



HAL
open science

Mécanismes de couplage dans les interactions acoustiques-combustion

Thierry Schuller

► **To cite this version:**

Thierry Schuller. Mécanismes de couplage dans les interactions acoustiques-combustion. Energie électrique. Ecole Centrale Paris, 2003. Français. NNT: . tel-00250137

HAL Id: tel-00250137

<https://theses.hal.science/tel-00250137>

Submitted on 10 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE

présentée par

Thierry Schuller

pour l'obtention du

GRADE de DOCTEUR

Formation doctorale : Energétique

**Laboratoire d'accueil : Laboratoire d'Energétique Moléculaire et Macroscopique,
Combustion (EM2C) du CNRS et de l'ECP**

Mécanismes de Couplage dans les Interactions Acoustique-Combustion

Version finale

Composition du jury :

Mme	Baillet	F.	Examineur
MM.	Candel	S.	Directeur
	Durox	D.	Examineur
	Juvé	D.	Président
	Poinsot	T.	Rapporteur
	Searby	G.	Rapporteur

*J'ai dans les bottes
des montagnes de questions
Où subsiste encore ton écho
Où subsiste encore ton écho.*

Remerciements

M. Daniel Juvé m'a fait un grand honneur en présidant le jury de soutenance. Je le remercie pour l'intérêt qu'il a manifesté pour mon travail.

En particulier, je remercie MM. Thierry Poinot et Geoff Searby d'avoir porté un vif intérêt à ce manuscrit en acceptant les rôles de rapporteurs.

Je tiens à remercier Françoise Baillot d'avoir examiné ce manuscrit, pour ces conseils et nos discussions tout au long de ce travail.

J'adresse tout particulièrement mes remerciements à MM. Sébastien Candel et Daniel Durox pour la confiance qu'il m'ont témoigné en m'attribuant cette étude, la mise à disposition de leurs compétences complémentaires, et le temps qu'ils ont consacré à l'encadrement de ce projet. J'ai tant appris avec eux et il me reste encore beaucoup à apprendre d'eux. J'espère que nous continuerons à travailler ensemble.

Je remercie M. Jean-Pierre Martin, puis M. Nasser Darabiha de m'avoir accueilli au laboratoire EM2C. Je souhaite également témoigner ma gratitude à l'ensemble du personnel du laboratoire EM2C pour la bonne ambiance qu'ils y font régner, et l'accueil chaleureux réservé aux nouveaux venus. Au cours de cette thèse, j'ai bénéficié plus particulièrement de toute l'expérience et du dynamisme de l'équipe combustion.

Ces trois années de thèse ont été jalonnées de très bon moments, souvent suivis d'énormes déceptions. A chacun de mes échecs j'ai toujours trouvé du soutien auprès de ma famille et de mes amis qui ont su me redonner force et courage. Je les remercie du fond du coeur. A l'heure du bilan, je pense à toutes ces rencontres, ces personnes qui ont partagé ma vie depuis ce 15 octobre 1999, date de mon retour des USA et qui marque le début de ce travail au laboratoire EM2C. Voilà, c'est fait, ce travail est (enfin) achevé. Mais l'aventure ne fait que commencer...

Ce travail a été rendu possible grâce au soutien financier
de la Délégation Générale pour l'Armement

Table des matières

Introduction	1
1. Instabilités de combustion dans les foyers prémélangés	3
2. Méthodes de prévision des instabilités	4
3. Acoustique dans les milieux réactifs	6
4. Le couplage p' - Q'	11
5. Objectifs et enjeux de la thèse	16
I Première partie : Dynamique des flammes minces inclinées	19
I Modélisation analytique	21
I.1 Approche cinématique du mouvement du front de flamme	22
I.1.1 Equation pour G	22
I.1.2 Analyse des résultats théoriques précédents	23
I.1.3 Analyse dimensionnelle du problème	23
I.2 Analyse perturbative de l'équation pour G	24
I.2.1 Cas général	24
I.2.2 Application au cas des flammes inclinées	25
I.3 Fonction de transfert des flammes inclinées	29
I.3.1 Fonction de transfert des flammes coniques	29
I.3.2 Fonction de transfert des flammes en "V"	34
I.4 Conclusion	38
II Modélisation numérique	41
II.1 Introduction	41
II.1.1 Problématique	41
II.1.2 Modèle de flamme	42
II.1.3 Analyse du modèle	43
II.1.4 Choix de la méthode numérique	44
II.2 Présentation de la méthode numérique	45
II.2.1 Discrétisation	45
II.2.2 Intégration spatiale	46
II.2.3 Intégration temporelle	48
II.2.4 Conditions aux limites	48
II.2.5 Initialisation et réinitialisation	49
II.2.6 Validation de la méthode	50
II.3 Calculs de la dynamique des flammes inclinées	51
II.3.1 Modèles pour le champ de vitesse	51
II.3.2 Dynamique d'une flamme conique	51
II.3.3 Dynamique d'une flamme en "V"	58
II.4 Calculs des fonctions de transfert	64

II.4.1	Méthode de calcul et problèmes rencontrés	64
II.4.2	Fonctions de transfert d'une flamme conique	65
II.4.3	Fonctions de transfert d'une flamme en "V"	68
II.5	Conclusion	70
III	Etude expérimentale	71
III.1	Montage expérimental	71
III.1.1	Le brûleur	71
III.1.2	Alimentation en prémélange et débitmétrie	72
III.1.3	Description du système de modulation	72
III.2	Moyens de diagnostic	75
III.2.1	Mesures de la fonction de transfert	75
III.2.2	Mesures instantanées du champ de vitesse	80
III.2.3	Visualisation des mouvements du front de flamme	81
III.3	Caractérisation du champ de vitesse	83
III.3.1	Flammes coniques	83
III.3.2	Flammes en "V"	86
III.4	Visualisations du mouvement des flammes	92
III.4.1	Flammes coniques	92
III.4.2	Flammes en "V"	96
III.5	Fonction de transfert des flammes inclinées	102
III.5.1	Flammes coniques	102
III.5.2	Flammes en "V"	105
III.6	Conclusion	110
II	Deuxième partie : Interactions flamme-paroi et flamme-flamme	111
IV	Interaction flamme-paroi : régime forcé	113
IV.1	Introduction	113
IV.2	Bruit de combustion	114
IV.2.1	Premières études	114
IV.2.2	Théorie classique du bruit de combustion	115
IV.2.3	Directivité du bruit de combustion	116
IV.2.4	Cas des flammes de prémélange	116
IV.3	Dispositif expérimental	117
IV.3.1	Modulation de l'écoulement	118
IV.3.2	Diagnostics optiques	118
IV.3.3	Mesure de l'émission sonore	118
IV.4	Régimes de stabilisation	119
IV.5	Caractérisation de l'émission sonore	121
IV.5.1	Caractérisation de la modulation de vitesse	122
IV.5.2	Niveau sonore du bruit rayonné	122
IV.5.3	Signatures spectrales du bruit rayonné	123
IV.6	Emission spontanée et pression acoustique	127
IV.6.1	Filtrage et traitement des signaux	127
IV.6.2	Confrontation des prévisions à l'expérience	129
IV.7	Emission spontanée et surface de flamme	133
IV.7.1	Traitements des images : extraction de la surface de flamme	133
IV.7.2	Mouvement du front au cours d'un cycle d'excitation	134
IV.7.3	Corrélations émission lumineuse-surface de flamme	139

IV.7.4 Mécanisme de disparition de surface de flamme	141
IV.8 Conclusion	143
V Interaction flamme-paroi : régime auto-entretenu	145
V.1 Introduction	145
V.2 Dispositif et procédure expérimentale	145
V.3 Etude expérimentale de l'instabilité	148
V.3.1 Caractérisation de l'instabilité	148
V.3.2 Réponse acoustique du brûleur	150
V.3.3 Examen des enregistrements temporels	152
V.4 Modélisation de l'instabilité	154
V.4.1 Le résonateur de Helmholtz	154
V.4.2 Mécanisme de couplage	155
V.4.3 Choix de la fonction de transfert	156
V.5 Stabilité du système	158
V.5.1 Sans combustion	158
V.5.2 Interaction faible	159
V.5.3 Interaction forte	160
V.5.4 Analyse au moyen d'un filtre du premier ordre	161
V.6 Comparaison des prévisions théoriques à l'expérience	162
V.6.1 Acoustique du brûleur	162
V.6.2 Génération de bruit par la flamme	162
V.6.3 Fonction de transfert de la flamme	163
V.6.4 Fréquences d'oscillation	164
V.7 Conclusion	165
VI Interaction flame-flame : régime auto-entretenu	167
VI.1 Introduction	170
VI.2 Experimental Setup	172
VI.3 Experimental results	175
VI.4 Instability model	181
VI.5 Analytical Predictions and Experimental Results	183
VI.6 Conclusion	186
Conclusions et perspectives	187
Références	189
A Notes sur les fonctions de transfert de flamme	1
A.1 Mesure dans un foyer confiné	1
A.2 Emission de radicaux libres et dégagement de chaleur	3
B Code de calcul des fonctions de transfert	5
B.1 Schémas numériques du code de calcul	5
B.1.1 Traitement de la convection	5
B.1.2 Traitement de la propagation	8
B.2 Validation du code de calcul	9
B.2.1 Propagation d'une interface	9
B.2.2 Convection d'une interface	14
B.2.3 Calcul d'une fonction de transfert sur un cas connu	17

C	Quelques développements analytiques	19
C.1	Fonction de transfert d'une flamme inclinée soumise à des modulations de richesse	19
C.2	Fonction de transfert d'une flamme en "V"	21
C.3	Note sur le résonateur d'Helmholtz	23
C.3.1	Analogie masse-ressort	23
C.3.2	Analyse acoustique par réseau d'éléments compacts	24

Introduction

La quasi-totalité des systèmes de combustion industriels sont conçus pour opérer dans des conditions de fonctionnement stationnaires ou lentement variables. On exclut ici les moteurs à allumage commandé et les moteurs diesel. On parle d'instabilité de combustion quand des oscillations de pression apparaissent spontanément dans la chambre de combustion à partir d'un régime de fonctionnement stationnaire et quand elles conduisent à une combustion cyclique auto-entretenu. Cette combustion organisée instationnaire est une conséquence d'un mécanisme résonant entre l'écoulement instationnaire et le processus de combustion. Les instabilités de combustion sont caractérisées par des fréquences bien définies pouvant couvrir une gamme s'étalant de quelques Hz à quelques dizaines de kHz selon les dimensions du système. Même pour des amplitudes très élevées, les mouvements qui se développent dans le foyer ne consomment qu'une infime fraction de l'énergie libérée par la réaction chimique. En revanche, ces fluctuations sont suffisantes pour produire des instationnarités dont l'amplitude atteint des valeurs inacceptables pour la chambre de combustion (Culick 2001). Il s'agit d'ailleurs d'un abus de langage que de parler d'instabilité de combustion puisque la combustion est la plupart du temps stable, sauf dans le cas des instabilités intrinsèques (Barrère et Williams 1969), comme l'instabilité thermodiffusive (Williams 1985) ou l'instabilité de Darrieus-Landau (Searby et Rochwerger 2003; Pelcé et Rochwerger 1992). Dans la plupart des situations pratiques, il semble que ces mécanismes dont le taux de croissance est relativement faible (Clavin *et al.* 1990), sont dominés par des couplages plus puissants entre la combustion et les perturbations de l'écoulement. Les instabilités intrinsèques ne sont pas étudiées dans ce manuscrit, on s'intéresse plutôt à la dynamique de la combustion en présence de fluctuations de l'écoulement.

Les instabilités de combustion sont observées dans la plupart des foyers industriels et dans la majorité des systèmes de propulsion (foyers principaux de turboréacteur, foyers de réchauffe, statoréacteurs, moteurs fusée). Le développement de systèmes à hautes performances, caractérisés par des densités d'énergie très élevées (de l'ordre de 50 GWm^{-3} dans un moteur comme vulcain), favorise l'apparition de ces instabilités. Il n'existe à ce jour aucune méthode de prévision efficace et applicable à des configurations industrielles, malgré les efforts considérables entrepris sur le sujet depuis plusieurs décennies. L'objectif général de ce travail est de développer la compréhension d'un phénomène particulièrement complexe et dont les multiples facettes sont encore loin d'être complètement traitées. On s'intéresse ici principalement aux situations prémélangées. L'analyse s'appuie sur une approche combinée mettant en œuvre la modélisation théorique et numérique, ainsi que l'expérimentation systématique au moyen de diagnostics modernes. Les connaissances développées dans le cadre de cette thèse ont d'ailleurs permis d'envisager plusieurs problèmes pratiques et d'élaborer des solutions pour la réduction des instabilités dans des géométries réelles. Ces derniers travaux réalisés dans un cadre contractuel confidentiel industrie ne seront pas présentés dans ce document.

On présente brièvement dans ce chapitre introductif, (section 1) les problèmes posés par les instabilités de combustion, (section 2) l'état de l'art dans le domaine la prévision des instabilités dans les foyers industriels. Pour comprendre l'apparition du phénomène de couplage et de résonance, on rappelle quelques éléments permettant l'analyse des interactions entre l'acoustique et la combustion (section 3). Cette analyse fournit un cadre théorique pour l'étude des instabilités de combustion, mais elle ne précise pas la forme du dégagement de chaleur. Les mécanismes responsables de l'instationnarité de combustion doivent être étudiés au cas par cas (section 4). Les objectifs de la thèse et les perspectives d'application des résultats obtenus à des situations pratiques sont ensuite synthétisés (section 5).

1. Instabilités de combustion dans les foyers prémélangés

Les instabilités de combustion constituent un champ d'investigation permanent depuis les années 1950. Les travaux ont été notamment motivés par le développement de nouveaux systèmes de propulsion à haute performance comme les turboréacteurs, les statoréacteurs et les moteurs fusées à propergols liquides ou à propergols solides. Parmi les premières recherches effectuées sur ce sujet on trouve les contributions de Crocco et Cheng (1956), Crocco (1965), Tsien (1952), Barrère et Corbeau (1963). Le problème est loin d'être complètement traité et motive encore de nombreuses études expérimentales et numériques. Les instabilités concernent également les systèmes de production de l'énergie et une large gamme de procédés industriels. Les efforts actuels sont plus particulièrement focalisés sur les turbines à gaz industrielles. Il s'agit de répondre aux exigences de protection de l'environnement de plus en plus sévères, avec pour objectif de réduire les émissions de polluants issus de la combustion des hydrocarbures. Dans un climat concurrentiel, les industries aéronautiques et celles des turbines à gaz cherchent à développer des machines toujours plus performantes, en terme de puissance et de consommation spécifique, avec des taux d'émission d'oxydes d'azote (NOx) réduits.

Pour répondre à ces impératifs concurrentiels et de protection de l'environnement, les industriels se sont tournés vers des technologies dites de prémélange pauvre, où les réactifs sont parfaitement mélangés avant l'allumage et dont le rapport de mélange combustible/air est diminué au maximum pour réduire la production de NOx par la combustion. Ces technologies développées depuis une dizaine d'années dans les secteurs aéronautique et de production d'énergie sont également utilisées aujourd'hui par les constructeurs de chaudières pour la conception de foyers domestiques à faible émission de polluants. La diminution du rapport de mélange combustible/air n'est malheureusement pas sans conséquence sur la stabilisation de la flamme dans le foyer. Les régimes de combustion explorés s'approchent de plus en plus de la limite de stabilité au-delà de laquelle la flamme est soufflée par l'écoulement. D'une manière générale, la combustion dans un régime proche de la limite de stabilité rend la flamme plus sensible aux perturbations externes. La combustion en régime pauvre s'accompagne également d'une forte diminution de la température adiabatique de flamme par rapport à la température obtenue pour un mélange proche de la stoechiométrie. Les pertes thermiques aux parois sont alors susceptibles de perturber l'accrochage de la flamme sur le brûleur et sont donc à nouveau sources d'instationnarités génératrices d'ondes acoustiques. Enfin, l'augmentation du rendement thermique des turboréacteurs ou des turbines à gaz passe par une augmentation de la pression de fonctionnement dans la chambre de combustion. Ceci conduit à des densités d'énergie plus élevées et à des flammes plus compactes. Les foyers prémélangés sont aussi caractérisés par une absence de perforations multiples et leurs parois plus lisses réfléchissent parfaitement les ondes acoustiques. L'amortissement du système est réduit ce qui favorise l'entretien de fluctuations (Keller 1995).

Dans les foyers pauvres prémélangés, toutes les conditions d'entretien et d'amplification des perturbations de l'écoulement sont donc réunies pour favoriser une combustion oscillatoire. On sait en effet que les instabilités de combustion résultent d'un couplage résonant de plusieurs mécanismes physiques. Typiquement, un processus génère une perturbation de l'écoulement qui agit sur la combustion. Un mécanisme de rétroaction couple alors l'instationnarité de combustion ainsi produite au mécanisme générateur. Sous certaines conditions précisées ultérieurement dans le manuscrit, une résonance entre les mécanismes générateur et de rétroaction peut conduire à une combustion oscillatoire. En général, le mécanisme de rétroaction relie la partie aval de la zone de combustion à l'écoulement en amont du front de flamme, la région où les perturbations sont produites. Comme seules les ondes acoustiques sont capables de remonter l'écoulement, la propagation d'onde acoustique est donc responsable de ce chemin de rétroaction. L'acoustique joue donc un rôle primordial dans l'apparition des instabilités.

2. Méthodes de prévision des instabilités

Les instabilités de combustion sont en général indésirables, sauf dans les systèmes de combustion pulsée (cf. par exemple Willis *et al.* 1994). L'objectif du concepteur est d'éviter leur apparition car le phénomène est accompagné de vibrations de grande amplitude conduisant à une fatigue mécanique des parties fixes ou mobiles du système, à une augmentation des flux thermiques aux parois participant au vieillissement prématuré de la chambre et à un bruit rayonné important. Dans des situations extrêmes, elles peuvent conduire à l'extinction partielle ou totale de la flamme, voire à des dommages catastrophiques. Des méthodologies existent pour réduire le niveau d'oscillation, mais il faut souvent réaliser des essais systématiques pour élaborer des solutions. La prévision des instabilités en vue de leur suppression est donc d'une grande importance technologique. Il n'existe aujourd'hui aucune méthode qui permette au niveau de la conception de déterminer la carte de stabilité d'un système. Le développement d'outils et de méthodes de prévision des instabilités est donc un champ d'investigation qui évolue rapidement. Cet objectif constitue un enjeu technologique majeur pour les industries de ce domaine.

Calculs complets des interactions acoustique-combustion

Même si des progrès ont été réalisés ces dix dernières années dans le calcul des interactions acoustique-combustion grâce notamment à la simulation des grandes échelles (LES), les calculs complets Navier-Stokes instationnaires sont encore difficiles à réaliser dans des situations pratiques. La difficulté provient de la différence d'échelle des phénomènes physiques à prendre en compte. D'un côté, l'acoustique requiert de résoudre correctement la propagation de petites perturbations sur de grandes distances, de l'ordre de grandeur de la taille du système à considérer, et elle nécessite donc des schémas très peu dissipatifs. De l'autre, la combustion s'attache à résoudre la structure de la flamme à des échelles beaucoup plus petites, de l'ordre de grandeur d'une fraction de millimètre sur lesquelles les variables de l'écoulement subissent des gradients très élevés. A ce problème d'échelle, il faut rajouter la difficulté de la modélisation de la turbulence et la prise en compte des conditions aux limites pour l'acoustique dans les codes de calculs. On sait maintenant écrire de bonnes conditions aux limites pour la dynamique des fluides réactifs (Thomson 1987; Poinso et Lele 1992; Poinso et Veynante 2001), mais le couplage avec des conditions d'impédance acoustique réalistes pose des problèmes supplémentaires. Il faut ajouter que la plupart des codes travaillent dans le domaine temporel et nécessitent l'introduction de conditions aux limites pour des impédances acoustiques exprimées dans le domaine temporel (Nottin 2002), alors qu'elles sont la plupart du temps déterminées expérimentalement dans le domaine fréquentiel.

On peut toutefois citer quelques travaux prometteurs sur la simulation de ces instabilités même si ceci requiert encore beaucoup de puissance de calcul. Les simulations complètes sont souvent limitées à la réponse du foyer à une fréquence d'excitation imposée (Poinso *et al.* 1999; Nottin *et al.* 2000; Ducruix *et al.*; Varoquié *et al.* 2002). Des calculs de modes auto-entretenus ont aussi été réalisés dans un cas unidimensionnel par Baum et Levine (1982). Kailasanath *et al.* (1991) proposent un calcul instationnaire d'une chambre de combustion complète avec des conditions acoustiques d'entrée et de sortie du système correspondant respectivement à une paroi rigide et une tuyère amorcée. Des méthodes semi-analytiques basées sur l'approximation de flamme infiniment mince peuvent également être utilisées (Marble et Candel 1978; Yang et Culick 1986; Poinso et Candel 1988). Alternativement on peut chercher à calculer uniquement la réponse fréquentielle de la flamme hors du foyer (Baillot *et al.* 1996; LeHelley 1994; Ducruix 1999; Kaufmann *et al.* 2002). Pour cela on peut par exemple combiner une description analytique du champ de vitesse incident perturbé à une résolution numérique du déplacement du front de flamme (Schuller *et al.* 2002).

Avec l'évolution croissante des performances des ordinateurs, les calculs complets de foyers industriels sont en bonne voie. En parallèle au développement de la compréhension du phénomène, il s'agit surtout de réaliser un gros effort d'intégration des différents outils numériques disponibles pour développer une méthode générale de prévision des instabilités. Une tentative séduisante avec des résultats prometteurs consiste à combiner un calcul de la structure moyennée de la flamme et de l'écoulement, de calculer les modes propres du foyer avec des conditions aux limites acoustiques adéquates, puis de coupler ces calculs avec une analyse de la stabilité linéaire des modes du système (Nottin 2002). Ces méthodes sont encore trop lourdes pour des configurations réalistes, cela a conduit à chercher à découpler les difficultés.

L'approche par réseau d'éléments acoustiques

Une méthode de prévision, qui a été principalement développée pour des applications dans des foyers prémélangés, consiste à modéliser le système complexe comme un réseau d'éléments acoustiques compacts (LeHelley 1994; Keller 1995; Hubbard et Dowling 1998; Paschereit *et al.* 2001; Poinso et Veynante 2001). Chaque élément est caractérisé par une fonction de transfert qui donne la réponse acoustique de l'élément aux perturbations incidentes de l'écoulement. Les fonctions de transfert des tuyaux d'alimentation, des tuyaux d'extraction et d'une manière générale de tous les éléments passifs du système sont correctement décrits en utilisant les lois de propagation de l'acoustique linéaire pour des ondes planes. Pour tous ces éléments, des calculs simples permettent d'obtenir une expression analytique de la fonction de transfert (Munjal 1987). Dans cette approche, les conditions aux limites des éléments du réseau sont également traitées comme des éléments particuliers qui relient les ondes incidentes aux ondes réfléchies en utilisant la notion d'impédance complexe. Ces éléments sont soit passifs, comme par exemple un tube ouvert, soit actifs s'il s'agit d'un actionneur. La notion d'impédance peut également être utilisée pour simuler la réponse acoustique d'un sous-système du réseau vu par le reste du système. Pour la plupart de ces éléments aux frontières, il existe également des expressions analytiques de leur fonction de transfert. Il est aussi possible de mesurer des coefficients de réflexion et de transmission, mais des précautions sont à envisager si l'élément contient la zone de combustion (Poinso *et al.* 1986; Lieuwen et Zinn 2000). La flamme constitue par contre le principal élément actif du système. La fonction de transfert de la flamme relie les fluctuations du dégagement de chaleur aux fluctuations acoustiques incidentes sur le front de flamme. Comme l'interaction entre l'écoulement et la flamme est un processus complexe, la fonction de transfert de la flamme est souvent déterminée expérimentalement (Becker et Günther 1971; Paschereit *et al.* 1999; Ducruix *et al.* 2000; Krüger 2000). Des perspectives de reconstruction de la fonction de transfert par des méthodes numériques sont aussi envisagées par Polifke *et al.* (2001). Lorsque l'ensemble des fonctions de transfert du système sont connues, des analyses de stabilité permettent de déterminer la carte de stabilité du foyer (Hubbard et Dowling 2001; Paschereit *et al.* 2001).

L'avantage de cette méthode est de s'affranchir du calcul complet du système, mais cette approche présente toutefois de nombreuses limites. La principale tient au fait que la fonction de transfert de la flamme est mesurée pour un régime de fonctionnement donné et dépend explicitement des conditions aux limites du système. L'extrapolation des résultats de mesures aux autres régimes de fonctionnement n'est pas évidente (cf. annexe A). L'idéal est à nouveau de tendre vers des configurations où la dynamique de la combustion dans la chambre est entièrement simulée.

3. Acoustique dans les milieux réactifs

Les instabilités de combustion se manifestent par une rétroaction positive entre les perturbations de l'écoulement et la combustion instationnaire. Il donc est intéressant d'envisager la propagation d'onde dans un écoulement réactif.

Equation d'onde pour les écoulements réactifs

En combinant les équations de conservation décrivant l'écoulement d'un mélange contenant N espèces chimiques réactives (Williams 1985), il est possible d'établir une équation d'onde pour le logarithme de la pression (Candel *et al.* 1996) :

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \left(\frac{c^2}{\gamma} \nabla \ln p \right) - \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\gamma} \frac{d}{dt} \ln p \right) = & \quad (1) \\ - \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\rho c_p T} \left[\nabla \cdot \lambda \nabla T + \tau : \nabla \mathbf{v} - \sum_{k=1}^N h_k \dot{\omega}_k - \sum_{k=1}^N \rho Y_k c_{pk} \mathbf{v}_k^D \cdot \nabla T \right] \right) \\ + \nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho} \nabla \cdot \tau \right) - \frac{d^2}{dt^2} (\ln R) - \nabla \mathbf{v} : \nabla \mathbf{v} \end{aligned}$$

Dans cette expression ρ , p , T et \mathbf{v} désignent respectivement la masse volumique, la pression, la température et la vitesse du mélange réactif. Chaque espèce du mélange est caractérisée par sa fraction massique Y_k , sa masse molaire M_k , sa vitesse de diffusion \mathbf{v}_k^D , son enthalpie h_k et son taux de production $\dot{\omega}_k$. L'enthalpie du mélange est donnée par $h = \sum_{k=1}^N Y_k h_k$ et il est supposé obéir à la loi d'état d'un gaz parfait $p = \rho RT$, où $R = R_0 \sum_{k=1}^N (Y_k/M_k)$. La grandeur R_0 est la constante des gaz parfait, mais la somme pondérée R peut varier au cours de la réaction chimique (Truffaut *et al.* 1998). Les quantités λ et c_p représentent la conductivité thermique et la chaleur spécifique à pression constante du mélange. Le flux de chaleur est représenté sous la forme $\mathbf{q} = -\lambda \nabla T + \sum_{k=1}^N \rho Y_k \mathbf{v}_k^D h_k$ dans l'équation (1). Cette expression ne tient pas compte des effets radiatifs et des transferts couplés. La fonction de dissipation dans laquelle apparaît le tenseur des contraintes visqueuses est représentée par $\Phi = \tau : \nabla \mathbf{v}$. Pour écrire l'équation (1), on a utilisé la relation $dh = c_p dT$ où c_p est donnée par $c_p = \sum_{k=1}^N c_{pk} Y_k$.

Si on suppose les termes du membre de droite de l'équation (1) connus, il s'agit alors de résoudre un problème d'équation d'onde inhomogène. Cette approche n'est toutefois pas tout à fait justifiée puisque certains termes du membre de droite décrivent également la propagation de l'onde dans le mélange réactif et devraient de ce fait être inclus dans le membre de gauche (Strahle 1971; Doak 1973; Kotake 1975). Malgré ces objections, les termes du membre de droite de l'équation (1) peuvent être considérés comme sources du champ acoustique dans le mélange réactif. Cette approche originellement développée pour l'étude du bruit aérodynamique généré par un écoulement turbulent non réactif par Lighthill (1952) et améliorée depuis par des contributions multiples (voir par exemple Goldstein 1976) est étendue aux cas des écoulements réactifs par l'équation (1). Les sources sonores au sein de l'écoulement sont dans ce cas les fluctuations d'entropie associées aux perturbations du flux de chaleur \mathbf{q} , de la dissipation visqueuse Φ , des fluctuations de vitesse turbulente et des fluctuations du taux de dégagement de chaleur. Si on suppose que la réaction a lieu en une seule étape, le taux de dégagement de chaleur par unité de volume de mélange Q en $\text{J}/\text{m}^3/\text{s}$ ($[\text{ML}^{-1}\text{T}^{-3}]$) est donné par :

$$\sum_{k=1}^N \dot{\omega}_k h_k = -(-\Delta h_f^0) \dot{\omega} = -Q \quad (2)$$

où $(-\Delta h_f^0)$ représente la variation d'enthalpie de formation par unité de masse de carburant ($[L^2T^{-2}]$) et $\dot{\omega}$ le taux de réaction ($[ML^{-3}T^{-1}]$).

Pour un écoulement à faible nombre de Mach, une analyse des ordres de grandeur des phénomènes impliqués montre que la source sonore dominante est associée aux fluctuations du dégagement de chaleur (Hassan 1974; Kotake 1975). En négligeant les autres contributions et en supposant de plus que le rapport des chaleurs massiques γ reste constant, il vient pour un écoulement à faible vitesse :

$$\nabla \cdot (c^2 \nabla \ln p) - \frac{\partial^2}{\partial t^2} \ln p = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{Q}{\rho c_v T} \right) \quad (3)$$

En supposant que la pression moyenne dans la zone de combustion reste constante (Williams 1985), une analyse perturbative de l'expression (3) donne au premier ordre :

$$\nabla \cdot (\bar{c}^2 \nabla p') - \frac{\partial^2}{\partial t^2} p' = -(\gamma - 1) \frac{\partial Q'}{\partial t} \quad (4)$$

Dans cette expression \bar{c} désigne la moyenne de la célérité du son à un endroit donné du foyer. Elle dépend principalement de la température et de la masse molaire du mélange. Les autres quantités sont p' la fluctuation de pression acoustique et Q' la fluctuation du taux de dégagement de chaleur. La masse molaire du mélange peut être considérée comme constante dans la plupart des situations pratiques où le comburant est de l'air, car le mélange est alors fortement dilué par l'azote. L'équation d'onde (4) montre que la température moyenne des gaz joue un rôle important dans la propagation des ondes en modifiant leur célérité. Il est donc important de connaître la structure du champ de température moyen dans le foyer car cette variable subit une forte augmentation au travers du front de flamme (Hegde *et al.* 1988). La distribution de température permet d'estimer la célérité du son, puis de calculer le champ sonore au moyen de l'équation (4). La prise en compte des variations de \bar{c} est notamment importante si on souhaite calculer les fréquences et les modes propres d'un système. Mais elle nécessite une intégration numérique sauf dans les cas les plus simples.

Pour simplifier l'exposé, on considère maintenant la célérité du son c constante dans la suite. L'analyse reste valable dans le cas d'une célérité variable mais les expressions sont légèrement modifiées. On introduit également la notation, $h = (\gamma - 1)/c^2 \partial Q'/\partial t$. La fonction h est à priori une fonction de la coordonnée spatiale \mathbf{r} , du temps t , des caractéristiques moyennes (variables surlignées) et fluctuantes (variables primées) de l'écoulement. On rappelle que h est supposée connue. Dans ce cas l'équation (4) est réécrite sous la forme :

$$\nabla^2 p' - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} = -h(\mathbf{r}; t; \bar{\mathbf{v}}, \bar{p}, \dots; \mathbf{v}', p', \dots) \quad (5)$$

Rayonnement sonore

Lorsque la combustion a lieu en l'absence de confinement, les conditions aux limites acoustiques sont suffisamment éloignées pour considérer que les ondes sont rayonnées depuis la zone de combustion et ne reviennent pas vers cette région. Il est alors possible de calculer, pour une zone de combustion compacte par rapport aux longueurs d'onde acoustique envisagées, la structure du champ de pression rayonné à grande distance de la flamme. On développe sur cette base la théorie classique du bruit de combustion sur laquelle on reviendra en détail au chapitre V.

On présente ici l'un des principaux résultats de cette théorie mais en adoptant une approche moderne du bruit de combustion (Strahle 1985) basée sur l'équation (5). On cherche la pression rayonnée en champ lointain lorsque la distance d'observation r est grande par rapport à la taille de la zone réactive. La fluctuation de pression est obtenue en résolvant l'équation d'onde inhomogène (Eq. (5)) par la méthode des fonctions de Green (Morse 1986). Il vient finalement à grande distance de la zone de combustion, c'est à dire en champ lointain :

$$p'(r, t) = -\frac{\gamma - 1}{4\pi r c^2} \frac{d}{dt} \left[\int_V Q' dV \right]_{t-\tau} \quad (6)$$

Dans cette expression, $\tau = r/c$ représente le temps de propagation de l'onde acoustique pour couvrir la distance r qui sépare la zone de combustion compacte et le récepteur. Le volume de contrôle V est fixe et il contient toutes les sources de dégagement de chaleur. Le champ de pression décroît comme l'inverse de la distance du volume source au point d'observation. Cette expression permet de calculer le champ de pression rayonné par une flamme instationnaire dans un écoulement à faible nombre de Mach, mais elle nécessite une modélisation du terme source Q' . Dans le cas des flammes de prémélange, il est intéressant de relier la fluctuation du taux dégagement de chaleur Q' à la fluctuation de surface de flamme A' . Pour un mélange homogène, le champ acoustique rayonné (Eq. (6)) peut alors s'écrire sous la forme (Abugov et Obrezkov 1978; Clavin et Siggia 1991; Truffaut *et al.* 1998) :

$$p'_\infty = \frac{\rho_\infty}{4\pi r} \left(\frac{\rho_u}{\rho_b} - 1 \right) S_d \left[\frac{dA}{dt} \right]_{t-\tau} \quad (7)$$

Dans cette expression apparaissent, la masse volumique des réactifs ρ_u , celle des gaz brûlés ρ_b et celle de l'air au point d'observation ρ_∞ , ainsi que la vitesse de déplacement du front de flamme S_d . Pour une flamme de prémélange, la pression rayonnée en champ lointain est donc directement proportionnelle au taux de variation de la surface de la flamme.

Effet du confinement

Contrairement au cas du rayonnement dans un milieu infini qui ne dépend que des termes sources, le confinement modifie la structure du champ de pression. La géométrie de la chambre impose une structure modale au champ de pression acoustique p' par l'intermédiaire de ces conditions aux limites. Il est alors intéressant de projeter le champ p' (Eq. (5)) sur la base des modes propres du foyer en utilisant une approche de type Galerkin.

On reprend ici l'analyse de Culick et Yang (1995) avec des notations légèrement modifiées. On adjoint à l'équation d'onde inhomogène Eq. (5) des conditions aux limites de type Neuman inhomogène. Il s'agit de résoudre le problème aux limites suivant :

$$\nabla^2 p' - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} = -h \quad \text{dans } V \quad (8)$$

$$\nabla p' \cdot \mathbf{n} = f \quad \text{sur } \partial V \quad (9)$$

Dans cette expression, \mathbf{n} est la normale extérieure sur la surface frontière ∂V du domaine considéré. La structure spatiale et temporelle du champ de pression p' est alors décomposée sur la base infinie des modes propres Ψ du système (Zinn et Powell 1970) :

$$p'(\mathbf{r}, t) = \bar{p} \sum_{n=1}^{\infty} \eta_n(t) \Psi_n(\mathbf{r}) \quad (10)$$

où η_n représente l'amplitude de la fluctuation associée au mode propre Ψ_n . Les fonctions propres $\{\Psi_n(\mathbf{r})\}_{n=1,2,\dots}$ sont orthogonales et forment une base complète d'un espace de Hilbert. En utilisant les propriétés d'orthogonalité des fonctions Ψ , on obtient une équation différentielle du second ordre pour l'amplitude η_n associée au mode propre Ψ_n :

$$\frac{d^2 \eta_n}{dt^2} + \omega_n^2 \eta_n = F_n \quad \text{avec} \quad F_n(t) = \frac{c^2}{\bar{p} E_n^2} \left[\int_V h \Psi_n dV + \int_{\partial V} f \Psi_n \right] \quad (11)$$

où ω_n désigne la pulsation associée au n -ième mode propre et $E_n = \int_V \Psi_n^2 dv$ est l'énergie de ce mode. Cette expression montre que le champ acoustique dans un écoulement réactif confiné peut être décrit par une somme d'oscillateurs harmoniques forcés. Chaque oscillateur est associé à un des modes propres Ψ_n de la chambre et participe à l'entretien de l'oscillation de pression p' (Eq. (10)) dans le foyer alimenté par la force d'excitation F_n . Le problème revient donc à déterminer l'évolution temporelle de l'amplitude $\eta_n(t)$ associée au n -ième mode en fonction de l'excitation $F_n(t)$.

Cette méthode de projection de la pression permet de déterminer la structure modale du champ de pression dans la chambre de combustion et éventuellement d'effectuer une analyse de stabilité (Awad et Culick 1986; Yang *et al.* 1990), à condition de connaître la forme des termes sources h et f intervenant dans F . Le problème central est celui de la modélisation de ces termes. Dans la plupart des foyers instables la fréquence et l'amplitude du mode instable varie relativement peu au cours d'une période, il est alors possible d'obtenir des expressions analytiques simples pour l'évolution de $\eta(t)$.

Critère de Rayleigh

Un critère classique du domaine des instabilités de combustion a été énoncé par Lord Rayleigh (1878). Il est postulé que l'entretien d'une oscillation est favorisé lorsqu'un apport de chaleur Q' a lieu en phase avec une augmentation de la pression acoustique p' dans le foyer. Plus généralement, il suffit que le produit $\int p'Q'dt$ soit positif au cours d'un cycle d'oscillation pour obtenir un gain positif (Putnam 1971).

Ce critère peut être déduit des équations de propagation des perturbations acoustiques et découle directement de l'analyse linéaire développée au paragraphe précédent. Pour cela on s'intéresse à l'énergie totale $\varepsilon_n^{tot}(t) = 1/2(\dot{\eta}_n^2 + \omega_n^2 \eta_n^2)$ d'un oscillateur harmonique associé au mode propre Ψ_n . Dans cette expression $\dot{\eta}$ désigne $d\eta/dt$. La variation d'énergie totale $\Delta\varepsilon_n^{tot}$ au cours d'une période $T_n = 2\pi/\omega_n$ est donnée par le travail de la force extérieure F_n au cours de la période :

$$\Delta\varepsilon_n^{tot} = \int_t^{t+T_n} F_n \dot{\eta}_n dt' \quad (12)$$

On suppose de plus l'absence de pertes acoustiques par rayonnement ou d'apport d'énergie par un actionneur agissant aux limites du domaine, c'est à dire $f = 0$. En combinant les expressions pour la force extérieure F_n (Eq. 11), pour le terme source h (Eq. 5) et une intégration par parties de l'équation (12), il vient finalement (Culick 1987) :

$$\Delta\varepsilon_n^{tot} = (\gamma - 1) \frac{\omega_n^2}{\bar{p}E_n^2} \int_V \Psi_n dV \int_t^{t+T_n} \eta_n Q' dt' \quad (13)$$

L'énergie acoustique apportée au mode propre Ψ_n est positive lorsque l'intégrale $\int_t^{t+T_n} \eta_n Q' dt'$ est positive, c'est à dire lorsque l'apport de chaleur Q' et la fluctuation de pression $p'_n = \eta_n \Psi_n$ associée au mode concerné présentent un déphasage inférieur à $\pi/2$ dans le volume de combustion V , en accord avec le critère de Rayleigh. Le même résultat peut être obtenu directement à partir d'un bilan d'énergie acoustique dans le système (Candel 1992). Le critère de Rayleigh est couramment utilisé dans l'analyse des instabilités de combustion. Lorsque l'instabilité atteint un cycle limite en régime non linéaire, l'énergie dans l'ensemble de la chambre de combustion est nulle (Poinsot *et al.* 1987; Sterling et Zukoski 1991).

Il est intéressant de remarquer que si l'analyse précédente donne les conditions de stabilité d'un foyer, elle ne précise pas comment la fluctuation de pression p' agit sur la fluctuation du taux de dégagement de chaleur Q' . De même, on a vu au paragraphe précédent que la structure du champ rayonné p' ne peut être calculée que connaissant la structure de la fluctuation du taux de dégagement de chaleur Q' . Il faut maintenant préciser les relations qui existent entre les fluctuations de pression p' et celles du taux de dégagement de chaleur Q' .

4. Le couplage entre la pression et le taux de dégagement de chaleur instationnaire (p' - Q')

La complexité de l'écoulement dans un foyer turbulent met en compétition de nombreux mécanismes physiques qui couplent les fluctuations de pression et de dégagement de chaleur. Il convient de préciser ces mécanismes dans des cas laminaires simples plus faciles à caractériser, où les différents phénomènes peuvent être clairement dissociés. Cette voie d'approche est utilisée dans l'ensemble de ce travail de thèse. Une liste exhaustive de tous ces mécanismes est difficile à établir (Barrère et Williams 1969; Putnam 1971; Candel 1992; Culick et Yang 1995; Candel 2002). Comme il n'existe pas de méthode générale pour la prévision des instabilités, il est important de déterminer pour chaque situation particulière quels sont les mécanismes dominants (Culick 2001).

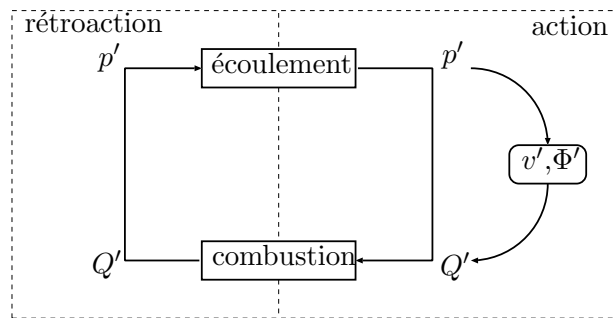


FIG. 1 – Schéma d'une interaction acoustique-combustion

La boucle résonante

Le problème du couplage $p' - Q'$ peut au moins sur le principe être décomposé en deux problèmes distincts comme l'indique la figure 1. On définit deux chemins sur ce schéma. Le premier, *l'action* ou comment l'écoulement agit sur la combustion, c'est-à-dire par quel biais une fluctuation de pression p' de l'écoulement entraîne une perturbation du taux de dégagement de chaleur Q' . Le second, *la rétroaction* ou comment la combustion agit sur l'écoulement, c'est-à-dire par quel mécanisme une fluctuation du taux de dégagement de chaleur Q' entraîne une perturbation de pression p' en amont de la zone de combustion.

En se référant aux développements de la section précédente, il est clair que le rayonnement sonore de la flamme est le seul mécanisme responsable de la rétroaction. Toute variation $\partial Q'/\partial t$ du taux de dégagement de chaleur Q' agit directement sur la variation de pression en amont du front de flamme, en émettant une onde sonore p' capable de remonter l'écoulement (Eq. (6)).

Le problème est plus complexe s'agissant de l'action. Les fluctuations de pression p' de l'écoulement n'agissent pas directement sur la combustion. Tant que la longueur d'onde de la perturbation est grande par rapport à l'épaisseur de flamme, la flamme est peu sensible aux fluctuations de pression ou de température (Peters et Ludford 1983; Clavin *et al.* 1990; McIntosh 1991; Ledder et Kapila 1991). En revanche, les fluctuations de pression p' génèrent des fluctuations de vitesse v' ou des fluctuations de la composition du mélange, c'est-à-dire de la richesse Φ' , qui agissent à leur tour sur le taux de dégagement de chaleur Q' . Ces perturbations de l'écoulement modifient la surface de flamme disponible pour la combustion ou le taux de consommation par unité de surface.

Une analyse monodimensionnelle de l'équation (4) montre par exemple qu'une flamme, compacte par rapport à la longueur d'onde de la perturbation, est sensible aux perturbations de vitesse acoustique mais que les ondes de pression la traversent sans vraiment l'affecter (voir par exemple LeHelley 1994), même avec des niveaux d'amplitude très élevés (Durox *et al.* 1998) :

$$p'_2 = p'_1 + O(M^2) \quad (14)$$

$$v'_2 = v'_1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma \bar{p} S} \int_V Q' dV + O(M^2) \quad (15)$$

Dans cette expression S est la surface du canal considéré, V le volume compact où a lieu la combustion et M représente le nombre de Mach de l'écoulement qui est généralement faible dans la chambre de combustion ($M \ll 1$). L'action d'une perturbation de pression p' sur la variation du taux de dégagement de chaleur Q' n'est donc pas directe. Pour chaque situation, il faut identifier la suite de processus qui relie les fluctuations de pression p' en amont de la zone de combustion aux fluctuations du taux de dégagement de chaleur Q' . Les fluctuations de pression p' se traduisent par des perturbations de l'écoulement qui sont de type acoustique, transportées à la célérité sonore, ou de type entropique, transportées par l'écoulement moyen. Parmi toutes les interactions possibles, quelques-unes sont d'une importance capitale en dynamique (Ducruix *et al.* 2003). On analyse dans ce qui suit trois mécanismes fondamentaux observés dans des situations pratiques instables.

Mécanismes fondamentaux

Perturbations acoustiques

Aux perturbations de pression acoustique p' , sont associées des perturbations de vitesse acoustique v' qui déforment la surface de flamme A' et se traduisent par une fluctuation du dégagement de chaleur Q' . On peut représenter ce processus schématiquement par :

$$p' \longrightarrow v' \longrightarrow A' \longrightarrow Q' \quad (16)$$

La détermination de la réponse de flammes de prémélange à des perturbations acoustiques incidentes a fait l'objet de nombreuses études expérimentales (Blackshear 1953; Merk 1956; Markstein 1964; Baade 1978). Des analyses théoriques, s'appuyant sur une approximation de front infiniment mince, montrent qu'elle dépend de la géométrie du brûleur, de la géométrie de la flamme stationnaire et des paramètres de l'écoulement (Fleifel *et al.* 1996; Dowling 1999; Ducruix *et al.* 2000). La longueur d'onde de ces perturbations, basée sur la célérité sonore, est en général grande par rapport à la taille de la flamme, ce qui à priori limite le plissement possible de la flamme et donc les variations du dégagement de chaleur. Des expériences montrent cependant que les ondes acoustiques induisent des perturbations de vitesse convectées par l'écoulement moyen vers le front de flamme (Baillot *et al.* 1996; Ducruix *et al.* 2000). Dans ce cas, la longueur d'onde basée sur la vitesse moyenne de l'écoulement est du même ordre de grandeur que la taille de la flamme. Le plissement est donc plus significatif et les variations du dégagement de chaleur plus conséquentes (Schuller *et al.* 2003). Les effets non linéaires se traduisent par une limitation de l'augmentation de la surface de flamme lorsque des éléments de front de flamme voisins interagissent entre-eux, avec notamment la formation de points de rebroussement sur le front de flamme (Baillot *et al.* 1996) ou de paquets (Joulin et Sivashinsky 1991) qui constituent des sources sonores puissantes (Kidin *et al.* 1984).

Interaction flamme-tourbillon

Les tourbillons sont des structures convectées par l'écoulement moyen susceptibles de produire de fortes perturbations du dégagement de chaleur. L'enroulement d'un tourbillon contrôle souvent le mélange des réactifs dans la région en amont de la zone de combustion et ceci détermine le taux de conversion instationnaire des réactifs dans l'écoulement ainsi que l'amplitude de l'impulsion de pression résultant de la combustion du tourbillon. Lorsqu'une portion de surface de flamme s'enroule sur elle-même, la surface augmente rapidement. Cette croissance est limitée par le taux de consommation des réactifs et ensuite par la disparition de surface de flamme, lorsque des éléments de fronts voisins interagissent. Les interactions flamme-tourbillon ont été largement étudiées (Roberts et Driscoll 1991; Rolon *et al.* 1995; Sinibaldi *et al.* 1998; Renard *et al.* 2000).

Dans beaucoup de foyers prémélangés, l'allumage et la combustion retardée de ces structures constitue un mécanisme générateur de dégagement de chaleur instationnaire capable d'entretenir des oscillations (Smith et Zukoski 1985; Poinso *et al.* 1987; Shadow *et al.* 1989; Zsak *et al.* 1991; Keller et Barr 1996). La formation de tourbillons dans une chambre de combustion met en jeu différents mécanismes. En particulier, les instabilités hydrodynamiques des écoulements cisailés conduisent très souvent à un enroulement tourbillonnaire. Si les fréquences préférées des écoulements cisailés non réactifs ont été largement étudiées (Ho et Huerre 1984), le cas des écoulements réactifs est moins bien documenté (Trouvé *et al.* 1988). Les expériences de Yu *et al.* (1991) montrent que les flammes sont très réceptives à des perturbations externes et ceci sur une large gamme de fréquence. Ce mécanisme peut être facilement synchronisé par une oscillation acoustique dans les écoulements réactifs (Gutmark *et al.* 1991; Yu *et al.* 1991). Un tel couplage est notamment observé dans les instabilités tourbillonnaires des propulseurs segmentés (Mettenleiter 1999). Des tourbillons sont formés par exemple lorsque la perturbation de vitesse associée à un mode acoustique résonant passe par un maximum (Poinso *et al.* 1987). La combustion ultérieure des gaz frais entraînés par les tourbillons alimente un mode résonant et peut entretenir l'instabilité. Ce mécanisme peut être représenté schématiquement par :

$$p' \longrightarrow v'_{acous} \longrightarrow \text{lâché de tourbillons} \longrightarrow \text{transport par l'écoulement} \longrightarrow Q' \quad (17)$$

Dans certaines configurations, la combustion du tourbillon est déclenchée par l'interaction avec des tourbillons voisins (Poinso *et al.* 1987) ou avec des surfaces (Smith et Zukoski 1985; Kendrick *et al.* 1996). Dans ces mécanismes interactifs la quantité de surface de flamme change rapidement produisant une variation rapide du dégagement de chaleur. De plus, des couplages non-linéaires entre les modes acoustiques et les modes hydrodynamiques sont également possibles (Rogers et Marble 1956; Lucas et Rockwell 1984).

Inhomogénéités de richesse

Un autre mécanisme est fréquemment cité comme source d'instabilités dans les foyers prémélangés comme ceux des turbines à gaz modernes. Les expériences et les approches théoriques indiquent que certains types d'instabilité peuvent être induits par des perturbations du rapport de mélange combustible/air (Hubbard et Dowling 1998; Lieuwen et Zinn 1998; Lieuwen et Zinn 2000; Hathout *et al.* 2000; Paschereit *et al.* 2001). Ces perturbations apparaissent au niveau des injecteurs car les lignes d'alimentation d'air et de combustible répondent de façon différente à des perturbations de pression. Dans ce mécanisme des oscillations de pression dans la chambre de combustion interagissent avec le système d'injection de combustible. Une augmentation de la pression au niveau des injecteurs provoque une chute du débit de combustible après un certain retard. Celle-ci provoque une perturbation négative de la richesse Φ' du mélange qui est alors convectée par l'écoulement vers la zone de flamme. La réponse de la flamme induit une fluctuation du dégagement de chaleur qui, si elle est en phase par rapport au signal de pression, peut alimenter en énergie un mode instable du système (Baade 1972; Baade 1978). Cette interaction peut être représentée schématiquement par :

$$p' \longrightarrow \phi' \longrightarrow \text{transport par l'écoulement} \longrightarrow Q' \quad (18)$$

Un aspect fondamental de ce processus est la réponse d'une flamme perturbée par des inhomogénéités de richesse (Marzouk *et al.* 2000). Alors que la richesse Φ est le seul paramètre qui pilote le taux de consommation d'une flamme en régime stationnaire, ce n'est plus le cas en régime instationnaire (Lauvergne et Egolfopoulos 2000). La réponse d'une flamme de prémélange à une modulation de la richesse prend la forme de cycles autour de la courbe de réponse stationnaire de la flamme à richesse constante. La taille des cycles diminue lorsque la fréquence augmente et la flamme se comporte là encore comme un filtre passe-bas.

Un autre aspect qui modère ce mécanisme est l'intensité du mélange prenant place entre l'injection et la flamme. Si le mélange est intense, la perturbation initiale Φ_0 sera suffisamment atténuée, provoquant une fluctuation faible du dégagement de chaleur. Les modèles les plus simples supposent une convection de l'amplitude de la perturbation avec une longueur d'atténuation l lorsque les perturbations sont atténuées (Lauvergne et Egolfopoulos 2000) :

$$\Phi(x) = \Phi_0 \exp\left(-\frac{\omega}{v}l\right) \quad (19)$$

avec $l = (2D/\omega)^{1/2}$, où D est la diffusivité moyenne du combustible dans l'écoulement.

Pour qu'une combustion cyclique s'installe, il ne suffit pas que la flamme soit en mouvement, encore faut-il que l'émission sonore résultante soit suffisante pour entretenir l'auto-oscillation. Parmi les différents mécanismes proposés, on peut s'interroger sur leur efficacité respective à produire du bruit.

Identification des sources sonores

D'une façon générale, dans toutes les interactions citées précédemment, deux mécanismes s'enchaînent :

- un mécanisme de production de surface de flamme prend place à un instant du cycle instable, par exemple lorsqu'un tourbillon s'enroule autour de la flamme ou lorsqu'une perturbation acoustique plisse le front de flamme,
- suivi d'une destruction de surface, par exemple pour un étirement violent du front de flamme, ou lors d'interactions entre fronts voisins ou avec des parois.

Pour comprendre comment agissent ces mécanismes, on peut par exemple considérer une équation de transport pour la densité de surface de flamme Σ :

$$\frac{d\Sigma}{dt} = \epsilon\Sigma - \beta\Sigma^2 \quad (20)$$

Cette expression est couramment utilisée pour décrire l'évolution de la surface de flamme dans des écoulements turbulents. Le terme ϵ représente l'étirement de l'élément d'interface qui peut être à priori positif ou négatif suivant que la perturbation de l'écoulement sur l'élément d'interface considéré étire ($\epsilon > 0$) ou comprime ($\epsilon < 0$) le front de flamme. Le terme $\beta\Sigma^2$ représente la disparition de surface par interaction mutuelle des éléments de flamme. Selon cette expression, les mécanismes de destruction d'interface sont non linéaires et plus rapides que les termes de production linéaires. La pression rayonnée étant proportionnelle au taux de variation de surface de flamme disponible, un pic d'émission apparaît lors de la destruction d'interface. Parmi l'ensemble des mécanismes responsables d'émission sonore par la flamme, ceux qui contribuent à la disparition de surface de flamme sont donc plus efficaces que ceux qui participent à la production de surface de flamme.

La limite d'extinction d'une flamme soumise à un étirement instationnaire, les interactions de flammes avec des parois froides et les interactions mutuelles entre fronts de flammes voisins constituent à priori des sources sonores intenses, susceptibles de favoriser l'apparition d'instabilités en renforçant la rétroaction de la combustion sur l'écoulement.

5. Objectifs et enjeux de la thèse

On a déjà introduit dans l'analyse qui précède quelques-unes des contributions scientifiques issues de cette thèse. On propose ici une synthèse des objectifs de recherche. L'étude s'appuie sur l'expérience acquise par le laboratoire EM2C dans le domaine des interactions acoustique-combustion. Elle s'inscrit dans la continuité des études précédentes de LeHelley (1994) et de Ducruix (1999) mais aussi sur beaucoup d'autres travaux de l'équipe EM2C ou de chercheurs du domaine. De nombreuses références sont introduites dans la suite. L'objectif général est de mieux comprendre les mécanismes d'instabilité de combustion par l'expérimentation, la modélisation et le calcul. L'analyse est guidée par une démarche expérimentale systématique en se concentrant sur quelques phénomènes particuliers. Le manuscrit comporte deux grandes parties, chacune déclinée en trois chapitres.

Première partie : Dynamique des flammes inclinées

La première partie repose sur une analyse détaillée de la réponse d'une flamme à des perturbations acoustiques incidentes. On traite en particulier la réponse des flammes de prémélange inclinées par rapport à l'écoulement (chapitre I). En s'appuyant sur cette modélisation, on développe une méthode d'approche et un outil de calcul des fonctions de transfert (chapitre II). Le chapitre III décrit la démarche expérimentale utilisée en parallèle pour caractériser la dynamique d'une flamme conique et d'une flamme en V accrochée sur un barreau. Les données expérimentales sont confrontés aux prévisions théoriques et aux calculs, conduisant notamment à une généralisation des résultats obtenus antérieurement et au développement d'un modèle unifié pour le calcul des fonctions de transfert.

Dans beaucoup d'applications industrielles, la flamme est inclinée par rapport à l'écoulement incident. L'étude de la réponse de ces flammes à des perturbations est donc d'une importance majeure pour la dynamique de la combustion. On va comparer la réponse de flammes coniques et de flammes en "V" soumises à des modulations de vitesse.

- On montre que les flammes coniques sont relativement peu sensibles aux fluctuations de l'écoulement. On s'intéresse en particulier au phénomène de formation de points de rebroussement sur le front de flamme, connus encore sous le nom de "cusps". Ces cusps sont responsables de la saturation du plissement du front de flamme lorsque la fréquence de modulation augmente. Mis en évidence dans de nombreuses situations non confinées depuis les travaux de Blackshear (1953), il semble que ce phénomène apparaisse également en situation confinée dans l'expérience de Logan *et al.* (1991). Dans cette étude, les auteurs se placent volontairement dans des conditions instables sur un mode résonant d'un incinérateur pour favoriser la combustion de déchets.
- Les flammes en "V" sont très sensibles aux perturbations incidentes. La réponse de ces flammes présente en particulier une bande de fréquences dans laquelle elle agit comme un amplificateur de la perturbation. On montre que la dynamique du front est principalement pilotée par des structures tourbillonnaires qui sont générées dans la couche de cisaillement entre l'injecteur et l'écoulement environnant. On rencontre ces flammes dans des systèmes de réchauffe qui équipent les turboréacteurs à faible taux de dilution.

Deuxième partie : Interactions flamme-paroi et flamme-flamme

La deuxième partie du manuscrit concerne les situations interactives, les sources de fluctuations de chaleur et leur rayonnement acoustique. Après un bref rappel de la théorie classique du bruit de combustion, on étudie dans le chapitre IV la réponse d'une flamme en interaction avec une paroi lorsque l'écoulement en amont du front est modulé. Le lien entre l'émission sonore et la fluctuation de surface de flamme est établi expérimentalement. On montre dans le chapitre V que la source sonore précédemment identifiée est responsable, sous certaines conditions, d'oscillations auto-entretenuës dans le brûleur. Sur la base d'une caractérisation expérimentale complète du mouvement oscillatoire de la flamme en interaction avec l'acoustique du brûleur, un modèle du phénomène observé est proposé, puis analysé. Enfin dans le chapitre VI, on montre que les phénomènes mis en évidence lors de l'interaction flamme-paroi interviennent également lors de l'interaction mutuelle de fronts de flamme. Ce type d'interaction constitue également une source sonore intense capable d'auto-entretenir une instabilité de combustion. Le phénomène est illustré à l'aide de configurations de flammes dans lesquelles les interactions sont particulièrement intenses.

Les interactions flamme-paroi, flamme-flamme font parties des principaux mécanismes limitant l'augmentation de densité d'interface de flamme par plissement du front. On montre que ces mécanismes sont à l'origine d'un rayonnement acoustique intense capable de générer des instabilités.

- La combustion instationnaire proche des parois est un phénomène encore mal connu. Elle intéresse particulièrement l'industrie automobile, puisque dans les moteurs à piston la combustion a lieu souvent au voisinage des parois (Baritaud *et al.* 1994). On montre que l'interaction d'une flamme instationnaire et d'une paroi peut conduire à une émission sonore intense. On montre également que sous certaines conditions, ces interactions sont capable d'entretenir des oscillations de combustion. Certains brûleurs laminaires utilisés dans l'industrie présentent des instabilités très semblables.
- Les interactions mutuelles entre fronts de flamme sont l'un des principaux mécanismes présumés limitant l'augmentation de la surface de flamme dans les foyers turbulents (Poinso et Veynante 2001). On montre que ces interactions conduisent à des variations rapides de la surface de flamme. Plus précisément, la destruction de surface flamme qui en résulte constitue une source sonore puissante capable d'induire des instabilités de combustion. Au cours de ces interactions des poches de gaz frais sont souvent libérées dans les gaz chauds et brûlent ultérieurement. La formation de ces paquets a par exemple été mise en évidence dans des simulations de l'écoulement à l'intérieur de chambres de combustion de turbines à gaz lors de la transition d'un régime de fonctionnement stable à un régime de fonctionnement instable (Huang et Yang 2002). Les expériences réalisées ici montrent que ce mécanisme peut contribuer de façon efficace au développement d'instabilités de combustion.

Première partie

**Dynamique des flammes minces
inclinaées**

Chapitre I

Modélisation analytique

On s'intéresse dans ce chapitre à la modélisation de la dynamique des flammes de prémélange inclinées par rapport à l'écoulement incident. On rencontre fréquemment ce type de flamme dans des foyers laminaires comme les chaudières domestiques ou les brûleurs à induction (les brûleurs qui fonctionnent au moyen d'un entrainement d'air par l'écoulement). Dans les foyers turbulents, la flamme est également souvent inclinée par rapport à l'écoulement moyen. La dynamique des flammes inclinées présente donc un intérêt majeur pour de nombreuses applications industrielles. Sous certaines hypothèses simplificatrices, on montre qu'il est possible d'établir des expressions analytiques de la réponse de ces flammes soumises à des perturbations de la vitesse de l'écoulement en amont du front. Ces travaux théoriques permettent (i) de déterminer des modèles utilisables dans les codes de calcul pour la prévision des instabilités et (ii) d'identifier les paramètres fondamentaux contrôlant la réponse de la flamme. Ces paramètres sont aussi utiles pour caractériser la réponse des flammes dans des situations plus complexes, en guidant la démarche expérimentale ou l'analyse des résultats de simulations numériques.

On présente dans la section I.1 la modélisation retenue pour l'étude de la dynamique du front de flamme ainsi qu'une analyse critique des résultats théoriques précédents. Une analyse dimensionnelle du problème est entreprise. Celle-ci montre que la dynamique de la flamme est contrôlée par deux paramètres indépendants et non par une fréquence réduite ω_* unique comme proposé dans les études précédentes du même problème (Fleifil *et al.* 1996; Ducruix *et al.* 2000; Dowling 1999). Dans la section I.2 une approche cinématique du mouvement de la flamme, originellement développée pour les basses fréquences, est étendue à la gamme des hautes fréquences en incluant le caractère convectif du champ de vitesse incident. On montre que l'introduction d'un tel champ de vitesse permet de réconcilier les résultats de l'analyse dimensionnelle avec les expressions obtenues à partir de l'approche cinématique. Une analyse perturbative de l'équation pour G dans un cas très général permet d'identifier la façon dont une perturbation de vitesse est transportée le long du front de flamme. L'application de cette méthode au cas des flammes inclinées est ensuite étudiée en détail. Des solutions analytiques pour la position perturbée de la flamme sont obtenues dans un référentiel lié à la flamme en fonction de la modulation de l'écoulement incident. Deux modèles du champ de vitesse sont envisagés. Le premier suppose une perturbation basse fréquence correspondant à une oscillation uniforme de la vitesse le long du front de flamme. Le second considère une perturbation convective de la vitesse issue de la base du brûleur qui se propage vers le sommet de la flamme. Des solutions sont obtenues pour les perturbations du mouvement du front de flamme autour de sa position moyenne. Ces solutions sont ensuite utilisées dans la section I.3 pour calculer les fonctions de transfert des flammes coniques et des flammes en "V". Une analyse détaillée de chacune de ces fonctions est conduite en explorant notamment certains cas limites intéressants. Nos estimations sont comparées aux modèles existants. La section I.4 présente un récapitulatif des principaux résultats obtenus dans ce chapitre.

I.1 Approche cinématique du mouvement du front de flamme

Cette analyse est restreinte aux flammes de prémélange soumises à des perturbations de la vitesse de l'écoulement. La zone de réaction est supposée infiniment mince et se comporte à la limite comme une interface séparant l'espace en deux régions distinctes de densité constante, les réactifs frais et les gaz brûlés (Fig. I.1). Plusieurs hypothèses simplificatrices sont introduites afin d'ignorer volontairement certains effets de la combustion. L'expansion thermique des gaz, les effets thermodiffusifs, les effets de courbure (Markstein 1964) et les effets d'étirement (Law 1988) qui agissent sur la dynamique du front de flamme sont ignorés. Cette idéalisation de la représentation de la combustion ne peut rendre compte de toute la complexité du comportement de la flamme. On montre toutefois que ce modèle est suffisant pour approcher les caractéristiques principales de la réponse d'une flamme soumise à des perturbations de vitesse de l'écoulement incident.

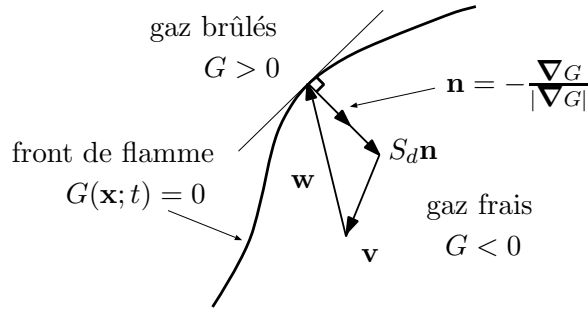


FIG. I.1 – Schéma de principe pour la modélisation de la dynamique d'une flamme représentée par une interface $G = 0$. S_d est la vitesse de déplacement normal du front par rapport au gaz frais, $\mathbf{n} = -\frac{\nabla G}{|\nabla G|}$ est la normale locale au front, et \mathbf{v} est la vitesse des gaz frais au niveau de l'interface $G = 0$.

I.1.1 Equation pour G

Sur la figure I.1, la position du front de flamme est représentée par une interface $\Gamma(\mathbf{x}, t)$ qui correspond à l'isosurface $G = 0$ d'un champ scalaire généralement noté G (Kerstein *et al.* 1988). Le champ $G(\mathbf{x}, t)$ doit être une fonction continue de l'espace et du temps. L'interface Γ est donnée par l'ensemble des points de l'espace \mathbf{x} vérifiant :

$$\Gamma(\mathbf{x}, t) = [\mathbf{x} \mid G(\mathbf{x}, t) = 0] \quad (\text{I.1})$$

L'interface $\Gamma(\mathbf{x}, t)$ se déplace avec une vitesse $\mathbf{w} = S_d \mathbf{n} + \mathbf{v}$. Elle subit deux effets : (i) un déplacement normal dû à la consommation du mélange réactif situé dans la région $G < 0$ avec une vitesse de déplacement S_d par rapport aux gaz frais et (ii) un transport par le champ hydrodynamique \mathbf{v} des gaz frais. En examinant le déplacement de l'interface $G = 0$, on peut écrire l'équation de transport suivante pour le front Γ :

$$\frac{\partial G}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla G = S_d |\nabla G| \quad (\text{I.2})$$

La position stationnaire du front $\Gamma_0 = [\mathbf{x} \mid G_0(\mathbf{x}) = 0]$ est donnée par :

$$\mathbf{v}_0 \cdot \nabla G_0 = S_d |\nabla G_0| \quad (\text{I.3})$$

Dans cette expression \mathbf{v}_0 est le champ de vitesse stationnaire (ou moyen) et $G_0(\mathbf{x})$ est le champ de $G(\mathbf{x}, t)$ stationnaire (ou moyen). En exploitant la définition de la normale \mathbf{n}_0 au front de flamme stationnaire Γ_0 , $\mathbf{n}_0 = -\nabla G_0/|\nabla G_0|$, on peut récrire l'équation (I.3) sous la forme :

$$\mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{n}_0 = -S_d \quad (\text{I.4})$$

Cette relation exprime simplement la conservation du débit normal au travers du front de flamme.

I.1.2 Analyse des résultats théoriques précédents

La plupart des analyses théoriques de la dynamique des flammes de prémélange reposent sur la description cinématique du mouvement du front de flamme développée au paragraphe précédent. Fleifil *et al.* (1996) utilisent cette approche pour déterminer la réponse d'une flamme conique soumise à des perturbations de vitesse en amont du front dans un mélange homogène maintenu à richesse Φ constante. Leur analyse est uniquement valable pour des flammes coniques très longues lorsque les perturbations sont axiales et uniformes le long du front de flamme. Ces travaux ont été étendus par Ducruix *et al.* (2000) en incluant l'angle au sommet de la flamme conique dans la description de la réponse de la flamme. Les auteurs montrent que la dynamique de la flamme est contrôlée par un seul paramètre, identifié comme une fréquence réduite $\omega_* = (\omega R)/(S_L \cos \alpha)$, où ω est la fréquence angulaire de la pulsation imposée à l'écoulement, R est le rayon du brûleur, S_L est la vitesse laminaire de flamme et α est le demi-angle au sommet de la flamme. Les résultats expérimentaux obtenus en faisant varier la richesse Φ du mélange réactif, les conditions d'écoulement et la géométrie du brûleur (R) montrent que les prévisions théoriques sont en bon accord tant que la pulsation réduite reste inférieure à $\omega_* \leq 8$ pour le gain de la fonction de transfert. Mais la différence entre la phase calculée et la phase mesurée augmente dès que la pulsation réduite est supérieure à $\omega_* \geq 3$. En particulier, le modèle prévoit une saturation de la phase à une valeur égale à $\pi/2$ alors que les phases mesurées augmentent avec ω_* . Le problème résulte de la modélisation trop simpliste du champ de vitesse perturbé dans les réactifs. Des mesures du champ de vitesse par vélocimétrie par imagerie de particules (Ducruix *et al.* 2001) montrent que dans la gamme de pulsations réduites explorée $2 \leq \omega_* \leq 15$, la phase de la vitesse mesurée le long de l'axe de symétrie augmente régulièrement avec la distance au brûleur. Par ailleurs, dans une configuration semblable, Baillot *et al.* (1996) montrent que la perturbation de vitesse n'est pas uniforme le long du front de flamme, mais qu'elle présente une longueur d'onde λ proportionnelle à \bar{v}/f , où \bar{v} est la vitesse moyenne des gaz frais.

Un deuxième cas intéressant est la dynamique d'une flamme en "V" stabilisée derrière un barreau cylindrique placé suivant l'axe dans un canal de section circulaire. Cette configuration a été étudiée de façon théorique par Dowling (1999) à partir de l'approche cinématique proposée par Fleifil *et al.* (1996). Pour de petites perturbations uniformes, la fonction de transfert de la flamme est obtenue en fonction d'un paramètre unique $\Omega = \omega(b-a)/(S_L [1 - (S_L/\bar{u}_G)^2]^{1/2})$, où a et b sont respectivement les rayons du barreau et du canal, et \bar{u}_G est la vitesse axiale moyenne des gaz frais. Avec les notations introduites précédemment, $R = b-a$ peut être considéré comme le rayon effectif du brûleur. En remarquant également que le rapport $S_L/\bar{u}_G = \sin \alpha$, on trouve que le paramètre de contrôle Ω introduit par Dowling (1999) est clairement identique à la pulsation réduite ω_* proposée par Ducruix *et al.* (2000). Dans les deux cas, la flamme conique et la flamme en "V", la pulsation réduite ω_* apparaît comme l'unique paramètre contrôlant la réponse fréquentielle d'une flamme inclinée soumise à des petites perturbations uniformes de vitesse. Cependant, ces modèles qui considèrent des mouvements en bloc du front de flamme sont limités aux basses fréquences. Des différences significatives apparaissent entre les prévisions théoriques et les résultats expérimentaux lorsque la pulsation ω_* augmente dans le cas des flammes coniques (Ducruix *et al.* 2000), comme dans le cas des flammes en "V" (Langhorne 1988; Bloxsidge *et al.* 1988). Pour comprendre l'origine de ces différences avec l'expérience, il est intéressant d'effectuer une analyse dimensionnelle du problème.

I.1.3 Analyse dimensionnelle du problème

On propose de dresser la liste des paramètres pertinents intervenant dans la fonction de transfert de la flamme en s'appuyant sur une analyse dimensionnelle du problème. Soit F la

fonction de transfert d'une flamme infiniment mince soumise à des perturbations de l'écoulement $v(\mathbf{x}, t) = \bar{v}(\mathbf{x}) + v'(\mathbf{x}, t)$, où \bar{v} désigne la vitesse moyenne de l'écoulement et $v'(\mathbf{x}, t)$ désigne une perturbation de vitesse d'amplitude v_1 et de fréquence angulaire ω . La fonction F est définie par les fluctuations relatives du dégagement de chaleur Q'/\bar{Q} rapportées aux fluctuations relatives de la vitesse v_1/\bar{v} . Les effets d'étirement et de courbure du front de flamme sont ignorés. Dans ces conditions la vitesse de déplacement du front S_d est égale à la vitesse de flamme laminaire S_L (Williams 1985). Le rapport Q'/\bar{Q} peut donc être remplacé par la fluctuation relative de surface de flamme A'/\bar{A} (Schuller *et al.* 2002). La fonction de transfert peut alors s'écrire $F = (A'/\bar{A}) / (v_1/\bar{v})$. L'ensemble des paramètres agissant sur F sont la fréquence angulaire ω de l'écoulement perturbé, R une échelle de longueur caractéristique de la taille de la flamme, la vitesse de flamme laminaire S_L et la vitesse moyenne de l'écoulement \bar{v} . La fonction de transfert dépend a priori de ces quatre quantités $F = F(\omega, R, S_L, \bar{v})$. Cette expression ne fait intervenir que deux unités fondamentales, une longueur $[L]$ et un temps $[T]$. Selon le théorème π , la fonction de transfert ne dépend alors que de deux groupements sans dimension, par exemple $\omega R/S_L$ et S_L/\bar{v} . Cependant dans les études théoriques précédentes (Fleifil *et al.* 1996; Dowling 1999; Ducruix *et al.* 2000), la réponse de la flamme est décrite à partir d'un seul paramètre hybride sans dimension, $\omega_* = \omega R / (S_L [1 - (S_L/\bar{v})^2]^{1/2})$, faisant intervenir les deux groupements. On montre dans ce qui suit que le rapport S_L/\bar{v} apparaît comme le second paramètre indépendant contrôlant la réponse de la flamme lorsqu'une perturbation convective de l'écoulement est considérée au lieu d'une perturbation uniforme.

I.2 Analyse perturbative de l'équation pour G

I.2.1 Cas général

Dans cette partie, on suppose connus (i) la position du front stationnaire Γ_0 , (ii) le champ $G_0(\mathbf{x})$ associé, et (iii) la vitesse du mélange réactif \mathbf{v}_0 en chacun des éléments du front Γ_0 . En maintenant le prémélange à une richesse Φ constante, on considère une fluctuation de l'écoulement incident $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_1$, où \mathbf{v}_1 représente la perturbation de vitesse au niveau du front de flamme. La nouvelle position du front de flamme Γ est celle qui permet de satisfaire la relation $G = G_0(\mathbf{x}) + G_1(\mathbf{x}, t) = 0$ à tout instant. L'évolution du champ perturbé $G_1(\mathbf{x}, t)$ est donnée par une analyse perturbative au premier ordre de l'équation (I.2) :

$$\frac{\partial G_1}{\partial t} + (\mathbf{v}_0 + S_d \mathbf{n}_0) \cdot \nabla G_1 = -\mathbf{v}_1 \cdot \nabla G_0 \quad (\text{I.5})$$

Dans cette expression on a utilisé l'équation (I.3) pour éliminer les termes d'ordre zéro. Posons maintenant :

$$\mathbf{v}_0^n = (\mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{n}_0) \mathbf{n}_0 \quad (\text{I.6})$$

$$\mathbf{v}_0^t = \mathbf{v}_0 - (\mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{n}_0) \mathbf{n}_0 \quad (\text{I.7})$$

Les vecteurs \mathbf{v}_0^n et \mathbf{v}_0^t sont respectivement la vitesse moyenne des gaz frais normale et tangentielle au front de flamme. En utilisant la relation (I.4), la vitesse \mathbf{v}_0^t peut être exprimée par $\mathbf{v}_0^t = \mathbf{v}_0 + S_d \mathbf{n}_0$. En notant de plus que $\nabla G_0 = -|\nabla G_0| \mathbf{n}_0$, l'expression (I.5) peut être réécrite :

$$\frac{\partial G_1}{\partial t} + \mathbf{v}_0^t \cdot \nabla G_1 = v_1^n |\nabla G_0| \quad (\text{I.8})$$

où $v_1^n = \mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{n}_0$ est la fluctuation de vitesse normale à la position moyenne du front de flamme Γ_0 . L'équation (I.8) généralise un résultat originellement obtenu par Boyer et Quinard (1990) pour des flammes inclinées par rapport à l'écoulement moyen. Les perturbations de vitesse $\mathbf{v}_1^n = v_1^n \mathbf{n}_0$ normales au front Γ_0 sont convectées le long de ce front Γ_0 avec une vitesse égale à la vitesse moyenne des gaz frais tangentielle au front \mathbf{v}_0^t .

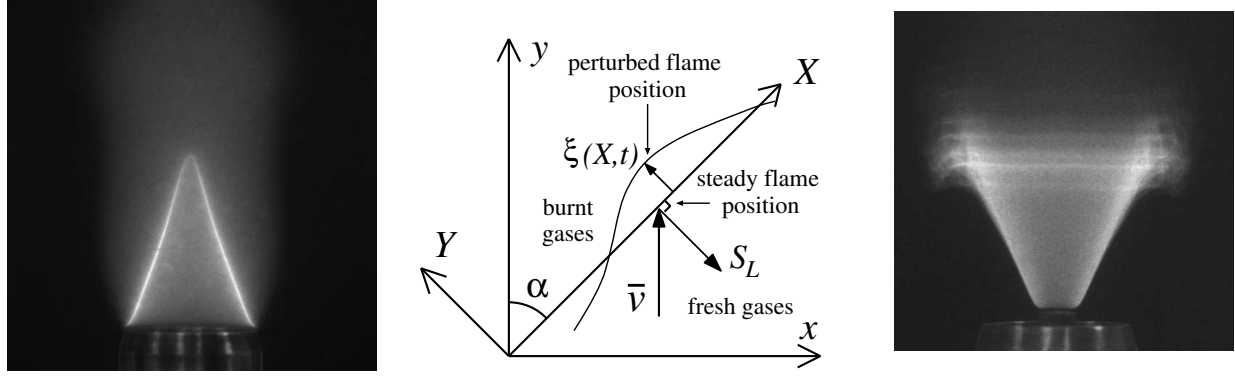


FIG. I.2 – A gauche et à droite, flammes inclinées dont on souhaite estimer la réponse à des fluctuations de l'écoulement. Au milieu, schéma de la modélisation retenue pour la position du front de flamme dans les référentiels liés au laboratoire (x, y) et à la flamme (X, Y) .

I.2.2 Application au cas des flammes inclinées

L'analyse initialement proposée par Boyer et Quinard (1990) de la dynamique d'une flamme mince inclinée soumise à des modulations de l'écoulement est reprise à partir de la formulation précédente. On se place dans un cadre bidimensionnel. Dans le référentiel (x, y) du laboratoire, le champ de vitesse du mélange réactif a pour composantes $\mathbf{v} = (u, v)$. On suppose dans la suite de ce chapitre que la vitesse de déplacement du front S_d est égale à la vitesse laminaire de flamme S_L : $S_d = S_L$ (Williams 1985). L'équation (I.2) se réécrit :

$$\frac{\partial G}{\partial t} + u \frac{\partial G}{\partial x} + v \frac{\partial G}{\partial y} = S_L \left[\left(\frac{\partial G}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial G}{\partial y} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{I.9})$$

On considère une flamme inclinée dans un champ de vitesse moyen axial et uniforme de la forme $\bar{\mathbf{v}} = (0, \bar{v})$. On suppose que la position moyenne du front de flamme Γ_0 peut être décrite par l'expression $G_0 = y - \bar{\eta}(x) = 0$ dans le référentiel (x, y) (Fig. I.2). En substituant cette relation dans l'équation (I.9), on obtient la position moyenne de la flamme $\bar{\eta}(x)$:

$$\bar{\eta}(x) = x \left[\left(\frac{\bar{v}}{S_L} \right)^2 - 1 \right]^{1/2} = \frac{x}{\tan \alpha} \quad (\text{I.10})$$

On envisage de petites perturbations du champ de vitesse sous la forme $\mathbf{v} = (u', \bar{v} + v')$, où u' et v' sont petits devant \bar{v} . Soient X et Y les nouvelles coordonnées dans le référentiel fixé à la flamme. Dans ce repère, le champ de vitesse \mathbf{v} a pour composantes (U, V) et la position du front de flamme perturbé est donnée par $G = Y - \xi(X, t) = 0$. En remplaçant cette expression dans l'équation (I.8), il vient :

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial \xi}{\partial X} = V'(X, t) \quad (\text{I.11})$$

où $\bar{U} = \bar{v} \cos \alpha$ est la vitesse moyenne des gaz frais projetée suivant la direction du front de flamme et $V' = v' \sin \alpha - u' \cos \alpha$ est la perturbation de vitesse normale au front de flamme. La solution de l'équation (I.11) est immédiate. Le déplacement normal au front $\xi(X, t)$ s'exprime par une intégrale des fluctuations de vitesse V' :

$$\xi(X, t) = \frac{1}{\bar{U}} \int_0^X V' \left(X', t - \frac{X - X'}{\bar{U}} \right) dX' \quad (\text{I.12})$$

Si la perturbation V' est harmonique de la forme $V'(X, t) = \tilde{V}(X) \exp(-i\omega t)$, le déplacement normal au front de flamme ξ répond aussi de façon harmonique $\xi(X, t) = \tilde{\xi}(X) \exp(-i\omega t)$. L'expression précédente se réduit à :

$$\tilde{\xi}(X) = \frac{\exp\left(i\omega \frac{X}{\bar{U}}\right)}{\bar{U}} \int_0^X \tilde{V}(X') \exp\left(-i\omega \frac{X'}{\bar{U}}\right) dX' \quad (\text{I.13})$$

Une première analyse de cette relation est conduite par Boyer et Quinard (1990). Le déplacement normal du front $\xi(X, t)$ apparaît comme une onde convective de longueur d'onde $\lambda = \bar{U}/f$, une caractéristique observée expérimentalement par Baillot *et al.* (1996). Cette onde convective est modulée par une amplitude complexe qui est donnée par le terme intégrale de l'équation (I.13).

On envisage ci-dessous les cas génériques de perturbations uniforme puis convective du champ de vitesse incident.

Cas d'une perturbation uniforme de vitesse

Dans beaucoup de situations pratiques la longueur d'onde de la perturbation acoustique est grande par rapport à la taille de la flamme (Yang et Culick 1986). On peut dans ce cas supposer que la modulation de vitesse est harmonique, axiale et uniforme le long du front de flamme :

$$u' = 0 \quad (\text{I.14})$$

$$v' = v_1 \exp(-i\omega t) \quad (\text{I.15})$$

Dans le référentiel lié à la flamme (X, Y) , cette modulation de l'écoulement correspond à une perturbation de vitesse normale au front $\tilde{V}(X) = v_1 \sin \alpha$. En introduisant cette expression dans l'équation (I.13), on obtient l'amplitude de la perturbation du déplacement normal du front $\tilde{\xi}$ qui est exprimée avec les variables liées au référentiel (x, y) du laboratoire ($\tilde{\xi}(X) \equiv \tilde{\xi}(x)$) :

$$\frac{\tilde{\xi}(x) \cos \alpha}{R} = \frac{v_1}{\bar{v}} \frac{1}{i\omega_*} \left[\exp\left(i\omega_* \frac{x}{R}\right) - 1 \right] \quad (\text{I.16})$$

La projection du déplacement normal d'un élément du front sur l'axe horizontal x , $\tilde{\xi}(x) \cos \alpha$, apparaît comme une fonction du rapport x/R et ne dépend que du paramètre sans dimension $\omega_* = (\omega R)/(S_L \cos \alpha)$, où R est une échelle de longueur caractéristique de la flamme. La perturbation $\xi(x, t)$ est une onde convective de longueur d'onde $\lambda = \bar{U}/f$, dont l'amplitude est modulée par l'enveloppe d'équation :

$$\xi_e(X) = \frac{2v_1 \sin \alpha}{\omega} \sin\left(\frac{\omega X}{2\bar{U}}\right) \quad (\text{I.17})$$

Dans le repère (X, Y) attaché au front de flamme stationnaire, des exemples de la forme instantanée du front soumis à une modulation uniforme de vitesse sont présentés sur la figure I.3 pour quatre phases du cycle d'excitation. La fréquence de l'excitation est $f = 50$ Hz . L'enveloppe $\xi_e(X)$ est également représentée en trait continu. Les conditions d'écoulement sont $S_L = 0.39$ m/s, $\bar{v} = 1.30$ m/s, and $v_1/\bar{v} = 0.1$. La flamme est ancrée en $X = 0$ qui définit le premier noeud de l'ondulation. Le mouvement de la flamme présente des noeuds stationnaires périodiquement espacés d'une distance égale à \bar{U}/f . Ce modèle est une représentation réaliste du comportement dynamique de la flamme, tant que la longueur d'onde λ des perturbations reste grande par rapport à la taille caractéristique R de la flamme, c'est-à-dire dans la limite des perturbations à basse fréquence.

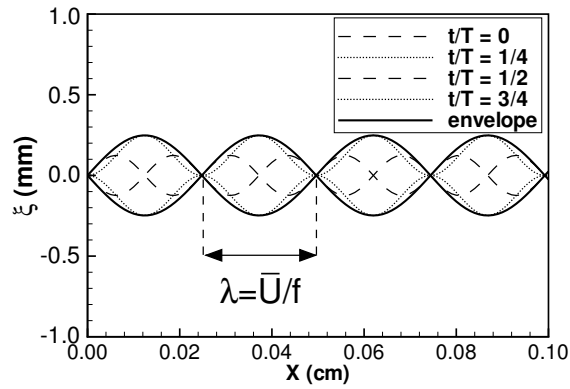


FIG. I.3 – Positions de la flamme perturbée dans le référentiel fixé au front de flamme stationnaire. La flamme est soumise à une modulation uniforme de la vitesse $\tilde{U}(X) = v_1 \sin \alpha$, avec $S_L = 0.39$ m/s, $\bar{v} = 1.30$ m/s, $v_1/\bar{v} = 0.1$ et $f = 50$ Hz.

Cas d'une perturbation convective de vitesse

Le cas générique d'une modulation convective est aussi intéressant, car ce type de perturbation est fréquemment observé dans des situations non confinées (Baillot *et al.* 1996). Dans des situations confinées, les perturbations de l'écoulement sont souvent également convectées par l'écoulement moyen vers le front de flamme (Yu *et al.* 1991; Logan *et al.* 1991). On considère donc une perturbation convective de vitesse se propageant selon la direction axiale y du référentiel du laboratoire (x, y) :

$$u' = 0 \quad (\text{I.18})$$

$$v' = v_1 \exp(iky - i\omega t) \quad (\text{I.19})$$

Dans cette expression, k est un nombre d'onde convectif basé sur la vitesse moyenne \bar{v} de l'écoulement axial : $k = \omega/\bar{v}$. Dans le référentiel fixé à la flamme (X, Y) , cette modulation correspond à une perturbation de vitesse normale au front de flamme $\tilde{V}(X) = v_1 \sin \alpha \exp(ikX \cos \alpha)$. En utilisant cette relation dans l'équation (I.13), on obtient après intégration :

$$\frac{\tilde{\xi}(x) \cos \alpha}{R} = \frac{v_1}{\bar{v}} \frac{1}{i\omega_*} \frac{1}{1 - \cos^2 \alpha} \left[\exp\left(i\omega_* \frac{x}{R}\right) - \exp\left(i\omega_* \frac{x}{R} \cos^2 \alpha\right) \right] \quad (\text{I.20})$$

A nouveau, la quantité $\tilde{\xi}(x) \cos \alpha$ représente la projection de la perturbation normale à un élément du front sur l'axe horizontal x et elle est donnée en fonction des variables liées au référentiel (x, y) du laboratoire. La grandeur $\tilde{\xi}(x) \cos \alpha$ dépend maintenant de deux paramètres, la pulsation réduite ω_* mais également l'angle de flamme α avec la direction moyenne de l'écoulement. Comme $\cos^2 \alpha = 1 - (S_L/\bar{v})^2$, il est clair que la dynamique de la flamme dépend d'un second paramètre indépendant S_L/\bar{v} . On retrouve donc le résultat suggéré par l'analyse dimensionnelle du problème. L'amplitude de cette onde convective est modulée par l'enveloppe d'équation :

$$\xi_e(X) = \frac{v_1 \sin \alpha \sin \left[\frac{\omega}{2\bar{v}} (\cos \alpha - 1/\cos \alpha) X \right]}{\bar{U} \frac{\omega}{2\bar{v}} (\cos \alpha - 1/\cos \alpha)} \quad (\text{I.21})$$

Il est intéressant d'explorer quelques cas limites :

Flamme perpendiculaire à l'écoulement ($\alpha \rightarrow \pi/2$) : dans le cas limite où $\alpha \rightarrow \pi/2$, ($\cos \alpha \rightarrow 0$), l'expression (I.20) se réduit à l'équation (I.16) obtenue pour une modulation uniforme de la vitesse. Les effets convectifs sont donc supprimés lorsque la flamme est perpendiculaire à l'écoulement.

Flamme parallèle à l'écoulement ($\alpha \rightarrow 0$) : lorsque l'angle α tend vers zéro, l'expression (I.20) est une forme indéterminée dont la limite tend vers :

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\tilde{\xi}(x) \cos \alpha}{R} = \frac{v_1}{\bar{v}} \frac{x}{R} \exp\left(i\omega_* \frac{x}{R}\right) \quad (\text{I.22})$$

Le déplacement normal au front correspond dans ce cas à une onde convective de longueur d'onde $\lambda = S_L/f$, dont l'amplitude croît linéairement avec la distance x le long du front.

Perturbation basse fréquence ($kR \ll 1$) : dans la limite des basses fréquences, ou des grandes longueurs d'onde $kR \ll 1$, les expressions (I.16) et (I.20) peuvent être développées en série. Au premier ordre en ω_* , les deux expressions dégènèrent en l'équation :

$$\lim_{\omega_* \rightarrow 0} \frac{\tilde{\xi}(x) \cos \alpha}{R} = \frac{v_1}{\bar{v}} \frac{x}{R} \quad (\text{I.23})$$

Dans la limite des basses fréquences, la perturbation croît donc linéairement avec la distance x .

En résumé, l'analyse précédente montre que les perturbations de l'écoulement sont convectées le long de la flamme inclinée par la vitesse tangentielle au front de l'écoulement moyen (Boyer et Quinard 1990; Baillot *et al.* 1996). Dans le cas d'une perturbation uniforme de vitesse, la position du front est contrôlée par un seul paramètre sans dimension ω_* , analogue à une pulsation réduite. Dans le cas d'une perturbation convective, le mouvement de la flamme dépend de deux paramètres indépendants ω_* et S_L/\bar{v} . Ce dernier résultat est en accord avec l'analyse dimensionnelle développée dans la section précédente. On a montré que dans la limite des basses fréquences, le modèle convectif prévoit les mêmes résultats que le modèle uniforme. Comme l'expression (I.20) contient les résultats antérieurs, on peut raisonnablement espérer que ce nouveau modèle permettra une meilleure description de la fonction de transfert des flammes inclinées que celle déduite de l'équation (I.16) pour des perturbations uniformes.

I.3 Fonction de transfert des flammes inclinées

A partir des résultats précédents, il est maintenant possible de calculer la fluctuation de surface de flamme associée à la perturbation incidente et d'en déduire la fonction de transfert de la flamme $F = (A'/\bar{A})/(v_1/\bar{v})$. Pour ce faire, on utilise la variable $\eta(x, t)$ qui donne la position du front de flamme à un instant t selon l'axe vertical y du référentiel du laboratoire (x, y) . Pour de petites perturbations, la position verticale du front est décomposée sous la forme $\eta(x, t) = \bar{\eta}(x) + \eta'(x, t)$. Dans cette expression $\eta'(x, t) = \xi(x, t)/\sin \alpha$ est la fluctuation verticale de la position de la flamme autour de la position moyenne $\bar{\eta} = x/\tan \alpha$ (Fig. I.4). La surface de flamme instantanée $A(t)$ est calculée à partir de la position instantanée $\eta(x, t)$ du front de flamme dans le plan médian du brûleur en supposant une symétrie de révolution :

$$A(t) = \int_0^R 2\pi r dl \quad (\text{I.24})$$

où dl est un élément de longueur du front de flamme et r la distance entre l'élément dl et l'axe du brûleur. On propose dans le tableau ci-dessous un repérage des différentes dénominations des fonctions de transfert rencontrées dans ce chapitre :

Vitesse	Flamme conique	Flamme en "V" stabilisée sur un barreau	Flamme en "V" stabilisée en un point de l'axe
Modulation uniforme	F_{UCO}	F_{UVR}	F_{UVP}
	B_{UCO}	B_{UVR}	B_{UVP}
Modulation convective	F_{CCO}	F_{CVR}	F_{CVP}
	B_{CCO}	B_{CVR}	B_{CVP}

TAB. I.1 – Repérage des fonctions de transfert. Les notations sont F pour exact et B pour approximation basse fréquence.

I.3.1 Fonction de transfert des flammes coniques

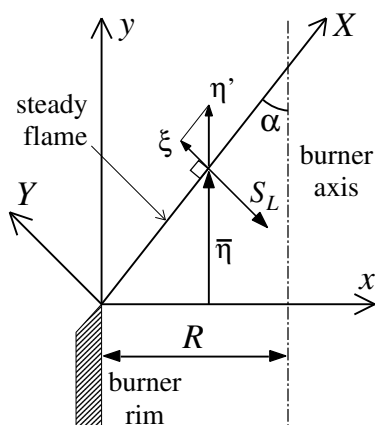


FIG. I.4 – A gauche, configuration utilisée pour le calcul des fonctions de transfert des flammes coniques, R : rayon du brûleur, α : angle du front de flamme avec la direction de l'écoulement moyen. A droite, mouvement de flamme à simuler.

On considère une flamme conique stabilisée sur les lèvres d'un brûleur selon le schéma de la figure I.4. Dans ce cas, l'échelle de longueur caractéristique de la taille de la flamme, R , correspond

au rayon du brûleur. En s'aidant du schéma de la figure I.4, la surface instantanée de la flamme $A(t)$ s'écrit :

$$A(t) = \int_0^R 2\pi(R-x) \frac{d\eta}{\cos \alpha} \quad (\text{I.25})$$

Une analyse perturbative au premier ordre de cette équation permet d'exprimer les fluctuations de surface $A'(t)$:

$$A'(t) = \frac{2\pi}{\tan \alpha} \int_0^R (R-x) \frac{\partial \xi}{\partial x} dx \quad (\text{I.26})$$

Dans cette expression, on a utilisé la relation $\eta'(x, t) = \xi(x, t)/\sin \alpha$. Comme la position du front est une fonction harmonique $\xi(x, t) = \xi(x) \exp(-i\omega t)$, la fluctuation de surface est également harmonique $A'(t) = \tilde{A} \exp(-i\omega t)$. On suppose de plus la flamme ancrée aux lèvres du brûleur en $x = 0$, on a donc $\tilde{\xi}(0) = 0$. L'équation (I.26) se simplifie et on obtient après par intégration par parties :

$$\tilde{A} = \frac{2\pi}{\tan \alpha} \int_0^R \tilde{\xi}(x) dx \quad (\text{I.27})$$

Cas d'une perturbation de vitesse uniforme

En substituant la relation (I.16) pour la perturbation $\tilde{\xi}(x)$ de la position du front due à une modulation uniforme de la vitesse dans l'équation (I.27), on trouve après intégration que la fluctuation de surface de flamme s'exprime sous la forme $\tilde{A}/\bar{A} = (v_1/\bar{v})F_{UCO}(\omega_*)$ avec :

$$F_{UCO}(\omega_*) = \frac{2}{\omega_*^2} [1 - \exp(i\omega_*) + i\omega_*] \quad (\text{I.28})$$

La fonction de transfert d'une flamme conique perturbée par une modulation uniforme de la vitesse F_{UCO} dépend uniquement de la fréquence réduite ω_* . Les indices U et CO font référence à uniforme et conique. Cette expression coïncide avec celle obtenue par Ducruix *et al.* (2000) à partir d'une analyse du mouvement du front de flamme dans le repère fixe (x, y) .

Dans la limite des basses fréquences, les fonctions de transfert des flammes sont souvent modélisées par des filtres du premier ordre (Merk 1956; Baade 1978; Fleifil *et al.* 1996; Ducruix *et al.* 2000) avec des expressions du type :

$$H(\omega_*, \beta) = \frac{\beta}{\beta - i\omega_*} \quad (\text{I.29})$$

Différentes valeurs numériques ont été proposées pour le coefficient β . On trouve $\beta = 2$ dans la référence (Fleifil *et al.* 1996) et $\beta = 3$ dans les références (Merk 1956; Ducruix *et al.* 2000). Dans la limite des petites valeurs de ω_* , les expressions (I.28) et (I.29) sont développées en série. En notant B_{UCO} , l'approximation basse fréquence de la fonction de transfert F_{UCO} , on obtient :

$$B_{UCO} = 1 + i\frac{\omega_*}{3} + O(\omega_*^2) \quad (\text{I.30})$$

Et pour l'expression (I.29) :

$$H(\omega_*, \beta) = 1 + i\frac{\omega_*}{\beta} + O(\omega_*^2) \quad (\text{I.31})$$

Ainsi le filtre du premier ordre $H(\omega_*, \beta = 3)$ apparaît comme la meilleure approximation de B_{UCO} , la fonction de transfert de la flamme F_{UCO} obtenue dans la limite des basses fréquences. On trouve ici une justification mathématique de la valeur du coefficient β . Il est à remarquer que la valeur

numérique $\beta = 2$ doit être retenue dans le cas d'une flamme dièdre plane.

