont d'autre part montré que  $f$  était minorée par la même expression mais en remplaçant l'opérateur  $\mathbb{L}$  par  $\mathbb{H}$ . Autrement dit l'unicité du problème en vitesse pour le solide réel est garantie si elle l'est pour le solide linéaire de comparaison. L'étude d'unicité du solide réel est donc remplacée par celle du solide linéaire de comparaison dont la condition suffisante d'unicité est :

$$f(v_1, v_2) = \int_{\Omega} (\dot{\varepsilon}_2 - \dot{\varepsilon}_1) : \mathbb{H} : (\dot{\varepsilon}_2 - \dot{\varepsilon}_1) \, dV > 0 \quad \forall v_1 \text{ et } v_2 \text{ C.A.} \quad (2.14)$$

Le critère global d'unicité est rarement utilisé sous cette forme, en fait on préfère définir une condition suffisante d'unicité locale *valable en tout point du solide*, plus forte, qui est la suivante :

$$\dot{\sigma} : \dot{\varepsilon} > 0 \quad \forall \dot{\varepsilon} \text{ C.A.} \quad (2.15)$$

Si cette condition, appelée aussi *Positivité du Travail du 2<sup>nd</sup> Ordre local*, est vérifiée alors la condition globale 2.14 ne sera jamais violée (voir [Raniecki and Bruhns 80], [Vardoulakis 94]).

C'est à partir du critère global 2.13 et local 2.15 d'unicité que sont conduites les études de bifurcation.

### 2.4 Etude des modes de bifurcation

En remplaçant  $\dot{\sigma}$  par  $\mathbb{H} : \dot{\varepsilon}$  dans 2.15 on obtient une autre formulation de la condition suffisante d'unicité locale permettant d'étudier les modes possibles de bifurcation :

$$\dot{\varepsilon} : \mathbb{H}^s : \dot{\varepsilon} > 0 \quad \forall \dot{\varepsilon} \quad (2.16)$$

où  $\mathbb{H}^s = \frac{1}{2}(\mathbb{H} + \mathbb{H}^T)$  désigne la partie symétrique du module tangent  $\mathbb{H}$ .

La première bifurcation du solide linéaire de comparaison se produit donc lorsque  $\mathbb{H}^s$  cesse d'être défini positif, soit quand :

$$\det(\mathbb{H}^s) = 0 \quad (2.17)$$

Compte tenu de l'analyse de Hill présentée au paragraphe précédent la condition 2.17 constitue une borne inférieure à la première bifurcation du solide réel.

La borne supérieure de bifurcation est obtenue ([Billardon 89]) *au point limite*, c'est à dire lorsque  $\dot{\sigma} = 0$ ; cela se traduit par :

$$\det(\mathbb{H}) = 0 \quad (2.18)$$

cette condition de non inversibilité de  $\mathbb{H}$  pouvant aussi s'écrire  $h = 0$ . Comme souligné dans [Billardon 89] 2.18 est *souvent* équivalente à la condition :

$$\dot{\sigma} : \dot{\varepsilon}_p = 0 \quad (2.19)$$

**Remarques :** [R4] Le module  $\mathbb{H}$  tangent étant supposé être défini positif au début du chargement, les relations 2.18 et 2.19 montrent que la transition entre un comportement durcissant et un comportement adoucissant est obtenue lorsque  $\mathbb{H}$  n'est plus défini positif. Ce résultat peut être vu comme une généralisation tridimensionnelle des observations expérimentales uniaxiales où le terme adoucissant fait référence au signe négatif du module tangent :  $\frac{\dot{\sigma}}{\dot{\varepsilon}} > 0$ .

[R5] La relation 2.19 marque le passage d'un seuil de stabilité, au sens du "*Postulat de Stabilité de Drucker*" ([Drucker 51]). Drucker montre qu'un matériau est stable s'il est toujours dans un état de durcissement plastique :  $\dot{\sigma} : \dot{\varepsilon}_p \geq 0$  (égalité dans le cas de la plasticité parfaite). Ce résultat est obtenu en généralisant les caractéristiques des réponses uniaxiales contrainte déformation. Pour le démontrer Drucker considère l'application par un "agent extérieur" d'une perturbation infinitésimale à un volume unitaire d'une éprouvette dans un état de contrainte et de déformation donnés. *Le matériau est dit stable si le travail réalisé durant ce chargement incrémental est positif, autrement dit s'il n'est pas possible "d'extraire de l'énergie du matériau"*. Le Postulat de stabilité de Drucker a fait l'objet de nombreuses critiques (par exemple [Mandel 64]) et plus récemment [Paglietti 98]. Paglietti souligne que le Postulat de Drucker ne prend pas en compte le 1<sup>er</sup> principe de la thermodynamique et donc les échanges possibles de chaleur entre le matériau et l'"agent extérieur". Paglietti reprend alors l'analyse de Drucker et l'étend aux cas non adiabatiques.

Lorsque l'unicité est perdue (relation 2.17) des modes de bifurcation tels que la striction ou les bandes de cisaillement peuvent apparaître ([Bigoni and Hueckel 91], [Nielsen and Schreyer 93]). Ces modes peuvent être **diffus ou localisés**, cependant le mode localisé ne peut apparaître qu'après le mode diffus; la localisation étant selon [Rice 76] le mode limite de bifurcation. La condition nécessaire de bifurcation en modes diffus est donnée par 2.17, l'établissement de la condition nécessaire de bifurcation en mode localisé (bande de cisaillement) proposée par [Rice 76] est présentée ci-après.

## 2.5 Critère de localisation de Rice (1976)

La première formulation du critère de localisation en bandes dites de cisaillement a été proposée par [Rudnicki and Rice 75] et [Rice 76].

Soit un échantillon dans un état homogène (quant à sa contrainte, sa déformation et d'une façon générale quant à ses variables d'état) soumis à des conditions aux limites telles qu'il existe pour le problème aux limites en vitesse une solution triviale homogène. On cherche la condition rendant possible en plus de la solution triviale, au moins une autre solution faisant apparaître une bande de

cisaillement. La formulation originale de Rice était écrite en grandes déformations, afin de simplifier la présentation du critère on se placera ci-après en HPP.

Rice recherche les conditions d'existence dans le matériau d'une fine bande dans laquelle le gradient de vitesse<sup>1</sup>  $G^i$  (où  $G_{ij} = \frac{\partial v_i}{\partial x_j}$ ) diffère des valeurs homogènes  $G^o$  existant en dehors de la bande. La différence, ou saut de discontinuité, notée  $[[G]]$  entre ces deux quantités n'est pas quelconque, elle doit vérifier la *condition de compatibilité cinématique* :

$$[[G]] = \vec{g} \otimes \vec{n} \quad (2.20)$$

où  $\otimes$  désigne le produit tensoriel et  $\vec{g}$  un vecteur caractérisant le saut de discontinuité à travers la surface  $S$  de normale  $\vec{n}$  séparant la bande de la zone de déformation homogène. La condition de saut 2.20 appelée aussi condition de Maxwell exprime la *continuité du champ de vitesse* à travers la surface  $S$  de discontinuité de  $G$ ; cette relation introduite par [Hadamard 03] a été ensuite reprise par [Thomas 61], [Hill 62] et [Mandel 64].

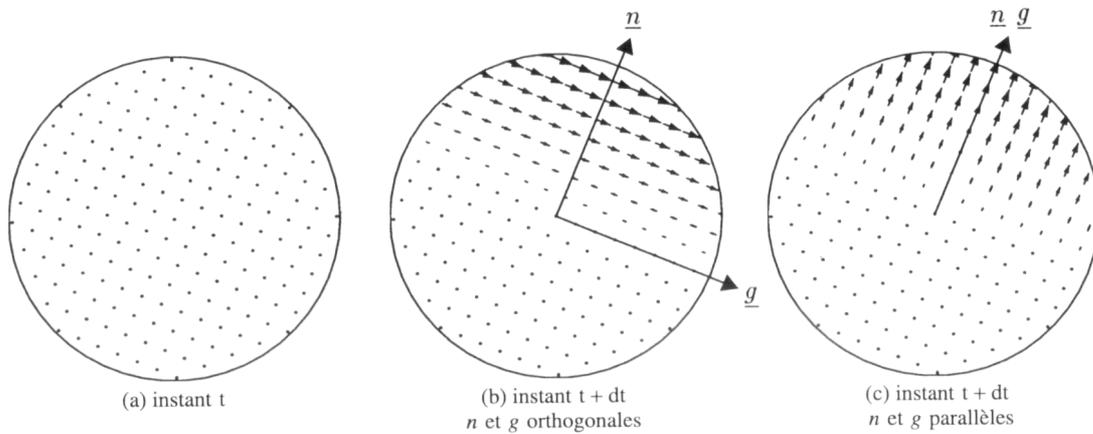


FIG. 2.1 – Illustration de la relation de compatibilité cinématique: apparition d'une discontinuité spatiale dans le gradient des vitesses (le champ de vitesses à l'instant  $t$  a été retranché), (extrait de [Barbier et al. 98]).

Une illustration de la condition de saut 2.20 est donnée à la figure 2.1 tirée de [Barbier et al. 98]. On considère un volume de matière dans un état homogène et on suppose l'apparition à l'instant  $t$  d'une surface  $S$  de normale  $\vec{n}$ , de discontinuité du gradient de vitesse. La continuité du champ de vitesse (et donc du matériau) à travers  $S$  impose la condition  $[[G]] \vec{m} = \vec{0}$  pour tous les vecteurs  $\vec{m}$  parallèles à la surface de discontinuité. Cette condition est alors vérifiée si  $[[G]] = \vec{g} \otimes \vec{n}$ ; le vecteur  $\vec{g}$  peut être interprété comme donnant la direction (et l'amplitude) de la vitesse relative de deux points infiniment voisins situés de part et d'autre de la surface de discontinuité  $S$ . Si  $\vec{g}$  et  $\vec{n}$  sont parallèles on est en présence d'un mode d'ouverture (split mode), où la vitesse de déformation est dirigée selon la normale à la bande. Dans tous les autres cas le saut de vitesse de déformation correspond à l'apparition de bandes dites de cisaillement ([Bigoni and Hueckel 91], [Neilsen and Schreyer 93]).

Après la condition de saut sur le gradient de vitesse Rice utilise une deuxième condition, statique celle là: le vecteur taux de contrainte sur la facette parallèle à la bande doit être continu au passage de la surface  $S$  de discontinuité, cela s'écrit :

$$\dot{\sigma}^i \vec{n} = \dot{\sigma}^o \vec{n} \quad , \text{ ou } [[\dot{\sigma}]] \vec{n} = \vec{0} \quad (2.21)$$

où  $\dot{\sigma}^i$  et  $\dot{\sigma}^o$  désignent les vecteurs taux de contraintes à l'intérieur et à l'extérieur de la bande.

1. Dans [Rice 76], ce n'est pas le gradient de vitesse qui est utilisé mais le taux de gradient de la transformation  $\dot{F}$ ; en HPP  $G = \dot{F}F^{-1} = \dot{F}$ .

L'équation 2.21 constitue avec 2.20 les conditions de bifurcation selon le mode localisé. Appliquées à un matériau particulier, ces conditions conduisent au critère classique de localisation que nous allons maintenant développer.

Compte tenu de 2.20 le saut des vitesses de déformation s'écrit :

$$[[\dot{\varepsilon}]] = \frac{1}{2}([G] + [G^T]) = \frac{1}{2}(\vec{g} \otimes \vec{n} + \vec{n} \otimes \vec{g}) \quad (2.22)$$

En notant  $\mathbb{H}^i$  et  $\mathbb{H}^o$  les modules tangent à l'intérieur et à l'extérieur de la bande, les équations 2.10, 2.21 et 2.22 fournissent :

$$H_{ijkl}^i(\dot{\varepsilon}_{kl}^o + \frac{1}{2}(g_k n_l + g_l n_k))n_j = H_{ijkl}^o \dot{\varepsilon}_{kl}^o n_j \quad (2.23)$$

$\mathbb{H}$  possédant les symétries mineures ( $H_{ijkl} = H_{jikl} = H_{ijlk}$ ) la relation précédente devient après simplifications :

$$Q_{jk} g_k = (H_{ijkl}^o - H_{ijkl}^i) \dot{\varepsilon}_{kl}^o n_j \quad (2.24)$$

où  $Q_{jk} = n_i H_{ijkl} n_l$  est appelé *tenseur acoustique*<sup>2</sup>.

On distingue alors les deux cas suivants :

i) Bifurcation continue :  $\mathbb{H}^i = \mathbb{H}^o$ . Dans ce cas 2.24 devient  $Q_{jk} g_k = 0$ . Afin d'obtenir une solution  $g_k$  différente de la solution triviale (nulle) et donc une discontinuité du gradient de vitesse il faut que :

$$\det(Q) = \det(\vec{n} \mathbb{H} \vec{n}) = 0 \quad (2.25)$$

**La relation 2.25 est le critère classique de localisation de la déformation.**

ii) Bifurcation discontinue :  $\mathbb{H}^i \neq \mathbb{H}^o$ . Des observations expérimentales montrent que le comportement peut être différent dans les deux zones : à l'extérieur de la bande une décharge élastique peut se produire alors qu'à l'intérieur de la bande la charge continue. Toutefois dans le cadre de l'élastoplasticité associée, la théorie du solide linéaire de comparaison due à Hill établit que la perte d'unicité avec  $\mathbb{H}^i = \mathbb{H}^o$  est la plus précoce. [Rice and Rudnicki 80] ont montré qu'il en est de même dans le cas non associé. La bifurcation continue définie par le critère 2.25 étant plus précoce que la bifurcation discontinue, c'est ce critère qui est retenu comme critère de localisation.

Le critère de localisation 2.25 de Rice est le critère utilisé pour modéliser l'apparition des bandes de cisaillement dans une large classe de matériaux au comportement indépendant du temps (métaux, roches, bétons, sols,...).

## Remarques

**[R6]** [Rice 76], en citant [Hill 62], souligne par ailleurs que le critère de localisation 2.25 est aussi la *condition de perte d'ellipticité du problème en vitesse* 2.11, en analyse quasi-statique. Ainsi certains auteurs ([Benallal *et al.* 89], [Billardon 89]) proposent de prendre comme critère de localisation à l'intérieur du solide le critère de perte d'ellipticité.

**[R7]** Si on néglige ce qui se passe au voisinage de l'intersection de la bande de déformation localisée avec les frontières de l'échantillon, on peut montrer que les résultats de l'analyse statique décrite précédemment coïncident avec ceux issus de l'écriture de l'*annulation d'une onde d'accélération plane* dans un milieu infini. Cette correspondance fut établie pour la première fois par [Hadamard 03] pour les solides élastiques puis pour les matériaux plastiques standards par [Hill 62] et non-standards par [Mandel 64]. On appelle onde d'accélération ([Mandel 62]) une surface mobile pour laquelle toutes les dérivées du déplacement par rapport aux coordonnées de Lagrange et par rapport au temps sont continues

---

2. En raison du rôle qu'il joue dans l'étude de la propagation des ondes ([Mandel 62]).

jusqu'à l'ordre 1 mais certaines dérivées d'ordre 2 (accélérations) sont discontinues. après avoir défini des relations de compatibilité vérifiées par l'onde [Mandel 64] obtient une relation reliant le tenseur acoustique  $\mathbb{Q}$ , le saut d'accélération  $[\gamma]$ , la masse volumique  $\rho$  et la célérité  $c$  de l'onde :

$$\mathbb{Q}[\gamma] = \rho c^2 [\gamma] \quad (2.26)$$

Lorsque l'onde d'accélération devient stationnaire ( $c = 0$ ), la surface de discontinuité étant figée, on retrouve la condition statique de localisation 2.25.

**[R8]** L'étude des ondes d'accélération permet de statuer sur la stabilité du matériau ([Hill 62], [Mandel 64]). Pour étudier la stabilité Mandel prend l'exemple d'un mince feuillet perturbé par une onde. Il démontre alors qu'une condition nécessaire de stabilité sous contraintes imposées est que les 3 valeurs propres du tenseur acoustique soient réelles et positives  $\forall \vec{n}$  considérée. Autrement dit la condition de stabilité est la condition d'ellipticité forte des équations du problème en vitesse. [Hill 62] arrive à la même conclusion en étudiant le travail absorbé par l'application d'une perturbation infinitésimale sur un matériau homogène, en équilibre, rigidement contraint sur ses bords. *La notion d'ellipticité forte est donc le critère de stabilité du matériau introduit par ces deux auteurs.* Un article récent ([Ottosen and Runesson 91]) présente dans sa première partie l'établissement des conditions de stabilité à partir de l'étude des ondes d'accélération et des propriétés du tenseur acoustique. Les conditions cinématiques y sont clairement démontrées, par contre certains points de la démonstration de stabilité restent flous. Dans [Beda 97] on trouvera une présentation de l'étude d'instabilité du matériau via l'analyse du tenseur acoustique. L'auteur s'intéresse dans ce papier à deux types d'instabilités : l'instabilité de "divergence" (critère de localisation de Rice) et l'instabilité "floue" (ainsi dénommée par [Rice 76]) dont la signification physique n'est pas encore bien établie.

**[R9]** Une autre manière d'écrire le critère de bifurcation en mode localisé consiste à choisir dans la condition nécessaire de bifurcation 2.15 un mode de déformation particulier : cinématiquement compatible ( $\dot{\varepsilon} = \vec{g} \otimes \vec{n}$ ), [Bigoni and Hueckel 91]. La condition obtenue :  $\vec{g} \otimes \vec{n} : \mathbb{H} : \vec{n} \otimes \vec{g} > 0 \quad \forall \vec{g} \neq 0$  qui peut aussi s'écrire

$$\det(\mathbb{Q}^s) = 0$$

est la condition d'ellipticité forte, qui est aussi une condition de stabilité (voir remarque R8 ci-dessus et [Szabo 98]).

**[R10]** En plasticité associée, le module tangent est symétrique ( $\mathbb{H} = \mathbb{H}^s$ ), les deux bornes de bifurcation (équations 2.17 et 2.18) sont donc confondues : aucune bifurcation ne peut se produire avant ( $h = 0$ ), c'est à dire en régime durcissant. En plasticité non-associée par contre les modes de bifurcation peuvent apparaître en régime durcissant. De même en plasticité associée, le tenseur acoustique étant symétrique, le critère de perte d'ellipticité et de perte d'ellipticité forte sont confondus. En vertu des 2 remarques précédentes le critère de localisation (2.25) marque donc la transition entre un état stable et un état instable.

**[R11]** Les relations entre les critères définis précédemment sont résumées sur la figure tirée de [Bigoni and Hueckel 91].

## 2.6 Utilisation des critères de bifurcation

Trois critères de bifurcation viennent d'être rappelés au cours du chapitre précédent. Il s'agit du critère global de bifurcation de Hill 1958 (relation 2.13 pour l'écriture en HPP), du critère local de perte d'unicité (condition suffisante de bifurcation en mode diffus, équation 2.17) et du critère de localisation (bifurcation en mode localisé, équation 2.25).

La très grande majorité des études de localisation par l'approche bifurcation réalisées ces 20 dernières années s'appuient sur l'un de ces critères. La plupart sont théoriques ou numériques, mais la confrontation avec les observations expérimentales sont rares. Les critères locaux sont de loin les plus

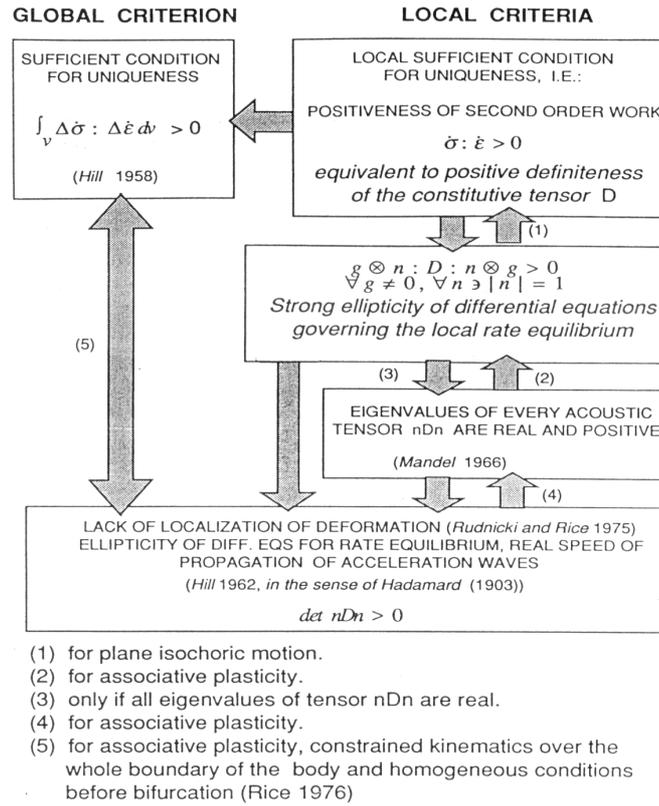


FIG. 2.2 – Relations entre le critère : global d'unicité, du travail du second ordre local, d'éllipticité forte, de stabilité de Mandel et de localisation (extrait de [Bigoni and Hueckel 91]).

utilisés car ils sont facilement exploitables tant du point de vue analytique que du point de vue numérique. L'étude de la localisation de striction que l'on présentera plus loin est l'un des rares exemples d'utilisation du critère global de bifurcation.

Les conditions locales 2.17 et 2.25 mettent en évidence le rôle joué par la loi de comportement. Dans le but d'étudier l'influence sur les critères des caractéristiques de celle-ci, il est classiquement proposé d'étudier les expressions analytiques des modules d'écrouissage critiques  $h_{cr}^u$  et  $h_{cr}^l$  correspondant respectivement à la perte d'unicité et à la localisation. Le signe de  $h$  renseigne sur l'état d'écrouissage (durcissement si  $h > 0$ , adoucissement si  $h < 0$ ) du matériau, de plus les valeurs des modules critiques peuvent par ailleurs être comparées aux observations expérimentales ([Comi *et al.* 95]). Ces expressions analytiques ont d'autre part l'avantage de simplifier l'analyse des critères car l'insertion de ces derniers dans des codes Eléments Finis est très coûteuse en temps de calcul ([Benallal and Comi 96]).

## 2.6.1 Etudes analytiques - Influence de la loi de comportement

### Plasticité associée :

En plasticité associée et en grande déformation il est montré ([Maier and Hueckel 79]) que le module  $h_{cr}^u$  est nul et que  $h_{cr}^l$  ne peut jamais être positif ([Rice 76]).

[Bigoni and Hueckel 91] ont étudié le cas de l'élastoplasticité plane. Ils montrent, toujours dans le cas de la plasticité associée, que durant le chargement deux modes de bifurcations peuvent se produire :

- i) formation d'une bande de cisaillement. Dans ce cas  $h_{cr}^l = h_{cr}^u = 0$  et il ne peut y avoir de perte d'unicité avant la localisation (formation de la bande).
- ii) formation d'un mode d'ouverture.  $h_{cr}^l \leq h_{cr}^u = 0$  : le critère du travail du  $2^{nd}$  ordre a été atteint avant ou en même temps que le mode de localisation par ouverture.

Ce dernier cas permet de prendre en compte les modes de bifurcation diffus tels que ceux décrits par [Hill and Hutchinson 75] dans l’analyse du problème de traction d’une plaque, en déformation plane.

### Plasticité non-associée et surface seuil non régulière :

En remarquant qu’en élastoplasticité associée aucune localisation ne pouvait se produire en régime durcissant, ce qui est en désaccord avec les observations expérimentales ([Rudnicki and Rice 75], [Loret *et al.* 95], voir aussi §2.6.3 suivant), les chercheurs se sont alors intéressés aux détails de la loi de comportement. [Rudnicki and Rice 75] ont montré les effets déstabilisants de la plasticité non-associée et des irrégularités de la surface seuil. Ces modèles de comportement, très utilisés pour modéliser les géomatériaux permettent d’obtenir des valeurs positives pour  $h_{cr}^l$ , ce qui rend plus réaliste le critère de localisation.

### Prise en compte des effets thermiques :

Récemment [Benallal 92] a proposé d’inclure les effets thermiques dans l’étude par bifurcation des bandes de cisaillement. L’équation de diffusion de la chaleur est prise en compte dans l’établissement du module tangent. Deux cas sont distingués : i) un saut de vitesse de température à travers la surface de discontinuité est autorisé, ii) pas de saut de vitesse de température. Le critère de localisation proposé dans le premier cas est le critère classique de localisation appliqué à une nouvelle expression du module tangent, alors que dans le second cas s’y adjoint une autre équation. Benallal remarque que la prise en compte des effets thermiques rend non symétrique le module tangent ce qui d’après les résultats de [Rudnicki and Rice 75] peut être déstabilisant du point de vue localisation. Il montre ainsi l’analogie entre le module tangent adiabatique et le module tangent trouvé par [Rudnicki and Rice 75] dans l’analyse de matériaux dilatants sensibles à la pression. L’auteur montre enfin que la prise en compte des couplages thermomécaniques autorise l’apparition de la localisation en régime durcissant :  $h_{cr}^l > 0$ .

Les effets déstabilisants des couplages thermomécaniques (dissipation et couplage thermoélastique) sur la perte d’unicité avaient déjà été mis en évidence par des travaux plus anciens de [Mroz and Raniecki 76]. Ces derniers ont montré qu’une bifurcation en régime durcissant était possible mais qu’elle se produisait pour des valeurs très faibles (et positives) du module d’écrouissage  $h$ .

### Modèles élastique endommageables ou élastoplastique endommageables :

Les critères locaux de bifurcation 2.17 et 2.25 ont été testés dans le cas de modèles de comportement élastique endommageables associés ([Desoyer and Cormery 94]) ou élastoplastique endommageable non-associés ([Billardon 89], [Doghri and Billardon 95]). L’objectif de ces études est d’utiliser le critère de localisation 2.25 (discontinuité faible) pour fournir des indications sur les conditions d’amorçage des macrofissures (discontinuités fortes) dans les structures. En dépit de l’analogie (d’écriture) de ces modèles avec les modèles élastoplastiques non-associés les auteurs montrent, qu’en général<sup>3</sup>, aucune localisation ne peut se produire en régime durcissant. Un autre point intéressant de ces travaux concerne l’application de ces critères au cas du chargement biaxial. L’activation des critères dépend du trajet de chargement  $\alpha$  ( $\alpha = \frac{\dot{\epsilon}_2}{\dot{\epsilon}_1}$ ). [Doghri and Billardon 95] montrent, en contraintes planes, que si  $\alpha$  est négatif les critères 2.17 et 2.25 sont validés aux mêmes instants, ce cas intègre donc la traction uniaxiale. Par contre si  $\alpha > 0$ , la localisation se produit après la perte de positivité du travail du 2<sup>nd</sup> ordre, ce qui autorise le développement de modes diffus (voir figure 2.3).

#### 2.6.2 Modélisations numériques

Le critère de localisation 2.25 facilement implémentable dans un code de calcul aux Eléments Finis (EF) a fait l’objet de nombreux travaux numériques, citons de manière non exhaustive : en élastoplasticité ([Tvergaard and Needleman 81], [Lee *et al.* 95]), en élastoplasticité endommageable

3. Voir cas particulier dans [Desoyer and Cormery 94].

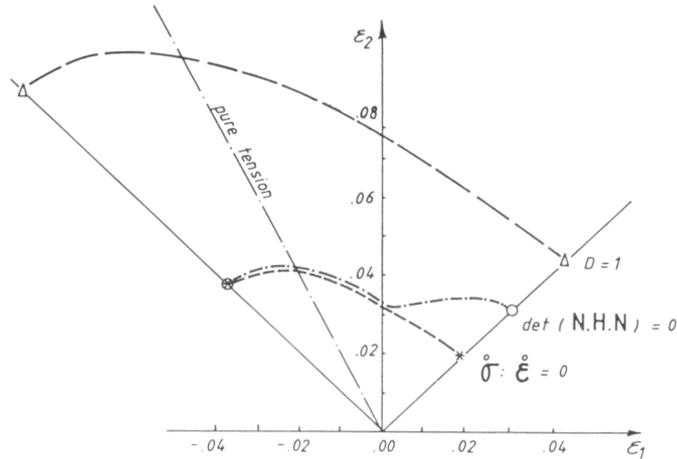


FIG. 2.3 – Positions dans le plan  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$  des points où sont activés les critères de bifurcation 2.15 et de localisation 2.25 (extrait de [Doghri and Billardon 95]).

([Billardon 89], [Doghri and Billardon 95]), dans les géomatériaux ([Leroy and Ortiz 89], [Leroy and Ortiz 90], [Hassani 94]). Dans leur article de synthèse [Leroy *et al.* 89] font le bilan des diverses études numériques EF conduites sur ce sujet.

Tous ces auteurs ont insisté sur les problèmes numériques posés par la modélisation du comportement post-localisation i.e. la taille de la bande de localisation dépend *fortement* du maillage, la dimension de l'élément du maillage fixant la taille caractéristiques des phénomènes mis en jeu. L'origine de ces difficultés vient de l'adoucissement introduit dans les modèles élastoplastiques ou d'endommagement progressifs ([Pijaudier-Cabot and Bazant 87] et [Peerlings *et al.* 96]). Dans le dernier cas l'endommagement se concentre dans une zone d'épaisseur nulle : la structure s'effondre avec une énergie de dissipation nulle ce qui est physiquement impossible. La cause mathématique sous-jacente à cette dépendance envers le maillage est la perte d'ellipticité en quasi-statique (d'hyperbolicité en dynamique) des équations différentielles gouvernant le processus de déformation; le problème aux limites est *mal-posé*.

Pour prévenir ce changement de type et autoriser une description plus correcte de la localisation les modèles de comportement doivent être enrichis par des termes additionnels. De nombreuses techniques de régularisation ont été proposées, la plupart introduisent dans la description du matériau une échelle de longueur interne qui régularise le processus de déformation. Parmi ces techniques on trouve l'approche non-locale et celle utilisant des gradients d'ordre supérieur; la première a été presque exclusivement appliquée à des modèles d'endommagement (voir par exemple [Pijaudier-Cabot and Bazant 87]) et la seconde à des modèles plastiques ([Schreyer and Chen 86]) et d'endommagement ([Desoyer 94]). Les travaux de [Peerlings *et al.* 96] comparent à partir d'une analyse 1D ces deux techniques de régularisation. Une première étude analytique montre qu'avec ces modifications la propagation d'ondes est désormais possible. Ils testent enfin les performances de ces 2 méthodes dans des conditions de chargement quasi-statique et constatent que les simulations EF conduisent à des résultats similaires.

### 2.6.3 Confrontation avec l'expérience

La plupart des études sur la localisation sont de nature théorique et concernent la modélisation du problème; sensibilité à la loi de comportement, difficultés numériques,... Rares sont les travaux où, sur un même matériau, sont confrontés les résultats issus des modélisations et ceux issus de l'expérience.

Cette confrontation, lorsqu'elle existe, fait alors apparaître un résultat très important : les critères de localisation ne sont pas capables de prévoir correctement l'apparition de la localisation (sous forme de bandes de cisaillement ou de striction). En effet, les critères sont souvent activés trop tard dans le chargement : ils conduisent à des déformations critiques supérieures à celles relevées lors de l'expérience.

On rapporte ci-après quelques résultats de ces confrontations.

[Anand and Spitzig 80] ont étudié l'apparition de bandes de cisaillement dans des éprouvettes plates d'acier à haute résistance lors de sollicitations de traction et de compression quasistatique ( $\dot{\varepsilon} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ ). Ils se placent en déformation plane<sup>4</sup> et reprennent les résultats théoriques établis par [Hill and Hutchinson 75] annonçant la localisation en bande de cisaillement lorsque les équations du problème en vitesse perdent leur ellipticité (bifurcation en mode localisé). Les expressions fournissant l'angle d'inclinaison de la bande ainsi que la déformation (logarithmique) critique de localisation dans la direction de traction sont établies dans le cas de la théorie de l'écoulement et de la théorie de la déformation. Les valeurs critiques de la déformation sont :

$$\varepsilon_{1,crit} = \pm 2 \frac{(E_t \mu)}{E_s^2} \left(1 - \frac{E_t}{4\mu}\right)^{1/2} \quad (2.27)$$

pour la théorie de l'écoulement, et

$$\varepsilon_{1,crit} = \pm (r\alpha - r^2)^{1/2}, \text{ avec } r = \frac{E_t}{E_s} \text{ et } \alpha = 2\varepsilon_1 \coth(2\varepsilon_1) \quad (2.28)$$

pour la théorie de la déformation. Dans ces expressions le signe + se réfère à la traction, le signe - à la compression,  $E_t$ ,  $E_s$  et  $\mu$  désignent respectivement le module tangent, le module sécant et le module de cisaillement.

Des examens au microscope de la surface de sections droites d'éprouvettes ayant subi diverses valeurs de déformation ont permis de connaître les déformations critiques associées à l'apparition de striction diffuse et de bandes de cisaillement. La striction diffuse, détectée par mesure d'épaisseur avec un micromètre monté sur un microscope, est toujours détectée au maximum de la charge; ce qui correspond en traction à une déformation critique  $\varepsilon_1 \simeq 0.029$ . Jusqu'à ces valeurs de déformation aucune trace de bandes de cisaillement n'est observée sur les surfaces polies des sections droites. Les bandes ont été détectées pour la première fois à une déformation de  $\varepsilon_1 \simeq 0.032$ , soit peu après l'apparition de la striction diffuse. Les déformations critiques associées à l'apparition de la striction diffuse et à l'apparition des bandes de cisaillement sont marquées sur la figure 2.4.

Les valeurs des modules tangent ( $E_t \simeq 391 \text{ MPa}$ ) et sécant ( $E_s \simeq 58.66 \text{ GPa}$ ) pour lesquelles les bandes apparaissent sont également reportées sur cette figure. Compte tenu de ces valeurs et de  $\mu = 69 \text{ GPa}$ ) les relations 2.27 et 2.28 conduisent à  $\varepsilon_{1,pred,crit} \simeq 0.184$  pour la théorie de l'écoulement et  $\varepsilon_{1,pred,crit} \simeq 0.084$  pour la théorie de la déformation. [Anand and Spitzig 80] constatent que les prédictions issues de l'analyse en bifurcation avec la théorie de l'écoulement ne sont pas en accord avec l'expérience. Avec l'autre théorie les prévisions ne sont certes pas quantitativement correctes mais elles sont plus réalistes, notamment en ce qui concerne l'angle d'orientation des bandes. Rappelant les difficultés posées par la mesure de  $E_t$  les auteurs calculent les valeurs de  $E_t$  en accord avec la valeur de déformation critique mesurée à l'apparition des bandes et en accord avec l'angle d'inclinaison de ces mêmes bandes. Les valeurs obtenues, respectivement  $75 \text{ MPa}$  et  $3500 \text{ MPa}$ , sont très différentes: les erreurs (quelques %) lors de la mesure de  $E_t$  ne sont donc pas responsables de la mauvaise adéquation entre expérience et théorie. Cette confrontation entre théorie et expérience, en déformation plane, met bien en évidence les problèmes posés par les critères de bifurcation. Ces derniers, sensibles à la formulation des lois de comportement, prédisent avec beaucoup de retard l'apparition de bandes de cisaillement.

Dans un article récent [Li and Zhu 95] proposent eux aussi de confronter une analyse théorique du problème de localisation à des résultats expérimentaux. Le matériau étudié est un acier à deux phases, les éprouvettes sont plates (épaisseur 0.4 mm) et le chargement (pilote manuellement) est quasi-statique. Au cours du chargement une bande de cisaillement apparaît au maximum de la charge pour une déformation nominale de 0.1. Au même moment les auteurs observent une forte augmentation de la porosité dans la bande de cisaillement, augmentation plus forte à l'intérieur du matériau

---

4. Les éprouvettes ont une géométrie bien particulière. La zone utile présente une épaisseur (1 mm) plus faible que les têtes d'éprouvettes, la longueur (42.5 mm) de ces dernières étant très supérieure à celle de la zone utile (4 mm). La valeur élevée (19 mm) de la largeur et de la longueur des éprouvettes leur permet de faire l'hypothèse de déformation plane dans le plan contenant la normale à la plaque et contenant la direction de sollicitation.

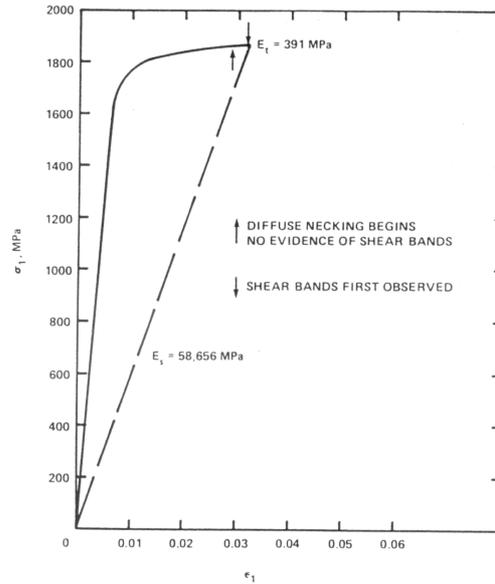


FIG. 2.4 – Réponse mécanique expérimentale (contrainte vraie et déformation logarithmique) sur un acier vieillissant maraging (extrait de [Anand and Spitzig 80]).

qu'en surface. [Li and Zhu 95] proposent de prendre en compte dans leur modèle de comportement l'évolution de la porosité à travers un module tangent volumique. L'application de l'analyse en bifurcation de [Hill and Hutchinson 75], en déformation plane, à ce modèle de comportement conduit à une déformation critique de localisation proche de celle relevée expérimentalement.

Dans [Comi *et al.* 95] on trouvera là aussi une confrontation entre prévisions théoriques et observations expérimentales dans le cas de la compression d'éprouvettes de béton. La localisation, observée expérimentalement à partir de mesures de déplacement obtenues par granularité laser, est toujours détectée avant le maximum de la charge, soit en régime durcissant. Les lois de comportement testées sont élastoplastiques endommageables et prennent en compte différents types de couplage entre l'endommagement et l'élasticité ainsi que différentes formes de déformation inélastique. Les auteurs montrent que le critère de localisation 2.25 calculé à partir de ces modèles est presque toujours activé en régime adoucissant. Seul le modèle de comportement intégrant des déformations inélastiques purement volumiques conduit à une localisation en régime durcissant, cependant la prédiction de l'angle s'avère dans ce cas incorrecte.

## 2.7 Analyse de bifurcation du problème de striction

### 2.7.1 Traction simple

L'application de l'analyse de bifurcation de Hill à l'essai de traction simple a été réalisée par [Miles 71] à partir de la condition globale de bifurcation 2.13, pour un comportement rigide plastique et élastoplastique. L'objectif de ces travaux était de positionner le critère de perte d'unicité par rapport au critère classique de Considère ("Engineering criterion") annonçant le début de la striction au maximum de la charge. Miles a alors montré qu'une condition *suffisante* d'unicité était que la charge ne passe pas par un maximum. Autrement dit la déformation relevée à la charge maximale fournit une *borne inférieure* de la déformation pour laquelle la bifurcation se produit.

Les études qui ont suivi, qu'elles soient analytiques ([Hutchinson and Miles 74], [Miles 75]) ou numériques ([Needleman 72]), se sont attachées à analyser le délai qui existe entre le moment où la charge passe par son maximum et celui où la bifurcation se produit. Ces analyses ont été conduites pour diverses géométries d'échantillons (section cylindrique [Miles 71], [Hutchinson and Miles 74] ou rectangulaire [Needleman 72], [Miles 75]) et pour diverses conditions aux limites (vitesse de charge

imposée, vitesse de déplacement imposée, pas de contrainte de cisaillement sur les bords).

Dans ce dernier cas, une résolution analytique du problème est possible. Au début du chargement il y a unicité de la solution, cela correspond à une déformation uniforme dans l'échantillon. Pour une valeur de la contrainte juste supérieure à celle atteinte au maximum de la charge la bifurcation se produit, le délai entre ces deux instants est fonction de plusieurs facteurs dont le principal est la géométrie de l'échantillon. Ce délai est d'autant plus faible que les échantillons sont allongés :  $\frac{R}{L} \lll 1$  pour des éprouvettes cylindriques de rayon  $R$  et de longueur utile  $L$ ,  $\frac{b}{L} \lll 1$  et  $\frac{c}{L} \lll 1$  pour des éprouvettes rectangulaires de longueur utile  $L$ , de largeur  $b$  et d'épaisseur  $c$ . Par exemple dans le cas où  $\frac{R}{L} < 0.1$  les écarts entre les deux contraintes n'excède pas quelques pourcents.

En résumé, ces études montrent que dans le cas de la traction simple, et pour des échantillons suffisamment élancés (*cas des éprouvettes normalisées de traction*), la bifurcation se produit juste après le maximum de la charge. Ces résultats sont donc en accord avec le critère de Considère où le développement de la striction est annoncé au maximum de la charge. Notons qu'en uniaxial et en grande déformation la contrainte atteint son maximum après la charge, une bifurcation en phase durcissante ( $h > 0$ ) est donc possible.

### 2.7.2 Traction biaxiale

Les études concernant l'application de l'analyse en bifurcation aux chargements de traction biaxiale sont peu nombreuses. Une des rares études sur ce sujet est celle conduite par [Storen and Rice 75] à partir du critère de localisation 2.25. Dans le cadre d'un modèle de comportement rigide plastique avec une surface seuil non régulière (théorie de la déformation) Storen et Rice ont tracé les CLF à la striction correspondant au critère 2.25. Pour les trajets de déformation  $\alpha = \frac{\dot{\epsilon}_2}{\dot{\epsilon}_1} < 0$  ils comparent ces courbes limites à celles données par l'approche de [Hill 52]. Cette dernière étant incapable de prédire la striction dans le domaine  $\alpha > 0$  d'autres analyses ont été proposées, la plus connue étant celle faisant appel à l'existence d'un défaut initial (analyse dite MK de [Marciniak and Kuczinski 67]). Pour ces trajets de déformation Storen et Rice n'ont pas besoin de prendre en compte de défauts initiaux, et obtiennent dans ce domaine des CLF à la striction en accord, selon eux, avec les observations expérimentales.

## 2.8 Adoucissement et localisation

Lors d'un essai de traction sur de nombreux matériaux (aciers doux, polymères, géomatériaux,...) on constate qu'au delà d'une certaine déformation la charge globale passe par un maximum et chute ensuite plus ou moins rapidement. Au delà de la charge maximale (point d'instabilité de Considère) le comportement est dit adoucissant<sup>5</sup>, il préfigure généralement une rupture complète de l'échantillon.

Les paragraphes précédents ont mis en évidence le lien entre les notions de localisation et d'adoucissement. En fait ce lien n'était qu'unidirectionnel : la localisation n'est possible<sup>6</sup> qu'en régime adoucissant. Autrement dit l'adoucissement, considéré comme une propriété du matériau et donc intégré dans les lois de comportement, est une condition nécessaire à la localisation.

*La question centrale est donc de savoir si l'adoucissement est une propriété intrinsèque au matériau ou bien s'il résulte d'effets de structure liés à la localisation dans une zone (bandes(s), striction) de l'éprouvette.*

Le premier point de vue est celui qui a été (implicitement) retenu à travers l'utilisation de lois de comportement intégrant un adoucissement dans l'analyse de bifurcation qui vient d'être présenté ou bien dans l'analyse par perturbation qui sera décrite au prochain chapitre. La raison principale de ce "choix" est à rechercher du côté de l'établissement des lois de comportement. Ces lois locales obtenues à partir d'essais "simples" (traction, compression, cisaillement,...), le plus souvent unidimensionnels, ne sont représentatives du comportement du matériau que si son état (de déformation) est homogène. Dès qu'une localisation apparaît il devient très difficile de passer des informations globales aux informations

5. Voir remarque R1, page 31.

6. En dehors des cas particuliers de la plasticité non-associée et de surfaces seuils non régulières ([Rudnicki and Rice 75]).

locales. Ces aspects expérimentaux sous-jacents au problème de localisation seront débattus dans la dernière partie de ce travail (partie III).

Devant les difficultés numériques rencontrées pour modéliser la localisation et les solutions déployées pour les éviter certains auteurs se sont interrogés sur la validité de l'hypothèse d'adoucissement local. [Read and Hegemier 84] dans un article de synthèse montrent à partir d'analyses expérimentales et numériques que l'adoucissement n'est pas une propriété intrinsèque des géomatériaux étudiés (bétons, roches, sols) mais qu'il résulte du développement de la localisation (fissures, bandes,...). Puisque l'adoucissement n'est pas une propriété "vraie" du matériau les auteurs soulignent en conclusion que ce comportement n'est pas approprié à la description du matériau comme milieu continu. La principale raison avancée est l'échelle de l'hétérogénéité accompagnant l'adoucissement : pour les géomatériaux cette échelle est du même ordre de grandeur que la taille de l'éprouvette.

[Leroy and Ortiz 89] et [Leroy and Ortiz 90] toujours dans le cas des géomatériaux montrent, à partir de modélisations EF du problème de compression d'une éprouvette rectangulaire en déformation plane, que l'adoucissement global observé résulte de la localisation ; la loi de comportement adoptée n'autorisant pas d'adoucissement.

## 2.9 Conclusion

L'approche par bifurcation a suscité ces dernières années de nombreuses études théoriques ou numériques. La plupart des travaux se sont efforcés d'étudier l'influence de la loi de comportement sur les critères de bifurcation (en mode diffus 2.17 : localisation de striction ; en mode localisé 2.25 : localisation en bande de cisaillement), leur objectif étant de proposer des lois conduisant à une activation du critère physiquement acceptable. L'étude de localisation devient alors, indirectement, "un élément de calage de ces lois" ([Desrues and Chambon 85]).

L'adoucissement global, observé lors des expériences d'identification des lois, est reporté au niveau local dans la loi de comportement à travers les coefficients du module tangent  $\mathbb{H}$  ; la localisation n'étant en effet possible pour la plupart des lois qu'avec la prise en compte d'un comportement adoucissant. Ce dernier génère alors, au moment où la localisation apparaît, d'importantes difficultés numériques qui ne peuvent être franchies qu'avec l'utilisation de méthodes de régularisation.

Une autre difficulté de l'approche par bifurcation est liée à l'hypothèse d'indépendance du comportement du matériau vis à vis du temps. Ceci empêche en effet de prendre dans la modélisation les évolutions de la variable d'état température sujette à suivre les lois physique de la conduction thermique.

Il convient d'autre part de s'interroger sur la validité des deux hypothèses nécessaires à l'établissement du critère de localisation : état homogène avant la localisation et discontinuité du gradient de vitesse. La première idéalise les conditions de déformation à l'intérieur du matériau et ne prend pas en compte les fluctuations dans l'espace des variables caractérisant le comportement du matériau réel (vitesse, contrainte, déformation,...). La seconde présente la localisation comme un phénomène extrêmement brutal et ne laisse pas de place à une description progressive et régulière des mécanismes de localisation. Nous verrons que, dans le cas d'essais de traction quasi-statiques réalisés sur des aciers doux, la frontière entre un domaine de déformation homogène et un domaine de déformation hétérogène n'est pas aussi simple à définir. Pour ces essais les observations énergétiques (présentées dans la partie III de ce mémoire) et cinématiques ([Wattrisse 99]) mettent en évidence dans l'éprouvette des hétérogénéités précoces (avant le maximum de la charge).

Enfin, tous les phénomènes de localisation ne peuvent pas être pris en compte par l'approche par bifurcation, en particulier la localisation en bande de Lüders ne peut être étudiée avec l'approche par bifurcation ([Rice 76]).



# Bibliographie

- [Anand and Spitzig 80] Anand L. and Spitzig W.A., Initiation of localized shear bands in plane strain, *J. Mech. Phys. Solids*, V. 28, pp 113-128, (1980).
- [Barbier *et al.* 98] Barbier G., Benallal A. et V. Cano, Relation théorique entre la méthode de perturbation linéaire et l'analyse de bifurcation pour la prédiction de la localisation des déformations, *C.R. Acad. Sciences, Paris, II*, 326, pp 153-158, (1998).
- [Beda 97] Béda P.B., Material instability in dynamical systems, *Eur. J. Mech. A/Solids*, 16, n°3, pp 501-513 (1997).
- [Benallal *et al.* 89] Benallal A., Billardon R. et Geymonat G., Conditions de bifurcation à l'intérieur et aux frontières pour une classe de matériaux non-standards, *Comptes Rendus Acad. Sciences, Paris, II*, 308, pp 893-898, (1989).
- [Benallal 92] Benallal A., Localisation phenomena in thermoelastoplasticity, *Arch. Mech.*, V. 44, pp 15-29, (1992).
- [Benallal and Comi 96] Benallal A. and Comi C. , Localization analysis via a geometrical method, *Int. J. Solids Struct.*, V. 33, N°1, pp 99-119, (1996).
- [Bigoni and Hueckel 91] Bigoni D. and Hueckel T., Uniqueness and localization -I. associative and non-associative elastoplasticity, *Int. J. Solids Struct.*, V. 28, N°2, pp 197-213, (1991).
- [Billardon 89] Billardon R., Etude de la rupture par la mécanique de l'endommagement, Thèse d'état, Univ. Paris 6, (1989).
- [Comi *et al.* 95] Comi C., Berthaud Y. and Billardon R., On localization in ductile-brittle materials under compressive loadings, *Eur. J. Mech.*, A/Solids, V. 14, n°1, pp 19-43, (1995).
- [Desoyer 94] Desoyer T., Influence des gradients d'endommagement d'ordres supérieurs sur les conditions de localisation, *Colloque National Mecamat, Poitiers*, (1994).
- [Desrues and Chambon 85] Desrues J. and Chambon R., Bifurcation par localisation de la déformation : étude expérimentale et théorique à l'essai biaxial sur sable, "Large deformation in solids", Ed. Gittus J., Zarka J. and Nemat-Nasser S., Paris, 30 Sept.- 2 Oct. , (1985).
- [Desoyer and Cormery 94] Desoyer T. and Cormery F. , On uniqueness and localization in elastic-damage materials, *Int. J. Solids Struct.*, V. 31, N°5, pp 733-744, (1994).
- [Doghri and Billardon 95] Doghri I. and Billardon R., Investigation of localisation due to damage in elastoplastic materials, *Mech. of Mater.*, V. 19, pp 129-149, (1995).
- [Drucker 51] Drucker D.C., A more fundamental approach to stress-strain relations, *Poc. 1st US Nat. Congr. Appl. Mech.*, ASME, pp 447-491 (1951).
- [Hadamard 03] Hadamard J., *Leçons sur la propagation des ondes et les équations de l'hydrodynamique*, Ed. Hermann, Paris, (1903).

- [Hassani 94] Hassani R., Modélisation numérique de la déformation des systèmes géologiques, Thèse de doctorat, Université Montpellier II, (1994).
- [Hill 52] Hill R., On discontinuous plastic states with special reference to localized necking in thin sheets, *J. Mech. Phys. Solids*, V. 1, pp19-30, (1952).
- [Hill 57] Hill R., On uniqueness and stability in the theory of finite elastic strain, *J. Mech. Phys. Solids*, V. 5, pp 229-241, (1957).
- [Hill 58] Hill R., A general theory of uniqueness and stability in elastic-plastic solids, *J. Mech. Phys. Solids*, V. 6, pp 236-249, (1958).
- [Hill 59] Hill R., Some basic principles in the mechanics of solids without a natural time, *J. Mech. Phys. Solids*, V. 7, pp 209-225, (1959).
- [Hill 62] Hill R., Acceleration waves in solids, *J. Mech. Phys. Solids*, V. 10, pp.1-16, (1962).
- [Hill and Hutchinson 75] Hill R. and Hutchinson J.W., Bifurcation phenomena in the plane tension test, *J. Mech. Phys. Solids*, V. 23, pp.239-264, (1975).
- [Hutchinson and Miles 74] Hutchinson J.W. and Miles J.P., Bifurcation analysis of the onset of necking in an elastic/plastic cylinder under uniaxial tension, *J. Mech. Phys. Solids*, V. 22, pp.61-71, (1974).
- [Lee *et al.* 95] Lee H., Im S. and Atluri S.N., Strain localization in an orthotropic material with plastic spin, *Int. J. of Plast.*, V. 11, N°4, pp423-450, (1995).
- [Lemaitre et Chaboche 85] Lemaitre J. et Chaboche J.L., Mécanique des matériaux solides, Ed. dunod, (1985).
- [Leroy and Ortiz 89] Leroy Y. and Ortiz M., Finite element analysis of strain localization in frictional materials, *Int. J. for Numer. Anal. Methods geomech.*, V. 13, pp 53-74, (1989).
- [Leroy *et al.* 89] Leroy Y., Needleman A. and Ortiz M., An overview of finite element methods for the analysis of strain localization, in “Cracking and damage: strain localization and size effects”, Mazars J. and Bazant Z.P. Ed, Cachan, (1989).
- [Leroy and Ortiz 90] Leroy Y. and Ortiz M., Finite element analysis of transient strain localization phenomena in frictional solids, *Int. J. for Numer. Anal. Methods geomech.*, V. 14, pp 93-124, (1990).
- [Li and Zhu 95] Li G.C. and Zhu C., Formation of shear bands in plane sheet, *Int. J. Plast.*, V. 11, N° 5, pp 605-622, (1995).
- [Loret *et al.* 95] Loret B., Martins J.A. and Simoes F.M., Surface boundary conditions trigger flutter instability in non-associative elastic-plastic solids, *Int. J. Solids Struct.*, V. 32, N°15, pp 2155-2190, (1995).
- [Maier and Hueckel 79] Maier G. and Hueckel T., Non-associated and coupled flow-rules of elastoplasticity for rock-like materials, *Int. J. Rock. Mech. Min. Sci.*, V. 16, p17, (1979).
- [Mandel 62] Mandel J., Ondes plastiques dans un milieu indéfini à trois dimensions, *J. Mécanique*, V. 1, N°1, pp3-30, (1962).
- [Mandel 64] Mandel J., Condition de stabilité et postulat de Drücker, Rhéologie et Mécanique des sols, Kravtchenko et Syries (Ed.), IUTAM Symposium, Grenoble, pp.58-68, (1964).
- [Marciniak and Kuczinski 67] Marciniak Z. and Kuczinski K., Limit strains in the processus of stretch forming sheet metal, *Int. J. Mech. Sci.*, V. 9, p 609, (1967).

- [Miles 71] Miles J.P., Bifurcation in plastic flow under uniaxial tension, *J. Mech. Phys. Solids*, V. 19, pp. 89-102, (1971).
- [Miles 75] Miles J.P., The initiation of necking in rectangular elastic/plastic specimens under uniaxial and biaxial tension, *J. Mech. Phys. Solids*, V. 23, pp. 197-213, (1975).
- [Mroz and Raniecki 76] Mroz Z. and Raniecki B., On the uniqueness problem in coupled thermoplasticity, *Int. J. Engng. Sci.*, V. 14, pp211-221, (1976).
- [Needleman 72] Needleman A., A numerical study of necking in circular cylindrical bars, *J. Mech. Phys. Solids*, V. 20, pp. 11-127, (1972).
- [Neilsen and Schreyer 93] Neilsen M.K. and Schreyer H.L., Bifurcations in elastic-plastic materials, *Int. J. Solids Struct.*, V. 30, N°4, pp 521-544, (1993).
- [Nguyen et Bui 74] Nguyen Q.S. et Bui H.D., Sur les matériaux élastoplastiques à écrouissage positif ou négatif, *J. de Mécanique*, V. 13, N° 2, (1974).
- [Ottosen and Runesson 91] Ottosen N.S and Runesson K., Acceleration waves in elastoplasticity, *Int. J. Solids Struct.*, V. 28, N°2, pp 135-159, (1991).
- [Paglietti 98] Paglietti A., The implications of thermal energy exchanges on material stability, *Int. J. of Plast*, V. 14, N°1-3, pp 75-83, (1998).
- [Peerlings *et al.* 96] Peerlings R.H., De Borst R., Brekelmans W.A., De Vree HJ.H. and Spee I., Some observations on localization in non-local and gradient damage models, *Eur. J. Mech., A/Solids*, V. 15, n°6, pp 937-953, (1996).
- [Pijaudier-Cabot and Bazant 87] Pijaudier-Cabot G. and Bazant Z.P., Non local Damage Theory, *J. Eng. Mech.*, V. 113, N° 10, pp 1512-1533, (1987).
- [Raniecki and Bruhns 80] Raniecki B. and Bruhns O.T., Bounds to bifurcation stress in solids with non-associated plastic flow law at finite strains, *J. Mech. Phys. Solids*, V. 29, pp 153-172, (1980).
- [Read and Hegemier 84] Read H.E. and Hegemier G.A., Strain softening of rock, soil and concrete - a review article, *Mech. of Materials*, V. 3, pp 271-294, (1984).
- [Rice 76] Rice J.R., The localization of plastic deformation, *Theoretical and Applied Mechanics*, W. T. Koiter (Ed.), North Holland, Amsterdam (1976).
- [Rice and Rudnicki 80] Rice J.R. and Rudnicki J.W., A note on some features of the theory of localization of deformation, *Int. J. Solids Struct.*, V. 16, pp 597-605, (1980).
- [Rudnicki and Rice 75] Rudnicki J.W. and Rice J.R., Conditions for the localization of deformation in pressure-sensitive dilatant materials, *J. Mech. Phys. Solids*, V. 23, pp 371-394, (1974).
- [Schreyer and Chen 86] Schreyer H.L. and Chen Z., One dimensional softening with localization, *J. Appl. Mech.*, V. 53, pp 791-797, (1986).
- [Storen and Rice 75] Storen S. and Rice J.R., Localized necking in thin sheets, *J. Mech. Phys. Solids*, V. 23, pp. 421-441, (1975).
- [Szabo 98] Szabo L., On the eigenvalues of the fourth-order constitutive tensor and loss of strong ellipticity in elastoplasticity, *Int. J. of Plast*, V. 13, N°10, pp 809-835, (1998).
- [Thomas 61] Thomas T.Y., *Plastic Flow and Fracture in Solids*, Academic Press, NY, (1961).
- [Tvergaard and Needleman 81] Tvergaard V. and Needleman A., Flow Localization in the Plane Strain Tensile Test, *J. Mech. Phys. Solids*, V. 29, pp 115-142, (1981).

- [Valanis 85] Valanis K.C., On the uniqueness of solution of the initial value problem in softening materials, *J. of Appl. Mat.*, V. 52, pp 649-653, (1985).
- [Vardoulakis 94] Vardoulakis I., Potentials and limitations of softening models in geomechanics (The role of Second Order Work), *Eur. J. Mech., A/Solids*, V. 13, n°4 - suppl., pp 195-226, (1994).
- [Wattrisse 99] Wattrisse B., Etude cinématique des phénomènes de localisation dans des aciers par intercorrélacion d'images, Thèse de Doctorat, Université Montpellier II, (1999).

## Chapitre 3

# Analyses de stabilité linéaire

Pour les matériaux au comportement dépendant du temps (visqueux et thermosensibles) l'unicité de la solution de tout problème aux limites est garantie, les équations ne changent pas de type même si le comportement devient globalement adoucissant ([Leroy and Ortiz 90]). L'analyse de bifurcation n'étant pas applicable, une autre analyse, utilisée initialement en mécanique des fluides ([Chandrasekhar 61], [Landau and Lifschitz 71]) a été employée, il s'agit de l'*analyse de stabilité linéaire* ; elle est conduite à travers la *méthode de perturbation*. Cette méthode, applicable par ailleurs aux matériaux au comportement indépendant du temps ([Dudzinski and Molinari 91], [Rousselier 91], [Cano 96]), permet d'étudier la *stabilité linéaire de la solution homogène vis à vis de perturbations infinitésimales*.

### 3.1 Notions de stabilité

Pour tester la stabilité d'une structure, une manière de procéder est de la perturber légèrement et de voir si l'évolution de la solution perturbée reste voisine de celle de la solution non perturbée. Lyapunov a donné une définition mathématique de cette notion à travers deux théorèmes que nous ne rappellerons pas ici, le lecteur pourra se référer à [Benallal 89]. Dans la pratique ces théorèmes restent difficiles à appliquer, le premier requiert une fonctionnelle dite de Lyapunov adéquate et le second suppose des solutions stationnaires ou périodiques, ce qui est rarement le cas d'un problème d'évolution mécanique. De plus cette étude de stabilité implique la connaissance de la solution non perturbée sur tout l'intervalle de temps du chargement, ce qui est en général impossible.

La solution retenue dans la méthode de perturbation est de se placer à un instant  $t_o$  donné du chargement, dans un petit volume de matière où l'état non perturbé peut-être considéré comme homogène, et de tester sa stabilité vis à vis de perturbations infinitésimales.

### 3.2 Méthode de perturbation

La méthode de perturbation a été utilisée initialement en mécanique des matériaux par [Clifton 78], [Bai 82] et [Molinari 85] pour modéliser les Bandes de Cisaillement Adiabatiques (BCA). Ces études initialement unidimensionnelles (voir [Dinzart 94]) furent ensuite étendues ([Dudzinski and Molinari 91]) au cas 2D de la traction biaxiale puis au cas 3D ([Anand *et al.* 87], [Leroy and Ortiz 90], [Rousselier 91], [Rousselier 95], [Cano 96]) pour modéliser d'autres manifestations de localisation.

La présentation que nous retenons dans ce paragraphe est inspirée de [Benallal 89] et [Cano 96].

Les équations d'un système mécanique en évolution peuvent toujours s'écrire ([Benallal 89]) sous la forme :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \mathbb{G}(U, \mu) \quad (3.1)$$

où  $U$  est un vecteur représentant la solution (vitesse de déplacement, contrainte, température,...) du problème,  $\mathbb{G}$  un opérateur non-linéaire et  $\mu$  un paramètre caractérisant le chargement.

On considère que la solution  $U$  évolue lentement dans le temps et on note  $U_o$  la solution *homogène* à l'instant  $t_o$ . La stabilité du problème est étudiée en testant la stabilité du système d'équation 3.1 face à l'application d'une petite perturbation  $\delta U$  ajoutée à la solution homogène  $U_o$ . La forme de la perturbation n'est pas quelconque, elle est toujours prise sous la forme d'une onde plane dirigée selon un vecteur  $\vec{n}$ :

$$\delta U(x, t) = \hat{U}(x) e^{\eta t} = \hat{u} e^{(ix_i n_i + \eta t)} \quad (3.2)$$

où  $x_i$  le vecteur position d'un point du volume,  $\hat{u}$  est un vecteur et  $\eta$  un paramètre caractérisant le *taux de croissance* de la perturbation. Notons que la perturbation est constante dans tous les plans de normale  $\vec{n}$ .

La linéarisation au 1<sup>er</sup> ordre du système 3.1 autour de  $U_o$

$$\frac{\partial(\delta U)}{\partial t} = \frac{\partial \mathbb{G}(U_o)}{\partial U} \delta U \quad (3.3)$$

associée à 3.2 donne

$$\eta \hat{U}(x) = \frac{\partial \mathbb{G}(U_o)}{\partial U} \hat{U}(x). \quad (3.4)$$

Une solution triviale (nulle) pour  $\hat{U}$  n'existe que si  $\eta$  est une valeur propre de  $\frac{\partial \mathbb{G}(U_o)}{\partial U}$ . Si l'une de ces valeurs propres est à partie réelle positive alors la solution perturbée ( $U_o + \delta U$ ) a tendance à croître exponentiellement à l'instant  $t_o$ . *Le problème est dit instable.*

La transition entre un état stable et un état instable est donc donnée par :

$$\text{Re}(\eta) = 0 \quad (3.5)$$

Le critère  $\text{Re}(\eta) < 0$  constitue le critère de stabilité linéaire, sa violation n'est pas une condition suffisante d'instabilité ([Molinari and Clifton 87]). Ainsi, dans le cas d'un problème aux limites dans un milieu fini le mode instable peut être stabilisé par des effets non-linéaires non pris en compte par l'analyse précédente.

D'autre part cette instabilité linéaire qui se traduit par la croissance à l'instant  $t_o$  de la perturbation peut-être difficilement interprétée comme l'apparition d'une localisation. En effet cette analyse ne s'applique qu'à des situations où l'évolution "homogène" du système est supposée avoir des constantes de temps nettement supérieures à celles des perturbations. Lorsque le système n'est pas supposé stationnaire, la description de l'évolution des perturbations doit tenir compte de l'évolution homogène du système. La méthode de perturbation *relative* proposée par [Molinari 85] répond à cette remarque.

### Méthode de perturbation linéaire relative :

Afin de s'affranchir des variations importantes de la solution homogène, les grandeurs perturbées sont normalisées par les grandeurs homogènes. Pour présenter cette approche on propose de se reporter à la fig 3.1 tirée de [Molinari 85].

Cette figure met en évidence la différence entre "stabilité classique" et "stabilité relative". Cette dernière analyse permet en effet de faire le lien avec le problème de localisation. La perturbation, notée ici  $\delta S$ , peut croître sans qu'il y ait localisation car la solution homogène  $S_o$  peut croître dans une plus large mesure de sorte que le défaut relatif  $\Delta S = \frac{\delta S}{S_o}$  décroisse.

Le critère de localisation peut ainsi être défini :

- si  $\delta S \searrow$  alors la solution  $S_o$  est stable.
- si  $\left\{ \begin{array}{l} \delta S \nearrow \\ \frac{\delta S}{S_o} \searrow \end{array} \right.$  alors la solution  $S_o$  est instable mais il n'y pas localisation.
- si  $\frac{\delta S}{S_o} \nearrow$  alors il y a instabilité et localisation.

Le critère d'instabilité relative (ou critère de localisation) a la même forme que 3.5, les valeurs propres  $\eta$  étant obtenues à partir des équations du système linéarisé écrit avec les grandeurs relatives.

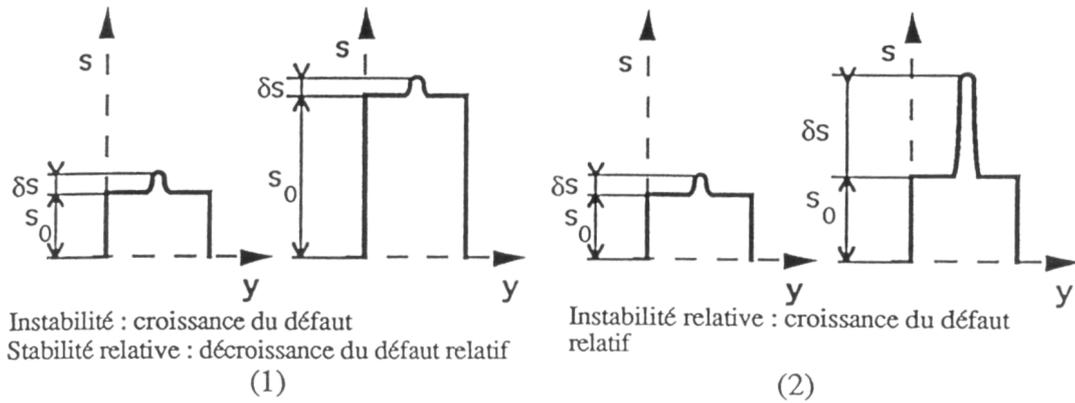


FIG. 3.1 – Représentation d’une instabilité relative : connexion avec le problème de localisation (extrait de [Molinari 85]).

### 3.3 Utilisation de la méthode de perturbation

#### 3.3.1 Détection des BCA

Les Bandes de Cisaillement Adiabatiques (BCA), telles que celles observées lors d’essais à grande vitesse de déformation (par exemple torsion à grande vitesse, [Marchand and Duffy 88]) ont été très largement étudiées par l’analyse en perturbation ([Bai 82], [Molinari 85], [Fressengeas and Molinari 87], [Shawki and Clifton 89], [Dinzart 94], ...). Cette approche se prête bien à des phénomènes couplés tels que ceux régissant le développement des BAC. Le “cycle autocatalytique” mentionné pour la première fois par [Zener and Holomon 44] puis repris par [Marchand and Duffy 88] est le mécanisme avancé pour décrire la formation de ces bandes. La méthode de perturbation en prenant en compte l’évolution mécanique du problème (équation de la dynamique) mais aussi thermique (équation de diffusion de la chaleur) permet de tester la compétition entre les effets stabilisants, de l’érouissage, de la vitesse de déformation et les effets déstabilisants de l’adoucissement thermique.

Le problème est traité en 1D, la loi de comportement classiquement utilisée est de la forme :

$$\tau = f(\gamma, \dot{\gamma}, \theta)$$

où  $\tau$  est la contrainte de cisaillement,  $\gamma$  la déformation plastique de cisaillement et  $\dot{\gamma}$  la vitesse de déformation plastique. La loi de comportement  $f$ , phénoménologique, est une loi puissance :

$$\tau = \gamma^n \dot{\gamma}^m \theta^\nu \quad (3.6)$$

où  $\nu < 0$  est un paramètre caractérisant l’adoucissement thermique,  $n > 0$  l’exposant d’érouissage et  $m > 0$  paramètre de sensibilité à la vitesse de déformation. Pour cette loi [Fressengeas and Molinari 87] ont obtenu une instabilité relative lorsque

$$\nu + m + n \leq 0$$

ce qui montre bien la compétition entre les différents phénomènes de durcissement et d’adoucissement.

#### 3.3.2 Etude de la striction en traction simple

L’application de la méthode de perturbation au problème de striction en traction simple a été réalisée par [Fressengeas and Molinari 85]. Cette méthode d’analyse applicable à une large variété de comportement leur permet de tester, la sensibilité à la vitesse de déformation, l’influence des effets d’inertie et surtout les effets thermiques (conduction, adoucissement thermique) sur la ductilité des métaux étudiés.

En effet, l’analyse de Considère, définie pour un comportement indépendant de la vitesse de déformation, ne rend pas compte des observations expérimentales qui montrent ([Gosh 77]) un accroissement

de la ductilité isotherme lorsque le matériau est sensible à la vitesse de déformation. De nombreuses observations ([Ferron 81]) font état en revanche d'un affaiblissement de la ductilité consécutif à un accroissement de la vitesse de déformation. L'effet de la vitesse est d'augmenter l'adiabaticité de l'écoulement (voir figure 3.2 extraite de [Ferron 81]) : la diffusion de la chaleur ne peut s'opérer par manque de temps et il en résulte une répartition inhomogène de la température. Cet effet de conduction thermique couplé à la dissipation mécanique due à la déformation et à l'adoucissement thermique constitue le mécanisme d'instabilité thermomécanique étudié par la méthode de perturbation.

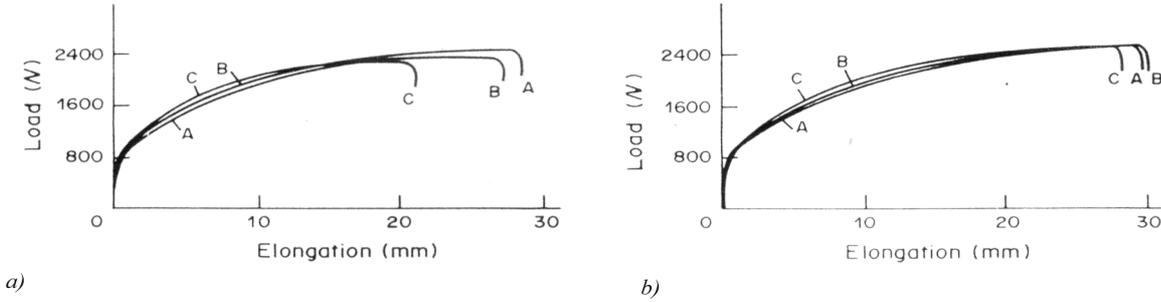


FIG. 3.2 – Courbes charge - déplacement à trois vitesses croissantes A, B et C, dans : a) l'air (conditions quasi-adiabatiques), b) l'eau (conditions quasi-isothermes), figures extraites de [Ferron 81].

L'application de la théorie linéarisée aux équations régissant le problème thermomécanique de traction simple (équation de la dynamique, équation de compatibilité, équation de diffusion de la chaleur et loi de comportement) conduit aux résultats suivants ([Fressengeas and Molinari 85]) :

i) cas quasi-isotherme (traction dans l'eau). Pour une loi de comportement de type  $\sigma = \mu \varepsilon^n \dot{\varepsilon}^m \theta^\nu$  une perturbation infinitésimale de la solution homogène  $(\sigma_o, \varepsilon_o, v_o, \theta_o)$  aura tendance à croître si

$$\varepsilon > \frac{n}{1 - Q\beta A(\nu)} \quad (3.7)$$

où Q est un paramètre d'adiabaticité (adiabaticité  $\nearrow$  si Q  $\nearrow$ ),  $\beta$  le paramètre de couplage thermomécanique (fraction de travail plastique convertie en chaleur) et A un coefficient négatif dépendant entre autres de l'exposant  $\nu$  caractérisant l'adoucissement thermique ( $\nu < 0$ ). Dans le cas quasi-isotherme la valeur du paramètre Q est faible, la sensibilité à l'adoucissement thermique est donc peu importante. On note d'autre part qu'en l'absence de couplage thermomécanique ( $\beta = 0$ ) on retrouve le critère de Considère  $\varepsilon > n$ .

ii) cas quasi-adiabatique (traction dans l'air). La déformation critique est cette fois :

$$\varepsilon > \frac{n}{1 - \beta A(\nu) - \frac{m}{Q}} \quad (3.8)$$

Cette relation met en évidence la compétition entre les effets stabilisants, de l'écroutissage, de la sensibilité à la vitesse de déformation et les effets déstabilisants de l'adoucissement thermique. [Fressengeas and Molinari 85] remarquent que lorsque le matériau n'est pas sensible à la vitesse de déformation et que la conduction thermique est négligée la relation 3.8 est identique à celle obtenue avec un critère de type force maximale  $\frac{\dot{F}}{F} < 0$ .

### 3.3.3 Etude de la striction en traction biaxiale

[Dudzinski and Molinari 91] proposent d'appliquer la méthode de perturbation à l'étude de l'apparition de striction diffuse et localisée en traction biaxiale. Ils se placent en contraintes planes et utilisent comme loi de comportement une loi puissance écrite à partir de

contraintes, déformations et vitesses de déformation équivalentes :  $\bar{\sigma} = \mu \bar{\varepsilon}^n \dot{\varepsilon} \theta^\nu$ . Constatant que le premier mode activé par le critère d'instabilité (de type équation 3.5) n'est pas nécessairement le mode conduisant à la striction localisée, les auteurs proposent le concept d'*instabilité effective*. Un mode instable selon 3.5 peut croître faiblement et peut-être dépassé par un mode avec un taux de croissance rapide, activé plus tard. Le critère d'instabilité effective est défini par

$$\text{Re}(\eta) \geq e \geq 0$$

où le paramètre positif  $e$  est un seuil de taux de croissance pour la perturbation. Ce critère de stabilité, utilisé comme un critère de striction, leur permet de tracer des CLF (dans le domaine du rétreint comme dans celui de l'expansion) et de mettre en évidence les effets stabilisants de la sensibilité à la vitesse de déformation (figure 3.3a) et de la conduction (figure 3.3b). Enfin les auteurs montrent qu'en négligeant la sensibilité à la vitesse de déformation ( $m = 0$ ) cette analyse conduit, dans le domaine du rétreint aux résultats de [Hill 52] qui seront présentés ultérieurement.

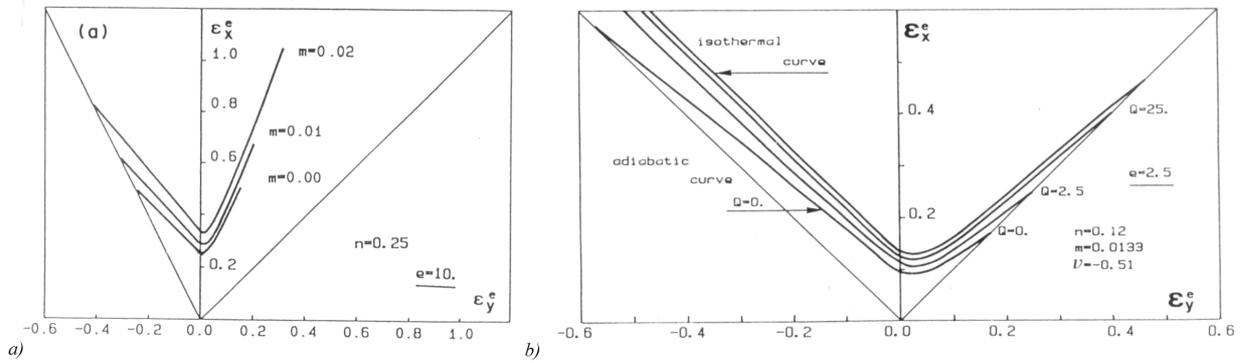


FIG. 3.3 – Tracé de CLF à partir d'une analyse de stabilité effective; effets stabilisants de : a) la sensibilité à la vitesse de déformation, b) la conduction thermique (figures extraites de [Dudzinski and Molinari 91]).

### 3.4 Conclusions

Les analyses de stabilité linéaire par la méthode de perturbation viennent d'être brièvement rappelées. L'avantage de cette approche est de pouvoir s'appliquer à une très large variété de comportement en prenant en compte par exemple les effets de la viscosité ou de l'adoucissement thermique.

Cependant les critères de stabilité linéaire proposés ne donnent que des conditions nécessaires d'instabilité. Ces conditions ne sont pas suffisantes, ces premiers modes instables peuvent disparaître ou/et peuvent être dépassés par d'autres modes instables apparaissant plus tard en d'autres points. Cette remarque suggère une dépendance implicite en temps du taux de croissance  $\eta = \eta(t)$  de la perturbation. Dans ce cas le passage de 3.3 à 3.4 est modifié et  $\eta$  n'est plus une valeur propre de  $\frac{\partial G(U_0)}{\partial U}$ . De plus la connexion avec la localisation n'est pas toujours immédiate, seule l'analyse de stabilité relative permet d'associer stabilité et localisation.

Les critères de stabilité linéaire obtenus, appliqués à des lois de comportement 1D de type puissance s'écrivent en fonction des paramètres de ces lois. Pour des lois plus générales, il est montré ([Leroy and Ortiz 90], [Rousselier 91], [Cano 96], [Barbier *et al.* 98]) que le critère de stabilité linéaire prend une forme comparable à 2.25 dans laquelle le tenseur acoustique est remplacé par un "pseudo tenseur acoustique" ([Leroy and Ortiz 90]), dépendant non seulement de l'orientation  $\vec{n}$  mais aussi du taux de croissance  $\eta$  de la perturbation. Lorsque l'on fait tendre ce dernier vers l'infini les deux

tenseurs se confondent, la méthode de perturbation devient formellement équivalente à la méthode de bifurcation ([Barbier *et al.* 98]). De la même façon lorsqu'une bifurcation est prédite, la méthode de perturbation donnera un taux de croissance infini. Selon ces auteurs l'analyse par bifurcation peut donc être interprétée comme un cas limite de l'analyse par perturbation et y est donc incluse.

# Bibliographie

- [Anand *et al.* 87] Anand L., Kim, K.H. and Shawki T.G., Onset of shear localization in viscoplastic solids, *J. Mech. Phys. Solids*, V. 35, p 407, (1987).
- [Bai 82] Bai Y.L., Thermoplastic instability in pure shear, *J. Mech. Phys. Solids*, V. 30, p 195, (1982).
- [Barbier *et al.* 98] Barbier G., Benallal A. et V. Cano, Relation théorique entre la méthode de perturbation linéaire et l'analyse de bifurcation pour la prédiction de la localisation des déformations, *C.R. Acad. Sciences, Paris II*, 326, pp 153-158, (1998).
- [Benallal 89] Benallal A., Thermoviscoplasticité et endommagement des structures, Thèse d'état, Université Paris 6, (1989).
- [Cano 96] Cano V., Instabilité et rupture dans les solides élastoviscoplastiques, thèse de doctorat, Université Paris 6, (1996).
- [Chandrasekhar 61] Chandrasekhar S., Hydrodynamic and hydromagnetic stability, Oxford Clarendon Press, (1961).
- [Clifton 78] Clifton R., Report to the NRC committee on material response to ultrasonic loading rates, (1978).
- [Dinzart 94] Dinzart F., Bandes de cisaillement adiabatiques : effets géométriques et effets de conduction, Thèse de doctorat, Université de Metz, (1994).
- [Dudzinski and Molinari 91] Dudzinski D. and Molinari A. , Perturbation analysis of thermoviscoplastic instabilities in biaxial loading, *Int. J. Solids Struct.*, V. 27,N°5, pp 601-628, (1991).
- [Ferron 81] Ferron G., Influence of heating generation and conduction on plastic stability under uniaxial tension, *Mat. Sci. Engng.*, V. 49, pp 241-248, (1981).
- [Fressengeas and Molinari 85] Fressengeas C. and Molinari A., Inertia and thermal effects on the localization of plastic flow, *Acta metall.*, vol.33,pp.387-396, (1985).
- [Fressengeas and Molinari 87] Fressengeas C. and Molinari A., Instability and localization of plastic flow in shear at high strain rates, *J. Mech. Phys. Solids*, V. 35, N° 2, p 185-211, (1987).
- [Gosh 77] Gosh A.K., Tensile instability and necking in materials with strain hardening and strain-rate hardening, *Acta. Metall.*, V. 25, pp 1413-1424, (1977).
- [Hill 52] Hill R., On discontinuous plastic states with special reference to localized necking in thin sheets, *J. Mech. Phys. Solids*, V. 1, pp19-30, (1952).
- [Landau and Lifschitz 71] Landau L. and Lifschitz E., Mécanique des fluides, Ed. MIR, Moscou, (1971).
- [Leroy and Ortiz 90] Leroy Y. and Ortiz M., Finite element analysis of transient strain localization phenomena in frictional solids, *Int. J. for Numer. Anal. Methods geomech.*, V. 14, pp 93-124, (1990).

- [Marchand and Duffy 88] Marchand A. and Duffy J., An experimental study of the formation process of adiabatic shear bands in a structural steel, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol 36, No 3, pp.251-283 (1988).
- [Molinari 85] Molinari A., Instabilité thermoviscoplastique en cisaillement simple, *J. Méca. Théor. Appl.*, V. 4, N°5, p 659, (1985).
- [Molinari and Clifton 87] Molinari A. and Clifton R., Analytical characterisation of shear localisation in thermoviscoplastic materials, *J. Appl. Mech.*, V. 54, p 806, (1987).
- [Rousselier 91] Rousselier G., Application de l'analyse de stabilité d'une perturbation à la localisation de la déformation dans un matériau dilatable adoucissant, *Comptes Rendus Acad. Sciences, Paris, IIb*, 313, pp 1367-1373, (1991).
- [Rousselier 95] Rousselier G., Localisation de la déformation dans des matériaux plastiques et viscoplastiques, dilatables, soumis à des sollicitations thermomécaniques et dynamiques tridimensionnelles, *Comptes Rendus Acad. Sciences, Paris, IIb*, 320, pp 265-270, (1995).
- [Shawki and Clifton 89] Shawki T.G. and Clifton R.J., Shear Band Formation in Thermal Viscoplastic Materials, *Mech. of Materials*, V. 8, N° 1, pp 13 ,(1989).
- [Zener and Holomon 44] Zener C. and Holomon J.H., *J. Appl. Phys.*, V. 15, pp22-32, (1994).

## Chapitre 4

# Critères de striction - Application à la détermination de Courbes Limites de Formage

### 4.1 Définition des CLF

Les Courbes Limites de Formage (CLF), introduites pour la première fois par [Keeler 65] puis par [Goodwin 68], sont les représentations des limites d'emboutissabilité d'une tôle de métal. Elles sont généralement tracées sur le plan des déformations principales de surface ou/et sur le plan des contraintes planes principales ([Arrieux 90]). Ces courbes donnent la déformation "maximale" qu'un métal peut supporter lors de sa mise en forme. C'est soit l'existence d'une rupture, soit celle d'une striction localisée qui est prise comme valeur maximale admissible par le métal, l'apparition d'un de ces modes rend inacceptable une pièce emboutie.

Les premières CLF, pour des raisons de commodité de mesure, étaient obtenues à rupture mais elles se sont rapidement révélées insuffisantes car le phénomène de rupture ductile est précédé par le phénomène de striction localisée. Cette dernière, se traduisant par un amincissement local de la tôle, est inadmissible tant pour des raisons de résistance mécanique que pour des raisons esthétiques.

C'est pour cela que les CLF à la striction ont été développées, sur le plan expérimental comme sur le plan théorique.

### 4.2 Définition expérimentale des CLF

De nombreuses études expérimentales ont été consacrées à la détermination des CLF, elles ne seront pas recensées ici, le lecteur intéressé pourra se référer aux études bibliographiques présentées dans [Parniere et Sanz 75], [Barata Da Rocha and Jalinier 85] ou [Arrieux 90].

L'expérimentateur doit faire face à 2 difficultés : la mise au point d'essais et l'évaluation des déformations à l'apparition de la striction.

#### Essais :

Les essais proposés peuvent être classés en 2 catégories ([Arrieux 87]) :

- la méthode utilisant des essais simulatifs divers. Cette méthode, appelée aussi méthode IRSID ([Grumbach et Sanz 72]). Ces essais incluent l'essai de traction réalisé à l'aide d'une machine conventionnelle et permettant de simuler les différentes trajectoires de déformation en faisant varier la géométrie des éprouvettes et d'autres types d'essais : Swift, Jovignot,...
- les méthodes utilisant un outillage unique (méthode dite de Nakazima).

### Caractérisation des déformations limites à la striction :

La détermination la plus précise possible des déformations correspondant à la striction localisée est un *problème très délicat* ([Arrieux 90]). Si la striction diffuse est en général décrite par l'apparition d'un gradient de déformation dans la direction axiale il n'existe pas de définition aujourd'hui communément acceptée par les expérimentateurs de la notion de striction localisée. Les définitions dépendent des techniques mises en oeuvre pour la détecter (méthodes de : Hecker, Kobayashi, Veerman, Bragard, ...). Une définition semble cependant prévaloir : *la striction localisée se produit lorsque l'on observe une diminution locale de l'épaisseur de la tôle.*

La plupart des méthodes proposées pour mesurer les déformations sont basées sur la mesure de distorsions d'un réseau géométrique (carrés, cercles) imprimé sur la surface des tôles. L'une d'elles, mise au point à l'IRSID ([Le Gac 82]) permet de détecter sur des éprouvettes de traction l'apparition de la striction diffuse et localisée. La striction diffuse se traduit par l'apparition d'un gradient de déformation dans l'axe de la sollicitation, la striction localisée qui apparaît plus tard se traduit elle par un gradient dans la direction perpendiculaire à l'axe de l'éprouvette. Dans ce dernier cas, l'hypothèse de conservation du volume montre bien que ce gradient dans la direction transversale s'accompagne d'une diminution de l'épaisseur.

Des techniques expérimentales de mesures de déformations, plus précises (moins influencées par la taille des motifs) et ne nécessitant pas de dépôt de grille (réduction de coûts) semblent aujourd'hui se développer à partir de techniques de corrélation d'images ([Mgil *et al.* 98]).

## 4.3 Critères de striction

### 4.3.1 Critère de Considère :

Ce critère, établi il y a plus de 100 ans par [Considère 1885], est la première analyse théorique du phénomène de striction. Suite à des observations expérimentales réalisées lors d'essais de traction sur des éprouvettes cylindriques l'auteur propose *un critère annonçant l'apparition de l'instabilité plastique de striction au maximum de la charge.* Le critère décrit la compétition entre les effets de l'écroutissage qui augmentent la valeur de la contrainte d'écoulement et la diminution de la section de l'éprouvette qui tend à l'affaiblir.

Pour exprimer le critère il suffit d'annuler l'expression de l'incrément de charge lors d'un essai de traction :

$$dF = 0 \quad (4.1)$$

avec  $F = \sigma S$ , où  $\sigma$  et  $S$  désignent respectivement la contrainte (Cauchy) de traction et  $S$  la section de l'éprouvette à l'instant considéré.

L'équation 4.1 conduit à  $\frac{d\sigma}{\sigma} = -\frac{dS}{S}$  et met en évidence la compétition entre l'écroutissage et la diminution de la section. Les déformations élastiques sont négligées, en supposant le matériau incompressible, et en notant  $d\varepsilon = \frac{dL}{L}$  la déformation conventionnelle, on obtient :

$$\frac{dV}{V} = \frac{dL}{L} + \frac{dS}{S} = 0 \quad (4.2)$$

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \sigma \quad (4.3)$$

*Les équations 4.1 et 4.3 constituent les deux expressions classiques du critère de Considère.*

La déformation critique  $\varepsilon_c$  se calcule ensuite classiquement à partir d'une loi de comportement puissance de type Hollomon :  $\sigma = K\varepsilon^n$ , où  $n$  est l'exposant d'écroutissage. Le critère 4.3 fournit alors :

$$\varepsilon = \varepsilon_c = n \quad (4.4)$$

En traction, l'instabilité de striction se produit lorsque la déformation atteint la valeur de l'exposant d'écroutissage  $n$ .

**Remarques : [R1]** Ce critère développé à partir d'essais réalisés sur des éprouvettes cylindriques annonce l'apparition de la striction diffuse et non de la striction localisée.

**[R2]** Le critère de Considère est souvent qualifié de critère d'instabilité. En fait le développement de la localisation de striction n'est qu'un processus instable que dans le cas d'un pilotage à charge imposée. Lorsque, à déplacement imposé, on arrête le déplacement de la traverse la localisation est stoppée. Par contre au delà de  $F_{\max}$ , avec un pilotage en charge, si on maintient la charge l'éprouvette se rompt très rapidement.

**[R3]** Contrairement à de nombreux critères de localisation, le critère de Considère annonce une localisation (diffuse) dans le domaine de l'écroutissage positif :  $h = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \sigma > 0$ .

### 4.3.2 Critère de Swift :

Swift ([Swift 52]) reprend l'idée de la force maximale de Considère et l'applique aux tôles minces (hypothèse de contraintes planes). Dans l'idée originale de Swift on considère une tôle mince, rigide plastique soumise à un chargement biaxial (voir figure 4.1a) et proportionnel en contraintes :

$$\sigma_2 = \alpha\sigma_1 \quad (4.5)$$

où  $\alpha$  est une constante représentant le trajet de contrainte et  $(\sigma_1, \sigma_2)$  les contraintes principales du tenseur de Cauchy. Le critère est alors le suivant : la striction (diffuse) aura lieu lorsque les deux composantes de l'effort  $F_1$  et  $F_2$  suivant les axes principaux de contraintes passeront *simultanément* par un maximum. A partir des expressions  $F_1 = \sigma_1 L_2 e$  et  $F_2 = \sigma_2 L_1 e$  on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{dF_1}{F_1} &= \frac{d\sigma_1}{\sigma_1} + \frac{dL_2}{L_2} + \frac{de}{e} \\ \frac{dF_2}{F_2} &= \frac{d\sigma_2}{\sigma_2} + \frac{dL_1}{L_1} + \frac{de}{e} \end{aligned} \quad (4.6)$$

La définition de la déformation dans les trois directions ( $d\varepsilon_1 = \frac{dL_1}{L_1}$ ,  $d\varepsilon_2 = \frac{dL_2}{L_2}$ , et  $d\varepsilon_3 = \frac{de}{e}$ ), et l'hypothèse d'incompressibilité ( $d\varepsilon_1 + d\varepsilon_2 + d\varepsilon_3 = 0$ ) conduisent au système suivant :

$$\begin{cases} \frac{d\sigma_1}{\sigma_1} - d\varepsilon_1 = 0 \\ \frac{d\sigma_2}{\sigma_2} - d\varepsilon_2 = 0 \end{cases} \quad (4.7)$$

#### • Déformations critiques de striction

Afin d'explicitier le critère et de le tracer sur un plan  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$  de CLF, il est classiquement proposé de calculer les incréments de déformation à partir des relations de Lévy-Mises :

$$d\varepsilon = d\varepsilon_p = \frac{3}{2} \frac{d\bar{\varepsilon}}{\bar{\sigma}} \sigma_d \quad (4.8)$$

où  $d\varepsilon$ ,  $d\varepsilon_p$  sont les tenseurs d'incrément de déformation totale et de déformation plastique,  $d\bar{\varepsilon}$  l'incrément de déformation équivalente ( $d\bar{\varepsilon} = \sqrt{\frac{2}{3} \text{tr}(d\varepsilon^2)}$ ),  $\bar{\sigma}$  est la contrainte équivalente de Von-Mises et  $\sigma_d$  le déviateur du tenseur de contrainte  $\sigma$ .

En contraintes planes :  $\bar{\sigma} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2} = \sigma_1 \sqrt{1 - \alpha + \alpha^2}$  et donc :

$$d\bar{\sigma} = \frac{(2 - \alpha)d\sigma_1 + (2\alpha - 1)d\sigma_2}{2\sqrt{1 - \alpha + \alpha^2}} \quad (4.9)$$

En tenant compte de 4.5, de la relation d'incompressibilité et de la précédente relation on peut réécrire 4.8 selon :

$$\frac{d\varepsilon_1}{2-\alpha} = \frac{d\varepsilon_2}{2\alpha-1} = \frac{-d\varepsilon_3}{1+\alpha} = \frac{d\bar{\varepsilon}}{2\sqrt{1-\alpha+\alpha^2}} \quad (4.10)$$

Le système d'équations 4.7 maintenant complété par la relation 4.10 fournit :

$$\begin{cases} d\sigma_1 = \frac{\sigma_1(2-\alpha)}{2\sqrt{1-\alpha+\alpha^2}} d\bar{\varepsilon} \\ d\sigma_2 = \frac{\sigma_2(2\alpha-1)}{2\sqrt{1-\alpha+\alpha^2}} d\bar{\varepsilon} \end{cases} \quad (4.11)$$

qui avec 4.9 donne après division par  $\bar{\sigma}$  :

$$\frac{d\bar{\sigma}}{\bar{\sigma}} = \frac{4\alpha^3 - 3\alpha^2 - 3\alpha + 4}{4(1-\alpha+\alpha^2)^{3/2}} d\bar{\varepsilon} \quad (4.12)$$

Enfin, en considérant que le matériau suit une loi de type Hollomon on obtient :  $\frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\varepsilon}} = Kn\bar{\varepsilon}^{n-1}$  et donc :

$$\bar{\varepsilon} = \frac{4n(1-\alpha+\alpha^2)^{3/2}}{4\alpha^3 - 3\alpha^2 - 3\alpha + 4} \quad (4.13)$$

Les relations 4.10 fournissent alors les valeurs des déformations critiques  $\varepsilon_{1c}$  et  $\varepsilon_{2c}$  permettant de tracer la CLF à striction diffuse correspondant au critère de Swift (voir figure 4.1b) :

$$\begin{cases} \varepsilon_{1c} = \frac{2n(1-\alpha+\alpha^2)(2-\alpha)}{4\alpha^3 - 3\alpha^2 - 3\alpha + 4} \\ \varepsilon_{2c} = \frac{2n(1-\alpha+\alpha^2)(2\alpha-1)}{4\alpha^3 - 3\alpha^2 - 3\alpha + 4} \end{cases} \quad (4.14)$$

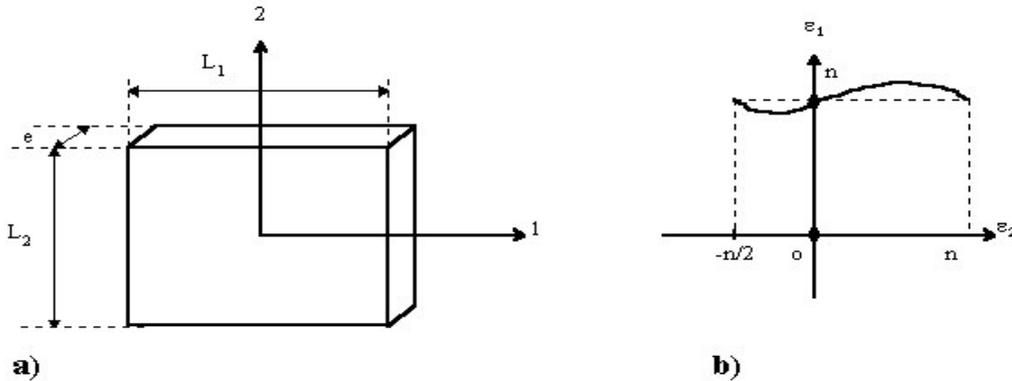


FIG. 4.1 – Etablissement du critère de Swift : a) schéma de l'éprouvette, b) CLF obtenue avec le critère de Swift.

