



**HAL**  
open science

# L'imageur Interférométrique de Fresnel: un instrument spatial pour l'observation à haute résolution angulaire

Denis Serre

► **To cite this version:**

Denis Serre. L'imageur Interférométrique de Fresnel: un instrument spatial pour l'observation à haute résolution angulaire. Astrophysique [astro-ph]. Université Paul Sabatier - Toulouse III, 2007. Français. NNT: . tel-00242674

**HAL Id: tel-00242674**

**<https://theses.hal.science/tel-00242674>**

Submitted on 6 Feb 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



UNIVERSITÉ TOULOUSE III - PAUL SABATIER  
U.F.R. PHYSIQUE CHIMIE AUTOMATIQUE

## THESE

présentée pour obtenir

le grade de : DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE (SCIENCES)  
délivré par l'Université Toulouse III - Paul Sabatier  
Discipline : ASTROPHYSIQUE - INSTRUMENTATION

par

**Denis SERRE**

### L'IMAGEUR INTERFÉROMÉTRIQUE DE FRESNEL: UN INSTRUMENT SPATIAL POUR L'OBSERVATION À HAUTE RÉOLUTION ANGULAIRE

Soutenue le 4 octobre 2007 devant le jury composé de:

Peter von Ballmoos	Professeur, CESR	Président
Yves Rabbia	Astronome, OCA	Rapporteur
Daniel Rouan	Directeur de Recherche, LESIA	Rapporteur
Paul Duchon	Ingénieur, CNES	Examineur
Arnaud Liotard	Docteur, Thalès Alenia Space	Examineur
Roser Pelló	Astronome, LATT	Examinatrice
Laurent Koechlin	Astronome, LATT	Directeur de Thèse

Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse-Tarbes  
Université de Toulouse, CNRS

14 Avenue Edouard Belin  
31400 Toulouse  
FRANCE





*Télescope : instrument inventé par les étoiles pour regarder notre oeil.*  
Hervé Bailly-Basin



# Remerciements

Lecteur, si tu tiens entre tes mains cette thèse, c'est entre autres raisons parce que je l'ai écrite. Et si j'ai été en mesure de le faire, c'est notamment parce que j'ai rencontré pendant ma thèse et avant celle-ci des personnes d'horizons divers et variés, dont certaines m'ont fait évoluer, m'ont fait progresser, m'ont accompagné, ou ont tout simplement été présentes dans leur fonction quand il fallait. Ce sont ces personnes que je veux remercier ici. Et comme il est par tradition admis que les remerciements d'une thèse puissent être plus qu'une simple formalité, j'escompte bien profiter de ces deux pages pour sincèrement remercier ces personnes.

Laurent, si je parle de toi en premier ce n'est donc point par souci de suivre la coutume, mais c'est parce que vu comment on est causants l'un et l'autre c'est peut-être la seule occasion que j'aurai de dire à quel point j'ai apprécié de travailler avec toi et de te côtoyer : tu as toujours été disponible, d'autant que je me souviens n'a jamais été ni énervé ni réellement anxieux, et surtout a toujours possédé un grand enthousiasme et un appréciable recul sur les concepts aussi bien instrumentaux que scientifiques. Même si je me suis au fur et à mesure émancipé de ton guidage, mes travaux n'auraient certainement pas pu être menés à leur terme sans toi. En particulier, merci de m'avoir "lâché" et fait confiance pour de nombreuses présentations orales, simulations et analyses. Merci encore pour m'avoir régulièrement laissé partir dans les directions d'étude et dans l'organisation que je voulais, tout en étant disponible "en cas". Merci Chef!

Je suis heureux de remercier les membres de mon jury : Yves Rabbia et Daniel Rouan, premièrement pour avoir accepté la charge de rapporteur, et deuxièmement pour leurs remarques constructives m'ayant, je l'espère, permis d'améliorer ce manuscrit. En particulier, merci Yves pour tes -oserais-je dire- coups de pieds au derrière linguistiques. Je remercie également Roser Pelló, Paul Duchon et Arnaud Liotard pour l'apport de leurs expertises personnelles. Enfin, je remercie Peter von Ballmoos, qui après m'avoir suivi de plus ou moins loin depuis le DEUG m'a fait le plaisir et l'honneur de présider mon jury.

Ma thèse était cofinancée par le Fonds Social Européen et Thalès Alenia Space : je me dois de remercier ici Erick Lansard d'avoir lancé ce qui était à l'époque Alcatel Espace dans l'aventure de mon financement, et Eric Thomas d'avoir été mon correspondant technique une grande partie de ma thèse. Mais si cette thèse a pu se dérouler et son financement s'organiser, ce n'est pas sans heurt qu'elle a démarré. Je remercie donc ici d'une part le conseil de laboratoire du LATT et plus particulièrement Sylvie Roques, et d'autre part l'Université Paul Sabatier pour avoir d'année en année avancé la partie de mon salaire devant être payée par l'Europe.

Je souhaite également remercier le LATT pour m'avoir permis de préparer cette thèse dans de bonnes conditions. Merci donc à l'équipe administrative et au service informatique pour leur gentillesse et leur disponibilité, avec une pensée plus particulière pour Dominique, Josiane, Alexandre et Eric pour m'avoir supporté et aidé un bon nombre de fois. J'ai passé ma thèse dans l'équipe Signal, Image et Instrumentation : Sylvie à nouveau, Eric, Hervé bien sûr !, Jean-François, Jean-Louis, José-Philippe, Shahram, Yannick, merci pour votre accueil et pour avoir répondu présent à mes (plus ou moins) nombreuses sollicitations. Paul, salut à toi ! Doctorants du LATT et plus particulièrement de S2I, vous attendrez le paragraphe suivant.

Ah, les doctorants... Karine, Rima, Alex, Guilhem, Johan, Matthieu, Ludovick, si je vous salue très fort ici c'est bien sûr à cause des pauses café, des discussions à refaire les journées, soirées ou le monde autour d'une madeleine, des avalanches de prétextes pour faire des apéros et autres joyusetés, mais c'est aussi pour nos fructueux échanges et notre soutien mutuel pour les organisations de différents événements. Salut les copains, et merci. Flo, Marion, Fabrice, Luis, Ruben, vous savez que vous tenez une place particulière. Autres thésards, je vous salue également bien, avec en plus une pensée pour des anciens : les deux Seb B., et Johan R..

Mais ce ne sont pas les seuls doctorants. Si j'étais officiellement à 100% au LATT, ceux qui me connaissent savent que j'ai passé beaucoup de temps dans "l'autre labo", le CESR. Enfin, dans le labo, oui, mais peut-être surtout au De Danù, au London Town, au feu Entrepôt, dans d'autres bars, restos, chez les gens, en camping, en gîte, à la plage, et aussi beaucoup ailleurs... Alors, la bise et les merci à Bénédicte, Nadège, Patricia, Gilles, Martin, Mathieu, Olivier, Philippe, Pierrick, William, Yannis et autres CESRien(ne)s-quine-sont-pas-que-des-collègues. Déborah, Natacha, Christophe et Nico, vous encore plus particulièrement, mais ça vous le saviez déjà. Et avec les jeunes Maxime, Robert et Gaël, ceux qui comme moi finissent leur doctorat ne s'en font pas pour l'ambiance des années à venir...

Lecteur, si tu lis ces remerciements, c'est que tu y as vu un intérêt quelconque. Alors ne te plains pas que ça soit un peu long et que je m'étale. Si je ne parlais pas de certains autres, je m'en voudrais, et en plus en entendrai parler pendant 50 ans... Donc merci en vrac à Gonzague, Bérengère et Eric qui m'ont toujours, toujours, soutenu, m'ont énormément appris, et bien plus encore. Association Planète Sciences Midi-Pyrénées, ses membres et activités, vous êtes de ces choses qui font évoluer quelqu'un. Guillaume, Olivier, Fred, merci de votre enthousiasme et de votre soutien. Mathilde, Gravier :), Nico F., Lionel V., une pensée, bien sûr. Et Lionel Ch., Fam-Ky et Anne-So, vous craigniez vraiment que je vous oublie dans mes remerciements...? Quant à celles et ceux que je n'aurais malencontreusement pas cités, qu'ils me pardonnent, et passent boire un coup à la maison, on en causera.

Enfin, je finis ces remerciements par mes parents et mes 3 frangins, qui si ils n'étaient pas systématiquement convaincus par mes choix m'ont toujours soutenu et été présents. Et comme on n'est pas très expansifs dans la famille, Maman, Papa, Philippe, Thierry, Didier, simplement merci.

# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>5</b>
<b>Table des matières</b>	<b>7</b>
<b>Introduction</b>	<b>11</b>
<b>Présentation générale</b>	<b>13</b>
<b>I Etudes analytiques et simulations de l’Imageur de Fresnel</b>	<b>17</b>
<b>1 Lois sur la grille de Fresnel</b>	<b>19</b>
1.1 Rappels de principes optiques . . . . .	19
1.1.1 Principes de focalisation . . . . .	19
1.1.2 Principes de diffraction et interférence . . . . .	20
1.2 Description de la grille de Fresnel et de ses caractéristiques majeures . . . . .	21
1.2.1 Fonction de transmission à une dimension . . . . .	21
1.2.2 Fonction de transmission à deux dimensions . . . . .	22
1.2.3 Distance focale . . . . .	24
1.2.4 Position et dimension d’une zone de Fresnel, et aire associée . . . . .	25
1.2.5 Dimension linéaire de la PSF . . . . .	26
1.3 Intensité au foyer du premier ordre d’interférence . . . . .	26
1.3.1 Cas de la lentille à géométrie circulaire . . . . .	26
1.3.2 Cas de la lentille à géométrie orthogonale . . . . .	27
1.3.3 Discussion sur le taux de transmission . . . . .	28
1.4 Simulation de la PSF . . . . .	30
1.4.1 Expression de la PSF . . . . .	30
1.4.2 Décomposition de la propagation de Fresnel . . . . .	31
1.4.3 Algorithmique : interpolation de calculs 1D vers un résultat 2D . . . . .	32
1.4.4 Evolution de la PSF avec le nombre de zones . . . . .	33
1.4.5 Mesures numériques d’intensités . . . . .	35
<b>2 Tolérances de la grille de Fresnel</b>	<b>37</b>
2.1 Effet du déplacement d’une zone dans le plan de la grille . . . . .	37
2.1.1 Mesure Pic à Vallée . . . . .	37
2.1.2 Mesure RMS . . . . .	38
2.1.2.1 Exposition de méthode : cas d’un miroir . . . . .	38



2.1.2.2	Application : cas de la grille de Fresnel . . . . .	39
2.2	Effet du déplacement d'une zone hors du plan de la grille . . . . .	42
2.3	Effet de défauts de découpe des bords des motifs . . . . .	43
<b>3</b>	<b>Apodisation de la grille de Fresnel</b>	<b>45</b>
3.1	Formulation théorique de la modification de la dimension des ouvertures . . . . .	45
3.2	L'apodisation prolata : apodisation optimale ? . . . . .	48
3.2.1	Principe d'obtention de la fonction prolata . . . . .	48
3.2.2	Calculs de fonctions d'apodisation prolata . . . . .	50
3.3	Performances de l'apodisation au foyer de l'ordre 1 . . . . .	51
3.3.1	Lois d'apodisation évaluées . . . . .	51
3.3.2	Taux de transmission . . . . .	52
3.3.3	Evolution de PSF en fonction des lois d'apodisation évaluées . . . . .	52
3.3.4	Influence du nombre de zones de Fresnel . . . . .	56
3.3.5	Influence des valeurs de bords de la fonction d'apodisation . . . . .	57
3.4	Conclusion . . . . .	58
<b>4</b>	<b>Correction du chromatisme</b>	<b>61</b>
4.1	Principe optique de l'achromatisation . . . . .	62
4.2	Limitations de cette correction chromatique : bande spectrale et champ . . . . .	65
4.2.1	Limitation de la bande spectrale . . . . .	65
4.2.2	Limitation du champ . . . . .	65
4.3	Spécification du réseau correcteur . . . . .	66
4.3.1	Principe de détermination de la forme optimale . . . . .	66
4.3.2	Algorithmique : détermination des hauteurs de la lentille de Fresnel blazée . . . . .	68
4.3.3	Passage du profil à une lentille possédant 3 dimensions . . . . .	72
4.4	Efficacité de transmission . . . . .	73
4.4.1	Dépendance de l'efficacité avec la longueur d'onde . . . . .	73
4.4.2	Dépendance de l'efficacité à la discrétisation des pentes de la lentille . . . . .	75
4.4.3	Longueur d'onde de blaze nominale . . . . .	81
4.5	Tolérance de positionnement de la lentille de Fresnel correctrice . . . . .	82
4.6	Avantages annexes de l'utilisation d'une optique de champ . . . . .	84
<b>5</b>	<b>Système complet d'imageur de Fresnel</b>	<b>87</b>
5.1	Parcours optique complet . . . . .	87
5.1.1	Simulations des optiques . . . . .	88
5.1.2	Simulation des diaphragmes de faisceau . . . . .	89
5.1.3	Simulation des propagations . . . . .	89
5.1.4	Dimensions des divers champs au cours de la propagation . . . . .	90
5.1.5	Sources d'écarts de la simulation à la réalité . . . . .	90
5.1.6	A propos de la position du masque d'ordre 0 dans le montage . . . . .	91
5.1.6.1	Position de l'image formée par l'association de l'ordre 0 de la grille et de l'ordre 0 de la lentille de Fresnel blazée . . . . .	91
5.1.6.2	Position du masque d'ordre 0 par rapport à la pupille . . . . .	92
5.2	Performances du concept de Fresnel au foyer final . . . . .	93

5.2.1	Evolution de PSF en fonction de la présence ou non du masque d'ordre 0, de la largeur de bande spectrale et de la nature de la lentille blazée . . . . .	94
5.2.2	Influence de la dimension du masque d'ordre 0 . . . . .	101
5.2.3	Influence du nombre de zones de Fresnel . . . . .	104
5.3	Bilan de la qualité d'image avec les techniques actuelles . . . . .	105
5.4	Voies d'étude pour améliorer la qualité d'imagerie . . . . .	107
5.4.1	Complexifier le mode de découpe de la grille pour augmenter le flux	107
5.4.2	Améliorer le taux de transmission de la Fresnel blazée pour augmenter la dynamique . . . . .	107
5.4.3	Apodiser l'optique de champ pour augmenter la dynamique . . . . .	108
5.4.4	Améliorer le dessin des masques pour augmenter la dynamique . . . . .	109
5.4.5	Travailler directement sur la pupille pour augmenter le flux, la résolution angulaire et la dynamique . . . . .	109

## II Définition, réalisation et performances d'un prototype sol 111

### 6 Conception et réalisation du prototype sol 113

6.1	Bref point historique . . . . .	113
6.2	Présentation des éléments du prototype . . . . .	114
6.2.1	Simulation de sources . . . . .	114
6.2.2	Réseau ou grille de Fresnel . . . . .	116
6.2.3	Optique de reprise . . . . .	117
6.2.3.1	L'optique de champ . . . . .	118
6.2.3.2	Le masque d'ordre 0 . . . . .	118
6.2.3.3	La lentille de Fresnel blazée . . . . .	118
6.2.4	Optique de reformation d'image . . . . .	122
6.2.5	Chaîne de détection . . . . .	122

### 7 Résultats du prototype sol 123

7.1	Correction du chromatisme et imagerie à grand champ . . . . .	123
7.2	Mesures de résolution angulaire . . . . .	125
7.3	Forme de la PSF et dynamique . . . . .	125
7.4	Et pour la suite... . . . . .	129
7.4.1	En ce qui concerne cette maquette sol . . . . .	129
7.4.2	Préparation d'un prototype sol de deuxième génération . . . . .	129
7.4.3	Etude de phase 0 au CNES . . . . .	130
7.4.4	Réponse à l'appel Cosmic Vision 2015-2025 de l'ESA . . . . .	130

## III Ouvertures sur l'utilisation de l'imager de Fresnel pour l'observation astrophysique 131

### 8 Application à la détection d'exoplanètes 133

8.1	Position du problème . . . . .	133
8.2	Estimation des flux du signal et des sources de bruit . . . . .	135

8.2.1	Contribution de l'étoile . . . . .	136
8.2.2	Contributions des lumières zodiacale et exozodiacale . . . . .	137
8.2.3	Contribution de l'émission thermique de la grille . . . . .	138
8.2.4	Contribution de l'exoplanète . . . . .	139
8.2.4.1	Formulation des contributions . . . . .	139
8.2.4.2	Calcul des émissivités . . . . .	139
8.2.4.3	Qu'est-ce que cela signifie en terme de flux et de contrastes ? . . . . .	140
8.2.4.4	Justesse de ces simulations d'exoplanètes . . . . .	141
8.3	Résultats de détectabilité . . . . .	142
8.4	Potentialités de l'utilisation de l'imageur de Fresnel sur des sources astro- physiques autres . . . . .	147
8.4.1	Situation de l'Imageur de Fresnel dans un diagramme champ-résolution	147
8.4.2	Imagerie dans l'UV . . . . .	149
8.4.3	Imagerie de galaxies lointaines dans le proche IR . . . . .	150
<b>Conclusions et Perspectives</b>		<b>153</b>
<b>Annexes</b>		<b>155</b>
A	Acte publié dans le recueil de la conférence SPIE 2004 : Koechlin, Serre et Duchon 2004 [24]	157
B	Article référencé publié dans A&A : Koechlin, Serre et Duchon 2005 [25]	159
C	Acte publié dans le recueil des JITHD2005 : Serre et Koechlin 2006 [37]	173
D	Acte publié dans le recueil de la conférence SPIE 2007 : Serre, Koechlin et Deba 2007 [38]	183
E	Glossaire	185
F	Bibliographie	187
G	Table des figures	191

# Introduction

Les astronomes et les astrophysiciens sont des gens têtus, en plus d'être éternellement insatisfaits. Mais si. Regardez, cela fait des centaines d'années qu'ils veulent toujours mieux connaître le monde les entourant. Ils ont beau être en mesure d'utiliser des instruments, notamment optiques, de plus en plus précis et puissants capables de leur dévoiler ce qu'ils pensaient être en mesure de répondre à leurs interrogations, les scientifiques ont toujours continué à se poser d'autant plus de questions et à vouloir des instruments d'autant plus précis et puissants.

Prenons un exemple concernant directement l'observation : le pouvoir de résolution des instruments n'a pas cessé de croître, depuis l'oeil humain (3 millions d'années avant JC) et la lunette de Galilée (1609), jusqu'aux projets d'Extremely Large Telescope qui seront aboutis dans les 10-15 prochaines années, en passant par le télescope du mont Palomar, le télescope spatial Hubble et autres VLT, VLT-I ou JWST. Le pouvoir de résolution, cela revient à dire la capacité d'un instrument optique à distinguer les plus fins détails de l'objet observé.

Les lois de la diffraction nous apprennent que l'image d'un point n'est jamais un point, mais une tache dont la dimension est inversement proportionnelle à la dimension de l'optique de l'instrument dite pupille principale, soit normalement le miroir primaire du télescope. Bien, mais alors, augmentons la dimension de cette optique pour augmenter le pouvoir de résolution ! De plus, augmenter cette dimension permettra de collecter plus d'énergie de l'astre observé, plus de signal. Oui, mais d'une part une optique de grande dimension de qualité donnée est plus difficile à réaliser qu'une optique de petite dimension de la même qualité, et d'autre part si cette optique est placée sur terre, l'atmosphère connaissant des mouvements d'air, l'image provenant des astres est brouillée, réduisant les capacités de discernement du télescope. Des dispositifs d'optiques dites adaptatives sont actuellement développés, dispositifs consistant à déformer des optiques de façon à compenser ces mouvements de l'atmosphère. La qualité d'image est ainsi améliorée dans une partie du champ. Une autre solution pour contrer cette turbulence atmosphérique est de la supprimer, soit en vérité non pas de créer une colonne de vide au-dessus du télescope, mais de déposer l'instrument lui-même dans l'espace. Oui, mais envoyer un télescope en orbite a un (sur)coût, et si l'on s'affranchit alors du problème de la turbulence atmosphérique, les limitations notamment de masse instrumentale et de difficultés de SAV en cas de problème(s) mécanique(s) sont à prendre en compte plus que dans le cas d'un télescope sol, tout en au minimum maintenant la difficulté de réalisation de l'instrument complet.

Une autre solution permettant d'augmenter le pouvoir de résolution, la résolution angulaire d'un instrument est d'utiliser l'interférométrie : toute image peut se décomposer

sur la base de ses fréquences spatiales. Un télescope possédant une pupille d'entrée d'un certain diamètre est un filtre passe-bas : il laisse passer les fréquences spatiales depuis la fréquence nulle jusqu'à une fréquence de coupure, conjuguée de la dimension de la pupille d'entrée. Lorsqu'on augmente la taille d'une optique, on augmente la fréquence de coupure associée, et l'on obtient dans le plan image de plus fins détails. L'idée de l'interférométrie est de recombinaison les faisceaux provenant de télescopes de relativement petites dimensions espacés entre eux de la distance conjuguée aux fréquences spatiales recherchées. Si l'on déplace les télescopes au cours du temps selon toutes les configurations possibles, on peut si besoin est parcourir l'ensemble des fréquences spatiales qui seraient accessibles par un télescope monolithique de grand diamètre. On peut ainsi avoir accès à l'information qu'aurait donnée ce télescope, si toutefois l'objet observé est resté constant pendant toutes les observations. Il est aussi a priori possible d'utiliser la technique dite de densification de pupille pour augmenter la couverture fréquentielle des images obtenues (Labeyrie 1996 [26]).

Cette introduction serait coproduite par la Warner Bros ou la 20<sup>th</sup> Century Fox, je pourrais être amené à dire (bien malhonnêtement) que le concept d'Imageur Interférométrique de Fresnel va balayer tout cela. Eh bien je ne le dirai pas, car il n'en est rien. En revanche, ce concept présente comme je l'ai étudié et vais l'exposer dans cette thèse de nombreux arguments rendant son usage intéressant.

L'innovation principale de cet imageur est d'utiliser comme pupille d'entrée d'un télescope non pas un miroir, mais une optique diffractive. Cette optique diffractive, légère et possédant une grande tolérance de fabrication, doit permettre l'imagerie à très haute résolution angulaire dans un très grand domaine de longueurs d'onde. Les origines du concept en lui-même ne sont pas vraiment récentes, puisque les bases en ont été jetées par Augustin Fresnel au début du 18<sup>ème</sup> siècle. Les premières expériences mettant en oeuvre une focalisation par un réseau d'anneaux concentriques alternativement opaques et transparents ont été effectuées par J.L. Soret dans les années 1870 [40]. De nombreux auteurs ont étudié dans les années 1960-70 les propriétés de qualité d'image de ce réseau zoné de Soret, ou réseau de Fresnel (Waldman en 1965 [46], Arsenault en 1968 [2], Young en 1972 [47]). L'introduction de l'utilisation du réseau de Fresnel comme pupille d'entrée d'un télescope spatial date de la fin du 20<sup>ème</sup> siècle (Chesnokov en 1993 [8], Hyde en 1999 [21], Early en 2002 [10], Massonnet en 2003 [29]). Laurent Koechlin eut un apport essentiel début 2004 en amenant d'une part l'idée d'utiliser une géométrie orthogonale pour cette pupille, et d'autre part et corrélativement d'utiliser le vide comme "matériau optique", autorisant ainsi un formidable relâchement des contraintes de fabrication.

# Présentation générale

L'imageur interférométrique de Fresnel est un concept de télescope spatial comportant deux modules : un premier supporte l'optique diffractive permettant la focalisation de la lumière provenant d'un astre, et un deuxième l'optique permettant la reprise et la reformation de l'image.

L'optique frontale est une simple surface plane : typiquement une feuille de métal, percée de multiples ouvertures. Ce masque diffractant, appelé par la suite "grille de Fresnel", va jouer le rôle d'optique focalisatrice : une onde provenant d'un objet observé va être diffractée en chacune des ouvertures. Celles-ci sont disposées de telle façon que pour un point donné de l'axe optique, les éléments de front d'onde émergents interfèrent constructivement entre eux, résultant en l'équivalent d'une focalisation : une concentration de lumière en un point donné (fig.1).

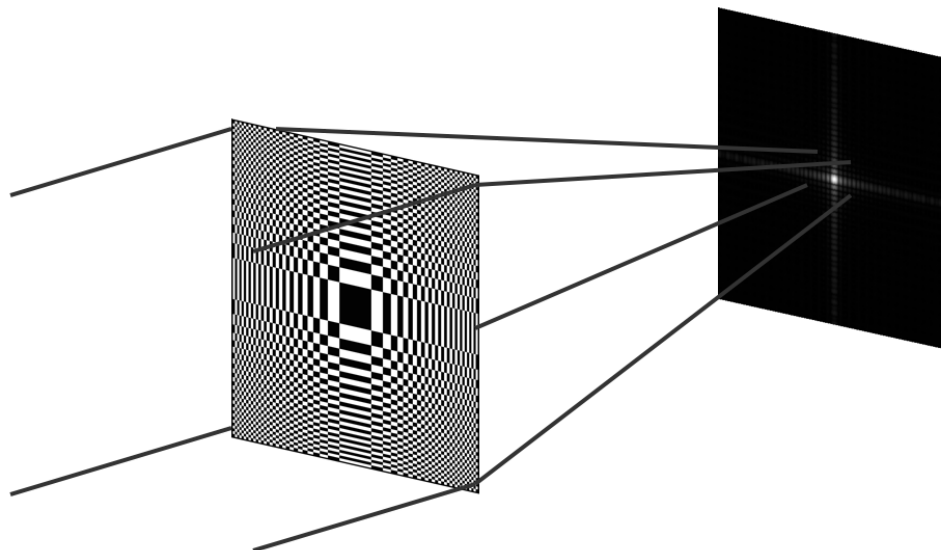


FIG. 1 – La dénommée "grille de Fresnel" est un masque comprenant de multiples ouvertures. Ces multiples ouvertures vont permettre la diffraction des ondes incidentes, et sont disposées de telle façon qu'une interférence constructive ait lieu en un point de l'axe optique qui sera dénommé "foyer", permettant l'obtention d'un équivalent de focalisation.

L'utilisation de cette grille de Fresnel comme optique focalisatrice se justifie par de multiples avantages :

- les ouvertures sont des trous percés dans une plaque : la lumière incidente n'a pas à

traverser de matériau support. Contrairement à l'utilisation d'un miroir ou d'une lentille, il n'y a pas à se préoccuper de problèmes de qualité d'un matériau ou de qualité de surface de ce matériau.

- Cette grille possède une très faible épaisseur, donc la masse de cette optique focalisatrice est faible par rapport à une optique pleine de même dimension.
- La géométrie orthogonale de la grille va permettre de concentrer en deux aigrettes perpendiculaires le maximum d'intensité des pics secondaires de diffraction, libérant quatre quadrants pour l'imagerie à haute dynamique dans le cas de l'observation d'un objet compact.
- Du fait de la nature même de la grille, le principe de "focalisation" est effectif sur un très grand domaine de longueur d'onde, typiquement depuis l'ultraviolet (limitation venant des grandes distances focales engendrées) jusqu'à l'infrarouge (limitation venant de l'émission thermique de la grille d'une part, et de la dimension des ouvertures devant rester supérieure à la longueur d'onde d'autre part).

La résolution angulaire d'une optique étant directement liée à sa dimension, la grille de Fresnel permet d'envisager la construction d'un observatoire permettant l'imagerie à très (très) haute résolution angulaire et haute dynamique, dans un vaste domaine de longueurs d'onde.

Deux particularités pourraient en revanche rendre l'utilisation de la grille de Fresnel a priori difficile :

- d'une part, l'image formée par la grille de Fresnel est chromatique : la distance entre l'image formée et la grille est dépendante de la longueur d'onde. En prenant pour base notamment les travaux de Schupmann de 1899 [36] et de Faklis et Morris presque un siècle plus tard [12], je montrerai qu'un module optique placé dans le plan focal d'une des longueurs d'onde observée va permettre une achromatisation rigoureuse. Le principe de cette achromatisation est d'introduire dans un plan conjugué à celui de la grille de Fresnel une pièce optique dont la dispersion chromatique est opposée à celle de la grille de Fresnel.
- D'autre part, les distances focales engendrées par cette optique sont très grandes : pour une grille de 3m de côté observant dans le domaine visible, la distance focale associée serait typiquement de quelques kilomètres. Mais l'utilisation du concept de vol en formation dans l'espace permettra de s'affranchir de cette contrainte. Ainsi, ces deux difficultés peuvent être surmontées.

J'ai donc au cours de ma thèse étudié ce concept d'imageur, et vais dans ce manuscrit en exposer les résultats. La définition et les tolérances de fabrication de la grille de Fresnel sont présentées dans les chapitres 1 et 2. Les caractéristiques de l'image formée au foyer de cette grille le sont dans le chapitre 3.

Le nécessaire dispositif d'achromatisation est lui étudié dans le chapitre 4. Le chapitre 5 reprend et assemble les deux éléments de l'Imageur Interférométrique de Fresnel que sont la grille de Fresnel et l'optique d'achromatisation, afin d'établir les performances possibles et les sources de limitation et d'amélioration du concept complet.

Au cours de mon stage de DEA, nous avons pu obtenir du CNES le financement d'un contrat R&T pour le développement d'un démonstrateur sol. J'ai ainsi au cours de ma thèse eu la chance de pouvoir développer et qualifier un prototype fonctionnel, compre-

nant donc une grille de Fresnel et l'optique d'achromatisation associée. Les dimensions sont évidemment plus réduites que dans le cas d'un projet spatialisable : la grille réalisée mesure 8x8cm, mais possède déjà une distance focale de 23m. Ce prototype permettant la validation expérimentale du concept d'Imageur Interférométrique de Fresnel fait l'objet des chapitres 6 et 7.

Enfin, je termine cette thèse sur un dernier chapitre, qui est une ouverture sur l'utilisation de ce concept pour l'astrophysique. En effet, c'est bien d'avoir un bel instrument, encore faut-il qu'il serve à quelque chose.

Il est à présent temps de te souhaiter, Lectrice, Lecteur, une joyeuse lecture.





## Première partie

# Etudes analytiques et simulations de l'Imageur de Fresnel



# Chapitre 1

## Lois sur la grille de Fresnel

### 1.1 Rappels de principes optiques

#### 1.1.1 Principes de focalisation

Les lentilles et les miroirs permettent de focaliser la lumière en déformant un front d'onde incident plan en un front d'onde sphérique. Ainsi en est il pour le miroir parabolique : le chemin optique reliant n'importe quel point d'un front d'onde plan incident au foyer est constant et extrémal, minimal, par le principe de Fermat (figure 1.1) :  $\overline{H_i P_{i(1)}} + \overline{P_i F_{(2)}} = cte \forall i$ . Les indices  $_1$  et  $_2$  représentent les sens de propagation, positifs vers le miroir avant incidence, et positif en s'éloignant du miroir après réflexion.

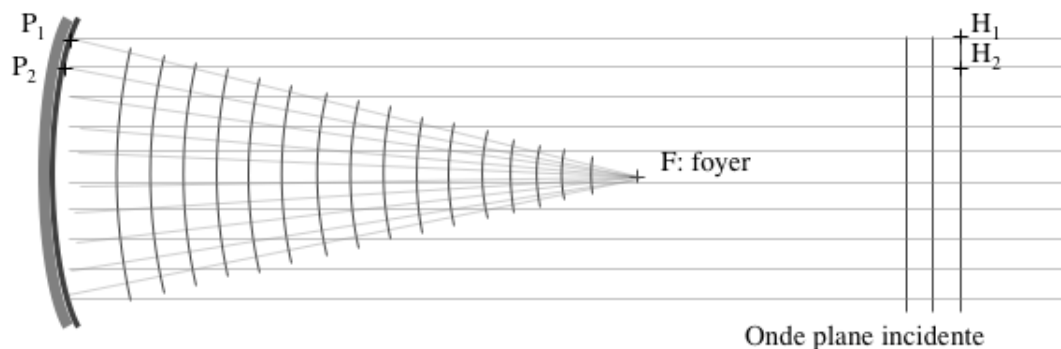


FIG. 1.1 – Un front d'onde plan incident sur un miroir parabolique est focalisé en un point par ce miroir : le chemin optique depuis n'importe quel point d'un front d'onde plan incident vers le foyer est constant, pour tout point du front d'onde.

Dans le cas d'une lentille, la déformation du front d'onde s'effectue par réfraction en introduisant un matériau d'indice optique  $n$  : à une distance  $\Delta z$  correspondra un chemin optique  $n\Delta z$  dans le matériau et  $\Delta z$  hors de ce matériau. En ajustant l'épaisseur de la lentille du centre vers le bord, on peut obtenir que le chemin optique depuis tout point du front d'onde incident vers le point dénommé foyer soit constant (figure 1.2) :  $\overline{H_i I_i} + n\overline{I_i P_i} + \overline{P_i F} = cte \forall i$  (lentille supposée plongée dans le vide).

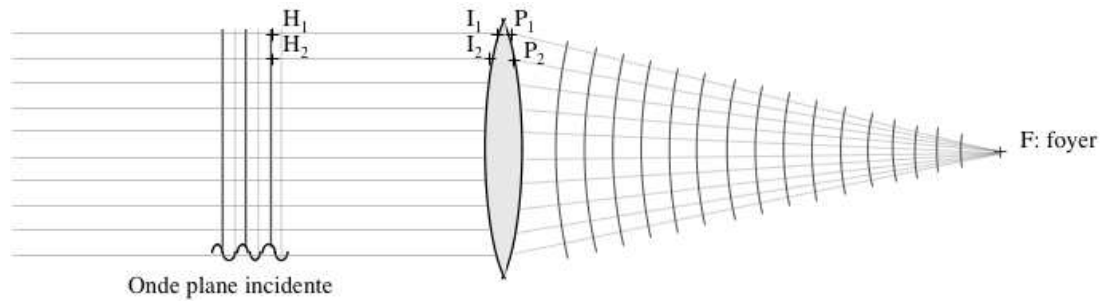


FIG. 1.2 – Un front d’onde plan incident sur une lentille est focalisé en un point : du fait de la différence de chemin optique introduite par les épaisseurs progressives de la lentille, le chemin optique depuis n’importe quel point d’un front d’onde plan incident vers le foyer est constant.

### 1.1.2 Principes de diffraction et interférence

La grille de Fresnel va elle aussi posséder un effet équivalent à une focalisation, mais pour y parvenir elle va n’utiliser ni réfraction ni réflexion, mais les phénomènes de diffraction et d’interférence.

D’une façon générale, une ouverture (trou, fente, carré découpé dans un matériau opaque...) diaphragmant un faisceau incident fait "diffracter" celui-ci : la limitation spatiale du faisceau en un plan et l’étendue après cette limitation spatiale sont des variables conjuguées par une Transformée de Fourier ; or une propriété de la transformée de Fourier est que si la dimension d’un espace de départ est finie, alors la dimension de l’espace conjugué est infinie. En conséquence, si un faisceau est diaphragmé par une ouverture, l’onde résultante possède une extension spatiale à support infini : c’est le phénomène de diffraction. Il est supposé que l’ouverture est de dimension supérieure à la longueur d’onde mise en jeu.

En disposant plusieurs ouvertures, on peut faire interférer entre elles des ondes provenant de ces différentes ouvertures. L’onde produite en un point de l’espace  $M$  et caractérisée par  $\psi(\vec{r}_M)$  peut alors être calculée comme étant le résultat de la superposition d’ondes cohérentes émises depuis une surface  $\Sigma$  et caractérisées par  $\psi(\vec{r})$  (fig.1.3). Il s’agit du principe de Huygens-Fresnel (voir Born & Wolf 1980 [3], ou les cours de Alberto Beswick, Professeur de l’Université Toulouse III : <http://www.car8.ups-tlse.fr/beswick>), qui peut être exprimé :

$$\underline{\psi}(\vec{r}_M) = \frac{1}{i\lambda} \int_{\Sigma} \underline{\psi}(\vec{r}) \frac{e^{i\frac{2\pi}{\lambda}|\vec{r}-\vec{r}_M|}}{|\vec{r}-\vec{r}_M|} d\Sigma \quad (1.1)$$

$\vec{r}_M$  est le vecteur repérant la position du point  $M$ , et  $\vec{r}$  sont les vecteurs repérant les positions des points de la surface  $\Sigma$ .

L’expression 1.1 est la simplification de celle dite de Helmholtz-Kirchhoff, qui met en jeu un terme supplémentaire en  $\frac{\cos\theta_M + \cos\theta_S}{2}$  (fig.1.3) prenant en compte les inclinaisons par rapport à la surface  $\Sigma$  d’une part des rayons provenant de la source, et d’autre part des rayons émis vers le point  $M$ . Ce degré de raffinement est dans notre cas inutile : les sources sont à l’infini et proches de la normale à la grille, et l’image se situe elle à une distance de plusieurs centaines de fois la dimension de la grille. Les valeurs de ces cos peuvent être considérées comme valant 1.

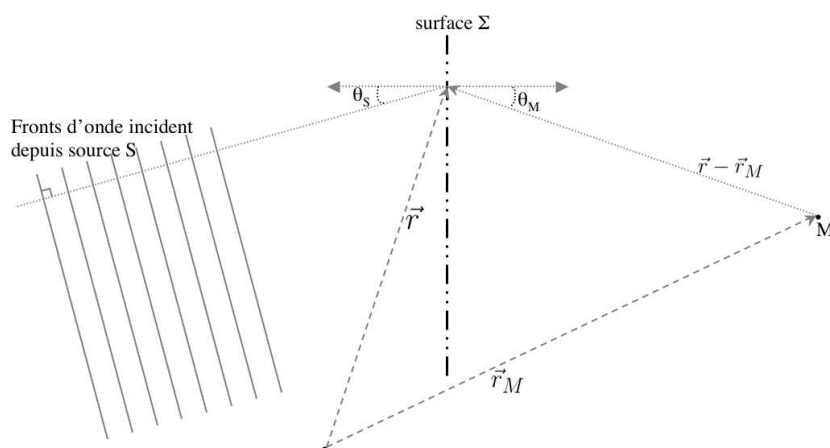


FIG. 1.3 – Une source  $S$  émet des fronts d'onde. Le résultat en un point  $M$  peut être calculé comme l'interférence de sources cohérentes d'états  $\psi(\vec{r})$  disposées sur une surface  $\Sigma$ , dont les contributions au point  $M$  vont être modulées en phases et en amplitudes par les distances  $|\vec{r} - \vec{r}_M|$ , et en amplitudes par les angles  $\theta_M$  et  $\theta_S$ .

## 1.2 Description de la grille de Fresnel et de ses caractéristiques majeures

### 1.2.1 Fonction de transmission à une dimension

La grille de Fresnel est un masque, bloquant la lumière ou la laissant passer en la faisant diffracter. L'objectif est de tirer parti du principe de Huygens-Fresnel : le masque ne va laisser passer que les ondes dont l'interférence en un point donné de l'axe optique dénommé "foyer" sera constructive. A une dimension, pour un front d'onde plan (provenant de l'infini), une ouverture du masque est placée à chaque fois que la distance entre le foyer et un point décrivant le masque évolue de  $1 \lambda$  (fig.1.4) : pour comparer à la formulation d'une lentille classique, le chemin optique  $\overline{H_i I_i} + \overline{I_i F}$  sera donc constant pour tout  $i$ , mais modulo  $\lambda$ . Le choix de  $1 \lambda$ , et non pas 2 ou 3 ou autre, s'expliquera pour maximiser l'énergie reçue au foyer. Etant donné qu'une ouverture est placée à chaque fois que la marche d'un rayon au foyer évolue de  $1 \lambda$ , la dimension d'une ouverture couvre une différence de marche de  $0.5\lambda$ . Ce masque peut aussi être vu comme une approximation à l'ordre le plus bas d'un hologramme qui serait formé par l'interférence entre une onde sphérique issue d'un point-source placé au foyer d'une part, et une onde plane se propageant selon l'axe optique d'autre part.

On peut écrire en appelant  $d$  la distance d'un point du masque à l'axe optique et  $f$  la distance focale souhaitée de la grille :

$$d^2 + f^2 = (f + ddm)^2 \quad (1.2)$$

En écrivant la différence de marche  $ddm$  d'un rayon  $k \lambda$  ( $k \in \mathbb{R}$ ), on obtient :

$$d \simeq \sqrt{2fk\lambda} \quad (1.3)$$

Lorsque  $k$  parcourt les valeurs comprises entre 0 et  $k_{max} \equiv N$ , la distance  $d$  parcourt des valeurs comprises entre 0 et  $d_{max}$ . Un point situé à une distance  $d$  est situé soit sur un motif opaque, soit sur un motif ouvert. La fonction de transmission  $h(d)$  du masque vaut

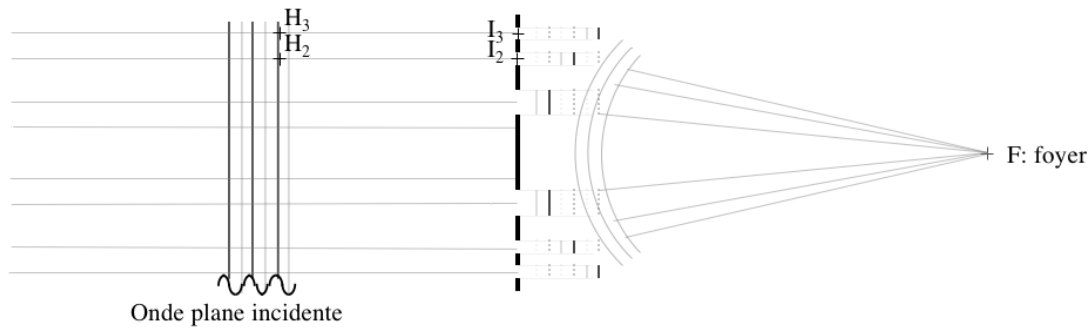


FIG. 1.4 – Le réseau de Fresnel est représenté à une dimension. Depuis le centre d’une ouverture au centre de l’ouverture suivante, autrement dit d’un  $I_i$  à un  $I_{i+1}$ , la distance  $FI_i$  augmente de  $1\lambda$ , de façon à ce que seuls les éléments de front d’onde décalés de  $\lambda$  d’une ouverture sur l’autre et donc pouvant interférer constructivement en  $F$  soient transmis par le masque.

0 si le motif est opaque et 1 si le motif est ouvert, et s’exprime :

$$h(d) = 1 \text{ si } (k \text{ modulo}[1]) \in [0.5 - \text{off}; 1 - \text{off}[$$

$$h(d) = 0 \text{ sinon}$$

(1.4)

$\text{off}$  est une valeur d’offset comprise entre 0 et 1, permettant d’ajuster la dimension du motif central (cf fig.1.5). Suivant Soret en 1975 [40], nous considérerons dans la suite un  $\text{off}$  de 0.25.

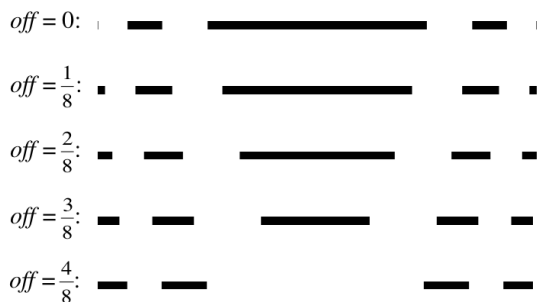


FIG. 1.5 – Cinq exemples de réseaux de Fresnel ( $N = 2$ ). Du réseau haut au réseau bas, la valeur  $\text{off}$  varie de 0 à  $\frac{1}{2}$ , entraînant la diminution de la dimension du motif central. Le réseau dont  $\text{off}$  vaut  $\frac{1}{2}$  est le complémentaire du réseau dont  $\text{off}$  vaut 0.

## 1.2.2 Fonction de transmission à deux dimensions

La composition la plus naturelle pour passer à deux dimensions est d’effectuer une symétrie de révolution autour de l’axe optique (figure 1.6) : d’après eq.1.4 :

$$h(r) = h(d) \tag{1.5}$$

On retrouve ainsi la lentille de Soret [40], et les cercles dits zones de Fresnel : intersection d’un plan avec des sphères concentriques ayant pour centre le foyer de focalisation, et dont le rayon varie de  $1\lambda$  d’une zone à la suivante. Ayant introduit cette définition de zone, un point de vocabulaire qui est valable dans l’ensemble du manuscrit lorsque je parle des

éléments constitutifs de la grille : un "motif" sera un élément soit opaque soit ouvert, et une "ouverture" sera un motif ouvert. Une "zone" sera elle un ensemble motif opaque + motif ouvert, et le "nombre de zones" sera le nombre d'ensembles motif opaque + motif ouvert depuis le centre de la grille vers l'extérieur **le long d'une coupe suivant un axe de symétrie principal de la lentille**. Ces définitions sont reprises dans le glossaire.

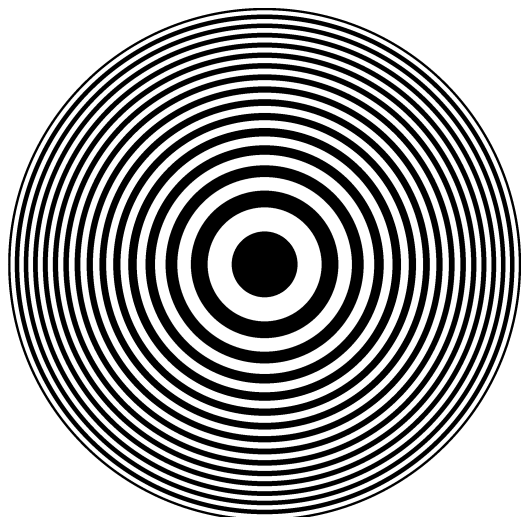


FIG. 1.6 – Exemple de lentille de Soret à 15 zones : alternance d'éléments opaques et transparents, les limites des bords des zones se situant à chaque fois que le chemin optique au foyer de  $\lambda_i$  augmente de  $1\lambda_i$  (une zone  $\equiv$  un motif opaque + un motif ouvert). Cette lentille possède 15 ouvertures.

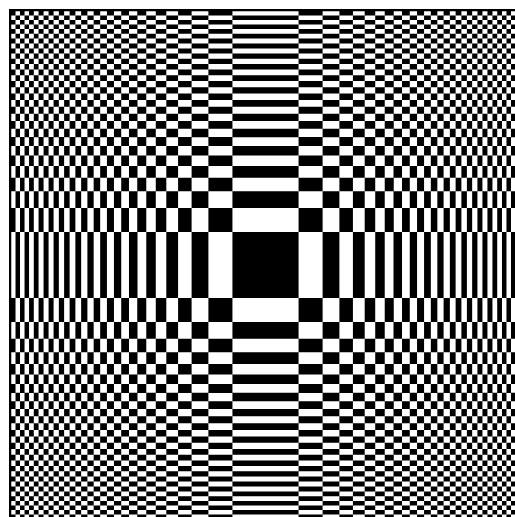


FIG. 1.7 – Exemple de lentille (grille) orthogonale de Fresnel à 15 zones : l'extension des zones opaques et ouvertes est faite par symétrie orthogonale et non circulaire. Cette grille possède  $(8N^2 - 4N) = 1740$  ouvertures.

Une autre possibilité pour passer de une à deux dimensions est la composition orthogonale : fig. 1.7 :

$$h(x_0, y_0) = h(x_0) \otimes h(y_0) \quad (1.6)$$

Cette composition peut être interprétée comme une approximation d'une grille possédant une géométrie circulaire par une grille possédant des ouvertures individuelles rectangulaires (fig.1.8). Cette géométrie orthogonale va avoir plusieurs avantages :

- elle va permettre l'auto-cohésion mécanique, l'ensemble des éléments opaques de la grille étant en contact les uns aux autres, et par la même va autoriser l'utilisation du vide pour les motifs dits ouverts. On évite les problèmes de qualité d'un matériau optique, et les problèmes de qualité de surface de ce matériau.

- Corrélativement, puisque le vide est utilisé comme "matériau optique", l'effet de "focalisation" est effectif sur une très grande gamme de longueurs d'onde, typiquement depuis l'ultraviolet (limitation provenant d'une part qu'un matériau opaque dans le visible ne sera pas forcément dans l'ultraviolet, et d'autre part des grandes distances focales engendrées) jusqu'à l'infrarouge (limitation pouvant provenir d'une part de la dimension des ouvertures les plus externes devant rester supérieure à la longueur d'onde, et d'autre part de l'émission thermique de la grille qui sera à considérer dans le rapport signal à bruit de



l'image);

- Elle va également permettre de concentrer en deux aigrettes perpendiculaires le maximum d'intensité des pics secondaires de diffraction, au lieu de répartir cette intensité secondaire de façon isotrope autour du pic central, et donc autoriser l'imagerie à haute dynamique dans les 4 quadrants de l'image (fig.1.9).

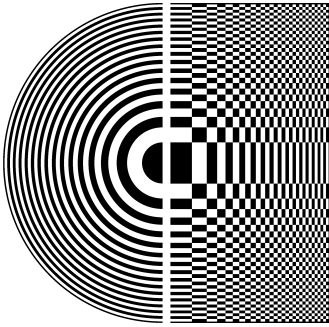


FIG. 1.8 – Deux demies lentilles des deux géométries évoquées : le positionnement des centres des ouvertures de la grille à géométrie orthogonale se fait selon les cercles concentriques de la lentille à géométrie circulaire.