Remarque : Le choix de la valeur du coefficient $\beta = 3$ est justifié dans l'analyse proposée par Ducruix *et al.* (2000) en écrivant H sous la forme $H = 1/(1 - i\omega\tau_L)$. Dans cette expression apparaît le délai caractéristique $\tau_L = R/(\beta S_L \cos \alpha)$ qui est interprété dans cette référence comme le délai moyen mis par les perturbations de vitesse pour atteindre le front de flamme. Cette quantité, τ_L est estimée grâce à l'approximation donnée par Merk (1956) : $\tau_L \simeq R/3S_L$. Il est intéressant de développer une expression exacte pour cette quantité τ_L et d'examiner le lien avec le coefficient β . Le délai τ_L est défini comme la somme pondérée, au cours d'une période T et sur la surface S du brûleur, du temps mis par les perturbations de vitesse pour couvrir la distance entre la sortie du brûleur et la position du front de flamme η :

$$\tau_L = \frac{1}{\bar{v}} \frac{1}{S} \int_S \frac{1}{T} \int_T \int_0^\eta dy dt dS \quad (\text{I.32})$$

Il vient après intégration :

$$\tau_L = \frac{R \cos \alpha}{3S_L} \quad (\text{I.33})$$

Cette expression est légèrement différente de celle proposée par Merk. Il est donc difficile de conclure s'il existe un lien direct entre le coefficient β et le temps moyen de convection d'une perturbation au front de flamme τ_L , sauf dans le cas limite des flammes coniques très longues ($\alpha \rightarrow 0$).

Cas d'une perturbation de vitesse convective

En substituant l'expression (I.20) de la perturbation $\tilde{\xi}(x)$ associée à une modulation convective de la vitesse dans l'équation (I.27), on trouve que la fluctuation de surface de flamme prend la forme $\tilde{A}/\bar{A} = (v_1/\bar{v})F_{CCO}(\omega_*, \alpha)$, avec :

$$F_{CCO}(\omega_*, \alpha) = \frac{2}{\omega_*^2} \frac{1}{1 - \cos^2 \alpha} \left[1 - \exp(i\omega_*) + \frac{\exp(i\omega_* \cos^2 \alpha) - 1}{\cos^2 \alpha} \right] \quad (\text{I.34})$$

La fonction de transfert d'une flamme conique perturbée par une onde convective F_{CCO} (C et CO correspondent respectivement à convective et conique) dépend à la fois de la fréquence réduite ω_* mais aussi de l'angle α entre le front de flamme et l'écoulement moyen. On examine dans la suite différents cas limites.

Flamme perpendiculaire à l'écoulement ($\alpha \rightarrow \pi/2$) : dans la limite des grands angles $\alpha \rightarrow \pi/2$, la flamme est perpendiculaire à l'écoulement, $S_L/\bar{v} = [1 - \cos^2 \alpha]^{1/2} \rightarrow 1$. Le rapport $[\exp(i\omega_* \cos^2 \alpha) - 1]/(\cos^2 \alpha)$ tend vers $i\omega_*$. On retrouve ainsi l'expression donnée par l'équation (I.28). La fonction $F_{CCO}(\omega_*, \alpha)$ dégénère en la fonction $F_{UCO}(\omega_*)$ obtenue pour une perturbation uniforme de l'écoulement :

$$\lim_{\alpha \rightarrow \pi/2} F_{CCO}(\omega_*, \alpha) = F_{UCO}(\omega_*) \quad (\text{I.35})$$

Flamme conique très longue ($\alpha \rightarrow 0$) : si s'intéresse au cas des flammes coniques très longues en faisant tendre α vers 0 dans l'équation (I.34), on obtient au premier ordre en α :

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} F_{CCO}(\omega_*, \alpha) = \frac{2}{\omega_*^2} [\exp(i\omega_*)(1 - i\omega_*) - 1] \quad (\text{I.36})$$

Dans cette expression, la différence de phase entre les fluctuations du dégagement de chaleur et les fluctuations de vitesse augmente comme $\lim_{\omega_* \rightarrow 0} \Delta\varphi = 2\omega_*/3$ pour ω_* suffisamment faible et comme $\lim_{\omega_* \rightarrow \infty} \Delta\varphi = \omega_* - \pi/2$ pour ω_* suffisamment grand. La relation $\Delta\varphi = \omega_* - \pi/2$ est une bonne approximation de la phase pour des pulsations réduites $\omega_* > 5$. Le cas des longues flammes coniques s'approche donc d'une situation purement convective, où le temps de réponse de la flamme défini par $\tau = \Delta\varphi/\omega$ est quasiment constant, quelle que soit la fréquence d'excitation (LeHelley 1994).

Limite des grandes longueurs d'onde ($kR \ll 1$) : dans la limite des grandes longueurs d'onde par rapport à la taille de la flamme $kR \ll 1$, l'expression (I.34) peut être développée en série de ω_* :

$$B_{CCO} = \lim_{\omega_* \rightarrow 0} F_{CCO}(\omega_*, \alpha) = 1 + i\frac{\omega_*}{3} (1 + \cos^2 \alpha) + O(\omega_*^2) \quad (\text{I.37})$$

On aboutit à une expression semblable à celle obtenue dans la limite des basses fréquences pour la fonction de transfert d'une flamme conique soumise à une modulation de vitesse uniforme B_{UCO} , Eq. (I.30). Les deux expressions sont identiques lorsque l'angle α tend vers $\pi/2$, c'est à dire pour des flammes perpendiculaires à l'écoulement.

Comparaison des modèles

Le gain et la phase de la fonction de transfert $F_{UCO}(\omega_*)$ calculés pour une perturbation de vitesse uniforme sont tracés sur la figure I.5. L'axe vertical tracé en trait noir épaissi correspond à la pulsation réduite $\omega_* = 2\pi$. Les caractéristiques du filtre optimal du premier ordre $H(\omega_*, \beta = 3)$ sont également représentées sur ces figures. L'analyse du gain montre que la flamme est sensible aux perturbations basse fréquence de l'écoulement et que les hautes fréquences sont filtrées. Ce comportement est bien représenté par le filtre du premier ordre. Concernant la phase, les deux modèles donnent asymptotiquement une saturation de la phase à une valeur de $\pi/2$ lorsque la fréquence réduite ω_* augmente. Ce phénomène apparaît pour une pulsation réduite $\omega_* = 2\pi$. Par ailleurs, la pulsation $\omega_* = 2\pi$ a été identifiée dans l'étude de Ducruix *et al.* (2000) comme la fréquence de coupure théorique du système. Elle correspond à une situation où une longueur d'onde de la perturbation est complètement établie le long du front de flamme.

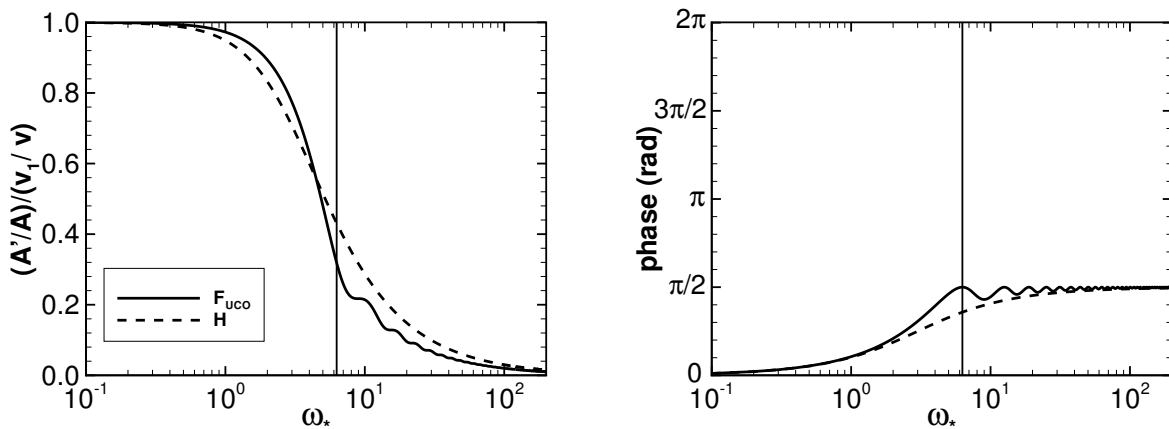


FIG. I.5 – Gain et phase des fonctions de transfert d'une flamme conique. En trait plein : modèle de perturbation uniforme $F_{UCO}(\omega_*)$. En tirets : filtre optimal du premier ordre $H(\omega_*, \beta = 3)$.

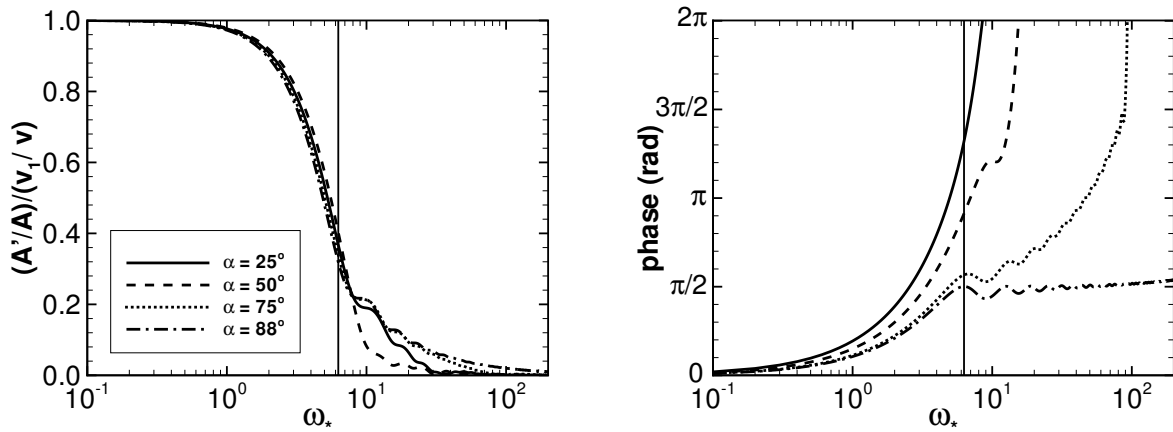


FIG. I.6 – Gain et phase des fonctions de transfert d’une flamme conique $F_{CCO}(\omega_*, \alpha)$ calculés avec le modèle convectif pour quatre angles de flamme $\alpha = 25^\circ$ (trait plein), $\alpha = 50^\circ$ (tirets), $\alpha = 75^\circ$ (pointillés), and $\alpha = 88^\circ$ (tirets-pointillés).

La fonction de transfert $F_{CCO}(\omega_*, \alpha)$ calculée pour une perturbation convective est tracée sur la figure I.6 pour quatre angles de flamme $\alpha = 25^\circ, 50^\circ, 75^\circ$, et 88° . L’amplitude de la réponse est peu affectée par l’angle α tant que la fréquence réduite du système reste inférieure à la fréquence de coupure $\omega_* = 2\pi$. Dans cette partie basse fréquence $\omega_* < 2\pi$, le gain obtenu avec le nouveau modèle est en très bon accord avec le gain obtenu avec le modèle uniforme quel que soit l’angle α . Ceci peut être vérifié en comparant la famille de courbes tracées sur cette figure avec la courbe en tirets-pointillés calculée pour un angle de flamme $\alpha = 88^\circ \simeq \pi/2$, une situation où le nouveau modèle dégénère en la fonction de transfert obtenue avec le modèle uniforme (Fig. I.5). Pour des fréquences d’excitation supérieures à la fréquence de coupure, l’amplitude de la réponse de la flamme dépend fortement de l’angle α . Les principales différences entre les résultats de la figure I.6 et les prévisions de la figure I.5 obtenues avec le modèle uniforme concernent la phase de la fonction de transfert. Celle-ci augmente avec ω_* au lieu de saturer. Le phénomène de saturation n’apparaît que pour des flammes dont l’angle α est proche de $\pi/2$, c’est à dire pour des flammes perpendiculaires à l’écoulement où les effets convectifs le long du front disparaissent. Dans cette situation on retrouve le phénomène de saturation prédit par le modèle uniforme en suivant la courbe en tirets-pointillés de la figure I.6 ($\alpha = 88^\circ$). Si on s’intéresse au cas limite des flammes coniques très longues ($\alpha = 25^\circ$), on a montré que lorsque $\alpha \rightarrow 0$ la différence de phase $\Delta\varphi$ croît linéairement avec ω_* , Eq. (I.36). Dans toutes les situations intermédiaires où l’angle α varie de 0 à $\pi/2$, la phase présente un comportement complexe caractérisé par une compétition entre une croissance linéaire dans la limite des longues flammes ($\alpha \rightarrow 0$) et une saturation dans la gamme des hautes fréquences pour des flamme planes perpendiculaires à l’écoulement ($\alpha \rightarrow \pi/2$). Ce comportement est en accord avec les résultats expérimentaux présentés dans la référence (Ducruix *et al.* 2000). Lorsque la vitesse débitante des gaz est réduite, c’est-à-dire lorsque l’angle α croît, la phase de la fonction de transfert bascule d’un caractère purement convectif (α petit) vers un phénomène de saturation (α grand).

I.3.2 Fonction de transfert des flammes en “V”

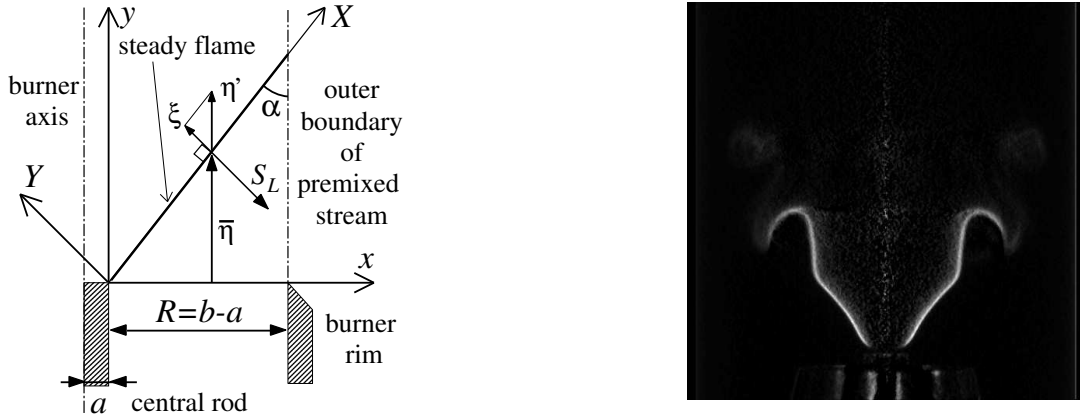


FIG. I.7 – A gauche, configuration utilisée pour le calcul des fonctions de transfert d’une flamme en “V” stabilisée sur une tige centrale, a : rayon de la tige, b : rayon du brûleur, α : angle entre le front de flamme et la direction de l’écoulement moyen, $R = b - a$. A droite, mouvement de flamme à simuler.

Un autre cas d’intérêt pratique et fondamental est la fonction de transfert de flammes en “V” stabilisées sur un barreau de rayon a dans un brûleur de rayon b . L’échelle caractéristique de la taille de la flamme, R , correspond maintenant à la largeur du canal d’alimentation en réactifs $R = b - a$. Aucune composante radiale n’est envisagée dans cette étude, la flamme est donc supposée s’éteindre aux limites du brûleur selon l’axe vertical $x = b$. Dans cette nouvelle configuration, la surface instantanée de la flamme $A(t)$ s’écrit (Fig. I.7) :

$$A(t) = \int_a^b 2\pi x \frac{d\eta}{\cos \alpha} \quad (\text{I.38})$$

Les fluctuations de surface de flamme $A'(t)$ sont données au premier ordre par :

$$A'(t) = \frac{2\pi}{\tan \alpha} \int_a^b x \frac{\partial \xi}{\partial x} dx \quad (\text{I.39})$$

Si on suppose de plus la flamme ancrée sur le bord du barreau central, on a $\tilde{\xi}(a) = 0$. Un changement de variable $x' = x + a$ et une intégration par parties permettent de simplifier l’expression (I.39). On obtient finalement pour l’amplitude \tilde{A} de la fluctuation de surface :

$$\tilde{A} = \frac{2\pi}{\tan \alpha} \left(b\tilde{\xi}(R) - \int_0^R \tilde{\xi}(x') dx' \right) \quad (\text{I.40})$$

Cas d’une perturbation de vitesse uniforme

En substituant l’expression (I.16) de la perturbation $\tilde{\xi}(x)$ due à une modulation uniforme de la vitesse dans la relation (I.40), il vient $\tilde{A}/\bar{A} = (v_1/\bar{v})F_{UVR}(\omega_*, a, b)$, avec :

$$F_{UVR}(\omega_*, a, b) = \frac{2}{\omega_*^2} \left[\frac{b-a}{b+a} (\exp(i\omega_*) - 1) + i\omega_* \left(\frac{a}{b+a} - \frac{b}{b+a} \exp(i\omega_*) \right) \right] \quad (\text{I.41})$$

La fonction de transfert d’une flamme en “V” stabilisée sur un barreau soumise à une modulation uniforme de la vitesse F_{UVR} dépend de la fréquence réduite ω_* , des rayons du barreau a et du

brûleur b . L'indice UVR correspond à modulation uniforme, flamme en "V", stabilisée sur un barreau. On retrouve un résultat obtenu initialement par Dowling (1999) dans le cadre d'une analyse directe du mouvement du front de flamme dans le repère fixe du laboratoire (x, y) .

La limite des grands rayons de brûleur b devant le rayon du barreau a , $b/a \gg 1$, correspond au cas des flammes en "V" ancrées en un point singulier. En posant $a = 0$ et $b = R$ dans la relation (I.41) on obtient $F_{UVP} = F_{UVR}(\omega_*, 0, R)$ la fonction de transfert d'une flamme en "V" ancrée en un point soumise à une modulation uniforme (UVP correspond à modulation uniforme, flamme en "V", ancrée en un point) :

$$F_{UVP}(\omega_*) = \frac{2}{\omega_*^2} [\exp(i\omega_*) - 1 - i\omega_* \exp(i\omega_*)] \quad (\text{I.42})$$

Cette fonction de transfert F_{UVP} dépend uniquement du paramètre sans dimension ω_* . On peut remarquer que cette expression coïncide avec l'équation (I.36) obtenue dans le cas limite des flammes coniques très longues lorsque $\alpha \rightarrow 0$.

Pour des petites valeurs de ω_* , un développement limité de l'équation (I.41) donne au premier ordre :

$$B_{UVR} = 1 + i \frac{\omega_*}{3} \frac{2b+a}{a+b} + O(\omega_*^2) \quad (\text{I.43})$$

Le filtre du premier ordre $H(\omega_*, \beta) = \beta / (\beta - i\omega_*)$ avec $\beta = 3(a+b)/(2b+a)$ est donc la meilleure approximation au modèle basse fréquence B_{UVR} de la fonction de transfert F_{UVR} (Dowling 1999). Dans le cas d'une flamme en "V" ancrée en un point, la valeur numérique de β est $3/2$.

Cas d'une perturbation de vitesse convective

En combinant les équations (I.20) et (I.40), on obtient pour les fluctuations de surface de flamme l'expression $\tilde{A}/\bar{A} = (v_1/\bar{v})F_{CVR}(\omega_*, \alpha, a, b)$ avec :

$$\begin{aligned} F_{CVR}(\omega_*, \alpha, a, b) &= \frac{2}{\omega_*^2} \frac{1}{1 - \cos^2 \alpha} \frac{b-a}{b+a} \left[\exp(i\omega_*) - 1 - \frac{\exp(i\omega_* \cos^2 \alpha) - 1}{\cos^2 \alpha} \right] \\ &+ \frac{2i}{\omega_*} \frac{1}{1 - \cos^2 \alpha} \frac{b}{a+b} [\exp(i\omega_* \cos^2 \alpha) - \exp(i\omega_*)] \end{aligned} \quad (\text{I.44})$$

La fonction de transfert d'une flamme en "V" stabilisée sur un barreau et modulée par un champ de vitesse convectif F_{CVR} dépend de la fréquence réduite ω_* , de l'angle de flamme α , des rayons du barreau a et du brûleur b . L'indice CVR correspond à perturbation convective, flamme en "V", stabilisée sur un barreau. La fonction de transfert d'une flamme en "V" ancrée en un point soumise à une modulation convective $F_{CVP}(\omega_*, \alpha) = F_{CVR}(\omega_*, \alpha, a = 0, b = R)$ ne dépend que des paramètres ω_* et α :

$$\begin{aligned} F_{CVP}(\omega_*, \alpha) &= \frac{2}{\omega_*^2} \frac{1}{1 - \cos^2 \alpha} \left[\exp(i\omega_*) - 1 - \frac{\exp(i\omega_* \cos^2 \alpha) - 1}{\cos^2 \alpha} \right] \\ &+ \frac{2i}{\omega_*} \frac{1}{1 - \cos^2 \alpha} [\exp(i\omega_* \cos^2 \alpha) - \exp(i\omega_*)] \end{aligned} \quad (\text{I.45})$$

On propose dans la suite d'étudier quelques cas limites.

Flamme perpendiculaire à l'écoulement ($\alpha \rightarrow \pi/2$) : dans la limite des grands angles, $\alpha \rightarrow \pi/2$, le rapport S_L/\bar{v} tend vers $S_L/\bar{v} = [1 - \cos^2 \alpha]^{1/2} \rightarrow 1$ et la fonction $F_{CVR}(\omega_*, \alpha, a, b)$ dégénère en la fonction de transfert obtenue pour une perturbation uniforme $F_{UVR}(\omega_*, a, b)$ de l'équation (I.41) :

$$\lim_{\alpha \rightarrow \pi/2} F_{CVR}(\omega_*, \alpha, a, b) = F_{UVR}(\omega_*, a, b) \quad (\text{I.46})$$

Flamme en “V” très longue ($\alpha \rightarrow 0$) : on ne s’intéresse ici qu’au cas d’une flamme en “V” ancrée en un point singulier. Dans la limite des petites angles α , c’est-à-dire pour des flammes en “V” très longues, l’expression (I.45) est une forme indéterminée dont la limite tend vers l’expression :

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} F_{CVP}(\omega_*, \alpha) = \frac{2}{\omega_*^2} [1 - \exp(i\omega_*) + i\omega_* \exp(i\omega_*) + \omega_*^2 \exp(i\omega_*)] \quad (\text{I.47})$$

Dans cette expression, le gain sature à une valeur égale à 2 pour $\omega_* \geq 2\pi$ et la différence de phase croît régulièrement comme $\lim_{\omega_* \rightarrow 0} \Delta\varphi = 4\omega_*/3$ pour ω_* suffisamment petit et comme $\lim_{\omega_* \rightarrow \infty} \Delta\varphi = \omega_*$ pour ω_* suffisamment grand. La relation $\Delta\varphi \simeq \omega_*$ est une bonne approximation de la phase pour des pulsations réduites $\omega_* > 6$. Dans ce cas, la flamme se comporte comme un amplificateur des perturbations de l’écoulement quelle que soit la fréquence d’excitation. Il faut toutefois remarquer que cette situation est peu réaliste, puisque lorsque $\alpha \rightarrow 0$ les deux fronts de flammes formant le “V” sont de plus en plus proches l’un de l’autre et des interactions mutuelles entre ces fronts ont lieu. Ce phénomène d’interaction n’est pas pris en compte dans l’analyse linéaire développée ici.

Limite des grandes longueurs d’onde ($kR \ll 1$) : Dans la limite des grandes longueurs d’onde $kR \ll 1$, l’expression (I.44) peut être développée en série de ω_* :

$$B_{CVR} = \lim_{\omega_* \rightarrow 0} F_{CVR}(\omega_*, \alpha, a, b) = 1 + i \frac{\omega_*}{3} \frac{2b + a}{a + b} (1 + \cos^2 \alpha) + O(\omega_*^2) \quad (\text{I.48})$$

On aboutit à une expression semblable à celle obtenue dans la limite des basses fréquences pour la fonction de transfert d’une flamme en “V” soumise à une modulation uniforme B_{CVR} , Eq. (I.43). Les deux expressions sont identiques lorsque l’angle $\alpha \rightarrow \pi/2$, pour des flammes quasi-perpendiculaires à l’écoulement.

Comparaison des modèles

Le gain et la phase de la fonction de transfert ancrée en un point de l’axe et soumise à une modulation uniforme $F_{UVP}(\omega_*)$ sont tracés sur la figure I.8, ainsi que la réponse du filtre optimal du premier ordre $H(\omega_*, \beta = 3/2)$. Dans ces figures, la verticale épaissie correspond à la fréquence réduite $\omega_* = 2\pi$. Le filtre du premier ordre sous-estime la réponse de la flamme dans la gamme $\omega_* \simeq 0.3$ à 20, et apparaît comme une représentation grossière du comportement dynamique de la flamme. La différence de phase de la fonction $F_{UVP}(\omega_*)$ croît linéairement avec ω_* , $\Delta\varphi = \omega_*$ (Eq. (I.42)), et n’atteint pas une valeur limite, contrairement aux prévisions du filtre du premier ordre lorsque $\omega_* > 2\pi$.

Les prévisions obtenues avec le modèle convectif sont tracées sur la figure I.9 pour quatre angles de flamme $\alpha = 25^\circ, 50^\circ, 75^\circ$ et 88° . La réponse de la flamme est dans ces cas fortement influencée par l’angle de flamme α . Pour des flammes quasi-perpendiculaires à la direction de l’écoulement ($\alpha = 88^\circ$), la réponse de la flamme approche le comportement prévu par le modèle uniforme de la figure I.8. Pour des vitesses d’écoulement plus importantes, lorsque l’angle de flamme diminue, les fluctuations de surface de flammes présentent des valeurs de gain excédant l’unité non prévues par le modèle uniforme. Plus l’angle de flamme est petit, plus les valeurs de gain excédant l’unité sont importantes. Du point de vue de la description cinématique du front de flamme, ces gains excédant l’unité indiquent qu’une flamme en “V” possède une bande fréquentielle de résonance où elle se comporte comme un amplificateur des perturbations, même si globalement la flamme reste un filtre passe-bas pour les hautes fréquences. Ce phénomène d’amplification a déjà été observé dans l’étude menée par Marble et Candel (1978) sur la dynamique des flammes stabilisées derrière un obstacle dans une conduite. Il est également intéressant de noter que même pour des fréquences réduites relativement élevées, des bosses secondaires importantes peuvent conduire

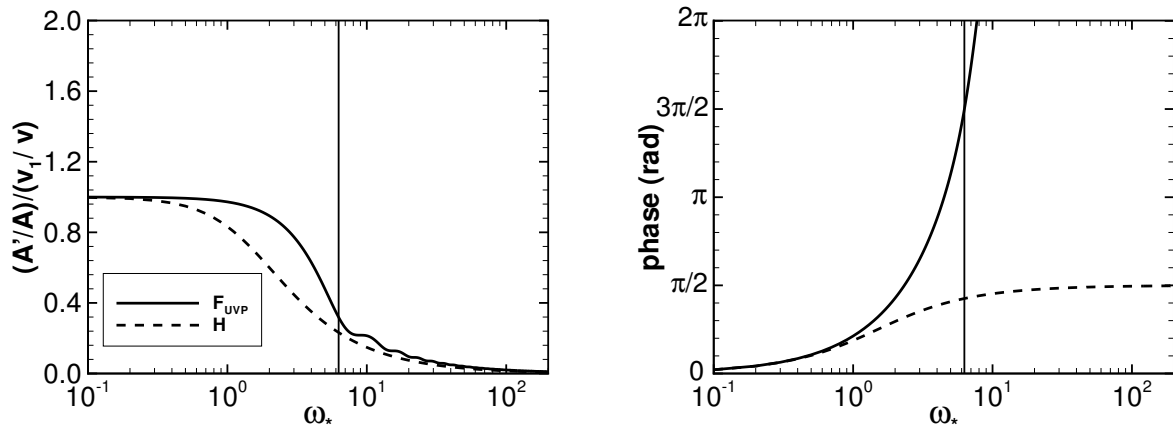


FIG. I.8 – Gain et phase des fonctions de transfert d’une flamme en “V” ancrée en un point ($a = 0, b = R$). Trait plein : modèle uniforme $F_{UVP}(\omega_*)$. Tirets : filtre optimal du premier ordre $H(\omega_*, \beta = 3/2)$.

à des amplifications significatives de la réponse de la flamme dans la gamme des fréquences intermédiaires (Fig. I.9, $\alpha = 25^\circ$ et 50°). Plus l’angle de flamme α est grand ($\alpha \rightarrow \pi/2$), moins la flamme est sensible aux perturbations de l’écoulement, alors que les flammes en “V” très longues ($\alpha \rightarrow 0$) sont extrêmement sensibles aux perturbations basse fréquence de l’écoulement. La flamme se comporte alors comme un amplificateur des perturbations quelle que soit la fréquence d’excitation (I.47), même si ce cas est peu réaliste du fait des interactions mutuelles entre les fronts voisins.

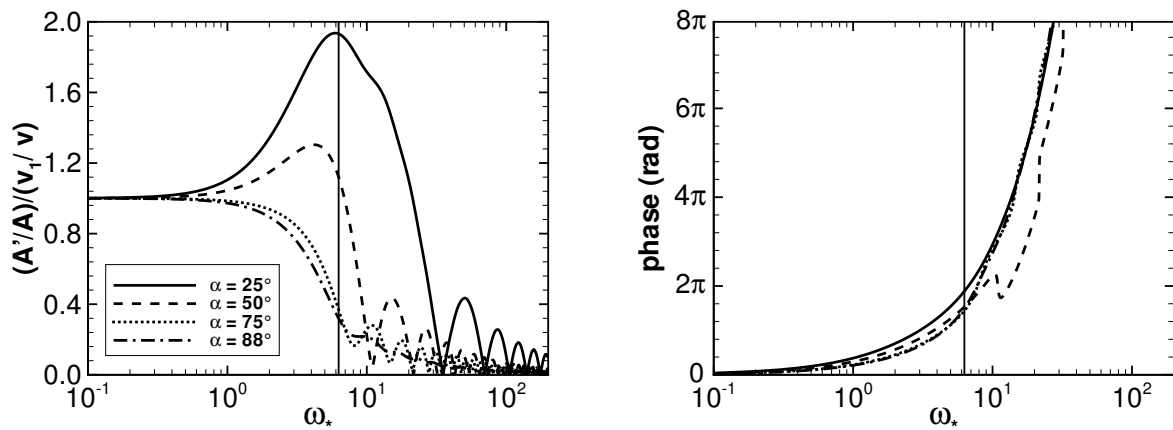


FIG. I.9 – Gain et phase des fonctions de transfert d’une flamme en “V” ancrée en un point ($a = 0$), $F_{CVP}(\omega_*, \alpha)$ calculés pour quatres angles de flamme $\alpha = 25^\circ$ (trait plein), $\alpha = 50^\circ$ (tirets), $\alpha = 75^\circ$ (pointillés) et $\alpha = 88^\circ$ (tirets-pointillés).

I.4 Conclusion

On a montré dans ce chapitre que la réponse d'une flamme inclinée soumise à des modulations de la vitesse incidente fait intervenir explicitement deux paramètres indépendants sans dimension, une fréquence réduite ω_* et l'angle α que fait la flamme avec la direction de l'écoulement incident. Cette nouvelle description de la dynamique des flammes de prémélange permet de réconcilier les prévisions théoriques pour les fonctions de transfert des flammes avec l'analyse dimensionnelle du problème. Un modèle unifié est développé. Celui-ci généralise la réponse de la flamme à des perturbations convectives de l'écoulement. On a montré que les modèles cinématiques précédents sont des cas limites (basse fréquence) de ce modèle unifié. On montre également que les effets convectifs disparaissent lorsque la flamme est perpendiculaire à l'écoulement. Ils interviennent par contre dès que la flamme est inclinée par rapport à l'écoulement. Ils jouent un rôle important dans la description de l'évolution de la phase de la fonction de transfert d'une flamme conique et sont également responsables de l'amplification du gain de la réponse d'une flamme en "V". Les flammes coniques et des flammes en "V" se comportent globalement comme des filtres passe-bas faces aux perturbations de l'écoulement. Par contre, une flamme en "V" présente une bande passante où elle agit comme un amplificateur des perturbations incidentes. Ces flammes sont donc beaucoup plus sensibles aux instationnarités de l'écoulement et susceptibles de développer des instabilités de combustion. On résume les principaux résultats obtenus dans ce chapitre sous la forme de tableaux présentés sur la page suivante. Les Tables I.2 et I.3 récapitulent les différentes expressions des fonctions de transfert des flammes coniques et des flammes en "V". Une analyse critique du modèle unifié est proposée ci-dessous.

Le modèle convectif est intéressant puisqu'il permet de généraliser la réponse d'une flamme inclinée à des perturbations de vitesse de l'écoulement dans une gamme de fréquences plus large que les modèles uniformes existants, c'est-à-dire lorsque la taille de la flamme n'est plus compacte par rapport à la longueur d'onde de la perturbation. On peut faire deux remarques :

- Les perturbations considérées dans cette étude sont des perturbations de vitesse, analogues à des fluctuations acoustiques mais qui sont transportées par l'écoulement moyen. On observe fréquemment ce type de mouvements instationnaires sur des brûleurs non confinés. Dans des foyers confinés, les perturbations convectives les plus courantes sont le plus souvent associées, soit à des structures cohérentes qui sont convectées vers la flamme, soit à des perturbations de richesse produites au niveau des injecteurs puis convectées vers le front de flamme. La réponse d'une flamme à un tourbillon incident est un phénomène complexe hors du cadre de cette étude. Par contre, la réponse d'une flamme inclinée soumise à une fluctuation incidente de richesse peut en première approximation s'étudier d'une façon analogue à l'étude menée dans ce chapitre moyennant quelques approximations supplémentaires (cf. annexe C).
- Le nouveau modèle proposé ne vérifie malheureusement pas l'équation de continuité. Dans la plupart des foyers, l'écoulement à basse vitesse du mélange réactif peut être supposé incompressible en amont du front de flamme ($\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$). On propose dans le second chapitre de reprendre cette étude en proposant une méthode d'intégration numérique du mouvement du front de flamme pour des perturbations uniformes et convectives de la vitesse, avec ou sans conservation de la masse. On étudie également l'influence de l'amplitude de la modulation sur la réponse de la flamme.

modèle	flamme conique
perturbation uniforme	$\frac{2}{\omega_*^2} [1 - \exp(i\omega_*) + i\omega_*]$
perturbation convective	$\frac{2}{\omega_*^2} \frac{1}{1 - \cos^2 \alpha} \left[1 - \exp(i\omega_*) + \frac{\exp(i\omega_* \cos^2 \alpha) - 1}{\cos^2 \alpha} \right]$
approximation basse fréquence	$1 + i\frac{1}{3}\omega_* + O(\omega_*^2)$
filtre optimal du 1 ^{er} ordre	$H(\omega_*, \beta = 3) = \frac{3}{3 - i\omega_*}$

TAB. I.2 – Synthèse des principaux résultats pour les fonctions de transfert d’une flamme conique.

modèle	flamme en “V” ($a = 0$)
perturbation uniforme	$\frac{2}{\omega_*^2} [\exp(i\omega_*) - 1 - i\omega_* \exp(i\omega_*)]$
perturbation convective	$\frac{2}{\omega_*^2} \frac{1}{1 - \cos^2 \alpha} \left[\exp(i\omega_*) - 1 - \frac{\exp(i\omega_* \cos^2 \alpha) - 1}{\cos^2 \alpha} \right] +$ $\frac{2i}{\omega_*} \frac{1}{1 - \cos^2 \alpha} [\exp(i\omega_* \cos^2 \alpha) - \exp(i\omega_*)]$
approximation basse fréquence	$1 + i\frac{2}{3}\omega_* + O(\omega_*^2)$
filtre optimal du 1 ^{er} ordre	$H(\omega_*, \beta = 3/2) = \frac{3/2}{3/2 - i\omega_*}$

TAB. I.3 – Synthèse des principaux résultats pour les fonctions de transfert d’une flamme en “V” ancrée en un point.

Chapitre II

Modélisation numérique

On développe dans ce chapitre une méthode de calcul qui permet d'estimer rapidement la dynamique d'un front de flamme. La méthode est applicable si on dispose d'une description de l'écoulement incident et qu'on connaît la position du front de flamme en l'absence de perturbations. L'objectif est de calculer la réponse fréquentielle d'une flamme de prémélange inclinée par rapport à l'écoulement lorsqu'elle est soumise à des modulations de vitesse en amont du front. Les fonctions de transfert de flammes de prémélange coniques ou en "V" sont déterminées avec des moyens informatiques raisonnables pour une large gamme de fréquence d'excitation. Typiquement, le calcul complet d'une fonction de transfert requiert quelques heures de calcul sur une station de travail standard. On s'intéresse en particulier à l'influence du modèle de la perturbation de vitesse considérée et aux effets de l'amplitude de la modulation de vitesse sur la réponse de ces flammes.

On rappelle rapidement dans la section II.1 la modélisation retenue pour la dynamique du front de flamme et les objectifs visés. La méthode numérique adoptée pour la résolution du problème est présentée dans la section II.2. Cette méthode est utilisée dans la section II.3 pour calculer la réponse d'un front de flamme soumis à une modulation de l'écoulement en considérant plusieurs modèles de vitesse pour le champ fluctuant en amont du front. Les simulations sont réalisées pour des flammes coniques et des flammes en "V" accrochées sur un corps central. Les fonctions de transfert de ces flammes sont calculées dans la section II.4 et comparées aux prévisions théoriques du chapitre I. Les résultats des simulations seront comparés aux données expérimentales dans le chapitre suivant.

II.1 Introduction

II.1.1 Problématique

Les géométries et les écoulements dans les brûleurs industriels sont en général complexes. Les calculs multidimensionnels instationnaires Navier-Stokes pour la prévision de fonctions de transfert de flammes dans ces foyers sont encore trop coûteux et sont souvent développés pour déterminer la réponse du foyer à une fréquence d'excitation (cf. Introduction). La détermination de la réponse fréquentielle d'une flamme requiert donc une modélisation de la dynamique de la flamme avec des hypothèses simplificatrices qui permettent d'estimer la fonction de transfert avec des temps de calculs raisonnables.

Dans les foyers laminaires, comme par exemple les brûleurs à induction des chaudières à gaz, les brûleurs à panneaux radiants utilisés pour le traitement thermique de matériaux, ou les brûleurs industriels prémélangés de type "bluff body", la flamme adopte souvent, soit une forme conique, soit une forme en "V" encore appelée flamme papillon. Même si l'écoulement est relativement simple et que la position du front de flamme est bien connue en l'absence de perturbation acoustique, la combustion périodique qui apparaît au cours de régimes de fonctionnement instables s'accompagne souvent de déformations importantes du front de réaction. Dans les foyers turbu-

lents, on ne possède souvent qu'une vague idée de la forme exacte du front flamme. Cependant, si la forme exacte à chaque instant du front de flamme est mal connue en raison de la turbulence, la position moyenne de ce front, ainsi que l'écoulement moyen sont souvent plus faciles à déterminer, soit par imagerie de la flamme à travers les hublots, soit par des calculs fondés sur la résolution des équations bilans moyennées (RANS) de l'écoulement.

Dans ces situations laminaires ou turbulentes, il est difficile de procéder à une analyse théorique quantitative de la réponse de la flamme aux perturbations incidentes de l'écoulement, d'autant plus que les fluctuations de l'écoulement générées en amont de la flamme présentent souvent un caractère complexe et peuvent induire des déformations importantes du front. Les modèles linéaires développés dans le chapitre précédent sont alors inefficaces pour prévoir la réponse de la flamme à ces perturbations. Il est donc intéressant de développer un outil de modélisation intermédiaire, entre l'analyse théorique et le calcul instationnaire complet de l'écoulement réactif, permettant une estimation rapide de la réponse fréquentielle de flammes relativement simples.

II.1.2 Modèle de flamme

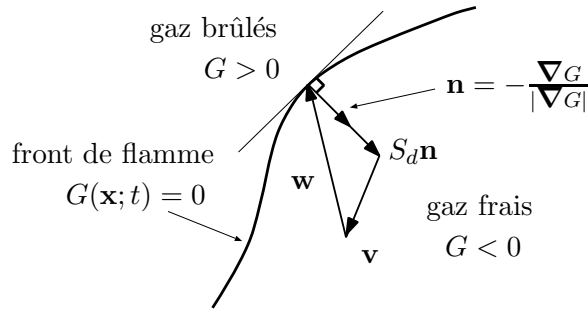


FIG. II.1 – Schéma de principe pour la modélisation de la dynamique d'une flamme représentée par une interface $G = 0$.

La formulation développée pour la flamme, comme contour particulier d'un champ de G , est valable dans les régimes de combustion laminaire et de flammes plissées pour les situations turbulentes (Peters 2000). Le principe de la modélisation est représenté schématiquement sur la figure II.1. La flamme est décrite par une interface séparant le mélange réactif des gaz brûlés. On cherche à résoudre l'équation de transport pour la variable G déjà présentée dans le chapitre I :

$$\frac{\partial G}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla G = S_d |\nabla G| \quad (\text{II.1})$$

La vitesse de déplacement S_d de l'interface $G = 0$ par rapport au mélange réactif apparaît dans le membre de droite de cette expression. Dans les cas laminaires, S_d dépend de la vitesse de flamme laminaire S_L et des propriétés locales du front de flamme, comme la courbure (Markstein 1964) et l'étirement (Law 1988). Dans les cas turbulents, la vitesse S_d peut être remplacée par une vitesse de flamme turbulente S_T qui dépend principalement de la vitesse de flamme laminaire S_L et des caractéristiques turbulentes (u'/S_L) de l'écoulement (Peters 2000). On cherche à quantifier dans cette étude de la dynamique des flammes les effets directement liés à l'acoustique. On suppose donc dans la suite que la vitesse de déplacement S_d de l'interface est constante et égale à la vitesse de flamme laminaire $S_d = S_L$. L'équation (II.1) est assujettie à la condition initiale suivante :

$$G(\mathbf{x}; t = 0) = G_0(\mathbf{x}) \quad (\text{II.2})$$

Dans cette expression, G_0 représente le champ de G en l'absence de perturbation (cas laminaire) ou le champ moyen de \overline{G} obtenu par exemple par calcul fondé sur les équations de bilans moyennées

(cas turbulent). On suppose ici G_0 , ou \overline{G} , connu. Le niveau particulier $G_0 = 0$ doit coïncider avec la position $\Gamma_0 = \Gamma(t = 0)$ du front de flamme en l'absence de perturbation acoustique. Le champ G_0 peut être à priori une fonction continue arbitraire par ailleurs. On utilise souvent la distance signée au front de flamme pour construire G_0 (Sussman *et al.* 1994; Peng *et al.* 1999). La solution du problème (II.1) aux valeurs initiales (II.2) permet de suivre l'évolution temporelle du champ de G . La position du front de flamme est déterminée à chaque instant en recherchant le contour particulier $G = 0$. En utilisant cette représentation et une connaissance approximative du champ de vitesse \mathbf{v} de l'écoulement instationnaire en amont du front de flamme, on analyse dans la suite de ce chapitre la réponse de flammes de prémélange inclinées par rapport à l'écoulement. L'étude est réalisée pour plusieurs modèles génériques de modulation de vitesse, différentes géométries de flamme et plusieurs niveaux de perturbations.

II.1.3 Analyse du modèle

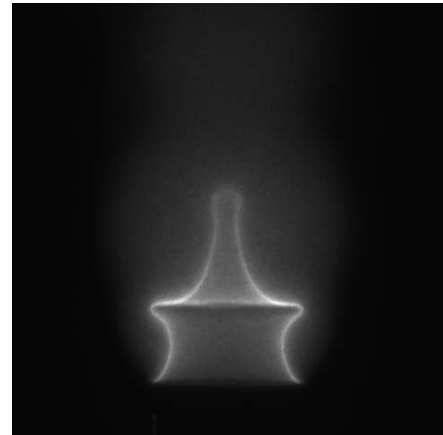
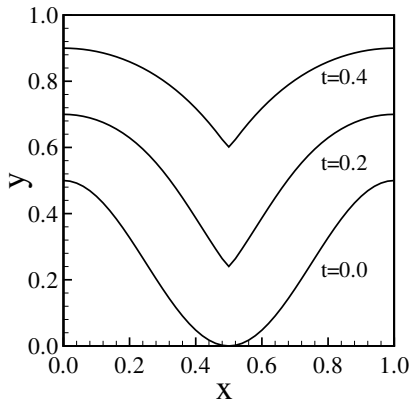


FIG. II.2 – À gauche, apparition d'une discontinuité sur un front de flamme courbé qui se propage normalement à lui-même avec une vitesse constante vers le haut dans un prémélange en l'absence d'écoulement. À droite, image de chimiluminescence d'une flamme soumise à une modulation de l'écoulement et qui présente un point retournement ou "cusp" le long du front.

Une des difficultés de la modélisation du transport du front de flamme à partir d'une équation pour G est que l'équation (II.1) assujettie à la condition initiale (II.2) peut développer des solutions discontinues au bout d'un temps fini. Ce phénomène apparaît dès que le champ initial G_0 présente des changements de courbure (Osher et Sethian 1988; Baillot *et al.* 1996). Ce comportement est intrinsèquement lié à la modélisation du front de flamme par une interface qui se propage normalement à elle-même en consommant le mélange réactif (Fig. II.2 à gauche). Cependant, ce comportement correspond également à une idéalisation de la représentation d'un phénomène physique souvent observé. En effet, des perturbations fortes de l'écoulement produisent des déformations fortes du front de flamme, dont l'une des manifestations possibles est l'apparition de points de rebroussement, encore appelés "cusps" (Fig. II.2 à droite). De nombreuses études expérimentales ont mis en évidence ce phénomène pour des flammes laminares coniques vibrantes (Blackshear 1953; Baillot *et al.* 1996). Un des objectifs du calcul est de reproduire le comportement dynamique de la flamme dans ces régimes fortement plissés. L'algorithme de calcul doit permettre de prévoir correctement l'apparition des points de rebroussement et doit être suffisamment robuste pour suivre leur dynamique.

II.1.4 Choix de la méthode numérique

La méthode numérique retenue pour intégrer l'équation pour G permet d'envisager des maillages relativement lâches par rapport aux fortes distorsions du front de flamme à capturer en utilisant la classe d'algorithmes dits WENO pour "Weighted Essentially Non-Oscillatory Schemes" (Harten *et al.* 1987; Jiang et Shu 1996). Ces algorithmes, développés à l'origine pour les écoulements compressibles supersoniques, ont montré leur efficacité et leur robustesse dans le traitement des fortes discontinuités qui peuvent apparaître lorsqu'on considère la propagation non-linéaire d'une interface (Osher et Sethian 1988; Peng *et al.* 1999). La convection de l'interface par l'écoulement est également traitée avec le même type de schéma pour représenter correctement l'évolution de ces discontinuités lorsqu'elles sont formées (Shu et Osher 1989; Fedkiw *et al.* 2000). La description de la méthode de résolution de l'équation (II.1) fait l'objet de la section suivante.

II.2 Présentation de la méthode numérique

La méthode retenue pour résoudre l'équation de transport (II.1) repose sur une séparation des flux. En supposant le champ G connu jusqu'à l'instant t^n , $G^n = G(\mathbf{r}; t^n)$, le champ à l'instant ultérieur $t^{n+1} = t^n + \Delta t$, $G^{(n+1)} = G(\mathbf{r}; t^{n+1})$, est calculé en deux étapes.

Une estimation de la solution, $G^* = G(\mathbf{r}; t^*)$, à l'instant intermédiaire t^* est calculée à partir des valeurs connues G^n du champ G à l'instant t^n en cherchant la solution de l'équation d'Hamilton-Jacobi qui traite la propagation non linéaire du front de flamme :

$$\frac{\partial G}{\partial t} = S_L |\nabla G^n| \quad (\text{II.3})$$

$$t^n \longrightarrow t^* \quad : \quad G^n \longrightarrow G^*$$

Les valeurs $G^* = G(\mathbf{r}; t^*)$ sont ensuite utilisées pour calculer la solution de l'équation hyperbolique qui traite la convection linéaire du front par l'écoulement :

$$\frac{\partial G}{\partial t} = -\mathbf{v} \cdot \nabla G^* \quad (\text{II.4})$$

$$t^* \longrightarrow t^{n+1} \quad : \quad G^* \longrightarrow G^{n+1}$$

Les valeurs G^{n+1} finalement obtenues correspondent à une approximation numérique du champ $G(\mathbf{r}; t)$ à l'instant t^{n+1} , solution de l'équation de transport (II.1).

II.2.1 Discrétisation

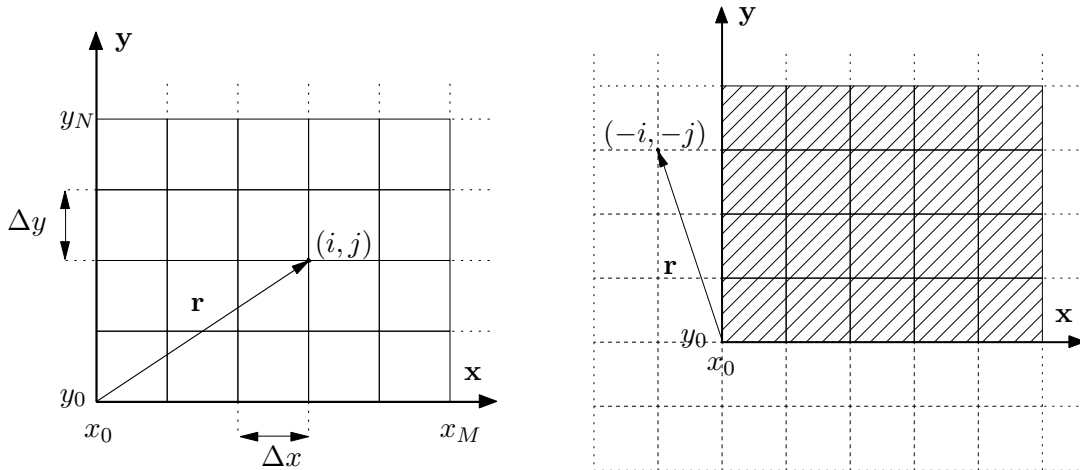


FIG. II.3 – A gauche, maillage structuré rectangulaire utilisé pour la discrétisation du problème. A droite, représentation du maillage (cellules hachurées) avec les cellules fantômes adjointes pour le traitement des conditions aux limites.

Les équations (II.3) et (II.4) sont discrétisées sur un maillage structuré rectangulaire $[x_0; x_M] \times [y_0; y_N]$. On appelle Δx , respectivement Δy , le pas de discrétisation spatial dans la direction \mathbf{x} , respectivement \mathbf{y} . La position du nœud (i, j) est repérée par ses coordonnées (x_i, y_j) :

$$\begin{aligned} x_i &= x_0 + (i - 1)\Delta x, & i &= 1, \dots, M \\ y_j &= y_0 + (j - 1)\Delta y, & j &= 1, \dots, N \end{aligned}$$

Les valeurs du champ G et du champ de vitesse $\mathbf{v} = (u, v)$ sont évaluées aux noeuds du maillage :

$$\begin{aligned} G_{i,j}^n &= G(x_i, y_j; t^n) \\ u_{i,j}^n &= u(x_i, y_j; t^n) \\ v_{i,j}^n &= v(x_i, y_j; t^n) \end{aligned}$$

La dynamique des champs est évaluée en utilisant les valeurs des champs aux instants discrets t^n , $n = 1, 2, \dots$. Tous les calculs sont réalisés avec des schémas en différences finies explicites. La valeur du pas de temps Δt est déterminée par une condition sur le paramètre CFL de Courant-Friedrichs-Lévy détaillée plus loin dans cette section.

II.2.2 Intégration spatiale

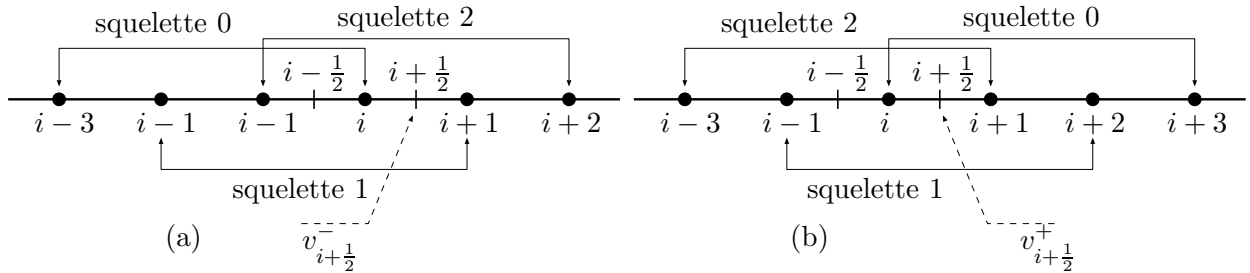


FIG. II.4 – Squelettes pour la reconstruction d'un schéma WENO d'ordre cinq. (a) Squelettes biaisés à gauche. (b) Squelettes biaisés à droite.

On décrit ici la procédure utilisée pour le calcul des gradients spatiaux dans les équations (II.3) et (II.4). On présente la méthode pour le cas d'une loi de conservation scalaire unidimensionnelle. Pour les cas multidimensionnels, il suffit de répéter la même procédure selon les autres directions du problème. Pour l'instant, la variable temporelle t reste continue. L'intégration en temps des équations est décrite dans la section suivante. Avant de s'intéresser aux équations (II.3) et (II.4), on s'intéresse dans un premier temps au problème générique d'une loi de conservation scalaire hyperbolique :

$$\frac{\partial G}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} f[G(x; t)] \quad (\text{II.5})$$

Dans cette expression, le flux f est une fonction continue du champ $G(x; t)$. Le gradient est évalué numériquement en utilisant une approximation conservative des dérivées spatiales :

$$\frac{\partial G_i}{\partial t} = -\frac{1}{\Delta x} \left(\hat{f}_{i+\frac{1}{2}} - \hat{f}_{i-\frac{1}{2}} \right) \quad (\text{II.6})$$

La quantité $G_i(t)$ est une approximation du champ $G(x_i; t)$ au nœud i du maillage et le flux numérique \hat{f} est une approximation du flux physique f . Selon le théorème de Lax et Wendroff (1960), si une solution de l'équation (II.6) converge, elle converge vers une solution faible de l'équation (II.5), c'est-à-dire une solution qui peut comporter des discontinuités.

Il reste à définir la forme de la fonction \hat{f} . On considère pour cela une cellule centrée sur le nœud i et dont les parois sont situées aux abscisses $x_{i-\frac{1}{2}}$ à gauche et $x_{i+\frac{1}{2}}$ à droite du nœud i d'abscisse x_i comme indiqué sur le schéma de la figure II.4. Le flux numérique $\hat{f}_{i+\frac{1}{2}}$ à droite de la i -ème cellule est construit à partir des valeurs du champ G qui sont évaluées sur les nœuds voisins du nœud i en appliquant une procédure de reconstruction WENO (Jiang et Shu 1996). Le principe de la procédure est présenté brièvement. On peut se référer aux articles cités pour une

présentation détaillée de la méthode de reconstruction, de la mise en œuvre de la méthode et une évaluation de la performance des schémas (W)ENO par rapport aux schémas classiques.

Le flux numérique est approché par $\hat{f}_{i+\frac{1}{2}} = v_{i+\frac{1}{2}}^\pm$ où $v(x)$ est un interpolant polynomial continue par morceaux du flux physique $f(G(x;t))$. Le choix entre les valeurs $v_{i+\frac{1}{2}}^-$ ou $v_{i+\frac{1}{2}}^+$ est déterminé selon le sens de l'écoulement au nœud i pour que la méthode soit "upwind". On présente un cas particulier où $\hat{f}_{i+\frac{1}{2}} = v_{i+\frac{1}{2}}^-$ sur un squelette biaisé à gauche $\{x_k, k = i - 3, \dots, i + 2\}$ aboutissant à la construction d'un schéma WENO d'ordre 5 (Fig. II.4 à gauche). Pour cela, le squelette est découpé en trois sous-squelettes $\{x_k, k = i + s - 3, \dots, i + s\}$ avec $s = 0, 1, 2$ de quatre nœuds chacun. Ces sous-squelettes sont utilisés pour construire trois approximations $v_{i+\frac{1}{2}}^{-,s}$, ($s = 0, 1, 2$), du flux $\hat{f}_{i+\frac{1}{2}}$, parmi lesquelles une procédure ENO retiendra celle dont la fonction v est la plus régulière sur le sous-squelette associé. Le schéma WENO permet simplement d'augmenter la précision de l'approximation de $\hat{f}_{i+\frac{1}{2}}$ en considérant une combinaison linéaire convexe des éléments $v_{i+\frac{1}{2}}^{-,s}$ ($s = 0, 1, 2$) :

$$v_{i+\frac{1}{2}}^- = \omega_0 v_{i+\frac{1}{2}}^{-,0} + \omega_1 v_{i+\frac{1}{2}}^{-,1} + \omega_2 v_{i+\frac{1}{2}}^{-,2} \quad (\text{II.7})$$

Les coefficients ω_s sont les poids associés au $s^{\text{ième}}$ squelette. Ils satisfont la condition de consistance : $\omega_0 + \omega_1 + \omega_2 = 1$. Si ces poids valent respectivement 0.1, 0.6 et 0.3, $v_{i+\frac{1}{2}}^-$ devient alors une approximation du cinquième ordre de $v(x_i)$ qui possède la plus petite erreur de troncature pour un squelette comprenant 6 noeuds. Si on choisit l'un des poids égal à un et les autres à zero, l'expression (II.7) donne l'une des approximations ENO du troisième ordre décrite ci-dessus. Ces poids sont calculés par une procédure automatique qui garantit une approximation du cinquième ordre dans les régions où la fonction v est régulière et qui évite les oscillations parasites dans les régions où le squelette contient une singularité pour v . Dans ces régions, les poids s'adaptent (0 ou 1) pour obtenir le schéma ENO le plus régulier. Il faut encore établir le lien entre les expressions (II.3) et (II.4) et la loi de conservation (II.5).

L'expression (II.5) requiert d'écrire le flux f sous forme conservative avant d'appliquer la procédure WENO. Pour la convection de l'interface Eq. (II.4), l'écoulement dans le mélange réactif est supposé incompressible. On peut donc écrire $\mathbf{v} \cdot \nabla G = \nabla \cdot (\mathbf{v}G)$, puisque $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$. L'équation (II.4) s'exprime sous une forme conservative (Eq. (II.5)) en utilisant la fonction $f(G) = -\mathbf{v}G$. Le calcul des gradients spatiaux est réalisé dans ce cas en utilisant une procédure de reconstruction WENO proposée par Fedkiw *et al.* (2000) pour les lois de conservation hyperboliques.

On considère maintenant la propagation de l'interface décrite par l'équation d'Hamilton-Jacobi (II.3). Le lien entre cette expression et la loi de conservation (II.5) apparaît lorsqu'on considère le problème unidimensionnel $\partial G / \partial t = H(\partial G / \partial x)$. En posant $u = \partial G / \partial x$, il vient par différentiation de l'expression précédente $\partial u / \partial t = \partial / \partial x (H(u))$. Même si ce type de relation n'existe pas dans les cas multidimensionnels, il est possible de construire des schémas numériques à partir d'une extension dimension par dimension d'un schéma monodimensionnel (Osher et Shu 1991). Le flux f à considérer pour l'intégration de l'expression (II.3) est approché en utilisant la fonction monotone introduite par Osher et Sethian (1988) pour les équations d'Hamilton-Jacobi. L'adaptation des méthodes WENO pour ce type de problème est discutée par exemple par Jiang et Peng (2000).

Les schémas numériques utilisés sont décrits précisément dans l'annexe B.

II.2.3 Intégration temporelle

L'intégration temporelle est réalisée avec des schémas explicites Runge-Kutta TVD, à variation totale décroissante ou encore "Total Variation Diminishing", d'ordre un à trois (Gottlieb et Shu 1998). On considère l'équation différentielle ordinaire :

$$\frac{\partial G}{\partial t} = L(G) \quad (\text{II.8})$$

où L désigne l'un des opérateurs scalaires agissant sur le champ G du membre de droite des équations (II.3) ou (II.4). Les valeurs G^{n+1} du champ G à l'instant $t^{n+1} = t^n + \Delta t$ sont calculées à partir des valeurs G^n du champ G à l'instant t^n , selon l'une des procédures suivantes :

1. Le schéma d'Euler du premier ordre (*EUL*) :

$$G^{n+1} = G^n + \Delta t L(G^n) \quad (\text{II.9})$$

2. Le schéma Runge-Kutta optimal du second ordre (*RK2*) :

$$\begin{aligned} G^{(1)} &= G^n + \Delta t L(G^n) \\ G^{n+1} &= \frac{1}{2}G^n + \frac{1}{2}G^{(1)} + \frac{1}{2}\Delta t L(G^{(1)}) \end{aligned} \quad (\text{II.10})$$

3. Le schéma Runge-Kutta optimal du troisième ordre (*RK3*) :

$$\begin{aligned} G^{(1)} &= G^n + \Delta t L(G^n) \\ G^{(2)} &= \frac{3}{4}G^n + \frac{1}{4}G^{(1)} + \frac{1}{4}\Delta t L(G^{(1)}) \\ G^{n+1} &= \frac{1}{3}G^n + \frac{2}{3}G^{(2)} + \frac{2}{3}\Delta t L(G^{(2)}) \end{aligned} \quad (\text{II.11})$$

Toutes ces méthodes sont stables pour des nombres $CFL \leq 1$. Le pas de temps Δt de la méthode est calculé à chaque itération. Il correspond à l'intervalle de temps maximum qui assure la stabilité de la méthode sur l'ensemble des noeuds du maillage. Ce pas est donné par la relation suivante :

$$\Delta t = \min_{1 \leq i \leq M, 1 \leq j \leq N} (\Delta t_p, \Delta t_c, \Delta t_a) \quad (\text{II.12})$$

où Δt_p et Δt_c sont respectivement les pas de temps maximaux requis pour la stabilité du schéma numérique utilisé pour l'équation d'Hamilton-Jacobi (II.3) et celui utilisé pour l'équation hyperbolique (II.4). Le pas de temps Δt_a est fixé par l'utilisateur. Il permet de régler le nombre d'enregistrements des champs au cours d'un cycle d'excitation lorsque l'écoulement est modulé.

II.2.4 Conditions aux limites

La façon la plus naturelle de traiter les conditions aux limites en utilisant des schémas (W)ENO est d'utiliser uniquement les valeurs des champs disponibles à l'intérieur du domaine de calcul. Des cellules fantômes sont introduites artificiellement autour du domaine de calcul dans lesquelles le champ G prend de très grandes valeurs avec de très fortes variations entre les noeuds voisins (Fig. II.3, à droite). On impose aux noeuds des cellules fantômes :

$$G_{-i,-j} = (10i)^3 \times (10j)^3 \quad (\text{II.13})$$

Les cellules fantômes sont repérées par leur coordonnées (x_{-i}, y_{-j}) avec $i, j = 1, 2, 3, \dots$. La procédure de reconstruction WENO de recherche du squelette optimal de noeuds $\{i-r, \dots, i, \dots, i+r\}$ évite ainsi automatiquement de choisir tout squelette contenant des cellules fantômes.

Les conditions aux limites pour l'écoulement sortant du domaine de calcul et les valeurs du champ G sur ces frontières sont traitées naturellement par les schémas WENO qui choisissent

automatiquement un squelette de type “upwind” en ces points. Les ondes sortent alors librement du domaine. Pour les conditions sur l’écoulement en entrée du domaine de calcul, on impose simplement la vitesse de l’écoulement physique sur les nœuds concernés. La flamme est stabilisée sur le brûleur en imposant la valeur $G = 0$ du champ G sur les bords du brûleur.

II.2.5 Initialisation et réinitialisation

La procédure d’initialisation permet de construire un champ initial $G_0(\mathbf{x})$ (Eq. (II.2)) suffisamment régulier pour le calcul numérique, à partir de la connaissance de la position d’une interface Γ_0 quelconque. L’ensemble des points formant l’interface Γ_0 peut par exemple être obtenu à partir de données expérimentales sur la position d’un contour de flamme. La construction d’un champ initial G_0 est une étape importante du processus de calcul. La fonction G_0 doit être suffisamment régulière sur l’ensemble du maillage pour assurer un calcul correct des gradients spatiaux. La procédure de réinitialisation permet d’assurer que le champ G garde ses propriétés de régularité au cours du calcul en évitant la formation de points singuliers.

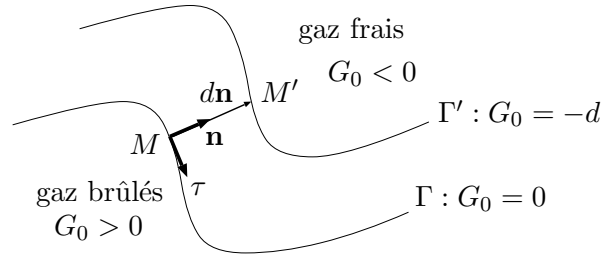


FIG. II.5 – Représentation de la fonction distance $G_0 = \pm d$ au front de flamme $G_0 = 0$ pour une interface située dans les gaz frais ($G_0 < 0$).

La fonction distance au front de flamme possède toutes les qualités requises pour initialiser et réinitialiser le champ G . On se propose de construire le champ G_0 associé à cette fonction connaissant la position d’une interface représentant un front de flamme. Soit $\Gamma(t)$ la position du front de flamme à l’instant t , la fonction distance d’une interface Γ' au front Γ est donnée par l’ensemble des points M' qui vérifient la relation :

$$d_{\Gamma' \rightarrow \Gamma} = [\forall M' \in \Gamma', \exists M \in \Gamma \mid |\mathbf{MM}'| = d] \quad (\text{II.14})$$

La fonction G_0 est construite de telle sorte que les points M' issus d’une coupe de G_0 suivant l’interface Γ' vérifient $G_0 = \pm d$, où d est la distance entre le front de flamme Γ et l’interface Γ' (Fig. II.5). Le signe “+” ou “-” est attribué respectivement lorsque l’interface Γ' se situe dans les gaz frais ($G_0 < 0$) où dans les gaz brûlés ($G_0 > 0$). On a donc la relation suivante :

$$G_0(M') = G_0(M) + \mathbf{MM}' \cdot \nabla G_0 \quad (\text{II.15})$$

comme $G_0(M) = 0$ et $G_0(M') = -d$, on a $\mathbf{MM}' \cdot \nabla G_0 = -d$. Le signe “-” provient de la convention adoptée pour les valeurs du champ G dans les gaz frais ($G_0 < 0$) et les gaz brûlés ($G_0 > 0$). En notant que $\mathbf{MM}' = d\mathbf{n}$ et que $\mathbf{n} = -\nabla G_0 / |\nabla G_0|$, le champ G_0 dont les niveaux $G_0 = -d$ représentent la distance à l’interface Γ_0 doit satisfaire la relation :

$$|\nabla G_0| = 1 \quad (\text{II.16})$$

La solution de l’équation ikonale (II.16) n’est pas calculée directement car la convergence des algorithmes numériques pour ce type de problème est lente (Rouy et Tourin 1992). Il est plus

facile de résoudre le problème suivant jusqu'à l'obtention d'une solution stationnaire (Sussman *et al.* 1994) :

$$\frac{\partial G_0}{\partial t} = S(G_0^i) (|\nabla G_0| - 1) \quad (\text{II.17})$$

$$G_0(\mathbf{x}; 0) = G_0^i \quad (\text{II.18})$$

où S désigne la fonction signe. La fonction signe est évaluée numériquement en utilisant l'approximation continue et dérivable $S_\epsilon(G_0^i) = G_0^i / \sqrt{G_0^{i2} + \epsilon^2}$, où ϵ est un petit paramètre fixé à 10^{-6} dans ces simulations. Il est intéressant de noter que l'équation (II.17) ne modifie pas le champ G_0 à l'interface $G_0 = 0$. Les niveaux "zéro" des champs G_0 et G_0^i sont donc identiques. Hors de cette interface, l'équation (II.17) converge vers $|\nabla G_0| = 1$. Le champ G_0 converge donc vers un état stationnaire qui représente la distance signée à l'interface Γ , selon que le point M' est situé dans les gaz frais ($G_0 < 0$) ou les gaz brûlés ($G_0 > 0$). Le calcul numérique de la solution de l'équation (II.17) requiert une première estimation G_0^i de la forme du champ G_0 (Eq. (II.18)). On peut choisir a priori une fonction arbitraire continue de l'espace à condition de satisfaire la condition $G_0^i = 0$ au niveau du front de flamme Γ_0 à transporter. L'expression (II.17) est une équation d'Hamilton-Jacobi, formellement identique à l'expression obtenue pour la propagation de l'interface (II.3). Sa résolution est effectuée en appliquant les mêmes méthodes numériques. En pratique, la vitesse de convergence dépend grandement de la représentation choisie pour l'estimation du champ initial G_0^i . Si la première estimation de G_0^i est très éloignée ou non de la fonction distance d (Sussman *et al.* 1994), l'algorithme mettra plus ou moins de temps, même si la convergence est toujours assurée (Rouy et Tourin 1992).

II.2.6 Validation de la méthode

La méthode numérique développée ci-dessus est validée dans l'annexe B sur quelques cas tests pour lesquels on connaît une solution analytique du problème. On envisage successivement dans cette annexe le cas d'une flamme circulaire en explosion, puis en implosion, les cas de fronts de flamme courbés qui en se propageant conduisent, soit à l'apparition, soit à la disparition d'une discontinuité, et enfin le transport de ces interfaces par un écoulement uniforme.

II.3 Calculs de la dynamique des flammes inclinées

Cette méthode numérique est utilisée pour calculer les déformations de fronts de flammes minces inclinées par rapport à l'écoulement lorsque le champ de vitesse en amont du front est modulé périodiquement autour de sa valeur stationnaire (cas laminaires) ou moyenne (cas turbulents). On considère différents modèles pour le champ de vitesse, dont certains ont déjà été présentés dans le chapitre I.

II.3.1 Modèles pour le champ de vitesse

Le premier modèle est une modulation harmonique, axiale et uniforme de la vitesse dans le mélange réactif en amont du front de flamme. La flamme est compacte par rapport à la perturbation incidente. Chaque élément du front de flamme se déplace en phase avec ses voisins. Le champ de vitesse s'écrit :

$$u = 0 \quad (\text{II.19})$$

$$v = \bar{v} + v_1 \exp(-i\omega t) \quad (\text{II.20})$$

Le deuxième modèle est une modulation convective axiale dont la longueur d'onde, basée sur la vitesse axiale moyenne de l'écoulement $k = \omega/\bar{v}$, peut être du même ordre de grandeur que la hauteur L de la flamme.

$$u = 0 \quad (\text{II.21})$$

$$v = \bar{v} + v_1 \exp(iky - i\omega t) \quad (\text{II.22})$$

Les deux modèles décrits ci-dessus ont déjà servi dans le chapitre I pour l'analyse des fonctions de transfert des flammes inclinées dans le régime linéaire. Le deuxième modèle ne satisfait malheureusement pas l'équation de conservation de la masse. Les écoulements à la sortie du brûleur envisagés dans cette étude sont des écoulements axisymétriques et à basse vitesse ($M \ll 1$). Le champ de vitesse dans le mélange réactif est donc incompressible ($\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$). Le troisième modèle proposé reprend le deuxième modèle en y adjoignant la conservation de la masse dans la direction radiale \mathbf{x} . Il prend la forme :

$$u = -ik \frac{x}{2} v_1 \exp(iky - i\omega t) \quad (\text{II.23})$$

$$v = \bar{v} + v_1 \exp(iky - i\omega t) \quad (\text{II.24})$$

Le mouvement de flammes coniques, ou de flammes en "V" stabilisées sur un barreau central, en présence des champs de vitesse spécifiés ci-dessus est analysé en utilisant la méthode numérique développée dans la section précédente. On s'intéresse aux cas où l'amplitude de la fluctuation de vitesse en amont du front peut être importante.

II.3.2 Dynamique d'une flamme conique

On considère une flamme conique stabilisée sur un brûleur de section de sortie circulaire d'un diamètre de 22 mm. La configuration étudiée correspond à une vitesse débitante $\bar{v} = 1.76$ m/s d'un prémélange méthane-air de richesse $\Phi = 1.05$. La vitesse de flamme laminaire vaut dans ce cas $S_L = 0.39$ m/s.

L'écoulement en l'absence de perturbation est supposé axial et uniforme dans le plan de sortie du brûleur. L'angle formé par la flamme avec la direction de l'écoulement est donné par la relation $\sin \alpha = S_L/\bar{v}$ et vaut $\alpha \simeq 13^\circ$, ce qui correspond à une hauteur de flamme $L \simeq 48$ mm. La

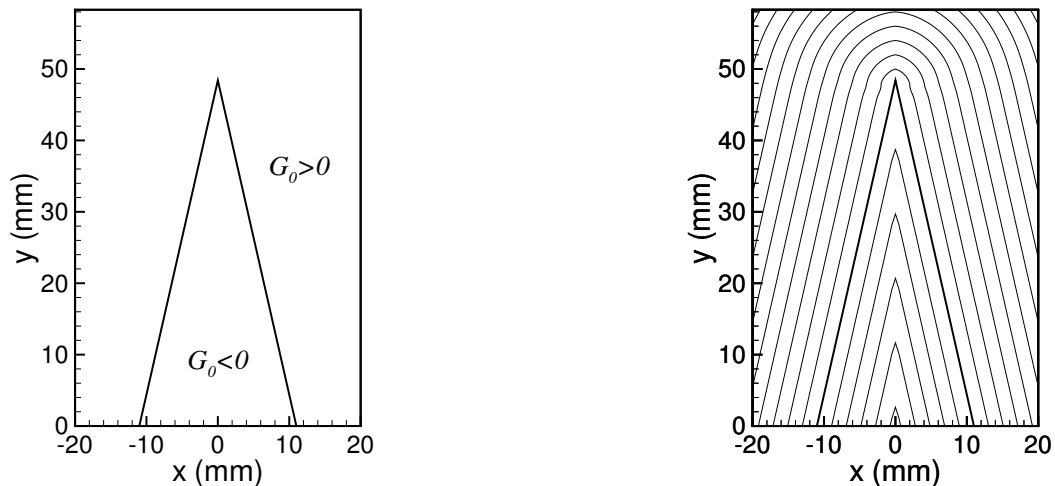
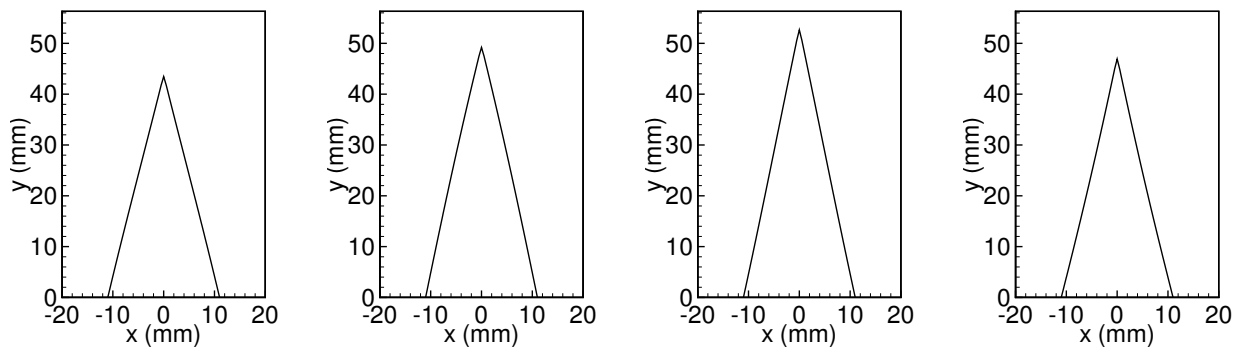
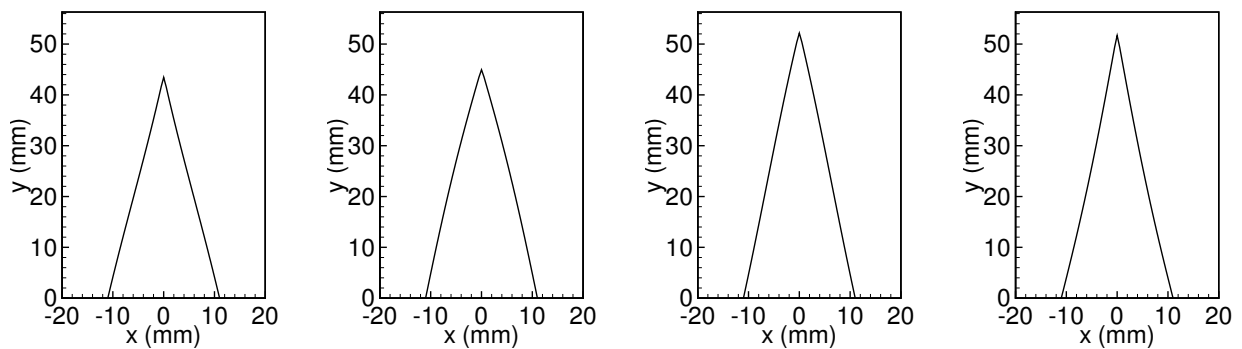


FIG. II.6 – A gauche, position de la flamme en l’absence de modulation ($G_0 = 0$). A droite, représentation de quelques contours du champ initial G_0 après application de la routine d’initialisation.

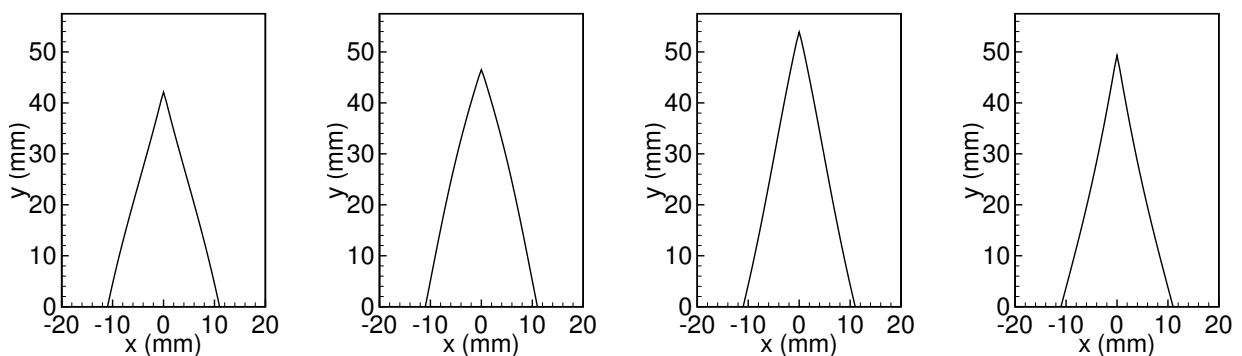
position de la flamme stationnaire ($G_0 = 0$) est représentée sur la figure II.6 à gauche. L’amplitude de la perturbation est fixée à $v_1 = \sqrt{2}v_{rms}$, où $v_{rms} = 0.192$ m/s (cette donnée correspond à un point de fonctionnement expérimental présenté dans le chapitre suivant). Ceci correspond à une fluctuation relative de la vitesse $v_1/\bar{v} = 0.15$. La flamme est stabilisée sur les lèvres du brûleur en imposant la valeur du champ $G = 0$ en ces points. Le pas de discrétisation spatial dans les directions radiale x et axiale y vaut $\Delta x = \Delta y = 0.5$ mm. Les simulations présentées sont réalisées avec le schéma d’ordre deux en temps *RK2* et les schémas d’ordre 5 (*WENO5*) pour l’évaluation des gradients spatiaux des équations (II.3) et (II.4). Le champ initial $G_0(\mathbf{x})$ après application de la routine d’initialisation est représenté sur la droite de la figure II.6 pour quelques courbes de niveau qui indiquent la distance au front de flamme.



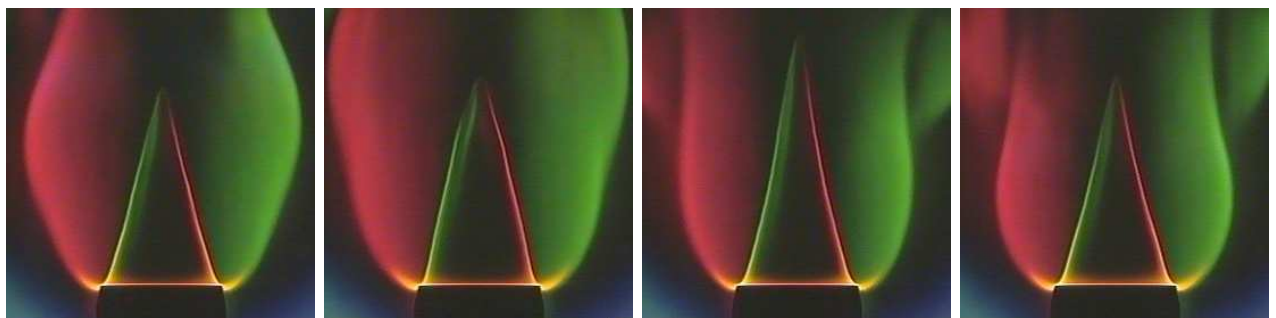
(a) Calculs avec le modèle 1 : modulation uniforme



(b) Calculs avec le modèle 2 : onde convective

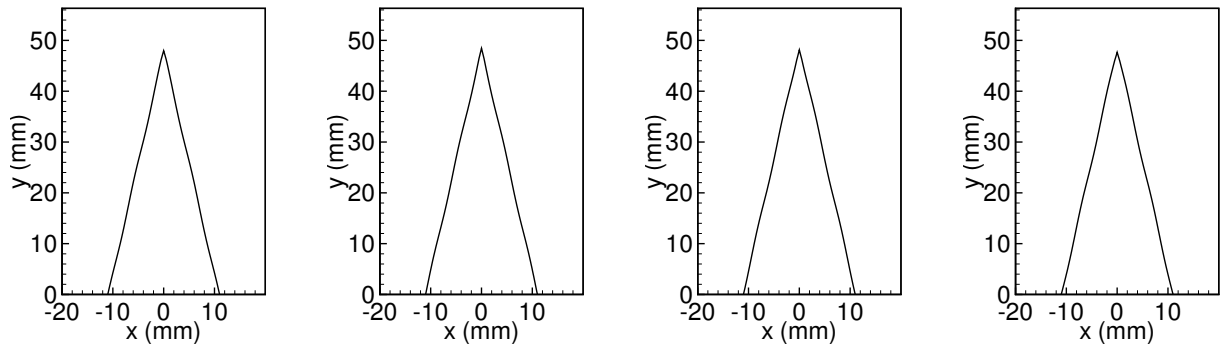


(c) Calculs avec le modèle 3 : onde convective et conservation de la masse

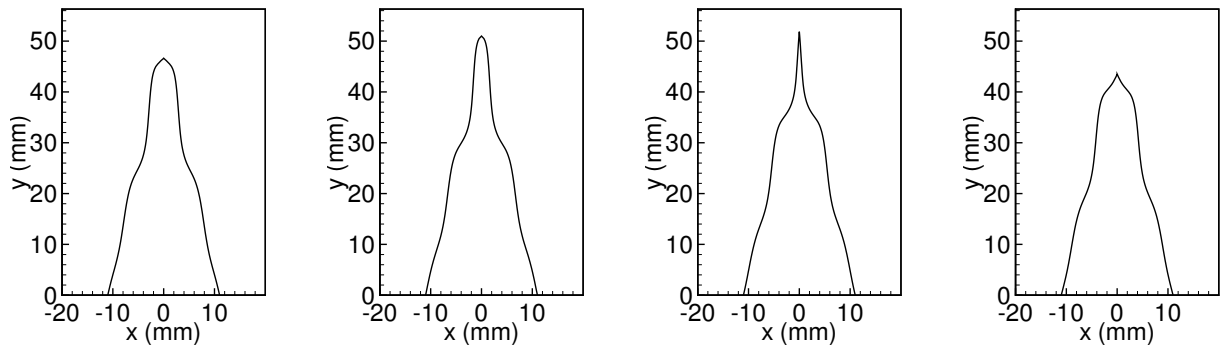


(d) Images strioscopiques

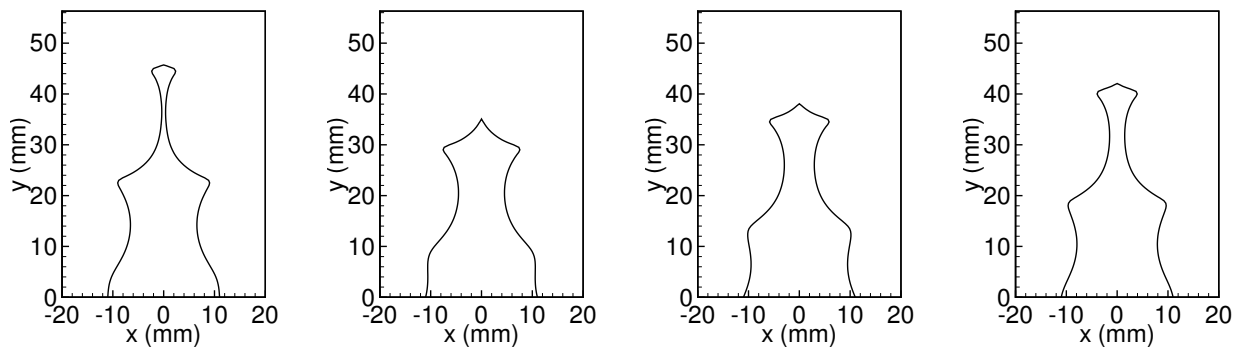
FIG. II.7 – Evolution de la position de la flamme pour une excitation à $f_e = 10.5$ Hz au cours d'un cycle. Calculs avec le modèle (a) uniforme, (b) convectif et (c) convectif et conservation de la masse. (d) Images Schlieren. $\Phi = 1.05$, $\bar{v} = 1.76$ m/s, $v_1 = 0.26$ m/s.



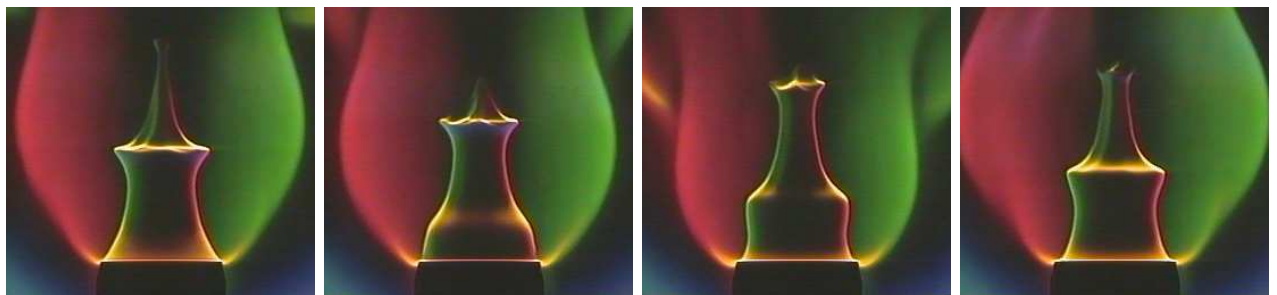
(a) Calculs avec le modèle 1 : modulation uniforme



(b) Calculs avec le modèle 2 : onde convective

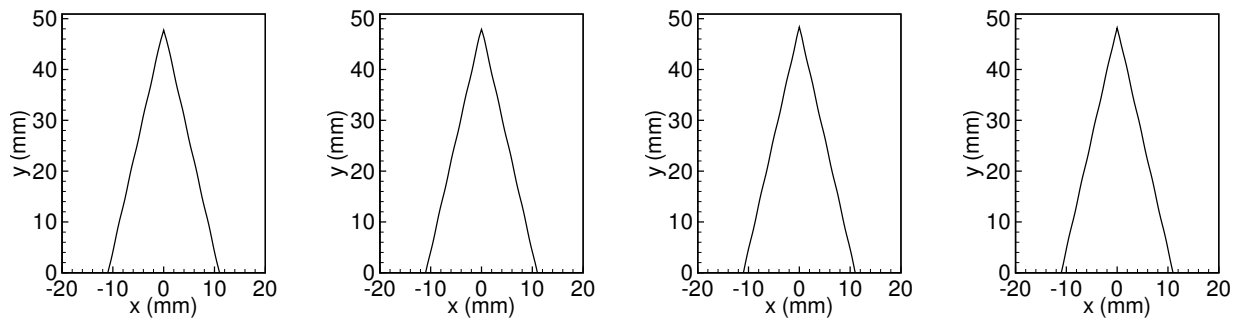


(c) Calculs avec le modèle 3 : onde convective et conservation de la masse

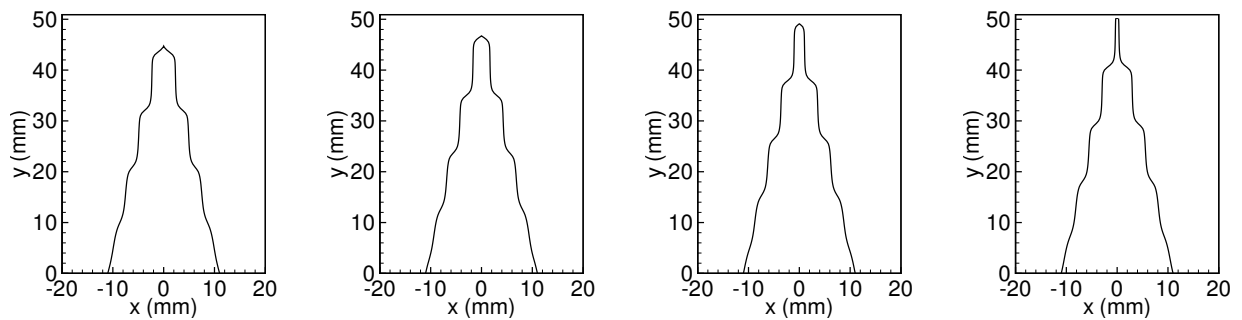


(d) Images strioscopiques

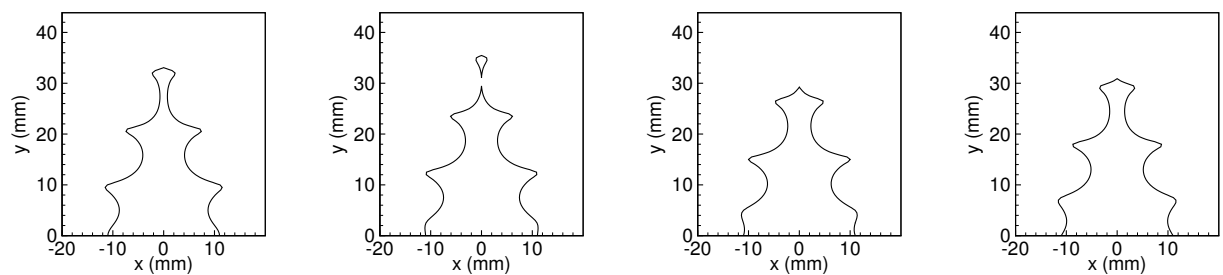
FIG. II.8 – Evolution de la position de la flamme pour une excitation à $f_e = 75.5$ Hz au cours d'un cycle. Calculs avec le modèle (a) uniforme, (b) convectif et (c) convectif et conservation de la masse. (d) Images Schlieren $\Phi = 1.05$, $\bar{v} = 1.76$ m/s, $v_1 = 0.26$ m/s.



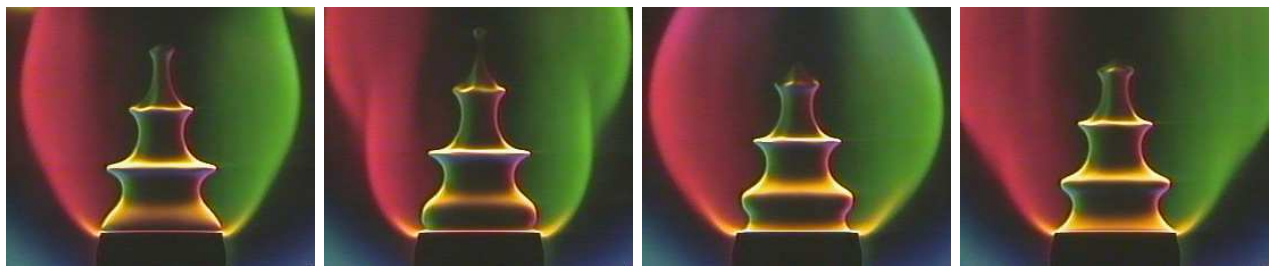
(a) Calculs avec le modèle 1 : modulation uniforme



(b) Calculs avec le modèle 2 : onde convective



(c) Calculs avec le modèle 3 : onde convective et conservation de la masse



(d) Images strioscopiques

FIG. II.9 – Evolution de la position de la flamme pour une excitation à $f_e = 150.5$ Hz au cours d'un cycle. Calculs avec le modèle (a) uniforme, (b) convectif et (c) convectif et conservation de la masse. (d) Images Schlieren $\Phi = 1.05$, $\bar{v} = 1.76$ m/s, $v_1 = 0.26$ m/s.

Les résultats pour le mouvement du front de flamme au cours d'un cycle d'excitation sont présentés sur les figures II.7 à II.9 pour trois fréquences de modulation de l'écoulement $f_e = 10.5$, 75.5 et 150.5 Hz respectivement. Des simulations sont réalisées pour les trois modèles de perturbation de vitesse. Les résultats de ces simulations sont présentés pour quatre phases mesurées par rapport à la modulation de vitesse à la base du brûleur en $y = 0$. Ces calculs sont comparés à des images strioscopiques à quatre couleurs d'une flamme conique dans les mêmes conditions d'écoulement et de perturbation (Ducruix 1999). Pour une fréquence d'excitation $f_e = 10.5$ Hz, la longueur d'onde de la modulation de vitesse vaut $\lambda = \bar{v}/f \simeq 168$ mm. Les trois modèles prévoient des comportements très semblables. Les différences les plus sensibles se situent au niveau de la position du sommet de la flamme au cours du cycle d'excitation. Globalement tout se passe comme si la flamme était compacte par rapport à la perturbation incidente, même si cette condition n'est pas complètement réalisée ($\lambda/L \simeq 3$). Les prévisions numériques sont également en bon accord avec les images expérimentales (Fig. II.7).

Lorsque la fréquence d'excitation augmente, par exemple pour une modulation à $f_e = 75.5$ Hz, la longueur d'onde de la perturbation $\lambda = 23$ mm est plus petite que la hauteur de flamme $L = 48$ mm. Les strioscopies montrent que le front de flamme présente une ondulation qui est convectée de la base du brûleur vers le sommet de la flamme (Baillot *et al.* 1996; Durox *et al.* 1998; Ducruix *et al.*). La longueur d'onde de l'ondulation $\lambda \simeq 23$ mm mesurée à partir des strioscopies correspond approximativement à la longueur d'onde utilisée dans les modèles convectifs. Le modèle uniforme utilisé dans les analyses théoriques de Fleifil *et al.* (1996) ou de Ducruix *et al.* (2000) est incapable de représenter correctement la dynamique du front dans cette situation (Fig. II.8a). La position de la flamme n'évolue que très faiblement autour de la position stationnaire au cours du cycle d'excitation. Les résultats obtenus avec le modèle convectif sont en meilleur accord avec les données expérimentales, le front de flamme présente bien une distorsion qui évolue de la base du brûleur au sommet de la flamme, mais la distorsion radiale du front n'est pas calculée correctement (Fig. II.8b). Seul le dernier modèle parvient à reproduire correctement à la fois l'amplitude de la distorsion du front et la convection de la perturbation le long de ce front (Fig. II.8b).

Le dernier cas étudié sur la figure II.9 correspond à une fréquence de modulation $f_e = 150.5$ Hz, dont la longueur d'onde convective $\lambda \simeq 11$ mm est bien plus petite que la hauteur de flamme $L = 48$ mm. Bien que la fréquence d'excitation soit assez élevée, le front présente toujours de très fortes distorsions avec deux ondulations présentes sur les images expérimentales. Le modèle uniforme déjà inefficace pour une fréquence de modulation de 75.5 Hz ne prévoit plus aucune réponse de la flamme (Fig. II.9a). Le modèle convectif calcule toujours le bon nombre d'ondulations, mais une flamme trop haute (Fig. II.9b). Le dernier modèle reste encore en bon accord avec les données expérimentales, excepté à la base du brûleur où de trop fortes distorsions sont calculées. On peut noter sur les planches de la figure II.9c et II.9d que la formation d'un paquet de gaz frais emprisonné dans les gaz brûlés au sommet de la flamme est correctement calculé (Joulin et Sivashinsky 1991).