La CLF montre que la déformation  $\varepsilon_1$  atteint la valeur  $n$  pour :

$\alpha = 1$  (expansion équibiaxiale)

$\alpha = 0$  (traction uniaxiale)

$\alpha = 1/2$  (traction large)

Dans le cas de la traction uniaxiale les critères de Considère et de Swift sont donc confondus.

Un travail de thèse récent ([Habbad 94]) a permis d'étendre le critère de Swift à un comportement de type élastoplastique. Ce travail montre alors que l'influence de l'élasticité est négligeable, l'hypothèse

retenue par Swift de considérer le matériau comme rigide plastique est donc légitime. Habbad rappelle d'autre part que le critère de Swift n'est pas parfaitement cohérent car les trois équations :

$$\begin{aligned}\frac{dF_1}{F_1} &= 0 \\ \frac{dF_2}{F_2} &= 0 \\ \sigma_2 &= \alpha\sigma_1\end{aligned}$$

ne peuvent pas être simultanément vérifiées. Il propose alors de réinterpréter le critère de Swift en ne prenant que 2 des précédentes équations.

### 4.3.3 Critère de Hill 52 :

Hill ([Hill 52]) a formulé le premier un critère de striction localisée. Il est basé sur des observations expérimentales suivantes. Lors d'un essai de traction, la striction se développe suivant une ligne (bande étroite) inclinée par rapport à la direction de sollicitation. Hill introduit alors la notion de *Ligne d'Extension Nulle (LEN)* pour expliquer le développement de la striction localisée. L'incrément de déformation dans la direction tangentielle  $\vec{t}$  dirigée selon la LEN (voir figure 4.2a) est nulle. La déformation dans la bande se produit dans la direction normale  $\vec{n}$  et dans la direction de l'épaisseur, d'où la définition de striction localisée.

#### • Orientation de la bande :

On trouve principalement deux méthodes pour calculer l'angle  $\alpha$  d'inclinaison de la bande par rapport aux directions principales de chargement.

La première (voir par exemple [Arrieux 90]) donne l'angle  $\alpha$  dans le cas général de la traction biaxiale en fonction du trajet de déformation. En effet, en annulant l'incrément de déformation dans la direction tangentielle  $\varepsilon_{tt}$  on obtient :  $d\varepsilon_{tt} = d\varepsilon_1 \sin^2 \psi + d\varepsilon_2 \cos^2 \psi = 0$ , où  $d\varepsilon_1$ ,  $d\varepsilon_2$  sont les incréments de déformation principales et  $\psi = \pi/2 - \alpha$  l'angle entre la normale  $\vec{n}$  et la direction 1 de traction. L'angle  $\psi$  est donc défini par  $\tan^2 \psi = \frac{-d\varepsilon_2}{d\varepsilon_1} = -\rho$ , où  $\rho = \frac{d\varepsilon_2}{d\varepsilon_1}$  caractérise le trajet de déformation. La condition d'existence de la LEN n'est donc satisfaite que pour  $\rho < 0$ , c'est à dire dans le domaine des déformations  $\varepsilon_2$  négatives (domaine du rétreint). *Les résultats de Hill montrent donc qu'aucune striction localisée ne se produit dans le domaine de l'expansion.* Dans le cas de la traction  $\rho = -1/2$  on obtient  $\psi = 35.26^\circ$ , soit  $\alpha = 54.74^\circ$ .

La deuxième méthode, souvent utilisée pour calculer l'orientation des bandes (voir par exemple [Desrues 85] ou [Rousselier 91]) utilise le cercle de Mohr des déformations (voir figure 4.2b). L'angle  $\psi$  donnant l'inclinaison de la normale à la LEN est donnée par exemple dans le cas de la traction par  $\cos(2\psi) = \frac{OI}{R} = \frac{\varepsilon_1/4}{3\varepsilon_1/4} = \frac{1}{3}$ , d'où  $\psi = 35.26$  et là aussi  $\alpha = 54.74^\circ$ .

#### • Déformations critiques de striction

La striction le long de la direction  $\vec{t}$  se produit quand la force normale à cette direction passe par un maximum. En modélisant le comportement du matériau avec une loi puissance de type Hollomon ( $\bar{\sigma} = K\bar{\varepsilon}^n$  où  $\bar{\sigma}$  et  $\bar{\varepsilon}$  désignent la contrainte et la déformation équivalentes) on obtient la CLF à la striction ([Arrieux 90]) :

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = n \quad (4.15)$$

Cette droite, tracée dans le plan  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ , montre (figure 4.2c) que l'analyse de Hill prévoit une striction localisée pour  $\varepsilon_2 = 2n$  en traction uniaxiale et  $\varepsilon_2 = n$  en traction plane.

### 4.3.4 Approche M.K.

L'analyse de la striction localisée de [Hill 52] ne prévoyant pas de striction dans le domaine de l'expansion deux approches ont été développées. La première est basée sur un modèle de comportement prenant en compte des irrégularités de la surface seuil ([Støren and Rice 75]), la seconde désignée par

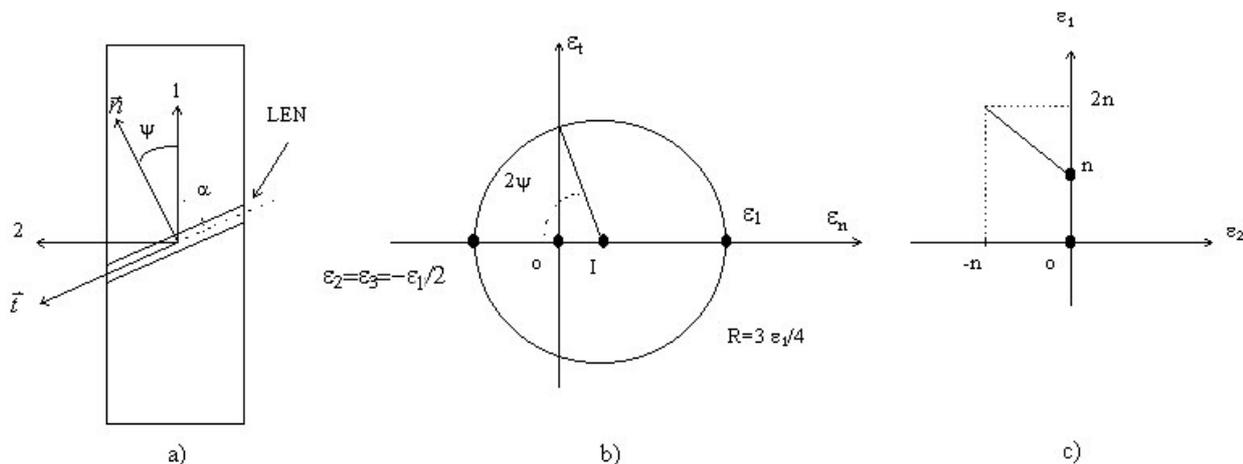


FIG. 4.2 – *Etablissement du critère de Hill: a) schéma de l'éprouvette, b) cercle de Mohr des déformations, c) CLF obtenue avec le critère de Hill.*

approche M.K., du nom de ses auteurs ([Marciniak and Kuczinski 67]), suppose l'existence d'un défaut initial dans la tôle. Ce modèle repose sur des observations expérimentales: la présence d'un défaut tend à localiser les déformations. Le défaut peut-être géométrique (variation locale d'épaisseur) ou métallurgique (distribution non uniforme d'impuretés).

[Marciniak and Kuczinski 67] modélisent le défaut par une bande rectiligne B dont l'épaisseur est inférieure à celle de la partie homogène A, voir figure 4.3.

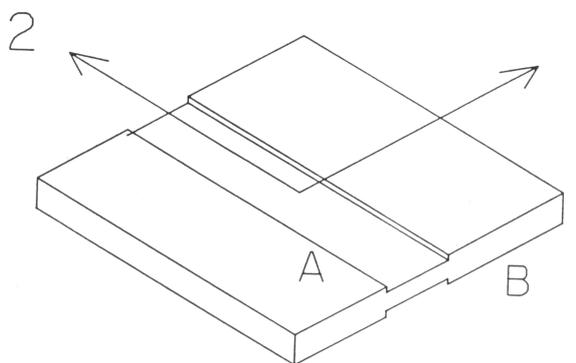


FIG. 4.3 – *Schématization du défaut initial de l'approche M.K. (extrait de [Arrieux 90]).*

Pour modéliser la sensibilité à l'écroûissage et à la vitesse de déformation les auteurs prennent une loi d'écroûissage de type puissance et considèrent que les coefficients de cette loi sont différents dans les zones A et B. Le défaut initial inclut donc les valeurs initiales du rapport des épaisseurs et des paramètres matériau. La tôle est sollicitée de manière à imposer les déformations dans la zone homogène A. Les déformations dans la zone B sont alors analysées. La déformation critique est atteinte quand les déformations équivalentes cumulées dans les zones A et B, se différencient nettement, c'est à dire quand la zone homogène ne se déforme pratiquement plus. Le critère de striction ainsi développé leur permet de tracer des CLF dans le domaine de l'expansion. Le défaut pris par [Marciniak and Kuczinski 67] était initialement orienté de manière perpendiculaire à la direction 1 de plus grande contrainte principale. En inclinant ce défaut par rapport à cette direction [Hutchinson and Neale 78] ont pu étendre au domaine du rétreint l'approche M.K.

De nombreux travaux ont été consacrés à cette approche. L'influence de l'anisotropie, de l'inclinaison initiale de la bande, du modèle de plasticité ont été notamment étudiés; une synthèse de ces recherches est présentée dans [Arrieux 90].

### 4.3.5 Critère de Cordebois-Ladevèze

Le critère de Cordebois-Ladevèze ([Cordebois 83], [Cordebois et Ladevèze 86]) développé pour les matériaux au comportement élastoplastique vise à prévoir la localisation de striction. Ils considèrent la striction comme l'apparition locale d'un comportement instable de la structure lorsque l'on augmente le niveau de sollicitation subi par le milieu étudié. Leur critère peut s'énoncer ainsi ([Pierre 90]) : "le milieu considéré est localement *instable* si, lorsque le chargement appliqué n'évolue plus, le problème de mécanique des milieux continus ainsi défini admet comme solution un *champ de vitesse non identiquement nul*, ou pour être tout à fait rigoureux, non identiquement égal à un champ de vitesse d'un solide indéformable".

Le problème est écrit à partir d'une formulation variationnelle en vitesse, en négligeant les effets d'inertie :

$$\forall \vec{v}^* \in U \quad \mathcal{P}_{int}(\vec{v}^*) + \mathcal{P}_{ext}(\vec{v}^*) = 0$$

où  $U$  désigne l'espace des champs de vitesses virtuelles cinématiquement admissibles.

Ainsi, lorsque le chargement appliqué à la structure étudiée n'évolue pas on a

$$\forall \vec{v}^* \in U \quad \mathcal{P}_{int}(\vec{v}^*) = 0 \tag{4.16}$$

La condition d'instabilité revient à chercher sous quelles conditions l'équation 4.16 admet une solution non nulle, ceci quel que soit le champ de vitesses virtuelles appartenant à  $U$ . Les auteurs soulignent que le choix de cet espace conditionne totalement la solution du problème :

- si aucune condition aux limites n'est imposée (minimum de blocages) l'espace  $U$  est général, on obtient une *borne inférieure* du critère capable de prévoir l'apparition de *striction diffuse*.
- si un maximum de blocages sont imposés (par exemple les vitesses nulles dans le plan de la tôle) on obtient une *borne supérieure* à même de prévoir la *striction localisée*.

Les auteurs ne cherchent donc pas à obtenir "la courbe limite de formage" mais une plage probable dans laquelle un début de striction doit se situer, d'où l'idée d'un encadrement. Un des points remarquable de cette étude est que la borne inférieure de leur critère (striction diffuse) se ramène au critère de [Swift 52] et que la borne supérieure (striction localisée) se ramène au critère de [Hill 52]. L'application du critère à l'encadrement de CLF est présentée dans [Cordebois et Ladevèze 86].

Enfin des travaux récents ([Habbad 94]) ont montré que le critère de Rice n'était ni plus ni moins que le critère de Cordebois-Ladevèze avec un choix particulier pour le tenseur gradient de vitesse.



# Bibliographie

- [Arrieux 87] Arrieux R., Les critères limites en emboutissage, Ecole d'été d'Oléron : "Physique et Mécanique de la mise en forme des métaux, Ed. Moussy F. et Franciosi P., (1987).
- [Arrieux 90] Arrieux R., Détermination théorique et expérimentale des courbes limites de formage en contraintes, Thèse d'Etat, Insa de Lyon et Université Lyon I, (1990).
- [Barata Da Rocha and Jalinier 85] Barata Da Rocha A. and Jalinier J.M., The development of strain gradients in sheet metal forming processes, dans : "Plastic Instabilities", Considère Memorial, Paris, ENSPC, (1985).
- [Considère 1885] Considère A., 1885. L'emploi du fer et de l'acier dans les constructions, Ann. Ponts Chaussées, vol 9, p574, (1885).
- [Cordebois 83] Instabilités et Rupture dans les solides élastoviscoplastiques, Thèse d'état, Univ. Paris 6, (1983).
- [Cordebois et Ladevèze 86] Cordebois J.P. et Ladevèze P., Sur la prévision des courbes limites d'emboutissage, J. de Mécanique, Théor. et Appl., V. 5, N° 3, pp 341-370, (1986).
- [Desrues 85] Desrues J., Naissance des bandes de cisaillement dans les milieux granulaires : expérience et théorie, Colloque CNRS : Les instabilités mécaniques, développement et périodicité, 10-11 Octobre 85, Grenoble, pp 11-54 (1985).
- [Goodwin 68] Goodwin G.M., Application of the strain analysis to steel metal forming in press shop, La Metallurgica Italiana, N° 8, pp 767-772, (1968).
- [Grumbach et Sanz 72] Grumbach M. et Sanz G., Influence des grilles de mesure et des trajectoires de déformation sur les courbes limites d'emboutissage, Proc. 7th Int. Deep Drawing Research Group Congress, Amsterdam, p 41, (1972).
- [Habbad 94] Habbad M., Instabilités plastiques en élasto-plasticité anisotrope et grandes déformations, Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon, (1994).
- [Hill 52] Hill R., On discontinuous plastic states with special reference to localized necking in thin sheets, J. Mech. Phys. Solids, V. 1, pp19-30, (1952).
- [Hutchinson and Neale 78] Hutchinson J.W and Neale K.W., Mechanics of sheet metal forming, Ed. Plenum Press, NY, p127, (1978).
- [Keeler 65] Keeler S.P., Determination of the forming limits in automotive stamping, Sheet Metal Industries, N° 42, pp 683-703, (1965).
- [Le Gac 82] Le Gac H., Déformation et striction en traction des produits plats, Rapport IRSID n° EM/82, (1982).

- [Marciniak and Kuczinski 67] Marciniak Z. and Kuczinski K., Limit strains in the processus of stretch forming sheet metal, *Int. J. Mech. Sci.*, V. 9, p 609, (1967).
- [Mgil *et al.* 98] Mgil S., Morestin F. et Brunet M., Mesure des déformations par corrélation directe d'images numériques - détermination expérimentale des courbes limites de formage, *Colloque Photomécanique*, Marne la Vallée, pp 361-368, (1998).
- [Parniere et Sanz 75] Parniere P. et Sanz G., Appréciation des caractéristiques d'emboutissabilité des tôles minces, dans : *Mise en Forme des Métaux et Alliages*, Ed. CNRS, Chap. XIX, p 305, (1975).
- [Pierre 90] Pierre Ph., Critères d'instabilité plastique. Influence de gradients de contraintes dans l'épaisseur des tôles embouties, Thèse de Doctorat, Univ. Paris 6, (1990).
- [Rousselier 91] Rousselier G., Application de l'analyse de stabilité d'une perturbation à la localisation de la déformation dans un matériau dilatable adoucissant, *C. R. Acad. Sci.*, t. 313, Série II, pp 1367-1373, (1991).
- [Storen and Rice 75] Storen S. and Rice J.R., Localized necking in thin sheets, *J. Mech. Phys. Solids*, V. 23, pp. 421-441, (1975).
- [Swift 52] Swift H.W., Plastic instability under plane stress, *J. Mech. Phys. Solids*, V. 1, pp1-18, (1952)

## Chapitre 5

# Autres types d'analyses

Dans ce chapitre nous présentons deux approches particulières du problème de localisation. Bien que proches de celles présentées dans le chapitre 3 on choisit de les classer dans un chapitre à part.

La première, connue sous le nom d'analyse de Hart, reprend l'étude d'instabilité en traction simple initiée par Considère et l'étend aux comportements sensibles à la vitesse de déformation. La seconde méthode présentée ici est proposée par [Estrin and Kubin 88], elle s'inspire des travaux de Hart et propose une classification des instabilités plastiques. L'originalité de cette approche est de prendre en compte dans un formalisme unique, pour la première fois, des instabilités plastiques telles que la propagation de bandes de Lüders ou de bandes de Portevin Le Chatellier.

### 5.1 Analyse de Hart

L'analyse d'instabilité de l'essai de traction ne Considère ne s'appliquant que pour les matériaux insensibles à la vitesse de déformation, [Hart 67] a étendu ce critère aux matériaux dont le comportement dépend de la vitesse de déformation.

Le problème est unidimensionnel, la loi de comportement choisie par Hart est écrite sous la forme d'une équation d'état :

$$\sigma = f(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) \quad (5.1)$$

qu'il utilise sous sa forme différentielle

$$d\sigma = \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon} d\varepsilon + \frac{\partial \sigma}{\partial \dot{\varepsilon}} d\dot{\varepsilon} = \sigma'_\varepsilon d\varepsilon + \sigma'_\dot{\varepsilon} d\dot{\varepsilon} \quad (5.2)$$

où  $\sigma$ ,  $\varepsilon$  et  $\dot{\varepsilon}$  désignent respectivement la contrainte vraie, la déformation et la vitesse de déformation plastique.

A l'instant  $t$  considéré la charge totale  $P$  est reliée à la section  $A$  et à la contrainte normale à cette section par

$$P = \sigma A \quad (5.3)$$

En négligeant les déformations élastiques et en considérant que le matériau est incompressible on obtient

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{L}}{L} = -\frac{\dot{A}}{A} \quad (5.4)$$

où  $L$  est la longueur de la zone utile à l'instant  $t$ . La dérivation par rapport au temps de la précédente relation conduit à :

$$\ddot{\varepsilon} = -\frac{\ddot{A}}{A} + \left(\frac{\dot{A}}{A}\right)^2 \quad (5.5)$$

Pour analyser la stabilité, [Hart 67] considère que l'éprouvette possède un défaut géométrique : aire d'une section droite plus faible qu'ailleurs. Il propose alors de suivre l'évolution de la différence d'aire  $\delta A = A_i - A_h$  entre 2 sections de l'éprouvette. La notation "i" se réfère à une zone inhomogène, où la section de l'éprouvette est plus faible que dans la partie principale, dite homogène "h". Si la différence

$\delta A$  n'augmente pas dans le temps, Hart qualifie la déformation de *stable*. Le critère de stabilité qu'il propose n'est pas exactement  $\frac{\partial}{\partial t}(\delta A) = \delta \dot{A} \leq 0$ , en fait il choisit une définition équivalente :

$$\frac{\delta \ln \dot{A}}{\delta \ln A|_{P=cte}} \geq 0 \quad (5.6)$$

La charge  $P$  étant constante dans toutes les sections droites, on a

$$\delta P = 0 \quad (5.7)$$

De plus à partir des différences  $\delta\sigma$ ,  $\delta\varepsilon$ , et  $\delta\dot{\varepsilon}$  on obtient des relations analogues à 5.2, 5.4 et 5.5. Ces relations, associées à 5.6 et 5.7, permettent à Hart d'annoncer une instabilité lors d'un essai de traction simple quand

$$\gamma + m = 1 \quad (5.8)$$

où  $\gamma = \frac{\sigma'_\varepsilon}{\sigma} = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon}$  est un paramètre décrivant l'évolution de l'écrouissage (parfois appelé taux de consolidation relatif TCR) et  $m = \frac{\dot{\varepsilon}'\sigma'_\varepsilon}{\sigma} = \frac{\dot{\varepsilon}}{\sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial \dot{\varepsilon}}$  un paramètre associé à la sensibilité à la vitesse de déformation.

Si le matériau est insensible à la vitesse de déformation ou si cette dernière est constante pendant l'essai alors  $m = 0$  et on retrouve le critère de Considère :

$$\gamma = 1 \quad (5.9)$$

Suite à ces travaux [Gosh 77] a proposé de réexaminer le critère de Hart. Deux remarques sont notamment soulignées :

i) la première concerne l'influence du mode de pilotage. Gosh reprend une partie des développements de Hart pour proposer un critère de stabilité de type charge maximale et considère un mode de pilotage à *vitesse de traverse constante imposée*. L'instabilité est alors annoncée lorsque

$$\gamma = m + 1 \quad (5.10)$$

Si l'exposant d'écrouissage  $n = \gamma\varepsilon$  est utilisé la déformation critique  $\varepsilon_{|\dot{L}}$  où se produit l'instabilité vaut

$$\varepsilon_{|\dot{L}} = \frac{n}{1 + m}. \quad (5.11)$$

Il est important de noter que cette déformation est plus faible que la déformation critique  $\varepsilon_{|\dot{\varepsilon}}$  obtenue lors d'un essai à vitesse de déformation constante imposée :

$$\varepsilon_{|\dot{\varepsilon}} = n \quad (5.12)$$

La figure 5.1 extraite de [Gosh 77] situe ces deux déformations.

Ainsi, selon les définitions (relation 5.8 ou 5.10) le rôle de  $m$  peut donc être stabilisant ou déstabilisant pour la déformation critique.

ii) Une autre critique formulée par [Gosh 77] concerne l'imperfection  $\delta A$  utilisée par [Hart 67]. Ce dernier ne précise pas d'où elle provient ni même si elle existait initialement, même si cela est implicitement supposé. Gosh décide de prendre une imperfection géométrique initiale  $\delta A_0$ , il réécrit le critère de Hart (5.6) et montre que l'imperfection est instable dès le début de la déformation, soit en régime d'écrouissage positif. Il montre aussi que la croissance de cette imperfection est fortement influencée par les coefficients  $n$  et  $m$  ainsi que par la taille du défaut. Cette croissance est en particulier ralentie lorsque  $m$  augmente, Gosh parle de déformation quasi-stable, capable de décrire les comportements superplastiques de certains matériaux.

Le choix de Hart d'étudier la stabilité à partir d'une variable extensive (l'aire d'une section droite) a été beaucoup critiqué. En effet l'instabilité est généralement un phénomène intrinsèque au matériau et ne doit pas dépendre de la taille de l'éprouvette ([Hähner 95]). Prenant en compte ces remarques [Estrin and Kubin 88] proposent d'étudier la stabilité à partir de la variable intensive déformation. Leur analyse générale est présentée ci-après.

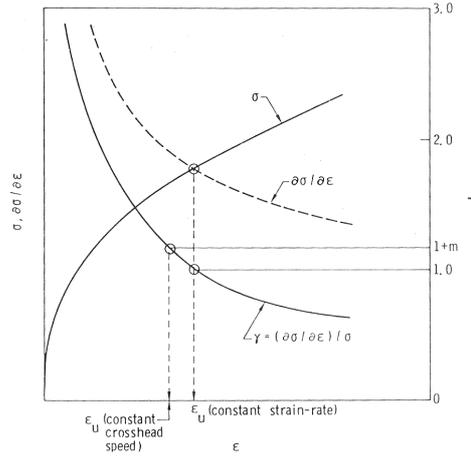


FIG. 5.1 – Construction montrant les déformations critiques à vitesse de traverse constante imposée ou à vitesse de déformation constante imposée (extrait de [Gosh 77]).

## 5.2 Classification des instabilités plastiques.

Les travaux de ([Estrin and Kubin 88]) proposent une classification des principaux types d'instabilités plastiques à partir d'une analyse de stabilité linéaire conduite sur des lois de comportement de type phénoménologique. L'intérêt de leur approche est de faire le lien avec les mécanismes physiques, responsables à l'échelle microscopique, des instabilités à l'échelle macroscopique. Par "instabilité plastique" les auteurs entendent une situation dans laquelle un certain régime de déformation plastique devenant soudainement instable est remplacé par un autre, stable maintenant. Cette définition permet de relier les instabilités plastiques à un phénomène de bifurcation. De façon générale, les instabilités plastiques sont associées avec la localisation de la déformation.

### 5.2.1 Classification

La loi de comportement isotherme est décrite sous sa forme différentielle par l'équation locale suivante :

$$d\sigma = h d\varepsilon + S d \ln \dot{\varepsilon} \quad (5.13)$$

où  $\sigma$  désigne la contrainte,  $\varepsilon$  la déformation plastique,  $\dot{\varepsilon}$  le taux de déformation plastique,  $h = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon}\right)_{\dot{\varepsilon}}$  le taux d'écroissage,  $S = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \ln \dot{\varepsilon}}\right)_{\varepsilon}$  le paramètre de sensibilité à la vitesse de déformation. L'analyse de stabilité linéaire est alors conduite en perturbant les variables de l'équation 5.13.

Au début de la phase de chargement, le matériau se déforme de façon homogène, puis à un moment donné une perturbation est introduite pour tester la stabilité du régime de déformation uniforme. En notant  $\delta B = B_i - B_h$  les variations des variables  $B = \{\sigma, \varepsilon, \dot{\varepsilon}\}$  entre les zones de déformation inhomogène et homogène et en considérant ces quantités petites, l'équation 5.13 devient :

$$S \frac{\delta \dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}} = \delta \sigma - h \delta \varepsilon \quad (5.14)$$

Dans le cas d'une déformation uniaxiale il existe une autre relation reliant  $\delta \sigma$  à  $\delta \varepsilon$ , elle traduit le fait que la charge ne dépend pas de la position axiale; pour les matériaux non compressibles cela se traduit par ([Hart 67]) :

$$\delta \sigma = \pm \sigma \delta \varepsilon \quad (5.15)$$

En combinant les équations 5.14 et 5.15 on obtient :

$$\frac{\delta \dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}} = \left(\frac{\sigma - h}{S}\right) \delta \varepsilon \quad (5.16)$$

En analyse de stabilité linéaire les perturbations sont choisies de la forme :

$$\delta\varepsilon = (\delta\varepsilon)_o e^{\lambda t} \quad (5.17)$$

où  $\lambda$  est un nombre réel caractérisant la croissance de la perturbation. Les équations 5.16 et 5.17 fournissent alors la quantité  $\lambda$  :

$$\lambda = \frac{\delta\dot{\varepsilon}}{\delta\varepsilon} = \left(\frac{\sigma - h}{S}\right) \dot{\varepsilon} \quad (5.18)$$

qui sert d’indication de stabilité/instabilité. Une valeur positive de  $\lambda$  signifie que la perturbation est croissante avec le temps, ce qui indique le début de l’instabilité.

La bifurcation d’un état de déformation uniforme vers un état de déformation non-uniforme (ou vice-versa) se produit *lorsque  $\lambda$  change de signe*. L’équation 5.18 fournit alors un moyen de classification des instabilités plastiques :

### Instabilités de type $h$ :

Elles se produisent dès que la variable taux d’érouissage  $h$ , qui évolue au cours du processus, s’effondre au dessous de l’état de contrainte appliqué :  $h < \sigma$ . On retrouve par exemple ici le critère de Considère annonçant l’apparition de la striction en traction simple.

### Instabilités de type $S$ :

Une autre importante classe d’instabilité plastique est associée à une anomalie de  $S$ . Ce type d’instabilité se produit lorsque, en phase d’érouissage positif tel que  $h > \sigma$ , le paramètre de sensibilité à la vitesse de déformation  $S$  devient négatif.

Parmi les instabilités qui peuvent être décrites par ce type on peut citer l’effet Portevin Le Chatelier (PLC) qui apparaît dans certaines conditions (de température et de vitesse de déformation) dans des alliages contenant de l’aluminium, du cuivre ou du nickel. Ce phénomène se caractérise par des chutes de la charge sur la réponse mécanique d’un essai de traction.

**Remarques :** [R1] Si au lieu de considérer une petite variation  $\delta\varepsilon$  de  $\varepsilon$  on considère une petite variation  $\delta A$  de la section :  $\delta A = (\delta A)_o e^{\lambda t}$ , on obtient  $\lambda = \left(\frac{\sigma - h - S}{S}\right) \dot{\varepsilon}$ . A la place de la condition de Considère, on obtient la condition de Hart ([Hart 67]) :  $\frac{h}{\sigma} + \frac{1}{m} < 1$  avec  $m = \frac{\sigma}{S}$  qui prend en compte l’effet de la vitesse de déformation.

[R2] En rappelant que l’analyse de stabilité linéaire ne donne que les conditions d’initiation ( $t = t_o$ ) de l’instabilité et non son développement futur les auteurs proposent d’ajouter au critère d’instabilité linéaire ( $\lambda > 0$ ) une condition de croissance de l’instabilité portant sur l’évolution de  $\lambda$  au cours du temps :  $\left(\frac{\partial\lambda}{\partial t}\right)_{t=t_o} > 0$ .

[R3] Les auteurs complètent l’analyse isotherme précédente par une analyse où les variations de température sont prises en compte. Des *instabilités de type T* sont alors définies. Elles traduisent les effets de couplage entre la génération de chaleur (dissipation) et l’adoucissement thermique. Ce dernier est pris en compte par une relation de type Arrhénius dans l’expression donnant la vitesse moyenne des dislocations dans la loi d’Orwan. En couplant l’équation d’équilibre et l’équation de la chaleur une bifurcation de type Hopf apparaît : une déformation initialement uniforme est remplacée par une déformation périodique dans le temps. Ce type d’instabilité apparaît surtout lors de sollicitations à vitesse de déformation élevées.

## 5.2.2 Phénoménologie et origine microscopique des instabilités de type h.

La propagation de bandes de Lüders ainsi que la striction sont qualifiées d’instabilités de type h. La striction se produit en fin de processus de déformation et est expliquée par la tendance à la saturation de la contrainte  $\sigma$  (et non par un adoucissement). Afin d’intégrer les bandes de Lüders dans les instabilités de type h [Estrin and Kubin 88] (voir aussi [Estrin and Kubin 86]) étudient les propriétés

moyennes des dislocations sur un petit volume (élément du milieu continu) de manière à calculer un coefficient d'écroissage  $h$  local. Leurs calculs mettent alors en évidence un domaine d'adoucissement local (yield point) signalant la présence d'une localisation. L'avalanche de dislocations, responsable des bandes de Lüders, est un des mécanismes possibles conduisant à cette phase d'adoucissement ([Hähner and Zaiser 93]).

### Adoucissement local

L'évolution du module d'écroissage  $h$  au cours de la déformation est calculée à partir d'un bilan de population de dislocations. Ce bilan est complexe car il faut prendre en compte les divers mécanismes régissant le mouvement, le piégeage ou la multiplication des dislocations. L'équation reliant les variables mécaniques aux densités de dislocation est la loi d'Orowan :

$$\dot{\varepsilon} = \rho_m b v \quad (5.19)$$

où  $\rho_m$  désigne la densité des dislocations mobiles,  $b$  le module du vecteur de Burgers et  $v$  la vitesse moyenne des dislocations. La loi précédente peut se réécrire :

$$\dot{\varepsilon} = A \rho_m \exp\left(\frac{\sigma - \sigma_f}{kT} V\right) \quad (5.20)$$

où  $V$  est le volume d'activation,  $T$  la température absolue,  $k$  la constante de Boltzmann ;  $\sigma_f$  désigne une contrainte liée à la densité de dislocations immobiles (forêt)  $\rho_f$  :  $\sigma_f = \alpha G b \sqrt{\rho_f}$ , avec  $G$ , le module de cisaillement et  $\alpha$  une constante.

La dérivation de l'équation 5.20 conduit à :

$$\dot{\sigma} = \frac{kT}{V} \frac{\ddot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}} + h \dot{\varepsilon} \quad (5.21)$$

On retrouve l'équation d'état (équation 5.13), avec  $h = h^+ + h^- = \alpha \mu b \left(\frac{\partial \sqrt{\rho_f}}{\partial \varepsilon}\right)_{\dot{\varepsilon}} - \frac{kT}{V} \left(\frac{\partial \ln \rho_m}{\partial \varepsilon}\right)$  désignant le module d'écroissage.

Le premier terme  $h^+$  résulte d'une augmentation continue de la densité de dislocations fixes tandis que  $h^-$  est associé à la génération ou libération de dislocations mobiles responsables de l'adoucissement. Les équations bilan des densités de dislocations sont alors les suivantes :

$$\begin{cases} \frac{1}{\rho_m b v} \frac{d\rho_m}{dt} = \frac{d\rho_m}{d\varepsilon} = \frac{C_1}{b^2} \frac{\rho_f}{\rho_m} - C_2 \rho_m - \frac{C_3}{b} \sqrt{\rho_f} \\ \frac{1}{\rho_m b v} \frac{d\rho_f}{dt} = \frac{d\rho_f}{d\varepsilon} = C_2 \rho_m + \frac{C_3}{b} \sqrt{\rho_f} - C_4 \rho_f \end{cases} \quad (5.22)$$

$C_1$  représente un terme de production de nouvelles dislocations mobiles  $\rho_m$  à partir des dislocations fixes de la forêt. Le coefficient  $C_2$  tient compte des interactions entre les dislocations mobiles (piégeage par les dipôles ou annihilation par glissement dévié) ;  $C_3$  correspond au mécanisme d'immobilisation des dislocations mobiles après un libre parcours moyen proportionnel à  $\rho_f^{-1/2}$  dans une structure forêt spatialement organisée. Le dernier terme  $C_4$  décrit le réarrangement et l'annihilation des dislocations forêt (par montée de dislocations, glissement dévié,...). Les termes  $C_1$  et  $C_2$  sont constants, alors que  $C_3$  et  $C_4$  dépendent du taux de déformation et de la température.

Le système différentiel 5.22, résolu à partir des valeurs initiales  $\rho_m^i = 10^7 m^{-2}$  et  $\rho_f^i = 10^{10} m^{-2}$ , permet de tracer l'évolution des densités de dislocation (figure 5.2a) et du module d'écroissage  $h$  (figure 5.2b) en fonction de la déformation  $\varepsilon$ . En supposant un essai à vitesse de déformation constante, l'évolution de  $\sigma(\varepsilon)$  calculée à partir de  $h(\varepsilon)$  présente un domaine d'adoucissement (yield point) en début de déformation (voir figure 5.2b).

La compétition entre les termes de durcissement et d'adoucissement fait apparaître 3 domaines distincts :

- i) pour  $\varepsilon < \varepsilon_o$ ,  $h^-$  prédomine à cause de la multiplication initiale des dislocations, le module d'écroissage est négatif.

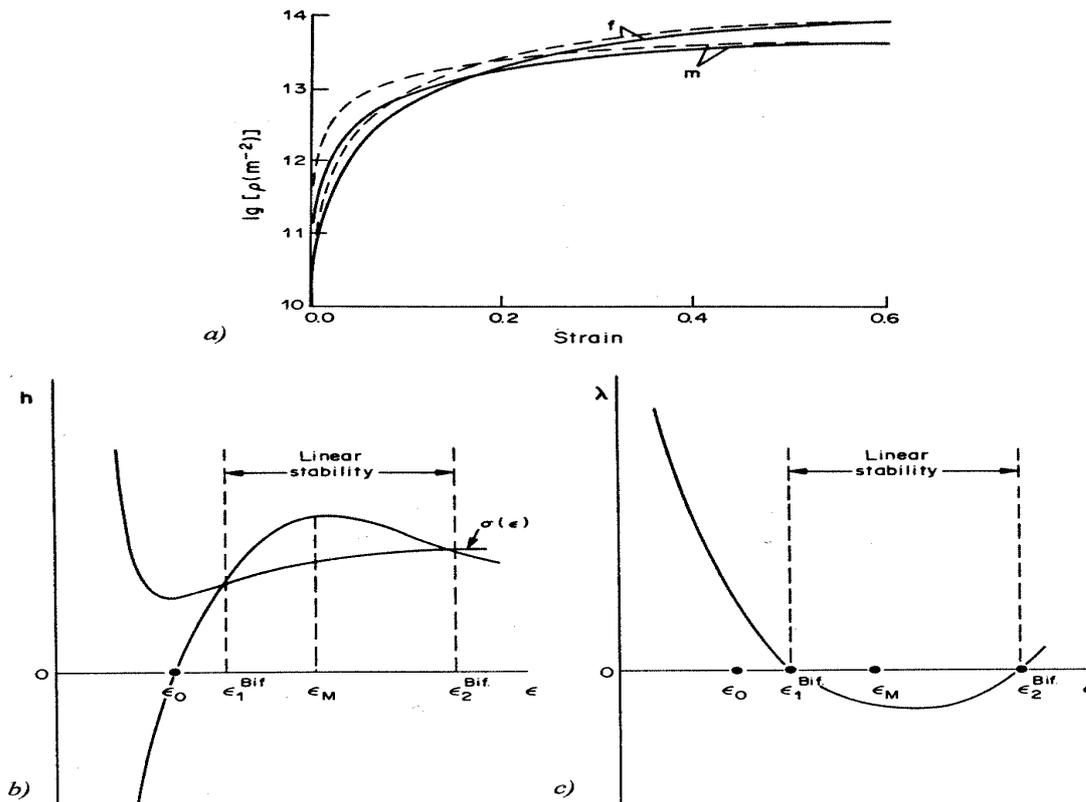


FIG. 5.2 – a) Evolutions (trais epais) des densités de dislocations mobiles  $\rho_m$  et fixes  $\rho_f$  au cours de la déformation, b) Evolution du module d'écrouissage  $h$  et de la contrainte  $\sigma$ , c) Evolution du paramètre  $\lambda$  indicateur de stabilité/instabilité, (figures extraites de [Estrin and Kubin 86]).

- ii) pour  $\epsilon_0 < \epsilon < \epsilon_M$ , le module d'écrouissage est positif et augmente car  $\rho_f$  n'est pas encore saturé alors que  $\rho_m$  est proche de la saturation.
- iii) pour  $\epsilon > \epsilon_M$ , le module d'écrouissage chute progressivement car la densité de dislocation forêt atteint sa saturation.

L'analyse de stabilité linéaire décrite précédemment met en évidence, grâce au calcul de  $\lambda$ , 2 points de bifurcation  $\epsilon_1^{Bif}$  et  $\epsilon_2^{Bif}$  marquant le début et la fin de la zone de stabilité linéaire (voir figure 5.2c). Pour  $\epsilon < \epsilon_1^{Bif}$ , c'est à dire au tout début du processus de déformation, la déformation uniforme est instable, il y a localisation de la déformation. Selon les auteurs, l'organisation des schémas de glissement (en lignes, en bandes, ...) est à l'origine de cette instabilité. Cette dernière est limitée (car le taux de croissance  $(\frac{\partial \lambda}{\partial t})_{t=t_0}$  est négatif) et reste contenue dans un domaine de déformation de l'ordre de 0.1 à 1%. Le deuxième point de bifurcation (déformation critique de Considère  $\epsilon_2^{Bif}$ ) marque ensuite le début de la localisation catastrophique de striction.

L'analyse précédente montre donc que la déformation plastique dans un volume local commence toujours par un domaine d'adoucissement, ce qui se traduit sur la courbe contrainte déformation par un crochet ( $h < 0$ ). Cette phase d'adoucissement est instable mais n'est pas catastrophique. L'échantillon retiendra seulement une mémoire de cette localisation sous la forme d'une marque sur sa surface. La propagation de bandes de Lüders, avec les vermiculures laissées sur la surface de l'éprouvette après leur passage, est un exemple d'instabilité de type  $h$  se produisant au début du processus de déformation.

# Bibliographie

- [Estrin and Kubin 86] Estrin Y. and Kubin L.P., Local strain hardening and nonuniformity of plastic deformation, *Acta metall.*, V. 34, N° 12, pp 2455-2464, (1986).
- [Estrin and Kubin 88] Estrin Y., and Kubin L.P., Plastic instabilities: Classification and Physical Mechanisms, *Res Mechanica*, 23, pp. 197-221, (1988).
- [Gosh 77] Gosh A.K., Tensile instability and necking in materials with strain hardening and strain-rate hardening, *Acta. Metall.*, V. 25, pp 1413-1424, (1977).
- [Hähner and Zaiser 93] Hähner P. and Zaiser M., Propagative modes of plastic deformation, Colloque C7, Supplément au *Journal de Physique III*, Vol.3, Nov 93, pp 1995-2004, (1993).
- [Hähner 95] Hähner P., A generalized criterion of plastic instabilities and its application to creep damage and superplastic flow, *Acta Metall. mater.*, V. 43, N° 11, pp 4093-4100, (1995).
- [Hart 67] Hart E.W., Theory of the tensile test, *Acta Met.*, V. 15, pp 351-355, (1967).



# Conclusion Partie I

Les travaux qui viennent d'être présentés montrent la grande diversité d'approches du problème de localisation suivant le type de matériau et le type de sollicitations. De multiples critères de localisation, propres à chaque approche, ont été définis à partir d'hypothèses sur le comportement (indépendance ou non avec le temps, type de comportement,...) ou sur l'état du matériau avant l'apparition de la localisation (homogène, présence d'un défaut initial).

L'écriture des critères sous leur forme explicite en fonction des paramètres de la loi de comportement et les confrontations avec les expériences (lorsqu'elles existent) montrent le rôle prépondérant joué par la loi de comportement. Le problème de modélisation de la localisation est donc de trouver, non seulement un critère physiquement acceptable pour la localisation que l'on souhaite décrire, mais aussi de disposer de lois de comportement fiables jusqu'à l'apparition de la localisation...

Or nous verrons au cours de ce travail que, dans le cas de l'essai de traction, des formes de localisation très précoces (avant le maximum de la charge) et se développant de manière progressive peuvent être observées sur des aciers doux. Sur ces matériaux l'éprouvette de traction se comporte donc très tôt comme une structure, le passage du comportement global au comportement local devient de plus en plus délicat au fur et à mesure que la localisation s'accroît, soit au niveau du maximum de la charge.

## Deuxième partie

# **TRAITEMENT DES DONNEES - PASSAGE DES TEMPERATURES AUX SOURCES DE CHALEUR**



# Introduction Partie II

Dans cette partie nous présentons l'approche expérimentale qui va être utilisée pour étudier le problème de localisation. Notre objectif est d'observer les diverses manifestations thermiques (images thermiques) et énergétiques (sources de chaleur) associées à la localisation dans une éprouvette plate sollicitée en traction simple.

*L'originalité de l'approche proposée est de fournir une estimation des sources de chaleur moyennes dans l'épaisseur de l'éprouvette d'essai à partir d'images thermiques obtenues avec un dispositif de Thermographie Infrarouge (T.I.R.).* Les mesures thermiques sont réalisées en cours d'essai de traction et sont couplées à des mesures mécaniques plus classiques (charge, déplacement, ...).

Le premier chapitre de cette partie présente le dispositif expérimental. La partie consacrée à la T.I.R. est certes un peu longue, elle a le mérite de rappeler les principales caractéristiques et limites de cet outil. La caméra est utilisée comme un véritable *outil de mesure* et non *d'imagerie* au sens où l'entend la communauté des thermiciens utilisateurs d'infrarouge. L'information "température" étant le point de départ du traitement permettant d'estimer les sources de chaleur, nous avons durant tout ce travail apporté beaucoup de soins au contrôle de la validité de ce signal de sortie "température". Nous insistons plus particulièrement sur l'une des étapes importantes de l'obtention du signal température, il s'agit de la détermination de *la loi d'étalonnage*.

Le deuxième chapitre précise le cadre thermomécanique d'interprétation des expériences adopté dans ce travail. C'est dans ce cadre qu'est définie l'équation de diffusion de la chaleur ainsi que les différents termes la composant. Les notions fondamentales pour l'étude du problème de localisation sont rappelées : sources de chaleur, énergie dissipée, énergie bloquée,....

Les deux derniers chapitres concernent la méthode proposée pour estimer les sources de chaleur. Au cours du chapitre 3 sont détaillés l'écriture de l'équation de diffusion de la chaleur bidimensionnelle, ainsi que le principe du calcul des sources de chaleur à partir des images thermiques. La mise en oeuvre de la méthode est présentée au cours du chapitre 4 à travers le développement d'un traitement numérique 1D puis 2D des images thermiques.



## Chapitre 1

# Dispositifs Expérimentaux

Ce chapitre rappelle les principales caractéristiques du dispositif expérimental qui va nous permettre d'effectuer des **mesures thermomécaniques** au cours d'un essai mécanique de traction simple. Le dispositif comprend une machine d'essai couplée à un dispositif de Thermographie Infrarouge (T.I.R.). Ce dernier est présent dans le laboratoire depuis la fin des années 80. Le système de numérisation utilisé pour réaliser les acquisitions d'images infrarouges est celui développé au LMA de Marseille par J.C. Chezeaux ([Chezeaux 81]). Un nouveau système d'acquisition plus performant est actuellement en cours de tests.

Durant ce travail de thèse notre contribution à la maîtrise de ce dispositif a porté principalement sur la :

- caractérisation du bruit associé aux images thermiques.
- vérification de la sensibilité de la caméra I.R.
- construction de lois d'étalonnage plus précises.

### Brefs rappels historiques :

L'utilisation de la T.I.R. en Mécanique des Solides est assez récente, elle date du début des années 80. Dans un article paru en 1985, [Bouc et Nayroles 85] ont recensé (réf. [1] de leur article) les principales applications de ces techniques en France. Celles-ci se sont à cette époque essentiellement concentrées sur "l'analyse de la dissipation et des contraintes au voisinage de l'extrémité d'une fissure". Une technique de démodulation synchrone a même permis de mesurer la trace du tenseur des contraintes par l'intermédiaire du couplage thermoélastique ([Bremond 82]). Plus récemment la thermographie a été utilisée pour la prévision de la limite de fatigue des métaux ([Luong 95]).

A Montpellier les premiers travaux basés sur des mesures thermographiques sont ceux de [Saix et Jouanna 81] : ils ont permis d'évaluer la dissipation mécanique sur des pièces métalliques minces sollicitées en torsion. Par la suite les études expérimentales se sont focalisées sur l'étude des lois de comportement. Les travaux d'A. Chrysochoos ont notamment permis de confronter les réponses théoriques des différents modèles de lois de comportement proposés dans la littérature avec les observations expérimentales réalisées sur des aciers et alliages d'aluminium (décroissance de la fraction d'énergie bloquée,...), [Chrysochoos 85], [Chrysochoos 87], [Belmahjoub 90], puis sur les Alliages à Mémoire de Forme ([Pham 94]).

Les applications de la T.I.R. à la problématique de localisation sont plus rares. En France on peut signaler les premières observations réalisées sur des aciers doux et sur des plaques trouées de P.V.C. par [Chrysochoos and Dupre 92] ainsi que les études conduites à l'ONERA sur des superalliages ([Lisiecki *et al.* 92]). A l'étranger la thermographie a surtout été utilisée par les mécaniciens pour mesurer les effets thermiques liés à la formation de bandes de cisaillement dans des barres d'Hopkinson lors d'essais de torsion à très grandes vitesses de déformation, citons par exemple [Marchand and Duffy 87] et très récemment [Kapoor and Nemat-Nasser 98].

## 1.1 Machine d'essais mécanique

Il s'agit d'une machine d'essai de marque Dartec d'une capacité de  $\pm 100\text{ kN}$  avec un système de commande (série 9500), voir photo (figure 1.1). La puissance mécanique est fournie à la traverse mobile par un moteur électrique pas à pas. Le mouvement de translation est obtenu par un système vis sans fin et écrou à billes de façon à limiter les jeux. Le déplacement maximal du mors inférieur relié à la traverse mobile est de 100 mm.

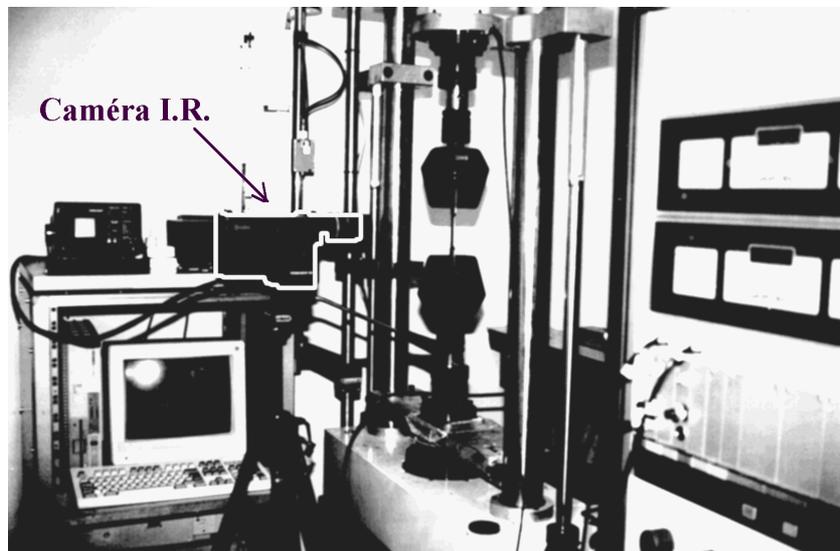


FIG. 1.1 – Photo du dispositif expérimental. On distingue, sur la gauche le système d'acquisition Infrarouge, au centre la machine d'essai et à droite son système de commande (Dartec 9500).

### a) Mode de pilotage

Le constructeur DARTEC fournit plusieurs programmes de pilotage, celui que nous avons utilisé (programme "static") ne permet de rentrer que des consignes simples : enchaînements de séquences à vitesses imposées (charges, traverse mobile ou extensomètre). Ce type de consigne est cependant suffisant pour la réalisation d'un essai de traction simple.

### b) Capteurs

Les informations fournies par les capteurs de force et de déplacement (traverse mobile) sont enregistrées à la fois par le système de pilotage ( $f_e = 2000\text{ Hz}$ ) de la machine et également en tant que voies externes ("Voies 1 et 2") par le système d'acquisition Infrarouge ( $(f_e)_{\max i} = 2\text{ Hz}$ ). L'avantage de ce dernier mode d'acquisition réside dans la parfaite synchronisation entre les données mécaniques et les images thermiques.

Les capteurs de force et de déplacement ont une classe de précision correspondant à 0.05% de leur gamme, ce qui représente 0.1 kN pour la cellule de charge et 0.05 mm pour le capteur de déplacement de la traverse mobile.

### c) Étalonnage de la chaîne de mesure.

L'étalonnage des capteurs de force et de déplacement a été réalisé par le constructeur; les données charge et déplacement enregistrées par le système de pilotage de la machine sont donc garanties.

Par contre, il est nécessaire d'étalonner les signaux enregistrés sur les voies externes du système d'acquisition Infrarouge. Il s'agit de faire correspondre à une information de tension (en Volt) numérisée sur 12 bits (en NI: Niveaux Informatiques) une information de nature charge (en N) ou déplacement

(en mm). La réponse des capteurs étant linéaire, 2 coefficients notés  $a$  et  $b$  suffisent. Ils sont donnés par les figures 1.2a et 1.2b.

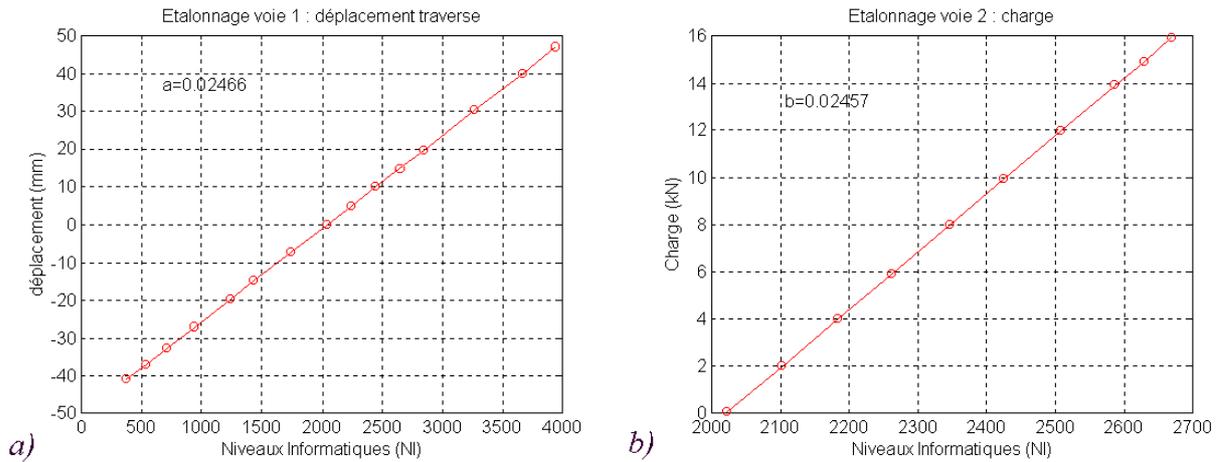


FIG. 1.2 – Etalonnage des Voies 1 et 2: a) déplacement traverse mobile, b) charge.

## 1.2 Dispositif de Thermographie Infrarouge

Notre objectif est d’obtenir avec le plus de précision possible les sources de chaleur mises en jeu lors d’un essai mécanique. Ces quantités locales, homogènes à une puissance volumique ( $W.m^{-3}$ ), intégrées sur le volume de l’échantillon et dans la durée de l’essai mécanique fournissent la valeur de la quantité de chaleur mise en jeu. Cette dernière information peut-être directement mesurée à partir de techniques microcalorimétriques (voir par exemple le §IV de la référence [Chrysochoos 87]). L’inconvénient ici de cette approche est de ne fournir qu’une information énergétique *globale* et non les valeurs “instantanées”, *locales*, des sources de chaleur.

La mesure locale des sources de chaleur étant impossible à réaliser directement, l’idée développée par A. Chrysochoos dans sa thèse d’état ([Chrysochoos 87]), qui est celle que nous allons suivre dans notre travail, est d’utiliser l’information thermique locale fournie par la caméra Infrarouge pour évaluer les termes sources de chaleur. Nous verrons au Chapitre 4 comment, à partir des variations de température de surface de l’éprouvette d’essai et à partir de l’équation de diffusion de la chaleur, il est possible d’estimer ces sources de chaleur.

Mais avant de préciser le cadre thermomécanique de travail il est souhaitable de rappeler les caractéristiques et les propriétés principales de l’outil de mesure caméra Infrarouge ainsi que de tout le dispositif d’acquisition associé. Le lecteur souhaitant avoir plus d’informations sur ce sujet peut se référer à une littérature abondante; citons de manière non exhaustive: [Papini et Gallet 94], [Gaussorgues 89], [Pajani 89]. Les deux premières références ont été consultées pour rédiger ces rappels.

### 1.2.1 Rappels sur le rayonnement thermique.

#### a) Nature du rayonnement et mécanismes d’échanges

On constate expérimentalement que tout corps à une température supérieure au zéro absolu émet un rayonnement. On appelle rayonnement thermique une émission d’ondes électromagnétiques caractérisée par une gamme de longueur d’ondes comprises entre 0,3 et 1000  $\mu m$ . Le spectre dit de l’Infrarouge n’occupe qu’une portion (entre 0.75 et 1000  $\mu m$ ) de cet espace des longueurs d’ondes (cf figure 1.3 ci-après).

Le rayonnement mesurable par observation d’un corps dont la température est  $T_0$  résulte de la superposition de trois phénomènes (voir figure 1.4):

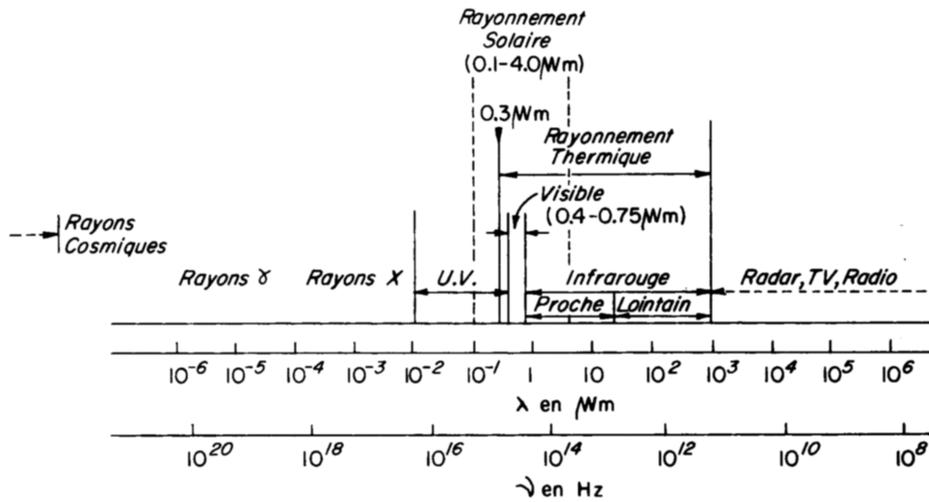


FIG. 1.3 – Spectre du rayonnement électromagnétique (extrait de [De Vriendt 84]).

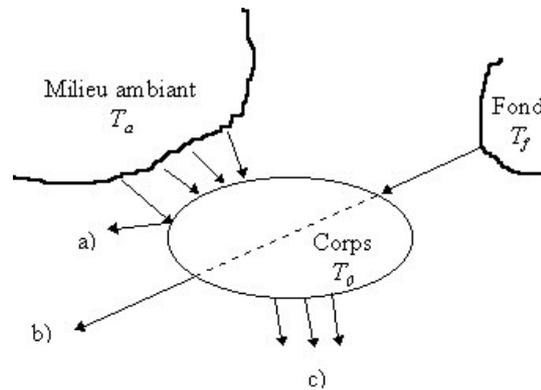


FIG. 1.4 – Réflexion, absorption et rayonnement d'un corps à la température  $T_0$ , (extrait de [Gaussorgues 89]).

i) Le corps réfléchit une partie de l'énergie rayonnée par le milieu ambiant assimilé à un corps noir à la température  $T_a$ .

ii) Si le corps est partiellement transparent, il transmet une partie du rayonnement émis par le fond qui est à la température  $T_f$ .

iii) S'y ajoute enfin le propre rayonnement de l'objet à la température  $T_0$  si celui-ci possède des sources de chaleur internes.

## b) Le “Corps Noir”

Les mécanismes d'échange que l'on vient de décrire varient selon la nature de l'objet d'où la nécessité de définir un corps étalon, appelé Corps Noir<sup>1</sup> servant de base à l'écriture des lois modélisant le rayonnement thermique émis ou reçu.

Par définition, tout rayonnement thermique atteignant un Corps Noir est complètement absorbé et ceci quelles que soient la longueur d'onde et la direction d'observation : c'est un “*absorbeur parfait*”. Réciproquement, le Corps Noir est considéré comme un “*émetteur parfait*”, à toutes les températures, de manière isotrope et quelle que soit la longueur d'onde et de manière isotrope.

1. Chaque fois qu'une variable se réfère à un Corps Noir, elle sera accompagnée de l'exposant ( $\circ$ ).

### c) Lois du rayonnement thermique

L'énergie du rayonnement électromagnétique émis localement par l'échantillon peut-être théoriquement reliée à la température du corps par les lois de Planck et de Stefan-Boltzmann que l'on rappelle ci-après:

i) Loi de Planck.

Les multiples travaux commencés dès la fin du 19<sup>ième</sup> siècle par les physiciens (Stephan 1879, Boltzmann 1884) peuvent être "résumés" à partir de la Loi de Planck établie en 1900; loi qui relie la répartition spectrale de la luminance monochromatique  $L_\lambda^o$  (voir Annexe A) à la longueur d'onde  $\lambda$  et à la température  $T$  exprimée en Kelvin :

$$L_\lambda^o = \frac{C_1 \lambda^{-5}}{\exp\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right) - 1} \quad (1.1)$$

Les constantes  $C_1$  et  $C_2$  sont données par :  $C_1 = 2hC_0^2$ ,  $C_2 = \frac{hc_0}{k}$ ; avec :

$h$  : constante de Planck =  $6.6260755 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

$k$  : constante de Boltzmann =  $1.380658 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$

$C_0$  : vitesse de la lumière dans le vide =  $2.99792458 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ .

La figure 1.5 représente l'évolution de la luminance monochromatique en fonction de la longueur d'onde pour trois valeurs de la température.

Ces courbes passent par un maximum qui est donné par la *loi de Wien* : le maximum de luminance, à la température  $T$ , a lieu pour la longueur d'onde  $\lambda_m$  et il est donné par la formule :  $\lambda_m T = 2897.756$ . Ce qui montre que si la température du corps croît le maximum de luminance se déplace vers les courtes longueurs d'onde.

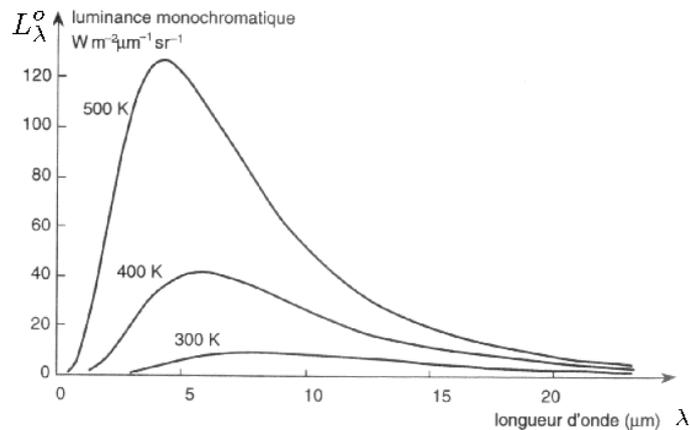


FIG. 1.5 – Evolution de la luminance monochromatique du corps noir, en fonction de la longueur d'onde, pour diverses valeurs de sa température (extrait de [Papini et Gallet 94]).

ii) Loi de Stefan-boltzmann (pour un corps noir) :

On l'obtient en intégrant sur toutes les longueurs d'ondes l'exitance monochromatique (voir Annexe A) :

$$M^o = \int_0^{\infty} \pi L_\lambda^o d\lambda = \frac{\pi^5}{15} \cdot \frac{C_1}{C_2^4} T^4$$

ou bien encore :

$$M^o = \sigma_e T^4 \quad (1.2)$$

$\sigma_e$  est la constante de Stefan-Boltzmann qui a pour valeur :  $5.67051 \cdot 10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$ .

| MATERIAU              | TEMPERATURE (°C) | EMISSIVITE (Normale) |
|-----------------------|------------------|----------------------|
| Aluminium poli        | 0                | 0.03                 |
| Aluminium poli        | 100              | 0.05                 |
| Or poli               | 100              | 0.02                 |
| Fer poli              | 40               | 0.21                 |
| Fer oxydé             | 100              | 0.64                 |
| Acier poli            | 100              | 0.07                 |
| Acier oxydé (à 800°C) | 100              | 0.79                 |
| Noir de fumée         | 20               | 0.95                 |
| Papier blanc          | 20               | 0.93                 |
| Bois                  | 20               | 0.9                  |
| Verre Poli            | 20               | 0.94                 |
| Peau humaine          | 32               | 0.98                 |
| Eau                   | 1                | 0.92                 |
| Neige                 | 0                | 0.8                  |

TAB. 1.1 – Valeur d'émissivités de quelques matériaux (d'après [Gaussorgues 89]).

#### d) Emissivité

Toute particule d'un corps émet des radiations qui sont, soit absorbées totalement par les particules voisines (cas des Corps Noirs), soit assujetties à une composition de phénomènes (absorption, réflexion, transmission,...).

Comme les objets réels ne sont pas des Corps Noirs, ils n'absorbent dans la longueur d'onde  $\lambda$  qu'une partie notée  $\phi_a(\lambda)$  du flux incident  $\phi_i(\lambda)$ ; la partie restante de ce flux incident se décompose en  $\phi_r(\lambda)$  qui se réfléchit et  $\phi_t(\lambda)$  qui est transmise.

$$\begin{aligned} \alpha(\lambda) &= \frac{\phi_a(\lambda)}{\phi_i(\lambda)} && \text{facteur d'absorption} \\ \text{Les coefficients suivants sont alors définis :} & \rho(\lambda) = \frac{\phi_r(\lambda)}{\phi_i(\lambda)} && \text{facteur de réflexion} \\ & \tau(\lambda) = \frac{\phi_t(\lambda)}{\phi_i(\lambda)} && \text{facteur de transmission} \end{aligned}$$

On se place ici dans le cas particulier d'une émission isotrope et les valeurs que l'on vient de définir ne dépendent donc pas de la direction. Il vient immédiatement, compte tenu de la conservation de l'énergie:  $\alpha(\lambda) + \rho(\lambda) + \tau(\lambda) = 1$ .

La Loi de Kirchoff-Drapper nous permet de relier les propriétés d'émission et d'absorption de la matière. On définit alors un coefficient  $\varepsilon(\lambda)$  appelé *émissivité* vérifiant :

$$\varepsilon(\lambda) = \alpha(\lambda) \tag{1.3}$$

**Pour un Corps Noir** (absorbeur et émetteur parfait), **on a donc** :  $\varepsilon(\lambda) = 1$ .

Un corps sera dit "opaque" si  $\tau(\lambda) = 0$ ; il sera dit "brillant" si  $\rho(\lambda)$  est très grand devant  $\varepsilon(\lambda)$  et enfin on parlera de "corps gris" si  $\varepsilon(\lambda)$  est constant, c'est à dire indépendant de la longueur d'onde.

Cette grandeur, très importante, interviendra dans le bilan radiatif du détecteur. On rappelle dans le tableau 1.1 les valeurs d'émissivité de quelques matériaux. Pour les métaux l'émissivité est faible, mais elle augmente avec la température et avec l'oxydation de la surface du métal. Les autres matériaux ont des émissivités élevées, souvent supérieures à 0.8, ces valeurs diminuent cette fois avec la température. Dans tous les cas l'émissivité dépend de l'état de surface.

#### e) Influence de l'émissivité en thermographie

Le problème majeur posé en thermographie est l'analyse du rayonnement issu de la scène thermique. Ce rayonnement dépend à la fois de l'émissivité et de la température de l'objet rayonnant, mais l'évaluation de l'un de ces paramètres nécessite hélas la connaissance de l'autre!

Prenons le cas d'un corps d'émissivité  $\varepsilon$  constante et inférieure à 1. Le rayonnement reçu par la caméra va dépendre non seulement du rayonnement propre de l'objet mais aussi du rayonnement parasite émis ou réfléchi par l'environnement à température constante  $T_e$ . Le calcul de la température  $T$  de l'objet peut s'effectuer, si  $\varepsilon$  est connue, à partir du bilan des flux suivant :

$$\sigma_e T^{\circ 4} = \varepsilon \sigma_e T^4 + (1 - \varepsilon) \sigma_e T_e^4 \quad (1.4)$$

où  $T^\circ$  est la température qui serait celle d'un Corps Noir émettant le même flux que le matériau; cette température est aussi appelée "température Corps Noir équivalente". La valeur de  $T^\circ$  est obtenue par mesure de flux par thermographie infrarouge et par l'utilisation de la courbe d'étalonnage. Sur cet exemple le calcul de  $T$  n'est possible que si l'émissivité est connue, or les valeurs de ce paramètre sont généralement difficiles à atteindre.

Les Corps Noirs (ou assimilés) offrent de meilleures perspectives puisque le rayonnement mesuré provient pratiquement en totalité de leur émission propre. C'est pour cette raison que les éprouvettes utilisées dans nos essais seront recouvertes d'une couche de peinture noire mate de forte émissivité ( $> 0.96$ ). Ainsi recouverte l'éprouvette sera considérée comme un Corps Noir, sa température de surface sera obtenue à partir d'une loi d'étalonnage établie avec un Corps Noir de même type.

L'hypothèse de travail où l'on considère les éprouvettes revêtues de peinture noire comme des Corps Noirs peut sembler un peu forte. On peut en effet s'attendre à ce que les rayonnements parasites extérieurs viennent perturber les mesures thermiques. En supposant constants ces éventuels parasites, une manière de les éliminer est de travailler avec des images relatives de température. A chaque instant on soustrait à l'image thermique une image thermique de référence, représentative par exemple, de la "température" initiale de l'éprouvette. Cette procédure sera utilisée dans le cadre de nos traitements puisque l'on travaillera avec des écarts de température et donc avec des images thermiques relatives.

### 1.2.2 Description et mode de fonctionnement du dispositif de thermographie

Il peut être représenté par le schéma de la figure 1.6. Nous allons décrire brièvement chacun des éléments suivants :

- Caméra Infrarouge
- Boîtier de commande et moniteur
- Système de numérisation et de stockage
- Unité de traitement

#### a) Caméra Infrarouge (I.R.)

La caméra I.R. est une caméra Agema 880 sw (onde courte): sensibilité maximale entre 3 et 5  $\mu m$ . Elle est montée sur un support fixe et vise une des surfaces de l'éprouvette serrée dans les mors de la machine d'essai. La schématisation très sommaire de la figure 1.6 met en évidence les éléments principaux suivants :

**Module de transfert optique :** Ce module comprend essentiellement un objectif traité spécialement pour laisser passer le rayonnement I.R. Un système de bagues allonges permet de faire la mise au point sur une focale donnée ce qui fixe la résolution spatiale (quelques dixièmes de mm).

**Dispositif de balayage spatial :** La caméra ne disposant que d'un (mono) détecteur, un système opto-mécanique de balayage lui a été adjoint afin de filmer un champ et non un seul point. Le flux rayonnant émis par la scène thermique est analysé spatialement à travers une lentille par un miroir oscillant sous l'action d'un moteur à courant continu. Le rayonnement réfléchi par ce miroir est focalisé par 3 miroirs fixés sur un polygone à miroir tournant à 16000 tr/mn. L'ensemble (miroir oscillant, polygone à miroir tournant) est géré par un microprocesseur qui fournit les impulsions de synchronisation verticale et horizontale pour le moniteur de mesure.

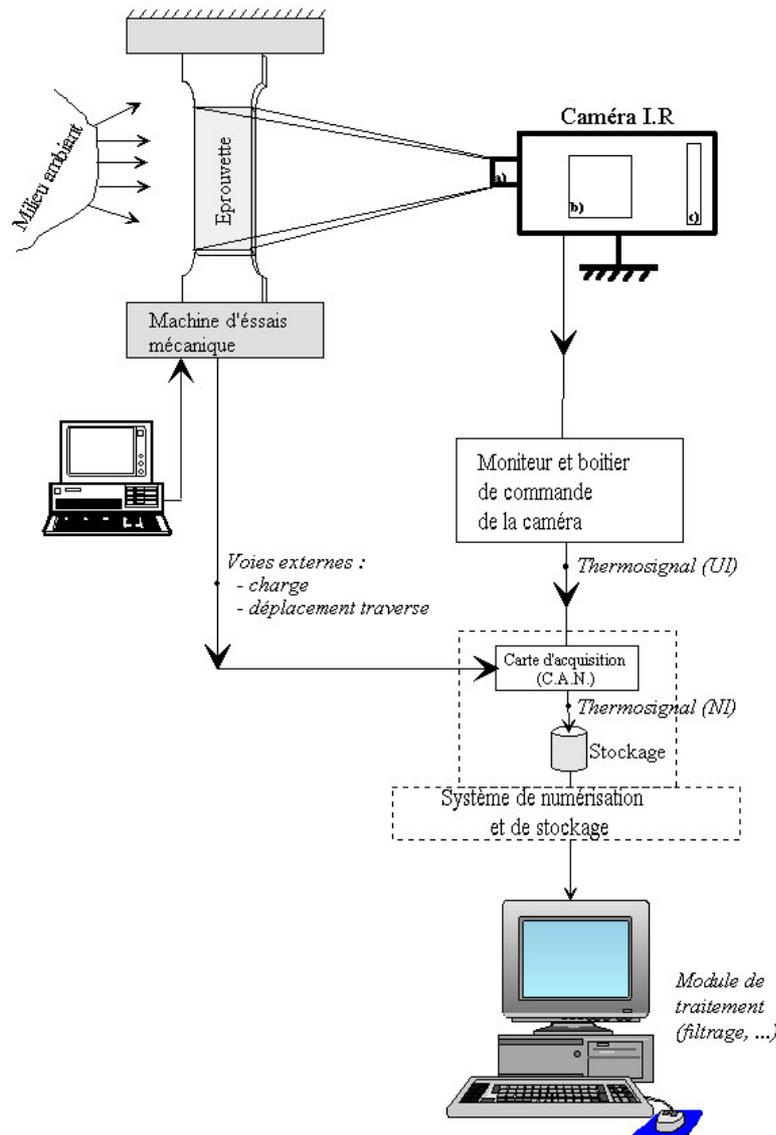


FIG. 1.6 – Schématisation du dispositif expérimental. Au sein de la caméra I.R. on distingue le : a) module de transfert optique, b) dispositif de balayage spatial, c) détecteur I.R.

Les moteurs des miroirs oscillants et tournants sont synchronisés de manière à produire une image composée de 4 trames entrelacées (voir figure 1.7). Chaque trame est composée de 100 lignes horizontales dont 70 effectives sont utilisées pour la réalisation de l'image thermique de 280 lignes, avec une vitesse de balayage de 25 trames/s, soit 6.25 images/s. Une ligne est donc balayée en  $400 \mu\text{s}$ , soit 2500Hz. Le faisceau réfléchi par le miroir du polygone est transmis au détecteur par un jeu de lentilles afin de former un faisceau parallèle.

Une caractéristique très importante est le nombre de **points de mesure** par ligne, le constructeur Agema fixe ce nombre à 180 points pour cette caméra. Cette valeur est fonction de la vitesse de balayage, de la dimension et du temps de réponse du détecteur<sup>2</sup>. Le nombre de points dans la direction perpendiculaire est lui fixé par la caractéristique du système de balayage vertical (fréquence, nombre de trames,...).

2. On dira par exemple que l'on disposera de n points de mesure si la mesure en chacun de ces points, est indépendante de celle correspondant aux autres points. Ce nombre de points est aussi appelé *pouvoir de résolution spatiale de mesure*, il a été calculé par le constructeur Agema à partir de la Fonction de Réponse à une Fente (pour plus de détails voir [Papini et Gallet 94], page 57).

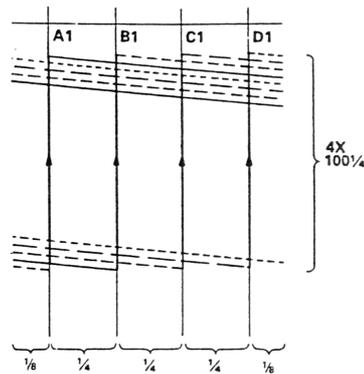


FIG. 1.7 – *Système de balayage : entrelacement des trames (extrait notice caméra AGEMA).*

**Détecteur Infrarouge :** Le rôle de ce composant est de fournir un “signal électrique” proportionnel au flux rayonnant issu de la scène thermique. Le détecteur que nous utilisons est un mono-détecteur<sup>3</sup> de type quantique (signal proportionnel au nombre de photons captés). Il s’agit d’un détecteur InSb (Antimonium d’Indium) Ondes Courtes (sw). Le détecteur est refroidi à une température de  $-196\text{ }^{\circ}\text{C}$  avec de l’azote liquide afin de minimiser le bruit thermique, propre au détecteur.

#### b) Boîtier de commande et moniteur

Ce dispositif pilote la caméra et permet de visualiser en temps réel les images thermiques. Deux paramètres importants sont réglés à partir de ce boîtier de commande. Il s’agit des constantes de gain et d’offset, respectivement appelées “Thermal Range” (Range) et “Thermal Level” (Level). Ces paramètres modifient la tension analogique du signal de sortie de façon à profiter de toute la dynamique du signal. Nous reviendrons sur ces notions lorsque nous décrirons la procédure d’étalonnage.

#### c) Système de numérisation et de stockage

Le signal analogique à la sortie du boîtier de commande est appelé “**thermosignal**”, il est proportionnel au flux rayonnant de la scène thermique et est paramétré par les constantes Range et Level. Afin de visualiser, stocker et traiter ce signal on préférera travailler à partir de signaux numérisés que l’on nommera “**images thermiques**”.

Un système de numérisation spécialement conçu pour cette caméra a été réalisé il y a une dizaine d’années par J.C. Chezeaux au LMA de Marseille [Chezeaux 81]. C’est ce système que nous avons utilisé au cours de nos essais. Une nouvelle carte est aujourd’hui en phase de test, ce nouveau système d’acquisition permettra de profiter totalement des performances de la caméra en numérisant à la fréquence de 6.25 images/s contre 2 images/s environ pour le système actuel.

Sans rentrer dans les détails de l’opération de numérisation nous rappelons que l’échantillonnage est réalisé à la fréquence  $f_e = 1\text{ MHz}$ . Un filtrage analogique passe-bas permet de supprimer en entrée les fréquences supérieures à  $f_e/2$  de manière à respecter le théorème de Shannon. La numérisation s’effectue sur 12 bits, soit sur 4096 Niveaux Informatiques (N.I.). L’image thermique est construite en attribuant à chacune de ces données numérisées une place correspondant à celle où elle a été mesurée dans l’espace objet. L’image est alors représentée par une suite d’éléments de surface juxtaposés appelés *pixels*. En fait le système de numérisation ne transforme que la partie utile du signal vidéo : l’image thermique numérisée a un maximum de 64 lignes par trames et 180 points par ligne, soit une taille maximale d’image de  $256 \times 180$  pixels. Notons bien ici que le nombre de pixels par ligne est très légèrement supérieur au nombre de points de mesure par ligne<sup>4</sup>. Outre la voie d’entrée du

3. Il existe actuellement des caméras infrarouge à matrice de détecteurs. La multiplicité des détecteurs peut poser des problèmes d’étalonnage (variabilité des réponses des détecteurs) ; ce type de caméra est plutôt réservé à l’*imagerie*, pour faire de la *mesure* on préfère utiliser des caméras à monodétecteur.

4. Le nombre de pixels par ligne est fixé par la fréquence d’échantillonnage, il peut être supérieur au nombre de points

thermosignal, le système d'acquisition comporte 6 entrées supplémentaires dont 2 ont été utilisées pour recevoir les données de charge et de déplacement traverse de la machine d'essai.

Un logiciel (programme ACQ.pas) réalisé par J.C. Dupré pilote la phase d'acquisition et le stockage des images sur le disque dur de l'ordinateur. Pour gagner de la place et du temps les images sont stockées, non entrelacées, sous un format binaire (format 'short' : 2 octets), selon la structure suivante :

- i) les quatre trames sont stockées les unes à la suite des autres et dans l'ordre : trame4, trame3, trame2, trame1.
- ii) pour une trame, les lignes sont stockées les unes à la suite des autres : ligne1, ligne2, ligne3,...
- iii) au début de chaque ligne, on trouve 10 valeurs : numéro de trame, numéro de ligne, temps, Level, V1 :déplacement (en mm), V2 : charge (en kN), points 7 à 10 : Voies annexes (inutilisées).
- iv) et au delà on trouve les valeurs correspondants aux NI relevés par la caméra.

#### d) Unité de traitement

Les images thermiques numérisées sont traitées sur un autre ordinateur, plus performant. Les images binaires sont décodées afin d'extraire les valeurs des paramètres mécaniques (charge, déplacement) et de reconstruire l'image thermique à partir de l'entrelacement des trames et de la courbe d'étalonnage. Les images peuvent alors être traitées (filtrage, calcul de dérivées, laplacien,...), nous reviendrons plus précisément sur ces traitements dans le chapitre 4.

### 1.2.3 Transcription du thermosignal en température - Courbes d'étalonnage.

Cette transcription s'obtient à partir d'une *procédure expérimentale d'étalonnage*. Il s'agit d'une étape très délicate mais primordiale pour l'utilisation de la caméra I.R. comme *instrument de mesure*. L'étalonnage est traditionnellement réalisé avec un Corps Noir étalon. Le corps Noir utilisé ici a été construit en revêtant une plaque de cuivre d'une fine couche de peinture noire mate, identique à celle utilisée pour recouvrir les éprouvettes d'essais.

La procédure que nous proposons ici est différente de celles utilisées jusqu'à présent pour réaliser l'étalonnage. Elle permet notamment de tenir compte de la température ambiante. Nous présentons ci-après un résumé de la procédure d'étalonnage, pour plus de précision on pourra se référer à [Louche 97].

#### a) Qu'est-ce qu'une courbe d'étalonnage?

Le signal analogique, en sortie du boîtier de commande de la caméra, est couramment appelé "thermosignal" ou "Valeur Thermique", sa mesure est donnée en Unités Isothermiques (UI) ou avec une échelle arbitraire de luminance. Le thermosignal peut être exploité de 2 manières : soit sous forme analogique, soit sous forme numérique (numérisation sur N Niveaux Informatiques (NI)). C'est sous cette dernière forme que nous allons l'analyser.

*L'opération d'étalonnage consiste à faire correspondre à une valeur de température d'un Corps Noir observé par la caméra une valeur en NI délivrée par le numériseur et enregistrée par le système d'acquisition.*

Nous allons détailler maintenant la procédure expérimentale permettant d'obtenir cette loi.

#### b) Relation entre le thermosignal et la température.

La fonction liant le thermosignal avec le flux rayonnant de la scène thermique est *linéaire*, par contre, la relation entre la valeur thermique et la température de l'objet est, elle, *non-linéaire* : la

---

de mesure. Dans ce dernier cas les informations sur des pixels voisins ne sont pas indépendantes, la mesure thermique est faussée car le détecteur, du fait de sa taille, se comporte comme un filtre passe-bas. Pour caractériser la faculté de restitution des fréquences spatiales on utilise la Fonction de Transfert Contraste (F.T.C.). Pour plus de détails sur ces notions et sur la relation pixel-point de mesure on se reportera à [Papini et Gallet 94] pp45-60 et p93.

quantité de rayonnement IR émise par un corps noir idéal croît d'une manière non-linéaire avec l'augmentation de température. Les constructeurs de caméras IR et les organismes responsables des étalonnages s'inspirent de la loi de Planck (équation 1.1) pour définir une loi d'étalonnage analytique reliant le Thermosignal  $S$  et la température absolue  $T$  du corps noir observé :

$$S = \frac{R}{\exp\left(\frac{B}{T}\right) - F} \quad (1.5)$$

avec :

$S$  : thermosignal à la sortie de la caméra (mesuré en UI) pour une température  $T$  observée.

$T$  : Température absolue du corps noir observé (en  $K$ )

$R, B, F$  : Coefficients d'étalonnage donnés par le constructeur AGEMA pour la caméra 880 le 13/09/89, qui, lorsque la caméra est réglée avec  $FILTRE=0$  et  $OUVERTURE=0$  prennent les valeurs suivantes :  $R = 272100$  (facteur de gain),  $B = 2817$  (facteur spectral),  $F = 233$  (facteur de forme).

Les courbes d'étalonnage, pour diverses valeurs d'ouverture sont données dans la figure 1.8 ci-dessous :

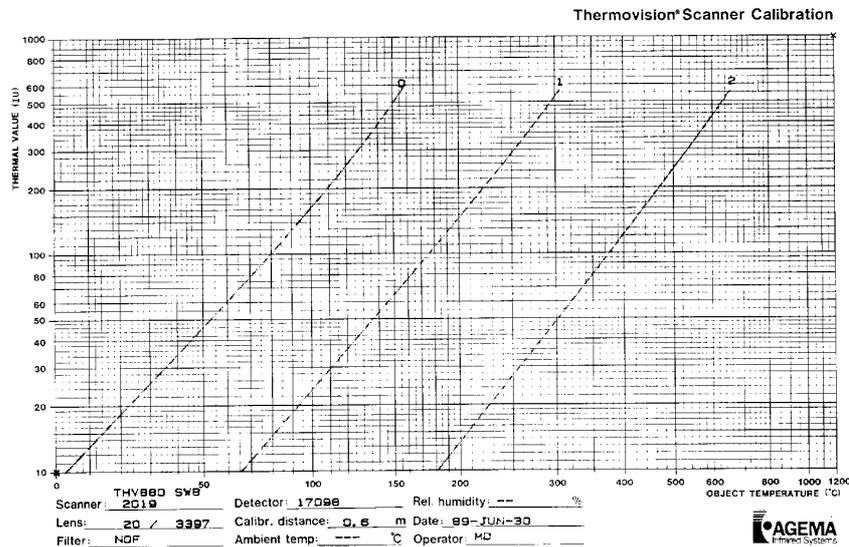


FIG. 1.8 – Courbes d'étalonnage données par le constructeur pour la caméra Agema 880 sw (13/09/89).

### c) Relation entre le thermosignal et les valeurs en Niveaux Informatiques délivrées par le système d'acquisition.

La numérisation du signal, faite sur 12 bits, soit sur 4096 NI doit tenir compte des facteurs de gain et d'offset que sont le "Thermal Range" (ou Range) et "Thermal Level" (ou Level) réglés sur la caméra pour une observation particulière. Cette opération de conversion permet d'utiliser toute la dynamique de numérisation, voir figure 1.9.

La forme de la relation entre le thermosignal en UI et le signal numérisé en NI est donnée par [Chezeaux 81] :

$$S = \alpha \cdot Level + \beta \cdot Range \cdot (Ni - 2048) + \gamma \quad (1.6)$$

Avec :

$S$  : Thermosignal en (UI).

$Ni$  : Signal numérisé (Niveaux Informatiques de sortie) en NI.

$Level$  et  $Range$  : Niveau thermique et gamme thermique réglés (en UI) sur le moniteur de commande de la caméra.

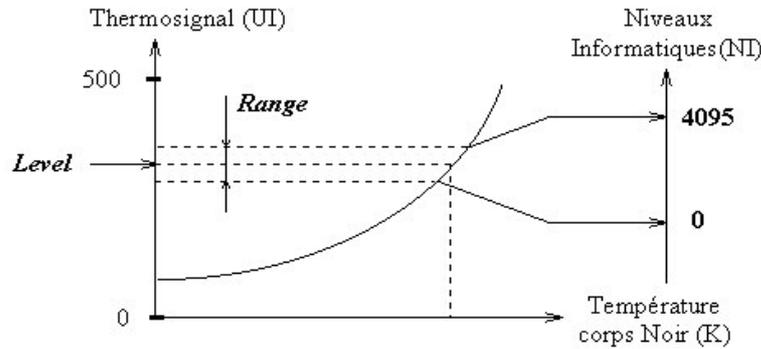


FIG. 1.9 – Numérisation du thermosignal sur 12 bits.

Les coefficients  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  sont des paramètres de cette loi et doivent être évalués expérimentalement. Nous proposons de le faire à travers les 2 étapes expérimentales suivantes que nous ne détaillerons pas ici :

- i) Range fixé, thermosignal fixé, Level en évolution : fournit  $\frac{\alpha}{\beta}$
- ii) Range fixé, Level fixé, thermosignal S en évolution : fournit  $\beta$  et  $\gamma$ .

Sans rentrer dans les détails de la procédure expérimentale retenons que le montage expérimental est composé d'un Corps Noir réalisé avec une plaque de cuivre revêtue d'une couche de peinture noire mate. Sur cette plaque sont collés une série de thermocouples qui fournissent à chaque instant la température moyenne d'une zone observée dans le même temps avec la caméra I.R. Une campagne de 15 essais a conduit aux valeurs approchées suivantes :

$$\begin{aligned}\alpha &= 0.983 \pm 7 \cdot 10^{-3} \\ \beta &= 2.11 \cdot 10^{-3} \pm 1 \cdot 10^{-5} \\ \gamma &= 0.4 \pm 5 \cdot 10^{-2}\end{aligned}\tag{1.7}$$

**[Remarques - R1]** : Ces coefficients ont été calculés à partir de mesures expérimentales et surtout à partir de la loi d'étalonnage 1.5 et de ses paramètres donnés par le constructeur de la caméra le 13/09/89. Cette loi (1.5) étant susceptible d'évoluer au cours du temps, son évolution sera prise en compte au niveau des coefficients  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$ .

**[R2]** : Une dispersion importante des valeurs des coefficients  $\beta$  et  $\gamma$  due à l'incertitude élevée de la valeur à l'origine<sup>5</sup> justifie le nombre important d'essais que l'on a dû réaliser.

**[R3]** : Plusieurs facteurs peuvent être à l'origine de ces dispersions :

- approximation de l'évolution des points expérimentaux.
- sensibilité des thermocouples et précision de leur lecture.
- non-uniformité de la température de la plaque.
- précision du NI moyen (bruit important).
- dérives de la caméra (auto-échauffement mal corrigé).

#### d) Expression analytique de la loi d'étalonnage.

Cette loi reliant la température de la surface d'un Corps Noir aux valeurs en NI fournies par le système d'acquisition IR s'obtient à partir des relations 1.5 et 1.6 précédentes :

$$T = f_1(Ni) = \frac{B}{\ln\left(\frac{R}{\alpha \cdot Level + \beta \cdot Range \cdot (Ni - 2048) + \gamma} + F\right)}\tag{1.8}$$

5. Voir [Louche 97].

Avec

$T$  : Température absolue de la surface du corps noir (en K)

$Ni$  : Niveau Informatique codé sur 12 bits

$Range$  et  $Level$  : valeurs réglées sur le moniteur de contrôle (en UI)

$R = 272100$ ,  $B = 2817$ ,  $F = 233$ ,  $\alpha = 0.983 \pm 7 \cdot 10^{-3}$ ,  $\beta = 2.11 \cdot 10^{-3} \pm 1 \cdot 10^{-5}$ ,  $\gamma = 0.4 \pm 5 \cdot 10^{-2}$

En fait cette loi sera plutôt utilisée, dans les programmes de traitement, sous sa forme « relative » suivante :

$$\begin{aligned}\theta &= T - T_0 \\ T &= f_1(Ni) \\ T_0 &= f_1(Ni_0)\end{aligned}\tag{1.9}$$

$T_0$  et  $Ni_0$  représentent respectivement la température (en K) et le Thermosignal (en NI) d'une image dite de "référence" :  $T_0$  est par exemple le champ de température à l'équilibre thermique initial.

La figure ci-dessous (figure 1.10a) représente l'allure de la courbe d'étalonnage relative pour trois valeurs du paramètre "Level" : 20, 22 et 24.

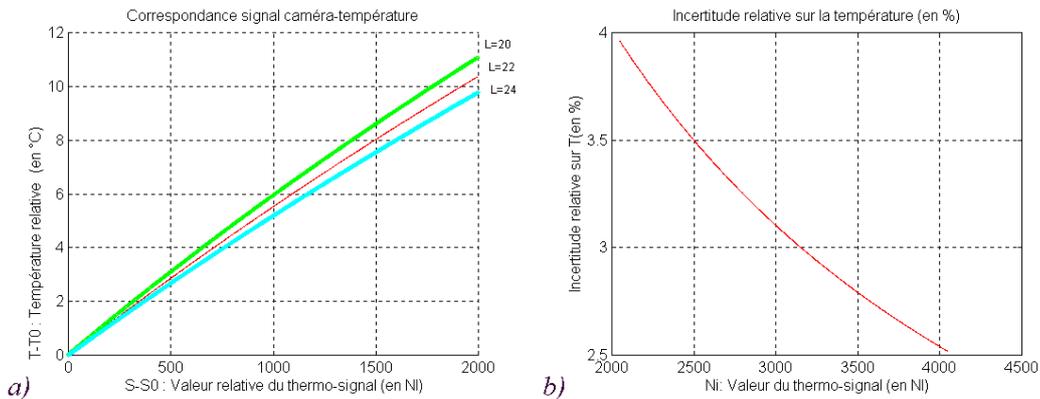


FIG. 1.10 – a) Evolution relative de la température  $\theta$ , en fonction d'un écart relatif  $\Delta Ni$  du Thermosignal, pour 3 valeurs (20, 22, 24) du paramètre Level. b) Evolution de l'incertitude relative en fonction de  $Ni$ .

### e) Incertitude sur le calcul des températures.

Les valeurs  $Ni$  ainsi que les paramètres de la loi d'étalonnage ( $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$ ) sont mesurées, lues, ou calculées avec une certaine incertitude. Un calcul d'erreur, prenant en compte ces incertitudes montre que les conséquences sur les valeurs de la température  $T$  sont faibles. La figure 1.10b représente l'évolution, pour une valeur de  $Range=2$ , de l'incertitude relative sur la valeur de la température  $T$  calculée à partir de la relation 1.8. Il apparaît que l'incertitude sur les valeurs de  $T$  se situe dans l'intervalle [2.5, 4%] pour une variation de 2000 NI. Si l'on raisonne maintenant avec la loi 1.9, soit en écarts relatifs, l'erreur relative commise sur  $\theta$  est au plus de 1.5%.

### 1.2.4 Le Rapport Signal/Bruit.

Les signaux obtenus par Thermographie Infrarouge (ou thermoprofiles) se distinguent par une allure le plus souvent très bruitée. L'objet thermique étudié doit avoir une luminance apparente suffisante pour que le thermosignal correspondant ne soit pas noyé dans le bruit ou que la discrimination de ce signal par rapport au bruit soit facile à réaliser. Le bruit fixe la résolution thermique de l'instrument de mesure caméra I.R. Pour quantifier la résolution thermique on utilise traditionnellement un coefficient appelé N.E.T.D. ("Noise Equivalent Temperature Difference") ou en français D.T.E.B. ("Différence de Température Equivalente à la valeur efficace du Bruit"). Nous ne détaillerons pas ici la procédure

permettant de calculer cette caractéristique puisque nous y reviendrons dans la partie concernant le traitement des images thermiques (§ 5.2. Etude du bruit). Notons d'ores et déjà, pour fixer les idées, que cette valeur est donnée par le constructeur AGEMA à  $0.1^{\circ}C$ .

L'origine du bruit est due principalement à 2 phénomènes :

- le bruit thermique.
- le bruit d'“acquisition”.

#### a) Le bruit thermique

Tout détecteur infrarouge fournit une réponse présentant des fluctuations qui ne sont pas liées à l'objet visé, les imperfections de l'objet (émissivité variable de sa surface,...) n'entraînant en effet que des fluctuations d'amplitude et de moyenne constantes. L'origine de ce bruit est en grande partie due à la nature granulaire du rayonnement de l'électricité et à l'agitation thermique. On considère ce processus comme aléatoire (dans le temps), il peut donc être représenté comme une fonction aléatoire  $b(t)$ .

#### b) le bruit d'“acquisition”

Ce bruit comprend toutes les origines de bruit liées à l'acquisition : bruit de quantification lors de l'étape de numérisation, bruit électronique de toute la chaîne d'acquisition,... La numérisation étant faite sur 12 bits la source de bruit liée à l'opération de quantification est négligeable face au bruit thermique.