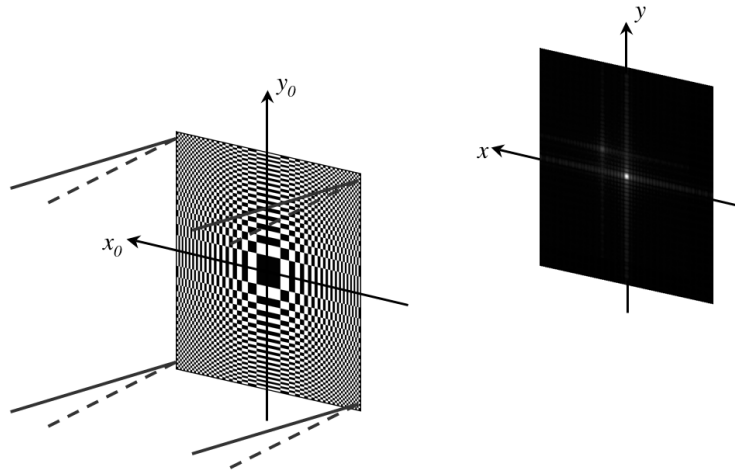


FIG. 1.9 – Vue 3/4 profil : deux sources monochromatiques distinctes éclairent une grille de Fresnel et forment chacune une figure de focalisation en des endroits distincts du plan focal.

### 1.2.3 Distance focale

Les distances focales engendrées vont être importantes par rapport aux dimensions de la grille.

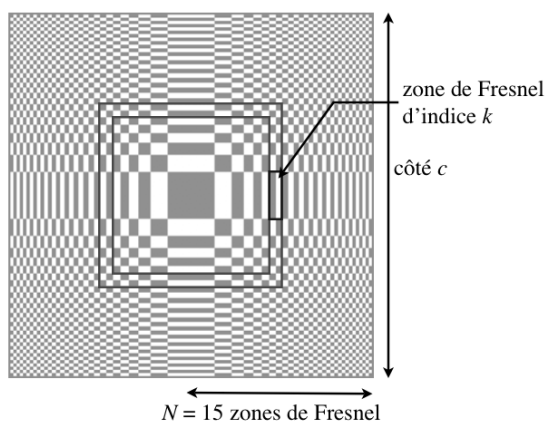


FIG. 1.10 – Une grille de Fresnel est définie par ses deux principaux paramètres : la dimension  $c$  de son côté, et son nombre de zones  $N$ . L'espace entre les deux carrés dessinés sera appelé "aire de la couronne carrée associée à la zone de Fresnel d'indice  $k$ ".

Soit une grille :

- de côté  $c$ ;
- de nombre de zones  $N$ ;
- de longueur d'onde d'utilisation  $\lambda$ .

La distance du centre de la grille au foyer est la distance focale  $f$  et peut se calculer

d'après 1.2 par :

$$f^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2 = (f + N\lambda)^2 \tag{1.7}$$

on développe :

$$\frac{c^2}{4} = 2 N f \lambda + N^2 \lambda^2 \tag{1.8}$$

Et en considérant que  $N\lambda \ll 2f$ , on obtient :

$$f \simeq \frac{c^2}{8N} \frac{1}{\lambda} \tag{1.9}$$

On retrouve la dispersion chromatique connue des lentilles de Soret. D'autre part, on remarque que la distance focale est d'autant plus courte que le nombre de zones  $N$  est élevé. Exemple numérique : soit une grille de 3m de côté et 300 zones de Fresnel ; sa distance focale dans le visible à 600nm est de 6.25 km, rendant nécessaire l'utilisation d'un vol en formation dans l'espace avec deux modules, un premier supportant la grille elle-même, et un second supportant l'instrumentation focale. Pour les plus courtes longueurs d'onde, la distance focale engendrée étant plus grande, la contrainte de maintien en formation des deux satellites pourrait poser problème.

### 1.2.4 Position et dimension d'une zone de Fresnel, et aire associée

La distance d'une ouverture à l'axe optique introduite à l'eq.1.3 :  $d \simeq \sqrt{2 f k \lambda}$  peut être réécrite de façon indépendante des longueur d'onde et distance focale :

$$d \simeq \frac{c}{2} \sqrt{\frac{k}{N}} \tag{1.10}$$

D'un point de vue construction de la grille, il est intéressant de pouvoir connaître la dimension des zones, notamment de la dernière. La dimension  $p_k$  d'une zone caractérisée par son numéro de zone  $k$  vaut :

$$p_k \equiv \frac{c}{2} \sqrt{\frac{k}{N}} - \frac{c}{2} \sqrt{\frac{k-1}{N}}$$

$$p_k \simeq \frac{c}{4\sqrt{k}\sqrt{N}} \quad (k \gg 1) \tag{1.11}$$

ce qui correspond pour la dernière zone à une dimension de :

$$p_N = \frac{c}{4N} \tag{1.12}$$

La dimension de l'ouverture seule valant la moitié, elle est de  $\frac{c}{8N}$ .

Si on considère que l'aire de "la couronne carrée associée à la zone de Fresnel d'indice  $k$ " est l'aire cumulée des zones dont l'indice selon  $x_0$  ou  $y_0$  vaut  $k$  et dont l'autre indice est compris entre 0 et  $k$  (fig.1.10), cette aire vaut :

$$S_k \simeq 4 p_k (2 d)$$

$$\begin{aligned}
&\simeq 4 \frac{c}{4\sqrt{k}\sqrt{N}} \left(2 \frac{c}{2} \sqrt{\frac{k}{N}}\right) \\
&\simeq \frac{c^2}{N}
\end{aligned} \tag{1.13}$$

L'aire de toutes les couronnes carrées est la même.

### 1.2.5 Dimension linéaire de la PSF

La PSF (Point Spread Function) est l'acronyme anglais de la Fonction d'Étalement du Point, soit la réponse impulsionnelle en énergie d'un système optique. Du fait de l'utilisation courante du terme anglais dans les articles et les interventions scientifiques, j'utiliserai cet anglicisme dans la suite du manuscrit.

La demi-largeur angulaire du pic central de la PSF vaut  $\frac{\lambda}{c}$ . Sa dimension linéaire au foyer d'ordre 1 vaut  $\frac{\lambda f}{c}$ , soit :

$$\frac{\lambda f}{c} = \frac{c}{8N} \tag{1.14}$$

La dimension linéaire de la PSF est indépendante de la longueur d'onde d'observation et donc de la distance focale engendrée, et à  $c$  constant elle est d'autant plus petite que le nombre de Fresnel  $N$  est élevé ; cette particularité aura son importance lorsque l'on parlera de la dimension du champ utilisable. A noter que cette valeur est aussi celle de la dimension de la plus petite ouverture de la grille (eq.1.12).

## 1.3 Intensité au foyer du premier ordre d'interférence

La grille de Fresnel fonctionnant par diffraction, seule une partie de l'énergie incidente est concentrée dans le pic central de l'ordre  $m = 1$  d'interférence, celui qui nous intéresse. Le reste de l'énergie est en partie bloqué par les motifs, et en partie réparti dans les autres ordres d'interférence : cette énergie parasite contribuera à un fond diffus. La distance de ces foyers à la grille vaut :

$$\text{distance focale ordre } m = \frac{\text{distance focale ordre 1}}{m} \tag{1.15}$$

### 1.3.1 Cas de la lentille à géométrie circulaire

Dans le cas du réseau circulaire, le rapport entre l'énergie incidente sur la grille et l'énergie se retrouvant dans le pic central de la PSF à l'ordre  $m$  vaut (Koechlin, Serre et Duchon 2005 [25]) :

$$E_{circ} = \frac{1}{\pi^2 m^2} \text{ si } m \text{ est impair} \quad E_{circ} = 0 \text{ sinon (ordre 0 mis à part)} \tag{1.16}$$

C'est le rapport entre l'énergie contenue dans le pic central de la PSF de l'ordre 1 et l'énergie incidente sur la grille qui sera dans le manuscrit appelé "taux de transmission". Dans le cas de la géométrie circulaire rappelé ici, ce taux de transmission est d'environ

10%. Le fait que l'intensité des ordres pairs, mis à part celle de l'ordre 0, soit de valeur nulle se comprend en considérant directement la phase de l'onde vue du foyer : la lentille de Soret est dessinée de façon à ce que les cercles "ouverts" couvrent une  $ddm$  de  $\frac{\lambda}{2}$  d'un bord à l'autre de l'ouverture vu depuis le foyer de l'ordre 1 ; donc vu depuis un foyer d'ordre pair, ces mêmes dimensions d'ouverture couvriront une  $ddm$  de  $\lambda$  : les interférences vont parfaitement s'annuler. Cette remarque ouvre sur un chapitre ultérieur : si les dimensions des zones ne sont plus telles que l'on couvre une  $ddm$  de  $\frac{\lambda}{2}$  d'un bord à l'autre d'une ouverture (défaut de découpe, apodisation...), alors on va retrouver de la lumière aux foyers d'ordres pairs.

### 1.3.2 Cas de la lentille à géométrie orthogonale

Pour calculer l'intensité dans l'ordre  $m$  pour une grille à géométrie orthogonale, on peut reprendre l'expression de Huygens-Fresnel vue à l'équation 1.1 :

$$\underline{\psi}(\vec{r}_M) = \frac{1}{i\lambda} \int_{\Sigma} \underline{\psi}(\vec{r}) \frac{e^{i\frac{2\pi}{\lambda}|\vec{r}-\vec{r}_M|}}{|\vec{r}-\vec{r}_M|} d\Sigma \quad (1.17)$$

Dans notre cas,  $\vec{r}_M$  va désigner les points situés au voisinage du foyer de l'ordre  $m$ , et  $\underline{\psi}(\vec{r})$  va désigner l'état de l'onde au niveau de la grille. En ne prenant pas en compte les termes constants d'une part, et en remplaçant  $\frac{2\pi}{\lambda} |\vec{r} - \vec{r}_M|$  par la phase de l'onde au foyer d'autre part, on peut réécrire cette expression :

$$\underline{\psi}_m = \int_{\Sigma} \underline{\psi}(\vec{r}) e^{i\phi(\vec{r})} d\Sigma \quad (1.18)$$

L'onde incidente étant considérée comme plane, sa composante imaginaire peut être prise nulle, et on peut écrire la contribution de chacune des ouvertures :

$$\psi_m(\text{ouverture}) = A_0 \int \int_{[\text{dimensions de l'ouverture}]} e^{i\phi(x_0, y_0)} dx_0 dy_0. \quad (1.19)$$

$x_0$  et  $y_0$  désignent les coordonnées des points décrivant une ouverture. La section du front d'onde à l'intérieur d'une ouverture étant un plan, la phase de l'onde émergent d'un point de l'ouverture de coordonnées  $(x_0, y_0)$  peut y être exprimée (fig.1.11) :

$$\phi(x_0, y_0) = 2\pi \left( \frac{mx_0}{p_k(x_0)} + \frac{my_0}{p_k(y_0)} \right) \quad (1.20)$$

$p_k(x_0)$  et  $p_k(y_0)$  correspondant au  $p_k$  défini à l'équation 1.11, à savoir la dimension de la zone en  $x_0$  et  $y_0$ . En appelant  $x_{0c}$  et  $y_{0c}$  les coordonnées du centre de l'ouverture, on obtient alors :

$$\psi_m(\text{ouverture}) = A_0 \left[ \int_{x_{0c} - \frac{p_k(x_0)}{4}}^{x_{0c} + \frac{p_k(x_0)}{4}} e^{i2\pi \frac{mx_0}{p_k(x_0)}} dx_0 \right] \left[ \int_{y_{0c} - \frac{p_k(y_0)}{4}}^{y_{0c} + \frac{p_k(y_0)}{4}} e^{i2\pi \frac{my_0}{p_k(y_0)}} dy_0 \right] \quad (1.21)$$

Le calcul des intégrales donne à un terme de piston près :

$$\begin{aligned} \psi_m(\text{ouverture}) &= A_0 \frac{p_k(x_0)p_k(y_0)}{\pi^2 m^2} \text{ si } m \text{ est impair} \\ \psi_m(\text{ouverture}) &= 0 \text{ sinon (ordre 0 mis à part)} \end{aligned} \quad (1.22)$$

Sachant que  $\psi_{0(\text{ouverture})}$  vaut  $\frac{A_0 P_k(x_0) P_k(y_0)}{4}$ , le rapport  $\frac{\psi_m(\text{ouverture})}{\psi_{0(\text{ouverture})}}$  vaut :

$$\frac{\psi_m}{\psi_0} = \frac{4}{\pi^2 m^2} \quad (1.23)$$

En considérant que 50% de la grille est opaque, on obtient un taux de transmission à l'ordre  $m$  de la grille valant  $\left(0.5 \frac{\psi_m}{\psi_0}\right)^2$ , soit :

$$E_{\text{orth}} = \frac{4}{\pi^4 m^4} \text{ si } m \text{ est impair} \quad E_{\text{orth}} = 0 \text{ sinon (ordre 0 mis à part)} \quad (1.24)$$

soit environ 4.1% de transmission dans le pic central de l'ordre 1 d'interférence de la grille.

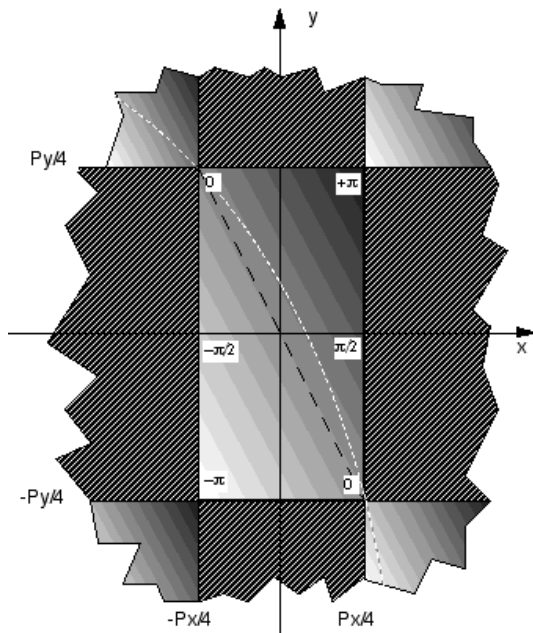


FIG. 1.11 – Evolution de la phase de l'onde par rapport au foyer à l'intérieur d'une ouverture d'une grille de Fresnel (zones opaques hachurées). Dans le cas d'un réseau de Soret, seuls sont non masqués les éléments de front d'onde dont la phase est comprise, vu depuis le foyer, entre  $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$  par rapport à la phase au centre de l'ouverture. Dans le cas de la géométrie orthogonale représenté ici, la majeure partie de l'ouverture est dans ces limites, mais la découpe laisse passer des phases dont la contribution à l'interférence au foyer serait destructive, et en bloque d'autres dont la contribution serait constructive, diminuant l'efficacité de transmission de la grille orthogonale par rapport au réseau circulaire.

### 1.3.3 Discussion sur le taux de transmission

Ce taux de transmission de 4% peut paraître faible. Il faut néanmoins bien se rendre compte que l'on parle ici d'un rapport de flux : celui utile par rapport à celui incident sur une surface donnée, celle de la grille. Or si un concept d'imageur spatial à grille de Fresnel voit le jour, ce taux de transmission pourra être compensé par une dimension de grille augmentée par rapport à la dimension d'une optique pleine.

D'autre part, ce taux de transmission et les effets de la dimension de la pupille collectrice se doivent d'être remis en perspective. En effet, au moins deux types de comptabilisation de l'énergie collectée par la pupille co-existent : l'énergie collectée par la pupille et comptabilisée par resel<sup>1</sup>, et l'énergie collectée par la pupille et comptabilisée par seconde d'arc sur le ciel. De plus, selon que la source observée est résolue ou non, les énergies mesurées vont différer. Ces nuances vont avoir leurs rôles en fonction de l'échantillonnage de l'image qui sera effectué par le détecteur (adaptatif à la dimension du resel, ou volontairement sur- ou sous-échantillonnant l'image formée). Les tableaux 1.1 et 1.2 explicitent

<sup>1</sup>Le resel est l'élément de résolution :  $\frac{\lambda}{\text{côté}}$  dans le cas d'une optique orthogonale pleine,  $1.22 \frac{\lambda}{\text{diamètre}}$  dans le cas d'une optique circulaire pleine.

ces mesures d'énergies dans les trois cas suivants :

- (1) un miroir plein de côté  $c$  ;
- (2) une grille de Fresnel de côté  $c$  et de transmission  $t$  ;
- (3) une grille de Fresnel de côté  $sc$  et de transmission  $t$  ( $s$  est un nombre réel, facteur d'homothétie de la lentille).

	(1) : miroir plein côté $c$	(2) : grille de Fresnel côté $c$ , transmission $t$	(3) : grille de Fresnel côté $sc$ , transmission $t$
quantité d'énergie collectée par rapport au cas(1)	1	$t$	$ts^2$
quantité d'énergie par resel dans le pic central par rapport au cas (1)	1	$t$	$ts^2$
quantité d'énergie par seconde d'arc dans le pic central par rapport au cas (1)	1	$t$	$ts^2 \cdot s^2 = ts^4$

TAB. 1.1 – Comparaison des énergies reçues par la grille et mesurées au plan focal dans le cas de l'observation d'une **source non résolue**, dans trois cas d'imageurs : une optique pleine carrée, une grille de Fresnel de même dimension que cette optique pleine, et une grille de Fresnel plus grande d'un facteur  $s$ .

Dans le cas de l'imagerie d'une source **non résolue**, une grille de Fresnel de côté  $sc$  collectera  $s^2$  fois plus de lumière qu'une grille de Fresnel de côté  $c$  ; la source étant non résolue, l'énergie collectée dans le resel central de l'image sera  $s^2$  fois plus importante. De plus, la surface angulaire du resel diminuant en  $\frac{1}{s^2}$ , la densité d'énergie reçue par seconde d'arc augmentera en  $s^4$ .

	(1) : miroir plein côté $c$	(2) : grille de Fresnel côté $c$ , transmission $t$	(3) : grille de Fresnel côté $sc$ , transmission $t$
quantité d'énergie collectée par rapport au cas(1)	1	$t$	$ts^2$
quantité d'énergie par resel par rapport au cas (1)	1	$t$	$t$
quantité d'énergie par seconde d'arc par rapport au cas (1)	1	$t$	$t \cdot s^2 = ts^2$

TAB. 1.2 – La différence par rapport au tableau 1.1 est que l'on considère ici l'observation d'une **source étendue**.

Dans le cas de l'imagerie d'une source **étendue** (supposée uniforme), une grille de côté  $sc$  collectera toujours  $s^2$  fois plus de lumière qu'une grille de côté  $c$ , mais possédera aussi  $s^2$  fois plus de resels dans lesquels l'énergie sera répartie ; l'énergie par resel sera indépendante de la dimension de la grille, et la densité d'énergie reçue par seconde d'arc de la source observée n'augmentera "que" en  $s^2$ .

Il existe des pistes de réflexion pour augmenter la transmission de cette pupille. La première consiste à réaliser une découpe de la grille qui soit intermédiaire entre la géométrie orthogonale et la géométrie circulaire. Une deuxième est de réaliser un masque diffractant dont la transmission évolue sinusoidalement du centre du masque au bord, éliminant les contributions des ordres supérieurs à 1 et inférieurs à -1. Ces perspectives seront présentées à la fin du chapitre 5.

## 1.4 Simulation de la PSF

### 1.4.1 Expression de la PSF

La PSF décrit la répartition de l'intensité au foyer, en supposant en entrée une onde plane normale à la grille. Elle peut se calculer en reprenant l'expression de Huygens-Fresnel vue aux équations 1.1 et 1.17 :

$$\underline{\psi}(\vec{r}_M) = \frac{1}{i\lambda} \int_{\Sigma} \underline{\psi}(\vec{r}) \frac{e^{i\frac{2\pi}{\lambda}|\vec{r}-\vec{r}_M|}}{|\vec{r}-\vec{r}_M|} d\Sigma \quad (1.25)$$

J'utilise les coordonnées  $(x_0, y_0)$  pour décrire les points de la grille, et les coordonnées  $(x, y)$  pour décrire les points du plan image. La distance entre la grille et le plan image vaut  $f$ . On peut écrire :

$$|\vec{r} - \vec{r}_M| = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + f^2} \simeq f + \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{2f} \quad (1.26)$$

ce qui permet d'exprimer 1.25 comme valant :

$$\underline{\psi}_{x,y} = \frac{e^{i\frac{2\pi f}{\lambda}}}{i\lambda f} \int_{x_0} \int_{y_0} \underline{\psi}_{x_0,y_0} e^{i\frac{2\pi}{\lambda} \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{2f}} dx_0 dy_0 \quad (1.27)$$

$\underline{\psi}_{x,y}$  est la valeur complexe de l'onde dans le plan image aux coordonnées  $(x, y)$ ,  $\underline{\psi}_{x_0,y_0}$  la valeur complexe de l'onde dans le plan de la grille aux coordonnées  $(x_0, y_0)$ . Le facteur hors de l'intégrale n'est pas dépendant de  $x, x_0, y$  ou  $y_0$ , il sera omis par la suite. On peut écrire :

$$\underline{\psi}_{x,y} \propto e^{i\frac{2\pi}{\lambda} \frac{x^2 + y^2}{2f}} \int \int \underline{\psi}_{x_0,y_0} e^{-i\frac{2\pi}{\lambda} \frac{x x_0 + y y_0}{f}} e^{i\frac{2\pi}{\lambda} \frac{x_0^2 + y_0^2}{2f}} dx_0 dy_0 \quad (1.28)$$

Nous retrouvons dans l'intégrale un terme en  $e^{\frac{x x_0 + y y_0}{f}}$  : terme de propagation de Fraunhofer, et un autre en  $e^{\frac{x_0^2 + y_0^2}{2f}}$  : terme de propagation de Fresnel.

On pourrait s'interroger sur la nécessité ou non de conserver le terme de propagation de Fresnel, c.à.d. se demander si une propagation de Fraunhofer ne suffirait pas, en se disant que le rapport  $\frac{f}{c}$  est élevé donc que l'on est "loin" de l'objet diffractant. Dans l'étude de l'imageur de Fresnel, la phase du terme de propagation de Fresnel évolue de  $2\pi$  à chaque nouvelle zone, c'est ce pour quoi la grille a été conçue. Or pour obtenir une évolution de phase de  $\pi$  par le terme de propagation de Fraunhofer, en supposant  $y = 0$  il faudrait que :

$$\frac{x x_0}{f} = 0.5\lambda$$

ce qui correspond par exemple pour  $x = 1\text{resel}$  à un  $x_0$  valant :

$$x_0 = \frac{0.5\lambda f}{x} = 0.5 \frac{c^2}{8N} \frac{8N}{c} = \frac{c}{2} \quad (1.29)$$

Autrement dit, la modulation de la différence de marche par le terme de Fresnel est beaucoup plus rapide que celle par le terme de Fraunhofer, donc la PSF de l'ordre 1 de la grille doit être calculée en prenant en compte le terme de Fresnel. A noter que si il n'est pas pris en compte, une PSF sera malgré tout calculée, mais il s'agira alors de la PSF de l'ordre 0 de la grille, focalisé à l'infini.

L'équation 1.28 est difficilement développable analytiquement, pour au moins deux raisons :

- d'une part du fait qu'il y a des termes dans l'intégrale en  $e^{x_0}$  et  $e^{x_0^2}$ , l'intégration analytique ne peut se faire simplement, il faudrait utiliser des intégrales dites de Fresnel (Born & Wolf 1980 [3], *Table of Integrals, Series and products 1965* [18]), éventuellement approximées ;
- d'autre part, si la géométrie était circulaire,  $\underline{\psi}_{x_0, y_0}$  serait facilement exprimable en fonction d'une seule variable  $\rho$  ; mais avec une géométrie orthogonale,  $\underline{\psi}_{x_0, y_0}$  suit une loi en *ou exclusif*, ainsi qu'indiqué à l'équation 1.6.

Ainsi ne pouvant obtenir d'expression analytique simple de la PSF, les PSF qui seront présentées dans la suite de ce manuscrit seront calculées numériquement.

## 1.4.2 Décomposition de la propagation de Fresnel

Je reprends l'équation 1.28 :

$$\underline{\psi}_{x,y} \propto e^{i\frac{2\pi}{\lambda} \frac{x^2+y^2}{2f}} \iint \underline{\psi}_{x_0, y_0} e^{-i\frac{2\pi}{\lambda} \frac{x x_0 + y y_0}{f}} e^{i\frac{2\pi}{\lambda} \frac{x_0^2 + y_0^2}{2f}} dx_0 dy_0 \quad (1.30)$$

Il est à noter que le terme  $f$  désigne la distance focale, mais que cette équation est valable pour tout  $f$  respectant l'approximation de Fresnel : ici le fait de pouvoir négliger l'inclinaison des rayons par rapport à l'axe optique. Cette équation est donc valable pour tout plan orthogonal à l'axe optique et situé loin de la grille par rapport à la dimension de cette dernière.

Pour calculer numériquement l'état de front d'onde après une certaine distance de propagation  $f$ , nous avons besoin de :

- connaître l'état du front d'onde complexe  $\underline{\psi}_{x_0, y_0}$  au plan de la grille ;
- introduire un facteur de phase dépendant de la distance du point  $(x_0, y_0)$  à l'axe optique :  $\frac{2\pi}{\lambda} \frac{x_0^2 + y_0^2}{2f}$  ;
- effectuer une Transformée de Fourier (TF) dont les variables conjuguées sont  $x_0$  et  $\frac{x}{\lambda f}$  d'une part, et  $y_0$  et  $\frac{y}{\lambda f}$  d'autre part ;
- introduire un facteur de phase  $\frac{2\pi}{\lambda} \frac{x^2 + y^2}{2f}$  aux points du plan d'arrivée si on a l'intention de repropager le front d'onde ; si on ne veut que connaître l'intensité en ce plan, ce facteur de phase terminal est inutile.



### 1.4.3 Algorithmique : interpolation de calculs 1D vers un résultat 2D

Pour simuler numériquement cette PSF, il faut commencer par simuler la grille. Cette grille sera décrite par un nombre de points fini, une alternance de valeurs "1" (si le point est compris dans un motif ouvert) ou "0" (si le point est compris dans un motif opaque). En théorie, il faudrait veiller à garantir une description des zones les plus externes de la grille comprenant au moins deux pixels. En réalité, une description de ces zones avec  $n \gg 2$  points est nécessaire pour garantir une lisibilité des défauts permettant une répercussion sur la qualité du front d'onde meilleure que  $\frac{\lambda}{n}$  P-V (Pic à Vallée). La description complète de la grille nécessite donc l'attribution mémoire d'une matrice à 2D de grandes dimensions. Par exemple, 8192\*8192 points sont nécessaires si l'on veut simuler une grille possédant  $N = 100$  zones de Fresnel, en échantillonnant les zones les plus externes avec  $\simeq 20*20$  points.

Mais si l'on arrivait à séparer l'équation 1.30 selon  $x_0$  d'une part et  $y_0$  d'autre part, au lieu de calculer une propagation en deux dimensions et de stocker en RAM des matrices à deux dimensions, on pourrait obtenir le résultat à partir de propagations et de vecteurs à une dimension. On pourra par conséquent pour une quantité de mémoire et un temps de calcul donnés calculer des PSF de grilles possédant des  $N$  beaucoup plus élevés, ou diminuer considérablement les temps de calcul nécessaires.

Cela est possible car on va calculer la PSF sur l'axe optique, donc la phase de  $\underline{\psi}_{x_0, y_0}$  est la même pour tous les points de la grille. Le masquage de la grille va simplement multiplier par 0 ou 1 cette valeur  $\underline{\psi}_{x_0, y_0}$ . On peut ainsi écrire :

$$\underline{\psi}_{x_0, y_0} = h(x_0, y_0) \cdot \underline{\psi}_{cte} \quad (1.31)$$

$\underline{\psi}_{cte}$  est une onde d'amplitude donnée et de phase constante à travers le plan de la grille : c'est l'onde plane incidente. On considérera dans la suite que l'amplitude vaut numériquement 1 et que la phase vaut 0.  $h(x_0, y_0)$  étant la fonction de transmission de la grille vue à l'équation 1.6, on peut écrire que :

$$\underline{\psi}_{x_0, y_0} = h(x_0, y_0) \quad (1.32)$$

Il nous reste à séparer cette fonction  $h(x_0, y_0)$  selon  $x_0$  et  $y_0$ . Nous avons vu à l'équation 1.6 que :

$$h(x_0, y_0) = h(x_0) \otimes h(y_0) \quad (1.33)$$

En considérant que les fonctions  $h(x_0)$  et  $h(y_0)$  décrivent les fonctions de transmission des grilles à une dimension possédant un motif central opaque, et que les fonctions  $\overline{h(x_0)}$  et  $\overline{h(y_0)}$  décrivent les fonctions de transmission des grilles à une dimension possédant un motif central ouvert,  $h(x_0, y_0)$  peut s'écrire :

$$h(x_0, y_0) = h(x_0) \overline{h(y_0)} + \overline{h(x_0)} h(y_0) \quad (1.34)$$

si la grille à deux dimensions possède un motif central opaque, et :

$$h(x_0, y_0) = h(x_0) h(y_0) + \overline{h(x_0)} \overline{h(y_0)} \quad (1.35)$$

si la grille à deux dimensions possède un motif central ouvert.

L'équation 1.30 est désormais séparable en  $x_0$  et  $y_0$ , et on obtient :

$$\underline{\psi}_{x,y} \propto e^{i \frac{2\pi}{\lambda} \frac{x^2+y^2}{2f}} \{TF(h(x_0)) TF(\overline{h(y_0)}) + TF(\overline{h(x_0)}) TF(h(y_0))\} \quad (1.36)$$

pour une grille à deux dimensions dont le motif central est opaque, et :

$$\underline{\psi}_{x,y} \propto e^{i \frac{2\pi}{\lambda} \frac{x^2+y^2}{2f}} \{TF(h(x_0)) TF(h(y_0)) + TF(\overline{h(x_0)}) TF(\overline{h(y_0)})\} \quad (1.37)$$

pour une grille à deux dimensions dont le motif central est ouvert, en utilisant la notation :

$$\begin{aligned} TF(h(x_0)) &\equiv TF(h(x_0) e^{i \frac{2\pi}{\lambda} \frac{x_0^2}{2f}}) \\ TF(\overline{h(x_0)}) &\equiv TF(\overline{h(x_0)} e^{i \frac{2\pi}{\lambda} \frac{x_0^2}{2f}}) \end{aligned} \quad (1.38)$$

En conclusion : le calcul du front d'onde au plan image s'obtient par transformée de Fresnel depuis la grille jusqu'au plan image. Si le problème est simple, c.à.d. si la fonction de transmission de la grille est séparable selon  $x_0$  et  $y_0$  et que le plan d'onde incident est coplanaire à la grille, le résultat à 2D de la propagation du front d'onde peut se faire par interpolation de calculs en 1D.

En revanche, si comme notamment vu plus loin dans le chapitre 2  $\underline{\psi}_{x_0, y_0}$  n'est pas séparable, l'allocation d'une matrice à deux dimensions représentant l'intégralité de la grille est nécessaire, rallongeant le temps de calcul et limitant la capacité de calcul de grilles à grand nombres de zones.

J'ai programmé cette propagation de Fresnel en langage C, en utilisant pour décrire les fronts d'onde des matrices de complexes. Les composantes *réel* et *imaginaire* sont codées sur 32 bits pour permettre une précision correcte des valeurs. J'ai utilisé la librairie pthread pour pouvoir paralléliser les calculs de transformées de Fourier des lignes et colonnes des matrices sur plusieurs processeurs, ces processeurs devant pouvoir accéder à une même zone de RAM.

#### 1.4.4 Evolution de la PSF avec le nombre de zones

Il est intéressant de comparer la forme de la PSF d'une grille de Fresnel à la PSF d'une ouverture pleine de même dimension, notamment pour voir l'influence du nombre de motifs de Fresnel en jeu : en effet, par exemple dans un cas extrême : une grille à 1 zone, soit deux fentes d'Young placées perpendiculairement à deux autres, on conçoit aisément que la figure d'interférence qui va être formée, c'est à dire la PSF, ne va pas être comparable directement à la PSF d'une ouverture pleine. Il paraît donc logique que l'on n'utilise pas de réseau à "très faible" nombre de zones. Mais quid de ce "très faible" nombre de zones ? Sur l'image simulée 1.12, est affichée en échelle logarithmique la PSF

d'une grille de Fresnel de 20 zones, sur laquelle on peut observer l'existence d'un pic central, des aigrettes de diffraction, et le fond, dominé par les pseudo cercles correspondant à l'ordre 0. Le bord projeté de la grille est visible (zone noire peu large entourant l'ordre 0 de la grille). L'image est monochromatique.

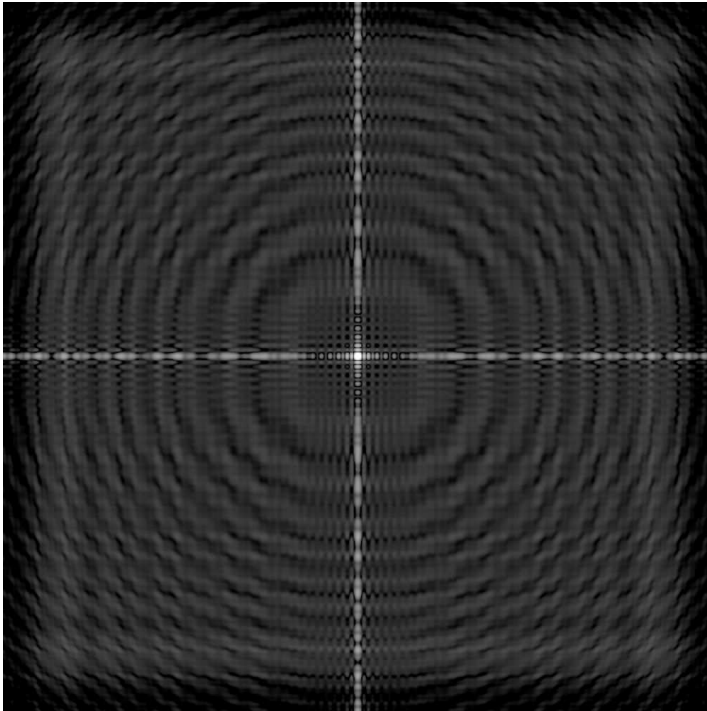


FIG. 1.12 – Image simulée de la PSF monochromatique d'une grille de Fresnel à très faible nombre de zones : 20. L'affichage est logarithmique en brillance. Le pic central est visible, ainsi que les aigrettes de diffraction et l'ordre 0. On peut constater que la portée des aigrettes est plus grande que la portée de l'ordre 0, visible par sa géométrie reprenant des anneaux de Fresnel. Cette image représente un champ d'environ 170\*170 resels.

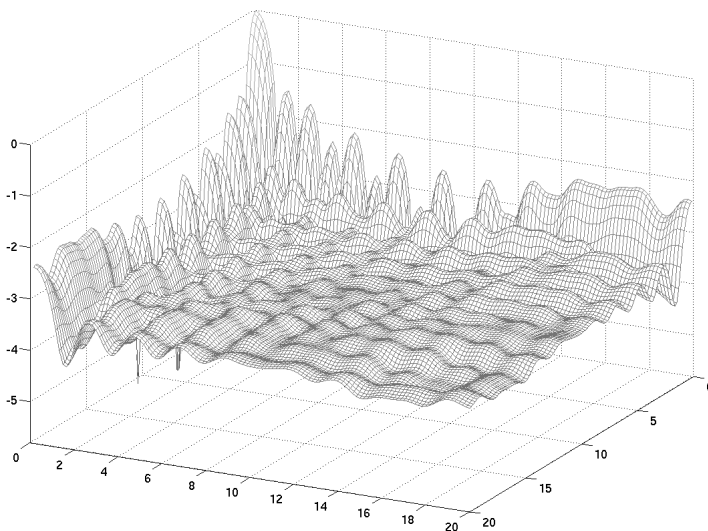


FIG. 1.13 – Quadrant de la PSF monochromatique de la fig.1.12, représenté à 3 dimensions. Echelles horizontales : distance au centre de la PSF en nombre de resels; échelle verticale : dynamique (rapport entre le niveau en un point et la valeur du maximum) affichée en puissances de 10. Les aigrettes, même à ce faible nombre de zones, concentrent l'énergie parasite; le rapport d'énergie entre le fond et les aigrettes va augmenter d'autant plus que le nombre de zones sera grand.

Les simulations numériques confirment qu'en augmentant le nombre de zones d'une grille, la PSF à l'ordre 1 se rapproche d'autant de la PSF d'une ouverture pleine carrée de même dimension. Sur la figure 1.14 sont représentées des coupes diagonales de PSF monochromatique de grilles de divers nombres de zones, en comparaison avec la coupe

suivant la diagonale d'une PSF d'une ouverture pleine (soit un sinus cardinal à la puissance 4).

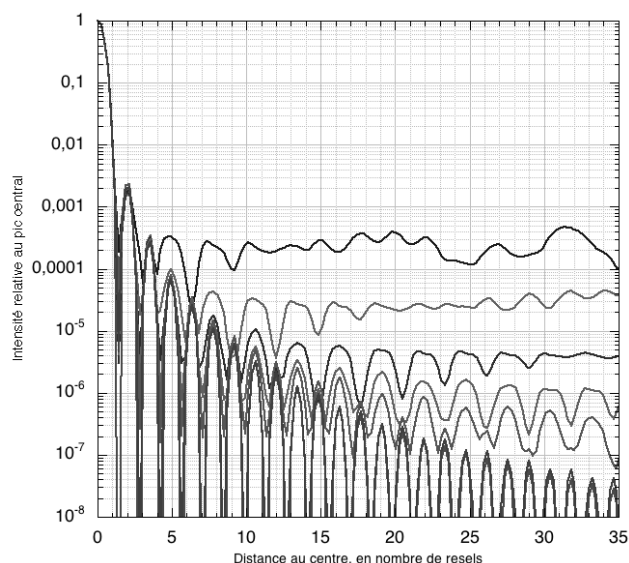


FIG. 1.14 – Comparaison des profils diagonaux de PSF monochromatiques en fonction du nombre de zones : de haut en bas, profils pour une lentille à 20, 60, 150, 300, 600 et 6000 zones, en comparaison au profil diagonal de la PSF d'une ouverture pleine.

Plus le nombre de zones d'une grille en jeu est élevé, plus sa PSF se rapproche de celle d'une ouverture pleine : **passer de 60 à 600 zones permet de gagner un facteur 100 sur la hauteur des rebonds secondaires lointains**. La résolution autorisée est elle systématiquement égale à  $\sqrt{2}$  resels (le  $\sqrt{2}$  provient du fait que les coupes présentées sont des coupes suivant les diagonales des PSF).

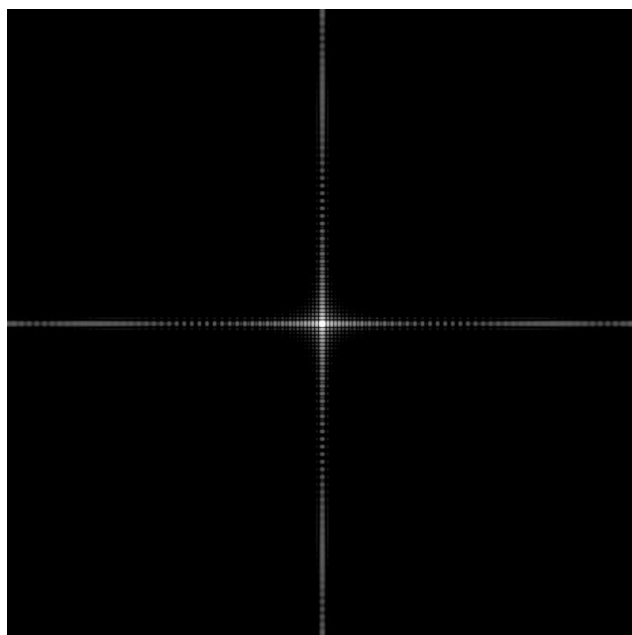


FIG. 1.15 – Image de la PSF monochromatique d'une grille possédant 300 zones. La dynamique d'affichage est la même que dans la fig.1.12, l'étendue en nombre de resels aussi. Les quadrants autour du pic central sont beaucoup moins lumineux que dans la fig.1.12, corrélant l'évolution de la dynamique avec le nombre de zones présentée sur la fig.1.14.

### 1.4.5 Mesures numériques d'intensités

Le logiciel de simulation que j'ai créé et utilisé pour illustrer la section 1.4.4 donne un taux de transmission, que je peux confronter au taux de transmission théorique obtenu à la section 1.3.2. L'objectif n'est pas de connaître une valeur au centième près du taux de transmission obtenu, mais d'obtenir un ordre de grandeur comparable entre la simulation et la théorie. En fonction de l'adéquation de cette comparaison, ma simulation va pouvoir apporter l'estimation d'une intensité non connue analytiquement pour l'heure : la quantité

de lumière présente dans les aigrettes de diffraction.

Pour effectuer la mesure de référence : le taux d'énergie dans le pic central de la PSF, j'ai pris, d'une part pour des raisons de capacité informatique et d'autre part pour des raisons d'intérêt pratique, les caractéristiques du prototype sol présenté en partie II, à savoir : une grille de 8cm de côté et 58 zones, donnant une distance focale à l'ordre 1 de 23m à 600 nm. L'étendue du champ image simulé est de 1m.

Le rapport issu de la simulation entre l'énergie concentrée dans les 4 resels centraux et l'énergie incident sur la grille est de 3.7%, ce taux de transmission montant à 4.0% en comptabilisant l'énergie sur les 16 resels centraux. La limite théorique pour une grille ayant un nombre de motifs infini étant comme démontré en section 1.3.2 de 4.1%, et le nombre de zones utilisées dans la simulation étant de seulement quelques dizaines, les simulations numériques confirment le taux maximal théorique. En ce qui concerne le taux d'énergie présent dans les aigrettes, il est mesuré dans la simulation à 2.9% pour chacune des quatre aigrettes.

Le fait d'utiliser une grille de "seulement" 58 zones pour ces calculs de taux de transmission s'explique par la limitation des capacités informatiques : pour une dimension de grille donnée, plus le nombre de zones sera élevé, plus la dimension linéaire du resel au plan image sera faible. En conséquence, pour une dimension constante du champ image, il y a nécessité d'augmenter le nombre de points le décrivant, ce nombre étant limité par la mémoire vive de l'ordinateur disponible.

Un autre apport de la simulation sera mis en évidence au chapitre 3 ; sans entrer ici dans les détails, la grille de Fresnel peut être apodisée en transmission, en diminuant progressivement du centre vers le bord la dimension des ouvertures par rapport à leurs dimensions maximales. Il en résulte d'une part le but recherché : une PSF de "meilleure qualité", le "meilleur" restant à définir, et d'autre part une conséquence : un moindre taux de transmission. Avec la simulation numérique, on pourra déterminer ce taux de transmission avant de construire la grille.

# Chapitre 2

## Tolérances de la grille de Fresnel

Un atout important du concept d'imageur de Fresnel est le fort relâchement des contraintes de fabrication autorisées sur la construction de l'optique principale : la grille de Fresnel. Un défaut des zones de la grille peut être dissocié en plusieurs composantes : un déplacement des zones dans le plan de la grille par rapport à leurs positions nominales (mesuré par un  $\Delta x$ ), un déplacement des zones hors du plan de la grille (mesuré par un  $\Delta z$ ), et une découpe non parfaite des ouvertures. Si dans le cas d'un miroir ou d'une lentille un défaut hors du plan a un impact sur la qualité du front d'onde plus important qu'un défaut dans le plan, il en va à l'inverse pour la grille de Fresnel.

### 2.1 Effet du déplacement d'une zone dans le plan de la grille

La qualité d'un front d'onde se donne avec au moins deux critères : une amplitude Pic à Vallée, et une amplitude RMS. L'amplitude P-V donne l'amplitude maximale des défauts du front d'onde obtenu par rapport au front d'onde idéal, et l'amplitude RMS donne l'écart-type de ces défauts. Pour de l'imagerie qui n'est pas haute dynamique, les amplitudes communément requises sont entre  $\frac{\lambda}{4}$  et  $\frac{\lambda}{10}$  P-V, et  $\frac{\lambda}{14}$  RMS. Ces valeurs sont les valeurs sur le front d'onde : mais il faut calculer quelles sont les qualités requises de l'optique utilisée qui permettent l'obtention de ces qualités sur le front d'onde.

#### 2.1.1 Mesure Pic à Vallée

La problématique est de savoir quel va être l'effet sur le front d'onde émergent d'un déplacement du motif dans le plan de la grille. Etant donné qu'une zone de dimension  $p_{k(x_0)}$  (eq.1.11) est ajustée pour une différence de marche des rayons vers le foyer de  $\lambda$  d'un bord à l'autre, la différence de marche induite par un déplacement du motif de  $\Delta x_0$  vaut :

$$\Delta ddm_{x_0} = \lambda \frac{\Delta x_0}{p_{k(x_0)}} \tag{2.1}$$

soit en utilisant le fait que la position  $x_0$  d'une zone est  $\frac{c}{2}\sqrt{\frac{k}{N}}$  (eq.1.10) et que la dimension d'une zone  $p_{k(x_0)}$  est  $\frac{c}{4\sqrt{k}\sqrt{N}}$  (eq.1.11) :

$$\Delta ddm_{x_0} = \Delta x_0 \frac{x_0}{f} \quad (2.2)$$

On voit ici apparaître le coefficient reliant l'amplitude  $\Delta x_0$  d'un défaut dans le plan de la pupille à sa conséquence sur le chemin optique des rayons émergents. Il vaut dans le cas de la grille de Fresnel  $\frac{x_0}{f}$ , soit au maximum  $10^{-3}$  pour les rapports d'ouverture que nous utiliserons. Dans le cas d'un miroir il vaudrait 2, et dans le cas d'une lentille il vaudrait  $(n-1)$ , avec  $n$  l'indice de réfraction. La conséquence d'un défaut de fabrication de la grille de Fresnel a donc une conséquence sur la qualité de front d'onde émergent très inférieure à celle d'une optique réfléchive ou réfractive : la tolérance de fabrication de la grille de Fresnel est très grande par rapport à une optique réfléchive ou réfractive.

Exemple numérique : pour une qualité de front d'onde P-V voulue de  $\frac{\lambda}{10}$  dans le visible à 500nm, la précision de surface requise d'un miroir sur toute sa surface est de  $\frac{\lambda}{20}$ , soit 25nm. La précision de positionnement des zones requise dans le cas d'une grille de 3m de côté et 300 motifs est de  $\frac{c}{4N} \frac{1}{10} = 250\text{microns}$  (eq.1.12) pour la plus petite zone, soit pour une même qualité P-V de front d'onde un facteur entre les deux précisions de 10 000.

Il faut de plus signaler que l'équation 2.1 donne un déphasage des ondes émergentes par rapport à une phase de référence, mais ne donne pas forcément directement une contrainte à respecter. Par exemple dans le cas d'un déplacement des zones qui serait la conséquence d'une dilatation homogène de la grille, alors la grille va changer de distance focale, mais la qualité de l'image au foyer ne va pas en être affectée. Au contraire, si la dilatation est inhomogène, par exemple si on peut considérer en première approximation que 3 des 4 quadrants de la grille sont de dimension nominale et que seul le quatrième quadrant est dilaté, entraînant un déplacement de ses zones, alors la qualité de l'image au foyer va être altérée, à la mesure de  $\Delta ddm_{x_0}$ .

## 2.1.2 Mesure RMS

Afin de donner un ordre de grandeur de l'effet du déplacement d'une zone sur la qualité RMS d'un front d'onde émergent d'une grille de Fresnel, je vais d'abord expliquer la méthodologie me permettant de passer d'une erreur P-V à une erreur RMS dans le cas d'un miroir classique, et l'adapter ensuite au cas de la grille de Fresnel.

### 2.1.2.1 Exposition de méthode : cas d'un miroir

Je considère une optique dont le plan moyen est nominal, et :

- $\frac{\lambda}{Q}$  sa qualité de front d'onde P-V ;
- $f(p)$  la fonction de probabilité de répartition des défauts sur l'optique : une fonction gaussienne tronquée comprise entre  $\pm\frac{1}{2}$ . En  $f(p) = \pm\frac{1}{2}$ , le défaut de l'optique implique une erreur sur le front d'onde de  $\pm\frac{1}{2}\frac{\lambda}{Q}$ . La valeur de l'écart RMS de cette fonction de répartition des défauts de l'optique traduit directement la régularité de réalisation de

l'optique (fig.2.1).