La figure II.10 présente la fluctuation de surface de flamme $A'(t)$ associée à la modulation de l'écoulement pour deux fréquences d'excitation $f_e = 10.5$ et 150.5 Hz. Les résultats calculés avec le modèle convectif conservant la masse sont représentés par un trait continu et les résultats obtenus avec le modèle uniforme sont indiqués par des tirets. La fluctuation de la vitesse axiale $v'(t)$ en sortie du brûleur en $y = 0$ est également représentée au bas des figures. A basse fréquence, $f_e = 10.5$ Hz, la flamme répond de façon harmonique et quasiment en phase à l'excitation imposée, indépendamment du modèle de vitesse considéré, même si la flamme n'est pas tout à fait compacte par rapport à la perturbation incidente ($L/\lambda \simeq 3$) dans ces conditions. Ceci peut s'expliquer en remarquant que pour une flamme conique, les contributions à la surface totale des parties du front de flamme proches de la base du brûleur sont beaucoup plus importantes que celles d'éléments du front proches du sommet de la flamme. Dans la zone proche du brûleur, les différents modèles donnent des champs de vitesse quasiment en phase. Les fluctuations de surface relative atteignent des niveaux $A'/\bar{A} \simeq 0.15$. Cette valeur est pratiquement identique à la valeur de la

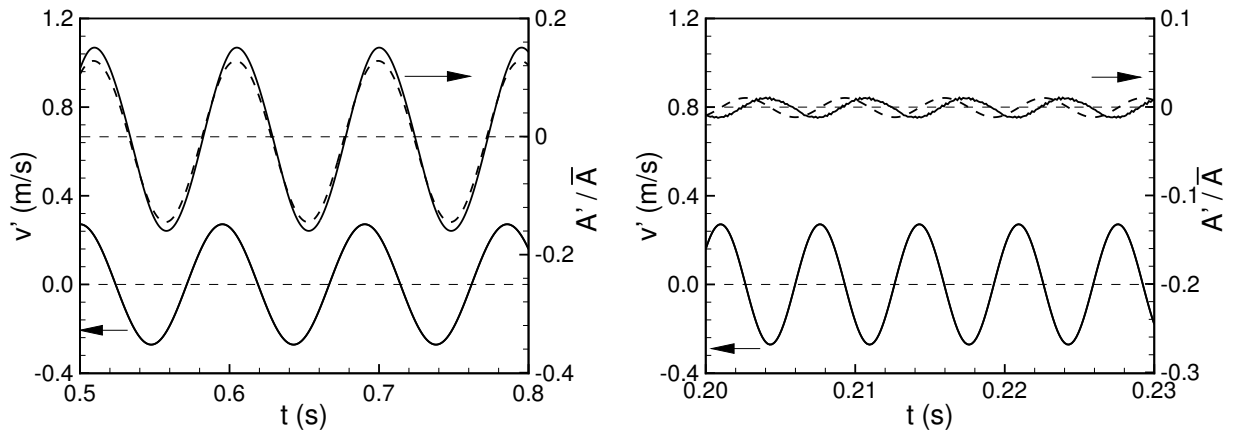


FIG. II.10 – Evolution de la fluctuation de surface de flamme $A'(t)$ et de la fluctuation de vitesse à la base du brûleur $v'(t)$ pour deux fréquences de modulation de l'écoulement $f_e = 10.5$ Hz (à gauche) et $f_e = 150.5$ Hz (à droite). En pointillés, prévision avec le modèle uniforme. En trait continu, prévisions avec le modèle convectif conservant la masse. $\bar{A} = 1720$ mm².

fluctuation relative de la vitesse à la base du brûleur $v_1/\bar{v} = 0.15$. On distingue toutefois une légère différence entre les deux prévisions. L'amplitude de l'oscillation calculée avec le modèle uniforme est légèrement inférieure à celle calculée avec le modèle convectif qui conserve la masse. Le second modèle autorise en effet un second degré de liberté au mouvement de la flamme dans la direction radiale. La déformation du front associée contribue à l'augmentation de l'amplitude de la fluctuation de surface. Les deux modèles prévoient par contre le même retard de phase entre la réponse de la flamme et la perturbation de vitesse à la base du brûleur.

Lorsque la fréquence d'excitation augmente, les fluctuations de surface s'atténuent même si la forme du front est fortement affectée (Figs. II.8 et II.9) par rapport à sa forme en l'absence de perturbation (Fig. II.6). En effet, en suivant l'analyse de Ducruix *et al.* (2000) pour ce type de flamme et ce type d'excitation, on trouve que la fréquence de modulation $f_e = 150.5$ Hz est largement supérieure à la fréquence de coupure $f_c = S_L \cos \alpha / R \simeq 35$ Hz de la flamme. A cette fréquence, la fluctuation relative de surface reste inférieure à $A'/\bar{A} < 0.02$ (Fig. II.10, à droite). Par contre le retard de phase entre la fluctuation de surface $A'(t)$ et la perturbation de vitesse $v'(t)$ à la base du brûleur a augmenté avec la fréquence d'excitation. On remarque en outre que les prévisions des modèles diffèrent notablement sur ce point.

II.3.3 Dynamique d'une flamme en "V"

On reprend l'étude précédente avec une géométrie différente dans laquelle une flamme en "V" est stabilisée sur un barreau central de rayon $a = 3$ mm placé selon l'axe de symétrie d'un brûleur de rayon interne $b = 11$ mm. Les calculs présentés correspondent à une vitesse débitante $\bar{v} = 1.64$ m/s pour un prémélange méthane-air de richesse $\Phi = 0.8$. La vitesse de flamme laminaire vaut dans ce cas $S_L = 0.25$ m/s.

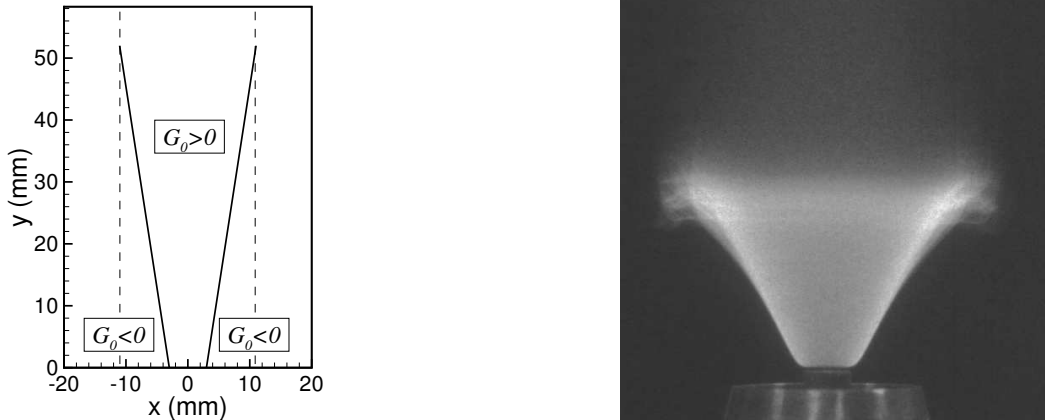
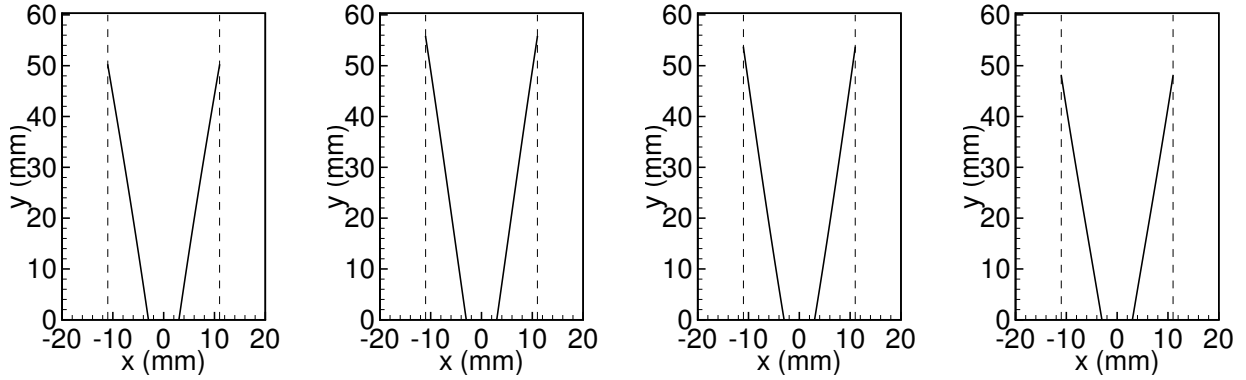
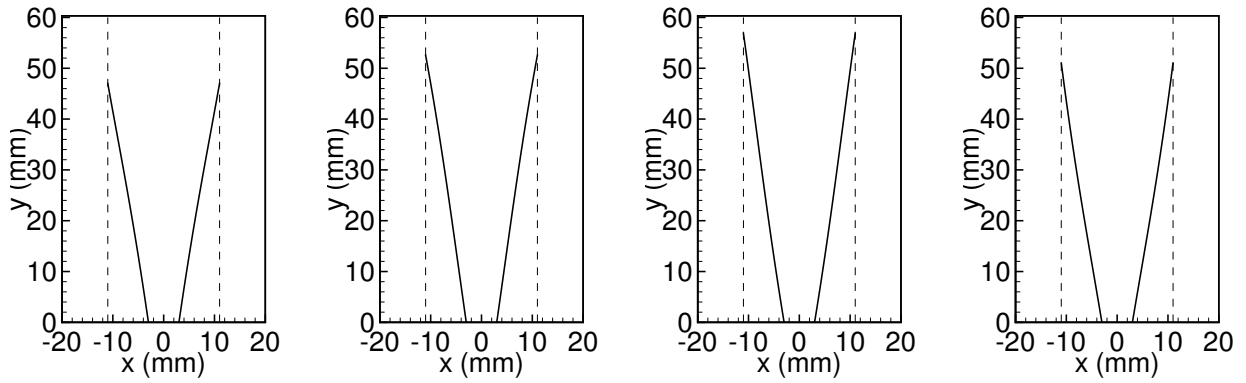


FIG. II.11 – Flamme en "V" stabilisée sur un corps central en l'absence de modulation. À gauche, représentation de l'interface $G_0 = 0$ utilisée pour la position du front de flamme dans les simulations. À droite, image de chimiluminescence de la flamme dans les mêmes conditions d'écoulement.

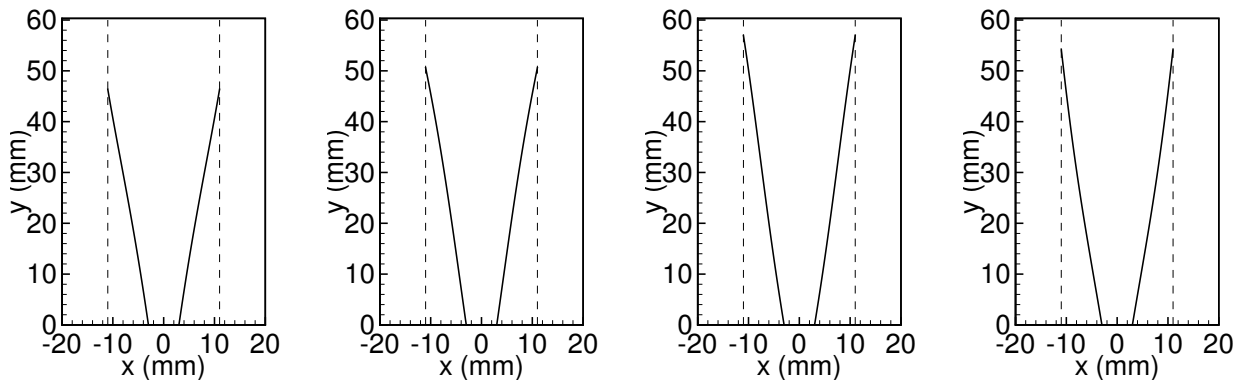
L'écoulement en l'absence de perturbation est supposé axial et uniforme. On ne considère pas dans ces simulations l'interaction de la flamme avec la couche de cisaillement entre le prémélange gazeux et l'air environnant, ni la déflexion des lignes de courant l'écoulement liée à la présence de la flamme. On verra toutefois dans le chapitre III que ces interactions jouent un rôle fondamental dans la dynamique d'une flamme en "V" stabilisée dans ce type d'écoulement. On suppose dans les simulations suivantes que la flamme s'éteint sur la verticale définie par les bords du brûleur (Fig. II.2, à gauche). La configuration étudiée ressemble donc plutôt à une situation où la flamme serait confinée dans un tube (Marble et Candel 1978; Poinsot et Candel 1988; Dowling 1997). Dans ce cas, l'angle de flamme avec la direction de l'écoulement est donné par la relation $\sin \alpha = S_L / \bar{v}$ et vaut $\alpha \simeq 9^\circ$, ce qui correspond à une hauteur de flamme $L \simeq 52$ mm. Cette hauteur correspond à peu près à celle de la flamme conique présentée précédemment. La position de la flamme stationnaire ($G_0 = 0$) est donnée sur la figure II.11 à gauche. À titre de comparaison, on présente sur la même figure une image de chimiluminescence de la flamme dans les mêmes conditions d'écoulement. L'expansion de l'écoulement en sortie du brûleur et la déflexion des lignes de courant en amont du front de flamme modifient de façon significative l'angle de stabilisation de la flamme. Celui-ci vaut approximativement $\alpha \simeq 27^\circ$ dans une région proche de la sortie du brûleur. De plus, la flamme ne s'éteint pas le long de la verticale au-dessus des lèvres du brûleur, mais dans une zone comprise dans la couche de cisaillement entre le jet de prémélange et l'air environnant. L'écoulement en sortie du brûleur n'est donc manifestement pas unidimensionnel, ce qui rend les comparaisons entre les calculs présentés ici et les données expérimentales difficiles. On reviendra plus en détail sur ce point dans le chapitre suivant. Pour l'instant, on s'intéresse à la dynamique d'une flamme en "V" qui serait comprise dans un conduit cylindrique de rayon égal à celui du brûleur. L'amplitude de la perturbation est fixée à $v_1 = 0.15$ m/s. La flamme est stabilisée sur le barreau central en imposant la valeur du champ $G = 0$ en ces points. Les calculs sont réalisés avec les mêmes schémas numériques et le même maillage que pour le cas de la flamme conique.



(a) Calculs avec le modèle 1 : modulation uniforme

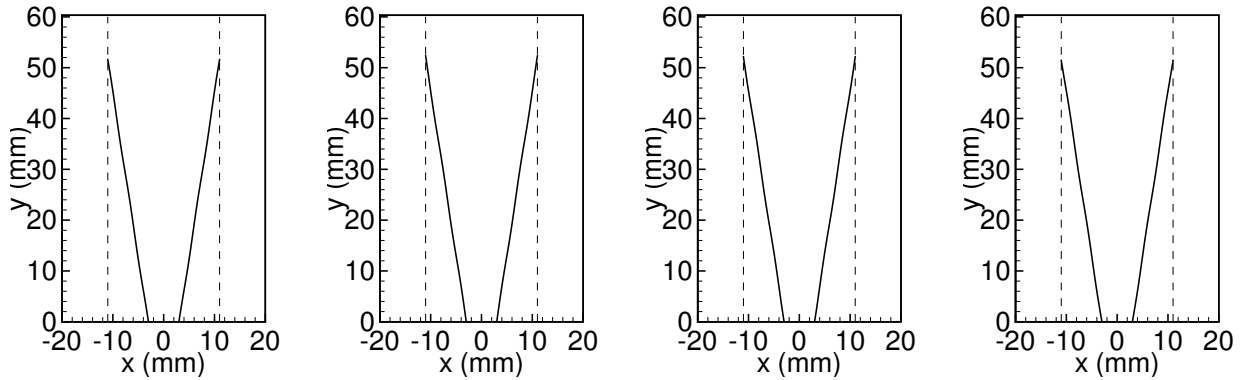


(b) Calculs avec le modèle 2 : onde convective

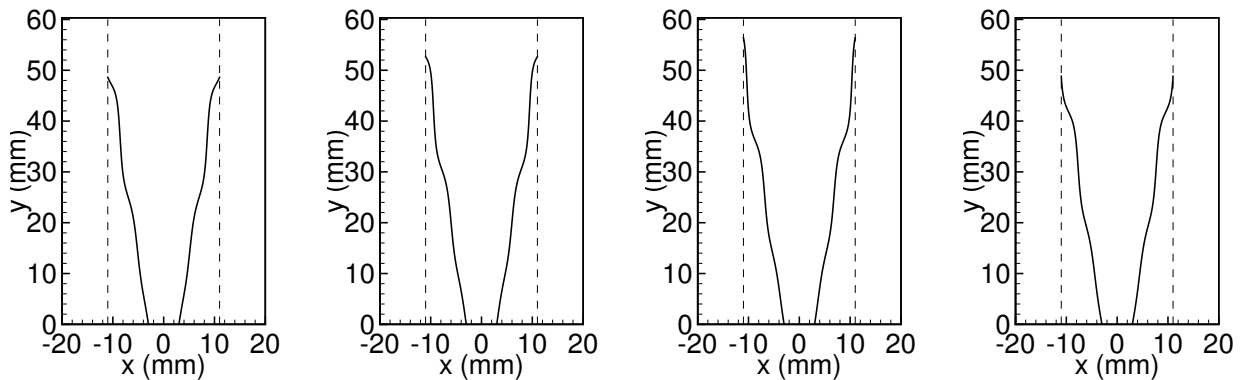


(c) Calculs avec le modèle 3 : onde convective et conservation de la masse

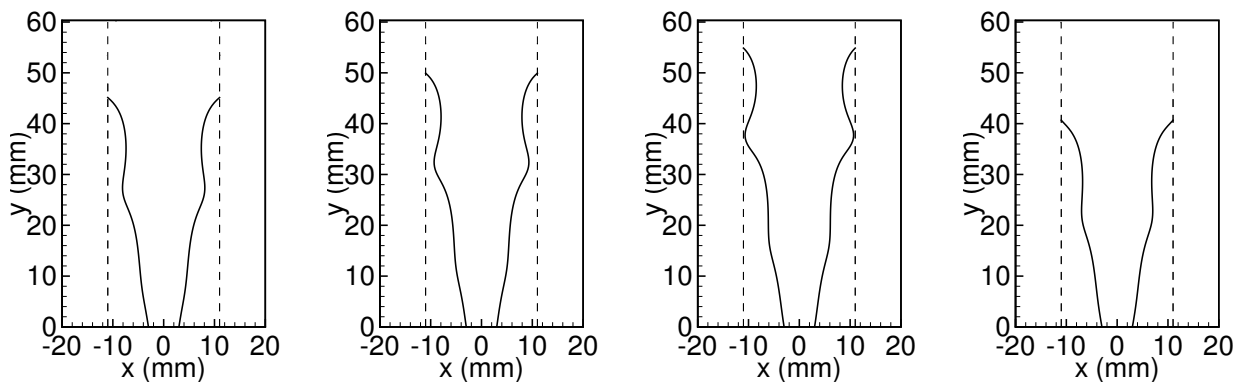
FIG. II.12 – Evolution de la position de la flamme pour une fréquence d'excitation $f_e = 10$ Hz au cours d'un cycle. Calculs avec le modèle (a) uniforme, (b) convectif et (c) convectif et conservation de la masse. $\Phi = 0.8$, $\bar{v} = 1.64$ m/s, $v_1 = 0.15$ m/s.



(a) Calculs avec le modèle 1 : modulation uniforme

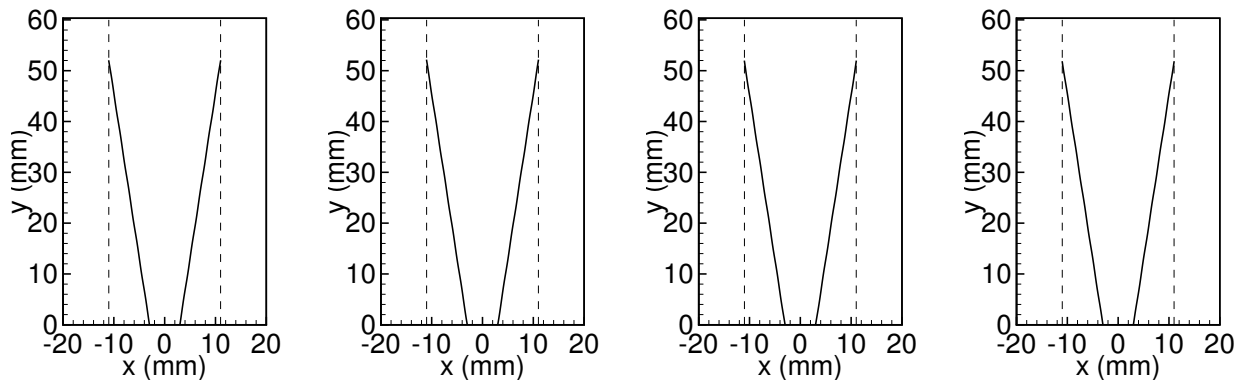


(b) Calculs avec le modèle 2 : onde convective

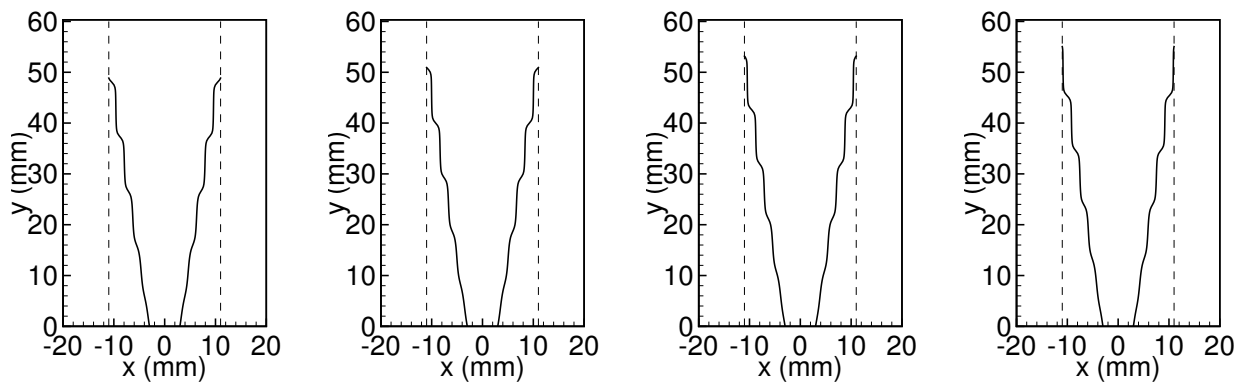


(c) Calculs avec le modèle 3 : onde convective et conservation de la masse

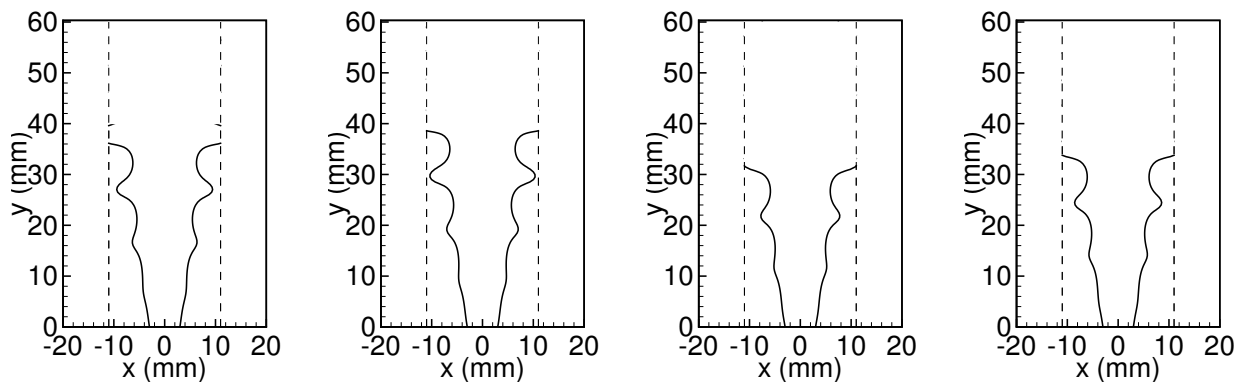
FIG. II.13 – Evolution de la position de la flamme au cours d'un cycle pour une fréquence d'excitation $f_e = 70$ Hz au cours d'un cycle. Calculs avec (a) le modèle uniforme, (b) le modèle convectif et (c) le modèle convectif et conservation de la masse. $\Phi = 0.8$, $\bar{v} = 1.64$ m/s, $v_1 = 0.15$ m/s.



(a) Calculs avec le modèle 1 : modulation uniforme



(b) Calculs avec le modèle 2 : onde convective



(c) Calculs avec le modèle 3 : onde convective et conservation de la masse

FIG. II.14 – Evolution de la position de la flamme pour une fréquence d'excitation $f_e = 150$ Hz au cours d'un cycle. Calculs avec le modèle (a) uniforme, (b) convectif et (c) convectif et conservation de la masse. $\Phi = 0.8$, $\bar{v} = 1.64$ m/s, $v_1 = 0.15$ m/s.

Les résultats pour la position de la flamme au cours du cycle d'excitation sont présentés sur les figures II.12, II.13 et II.14 pour trois fréquences de modulation de l'écoulement $f_e = 10$, 75 et 150 Hz respectivement. Pour une fréquence d'excitation $f_e = 10$ Hz, la longueur d'onde de la perturbation incidente basée sur la vitesse moyenne des gaz $\lambda = 164$ mm est relativement grande par rapport à la taille de la flamme ($L/\lambda \simeq 0.3$). Comme pour le cas de la flamme conique, les trois modèles de vitesse fournissent des résultats similaires pour l'évolution de la position du front à la base du brûleur, mais assez différents au niveau du sommet de la flamme (Fig. II.12). Par contre avec cette géométrie, ce sont les éléments proches des extrémités libres au sommet de la flamme qui contribuent de manière significative à la surface totale. Ainsi, la réponse de la flamme en "V" dépend fortement du modèle de vitesse choisi, même pour des fréquences de modulation relativement basses, contrairement au cas de la flamme conique. La figure II.15 à gauche indique en effet des fluctuations de la surface de flamme assez différentes selon le modèle de vitesse envisagé. Il faut réduire la fréquence d'excitation à $f_e = 1$ Hz pour observer dans ces calculs des comportements identiques de la réponse de la flamme en changeant le modèle de vitesse.

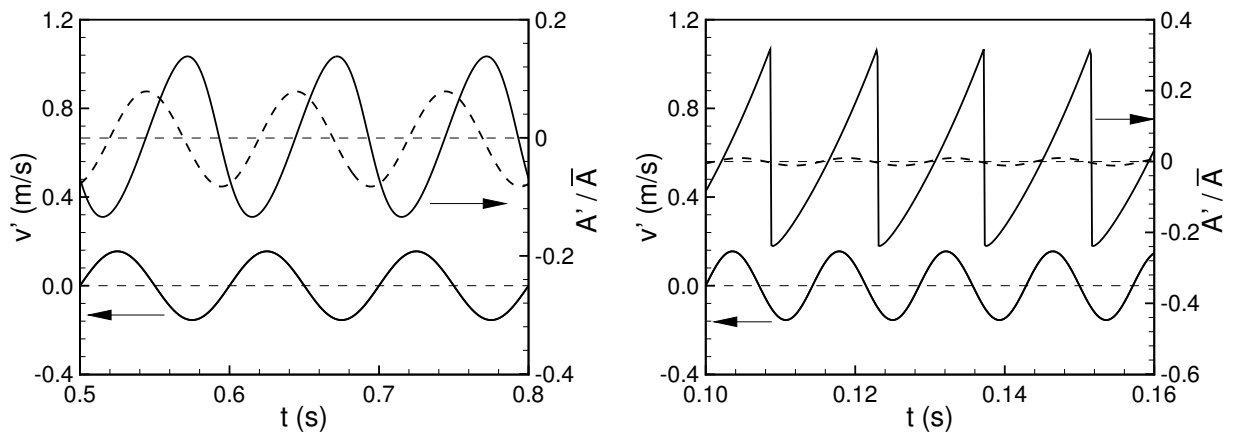


FIG. II.15 – Evolution de la fluctuation de surface de flamme $A'(t)$ et de la fluctuation de vitesse à la base du brûleur $v'(t)$ pour deux fréquences de modulation $f_e = 10$ Hz à gauche et $f_e = 70$ Hz à droite. En pointillés, prévision avec le modèle uniforme. En trait continu, prévision avec le modèle convectif qui conserve la masse. $\bar{A} = 2310 \text{ mm}^2$.

Lorsque la fréquence d'excitation augmente, par exemple $f_e = 70$ Hz, les prévisions avec le modèle uniforme sur la figure II.13a suggèrent que la flamme est très peu affectée par la perturbation de l'écoulement (cf. également Fig. II.15 à droite en tirets). Les calculs réalisés avec les modèle convectifs, sans ou avec conservation de la masse, montrent au contraire que le front de flamme est fortement affecté par le passage de l'onde convective, surtout lorsque la flamme a atteint sa hauteur maximale et rechute très rapidement (Fig. II.13b et II.13c). Les fluctuations de surface de flamme associées sont représentées sur la figure II.15 à droite. Les simulations avec le modèle convectif conservant la masse montrent que la fluctuation de surface de flamme n'est pas atténuée mais qu'elle présente au contraire une amplification ($A'/\bar{A} = 0.28$) par rapport à la perturbation de vitesse ($v_1/\bar{v} = 0.16$). Dans ce régime, la flamme ne répond plus de façon harmonique. Lorsqu'une perturbation atteint le sommet de la flamme, la surface de flamme est alors maximale, puis elle s'éteint brusquement sur une grande portion et sa surface passe par un minimum (Fig. II.13c).

Lorsque la fréquence d'excitation augmente encore $f_e = 150$ Hz, les distorsions du front calculées avec le modèle convectif tendent à s'atténuer (Fig. II.14b) alors que celles calculées avec le modèle conservant la masse affectent toujours fortement le front de flamme (Fig. II.14c). Le mouvement du sommet la flamme dépend du choix du modèle de vitesse. La flamme étant plus plissée pour une fluctuation convective qui vérifie l'équation de continuité, la conservation du débit total de réactifs au travers du front de flamme suggère que la flamme doit en effet être plus compacte dans ce cas (Fig. II.14c).

II.4 Calculs des fonctions de transfert

Les fonctions de transfert d'une flamme conique et d'une flamme en "V" sont calculées en utilisant les différents modèles proposés pour le champ de vitesse incident. Les résultats des simulations sont comparés aux prévisions théoriques issues de l'analyse linéaire du problème (chapitre I). On s'intéresse plus particulièrement à l'influence de l'amplitude de la modulation de vitesse sur la réponse de ces flammes.

II.4.1 Méthode de calcul et problèmes rencontrés

Les calculs des fonctions de transfert sont réalisés en balayant une plage de fréquences d'excitation $f_e = 5$ à 500 Hz. Pour chaque fréquence, la fluctuation de surface $A'(t)$ est calculée au cours de la simulation sur 30 cycles (cf. Fig. II.10 ou II.15). Cette durée est suffisante pour considérer que la flamme répond en régime forcé au bout de quelques cycles. La fonction de transfert est déterminée à partir de l'analyse spectrale des signaux de la fluctuation de vitesse $v'(t)$ à la base du brûleur et de la fluctuation de surface $A'(t)$ associée à la fréquence de modulation f_e de l'écoulement par la méthode des périodogrammes de Welch (Oppenheim et Shafer 1974; Marple Jr. 1987). Les résultats des simulations numériques présentés dans la suite de ce chapitre sont obtenus en utilisant le schéma *RK2* pour l'intégration temporelle et *WENO5* pour l'intégration spatiale de l'équation (II.1). Avant de présenter les résultats obtenus, il est utile faire quelques remarques importantes.

1. La fonction de transfert ne donne qu'une information sur la réponse de la flamme à la fréquence de modulation f_e de l'écoulement. Il est intéressant d'examiner l'influence de l'amplitude de la perturbation incidente sur cette réponse, mais l'analyse des résultats reste délicate. On sait que les effets non linéaires se traduisent par une redistribution de l'énergie de la perturbation harmonique communiquée à la flamme vers d'autres fréquences du spectre, notamment vers les multiples de la fréquence d'excitation. La fonction de transfert calculée à la fréquence d'excitation f_e ne fournit aucun renseignement sur la façon dont cette énergie est redistribuée. Un des harmoniques de la fréquence d'excitation présents dans le spectre de la fluctuation de surface peut par exemple coïncider avec un des modes propres du foyer et engendrer une instabilité de combustion. Dans cette situation, il faut rester prudent lors de l'analyse de la stabilité du foyer à partir des fonctions de transfert du système. Seule l'analyse du contenu spectral de la réponse de la flamme à chaque fréquence d'excitation permettrait de quantifier précisément ce phénomène. Ceci ne fait pas l'objet de ce chapitre, mais il convient de garder cette limitation à l'esprit.
2. Les calculs sont limités à une fréquence maximale de 500 Hz. Dans ce cas, la longueur d'onde des perturbations de l'écoulement envisagées est du même ordre de grandeur que l'épaisseur de flamme dans des conditions proches de la stœchiométrie d'une flamme de prémélange méthane-air. Dans ces régimes de fonctionnement, le taux de consommation de la flamme dépend également de la fluctuation de pression qui interagit avec la zone de préchauffage de la flamme (McIntosh 1991). Ce comportement n'est pas pris en compte dans notre modèle où le taux de consommation par unité de surface est simplement donné par la vitesse de flamme laminaire S_L .
3. L'équation (II.1) pour G n'est pas conservative. Elle met malheureusement en défaut le bilan de masse de mélange réactif consommé au travers du front lorsque celui-ci présente des changements de courbure. On illustre ceci avec un exemple sur la figure II.2 à gauche. Une flamme se propage librement avec une vitesse constante imposée $S_d = S_L$ dans un mélange réactif homogène au repos. La surface de la flamme est plus faible une fois la discontinuité formée que lorsqu'elle avait une forme plus régulière. La quantité de mélange réactif disponible pour la flamme n'a pourtant pas changé entre les deux situations. Ce

phénomène apparaît dès que le front de flamme présente une courbure concave vers les réactifs frais. L'apparition d'un "cusp" se traduit par un défaut de surface de flamme.

Pour qu'une flamme se stabilise sur un brûleur, il faut cependant que le débit de mélange réactif soit intégralement consommé par la flamme. Dans nos simulations, l'équation (II.1) pour G est traitée de façon non-conservative avec une vitesse de déplacement $S_d = S_L$ constante. Comme l'apparition d'un "cusp" consomme de la surface de flamme, il faudrait ajuster dans les simulations la vitesse de déplacement du front S_d de telle sorte que le débit de mélange injecté q soit consommé par la flamme : $q(t) = S_d A(t)$, où $A(t)$ est la surface de la flamme à l'instant t . On ne tient pas compte de cet effet dans les simulations. En augmentant l'amplitude de la perturbation incidente, des "cusps" de plus en plus importants sont produits et de plus en plus de surface de flamme disparaît. La surface moyenne de la flamme $\bar{A}(t)$ calculée sur un cycle d'excitation chute progressivement au cours de la simulation. Elle reste toujours inférieure à la surface de flamme en l'absence de modulation $\bar{A}(t) \leq \bar{A}(t=0)$.

On retrouve également ce phénomène lorsqu'on augmente la fréquence de modulation dans les simulations présentées ci-dessous. En effet, les perturbations qui affectent le front de flamme présentent alors des longueurs d'onde de plus en plus petites avec une succession d'éléments de front concaves et convexes vers les réactifs. Ce phénomène peut conduire à une diminution d'au plus de 20% de la surface moyenne disponible lorsque la fréquence vaut 500 Hz pour le cas extrême d'une flamme conique soumise à une modulation convective (vérifiant l'équation de continuité) de très forte amplitude. On a cependant vérifié dans nos simulations que la fonction de transfert calculée en tenant compte de cet effet de réduction de surface est peu affectée et reste limité à 10% de la surface moyenne dans tous les cas explorés à haute fréquence.

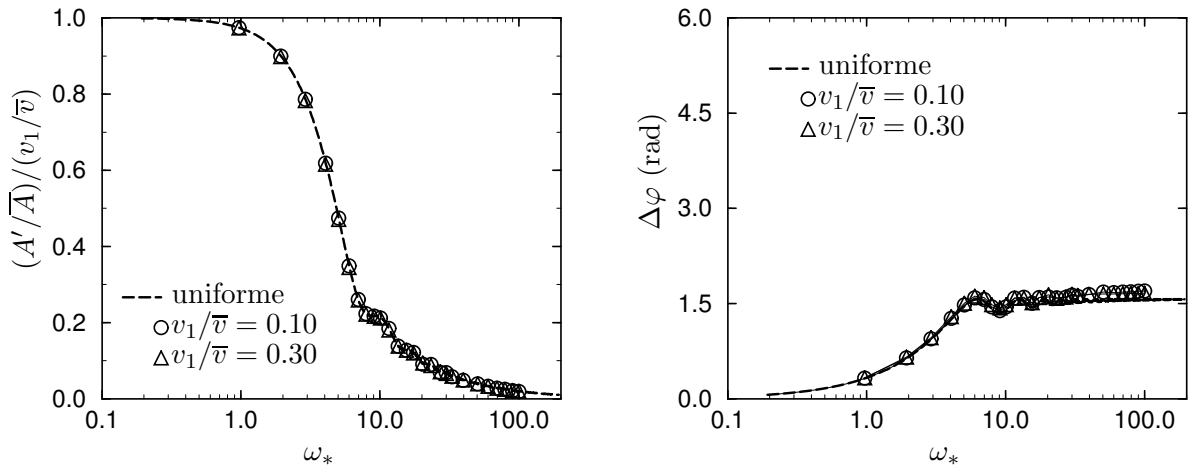
II.4.2 Fonctions de transfert d'une flamme conique

Les simulations pour la flamme conique sont effectuées sur un maillage comprenant 81×81 noeuds, avec $\Delta x = \Delta y = 0.5$ mm. Le cas étudié correspond à une flamme de prémélange méthane-air à une richesse $\Phi = 1.05$ ($S_L = 0.39$ m/s) stabilisée sur un brûleur de rayon $r = 11$ mm dans un écoulement axial et uniforme de vitesse $\bar{v} = 0.97$ m/s en l'absence de modulation. Dans ce cas, le demi angle α au sommet de la flamme vaut $\alpha = 22^\circ$. La sensibilité de la réponse de la flamme à l'amplitude de la modulation incidente est étudiée en considérant deux niveaux de fluctuation $v_1/\bar{v} = 0.10$ et $v_1/\bar{v} = 0.30$.

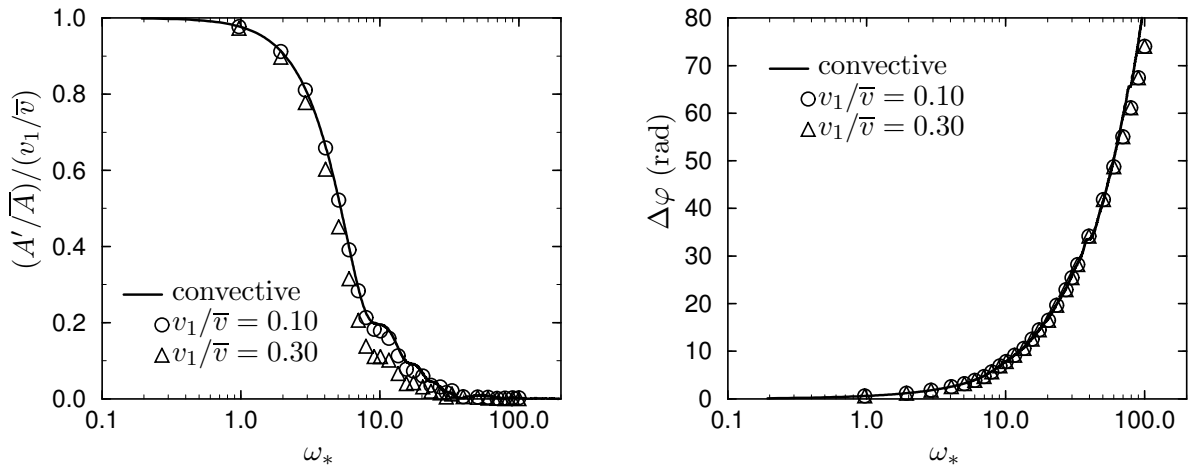
Les résultats obtenus avec le modèle uniforme sont représentés sur la figure II.16a et ceux obtenus avec le modèle convectif sur la figure II.16b. Les lignes continues désignent les prévisions analytiques issues de l'analyse linéaire développée dans le chapitre I. Les symboles représentent les résultats des simulations. Les estimations avec le modèle uniforme et le modèle convectif sont en parfait accord avec les résultats numériques pour des fluctuations modérées de la vitesse $v_1/\bar{v} = 0.10$. En particulier, les simulations confirment les prévisions théoriques pour l'évolution de la phase de la fonction de transfert. La phase de la réponse d'une flamme soumise à une modulation uniforme de la vitesse sature, alors qu'elle croît régulièrement pour des perturbations convectives. Ce dernier résultat corrobore les observations expérimentales antécédantes (Ducruix *et al.* 2000; Schuller *et al.* 2002). Pour des perturbations plus fortes $v_1/\bar{v} = 0.30$, les simulations avec une modulation uniforme de la vitesse sont toujours en bon accord avec les prévisions analytiques (Fig. II.16a). En effet, lorsque le front d'une flamme est soumis à une modulation uniforme de la vitesse, il se déplace en bloc. Chaque élément du front de flamme répond dans ce cas en phase avec ces voisins indépendamment de l'amplitude de la perturbation. Les effets non linéaires ne peuvent donc pas se manifester dans cette situation. Ils se manifestent par contre dans le cas d'une perturbation convective de la vitesse (Fig. II.16b). Dans ce cas, le gain de la fonction de transfert est légèrement inférieur aux valeurs déduites de la théorie linéaire dans une gamme de pulsation $\omega_* = 2$ à 20 dans laquelle les spectres de la fluctuation de la surface de flamme contiennent des

harmoniques de la fréquence d'excitation. La phase semble par contre peu sensible à l'amplitude de la perturbation. Pour des modulations uniformes ou purement convectives, les effets non linéaires restent donc très modérés pour une flamme conique, même en présence de perturbations fortes de la vitesse $v_1/\bar{v} = 0.30$.

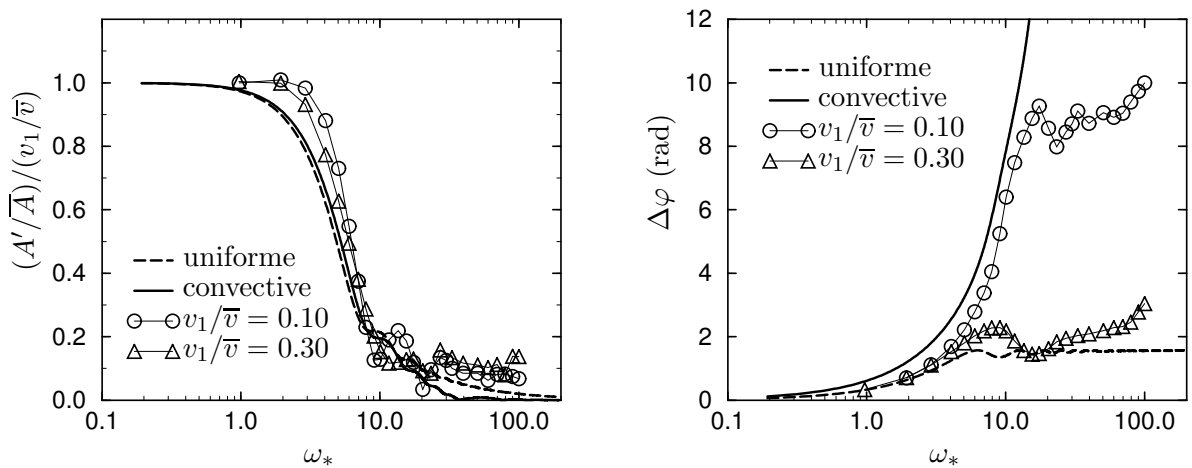
Les simulations réalisées avec le modèle convectif qui conserve la masse sont présentées sur la figure II.16c. On a également représenté sur la même figure les prévisions de l'analyse linéaire pour des perturbations uniformes (tirets) et convectives (trait continu). A basse fréquence, l'amplitude de la réponse de la flamme présente un gain proche de l'unité sur une gamme de pulsation réduite $\omega_* \leq 3$ plus étendue que celle prévue par les modèles analytiques. Les calculs pour une modulation $v_1/\bar{v} = 0.10$ indiquent même des valeurs légèrement supérieures à l'unité autour de $\omega_* \simeq 2$. Cette tendance semble s'atténuer lorsque l'amplitude de la fluctuation augmente ($v_1/\bar{v} = 0.30$). L'atténuation de la réponse de la flamme dans la gamme de pulsation $3 \leq \omega_* \leq 8$ est beaucoup plus rapide que celle prévue par les calculs analytiques. La flamme semble également présenter des zones dans la bande de pulsation réduite intermédiaire avec un regain de réponse, par exemple entre $10 \leq \omega_* \leq 20$. Ce phénomène a également été observé expérimentalement (Ducruix *et al.* 2000). La phase est fortement affectée par le niveau d'amplitude. Elle présente un caractère complexe qui suit approximativement les prévisions du modèle convectif pour des niveaux de perturbation modérés ($v_1/\bar{v} = 0.10$) et semble se rapprocher du comportement prévu pour une modulation uniforme, lorsque des perturbations fortes de l'écoulement ($v_1/\bar{v} = 0.30$) sont considérées.



(a) calculs avec une modulation uniforme



(b) calculs avec une modulation convective



(c) calculs avec une modulation convective et conservation de la masse

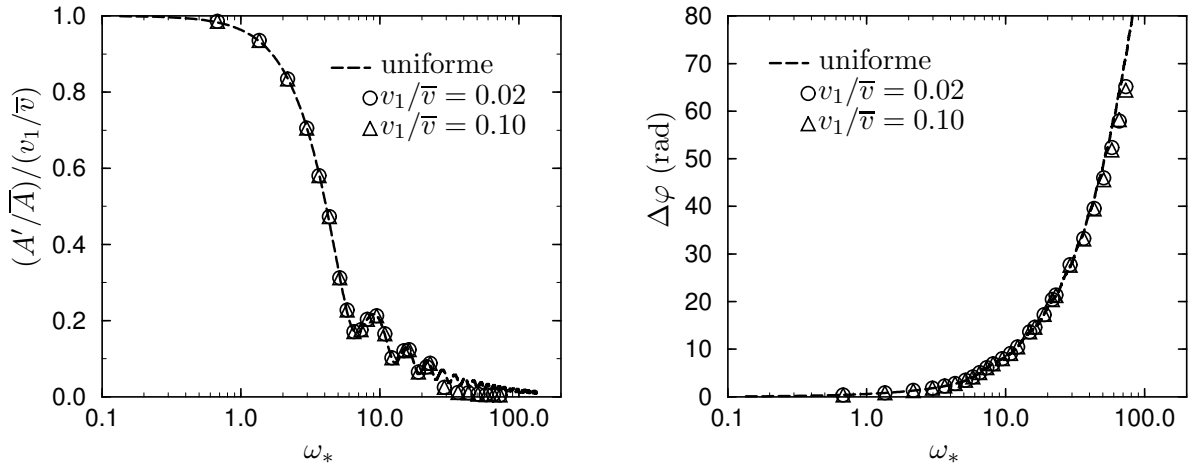
FIG. II.16 – Fonctions de transfert d’une flamme conique soumise à une modulation (a) uniforme, (b) convective (c) convective avec conservation de la masse. Les prévisions de l’analyse linéaire sont indiquées en tirets (modèle uniforme) et en trait continu (modèle convectif). Les symboles indiquent les simulations qui sont réalisées pour deux niveaux de fluctuation : $v_1/\bar{v}_1 = 0.10$ (cercles) et $v_1/\bar{v}_1 = 0.30$ (triangles). $\bar{v}_1 = 0.97$ m/s, $S_L = 0.39$ m/s.

II.4.3 Fonctions de transfert d'une flamme en "V"

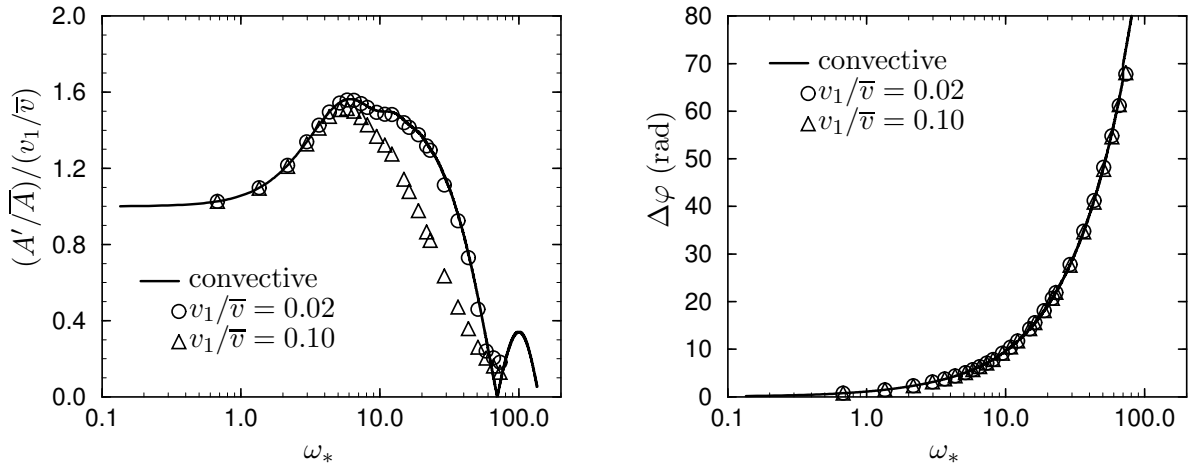
Une analyse semblable est entreprise dans le cas d'une flamme en "V" stabilisée sur un barreau. Les calculs sont effectués sur un maillage comprenant 45×81 nœuds, avec $\Delta x = \Delta y = 0.5$ mm. Le cas étudié correspond à une flamme ancrée sur une tige de rayon $a = 3$ mm placée selon l'axe d'un brûleur de rayon $b = 11$ mm dans un écoulement axial et uniforme de vitesse $\bar{v} = 1.30$ m/s pour un mélange méthane-air de richesse $\Phi = 1.05$ ($S_L = 0.39$ m/s). Le front de flamme fait un angle $\alpha = 17^\circ$ par rapport à l'écoulement en l'absence de perturbation. Deux niveaux de modulation d'amplitude différente $v_1/\bar{v} = 0.02$ et $v_1/\bar{v} = 0.10$ sont étudiés.

Les résultats obtenus avec la modulation uniforme sont présentés sur la figure II.17a et ceux avec la modulation convective sur la la figure II.17b. La réponse de la flamme est en parfait accord avec les prévisions analytiques pour une modulation uniforme de la vitesse de faible amplitude $v_1/\bar{v} = 0.02$ (Fig. II.17a). Comme pour le cas de la flamme conique, une flamme en "V" soumise à une modulation uniforme de la vitesse incidente est insensible au niveau d'amplitude de la perturbation (Fig. II.17a). Dans le cas d'une modulation convective de faible amplitude $v_1/\bar{v} = 0.02$, les résultats numériques sont à nouveau en bon accord avec les prévisions analytiques. L'amplification des perturbations par la flamme dans la gamme de pulsations intermédiaires $1 \leq \omega_* \leq 35$ est confirmée (Fig. II.17b). Par contre, pour des niveaux de perturbation modérés $v_1/\bar{v} = 0.10$, la réponse de la flamme s'éloigne sensiblement du comportement prévu par l'analyse linéaire avec le modèle convectif. On rappelle que pour ces niveaux d'amplitude, la réponse de la flamme conique coïncidait encore avec les prévisions de l'analyse linéaire. Dans le cas de la flamme en "V", les effets non linéaires se traduisent par un phénomène de saturation qui vient limiter la résonance prédite en régime linéaire par une courbe en forme de cloche plus petite et plus étroite. Le niveau maximum d'amplification atteint la même valeur pour $\omega_* \simeq 5 - 6$, mais la décroissance est ensuite beaucoup plus rapide. La phase de la fonction de transfert est cependant peu affectée par l'amplitude de la perturbation sur toute la gamme de fréquences explorées (Fig. II.17b, à droite).

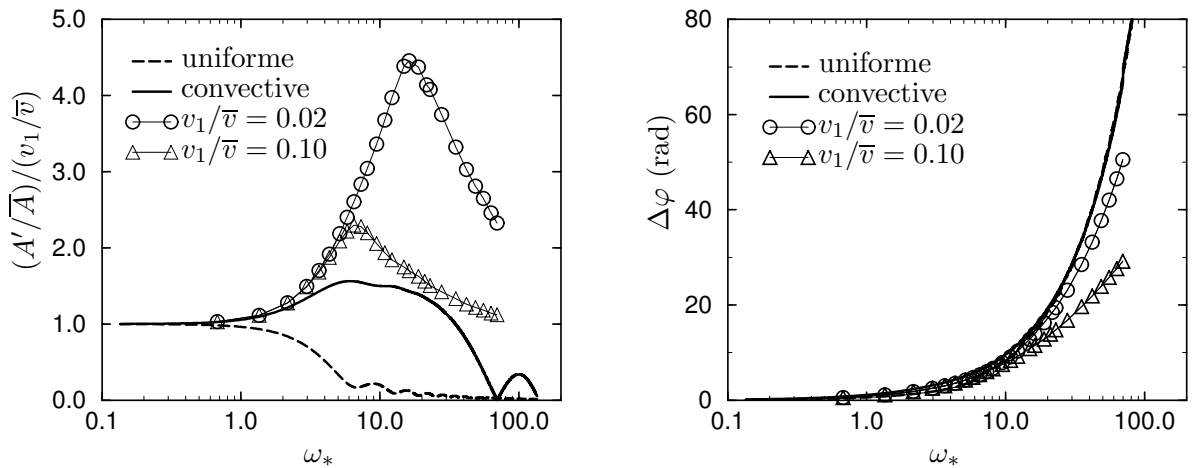
Les simulations pour une modulation convective de l'écoulement avec conservation de la masse sont comparées aux prévisions théoriques de l'analyse linéaire pour une modulation uniforme (en tirets) ou convective (en trait continu) (Fig. II.17c). La prise en compte d'une fluctuation radiale de l'écoulement accentue encore l'effet d'amplification de la flamme qui atteint un gain voisin de 4.5 autour de $\omega_* \simeq 17$ pour un niveau $v_1/\bar{v} = 0.02$. On retrouve également le phénomène de saturation de la réponse de la flamme lorsque des fluctuations plus importantes de la vitesse sont envisagées ($v_1/\bar{v} = 0.10$). A basse fréquence, le gain de la fonction de transfert suit le même comportement pour les deux niveaux de fluctuation jusqu'à la pulsation réduite $\omega_* \simeq 7$. Les comportements diffèrent ensuite. On note que contrairement au cas de la flamme conique, le niveau maximum d'amplification et la pulsation réduite correspondant à ce maximum dépendent fortement de l'amplitude de la perturbation. La réponse de la flamme s'atténue ensuite lentement. Le gain reste cependant supérieur à l'unité sur toute la gamme de fréquences explorées, indiquant que la flamme se comporte comme un amplificateur puissant des perturbations de vitesse sur une gamme de fréquences beaucoup plus large que celle prévue par la théorie linéaire. La phase semble cette fois-ci également modifiée par l'amplitude de la perturbation. Elle suit approximativement le comportement prévu par le modèle convectif issu de l'analyse linéaire pour des niveaux faibles de perturbation $v_1/\bar{v} = 0.02$ et s'en écarte pour une pulsation réduite plus faible, dès que les fluctuations atteignent un niveau modéré $v_1/\bar{v} = 0.10$.



(a) calculs avec une modulation uniforme



(b) calculs avec une modulation convective



(c) calculs avec une modulation convective et conservation de la masse

FIG. II.17 – Fonctions de transfert d’une flamme en “V” stabilisée sur un barreau pour différentes modulation (a) uniforme, (b) convective et (c) convective avec conservation de la masse. Les prévisions de l’analyse linéaire sont indiquées en trait continu (modèle convectif) et en tirets (modèle uniforme). Les symboles indiquent les simulations qui sont réalisées pour deux niveaux de fluctuation $v_1/\bar{v}_1 = 0.02$ (cercles) et $v_1/\bar{v}_1 = 0.10$ (triangles). $\bar{v}_1 = 1.30$ m/s, $S_L = 0.39$ m/s.

II.5 Conclusion

On résume les principaux résultats obtenus pour la flamme conique, puis pour la flamme en “V” :

Flamme conique

A basse fréquence, la flamme conique répond de façon quasi-statique à la perturbation incidente, tant que le rapport entre la hauteur de flamme et la longueur d’onde de la perturbation reste dans des proportions de l’ordre de $L/\lambda < 1/3$. Le comportement est celui d’une flamme compacte tant que les distorsions du front à la base du brûleur sont bien représentées par le modèle de vitesse considéré. Lorsque la fréquence d’excitation augmente, la fluctuation de la surface de flamme s’atténue rapidement alors que le front de flamme est fortement plissé par le passage de la perturbation. Ce phénomène est associé à l’apparition de points de rebroussement ou “cusps” sur le front de flamme. Le retard de phase entre la réponse de la flamme et la perturbation à la sortie du brûleur augmente avec la fréquence d’excitation. Les différents modèles testés prévoient des comportements semblables pour la réponse de la flamme en amplitude, mais des évolutions très différentes pour la phase. L’approche cinématique du mouvement du front de flamme montre qu’une flamme conique est assez peu sensible à l’amplitude des fluctuations de la vitesse incidente. Les effets non linéaires restent donc modérés. Ceci est probablement dû au fait qu’une flamme conique stabilisée sur un brûleur possède un nombre de degrés de liberté limité. Elle est donc relativement stable face aux perturbations de l’écoulement. Par contre, la phase de la fonction de transfert présente un comportement complexe qui semble dépendre fortement de l’amplitude de la fluctuation incidente. Comme la phase de la réponse de la flamme est un élément déterminant dans l’analyse de la stabilité d’un foyer susceptible de développer des interactions acoustique-combustion, il est donc important de choisir un modèle pour la fonction de transfert qui représente correctement le comportement de la phase.

Flamme en “V”

A basse fréquence, une flamme en “V” présente un comportement semblable au comportement d’une flamme conique de même taille. La flamme en “V” est par contre beaucoup plus sensible à l’amplitude des perturbations de vitesse incidente. Lorsque les perturbations ont des longueurs d’onde de l’ordre de grandeur de l’extension axiale de la flamme, le front peut se comporter comme un amplificateur puissant de ces perturbations dans sa bande de résonance qui peut couvrir une large gamme de fréquences. Les effets non-linéaires ont tendance à atténuer cet effet d’amplification lorsque l’amplitude de la fluctuation incidente augmente. La phase de la fonction de transfert d’une flamme en “V” présente par contre un caractère beaucoup plus simple comparé au cas de la flamme conique. L’évolution de la phase est peu sensible à l’amplitude de la perturbation, sauf éventuellement aux fréquences élevées pour des modulations d’amplitude assez fortes. D’une manière générale, cette quantité évolue d’une façon régulière quasi-linéaire. Une flamme en “V” est également beaucoup plus sensible aux perturbations de l’écoulement qu’une flamme conique. Ceci est certainement dû au fait que ce type de géométrie possède plus de degrés de liberté qu’une flamme conique avec une frontière libre dont les mouvements entraînent rapidement de fortes variations de surface de flamme. Il apparaît donc qu’une flamme en “V” agit comme un amplificateur des perturbations de l’écoulement dans sa bande de résonance. Confinée dans un foyer, elle est donc à priori très sensible aux instabilités de combustion.

Chapitre III

Etude expérimentale

Ce chapitre constitue le dernier volet de ce manuscrit concernant la réponse des flammes prémélangées inclinées soumises à des modulations de l'écoulement incident. Il s'agit de confronter les modèles théoriques du chapitre I et les prévisions numériques du chapitre II à des mesures dans une configuration laminaire où l'écoulement est bien contrôlé. Le brûleur est suffisamment instrumenté pour conduire un examen détaillé de la dynamique des flammes coniques et des flammes en "V".

Le dispositif expérimental et le système de modulation de l'écoulement sont décrits dans la première section. Les différents diagnostics utilisés pour sonder l'écoulement en amont du front de flamme et pour caractériser la dynamique de la combustion sont présentés dans la section suivante. Les résultats expérimentaux et les confrontations aux prévisions des modèles font l'objet des trois sections suivantes. On s'intéresse d'abord au champ de vitesse dans le mélange réactif (section III.3), puis au mouvement associé de la flamme (section III.4) et enfin aux fonctions de transfert des flammes (section III.5).

III.1 Montage expérimental

III.1.1 Le brûleur

Le brûleur, représenté schématiquement sur la figure III.1, est constitué de trois parties distinctes : un corps cylindrique, sur lequel est placé un convergent, terminé par une pièce cylindrique permettant l'accrochage de la flamme.

- Trois corps cylindriques d'un diamètre intérieur de 65 mm et de longueurs $L = 56, 120$ et 184 mm sont interchangeables. Ces différents corps sont utilisés pour modifier la réponse acoustique du brûleur dans les études menées dans la seconde partie du manuscrit. Seul le corps intermédiaire de longueur $L = 120$ mm est utilisé dans cette partie. Deux conduits, situés à la base du cylindre et diamétralement opposés, assurent l'arrivée du prémélange dans la cavité. Deux grilles et un matériau en nid d'abeille sont répartis dans le brûleur pour laminariser l'écoulement. La grille la plus proche du convergent possède le plus petit diamètre de trou. Elle élimine toute trace de turbulence résiduelle et permet d'éviter des remontées de flamme dans le corps du brûleur. La base du cylindre est laissée ouverte pour permettre l'insertion d'un système de modulation.
- Le convergent, d'une hauteur de 66 mm, d'un diamètre intérieur initial de 65 mm et d'un taux de contraction de 8.5 se termine par un diamètre intérieur final de 22 mm. Le convergent est refroidi par circulation d'eau dans une conduite en serpentins. Celle-ci permet de maintenir le brûleur dans des conditions de température relativement constante.
- La partie haute du brûleur est un corps cylindrique de 30 mm de longueur et de 22 mm de diamètre intérieur. Cette pièce sur laquelle vient s'accrocher la flamme est légèrement usinée en biseau. L'épaisseur de la lèvre dans la section de sortie est $e = 1$ mm.

Un barreau cylindrique de 6 mm de diamètre peut être inséré sur l'axe du brûleur. Le support vient se fixer entre le corps cylindrique et le convergent. Le barreau dépasse légèrement le plan de sortie de la pièce terminale du brûleur d'une hauteur de 2 mm. Ce barreau est utilisé pour les expériences menées avec la flamme en "V", alors qu'il est absent pour l'étude des flammes coniques.

III.1.2 Alimentation en prémélange et débitmétrie

Un schéma de principe de la circulation des fluides alimentant le brûleur est présenté sur la figure III.2. Le laboratoire est équipé d'un réseau d'air filtré à une pression de 6 bar. Le combustible utilisé dans cette étude est du méthane de norme G20 stocké en bouteille sur site. Le contrôle des débits est assuré par deux débitmètres massiques, l'un d'une capacité maximale de 50 litres normaux d'air par minute pour mesurer le débit d'air, et l'autre d'une capacité maximale de 5 litres normaux d'air par minute pour mesurer le débit de méthane. Les deux débitmètres ont une précision d'un pour cent à pleine échelle. Ils permettent d'envisager une grande plage de variation de débit et de richesse. Les gaz sont prémélangés dans une chambre cyclonique. Cet élément est alimenté à sa base par des conduits d'arrivée d'air et de méthane légèrement décalés du diamètre pour créer un tourbillon qui améliore le mélange. Le prémélange réactif s'échappe par le sommet de la chambre, puis est acheminé au brûleur.

III.1.3 Description du système de modulation

Un actionneur, placé à la base du brûleur, permet de générer des fluctuations de vitesse de l'écoulement à la sortie du brûleur (Fig. III.1). Il est composé de trois éléments :

- Un haut-parleur, de puissance maximale 50 W, dont la bande passante donnée par le constructeur s'étend de 20 Hz à 15 kHz. Sa membrane est en fibre de verre pour assurer l'étanchéité de la base du brûleur. Des tests ont été réalisés à très basse fréquence mettant en évidence le bon comportement du haut-parleur jusqu'à 10 Hz.
- Un amplificateur de puissance maximale 350 W.
- Un synthétiseur de signaux analogiques HP 8904 pour générer une grande variété de signaux parfaitement contrôlés en fréquence et en amplitude.

Il est possible avec ce système d'envisager des modulations de l'écoulement en amont du front de flamme dans une large gamme de fréquences et d'amplitudes.

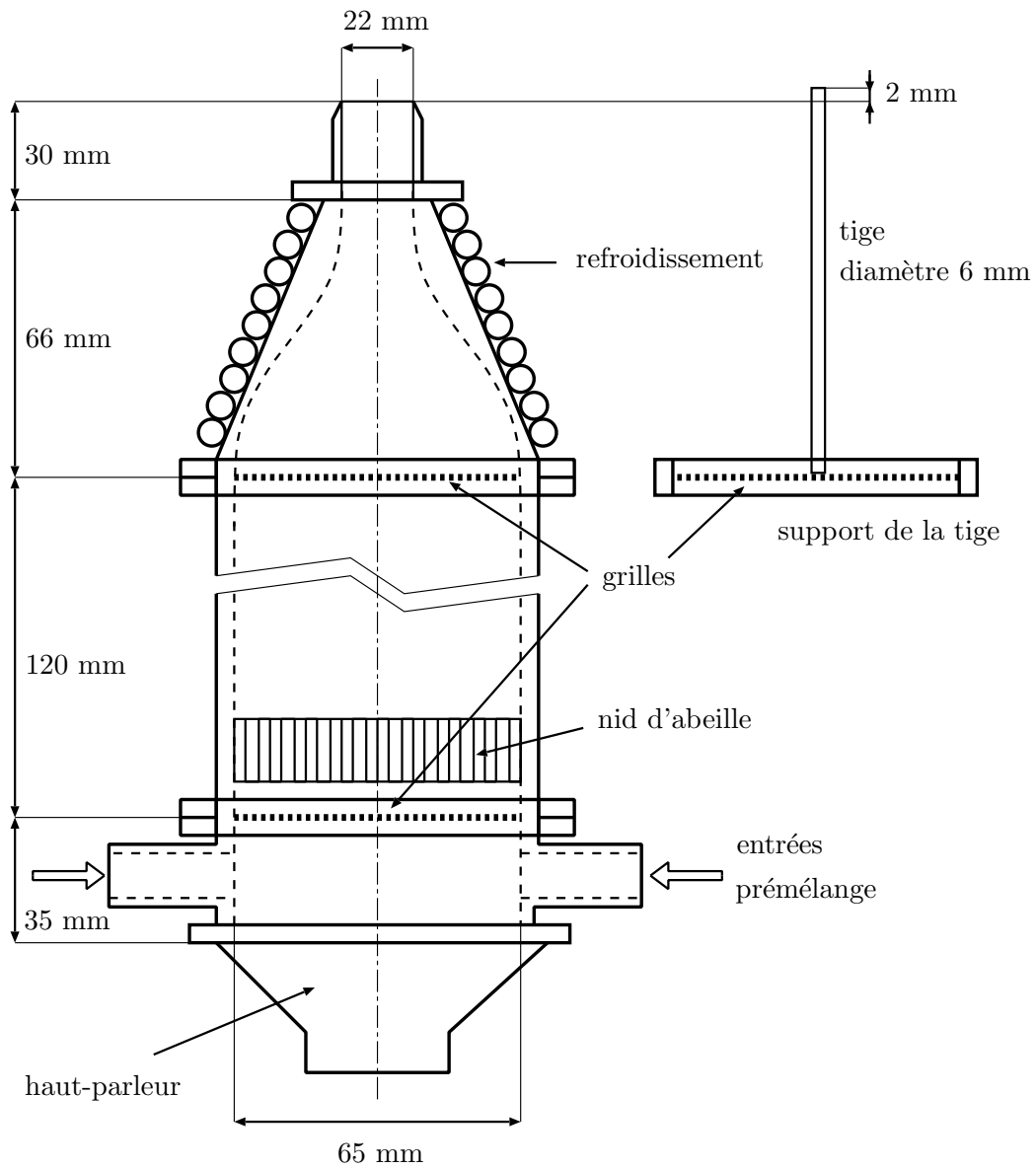


FIG. III.1 – Schéma du brûleur utilisé pour étudier la dynamique des flammes coniques (sans tige) et des flammes en “V” (avec tige).

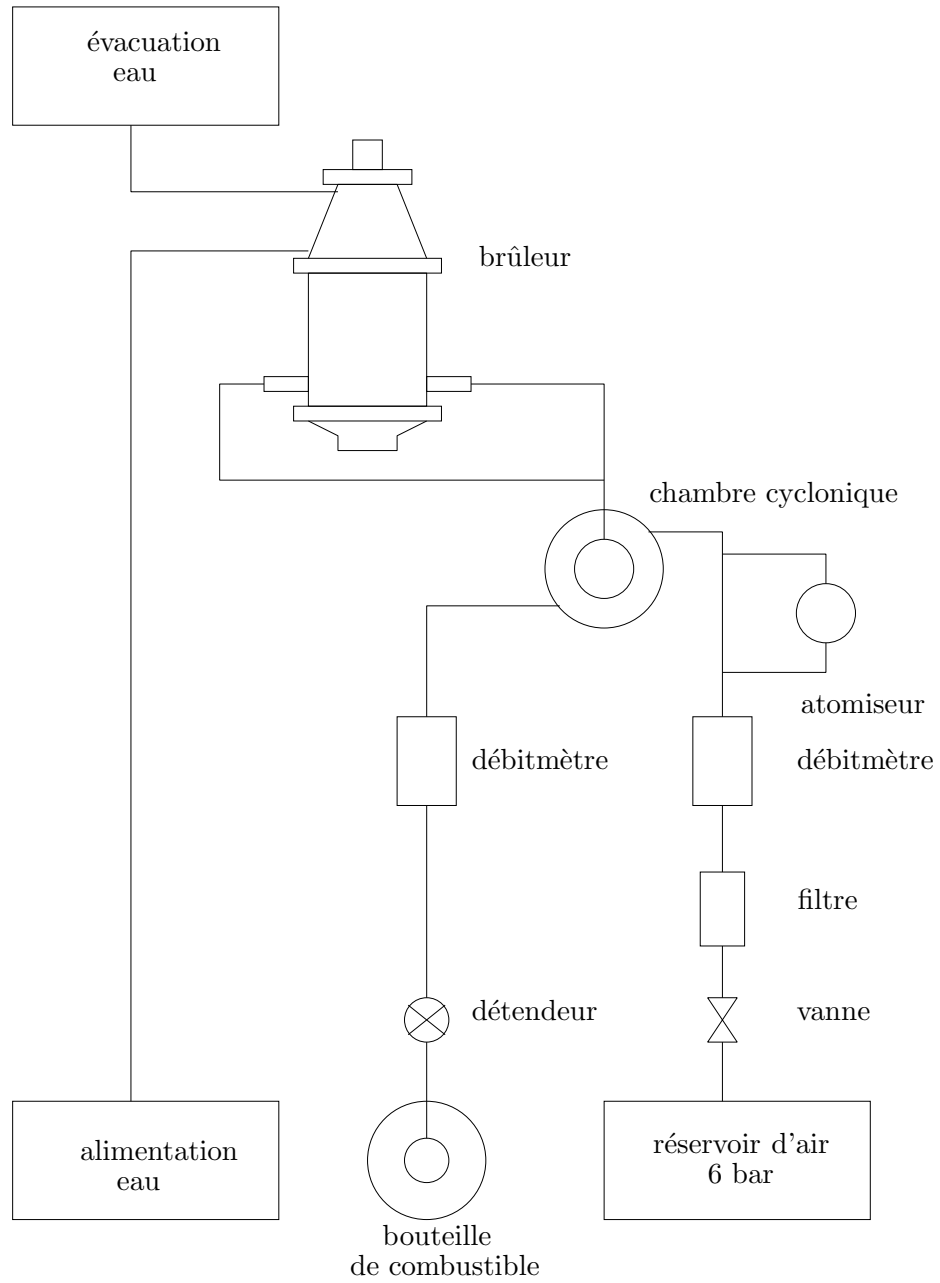


FIG. III.2 – Schéma du système d'alimentation du brûleur.

III.2 Moyens de diagnostic

III.2.1 Mesures de la fonction de transfert

Les fonctions de transfert des flammes sont déterminées en mesurant simultanément la vitesse du prémélange à la sortie du brûleur et le dégagement de chaleur associé pour différentes fréquences de modulation de l'écoulement. On couvre toute la gamme de fréquences dans laquelle la flamme répond aux perturbations incidentes.

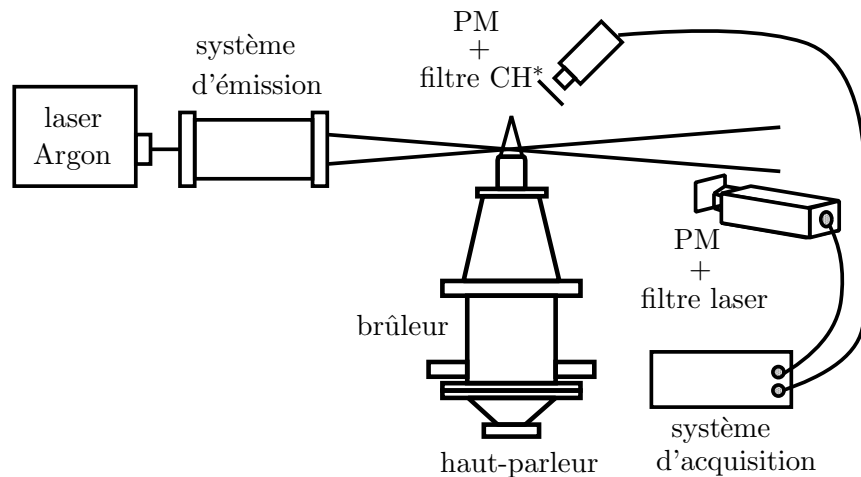


FIG. III.3 – Diagnostics utilisés pour mesurer la fonction de transfert des flammes.

Mesure de l'émission spontanée CH^*

Le dégagement de chaleur est déterminé en utilisant un photomultiplicateur (PM), qui est situé à 30 cm de l'axe du brûleur, et dont l'angle solide de visée capte la totalité de la lumière émise par la flamme (Fig. III.3). Un filtre, centré sur la longueur d'onde $\lambda = 431 \text{ nm}$ et d'une largeur de bande de 2 nm, ne transmet au PM que la lumière issue des radicaux CH^* . Pour une flamme de prémélange maintenue à richesse constante, l'émission des radicaux CH^* présents dans la zone de réaction de la flamme est en première approximation proportionnelle au dégagement de chaleur (Price *et al.* 1968; Strahle 1978; Keller et Saito 1987). On montre également dans le chapitre VI que l'émission des radicaux CH^* est proportionnelle à la surface totale de la flamme (Schuller *et al.* 2002). Le courant fourni par le PM est proportionnel aux photons captés issus de la zone de combustion. Ce courant est ensuite converti en tension, puis il est enregistré sur un ordinateur.

La relation de proportionnalité entre le dégagement de chaleur et l'émission CH^* de la flamme peut être vérifiée en mesurant l'émission lumineuse CH^* en fonction de la vitesse débitante \bar{v} , à condition de supposer que tout le mélange réactif est consommé par la flamme. La courbe obtenue est bien une droite dans le cas des flammes coniques, mais elle ne passe pas forcément par l'origine (Ducruix 1999). Ces tests sont reconduits pour des flammes en "V". Dans cette situation, il existe une frontière libre entre le mélange réactif et l'air environnant. Il est donc possible que tout le mélange réactif ne soit pas consommé par la flamme. Malgré la présence de cette frontière libre, la production de radicaux CH^* indiquée sur la figure III.4 à gauche suit une évolution linéaire en fonction du débit de prémélange injecté. Ceci est vérifié au moins pour les deux richesses testées $\Phi = 0.6$ et 0.8 , même si les droites ne passent pas exactement par l'origine. La partie droite de la figure donne l'évolution du signal PM en fonction de la richesse Φ du mélange pour un débit fixé. Le taux de production de radicaux CH^* dépend fortement de la composition du mélange d'une

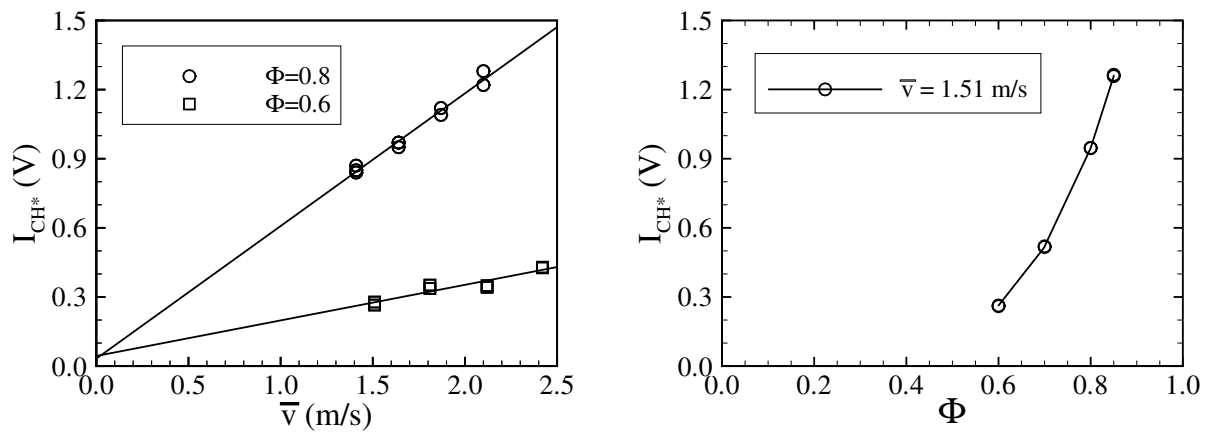


FIG. III.4 – Evolution de l'émission spontanée CH^* d'une flamme en "V" en faisant varier, à gauche, la vitesse débitante \bar{v} à richesse Φ fixée et, à droite, la richesse Φ à vitesse débitante \bar{v} imposée. Prémélange méthane-air.

façon non linéaire. Les variations de l'émission lumineuse de la flamme dues à des fluctuations de la richesse à débit imposé sont donc plus difficiles à interpréter que les variations d'intensité lumineuse induites par des fluctuations de la vitesse de l'écoulement à richesse figée. Dans ce dernier cas, il existe une relation de proportionnalité entre les fluctuations du dégagement de chaleur et les fluctuations de la vitesse de l'écoulement autour d'un point de fonctionnement.

Mesures de vitesses par Vélocimétrie Laser Doppler (LDV)

Le niveau de modulation de la composante verticale de la vitesse du mélange réactif en sortie du brûleur est mesuré par vélocimétrie laser Doppler (LDV). Cette technique permet d'obtenir des mesures ponctuelles avec une grande résolution temporelle. Un schéma du montage est présenté sur la figure III.3. Le principe de la vélocimétrie laser Doppler et les diverses composantes du système LDV utilisé dans cette étude sont détaillés dans la thèse de Ducruix (1999). On rappelle ici uniquement les caractéristiques principales du système. La source de lumière est un laser continu Argon d'une puissance totale de 5 W, dont on utilise uniquement la raie d'émission dans le vert de longueur d'onde $\lambda = 514$ nm. L'optique d'émission comprend un diviseur de faisceau, une cellule de Bragg qui crée un décalage en fréquence de 40 MHz sur l'un des faisceaux et une lentille convergente pour focaliser les deux faisceaux parallèles dans un volume de mesure où ils interfèrent. L'interfrange obtenue est égale à environ $5 \mu\text{m}$. L'optique de réception comprend une lentille convergente qui focalise la lumière issue de la diffusion des particules traversant les interfranges vers un trou d'épingle, puis sur un photomultiplicateur équipé d'un filtre passe-bande centré sur la longueur d'onde verte du laser. Un compteur de fréquence permet de calculer la vitesse des particules d'ensemencement introduites dans l'écoulement gazeux. Pour les flammes coniques, la mesure est prise sur l'axe, à 1.5 mm au-dessus du plan de sortie du brûleur. Pour les flammes en "V", la vitesse est mesurée à 2 mm au-dessus du plan de sortie du brûleur (au raz du sommet du barreau central) et au milieu du canal d'injection du prémélange, entre la tige et le bord intérieur du brûleur, à une distance radiale de 7 mm de l'axe.

L'écoulement estensemencé avec des fines gouttelettes d'huile, d'un diamètre moyen d'environ $2.5 \mu\text{m}$ dans la gamme de vitesses considérées de notre étude. Ces gouttes sont produites par un atomiseur de parfum décrit par Durox *et al.* (1999). Les gouttes se vaporisent au voisinage du front de flamme sur une isotherme correspondant à une température d'environ 600 K (Durox et Ducruix 2000). Des tests réalisés dans la thèse de Ducruix (1999) montrent qu'il est nécessaire de se placer dans des conditions d'ensemencement où le taux de comptage des particules est au moins dix fois supérieur à la fréquence du phénomène à observer si l'on souhaite réaliser une analyse fréquentielle du signal de vitesse. Dans le cas contraire, des repliements de spectre sont observés (Boyer et Searby 1986; Baillot 1989). Ce système d'ensemencement est également utilisé pour les mesures par vélocimétrie par imagerie de particules (PIV). Dans toutes les expériences, on s'est toujours placé dans des conditions où l'ensemencement est important, de l'ordre de 25000 à 40000 comptages par seconde, avec une validation supérieure à 70 % pour caractériser des phénomènes ondulatoires de fréquences comprises entre 10 et 600 Hz. Une étude simplifiée de la dynamique des gouttes dans un écoulement oscillant montre, qu'avec le diamètre de gouttes utilisé, le déphasage de la vitesse de la goutte par rapport à la vitesse de l'écoulement atteint 4° à 400 Hz et 8° à 1 kHz, mais l'amplitude du mouvement de la goutte n'est pas affectée (Ducruix 1999). Des tests ont également été menés en comparant les mesures par LDV avec un système de mesure de vitesse à fil chaud. Il ressort de tous ces tests que le déphasage introduit par l'ensemble du système de mesure et de traitement du signal LDV n'excède pas 10° à 400 Hz. Comme la quasi-totalité des mesures sont effectuées pour des fréquences inférieures à 300 Hz, on supposera dans la suite que les particules suivent parfaitement l'écoulement en amplitude et en phase.

Enregistrements temporels

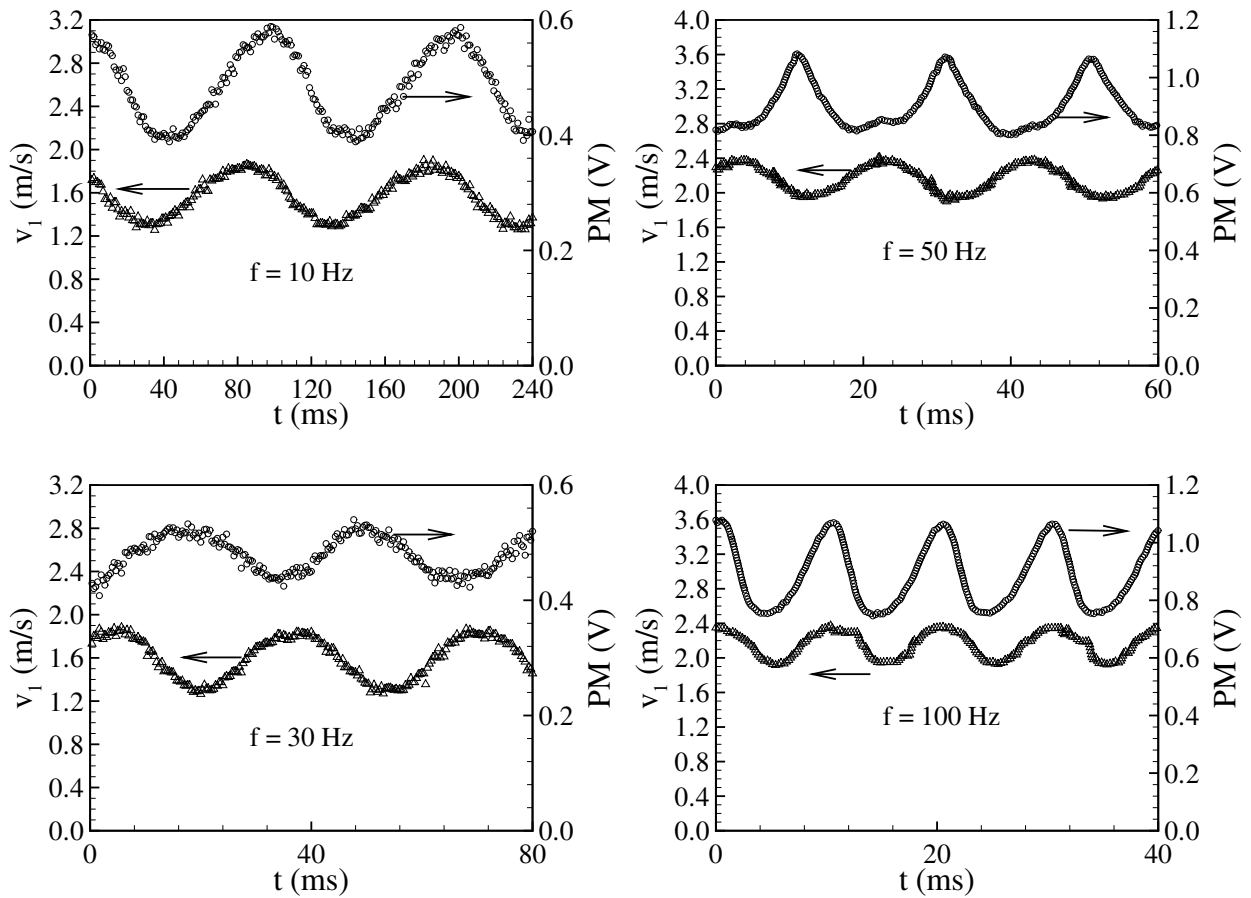


FIG. III.5 – Exemples d’enregistrements des signaux LDV et PM pour la mesure des fonctions de transfert de flammes. A gauche, flamme conique, $\Phi = 0.95$ et $\bar{v} = 1.20$ m/s, modulée à $f = 10$ et $f = 30$ Hz. A droite, flamme en “V”, $\Phi = 0.8$ et $\bar{v} = 1.64$ m/s, modulée à $f = 50$ et 100 Hz.

Quatre exemples d’enregistrements temporels du signal de vitesse $v_1(t)$ en sortie du brûleur et du signal d’émission CH^* (PM) sont présentés sur la figure III.5 pour une flamme conique et une flamme en “V”. Il est intéressant de faire quelques remarques :

- La modulation de vitesse doit être suffisante pour se placer dans des conditions expérimentales où le rapport signal sur bruit de la fluctuation d’émission lumineuse résultante est important. Pour des raisons pratiques, il faut donc se placer dans des conditions expérimentales qui sortent certainement du cadre théorique des approximations linéaires supposées dans la chapitre I.
- L’écart entre la vitesse axiale moyenne \bar{v}_1 mesurée à la sortie du brûleur par LDV et la vitesse débitante \bar{v} mesurée à partir des débitmètre massiques est significatif. Il est dû aux couches limites résiduelles malgré la présence du convergent. Les modèles développés dans les chapitres précédents font par contre tous intervenir la vitesse débitante \bar{v} , notamment pour le choix de la représentation des fonctions de transfert en fonction du groupement sans dimension ω_* . Il conviendra de tenir compte de cet écart lors de la comparaison entre les données expérimentales et les calculs.
- La fluctuation de la vitesse est quasiment sinusoïdale à la sortie du brûleur. La forme du signal lumineux reste périodique ($T = 1/f$), mais diffère fortement d’une sinusoïde,

surtout lorsque la fréquence de modulation augmente. Les flammes réagissent de façon non linéaire à la perturbation de vitesse incidente. La fonction de transfert de la flamme n'est par contre définie qu'à la fréquence de modulation de l'écoulement. Cependant, si l'énergie contenue dans les harmoniques présents dans les signaux du PM reste modérée par rapport à l'énergie communiquée au fondamental, la fonction de transfert rend bien compte de la dynamique globale de la flamme. Cet argument est étayé dans les chapitres V et VI où l'on montre, que même en présence de signaux fortement non linéaires, la fonction de transfert de la flamme reste un outil puissant pour la prévision des instabilités. L'analyse des systèmes non linéaires est d'ailleurs souvent réalisées au moyen de "l'approximation du premier harmonique" encore appelée "approximation de l'équivalent harmonique" (voir par exemple Gille *et al.* 1988). On utilise alors une fonction de transfert généralisée, déterminée en remplaçant la sortie du système par la composante fondamentale (on dit aussi premier harmonique).

Les calculs des chapitres précédents indiquent qu'une flamme conique est à priori plutôt sensible aux basses fréquences, alors qu'une flamme en "V" présente une réponse maximale dans une bande passante centrée autour d'une certaine fréquence. Pour les cas présentés sur la figure III.5, le niveau de modulation de vitesse à la sortie du brûleur atteint $v_{1rms}/\bar{v} = 0.16$ pour la flamme conique et $v_{1rms}/\bar{v} = 0.09$ pour la flamme en "V". Les niveaux de fluctuation du signal lumineux produits valent respectivement $I_{rms}/\bar{I} = 0.14$ pour une flamme conique modulée à 10 Hz et $I_{rms}/\bar{I} = 0.15$ pour une flamme en "V" modulée à 100 Hz. Ces niveaux sont donc comparables, alors que la fluctuation relative de vitesse imposée à la flamme conique est plus importante. Ce premier test confirme qu'une flamme en "V" est plus réceptive à une perturbation de vitesse qu'une flamme conique, comme le suggère l'analyse théorique du chapitre I.

L'analyse fréquentielle des enregistrements temporels permet d'extraire la fonction de transfert de la flamme entre le signal de vitesse (LDV) et le signal lumineux (PM). Pour cela, on calcule le rapport $T_{xy} = S_{xy}/S_{xx}$ à partir d'un enregistrement temporel, où S_{xy} est la densité spectrale croisée entre le signal PM et le signal LDV et S_{xx} est la densité spectrale de puissance du signal LDV. Le gain et la phase de cette fonction $T_{xy}(f)$ pris à la fréquence de modulation $f = f_e$ de l'écoulement déterminent la réponse fréquentielle de la flamme $T_{xy}(f_e)$ à l'excitation. Cette opération est appliquée sur chaque enregistrement temporel pour déterminer la réponse de la flamme sur l'ensemble des fréquences de modulation explorées. Selon la définition du chapitre I, la fonction de transfert F de la flamme est donnée par la relation $(Q'/\bar{Q}) = F(v'/\bar{v})$, où Q' et v' sont respectivement les fluctuations du dégagement de chaleur et de vitesse, et \bar{Q} et \bar{v} sont les valeurs moyennes de ces quantités. On retrouve cette relation expérimentalement en calculant le rapport :

$$F(f) = \frac{\bar{v}}{\bar{I}} T_{xy}(f) \quad (\text{III.1})$$

où \bar{I} est la valeur moyenne de l'émission lumineuse des radicaux CH*. On rappelle que cette grandeur est proportionnelle au dégagement de chaleur moyen \bar{Q} (Fig. III.4).

III.2.2 Mesures instantanées du champ de vitesse

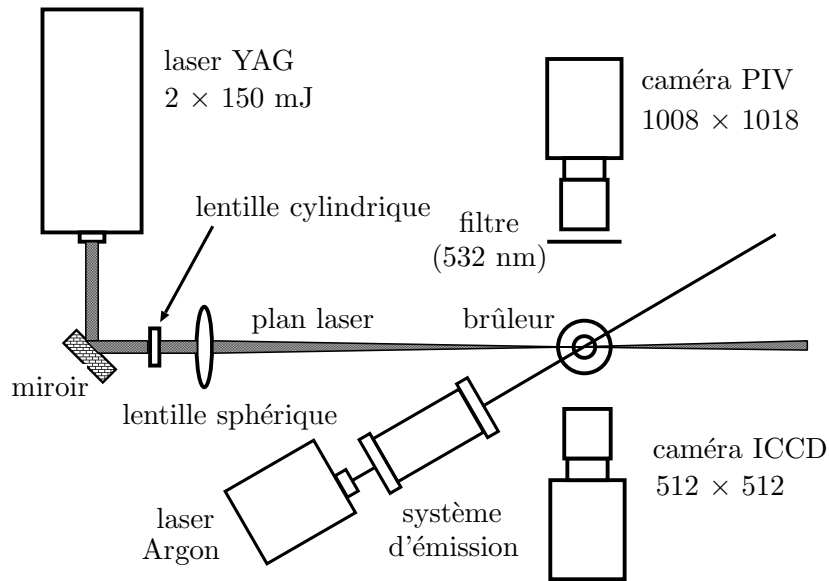


FIG. III.6 – Diagnostics combinés pour caractériser le champ de vitesse dans le mélange réactif par mesure PIV et le mouvement de la flamme avec la caméra ICCD. Les signaux sont synchronisés par rapport à la fluctuation de vitesse à la sortie de brûleur mesurée par LDV.

Un système Dantec de mesure de vitesse par vélocimétrie par imagerie de particules (PIV) est utilisé pour déterminer la structure du champ de vitesse dans le prémélange en amont du front de flamme. La figure III.6 présente un schéma du dispositif. Une description plus détaillée du système optique ainsi que du traitement des données est faite dans la thèse de Ducruix (1999). On rappelle brièvement le principe de la méthode PIV et les paramètres utilisés dans les expériences. Deux impulsions brèves de lumière cohérente, d'une durée de 8 ns chacune, issues de deux lasers Yag ($\lambda = 532$ nm) traversent successivement une lentille cylindrique plan-concave, puis une lentille sphérique convexe-concave convergente pour former un plan laser d'une hauteur d'environ 50 mm et d'une épaisseur d'environ 0.5 mm dans le plan médian du brûleur axisymétrique. L'écoulement estensemencé de gouttelettes d'huile avec le même atomiseur utilisé pour les mesures LDV. Chaque impulsion permet d'obtenir une tomographie de l'écoulement en enregistrant le signal de la lumière diffusée par les particules sur une caméra CCD (1008×1018 pixels) munie d'un filtre à la longueur d'onde du laser (532 nm). L'intervalle de temps entre les deux impulsions étant parfaitement contrôlé, il est possible à partir d'une analyse de Fourier des corrélations croisées entre les deux tomographies, sur des fenêtres de 16×16 pixels avec un recouvrement de 25 %, de remonter à la vitesse des particules de l'écoulement dans le plan laser. La synchronisation des tirs lasers, celle de l'acquisition des images par la caméra CCD et finalement le traitement des images sont réalisés avec le logiciel Flowmap de Dantec. Un exemple de tomographie à un instant du cycle d'excitation pour une flamme en "V" est présenté sur la figure III.7, avec à droite le champ de vitesse extrait des corrélations entre deux tomographies successives.

L'intervalle de temps entre les deux impulsions laser est fixé entre 80 et 200 μ s selon la fréquence de modulation de l'écoulement. Ces réglages ont fait l'objet d'un compromis entre un intervalle de temps le plus court possible pour obtenir un champ de vitesse représentatif d'un instant du cycle d'excitation et une optimisation de cet intervalle de temps pour avoir un déplacement d'environ 4 pixels entre les deux images correspondant au meilleur réglage de la PIV. Les images PIV servent à caractériser l'évolution du champ de vitesse au cours d'un cycle d'excitation dans le plan médian du brûleur. L'acquisition des champs PIV est synchronisée par

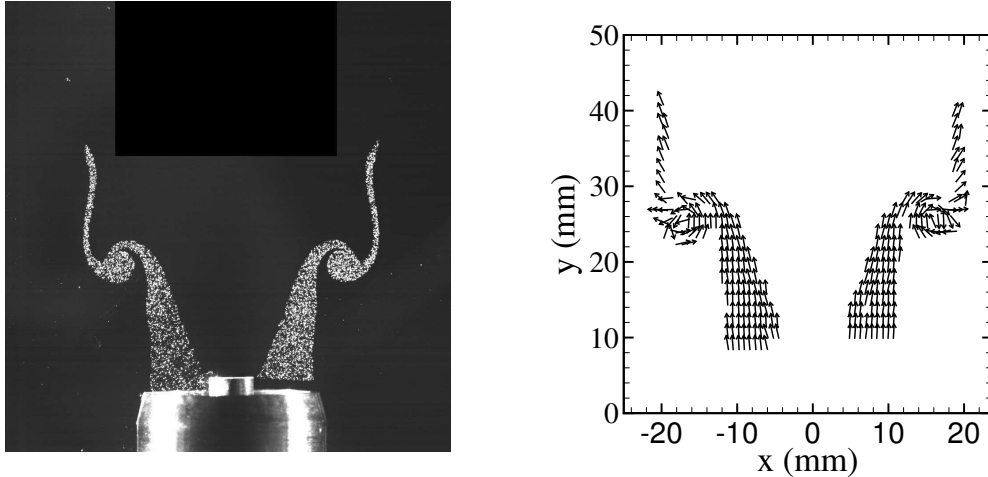


FIG. III.7 – A gauche, tomographie de l'écoulement en amont d'une flamme en "V" modulée à $f = 70$ Hz à un instant du cycle. A droite, champ de vitesse correspondant extrait des corrélations entre deux tomographies successives. $\Phi = 0.8$, $\bar{v} = 2.10$ m/s, $v'_{rms} = 0.15$ m/s.

rapport à la perturbation de l'écoulement à la sortie du brûleur. On utilise pour cela le signal fourni par le synthétiseur comme signal de référence. Cette opération permet de déterminer précisément la phase du cycle d'excitation correspondant au champ PIV. Dans ces expériences, le niveau de perturbation à la sortie du brûleur est fixé au préalable en utilisant le système LDV pour contrôler l'amplitude de la modulation. Un enregistrement simultané du signal LDV et du signal issu du synthétiseur permet de recalibrer les images PIV par rapport au signal de perturbation de vitesse. On utilise ici le fait que la configuration est laminaire et parfaitement contrôlée. Les phénomènes sont alors reproductibles de cycle à cycle.