Afin de pouvoir réduire le bruit total par des traitements ultérieurs (moyenne dans le temps, moyenne spatiale,...), il faut que la numérisation du thermosignal permette d'apprécier le bruit. Il faut donc minimiser l'importance du bruit de quantification. La variation maximale de température permise par la gamme la plus précise d'utilisation de la caméra (Range=2) est d'environ  $23^{\circ}C$ . Avec une numérisation sur 12 bits le bruit de quantification sera au maximum de  $23/4095 \simeq 5.6 \cdot 10^{-3} \text{ }^{\circ}C$ , une numérisation sur 8 bits conduit elle à une erreur de quantification de  $23/256 \simeq 9.0 \cdot 10^{-2} \text{ }^{\circ}C$ . On remarque que dans le dernier cas l'erreur de quantification est du même ordre de grandeur que la résolution thermique (N.E.T.D.) ce qui rend plus difficile la réduction du bruit total par un post-traitement.

### 1.2.5 Récapitulatif - Caractéristiques du dispositif d'acquisition

#### Caméra Agema 880 sw

- 4 trames entrelacées
- balayage ligne : 2500 Hz
- 170 points de mesure par ligne
- 6.25 images/s

#### Système de numérisation (12 bits)

- 180 pixels par ligne
- 256 lignes
- 2 images/s au maximum
- résolution spatiale :  $\simeq 0.2 \text{ mm}$  (dépend de la focale)

# Bibliographie

- [Belmahjoub 90] Belmahjoub F., Comportement thermomécanique de matériaux métalliques sous divers trajets de chargement uniaxe, Thèse de doctorat, Université Montpellier II, (1990).
- [Bouc et Nayroles 85] Bouc R. et Nayroles B., Méthodes et résultats en thermographie infrarouge des solides, J. de Méca.Théor. Appl., Vol. 4, N°1, pp27-58, (1985).
- [Bremond 82] Bremond P., Développement d'une instrumentation infrarouge pour l'étude des structures mécaniques. Application à l'étude des extrémités de fissures, Thèse docteur ingénieur, Marseille, (1982).
- [Chezeaux 81] Chezeaux J.C., Application de la radiométrie infrarouge à l'étude des structures mécaniques: numérisation et acquisition de l'image thermique de la caméra AGA sw 780, Rapport DGRST, n°79.7.1535, (1981).
- [Chrysochoos 85] Chrysochoos A., Bilan énergétique en élastoplasticité grandes déformations, J. Méca. Th. A., Vol.4, n°5, pp589-614, (1985).
- [Chrysochoos 87] Chrysochoos A., Dissipation et blocage d'énergie lors d'un écrouissage en traction simple, Thèse de docteur d'état, Université Montpellier II (1987).
- [Chrysochoos and Dupre 92] Chrysochoos A. and Dupre J.C., An infrared set-up for continuum thermomechanics, QUIRT 92, Eurotherm Series 27, EETI ed., Paris, (1992).
- [De Vriendt 84] De Vriendt A.B. La transmission de la chaleur, Vol1, Tome1, Ed. Gaëtan Morin, Chicoutimi, Québec, (1984).
- [Gaussorgues 89] Gaussorgues G., La thermographie infrarouge, Ed. Techniques et Documentation, Lavoisier, Paris, (1989).
- [Kapoor and Nemat-Nasser 98] Kapoor R. and Nemat-Nasser S., Determination of temperature rise during high strain rate deformation, Mech. of Mat., Vol. 27, pp 1-12, (1998).
- [Lisiecki *et al.* 92] Lisiecki B., Kubin L., Estrin Y., Thermal effects during plastic flow in Nickel-Base Superalloys, Metallurgical, Science and Technology, Vol. 10, N°1, Avril 1992.
- [Louche 97] Louche H., Etalonnage de la caméra Agema 880 sw, Note interne, LMGC, (1997).
- [Luong 95] Luong M.P., Mesure rapide de la limite de fatigue des métaux par thermographie infrarouge, La revue de Métallurgie-CIT, Fév. 1995.
- [Marchand and Duffy 87] Marchand A. and Duffy J., An experimental study of the formation process of adiabatic shear bands in structural steels, J. Mech. Phys. Solids, Vol. 36, N°3, pp 251-283.
- [Pajani 89] Pajani D., Mesure par thermographie infrarouge, Ed. ADD, Chatenay-Malabry, (1989).
- [Papini et Gallet 94] Papini F. et Gallet P., Thermographie Infrarouge - Image et mesure, Ed. Masson, 240p, (1994).
- [Pham 94] Pham H., Analyse thermomécanique du comportement d'un alliage à mémoire de forme de type CuZnAl, Thèse de doctorat, Université Montpellier II, (1994).

[Saix et Jouanna 81] Saix Ch. et Jouanna P., Analyse de la dissipation plastique dans des pièces métalliques, J. de Méca. Appl., Vol 5, N°1, (1981).

## Chapitre 2

# Cadre thermomécanique d'interprétation des expériences - Equation de diffusion de la chaleur

L'objectif de ce chapitre est de présenter le cadre thermodynamique d'interprétation des expériences réalisées. On rappelle tout d'abord le formalisme des Matériaux Standards Généralisés permettant d'écrire des lois de comportement à variables internes thermodynamiquement admissibles, puis l'équation de diffusion de la chaleur régissant l'évolution de la variable observable température. Enfin, dans le but d'utiliser les résultats du traitement de données (présenté plus tard) on précise les différents termes composant les sources de chaleur (dissipation, couplages thermomécaniques).

### 2.1 Choix d'un cadre thermodynamique

Un cadre bien pratique pour prendre en compte les effets thermomécaniques associés à la déformation d'un milieu continu est celui défini par la Thermodynamique des Milieux Continus. Cette appellation regroupe en fait plusieurs approches différentes dont les objets d'étude sont des systèmes macroscopiques globalement hors équilibre. La première, dénommée Thermodynamique des Processus Irréversibles (TPI) ([Onsager 31], [Prigogine 61],...) généralise les concepts de la Thermostatique à des évolutions lentes et proches de l'équilibre thermodynamique global en se basant sur l'axiome de l'état local. La deuxième, appelée "Thermodynamique rationnelle" ([Coleman and Noll 63], [Truesdell 69],...), contrairement à l'approche précédente, propose de construire directement une théorie thermodynamique pour des systèmes "loin de l'équilibre".

Dans ce chapitre nous adopterons le cadre de travail défini par la TPI. Les principaux concepts et résultats sont résumés ci-après. Nous renverrons le lecteur intéressé par ces approches aux références précitées et au livre de P. Germain ([Germain 73]).

### 2.2 Thermodynamique des Processus Irréversibles

#### Système thermodynamique - Axiome de l'état local - Variables d'état - Potentiel thermodynamique

On appelle *système thermodynamique* un système qui effectue des échanges énergétiques de type chaleur ou travail avec l'extérieur. Un milieu continu peut-être considéré comme un système thermodynamique. A toute particule de ce système nous associons un élément de volume supposé homogène et considéré comme un sous-système thermodynamique.

L'*axiome de l'état local*, à la base de la TPI postule que "à tout instant d'une évolution, tout système même hors équilibre peut-être considéré comme étant la réunion de sous-systèmes homogènes et en état d'équilibre". Cela signifie que, pour des évolutions suffisamment lentes, le temps de retour à

l'équilibre thermostatique de chaque particule est infiniment plus petit que les temps caractéristiques du système global.

On appellera *Processus Thermodynamique* une suite continue d'états par lesquels passe le système qui évolue. Si le système est hors équilibre, nous admettrons qu'il peut toujours être considéré comme la réunion de sous-systèmes en état d'équilibre. Dans le cadre de cette étude les sous-systèmes thermodynamiques sont des éléments de volume de matériaux solides.

A l'équilibre un élément de volume sera décrit par  $(n+1)$  variables  $(\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n)$  réelles indépendantes, scalaires ou tensorielles, appelées *variables d'état*, qui traduisent ses caractéristiques géométriques, mécaniques et physico-chimiques. Le choix de ces variables est guidé par la finesse de la description souhaitée et par l'observation des phénomènes à modéliser. Parmi ces variables d'état, on distingue les *variables observables* ( $T$ : température absolue,  $\varepsilon$ : déformation totale, ...) qui définissent totalement un système réversible. Dès que le matériau est le siège d'évolutions microstructurales on est amené à considérer d'autres variables; il s'agit de *variables internes*, prenant en compte l'histoire interne du système ( $\varepsilon_p$ : déformation plastique,  $\varepsilon_e$ : déformation élastique, paramètres de transformations microstructurales, paramètre d'endommagement,...). On appelle Fonction d'Etat toute fonction  $F$  réelle de ces variables d'état, ou Potentiel Thermodynamique lorsqu'elle représente des énergies (interne, libre, entropie, ...).

La déformation quasi-statique d'un milieu continu est un exemple de Processus Thermodynamique quasi-statique (au sens de l'état local). Elle doit donc s'opérer en accord avec les principes de la TPI dont on rappelle ci-après les concepts et résultats.

## Le Premier Principe

Le Premier Principe de la Thermodynamique traduit la conservation de l'énergie d'un système. Il exprime la possibilité de transformation de l'énergie mécanique en chaleur et inversement.

### Ecriture globale

Pour un système  $S$  quelconque il s'écrit :

$$\frac{dE}{dt} = W'_{ext} + Q' \quad (2.1)$$

où  $E = E + K$  représente l'énergie totale du système.  $E$ ,  $K$ ,  $W'_{ext}$  et  $Q'$  désignent<sup>1</sup> respectivement l'énergie interne du système thermodynamique, l'énergie cinétique de ce milieu dans un repère galiléen, la puissance des efforts extérieurs exercés sur  $\Omega$  (domaine géométrique occupé par le système  $S$ ) et le taux de chaleur reçu de l'extérieur par le domaine  $\Omega$ .

Le repère étant galiléen, le théorème de l'énergie cinétique entraîne :

$$\frac{dK}{dt} = \dot{K} = W'_{ext} + W'_i \quad (2.2)$$

avec  $W'_i$  désignant la puissance des efforts intérieurs à  $\Omega$ .

En tenant compte de 2.1 et de 2.2, l'expression globale du Premier Principe est la suivante :

$$\frac{dE}{dt} = \dot{E} = -W'_i + Q' \quad (2.3)$$

### Ecriture locale

On suppose qu'il existe une densité massique  $e$  appelée énergie interne spécifique, telle que l'énergie interne  $E$  du système  $S$  est donnée par :

$$E = \int_{\Omega} \rho e dV \quad (2.4)$$

---

1. La notation " ' " utilisée pour  $W'_{ext}$  et  $Q'$  rappelle que les quantités  $W_{ext}$  et  $Q$  dépendent du trajet suivi.

où  $\rho$  est la masse volumique de  $S$ .

Classiquement on admet que le taux de chaleur reçue par le système se décompose en 2 termes sources, l'un volumique, l'autre surfacique. Le premier correspond à la chaleur générée dans le volume  $\Omega$  par des actions à distance, définies par une densité volumique  $r$ . Le second prend en compte le flux de chaleur  $\vec{q}$  s'échangeant sur la frontière  $\partial\Omega$  de normale extérieure  $\vec{n}$ .

$$\dot{Q} = \int_{\Omega} r dV - \int_{\partial\Omega} \vec{q} \cdot \vec{n} dS \quad (2.5)$$

La puissance des efforts intérieurs  $W'_i$  est exprimée à partir de la quantité  $w'_i$  représentant la puissance des efforts intérieurs par unité de volume. :

$$W'_i = \int_{\Omega} w'_i dV \quad (2.6)$$

A partir des équations précédentes (2.3 à 2.6), du principe de conservation de la masse et du théorème de la divergence on peut écrire l'expression locale du Premier Principe :

$$\rho \frac{de}{dt} = r - \text{div}(\vec{q}) - w'_i \quad (2.7)$$

**Remarque - [R1] :** Dans la présentation des résultats (partie III) on utilisera, pour faire des bilans locaux d'énergie, la grandeur "puissance volumique des efforts extérieurs ( $w'_{ext}$ )". La définition de cette grandeur n'est valable que dans le cas où l'essai mécanique est homogène et quasi-statique. On suppose alors, que dans ce cas, la distribution des puissances des efforts intérieurs est uniformément répartie, d'où (relation 2.6) :

$$w'_i = \frac{W'_i}{V} \quad (2.8)$$

où  $V$  est le volume occupé par le domaine  $\Omega$  à l'instant  $t$ . En quasi-statique ( $\dot{K} = 0$  dans 2.2) la quantité précédente représente au signe près ce que l'on nomme "puissance volumique des efforts extérieurs" :

$$w'_{ext} = \frac{W'_{ext}}{V} = -w'_i \quad (2.9)$$

Cette attitude d'un certain pouvoir évocateur dès qu'il s'agit de dresser des bilans d'énergie est classique en thermodynamique des gaz ou des fluides où le travail fourni par le milieu extérieur s'exprime toujours en fonction des variables internes :  $\delta w = -pdV$ .

## Le Second Principe

Le Second Principe introduit deux nouvelles valeurs dont on admet l'existence : l'entropie, notée  $S$  et la température absolue  $T$  qui est une grandeur non-négative.

### Ecriture globale

Ce principe est énoncé sous la forme d'une inégalité, appelée Inégalité Fondamentale :

$$\dot{S} \geq \int_{\Omega} \frac{r}{T} dV + \int_{\partial\Omega} \frac{\vec{q} \cdot \vec{n}}{T} dS \quad (2.10)$$

**Ecriture locale**

On suppose de plus qu'il existe une densité spécifique d'entropie, notée  $s$ , telle que :

$$S = \int_{\Omega} \rho s dV \quad (2.11)$$

En utilisant à nouveau le théorème de la divergence, on obtient l'écriture locale du second principe :

$$\rho \frac{ds}{dt} - \frac{r}{T} + \text{div}\left(\frac{\vec{q}}{T}\right) \geq 0 \quad (2.12)$$

**Inégalité de Clausius Duhem - Dissipation**

En éliminant  $r$  dans les deux équations 2.7 et 2.12 on obtient une expression qui ne fait pas intervenir  $r$  :

$$\rho \left( T \frac{ds}{dt} - \frac{de}{dt} \right) - w'_i - \frac{\vec{q}}{T} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(T) \geq 0 \quad (2.13)$$

Les densités  $e$  et  $s$  sont des fonctions qui définissent l'état d'une particule que l'on va assimiler à un système thermodynamique. On pose alors généralement ([Germain 73]) :

$$\begin{cases} e = e(s, \alpha_j) \quad , (j = 1, 2, \dots, n) \\ \alpha_0 = s \text{ et } \alpha_j \text{ choisis tels que } T = \frac{\partial e}{\partial s} > 0 \end{cases} \quad (2.14)$$

L'inégalité  $T > 0$  provient de l'hypothèse de croissance monotone de l'entropie avec l'énergie interne ([Callen 85] p28) qui permet de définir  $\frac{1}{T} = \frac{\partial s}{\partial e}$ .

On définit la fonction  $\psi$ , appelée énergie libre spécifique, transformée de Legendre de l'énergie interne par rapport à la variable d'état  $s$  :

$$\begin{cases} \psi = e - Ts \quad , \quad \psi = \psi(T, \alpha_j) \quad , (j = 1, 2, \dots, n) \\ \text{avec } s = -\frac{\partial \psi}{\partial T} \text{ et } \frac{\partial \psi}{\partial \alpha_j} = \frac{\partial e}{\partial \alpha_j} \end{cases} \quad (2.15)$$

où  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  sont les variables d'état complétant la description du système ( $\alpha_0$  étant identifié à la température absolue  $T$ ).

L'inégalité 2.13, en tenant compte de 2.15, conduit à l'inégalité dite de Clausius Duhem :

$$-w'_i - \rho \left( \frac{d\psi}{dt} + s \frac{dT}{dt} \right) - \frac{\vec{q}}{T} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(T) \geq 0 \quad (2.16)$$

En tenant compte de 2.15, la précédente inégalité peut se réécrire :

$$-w'_i - \rho \frac{\partial \psi}{\partial \alpha_j} \dot{\alpha}_j - \frac{\vec{q}}{T} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(T) \geq 0 \quad , (j = 1, 2, \dots, n) \quad (2.17)$$

**Dissipation intrinsèque et dissipation thermique**

Le membre de gauche de l'équation 2.17 représente la dissipation totale  $d$  et peut se décomposer en 2 termes :

$$d = d_1 + d_2 \quad (2.18)$$

Le premier est appelé *dissipation volumique intrinsèque*  $d_1$  :

$$d_1 = -w'_i - \rho \frac{\partial \psi}{\partial \alpha_j} \dot{\alpha}_j \quad , (j = 1, 2, \dots, n) \quad (2.19)$$

Le second représente la *dissipation volumique thermique*  $d_2$  :

$$d_2 = -\frac{\vec{q}}{T} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(T) \quad (2.20)$$

Classiquement ([Germain 73]) on admet que l'on a séparément :

$$d_1 \geq 0 \text{ et } d_2 \geq 0 \quad (2.21)$$

### Écriture de la dissipation intrinsèque

La dissipation intrinsèque par unité de volume  $d_1$  donnée par l'expression 2.19 comporte le terme  $w'_i$ , puissance des efforts intérieurs par unité de volume, qu'il faut évaluer.

L'application du principe des puissances virtuelles montre que  $w'_i$  peut s'écrire à partir du produit contracté de tenseurs de contraintes avec des tenseurs vitesses de déformation :

$$w'_i = -\sigma : D \quad (2.22)$$

$$w'_i = -\frac{\rho}{\rho_0} T : \dot{L} \quad (2.23)$$

Dans la première expression on retrouve deux tenseurs eulériens que sont les tenseurs de contraintes de Cauchy et le tenseur des taux de déformation. Les deux tenseurs lagrangiens apparaissant dans la deuxième expression sont le tenseur de Piola-Kirchoff (second) et la dérivée dans le temps du tenseur de déformation de Green-Lagrange.

L'expression de  $d_1$  dépend du choix d'un certain nombre de variables d'état adoptées pour décrire l'état (d'érouissage) du matériau mais aussi, à travers  $w'_i$ , du choix d'une cinématique en grande déformation. D'autre part, le terme  $w'_i$  contient une partie réversible qui ne contribue pas à la dissipation intrinsèque  $d_1$ . Comment choisir les variables d'état pour éliminer de la dissipation toute puissance réversible? Dans quelle mesure le choix d'une attitude (cinématique) conditionne-t-il l'écriture des bilans?

Une réponse à ces questions a pu être apportée dans [Chrysochoos 85]. Il a été montré que pour des décompositions classiques (additives du tenseur de déformation Lagrangien ([Green and Naghdi 65]) ou multiplicatives du tenseur gradient de déformation ([Lee 69]), ...), il est toujours possible d'écrire  $d_1$  sous la forme :

$$d_1 = \sigma : D_p - \rho \frac{\partial \psi}{\partial \alpha_j} \dot{\alpha}_j \quad , (j = 2, 3, \dots, n) \quad (2.24)$$

où  $\sigma$  est le tenseur des contraintes de Cauchy et  $D_p$  est le tenseur des vitesses de déformation plastique.  $D_p$  et  $\alpha_j$  n'ont pas la même définition selon les décompositions. Toutefois, dans le cas de la traction, on montre ([Chrysochoos 85]) que, moyennant l'hypothèse des petites déformations élastiques, l'expression de  $D_p$  se réduit dans tous les cas à celle du tenseur  $\dot{\varepsilon}_p$  défini ci-après et correspondant aux *déformations logarithmiques* (tenseur de Hencky) :

$$\dot{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon} & 0 & 0 \\ 0 & \dot{l} & 0 \\ 0 & 0 & \dot{L} \end{bmatrix}, \quad \dot{\varepsilon}_p = \begin{bmatrix} \frac{\dot{\varepsilon}_p}{e_p} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\dot{l}_p}{l_p} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\dot{L}_p}{L_p} \end{bmatrix}, \quad \dot{\varepsilon}_e = \dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}_p \quad (2.25)$$

où  $(e, l, L)$  et  $(e_p, l_p, L_p)$  désignent les caractéristiques géométriques d'épaisseur, largeur et longueur de la zone utile de l'éprouvette, en charge et après déchargement. Dans le cas d'un essai de traction ( $\sigma_3$  désignera la contrainte de traction dans la direction 3 de chargement), l'expression de la dissipation, indépendante du choix d'un modèle s'écrit :

$$d_1 = \sigma_3 \dot{\varepsilon}_{p3} - \rho \frac{\partial \psi}{\partial \alpha_j} \dot{\alpha}_j \quad , (j = 2, 3, \dots, n) \quad (2.26)$$

*Afin de simplifier notre propos et pour ne pas rentrer dans les détails des cinématiques grandes transformations nous nous placerons, dans la présentation qui suit, dans le cadre de l'Hypothèse des Petites Perturbations (HPP). Pour plus de détails sur l'approche générale, et notamment l'écriture en grande transformation on pourra par exemple se référer à [Nguyen et Halphen 75] et [Germain et al. 83].*

Dans le cas HPP  $w'_i$  s'écrit :

$$w'_i = \sigma : \dot{\varepsilon} \quad (2.27)$$

,  $\dot{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon}{dt}$  désignant la vitesse de déformation, dérivée dans le temps du tenseur de déformation  $\varepsilon$ . Ce dernier terme est classiquement décomposé en deux déformations, l'une élastique  $\varepsilon_e$  et l'autre dite anélastique  $\varepsilon_a$  :

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_a \quad (2.28)$$

## Récapitulatif - Lois de comportement

À ce stade les équations dont on dispose pour résoudre le problème thermomécanique sont les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement, de l'énergie (équation 2.7) et, pour que le processus soit thermodynamiquement admissible, l'équation de Clausius-Duhem ( $d \geq 0$ ).

Les *inconnues principales* du problème peuvent être classées en 2 groupes :

- *inconnues fondamentales* : la position de la particule  $x_i = f_i(\vec{X}, t)$  en configuration de Lagrange (ou sa vitesse  $V_i(\vec{x}, t)$  en configuration d'Euler) et l'entropie spécifique  $s$ .
- *inconnues dérivées* : le tenseur taux de déformation  $D$ , l'accélération  $\vec{\gamma}$  et la masse volumique  $\rho$ .

De plus d'autres grandeurs ont été introduites ( $\sigma$  le tenseur des contraintes de Cauchy,  $\vec{q}$  le flux de chaleur,  $\psi$  l'énergie libre spécifique,  $T$  la température absolue), elles sont classiquement appelées *inconnues complémentaires* et sont réparties en 2 sous-ensembles :

$\tau = \{\psi, T\}$ , ensemble qui avec  $s$  caractérise l'état thermodynamique du système.

$\mathfrak{s} = \{\sigma, \vec{q}\}$ , définissant les flux entre les 2 parties du système.

Ces inconnues complémentaires sont obtenues à partir des lois qui décrivent les propriétés du matériau étudié, ces lois sont les **lois de comportement**, elles s'obtiennent à partir des :

*Lois d'état* : qui déterminent les valeurs de  $\tau$ ; construites à partir de l'existence d'un potentiel thermodynamique.

*Lois complémentaires* : qui déterminent les valeurs de  $\mathfrak{s}$ ; construites à partir de l'existence d'un potentiel de dissipation.

Le chapitre suivant rappelle l'établissement de ces lois.

## Lois d'état et lois complémentaires

### Lois d'état

L'axiome de l'état local permet d'écrire les potentiels thermodynamiques d'un système à partir des variables d'état choisies pour décrire ce système (relation 2.15).

En choisissant comme variables observables la température absolue  $T$  ( $= \alpha_0$ ), le tenseur de déformation  $\varepsilon$  ( $= \alpha_1$ ) et comme variables cachées les  $n - 1$  variables  $\alpha_j$ , ( $j = 2, 3, \dots, n$ ) on est amené à travailler avec l'énergie libre spécifique  $\psi = \psi(T, \varepsilon, \alpha_j)$ .

De l'expression :

$$d\psi = -s dT + \eta_j d\alpha_j, \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (2.29)$$

on en déduit les *lois d'état* :

$$s = -\frac{\partial \psi}{\partial T}(T, \alpha_j) \quad (2.30)$$

$$\eta_j = \frac{\partial \psi}{\partial \alpha_j}(T, \alpha_j), \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (2.31)$$

Les  $\eta_j$  sont les variables duales des  $\alpha_j$ .

**Lois complémentaires**

L'expression de  $d_1$  devient :

$$d_1 = \left(\sigma - \rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon}\right) : \dot{\varepsilon} - \rho \frac{\partial \psi}{\partial \alpha_j} \dot{\alpha}_j, \quad (j = 2, \dots, n) \quad (2.32)$$

En posant :

$$\sigma^r = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon} = \rho \eta_1 \quad (2.33)$$

et  $\sigma^{ir}$  tel que  $\sigma = \sigma^r + \sigma^{ir}$  la relation précédente devient :

$$d_1 = \sigma^{ir} : \dot{\varepsilon} + A_j \dot{\alpha}_j, \quad (j = 2, \dots, n) \quad (2.34)$$

avec :

$$\sigma^{ir} = \sigma - \rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon} \quad (2.35)$$

$$A_j = -\rho \eta_j, \quad (j = 2, \dots, n). \quad (2.36)$$

Quant à l'expression de  $d_2$  on remarque qu'elle peut se mettre sous la forme du produit d'une force ( $-\frac{1}{T} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(T)$ ) par un flux ( $\vec{q}$ ). On constate que la structure de  $d_1$  peut aussi se mettre sous cette forme (équation 2.34). On fait alors l'hypothèse que la dissipation  $d$  s'écrit comme le produit<sup>2</sup> de  $m$  forces ( $\sigma^{ir}, A_j, -\frac{1}{T} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(T)$ ), notées  $X_k$ , par  $m$  "flux" ( $\dot{\varepsilon}, \dot{\alpha}_j, \vec{q}$ ) des variables d'état que l'on note  $Y_k$  :

$$d = X_k Y_k \quad (2.37)$$

Les *Lois Complémentaires*, relatives aux processus dissipatifs, permettent de calculer les termes forces  $X_k$  en les reliant aux flux  $Y_k$ . Pour les construire on utilise le fait que le processus doit être thermodynamiquement admissible, les  $X_k$  et les  $Y_k$  doivent vérifier :

$$d = X_k Y_k \geq 0 \quad (2.38)$$

Cela est en particulier satisfait par la **TPI linéaire** qui suppose que la dépendance force flux est *linéaire* :

$$X_k = L_{km} Y_m \quad (2.39)$$

où  $L_{km}$  est une matrice<sup>3</sup> dépendant des variables d'état, symétrique et définie positive afin d'assurer la positivité de  $d$ .

Ce choix s'avère cependant insuffisant dès que le comportement présente des aspects plastiques ou visco-élastiques non linéaires. Le cadre des Matériaux Standards Généralisés (MSG) ([Nguyen et Halphen 75]) permet, à partir de l'introduction d'un potentiel (ou pseudo potentiel) de dissipation, de construire les lois complémentaires dans un cadre plus général.

**Formalisme des Matériaux Standards Généralisés - Potentiel de dissipation**

Ce formalisme s'appuie sur *l'hypothèse de normalité* introduite par J.J. Moreau ([Moreau 70]) : "on suppose qu'il existe une fonction *convexe*  $\varphi(Y_1, Y_1, \dots, Y_m)$  à valeurs scalaires, non négative, nulle à l'origine ( $Y_1 = Y_2 = \dots = Y_m = 0$ ) telle que  $X_k = \frac{\partial \varphi}{\partial Y_k}$ ".

Cette hypothèse assure de fait la positivité de  $d$ .

$\varphi$  est appelé Potentiel de Dissipation ou Pseudo-Potentiel de Dissipation s'il n'est pas différentiable (cas de la plasticité). Les matériaux auxquels s'appliquent l'hypothèse de normalité sont dits **standards**.

2. La forme des produits (contractés, scalaires,...) varie en fonction de la nature des variables d'état (tenseurs, vecteurs, scalaires,...). Le nombre  $m$  de produits dépend du nombre de variables d'état associées à une irréversibilité.

3. Le tenseur  $L$  introduit ici est un tenseur d'ordre 2, cela suppose que les vecteurs  $X_k$  et  $Y_k$  ont pu être construits à partir des composantes des variables d'état.

Avec les variables d'état choisies précédemment les lois complémentaires s'écrivent :

$$\sigma^{ir} = \frac{\partial \varphi}{\partial \dot{\varepsilon}}(\dot{\varepsilon}, \dot{\alpha}_j), \quad (j = 2, \dots, n) \quad (2.40)$$

$$A_j = \frac{\partial \varphi}{\partial \dot{\alpha}_j}(\dot{\varepsilon}, \dot{\alpha}_j), \quad (j = 2, \dots, n) \quad (2.41)$$

**Remarques - [R2] :** Il est parfois plus commode d'exprimer les lois complémentaires sous la forme de lois d'évolution des variables flux en fonction des variables forces à travers l'utilisation du potentiel dual  $\varphi^*$ , transformé de Legendre de  $\varphi$  par rapport aux variables flux. Ce sont les relations obtenues à partir de  $\varphi^*$  qui définissent les lois d'évolution en plasticité.

**[R3] :** Le découplage des dissipations (équations 2.21) revient à considérer que le potentiel de dissipation est la somme de 2 termes, l'un dépendant des variables  $\dot{\varepsilon}$  et  $\dot{\alpha}_j$ , l'autre faisant intervenir la variable  $\vec{q}$ :  $\varphi = \varphi_1(\dot{\varepsilon}, \dot{\alpha}_j) + \varphi_2(\vec{q})$ .

**[R4] :** Le potentiel  $\varphi_2$  est choisi convexe, quadratique en  $\vec{q}$ :  $\varphi_2 = L_{km}q_mq_k$ . La loi complémentaire, en exprimant  $d_2$  comme le produit de forces par des flux, entraîne que :  $-\frac{T,k}{T} = L_{km}q_m$ . Il s'agit de la loi de conduction de Fourier :  $\vec{q} = -k \text{grad}(T)$ , où  $k_{ij} = (TL_{ij})^{-1}$  est le tenseur de conduction du milieu. Si ce dernier est isotrope  $k$  est un scalaire pouvant dépendre de la température  $T$ . Dans notre étude une loi de conduction de Fourier isotrope avec un coefficient de conduction constant sera utilisée.

## Conclusions

Les Lois de Comportement thermodynamiquement admissibles seront données par deux potentiels convexes : l'énergie libre spécifique  $\psi$  (ou l'énergie interne spécifique) et le potentiel de dissipation  $\varphi$  (ou son dual  $\varphi^*$ ).

Sur le plan pratique l'identification expérimentale des lois de comportement ne passe jamais par la détermination directe de ces potentiels. Les essais mécaniques permettent, pour divers trajets de chargement, de connaître la correspondance contrainte-déformation à travers la relation :

$$\sigma = \sigma^r + \sigma^{ir} = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon} + \frac{\partial \varphi}{\partial \dot{\varepsilon}} \quad (2.42)$$

On verra au cours du paragraphe suivant qu'une autre relation faisant intervenir les dérivées partielles de ces potentiels (relation 2.47) peut-être établie à partir de la définition de l'équation de diffusion de la chaleur.

C'est donc à travers une multitude d'essais, généralement complexes, que l'on peut espérer préciser progressivement la forme à donner à ces deux potentiels.

## 2.3 Equation de diffusion de la chaleur

Cette équation locale va donner l'évolution de la variable d'état température absolue  $T$ .

En fait il ne s'agit que d'une réécriture de l'expression locale de la conservation de l'énergie 2.7 à partir du potentiel thermodynamique énergie libre spécifique  $\psi$  qui régit les Lois d'Etat. Cette équation permet d'une part de prendre en compte les couplages entre effets mécaniques et effets thermiques et de préciser d'autre part les termes intervenant dans les sources de chaleur.

### 2.3.1 Expression de l'équation de diffusion de la chaleur

En dérivant 2.14 et 2.15 par rapport au temps et en combinant les expressions obtenues aux équations 2.7 et 2.19 on obtient l'expression de l'équation de diffusion de la chaleur :

$$\rho C \dot{T} + \text{div}(\vec{q}) = d_1 + \rho T \frac{\partial^2 \psi}{\partial T \partial \varepsilon} \dot{\varepsilon} + \rho T \frac{\partial^2 \psi}{\partial T \partial \alpha_j} \dot{\alpha}_j + r, \quad (j = 2, \dots, n) \quad (2.43)$$

dans cette expression on a posé  $C = -T \frac{\partial^2 \psi}{\partial T^2}$  : chaleur spécifique à  $\alpha_j$  constants.

### 2.3.2 Interprétation des termes de l'équation de la chaleur

Réécrivons la relation précédente selon :

$$\rho C \dot{T} + \text{div}(\vec{q}) = w'_c + w'_{ctm} + r = w'_{ch} + r \quad (2.44)$$

et détaillons chacun des termes de cette équation aux dérivées partielles :

#### a) Les termes $\rho C \dot{T}$ et $\text{div}(\vec{q})$ :

Ils traduisent respectivement le taux d'absorption ou de désorption de chaleur et les variations dans l'espace du flux de chaleur dues aux fuites thermiques par conduction dans le milieu.

#### b) Le terme $w'_c$ :

Il s'agit du terme de puissance dissipée volumique (dissipation intrinsèque) :  $w'_c = \mathbf{d}_1$ , dont la définition est donnée par 2.24 ou 2.26 en grande transformation et par 2.34 en HPP. Ce terme, homogène à une puissance volumique ( $W/m^3$ ), est la conséquence des phénomènes irréversibles se produisant au niveau de la microstructure (écrouissage, endommagement, ...) lors de la déformation du matériau.

#### c) Le terme $r$ :

Il représente le taux de chaleur volumique fournit par l'extérieur (effet Joule, rayonnement, ...).

#### d) Le terme $w'_{ctm}$ :

Par ce terme on désigne l'ensemble des couplages thermomécaniques :

$$w'_{ctm} = \rho T \frac{\partial^2 \psi}{\partial T \partial \varepsilon} \dot{\varepsilon} + \rho T \frac{\partial^2 \psi}{\partial T \partial \alpha_j} \dot{\alpha}_j, \quad (j = 2, \dots, n) \quad (2.45)$$

Le premier terme du membre de droite est classiquement appelé "couplage thermoélastique" (ou isentropique), il est noté  $w'_{is}$ . Il rend compte du fait qu'un matériau sollicité en régime élastique se réchauffe lorsqu'on le comprime ou se refroidit lorsqu'on l'étire.

Le deuxième terme représente les termes de couplages générés par d'autres phénomènes thermomécaniques. Par exemple, dans le cas des transformations martensitiques se produisant dans des Alliages à Mémoire de Forme, ces termes de couplages seront associés à la chaleur latente de changement de phase ([Pham 94], [Lobel 95]).

#### e) Le terme $w'_{ch}$ :

On désigne par ce terme la **densité volumique de sources de chaleur d'origine mécanique** :

$$w'_{ch} = \rho C_{\varepsilon, \alpha} \dot{T} + \text{div}(\vec{q}) - r \quad (2.46)$$

soit en utilisant 2.34, 2.40 et 2.41 :

$$w'_{ch} = w'_c + w'_{ctm} = \frac{\partial \varphi}{\partial \dot{\varepsilon}} \dot{\varepsilon} + \frac{\partial \varphi}{\partial \dot{\alpha}_j} \dot{\alpha}_j + \rho T \frac{\partial^2 \psi}{\partial T \partial \varepsilon} \dot{\varepsilon} + \rho T \frac{\partial^2 \psi}{\partial T \partial \alpha_j} \dot{\alpha}_j \quad (2.47)$$

Cette expression montre que les sources de chaleur sont activées à la fois par la dissipation intrinsèque et par les termes de couplages thermomécaniques. L'importance de ces 2 termes varie selon le type de comportement ou de sollicitation étudiés. Par exemple, dans le cas des matériaux métalliques écrouis à froid, il est possible de négliger (s'il n'y a pas de transformations de phase) les termes de couplage autres que ceux provenant de la thermoélasticité. En supposant d'une part que l'on peut calculer ce dernier terme (via une loi de comportement thermoélastique et des mesures mécaniques) et d'autre part que l'on peut estimer le terme sources de chaleur (via un traitement des images thermiques observées) alors on peut atteindre une estimation de la puissance mécanique dissipée ( $w'_c$ ). Cette information est utile lors de la modélisation, elle guide le choix de la forme à donner au potentiel de dissipation.

## 2.4 Quantités de chaleur mises en jeu

L'énergie  $W_{ext}$  nécessaire à la déformation d'un matériau, occupant à l'instant  $t$  le domaine  $\Omega$ , peut-être décomposée en une partie élastique  $W_e$ , réversible, récupérable à la décharge, et une partie  $W_a$  dite anélastique ([Chrysochoos 85]) :

$$W_{ext} = W_e + W_a \quad (2.48)$$

En négligeant la variation d'énergie cinétique lors des processus quasi-statiques que nous étudions, on a entre les instants  $t_0$  et  $t$  considérés:

$$W_{ext} = -W_{int} = \int_{t_0}^t \left( \int_{\Omega} -w'_i dv \right) dt \quad (2.49)$$

où  $w'_i$  est donné par 2.22 ou 2.23 en grande transformation et par 2.27 en HPP.

De la même façon on peut définir les puissances volumiques élastique  $w'_e$  et anélastique  $w'_a$  telle que:  $W_e = \int_{t_0}^t \left( \int_{\Omega} w'_e dv \right) dt$  et  $W_a = \int_{t_0}^t \left( \int_{\Omega} w'_a dv \right) dt$ .

En grande transformation  $w'_e$  peut s'écrire par exemple:  $w'_e = \sigma : D_e$  et  $w'_a = \sigma : D_p$ .  $D_e$  et  $D_p$  désignent respectivement les tenseurs des taux de déformations élastiques et plastiques et sont tels que  $D = D_e + D_p$ . En HPP  $w'_e = \sigma : \dot{\varepsilon}_e$  et  $w'_a = \sigma : \dot{\varepsilon}_p$ .

On constate expérimentalement qu'une partie  $W_c$  de l'énergie anélastique  $W_a$  se transforme en chaleur et qu'une autre partie  $W_b$  est bloquée par le matériau; cette dernière étant utilisée par le matériau pour modifier sa microstructure :

$$W_a = W_c + W_b \quad (2.50)$$

L'énergie transformée en chaleur est l'énergie dissipée, elle est reliée à la dissipation intrinsèque par :

$$W_c = \int_{t_0}^t \left( \int_{\Omega} w'_c dv \right) dt \quad (2.51)$$

En rapprochant ces deux dernières relations de 2.19 on a :

$$W_b = \int_{t_0}^t \left( \int_{\Omega} \rho \frac{\partial \psi}{\partial \alpha_j} \dot{\alpha}_j dv \right) dt, \quad (j = 1, \dots, n) \quad (2.52)$$

La quantité de chaleur mise en jeu est notée  $W_{ch}$ , elle se calcule à partir de la densité volumique de sources de chaleur :

$$W_{ch} = \int_{t_0}^t \left( \int_{\Omega} w'_{ch} dv \right) dt \quad (2.53)$$

| Puissance (Energie) :     | Puissances (en HPP)   | Energies  |
|---------------------------|---|---|
| <i>fournie</i>            | $w'_{ext} = -w'_i = \sigma \dot{\varepsilon}$   | $W_{ext} = \int_{t_0}^t (\int_{\Omega} w'_{ext} dv) dt$ |
| <i>élastique</i>          | $w'_e = \sigma \dot{\varepsilon}_e$   | $W_e = \int_{t_0}^t (\int_{\Omega} w'_e dv) dt$         |
| <i>anelastique</i>        | $w'_a = \sigma \dot{\varepsilon}_p$   | $W_a = \int_{t_0}^t (\int_{\Omega} w'_a dv) dt$         |
| <i>dissipée</i>           | $w'_c = d_1$  | $W_c = \int_{t_0}^t (\int_{\Omega} w'_c dv) dt$         |
| <i>bloquée</i>            | $w'_b = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \alpha_j} \dot{\alpha}_j, (j = 1, \dots, n)$   | $W_b = \int_{t_0}^t (\int_{\Omega} w'_b dv) dt$         |
| <i>due aux couplages</i>  | $w'_{ctm} = \rho T \frac{\partial^2 \psi}{\partial T \partial \varepsilon} \dot{\varepsilon} + \rho T \frac{\partial^2 \psi}{\partial T \partial \alpha_j} \dot{\alpha}_j, (j = 2, \dots, n)$ | $W_{ctm} = \int_{t_0}^t (\int_{\Omega} w'_{ctm} dv) dt$ |
| <i>calorifique totale</i> | $w'_{ch} = w'_c + w'_{ctm}$   | $W_{ch} = \int_{t_0}^t (\int_{\Omega} w'_{ch} dv) dt$   |

TAB. 2.1 – Expression des puissances et énergies mises en jeu dans un bilan d'énergie d'un essai mécanique.

|                          |
|--------------------------|
| $W_{ext} = W_e + W_a$    |
| $W_a = W_c + W_b$        |
| $W_{ch} = W_c + W_{ctm}$ |

TAB. 2.2 – Bilan des différentes énergies mises en jeu.

De même on définit par  $W_{ctm}$  la quantité d'énergie générée par les termes de couplages thermomécaniques :

$$W_{ctm} = \int_{t_0}^t (\int_{\Omega} w'_{ctm} dv) dt \quad (2.54)$$

Compte tenu de 2.46 nous disposons d'une relation supplémentaire :

$$W_{ch} = W_c + W_{ctm} \quad (2.55)$$

Les tableaux 2.1 et 2.2 récapitulent les différentes puissances et énergies mises en jeu lors d'un bilan énergétique.



# Bibliographie

- [Callen 85] Callen H., Thermodynamics and an introduction to thermostatic, Ed. J. Willey and sons, (1985).
- [Chrysochoos 85] Chrysochoos A., Bilan énergétique en élastoplasticité grandes déformations, J. Méca. Th. A., Vol.4, n°5, pp589-614, (1985).
- [Coleman and Noll 63] Coleman B.D. and Noll W., The thermodynamics of elastic materials with heat conduction and viscosity, Arch. Rat.Mech.Anal., Vol. 13, n°167, (1963).
- [Germain 73] Germain P., Cours de mécanique des milieux continus, Ed. Dunod, 1973.
- [Germain *et al.* 83] Germain P., Nguyen Q.S. and Suquet P., Continuum Thermodynamics, Trans. of the ASME, Vol. 50, pp 1010-1020, (1983).
- [Green and Naghdi 65] Green A. E. and Naghdi P. M., A general theory of an elastic plastic continuum, Arch. Rat. Mech. Anal., (1965).
- [Lee 69] Lee E. H., Elastic plastic deformation at finite strains, J. Appl.Mech., vol. 36, pp1-6, 1969.
- [Lobel 95] Löbel-Tuffraud M., Caractérisation thermomécanique d'alliages à mémoire de forme de type CuZnAl, Domaine de transition et cinétique de changement de phase, Thèse de doctorat, Université Montpellier II, (1995).
- [Moreau 70] Moreau J.J., Sur les Lois de Frottement, de Viscosité et de Plasticité, C.R.A.S., Paris, Vol. 271, pp 608-611, (1970).
- [Nguyen et Halphen 75] Nguyen Q.S. et Halphen B., Sur les matériaux standards généralisés, J. de Mécanique, Vol. 14, n°1, (1975).
- [Onsager 31] Onsager L., Reciprocal relations in irreversible processes, Phys. Rev., Vol. 37, p405, (1931).
- [Pham 94] Pham H., Analyse thermomécanique du comportement d'un alliage à mémoire de forme de type CuZnAl, Thèse de doctorat, Université Montpellier II, (1994).
- [Prigogine 61] Prigogine I., Introduction to Thermodynamics of Irreversible Processes, Ed. Intersciences, New York, (1961).
- [Truesdell 69] Truesdell C., Rational Thermodynamics, Ed. Mac Graw Hill, New York, (1969).



## Chapitre 3

# Vers un passage des températures aux sources de chaleur

L’objectif de ce chapitre est de proposer une méthode permettant d’atteindre les sources de chaleur mises en jeu dans une éprouvette plate sollicitée en traction simple. La méthode mise au point, s’appuyant sur une version bidimensionnelle de l’équation de diffusion de la chaleur, va fournir une *estimation* des sources de chaleur moyennes dans l’épaisseur de l’éprouvette d’essai.

*L’essentiel de ce chapitre est consacré à l’établissement de cette équation bidimensionnelle. Cette dernière est à la base de la méthode d’estimation des sources de chaleur dont le principe est énoncé en fin de chapitre mais dont la mise en oeuvre ne sera présentée qu’au cours du chapitre suivant. L’écriture de cette équation est délicate car elle nécessite, outre des hypothèses sur les coefficients matériau, la réalisation d’expériences pour évaluer un coefficient phénoménologique ( $\tau_{th}$ ) lié aux fuites thermiques sur les faces avant et arrière de l’éprouvette plate d’essai. Les méthodes expérimentales développées pour cette application seront explicitées.*

### Problème inverse ?

A partir de mesures discrètes des variations de température à la surface d’une éprouvette en cours de chargement (“effets”) et de l’équation de la chaleur (expression 2.43), on souhaite évaluer les sources de chaleur (“causes”) en tout point du volume de la zone utile de l’éprouvette. Le problème ainsi posé rentre dans le cadre des “problèmes inverses” pour lesquels il est impossible de trouver des solutions sans informations sur les sources de chaleur à déterminer ([Capitana and Strave 96]).

Sans faire appel à des méthodes mathématiques délicates à mettre en oeuvre (par exemple méthode des “éléments aux frontières”, [Pasquetti *et al.* 90]), une manière de s’en sortir est de travailler avec des éprouvettes dont une des dimensions est bien inférieure aux autres, ce qui est le cas des éprouvettes plates que nous allons considérer ici. Pour ces dernières, on fait l’hypothèse que les sources de chaleur sont homogènes suivant l’épaisseur. On ramène donc le problème 3D à un problème 2D. Le problème n’est plus alors un problème inverse mais il demeure très instable en raison du niveau élevé du bruit des images thermiques. Il s’agit en effet d’un *problème mal posé* au sens de Hadamard, c’est à dire que la solution est instable vis-à-vis de petites variations des données (bruit) ou encore que la solution ne dépend pas continûment de ces données.

### 3.1 Equation de la chaleur bidimensionnelle

Avant de présenter une version simplifiée (2D) de l’équation de diffusion de la chaleur dans la zone utile des éprouvettes plates utilisées nous rappelons les principales hypothèses qui ont été adoptées lors de nos essais.

### 3.1.1 Hypothèses :

a) La conduction de la chaleur suit une loi linéaire isotrope, de type Fourier. Le flux de chaleur  $\vec{q}$  s'écrit sous la forme :

$$\vec{q} = -k \overrightarrow{\text{grad}} T \quad (3.1)$$

$k$  désigne le coefficient de conduction, constant, indépendant de la température et de l'état d'écrasement du matériau.

b) La chaleur spécifique  $C_{\varepsilon,\alpha}$  est considérée comme constante :  $C_{\varepsilon,\alpha} = C$ .

c) Dans l'expression de la dérivée particulaire de  $T$  :  $\dot{T} = \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{u} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} T$  des simulations numériques ([Chrysochoos 87]) ont montré qu'à faibles vitesses de déformation et sur des matériaux à diffusivité élevée on pouvait négliger les termes convectifs, d'où :  $\dot{T} \simeq \frac{\partial T}{\partial t}$ . On négligera d'une manière générale les termes convectifs.

d) La température de la salle d'essai, notée  $T_e$ , est supposée uniforme et constante pendant toute la durée de l'expérience. Le taux de chaleur volumique  $r$  fourni par le milieu extérieur est considéré lui aussi comme indépendant du temps. En désignant par  $T_0 = T_0(x_1, x_2, x_3)$  la température initiale d'un point  $M$  quelconque, de coordonnées  $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$ , appartenant à la zone utile de l'éprouvette, et en tenant compte de 3.1 on obtient :  $r = -k \Delta T_0$ . Dans le cadre de nos essais, nous supposons que  $T_0$  est confondue avec la température extérieure  $T_e$ , d'où  $r = 0$ .

La prise en compte des hypothèses a) à c) dans l'équation 2.44 conduit à l'équation locale de diffusion de la chaleur suivante, valable à chaque instant  $t$ , en tout point  $M$  de la zone utile de l'éprouvette :

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} - k \Delta T = w'_{ch} + r \quad (3.2)$$

A cette équation s'ajoutent les Conditions Initiales (C.I.) et les Conditions aux Limites (C.L.) suivantes :

$$\text{C.I. : } T(\vec{x}, 0) = T_0(\vec{x})$$

C.L. : Soit  $\partial\Omega$  la surface de la zone utile de l'éprouvette. Nous ferons l'hypothèse que tous les échanges thermiques par conduction et convection entre la zone utile de l'éprouvette et son environnement (air extérieur et têtes d'éprouvettes), se modélisent par des lois linéaires en température. Ceci est justifié par le fait que l'on reste au voisinage de l'équilibre thermique. Sur  $\partial\Omega$  on peut alors rencontrer des conditions d'échanges suivantes :

Conditions de Dirichlet :

$$T|_{\partial\Omega} = T_{imposée}$$

Conditions de Neumann :

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} |_{\partial\Omega} = \text{flux constant imposé}$$

Conditions mixtes (dites aussi de Fourier) :

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} |_{\partial\Omega} = h(T|_{\partial\Omega} - T_\infty)$$

**Remarque : [R1]** En pratique les coefficients d'échange sont très délicats à évaluer. Nous verrons plus loin qu'il n'est pas nécessaire de tous les connaître, seule interviendra la condition d'échange sur les faces avant et arrière de la zone utile de l'éprouvette.

L'estimation des sources de chaleur dans l'éprouvette  $w'_{ch}$  à partir de mesures de température à la surface de la zone utile de l'éprouvette étant impossible à réaliser (*problème inverse*) on va étudier le problème de diffusion de la chaleur 2D.

### 3.1.2 Problème de diffusion 2D.

#### a) Formulation

On choisit de représenter la zone utile de l'éprouvette par un parallélépipède  $\Omega$  de dimension  $\{e_0, l_0, L_0\}$  à l'instant initial et  $\{e, l, L\}$  à l'instant  $t$  considéré.  $\{x_i\}$ ,  $i=1,2,3$  désigne les coordonnées d'Euler d'un point de l'éprouvette dans la base  $(0, \bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3)$ , (voir figure 3.1 ci-dessous) :

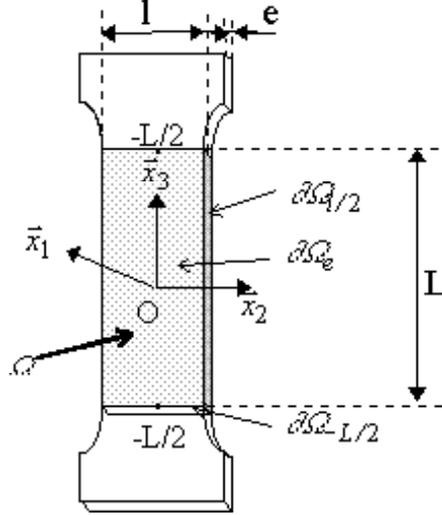


FIG. 3.1 – Schématisation de l'éprouvette et de sa zone utile  $\Omega$ .

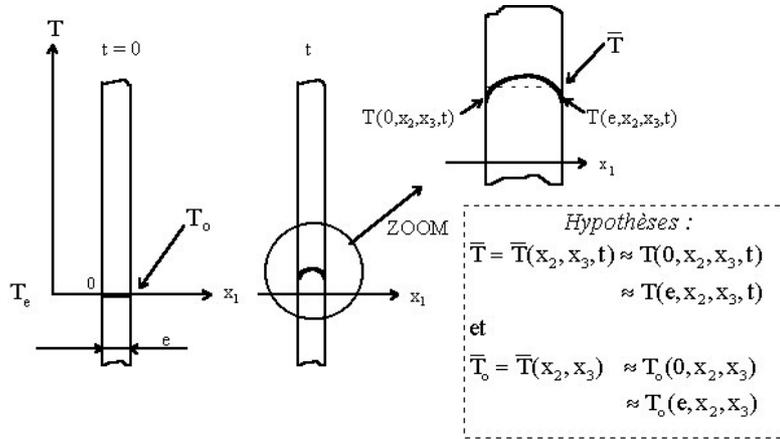


FIG. 3.2 – Schématisation du profil de température dans l'épaisseur. Hypothèse de travail : “on confond température moyenne dans l'épaisseur et température de surface”.

Compte tenu de la géométrie des éprouvettes de traction utilisées (plaques minces), on fait l'hypothèse d'homogénéité des sources de chaleur dans l'épaisseur. Dans ce cas, et pour des matériaux fortement conducteurs comme les aciers, on peut montrer que la température  $T$  varie elle aussi très faiblement dans l'épaisseur (voir schéma figure 3.2). On confondra alors température moyenne dans l'épaisseur et température de surface. Une vérification, par calcul Eléments Finis 2D, de cette hypothèse est présentée en Annexe B.

En notant  $\bar{f}(x_2, x_3, t) = \frac{1}{e} \int_0^e f(x_1, x_2, x_3, t) dx_1$  la moyenne suivant l'épaisseur  $e$  de la fonction  $f$ , on peut réécrire l'équation 3.2 moyennée suivant l'épaisseur selon :

$$\rho C \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} - k \left( \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x_3^2} \right) - \frac{k}{e} \left[ \frac{\partial T}{\partial x_1} \right]_0^e = \bar{w}'_{ch} + \bar{r} = w'_{ch} + r \quad (3.3)$$

Le terme  $-k \left[ \frac{\partial T}{\partial x_1} \right]_0^e$  représente la densité surfacique de flux de chaleur par conduction sortant par les faces avant  $\partial\Omega_e (x_1 = e)$  et arrière  $\partial\Omega_0 (x_1 = 0)$  de l'éprouvette :

$$-k \left[ \frac{\partial T}{\partial x_1} \right]_0^e = -k \frac{\partial T}{\partial x_1}(e, x_2, x_3, t) + k \frac{\partial T}{\partial x_1}(0, x_2, x_3, t)$$

$$= \varphi_{cond \text{ face avant}} + \varphi_{cond \text{ face arrière}} = \varphi_{cond \text{ face avant et arrière}}$$

La quantité  $\left(\frac{1}{e}\right) \cdot \varphi_{cond \text{ face avant et arrière}}$  représente la puissance volumique perdue par les échanges thermiques sur les faces avant et arrière de l'éprouvette.

Pour pouvoir utiliser l'équation 2D 3.3 il est nécessaire d'évaluer le terme  $-k \left[ \frac{\partial T}{\partial x_1} \right]_0^e$ .

### b) Evaluation des échanges avec l'extérieur :

Dans ce paragraphe nous nous proposons d'évaluer les échanges thermiques entre les faces avant et arrière de l'éprouvette et l'extérieur. Une étude détaillée des mécanismes d'échanges est délicate voire impossible à obtenir. Une approche globale permet cependant d'en donner une bonne représentation. Ces conditions traduisent la conservation du flux sur les surfaces concernées. Pour plus de détails on pourra par exemple consulter [De Vriendt 84].

Les conditions d'échanges possibles peuvent être :

i) Par rayonnement :  $\varphi_{cond \text{ face avant ou arrière}} = \varphi_{ray \text{ face avant ou arrière}}$ .

Dans [Chrysochoos 87] on trouvera un développement de cette condition.

ii) Par convection :  $\varphi_{cond \text{ face avant ou arrière}} = \varphi_{conv \text{ face avant ou arrière}}$ .

Ce type d'échange a été utilisé dans [Chrysochoos and Louche 99].

iii) Par convection et par rayonnement:  $\varphi_{cond \text{ face avant ou arrière}} = \varphi_{conv \text{ face avant ou arrière}} +$

$\varphi_{ray \text{ face avant ou arrière}}$ .

Les échanges par conduction avec l'air, compte tenu de la faiblesse du coefficient de conduction de l'air, sont considérées comme faibles.

Nous allons maintenant détailler la dernière condition d'échange, les deux premières s'en déduisant aisément.

### c) Evaluation de $\varphi_{conv \text{ face avant ou arrière}}$ .

Les échanges convectifs, par exemple sur la face avant de l'éprouvette, peuvent être modélisés par la relation suivante :

$$\varphi_{conv \text{ face avant}} = h \left[ \overline{T}(x_2, x_3, t) - T_e \right] = h\theta(x_2, x_3, t)$$

$\theta = \theta(x_2, x_3, t)$  représente la variation de température moyenne (dans l'épaisseur) par rapport à l'état d'équilibre initial (moyenné dans l'épaisseur)  $\overline{T}_0 = T_e$ .

$h$  désigne le coefficient d'échanges par convection sur la face avant (ou sur la face arrière).

Le flux par convection sur la face arrière s'écrivant de manière identique on obtient finalement :

$$\varphi_{conv \text{ face avant et arrière}} = 2h\theta$$

**d) Evaluation de  $\varphi_{ray}$  face avant ou arrière.**

Le flux par rayonnement émis par un élément de surface de  $1m^2$  est donné par la loi de Stefan-Boltzmann (cf relation 1.2 dans le cas d'un corps noir) :  $\varphi_{ray\ face\ avant} = \sigma_e \epsilon_m T^4(e, x_2, x_3, t)$ . Dans cette expression  $\sigma_e = 5.67051 \cdot 10^{-8} W.m^{-2}.K^{-4}$  est la constante universelle de Stefan-Boltzmann et  $\epsilon_m$  désigne l'émissivité de la surface considérée. En confondant température de surface et température moyenne dans l'épaisseur on obtient :  $\varphi_{ray\ face\ avant} = \sigma_e \epsilon_m \bar{T}^4$ . Comme  $\theta \ll \bar{T}$ , on peut linéariser  $\bar{T}^4$  autour de  $\bar{T}_0$ , le flux par rayonnement se réécrit alors :  $\varphi_{ray\ face\ avant} \simeq \sigma_e \epsilon_m (\bar{T}_0^4 + 4\bar{T}_0^3 \theta)$ .

La même expression étant obtenue pour le flux rayonnant sur la face arrière, on en déduit la valeur du flux total, par rayonnement, sur les deux faces :

$$\varphi_{ray\ face\ avant\ et\ arrière} \simeq 2\sigma_e \epsilon_m (\bar{T}_0^4 + 4\bar{T}_0^3 \theta)$$

La prise en compte des expressions précédentes dans l'équation 3.3 fournit :

$$\rho C \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \frac{(2h\theta + 2\sigma_e \epsilon_m (\bar{T}_0^4 + 4\bar{T}_0^3 \theta))}{e} - k \Delta_2 \bar{T} = w'_{ch} + r$$

Dans cette équation, la température d'équilibre moyenne  $\bar{T}_0$  dans l'épaisseur vérifie à l'instant initial :

$$\frac{2\sigma_e \epsilon_m \bar{T}_0^4}{e} - k \Delta_2 \bar{T}_0 = r$$

En tenant compte de la définition de  $\theta = \bar{T} - \bar{T}_0$  et en éliminant r dans les 2 précédentes équations, on obtient l'expression finale de l'équation de la chaleur 2D. Cette équation valable à tout instant t et en tout point M de la surface  $\partial\Omega_e$  (ou  $\partial\Omega_0$ ) de coordonnées  $(x_2, x_3)$  est le point de départ de l'analyse proposée pour estimer les sources de chaleur :

---


$$\rho C \left[ \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\theta}{\tau_{th}} - d_{th} \Delta_2 \theta \right] = w'_{ch} \quad (3.4)$$


---

Où  $\Delta_2(\theta) = \frac{\partial^2(\theta)}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2(\theta)}{\partial x_3^2}$ ,  $d_{th} = \frac{k}{\rho C}$  désigne la diffusivité thermique et  $\tau_{th}$  représente la constante de temps des fuites thermiques par convection et rayonnement sur les faces avant et arrière de l'éprouvette,  $\tau_{th}$  est telle que :

$$\frac{1}{\tau_{th}} = \frac{1}{\tau_{ryfavar}} + \frac{1}{\tau_{cvfavar}} \quad (3.5)$$

Dans l'expression ci-dessus  $\tau_{ryfavar}$  et  $\tau_{cvfavar}$  désignent respectivement les constantes de temps des fuites par rayonnement et convection sur les faces avant et arrière de l'éprouvette :

$$\tau_{ryfavar} = \frac{\rho C e}{8\sigma_e \epsilon_m \bar{T}_0^3} \quad (3.6)$$

$$\tau_{cvfavar} = \frac{\rho C e}{2h} \quad (3.7)$$

Soit :

$$\tau_{th} = \frac{\rho C e}{8\sigma_e \epsilon_m \bar{T}_0^3 + 2h} \quad (3.8)$$

Pour utiliser l'équation de la diffusion de la chaleur 2D (équation 3.4) il faut maintenant évaluer la constante de fuite  $\tau_{th}$ .

**[Remarque - R2] :** Dans toute la suite on supposera que l'on peut calculer sans difficultés la constante  $\tau_{ryfavar}$  via 3.6.

### e) Evaluation de $\tau_{th}$ .

On suppose connues les valeurs des coefficients matériau  $d_{th}, \rho$  et  $C$ , pour évaluer complètement l'équation simplifiée 3.4 il reste à déterminer la valeur du coefficient phénoménologique  $\tau_{th}$ . Ce coefficient dépend du matériau, de la géométrie des éprouvettes et surtout des conditions d'échange à la surface de l'éprouvette (convection naturelle, forcée,...).

Trois méthodes sont proposées pour évaluer ce coefficient. Les deux premières fournissent indirectement, à travers des mesures expérimentales, les valeurs de  $\tau_{th}$ . Une dernière méthode permet d'obtenir directement, à partir du coefficient de convection  $h$ , la valeur de  $\tau_{th}$ . Afin d'alléger le texte principal de ce mémoire nous choisissons de reporter en annexe (Annexe C) la présentation des deux dernières méthodes.

#### • Méthode 1 :

Afin de découpler au sein des fuites globales ( $\tau_{eq}$ ) les fuites par convection et rayonnement sur les faces avant et arrière ( $\tau_{th}$ ) des fuites par conduction dans les mors ( $\tau_{cd}$ ) on décide d'étudier une nouvelle éprouvette dont la géométrie est uniquement composée de la zone utile des précédentes éprouvettes.

Les têtes de ces dernières sont découpées; le domaine  $\Omega$  est chauffé en surface par rayonnement au moyen d'une lampe halogène. Compte tenu de la bonne diffusivité des matériaux étudiés et de la faible épaisseur des éprouvettes on peut considérer que cet échauffement est homogène suivant l'épaisseur de l'éprouvette. L'échauffement terminé (sources de chaleur nulles) on observe le retour à l'équilibre thermique, retour qui peut-être modélisé par une branche d'exponentielle de constante  $\tau'_{eq}$ . Dans l'hypothèse où les fuites sur les faces latérales ( $\partial\Omega_{l/2}$  et  $\partial\Omega_{-l/2}$ ) sont faibles **on peut alors confondre  $\tau'_{eq}$  et  $\tau_{th}$  : toutes les fuites se font par les faces avant et arrière.**

Procédure expérimentale pour mesurer  $\tau'_{eq}$  :

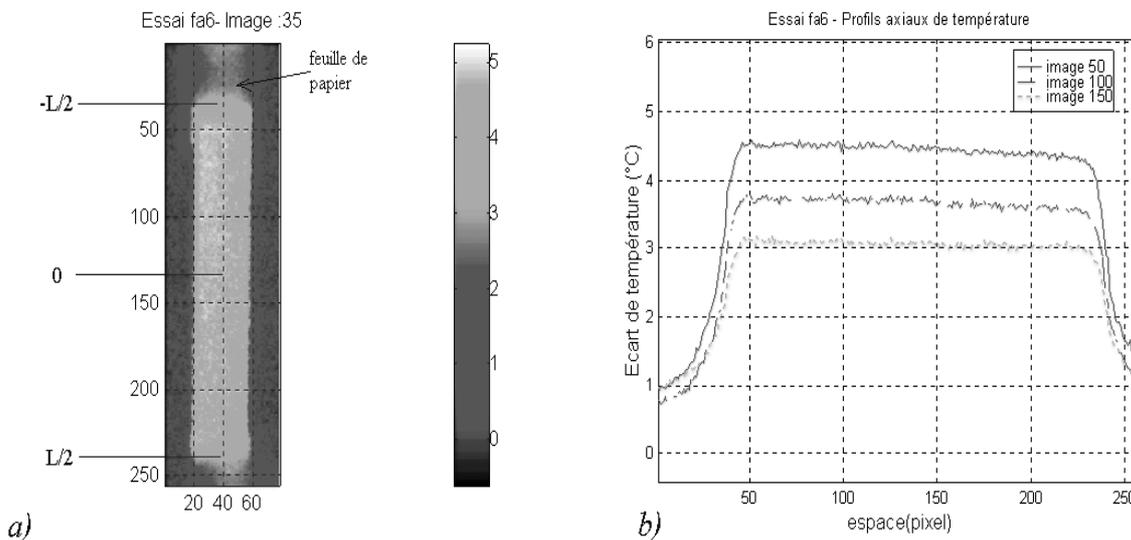


FIG. 3.3 – a) Image thermique (n° 35) montrant la forme de l'éprouvette ainsi que le montage expérimental. b) Profils axiaux de température (moyenne sur 28 colonnes).

L'éprouvette, réduite à la zone utile  $\Omega$  est maintenue dans une position verticale au moyen de 2 feuilles de papier, collées d'un côté sur les faces  $\partial\Omega_{l/2}$  et  $\partial\Omega_{-l/2}$ , et de l'autre serrées dans les mors (voir figure 3.3a).

La forme des profils axiaux de température sur les bords  $x = -L/2$  et  $x = L/2$  (figure 3.3b) met en évidence de faibles fuites dans les feuilles de papier collées aux deux extrémités de l'éprouvette. Ceci entraînera une légère surestimation des fuites sur les faces (i.e. sous-estimation de  $\tau_{th}$ ).

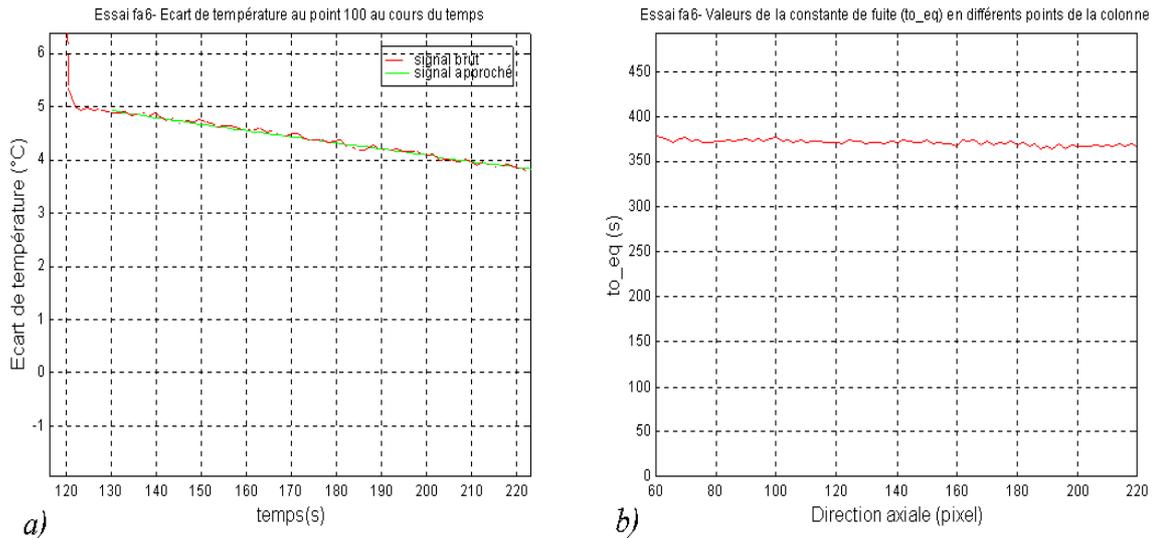


FIG. 3.4 – a) Evolution dans le temps de  $\theta$  au point 100. b) Profils axiaux de  $\tau_{eq}$ .

La figure 3.4a montre en 1 point, (pixel 100 ou ligne 100) la forme du retour à l'équilibre thermique et leur approximation avec une branche d'exponentielle paramétrée par  $\tau'_{eq} = 376 \text{ s}$ . L'évolution de  $\tau'_{eq}$  le long de la direction axiale est présentée à la figure 3.4b. De la valeur moyenne de  $\tau'_{eq}$  relevée sur cette évolution ( $\simeq 370 \text{ s}$ ) on en déduit celle de  $\tau_{th}$  :  $\tau_{th} \simeq \tau'_{eq} \simeq \mathbf{370 \text{ s}}$ .

La méthode expérimentale utilisée ici pour évaluer la constante  $\tau_{th}$  est très rapide à mettre en oeuvre, elle conduit directement à la valeur de  $\tau_{th}$ . Les faibles fuites dans les feuilles de papier maintenant l'éprouvette entraînent cependant une légère sous-estimation de cette valeur. Le choix d'un support encore plus isolant est à l'étude.

### Conclusion sur les méthodes d'évaluation de $\tau_{th}$ .

**Méthode 1:** fournit rapidement et avec une bonne précision la valeur de  $\tau_{th}$ .

**Méthode 2:** délicate à mettre en oeuvre, entraîne une dispersion importante sur  $\tau_{th}$ .

**Méthode 3:** très rapide à mettre en oeuvre car ne nécessite pas d'expériences, mais elle demande en entrée la donnée du coefficient d'échange  $h$ .

Par exemple pour un des matériaux que nous étudierons par la suite (éprouvette en acier doux de nuance DD14) nous obtenons avec les méthodes 1 et 2 des valeurs très voisines de  $\tau_{th}$  (374 et 370 s). Ce type de confrontation entre les méthodes expérimentales 1 et 2 a été réalisé (dans les mêmes conditions d'essai) pour toutes les géométries d'éprouvettes et nuances d'aciers dont nous disposons. Chaque fois ces méthodes ont fourni des valeurs très proches de  $\tau_{th}$  et une valeur du coefficient de convection  $h$  comprise entre 9 et  $14 \text{ W.m}^{-2}\text{K}^{-1}$ .

Lors des applications numériques des traitements de données qui vont suivre, le coefficient  $\tau_{th}$  a été calculé à partir de l'expression 3.8, et en prenant un coefficient de convection moyen  $h$  de  $10 \text{ W.m}^{-2}\text{K}^{-1}$ .

## 3.2 Passage des températures aux sources de chaleur

*La méthode proposée pour “passer” des écarts de température mesurés en surface d’une éprouvette (images thermiques) aux sources de chaleur moyennes dans l’épaisseur va consister à estimer le membre de gauche de l’équation 3.4.*

*Cette évaluation on l’a dit n’est pas immédiate car il s’agit d’évaluer des opérateurs sur des données discrètes et de surcroît fortement bruitées.*

*En pratique, cette estimation du premier membre de l’équation 3.4 va nécessiter le développement de méthodes spécifiques de traitement numérique du signal. La présentation détaillée de ce traitement est réalisée au chapitre suivant.*

# Bibliographie

- [Capitana and Strave 96] Capitana A. and Strave E., Algorithms and convergence results for an inverse problem, Institut de Matematica al Academiei Romane, Preprint n°25/1996, ISSN 0253638, (1996).
- [Chrysochoos 87] Chrysochoos A., Dissipation et blocage d'énergie lors d'un écrouissage en traction simple, Thèse de docteur d'état, Université Montpellier II (1987).
- [Chrysochoos 95] Chrysochoos A., Analyse du comportement des matériaux par thermographie infrarouge, Photomécanique 95, p.203-211, Ed. Eyrolles (1995).
- [Chrysochoos and Louche 99] Chrysochoos A. and Louche H., Infrared analysis of dissipative effects accompanying strain localization in steels, en préparation pour Int. J. of Eng. Sci., (1999).
- [De Vriendt 84] De Vriendt A.B., La transmission de la chaleur, Vol1, Tome1, Ed. Gaëtan Morin, Chicoutimi, Québec, (1984).
- [Pasquetti *et al.* 90] Pasquetti R. et Le Nilliot C., Conduction inverse par éléments de frontière. Cas stationnaire, Revue Phys. Appl., 25, pp99-107, (1990).



## Chapitre 4

# Traitement des images thermiques

La méthode d'estimation des sources de chaleur est basée sur l'équation de diffusion de la chaleur bidimensionnelle (équation 3.4) présentée au cours du chapitre précédent. La mise en oeuvre de la méthode va maintenant être développée.

Après avoir rappelé la nécessité de procéder à un traitement du signal thermique on présente une étude des propriétés du bruit recouvrant les images thermiques. Pour s'affranchir de ce bruit et estimer les opérateurs on fait appel à une technique de traitement du signal. Les techniques envisagées étant nombreuses il faut choisir la mieux adaptée au problème posé. Celle retenue dans le cadre de ce travail (filtrage linéaire passe-bas appliqué par Transformée de Fourier Discrète) est utilisée dans un premier temps au cours d'une approche 1D pour résoudre le problème d'estimation de sources de chaleur à partir de profils axiaux (1D) de température. Les enseignements retenus lors de cette approche 1D vont être mis à profit pour développer dans un deuxième temps l'approche 2D, traitement portant cette fois sur les images thermiques.

Les notions de traitement du signal utilisées dans ce chapitre et notamment celles rappelées en Annexe E paraîtront peut-être inutiles aux utilisateurs familiers de ces techniques. Nous avons tout de même tenu à les présenter pour d'éventuels lecteurs qui, comme l'auteur de ce rapport, ne sont pas des spécialistes du traitement du signal.

### 4.1 Nécessité d'un traitement

Compte tenu du bruit très important associé aux images thermiques il est en pratique impossible d'estimer directement, par exemple par différences-finies, l'opérateur laplacien d'une image thermique (voir exemple d'image thermique tracée à la figure 4.1).

Des deux opérateurs ( $\frac{\partial \theta}{\partial t}$  et  $\Delta_2 \theta$ ) le laplacien reste bien-sûr le plus délicat à évaluer : il faut estimer en tout point de chaque image bruitée une courbure dans les deux directions principales de l'image. Une solution possible pour éviter les perturbations dues au bruit consiste à réaliser, préalablement ou simultanément à l'évaluation des opérateurs, une opération de filtrage. Se pose alors le problème du choix de la méthode de filtrage **et**, par voie de conséquence, de celle permettant d'évaluer les opérateurs. Le filtrage est délicat car il s'agit de n'enlever au signal que le bruit et non les informations qui lui sont propres. Une connaissance des caractéristiques du bruit est donc un préalable nécessaire au choix d'une méthode de traitement.

### 4.2 Etude du bruit

Les études de caractérisation du bruit qui ont été conduites (voir Annexe D) montrent que le bruit apparaît comme un processus :

- *aléatoire* (dans le temps).
- *stationnaire* (la moyenne temporelle ne dépend pas du pixel considéré) :

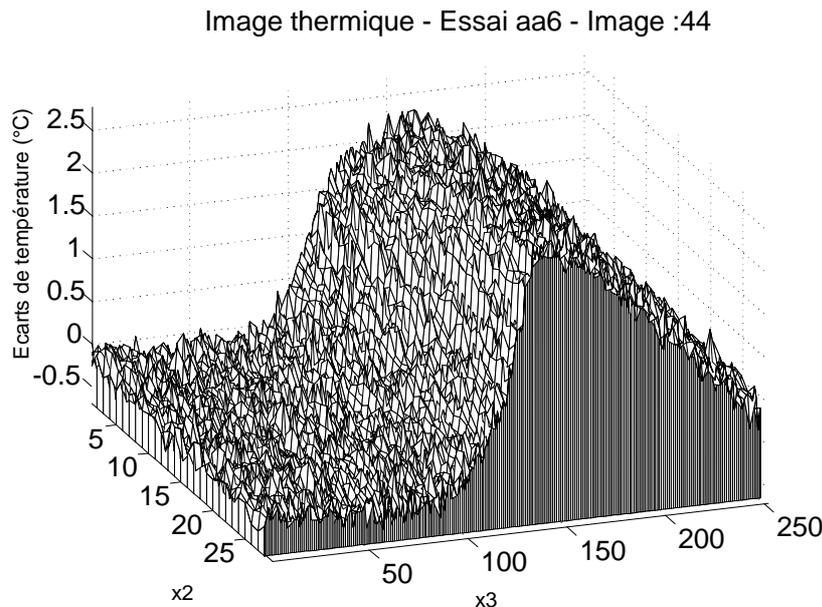


FIG. 4.1 – Exemple d’image thermique expérimentale : image n°44 extraite de l’essai dénommé aa6 (éprouvette d’acier doux de nuance S355MC, cet essai de traction monotone sera présenté dans la partie III de ce mémoire),  $x_2$  : direction transversale (n° pixel),  $x_3$  : direction axiale (n° pixel), la taille de l’image est de  $256 \times 29$  pixels.

$$\langle I_b(x_o, y_o, t) \rangle = \text{constante} = M \quad \forall (x_o, y_o) \text{ choisi.}$$

- ergodique (la moyenne spatiale ne dépend pas de l’image considérée, elle est de plus égale à la moyenne temporelle) :  $\overline{I_b(x_o, y_o, t_1)} = M \quad \forall t_1$ .
- de densité spectrale constante : *bruit blanc*.

A cela il faut ajouter les propriétés suivantes :

- résolution thermique : N.E.T.D.  $\simeq 0.18^\circ\text{C}$ .
- $\langle I_b \rangle = \overline{I_b} = M = 0$ .

### 4.3 Choix d’une méthode de filtrage

Notre objectif est de choisir une méthode de filtrage capable de résoudre le problème posé au §4.1 précédent. L’efficacité de la méthode doit être jugée non pas sur le signal filtré mais sur la qualité d’évaluation des opérateurs calculés à partir du signal filtré. C’est dans cette optique que seront construits les exemples tests.

La méthode de filtrage doit tenir compte des contraintes suivantes :

- propriétés du bruit (aléatoire, stationnaire, ergodique, blanc,... (voir Annexe D)).
- taille des images : de l’ordre de 256 pixels (direction axiale)\*20 à 40 pixels (direction transversale<sup>1</sup>).
- nombre d’images : de quelques dizaines à quelques centaines avec une faible résolution temporelle (2 images/s au maximum).

1. Le nombre peu élevé de pixels dans cette direction s’explique par la forme allongée de la surface des éprouvettes observées (voir fig. 1.6, §1.2.2).

La littérature sur les méthodes de traitements numériques du signal ou des images est très abondante mais les recherches bibliographiques et les multiples questions posées à des spécialistes du traitement d'image montrent qu'un tel problème ne semble pas avoir été abordé. Les méthodes de filtrage développées sont généralement utilisées pour débruiter un signal et non pour évaluer un opérateur à partir d'un signal bruité... C'est ainsi que certaines méthodes de filtrage conduiront à un résultat "satisfaisant" au niveau de l'image filtrée mais ne permettront pas d'évaluer un opérateur différentiel sur cette image. L'application de l'opérateur (le laplacien notamment) amplifie très fortement les hautes fréquences (bruit), les effets de bords négligeables sur l'image filtrée deviennent alors prépondérants.

### 4.3.1 Techniques de traitement envisagées

Parmi les techniques recensées dans la littérature celles qui ont retenu notre attention sont les suivantes :

filtrage linéaire :

- moyenne dans le temps
- moyenne dans l'espace
- filtrage passe-bas appliqué par T.F.D. ou par convolution

Filtrage non-linéaire :

- filtres de Wiener
- filtres Médian
- ...

Lissages

- interpolation polynomiale + moindres carrés

Statistiques

- méthode du noyau

Projection dans une base et seuillage des coefficients :

- base spectrale de l'opérateur laplacien
- base ondelette

*Avant de présenter plus en détail la technique de filtrage que nous avons retenue (filtrage linéaire passe-bas appliqué par TFD) on rappelle très brièvement les résultats obtenus avec les méthodes qui ont pu être expérimentées.*

#### Moyenne dans le temps

La plupart des techniques précédentes s'appliquent aux images: *le filtrage est réalisé dans l'espace*. On se prive ainsi d'une autre dimension, le temps. En faisant précéder le filtrage spatial d'un filtrage temporel on améliore fortement le rapport signal sur bruit ( $\frac{S}{B}$ ) des images.

Par exemple, le rapport  $\frac{S}{B}$  d'une image obtenue en faisant la moyenne de N images est multiplié par un facteur  $\sqrt{N}$ , autrement dit, le bruit est divisé par ce même facteur. Nous ne précisons pas ici la démonstration de ce résultat et renverrons le lecteur à la page 212 de [Marion 87]. Retenons que les hypothèses sous-jacentes sont celles vérifiées par le bruit de la caméra I.R. : le bruit thermique est considéré comme un tirage indépendant d'une variable aléatoire ayant même moyenne spatiale et temporelle (nulle).

Dans le cas des images I.R. la limitation de cette méthode est posée par la vitesse d'évolution de la scène thermique et/ou par la fréquence d'acquisition du système de T.I.R. Si la scène thermique est stationnaire ou périodique (voir à ce propos [Bouc et Nayrolles 85]) l'opération de moyenne dans le temps est bien adaptée. Par contre si l'évolution dans le temps est trop rapide ou non-linéaire entre la première et la dernière image ( $N^{ième}$ ) utilisée pour la moyenne alors l'évolution dans le temps est faussée.

Compte tenu des vitesses d'évolution des phénomènes (parfois soudains et se propageant dans l'espace) et de la limitation des fréquences d'acquisition (2 images/s au maximum) nous n'avons pas pu utiliser un tel mode de filtrage. Les traitements que nous avons mis en place intègrent cependant une phase de filtrage dans le temps mais elle est réalisée par filtrage numérique passe-bas.

### Moyenne dans l'espace

La technique de moyenne dans l'espace (sur des pavés de  $3 \times 3$  pixels ou  $4 \times 4$ ,  $5 \times 5$ ,...) a été utilisée dans le cadre du traitement d'images I.R. par [Dupré 92]. Pour évaluer le laplacien, l'image ainsi filtrée est dérivée une première fois dans l'espace avant d'être filtrée une deuxième fois par la même technique, puis dérivée une nouvelle fois dans l'espace avant un filtrage final. Les inconvénients majeurs de cette méthode sont :

- nécessité de réaliser 3 opérations de filtrage par image et par dérivée.
- filtrage fort : moyenne non pondérée.
- effets de bords importants : réduction de la taille des images.

### Filtrage non-linéaire

Les tests réalisés à partir de techniques de filtrage non linéaires (Wiener, filtres médian) n'ont pas donné de résultats convaincants. D'autres méthodes, non linéaires, existent et n'ont pas pu être testées, ce type de filtrage très rapide possède de grandes potentialités qu'il faudra étudier à l'avenir.

### Lissage polynomial

Les techniques de lissage telles que celles réalisées à partir d'interpolations polynomiales 1D ou 2D associées à une optimisation du type moindres carrés imposent de choisir le degré du polynôme. C'est là que réside la principale difficulté de cette méthode car aucun critère n'existe pour choisir le degré optimal, un degré trop élevé rend instable le calcul du laplacien, un degré trop faible écrase les phénomènes à observer.

### Base spectrale

Dans [Chrysochoos 95] est exposée en 1D la technique de projection et seuillage dans la base spectrale associée à l'opérateur laplacien. Cette méthode fournit une expression analytique (des variables d'espace) du signal température qui est utilisée pour calculer les opérateurs. Outre les temps de calcul déjà longs en 1D, l'inconvénient majeur de cette technique est de nécessiter la connaissance fine des C.L. Or ces dernières, on l'a vu au §3.2 peuvent évoluer au cours de l'essai et sont très délicates à évaluer.

### Base d'Ondelettes

Contrairement à l'approche de Fourier (vecteurs de base formés par des cosinus et des sinus) où l'on ne peut-être bien localisé à la fois dans l'espace réel et dans l'espace fréquentiel, les ondelettes permettent d'analyser une partie seulement du signal. Les vecteurs de base s'obtiennent par translation et dilatation d'une fonction analysante appelée ondelette mère qui a la forme d'une vague qui oscille et s'amortit, d'où son nom. Les ondelettes sont aussi qualifiées de représentation temps-fréquence car elles font intervenir deux paramètres, l'un lié à la dilatation (fréquence) et l'autre à la translation (temps).

La forme de l'ondelette mère ne peut-être quelconque car se posent à ce moment là des problèmes de régularités de solution (cas de la base de Haar) ou de redondance d'information (cas de l'ondelette construite à partir de la dérivée seconde d'une gaussienne : chapeau mexicain). Ces problèmes liés aux ondelettes "simples" ont amené les chercheurs à développer des ondelettes plus régulières (bien localisées dans l'espace réel et dans l'espace fréquentiel). Cela a abouti à une méthode générale de bases ondelettes orthogonales s'appuyant sur une analyse multirésolution (voir, par exemple [Meyer 90]).

La fonction à analyser est décomposée dans deux bases associées respectivement à un espace dit d'"approximation" (basses fréquences) et un espace dit de "détail" (hautes fréquences). L'espace d'approximation peut à son tour être décomposé en un espace d'approximation plus grossier et en un espace de détail, etc. Lorsque l'on descend d'un niveau d'approximation on effectue une sorte de zoom sur le signal. Pour reconstruire le signal à analyser il faut utiliser les coefficients d'approximation

correspondants aux projections dans les différents espaces d'approximation emboîtés et tenir compte des coefficients de détail.

Enfin, pour obtenir un filtrage du signal à analyser il suffit de seuiller les coefficients de détail dans les différents niveaux de décomposition. Lors de cette opération de seuillage des coefficients de détail il faut veiller à ne pas faire disparaître des informations qui sont propres au signal et non au bruit. Notons que l'opération de filtrage s'accompagne d'une compression de données puisque l'on élimine des coefficients.

Un autre intérêt des bases d'ondelettes est la possibilité de discrétiser dans ces bases des opérateurs différentiels. Une tentative d'application de ces techniques au problème d'estimation des sources de chaleur à partir d'images thermiques a été initiée par J. Vicente dans son travail de DEA [Vicente 94]. Même si cette étude n'a pas pu être menée jusqu'à son terme elle a permis de montrer les potentialités de ces techniques pour résoudre le problème posé.

Dans le cadre de ce travail de thèse nous avons réfléchi à l'utilisation des ondelettes en tant qu'outil de filtrage. Des tests (1D) sur des ondelettes simples (chapeau mexicain) puis en 2D grâce à la boîte à outil "Wavelet" du logiciel MATLAB. Ces tests n'ont pas donné satisfaction, l'allure du signal filtré était trop irrégulière pour être dérivée spatialement. Ces quelques semaines consacrées aux ondelettes ne nous ont pas permis de choisir cette méthode pour traiter les images thermiques. L'utilisation des ondelettes s'avère très délicate et demande des développements mathématiques longs et difficiles. Une thèse de mathématiques appliquées (encadrée par F. Lebon) est actuellement en cours (T.V. Nguyen) et devrait permettre de mieux juger des possibilités d'application des ondelettes à notre problématique. Notons enfin que ces réflexions sur les diverses techniques de traitement d'images ont été à l'origine de la création dans l'université d'un groupe de travail multidisciplinaire sur ce sujet.

### 4.3.2 Méthode de filtrage choisie

Les caractéristiques et les limitations des méthodes envisagées pour le traitement des données bruitées viennent d'être brièvement rappelées.

Ce travail d'investigation et de test a permis de sélectionner une technique de filtrage. *La solution retenue est un filtrage numérique passe-bas appliqué par TFD.* Ce type de traitement présente un certain nombre d'avantages :

- bien adapté à des données régulièrement échantillonnées.
- facilité de mise en oeuvre.
- rapidité.
- suppression des Hautes Fréquences (HF) qui perturbent le calcul du laplacien.

et des inconvénients limités :

- conservation du bruit Basse Fréquence (BF).
- apparition d'effets de bords.

Compte tenu des propriétés du bruit (bruit blanc) il sera en effet impossible de supprimer avec ce filtrage le bruit BF. Cependant l'amplitude de ce bruit BF sera négligeable face à celle du signal et on peut légitimement penser que les perturbations sur le calcul du laplacien seront faibles. Quant aux effets de bords on verra qu'il est possible de s'en affranchir via une technique de prolongement périodique du signal.

Dans la suite nous détaillons en 1D puis en 2D la mise en place de la méthode de traitement.

## 4.4 Traitement des profils thermiques par TFD - Problème 1D

Dans cette partie nous allons présenter les techniques de traitement mises en oeuvre pour estimer les sources de chaleur 1D associées aux profils thermiques axiaux observés avec la caméra IR lors d'un essai de traction simple.

On rappelle successivement :

- la méthode de traitement : technique de filtrage, calcul des dérivées.
- les effets de bords induits par ce type de filtrage.
- la solution retenue pour éviter ces effets : prolongement périodique du signal.
- les tests de validation du traitement.

#### 4.4.1 Pourquoi travailler en 1D?

Le choix fait ici de travailler seulement dans la direction axiale des éprouvettes peut être justifié par les raisons suivantes :

##### *Problème mécanique de localisation*

De part la forme des éprouvettes et des caractéristiques du chargement, les modes de localisation principaux seront observés dans la direction axiale (bandes de Lüders, striction).

##### *Problème thermique*

L'essentiel des fuites thermiques se faisant par conduction dans les têtes d'éprouvettes puis vers les mors, le problème de thermique peut-être approximé par une approche unidimensionnelle.

##### *Problèmes liés au traitement*

L'approche 1D est plus simple à mettre en place et surtout moins coûteuse en temps de calcul. Enfin le rapport Signal/Bruit est plus favorable puisqu'un profil 1D est obtenu en faisant la moyenne des  $N$  colonnes axiales composant l'image thermique : ce rapport est amélioré d'un facteur  $\sqrt{N}$ .

#### **Remarque :**

**[R1]** Si les sources de chaleur, associées aux phénomènes de localisation, ont une composante dans la direction transversale alors les sources de chaleur 1D obtenues seront atténuées en amplitude et seront moins localisées. Ce sera le cas par exemple lors de l'observation de phénomènes de localisation tels que les bandes de cisaillement ou les bandes de Lüders.

#### 4.4.2 Définition du problème 1D

Le signal à filtrer est le signal discret noté  $\tilde{\theta}[x_3, t]$ . La variable discrète  $x_3$  représente la position axiale ou le numéro de pixel :  $x_3 = mT_{x_3}$ , où  $T_{x_3}$  désigne la résolution spatiale ou fréquence d'échantillonnage spatial (de l'ordre de  $2 \cdot 10^{-4} m$ ),  $m$  un entier  $\in [1, M]$ ,  $M$  étant le nombre de pixels dans la direction axiale. Le temps  $t$  discret est donné par  $t = kT_t$  où  $T_t$  est la période d'acquisition des images ( $T_t$  varie de  $0.4s$  à quelques  $s$ ) et  $k$  un entier  $\in [1, K]$ ,  $K$  étant le nombre total d'images à traiter.

Le signal continu  $\theta(x_3, t)$ ,  $x_3 \in [-\frac{L}{2}, \frac{L}{2}]$  et  $t \in [t_i, t_f]$ , vérifie l'équation de diffusion de la chaleur 1D écrite à partir de l'équation bidimensionnelle 3.4 :

$$\rho C \left[ \frac{\partial \theta(x_3, t)}{\partial t} + \frac{\theta(x_3, t)}{\tau_{th1}} - \mathbf{d}_{th} \frac{\partial^2 \theta(x_3, t)}{\partial x_3^2} \right] = \mathbf{w}'_{ch}(x_3, t) \quad (4.1)$$

$\tau_{th1}$  est la constante de temps des fuites par convection et rayonnement sur les faces avant et arrière ( $\partial\Omega_0$  et  $\partial\Omega_e$ ) et sur les faces latérales ( $\partial\Omega_{-\frac{L}{2}}$  et  $\partial\Omega_{\frac{L}{2}}$ ).

*Le problème 1D à résoudre pour obtenir une évaluation des sources de chaleurs moyennes  $\mathbf{w}'_{ch}(x_3, t)$  dans les directions  $x_1$  et  $x_2$  consiste à estimer le membre de gauche de l'équation de diffusion de la chaleur 1D (Equation 3.4) à partir de profils thermiques expérimentaux.*

On présente dans cette partie une solution à ce problème, les opérateurs sont estimés à partir d'un traitement des signaux température discrets. Le traitement comprend une phase de filtrage et une phase de calcul des opérateurs. Ces deux opérations peuvent être réalisées simultanément par TFD ou bien successivement, l'opération de filtrage précédant l'évaluation des opérateurs.

### 4.4.3 Filtrage numérique passe-bas 1D par TFD

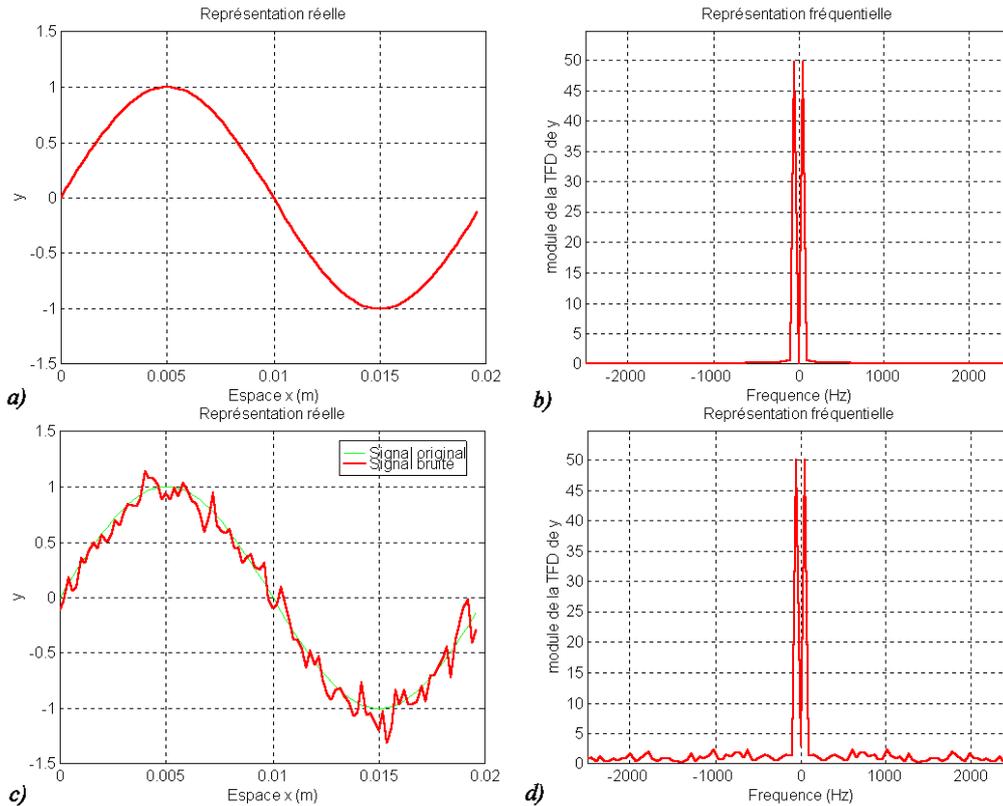


FIG. 4.2 – a) et b) Représentations réelle et fréquentielle d’un signal dont la période d’observation correspond à une période du signal. c) et d) Le bruit superposé au signal étale les fréquences du spectre.