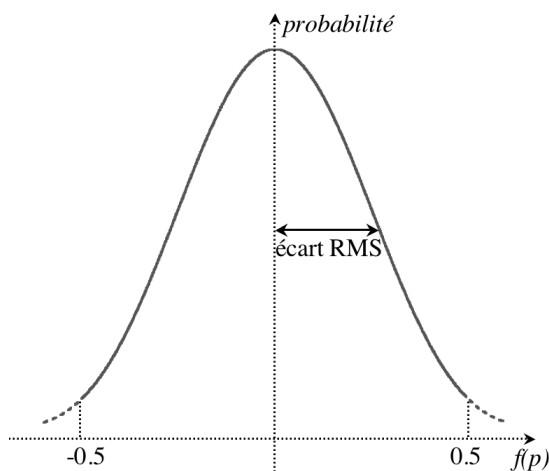


FIG. 2.1 – Une fonction de probabilité de répartition des défauts d'une optique peut être modélisée par une fonction gaussienne  $f(p)$  centrée en 0, tronquée de façon à donner sur le front d'onde une amplitude Pic à Vallée des défauts  $\frac{\lambda}{Q}$ . Le changement de convexité du profil donne l'écart RMS de ces défauts. Attention : cet écart RMS est bien celui des défauts sur l'optique, pas nécessairement celui des défauts sur le front d'onde

Si on considère que des défauts présents sur le centre de la pupille ont les mêmes effets sur la qualité de la PSF que des défauts présents sur les bords de la pupille, on peut écrire que chaque point du miroir dont la probabilité d'amplitude du défaut répond à la loi  $f(p)$  introduit un défaut sur le front d'onde valant :

$$erreur = f(p) \frac{\lambda}{Q} \quad (2.3)$$

L'erreur RMS sur la qualité du front d'onde émergent se calcule alors par :

$$\begin{aligned} erreur\ RMS &= \sqrt{\langle f^2(p) \frac{\lambda^2}{Q^2} \rangle} \\ &= \frac{\lambda}{Q} \sqrt{\langle f^2(p) \rangle} \end{aligned} \quad (2.4)$$

On retrouve que l'écart RMS des défauts de l'optique est l'écart RMS des défauts sur le front d'onde.

### 2.1.2.2 Application : cas de la grille de Fresnel

Je suppose à présent que cette fonction  $f(p)$  de répartition des défauts s'applique sur une grille de Fresnel. Si  $f(p) = \frac{1}{2}$ , l'erreur sur le front d'onde vaut à nouveau  $\pm \frac{1}{2} \frac{\lambda}{Q}$ . Mais dans le cas de la grille de Fresnel, l'effet d'un  $\Delta x$  sur la qualité de front d'onde sera d'autant plus faible que le motif est grand<sup>1</sup>. Or la dimension des motifs variant avec un facteur  $\sqrt{\frac{N}{k}}$  (cf eq.1.11), l'effet du déplacement sur la qualité du front d'onde varie elle avec un facteur  $\sqrt{\frac{k}{N}}$ . On peut écrire que chaque zone de la grille d'indice  $k$ , dont la probabilité d'amplitude du défaut répond à la loi  $f(p)$ , introduit un défaut sur le front d'onde valant :

<sup>1</sup>En fait, des cas plus favorables existent : si ce  $\Delta x$  est une incertitude sur la position de découpe des bords, il est effectivement constant à travers la grille; mais si ce  $\Delta x$  correspond à une dilatation de la grille, la référence restant l'axe optique, le  $\Delta x$  serait plus faible pour les motifs les plus centraux



$$erreur = f(p) \sqrt{\frac{k}{N} \frac{\lambda}{Q}} \quad (2.5)$$

Toutes les couronnes carrées associées à une zone de Fresnel d'indice  $k$  possédant une surface égale (fig.1.10, eq.1.13), l'erreur RMS sur la qualité du front d'onde émergent se calcule alors par :

$$erreur\ RMS = \sqrt{\langle f^2(p) \frac{k}{N} \frac{\lambda^2}{Q^2} \rangle}$$

$f(p)$  et  $k$  étant des variables indépendantes, on peut écrire

$$erreur\ RMS = \frac{\lambda}{Q} \sqrt{\langle f^2(p) \rangle \langle \frac{k}{N} \rangle}$$

En considérant  $N \gg 1$ , on calcule que  $\langle \frac{k}{N} \rangle \simeq \frac{1}{2}$ , et donc que :

$$erreur\ RMS = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\lambda}{Q} \sqrt{\langle f^2(p) \rangle} \quad (2.6)$$

L'écart RMS des défauts sur le front d'onde est  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  fois celui de l'écart RMS des défauts sur l'optique : une grille de Fresnel dont la qualité sur le front d'onde Pic à Vallée est la même que celle d'un miroir aura par conséquent a priori une qualité RMS meilleure d'un facteur  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

Un exemple de simulation numérique d'une déformation non homothétique peut être vu sur les figures 2.2 à 2.4 : soit une grille possédant 100 zones de Fresnel, déformée dans son plan en forme de parallélogramme, entraînant un décalage des zones les plus externes correspondant à  $\frac{1}{4}$  de leur période. L'aspect des PSF des grilles non déformée et déformée peut être vu sur les figs 2.2 et 2.3. La fig.2.4 présente la comparaison des coupes selon les diagonales des deux PSF : les rebonds secondaires sont un peu plus brillants dans le cas de la grille déformée, mais l'effet principal est l'affaiblissement de la valeur maximale du pic central, le pic s'élargissant (diminution de 23% de la valeur max). A noter en référence à la section 1.4.2 que lors de la simulation d'une grille en parallélogramme, la grille ne peut plus être séparée simplement selon  $x_0$  et  $y_0$ , elle nécessite une propagation de Fresnel en réelle deux dimensions.

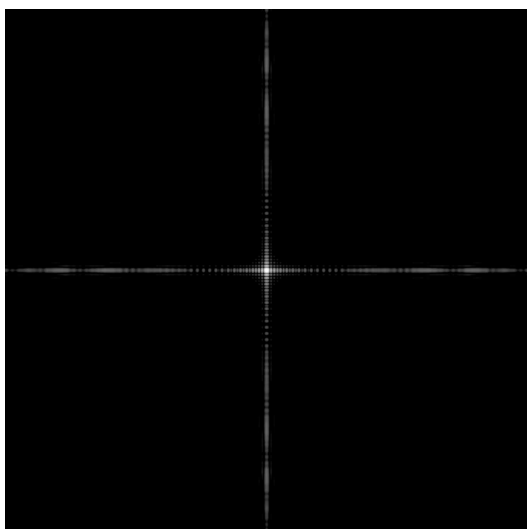


FIG. 2.2 – PSF monochromatique d'une grille à 100 zones non déformée, affichée en logarithme à base 10. Le champ représente 170x170 resels.

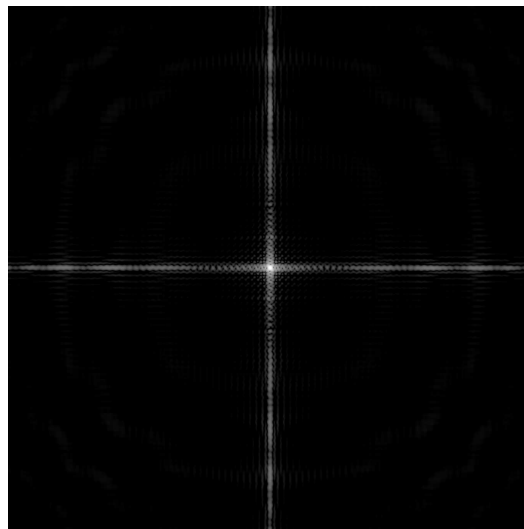


FIG. 2.3 – PSF monochromatique d'une grille à 100 zones déformée en parallélogramme, affichée en logarithme à base 10. La déformation correspond à un décalage des zones externes de  $\frac{p_{x0}}{4}$ . Le niveau de fond de l'image subit peu de conséquence, les principales perturbations se concentrent à proximité du pic central : cf fig.2.4.

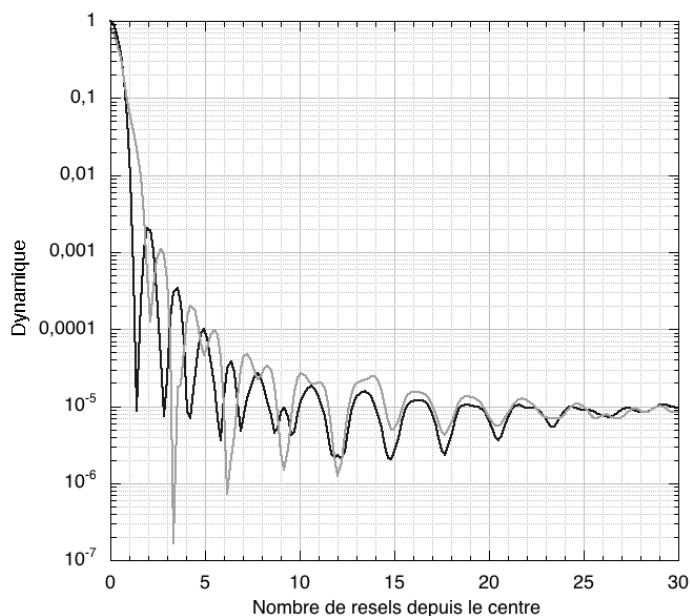


FIG. 2.4 – Comparaison sur les 50 resels centraux de la coupe sur la diagonale d'une PSF monochromatique formée par une grille à 100 zones sans défaut (profil foncé), et d'une PSF monochromatique de la même grille déformée en parallélogramme (profil clair). L'effet principal est une diminution du niveau du maximum de 23%, dû à un élargissement du pic central. La dynamique pour les rebonds lointains n'est que peu affectée.

## 2.2 Effet du déplacement d'une zone hors du plan de la grille

La conséquence sur la qualité du front d'onde émergent d'un déplacement d'une zone de la grille selon l'axe optique est également à quantifier. La différence de chemin optique au foyer induite par un déplacement d'une zone hors du plan de la grille vaut :

$$\begin{aligned}
 \Delta d m_z &= \sqrt{(f + \Delta z)^2 + x_0^2 + y_0^2} - \sqrt{f^2 + x_0^2 + y_0^2} - \Delta z \\
 &\simeq (f + \Delta z) \left( 1 + \frac{x_0^2 + y_0^2}{2(f + \Delta z)^2} \right) - f \left( 1 + \frac{x_0^2 + y_0^2}{2f^2} \right) - \Delta z \\
 &= f(x_0^2 + y_0^2) \left( \frac{1}{2(f + \Delta z)^2} - \frac{1}{2f^2} \right) + \Delta z \left( \frac{x_0^2 + y_0^2}{2(f + \Delta z)^2} \right) \\
 &\simeq f(x_0^2 + y_0^2) \left( -\frac{\Delta z}{f^3} \right) + \Delta z \left( \frac{x_0^2 + y_0^2}{2f^2} \right)
 \end{aligned}$$

soit

$$\Delta d m_z = -\Delta z \frac{x_0^2 + y_0^2}{2f^2} \tag{2.7}$$

Le coefficient affectant le front d'onde est ici typiquement de  $10^{-7}$  (en valeur absolue).

Ce coefficient mesure l'influence d'un déplacement des zones qui est purement selon l'axe optique. Mais en réalité, ce déplacement des zones selon l'axe optique sera très probablement couplé à un déplacement des zones selon le plan de la lentille. En effet, ce déplacement hors plan sera typiquement provoqué par un défaut d'attitude ou par un gondolage de la grille (en excluant ici les cas de déchirure potentielle). Le front d'onde incident ne "voyant" pas la grille elle-même mais la projection de celle-ci sur le plan perpendiculaire à la direction de propagation, c'est la position des zones projetées sur ce plan perpendiculaire qui limitera la qualité du front d'onde, avant d'arriver aux limites tolérées par ce coefficient de  $10^{-7}$ .

Il faut donc que la déformation de la grille hors de son plan (que ce soit une "déformation" par gondolage ou par attitude) n'entraîne pas un déplacement des zones dans le plan projeté de la grille par rapport à la position nominale supérieure au  $\Delta x$  toléré par l'équation 2.1. Concrètement, étant donné que la dimension de la zone la plus externe est de  $\frac{c}{4N}$ , pour obtenir une qualité de front d'onde émergent meilleure que  $\frac{\lambda}{Q}$  P-V, on va chercher à respecter :

$$\frac{1}{2}(c - c_p) \leq \frac{c}{4NQ} \tag{2.8}$$

$c$  étant le côté physique de la grille et  $c_p$  le côté projeté de la grille sur le plan perpendiculaire à la direction de propagation. Cette équation donne un budget global à respecter, et à répartir entre une tolérance en attitude et une tolérance en déformation de la grille. Exemple numérique : si l'on considère la même grille que dans la section 2.1 (3m de côté, 300 zones et une longueur d'onde d'observation de 500nm), non gondolée, alors sa tolérance d'attitude est de  $\pm 0.7$  degrés pour un  $Q$  de 20. Si à présent le plan moyen de la grille est considéré comme étant parfaitement dans le plan d'incidence prévu, et que

l'on considère une déformation de la grille en forme de V, l'amplitude de la déformation tolérable hors du plan est de 1.8cm.

## 2.3 Effet de défauts de découpe des bords des motifs

La grille étant un masque bloquant des zones de front d'onde dont la phase induirait une contribution destructive à l'interférence au foyer de l'ordre 1, si la découpe des bords des motifs est non parfaitement rectiligne, la grille va bloquer des éléments de front d'onde qui auraient dû passer ou au contraire en laisser passer qui auraient dû être bloqués.

L'effet d'un défaut de découpe d'amplitude  $\Delta x_0$  va avoir une conséquence sur le chemin optique au foyer similaire en formulation à l'eq.2.1 :

$$\Delta ddm = \lambda \frac{\Delta x_0}{p_k(x_0)} \quad (2.9)$$

A nouveau, pour un défaut de découpe d'amplitude  $\Delta x$  constante à travers la grille, la plus forte conséquence sur l'état du front d'onde émergent sera pour les ouvertures les plus externes, puisque les plus petites. Cela signifie que pour un front d'onde émergent dont la qualité P-V est de  $\frac{\lambda}{Q}$ , le front d'onde sera de qualité  $\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\lambda}{Q}$  RMS a priori meilleure pour une grille de Fresnel que pour une optique pleine (cf sec.2.1.2). De plus arrive un phénomène particulier à la grille de Fresnel : en présence de défauts de découpe de petite amplitude (inférieure à typiquement le dixième des ouvertures les plus externes), soit des éléments de front d'onde qui devaient être bloqués car interférant destructivement au foyer vont passer, soit des éléments de front d'onde qui devaient interférer constructivement au foyer vont être bloqués. Ainsi l'efficacité de transmission de la grille va diminuer du centre vers le bord, des défauts de découpe de même dimension du centre au bord ayant un effet plus important sur les ouvertures les plus externes. On va avoir un processus de légère apodisation qui va se mettre en place, dont les conséquences sur la PSF peut être vues sur la fig.2.5.

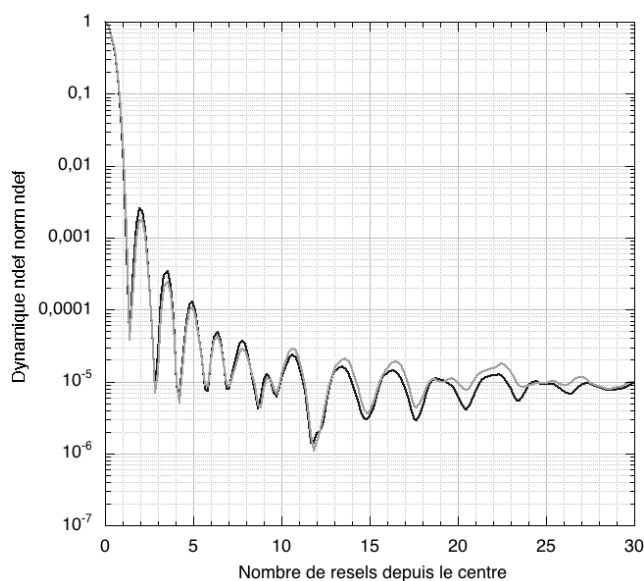


FIG. 2.5 – Comparaison sur les 30 resels centraux de coupes sur les diagonales d'une PSF monochromatique formée par une grille à 100 zones sans défaut (profil foncé), et d'une PSF monochromatique de la même grille possédant des défauts de découpe (profil clair). L'amplitude des défauts est constant à travers la grille, et représente  $\frac{1}{8}$  de la dimension des zones les plus externes.

Les deux courbes restent proches, la courbe de la grille perturbée ayant ses rebonds les plus centraux légèrement plus bas du fait du processus d'apodisation de la grille induit par les erreurs de découpe.



# Chapitre 3

## Apodisation de la grille de Fresnel

La disposition des ouvertures selon une géométrie orthogonale permet de mettre en contact tous les motifs opaques constituant la grille. Mais pour assurer la tenue mécanique de la grille, il est nécessaire que ces motifs se tiennent par plus qu'un simple contact coin à coin. Une réduction de la dimension de chacune des ouvertures est donc souhaitable.

D'autre part, un processus d'apodisation peut être appliqué à la grille : d'une façon générale, l'apodisation est un dispositif situé dans un plan pupille qui va diminuer l'intensité des rayons provenant du bord de la pupille par rapport à l'intensité des rayons provenant de son centre (en l'absence d'obstruction centrale). L'objectif est de diminuer la brutalité de la transition entre la fonction de transmission décrivant l'intérieur de la pupille et celle décrivant l'extérieur de la pupille. Ainsi la PSF engendrée possèdera des "pieds", des rebonds secondaires, faibles.

Une possibilité directe d'application de l'apodisation dans le cas de la grille de Fresnel est une diminution progressive depuis le centre de la grille vers son bord des dimensions des ouvertures par rapport à leurs dimensions maximales, permettant de plus d'assurer une tenue mécanique.

### 3.1 Formulation théorique de la modification de la dimension des ouvertures

Dans le chapitre 1, j'avais introduit une fonction  $h(x_0)$  : la fonction de transmission selon un des axes de la grille (eq.1.6). Cette fonction est une alternance de valeurs "0" et "1" :  $h(x_0) = 0$  si le motif est opaque en  $x_0$ , et  $h(x_0) = 1$  si le motif est ouvert. Cette fonction  $h(x_0)$  décrit en une dimension l'ensemble de la grille, depuis  $x_0 = -\frac{c}{2}$  jusqu'à  $x_0 = \frac{c}{2}$ . En raisonnant à présent en terme de zones de Fresnel et à deux dimensions, la grille est une succession de zones de Fresnel de dimensions variables, mais dont la transmission vaut toujours 1 : toutes les couronnes carrées associées à une zone de Fresnel d'indice  $k$  étant de même surface (eq.1.13), elles contribuent de façon égale à l'amplitude résultante au foyer.

L'objectif est d'appliquer une loi d'apodisation  $Apod(x_0, y_0)$  dont toutes les valeurs seront comprises entre 0 et 1 à la grille. Mais puisque la grille est un réseau binaire, la

fonction d'apodisation sera discrétisée par chacune des ouvertures. Ainsi, une ouverture repérée par les coordonnées  $(x_{0c}, y_{0c})$  de son centre possédera une transmission  $T(x_{0c}, y_{0c})$  valant :

$$T_{apo}(x_{0c}, y_{0c}) = T_{napo}(x_{0c}, y_{0c}) Apod(x_{0c}, y_{0c}) \quad (3.1)$$

$T_{napo}(x_{0c}, y_{0c})$  valant 1 pour tout  $(x_{0c}, y_{0c})$ .

Pour diminuer la transmission d'une ouverture, ses dimensions vont être diminuées, mais pas d'un simple facteur  $Apod(x_{0c}, y_{0c})$ . En effet, à l'intérieur même d'une ouverture, la contribution de chaque point à l'amplitude au foyer est fonction de sa position (fig.3.1) : plus la phase d'une onde provenant d'un point sera proche de celle de l'onde provenant du centre de l'ouverture, plus la contribution de ce point à l'intensité au foyer sera importante. A l'inverse, plus la phase d'une onde provenant d'un point en sera éloignée, plus sa contribution sera faible, voire résultera en une contribution destructive si le déphasage tend vers  $-\pi$  ou  $\pi$ . Il faut calculer quelle facteur de diminution des dimensions d'une ouverture est à associer à une apodisation de valeur  $Apod(x_{0c}, y_{0c})$ .

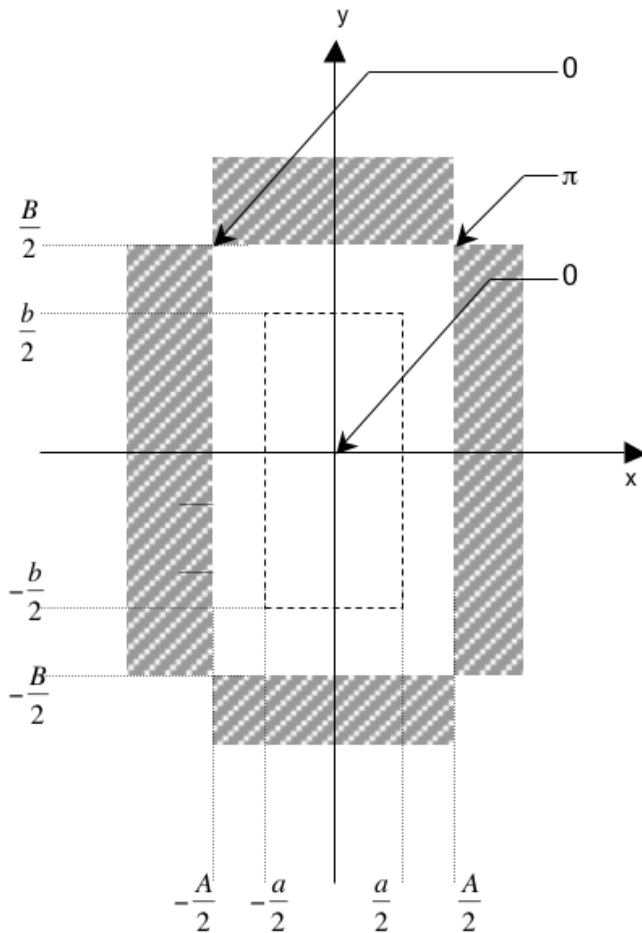


FIG. 3.1 – La phase d'une onde émergeant de l'ouverture est dépendante de la position de ce point. Par exemple, le déphasage d'une onde émergeant d'un point de coordonnées  $(\frac{A}{2}, \frac{B}{2})$  par rapport à la phase d'une onde émergeant du point central de l'ouverture vaut  $\pi$  si l'on se place au foyer de l'ordre 1 de la grille. De la même façon, le déphasage d'une onde émergeant d'un point de coordonnées  $(-\frac{A}{2}, \frac{B}{2})$  par rapport à la phase d'une onde émergeant du point central de l'ouverture vaut 0. Une ouverture apodisée avec des dimensions  $a$  et  $b$  permettra d'obtenir une transmission au foyer suivant la fonction d'apodisation voulue.

L'équation 1.21 nous avait permis d'écrire la contribution d'une ouverture au foyer de

l'ordre  $m$  ; je la rappelle ici :

$$\psi_m(\text{ouverture}) = A_0 \left[ \int_{x_{0c} - \frac{p_k(x_0)}{4}}^{x_{0c} + \frac{p_k(x_0)}{4}} e^{i2\pi \frac{mx_0}{p_k(x_0)}} dx_0 \right] \left[ \int_{y_{0c} - \frac{p_k(y_0)}{4}}^{y_{0c} + \frac{p_k(y_0)}{4}} e^{i2\pi \frac{my_0}{p_k(y_0)}} dy_0 \right] \quad (3.2)$$

$m$  étant l'ordre d'interférence, il vaudra dans le concept d'imageur de Fresnel 1. Je vais appeler  $A$  et  $B$  les dimensions **maximales** de l'ouverture :  $A \equiv \frac{p_k(x_{0c})}{2}$  et  $B \equiv \frac{p_k(y_{0c})}{2}$ , et  $a$  et  $b$  les dimensions de l'ouverture. Si l'ouverture n'est pas apodisée, on aura  $a = A$  et  $b = B$ . Je peux ainsi réécrire l'équation 3.2 :

$$\psi_m(\text{ouverture})(a, b) = A_0 \left[ \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} e^{i\pi m \frac{x_0}{A}} dx_0 \right] \left[ \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} e^{i\pi m \frac{y_0}{B}} dy_0 \right] \quad (3.3)$$

J'ai supprimé le terme de piston du à la phase de l'onde émergent du point central de l'ouverture, toutes les ondes émergeant des centres des différentes ouvertures étant cophasées. Après intégration, on obtient :

$$\psi_m(\text{ouverture})(a, b) = A_0 \frac{AB}{\pi^2 m^2} 4 \sin\left(\frac{\pi ma}{2A}\right) \sin\left(\frac{\pi mb}{2B}\right) \quad (3.4)$$

Par rapport à une ouverture dont le centre serait en  $(x_{0c}, y_{0c})$  et dont les dimensions seraient  $(A, B)$ , la contribution d'une ouverture dont les dimensions sont  $(a, b)$  vaut :

$$T_{apo}(x_{0c}, y_{0c}) = \frac{\psi_m(\text{ouverture})(a, b)}{\psi_m(\text{ouverture})(A, B)} = \sin\left(\frac{\pi ma}{2A}\right) \sin\left(\frac{\pi mb}{2B}\right) \quad (3.5)$$

En définissant  $\tau_x$  comme le rapport  $\frac{a}{A}$  et  $\tau_y$  le rapport  $\frac{b}{B}$  et en considérant que la contribution  $T_{apo}(x_{0c}, y_{0c})$  sera répartie entre une apodisation selon  $x_0 : T_{x_{0c}}$  et une apodisation selon  $y_0 : T_{y_{0c}}$ , on obtient à l'ordre  $m = 1$  pour une ouverture :

$$T_{apo}(x_{0c}, y_{0c}) = T_{x_{0c}} T_{y_{0c}} = \sin\left(\frac{\pi \tau_x x_{0c}}{2}\right) \sin\left(\frac{\pi \tau_y y_{0c}}{2}\right) \quad (3.6)$$

Ce qui va nous intéresser pour savoir comment construire la grille, c'est de connaître le coefficient de réduction de l'ouverture  $\tau_{x_{0c}}$  (resp.  $\tau_{y_{0c}}$ ) nécessaire à une contribution sur l'onde  $T_{x_{0c}}$  (resp.  $T_{y_{0c}}$ ), soit :

$$\tau_{x_{0c}} = \frac{2}{\pi} \arcsin T_{x_{0c}} \quad \text{et} \quad \tau_{y_{0c}} = \frac{2}{\pi} \arcsin T_{y_{0c}} \quad (3.7)$$

Dans la suite, nous considérerons que les fonctions d'apodisation appliquées selon  $x_0$  et  $y_0$  sont les mêmes, donc que l'on aura  $T_{x_{0c}} = T_{y_{0c}}$  et  $\tau_{x_{0c}} = \tau_{y_{0c}}$ . La grille sera ainsi inchangée par rotation autour de l'axe optique de  $\pm 90$  degrés, et la PSF au foyer le sera aussi. Papoulis en 1968 [32] a démontré que dans le cas d'une ouverture possédant une géométrie orthogonale, un déploiement orthogonal de la fonction d'apodisation était préférable à un déploiement circulaire.



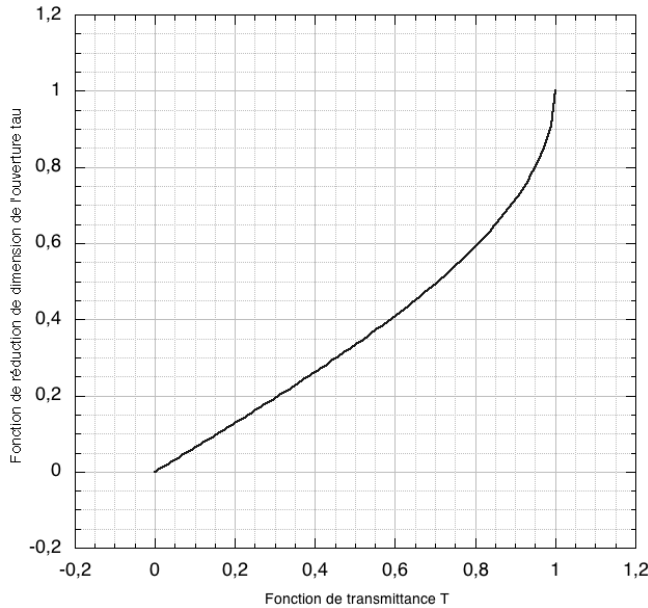


FIG. 3.2 – Le coefficient de réduction  $T$  désiré sur la contribution de l'ouverture au foyer se traduit par une diminution de la dimension de l'ouverture valant  $\tau$ , systématiquement inférieure à  $T$ .

## 3.2 L'apodisation prolate : apodisation optimale ?

### 3.2.1 Principe d'obtention de la fonction prolate

La question que l'on peut se poser est de savoir quelle est la fonction d'apodisation optimale à appliquer selon  $x_0$  et  $y_0$ , l'apodisation optimale  $T_{opt}$  étant considérée comme étant celle autorisant le contraste maximum entre la hauteur du pic central et les hauteurs des pics secondaires. Autrement dit, la PSF de cette fonction d'apodisation optimale devra avoir le minimum d'énergie hors du pic central. Ce problème avait été étudié dans le contexte des radars et des communications par Slepian et Pollack au début des années 60 [39], mis en forme pour l'optique par Papoulis à la fin de cette même décennie [32], et appliqué à l'apodisation d'ouvertures pleines rectangulaires par Aime, Soummer et Ferrari en 2002 [1]. A une dimension, la fonction d'apodisation optimale  $T_{opt}$  doit répondre à l'équation suivante :

$$\alpha T_{opt}(x) = \int T_{opt}(u) w(u) a(x-u) du \quad (3.8)$$

$\alpha$  est un simple facteur numérique, et  $w$  et  $a$  sont des fonctions décrivant la variable  $x$ . Cette équation peut se réécrire :

$$\alpha T_{opt}(x) = (T_{opt}w)(x) * a(x) \quad (3.9)$$

$$TF(\alpha T_{opt}(x)) = TF((T_{opt}w)(x)) TF(a(x)) \quad (3.10)$$

Que signifie cette équation ? Soit  $x$  la variable selon le plan image. D'après 3.9,  $w$  est une fonction qui va limiter dans le plan de  $x$  l'étendue de la fonction  $T(x)$ , autrement dit va donner une dimension finie à la PSF.  $TF(a(x))$  va quant à elle, d'après 3.10, limiter dans le plan conjugué à  $x$  l'étendue de la transformée de Fourier de  $\alpha T(x)$ , autrement dit

elle va être la dimension finie de la pupille, la fonction mathématique reliant un plan pupille à un plan image étant une transformée de Fourier. Au final, on recherche une fonction propre  $T_{opt}$  à support fini, qui sera par sa transformée de Fourier similaire à elle-même. La pupille étant de dimension finie, on demande que sa transformée de Fourier soit aussi à support fini. Ce n'est pas envisageable strictement, étant en présence de deux variables conjuguées par une transformée de Fourier. La solution sera approchée : une fonction donnant le minimum de fuites de lumière hors du pic central.

Cette fonction, dite prolate, peut se calculer par un algorithme de type Gerchberg-Saxton (voir Gerchberg et Saxton 1972 [15], Gonsalves et Nisenson 2003 [17]). Le principe est de partir d'une fonction de transmission de la pupille  $T$  quelconque, par exemple une fonction créneau. On en fait la  $TF$ , dont le module carré serait la PSF associée. En tronquant le résultat à quelques resels du pic central (le "quelques" étant typiquement entre 2 et 4), on élimine les rebonds secondaires. En effectuant une  $TF^{-1}$ , on obtient la pupille dont la PSF serait celle recherchée. Mais cette pupille obtenue étant d'extension infinie, il nous faut la tronquer à la dimension de notre pupille réelle. On a ainsi accompli une itération de l'algorithme. En reprenant le cycle ( $TF$  - troncature à quelques resels -  $TF^{-1}$  - troncature à la dimension de la pupille), les solutions émergentes sont la fonction propre et valeur propre répondant à l'équation 3.8. Ce cycle est repris à la figure 3.3.

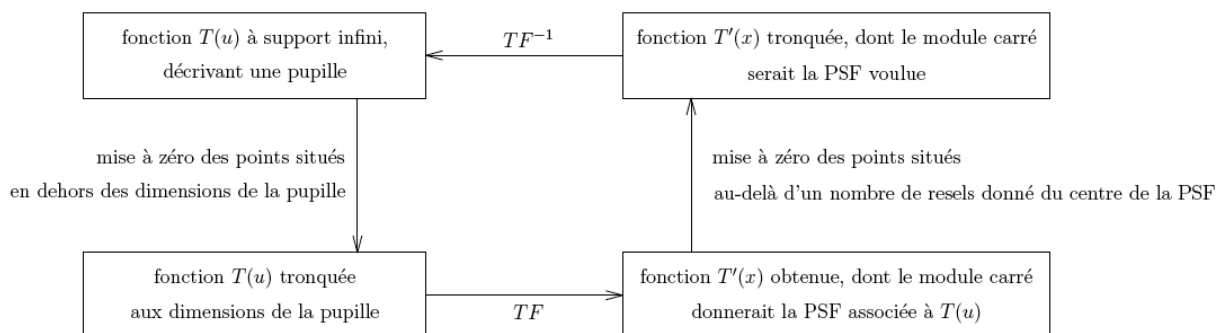


FIG. 3.3 – Une fonction quelconque décrivant la transmission  $T$  de la pupille, de dimension limitée, permet d'initialiser l'algorithme (cadre haut gauche). Cette fonction est tronquée aux dimensions de la pupille (cadre bas gauche). La  $TF$  permettrait d'obtenir la PSF de cette fonction de transmission (cadre bas droit). En mettant les valeurs du résultat de cette  $TF$  hors une certaine proportion du pic central de la PSF à 0, on limite spatialement la PSF que l'on obtiendrait (cadre haut droit). Une  $TF^{-1}$  permet le calcul de la pupille qu'il aurait fallu pour obtenir cette PSF tronquée. On peut alors limiter à nouveau la dimension de la pupille, et réitérer l'algorithme.

La sortie d'algorithme peut se déterminer par calcul du niveau de contraste entre le pic central et la hauteur des pics secondaires : si ce niveau est considéré comme suffisant (c.à.d. si le contraste atteint est stabilisé, et/ou si on sait que les contraintes requises de qualité du front d'onde seront de toute façon à ce niveau-là les facteurs déterminants), l'itération de l'algorithme peut être stoppée. La fonction propre émergente est la fonction qui nous intéresse, à savoir la fonction prolate.

### 3.2.2 Calculs de fonctions d'apodisation prolata

La limitation de l'extension spatiale dans le plan pupille résulte de la dimension finie de cette pupille. Dans le plan image, la troncature peut s'effectuer pour différents nombres de resels centraux. Papoulis en 1968 [32] a démontré que la 'meilleure' concentration se faisait pour une troncature de la PSF s'effectuant à 2.2 resels du centre du pic principal. J'ai appliqué mon algorithme expliqué fig.3.3 en utilisant des troncatures de la zone centrale à 2.2 et 3.5 resels du centre. Les profils d'apodisation obtenus se trouvent sur la fig.3.4. En appliquant ces profils selon les axes  $x_0$  et  $y_0$  d'une ouverture pleine carrée, on obtient des PSF dont les coupes selon les diagonales peuvent être vues sur la fig.3.5. Les contrastes permis sont très élevés, typiquement de  $10^{-10}$  à  $10^{-12}$ . De tels contrastes ne sont pour l'heure pas envisageables avec une grille de Fresnel comme je vais l'expliquer dans la suite, mais sont ici pour démontrer la validité de l'algorithme de Gerchberg-Saxton que j'ai mis en place. Les profils obtenus sont décrits par plusieurs dizaines de milliers de points. Les transmissions d'ouvertures pleines carrées affectées de ces profils est de  $\approx 25\%$ .

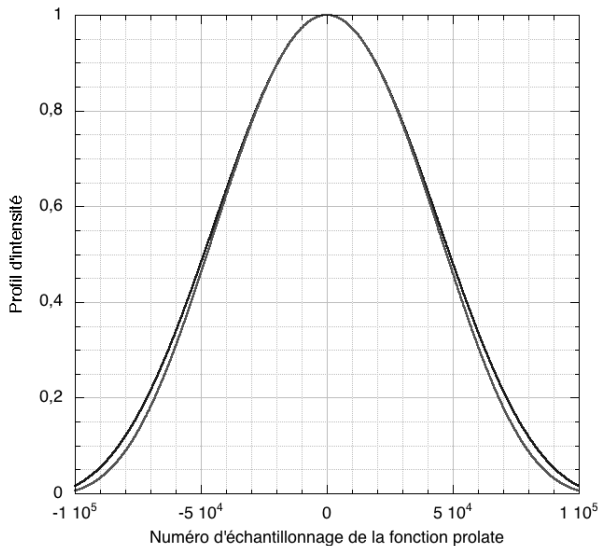


FIG. 3.4 – Deux profils à 1 dimension de fonctions prolata sont représentés ici : un profil maximisant l'énergie dans une zone limitée par une distance au centre du pic principal de la PSF de 2.2 resels (profil haut), et un deuxième dont la PSF maximise l'énergie dans une zone dont la distance au centre du pic principal est inférieure à 3.5 resels. Les deux fonctions ont des formes proches d'une fonction Gaussienne tronquée.

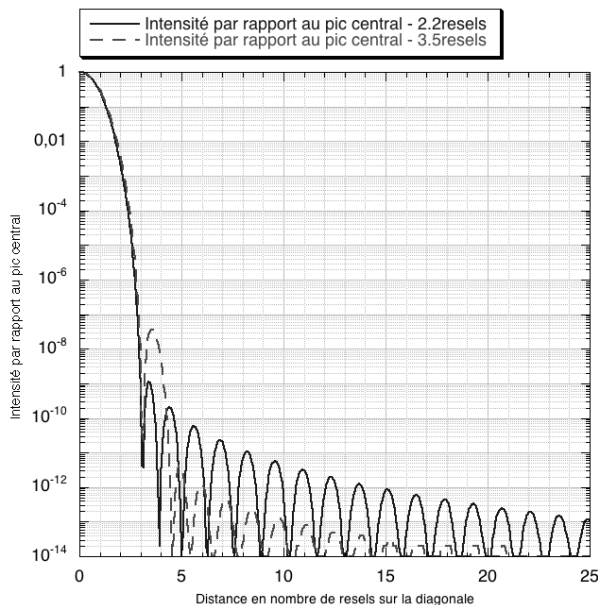


FIG. 3.5 – Coupes selon une diagonale de PSF obtenues par l'application d'apodisations prolata sur une ouverture pleine carrée. La dynamique autorisée est de  $10^{-9}$  dès la sortie du pic principal pour la fonction prolata concentrant l'énergie dans une distance au centre de la PSF inférieure à 2.2 resels. Pour les rebonds plus lointains, la dynamique est plus élevée si la fonction d'apodisation prolata choisie est celle concentrant l'énergie dans une distance au centre de la PSF inférieure à 3.5 resels. Le choix de l'un ou de l'autre fonction se ferait en fonction du besoin de s'approcher (très) près ou non du centre du pic principal.

### 3.3 Performances de l'apodisation au foyer de l'ordre 1

Dans les chapitres suivants, je vais montrer que le concept de Fresnel a besoin pour fonctionner d'une optique de reprise placée près du foyer image. Les résultats que je vais présenter ici sont des résultats sur des PSF au foyer primaire de la grille, pour des images monochromatiques, sans optique de reprise et donc sans masquage de l'ordre 0. Leur intérêt, en plus d'avoir été chronologiquement les premiers points de repère sur les performances atteignables par un concept de grille de Fresnel (Koechlin, Serre et Duchon 2005 [25]), reste multiple. En effet, un montage optique associé à ces simulations ne met pas en jeu de masque supplémentaire notamment, dont la position devrait être contrôlée. "La meilleure optique, c'est quand y'en a pas" © Antoine Labeyrie?. De plus, même en présence d'un masque d'ordre 0 dans le montage, ce masque étant a priori de dimension réduite, les sources "assez" hors axe ne bénéficieront pas de ce masque d'ordre 0 (le "assez" étant fonction de la dimension physique de ce masque), donc la dynamique atteignable par ces sources hors axe sera limitée par les performances possibles au foyer primaire.

#### 3.3.1 Lois d'apodisation évaluées

Je vais principalement montrer les résultats de grilles apodisées par trois lois différentes (eq.3.1) :

- pas d'apodisation :

$$T_{napo}(x_0, y_0) = 1 \quad \forall x_0, y_0 \quad (3.11)$$

- apodisation avec une fonction prolate :

$$T_{pro}(x_0, y_0) = T_{napo}(x_0, y_0) \text{prolate}_{x_0} \text{prolate}_{y_0} \quad (3.12)$$

$\text{prolate}_{x_0, y_0}$  étant la fonction prolate concentrant l'énergie dans les  $2 \times 2.2$  resels centraux d'une PSF ;

- apodisation avec une fonction trigonométrique à base de  $\cos^2$  tronqué, avec des valeurs de troncage du  $\cos^2$  haute  $t_M$  et basse  $t_m$  :

$$T_{trig}(x_0, y_0) = T_{napo}(x_0, y_0) \left[ \sin\left(\frac{\pi}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} T_{part}(x_0)\right)\right) \right] \left[ \sin\left(\frac{\pi}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} T_{part}(y_0)\right)\right) \right] \quad (3.13)$$

avec :

$$T_{part}(x_0) = \cos^2 \left[ \frac{2x_0}{c} (t_{Mc} - t_{mc}) + t_{mc} \right]$$

valeur haute de troncage corrigée  $t_{Mc} = \arccos \sqrt{t_M}$

valeur basse de troncage corrigée  $t_{mc} = \arccos \sqrt{t_m}$

$T_{part}(x_0)$ , malgré son aspect peu engageant, exprime simplement une valeur de transmission suivant une loi en  $\cos^2$  depuis le centre de la grille vers son bord, et dont les bornes

sont comprises entre  $t_m$  et  $t_M$  ( $t_m$  et  $t_M \in [0, 1[$ ). L'effet des sinus de l'équation 3.13 est de relever la transmission par rapport à une simple fonction en  $\cos^2$  : l'objectif est d'augmenter le taux de transmission et d'obtenir une meilleure résolution angulaire, tout en conservant un effet d'apodisation. Cette fonction  $T_{trig}$  permet d'effectuer une apodisation de la grille permettant une dynamique de la PSF améliorée par rapport à une grille non apodisée, tout en autorisant la conservation d'un taux de transmission supérieur à celui qui sera obtenu avec une apodisation prolatae.

### 3.3.2 Taux de transmission

Le taux de transmission de ces apodisations est calculé par simulation numérique, d'une façon similaire à celle expliquée dans la section 1.4.5. Les résultats sont exposés sur le tableau 3.1.

Profil d'apodisation : $T : t_M \rightarrow t_m$	quantité d'énergie dans le pic central de la PSF par rapport à une grille non apodisée	proportion de la grille occupée par les ouvertures
$T_{napo} : 1 \rightarrow 1$	1	0.50
$T_{trig} : 0.8 \rightarrow 0.8$	0.99	0.45
$T_{trig} : 1 \rightarrow 0.1$	0.64	0.28
$T_{pro}$	0.17	0.15

TAB. 3.1 – Comparaison des effets de différentes apodisations sur le taux de transmission d'énergie dans le pic central de la PSF au foyer de l'ordre 1. Le  $T$  indiqué dans la colonne de gauche est le  $T$  appliqué d'une part selon  $x : T_x$ , et d'autre part selon  $y : T_y$ .  $T(x, y)$  vaut  $T_x T_y$ . La surface de la grille occupée par des ouvertures est donnée pour information.

Une apodisation  $T_{trig}$  avec une évolution de  $t_M$  à  $t_m$  de 1 à 0.1 permet de conserver un taux de transmission 4 fois supérieur à celui d'une fonction prolatae.

### 3.3.3 Evolution de PSF en fonction des lois d'apodisation évaluées

Les PSF présentées sont des PSF obtenues en simulant une grille possédant  $N = 300$  zones de Fresnel, avec les apodisations indiquées dans le tableau 3.1. Les profils de PSF sont visibles sur les figs.3.6 et 3.7.

Je rappelle à ce niveau que les courbes présentées dans cette section sont des courbes au foyer de l'ordre 1 de la grille de Fresnel, avec tous les ordres d'interférence de la grille présents, y compris l'ordre 0. Or les niveaux de contrastes atteints sont déjà relativement élevés, sans adjonction d'optique ou de masque.

Les figures 3.8 et 3.9 présentent à 3 dimensions les quadrants de PSF d'une grille possédant 300 zones, apodisée pour la première avec la fonction prolatae et pour la seconde avec l'apodisation  $T_{trig}$  (avec  $t_M = 1$  et  $t_m = 0.1$ ).

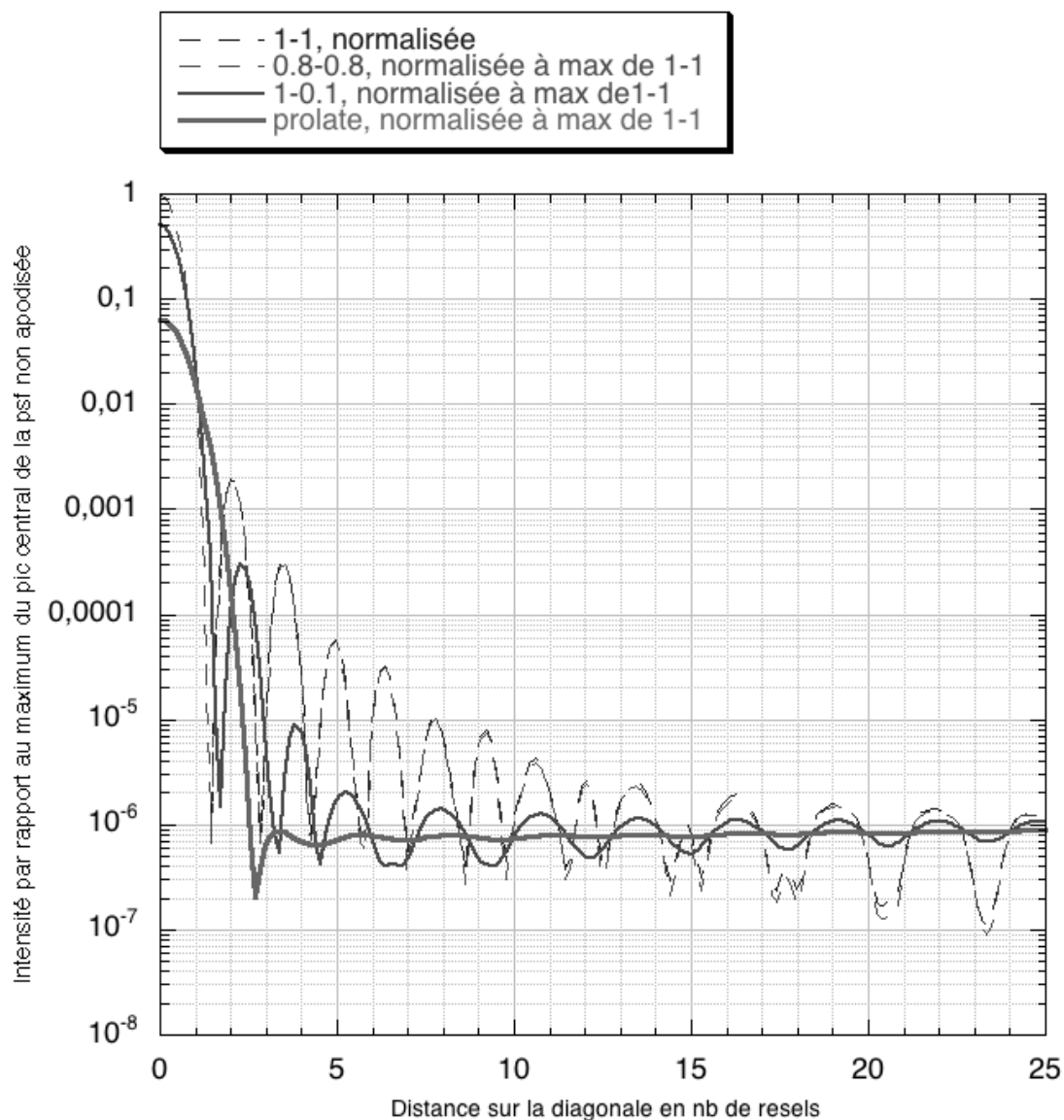


FIG. 3.6 – Une grille possédant 300 zones de Fresnel a été simulée avec 4 types d'apodisation. Les coupes selon les diagonales des PSF résultantes sont représentées ici. En les repérant au niveau d'une distance de 5 resels du centre, elles correspondent de la courbe haute à la basse :

- à une grille non apodisée (trait discontinu fin) ;
- une grille apodisée avec une fonction  $T_{trig}$  dont l'évolution est régie par les valeurs  $t_M = 0.8$  et  $t_m = 0.8$  (trait discontinu fin quasi confondu avec le précédent) ;
- une grille apodisée avec une fonction  $T_{trig}$  dont l'évolution est régie par les valeurs  $t_M = 1$  à  $t_m = 0.1$  (trait continu) ;
- une grille apodisée avec une fonction prolate (trait continu épais).

Les deux premiers profils de PSF sont quasiment confondus. La PSF obtenue par apodisation  $T_{trig}(1 \rightarrow 0.1)$  autorise un niveau des pics secondaires bien plus bas que pour les grilles précédentes (facteur typiquement 10 entre 3 et 10 resels du centre). La fonction prolate permet d'obtenir un niveau d'intensité résiduelle par rapport au maximum de la PSF non apodisée meilleur que  $10^{-6}$  dès 3 resels du centre, la quantité d'énergie hors du pic central est donc la plus faible.