III.2.3 Visualisation des mouvements du front de flamme

Le mouvement des flammes est analysé au cours d'un cycle d'excitation à l'aide d'une caméra ICCD équipée d'un intensificateur de lumière (Fig. III.6). Pour des flammes laminaires, il est généralement considéré que la chimiluminescence naturelle peut être utilisée pour localiser le front de combustion dans le mélange réactif (par exemple Baillot *et al.* 2002). Il est donc possible de suivre l'évolution du front de flamme au cours du cycle d'excitation à partir d'images instantanées de la flamme prises à des phases successives. Ces images sont formées au moyen d'une caméra numérique équipée d'un intensificateur de lumière (ICCD). Le capteur de la caméra comporte 512×512 pixels et possède une gamme dynamique de 16 bits. La totalité du rayonnement spontané de la flamme est enregistrée à des instants successifs du cycle d'excitation. L'ouverture de l'intensificateur de lumière de la caméra est synchronisée sur le signal de référence. De la même façon que pour les images PIV, les images du front de flamme peuvent être parfaitement recalées par rapport au signal de vitesse mesuré par LDV à la sortie du brûleur.

Chaque image est une accumulation sur la matrice CCD de dix clichés à la même phase du cycle d'excitation. Le temps d'exposition de chaque cliché est de $100 \mu\text{s}$. Cette durée est suffisamment brève par rapport à la période des oscillations pour considérer que l'image résultante en moyenne de phase est une représentation instantanée de la position de la flamme (Fig. III.8, à gauche). Les images se superposent toutes correctement excepté au sommet des flammes. Dans le cas des flammes coniques, l'effet de flou est dû à une instabilité liée à la convection naturelle des gaz chauds et dont la fréquence est différente de la fréquence de modulation de l'écoulement (Fig. III.8, en haut). Plus la flamme est longue, plus le phénomène est important. Dans le cas

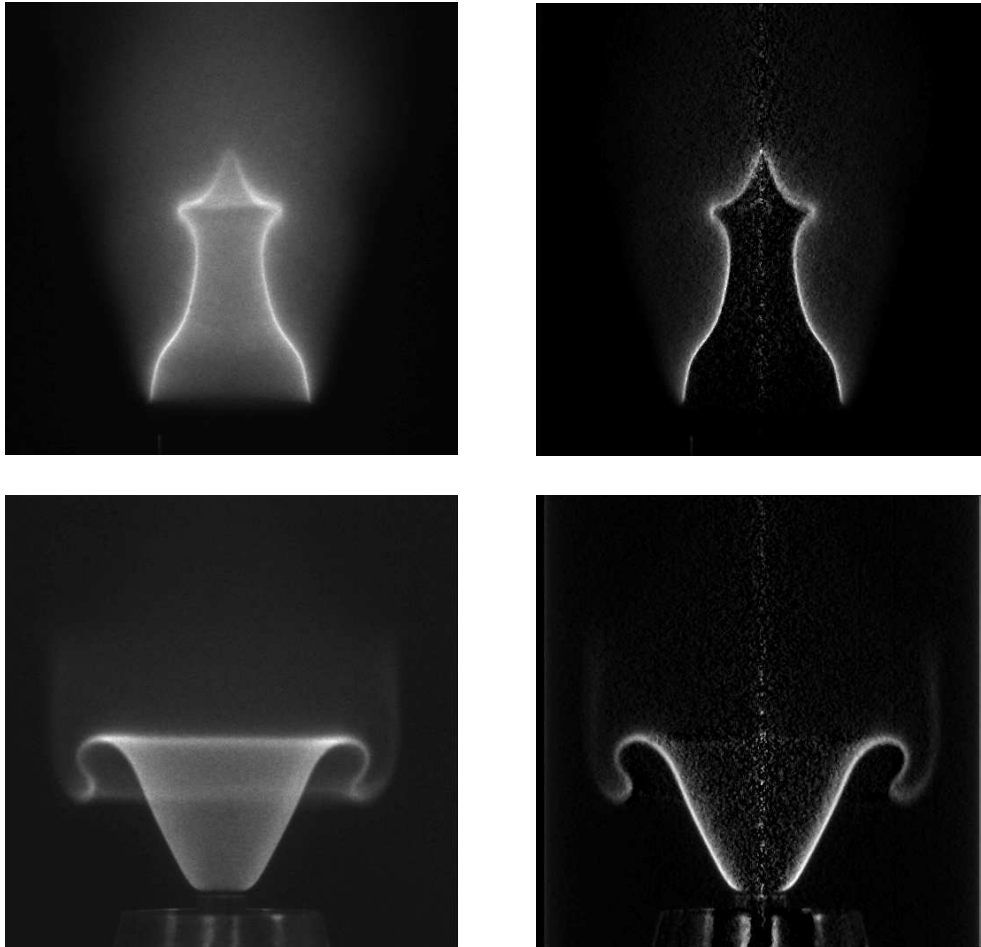


FIG. III.8 – Exemple d’images de flammes en moyenne de phase. En haut, flamme conique, $\Phi = 1.05$, $\bar{v} = 1.46$ m/s, $v'_1/\bar{v} = 0.16$. En bas, flamme en “V”, $\Phi = 0.8$, $\bar{v} = 1.87$ m/s, $v'_1/\bar{v} = 0.08$. Les images de droite sont les transformées d’Abel des images brutes de gauche.

des flammes en “V”, les images ne se superposent pas exactement aux extrémités libres de la flamme au niveau de la couche de cisaillement entre le jet et l’air environnant (Fig. III.8, en haut). L’impression visuelle est un épaississement du front de flamme. Malgré ces réserves, les phénomènes peuvent être considérés comme reproductibles de cycle à cycle.

Les images de gauche de la figure III.8 sont intégrées le long de la ligne de visée. Comme les configurations étudiées sont axisymétriques, une transformation d’Abel (Herding *et al.* 1998; Tripathi 2001) de ces images brutes permet de retrouver la trace du front de flamme dans le plan de symétrie du brûleur (Fig. III.8, à droite). La transformation permet d’obtenir une coupe au travers du front de flamme et donne la géométrie exacte du front de réaction à l’instant considéré. Cette opération est décrite plus précisément dans le chapitre IV pour l’étude de la dynamique d’une flamme modulée en présence d’un paroi froide. En raison du caractère cylindrique de la transformation, celle-ci fonctionne d’autant mieux que le front de flamme est éloigné de l’axe de symétrie du brûleur. Les résultats proches de l’axe sont plus bruités et plus difficiles à analyser. Les images dans le plan du brûleur sont utilisées pour comparer finement les prévisions analytiques et numériques des chapitres précédents aux résultats expérimentaux.

III.3 Caractérisation du champ de vitesse

La structure du champ de vitesse dans le mélange réactif a fait l'objet d'une caractérisation complète pour la flamme conique (Ducruix *et al.* 2001). Quelques expériences supplémentaires sont développées, mais il s'agit surtout d'exploiter les mesures issues des travaux de Ducruix (1999) et de les confronter aux modèles envisagés dans les chapitres précédents pour le calcul des fonctions de transfert. Une seconde série d'expériences est entreprise pour caractériser le champ de vitesse du mélange réactif en amont du front d'une flamme en "V". L'objectif est de montrer dans quelle mesure on peut considérer le champ de vitesse uniforme et axial dans ces configurations, et d'identifier la nature et la forme des perturbations de l'écoulement incident.

III.3.1 Flammes coniques

On rappelle que les expériences sont réalisées sans barreau central. En l'absence de modulation, les flammes coniques étudiées se stabilisent naturellement sur les bords du brûleur. Une fluctuation harmonique de la vitesse en sortie du brûleur est imposée à l'écoulement moyen. Le niveau d'amplitude, contrôlé à 1.5 mm au dessus du brûleur, est fixé à $v_{1rms} = 0.19$ m/s. On s'intéresse au cas d'une flamme de prémélange méthane-air de richesse $\Phi = 1.05$, correspondant à une vitesse de flamme laminaire $S_L = 0.39$ m/s (valeur donnée par Vagelopoulos *et al.* 1994), dans un écoulement de vitesse débitante $\bar{v} = 0.97$ m/s.

Le champ de vitesse dans le mélange réactif est mesuré dans le plan du brûleur par PIV pour différentes phases du cycle d'excitation. La figure III.9 présente les composantes axiales v et radiale u du champ de vitesse à un instant du cycle d'excitation (Ducruix *et al.* 2001). Les figures du haut correspondent à une modulation basse fréquence $f = 10.5$ Hz et celles du bas à une excitation à 75.5 Hz. A basse fréquence le champ de vitesse radial est quasiment nul dans tout le mélange réactif (Fig. III.9 en haut). Le champ axial est relativement uniforme selon la direction radiale. Il présente un gradient axial modéré, excepté dans les régions proches des lèvres du brûleur où la déflexion des lignes de courant de l'écoulement est importante. Lorsque la fréquence de modulation augmente, les gradients de vitesse sont de plus en plus importants sur les deux composantes de la vitesse (Fig. III.9 en bas). Ils sont particulièrement prononcés dans le champ proche des lèvres du brûleur et dans les zones de l'écoulement où le front de flamme est fortement perturbé au voisinage des points de rebroussement ("cusps"). Le champ de vitesse axial peut toutefois être considéré comme relativement uniforme dans la direction radiale. De même le champ radial respecte la symétrie de révolution de la flamme.

L'évolution de la vitesse axiale peut être examinée de façon plus précise en s'intéressant à des coupes le long de l'axe de symétrie du brûleur. Ces données sont complétées par une campagne de mesure par LDV de l'évolution de la composante axiale de la vitesse $v(y, t)$ le long de l'axe y du brûleur jusqu'à la pointe de la flamme. La combinaison de ces deux diagnostics permet de déterminer précisément la structure du champ de vitesse suivant l'axe de symétrie du brûleur en amont du front de flamme. Les résultats de ces expériences sont présentés sur la figure III.10 à gauche. Les valeurs des phases indiquées sont prises au même instant du cycle d'excitation. Les mesures sont réalisées à partir de l'altitude $y_0 = 1.5$ mm, pour lesquelles la phase du signal de vitesse vaut φ_0 . La différence de phase $\varphi - \varphi_0$ présente une évolution assez complexe lorsque la distance au brûleur y augmente. Cependant pour des fréquences relativement basses, une régression des données montre qu'elle suit une évolution linéaire sur des distances $y < 10$ mm :

$$\varphi - \varphi_0 \simeq \alpha (y - y_0) \quad (\text{III.2})$$

Le coefficient α dépend de la fréquence de modulation f de façon linéaire (Fig. III.10 à droite). Ce coefficient peut s'exprimer sous la forme $\alpha = 2\pi f / \langle v \rangle$, où $\langle v \rangle$ est la vitesse de phase de la perturbation. On trouve une valeur numérique $\langle v \rangle = 1.05$ m/s, à comparer avec la vitesse

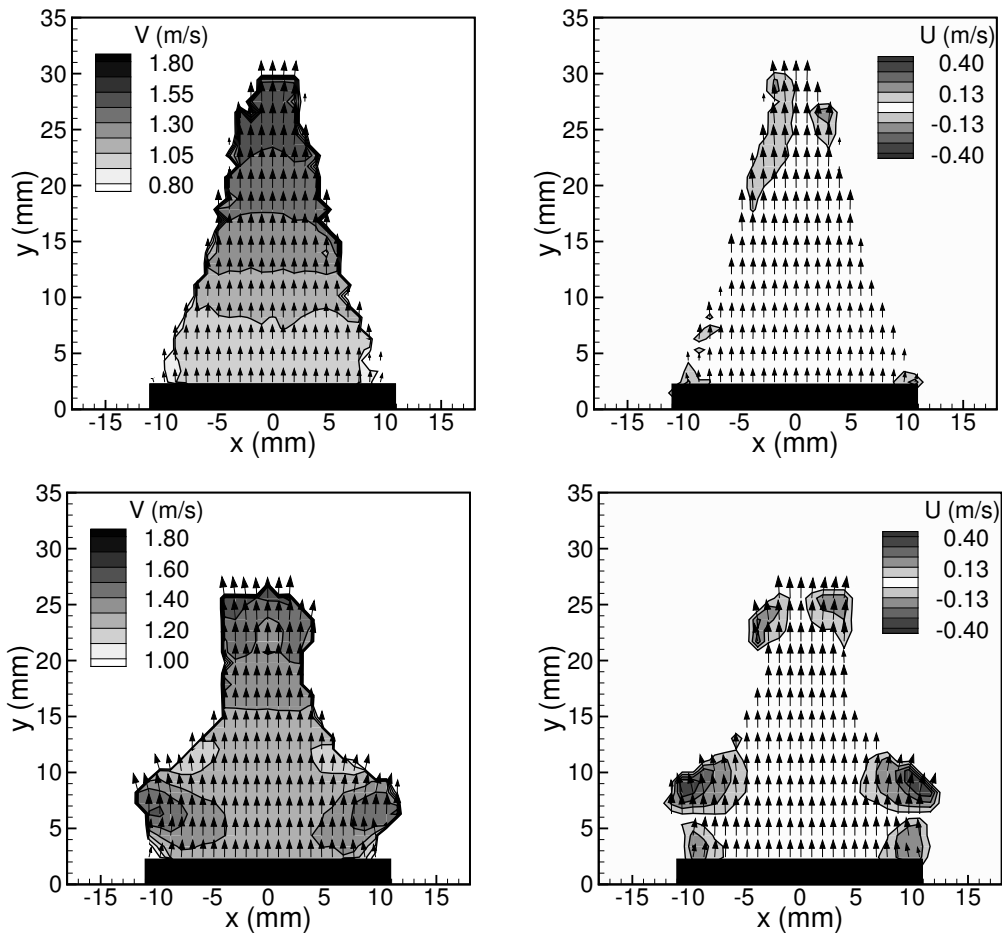


FIG. III.9 – Champs PIV axiaux v et radiaux u à un instant du cycle d'excitation d'une flamme conique modulée à $f = 10.5 \text{ Hz}$ (en haut) et 75.5 Hz (en bas). $\Phi = 1.05$, $\bar{v} = 0.97 \text{ m/s}$. Données traitées à partir des champs PIV mesurés par Ducruix (1999).

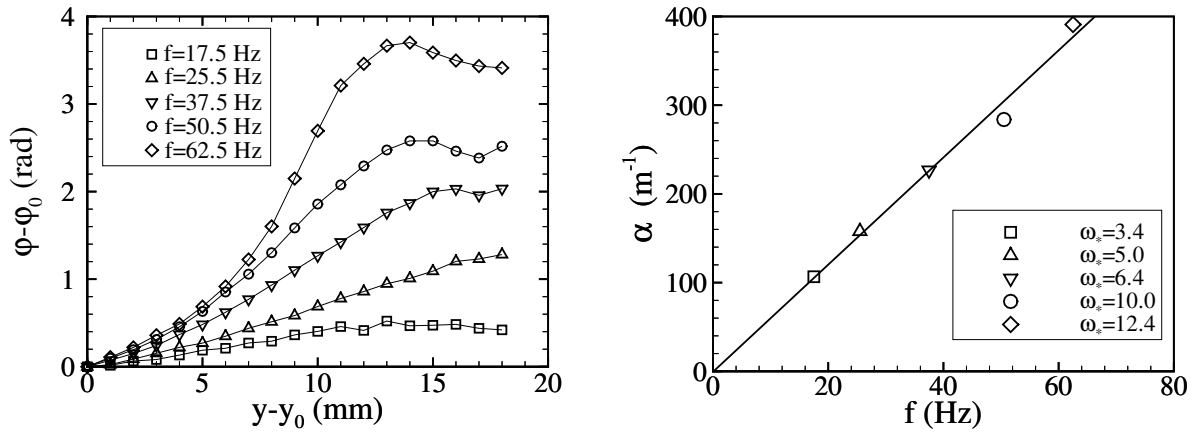


FIG. III.10 – A gauche, évolution de la phase de la vitesse axiale avec la distance y au-dessus du brûleur pour différentes fréquences de modulation de l'écoulement. A droite, évolution de la pente α en fonction de la fréquence de modulation. $\bar{v} = 0.97$ m/s, $\Phi = 1.05$, $R = 11$ mm, $\omega_* = 2\pi fR/(S_L \cos \alpha)$.

débitante $\bar{v} = 0.97$ m/s. Le coefficient α est donc égal en première approximation au nombre d'onde de la perturbation utilisé dans les modèles théoriques :

$$\alpha \simeq k = \frac{\omega}{\bar{v}} \quad (\text{III.3})$$

Ce résultat traduit le caractère convectif de la perturbation qui est créée à la sortie du brûleur, puis est transportée par l'écoulement moyen vers le sommet de la flamme (Baillot 1989; Baillot *et al.* 1996). La célérité $\langle v \rangle$ de l'onde est par contre légèrement supérieure à la vitesse débitante \bar{v} , car le profil de vitesse en sortie du brûleur n'est pas rigoureusement plat. La vitesse est plus élevée au niveau de l'axe du brûleur que dans la couche limite proche des parois. Pour être plus précis, il faudrait tenir compte de la forme réelle du profil de vitesse pour déterminer la vitesse exacte de convection de la perturbation.

On trouve des résultats semblables pour des flammes coniques soumises à des modulations de vitesse à des débits plus importants $\bar{v} = 1.22, 1.45$ et 1.70 m/s. La perturbation de vitesse est convectée par l'écoulement moyen avec un nombre d'onde $k \simeq \omega/\bar{v}$, où \bar{v} est la vitesse moyenne de l'écoulement à la sortie du brûleur.

III.3.2 Flammes en “V”

La flamme en “V” est stabilisée sur le barreau central comme l’indique la figure III.8. L’écoulement en amont de cette flamme est fondamentalement différent de celui qui s’établit en amont d’une flamme conique. La nature de cet écoulement est analysée à l’aide des mesures LDV et PIV.

On examine dans un premier temps les profils de vitesse axiale mesurés en sortie du brûleur avec et sans modulation, pour différentes hauteurs au dessus du sommet de la tige (le sommet se trouve à $y = 2$ mm). Les profils de la figure III.11 sont obtenus pour un mélange méthane-air maintenu à richesse $\Phi = 0.8$, avec une modulation de fréquence $f = 70$ Hz et un niveau de perturbation rms $v_{1rms} = 0.15$ m/s. Les profils sont symétriques par rapport à l’axe du brûleur. La vitesse axiale moyenne mesurée en présence de la modulation correspond bien à la vitesse moyenne en l’absence de modulation (Fig. III.11 en haut). Ce test valide le bon fonctionnement du haut-parleur. Par contre la vitesse moyenne axiale n’est pas uniforme selon la direction radiale. Elle présente une structure semblable à celle d’un sillage. Les lignes en pointillés indiquent les zones sans information sur la vitesse à cause de l’évaporation des gouttes d’huile au contact du front de flamme. Ces lignes délimitent approximativement la région des gaz chauds au dessus de la tige. Les profils de fluctuation de vitesse ne sont pas uniformes non plus selon la direction radiale (Fig. III.11 en bas). En l’absence de modulation, la fluctuation de vitesse est maximale dans les couches de cisaillement au niveau de la tige centrale et des lèvres du brûleur, avec des niveaux comparables. En présence d’une modulation, la fluctuation de vitesse produite est bien plus importante dans la couche de mélange entre le jet du brûleur et l’air environnant qu’au niveau de la tige centrale. Les perturbations de vitesse affectent donc le front d’une flamme en “V” de façon non uniforme. Les régions de la flamme qui se situent au voisinage du prolongement des bords extérieurs du brûleur sont beaucoup plus affectées que les régions proches de la tige où le niveau de fluctuation de vitesse est quatre à cinq fois plus petit. On rappelle que les profils de vitesse moyenne et de fluctuation en sortie du brûleur sont supposés uniformes dans les modèles théoriques et les calculs développées dans les chapitres précédents.

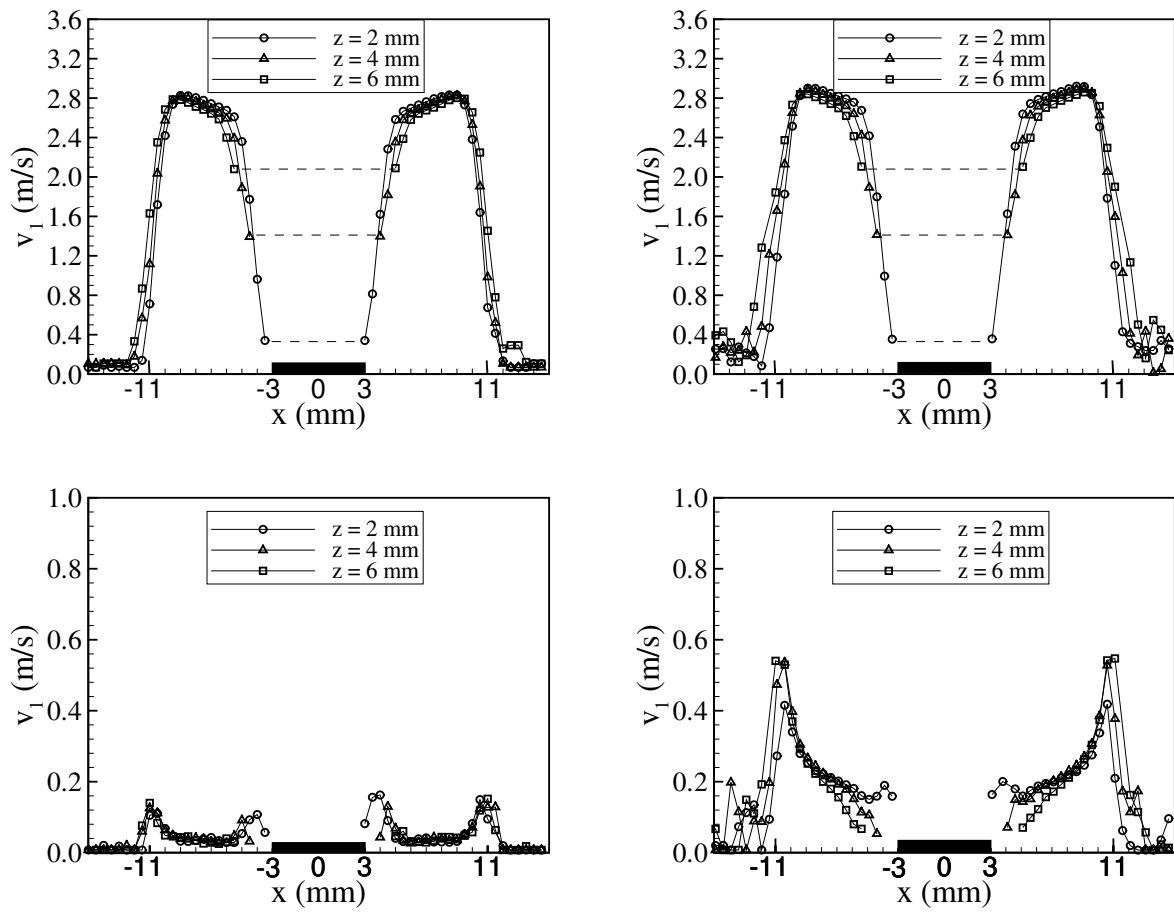


FIG. III.11 – Profils de vitesse axiale en sortie du brûleur pour trois hauteurs différentes $y = 2, 4$ et 6 mm. En haut, vitesse moyenne \bar{v}_1 . En bas, fluctuation rms $v(y)_{rms}$. A gauche, sans modulation de l'écoulement. A droite, modulation à $f = 70$ Hz. $\Phi = 0.8$, $\bar{v} = 2.10$ m/s.

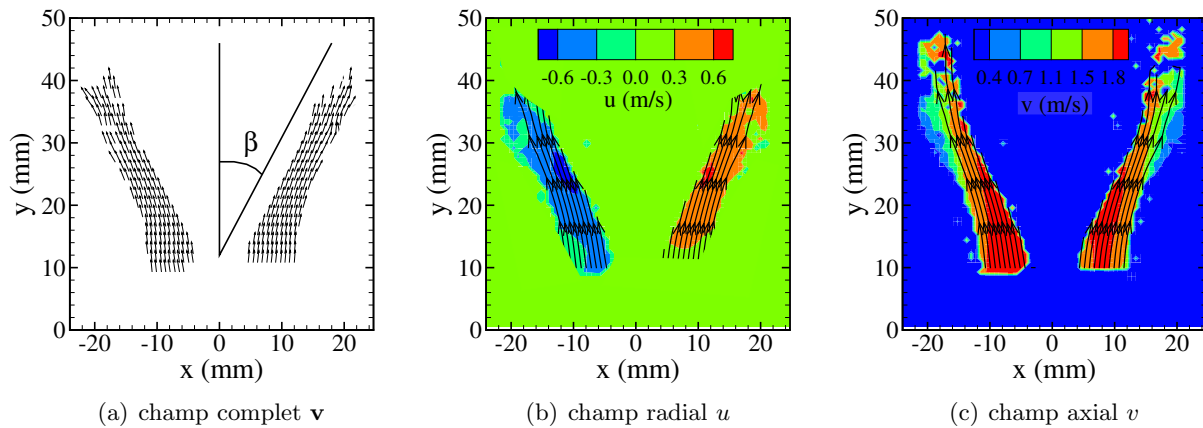


FIG. III.12 – Champ de vitesse d’une flamme en “V” en l’absence de modulation. $\Phi = 0.8$, $\bar{v} = 1.87$ m/s. Quelques lignes de courant sont représentées pour mettre en évidence la déflexion de l’écoulement.

Alors que l’écoulement dans le mélange réactif d’une flamme conique peut être considéré comme unidirectionnel (Ducruix *et al.* 2001), ce n’est plus le cas pour une flamme en “V”. La figure III.12 présente le champ de vitesse en l’absence de modulation d’une flamme en “V” à richesse $\Phi = 0.8$ dans un écoulement de vitesse débitante $\bar{v} = 1.87$ m/s. Les lignes de courant du jet à la sortie du brûleur sont fortement défléchies vers l’extérieur. Cet effet est principalement dû à l’expansion thermique des gaz chauds au-dessus de la tige. La déviation de l’écoulement n’est pas uniforme le long du front de flamme. L’angle de déviation augmente dans un premier temps avec la distance au brûleur, puis il diminue à l’approche du sommet de la flamme. On peut toutefois définir un angle de déviation moyen β . Cet angle est déterminé à partir des lignes de courant en reproduisant une expansion de l’écoulement équivalente à celle des images expérimentales, mais avec un angle d’expansion constant (Fig. III.12). Les valeurs obtenues pour quatre flammes en “V” sont données ci-dessous :

\bar{v} (m/s)	1.41	1.64	1.87	2.10
β ($^\circ$)	18	16	14	13

TAB. III.1 – Angle de déviation moyen β de l’écoulement en amont d’une flamme en “V” à richesse $\Phi = 0.8$ pour différents débits.

En présence d’une modulation de l’écoulement, le champ de vitesse dans le mélange réactif est analysé pour deux fréquences d’excitation $f = 70$ Hz et $f = 150$ Hz. La figure III.13 présente une tomographie de l’écoulement dans le mélange réactif (à gauche), ainsi que les champs de vitesse radiale u (au milieu) et axiale v (à droite) pour trois phases successives $t/T = 1/12$, $1/3$ et $2/3$ d’un cycle d’excitation à $f = 1/T = 70$ Hz. On note sur ces images la présence d’une structure tourbillonnaire située à peu près sur une verticale au dessus du bord extérieur du brûleur, c’est-à-dire dans la couche de cisaillement entre le prémélange et l’air. On note également que ce sont les extrémités du mélange réactif à l’extérieur du brûleur qui subissent les perturbations du champ de vitesse les plus importantes. On peut estimer la vitesse de convection de ces structures. Entre les images du milieu et celles du haut, le centre de la structure s’est déplacé d’environ $\Delta y = 5$ mm pendant un intervalle de temps $\Delta t = T/4$. La vitesse de la structure est donc d’environ $v_s = \Delta y / \Delta t \simeq 1.4$ m/s.

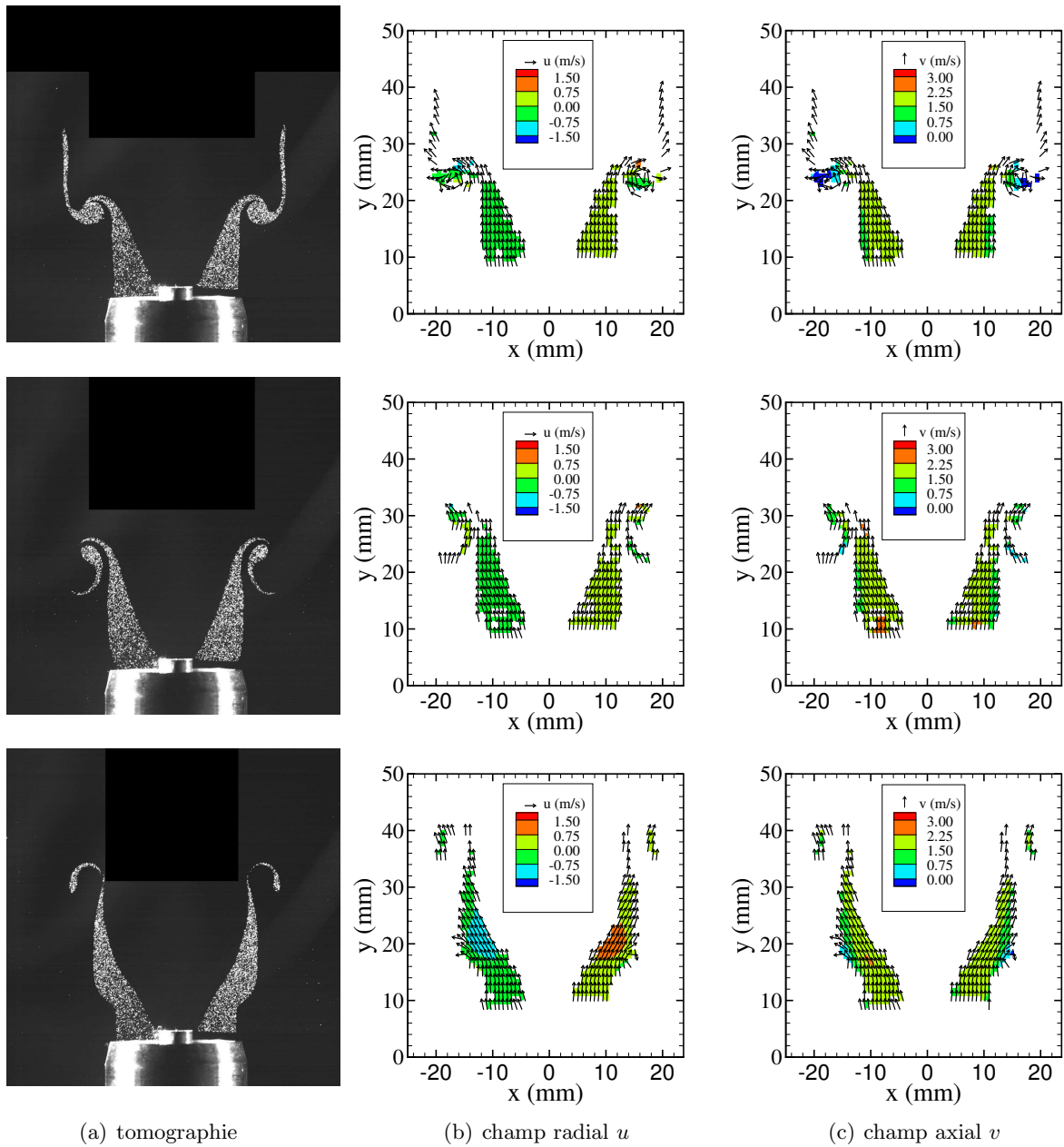


FIG. III.13 – Evolution du champ de vitesse d’une flamme en “V” au cours d’un cycle pour une excitation à $f = 1/T = 70\text{Hz}$. $\Phi = 0.8$, $\bar{v} = 1.87\text{ m/s}$, $v_{1rms} = 0.15\text{ m/s}$. En haut, $t/T = 1/12$. Au milieu, $t/T = 1/3$. En bas, $t/T = 2/3$.

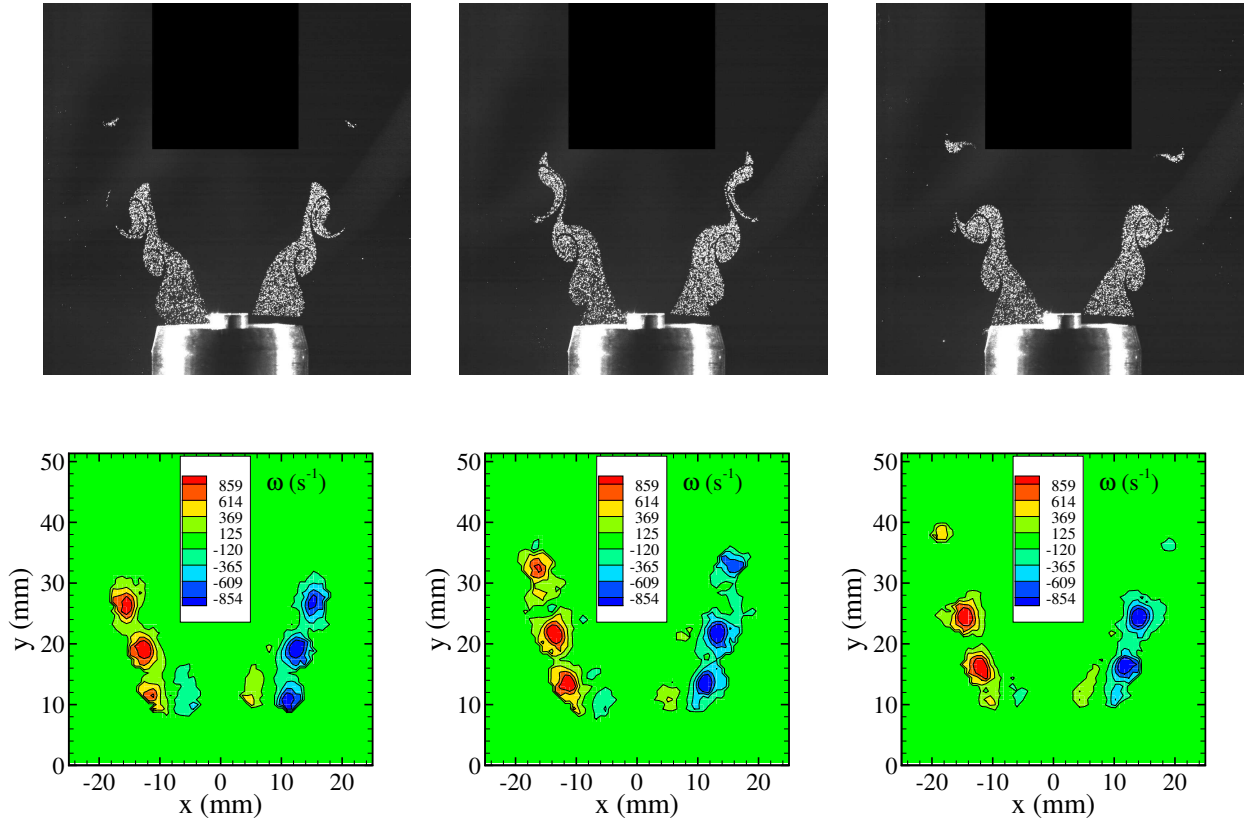


FIG. III.14 – Evolution du champ de vorticité d’une flamme en “V” soumise à une modulation de de vitesse de fréquence $f = 1/T = 150$ Hz. En haut, tomographies de l’écoulement. En bas, champs de vorticité associés. $\Phi = 0.8$, $\bar{v} = 1.87$ m/s, $v_{1rms} = 0.15$ m/s. Les images sont décalées de $t/T = 1/3$.

Ces tourbillons sont encore plus visibles lorsqu’on augmente la fréquence de modulation. La figure III.14 présente trois tomographies (en haut) et les trois champs de vorticité correspondants (en bas)   des phases $t/T = 0, 1/3$ et $2/3$ pour une modulation de l’écoulement à $f = 150$ Hz. On distingue nettement la présence de noyaux de vorticité qui sont convectés le long de la couche de cisaillement. Ces tourbillons naissent dans une région proche des bords extérieurs du brûleur. On note également la présence de vorticité dans une région proche de la tige avec un signe contraire à celui des tourbillons extérieurs. On reconnaît là, le gradient de vitesse de la couche limite entre la tige et le prémélange. La vitesse de convection des structures extérieures peut être à nouveau mesurée en suivant cette fois-ci l’évolution d’un noyau de vorticité entre deux images successives. On trouve une vitesse de convection des structures $v_s = \Delta y / \Delta t \simeq 1.4$ m/s, avec $\Delta y = 6$ mm et $\Delta t = 2T/3$ entre les figures du haut et celles du bas. Cette valeur est identique à celle déterminée pour une modulation à plus faible fréquence $f = 70$ Hz. La vitesse de convection des structures est donc indépendante de la fréquence de modulation de l’écoulement et semble dépendre uniquement de la vitesse de l’écoulement. Elle correspond en effet à la moitié de la vitesse maximale $v_m = 2.8$ m/s atteinte par l’écoulement en sortie du brûleur.

Il est également intéressant de mesurer la longueur d’onde $\lambda \simeq 9$ mm qui sépare deux structures tourbillonnaires sur une même image. Ceci montre que la modulation acoustique synchronise un lâcher périodique de tourbillons à partir des lèvres du brûleur, puisque la distance qui sépare les tourbillons sur une image vérifie la relation $\lambda = v_s / f \simeq 9$ mm, où v_s est la vitesse de convection des structures et f la fréquence de modulation. L’acoustique agit donc au moins indirectement sur la flamme en synchronisant la formation de tourbillons sur les bords extérieurs du brûleur.

La figure III.15 montre que ces structures sont ensuite convectées par l'écoulement moyen vers la flamme en suivant la ligne de courant qui part du bord des lèvres du brûleur. Les lignes de courant présentées sur cette figure sont celles de l'écoulement sans modulation. En suivant cette ligne, on trouve une vitesse moyenne $v = 1.46$ m/s, c'est-à-dire une valeur proche de la vitesse des structures v_s déterminée à partir des images des figures III.13 et III.14.

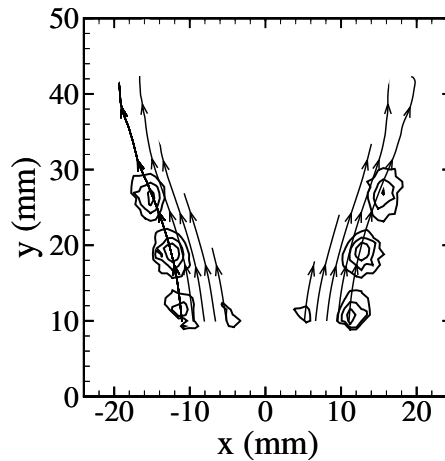


FIG. III.15 – Les tourbillons qui sont synchronisés par la modulation acoustique suivent un trajet qui se confond avec la ligne de courant de l'écoulement en l'absence de modulation qui part des lèvres du brûleur. $\bar{v} = 1.87$ m/s et $\Phi = 0.8$.

On rappelle qu'aucun des modèles théoriques proposés dans les chapitres précédents ne tient compte d'un champ de vitesse avec vorticité. Toute comparaison avec les prévisions théoriques restera forcément qualitative. Il faut également mentionner que le niveau de modulation imposé à l'écoulement est contrôlé à une distance radiale $r = 7$ mm et non pas sur les bords extérieurs du brûleur, à l'endroit où les tourbillons se forment. Les tourbillons sont non seulement synchronisés par l'acoustique, mais peuvent également être amplifiés par la modulation de vitesse si la fréquence de modulation f correspond à un mode hydrodynamique instable de la couche de mélange (Crow et Champagne 1971). On peut estimer cette fréquence en mesurant l'épaisseur de quantité de mouvement $\Theta \simeq 2.3$ mm à partir du profil de vitesse moyenne de la figure III.11 et en utilisant la formule $f\Theta/\bar{v} \simeq 0.032$ (Ho et Huerre 1984). Cette fréquence est égale à environ $f \simeq 26$ Hz pour la situation considérée ici.

Le champ de vitesse en amont d'une flamme en "V" est donc plus complexe que dans le cas d'une flamme conique. Il est principalement caractérisé par une déflexion des lignes de courant vers l'extérieur du brûleur et des tourbillons toroïdaux localisés dans la couche de cisaillement entre le prémélange inflammable et l'air environnant. Ces structures se forment au niveau des lèvres du brûleur et se détachent périodiquement avec une fréquence égale à celle de la fréquence de la modulation acoustique. Les tourbillons sont ensuite convectés par l'écoulement moyen vers les parties externes du front de flamme. Ces tourbillons sont susceptibles d'engendrer des variations importantes du dégagement de chaleur, car ils agissent sur la périphérie extérieure de la flamme, là où une petite fluctuation de la position engendre une forte fluctuation de surface de flamme.

III.4 Visualisations du mouvement des flammes

La réponse des flammes coniques et des flammes en “V” à des perturbations de l’écoulement présentent des similitudes comme le caractère convectif du champ de vitesse incident. En revanche, le champ de vitesse en amont d’une flamme conique présente une structure caractérisée par une absence de vorticité, alors que celui en amont d’une flamme en “V” est caractérisé par une vorticité organisée sous la forme de tourbillons toroïdaux évoluant dans la région externe de l’écoulement. On cherche dans cette section à tester la validité des modèles de prévision pour la position du front de flamme en observant son évolution au cours d’un cycle d’excitation. On cherche également à mettre en évidence les différences entre la dynamique des flammes en “V” et des flammes coniques qui conduisent à de fortes fluctuations de chaleur dans un cas et pas dans l’autre.

III.4.1 Flammes coniques

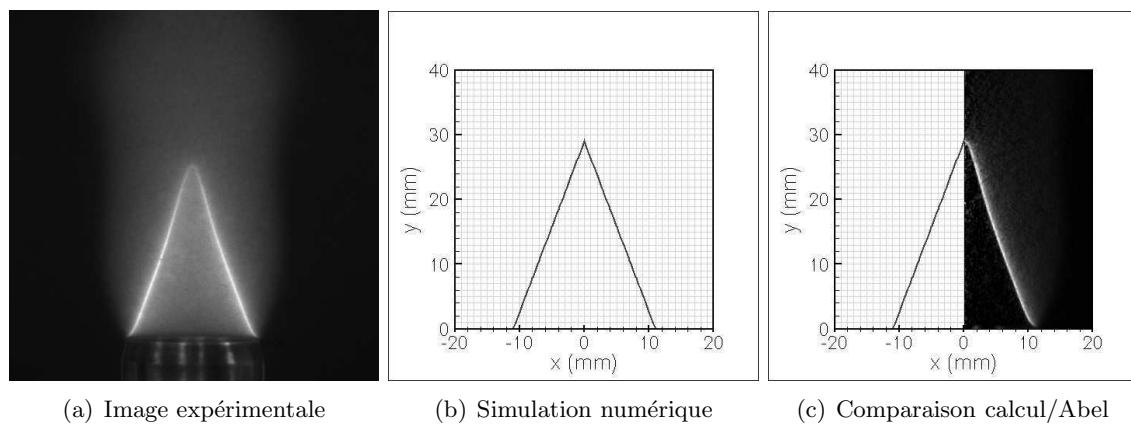


FIG. III.16 – Flamme conique stationnaire étudiée. (a) Image expérimentale : $\bar{v} = 0.97$ m/s et $\Phi = 1.05$, (b) Simulation numérique : $\bar{v} = 1.10$ m/s et $S_L = 0.39$ m/s. (c) Comparaison de la trace dans le plan de symétrie du brûleur de l’image expérimentale (a) et de la simulation numérique (b).

Les images de la caméra intensifiée (ICCD) synchronisée par rapport au signal de vitesse mesuré à 1.5 mm au dessus de la sortie du brûleur, $v_{1.5mm}(t) = v(y = 1.5, t)$, sont analysées pour caractériser le mouvement du front de flamme au cours du cycle d’excitation. Les mesures sont comparées à des simulations numériques réalisées avec les modèles de vitesse définis dans les chapitres I et II. Les simulations sont effectuées sur un maillage rectangulaire comprenant 41 noeuds suivant chaque direction avec un pas spatial $\Delta x = \Delta y = 1$ mm constant. La vitesse laminaire de flamme pour ces calculs est fixée à $S_L = 0.39$ m/s correspondant à une flamme méthane-air de richesse $\Phi = 1.05$ (Vagelopoulos *et al.* 1994). La valeur numérique de la vitesse de l’écoulement en sortie du brûleur $\bar{v} = 1.10$ m/s a été ajustée pour obtenir une hauteur de flamme égale à celle de la configuration expérimentale à simuler (Fig. III.16c). Il y a une légère différence entre la valeur de la vitesse de l’écoulement $\bar{v} = 0.97$ m⁻¹ obtenue à partir de l’indication des débitmètres massiques et la valeur numérique $\bar{v} = 1.10$ m⁻¹ utilisée. Ceci est dû à la couche limite de l’écoulement sur les bords internes du brûleur qui affecte le profil de vitesse axiale en sortie du brûleur. Comme le profil de vitesse utilisé dans la simulation est plat sur toute la largeur du brûleur, il est nécessaire de prendre une valeur légèrement supérieure pour reproduire la hauteur de flamme expérimentale.

On présente deux résultats de simulations réalisées avec des modèles de vitesse différents pour l’écoulement dans le mélange réactif. La figure III.17 présente une comparaison des prévisions

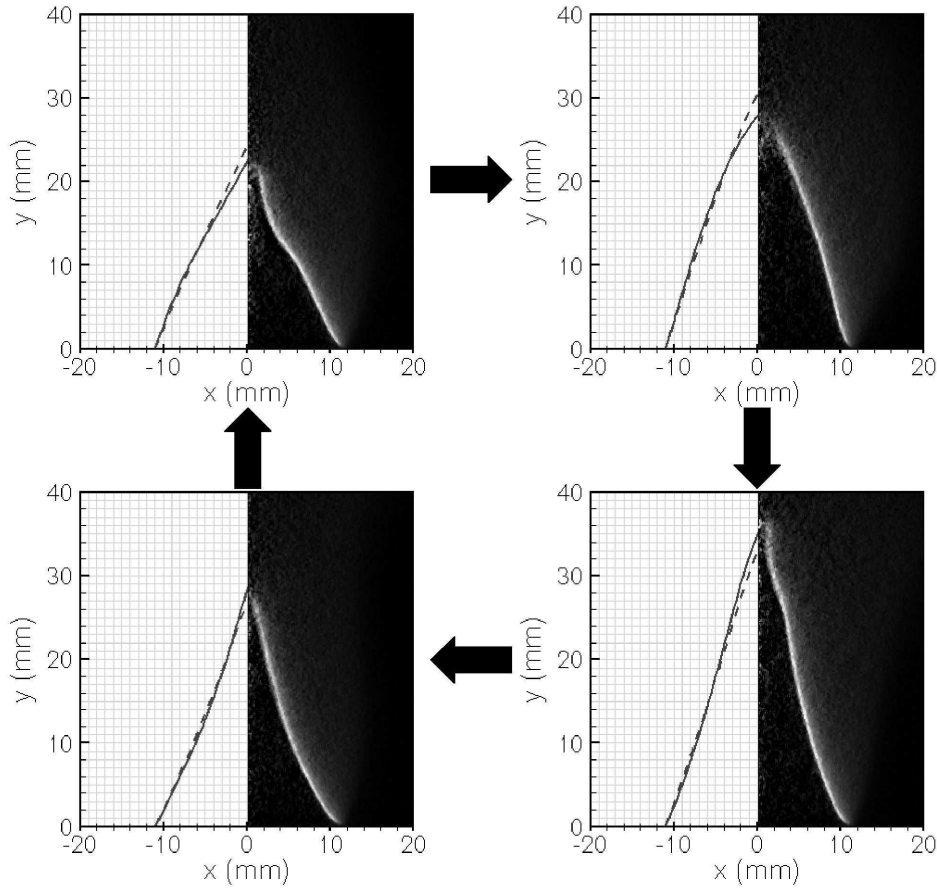


FIG. III.17 – Comparaison des visualisations du front de flamme et des simulations pour une modulation de fréquence $f = 10.5$ Hz, $v_{1rms}/\bar{v} = 0.19$, $\bar{v} = 0.97$ m/s, $\Phi = 1.05$ pour quatre phases du cycle d'excitation. En pointillés, simulation avec le modèle de modulation uniforme Eqs. (III.4) et (III.5). En gras, simulation avec le modèle de modulation convectif Eqs. (III.6) et (III.7). A droite, images expérimentales.

numériques avec des visualisations du mouvement du front de flamme pour une modulation à basse fréquence de l'écoulement $f = 10.5$ Hz et la figure III.18 pour une modulation à fréquence plus élevée $f = 62.5$ Hz. Quatre phases du cycle d'excitation sont présentées, $\varphi = 0, \pi/2, \pi$ et $3\pi/2$, en suivant les flèches de gauche à droite et de haut en bas. La première, $\varphi = 0$, correspond au moment où la fluctuation de vitesse passe par "0", c'est-à-dire qu'à cet instant $v(y = 1.5\text{mm}, t) = \bar{v}(y = 1.5\text{mm})$ et $\varphi = \pi/2$ correspond au maximum d'amplitude de $v(y = 1.5\text{mm}, t)$. Les courbes en pointillés à gauche des figures représentent l'évolution du front de flamme calculée avec le modèle d'oscillation en bloc :

$$v = \bar{v} + \sqrt{2}v_{1rms} \sin(\omega t) \quad (\text{III.4})$$

$$u = 0 \quad (\text{III.5})$$

Les courbes en trait continu correspondent aux simulations effectuées avec un modèle de vitesse convectif qui tient compte de l'équation de continuité et de la décroissance de la perturbation avec

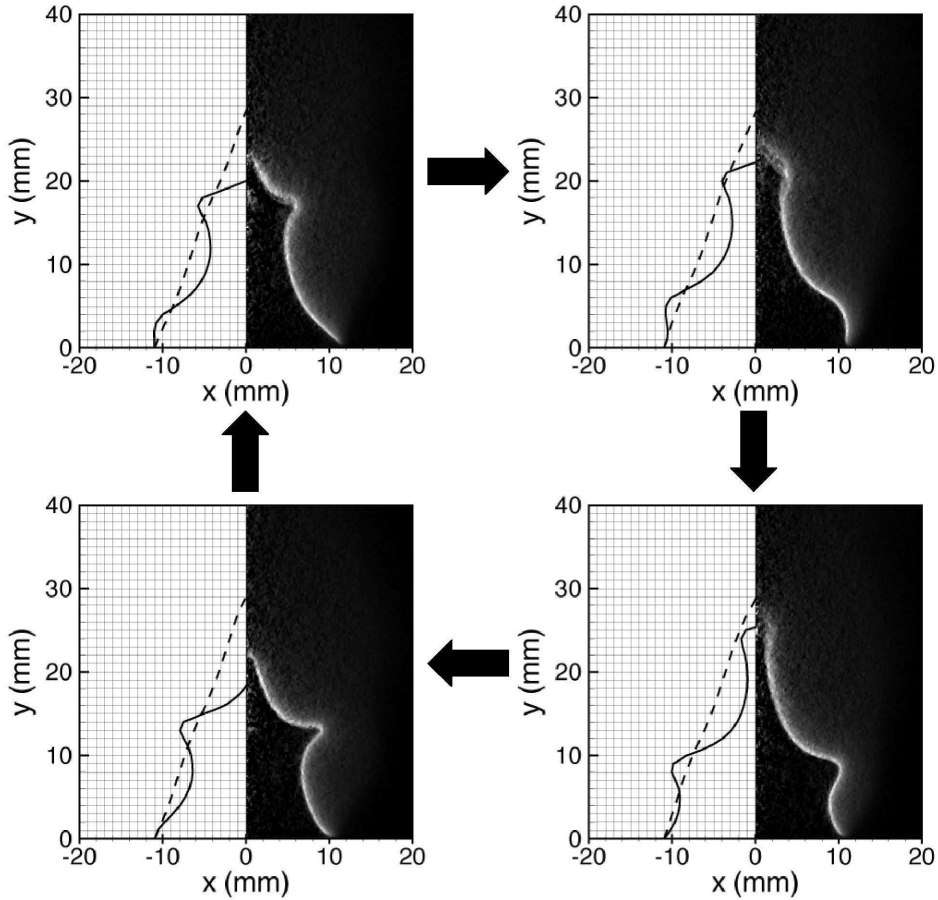


FIG. III.18 – Comparaison des visualisations du front de flamme et des simulations pour une modulation de fréquence $f = 62.5$ Hz, $v_{1rms}/\bar{v} = 0.19$, $\bar{v} = 0.97$ m/s, $\Phi = 1.05$ pour quatre phases du cycle d'excitation. En pointillés, simulation avec le modèle de modulation uniforme Eqs. (III.4) et (III.5). En gras, simulation avec le modèle de modulation convectif Eqs. (III.6) et (III.7). A droite, images expérimentales.

la distance y au brûleur (Schuller *et al.* 2002) :

$$v = \bar{v} + \sqrt{2}v_{rms}(y) \sin(\omega t - ky) \quad (\text{III.6})$$

$$u = \frac{1}{2}\sqrt{2} \left[v_{rms}(y)k \cos(\omega t - ky) - \frac{dv_{rms}}{dy} \sin(\omega t - ky) \right] \quad (\text{III.7})$$

Dans cette expression k représente le nombre d'onde donné par la relation de dispersion $k = \omega/\bar{v}$ et $v_{rms}(y) = a_0 - a_1y$ tient compte du gradient axial de décroissance de la perturbation de vitesse évalué à $a_1 = 5 \text{ s}^{-1}$ avec $a_0 = 0.19$ m/s. Ces résultats sont issus de l'étude de Schuller *et al.* (2002).

A basse fréquence, les prévisions des modèles numériques sont semblables et correspondent aux visualisations expérimentales. La flamme reste globalement conique au cours de l'excitation et subit un mouvement en bloc. Le sommet de la flamme présente un déplacement de grande amplitude de 14 mm sur la figure III.17 entre les positions extrêmes de la flamme. Ce mouvement est symétrique par rapport à la position du sommet situé à une distance $y = 29$ mm de la sortie du brûleur quand il n'y a pas de modulation (Fig. III.16). La fluctuation de surface associée est relativement importante $A'_{rms}/\bar{A} = 0.18$ et est du même ordre de grandeur que la fluctuation de vitesse $v_{rms}/\bar{v} = 0.19$. Pour des fréquences d'excitation assez faibles, la longueur d'onde $\lambda = \bar{v}/f \simeq$

92 mm associée à la modulation est grande par rapport à la taille de la flamme $L = 29$ mm. Le modèle de perturbation uniforme est alors suffisant pour représenter correctement la dynamique de la flamme.

Pour une modulation à $f = 62.5$ Hz, la pulsation réduite correspondante $\omega_* = 12$ est supérieure à la fréquence de coupure de la flamme $\omega_* \simeq 5$ (cf. chapitre II et Ducruix *et al.* 2000). Le mouvement du front de flamme calculé avec le modèle de perturbation uniforme montre que la flamme reste encore globalement conique au cours du cycle et ne présente que peu d'ondulations. Le profil instationnaire calculé reste très proche du profil du front de flamme stationnaire en l'absence de modulation (Fig. III.16). Ces résultats corroborent les prévisions du modèle uniforme qui suggère que la flamme soumise à une fréquence d'excitation supérieure à la fréquence de coupure est quasiment insensible aux perturbations de vitesse. Pourtant ces simulations réalisées avec une modulation uniforme ne correspondent pas aux visualisations de la flamme présentées sur la partie droite des images de la figure III.18. Sur ces images expérimentales, on identifie clairement une perturbation issue de la base du brûleur qui est convectée le long du front de flamme vers son sommet. A cette fréquence de modulation $f = 62.5$ Hz, le front de flamme se déforme de façon notable, même si la variation de surface de flamme reste faible $A'_{rms}/\bar{A} = 0.04$. Des points de rebroussement du front, ou "cusps", sont clairement visibles sur les images du bas de la figure III.18 à $y = 8$ mm et $y = 13$ mm. Le plissement du front de flamme présente une perturbation dont la longueur d'onde est du même ordre de grandeur que la taille de la flamme. Les calculs avec le modèle uniforme ne peuvent donc reproduire un tel phénomène.

Les simulations avec le modèle convectif sont représentées en traits pleins sur les images de gauche de la figure III.18. Les prévisions sont en bien meilleur accord avec les visualisations expérimentales. Ainsi par exemple, l'évolution du temps de propagation du point de rebroussement le long du front est parfaitement reproduite avec une longueur d'onde $\lambda \simeq 18$ mm correspondant à \bar{v}/f . L'amplitude de la déformation du front est également bien reproduite, excepté à la base du brûleur où une distorsion trop forte est calculée. Ceci est particulièrement visible sur l'image en haut à gauche de la figure III.18. La raison est que le modèle défini plus haut ne tient pas compte de l'atténuation de la perturbation de vitesse dans la couche de cisaillement. L'évolution du sommet de la flamme n'est pas correctement calculée à cause des effets de courbure qui affectent la vitesse de déplacement du front de flamme (Markstein 1964) et qui sont négligés dans ces simulations. Cependant, le mouvement de la flamme est globalement bien reproduit au cours du cycle par les calculs.

En résumé, la dynamique d'une flamme conique n'est pas correctement décrite sur toute la gamme de fréquences de sensibilité de la flamme en utilisant une description de la modulation de vitesse incidente uniforme. En effet, lorsque la fréquence d'excitation augmente, la longueur d'onde caractéristique de la perturbation devient rapidement du même ordre de grandeur que la taille de la flamme. Le front de flamme présente alors des ondulations qui naissent sur les bords du brûleur et qui sont convectées le long du front de flamme vers le sommet. Pour représenter ce phénomène, il est nécessaire de tenir compte du caractère convectif de ces perturbations dont la longueur d'onde est plus petite que la taille de la flamme. Ceci permet notamment de rendre compte du phénomène de formation de "cusps". La prévision de l'apparition de ces points de rebroussement est importante, puisque ce mécanisme limite l'augmentation de surface de flamme par plissement du front. Il est donc responsable de la saturation de la réponse non linéaire de la flamme.

III.4.2 Flammes en “V”

Une flamme en “V” soumise à une modulation acoustique semble plus réceptive aux perturbations de vitesse de l’écoulement qu’une flamme conique. La dynamique des flammes en “V” est par contre plus difficile à analyser dans la cadre théorique défini dans le chapitre I. Le champ de vitesse présente en effet un caractère relativement complexe avec de grandes structures tourbillonnaires, concentrées dans la couche de cisaillement entre le jet et l’air environnant, qui sont pilotées par la modulation acoustique. Ces phénomènes ne sont pas pris en compte dans les modèles précédemment développés. On s’intéresse ci-dessous à l’interaction de ces structures avec la flamme.

Même en l’absence de modulation, la flamme en “V” présente des fluctuations en apparence désordonnées de sa position au niveau de ses extrémités libres. Ces mouvements résultent à nouveau de l’interaction du jet de prémélange et de l’air environnant. La couche de cisaillement qui se forme sur les bords du brûleur est intrinsèquement instable et génère des tourbillons qui sont convectés vers le front de flamme (Ho et Huerre 1984). L’effet flou constaté au sommet des flammes sur les images moyennées de la figure III.19 résulte de l’interaction de ces tourbillons avec le front de flamme. Ce phénomène est d’autant plus important que le débit est élevé.

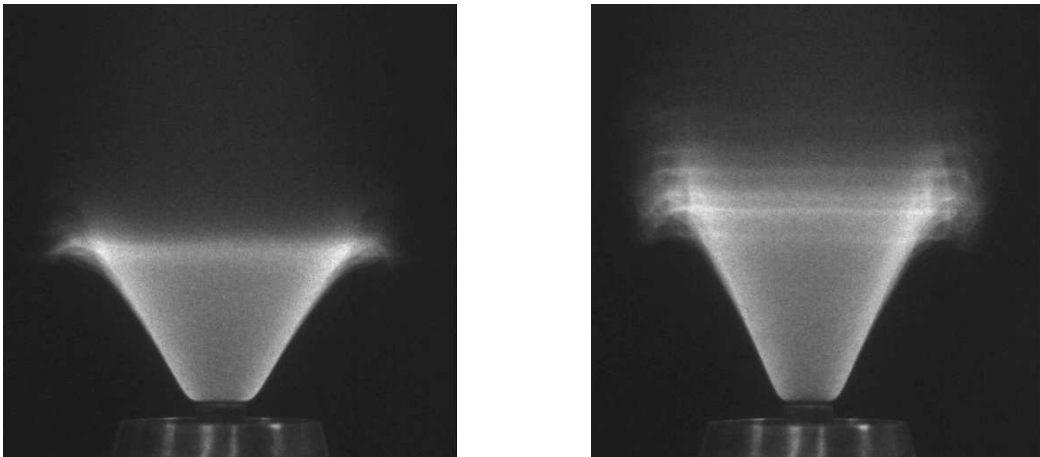


FIG. III.19 – Images moyennées d’une flamme en “V” en l’absence de modulation : $\bar{v} = 1.41$ m/s (à gauche) et $\bar{v} = 2.10$ m/s (à droite). $\Phi = 0.8$.

Le champ de vitesse dans le prémélange gazeux ne peut plus être considéré comme unidirectionnel du fait de l’expansion du jet à la sortie du brûleur, de la déflexion de l’écoulement à l’approche du front de flamme (Fig. III.12) et de la concentration de gaz brûlés dans la cône de flamme. L’ouverture du jet produit un évasement de la flamme qui ne s’éteint pas sur la verticale définie par le bord extérieur du brûleur comme le suppose la théorie dans le cas d’un jet unidirectionnel. On peut quantifier cette déviation par rapport à un écoulement unidirectionnel en mesurant les angles de flamme à partir de prises de vue comme celles de la figure III.19. L’angle α_{ex} que fait le front de flamme avec la verticale est défini en suivant la ligne de plus grande intensité sur la figure. La Table III.2 donne l’évolution de α_{ex} et les prévisions théoriques $\alpha_{th} = \arcsin(S_L/\bar{v})$ pour quatre flammes en “V” d’un mélange méthane-air à richesse $\Phi = 0.8$ ($S_L = 0.24$ m/s selon Vagelopoulos *et al.* 1994). Les valeurs estimées et mesurées sont assez différentes. Pour réconcilier les résultats, il faut tenir compte de la déviation de l’écoulement à la sortie du brûleur en introduisant l’angle β que fait la direction de l’écoulement avec l’axe vertical (Fig. III.20). Dans cette situation, on a la nouvelle relation suivante pour la stabilisation de la

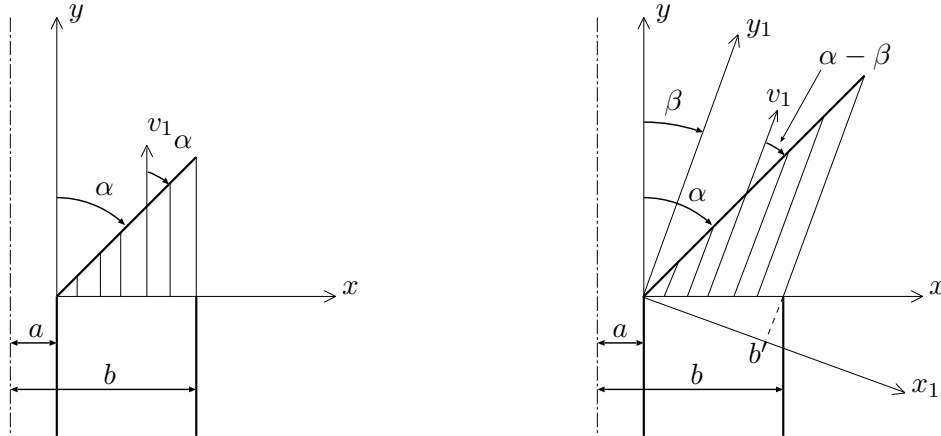


FIG. III.20 – Schémas de la stabilisation des flammes en “V” sans (à gauche) et avec (à droite) prise en compte de la déflexion de l’écoulement à la sortie du brûleur. a : rayon de la tige centrale, b : rayon intérieur du brûleur, α : angle entre le front de flamme et la direction de l’écoulement principal, et β : angle moyen de déflexion de l’écoulement.

flamme $\bar{v} \sin(\alpha - \beta) / \cos \beta = S_L$. L’angle théorique de la flamme α_{th} par rapport à l’écoulement incident est donc à comparer avec la différence d’angle $\alpha_{ex} - \beta$. Les résultats sont en meilleur accord même si des différences subsistent.

\bar{v} (m/s)	α_{th} ($^\circ$)	α_{ex} ($^\circ$)	β ($^\circ$)	$\alpha_{ex} - \beta$ ($^\circ$)
1.41	10	32	18	14
1.64	8	30	16	14
1.87	8	27	14	13
2.10	7	26	13	13

TAB. III.2 – Comparaison des mesures d’angles de flamme α_{ex} avec les prévisions théoriques α_{th} , sans et avec prise en compte de la déviation de l’écoulement β . Flamme en “V”, méthane-air $S_L = 0.24$ m/s.

En présence d’une modulation, on a montré que les fluctuations de vitesse générées à la sortie du brûleur ne sont pas radialement uniformes. Elles sont relativement faibles au niveau de la tige et beaucoup plus importantes dans la couche de cisaillement sur les bords extérieurs du brûleur (Fig. III.11). L’évolution de la forme d’une flamme en “V” soumise à ce type de modulation est présentée pour deux fréquences $f = 70$ et $f = 150$ Hz sur les figures III.21 et III.22.

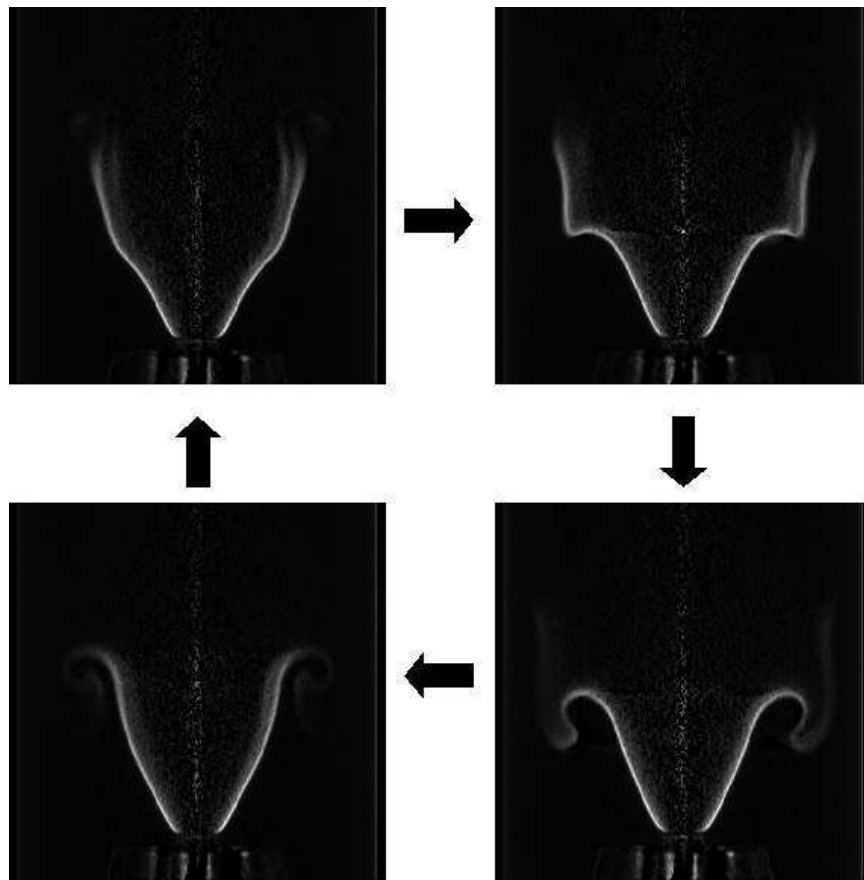


FIG. III.21 – Mouvement cyclique d'une flamme en "V" modulée à $f = 70$ Hz. $\Phi = 0.8$, $\bar{v} = 1.87$ m/s, $v_{1rms} = 0.15$ m/s.

Contrairement au cas de la flamme conique perturbée à $f = 62.5$ Hz (Fig. III.18), il est plus difficile d'identifier sur ces images une perturbation du front de flamme qui apparaîtrait au niveau de la tige et serait ensuite convectée le long du front vers son sommet pour une modulation à $f = 70$ Hz (Fig. III.21). Cependant, on distingue clairement au sommet de la flamme un enroulement du front responsable d'une forte variation de surface au cours du cycle. Il est à nouveau intéressant d'examiner un cas pour une modulation à fréquence plus élevée. Sur la figure III.22, on distingue toujours l'enroulement du front au sommet de la flamme avec une augmentation relativement lente de la surface de flamme au début du cycle, suivie d'une extinction rapide d'une large portion entre les deux images du bas. On constate également la présence d'une déformation du front à mi-hauteur qui est ensuite transportée par l'écoulement vers le sommet de la flamme.

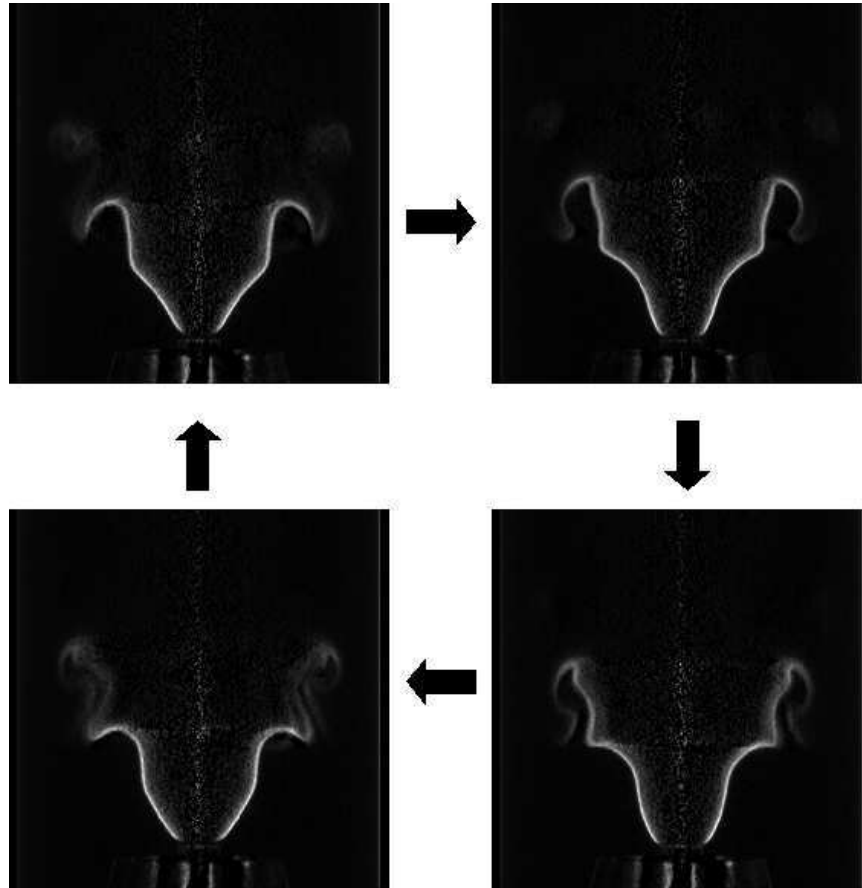


FIG. III.22 – Mouvement cyclique d'une flamme en "V" modulée à $f = 150$ Hz. $\Phi = 0.8$, $\bar{v} = 1.87$ m/s, $v_{1rms} = 0.15$ m/s.

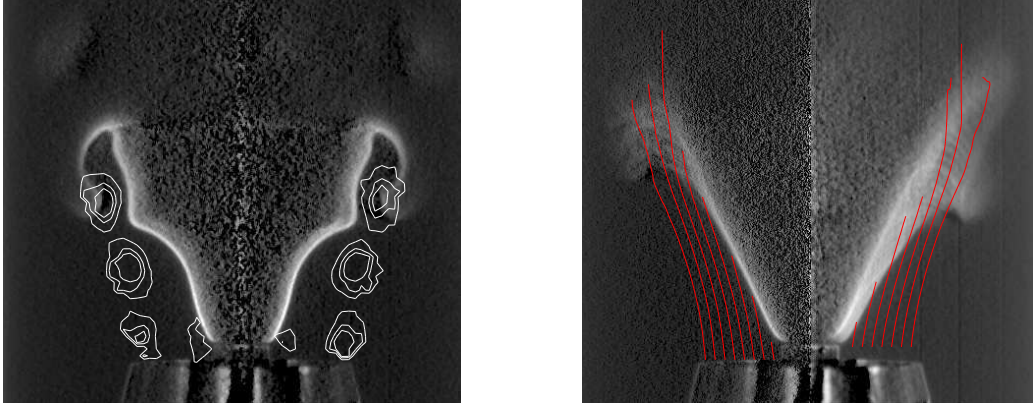


FIG. III.23 – Image de gauche : contours du champ de vorticité (en blanc) superposés à la trace du front de flamme dans le plan du brûleur à un instant donné du cycle. Image de droite : lignes de courant de l'écoulement stationnaire (en rouge) impactant la position moyenne du front de flamme en l'absence de modulation (  gauche de l'axe) et une image moyenne de l'ensemble des positions du front de flamme en présence de la modulation (  droite de l'axe). $\Phi = 0.8$, $\bar{v} = 1.87$ m/s, $v_{1rms} = 0.15$ m/s, $f = 150$ Hz.

Pour comprendre plus précisément comment la modulation de l'écoulement agit sur la flamme, on a représenté à gauche de la figure III.23 un instantané de la position du front de flamme avec quelques contours du champ de vorticité associé qui sont superposés sur la même image. Il est clair que ce sont les tourbillons mis en évidence précédemment qui sont responsables de l'enroulement du front au niveau du sommet de la flamme. Ce sont également ces tourbillons qui sont responsables du plissement du front qui apparaît sur les images de la figure III.22 et qui sont ensuite convectés vers le sommet de la flamme. Il est en revanche plus difficile de mettre en évidence l'influence directe de l'onde acoustique sur le plissement du front de flamme par rapport à la déformation induite par ces structures tourbillonnaires. Il semble en première approximation que tout se passe comme si la perturbation acoustique n'était pas directement responsable de la déformation du front de flamme, mais qu'elle serait responsable de la synchronisation du lâcher de structures cohérentes aux lèvres du brûleur qui viennent ensuite interagir avec le front. On rappelle cependant que la perturbation de vitesse acoustique produite en sortie du brûleur est très faible au niveau de la tige centrale et croît ensuite avec la distance radiale à l'axe (Fig. III.11). Le déplacement du front de flamme associé est donc très faible au niveau de la tige et peu visible au démarrage. Il est donc possible que les déformations du front induites ne soient visibles qu'à partir d'une certaine distance radiale. Pour vérifier cette hypothèse, on a représenté sur l'image de droite de la figure III.23, une visualisation de la position moyenne du front de flamme en l'absence de modulation à gauche de l'axe du brûleur et une superposition des positions successives du front de flamme au cours d'un cycle en présence d'une modulation à droite de l'axe. On donne donc à droite de l'axe une information sur l'enveloppe des positions du front de flamme perturbé par la modulation de l'écoulement au cours d'un cycle d'excitation. Les lignes de courant, mesurées en l'absence de modulation, sont également représentées sur cette figure en rouge.

L'analyse de la figure III.23 montre que les tourbillons agissent principalement lorsqu'ils sont proches du sommet de la flamme, avec une efficacité de plus en plus importante à partir de la verticale au-dessus des lèvres extérieures du brûleur (figure de gauche). L'enroulement le plus important de la flamme autour d'un tourbillon a lieu au sommet de la flamme. Lorsque les tourbillons sont suffisamment rapprochés, ils provoquent également un plissement important du front de flamme avec un effet maximum atteint entre deux tourbillons. L'enveloppe du front

de flamme subit en effet un épaissement important au-delà de cette région, avec une course verticale du front de plus en plus large. Cette figure montre également que le front de flamme se déplace aussi au niveau de son accrochage sur la tige au cours du cycle d'excitation. Ce mouvement oscillatoire s'amplifie lentement de façon relativement linéaire le long du front de flamme jusqu'au voisinage de la verticale au-dessus des lèvres du brûleur. Les tourbillons qui sont convectés le long de la ligne de courant extérieure des lèvres du brûleur ne sont vraisemblablement pas responsables de ce mouvement, même si une perturbation induite à un endroit donné du front de flamme peut à priori remonter le front vers le brûleur (Boyer et Quinard 1990). On pense qu'il s'agit plutôt là de la signature de la fluctuation de la vitesse acoustique produite en sortie du brûleur. Une perturbation de la position du front de flamme est produite au niveau de son accrochage et est ensuite convectée le long du front vers le sommet. On a donc deux mécanismes qui se combinent et qui contribuent au mouvement de la flamme en "V". Le transport convectif de la perturbation acoustique le long du front de flamme (inclus dans la modélisation) se combine à la synchronisation des lâchés de tourbillons transportés le long d'une ligne de courant (non inclus dans la modélisation). Il est par contre difficile de quantifier la contribution séparée de la fluctuation de vitesse acoustique et de l'enroulement tourbillonnaire sur la déformation du front de flamme, même si le second effet semble largement dominant (Figs. III.21 et III.22).

III.5 Fonction de transfert des flammes inclinées

Les fonctions de transfert des flammes inclinées sont comparées aux prévisions des modèles théoriques et numériques. La flamme conique fait l'objet d'une étude poussée et d'une comparaison approfondie entre expériences et simulations. La comparaison reste qualitative dans le cas de la flamme "V" car (i) l'écoulement en sortie du brûleur n'est pas unidirectionnel, (ii) la perturbation de l'écoulement en sortie du brûleur n'est pas uniforme dans la direction radiale, et (iii) l'analyse théorique ne tient pas compte des tourbillons issus de la couche de cisaillement qui semblent contribuer fortement à la variation du dégagement de chaleur. On propose toutefois des éléments de réponse pour la flamme en "V" qui permettent d'expliquer en partie la forme des résultats expérimentaux obtenus.

III.5.1 Flammes coniques

On s'intéresse à des flammes coniques issues de la combustion d'un mélange méthane-air maintenu à richesse constante $\Phi = 1.05$ ($S_L = 0.39$ m/s). Le champ de vitesse dans le mélange réactif et les mouvements du front ont fait l'objet d'une étude détaillée dans les sections précédentes. On rappelle que ces flammes sont soumises à une modulation de vitesse relativement importante $v_{1rms} = 0.19$ m/s à la sortie du brûleur. Les résultats expérimentaux sont comparés aux prévisions théoriques dans le cas d'une modulation uniforme de l'écoulement (cf. chapitre I, Eqs. (I.14) et (I.15)) et dans le cas d'une modulation convective sans utilisation de l'équation de continuité (cf. chapitre I, Eqs. (I.18) et (I.19)). Un calcul numérique est également conduit pour un champ de vitesse convectif qui satisfait l'équation de continuité (cf. chapitre II, Eqs. (II.23) et (II.24)).

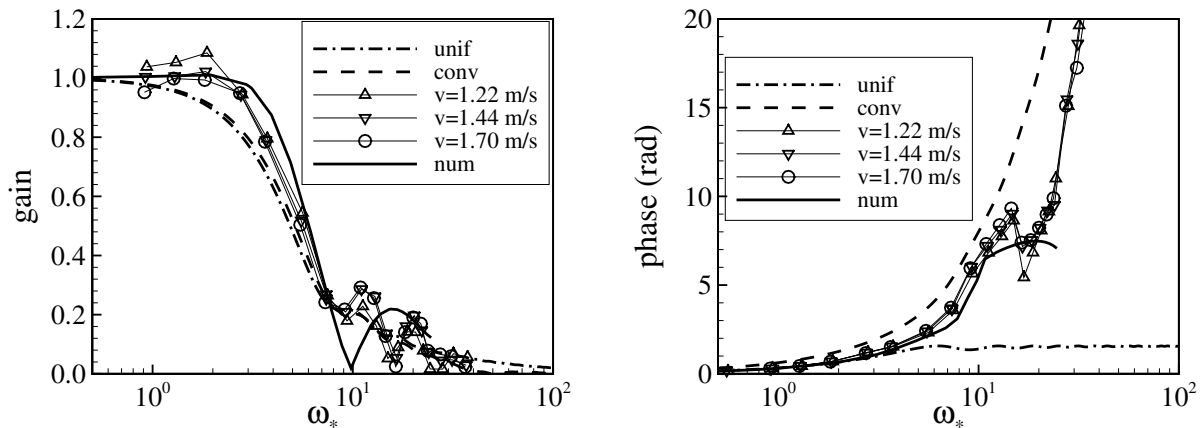


FIG. III.24 – Fonctions de transfert d'une flamme conique maintenue à richesse $\Phi = 1.05$. Les symboles indiquent les données expérimentales pour trois vitesses débitantes $\bar{v} = 1.22, 1.44$ et 1.70 m/s. La ligne continue indique la simulation calculée avec le champ de vitesse réaliste. Les lignes arrêtées indiquent les prévisions théoriques avec respectivement un modèle de perturbation de vitesse convectif (tirets) et uniforme (tirets-pointillés).

L'analyse fréquentielle des signaux, numériques ou expérimentaux, à la fréquence de modulation de l'écoulement permet de déterminer la fonction de transfert de la flamme selon la procédure décrite au début du chapitre. Les calculs sont menés pour une vitesse d'écoulement uniforme $\bar{v} = 1.10$ m/s sur une gamme de pulsation réduite $\omega_* = 1$ à 35 . Les données expérimentales sont mesurées pour trois vitesses débitantes $\bar{v} = 1.22, 1.44$ et 1.70 m/s. Les évolutions de l'amplitude adimensionnée de la réponse de la flamme $(Q'/\bar{Q})/(v'/\bar{v})$ et du retard de phase entre la

fluctuation de vitesse $v'_1(t)$, mesurée à 1 mm au dessus du brûleur, et la fluctuation de dégagement de chaleur Q' (à la fréquence de modulation) sont représentés en fonction de la pulsation réduite ω_* sur la figure III.24. Les lignes avec les symboles correspondent aux données expérimentales. Les mesures de la différence de phase présentées sur la figure III.24 ont été améliorées par rapport à la méthode développée dans l'étude de Ducruix *et al.* (2000). Ceci a permis de lever quelques incertitudes sur les valeurs lorsque la phase s'approche de points critiques ou lorsque les signaux sont de faible niveau d'amplitude.

Les prévisions obtenues à l'aide du modèle uniforme (en tirets-pointillés) représentent correctement l'amplitude de la réponse de la flamme jusqu'à $\omega_* = 8$, mais ne font pas apparaître les bosses secondaires pour $\omega_* > 10$ (Fig. III.24 à gauche). Par contre la phase calculée dévie rapidement des valeurs expérimentales, ceci dès $\omega_* > 3$. Les valeurs calculées oscillent autour de $\pi/2$ pour $\omega_* > 2\pi$ et tendent asymptotiquement vers $\pi/2$ pour ω_* très grand (Fig. III.24 à droite). La flamme ne se comporte donc pas simplement comme un filtre du premier ordre pour des pulsations $\omega_* > 6$. Les prévisions du modèle convectif représentées en tirets sont semblables aux prévisions du modèle uniforme pour l'amplitude de la réponse de la flamme. Il y a cependant une atténuation plus rapide pour les fréquences élevées (Fig. III.24 à gauche). En revanche, la phase évolue de façon différente avec une croissance régulière. La courbe en tirets sur le graphe de droite de la figure III.24 suit le même comportement que les données expérimentales jusqu'à une fréquence réduite $\omega_* \simeq 15$, même si les prévisions théoriques et les données expérimentales ne se superposent pas parfaitement. Le problème vient du fait que le modèle convectif ne vérifie pas l'équation de continuité. On peut toutefois noter que les modèles uniforme (courbe en tirets-pointillés) et convectif (courbe en tirets) encadrent les phases des fonctions de transfert expérimentales (symboles). Les simulations numériques sont réalisées avec un modèle convectif qui satisfait l'équation de la continuité. On peut raisonnablement espérer un meilleur accord avec les données expérimentales.

Les calculs, représentés par la ligne continue sur la figure III.24, sont les plus proches des données expérimentales. Ils surestiment légèrement l'amplitude de la réponse de la flamme dans la gamme des basses fréquences $3 < \omega_* < 6$. Mais ces calculs font apparaître une bosse secondaire dans la gamme des fréquences intermédiaires $10 < \omega_* < 25$, même si elle n'est pas correctement positionnée sur la figure par rapport aux données expérimentales. La principale différence avec les prévisions des modèles théoriques est que la phase n'atteint pas une valeur limite constante. Elle n'augmente pas non plus de façon régulière avec ω_* . Les calculs réalisés pour une vitesse débitante $\bar{v} = 1.10$ m/s représentent correctement l'évolution des valeurs expérimentales jusqu'à $\omega_* = 10$. Pour des fréquences réduites inférieures à $\omega_* < 2\pi$, une seule ondulation déforme le front de flamme (Ducruix *et al.* 2000; Schuller *et al.* 2003). Dans cette région, les calculs et les résultats expérimentaux se confondent sur une courbe unique dont la pente est donnée par le temps moyen mis par une perturbation pour être convectée de la base du brûleur au front de flamme. Pour ω_* compris entre 10 et 20, le retard de phase dépend de la vitesse moyenne de l'écoulement \bar{v} . Ceci correspond approximativement à une région où l'amplitude de la réponse de la flamme est minimale et les effets non linéaires sont importants, avec une redistribution de l'énergie communiquée à la flamme vers des harmoniques de la fréquence de modulation. Jusqu'à 25% de la puissance du signal peut être contenue dans les harmoniques de la fréquence d'excitation. Finalement, pour $\omega_* > 20$, moins de 10% de la puissance est redistribuée vers des harmoniques. Les trois courbes expérimentales se confondent à nouveau parfaitement, montrant que la fréquence réduite ω_* est bien le paramètre pertinent décrivant la dynamique de la flamme en régime linéaire.

On s'intéresse maintenant à une autre condition de débit $\bar{v} = 1.45$ m/s et à trois régimes de richesse $\Phi = 0.9, 1.0$ et 1.1 d'un mélange méthane air. L'émission lumineuse (le dégagement de chaleur) est mesuré avec un filtre OH* à la place du filtre CH* utilisé précédemment. La fluctuation de vitesse est cette fois-ci maintenue à un niveau constant $v_{rms} = 0.15$ m/s. Il a été vérifié qu'il était équivalent de prendre l'émission OH* ou CH* pour déterminer les fonctions de transfert (cf. Annexe A). Les prévisions théoriques, pour des modulations uniforme et convective, ainsi que les données expérimentales sont comparées sur la figure III.25 :

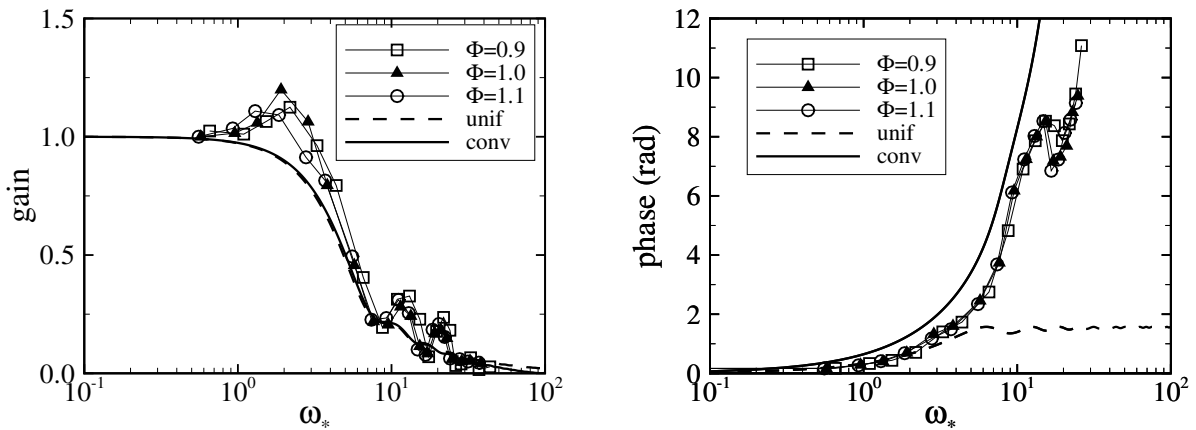


FIG. III.25 – Comparaison des fonctions de transfert de flammes coniques déterminées à partir de l'émission des radicaux OH^* (symboles) pour trois points de fonctionnement $\Phi = 0.9, 1.0$ et 1.1 . Prévisions théoriques avec le modèle uniforme (pointillés) et avec le modèle convectif (trait continu) pour un angle de flamme $\alpha = 15^\circ$. $\bar{v} = 1.45$ m/s, $v_{1rms} = 0.15$ m/s.

Les données expérimentales représentées en fonction de la fréquence réduite ω_* se superposent à nouveau sur une seule courbe. On rappelle que la fréquence réduite est donnée par la relation $\omega_* = \omega R / (S_L \cos \alpha)$. Le gain $(Q' / \bar{Q}) / (v' / \bar{v})$ présente des valeurs supérieures à l'unité dans une gamme de pulsations $\omega_* = 1$ à 3 , puis des bosses secondaires régulièrement espacées lorsque $\omega_* > 10$. Les valeurs de gain excédant l'unité ont également été observées en utilisant le filtre CH^* . Elle ne sont en revanche pas visibles sur les données expérimentales de la figure III.24, mais la méthode de détermination de la fonction de transfert a été améliorée entre ces deux expériences. Les prévisions des modèles uniforme et convectif ont des comportements semblables en ce qui concerne la réponse en amplitude de la flamme. S'ils représentent correctement le comportement global de la flamme sur la gamme de fréquence d'excitation, et en particulier la fréquence de coupure, ils ne rendent pas compte des valeurs de gain excédant l'unité et des bosses secondaires. La phase présente un comportement assez complexe. Pour des pulsations réduites inférieures à $\omega_* < 3$, elle se confond avec les prévisions du modèle uniforme. Pour les pulsations supérieures, elle suit globalement le comportement prévu par le modèle convectif avec une croissance plus ou moins régulière jusqu'à une pulsation $\omega_* \simeq 15$.

Les modèles analytiques représentent correctement le comportement en amplitude de la réponse d'une flamme soumise à des modulations de l'écoulement avec des prévisions semblables. La phase de la fonction de transfert semble plus difficile à décrire. Elle ne suit ni le comportement prévu par le modèle uniforme, ni le comportement prévu par le modèle convectif. Cependant, les différents modèles fournissent l'enveloppe des comportements possibles de la phase. Seule une simulation incluant une analyse assez détaillée de l'écoulement en amont du front permet de représenter correctement la fonction de transfert d'une flamme conique sur la gamme de fréquences d'intérêt. La fonction de transfert d'une flamme conique se révèle peu sensible au niveau d'amplitude de la perturbation et ne présente pas de bande de résonance particulière. Il s'agit d'une flamme modérément sensible aux instabilités de combustion.

III.5.2 Flammes en “V”

Les simulations numériques du chapitre II suggèrent que les flammes en “V” sont très sensibles au niveau d’amplitude de la perturbation de vitesse incidente, alors que les flammes coniques le sont dans une moindre mesure. On s’intéresse à l’influence de l’amplitude de la perturbation sur la fonction de transfert des flammes en “V” en considérant deux niveaux de modulation $v_{1rms} = 0.16$ et $v_{1rms} = 0.26$ m/s pour différents points de fonctionnement à richesse figée. Les résultats pour une richesse $\Phi = 0.8$ sont présentés sur la figure III.26 directement en fonction de la fréquence de modulation f :

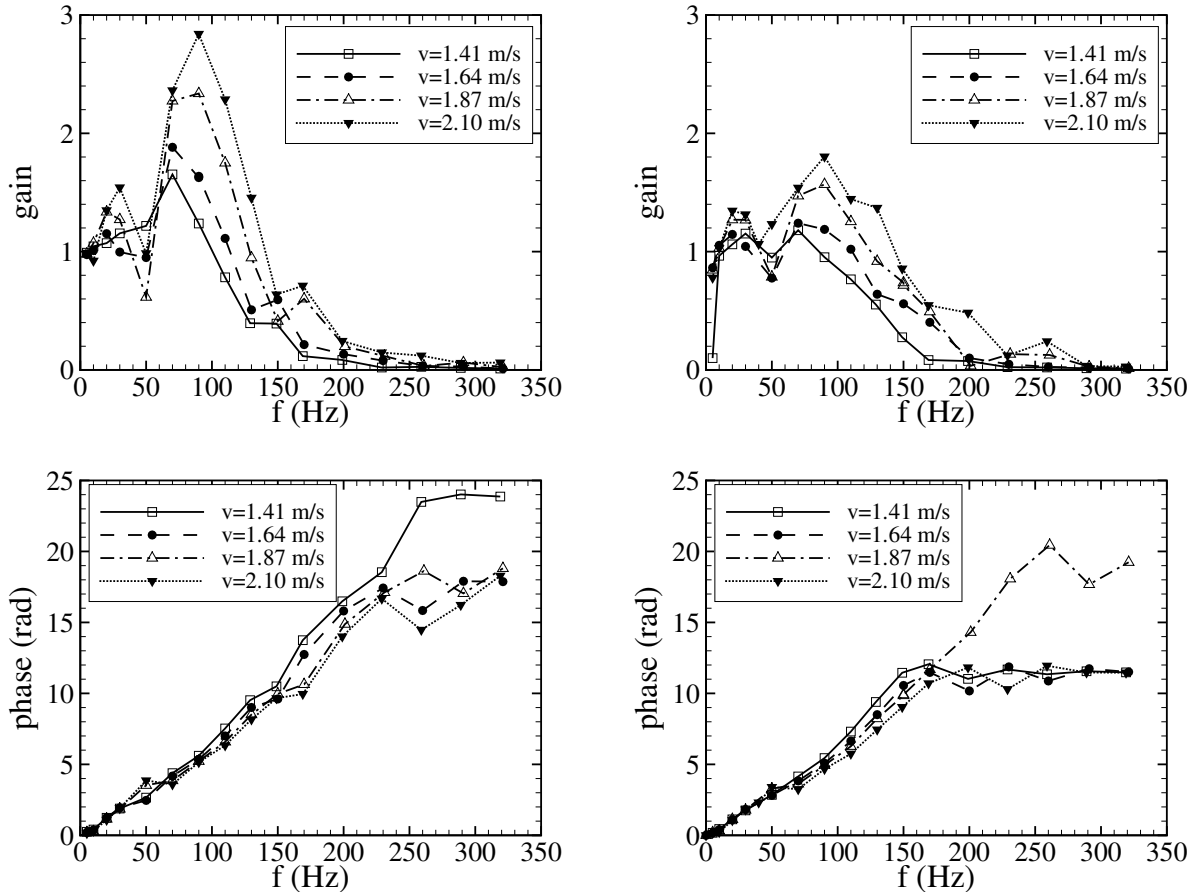


FIG. III.26 – Fonctions de transfert d’une flamme en “V” maintenue à richesse $\Phi = 0.8$. A gauche, modulation modérée de l’écoulement $v_{1rms} = 0.16$ m/s. A droite, modulation forte de l’écoulement $v_{1rms} = 0.26$ m/s.

On s’intéresse d’abord à l’analyse du gain $(Q'/\bar{Q})/(v'/\bar{v})$ de la fonction de transfert. Les données mesurées pour différentes vitesses débitantes forment un faisceau de courbes qui ne se superposent pas. Pour une perturbation modérée de l’écoulement, $v_{1rms} = 0.16$ m/s, on note la présence systématique d’une bosse qui dépasse l’unité. La largeur et la hauteur de cette bosse sont des fonctions croissantes de la vitesse de l’écoulement et le maximum d’amplification se décale légèrement vers les hautes fréquences lorsque la vitesse de l’écoulement augmente. Pour une modulation plus forte de la vitesse, le gain présente toujours des valeurs supérieures à l’unité mais les bosses sont fortement atténuées. Une partie de l’énergie communiquée à l’écoulement à la fréquence de modulation f est distribuée par la flamme au niveau du dégagement de chaleur vers des harmoniques $f_n = nf$ avec $n = 1, 2, 3, \dots$ de la fréquence de modulation. Ceci explique

la forte réduction du gain dans cette région. Les phases présentent en revanche des évolutions en apparence moins complexes en fonction de la fréquence de modulation f . Quel que soit le niveau de perturbation, les données se superposent toutes au moins pour des fréquences inférieures à $f < 150$ Hz. Dans cette région, les pentes des graphes de gauche et de droite sont identiques. Ceci indique un phénomène de transport convectif, comme le suggéraient déjà les images du mouvement du front de flamme au cours d'un cycle d'excitation, qui est indépendant du niveau de modulation. Certains des phénomènes observés sur ces figures ont également été mis en évidence dans les simulations numériques du chapitre II, même si la nature des perturbations de vitesse envisagées dans ces simulations est très différente de la réalité. (i) Le phénomène d'atténuation du gain en augmentant l'amplitude de la modulation, caractéristique d'un phénomène de saturation en régime non linéaire, (ii) le décalage et l'élargissement de la bosse excédant l'unité vers les hautes fréquences lorsque l'angle entre le front de flamme et l'écoulement moyen α diminue (ou \bar{v} augmente) et (iii) le comportement quasi-linéaire de la phase, tous ces comportements ont également été mis en évidence dans les simulations.