Le filtrage numérique des signaux s’est fortement développé avec l’avènement des calculateurs numériques. Le logiciel de calcul numérique MATLAB qui, par construction, optimise les opérations de calcul matriciel se prête bien aux techniques de traitement du signal et de l’image. Mais l’utilisation *critique* de ses boîtes à outils spécifiques “Signal Processing” et “Image Processing” demande de bien connaître les propriétés et les limites des fonctions préprogrammées. Le code source de ces programmes est en général toujours accessible afin d’éviter l’effet “boîte noire”...

Pour ne pas alourdir le texte de ce chapitre nous avons repris quelques rappels sur le traitement numérique du signal en Annexe E. Les notions fondamentales pour le traitement des données présenté dans ce travail de thèse y sont rappelées: Transformée de Fourier continue (*TF*), Transformée de Fourier Discrète (*TFD*), convolution discrète, construction de filtres RIF et de filtres gaussiens.

Le filtrage passe-bas d’un signal passe par la donnée d’un filtre numérique passe-bas. Il existe de nombreuses façons de réaliser de tels filtres. En Annexe E, on rappelle les caractéristiques des filtres que l’on a choisis d’utiliser dans ce travail: *les filtres RIF et les filtres gaussiens*. Les premiers sont construits par des fonctions préprogrammées, les derniers sont programmés à partir d’expressions analytiques.

Nous allons présenter maintenant la mise en oeuvre d’une opération de filtrage à partir des valeurs discrètes  $b_k$  d’un filtre RIF dont le “gabarit” choisi dans l’espace des fréquences est celui d’un filtre passe-bas: les fréquences supérieures à la fréquence de coupure  $f_c$  sont supprimées.

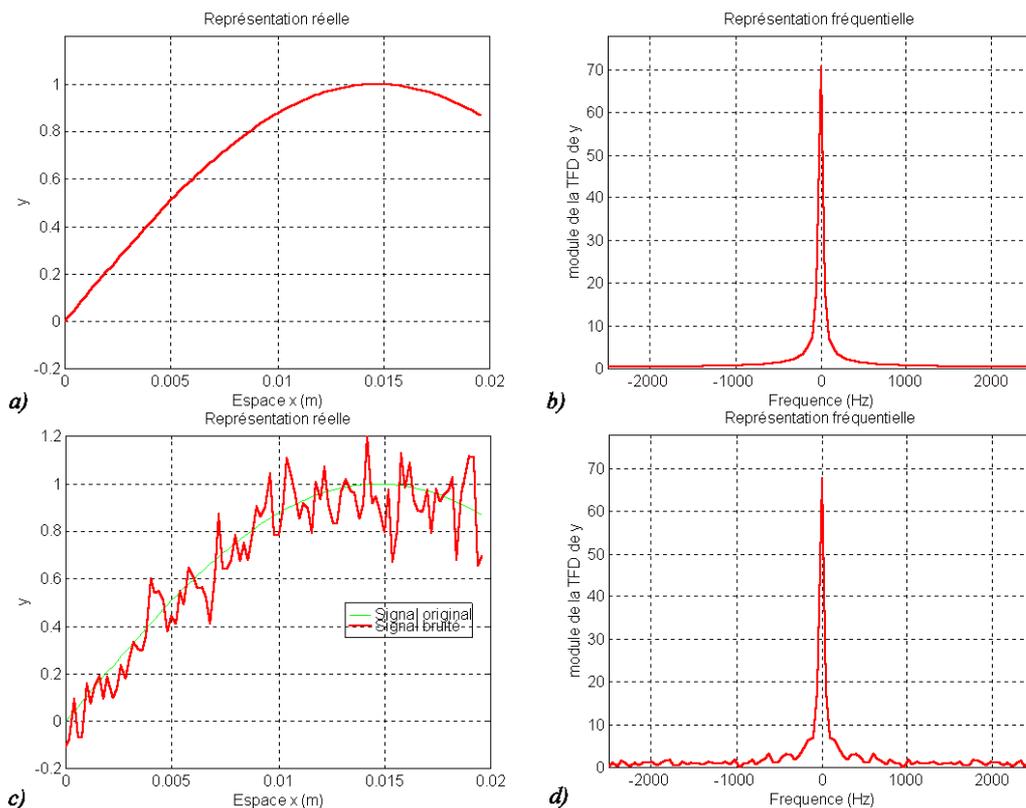


FIG. 4.3 – Mise en évidence de l'étalement du spectre lorsque la période d'observation  $T_0$  ne correspond pas à une période du signal.

### Représentations réelle et fréquentielle des signaux

Pour mieux saisir les difficultés liées à ce type de filtrage on rappelle à partir d'un exemple simple (voir figures 4.2 et 4.3) les conséquences du bruit et de l'opération de tronquage<sup>2</sup> sur la représentation fréquentielle d'un signal.

Sur les figures 4.2a et 4.2b sont représentées les réponses réelle et fréquentielle d'un signal discret. La fenêtre d'observation de largeur  $T_o$  choisie dans le plan réel correspond à une période  $a$  d'un signal analogique  $y(x) = \sin(\frac{2\pi}{a}x)$ , discrétisé à la période d'échantillonnage spatiale  $T_{x_3} = 2 \cdot 10^{-4} m$  ( $f_c = \frac{1}{T} = 5000 Hz (m^{-1})$ ):  $y[n] = y(x(iT_{x_3}))$ ,  $a$  désigne la période du signal,  $x \in [0, T_o]$  et  $n = 1, 2, \dots, M$ ; avec  $M = 99$  points.

La réponse fréquentielle (en fait le module de la  $TFD(y)$ ) tracée entre  $\frac{-f_c}{2}$  et  $\frac{f_c}{2}$  est limitée à deux pics correspondant à la fréquence propre  $f_a = \frac{1}{a}$  du signal et à son opposée  $-f_a$ . Lorsque du bruit<sup>3</sup> se superpose au signal (figure 4.2c) on observe un étalement de la réponse fréquentielle du signal, il y a apparition de hautes fréquences (HF).

Si la période d'observation  $T_o$  n'est pas une période du signal (figure 4.3a) alors on observe là aussi un étalement des fréquences (figure 4.3b). *L'irrégularité du signal sur ses bords, provoquée par la périodisation inhérente à la TFD, fait apparaître des HF.* En superposant un bruit à ce signal (figure 4.3c) on observe comme précédemment un étalement du spectre (figure 4.3d).

*La suppression des HF par l'application d'un filtre passe-bas aura donc pour conséquence de :*

- faire disparaître le bruit HF superposé au signal BF.

2. Définition d'une fenêtre d'observation dans le temps ou dans l'espace (voir Annexe E).

3. Le niveau de bruit représenté ici est volontairement exagéré, il correspond aux valeurs de bruit relevées sur les images expérimentales. Dans les exemples tests 1D que nous présentons ensuite le niveau de bruit des profils moyens sera plus faible.

- générer des effets de bords d'autant plus importants que le signal est irrégulier, i.e. la période d'observation ne correspond pas à une période du signal.

### Allure du filtre :

Travaillant avec des signaux discrets, et donc avec la *TFD*, les réponses en fréquence sont périodiques de période  $f_e = \frac{1}{T_{x_3}}$  où  $T_{x_3}$  désigne la période d'échantillonnage spatiale ou temporelle si le filtrage s'effectue dans le temps. L'allure des coefficients d'un filtre RIF de fréquence de coupure normalisée  $\bar{f}_c = \frac{f_c}{f_e/2} = 0.2$  est présentée dans les plans réel et fréquentiel à la figure 4.4

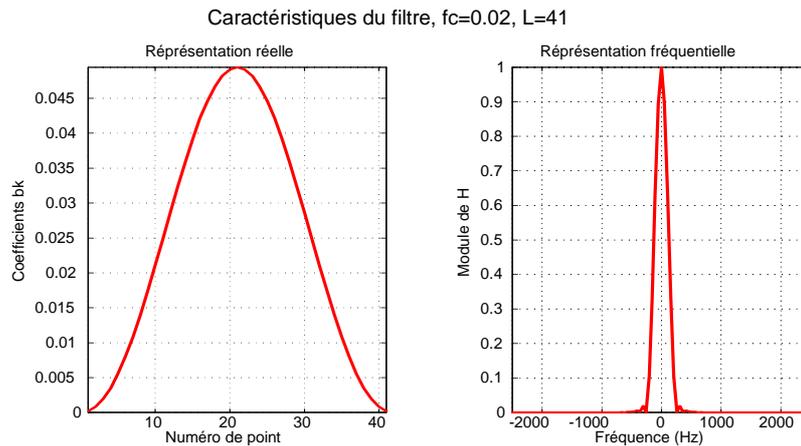


FIG. 4.4 – Réponses réelle et fréquentielle d'un filtre RIF de caractéristiques :  $\bar{f}_c = 0.02$  et  $L = 41$ .

La limitation en fréquence se traduit dans l'espace réel par un étalement des coefficients du filtre. Le filtre présenté ici est d'ordre 40, il comporte 41 points, son allure étant symétrique sa réponse fréquentielle est réelle.

### Opérations de filtrage

Les coefficients discrets  $b[n]$  du filtre étant connus, le filtrage du signal discret  $x[n]$  peut-être obtenu de 3 manières différentes :

f1) Par multiplication des *TFD* dans le plan des fréquences et retour dans le plan réel par  $TFD^{-1}$  :

$$x_{filtré} = TFD^{-1}(TFD(b).TFD(x))$$

f2) Par convolution circulaire :

$$x_{filtré} = x \otimes b$$

f3) Par sommation finie (équation de définition du filtre RIF) :

$$x_{filtré}[m] = \sum_{l=0}^{L-1} b[l] x[m-l], \quad m-l \geq 0$$

$L$  est le nombre de points (ou taille) du filtre et  $m$  est un entier variant de 0 à  $M-1$ ,  $M$  étant le nombre de points du signal à filtrer.

*Ces opérations de filtrage sont équivalentes sauf sur les bords où les effets sont différents.*

Dans les opérations de filtrage  $f_1$  et  $f_2$  les signaux étudiés sont implicitement considérés comme périodiques de période  $M$ . Si le signal est périodique et si le nombre de points  $M$  correspond à une période ou à un multiple entier de la période du signal à filtrer alors cela ne change rien. Par contre si

le signal n'est pas périodique ou si la longueur  $M$  de la fenêtre d'observation ne correspond ni à une période du signal ni à un multiple entier de la période alors on observe des **effets de bords**. Ces effets sont générés par la perte des HF liée à l'opération de filtrage. Ces HF sont nécessaires pour rendre compte de la discontinuité du signal due à sa non périodicité.

La dernière opération de filtrage ( $f_3$ ) entraîne elle aussi des effets de bords car le signal  $x$  est prolongé sur ses bords (par des valeurs nulles : “zeros padding”, ou par d'autres valeurs).

#### 4.4.4 Calcul des dérivées (en 1D)

Dans ce travail deux méthodes d'approximation des opérateurs à partir de signaux discrets ont été utilisées :

##### Approximation par différences-finies (méthode d1)

Il s'agit de la méthode la plus classique pour évaluer des dérivées à partir d'informations discrètes. Le terme  $\frac{\partial\theta}{\partial t}$  est approximé à partir du signal discret  $\tilde{\theta}$  par une approximation décentrée à gauche :

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}(x_3, t) \simeq \frac{\tilde{\theta}(x_3, t) - \tilde{\theta}(x_3, t - T_t)}{T_t}$$

où  $T_t$  est la période d'acquisition des images.

L'approximation du laplacien est obtenue par la relation :

$$\Delta\theta = \frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}(x_3, t) \simeq \frac{\tilde{\theta}(x_3 + T_{x_3}, t) - 2\tilde{\theta}(x_3, t) + \tilde{\theta}(x_3 - T_{x_3}, t)}{(T_{x_3})^2}$$

où  $T_{x_3}$  est la période d'échantillonnage spatial.

Cette dernière approximation est d'ordre 2 : si  $T_{x_3}$  est divisé par 2, l'erreur entre la dérivée seconde et l'approximation est divisée par 4. Notons ici que l'on ne peut pas agir sur la valeur du pas  $T_{x_3}$  puisque cette valeur fixe est imposée par le système d'acquisition.

##### Approximation par TFD (méthode d1)

En Annexe E est rappelée une des propriétés ( $P_2$ ) de la Transformée de Fourier continue (TF) permettant de calculer la dérivée  $p^{ième}$  d'un signal continu :  $TF(y^{(p)}) = (2i\pi f)^p TF(y)$ . Une propriété analogue peut-être établie, dans certaines conditions, pour les signaux discrets :

$$(TFD(y^{(p)}))[n] = (2i\pi \frac{n}{T_o})^p (TFD(y))[n]$$

où  $y$  est un signal discret de longueur  $N$ , observé avec une fenêtre d'observation de largeur  $T_o$ ;  $TFD(y)$  désigne la TFD d'ordre  $N$  du signal discret  $y$ .

#### 4.4.5 Effets de bords

A partir d'un exemple nous allons montrer l'importance des effets de bords, sur le signal filtré tout d'abord, puis sur le calcul du laplacien.

##### Effets sur le signal :

Le signal bruité présenté à la figure 4.3c est filtré par TFD (méthode f1) avec le filtre RIF décrit précédemment, de fréquence de coupure  $\tilde{f}_c = 0.02$ . Le résultat du filtrage apparaît à la figure 4.5. La confrontation entre le signal initial, non bruité, et le signal filtré fait apparaître d'importants effets de bords; la partie centrale du signal quant à elle est correctement estimée.

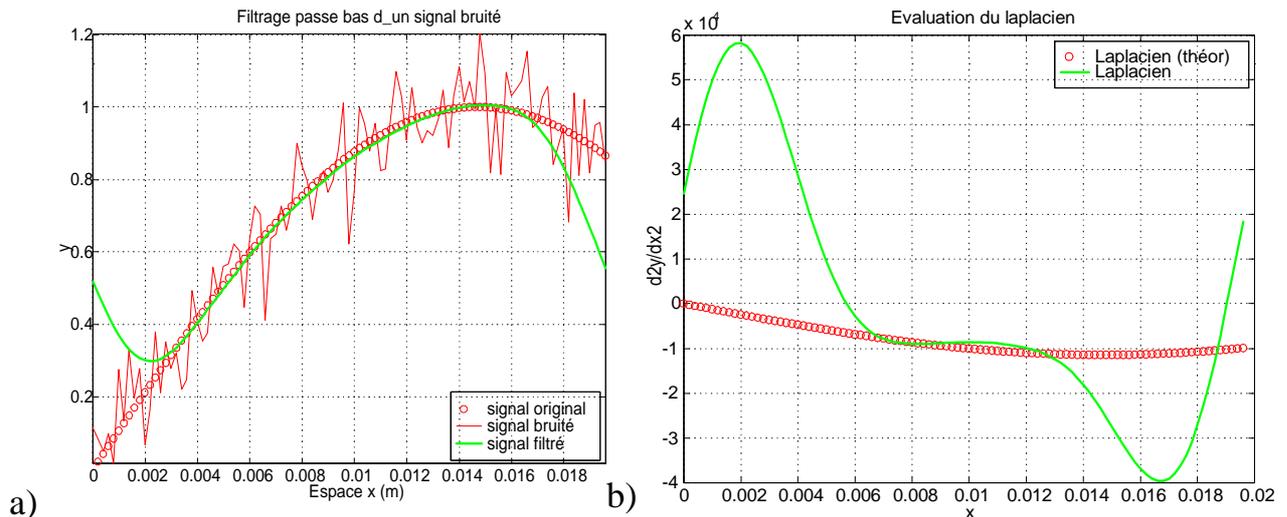


FIG. 4.5 – Mise en évidence des effets de bords générés par l’opération de filtrage passe-bas réalisée par TFD: a) effets sur le signal filtré, b) effets sur le laplacien.

**Effets sur le calcul du laplacien :**

Toujours sur le même exemple on se propose d’évaluer le laplacien du signal bruité. La dérivation est réalisée dans l’espace des fréquences (méthode d1) et le résultat est présenté à la figure 4.5b. Le laplacien calculé ne se superpose à l’évolution attendue (laplacien théorique) qu’au centre du signal, les effets de bords sont cette fois très importants : plus de la moitié de la longueur du signal est perturbée par ces effets de bords.

**Conclusions**

Nous venons de mettre en évidence, à travers un exemple, l’importance des effets de bords sur le signal filtré et surtout sur le calcul du laplacien.

La forme donnée au signal dans cet exemple n’a pas été choisie au hasard. Les profils axiaux des écarts de température observés se présentent le plus souvent sous cette forme. Les puits de chaleur que constituent les mors donnent au profils cette allure en “cloche”. Quant à l’asymétrie du profil elle est observée lorsque la localisation de striction n’apparaît pas au centre de la zone utile. Enfin, le bruit ajouté au signal correspond à du bruit expérimental prélevé sur un essai de caractérisation de bruit.

La plupart des techniques de filtrage génèrent des effets de bords, c’est en particulier le cas de celle utilisée dans le cadre de ce travail. Bien que parfaitement connu des spécialistes du traitement du signal et de l’image ces défauts ne semblent pas représenter pour eux un problème majeur. Et ceci principalement pour 2 raisons :

- les signaux (ou les images) à filtrer sont souvent de taille importante ( $\gg 100$  points ou échantillons), les effets de bords seront limités et altéreront peu la qualité du filtrage.
- le problème de dérivation d’un signal bruité (ou d’une image bruitée) est rarement<sup>4</sup> envisagé.

*Dans ce travail de thèse la correction des effets de bords est une nécessité. En effet, compte tenu du faible nombre d’échantillons dont on dispose (taille des profils ou des images), on ne peut pas se permettre de conserver seulement la partie centrale du signal, non affectée par ces effets.*

Dans le paragraphe suivant on propose une méthode permettant de réduire ces effets.

4. Le calcul de laplacien d’une image (faiblement) bruitée est parfois utilisé dans certains algorithmes de détection de contour.

#### 4.4.6 Prolongement périodique 1D

Pour réduire les effets de bords induits par l'opération de filtrage on propose de mettre en place un "prolongement périodique" du signal. On remplace la fenêtre d'observation de largeur  $T_o$  qui ne correspond pas à une période du signal par une fenêtre de taille plus importante  $T'_o$  dans laquelle le signal va être périodique.

Soient  $A$  et  $B$ , de coordonnées  $x_A$  et  $x_B$ , les 2 points extrêmes du signal discret observé dans la fenêtre de largeur  $T_o$  (voir figure 4.6). On souhaite prolonger ce signal du côté  $B$  par exemple jusqu'à un point  $C$  de coordonnée  $x_C$ . La partie prolongée, commençant au point  $B_p$  de coordonnée  $(x_B + T)$  et se terminant au point  $C$  est construite par interpolation polynomiale.

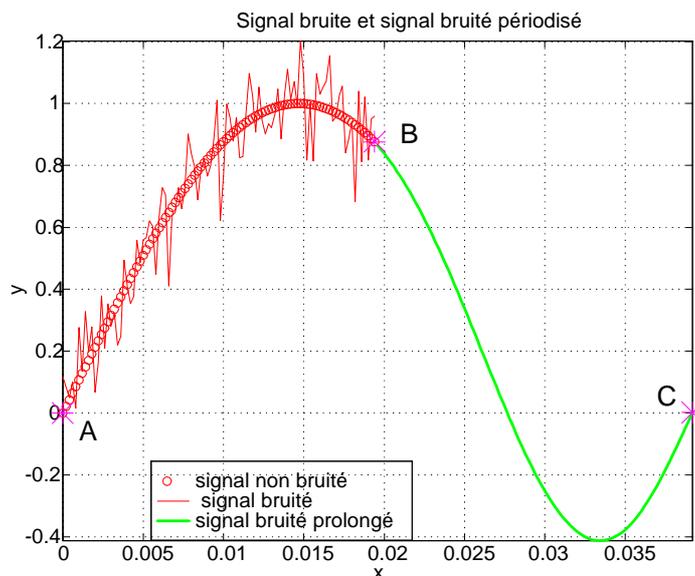


FIG. 4.6 – Prolongement périodique ( $B - C$ ) du signal bruité ( $A - B$ ) réalisée par interpolation polynomiale d'ordre 2.

On cherche un polynôme  $P(x)$  de degré 5 respectant les 6 conditions limites (CL) suivantes :

$$\begin{cases} P(x_B) = y(x_B) = y_{x_B} \\ P'(x_B) = y'(x_B) = y'_{x_B} \\ P''(x_B) = y''(x_B) = y''_{x_B} \\ P(x_C) = y(x_A) = y_{x_A} \\ P'(x_C) = y'(x_A) = y'_{x_A} \\ P''(x_C) = y''(x_A) = y''_{x_A} \end{cases}$$

Le raccordement est réalisé ici jusqu'à l'ordre 2 de façon à assurer la régularité du laplacien.

*La phase délicate de cette méthode concerne l'évaluation des CL ( $y_{x_B}$ ,  $y'_{x_B}$ ,  $y''_{x_B}$ ,  $y_{x_A}$ ,  $y'_{x_A}$  et  $y''_{x_A}$ ) lorsque le signal est bruité...*

Une manière d'y parvenir pourrait-être de filtrer le signal et de calculer à partir de ce signal filtré les CL, mais on se heurte encore une fois aux effets de bords que l'on souhaite corriger!

L'opération de filtrage n'étant pas possible on se propose d'effectuer un lissage polynômial sur les 2 bords du signal à filtrer avec 2 polynômes de degré 2. Les 3 coefficients de ces 2 polynômes fournissent les 6 CL cherchées. Le résultat du prolongement périodique d'un signal bruité est présenté à la figure 4.6. Au premier abord les raccordements semblent satisfaisants, on constatera cependant qu'ils ne sont pas parfaits, de faibles effets de bords vont être mis en évidence lors du filtrage du signal et lors du calcul du laplacien.

**Remarque :**

[R2] Deux paramètres influent sur la méthode, il s'agit de : la longueur  $T'_o - T_o$  (ou nombre de points) du prolongement et la longueur  $T_{liss}$  (ou nombre de points) choisie à droite et à gauche des points  $A$  et  $B$  pour lisser le signal bruité et calculer les CL. Dans le cas de la figure 4.6 les valeurs de ces 2 paramètres sont  $T'_o = 2T_o$  et  $T_{liss} = 0.2T_o$ .

### Effets du prolongement sur le signal filtré

Le signal bruité une fois prolongé est filtré avec le filtre passe-bas précédemment utilisé. Le résultat du filtrage est présenté à la figure 4.7a. Le signal filtré, après prolongement, ne présente plus d'effets de bords, il se superpose pratiquement au signal non bruité.

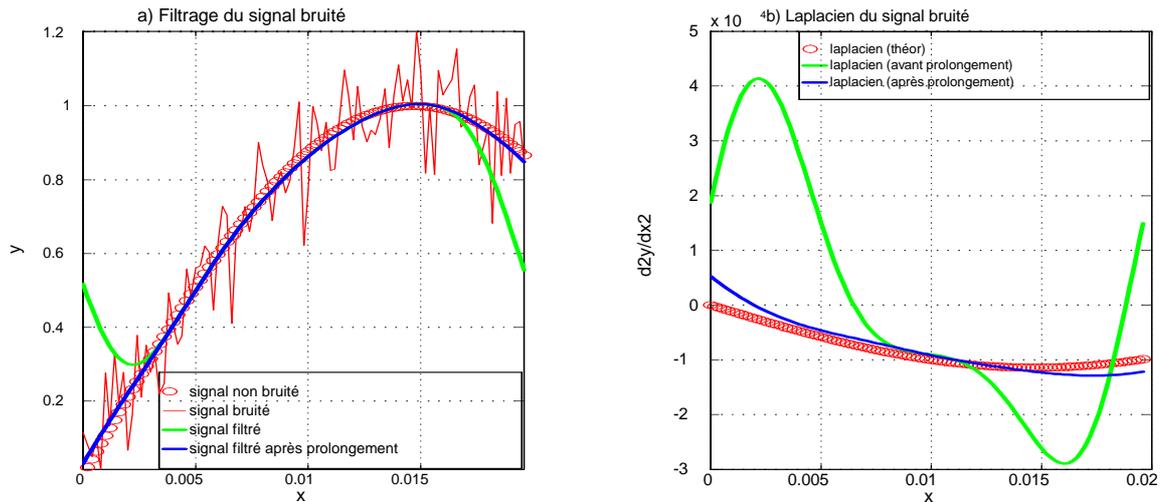


FIG. 4.7 – Conséquences du prolongement périodique sur : a) le signal filtré, b) le calcul du laplacien.

### Effets du prolongement sur le calcul du laplacien

Sur la figure 4.7b on observe le résultat du calcul du laplacien réalisé à partir du signal bruité prolongé. Les effets de bords sont fortement atténués mais persistent encore. L'origine de cette erreur d'estimation du laplacien vient, certes en partie de l'opération de filtrage qui "écrase" la courbure du signal, mais elle provient surtout d'une mauvaise évaluation des CL lors de la construction du prolongement. On peut vérifier que ces effets disparaissent si l'on fait tendre le niveau de bruit vers zéro.

### Conclusion

Cette méthode de prolongement périodique que l'on vient de présenter permet de réduire fortement les effets de bords introduits par l'opération de filtrage. Les limitations de cette méthode, avec notamment les très faibles effets de bords encore détectables sur le calcul du laplacien, proviennent de la difficulté d'estimer les CL, nécessaires au prolongement périodique, à partir du signal bruité.

Lorsque le traitement sera appliqué à plusieurs profils il sera possible de réduire les fluctuations du laplacien sur les bords.

#### 4.4.7 Construction d'exemples tests 1D - Contrôle du traitement 1D

##### Objectifs

On souhaite tester la validité de la méthode de traitement (filtrage dans le temps, filtrage dans l'espace, évaluation des opérateurs) à partir de *profils de synthèse* dont on connaît les expressions

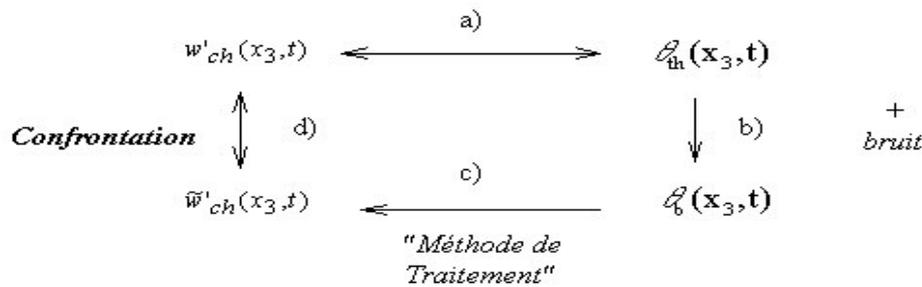


FIG. 4.8 – Présentation des 4 étapes du test de validation du traitement 1D.

analytiques. Les profils thermiques ou de sources de chaleur que l'on se donne seront appelés aussi profils “profils théoriques”, après le traitement ils seront qualifiés de “profils calculés”.

Le schéma de la figure 4.8 présente les 4 étapes de cette phase de test :

- a) Construction des expressions analytiques des profils thermiques théoriques  $\theta_{th}(x_3, t)$  et des profils de sources de chaleur associés  $w'_{ch}(x_3, t)$ .
- b) Construction des profils thermiques bruités  $\theta_b(x_3, t)$  par ajout d'un bruit conforme aux observations expérimentales.
- c) Application du traitement aux profils bruités et obtention des profils de sources de chaleur calculés  $\tilde{w}'_{ch}(x_3, t)$ .
- d) Confrontation des profils calculés des sources avec les profils théoriques.

Cette dernière étape regroupe en fait des phases intermédiaires où sont confrontées chacune des évaluations des termes intervenant dans le traitement ( $\frac{\partial \theta}{\partial t}, \theta, \Delta \theta$ ) avec leurs évolutions théoriques.

Ces exemples tests permettent :

- de contrôler la validité de la méthode pour différentes formes de profils de température.
- de tester la stabilité de la méthode en fonction du rapport signal/bruit.
- de régler les paramètres de la méthode : paramètres liés aux opérations de filtrage dans l'espace et dans le temps (fréquences de coupure et taille des filtres,...), paramètres liés au prolongement périodique (longueur du prolongement, longueur choisie sur les bords pour le calcul des CL,...).

### Construction d'exemples tests

Les profils théoriques d'écart de température et de sources de chaleur associées peuvent être construits de 2 manières :

i)  $\theta_{th}(x_3, t) \rightarrow w'_{ch}(x_3, t)$

On se donne l'expression analytique de l'évolution des profils thermiques au cours du temps et on calcule les divers opérateurs présents au membre de gauche de l'équation de diffusion de la chaleur 1D (équation 4.1) de manière à obtenir une expression analytique (théorique) des profils de sources de chaleur.

La construction des profils de sources théoriques à partir de profils thermiques ne pose pas de problèmes de calcul, elle offre de plus l'avantage de pouvoir s'inspirer de la forme des profils thermiques expérimentaux observés. La forme des profils de sources théoriques, quant à elle, est plus difficilement contrôlable.

ii)  $w'_{ch}(x_3, t) \rightarrow \theta_{th}(x_3, t)$

On se donne cette fois l'expression analytique de l'évolution au cours du temps des profils de sources de chaleur théoriques et on calcule les profils thermiques théoriques associés.

Le calcul est ici beaucoup plus délicat à mettre en oeuvre, il nécessite, par exemple, l'utilisation d'une méthode spectrale. Par contre la forme des profils de sources est parfaitement contrôlée, on peut ainsi choisir des profils avec de forts gradients, dans l'espace comme dans le temps.

L'exemple test présenté ci-après a été construit selon la procédure i). On choisit de construire les évolutions de profils thermiques en s'inspirant des évolutions expérimentales. Voici par exemple une image "espace-temps" 3D (figure 4.9) obtenue lors d'un essai de traction simple sur une éprouvette d'acier doux (nuance HR55, essai dénommé ba3, vitesse de déplacement traverse imposée : 0.4 mm/s). Pour chaque image thermique acquise lors de l'essai on construit un profil thermique axial en faisant la moyenne sur  $N$  colonnes appartenant à la zone utile de l'éprouvette, ici  $N = 28$  colonnes.

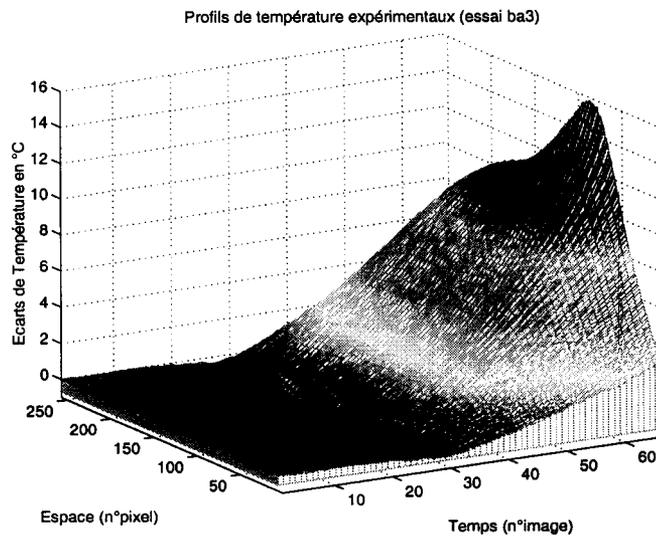


FIG. 4.9 – Image "espace-temps" 3D montrant l'évolution au cours du temps de profils thermiques axiaux au cours d'un essai de traction sur une éprouvette en HR55 (essai ba3).

Dans le cadre d'essais mécaniques de traction simple sur des aciers les images espace-temps des profils thermiques axiaux se présentent toujours sous le même aspect :

- 1<sup>ère</sup> phase : profils homogènes et stationnaires (nuls au bruit près) l'essai mécanique ne commence qu'au delà des 10 premières images, après l'enregistrement d'un état de référence.
- 2<sup>ième</sup> phase : décroissance de la température due au couplage thermoélastique (sources de chaleur négatives) lors du chargement élastique de l'éprouvette. Les profils sont quasiment homogènes dans l'espace car les variations de température sont faibles.
- 3<sup>ième</sup> phase : échauffement progressif associé à la phase d'écroutissage plastique. Les sources de chaleur sont positives et sont principalement activées par le terme de dissipation intrinsèque. La forme des profils dans l'espace n'est plus homogène et ceci quelle que soit l'allure des profils de sources (homogènes ou pas).
- 4<sup>ième</sup> phase : échauffement localisé lié au développement de la striction.

#### Construction des profils thermiques théoriques :

En s'inspirant de la forme de l'évolution des profils thermiques expérimentaux on choisit de construire analytiquement des profils thermiques théoriques  $\theta_{th}(x_3, t)$ , avec  $x_3 \in [-\frac{L}{2}, +\frac{L}{2}]$  et  $t \in [0, t_f]$  :

- $t \in [0, t_3]$

Refroidissement puis réchauffement homogènes :

$$\theta_{th}(x_3, t) = \theta_{th}(t) = A_1 + B_1(t - t_1)^2$$

$t_1$  : instant où la température passe par un minimum,  $A_1$  et  $B_1$  sont 2 constantes réelles.

- $t \in [t_3, t_4]$

Réchauffement homogène :

$$\theta_{th}(x_3, t) = \theta_{th}(t) = A_2 + \alpha\sqrt{t - t_2}$$

$\alpha$  et  $t_2$  sont 2 paramètres et  $A_2$  une constante réelle.

- $t \in [t_4, t_f]$

Profils hétérogène, localisation centrée autour de la position axiale  $x_o$  :

$$\theta_{th}(x_3, t) = A_2 + \alpha\sqrt{t - t_2} + A_3(t_3 - t_4)e^{-\frac{(x-x_o)^2}{\gamma}}$$

$\gamma$  est un paramètre réglant la largeur de la zone localisée et  $A_3$  une constante réelle.

Les constantes  $A_1$ ,  $A_2$  et  $B_1$  sont calculées de façon à assurer la continuité du signal  $\theta_{th}$  dans le temps comme dans l'espace.

*Calcul des sources associées :*

Elles sont calculées à partir des expressions analytiques précédentes et de l'équation 4.1 :

- $t \in [0, t_3]$

$$w'_{ch}(x_3, t) = w'_{ch}(t) = \rho C [2B_1(t - t_1) + \frac{A_1 + B_1(t - t_1)^2}{\tau_{th1}}]$$

- $t \in [t_3, t_4]$

$$w'_{ch}(x_3, t) = w'_{ch}(t) = \rho C [\frac{\alpha}{2\sqrt{t - t_2}} + \frac{A_2 + \alpha\sqrt{t - t_2}}{\tau_{th1}}]$$

- $t \in [t_4, t_f]$

$$w'_{ch}(x_3, t) = \rho C [\frac{\alpha}{2\sqrt{t - t_2}} + \frac{A_2 + \alpha\sqrt{t - t_2}}{\tau_{th1}} + e^{-\frac{(x-x_o)^2}{\gamma}} (A_3(1 + \frac{t - t_4}{\tau_{th1}}) + \frac{2dA_3(t - t_4)}{\gamma} (1 - \frac{2(x-x_o)^2}{\gamma}))]$$

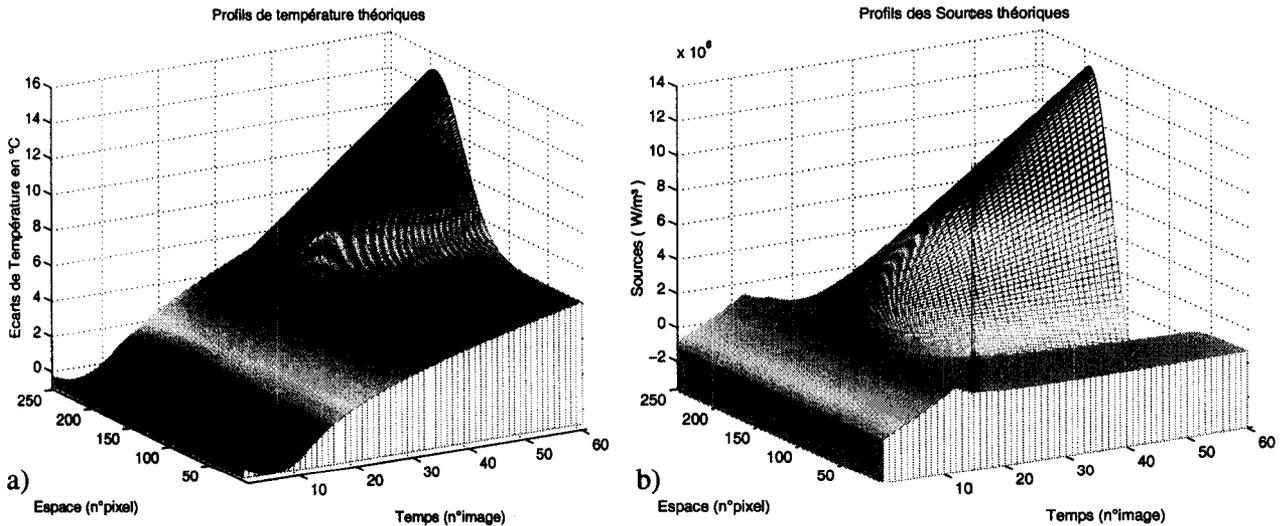


FIG. 4.10 – Evolution des profils axiaux théoriques d'écart de température et de sources de chaleur.

Les fonctions continues  $\theta_b$  et  $w'_{ch}$  sont ensuite discrétisées avec des périodes d'échantillonnage spatial ( $T_{x_3}$ ) et temporel ( $T_t$ ) conformes à celles obtenues expérimentalement. On obtient ainsi  $K$  profils (correspondants à  $K$  images) de  $M$  points. Les valeurs numériques utilisées dans l'exemple présenté ci-après sont les suivantes :  $T_{x_3} = 2 \cdot 10^{-4} m$ ,  $T_t = 1 s$ ,  $K = 61$  profils (ou images),  $M = 251$  points (ou pixels) ;  $L = 5 \cdot 10^{-2} m$ ,  $t_f = 60 s$ ,  $t_0 = 0 s$ ,  $t_1 = 5 s$ ,  $t_2 = 10 s$ ,  $t_3 = 12 s$ ,  $t_4 = 15 s$ ,  $\alpha = 1$ ,  $\gamma = 0.002L$ ,  $x_0 = 3L/4$ .

Les images espace-temps 3D donnant l'évolution des profils thermiques et de sources de chaleur au cours du temps sont présentées à la figure 4.10.

Les figures 4.11a et 4.11b montrent la forme des profils thermiques bruités correspondants à différentes images et l'évolution dans le temps de l'écart de température en différents points de la direction

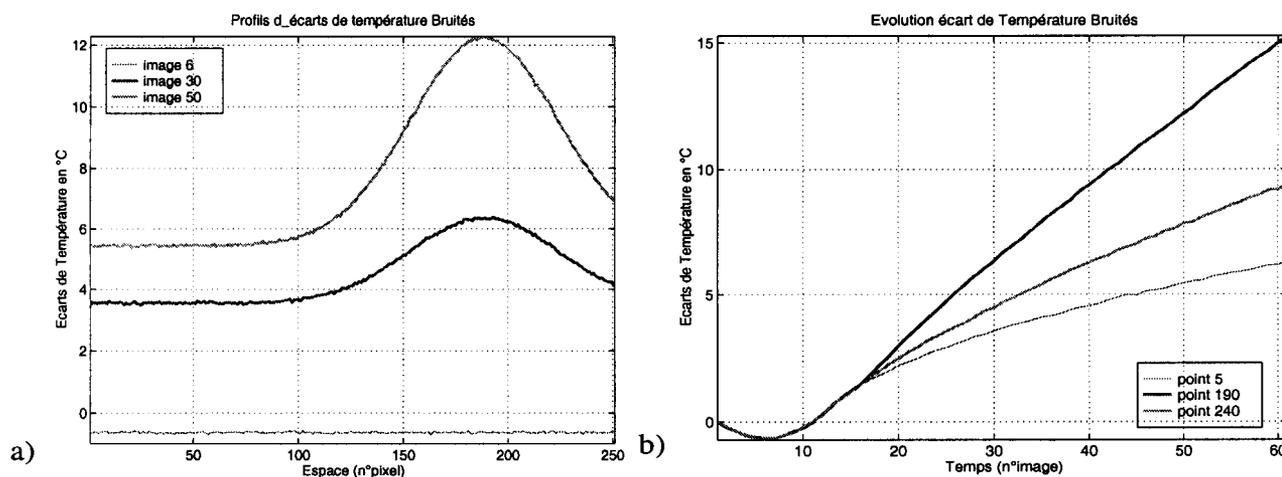


FIG. 4.11 – a) Profils thermiques bruités à différents instants (images 6, 30 et 50), b) Evolution de l'écart de température au cours du temps en trois points (pixels 5, 190 et 240).

axiale. Notons ici que le maximum de  $\theta_b(x_3, t)$  est atteint au niveau du pixel n°190. Les profils thermiques sont ici faiblement bruités, le niveau de bruit est réduit d'un facteur  $\sqrt{N}$  (avec  $N = 40$ ) car ces profils bruités correspondent à la moyenne de  $N$  colonnes d'une image thermique.

### Application du traitement à un exemple test

Le programme de traitement est appliqué à ces  $K$  profils bruités et fournit en sortie les  $K$  profils de sources de chaleur calculées.

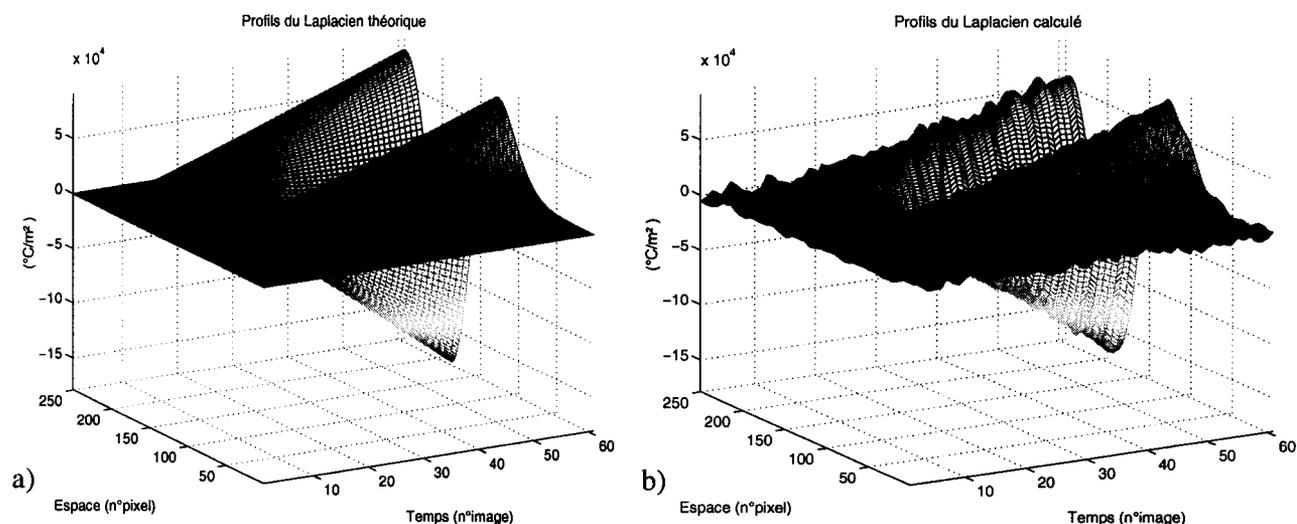
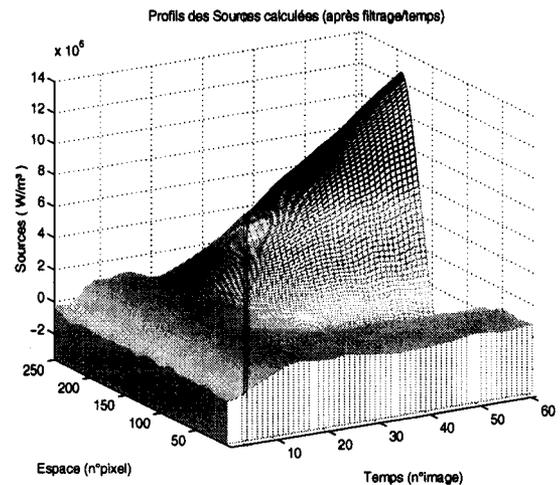
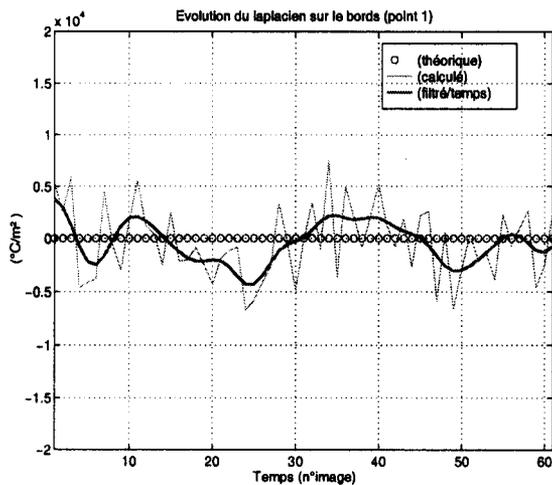


FIG. 4.12 – Images espace-temps 3D montrant l'évolution des profils de laplacien: a) théorique, b) calculé.

L'étape critique du traitement concerne l'évaluation du laplacien. La figure 4.12b montre les résultats obtenus sur l'évaluation du laplacien, les profils théoriques attendus étant rappelés à la figure 4.12a. Les oscillations perceptibles sur ces profils calculés proviennent du bruit associé aux profils thermiques. Le traitement a été appliqué à plusieurs formes d'exemples test et dans tous les cas on a pu observer des oscillations plus importantes aux extrémités des profils. On retrouve les effets de bords que la méthode de prolongement périodique n'a pu totalement compenser. On peut remarquer que ces défauts sur les 2 bords des profils, dont l'origine est liée à la difficulté de calculer les CL nécessaires

au prolongement périodique, ont une distribution aléatoire autour d'une valeur moyenne proche de la valeur attendue sur les bords (voir figure 4.13a).

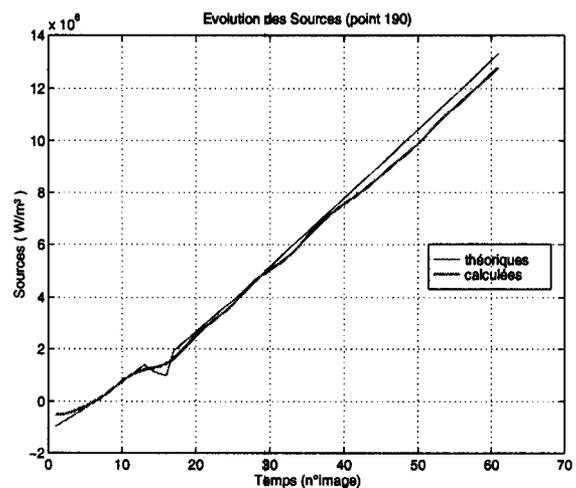
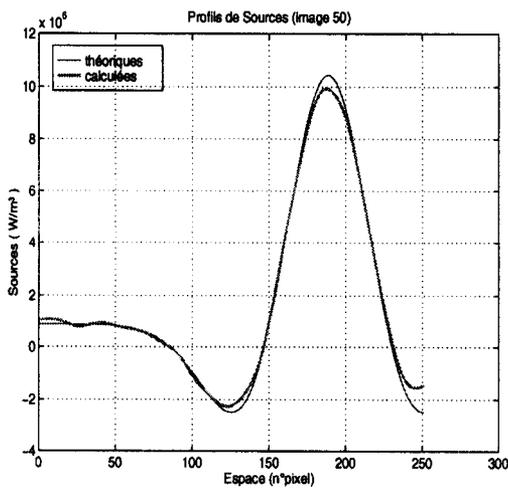


a)

b)

FIG. 4.13 – a) Evolution dans le temps du laplacien sur le bord (point 1). b) Image espace-temps 3D des profils de sources calculées.

En conséquence, pour réduire les erreurs d'évaluation sur les bords et pour réduire aussi les légères fluctuations au centre des profils de laplacien, on propose d'effectuer un filtrage passe-bas dans le temps de ces profils. Le résultat de ce filtrage est présenté à la figure 4.13a au point 1 (ou pixel 1). Les valeurs obtenues en ce point après filtrage sont plus régulières. Le résultat final du traitement est présenté à la figure 4.13b avec le tracé des profils de sources de chaleur calculées. Ces résultats sont alors confrontés aux profils théoriques (figure 4.10b) attendus.



a)

b)

FIG. 4.14 – Comparaison des sources de chaleur calculées avec les valeurs théoriques attendues : a) profils à un instant donné (image 50), b) évolution dans le temps en un point (point 190).

Des tracés 1D permettent de mieux apprécier la qualité du traitement. La figure 4.14a montre à un instant donné (image 50) le résultat du calcul d'un profil de sources de chaleur superposé au profil théorique. Dans l'espace le profil calculé est proche du profil attendu, dans les zones à fort gradient les écarts sont plus importants : l'opération de filtrage spatial a atténué le signal et donc sa courbure. Dans le temps (figure 4.14b), et en un point particulier (point ou pixel 190), on obtient des valeurs

de sources de chaleur calculées très légèrement sous-estimées. On remarque de plus que l'évolution singulière des sources calculées entre les images 13 et 17 n'est pas aussi précise que celles attendues, la dernière opération de filtrage atténuant les variations rapides dans le temps.

## Conclusions

La validation du traitement 1D des profils thermiques a été réalisée à partir d'exemples tests tels que celui que l'on vient de présenter. La stabilité et la validité du traitement ont été éprouvées à partir de :

- différentes formes de profils thermiques.
- différentes évolutions dans le temps de ces profils.
- différents niveaux de bruit.

La construction d'un critère d'erreur permettant de juger la validité du traitement est très délicate à mettre en place car la méthode est fortement dépendante des fréquences spatiales et temporelles des phénomènes à observer. Si le spectre de fréquence des phénomènes physiques à observer est faiblement perturbé par les opérations de filtrages spatiaux et temporels alors le traitement sera **quantitativement correct** : l'écart relatif entre les valeurs calculées et les valeurs théoriques ne sera que de quelques %.

*Dans la suite et notamment dans le cadre du traitement de profils expérimentaux on supposera cette condition réalisée, les fréquences supérieures aux fréquences de coupure des filtres ( $f_c$  varie de 0.02 à 0.1), si elles existent, ne pourront pas être prises en compte. Ce point constitue une des limites du traitement mis en place.*

Cette approche 1D a montré qu'il était possible, dans les limites que l'on vient de rappeler, de donner une évaluation des sources de chaleur 1D à partir de profils thermiques axiaux. Le bruit associé aux images thermiques limite pour l'instant la méthode à des phénomènes basses fréquences. Avec l'arrivée sur le marché de caméras IR multi détecteurs plus rapides (plusieurs dizaines à plusieurs centaines d'images par seconde...) et plus précises (NETD=0.02°C au lieu de 0.1 à 0.2°C...) il est possible d'étendre largement et sans difficulté le domaine de validité de cette approche.

## 4.5 Traitement des images thermiques par TFD - Problème 2D

En moyennant les informations dans la direction transversale l'approche 1D supprime la possibilité d'observer les phénomènes ayant une composante dans cette direction. Par exemple le traitement 1D d'images thermiques acquises lors de la propagation de bandes de Lüders ne permet pas de rendre compte de l'inclinaison de ces bandes par rapport à la direction de chargement.

Une approche 2D, plus précise, est donc nécessaire. Pénalisé par un Rapport Signal sur Bruit (RSB) plus faible, le traitement 2D sera plus délicat à mettre en oeuvre.

Sans rentrer dans tous les détails des programmes de calcul on rappelle ci-après les caractéristiques principales des différentes étapes du traitement 2D. Les points suivants vont être plus particulièrement développés :

- filtrage des images dans le temps.
- filtrage des images dans l'espace et prolongement périodique.
- estimation du laplacien.
- contrôle de la méthode.

Pour plus d'informations sur le vocabulaire et les outils de traitement du signal utilisés dans cette partie on pourra se référer à l'Annexe E, qui rappelle dans un cadre unidimensionnel les notions essentielles à cette étude, ainsi qu'à la littérature spécialisée mentionnée en fin de chapitre et de l'Annexe E.

### 4.5.1 Remarques préliminaires

Le passage d'un traitement 1D vers un traitement 2D n'est pas immédiat. De nouvelles difficultés apparaissent, les principales sont résumées dans les remarques suivantes :

#### Rapport Signal/Bruit plus faible

L'un des points les plus importants concerne la valeur du rapport Signal/Bruit (RSB) des images thermiques. Lors de l'approche 1D ce rapport avait pu être fortement augmenté (d'un rapport  $\sqrt{N}$ ) en travaillant avec un profil axial moyen obtenu en faisant la moyenne de  $N$  colonnes d'une image thermique. En 2D, on ne peut pas réduire de cette manière le bruit avant l'opération de traitement.

La dégradation du RSB va avoir 2 conséquences directes sur le traitement :

- *nécessité* de filtrer les images dans le temps pour évaluer le terme dérivée / temps ( $\frac{\partial \theta}{\partial t}$ ).
- *difficulté* pour prolonger périodiquement les images.

Face à ces 2 contraintes nous proposons une modification qui nous semble importante du traitement par rapport à l'approche 1D : *l'évaluation du laplacien ne sera pas obtenue à partir des images thermiques bruitées mais à partir du résultat du filtrage passe-bas dans le temps de ces images.*

On verra dans la suite que le RSB des images peut ainsi être amélioré d'un rapport 2 à 4 selon la fréquence de coupure du filtre choisie.

#### Temps de calcul

Une contrainte supplémentaire par rapport à l'approche 1D est celle imposée par les temps de calcul. Dès lors que les traitements portent sur des images, dont le nombre peut atteindre plusieurs centaines, le paramètre temps de calcul va devenir important. Tout au long de ce travail un effort particulier a été accordé à l'optimisation des performances du traitement tant au niveau de la précision des résultats que des temps de calcul. Chaque fois que cela a été possible les opérations ont été réalisées matriciellement avec le logiciel Matlab. Pour des images thermiques de taille 256 lignes \* 30 points l'ordre de grandeur des temps de calcul sur un ordinateur PC Pentium 166 est de l'ordre de 1 heure environ pour 300 images.

#### Taille des images, stockage des résultats

Une autre difficulté de l'approche 2D est liée à la taille des informations à traiter (images). Cette contrainte supplémentaire a été intégrée dans la conception des algorithmes de traitement. Des solutions de stockage (en fichiers binaires) des résultats ont d'autre part été proposées, mais ne seront pas présentées dans ce manuscrit, elles seront reprises dans une note interne.

#### Notations

Afin de simplifier l'écriture des diverses quantités *discrètes* introduites dans le traitement des images réelles ou de synthèse on introduit, à un instant  $t$  donné, les matrices suivantes :

*Images réelles (observées ou calculées) :*

**TB** : Image thermique expérimentale (bruitée).

**&TBft** : Image thermique expérimentale filtrée dans le temps.

**TBfxy** : Image thermique expérimentale filtrée dans l'espace.

**TBdt** : "Dérivée par rapport au temps" d'une image thermique expérimentale.

**TBdtf**: “Dérivée par rapport au temps” d’une image thermique expérimentale, filtrée dans l’espace.

**LAP**: “Laplacien” d’une image thermique bruitée filtrée dans le temps.

**S**: Sources de chaleur calculées.

*Images de synthèse (construites analytiquement) :*

**TH**: Image thermique théorique (non bruitée).

**THdt**: “Dérivée par rapport au temps” d’une image thermique théorique.

**LAPH**: “Laplacien théorique” d’une image thermique.

**SH**: Sources de chaleur théoriques

Lorsque du bruit est ajouté aux images de synthèse on retrouve les notations propres aux images réelles.

Toutes ces matrices ont une dimension  $(M, N)$  où  $M$  et  $N$  désignent respectivement le nombre de lignes et le nombre de colonnes d’une image. Enfin, on désignera par  $K$  le nombre total d’images traitées.

#### 4.5.2 Construction d’un exemple test 2D

Dans l’approche 1D le traitement a été mis au point à partir de profils thermiques axiaux de synthèse. En 2D le traitement est contrôlé à partir d’images de synthèse.

Au cours de la présentation du traitement qui va suivre les images de synthèse retenues sont celles correspondant à l’exemple suivant :

*Test 2D - Exemple 1 (essai zb3) :*

Les images thermiques théoriques sont construites à partir d’une expression analytique décrivant une fonction gaussienne 2D de faible courbure dans la direction transversale  $x_2$ .

$$TH = \theta_{th}(x_2, x_3, t) = \frac{1}{A} e^{-a(x_2-x_{2o})^2} e^{-b(x_3-x_{3o})^2} \sqrt{t-t_o} \quad (4.2)$$

avec  $A = 0.1\sqrt{K-1}$ ,  $a = 1000$ ,  $b = 5000$ ,  $x_{2o} = l/2$ ,  $x_{3o} = L/3$ ,  $t_o = 1$  s. Cette fonction continue est ensuite échantillonnée en l’évaluant aux valeurs discrètes des variables  $x_2$ ,  $x_3$ , et  $t$  :

- $x_2 = k_2 T_{x_2}$  avec  $k_2 = 0, 1, 2, \dots, N-1$  où  $N$  est le nombre de points sur une ligne et  $T_{x_2}$  la période d’échantillonnage dans la direction transversale.

- $x_3 = k_3 T_{x_3}$  avec  $k_3 = 0, 1, 2, \dots, M-1$  où  $M$  est le nombre de lignes d’une image et  $T_{x_3}$  la période d’échantillonnage dans la direction axiale.

- $t = kT$  avec  $k = 0, 1, 2, \dots, K-1$  où  $K$  est le nombre total d’images acquises et  $T$  la période d’acquisition des images.

*Application numérique* :  $M = 252$  lignes,  $N = 31$  points,  $T_{x_2} = T_{x_3} = 2 \cdot 10^{-4}$  m,  $K = 62$  images,  $T = 1$  s.

A partir de 4.2 sont évaluées les expressions théoriques des différents termes de l’équation de la chaleur :  $THdt$ ,  $LAPH$ ,  $SH$ . Du bruit expérimental est ajouté aux images thermiques théoriques  $TH$  pour former les images thermiques bruitées notées  $TB$ .

#### 4.5.3 Filtrage dans le temps et évaluation du terme dérivée / temps

**Filtrage des images dans le temps :**

Un filtrage passe-bas dans le temps est appliqué à chaque point de l’image  $TB$ . Pour une image de  $M$  lignes par  $N$  colonnes, l’opération consistant à appliquer  $M * N$  filtrages 1D, trop coûteuse en temps de calcul, est remplacée par un filtrage 2D appliqué à une matrice de grande taille  $(M \times N, K)$  contenant les évolutions de température au cours du temps de tous les points de l’image. Un filtre

passé-bas, actif seulement dans la direction du temps filtre les données dans le temps. La fréquence de coupure de ce filtre ne doit pas être trop faible ( $> 0.2 \frac{f_s}{2}$ ) pour ne pas trop écraser les phénomènes dans le temps. Ces images thermiques filtrées dans le temps seront notées  $TBft$ .

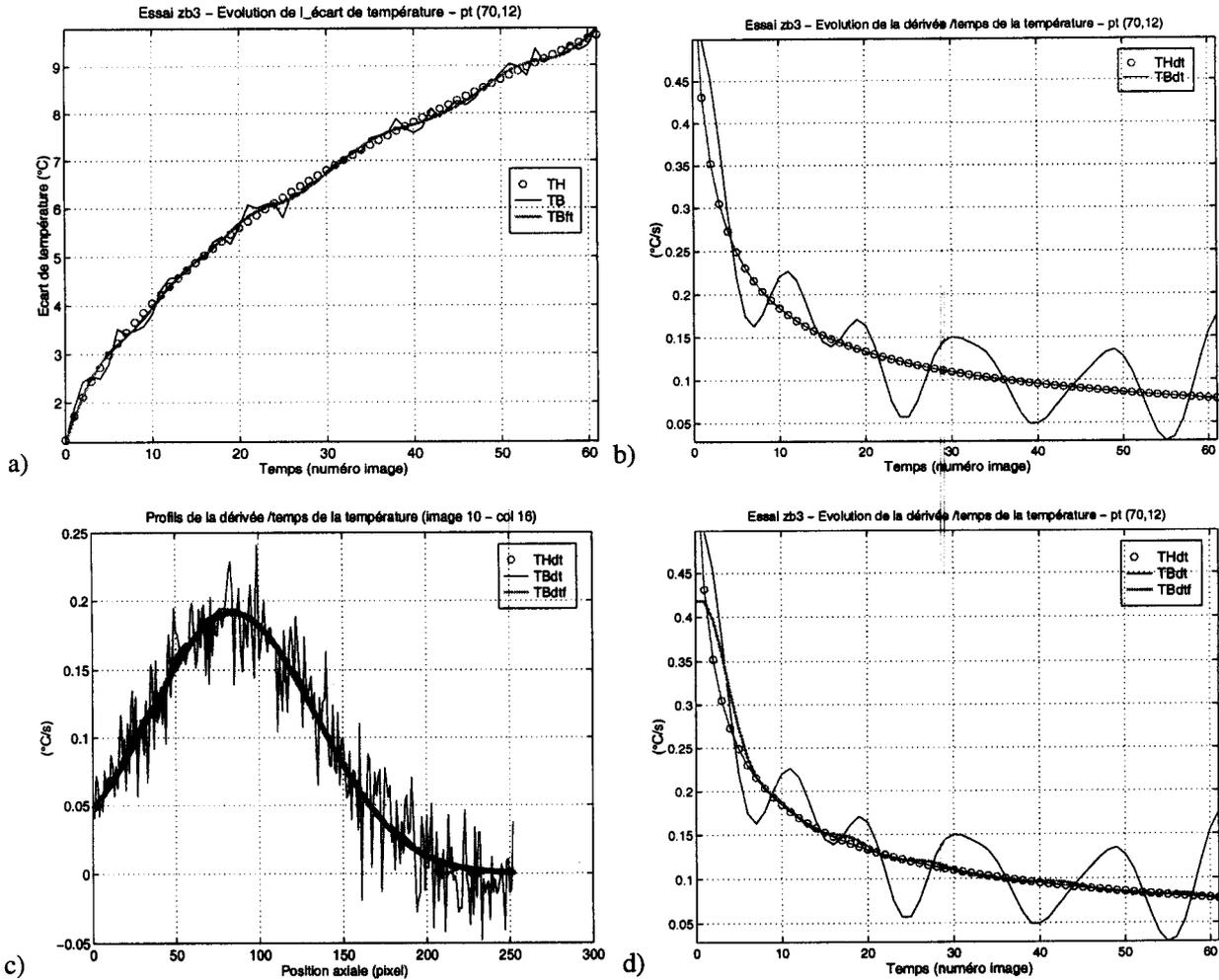


FIG. 4.15 – Calcul de la dérivée /temps des images thermiques, validation sur un exemple test. a) Evolution du signal théorique  $TH$ , du signal bruité  $TB$  et du signal filtré dans le temps  $TBft$  en un point particulier  $(70, 12)$  d'une image thermique. b) Confrontation entre la dérivée /temps calculée  $TBdt$  et la dérivée théorique  $THdt$ . c) Allure dans l'espace de  $TBdt$ , filtrage spatial de  $TBdt$  et obtention de l'expression finale  $TBdtf$  de la dérivée par rapport au temps d'une image thermique. d) Effets du filtrage spatial sur l'évolution dans le temps.

La figure 4.15a montre l'effet du filtrage dans le temps sur le signal thermique bruité  $TB$  en un point particulier (pixel 70, pixel 12) des images. On observe la disparition des hautes fréquences, le signal filtré  $TBft$  est proche du signal théorique  $TH$ .

#### Calcul de la dérivée /temps :

Le terme  $TBdt$  est évalué par différences finies décentrées à gauche à partir des données  $TBft$  filtrées dans le temps :

$$TBdt(x_2, x_3, t) = \frac{\partial \theta}{\partial t}(x_2, x_3, t) \simeq \frac{TBft(x_2, x_3, t) - TBft(x_2, x_3, t - T_t)}{T_t} \quad \forall x_2, x_3$$

où  $x_2$  et  $x_3$  sont les coordonnées cartésiennes d'un pixel de l'image et  $T_t$  la période d'acquisition des images.

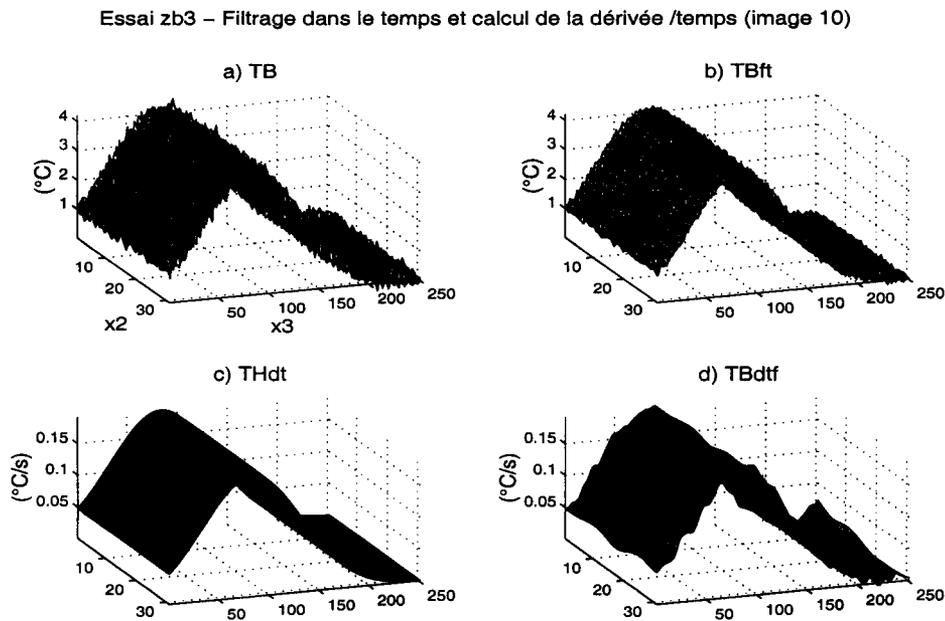


FIG. 4.16 – Calcul de la dérivée /temps des images thermiques, validation sur un exemple test: a) Image thermique brute  $TB$ , b) Image thermique filtrée dans le temps  $TBft$ , c) image théorique de la dérivée /temps  $THdt$ , d) image calculée de la dérivée /temps  $TBdtf$ .

Sur la figure 4.15b on peut comparer sur l'exemple test précédent et au même point (70,12) de l'image le résultat de ce calcul avec l'évolution théorique. Le signal calculé  $TBdt(70, 12, t)$  oscille autour de la valeur théorique, ces oscillations proviennent du bruit associé à l'évolution thermique en ce point. Un moyen pour réduire ces oscillations est proposé à l'étape suivante.

### Filtrage dans l'espace de la dérivée /temps :

La reconstruction des images  $TBdt$  après l'opération de dérivation réalisée en tout point de l'image fait apparaître une distribution spatiale fortement bruitée autour de la valeur théorique attendue (voir par exemple les profils axiaux présentés à la figure 4.15c).

Pour réduire le bruit spatial des images  $TBdt$  nous proposons d'effectuer un filtrage passe-bas de ces images; le résultat, i.e. les images de dérivée /temps, filtrées dans l'espace, seront notées  $TBdtf$ . Sur la figure 4.15c est présenté le résultat d'un profil axial (image 10, colonne 16) de  $TBdtf$ . On constate que le profil filtré est pratiquement confondu avec le profil théorique.

Intéressons nous maintenant aux conséquences de ce filtrage spatial sur l'évolution dans le temps du signal  $TBdtf$ . Le tracé présenté à la figure 4.15d montre que l'opération de filtrage dans l'espace a permis de réduire fortement le bruit dans le temps. L'évolution de  $TBdtf$  se superpose à celle attendue ( $THdt$ ).

L'enchaînement d'un filtrage temporel du signal thermique et d'un filtrage spatial de sa dérivée /temps permet d'obtenir une bonne évaluation de la dérivée dans le temps des images thermiques. Un contrôle systématique des différentes étapes de cette évaluation a été réalisé à partir d'exemples tests d'images de synthèse bruitées. La figure 4.16 montre le résultat du calcul de la dérivée /temps, à un instant donné (image 10), pour l'exemple test précédent. Sur cette figure sont présentés le résultat ( $TBft$ ) du filtrage dans le temps d'une image thermique ainsi que l'allure finale de la dérivée /temps d'une image thermique ( $TBdtf$ ). La confrontation entre  $TBdtf$  et  $THdt$  montre que l'évaluation de la dérivée /temps est qualitativement et quantitativement correcte.

Ces deux types d'images seront utilisés dans l'évaluation des sources de chaleur. La première ( $TBft$ ) présentant un RSB plus faible que les images brutes servira de base à l'évaluation des termes de fuites thermiques ( $\Delta\theta$  et  $\frac{\theta}{\tau_{th}}$ ).

#### 4.5.4 Filtrage dans l'espace et évaluation du terme laplacien

Avant de présenter les techniques de filtrage et de calcul du laplacien retenues dans ce travail on revient sur les conséquences de l'opération de filtrage dans le temps que l'on vient de détailler.

##### Incidence du filtrage dans le temps sur les images thermiques.

La confrontation des images  $TB$  et  $TBft$  des figures 4.16a et 4.16b montre que l'opération de filtrage dans le temps permet d'augmenter de manière conséquente le RSB des images thermiques. Une coupe de ces images (profil axial correspondant à la colonne 12) est tracée à la figure 4.17a.

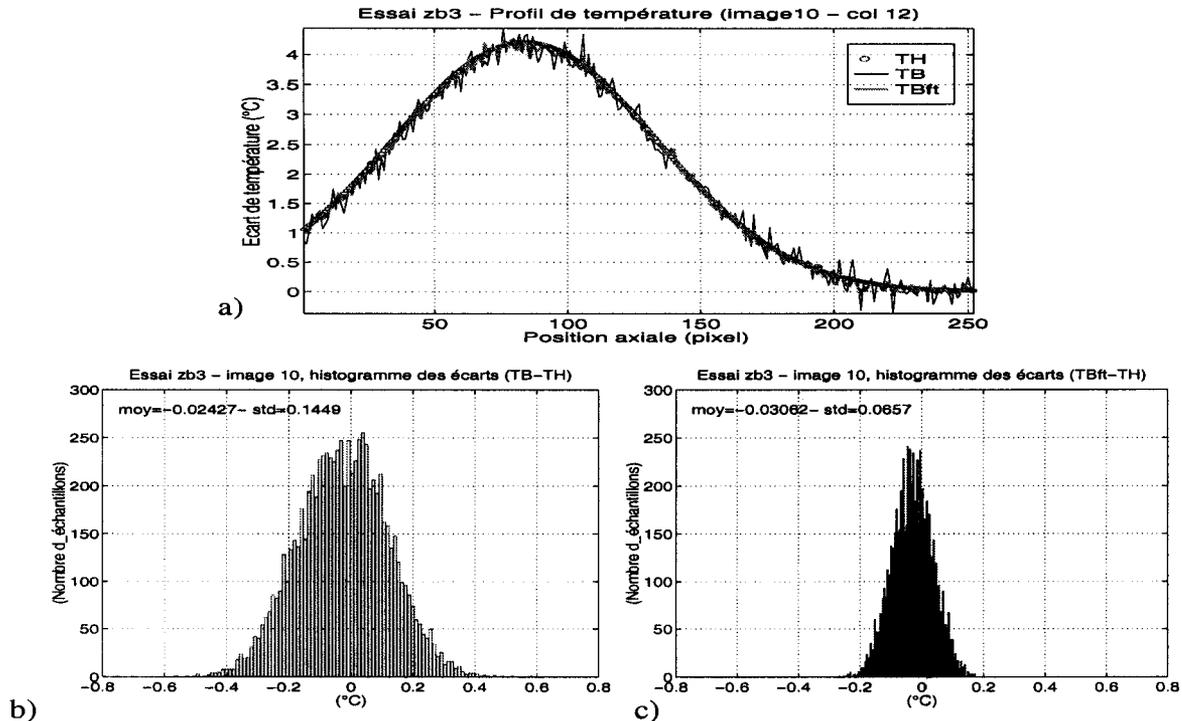


FIG. 4.17 – Réduction du bruit spatial par filtrage dans le temps: a) effets sur un profil axial, b) et c) histogrammes des différences  $(TB - TH)$  et  $(TBft - TH)$  montrant les effets du filtrage sur une image.

L'amplitude crête-crête du bruit est fortement réduite, l'étude des histogrammes construits à partir des écarts  $(TB - TH)$  et  $(TBft - TH)$  confirme l'importance de l'opération de filtrage dans le temps (voir figures 4.17b et c). Le signal filtré est plus régulier, l'écart-type est réduit d'un facteur supérieur à 2, les points forts (pics vers le haut) ou faibles (vers le bas) ont été supprimés.

Les images  $TBft$  vont maintenant être filtrées dans l'espace pour évaluer l'opérateur laplacien sur chaque image.

#### Filtrage dans l'espace - prolongement périodique

Comme dans l'approche 1D la technique de filtrage retenue ici est une technique de filtrage linéaire passe-bas appliquée par TFD. En 1D nous avons souligné l'importance des effets de bords sur le calcul du laplacien lorsque les profils axiaux n'étaient pas "périodiques". En 2D on retrouve les mêmes effets sur les 4 bords d'une image lorsqu'elle n'est pas (spatialement) périodique.

Un prolongement périodique des profils avait permis, en 1D, de s'affranchir presque totalement de ces effets. Confortés par cette approche nous proposons de mettre en oeuvre en 2D une technique de prolongement périodique des images afin de réduire les effets de bords.

- Comment prolonger périodiquement les images?

La méthode de prolongement périodique par interpolation polynomiale introduite en 1D est difficile à mettre en oeuvre en 2D. En effet les faibles valeurs du RSB des images thermiques rendent délicats l'évaluation correcte des C.L. nécessaires à la construction de fonctions spline (fonctions polynomiales 2D).

De même, la réalisation de  $M * N$  prolongements périodiques 1D (en fin de chaque ligne et de chaque colonne) ne peut-être envisagée. A cause des erreurs d'estimation des C.L. la surface prolongée présenterait dans la direction perpendiculaire au prolongement de trop fortes irrégularités.

Nous avons choisi une autre méthode pour prolonger périodiquement les images thermiques.

• *Principe de la méthode retenue :*

La méthode retenue est une méthode itérative, très rapide, elle s'appuie tout simplement sur la propriété de périodisation implicite introduite par le filtrage par TFD. Elle est conduite en filtrant une image thermique bruitée prolongée  $TBp$  de taille plus grande, construite en complétant l'image brute  $TB$  à prolonger par des valeurs évoluant au cours des itérations. *Les étapes de prolongement et de filtrage ne s'enchaînent plus comme en 1D mais sont simultanées*, elles sont décrites ci-après.

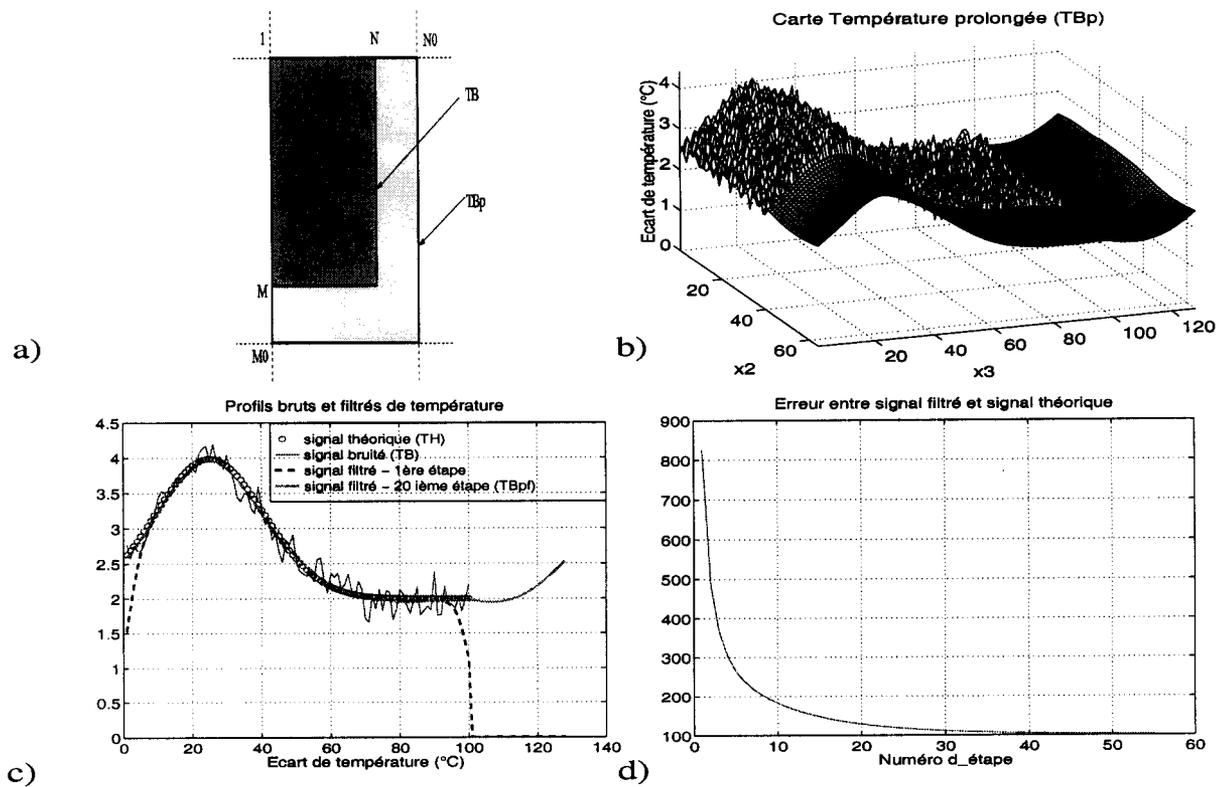


FIG. 4.18 – *Principe méthode de prolongement périodique: a) taille des images thermiques brutes  $TB$  et prolongées  $TBp$ , b) visualisation sur un exemple test du prolongement d'une image bruitée, c) coupe de l'image précédente montrant l'évolution du signal filtré au cours des itérations, d) évolution de l'erreur au cours des itérations.*

Les tailles  $(M, N)$  et  $(M_0, N_0)$  en pixels des images  $TB$  et  $TBp$  apparaissent à la figure 4.18a. A la 1<sup>ère</sup> itération l'image  $TBp$  est construite à partir de  $TB$  et en imposant sur les bords *des valeurs initiales*. L'image ainsi prolongée  $TBp$  est alors filtrée par un filtrage passe-bas. La partie de l'image filtrée située au delà des pixels  $M$  et  $N$  est juxtaposée à l'image brute  $TB$  pour être filtrée lors de la 2<sup>ème</sup> itération. Chaque fois on conserve la partie  $TB$  et on réinjecte sur les bords le signal filtré à l'étape précédente. Au fur et à mesure des itérations on assiste à un remplissage de la zone prolongée assurant une grande régularité à l'image prolongée (voir figure 4.18b).

Dans cet exemple on avait choisi d'initialiser le processus à partir de valeurs nulles dans la zone de prolongement. A la fin de la 1<sup>ère</sup> itération, l'image filtrée dans l'espace, réduite à sa zone principale

de taille  $(M, N)$ , présente des distorsions sur ses bords. Cette image filtrée dans l'espace sera notée  $TBfxy$ . Au cours des itérations ces "défauts" vont peu à peu disparaître. La figure 4.18c montre l'évolution au cours des itérations d'un profil axial de l'image filtrée, les effets de bords observés à la 1<sup>ère</sup> itération ont disparu à la 20<sup>ième</sup>.

Le suivi, à un instant  $t$  donné, de la différence entre l'image filtrée  $TBfxy^{(i)}$  au cours des itérations  $i$  et l'image brute  $TB$  peut-être obtenu par l'erreur  $e(i)$  suivante évaluée pour chaque itération  $i$  :

$$e(i) = \sum_{x_2=1}^N \sum_{x_3=1}^M [TBfxy^{(i)}(x_2, x_3, t) - TB(x_2, x_3, t)]^2.$$

L'évolution de cette erreur au cours des itérations réalisées pour prolonger l'image de la figure 4.18b est dessinée à la figure 4.18d. Au cours des itérations les effets de bords disparaissent, l'erreur diminue et tend à se stabiliser autour d'une valeur constante (non nulle à cause du bruit associé au signal  $TB$  et de l'atténuation du signal par l'opération de filtrage).

- *Optimisation de la méthode de prolongement :*

Un certain nombre d'améliorations doivent maintenant être apportées à cette méthode pour optimiser le prolongement et l'utiliser pour évaluer le laplacien des images thermiques.

Des tests ont mis en évidence les rôles importants joués par les paramètres :

- a<sub>1</sub>) taille de l'image prolongée :  $M0$  et  $N0$ .
- a<sub>2</sub>) fréquence de coupure du filtre passe-bas.
- b<sub>1</sub>) nombre d'itérations.
- b<sub>2</sub>) valeurs initiales affectées à la partie prolongée.

Pour optimiser les temps de calcul on prend pour  $M0$  et  $N0$  des puissances de 2. Afin d'éviter les perturbations des bords opposés on choisit  $M0$  et  $N0$  tels que :  $\frac{M0-M}{2} > M_f$  et  $\frac{N0-N}{2} > N_f$ , ici dans le cas où  $M0 - M$  et  $N0 - N$  sont des nombres pairs;  $M_f$  et  $N_f$  représentent les largeurs du filtre passe-bas dans le plan réel et sont bien-sûr reliés aux fréquences de coupure du filtre.

Le rôle des 2 derniers paramètres est très important. Un choix approprié (valeurs sur les bords, symétries,...) des valeurs initiales affectées à la zone prolongée permet de réduire fortement le nombre d'itérations et donc de diminuer les temps de calcul.

**Remarque :**

[R3] Le contrôle du nombre d'itérations est délicat et ne peut être réalisé à partir de l'erreur évoquée précédemment. En effet, cette erreur porte sur le signal température et non sur sa dérivée seconde. L'image filtrée peut-être correctement estimée mais le calcul du laplacien fera parfois apparaître des distorsions sur les bords. Est-il alors possible d'établir un critère permettant de contrôler ces itérations? Aucune réponse satisfaisante n'a pu être apportée pour l'instant. La construction d'un critère portant sur l'évaluation du laplacien d'une image semble en effet impossible à mettre en place en pratique puisque cette quantité demeure inconnue pour les images expérimentales!

Devant l'impossibilité de construire un critère adaptatif contrôlant les itérations il a été décidé de fixer leur nombre et de contrôler le prolongement et le calcul du laplacien à partir d'exemples tests inspirés des images expérimentales.

- *Estimation du laplacien par différences finies 2D :*

Comme dans l'approche 1D on propose une approximation ( $LAP$ ) du laplacien par différences finies 2D à partir des images thermiques discrètes filtrées dans l'espace ( $TBfxy$ ). L'approximation du laplacien est obtenue en sommant l'approximation des deux dérivées secondes  $DER''_{x_2}$  et  $DER''_{x_3}$  dans

les deux directions transversale  $\vec{x}_2$  (horizontale) et axiale (verticale)  $\vec{x}_3$  de l'image  $TBfxy$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} LAP = DER''_{x_2} + DER''_{x_3} \quad , \text{ avec :} \\ DER''_{x_2}(x_2, x_3, t) = \frac{TBfxy(x_2+\Delta x_2, x_3, t) - 2TBfxy(x_2, x_3, t) + TBfxy(x_2-\Delta x_2, x_3, t)}{(\Delta x_2)^2} \\ DER''_{x_3}(x_2, x_3, t) = \frac{TBfxy(x_2, x_3+\Delta x_3, t) - 2TBfxy(x_2, x_3, t) + TBfxy(x_2, x_3-\Delta x_3, t)}{(\Delta x_3)^2} \end{array} \right. \quad (4.3)$$

$\Delta x_2$  et  $\Delta x_3$  sont les pas d'espace où résolutions spatiales.

L'approximation du laplacien définie par 4.3, d'ordre 2, fait intervenir 5 points. La relation 4.3 n'est pas la seule approximation par différences-finies du laplacien d'une image. D'autres expressions d'ordre 2 ou d'ordres supérieurs existent (voir par exemple les références [Faurre 91] et [Marion 87]). Outre la relation 4.3 nous avons testé d'autres expressions de laplacien. Les tests réalisés sur les images thermiques filtrées n'ayant pas conduit à de différences significatives nous avons choisi de conserver l'expression la plus simple (4.3).

Calcul :

Le calcul du laplacien (relations 4.3) est très rapide puisqu'il peut être réalisé à partir d'une convolution discrète (notée '\*', voir rappels en Annexe E). En effet, le calcul d'un opérateur sur une image n'est qu'un filtrage particulier de celle-ci, filtrage qui peut s'exprimer à partir d'un produit de convolution discret<sup>5</sup> :

$$LAP = \frac{1}{(\Delta x_2)^2} (TBfxy * h_2) + \frac{1}{(\Delta x_3)^2} (TBfxy * h_3)$$

Les filtres  $h_2$  et  $h_3$ , appelés aussi noyaux de convolution, sont les suivants :

$$h_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad h_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

• *Validation de la méthode de prolongement et de filtrage à travers le calcul du laplacien d'images de synthèse :*

L'opération de prolongement périodique est réalisée en même temps que celle de filtrage. Cette dernière étant accomplie par un filtre gaussien 2D, passe-bas. Pour valider la qualité du filtrage des images thermiques, on propose, comme précédemment d'utiliser des exemples tests construits à partir d'images de synthèse. L'évolution dans le temps ainsi que la forme dans l'espace de ces images s'inspirent des observations expérimentales. C'est au cours de ces phases de tests que sont choisies les valeurs des paramètres de la méthode.

Le même exemple test est utilisé ici et on décide d'appliquer la méthode de calcul du laplacien à l'image 10 présentée à la figure 4.16b. Le profil axial (colonne centrale de l'image) dessiné à la figure 4.19a montre l'allure du signal filtré sur sa partie principale  $[1, M]$  et au delà du signal prolongé sur la partie  $[M, M0]$ . On vérifie bien ici l'absence d'effets de bord sur une image pourtant non périodique dans la direction axiale.

Le laplacien est maintenant évalué à partir de l'image filtrée  $TBfxy$  lors de l'étape de prolongement et filtrage. L'estimation du laplacien de l'image thermique brute ( $TB$ ) ainsi obtenue ( $LAP$ ) doit

5. En pratique, pour éviter les effets de bords, on n'utilise pas exactement l'expression qui suit. La taille de la matrice  $TBfxy$  étant  $(M, N)$  le résultat du produit de convolution est une matrice de taille  $(M+2, N+2)$  dont une partie (contour de largeur 2 pixel) est affecté par les effets de bords. Pour éviter ces effets et conserver un résultat de taille  $(M, N)$  on ne part pas de  $TBfxy$  mais d'une matrice où on a ajouté 1 pixel sur tout le contour de  $TBfxy$  pour avoir une matrice à filtrer de taille  $(M+2, N+2)$ . La partie ajoutée est prélevée sur la matrice prolongée périodiquement de  $TBfxy$ .

## Essai zb3 – Calcul du laplacien (image 10)

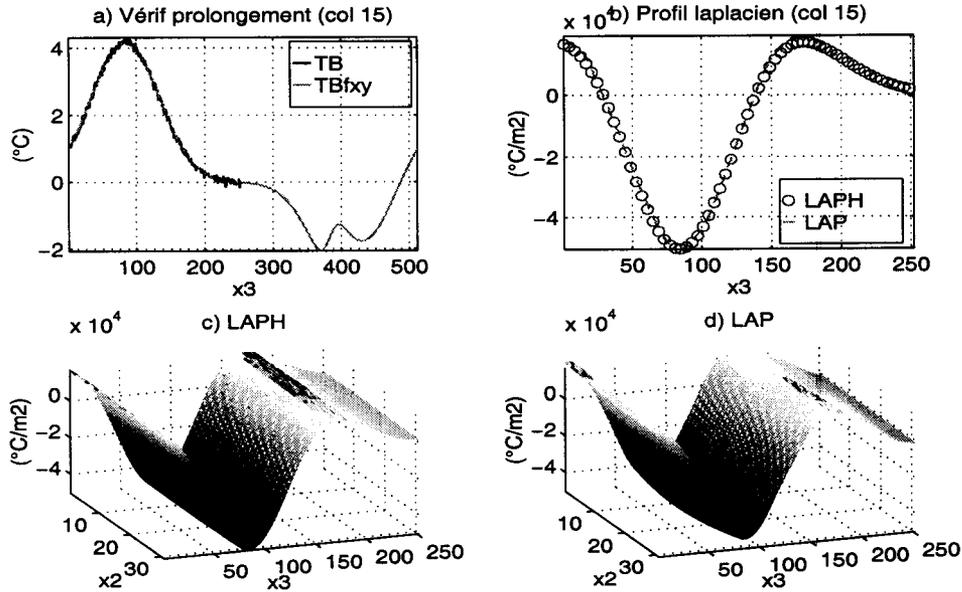


FIG. 4.19 – Calcul du laplacien de l'image thermique présentée à la figure 4.16 : a) vérification du prolongement d'un profil axial ( $M = 252$  points,  $M_0 = 512$  points), b) comparaison laplacien calculé  $LAP$  et laplacien théorique  $LAPH$ , c) et d) tracé du laplacien théorique et du laplacien calculé de l'image thermique.

maintenant être confrontée à l'image théorique attendue ( $LAPH$ ). Pour simplifier la présentation on ne va superposer ici qu'un profil axial (le long de la colonne centrale) des images  $LAP$  et  $LAPH$  (voir figure 4.19b). Le laplacien calculé présente de faibles oscillations autour du profil théorique attendu. L'approximation réalisée ici avec ce type d'image synthétique est qualitativement et quantitativement correcte (voir aussi images 3D sur les figures 4.19c et d).

### Remarques sur le calcul du laplacien :

[R4] L'estimation du laplacien d'une image thermique est l'opération la plus délicate du passage des températures aux sources de chaleur. Pour que le calcul soit possible on est amené à ne conserver que les basses fréquences des images et par voie de conséquence des courbures. Ainsi, seuls les phénomènes dont les fréquences spatiales sont inférieures aux fréquences de coupure du filtrage spatial pourront être observés. L'ordre de grandeur de ces fréquences limites est d'environ  $0.02 \frac{f_{xy}}{2}$  à  $0.04 \frac{f_{xy}}{2}$ , où  $f_{xy}$  désigne la fréquence d'échantillonnage spatiale de l'image.

[R5] Pour se rendre compte de la très grande sensibilité au bruit du calcul du laplacien il suffit de considérer par exemple que le numérateur de l'expression (équation 4.3ii) permettant d'évaluer la quantité  $\frac{\partial^2 \theta}{\partial x_2^2}$  est estimé avec une erreur de  $10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}$ . La présence au dénominateur d'un coefficient  $(\Delta x_2)^2$ , avec  $\Delta x_2 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ , conduit à une erreur absolue d'estimation de la dérivée seconde dans la direction transversale  $x_2$  de  $1250 \text{ } ^\circ\text{C} \cdot \text{m}^{-2}$ . Si en ce point la valeur de la dérivée seconde est de  $10^4 \text{ } ^\circ\text{C} \cdot \text{m}^{-2}$  l'erreur relative sera supérieure à 10%. Or ce cas de figure peut se présenter lorsqu'il s'agit d'estimer la dérivée seconde d'une image thermique dans la direction transversale. Les faibles courbures observées dans cette direction, ajoutées à la faiblesse d'informations ( $N$  inférieur le plus souvent à 50) font que dans le calcul du laplacien le terme  $\frac{\partial^2 \theta}{\partial x_2^2}$  est le plus délicat à estimer.

[R6] A l'issue de l'opération de dérivation par différences finies l'image du laplacien présente de fortes oscillations que l'on élimine par une ultime étape de filtrage spatial.

[R7] Dans le traitement de certaines images thermiques de synthèse faiblement bruitées de légers effets de bords subsistent encore. Leur origine est liée à la méthode de prolongement périodique mise en oeuvre. Cette dernière, développée pour traiter des images thermiques fortement bruitées (caméra actuelle) pourra être remplacée à l'avenir par des techniques plus performantes lorsque le Rapport Signal sur Bruit sera plus élevé (caméra plus rapide). Parmi les techniques envisagées on peut citer la méthode d'interpolation polynomiale utilisée dans l'approche 1D.

#### 4.5.5 Contrôle du traitement 2D

Les quantités évaluées au cours des étapes précédentes, à chaque instant d'acquisition, vont servir maintenant à l'estimation des sources de chaleur  $S$ . Compte tenu des notations précédemment introduites et de l'équation de diffusion de la chaleur (équation 3.4) les sources  $S$  sont évaluées à chaque instant par :

$$S = \rho C [TBdtf + \frac{TBft}{\tau_{th}} - d_{th}LAP] \quad (4.4)$$

Comme en 1D une validation complète des étapes du traitement est accomplie à partir d'exemples tests. Le schéma de la figure 4.20 montre les 4 étapes de la phase de test.

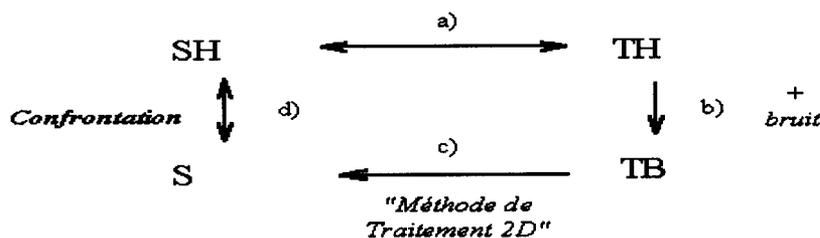


FIG. 4.20 – Présentation des 4 étapes du test de validation du traitement 2D : a) construction d'images de synthèse de sources de chaleur  $SH$  et de température  $TH$  associées, b) construction des cartes thermiques bruitées  $TB$  par ajout de bruit expérimental, c) Application du traitement aux images bruitées, d) Confrontation des images de sources calculées  $S$  aux images théoriques  $SH$  attendues.

La validité du traitement est jugée en confrontant à chaque instant les sources de chaleur calculées  $S$  aux sources théoriques  $SH$  attendues. Les tests ont porté sur des images thermiques présentant des évolutions spatiales, des niveaux de bruit ou des évolutions temporelles différentes.

On présente maintenant les résultats du passage des températures aux sources de chaleur sur des images thermiques extraites de 2 exemples tests :

##### • Test 2D - Exemple 1 (essai zb3) :

Ce premier exemple (essai noté zb3) est celui présenté précédemment (équation 4.2). Les images de synthèse de sources de chaleur ( $SH$ ) sont calculées analytiquement à partir d'images thermiques de synthèse ( $TH$ ) inspirées des observations expérimentales. Dans cet exemple les évolutions dans le temps des températures et leur distribution spatiale ne présentent pas, en dehors du bruit, de hautes fréquences. La figure 4.21 montre une image thermique particulière (image 10) extraite de l'exemple. Les sources de chaleur associées (figure 4.21) sont très régulières (basses fréquences).