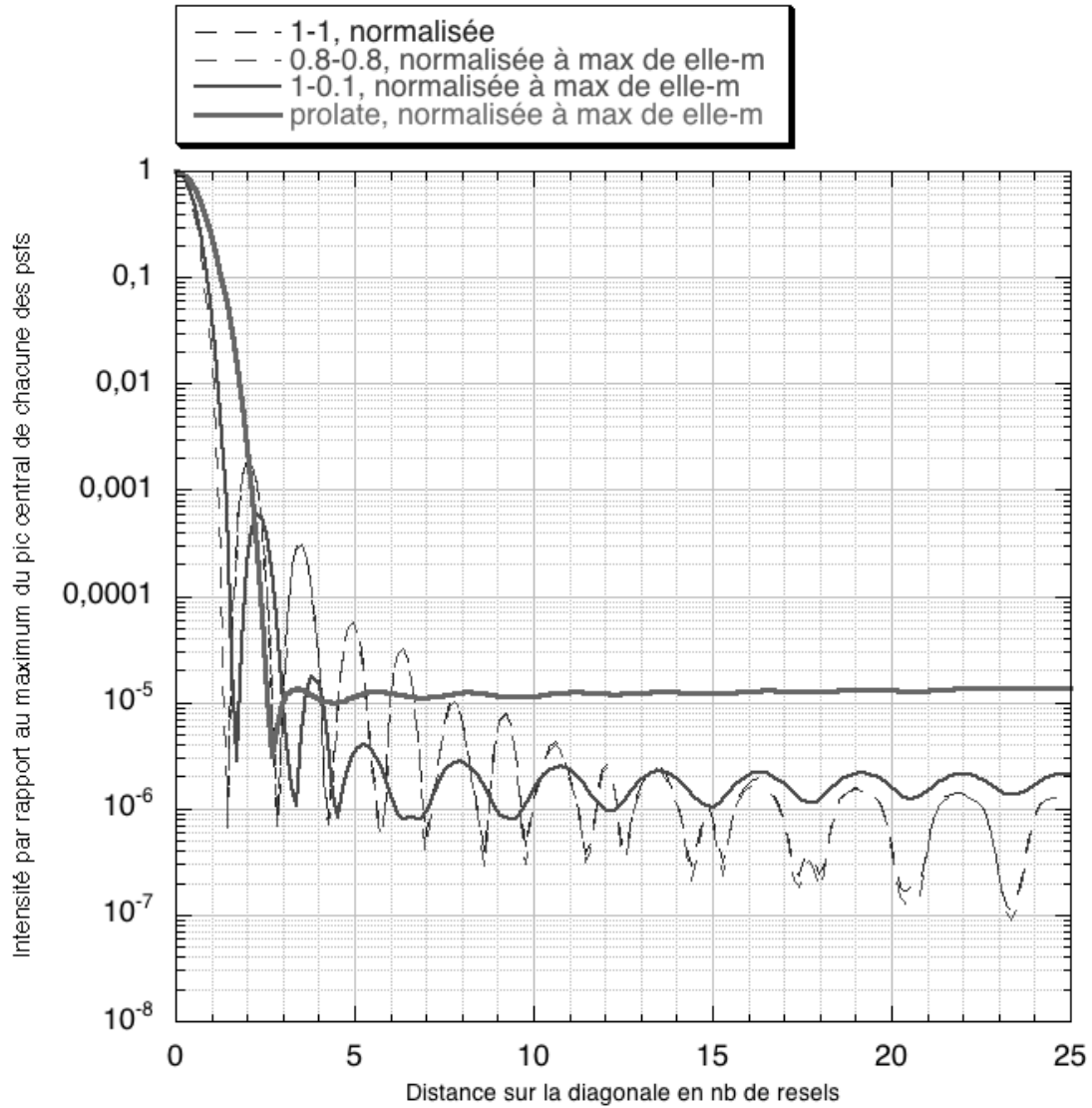


FIG. 3.7 – Les 4 profils de diagonales de PSF représentés ici sont les mêmes que dans la fig.3.6. La différence est dans la façon d'afficher : ici la normalisation se fait par rapport au maximum du pic central de chacune des PSF. Autrement dit, sur la figure précédente étaient comparées des quantités d'énergie alors que sur celle-ci sont comparées des contrastes au pic central.

On peut ainsi se rendre compte que la grille apodisée par  $T_{trig}(1 \rightarrow 0.1)$  est toujours intéressante en terme de contraste à proche distance du pic central grâce à son taux de transmission "élevé". En revanche, l'apodisation prolate diminuant fortement le taux de transmission autorise au final un contraste moins important.

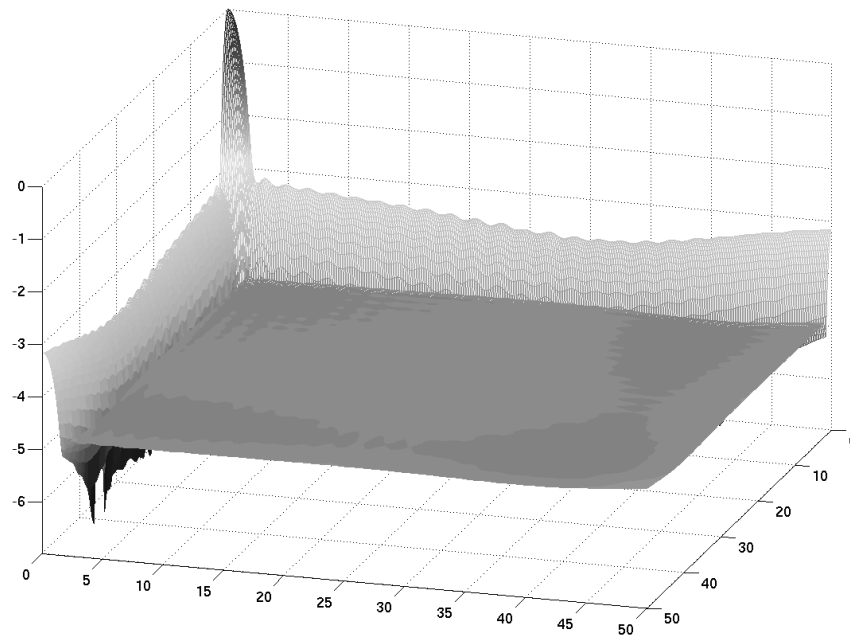


FIG. 3.8 – Ce quadrant de PSF est celui correspondant à une grille de 300 zones, apodisée par une fonction prolate. Il est affiché en échelle logarithmique, sur les 50 resels les plus proches du pic central. L'apodisation prolate permet d'obtenir un plateau de niveau presque uniforme, sans rebond parasite de forte amplitude. Ce niveau est d'environ  $10^{-5}$  par rapport au pic central.

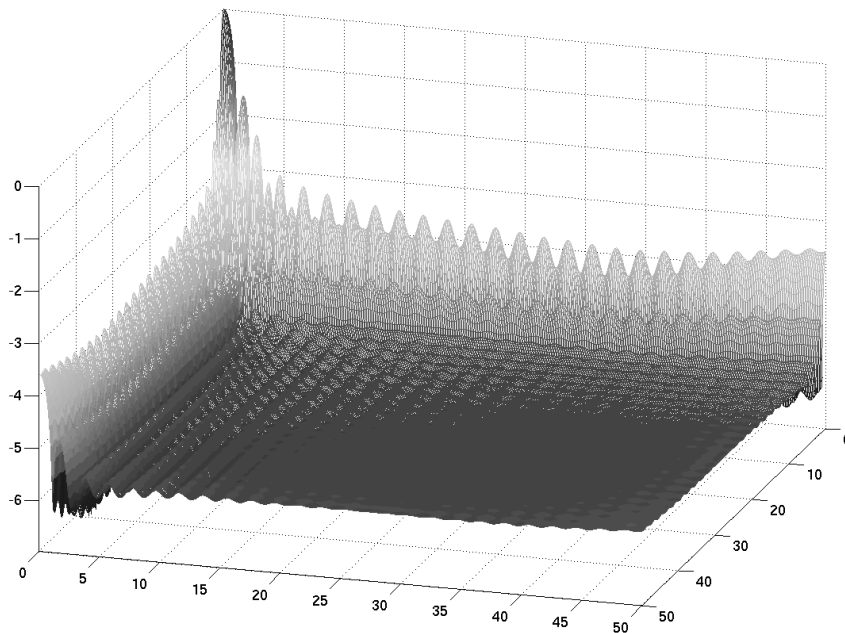


FIG. 3.9 – Ce quadrant de PSF est celui correspondant à une grille de 300 zones, apodisée par une fonction  $T_{trig}$  ( $t_M = 1$  et  $t_m = 0.1$ ). Il est affiché en échelle logarithmique, sur les 50 resels les plus proches du pic central. Des rebonds parasites sont visibles, absents dans la PSF 3D de l'apodisation prolate (fig.3.8). La majorité du champ image possède en revanche un contraste au pic central plus élevé, étant en moyenne à quelques  $10^{-6}$ .



### 3.3.4 Influence du nombre de zones de Fresnel

Le contraste atteint par une apodisation donnée en fonction du nombre de zones de Fresnel constituant la grille est présenté en fig.3.10, dans le cas de l'apodisation prolate.

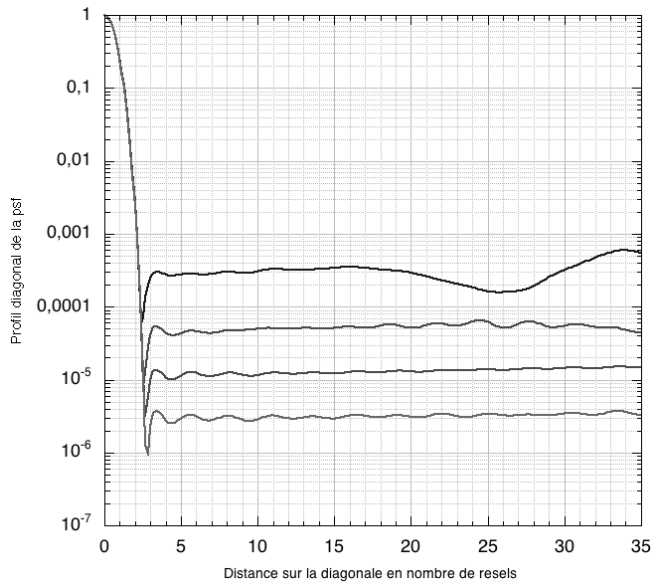


FIG. 3.10 – Comparaison des profils diagonaux de PSF monochromatiques en fonction du nombre de zones de Fresnel : de haut en bas, profils pour une lentille à 60, 150, 300 et 600 zones, ces PSF étant toutes obtenues par des grilles apodisées par une fonction prolate. Plus le nombre de zones en jeu est élevé, plus le contraste entre le niveau de fond et le maximum du pic central est élevé : **gain d'un facteur 100 en augmentant le nombre de zones d'un facteur 10**, soit la même progression que donnée à la fig.1.14 dans le cas des grilles non apodisées.

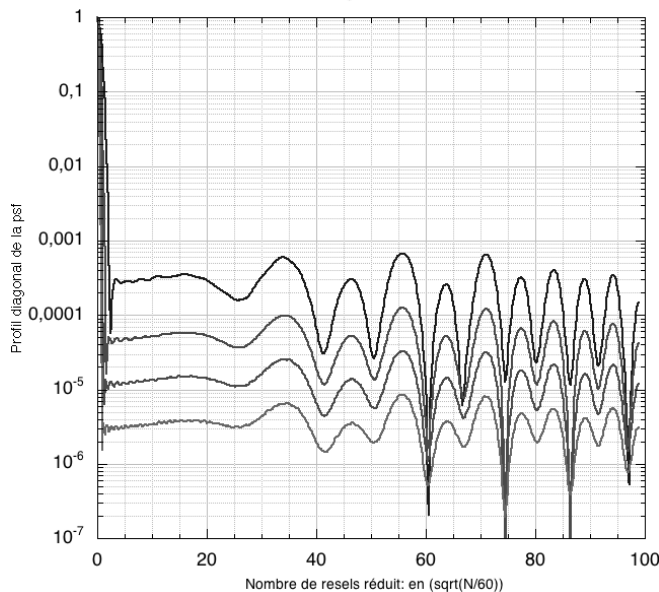


FIG. 3.11 – Les profils diagonaux de PSF sont les mêmes que ceux de la figure 3.10, mais sont affichés ici en fonction d'un nombre de resels dit réduit (eq.3.14). La valeur  $N_{ref}$  est ici prise à 60. Dans ce repère, les évolutions globales de la PSF sont indépendantes du nombre de zones en jeu.

La figure 3.11 présente les profils de PSF de la fig.3.10, mais en fonction d'une distance au centre de l'image en nombre de resels dits réduits : il permet de constater que dans ce type particulier de repère, la forme de la PSF reste constante avec l'augmentation du nombre de zones. Je définis ce "nombre de resels réduit" :

$$n_{réduit}(N) = n_{réel}(N) \sqrt{\frac{N}{N_{ref}}} \quad (3.14)$$

$n_{réel}$  est la distance à l'axe optique en nombre de resels.  $N_{ref}$  est le nombre de zones de Fresnel d'une grille de référence. Cette définition mathématique a un sens : un nombre de resel réduit donné correspond à une distance du resel au centre de la grille donnée.

Ainsi, dans le cas d'une grille à  $N_{ref}$  zones, un point situé à  $n$  resels du centre de la PSF possède le même chemin optique au centre de la grille qu'un point situé à  $n \sqrt{\frac{N_{ref}}{N}}$  resels du centre de la PSF d'une grille à  $N$  zones.

### 3.3.5 Influence des valeurs de bords de la fonction d'apodisation

Une fonction comme la fonction  $T_{trig}$  peut comme expliqué à la section 3.3 utiliser des valeurs  $t_M$  et  $t_m$  diverses. Une étude intéressante consiste à mesurer l'influence de ces valeurs sur des paramètres caractéristiques de la PSF : moyenne et médiane. J'ai réalisé cette étude, et les résultats synthétisés sont présentés dans les figs.3.12 à 3.14.

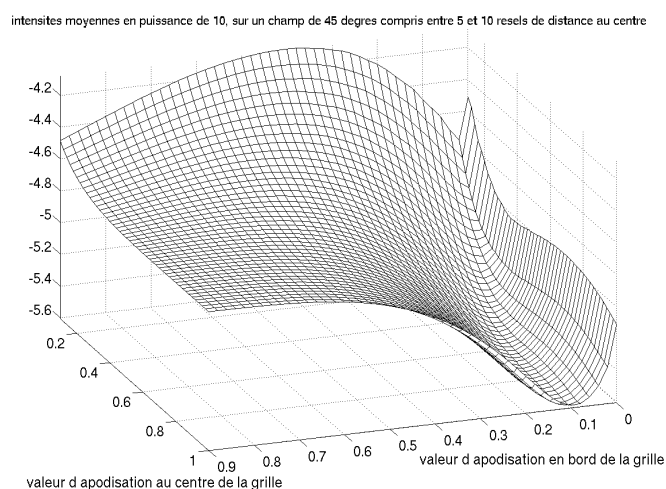


FIG. 3.12 – Evolution, représentée en puissance de 10, du niveau moyen d'un champ de 45 degrés d'extension angulaire, situé entre 5 et 10 resels du centre. Ce niveau moyen est normé par rapport au maximum du pic central. Les axes horizontaux présentent des valeurs de troncage  $t_M$  variant de 1 à 0.1 et des valeurs de troncage  $t_m$  variant de 0.9 à 0, la fonction d'apodisation employée étant la fonction  $T_{trig}$  de l'éq.3.13. Une apodisation de  $t_M = 1$  et  $t_m = 0.1$  permet pour cette extension de champ d'obtenir les contrastes les plus élevés, les grilles peu apodisées (avec un  $t_M = 1$  et un  $t_m$  proche de 1) étant un facteur presque 10 au-dessus.

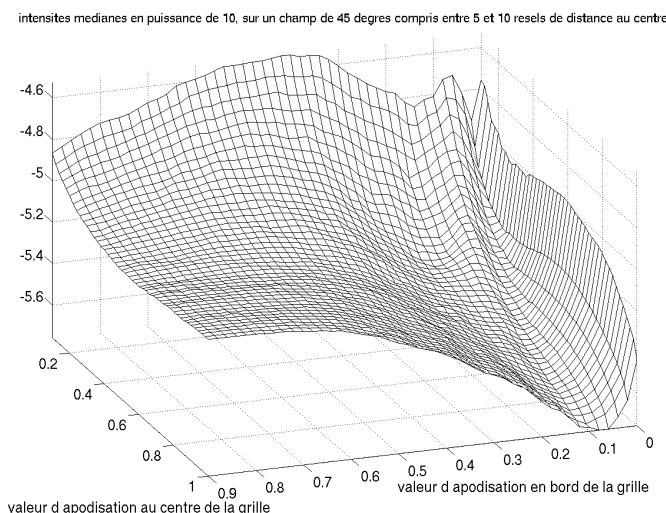


FIG. 3.13 – La définition des axes verticaux et horizontaux est la même que dans la fig.3.12. La fonction d'apodisation évaluée est aussi la même, tout comme l'étendue du champ d'évaluation. En revanche est pris ici comme paramètre de comparaison non plus la moyenne mais la médiane à l'intérieur de ce champ. L'évolution de cette médiane se calque sur celle de la moyenne, indiquant que la répartition des intensités des points de mesure du champ pour chacune des apodisations est homogène : les écarts de profil d'une courbe à l'autre peuvent indiquer qu'il existe une ou des zones du champ de mesure concentrant plus l'énergie et faisant varier l'évolution de la moyenne et de la médiane. Ces variations restent faibles.

En fonction de la distance au centre de la PSF à laquelle sera recherchée la "haute" dynamique, la grille peut être apodisée plus ou moins fortement, sachant qu'une grille

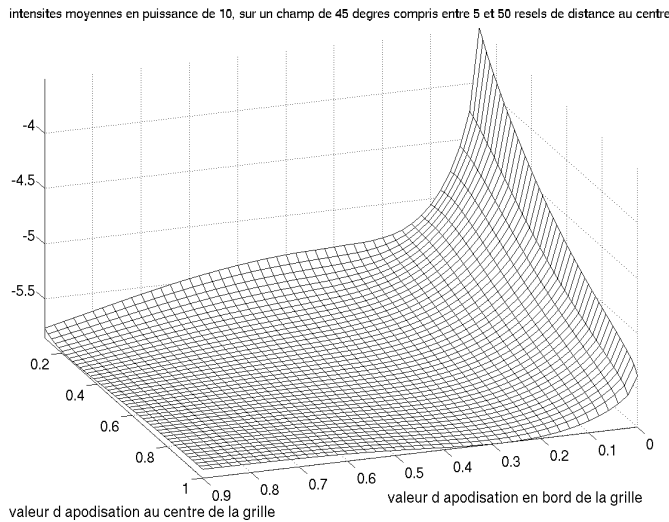


FIG. 3.14 – La définition des axes verticaux et horizontaux est la même que dans la fig.3.12. La fonction d'apodisation évaluée est aussi la même. La différence vient des limites du champ pris en compte : dans la fig.3.12, la moyenne représentée était celle sur un champ large de 45 degrés, compris entre 5 et 10 resels de distance au pic central. Ici, la distance prise en compte est entre 5 et 50 resels du centre. A grande distance, une grille peu apodisée permet une moyenne du champ aussi basse que peut l'être la moyenne d'un champ résultant d'une grille apodisée, tout en autorisant un meilleur taux de transmission.

peu apodisée aura une transmission plus importante qu'une grille fortement apodisée, la surface cumulée des ouvertures étant plus importante.

### 3.4 Conclusion

Que peut-on s'attendre à obtenir par l'application de ces fonctions de transmission à une grille de Fresnel ? En se replaçant d'un point de vue optique, elle vont a priori effectivement permettre de minimiser les fuites de lumière hors du pic central de la PSF, pour l'ordre 1 d'interférence de la grille. Toutefois, si dans le cas d'une optique pleine les pics secondaires de la PSF sont les sources principales de lumière parasite, d'autres sources seront présentes dans le concept d'imageur de Fresnel du fait de l'utilisation d'une optique de reprise placée en un des foyers des longueurs d'onde observée.

Sans entrer ici dans les détails, cette optique se composera principalement :

- d'une optique dite de champ, chargée de collecter le faisceau incident, mais le diaphragme par la même occasion. Or par exemple la fonction prolata est donnée pour une conjugaison pupille-plan image ; si le faisceau est faiblement défocalisé au niveau de l'optique de champ, la PSF ne va pas être trop perturbée par le vignettage dû à cette optique, c.à.d. que l'algorithme de la fig.3.3 sera respecté. Si en revanche le faisceau est défocalisé (longueurs d'onde plus externes de la bande spectrale observée), l'optique de champ va diaphragmer le faisceau en un plan qui n'est ni le plan image ni le plan pupille de cette longueur d'onde. L'algorithme de Gerchberg-Saxton qui nous aura permis de déterminer une fonction d'apodisation prolata adaptée à la longueur d'onde focalisée sur l'optique de champ ne sera plus respecté pour ces longueurs d'onde défocalisées. Quel(s) effet(s) sur la qualité d'image terminale et sur le contraste ?
- D'une optique permettant la correction du chromatisme, présentée in extenso dans le chapitre 4, mais faisant qu'une proportion de lumière non négligeable lorsqu'on est à la recherche de haute dynamique se retrouve en lumière parasite au plan image final.
- D'un masque pour bloquer l'ordre 0, permettant de gagner en dynamique.

Un autre point à prendre en compte est le fait que ces fonctions diminuent le flux et

---

peuvent diminuer le pouvoir de résolution. Le concept de grille de Fresnel n'étant pas limité à l'imagerie de sources proches à hauts contrastes, il pourrait être intéressant d'utiliser comme fonction de transmission de la grille des fonctions d'apodisation ne réduisant que peu le pouvoir de résolution, qui permettront de plus de conserver une plus grande quantité de flux tout en améliorant malgré tout la dynamique par rapport à une grille non apodisée. Avant de passer à l'étude de ces problèmes de résolution et dynamique dans le concept complet d'imageur de Fresnel, le chapitre suivant va introduire l'optique focale évoquée.



# Chapitre 4

## Correction du chromatisme

La distance focale  $f$  variant en  $\frac{1}{\lambda}$ , les PSF calculées dans les chapitres précédents sont des PSF monochromatiques. En un des foyers, quelle est la bande passante spectrale BP autorisée ? Soient :

- deux longueurs d'onde proches ;
  - $c$  le côté de la grille,  $N$  son nombre de zones de Fresnel,  $f$  une distance focale associée à  $\lambda$  ;
  - $\alpha$  un coefficient mesurant la défocalisation par rapport à la dimension de la tache d'Airy ( $\alpha = 1$  pour un élargissement par défocalisation égale à la dimension de la tache d'Airy) ;
- Etant donné que  $\lambda f = cte$ , on en déduit :

$$\frac{df}{f} = -\frac{d\lambda}{\lambda}$$

Autorisant une défocalisation de proportion  $\alpha$ , on peut écrire (fig.4.1) :

$$\frac{\delta f}{f} = \frac{\alpha \lambda f}{c}$$

Ce qui nous mène à :

$$\frac{\delta \lambda}{\lambda} \simeq \alpha \lambda \frac{f}{c^2}$$

En reprenant  $\lambda f = \frac{c^2}{8N}$ , on obtient :

$$\frac{\delta \lambda}{\lambda} \simeq \alpha \frac{1}{8N}$$

Soit en prenant en compte la défocalisation intra-focale et extra-focale, et en utilisant un  $\alpha = 1$  :

$$\frac{\delta \lambda}{\lambda} = \frac{1}{4N} \tag{4.1}$$

qui donne la largeur de bande passante au foyer primaire de la grille. Par exemple, pour une grille à 300 zones, la bande passante au foyer de la grille est de  $\frac{\lambda}{\Delta \lambda} = 1200$ . Cela signifie qu'en dehors de cette BP autour d'une  $\lambda$  de référence, les autres longueurs d'onde sont trop défocalisées pour autoriser une image à haute résolution angulaire.

La question de l'utilisation de cet instrument en tant que spectro imageur est posée, mais ne semble pas réaliste du fait que toutes les images hors  $\lambda_{voulu}$  et sa faible BP vont être défocalisées à la distance focale correspondant à  $\lambda_{voulu}$ . Il faudrait donc utiliser un

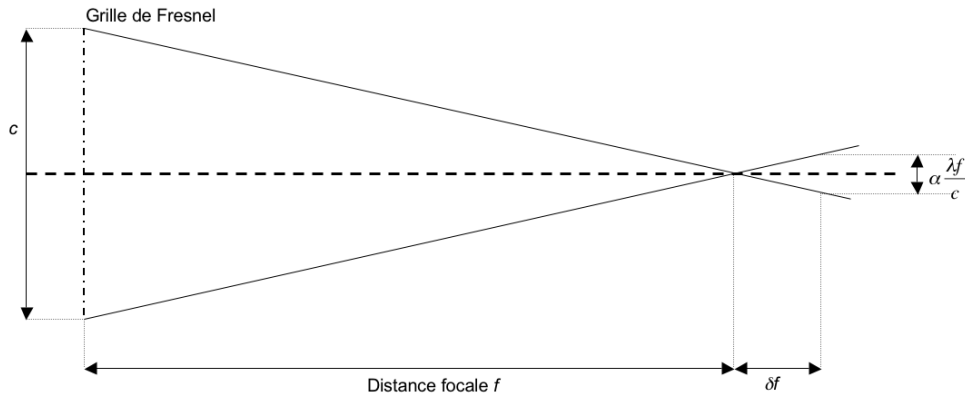


FIG. 4.1 – La bande spectrale  $\Delta\lambda$  autorisée en l'absence de correction du chromatisme va être limitée par la dimension de la tache de défocalisation acceptable.  $f$ ,  $c$ ,  $N$  sont les paramètres de la grille tels que précédemment introduits.  $\alpha$  est un coefficient mesurant la dimension de la tache de défocalisation par rapport à la dimension de la tache de diffraction.

filtre spectral à bande très étroite pour éliminer ces longueurs d'onde défocalisées parasites. Pour obtenir une image finale composée de plusieurs longueurs d'onde, il faudrait soit disposer plusieurs satellites à différentes distances de la grille, soit avec un seul satellite parcourir les distances focales correspondant à ces différentes longueurs d'onde.

Mais une solution existe permettant d'obtenir une image finale à large bande spectrale, rassemblant en un seul plan image terminal tous les plans images dispersés. Après, ou dans ce plan, on pourra si le besoin scientifique le nécessite disperser les longueurs d'onde de cette image (sans utiliser de spectro supplémentaire si on ne recherche pas une haute résolution spectrale), et obtenir en une seule pose le spectre de l'objet observé sur un  $\Delta\lambda$  cette fois non plus de plus de à peine un millième de la longueur d'onde observée, mais sur une largeur de quelques dixièmes. Et si le besoin scientifique ne nécessite pas une dispersion spectrale, on obtient simplement une image large bande, de la même façon que dans un télescope classique.

## 4.1 Principe optique de l'achromatisation

Le principe de l'achromatisation repose sur un énoncé plus que centenaire (Schupmann 1899 [36]). L'idée est la suivante : soit une optique placée dans un plan et introduisant une aberration ; pour corriger cette aberration, si on ne peut la corriger directement dans le plan où le défaut est introduit, on peut la corriger dans un plan qui lui est conjugué, par un défaut contraire à celui qui a donné naissance à l'aberration non désirée. Dans notre cas, la grille de Fresnel, optique diffractive, est placée dans un plan pupille et utilisée à l'ordre 1 ; elle entraîne un phénomène de dispersion chromatique. Pour corriger cette dispersion, on va introduire dans un plan pupille secondaire une optique diffractive homothétique, mais utilisée à l'ordre -1. Cette correction peut se démontrer par optique géométrique.

Soient une grille de Fresnel placée en un plan  $F_1$ , une optique de champ et ses plans principaux  $H_0$  et  $H_i$ , et une optique correctrice placée en un plan (bien!) nommé  $F_2$  ; soient  $B$  et  $C$  les distances  $F_1H_0$  et  $H_iF_2$  (fig.4.2). La matrice de transfert du système

peut s'écrire :

$$[T] = \begin{bmatrix} T_{1,1} & T_{1,2} \\ T_{2,1} & T_{2,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -V_{F_2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & C \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -V_{H_o H_i} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & B \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -V_{F_1} & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

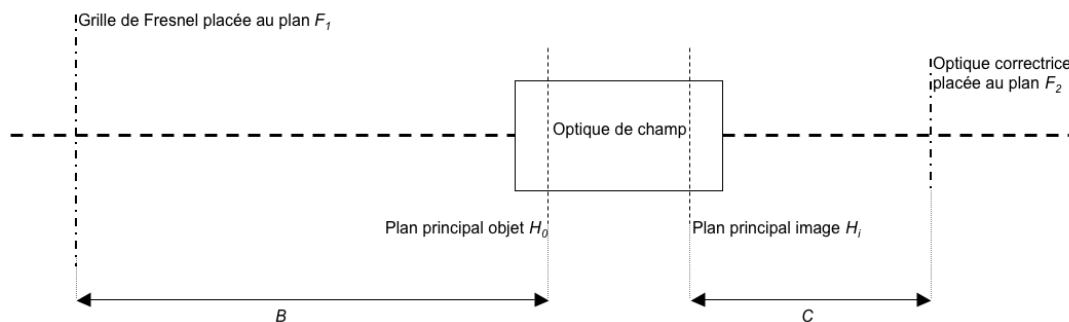


FIG. 4.2 – L'optique placée en  $F_2$  va corriger le chromatisme introduit par l'optique placée en  $F_1$ , par l'intermédiaire d'une optique qui va s'avérer être une optique de champ. Nous caractériserons celle-ci par ses deux plans principaux  $H_o$  et  $H_i$ , permettant une écriture aisée de ses caractéristiques de transfert.

Les termes  $V_{F_1}$ ,  $V_{F_2}$  et  $V_{H_o H_i}$  désignent les vergences des éléments optiques placés en  $F_1$ ,  $F_2$  et du composant central caractérisé par ses plans  $H_o$  et  $H_i$ . Après développement des matrices, en écrivant  $V_{F_1} = \alpha\lambda$  et  $V_{F_2} = \beta\lambda$  on obtient :

$$\begin{aligned} T_{1,1} &= 1 - C V_{H_o H_i} - (B + C) \alpha \lambda + B C \alpha \lambda V_{H_o H_i} \\ T_{2,2} &= 1 - B V_{H_o H_i} - (B + C) \beta \lambda + B C \beta \lambda V_{H_o H_i} \\ T_{1,2} &= B + C - V_{H_o H_i} B C \end{aligned} \quad (4.3)$$

La vergence  $V$  du système peut elle s'écrire :

$$V = -T_{2,1} = V_{H_o H_i} - \lambda[-\beta + \beta V_{H_o H_i} C - \alpha + \alpha V_{H_o H_i} B] - \lambda^2 \alpha \beta (B + C - V_{H_o H_i} B C) \quad (4.4)$$

Une correction chromatique signifie entre autre une vergence indépendante de la longueur d'onde. Les termes en  $\lambda^2$  et  $\lambda$  doivent donc être éliminés si l'on veut obtenir une correction chromatique.

Éliminer le terme en  $\lambda^2$  signifie obtenir que :

$$B + C - V_{H_o H_i} B C = 0 \quad (4.5)$$

soit placer l'optique correctrice dans le plan conjugué de l'optique placée en  $F_1$  : dans un plan pupille. Le respect de cette équation va aussi entraîner que les termes  $T_{1,1}$  et  $T_{2,2}$  de la matrice de transfert vont être indépendants de la longueur d'onde, ce qui signifie qu'il n'y aura pas de grossissements transversal ou angulaire différent d'une  $\lambda$  à l'autre. De cette égalité, on en déduit aussi :

$$\frac{B}{C} = V_{H_o H_i} B - 1 \text{ et } \frac{C}{B} = V_{H_o H_i} C - 1 \quad (4.6)$$



Le facteur en  $\lambda$  de l'eq.4.4 sera égal à 0 si et seulement si on peut obtenir

$$\frac{\beta}{\alpha} = -\frac{B^2}{C^2} \quad (4.7)$$

On peut d'autre part écrire en utilisant que  $\lambda f = \frac{c^2}{8N} \frac{1}{m}$ , et en supposant que l'optique placée en  $F_2$  suivra une loi ayant la même forme :

$$V_{F_1} = \alpha\lambda = \frac{8N_1\lambda m_1}{c_1^2} \text{ et } V_{F_2} = \beta\lambda = \frac{8N_2\lambda m_2}{c_2^2} \quad (4.8)$$

et on obtient en deuxième relation de condition d'achromatisation après la 4.5 :

$$\frac{B^2}{C^2} = -\frac{N_2 c_1^2 m_2}{N_1 c_2^2 m_1} \quad (4.9)$$

Une possibilité pour corriger le chromatisme engendré par une grille de Fresnel placée en  $F_1$  est donc bien de placer dans un plan pupille  $F_2$  une lentille de nombre de zones  $N_2 = N_1$ , fonctionnant à l'ordre -1, et de dimension de la dimension de la pupille imagée. On rejoint ainsi une conclusion à laquelle Faklis & Morris [12] avaient abouti en 1989 dans le cadre de la correction de la dispersion chromatique d'un procédé d'imagerie par hologramme. Une autre possibilité pour corriger le chromatisme serait l'utilisation de réseaux à des ordres  $m_2$  -2, -3... en gardant la dimension  $c_2$  constante et en utilisant des nombres de zones de Fresnel  $N_2 = \frac{N_1}{|m_2|}$ .

Le schéma de principe de l'achromatisation par un module supportant la grille et un module supportant l'optique focale est visible sur la fig.4.3.

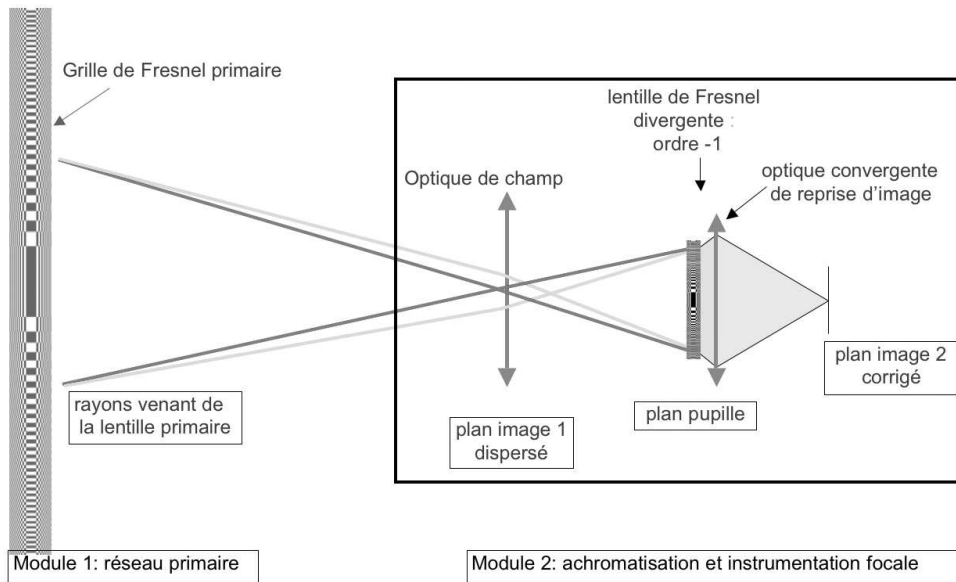


FIG. 4.3 – Des longueurs d'onde différentes émergent de la grille à l'ordre 1 sont dispersées en des plans image 1 dispersés. Une optique achromatique de champ forme une image de la grille en un plan pupille. En ce plan est placée une grille homothétique, utilisée à l'ordre -1. La combinaison des ordres 1 de la grille primaire et -1 de la grille correctrice est parfaitement achromatique pour toute les longueurs d'onde, et accessoirement divergent. Une optique achromatique permet de reprendre le faisceau émergent et de le refocaliser en un plan image terminal achromatique.

## 4.2 Limitations de cette correction chromatique : bande spectrale et champ

### 4.2.1 Limitation de la bande spectrale

Le schéma de principe de la correction chromatique est rigoureux, en ce sens que si l'optique de champ est achromatique, la correction par le réseau secondaire fonctionne pour toutes les longueurs d'ondes captées. Mais encore faut-il que l'optique de champ capte les rayons qui doivent être achromatisés. La justification de la grille de Fresnel étant de donner la possibilité d'avoir de grandes ouvertures dans l'espace, les autres optiques dont l'optique de champ vont être de dimensions plus petites, typiquement un facteur 3 à peut-être 10. L'optique de champ ne va pouvoir capter physiquement qu'une certaine gamme de longueurs d'onde (cf fig.4.4). Pour une grille de côté  $c$  et une optique de champ à symétrie circulaire de diamètre  $D_s$ , la bande passante maximale captée pour une source sur l'axe est :

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \sqrt{2} \frac{D_s}{c} \quad (4.10)$$

Pour des longueurs d'onde extrémales  $\lambda_{min}$  et  $\lambda_{max}$ , la longueur d'onde correspondant à la distance focale où devra être placée l'optique de champ est  $\lambda_c = \frac{\lambda_{min} + \lambda_{max}}{2}$ . Pour les longueurs d'onde extrêmes de la bande passante, les faisceaux seront diaphragmés et donc la qualité d'image dégradée. Il faut alors voir en fonction de l'objectif astrophysique quelle niveau de dégradation de PSF est acceptable. Des simulations de cas sont exposées au chapitre 5.

Pour les longueurs d'onde hors de cette BP, des photons seront malgré tout captés par l'optique de champ, et la correction chromatique fonctionnera toujours parfaitement. Mais un diaphragmage étant intervenu, il y aura une perte en flux et en qualité d'image.

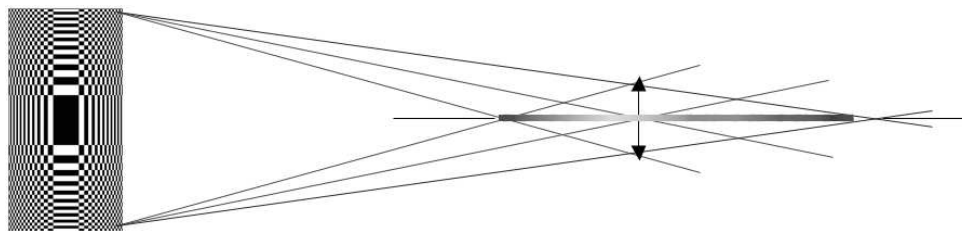


FIG. 4.4 – Les diverses longueurs d'onde, focalisées à différentes distances, sont défocalisées en un plan donné, notamment en celui où l'on va disposer l'optique de champ. Cette optique de champ étant de dimension finie, elle ne va pouvoir collecter qu'une bande spectrale finie.

### 4.2.2 Limitation du champ

La bande spectrale exprimée par l'équation 4.10 est la bande spectrale maximale autorisée sur l'axe optique. Mais, d'une façon générale en astrophysique on n'observe pas un point mais un champ. Si l'on observe un champ avec la bande spectrale décrite par l'équation 4.10, les sources hors axe vont voir leurs longueurs d'onde des bords de la bande passante être diaphragmées par les bords de l'optique de champ. A nouveau, en fonction

de la qualité d'image que l'on va vouloir obtenir et la dimension du champ désiré, il va falloir accepter un compromis.

Au bilan, pour l'imagerie à résolution angulaire maximale, la dimension de l'optique de champ est un budget global entre la largeur de bande spectrale qui est captable et le champ de vue voulu. La dimension linéaire d'un resel au plan image étant de  $\frac{c}{8N}$ , on va pouvoir écrire :

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\sqrt{2}D_s - n\frac{c}{8N}}{c} \quad (4.11)$$

$n$  étant le nombre de resels voulus sur le champ image. A cela viendra s'ajouter comme simulé au chapitre 5 les conséquences sur la qualité de l'image (notamment sur la dynamique obtenue), conséquences à estimer comme critiques ou non en fonction de l'objectif astrophysique observé.

### 4.3 Spécification du réseau correcteur

Ainsi qu'expliqué dans la section 4.1, l'achromatisation de la grille de Fresnel peut se réaliser par la mise en place dans un plan pupille d'un réseau homothétique à la grille de Fresnel et utilisé à l'ordre -1. La grille de Fresnel primaire est un réseau binaire pour permettre une fabrication aisée sur de grandes dimensions. Mais les dimensions du réseau correcteur sont beaucoup plus faibles que celles de la grille primaire, typiquement d'un facteur 10 à 100, ajustable par le choix de la distance focale de l'optique de champ. Ce réseau peut être non pas binaire mais blazé, avec un principe se rapprochant de celui du réseau échelle, permettant d'obtenir une efficacité dans l'ordre -1 de cette optique correctrice non pas de quelques pourcents mais de plus de 80-90 % en fonction de la bande passante spectrale choisie. Cette optique sera typiquement usinée par attaque ionique sur un substrat de base : une lame à faces parallèles. Je vais à présent présenter la méthodologie qui m'a permis d'obtenir ce réseau blazé, et les performances associées.

#### 4.3.1 Principe de détermination de la forme optimale

Le profil de surface optimal de ce réseau blazé (ou lentille de Fresnel divergente) découle du principe de Fermat : un point "image"  $F_0$  étant conjugué à un point "objet"  $A_0$ , les différents chemins optiques menant de l'un à l'autre des deux points sont extrémaux et égaux. Cette lentille de Fresnel étant divergente, le point d'émergence  $F_0$  est virtuel (fig.4.5). Cette lentille de Fresnel divergente corrigeant une dispersion chromatique, les positions des points objets  $A_0$  seront fonction de  $\lambda$ , alors que le point  $F_0$  sera commun à toutes les longueurs d'onde. Le calcul de la surface de la lentille va être effectué en utilisant une longueur d'onde de blaze  $\lambda_b$ .

Une première relation est donnée par la contrainte que le front d'onde émergent optimal est sphérique (fig.4.5) :

$$F_0H + HC = \mathbf{F_0C} \quad (4.12)$$

Dans le cas d'une lentille standard, une deuxième relation serait obtenue par le calcul de la réfraction du rayon provenant du point  $A_0$ , et serait :  $A_0I + nIH + HC = \mathbf{cte}$ , pour

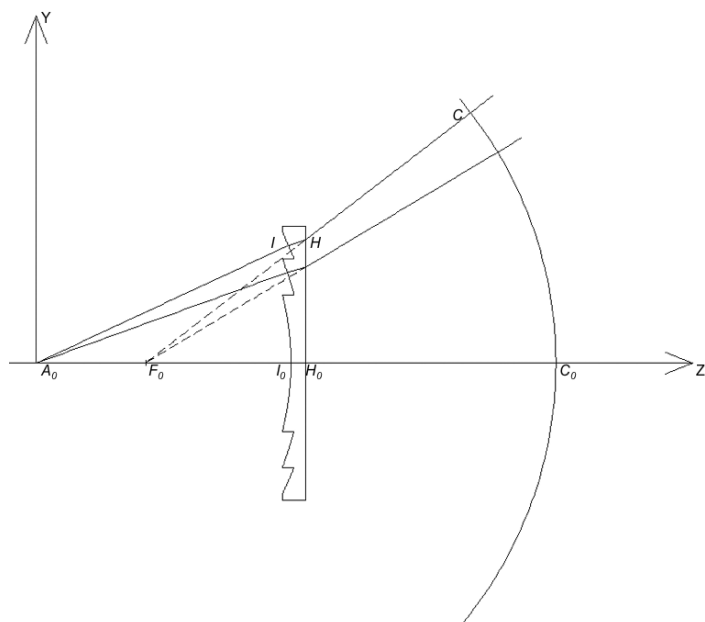


FIG. 4.5 – Principe de la lentille de Fresnel divergente blazée.  $Z$  est l'axe optique,  $A_0$  est le point objet à la longueur d'onde de blaze,  $F_0$  est le point image commun à toutes les longueurs d'onde une fois cette optique placée dans le système complet d'imageur de Fresnel. Les indices  $_0$  expriment des points situés sur l'axe optique. Les points  $I$  et  $H$  sont les points respectivement d'incidence et d'émergence des rayons sur la lentille. Les points  $C$  sont situés sur une sphère de centre  $F_0$  et de rayon quelconque.

tout rayon émergent de  $A_0$  ( $n$  : indice de réfraction du matériau employé). Dans le cas de la lentille de Fresnel divergente blazée à l'ordre -1, cette relation est :

$$A_0I + k\lambda_b + nIH + HC = \mathbf{A_0C} \quad (4.13)$$

avec  $k$  le numéro de zone au niveau du point incident  $I$ . Ces deux conditions nous permettent d'en déduire :

$$A_0I + k\lambda_b + nIH - F_0H = \mathbf{A_0C} - \mathbf{F_0C} = \mathbf{cte} \quad (4.14)$$

Si le terme de gauche de cette équation n'était que  $A_0I - F_0H$ , la surface obtenue serait une hyperbole. Si il avait été  $A_0I + k\lambda_b - F_0H$ , chacune des zones de la lentille aurait suivi l'équation d'une hyperbole. Dans notre cas, il faut résoudre l'équation complète. En réécrivant 4.14 avec les coordonnées des points visibles sur les figures 4.5 et 4.6, on obtient :

$$\sqrt{(y_H - e \tan(i_2))^2 + (z_{H_0} - e - z_{A_0})^2} + k\lambda_b + n \frac{e}{\cos(i_2)} = \mathbf{cte} + F_0H \quad (4.15)$$

Que de paramètres ! Que connaît-on dans cette équation ?

- les positions de  $A_0$  et de  $F_0$  seront des données d'entrée ;
- les positions de points  $H$  situés sur la face arrière de la lentille pourront être déclarés, permettant les calculs de  $y_H$ ,  $z_{H_0}$ ,  $F_0H$ . Les angles  $i_3$  étant alors aussi connus, les angles  $i_2$  pourront être calculés grâce à la deuxième loi de Snell-Descartes ;
- $\mathbf{cte}$  peut être calculé par l'eq.4.14 appliquée sur l'axe optique.

Les paramètres restants sont alors  $k$ ,  $\lambda_b$ ,  $n$  et  $e$ .

- les positions des zones de la lentille, donnant les valeurs de  $k$  ( $k \in \mathbb{N}$ ), pourront être initialisées par homotéthisme avec les positions des zones de la grille ;
- $\lambda_b$  aura été choisi ;
- $n$  étant l'indice de réfraction, il est connu.

$e$  étant la dernière inconnue de l'équation, sera le résultat : à savoir ce que nous recherchons, l'épaisseur de la lentille de Fresnel associée une position  $y_H$  donnée.

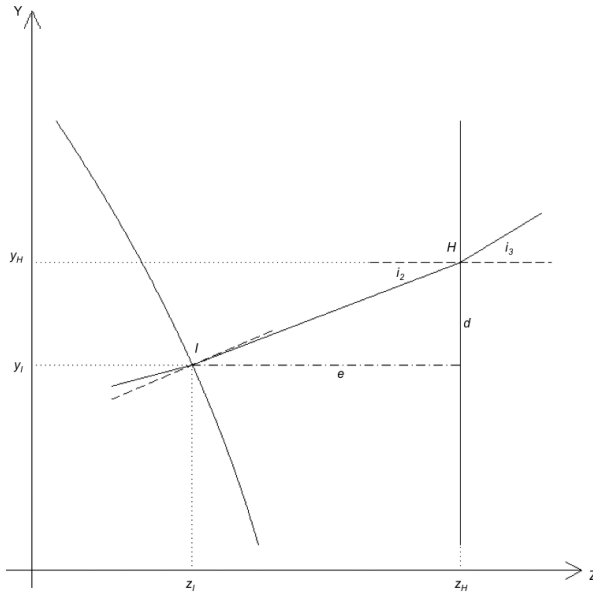


FIG. 4.6 – Zoom sur la zone de réfraction : les normales aux surfaces d'entrée et de sortie sont en pointillés, le rayon lumineux est en trait plein.  $e$  est l'épaisseur de la lentille au point  $I$ ,  $i_2$  et  $i_3$  sont les angles internes et externes de réfraction à la normale de la surface de sortie, et  $d$  est la distance  $\Delta y$  entre un point  $H$  et le  $I$  associé.

La position  $F_0$  se calcule à partir de la position de  $A_0$  à  $\lambda_b$  et de la distance focale voulue de la lentille de Fresnel divergente  $foc$ , égale à  $-\frac{D_F^2}{8N\lambda_b}$ . En utilisant  $P_0$  et  $P_i$  pour dénommer les plans principaux objet et image de la lentille, on peut écrire :

$$\frac{1}{P_i F_0} - \frac{1}{P_0 A_0} = \frac{1}{foc} \quad (4.16)$$

La face arrière étant plane, d'une part le plan perpendiculaire à l'axe optique et passant par  $I_0$  est le plan principal objet, et d'autre part la distance entre le plan de sortie et le plan principal image est  $-\frac{e_0}{n}$  (Pérez *Optique : fondements et applications* 2004 [33]). La position de  $F_0$  sur l'axe optique est donc :

$$z_{F_0} = z_{H_0} - \frac{e_0}{n} + \frac{1}{\frac{1}{foc} + \frac{1}{z_{A_0} - z_{I_0}}} \quad (4.17)$$

### 4.3.2 Algorithmique : détermination des hauteurs de la lentille de Fresnel blazée

Le calcul du profil de la lentille va être effectué avec un nombre de points  $I$  fini sur la surface. La base du calcul est l'eq.4.15, mais deux boucles d'optimisation vont entrer en jeu, résumées sur le schéma 4.7. Ces deux boucles proviennent :

- d'une part du fait qu'il est plus commode d'utiliser dans l'équation les points  $H$  dont les deux coordonnées sont connues que les points  $I$  dont la coordonnée selon l'axe optique dépend du résultat de l'équation : l'épaisseur de la lentille ;
- d'autre part, les positions des zones de la lentille correctrice ne seront pas exactement homothétiques aux positions des zones de la grille de Fresnel.