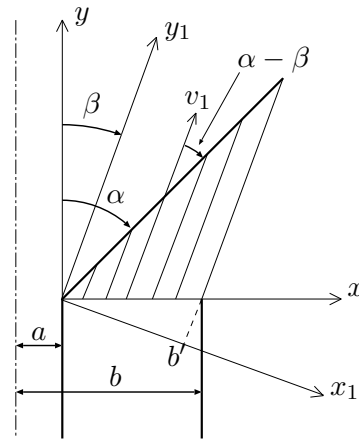


FIG. III.27 – Rappel du schéma de la stabilisation des flammes en “V” avec déflexion de l'écoulement à la sortie du brûleur. a : rayon de la tige centrale, b : rayon intérieur du brûleur, α : angle entre le front de flamme et la direction de l'écoulement principal, et β : angle moyen de déflexion de l'écoulement.

\bar{v} (m/s)	α_{ex} ($^{\circ}$)	β ($^{\circ}$)
1.41	32	18
1.64	30	16
1.87	27	14
2.10	26	13

TAB. III.3 – Rappel pour les flammes en “V” explorées des angles de flamme α_{ex} et de déviation de l'écoulement à la sortie du brûleur β pour quatre vitesses débitantes \bar{v} . Méthane-air, $\Phi = 0.8$.

Avant de confronter les résultats expérimentaux aux prévisions des modèles, il faut tenir compte de l'angle de déflexion β de l'écoulement dans la modélisation de la dynamique de la flamme. En s'aidant du schéma de la figure III.27, on montre qu'il suffit d'effectuer une rotation pour se placer à nouveau dans le référentiel lié à l'écoulement. Dans ce référentiel, on peut en première approximation utiliser les expressions des fonctions de transfert établies en l'absence de déviation de l'écoulement dans le chapitre I en introduisant les modifications suivantes. Dans le référentiel lié à l'écoulement (x_1, y_1) , dévié d'un angle β par rapport au référentiel fixe (x, y) , l'angle que fait l'écoulement avec la flamme n'est plus α , mais $\alpha - \beta$. La distance $b - a$ doit également être remplacée par $b' - a' = (b - a) \cos \beta$. La fonction de transfert d'une flamme en "V", dont l'écoulement est dévié d'un angle β , peut donc s'exprimer en fonction d'une pulsation réduite modifiée $\omega_* = \omega(b - a) \cos \beta / (S_L \cos(\alpha - \beta))$ en utilisant les expressions établies pour une flamme en "V" en l'absence de déviation. Le calcul exact développé dans l'annexe C montre cependant que les expressions de la fonction de transfert d'une flamme en l'absence de déviation doivent être légèrement modifiées. On utilisera donc les expressions exactes établies dans l'annexe C. Les prévisions théoriques et les données expérimentales sont comparées sur la figure III.28 lorsque l'amplitude de la perturbation reste modérée $v_{1rms} = 0.16$ m/s. On utilise les valeurs mesurées des angles α_{ex} et β issues de la table III.3 pour évaluer ω_* .

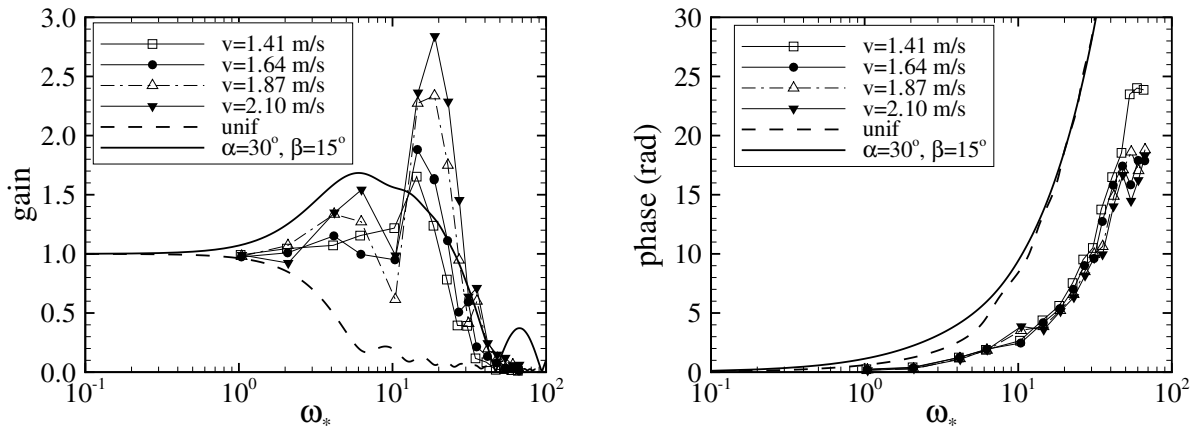


FIG. III.28 – Comparaison des prévisions théoriques aux données expérimentales pour les fonctions de transfert d'une flamme en "V" de richesse $\Phi = 0.8$. En pointillés, prévisions avec le modèle uniforme (unif). En trait continu, prévisions avec le modèle convectif pour un angle de flamme $\alpha = 30^\circ$ et une déflexion de l'écoulement $\beta = 15^\circ$. Les symboles indiquent les données expérimentales pour quatre vitesses débitantes. Niveau de perturbation : $v_{1rms} = 0.16$ m/s.

Les prévisions avec le modèle de modulation uniforme représentées en pointillés sur la figure III.28 ne reproduisent pas les comportements du gain et de la phase des données expérimentales. Les figures III.21 et III.22 du mouvement de la flamme au cours d'un cycle d'excitation montrent clairement que la perturbation de vitesse ne peut pas être considérée uniforme le long du front de flamme. Les prévisions théoriques calculées en utilisant un modèle convectif de la vitesse en amont du front et en tenant compte de l'angle de déflexion β à la sortie du brûleur sont représentées en trait continu sur la figure III.28. Elles sont au moins partiellement en meilleur accord avec les résultats expérimentaux. En particulier, la forme générale de la courbe du gain et la fréquence de coupure de la fonction de transfert sont assez correctement reproduites compte-tenu des suppositions fortes du modèle. Il subsiste toutefois des différences importantes entre ces prévisions et les mesures. Les données expérimentales présentent une atténuation de la réponse de la flamme autour d'une pulsation réduite $\omega_* \simeq 10$ suivi d'un pic d'amplification plus ou moins large autour de $\omega_* \simeq 20$ (Fig. III.28, à gauche). Au maximum d'amplification, les valeurs expérimentales

atteintes par le gain sont presque deux fois supérieures à la valeur déduite du calcul. Ceci peut être attribué au fait que le modèle convectif proposé ici ne tient pas compte de l'équation de continuité. On a vu en effet dans le chapitre II que des valeurs de gains plus élevées peuvent être obtenues en tenant compte de l'équation de continuité dans la description du champ de vitesse incident. Mais, la principale faiblesse du modèle concerne la phase de la fonction de transfert qui croît beaucoup trop vite (Fig. III.28, à droite). On note cependant que les phases mesurées et les prévisions théoriques ont le même comportement régulier. Il semble donc que la fréquence réduite corrigée, basée sur le groupement sans dimension $\omega_* = \omega(b-a) \cos \beta / (S_L \cos(\alpha - \beta))$, n'est pas tout à fait le paramètre pertinent pour l'adimensionnement des résultats des fonctions de transfert d'une flamme en "V". Une analyse critique de ces résultats est proposée.

Les prévisions analytiques sont basées sur des perturbations de nature convective du champ de vitesse en amont du front de flamme. Ceci correspond bien à la réalité observée, mais le modèle de vitesse convectif ne tient pas compte des structures tourbillonnaires convectées le long des lèvres du brûleur. Les tourbillons se combinent à la fluctuation de vitesse convective et ces deux phénomènes participent au mouvement du front de flamme (Fig. III.23). La contribution au dégagement de chaleur de ces deux phénomènes n'est pas équivalente. Celle due aux tourbillons est importante puisqu'ils agissent aux extrémités libres de la flamme, alors que celle dû au transport de l'onde convective le long du front de flamme semble rester modérée.

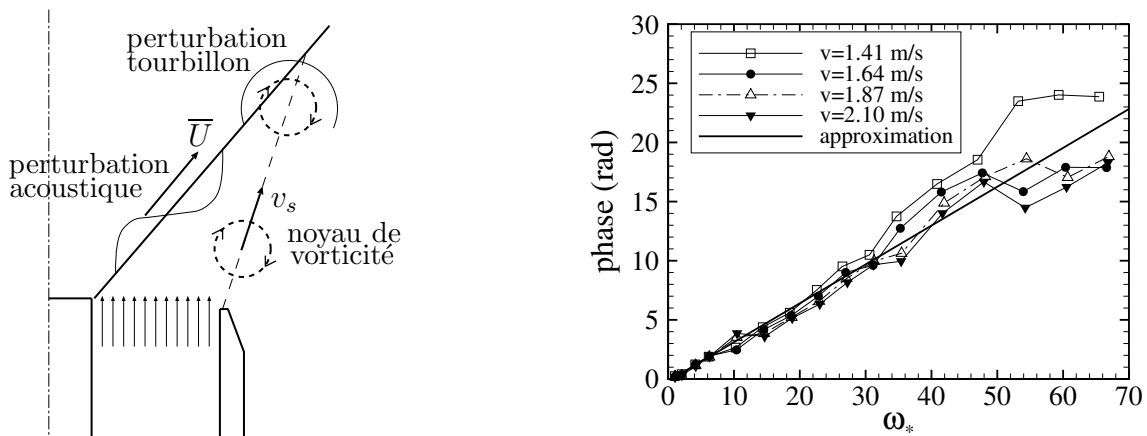


FIG. III.29 – A gauche, schéma de principe de la dynamique d'une flamme en "V" soumise simultanément à des modulations de vitesse convectives et à l'influence de tourbillons. A droite, régression linéaire des données expérimentales pour le phase φ de la fonction de transfert.

La figure III.29 résume l'ensemble des principaux résultats expérimentaux relatifs aux flammes en "V" sous la forme d'un schéma. Le mouvement de la flamme en "V" résulte de deux contributions : (i) une fluctuation acoustique convectée le long du front de flamme à la vitesse \bar{U} , la vitesse moyenne de l'écoulement \bar{v} projetée le long de la position moyenne du front de flamme et (ii) un enroulement du front autour d'un tourbillon qui est convecté avec une vitesse $v_s \simeq \bar{v}/2$ le long d'une ligne de courant qui part des extrémités du brûleur. Les mouvements de grande amplitude du front sont essentiellement dûs à l'interaction du front avec les tourbillons. Comme la phase de la fonction de transfert calculée avec un modèle d'onde purement convective n'est pas correcte, on peut supposer qu'elle est essentiellement déterminée par l'interaction des tourbillons et du front de flamme. Une régression des données expérimentales de la phase $\varphi = \omega\tau \simeq \gamma\omega_*$ permet de déterminer un délai d'interaction τ de la flamme et d'un tourbillon (Fig. III.29, à droite). Pour le cas particulier d'une flamme en "V" à $\Phi = 0.8$ et $\bar{v} = 1.87$ m/s, ce délai vaut $\tau \simeq 11$ ms. En écrivant que le tourbillon est convecté par l'écoulement moyen à la vitesse $v_s = 1.4$ m/s, on trouve une longueur d'efficacité $L_{eff} = v_s\tau \simeq 15$ mm, au bout de laquelle un tourbillon généré sur les

bords des lèvres du brûleur génère une fluctuation de surface. Cette distance correspond approximativement à $2/3$ de la hauteur h de flamme ($L_{eff}/h \simeq 0.7$). Comme la phase des fonctions de transfert mesurées ne dépend pas de l'amplitude de la modulation, la distance L_{eff} semble être uniquement reliée à l'écoulement moyen en l'absence de modulation, à la géométrie du brûleur et à la géométrie de la flamme, mais ne dépend pas de la fréquence de modulation f , ni de l'énergie, ni de la taille du tourbillon. Il faut toutefois rester prudent dans ces affirmations car on ne contrôle pas directement les tourbillons générés dans nos expériences. Généraliser ce résultat aux autres cas est difficile. La distance L_{eff} ne correspond à première vue à aucune distance caractéristique reliée à la géométrie du brûleur ou de la flamme en l'absence de modulation facilement identifiable. Pour caractériser plus précisément cette distance d'efficacité L_{eff} ou ce délai d'interaction τ , il faudrait pour tous les cas étudiés envisager une étude paramétrique en contrôlant la taille et l'énergie des tourbillons, et mesurer systématiquement :

- le profil de vitesse à la sortie du brûleur pour déterminer la vitesse de convection de la structure v_s qui correspond à peu près à la moitié de la vitesse maximale atteinte par l'écoulement à la sortie du brûleur.
- le champ de vitesse en l'absence de modulation pour déterminer la ligne de courant selon laquelle le tourbillon est convecté.
- le mouvement de la flamme pour déterminer à quel endroit du front le tourbillon agit.

La comparaison des résultats de ces expériences avec les données expérimentales pour la phase de la fonction de transfert devraient permettre de mieux caractériser la distance L_{eff} ou le délai d'interaction τ en fonction des paramètres du brûleur et de l'écoulement, c'est-à-dire de trouver les bons nombres sans dimension qui caractérisent ces fonctions de transfert de flamme en "V".

III.6 Conclusion

La réponse des flammes inclinées à des fluctuations de vitesse de l'écoulement a fait l'objet d'une caractérisation expérimentale détaillée pour des flammes coniques et des flammes en "V". Bien que ces deux flammes présentent des géométries semblables, on a montré que l'écoulement en amont du front et la réponse de ces flammes est très différente. La flamme conique peut-être qualifiée de relativement stable comparée à une flamme en "V" beaucoup plus sensible aux perturbations de l'écoulement incident et à leur niveau d'amplitude. Les fluctuations de l'écoulement incident se présentent dans les deux cas sous la forme de perturbations transportées par l'écoulement moyen de la sortie du brûleur vers le front de flamme. Ces perturbations sont par contre de nature très différente. Pour une flamme conique, la modulation du débit se traduit par une onde convective de la fluctuation de vitesse qui se propage le long du front de flamme. Pour une flamme en "V", ce sont des tourbillons toroïdaux générés dans les couches externes de l'écoulement qui sont principalement responsables du mouvement de la flamme.

Les fluctuations de dégagement de chaleur dépendent des variations du plissement de la flamme au cours d'un cycle d'excitation. Pour comprendre le comportement de ces flammes, il suffit de comparer les mécanismes générateurs de plissement et les mécanismes limitant l'augmentation de surface dans les deux cas. Pour générer des plissements importants du front, il faut que la longueur d'onde de la perturbation de l'écoulement incident soit plus petite que la taille de la flamme. Les perturbations convectées par l'écoulement moyen rentrent dans cette catégorie, alors que les ondes acoustiques dont la longueur d'onde est basée sur la célérité sonore sont en général grandes par rapport à la taille de la flamme. Pour une flamme conique, le phénomène de formation de points de rebroussement ou "cusps" sur le front de flamme vient très rapidement limiter l'augmentation de la surface de flamme lorsque la fréquence de modulation de l'écoulement augmente. Même pour des amplitudes relativement importantes, la variation du dégagement de chaleur reste donc modérée. La flamme conique atténue rapidement toute perturbation incidente dont la longueur d'onde est plus petite que la hauteur de flamme. La flamme en "V" présente par contre une bande passante fréquentielle dans laquelle elle agit comme un amplificateur puissant de la perturbation incidente. Bien que la nature des perturbations de vitesse soit très différente dans ces situations, la différence essentielle qui explique le comportement de ces flammes tient au fait que la flamme conique présente un nombre de degrés de liberté relativement limité. Dans le cas d'une flamme en "V", les perturbations de l'écoulement incident se traduisent par des mouvements des extrémités libres de la flamme. Les variations de surface de flamme et du dégagement de chaleur qui en résultent sont donc importantes, même pour des mouvements relativement faibles de la position du front.

Deuxième partie

Interactions flamme-paroi et
flamme-flamme

Chapitre IV

Interaction flamme-paroi : régime forcé

IV.1 Introduction

Ce chapitre traite de la dynamique d'une flamme de prémélange en présence d'une paroi froide et de l'émission sonore associée. Les interactions flamme-paroi ont fait l'objet de nombreuses études pour caractériser la distance de coincement, les flux thermiques aux parois ou la production d'imbrûlés (par exemple Daniel 1956; Vosen *et al.* 1984; Lu *et al.* 1990; Bruneaux *et al.* 1997; Popp et Baum 1997). Peu d'études traitent de l'émission sonore résultant de l'interaction d'une flamme instationnaire et d'une paroi. On peut toutefois citer les travaux récents de Zhang et Bray (1999) pour des flammes de prémélange turbulentes en interaction avec une paroi. A partir de visualisations ces auteurs identifient cinq modes différents de stabilisation de la flamme en fonction de la distance brûleur-paroi et de la vitesse des gaz en sortie du brûleur. Les différentes formes adoptées par la flamme dans ces modes sont désignées par “*ring*”, “*conical*”, “*disc*”, “*envelope*” et “*cool central core*” que l'on peut traduire par anneau, disque, conique, enveloppe et noyau central froid. Dans certaines de ces configurations la flamme est stabilisée sur les lèvres du brûleur et dans d'autres elle se stabilise au niveau de la plaque. Avec un dispositif expérimental du même type, Chan et Zhang (1999) observent une instabilité lorsque la flamme turbulente se stabilise dans le mode disque. Les auteurs observent que cette instabilité est une source de bruit importante qui est générée par la combustion. L'analyse spectrale du bruit rayonné présente une densité spectrale de puissance beaucoup plus élevée dans la gamme des basses fréquences que le spectre du même écoulement, mais en l'absence de combustion.

En utilisant une série d'expériences, on montre dans ce chapitre que des fluctuations importantes de surface de flamme peuvent être provoquées en modulant l'écoulement en amont d'une flamme en interaction avec une paroi solide. Cette interaction fortement non linéaire génère de nombreux harmoniques dans le spectre du bruit rayonné et conduit à une augmentation importante du niveau sonore. L'amplitude du champ de pression est d'un ou deux ordres de grandeur supérieure à celle associée à l'émission sonore d'une flamme en l'absence de paroi ou en l'absence de combustion.

Ce chapitre est organisé de la façon suivante. On rappelle les principaux résultats de la théorie du bruit de combustion en insistant sur le cas des flammes de prémélange plissées (section IV.2). Le dispositif expérimental, les diagnostics utilisés pour cette étude et les méthodes de traitement des données sont ensuite présentés (section IV.3). Les régimes de stabilisation de la flamme en l'absence d'excitation sont mis en évidence dans la section IV.4. Les résultats expérimentaux sont ensuite présentés lorsque l'écoulement du jet est modulé. Le niveau sonore global, puis les signatures spectrales du bruit rayonné par la flamme sont discutées dans la section IV.5. Une analyse détaillée de l'origine du bruit rayonné est menée dans la section IV.6 en s'appuyant sur les corrélations entre les fluctuations d'émission lumineuse de la flamme et les fluctuations de

pression rayonnée. Cette analyse est poursuivie dans la section IV.7 en corrélant les fluctuations d'émission lumineuse aux variations de la surface de flamme. L'étude conduit à penser que des interactions flamme-paroi ou des interactions mutuelles entre flammes adjacentes peuvent être à la source d'instabilités de combustion. Ce point est discuté dans les deux chapitres suivants.

IV.2 Bruit de combustion

Il est intéressant de revenir sur la théorie du bruit de combustion, déjà abordée rapidement dans l'introduction du manuscrit, afin de bien comprendre les mécanismes responsables de l'émission sonore résultant de la combustion.

IV.2.1 Premières études

Une des premières études expérimentales du bruit généré par la combustion a été menée par Thomas et Williams (1966). Ces auteurs ont mesuré le signal de fluctuation de pression en champ lointain produit par l'expansion d'une flamme de prémélange sphérique, formée à partir d'une bulle de savon remplie avec un mélange réactif. Les auteurs ont montré que le signal de pression enregistré peut être modélisé par le bruit qui aurait pour origine une source acoustique monopolaire avec un débit volumique égal à $d\Delta V/dt$, où ΔV représente l'accroissement de volume des gaz par expansion thermique lorsqu'ils traversent le front de flamme. Dans ce premier modèle, le signal de pression p en champ lointain est donné par l'accélération du volume induit par le processus de combustion instationnaire :

$$p(r, t) = \frac{\rho_\infty}{4\pi r} \frac{d^2(\Delta V)}{dt^2} \quad (\text{IV.1})$$

Dans cette expression ρ_∞ désigne la densité de l'air évaluée au point de mesure et r représente la distance entre la flamme supposée compacte et le détecteur. L'expansion volumique est un processus isotrope contrôlé par le dégagement de chaleur. Selon cette approche, le bruit de combustion n'a pas de direction préférentielle. L'expérience de Thomas et Williams (1966), réalisée dans une configuration laminaire, corrobore les résultats d'une des premières études théoriques du bruit de combustion en régime turbulent, dans laquelle Bragg (1963) postule qu'une flamme turbulente se comporte globalement comme un monopole acoustique. Une validation expérimentale de cette théorie est entreprise par Hurle *et al.* (1968). En supposant qu'une flamme turbulente se comporte comme une distribution de petites sources monopolaires dans la zone de réaction (Smith et Kilham 1963), d'intensité et de fréquence différentes, la pression rayonnée peut s'exprimer en fonction du taux de consommation volumique q du mélange réactif par la flamme (Eq. (IV.1)) :

$$p(r, t) = \frac{\rho_\infty}{4\pi r} \left(\frac{\rho_u}{\rho_b} - 1 \right) \left[\frac{dq}{dt} \right]_{t-\tau} \quad (\text{IV.2})$$

Dans cette expression, le rapport ρ_u/ρ_b représente le taux d'expansion volumique des gaz brûlés par rapport aux gaz frais et τ le délai requis par la perturbation de pression pour se propager de la zone de combustion au point de mesure r . Pour obtenir l'équation (IV.2), on a supposé que la longueur d'onde λ du son émis reste grande par rapport aux dimensions caractéristiques de la flamme L ($\lambda \gg L$) et que le détecteur se situe à une distance r éloignée de toutes les sources ($r \gg \lambda$). Cette expression est donc valable dans les cadres de l'approximation de champ lointain et d'une combustion compacte. En revanche, elle s'applique aussi bien aux flammes de prémélange qu'aux flammes de diffusion. Comme le dégagement de chaleur est proportionnel au débit de réactifs consommés par la flamme, il est donc possible d'estimer le taux de variation dq/dt en supposant que le débit volumique q est également proportionnel à l'intensité lumineuse I émise

par certains radicaux libres, C_2^* , CH^* (Hurle *et al.* 1968) ou OH^* (Katsuki *et al.* 1986), présents dans la zone de combustion :

$$q = kI \quad (\text{IV.3})$$

Cette relation a fait l'objet de nombreuses validations expérimentales pour des flammes de prémélange dont la richesse est figée (par exemple Hurle *et al.* 1968; Shivashankara *et al.* 1975), et pour des flammes de diffusion lorsque le rapport de mélange est tenu constant et en supposant que le carburant et le comburant brûlent dans des proportions stœchiométriques (Price *et al.* 1968). Elle est souvent utilisée pour obtenir une estimation du dégagement de chaleur de la flamme (par exemple (Ducruix *et al.* 2000)). En combinant les équations (IV.2) et (IV.3), Hurle *et al.* (1968) obtiennent une expression élégante du signal de pression rayonnée par une zone de combustion turbulente en fonction de l'émission lumineuse de la flamme :

$$p(r, t) = \frac{\rho_\infty}{4\pi r} \left(\frac{\rho_u}{\rho_b} - 1 \right) k \left[\frac{dI}{dt} \right]_{t-\tau} \quad (\text{IV.4})$$

où la constante k dépend uniquement de la richesse du mélange Φ . Sa valeur est déterminée par une expérience de calibration de l'émission moyenne lumineuse \bar{I} en fonction du débit des réactifs \bar{q} . L'équation (IV.4) indique que le signal de pression observé en champ lointain peut être déduit des variations d'intensité lumineuse de la flamme. La validation expérimentale de l'équation (IV.4) conduit à un accord satisfaisant entre les signaux de pression estimés et mesurés (Hurle *et al.* 1968; Price *et al.* 1968).

Ces premiers modèles théoriques ont fait l'objet de nombreuses améliorations jusqu'à l'aboutissement de la théorie classique du bruit de combustion, dont les principaux résultats font l'objet de la section suivante.

IV.2.2 Théorie classique du bruit de combustion

Les travaux de Strahle (1971), Strahle (1972) puis de Strahle et Shivashankara (1974) ont permis de clarifier et d'améliorer le modèle originel de Bragg (1963). A partir des équations de la mécanique des fluides réactifs et d'une analyse semblable à celle menée par Lighthill (1952) pour l'étude du bruit aérodynamique des écoulements turbulents, il est possible d'écrire des relations rigoureuses pour le champ de pression rayonné par une zone de combustion turbulente. Un premier résultat de cette théorie permet de relier la fluctuation de pression $p(r, t)$ rayonnée en champ lointain et l'écoulement dans la zone de combustion :

$$p(r, t) = -\frac{\rho_\infty}{4\pi r} \int_{S_1} \frac{\partial \mathbf{v}_T}{\partial t} \left(\mathbf{r}_0, t - \frac{r}{c_0} \right) \cdot \mathbf{n}_0 dS(\mathbf{r}_0) \quad (\text{IV.5})$$

où \mathbf{v}_T représente les fluctuations de la vitesse turbulente induites par les fortes variations de la densité dans la zone de combustion, S_1 est une surface d'intégration qui entoure la surface de flamme dans la région des gaz chauds et \mathbf{n}_0 est la normale extérieure à la surface S_1 . Cette expression montre que seules les fluctuations de vitesse normale à la surface extérieure de la flamme contribuent de manière significative à l'émission de bruit. Le lien entre la pression rayonnée $p(r, t)$ et le taux de réaction instationnaire $\dot{\omega}$ dans la zone réactive est établi dans la référence Strahle (1972). L'intégrale qui apparaît dans l'équation (IV.5) peut être reformulée en fonction du taux de réaction $\dot{\omega}$. Après quelques manipulations, il vient :

$$p(r, t) = -\frac{\rho_\infty}{4\pi r} \frac{\gamma - 1}{\gamma p_0} (-\Delta h_f^0) \int_{V_c} \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial t} \left(\mathbf{r}_0, t - \frac{r}{c_0} \right) dV(\mathbf{r}_0) \quad (\text{IV.6})$$

Les notations utilisées dans cette expression ne sont pas exactement celles de l'article original de Strahle (1972). Ici, γ désigne le rapport des chaleurs spécifiques, $(-\Delta h_f^0)$ représente le dégagement de chaleur par unité de masse de mélange réactif et $\dot{\omega}$ dénote le taux de réaction massique par unité de volume. Le domaine de validité des équations (IV.5) et (IV.6) est limité aux écoulements à faible nombre de Mach ($M \ll 1$), lorsque le signal de pression est observé en champ lointain ($r \gg \lambda$) et pour des situations où la longueur d'onde λ reste grande par rapport aux dimensions typiques de la zone de combustion ($\lambda \gg L$). La pression rayonnée en champ lointain est donc directement proportionnelle à la somme des contributions sur l'ensemble de la zone de combustion du taux de variation du dégagement de chaleur retardé dans le temps du délai de propagation entre la source supposée compacte et le détecteur. Cette relation valide également la conjecture (IV.4) émise par Hurlé *et al.* (1968) sur la base d'un raisonnement phénoménologique.

IV.2.3 Directivité du bruit de combustion

Même si le bruit rayonné par une flamme est un processus essentiellement isotrope, des expériences réalisées sur des flammes turbulentes non confinées indiquent certains effets directifs. Smith et Kilham (1963) observent ainsi des directions privilégiées pour la propagation des ondes acoustiques entre 40° et 80° par rapport à l'axe du brûleur pour des flammes de prémélange. Ces auteurs attribuent cet effet directif à la convection des sources sonores par l'écoulement au travers du front de flamme. Dans le cas des flammes de diffusion, Price *et al.* (1968) confirment le caractère essentiellement isotrope du bruit rayonné lorsque la longueur d'onde λ est grande par rapport à la taille de la zone réactive $\lambda \gg L$. Une direction préférée des ondes acoustiques proche de 80° est observée pour des longues flammes non-prémélangées, lorsque L est du même ordre de grandeur que λ .

La directivité de l'émission sonore a également été étudiée à partir d'analyses théoriques. Les effets de la taille relative de la zone de combustion L par rapport à la longueur d'onde λ sont discutés par (Strahle 1972). Des estimations des contributions au bruit total rayonné par toutes les sources sonores potentielles d'un écoulement réactif sont examinés dans plusieurs références (Strahle 1972; Strahle 1973; Hassan 1974; Doshiha et Hirano 1997). Hassan (1974) montre que le bruit généré par la combustion résulte d'une superposition d'une source monopolaire puissante, d'une source dipolaire faible et de contributions quadripolaires négligeables. Les expériences confirment toutes le caractère essentiellement isotrope du bruit rayonné lorsque $\lambda \gg L$ (Smith et Kilham 1963; Price *et al.* 1968; Doshiha et Hirano 1997).

On ne s'intéresse pas à la directivité du bruit rayonné dans la suite de cette étude car il faudrait pour cela disposer de conditions aux limites anéchoïques propres, difficilement réalisables dans la configuration expérimentale utilisée. On supposera donc dans la suite un rayonnement isotrope. Cet aspect n'est pas fondamental et la directivité de l'émission sonore pourrait être envisagée ultérieurement.

IV.2.4 Cas des flammes de prémélange

On examine le cas des flammes de prémélange pour une richesse figée. Dans le régime des flammes plissées, le taux de réaction $\dot{\omega}$ est directement lié à la surface de flamme instantanée $A(t)$. Le signal de pression en champ lointain peut alors être relié à l'évolution de la surface totale de la flamme (Abugov et Obrezkov 1978; Clavin et Siggia 1991) :

$$p(r, t) = \frac{\rho_\infty}{4\pi r} \left(\frac{\rho_u}{\rho_b} - 1 \right) (\rho_u S_L) \left[\frac{dA}{dt} \right]_{t-\tau} \quad (\text{IV.7})$$

où S_L est la vitesse de flamme laminaire. Des validations expérimentales de cette expression ont été entreprises dans les travaux de Belliard (1997) et de Truffaut (1998) pour des flammes très

turbulentes. L'équation (IV.7) montre clairement que le bruit émis par une flamme de prémélange dans un régime plissé résulte du taux de variation de la surface totale de flamme $A(t)$.

Dans la suite de cette étude, on tire avantage d'une configuration expérimentale particulière, dans laquelle de fortes fluctuations de surface sont produites, pour étudier la validité des expressions (IV.4) et (IV.7). On cherche en particulier à montrer que le mécanisme de production de bruit est essentiellement contrôlé par des extinctions périodiques de grandes portions de surface de flamme en présence d'une interaction forte avec la paroi.

IV.3 Dispositif expérimental

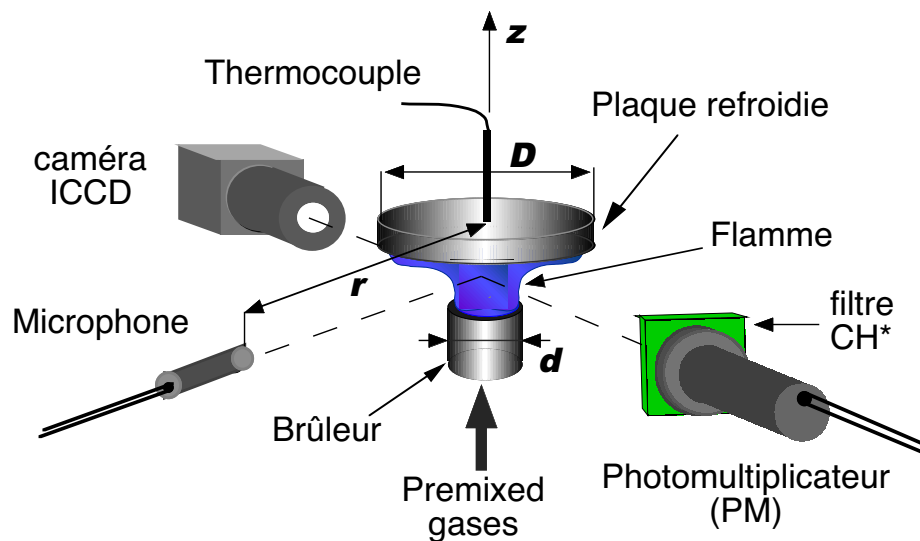


FIG. IV.1 – Dispositif expérimental. Distance du microphone à l'axe du brûleur : $r = 25$ cm. Diamètre de la plaque : $D = 10$ cm. Diamètre intérieur du brûleur : $d = 22$ mm. Distance brûleur-paroi : z .

Un schéma du dispositif expérimental est présenté sur la figure IV.1. Le brûleur est identique à celui utilisé pour l'étude de la dynamique des flammes inclinées du chapitre III. On rappelle que l'écoulement à la sortie du brûleur est laminaire et parfaitement contrôlé. Le diamètre intérieur de la pièce terminale du brûleur vaut $d = 22$ mm. Une plaque en cuivre en forme de disque de 10 mm d'épaisseur et d'un diamètre $D = 100$ mm est placée à une distance $z = 7.6$ mm au-dessus de l'axe du brûleur. La plaque est refroidie par une circulation d'eau dans un serpentin fixé sur la partie supérieure de la plaque. Cette distance minimale de 7.6 mm a été choisie pour éviter toute surpression à l'intérieur du brûleur qui pourrait endommager le haut-parleur placé à la base du brûleur (cf. chapitre III). Un thermocouple placé sur l'axe du dispositif est utilisé pour contrôler la température de la plaque. Celle-ci est maintenue à peu près constante dans toutes les expériences menées, à une température légèrement supérieure à la température de condensation des produits de combustion sous la plaque ($T_p \simeq 58 - 60$ °C au centre de la plaque). La plaque est fixe alors que l'ensemble du brûleur est monté sur un système comprenant trois axes de déplacement micrométrique. L'ensemble est piloté par ordinateur. Il est possible de changer la distance brûleur-

paroi z avec une précision meilleure que 0.1 mm. Les mesures ont été réalisées en tenant la richesse d'un prémélange méthane-air figée à une valeur $\Phi = 0.95$. En l'absence de plaque, les flammes sont stabilisées sur les lèvres du brûleur et prennent une forme conique (cf. chapitre III, Fig. III.16).

IV.3.1 Modulation de l'écoulement

L'écoulement à la sortie du brûleur est modulé à des fréquences d'excitation discrètes variant de $f_e = 10$ à 201 Hz. Pour une vitesse débitante donnée \bar{v} , calculée sur la base des indications des débitmètres, une calibration de la vitesse axiale efficace de sortie des gaz v_{rms} en fonction de la tension efficace en sortie de l'amplificateur est réalisée, en maintenant une fluctuation de vitesse d'amplitude relative v_{rms}/\bar{v} constante pour la gamme de fréquences f_e explorées. Cette calibration est réalisée en l'absence de plaque. La même procédure est ensuite utilisée pour moduler l'écoulement du jet en présence de la plaque, indépendamment de la distance brûleur-paroi z . La vitesse axiale $v(t)$ est mesurée par vélocimétrie laser Doppler (LDV) à une distance de 1.5 mm au-dessus du plan de sortie du brûleur, sur son axe. Le signal de vitesse délivré par le compteur est enregistré sur ordinateur à une fréquence d'échantillonnage $f_a = 8192$ Hz. Le traitement des signaux acquis est décrit plus loin.

IV.3.2 Diagnostics optiques

Des tests sur des flammes stationnaires ont montré qu'en première approximation le dégagement de chaleur issu de la flamme est proportionnel à l'émission spontanée des radicaux CH^* présents dans le front de combustion (Price *et al.* 1968; Keller et Saito 1987). L'émission lumineuse naturelle des radicaux CH^* est mesurée en utilisant un photomultiplicateur (PM) équipé d'un filtre CH^* centré sur la longueur d'onde $\lambda = 431$ nm avec une largeur de bande passante de 2 nm (cf. chapitre III). Le PM est placé à une distance de 35 cm de l'axe du brûleur (Fig. IV.1). Le signal issu du PM est numérisé sur un ordinateur à une fréquence d'échantillonnage f_a , identique à celle utilisée pour numériser les signaux mesurés par LDV.

L'évolution de la position du front de flamme est examinée à partir d'images instantanées de la flamme prises à des phases successives du cycle d'excitation grâce à la caméra ICCD (cf. chapitre III). Dans ces expériences, chaque pixel accumule la lumière de la région d'intérêt avec une résolution de 8.7 pixels/mm dans les deux directions de l'image. La caméra est placée perpendiculairement à l'axe du brûleur. On utilise la même procédure que celle décrite dans le chapitre III pour réaliser une moyenne de phase à partir d'une accumulation de dix clichés et un temps d'exposition de 100 μs chacun. Pour chaque fréquence d'excitation explorée f_e , 21 images en moyenne de phase permettent de caractériser le mouvement du front de flamme au cours du cycle. La première et la dernière images du cycle correspondent à la même phase du cycle, mais sont séparées d'une période $T_e = 1/f_e$. Ces images sont ensuite traitées pour extraire la surface de flamme. Cette opération est décrite plus loin.

IV.3.3 Mesure de l'émission sonore

Un microphone, placé perpendiculairement à l'axe du brûleur à une distance de 25 cm, permet de mesurer l'émission sonore rayonnée dans la salle d'expérience. Le signal de pression $p(t)$ délivré par le capteur est enregistré simultanément avec le signal $I(t)$ issu du PM. Les signaux sont numérisés à une fréquence d'échantillonnage $f_a = 8192$ Hz (par canal) sur une durée d'acquisition $\Delta t_a = 2$ s. Les densités spectrales de puissance (PSD) des signaux numérisés sont estimées par une méthode de périodogrammes de type Welch avec un fenêtrage de type Hanning (Oppenheim et Shafer 1974; Marple Jr. 1987). La résolution spectrale après traitement est $\Delta f = 4$ Hz. Les niveaux de pression et les PSD sont présentés en dB. Les PSD sont calculées à partir des résultats exprimés en Pa^2/Hz en appliquant la formule : $PSD(\text{dB}) = 10 \log_{10}[PSD(\text{Pa}^2/\text{Hz})\Delta f/p_{ref}^2]$, où $p_{ref} = 2.10^{-5}$ Pa est la pression acoustique de référence. La même méthode de périodogrammes

est utilisée pour estimer les PSD des signaux de vitesse mesurés par LDV et celles des signaux d'intensité lumineuse $I(t)$ issus du PM. Les signaux numérisés $p(t)$ et $I(t)$ sont ensuite recalés dans le temps et filtrés pour les comparer aux prévisions théoriques. Les détails du traitement des signaux sont donnés dans la section IV.6.

IV.4 Régimes de stabilisation

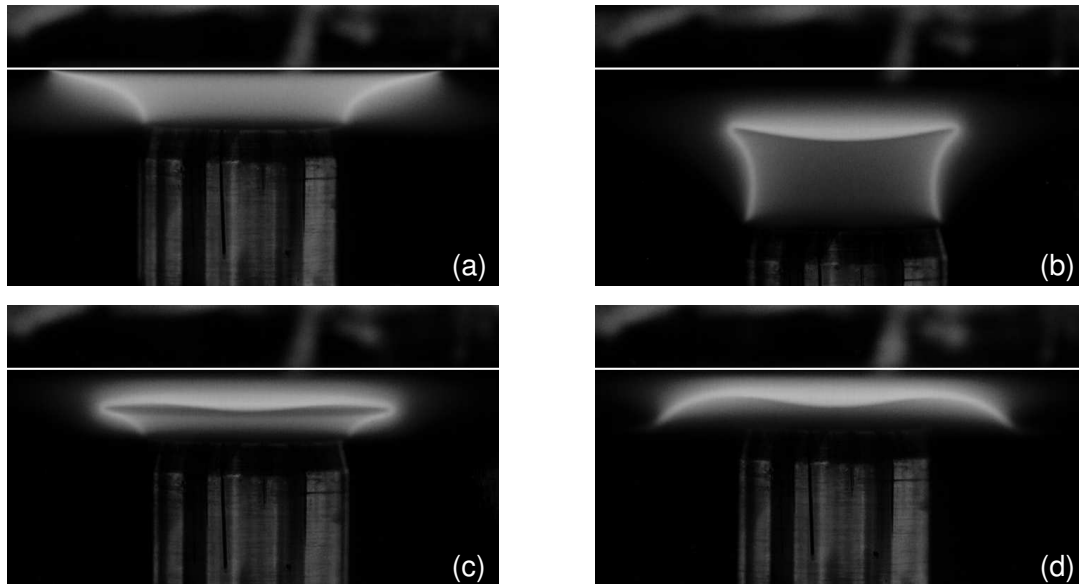


FIG. IV.2 – Chimiluminescence de la flamme sous la plaque dans les différents régimes de stabilisation. La ligne blanche indique la position inférieure de la plaque. (A) mode A : *cool central core flame*, (B) et (C) mode B : *envelope flames*, (D) mode D : *disc flame*. Flammes méthane-air, $\Phi = 0.95$, $\bar{v} = 1.20$ m/s.

Les régimes de stabilisation de la flamme en interaction avec la plaque refroidie sont cartographiés sur la figure IV.2 en l'absence de modulation de l'écoulement. Comme indiqué par Zhang et Bray (1999), l'écoulement d'un jet à froid impactant une plaque est relativement simple alors que les configurations de l'écoulement avec combustion sont multiples. La géométrie de la flamme stabilisée sous la plaque est très sensible à (i) la vitesse débitante \bar{v} des réactifs, (ii) la distance z entre le brûleur et la plaque, et (iii) l'endroit d'allumage. La température de la plaque joue également un rôle important dans le mécanisme de stabilisation. On utilise dans cette partie les notations introduites dans la référence Zhang et Bray (1999) pour désigner les différentes formes adoptées par la flamme. On rappelle toutefois que dans l'étude menée par ces auteurs l'écoulement est turbulent, alors que dans le cas présent le jet s'écoule toujours de façon laminaire. Le nombre de Reynolds basé sur le diamètre d du brûleur reste en effet inférieur à $Re_d \leq 300$. Quelques configurations de flammes en présence de la plaque sont présentées sur la figure IV.2. Tous les modes identifiés sont axisymétriques. Dans le premier régime dénommé A, la flamme est ancrée à l'une de ses extrémités aux lèvres du brûleur. L'autre extrémité vient lécher les parois de la plaque refroidie comme l'indique la figure IV.2a. Dans ce mode, désigné *cool central core*, un noyau central de mélange réactif impacte la plaque. Dans toutes les expériences décrites dans ce chapitre, les flammes sont allumées dans ce régime de stabilisation avec une distance brûleur-plaque égale à $z = 7.6$ mm. Pour des distances z plus grandes, la flamme présente des configurations instables en l'absence de toute excitation extérieure. Ces instabilités, caractérisées par une oscillation périodique du front de flamme et un puissant rayonnement sonore, sont uniquement observées

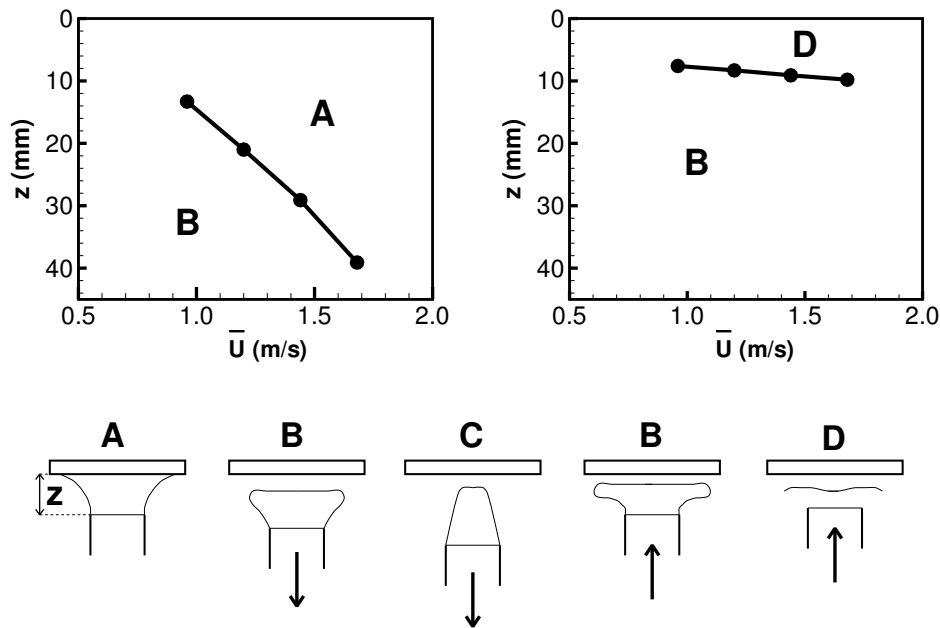


FIG. IV.3 – Cartographie des modes de stabilisation de la flamme en fonction de la vitesse d'écoulement \bar{v} et de la distance brûleur-plaque z . Flamme CH₄-air, $\Phi = 0.95$. Quatre régimes sont identifiés et présentés schématiquement. Mode A : *cool central core flame* (flamme avec noyau central frais), mode B : *envelope flame* (flamme enveloppe), mode C (non présenté) : *conical flame* (flamme conique) et mode D : *disc flame* (flamme disque).

pour des distances brûleur-paroi bien précises. L'étude de ce mécanisme fait l'objet du chapitre suivant.

Lorsque le brûleur est suffisamment éloigné de la paroi, la vitesse tangentielle de l'écoulement à la paroi est suffisamment faible pour permettre à la flamme de remonter l'écoulement du jet jusqu'à l'axe du brûleur. Dans ce cas, les extrémités qui impactaient la plaque dans le mode A, se rejoignent sur l'axe. Le front de combustion adopte la géométrie B dénommée *envelope flame* (Fig. IV.2b). Dans ce régime la flamme est uniquement ancrée aux lèvres du brûleur avec une couche de gaz chauds entre le front de flamme et la plaque. La transition entre les modes A et B est soudaine et franche. Pour une vitesse débitante \bar{v} fixée, une richesse fixée à $\Phi = 0.95$ et une température de plaque maintenue en son centre à $T_p \simeq 59$ °C, la transition $A \rightarrow B$ se produit toujours à la même distance z d'une expérience à l'autre. Si la distance z est encore augmentée, la flamme prend progressivement la forme d'une flamme conique (*conical flame*) et le système fonctionne dans le mode C. La transition entre les modes B et C est lente et continue. Cette transition n'est pas représentée sur la figure IV.3. Un mode C complètement développé correspondrait au cas d'une flamme conique ancrée sur les lèvres du brûleur se propageant librement en l'absence de plaque (cf. chapitre III, Fig. III.16).

Une fois le mode C établi pour une distance $z = 37.6$ mm, la distance brûleur-paroi est réduite pour analyser les transitions de régime correspondantes. En rapprochant le brûleur de la plaque, la flamme conique (mode C) se déforme progressivement et adopte une géométrie du type flamme enveloppe (mode B). Mais, pour une distance z qui correspondrait à une transition vers le régime A dans la phase descendante, la flamme reste dans le régime B comme on peut le constater en comparant la partie droite et gauche de la figure IV.3. Une portion de plus en plus importante de la surface de flamme s'applatit au sommet lorsque la distance brûleur-plaque est réduite. Le front de flamme est alors fortement incurvé dans la partie haute de sa circonférence

(cf. Fig. IV.2c). La dernière transition apparaît lorsque la distance brûleur-paroi est à nouveau réduite à sa valeur initiale $z = 7.6$ mm. Dans ce cas, le jet du brûleur est fortement défléchi vers l'extérieur. La composante radiale de la vitesse prend des valeurs importantes qui excèdent la vitesse de déplacement du front dans cette région. La flamme est alors décrochée des lèvres du brûleur. Elle adopte une configuration en forme de disque, mode D, (*disc flame*) et se stabilise dans un écoulement à point d'arrêt au voisinage de la plaque. La transition entre le régime B et ce dernier mode D est franche. Son évolution est cartographiée sur la partie droite de la figure IV.3.

On montre dans la section suivante que la réponse de ces flammes soumises à des modulations harmoniques de la vitesse débitante s'accompagne d'une émission sonore intense.

IV.5 Caractérisation de l'émission sonore

On observe expérimentalement que la présence d'une paroi au-dessus d'une flamme conique soumise à une modulation de l'écoulement conduit à une amplification importante de l'émission sonore. Le niveau sonore augmente de façon significative de plusieurs dizaines de dB. Il est donc intéressant de caractériser l'émission sonore de la flamme en présence de la paroi, en considérant par exemple plusieurs vitesses d'écoulement du mélange réactif $\bar{v} = 0.96, 1.20, 1.44$ et 1.68 m/s et en maintenant la richesse du mélange figée à une valeur $\Phi = 0.95$. L'écoulement est modulé grâce au haut-parleur placé à la base du brûleur. Celui-ci provoque une fluctuation de la vitesse $v(t)$ à la sortie du brûleur. On maintient au cours de ces expériences le niveau de perturbation à une valeur constante $v_{rms}/\bar{v} = 0.3$, où v_{rms} dénote la fluctuation efficace de la vitesse axiale mesurée sur l'axe du brûleur à 1.5 mm au-dessus de la sortie. On rappelle que la calibration de la perturbation de vitesse est réalisée en l'absence de paroi.

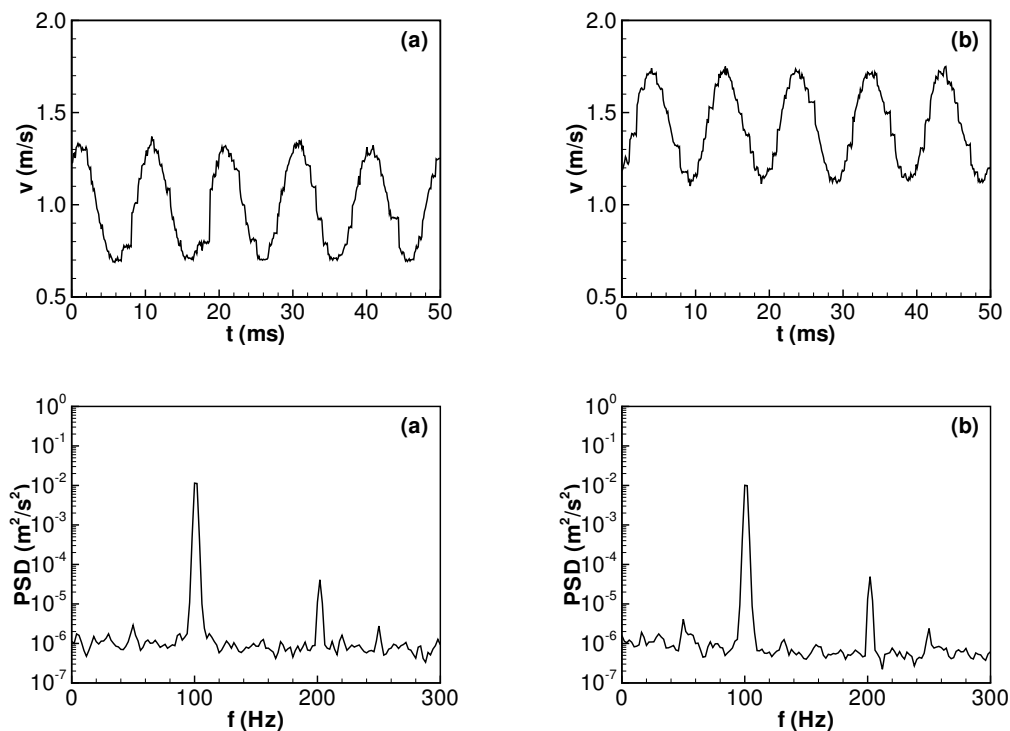


FIG. IV.4 – En haut, vitesse axiale $v(t)$ mesurée par LDV. En bas, densité spectrale de puissance correspondante. Vitesse débitante $\bar{v} = 1.20$ m/s, $f_e = 101$ Hz. (a) *cool central core flame* à $z = 7.6$ mm, (b) *envelope flame* à $z = 19.6$ mm.

IV.5.1 Caractérisation de la modulation de vitesse

On s'intéresse à la fluctuation de la vitesse produite à la sortie du brûleur par le haut-parleur. Les PSD des signaux de vitesse $v(t)$ sont calculées afin d'examiner le contenu spectral du signal d'excitation. Les observations suivantes sont valables pour les quatre vitesses d'écoulement explorées. Deux signaux typiques, ainsi que les spectres correspondants, sont présentés sur la figure IV.4 pour une vitesse d'écoulement $\bar{v} = 1.20$ m/s et une fréquence d'excitation $f_e = 101$ Hz. La figure de gauche présente les résultats dans une situation où le brûleur est proche de la paroi, $z = 7.6$ mm, lorsque la flamme est dans le régime A. La figure de droite donne les résultats dans une situation où le brûleur est loin de la plaque, $z = 37.6$ mm, lorsque la flamme est dans le régime C. Les densités spectrales sont calculées avec une résolution $\Delta f = 2$ Hz. Dans les deux cas, les spectres de vitesse présentent quelques harmoniques de faible amplitude à des multiples de la fréquence d'excitation f_e , mais les signaux restent essentiellement sinusoïdaux. La vitesse à la sortie du brûleur répond donc de façon harmonique à l'excitation produite par le haut-parleur à une fréquence $f = f_e$. Dans tous les cas explorés, 97 % de la puissance totale est contenue dans le pic du spectre à la fréquence d'excitation f_e de l'écoulement. Sur ces figures, on peut remarquer que l'amplitude du pic principal reste relativement constante alors que la vitesse axiale moyenne mesurée à 1.5 mm au dessus du brûleur augmente lorsque la distance brûleur-paroi z augmente. Cette modification de la vitesse résulte de la forte déflexion radiale de l'écoulement lorsque la paroi est rapprochée de la sortie du brûleur. La modulation de l'écoulement à la sortie du brûleur peut donc être considérée comme harmonique dans tous les cas étudiés.

IV.5.2 Niveau sonore du bruit rayonné

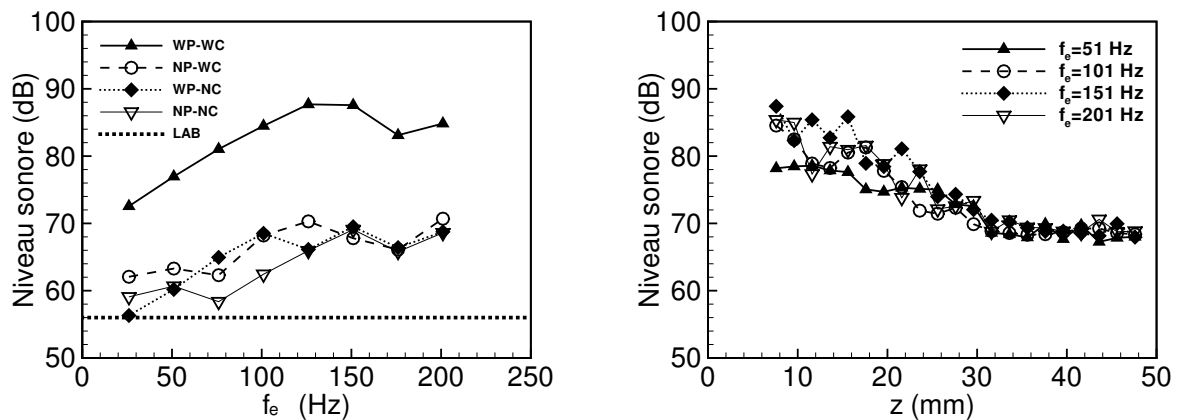


FIG. IV.5 – A gauche, mesure du bruit rayonné en fonction de la fréquence f_e de modulation de l'écoulement pour une distance brûleur-paroi fixe $z = 7.6$ mm. Les abréviations des légendes correspondent au cas WP : avec plaque, NP : sans plaque, WC : avec combustion, NC : sans combustion, et LAB : bruit de fond moyen dans le laboratoire. A droite, évolution du niveau sonore en fonction de la distance brûleur-paroi z pour quelques fréquences d'excitation f_e . $\bar{v} = 1.44$ m/s, $\Phi = 0.95$.

La flamme répond par une émission sonore à la modulation du jet. L'intensité et le contenu spectral du bruit rayonné changent radicalement de caractère selon la distance z entre le brûleur et la plaque. Les signaux de pression sont examinés en faisant varier la distance z de 7.6 mm à 37.6 mm. On caractérise d'abord le niveau sonore global rayonné pour un débit d'écoulement fixé, mais en changeant certaines composantes du système : avec et sans plaque, et avec et sans combustion. Les résultats pour une vitesse débitante $\bar{v} = 1.44$ m/s et une distance $z = 7.6$ mm sont

présentés sur la figure IV.5 (à gauche) en fonction de la fréquence d'excitation $f_e = 26$ à 201 Hz. On rappelle que l'amplitude de la perturbation de vitesse, calibrée sans la plaque, est maintenue constante pendant ces tests. Le niveau du bruit ambiant dans la salle d'essai avec tous les appareils de mesure en fonctionnement est également indiqué sur la figure et sert de référence (trait interrompu repéré LAB). En l'absence de combustion, les courbes obtenues avec et sans plaque suivent la même tendance. L'écoulement en l'absence de combustion reste relativement silencieux avec un niveau sonore maximal inférieur à 70 dB. Avec combustion, mais en l'absence de paroi, le même comportement est observé et l'écoulement reste toujours peu bruyant. Cependant, lorsque la flamme interagit avec la plaque, le niveau sonore augmente d'environ 20 dB par rapport aux autres cas sans plaque et/ou sans combustion. Plusieurs conditions opératoires ont été explorées et des résultats semblables ont été obtenus. Le graphe de droite de la figure IV.5 montre également que le niveau sonore décroît lorsque la distance brûleur-paroi z augmente.

IV.5.3 Signatures spectrales du bruit rayonné

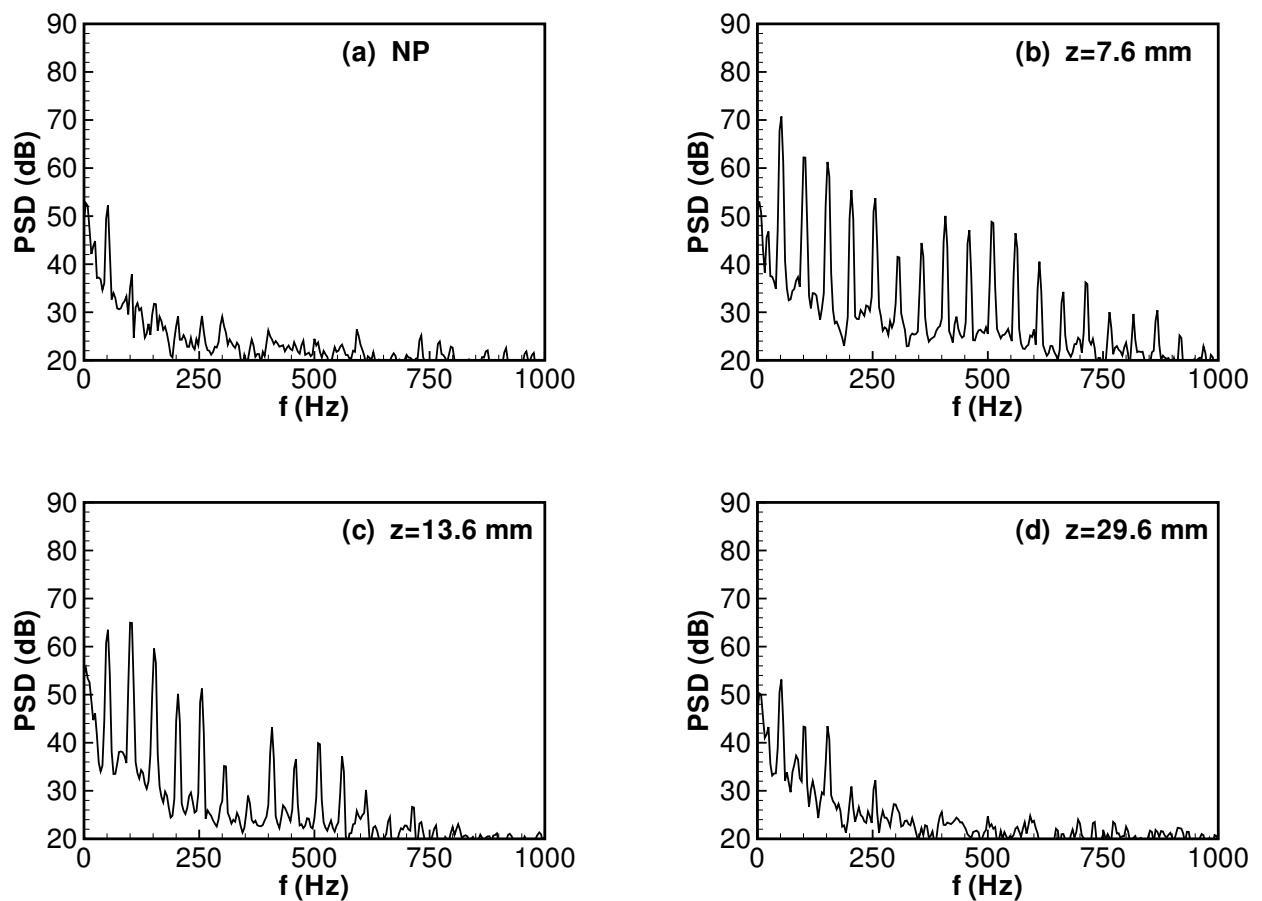


FIG. IV.6 – Densités spectrales de puissance du bruit rayonné pour différentes distances brûleur-paroi z . $f_e = 51$ Hz, $\bar{v} = 1.20$ m/s, $\Phi = 0.95$. (a) spectre sans plaque, (b) modulation dans le régime A, (c) modulation dans le régime B, (d) modulation dans le régime C.

Les signatures spectrales du bruit rayonné sont calculées à partir des enregistrements temporels de la fluctuation de pression $p(t)$ mesurée par le microphone. Les résultats de l'évolution de la densité spectrale de puissance en fonction de la distance brûleur-paroi z sont présentés sur les figures IV.6 pour une fréquence d'excitation $f_e = 51$ Hz et IV.7 pour une fréquence d'excitation

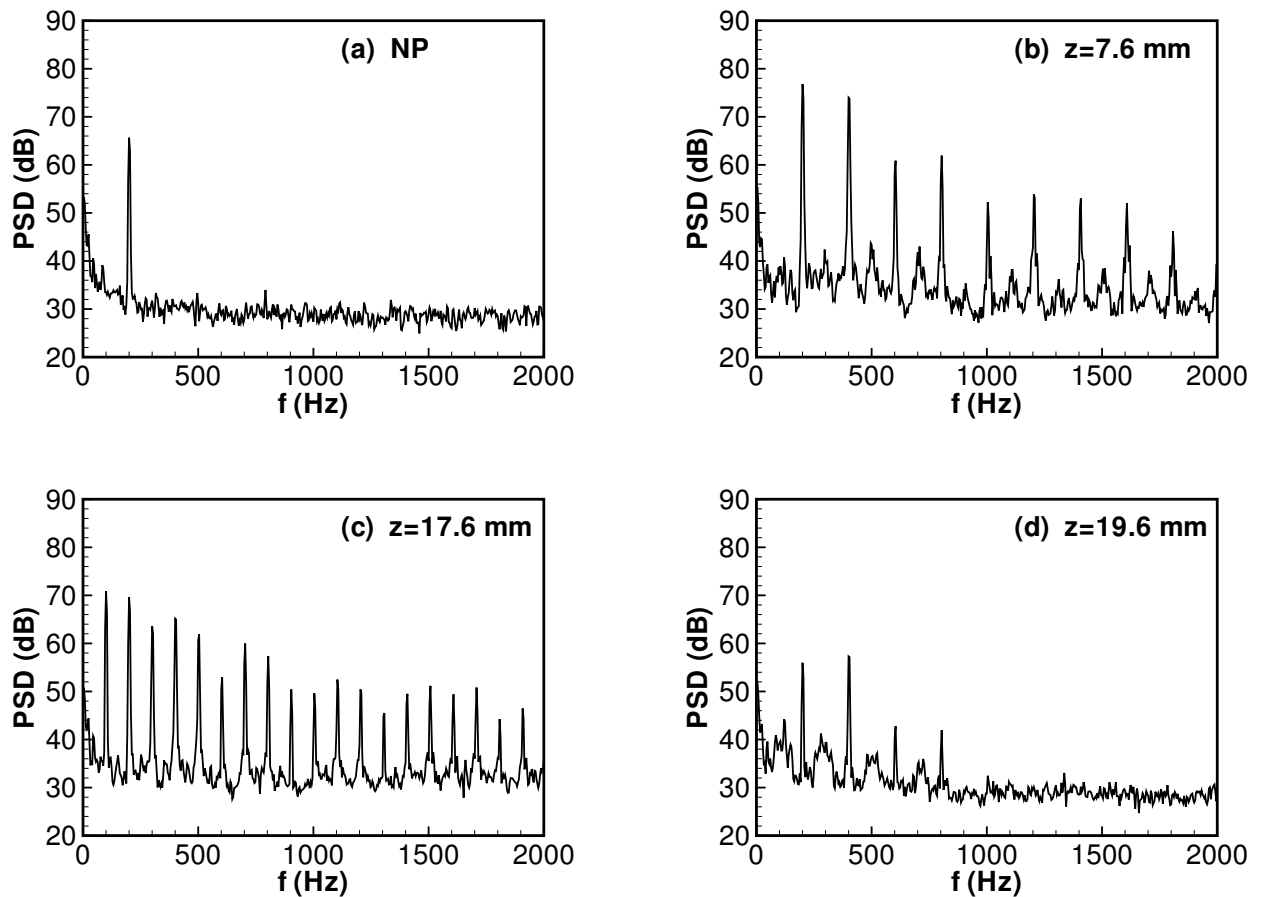


FIG. IV.7 – Densités spectrales de puissance du bruit rayonné pour différentes distances brûleur-paroi z . $f_e = 201$ Hz, $\bar{v} = 1.20$ m/s, $\Phi = 0.95$. (a) spectre sans plaque, (b) modulation dans le régime A, (c) modulation dans le régime B, (d) modulation dans le régime C.

$f_e = 201$ Hz, dans une configuration où la vitesse de l'écoulement vaut $\bar{v} = 1.20$ m/s. Le cas sans la plaque (NP) est également représenté sur ces figures. Les spectres des figures IV.6 et IV.7 sont caractérisés par beaucoup de pics discrets, dont la plupart correspondent à des harmoniques de la fréquence d'excitation f_e . La présence d'harmoniques très énergétiques indique que le processus d'interaction flamme-paroi est fortement non linéaire. Pour une vitesse d'écoulement \bar{v} fixée et une fréquence d'excitation f_e donnée, le spectre du bruit rayonné par la flamme dépend fortement de la distance z . On s'intéresse au cas de la figure IV.7 pour une fréquence d'excitation $f_e = 201$ Hz. Lorsque $z = 7.6$ mm, la flamme est stabilisée dans le régime perturbé A, dans lequel un noyau central de gaz frais se trouve au contact de la paroi. Le graphe de la figure IV.7b présente clairement de nombreux pics régulièrement espacés. La fréquence du fondamental correspond à la fréquence d'excitation $f_e = 201$ Hz et les autres pics correspondent à des harmoniques de cette fréquence. Lorsque le système transite dans le régime B, pour une distance $z = 17.6$ mm, la densité spectrale du bruit rayonné change radicalement (cf. Fig. IV.7c). Des harmoniques de la fréquence d'excitation sont toujours présents dans le spectre, mais le fondamental ne coïncide plus avec la fréquence d'excitation f_e . Sur la figure IV.7c, le pic du fondamental se situe à une fréquence correspondant à la moitié de la fréquence d'excitation $f = f_e/2$ et cette raie est plus énergétique que celle associée à la fréquence de modulation f_e . En comparant la figure IV.7b, où la flamme est stabilisée dans le régime A, et la figure IV.7c, où la flamme est stabilisée dans le régime B, on en

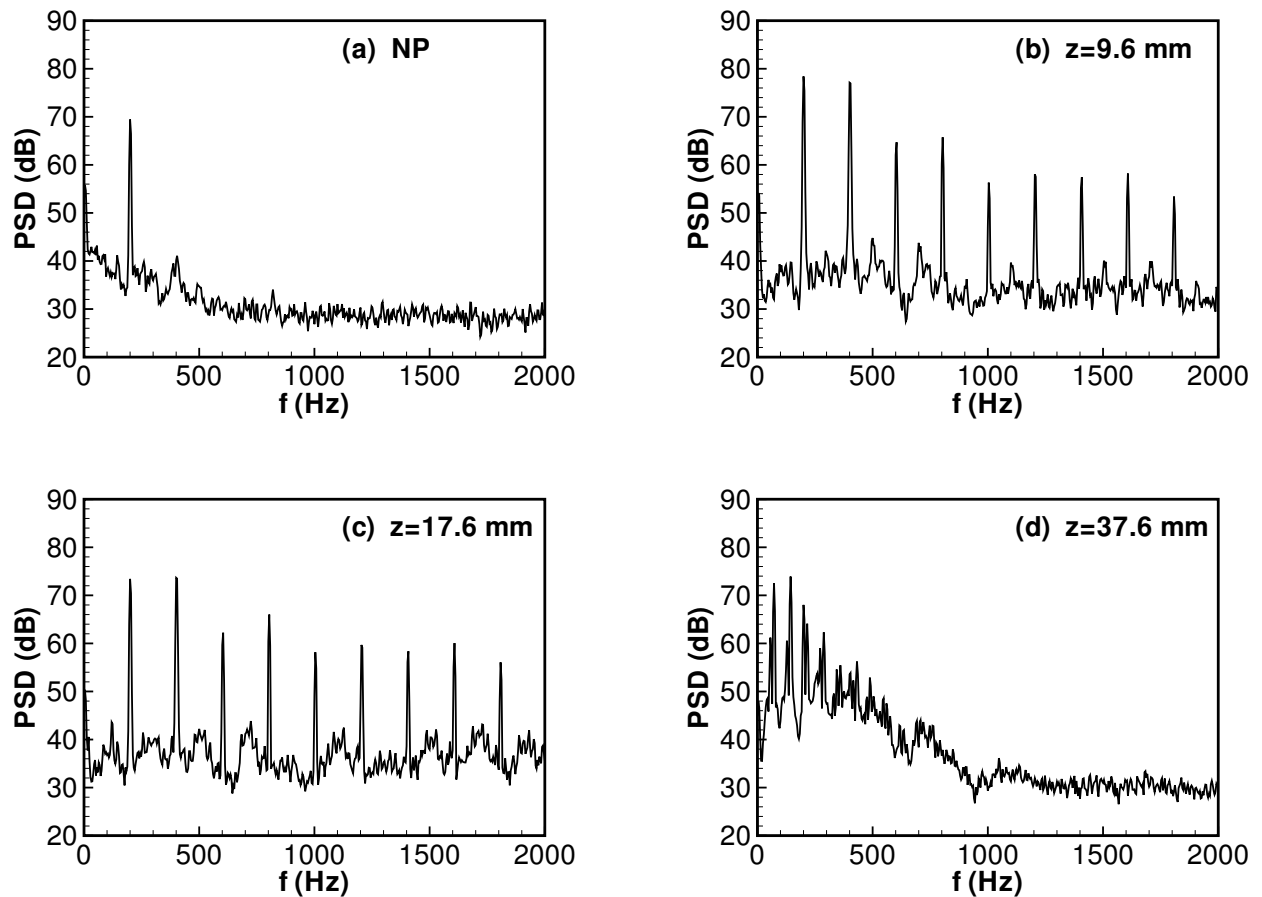


FIG. IV.8 – Densités spectrales de puissance du bruit rayonné pour différentes distances brûleur-paroi z . $f_e = 201$ Hz, $\bar{v} = 1.68$ m/s, $\Phi = 0.95$. (a) spectre sans plaque, (b) modulation dans le régime A, (c) modulation dans le régime B, (d) modulation dans le régime D.

déduit que le contenu spectral du bruit rayonné dépend fortement de la géométrie de la flamme. Lorsque la distance brûleur-paroi est encore augmentée $z = 37.6$ mm, la distribution spectrale est à nouveau remaniée. Sur la figure IV.7d, les harmoniques de la fréquence $f_e/2$ ont disparu et le spectre sonore ne présente plus que trois pics bien définis à des multiples entiers de la fréquences d'excitation f_e . Loin de la paroi, le spectre est proche de celui d'une flamme libre en l'absence de plaque (IV.7a). La signature sonore est alors semblable à celle d'une onde harmonique pure. Dans toutes ces expériences, le contenu harmonique de la modulation de vitesse reste inférieur à 3 %, alors que la puissance contenue dans les harmoniques du signal sonore peut atteindre jusqu'à 60 % de l'énergie totale.

Les spectres de bruit mesurés pour la même vitesse d'écoulement $\bar{v} = 1.20$ m/s mais pour une fréquence d'excitation $f_e = 101$ Hz sont semblables à ceux mesurés pour $f_e = 201$ Hz. La génération d'harmoniques de $f_e/2$ est également observée lorsque la flamme se stabilise dans le mode B. Il est par contre intéressant de noter que dans le cas présenté sur la figure IV.6, il n'y a pas de génération d'harmoniques de $f_e/2$ pour une modulation à une fréquence $f_e = 51$ Hz. Les mêmes remarques sont valables pour les spectres, non présentés ici, mesurés pour des vitesses d'écoulement $\bar{v} = 0.96$ et 1.44 m/s et des fréquences d'excitation $f_e = 51$, 101 et 201 Hz. Le cas d'une vitesse d'écoulement plus élevée est également intéressant. Lorsque la vitesse débitante vaut $\bar{v} = 1.68$ m/s et la fréquence d'excitation $f_e = 201$ Hz, pour une distance $z = 37.6$

mm, la modulation de vitesse est suffisante pour déstabiliser la flamme des lèvres du brûleur. La flamme bascule dans le mode D en adoptant une forme de disque (*disc flame*). Dans ce cas, la flamme est très chahutée au niveau de ses extrémités. La densité spectrale du bruit rayonné est très importante dans toute la partie basse fréquence du spectre comme le montre la figure IV.8d. Cette observation corrobore celle de Zhang et Bray (1999) dans une situation comparable.

En résumé, on a montré que le bruit rayonné par une flamme modulée en interaction avec une paroi est clairement produit par la combustion. Le niveau sonore augmente avec la vitesse efficace v_{rms} de modulation des gaz et dépend fortement de la distance brûleur-paroi z . Plus la paroi est proche, plus le bruit est intense. La signature spectrale du bruit rayonné présente de nombreux pics de fréquence qui correspondent à des harmoniques de la fréquence d'excitation. On observe aussi dans quelques cas des harmoniques de $f_e/2$. La présence de ces harmoniques très énergétiques indique le caractère fortement non linéaire du mécanisme de production de bruit par la flamme.

On examine dans la section suivante le mécanisme à l'origine du rayonnement sonore et sa relation avec la dynamique de la flamme, en s'intéressant plus particulièrement aux variations de l'émission lumineuse de la flamme.

IV.6 Emission spontanée et pression acoustique

On a montré dans l'introduction du chapitre que la génération de bruit par des flammes peut être étudiée à partir des variations de l'émission lumineuse de la flamme (Hurle *et al.* 1968). Le but de cette section est de vérifier si les résultats obtenus dans le cadre de la théorie classique du bruit de combustion permettent d'identifier la source du bruit rayonné. On examine pour cela les fluctuations du dégagement de chaleur provoquées au cours de l'interaction flamme-paroi.

IV.6.1 Filtrage et traitement des signaux

On s'intéresse à l'équation (IV.4) qui relie la pression en champ lointain à l'émission lumineuse de la flamme. Cette équation est réécrite sous la forme :

$$p(r, t) = K(r) \left[\frac{dI}{dt} \right]_{t-\tau} \quad (\text{IV.8})$$

où le coefficient $K(r)$ est donné par l'expression :

$$K(r) = k \frac{\rho_\infty}{4\pi r} \left(\frac{\rho_u}{\rho_b} - 1 \right) \quad (\text{IV.9})$$

Dans cette relation, on suppose que la densité ρ_∞ est égale à celle de l'air à la température ambiante. Le rapport de densité ρ_u/ρ_b des gaz au travers du front de flamme dépend de la température T_u du mélange réactif et de sa richesse Φ . Le coefficient k dépend du montage optique et est déterminé par une calibration du système. L'intensité moyenne \bar{I} issue du PM est tracée en fonction de la vitesse moyenne \bar{v} des gaz réactifs à la sortie du brûleur. Les résultats obtenus pour l'émission lumineuse sont présentés en Volt après conversion et amplification du signal. La valeur de la constante k est déterminée par une régression linéaire sur ces données. Le paramètre τ qui apparaît dans l'équation (IV.8) est le temps de propagation requis par l'onde acoustique pour se propager de son point d'émission au point de mesure situé à une distance r de l'axe du brûleur. Comme la zone de combustion est supposée compacte, ce délai est donc donné par :

$$\tau = \int \frac{dr}{c(r)} \quad (\text{IV.10})$$

où $c(r)$ est la vitesse du son locale. L'intégration doit être réalisée le long du trajet de l'onde acoustique. Cette expression rigoureuse est difficile à évaluer dans notre expérience. On utilise l'approximation suivante $\tau = r/c_0$, où c_0 est la vitesse du son dans l'air à la température T_u . Les valeurs numériques utilisées pour calculer $K(r)$ sont rassemblées dans la Table IV.1.

r (m)	ρ_∞ (kg/m ³)	ρ_u/ρ_b	T_u (K)	k (V/m ³ s)	τ (ms)
0.25	1.20	7.37	293	2.87×10^{-4}	0.73

TAB. IV.1 – Valeurs utilisées pour évaluer le coefficient $K(r)$ et le délai τ .

Des enregistrements simultanés des signaux de pression sonore $p(t)$ et d'émission naturelle des radicaux CH^* , $I(t)$, sont présentés en faisant varier la distance brûleur-paroi z pour trois conditions d'écoulement :

- $\bar{v}=1.68$ m/s et $f_e = 51$ Hz sur la figure IV.9
- $\bar{v}=1.20$ m/s et $f_e = 101$ Hz sur la figure IV.10
- $\bar{v}=1.68$ m/s et $f_e = 201$ Hz sur la figure IV.11

Les données brutes représentées sur la partie gauche de chaque figure suggèrent que les signaux de pression mesurés contiennent dans la plupart des cas des fréquences plus élevées que les signaux délivrés par le PM (Fig. IV.9 ou Fig. IV.11, $z = 9.6$ mm). Le taux de variation dI/dt est estimé à partir des enregistrements temporels de l'émission lumineuse $I(t)$. Cette opération requiert une attention particulière afin d'éviter l'amplification de bruits hautes fréquences des signaux bruts numérisés. Le signal $I(t)$ est traité en quatre étapes. Le taux de variation du signal numérisé $I(t)$ est calculé en utilisant un opérateur aux différences finies amont du premier ordre. Le signal résultant $[\Delta I/\Delta t]_t$ est ensuite retardé dans le temps d'une quantité égale au délai de propagation τ . On obtient l'estimation $[\Delta I/\Delta t]_{t-\tau}$. La multiplication de ce signal par le coefficient k donne une première estimation du signal de pression rayonné $p_{es}(r, t)$. Un filtrage numérique à double balayage, une première fois dans le sens de l'acquisition puis un deuxième passage en renversant le sens du temps, permet de lisser le signal $p_{es}(r, t)$ et d'éviter les décalages de phase. Le cœur de la procédure est un filtre digital passe-bas de type Butterworth avec une atténuation de moins de 3 dB dans la bande passante et d'au-moins 30 dB dans la bande stoppante. La fréquence de coupure du filtre est ajustée en fonction de la fréquence d'excitation f_e . Le signal de pression $p(r, t)$, mesuré par le microphone, est également filtré avec la même procédure que celle utilisée pour le signal de pression estimé $p_{es}(r, t)$. On obtient finalement deux signaux filtrés :

$$\tilde{p}_{es}(r, t) = \left\langle K \left[\frac{\Delta I}{\Delta t} \right]_{t-\tau} \right\rangle \quad (\text{IV.11})$$

$$\tilde{p}_{ex}(r, t) = \langle p(r, t) \rangle \quad (\text{IV.12})$$

où $\langle \rangle$ dénote l'opération de filtrage sans distorsion de phase. Cette double opération, sur la pression expérimentale et sur la pression estimée, assure que les distorsions d'amplitude, qui résultent de l'application du filtre, affectent de façon équivalente les deux signaux.

Avant de comparer les résultats, il faut maintenant considérer l'influence de la paroi sur le bruit rayonné par la flamme. Dans le raisonnement suivant le rayonnement sonore est décrit en utilisant des hypothèses simplificatrices. L'objectif est d'établir une relation entre la pression rayonnée $\tilde{p}_{pl}(t)$ en présence de la paroi, avec le signal de pression qu'émettrait une flamme en l'absence de la plaque $\tilde{p}_{es}(t)$. Pour une flamme libre, le champ de pression rayonné présente un caractère monopolaire. Du fait de la présence de la paroi, le système se comporte plutôt comme un doublet. La plaque possède toutefois une taille finie et des effets de diffraction apparaissent aux bords. Cependant, comme la flamme est relativement compacte par rapport au diamètre D de la plaque et que les sources sonores sont très proches de la paroi, on suppose que le système se comporte comme si une source image était placée en regard de la source réelle. Dans ce cas, la puissance totale rayonnée est multipliée par un facteur 2. Comme la longueur d'onde est grande par rapport à la taille de la zone de combustion, on garde l'hypothèse d'émission sonore isotrope. En champ lointain, le flux d'énergie acoustique $F = pv$ est proportionnel au carré de l'amplitude de la pression ($\lim_{r \rightarrow \infty} F = p^2/(\rho_\infty c_\infty)$). Avec toutes ces hypothèses, la conservation de l'énergie acoustique permet d'exprimer la relation cherchée entre le signal de pression mesuré en présence de la paroi $\tilde{p}_{pl}(r, t)$ et la pression rayonnée par une flamme libre $\tilde{p}_{es}(r, t)$:

$$\tilde{p}_{pl}(r, t) = \sqrt{2} \tilde{p}_{es}(r, t) \quad (\text{IV.13})$$

IV.6.2 Confrontation des prévisions à l'expérience

Les figures IV.9 à IV.11 rassemblent sur la partie gauche les signaux bruts enregistrés par le PM, $I(t)$, et l'émission sonore associée. Une comparaison est réalisée sur la partie droite de ces figures entre les signaux expérimentaux filtrés $\tilde{p}_{ex}(t)$ et ceux déduits des enregistrements PM en présence de la paroi $\tilde{p}_{pl}(t)$. Dans la plupart des cas, la pression estimée $\tilde{p}_{pl}(t)$ est très bien corrélée avec le signal expérimental filtré $\tilde{p}_{ex}(t)$. Les meilleures corrélations sont obtenues pour des fréquences d'excitation assez basses, par exemple pour $f_e = 51$ Hz sur la figure IV.9 et pour $f_e = 101$ Hz sur la figure IV.10. Un bon accord est toujours obtenu lorsque la fréquence d'excitation f_e augmente, mais l'amplitude du signal est moins bien reproduite (Fig. IV.11a). La corrélation la moins précise est obtenue sur la figure IV.11c pour une distance $z = 37.6$ mm, lorsque la flamme est stabilisée dans le mode D (disque). Il est possible que dans ce cas la position du PM, qui a été optimisée pour des flammes évoluant dans des modes de stabilisation A ou B, ne capte pas toute la lumière émanant de la flamme en raison de sa position relative par rapport à l'optique de réception. De nombreux tests ont été réalisés pour d'autres vitesses d'écoulement \bar{v} et d'autres fréquences d'excitation f_e . Les résultats obtenus sont semblables à ceux présentés ici. Les différences observées entre les signaux mesurés et estimés peuvent provenir de plusieurs facteurs. Les incertitudes de mesure, les erreurs liées à la calibration du PM, celles introduites par la chaîne d'acquisition et de traitements des signaux ne peuvent être corrigées. Une seconde source d'erreur peut être attribuée aux réflexions inévitables des ondes acoustiques sur l'instrumentation environnante et les parois solides du laboratoire (Strahle 1973). Enfin, il faut également préciser que la distance entre l'axe du brûleur et le microphone $r = 25$ cm est du même ordre de grandeur que la longueur d'onde λ . L'approximation de champ lointain, utilisée tout au long de cette étude, n'est donc pas satisfaite en toute rigueur. La distance $r = 25$ cm, choisie pour des raisons pratiques en essayant de minimiser les réflexions sur les structures avoisinantes, situe le point d'observation dans le champ proche. L'évolution de l'émission sonore dans cette région a été étudiée par Smith et Kilham (1963). Ces auteurs trouvent que pour une distance $r < 30d$, où d est le diamètre du brûleur, l'intensité ne change plus en $1/r^2$. Dans notre expérience $r/d \simeq 11$, le microphone est donc trop proche de la zone de combustion pour considérer qu'il opère en champ lointain. Il est donc possible que les contributions des différentes sources acoustiques au point d'observation r ne tiennent pas compte des régions de la flamme les plus éloignées du détecteur et que le signal de pression enregistré dépende des régions de la flamme les plus proches du détecteur. Cependant, malgré toutes ces réserves, les prévisions obtenues avec l'approximation de champ lointain sont en très bon accord avec les mesures. Les corrélations les moins fortes sont obtenues dans des cas où le rapport signal sur bruit est faible, ce qui gêne l'opération de différentiation numérique.

Cette analyse confirme que le signal de pression mesuré résulte bien du processus de combustion instationnaire lors de l'interaction d'une flamme de prémélange et d'une paroi. La pression rayonnée est directement reliée au taux de variation du signal d'émission lumineuse naturelle de la flamme. En utilisant l'expression (IV.4), des corrélations très satisfaisantes sont obtenues entre le signal de pression mesuré, puis filtré $\tilde{p}_{ex}(t)$, et le signal de pression estimé $\tilde{p}_{pl}(t)$, au moins pour des fréquences d'excitation pas trop élevées et lorsque la variation d'émission lumineuse de la flamme est importante.

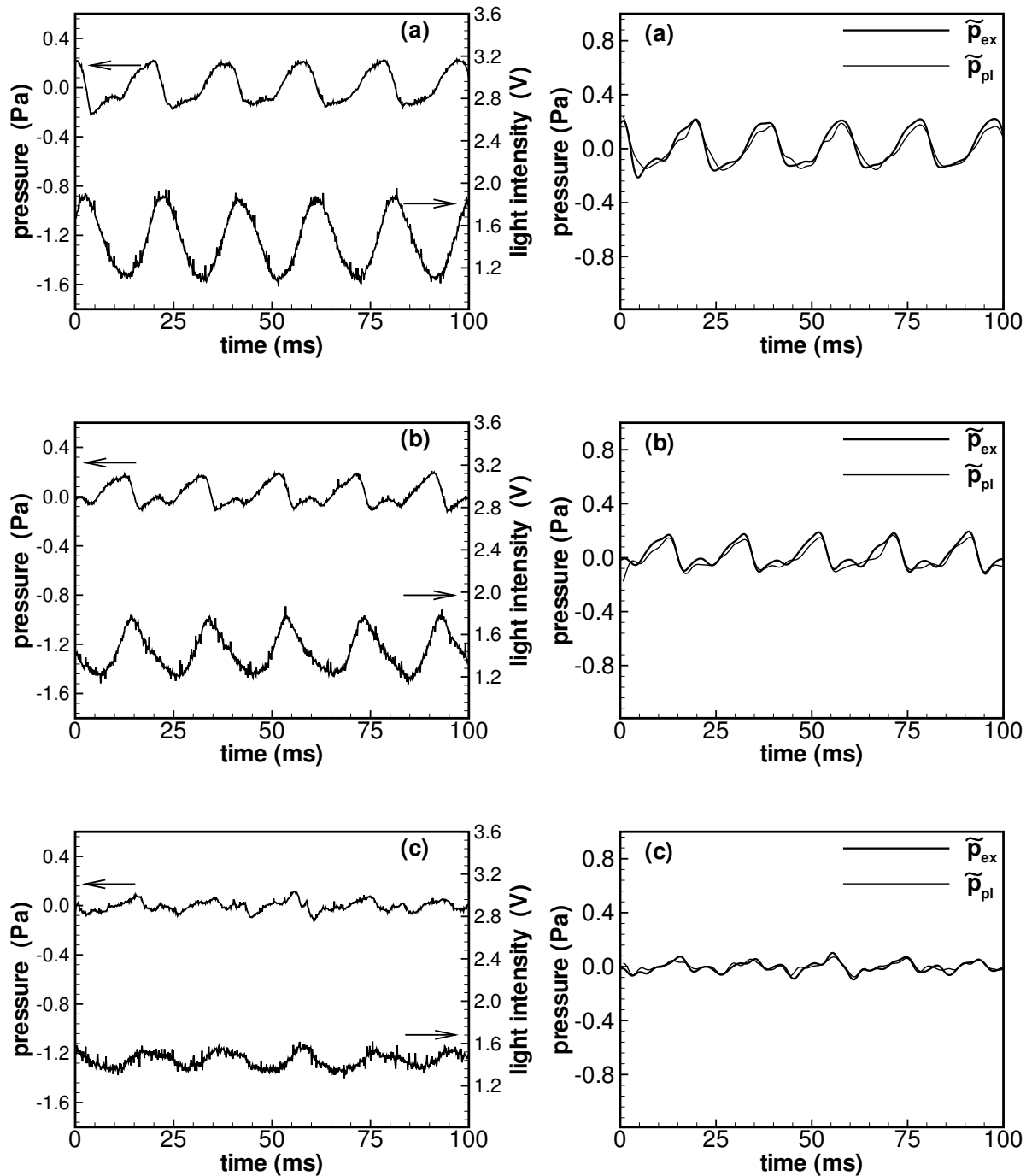


FIG. IV.9 – A gauche, fluctuation de la pression rayonnée et de l'émission lumineuse de la flamme. A droite, comparaison du signal de pression filtré et estimé à partir du signal $I(t)$ (\tilde{p}_{pl}), et du signal de pression mesuré et filtré (\tilde{p}_{ex}). $f_e = 51$ Hz, $\bar{v} = 1.68$ m/s. (a) $z = 9.6$ mm régime A, (b) $z = 21.6$ mm régime B, (c) $z = 37.6$ mm régime C.

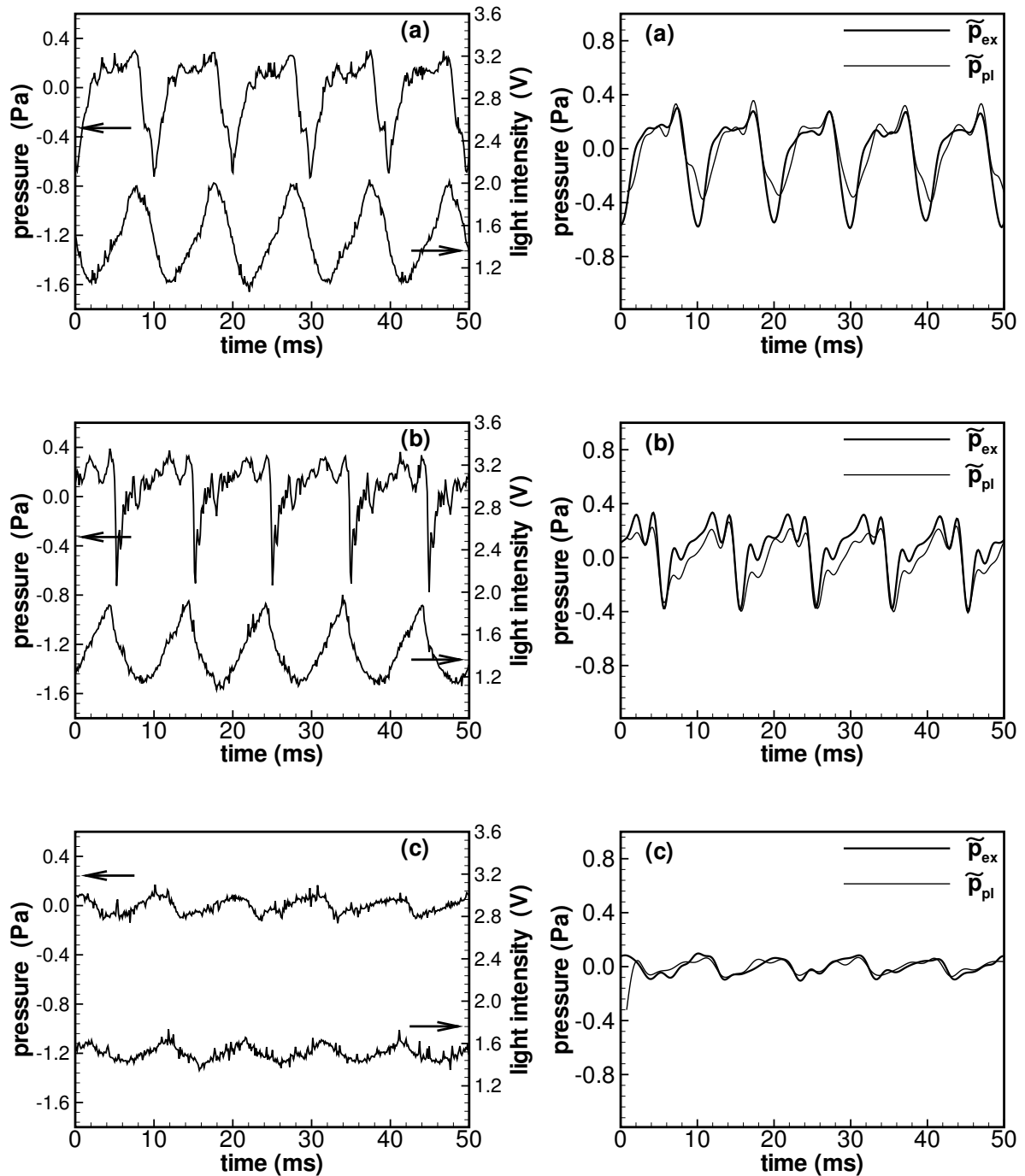


FIG. IV.10 – A gauche, fluctuation de la pression rayonnée et de l'émission lumineuse de la flamme. A droite, comparaison du signal de pression filtré et estimé à partir du signal $I(t)$ (\tilde{p}_{pl}), et du signal de pression mesuré et filtré (\tilde{p}_{ex}). $f_e = 101$ Hz, $\bar{v} = 1.20$ m/s. (a) $z = 7.6$ mm régime A, (b) $z = 15.6$ mm régime B, (c) $z = 37.6$ mm régime C.

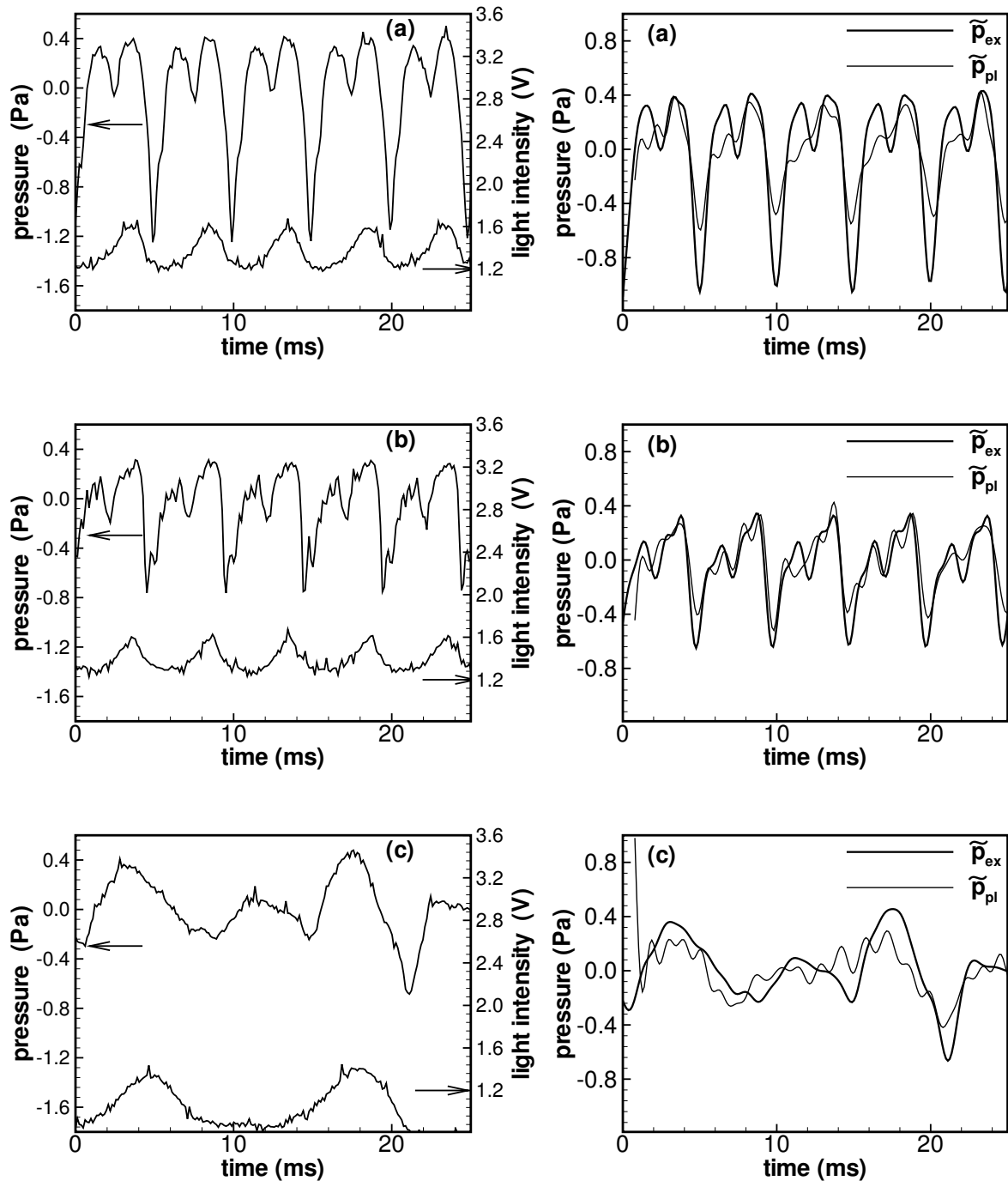


FIG. IV.11 – A gauche, fluctuation de la pression rayonnée et de l'émission lumineuse. A droite, comparaison de signal de pression filtré et estimé à partir du signal $I(t)$ (\tilde{p}_{pl}), et du signal de pression mesuré et filtré (\tilde{p}_{ex}). $f_e = 201$ Hz, $\bar{v} = 1.68$ m/s. (a) $z = 9.6$ mm régime A, (b) $z = 17.6$ mm régime B, (c) $z = 37.6$ mm régime C.