Le traitement appliqué aux images thermiques bruitées ( $TB$ ) (voir par exemple image  $TB$  de la figure 4.21d), conduit aux sources de chaleur calculées (figure 4.21c). Pour ce type de sources le

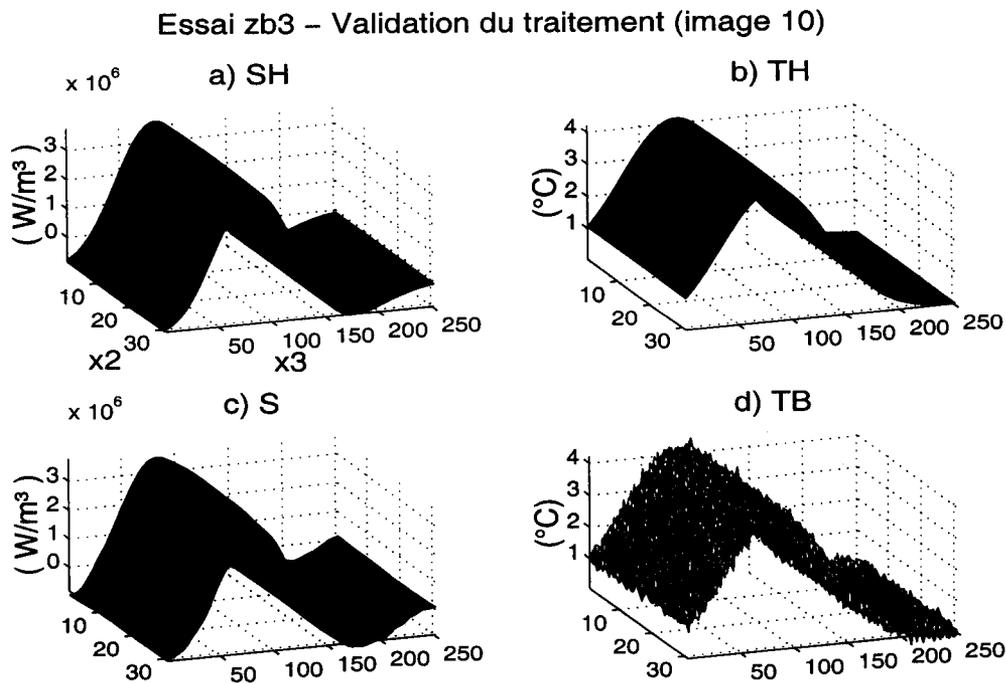


FIG. 4.21 – Vérification du traitement sur une image particulière (image 10) de l'Exemple 1 : a) et b) images des sources et températures théoriques associées, c) image des sources de chaleur calculées, d) image thermique bruitée.

traitement est très efficace, toutes les fréquences des sources sont conservées et l'image calculée (figure 4.21c) est très proche de celle attendue (figure 4.21a).

#### • Test 2D - Exemple 2 (essai dd3) :

Dans cet exemple les sources de chaleur sont très localisées (hautes fréquences spatiales et temporelles). Leur construction est différente de celle utilisée dans l'exemple 1. Cette fois ce sont les expressions analytiques des images synthétiques de sources de chaleur (*SH*) qui sont préalablement établies. Une méthode spectrale permet à partir de l'équation 4.4 d'obtenir l'expression analytique des images thermiques de synthèse (*TH*). Sur les figures 4.22a et 4.22b sont tracées respectivement une image particulière (image 36) de sources de chaleur (*SH*) et de température (*TH*) de synthèse. A des causes très localisées (pyramide reposant sur un plan) sont associés des effets thermiques très diffus. Cependant, dans la zone où les sources sont importantes on peut observer une modification de la courbure de l'image thermique. Sur la figure 4.22c est tracée l'image des sources de chaleur calculée (*S*) à partir de l'image thermique (*TB*) tracée à la figure 4.22d.

La confrontation avec les images théoriques (*SH*) montre que l'estimation obtenue par le traitement est cette fois-ci plus grossière. Le filtrage spatial écrase les hautes fréquences propres au signal (figure 4.23a) ce qui atténue les sources (figure 4.23b).

Cet exemple a été construit pour tester les limites du traitement dans le cas critique où les sources de chaleur présentent de hautes fréquences. Pour l'instant, compte tenu du faible Rapport Signal sur Bruit des images thermiques, il n'est pas possible d'obtenir avec le traitement proposé une estimation quantitative de telles sources. Les estimations réalisées permettent cependant de détecter la zone où les sources se localisent.

#### 4.5.6 Conclusions sur le traitement 2D

Les étapes principales de la technique de traitement des images thermiques mise en oeuvre viennent d'être présentées. Les difficultés et les limites de la méthode choisie, avec notamment le délicat problème

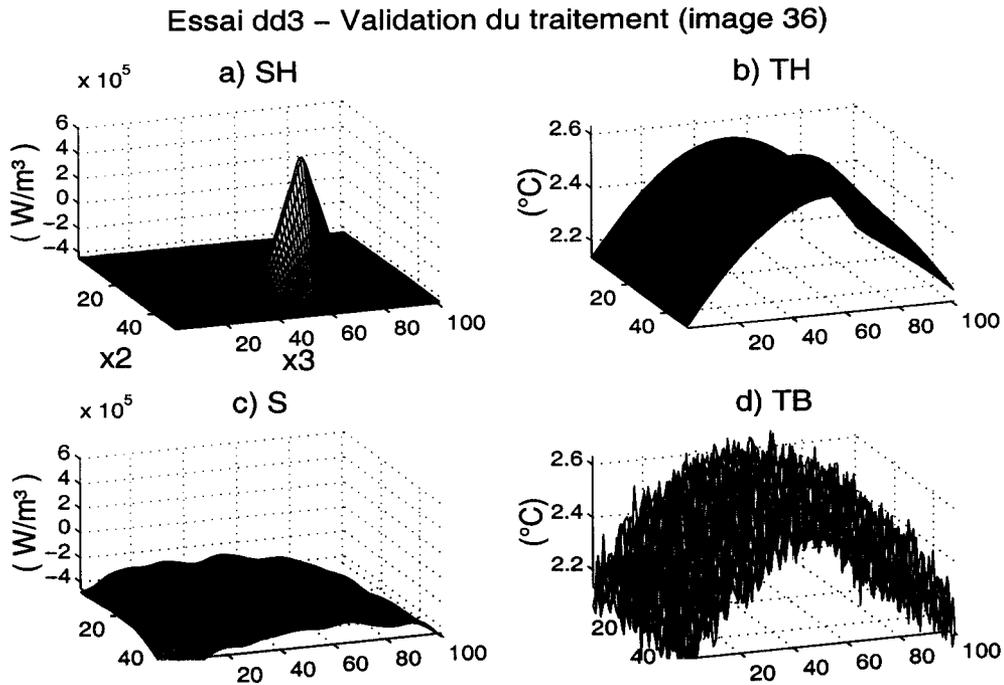


FIG. 4.22 – Vérification du traitement sur une image particulière (image 10) de l'Exemple 2: a) et b) images des sources et températures théoriques associées, c) image des sources de chaleur calculées, d) image thermique bruitée.

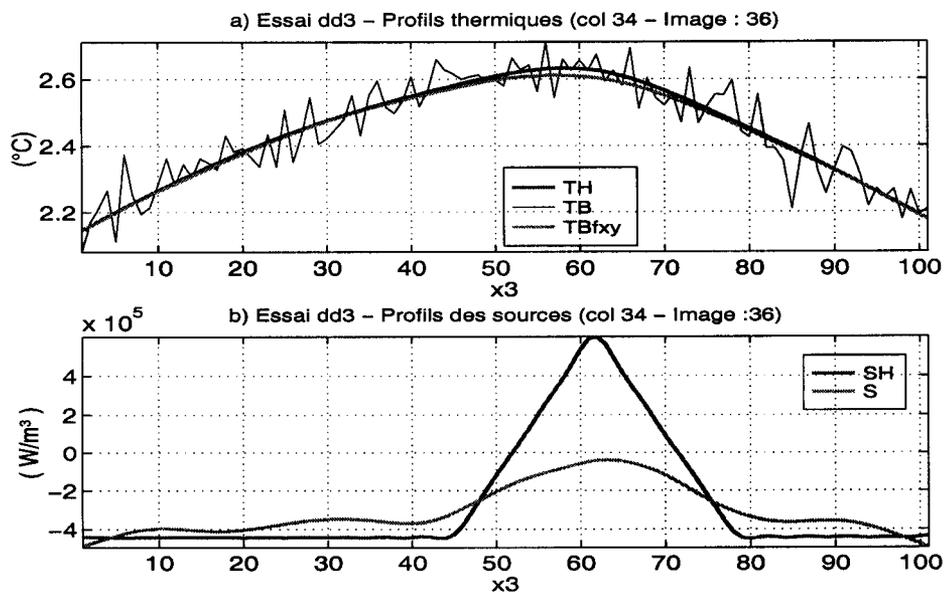


FIG. 4.23 – Exemple 2, profils axiaux (colonne 34 de l'image n°36). Mise en évidence des effets du filtrage sur: a) un profil de température, b) un profil calculé de sources de chaleur.

d'estimation du laplacien des images bruitées, ont été soulignées. Afin de limiter la sensibilité au bruit lors du calcul du laplacien, un filtrage préalable dans le temps des températures a été effectué. Le rôle de ce pré-traitement est *très important* car il permet d'utiliser lors du calcul du laplacien des filtres spatiaux "moins raides" et facilite par ailleurs l'opération de prolongement périodique.

Pour corriger les effets de bords inhérents à la technique de filtrage employée nous avons proposé une méthode itérative réalisant simultanément les opérations de prolongement périodique et de filtrage passe-bas. A la suite de ces tests on peut conclure que si les fréquences des sources de chaleur mises en jeu lors des expériences réalisées ne sont pas trop élevées le traitement sera qualitativement et quantitativement correct.

## 4.6 Conclusions sur le traitement des images thermiques

La méthode choisie pour obtenir une estimation des sources de chaleur à partir d'images thermiques expérimentales impose un traitement de ces images. En effet, à cause du bruit associé aux images thermiques le problème que l'on se propose de résoudre est "mal-posé", pour le résoudre il est *nécessaire* de débruiter ces images.

Les techniques de traitement du signal abondent dans la littérature. Un préalable au choix d'une de ces techniques a été l'étude fine des propriétés du bruit. La technique de filtrage passe-bas appliquée par TFD, retenue dans ce travail, répond à nos attentes. Elle est stable, facile à mettre en oeuvre sur un logiciel de calcul numérique et offre, grâce aux algorithmes de Transformée de Fourier Rapide, des temps de calcul performants. Deux limitations doivent cependant être signalées. La première dont on néglige les effets est liée à la non suppression des basses fréquences du bruit, la deuxième concerne les effets de bords générés par ce type de filtrage. Ces derniers, préjudiciables au traitement, ont été corrigés par la mise en oeuvre de méthodes de prolongement périodique.

S'appuyant sur cette technique de filtrage le passage des températures aux sources de chaleur a été réalisé à travers deux approches faisant appel à deux traitements. Une approche unidimensionnelle, qui a permis de traiter des profils axiaux moyens d'écart de température, puis une approche 2D, plus complète mais plus délicate, qui a été appliquée aux images thermiques. Ces deux approches sont complémentaires. Le traitement 1D peut-être utilisé pour avoir, d'une part, rapidement au cours d'une campagne d'essais, un ordre d'idée des sources mises en jeu et d'autre part pour conforter les résultats du traitement 2D.

Dans les deux cas les traitements, validés sur des exemples tests, fournissent des résultats qualitativement et quantitativement corrects si les phénomènes mis en jeu ne sont pas trop localisés et/ou trop rapides...

# Bibliographie

- [Bouc et Nayrolles 85] Bouc R. et Nayroles B., Méthodes et résultats en thermographie infrarouge des solides, J. de Méca.Théor. Appl., Vol. 4, N°1, pp27-58, (1985).
- [Chrysochoos 95] Chrysochoos A., Analyse du comportement des matériaux par thermographie infrarouge, Photomécanique 95, p.203-211,Ed. Eyrolles (1995).
- [Dupré 92] Dupré J.C., Traitement et analyse d'images pour la mesure de grandeurs cinématiques, déplacements et déformations à partir de la granularité laser et de réseaux croisés, et pour l'étude de couplages thermomécaniques, Thèse de Doctorat, Université de Poitiers, (1992).
- [Faurre 91] Faurre P., Analyse, optimisation et filtrage numérique, Cours de l'Ecole polytechnique, (1991).
- [Marion 87] Marion A., Introduction aux techniques de traitement d'images, Ed. Eyrolles, (1987).
- [Meyer 90] Meyer Y., Ondelettes et opérateurs, Tome 1, Actualité mathématique, Ed. Hermann, (1990).
- [Vicente 94] Vicente J., Détermination des sources de chaleur par transformée ondelette, mémoire de DEA, Université Montpellier II, (1994).



## Conclusions Partie II

Dans cette partie notre objectif était de proposer une méthode permettant d'estimer les sources de chaleurs mises en jeu lors d'un essai de traction simple. La méthode proposée pour y parvenir fournit une estimation des sources moyennes dans l'épaisseur de l'éprouvette à partir d'images thermiques expérimentales acquises par un système de thermographie infrarouge.

Afin d'assurer le maximum de fiabilité à ces résultats un soin tout particulier a été apporté :

- à la maîtrise des données, depuis le rayonnement infrarouge émis par la surface de l'éprouvette jusqu'aux valeurs discrètes des écarts de température, donnés en  $^{\circ}C$ , en chaque pixel des images thermiques.
- à la formulation de l'équation de diffusion 2D ainsi qu'aux valeurs numériques des paramètres de cette équation, en particulier la constante de temps des fuites thermiques sur les faces avant et arrière de l'éprouvette.
- au traitement numérique des données.

Dans la pratique le problème de vérification et de validation absolue de ces résultats reste délicat. Les sources d'erreur sont nombreuses :

- $e_1$ ) erreurs de mesure et/ou d'acquisition de données (émissivité, optique, numérisation, bruit, étalonnage,...).
- $e_2$ ) erreurs associées à la formulation théorique de l'équation de la chaleur 2D (hypothèses sous-jacentes, valeurs des constantes de temps de fuites sur faces avant et arrières, coefficients matériau,...).
- $e_3$ ) erreurs générées par le traitement des images thermiques.

L'idéal serait de pouvoir confronter les sources de chaleur ainsi calculées avec les estimations obtenues par une autre méthode mais de telles méthodes, à notre connaissance, n'existent pas dans la littérature.

Une validation numérique de la méthode a été proposée, elle ne s'applique qu'à la méthode de traitement des images thermiques. Ainsi, si les sources de chaleur mises en jeu ne sont pas trop localisées dans l'espace comme dans le temps (basses fréquences) nous avons pu montrer que les estimations des sources de chaleur étaient satisfaisantes. La limitation en fréquence du traitement provient des opérations de filtrage introduites pour débruiter les images thermiques. Avec les possibilités de débruitage dans le temps offertes par des caméras<sup>6</sup> plus performantes il sera possible à l'avenir de réduire les effets du filtrage spatial et donc d'améliorer la sensibilité en fréquence et la précision de la méthode de traitement.

*La méthode de traitement appliquée à des images thermiques expérimentales va maintenant être exploitée pour étudier le problème mécanique de localisation.*

---

6. C'est l'ensemble caméra infrarouge et système d'acquisition qui fixe la fréquence d'acquisition du système de thermographie infrarouge; on recense aujourd'hui des systèmes 10 à 200 fois plus rapides que le système d'acquisition utilisé dans ce travail.



**Troisième partie**

**RESULTATS**



# Introduction Partie III

La troisième partie de ce mémoire présente un certain nombre de résultats thermomécaniques associés au développement de phénomènes de localisation observés lors d'essais quasi-statiques conduits sur des éprouvettes plates. Cette partie est constituée de quatre chapitres, chacun reprenant un aspect particulier des différentes formes de localisation observées.

Le premier chapitre présente, à travers l'étude de plusieurs nuances d'aciers doux, les effets thermiques et dissipatifs associés aux diverses manifestations de localisation observées : propagation de bandes de Lüders et développement de la striction. La méthode d'analyse des sources de chaleur, d'abord détaillée lors de l'étude d'une nuance particulière, est ensuite appliquée à d'autres nuances d'aciers doux. Enfin, on étudie dans ce chapitre les caractéristiques (forme, vitesse, etc.) de la localisation en bandes de Lüders.

Les premières observations présentées au cours du chapitre 1 mettent en évidence des hétérogénéités précoces (avant le maximum de charge) des effets dissipatifs dans des zones qui seront ou ne seront pas celles où se produit plus tard la striction localisée puis la rupture. Afin de mieux quantifier les zones et les instants concernés par l'apparition de cette forme de striction diffuse, on présente au chapitre 2, trois propositions d'"indicateurs de localisation". Les deux premiers sont locaux, ils sont définis à partir de la distribution spatiale des sources de chaleur dans la zone utile de l'éprouvette. Le dernier indicateur, global, activé lorsque l'énergie bloquée par l'éprouvette passe par un maximum, est appliqué à une série d'essais réalisés sur une nuance d'acier doux.

Le chapitre 3 présente les résultats de la modélisation de la propagation de bandes de Lüders à partir d'un modèle heuristique unidimensionnel. Les observations de propagation d'une vague dissipative (décrites dans la partie 1) et d'une vague en vitesse de déformation (travail de thèse de B. Wattrisse) ont été utilisées pour construire ce modèle.

Le quatrième et dernier chapitre présente trois autres applications de l'analyse des sources de chaleur. La première montre la propagation périodique de fronts de changement de phase dans un acier inoxydable austéno-martensitique. La seconde concerne les effets dissipatifs observés lors de la déformation d'éprouvettes d'acier magnétique (HiBiGO) à gros grains. La dernière application met en évidence, lors de la compression d'une plaque trouée de PVC, une localisation des effets dissipatifs dans des bandes étroites d'intenses déformations (bandes de cisaillement).



## Chapitre 1

# Observations de phénomènes de localisation sur différentes nuances d'aciers doux

Nous présentons dans cette partie des observations expérimentales et des résultats de traitement 2D obtenus lors d'essais de traction quasi-statique réalisés sur quatre nuances d'aciers doux. Une dizaine d'essais environ, par nuance d'acier et à une vitesse de sollicitation donnée, ont été réalisés. Les résultats des quatre essais que l'on choisit de décrire dans ce chapitre sont représentatifs des observations obtenues lors de cette campagne d'essais.

Les comportements mécaniques différents nous permettent d'observer sur certains aciers un ou deux modes de localisation que sont la propagation de bandes de Lüders et le développement de la striction.

L'hétérogénéité du premier mode de localisation se traduit sur le plan thermique par la propagation d'un front (ou de plusieurs fronts) de température de faible amplitude. Les causes énergétiques calculées à partir de ces effets se présentent sous la forme d'une vague (ou de plusieurs vagues) dissipative(s) de forme et d'amplitude constantes se propageant à vitesse uniforme à travers la zone utile de l'éprouvette. Les caractéristiques de ce mode seront détaillées sur une de ces nuances d'acier à la fin de ce chapitre. Quant au deuxième mode (la striction), les essais réalisés montrent qu'il se met en place de manière progressive et surtout qu'il peut apparaître très tôt au cours du chargement. Une étude plus détaillée de cette localisation sera présentée au chapitre suivant avec une proposition d'"indicateurs de localisation énergétiques".

### 1.1 Description des matériaux et des essais

Quatre nuances d'aciers doux d'emboutissage : S355MC<sup>(\*)</sup>, DD14<sup>(\*)</sup>, HR55<sup>(\*)</sup> et M323brut<sup>(\*\*)</sup> fournies par l'entreprise SOLLAC <sup>(\*)</sup> : CRPC/Fos-Sur-Mer, <sup>(\*\*)</sup> : LEDEPP/Florange) ont été testées. Les caractéristiques des éprouvettes et des essais sont les suivantes :

#### Matériau et géométrie des éprouvettes

Les trois premières nuances se présentent sous la forme de plaques (laminées à chaud d'épaisseur supérieure à 2 mm) et sont utilisées industriellement pour réaliser des pièces de structures (longerons, disques de roue,...). La dernière nuance (M323brut) est extraite de tôles d'épaisseur 0,7 à 0,8 mm utilisées dans l'industrie automobile pour la réalisation de pièces d'habillage. Cette nuance est obtenue par laminage à froid, les grains sont équiaxes et sont de taille inférieure à ceux des plaques dont la taille de grain est de quelques  $\mu m$ .

Les éprouvettes plates normalisées [norme NF EN 10002-1, Octobre 1990] usinées à partir de ces plaques et tôles ont une zone utile de taille  $L * l * e$  (voir figure 1.1), avec  $L = 50 mm$ ,  $l = 12,5 mm$  et  $e$  variable.

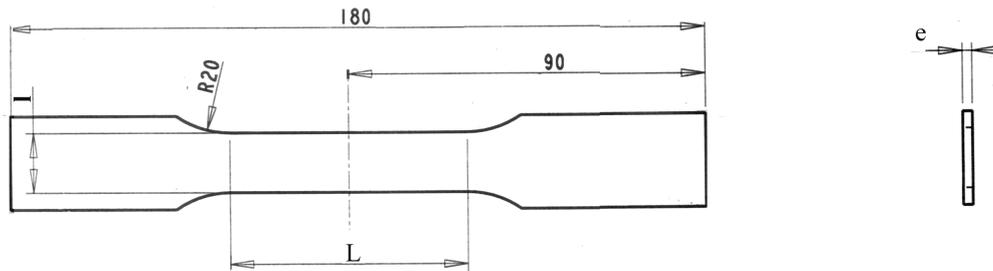


FIG. 1.1 – Schématisation des éprouvettes plates de traction utilisées.

La plupart des caractéristiques métallurgiques et mécaniques de ces aciers sont disponibles dans [Béranger *et al.* 94]. Les caractéristiques physiques nécessaires au traitement sont elles plus délicates à obtenir. Celles relatives aux trois premières nuances d’aciers ont été données par l’aciériste; ne disposant pas de ces valeurs pour la dernière nous avons choisi de prendre des valeurs identiques à celles de l’acier DD14.

*Compositions chimiques :*

| Nuance   | C     | Mn   | P     | S     | Si    | Al   | Cu   | N     | Ti    |
|----------|-------|------|-------|-------|-------|------|------|-------|-------|
| S355MC   | 0.05  | 0.4  | 0.02  | 0.01  | 0.04  | 0.04 | 0.1  | 0.09  | -     |
| HR55     | 0.14  | 1.25 | 0.02  | 0.002 | 0.11  | 0.06 | 0.1  | 0.005 | -     |
| DD14     | 0.07  | 0.03 | 0.017 | 0.01  | 0.025 | 0.03 | 0.04 | 0.007 | 0.015 |
| M323brut | 0.025 | 0.2  | 0.008 | -     | 0.005 | 0.06 | -    | 0.003 | -     |

*Caractéristiques physiques et géométrie des éprouvettes :*

|          | $L * l * e$ (mm) | $\rho$ ( $kg.m^{-3}$ ) | $C$ ( $J.Kg^{-1}.m^{-3}$ ) | $k$ ( $W.m^{-1}.K^{-1}$ ) |
|----------|------------------|------------------------|----------------------------|---------------------------|
| S355MC   | 50 * 12.5 * 2.5  | 7860                   | 480                        | 59.3                      |
| HR55     | 50 * 12.5 * 3.6  | 7860                   | 480                        | 59                        |
| DD14     | 50 * 12.5 * 3    | 7860                   | 480                        | 60                        |
| M323brut | 50 * 12.5 * 0.8  | 7860                   | 480                        | 60                        |

### Essais :

Les essais de traction monotone quasi-statique sont réalisés à température ambiante ( $\simeq 20^{\circ}C$ ) à partir du dispositif d’essais thermomécaniques décrit dans la partie II. Trois vitesses de déplacement de traverse imposées constantes  $\dot{U}_{imp}$  ont été testées : 0.04, 0.15 et 0.4  $mm.s^{-1}$ . Pour chaque essai on dispose de données thermomécaniques (température, charge, déplacement traverse, temps,...) nécessaires au traitement et à l’interprétation des résultats. Le système d’acquisition des images infrarouges permet d’enregistrer, en plus du signal thermique, deux voies externes (charge, déplacement global de la traverse mobile), de manière à faciliter la corrélation des données thermiques et des données mécaniques. Ainsi, à chaque image sont associées des informations de temps, de charge globale et de déplacement traverse (voir par exemple figures 1.2a,... e). Des enregistrements plus précis de la réponse mécanique (figure 1.2f) disponibles par ailleurs (voir description du dispositif expérimental, chapitre 1, partie II) sont utilisés pour calculer la réponse “locale” contrainte “vraie”-déformation logarithmique (figure 1.2g). Enfin pour chaque image on calcule, à partir de la réponse mécanique globale, la puissance mécanique volumique des efforts extérieurs<sup>1</sup> (figure 1.2h).

1. Voir remarque R1, page 99, chapitre 2, partie II.

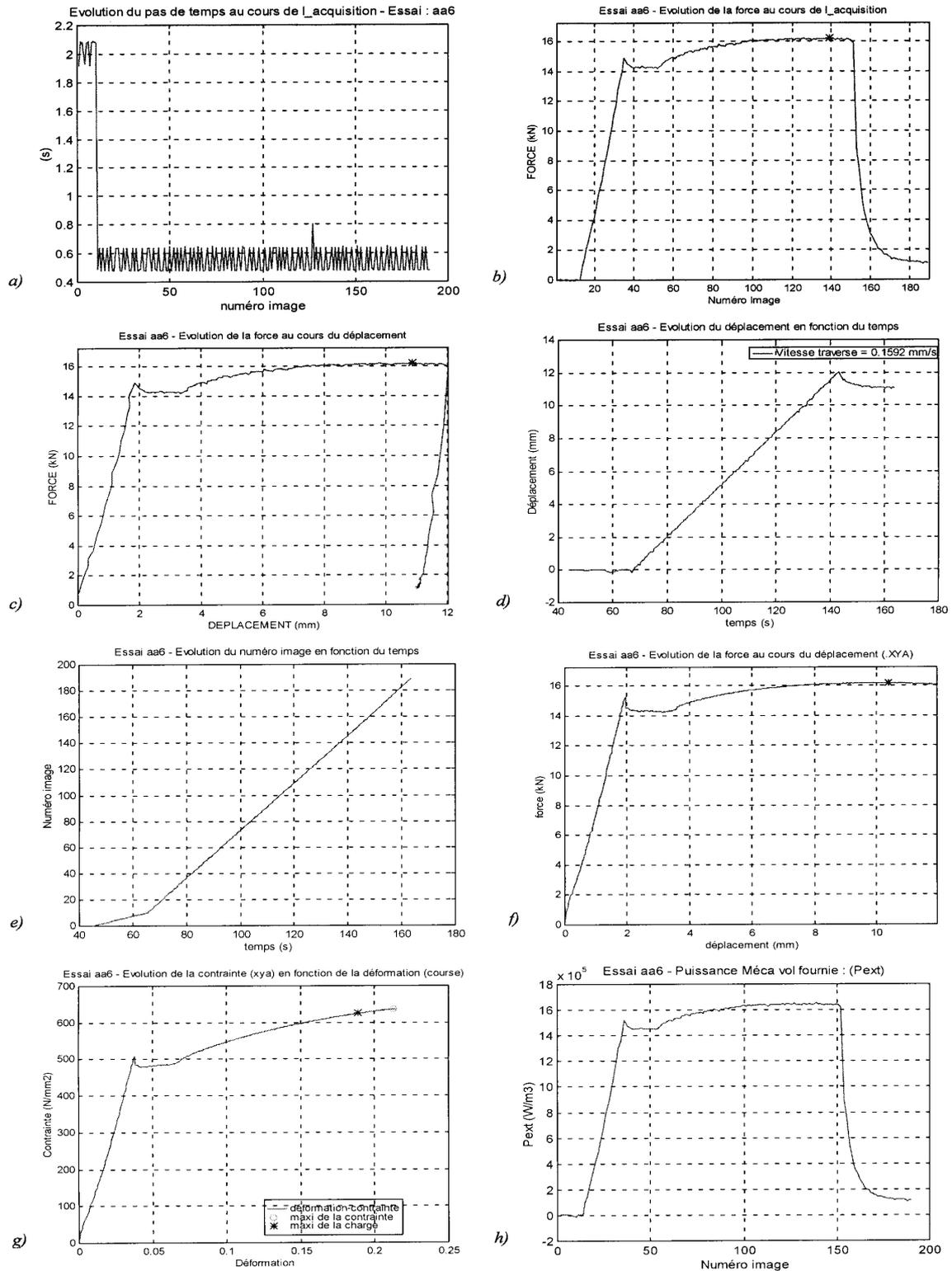


FIG. 1.2 – Essai aa6 (Acier S355MC -  $\dot{U}_{imp} = 0.15 \text{ mm.s}^{-1}$ ). Enregistrements thermomécaniques : a) fréquence d'acquisition images infrarouge, b) Evolution de la charge au cours de l'acquisition, c) Réponse mécanique globale (charge, déplacement traverse), d) Evolution du déplacement traverse au cours du temps, e) Evolution du numéro d'image en fonction du temps, f) Réponse mécanique globale (fréquence d'acquisition plus élevée, notés avec l'extension .XYA), g) Réponse contrainte-déformation (logarithmique), h) Evolution de la puissance mécanique volumique des efforts extérieurs ( $\text{W.m}^{-3}$ ).

Compte tenu du type d’essai réalisé (traction monotone, déplacement traverse linéaire dans le temps) et de la régularité de la fréquence d’acquisition on peut prendre comme paramètre de chargement l’une des trois variables suivantes : déplacement, temps ou numéro d’image. *Pour des commodités de présentation on choisit par la suite de suivre le comportement mécanique de l’éprouvette déformée à partir de la réponse “charge globale-numéro d’image”.*

Le tableau suivant résume les caractéristiques des 4 essais qui vont être présentés dans ce chapitre :

| Désignation de l’essai<br>(nom d’enregistrement) | Matériau<br>(nuance d’acier) | $\dot{U}_{imp}$<br>( $mm.s^{-1}$ ) | Résolution spatiale<br>( $\Delta x_2, \Delta x_3$ ) (mm) | Résolution temporelle<br>$\Delta t$ (s) |
|--|------------------------------|------------------------------------|--|---|
| aa6  | S355MC                       | 0.15                               | (0.29,0.22)  | 0.55                                    |
| ba2  | HR55                         | 0.04                               | (0.29,0.22)  | 1.05                                    |
| ca1  | DD14                         | 0.15                               | (0.29,0.22)  | 0.55                                    |
| dn2  | M323brut                     | 0.15                               | (0.29,0.22)  | 0.55                                    |

## 1.2 Résultats sur la nuance S355MC - Analyse des sources de chaleur

On détaille dans ce paragraphe l’analyse des résultats du passage température-sources 2D réalisé lors d’un essai de traction monotone ( $\dot{U}_{imp} = 0.15 \text{ mm.s}^{-1}$ ) sur la nuance d’acier doux S355MC.

### 1.2.1 Remarque préliminaire

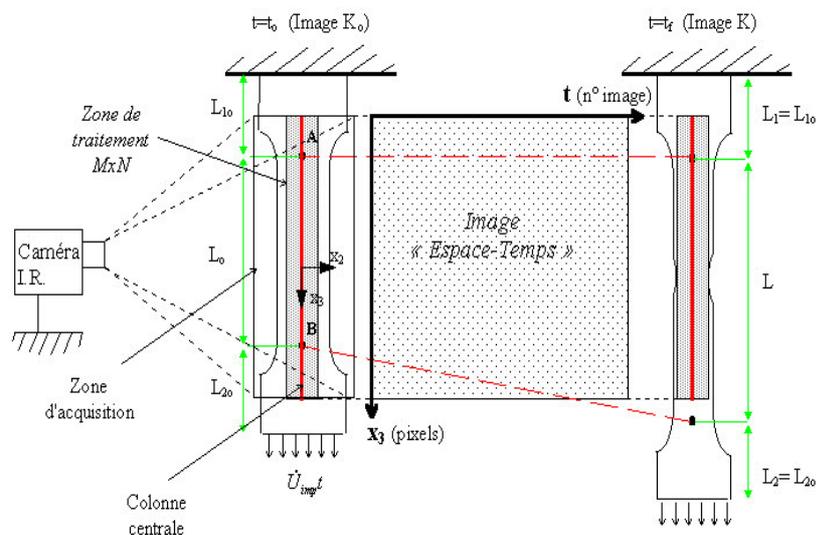


FIG. 1.3 – Position relative de la zone de traitement par rapport à la zone utile de l’éprouvette  $L$ . Construction d’une image “espace-temps” représentant l’évolution temporelle d’un profil axial d’une grandeur (température, sources,...) déduite des données infrarouges.

La caméra devant observer les mouvements d’un milieu continu qui se déforme il s’en suit que les pixels des images ne sont pas toujours associés aux mêmes points de la surface de l’éprouvette. Au début de l’essai la zone d’acquisition est ajustée de manière à observer tous les points de la zone utile de l’éprouvette. La zone de traitement de taille inférieure ( $M \times N$  pixels, voir figure 1.3) contient elle aussi tous ces points. Afin d’avoir une résolution spatiale axiale la plus élevée possible on choisit de prendre une longueur  $M$  en pixels de la zone de traitement juste supérieure (d’environ 20 pixels) à la longueur initiale  $L_0$  de la zone utile (figure 1.3). En pratique pour les géométries et focales utilisées les tailles  $M$  et  $N$  sont de  $M = 252$  à  $256$  pixels et  $N = 20$  à  $30$  pixels. Cette largeur  $N$  est identique

| $U_B$ (pixels)                           | $K = 50$ | 150   | 300 |
|--|----------|-------|-----|
| $\dot{U}_{imp} = 0.04 \text{ mm.s}^{-1}$ | 4.5      | 13.5  | 27  |
| 0.15                                     | 17       | 51    | 102 |
| 0.4                                      | 45.5     | 136.5 | 273 |

TAB. 1.1 – Déplacement en pixels du point extrême de la zone utile ( $\Delta x_3 = 0.22 \text{ mm}$ ,  $\Delta t = 0.5 \text{ s}$ ) pour différentes vitesses de traverse et à différents instants.

pour toutes les images traitées d'un essai. Pour ne pas avoir une zone de traitement trop étroite on limite  $N$  à 20 pixels ce qui fixe<sup>2</sup> le nombre total d'images traitées à  $K$ .

Le déplacement relatif des points observés par la caméra va se traduire sur cette image par une "dérive" vers le bas de la grandeur dont on suit l'évolution. En faisant l'hypothèse que les têtes d'éprouvette de longueur initiales  $L_{10}$  et  $L_{20}$  se déforment peu, on peut connaître à tout instant la position des points extrêmes A et B de la zone utile (figure 1.3). A  $t = t_o$ , soit à l'image  $K_o$ , toute la zone utile de longueur initiale  $L_o$  est dans la zone de traitement. La tête supérieure de l'éprouvette, serrée dans le mors fixe, se déplaçant peu par rapport au repère absolu (jeux faibles et rigidité de la machine élevée) on peut avec cette hypothèse considérer le point A comme immobile. De l'autre côté de la zone utile le point B se déplace selon  $U_B = \dot{U}_{imp}(t - t_o)$ . L'importance de ce déplacement en pixels dépend du nombre maximum  $K$  d'images et de la vitesse de déplacement. Le tableau 1.1 présente quelques valeurs du déplacement en pixels du point B pour différentes vitesses de déplacement. Dans certains exemples le déplacement du point B est tel qu'il disparaît de la zone de traitement à un instant donné (cas de la figure 1.3).

Compte tenu de la géométrie allongée des éprouvettes et du mode de sollicitation les manifestations thermiques et énergétiques associées aux phénomènes de localisation sont plus marquées dans la direction axiale que dans la direction transversale. On présentera donc dans un premier temps les résultats sous la forme d'images "espace temps" représentatives de l'évolution au cours du temps de variations de température, de sources de chaleur, etc. le long d'une colonne de la zone utile (généralement la colonne centrale), voir figure 1.3.

### 1.2.2 Présentation des résultats

Le chargement mécanique est déclenché, pour cet essai, à partir de l'image n°13, après la prise au repos de 10 images qui servent pour construire l'image thermique de référence, et se poursuit jusqu'à l'image n°151 où une décharge est amorcée jusqu'à l'arrêt des acquisitions, soit à l'image n°189 (voir figures 1.2a, ..., e). Au delà de l'image n°13 les enregistrements sont réalisés avec la fréquence régulière de 2 images par seconde environ ( $\Delta t \simeq 0.55 \text{ s}$ ).

La taille de la fenêtre d'acquisition et la focale de la caméra sont ajustées de façon à avoir toute la surface de la zone utile dans le champ de vision au cours du temps (voir figure 1.4).

Le traitement **2D** décrit dans la partie II permettant de calculer les sources de chaleur est appliqué aux images thermiques acquises lors de cet essai. Le temps de calcul total, pour 190 images est de 1h10 environ (PC Pentium 166).

Sur la figure 1.5 on présente des images espace-temps donnant l'évolution au cours du temps, le long de la colonne centrale de l'éprouvette (colonne 15) :

- de l'écart de température brut :  $TB(15, x_3, t)$  avec  $x_3 = 1, 2, \dots, 252$  et  $t = 0, 1, \dots, 189$ .
- de la dérivée par rapport au temps de la température :  $TBdtf(15, x_3, t)$ .
- du laplacien de la température :  $LAP(15, x_3, t)$ .
- des sources de chaleur :  $S(15, x_3, t)$ .

Cette représentation en niveaux de couleur<sup>3</sup> permet d'avoir rapidement une vision générale de

2. On décide d'arrêter le traitement au moment où la largeur de la zone strictionnée devient inférieure à  $N$ .

3. Dans certains cas un seuillage des valeurs maximales des niveaux de couleur a été réalisé de manière à avoir une représentation plus contrastée, les zones concernées par ce seuillage apparaîtront avec la couleur marron (haut) ou avec la couleur bleu (bas).

l’évolution des divers profils axiaux. Des tracés 1D (coupes horizontales ou verticales de ces images) plus précis seront présentés ultérieurement.

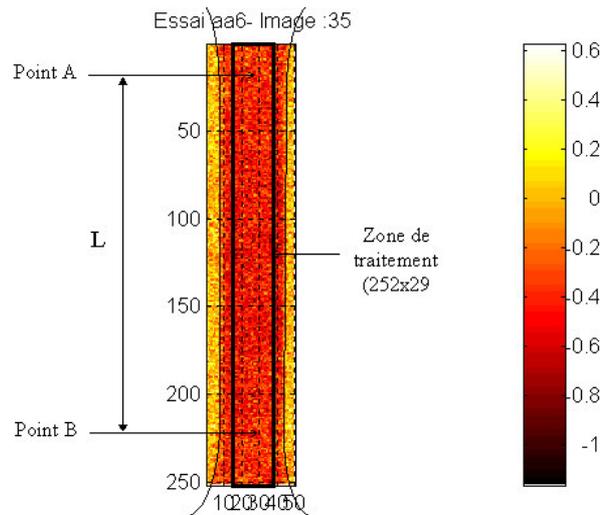


FIG. 1.4 – Image thermique n° 35 enregistrée pendant la charge élastique montrant les limites de l’éprouvette, de sa zone utile et de la zone de traitement.

### Examen des images thermiques

L’image 1.5a montrant l’évolution des profils thermiques se caractérise par une première zone où les écarts de température sont homogènes et faibles, puis entre les images 36 et 50 se développe un front thermique de faible amplitude qui s’initie au niveau du congé de raccordement du bas de l’éprouvette et se propage à vitesse uniforme à travers toute la zone utile. Ensuite, à cause de la conduction thermique, on observe une hétérogénéité de plus en plus marquée des profils thermiques. Les écarts de température augmentent régulièrement jusqu’à l’image n°151 correspondant à la décharge mécanique. Les effets thermiques dans le cas d’un chargement quasi-statique ( $\dot{\epsilon} = \frac{\dot{U}_{imp}}{L_0} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ ) sont importants puisque l’écart de température dépasse ici  $15^\circ\text{C}$ .

*Vus les effets de la conduction thermique le lecteur peut légitimement se poser la question de savoir si cette hétérogénéité des profils thermiques est liée à une localisation<sup>4</sup> dans l’éprouvette.* En effet, de part la forme du problème thermique (géométrie, C.L. avec puits de chaleur formés par les têtes d’éprouvette et les mors) le champ de température (effets) à la surface de l’éprouvette est dans tous les cas *hétérogène*, même pour des sources de chaleur (causes) homogènes. Une autre conséquence de la diffusion thermique est de rendre hétérogène les solutions du problème thermomécanique. La prise en compte des couplages thermomécaniques, renforçant l’hétérogénéité d’une grandeur, peut, pour certains matériaux “thermosensibles”, être un mécanisme possible de localisation (cycle autocatalytique).

*L’examen des causes générant ces effets thermiques est donc nécessaire pour étudier plus précisément le problème mécanique de localisation.*

### Examen des sources de chaleur

L’évolution des profils axiaux des sources de chaleur calculées sont présentées à la figure 1.5d. Les profils de TBd<sub>tf</sub> et LAP, extraits des images ayant servi à construire ces sources, sont tracés sur les figures 1.5b et 1.5c. Ces images sont données ici à titre indicatif, elles permettent au lecteur de voir l’importance relative, sur cet exemple, des différents termes conduisant aux sources de chaleur.

Afin de corréliser l’évolution des sources de chaleur au comportement mécanique de l’échantillon on propose la représentation définie à la figure 1.6a. Cette image contient en particulier trois informations.

4. Notons qu’il n’y a pas lieu de préciser ici pour le moment le (ou les) quantité(s) (déformation, vitesse de déformation, endommagement,...) concernée(s) par la localisation.

## Essai aa6 - Evolutions le long de la colonne centrale

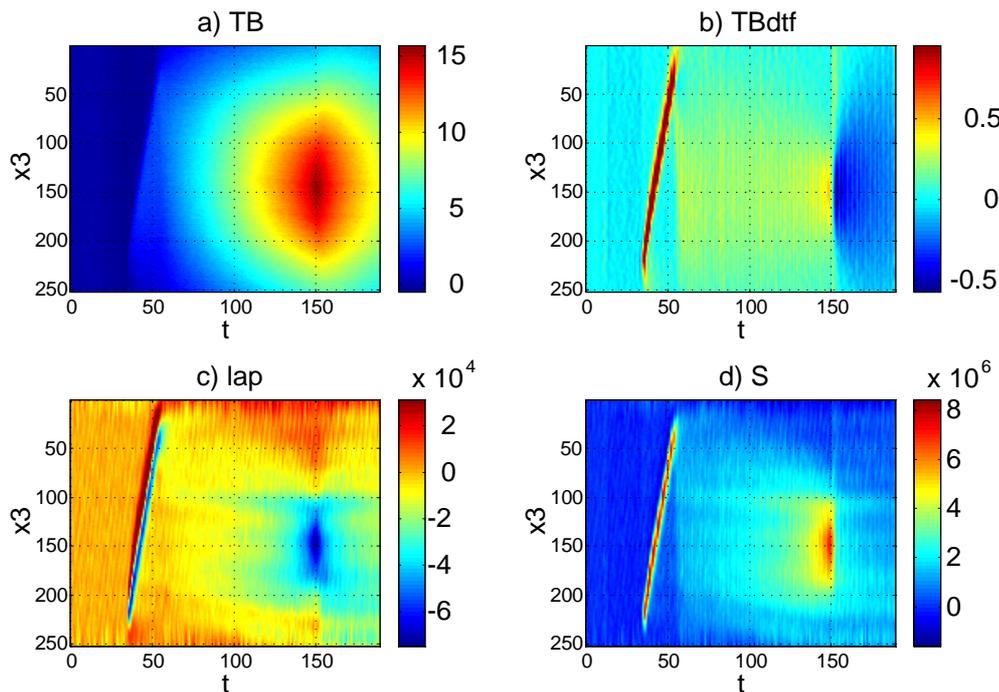


FIG. 1.5 – Essai aa6 (Acier S355MC -  $\dot{U}_{imp} = 0.15 \text{ mm.s}^{-1}$ ). **Résultats du traitement 2D**; évolutions au cours du temps (numéro d'image) d'un profil axial (numéro de pixel le long de la colonne centrale de la zone utile) de: a) l'écart de température TB (°C), b) la dérivée par rapport au temps de l'écart de température TBdtf (°C.s<sup>-1</sup>), c) laplacien de l'écart de température LAP (°C.m<sup>-2</sup>), d) sources de chaleur S (W.m<sup>-3</sup>).

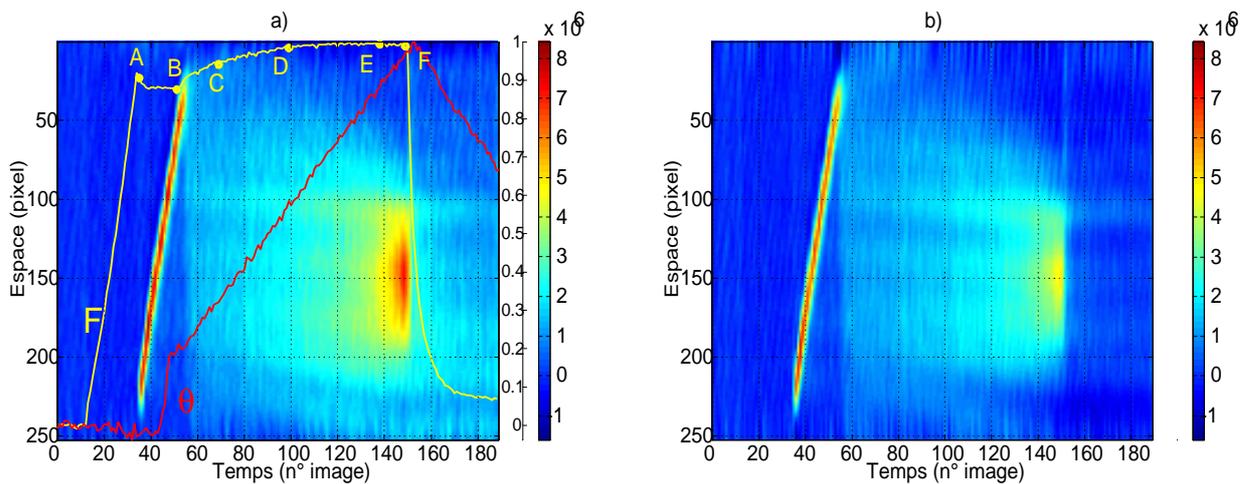


FIG. 1.6 – Essai aa6 (Acier S355MC -  $\dot{U}_{imp} = 0.15 \text{ mm.s}^{-1}$ ). **Résultats du traitement: a) 2D (présenté sous la forme 1D), b) 1D**. Image en arrière plan: évolution temporelle d'un profil axial de sources de chaleur; les couleurs jaune et rouge représentent des valeurs élevées des sources. Pour la figure a) les courbes en surimpression représentent: l'évolution de la charge et de la température (pixel 100) rapportée à une échelle normée par les valeurs maximales  $F_{max}$  et  $\theta_{max}$  données ci-après:  $F_{max} = 16.2 \text{ kN}$   $\theta_{max} = 13.6 \text{ K}$ . Les points A,..., F correspondent aux images 36, 52, 70, 100, 139 et 150.

On retrouve tout d’abord en arrière plan l’image des sources de chaleur définie précédemment puis, tracée en jaune, l’évolution de la charge au cours de l’acquisition. Enfin, la courbe rouge représente l’évolution de l’écart de température au cours du temps en un point particulier du profil (pixel  $100^5$ ). Ces deux tracés sont normés par rapport à leurs valeurs maximales respectives ( $F_{max} = 16.2 \text{ kN}$  et  $\theta_{max} = 13.6 \text{ K}$ ) et se rapportent à l’échelle située à droite de l’image.

*La localisation des sources de chaleur observée sur cette image prend deux formes différentes :*

i) la première, très localisée, prend naissance vers l’image n°36 au niveau du congé de raccordement du bas de la zone utile et se déplace à vitesse uniforme ( $v_{LB} \simeq 4 \text{ mms}^{-1}$ ) à travers celle-ci avant de disparaître à son extrémité. La correspondance immédiate avec la réponse mécanique montre que cette propagation se produit pendant le palier plastique (entre les points A et B). Compte tenu du matériau étudié (acier doux) *il nous semble légitime d’associer cette localisation à la propagation d’une bande de Lüders*. Ce type de localisation sera plus particulièrement étudié par la suite.

ii) une deuxième localisation se développe ensuite dans la zone centrale de l’éprouvette autour du pixel 150. Cette localisation, au départ assez large puisqu’elle concerne une centaine de pixels (soit  $\simeq 22 \text{ mm}$ ), se concentre ensuite progressivement autour d’une zone étroite centrée sur le pixel 150. *Le rapprochement avec la réponse mécanique permet d’associer ce deuxième mode de localisation des sources au développement de la localisation de striction*.

**Remarque : [R1]** A titre d’indication on présente sur la figure 1.6b une image espace-temps des sources de chaleur obtenues avec le traitement 1D. On rappelle que ce traitement est réalisé à partir de l’évolution dans le temps d’un profil axial “moyen” d’écart de température (obtenu en faisant, pour cet essai, la moyenne sur 29 colonnes de la zone de traitement). Ces résultats sont qualitativement comparables à ceux obtenus par le traitement 2D. Par rapport à ce dernier on constate cependant que l’amplitude des sources de chaleur calculées avec le traitement 1D est plus faible. L’origine de cet écart est liée au fait que les fuites thermiques dans la direction transversale ne sont pas prises en compte : l’absence du terme  $\frac{\partial^2 \theta}{\partial x_2^2}$  dans le calcul du laplacien atténuant la valeur des sources (voir chapitre 4, partie II). Ces résultats du traitement 1D sont intéressants car ils permettent de fournir rapidement (temps de calcul  $\simeq 1$  minute) une estimation des sources de chaleur dans la direction axiale. Cependant, pour plus de précision et surtout pour pouvoir disposer d’images de sources de chaleur et non de profils axiaux, on préfère réaliser des traitements 2D.

*Ainsi, dans toute la suite de ce travail seuls seront présentés les résultats du traitement 2D des images thermiques.*

## Analyse des modes de localisation

L’image espace-temps des sources de chaleur permet donc de détecter clairement les deux modes principaux de localisation observés sur cet acier doux. Le premier mode apparaît soudainement, se propage avec une forme et une amplitude constantes, puis disparaît; *l’instabilité semble donc limitée*.

Par contre au fur et à mesure que se développe la striction diffuse on assiste à une concentration de plus en plus marquée des sources de chaleur. L’essai étant piloté en déplacement il n’y a pas à proprement parler d’instabilité. Sur cet essai nous avons choisi de décharger volontairement l’éprouvette peu après le maximum de la charge. La poursuite de l’essai n’apporterait rien en effet sur la connaissance de la position affectée par la striction localisée puis par la rupture. A ce stade l’examen macroscopique de l’éprouvette déformée montre qu’aucune striction localisée n’est observée sur l’éprouvette. Une mesure de l’épaisseur avec un palmer à touche révèle une très légère variation le long de la direction axiale liée au développement de la striction diffuse (figure 1.7).

---

5. Dans les images espace-temps présentées par la suite, le tracé de l’évolution dans le temps de l’écart de température en un point sera sauf précision celui du pixel 100.

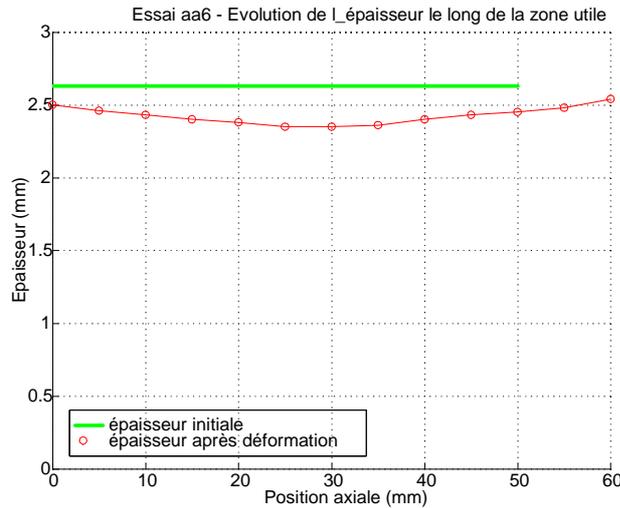


FIG. 1.7 – Evolution de l'épaisseur le long de la colonne centrale de la zone utile de l'éprouvette avant et après déformation.

La variation de la géométrie de la zone utile semble donc limitée; par contre l'analyse des sources de chaleur montre que l'éprouvette n'est plus une structure de comportement homogène.

### 1.2.3 Interprétation des sources de chaleur - indicateur de localisation énergétique

Comment exploiter les sources de chaleur pour étudier le problème de localisation?

Cette information, évaluée en chaque pixel (ou point du milieu continu) traduit à l'échelle macroscopique un ensemble de mécanismes présents à des échelles inférieures. Le cadre de la TPI (rappelé dans la partie II) permet, à partir du choix de variables internes, de calculer les sources de chaleur  $w'_{ch}$  (relation 2.47, chapitre 2, partie II) :

$$w'_{ch} = w'_c + w'_{ctm} \quad (1.1)$$

*Hypothèse: Dans ce chapitre, pour les aciers doux étudiés, on fera l'hypothèse que les termes de couplage  $w'_{ctm}$  sont négligeables face au terme de dissipation (intrinsèque), dans ce cas :*

$$w'_{ch} \simeq w'_c \quad (1.2)$$

La localisation des sources de chaleur observée sur l'essai qui vient d'être présenté peut donc s'interpréter comme une *localisation de la dissipation*. L'expression de la dissipation intrinsèque  $d_1 = \sigma : D_p - \rho \frac{\partial \psi}{\partial \alpha_j} \dot{\alpha}_j$ , ( $j = 2, 3, \dots, n$ ), (relation 2.24, chapitre 2, partie II), nous amène alors à proposer une première définition, au sens énergétique, de la localisation; elle est schématisée à la figure 1.8.

L'implication (2) présentée sur cette figure permet, à partir de l'analyse des champs de dissipation, de détecter (dans le temps et dans l'espace) l'apparition de la localisation. La détection ne pouvant se faire qu'à partir de la donnée des champs de dissipation on parlera "*d'un indicateur de localisation*" plutôt que d'un critère de localisation (prédictif).

*La construction de cet indicateur est intuitive, une démonstration générale semble délicate à réaliser à cause de la multiplicité des choix des variables d'état (nombre, type, ordre, ...). Cette envie d'associer à une dissipation localisée un champ de variable d'état lui aussi localisé semble naturelle. Cela est confirmé par les observations cinématiques réalisées sur les mêmes matériaux et dans les mêmes*

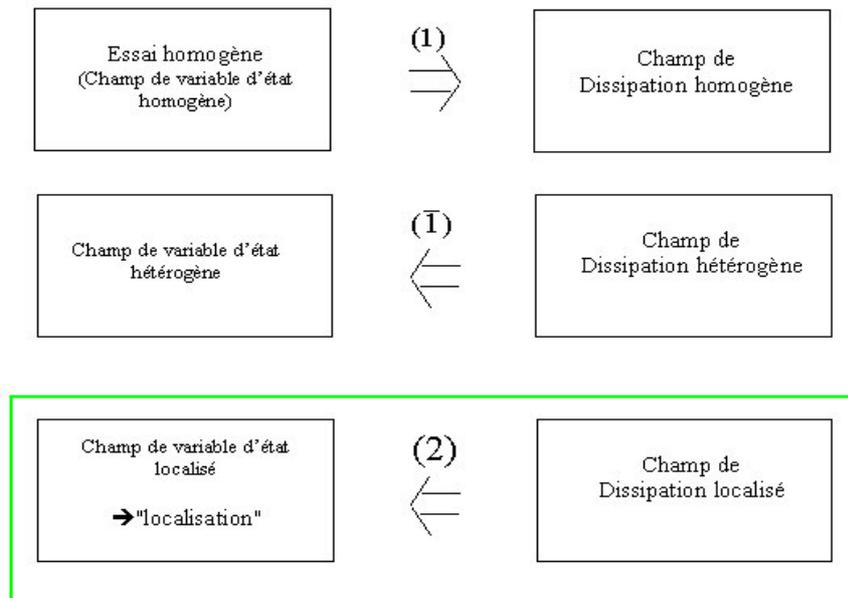


FIG. 1.8 – Construction d’un “indicateur de localisation énergétique” (2) basé sur l’observation des champs de dissipation. On peut remarquer que (2) n’est pas la négation de (1) mais un cas particulier de celle-ci.

conditions d’essai ([Wattrisse 99]). On constate que les zones de dissipation localisée sont aussi les zones où se localise la vitesse de déformation et donc la déformation.

En 1D, dans le cas d’un modèle élastoplastique parfait (seuil  $\sigma_o$ ) la démonstration est immédiate : si  $\varepsilon_p$  est choisie comme unique variable interne, l’expression  $w'_c = \sigma_o \dot{\varepsilon}_p$  montre que la localisation de la dissipation entraîne une localisation de  $\dot{\varepsilon}_p$  et donc de la déformation plastique  $\varepsilon_p$ . Ce modèle de comportement sera utilisé au chapitre 3 pour décrire la propagation de bandes de Lüders pendant le palier plastique.

La localisation détectée par l’analyse des sources de chaleur peut donc être, selon le choix des variables internes retenues, une localisation de la déformation (plastique), de l’endommagement et/ou d’autres variables internes. L’avantage de l’approche présentée ici est de ne pas avoir à faire de choix sur la (ou les) variable(s) d’état à retenir pour décrire la localisation.

### Détection de la localisation de striction

La connexion entre les sources de chaleur et le problème de localisation venant d’être établie on souhaite maintenant comparer cet “indicateur de localisation énergétique” aux critères de striction proposés dans la littérature.

L’étude bibliographique a montré que la plupart des critères, issus de modélisations différentes de la localisation, ne sont exploitables en pratique qu’à partir de relations portant sur les paramètres de la loi de comportement. La difficulté pour détecter l’apparition de la localisation est alors reportée sur l’identification expérimentale de la loi de comportement : choix du cadre d’interprétation des expériences, choix des essais, choix des variables d’état et surtout passage des grandeurs globales aux grandeurs locales. Ce dernier point, au coeur de l’établissement des lois de comportement et du problème de localisation, sera discuté plus loin. C’est principalement à cause de ces interactions fortes que nous avons décidé de ne pas établir, dans un premier temps, de loi de comportement pour les matériaux étudiés.

Dans ce cas le seul critère directement exploitable est le critère de charge maximale de Considère annonçant l’apparition de striction diffuse. Ce point d’instabilité, toujours sur l’essai aa6 étudié, apparaît vers l’image n°139 (point E de la figure 1.6a). A ce stade les sources de chaleur sont déjà fortement localisées dans une zone<sup>6</sup> de l’éprouvette. Une localisation des sources peut même être

6. Zone centrée à cet instant autour du pixel 145 mais qui, compte tenu du déplacement relatif de l’éprouvette par

détectée plus tôt mais avec moins de précision. En effet, l'essai semble hétérogène très tôt, pratiquement dès le début de la phase d'écroutissage (point C de la figure 1.6a). Cependant la localisation est très diffuse, elle affecte une zone de l'éprouvette de largeur 100 pixels environ, soit 22mm. Entre les points D et E (figure 1.6a) la zone concernée par la localisation est inchangée. Un examen plus précis montre une hétérogénéité des sources au sein de cette zone : trois "sous-zones" semblent en effet plus affectées par la localisation, leur position (vers l'image 120) est centrée autour des pixels 115, 140 et 175. A ces instants (entre D et E) on ne peut pas se prononcer avec précision sur la zone où va se développer la striction localisée. On parlera donc de *striction diffuse*. Par contre à partir du point E il n'y a plus d'équivoque, une des 3 zones "candidates" à la striction localisée prend le dessus ; la zone de l'éprouvette "affaiblie" où va plus tard se développer la striction localisée puis la rupture est alors parfaitement déterminée.

Les figures 1.9a,b,...,f présentent les cartes (2D) de dissipation correspondant à chacune des étapes A,B,...,F décrites précédemment. Le tracé en perspective ne permet pas de mesurer l'orientation de la bande de Lüders par rapport à l'axe de chargement, on note cependant l'importance des phénomènes dissipatifs mis en jeu par ce mode de déformation.

### Essai aa6

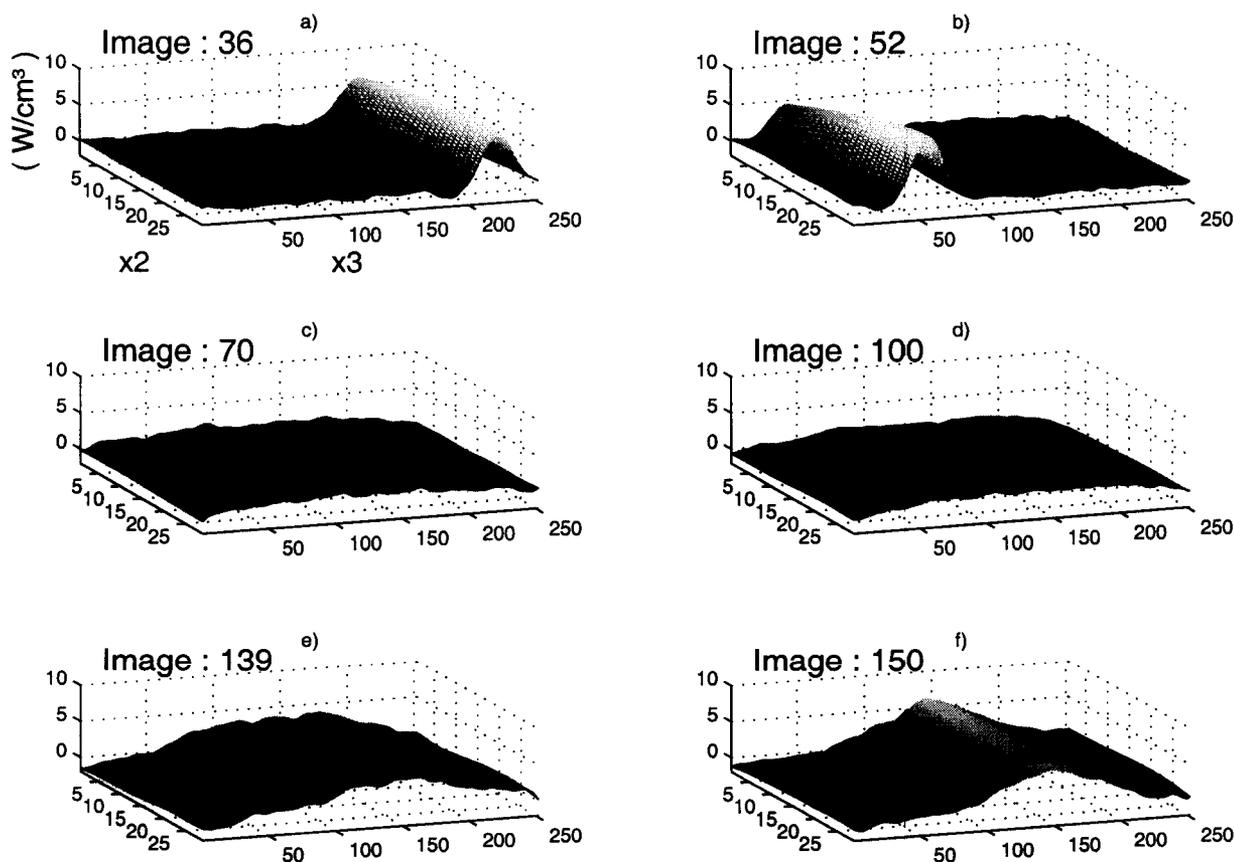


FIG. 1.9 – Essai aa6 (Acier S355MC -  $\dot{U}_{imp} = 0.15 \text{ mm.s}^{-1}$ ). Images (cartes) de sources de chaleur pour l'acier S355MC. Les axes  $x_2$  et  $x_3$  sont pris suivant la largeur et la longueur de l'éprouvette. Les cartes a) et b) mettent en évidence la propagation et l'inclinaison de la bande de Lüders. Les cartes c) à f) font apparaître une concentration progressive des zones de forte dissipation.

L'évolution dans le temps des variables  $TB$ ,  $TBdtf$ ,  $LAP$  et  $S$  en 3 points (pixels 50, 100 et 150) de la colonne centrale de l'éprouvette permet de suivre l'évolution relative des amplitudes de ces grandeurs rapport à la caméra, se situe à la fin de l'essai autour du pixel 150.

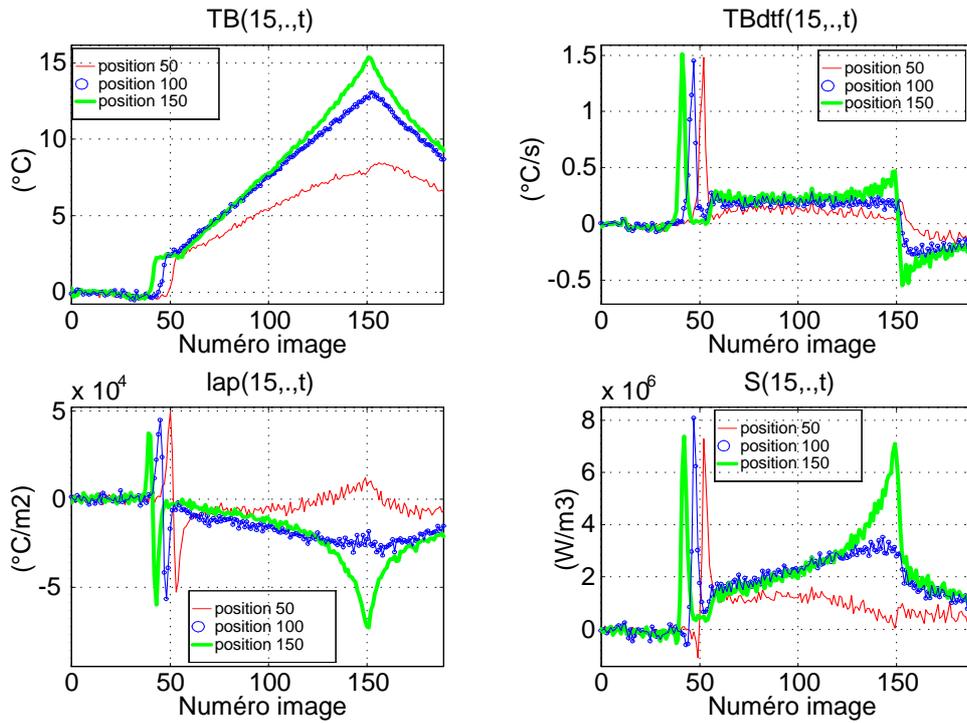


FIG. 1.10 – Essai *aa6* (Acier *S355MC* -  $\dot{U}_{imp} = 0.15 \text{ mm.s}^{-1}$ ). Evolutions au cours du temps (numéro d’image) et en différents pixels (50, 100 et 150) pris sur la colonne centrale de la zone utile de : a) l’écart de température ( $^{\circ}\text{C}$ ), b) la dérivée par rapport au temps de l’écart de température ( $^{\circ}\text{C.s}^{-1}$ ), c) laplacien de l’écart de température ( $^{\circ}\text{C.m}^{-2}$ ), d) sources de chaleur ( $\text{W.m}^{-3}$ ).

(voir figure 1.10). Pendant la charge élastique (entre les images 13 et 35) la valeur négative du terme source couplage thermoélastique  $w'_{is}$  entraîne une diminution de la température (figure 1.10a). Ces variations sont faibles, au maximum  $-0.4^{\circ}\text{C}$ . Ensuite au passage du front thermique la température augmente brusquement de  $2^{\circ}\text{C}$  environ puis évolue de manière quasi-linéaire pour les 3 points. Les évolutions thermiques aux points 100 et 150 (centre de la localisation) diffèrent peu, l’écart relatif de température à l’image n°150 entre ces deux points est de 15% environ. Le passage du front thermique se traduit par un pic sur le tracé de  $TBdtf(15,.,t)$ , l’amplitude de ce pic est identique pour les 3 points (figure 1.10b). Ensuite, l’évolution de ce terme est quasi-constante. Les tracés des profils de laplacien  $LAP(15,.,t)$  sont eux aussi très perturbés par le passage du front de température (figure 1.10c). Au delà l’évolution, sensible au développement de la striction, dépend fortement de la position axiale.

Après la phase de chargement élastique où elles prennent une valeur négative, faible<sup>7</sup>, les sources augmentent brusquement au passage de la vague dissipative. Ensuite, au fur et à mesure que la localisation de striction se met en place on observe une accélération très marquée au point 150, ailleurs et en particulier aux pixels 50 et 100 les sources diminuent rapidement. L’écart relatif, à l’image n°150, des sources aux points 100 et 150 est cette fois de  $\simeq 133\%$ .

### Bilan de l’étude de localisation sur l’essai *aa6* (acier *S355MC*, $\dot{U}_{imp} = 0.15 \text{ mms}^{-1}$ )

Pour cet essai l’analyse des sources de chaleur a mis en évidence deux modes de localisation. Le premier, correspondant à la propagation d’une bande de Lüders apparaît soudainement et se traduit par la propagation à vitesse uniforme d’une vague dissipative de forme et d’amplitude constantes. Le deuxième mode se met en place *progressivement*, très tôt au cours du chargement, il est associé au développement de la striction diffuse et préfigure l’apparition de la striction localisée.

7. L’hypothèse de négliger le terme  $w'_{is}$  face à  $w'_c$  semble donc légitime.

**Remarque [R2] :** Dans cette présentation des résultats on a choisi de qualifier la striction de :

- *diffuse* : si les effets dissipatifs sont "faiblement" hétérogènes ou lorsque ces effets concernent plusieurs zones de l'éprouvette.

- *localisée* : lorsque les effets dissipatifs sont concentrés dans une seule zone de l'éprouvette.

### 1.3 Observations sur d'autres nuances d'aciers doux

La méthode d'analyse des sources de chaleur appliquée aux problèmes de localisation venant d'être présentée on se propose d'étudier maintenant trois autres nuances d'acier doux.

- **Nuance HR55 (Essai ba2,  $\dot{U}_{imp} = 0.04 \text{ mms}^{-1}$ )**

La vitesse de sollicitation est plus lente que précédemment, les variations de température sont plus faibles (figure 1.11a). L'analyse des sources de chaleur (figure 1.11b) permet de détecter là aussi deux modes de localisation. A la différence de l'essai précédent on observe cette fois la propagation de deux bandes de Lüders. Elles s'initient au même instant, au niveau des congés de raccordement de l'éprouvette, puis traversent à vitesse uniforme ( $v_{LB} \simeq 3.5 \text{ mm.s}^{-1}$ ) la zone utile avant de se rejoindre au centre de cette zone. Les sources de chaleur sont ensuite quasi homogènes et cela jusqu'au maximum de la charge (image n°240) où la forte concentration des effets dissipatifs dans une seule zone annonce le développement de la localisation de striction.

En résumé, pour cet acier, et à cette vitesse de sollicitation on observe la propagation de deux bandes de Lüders et au développement plus tardif (vers le maximum de la charge) de la localisation de striction localisée.

- **Nuance DD14 (Essai ca1,  $\dot{U}_{imp} = 0.15 \text{ mms}^{-1}$ )**

La réponse mécanique ne présentant aucun palier le seul mode de localisation observé à partir de l'analyse des sources de chaleur est celui associé au développement de la striction (figure 1.12). Cette localisation est progressive et très précoce puisqu'elle est détectée vers l'image n°120 soit bien avant le maximum de la charge (image n°165).

- **Nuance M323brut (Essai dn2,  $\dot{U}_{imp} = 0.15 \text{ mms}^{-1}$ )**

Cet essai a été conduit jusqu'à rupture de l'éprouvette dans une zone centrée sur le pixel 170 de la colonne centrale. Pour cet essai, comme pour tous ceux conduits sur cette nuance la rupture se produit dans une bande faisant un angle de  $68^\circ \pm 1^\circ$  avec la direction de chargement (voir forme de la rupture sur la figure 1.14, image n°320).

On retrouve sur cette nuance les deux modes de localisation que sont la propagation de bandes de Lüders et la striction (figure 1.13). Le premier, malgré la présence d'un crochet très important sur la réponse mécanique, est moins marqué que lors des précédentes observations. Trois bandes en effet semblent se propager au moment où la charge chute après le pic (image n°18). La première assez large s'initie dans une zone centrée sur le pixel 200, se propage vers le centre et rejoint une autre bande qui s'est amorcée autour du pixel 80. La dernière débute vers le pixel 20 et se déplace vers le centre. Lorsque toute la zone utile a été traversée par les bandes la propagation s'arrête, la fin du palier est atteinte.

Au delà et dès le début de la phase d'écrouissage les sources de chaleur sont hétérogènes (développement de la striction diffuse), elles sont plus importantes dans deux zones (centrées autour des pixels 105 et 190 à l'image n°200) puis dans une troisième située à l'intérieur des deux premières (centrée autour du pixel 150 à l'image n°200). Il faut attendre l'image n°270 environ, soit peu après le maximum de la charge, pour voir les sources se concentrer fortement dans la troisième zone (développement de la striction localisée). Donc, pour cet acier la localisation se produit très tôt dans deux puis trois zones de l'éprouvette, le "choix" entre ces zones ne se faisant qu'après le maximum de la charge.

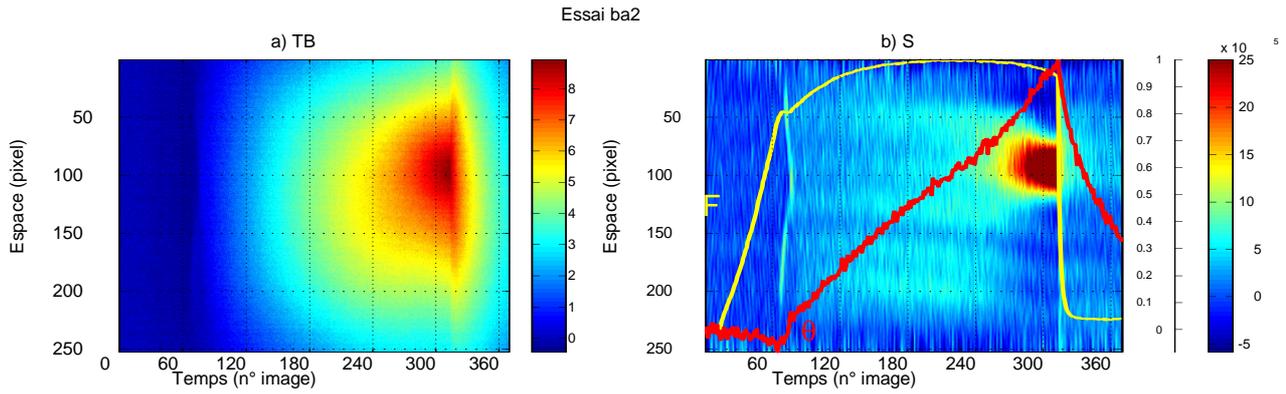


FIG. 1.11 – Essai ba2 (Acier HR55 -  $\dot{U}_{imp} = 0.04 mm.s^{-1}$ ). Evolution au cours du temps (numéro d’image) d’un profil axial (numéro de pixel le long de la colonne centrale de la zone utile) : a) de l’écart de température ( $^{\circ}C$ ), b) des sources de chaleur ( $W.m^{-3}$ ),  $F_{max} = 24.5 kN$ ,  $\theta_{max} = 9.0K$ , seuillage des niveaux de couleurs à 50% de  $Max(w'_{ch})$ .

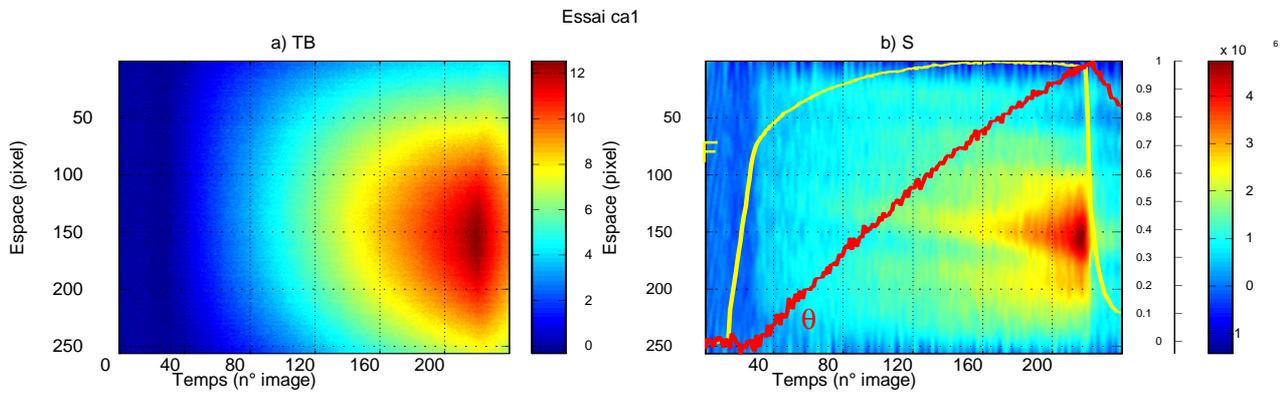


FIG. 1.12 – Essai ca1 (Acier DD14 -  $\dot{U}_{imp} = 0.15 mm.s^{-1}$ ). Evolution au cours du temps (numéro d’image) d’un profil axial (numéro de pixel le long de la colonne centrale de la zone utile) : a) de l’écart de température ( $^{\circ}C$ ), b) des sources de chaleur ( $W.m^{-3}$ ),  $F_{max} = 13.5kN$ ,  $\theta_{max} = 13.1K$ .

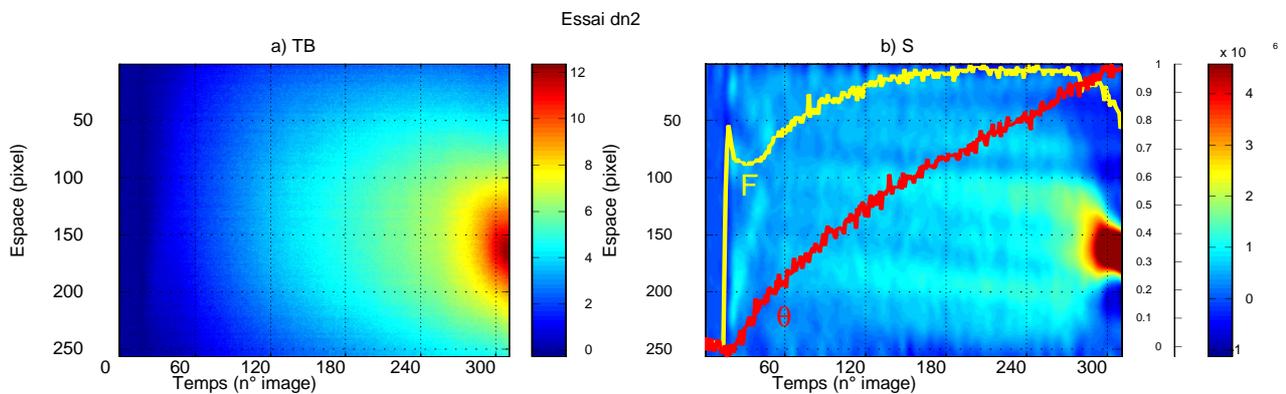


FIG. 1.13 – Essai dn2 (Acier M323brut -  $\dot{U}_{imp} = 0.15 mm.s^{-1}$ ). Evolution au cours du temps (numéro d’image) d’un profil axial (numéro de pixel le long de la colonne centrale de la zone utile) : a) de l’écart de température ( $^{\circ}C$ ), b) des sources de chaleur ( $W.m^{-3}$ ),  $F_{max} = 2.48kN$ ,  $\theta_{max} = 7.2K$ ; seuillage des niveaux de couleurs à 35% de  $Max(w'_{ch})$ .

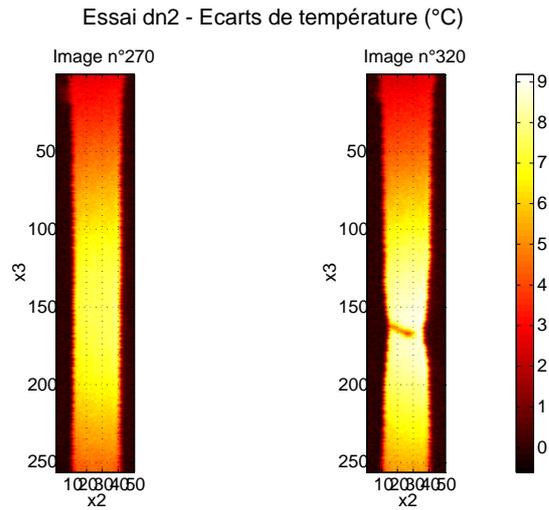


FIG. 1.14 – Essai dn2 (Acier M323brut -  $\dot{U}_{imp} = 0.15 \text{ mm.s}^{-1}$ ). Ecart de température à deux instants (images n°270 et 320) du chargement; la dernière image montre la rupture dans une bande inclinée centrée autour du pixel 170 de la colonne centrale.

## 1.4 Propagation de bandes de Lüders

### Résultats de l'essai aa6 (acier S355MC, $\dot{U}_{imp} = 0.15 \text{ mm.s}^{-1}$ )

Les effets thermiques et dissipatifs respectivement mesurés et calculés lors de la propagation d'une bande de Lüders à travers la zone utile de l'éprouvette sont présentés sur les figures 1.15 et 1.16.

Un front de température incliné par rapport à la direction de chargement apparaît à l'image n°36 au niveau du congé de raccordement du bas de l'éprouvette. Ce front se développe ensuite et se propage à vitesse uniforme à travers toute la zone utile (figure 1.15). Les causes (sources de chaleur  $\simeq$  dissipation intrinsèque) générant ces effets thermiques se présentent sous la forme d'une onde (figure 1.16), inclinée elle aussi par rapport à la direction de chargement ( $\simeq 70^\circ$ ) et se propageant à vitesse uniforme ( $v_{LB} \simeq 4 \text{ mm.s}^{-1}$ ).

Les tracés des profils axiaux des écarts de température et des sources à trois instants de la propagation de la bande montrent bien la différence entre effets et causes (figure 1.17). Les effets thermiques sont très diffus et varient en amplitude. A de faibles effets thermiques correspondent d'importants phénomènes énergétiques ( $w'_{ch} > 6 \cdot 10^6 \text{ W.m}^3$ ) "masqués" par la diffusion thermique. Les causes prennent alors la forme d'une onde de largeur et d'amplitude constantes.

**Remarque : [R3]** "Causes" et "effets" sont des notions relatives. Les "effets thermiques" sont générés par les "causes sources de chaleur". Ces dernières résultant d'irréversibilités internes au matériau (dissipation intrinsèque) ou de mécanismes de couplage (couplage thermoélastique, chaleur latente de changement de phase,...) peuvent être également interprétées comme des "effets". Ainsi, dans toute la suite de ce travail on parlera d'"effets thermiques" et d'"effets dissipatifs" générés par la localisation.

### Cinématique des bandes de Lüders

Pour la nuance S355MC où elles sont bien marquées nous avons mesuré, à partir des images espace-temps des sources de chaleur, les vitesses de propagation des bandes de Lüders pour différentes valeurs de vitesse de traverse  $\dot{U}_{imp}$  imposée. La figure 1.18 montre par exemple les résultats obtenus à l'issue d'un essai (noté ab1) réalisé avec  $\dot{U}_{imp} = 0.04 \text{ mm.s}^{-1}$ . La vitesse de sollicitation est plus faible (rapport 3.75) que celle de l'essai aa6 qui vient d'être présenté. La figure 1.18b met en évidence la propagation d'une bande de Lüders prenant naissance vers l'image n°108 au niveau du congé de raccordement du haut de l'éprouvette. La bande se propage ensuite pendant le palier plastique, à

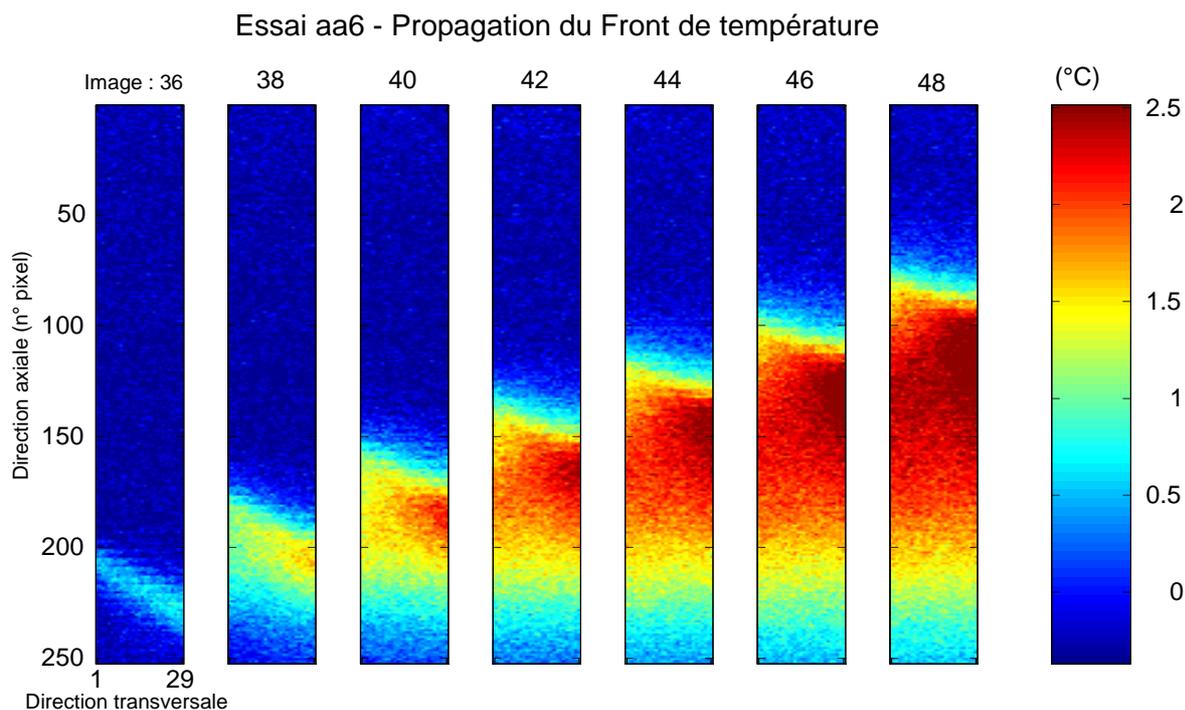


FIG. 1.15 – Essai aa6 (Acier S355MC -  $\dot{U}_{imp} = 0.15 \text{ mm.s}^{-1}$ ). Propagation d’un front de température à travers la zone utile de l’éprouvette.

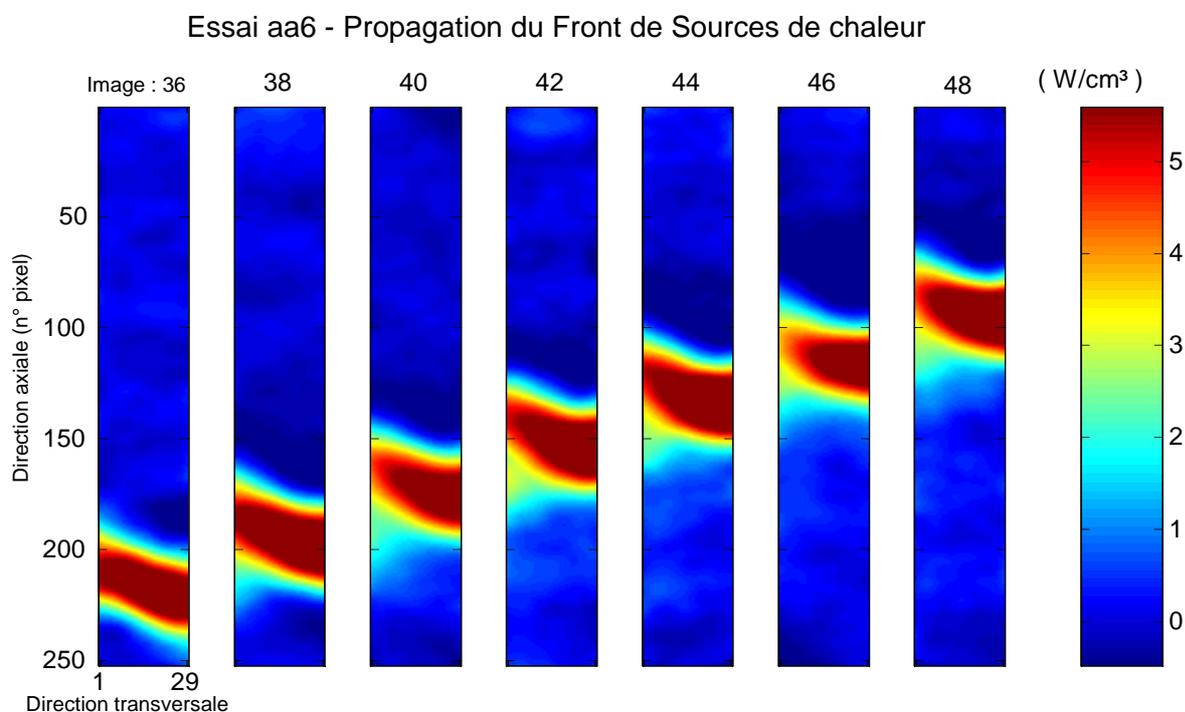


FIG. 1.16 – Essai aa6 (Acier S355MC -  $\dot{U}_{imp} = 0.15 \text{ mm.s}^{-1}$ ). Propagation d’un front de sources de chaleur à travers la zone utile de l’éprouvette : angle d’inclinaison des bandes par rapport à l’axe de chargement  $\simeq 71^\circ$ , vitesse de propagation  $\simeq 4 \text{ mm.s}^{-1}$ .

## Essai aa6 - Propagation de Fronts (température, sources)

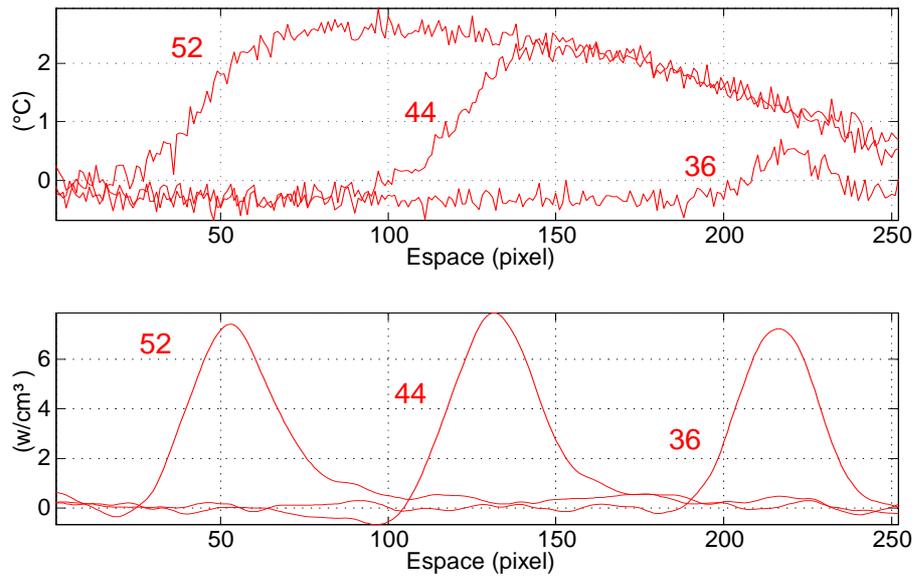


FIG. 1.17 – Essai aa6 (Acier S355MC -  $\dot{U}_{imp} = 0.15 \text{ mm.s}^{-1}$ ). Profils axiaux à différents instants du palier plastique (images 36, 44 et 52) : a) effets thermiques associés à la propagation d’une bande de Lüders, b) effets dissipatifs. Ce dernier résultat, prenant en compte la diffusion thermique, montre la progression régulière d’une onde de forme quasi-constante. L’onde, dissymétrique, fait apparaître une trainée plus étendue que le front d’onde.

vitesse uniforme ( $v_{LB} \simeq 1 \text{ mm.s}^{-1}$ ) et rejoint l’autre congé de raccordement. On peut remarquer en cet endroit la présence de valeurs élevées de dissipation pendant une très courte durée, au moment (image n°108) où la bande du haut est elle aussi en train de naître. Il y a compétition entre les deux bandes, celle du haut prend le dessus, l’autre n’a pas le temps de se développer. La figure 1.19 montre les effets thermiques et dissipatifs générés par l’apparition de ces deux bandes. Si les images thermiques observées conservent pendant longtemps la trace d’un échauffement sur la partie inférieure de la zone utile, les sources de chaleur montrent que le phénomène dissipatif en ce lieu est très bref. Il est détecté seulement à l’image n°108, au delà les effets dissipatifs et donc la déformation plastique se concentrent dans la bande du haut.

La comparaison avec l’essai aa6, plus rapide, montre que dans le dernier essai les effets dissipatifs sont plus faibles (dans le rapport des vitesses de sollicitation) mais que les effets thermiques sont du même ordre de grandeur. Ce dernier point pouvant paraître paradoxal au premier abord s’explique par la réduction de la vitesse de propagation des sources.

Une série d’essais a été réalisée sur la nuance S355MC, à trois vitesses de déplacement  $\dot{U}_{imp} = 0.04, 0.15$  et  $0.4 \text{ mm.s}^{-1}$ . A chaque fois une seule vague dissipative se déplaçant à vitesse constante a été observée. Les différentes vitesses mesurées sont reportées sur la figure 1.20. L’évolution linéaire de la vitesse  $v_{LB}$  de propagation est conforme avec les résultats de la littérature (voir chapitre 3 suivant) annonçant dans le cas de n bandes :

$$v_{LB} = \frac{\dot{U}_{imp}}{n \cdot \varepsilon_{LB}}$$

où  $\varepsilon_{LB}$  est la déformation (dite de Lüders) générée en un point par le passage d’une bande de Lüders,  $\varepsilon_{LB}$  correspond à la longueur en déformation (calculée à partir du déplacement global) du palier plastique. La pente de la droite passant au mieux (moindres carrés) des 7 points expérimentaux de la figure 1.20 conduit à une valeur de  $\varepsilon_{LB} = 4.2\%$ . Cette déformation est un peu plus élevée que la valeur moyenne obtenue à partir de la réponse contrainte déformation :  $\varepsilon_{LB} \simeq 3\%$ . Une des raisons

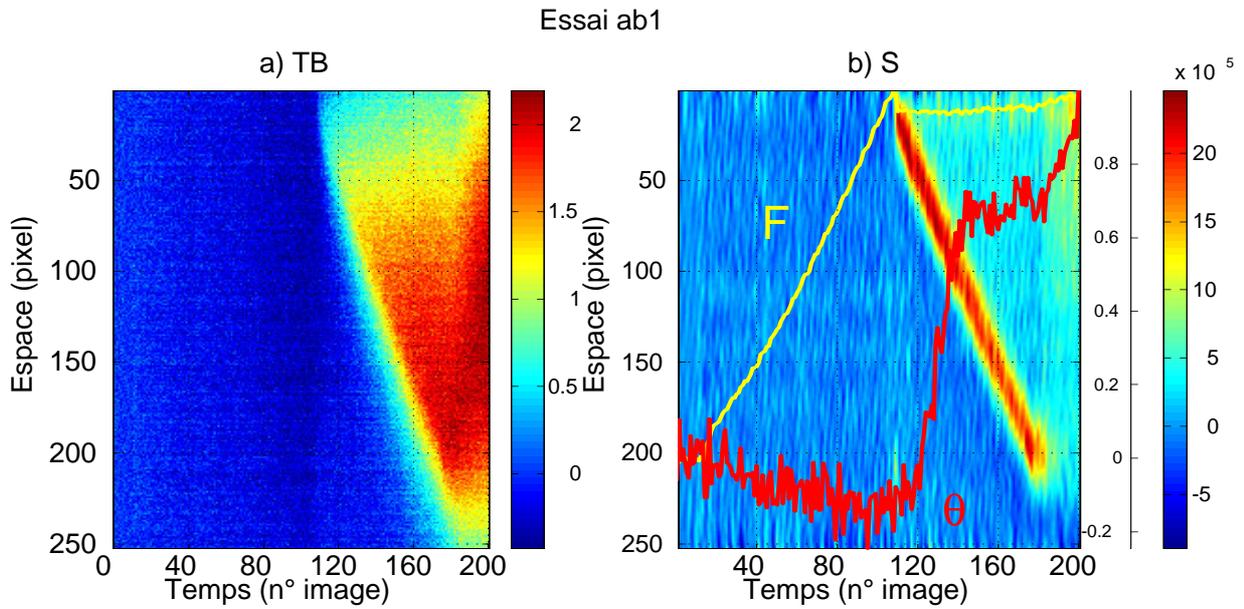


FIG. 1.18 – Essai ab1 (Acier S355MC -  $\dot{U}_{imp} = 0.04 \text{ mm.s}^{-1}$ ). Evolution au cours du temps (numéro d’image) d’un profil axial (numéro de pixel le long de la colonne centrale de la zone utile) : a) de l’écart de température ( $^{\circ}\text{C}$ ), b) des sources de chaleur ( $\text{W.m}^{-3}$ ),  $F_{max} = 15.8 \text{ kN}$ ,  $\theta_{max} = 2.37 \text{ K}$ .