J'appellerai dans la suite une "pente" le profil d'une des zones ; le terme de "marche" sera lui réservé au cas où si une pente est discrétisée sur un certain nombre de niveaux

distincts, elle le sera sur un certain nombre de "marches". Ces définitions sont reprises dans le glossaire.

En ce qui concerne la première boucle d'optimisation :

J'ai utilisé dans l'équation 4.15 les coordonnées  $y_H$  et non pas les coordonnées  $y_I$  pour permettre que les angles  $i_2$  soient des données d'entrée et non pas des sorties de l'équation, de façon à pouvoir résoudre cette équation 4.15 au moyen d'un logiciel de calcul formel. En conséquence, les valeurs des  $y_I$ , positions des points d'échantillonnage selon le profil, seront calculées après l'obtention de l'épaisseur  $e$  par la relation :

$$y_I = y_H - e \tan i_2 \quad (4.18)$$

Mais la lentille étant divergente, si l'utilisateur déclare des positions  $y_H$  échantillonnées régulièrement, les valeurs  $y_I$  ne le seront pas. De façon à obtenir des  $y_I$  régulièrement échantillonnés à des positions  $y_{I_{\text{voulu}}}$ , j'ai mis en place une simple boucle itérative, appliquée pour chaque point d'échantillonnage du profil :

- (1) initialisation : déclaration d'un point  $H$  de coordonnées  $(z_H, y_{H_{\text{base}}}) = (z_H, y_{I_{\text{voulu}}})$ ;
- (2) calcul de l'épaisseur  $e$  associée à cette valeur  $y_{H_{\text{base}}}$  (résolution de l'équation 4.15), puis calcul de la valeur  $y_{I_{\text{calculé}}}$  (eq.4.18) ;
- (3)  $y_{H_{\text{base}}}$  est alors multiplié par le facteur  $\frac{y_{I_{\text{voulu}}}}{y_{I_{\text{calculé}}}}$ , et on recommence en (2).

En réitérant cette boucle (2) $\rightleftharpoons$ (3), je rapproche de plus en plus le  $y_{I_{\text{calculé}}}$  de  $y_{I_{\text{voulu}}}$ . La limite sur le nombre d'itérations peut être fixée à partir de l'écart entre le  $y_{I_{\text{voulu}}}$  et le  $y_{I_{\text{calculé}}}$ , lorsque cet écart devient faible par rapport au pas d'échantillonnage séparant un  $y_I$  du suivant.

Pour la seconde boucle de calcul, deux effets entraînent un déplacement des positions des zones de la lentille correctrice par rapport à une simple homothétie des positions des zones de la grille de Fresnel :

- (1) d'une part la grille est dessinée pour une conjugaison objet - image qui est infini - fini, alors que la lentille blazée est dessinée pour une conjugaison objet - image qui est fini - fini. Si on considère que les positions des zones de la lentille blazée sont homothétiques de celles de la grille, l'équation 4.15 étant exacte, une compensation du positionnement non optimal des zones va se mettre en place en diminuant du centre vers le bord le niveau moyen des pentes, tel que vu sur la fig.4.8. L'effet sera d'autant plus perceptible que le rapport  $\frac{A_0 L_0}{\text{diamètre lentille}}$  sera faible et le nombre de zones élevé.

En soi, une descente progressive du niveau moyen des pentes n'est pas un problème. Mais d'un point de vue pratique, si le profil de la lentille est par exemple usiné avec une technique de masques combinés à l'abrasion par un faisceau ionique, les profils des pentes seront discrétisées par un nombre fini de marches. Pour un nombre fini de marches, la hauteur de la marche sera plus grand si il existe une décroissance globale du niveau moyen des pentes, autorisant un moins bon ajustement du profil réalisé avec le profil théorique.

- (2) d'autre part : la profondeur d'une des pentes vaut  $\frac{\lambda}{n-1}$ , soit moins de deux microns si l'on observe dans le visible et que la lentille blazée est en silice. Or le substrat de base est beaucoup plus épais que cette profondeur (typiquement quelques millimètres). Il y aura l'effet d'une lame parallèle mise dans un faisceau ouvert : l'introduction d'une puissance optique, le chemin optique parcouru par les rayons les plus externes étant plus grand que

celui parcouru par les rayons centraux. A nouveau, l'équation 4.15 étant exacte, cet effet est pris en compte, et le résultat sera à nouveau une diminution progressive du niveau moyen des pentes de la lentille du centre au bord. Ce phénomène est illustré fig.4.9. Cet effet sera lui aussi d'autant plus important que le rapport  $\frac{A_0 I_0}{\text{diamètre lentille}}$  sera faible. La correction de cette aberration de sphéricité pourrait ne pas être effectuée par cette pièce optique diffractive, mais par un ajustement éventuel sur une pièce optique suivante, ou encore en polissant la face arrière de cette lentille de Fresnel divergente.

Mais ces deux effets peuvent être compensés de la même manière : en vérifiant que l'épaisseur  $e$  calculée se situe bien entre l'épaisseur non abrasée du substrat  $E_s$  et l'épaisseur  $E_s - \frac{\lambda}{n-1}$ . Si l'épaisseur calculée est hors de ces limites, alors  $k$  doit être augmenté ou diminué de 1 unité, et l'eq.4.15 ré-appliquée. Les figures 4.8, 4.9 et 4.10 présentent des profils de lentilles dont les positions des zones ont été ou non ajustées : les échelles sont données à titre indicatif pour un matériau support en silice, et une lentille de 8 zones et 4 mm de diamètre, blazée pour 600nm.

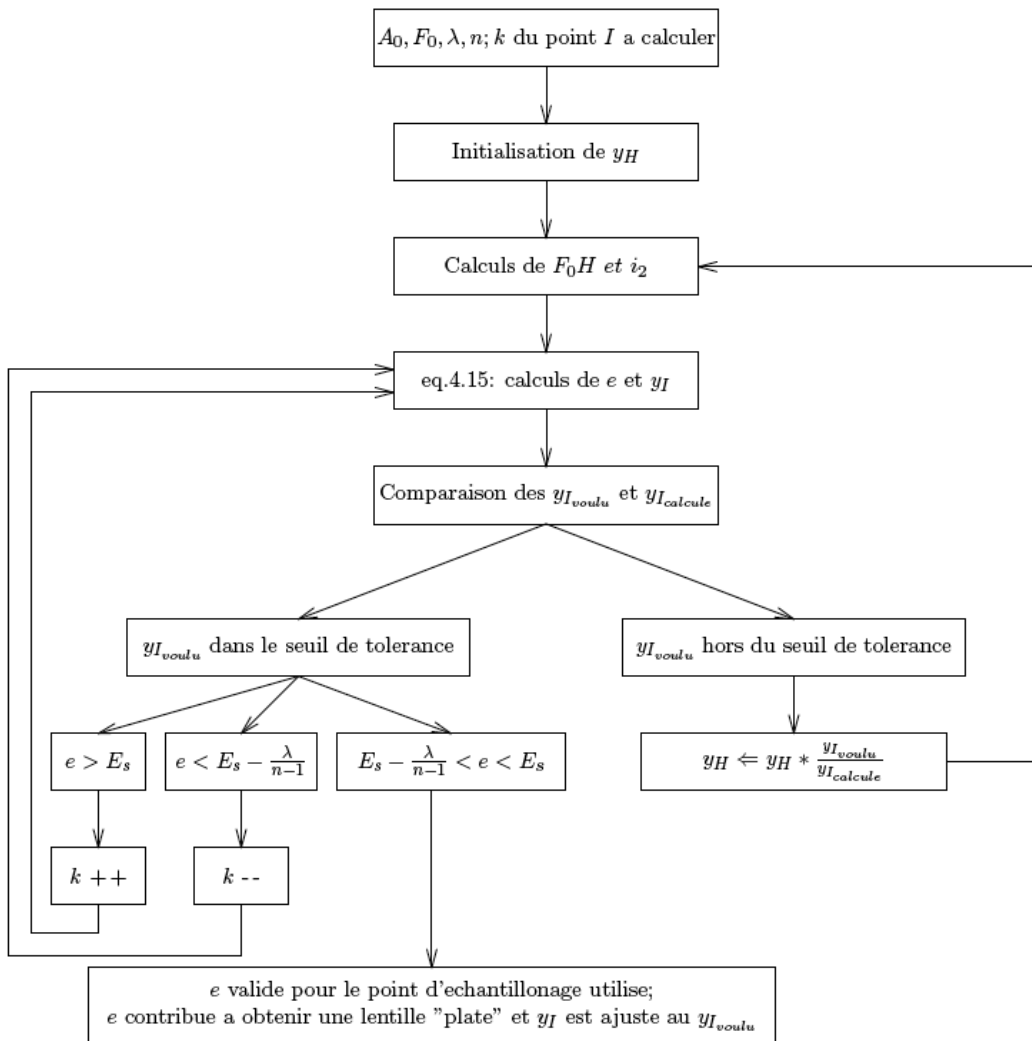


FIG. 4.7 – Organisation générale de l'algorithme permettant de déterminer la surface optimale de la lentille de Fresnel blazée.

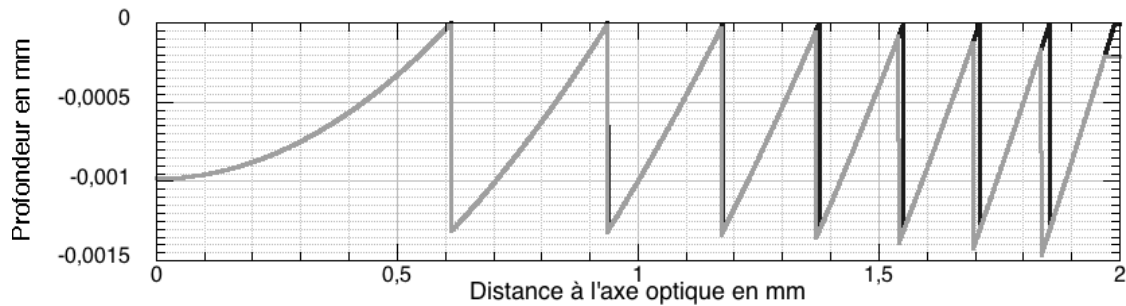


FIG. 4.8 – 2 demi-profil de lentille "fines" (dont l'épaisseur maximale est de l'ordre de  $\frac{\lambda}{n-1}$ ) fonctionnant en  $\frac{A_0 I_0}{\text{diamètre lentille}} = 3$ . Le profil en trait foncé montre le profil si les positions des bords de zones ont été ajustées pour ce  $A_0$  proche de la lentille. Dans le cas du profil en trait clair, les positions des bords des zones sont homothétiques à ce qu'elles seraient sur une grille de Fresnel, c'est à dire en conjugaison infini-fini. Pour compenser ce non ajustement des positions des zones, la hauteur moyenne du profil décroît du centre vers le bord de la lentille. La profondeur des marches est de  $1.37 \mu\text{m}$ , l'étendue horizontale varie de  $600 \mu\text{m}$  pour la zone centrale à  $160 \mu\text{m}$ . L'effet de décalage des motifs serait d'autant plus perceptible que l'on augmenterait le nombre de zones.

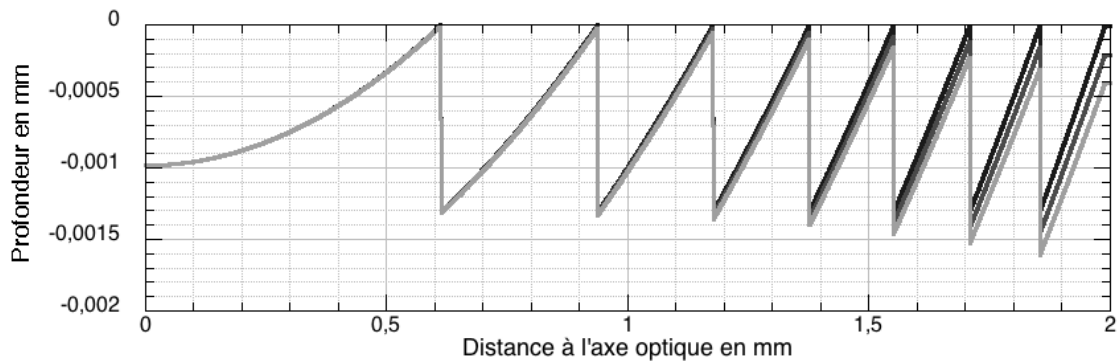


FIG. 4.9 – 3 demi-profil de lentilles fonctionnant en  $\frac{A_0 I_0}{\text{diamètre lentille}} = 3$ . Du profil haut au profil bas, l'épaisseur du substrat passe de 1.5 microns à 2.5 mm et enfin à 5 mm. Plus le substrat va être épais, plus la différence de chemin optique entre les rayons passant par le centre de la lentille et ceux passant par les bords est importante, donc plus la hauteur moyenne des pentes sera basse. Le profil foncé du haut correspond au profil foncé de la fig.4.8.

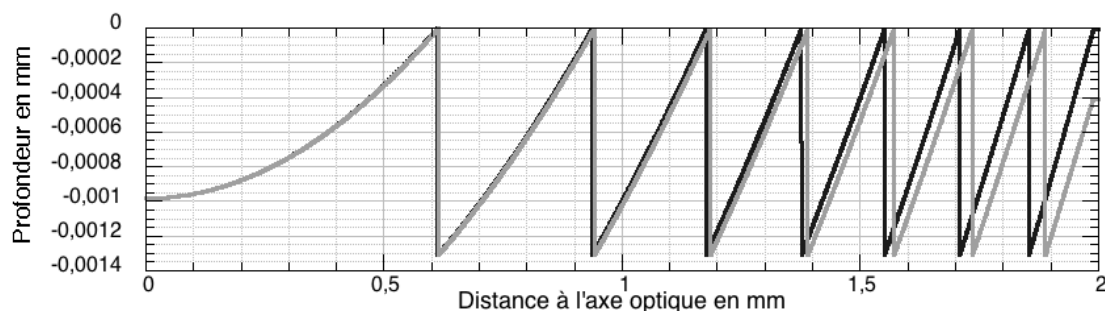


FIG. 4.10 – Le profil foncé est le profil haut des figures 4.8 et 4.9, donc d'une lentille possédant une épaisseur de 1.5 microns. Celui en clair est celui du bas de cette dernière figure, soit d'une lentille possédant une épaisseur de 5mm, mais dont l'optimisation sur  $k$  a été effectuée. Le niveau moyen des pentes est contraint à être constant, ce qui permet de compenser d'une part l'effet de décalage des motifs dû à une éventuelle déclaration des bords de zone par homothétie avec la grille de Fresnel et d'autre part l'effet de puissance optique induit par l'épaisseur de la lentille. Les pentes sont légèrement élargies et décalées par rapport à une lentille "fine".



### 4.3.3 Passage du profil à une lentille possédant 3 dimensions

Le profil déterminé est comme son intitulé l'indique un profil, c.à.d. une coupe. Mais la lentille que nous avons à fabriquer est elle à trois dimensions. L'extension de ce profil selon deux dimensions peut se faire par symétrie de révolution autour de l'axe optique, tel qu'illustré en fig.4.11. En effet, le schéma de correction chromatique nécessite seulement une optique correctrice :

- dont la dimension est ajustée à la dimension de la pupille ;
- et dont la distance focale varie en  $[-\frac{1}{\lambda}(\text{rapport des dimensions des pupilles})^2]$ .

Le fait que les images des différentes longueurs d'onde formées après l'optique de champ l'aient été à partir d'une grille de Fresnel, d'un réseau de Soret, d'un hologramme ou autre n'intervient pas. Une optique blazée à géométrie circulaire sera bien plus facile à réaliser qu'une optique blazée dont la géométrie aurait été orthogonale. De plus, cette optique blazée circulaire permettra de conserver une symétrie de révolution de l'ensemble de l'optique focale autour de son axe optique, et par conséquent de ne pas introduire de contrainte de rotation de l'optique focale par rapport à la grille de Fresnel.

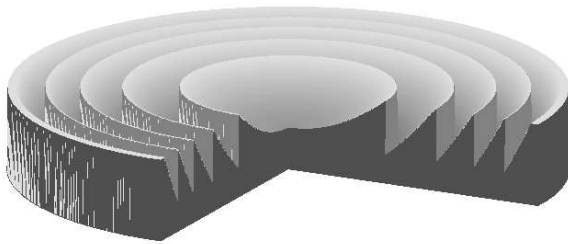


FIG. 4.11 – Passage en 3 dimensions du profil d'une lentille à 5 zones de Fresnel. La géométrie n'a besoin d'être que circulaire et non pas orthogonale.

A noter qu'utilisant une lentille à géométrie circulaire, pour compenser le chromatisme d'une grille de Fresnel orthogonale dite à  $N$  motifs, on doit utiliser une lentille circulaire possédant  $2N$  motifs pour pouvoir inscrire la pupille carrée dans une pièce optique ronde. C'est en fait un simple problème de vocabulaire, une grille orthogonale dite à  $N$  motifs possédant bien  $N$  motifs du centre au bord selon un des axes principaux, mais possédant  $2N$  motifs sur une demi-diagonale, soit sur un rayon du cercle dans lequel peut s'inscrire la grille (fig.4.12).

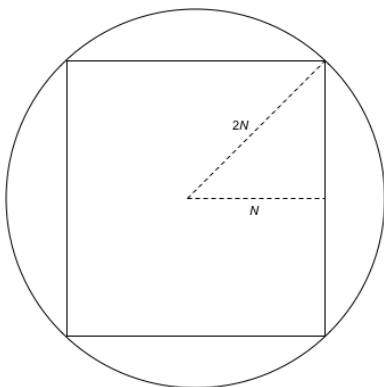


FIG. 4.12 – La diagonale d'un carré valant  $\sqrt{2}$  fois son côté, le nombre de zones de Fresnel dans une lentille orthogonale est deux fois plus élevé selon la diagonale que selon le côté de la grille. Ayant pris pour convention depuis le début d'appeler 'nombre de zones de Fresnel  $N$ ' le nombre de zones selon un demi-côté de la grille, la lentille correctrice, elle à géométrie circulaire, doit comporter  $2N$  zones.

## 4.4 Efficacité de transmission

Cette lentille de Fresnel correctrice est blazée pour une certaine longueur d'onde  $\lambda_b$ . La quantité de lumière qui passera dans l'ordre -1 de l'optique sera diminuée d'autant plus que la longueur d'onde utilisée sera différente de celle de blaze : son efficacité sera plus faible. Un objectif est de connaître l'efficacité de transmission de ce type de lentille pour diverses longueurs d'onde environnant la longueur d'onde de blaze.

Une seconde source de modification de l'efficacité de transmission sera dû au processus de fabrication de la lentille : par exemple, les pentes de la pièce optique fabriquée peuvent être obtenues par un processus de micro-électronique. Il s'agit d'un processus utilisant des masques mis en place successivement, et associés à une attaque ionique : un premier masque est mis en place, et une attaque ionique est effectuée pour creuser les pentes à la moitié de leurs profondeurs maximales. Un deuxième masque est ensuite mis en place et une attaque ionique est effectuée, permettant d'enlever aux pentes un quart de leurs profondeurs maximales où cela est nécessaire. Puis un troisième est mis, permettant d'enlever un huitième de la profondeur maximale où cela est nécessaire, et ainsi de suite avec d'autres masques. Le profil finalement obtenu est ainsi non pas continu mais discrétisé, avec des hauteurs de marches dépendant du nombre de masques employés (fig.4.13).

Après avoir déterminé les conditions permettant l'obtention de profils, j'ai étudié les conséquences de ces deux paramètres sur l'efficacité de transmission à l'ordre -1. Pour cela, le moyen que j'ai choisi d'utiliser est de calculer l'état du front d'onde émergent pour chacune des longueurs d'onde, et d'étudier la qualité de la PSF associée.

Plusieurs auteurs ont étudié l'évolution de l'efficacité en fonction de ces deux paramètres : Swanson et Veldkamp en 1989 [43] essentiellement pour la dépendance de l'efficacité en fonction du nombre de niveaux de discrétisations ; Levy, Mendlovic et Marom en 2001 [28] pour l'étude analytique des lentilles cylindriques et sphériques. Auparavant, Hasman, Davidson et Friesem [20] avaient démontré en 1991 que si les plus petites zones sont supérieures à la longueur d'onde, ce qui est notre cas, alors l'utilisation des équations de Maxwell n'est pas nécessaire aux calculs d'efficacité de transmission. Quant à Faklis et Morris en 1995 [13], ils ont étudié l'évolution de l'efficacité en fonction de la longueur d'onde pour des lentilles à ordres d'interférence 1 et supérieurs. L'originalité du travail présenté ici tient en l'utilisation de l'état de front d'onde émergent lui-même pour déterminer l'efficacité de transmission, et en l'application à une lentille divergente dont l'objet est à distance finie.

### 4.4.1 Dépendance de l'efficacité avec la longueur d'onde

Pour pouvoir calculer l'état du front d'onde émergent, il faut commencer par savoir d'où émergent les différentes longueurs d'onde. La première étape est de calculer les positions en  $z$  des  $A_{0\lambda}$ . Une solution serait de repartir des caractéristiques de la grille de Fresnel et de celles de l'optique de champ, mais il est plus judicieux d'utiliser la conséquence recherchée du principe de Schupmann : toutes les longueurs d'onde ont leur plan image en un même point, à savoir  $F_0$ . La distance focale de la lentille de Fresnel divergente variant en  $\frac{1}{\lambda}$ , la position en  $z$  des  $A_{0\lambda}$  peut être déduite de l'inversion de l'équation 4.17.

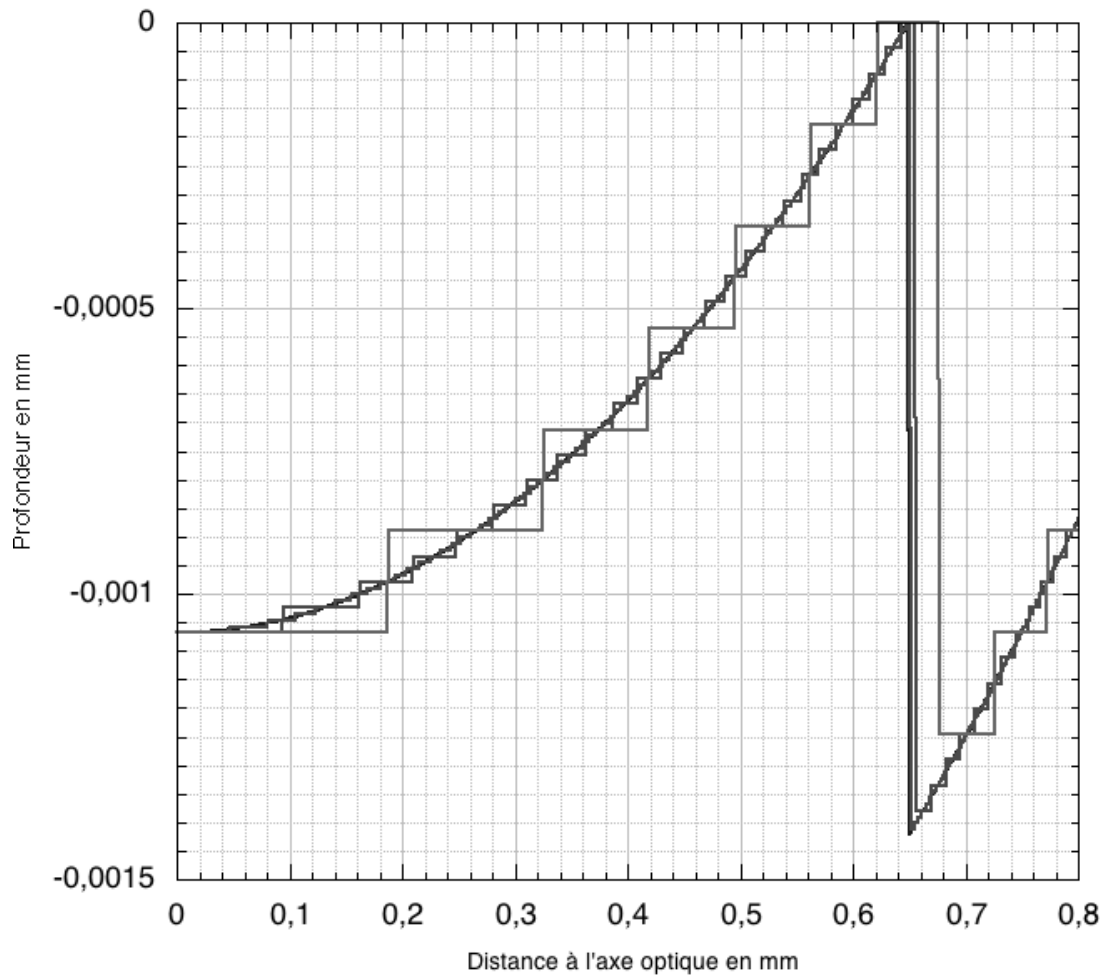


FIG. 4.13 – Zoom sur le motif central d'une lentille blazée pour 650nm, de diamètre 15mm et comportant 100 zones de Fresnel. La dimension du motif central est de 650 microns. Des profils continu et à 128, 32 et 8 niveaux sont affichés (le profil continu n'est pas discernable). La séparation verticale lors du passage de la première à la seconde zone en fonction du nombre de niveaux est dû au fait que le niveau le plus haut du profil continu est équivalent au niveau le plus bas, modulo  $\frac{\lambda}{n-1}$  près. On peut par conséquent dessiner une lentille avec 9 niveaux par exemple et n'utiliser que les 8 niveaux les plus hauts, ce qui permet d'obtenir des hauteurs de marches plus petites et donc une meilleure efficacité.

Calculer l'état de front d'onde en sortie de la lentille veut dire calculer le chemin optique menant de  $A_{0_\lambda}$  à  $F_0$  pour toutes les longueurs d'onde et tous les points échantillonnés de la surface de la lentille. Cela signifie calculer le terme de gauche de l'équation 4.14, soit :

$$A_{0_\lambda}I + k\lambda + nIH_\lambda - F_0H_\lambda = \text{chemin optique} \quad (4.19)$$

Connaissant les coordonnées des  $A_{0_\lambda}$  et des  $I$ , on peut calculer pour chaque point  $I$  la distance  $A_{0_\lambda}I$ . La réfraction sur la surface en tout point  $I$  est calculable par la seconde loi de Snell-Descartes, les hauteurs des points  $I$  de la lentille et donc les pentes en ces points étant connues. On peut ainsi calculer les positions de chacun des points  $H_\lambda$ , et les chemins optiques partiels  $nIH_\lambda$  et  $F_0H_\lambda$ . L'indice du matériau support variant en fonction de  $\lambda$ , la position de  $F_0$  varie légèrement avec  $\lambda$  : dans notre application, le rapport entre l'amplitude d'ajustement de la position de  $F_0$  et la distance  $F_0I_0$  sera inférieur à  $\frac{1}{300}$  sur une bande passante de largeur  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \simeq 0.6$ . Ce déplacement de  $F_0$  avec  $\lambda$  est donc sans conséquence sur l'achromatisme du plan final image.

Pour la longueur d'onde de blaze, l'application de cette équation en les différents points  $I$  de la lentille va donner un chemin optique constant, puisque la lentille aura justement été dessinée en ce but. Pour les autres longueurs d'onde, ce chemin optique va varier d'un point  $I$  à l'autre avec une variation se calquant sur la forme des marches (cf fig.4.14), signifiant que le front d'onde émergent n'est plus exactement sphérique. Une efficacité peut alors être calculée : par transformée de Fourier, on obtient la PSF de ce front d'onde émergent ; on peut mesurer la quantité d'énergie qu'il y a dans le pic central de cette PSF par rapport à l'énergie qu'il y aurait dans le pic central si le front d'onde émergent était sphérique, parfait. L'efficacité sera le rapport de ces deux énergies. L'évolution de cette efficacité sera visible sur la figure 4.17, sur laquelle on retrouvera aussi les conséquences de la discrétisation des marches.

La dispersion du matériau support utilisé jouant un rôle essentiel, les valeurs calculées peuvent seulement être comparées de façon indicative aux résultats obtenus par exemple par Faklis et Morris en 1995 [13], eux arrivant à une efficacité meilleure que 90% pour un  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$  comparable à celui présenté ici. Il est d'ailleurs intéressant de noter la prédominance de la nature du matériau support pour le calcul de l'efficacité en fonction de la longueur d'onde : en effet, si on pouvait utiliser un matériau dont la loi de dispersion serait telle que  $\frac{n_\lambda-1}{n_{\lambda_b}-1} = \frac{\lambda}{\lambda_b}$ , alors les pentes auraient une hauteur valant  $\frac{\lambda}{n_\lambda-1} \forall \lambda$ . La lentille aurait 100% d'efficacité pour toutes les longueurs d'onde, dès lors que  $\frac{A_{0_\lambda}I_0}{\text{diamètre lentille}}$  serait élevé.

#### 4.4.2 Dépendance de l'efficacité à la discrétisation des pentes de la lentille

Une technique d'usinage de la lentille étant par exemple comme expliqué une technique de micro-électronique exploitant une attaque ionique avec des masques successifs, la lentille usinée peut posséder un nombre de niveaux finis. Le processus de détermination de la forme du front d'onde émergent est le même que dans la section 4.4.1 : calcul de  $A_{0_\lambda}I \forall I$ , réfraction sur la surface d'entrée, détermination des positions des points  $H_\lambda$  associés à chaque  $I$  et donc possibilité de calculer les chemins partiels  $nIH_\lambda$  et  $F_0H_\lambda$ .

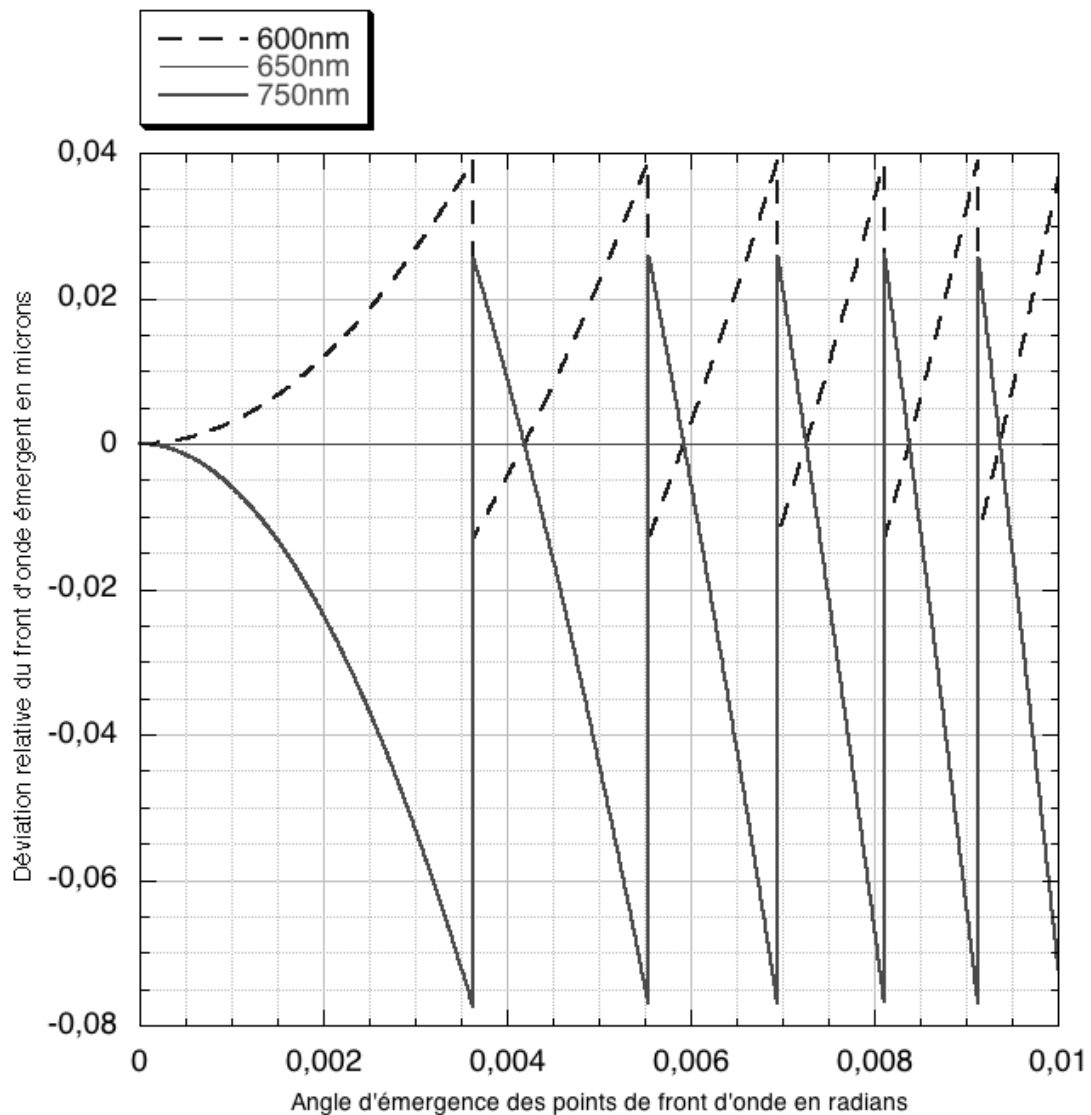


FIG. 4.14 – Pour une lentille à 100 zones de Fresnel, blazée pour 650nm, les zones centrales de 3 fronts d'onde émergent sont représentées en fonction de l'angle d'émergence à l'axe optique. Plus exactement, sont représentées les différences de chemins optiques des fronts d'onde obtenus par rapport à un front d'onde sphérique.

Le front d'onde haut, en pointillés, est celui obtenu à  $\lambda = 600\text{nm}$ . Celui en trait fin, à niveau constant est celui obtenu à  $\lambda = 650\text{nm}$ , longueur d'onde de blaze : le front d'onde émergent est donc parfaitement sphérique. Le dernier front d'onde, plus grand en amplitude et de sens opposé à celui à  $\lambda = 600\text{nm}$ , est pour une longueur d'onde de 750nm.

L'amplitude de l'écart est visible en ordonné, l'amplitude d'affichage de la figure étant de 120nm. Plus le front d'onde va être éloigné d'un front sphérique, plus l'efficacité de transmission de la lentille à cette longueur d'onde sera faible.

L'efficacité peut à nouveau ensuite être calculée en mesurant la quantité de lumière dans le pic central de la PSF associée à ce front d'onde, par rapport à la quantité de lumière que l'on pourrait y mesurer si le front d'onde était sphérique.

Un exemple de lentille à 100 zones de Fresnel, fonctionnant en  $\frac{A_0 \lambda_{blaze} I_0}{\text{diamètre lentille}} = 20$  (diamètre de 15mm) est utilisé pour illustration. La zone centrale de cette lentille a été aperçue sur la fig.4.13. Son profil complet est visible sur la fig.4.15. Le substrat de base est supposé être une lame à faces parallèles en silice de 5mm d'épaisseur (courbe d'évolution de l'indice en fig.4.16). La lentille est supposée blazée pour 650nm. Les courbes d'efficacité en fonction de la longueur d'onde pour divers nombre de niveaux de la lentille sont visibles sur la figure 4.17. Au bilan, il est possible d'obtenir des lentilles blazées à 650nm dont l'efficacité (hors réflexions d'entrée et de sortie) est meilleure que 90% sur une BP de 220nm avec des lentilles de 32 niveaux et plus. Les courbes d'efficacité de lentilles à 32, 128 niveaux ou profil continu semblent confondues, mais il faut penser que toute l'énergie qui ne passe pas dans l'ordre -1 de la lentille se retrouve en fond parasite, donc que si on est en recherche de haute dynamique photométrique à faible bande spectrale l'augmentation du nombre de niveaux peut être intéressant.

L'efficacité à  $\lambda_{blaze}$  pour des lentilles à différents nombre de niveaux peut être comparée aux efficacités théoriques données par Hasman, Davidson et Friesem en 1991 [20], cette efficacité étant indépendante de la dispersion du matériau utilisé : cf tableau 4.1.

	efficacité théorique	efficacité calculée
profil continu	100.00%	100.00%
128 niveaux	99.98%	99.98%
32 niveaux	99.7%	99.7%
16 niveaux	98.7%	98.7%
8 niveaux	95.0%	95.0%
4 niveaux	81.1%	81.2%

TAB. 4.1 – Comparaison de l'efficacité théorique maximale à  $\lambda_{blaze}$  pour différents nombre de niveaux, par rapport aux efficacités calculées par détermination de l'état du front émergent. Aux précisions d'affichage des valeurs choisis, il n'y a pas d'écart, mis à part pour la lentille à 4 niveaux, dont l'efficacité calculée par état de front d'onde émergent est légèrement supérieure à l'efficacité théorique. Peut-être cet écart est-il dû au fait que mon front d'onde émergent est légèrement échantillonné irrégulièrement ( $\simeq 2\%$ ), du fait que l'échantillonnage qui est dans mes calculs constant, est celui selon la face de la lentille, et non pas celui selon une sphère de centre  $F_0$ .

Un exemple de front d'onde émergent d'une lentille dessinée pour un  $\frac{A_0 I_0}{\text{diamètre}}$  de 20 mais utilisée avec une source plus proche, donnant un  $\frac{A_0 I_0}{\text{diamètre}}$  de 4 est visible sur la fig.4.18 : une aberration de sphéricité du troisième ordre apparaît, non corrigible par une simple mise au point.

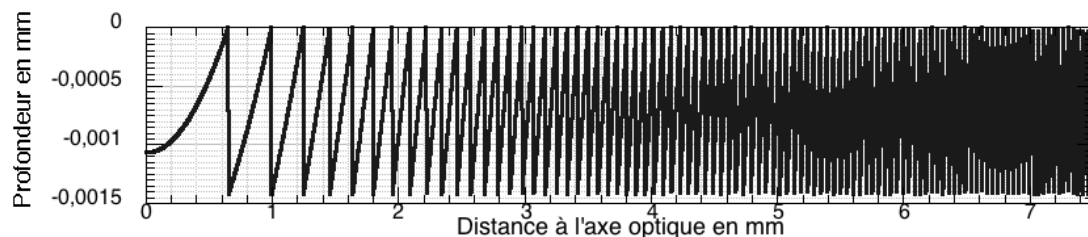


FIG. 4.15 – Demi-profil d'une lentille blazée pour 650nm, comportant 100 zones de Fresnel et de diamètre 15mm. La dimension du motif central est de 650 microns, celui du motif le plus externe est de 38 microns. La profondeur des marches est d'environ  $1.4\mu\text{m}$ .

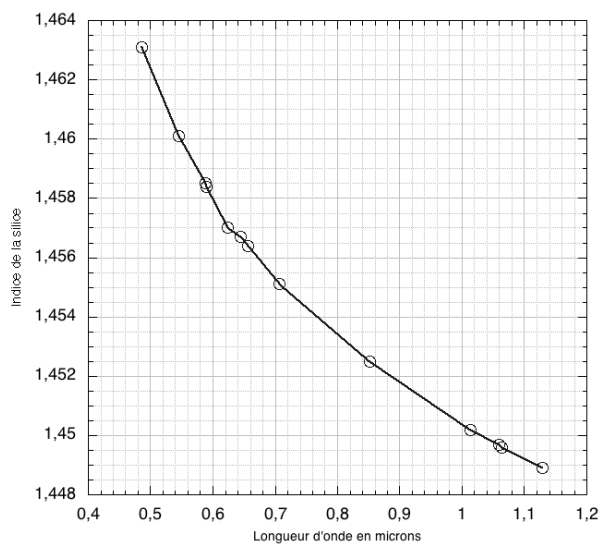


FIG. 4.16 – Evolution de l'indice optique de la silice, de 486nm à  $1.13\mu\text{m}$ . Données Silios Technologies.

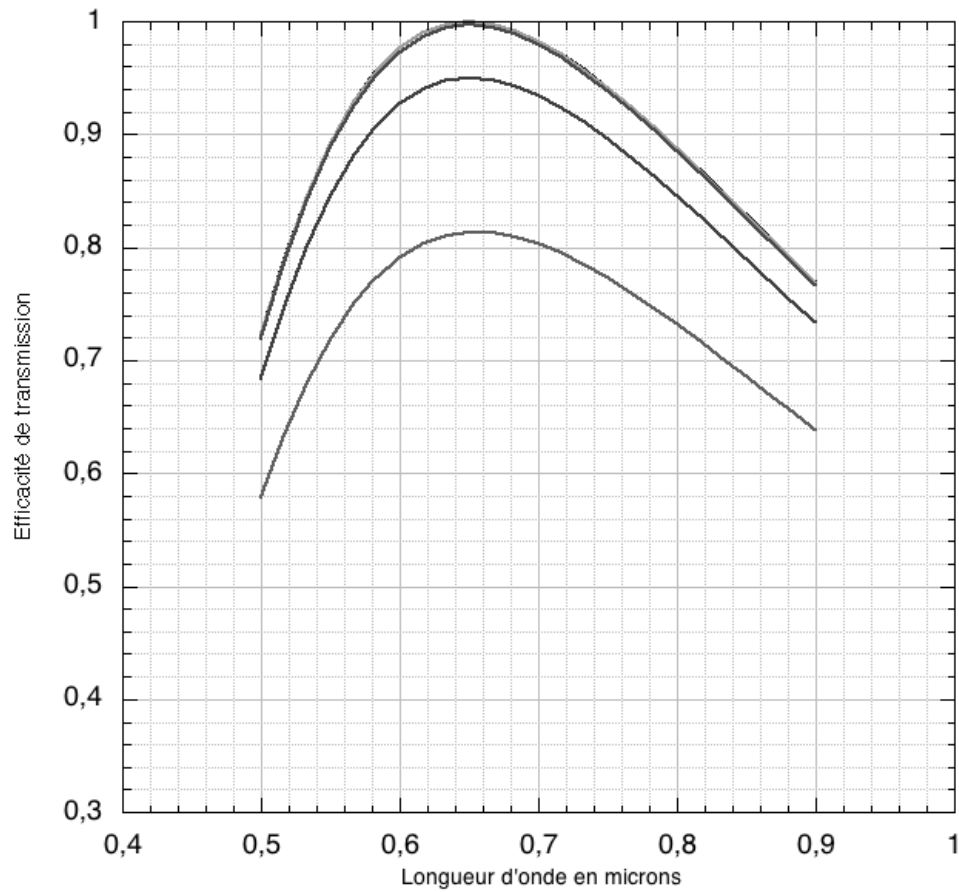


FIG. 4.17 – Les différentes courbes représentent l'efficacité de transmission pour des lentilles dont les pentes ont été approximées par un nombre croissant de marches, du bas vers le haut : 4 niveaux, 8 niveaux, puis 32, 128 niveaux et profil continu (ces 3 dernières courbes étant quasi-confondues). L'efficacité maximale se situe pour toutes ces lentilles à 650nm : la longueur d'onde de blaze. Une lentille de 32 niveaux ou plus permet une efficacité de plus de 90% sur une bande passante de 220 nm. L'efficacité à  $\lambda_{blaze}$  d'une lentille à seulement 4 niveaux est de plus de 80%.



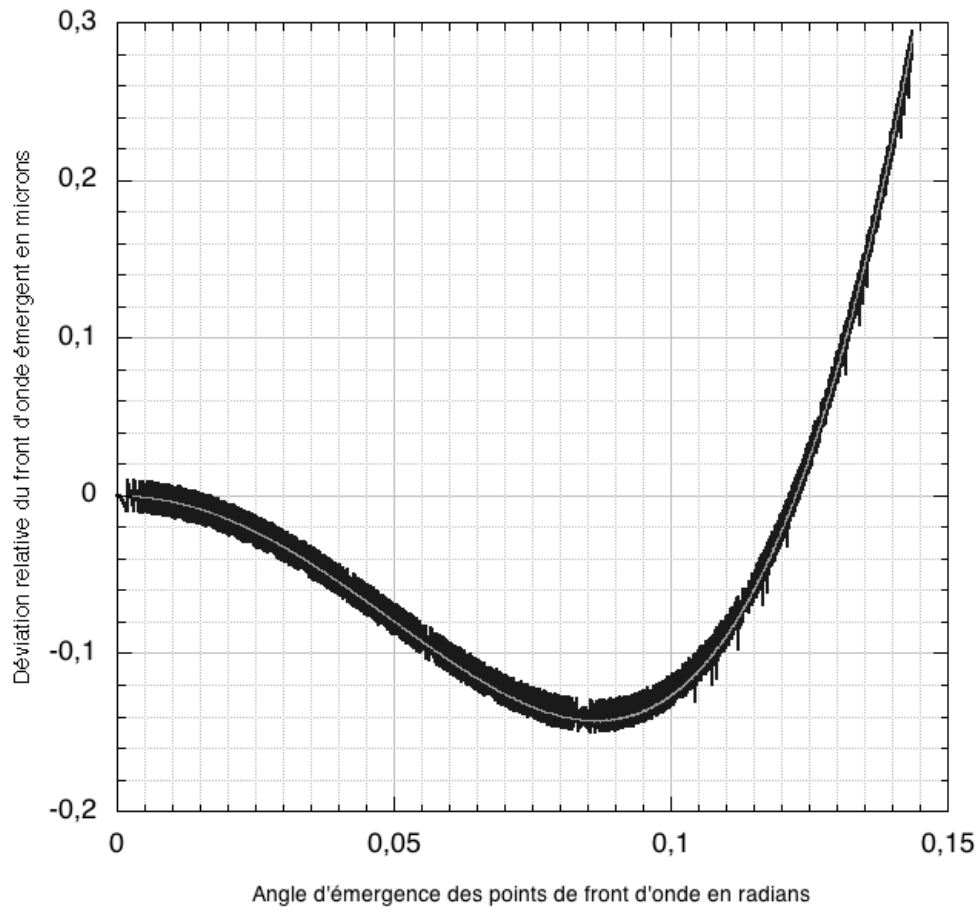


FIG. 4.18 – Profils d'un front d'onde émergent d'une lentille à 100 zones blazée pour 650nm, dont le profil a été déterminé pour un  $\frac{A_0 \lambda_{blaze} I_0}{\text{diamètre}} = 20$ , mais dont l'utilisation s'est faite pour un rapport  $\frac{A_0 \lambda_{blaze} I_0}{\text{diamètre}} = 4$ . Une aberration sphérique de troisième ordre est visible, d'amplitude P-V  $\simeq 500\text{nm}$ . Deux profils sont visibles : un possédant une certaine dispersion (épaisseur) dû à l'utilisation d'une lentille échantillonnée sur 32 niveaux, l'autre en clair, non dispersé et superposé au précédent : la modélisation d'une lentille à profil continu.

### 4.4.3 Longueur d'onde de blaze nominale

Comment choisir la longueur d'onde de blaze ? Elle va être choisie de telle façon que l'énergie qui passe soit maximale dans la bande spectrale choisie. Cela signifie que par exemple sur la courbe d'efficacité de la fig.4.19, l'aire de la surface comprise entre la courbe d'efficacité et le niveau de valeur 1 soit minimale à  $\Delta\lambda$  donné. Cela signifie que les efficacités doivent être les mêmes pour les longueurs d'onde minimale et maximale de la bande passante prise en compte. Cette figure nous montre aussi que la courbe d'efficacité est asymétrique de part et d'autre de la longueur d'onde de blaze : en effet, pour une amplitude P-V d'écart d'un front d'onde donné à un front d'onde idéal, l'effet sur le front d'onde sera d'autant plus important que  $\lambda$  est faible.

On peut déterminer la longueur d'onde de blaze  $\lambda_b$  grâce aux faits que :

- si la pente d'une zone, dessinée pour une longueur d'onde de blaze  $\lambda_b$ , est plus haute qu'elle ne devrait l'être pour une longueur d'onde  $\lambda$ , la différence de chemin optique P-V introduite par rapport au cas idéal vaudra :

$$ddm = \left(n \frac{\lambda_b}{n_b - 1}\right) - \left(\left(\frac{\lambda_b}{n_b - 1} - \frac{\lambda}{n - 1}\right) + n \frac{\lambda}{n - 1}\right)$$

soit

$$ddm = \lambda_b \frac{n - 1}{n_b - 1} - \lambda \quad (4.20)$$

- si en revanche la pente d'une zone, dessinée pour une longueur d'onde de blaze  $\lambda_b$ , est plus petite qu'elle ne devrait l'être pour une longueur d'onde  $\lambda$ , la différence de chemin optique P-V introduite par rapport au cas idéal vaudra :

$$ddm = \left(\left(\frac{\lambda}{n - 1} - \frac{\lambda_b}{n_b - 1}\right) + n \frac{\lambda_b}{n_b - 1}\right) - \left(n \frac{\lambda}{n - 1}\right)$$

soit à nouveau

$$ddm = \lambda_b \frac{n - 1}{n_b - 1} - \lambda \quad (4.21)$$

Si l'indice varie avec la longueur d'onde de façon monotone, les longueurs d'onde où l'efficacité sera la plus faible seront les deux longueurs d'onde extrémales de la bande passante : les valeurs  $\frac{ddm_{\lambda_{min}}}{\lambda_{min}}$  et  $\frac{ddm_{\lambda_{max}}}{\lambda_{max}}$  seront en valeur absolue maximaux et égaux. La hauteur des pentes à la longueur d'onde où la lentille devra être blazée se calcule en égalisant ces rapports  $\left| \frac{ddm}{\lambda} \right|$ , et l'on obtient :

$$\frac{\lambda_{b_{optimale}}}{n_b - 1} = \frac{2}{\frac{n_{max} - 1}{\lambda_{max}} + \frac{n_{min} - 1}{\lambda_{min}}} \quad (4.22)$$

A l'aide de la courbe d'évolution de l'indice du matériau en fonction de la longueur d'onde (fig.4.16 dans le cas de la silice), la longueur d'onde de blaze optimale peut ainsi être calculée. Si le matériau change peu d'indice à travers la bande spectrale, l'équation 4.22 peut être approximée comme étant la moyenne harmonique des longueurs d'onde :

$$\lambda_{b_{optimale}} = \frac{2}{\frac{1}{\lambda_{min}} + \frac{1}{\lambda_{max}}} \quad (4.23)$$

Par exemple dans la fig.4.19, on retrouve que si les longueurs d'onde min et max voulues étaient (par exemple...) de 520 et 870 nm (tous deux environ à la même efficacité de

$\simeq 80\%$ ), la longueur d'onde de blaze optimale calculée par 4.23 serait 650nm. Et l'on retrouve aussi que la longueur d'onde de blaze optimale correspondant à une bande passante allant de 550 à 790 nm (efficacités de 90%) serait de 649 nm.