IV.7 Emission spontanée et surface de flamme

On examine dans cette section la relation entre la pression rayonnée et l'évolution de la surface de flamme au cours d'un cycle d'excitation. Les résultats de la section précédente montrent que la pression rayonnée est reliée à de fortes variations de l'émission lumineuse naturelle de la flamme. Ceci suggère que la surface de flamme doit varier rapidement au cours du cycle. Un examen précis du mouvement de la flamme doit permettre d'établir par quel mécanisme et à quel instant du cycle d'excitation la production de bruit est maximale. Dans les configurations où la flamme est stabilisée sur les lèvres du brûleur et en négligeant les fuites de gaz imbrûlés sur les bords, le taux de consommation des réactifs q est proportionnel à la surface de flamme. Il existe donc une relation linéaire entre la surface de flamme et l'émission lumineuse par chimiluminescence. On montre que l'origine du mécanisme d'amplification du niveau sonore par la flamme en présence de la plaque provient d'un taux de variation rapide de la surface de flamme lorsqu'une perturbation du front atteint la paroi froide.

IV.7.1 Traitements des images : extraction de la surface de flamme

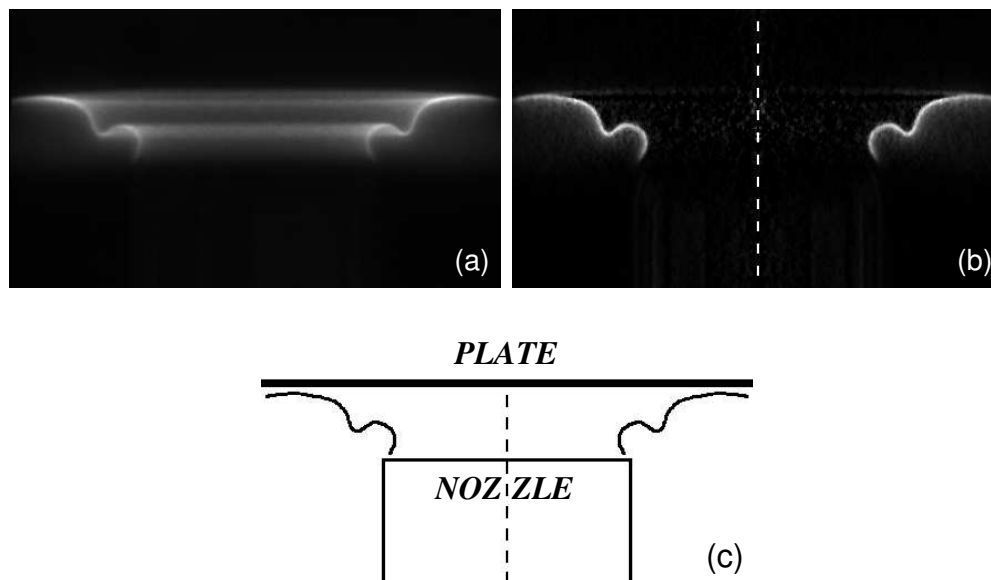


FIG. IV.12 – Extraction du contour de flamme des images “pixélisées” de chimiluminescence. $f_e = 201$ Hz, $z = 7.6$ mm, $\bar{v} = 1.20$ m/s, $\Phi = 0.95$. (a) image brute, (b) transformée d’Abel, (c) contour de flamme.

On souhaite calculer directement l'évolution de la surface de flamme au cours d'un cycle d'excitation à partir des images en moyenne de phase de la flamme. Pour ce faire, la position du contour de la flamme dans le plan de symétrie de brûleur est extraite. Les traitements successifs appliqués aux images brutes sont résumés sur la figure IV.12 et comportent les étapes suivantes :

- Des images brutes sont acquises par la caméra ICCD à une phase spécifique φ du cycle d'excitation. Une moyenne conditionnelle est ensuite calculée en superposant les images brutes (Fig. IV.12a).
- L'émission détectée par le capteur CCD étant intégrée le long de la ligne de vue, une déconvolution d'Abel permet de retrouver la tranche d'intensité lumineuse de l'émission de la flamme dans le plan de symétrie du brûleur (Fig. IV.12b) (Herding *et al.* 1998; Tripathi 2001).

- La trace du front de flamme est ensuite extraite de l'image transformée, Fig. IV.12b. Dans cette opération, la courbe formée par l'ensemble des positions des pixels correspondant à un maximum d'intensité sert à délimiter le front de flamme. Cette procédure est initiée dans la région proche des lèvres du brûleur et s'arrête lorsque la valeur locale maximale du pixel chute au-dessous d'un seuil défini par l'utilisateur. La courbe ainsi obtenue est représentative de la position de la flamme. On sait en effet que le front de flamme est situé dans des régions où les espèces intermédiaires excitées comme CH^* ou C_2^* atteignent des valeurs maximales. La figure IV.12c montre un exemple du résultat de l'opération d'extraction du front à partir de l'image "pixélisée" de la Fig. IV.12b. Le contour obtenu sur cette figure est artificiellement élargi pour la clarté du schéma.
- Finalement, la surface de flamme $A(t)$ est calculée en supposant que le profil est axisymétrique. Les résultats sont adimensionnés en divisant la surface de flamme instantanée $A(t)$ par la surface moyenne \bar{A} calculée sur un cycle complet.

IV.7.2 Mouvement du front au cours d'un cycle d'excitation

Quatre exemples typiques de l'évolution du contour de flamme au cours d'un cycle d'excitation sont présentés sur les figures IV.13 à IV.16. Pour chaque cas, les images déconvoluées sont présentées pour cinq phases φ successives du cycle d'excitation. La position du front de flamme est clairement identifiable sur chacune de ces images. Une ligne horizontale blanche est ajoutée indiquant la position inférieure de la plaque refroidie. L'évolution de la surface de flamme A/\bar{A} est représentée sur le premier graphe de chaque planche, en haut à gauche, par les symboles circulaires. Les symboles noircis indiquent les phases φ pour lesquelles les images du front sont présentées. La surface moyenne réelle de la flamme \bar{A} est également indiquée en mm^2 dans la légende des figures. Le premier cas de la figure IV.13 correspond aux conditions d'écoulement $\bar{v} = 1.20$ m/s, $z = 7.6$ mm et $f_e = 101$ Hz lorsque la flamme est stabilisée dans un régime A. Dans ce cas, la flamme présente de grandes fluctuations de surface avec un taux de croissance légèrement inférieur au taux de décroissance. La figure IV.14 montre l'évolution de la surface de flamme pour les mêmes conditions d'écoulement, $\bar{v} = 1.20$ m/s et la même distance brûleur-paroi $z = 7.6$ mm, mais pour une fréquence d'excitation plus élevée $f_e = 201$ Hz. Bien que le mécanisme de distorsion du front soit plus faible que dans le cas précédent, le comportement en dent de scie de la surface de flamme indique un taux de changement plus soudain de la surface de flamme pour certaines phases du cycle. Dans les deux cas précédents, les surfaces moyennes \bar{A} sont identiques, $\bar{A} = 1565 \pm 25$ mm^2 , mais les fluctuations efficaces A_{rms} sont très différentes et valent respectivement 330 et 160 mm^2 . La flamme se comporte comme un filtre passe bas (Ducruix *et al.* 2000), répondant aux basses fréquences et filtrant les fréquences élevées. Cependant, l'amplitude de la fluctuation de surface n'est pas le paramètre pertinent contrôlant le niveau sonore rayonné. La quantité importante est le taux de variation de la surface de flamme (Eq. (IV.5)). En effet, les intensités sonores rayonnées dans les deux cas précédents sont du même ordre, 82 et 84 dB respectivement, alors que les valeurs efficaces A_{rms} diffèrent d'un facteur multiplicatif de 2. Sur la figure IV.15, la flamme stabilisée dans le mode C est loin de la paroi, $z = 37.6$ mm. On observe que les fluctuations de surface sont faibles dans ce cas. Ceci est en accord avec les résultats de Ducruix *et al.* (2000) obtenus pour des flammes de prémélange coniques en l'absence de paroi et pour des fréquences d'excitation supérieures à la fréquence de coupure de la flamme, correspondant à une fréquence de 50 Hz dans ces conditions d'écoulement. Sur la figure IV.16, la flamme est stabilisée dans le mode B pour des conditions d'écoulement $\bar{v} = 1.68$ m/s, $z = 23.6$ mm et une fréquence d'excitation $f_e = 101$ Hz. On observe dans ce cas un taux de variation important de la surface de flamme, ce qui indique que de nombreux harmoniques sont présents dans le spectre de la surface de flamme.

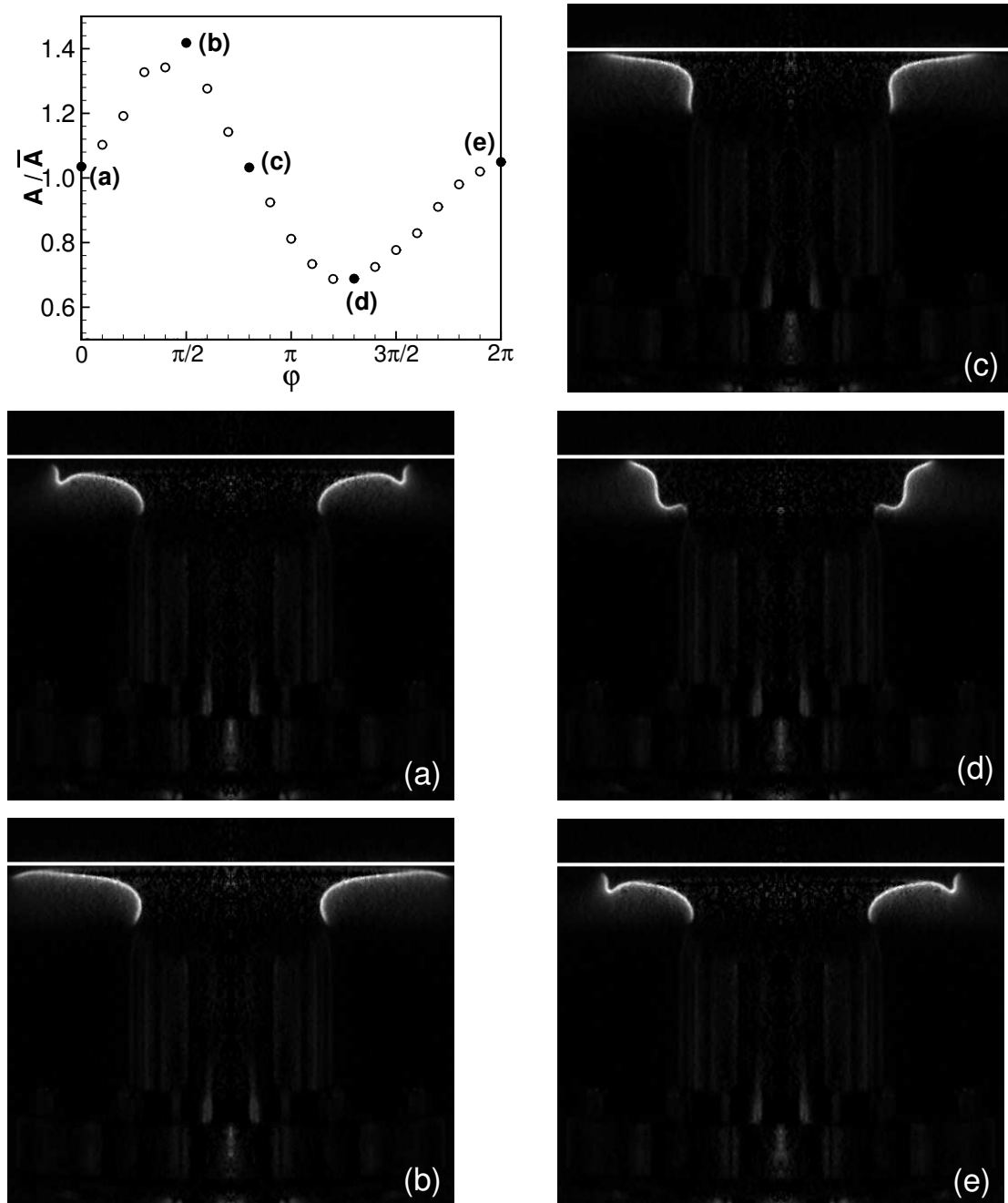


FIG. IV.13 – Cas 1. Evolution de la forme du front d'une flamme de type *cool central core flame* au cours d'un cycle d'excitation. $f_e = 101$ Hz, $\bar{v} = 1.20$ m/s, $z = 7.6$ mm. En haut à gauche, évolution de la surface relative $A(t)/\bar{A}$, $\bar{A} = 1590$ mm², les cercles pleins indiquent les phases φ pour lesquelles les transformées d'Abel sont présentées. (a) à (e), $\varphi = 0, \pi/2, 4\pi/5, 13\pi/10, 2\pi$.

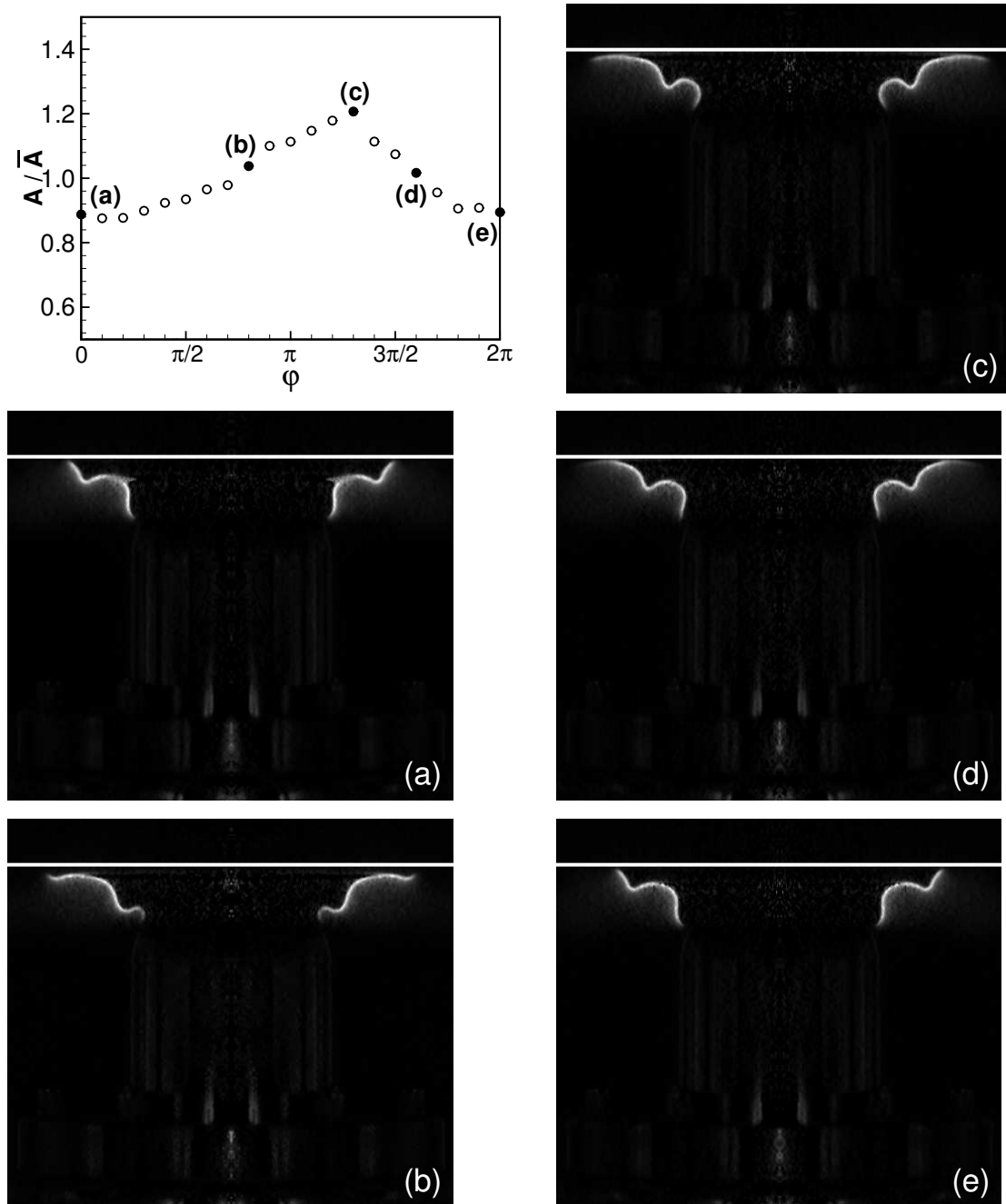


FIG. IV.14 – Cas 2. Evolution de la forme du front d'une flamme de type *cool central core flame* au cours d'un cycle d'excitation. $f_e = 201$ Hz, $\bar{v} = 1.20$ m/s, $z = 7.6$ mm. En haut à gauche, évolution de la surface relative $A(t)/\bar{A}$, $\bar{A} = 1540$ mm², les cercles pleins indiquent les phases φ pour lesquelles les transformées d'Abel sont présentées. (a) à (e), $\varphi = 0, 4\pi/5, 13\pi/10, 8\pi/5, 2\pi$.

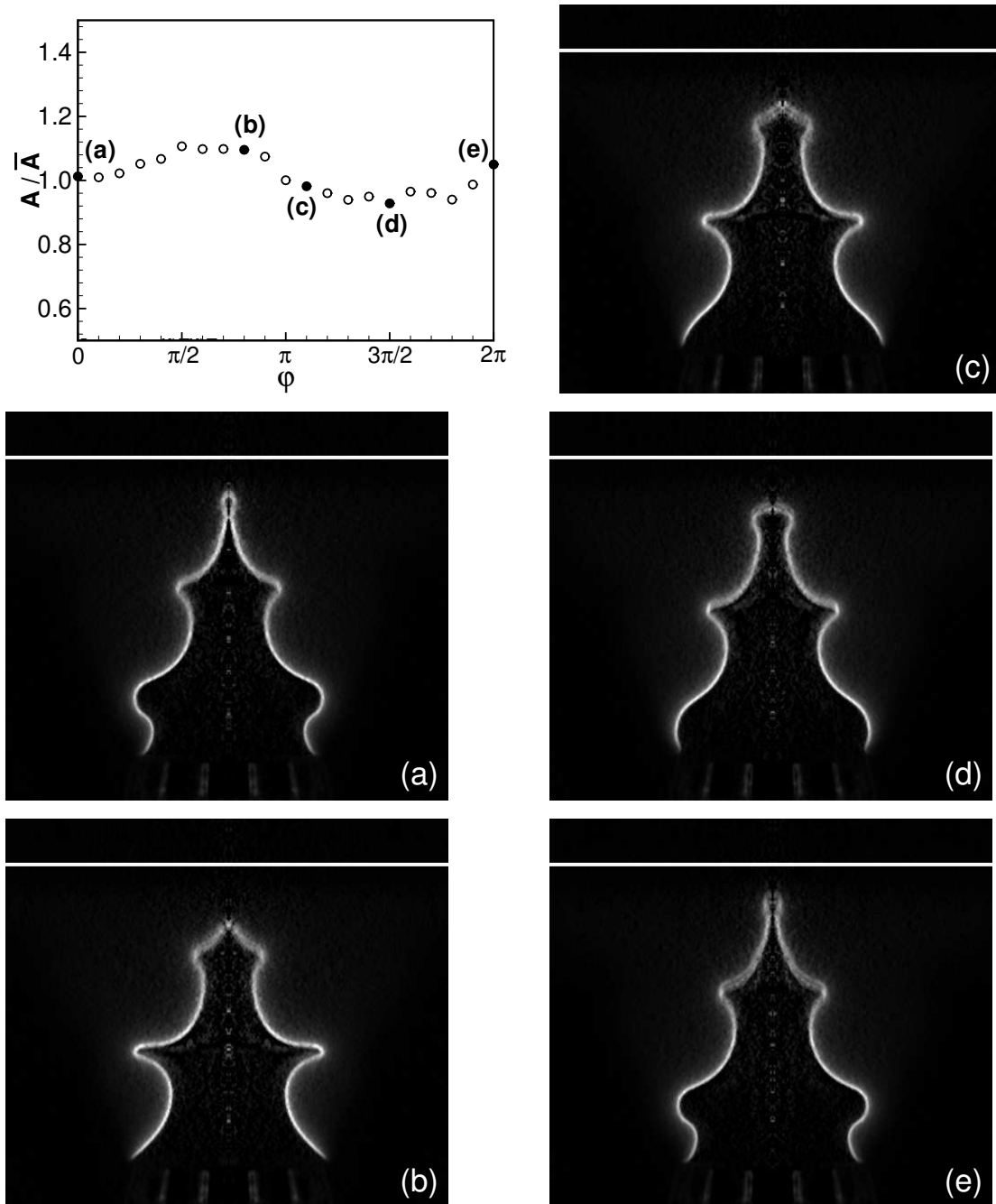


FIG. IV.15 – Cas 3. Evolution de la forme du front d'une flamme de type *conical flame* au cours d'un cycle d'excitation. $f_e = 101$ Hz, $\bar{v} = 1.20$ m/s, $z = 37.6$ mm. En haut à gauche, évolution de la surface relative $A(t)/\bar{A}$, $\bar{A} = 1750$ mm², les cercles pleins indiquent les phases φ pour lesquelles les transformées d'Abel sont présentées. (a) à (e), $\varphi = 0, 4\pi/5, 11\pi/10, 3\pi/2, 2\pi$.

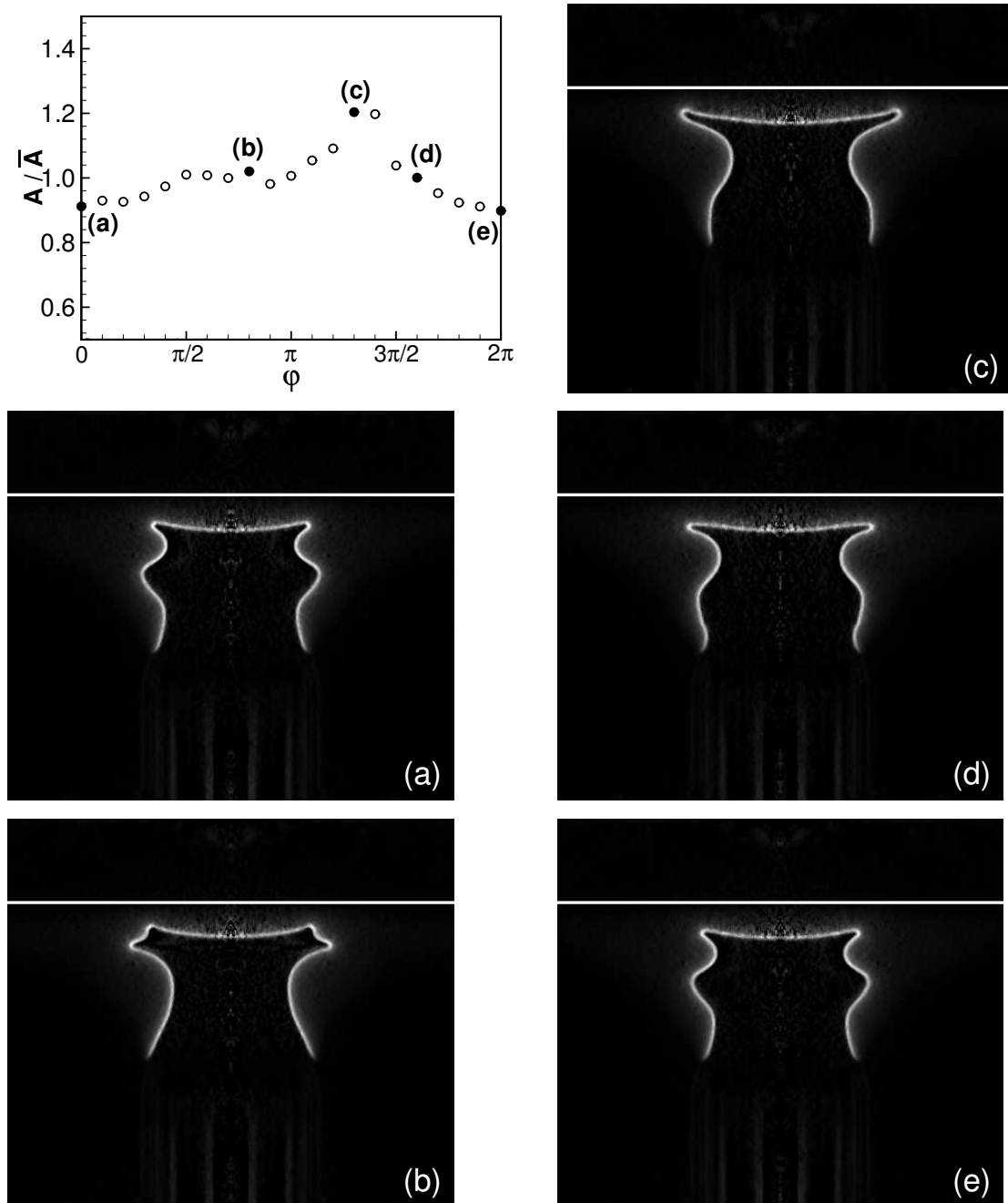


FIG. IV.16 – Cas 4. Evolution de la forme du front d'une flamme de type *conical flame* au cours d'un cycle d'excitation. $f_e = 101$ Hz, $\bar{v} = 1.68$ m/s, $z = 23.6$ mm. En haut à gauche, évolution de la surface relative $A(t)/\bar{A}$, $\bar{A} = 2350$ mm², les cercles pleins indiquent les phases φ pour lesquelles les transformées d'Abel sont présentées. (a) à (e), $\varphi = 0, 4\pi/5, 13\pi/10, 8\pi/5, 2\pi$.

IV.7.3 Corrélations émission lumineuse-surface de flamme

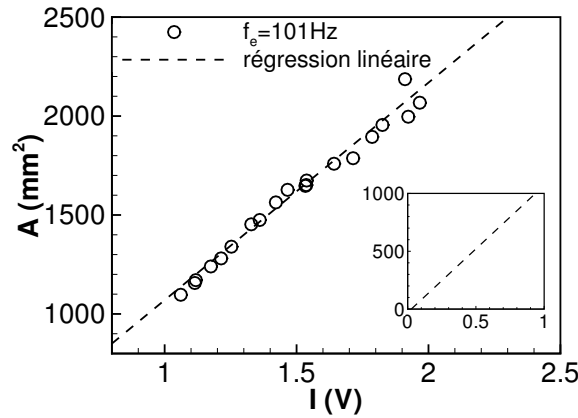


FIG. IV.17 – Surface de flamme A mesurée en fonction de l'intensité lumineuse I récoltée par le PM. $f_e = 101$ Hz, $\bar{v} = 1.20$ m/s and $z = 7.6$ mm. La partie proche de l'origine est agrandie.

La corrélation entre le signal d'émission naturelle $I(t)$, mesuré par le PM, et la surface de flamme $A(t)$, extraite par traitement des images en moyenne de phase, est examinée plus en détail pour un cas particulier correspondant à la variation d'amplitude de la surface flamme la plus importante ($\bar{v} = 1.20$ m/s et $z = 7.6$ mm). La surface de flamme $A(t)$ est évaluée pour 21 phases discrètes du cycle d'excitation. On représente l'évolution de cette surface en fonction de l'intensité lumineuse I pour chacune des phases φ sur la figure IV.17. Les points obtenus se situent tous sur une droite passant par l'origine, comme indiqué sur la région élargie proche de l'origine. Les fluctuations de surface associées aux fluctuations d'émission lumineuse de la flamme sont donc proportionnelles, même pour des perturbations importantes de l'écoulement $v_{rms}/\bar{v} = 0.3$.

La pente α_{ref} déduite de la régression linéaire des données de la figure IV.17 sert de coefficient de référence pour l'estimation de la surface de flamme à partir des mesures d'émission lumineuse. Les courbes de la figure IV.18 sont obtenues en multipliant le signal d'émission lumineuse $I(t)$ par le coefficient de calibration α déterminé ci-dessus. On applique également une correction pour tenir compte des variations d'intensité lumineuse moyenne entre les différentes formes de flamme, en utilisant la loi linéaire suivante :

$$\alpha = \alpha_{ref} \left(\frac{\bar{I}}{\bar{A}} \right)_{ref} \frac{\bar{A}}{\bar{I}} \quad (\text{IV.14})$$

Les lignes continues de la figure IV.18 indiquent la surface de flamme estimée à partir des signaux lumineux. Les symboles représentent les mesures de surface obtenues par intégration du profil de la flamme autour de l'axe. Les signaux déduits des enregistrements d'émission lumineuse sont en bon accord avec les mesures directes de surface de flamme pour les quatre cas présentés. L'équivalence a également été vérifiée pour les autres cas non présentés. Un changement brusque de la surface de flamme A est observé sur les figures IV.18a et IV.18d. Ce phénomène apparaît lorsque la surface de flamme atteint sa valeur maximale puis chute rapidement, autour de $\varphi = \pi/2$ (Fig. IV.18a) et autour de $\varphi = 3\pi/2$ (Fig. IV.18d). On note cependant que le mécanisme de disparition de surface diffère selon le régime de stabilisation de la flamme.

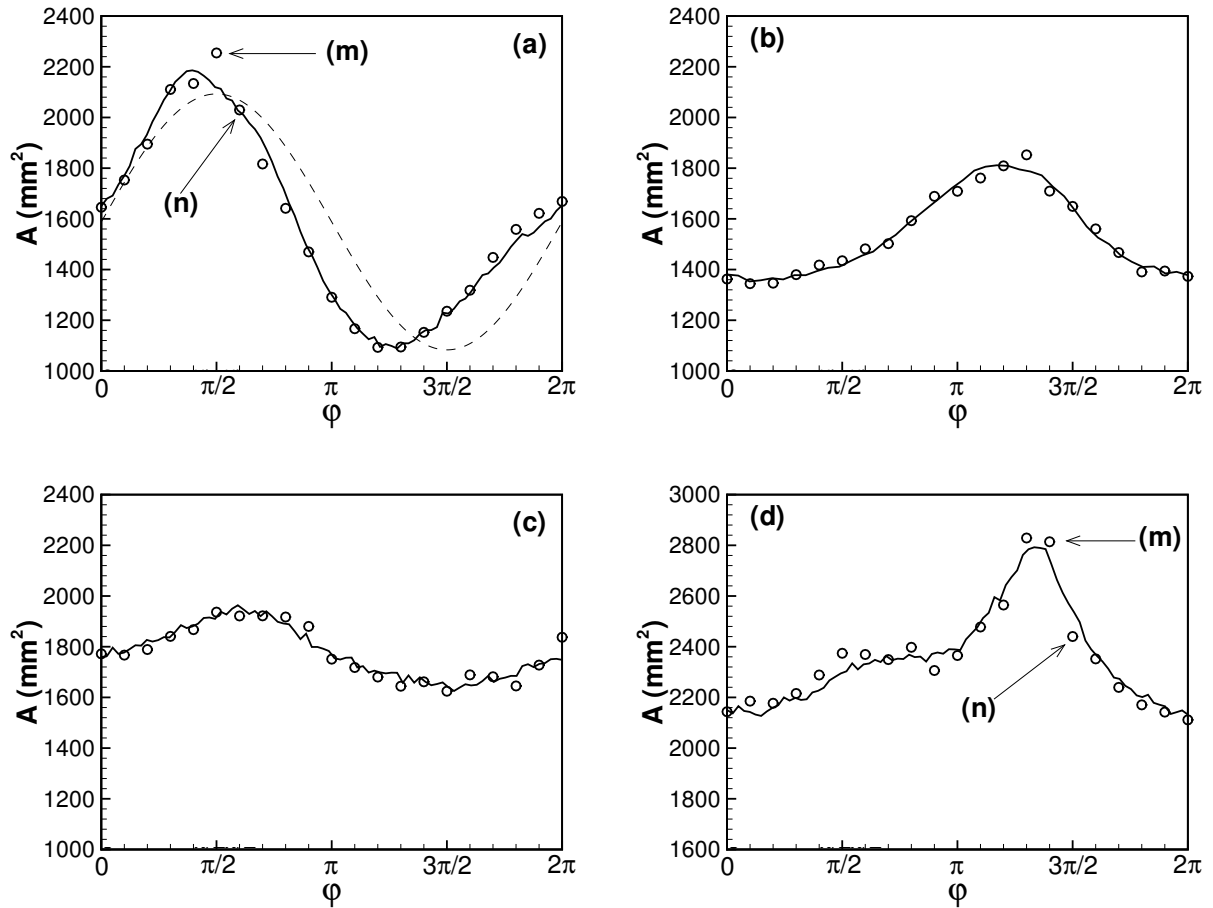


FIG. IV.18 – Evolutions de la surface de flamme mesurée directement (cercles) et calculée à partir des signaux lumineux (trait plein) présentés en fonction de la phase du cycle d'excitation φ . (a), une sinusoïde de valeur moyenne et efficace identiques est également représentée. (a) *cool central core flame* cf. Fig. IV.13, (b) *cool central core flame* cf. Fig. IV.14, (c) *conical flame* cf. Fig. IV.15, (d) *envelope flame* cf. Fig. IV.16.

IV.7.4 Mécanisme de disparition de surface de flamme

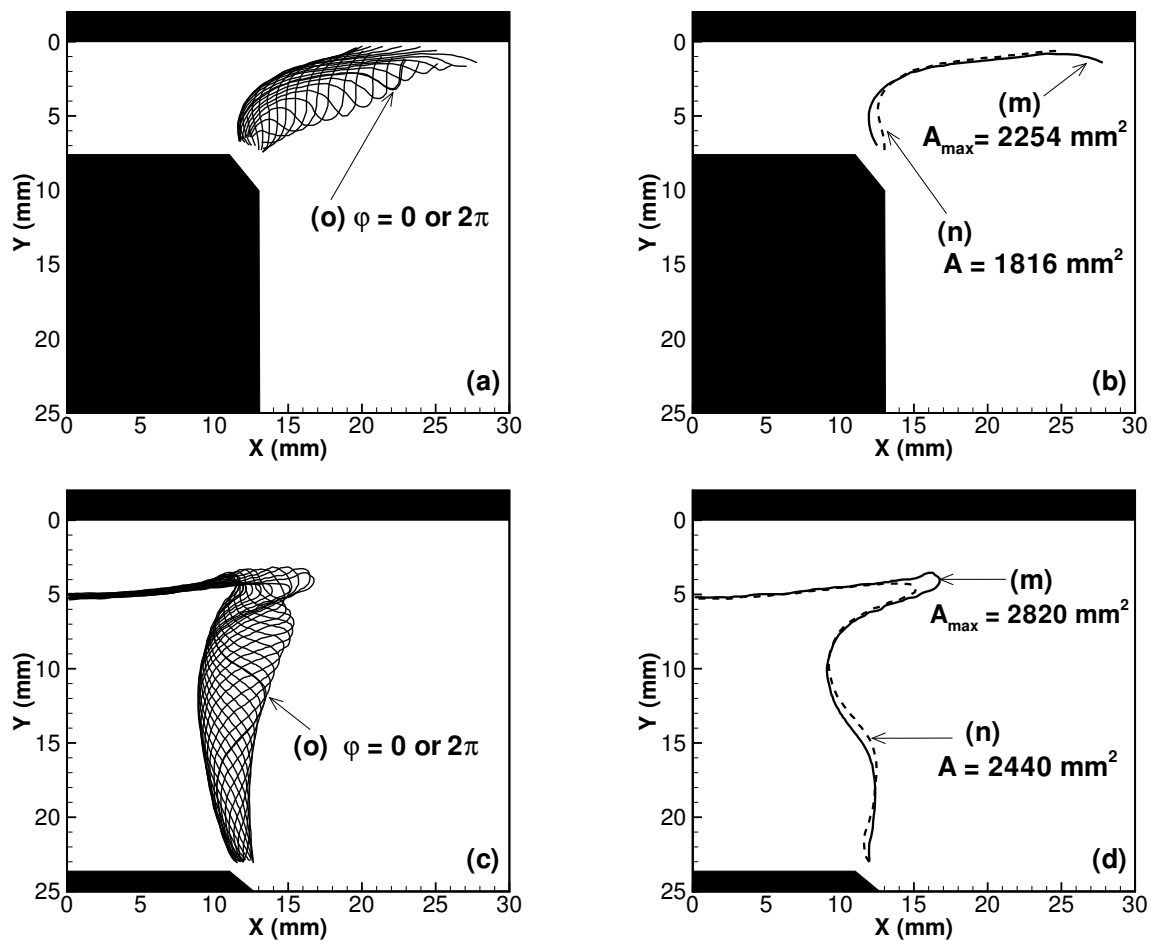


FIG. IV.19 – Superposition des contours de flammes extraits pour toutes les phases φ du cycle d'excitation. Deux cas sont présentés : (a) and (b), cas 1 : *cool central core flame* cf. Fig. IV.13, (c) and (d), cas 4 : *envelope flame* cf. Fig. IV.16. Légendes des contours : (o) correspond à $\varphi = 0$ or 2π , (m) correspond à A_{\max} et (n) à la phase suivante après A_{\max} , cf. Fig. IV.17.

On représente sur les figures IV.19a et IV.19c une superposition des contours de flamme pour un cycle complet d'excitation dans deux configurations particulières. La première correspond au cas d'une flamme stabilisée dans le régime A (Fig. IV.13) et la seconde correspond au cas d'une flamme stabilisée dans le régime B (Fig. IV.16). Les profils correspondant à des phases séparées d'une période, $\varphi = 0$ et 2π , sont indiqués par le symbole (o). Le profil qui correspond à une situation où la surface de flamme est maximale est indiqué (m) et celui-ci pour la phase suivante (n). On s'intéresse d'abord au cas d'une flamme perturbée dans le régime de stabilisation A, avec un noyau de gaz frais en contact avec la paroi (Fig. IV.19a). La disparition de surface de flamme la plus importante est localisée au niveau de la circonférence de la flamme en contact avec la plaque. On peut clairement identifier la portion de surface qui a disparu entre les profils (m) et (n) de la figure IV.19b (cf. également Fig. IV.18a). Pour une flamme stabilisée dans le régime B, le mécanisme de disparition de surface de flamme est différent (Fig. IV.19c). Dans ce régime, des gaz chauds séparent le front de flamme et la paroi froide. Le front proche de la paroi présente une portion de surface relativement plate en regard de la paroi dont la position évolue peu au cours du cycle d'excitation (Fig. IV.19c). Lorsqu'une perturbation de l'écoulement est produite, une poche de gaz grandit à la base du brûleur, puis est convectée le long du front vers la plaque

par la perturbation hydrodynamique. Lorsque la perturbation approche le sommet de la flamme, la poche s'étend horizontalement et se rétrécit dans la direction verticale, jusqu'à ce que la surface de flamme soit maximale au point (m) de la figure IV.19d (cf. également Fig. IV.19). A ce stade, les deux fronts en regard forment une figure en forme de lèvres. Lorsque la perturbation traverse le front de flamme, la lèvre disparaît violemment et la surface de flamme diminue brutalement comme l'indique la figure IV.19d (cf. également Fig. IV.18). Ce mécanisme de disparition de poches de gaz frais a déjà été étudié par Chen *et al.* (1999) au moyen de simulations directes. L'émission sonore associée n'a pas été explorée dans cette référence. Les configurations de flammes en interaction, comme celles analysées ici, sont d'ailleurs difficiles à produire expérimentalement et d'une façon contrôlée. La méthode adoptée ici permet justement d'envisager ce type d'interaction mutuelle entre des fronts de flamme.

Pour finir cette exploration, on s'intéresse finalement au cas d'une flamme conique avec une paroi relativement éloignée de la flamme (régime C, Fig. IV.15). Les fluctuations correspondantes de surface de flamme sont tracées sur la figure IV.18c. Celles-ci sont limitées et quasi-sinusoidales, malgré l'excitation forte de l'écoulement et les distorsions importantes de son profil (Fig. IV.15). La flamme conique, en l'absence de paroi, est donc relativement peu bruyante.

On a montré que des taux de variation importants de la surface de flamme apparaissent lorsque la flamme atteint sa surface maximale puis s'éteint brusquement sur de grandes portions. Ce processus d'extinction rapide diffère d'un signal harmonique alors que la modulation l'écoulement est sinusoidale. Des déviations des signaux harmoniques sont typiques du comportement dynamique d'une flamme et traduisent le caractère fortement non linéaire de la réponse de la flamme soumise à une perturbation de l'écoulement amont ($v_{rms}/\bar{v} = 0.3$). Ce comportement non linéaire est à l'origine des harmoniques présents dans le spectre du bruit rayonné. Les harmoniques présents dans le spectre de la surface de flamme sont amplifiés, car le bruit rayonné correspond au taux de variation de la surface totale de la flamme. Dans le domaine fréquentiel l'opérateur de dérivation correspond à une multiplication du signal transformé par la fréquence. C'est donc l'opérateur de dérivation de l'équation (IV.8), reliant les fluctuations de pression au taux de variation de la surface de flamme, qui est responsable de l'amplification de l'énergie contenue dans les harmoniques des spectres du taux de variation de la surface de flamme.

IV.8 Conclusion

On a montré que l'intensité sonore rayonnée par une flamme laminaire en interaction avec une paroi refroidie lorsque l'écoulement en amont est modulé de façon harmonique augmente d'un facteur 10 à 100 comparé au cas d'une flamme conique en l'absence de paroi. Plus la paroi est proche, plus le niveau de bruit rayonné est intense. Des analyses spectrales du bruit rayonné ont montré que les spectres contiennent de nombreux harmoniques à des multiples de la fréquence d'excitation, et quelquefois des harmoniques correspondant à des multiples de la moitié de la fréquence d'excitation. La densité de puissance contenue dans ces pics peut être dans certains cas plus importante que la densité de puissance contenue dans le pic à la fréquence de modulation de l'écoulement. On a montré que ce processus fortement non linéaire résulte de l'interaction forte entre une flamme instationnaire et une paroi refroidie. L'émission naturelle de la flamme et des images détaillées de l'évolution de la forme du front de flamme au cours du cycle d'excitation montrent que de grandes variations de surface de flamme ont lieu avec un contenu harmonique significatif. L'émission sonore intense est due à des extinctions périodiques et rapides de grandes portions de surface de flamme, soit (i) en interaction directe avec la paroi froide, soit (ii) lorsque deux fronts en regard disparaissent subitement. Les signaux de pression rayonnée ont été estimés à partir des variations de l'émission naturelle de la flamme, en utilisant les résultats de la théorie classique du bruit de combustion. En supposant que la paroi agit comme un miroir acoustique, les mesures sont en très bon accord avec les prévisions théoriques, même si la condition de champ lointain n'est pas parfaitement réalisée dans ces expériences. Les résultats obtenus permettent également de vérifier les travaux théoriques de Clavin et Siggia (1991) et les études expérimentales de Belliard (1997), (Truffaut 1998) : le bruit rayonné par une flamme de prémélange laminaire vibrante est directement proportionnel au taux de variation de la surface totale de flamme.

On a montré que l'interaction d'une flamme perturbée avec une paroi refroidie peut générer des fluctuations de pression sonores intenses dont le spectre est très riche en harmoniques. Il est possible d'imaginer que ce processus peut être encore amplifié si l'un ou plusieurs de ces harmoniques assez énergétiques coïncident avec l'une des fréquences caractéristiques du système environnant. Ceci pourrait conduire à l'apparition d'instabilités de combustion. On se propose de faire la démonstration d'un tel mécanisme dans le chapitre suivant.

Chapitre V

Interaction flamme-paroi : régime auto-entretenu

V.1 Introduction

Les interactions acoustique-combustion auto-entretenuées avec des flammes non confinées en présence d'une paroi ont été peu étudiées jusqu'ici. Des observations récentes d'une flamme de prémélange stabilisée sur un brûleur en interaction avec une paroi solide montrent que des oscillations induites peuvent apparaître et que la fluctuation de pression résultante peut être importante (Chan et Zhang 1999; Schäfer *et al.* 2000). La première étude est conduite pour des flammes turbulentes. Sous certaines conditions non définies de façon précise, une augmentation considérable du niveau sonore est observée ainsi qu'un mouvement organisé du front de flamme. Mais la nature de cette instabilité n'est pas déterminée. Schäfer *et al.* (2000) étudient une situation analogue dans laquelle une plaque épaisse est placée à quelques centimètres de la sortie d'un tube de mélange. La flamme est stabilisée en face de la paroi. Ces tests sont réalisés dans une chambre ouverte à la pression atmosphérique. Pour des distances particulières entre la plaque et la sortie du tube, de fortes oscillations de la flamme sont observées. Mais le couplage entre l'acoustique du système et la combustion n'est pas examiné dans cette référence.

On a montré dans le chapitre précédent qu'une modulation sinusoïdale de la vitesse à la sortie du brûleur génère des fluctuations de surface de flamme qui produisent une forte émission sonore. On a également mentionner qu'avec le même dispositif expérimental des oscillations auto-entretenuées peuvent être observées mais en l'absence d'actionneur. Ce phénomène est examiné dans ce chapitre. On va décrire l'oscillation auto-entretenuée particulière induite par une interaction forte entre une flamme stabilisée sur un brûleur de petite taille, une paroi refroidie et le bruit généré par la flamme en interaction avec la paroi. On présente brièvement dans la section V.2 le dispositif expérimental et les diagnostics utilisés pour la caractérisation expérimentale de l'instabilité. Une analyse détaillée du phénomène est développée dans la section V.3. Une modélisation est proposée dans la section V.4 et la stabilité du système est analysée avec différents modèles dans la section V.5. Les résultats expérimentaux sont comparés aux prévisions théoriques dans la section V.6 en faisant varier les paramètres principaux du problème.

V.2 Dispositif et procédure expérimentale

Le dispositif expérimental est identique à celui utilisé pour l'étude du régime forcé du chapitre IV. Un schéma de principe est rappelé sur la figure V.1a. Dans cette étude, le corps cylindrique en amont de la tuyère peut être remplacé par d'autres tubes qui permettent de faire varier la taille du brûleur. Trois corps (B_1 , B_2 et B_3) de longueur respective $L = 100$, 164 et 228 mm sont utilisés pour modifier la réponse acoustique du brûleur. Une étude paramétrique de l'instabilité est conduite en faisant varier la distance z entre brûleur et la plaque. La température de la

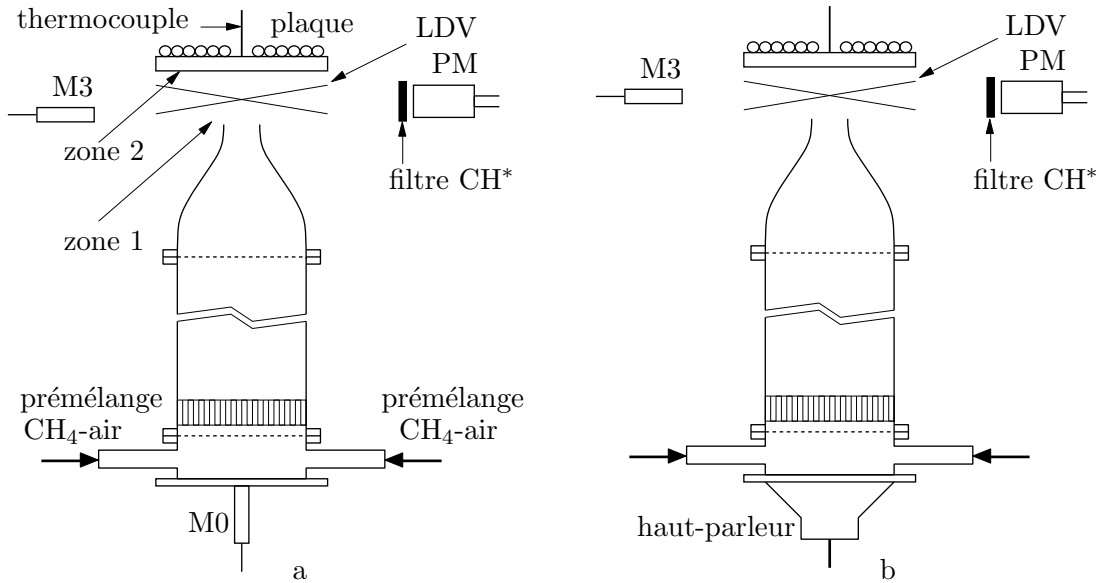


FIG. V.1 – Dispositif expérimental. A gauche, la base du brûleur est équipée d'une plaque munie d'un microphone (M₀). A droite, un haut-parleur est utilisé pour moduler l'écoulement.

plaque est maintenue approximativement constante durant toutes les expériences, à une valeur T_w légèrement supérieure à la température de condensation des gaz brûlés sur la plaque (température de rosée).

Ces expériences sont menées pour un prémélange de méthane et d'air à richesse $\Phi = 0.95$. Trois débits différents sont explorés, correspondant à des vitesses débitantes en sortie du brûleur : $\bar{v}_1 = 1.20, 1.44$ et 1.88 m/s. La caractérisation de l'instabilité repose sur les mesures suivantes :

- L'évolution temporelle de la vitesse axiale $v_1(t)$ est mesurée par vélocimétrie laser Doppler (LDV) en un point situé sur l'axe à 0.5 mm au-dessus du brûleur.
- Le dégagement de chaleur est estimé à partir de la mesure de l'émission naturelle des radicaux CH*. On rappelle qu'on a montré dans le chapitre IV que dans une cette configuration ces deux quantités sont proportionnelles.
- Les mesures de pression acoustique sont effectuées grâce à un microphone M₃ placé à une distance radiale $r = 25$ ou 69 cm de l'axe du brûleur. Un second microphone M₀ est installé à la base du brûleur. Il permet de mesurer le signal de pression dans le corps du brûleur.

Ces quatre signaux (LDV, PM et microphones M₀ et M₃) sont acquis simultanément et numérisés avec une fréquence d'acquisition $f_s = 8192$ Hz. Des images obtenues avec la caméra ICCD sont utilisées pour caractériser le mouvement oscillatoire de la flamme au cours d'un cycle instable. Le temps de convection d'une perturbation qui se propage de la base du brûleur à la plaque le long du front de flamme est déterminé en utilisant les résultats obtenus pour la fonction de transfert de la flamme. Celle-ci est mesurée en modulant la vitesse de l'écoulement à la sortie du brûleur avec un haut-parleur placé à la base du brûleur à la place du microphone M₀ (Fig. V.1b). La modulation de la vitesse à la sortie de brûleur correspond à 10 % de la vitesse moyenne de l'écoulement \bar{v}_1 , avec un niveau d'amplitude comparable à celui de la fluctuation de vitesse existant lors des oscillations auto-entretenues.

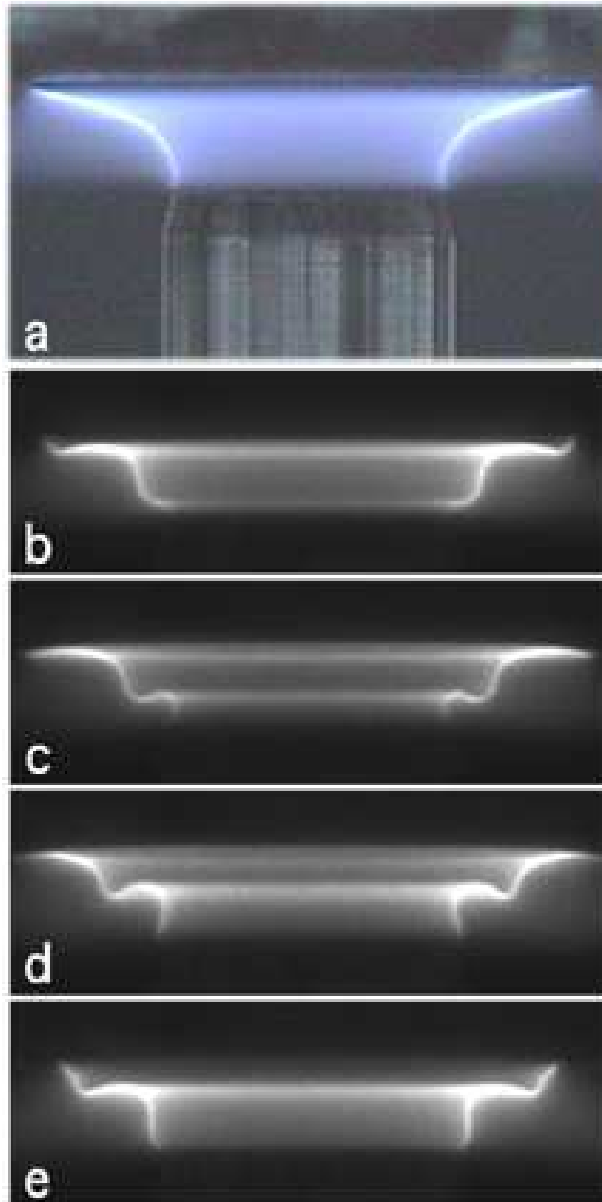


FIG. V.2 – Visualisation de l'interaction flamme-plaque pour le corps de brûleur B_1 . Richesse : $\Phi = 0.95$. Vitesse d'écoulement : $\bar{v}_1 = 1.44$ m/s. (a) Flamme à noyau central froid ("cool central core flame") en régime stationnaire, $z = 9.6$ mm. (b-e) Mouvement de la flamme instable oscillant à 205 Hz pour $z = 8.6$ mm. Quatre phases du cycle sont représentées $0, \pi/2, \pi$ et $3\pi/2$.

V.3 Etude expérimentale de l'instabilité

Ces expériences ont été conduites avec des flammes stabilisées sur le bord du brûleur en interaction avec la plaque refroidie comme indiqué sur la figure V.2(a). La forme du front correspond à la géométrie de flamme à noyau central froid ("cool central core flame") de l'étude de Zhang et Bray (1999). Cette configuration est celle du mode A du chapitre IV.

V.3.1 Caractérisation de l'instabilité

Pour certaines distances z entre le brûleur et la plaque, on observe une émission sonore intense accompagnée d'un mouvement oscillatoire de la flamme. Lorsque la flamme est stable, comme sur la figure V.2(a), il n'y a pas d'émission sonore. Un cycle typique d'oscillation est présenté sur la figure V.2(b-e). Dans ce cas, la flamme présente une ondulation périodique provoquée par une perturbation de l'écoulement qui quitte la base du brûleur et se déplace le long du front avant d'atteindre la plaque après un certain délai. L'émission sonore est intimement liée à la fréquence d'oscillation de la flamme qui correspond au fondamental du signal sonore. Pour toutes les conditions d'écoulement explorées $\bar{v} = 1.20, 1.44$ et 1.68 m/s et pour les trois longueurs de corps testées, le signal de pression sonore est mesuré en fonction de la distance z brûleur-plaque avec le microphone M₃. Un résultat typique est présenté sur la figure V.3.

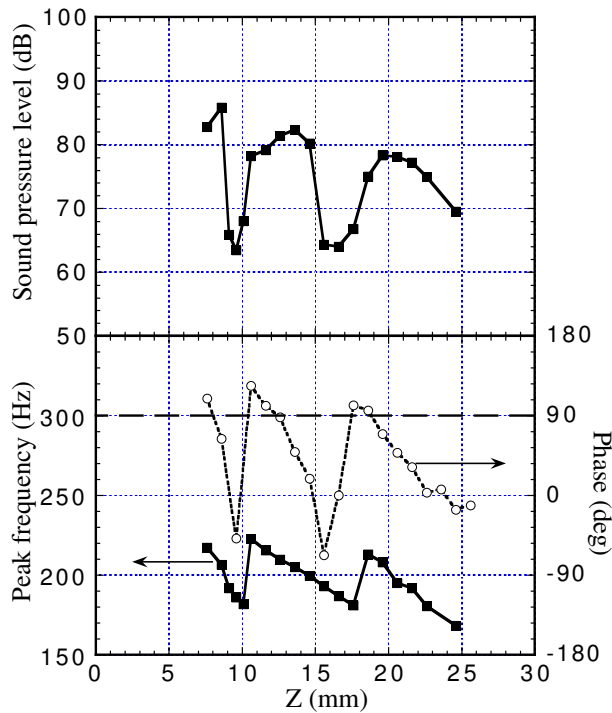


FIG. V.3 – En haut, évolution du niveau sonore avec la distance brûleur/paroi z . En bas, évolution du pic de fréquence du fondamental. Brûleur B₁. $\bar{v}_1 = 1.44$ m/s.

Sur cette figure, la vitesse d'écoulement est de 1.44 m/s et le corps utilisé est le plus court (B₁, 100 mm). Le niveau de bruit est présenté sur la partie supérieure de la figure. Un entrefer minimal de $z = 7.6$ mm entre le brûleur et la plaque est assuré pour permettre aux gaz brûlés de s'échapper sans difficulté. A cette distance, $z = 7.6$ mm, l'intensité sonore est de 82 dB alors que le bruit ambiant du laboratoire avec tous les appareils en fonctionnement est inférieur à 60 dB. Pour une distance $z = 8.6$ mm, l'intensité sonore atteint 86 dB. Entre 9 et 10 mm, le bruit disparaît quasiment, pour atteindre à nouveau 80 dB lorsque z varie entre 11 et 14 mm. Une

nouvelle zone de silence apparaît lorsque z se situe entre 15 et 17 mm et une troisième zone d'émission intense apparaît pour des distances entre 20 et 24 mm. Pour ce débit et cette longueur de corps, la flamme qui initialement impactait la plaque prend une nouvelle forme lorsque z atteint 24 mm. La géométrie du front ressemble alors à un chapeau haut-de-forme stabilisé sur le bord du brûleur avec une région de gaz brûlés entre le sommet de la flamme et la plaque. Cette forme a été identifiée comme une flamme enveloppe ("enveloppe flame") par Zhang et Bray (1999) (cf. également chapitre IV). Lorsque la distance z est à nouveau modifiée, la flamme dans cette nouvelle configuration peut également présenter des modes instables s'accompagnant d'un rayonnement sonore intense. L'analyse qui va suivre concerne uniquement la flamme dans la configuration caractérisée par un noyau central de gaz frais ("cool central core"). On a montré dans le chapitre IV que la principale source de bruit est liée aux fluctuations rapides de la surface de flamme lorsqu'elle interagit avec la paroi. Dans un mode instable avec émission sonore, l'analyse spectrale du bruit révèle de nombreux harmoniques. La fréquence du fondamental correspond toujours à la fréquence d'oscillation de la flamme. Ceci est caractéristique du mouvement instable de la flamme. L'évolution de cette fréquence f est présentée au bas de la figure V.3 en fonction de la distance brûleur-paroi z . Lorsque z augmente, l'évolution de la fréquence s'effectue en dents de scie. Pour une distance $z = 7.6$ mm, le pic du fondamental vaut $f = 220$ Hz et sa valeur décroît jusqu'à 180 Hz pour $z = 10$ mm. Dans cette situation, le niveau sonore est faible et l'amplitude du fondamental est beaucoup plus petite que celle correspondant à $z = 8$ mm. Lorsque $z = 11$ mm, un deuxième mode instable apparaît et la fréquence du fondamental passe brusquement à environ 220 Hz. Entre 10 et 16 mm, la fréquence chute régulièrement et retombe à 180 Hz. Une troisième région instable est observée entre 18 et 23 mm. Les maxima d'émission sonore sont obtenus pour $z = 8.6$, 13.6 et 19.6 mm et correspondent tous à une fréquence fondamentale d'environ 205 Hz pour le corps de brûleur B₁.

Les expériences menées avec les autres corps plus longs et différents débits de prémélange présentent toutes des caractéristiques semblables pour les évolutions d'intensité sonore et de la fréquence f de l'instabilité en fonction de la distance brûleur-plaque z . Ces régions instables, parfaitement définies, sont caractérisées par des oscillations fortes de la flamme. Elles sont séparées par des régions stables où la flamme est stationnaire. Lorsque le débit est réduit, les deuxième et troisième zones instables ne sont pas toujours observées, car la flamme plus petite se stabilise pour une distance brûleur-paroi plus courte vers une géométrie de type enveloppe ("enveloppe flame").

Cependant, pour un corps de brûleur donné et quel que soit le débit de gaz, l'émission sonore maximale apparaît toujours à la même fréquence. Cette fréquence qui dépend de la longueur du corps, vaut respectivement 205, 170 et 145 Hz pour les brûleurs B₁, B₂ et B₃. Pour comprendre la nature du mécanisme de couplage entre l'acoustique et la combustion, il est intéressant d'analyser la réponse acoustique des différents brûleurs en l'absence de flamme.

V.3.2 Réponse acoustique du brûleur

En notant que les dimensions des trois brûleurs sont relativement petites ($L_{max} < 32$ cm) et que les fréquences des instabilités observées sont relativement basses (100 à 200 Hz), il n'est pas envisageable qu'un mode acoustique de type quart d'onde s'installe dans le brûleur (Tab. V.1).

L	B ₁	B ₂	B ₃
$\lambda/4$	447 Hz	327 Hz	267 Hz

TAB. V.1 – Estimation de l'ordre de grandeur des premières fréquences de résonance des brûleurs B₁, B₂ et B₃ basées sur des modes quart d'onde avec $f = c/\lambda$. $c = 340$ m/s.

Des tests menés, en changeant les longueurs des tubes d'alimentation en air et en méthane, ont montré que ces paramètres n'influencent pas la fréquence d'oscillation du système. D'autres tests ont été développés pour caractériser la réponse acoustique du brûleur à une excitation externe. Un haut-parleur est placé à une distance de 30 cm de l'axe du brûleur selon le schéma de la figure V.4. La réponse fréquentielle à cette excitation est explorée en enregistrant les signaux délivrés par le microphone M₃ et par le microphone M₀. Le microphone M₃ joue le rôle de référence et on examine l'évolution du rapport des pressions acoustiques p'_0/p'_3 .

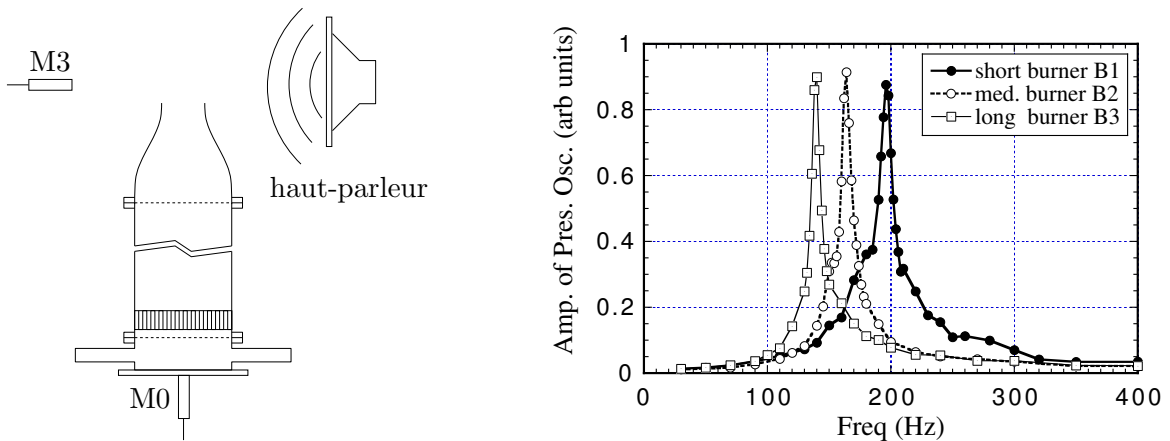


FIG. V.4 – Réponse des brûleurs B₁, B₂ et B₃ à une excitation acoustique externe.

Les résultats obtenus pour les trois brûleurs sont présentés sur la figure V.4. Du plus long (B₃) au plus court (B₁) des brûleurs, les réponses se présentent toutes sous la forme d'une bosse dont la fréquence du maximum correspond respectivement à 145, 165 et 198 Hz, sans harmonique visible dans la gamme de fréquences d'intérêt. Les coefficients d'amortissement déduits des courbes de résonance à mi-hauteur valent respectivement $\delta = 20, 23$ et 29 s⁻¹. Ces courbes sont caractéristiques d'une oscillation en volume d'un résonateur de Helmholtz (Pierce 1981; Munjal 1987). Pour une cavité avec un convergent profilé, la fréquence de résonance est donnée par la relation :

$$\omega_0^2 = \frac{c^2 S_1}{V L_e} \quad (\text{V.1})$$

Dans cette expression c est la vitesse du son, V le volume total du brûleur, S_1 la section de sortie du brûleur et L_e est une longueur effective qui tient compte du profil du convergent et d'une correction de bout (Hirschberg 2001). La longueur L_e est définie précisément plus loin dans ce chapitre. Elle est déterminée en intégrant le profil du convergent et donne une valeur $L_e = 60$ mm. Des estimations des fréquences de résonances avec la formule Eq. (V.1) donnent respectivement

146, 167 et 202 Hz pour les trois brûleurs B₃, B₂ et B₁. Elles sont en excellent accord avec les fréquences de résonance mesurées. Ces résultats sont consignés dans le tableau V.2.

	B ₁	B ₂	B ₃
f_{exp} (Hz)	198	165	145
f_{the} (Hz)	202	167	146
f_{pic} (Hz)	205	170	145

TAB. V.2 – Comparaison pour chacun des corps B₁, B₂ et B₃ entre la fréquence de résonance f_{exp} mesurée du brûleur, la fréquence de résonance f_{the} estimée avec la formule Eq. (V.1) et la fréquence f_{pic} du fondamental du bruit rayonné par la flamme dans une situation où l'émission est maximale.

V.3.3 Examen des enregistrements temporels

Le mécanisme de couplage entre la flamme instationnaire et l'acoustique du brûleur peut être décrit en analysant les fluctuations des signaux lumineux $I_{CH^*}(t)$, de vitesse $v_1(t)$ et de pression acoustique $p'_3(t)$ dans des conditions de fonctionnement instable. Deux exemples sont présentés sur la figure V.5 correspondant à des distances $z = 8.6$ mm et $z = 13.6$ mm, où l'émission sonore est maximale.

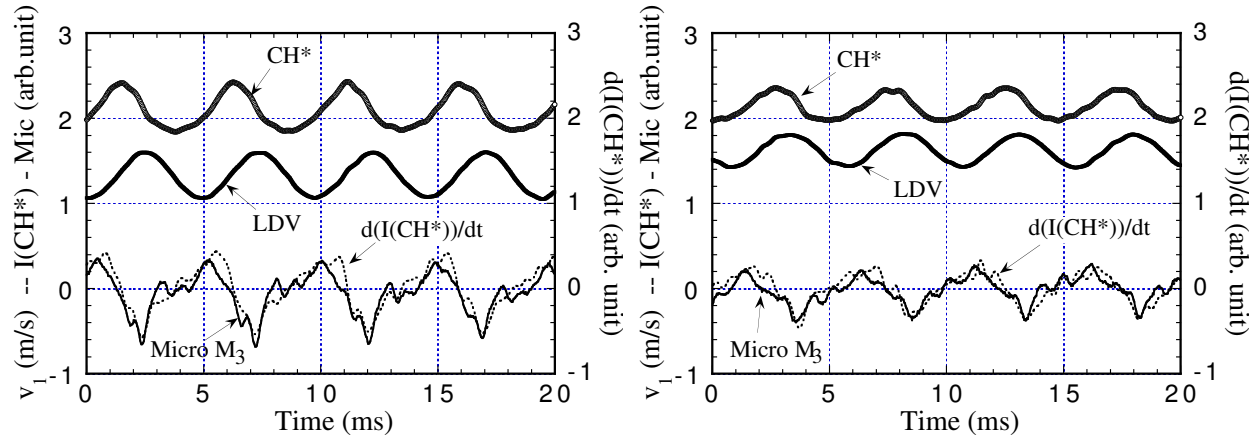


FIG. V.5 – Mesures simultanées de la vitesse v_1 à la sortie du brûleur B_1 , de l'émission lumineuse I_{CH^*} et de la pression p'_3 associées. Le signal p'_3 est retardé dans le temps pour tenir compte du temps de propagation du son de la flamme jusqu'au microphone M_3 . Le taux de variation du signal lumineux dI_{CH^*}/dt est également représenté au bas de la figure. $\bar{v}_1 = 1.44$ m/s. A gauche, $z = 8.6$ mm et à droite $z = 13.6$ mm.

On examine plus précisément le cas où la paroi est située à une distance $z = 8.6$ mm de la sortie du brûleur B_1 pour une vitesse d'écoulement $\bar{v}_1 = 1.68$ m/s. Le signal du microphone M_3 est décalé d'un délai qui tient compte du temps de propagation de l'onde sonore entre la flamme et le détecteur situé à 69 cm de l'axe du brûleur. Ce signal peut être considéré comme caractéristique de la fluctuation de pression au voisinage du brûleur. L'amplitude du signal n'est pas corrigée ici pour tenir compte de la décroissance du signal en fonction de la distance entre la source et la position du récepteur. Le signal de vitesse v_1 mesuré à 0.5 mm au-dessus du plan de sortie du brûleur est quasiment sinusoïdal avec une modulation relative en amplitude de 9 %. Le signal du dégagement de chaleur donné par l'émission I_{CH^*} est moins régulier. Il présente la même période d'oscillation que le signal de vitesse mais n'a pas une forme sinusoïdale. Dans sa phase croissante le signal augmente plus lentement, alors qu'il diminue plus vite dans sa phase décroissante. Ce phénomène correspond à une extinction soudaine de portions de flamme aux extrémités qui sont en contact avec la plaque. Ce mécanisme est mis en évidence sur la figure V.2(d) où l'extrémité de la flamme presque parallèle à la plaque s'éteint très rapidement au contact de la paroi (Fig. V.2(e)). L'analyse de ce mécanisme a déjà été présentée dans le chapitre IV. Le signal de pression $p'_3(t)$, mesuré par le microphone M_3 et avancé dans le temps, est représenté en trait plein sur la figure V.5. Il correspond à la fluctuation de pression p'_2 ramenée au voisinage de l'axe du brûleur qui oscille avec la même période que les autres signaux, mais dont les variations rapides de l'amplitude indiquent la présence de composantes harmoniques intenses. La fréquence du fondamental vaut ici 206 Hz. Elle se situe dans une bande de fréquence où l'oreille humaine n'est pas la plus sensible, alors que les nombreux harmoniques présents jusqu'à quelques kHz sont très perceptibles. Le quatrième signal représenté sur cette figure correspond au taux de variation de l'intensité lumineuse qui est obtenu en calculant la dérivée temporelle du signal I_{CH^*} filtré. On retrouve un résultat déjà obtenu dans le chapitre IV, le signal de pression p'_2 est proportionnel à

la quantité dI_{CH^*}/dt (Fig. V.5). Les signaux de la figure V.5 montrent que la génération d'onde acoustique observée dans le voisinage du brûleur est clairement liée au taux de fluctuation du dégagement de chaleur. Les variations soudaines de la surface de flamme sont donc une source d'émission sonore intense lors de la résonance du brûleur.

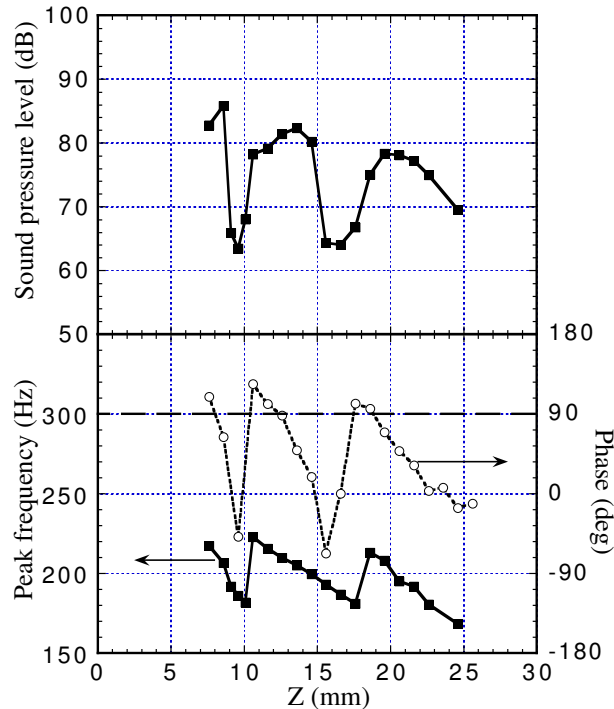


FIG. V.6 – En haut, évolution de la pression avec la distance brûleur-paroi z . En bas, évolution de la différence de phase entre les signaux lumineux I_{CH^*} et de vitesse v_1 . Brûleur B₁. $\bar{v}_1 = 1.44$ m/s.

L'analyse des phases des différents signaux est d'une importance capitale pour caractériser les instabilités. La figure V.5 indique que, lorsque l'oscillation du système est maximale, le dégagement de chaleur présente un retard de phase proche de $3\pi/2$ par rapport au signal de vitesse v_1 . Le délai entre une fluctuation du dégagement de chaleur induite par une perturbation de vitesse à la sortie du brûleur est donné par le temps de propagation de la perturbation le long du front de flamme. On peut le vérifier en s'intéressant à l'évolution du retard de phase entre le dégagement de chaleur et la vitesse en fonction de la distance z (Fig. V.6). Lorsque le système est instable, la phase entre les signaux $I_{CH^*}(t)$ et $v_1(t)$ est comprise entre 40° et 110° , mais l'émission sonore la plus intense est observée pour une phase proche de 90° (correspondant à un retard de phase de $3\pi/2$). On trouve en fait une valeur absolue légèrement inférieure à $\pi/2$, car la mesure de vitesse n'est pas prise exactement à la sortie du brûleur mais à 0.5 mm au-dessus de celle-ci. Ceci induit un délai plus court entre les deux signaux. Les mêmes retards de phase, une opposition entre la vitesse et la pression en sortie de brûleur et une quadrature ($3\pi/2$) entre le dégagement de chaleur et la vitesse, sont systématiquement observés dans tous les cas explorés. Ces caractéristiques sont utilisées dans la section suivante pour construire un modèle de l'instabilité.

V.4 Modélisation de l'instabilité

Le but de cette section est de construire un modèle du mécanisme de couplage résonant qui conduit à des oscillations auto-entretenues à partir des indications expérimentales précédentes. On a montré que cette instabilité résulte de l'interaction de la flamme avec la plaque couplée à la résonance acoustique du brûleur.

V.4.1 Le résonateur de Helmholtz

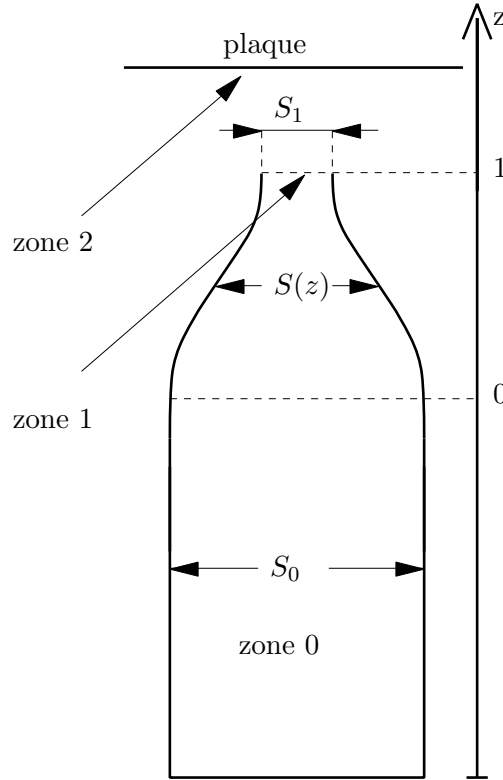


FIG. V.7 – Schéma utilisé pour la modélisation acoustique du brûleur.

La géométrie du brûleur axisymétrique peut être modélisée par son volume V et sa section transversale $S(z)$ qui varie régulièrement de la section S_0 du corps du brûleur à la section de sortie S_1 . Puisque les longueurs d'onde acoustiques considérées sont bien plus grandes que les dimensions du dispositif, le brûleur peut être assimilé à un résonateur de Helmholtz (Munjal 1987). En notant \bar{v}_1 la vitesse moyenne de l'écoulement dans la section de sortie S_1 et en supposant une évolution isentropique des fluctuations de la pression interne p'_0 à l'intérieur du corps du brûleur, un bilan de masse permet de relier les fluctuations de la pression interne p'_0 aux perturbations acoustiques externes p'_1 et v'_1 à la sortie du brûleur (zone 1 de la Fig V.7) :

$$\frac{V}{c^2} \frac{dp'_0}{dt} = -\frac{S_1 \bar{v}_1}{c^2} p'_1 - S_1 \bar{\rho} v'_1 \quad (\text{V.2})$$

où c est la vitesse du son dans le mélange réactif de densité ρ . Les quantités moyennes sont notées $(\bar{\quad})$ et les quantités fluctuantes (\prime) . Le rapport des deux contributions du membre de droite de l'équation (V.2), $(\bar{v}_1 / \bar{\rho} c^2) p'_1 / v'_1$, est petit car le nombre de Mach de l'écoulement moyen $M = \bar{v}_1 / c$ reste faible dans nos expériences ($M < 10^{-2}$). Dans ce cas l'expression (V.2) est réduite à :

$$\frac{V}{c^2} \frac{dp'_0}{dt} = -S_1 \bar{\rho} v'_1 \quad (\text{V.3})$$

Dans la limite des petits nombres de Mach, la fluctuation de pression p'_0 dans le brûleur est donc en quadrature avec la fluctuation de vitesse v'_1 . En négligeant la compressibilité de l'air et en négligeant la vitesse de l'écoulement à l'intérieur du volume, un bilan de masse couplé à l'équation de Bernoulli instationnaire donne :

$$\bar{\rho}L_e \frac{dv'_1}{dt} + \bar{\rho}\bar{v}_1 v'_1 + p'_1 = p'_0 \quad (\text{V.4})$$

Dans cette expression $L_e = \int_0^1 [S_1/S(z)] dz + a$ (Hirschberg 2001) est une longueur effective qui rend compte de l'inertie de la masse de gaz dans le convergent et a est une correction d'extrémité qui correspond à l'adaptation d'impédance entre l'écoulement à la sortie du brûleur et l'atmosphère au repos (Rienstra 1983). Dans notre cas a est pris égal au rayon r de sortie du brûleur (Hirschberg 2001). En combinant les équations (V.2) et (V.4), on obtient une relation pour les fluctuations de vitesse à la sortie du brûleur :

$$M \frac{d^2 v'_1}{dt^2} + R \frac{dv'_1}{dt} + kv'_1 = -S_1 \frac{dp'_1}{dt} \quad (\text{V.5})$$

Dans cette expression $R = \bar{\rho}\bar{v}_1 S_1$ représente l'amortissement du système et $k = \bar{\rho}\bar{c}^2 S_1^2/V$ la raideur de la colonne de gaz de volume V agissant comme une force de rappel sur la masse d'air effective $M = \bar{\rho}S_1 L_e$. La dynamique du brûleur est décrite par un système masse-ressort-amortissement (membre de gauche Eq. (V.5)) excité par une force externe (membre de droite Eq. (V.5)). Le système possède une fréquence de résonance naturelle f_0 donnée par :

$$(2\pi f_0)^2 = \frac{k}{M} = \frac{\bar{c}^2 S_1}{V L_e} \quad (\text{V.6})$$

On retrouve l'équation (V.1).

Selon l'expression (V.5), les fluctuations de pression externe p'_1 sont responsables de l'excitation du résonateur. L'origine de ces perturbations de pression est maintenant examinée.

V.4.2 Mécanisme de couplage

On a montré dans le chapitre IV que l'interaction d'une flamme instationnaire et d'une paroi froide constitue une source sonore puissante lorsque des portions de surface de flamme s'éteignent suite aux pertes de chaleur à la paroi. La fluctuation de pression p' résultant de cette interaction est proportionnelle au taux de variation de la fluctuation de surface de flamme $A'(t)$:

$$p'_3(r, t) = K(r) \left[\frac{dA'}{dt} \right]_{t-\tau_{23}} \quad (\text{V.7})$$

Ici, τ_{23} est le délai requis pour la propagation des fluctuations de pression de la source proche de la paroi (zone 2, Fig. V.7) vers le détecteur M_3 éloigné d'une distance $r = 69$ cm. Le coefficient $K(r)$ définit l'amplitude du champ rayonné. Il est estimé à partir des enregistrements temporels, comme ceux présentés sur la figure V.5. La perturbation produite à la périphérie de la flamme en contact avec la paroi rayonne dans tout l'espace et en particulier vers la sortie du brûleur. La pression induite p'_1 dans la zone 1 est donc proportionnelle à la fluctuation de la pression issue de la zone 2, $p'_2(t - r_{21}/\bar{c})$, où r_{21} est la distance séparant la source du bruit (zone 2, Fig. V.7) et la sortie du brûleur (zone 1, Fig. V.1). La fluctuation de pression résultante à la sortie du brûleur p'_1 apparaît donc comme la source d'excitation du résonateur de Helmholtz (Eq. (V.5)). Il en résulte une fluctuation de la vitesse débitante v'_1 qui induit à son tour une fluctuation A' de la surface de flamme et donc du dégagement de chaleur.

Il reste à établir le lien entre la fluctuation du dégagement de chaleur, ou encore de la surface de flamme A' , et la perturbation de vitesse à la sortie du brûleur v'_1 . Cette relation dépend à priori

de la richesse du mélange Φ , de la distance brûleur-paroi z , des pertes thermiques à la paroi (donc de la température à la paroi T_w), de la vitesse moyenne \bar{v}_1 et fluctuante v'_1 de l'écoulement, et de la pulsation ω de l'oscillation. Dans nos expériences, la température de la plaque T_w et le mélange de richesse Φ sont maintenus constants. Pour de petites perturbations de l'écoulement, on considère la fonction de transfert de la flamme F sous la forme (cf. chapitre I) :

$$\frac{A'}{A} = \frac{v'_1}{\bar{v}_1} F\left(\frac{\omega z}{\bar{v}_1}, \frac{\bar{v}_1}{S_L}\right) \quad (\text{V.8})$$

où S_L est la vitesse de flamme laminaire. En combinant les équations (V.5), (V.7) et (V.8), on obtient la fermeture du système pour les perturbations de vitesse à la sortie du brûleur :

$$\frac{d^2 v'_1}{dt^2} + 2\delta \frac{dv'_1}{dt} + \omega_0^2 v'_1 = -N \frac{d^2}{dt^2} \left[F\left(\frac{\omega z}{\bar{v}_1}, \frac{S_L}{\bar{v}_1}\right) v'_1 \right]_{t-\tau_{21}} \quad (\text{V.9})$$

Dans cette expression $\delta = R/(2M)$ est le coefficient d'amortissement du résonateur, le coefficient $N = (S_1 K(r_{21}) \bar{A}) / (M \bar{v}_1)$ caractérise l'interaction acoustique-combustion et τ_{21} est le délai acoustique requis par la perturbation de pression pour se propager de la zone de combustion (zone 2, Fig. V.7) vers la sortie du brûleur (zone 1, Fig. V.7). Il faut maintenant donner la forme de la fonction de transfert F de la flamme sous la plaque.

V.4.3 Choix de la fonction de transfert

La réponse d'une flamme aux perturbations de l'écoulement incident a fait l'objet du chapitre I pour des flammes de prémélange inclinées par rapport à l'écoulement en l'absence de paroi. La situation est plus complexe en présence d'une paroi à cause de la forte déflexion de l'écoulement. On dispose toutefois de modèles simples basés sur une approche phénoménologique du problème. Deux modèles sont testés ci-dessous dans le cas de l'interaction brûleur-flamme-paroi.

Modèle (n, τ)

Ce modèle suppose que la fluctuation de la vitesse v'_1 se propage à la vitesse moyenne de l'écoulement \bar{v}_1 le long du front de flamme vers la plaque. Lorsque la perturbation de vitesse atteint la plaque au bout d'un temps de convection τ_c , elle provoque une fluctuation de la surface de flamme $A(t)$. Les fluctuations $A'(t)$ de la surface de flamme sont donc reliées aux fluctuations v'_1 de la vitesse à la sortie du brûleur par une relation du type (Crocco 1951; Crocco 1952; Candel 1992) :

$$\frac{A'}{A}(t) = n \left[\frac{v'_1}{\bar{v}_1} \right]_{t-\tau_c} \quad (\text{V.10})$$

où n caractérise le couplage entre la fluctuation A' de surface et la perturbation v'_1 de vitesse. Pour des fluctuations harmoniques de forme générale $x'(t) = \tilde{x} \exp(i\omega t)$, la fonction de transfert F du modèle (n, τ) s'écrit :

$$F = n \exp(-i\omega\tau_c) \quad (\text{V.11})$$

En combinant les équations (V.9) et (V.11), on obtient la fermeture du système pour les perturbations de vitesse à la sortie du brûleur. Celles-ci doivent satisfaire :

$$\omega^2 [1 + N_1 \exp(-i\omega\tau)] - 2i\delta\omega - \omega_0^2 = 0 \quad (\text{V.12})$$

Cette expression est semblable à celle obtenue par Crocco (1965) dans l'étude des instabilités basse fréquence des propulseurs à ergols liquides. Le coefficient $N_1 = nN$ est un coefficient d'interaction acoustique-combustion normalisé et $\tau = \tau_{21} + \tau_c$ est le temps de retard cumulé du système. La stabilité du système brûleur-flamme-paroi est déterminée par le comportement de l'expression (V.12) en fonction des paramètres (N_1, τ) du modèle.

Filtre du premier ordre

Dans l'analyse précédente, la réponse de la flamme ne dépend pas de la fréquence d'excitation. Or, de nombreuses études expérimentales (Merk 1956; Baade 1978; Ducruix *et al.* 2000) et l'analyse menée dans le chapitre I montrent qu'une flamme de prémélange se comporte comme un filtre passe-bas vis à vis des perturbations de l'écoulement incident. Il est donc intéressant d'introduire un second modèle de fonction de transfert qui tient compte de ce mécanisme filtrant. Le modèle le plus simple consiste en un filtre passe-bas du premier ordre, souvent utilisé dans les analyses théoriques de la dynamique des flammes pour sa simplicité (Fleifel *et al.* 1996; Dowling 1999). Pour des perturbations de vitesse de la forme $v'_1(t) = \tilde{v}_1 \exp(i\omega t)$, la fonction de transfert de la flamme s'écrit $F = (\tilde{A}/\bar{A})/(\tilde{v}_1/\bar{v}_1)$ avec :

$$F(\omega) = \frac{1}{1 + i\omega\tau_f} \quad (\text{V.13})$$

Le temps caractéristique $\tau_f > 0$ correspond à l'inverse de la fréquence de coupure de la flamme au-delà de laquelle elle ne répond plus aux perturbations de l'écoulement (cf. chapitre I). Avec les conventions adoptées, le signe "plus" apparaît au dénominateur de l'équation (V.13) et traduit le fait que la réponse de la flamme est en retard par rapport à la perturbation incidente. En combinant les équations (V.9) et (V.13), les fluctuations de vitesse v'_1 à la sortie du brûleur doivent cette fois-ci satisfaire :

$$\omega^2 \left[1 + N \frac{\exp(-i\omega\tau_{21})}{1 + i\omega\tau_f} \right] - 2i\delta\omega - \omega_0^2 = 0 \quad (\text{V.14})$$

Cette expression est à rapprocher de l'équation (V.12) obtenue avec le modèle (n, τ) . La différence essentielle est l'apparition d'un dénominateur qui dépend de la fréquence dans le membre de gauche. Pour des fréquences d'excitation élevées, les effets de la combustion ne se font plus sentir et l'équation dégénère en celle d'un oscillateur harmonique amorti. Il faut noter que l'exponentielle de l'équation (V.12) fait intervenir le délai global $\tau = \tau_{21} + \tau_c$, somme des délais acoustique τ_{21} et du temps convectif τ_c . Dans l'équation (V.14), seul le retard acoustique τ_{21} apparaît dans l'exponentielle. Le nombre de Mach de l'écoulement $M = v_1/c$ étant faible, la contribution de τ_{21} au retard du système est faible, et donc τ_{21} sera négligé dans ce qui suit.

La stabilité du système brûleur-flamme-paroi vis à vis des perturbations de la vitesse à la sortie du brûleur peut maintenant être analysée à partir des expressions (V.12) ou (V.14).

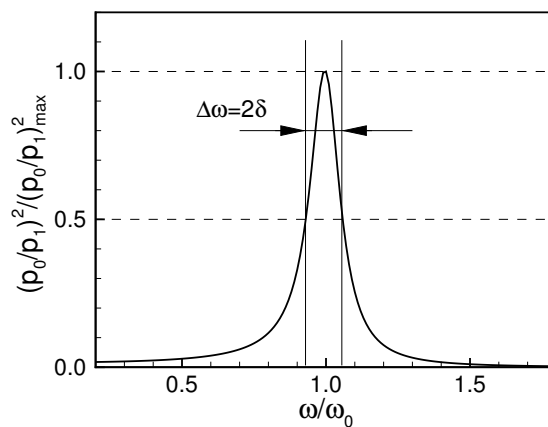


FIG. V.8 – Réponse théorique du brûleur soumis à une excitation extérieure $p'_1 = \tilde{p}_1 \exp(i\omega t)$ en l'absence de combustion. La largeur à mi-hauteur vaut $\Delta\omega = 2\delta$ lorsque $\delta/\omega_0 \ll 1$.

V.5 Stabilité du système

On étudie dans un premier temps la stabilité de l'équation (V.12) obtenue avec le modèle de fonction de transfert (n, τ) . L'analyse est ensuite rapidement reconduite pour l'équation (V.14) dans le cas d'un filtre du premier ordre.

On suppose que la pulsation ω des fluctuations de vitesse $v'_1 = \tilde{v}_1 \exp(i\omega t)$ est un nombre complexe, $\omega = \omega_r + i\omega_i$, où ω_r et ω_i sont réels. La perturbation peut donc s'écrire :

$$v'_1 = \tilde{v}_1 \exp(-\omega_i t) \exp(i\omega_r t) \quad (\text{V.15})$$

Lorsque la partie imaginaire de ω est négative la perturbation s'amplifie et le système est instable, lorsqu'elle est positive la perturbation s'atténue et le système est stable. La stabilité du système revient donc à l'étude du changement de signe de la partie imaginaire ω_i de la pulsation en fonction des paramètres du modèle considéré (N_1, τ) (Eq. (V.12)) ou (N, τ_f) (Eq. V.14)).

V.5.1 Sans combustion

En l'absence de combustion le coefficient d'interaction N est nul, $N = 0$. Dans ce cas, la solution de l'équation (V.12) est immédiate. La pulsation complexe du système est donnée par $\omega_* = (\omega_0^2 + \delta^2)^{1/2} + i\delta$. Les perturbations de vitesse prennent la forme :

$$v'_1 = \tilde{v}_1 \exp(-\delta t) \exp\left[\pm i(\omega_0^2 - \delta^2)^{1/2} t\right] \quad (\text{V.16})$$

Dans toutes nos expériences, la pulsation propre du brûleur ω_0 est toujours largement supérieure au coefficient d'amortissement δ , $\omega_0 \gg \delta$. Le coefficient d'amortissement étant positif, $\delta > 0$, le système en l'absence de combustion est donc toujours stable. Il ne peut entrer en résonance naturellement sans une excitation extérieure entretenue. En présence de perturbations externes, produites par exemple par l'intermédiaire d'un haut-parleur, on peut étudier la réponse du brûleur à cette excitation. En combinant les expressions (V.3) et (V.5), on obtient la fluctuation de pression interne p'_0 en fonction de l'excitation externe p'_1 :

$$\frac{d^2 p'_0}{dt^2} + 2\delta \frac{dp'_0}{dt} + \omega_0^2 p'_0 = \omega_0^2 p'_1 \quad (\text{V.17})$$

Pour une excitation harmonique $p'_1 = \tilde{p}_1 \exp(i\omega t)$ à la sortie du brûleur, la fluctuation de pression à l'intérieur du brûleur (zone 0, Fig. V.7) est de la forme $p'_0 = \tilde{p}_0 \exp(i\omega t)$ avec :

$$\frac{\tilde{p}_0}{\tilde{p}_1} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + 2i \frac{\delta}{\omega_0} \frac{\omega}{\omega_0}} \quad (\text{V.18})$$

La réponse du brûleur est représentée graphiquement sur la figure V.8. Le module du carré du rapport \tilde{p}_0/\tilde{p}_1 présente une réponse maximale centrée sur la pulsation naturelle du brûleur ω_0 avec une largeur à mi-hauteur égale à 2δ , lorsque $\delta/\omega_0 \ll 1$. Il est à noter que la courbe n'est pas symétrique autour de ω/ω_0 . Cette courbe théorique est à rapprocher des données expérimentales pour la réponse du brûleur à une excitation externe en l'absence d'écoulement et de combustion (Fig. V.4).

V.5.2 Interaction faible

La stabilité linéaire de l'équation (V.12) est étudiée lorsque le couplage acoustique combustion est faible, $N \ll 1$. On recherche une solution ω proche de la solution sans combustion ω_* en posant $\omega = \omega_* + \omega'$. En introduisant cette expression dans l'équation (V.12), on obtient au premier ordre en N_1 et en ω' :

$$\omega = \omega_* \left[1 - \frac{N_1 \exp(-i\omega_*\tau)}{2(1 - i\delta/\omega_*)} \right] \quad (\text{V.19})$$

Dans tous les cas explorés, l'amortissement reste négligeable devant la pulsation propre du brûleur, $\delta \ll \omega_0$. On a donc $\omega_* \simeq \omega_0$ et la pulsation complexe du système est donnée par $\omega = \omega_r + i\omega_i$ avec :

$$\omega_r = \omega_0 \left[1 - \frac{1}{2} N_1 \cos(\omega_0\tau) \right] \quad (\text{V.20})$$

$$\omega_i = \frac{1}{2} N_1 \omega_0 \sin(\omega_0\tau) \quad (\text{V.21})$$

Le paramètre N_1 étant positif, la stabilité linéaire dépend uniquement du délai τ . Le système est instable dès que $\omega_i = \sin(\omega_0\tau) < 0$, c'est-à-dire lorsque la phase $\varphi = \omega_0\tau$ appartient à l'intervalle $[\pi, 2\pi]$ modulo 2π . Le système brûleur-flamme-paroi présente une succession de zones stables, puis instables, espacées périodiquement de π (Fig. V.9 à gauche). De façon plus explicite, lorsque le système oscille à la pulsation propre ω_0 du brûleur, la phase $\varphi = \omega_0\tau$ prend des valeurs discrètes $\omega_0\tau = (4m - 1)\pi/2$ avec $m = 1, 2, \dots$. Dans ce cas, la fluctuation de vitesse v'_1 est en quadrature avec la fluctuation de l'émission lumineuse I_{CH*} associée au dégagement de chaleur.

La fréquence de l'oscillation du système est donnée par la partie réelle de la pulsation complexe ω . Pour un coefficient d'interaction N_1 fixé, elle présente une évolution sinusoïdale en fonction de la phase $\varphi = \omega_0\tau$ (Eq. (V.20)). Celle-ci est représentée pour une valeur de $N = 0.1$ sur la figure V.10. Cependant, des estimations du coefficient d'interaction N à partir des données expérimentales donnent des valeurs s'étalant de 1 à 3, ce qui indique que le couplage acoustique-combustion est fort et l'approximation $N \ll 1$ peu réaliste.