Essai ab1 - Propagation de fronts thermiques et dissipatifs

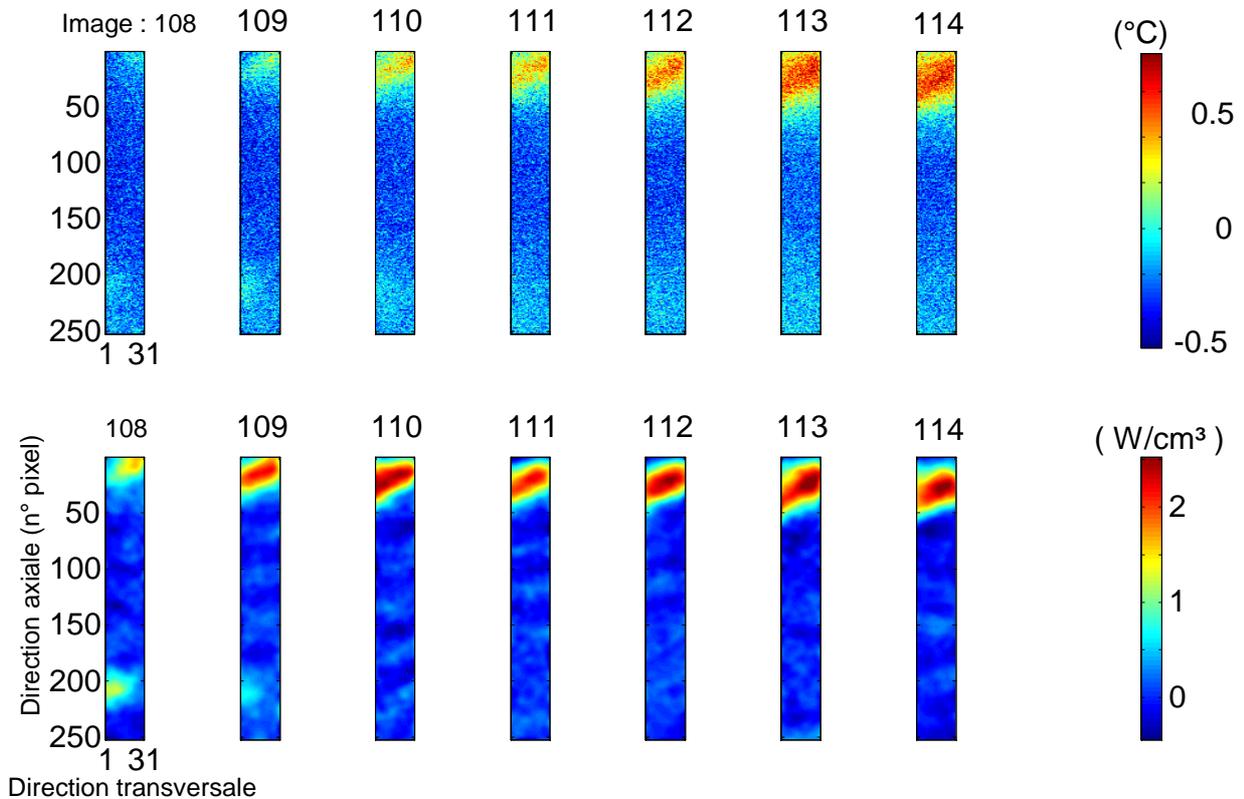


FIG. 1.19 – Essai ab1 (Acier S355MC -  $\dot{U}_{imp} = 0.04 \text{ mm.s}^{-1}$ ). Figure du haut : observations à 7 instants ( $\Delta t = 0.55 \text{ s}$ ) différents de la propagation d’un front thermique à la surface de la zone utile de l’éprouvette; figure du bas : propagation d’un front dissipatif, deux bandes apparaissent au même instant (image n°108), mais une seule (celle du haut) parvient à se développer.

de cet écart provient peut-être du faible nombre d'essais réalisés, notamment aux vitesses de 0.04 et surtout de  $0.4 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$ .

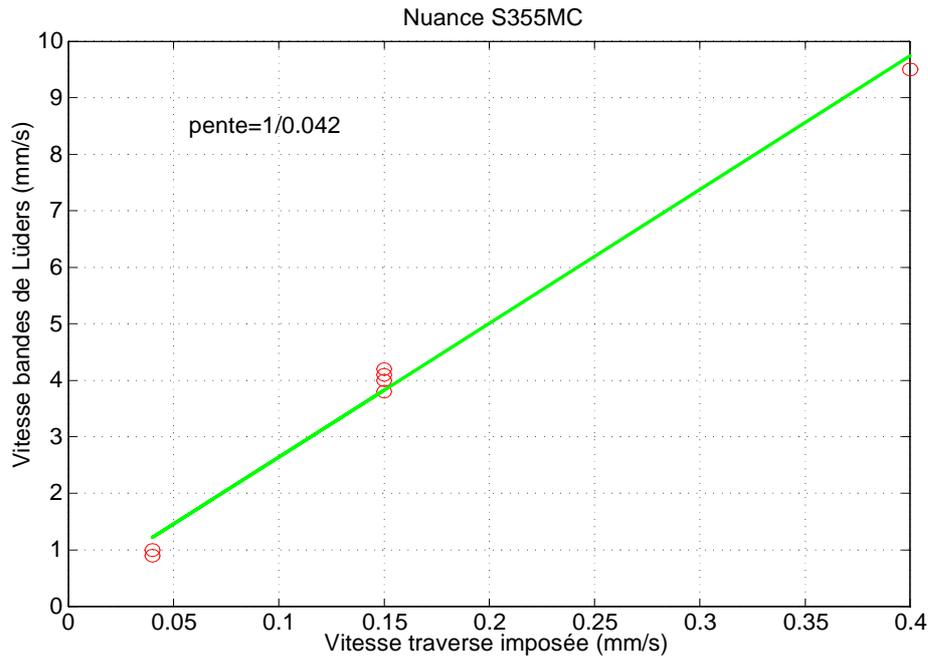


FIG. 1.20 – Nuance S355MC - Evolution de la vitesse de propagation des bandes de Lüders pour différentes valeurs de vitesse de déplacement traverse imposée.

### Confrontation avec des observations cinématiques

Des mesures de déplacement par corrélation d'images ont été réalisées dans les mêmes conditions d'essais et sur le même matériau (S355MC) par Bertrand Wattrisse ([Wattrisse *et al.* 98] et [Wattrisse 99]). Les vitesses de déformation calculées dans la direction axiale à partir des champs de déplacement se présentent, lors de la propagation d'une bande de Lüders, sous la même forme (figure 1.21) que la vague dissipative précédemment décrite (figure 1.17). La vague de vitesse de déformation, de forme et d'amplitude constantes se propage à vitesse uniforme à travers la zone utile de l'éprouvette. Cette analogie entre vague dissipative et vague de vitesse de déformation sera utilisée au chapitre 3 suivant pour modéliser la propagation d'une bande de Lüders.

### Angle d'inclinaison des bandes de Lüders

Pour la nuance S355MC l'angle d'inclinaison du front dissipatif par rapport à la direction axiale de chargement est d'environ  $70^\circ \pm 5^\circ$ . La mesure de cet angle est délicate car le front est assez diffus (voir par exemple figure 1.16). Une telle valeur bien qu'élevée a déjà été rapportée dans la littérature ([Ananthan and Hall 91]). Des mesures de champ de déplacement par granularité réalisées sur ces mêmes aciers et dans les mêmes conditions de chargement font elles aussi apparaître une propagation de bandes de vitesses de déformation ayant les mêmes inclinaisons ([Wattrisse *et al.* 98]).

### Confrontation avec quelques résultats de la littérature

L'observation de la propagation d'un front de température présentée à la figure 1.15 rappelle les résultats expérimentaux de propagation de bandes de Lüders dans des fils de Niobium ([Conrad and Stones 64], voir figure 1.22) et celles réalisées récemment par [Shaw and Kyriakides 98] sur l'observation de la propagation d'un front de changement de phase dans un Alliage à Mémoire de Forme (NiTi), voir figure 1.23. Dans la première expérience l'évolution du front est révélée par le changement d'éclat d'un vernis préalablement déposé sur l'échantillon et qui se brise au passage de la bande de

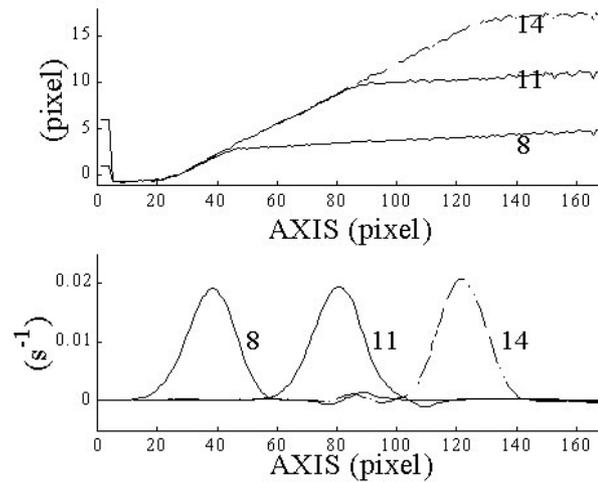


FIG. 1.21 – Nuance S355MC,  $\dot{U}_{imp} = 0.15 \text{ mm.s}^{-1}$ . Profils de la composante longitudinale du tenseur de vitesses de déformation de Green-Lagrange à différents instants (images 8, 11 et 14) du palier plastique (figure extraite de [Chrysochoos et al. 98]).

Lüders. [Shaw and Kyriakides 98] ne déposent aucun vernis, ils observent simplement les changements de réflectivité et de contraste de la couleur de surface de l’éprouvette générés par le passage des fronts qui brisent une fine couche d’oxyde laissée par le procédé de fabrication du matériau. Les auteurs font d’autre part l’analogie entre le modèle de propagation de fronts de changement de phase dans cet AMF et la propagation de bandes de Lüders dans les aciers doux.

La forme caractéristique de la vague dissipative tracée à divers instants sur la figure 1.17 fait apparaître une dissymétrie avec la présence d’une traînée à l’arrière de l’onde. Cette forme rappelle les modélisations des bandes de Lüders proposées par [Estrin and Kubin 88] ou [Hähner 94], voir figures 3.3 présentées au chapitre 3 suivant). Ces auteurs modélisent les bandes de Lüders par une vague de vitesse de déformation ayant le même aspect que la vague dissipative obtenue lors des expériences que nous avons pu réaliser (figure 1.17).

Une autre analogie mérite d’être soulignée. Elle concerne la propagation de “fronts thermomécaniques” obtenus lors de la modélisation, à faible température (quelques dizaines de K), d’instabilités périodiques (similaires à l’effet PLC) observées sur des monocristaux ou polycristaux ([Hähner and Zaiser 93], [Zaiser and Hähner 97]). A ces températures, la vitesse de glissement des dislocations (et donc la vitesse de déformation) est fortement influencée par la température. Le rôle de celle-ci est donc important, il convient de contrôler son évolution en complétant la modélisation des mouvements de dislocations (bilan des densités de dislocations mobiles et immobiles) par l’équation de diffusion de la chaleur. Cette dernière intégrant un terme source d’origine dissipative on obtient un système d’équations thermomécaniques couplées. La résolution de celui-ci conduit à la représentation schématique de la figure 1.24 extraite de [Zaiser and Hähner 97] mettant en évidence la propagation de “fronts thermomécaniques” (de température, de vitesse de déformation, de densités de dislocations mobiles).

## 1.5 Conclusions

Les essais réalisés sur plusieurs nuances d’acier ont permis de mettre en évidence différents aspects de localisation se produisant sur des aciers doux sollicités dans des conditions quasi-statiques de traction simple. Un ou deux modes de localisation ont ainsi été détectés, il s’agit respectivement du phénomène de propagation de une ou plusieurs bandes de Lüders sur certains aciers présentant des impuretés et de l’initiation de la striction.

Des effets thermiques diffus de faible amplitude se présentant sous la forme d’un front (ou de fronts) thermique(s) ont été observés lors du développement du premier mode. Ces effets cachent en

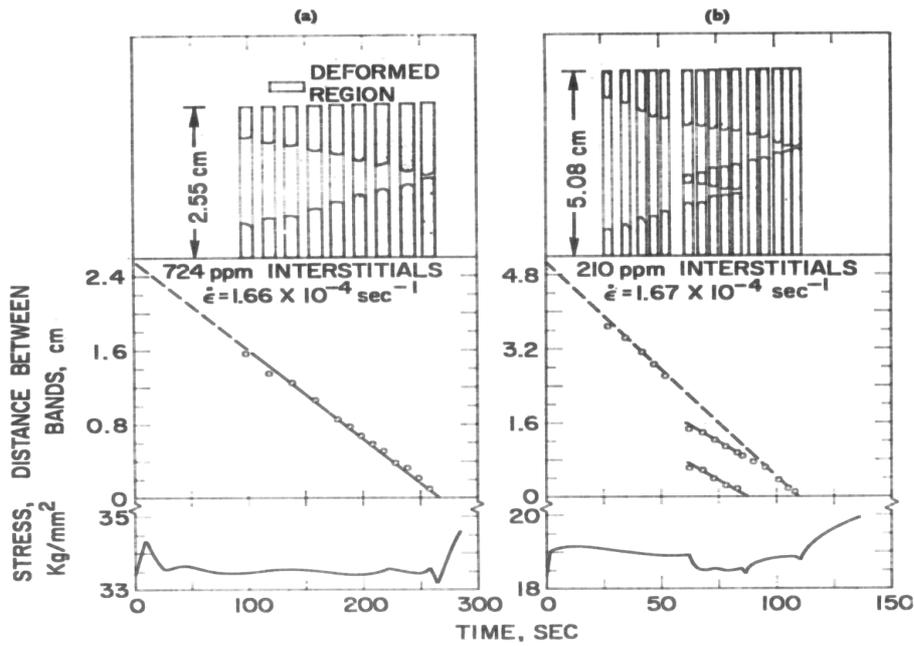


FIG. 1.22 – Exemple de mesure de propagation de bandes de Lüders dans le Niobium (extrait de [Conrad and Stone 64]).

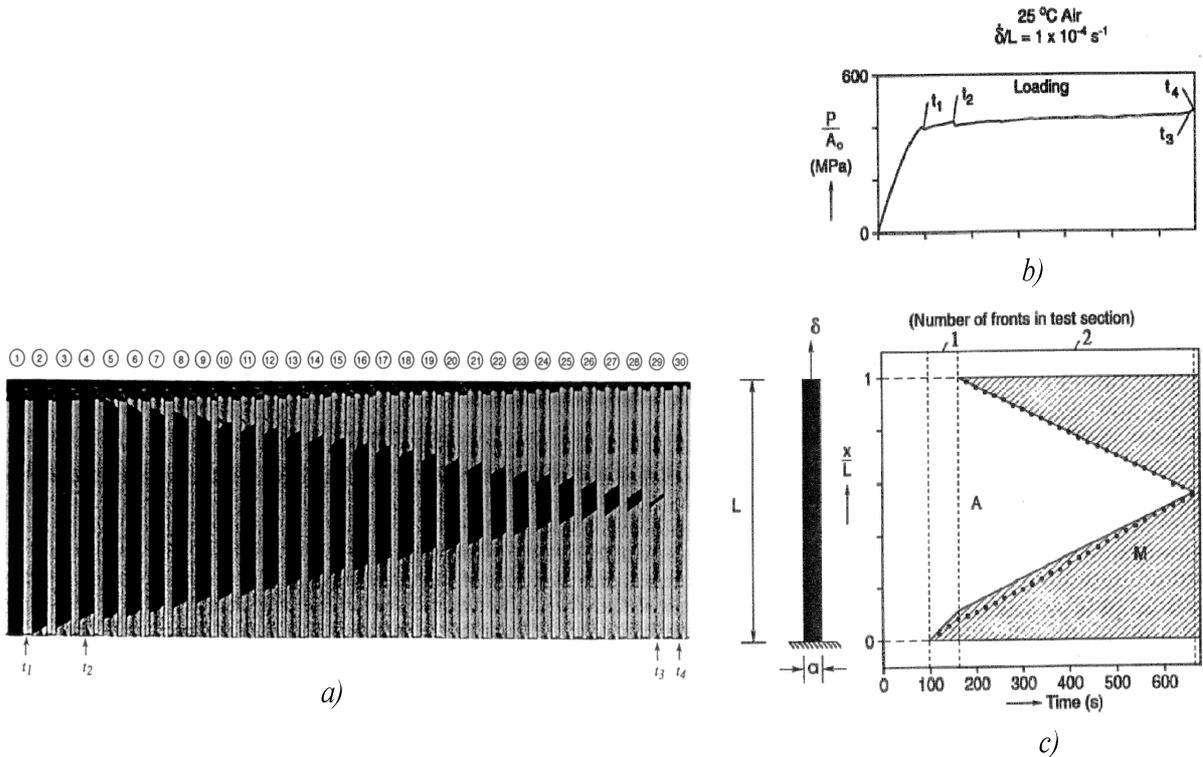


FIG. 1.23 – a) Photographies de bandes de transformation austénite (couleur foncée) - martensite (couleur claire) lors d'un essai de traction quasi-statique ( $\dot{U}_{imp} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ mms}^{-1}$ ) sur un AMF (NiTi), photos prises avec une période de 20ms. b) Réponse mécanique et c) évolution du déplacement du front de transformation (figures extraites de [Shaw and Kyriakides 98]).

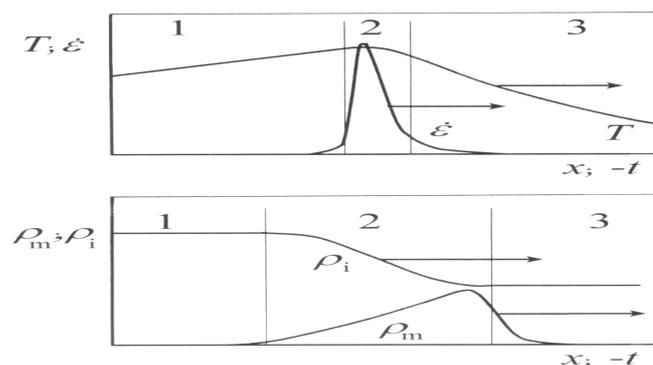


FIG. 1.24 – Représentation schématique d’un “front thermomécanique” se propageant dans la direction des flèches; figure du haut: température et vitesse de déformation; figure du bas: variations des densités de dislocation mobiles  $\rho_m$  et immobiles  $\rho_i$  à travers la zone active (figures extraites de [Zaiser and Hähner 97]).

fait d’importants phénomènes dissipatifs, très localisés, qui se propagent à vitesse uniforme à travers la zone utile de l’éprouvette. Si ce premier mode est plutôt soudain, le deuxième semble se mettre en place de manière plus progressive et parfois très précoce dans le chargement. Dans tous les cas, lorsque la charge maximale est franchie l’hétérogénéité très prononcée des phénomènes dissipatifs indique sans équivoque la zone “affaiblie” de l’éprouvette.

# Bibliographie

- [Ananthan and Hall 91] Ananthan V.S. and Hall E.O. , Macroscopic aspects of Lüders band deformation in mild steel, *Acta metall. mater.*, N° 12, pp 3153-3160, (1991).
- [Béranger *et al.* 94] Béranger G., Henry G., Sanz G., *Le livre de l'acier*, Ed Lavoisier Tech et Doc, (1994).
- [Chrysochoos *et al.* 98] Chrysochoos A., Louche H., Murracchiole J.M., Nemoz-Gaillard M., Saurel J.L., Wattrisse B.. Experimental analysis of localization mechanisms in steels by infrared and speckle image processing, IUTAM Symposium, Poitiers, Aout 98, (1998).
- [Conrad and Stone 64] Conrad H. and Stone G., The effect of stress on the Lüders band velocity in niobium, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 12, pp 139-148, (1964).
- [Estrin and Kubin 88] Estrin Y. and Kubin L.P., Strain nonuniformities and plastic instabilities, *Revue Phys. Appl.*, V. 23, pp 573-583, (1988).
- [Hähner and Zaiser 93] Hähner P. and Zaiser M., Propagative modes of plastic deformation, Colloque C7, Supplément au *Journal de Physique III*, Vol.3, Nov 93, pp 1995-2004, (1993).
- [Hähner 94] Hähner P., Theory of solitary Plastic Waves, Part I: Lüders bands in Polycrystals, *Appl. Phys.*, A58, pp 41-48, (1994).
- [Shaw and Kyriakides 98] Shaw J.A. and Kyriakides S., Initiation and propagation of localized deformation in elasto-plastic strips under uniaxial tension, *Int. J. Plast.*, V. 13, n°10, pp 837-871, (1998).
- [Wattrisse *et al.* 98] Wattrisse, B., Némot-Gaillard, M., Murracchiole, J.-M., Chrysochoos, A., Etude cinématique des phénomènes de localisation dans un acier par intercorrélation d'images., *Actes du Colloque National, Photomécanique*, Eyrolles Ed, pp. 21-28, (1998).
- [Wattrisse 99] Wattrisse B., Etude cinématique des phénomènes de localisation dans des aciers par intercorrélation d'images, Thèse de Doctorat, Université Montpellier II, (1999).
- [Zaiser and Hähner 97] Zaiser M., Hähner P., Oscillatory modes of plastic deformation: theoretical concepts, *Phys. Stat. Sol. (b)*, Review Article, vol.199, pp 267-330, (1997).

## Chapitre 2

# Indicateurs de localisation énergétiques

Après avoir décrit au chapitre précédent les effets dissipatifs associés au développement des deux modes principaux de localisation, observés lors d'essais de traction monotone sur des aciers doux (bandes de Lüders et striction), on présente dans ce chapitre trois propositions d'indicateurs de localisation énergétiques.

On rappelle que l'on choisit ici de parler "d'indicateurs" de localisation plutôt que de "critères" de localisation. L'étude bibliographique a en effet montré qu'une notion de prédiction est associée aux critères de localisation. Lorsque la loi de comportement est supposée connue un critère de localisation prédit, généralement de manière tout ou rien, l'apparition de la localisation. Dans ce travail on ne prédit pas la localisation, on observe simplement, sur le matériau réel, les manifestations énergétiques de localisation. De plus le caractère progressif et diffus des effets dissipatifs observés rend délicat la définition d'un critère exclusif de localisation.

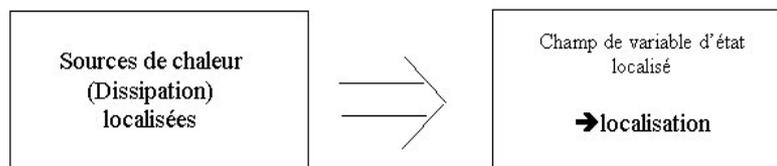
Les deux premiers indicateurs sont des *indicateurs locaux* établis à partir de la distribution spatio-temporelle des effets dissipatifs estimés pendant le chargement. Le premier (noté indicateur A) permet de connaître au cours de la déformation les zones de l'éprouvette où se développe la localisation. Le second (désigné par indicateur B) fournit une indication sur la position et sur le moment où la localisation est susceptible de se produire. Enfin, on présente un dernier indicateur (indicateur C), *global*, défini à partir du maximum d'énergie bloquée.

Ces indicateurs sont appliqués à une campagne d'essais conduite sur les nuances M323brut et M323 "skin-passée". Sur cette dernière nuance on insiste plus particulièrement sur l'effet apparent d'adoucissement du comportement de ce type de matériau.

## 2.1 Indicateurs locaux - Localisation des sources de chaleur

### 2.1.1 Indicateur A

Ce premier indicateur a été annoncé lors du chapitre précédent, il peut être schématisé selon :



"La localisation est détectée lorsque, à un instant donné du chargement, les sources de chaleur évaluées localement dans la zone utile de l'éprouvette deviennent localisées". En pratique et pour le problème particulier de l'essai de traction la localisation est principalement recherchée dans la direction axiale du chargement. Les images espace-temps des sources de chaleur définies précédemment sont alors utilisées pour détecter les hétérogénéités des sources. Lorsque les effets dissipatifs des phénomènes de localisation sont intenses et très localisés (cas des bandes de Lüders et de la striction localisée) la détection est immédiate. La striction diffuse, située entre ces deux modes très marqués, est par

contre plus délicate à détecter car elle peut être noyée dans les fluctuations résultant du traitement. Ces dernières étant positionnées de manière aléatoire dans la direction axiale elles ne peuvent pas en principe masquer un phénomène dissipatif même faible, qui affecte toujours la même zone de l'éprouvette. La présence de ces fluctuations aléatoires et stationnaires a pour effet de rendre délicate la détection automatique des zones et des instants où la dissipation tend à se localiser.

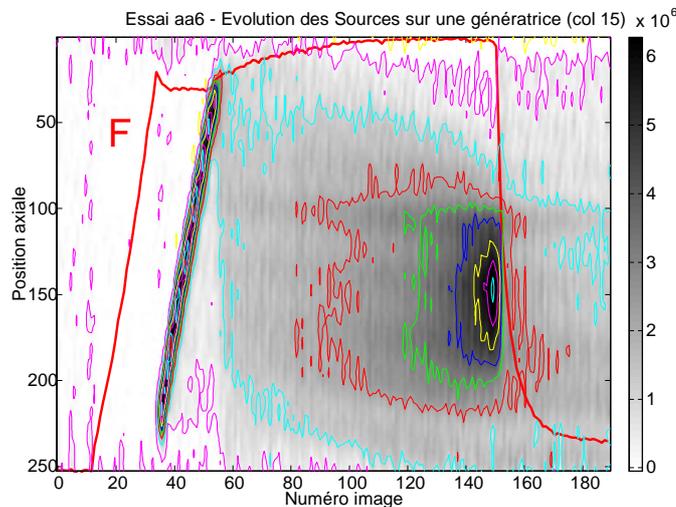


FIG. 2.1 – Essai aa6 (Acier S355MC -  $\dot{U}_{imp} = 0.15 \text{ mm.s}^{-1}$ ). Isovaleurs de l'évolution dans le temps des profils axiaux de sources de chaleurs.

L'application de cet indicateur à l'essai aa6 décrit précédemment est réalisée à partir de l'image des isovaleurs des sources présentée à la figure 2.1. La localisation axiale des sources de chaleur liée au développement de la striction est détectée entre les images n°80 et 100, elle est très marquée à partir de l'image n°140.

Sur cet exemple on voit que la détection des instants et des zones concernées par l'initiation de la striction diffuse est, en raison du caractère progressif et irrégulier des effets dissipatifs, assez subjective : une modification des niveaux de couleur ou des isovaleurs pouvant perturber cette détection.

### 2.1.2 Indicateur B

La difficulté posée par le précédent indicateur est de pouvoir détecter parmi les fluctuations des profils axiaux des sources, celles qui sont intrinsèques à la localisation. Une solution pour les discriminer est de mettre en place un *seuil* au delà duquel la localisation est effective. Plutôt que de choisir une valeur de seuil arbitraire centrée sur la valeur moyenne du profil on propose ici de prendre à chaque instant la valeur de la puissance mécanique volumique des efforts extérieurs<sup>1</sup>. Cette grandeur, définie page 99 (chapitre 2, partie II) n'est valable que dans le cas d'un essai homogène. Dans ce cas les sources de chaleur sont homogènes et inférieures à cette puissance volumique fournie par l'extérieur. *Lorsque l'essai devient hétérogène les sources de chaleur sont hétérogènes, l'indicateur proposé ici est alors activé si les sources de chaleur dépassent, au cours du chargement et en un point donné, cette puissance fournie en moyenne à l'échantillon :*

$$w'_{ch} > w'_{ext} \quad (2.1)$$

Cet indicateur ne permet pas de suivre l'évolution de la localisation car dès qu'il y a hétérogénéité l'hypothèse de distribution homogène de la puissance mécanique fournie n'est plus valable. Appliqué aux essais présentés au cours du chapitre précédent (figures 2.2, 2.3 et 2.4) on obtient une indication sur les zones (couleur sombre) et sur les instants où la localisation (diffuse) apparaît.

1. Se pose ici le problème du choix du volume à considérer, l'hypothèse choisie ici de prendre le volume de la zone utile conduit à une approximation par excès de la puissance volumique.

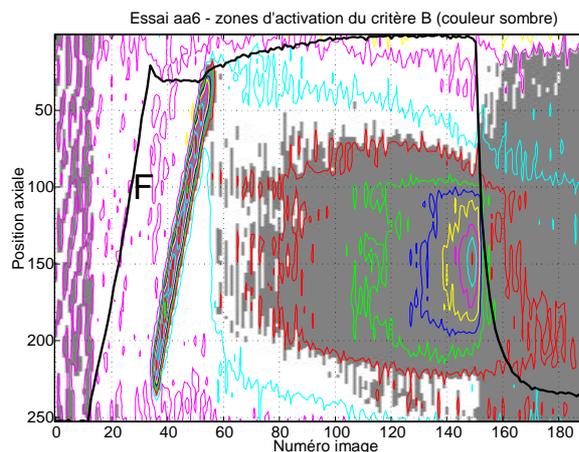


FIG. 2.2 – Essai aa6 (Acier S355MC -  $\dot{U}_{imp} = 0.15 \text{ mm.s}^{-1}$ ). Isovaleurs de l'évolution dans le temps des profils axiaux de sources de chaleurs. Les zones grisées correspondent aux points où l'indicateur B a été activé, soit entre les images n°60 à 80.

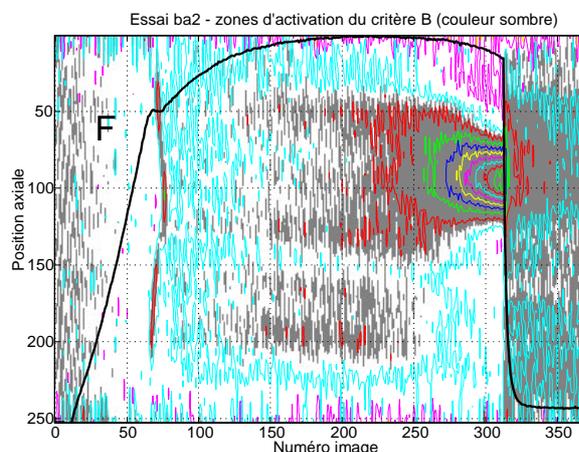


FIG. 2.3 – Essai ba2 (Acier HR55 -  $\dot{U}_{imp} = 0.04 \text{ mm.s}^{-1}$ ). Isovaleurs de l'évolution dans le temps des profils axiaux de sources de chaleurs. Les zones grisées correspondent aux points où l'indicateur B a été activé, soit entre les images n°200 et 250.

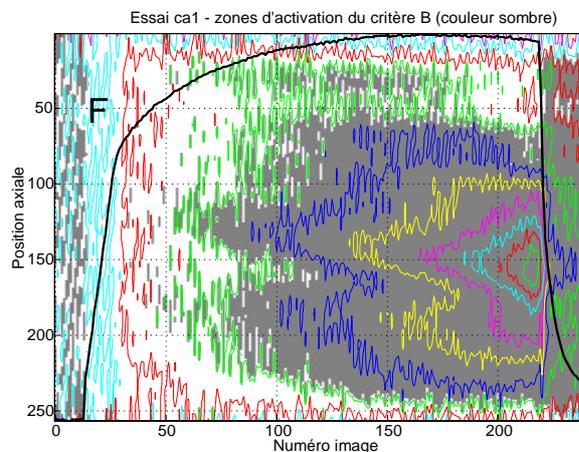


FIG. 2.4 – Essai ca1 (Acier DD14 -  $\dot{U}_{imp} = 0.15 \text{ mm.s}^{-1}$ ). Isovaleurs de l'évolution dans le temps des profils axiaux de sources de chaleurs. Les zones grisées correspondent aux points où l'indicateur B a été activé, soit entre les images n°50 et 100.

## 2.2 Indicateur global - Maximum d'énergie bloquée

### 2.2.1 Indicateur C

L'indicateur global proposé ici est basé sur l'évolution de l'énergie bloquée  $W_b$  au cours de la déformation. A partir des notations et des relations rappelées au chapitre 2 de la partie II on peut obtenir une expression de  $W_b$  à partir de l'énergie mécanique fournie par l'extérieur  $W_{ext}$  pour déformer l'éprouvette, de l'énergie élastique  $W_e$  emmagasinée dans le matériau pendant la charge élastique, de l'énergie calorifique totale mise en jeu  $W_{ch}$  et de l'énergie associée aux couplages thermoélastiques  $W_{ctm}$  :

$$\begin{aligned} W_b &= W_a - W_c \\ &= W_{ext} - W_e - W_{ch} + W_{ctm} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Une estimation de ces termes, à chaque instant  $t$  d'acquisition de l'*essai de traction* permet de fournir une estimation de l'énergie bloquée. On constate alors que l'évolution de l'énergie bloquée se divise en 2 domaines. Un premier domaine noté I correspondant au début de l'érouissage où  $W_b$  est croissante. Dans cette partie la puissance dissipée dans l'éprouvette  $W'_c$  est inférieure à la puissance anélastique  $W'_a$ . Une partie de cette puissance fournie reste "bloquée" dans la matière qui l'utilise pour faire évoluer sa microstructure (génération, blocage ou annihilation de dislocations). Lorsque le chargement se poursuit la puissance dissipée devient supérieure à la puissance anélastique (domaine II). A l'égalité de ces deux puissances l'énergie bloquée passe par un maximum puis décroît dans le domaine II : il y a, apparemment, *restitution d'énergie bloquée*.

Le maximum d'énergie bloquée définissant la transition entre ces 2 domaines est choisi comme indicateur de localisation car il traduit un changement du comportement énergétique de l'éprouvette :

$$dW_b = 0 \quad (2.3)$$

### 2.2.2 Mise en oeuvre

- calcul de  $W_{ext}$  :

$$W_{ext}(t) = \int_{t_0}^t W'_{ext}(t) dt = \int_{t_0}^t F(t) \dot{U}_{imp} dt \quad (2.4)$$

où  $F(t)$  est la charge mesurée, à l'instant  $t$ , lors de l'essai de traction à vitesse de déplacement constante imposée  $\dot{U}_{imp}$ . La constante  $t_0$  désigne l'instant initial de l'essai.

- calcul de  $W_e$  :

$$W_e(t) = \int_{t_0}^t W'_e(t) dt = \int_{t_0}^t \left( \int_{\Omega} \sigma(t) \dot{\varepsilon}_e(t) dv \right) dt \quad (2.5)$$

où  $\sigma$ ,  $\varepsilon_e$  et  $\Omega$  désignent respectivement la contrainte de traction, la vitesse de déformation élastique dans la direction de sollicitation et le domaine géométrique occupé par la zone utile. Ces grandeurs sont considérées comme homogènes<sup>2</sup> dans la zone utile de l'éprouvette et sont estimées à partir de la charge  $F(t)$  :

$$W_e(t) = V_0 \int_{t_0}^t \frac{F(t)}{ES_o^2} \dot{F}(t) dt \quad (2.6)$$

où  $E$ ,  $S_o$  et  $V_0$  désignent respectivement le module d'élasticité, la section et le volume de la zone utile de l'éprouvette.

---

2. Cette hypothèse est nécessaire pour pouvoir calculer cette énergie.

• calcul de  $W_{ctm}$  :

$$W_{ctm}(t) \simeq W_{is}(t) = \int_{t_0}^t W'_{is}(t) dt = \int_{t_0}^t \left( \int_{\Omega} -\alpha T_e \dot{\sigma}(t) dv \right) dt \quad (2.7)$$

où  $\alpha$  et  $T_e$  désignent respectivement le coefficient de dilatation linéique et  $T_e$  la température ambiante ( $\simeq 300 K$ ). La quantité  $\dot{\sigma}(t)$ , considérée comme homogène, est approchée par  $\frac{\dot{F}}{S_o}$ , d'où :

$$W_{ctm}(t) \simeq V_0 \int_{t_0}^t \left( -\alpha T_e \frac{\dot{F}(t)}{S_o e^{\frac{-t}{L_0}}} \right) dt \quad (2.8)$$

• calcul de  $W_{ch}$  :

$$W_{ch}(t) = \int_{t_0}^t W'_{ch}(t) dt = \int_{t_0}^t \left( \int_{\Omega} w'_{ch}(\vec{x}, t) dv \right) dt \quad (2.9)$$

Le domaine  $\Omega$  sur lequel porte l'intégration correspond au volume de la zone utile de l'éprouvette. Les sources  $w'_{ch}$  calculées étant les sources moyennes dans l'épaisseur on a :

$$W'_{ch}(t) = e(t) \int_{\partial\Omega(t)} w'_{ch}(x_2, x_3, t) dS \quad (2.10)$$

où  $\partial\Omega(t)$  est le domaine défini par la surface de la zone utile de l'éprouvette à l'instant t. Devant l'impossibilité de connaître à chaque instant  $\partial\Omega$  nous ferons, en supposant le matériau incompressible, l'hypothèse qu'une estimation de  $W'_{ch}$  peut-être obtenue en intégrant sur le domaine  $\partial\Omega_0$  de surface initiale  $S_o$  :

$$W'_{ch}(t) = e_o \int_{\partial\Omega_0} w'_{ch}(x_2, x_3, t) dS \quad (2.11)$$

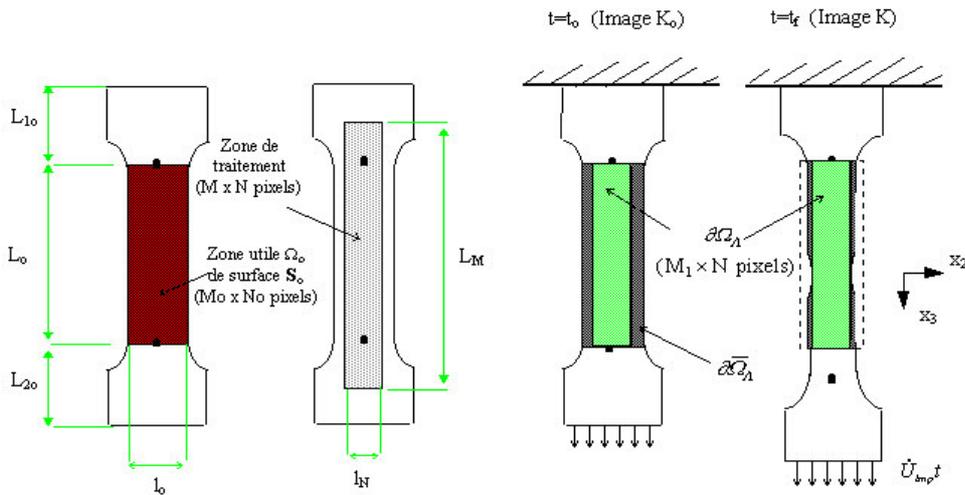


FIG. 2.5 – Taille du domaine d'intégration  $\partial\Omega_{\Lambda}$ .

L'intégrale est calculée numériquement à partir des valeurs discrètes de  $w'_{ch}$  évaluées en chaque pixel de la surface du domaine  $\partial\Omega_{\Lambda}$  (taille  $L_{M_1} \times l_N m^2$  ou  $M_1 \times N$  pixels<sup>2</sup>), intersection de la zone de traitement et de la zone utile (voir figure 2.5). Ce domaine ne couvrant pas toute la largeur  $l_o$  de la

zone utile on fait l’hypothèse que ce qui se passe sur les colonnes du domaine complémentaire  $\partial\bar{\Omega}_\Lambda$  est peu différent de ce qui se passe sur les colonnes du bord de  $\partial\Omega_\Lambda$ . En conséquence, le calcul numérique d’intégration est réalisé en supposant que les sources de chaleur sont données sur un domaine de largeur  $l_o$ , avec  $l_o > l_N$ .

### 2.2.3 Exemple d’application

Le résultat du calcul de ces différentes puissances et énergies dans le cas de l’essai aa6 (nuance S355,  $\dot{U}_{imp} = 0.15 \text{ mm.s}^{-1}$ ) décrit précédemment est présenté sur les figures 2.6 à 2.11. Pour cet essai la taille du domaine  $\partial\Omega_\Lambda$  d’intégration est de  $252 \times 29$  pixels, soit  $V_0 = 1.57 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$ .

La figure 2.6 montre que pendant la charge élastique la puissance élastique totale  $W'_e$ , calculée à partir de la relation 2.6, est très inférieure à la puissance mécanique fournie par l’extérieur  $W'_{ext}$ . La différence provient d’une surestimation (via la relation 2.4) de  $W'_{ext}$ . En effet pendant cette phase la majeure partie de la puissance fournie est utilisée pour mettre en charge la machine (élasticité de la machine et rattrapage des jeux) et non pour déformer l’échantillon. Des mesures locales avec un extensomètre confirment les faibles valeurs de  $\dot{\epsilon}_e$  pendant cette phase. L’évaluation de  $W'_e$  pendant l’écroutissage est délicate car la mesure de  $\dot{\epsilon}_e$  est difficile à avoir. L’hypothèse retenue ici de calculer  $\dot{\epsilon}_e$  à partir de  $\frac{\dot{\sigma}}{E}$  montre que pendant l’écroutissage le terme de puissance élastique  $W'_e$  est négligeable. Compte tenu des faibles valeurs prises par  $W'_e$  on a  $W'_a \simeq W'_{ext}$ .

L’évolution dans le temps du terme de puissance associée au couplage thermoélastique  $W'_{is}$ , calculé avec 2.8, est négligeable en dehors des phases de charge et de décharge (figure 2.7). Pendant la phase de chargement élastique l’évolution ainsi calculée de  $W'_e$  est égale à la puissance calorifique mise en jeu  $W'_{ch}$  calculée à partir des sources de chaleur  $w'_{ch}$ . La puissance dissipée dans l’éprouvette  $W'_c$  obtenue à chaque instant par différence de  $W'_{ch}$  et  $W'_{is}$  est également tracée sur cette figure. Son évolution, nulle pendant la phase de charge élastique, est ensuite confondue avec la puissance calorifique mise en jeu. On constate que vers l’image n°115 cette puissance dépasse la puissance mécanique fournie. Pendant la phase de décharge l’évolution est linéaire (voir figure 1.2c du chapitre 1), le retour semble “élastique”. Des effets dissipatifs importants sont cependant calculés pendant cette décharge (figure 2.7). L’origine de ces effets peut être attribuée soit au comportement intrinsèque du matériau, soit aux imprécisions<sup>3</sup> du calcul de la puissance dissipée.

Les évolutions, au cours du chargement, des énergies tracées sur la figure 2.8 montrent que l’énergie anélastique  $W_a$  est peu différente de l’énergie mécanique fournie  $W_{ext}$ . On constate de même que l’énergie dissipée est quasiment confondue avec l’énergie calorifique mise en jeu (figure 2.9). L’évolution de l’énergie bloquée  $W_b$  calculée avec 2.2, tracée sur cette même figure, fait apparaître les domaines I et II de croissance et décroissance de  $W_b$ . La première partie de cette évolution, correspondant à la phase de charge élastique (images n°12 à 35), doit être considérée avec beaucoup de prudence en raison de l’erreur d’évaluation à ces instants du terme  $W'_{ext}$  comme précisé en début de paragraphe.

Une approximation de  $W_b$ , calculée en négligeant dans 2.2 les termes  $W_e$  et  $W_{ctm}$ , conduit à une estimation par excès de l’énergie bloquée (figure 2.10). On observe cependant que l’écart avec l’évolution obtenue sans cette approximation est faible et que l’instant où la maximum est atteint demeure inchangé. Avec les mêmes réserves que celles exprimées précédemment à propos de l’évolution de  $W'_{ext}$  pendant la charge élastique (soit avant l’image n°35) on observe les évolutions caractéristiques des rapports : fraction d’énergie bloquée  $\mathcal{F} = \frac{W_b}{W_a}$  et  $\frac{W_{ch}}{W_{ext}}$  (figure 2.11). *On constate d’une part que  $\mathcal{F}$  est monotone décroissante tout au long du chargement et d’autre part que la partie d’énergie mécanique fournie se transformant en chaleur ne cesse d’augmenter.* Ces résultats confirment ceux obtenus par [Chrysochoos 87] et [Belmahjoub 90], à partir de bilans d’énergie établis avec l’hypothèse d’homogénéité de l’essai.

Les bilans énergétiques qui viennent d’être présentés sur un essai particulier ont été réalisés dans les mêmes conditions d’essais sur plusieurs nuances d’aciers doux et notamment sur la nuance M323brut plus particulièrement étudiée dans ce chapitre. Pour chacun de ces essais on retrouve le même type

3. Imprécisions pouvant provenir du choix du domaine  $\partial\Omega_0$  d’intégration dans la relation 2.11.

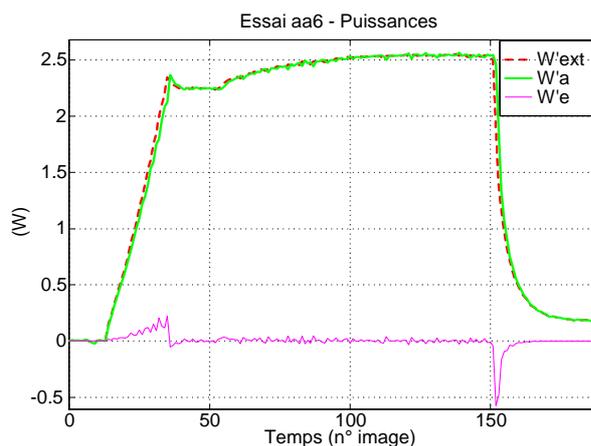


FIG. 2.6 – Essai aa6 (nuance S355MC,  $\dot{U}_{imp} = 0.15 \text{ mm.s}^{-1}$ ) - Evolutions dans le temps : de la puissance mécanique fournie  $W'_{ext}$ , de la puissance anélastique  $W'_a$  et de la puissance élastique  $W'_e$ .

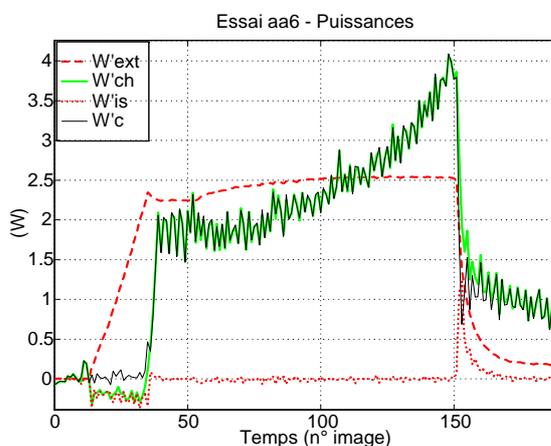


FIG. 2.7 – Essai aa6 - Evolutions dans le temps : de la puissance mécanique fournie  $W'_{ext}$ , de la puissance calorifique mise en jeu  $W'_{ch}$ , de la puissance associée au couplage thermoélastique  $W'_{is}$  et de la puissance dissipée  $W'_c$ .

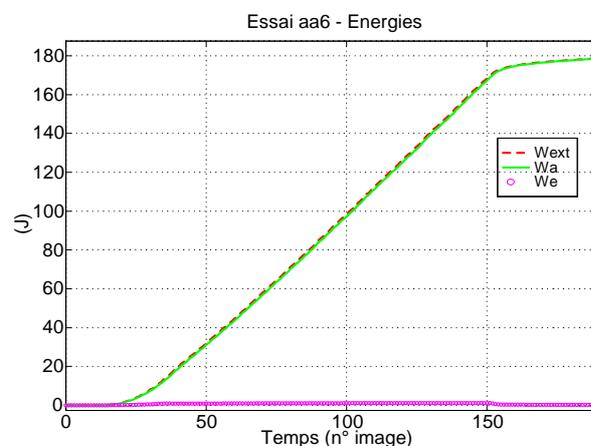


FIG. 2.8 – Essai aa6 - Evolutions dans le temps : de l'énergie mécanique fournie  $W_{ext}$ , de l'énergie anélastique  $W_a$  et de l'énergie élastique  $W_e$ .

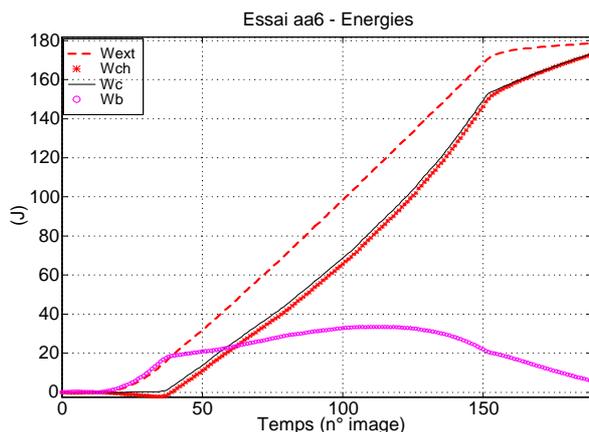


FIG. 2.9 – Essai aa6 - Evolutions dans le temps : de l'énergie mécanique fournie  $W_{ext}$ , de l'énergie calorifique mise en jeu  $W_{ch}$ , de l'énergie dissipée  $W_c$  et de l'énergie bloquée  $W_b$ .

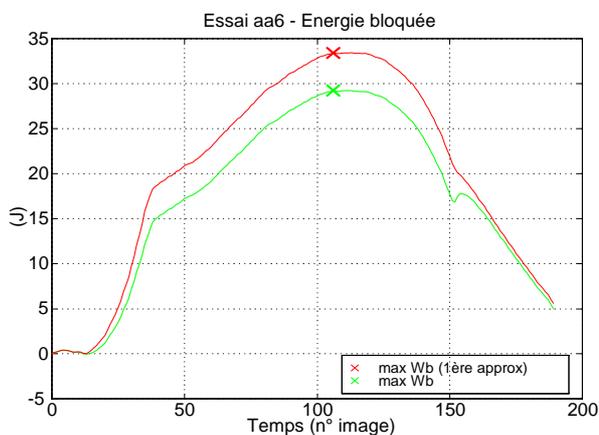


FIG. 2.10 – Essai aa6 - Evolutions dans le temps de l'énergie bloquée  $W_b$  calculée avec ou sans les approximations  $W_a \simeq W_{ext}$  et  $W_c \simeq W_{ch}$ . Les positions respectives des maximums de ces deux évolutions sont reportées sur ce tracé.

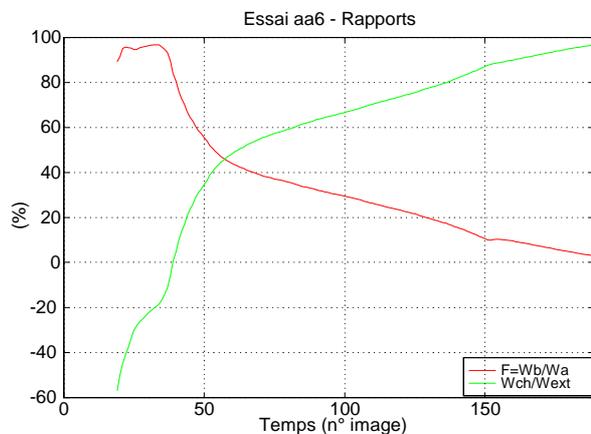


FIG. 2.11 – Essai aa6 - Evolutions dans le temps de la fraction d'énergie bloquée  $\mathcal{F} = \frac{W_b}{W_a}$  et du rapport  $\frac{W_{ch}}{W_{ext}}$ .

## Essai aa6

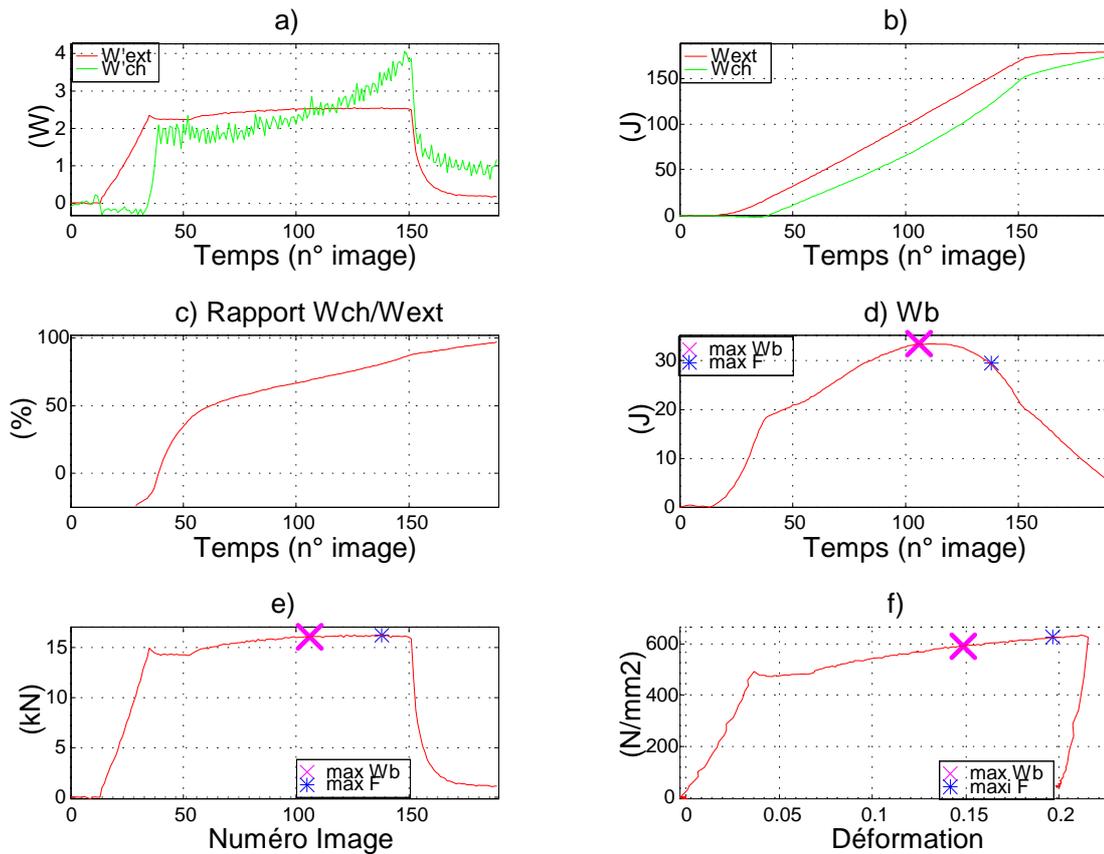


FIG. 2.12 – Essai aa6 - Tracés avec les approximations  $W_a \simeq W_{ext}$  et  $W_c \simeq W_{ch}$  des évolutions : a) de  $W'_{ext}$  et  $W'_{ch}$ , b) de  $W_{ext}$  et  $W_{ch}$ , c) du rapport  $\frac{W_{ch}}{W_{ext}}$ , d) de  $W_b$  avec les positions relatives du maximum de  $W_b$  et de la charge  $F$ , e) et f) des positions relatives du maximum d'énergie bloquée et du maximum de la charge sur la réponse mécanique et sur la courbe contrainte déformation.

d'évolution pour les différentes énergies mises en jeu. En particulier, l'évolution de l'énergie bloquée présente toujours un maximum, atteint dans la plupart des essais réalisés *avant le maximum de la charge*. L'approximation  $W_a \simeq W_{ext}$  et  $W_c \simeq W_{ch}$  se vérifiant pour chacun de ces essais on présente sur la figure 2.12 les résultats obtenus sur l'essai aa6 avec ces approximations. Les positions respectives dans le temps du maximum de la charge et du maximum d'énergie bloquée, tracées sur les figures 2.12d à 2.12f, montrent que ce dernier est atteint pendant la phase de durcissement. Les déformations<sup>4</sup> critiques correspondant au maximum d'énergie bloquée (indicateur C) et à la charge maximale (critère de Considère) sont présentées sur le tableau suivant pour les quatre essais étudiés au cours du chapitre précédent.

| Nom d'essai | Nuance d'acier | $\dot{U}_{imp}$ ( $mm.s^{-1}$ ) | $\varepsilon_{Max W_b}$ | $\varepsilon_{Max F}$ |
|-------------|----------------|---------------------------------|-------------------------|-----------------------|
| aa6         | S355MC         | 0.15                            | 0.15                    | 0.20                  |
| ba2         | HR55           | 0.04                            | 0.08                    | 0.16                  |
| ca1         | DD14           | 0.15                            | 0.21                    | 0.23                  |
| dn2         | M323brut       | 0.15                            | 0.28                    | 0.31                  |

4. Il s'agit ici des déformations logarithmiques, calculées à partir du déplacement global de la traverse mobile.

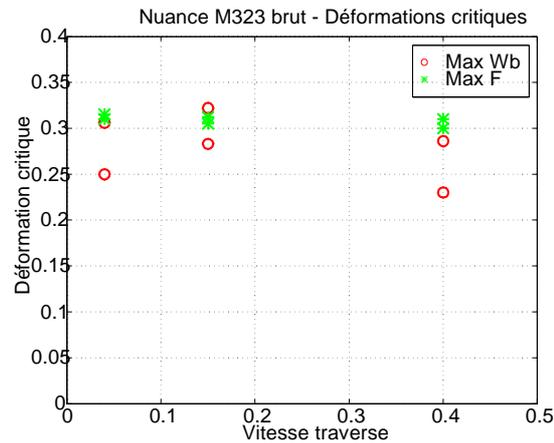


FIG. 2.13 – Déformations (logarithmique) critiques correspondant à l’activation du maximum de l’énergie bloquée (indicateur C) et du maximum de la charge (indicateur de Considère) pour différentes valeurs de vitesse de déplacement traverse imposée.

### 2.2.4 Application de l’indicateur C à l’étude de la localisation de striction sur la nuance M323brut

Les bilans énergétiques précédents, appliqués à des essais réalisés à différentes vitesses de déplacement imposée sur la nuance M323brut, conduisent aux déformations critiques tracées à la figure 2.13. On constate là aussi que l’indicateur C est activé, en général, avant le critère de Considère. Le faible nombre d’essais réalisés sur ce matériau ne permet cependant pas ici de quantifier précisément cet écart.

## 2.3 Influence de l’opération de “skin-pass” sur le comportement de la nuance M323 - Adoucissement

Des essais de traction monotone ont été réalisés sur la nuance M323 “skin-passée” afin de tester l’influence sur ce dernier de l’opération de “skin-pass”<sup>5</sup>. Les éprouvettes ont été découpées dans trois directions (sens de laminage (L), sens travers (T) et à 45° (K)) de tôles présentant divers taux<sup>6</sup> de “skin-pass”.

### Taux de “skin-pass” de 2.5%

Pour ce premier taux de “skin-pass” les essais réalisés à une vitesse de déplacement imposée ( $\dot{U}_{imp} = 0.15 \text{ mm.s}^{-1}$ ) montrent que, quelle que soit la direction de “skin-pass”, il y a :

- disparition du palier plastique.
- absence de fronts thermiques et d’effets dissipatifs localisés au tout début de la phase d’écrouissage.
- localisation progressive et précoce de la dissipation liée au développement de la striction (indicateurs A, B et C activés avant le critère de Considère).
- diminution de la déformation à la rupture.

Ce faible taux de “skin-pass” semble donc être suffisant pour éviter (à cette vitesse de sollicitation) l’apparition de bandes de Lüders. On remarque d’autre part que cette opération affecte peu la ductilité

5. Opération d’allongement et d’écrouissage de surface (par laminage) réalisée par l’aciériste pour éviter l’apparition de bandes de Lüders.

6. Valeur de prédéformation mesurée dans la direction de laminage.

du matériau ( $\epsilon_{rupture} \simeq 0.39$  au lieu de  $\epsilon_{rupture} \simeq 0.42$  pour la nuance M323brut)<sup>7</sup>.

**Taux de "skin-pass" de 10% - Adoucissement?**

Ce taux particulièrement élevé de "skin-pass" a des conséquences très importantes sur le comportement thermomécanique du matériau. Les résultats de trois essais représentatifs du comportement observé à la vitesse de sollicitation  $\dot{U}_{imp} = 0.15 \text{ mm.s}^{-1}$  sont maintenant décrits.

- *Caractéristiques des essais et du matériau :*

| Nom de l'essai | Nuance | Taux de "skin-pass" | Direction | $\dot{U}_{imp}$ (mm.s <sup>-1</sup> ) | ( $\Delta x_2, \Delta x_3$ ) (mm) | $\Delta t$ (s) |
|----------------|--------|---------------------|-----------|---------------------------------------|-----------------------------------|----------------|
| dh1            | M323   | 10%                 | L         | 0.15                                  | (0.29,0.22)                       | 0.47           |
| dd1            | M323   | 10%                 | T         | 0.15                                  | (0.29,0.22)                       | 0.47           |
| dl1            | M323   | 10%                 | K         | 0.15                                  | (0.29,0.22)                       | 0.47           |

|                   | $L * l * e$ (mm) | $\rho$ (kg.m <sup>-3</sup> ) | $C$ (J.Kg <sup>-1</sup> .m <sup>-3</sup> ) | $k$ (W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ) |
|-------------------|------------------|------------------------------|--|---|
| M323 "skin-passé" | 50 * 12.5 * 0.7  | 7800                         | 480  | 60  |

- *Réponse mécanique :*

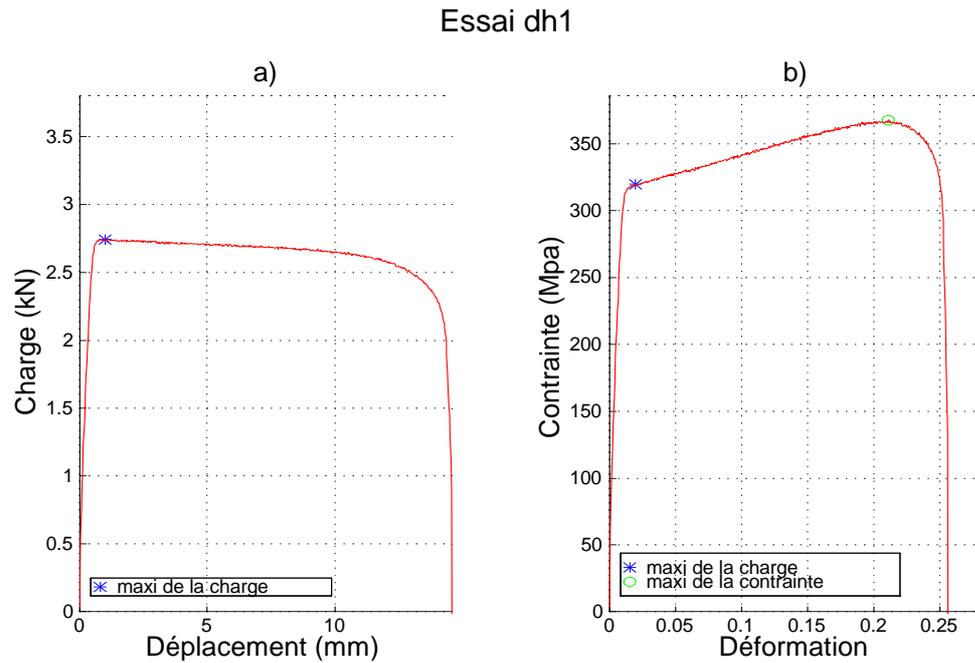


FIG. 2.14 – Essai dh1 (Acier M323 "skin-passé" 10% sens L,  $\dot{U}_{imp} = 0.15 \text{ mm.s}^{-1}$ ), a) réponse mécanique globale charge - déplacement traverse, b) réponse mécanique "locale" contrainte vraie - déformation logarithmique.

Pour ces essais les réponses mécaniques globales (force-déplacement traverse) font apparaître un comportement toujours "adoucissant" après la phase de charge élastique (voir par exemple figure 2.14a). On peut remarquer que les représentations locales (contrainte-déformations), tracées à partir des réponses globales et avec l'hypothèse implicite d'homogénéité de la déformation, ne présentent pas d'"adoucissement" (voir par exemple figure 2.14b). Mais qu'elle est la validité de ce passage du comportement global au comportement local? Comment interpréter le critère de Considère annonçant

7. Déformations logarithmiques calculées à partir du déplacement global de la traverse.

une localisation dès le début de la charge plastique? Autant de questions suscitées par un tel comportement. L’observation des effets dissipatifs via l’analyse des sources de chaleur présente quelques éléments de réponse.

- *Analyse des sources de chaleur :*

Les évolutions dans le temps des profils axiaux des écarts de température et des sources de chaleur sont tracées pour chacun des 3 essais sur les figures 2.15, 2.16 et 2.17. La zone utile de l’éprouvette est située environ entre les pixels 10 et 220. On observe, sur les essais dd1 et dl1, que l’homogénéité des sources de chaleur et donc des effets dissipatifs n’est vérifiée que pendant une durée très brève (10 images pour l’essai dd1, 5 pour l’essai dl1) au tout début de la phase de déformation plastique. Notons que cette homogénéité initiale du comportement dissipatif n’est pas observée pour l’essai dh1. Au delà de cette période transitoire on observe pour les trois essais une *localisation très marquée* des effets dissipatifs. Pour l’essai dh1 cette localisation se produit dans plusieurs zones persistantes; c’est dans l’une d’elle que va se développer plus tard la localisation finale de striction localisée puis la rupture. Pour les deux autres essais les effets dissipatifs se développent dans une zone plus étroite ( $\simeq 100$  pixels, soit moins de la moitié de la longueur de la zone utile). C’est dans cette zone active que va apparaître plus tard la striction localisée puis la rupture.

- *Conclusions :*

L’analyse de la distribution spatiale des sources de chaleur montre pour ces trois essais, ainsi que pour tous ceux réalisés avec un taux élevé de “skin-pass”, que les effets dissipatifs sont fortement hétérogènes. *L’adoucissement global relevé sur la réponse mécanique semble donc, en vertu des indicateurs A et B précédemment définis, être un effet de structure, généré par une localisation précoce (de la déformation, de l’endommagement,...) dans une ou plusieurs zones de l’éprouvette.*

L’indicateur global (C) appliqué à ce type de comportement ne permet pas de détecter cette localisation. Cet indicateur est en effet activé très tard dans le chargement (voir tableau ci-après).

|     | $\varepsilon_{Max F}$ et (n° d’image) | $\varepsilon_{Max W_b}$ et (n° d’image) | $\varepsilon_{rupture}$ et (n° d’image) |
|-----|---------------------------------------|---|---|
| dh1 | 0.016 (24)                            | 0.19 (151)                              | 0.26 (201)                              |
| dd1 | 0.025 (33)                            | 0.10 (86)                               | 0.18 (132)                              |
| dl1 | 0.038 (40)                            | 0.20 (153)                              | 0.22 (176)                              |

## 2.4 Discussion et conclusions

Les informations locales de sources de chaleur estimées lors de chaque essai de traction ont permis de définir trois indicateurs de localisation. Le premier (A), local, situe (dans l’espace) les zones où les effets dissipatifs générés par la localisation sont importants. Cet indicateur permet de détecter facilement les deux modes “forts” de localisation que sont la propagation de bandes de Lüders et la striction localisée. Les modes de localisation intermédiaires, que l’on a désigné par le terme striction diffuse, sont par contre plus difficiles à détecter (dans le temps) en raison du caractère très progressif de la concentration des effets dissipatifs dans une ou plusieurs zones de l’éprouvette. Le second indicateur (B), local lui aussi, permet, en confrontant les sources de chaleur mises en jeu et “la puissance mécanique volumique des efforts extérieurs”, de donner une indication sur les zones et sur les instants où la localisation s’initie. Mais il ne permet pas de suivre la localisation car il n’est plus valable lorsque cette dernière est présente. Le dernier indicateur (C), global, est basé sur un changement du comportement énergétique de l’éprouvette. Il est activé lorsque, au cours du chargement, l’énergie bloquée par l’éprouvette cesse de croître et commence à diminuer. Ce passage par un maximum est interprété comme un changement de comportement de la structure éprouvette pouvant signaler le passage d’un état homogène vers un état hétérogène.

*Les essais réalisés sur plusieurs nuances d’acier doux montrent que ces indicateurs sont toujours activés avant le critère de Considère. Au delà les effets dissipatifs associés à “l’adoucissement géométrique” global, résultant d’une diminution locale de la section, sont très importants. Une difficulté*

rencontrée dans ce travail concerne la désignation des modes de localisation observés avant le maximum de la charge. S'agit-il de modes diffus ou de modes localisés? Cette classification souvent employée dans la littérature sous entend la possibilité de distinguer, par un critère, chacun de ces modes. Dans le cas particulier des expériences réalisées (matériaux ductiles, essais de traction quasi-statiques sur éprouvettes plates) il nous semble difficile d'attribuer, de manière automatique, aux localisations détectées les qualificatifs diffus ou localisés. Le développement des modes de localisation observés présente un caractère très progressif (dans le temps et dans l'espace) et concerne une ou plusieurs zones de l'éprouvette. C'est dans l'une d'elles que se produit plus tard la striction localisée conduisant à la rupture.

Avec de telles observations précoces de localisation se pose le problème d'identification de lois de comportement. Jusqu'où dans le chargement peut-on utiliser les résultats, toujours globaux pour la charge, parfois locaux pour le déplacement, des essais de caractérisation de comportement (réponse de la structure) pour définir un comportement local (réponse du matériau)? Au delà du maximum de la charge cela nous semble à coup sûr impossible. Les effets dissipatifs très importants et très localisés montrent qu'au delà de ce point l'état (déformation, endommagement,...) de l'éprouvette est fortement hétérogène. La transition progressive sur les aciers doux observés entre un état initial quasi-homogène et un état hétérogène fait que les effets de structure peuvent influencer très tôt sur le comportement local calculé à partir des réponses globales.

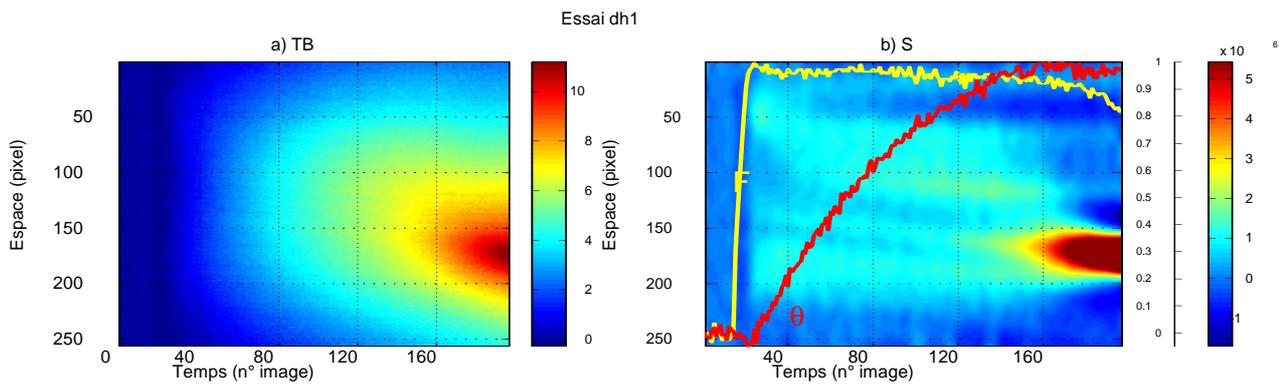


FIG. 2.15 – Essai dh1 (Acier M323 “skin-passé” 10% sens L,  $\dot{U}_{imp} = 0.15 \text{ mm.s}^{-1}$ ). Evolution au cours du temps (numéro d’image) d’un profil axial (numéro de pixel le long de la colonne centrale de la zone utile) : a) de l’écart de température ( $^{\circ}\text{C}$ ), b) des sources de chaleur ( $\text{W.m}^{-3}$ ),  $F_{max} = 2.8 \text{ kN}$ ,  $\theta_{max} = 6.4\text{K}$  (pixel 100), seuillage des niveaux de couleurs à 40% de  $\text{Max}(w'_{ch})$ .

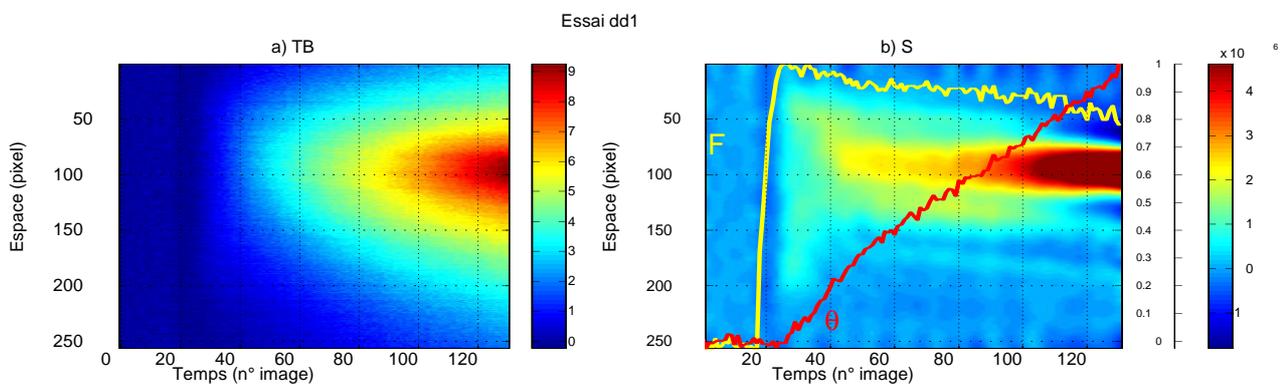


FIG. 2.16 – Essai dd1 (Acier M323 “skin-passé” 10% sens T,  $\dot{U}_{imp} = 0.15 \text{ mm.s}^{-1}$ ). Evolution au cours du temps (numéro d’image) d’un profil axial (numéro de pixel le long de la colonne centrale de la zone utile) : a) de l’écart de température ( $^{\circ}\text{C}$ ), b) des sources de chaleur ( $\text{W.m}^{-3}$ ),  $F_{max} = 2.8 \text{ kN}$ ,  $\theta_{max} = 9.4\text{K}$ , seuillage des niveaux de couleurs à 40% de  $\text{Max}(w'_{ch})$ .

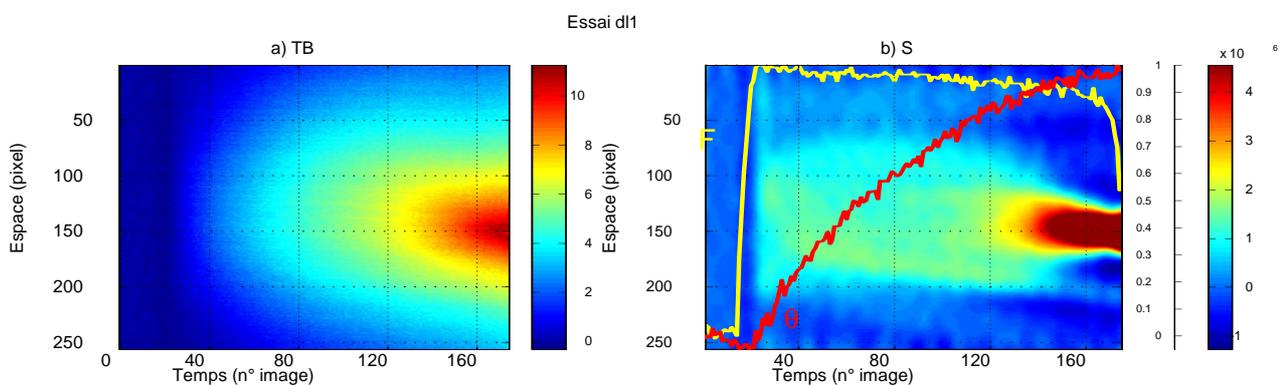


FIG. 2.17 – Essai dl1 (Acier M323 “skin-passé” 10% sens K,  $\dot{U}_{imp} = 0.15 \text{ mm.s}^{-1}$ ). Evolution au cours du temps (numéro d’image) d’un profil axial (numéro de pixel le long de la colonne centrale de la zone utile) : a) de l’écart de température ( $^{\circ}\text{C}$ ), b) des sources de chaleur ( $\text{W.m}^{-3}$ ),  $F_{max} = 2.9 \text{ kN}$ ,  $\theta_{max} = 6.9\text{K}$ , seuillage des niveaux de couleurs à 40% de  $\text{Max}(w'_{ch})$ .

# Bibliographie

- [Belmahjoub 90] Belmahjoub F., Comportement thermomécanique de matériaux métalliques sous divers trajets de chargement uniaxe, Thèse de Doctorat, Université Montpellier II, (1990).
- [Chrysochoos 87] Chrysochoos A., Dissipation et blocage d'énergie lors d'un écrouissage en traction simple, Thèse de docteur d'état, Université Montpellier II (1987).



## Chapitre 3

# Un modèle simple et heuristique de propagation de bandes de Lüders

L'objectif de cette partie est de vérifier par des simulations 1D que le modèle de comportement (palier plastique) utilisé classiquement dans la littérature (voir page 23) pour décrire la propagation de bandes de Lüders correspond aux observations expérimentales<sup>1</sup> suivantes :

- a) *Réponse mécanique globale* : la courbe Force Déplacement  $(F, U)$  présente un léger décrochement puis un palier (voir fig 1.6a, chapitre 1).
- b) *Sources de chaleur* : on observe la propagation, à vitesse  $V_b$  constante, d'une vague dissipative de forme et d'amplitude constantes à travers la zone utile de l'éprouvette (voir fig 1.6a).
- c) *Mesures de déplacements locaux par extensométrie* : un extensomètre placé autour d'un point de la zone utile met en évidence une variation soudaine et importante de la déformation au passage de la vague dissipative.
- d) *Mesures de déplacements locaux par granularité* : les calculs de vitesses de déformations locales dans la direction axiale font apparaître une vague de vitesse de déformation, de forme et d'amplitude constante, traversant la zone utile de l'éprouvette lors de la propagation de bandes de Lüders ([Wattrisse *et al.* 98], [Wattrisse 99]).

*Ces observations expérimentales macroscopiques font donc apparaître de fortes hétérogénéités (de vitesse de déformation, de sources de chaleur,...) lors de la propagation de bandes de Lüders. Aussi le passage de la réponse mécanique globale  $(F, U)$  à la réponse locale  $(\sigma, \varepsilon)$  mérite d'être examiné avec beaucoup d'attention.*

**Remarque :** [R1] : Dans la suite toutes les inconnues du problème 1D (contrainte, déformation, déplacement, dissipation,...) seront exprimées à partir de la variable d'espace  $x$  (position axiale d'un point de la zone utile de l'éprouvette) et de temps  $t$ . On désignera par  $t_{LB}$  l'intervalle de temps correspondant au passage d'une bande de Lüders dans la zone utile.

[R2] : Pour simplifier l'écriture du modèle on se place, dans cette étude, dans le cadre de l'hypothèse des petites perturbations (HPP), même si les déformations vont ici jusqu'à 3%.

### 3.1 Mise en place du modèle

Afin de modéliser la propagation de bandes de Lüders lors d'un essai de traction simple, on cherche parmi tous les processus de déformation, un processus de déformation hétérogène, satisfaisant les C.L.

---

1. On rapporte ci-après les expériences réalisées sur des éprouvettes plates d'acier doux de section initiale  $S_0$ , de longueur utile  $L$ , soumises à des sollicitations de traction simple à vitesse de traverse constante imposée  $\dot{U}_{imp}$ .

du problème suivant :

$$\begin{cases} u(0, t) = 0 \\ \dot{u}(L, t) = \dot{U}_{imp} = \text{constante} \end{cases} \quad \forall t \in t_{LB} \quad (3.1)$$

où  $u$  désigne le déplacement dans la direction axiale d'un point de la zone utile.

A partir de la décomposition de la déformation totale en partie élastique et en partie plastique on peut écrire :

$$\dot{U}_{imp} = \int_0^L \dot{\varepsilon}(x, t) dx = \int_0^L \dot{\varepsilon}_e(x, t) dx + \int_0^L \dot{\varepsilon}_p(x, t) dx \quad \forall t \in t_{LB} \quad (3.2)$$

Si la fonction  $\dot{\varepsilon}_p$  est choisie telle que :

$$\int_0^L \dot{\varepsilon}_p(x, t) dx = \dot{U}_{imp} \quad \forall t \in t_{LB} \quad (3.3)$$

alors on en déduit :  $\int_0^L \dot{\varepsilon}_e(x, t) dx = 0 \quad \forall t \in t_{LB}$ , qui est vérifiée en particulier si  $\dot{\varepsilon}_e(x, t) = 0$   
 $\forall t \in t_{LB}, \forall x \in [0, L]$ , soit :

$$\varepsilon_e(x, t) = \text{constante} \quad \forall t \in t_{LB}, \forall x \in [0, L] \quad (3.4)$$

On cherche un modèle de comportement tel que, lorsque une bande de Lüders apparaît et se propage, les relations 3.3 et 3.4 soient vérifiées.

Nous allons montrer qu'un modèle rhéologique comprenant un palier à contrainte constante répond au problème posé.

### Modèle élastoplastique parfait

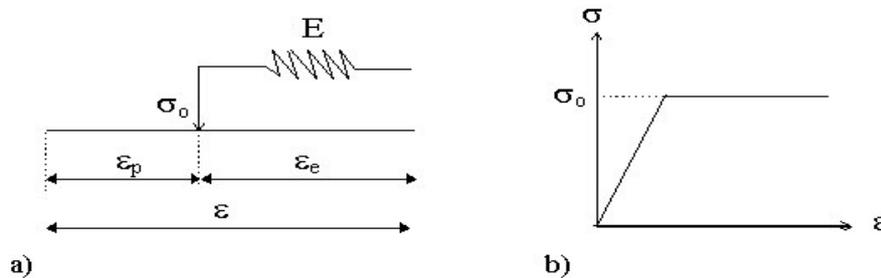


FIG. 3.1 – a) *Modèle élastoplastique parfait*: a) *schématisation*, b) *réponse mécanique*.

Le modèle schématisé à la figure 3.1a et dont la réponse mécanique à une sollicitation monotone croissante est tracée à la figure 3.1b est tel que :

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p \quad (3.5)$$

Variables d'état choisies :  $\alpha_0 = T$ ,  $\alpha_1 = \varepsilon$ ,  $\alpha_2 = \varepsilon_p$ .

Energie libre :  $\psi(T, \varepsilon, \varepsilon_p) = \frac{1}{2}E(\varepsilon - \varepsilon_p)^2 - \frac{C}{2T_0}(T - T_0)^2 - E\lambda(T - T_0)(\varepsilon - \varepsilon_p)$ .

Potentiel de dissipation :  $\varphi(\dot{\varepsilon}_p) = \sigma_0 |\dot{\varepsilon}_p|$ .

Au début d'un chargement monotone croissant,  $\varepsilon_p = 0$  (patin bloqué), la réponse du matériau s'écrit lorsque l'on néglige les petites déformations thermiques liées aux petites<sup>2</sup> variations de température :

2. Voir observations expérimentales décrites au chapitre 1.

$$\sigma = E\varepsilon_e = E\varepsilon \quad (3.6)$$

et la dissipation intrinsèque  $d_1$  est nulle. Lorsque  $\sigma$  atteint  $\sigma_o$ , le patin peut commencer à glisser. A partir de l'expression de la dissipation intrinsèque  $d_1$ , des lois d'état et des lois complémentaires on montre que :

$$\sigma = \sigma_o \quad (3.7)$$

$$d_1 = \sigma_o |\dot{\varepsilon}_p| = \sigma_o \dot{\varepsilon}_p \text{ car } \dot{\varepsilon}_p > 0 \quad (3.8)$$

Ce modèle élastoplastique 1D est décrit comme instable dans la littérature, la solution en déplacement  $u$  cessant d'être unique lorsque le palier est atteint ( $\dot{\sigma} = 0$ ). Lorsque  $\sigma = \sigma_o$ , il existe en chargement monotone croissant une infinité de solutions  $u$  et donc de couples  $(\sigma, \varepsilon)$ . Parmi les solutions possibles se trouvent :

*i) la solution homogène  $\varepsilon(x, t) = \varepsilon(t)$ .*

*ii) la solution localisée où une "vague plastique" traverse la zone utile de l'éprouvette.*

Au cours des simulations suivantes nous allons montrer que ce dernier mode de déformation est compatible avec les observations énergétiques obtenues lors de la propagation de bandes de Lüders en traction simple.

## 3.2 Simulations à partir de profils analytiques de dissipation mécanique

Dans le cas de modèles plastique ou élastoplastique parfaits, lorsque, en traction monotone le seuil  $\sigma_o$  est atteint l'évolution de la variable  $\varepsilon_p$  est indéterminée. Afin de lever cette indétermination on propose d'évaluer  $\dot{\varepsilon}_p$  à partir du comportement dissipatif décrit par la relation 3.8. Si, lors de la propagation d'une bande de Lüders, le matériau réel répond sur le plan mécanique comme 3.7 et sur le plan dissipatif comme 3.8 alors  $\dot{\varepsilon}_p$  peut-être calculé par :

$$\dot{\varepsilon}_p = \frac{(d_1)_{\text{exp}}}{\sigma_o}$$

où  $(d_1)_{\text{exp}}$  désigne l'estimation de la dissipation intrinsèque obtenue par passage des températures aux sources de chaleur lors des expériences de traction simple.

**Remarque : [R3]** La modélisation, très simple, du comportement dissipatif réalisée par 3.8 est par ailleurs justifiée par les observations expérimentales réalisées par B. Wattrisse ([Wattrisse *et al.* 98], [Wattrisse 99]). Une vague en vitesse de déformation traverse la zone utile de l'éprouvette lors de la propagation d'une bande de Lüders. La confrontation de ces "deux vagues" fait apparaître un coefficient de proportionnalité très proche de la valeur de la contrainte seuil  $\sigma_o = \frac{F_{\text{palier}}}{S_o}$  relevée sur la réponse mécanique.

### 3.2.1 Etude préliminaire

On se propose, dans un premier temps, de calculer en 1D la réponse en déplacement d'une éprouvette où se propage une vague dissipative dont la forme et la cinématique s'inspirent des observations expérimentales des sources de chaleur lors de la propagation d'une bande de Lüders. *On négligera lors de cette première simulation les déformations élastiques.*

• **Forme analytique 1D de la dissipation mécanique**

La dissipation  $d_1(x, t)$  choisie a la forme d'une onde ("vague dissipative") définie par :

$$\left\{ \begin{array}{l} d_1(x, t) = A e^{-\frac{x-x_t}{L_1}} \\ d_1(x, t) = A e^{-\frac{x-x_t}{kL_1}} \end{array} \right. \text{ si } \left\{ \begin{array}{l} i) ct_1 : x_o \leq x_t \leq 0 \leq x \leq L \leq x_f \\ ii) ct_2 : x_o \leq 0 \leq x_t \leq x \leq L \leq x_f \\ iii) cx_1 : 0 \leq t \leq t_o \leq t_x \leq t_L \leq t_f \\ iv) cx_2 : 0 \leq t_o \leq t \leq t_x \leq t_L \leq t_f \\ i) ct_3 : x_o \leq 0 \leq x \leq x_t \leq L \leq x_f \\ ii) ct_4 : x_o \leq 0 \leq x \leq L \leq x_t \leq x_f \\ iii) cx_3 : 0 \leq t_o \leq t_x \leq t \leq t_L \leq t_f \\ iv) cx_4 : 0 \leq t_o \leq t_x \leq t_L \leq t \leq t_f \end{array} \right. \quad (3.9)$$

$A, L_1, k \in \mathbb{R}$

Les conditions  $ct.$  et  $cx.$  se rapportent respectivement aux 2 cas :  $t$  fixé et  $x$  fixé. Le maximum de l'onde, à l'instant  $t$  est atteint à l'abscisse  $x_t = x_0 + V_b t$  où  $x_0$  désigne la position pour laquelle l'onde est maximale à  $t = 0$  et  $V_b$  la vitesse de la bande de Lüders. Pour une position  $x$  fixée, l'onde sera maximale en ce point à l'instant  $t = t_x = \frac{x-x_0}{V_b}$ .

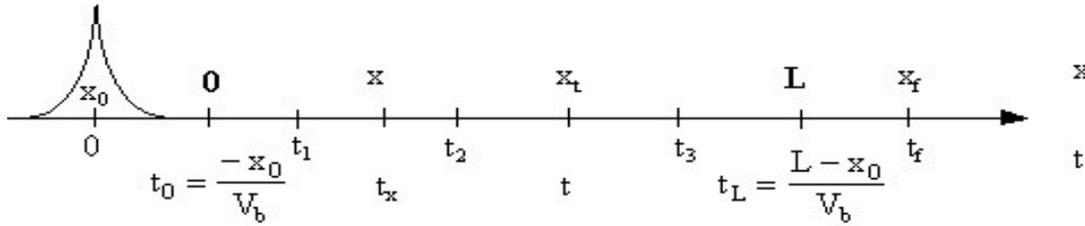


FIG. 3.2 – Schématisation de la propagation d'une "vague dissipative" : positions occupées sur les axes  $x$  et  $t$ .

À l'instant  $t = t_f$  l'onde est maximale en  $x = x_f$  et disparaît de la zone utile ( $[0, L]$ ). En dehors de l'intervalle de temps  $t_{LB} = [t_0, t_L]$  l'onde n'a que très peu d'influence sur la zone utile de l'éprouvette. Les différents domaines introduits sont présentés sur le schéma de la figure 3.2. Le paramètre  $k$  est introduit pour prendre en compte une éventuelle dissymétrie entre le front de la bande et sa traînée. Les valeurs de  $k$  telles que ( $k > 1$ ) permettent d'avoir un profil non-symétrique de vitesse de déformation présentant une traînée plus importante que le front d'onde (voir profils axiaux à la figure 3.4b). Ceci est en accord avec les observations expérimentales de dissipation (voir figure 1.17) et a déjà été rapporté par [Hähner 94], [Estrin and Kubin 88] et [Bréchet *et al.* 96], voir figures 3.3a et 3.3b.

La vague dissipative traverse la zone utile de l'éprouvette (voir figure 3.4a) dont le comportement est modélisé par un modèle plastique parfait. On se propose alors de calculer, par intégration successive dans le temps et dans l'espace, les expressions analytiques de la vitesse de déformation  $\dot{\varepsilon}(x, t)$ , de la déformation  $\varepsilon(x, t)$  et du déplacement  $u(x, t)$ . La forme analytique 3.9 choisie ci-dessus permet de réaliser facilement ces intégrations.

Cette expression (3.9) est à rapprocher de celle obtenue par [Fortes 84]. L'auteur arrive à une expression comparable à partir d'un bilan décrivant la compétition entre les densités de dislocations fixes et mobiles. La loi d'Orowan lui permet ensuite de passer de la densité de dislocations mobiles à la vitesse de déformation.

• **Forme analytique 1D de la vitesse de déformation :**

La relation 3.8 fournit l'expression de la vitesse de déformation :

$$\dot{\varepsilon}(x, t) = \dot{\varepsilon}_p(x, t) = \frac{d_1(x, t)}{\sigma_o} \quad (3.10)$$

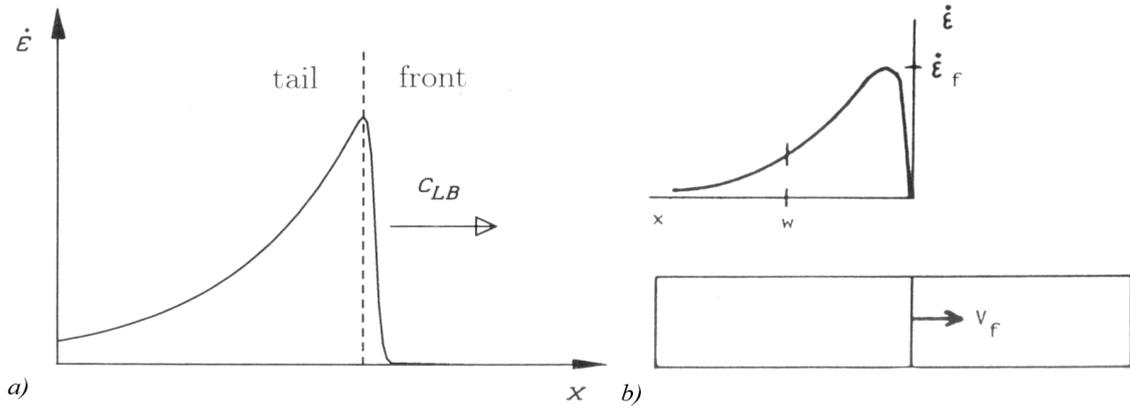


FIG. 3.3 – a) Représentation schématique de la déformation plastique locale le long de l'axe  $x$  de traction illustrant la partition de la bande de Lüders en un front et une traînée (d'après [Hühner 94]). b) Profils de la vitesse de déformation d'une bande de Lüders;  $V_f$ ,  $\dot{\epsilon}_f$  et  $w$  désignent respectivement la vitesse de propagation, la vitesse de déformation du front et la largeur de la bande (cette dernière est accentuée sur le schéma, les valeurs courantes sont telles que  $w/L \simeq 10^{-2}$ ) (d'après [Estrin and Kubin 88]).