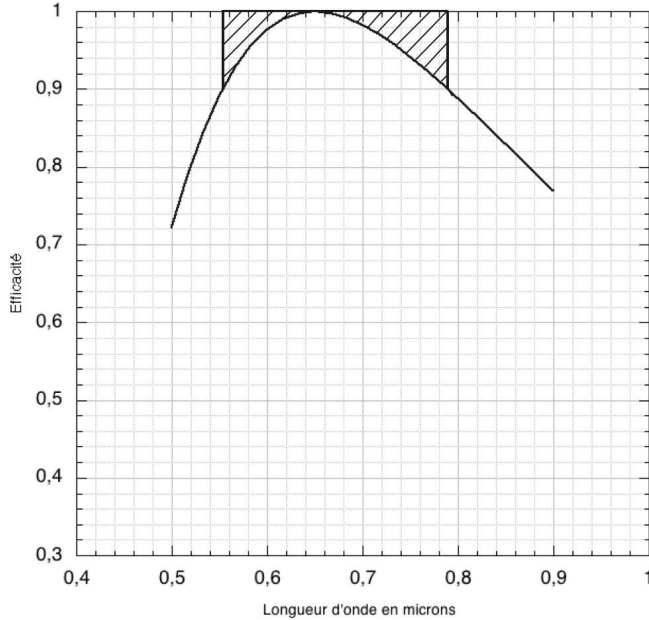


FIG. 4.19 – Courbe d'efficacité reprise de la figure 4.17. Est hachurée une zone correspondant à l'énergie non transmise à l'ordre -1 de la lentille blazée, les longueurs d'onde min et max ayant la même efficacité. En supposant  $\Delta\lambda$  constant, si l'on décale cette bande spectrale vers des  $\lambda$  plus petites ou plus grandes, l'axe des longueurs d'onde étant linéaire, l'aire de la surface hachurée va augmenter, l'énergie transmise par la lentille aux ordres autres que -1 va par conséquent augmenter (approximation pour des  $\Delta\lambda$  faibles).

## 4.5 Tolérance de positionnement de la lentille de Fresnel correctrice

La phase du front d'onde incident la lentille de Fresnel correctrice, formé par l'ordre 1 de la grille et l'optique de champ, suit une évolution depuis l'axe optique fonction de  $d^2$  ( $d \equiv$  distance à l'axe optique). La lentille de Fresnel blazée ajoute une puissance optique au montage, soit va rajouter pour le front d'onde incident une phase fonction elle-même de  $d^2$ . Si la lentille de Fresnel est décentrée d'une quantité  $\Delta d$  par rapport à l'image de la grille formée par l'optique de champ, le terme de phase introduit par la lentille correctrice sera lui aussi décentré par rapport à la phase du front d'onde incident.

En appelant  $c$  la dimension du côté de la grille **imagée dans le plan de la lentille de Fresnel blazée**, les phases du front d'onde incident  $\varphi_i$  et du déphasage introduit par la lentille de Fresnel correctrice  $\varphi_c$  peuvent s'écrire :

$$\begin{aligned}\varphi_i &= 2\pi N \left(\frac{2d}{c}\right)^2 \\ \varphi_c &= -2\pi N \left(\frac{2(d-\Delta d)}{c}\right)^2\end{aligned}\tag{4.24}$$

On retrouve  $\varphi_i = 2\pi N$  en  $d = \frac{c}{2}$ , et  $\varphi_c = -2\pi N$  en  $d = \frac{c}{2}$  et si  $\Delta d = 0$ . La phase résultante  $\varphi_r$  du front d'onde émergent vaut :

$$\varphi_r = \varphi_i + \varphi_c\tag{4.25}$$

On obtient en négligeant  $\Delta d^2$  par rapport à  $d \Delta d$  :

$$\varphi_r = 2\pi \frac{8N \Delta d}{c^2} d \quad (4.26)$$

La différence de marche à la position  $d$  en fonction de  $\lambda$  vaut ainsi :

$$ddm(d, \lambda) = \lambda \frac{8N \Delta d}{c^2} d \quad (4.27)$$

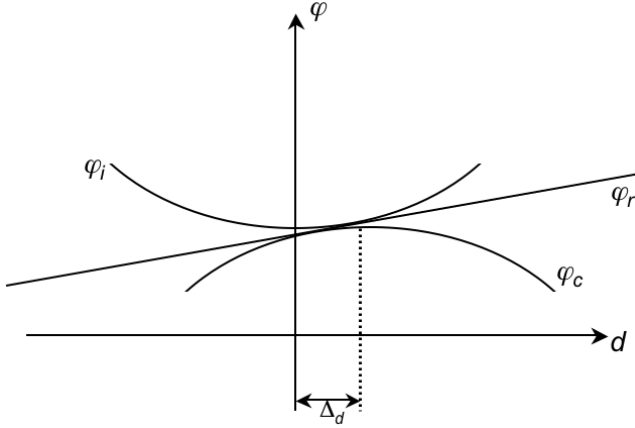


FIG. 4.20 – Si l'image de la grille de Fresnel n'est pas superposée à la lentille de Fresnel blazée, le front d'onde incident de phase  $\varphi_i$  ne sera pas centré sur le déphasage  $\varphi_c$  introduit par la lentille de Fresnel blazée. Les points du front d'onde résultant posséderont une phase  $\varphi_r$  linéaire à l'éloignement à l'axe optique.

Si  $\Delta d = 0$ , tous les points constitutifs du front d'onde résultant posséderont une marche égale. En revanche si  $\Delta d \neq 0$  :

- d'une part, pour un  $\lambda$  donné, chaque point décrivant le front d'onde résultant possèdera une phase proportionnelle à son éloignement à l'axe optique : on aura obtenu l'équivalent de l'ajout d'un front d'onde plan incliné ;
- d'autre part, cette inclinaison est linéaire en  $\lambda$  : on retrouve une expression analogue à l'approximation pour les petits angles de la dispersion causée par un réseau de diffraction à pas constant.

Ainsi, si la superposition de l'image de la grille et de la lentille correctrice n'est pas réalisée, on obtiendra bien une image, mais dont la position au plan final sera fonction de la longueur d'onde : on obtiendra une dispersion chromatique.

L'angle de dispersion pour un  $\Delta\lambda$  correspondant est à un terme de piston près :

$$\tan(\Delta\alpha) \simeq \Delta\alpha = \frac{ddm(d, \Delta\lambda)}{d} = \Delta\lambda \frac{8N \Delta d}{c^2} \quad (4.28)$$

Cet angle de dispersion peut être comparé à la dimension de la tâche d'Airy  $\rho$  ( $\rho = \frac{\lambda}{c}$ ) :

$$\frac{\Delta\alpha}{\rho} = \frac{8N \Delta d \Delta\lambda}{c \lambda} \quad (4.29)$$

La correction chromatique pourra être considérée comme réalisée si cette dispersion est inférieure à la dimension de la tâche d'Airy, requérant  $\frac{\Delta\alpha}{\rho} \leq 1$  :

$$\Delta d \leq \frac{c}{8N} \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \quad (4.30)$$

La tolérance de positionnement de la lentille blazée est d'autant plus relâchée que la bande passante imagée est faible : par exemple pour une bande spectrale valant  $\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = 3$ ,

le condition sera vérifiée si  $\Delta d \leq 1.5$  fois la dimension du motif le plus externe de la lentille correctrice. Dans le contexte du vol en formation, cette demande de positionnement de l'image de la pupille par rapport à la lentille de Fresnel blazée se traduira par une demande de contrôle d'attitude du satellite secondaire par rapport au satellite primaire. D'autre part, et j'aurai l'occasion d'en reparler lors du dernier chapitre, mais le fait que l'image soit spectralement dispersée si cette condition n'est pas réalisée permet d'envisager d'effectuer de la spectrographie avec un système d'imageur de Fresnel en modifiant simplement l'attitude du satellite secondaire.

## 4.6 Avantages annexes de l'utilisation d'une optique de champ

Le fait d'utiliser dans le schéma optique de correction une lentille de champ va en plus de la possibilité d'achromatiser le faisceau amener trois avantages :

- un premier va être que l'optique de champ va focaliser l'ordre 0 provenant de la grille, légèrement en amont de l'optique blazée. Cette lumière parasite va pouvoir être éliminée avec un masque (fig.4.21) dans le cas d'un objet compact. Un éventuel deuxième masque pourrait être aussi être placé entre le masque d'ordre 0 et la lentille de Fresnel blazée pour pouvoir masquer les ordres -1 et autres supérieurs (en valeur absolue), ces ordres étant focalisés à peu près au même niveau.

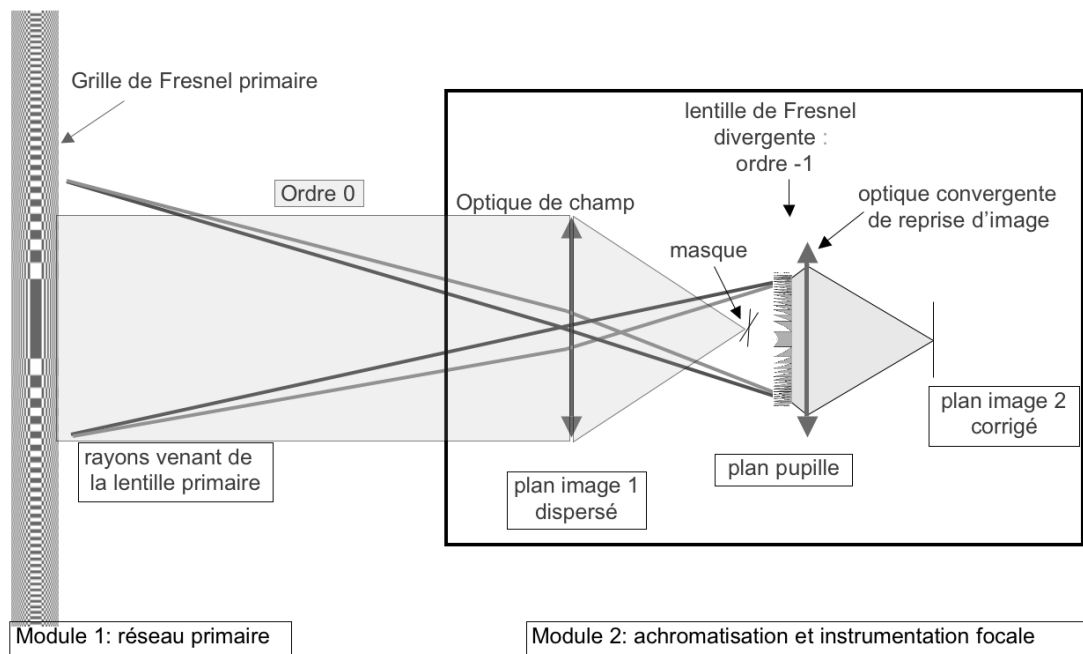


FIG. 4.21 – Ce schéma est la reprise de celui de la fig.4.3, avec la lentille blazée illustrée mise à la place du réseau correcteur binaire. La présence d'une optique de champ permet l'élimination de l'ordre 0 de la grille par la mise en place d'un masque au foyer de l'optique de champ. L'optique de champ, créant une image de la grille en un plan pupille, va aussi permettre que les sources dont les rayons ne passent pas par la grille soient éliminées, leur image étant formée à côté de l'image de la grille dans le plan pupille, et donc étant éliminable.

- un deuxième avantage est que comme expliqué, l'optique de champ forme une image de la grille en un plan pupille : la lumière provenant de sources situées à côté de la grille vu depuis l'optique de champ va être focalisée à côté de l'image de la grille, permettant spatialement leur séparation des sources passant par la grille, et donc leur élimination. La différence de mise au point au niveau du plan pupille entre l'image de la grille et les images de ces sources externes pourrait créer un flou de celles-ci et donc une séparation spatiale non nette. Ceci pourra être compensé par un baffle prolongeant le plan de la grille, créant une zone dont l'image au plan pupille sera inutile et donc masquable, autorisant ainsi le masquage des sources défocalisées ne passant pas par la grille de Fresnel.

- un troisième avantage est que l'on peut penser que cette optique de champ sera dans le cas d'un projet spatial un télescope de champ, utilisant des optiques réfléchissantes. Etant donné que ce projet utilisera de toute façon le vol en formation, la distance entre les deux modules grille et optique de champ sera contrôlable, tout comme l'attitude du satellite foyer. On pourrait imaginer un satellite foyer qui ne posséderait qu'une seule optique de champ, et qui en fonction de la distance le séparant de la grille pourrait par une légère modification de son attitude envoyer le faisceau reçu sur l'une ou l'autre de plusieurs lentilles blazées, adaptées chacune en nature de matériau et en dimensions à une certaine gamme de longueurs d'onde, par exemple une première lentille blazée fonctionnant dans l'UV, une deuxième dans le visible, une troisième dans le proche IR et une dernière dans l'IR plus lointain. Ainsi, plusieurs trains focaux seraient contenues dans un seul satellite et se partageraient une seule optique de champ réfléchive, dont par contre la précision de surface devra répondre à la condition de qualité de surface exigée par la gamme de longueur d'onde où se fera la science la plus exigeante. On peut a priori penser que cela serait pour l'UV, mais si on ne prévoit par exemple pas de faire de très haute dynamique dans l'UV mais seulement profiter de la possibilité de haute résolution angulaire offerte, alors que dans le proche IR on veut pouvoir aller chercher de l'imagerie à haute dynamique, il est possible que ce soient les objectifs des missions IR qui donnent les contraintes de qualité de surface de l'optique de champ commune. Il y a aussi besoin que le revêtement de la surface réfléchissante fonctionne dans l'ensemble de ces longueurs d'onde.



# Chapitre 5

## Système complet d'imageur de Fresnel

Les courbes d'apodisation présentées au chapitre 3 sont, comme expliqué, les résultats au foyer primaire de la grille, en imagerie monochromatique. Or la grille étant chromatique, l'obtention d'une image à large bande spectrale est souhaitable et réalisable, le schéma de l'optique focale le permettant ayant été présenté au chapitre 4. La mise en place de cette optique focale va également permettre d'éliminer l'ordre 0 de la grille de Fresnel, mais va aussi entraîner des phénomènes de diaphragme à cause de la dimension finie de l'optique de champ et de la présence du masque d'ordre 0. De plus, nous avons vu au chapitre précédent que l'efficacité de la lentille de Fresnel blazée était fonction de la longueur d'onde.

Afin de quantifier les effets de ces diverses contributions, j'ai mis en place une chaîne de simulation optique complète, par propagation du front d'onde de plan en plan.

### 5.1 Parcours optique complet

La simulation de la PSF obtenue au plan image va se faire par propagation du front d'onde depuis la grille de Fresnel jusqu'au plan image final, théoriquement achromatique. Les divers éléments optiques sont visibles sur la figure 5.1, Le montage comprend :

- 4 optiques : la grille de Fresnel elle-même, l'optique de champ achromatique, la lentille blazée correctrice placée dans un plan pupille, et l'optique achromatique de reformation d'image ;
- 3 emplacements où le faisceau sera diaphragmé : circulairement aux niveaux de l'optique de champ et de la lentille blazée, et par un masque rond, carré, avec ou sans branche... au niveau du masque d'ordre 0 ;
- 4 propagations : depuis la grille jusqu'à l'optique de champ (distance  $d_{01}$ ), depuis l'optique de champ jusqu'au masque d'ordre 0 ( $d_{12}$ ), depuis ce masque d'ordre 0 jusqu'à la lentille blazée ( $d_{34}$ ), et depuis le plan de cette lentille blazée jusqu'au plan image final ( $d_{56}$ ). La lentille blazée et l'optique de reformation d'image sont considérées être dans un même plan, les écarts à cette considération se traduisant par un simple déplacement de la position du plan image terminal, et donc un facteur d'agrandissement de l'image terminale.

La simulation par cette chaîne se fait de façon monochromatique, les optiques introduisant un facteur de phase fonction des longueurs d'onde considérées. Une image de bande spectrale large peut être obtenue en superposant des images obtenues à différentes



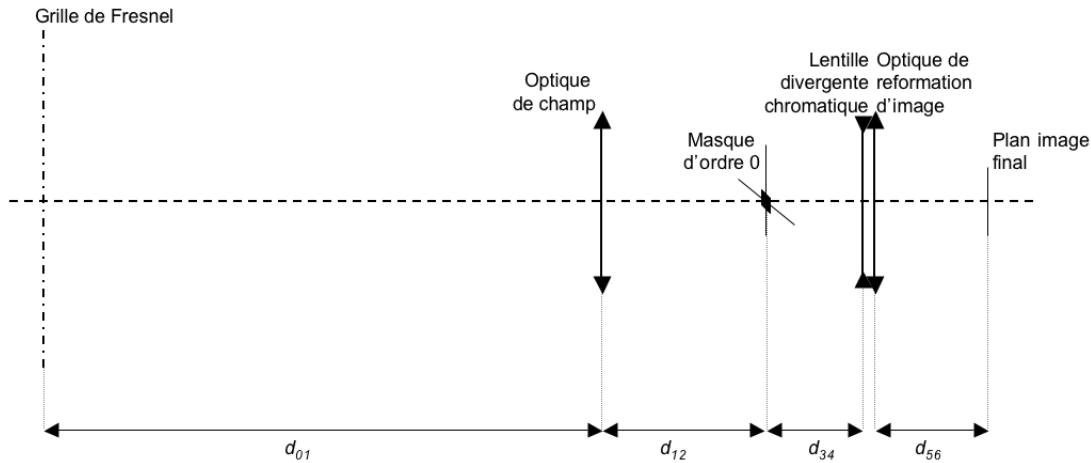


FIG. 5.1 – Schéma de propagation "complet" d'un système de Fresnel : la donnée d'entrée est un front d'onde au niveau de la grille de Fresnel, que l'on propage jusqu'à l'optique de champ sur une distance  $d_{01}$ . L'optique de champ induit un diaphragmage et une modification des phases des points échantillonnant le front d'onde, que l'on repropage jusqu'au masque d'ordre 0 situé à une distance  $d_{12}$ . Un masque permettant de bloquer une partie de l'ordre 0 de la grille est mis en place. Le front d'onde peut ensuite être propagé sur une distance  $d_{34}$  jusqu'à la lentille de Fresnel divergente, dont l'obtention a été expliquée dans le chapitre 4. Celle-ci va effectuer une modification des phases des points échantillonnant le front d'onde, et va diaphragmer le faisceau par son diamètre fini. La phase des divers points échantillonnant le front d'onde est ensuite à nouveau modifiée par l'optique de reformation d'image, considérée au même plan que la lentille blazée, et enfin on effectue une nouvelle propagation sur une distance  $d_{56}$ , jusqu'au plan image final.

longueurs d'onde, différentes longueurs d'onde n'interférant pas entre elles. Par exemple, les images polychromatiques simulées aux sections 5.2.1 et 5.2.3 ont été obtenues en additionnant des images monochromatiques dont les longueurs d'onde sont séparées de 10nm.

### 5.1.1 Simulations des optiques

La méthode de simulation de la grille de Fresnel a été évoquée dans le chapitre 3. L'optique de champ, ainsi que celle de reformation d'image, est considérée comme une lentille achromatique, sa simulation se faisant par l'introduction d'une phase aux points décrivant le front d'onde incident égale à :

$$\varphi = \frac{2\pi p^2}{\lambda 2f} \quad (5.1)$$

$p$  est la distance d'un point d'échantillonnage du front d'onde à l'axe optique, et  $f$  est la distance focale de l'optique considérée. Les lentilles sont considérées dessinées en conjugaison infini-fini.

La simulation de la lentille de Fresnel correctrice peut se faire de deux façons : la première est de simuler cette lentille blazée de la même manière qu'une optique achromatique, par l'introduction d'un facteur de phase tel que décrit par l'eq.5.1, en adaptant la distance focale en fonction de la longueur d'onde simulée. On simule ainsi une lentille qui serait blazée pour toutes les longueurs d'onde. Une deuxième façon, plus réaliste, est de premièrement créer selon la méthode du chapitre 4 un profil de lentille blazée décrivant des hauteurs de lentille  $e_i$ . Ensuite, dans ce programme de simulation de la chaîne optique

complète, on lit ce profil et la lentille blazée est simulée par l'introduction d'un facteur de phase  $\varphi$  valant en chaque point d'échantillonnage du front d'onde :

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} e_i (n_\lambda - 1) \quad (5.2)$$

avec  $n_\lambda$  l'indice de réfraction du matériau support, à la longueur d'onde utilisée dans la simulation.

### 5.1.2 Simulation des diaphragmes de faisceau

Un blocage de faisceau se résume dans la simulation à une mise à zéro des points d'échantillonnage du front d'onde devant être masqués, par exemple au niveau du masque d'ordre 0, constitué d'un centre carré ou circulaire et de ses branches supports. Le faisceau est aussi bloqué par les dimensions finies des optique de champ et lentille de Fresnel blazée.

### 5.1.3 Simulation des propagations

L'obtention du front d'onde au niveau de l'entrée de l'optique de champ, propagé sur  $d$  depuis la grille de Fresnel, peut se faire comme expliqué en sec.1.4.2 par une propagation de Fresnel. Elle est obtenue par une composition en 2 dimensions de TFs obtenues en 1D, permettant la simulation de grilles de très grands nombres de zones correctement échantillonnés (sec 3.3). Cette interpolation de 1D vers 2D est possible du fait que l'on a considéré d'une part que l'onde avait la même phase selon tout le plan de la grille, et d'autre part que la grille pouvait être décrite à partir de seulement deux vecteurs à une dimension.

Une fois le front d'onde à deux dimensions obtenu au niveau de l'optique de champ, il va subir un diaphragme et l'ajout d'un facteur de phase quadratique par cette optique de champ. La propagation du front d'onde va se faire par la suite en réelle 2D, les lignes et les colonnes de la matrice décrivant le front d'onde obtenu en ce plan n'étant plus similaires à la phase près, comme pouvaient l'être les lignes et les colonnes décrivant la grille de Fresnel. La dimension de la matrice, codée en complex double, est limitée par la RAM disponible : pour fixer les idées, un front d'onde décrit par une matrice de 8132\*8132 pixels occupe 1Go en RAM. D'un point de vue mathématique, la propagation d'un plan 1 à un plan 2 séparés par une distance  $d_{12}$  se fait en reprenant l'équation 1.28 :

$$\underline{\psi}_{x_2, y_2} \propto e^{i \frac{2\pi}{\lambda} \frac{x_2^2 + y_2^2}{2d_{12}}} \int \int \underline{\psi}_{x_1, y_1} e^{-i \frac{2\pi}{\lambda} \frac{x_2 x_1 + y_2 y_1}{d_{12}}} e^{i \frac{2\pi}{\lambda} \frac{x_1^2 + y_1^2}{2d_{12}}} dx_1 dy_1 \quad (5.3)$$

Numériquement, en partant d'un front d'onde décrit par  $\underline{\psi}_{x_1, y_1}$ , la propagation débute par l'introduction d'un facteur de phase en tout point valant :

$$\varphi_{p_1} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{x_1^2 + y_1^2}{2d_{12}} \quad (5.4)$$

$p_1 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$  étant la distance du point d'échantillonnage à l'axe optique, au plan 1. La propagation à proprement parler se fait ensuite par une Transformée de Fourier, et l'obtention de l'état de front d'onde au plan 2 est finalement obtenu par l'introduction

d'un facteur de phase au plan d'onde 2 :

$$\varphi_{p_2} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{x_2^2 + y_2^2}{2d_{12}} \quad (5.5)$$

$p_2 = \sqrt{x_2^2 + y_2^2}$  étant la distance du point d'échantillonnage à l'axe optique, au plan 2.

#### 5.1.4 Dimensions des divers champs au cours de la propagation

Soit un champ carré dont la dimension d'un côté est  $c_2$ , dimension échantillonnée par  $n_2$  points. Ce champ a été obtenu à partir de la propagation sur une distance  $d_{12}$  d'un champ de dimension  $c_1$  décrit par  $n_1$  points. La dimension de ce champ sera :

$$c_2 = n_2 \frac{\lambda d_{12}}{c_1} \frac{1}{s_1} \quad (5.6)$$

$s_1$  est un facteur dit de suréchantillonnage du plan 1 : le champ 1 étant décrit par  $n_1$  points, la Transformée de Fourier effectuée lors de la propagation du front d'onde peut ne pas se faire sur ces  $n_1$  points, mais sur  $s_1 n_1$  points,  $s_1 \geq 1$ . Les  $n_1$  points centraux d'un vecteur de dimension  $s_1 n_1$  seront décrits par les  $n_1$  points du champ  $c_1$ , et les autres points seront mis à 0 : il s'agit en fait simplement d'un processus dit de "zero padding". Ce processus permet d'obtenir la dimension du champ  $c_2$  désiré, pour peu que l'algorithme de  $TF$  employé autorise des dimensions de vecteurs quelconques. A noter que dans l'objectif d'optimiser l'utilisation mémoire, les dimensions  $n_1$  et  $n_2$  seront prises égales, permettant la réutilisation d'une même matrice d'un plan au suivant.

Une  $TF$  à deux dimensions n'étant que le résultat de l'application d'une  $TF$  à une dimension selon toutes les lignes de la matrice, suivie d'une  $TF$  à une dimension selon toutes ses colonnes, le fait d'effectuer une propagation à 2D n'interdit pas d'utiliser des valeurs de  $s_i n_i$  élevés, et de stocker en mémoire seulement les  $n_i$  points d'intérêt, perdant alors les valeurs les plus externes du champ. Il faut faire attention de ne pas diaphragmer le faisceau en obtenant un champ  $c_2$  qui serait plus petit que la section du faisceau optique au plan où la propagation est calculée.

#### 5.1.5 Sources d'écarts de la simulation à la réalité

Les sources d'écarts de la simulation telle que présentée à des images obtenues peuvent être :

- L'achromatisme supposé parfait des optiques de champ et de reformation d'image ; mais étant donnés les rapports d'ouverture des optiques en jeu, cette approximation a été supposée vérifiée dans le cadre de l'application principal de cette simulation : le prototype présenté au chapitre 6. Les résultats obtenus ont donné raison à cet a priori. De plus, l'optique de champ, simulé comme une lentille achromatique, est en réalité que ce soit pour le prototype sol ou pour un projet spatial, un télescope fonctionnant hors axe, justifiant pleinement la supposition d'achromatisme. Quant à l'optique de reformation d'image, conjugant le plan image virtuel de la lentille blazée avec le plan image final réel du système, elle fonctionne pour une conjugaison déterminée plan à plan et peut donc être choisie avec cette contrainte d'achromatisme pour ces deux plans fixes conjugués.
- Les phénomènes de réflexion de surface ne sont pas pris en compte, ne présupposant pas de la nature et de l'efficacité des éventuels traitements anti-reflets mis en oeuvre. La

lumière parasite générée par ces interfaces d'entrée et de sortie des optiques n'est actuellement pas prise en compte. Les réflexions parasites sur les guides d'une pièce optique à l'autre ne sont pas non plus intégrés. Cette étude à faire est équivalente à celle devant être menée dans tout design d'instrument prétendant à l'imagerie à haute dynamique, et nécessite d'être menée en collaboration avec les concepteurs de la mécanique, sur la base d'un dimensionnement des optiques donné.

- A l'heure actuelle, les optiques sont introduites sans défaut de surface. Cela pourra faire l'objet d'une amélioration future.

### 5.1.6 A propos de la position du masque d'ordre 0 dans le montage

Deux études sont intéressantes à développer à propos de la position du masque d'ordre 0 par rapport à des plans particuliers de l'optique d'achromatisation. La première concerne un aspect physique du système : à savoir la position de ce masque en relation avec la position de l'image terminale. L'autre concerne plus un aspect numérique : la position de ce masque par rapport au plan pupille.

#### 5.1.6.1 Position de l'image formée par l'association de l'ordre 0 de la grille et de l'ordre 0 de la lentille de Fresnel blazée

J'ai développé dans la section 4.1 du chapitre précédent la formulation matricielle de la fonction de transfert depuis la grille jusqu'à la lentille blazée correctrice, et m'en suis servi pour déterminer les paramètres d'achromatisation. Je vais à présent repartir de ce que j'avais pour y inclure des caractéristiques de positionnement du masque d'ordre 0. Je reprends le schéma 4.2 et le complète (cf fig.5.2)

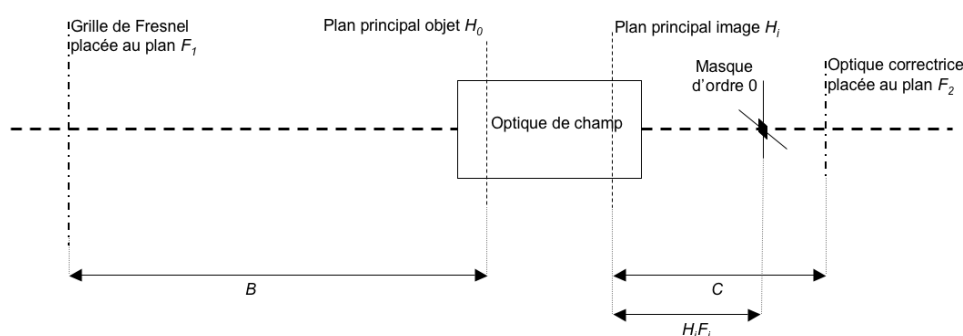


FIG. 5.2 – L'optique  $F_2$  va corriger l'optique  $F_1$  par l'intermédiaire d'une optique de champ. Cette optique de champ est caractérisée par ses deux plans principaux  $H_o$  et  $H_i$ . Le masque d'ordre 0 est placé au plan focal image de l'optique de champ.

L'équation de la matrice de transfert du système optique depuis le plan de la grille jusqu'à son plan conjugué où est située la lentille correctrice a été calculé aux équations 4.3 et 4.4. Dans la configuration où le montage permet l'achromatisation, les dépendances

des termes avec  $\lambda$  sont annulées, et on obtient :

$$[T] = \begin{bmatrix} T_{1,1} & T_{1,2} \\ T_{2,1} & T_{2,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - CV_{H_oH_i} & 0 \\ -V_{H_oH_i} & 1 - BV_{H_oH_i} \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

La matrice de transfert de l'optique de champ seule étant je rappelle :

$$[T_c] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -V_{H_oH_i} & 1 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

On en déduit que :

- (1) Termes  $T_{2,1}$  communs : la vergence de l'ensemble optique depuis la grille jusqu'au plan pupille est égal à la vergence de l'optique de champ ;
- (2) la position du plan  $H_i$  repéré sur la figure 5.2 est celle du plan principal image de l'optique de champ. La position du plan principal image de l'ensemble optique peut quant à lui être calculé en prenant le plan  $F_2$  comme plan de sortie de l'ensemble (Pérez *Optique : fondements et applications* 2004 [33]) :

$$\overline{F_2H_i} = (T_{1,1} - 1) * -\frac{1}{T_{2,1}} = -C \quad (5.9)$$

Le plan principal image de l'optique de champ est donc aussi le plan principal image du système optique comprenant les éléments depuis la grille jusqu'à la lentille blazée, incluses.

- (3) de la même façon, le plan principal objet de l'optique de champ est aussi le plan principal objet du système optique comprenant les éléments depuis la grille jusqu'à la lentille blazée, incluses.

On sait que l'ordre 0 de la grille est focalisé par l'optique de champ au plan focal de cette dernière. Or, les conclusions (1) et (2) induisent que l'image formée par l'ensemble grille + optique de champ + lentille de Fresnel blazée se trouve en ce même plan. Ainsi, l'ordre 0 de la grille combiné à l'ordre 0 de la lentille de Fresnel correctrice sera imagé au même plan que l'ordre 1 de la grille associé à l'ordre -1 de la lentille de Fresnel correctrice.

### 5.1.6.2 Position du masque d'ordre 0 par rapport à la pupille

Cette section est présente essentiellement pour répondre à une interrogation que l'on peut avoir lorsque l'on réfléchit du point de vue algorithmique. Cette question est : comme expliqué, j'ai utilisé des propagations de Fresnel plan à plan : or, si pour des imageurs de Fresnel de "petite" dimensions, les plans du masque d'ordre 0 et de la lentille de Fresnel blazée sont distincts, on peut penser que dans le cas d'une mission spatiale avec une grille à plusieurs km de l'optique de champ ces deux plans seraient "plus" confondus : l'utilisation d'une propagation de Fresnel pour passer du plan du masque d'ordre 0 au plan de la lentille de Fresnel blazée, propagation sur la distance  $d_{34}$ , est elle encore juste ? Pour répondre à cette question, je vais calculer la valeur de l'ajout de phase qui précède l'opération de transformée de Fourier lorsque l'on effectue la propagation de Fresnel (eq.5.4), phase proportionnelle à  $\frac{s^2}{\Delta z}$  (fig.5.3).

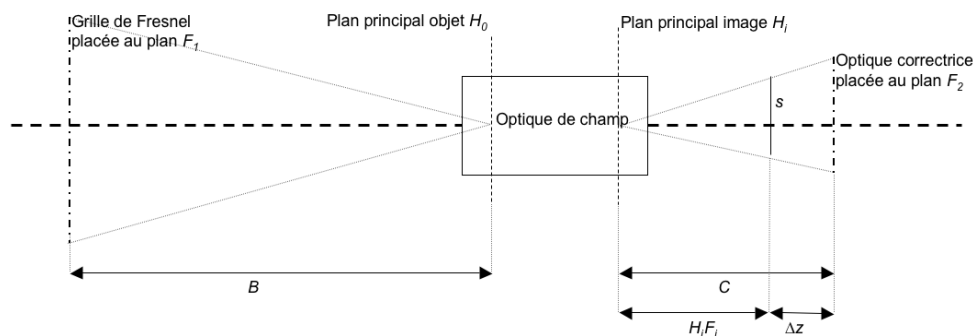


FIG. 5.3 – Par rapport à la fig.5.2, j'ai ajouté la dimension  $\Delta z$  : distance entre les plans de l'ordre 0 et le plan pupille, et la dimension  $s$  : dimension de la pupille défocalisée au niveau du plan d'ordre 0.

Les milieux optiques d'avant et d'après l'optique de champ ont le même indice, par conséquent :

$$- \overline{H_i F_i} = -\overline{H_o F_o};$$

- le point nodal objet (resp. image) est situé à l'intersection du plans principal objet (resp. image) et de l'axe optique (cf. Pérez *Optique : fondements et applications* 2004 [33]).

À présent :

(1) : loi de Newton sur des points objet et image  $A_o$  et  $A_i$  :

$$\overline{F_i A_i} \overline{F_o A_o} = -\overline{H_i F_i}^2$$

$$\Rightarrow \Delta z (B - (C - \Delta z)) = (C - \Delta z)^2$$

(5.10)

(2) : par conséquent, expression de  $\frac{s^2}{\Delta z}$  :

$$\begin{aligned} \frac{s^2}{\Delta z} &= \frac{B - (C - \Delta z)}{(C - \Delta z)^2} \left[ C_g \frac{C}{B} \frac{C - \Delta z}{C} \right]^2 \\ &= \frac{C_g^2}{B^2} (B - C + \Delta z) \end{aligned}$$

Or on peut considérer que  $B$  est la distance focale de la grille à une longueur d'onde  $\lambda_{ref}$ , donc que l'on a  $B = \frac{C_g^2}{8N\lambda_{ref}}$ , et écrire :

$$\frac{s^2}{\Delta z} = 8N\lambda_{ref} \left( 1 - \frac{C}{B} + \frac{\Delta z}{B} \right)$$

(5.11)

Etant donné que  $B \gg C \gg \Delta z$ , on peut considérer que  $\frac{s^2}{\Delta z}$  ne dépend pas des dimensions physiques de l'imageur simulé, mais seulement de son nombre de zones. La simulation algorithmique de cette propagation de Fresnel, qui pouvait sembler de prime abord comme une difficulté pour des "grands" systèmes de Fresnel, est en réalité non problématique.

## 5.2 Performances du concept de Fresnel au foyer final

Les éléments constitutifs de la simulation étant en place, je vais à présent utiliser celle-ci pour illustrer les performances d'un concept d'imageur de Fresnel.

### 5.2.1 Evolution de PSF en fonction de la présence ou non du masque d'ordre 0, de la largeur de bande spectrale et de la nature de la lentille blazée

Je vais présenter les PSF correspondant à une grille de 300 zones, apodisée selon la fonction  $T_{trig}$  (eq.3.13) avec des valeurs de  $t_M$  et  $t_m$  de 1 et 0.1 respectivement. La simulation sera considérée dans le domaine visible, centrée sur 600nm : c.à.d. que l'optique de champ sera placée à la distance focale correspondant à cette longueur d'onde, et que le blaze de la lentille de Fresnel correctrice se fera pour cette longueur d'onde-ci, légèrement différente du résultat de l'équation 4.23, mais permettant de conserver une même lentille blazée d'une simulation à faible largeur spectrale à une autre à plus grande largeur spectrale. Les différences des simulations vont provenir de la présence ou non d'un masque d'ordre 0, de la prise en compte ou non de l'efficacité de la lentille de Fresnel blazée fonction de la longueur d'onde, et de la largeur de la bande spectrale imagée. Les niveaux croissants de raffinement de la simulation sont résumés dans le tableau 5.1. Les PSF obtenues sont visibles sur les figures 5.4 à 5.9.

n° de simu	position de l'image	présence du masque d'ordre 0	largeur relative de bande spectrale	nature de la lentille blazée
1	foyer primaire	sans	monochrom. ( $\lambda_b$ )	sans
2	foyer terminal	sans	monochrom. ( $\lambda_b$ )	blazée à $\lambda_b$
3	foyer terminal	avec	monochrom. ( $\lambda_b$ )	blazée à $\lambda_b$
4	foyer terminal	avec	$\frac{1}{6}$	blazée $\forall \lambda$
5	foyer terminal	avec	$\frac{1}{6}$	blazée à $\lambda_b$
6	foyer terminal	avec	$\frac{1}{4}$	blazée $\forall \lambda$
7	foyer terminal	avec	0.35	blazée $\forall \lambda$

TAB. 5.1 – Tableau résumant les différents paramètres des simulations. La grille systématiquement utilisée possède 300 zones et est apodisée selon la fonction  $T_{trig}$ , avec les valeurs  $t_M = 1$  et  $t_m = 0.1$ .  $\lambda_{blaze} \equiv \lambda_b$  est considéré égal à 600nm.

Dans le cas du calcul au foyer image terminal, le diamètre de l'optique de champ est considéré comme étant  $\frac{1}{4}$  de la dimension du côté de la grille de Fresnel.

Si le masque d'ordre 0 est en place, le carré central du masque couvre 4.5 fois la dimension  $\frac{\lambda_b f_{optique\ de\ champ}}{\mathcal{D}_{optique\ de\ champ}}$ , et la largeur des branches support est à la même dimension.

Enfin, si la lentille blazée est supposée en place, elle peut être considérée comme blazée  $\forall \lambda$  (facteur de phase introduit au front d'onde alors décrit par eq.5.1), et donc blazée pour  $\lambda_b$  y compris, ou elle peut être considérée comme blazée pour  $\lambda_b$  et être en silice ; à ce moment-là son profil à 128 niveaux est déterminé par la méthodologie expliquée au chapitre 4 et appliquée à une lentille de 600 zones blazée à 600nm, et le facteur de phase introduit par cette optique est calculé par l'équation 5.2.

Les deux dernières lignes prennent en compte une lentille supposée blazée  $\forall \lambda$ , afin de pouvoir comparer des évolutions de qualités de PSF dues avec le diaphragme introduit par l'optique de champ lorsque la bande spectrale s'élargit, en s'affranchissant des conséquences provenant de la chute d'efficacité de la lentille de Fresnel blazée.

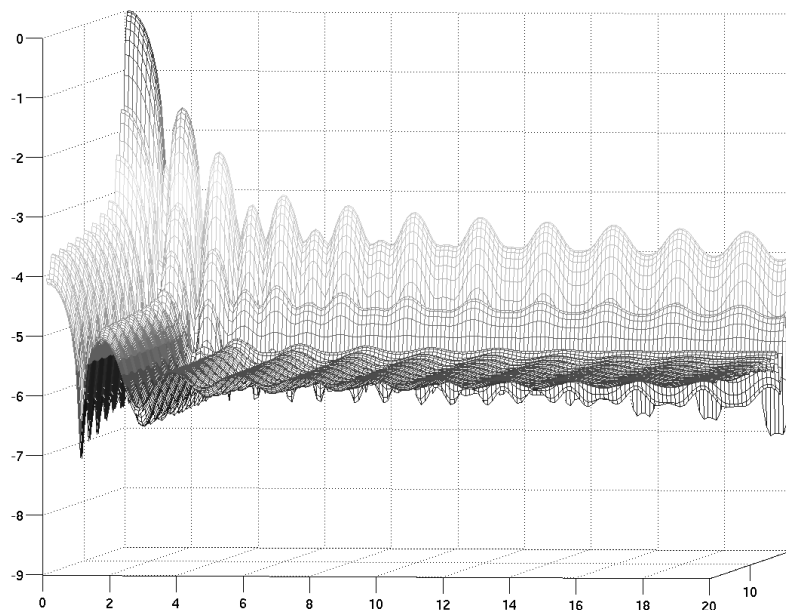


FIG. 5.4 – Simulation 1 du tableau 5.1. Quart central d'une PSF d'une grille de 300 zones, au foyer primaire, sans élimination de l'ordre 0, en imagerie monochromatique. La PSF est montrée sur les 20\*20 resels centraux, et l'intensité est affichée en puissances de 10.

Les aigrettes ont un niveau moyen de quelques  $1e-4$  fois le maximum du pic central. A partir de 4 resels du centre, le niveau moyen du champ est un plateau d'intensité relative de quelques  $1e-6$ .

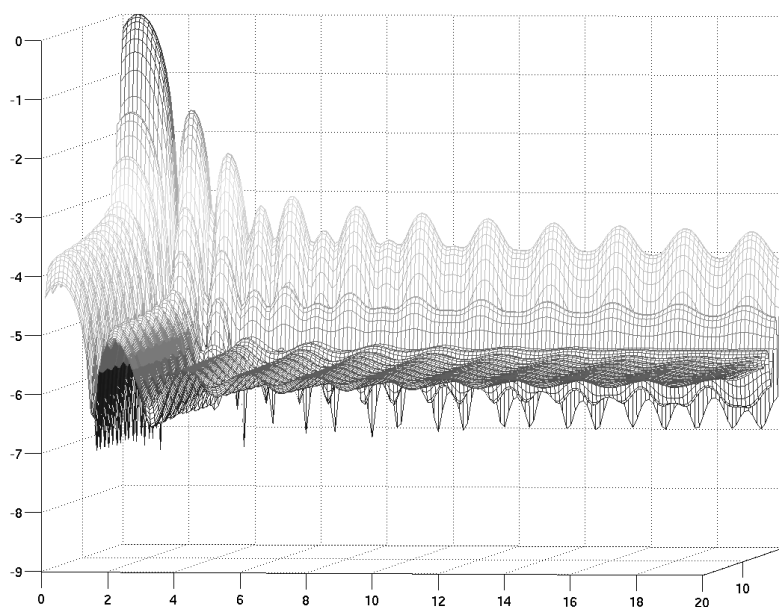


FIG. 5.5 – Simulation 2 du tableau 5.1. Quart central d'une PSF d'une grille de 300 zones, au foyer final, sans élimination de l'ordre 0, en imagerie monochromatique. La PSF est montrée sur les 20\*20 resels centraux, et l'intensité est affichée en puissances de 10.

Cette PSF est celle de la fig.5.4, propagée à travers une optique de reprise ne possédant pas de masque d'ordre 0 : la PSF est conservée. Les aigrettes et le fond ont un même niveau relatif d'intensité. La longueur d'onde utilisée est la longueur d'onde focalisée à l'endroit où se trouve l'optique de champ, donc est la longueur d'onde subissant le moins un éventuel effet de diaphragme du faisceau par l'optique de champ. Comme dans les 3 figures suivantes, mon algorithme simulant l'ensemble des optiques donne en sortie une psf décentrée de quelques pixels (sur un champ de  $14000^2$  pixels).



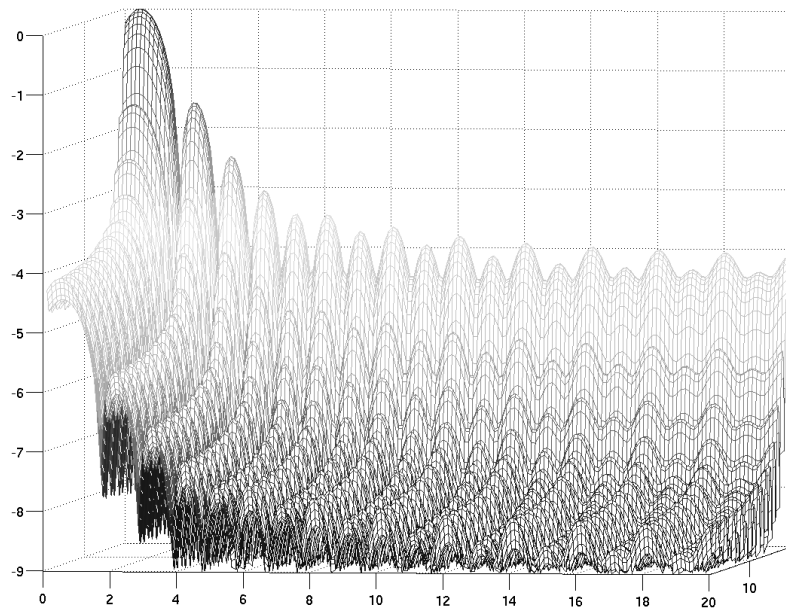


FIG. 5.6 – Simulation 3 du tableau 5.1. Quart central d'une PSF d'une grille de 300 zones, au foyer final, l'ordre 0 étant masqué, en imagerie monochromatique. La PSF est montrée sur les 20\*20 resels centraux, et l'intensité est affichée en puissances de 10.

Par rapport à la figure 5.5, l'ajout du masque d'ordre 0 permet de baisser le niveau du plateau d'un facteur typiquement 100 au bout de 20 resels, le niveau des aigrettes diminuant lui légèrement.

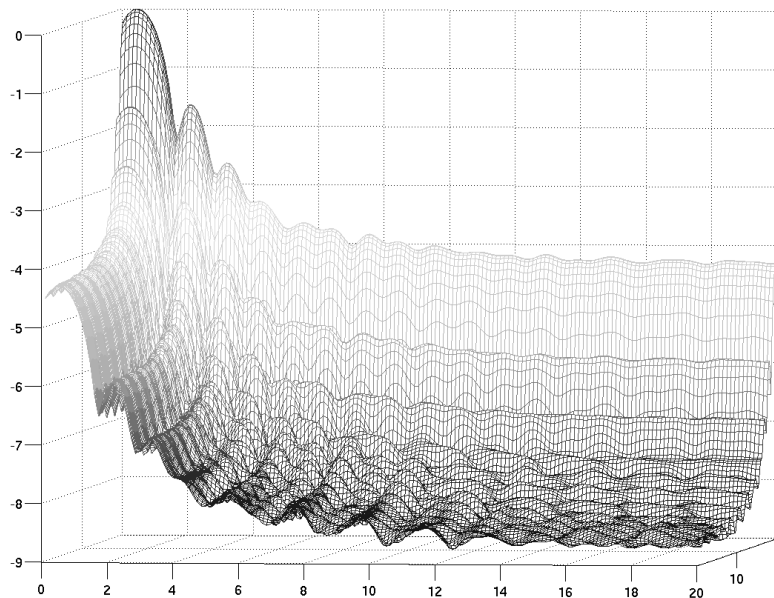


FIG. 5.7 – Simulation 4 du tableau 5.1. Quart central d'une PSF d'une grille de 300 zones, au foyer final, l'ordre 0 étant masqué, en imagerie polychromatique de  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{6}$ . La PSF est montrée sur les 20\*20 resels centraux, et l'intensité est affichée en puissances de 10.

Par rapport à la figure 5.6, l'image est polychromatique : la dimension linéaire du resel étant dépendante de la longueur d'onde, le résultat est un lissage global de la psf monochromatique, donnant une légère perte (quelques %) en dynamique.