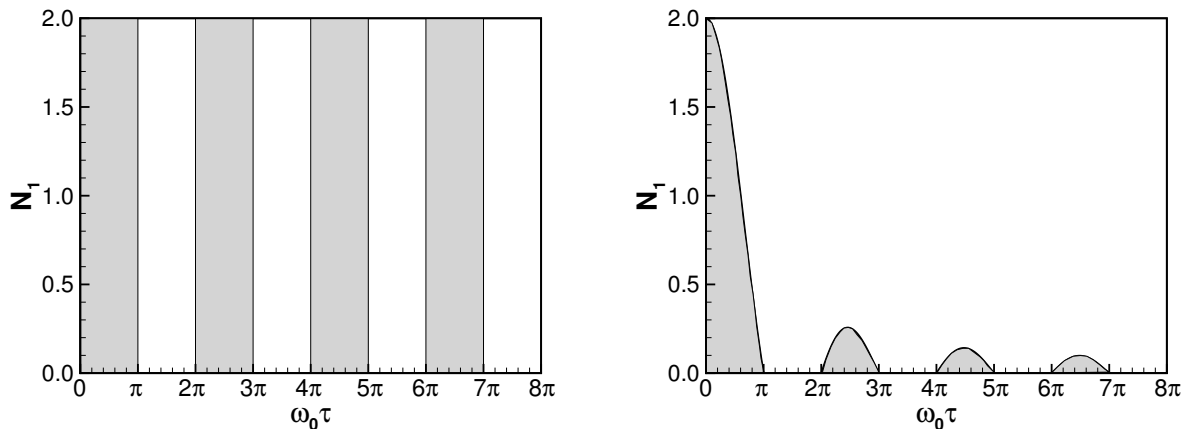


FIG. V.9 – Cartes de stabilité du système brûleur-flamme-paroi. A gauche, stabilité au sens de l'Eq. (V.21), et à droite au sens de l'Eq. (V.23). Les zones stables sont grisées.

V.5.3 Interaction forte

L'analyse de la stabilité de l'équation (V.12) est étendue aux grandes valeurs de N_1 . On suppose toujours une décomposition de la pulsation sous la forme $\omega_* + \omega'$, où ω_* est la pulsation du système en l'absence de combustion, mais on ne formule aucune hypothèse sur le coefficient N_1 . En utilisant cette relation dans l'équation (V.12), il vient en négligeant $\delta \ll \omega_0$:

$$\omega = \omega_0 \left[1 - \frac{N_1 \exp(-i\omega_0\tau)}{2 + N_1(2 - i\omega_0\tau) \exp(-i\omega_0\tau)} \right] \quad (\text{V.22})$$

La stabilité du système dépend cette fois-ci explicitement des deux paramètres N_1 et τ , dont la limite est déterminée par les changements de signe de $\omega_i = \Im(\omega)$. Le système est instable lorsque :

$$\frac{\sin(\omega_0\tau)}{\omega_0\tau} < N_1/2 \quad (\text{V.23})$$

Lorsque le couplage acoustique combustion est fort, plus précisément pour des valeurs $N_1 > 2$, le système est donc toujours instable. Le domaine instable défini par la condition Eq. (V.23) est beaucoup plus étendu que celui prévu par l'équation (V.21) dans la limite des faibles valeur de N_1 . La nouvelle carte de stabilité du système est représentée sur la figure V.9 (à droite) en fonction des paramètres sans dimension $\omega_0\tau$ et N_1 lorsque $\delta \ll \omega_0$. Les zones stables au sens de l'expression (V.23) sont grisées. Le système est donc toujours instable pour des paramètres vérifiant $\omega_0\tau > \pi$ et $N > 0.26$.

L'évolution de la fréquence de l'oscillation du système est estimée en recherchant les solutions de l'équation (V.12) dans la limite $\delta \ll \omega_0$ avec une méthode numérique. Celles-ci sont représentées sur la figure V.10 pour différentes valeurs du coefficient N_1 en fonction de la phase $\varphi = \omega_0\tau$. Cette figure montre que plus le coefficient d'interaction prend des valeurs élevées plus l'évolution de la fréquence en forme de dents de scie est prononcée.

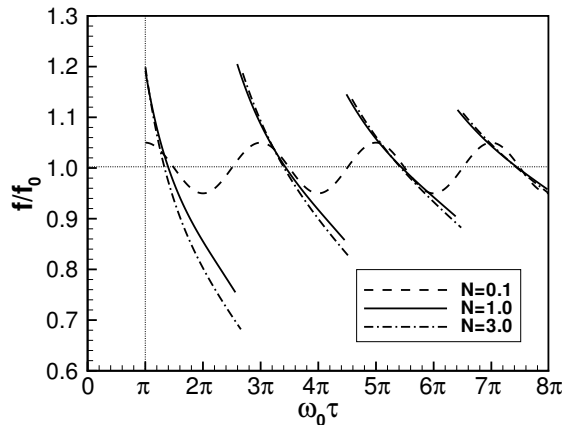


FIG. V.10 – Evolution de la fréquence de l'oscillation auto-entretenu du système brûleur-flamme-plaque en fonction de la phase $\omega_0\tau$ pour différentes valeurs du coefficient d'interaction $N = 0.1, 1.0$ et 3.0 . La fréquence f est normalisée par la fréquence de résonance du brûleur f_0 en l'absence de combustion.

V.5.4 Analyse au moyen d'un filtre du premier ordre

Il est intéressant de revenir sur l'analyse de la stabilité du système brûleur-flamme-plaque en considérant cette fois-ci un filtre passe-bas du premier ordre comme fonction de transfert. La stabilité linéaire de l'expression (V.14) est étudiée autour de la pulsation du brûleur en l'absence de combustion, $\omega_* \simeq \omega_0$, pour de petites valeurs du coefficient N . En utilisant à nouveau la décomposition $\omega = \omega_* + \omega''$, on obtient au premier ordre en ω'' et N :

$$\omega'' = -\frac{N}{2}\omega_0 \frac{1 - i\omega_0\tau_f}{1 + (\omega_0\tau_f)^2} \quad (\text{V.24})$$

Dans cette expression, on a négligé l'amortissement δ , ainsi que le retard acoustique τ_{21} . La partie imaginaire de ω'' est toujours positive. L'analyse peut être étendue aux grandes valeurs de N , ce résultat reste toujours valable. Selon cette étude, le système serait inconditionnellement stable, ce qui est en contradiction avec l'analyse précédente et avec les expériences. Le problème résulte du choix de la fonction de transfert. Le diagramme de Bode d'un filtre passe-bas du premier ordre présente en effet une saturation de la phase à une valeur de $\pi/2$ (Fig. V.11). Expérimentalement, on observe les plus fortes instabilités lorsque le dégageement de chaleur Q' est en quadrature et en avance par rapport à la perturbation de vitesse v'_1 à la sortie du brûleur, et d'une manière générale lorsque le déphasage se situe dans l'intervalle $[\pi, 2\pi]$ modulo 2π . Ces déphasages ne peuvent pas être atteints par une fonction de transfert du premier ordre (Fig. V.11). Il est donc impossible de prévoir la carte de stabilité avec un modèle de réponse de flamme du type filtre passe-bas du premier ordre. Ce problème rend compte de la difficulté et de l'importance du choix de la fonction de transfert pour la caractérisation des instabilités de combustion.

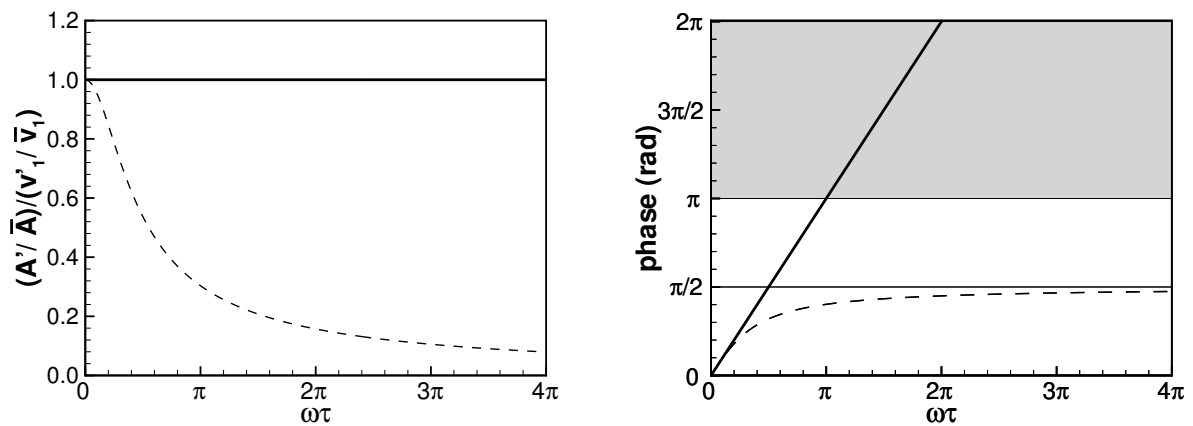


FIG. V.11 – Comparaison des caractéristiques des fonctions de transfert (n, τ) (en trait gras) et du filtre passe bas du premier ordre (en pointillés). Sur ces graphes : $n = 1$, $\tau_f = \tau$. La zone grisée sur le graphe de droite représente la première zone instable du système brûleur-flamme-paroi qui ne peut être décrite par un filtre du premier ordre.

V.6 Comparaison des prévisions théoriques à l'expérience

Les prévisions théoriques du modèle développé dans la section précédente et les résultats expérimentaux sont confrontés ci-dessous de façon plus précise.

V.6.1 Acoustique du brûleur

La fluctuation de pression p'_0 mesurée à la base du brûleur et la vitesse axiale v_1 mesurée par LDV à 0.5 mm au dessus du brûleur sont représentées en fonction du temps sur la figure V.12 dans une situation où le système est instable.

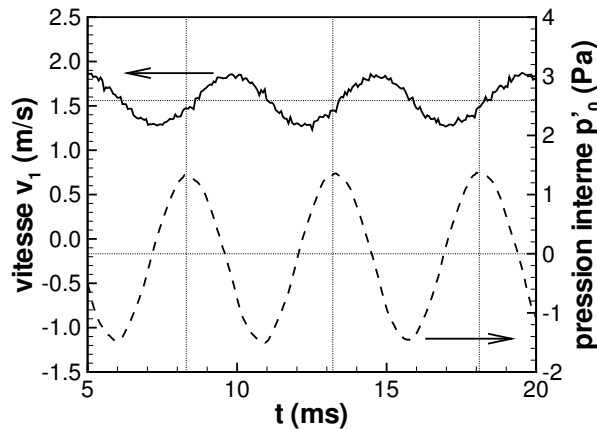


FIG. V.12 – Mesure simultanée du signal de pression interne p'_0 délivré par le microphone M_0 et de la vitesse axiale v_1 à la sortie du brûleur dans un régime instable. $\bar{v}_1 = 1.44$ m/s, $z = 9.6$ mm.

La fréquence de l'instabilité est dans ce cas de 204 Hz. Le signal de pression p'_0 est approximativement en quadrature avec le signal de vitesse v_1 comme suggéré par l'équation (V.3). Une mesure précise du déphasage entre ces deux signaux donne une valeur de 107° qui est supérieure à la valeur attendue de 90° . Mais ce résultat doit être corrigé du retard introduit par la mesure du signal de vitesse à $z = 0.5$ mm au dessus du plan de sortie du brûleur au lieu de $z = 0$. En utilisant une estimation de ce déphasage avec la formule $\Delta\varphi = \omega\Delta z/\bar{v}_1 \simeq 22^\circ$, on trouve une valeur de 85° pour le retard de phase entre le signal de vitesse v_1 dans le plan de sortie du brûleur et la fluctuation de pression p'_0 à l'intérieur du brûleur. Cette nouvelle valeur est proche de la quadrature théorique. Des résultats du même type sont obtenus pour des signaux mesurés à des distances brûleur-paroi $z = 14.6$ et 22.6 mm. La confrontation des fréquences de résonance estimées et mesurées, ainsi que les résultats présentés sur la figure V.12 confirment que le brûleur se comporte bien comme un résonateur de Helmholtz.

V.6.2 Génération de bruit par la flamme

On a montré dans la section précédente que le signal délivré par le microphone décalé dans le temps $p'_3(t - \tau_{23})$ et le taux de variation dI_{CH^*}/dt du signal de chimiluminescence sont corrélés (Fig. V.5). Comme les fluctuations du dégagement de chaleur sont proportionnelles aux variations de surface de flamme, l'avance de phase de $+\pi/2$ observée entre les signaux $p'_3(t - \tau_{23})$ et I_{CH^*} est en accord avec l'équation (V.7). Ceci constitue une preuve supplémentaire que la source sonore est principalement due à l'interaction instationnaire de la flamme avec la paroi froide.

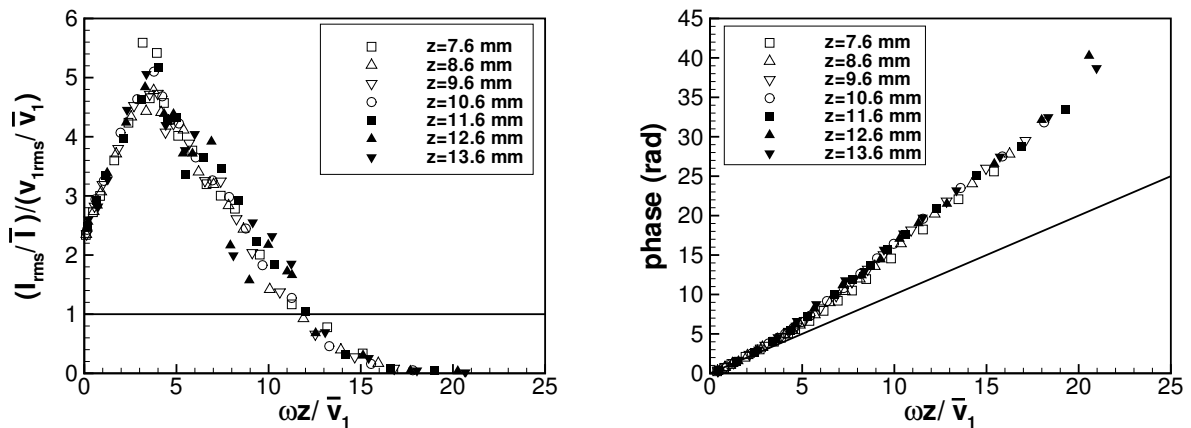


FIG. V.13 – Gain et phase de la fonction de transfert de la flamme modulée sous la plaque pour différentes valeurs de la distance brûleur-paroi z . $\bar{v}_1 = 1.44$ m/s.

V.6.3 Fonction de transfert de la flamme

La fonction de transfert reliant le signal de vitesse v_1 et le signal lumineux I_{CH^*} est déterminée expérimentalement dans une configuration où l'écoulement à la sortie du brûleur est modulé grâce à un haut-parleur placé à la base du brûleur (Fig. V.1, à droite). Le gain et la différence de phase entre les deux signaux sont représentés pour différentes valeurs de la distance z brûleur-paroi sur la figure V.13. Seules des distances $z < 15.6$ mm sont considérées. Pour ces distances, la flamme perturbée reste dans un régime de type noyau central froid (“cool central core”) et ne présente pas de transition vers une forme en chapeau dans laquelle les gaz chauds impactent la plaque (cf. chapitre IV). Les signaux sont représentés en fonction d'une fréquence normalisée, rapport entre le temps de convection d'une perturbation z/\bar{v}_1 et la période acoustique $T = 2\pi/\omega$. La réponse en amplitude présente un caractère de type passe bas, mais également une région où la flamme agit comme un amplificateur des perturbations de l'écoulement. Ce phénomène a déjà été observé dans le chapitre III pour la réponse des flammes en “V” qui présentent également des variations rapides de la surface de flamme. Pour des pulsations réduites $\omega z/\bar{v}_1 < 12$, le gain présente des valeurs supérieures à un et un maximum d'amplification autour de $\omega z/\bar{v}_1 \simeq 3-4$. Le coefficient d'interaction acoustique-combustion n du modèle de l'équation (V.10) prend dans cette région de grandes valeurs, $n \simeq 1-5$. La flamme très sensible aux perturbations incidentes dans cette zone est susceptible de générer des instabilités. La phase croît de façon monotone comme suggéré par le modèle Eq. (V.10). Le délai τ_c du modèle (n, τ) peut être évalué en examinant la phase de la fonction de transfert sur la figure V.13 à droite. Pour des phases inférieures à 4 rad, $\tau_c = z/\bar{v}_1$ constitue une bonne approximation des données expérimentales (trait continu, Fig. V.13). Au-delà, la relation donnant τ_c a été corrigée pour tenir compte du temps de parcours réel de la perturbation entre la base du brûleur et la paroi, lorsque l'écoulement est fortement étiré et défléchi (Durox *et al.* 2002). L'approximation affine suivante est utilisée :

$$\tau_c = \alpha \left(\frac{z}{D} \right) \frac{z}{\bar{v}_1} \text{ avec } \alpha \left(\frac{z}{D} \right) = -0.66 \frac{z}{D} + 1.80 \quad (\text{V.25})$$

Dans cette expression D est le diamètre du brûleur. La courbe obtenue avec cette correction permet de reproduire les données expérimentales de la figure V.13 pour des phases $\omega\tau_c < 15$.

V.6.4 Fréquences d'oscillation

En supposant que le système oscille à la fréquence de résonance f_0 , la solution de l'équation (V.12) montre que le délai τ est donné par la relation : $\omega_0\tau = (4m-1)\pi/2$, avec $m = 1, 2, \dots$. Dans cette expression, τ est la somme du délai convectif τ_c et du délai acoustique τ_{21} . Une approximation raisonnable est de négliger τ_{21} devant τ_c ($\bar{v}_1/\bar{c} \ll 1$). A la fréquence de résonance, le délai τ_c entre la fluctuation de surface A' (ou I_{CH^*}) et de vitesse v'_1 correspond donc à une différence de phase $\omega_0\tau_c \simeq \omega_0\tau = 3\pi/2$ modulo 2π . Ceci est en accord avec les mesures de phase présentées sur la figure V.3 lorsque l'émission sonore est maximale, c'est à dire lorsque le système oscille à la fréquence de résonance.

L'évolution de la fréquence de l'instabilité est représentée sur la figure V.14 en fonction du temps de retard cumulé adimensionné $f_0\tau$. Sur cette figure les prévisions du modèle (en trait continu) tiennent compte de la correction sur le délai τ de l'équation (V.25). Le modèle prévoit le comportement en dents de scie des mesures. On observe en particulier que, pour des distances brûleur-paroi z plus petites que la distance où l'amplitude de l'oscillation est maximale (Fig. V.3), la fréquence f est plus grande que la fréquence propre du brûleur f_0 . Dans ce cas, le temps mis par une perturbation pour parcourir la distance brûleur-paroi z est plus court que le délai correspondant à la fréquence de résonance f_0 . La fréquence de l'oscillation f doit donc effectivement être supérieure à f_0 . Selon ce mécanisme, la fréquence d'oscillation du système décroît lorsque la distance z augmente. Mais lorsque cette distance est trop grande, le système se cale sur un autre mode. Il est à noter que même si l'analyse de stabilité linéaire prévoit une zone instable très large, des régions assez étroites de stabilité sont observées dans des zones à priori instables. Ceci est certainement dû (i) aux hypothèses fortes du modèle qui néglige notamment l'amortissement et les pertes acoustiques du système et (ii) à des effets non-linéaires lorsque le couplage acoustique-combustion est important ($N \simeq 1$). Cependant, les prévisions du modèle sont en bon accord avec les données expérimentales. La modélisation reproduit correctement les différents modes instables, sauf pour les grandes valeurs de z . Dans ces régions, la relation utilisée pour τ_c n'est plus valable.

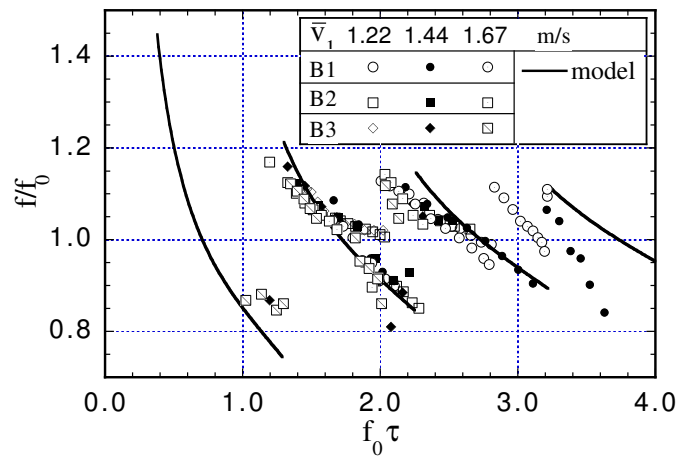


FIG. V.14 – Evolution de la fréquence d'oscillation de la flamme f en fonction du délai réduit $f_0\tau$. f est normalisée par la fréquence propre de brûleur f_0 en l'absence de combustion. Comparaison des prévisions, solutions de l'Eq. (V.12), aux mesures pour les trois corps de brûleur (B₁, B₂ et B₃) et pour trois vitesses d'écoulement : $\bar{v}_1 = 1.20, 1.44$ et 1.68 m/s.

V.7 Conclusion

Les expériences décrites dans ce chapitre indiquent que des instabilités fortes peuvent être induites lorsqu'une flamme de prémélange ancrée sur un brûleur entre en interaction avec une paroi plane refroidie placée dans son voisinage. On a montré que le dispositif se comporte comme un résonateur de Helmholtz, mais que la fréquence d'oscillation des perturbations évolue avec la distance de séparation entre le brûleur et la paroi autour de la fréquence propre du système. Une analyse détaillée montre que les oscillations de pression sont dues aux variations rapides de la surface de flamme au contact de la plaque refroidie. L'interaction provoque une disparition rapide de surface de flamme qui agit comme une source acoustique intense. Un modèle permet de décrire la dynamique du système qui consiste en un résonateur de Helmholtz excité par une source de perturbation induite par l'interaction forte entre la flamme et la plaque refroidie. Le modèle reproduit correctement les relations entre les phases des différents signaux mesurés, ainsi que l'évolution de la fréquence d'oscillation de l'instabilité lorsque la distance brûleur-plaque est modifiée. Dans tous les modes instables, on montre que la différence de phase entre la perturbation de la vitesse mesurée à la sortie du brûleur et la fluctuation du dégagement de chaleur est égale à $3\pi/2$, modulo 2π , lorsque l'amplitude de l'oscillation est maximale. Il est donc primordial de représenter la fonction de transfert de la flamme avec un modèle capable de reproduire de tels déphasages.

L'influence de différents paramètres sur l'instabilité tels que la richesse, la géométrie du brûleur et le débit ont également été étudiés dans le cadre d'un projet d'élèves de l'ECP (Follet et Giauque 2002). La validité des modèles a été testée sur une configuration expérimentale semblable à celle utilisée ici, mais de plus petite taille. Pour une distance brûleur-paroi z fixée et une richesse figée, les résultats pour l'évolution de la fréquence de l'instabilité en fonction du débit de prémélange injecté sont en très bon accord avec l'analyse théorique proposée. Par contre, en fixant la distance z et le débit de prémélange, le domaine d'instabilité exploré en faisant varier la richesse est beaucoup plus large en présence d'une flamme pauvre ($\Phi < 1$) qu'en présence d'une flamme riche ($\Phi > 1$) pour une vitesse de flamme S_L identique. Ce phénomène, ainsi que l'influence de la température de la plaque sur l'instabilité n'ont pas été étudiés plus en détail. Même si la validité du modèle développé semble restreinte aux régimes pauvres, on a montré que l'interaction flamme-paroi constitue une source sonore puissante capable de générer des instabilités de combustion. Le mécanisme de couplage, peu étudié à ce jour, a été mis en évidence dans cette étude.

Chapitre VI

Interaction flame-flame : régime auto-entretenu

Résumé

Ce chapitre intègre les connaissances acquises et les méthodes développées dans cette thèse pour l'analyse et la prévision des instabilités de combustion. On se concentre sur un cas particulier, une combustion cyclique sur un brûleur annulaire auto-entretenu par des interactions mutuelles entre des fronts de flamme voisins.

L'instabilité est d'abord étudiée en régime auto-entretenu. En se plaçant dans des conditions opératoires instables, le mouvement de la flamme est analysé en mesurant les fluctuations de vitesse à la sortie du brûleur, les fluctuations de pression à l'intérieur du brûleur et les variations d'émission spontanée de la flamme. La réponse forcée du brûleur à des perturbations acoustiques externes est ensuite caractérisée en l'absence de flamme et d'écoulement. La réponse forcée de la flamme à des modulations de l'écoulement en amont du front est utilisée pour déterminer la fonction de transfert de la flamme dans la gamme de fréquences d'intérêt. En utilisant la réponse de ces éléments en régime forcé, un mécanisme est proposé pour l'établissement de l'instabilité en l'absence de modulation. On montre qu'il résulte d'un couplage entre la réponse de la flamme aux oscillations de l'écoulement et un mode d'oscillation en volume du brûleur. Le mécanisme à l'origine des oscillations auto-entretenu de la flamme est produit par de fortes variations cycliques de la surface de flamme, lorsque des éléments de fronts de flamme voisins interagissent. La destruction rapide de surface qui résulte de cette interaction génère une impulsion de pression brève et intense qui, si elle est correctement phasée par rapport à l'acoustique du brûleur, entraîne une résonance. Un modèle théorique de l'instabilité est proposé. On montre qu'à la résonance, les fluctuations de pression à l'intérieur du brûleur et les fluctuations du dégagement de chaleur à l'extérieur du brûleur doivent être en phase, en accord avec le critère de Rayleigh. Les prévisions du modèle sont comparées aux mesures à l'aide d'un diagramme qui combine la réponse acoustique du brûleur et la fonction de transfert de la flamme. Les prévisions des conditions opératoires potentiellement instables sont en bon accord avec les données expérimentales. Un bilan des énergies fournies et dissipées dans le système permet d'établir un critère quantitatif pour l'apparition de l'instabilité. La validité de ce critère est vérifiée expérimentalement en montrant que le gain de la fonction de transfert de la flamme à la fréquence de résonance du brûleur doit être suffisant pour compenser les pertes du système. La méthode, qui consiste à déterminer séparément la réponse du brûleur et celle de la flamme à des oscillations forcées de l'écoulement, donne une description correcte des modes instables observés expérimentalement.

La suite du chapitre est rédigée en anglais. Elle a fait l'objet d'une revue par un comité de lecture scientifique et paraîtra prochainement dans le périodique *Combustion & Flame*.

Abstract

Self-induced instabilities of laminar premixed flames stabilized over an annular burner have been studied in a set of experiments. A method was developed to determine the stability map of these systems using the response of the burner and the flame to forced oscillations of the flow. This method is detailed for a well controlled example. The natural unstable motion of the flame is analyzed by measuring velocity fluctuations at the burner outlet, pressure fluctuations inside the burner and variations of the spontaneous light emitted by the flame. The burner response to external pressure modulations is first characterized without flow and combustion. The flame response to forced oscillations of the flow at the burner outlet is then used to determine the flame transfer function over the range of frequencies of interest. Using these elements, a mechanism is proposed for the onset of instability, which is shown to result from a coupling of the flame response to flow oscillations with the bulk resonance mode of the burner. The driving mechanism leading to self-sustained oscillations of the flame front is produced by strong variations of the flame surface area due to cyclic annihilations of neighboring elements in the flame front. During the collapse of large portions of the flame, a pressure pulse is released, which when properly phased with the burner acoustics, leads to resonance. A theoretical model for this instability is proposed and it is shown that at resonance, pressure fluctuations inside the burner and heat release fluctuations outside the burner must be in phase, in agreement with the Rayleigh criterion. Modelling predictions are compared to measurements using a diagram combining the acoustical response of the burner and measurements of the flame transfer functions. Predictions of the potentially unstable flow operating conditions are in good agreement with measurements. A criterion for the onset of instability is derived based on a balance of energy provided to and dissipated by the system. It is found that the gain of the flame transfer function at the resonant frequency of the burner must be sufficient to compensate for the losses of the system. The combined analysis of the burner acoustics and of the flame response to forced modulations of the flow provides a suitable description of instability modes observed experimentally.

Nomenclature

a	rod radius
b	burner radius
c	sound speed
f	frequency
F_r	friction force
F_d	driving force
$I(t)$	CH* emission signal
I'	fluctuation of $I(t)$
\bar{I}	mean component of $I(t)$
$\langle I(t) \rangle$	component of $I(t)$ at the fundamental frequency of oscillation f
$K(r)$	Coefficient linking CH* fluctuations and sound emission
l	end-correction length
L	length of the burner central body
L_e	effective length
L_f	flame length
M	flow Mach number
n	gain of the flame response to flow oscillations
p'_0	pressure fluctuation inside the burner
p'_1	pressure fluctuation at the burner outlet
p'_2	pressure fluctuation measured by the microphone M_2
P_r	resistive power
P_d	driving power
r	distance between the compact combustion zone and the pressure measurement point
r_s	distance between the source of noise and the burner outlet
S_1	burner outlet section
S_L	laminar burning velocity
$S(z)$	local burner section
t	time
\bar{v}	mean flow velocity
v_1	axial velocity component at the burner outlet
v'_1	axial velocity fluctuation at the burner outlet
V	volume of the burner
x'	fluid particle displacement at the burner outlet
z	axial coordinate
β	instability criterium
δ	damping coefficient
φ	phase between heat release and velocity fluctuations at the burner outlet
Φ	equivalence ratio
ρ	density
τ	global time delay
τ_c	convective time delay
τ_a	acoustic time delay
ω	angular frequency
ω_0	Helmholtz angular frequency

VI.1 Introduction

Self-induced instabilities of premixed flames anchored on cylindrical burners and interacting with a cold plate were investigated recently (Durox *et al.* 2002). For certain specific distances between the nozzle exit and the plate, an organized motion of the flame front was observed with an intense noise emission. The driving mechanism of this instability was identified to be mainly cyclic extinction of the flame surface area at the cold boundary. These sudden area changes generate in turn an intense acoustic field, which synchronizes the dynamics of the flow. The relations between the unsteady combustion process and the noise radiated by the flame have been studied (Schuller *et al.* 2002). An analytical model for this instability was developed (Durox *et al.* 2002). It was shown that the flame motion could be properly described using an analysis combining the acoustics of the burner, the flame response to flow modulations and the flame dynamics at the cold boundary. The stability of the system was analyzed as a function of the nozzle-to-plate distance.

It is shown in the present article that the same driving mechanism, involving pressure perturbations induced by flame surface fluctuations, can lead to self sustained oscillations of an external premixed flame anchored on an annular burner when flame elements pinch-off during their mutual interaction, but without the need of a plate. This indicates that flame-flame, like flame-wall interactions constitute a strong source of noise, which may lead to cyclic combustion when combined with the acoustic response of the burner. The study of these unconfined configurations has practical implications for external combustion systems. Radiant burners where the flame is stabilized over a porous medium can generate intense sound fields originating from non-steady combustion. Domestic laminar burners installed in partially confined boilers may also emit pure tones for specific ranges of flow conditions. In comparison with the many studies dealing with combustion instabilities in confined devices, the unstable dynamics of external combusting systems is less well documented. Some studies have concerned the frequency response of open atmospheric flames submitted to forced flow oscillations, as for example in the case of flat flames stabilized over a porous medium (Schreel *et al.* 2002), conical flames (Merk 1956; Fleifil *et al.* 1996; Ducruix *et al.* 2000) or “V” flames (Schuller *et al.* 2003). Different possible driving mechanisms have been suggested, but the coupling with the burner acoustics in naturally unstable flow operating conditions is not clearly demonstrated. Flame-flame interactions are one possible driving mechanism. These interactions are responsible for the formation of fresh reactants pockets in the hot stream (Roberts et Driscoll 1991; Chen *et al.* 1999). Combustion of these pockets constitutes a strong source of noise (Smith *et al.* 1982; Kidin *et al.* 1984) as a result of the high rate of change of the flame surface area (Clavin et Siggia 1991) and also because the flame accelerates during the interaction of adjacent flame fronts (Echekki *et al.* 1996; Wichman et Vance 1997). The delayed combustion of these pockets produces a non-steady heat release pulse which can feed acoustic energy into a resonant mode of the combustor. This mechanism was also identified as one source of non-steady heat release in vortex driven acoustically coupled devices (Poinsot *et al.* 1987; Keller et Barr 1996). The present article aims to improve the understanding of the coupling mechanism between the burner acoustics and the combustion dynamics in unconfined configurations, and specifically consider mutual flame interactions as a driving mechanism. Using a set of experiments in a simple geometry, one obtains well controlled unstable operating conditions. These are investigated with optical diagnostics and sensors including LDV, emission imaging and acoustic pressure detection in the burner and in its far field. The motion of the flame front and the combustion noise associated with the flame oscillation are analyzed in detail. For certain unstable operating conditions, it is shown that strong fluctuations of the flame surface are produced by flame shortening involving adjacent reactive elements. A method is developed in the present article to analyze the stability of these combustion systems by measuring the burner response to imposed pressure perturbations and the flame response to forced flow oscillations.

The paper is organized as follows. The experimental setup and the diagnostics used are described in the first section. The instability is characterized using imaging of the flame front

patterns, simultaneous temporal measurements of the velocity at the burner exit, detection of spontaneous light emitted by the flame and pressure fluctuations inside and outside the burner. The acoustics of the burner and the flame response to forced flow perturbations are then addressed. A model for the unstable system is developed. Analytical and experimental predictions are compared in the last section.

VI.2 Experimental Setup

The experimental setup is close to that used before (Durox *et al.* 2002). A schematic view is displayed in Fig. VI.1. The end piece of the burner is a cylindrical tube 29 mm long with a 22 mm exit diameter. All burners comprise a converging nozzle which is water-cooled, and a central rod, 6 mm diameter, aligned with the burner axis. The top of the central rod stands out by 2 mm above the exit plane of the cylindrical end piece while its base is fixed to the base of the converging nozzle. The three burners tested (B_1 , B_2 and B_3) with tube lengths $L = 228$, 164, and 100 mm, respectively, are used to modify the acoustic response of the burner. Each tube contains a set of grids and honeycombs to produce a laminar flow. The burner is fed with a mixture of methane and air.

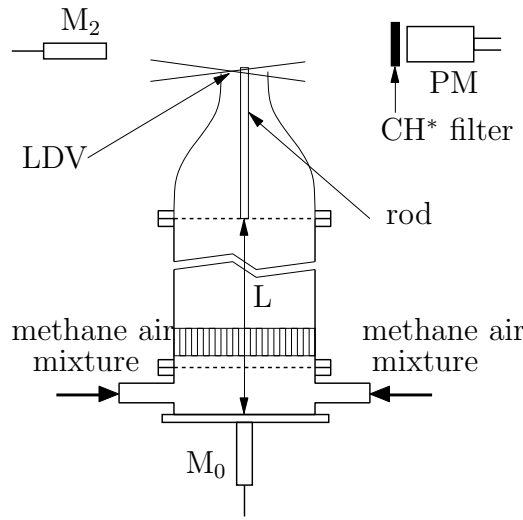


FIG. VI.1 – Experimental setup to study naturally unstable flows. Outlet burner radius : $b = 11$ mm. Rod radius : $a = 3$ mm. Burner inner diameter : 65 mm. Three different burner lengths L were used : 228 mm (burner B_1), 164 mm (burner B_2), and 100 mm (burner B_3). M_0 and M_2 : 1/2" microphones. PM+ CH^* : Photomultiplier equipped with a CH^* filter.

Three diagnostics were used to analyze the flame behavior in unstable configurations. The evolution of the axial velocity $v_1(t)$ was measured by laser Doppler velocimetry (LDV, Fig. VI.1) at a point located 0.6 mm above the nozzle exit and a radial distance 7 mm away from the burner axis. Oil droplets, with a mean diameter of $2.5 \mu\text{m}$, were used to seed the flow. The global heat release was deduced from the global spontaneous emission of CH^* radicals measured by means of a photomultiplier (PM, Fig. VI.1) equipped with a 2 nm narrow band CH^* -filter centered on $\lambda = 431$ nm. It has been shown that for premixed flames these two quantities are almost proportional (Schuller *et al.* 2002; Price *et al.* 1968). The PM was placed 35 cm away from the flame. This distance is large enough to ensure that the total light emitted by the flame was viewed by the detector. Sound pressure was detected with a microphone M_2 placed at a radial distance $r = 25$ cm away from the burner axis to measure the noise radiated by the flame. Even if farfield conditions are not completely fulfilled, it was shown (Schuller *et al.* 2002) that this distance is large enough to verify theoretical predictions of combustion noise. This arrangement was chosen to limit acoustic reflections on solid boundaries. A second microphone M_0 installed at the base of the burner measured pressure variations inside the burner volume. These four signals (LDV, PM and microphones M_0 and M_2) were acquired simultaneously and digitized at a sampling frequency $f_s = 16384$ Hz. Instantaneous snapshots of the flame shape were taken with an intensified CCD camera phase locked on the LDV signal. These images were used to determine the flame patterns during a cycle of excitation.

Without flow and combustion, the burner response to external acoustic modulations was studied using a loudspeaker placed near the burner outlet (see Fig. VI.2). The loudspeaker produces a harmonic excitation at the nozzle exit. The pressure signal induced at the base of the burner was recorded by the microphone M_0 . Results were made dimensionless by means of the signal measured by the external microphone M_2 . The response in magnitude of each burner was characterized for driving frequencies between $f = 30$ and 400 Hz. This corresponds to the range of frequencies where the flame is sensitive to acoustic disturbances.

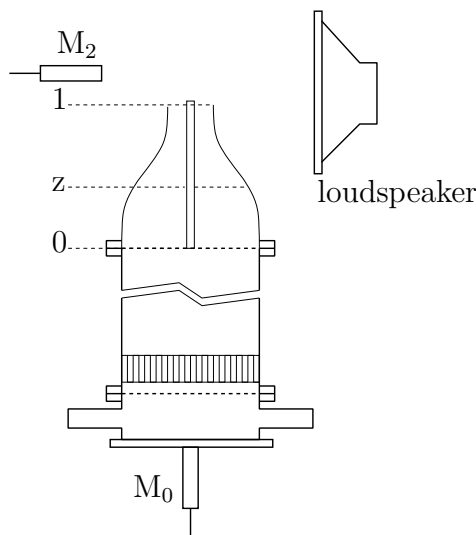


FIG. VI.2 – Experimental setup to characterize the burner acoustics. The burner was acoustically stimulated by the external loudspeaker. Microphone M_2 measured the external pressure fluctuation p'_2 . Microphone M_0 measured the pressure fluctuation p'_0 induced at the base of the burner.

A flat plate at the bottom of the burner constitutes the end piece of the system to study the natural instabilities of the flame or to analyze the burner acoustics. In forced flow configurations, this plate can be replaced by a loudspeaker fed by an amplifier and a signal synthesizer (see Fig. VI.3). This unit was used to force the flow over the range of frequencies $f = 10$ to 600 Hz to determine the transfer function of the flame. A harmonic velocity perturbation was produced at the nozzle exit which was superposed on the mean velocity. The velocity fluctuation at the nozzle exit and the associated heat release fluctuation were measured simultaneously by LDV and CH^* emission detection using the PM. For these experiments, the rms level of velocity modulation produced at the burner exhaust was kept equal to 0.15 m/s. This level of velocity modulation corresponds approximatively to the one observed in self-induced oscillations configurations.

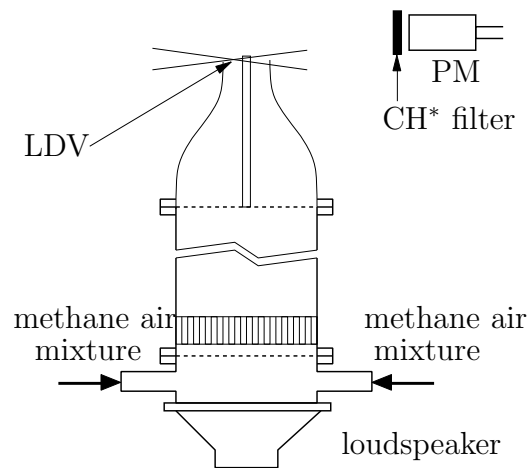


FIG. VI.3 – Setup used in forced flow experiments. The flow was modulated using the loudspeaker at the bottom of the burner. Velocity fluctuations were measured 0.6 mm above the burner outlet and at a radial distance of 7 mm away from the burner axis (LDV). Heat release fluctuations were measured with the PM coupled with a CH* filter.

VI.3 Experimental results

In the absence of a perturbation, the flame is naturally stabilized on the burner rim or on the central rod depending on the mixture flow rate, the equivalence ratio, the ignition conditions, the rod temperature, and the rim temperature. The different shapes adopted by the flame over the burner are sketched in Fig. VI.4. In the first regime (Fig. VI.4A), a conical flame is anchored on the nozzle lips. In the second regime (Fig. VI.4B), the flame is anchored simultaneously on the nozzle rim and on the central rod. The flame takes an “M” shape. In the last regime Fig. VI.4C, the flame is attached on the central rod and takes a “V” shape. Depending on the location of the ignition point, near the burner rim or near the rod, it is possible to observe one or another shape of the previous geometries. For relatively low mixture flowrates, the conical and “M” shapes are stable. For relatively high mixture flowrates, the “M” and “V” shapes are stable. This means that two stabilization solutions exist for a flame under the same flow conditions. For certain flow regimes not detailed in this study, the three geometries are stable. But once a shape is selected, the geometry remains unchanged.

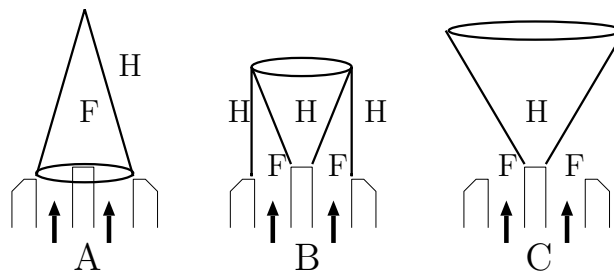


FIG. VI.4 – Shapes of the flame front above the burner. A : conical flame. B : “M” flame. C : “V” flame. Regions of fresh mixture (F) and hot products (H) are indicated in the schemes.

Experiments are restricted to “M” flames stabilized in regime B as for example in Fig. VI.5. This “M” flame regime is selected because conical flames (regime A) only produce weak surface fluctuations too small to excite the burner acoustics. On the other hand, the “V” flame (regime C) is too susceptible to instabilities (Schuller *et al.* 2003). In particular, the interaction of a “V” flame with the mixing layer formed by the premixed jet boundary constitutes a source of hydrodynamic perturbations. The “M” flame regime is a compromise between these two cases and avoids spurious interactions with the mixing layer, but induces acoustically coupled combustion instabilities. When the flame is perfectly stable, no sound is produced (middle image in Fig. VI.5). But for certain specific flowrates and equivalence ratios, one hears an intense sound associated with an organized motion of the flame patterns without the need of external modulation. A typical cycle of excitation is displayed in Fig. VI.5a-h. The flame is undulated regularly by a perturbation which leaves the burner exit (Fig. VI.5a) and travels along the flame front towards the top of the flame (Fig. VI.5b-e). As the undulation disturbs the flame position, adjacent elements get closer (Fig. VI.5f) and their interaction consumes the intervening reactants. The resulting annihilation of these flame elements leaves a torus of premixed gases (Fig. VI.5g), which continues to burn by its own. The net effect of this mutual interaction over a whole cycle is a relatively slow increase of the flame surface when the perturbation originates at the nozzle exit, followed by a sudden drop of the surface area when neighboring fronts interact. The fundamental frequency of the noise emitted by the flame always corresponds to the oscillation frequency of the flame front. For conditions corresponding to Fig. VI.5a-h, the sound level measured by the microphone M_2 (25 cm away from the burner axis) equals 87 dB, while under stable conditions the mean background noise in the lab does not exceed 60 dB. The sound field is characterized by its harmonic content, indicating that the emission is strongly non-linear. The situation is in this sense similar to that investigated

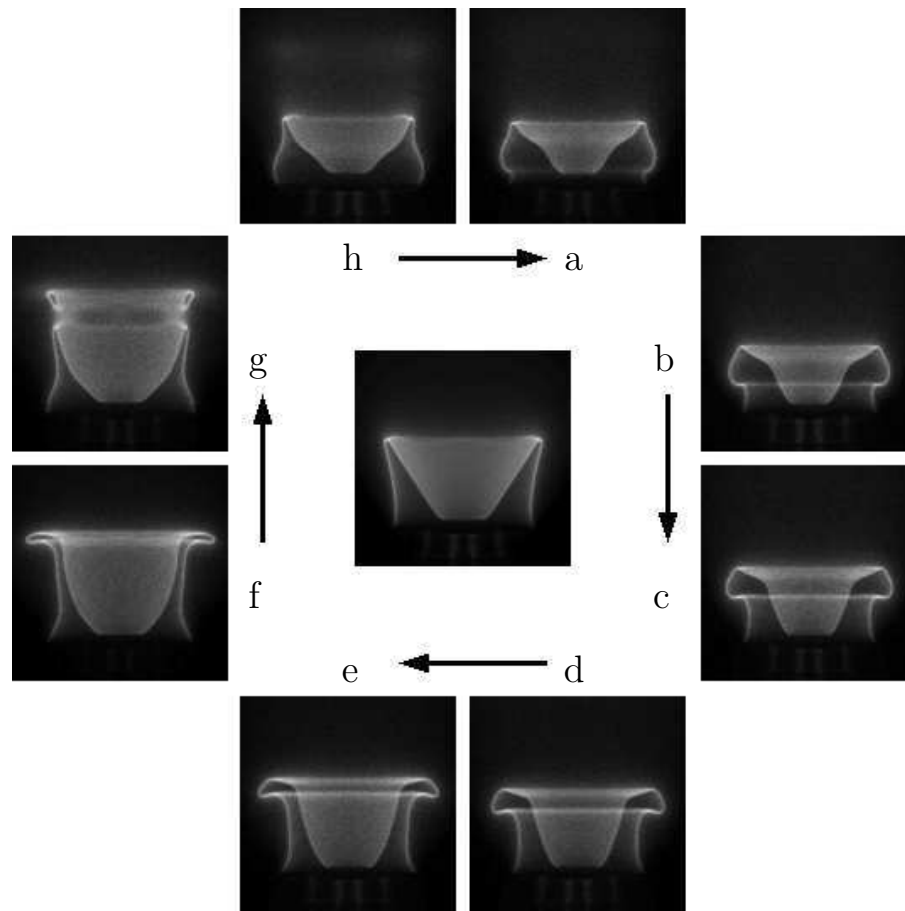


FIG. VI.5 – Views of the “M” stabilized flame on the burner B_1 . In the middle, steady flame regime : $\bar{v} = 1.84$ m/s and $\Phi = 1.04$. (a-h) Unstable flame regime with an oscillation frequency at $f = 138$ Hz : $\bar{v} = 1.73$ m/s and $\Phi = 1.11$. Eight images were taken in the cycle at regularly spaced instants $\Delta t/T = 1/8$, where $T = 1/f$.

for a modulated flame interacting with a cold plate (Schuller *et al.* 2002).

Conditions for the onset of this instability depend on the mixture flowrate and equivalence ratio and the burner geometry. Our objective will not be to study this instability systematically and determine the stability margins of the system, but rather to highlight the main mechanisms responsible for the unstable motion. We therefore restrict the analysis to three generic cases. All unstable regimes with the burners tested were found for rich mixtures. We consider three mean flow velocities $\bar{v} = 1.53$, 1.63 and 1.71 m/s at equivalence ratios $\Phi = 1.28$, 1.20 and 1.13 , respectively :

- With the long burner B_1 , a strong instability at $f = 138$ Hz is observed for a mixture at $\Phi = 1.13$ and $\bar{v} = 1.71$ m/s, while the flame is stable for the two other flow conditions.
- The intermediate burner B_2 features no unstable conditions for all the flow conditions tested. This burner was chosen to measure the flame transfer functions presented below.
- With the small burner B_3 , a relatively small unstable oscillation of the flame front at $f = 203$ Hz is established for an equivalence ratio $\Phi = 1.20$ and $\bar{v} = 1.63$ m/s, while stable regimes are observed for the two other operating conditions.

As the burner geometry plays a role in the unstable mechanism, it is interesting to analyze the acoustics of the system without combustion. The acoustic response of the burners to an external excitation at frequency f was determined using a loudspeaker set at 30 cm from the exhaust section of the burner and by recording the signals p'_0 delivered by the microphone M_0 and p'_2 by the microphone M_2 (see Fig. VI.2). These tests were carried out without flow through the burner. Results are displayed in Fig. VI.6 for the three burners B_1 , B_2 and B_3 . Peak response in pressure perturbations p'_0 at the internal microphone (M_0) are observed at frequencies of, respectively, 138, 161 and 196 Hz for B_1 , B_2 and B_3 , with no visible harmonic. The damping coefficients deduced from the resonance bandwidth are, respectively, $2\delta = 11$, 8 and 6 s^{-1} . The resonance frequencies are close to those found with the same burners but without the presence of the central rod (Durox *et al.* 2002). As the wavelengths associated with these peak frequencies are much larger than any burner dimension, one is led to the conclusion that the burner behaves like a Helmholtz resonator. For a cavity with a convergent nozzle, the bulk oscillation features an angular frequency, $\omega_0^2 = (c^2 S_1)/(V L_e)$ where c is the sound speed, V is the chamber volume, S_1 is the tube exhaust area. The effective length L_e accounts for the flow inertia in the convergent nozzle (Hirschberg 2001) : $L_e = \int_0^1 S(z)/S_1 dz + l$, where l is an end-correction. This length is determined by an integration of the burner section between the central rod and the convergent profile (see Fig. VI.2). One finds $L_e = 57$ mm, a value close to that given without the presence of the central rod (Durox *et al.* 2002). Estimated resonant frequencies 141, 163 and 197 Hz for the three burners B_1 , B_2 and B_3 , respectively, are quite close to the measured frequencies.

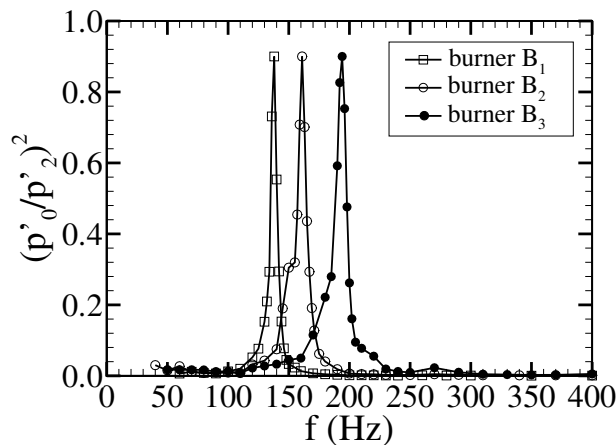


FIG. VI.6 – Response of the three burners B_1 , B_2 and B_3 to an external acoustic excitation without flow or combustion. p'_2 : external pressure fluctuation. p'_0 : internal pressure fluctuation.

The coupling mechanism between the flame and the resonator can be described by analyzing the shape and the phasing of the pressure fluctuation $p'_0(t)$ inside the burner, the velocity $v_1(t)$ at the nozzle exit and the CH^* emission $I(t)$ signals under unstable conditions. One example is given in Fig. VI.7 for the small burner B_1 with the flow conditions $\Phi = 1.20$ and $\bar{v} = 1.63$ m/s. The pressure fluctuation $p'_0(t)$ at the base of the burner measured by the microphone M_0 is a sinusoidal oscillation at $f = 202$ Hz, a frequency close to the estimated resonant frequency $f = 196$ Hz of the burner B_1 at the selected operating conditions. The velocity fluctuation $v_1(t)$, determined 0.6 mm above the nozzle exit, is also harmonic and oscillates at the same frequency, but with a phase delay $\varphi_{v_1/p'_0} = 110^\circ$. The heat-release signal deduced from CH^* is less regular. It features the same oscillation frequency as the pressure p'_0 and velocity v'_1 signals but clearly differs from a sinusoidal waveform. The component $\langle I(t) \rangle$ of the raw intensity signal $I(t)$ at the fundamental frequency of oscillation is also plotted as a solid line in Fig. VI.7. This filtered signal is nearly in phase with the pressure fluctuation p'_0 inside the burner. A comparison between

the raw $I(t)$ signal and the harmonic signal $\langle I(t) \rangle$ shows that the flame emission increases relatively slowly till the maximum is reached and suddenly drops to its minimum value due to extinction of a large portion of the flame surface (Fig. VI.5f-h). The maximum rate of change of the heat release $dI(t)/dt$, plotted at the bottom of Fig. VI.7, is in quadrature with the velocity fluctuation at the nozzle exit as indicated by the vertical line at $t = 10$ ms in that figure. The same features for the phasing of CH^* emission signal, i.e. a quadrature with the velocity signal and a phase match with the pressure signal delivered by the microphone M_0 , were observed during most unstable operating conditions for flames interacting with a plate (Durox *et al.* 2002). In this previous study, a fast rate of change of the CH^* signal was observed due to extinction of large portions of the flame extremities at the cold boundary. Here, the fast rate of change of the CH^* signal is due to the mutual pinch-off of flame elements (Fig. VI.5f-g). The flame surface area reaches a maximum and suddenly drops thereafter. It has been shown that strong fluctuations of the heat release produce an intense emission of noise proportional to the rate of change of the CH^* signal (Schuller *et al.* 2002). The time derivative $dI(t)/dt$ of this signal characterizes the sound production in the vicinity of the flame. These features are used in the next section to model the instability.

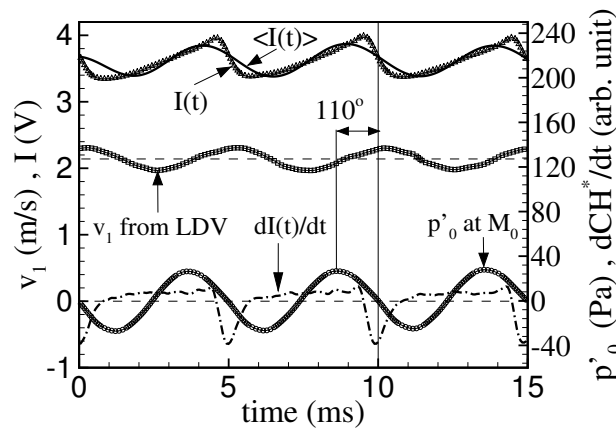


FIG. VI.7 – Simultaneous measurements of the axial velocity at the burner outlet $v_1(t)$, of the CH^* emission signal $I(t)$ and of the pressure fluctuation $p'_0(t)$ inside the burner. The signal $\langle I(t) \rangle$ represented as a solid line corresponds to the oscillation of the emission signal at the fundamental frequency $f = 202$ Hz. The time derivative of the heat release signal $dI(t)/dt$, shown in dashed-dotted lines, corresponds to the combustion noise generated in the vicinity of the flame. Burner B_1 , $\bar{v} = 1.63$ m/s and $\Phi = 1.20$.

The flame flow-interaction can be further investigated by measuring the transfer function between the CH^* emission signal $I(t)$ (heat release) and the velocity v_1 at the nozzle exit. The flame response to forced flow oscillations is determined for the three flow regimes defined in the previous section. In these experiments, the velocity modulation at the burner outlet is kept constant over the range of excitation frequencies explored and nearly equal to values measured under self-sustained oscillation, i.e. with a r.m.s. value of $v'_1 \simeq 0.15$ m/s. Transfer functions are determined using the burner B_2 away from unstable conditions. However, it should be noted that flame transfer functions measured with this technique do not depend on this particular burner length. For a given flowfield at low Mach number, a flame is sensitive in the low frequency range to velocity fluctuations, but not to pressure perturbations (Chu 1953; Lieuwen 2001). As the level of velocity fluctuation at the burner outlet is kept constant in these experiments, the transfer functions do not depend on the burner acoustics. This was verified experimentally by measuring the transfer function for one operating condition with the three burners B_1 , B_2 and B_3 . The

measurements, not shown here, collapse and form a single curve. The gain and the phase of the transfer functions are plotted in Fig. VI.8 for the three operating conditions explored. Results are presented as a function of a reduced frequency $f(b-a)/S_L$, where $b = 11$ mm is the burner outer radius, $a = 3$ mm is the rod radius and S_L is the laminar burning velocity (Vagelopoulos *et al.* 1994). The reduced frequency defined in this way is similar to the dimensionless group used to study the response of oblique flames to low frequency velocity modulations (Fleifil *et al.* 1996; Ducruix *et al.* 2000; Dowling 1999). In these studies, data reduction was improved by including the cosine of the angle between the flame front and the flow direction into the reduced frequency. In the present case, this is less easy to do because the angle changes continuously along “M” flames (Fig. VI.5a).

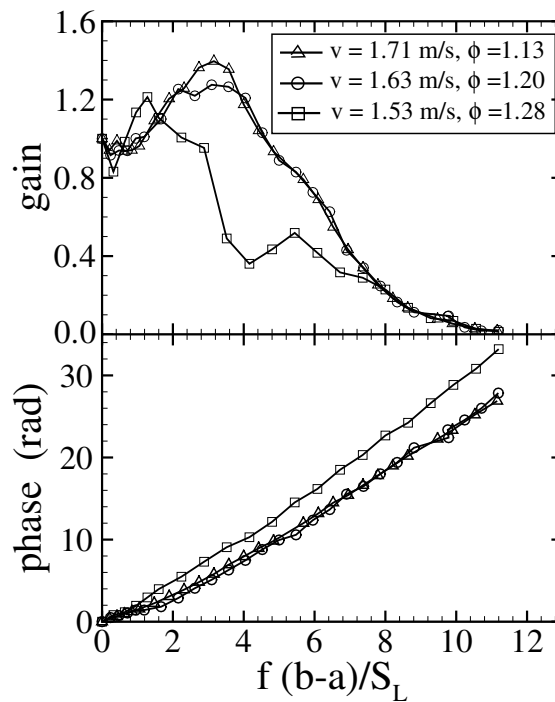


FIG. VI.8 – Flame transfer functions between the velocity $v_1(t)$ at the burner outlet and the light emitted by the flame CH^* for three flow conditions : $\bar{v} = 1.71$ m/s and $\Phi = 1.13$ ($S_L = 0.38$ m/s), $\bar{v} = 1.63$ m/s and $\Phi = 1.20$ ($S_L = 0.34$ m/s) and $\bar{v} = 1.53$ m/s and $\Phi = 1.28$ ($S_L = 0.25$ m/s). The r.m.s. amplitude modulation was constant and equal to $v_1' = 0.15$ m/s. b : burner radius. a : rod radius.

The amplitude of the flame response, defined as $(I'/\bar{I})/(v_1'/\bar{v})$, is denoted “gain” in Fig. VI.8. The transfer function defined in this way compares relative fluctuations in heat release (I'/\bar{I}) and relative velocity fluctuations (v_1'/\bar{v}). This definition allows direct comparisons of measurements carried out for different flow conditions (\bar{v} and Φ). All flame responses feature the same characteristics with low pass filtering, but also a range of frequencies with gains exceeding one. This overshoot was theoretically predicted in the case of a “V” flame submitted to flow oscillations with perturbation wavelengths of the order of the flame height (Schuller *et al.* 2003). This shows that the flame has a preferred range of frequencies where it acts as an amplifier of flow perturbations. However, the smallest velocity $\bar{v} = 1.53$ m/s has a lower gain for reduced frequencies between 2 to 8. The transfer function phase measured with $\bar{v} = 1.53$ m/s differs from that found in the other cases (bottom graph in Fig. VI.8). The data corresponding to both $\bar{v} = 1.63$ m/s and $\bar{v} = 1.71$ m/s collapse on a single line, but the smallest velocity $\bar{v} = 1.53$ m/s features a curve

with a higher slope. This indicates that this regime slightly differs from the two others, because the flame geometry is also slightly different. Flame lengths L_f are approximately equal for both higher velocities indicated by deltas and circles in Fig. VI.8, while the smallest velocity indicated by squares has an augmented flame length (Table VI.1). This regime corresponds to the highest equivalence ratio $\Phi = 1.28$ and thus also to an elongated flame because of the low value of the laminar burning velocity $S_L = 0.25$ m/s. Hence a more appropriate scaling should include other parameters than the reduced frequency $f(b-a)/S_L$, like the mean velocity \bar{v} , the flame length L_f , or a flame angle with respect to the flow direction (Schuller *et al.* 2003). This is not done in this study which aims towards another goal. However, evolutions of the phase shift for the cases presented are smooth and quasi-linear. The sequence of images presented in Fig. VI.5(a-h), where a perturbation at the base of the burner is convected along the flame front towards the top of the flame, suggests that the phase is essentially dominated by a convective phenomenon which depends on the flame geometry and the flow velocity. Similar behavior was observed for modulated flames impinging on a cold boundary (Schuller *et al.* 2002), where a perturbation produced at the burner outlet was convected by the mean flow along the flame front towards the top of the flame and destroyed the flame surface after a certain delay.

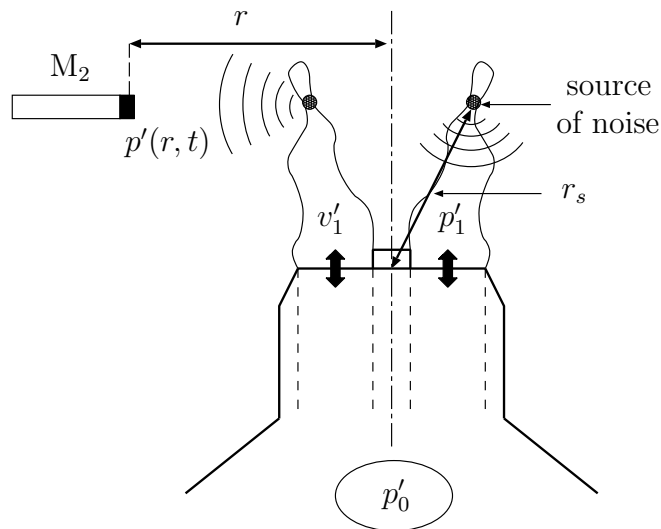


FIG. VI.9 – Schematic representation of the feedback mechanism leading to self-sustained oscillations.

VI.4 Instability model

It was shown in the previous section that the resonant feedback involves unsteady combustion, the sound field radiated by the flame and the burner acoustics. Based on similar observations, a model was developed to analyze the coupling mechanism of self-sustained oscillations in the case of a premixed flame impinging on a cold boundary (Durox *et al.* 2002). This model describes the unsteady motion of the flame as the driving mechanism, leading to pressure perturbations exciting the Helmholtz resonance mode of the burner. The same model is adapted to the present situation to describe the flame dynamics and the subsequent acoustic resonance. The main elements of this model are briefly discussed below. The burner acoustics can be represented by a mass-damping-spring system for the displacement x' of an elementary fluid particle at the burner outlet forced by external pressure perturbations p'_1 :

$$M \frac{d^2 x'}{dt^2} + kx' = -F_r - F_d \quad (\text{VI.1})$$

where $F_r = Rv'_1$ is a resistive force proportional to the fluctuating velocity $v'_1 = dx'/dt$ at the nozzle exit and $F_d = S_1 p'_1$ is an external driving force acting on the oscillator described by the left-hand side of Eq. (VI.1). The oscillation is due to the restoring forcing $-kx'$ acting as a spring on the mass $M = \rho S_1 L_e$ of the column of gas confined in the converging nozzle. It has a natural resonant angular frequency given by $\omega_0 = (k/M)^{1/2} = [(c^2 S_1)/(V L_e)]^{1/2}$, which is also the Helmholtz frequency of the system.

A relation for the velocity fluctuations v'_1 at the nozzle exhaust has been derived to carry out a linear stability analysis around the bulk frequency ω_0 (Durox *et al.* 2002). A quantitative criterion based on energy considerations is now derived for the onset of the instability without the need for linearization. Let P_r be the power associated with the friction force F_r , and P_d the power associated with the driving force F_d . These quantities are obtained by averaging over a period T of oscillation :

$$P_r = \frac{1}{T} \int_0^T F_r v'_1 dt = \frac{R}{T} \int_0^T (v'_1)^2 dt \quad (\text{VI.2})$$

$$P_d = \frac{1}{T} \int_0^T F_d v'_1 dt = \frac{S_1}{T} \int_0^T p'_1 v'_1 dt \quad (\text{VI.3})$$

Pressure fluctuations p'_1 and velocity fluctuation v'_1 appearing in Eq. (VI.3) are not independent. The coupling mechanism between these quantities is described below using the scheme in Fig. VI.9. Pressure fluctuations p'_1 originate from strong variations of the flame surface area $A(t)$ during mutual annihilations of neighboring front elements (Fig. VI.5a-h). As these fluctuations A' in the flame surface are proportional to the CH* emission signal $I(t)$, the sound field can be estimated in a simple way by measuring the net rate of emission of light from the flame (Price *et al.* 1968) :

$$p'(r, t) = K(r) \left[\frac{dI'}{dt} \right]_{t-\tau_a} \quad (\text{VI.4})$$

where $K(r)$ is a coefficient which depends on the distance r between the compact combustion zone and the measurement point, and τ_a is the time required by the sound to propagate over the distance r (Clavin et Siggia 1991). This relation was checked in several experiments and in particular in the case of sudden collapses of flame bulges during the interaction of a laminar premixed flame on a cold plate (Schuller *et al.* 2002). The pressure perturbation p' produced in the vicinity of the flame is radiated through the whole space and in particular towards the burner outlet. This pressure source p' generates a fluctuation p'_1 in the driving pressure at the burner outlet ; this induces a pressure fluctuation p'_0 inside the burner and generates in turn a velocity fluctuation v'_1 at the burner outlet. The velocity perturbation v'_1 is then convected by the mean

flow along the flame front towards the top of the flame, as shown in the sequence of images in Fig. VI.5a-h. The velocity perturbation produced at the burner outlet v'_1 induces a fluctuation of the flame surface area $A(t)$, or equivalently the heat release, after a convective delay τ_c . This is modelled by the simple relation (Candel 1992) :

$$I'(t) = n [v'_1]_{t-\tau_c} \quad (\text{VI.5})$$

where n characterizes the coupling between heat release (CH* light) fluctuations I' and velocity perturbations v'_1 at the burner outlet. These parameters n and τ_c depend on the flame geometry, the mean and the fluctuating flow quantities (velocity and equivalence ratio), but also on the frequency of oscillation. They are not easily described by an analytical model, except in simple flow configurations (Merk 1956; Fleifil *et al.* 1996; Ducruix *et al.* 2000; Schuller *et al.* 2003; Dowling 1999), because the flame-flow interaction is often strongly non linear. But these parameters can be retrieved from the measurements of the flame transfer functions presented in the first part of this paper. Combining Eqs. (VI.4) and (VI.5), pressure fluctuations p'_1 at the burner outlet can be written :

$$p'_1 = K(r_s)n \left[\frac{dv'_1}{dt} \right]_{t-\tau} \quad (\text{VI.6})$$

where r_s is the distance from the main source of sound near the region of mutual flame interactions to the nozzle exit (see Fig. VI.9), and $\tau = \tau_c + \tau_a$ is a global time delay which accounts for the convective delay, τ_c between the fluctuations in the flame surface and velocity at the nozzle exit, and the acoustical time τ_a for the sound wave to cover the distance r_s . Using the last relation (VI.6), one can express the resistive and driving powers as a function of v'_1 alone :

$$P_r = \frac{R}{T} \int_0^T [v'_1(t)]^2 dt \quad (\text{VI.7})$$

$$P_d = \frac{S_1 K(r_s) n}{T} \int_0^T \frac{dv'_1(t-\tau)}{dt} v'_1(t) dt \quad (\text{VI.8})$$

The dissipative power P_r is always positive, while the driving power P_d can be either positive or negative depending on the time delay τ . A perturbation produced by the flow can be either damped ($P_d > 0$) or amplified ($P_d < 0$) by the flow. Now, assuming a time harmonic fluctuation of the velocity $v'_1 = \tilde{v}_1 \exp(-i\omega t)$, where \tilde{v}_1 is a complex number, the powers can finally be expressed as :

$$P_r = \frac{1}{2} R |\tilde{v}_1|^2 \quad (\text{VI.9})$$

$$P_d = \frac{1}{2} S_1 K(r_s) n |\tilde{v}_1|^2 \omega \sin(\omega\tau) \quad (\text{VI.10})$$

The system may develop self-induced oscillations when acoustic energy produced by unsteady combustion is fed into the oscillator, i.e. when $P_d < 0$. This condition is ensured when $\sin(\omega\tau) < 0$, i.e. for values of $\omega\tau$ belonging to $[\pi, 2\pi]$ modulo 2π , with a maximum of acoustic coupling when $\sin(\omega\tau) = -1$, i.e. $\omega\tau = 3\pi/2$ modulo 2π . This condition is necessary for the onset of oscillations, but it is not sufficient. An oscillation really develops when the energy fed into the system exceeds the energy dissipated, when $|P_d| > P_r$. This inequality yields a criterion for the onset of an instability at a given angular frequency ω :

$$\beta = \frac{K(r_s)n(\omega) |\sin(\omega\tau)|}{\rho L_e} - \frac{2\delta}{\omega} > 0 \quad (\text{VI.11})$$

where the damping coefficient $2\delta = R/M$ has been introduced. In using the last result, it is important to evaluate the interaction coefficient n at the frequency of interest ω .

VI.5 Analytical Predictions and Experimental Results

The phase shift of 110° observed in Fig. VI.7 between the pressure fluctuation p'_0 inside the burner and the velocity perturbation v'_1 at the nozzle exit constitutes another proof of the Helmholtz resonance of the burner. At the Helmholtz resonant frequency, these two quantities should be in quadrature (Hirschberg 2001). The slightly higher value, 110° , than the quadrature predicted by theory may be due to the measurement being made not exactly at the burner outlet, but at 0.6 mm above it, in a zone of impedance adaptation of the flow.

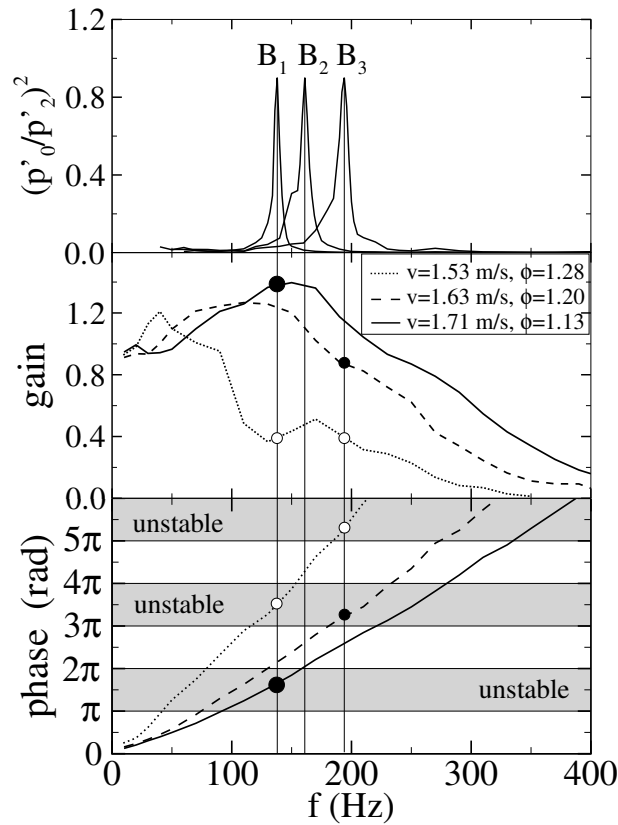


FIG. VI.10 – Synthesis of the burner response (top), gain (middle) and phase (bottom) of flame transfer functions and analytical predictions of the phase (bottom) to determine the linear stability of the system. The vertical lines correspond to resonant frequencies $f_1 = 138$, $f_2 = 161$ and $f_3 = 196$ Hz for, respectively, the long burner B_1 , the intermediate burner B_2 and the short burner B_3 . Gain and phase of the flame transfer function are presented for $\bar{v} = 1.53$ m/s and $\Phi = 1.28$, $\bar{v} = 1.63$ m/s and $\Phi = 1.20$ and $\bar{v} = 1.71$ m/s and $\Phi = 1.13$. Circles indicate potentially unstable operating conditions, among which filled circles indicate unstable operating conditions observed experimentally.

The global time delay τ defined in the previous analysis is the sum of convective and acoustic time delays τ_c and τ_a . As the flow Mach number is small, $M = \bar{v}/c < 10^{-2}$, the acoustic time delay can be neglected relative to τ_c , so that $\tau \simeq \tau_c$. The phase shift φ , - the phase between fluctuations of heat release and perturbations in the velocity at the nozzle exit in Fig. VI.8 -, is then defined by the convective delay τ_c and such that $\varphi = \omega\tau_c$. The values of this phase shift φ at the resonant frequencies f_0 of the burner measured under forced flow conditions can be compared to theoretical estimates $\omega_0\tau \simeq \omega_0\tau_c = \varphi$ calculated for naturally unstable configurations. This is achieved by combining the burner acoustic response, the gain and the phase of the flame transfer functions in a single diagram as shown in Fig. VI.10. The theoretical phases $\varphi = \omega\tau_c$ corresponding to

unstable operating conditions $\omega\tau$ belong to $[\pi, 2\pi]$ modulo 2π are shown as gray bands (bottom of Fig. VI.10). The vertical lines represent the resonant frequencies of the three burners : $f_1 = 138$ Hz for B_1 , $f_2 = 161$ Hz for B_2 and $f_3 = 196$ Hz for B_3 . The flame transfer functions, shown in Fig. VI.8, are displayed in Fig. VI.10 as functions of the driving frequency for the three operating conditions : $\bar{v} = 1.71$ m/s and $\Phi = 1.13$ (full line), $\bar{v} = 1.63$ m/s and $\Phi = 1.20$ (dashed lines), and $\bar{v} = 1.53$ m/s and $\Phi = 1.28$ (dotted lines). The passband of the amplitude response (middle graph in Fig. VI.10) overlaps the passband of the burner responses (at the top of Fig. VI.10), indicating that a flame-acoustics coupling mechanism is possible for all cases presented. The best way to prevent acoustically induced combustion instabilities would be to eliminate these matching passbands, but this is unfortunately not possible in most practical applications. An overlap of the flame and burner passbands is a necessary condition for the onset of an instability, but this is not sufficient. A second condition is that the phase should fall in one of the unstable bands shown in Fig. VI.10.

An examination of the phase (bottom of Fig. VI.10) at the burner resonant frequencies indicates that :

- For flow conditions $\bar{v} = 1.71$ m/s, $\Phi = 1.13$ (solid line) the flame may develop an instability with the long burner B_1 (large black circle in the first gray band). It should be at the stability limit with the intermediate burner B_2 and it should be stable with the short burner B_3 .
- For flow conditions $\bar{v} = 1.63$ m/s, $\Phi = 1.20$ (dashed line) the flame should be stable with the long and the intermediate burners B_1 and B_2 , but it could develop an instability with the short burner B_3 (small black circle in the second gray band).
- For flow conditions $\bar{v} = 1.53$ m/s, $\Phi = 1.28$ (dotted line) the flame should be stable with the intermediate burner B_2 and may develop unstable regimes with the two other burners B_1 and B_3 (open circles).

These phase matching conditions give all potentially unstable operating flow conditions indicated by black and open circles in Fig. VI.10. Among these operating conditions, an unstable motion is indeed observed if the acoustic energy fed into the resonant mode is sufficient to compensate the losses. For example, points indicated by black circles are unstable, but no instability is observed for flow conditions indicated by open circles while they fulfill the phase condition. This difference in behavior is related to the gain of the transfer function, which is much lower in these last cases. This can be examined further with quantitative estimates of the energy balance. This is a difficult task because these quantities are not easily measured. Pressure fluctuations in the vicinity of the flame (Eq. (VI.6)) are not determined directly, but indirectly using the CH^* emission signal $I(t)$ resulting from the fluctuations of the light emitted (heat release variations). But the coefficients appearing in Eq. (VI.6) can be deduced from measurements. The coefficient $K(r)$ was determined from $I(t)$ and the sound recorded by the microphone M_2 at a radial distance $r_\infty = 25$ cm away from the burner axis (Eq. VI.4). Assuming that the pressure $p'(r, t)$ is radiated through the whole space, conservation of the acoustical flux yields the evolution of the coefficient $K(r_s) \simeq K(r_\infty)r_\infty/r_s$, where r_s is the distance from the source of sound to the burner outlet (Fig. VI.9). It was shown in the first section that the main sources of sound are located in regions where neighboring fronts interact (see Figs. VI.5f-g and VI.9). During the oscillation of the flame front around its mean position these regions of flame annihilation are located at an elevation, which corresponds to the position of the top of the steady flame profile. The flame length L_f constitutes a first approximation to the distance r_s . The coefficients n and τ are retrieved from the flame transfer measurements. The gain in Fig. VI.8 is given by $n/(\bar{I}/\bar{v})$, where \bar{I} is the mean intensity of the CH^* radiation emitted by the flame and \bar{v} the mean flow velocity at the burner outlet. The phase of the transfer functions gives approximations to values of $\omega\tau$ since $\varphi = \omega\tau_c \simeq \omega\tau$. It is then possible to give numerical estimates of these quantities for the different operating conditions explored, and to examine the validity of Eq. (VI.11) for the onset of instability. The results are provided in Tables VI.1 and VI.2. The first column in Table VI.1 labels cases $C1$ to $C4$, the next

three columns define operating conditions for these cases, while the next four columns display numerical estimates of the coefficients L_f , $K(r_s)$, n and φ . The two components of the left hand side of Eq. (VI.11) are estimated in Table VI.2. The next two columns give predictions for the onset of instability (Eq. VI.11) and the flame behavior observed experimentally. The last column provides the links with the symbols used in Fig. VI.10 to distinguish the different operating conditions $C1$ to $C4$ explored.

case	\bar{v} (m/s)	Φ	f (Hz)	L_f (mm)	$K(r_s)$ (SI)	n (Vsm^{-1})	φ (rad)
$C1$	1.71	1.13	138	15	0.0113	2.37	-2.40
$C2$	1.63	1.20	202	17	0.0097	1.49	-2.08
$C3$	1.53	1.28	138	25	0.0066	0.62	-1.53
$C4$	1.53	1.28	196	25	0.0066	0.60	-2.17

TAB. VI.1 – Numerical values used to estimate coefficients in the energy criterion Eq. (VI.11). $C1$ to $C4$: notations used to label cases

case	$\frac{K(r_s)n(\omega) \sin(\varphi) }{\rho L_e}$	$\frac{2\delta}{\omega}$	β	observation	symbols in Fig. VI.10
$C1$	0.027	0.007	> 0	unstable	large black circle
$C2$	0.019	0.009	> 0	unstable	small black circle
$C3$	0.006	0.007	< 0	stable	open circle
$C4$	0.006	0.009	< 0	stable	open circle

TAB. VI.2 – Comparison between estimates of the energy criterion Eq. (VI.11) and experimental observations. Operating conditions $C1$ - $C4$ are given in Table VI.1.

All cases presented are potentially unstable as indicated by the negative phases φ at the resonant frequencies (next to last column in Table VI.1). But only the cases indicated by black symbols satisfy the energy criterion $|P_d| > P_r$ for a given amplitude of velocity fluctuation. The first line in Table VI.2 features a value of 0.027 for the left hand side of Eq. (VI.11), which is greater than that in the second line (0.019). This is in agreement with observations with a larger amplitude of oscillation in the first case and results from two effects : (i) in case $C1$, indicated by a large black circle in Fig. VI.10, the gain is 1.4 for the flame transfer function (middle graph in Fig. VI.10), while it is only 0.9 in case $C2$ indicated by the small filled circle ; (ii) the second effect is acting to a lesser extent and is related to the flame length L_f . Case $C1$ has the smallest length L_f (see Table VI.1), corresponding to the largest laminar burning velocity. For the same level of pressure perturbation produced, the smaller the flame the larger will be the oscillation amplitude at the burner outlet due to the scaling law $1/r$ of the radiated pressure. The last operating conditions explored, $C3$ and $C4$ indicated by open symbols in Fig. VI.10 are stable. In these cases, the energy criterion Eq. (VI.11) is not fulfilled (see Table VI.2). An initial perturbation in the system is damped by energy losses because the flame amplitude response to flow oscillations is weak, with a gain of $\simeq 0.4$ (open circles, middle graph in Fig. VI.10), and the flame extends over a greater length ($L_f = 25$ mm) inducing a lower coefficient $K(r_s)$ (Eq. VI.4).

It should be noted that under strong acoustic coupling, the pressure fluctuation p'_0 inside the burner is nearly in quadrature with the maximum rate of change of the heat release fluctuation $dI(t)/dt$, and it is also close to a phase match with the fluctuation of the heat release at the fundamental frequency of oscillation $\langle I(t) \rangle$ (Fig. VI.7). This means that in these unconfined configurations, the Rayleigh criterion is fulfilled even if the heat release fluctuations outside the burner and the pressure fluctuations inside the chamber are not at the same location. The reason is that the flame is compact with respect to the acoustic wavelength and the acoustic time delay is negligible compared to the other characteristic delay times of the system.

VI.6 Conclusion

This paper deals with low frequency self-sustained oscillations of a laminar premixed flame anchored on an annular burner. A detailed analysis of this instability is carried out and yields predictions of the potentially unstable operating conditions.

It is shown that the coupling mechanism involves a pressure fluctuation as the driving source of a Helmholtz resonant mode of the burner. These pressure fluctuations originate from strong cyclic destructions of the flame surface area during the mutual interaction of neighboring front elements. This mechanism has been already suggested as a potential driving mechanism in closed combusting systems, in the case of flame vortex interaction, when a pocket of fresh reactant is entrained by the vortex through the flame in the hot gases (Poinsot *et al.* 1987). The sudden burning of this pocket releases a pressure pulse after a certain delay, which may drive self-sustained combustion oscillations. It is shown here that a similar mechanism can operate with open burners. The model proposed combines an analytical description of the burner acoustics and the sound emitted by the flame with measurements of the flame transfer functions. Predictions are found to agree well with the measurements.

The analysis conducted in this paper shows that self-induced combustion instabilities can be examined by decomposing the problem into an analysis of the burner acoustics and the study of the flame response to forced flow oscillations. Such a treatment emphasizes the particular role of the flame transfer function in determining the stability map of unstable systems. It is shown in particular that a proper phasing of the different signals is needed but not sufficient. A criterion for the onset of instability is derived from energy considerations. The flame, which constitutes the main source of acoustic energy, must feature variations of the heat release large and fast enough to provide the required amount of acoustic energy to compensate the losses of the system. Sudden variations of the heat release are produced in cases of jet flames interacting with a wall (Durox *et al.* 2002), “V” flames (Schuller *et al.* 2003) or “M” flames featuring collapsing neighboring fronts. These are typical flame shapes where small perturbations of the flow induce strong variations of the flame surface area at the flame extremities. Conversely, it has been shown (Schuller *et al.* 2003) that a conical flame which features relatively weaker and slower variations of its surface are will be less likely to excite an acoustical mode of the burner.

Acknowledgement

This work is partially supported by the Délégation Générale pour l'Armement in the form of a doctoral thesis fellowship.

Conclusion et perspectives

Le travail présenté dans ce document fait partie d'un ensemble d'études qui a pour but ultime la prévision des instabilités de combustion dans des configurations réalistes. Les résultats obtenus sur la dynamique des flammes coniques et des flammes en "V" soumises à des modulations de l'écoulement incident, sur les interactions flamme-paroi et les interactions mutuelles entre fronts de flamme, mais également les outils de modélisation théorique et numérique développés, ainsi que les méthodes expérimentales d'examen des instabilités, constituent une étape supplémentaire dans cette direction. La plupart des résultats présentés dans ce document ont pu être obtenus par l'utilisation combinée de ces outils, avec notamment la prévision de la carte de stabilité d'un brûleur qui présente des régimes de fonctionnement instable.

Pour comprendre les mécanismes de couplage qui interviennent entre la combustion stationnaire et l'écoulement en situation instable, il a été nécessaire de s'intéresser aux deux aspects d'un même problème, *l'action* de l'écoulement sur la combustion et *la rétroaction* de la combustion sur l'écoulement.

L'action

La réponse de flammes inclinées à des oscillations forcées de l'écoulement incident a fait l'objet d'une étude approfondie. Celle-ci est basée sur une comparaison entre la dynamique d'une flamme conique et celle d'une flamme stabilisée en "V". Bien que ces flammes aient des géométries semblables, on a montré qu'elles répondent de façon différente aux perturbations de l'écoulement. La nature même des perturbations de vitesse est très différente. Dans le cas de la flamme conique, on a montré que les perturbations sont des fluctuations de vitesse transportées par l'écoulement moyen vers le front de flamme et que le champ de vitesse incident reste globalement irrotationnel au cours du cycle d'excitation. Les fluctuations de vitesse provoquent des plissements du front de flamme avec notamment l'apparition de points de rebroussement ou "cusps" qui sont responsables de la saturation non linéaire de la réponse de la flamme, dès que la longueur d'onde associée à la perturbation est de l'ordre de grandeur de la hauteur de flamme. Dans le cas de la flamme en "V", les fluctuations les plus importantes du champ de vitesse sont dues à des tourbillons qui se forment dans la couche de mélange entre le jet issu du brûleur et l'air environnant. Ces tourbillons interagissent fortement avec la flamme au voisinage de ces extrémités libres et provoquent des variations fortes et rapides du dégagement de chaleur. L'efficacité des tourbillons semble maximale dans une région de la flamme située environ aux deux tiers de la hauteur de flamme, mais il faudrait vérifier cette conjecture par une étude expérimentale plus systématique.

Les flammes coniques sont relativement stables par rapport aux fluctuations incidentes de l'écoulement et elles sont relativement peu sensibles au niveau d'amplitude de la perturbation incidente. Les flammes en "V" semblent au contraire beaucoup plus sensibles aux perturbations de l'écoulement ainsi qu'au niveau d'amplitude de ces perturbations. Elles présentent notamment une bande de fréquences dans laquelle elles agissent comme un amplificateur des perturbations incidentes. On a montré que dans ce cas une petite fluctuation de la position des extrémités libres d'une flamme en "V" entraîne une grande variation de surface de flamme et donc une grande variation de dégagement de chaleur.

Des outils de modélisation théorique développés en parallèle permettent de dégager les principaux paramètres contrôlant la réponse des flammes inclinées. Un outil numérique fondé sur une résolution numérique de l'équation pour G permet d'estimer rapidement la réponse de ces flammes à des perturbations de vitesse dans des régimes de fonctionnement linéaire et non-linéaire, à condition de connaître la structure du champ instationnaire incident. Il serait intéressant d'utiliser un outil plus général, qui puisse traiter également la réponse de ces flammes à des tourbillons ou à des fluctuations de la composition du mélange, dans des situations où la structure du champ de vitesse est complexe et difficile à modéliser. Il semble que le code "AVBP", développé par le CERFACS pour le calcul de la dynamique de la combustion dans des foyers comme ceux des turbines à gaz, serait le bon outil pour traiter ce genre de problème. Des vérifications sont envisagées en calculant la réponse de flammes stabilisées en "V" avec un modèle de combustion qui tient compte de la variation de la richesse au niveau du bord externe de la flamme.

La rétroaction

Les interactions flamme-paroi et flamme-flamme sont des sources de rayonnement acoustique intense. On a montré que l'origine de ce rayonnement sonore est la disparition rapide et importante de surface de flamme qui a lieu au cours de ces interactions. L'analyse a notamment porté sur les relations qui existent entre la pression rayonnée en champ lointain, les fluctuations de l'émission lumineuse de la flamme et les variations de surface de flamme, en s'appuyant sur la théorie du bruit de combustion. On a montré qu'il est possible d'estimer de façon assez fidèle le champ acoustique rayonné à partir de l'émission lumineuse de la flamme. Il serait intéressant d'envisager également l'inverse. Peut-on estimer les variations du dégagement de chaleur à partir de l'émission sonore de la flamme? Que faut-il faire dans des situations confinées? La réponse à ces questions intéresse particulièrement les industriels qui envisagent le contrôle de la combustion. Les chambres de combustion, qui ne disposent souvent pas d'accès optique, peuvent être plus facilement équipées de capteurs de pression pour caractériser l'évolution de la combustion dans le système, à condition de pouvoir extraire l'information utile dans un environnement très bruyant et de savoir l'interpréter.

Les interactions mutuelles entre fronts de flamme sont aussi le principal mécanisme limitant l'augmentation de la surface de flamme dans les foyers turbulents. On a montré qu'ils sont susceptibles d'entretenir des oscillations de combustion dans une configuration expérimentale de laboratoire. Dans cette situation d'interaction de fronts de flamme, une méthode expérimentale de détermination des conditions de stabilité d'un foyer a été développée (1) en caractérisant la réponse forcée du foyer à des perturbations externes et (2) en mesurant la réponse de la flamme à des modulations de l'écoulement en amont de la zone de combustion. Il serait intéressant d'envisager ce type de méthode pour la prévision des instabilités dans des foyers plus complexes.

Références

- Abugov, D. et O. Obrezkov (1978). Acoustic noise in turbulent flames. *Combustion, Explosions and Shock Waves* 14, 606–612.
- Arana, C., B. Sekar, M. Mawid, et G. C.B. (2002, January). Determination of thermoacoustic response in a demonstrator gas turbine engine. *Transactions of the ASME* 124.
- Awad, E. et F. Culick (1986). On the existence and stability of limit cycles for longitudinal acoustic modes in a combustion chamber. *Combust. Sci. Technol.* 46, 195–222.
- Baade, P. (1972). Combustion oscillations in gas-fired appliances. *Proceedings of the second AGA-IGT conference on natural gas research and technology Session 1, Paper 1.*
- Baade, P. (1978). Design criteria and models for preventing combustion oscillations. *ASHRAE Trans.* 1, 449–465.
- Baillet, F. (1989). *Etude expérimentale et Modélisation Théorique de Flamme de Prémélange. Application à la Flamme Soumise à un Champ Vibratoire*. Ph. D. thesis, P. et M. Curie, Paris VI.
- Baillet, F., A. Bourehla, et D. Durox (1996). The characteristics method and cusped flame fronts. *Combust. Sci. and Tech.* 112, 327–350.
- Baillet, F., D. Demare, et D. Durox (2002). Experiments on imploding spherical flames. *Proc. Combust. Inst.* 29, 1453–1460.
- Baritaud, T., R. Snyder, et T. Heinze (1994). *Visualisation des concentrations en carburant dans un moteur à allumage commandé par fluorescence induite par laser*, pp. 261–282.
- Barrère, M. et J. Corbeau (1963). *Les instabilités de combustion dans les fusées à propergol liquide*. Fifth AGARD Colloquium.
- Barrère, M. et F. Williams (1969). Comparison of combustion instabilities found in various types of combustion chambers. *Twelfth Symposium (International) on Combustion, The Combustion Institute, Pittsburgh*, 169–181.
- Baum, J. et J. Levine (1982). Numerical techniques for solving non linear instability problems in solid rocket motors. *AIAA Journal* 20, 955–961.
- Becker, R. et R. Günther (1971). The transfer function of premixed turbulent jet flames. *Thirteenth Symposium (International) on Combustion, The Combustion Institute, Pittsburgh*, 517–526.
- Belliard, A. (1997). *Etude expérimentale de l'émission sonore de flammes turbulentes*. Ph. D. thesis, Université de Provence, Aix-Marseille I, France.
- Blackshear, P. (1953). Driving standing waves by heat addition. *Fourth Symposium (International) on Combustion, The Combustion Institute, Pittsburgh*, 553–566.
- Bloxside, G., A. Dowling, et P. Langhorne (1988). Reheat buzz : an acoustically coupled combustion instability. Part 2. Theory. *J. Fluid Mech.* 193, 445–473.
- Boyer, L. et J. Quinard (1990). On the dynamics of anchored flames. *Combust. Flame*, 51–65.
- Boyer, L. et L. Searby (1986). Random sampling : distortion and reconstruction of velocity spectra from FFT analysis of the analogy signal of a laser doppler processor. *J. Appl. Phys.* 60.
- Bragg, S. (1963). Combustion noise. *Journal of the Institute of Fuel* 36, 12–16.

- Bruneaux, G., T. Poinsot, et J. Herziger (1997). Premixed flame-wall interaction in a turbulent channel flow : budget for flame surface density evolution equation and modeling. *J. Fluid Mech.* 349, 191–219.
- Candel, S. (1992). Combustion instabilities coupled by pressure waves and their active control. *Twentieth Symposium (International) on Combustion, The Combustion Institute, Pittsburgh*, 1277–1296.
- Candel, S. (2002). Combustion dynamics and control : progress and challenges. *Proc. Comb. Inst.* 29, 1–28.
- Candel, S., C. Huynh, et T. Poinsot (1996). *Unsteady Combustion*, Chapter 5. Some modeling methods of combustion instabilities, pp. 83–112. Kluwer Academic Publishers.
- Chan, W. et Y. Zhang (1999). “Noisy Flames” : Acoustic Measurements and Flame Visualisation. *German, French and British Meeting of Combustion Institute, Nancy, France*.
- Chen, J., T. Echekki, et W. Kollman (1999). The Mechanism of Two-Dimensional Pocket Formation in Lean Premixed Methane-Air Flames with Implications to Turbulent Combustion. *Combust. Flame* 116, 15–48.
- Chu, B. (1953). On the generation of pressure waves at a plane flame front. *Fourth Symposium (International) on Combustion, The Combustion Institute, Pittsburgh*, 603–612.
- Clavin, P., P. Pelcé, et L. Hé (1990). One-dimensional vibratory instability of planar flames propagating in tubes. *J. Fluid Mech.* 216, 299–232.
- Clavin, P. et E. Siggia (1991). Turbulent premixed flames and sound generation. *Combust. Sci. Technol.* 78, 147–155.
- Crocco, L. (1951). Aspects of combustion instability in liquid propellant rocket motors. Part I. *J. American Rocket Society* 21, 163–178.
- Crocco, L. (1952). Aspects of combustion instability in liquid propellant rocket motors. Part II. *J. American Rocket Society* 21-22.
- Crocco, L. (1965). Theoretical studies on liquid-propellant rocket instability. *Tenth Symposium (International) on Combustion, The Combustion Institute, Pittsburgh*, 1101–1128.
- Crocco, L. et S. Cheng (1956). *Theory of combustion instability in liquid propellant rocket motors*. AGARDOGRAPH number 8, Butterworths Science Publication.
- Crow, S. et F. Champagne (1971). Orderly structure in jet turbulence. *J. Fluid Mech.* 48, 547–591.
- Culick, F. (1987). A note on Rayleigh’s criterion. *Combust. Sci. Technol.* 56, 159–166.
- Culick, F. (2001). Dynamics of combustion systems : fundamentals, acoustics and control. Rhode Saint Genese, Belgium, pp. 6.1–6.133.
- Culick, F. et V. Yang (1995). *Progress in astronautics and aeronautics : liquid rocket engine combustion instability*, Volume 169, Chapter 1 : Overview of combustion instabilities in liquid-propellant rocket engines, pp. 3–37. AIAA.
- Cummings, A. (1973). Acoustics of a wine bottle. *J. Sound and Vibr.* 31(3), 331–343.
- Daniel, W. (1956). Flame Quenching at the Walls of an Internal Combustion Engine. *Sixth Symposium (International) on Combustion, The Combustion Institute, Pittsburgh*, 886–894.
- Doak, P. (1973). Fundamentals of aerodynamics sound theory and flow duct acoustics. *J. Sound Vib.* 28(3), 527–561.
- Doshiha, R. et T. Hirano (1997). Mechanisms of sound generation from a premixed turbulent flame. *Sixteenth ICDEERS, Cracow*, 432–435.
- Dowling, A. (1997). Nonlinear self-excited oscillations of a ducted flame. *J. Fluid Mech.* 346, 271–290.
- Dowling, A. (1999). A kinematic model of a ducted flame. *J. Fluid Mech.* 394, 51–72.
- Ducruix, S. (1999). *Dynamique des Interactions Acoustique-Combustion*. Ph. D. thesis, Ecole Centrale Paris.

- Ducruix, S., D. Durox, et S. Candel (2000). Theoretical and experimental determination of the transfer function of a laminar premixed flame. *Proc. Combust. Inst.* 28, 765–773.
- Ducruix, S., D. Durox, et S. Candel (2001). Flow velocity in a flame submitted to acoustic modulation. *Eighteenth ICDEERS, Seattle, USA*.
- Ducruix, S., T. Poinsot, et S. Candel. Large eddy simulations of combustion instabilities in a swirled combustor. *Proceedings of the IUTAM Symposium on Turbulent Mixing and Combustion held in Kingston, Ontario, Canada, 3-6 June 2001*.
- Ducruix, S., T. Schuller, D. Durox, et S. Candel (2003). Combustion dynamics and instabilities : Elementary coupling and driving mechanisms. *A paraître dans Journal of Propulsion and Power* 29(5).
- Durox, D. et S. Ducruix (2000). Concerning the location of the schlieren limit in premixed flame. *Comb. Flame* 120, 595–598.
- Durox, D., S. Ducruix, et F. Baillot (1998). Strong acoustic forcing on conical premixed flames. *Twentyseventh Symposium (International) on Combustion, The Combustion Institute, Pittsburgh*, 883–889.
- Durox, D., S. Ducruix, et F. Lacas (1999). Flow seeding with an air nebulizer. *Experiments in Fluids* 27, 408–413.
- Durox, D., T. Schuller, et S. Candel (2002). Self-sustained oscillations of a premixed impinging jet flame on a plate. *Proc. Combust. Inst.* 29, 69–75.
- Echekki, T., J. Chen, et I. Gran (1996). The mechanism of mutual annihilation of stoichiometric premixed methane-air flames. *Twentysixth Symposium (International) on Combustion, The Combustion Institute, Pittsburgh*, 855–863.
- Egolfopoulos, F. (1994). Dynamics and structure of unsteady, strained, laminar premixed flames. *Twentyfifth Symposium (International) on Combustion, The Combustion Institute, Pittsburgh*, 1365–1373.
- Fedkiw, R., B. Merriman, et S. Osher (2000). Simplified Discretization of Systems of Hyperbolic Conservation Laws Containing Advection Equations. *J. Comput. Phys.* 157, 302–326.
- Fergusson, D., G. Richards, S. Woodruff, S. Bernal, et M. Gautam (2001). Effect of surface area variation on heat release rates in premixed flames. *Second Joint Meeting of the U.S. Sections of the Combustion Institute, March 25-28 2001, Oakland, CA USA*.
- Fleifil, M., A. Annaswamy, Z. Ghoneim, et A. Ghoniem (1996). Response of a laminar premixed flame to flow oscillations : a kinematic model and thermoacoustic instability results. *Combust. Flame* 106, 487–510.
- Follet, J. et A. Giaque (2002). Projet de synthèse de troisième année : interaction flamme-paroi. Technical report, Ecole Centrale Paris.
- Gille, J.-C., P. Decaulne, et M. Pélegn (1988). *Systèmes asservis non linéaires*. Dunod, Paris.
- Goldstein, M. (1976). *Aeroacoustics*. Mc Graw Hill, New-York.
- Gottlieb, S. et C. Shu (1998). Total variation diminishing Runge-Kutta schemes. *Math. of Comput.* 67, 73–85.
- Gutmark, E., K. Schadow, S. Sivasegaram, et J. Whitelaw (1991). Interaction between fluid-dynamics and acoustic instabilities in combustor flow within ducts. *Combust. Sci. Tech.* 79, 161–166.
- Harten, A., B. Engquist, S. Osher, et S. Chakravarthy (1987). Uniformly high order essentially non-oscillatory schemes, III. *J. Comput. Phys.* 71, 231–303.
- Hassan, H. (1974). Scaling of combustion-generated noise. *J. Fluid Mech.* 49, 445–453.
- Hathout, J., M. Fleifil, A. Annaswamy, et A. Ghoniem (2000). Heat-release actuation for control of mixture inhomogeneity-driven combustion instabilities. *Proc. Combust. Inst.* 28, 721–730.
- Hegde, U., D. Reuter, et B. Zinn (1988). Sound generation by ducted flames. *AIAA Journal* 26, 532–537.