### • Forme analytique 1D de la déformation :

A partir de l'expression de la vitesse de déformation ci-dessus et de 3.9 on peut calculer la déformation totale :

$$\varepsilon(x, t) = \varepsilon_p(x, t) = \int_0^t \dot{\varepsilon}(x, \tau) d\tau \quad \forall 0 \leq x \leq L$$

soit :

$$\begin{cases} \varepsilon(x, t) = B e^{-\frac{x-x_t}{L_1}} & \text{si } \begin{cases} i) ct_1, ct_2 \\ ii) cx_1, cx_2 \end{cases} \\ \varepsilon(x, t) = B e^{-\frac{x-x_t}{kL_1}} & \text{si } \begin{cases} i) ct_3, ct_4 \\ ii) cx_3, cx_4 \end{cases} \end{cases} \quad (3.11)$$

avec :  $B = \frac{A}{\sigma_o}$

### • Forme analytique 1D du déplacement :

Le déplacement est calculé à  $t$  fixé selon :

$$u(x, t) = \int_0^x \varepsilon(X, t) dX \quad \forall 0 \leq t \leq t_f$$

soit :

$$\begin{cases} u(x, t) = \frac{BL_1^2}{V_b} \left[ e^{\frac{x_t}{L_1}} - e^{\frac{x_0}{L_1}} + e^{-\frac{(x-x_0)}{L_1}} - e^{-\frac{(x-x_t)}{L_1}} \right] & \text{si } \begin{cases} i) ct_1 \\ ii) cx_1 \end{cases} \\ u(x, t) = \frac{BL_1}{V_b} \left[ (1+k)x_t + k^2 L_1 \left( e^{-\frac{x_t}{kL_1}} - 1 \right) + L_1 \left( 1 - e^{-\frac{(x-x_t)}{L_1}} \right) + L_1 \left( e^{-\frac{(x-x_0)}{L_1}} - e^{-\frac{x_0}{L_1}} \right) \right] & \text{si } \begin{cases} i) ct_2 \\ ii) cx_2 \end{cases} \\ u(x, t) = \frac{BL_1}{V_b} \left[ (1+k)x + k^2 L_1 \left( e^{-\frac{x_t}{kL_1}} - e^{-\frac{x-x_t}{kL_1}} \right) + L_1 \left( e^{-\frac{(x-x_0)}{L_1}} - e^{-\frac{x_0}{L_1}} \right) \right] & \text{si } \begin{cases} i) ct_3, ct_4 \\ ii) cx_3, cx_4 \end{cases} \end{cases} \quad (3.12)$$

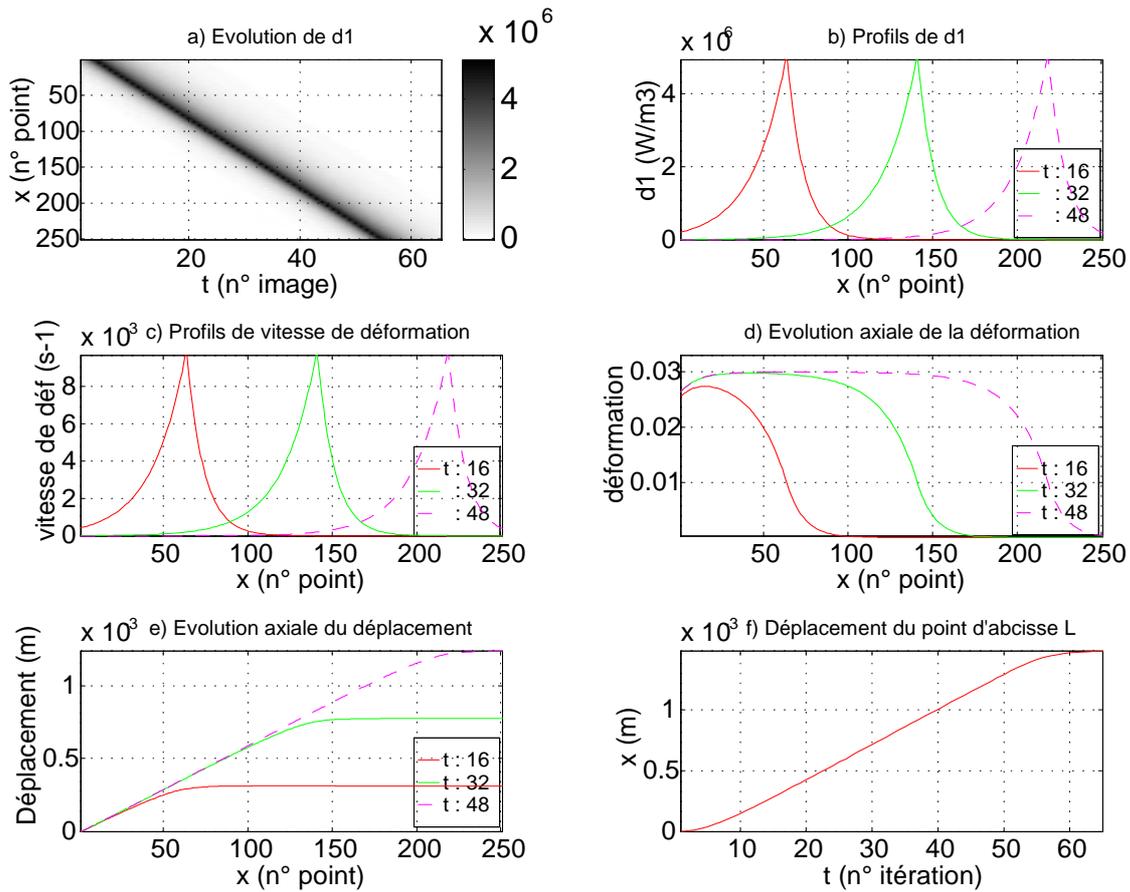


FIG. 3.4 – Simulation de la propagation d’une “vague dissipative” dans le cas d’un modèle plastique parfait. a) Evolution de la dissipation intrinsèque  $d_1$  à travers la zone utile de l’éprouvette (comprise entre les points 1 et 251). Profils axiaux à 3 instants  $t_1, t_2, t_3$  de : b) dissipation  $d_1$ , c) vitesse de déformation  $\dot{\varepsilon}$ , d) déformation  $\varepsilon$ , e) déplacement  $u$ . f) Evolution du déplacement en bout de zone utile. Les valeurs des paramètres sont les suivantes :  $L = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ ,  $L_1 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ ,  $B = 1 \cdot 10^{-2} \text{ Mpa/W/m}^3$ ,  $k = 2$ ,  $x_o = -2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ ,  $x_f = 6 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ ,  $\Delta x = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}$  (251 points),  $\Delta t = 0.5 \text{ s}$  (65 images),  $V_b = 2 \cdot 10^{-3} \text{ ms}^{-1}$ .

### • Résultats :

Les figures 3.4c, 3.4d et 3.4e montrent les profils axiaux à 3 instants de la vitesse de déformation  $\dot{\varepsilon}$ , de la déformation  $\varepsilon$  et du déplacement  $u$  que l’on vient de calculer.

#### Déplacement en bout d’éprouvette :

Sur la figure 3.4f est tracée l’évolution du déplacement en bout d’éprouvette ( $x = L$ ). Cette évolution est linéaire sauf au début et à la fin de la simulation où une partie seulement de la bande est contenue dans la zone utile ( $[0, L]$ ). La vitesse de déplacement en bout d’éprouvette  $\dot{u}(L, t)$  peut être calculée à partir de la relation 3.12b :  $\dot{u}(L, t) = BL_1[(1 + k) - e^{\frac{-x_t}{kL_1}} - e^{\frac{-(L-x_t)}{L_1}}]$ . Les deux derniers termes de cette expression deviennent négligeables dès lors que  $x_t \gg 0$  et que  $x_t \ll L$  : la vague dissipative doit-être dans la zone utile de l’éprouvette. Pour ces instants la vitesse de déplacement en bout d’éprouvette et donc constante et vaut :

$$V_o = \dot{u}(L, t) = BL_1(1 + k) \quad (3.13)$$

#### Vitesse de propagation $V_b$ :

On se propose ici de retrouver la relation donnée classiquement entre la vitesse de propagation  $V_b$ , la vitesse de déplacement en bout d’éprouvette  $V_o$  (ou vitesse de déplacement imposée  $\dot{U}_{imp}$ ) et la

déformation totale  $\varepsilon_L$  après le passage de la vague (ou déformation de Lüders  $\varepsilon_{LB}$ ). La déformation  $\varepsilon_L$  peut-être calculée à partir de 3.11b :  $\varepsilon_L = \lim_{t \rightarrow \infty} [\varepsilon(x, t)] \forall x \in [0, L]$ . Soit  $\varepsilon_L = \frac{BL_1}{V_b} (1 + k - e^{-\frac{(x-x_o)}{L_1}})$ . Pour les positions  $x$  telles que  $x \gg x_o$  le dernier terme est négligeable, la valeur de  $\varepsilon_L$  est constante et vaut :

$$\varepsilon_L = \frac{BL_1}{V_b} (1 + k) \quad (3.14)$$

Les relations 3.13 et 3.14 conduisent alors à l'expression classique :

$$V_b = \frac{V_o}{\varepsilon_L} \quad (3.15)$$

### • Conclusions :

La simulation 1D de la propagation à vitesse constante d'une "vague dissipative" traversant la zone utile d'une éprouvette modélisée par un comportement plastique parfait montre que :

- lorsque la vague est totalement contenue dans la zone utile de l'éprouvette ( $t \gg t_o$ ) et ( $t \ll t_L$ ) alors le déplacement en bout d'éprouvette est linéaire et s'effectue à la vitesse  $V_o = BL_1(1 + k)$ .
- la déformation dans l'éprouvette après le passage de la vague est constante et s'établit à  $\varepsilon_L = \frac{BL_1}{V_b} (1 + k)$ .
- la vitesse de propagation de la vague est reliée à la vitesse de déplacement du bout de l'éprouvette  $V_o$  et à la déformation totale  $\varepsilon_L$  selon :  $V_b = \frac{V_o}{\varepsilon_L}$ .

Cette simulation ne prenait pas en compte les C.L. du problème de traction. Si on suppose maintenant que le bout de la zone utile de l'éprouvette ( $x = L$ ), fixé dans le mors mobile de la machine d'essai, se déplace à la vitesse imposée  $\dot{U}_{imp}$  alors la modélisation proposée répond au problème posé si :

$$\begin{cases} V_o = \dot{U}_{imp} \\ t \gg t_o \text{ et } t \ll t_L \end{cases}$$

La simplicité du modèle fait qu'au début de la propagation (lorsque la vague commence à s'initier en début de zone utile) ou en fin de propagation (lorsqu'elle disparaît de la zone utile) il n'est pas possible de respecter les conditions limites du problème de traction à vitesse de déplacement imposée constante.

La modélisation présentée ci-après, à partir d'un comportement élastoplastique parfait permet cette fois de respecter les C.L. du problème de traction.

### 3.2.2 Modèle élastoplastique parfait

Le comportement de la zone utile de l'éprouvette est modélisé maintenant par un modèle élastoplastique parfait 1D (voir relations 3.5 à 3.8).

On cherche le déplacement  $u(x, t)$  vérifiant le problème suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \sigma}{\partial x} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ \sigma = E \varepsilon_e \\ \varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p \\ \varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x} \\ C.I. : \begin{cases} u(x, 0) = 0 \\ \dot{u}(x, 0) = \frac{\dot{U}_{imp} x}{L} \end{cases} \\ C.L. : \begin{cases} u(0, t) = 0 \\ \dot{u}(L, t) = \dot{U}_{imp} = \text{constante} \end{cases} \end{array} \right. \quad (3.16)$$

ce qui peut aussi s'écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x, t) - c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, t) = -c^2 \frac{\partial \varepsilon_p}{\partial x}(x, t) = S(x, t) \\ C.I. \\ C.L. \end{array} \right. \quad (3.17)$$

avec  $c^2 = \frac{E}{\rho}$ , où  $E$  désigne le module d'élasticité et  $\rho$  la masse volumique.

L'évolution de la variable  $\varepsilon_p$  étant indéterminée, on choisit parmi les évolutions possibles de  $\dot{\varepsilon}_p$  celles vérifiant 3.8. En prenant pour  $d_1$  l'expression analytique 3.9 on peut ainsi calculer analytiquement  $\varepsilon_p$  puis le terme source  $S(x, t)$  de l'équation 3.17. La forme de la vague dissipative est celle donnée à la figure 3.4a. Au début de la simulation l'amplitude de la vague est très faible, puis elle se développe et traverse toute la zone utile.

L'équation 3.17 est résolue par une méthode de différences-finies implicite. Pour la simulation présentée ci-après les valeurs des paramètres  $L, L_1, B, k, x_o, x_f, \Delta x, \Delta t, Vb$  sont identiques à celles utilisées au cours de la simulation précédente. A ces paramètres il faut ajouter  $E = 200000 \text{ MPa}$ ,  $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ ,

$\sigma_o = 510 \text{ Mpa}$ . Suite aux résultats de la première simulation la vitesse de déplacement imposée  $\dot{U}_{imp}$  a été choisie égale à  $V_o = BL_1(1 + k) = 6 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-1}$  de manière à ce que la déformation plastique associée à la vague dissipative soit telle que la C.L. soit respectée avec  $\dot{\varepsilon}_e = 0$ .

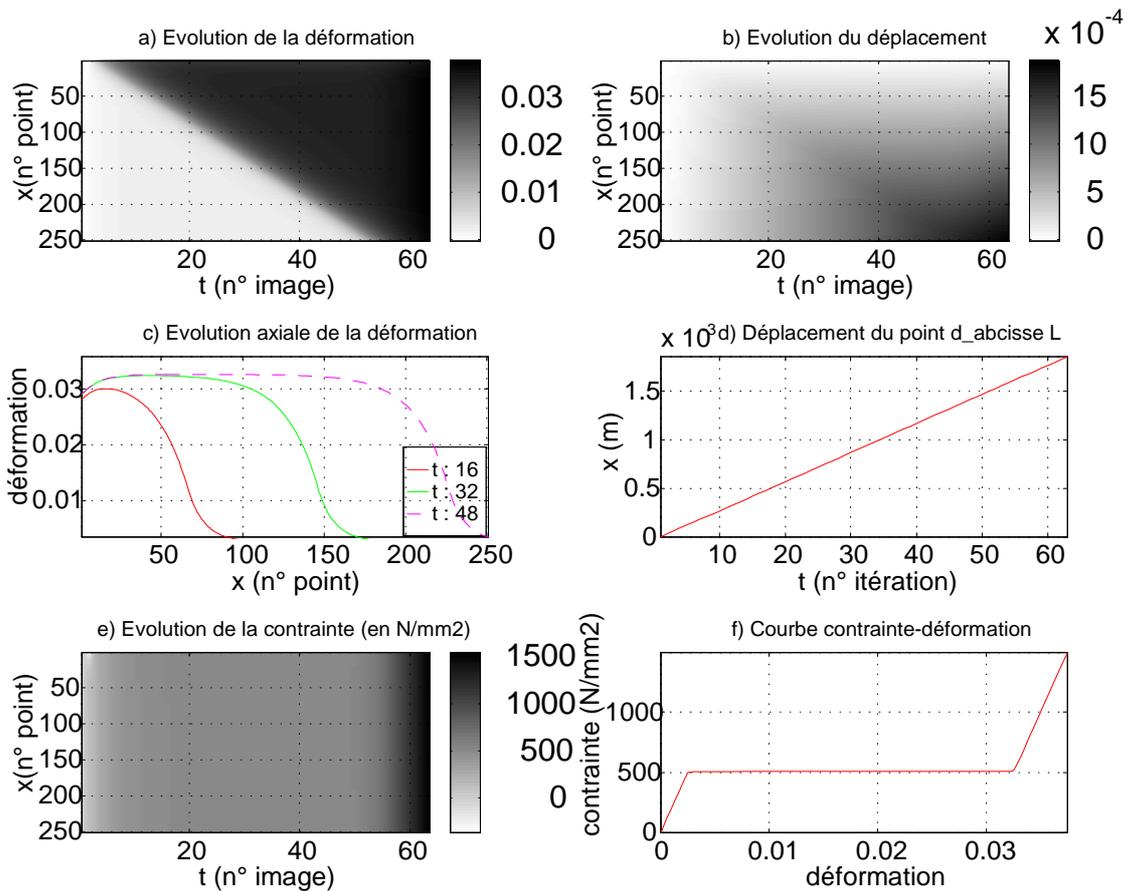


FIG. 3.5 – Simulation de la propagation d'une "vague dissipative" dans le cas d'un modèle élastoplastique parfait. a) Evolution dans le temps d'un profil axial de a) déformation, b) déplacement. c) Profils axiaux de déformation à trois instants du chargement. d) Evolution du déplacement en bout de zone utile ( $x = L$ ). e) Evolution dans le temps d'un profil axial de contrainte. f) Réponse locale contrainte - déformation vérifiée, à des instants différents, par tous les points de l'éprouvette.

Les évolutions dans le temps de la déformation et du déplacement des points de la zone utile sont

présentées sur les figures 3.5a et 3.5b. Les profils de déformation tracés à la figure 3.5c ont la même forme que ceux obtenus lors de la modélisation précédente (figure 3.4d). Le décalage en amplitude est dû à la présence de déformation élastique développée au tout début du chargement. A la différence de la modélisation précédente (figure 3.4f) le déplacement en bout d'éprouvette respecte bien cette fois tout au long du chargement la C.L. (voir figure 3.5d). Le déplacement  $u$  étant déterminé on peut alors calculer à chaque instant et pour tous les points de l'éprouvette les valeurs de  $\sigma$ . Ce calcul montre que le champ de contraintes est homogène et que l'évolution dans le temps présente un palier (voir figure 3.5e). En reportant sur un même plan  $\sigma$  et  $\varepsilon$  on obtient la loi  $(\sigma, \varepsilon)$  suivi par chaque point de la zone utile. Indépendante du point considéré cette loi est donc la loi de comportement du matériau (voir figure 3.5f).

**Remarques :** [R4] Dans ce problème les quantités d'accélération sont négligeables, le problème peut-être traité en statique.

[R5] La modélisation qui vient d'être présentée est en accord avec les observations expérimentales :

- “vague plastique” traversant à vitesse uniforme la zone utile de l'éprouvette.
- “vague dissipative” traversant à vitesse uniforme la zone utile de l'éprouvette.
- déformation élastique avant le passage de la bande.
- déformation constante ( $\varepsilon_{LB}$ ) en arrière de la bande.
- reprise de l'écrouissage en fin de propagation.
- en supposant la section de l'éprouvette constante on retrouve une réponse mécanique avec un palier à charge constante.

[R6] Ce modèle ne permet cependant pas de décrire le “crochet” relevé en fin de zone élastique.

### 3.3 Conclusions

La forte hétérogénéité de déformation associée aux bandes de Lüders rend délicat le passage des informations globales (réponse mécanique  $(F, U)$ ) à la réponse locale (loi de comportement  $(\sigma, \varepsilon)$ ). Disposant d'informations expérimentales de nature cinématique et de nature énergétique on a proposé dans ce chapitre de construire un modèle simple de propagation de bandes de Lüders.

Cette modélisation a été présentée en deux étapes.

La première où les déformations élastiques sont négligées montre qu'une “vague plastique” construite à partir d'une hypothèse de comportement dissipatif de type plastique parfait rend compte des observations expérimentales. Si l'on excepte les effets de bords, au début et à la fin de la propagation, ce premier modèle est suffisant pour vérifier les C.L. du problème de traction à vitesse de déplacement imposé.

Dans la deuxième étape, la prise en compte des déformations élastiques, permet cette fois de vérifier tout au long de la propagation les C.L. du problème de traction. La résolution du problème mécanique a d'autre part permis de vérifier que la donnée d'une forme particulière de dissipation était compatible avec le modèle de comportement élastoplastique parfait considéré dans ce travail, comme dans la plupart des modélisations recensées dans la littérature.

Le calcul de la réponse locale  $(\sigma, \varepsilon)$  à partir des profils expérimentaux de dissipation a été envisagé. Cependant, par manque de temps, nous n'avons pu mener à terme ce type de calcul. Par rapport à des profils analytiques de dissipation des précautions particulières doivent être prises pour évaluer les termes  $\frac{\partial \varepsilon_p}{\partial x}$  et  $\dot{U}_{imp}$ . L'évaluation de ces termes impose respectivement de filtrer les profils bruités de  $\varepsilon_p$  et d'estimer les conditions limites sur les bords de la zone utile.

La modélisation présentée dans ce chapitre montre une utilisation possible de l'information expérimentale “sources de chaleur”. D'autres applications à la construction de lois de comportement peuvent

être envisagées. Ainsi, en couplant ces mesures énergétiques à des mesures cinématiques et en faisant une hypothèse sur le comportement dissipatif il peut être envisagé de calculer une carte de “contrainte équivalente dissipative”  $\sigma_{eq}^{diss}$ , telle que :

$$d_1 = \sigma_{eq}^{diss} \dot{\epsilon}_{eq} \quad (3.18)$$

où  $d_1$ ,  $\dot{\epsilon}_{eq}$  désignent respectivement la dissipation intrinsèque et une vitesse de déformation équivalente. Ces deux informations locales étant obtenues à partir d'estimation des sources de chaleur et à partir de mesures cinématiques.

# Bibliographie

- [Bréchet *et al.* 96] Bréchet Y., Canova G. and Kubin L.P., Strain softening, slip localization and propagation : from simulations to continuum modelling, *Acta mater.*, V. 44, N° 11, pp 4261-4271, (1996).
- [Estrin and Kubin 88] Estrin Y. and Kubin L.P., Strain nonuniformities and plastic instabilities, *Revue Phys. Appl.*, V. 23, pp 573-583, (1988).
- [Fortes 84] Fortes M.A., Constitutive equations for inhomogeneous plastic flow and application to Lüders band propagation, *J. of Mater. Science*, Vol. 19, pp 1496-1504 (1984).
- [Hähner 94] Hähner P., Theory of solitary Plastic Waves, Part I: Lüders bands in Polycrystals, *Appl. Phys.*, A58, pp 41-48, (1994).
- [Wattrisse *et al.* 98] Wattrisse B., Némoz-Gaillard M., Muracciole J.M., Chrysochoos A., Etude cinématique des phénomènes de localisation dans un acier par intercorrélacion d'images, *Colloque Photomécanique 98*, Marne La Vallée, Ed Eyrolles, pp 21-28, (1998).
- [Wattrisse 99] Wattrisse B., Etude cinématique de localisation dans les aciers par intercorrélacion d'images de granularité, Thèse de Doctorat, Université Montpellier II, (1999).

## Chapitre 4

# Observations de localisation sur d'autres matériaux

L'analyse des sources de chaleur, applicable à différents types de matériau, permet d'observer d'autres formes de localisation. Au cours de ce chapitre nous présentons les observations de localisation suivantes, obtenues lors d'essais de traction ou de compression monotones :

- traction d'éprouvettes plates d'acier inoxydable austéno-martensitique (A301) : *localisation sous la forme de bandes de transformation de phase.*
- traction d'éprouvettes plates d'acier magnétique à gros grains orientés (HiBiGO) : *localisation à l'échelle du grain liée à l'apparition de bandes de glissement.*
- compression d'une plaque de polymère trouée (PVC) : *localisation dans des bandes de cisaillement.*

### 4.1 Description des essais

Les conditions d'essais ainsi que les caractéristiques nécessaires au calcul des sources de chaleur sont détaillées dans les deux tableaux suivants :

| Nom de l'essai | Matériau              | $\dot{U}_{imp}$ (mm.s <sup>-1</sup> ) | Résolution spatiale ( $\Delta x_2, \Delta x_3$ ) (mm) | Résolution temporelle $\Delta t$ (s)   |
|----------------|-----------------------|---------------------------------------|---|--|
| ra5            | Acier A301            | 0.015                                 | (0.17,0.13)   | 1.35                                   |
| ra8            | Acier A301            | 0.04                                  | (0.17,0.13)   | 0.47 (images 11 à 225)<br>0.65 au delà |
| ia1            | Acier Hibigo (sens L) | 0.15                                  | (0.29,0.22)   | 0.47                                   |
| ia2            | Acier Hibigo (sens T) | 0.15                                  | (0.29,0.22)   | 0.5                                    |
| tro            | PVC                   | -0.003                                | (0.32,0.24)   | 2. (images 11 à 160)<br>0.68 au delà   |

|        | $L * l * e$ (mm) | $\rho$ (kg.m <sup>-3</sup> ) | $C$ (J.Kg <sup>-1</sup> .m <sup>-3</sup> ) | $k$ (W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ) |
|--------|------------------|------------------------------|--|---|
| A301   | 30 * 7 * 0.3     | 7950                         | 502  | 60  |
| Hibigo | 50 * 9.8 * 0.3   | 7660                         | 439  | 22  |
| PVC    | 50 * 32 * 5      | 1450                         | 148  | 0.15                                      |

### 4.2 Acier inoxydable austéno-martensitique

Deux essais de traction monotone à deux vitesses de déplacement traverse imposée ont été réalisés sur des éprouvettes d'acier inoxydable austéno-martensitique A301 fournies par R. Billardon (LMT

- Cachan); ce type de matériau est actuellement étudié dans un travail de thèse qui sera présenté prochainement ([Scholz 99]). Les effets thermiques et les sources de chaleur respectivement mesurés et calculées lors des deux essais sont tracés sur les images espace-temps des figures 4.6 et 4.7. *Les effets thermiques fortement hétérogènes, très importants pour ces vitesses de déformation, sont associés à des sources de chaleur se présentant sous la forme de bandes s'initiant périodiquement au niveau des congés de raccordement de l'éprouvette et se propageant à vitesse uniforme à travers la zone utile.* L'intensité des sources de chaleur atteinte dans ces bandes est très importante ( $> 10^7 \text{ W.m}^{-3}$ ). La confrontation à un instant donné (voir figure 4.1a) d'un profil axial de sources de chaleur et de puissance volumique des efforts extérieurs<sup>1</sup> montre l'importance des dégagements de chaleur locaux, mis en jeu pendant la déformation de l'éprouvette. L'intégration des sources de chaleur sur le domaine  $\Omega_o$  défini par la zone utile de l'éprouvette montre que la puissance calorifique mise en jeu dans la zone utile est de l'ordre de 4 fois la valeur de la puissance mécanique extérieure fournie à l'échantillon (figure 4.1b). Le terme de dissipation intrinsèque ne pouvant expliquer de tels niveaux de sources il nous semble légitime *d'associer ce type de localisation à la propagation de fronts de changement de phase austénite-martensite.* Les sources de chaleur calculées sont donc essentiellement activées par la chaleur latente de changement de phase. Des champs de vitesse de déformation calculés lors d'essais réalisés dans les mêmes conditions ([Wattrisse 99]) ainsi que des mesures magnétiques ([Scholz 99]) confirment respectivement la propagation de fronts de vitesse de déformation et de fronts de changement de phase.

## Essai ra8

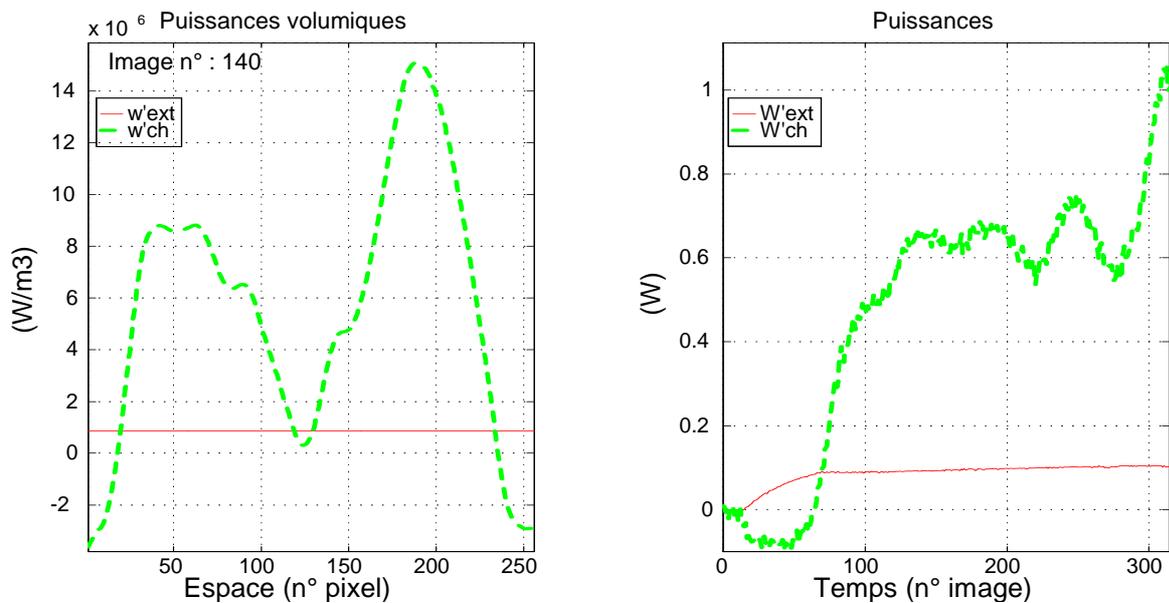


FIG. 4.1 – Essai ra8 (Acier A301,  $\dot{U}_{imp} = 0.04 \text{ mm.s}^{-1}$ ). a) Comparaison d'un profil axial (colonne 12), à un instant donné (image n°140), de puissance volumique des efforts extérieurs et de sources de chaleur. On remarque que ces dernières prennent des valeurs très élevées dans deux bandes centrées sur les pixels 50 et 180. b) Evolution dans le temps de la puissance mécanique fournie ( $W'_{ext}$ ). Cette dernière croît très rapidement dès le début de la phase d'écrouissage, puis oscille autour d'une valeur moyenne de  $0.4W$  (soit  $4 * W'_{ext}$ ) avant d'accélérer soudainement vers l'image n°300, peu avant la rupture.

Les évolutions dans le temps des effets thermiques en deux points de la zone utile (pixels 50 et 100) sont très différentes (figure 4.2a). Sur le premier les oscillations de l'écart de température sont faibles alors qu'elles sont très marquées au niveau de l'autre point. Les causes (sources de chaleur) générant ces effets thermiques ont pourtant des évolutions comparables (figure 4.2b). Les sources de

1. On fait ici l'hypothèse que toute la puissance mécanique fournie est utilisée pour déformer de manière homogène le volume constant de la zone utile (dans le cas de l'essai ra8,  $V = 6.3 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3$ ).

## Essai ra8

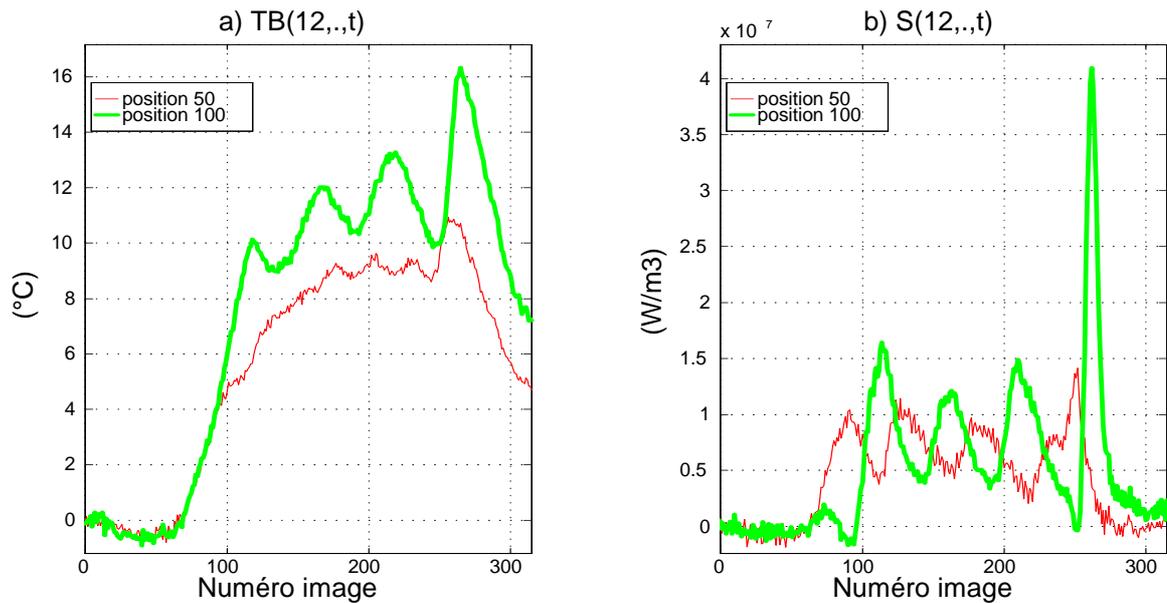


FIG. 4.2 – Essai ra8 (Acier A301,  $\dot{U}_{imp} = 0.04 \text{ mm.s}^{-1}$ ). Evolutions dans le temps et en deux points de la zone utile de coordonnées en pixels (12, 50) et (12, 100) des : a) effets thermiques (écarts de température bruts TB), b) sources de chaleur calculées  $S$ . On peut remarquer que les évolutions thermiques dépendent fortement du point considéré alors que les sources de chaleur présentent des évolutions comparables : oscillations périodiques, avec une amplitude constante, autour d’une valeur moyenne.

chaleur oscillent périodiquement, au fur et à mesure que passent les bandes de transformation de phase, autour d’une valeur moyenne de  $7.5 \cdot 10^6 \text{ W.m}^{-3}$  et avec une amplitude totale variant de  $5 \cdot 10^6 \text{ W.m}^{-3}$  (au pixel 50) à  $10^7 \text{ W.m}^{-3}$  (au pixel 100). A cette vitesse de sollicitation et pour cette éprouvette le changement de phase semble donc se produire de manière régulière : une fraction constante d’austénite se transformant en martensite à chaque passage d’une bande. On remarque d’autre part que pendant la propagation des bandes la réponse mécanique globale ne présente pas de plateau aussi marqué que lors de la propagation de bandes de Lüders, laissant présager un mode de déformation hétérogène.

Comme souligné dans le chapitre 1 (page 179) des travaux récents ([Shaw and Kyriakides 98]) ont mis en évidence sur un AMF (le NiTi) des fronts de transformation de phase austénite-martensite se propageant à vitesse uniforme à travers la zone utile (voir figure 1.23, chapitre 1). A la différence des fronts “périodiques” observés sur l’acier A301 présenté dans ce travail, [Shaw and Kyriakides 98] n’observent plus de propagation de fronts une fois que le ou les fronts ont traversé toute la zone utile.

### 4.3 Acier HiBiGO à gros grains

Les variations de température, observées macroscopiquement à la surface d’un matériau qui se déforme, proviennent d’irréversibilités internes présentes à des échelles inférieures. L’hétérogénéité de la microstructure à l’échelle des grains et l’hétérogénéité des mouvements de dislocations (à travers les grains ou les joints de grains) laissent supposer que le “champ de température micro” est lui aussi hétérogène. L’information macroscopique de température obtenue à partir du système d’acquisition infrarouge résulte d’une moyenne du rayonnement thermique sur une surface dont la dimension est de l’ordre de la résolution spatiale, soit quelques dixièmes de mm pour le dispositif utilisé. L’information température dépend donc de l’échelle d’observation ( focale) et de la taille des mécanismes dissipatifs. De faibles variations thermiques macroscopiques peuvent masquer d’importantes variations de température, localisées à une échelle inférieure. Qu’elle est l’incidence de ces variations de température à ces échelles?

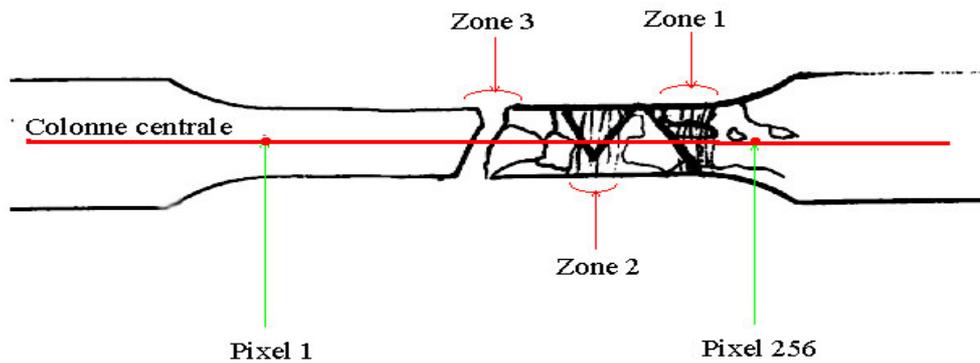


FIG. 4.3 – *Éprouvette de l'essai ca1 après déformation. Positions : des grains, des points extrêmes (pixels 1 et 256) de la colonne centrale, des zones 1 et 2 de forte dissipation et de la zone 3 de rupture.*

Afin de mieux comprendre et de mieux localiser l'origine des phénomènes dissipatifs présents à l'échelle de la microstructure et devant l'impossibilité technique actuelle de réduire fortement le champ d'observation de la caméra il a été choisi ici de “grossir” la microstructure. L'acier HiBiGO<sup>2</sup> fourni par l'aciériste SOLLAC (CRPC Fos sur Mer), présente une microstructure à gros grains orientés (taille de 1 à 20 mm dans le sens de laminage et de 1 à 10 mm dans le travers). L'objectif des essais de traction réalisés sur ces aciers est d'observer les mécanismes dissipatifs (intragranulaires ou intergranulaires) associés à la déformation d'une telle microstructure. Notons ici que l'échelle de cette dernière étant du même ordre que celle de la structure, l'hypothèse d'homogénéité initiale de l'éprouvette, implicite à l'essai de traction n'est pas vérifiée.

**Remarque : [R1]** Pour cet acier nous ferons l'hypothèse de négliger dans les sources de chaleur le terme de couplage thermoélastique. En conséquence, les sources de chaleur calculées seront considérées comme une estimation de la puissance mécanique dissipée par unité de volume, à chaque instant d'acquisition.

#### a) éprouvette sens “long” (essai ca1) :

Pour cette éprouvette la direction de chargement correspond à la direction de laminage des grains. Les effets thermiques et les sources de chaleur respectivement mesurés et calculés sont tracés sur la figure 4.8. L'évolution des profils thermiques, très dissymétrique alors que les C.L. thermiques sont symétriques, signale une distribution non uniforme des sources. Ces dernières en effet présentent de fortes hétérogénéités dans la direction axiale dans plusieurs zones de l'éprouvette. Les deux premières localisations, très marquées se produisent dans deux zones (zones 1 et 2 de largeur 5 à 6 mm, centrées sur les pixels 220 et 160, voir figure 4.3) et sont associées à une chute<sup>3</sup> brutale de la charge. Un bruit aigu a d'autre part été observé pendant ces deux chutes de la charge. Une troisième localisation des sources apparaît vers l'image n°37 dans une autre zone (zone 3, centrée sur le pixel 115), de même dimension que les précédentes. C'est dans cette zone que se produira plus tard la striction localisée et la rupture (vers l'image n°83). Une quatrième zone singulière (zone 4), observée sur l'évolution des profils axiaux des sources à partir de l'image n°60 et centrée autour du pixel 85, correspond en fait au décollement<sup>4</sup> de la peinture noire déposée préalablement pour améliorer l'émissivité.

2. Acier magnétique à gros grains orientés, utilisé principalement pour la fabrication de transformateurs en raison de ses bonnes propriétés électromagnétiques.

3. La faible fréquence d'acquisition (2 images/s) limite l'observation de cette chute, des acquisitions plus rapides enregistrées sur ce même essai mettent en évidence une chute encore plus forte, véritable discontinuité de la charge.

4. Sous l'effet du développement de la striction localisée la peinture se décolle et laisse pénétrer une fine lame d'air qui modifie la résistance thermique du contact et conduit à une baisse du niveau local de température (voir évolution des profils thermiques, figure 4.8a). Cette chute de température se traduit par une composante axiale négative du laplacien et conduit à des sources (apparemment) négatives (voir évolution des sources, figure 4.8b).

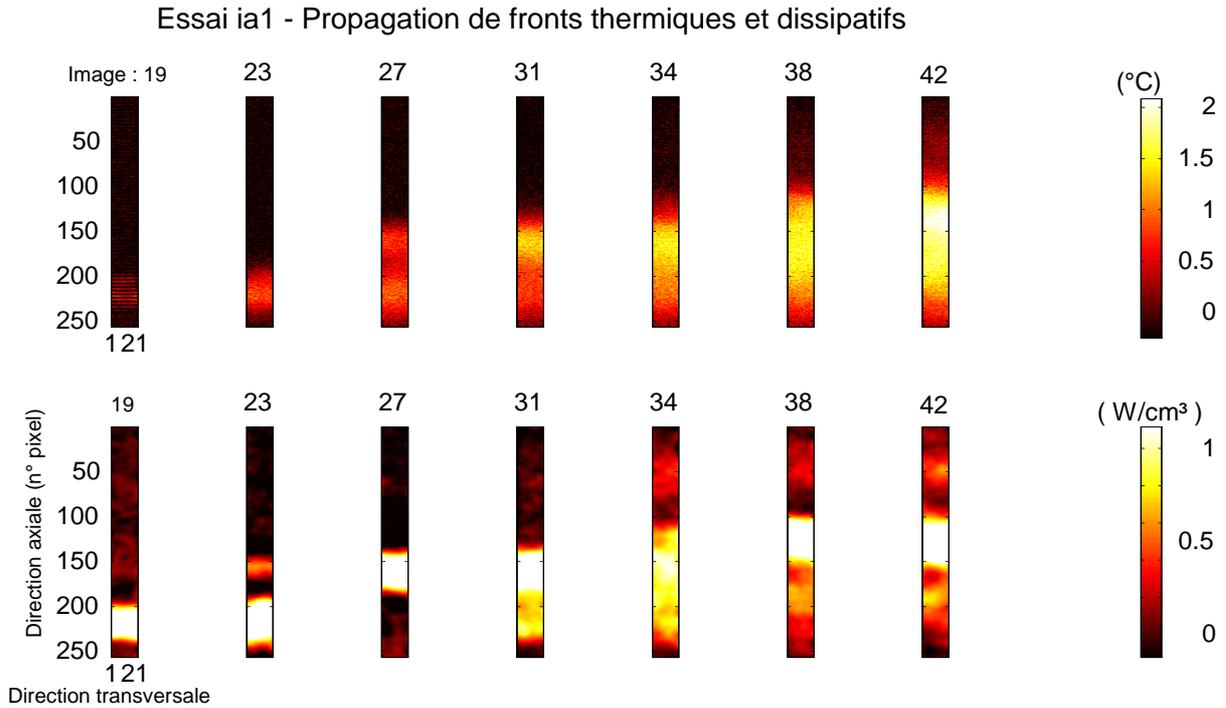


FIG. 4.4 – Essai ia1 (Acier Hibigo sens  $L$ ,  $\dot{U}_{imp} = 0.15 \text{ mm.s}^{-1}$ ). Série d’images montrant les effets thermiques (images du haut) et dissipatifs (images du bas) localisés successivement dans 3 régions de la zone utile.

Une présentation de ces résultats sous la forme d’une série d’images montre la distribution des variations de température et des sources de chaleur dans la zone utile de l’éprouvette (figure 4.4). L’image thermique n°19 correspond à l’apparition de la 1<sup>ère</sup> zone de localisation des effets dissipatifs. Le phénomène est si rapide qu’une seule, ou 2 au maximum, des 4 trames<sup>5</sup> qui constituent l’image thermique arrive à détecter le phénomène. Vers l’image n°23 les effets dissipatifs sont concentrés dans la zone 2 précédemment décrite, puis dans la zone 3 (images n°38 et 42). On remarque que la détection de la localisation à partir des sources de chaleur, dans le temps comme dans l’espace, est plus précise que l’examen des images thermiques. Par exemple l’image thermique n°27 fait apparaître deux taches diffuses, l’une d’elle (celle centrée sur la zone 1) résulte de l’inertie de la conduction thermique, les sources de chaleur calculées à ce même instant étant nulles dans cette zone.

La rupture se produit pendant la phase de durcissement, le long de 2 lignes inclinées par rapport à la direction de chargement. Une observation macrographique de la surface de l’échantillon après rupture montre la présence de stries (traces de fines bandes de glissement) dans les zones 1 et 2, faiblement inclinées par rapport à la direction perpendiculaire au chargement ainsi que des bandes plus larges inclinées à  $45^\circ$  (voir figure 4.3). Une attaque chimique au réactif “nital” permettant de révéler la frontière des grains n’a pas permis de situer précisément la position de la ligne de rupture par rapport à la forme des grains.

Ces observations rappellent celles réalisées à l’ONERA lors d’un essai de traction quasi-statique ( $\dot{\epsilon} = 1.3 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ ) sur une éprouvette cylindrique d’un superalliage AM3 ([Lisiecki *et al.* 92]). Les auteurs observent des chutes brutales de la charge (accompagnées la aussi d’un bruit aigu caractéristique) associées à la formation de bandes de glissement, cisailant le cristal le long d’un plan  $\{111\}$ . Ils estiment que la durée de la chute de la charge est de l’ordre de  $10^{-5} \text{ s}$ . A partir de mesures par thermographie infrarouge réalisées en mode de balayage ligne (fréquence d’acquisition :  $2500 \text{ Hz}$ ), d’hypothèses sur les conditions thermiques (isothermes, adiabatiques) et sur la largeur ( $2a$ ) des bandes (mesurée par MEB :  $\frac{2a}{L} \simeq 1.8 \cdot 10^{-3}$ ), ils obtiennent des valeurs très élevées d’incrément  $\Delta T$  de température associé à ce phénomène :  $\Delta T \in [116 \text{ K}, 121 \text{ K}]$  en conditions isothermes et  $\Delta T \in [142 \text{ K}, 150 \text{ K}]$

5. Le temps d’acquisition d’une trame est de  $1/25^{\text{ième}}$  de seconde.

en conditions adiabatiques.

### b) éprouvette sens “travers” (essai ca2) :

Le comportement thermique et dissipatif d’une éprouvette dont le sens de laminage est orthogonal à la direction de chargement est différent (voir figure 4.9). La réponse mécanique est plus régulière (au bruit d’acquisition près). Une localisation très marquée au tout début de la phase d’érouissage peut être observée entre les pixels 60 et 100. Au delà on retrouve une “certaine” homogénéité avant d’observer peu avant le maximum de la charge une forte concentration des effets dissipatifs liée au développement de la striction localisée (dans la zone de localisation des sources au tout début de la phase d’érouissage).

## 4.4 Compression d’une plaque trouée de PVC

La compression d’une plaque de PVC, à vitesse de déplacement de traverse constante imposée s’accompagne d’effets thermiques et dissipatifs hétérogènes. Au cours du chargement la déformation tend à se localiser dans des bandes que nous qualifierons de bandes de cisaillement, de faible largeur, issues du trou et inclinées par rapport à la direction de chargement d’un angle de  $45^\circ$  environ (figure 4.5)

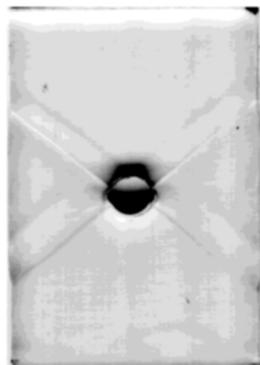


FIG. 4.5 – Essai tro (PVC,  $\dot{U}_{imp} = -0.003 \text{ mm.s}^{-1}$ ). Photographie de l’éprouvette après déformation. La déformation est concentrée dans des bandes étroites, inclinées ( $45^\circ$ ), issues du trou (de diamètre 5 mm).

A partir d’un certain niveau de chargement on observe de même une distribution hétérogène des effets thermiques mesurés et des sources de chaleur calculées. Ces effets, diffus en température, plus localisés en source, se distribuent eux aussi dans ces mêmes bandes de cisaillement (voir figure 4.10). Les perturbations relevées dans la zone proche du trou proviennent de rayonnements parasites observés à travers le trou. La présence de ces défauts perturbe ainsi, localement, les sources de chaleur.

L’évolution des profils axiaux (le long de la colonne 10 repérée sur la figure 4.10) des effets thermiques et des sources de chaleur associées sont tracées sur la figure 4.11. Après la phase de compression élastique où le terme de couplage thermoélastique entraîne une variation positive (et homogène) de température on observe une localisation très précoce (avant le maximum de la charge) des sources de chaleur dans deux zones particulières de la direction axiale. D’abord diffuses et proches de la partie centrale de l’éprouvette la position de ces deux zones se stabilise ensuite au niveau des bandes de cisaillement.

Ces observations expérimentales mettant en évidence une concentration des effets thermiques et dissipatifs<sup>6</sup> dans des bandes étroites issues du trou ont été effectuées par [Chrysochoos and Dupre 92]. Dans ce travail nous avons simplement repris le traitement de données permettant d’estimer les sources de chaleur.

6. Comme pour les aciers doux on considère que, après la phase de compression élastique, les sources de chaleur sont principalement générées par la dissipation intrinsèque.

S'appuyant sur ces observations [Meissonnier *et al.* 96] ont proposé de modéliser le comportement de cette expérience de compression d'une plaque trouée de PVC. La prise en compte des couplages thermomécaniques (dissipation et couplages thermoélastiques) ainsi que la dépendance des propriétés (module d'élasticité, ...) en fonction de la température leur ont permis d'initier un mécanisme de type "cycle autocatalytique" conduisant à une localisation de caractéristiques comparables aux observations expérimentales : déformations, effets thermiques et dissipatifs concentrés dans des bandes étroites et inclinées.

## 4.5 Conclusions

Trois applications de l'analyse des sources de chaleur viennent d'être présentées. Les observations réalisées sur l'acier inoxydable A301 montrent que cet acier subit au cours du chargement des transformations de phase localisées dans des bandes étroites se propageant périodiquement et à vitesse uniforme à travers la zone utile de l'éprouvette. Outre ces informations sur la cinématique de la propagation, les résultats énergétiques que représentent les sources de chaleur peuvent être utilisés pour estimer quantitativement dans l'éprouvette la distribution du terme de couplage associé au changement de phase. Couplées à des mesures cinématiques et magnétiques locales ces résultats doivent contribuer à une meilleure connaissance de la cinétique de transformation de ce type de matériau.

Les quelques expériences qui ont été conduites sur des éprouvettes présentant une structure à gros grains ouvrent de nouvelles applications à l'analyse des sources de chaleur. L'essai réalisé sur une éprouvette d'acier HiBiGO (essai ia1 - sens L) met en évidence, au cours du chargement, la présence d'effets dissipatifs très localisés dans différentes zones de l'éprouvette. La taille de ces zones est comparable à celle des grains. L'objectif de ce type d'essai est de mieux quantifier et de mieux situer les effets thermiques et sources de chaleur à l'échelle du grain. Ces résultats peuvent contribuer à enrichir les modélisations de type micro-macro où la prise en compte au niveau du Volume Élémentaire Représentatif des couplages associés à la température sont rarement pris en compte (modèles isothermes).

Le dernier exemple d'application concerne un polymère, le PVC. L'essai de compression sur une éprouvette plate trouée fait apparaître des effets thermiques et dissipatifs dans des bandes d'intenses déformations. Ces informations expérimentales ont été utilisées pour proposer un modèle de comportement où le mécanisme de localisation est activé par la prise en compte des couplages thermomécaniques se traduisant par la chute des propriétés viscoélastiques du matériau avec la température.

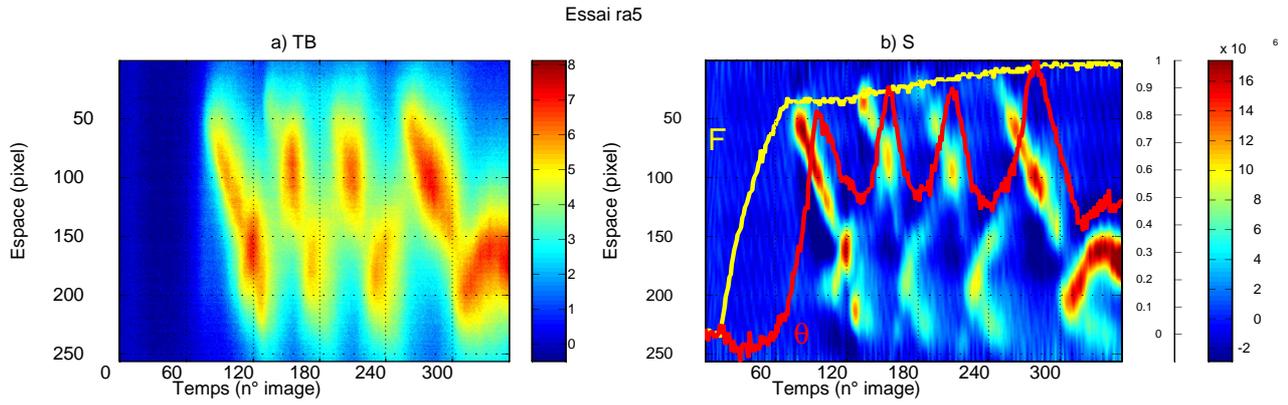


FIG. 4.6 – Essai ra5 (Acier A301 -  $\dot{U}_{imp} = 0.015 mm.s^{-1}$ ). Evolution au cours du temps (numéro d'image) d'un profil axial (numéro de pixel le long de la colonne centrale de la zone utile): a) de l'écart de température ( $^{\circ}C$ ), b) des sources de chaleur ( $W.m^{-3}$ ),  $F_{max} = 2.7 kN$ ,  $\theta_{max} = 7.1 K$  (pixel 100), seuillage des niveaux de couleurs à 50% de  $Max(w'_{ch})$  et  $Min(w'_{ch})$ .

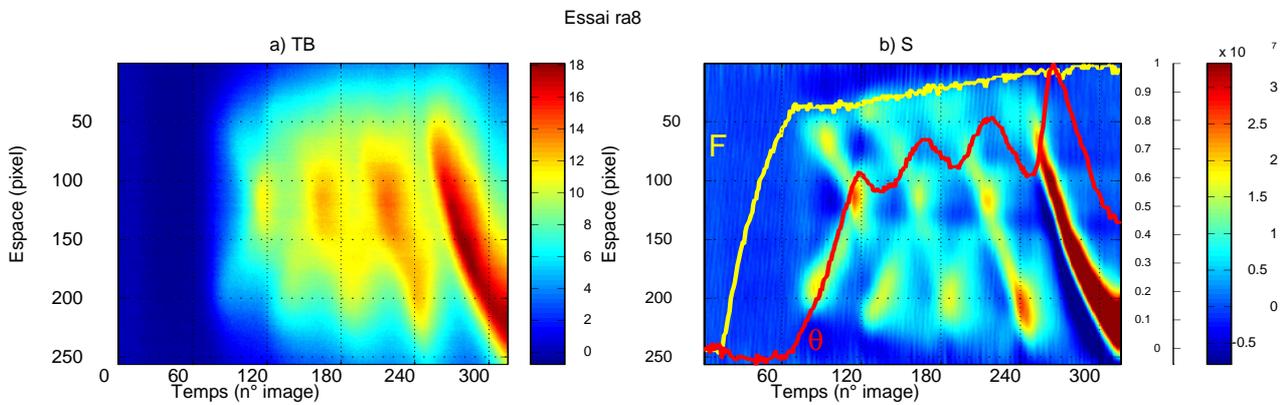


FIG. 4.7 – Essai ra8 (Acier A301 -  $\dot{U}_{imp} = 0.04 mm.s^{-1}$ ). Evolution au cours du temps (numéro d'image) d'un profil axial (numéro de pixel le long de la colonne centrale de la zone utile): a) de l'écart de température ( $^{\circ}C$ ), b) des sources de chaleur ( $W.m^{-3}$ ),  $F_{max} = 2.7 kN$ ,  $\theta_{max} = 16.4 K$  (pixel 100), seuillage des niveaux de couleurs à 50% de  $Max(w'_{ch})$  et  $Min(w'_{ch})$ .

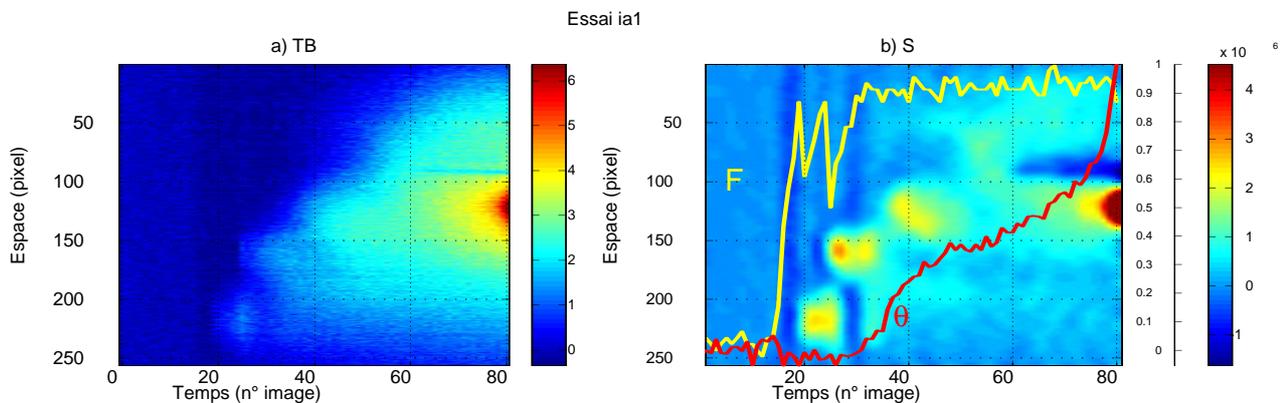


FIG. 4.8 – Essai ia1 (Acier HiBiGO sens L -  $\dot{U}_{imp} = 0.15 mm.s^{-1}$ ). Evolution au cours du temps (numéro d'image) d'un profil axial (numéro de pixel le long de la colonne centrale de la zone utile): a) de l'écart de température ( $^{\circ}C$ ), b) des sources de chaleur ( $W.m^{-3}$ ),  $F_{max} = 1.1 kN$ ,  $\theta_{max} = 6.6 K$  (pixel 122), seuillage des niveaux de couleurs à 40% de  $Max(w'_{ch})$ .

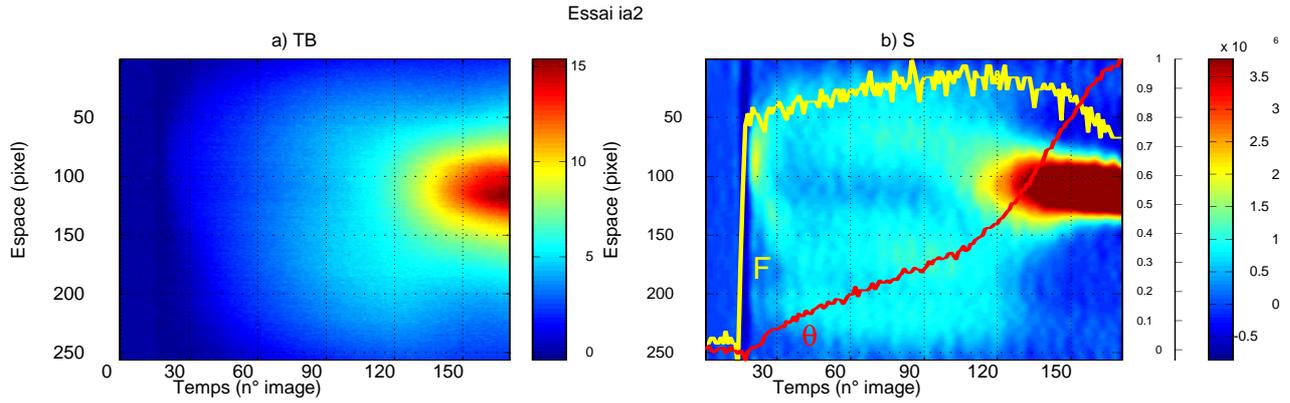


FIG. 4.9 – Essai ia2 (Acier HiBiGO sens  $T - \dot{U}_{imp} = 0.15 \text{ mm.s}^{-1}$ ). Evolution au cours du temps (numéro d'image) d'un profil axial (numéro de pixel le long de la colonne centrale de la zone utile): a) de l'écart de température ( $^{\circ}\text{C}$ ), b) des sources de chaleur ( $\text{W.m}^{-3}$ ),  $F_{max} = 1.2 \text{ kN}$ ,  $\theta_{max} = 15.0 \text{ K}$  (pixel 122), seuillage des niveaux de couleurs à 40% de  $\text{Max}(w'_{ch})$ .

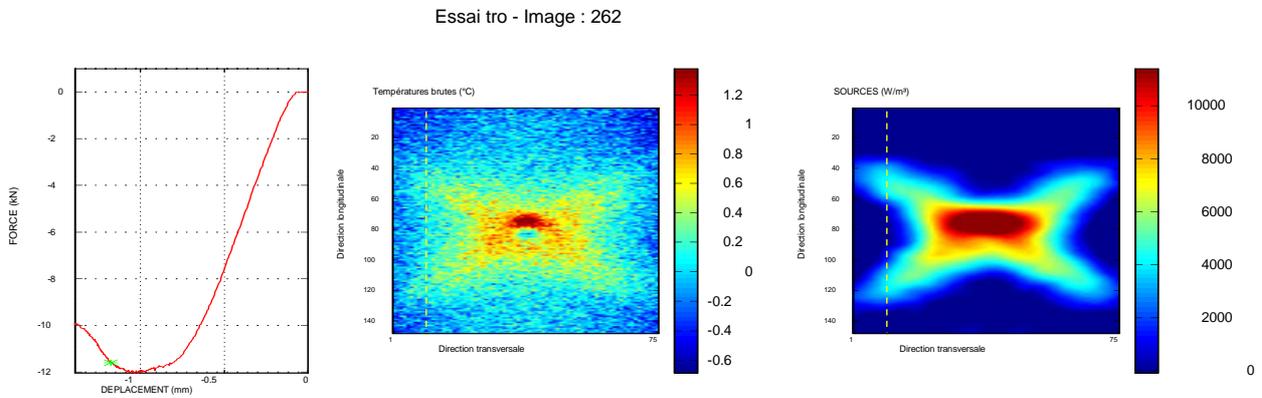


FIG. 4.10 – Essai tro (PVC -  $\dot{U}_{imp} = -0.003 \text{ mm.s}^{-1}$ ), d'une plaque de PVC trouée, de gauche à droite: réponse mécanique globale, image thermique et image des sources de chaleur à un instant du chargement (image n°262) correspondant à la phase d'adoucissement (marque '\*' sur la réponse mécanique). Les effets thermiques et les sources de chaleur se distribuent dans des bandes inclinées ( $\simeq 45^{\circ}$ ) issues du trou. La ligne en pointillé désigne la colonne 10.

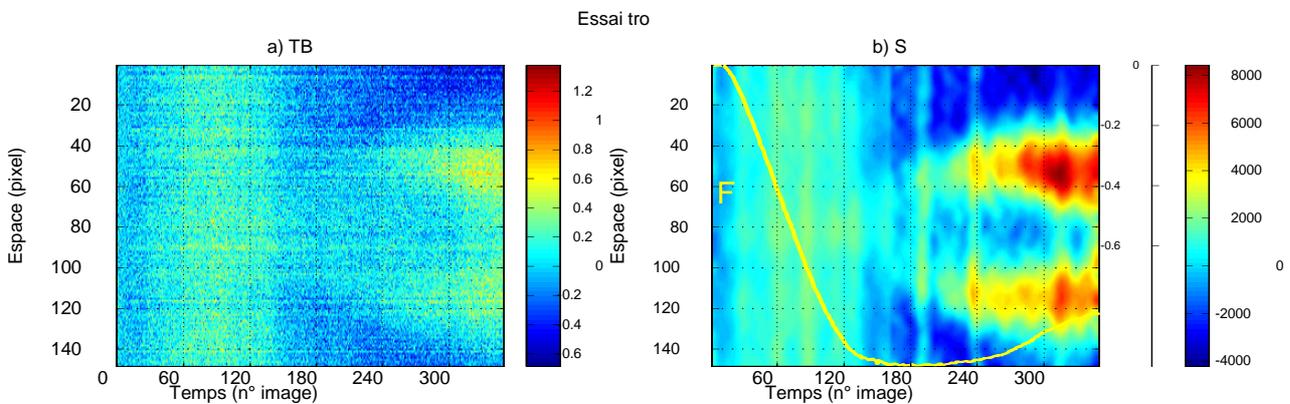


FIG. 4.11 – Essai tro (PVC -  $\dot{U}_{imp} = -0.003 \text{ mm.s}^{-1}$ ). Evolution au cours du temps (numéro d'image) d'un profil axial (numéro de pixel le long de la colonne 10 de la zone utile): a) de l'écart de température ( $^{\circ}\text{C}$ ), b) des sources de chaleur ( $\text{W.m}^{-3}$ ),  $F_{max} = -12 \text{ kN}$ .



# Bibliographie

- [Chrysochoos and Dupre 92] Chrysochoos A. and Dupre J.C., An infrared set-up for continuum thermomechanics, QUIRT 92, Eurotherm Series 27, EETI ed., Paris, (1992).
- [Lisiecki *et al.* 92] Lisiecki B., Kubin L. and Estrin Y., Thermal effects during plastic flow in Nickel-base superalloys, Metal. Sci. Tech., vol 10, n°1, pp.10-15 (1992).
- [Meissonnier *et al.* 96] Meissonnier F, Peyroux R. and Chrysochoos A., Finite element analysis of strain localization induced by thermochemical couplings in a Kelvin-Voigt model, ESDA'96, 1-4 Juillet, Montpellier, (1996).
- [Scholz 99] Scholz J., Etude d'un acier inoxydable instable, thèse de doctorat, Université Paris 6 - ENS Cachan, soutenance prévue en 99, (1999).
- [Shaw and Kyriakides 98] Shaw J.A. and Kyriakides S., Initiation and propagation of localized deformation in elasto-plastic strips under uniaxial tension, Int. J. Plast, V. 13, n°10, pp 837-871, (1998).
- [Wattrisse 99] Wattrisse B., Etude cinématique de localisation dans les aciers par intercorrélacion d'images de granularité, Thèse de Doctorat, Université Montpellier II, (1999).



## Conclusions Partie III

Les résultats de l'analyse des sources de chaleur présentés dans ce chapitre montrent que des phénomènes de localisation, souvent décrits dans la littérature à partir d'une hétérogénéité du champ de déformation, s'accompagnent aussi d'une hétérogénéité du comportement énergétique du matériau.

Pour les aciers doux où les sources de chaleur s'identifient à la puissance dissipée on met en évidence, au cours du chargement, différentes formes d'effets dissipatifs suivant la nature du mode de localisation activé. Lors de la propagation de bandes de Lüders, observée sur certains aciers doux pendant le "palier plastique", les effets dissipatifs apparaissent soudainement dans une (ou plusieurs) bande(s) étroite(s), inclinée(s), de forme et d'amplitude constantes, se propageant à vitesse uniforme à travers la zone utile de l'éprouvette. Le second mode, la striction localisée, générant au delà de la charge maximale des effets dissipatifs très localisés, semble se développer de manière progressive à partir de zones "affaiblies" détectées sur certains matériaux dès le début de l'écroutissage. Dans ces zones, les effets dissipatifs sont plus diffus, on les associe à une manifestation de la striction diffuse.

Les critères développés dans la littérature prédisent généralement l'apparition soudaine<sup>7</sup> d'une localisation à partir d'un état homogène. Ce passage brutal, dans le temps comme dans l'espace, d'un état homogène à un état localisé ne semble pas être observé sur les aciers doux étudiés. En effet, au niveau des champs des grandeurs obtenues expérimentalement (sources de chaleur, vitesse de déformation) les choses ne sont pas aussi schématiques. Comment interpréter, dans le cadre du problème de localisation, les hétérogénéités, souvent précoces, diffuses et pouvant fluctuer d'une éprouvette à l'autre, des effets dissipatifs observés? Des éléments de réponses ont été apportés à partir de la proposition de trois "indicateurs de localisation énergétiques". Ces derniers permettent de signaler, à partir de la donnée des sources de chaleur, les instants du chargement ainsi que les zones où un mode de localisation s'est probablement développé dans la structure éprouvette. L'application de ces "indicateurs" à une série d'essais montre qu'ils sont en général activés avant le critère de charge maximale de Considère.

La forte corrélation entre les observations énergétiques et cinématiques liées au mode de localisation en bandes de Lüders a été utilisée pour étudier un modèle simple de propagation de bande de Lüders. On montre que le modèle de comportement unidimensionnel avec "un palier plastique" généralement retenu dans la littérature pour modéliser ce phénomène, est compatible avec certaines des observations expérimentales, notamment la propagation à vitesse uniforme d'une vague dissipative et d'une vague de vitesse de déformation.

Enfin, d'autres manifestations de localisation ont pu être observées: propagation de bandes de transformation de phase sur un acier Inox austénitique A 301, effets dissipatifs associés à l'apparition dans une éprouvette à gros grains d'acier HiBiGO de bandes de glissement, effets dissipatifs localisés dans des bandes de cisaillement lors de la compression d'une plaque de PVC trouée.

---

7. Dès le maximum de la charge ou, dès l'apparition d'une surface de discontinuité du gradient de vitesse ou, dès l'apparition d'une instabilité, ...



# CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES



# Conclusions et perspectives

Dans ce travail nous avons abordé le problème de localisation à partir d'une approche expérimentale basée sur l'analyse des sources de chaleur. Ces informations locales ont été estimées à partir d'un traitement d'images thermiques acquises par thermographie infrarouge.

## Approche expérimentale

Une partie importante de ce travail de thèse a été consacrée à la mise au point de techniques de traitement. Grâce à ces dernières, on montre qu'il est possible, sur des éprouvettes plates, de s'affranchir du phénomène de conduction thermique. A l'examen, toujours délicat, des "effets" thermiques observés (généralement très diffus) se substitue alors l'analyse des "causes" (sources de chaleur), plus localisées, dans le temps comme dans l'espace.

Cette information expérimentale supplémentaire, de nature énergétique, est utile au mécanicien : au spécialiste de la localisation comme à celui des lois de comportement.

## Application à l'étude de la localisation dans les aciers doux

Les essais quasi-statiques de traction simple, réalisés sur plusieurs nuances d'aciers doux, ont permis de mettre en évidence différents aspects des deux modes principaux de localisation observés : les bandes de Lüders et la striction.

Le premier mode se caractérise par la propagation d'un front thermique diffus et de faible amplitude (de  $1^{\circ}C$  à  $2^{\circ}C$ ). On montre que ces faibles effets thermiques sont associés à d'importants effets dissipatifs (sources de chaleur) se présentant sous la forme de bandes étroites de forme et d'amplitude constantes qui se propagent à vitesse uniforme à travers la zone utile de l'éprouvette.

Comparativement à ce premier mode où les effets dissipatifs sont soudains, intenses et très localisés, on met en évidence le caractère plus régulier et progressif de la concentration des zones où se développent les irréversibilités mécaniques menant à la striction localisée.

Un point important concerne la précocité de ces effets dissipatifs observés. Des "indicateurs de localisation énergétiques" proposés pour détecter la localisation montrent que cette dernière *peut apparaître avant le maximum de la charge*, dans plusieurs zones de l'éprouvette. Cette hétérogénéité "faible" de la réponse macroscopique de l'éprouvette est qualifiée de *striction diffuse* ; la striction étant qualifiée de *localisée* lorsque les effets dissipatifs se concentrent définitivement dans une de ces zones "affaiblies", soit en général vers le maximum de la charge.

## Application à l'étude d'autres matériaux

Quelques applications à l'étude d'autres matériaux ont été initiées. Elles ont permis de mettre en évidence d'autres manifestations énergétiques associées à des formes particulières de localisation : propagation de fronts de changement de phase (acier A301), effets dissipatifs associés à des bandes de glissement (acier HiBiGO), effets dissipatifs localisés dans des bandes de cisaillement (polymère PVC).

### Application à l'étude des lois de comportement

Certaines conséquences de ces observations expérimentales sur l'étude des lois de comportement méritent aussi d'être soulignées.

La première concerne les hétérogénéités précoces relevées dans les éprouvettes d'essais. Ce constat implique, si on lui donne foi, que la partie utile d'une éprouvette doit être considérée comme une structure et non comme un élément de volume réagissant de façon homogène, ce qui n'est pas sans conséquences sur les méthodes d'identification des modèles de comportement.

Une autre conséquence concerne la prise en compte des effets thermiques lors d'essais dits quasi-statiques. L'action combinée, d'une part, des effets régularisants de la conduction thermique et, d'autre part, de la faible résolution spatio-temporelle du système d'acquisition infrarouge font que l'on ne peut atteindre qu'un champ macro "moyen" de température, d'amplitude peu élevée (quelques °C). Mais que penser alors du champ de température micro, pouvant exister à une échelle inférieure? Des variations importantes et très localisées pourraient, à cette échelle, influencer fortement sur le comportement et peut être aussi, *via* les couplages thermomécaniques, sur les mécanismes de localisation.

Enfin, l'utilisation de l'information source de chaleur peut être utilisée dans la construction de lois de comportement pour obtenir une estimation quantitative des irréversibilités mécaniques (dissipation) ou de l'intensité des éventuels couplages thermomécaniques (changement de phase, ...).

### Perspectives

Les perspectives à ce travail sont nombreuses tant du point de vue de l'amélioration des techniques de traitement, grâce à l'utilisation de caméras infrarouge plus performantes, que de l'utilisation dans le cadre de la mécanique des matériaux de l'information sources de chaleur.

On présente, dans ce cadre, quelques unes des perspectives envisagées.

La première concerne l'utilisation simultanée de la technique infrarouge qui vient d'être présentée avec la technique de corrélation d'images de granularité (développée dans la thèse de B. Wattrisse). Les expériences, réalisées pour le moment séparément, dans les mêmes conditions d'essais et sur les mêmes matériaux font apparaître une très forte corrélation entre les observations énergétiques (sources de chaleur) et les observations cinématiques (vitesses de déformation) obtenues respectivement par ces deux techniques. L'utilisation de ces deux approches sur une même éprouvette permettra de confirmer que, sur les matériaux étudiés, les zones où les sources de chaleur sont intenses et localisées sont aussi celles où les vitesses de déformation sont importantes.

L'utilisation couplée de ces deux techniques permettra d'autre part d'affiner l'étude de la localisation. Il sera en effet possible de connaître en chaque point des images de sources de chaleur l'état de déformation du matériau. On pourra alors envisager de tracer dans le plan des déformations principales les courbes limites correspondant à l'activation des "indicateurs de localisation énergétiques".

Les essais réalisés sur l'acier inoxydable A301 doivent être poursuivis. L'utilisation couplée de ces mesures énergétiques locales avec des mesures cinématiques et magnétiques locales permettront de mieux caractériser la cinétique de transformation de ce type de matériau.

L'observation des manifestations thermiques et dissipatives à l'échelle du grain méritent elles aussi d'être poursuivies. Soit à partir d'éprouvettes d'acier à gros grains (cas de l'acier magnétique HiBiGO étudié ici), soit à partir de l'utilisation d'optiques spéciales permettant de grossir la zone d'observation de la caméra infrarouge.

Enfin, une dernière application possible de l'analyse des sources de chaleur concerne l'étude de la fatigue des matériaux. Des techniques faisant appel à la thermographie infrarouge sont aujourd'hui proposées pour déterminer les limites en fatigue des matériaux. Cependant, il apparaît que ces techniques, basées sur l'évolution des effets thermiques, sont sensibles à la géométrie des éprouvettes d'essai ainsi qu'au choix de la zone observée à la surface de l'éprouvette. Ces effets, dus à la conduction thermique, devraient pouvoir être évités avec l'utilisation de l'information sources de chaleur.

# **ANNEXES**



## Annexe A

# Grandeurs relatives au rayonnement thermique

Le rayonnement thermique dépend de plusieurs paramètres (forme de l'objet, état de surface, température de surface, température ambiante,...). Afin de caractériser l'influence de ces paramètres ainsi que des phénomènes mis en jeu, diverses grandeurs ont été définies. Nous rappelons ici celles utilisées dans ce chapitre, pour des informations plus détaillées sur ces notions nous renvoyons le lecteur à la deuxième partie du livre [Papini et Gallet 94].

Parmi ces grandeurs, on distingue :

- les grandeurs totales  $G$ , relatives à l'ensemble du spectre des longueurs d'ondes concernées.
- les grandeurs monochromatiques  $G_\lambda$ , correspondant à un domaine spectral élémentaire  $d_\lambda$  centré autour d'une longueur d'onde  $\lambda$ .

### A1) Grandeurs totales :

**Flux énergétique :** Il représente la puissance  $\Phi$  reçue, émise, transmise, absorbée,..., sous forme de rayonnement sur tout le spectre de longueur d'onde. Il s'exprime en Watt (W). On note  $\Phi_\lambda$  le flux monochromatique tel que  $\Phi = \int_0^\infty \Phi_\lambda d\lambda$ .

*Notations :*

$d^2\Phi$  : flux hémisphérique issu d'une surface élémentaire  $d\Sigma$ .

$d^4\Phi$  : flux issu d'une surface élémentaire  $d\Sigma$ , contenue dans un angle solide élémentaire  $d\Omega$ .

**Luminance :** La luminance  $L$  est une grandeur *directionnelle* qui caractérise le rayonnement  $d^4\Phi$  issu d'une surface élémentaire  $d\Sigma$ , contenue dans un angle solide élémentaire  $d\Omega$ , autour d'une direction faisant un angle  $\theta$  avec la normale  $\vec{n}$  à  $d\Sigma$ . On pose par définition :  $d^4\Phi = L d\Sigma \cos \theta d\Omega$ . Elle s'exprime en Watt par mètre carré par stéradian ( $W.m^2.sr^{-1}$ ).

**Exitance :** C'est une grandeur *hémisphérique* caractérisant le flux  $d^2\Phi$  émis par une surface élémentaire  $d\Sigma$  dans le demi-espace qui lui fait face. Par définition l'exitance  $M$  est donnée par :  $M = \frac{d^2\Phi}{d\Sigma}$ . L'unité est le Watt par mètre carrés ( $W.m^2$ ).

### Remarques :

1) Exitance et luminance sont reliées par :  $M = \int_{2\pi sr} L \cos \theta d\Omega$ .

2) Dans le cas particulier où la surface obéit à la loi de Lambert (faible inclinaison de la normale de la surface émettant par rapport à la direction d'observation) alors l'émission est dite isotrope : la luminance est indépendante de la direction d'émission. Dans ce cas on a :  $M = \pi L$ .

3) A partir du flux monochromatique  $\Phi_\lambda$ , on peut définir la luminance monochromatique  $L_\lambda$  et l'exitance monochromatique  $M_\lambda$ .



## Annexe B

# Vérification de l'hypothèse d'homogénéité de la température dans l'épaisseur

Cette vérification est conduite sur 2 matériaux (acier et polymère) à partir d'une simulation Eléments-Finis 2D réalisée avec la boîte à outil "Partial Differential Equation" du logiciel MATLAB.

On modélise, dans le plan  $(0, \vec{x}_1, \vec{x}_3)$  de l'éprouvette d'essai, le retour à l'équilibre thermique. On suppose, à l'instant initial, que l'éprouvette est à la température homogène  $T_0$  et que la température extérieure est  $T_{ext}$ .

a) **Problème à résoudre**<sup>1</sup> : On cherche  $T(x_1, x_3, t)$  tel que :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho C T - k \Delta_2 T = 0 \\ \\ C.L. \text{ sur } \partial\Omega_0 \text{ et } \partial\Omega_e \text{ (échanges avec l'air):} \\ k \frac{\partial T}{\partial x_1}(0, x_3, t) = h[T(0, x_3, t) - T_{ext}] \\ k \frac{\partial T}{\partial x_1}(e, x_3, t) = -h[T(e, x_3, t) - T_{ext}] \\ C.L. \text{ sur } \partial\Omega_{-L/2} \text{ et } \partial\Omega_{+L/2} \text{ (échanges avec les mors):} \\ \frac{\partial T}{\partial x_3}(x_1, \pm \frac{L}{2}, t) \pm \lambda[T(x_1, \pm \frac{L}{2}, t) - T_{ext}] = 0 \\ C.I.: \\ T(x_1, x_3, 0) = T_0 \end{array} \right.$$

b) **Application numérique** :

géométrie :

$$L = 0.05 \text{ m}$$

$$e = 0.002 \text{ m}$$

Maillage :

triangulaire (285 noeuds, 448 éléments)

Pas de temps :

$$\Delta t = 1 \text{ s, } 35 \text{ itérations}$$

Température initiale :  $T_0 = 25^\circ \text{C}$

Température extérieure :  $T_{ext} = 20^\circ \text{C}$

Caractéristiques matériaux<sup>2</sup> :

|          | $\rho$ ( $\text{kg.m}^{-3}$ ) | $C$ ( $\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ) | $k$ ( $\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ ) |
|----------|-------------------------------|--|---|
| Acier    | 7800                          | 480                                      | 60                                      |
| Polymère | 1000                          | 2000                                     | 0.2                                     |

1. Pour bien comprendre les notations utilisées ainsi que les valeurs numériques des coefficients d'échanges  $h$  et  $\lambda$  introduits ici on pourra se reporter au chapitre 3, partie II.

2. Les valeurs données ci-après sont des valeurs moyennes pour des aciers ou des polymères.

Coefficients d'échanges :

|                       | Acier/Air | Acier/Mors | Polymère/Air | Polymère/Mors |
|-----------------------|-----------|------------|--------------|---------------|
| $h (W.m^{-1}.K^{-1})$ | 10        |            | 10           |               |
| $\lambda (m^{-1})$    |           | 35         |              | 35            |

**c) Résultats :** On présente le résultat de la simulation à l'instant final (i.e. 35s).

*Acier :*

La figure B.1a montre les isovaleurs de température dans le plan  $(0, \vec{x}_1, \vec{x}_3)$  de l'éprouvette. Le profil dans la direction de l'épaisseur ( $\vec{x}_1$ ) confirme l'hypothèse d'homogénéité des sources dans l'épaisseur (figure B.1b).

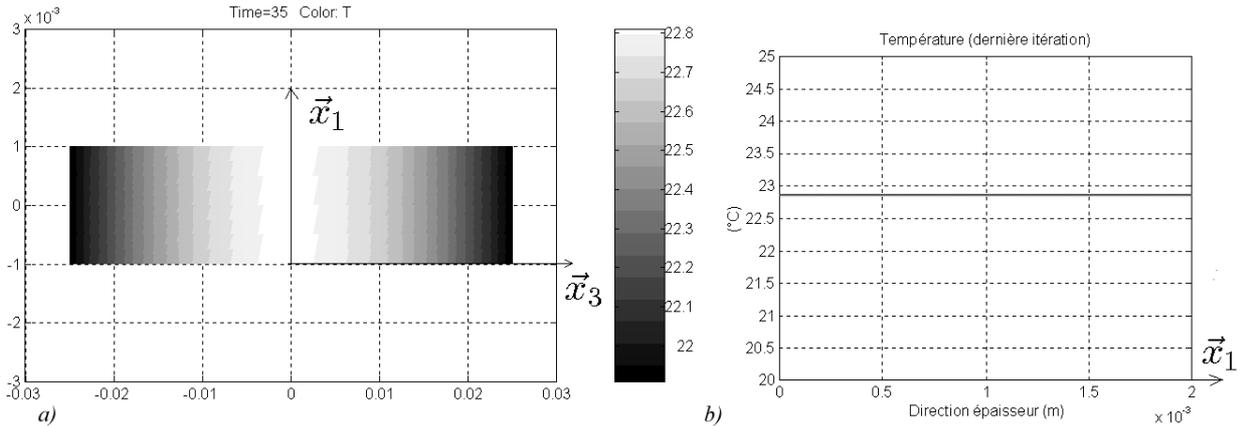


FIG. B.1 – a) Isovaleurs des températures dans le plan  $(0, \vec{x}_1, \vec{x}_3)$  au bout de 35s, pour une éprouvette en acier. b) Profil de température dans l'épaisseur, au centre de l'éprouvette ( $x_3 = 0$ ).

*Polymère :*

Le même mode de présentation est retenu pour la simulation sur le matériau polymère. La figure B.2b montre que la température n'est pas homogène dans l'épaisseur mais les variations sont très faibles (de l'ordre du dixième de degré).

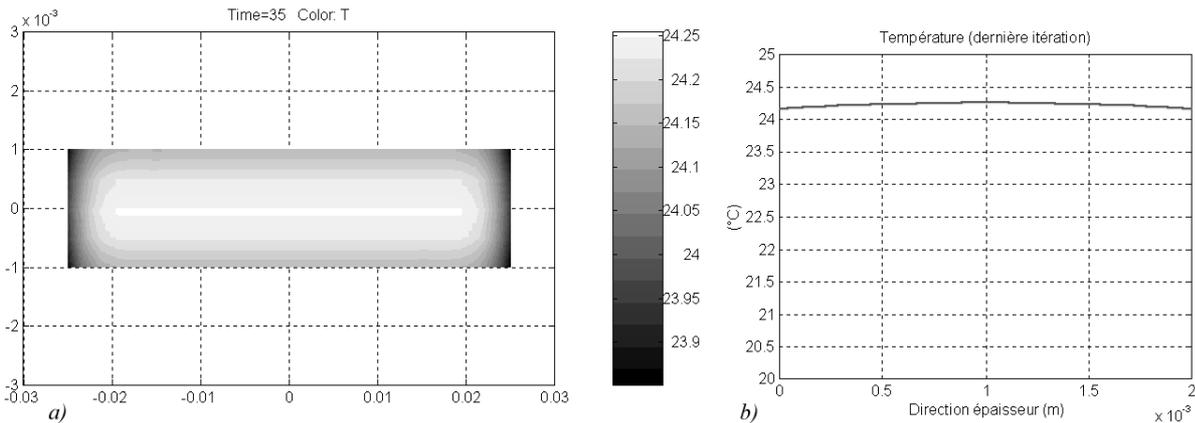


FIG. B.2 – a) Isovaleurs des températures dans le plan  $(0, \vec{x}_1, \vec{x}_3)$  au bout de 35s, pour une éprouvette en polymère. b) Profil de température dans l'épaisseur, au centre de l'éprouvette ( $x_3 = 0$ ).

**d) Conclusions :** Cette simulation Eléments-Finis 2D montre que pour des géométries particulières d'éprouvettes (plaques d'épaisseur fine) on peut confondre, pour les aciers comme pour les polymères, température de surface et température moyenne dans l'épaisseur.

## Annexe C

# Evaluation de la constante de temps des fuites sur les faces avant et arrière

On présente dans cette annexe deux autres méthodes (la première méthode, désignée par “méthode 1”, étant décrite au chapitre 3, partie II) permettant d’évaluer la constante de temps  $\tau_{th}$  des fuites sur les faces avant et arrière de l’éprouvette plate d’essai.

### • Méthode 2 :

La constante de temps de fuite  $\tau_{th}$  peut être déterminée expérimentalement en étudiant le problème de diffusion de la chaleur 1D et en considérant *le cas particulier de sources de chaleur homogènes dans  $\Omega$* .

La détermination des 2 constantes de temps de fuites suivantes sont nécessaires à ce calcul :

$\tau_{cd}$  : constante de temps des fuites par conduction dans les 2 têtes d’éprouvette (flux à travers  $\partial\Omega_{L/2}$  et  $\partial\Omega_{-L/2}$ ).

$\tau_{eq}$  : constante de temps totale des fuites thermiques sur toutes les faces du parallélépipède  $\Omega$ .

*Hypothèse :*

*L’épaisseur  $e$  de l’éprouvette étant faible on néglige les fuites thermiques sur les faces latérales  $\partial\Omega_{1/2}$  et  $\partial\Omega_{-1/2}$ . Le problème 2D (équation 3.4, Chapitre 3, Partie II) peut- alors être réduit à un problème de diffusion 1D dans la direction de chargement  $\vec{x}_3$ .*

L’équation de diffusion de la chaleur 2D (équation 3.4, Chapitre 3, Partie II) établie précédemment se réduit à l’équation 1D suivante valable à tout instant  $t$  et en tout point de coordonnée  $x_3$  :

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} + \frac{\theta}{\tau_{th}} - d_{th} \frac{\partial^2\theta}{\partial x_3^2} = \frac{w'_{ch}}{\rho C} \quad (C.1)$$

Les conditions Initiales et Limites (dans les mors) sont choisies telles que :

$$\theta(x_3, 0) = 0 \quad (C.2)$$

$$\pm\lambda\theta\left(\pm\frac{L}{2}, t\right) + \frac{\partial\theta}{\partial x_3}\left(\pm\frac{L}{2}, t\right) = 0 \quad (C.3)$$

où  $\lambda^{-1}$  représente la longueur caractéristique (en m) des fuites longitudinales, dans les têtes d’éprouvette (à travers  $\partial\Omega_{L/2}$  ou  $\partial\Omega_{-L/2}$ ).

Ce Problème 1D, équations C.1 à C.3 a été étudié pour la même géométrie d’éprouvette dans [Chrysochoos 95] à partir de la base spectrale associée à l’opérateur laplacien. L’intérêt majeur de cette approche est qu’elle fournit une forme d’expression analytique de la température qui peut être utilisée pour calculer le premier membre de C.1. Lorsque les sources de chaleur sont homogènes la décomposition du champ de température sur la base des vecteurs propres peut se réduire à la première

composante. On peut alors définir l'expression suivante de la constante de temps de fuite "équivalente"  $\tau_{eq}$  représentant l'ensemble des temps des fuites thermiques :

$$\frac{1}{\tau_{eq}} = \frac{1}{\tau_{th}} + \frac{1}{\tau_{cd}} \quad (C.4)$$

telle que

$$\left(\frac{\partial\theta}{\partial t} + \frac{\theta}{\tau_{eq}}\right).K = \frac{w'_{ch}}{\rho C} \quad (C.5)$$

avec :

$$\tau_{cd} = \frac{1}{d_{th}w_0^2} \quad (C.6)$$

représentant la constante de temps des fuites par conduction dans les têtes des mors.  $K$  est une fonction de position proche de 1 et  $w_0$  la première pulsation propre, elle vérifie

$$\tan\left(w_0\frac{L}{2}\right) - \frac{\lambda}{w_0} = 0 \quad (C.7)$$

En résumé, l'analyse 1D que nous venons de présenter dans le cas de sources de chaleur homogènes, permet de relier la constante de temps de fuite par conduction et rayonnement sur les faces avant et arrière de l'éprouvette  $\tau_{th}$ , la constante de fuite par conduction dans les têtes d'éprouvettes  $\tau_{cd}$  et la constante totale des fuites  $\tau_{eq}$ . La constante de fuite  $\tau_{th}$  que nous cherchons à déterminer peut donc être calculée à partir de  $\tau_{eq}$  et  $\tau_{cd}$ .

#### Procédure expérimentale pour mesurer $\tau_{eq}$ :

Cette constante peut-être obtenue en observant le retour à l'équilibre thermique de l'éprouvette, in situ, c'est à dire montée dans les mors de la machine de traction.

L'éprouvette subit dans un premier temps, un chargement mécanique homogène (déformations limitées) qui a pour effet de faire varier la température des points de la zone utile  $\Omega$ . Une fois le chargement relâché (à  $t_0$ ) on suppose que toutes les variables d'état autres que  $T$  restent constantes, en particulier on néglige sur les aciers étudiés les effets visqueux. Lors du retour à l'équilibre thermique les sources de chaleur seront donc nulles.

On observe alors que pour tous les points de  $\Omega$  (en fait de  $\partial\Omega_e$ , face observée avec la caméra Infrarouge) le retour à l'équilibre thermique peut-être correctement approché par la fonction suivante :

$$\theta(x_3, t) = \theta_0(x_3) \exp\left(\frac{-(t - t_0)}{\tau_{eq}}\right) \quad (C.8)$$

où  $\theta_0(x)$  désigne l'amplitude de température au point  $x_3$ , à l'instant  $t_0$ .

Les points de  $\Omega$  vérifient donc bien l'équation de diffusion de la chaleur C.5 écrite avec la source nulle (homogène)  $w'_{ch} = 0$ .

La figure C.1a montre, à un instant donné (image 40), l'image des écarts de température à la surface d'une éprouvette d'acier doux (nuance DD14 que nous étudierons par la suite) de dimension initiale ( $e_0 = 3\text{ mm}$ ,  $l_0 = 12.5\text{ mm}$ ,  $L_0 = 50\text{ mm}$ ). On distingue bien dans le cadre d'observation la partie inférieure de l'éprouvette de traction. A cet instant, le chargement est complètement relâché et l'on observe le retour à l'équilibre thermique de tous les points d'une colonne de  $\partial\Omega_e$ . Plus exactement, comme les variations de température sont faibles dans la direction transversale ( $\vec{x}_2$ ), on décide, pour améliorer le rapport signal sur bruit de s'intéresser au profil axial "moyen" au sens où il est obtenu en faisant la moyenne arithmétique des profils le long des colonnes centrales de l'éprouvette.

Compte tenu des faibles valeurs des déformations permanentes observées après déchargement ( $\frac{\Delta L}{L_0} \simeq 7\%$ ) nous ferons l'hypothèse que  $L \simeq L_0 \simeq 50\text{ mm}$ . On peut vérifier que ces faibles variations de  $L$  perturbent peu la valeur de  $w_0$  et donc de  $\tau_{cd}$ .

Les profils axiaux de  $\theta$  à divers instants, ainsi que l'évolution au cours du temps de  $\theta$  en 3 points de la colonne moyenne, sont présentés respectivement sur les figures C.2a et C.2b suivantes.

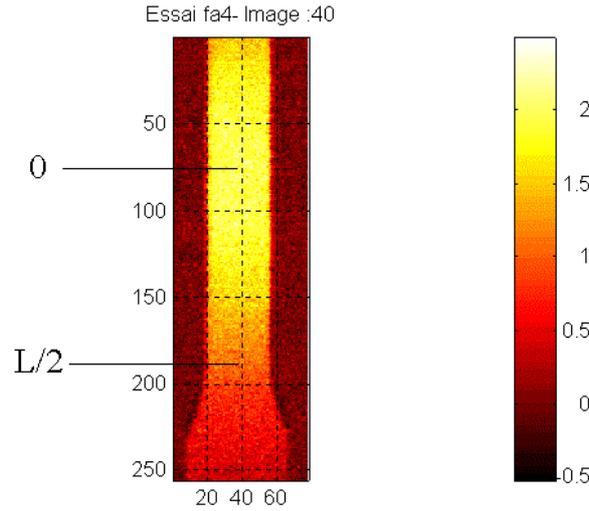


FIG. C.1 – Image montrant les écarts de température à la surface de l'éprouvette.

Les figures C.3a, C.3b et C.3c montrent que le retour à l'équilibre thermique en 3 points distincts de la colonne moyenne peut-être correctement modélisé par une branche d'exponentielle, avec  $\tau_{eq} = 45$  s, 45 s et 47 s. Si l'on calcule cette constante pour tous les points de la colonne moyenne de la zone utile observée avec la caméra on constate (voir figure C.3d) que cette valeur est quasi uniforme. Des points proches des têtes de l'éprouvette ont des valeurs de  $\tau_{eq}$  un peu supérieures aux points situés au centre de l'éprouvette. La valeur retenue pour  $\tau_{eq}$  est la valeur moyenne dans la zone centrale, soit ici  $\tau_{eq} = 47$  s.

#### Procédure expérimentale pour mesurer $\tau_{cd}$ :

La relation C.6 montre que pour évaluer  $\tau_{cd}$  il faut déterminer  $w_0$ . Or  $w_0$  dépend de  $\lambda$  et de  $L$  (voir équation C.7), il faut donc évaluer le coefficient  $\lambda$ .

Le choix des fuites thermiques linéaires, effectué en C.3, est tel que  $\lambda^{-1}$  représente la longueur caractéristique des fuites longitudinales à travers  $\partial\Omega_{L/2}$  ou  $\partial\Omega_{-L/2}$ . Cela revient à supposer qu'il existe une distance  $\Delta x = \lambda^{-1}$  au delà de laquelle la température ne varie pas :  $\theta(\frac{L}{2} + \Delta x, t) = 0 \forall t$ . La figure C.4a ci-après montre, à un instant donné (image 130), la forme d'un profil axial et la valeur prise par  $\Delta x$ .