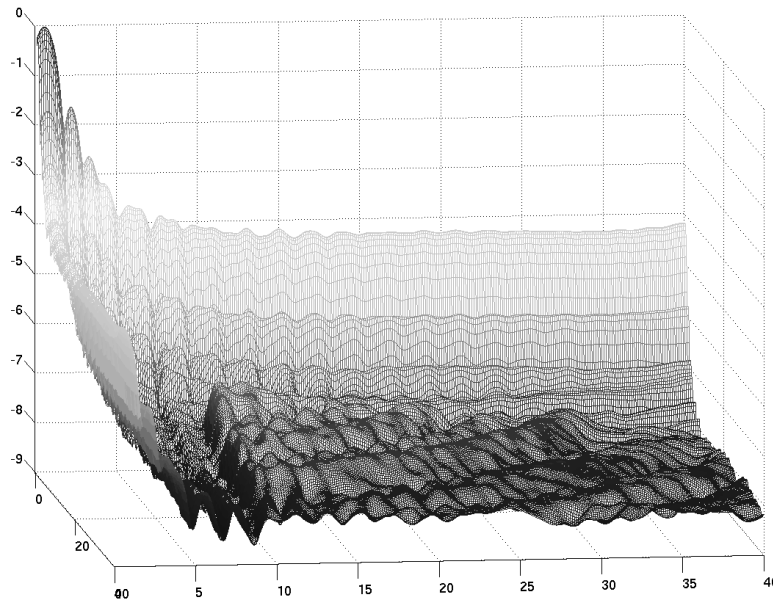


FIG. 5.8 – Simulation 5 du tableau 5.1. Quart central d'une PSF d'une grille de 300 zones, au foyer final, l'ordre 0 étant masqué, en imagerie polychromatique de  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{6}$ , avec une lentille blazée réaliste. La PSF est montrée sur les 40\*40 rejets centraux, et l'intensité est affichée en puissances de 10.

Par rapport à la figure 5.7, la lentille permettant l'achromatisation utilisée dans la simulation est une lentille de Fresnel réaliste, supposée réalisée en silice, et dont le profil a été déterminé par la méthodologie exposée au chapitre 4. Cette lentille n'étant plus blazée pour toutes les longueurs d'onde, elle possède un ordre 0. Comme démontré en sec.5.1.6, l'ordre 0 de la grille associé à l'ordre 0 de la lentille correctrice blazée est focalisé au même plan que l'ordre 1 de la grille associé à l'ordre -1 de la lentille correctrice blazée. Ainsi, les rebonds secondaires de la PSF de l'ordre 0 de la grille formée par l'optique de champ sont en partie imagés au plan image final.

Dans le cas présenté, ces rebonds sont d'intensité plus forte que le niveau de fond qui serait atteignable si seul l'ordre (1 de la grille - 1 de la lentille blazée) était imagé, entraînant une chute de dynamique d'un facteur valant jusqu'à 10, en fonction de où elle est mesurée dans le champ image.

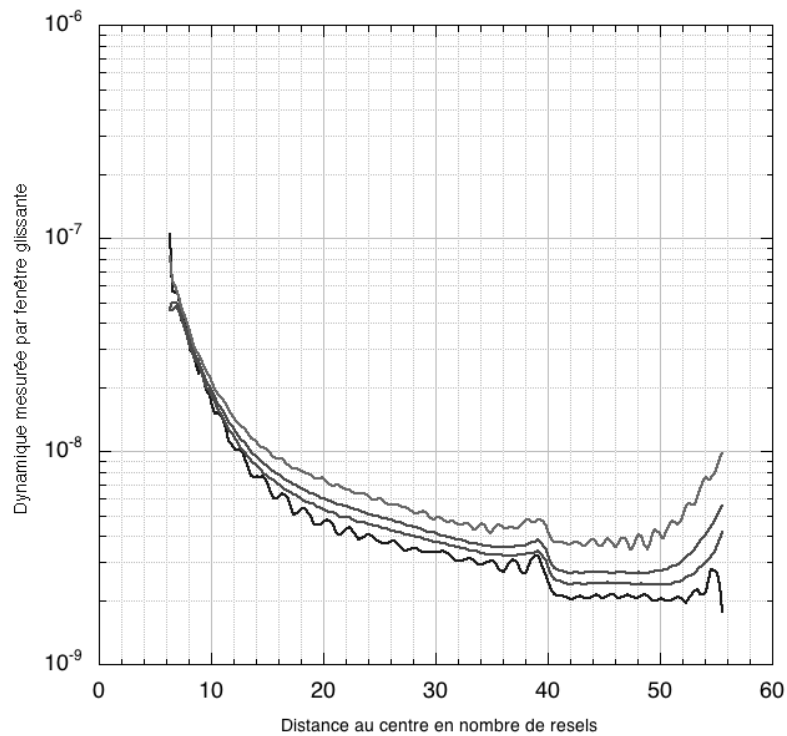


FIG. 5.9 – Simulations 3,4,6 et 7 du tableau 5.1. Afin de comparer l'évolution de la dynamique avec la largeur spectrale résultant seulement du diaphragmage de l'optique de champ, je compare ici les valeurs dans le cas monochromatique et dans les cas où la largeur spectrale vaut  $\frac{1}{6}$ ,  $\frac{1}{4}$  et 0.35 (courbes basse à haute). Le diaphragmage est d'autant plus important que la bande spectrale imagée est large. Les courbes sont des valeurs moyennes de dynamique, la moyenne se faisant par une fenêtre glissante de largeur 1 resel depuis le centre du champ vers l'extérieur, en respectant une distance minimale aux aigrettes de 5 resels.

A moins de 50 resels du centre, le facteur de perte de la dynamique est inférieur à 2 entre les cas monochromatique et le cas où la largeur spectrale est très large ( $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 0.35$ ). Au-delà de ces 50 resels, la dynamique remonte pour atteindre au-delà de 60 resels une valeur de quelques  $1e-7$  sur des pics.

Mes simulations donnent en bout de chaîne optique des PSF décentrées d'une fraction de resel, ainsi qu'il est visible sur les figures 5.5 à 5.8. La cause n'en revient pas après vérification à d'éventuels facteurs de phase assymétriques de part et d'autre de l'axe optique, ni d'une mise à zéro assymétrique lors de la mise en place des masques ou diaphragmes. Il faut je pense voir du côté de l'algorithme de  $TF$  utilisé, qui est l'algorithme de  $TF$  tel qu'expliqué dans *Numerical Recipes 1988* [34] : lors de la  $TF$  d'un vecteur, il y a toujours un point du vecteur résultant qui est aliasé, la fréquence nulle n'étant représentée que par un pixel. Or la dimension du vecteur étant une puissance de 2, on introduit une assymétrie purement lié à l'algorithme de  $TF$  utilisé. Et comme la propagation sur toute la chaîne optique utilise au final 4 fois des  $TF$ , il est possible que cet aspect purement calculatoire soit à l'origine de mon décentrage des PSF.

Je précise également que sur les coupes, la dynamique photométrique n'est pas maximale dès la sortie du pic central. Cela est attendu puisque ce n'est pas l'apodisation prolate qui est utilisée mais l'apodisation  $T_{trig}$ , qui a l'avantage de permettre une plus grande transmission. De plus, cette apodisation autorise une largeur du pic central d'à peine plus de 1 resel : la résolution angulaire est conservée. Il se trouve en revanche qu'avec cette apodisation, la haute dynamique ne s'obtient qu'à partir d'une distance de quelques resels du centre. En-deça, la dynamique est nettement plus faible, le pic secondaire situé sur la diagonale de l'image au plus proche du pic central possédant par exemple un contraste de  $1e-3$ .

En ce qui concerne la dynamique dans le cas d'une large bande spectrale, ce qui va la limiter est non pas les effets du diaphragmage par l'optique de champ (fig.5.9), mais l'efficacité de la lentille de Fresnel blazée aux longueurs d'onde autres que la longueur d'onde de blaze (figs.5.7 et 5.8). Concrètement, dans le cas d'une grille de Fresnel à 300 zones associée à une lentille en silice blazée pour 600 nm, en imagerie monochromatique le champ de l'image proche du pic central possède une dynamique de  $1e^{-8}$  et le champ lointain une dynamique de l'ordre de  $1e^{-7}$ . Si la bande spectrale imagée est large, les rebonds secondaires de l'ordre 0 de la grille associé à l'ordre 0 de la lentille de Fresnel correctrice sont visibles, et la dynamique pour le champ proche du pic central peut monter en quelques resels du champ de l'image proche du pic central à quelques  $1e^{-7}$ , le champ lointain restant lui au même niveau.

A noter que dès lors que l'on place un masque d'ordre 0 et que la lentille blazée possède une efficacité supérieure à 80% vu la largeur de bande spectrale en jeu, la dynamique est meilleure que si l'on ne plaçait pas de masque d'ordre 0 et que la lentille de Fresnel blazée l'était  $\forall \lambda$  : cette remarque, triviale, est ici pour faire remarquer que par exemple les dynamiques obtenues ici sont meilleures avec cette grille de 300 zones que les dynamiques prises en compte avec une grille de 600 zones dans Koechlin, Serre et Duchon 2005 [25].

Les figures suivantes (5.10 à 5.12) présentent pour information l'intensité au niveau du masque d'ordre 0 et au niveau de la lentille de Fresnel blazée, en imagerie monochromatique.

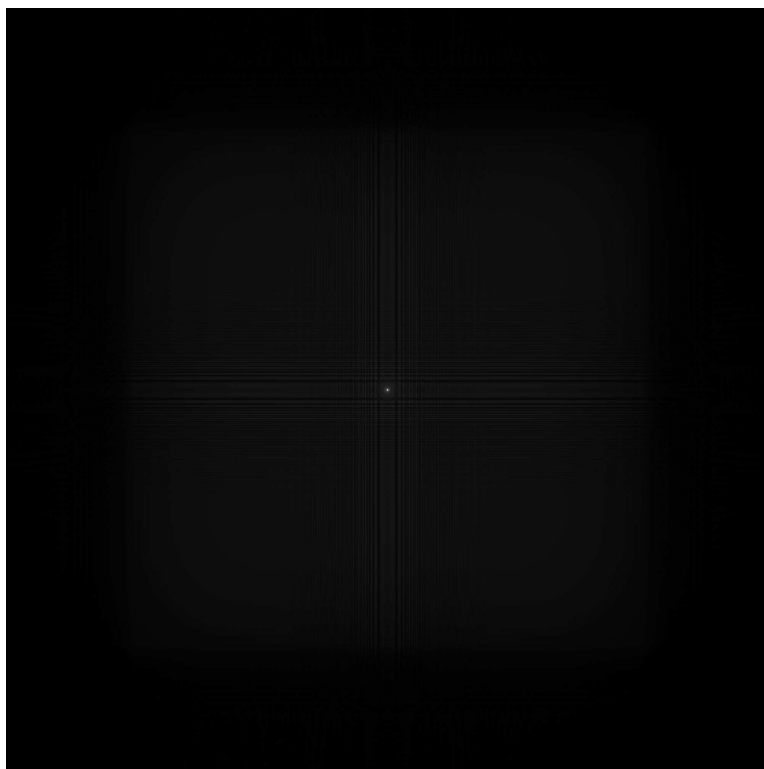


FIG. 5.10 – Image monochromatique du front d'onde juste avant la mise en place du masque d'ordre 0. L'intensité est représentée en puissance  $\frac{1}{4}$ , afin de faire ressortir les faibles niveaux. Le pic central visible est la focalisation par l'optique de champ de l'ordre 0 de la grille.

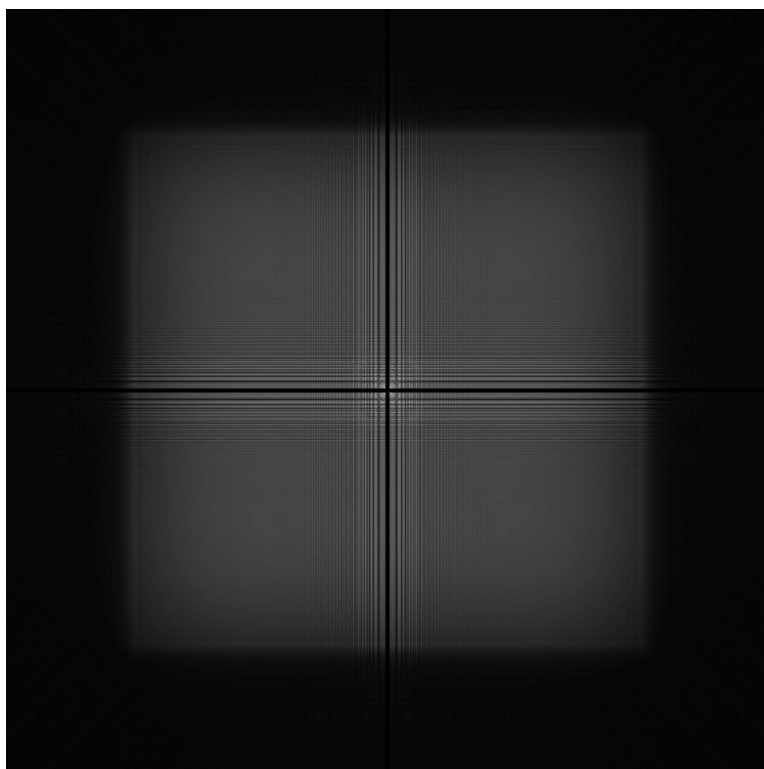


FIG. 5.11 – Le front d'onde est le même que sur la fig. 5.10, mais le masque d'ordre 0 a été mis en place. L'affichage est ici aussi en puissance  $\frac{1}{4}$ . Le plan de cette image étant proche d'un plan pupille, la section du faisceau tend vers la géométrie carrée de la grille.

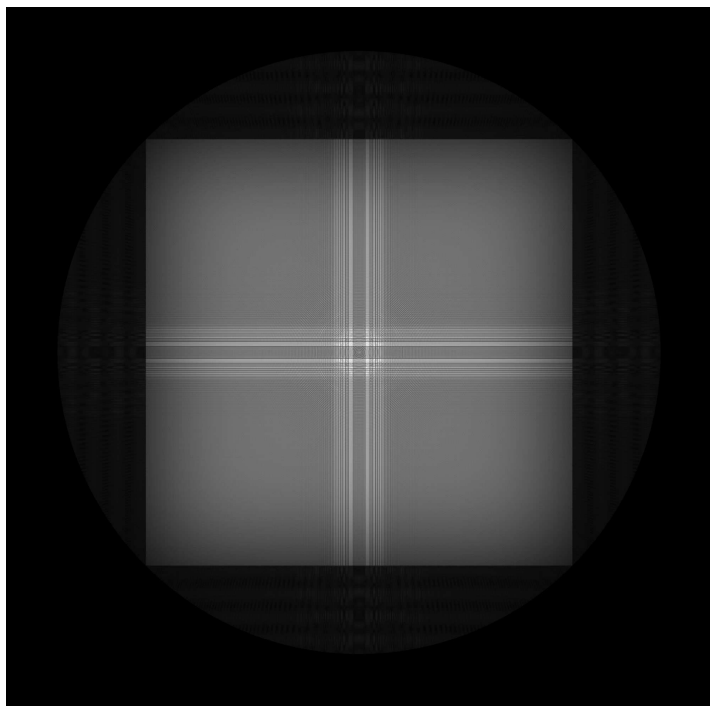


FIG. 5.12 – Image monochromatique au plan pupille. L'affichage est ici aussi en puissance  $\frac{1}{4}$ . La délimitation circulaire est due à l'extension matérielle de la lentille blazée, à géométrie circulaire comme vu en sec.4.3.3. La répartition d'intensité elle-même est carrée, reprenant logiquement la géométrie de la grille. Un masque carré se calquant sur cette géométrie pourrait être mis en place, mais entraînerait alors la brisure de la symétrie axiale de l'ensemble de l'optique de reprise : il faudrait effectuer une rotation de celle-ci autour de l'axe optique pour amener le masque selon la géométrie de la pupille.

### 5.2.2 Influence de la dimension du masque d'ordre 0

Je viens de présenter les évolutions de dynamique possible pour une apodisation  $T_{trig}$  donnée. Cette forme d'apodisation permet de conserver comme expliqué dans la sec.3.3.2 un flux et une résolution angulaire proches de ceux de la grille non apodisée, tout en permettant une amélioration sensible de la dynamique photométrique. Toutefois suite à la remarque comme quoi la dynamique était limitée par les rebonds secondaires de l'ordre 0, rebonds situés hors du masque mis en place, on peut se dire qu'il suffit d'augmenter la dimension du carré central du masque d'ordre 0 de façon à mieux cacher ces pics secondaires, et donc que les zones "propres" de la fig.5.8 soient plus grandes. Oui, mais. En augmentant cette dimension de masque, on va effectivement cacher mieux l'ordre 0 de la grille, mais on va en même temps effectuer un équivalent d'obstruction centrale, obstruction centrale placée dans un plan qui n'est pas pupille (ni image), et qui est non équivalent pour différentes longueurs d'onde, puisqu'étant situé après l'optique de champ et avant la lentille blazée, les longueurs d'onde sont dispersées. On va dégrader la PSF de l'ordre 1 de la grille. Pour illustrer ceci, je vais présenter l'effet d'un agrandissement du masque sur deux cas : un premier où la grille est apodisée par une fonction prolata et où la PSF est monochromatique, et un deuxième où la grille est celle utilisée pour les PSF obtenues dans ce chapitre, et où la PSF est polychromatique.

La génération et les avantages et inconvénients théoriques d'une apodisation prolata ont été introduits en sec.3.2. Les quarts de PSF monochromatiques au plan final sont affichés sur les figs.5.13 et 5.14. La différence entre les figs.5.13 et 5.14 est simplement la taille du masque : couvrant  $4.5 \times 4.5$  resels de l'ordre 0 dans le premier cas, et couvrant  $9 \times 9$  resels dans le second cas. L'utilisation de ce "grand" masque entraîne une dégradation de la dynamique d'un facteur 10 au plus proche du pic central de la PSF.

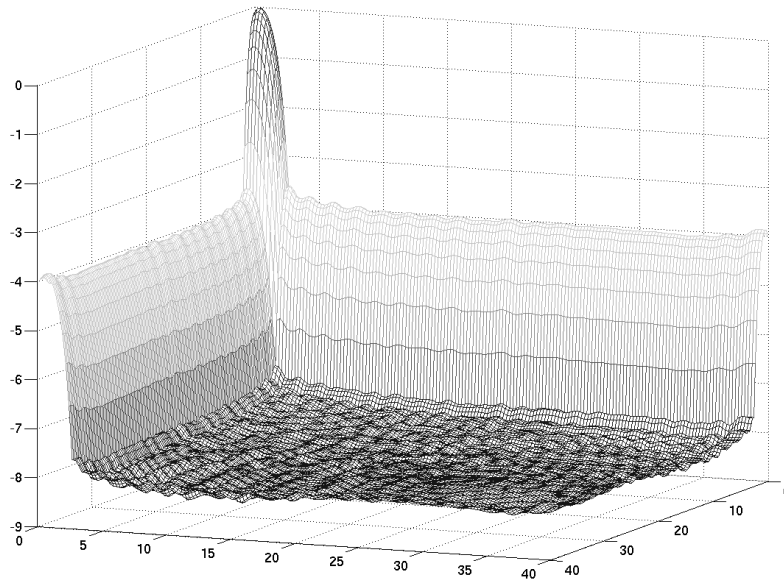


FIG. 5.13 – Quart central d'une PSF d'une grille de 300 zones, au foyer final, l'ordre 0 étant masqué par un masque couvrant  $4.5 \times 4.5$  resels de cet ordre 0, en imagerie monochromatique. La PSF est montrée sur les  $40 \times 40$  resels centraux, et l'intensité est affichée en puissances de 10.

La dynamique photométrique atteinte en présence de ce masque-ci est de  $1e^{-8}$ , avec l'avantage par rapport à la fonction  $T_{trig}$  qu'elle est utilisable dès la sortie du pic central.

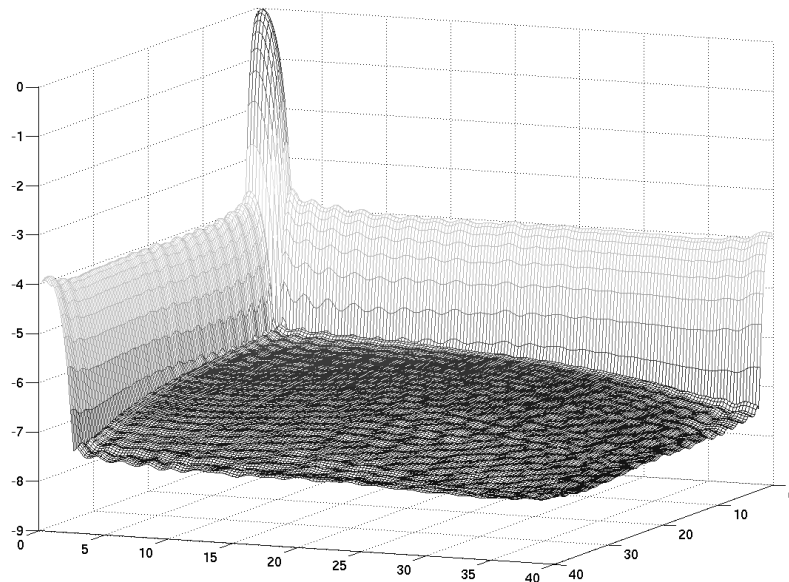


FIG. 5.14 – Quart central d'une PSF d'une grille de 300 zones, au foyer final, l'ordre 0 étant masqué par un masque couvrant  $9 \times 9$  resels de cet ordre 0, en imagerie monochromatique. La PSF est montrée sur les  $40 \times 40$  resels centraux, et l'intensité est affichée en puissances de 10.

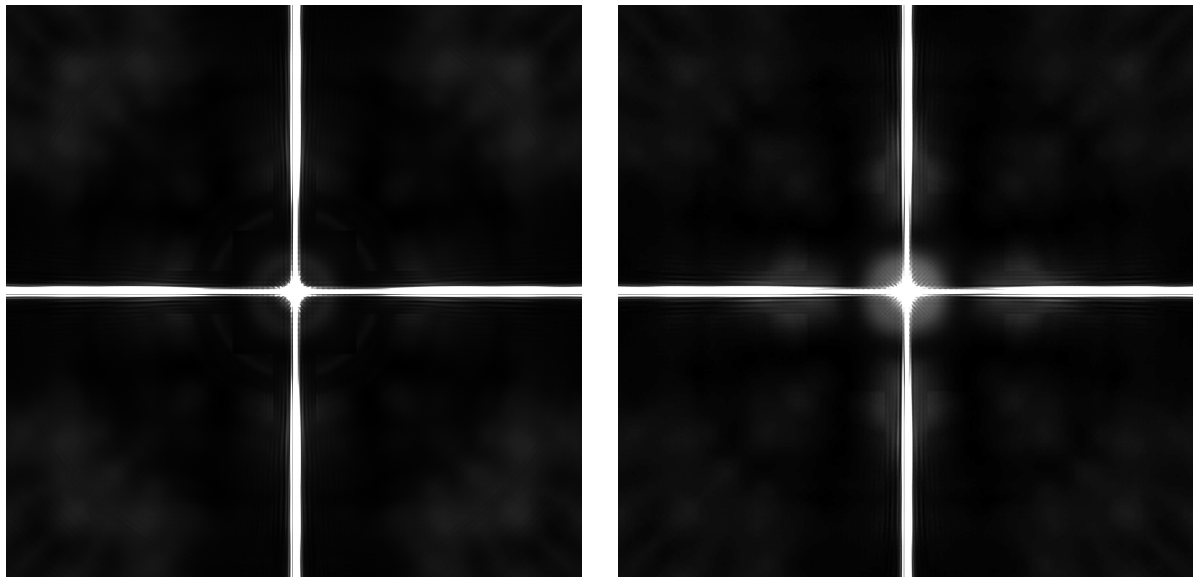
A cause du masque d'ordre 0 qui est plus grand, la dynamique est moins bonne d'un facteur 10 par rapport à la fig.5.13 pour la zone du champ la plus proche du pic central.

Dans le cas apodisation  $T_{trig}$ , l'illustration du fait que l'obstruction provoquée par un masque de grande dimension peut provoquer une perte de dynamique plus importante que l'effet des pics secondaires de l'ordre 0 peut être vue sur la figure 5.15.



FIG. 5.15 – PSF au plan final d'un système de Fresnel à 300 zones apodisée par  $T_{trig}$ , avec une largeur de bande spectrale imagée de  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 0.35$ , soit le maximum qui soit autorisé par la dimension de l'optique de champ d'après l'équation 4.10. Les valeurs des images vont de 0 à  $65e6$ , mais l'affichage se fait ici seulement entre 0 et 250 de façon à faire ressortir les faibles intensités.

La PSF de gauche est obtenue en utilisant un masque d'ordre 0 dont le carré central couvre 4.5 resels de l'optique de champ. Les PSF du bas sont obtenues avec des masques d'ordre 0 dont les carrés centraux couvrent 13 resels (PSF bas gauche) et 21 resels (PSF bas droit). Dans ces deux derniers cas, si les pics secondaires dus à l'ordre 0 sont masqués, la diffraction par ces "grands" masques perturbe assez la PSF de l'ordre (1)-(-1) pour qu'au final la dynamique soit en chute par rapport à ce que l'on obtient avec un masque "fin".





### 5.2.3 Influence du nombre de zones de Fresnel

Dans le schéma de reprise optique complet (comprenant l'optique de champ), le nombre de zones va influencer sur la dynamique, mais aussi sur la dimension du champ : la dimension linéaire d'un resel au plan image étant du foyer primaire de la grille valant  $\frac{c}{8N}$  (eq.1.14), le nombre de resels imagés sur l'optique de champ  $n_{resels}$  ou **rapport champ-résolution** vaut :

$$n_{resels} = 8N \frac{\mathcal{E}_{optique\ de\ champ}}{c} \quad (5.12)$$

Pour un rapport des dimensions d'optique de champ et de côté de grille constant, le nombre de resels imagés et par conséquent la dimension du champ image augmente avec  $N$ .

Les figures 5.16 et 5.17 illustrent les augmentations de champ et de dynamique de PSF en fonction du nombre de zones de la grille, pour des apodisations de grilles  $T_{trig}$  à  $t_M = 1$  et  $t_m = 0.1$ , un rapport entre le diamètre de l'optique de champ et le côté de la grille valant  $\frac{1}{4}$ , une largeur de bande spectrale  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{4}$ , et une lentille de Fresnel blazée réaliste, toujours supposée en silice. La figure 5.18 représente un quart de la PSF obtenue lorsque le nombre de zones est pris égal à 300.

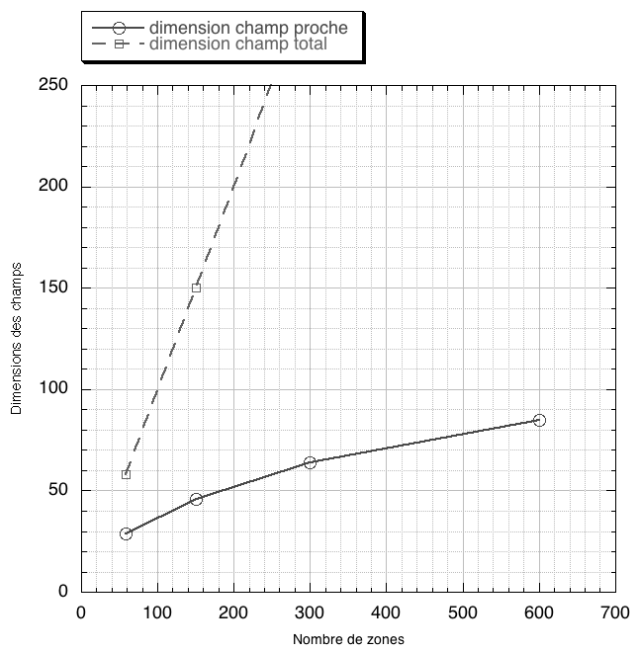


FIG. 5.16 – Evolutions des dimensions des champs de l'image, en fonction du nombre de zones de la grille de Fresnel, pour un rapport des dimensions optique de champ et grille donné. Les dimensions des champs sont données en nombre de resels. Le champ total est la dimension totale du champ image obtenu, il évolue comme  $N$ . Le *champ proche* est une zone de l'image proche du pic central, à plus haute dynamique que le champ non-proche. Sa dimension évolue en  $\sqrt{N}$ , rejoignant la notion de similitude de la PSF en fonction du nombre de resels **réduit** introduit à la section 3.3.4.

Avec ce type d'apodisation  $T_{trig}$ , le champ proche du pic central est une zone de champ propre, possédant une dynamique meilleure que le reste du champ. Mais on a vu dans les sections précédentes que différentes fonctions d'apodisation étaient possibles. Notamment, ainsi que l'ont évoqué Gonsalves et Nisenson en 2003 [17] et Kasdin et al en 2005 [22], cette zone privilégiée pour la haute dynamique doit pouvoir être placée où l'on veut en modifiant la fonction de transmission de la pupille. A présent se pose la question : qu'est-ce qui limite la dynamique atteignable, et quelles sont les voies possibles d'études pour l'améliorer ? Ce sont les enjeux des sections 5.3 et 5.4 de ce chapitre.

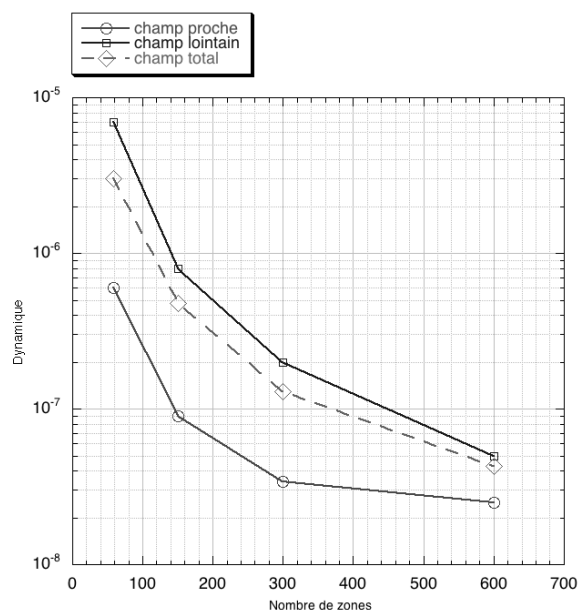


FIG. 5.17 – Evolution de la dynamique en fonction du nombre de zones de Fresnel de la grille, pour une apodisation  $T_{trig}$ . La dynamique est ici définie comme le niveau **moyen** du champ d'intérêt par rapport au maximum du pic central. Le champ proche est une zone permettant l'imagerie à (très) haute dynamique. Le champ lointain est une zone à plus faible dynamique. Le champ total est le champ image total, hors aigrettes. On retrouve les résultats des figs.1.14 et 3.10 puisque passer de 60 à 600 zones permet un gain d'un facteur 100 en dynamique sur le champ lointain, passant de 7e-6 à 5e-8. Passer de 60 à 600 zones permet aussi un gain d'un facteur 25 sur la dynamique du champ proche. Ces dynamiques sont obtenues en considérant une largeur de bande spectrale de  $\frac{1}{4}$  et une lentille correctrice blazée réelle, simulée par la méthodologie exposée au chapitre 4.

### 5.3 Bilan de la qualité d'image avec les techniques actuelles

"Les techniques actuelles", cela implique d'une part une grille à géométrie orthogonale apodisée par diminution progressive du centre vers le bord des dimensions des ouvertures par rapport à leurs dimensions maximales, et d'autre part une optique de reprise composée seulement d'une optique de champ, d'un masque d'ordre 0, d'une lentille de Fresnel blazée et d'une optique de reformation d'image, soit les éléments du schéma 4.21.

Une "qualité d'image", qu'est-ce que cela comporte principalement ?

- (1) une résolution angulaire : j'ai montré au cours de ce chapitre qu'une image à haute résolution angulaire pouvait être obtenue par un système de Fresnel, et ce même avec une légère apodisation de la grille et une bande passante spectrale large.
- (2) un flux : les caractéristiques de transmission font que l'on ne recueille comme expliqué à la section 1.3.3 qu'un facteur  $t$  de l'énergie incident sur la grille ; la dimension  $c$  de la grille permettant d'obtenir le même flux qu'un télescope de diamètre  $d$  est :

$$c = \sqrt{\frac{\pi}{4t}}d \quad (5.13)$$

Cela signifie qu'une grille de 10m de côté possédant un taux de transmission de 4% recueille autant d'énergie que Hubble et ses 2.4m de diamètre. On a vu dans le chapitre 4 que si l'on pouvait craindre une transmission faible de l'optique de reprise due à la lentille de Fresnel, il n'en est rien : hors réflexions de surfaces, l'efficacité peut varier de typ.80 % à 100%. Quant aux réflexions de surfaces, cette optique de reprise comporte 3 optiques (de champ, Fresnel blazée, et de reformation d'image), les pertes dues aux réflexions de surface seront les mêmes que celles ayant lieu dans un télescope classique qui comporterait

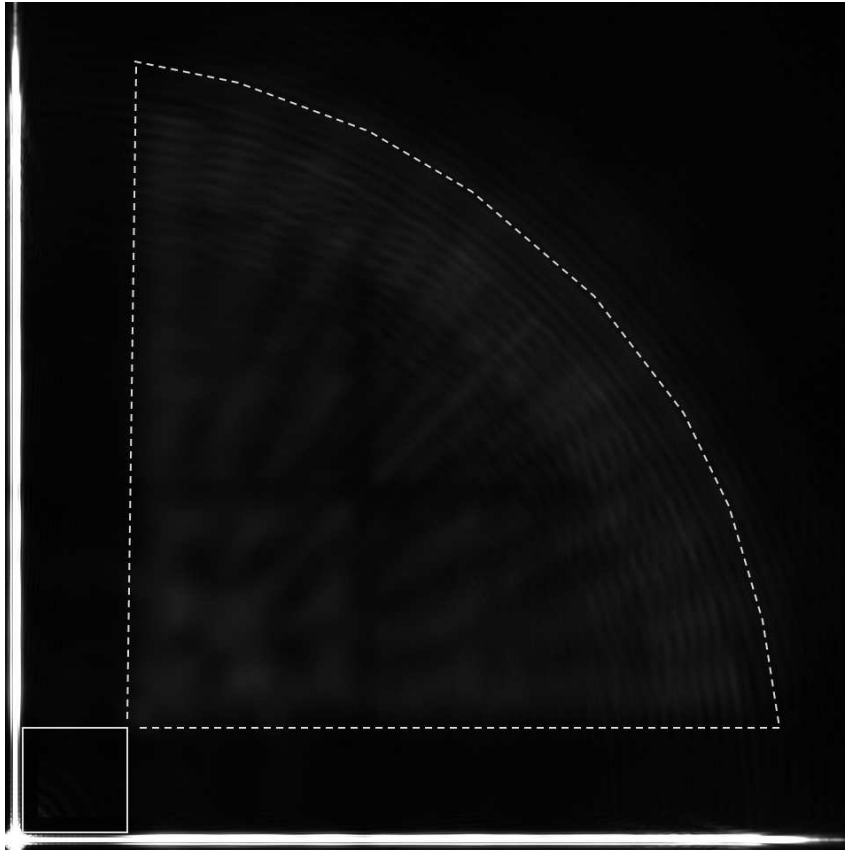


FIG. 5.18 – Coupe d'un quartier de PSF d'une grille à 300 zones de Fresnel, apodisée selon  $T_{trig}$ , après le passage dans l'optique de reprise : soit l'image correspondant au point de donnée pour la valeur de dynamique à  $N = 300$  de la fig.5.17. La dynamique complète de l'image serait comprise entre 0 et  $65e6$ , mais afin ne pas voir que le pic principal l'affichage est ici seuillé entre 0 et 250.

Le carré en trait continu représente la zone de champ proche, et la zone délimitée par les traits discontinus représente la zone de champ lointain. La distance du champ lointain au pic central de la PSF est de  $\simeq 60$  resels. Avec l'apodisation choisie, les zones de champ comprises ni dans une de ces deux zones ni dans l'autre sont elles aussi à très haute dynamique, proche de la dynamique dans le champ proche.

le même nombre d'optiques à la suite de la pupille d'entrée.

(3) une certaine dynamique : la dynamique est intéressante par exemple pour imager des sources ponctuelles dont le contraste l'une par rapport à l'autre est élevé, ou pour imager des sources étendues possédant des zones de hauts contrastes. Dans ce chapitre, j'ai montré que des dynamiques meilleures que quelques  $1e-7$  dans tout le champ et en de grandes plages de quelques  $1e-8$  pouvaient être obtenues avec une grille de 300 zones et une lentille de Fresnel blazée réalisable avec la technologie actuelle. Ces valeurs sont de la haute dynamique. Elles ne sont peut-être pas à  $1e-10$  ou  $1e-12$  comme théoriquement obtenues avec une apodisation prolata sur un télescope classique (Soummer, Aime et Falloon 2003 [41]), mais elles sont déjà élevées.

## 5.4 Voies d'étude pour améliorer la qualité d'imagerie

Le travail mené jusqu'ici a permis d'obtenir des modèles d'apodisation de la grille permettant de réaliser dès l'heure actuelle un système de Fresnel autorisant l'obtention d'une dynamique de quelques  $1e-7$  à  $1e-8$  environ, à moduler en fonction des bandes passantes spectrales mises en jeu, du nombre de Fresnel  $N$  de la grille, du taux de transmission requis au plan terminal donc de la fonction d'apodisation utilisée, de la perte de résolution angulaire par rapport à la résolution angulaire maximale associée à la dimension de la grille etc. En fonction des performances requises d'imagerie, et donc essentiellement de la nature de la source observée, une grille et son optique de reprise associée permettant le meilleur compromis entre les différents paramètres que sont flux, résolution, dynamique requis peuvent d'ores et déjà être dessinées. En revanche, des idées permettant d'améliorer ces différents paramètres naissent naturellement. Ces futurs sujets d'étude sont introduits dans cette section.

### 5.4.1 Complexifier le mode de découpe de la grille pour augmenter le flux

Ainsi qu'introduit en section 1.3.3, la découpe de la grille pourrait se faire non plus avec de simples rectangles, mais avec des échancrures en plus, permettant d'obtenir une grille dont la géométrie serait intermédiaire entre celle d'une grille orthogonale et celle d'une lentille de Soret, amenant une augmentation de la transmission (fig.5.19) de 50%. Cela permettra de repousser la magnitude limite de pratiquement 0.5mag.

Une autre possibilité de découpe est visible à la figure 5.20 : il s'agit d'obtenir une transmission sinusoïdale de la grille depuis le centre de celle-ci vers le bord, permettant que seuls les ordres 0, 1 et -1 existent. Les ouvertures, se rapprochant des ouvertures de type Spergel-Kasdin (2005) [22], seraient disposées selon les zones circulaires d'un réseau de Soret. La PSF d'une telle grille serait comme celle d'une lentille de Soret à géométrie circulaire. Dans une version alternative de cette découpe, les ouvertures pourraient être disposées de façon non plus radiale mais selon une direction privilégiée, rendant la PSF non circulairement symétrique, privilégiant certaines zones du champ image.

### 5.4.2 Améliorer le taux de transmission de la Fresnel blazée pour augmenter la dynamique

On a pu voir que le fait de passer d'une lentille de Fresnel blazée  $\forall \lambda$  à une lentille de Fresnel blazée ayant une transmission décroissant avec la longueur d'onde, telle que celle vue sur la fig.4.17, peut faire perdre très rapidement un facteur 10 sur la dynamique photométrique au plan final image. Pour diminuer cette perte, il faut améliorer le taux de transmission de la lentille blazée : c.à.d. soit diminuer la bande passante spectrale pour une technologie de lentille donnée, avec les inconvénients que cela comporte sur le flux et les intérêts d'imager une grande gamme de longueurs d'onde en une seule exposition, soit il pourrait être effectué une étude sur l'existence d'un matériau support dont l'indice varierait de façon plus favorable à la réalisation d'une lentille de Fresnel blazée (et idéalement amenant des hauteurs des pentes valant  $\frac{\lambda}{n\lambda-1} \forall \lambda$ , ainsi que vu à la section 4.4.1).

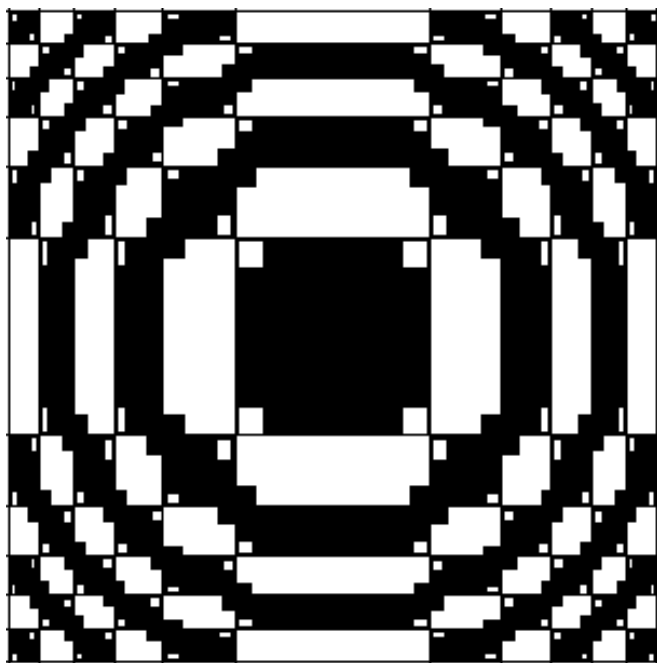


FIG. 5.19 – La découpe de la grille est ici intermédiaire entre une découpe purement orthogonale et une découpe circulaire, permettant de gagner 50% en taux de transmission. Un maillage suivant les bords d'une grille orthogonale non apodisée permet de maintenir la cohésion mécanique de l'ensemble.

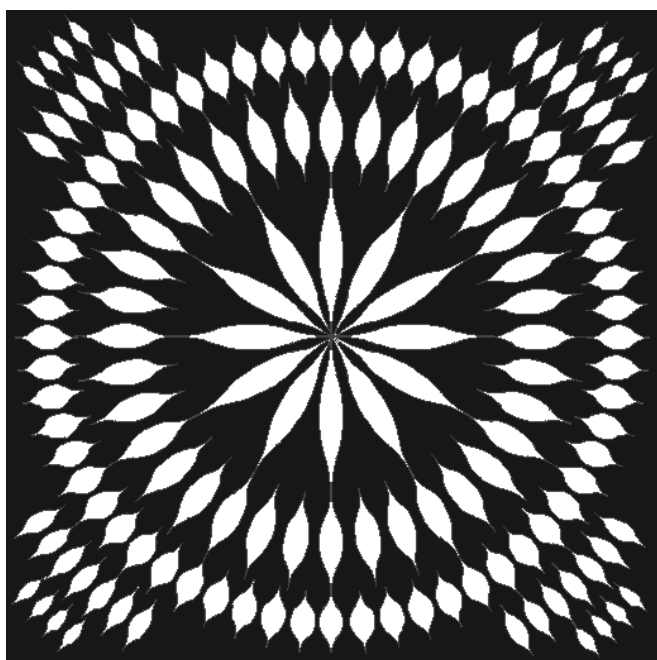


FIG. 5.20 – La découpe de la grille est ici faite dans l'objectif d'obtenir une transmission de la grille sinusoïdale du centre au bord de la grille, permettant que seuls les ordres 0, 1 et -1 de la grille existent.

Il y a notamment des études à faire dans les domaines UV et IR.

### 5.4.3 Apodiser l'optique de champ pour augmenter la dynamique

Si l'on ne peut pas augmenter l'efficacité de la Fresnel blazée sur une large bande spectrale, au moins peut-on peut-être réduire l'effet associé, à savoir la transmission de rebonds secondaires de l'ordre 0 de la grille par l'ordre 0 de la lentille blazée. Autrement dit, si on ne peut réduire la transmission de l'ordre 0 de la Fresnel blazée, en apodisant l'optique de champ on pourrait diminuer les rebonds secondaires de l'ordre 0 de la grille focalisé au foyer de l'optique de champ, et par conséquent augmenter la dynamique au

foyer terminal image. On peut penser que si cette apodisation se fait par un masque en transmission, on diminuerait le flux terminal : oui, mais. L'apodisation se ferait en diminuant la transmission de l'optique de champ sur ses bords, alors que l'intensité focalisée par la grille passe en majorité par le centre de cette optique : la diminution d'intensité au foyer terminal par rapport à un système de Fresnel dont l'optique de champ ne serait pas apodisée sera plus faible que la diminution du taux de transmission de l'optique de champ elle-même.

#### 5.4.4 Améliorer le dessin des masques pour augmenter la dynamique

Une étape pourrait être d'ajouter un masque permettant le masquage des ordres autres que 0 et 1, c.à.d. principalement l'ordre -1. L'intensité de celui-ci est de 4% du flux incident, et cette énergie est comprise au plan du foyer primaire de l'ordre 1 sur une surface de  $4c^2$ . La surface d'un resel étant de  $(\frac{c}{8N})^2$ , le nombre de resels compris dans la surface  $4c^2$  est de  $256N^2$ . Ainsi, le taux d'énergie moyen de l'ordre -1 par resel est de  $\frac{1}{256N^2}$  par rapport à l'énergie du pic de l'ordre 1. Dans l'exemple d'une grille à 300 zones de Fresnel, si la dynamique de l'image finale était limitée par la contribution de l'ordre -1, cette dynamique serait à 4e-8. Les valeurs de dynamique indiquées dans les paragraphes précédents sont aux alentours de cette valeur, mais l'ordre -1 est en réalité en grande partie masqué par le masque d'ordre 0.

Une autre étude pourrait être d'utiliser le principe de Gerchberg-Saxton expliqué en sec.3.2.1 pour prendre en compte la présence du masque d'ordre 0. La difficulté vient du fait que dans le cas d'un coronographe "classique", le masque qui est dans le montage se situe dans un plan image et masque la source, et la pupille est dans un plan pupille, ce sont les deux seuls plans mis en jeu. Le Gerchberg-Saxton tel que je l'ai appliqué dans la sec.3.2.1 fonctionne alors très bien. Mais dans le cas du concept d'imageur de Fresnel, le masque d'ordre 0 n'est pas placé dans le plan image, et le plan pupille est discontinu puisque échantillonné par le nombre de zones de Fresnel de la grille. L'intérêt pourrait être une optimisation de la dimension du masque et une modification de la fonction d'apodisation de la grille, en gardant en mémoire que les PSF obtenues auparavant autorisent déjà une haute dynamique. Mais il faudrait notamment déjà voir si les réflexions parasites ne contribuent pas au niveau de fond de façon plus importante que la dynamique déjà autorisée.

#### 5.4.5 Travailler directement sur la pupille pour augmenter le flux, la résolution angulaire et la dynamique

Plutôt que de diminuer la dimension des ouvertures et par la même le flux, la voie de réflexion la plus prometteuse, bien que bien sûr plus complexe (sinon on aurait commencé par là...) consiste à ne laisser à la grille qu'un seul rôle : faire entrer le maximum d'énergie dans l'optique de reprise, sans se soucier de la qualité d'image obtenue. La recherche de dynamique serait dévolue à l'optique focale, en rajoutant un étage optique après la lentille blazée, appliquant le principe d'apodisation dit PIAAC (Phase-Induced Amplitude Apodisation - Coronograph ; Goncharov, Owner-Petersen et Puryayev 2002 [16], Guyon

2003 [19]) au concept d'imageur de Fresnel.

Brièvement : une apodisation "classique", telle que que je l'ai étudiée par exemple, s'effectue en changeant la transmission d'une pupille depuis le centre vers le bord en utilisant un filtre en amplitude. On peut ainsi obtenir la forme d'apodisation désirée, mais on perd en flux lumineux. Le principe du PIAA est de reconfigurer la distribution de lumière dans la pupille, de façon à ce que le flux soit plus important au centre de la pupille qu'à son bord. On peut ici aussi obtenir la distribution de lumière, donc la forme d'apodisation désirée (une fonction prolate par exemple), mais cette fois en ne diminuant pas le flux lumineux. La pupille remodelée n'étant plus homothétique à la pupille d'entrée, les aberrations hors axe sont importantes. Le PIAAC reprend le dispositif PIAA et ajoute d'une part au foyer suivant la pupille remodelée un masque permettant d'éliminer l'étoile centrale, et d'autre part à la suite de ce masque un autre dispositif PIAA permettant de reconfigurer la pupille pour la rendre à nouveau homothétique à la pupille d'entrée, les objets hors axe retrouvant leur qualité d'image originelle. Ce dispositif présenterait de multiples avantages :

- du fait qu'on n'utiliserait plus de filtrage en transmission, il n'y a plus de perte de lumière ;
- corrélativement (Guyon 2003 [19]) plus de perte de résolution angulaire ;
- possibilité de travailler avec une fonction d'apodisation continue, et non plus sur une fonction d'apodisation devant être discrétisée sur un nombre fini de zones de Fresnel (sec.3.4).
- on travaillerait alors sur une pupille dont toutes les longueurs d'onde subiraient ensuite les mêmes optiques, contrairement au travail sur l'apodisation au niveau de la grille où les longueurs d'onde étaient ensuite plus ou moins diaphragmées par l'optique de champ. A noter que ces modifications de la répartition de la lumière en un plan pupille peuvent certainement s'anticiper au niveau du design de la grille, en modifiant la position des ouvertures de façon à ce que le front d'onde récupéré par l'optique de champ soit d'ores et déjà déformé. D'autre part, la lentille de Fresnel blazée étant usinée de façon extrêmement précise et étant placée dans un plan pupille, sa forme de surface pourra elle aussi certainement être modifiée pour contribuer à la reconfiguration de pupille, en évitant l'ajout d'au moins une optique supplémentaire. Cette idée de reconfiguration de pupille, si elle est prometteuse, n'est pour l'heure pas étudiée en détail et n'est pas opérationnelle.