- Herding, G., R. Snyder, C. Rolon, et S. Candel (1998). Investigation of cryogenic propellant flames using computerized tomography of OH emission images. *Journal of Propulsion and Power* 13, 146–151.
- Hirschberg, A. (2001). Introduction to aero-acoustics of internal flow. In *Advances in aeroacoustics, Lecture series, March 12-16*. Von Karman Institute for Fluid Dynamics.
- Ho, C.-M. et P. Huerre (1984). Perturbed free shear layer. *Ann. Rev. Fluid Mech.* 16, 365–424.
- Huang, Y. et V. Yang (2002). Bifurcation of flame structure in a lean-premixed swirl-stabilized combustor : transition from stable to unstable flame. *Proceedings of the Third Joint Meeting of the U.S. Sections of The Combustion Institute*.
- Hubbard, S. et A. Dowling (1998). Acoustic instabilities in premix burners. *AIAA Paper 98-2272*.
- Hubbard, S. et A. Dowling (2001). Acoustic resonances of an industrial gas turbine combustion system. *ASME transactions*.
- Hurle, I., R. Price, T. Sudgen, et A. Thomas (1968). Sound emission from open turbulent flames. *Proceedings of the Royal Society London A* 303, 409–427.
- Jiang, G. et D. Peng (2000). Weighted ENO schemes for Hamilton-Jacobi equations. *SIAM J. Sci. Comput.* 21, 2126–2143.
- Jiang, G. et C. Shu (1996). Efficient implementation of weighted ENO schemes. *J. Comput. Phys.* 126, 202–228.
- Joulin, G. et G. Sivashinsky (1991). Pockets in premixed flames and combustion rate. *Combust. Sci. Tech.* 77, 329–335.
- Kailasanath, K., J. Gardner, E. Oran, et J. Boris (1991). Numerical simulations of unsteady reactive flows in a combustion chamber. *Comb. Flame* 86, 115–134.
- Katsuki, M., Y. Mizutani, M. Chikami, et K. T. (1986). Sound emission from a turbulent flame. *Twenty-one Symposium (International) on Combustion, The Combustion Institute, Pittsburgh*, 1543–1550.
- Kaufmann, A., F. Nicoud, et T. Poinsot (2002). Flow forcing techniques for numerical simulation of combustion instabilities. *Combust. Flame* 131, 371–385.
- Keller, J. (1995). Thermoacoustic oscillations in combustion chambers of gas turbines. *AIAA Journal* 33(12), 2280–2287.
- Keller, J. et P. Barr (1996). *Unsteady Combustion*, Chapter 2. Premixed combustion in a periodic flow field, pp. 17–32. Kluwer Academic Publishers.
- Keller, J. et K. Saito (1987). Measurements of the combusting flow in a pulse combustor. *Combust. Sci. Technol.* 53, 137–163.
- Kendrick, D., T. Zsak, et E. Zukoski (1996). *Unsteady Combustion*, Chapter 3. An experimental and numerical investigation of premixed combustion in a vortex in a laboratory dump combustor, pp. 33–69. Kluwer Academic Publishers.
- Kerstein, A., W. Ashurst, et F. Williams (1988). Field equation for interface propagation in an unsteady homogeneous flow field. *Phys. Rev. A* 37(7), 2728–2731.
- Kidin, N., V. Librovich, J. Roberts, et M. Vuillermoz (1984). On sound sources in turbulent combustion. *Dans J.R. et al. Bowen (Eds.), Dynamics of flames and reactive systems, Progress in Astronautics and Aeronautics, AIAA, New York* 95, 343–355.
- Kotake, S. (1975). On combustion noise related to chemical reactions. *J. Sound Vib.* 42, 399–410.
- Krüger, U. (2000). *ECOS 2000 Proceedings, Universiteit Twente, The Netherlands* 4, 2155–2166.
- Langhorne, P. (1988). Reheat buzz : an acoustically coupled combustion instability. Part 1. Experiment. *J. Fluid Mech.* 193, 417–433.
- Lauvergne, R. et F. Egolfopoulos (2000). Unsteady response of C₃H₈-air laminar premixed flame submitted to mixture composition oscillations. *Proc. Combust. Inst.* 28, 1841–1850.

- Law, C. (1988). Dynamics of stretched flames. *Twenty-Second Symposium (International) on Combustion, The Combustion Institute, Pittsburgh*, 1381–1402.
- Lax, P. et B. Wendroff (1960). Systems of conservation laws. *Communications in Pure and Applied Mathematics* 13, 217–237.
- Ledder, G. et A. Kapila (1991). The response of premixed flames to pressure perturbations. *Combust. Sci. Tech.* 76, 21–44.
- LeHelley, P. (1994). *Etude théorique et expérimentale des instabilités de combustion et de leur contrôle dans les foyers prémélangés*. Ph. D. thesis, Ecole Centrale Paris.
- Lieuwen, T. (2001). Theoretical investigation of unsteady flow interactions with a premixed planar flame. *J. Fluid Mech.* 435, 289–303.
- Lieuwen, T. et B. Zinn (1998). The role of equivalence ratio fluctuations in driving combustion instabilities in low NO_x gas turbines. *Twentyseventh Symposium (International) on Combustion, The Combustion Institute, Pittsburgh*, 1809–1816.
- Lieuwen, T. et B. Zinn (2000). On the experimental determination of combustion process driving in an unstable combustor. *Combust. Sci. Tech.* 157, 111–127.
- Lighthill, M. (1952). On sound generated aerodynamically. *Proceedings of the Royal Society London A* 211, 564–587.
- Logan, P., J. Lee, et A. Karagozian (1991). Acoustics of a low-speed dump combustor. *Comb. Flame* 84, 93–109.
- Lord Rayleigh, J. (1878). The explanation of certain acoustic phenomena. *Nature July 18*(319–321).
- Lu, J., O. Ezekoye, R. Greif, et R. Sawyer (1990). Unsteady heat transfer during side wall quenching of a laminar flame. *Twentythird Symposium (International) on Combustion, The Combustion Institute, Pittsburgh*, 441–446.
- Lucas, L. et D. Rockwell (1984). Self excited jet : upstream modulation and multiples frequencies. *J. Fluid. Mech.* 147, 333–352.
- Marble, F. et S. Candel (1978). An analytical study of the non-steady behavior of large combustors. *Seventyffth Symposium (International) on Combustion, The Combustion Institute, Pittsburgh*, 761–769.
- Markstein, G. (1964). *Non Steady Flame Propagation*. Pergamon Press, Elmsford, NY.
- Marple Jr., S. (1987). *Digital Spectral Analysis*. Prentice Hall.
- Marzouk, Y., A. Ghoniem, et H. Najm (2000). Dynamic response of strained premixed flames to equivalence ratio gradients. *Proc. Combust. Inst.* 28, 1859–1866.
- McIntosh, A. (1991). Pressure disturbances of different length scales interacting with conventional flames. *Combust. Sci. Tech.* 75, 287–309.
- Merk, H. (1956). An analysis of unstable combustion of premixed gases. *Sixth Symposium (International) on Combustion, The Combustion Institute, Pittsburgh*, 500–512.
- Mettenleiter, M. (1999). *Contrôle adaptatif des instabilités aéroacoustiques. Application aux systèmes de propulsion*. Ph. D. thesis, Ecole Centrale Paris.
- Morse, P. (1986). *Theoretical Acoustics*. Princeton University Press, Princeton.
- Munjaj, M. (1987). *Acoustics of ducts and mufflers*. John Wiley and Sons, New York.
- Nottin, C. (2002). *Simulations LES des instabilités de combustion*. Ph. D. thesis, Ecole Centrale Paris.
- Nottin, C., R. Knikker, M. Boger, et D. Veynante (2000). Large eddy simulation of an acoustically excited turbulent premixed flame. *Proc. Combust. Inst.* 28, 67–73.
- Oppenheim, A. et R. Shafer (1974). *Digital Signal Processing*. Prentice Hall.
- Osher, S. et J. Sethian (1988). Front propagating with curvature-dependent speed : algorithms based on Hamilton-Jacobi formulation. *J. Comput. Phys.* 79, 12–49.

- Osher, S. et C. Shu (1991). High-order essentially non-oscillatory schemes for Hamilton-Jacobi equations. *J. Numer. Anal.* 28, 907–922.
- Paschereit, C., P. Flohr, et B. Schuermans (2001). Prediction of Combustion Oscillations in Gas Turbine Combustor. *AIAA 2001-0484*.
- Paschereit, C., W. Polifke, B. Schuermans, et O. Mattson (1999). Measurement of Transfer Matrices and Source Terms of Premixed Flames. *In ASME Turbo Expo, USA*.
- Pelcé, P. et D. Rochwerger (1992). Vibratory instability of cellular flames propagating in tubes. *J. Fluid Mech.* 239, 293–307.
- Peng, D., B. Merriman, S. Osher, H. Zhao, et M. Kang (1999). A PDE-Based Fast Local Level Set Method. *J. Comput. Phys.* 155, 410–438.
- Peters, N. (2000). *Turbulent combustion*. Cambridge University Press.
- Peters, N. et G. Ludford (1983). The effect of pressure variations on premixed flames. *Combust. Sci. Tech.* 34, 331–344.
- Pierce, A. (1981). *Acoustics*. McGraw-Hill, NY. Presently available from Acoustical Society of America, NY, (1990).
- Poinsot, T., C. Angelberger, F. Egolfopoulos, et D. Veynante (1999). Large eddy simulations of combustion instabilities. *First International Symposium On Turbulence and Shear Flow Phenomena*, 1–6.
- Poinsot, T. et S. Candel (1988). A nonlinear model for ducted flame combustion instabilities. *Combust. Sci. Tech.* 61, 121–153.
- Poinsot, T., C. Le Chatelier, S. Candel, et E. Esposito (1986). Experimental determination of the reflection coefficient of a premixed flame in a duct. *J. Sound and Vibr.* 107, 265–278.
- Poinsot, T. et S. Lele (1992). Boundary conditions for direct numerical simulations of compressible viscous flows. *J. Comp. Phys.* 101, 104–129.
- Poinsot, T., A. Trouvé, D. Veynante, S. Candel, et E. Esposito (1987). Vortex driven acoustically coupled combustion instabilities. *J. Fluid Mech.* 177, 265–292.
- Poinsot, T. et V. Veynante (2001). *Theoretical and Numerical Combustion*. Edwards, Philadelphia.
- Polifke, W., A. Poncet, C. Paschereit, et K. Dobbeling (2001). Reconstruction of acoustic transfer matrices by stationary computational fluid dynamics. *J. Sound Vibr.* 245, 483–510.
- Popp, P. et M. Baum (1997). Analysis of wall heat fluxes, reaction mechanisms, and unburnt hydrocarbons during head-on quenching of a laminar methane flame. *Comb. Flame* 108, 327–348.
- Price, R., I. Hurle, et T. Sudgen (1968). Optical studies of the generation of noise in turbulent flames. *Twelfth Symposium (International) on Combustion, The Combustion Institute, Pittsburgh*, 1093–1102.
- Putnam, A. (1971). *Combustion driven oscillations in industry*. Elsevier, New - York.
- Renard, P., D. Thévenin, J. Rolon, et S. Candel (2000). Dynamics of flame-vortex interactions. *Prog. Energ. Combust. Sci.* 26, 225–282.
- Rienstra, S. (1983). A small Strouhal number analysis for acoustic wave-jet flow-pipe analysis. *J. Sound Vibr.* 86, 539–556.
- Roberts, W. et J. Driscoll (1991). A laminar vortex interacting with a premixed flame : measured formation of pockets of reactants. *Comb. Flame* 87, 245–256.
- Rogers, D. et F. Marble (1956). A mechanism of high frequency oscillations ramjet combustors and afterburners. *Jet Propulsion* 26, 456–462.
- Rolon, C., F. Aguerre, et S. Candel (1995). Experiments on the interaction between a vortex and a strained diffusion flame. *Comb. Flame* 100, 422–429.
- Rouy, E. et A. Tourin (1992). A viscosity solutions approach to shape-front-shading. *SIAM J. Numer. Anal.* 29(3), 867–884.

- Schäfer, O., R. Koch, et S. Witting (2000). Measurement of the periodic flow of an enclosed lean premixed prevaporized stagnation flame. *Tenth International Symposium on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics, Lisbon, Portugal, July 10 - 13*.
- Schreel, K., R. Rook, et L. de Goeij (2002). The acoustic response of burner stabilized premixed flat flames. *Proc. Combust. Inst.* 29, 115–122.
- Schuller, T., S. Ducruix, D. Durox, et S. Candel (2002). Modeling tools for the prediction of premixed flame transfer functions. *Proc. Combust. Inst.* 29, 107–113.
- Schuller, T., D. Durox, et S. Candel (2002). Dynamics of and noise radiated by a perturbed impinging premixed jet flame. *Combust. Flame* 128, 88–110.
- Schuller, T., D. Durox, et S. Candel (2003). A unified model for the prediction of flame transfer functions : comparison between conical and V-flames dynamics. *Combust. Flame* 134, 21–34.
- Searby, G. et D. Rochwerger (2003). A parametric acoustic instability in premixed flames. *J. Fluid Mech.* 231, 259–543.
- Shadow, K., E. Gutmark, T. Parr, D. Parr, K. Wilson, et J. Crump (1989). Large-scale coherent structures as drivers of combustion instability. *Combust. Sci. Technol.* 64, 167–186.
- Shivashankara, B., W. Strahle, et J. Handley (1975). Evaluation of combustion noise scaling laws by an optical technique. *AIAA Journal* 13, 623–627.
- Shu, C. et S. Osher (1989). Efficient implementation of non-oscillatory shock-capturing schemes, II. *J. Comput. Phys.* 83, 32–78.
- Sinibaldi, J., C. Mueller, et J. Driscoll (1998). Local flame propagation speeds along wrinkled, unsteady, stretched flames. *Twentyseventh Symposium (International) on Combustion, The Combustion Institute, Pittsburgh*, 827–832.
- Smith, D. et E. Zukoski (1985). Combustion instability sustained by unsteady vortex combustion. *AIAA Paper 85-1248*.
- Smith, J., M. Vuillermoz, et J. Roberts (1982). A possible source of non linearities in pyroacoustic amplification. *Acoustics Letters* 6(5), 66–69.
- Smith, T. et J. Kilham (1963). Noise generated by open turbulent flame. *Journal of the Acoustical Society of America* 35, 715–724.
- Sterling, J. et E. Zukoski (1991). Nonlinear dynamics of laboratory combustor pressure oscillations. *Combust. Sci. Tech.* 77, 225–238.
- Strahle, W. (1971). On combustion generated noise. *J. Fluid Mech.* 49, 399–414.
- Strahle, W. (1972). Some results in combustion generated noise. *J. Sound and Vibr.* 23, 113–125.
- Strahle, W. (1973). Refraction, convection, and diffusion flame effects in combustion-generated noise. *Fourteenth Symposium (International) on Combustion, The Combustion Institute, Pittsburgh*, 527–535.
- Strahle, W. (1978). Combustion noise. *Prog. Energ. Combust. Sci.* 4, 157–176.
- Strahle, W. (1985). A modern theory of combustion noise. *Recent Advances in the Aerospace Sciences*, 103–114.
- Strahle, W. et B. Shivashankara (1974). A rational correlation of combustion noise results from open turbulent premixed flames. *Fifteenth Symposium (International) on Combustion, The Combustion Institute, Pittsburgh*, 1379–1385.
- Sussman, M., P. Smereka, et S. Osher (1994). A Level Set Approach for Computing Solutions to Incompressible Two-Phase Flow. *J. Comput. Phys.* 114, 146–159.
- Tang, Y., G. Waldherr, J. Jagoda, et T. Zinn (1995). Heat Release Timing in a Nonpremixed Helmholtz Pulse Combustor. *Combust. Flame* 100, 251–261.
- Thomas, A. et G. Williams (1966). Flame noise : sound emission from spark-ignited bubbles of combustible gas. *Proceedings of the Royal Society London A* 294, 449–466.
- Thomson, K. (1987). Time dependent boundary conditions for hyperbolic systems. *J. Comput. Phys.* 68, 1–24.

- Tripathi, A. (2001). *Etude de flammes cryotechniques à haute pression*. Ph. D. thesis, Ecole Centrale Paris.
- Trouvé, A., S. Candel, et J. Daily (1988). A linear stability analysis of the inlet jet in a ramjet combustor. *AIAA paper 88-0149*.
- Truffaut, J. (1998). *Etude expérimentale de l'origine du bruit émis par les flammes de chalumeaux*. Ph. D. thesis, Université de Provence, Aix-Marseille I, France.
- Truffaut, J., G. Searby, et L. Boyer (1998). Sound emission by non-isomolar combustion at low Mach numbers. *Combust. Theory Modelling* 2, 423–428.
- Tsien, H. (1952). *J. Am. Rocket Soc.* 22, 256–263.
- Vagelopoulos, C., F. Egolfopoulos, et C. Law (1994). *Twenty-Fifth Symposium (International) on Combustion, The Combustion Institute, Pittsburgh* 25, 1341–1347.
- Varoquié, B., J. Légier, F. Lacas, D. Veynante, et T. Poinsot (2002). Experimental analysis and Large Eddy Simulation to determine the response of non-premixed flames submitted to acoustic forcing. *Proc. Combust. Inst.* 29, 1965–1970.
- Vosen, S., R. Greif, et C. Westbrook (1984). Unsteady Heat Transfer during Laminar Flame Quenching. *Twentyth Symposium (International) on Combustion, The Combustion Institute, Pittsburgh*, 75–83.
- Wichman, I. et R. Vance (1997). A study of one-dimensional laminar premixed flame annihilation. *Comb. Flame* 110, 508–523.
- Williams, F. (1985). *Combustion theory*. The Benjamin/Cummings Publishing Company, Inc., California.
- Willis, J., C. Cadou, M. Mitchell, A. Karagozian, et O. Smith (1994). *Combust. Flame* 99, 280–287.
- Yang, V. et F. Culick (1986). Analysis of low frequency combustion instabilities in a laboratory ramjet combustor. *Combust. Sci. Technol.* 45, 1–25.
- Yang, V., S. Kim, et F. Culick (1990). Triggering of longitudinal pressure oscillations in combustion chambers. I : nonlinear dynamics. *Combust. Sci. Technol.* 72, 183–214.
- Yu, K., A. Trouvé, et J. Daily (1991). Low-frequency pressure oscillations in a model ramjet combustor. *J. Fluid Mech.* 232, 47–72.
- Zhang, Y. et K. Bray (1999). Characterization of impinging jet flames. *Combust. Flame* 116, 671–674.
- Zinn, B. et E. Powell (1970). Nonlinear combustion instability in liquid-propellant rocket engines. *Thirteenth Symposium (International) on Combustion, The Combustion Institute, Pittsburgh*, 491–503.
- Zsak, T., K. Kendrick, J. Sterling, et E. Zukoski (1991). An investigation of reacting vortex structures associated with pulse combustion. *Proceedings of the International Symposium on Pulsating Combustion*.

Annexe A

Notes sur les fonctions de transfert de flamme

A.1 Mesure dans un foyer confiné

La réponse fréquentielle d'une flamme dans un foyer est souvent déterminée expérimentalement en utilisant des microphones placés le long des parois en amont et en aval de la zone de combustion (Paschereit *et al.* 1999; Lieuwen et Zinn 2000; Arana *et al.* 2002). Des modulations de l'écoulement sont générées grâce à un actionneur. Les fluctuations de pression qui en résultent sont enregistrées en amont et en aval de la zone de combustion. A partir de ces enregistrements une fonction de transfert de la flamme est déterminée. Elle permet de relier les variables acoustiques (p' , v') au travers du front de flamme traité comme une zone compacte. La fluctuation de vitesse n'est pas mesurée directement avec cette méthode. Le signal de vitesse est reconstruit à partir des signaux de pression acoustique mesurés par les microphones moyennant certaines hypothèses. On rappelle cependant qu'une flamme de prémélange est sensible aux fluctuations de vitesse ou de composition de mélange, mais pas directement aux fluctuations de pression (cf. Introduction). Il est donc important de représenter correctement la fluctuation de vitesse juste en amont du front de flamme. Le confinement de la flamme rend l'interprétation des résultats obtenus avec cette méthode difficile, car la fonction de transfert déterminée uniquement à partir d'enregistrements de signaux de pression acoustique dépend non seulement des propriétés de l'écoulement et de la flamme, mais également des conditions aux limites acoustiques en amont et en aval du brûleur. On illustre notre propos par un exemple très simple en considérant le cas d'une flamme plane confinée dans un tube, Fig. A.1 :

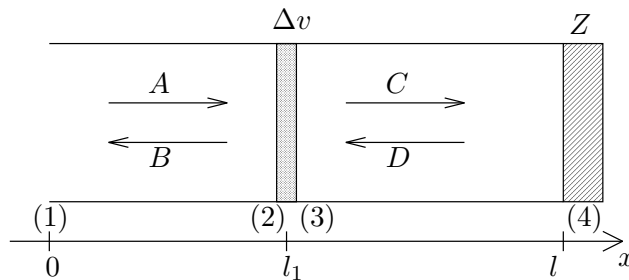


FIG. A.1 – Schéma d'une flamme plane confinée dans un tube soumise à une modulation acoustique à l'entrée et avec une condition d'impédance Z à la limite aval.

La flamme est stabilisée dans un tube de longueur $l = l_1 + l_2$. On suppose l'absence d'écoulement moyen ($\bar{v} = 0$). On s'intéresse à la réponse de ce système à une modulation harmonique de l'écoulement à l'entrée du tube en $x = 0$. L'interaction de cette onde avec le front de

flamme en $x = l_1$ s'accompagne d'une réflexion et d'une transmission de l'onde incidente. L'onde transmise interagit ensuite avec la condition à la limite aval, à l'extrémité du tube en $x = l$, caractérisée par une impédance acoustique Z . Cette impédance modélise le comportement acoustique du reste du système en aval de la flamme. Entre les sections (1) et (2), et entre les sections (3) et (4), les ondes sonores sont supposées planes et harmoniques. Les amplitudes $\tilde{p}(x)$ et $\tilde{v}(x)$ des perturbations acoustiques vérifient les relations (Fig. A.1) :

$$\tilde{p}(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} \quad (\text{A.1})$$

$$\rho c \tilde{v}(x) = Ae^{ikx} - Be^{-ikx} \quad (\text{A.2})$$

en amont du front de flamme et :

$$\tilde{p}(x) = Ce^{ik(x-l_1)} + De^{-ik(x-l_1)} \quad (\text{A.3})$$

$$\rho c \tilde{v}(x) = De^{ik(x-l_1)} - De^{-ik(x-l_1)} \quad (\text{A.4})$$

en aval du front de flamme. Les coefficients A , B , C et D sont les amplitudes des ondes incidentes et réfléchies et k est le nombre d'onde. La section (4) est caractérisée par une impédance Z . On a donc la relation supplémentaire suivante :

$$\tilde{p}(x=l) = \rho c \zeta \tilde{v} \quad (\text{A.5})$$

où $\zeta = Z/\rho c$ représente l'impédance spécifique du reste du foyer à droite de la section (4) vue par les ondes acoustiques depuis la section (4). La flamme est supposée compacte par rapport à la longueur d'onde acoustique, $\lambda = 2\pi/k$, et sa position fixe en $x = l_1$. La réponse de la flamme aux perturbations de l'écoulement est décrite par des conditions de saut pour l'amplitude des fluctuations acoustiques à l'interface (2-3) :

$$\tilde{p}_3(x=l_1) = \tilde{p}_2(x=l_1) \quad (\text{A.6})$$

$$\tilde{v}_3(x=l_1) = \tilde{v}_2(x=l_1) + \Delta v \quad (\text{A.7})$$

Dans cette expression Δv est le saut de vitesse acoustique dû à l'expansion thermique des gaz (cf. par exemple LeHelley 1994). Les effets de la température sur la propagation sonore sont négligés, notamment au niveau de la masse volumique ρ et de la célérité c qu'on suppose constants. En combinant les équations (A.1) à (A.7), on obtient une relation entre l'amplitude de l'onde réfléchie B et celle de l'onde incidente A dans la section (1) en $x = 0$:

$$B = A \frac{\zeta - 1}{\zeta + 1} \exp^{2ikl} + \rho c \frac{\Delta v}{2} \left[\frac{\zeta - 1}{\zeta + 1} \exp^{2ikl_2} + 1 \right] \exp^{ikl_1} \quad (\text{A.8})$$

Cette expression montre clairement que l'onde réfléchie en amont du front de flamme dépend de la réponse de la flamme à la perturbation acoustique par l'intermédiaire de Δv , et de l'impédance, $Z = \rho c \zeta$, des parties du foyer représentant les éléments en aval du front de flamme.

Un raisonnement identique, mais en intervertissant le type de conditions aux limites, montre que la fluctuation de pression réfléchie en aval de la flamme dépend de la réponse de la flamme, mais aussi de la condition aux limites en amont du front de flamme. Quelle que soit la méthode envisagée pour la détermination de la réponse fréquentielle de la flamme à partir de mesures des fluctuations de pression en amont et en aval de la zone de combustion, la mesure dépend des propriétés intrinsèques de la flamme et de l'écoulement, mais également des propriétés acoustiques du foyer complet en amont et en aval de la zone de combustion. Ces conditions aux limites acoustiques sont la plupart du temps mal connues et dépendent elles-mêmes de l'écoulement. Il convient donc de rester prudent lors de l'interprétation des résultats. Une fonction de transfert déterminée en utilisant uniquement des microphones est caractéristique d'un régime de fonctionnement bien précis avec des conditions aux limites acoustiques données.

Pour s'affranchir du problème des conditions aux limites, il faut mesurer directement les fluctuations de vitesse ou de richesse en amont de la zone de combustion. Ceci n'est malheureusement pas toujours possible dans les installations industrielles, où les accès disponibles pour l'instrumentation et les accès optiques sont très limités, et les conditions de fonctionnement trop rudes pour de nombreux types de capteurs.

A.2 Emission de radicaux libres et dégagement de chaleur

Dans une étude récente, Fergusson *et al.* (2001) examinent la relation entre les variations de surface de flamme et le dégagement de chaleur dans le cas d'une flamme de prémélange soumise à des modulations de vitesse. La configuration expérimentale de Fergusson *et al.* (2001) est similaire à celle décrite dans ce manuscrit. Une flamme conique est stabilisée sur un brûleur. Le brûleur est lui-même placé dans un tube en quartz. L'analyse est réalisée en modulant l'écoulement d'air avec un haut-parleur placé à la base du tube ou en l'absence de modulation lorsqu'une combustion cyclique s'installe naturellement. La pression acoustique au niveau de la flamme, l'émission spontanée des radicaux CH^* et OH^* présents dans le front de flamme sont mesurées. La surface de flamme est déduite à partir d'images d'émission CH^* . Le signal OH^* mesuré avec un photomultiplicateur équipé d'un filtre est considéré comme proportionnel au dégagement de chaleur. Ces auteurs observent un déphasage entre les deux signaux lumineux CH^* et OH^* et concluent que les variations du dégagement de chaleur et de surface de flamme sont également déphasées. Ces résultats sont en contradiction avec l'hypothèse du chapitre I qui suppose que les fluctuations de surface de flamme et de dégagement de chaleur sont proportionnelles et en phase dans un mélange maintenu à richesse constante. Ceci mérite d'être vérifié ou infirmé en reconduisant ces expériences avec notre dispositif expérimental.

Les résultats présentés ci-dessous ont été obtenus pour une flamme conique avec une vitesse débitante $\bar{v} = 1.45$ m/s et pour trois richesses autour de la stœchiométrie $\Phi = 0.9, 1.0$ et 1.1 . Deux séries d'expériences sont réalisées en modulant l'écoulement en sortie du brûleur avec une perturbation d'amplitude constante $v_{1rms} = 0.15$ m/s. Dans la première expérience la fonction de transfert de la flamme est déterminée en utilisant un filtre CH^* placé devant le photomultiplicateur. Dans la seconde expérience, la mesure de la fonction de transfert est réalisée dans les mêmes conditions d'écoulement et de perturbation que dans la première, mais en remplaçant le filtre CH^* par un filtre OH^* . Les résultats pour le gain et la phase des fonctions de transfert sont présentés directement en fonction de la fréquence d'excitation f sans adimensionnement sur la figure A.2 pour trois richesses. Dans tous les cas explorés, les résultats obtenus avec le filtre CH^* et ceux obtenus avec le filtre OH^* se superposent parfaitement, même à haute fréquence. Pour une flamme soumise à des modulation de vitesse, mais dont le mélange est maintenu à richesse constante, les taux de production des radicaux CH^* et OH^* dans la zone de réaction sont proportionnels. Ils conviennent donc tous deux pour caractériser de façon équivalente la variation de surface de flamme ou le dégagement de chaleur.

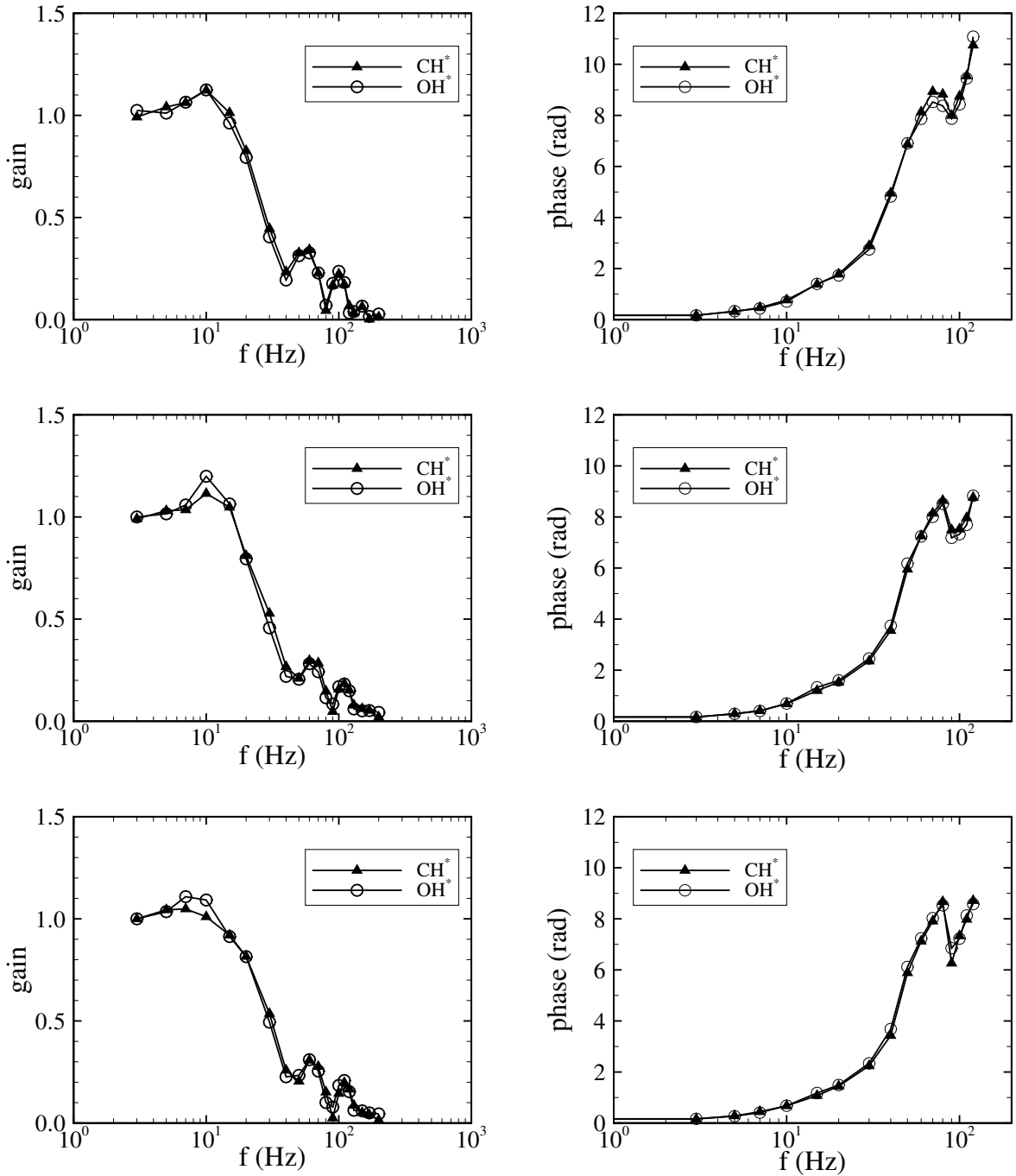


FIG. A.2 – Comparaison entre les fonctions de transfert de flammes coniques déterminées à partir de l'émission lumineuse des radicaux OH^* (triangles) et des radicaux CH^* (cercles) pour trois points de fonctionnement $\Phi = 0.9$ (en haut), $\Phi = 1.0$ (au milieu) et $\Phi = 1.1$ (en bas). $\bar{v} = 1.45$ m/s, $v_{1rms} = 0.15$ m/s.

Annexe B

Code de calcul des fonctions de transfert

B.1 Schémas numériques du code de calcul

Les schémas numériques développés pour le code de calcul des fonctions de transfert (cf. chapitre II) sont détaillés dans ce qui suit. Les procédures décrites ci-dessous sont valables pour des problèmes multidimensionnels. Il suffit d'appliquer la même méthode selon les autres directions de l'espace. On ne présente que le cas unidimensionnel. Un code tridimensionnel a été développé sur cette base.

B.1.1 Traitement de la convection

On s'intéresse dans un premier temps au traitement numérique de la convection dans l'équation de transport pour G . On présente successivement un schéma "upwind", noté UPWIN, du premier ordre suivi de deux schémas WENO, le schéma WENO3 d'ordre 3 et le schéma WENO5 d'ordre 5. On considère la loi de conservation scalaire :

$$\frac{\partial G}{\partial t} + u \frac{\partial G}{\partial x} = 0 \quad (\text{B.1})$$

G est un champ scalaire et u est le champ de vitesse du mélange réactif pris à l'interface en $G = 0$. En discrétisant l'équation (B.1), on définit un flux numérique conservatif F pour la quantité $\partial G / \partial x$ par la relation :

$$\left(u \frac{\partial G}{\partial x} \right)_i = u_i \frac{F_{i+\frac{1}{2}} - F_{i-\frac{1}{2}}}{\Delta x} \quad (\text{B.2})$$

où les $F_{i\pm\frac{1}{2}}$ sont les valeurs du flux numérique F aux bords des cellules. Ces valeurs aux parois des cellules en $i\pm 1/2$ sont construites à partir des valeurs du champ G qui sont connues uniquement au centre des cellules selon une procédure de reconstruction WENO qui tient compte de la direction de l'écoulement u_i au noeud i .

Le schéma UPWIN

Le schéma UPWIN est un schéma du premier ordre où le gradient au noeud i est évalué selon le sens de l'écoulement en ce noeud. Ce schéma constitue la première étape d'une procédure de reconstruction ENO d'ordre plus élevé. Le flux numérique F est simplement donné par :

$$F_{i\pm\frac{1}{2}} = v_1 \quad (\text{B.3})$$

où la valeur du coefficient v_1 dépend du sens de l'écoulement u_i au noeud i . Elle est choisie selon la procédure décrite dans le tableau B.1 :

	$F_{i+\frac{1}{2}}$		$F_{i-\frac{1}{2}}$	
	$u_i > 0$	$u_i < 0$	$u_i > 0$	$u_i < 0$
v_1	G_i	G_{i+1}	G_{i-1}	G_i

TAB. B.1 – Valeurs des coefficients utilisés pour calculer le flux numérique convectif F avec le schéma UPWIN

Le schéma WENO3

Ce schéma constitue une extension WENO à trois étapes (d'ordre 3) du schéma de base UPWIN. On introduit pour cela les coefficients de lissage (Fedkiw *et al.* 2000) :

$$\begin{aligned} S_1 &= (v_2 - v_1)^2 \\ S_2 &= (v_3 - v_2)^2 \end{aligned}$$

et les poids :

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{1}{3} \frac{1}{(\epsilon + S_1)^2}, & \omega_1 &= \frac{a_1}{a_1 + a_2} \\ a_2 &= \frac{2}{3} \frac{1}{(\epsilon + S_2)^2}, & \omega_2 &= \frac{a_2}{a_1 + a_2} \end{aligned}$$

Le coefficient ϵ est fixé à 10^{-6} dans nos calculs. Les flux numériques F sont alors donnés par :

$$F_{i\pm\frac{1}{2}} = \omega_1 \left(-\frac{1}{2}v_1 + \frac{3}{2}v_2 \right) + \omega_2 \left(\frac{1}{2}v_2 + \frac{1}{2}v_3 \right) \quad (\text{B.4})$$

où les valeurs des coefficients v_1 , v_2 et v_3 dépendent de la direction de l'écoulement u_i au noeud i . Ces valeurs sont à choisir parmi les valeurs du champ G au noeuds voisins du noeud i , selon la procédure décrite dans le tableau B.2 :

	$F_{i+\frac{1}{2}}$		$F_{i-\frac{1}{2}}$	
	$u_i > 0$	$u_i < 0$	$u_i > 0$	$u_i < 0$
v_1	G_{i-1}	G_{i+2}	G_{i-2}	G_{i+1}
v_2	G_i	G_{i+1}	G_{i-1}	G_i
v_3	G_{i+1}	G_i	G_i	G_{i-1}

TAB. B.2 – Valeurs des coefficients utilisés pour calculer le flux numérique convectif F avec le schéma WENO3

Le schéma WENO5

Ce schéma constitue une extension WENO à cinq étapes (d'ordre 5) du schéma de base UPWIN. On introduit pour cela les coefficients de lissage (Fedkiw *et al.* 2000) :

$$\begin{aligned} S_1 &= \frac{13}{12} (v_1 - 2v_2 + v_3)^2 + \frac{1}{4} (v_1 - 4v_2 + 3v_3)^2 \\ S_2 &= \frac{13}{12} (v_2 - 2v_3 + v_4)^2 + \frac{1}{4} (v_2 - v_4)^2 \\ S_3 &= \frac{13}{12} (v_3 - 2v_4 + v_5)^2 + \frac{1}{4} (3v_3 - 4v_4 + v_5)^2 \end{aligned}$$

et les poids :

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{1}{10} \frac{1}{(\epsilon + S_1)^2}, & \omega_1 &= \frac{a_1}{a_1 + a_2 + a_3} \\ a_2 &= \frac{6}{10} \frac{1}{(\epsilon + S_2)^2}, & \omega_2 &= \frac{a_2}{a_1 + a_2 + a_3} \\ a_3 &= \frac{3}{10} \frac{1}{(\epsilon + S_3)^2}, & \omega_3 &= \frac{a_3}{a_1 + a_2 + a_3} \end{aligned}$$

Les flux numériques F sont alors donnés par :

$$F_{i\pm\frac{1}{2}} = \omega_1 \left(\frac{1}{3}v_1 - \frac{7}{6}v_2 + \frac{11}{6}v_3 \right) + \omega_2 \left(-\frac{1}{6}v_2 + \frac{5}{6}v_3 + \frac{1}{3}v_4 \right) + \omega_3 \left(-\frac{1}{3}v_3 + \frac{5}{6}v_4 - \frac{1}{6}v_5 \right) \quad (\text{B.5})$$

où les valeurs des coefficients v_1, v_2, v_3, v_4 et v_5 dépendent de la direction de l'écoulement u_i au noeud i . Ces valeurs sont à choisir parmi les valeurs du champ G au noeuds voisins du noeud i , selon la procédure décrite dans le tableau B.3 :

	$F_{i+\frac{1}{2}}$		$F_{i-\frac{1}{2}}$	
	$u_i > 0$	$u_i < 0$	$u_i > 0$	$u_i < 0$
v_1	G_{i-2}	G_{i+3}	G_{i-3}	G_{i+2}
v_2	G_{i-1}	G_{i+2}	G_{i-2}	G_{i+1}
v_3	G_i	G_{i+1}	G_{i-1}	G_i
v_4	G_{i+1}	G_i	G_i	G_{i-1}
v_5	G_{i+2}	G_{i-1}	G_{i+1}	G_{i-2}

TAB. B.3 – Valeurs des coefficients utilisés pour calculer le flux numérique convectif F avec le schéma WENO5

B.1.2 Traitement de la propagation

Une procédure WENO est également utilisée pour la propagation de l'interface G lors du calcul des gradients spatiaux. Les procédures décrites dans la section précédente sont déclinées ci-dessous sous une forme adaptée au traitement des équations d'Hamilton-Jacobi. On présente successivement les procédures de reconstruction du schéma du premier ordre UPWIN, du troisième ordre WENO3 et du cinquième ordre WENO5.

On considère l'équation de conservation :

$$\frac{\partial G}{\partial t} = S_d \left| \frac{\partial G}{\partial x} \right| \quad (\text{B.6})$$

le flux $|\partial G/\partial x|$ est calculé en utilisant le flux numérique H introduit par Osher et Sethian (1988) :

$$|\nabla G|_i = H \left[\left(\frac{\partial G}{\partial x} \right)_{i-}, \left(\frac{\partial G}{\partial x} \right)_{i+} \right] \quad (\text{B.7})$$

où H est une fonction monotone de ces arguments qui est définie par :

$$H(u_-, u_+) = \sqrt{\min(u_-, 0)^2 + \max(u_+, 0)^2} \quad (\text{B.8})$$

Les valeurs des gradients $(\partial G/\partial x)_{i\mp}$ sont estimées en utilisant une procédure décrite par Jiang et Peng (2000) pour les équations d'Hamilton-Jacobi. Ces procédures sont construites en modifiant les algorithmes développés dans la section précédente selon la procédure suivante. On introduit l'opérateur de différence avancée $\Delta^+ v_k = v_{k+1} - v_k$. Cet opérateur est appliqué aux expressions des flux numériques $F_{i-\frac{1}{2}}$ (Eqs. B.3, B.4 ou B.5). Il permet de définir les gradients $(\partial G/\partial x)_{i\mp}$ à gauche $i-$ et à droite $i+$ du noeud i qui sont donnés par :

$$\left(\frac{\partial G}{\partial x} \right)_{i-} = \frac{1}{\Delta x} \Delta^+ F_{i-\frac{1}{2}}^- \quad (\text{B.9})$$

$$\left(\frac{\partial G}{\partial x} \right)_{i+} = \frac{1}{\Delta x} \Delta^+ F_{i-\frac{1}{2}}^+ \quad (\text{B.10})$$

Dans ces expressions, Δx représente le pas spatial du maillage, $F_{i-\frac{1}{2}}^-$ est la valeur du flux $F_{i-\frac{1}{2}}$ lorsque l'écoulement entre à gauche de la cellule et sort à droite ($u_i > 0$), et $F_{i-\frac{1}{2}}^+$ est la valeur du flux $F_{i-\frac{1}{2}}$ lorsque l'écoulement entre à droite de la cellule et sort à gauche ($u_i < 0$). Dans tous les autres cas, on impose $H = 0$.

On obtient respectivement :

- le schéma UPWIN en utilisant l'expression Eq. (B.3) et les coefficients de la table B.1.
- le schéma WENO3 en utilisant l'expression Eq. (B.4) et les coefficients de la table B.2.
- le schéma WENO5 en utilisant l'expression Eq. (B.5) et les coefficients de la table B.3.

B.2 Validation du code de calcul

Une série de cas tests sont entrepris pour caractériser les performances et les limites du code de calcul des fonctions de transfert de flamme. Pour chacun des tests envisagés, une solution analytique du problème existe et sert de référence. Les prévisions théoriques sont comparées aux résultats des simulations.

B.2.1 Propagation d'une interface

L'équation de transport pour G peut développer des solutions discontinues présentant des ruptures de pente. On cherche à tester si le code propage correctement le front de flamme (1) avant la formation de ces points singuliers, (2) après la formation de ces points singuliers et (3) si la formation de ces points singuliers est correctement calculée. Les cas tests présentés sont réalisés en l'absence d'écoulement. On impose un champ de vitesse nul, $\mathbf{v} = 0$, dans tout le domaine de calcul. La flamme se propage vers les gaz frais, la région $G < 0$, avec une vitesse de déplacement S_d constante $S_d = S_L = 1$.

Propagation de flammes en explosion ou implosion

La propagation d'un front circulaire sur un maillage de plus en plus lâche est testée. Pour cela, on considère les cas de fronts en explosion et en implosion. Les performances du code sont comparées pour deux schémas numériques. L'évolution de la position du front de flamme est représentée à trois instants successifs $t = 0, 0.2$ et 0.4 sur la figure B.1, à gauche pour la flamme en explosion et à droite pour la flamme en implosion. Les positions du front calculées à partir du schéma du premier ordre UPWIN sont représentées en pointillés et les solutions obtenues avec le schéma du troisième ordre WENO3 sont représentées en trait continu. Le bas de la figure B.1 représente l'évolution du rapport de la surface de flamme calculée A et normalisée par la surface exacte A_e en fonction du rayon r du front circulaire ramené au pas spatial $\Delta x = \Delta y = 0.02$. La solution calculée avec le schéma UPWIN diffuse beaucoup sur le maillage au cours du calcul. Les résultats obtenus avec le schéma d'ordre 3 sont meilleurs. L'écart relatif entre la surface calculée et la surface théorique reste inférieur à 1% tant que le rayon de courbure de la flamme vérifie $r \geq 3\Delta x$.

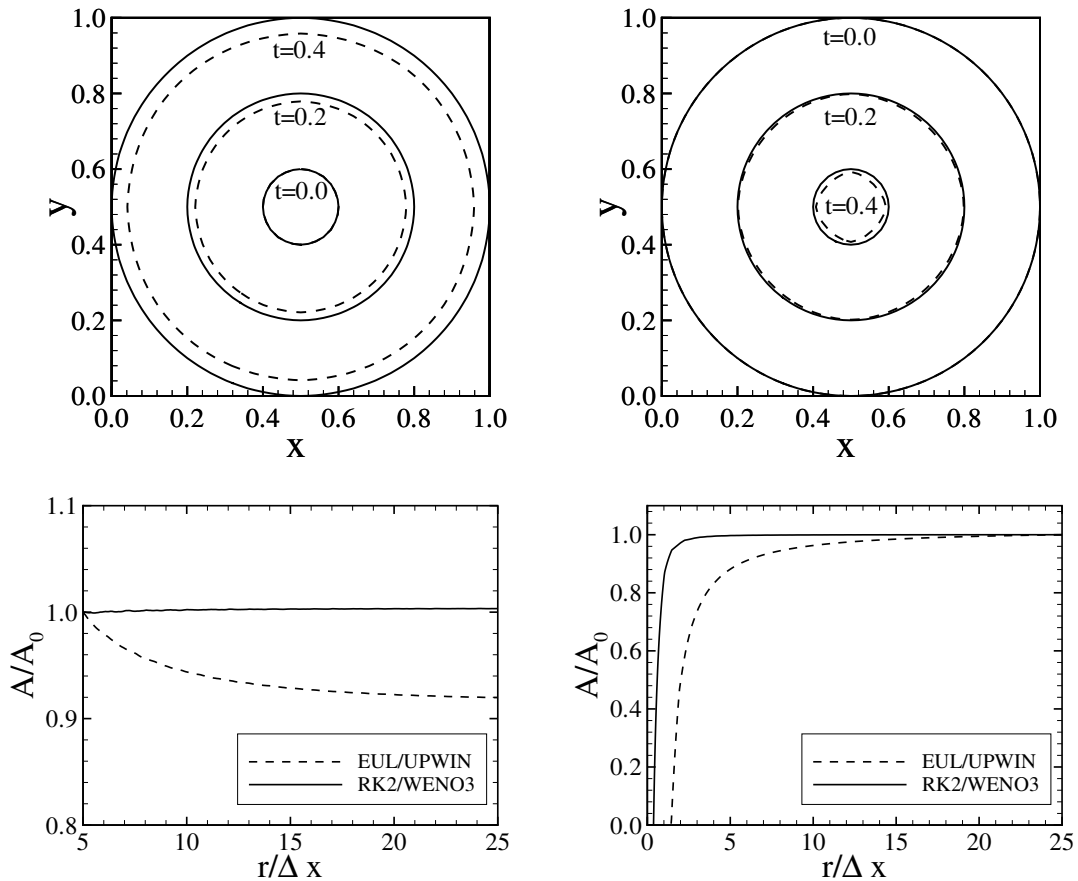


FIG. B.1 – Explosion (à gauche) et implosion (à droite) d'une flamme circulaire. En haut, positions des fronts au instants $t = 0, 0.2$ et 0.4 . En bas, évolution de la surface calculée A rapportée à la surface exacte A_e en fonction du rayon r du front rapporté au pas spatial $\Delta x = \Delta y = 0.02$: 51×51 , $S_L = 1$, $\mathbf{v} = 0$.

Propagation d'une flamme en "V"

On teste la capacité du code à propager une interface comprenant un point singulier. Il faut prendre des précautions lorsqu'on cherche à calculer les gradients spatiaux autour de la singularité puisque la dérivée n'est pas définie en ce point. On s'intéresse au cas particulier d'une flamme en "V" qui se propage dans un mélange réactif en l'absence d'écoulement. Les figures B.2 et B.3 donnent l'évolution au cours du temps de la position du front de flamme qui se propage du bas vers le haut. Quatre simulations sont réalisées en changeant de schémas numériques. Sur la figure B.2, les gradients spatiaux sont évalués avec un schéma centré classique. Le front ne se propage pas correctement. Des oscillations parasites apparaissent autour du point singulier en $x = 0.5$ (Fig. B.2 à gauche). Le résultat est encore moins bon lorsque le maillage est raffiné (Fig. B.2 à droite). Sur la figure B.3, les gradients spatiaux sont estimés en utilisant une procédure de reconstruction WENO. Le cas représenté à gauche correspond à une approximation du premier ordre avec le schéma UPWIN et le cas de droite à une estimation du troisième ordre avec le schéma WENO3. Ces deux solutions ne présentent pas d'oscillations parasites autour du point singulier en $x = 0.5$. La solution exacte du problème est également représentée sur ces figures par un trait continu légèrement moins épais. En examinant attentivement la figure B.3, on observe que la précision de la méthode augmente avec l'ordre du schéma utilisé. La solution numérique n'est toutefois pas identique à la solution exacte du problème autour du point $x = 0.5$. Les prévisions du calcul diffèrent de la solution exacte sur un intervalle confiné au deux noeuds voisins du noeud singulier en $x = 0.5$. Aussi, raffiner le maillage améliore également la solution numérique en réduisant la taille de cet intervalle.

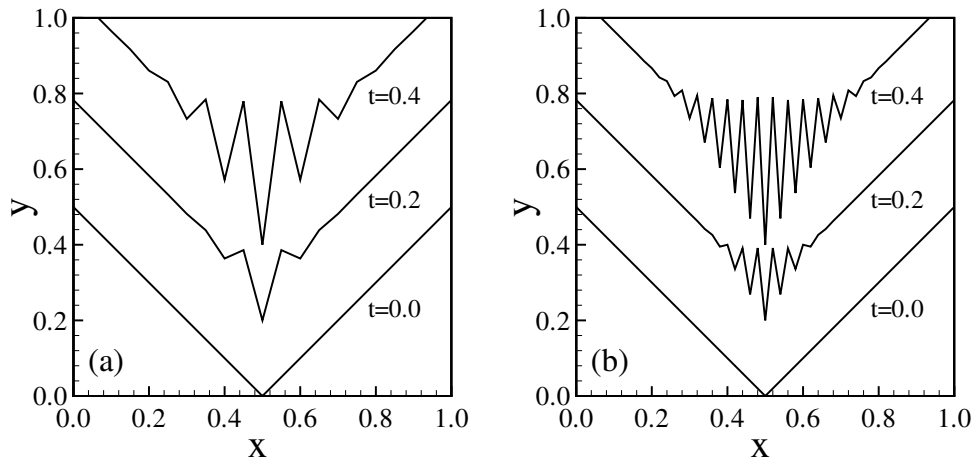


FIG. B.2 – Propagation d'une flamme en "V" en l'absence d'écoulement. Les gradients spatiaux sont calculés avec un schéma centré. A gauche, calcul avec EUL/CENT, $\Delta x = \Delta y = 0.05$. A droite, calcul avec EUL/CENT, $\Delta x = \Delta y = 0.02$. $\mathbf{v} = 0$, $S_d = 1$

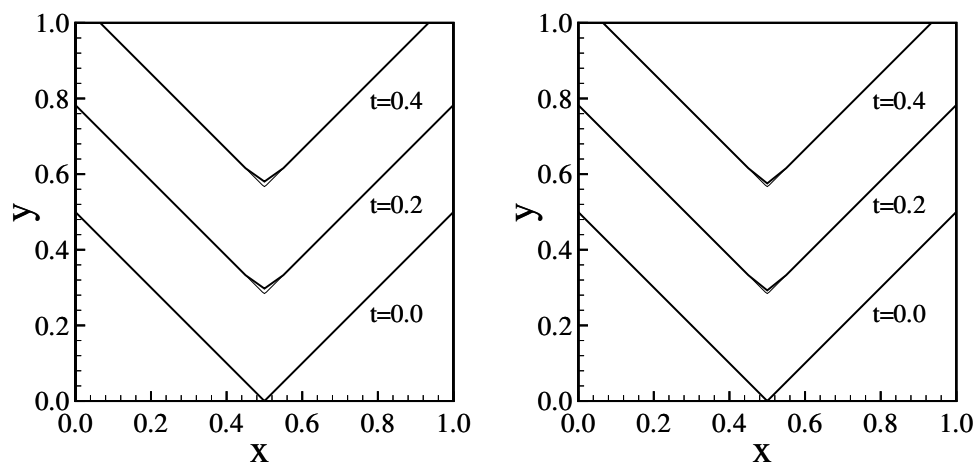


FIG. B.3 – Propagation d’une flamme en “V” en l’absence d’écoulement. Les gradients spatiaux sont calculés avec un schéma WENO. A gauche, calcul avec EUL/UPWIN. A droite, calcul avec RK2/WENO3. $\Delta x = \Delta y = 0.05$, $\mathbf{v} = 0$, $S_d = 1$. Les traits fins sur les figures représentent la solution exacte du problème et les traits plus épais la solution numérique.

Formation et disparition d'une discontinuité

On teste à présent la capacité du code à prévoir correctement la formation et la disparition de points singuliers. Selon le sens de la courbure initiale du front, le front va s'étendre ou disparaître en consommant les gaz frais. Le cas d'un front de forme initiale sinusoïdale qui présente une courbure concave vers les gaz frais est traité sur la partie gauche de la figure B.4. Le cas d'une flamme en expansion initialement diédrique est analysé sur la partie droite de la figure Fig. B.4. La solution exacte des deux problèmes peut être déterminée en utilisant le principe de propagation des fronts d'onde (Principe de Huygens). Les calculs sont réalisés avec les schémas numériques RK2/WENO5 sur un maillage régulier $\Delta x = \Delta y = 0.02$. A gauche de la figure Fig. B.4, la rupture de pente en $x = 0.5$ est correctement positionnée à la bonne abscisse en $x = 0.5$ et son évolution est correctement décrite par l'algorithme, sauf sur un intervalle restreint au noeuds directement voisins du noeud i . A l'échelle du graphique, on ne distingue toutefois pas de différence entre la position exacte du front de flamme et le résultat de la simulation, car celle-ci reste très faible. A droite de la figure B.4, le front initialement diédrique se propage de façon plus régulière. Il est intéressant de noter que dans ce cas le calcul numérique fournit la solution exacte du problème, aux erreurs de troncature près.

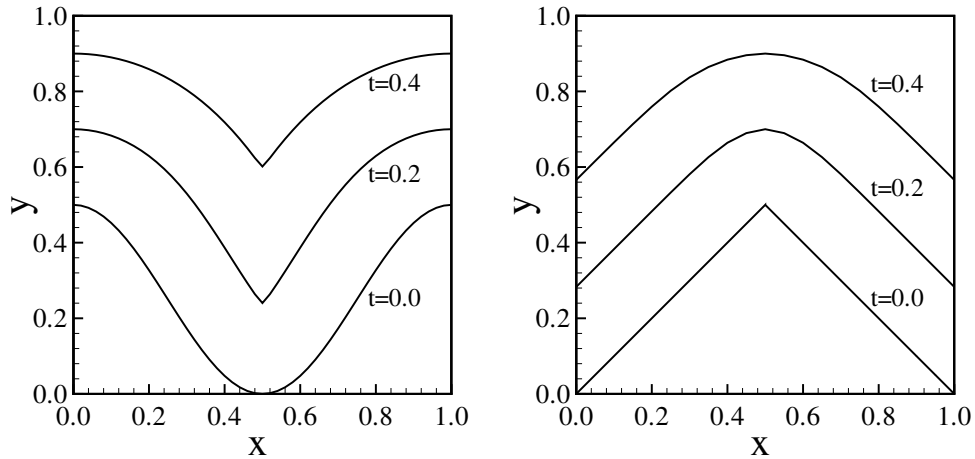


FIG. B.4 – A gauche, formation d'une singularité à partir d'un front sinusoïdal. A droite, disparition d'une singularité à partir d'un front diédrique. $S_L = 1$, $\mathbf{v} = 0$, $\Delta x = \Delta y = 0.02$. Schémas RK2/WENO5.

B.2.2 Convection d'une interface

La capacité du code à traiter le transport d'un front par l'écoulement est testée. On suppose ici que les fronts ne se propagent plus, en imposant une vitesse de propagation nulle $S_d = 0$.

Convection d'une flamme circulaire

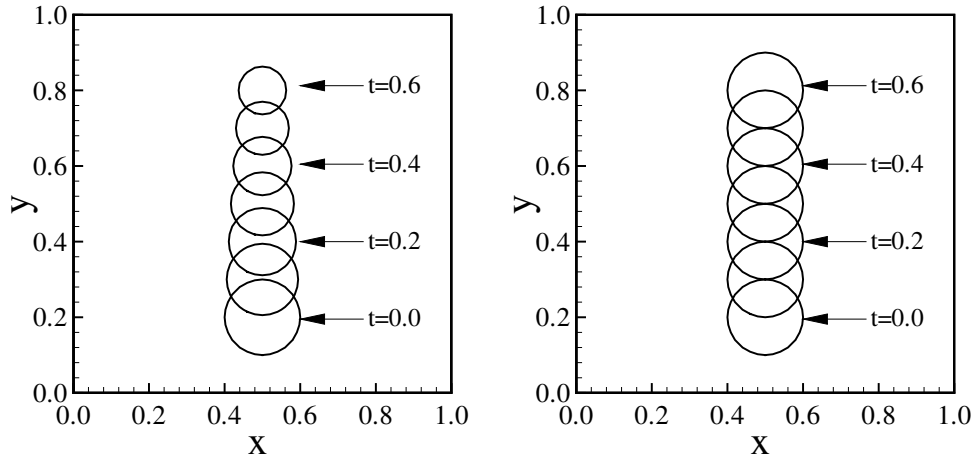


FIG. B.5 – Convection d'un front circulaire vers le haut par le champ de vitesse $\mathbf{v} = (0; 1)$. A gauche, simulations avec le schéma EUL/UPWIN. A droite, simulations avec le schéma RK2/WENO5. $S_d = 0$, $\Delta x = \Delta y = 0.02$.

On considère la convection d'un front circulaire vers le haut par un champ de vitesse uniforme $\mathbf{v} = (0; 1)$. La figure B.5 présente les résultats de la simulation pour la position du front de flamme à différents instants. A gauche, on observe que la simulation réalisée avec le schéma du premier ordre UPWIN est trop dissipative pour convecter correctement le front. Seul le schéma du cinquième ordre WENO5 donne des résultats satisfaisants (Fig. B.5 à droite). L'évolution de la surface de la flamme est représentée sur la figure B.6 pour différents algorithmes testés. Les schémas RK2/WENO3 et RK2/WENO5 donnent des résultats corrects pour l'évolution de la surface de flamme. Cependant, le schéma RK2/WENO3 déforme légèrement le front de flamme au cours de la simulation. Il prend progressivement une forme ovale avec un rayon horizontal plus faible que le rayon vertical.

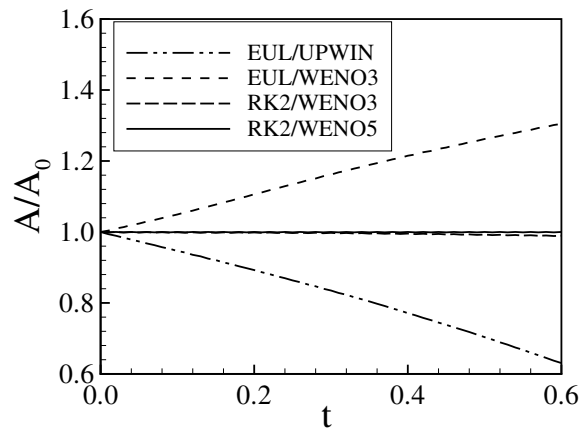


FIG. B.6 – Calculs avec différents schémas numériques de l'évolution de la surface d'une interface circulaire convectée. Les résultats sont normalisés par la surface initiale A_0 . $\mathbf{v} = (0; 1)$, $S_d = 0$, $\Delta x = \Delta y = 0.02$.

Convection d'une flamme diédrique

La convection d'une interface présentant une singularité est analysée dans cette section. On traite le cas particulier d'une flamme en forme de dièdre présentant un angle au sommet de 45° . Le front est convecté par un champ de vitesse uniforme vers la droite : $\mathbf{v} = (1; 0)$. Les calculs sont réalisés sur un maillage comprenant un pas spatial $\Delta x = \Delta y = 0.02$ avec deux types de schémas numériques. Les simulations avec le schéma EUL/UPWIN du premier ordre dissipent trop rapidement le sommet de l'interface (Fig. B.7, à gauche). La simulation qui déforme le plus faiblement la pointe du dièdre est obtenue avec le schéma RK2/WENO5 (Fig. B.7, à droite). On utilisera donc dans la suite le schéma le moins dissipatif, RK2/WENO5, pour le calcul des fonctions de transfert.

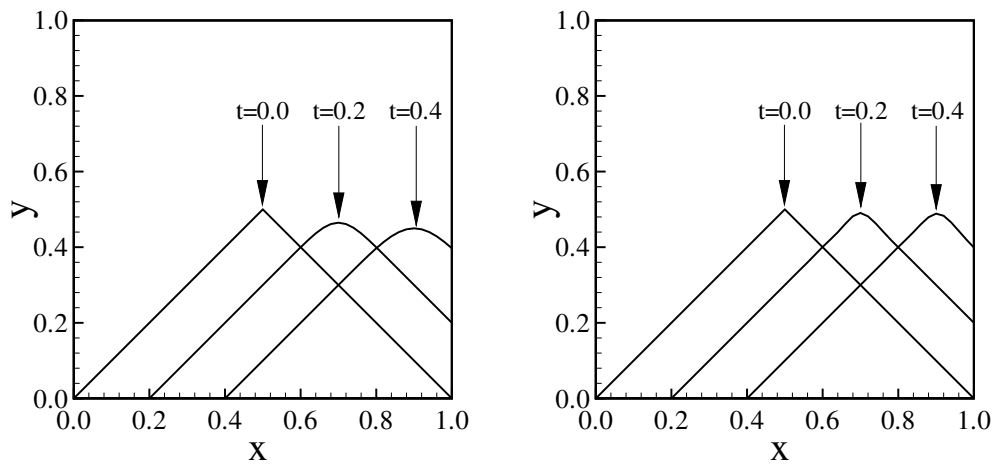


FIG. B.7 – Une interface diédrique est convectée vers la droite par le champ de vitesse $\mathbf{v} = (1; 0)$. A gauche, simulation avec le schéma EUL/UPWIN. A droite, simulation avec le schéma RK2/WENO5. $S_d = 0$, $\Delta x = \Delta y = 0.02$.

B.2.3 Calcul d'une fonction de transfert sur un cas connu

On cherche finalement à valider le code en simulant complètement le calcul d'une fonction de transfert dont on connaît une solution analytique exacte. On choisit le cas d'une flamme en forme de dièdre soumise à des modulations basse fréquence du champ de vitesse incident. La flamme est stabilisée sur les bords d'un brûleur bidimensionnel de largeur $2L = 22$ mm. Les simulations sont réalisées pour une vitesse débitante $\bar{v} = 0.97$ m/s d'un mélange méthane-air de richesse $\Phi = 0.95$, correspondant à une vitesse de flamme laminaire $S_L = 0.39$ m/s. Le maillage comporte 41 noeuds selon chaque direction, avec un pas spatial $\Delta x = \Delta y = 1$ mm. On utilise les schémas RK2 et WENO5. Le champ de vitesse imposé à l'écoulement est de la forme :

$$u = 0 \quad (\text{B.11})$$

$$v = \bar{v} + v' \cos(\omega t) \quad (\text{B.12})$$

Dans ces expressions \bar{v} est la vitesse moyenne de l'écoulement en sortie du brûleur et v' est la fluctuation de vitesse. Trois niveaux de fluctuation sont considérés : $v'/\bar{v} = 0.05, 0.10$ et 0.20 . Les simulations sont menées sur une gamme de fréquences d'excitation f variant de 1 à 150 Hz. Pour chaque fréquence d'excitation, la simulation est réalisée sur au moins 30 périodes. A chaque pas de temps, la surface instantanée de la flamme $A(t)$ est calculée et enregistrée. Le signal résultant est ensuite traité pour calculer l'amplitude et le retard de phase de la réponse de la flamme par rapport à la modulation de vitesse à la sortie du brûleur. Les résultats sont représentés en fonction de la fréquence angulaire réduite $\omega_* = (\omega L)/(S_L \cos \alpha)$, où α est le demi-angle au sommet de la flamme ($\sin \alpha = S_L/\bar{v}$). Le gain $|F_{2D}|$ et la phase φ_{2D} de la réponse de la flamme sont représentés sur la figure B.8. Les résultats numériques, indiqués par les symboles, sont comparés aux prévisions théoriques, indiquées en trait continu, issues de la thèse de Ducruix (1999).

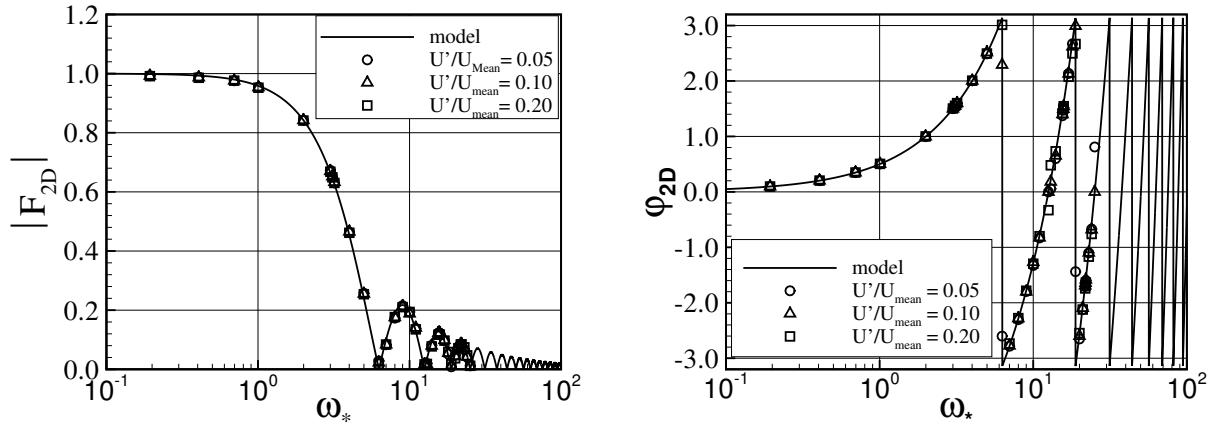


FIG. B.8 – Comparaison des prévisions théoriques (en trait continu) aux simulations (symboles) du gain (à gauche) et de la phase (à droite) de la fonction de transfert d'une flamme diédrique soumise à des modulations uniformes de la vitesse.

Les simulations réalisées sont en bon accord avec les prévisions théoriques, indépendamment de l'amplitude de la fluctuation de vitesse imposée. Ce dernier test valide à la fois les schémas numériques utilisés dans le code et la méthode présentée pour déterminer la fonction de transfert d'une flamme à partir des simulations numériques.

On résume dans le tableau suivant l'ensemble des schémas numériques disponibles dans le code de calcul de fonctions de transfert.

nom	type	ordre
EUL	Euler	$O(\Delta t)$
RK2	Runge-Kutta	$O(\Delta t^2)$
RK3	Runge-Kutta	$O(\Delta t^3)$
CENT	Centré	$O(\Delta x^2)$
UPWIN	Upwind	$O(\Delta x)$
ENO2	ENO	$O(\Delta x^2)$
ENO3	ENO	$O(\Delta x^3)$
WENO3	WENO	$O(\Delta x^3)$
WENO5	WENO	$O(\Delta x^5)$

TAB. B.4 – Récapitulatif des schémas numériques disponibles.

Annexe C

Quelques développements analytiques

C.1 Fonction de transfert d'une flamme inclinée soumise à des modulations de richesse

Les lignes d'injection du carburant et de l'air répondent souvent de façon différente à des fluctuations de la pression dans la chambre de combustion. Dans les systèmes prémélangés, des modifications du rapport de mélange au niveau des injecteurs se traduisent par des fluctuations de la richesse du mélange. Ces inhomogénéités de richesse sont ensuite transportées par l'écoulement moyen vers la zone de combustion. Elles provoquent des variations du dégagement de chaleur en modifiant localement le taux de consommation de la flamme par unité de surface.

En s'appuyant sur la description cinématique du mouvement du front de flamme développée dans le chapitre I, on se propose d'évaluer les fonctions de transfert de flammes inclinées soumises à des modulations de la richesse moyennant quelques hypothèses simplificatrices. Celles-ci sont classées ci-dessous, de la plus réaliste à la plus restrictive :

1. La fluctuation de richesse générée à la sortie du brûleur ($y = 0$) est harmonique et uniforme suivant la direction radiale x du brûleur :

$$\Phi'(y = 0; t) = \Phi_1 \exp(-i\omega t) \quad (\text{C.1})$$

2. La flamme répond de façon quasi-statique à la modulation de richesse (Lauvergne et Egolfopoulos 2000). Cette hypothèse est réaliste tant que la longueur d'onde λ de la perturbation reste grande devant l'épaisseur δ de la flamme : $\lambda \gg \delta$, c'est à dire $f \ll S_L^2/D$ où D désigne un coefficient de diffusion. Dans ce cas, on suppose en première approximation une réponse linéaire de la vitesse de flamme :

$$S_L(\Phi) = S_L(\Phi_0) (1 + a\Phi') \quad (\text{C.2})$$

autour d'un point de fonctionnement à richesse Φ_0 pour une modulation de richesse $\Phi = \Phi_0 + \Phi'$. On utilise la courbe $S_L = S_L(\Phi)$ (Vagelopoulos *et al.* 1994) déterminée en régime stationnaire pour évaluer le coefficient $a = 1/S_{L0}(dS_L/d\Phi)$ autour du point $S_{L0} = S_L(\Phi_0)$.

3. La perturbation de richesse est transportée par l'écoulement moyen vers le front de flamme selon la direction axiale y du brûleur à la vitesse \bar{v} , mais elle n'est pas atténuée (Egolfopoulos 1994) :

$$\Phi'(y; t) = \Phi_1 \exp(iky - i\omega t) \quad (\text{C.3})$$

où $k = 2\pi/\lambda = \omega/\bar{v}$ est le nombre d'onde de la perturbation. Cette hypothèse est réaliste tant que la longueur d'onde λ de la perturbation est petite devant la longueur de diffusion des réactifs sur le trajet entre le brûleur et la flamme.

A partir de ces hypothèses et du formalisme développé dans le chapitre I, une analyse perturbative de l'équation pour G , Eq. (I.1), pour une modulation de richesse Φ' dans un écoulement de vitesse \mathbf{v}_0 donne :

$$\frac{\partial G_1}{\partial t} + \mathbf{v}_0^t \cdot \nabla \partial G_1 = a S_{L0} |\nabla G_0| \Phi_1 \quad (\text{C.4})$$

où \mathbf{v}_0^t désigne la composante de vitesse projetée dans le plan tangent à la flamme. Il existe donc un lien formel entre une perturbation de richesse Φ' transportée par un écoulement de vitesse \mathbf{v}_0 et une perturbation de vitesse \mathbf{v}_1 transportée par un écoulement maintenu à richesse constante Φ_0 . La fluctuation de richesse Φ_1 est équivalente à une perturbation de la vitesse v_1^n normale au front de flamme dans un mélange maintenu à richesse constante, dont l'amplitude est donnée par :

$$v_1^n = a S_{L0} \Phi_1 \quad (\text{C.5})$$

La fluctuation relative de surface de flamme A' produite par une modulation de richesse Φ' peut s'exprimer d'une manière générale sous la forme :

$$\frac{A'}{\bar{A}} = \frac{\Phi_1}{\Phi_0} \frac{d(S_L/S_{L0})}{d(\Phi/\Phi_0)} F_\Phi \exp(-i\omega t) \quad (\text{C.6})$$

où \bar{A} désigne la surface moyenne de la flamme et F_Φ la fonction de transfert de la flamme soumise à des modulations de richesse. Dans le cadre de nos approximations, on a montré qu'une modulation de richesse dans un écoulement figé est analogue à une perturbation de vitesse v_1^n normale au front de flamme dans un écoulement dont la richesse est figée. On peut désormais combiner les expressions des fonctions de transfert du chapitre I et l'équation (C.5) pour la perturbation de vitesse v_1^n normale au front pour évaluer les fonctions F_Φ . Dans le cas des flammes coniques par exemple, on retrouve les expressions (I.28) et (I.34) :

- pour une modulation uniforme de la richesse le long du front de flamme,
 $\Phi'(y; t) = \Phi_1 \exp(-i\omega t) :$

$$F_\phi \equiv F_{UCO} = \frac{2}{\omega_*^2} [1 - \exp(i\omega_*) + i\omega_*] \quad (\text{C.7})$$

- pour une modulation convective de la richesse le long du front de flamme,
 $\Phi'(y; t) = \Phi_1 \exp(iky - i\omega t) :$

$$F_\Phi \equiv F_{CCO} = \frac{2}{\omega_*^2} \frac{1}{1 - \cos^2 \alpha} \left[1 - \exp(i\omega_*) - \frac{1 - \exp(i\omega_* \cos^2 \alpha)}{\cos^2 \alpha} \right] \quad (\text{C.8})$$

Dans ces expressions, $\omega_* = \omega R / (S_L \cos \alpha)$ la fréquence réduite, R le rayon du brûleur cylindrique et α l'angle que fait le front de flamme avec la direction de l'écoulement moyen.

Il reste à valider expérimentalement ces expressions.

C.2 Fonction transfert d'une flamme en "V" avec déviation de l'écoulement

La flamme en "V" étudiée dans le chapitre III ne s'éteint pas sur les bords du brûleur comme le suppose l'analyse théorique développée dans le chapitre I. L'écoulement est défléchi d'un angle β à la sortie du brûleur et la flamme se propage au-delà de la frontière externe du brûleur. Le point d'extinction est situé à une distance radiale d (Fig. C.1, à droite) et non plus sur une verticale partant du bord du brûleur (Fig. C.1, à gauche). On se propose d'établir l'expression exacte de la fonction de transfert d'une flamme en "V" soumise à une modulation convective de la vitesse en tenant compte de la déflexion d'angle β de l'écoulement.

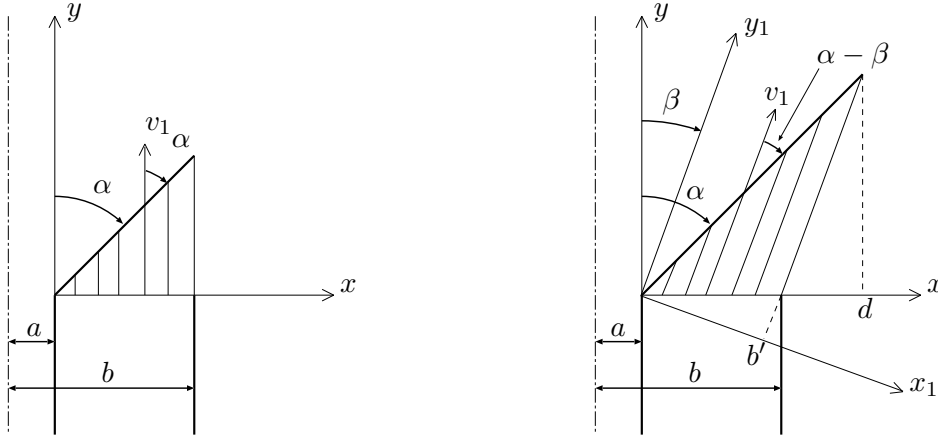


FIG. C.1 – Schémas de la stabilisation des flammes en "V" sans (à gauche) et avec (à droite) prise en compte de la déflexion de l'écoulement à la sortie du brûleur. a : rayon de la tige centrale, b : rayon intérieur du brûleur, α : angle entre le front de flamme et la direction de l'écoulement principal, et β : angle moyen de déflexion de l'écoulement.

On reprend les notations du chapitre I. Dans le référentiel lié à l'écoulement (x_1, y_1) , le champ de vitesse est supposé de la forme :

$$u = 0 \quad (\text{C.9})$$

$$v = \bar{v} + v_1 \exp [iky_1 - i\omega t + \varphi(x_1)] \quad (\text{C.10})$$

La fonction $\varphi(x_1)$ est choisie de telle sorte que le front d'onde incident sur la flamme est en phase le long de l'axe x à la sortie du brûleur (Fig. C.1, à droite), c'est à dire :

$$\varphi(x_1) = -ikx_1 \tan \beta \quad (\text{C.11})$$

Dans le référentiel lié au front de flamme (X, Y) , on en déduit :

- la vitesse de l'écoulement moyen parrallèle au front de flamme :

$$\bar{U} = \bar{v} \cos(\alpha - \beta).$$

- la perturbation de vitesse normale au front de flamme :

$$\tilde{V}(X) = v_1 \sin(\alpha - \beta) \exp [ik \cos(\alpha - \beta) (1 - \tan \beta \tan(\alpha - \beta))].$$

En remplaçant ces expressions dans l'équation (I.13) du chapitre I, on obtient après intégration une expression la perturbation de la position normale au front de flamme dans le référentiel fixé à la flamme (X, Y) :

$$\begin{aligned} \tilde{\xi}(X) = & \tan(\alpha - \beta) \frac{v_1}{\bar{v}} \frac{1}{i \frac{\omega}{\bar{v}} \cos(\alpha - \beta)(1 - \phi) - i \frac{\omega}{\bar{v}} \frac{1}{\cos(\alpha - \beta)}} \times \\ & \left[\exp\left(i \frac{\omega}{\bar{v}} \cos(\alpha - \beta)(1 - \phi)\right) - \exp\left(i \frac{\omega}{\bar{v}} \frac{1}{\cos(\alpha - \beta)}\right) \right] \end{aligned} \quad (\text{C.12})$$

On reconnaît l'expression (I.20) obtenue dans le chapitre I pour le mouvement de la flamme en l'absence de déviation en remplaçant l'angle α par le nouvel angle que fait la flamme et la direction de l'écoulement $\alpha - \beta$ et l'apparition d'un nouveau terme $\phi(\alpha, \beta) = \tan \beta \tan(\alpha - \beta)$ qui traduit le déphasage introduit par la déviation de l'écoulement. La fluctuation de surface induite par la perturbation ξ se calcule en utilisant l'équation (I.40) du chapitre I. On obtient finalement la fonction de transfert d'une flamme en "V" inclinée d'un angle β par rapport à l'écoulement en sortie du brûleur et dont le front de flamme est incliné d'un angle α par rapport à l'axe du brûleur :

$$\begin{aligned} \frac{A'}{A} = & \frac{v_1}{\bar{v}} \frac{1}{1 - \cos^2(\alpha - \beta)(1 - \phi)} \times \\ & \frac{2}{\omega_*^2} \frac{d - a}{d + a} \left[\exp(i\omega_*) - 1 - \frac{\exp(i\omega_* \cos^2(\alpha - \beta)(1 - \phi)) - 1}{\cos^2(\alpha - \beta)(1 - \phi)} \right] \\ & + \frac{2i}{\omega_*} \frac{d}{d + a} \left[\exp(i\omega_* \cos^2(\alpha - \beta)(1 - \phi)) - \exp(i\omega_*) \right] \end{aligned} \quad (\text{C.13})$$

Avec :

$$\omega_* = \frac{\omega(b - a)}{S_L \cos(\alpha - \beta)} \cos \beta \quad (\text{C.14})$$

$$d - a = (b - a) \frac{\cos \beta \sin \alpha}{\sin(\alpha - \beta)} \quad (\text{C.15})$$

$$\phi = \tan(\alpha - \beta) \tan \beta \quad (\text{C.16})$$

Lorsque l'angle de déviation de l'écoulement tend vers zéro ($\beta \rightarrow 0$), la distance d tend vers b et la fréquence réduite modifiée ω_* tend vers le rapport $\omega(b - a)/(S_L \cos \alpha)$. On retrouve bien l'équation (I.44) établie dans le chapitre I pour la fonction de transfert d'une flamme en "V" soumise à une modulation convective de vitesse et qui s'éteint sur une verticale au-dessus des lèvres du brûleur .

On a montré dans le chapitre III qu'il suffisait de remplacer la pulsation réduite $\omega_* = \omega(b - a)/(S_L \cos \alpha)$ par l'expression (C.14) dans l'équation (I.44) pour obtenir une première approximation de la réponse de la flamme qui tienne compte de la déflexion l'écoulement. Le calcul exact présenté ci-dessus montre qu'il faut en réalité :

- remplacer la pulsation réduite :
 $\omega_* = \omega(b - a)/(S_L \cos \alpha)$ par $\omega_* = \omega(b - a) \cos \beta / (S_L \cos(\alpha - \beta))$,
- tenir compte d'une correction supplémentaire :
 $\phi = \tan(\alpha - \beta) \tan \beta$ comme indiqué dans l'équation (C.13),
- remplacer le coefficient b par d , car la distance d'extinction de la flamme a changé (Fig. C.1).

C.3 Note sur le résonateur d'Helmholtz

Le résonateur d'Helmholtz est un dispositif acoustique qui peut prendre différentes formes, mais qui comprend toujours un grand volume connecté à un tube relativement petit. Ce dispositif présente une fréquence de résonance bien plus basse que les premiers modes quart-d'onde ou demi-onde basés sur la longueur totale du système. La longueur d'onde acoustique est en fait beaucoup plus grande que les dimensions du système. On peut dans ce cas considérer que les perturbations acoustiques au sein du résonateur dépendent du temps mais pas des coordonnées spatiales. Beaucoup d'objets communs présentent une résonance de type Helmholtz lorsqu'ils sont soumis à des perturbations acoustiques (Hirschberg 2001). Parmi les plus connus, on peut citer les bouteilles (Cummings 1973), les sifflets de gendarme ou les toits ouvrants de voiture. Dans le domaine de la combustion, beaucoup de configurations dynamiques présentent un comportement de résonateur d'Helmholtz. Certaines chaudières domestiques présentent des régimes de fonctionnement instables associés à des fréquences caractéristiques du type Helmholtz. Ces résonateurs sont souvent utilisés pour étudier des interactions acoustique combustion (Tang *et al.* 1995; Hathout *et al.* 2000), car ils évitent d'utiliser plusieurs capteurs de pression et sont très efficaces. Les résonateurs d'Helmholtz peuvent également être utilisés dans certains foyers pour supprimer une instabilité de combustion. Ils présentent différents avantages, comme un faible coefficient d'atténuation lorsqu'ils sont installés sur un tuyau (Munjal 1987). A condition d'adapter la fréquence du résonateur à la fréquence de l'instabilité, les oscillations générées ailleurs dans le système peuvent être amorties.

Dans la plupart des traités d'acoustique (Hirschberg 2001; Pierce 1981; Munjal 1987), les équations qui décrivent le comportement acoustique du résonateur sont obtenues à partir d'une analogie mécanique avec un système masse-amortisseur-ressort. Le lien avec l'équation d'Helmholtz qui décrit la propagation des ondes acoustiques n'est pas établi. Les méthodes de prévision des instabilités par réseau d'éléments acoustiques reposent sur l'équation d'onde d'Helmholtz assujettie à des conditions aux limites (par exemple, Poinsot et Veynante 2001). On peut se demander s'il est possible avec ces méthodes de calcul de retrouver le mode d'oscillation en volume, ou mode d'Helmholtz, à partir d'une résolution de l'équation d'Helmholtz ? La réponse à cette question est importante, puisqu'elle relève de l'applicabilité des méthodes de prévision des instabilités par réseau d'éléments compacts aux cas des chaudières par exemple, ainsi qu'à tous les foyers pouvant présenter des modes d'oscillation en volume.

On se propose d'établir le lien entre l'équation d'Helmholtz et le résonateur d'Helmholtz en considérant le système monodimensionnel de la figure C.2. Un tube de section S_0 et de longueur L est connecté par un changement brusque de section à un deuxième tube de section S_1 et de longueur l . Sans restreindre la généralité du problème, on suppose l'absence d'écoulement moyen et on néglige toute forme de dissipation d'énergie. On s'intéresse à la réponse de la fluctuation de vitesse acoustique v'_{ext} dans la section de sortie du résonateur à une modulation de la pression extérieure p'_{ext} . On considère deux approches. La première, basée sur une analogie mécanique masse-ressort, permet de retrouver l'équation de l'oscillateur d'Helmholtz. La seconde, fondée sur la résolution de l'équation d'onde dans un système unidimensionnel composé d'éléments compacts, permet d'obtenir une deuxième expression pour la fluctuation de vitesse v'_{ext} .

C.3.1 Analogie masse-ressort

On reprend ici succinctement l'approche classique du résonateur d'Helmholtz décrite dans la plupart des manuels d'acoustique, comme par exemple (Pierce 1981). Le volume $V = S_0 L$ se comporte comme un ressort agissant sur la masse de gaz comprise dans le colonne du second tube. Le volume subit des fluctuations isentropiques de sa pression interne p'_{int} qui se traduisent par des fluctuations de vitesse v'_1 dans la section (1). Un bilan de masse entre les sections (0) et (1)

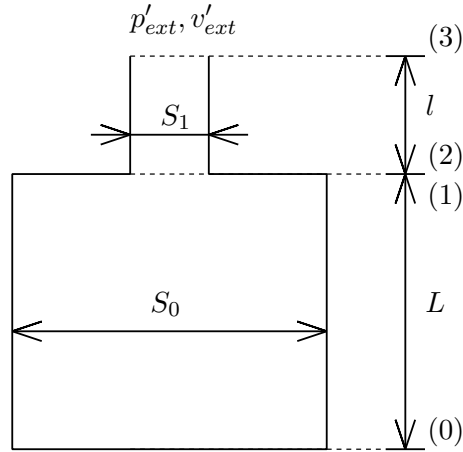


FIG. C.2 – Schéma de principe d'un résonateur d'Helmholtz en présence d'une excitation acoustique externe p'_{ext}, v'_{ext} .

permet d'écrire :

$$\frac{V}{\gamma p} \frac{dp'_{int}}{dt} = -S_1 v'_1 = -S_1 v'_2 \quad (\text{C.17})$$

où γ est le rapport des chaleurs massiques de l'air et p la pression moyenne dans le tube. Dans le second tube chaque élément fluide se déplace autour de sa position moyenne en phase, $v'_2 = v'_3 = v'_{ext}$. En présence d'une perturbation externe de pression dans la section (3) p'_{ext} , un bilan de quantité de mouvement entre les sections (2) et (3) donne :

$$\rho l \frac{dv'_2}{dt} = p'_{int} - p'_{ext} \quad (\text{C.18})$$

En combinant ces deux expressions, il vient pour la fluctuation de vitesse v'_{ext} dans la section (3) :

$$\frac{d^2 v'_{ext}}{dt^2} + \omega_0^2 v'_{ext} = -\frac{1}{\rho l} \frac{dp'_{ext}}{dt} \quad (\text{C.19})$$

avec $\omega_0^2 = (S_1/l)(c^2/V)$. En supposant des fluctuations harmoniques de la forme générale $\Psi'(t) = \tilde{\Psi} \exp(-i\omega t)$, la solution pour la perturbation de vitesse induite v'_{ext} s'écrit :

$$\tilde{v}_{ext} = i\omega \frac{V}{S_1} \frac{\tilde{p}_{ext}}{\rho c^2} \frac{1}{1 - (\omega/\omega_0)^2} \quad (\text{C.20})$$

C.3.2 Analyse acoustique par réseau d'éléments compacts

L'analyse repose sur le schéma de la figure C.2. On suppose cette fois que l'ensemble est traversé par des ondes harmoniques planes, solutions de base de l'équation d'Helmholtz et de l'équation associée pour la vitesse acoustique :

$$\frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial x^2} - \frac{\omega^2}{c^2} \tilde{p} = 0 \quad (\text{C.21})$$

$$-i\omega \rho \tilde{v} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} \quad (\text{C.22})$$

On pose $k = \omega/c$. Dans le premier tube, entre les sections (0) et (1), les fluctuations acoustiques sont de la forme :

$$\tilde{p}_1(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} \quad (\text{C.23})$$

$$\rho c \tilde{v}_1(x) = Ae^{ikx} - Be^{-ikx} \quad (\text{C.24})$$

Dans le second tube, entre les sections (2) et (3), elles s'écrivent :

$$\tilde{p}_2(x) = Ce^{ik(x-L)} + De^{-ik(x-L)} \quad (\text{C.25})$$

$$\rho c \tilde{v}_2(x) = Ce^{ik(x-L)} - De^{-ik(x-L)} \quad (\text{C.26})$$

Dans ces expressions, A , B , C et D sont les amplitudes des ondes incidentes et réfléchies de chaque côté de l'interface (1-2). Les valeurs de ces coefficients sont déterminées par les conditions aux limites et aux interfaces du système :

- dans la section (0) la vitesse acoustique est nulle :

$$\tilde{v}_1(x=0) = 0 \quad (\text{C.27})$$

- à l'interface (1-2), la continuité du débit volumique et de la pression s'expriment (Munjaj 1987) :

$$S_0 \tilde{v}_1(x=L) = S_1 \tilde{v}_2(x=L) \quad (\text{C.28})$$

$$\tilde{p}_1(x=L) = \tilde{p}_2(x=L) \quad (\text{C.29})$$

- dans la section de sortie (3), la pression acoustique est en équilibre avec la pression acoustique externe \tilde{p}_{ext} :

$$\tilde{p}_2(x=L+l) = \tilde{p}_{ext} \quad (\text{C.30})$$

En combinant les équations (C.27) à (C.30) avec les expressions des ondes acoustiques (C.23) à (C.26), on obtient un système linéaire pour les amplitudes (A , B , C , D). La résolution de ce système permet par exemple d'exprimer la fluctuation de vitesse induite $\tilde{v}_2(x=L+l) = \tilde{v}_{ext}$ en fonction de l'excitation \tilde{p}_{ext} :

$$\rho c \tilde{v}_{ext} = i \tilde{p}_{ext} \frac{\cos(kL) \sin(kl) + (S_0/S_1) \sin(kL) \cos(kl)}{\cos(kL) \cos(kl) - (S_0/S_1) \sin(kL) \sin(kl)} \quad (\text{C.31})$$

Lorsque la longueur d'onde acoustique est grande par rapport à la taille du système, $k(L+l) \ll 1$, un développement au deuxième ordre en kL et kl de cette expression donne :

$$\rho c \tilde{v}_{ext} = i \tilde{p}_{ext} kL \frac{S_0/S_1 + l/L}{1 - k^2 Ll [S_0/S_1 + 1/2(l/L + L/l)]} + O((kl)^2, (kL)^2, k^2 lL) \quad (\text{C.32})$$

En supposant de plus que le changement de section est important $S_0/S_1 \gg L/l$ et $S_0/S_1 \gg l/L$ (L et l sont par contre du même ordre de grandeur), on obtient finalement :

$$\rho c \tilde{v}_{ext} = i \tilde{p}_{ext} \frac{\omega S_0 L}{c S_1} \frac{1}{1 - (\omega^2 S_0 L l)/(c^2 S_1)} \quad (\text{C.33})$$

Dans cette expression on reconnaît $S_0 L = V$ et $(S_1/l)(c^2/V) = \omega_0^2$. On retrouve ainsi l'équation (C.20) obtenue dans la section précédente à partir de bilans macroscopiques.

Une analyse par réseau d'éléments acoustiques compacts utilisant les solutions de base de l'équation d'onde d'Helmholtz permet bien de retrouver le mode d'oscillation en volume, dit mode d'Helmholtz lorsque :

- la longueur d'onde est grande par rapport à la taille du système, $\lambda \gg l + L$.
- le rapport entre la section du volume et celle du tube est grand, $S_0/S_1 \gg 1$.

Résumé

Cette thèse de doctorat traite des interactions entre des flammes et des perturbations de l'écoulement responsables d'une combustion cyclique auto-entretenu. Sur la base d'observations expérimentales, des modèles théoriques ou numériques de ces interactions sont proposés. Les prévisions des modèles sont confrontées à l'expérience. On montre que les fluctuations rapides de surface de flamme constituent des sources sonores puissantes. Ces sources sont caractérisées pour une flamme en interaction avec une paroi et pour une flamme présentant des éléments rapprochés du front qui interagissent entre eux. Ces interactions peuvent induire des instabilités de combustion. Ce phénomène est analysé en combinant la modélisation et la détermination expérimentale de certains paramètres de l'écoulement. La méthode développée permet de prévoir la carte de stabilité de brûleurs laminaires annulaires. La réponse des flammes à des modulations de l'écoulement est un élément clé dans l'analyse de la stabilité d'un foyer. On propose une étude théorique et une modélisation numérique de la dynamique des flammes de prémélange inclinées par rapport à l'écoulement, une situation fréquente dans l'industrie. Un modèle unifié est développé qui étend la validité des précédents modèles restreints aux basses fréquences à des perturbations convectives de l'écoulement. Les prévisions des modèles sont confrontées à des mesures pour des flammes coniques et des flammes stabilisées en "V" sur un barreau. Le modèle unifié donne une représentation plus fidèle de la fonction de transfert des flammes coniques. Le cas des flammes en "V" est moins bien représenté. Dans cette situation, l'interaction de la flamme avec la couche de mélange du jet réactif et du milieu ambiant joue un rôle déterminant. L'ensemble des observations, des modélisations et des méthodes d'analyse développées dans ce document permet une meilleure compréhension de situations pratiques plus complexes.

Abstract

Interactions between flames and perturbations of the flow leading to self-sustained combustion oscillations are considered. Based on observations, theoretical or numerical models of these interactions are proposed. Predictions are compared to experiences. It is shown that a fast rate of change of the flame surface area constitutes a strong source of combustion noise. These sources are characterized during flame-wall interaction and during mutual annihilation of neighboring flame front elements. These two phenomena may in turn generate a combustion instability. The coupling mechanism between the unsteady combustion and the burner acoustics is analyzed in these situations. Using a combined approach, a method is developed to predict the stability map of laminar annular burners. The response of the flame to forced modulations of the flow is a key element in the analysis of the stability of a burner. In many industrial furnances the flame is inclined with respect to the flow direction. A theoretical analysis and a numerical model of the response of inclined premixed flame to incident flow perturbations are envisaged. A unified model is developed which extends the validity of previous modelings restricted to low frequencies to convective flow perturbations. Predictions are compared to measurements for a conical flame and a "V" flame attached to a rod. The unified model improves the flame transfer function results for the conical flame. The "V" flame case is less well predicted because of the roll-up of vortices in the mixing layer between the reactive jet and the surrounding air. Observations, models and methods of analysis proposed in this manuscript improves our understanding of more realistic situations.