Le calcul de  $\lambda$  a été réalisé à tous les instants d'acquisition correspondant au retour à l'équilibre thermique, ces valeurs sont reprises sur la figure C.4b. Le bruit important mis en évidence sur cette évolution vient de la difficulté à estimer le terme  $\frac{\partial\theta}{\partial x_3}(\frac{L}{2}, t)$  à partir du signal bruité  $\theta$ , notamment en fin d'évolution où le rapport signal sur bruit est faible. On observe cependant une distribution de  $\lambda$  autour d'une valeur moyenne. Pour cette éprouvette :  $\lambda \simeq 36 \text{ m}^{-1}$ .

L'équation C.7, avec  $L = 0.05 \text{ m}$ , fournit  $w_0 = 33.1 \text{ m}^{-1}$  et C.6 la valeur de  $\tau_{cd}$  :  $\tau_{cd} = 53.7 \text{ s}$ .

La relation C.4 avec la valeur de  $\tau_{eq}$  (47 s) évaluée à l'étape précédente conduit à la valeur estimée de la constante de fuite sur les faces avant et arrière pour cette éprouvette :  $\tau_{th} = 374 \text{ s}$ .

Comme on vient de le voir l'obtention de ce coefficient est longue et délicate. Elle s'appuie sur l'hypothèse de fuites linéaires dans les têtes d'éprouvette (équations C.3). Or cette relation risque de n'être plus vérifiée si les variations de température dans les têtes d'éprouvette font varier la température des mors. De plus, l'incertitude importante sur l'évaluation de  $\lambda$  conduit à une forte dispersion sur la valeur de  $\tau_{th}$ . Par exemple si on refait le calcul à partir de  $\lambda = 32 \text{ m}^{-1}$ , on obtient  $\tau_{th} = 234 \text{ s}$ .

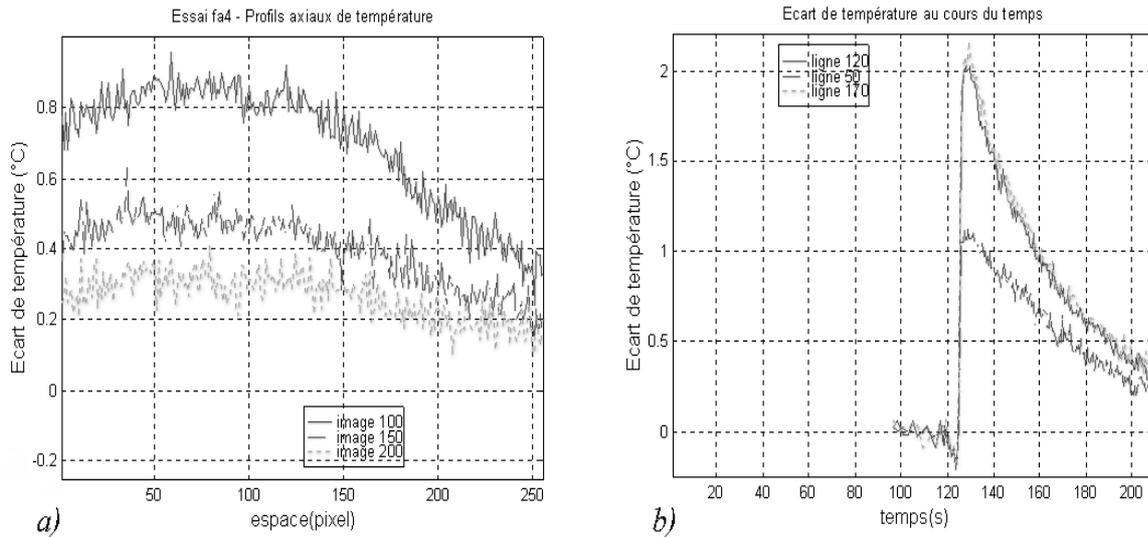


FIG. C.2 – a) Profils axiaux d'écart de température à 3 instants. b) Evolution de l'écart de température en 3 points de la colonne moyenne.

**[Remarque - R1]** : Disposant de la valeur de  $\tau_{th}$  on peut maintenant remonter au coefficient de convection  $h$  via les relations 3.5, 3.6 et 3.7, (voir Chapitre 3, Partie II). Avec  $\bar{T}_0 = 291 K$ , température initiale de l'essai, on obtient (équation 3.6)  $\tau_{ryfavar} = 994 s$ , 3.5 fournit elle  $\tau_{cvfavar} = 600 s$ , ce qui grâce à 3.7 conduit à :  $h \simeq 9 W.m^{-2}.K^{-1}$  (le calcul réalisé avec  $\tau_{th} = 234 s$  donne  $h \simeq 18 W.m^{-2}.K^{-1}$ ).

Cette estimation de  $h$  pourra être utilisée dans la Méthode 3 pour calculer  $\tau_{th}$  lors d'essais réalisés dans les mêmes conditions (température extérieure, ventilation, positionnement des éprouvettes dans les mors,...).

### • Méthode 3 :

On suppose le coefficient de convection  $h$  connu.

$\tau_{cvfavar}$  se calcule alors avec 3.7 (Chapitre 3, Partie II) et en tenant compte de la remarque précédente on peut ainsi calculer la valeur de  $\tau_{th}$ .

Cette méthode, rapide à mettre en oeuvre a pour inconvénient majeur de faire appel au coefficient  $h$  difficile à évaluer. Si l'on se réfère aux valeurs de  $h$  données dans les tables ([De Vriendt 84]), on trouve, dans le cas de la convection "naturelle" des valeurs de  $h$  comprises entre 5 et 50  $W.m^{-2}.K^{-1}$ . Une telle plage d'incertitude n'est pas acceptable pour le calcul de  $\tau_{th}$ ; il est donc nécessaire d'évaluer plus précisément  $h$  dans les conditions expérimentales de nos essais.

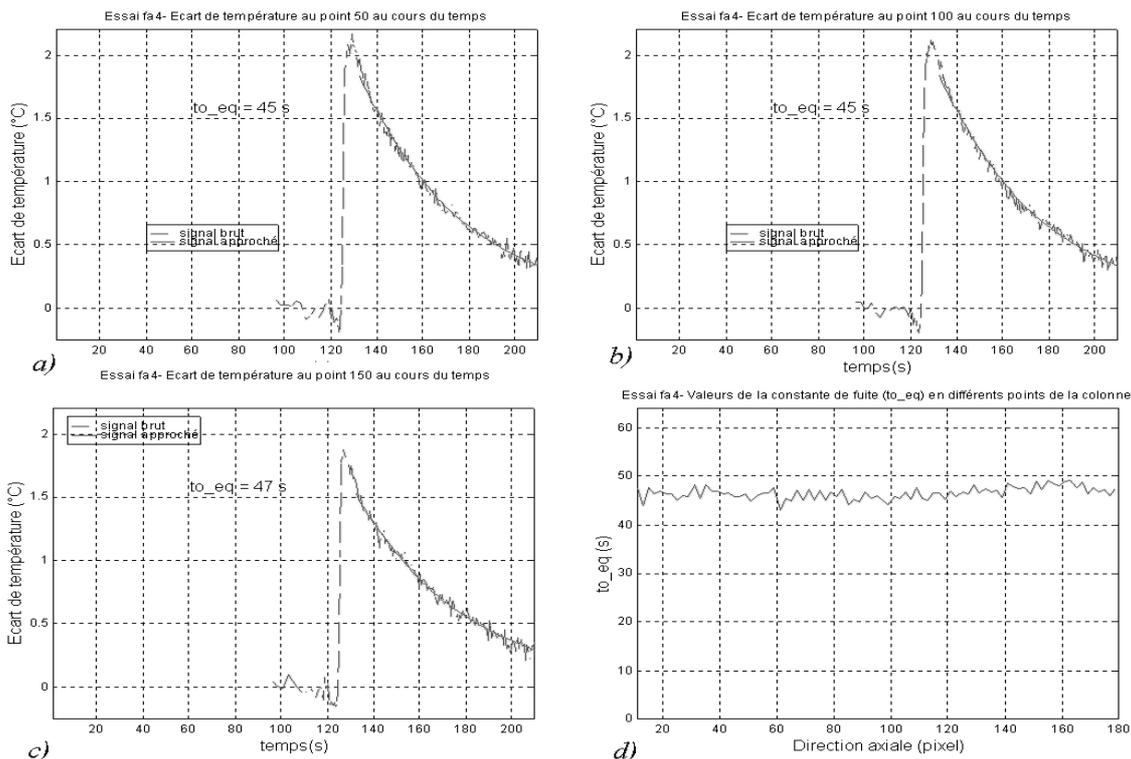


FIG. C.3 – a), b), c) Evolution au cours du temps de l'écart de température  $\theta$  aux pixels 50, 100 et 150. d) Valeurs de  $\tau_{eq}$  le long de la direction axiale de l'éprouvette (la zone utile est comprise entre les pixels 75 et 190).

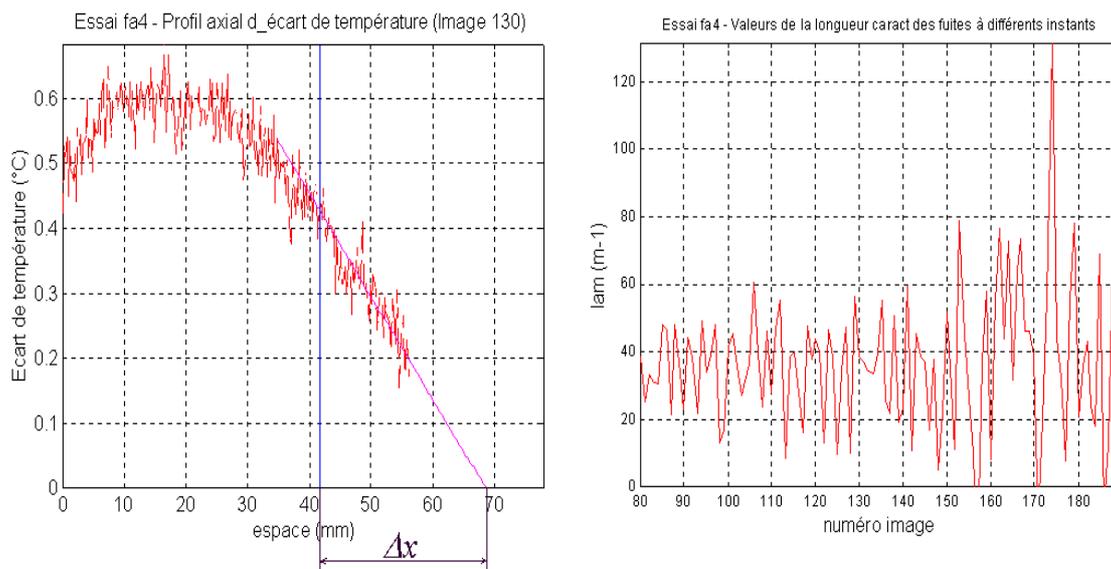


FIG. C.4 – a) Mesure de  $\Delta x$  sur un profil axial de température à un instant donné (image 130). b) Calcul de  $\lambda = (\Delta x)^{-1}$  à différents instants.



# Bibliographie

- [Chrysochoos 95] Chrysochoos A., Analyse du comportement des matériaux par thermographie infrarouge, Photomécanique 95, p.203-211,Ed. Eyrolles (1995).
- [De Vriendt 84] De Vriendt A.B. La transmission de la chaleur, Vol1, Tome1, Ed. Gaëtan Morin, Chicoutimi, Québec, (1984).



## Annexe D

# Etude des caractéristiques du bruit associé aux images thermiques

Les objectifs de l'étude présentée dans cette annexe sont les suivants ; on souhaite :

- vérifier le bon fonctionnement de l'outil de mesure caméra I.R.
- déterminer la résolution thermique
- caractériser le bruit en vue d'une phase de filtrage

La première opération à réaliser consiste à isoler le bruit dans la grandeur de sortie, c'est à dire dans le thermosignal donné en Niveaux Informatiques (NI) à la sortie du numériseur. Les propriétés du bruit (moyenne, écart-type, ...) seront ensuite retranscrites en  $^{\circ}C$  via la loi d'étalonnage.

### Extraction du bruit

Une manière d'y parvenir consiste à :

1) prendre  $n$  images  $I(x, y, t)$  d'une scène thermique stationnaire (objectif obturé par son cache, éprouvette revêtue d'une couche de peinture noire mate en équilibre thermique avec les mors de la machine et avec son environnement, ...). L'image  $I$  sera appelée image "Absolue",  $x$  et  $y$  représentent les coordonnées cartésiennes d'un pixel  $P$  de l'image et  $t$  un des instants d'acquisition.

2) Construire une image moyenne des observations précédentes. On obtient ainsi une image appelée image de "Référence"  $I_o(x, y)$ .

3) Soustraire n'importe quelle image, par exemple  $I^1(x, y, t_1)$ , avec l'image moyenne  $I_o$  pour obtenir une image de bruit  $I_b^1$  :  $I_b^1 = I^1 - I_o$ . Cette image sera appelée image "Relative" de température puisqu'elle représente les écarts de température par rapport à l'état de référence initial.

4) Soustraire successivement toutes les images  $I$  avec l'image de Référence  $I_o$  pour obtenir l'évolution temporelle du bruit en tout pixel  $(x_o, y_o)$  de l'image :  $I_{b_{x_o, y_o}}(t) = I(x_o, y_o, t) - I_o(x_o, y_o)$ .

Nous avons déjà souligné (§ 1.2.4 Rapport signal sur bruit, page 93) que l'origine principale du bruit relevé sur le signal de sortie est d'origine thermique, les autres sources de bruit (chaîne d'acquisition et de numérisation) étant négligeables. Le bruit thermique est considéré comme un processus aléatoire (*dans le temps*) de distribution normale autour d'une moyenne nulle. Cette propriété sur l'évolution temporelle du bruit va, à cause du système de balayage, se retrouver dans l'espace<sup>1</sup>.

*Des études spatiales et temporelles du bruit ont été réalisées. Elles ont mis en évidence un fonctionnement non optimal de la caméra et ont imposé une opération de révision par le constructeur Agema. Nous présentons ci-après quelques exemples d'études du bruit réalisées avant et après l'opération de révision de février 97.*

---

1. A condition que des distorsions liées à ce même dispositif ou à des défauts optiques ne transforment pas, plus encore, le signal.

### Etude du bruit avant l'opération de révision

Plusieurs essais ont été conduits, celui que nous présentons ici (essai dénommé br1) comprend 100 images de bruit de taille 144 lignes\*91 colonnes.

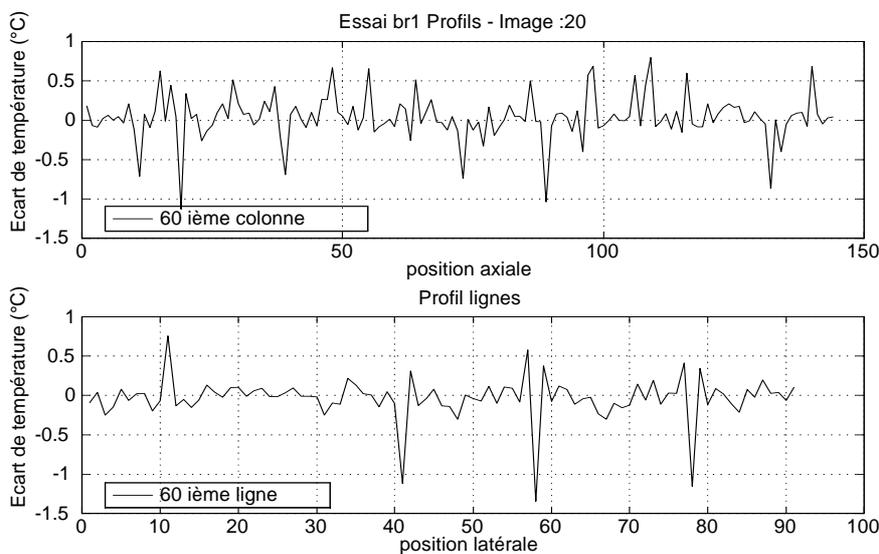


FIG. D.1 – Profils axial (colonne 60) et transversal (ligne 60) de l'image de bruit n°20 (essai br1).

#### Dans l'espace :

On s'intéresse au bruit d'une image particulière, par exemple l'image n°20, que l'on note  $I^{20}$ . Les profils axiaux (profils colonnes) et transversaux (profils lignes) tracés à la figure D.1 présentent des irrégularités (points bas). Afin de mieux saisir l'étendue de ces défauts nous nous proposons de tracer les histogrammes de l'image Absolue  $I^{20}$ , de l'image de Référence  $I_o$  et de l'image de bruit (image relative  $I_b^{20}$ ), voir figures D.2a, D.2b) et D.2c.

L'histogramme auquel on s'intéresse est celui associé à l'image de bruit (figure D.2c), la répartition spatiale se fait autour d'une valeur moyenne de -1 NI, avec un écart type  $\text{std}=38$ . Sans faire appel à des tests statistiques spécifiques (test du  $\chi_2$ ) on observe sur cet histogramme que le bruit dans l'espace ne suit pas une loi normale (en effet on ne trouve que 97.5% des échantillons dans l'intervalle  $[-3\text{std}, +3\text{std}]$  au lieu de 99.74% pour une loi normale). Les points bas relevés sur les profils "étalent" la distribution.

#### Dans le temps :

L'évolution du bruit au cours du temps, en différents points  $M_1$ ,  $M_{30}$ , et  $M_{50}$  de coordonnées respectives (1,1), (30,30) et (50,50), est cette fois analysée.

La figure D.3a montre ces évolutions, on retrouve là aussi la présence de points aberrants. Les histogrammes de bruit de ces évolutions font apparaître une distribution fortement perturbée par la présence de ces points (voir par exemple l'histogramme de l'évolution de l'écart de température au point  $M_{30}$  à la figure D.3b). La distribution pour les évolutions aux trois points est centrée autour de la valeur nulle, les écarts types relevés en ces points valent respectivement 41, 31 et 28 NI.

#### Conclusion :

Cette première campagne d'analyse du bruit fait apparaître un fonctionnement non optimal de la caméra par rapport à ce qu'annonce le constructeur. Les évolutions temporelles et spatiales ne suivent pas une loi normale, on observe la présence de points aberrants liés à la présence de bruit parasite.

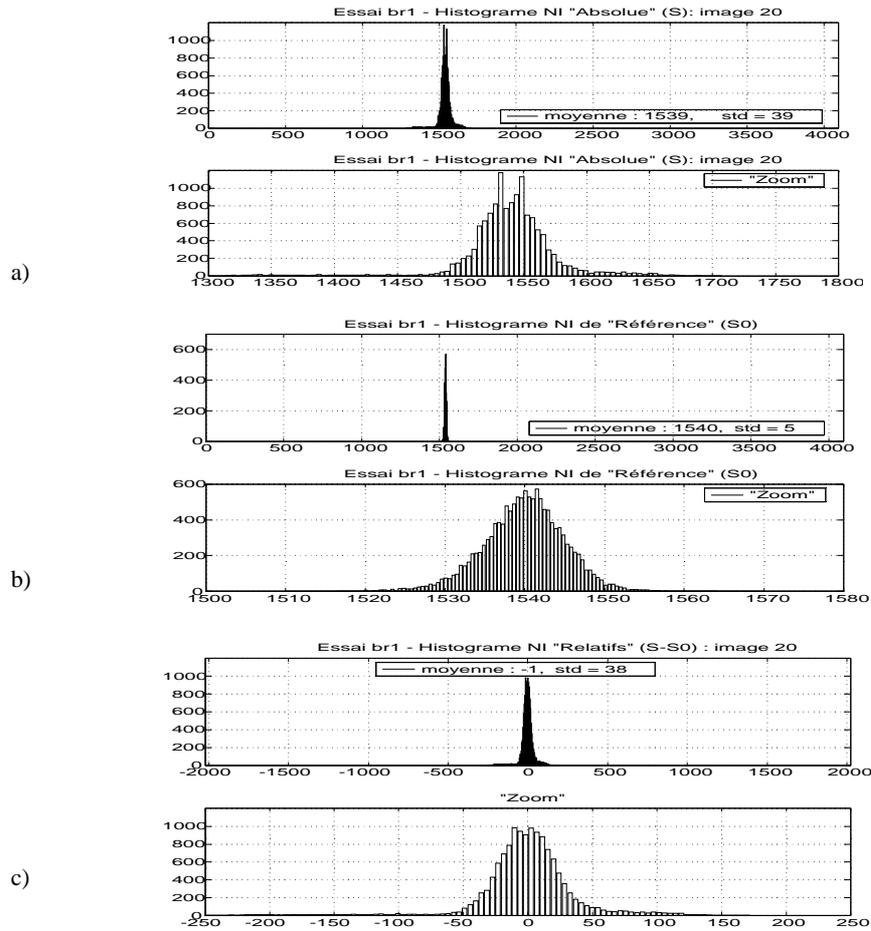


FIG. D.2 – Histogrammes : a) des Niveaux Informatiques de l'image “Absolue” de température n°20, b) de l'image de “Référence”, c) de l'image “Relative” de température n°20 : image de bruit (essai br1).

### Calcul de la résolution thermique (N.E.T.D.)

La résolution thermique s'obtient à partir du coefficient N.E.T.D. (voir § 1.2.4 Rapport signal sur bruit, page 93). Pour calculer le N.E.T.D. il faut mesurer la valeur efficace du bruit (son écart type  $std$ ) en NI et utiliser la courbe d'étalonnage pour une transcription en  $^{\circ}C$  (ou K). Les constructeurs choisissent généralement de donner la valeur du N.E.T.D. autour du point de fonctionnement  $T_f = 30^{\circ}C$  (voir figure D.4).

La valeur du N.E.T.D. est donnée par :

$$N.E.T.D. = \frac{std}{\left(\frac{\delta S}{\delta T}\right)_{T=T_f}}$$

où  $\left(\frac{\delta S}{\delta T}\right)_{T=T_f}$  est la sensibilité en température. La valeur du N.E.T.D. est d'autant plus faible que cette sensibilité est grande et/ou que la valeur efficace du bruit est plus faible.

Les valeurs de N.E.T.D. calculées sur les images prises avant l'opération d'étalonnage se situent autour de  $0.3^{\circ}C$ , soit 3 fois la valeur annoncée par le constructeur.

### Etude du bruit après l'opération d'étalonnage

Après la nécessaire phase de révision une campagne d'essais a permis de contrôler la qualité des images thermiques.

On présente sur les figures D.5a, D.5b, D.6a et D.6b les résultats d'un des essais réalisés (br6). Les profils dans l'espace ou les évolutions dans le temps ne présentent plus de points singuliers, les

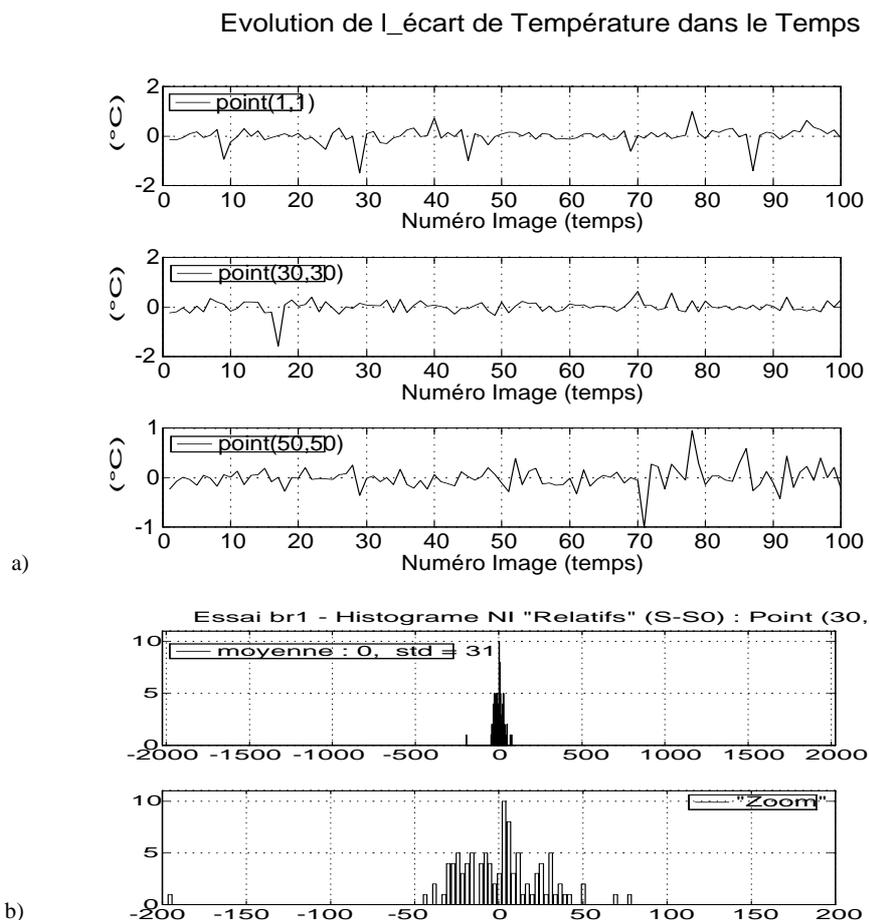


FIG. D.3 – a) Evolution du bruit au cours du temps aux 3 points  $M_1$ ,  $M_{30}$ , et  $M_{50}$  de coordonnées respectives  $(1,1)$ ,  $(30,30)$  et  $(50,50)$  (essai br1). b) Histogramme de l'évolution de l'écart de température  $\theta$  dans de temps au point  $M_{30}$  (essai br1).

distributions sont normales, centrées autour d'une moyenne quasi-nulle (2 NI). Les écart-types relevés conduisent à des valeurs de N.E.T.D. de l'ordre de  $0.18^\circ\text{C}$ . Ces valeurs sont encore supérieures à celle annoncée ( $0.1^\circ\text{C}$ ) mais les images ne présentent plus de points aberrants pouvant perturber les opérations de post-traitements.

### Spectre du bruit

Il est obtenu en prenant la Transformée de Fourier Discrète (T.F.D.) d'une image thermique ou la T.F.D. de l'évolution de l'écart de température dans le temps en un point de l'image. La figure D.7 montre par exemple la distribution fréquentielle du spectre du signal température dans la direction axiale. Une telle distribution est obtenue pour toutes les directions de l'image et aussi pour toutes les évolutions temporelles des points des images. La densité spectrale est la même pour toutes les fréquences, le bruit peut-être alors qualifié de **bruit blanc**.

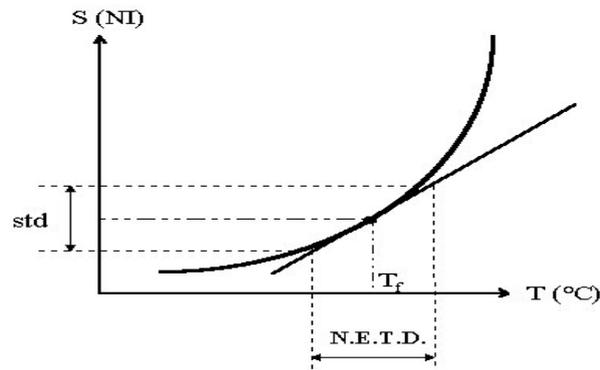


FIG. D.4 – Calcul du N.E.T.D. à partir de la mesure de l'écart-type  $std$  du bruit et de la courbe d'étalonnage.

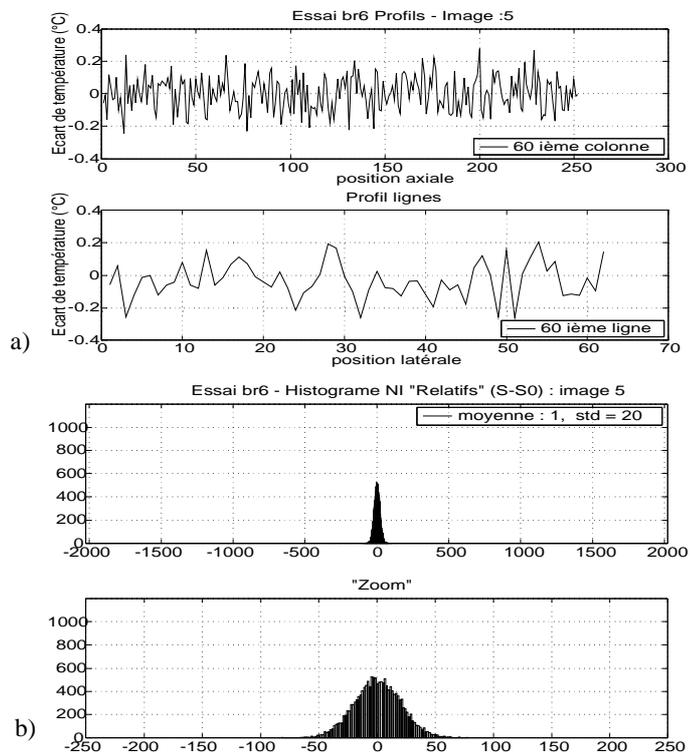


FIG. D.5 – a) Profils axial (colonne 60) et transversal (ligne 60) de l'image de bruit n°5 (essai br6). b) Histogramme des Niveaux Informatiques "Relatifs" de cette image.

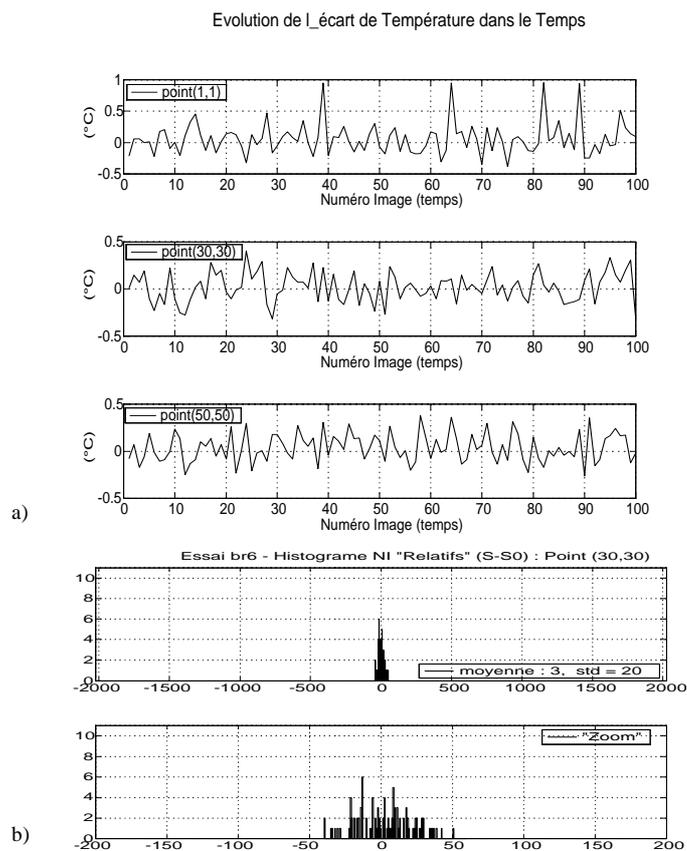


FIG. D.6 – a) Evolution du bruit au cours du temps aux 3 points  $M_1$ ,  $M_{30}$ , et  $M_{50}$  de coordonnées respectives  $(1,1)$ ,  $(30,30)$  et  $(50,50)$  (essai br6). b) Histogramme de l'évolution de l'écart de température  $\theta$  dans de temps au point  $M_{30}$ .

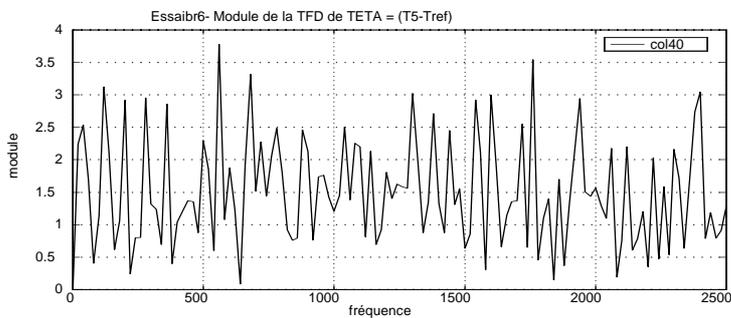


FIG. D.7 – Module de la T.F.D. d'un profil axial (colonne 40) de l'image de bruit n°5. La représentation est réduite ici à l'intervalle  $[0, \frac{f_e}{2}]$  où  $f_e = \frac{1}{0.0002} = 5000 \text{ m}^{-1}$  désigne la fréquence spatiale d'échantillonnage.

## Annexe E

# Quelques rappels sur le filtrage numérique

Dans cette annexe on rappelle les principaux résultats utilisés lors du traitement des images thermiques. Pour simplifier la présentation nous nous sommes limités au cas 1D, l'application aux images thermiques s'en déduit facilement. On rappelle successivement :

- l'analyse de Fourier continue
- l'analyse de Fourier discrète
- le filtrage numérique

Au cours des développements suivants,  $x(t)$  représentera un signal analogique unidimensionnel du temps  $t$ ,  $x_n = x[n] = x(nT)$  la discrétisation de ce signal ( $n \in \mathbb{Z}$ ) à la période d'échantillonnage  $T$  et  $i$  le nombre complexe tel que  $i^2 = -1$ .

### Analyse de Fourier

Développement en série de Fourier :

Si  $x(t)$  est périodique de période  $a$  alors, sous certaines conditions, on peut montrer que la fonction  $x(t)$  est développable en série de Fourier, i.e. :

$$x(t) = \sum_{\substack{n=-\infty \\ (n \in \mathbb{Z})}}^{n=+\infty} c_n e^{2i\pi \frac{nt}{a}}$$

les coefficients de Fourier  $c_n$  sont donnés par :

$$c_n = \frac{1}{a} \int_0^a x(t) e^{-2i\pi \frac{nt}{a}} dt, \quad n \in \mathbb{Z}$$

Transformation de Fourier continue d'une fonction :

Sous certaines conditions, on démontre l'égalité suivante :

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) e^{2i\pi ft} df$$

avec

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-2i\pi ft} dt$$

Les fonctions  $X(f)$  et  $x(t)$  sont respectivement la Transformée de Fourier de  $x(t)$  et la Transformée de Fourier inverse de  $X(f)$ ; elles seront notées  $TF$  ou  $TF^{-1}$ . La fonction  $X(f)$  de la fréquence  $f$  (en Hz) est souvent appelée spectre de  $x$ .

Deux propriétés essentielles de la TF :

$P_1$  : transformation d'un produit de convolution en un produit simple : soit  $y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t - \tau)h(\tau) d\tau$  alors  $TF(y(t)) = Y(f) = TF(x(t)).TF(h(t)) = X(f).H(f)$ .  
Réciproquement, on montre que  $TF(x(t)h(t)) = X(f) * H(f)$ .

$P_2$  : dérivation :  $TF(y^{(p)}) = (2i\pi f)^p TF(y)$

### Opérations d'échantillonnage

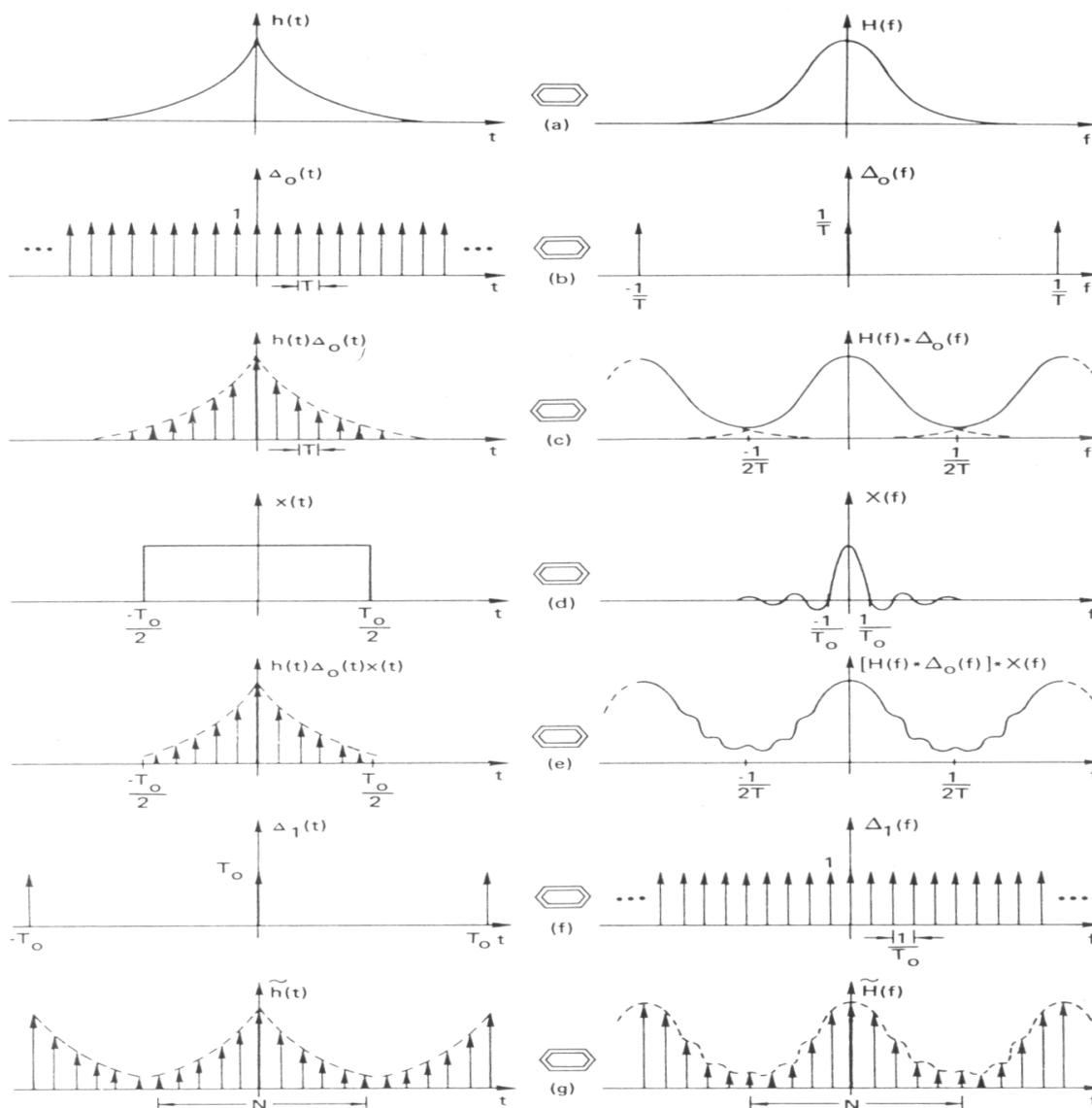


FIG. E.1 – Echantillonnages dans les espaces réels et fréquentiels : effets de périodisation (extrait de [Brigham 74]).

Un calculateur numérique ne travaillant qu'avec un signal discret on est amené à échantillonner le signal continu dans le plan réel comme dans le plan fréquentiel. Cette opération consiste à prélever régulièrement (à une période donnée) des échantillons du signal continu.

a) *Echantillonnage en temps :*

Définissons tout d'abord l'échantillonnage dans le temps, à la fréquence  $f_e = \frac{1}{T}$ , d'un signal réel continu  $h(t)$ . Mathématiquement cela se traduit par la multiplication du signal par le "peigne de Dirac"  $\Delta_o(t) : h[k] = h(kT) = h(t) \cdot \Delta_o(t) = h(t) \cdot \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT)$ , où  $\delta$  désigne l'impulsion de Dirac et  $k \in \mathbb{Z}$ .

Cet échantillonnage dans le plan réel s'accompagne d'une périodisation du spectre  $H(f)$  du signal continu  $h(t)$  et d'une multiplication par  $f_e$ , voir figures E.1b et E.1c. En effet :  $H_e(f) = TF(h(kT)) = TF(h(t) \cdot \Delta_o(t)) = H(f) * \Delta_o(f) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} H(t - kf_e)$ .

La figure E.1c fait apparaître un recouvrement des spectres consécutive à cette périodisation, ce défaut peut (doit) être évité, soit en augmentant la fréquence d'échantillonnage  $f_e$ , soit en réduisant la fréquence maximale du spectre de  $H$ .

b) *"Tronquage" du signal :*

Pour pouvoir effectuer le calcul on est amené à ne considérer qu'une partie du signal, disons  $N$  échantillons. Pour cela on tronque le signal discrétisé en le multipliant par une fonction fenêtre de largeur  $T_o$  dont la forme dans les plans réel et fréquentiel est donnée à la figure E.1d. Dans le plan fréquentiel le spectre du signal échantillonné présente des défauts ou petites oscillations ("ripples") dues à cette opération de tronquage. Ces oscillations peuvent être réduites en augmentant la taille de la fenêtre ( $N$  grand) ou en utilisant des fenêtres plus régulières que la fenêtre rectangulaire (exemple : fenêtres de Haming, Hanning, ...).

c) *Echantillonnage en fréquence :*

De la même façon que l'on a échantillonné le signal réel on décide maintenant d'échantillonner le spectre (périodique)  $H_e(f)$  à la fréquence d'échantillonnage  $f_o = \frac{1}{T_o}$ . Les valeurs échantillonnées  $H_{oe}[n]$  sont obtenues selon :  $H_{oe}[n] = H_e(nf_o) = H_e(f) \cdot \Delta_1(f) = H_e(f) \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(f - nf_o)$ , pour  $n \in \mathbb{Z}$ , voir figure E.1f. En prenant la  $TF^{-1}$  de l'expression précédente on obtient :  $h[n] = T_o h(nT) * \Delta_{T_o}(t)$  ce qui signifie qu'en échantillonnant le spectre on a périodisé le signal réel à la période  $T_o = \frac{1}{f_o}$ . Grâce aux périodisations le nombre  $N$  d'échantillons à prendre en compte dans le signal discret initial est de  $N = \frac{T_o}{T} = \frac{f_e}{f_o}$ . Ainsi dans une période du signal réel, comme dans une période du spectre, on a  $N$  échantillons, voir figure E.1g.

## Le théorème d'échantillonnage

Ce théorème exprime les conditions dans lesquelles la suite des échantillons d'un signal représente correctement ce signal. Nous avons vu que les 2 opérations d'échantillonnage ont introduit une périodisation du signal et du spectre; pour restituer le signal d'origine il faut supprimer la périodicité dans le plan des fréquences, c'est à dire être capable d'extraire le spectre central. Cela ne sera possible que si les 2 spectres entourant le spectre central ne débordent pas sur le spectre central; dans le cas contraire on parlera de recouvrement de spectre (ou aliasing).

Cette condition est définie par le théorème de Shannon (dit aussi de Nyquist) : "Si le signal  $x(t)$  est à spectre borné ( $[-f_m, +f_m]$ ) on ne perd pas d'informations en l'échantillonnant à une fréquence supérieure à  $2f_m$ ".

La fréquence d'échantillonnage d'un signal est ainsi déterminée par la limite supérieure de sa bande de fréquence. Concernant le système de numérisation de la caméra, un filtrage passe-bas analogique coupe en entrée les fréquences supérieures à  $\frac{f_e}{2} = 0.5 MHz$ .

## Transformation de Fourier Discrète (TFD)

Cette transformation est introduite lorsqu'il s'agit de calculer la  $TF$  avec un ordinateur numérique. La consultation d'ouvrages spécialisés ([Brigham 74], [Gasquet et Witomski 95], [Bellanger 95], [Marion 87], [Da Silva Passos 89], [Van Den Enden 92]...) fait apparaître 2 approches pour définir la TFD. La première s'appuie sur l'observation graphique (figure E.1 précédente) basée sur la théorie de la TF continue. La TFD est alors la transformation qui fait correspondre  $N$  éléments d'une séquence périodique dans le plan réel à  $N$  éléments dans le plan fréquentiel.

Une autre approche consiste à définir la TFD à partir des coefficients du développement en série de Fourier de la fonction continue réduite à sa fenêtre d'observation  $T_o$ . C'est cette dernière que nous allons rappeler en nous inspirant de [Gasquet et Witomski 95] page 55.

Construction de la TFD :

Le signal  $x(t)$ , continu dans le temps, défini sur un intervalle de longueur  $T_o$  est remplacé par ses  $N$  valeurs discrètes  $x_k = x[k]$ , ( $k = 0, 1, 2, \dots, N - 1$ ) prélevées régulièrement avec la période d'échantillonnage  $T = \frac{T_o}{N}$  (voir fig E.2a).

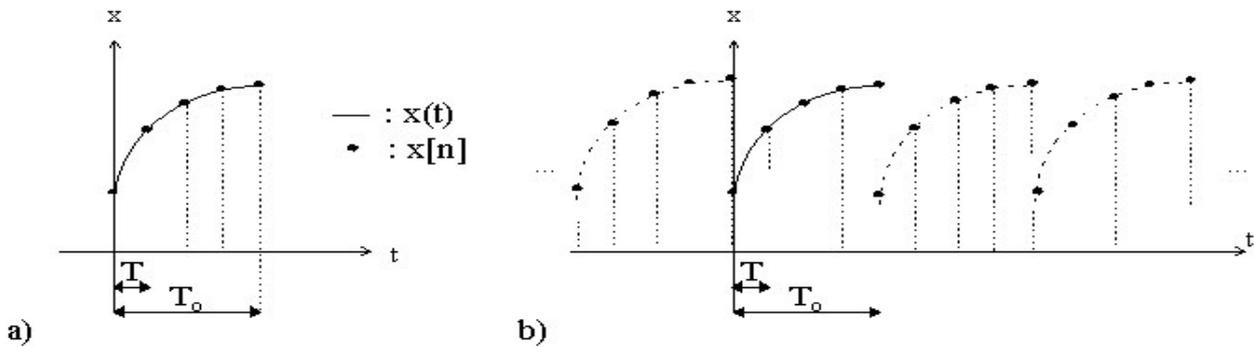


FIG. E.2 – a) Discrétisation du signal  $x(t)$ . b) Le signal discrétisé est considéré comme périodique de période  $T_o$ .

Pour établir la TFD du signal discret on va supposer que la fonction continue  $x(t)$  est une fonction périodique de période  $T_o$  (voir figure E.2b). Cette fonction étant périodique, elle peut-être développée en série de Fourier. Mais ici on va plutôt s'intéresser à la séquence discrète de valeurs  $x_k$ , elle aussi périodique (de période  $N$ ), et on va rechercher une approximation des coefficients  $c_n$  du développement en série de Fourier de  $x(t)$ . Ces coefficients tendant vers 0 quand  $n$  tend vers l'infini, on ne va en calculer qu'un nombre fini  $N$ , soit  $n = \frac{-N}{2}, \dots, \frac{N}{2} - 1$  si  $N$  est pair ou  $n = \frac{-(N-1)}{2}, \dots, \frac{N-1}{2}$  si  $N$  est impair. Les coefficients approchés  $c'_n$  sont obtenus par exemple, en approximant l'intégrale donnant  $c_n$  ( $c_n = \frac{1}{T_o} \int_0^{T_o} x(t) e^{-2i\pi \frac{nt}{T_o}} dt$ ) au moyen de la formule des trapèzes, on obtient :  $c'_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x_k e^{-2i\pi \frac{nk}{N}}$ .

Par définition la TFD d'ordre  $N$  (notée  $X_n$  ou  $\hat{x}[k]$ ) des  $N$  valeurs discrètes  $x_k$  (séquence périodique de période  $N$ ) s'identifie aux coefficients approchés  $c'_n$  de la série de Fourier de  $x(t)$ . D'où les formules équivalentes :

$$x_k = \sum_{n=0}^{N-1} X_n e^{2i\pi \frac{nk}{N}}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, N - 1 \quad (\text{E.1})$$

$$X_n = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=0}^{N-1} x_k e^{-2i\pi \frac{nk}{N}}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, N - 1$$

les coefficients de Fourier approchés sont :

$$c_n \simeq c'_n = \begin{cases} X_n & \text{si } 0 \leq n < \frac{N}{2} \\ X_{n+N} & \text{si } -\frac{N}{2} \leq n < 0 \end{cases}$$

L'équation E.1i représente la TFD inverse ( $\hat{x}^{-1}[k]$ ) de la séquence périodique  $X_n$ .

**Transformée de Fourier Rapide (TFR) ou FFT (Fast Fourier Transform) :**

Il ne s'agit pas d'une nouvelle définition mais tout simplement d'une méthode de calcul plus performante pour évaluer la TFD que sa formulation brute (équation E.1i). Le calcul est réalisé par multiplications matricielles à travers divers algorithmes plus ou moins performants selon les valeurs de  $N$ . Les calculs les plus rapides sont obtenus pour des valeurs de  $N$  qui sont des puissances de 2. Par exemple pour  $N = 1024$ , un algorithme de TFR réduit le nombre d'opérations d'un facteur 250!

**Convolution discrète (ou linéaire) :** ([Da Silva Passos 89] p110 et [Van Den Enden 92] p82)

Par analogie avec la convolution continue on définit la convolution discrète de deux séquences discrètes (non nécessairement finies)  $x[n]$  et  $h[n]$  :  $y[n] = x[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]h[n-k]$ .

Cette définition suppose que l'on connaisse une infinité d'échantillons des signaux  $x$  et  $h$ , ce qui est impossible dans la pratique. D'autre part cette somme peut poser des problèmes de convergence. Si les signaux discrets  $x$  et  $h$  sont de longueur finie  $N_1$  et  $N_2$ , le résultat est aussi de durée finie  $N_1 + N_2 - 1$ .

**Convolution circulaire** ([Brigham 74] p110, [Van Den Enden 92] p147) :

Une nouvelle définition de la convolution est introduite dans le cas de signaux discrets car elle permet d'écrire une des propriétés essentielle de la TFD :

$$P_{3i}: \widehat{x \otimes h} = N X.H$$

$$P_{3ii}: x.h = N (\widehat{X \otimes H})^{-1}$$

où  $\otimes$  désigne la convolution circulaire des 2 signaux discrets  $x$  et  $h$  :

$$(x \otimes h)[n] = \sum_{k=0}^{N-1} x[k]h[n-k]$$

Les signaux  $x$  et  $h$  doivent être des *séquences périodiques de période  $N$*  :  $x[k] = x[k+r.N]$ ,  $r \in \mathbb{Z}$ . Le résultat de cette opération est aussi une séquence périodique de période  $N$ . Les séquences finies  $X$  et  $H$ , de longueur  $N$ , sont les TFD d'ordre  $N$  des signaux discrets  $x$  et  $h$ .

**Remarques:**

**[R1]** Selon la manière utilisée pour définir la TFD plusieurs expressions de cette transformation coexistent. Dans le logiciel MATLAB comme dans d'autres références (exemple [Brigham 74], [Bellanger 95]) on trouve la même expression que l'équation E.1ii mais sans le coefficient  $\frac{1}{N}$ .

**[R2]** L'utilisation de la TFD pour filtrer numériquement un signal peut réserver des surprises dans le cas où la séquence discrète des données de départ n'est pas périodique ou même lorsque la largeur de la fenêtre de tronquage ne correspond pas à une période de cette fréquence, si elle existe.

**[R3]** On parle de convolution rapide lorsque la convolution circulaire est calculée à partir de la TFD (propriétés  $P_{3i}$  et  $P_{3ii}$ ).

**[R4]** Si les signaux discrets  $x$  et  $h$  sont de longueurs finies  $N_1$  et  $N_2$  alors la convolution circulaire permet de calculer un produit de convolution linéaire à condition de ne garder que l'intervalle fondamental (de longueur  $N$ ) du produit de convolution circulaire et de choisir une valeur  $N$  telle que  $N \geq N_1 + N_2 - 1$ .

**[R5]** A un coefficient  $N$  près les propriétés  $P_3$  sont similaires aux propriétés  $P_1$  obtenues dans le cas de la *TF*.

## Rappels sur le filtrage :

### Filtrage analogique

Soient :  $x(t)$  le signal unidimensionnel à filtrer,  $h(t)$  la réponse impulsionnelle du filtre et  $y(t)$  le signal filtré. L'opération de filtrage est réalisée dans l'espace réel par le produit de convolution suivant :  $y(t) = (x * h)(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)x(t - \tau) d\tau$  et dans l'espace des fréquences par le produit des transformées de Fourier :  $Y(f) = H(f).X(f)$ .

La forme de  $H$  dans l'espace des fréquences fixe le gabarit du filtre : passe-bas, passe-haut, multi-bandes,...

### Filtrage numérique

#### Définition

L'opération de convolution précédente dans le plan réel se traduit pour un signal discret par une opération de sommation *pondérée*. Le filtre numérique est défini par une suite de nombres qui constitue sa réponse impulsionnelle. Ainsi, si la suite à filtrer s'écrit  $x[n]$  (échantillonnée de  $x(t)$  à la période  $T$ ), la suite filtrée  $y[n]$  avec le filtre de réponse impulsionnelle  $h[n]$  est obtenue par la sommation suivante ([Bellanger 95]) :

$$y[n] = \sum_{m \in \mathbb{Z}} h[n]x[n - m] \quad (\text{E.2})$$

Deux cas se présentent alors :

- La sommation porte sur un nombre *fini* de termes, c'est à dire que les  $h[n]$  sont nuls sauf pour un nombre fini de valeurs de la variable entière  $m$ . Le signal de sortie est obtenue par une sommation pondérée du signal d'entrée. Ce type de filtre est dit à Réponse Impulsionnelle Finie (RIF ou FIR en anglais)
- La sommation porte sur un nombre infini de termes, les  $h[m]$  ont une infinité de valeurs non nulles. Le signal de sortie est obtenue par une sommation pondérée du signal d'entrée *et* du signal de sortie. Ces filtres sont dits à Réponse Impulsionnelle Infinie (RII ou IIR en anglais)

Les filtres RII sont plus performants que les filtres RIF dans le sens où ils nécessitent un ordre (largeur du filtre ou nombre de points) de filtrage plus faible, mais ils ont deux inconvénients majeurs : leur réponse en phase est non-linéaire et ils ne sont pas toujours stables.

Ces deux raisons nous ont conduit dans le cadre de notre étude à utiliser les filtres RIF plutôt que les filtres RII.

#### Filtres RIF ([Bellanger 95] p149)

Ces filtres sont aussi dits non-récurrents car ils ne nécessitent pas de boucle de réaction sur l'entrée dans leur mise en oeuvre. Soient  $b_l = b[l]$  ( $l = 0, \dots, L - 1$ ) les coefficients du filtre (ici filtre causal d'ordre  $N - 1$ ), l'opération de filtrage du signal  $x_l = x[l]$  ( $l = 0, 1, \dots, M - 1$ ) est définie par :

$$y[n] = \sum_{l=0}^{L-1} b[l] x[n - l] \quad (\text{E.3})$$

ce qui se traduit par :

$$\begin{aligned} y[0] &= b[0]x[0] \\ y[1] &= b[0]x[1] + b[1]x[0] \\ y[2] &= b[0]x[2] + b[1]x[1] + b[2]x[0] \\ &\dots \\ y[L - 1] &= b[0]x[L - 1] + b[1]x[L - 2] + \dots + b[L - 1]x[0] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y[L] &= b[0]x[L] + b[1]x[L-1] + \dots + b[L-1]x[1] \\
 &\dots \\
 y[M-1] &= b[0]x[M-1] + b[1]x[M-2] + \dots + b[L-1]x[M-L]
 \end{aligned}$$

Les coefficients de la somme pondérée constituent la réponse impulsionnelle du filtre :  $h[l] = b_l$  si  $0 \leq l \leq N-1$  et  $h[l] = 0$  ailleurs. En prenant la Transformée de Fourier continue ( $TF$ ) de l'équation précédente on obtient la fonction de transfert du filtre :

$$H(f) = \sum_{l=0}^{L-1} b_l e^{-2i\pi f l T}$$

ou encore si on l'exprime en fonction de la variable  $Z = e^{2i\pi f T}$  on obtient l'équation classique d'un filtre non-récuratif :

$$H(Z) = \sum_{l=0}^{L-1} b_l Z^{-l}$$

Reste maintenant à construire de tels filtres, c'est à dire à calculer les coefficients  $b_l$ . Plusieurs méthodes sont proposées dans la littérature, celle retenue dans ce travail est la méthode dite de la *fenêtre* : on se donne une forme analytique du gabarit  $H(f)$  de la fonction de transfert du filtre, on calcule la réponse impulsionnelle par  $TF^{-1}$ , on tronque cette réponse par une fenêtre (rectangulaire, hamming, ...) et enfin on discrétise ce dernier signal pour obtenir les coefficients  $b_l$ .

**Remarque importante :**

La relation de définition du filtre E.3 fait apparaître :

- des effets de bords affectant un nombre  $L$  de points (largeur du filtre) en début et en fin de signal.
- un déphasage du signal filtré dont la valeur constante est fonction de la taille du filtre. Par exemple, si le filtre comporte un nombre impair de points ( $L = 2P + 1$ ), alors le déphasage sera de  $P$  points. On parle aussi de temps de propagation  $\tau$  égal à  $P.T$ .

**Filtres gaussiens**

Ce type de filtre présente l'avantage de ne pas introduire de déphasage. La fonction de transfert de ce filtre  $H(f)$  est une gaussienne et comme la  $TF$  (et la  $TF^{-1}$ ) d'une gaussienne est aussi une gaussienne, la réponse impulsionnelle d'un tel filtre sera aussi une gaussienne  $h(t)$  :

$$\begin{aligned}
 H(f) &= e^{-\frac{f^2}{2\alpha^2}} \\
 h(t) &= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}
 \end{aligned} \tag{E.4}$$

$\alpha$  : désigne la fréquence de coupure du filtre, si cette fréquence de coupure n'est pas trop élevée on vérifie que  $\int_{-\infty}^{+\infty} h(t) dt = 1$ .

En pratique ce filtre est réalisé par discrétisation du spectre réel  $H(f)$  à la fréquence d'échantillonnage  $(\frac{1}{M0})$ , où  $M0$  est la longueur du signal à filtrer.



# Bibliographie

- [Bellanger 95] Bellanger M., Traitement Numérique du Signal - théorie et pratique, Ed. Masson, (1995).
- [Brigham 74] Brigham E.O., The Fast Fourier Transform, Ed. Prentice-Hall, (1974).
- [Da Silva Passos 89] Da Silva Passos A. Méthodes mathématiques du traitement numérique du signal, Ed. Eyrolles, (1989).
- [Gasquet et Witomski 95] Gasquet G. et Witomski P., Analyse de Fourier et applications, Filtrage, Calcul numérique, Ondelettes, Ed. Masson, (1995).
- [Marion 87] Marion A., Introduction aux techniques de traitement d'images, Ed. Eyrolles, (1987).
- [Van Den Enden 92] Van Den Enden A.W.N. et Verhoeckx N.A.M., Traitement numérique du signal, Ed. Masson, (1992).



# **BIBLIOGRAPHIE**



# Bibliographie

- [Anand and Spitzig 80] Anand L. and Spitzig W.A., Initiation of localized shear bands in plane strain, *J. Mech. Phys. Solids*, V. 28, pp 113-128, (1980).
- [Ananthan and Hall 91] Ananthan V.S. and Hall E.O. , Macroscopic aspects of Lüders band deformation in mild steel, *Acta metall. mater.*, N° 12, pp 3153-3160, (1991).
- [Arrieux 87] Arrieux R., Les critères limites en emboutissage, Ecole d'été d'Oléron: "Physique et Mécanique de la mise en forme des métaux, Ed. Moussy F. et Franciosi P., (1987).
- [Arrieux 90] Arrieux R., Détermination théorique et expérimentale des courbes limites de formage en contraintes, Thèse d'Etat, Insa de Lyon et Université Lyon I, (1990).
- [Bai 82] Bai Y.L., Thermoplastic instability in pure shear, *J. Mech. Phys. Solids*, V. 30, p 195-207, (1982).
- [Barata Da Rocha and Jalinier 85] Barata Da Rocha A. and Jalinier J.M., The development of strain gradients in sheet metal forming processes, dans : "Plastic Instabilities", Considère Memorial, Paris, ENSPC, (1985).
- [Barbier *et al.* 98] Barbier G., Benallal A. et V. Cano, Relation théorique entre la méthode de perturbation linéaire et l'analyse de bifurcation pour la prédiction de la localisation des déformations, *C.R. Acad. Sciences, Paris, II*, 326, pp 153-158, (1998).
- [Béda 97] Béda P.B., Material instability in dynamical systems, *Eur. J. Mech. A/Solids*, 16, n°3, pp 501-513 (1997).
- [Bellanger 95] Bellanger M., Traitement Numérique du Signal - théorie et pratique, Ed. Masson, (1995).
- [Belmahjoub 90] Belmahjoub F., Comportement thermomécanique de matériaux métalliques sous divers trajets de chargement uniaxe, Thèse de doctorat, Université Montpellier II, (1990).
- [Benallal 89] Benallal A., Thermoviscoplasticité et endommagement des structures, Thèse d'état, Université Paris 6, (1989).
- [Benallal *et al.* 89] Benallal A., Billardon R. et Geymonat G., Conditions de bifurcation à l'intérieur et aux frontières pour une classe de matériaux non-standards, *Comptes Rendus Acad. Sciences, Paris, II*, 308, pp 893-898, (1989).
- [Benallal 92] Benallal A., Localisation phenomena in thermoelastoplasticity, *Arch. Mech.*, V. 44, pp 15-29, (1992).
- [Benallal and Comi 96] Benallal A. and Comi C. , Localization analysis via a geometrical method, *Int. J. Solids Struct.*, V. 33, N°1, pp 99-119, (1996).
- [Béranger *et al.* 94] Béranger G., Henry G., Sanz G., Le livre de l'acier, Ed Lavoisier Tech et Doc, (1994).
- [Bigoni and Hueckel 91] Bigoni D. and Hueckel T., Uniqueness and localization -I. associative and non-associative elastoplasticity, *Int. J. Solids Struct.*, V. 28, N°2, pp 197-213, (1991).

- [Billardon 89] Billardon R., Etude de la rupture par la mécanique de l'endommagement, Thèse d'état, Univ. Paris 6, (1989).
- [Bouc et Nayroles 85] Bouc R. et Nayroles B., Méthodes et résultats en thermographie infrarouge des solides, J. de Méca.Théor. Appl., Vol. 4, N°1, pp27-58, (1985).
- [Bréchet *et al.* 96] Bréchet Y., Canova G. and Kubin L.P., Strain softening, slip localization and propagation : from simulations to continuum modelling, Acta mater., V. 44, N° 11, pp 4261-4271, (1996).
- [Bremond 82] Bremond P., Développement d'une instrumentation infrarouge pour l'étude des structures mécaniques. Application à l'étude des extrémités de fissures, Thèse docteur ingénieur, Marseille, (1982).
- [Brigham 74] Brigham E.O., The Fast Fourier Transform, Ed. Prentice-Hall, (1974).
- [Callen 85] Callen H., Thermodynamics and an introduction to thermostatic, Ed. J. Willey and sons, (1985).
- [Cano 96] Cano V., Instabilité et rupture dans les solides élastoviscoplastiques, thèse de doctorat, Université Paris 6, (1996).
- [Chandrasekhar 61] Chandrasekhar S., Hydrodynamic and hydromagnetic stability, Oxford Clarendon Press, (1961).
- [Chang and Asaro 81] Chang Y.W. and Asaro R.J., An experimental study of shear localization in aluminium-copper single crystals, Acta. Metall., V. 29, pp 241-257, (1981).
- [Chezeaux 81] Chezeaux J.C., Application de la radiométrie infrarouge à l'étude des structures mécaniques: numérisation et acquisition de l'image thermique de la caméra AGA sw 780, Rapport DGRST, n°79.7.1535, (1981).
- [Chrysochoos 85] Chrysochoos A., Bilan énergétique en élastoplasticité grandes déformations, J. Méca. Th. A., Vol.4, n°5, pp589-614, (1985).
- [Chrysochoos 87] Chrysochoos A., Dissipation et blocage d'énergie lors d'un écrouissage en traction simple, Thèse de docteur d'état, Université Montpellier II (1987).
- [Chrysochoos and Dupre 92] Chrysochoos A. and Dupre J.C., An infrared set-up for continuum thermomechanics, QUIRT 92, Eurotherm Series 27, EETI ed., Paris, (1992).
- [Chrysochoos 95] Chrysochoos A., Analyse du comportement des matériaux par thermographie infrarouge, Photomécanique 95, p.203-211,Ed. Eyrolles (1995).
- [Chrysochoos *et al.* 98] Chrysochoos A., Louche H., Murracchiole J.M., Nemoz-Gaillard M., Saurel J.L., Wattresse B.. Experimental analysis of localization mechanisms in steels by infrared and speckle image processing, IUTAM Symposium, Poitiers, Aout 98, (1998).
- [Chrysochoos and Louche 99] Chrysochoos A. and Louche H., Infrared analysis of dissipative effects accompanying strain localization in steels, en préparation pour Int. J. of Eng. Sci., (1999).
- [Clifton 78] Clifton R., Report to the NRC committee on material response to ultrasonic loading rates, (1978).
- [Coleman and Noll 63] Coleman B.D. and Noll W., The thermodynamics of elastic materials with heat conduction and viscosity, Arch. Rat.Mech.Anal., Vol. 13, n°167, (1963).
- [Comi *et al.* 95] Comi C., Berthaud Y. and Billardon R., On localization in ductile-brittle materials under compressive loadings, Eur. J. Mech., A/Solids, V. 14, n°1, pp 19-43, (1995).

- [Conrad and Stone 64] Conrad H. and Stone G., The effect of stress on the Lüders band velocity in niobium, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 12, pp 139-148, (1964).
- [Considère 1885] Considère A., 1885. L'emploi du fer et de l'acier dans les constructions, *Ann. Ponts Chaussées*, vol 9, p574, (1885).
- [Cordebois 83] Instabilités et Rupture dans les solides élastoviscoplastiques, Thèse d'état, Univ. Paris 6, (1983).
- [Cordebois et Ladevèze 86] Cordebois J.P. et Ladevèze P., Sur la prévision des courbes limites d'emboutissage, *J. de Mécanique, Théor. et Appl.*, V. 5, N° 3, pp 341-370, (1986).
- [Cottrell 48] Cottrell A.H., Report of the Bristol Conference on Strength of Solids, *Phys. Soc. Lond.*, Vol. 30, (1948).
- [Da Silva Passos 89] Da Silva Passos A. Méthodes mathématiques du traitement numérique du signal, Ed. Eyrolles, (1989).
- [Desoyer 94] Desoyer T., Influence des gradients d'endommagement d'ordres supérieurs sur les conditions de localisation, Colloque National Mecamat, Poitiers, (1994).
- [Desrues 85] Desrues J., Naissance des bandes de cisaillement dans les milieux granulaires : expérience et théorie, Colloque CNRS : Les instabilités mécaniques, développement et périodicité, 10-11 Octobre 85, Grenoble, pp 11-54 (1985).
- [Desrues and Chambon 85] Desrues J. and Chambon R., Bifurcation par localisation de la déformation : étude expérimentale et théorique à l'essai biaxial sur sable, "Large deformation in solids", Ed. Gittus J., Zarka J. and Nemat-Nasser S., Paris, 30 Sept.- 2 Oct. , (1985).
- [Desoyer and Cormery 94] Desoyer T. and Cormery F. , On uniqueness and localization in elastic-damage materials, *Int. J. Solids Struct.*, V. 31, N°5, pp 733-744, (1994).
- [De Vriendt 84] De Vriendt A.B. La transmission de la chaleur, Vol1, Tome1, Ed. Gaëtan Morin, Chicoutimi, Québec, (1984).
- [Dinzart 94] Dinzart F., Bandes de cisaillement adiabatiques : effets géométriques et effets de conduction, Thèse de doctorat, Université de Metz, (1994).
- [Doghri and Billardon 95] Doghri I. and Billardon R., Investigation of localisation due to damage in elastoplastic materials, *Mech. of Mater.*, V. 19, pp 129-149, (1995).
- [Drucker 51] Drucker D.C., A more fundamental approach to stress-strain relations, *Poc. 1st US Nat. Congr. Appl. Mech.*, ASME, pp 447-491 (1951).
- [Dudzinski and Molinari 91] Dudzinski D. and Molinari A. , Perturbation analysis of thermoviscoplastic instabilities in biaxial loading, *Int. J. Solids Struct.*, V. 27,N°5, pp 601-628, (1991).
- [Dupré 92] Dupré J.C., Traitement et analyse d'images pour la mesure de grandeurs cinématiques, déplacements et déformations à partir de la granularité laser et de réseaux croisés, et pour l'étude de couplages thermomécaniques, Thèse de Doctorat, Université de Poitiers, (1992).
- [Estrin and Kubin 86] Estrin Y. and Kubin L.P., Local strain hardening and nonuniformity of plastic deformation, *Acta metall.*, V. 34, N° 12, pp 2455-2464, (1986).
- [Estrin and Kubin 88] Estrin Y., and Kubin L.P., Plastic instabilities: Classification and Physical Mechanisms, *Res Mechanica*, 23, pp. 197-221, (1988).
- [Estrin and Kubin 88] Estrin Y. and Kubin L.P., Strain nonuniformities and plastic instabilities, *Revue Phys. Appl.*, V. 23, pp 573-583, (1988).

- [Estrin *et al.* 93] Estrin Y., Kubin L.P. and Aifantis E.C., Introductory remarks to the viewpoint set on propagative plastic instabilities, *Scripta Metall. et Mater.*, Vol. 29, pp 1147-1150, (1993).
- [Faure 91] Faure P., Analyse, optimisation et filtrage numérique, Cours de l'Ecole polytechnique, (1991).
- [Fell 35] Fell E.W., *J. Iron. St. Inst.*, Vol. 132, p75, (1935).
- [Ferron 81] Ferron G., Influence of heating generation and conduction on plastic stability under uniaxial tension, *Mat. Sci. Engng.*, V. 49, pp 241-248, (1981).
- [Fortes 84] Fortes M.A., Constitutive equations for inhomogeneous plastic flow and application to Lüders band propagation, *J. of Mater. Science*, Vol. 19, pp 1496-1504 (1984).
- [Fressengeas and Molinari 85] Fressengeas C. and Molinari A., Inertia and thermal effects on the localization of plastic flow, *Acta metall.*, vol.33,pp.387-396, (1985).
- [Fressengeas and Molinari 87] Fressengeas C. and Molinari A., Instability and localization of plastic flow in shear at high strain rates, *J. Mech. Phys. Solids*, V. 35, N° 2, p 185-211, (1987).
- [Gasquet et Witomski 95] Gasquet G. et Witomski P., Analyse de Fourier et applications, Filtrage, Calcul numérique, Ondelettes, Ed. Masson, (1995).
- [Gaussorgues 89] Gaussorgues G., La thermographie infrarouge, Ed. Techniques et Documentation, Lavoisier, Paris, (1989).
- [Germain 73] Germain P., Cours de mécanique des milieux continus, Ed. Dunod, 1973.
- [Germain *et al.* 83] Germain P., Nguyen Q.S. and Suquet P., Continuum Thermodynamics, *Trans. of the ASME*, Vol. 50, pp 1010-1020, (1983).
- [Goodwin 68] Goodwin G.M., Application of the strain analysis to steel metal forming in press shop, *La Metallurgica Italiana*, N° 8, pp 767-772, (1968).
- [Gosh 77] Gosh A.K., Tensile instability and necking in materials with strain hardening and strain-rate hardening, *Acta. Metall.*, V. 25, pp 1413-1424, (1977).
- [Green and Naghdi 65] Green A. E. and Naghdi P. M., A general theory of an elastic plastic continuum, *Arch. Rat. Mech. Anal.*, (1965).
- [Grumbach et Sanz 72] Grumbach M. et Sanz G., Influence des grilles de mesure et des trajectoires de déformation sur les courbes limites d'emboutissage, *Proc. 7th Int. Deep Drawing Research Group Congress*, Amsterdam, p 41, (1972).
- [Habbaud 94] Habbaud M., Instabilités plastiques en élasto-plasticité anisotrope et grandes déformations, Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon, (1994).
- [Hadamard 03] Hadamard J., Leçons sur la propagation des ondes et les équations de l'hydrodynamique, Ed. Hermann, Paris, (1903).
- [Hahn 62] Hahn G.T. , A model for yielding with special reference to the yield-point phenomena of iron and related bcc metals, *Acta metallurgica*, Vol. 10, (1962).
- [Hähner and Zaiser 93] Hähner P. and Zaiser M. Propagative modes of plastic deformation, *Colloque C7, Supplément au Journal de Physique III*, Vol.3, Nov 93,pp 1995-2004, (1993).
- [Hähner 94] Hähner P., Theory of solitary Plastic Waves, Part I: Lüders bands in Polycrystals, *Appl. Phys.*, A58, pp 41-48, (1994).
- [Hähner 95] Hähner P., A generalized criterion of plastic instabilities and its application to creep damage and superplastic flow, *Acta Metall. mater.*, V. 43, N° 11, pp 4093-4100, (1995).

- [Hall 51] Hall E.O., Proc. Phys. Soc. Lond., B64, p742, (1951).
- [Hart 67] Hart E.W., Theory of the tensile test, Acta Met., V. 15, pp 351-355, (1967).
- [Hassani 94] Hassani R., Modélisation numérique de la déformation des systèmes géologiques, Thèse de doctorat, Université Montpellier II, (1994).
- [Hibon 94] Hibon G., Instabilité thermodynamique, Rapport CRPC -Sollac Fos, Réf: FRA 016 94, (1994).
- [Hill 52] Hill R., On discontinuous plastic states with special reference to localized necking in thin sheets, J. Mech. Phys. Solids, V. 1, pp19-30, (1952).
- [Hill 57] Hill R., On uniqueness and stability in the theory of finite elastic strain, J. Mech. Phys. Solids, V. 5, pp 229-241, (1957).
- [Hill 58] Hill R., A general theory of uniqueness and stability in elastic-plastic solids, J. Mech. Phys. Solids, V. 6, pp 236-249, (1958).
- [Hill 59] Hill R., Some basic principles in the mechanics of solids without a natural time, J. Mech. Phys. Solids, V. 7, pp 209-225, (1959).
- [Hill 62] Hill R., Acceleration waves in solids, J. Mech. Phys. Solids, V. 10, pp.1-16, (1962).
- [Hill and Hutchinson 75] Hill R. and Hutchinson J.W., Bifurcation phenomena in the plane tension test, J. Mech. Phys. Solids, V. 23, pp.239-264, (1975).
- [Hutchinson and Miles 74] Hutchinson J.W. and Miles J.P., Bifurcation analysis of the onset of necking in an elastic/plastic cylinder under uniaxial tension, J. Mech. Phys. Solids, V. 22, pp.61-71, (1974).
- [Hutchinson and Neale 78] Hutchinson J.W and Neale K.W., Mechanics of sheet metal forming, Ed. Plenum Press, NY, p127, (1978).
- [Iricibar *et al.* 77] Iricibar R., Mazza J. and Cabo A., On the Lüders band front in mild steel -part I and part II, Acta metall., Vol. 25, pp 1163-1177, (1977).
- [Jaoul 61] Jaoul B., Consolidation des polycristaux de fer et hypothèses sur l'origine du palier des courbes de traction, J. Mech. Phys. Solids, Vol. 9-2, pp 69-90, (1961).
- [Jaoul 64] Jaoul B., Etude de la plasticité et Applications aux métaux, Dunod, Paris, (1964).
- [Johnston and Gilman 59] Johnston W.G. and Gilman J.J., J. Appl. Phys., Vol. 30, p129, (1959).
- [Kapoor and Nemat-Nasser 98] Kapoor R. and Nemat-Nasser S., Determination of temperature rise during high strain rate deformation, Mech. of Mat., Vol. 27, pp 1-12, (1998).
- [Keeler 65] Keeler S.P., Determination of the forming limits in automotive stamping, Sheet Metal Industries, N° 42, pp 683-703, (1965).
- [Kim and Wagoner 87] Kim Y.H. and Wagoner R.H., Analytical investigation of deformation induced heating in tensile testing, Int. J. Mech. Sci, vol 29, n°3, pp 179-194, (1987).
- [Kubin and Estrin 88] Kubin L.P. and Estrin Y., Strain nonuniformities and plastic instabilities, Revue Phys. Appl., Vol. 23, pp 573-583, (1988).
- [Landau and Lifschitz 71] Landau L. and Lifschitz E., Mécanique des fluides, Ed. MIR, Moscou, (1971).
- [Le Gac 82] Le Gac H., Déformation et striction en traction des produits plats, Rapport IRSID n° EM/82, (1982).

- [Lee 69] Lee E. H., Elastic plastic deformation at finite strains, *J. Appl.Mech.*, vol. 36, pp1-6, 1969.
- [Lee *et al.* 95] Lee H., Im S. and Atluri S.N., Strain localization in an orthotropic material with plastic spin, *Int. J. of Plast.*, V. 11, N°4, pp423-450, (1995).
- [Lemaitre et Chaboche 85] Lemaitre J. et Chaboche J.L., *Mécanique des matériaux solides*, Ed. dunod, (1985).
- [Leroy and Ortiz 89] Leroy Y. and Ortiz M., Finite element analysis of strain localization in frictional materials, *Int. J. for Numer. Anal. Methods geomech.*, V. 13, pp 53-74, (1989).
- [Leroy *et al.* 89] Leroy Y., Needleman A. and Ortiz M., An overview of finite element methods for the analysis of strain localization, in “Cracking and damage: strain localization and size effects”, Mazars J. and Bazant Z.P. Ed, Cachan, (1989).
- [Leroy and Ortiz 90] Leroy Y. and Ortiz M., Finite element analysis of transient strain localization phenomena in frictional solids, *Int. J. for Numer. Anal. Methods geomech.*, V. 14, pp 93-124, (1990).
- [Li and Zhu 95] Li G.C. and Zhu C., Formation of shear bands in plane sheet, *Int. J. Plast.*, V. 11, N° 5, pp 605-622, (1995).
- [Lisiecki *et al.* 92] Lisiecki B., Kubin L., Estrin Y., Thermal effects during plastic flow in Nickel-base superalloys , *Metal. Sci. Tech.*, vol 10, n°1, pp.10-15 (1992).
- [Lobel 95] Löbel-Tuffraud M., Caractérisation thermomécanique d’alliages à mémoire de forme de type CuZnAl, Domaine de transition et cinétique de changement de phase, Thèse de doctorat, Université Montpellier II, (1995).
- [Lomer 52] Lomer W.M. , The yield phenomenon in polycrystalline mild steel, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 1, pp 64-75, (1952).
- [Loret *et al.* 95] Loret B., Martins J.A. and Simoes F.M., Surface boundary conditions trigger flutter instability in non-associative elastic-plastic solids, *Int. J. Solids Struct.*, V. 32, N°15, pp 2155-2190, (1995).
- [Louche 97] Louche H., Etalonnage de la caméra Agema 880 sw, Note interne, LMGC, (1997).
- [Lüders 1860] Lüders W., *Dinglers Polytech. J.*, vol 18, pp 155, (1860).
- [Luong 95] Luong M.P., Mesure rapide de la limite de fatigue des métaux par thermographie infrarouge, *La revue de Métallurgie-CIT*, Fév. 1995.
- [Maier and Hueckel 79] Maier G. and Hueckel T., Non-associated and coupled flow-rules of elastoplasticity for rock-like materials, *Int. J. Rock. Mech. Min. Sci.*, V. 16, p17, (1979).
- [Mandel 62] Mandel J., Ondes plastiques dans un milieu indéfini à trois dimensions, *J. Mécanique*, V. 1, N°1, pp3-30, (1962).
- [Mandel 64] Mandel J., Condition de stabilité et postulat de Drücker, *Rhéologie et Mécanique des sols*, Kravtchenko et Syries (Ed.), IUTAM Symposium, Grenoble, pp.58-68, (1964).
- [Marchand and Duffy 88] Marchand A. and Duffy J., An experimental study of the formation process of adiabatic shear bands in a structural steel, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol 36, No 3, pp.251-283 (1988).
- [Marciniak and Kuczinski 67] Marciniak Z. and Kuczinski K., Limit strains in the processus of stretch forming sheet metal, *Int. J. Mech. Sci.*, V. 9, p 609, (1967).
- [Marion 87] Marion A., *Introduction aux techniques de traitement d’images*, Ed. Eyrolles, (1987).

- [Meissonnier *et al.* 96] Meissonnier F, Peyroux R. and Chrysochoos A., Finite element analysis of strain localization induced by thermochemical couplings in a Kelvin-Voigt model, ESDA'96, 1-4 Juillet, Montpellier, (1996).
- [Meyer 90] Meyer Y., Ondelettes et opérateurs, Tome 1, Actualité mathématique, Ed. Hermann, (1990).
- [Mgil *et al.* 98] Mgil S., Morestin F. et Brunet M., Mesure des déformations par corrélation directe d'images numériques - détermination expérimentale des courbes limites de formage, Colloque Photomécanique, Marne la Vallée, pp 361-368, (1998).
- [Miles 71] Miles J.P., Bifurcation in plastic flow under uniaxial tension, *J. Mech. Phys. Solids*, V. 19, pp. 89-102, (1971).
- [Miles 75] Miles J.P., The initiation of necking in rectangular elastic/plastic specimens under uniaxial and biaxial tension, *J. Mech. Phys. Solids*, V. 23, pp. 197-213, (1975).
- [Molinari 85] Molinari A., Instabilité thermoviscoplastique en cisaillement simple, *J. Méca. Théor. Appl.*, V. 4, N°5, p 659, (1985).
- [Molinari and Clifton 87] Molinari A. and Clifton R., Analytical characterisation of shear localisation in thermoviscoplastic materials, *J. Appl. Mech.*, V. 54, p 806, (1987).
- [Moreau 70] Moreau J.J., Sur les Lois de Frottement, de Viscosité et de Plasticité, C.R.A.S., Paris, Vol. 271, pp 608-611, (1970).
- [Mroz and Raniecki 76] Mroz Z. and Raniecki B., On the uniqueness problem in coupled thermoplasticity, *Int. J. Engng. Sci.*, V. 14, pp211-221, (1976).
- [Nagase and Suzuki 92] Nagase Y. and Suzuki S., On the decrease of fatigue limit due to small prestrain, *J. of Eng. Mat. and Tech.*, V. 114, p317, (1992).
- [Needleman 72] Needleman A., A numerical study of necking in circular cylindrical bars, *J. Mech. Phys. Solids*, V. 20, pp. 11-127, (1972).
- [Needleman 88] Needleman A., Continuum mechanics studies of plastic instabilities, *Revue Phys. Appl.*, V. 23, pp 585-593, (1988).
- [Neilsen and Schreyer 93] Neilsen M.K. and Schreyer H.L., Bifurcations in elastic-plastic materials, *Int. J. Solids Struct.*, V. 30, N°4, pp 521-544, (1993).
- [Neuhäuser and Hampel 93] Neuhäuser H. and Hampel A., Observation of Lüders bands in single crystals, *Scripta Metall. et Mater.*, Vol. 29, pp 1151-1157, (1993).
- [Nguyen et Bui 74] Nguyen Q.S. et Bui H.D., Sur les matériaux élastoplastiques à écrouissage positif ou négatif, *J. de Mécanique*, V. 13, N° 2, (1974).
- [Nguyen et Halphen 75] Nguyen Q.S. et Halphen B., Sur les matériaux standards généralisés, *J. de Mécanique*, Vol. 14, n°1, (1975).
- [Onsager 31] Onsager L., Reciprocal relations in irreversible processes, *Phys. Rev.*, Vol. 37, p405, (1931).
- [Ottosen and Runesson 91] Ottosen N.S and Runesson K., Acceleration waves in elastoplasticity, *Int. J. Solids Struct.*, V. 28, N°2, pp 135-159, (1991).
- [Paglietti 98] Paglietti A., The implications of thermal energy exchanges on material stability, *Int. J. of Plast.*, V. 14, N°1-3, pp 75-83, (1998).
- [Pajani 89] Pajani D., Mesure par thermographie infrarouge, Ed. ADD, Chatenay-Malabry, (1989).

- [Papini et Gallet 94] Papini F. et Gallet P., Thermographie Infrarouge - Image et mesure, Ed. Masson, 240p, (1994).
- [Parniere et Sanz 75] Parniere P. et Sanz G., Appréciation des caractéristiques d'emboutissabilité des tôles minces, dans : Mise en Forme des Métaux et Alliages, Ed. CNRS, Chap. XIX, p 305, (1975).
- [Pasquetti *et al.* 90] Pasquetti R. et Le Nilliot C., Conduction inverse par éléments de frontière. Cas stationnaire, Revue Phys. Appl., 25, pp99-107, (1990).
- [Peerlings *et al.* 96] Peerlings R.H., De Borst R., Brekelmans W.A., De Vree H.J.H. and Spee I., Some observations on localization in non-local and gradient damage models, Eur. J. Mech., A/Solids, V. 15, n°6, pp 937-953, (1996).
- [Petryk 85] Petryk H., On energy criteria of plastic instability, "Plastic Instability", Considère Memorial, Paris, ENSPC, (1985).
- [Pham 94] Pham H., Analyse thermomécanique du comportement d'un alliage à mémoire de forme de type CuZnAl, Thèse de doctorat, Université Montpellier II, (1994).
- [Pierce *et al.* 82] Pierce D., Asaro R.J. and Needleman A., An analysis of nonuniform and localized deformation in ductile single crystals, Acta. metall., V. 30, pp 1087-1119, (1982).
- [Pierre 90] Pierre Ph., Critères d'instabilité plastique. Influence de gradients de contraintes dans l'épaisseur des tôles embouties, Thèse de Doctorat, Univ. Paris 6, (1990).
- [Pijaudier-Cabot and Bazant 87] Pijaudier-Cabot G. and Bazant Z.P., Non local Damage Theory, J. Eng. Mech., V. 113, N° 10, pp 1512-1533, (1987).
- [Piobert *et al.* 1842] Piobert A., Morin et Didion, Mem. Artillerie, vol V, p505, (1842).
- [Pomey *et al.* 64] Pomey G., Grumbach M. et Crussard C., dans "Mém. Scient. Rev. Mét.", V. 61, p243, (1964).
- [Prigogine 61] Prigogine I., Introduction to Thermodynamics of Irreversible Processes, Ed. Intersciences, New York, (1961).
- [Raniecki and Bruhns 80] Raniecki B. and Bruhns O.T., Bounds to bifurcation stress in solids with non-associated plastic flow law at finite strains, J. Mech. Phys. Solids, V. 29, pp 153-172, (1980).
- [Read and Hegemier 84] Read H.E. and Hegemier G.A., Strain softening of rock, soil and concrete - a review article, Mech. of Materials, V. 3, pp 271-294, (1984).
- [Rice 76] Rice J.R., The localization of plastic deformation, Theoretical and Applied Mechanics, W. T. Koiter (Ed.), North Holland, Amsterdam (1976).
- [Rice and Rudnicki 80] Rice J.R. and Rudnicki J.W., A note on some features of the theory of localization of deformation, Int. J. Solids Struct., V. 16, pp 597-605, (1980).
- [Ronde Oustau et Moussy 96] Ronde Oustau F. et Moussy F., L'emboutissage : progrès récents et évolutions attendues. Actes du Colloque National Mecamat '96, "Mécanismes et Mécanique des Grandes Déformations", Aussois, 29 Janv.au 2 Fév., pp 44-50, (1996).
- [Rousselier 91] Rousselier G., Application de l'analyse de stabilité d'une perturbation à la localisation de la déformation dans un matériau dilatable adoucissant, Comptes Rendus Acad. Sciences, Paris, IIb, 313, pp 1367-1373, (1991).

- [Rousselier 95] Rousselier G., Localisation de la déformation dans des matériaux plastiques et viscoplastiques, dilatables, soumis à des sollicitations thermomécaniques et dynamiques tridimensionnelles, *Comptes Rendus Acad. Sciences, Paris, IIB*, 320, pp 265-270, (1995).
- [Rudnicki and Rice 75] Rudnicki J.W. and Rice J.R., Conditions for the localization of deformation in pressure-sensitive dilatant materials, *J. Mech. Phys. Solids*, V. 23, pp 371-394, (1974).
- [Saix et Jouanna 81] Saix Ch. et Jouanna P., Analyse de la dissipation plastique dans des pièces métalliques, *J. de Méca. Appl.*, Vol 5, N°1, (1981).
- [Scholz 99] Scholz J., Etude d'un acier inoxydable instable, thèse de doctorat, Université Paris 6 - ENS Cachan, soutenance prévue en 99, (1999).
- [Schreyer and Chen 86] Schreyer H.L. and Chen Z., One dimensional softening with localization, *J. Appl. Mech.*, V. 53, pp 791-797, (1986).
- [Shaw and Kyriakides 98] Shaw J.A. and Kyriakides S., Initiation and propagation of localized deformation in elasto-plastic strips under uniaxial tension, *Int. J. Plast.*, V. 13, n°10, pp 837-871, (1998).
- [Shawki and Clifton 89] Shawki T.G. and Clifton R.J., Shear Band Formation in Thermal Viscoplastic Materials, *Mech. of Materials*, V. 8, N° 1, pp 13 ,(1989).
- [Spitzig 81] Spitzig W.A., Deformation behavior of nitrogenated FeTiMn and FeTi single crystals, *Acta Metall.*, V. 29, pp 1359-1377, (1981).
- [Storen and Rice 75] Storen S. and Rice J.R., Localized necking in thin sheets, *J. Mech. Phys. Solids*, V. 23, pp. 421-441, (1975).
- [Swift 52] Swift H.W., Plastic instability under plane stress, *J. Mech. Phys. Solids*, V. 1, pp1-18, (1952)
- [Szabo 98] Szabo L., On the eigenvalues of the fourth-order constitutive tensor and loss of strong ellipticity in elastoplasticity, *Int. J. of Plast.*, V. 13, N°10, pp 809-835, (1998).
- [Thomas 61] Thomas T.Y., *Plastic Flow and Fracture in Solids*, Academic Press, NY, (1961).
- [Truesdell 69] Truesdell C., *Rational Thermodynamics*, Ed. Mac Graw Hill, New York, (1969).
- [Tvergaard and Needleman 81] Tvergaard V. and Needleman A., Flow Localization in the Plane Strain Tensile Test, *J. Mech. Phys. Solids*, V. 29, pp 115-142, (1981).
- [Valanis 85] Valanis K.C., On the uniqueness of solution of the initial value problem in softening materials, *J. of Appl. Mat.*, V. 52, pp 649-653, (1985).
- [Van Den Enden 92] Van Den Enden A.W.N. et Verhoeckx N.A.M., *Traitement numérique du signal*, Ed. Masson, (1992).
- [Vardoulakis 94] Vardoulakis I., Potentials and limitations of softening models in geomechanics (The role of Second Order Work), *Eur. J. Mech., A/Solids*, V. 13, n°4 - suppl., pp 195-226, (1994).
- [Vicente 94] Vicente J., Détermination des sources de chaleur par transformée ondelette, mémoire de DEA, Université Montpellier II, (1994).
- [Wattrisse *et al.* 98] Wattrisse, B., Némoz-Gaillard, M., Muracciole, J.-M., Chrysochoos, A., Etude cinématique des phénomènes de localisation dans un acier par intercorrélation d'images., *Actes du Colloque National, Photomécanique*, Eyrolles Ed, pp. 21-28, (1998).
- [Wattrisse 99] Wattrisse B., Etude cinématique des phénomènes de localisation dans des aciers par intercorrélation d'images, Thèse de Doctorat, Université Montpellier II, (1999).

- [Weertman *et al* 83] Weertman J. and Weertman J.R., Physical metallurgy, part II, Ed. Cahn R.W. and Haasen P., North holland physics publishing, pp 1296-1305, (1983).
- [Young and Kinloch 83] Young R.J. and Kinloch , Fracture behaviour of polymers, Ed. Elsevier Appl. Sc., (1983).
- [Zaiser and Hähner 97] Zaiser M., Hähner P., Oscillatory modes of plastic deformation : theoretical concepts, Phys. Stat. Sol. (b), Review Article, vol.199, pp 267-330, (1997).
- [Zener and Holomon 44] Zener C. and Holomon J.H., J. Appl. Phys., V. 15, pp22-32, (1994).

## ANALYSE PAR THERMOGRAPHIE INFRAROUGE DES EFFETS DISSIPATIFS DE LA LOCALISATION DANS DES ACIERS

### Résumé :

La compréhension et la modélisation des mécanismes de localisation observés lors de processus d'emboutissage représentent un enjeu industriel important. L'objectif de ce travail est d'étudier, par une approche expérimentale basée sur l'analyse des sources de chaleur, les manifestations de localisation pouvant se produire, sur des aciers, lors d'essais quasi-statiques de traction monotone. À partir d'un traitement d'images thermiques infrarouge (effets) et de l'équation de diffusion de la chaleur, on propose une méthode permettant d'estimer les sources de chaleur (causes) générées par le processus de déformation. Sur certains aciers doux, on met en évidence la propagation à vitesse uniforme d'une ou plusieurs bandes dissipatives étroites à travers la zone utile de l'éprouvette. Comparativement à ce premier mode (bandes de Lüders) où les effets dissipatifs sont soudains, intenses et très localisés, on montre le caractère plus régulier et progressif de la concentration des zones où se développent les irréversibilités mécaniques menant à la striction localisée. Des "indicateurs de localisation énergétiques" proposés pour détecter la localisation montrent qu'elle peut apparaître avant le maximum de la charge, dans plusieurs zones de l'éprouvette. Ce constat implique que la partie utile d'une éprouvette doit être considérée comme une structure et non comme un élément de volume réagissant de façon homogène, ce qui n'est pas sans conséquences sur les méthodes d'identification des modèles de comportement utilisés, en particulier, dans les approches théoriques de la localisation. Enfin, d'autres expériences ont permis de mettre en évidence des manifestations énergétiques associées à des formes particulières de localisation : propagation de fronts de changement de phase (acier inoxydable A301), effets dissipatifs associés à des bandes de glissement (acier magnétique HiBiGO), effets dissipatifs localisés dans des bandes de cisaillement (polymère PVC).

### Mots clefs :

Localisation, Thermographie infrarouge, Sources de chaleur, Acier, Striction, Bandes de Lüders, Dissipation, Couplages thermomécaniques, Bandes de transformation de phase.

## INFRARED THERMOGRAPHIC ANALYSIS OF DISSIPATIVE EFFECTS OF LOCALIZATION ON STEELS

### Summary :

The understanding and modeling of localization mechanisms observed during the sheet forming process represent a major industrial issue. The goal of this work is to study localization phenomena appearing in steels during quasi static monotone tensile tests, through an experimental approach based on heat sources analysis. First, using heat equation and applying image processing to infrared thermal frames (effects) we propose a method able to estimate heat sources (causes) associated to the strain process. Then, we evidence on some mild steels that one or more narrow dissipative band propagate, with constant velocity, through the gauge part of the sample. Compared to this first mode (Lüders bands) where dissipative effects are very sudden, intense and strongly localized, we show that zones of mechanical irreversibility leading to localized necking are more diffuse and progressive. "Energetic localization indicators", proposed to detect the localization show that it can appear before the maximum load is reached, in various parts of the gauge sample. This result involves that the gauge part of a sample must be considered as a structure rather than a homogeneous volume element, which has important consequences on identification methods of constitutive models used, in particular, on theoretical localization approaches. Finally, some experiments performed on other materials highlight energetic manifestations associated with specific localization modes : propagation of phase transformation fronts (stainless steel A301), dissipative effects associated to glide bands (magnetic steel HiBiGO), dissipative effects localized in shear bands (polymer PVC).

### Key words :

Localization, Infrared Thermography, Heat Sources, Steels, Necking, Lüders Bands, Dissipation, Thermomechanical Couplings.