## Deuxième partie

# Définition, réalisation et performances d'un prototype sol





# Chapitre 6

## Conception et réalisation du prototype sol

### 6.1 Bref point historique

Laurent Koechlin commença à travailler sur le concept d'imageur de Fresnel au début de l'année 2004 suite à une réunion entre Laurent (LATT) et Paul Duchon, Didier Massonnet, Christian Buil et Georges Otrio (CNES), dont Pierre Léna avait permis la rencontre. Laurent introduisit très vite l'idée d'utiliser une géométrie orthogonale de la grille, et proposa un stage de (à l'époque encore) DEA. J'y répondit, il m'accepta :) . Ainsi j'ai commencé à travailler sur le sujet Fresnel en mars 2004, pendant ce stage de DEA. A cette époque, le CNES a lancé un appel à propositions sur le thème "vol en formation", soit une demande à la communauté scientifique de concepts d'observatoires scientifiques utilisant le vol en formation, la définition (large) du vol en formation étant le contrôle de positions et d'attitudes de deux ou plusieurs modules les uns par rapport aux autres. Laurent décida de répondre à cet appel à idées sur le sujet de l'imageur de Fresnel, le vol en formation étant un besoin nécessaire pour un concept de grandes dimensions étant donné les longues distances focales mises en jeu. Le projet étant jeune, Fresnel ne poursuit pas son aventure directement par une étude de phase 0, mais nous obtînmes un contrat de R&T pour le développement d'un prototype sol destiné à illustrer ce qui était à l'époque vu comme le point critique du projet : la possibilité d'obtenir une achromatisation "parfaite" de l'image. La possibilité théorique d'achromatiser une pièce optique dont la focale variait en  $\frac{1}{\lambda}$  était développée depuis 1989 (Faklis et Morris 1989 [12]), et des tests avaient été réalisés dans le cadre de l'achromatisation d'une imagerie par hologramme, mais avec une qualité d'imagerie finale non mesurée et a priori limitée par des défauts achromatiques d'optiques.

Le contrat R&T nous permit de commencer à nous installer Laurent et moi en salle blanche du Centre d'Etudes Spatiale des Rayonnements en octobre 2005, et permit également d'embaucher Paul Deba en tant qu'ingénieur de recherche contractuel à la rentrée 2006. Pour donner une idée du calendrier tel qu'il fut depuis, nous pûmes voir les premières images achromatisées en utilisant une optique correctrice non blazée (donc simplement une grille homothétique de la grille primaire et utilisée à l'ordre -1) en avril 2006. J'ai conçu les outils permettant l'obtention de la lentille correctrice (chapitre 4) jusqu'aux environs de mai, et nous avons pu ensuite passer commande de la lentille blazée, pour

une réception fin septembre 2006. Nous avons par la suite pu tester l'efficacité de cette correction.

L'objectif premier de la maquette était donc la démonstration de la possibilité d'effectuer la correction du chromatisme de la grille. Mais étant donné que pour ce faire nous avons dû développer un prototype comportant l'ensemble des éléments d'un imageur de Fresnel, nous avons pu effectuer les mesures de résolution et dynamique voulues, effectuer des images à grand champ, bref faire ce que l'on peut imaginer pouvoir faire avec un télescope opérationnel contraint à rester dans une salle blanche. C'est ce prototype que je vais présenter dans ce chapitre.

## 6.2 Présentation des éléments du prototype

Le prototype comprend trois parties principales :

- (1) un élément qui n'est pas compris dans l'imageur lui-même mais qui est nécessaire pour effectuer des observations : la simulation d'une source rejetée à l'infini ;
- (2) la grille de Fresnel en elle-même ;
- (3) l'optique de correction et de formation d'image, et la chaîne d'acquisition.

### 6.2.1 Simulation de sources

Ainsi qu'expliqué dans la section suivante, la distance focale de la grille utilisée est de 23m @ 600nm. La salle blanche du CESR mesurant dans sa longueur à peu près cette dimension, nous ne pouvions pas placer la source à deux fois cette distance de l'imageur pour ensuite observer le résultat à deux fois cette distance encore. Nous avons utilisé un collimateur au foyer duquel les sources sont placées, et qui les image à l'infini. Ce collimateur est un miroir parabolique de 21cm de diamètre, poli par Laurent lui-même "quelques" années auparavant, et qualifié sur l'onde en P-V à  $\simeq \frac{\lambda}{14}$  dans le visible. Le montage est visible sur la figure 6.1.

Diverses sources peuvent être placées au foyer du collimateur : des trous-sources, des trous de grandes dimensions, et des formes plus complexes. La résolution angulaire du système de Fresnel qui suit (voir détails en sections suivantes) est de 1.55 asec à 600nm. La distance focale du collimateur étant de 1.27m, le diamètre d'un trou qui serait à la limite de cette résolution angulaire est 10 microns. Les sources que nous avons placées sont un "trou-source" de 5 microns, et des trous de quelques centaines de microns. J'ai aussi fait usiné dans une plaque en inox de 80 microns d'épaisseur une forme rappelant une galaxie, visible sur la fig.6.2. La dimension de cette galaxie est d'environ 450 microns de bout de bras à bout de bras, soit une dimension angulaire de 73 asec lorsque placée au foyer du collimateur. Les dimensions physiques de ces sources sont faibles. Nous avons essayé de placer une diapositive au foyer du collimateur, mais si le grain de la photo est de l'ordre de la résolution angulaire de l'imageur de Fresnel, le dessin qui y est "imprimé" est lui à une résolution beaucoup plus faible, rendant l'imagerie de cette diapositive par le système de Fresnel inintéressant .

Il est aussi à noter qu'utilisant un miroir parabolique comme collimateur, le champ au foyer de ce collimateur permettant une haute qualité d'image est réduit : d'après Boutry 1946 [4], à une distance de 150 microns de l'axe optique la dimension de l'aigrette de coma

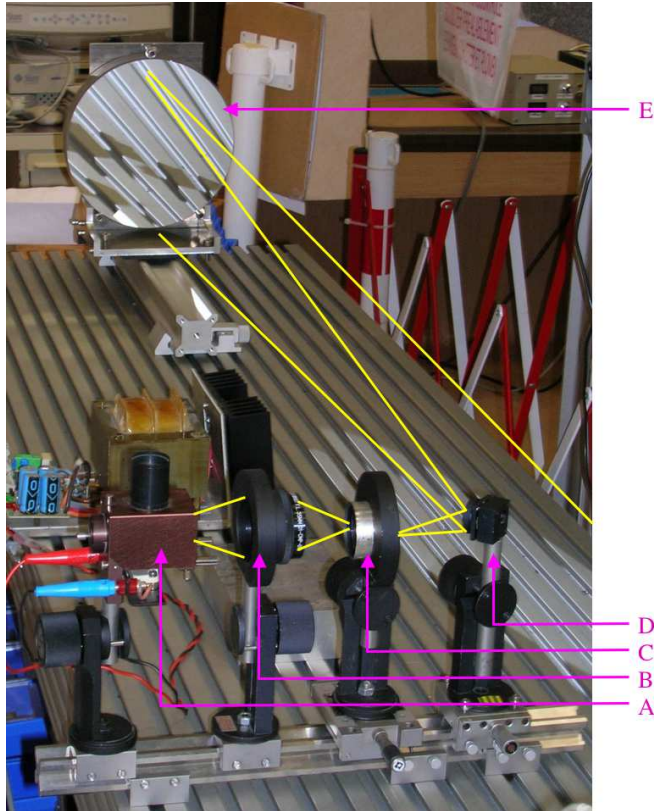


FIG. 6.1 – Le collimateur permet de renvoyer une source à l'infini : une source de lumière, par exemple une source halogène A, est focalisée par un condenseur B en un plan C. L'objet observé est placé en ce plan C. Etant placé au foyer du miroir parabolique E, cet objet est vu comme étant à l'infini pour toute optique qui va suivre. L'élément D est un miroir plan permettant de couder le faisceau.

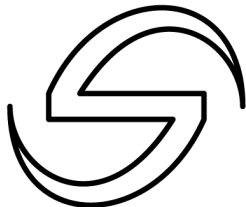


FIG. 6.2 – Exemple de source réalisée : forme de "galaxie", découpée dans de l'incox de 80 microns d'épaisseur, par usinage laser UV. De bout de bras à bout de bras, la dimension est d'environ 450 microns.

est déjà celui de la tâche d'Airy de l'instrument.

En ce qui concerne les longueurs d'onde des sources observées, il y a possibilité d'observer en lumière halogène (tout le spectre visible est donc compris), en lumière halogène filtrée par des filtres interférentiels de 50nm de bande passante et centrés sur 550, 600, 650 et 700nm, et il y a aussi possibilité d'utiliser des leds centrées sur 525, 601 et 630 nm et de bandes passantes 20 à 30 nm.

### 6.2.2 Réseau ou grille de Fresnel

Les caractéristiques de la grille furent figées à partir de plusieurs contraintes :

- le côté de la grille limité à 8 cm étant donné la dimension du collimateur que nous allons utiliser ;
  - l'utilisation du domaine visible du spectre : pour un premier prototype au moins il était plus facile pour la mise en place instrumentale d'utiliser des longueurs d'onde captables par l'oeil humain, et pour lesquelles il existait de plus des reliquats de pièces optiques dont nous pourrions nous servir ;
  - la focale que nous voulions aux alentours de 23m pour une longueur d'onde de 600nm.
- À partir de ces valeurs, le nombre de zones de la grille déduit est de 58. Les valeurs d'apodisation  $t_M$  et  $t_m$  retenues pour une apodisation de type  $T_{trig}$  sont toutes deux de 0.8, autorisant la tenue mécanique de la grille. La dimension des ouvertures les plus externes est théoriquement de 160 microns. Pour pouvoir faire réaliser cette grille (et pour pouvoir faire usiner diverses pièces, dont la forme de galaxie mise en source illustrée sur la figure 6.2), j'ai étudié le format vectoriel Scaleable Vector Graphics (voir <http://www.w3.org/TR/SVG10>), mes programmes de simulation présentés au chapitre 3 créant aussi en sortie le .SVG de la grille à usiner. Ce .SVG peut ensuite être converti en format AutoCad DWG, format directement lisible par la machine-outil de l'entreprise Micro Usinage Laser, située à Toulouse. La grille que nous utilisons date d'octobre 2005 et nous a servi pour tous les tests depuis. Nous n'avons pas commandé depuis de grille apodisée avec d'autres fonctions, car les mesures de résolution et de qualité d'achromatisation ne nécessitent pas de grille apodisée, et la dynamique peut elle aussi être mesurée, même si elle n'est pas la maximum qui pourrait être atteinte avec une grille de cette dimension. Une autre raison pour avoir conservé cette grille est que les mesures que je vais présenter dans les sections suivantes ont commencé à être obtenues à la toute fin 2006, et que depuis nous avons eu d'autres priorités, et les idées de passer directement à des découpes plus complexes comme évoqué dans la section 5.4, et diverses choses qui ont fait que nous n'avons pas pris le temps de commander une autre grille.

Cette grille primaire est placée dans le faisceau produit par le collimateur, sur un côté du parabolique de façon à minimiser l'obstruction occasionnée par le petit miroir de renvoi D de la fig.6.1. Ne pouvant disposer de 23m de longueur à travers la salle blanche, un miroir plan de diamètre 10cm qualifié à  $\frac{\lambda}{10}$  P-V sur l'onde est placé à 12m de la grille et renvoie le faisceau vers un banc optique sur lequel sont placées la source, la grille et l'optique de reformation d'image présentée dans la section suivante. Cette disposition permet de pouvoir travailler sur la source, la grille et l'optique de reprise sans avoir à se déplacer dans la pièce.



FIG. 6.3 – Ce réseau de Fresnel comporte 58 zones, soit 26680 ouvertures ( $8N^2-4N$ ). La distance focale à l'ordre 1 est de  $23m@600nm$ . Un choc de la surface est visible sur l'image, sur l'aigrette droite de la grille. Cette déformation est sans incidence sur la qualité du front d'onde émergent grâce à comme expliqué au chapitre 2 la haute tolérance de positionnement des ouvertures.

### 6.2.3 Optique de reprise

Les éléments constituant l'optique d'achromatisation et de reformation d'image sont la stricte application du principe proposé sur la figure 4.21 : une optique de champ, un masque d'ordre 0, une lentille correctrice blazée, une optique de reprise d'images (fig.6.4)

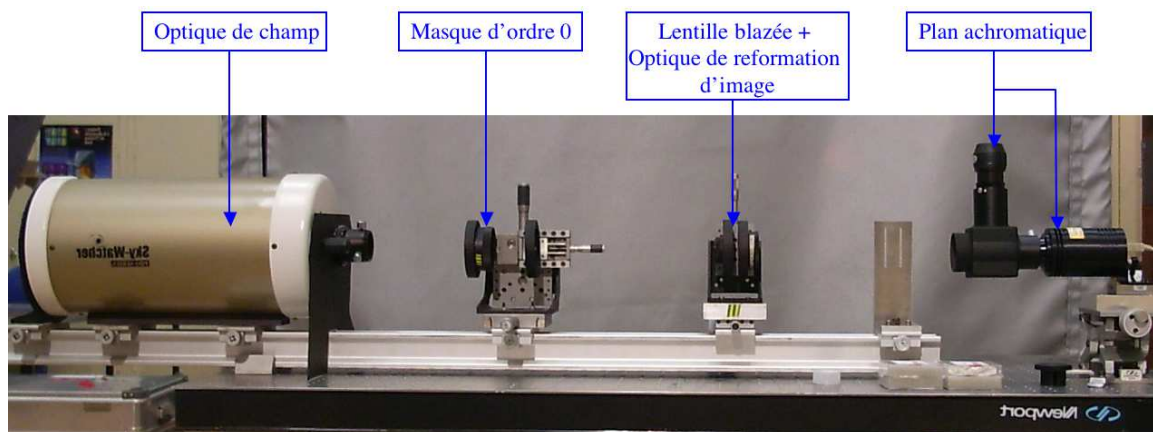


FIG. 6.4 – Eléments du banc de reprise. L'optique de champ est un télescope muni d'un diaphragme de diamètre maximal 36mm et utilisé hors axe. Un masque d'ordre 0 est en place, la lentille de Fresnel blazée est dans le plan pupille, et une optique de reformation d'image permet de reformer l'image achromatisée en un plan final. Ce plan final se situe "naturellement" sur le plan du capteur d'une caméra CCD, et peut être par l'intermédiaire d'un flip-mirror être envoyé au foyer d'un oculaire.

### 6.2.3.1 L'optique de champ

L'optique de champ employée est un télescope de type Maksutov-Cassegrain, muni d'un diaphragme et utilisé hors axe. Ce choix s'est fait à la suite des besoins exprimés pour cette optique de champ, à savoir d'une part une distance focale supérieure à deux mètres de façon à pouvoir imager une pupille de dimension centimétrique, et d'autre part un encombrement le plus faible possible, le banc optique faisant 3m de long. L'emploi d'un télescope hors axe comme optique de champ reflète de plus le probable futur cas spatial, permet de s'affranchir en grande partie d'éventuels problèmes de chromatisme, et la focale étant ajustable la dimension de l'image de la pupille l'est aussi : cette dimension a été fixée par itérations successives de mises au point du Maksutov à 11.35mm. Nous avons pu observer la tache de diffraction de ce télescope, et ainsi avons considéré cette optique comme bonne, sachant qu'elle est de toute façon placée dans un plan image.

### 6.2.3.2 Le masque d'ordre 0

J'ai fait usiner divers masques par la même technique que l'usinage du réseau de Fresnel ou de la mire galaxie. Pour une simple question de prix peu différent que l'on commande 1 ou 4 pièces, nous avons pu tester diverses dimensions de masques, avec des branches d'épaisseur 200 ou 800 microns et des dimensions du carré central de 200, 800 microns ou 1.3mm. Un exemple de masque peut être vu en fig.6.5.

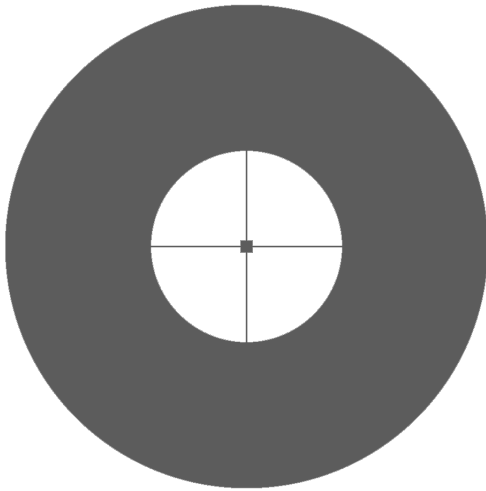


FIG. 6.5 – Exemple de masque d'ordre 0 : les branches sont larges de  $200\mu\text{m}$ , et le carré central mesure 1.3mm. Il est ajusté pour pouvoir masquer l'ensemble de l'ordre 0 de la mire galaxie.

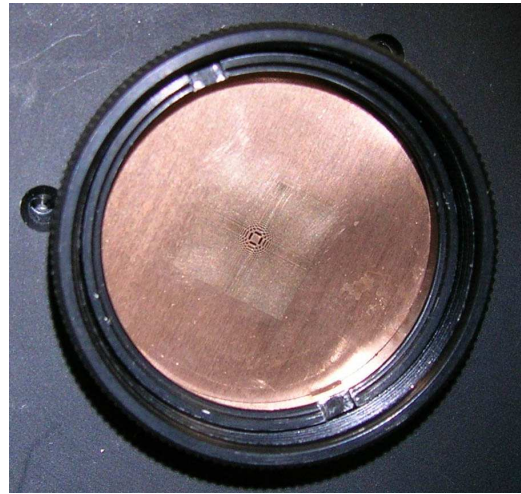


FIG. 6.6 – Réseau correcteur non blazé en bronze-beryllium, mis en place dans son barrillet. Le côté mesure 11.35mm, et les plus petits trous mesureraient théoriquement 24 microns. En réalité, ces plus petits trous sont percés, mais leur forme est plus patatoïdale que carrée, n'empêchant pas la correction chromatique mais dégradant la qualité de l'image.

### 6.2.3.3 La lentille de Fresnel blazée

La lentille de correction du chromatisme ne fut pas immédiatement une lentille blazée. D'une part, il m'a fallu un peu de temps pour développer la méthodologie expliquée au

chapitre 4, et l'algorithme permettant de produire une de ces lentilles blazées. D'autre part, une vérification de la justesse du principe de correction chromatique pouvait être réalisée à moindre frais en faisant usiner par découpe laser une grille homothétique à la grille primaire, mais ajustée à la dimension de la pupille, à savoir un côté de 11.35mm. Ce réseau binaire correcteur peut être vu sur la figure 6.6. Les images achromatisées obtenues avec cette optique nous ont donné une vérification expérimentale que la théorie fonctionnait. Notamment, le fait que la correction chromatique fonctionne même si les côtés du carré de ce réseau correcteur n'étaient pas alignés sur les côtés du carré de la pupille imagée nous a confirmé que nous pouvions utiliser une géométrie autre qu'orthogonale pour corriger une grille à géométrie orthogonale.

Par la suite, j'ai fait usiner des lentilles correctrices blazées. Il s'agit de lentilles de diamètre utile 16.054mm, comportant 116 zones, usinées dans de la silice de 5mm d'épaisseur et blazées pour 600nm. C'est l'entreprise Silios Technologies, basée dans les Bouches-du-Rhône qui nous a réalisé deux lentilles blazées, par une technique analogue à des techniques de micro-électronique, à savoir un substrat : une lame à faces parallèles, avec la mise en place d'un premier masque laissant apparaître les zones dont la profondeur recherchée est d'au moins la moitié de la profondeur maximale du profil. Ce premier masque en place, une attaque ionique est effectuée, creusant la silice. Puis un deuxième masque est centré, re-attaque ionique mais cette fois pour enlever seulement le quart de la profondeur maximale. Après deux masques, la lentille est donc discrétisée sur 4 niveaux. Un troisième masque permet l'obtention de 8 niveaux, et ainsi de suite. Etant donné qu'une deuxième lentille était peu facturée si nous en prenions une première (et nous ne pouvions pas prendre que la deuxième...), nous en avons fait usiner deux : une possédant 32 niveaux, et une possédant 128 niveaux. Le pas horizontal selon la lentille est de 1 micron, les dimensions des marches allant de 600 microns pour la zone centrale à 35 microns pour la zone la plus externe.

Il y a des particularités à savoir sur ces lentilles :

- nous savions qu'il faudrait plusieurs mois pour faire réaliser ces lentilles, et afin de ne pas arrêter l'avancée du projet, nous avons lancé la production en mai 2006, lorsque j'ai obtenu des profils cohérents. Je n'avais alors pas compris pourquoi physiquement le niveau moyen de la lentille descendait du centre vers le bord : comme expliqué notamment à la fig.4.8, j'avais déterminé les positions des bords de zones par homothétie avec les positions des bords de zone de la grille primaire, dessinée pour une conjugaison infini-fini. La lentille blazée fonctionnant en conjugaison fini-fini, la compensation des chemins optiques sur ces bords de zone s'effectue par une décroissance progressive de la profondeur moyenne des marches. Les lentilles que nous avons lancé en production sont affectées de cette décroissance progressive, mais sans conséquence mesurable sur l'efficacité étant donnée le grand nombre de niveaux de discrétisation des marches demandé (32 et 128). Le profil est visible sur la figure 6.8. Je rappelle le fait que bien que l'efficacité de la lentille blazée décroisse avec la longueur d'onde, la correction chromatique reste géométriquement juste : la résolution angulaire est conservée. En revanche, cette décroissance d'efficacité signifie que plus d'énergie est envoyée hors du pic central de la PSF.

- Comme expliqué sur la figure 4.13, si l'on fait usiner  $n$  niveaux on peut avoir l'efficacité d'une lentille usinée sur  $n + 1$  niveaux, le niveau le plus bas et le niveau le plus haut étant



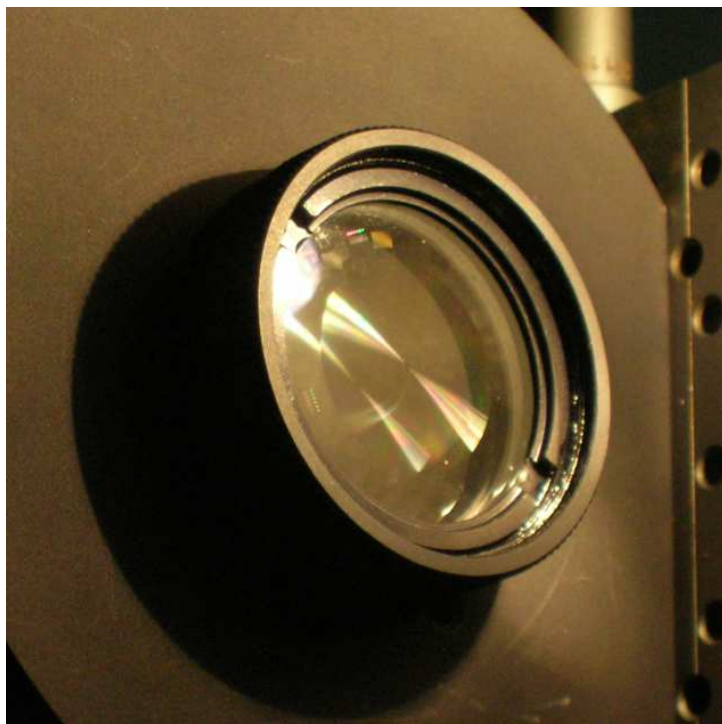


FIG. 6.7 – Réseau correcteur blazé gravé sur une lame à faces parallèles en silice. Le diamètre utile est de 16.054mm, les plus petites zones mesurant  $35\mu\text{m}$ .

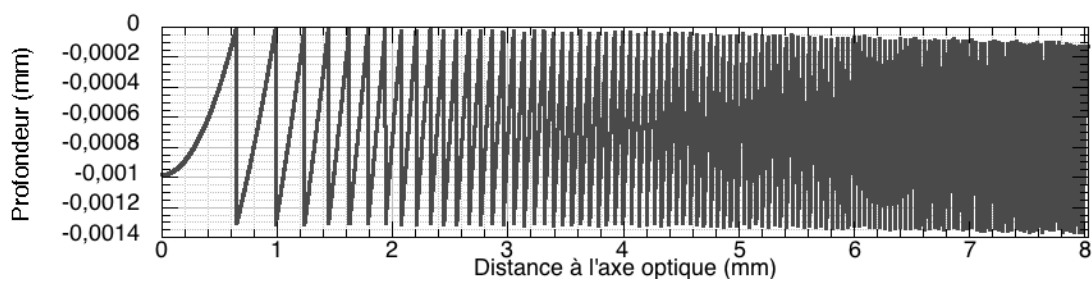


FIG. 6.8 – Profil des lentilles blazées usinées. Il y a décroissance du niveau moyen des marches depuis le centre vers le bord, n'ayant à l'époque pas encore compris d'où ça venait. La décroissance est toutefois très faible et n'incide pas sur l'efficacité de transmission, à la largeur des traits du graphique d'efficacité (fig.6.10) près.

équivalent à une phase de  $2\pi$  près. Or dans notre cas, je n'avais à l'époque pas encore pensé à ce processus permettant de diminuer les hauteurs des marches, donc ces lentilles n'en ont pas bénéficié.

- Je n'avais en mai 2006 pas encore développé le module permettant le calcul de l'efficacité en fonction de la longueur d'onde et du nombre de masques. J'ai ajouté ces modules pendant l'été 2006, pour conclure que comme on le pensait l'efficacité resterait haute sur une bande passante spectrale relativement large. Les courbes d'efficacité de ces lentilles sont visibles sur la fig.6.10.

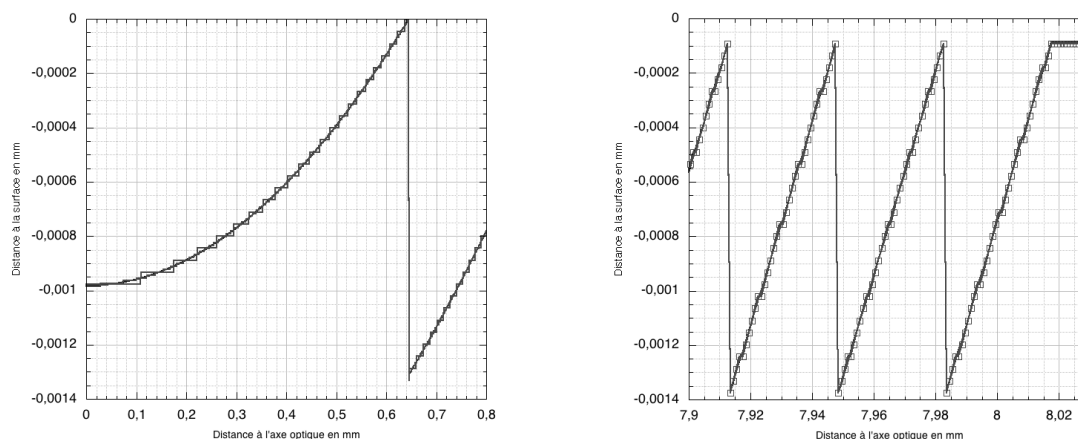


FIG. 6.9 – Les profils représentés sont les profils continus, à 128 et à 32 niveaux de la lentille blazée envoyée en production. Les dernières zones, larges de 35 microns, comprennent donc environ 35 marches et ne remontent plus jusqu'à la surface. Les marqueurs carrés du profil de bord de lentille représentent les points d'échantillonnage du profil.

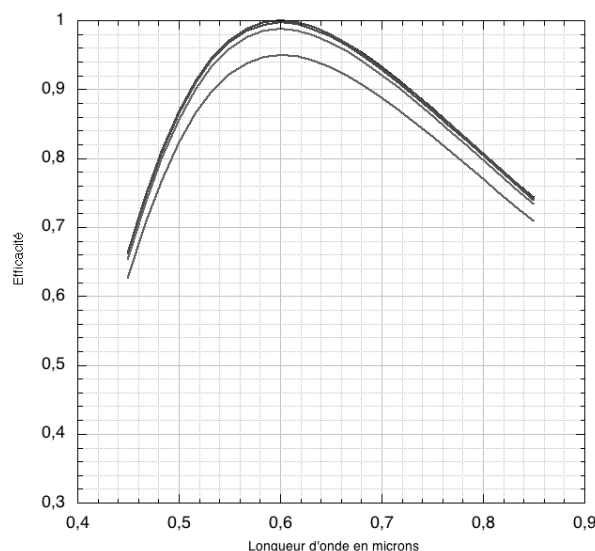


FIG. 6.10 – La longueur d'onde de blaze est de 600nm, longueur d'onde pour laquelle l'optique de champ est placée au foyer. Sont représentées les courbes d'efficacité pour des lentilles à 8, 16, 32, 128 niveaux et a profil continu (du bas vers le haut, les efficacités pour des lentilles de 32 niveaux ou plus n'étant pas discernables à cette échelle). Les lentilles usinées sont je le rappelle à 32 et 128 niveaux. L'efficacité, telle que définie au chapitre 4, est meilleure que 90% pour une lentille de 32 niveaux ou plus sur une BP de  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 0.3$ .

Les lentilles nous ont été livrées avec un bulletin de tests qualifiant les déviations maximales des hauteurs des marches par rapport aux spécifications demandées. Ces déviations sont de typiquement  $\pm 3\text{nm}$  pour la lentille à 128 niveaux, sachant que un niveau de cette lentille mesure 11nm, et de typiquement  $\pm 8\text{nm}$  pour la lentille à 32 niveaux, sachant qu'un niveau de cette lentille mesure 44nm. Ces lentilles étant placées dans un

plan pupille, leur qualité va directement influencer sur la qualité d'image finale. Or, comme illustré dans la suite du manuscrit, la qualité d'imagerie de l'ensemble du prototype est excellente, confirmant la bonne qualité de ces lentilles blazées.

### 6.2.4 Optique de reformation d'image

Pour reprendre l'image virtuelle formée par la lentille de Fresnel blazée et la reformer sur le détecteur, nous utilisons un doublet de 18cm de distance focale, fonctionnant en  $2f-2f$ .

### 6.2.5 Chaîne de détection

Peu avant le plan image final, achromatique, est placé un "flip-mirror" (élément optique munie d'un miroir plan permettant d'orienter le faisceau), permettant de basculer l'image vers deux sorties distinctes. La première, utilisée à des fins de réglages optiques et pour l'aspect démonstratif, est une sortie vers un oculaire, permettant d'observer la dispersion chromatique et de la corriger.

La deuxième sortie s'effectue vers une caméra CCD Starlight SXV-H9, munie d'un capteur CCD Sony ICX285 possédant 1392x1040 pixels de  $6.45\mu\text{m}$  de côté, dont le rendement quantique est au maximum de 60 à 65% et dont la réponse spectrale peut être vu sur la figure 6.11. Nous nous sommes posés la question avec Laurent de savoir s'il valait mieux utiliser une caméra n&b, ou prendre une caméra couleur qui serait en fait la même, mais dont le capteur serait recouvert de filtres formant une matrice de Bayer. Nous avons fait le choix de la version n&b de la caméra afin de pouvoir effectuer des mesures sans avoir à intégrer les réponses spectrales des filtres de la matrice de Bayer, le côté démonstratif (coloré) de la correction chromatique pouvant être vu grâce à la sortie vers l'oculaire. Cette caméra donne une image sur 16 bits, dont 12 à 13 sont significatifs. Les données sont lues par le logiciel SLDriver de Sébastien Marchand (société Eliotis).

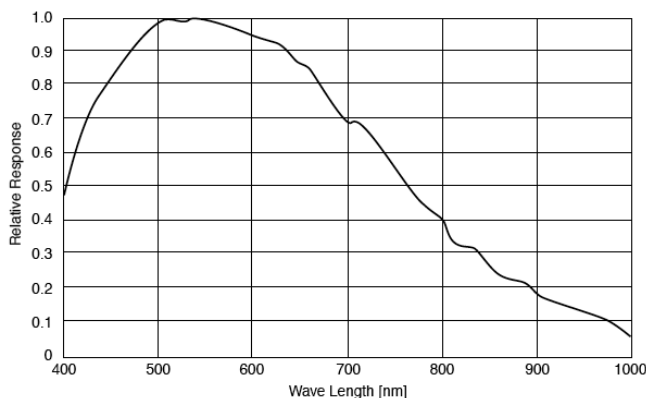


FIG. 6.11 – La réponse spectrale du capteur varie de 1 à 0.7 pour des longueurs d'onde comprises entre 430 et 700nm, la réponse maximale se situant aux alentours de 525nm.

# Chapitre 7

## Résultats du prototype sol

### 7.1 Correction du chromatisme et imagerie à grand champ

La première question à laquelle dut répondre la maquette fut celle de l'efficacité du schéma optique de correction du chromatisme. La correction non blazée suffit à répondre à cette question : l'image de la figure 7.1 est l'image de la mire "galaxie" éclairée par la source halogène, donc comprenant l'ensemble des longueurs d'onde du domaine visible. Toutes les longueurs d'onde sont focalisées en ce plan, il n'y a pas de défocalisation d'une  $\lambda$  à une autre, il n'y a pas non plus de différence de grandissement chromatique. Il est d'ailleurs intéressant de voir que sur cette image il y a deux jeux d'aigrettes : un premier jeu correspond aux aigrettes de l'ordre 1 de la grille primaire, il est superposé aux aigrettes dues à la diffraction de l'ordre 0 sur le masque (imagé par l'ordre 0 du réseau correcteur non blazé). L'autre jeu, tourné de 40 degrés environ, correspond aux aigrettes de l'ordre -1 du réseau correcteur non blazé. Elles sont volontairement selon des directions différentes, illustrant la non nécessité de superposer la géométrie carrée de la pupille réimagée à la géométrie carrée du réseau correcteur (il y a toutefois alors un diaphragmage de la pupille, entraînant une légère perte de résolution angulaire).

Sur l'image de la fig.7.2, la différence est que le réseau non blazé a été remplacé par la lentille de Fresnel blazée précédemment présentée. Le jeu d'aigrettes dû au réseau primaire est toujours présent, celui dû à l'ordre 0 est beaucoup plus faible étant donné que le réseau blazé possède un ordre 0 beaucoup moins intense que le réseau non blazé, ce qui est recherché.

Que se passe-t-il pour des sources de très grande dimension ? Nous n'avons pas beaucoup de sources de dimension assez grande pour pouvoir couvrir tout le champ de vision de l'instrument. A vrai dire, nous n'en avons qu'une seule : le réseau correcteur non blazé de la fig.6.6, inutile dès lors que le réseau blazé a été disponible. Nous l'avons placé en tant que source, afin d'observer son image formée par l'ensemble de l'instrument de Fresnel. Cette image est visible sur la fig.7.3. Le champ est limité par le diamètre de l'optique de champ, ainsi qu'expliqué en sec.4.2.2. Ce champ est dans notre cas d'environ 6 minutes d'arc. Les défauts de découpe des bords des ouvertures du réseau non blazé sont visibles, et ce jusqu'au bord du champ.



FIG. 7.1 – Image de la mire "galaxie" au foyer terminal, en utilisant un réseau correcteur non blazé. L'imagerie est polychromatique, la source lumineuse étant une source halogène. Les jeux d'aigrettes des deux grilles de Fresnel sont visibles, tournées de 40 degrés l'un par rapport à l'autre. La diffraction de l'ordre 0 du réseau primaire sur les bords du masque d'ordre 0, imagé par l'ordre 0 du réseau correcteur, est également visible. Les défauts de découpe de la mire sont visibles sur les bords de découpe et par un élément de métal "coincé" dans un bras de la galaxie.

FIG. 7.2 – Image de la mire "galaxie" au foyer terminal, en utilisant un réseau correcteur blazé. Les aigrettes dues au réseau primaire et à la diffraction de l'ordre 0 sur le masque sont toujours présentes, mais à un niveau beaucoup plus faible étant donné la faible transmission de l'ordre 0 du réseau blazé. La qualité d'imagerie est meilleure (visible notamment sur les bords de découpe de la galaxie), le réseau non blazé utilisé pour obtenir la fig.7.1 étant de moyenne à mauvaise qualité de découpe sur les ouvertures les plus externes, du fait des très petites dimensions des ouvertures mises en jeu.

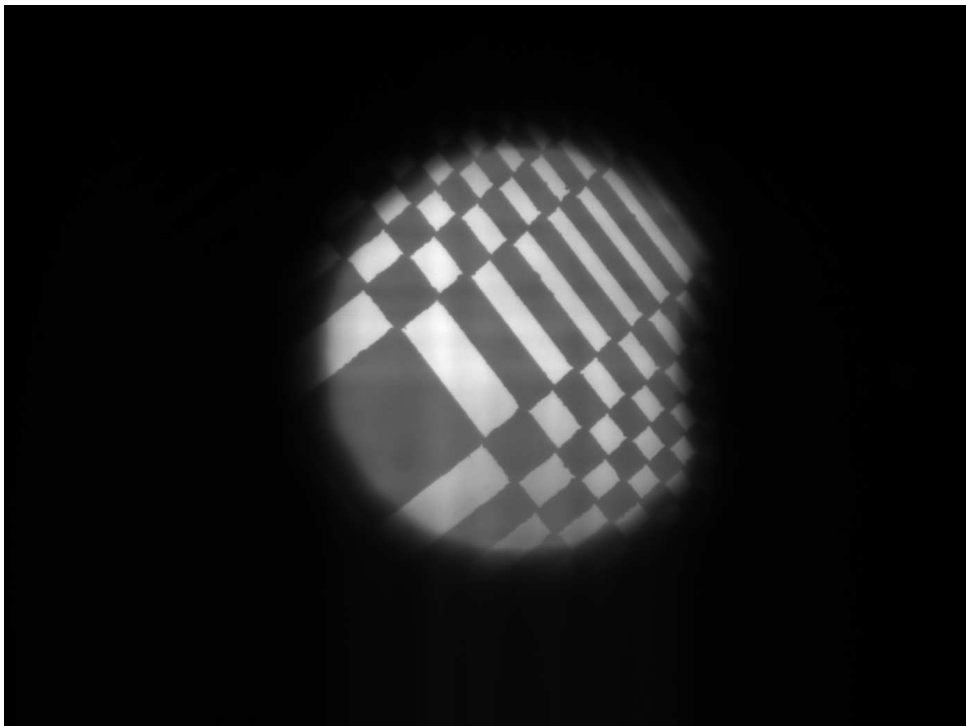


FIG. 7.3 – Image du réseau correcteur non blazé, vu par le prototype d'imageur de Fresnel. Les bords de champ sont les bords du diaphragme placé devant le télescope de champ, l'obstacle sur la droite de l'image n'étant pas un début d'éclipse mais l'ombre du miroir secondaire du Maksutov, visible car le diaphragme mis en place pour permettre de n'utiliser qu'une partie du miroir primaire du Maksutov n'avait pas été bien centré. Pour information à propos de la qualité de la découpe laser, la zone de la grille qui est sur l'aigrette centrale de la grille et est au plus loin du centre de celle-ci sur l'image (6<sup>ème</sup> zone) mesure en réalité environ 80 microns de largeur.

## 7.2 Mesures de résolution angulaire

La correction chromatique étant vérifiée, il était logique de vérifier ensuite que la résolution angulaire autorisée par l'imageur de Fresnel était bel et bien limité par la dimension de l'optique primaire. Pour cela, j'ai utilisé un point source de la moitié de la résolution angulaire de la grille, ai calculé sa convolution par la PSF théorique de l'imageur, et ai comparé cette courbe de résolution théorique à la résolution mesurée. Pour déterminer l'échantillonnage de la caméra, je suis parti du fait que la galaxie mesure 73 secondes d'arc de bout de bras à bout de bras, et que son image mesure elle 125 pixels selon la même dimension. L'échantillonnage de la caméra est donc de 0.584arcsec/pixel. Sachant qu'à  $\lambda = 600\text{nm}$ , la résolution angulaire limite de la grille est de 1.55 arcsec, l'échantillonnage de la caméra est de 2.65pixels/resel. On peut ainsi comparer les profils de PSF théoriques et les profils mesurés.

Je présente sur la fig.7.4 quatre profils permettant de déterminer la résolution angulaire, pour des trous-sources éclairés par une source halogène filtrée avec des filtres centrés sur 550, 600, 650 et 700nm, possédant une largeur spectrale à mi-hauteur de 50nm.

Sur cette figure 7.4 sont visibles les effets de la turbulence à courte longueur d'onde. En effet, bien que le prototype soit installé dans une salle blanche, celle-ci n'avait pas été conçue à l'origine pour en être une, elle a été aménagée par la suite. Il y a des mouvements d'air dans la pièce. Pour illustration, sont visibles sur la fig.7.5 deux images qui devraient être les mêmes : l'image d'un point source, mais l'une prise dans un trou de turbulence et l'autre non, révélant des speckles.

## 7.3 Forme de la PSF et dynamique

Les dimensions linéaire de la PSF au foyer final variant avec la longueur d'onde en  $\lambda$  comme dans tout télescope classique, les comparaisons entre une PSF théorique, calculée, et une PSF réelle, mesurée, se font en prenant comme source lumineuse des LEDs, sources de faibles largeurs spectrales. J'ai utilisé mon outil de simulation présenté au chapitre 5 pour simuler la PSF théorique du prototype, en prenant en compte :

- la grille de 8cm de côté et 58 zones apodisée comme présenté en sec.6.2.2;
- une optique de champ prise comme une lentille de focale 2.85m permettant d'obtenir un grandissement de la pupille conforme aux mesures de la maquette;
- un masque d'ordre 0 possédant un carré central de 1.3mm et des branches de 200 microns;
- la lentille de Fresnel blazée en prenant en compte ses hauteurs de pentes et indice de réfraction;
- et une optique achromatique de reformation d'image.

J'ai utilisé comme spectre lumineux le spectre d'une led centrée sur 601nm, échantillonné avec 12 longueurs d'onde réparties sur 55nm, selon le spectre visible sur la fig.7.6.

En ce qui concerne la mesure, la caméra étant codée sur 16 bits, des niveaux de  $1e-5$  ou mieux ne sont pas atteignables dans la plage de dynamique du capteur. Afin de faire ressortir les faibles intensités sans perdre l'information du rapport de luminosité entre les faibles valeurs du fond et le maximum du pic central, la technique employée a été la suivante : des poses de temps d'exposition  $x$  ms (typiquement entre 30 et 50) permettent de connaître l'intensité du pic central. Une pose de temps d'exposition  $1000x$  permet

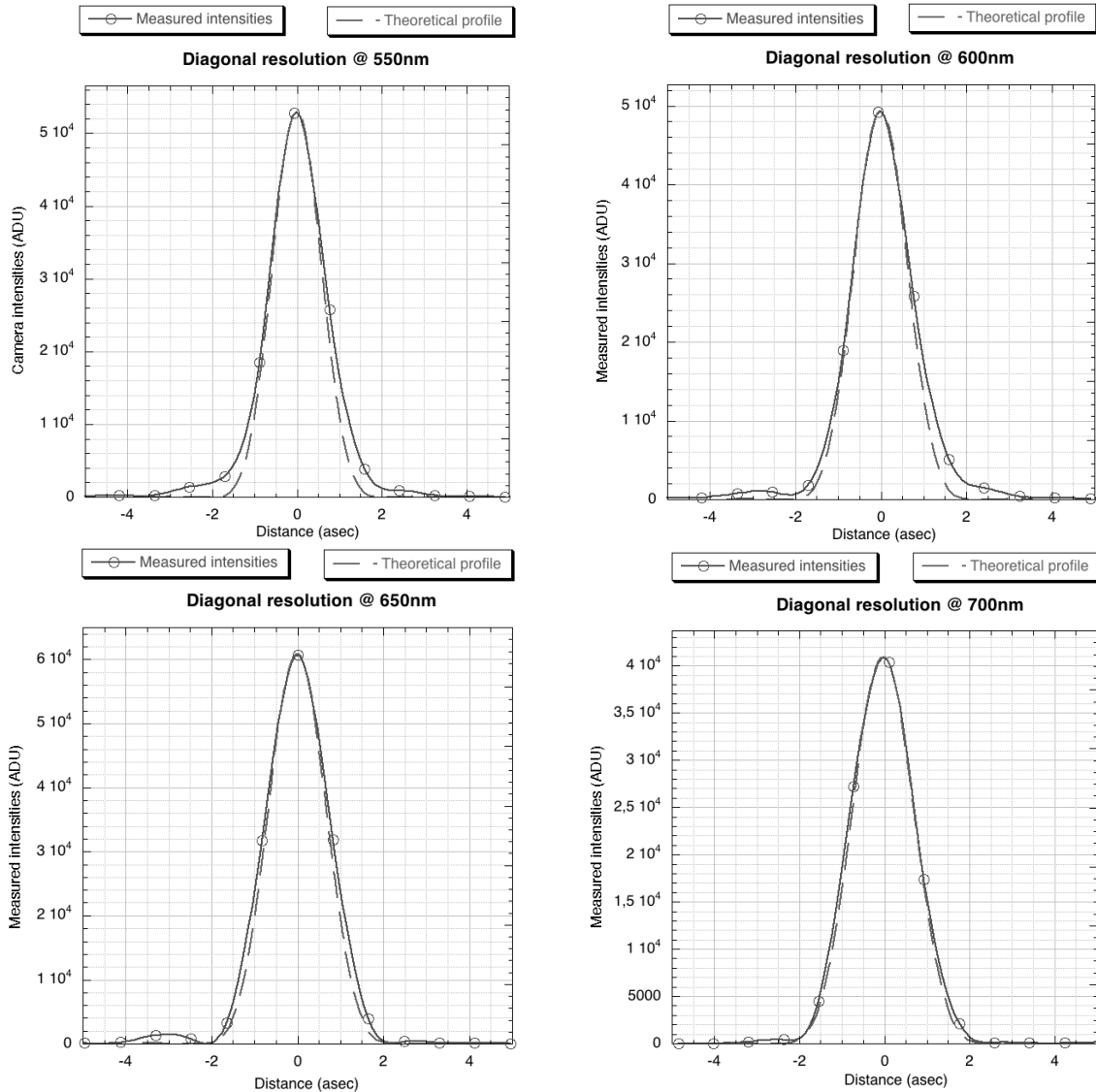


FIG. 7.4 – La limite de résolution angulaire est présentée pour des bandes passantes centrées sur 550, 600, 650 et 700nm, la source étant systématiquement un point source de dimension angulaire moitié de la résolution angulaire théorique de la grille. Les profils théoriques sont des coupes de la convolution de cette dimension de point-source avec la PSF théorique du système de Fresnel, et les profils mesurés le sont sur des images obtenues, les points d'échantillonnage (pixels de la caméra) étant représentés par des cercles. Les coupes se font sur les diagonales, car la largeur à mi-hauteur du pic de la PSF est la même dans toutes les directions, ce n'est qu'au pied du pic que les resels ont une géométrie orthogonale, et l'on évite de cette façon une mesure sur les aigrettes et donc un fond de luminosité constant. L'échelle verticale est simplement la valeur du pixel en ADU, et l'échelle horizontale est ramenée en arcsec. La résolution angulaire est atteinte pour toutes les longueurs d'onde. On s'aperçoit que la turbulence est plus forte à courte longueur d'onde, les pieds étant plus régulier à mesure que l'on s'approche de la longueur d'onde 700nm.

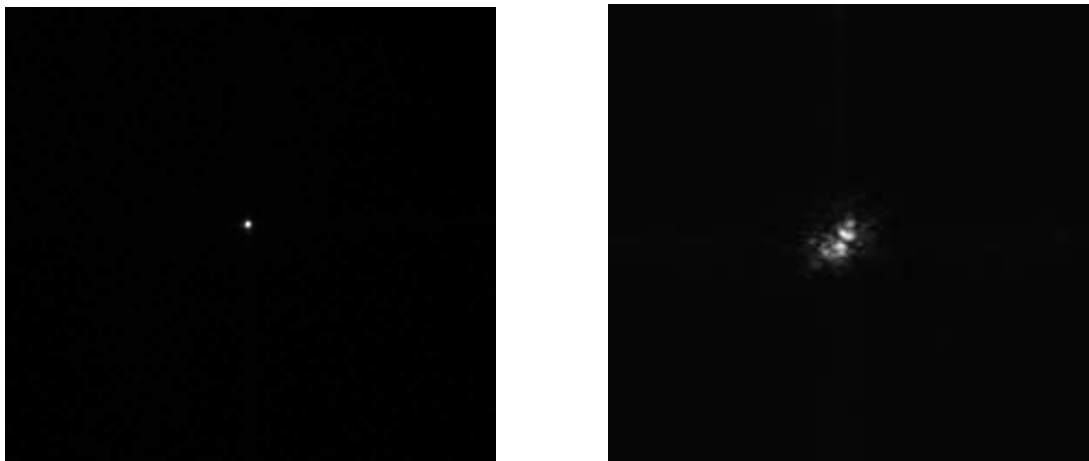


FIG. 7.5 – Ces deux images devraient être les mêmes, mais la première a été prise dans un trou de turbulence, alors que la deuxième est prise en présence de turbulence, résultant en ces speckles visibles. Le temps de pose typique pour l'exposition d'un trou source ne saturant pas la caméra est de 40ms.

ensuite d'accéder à la valeur des faibles intensités du fond, en saturant le pic central et les aigrettes. La comparaison entre les PSF théorique et réelle est visible sur la fig.7.7.

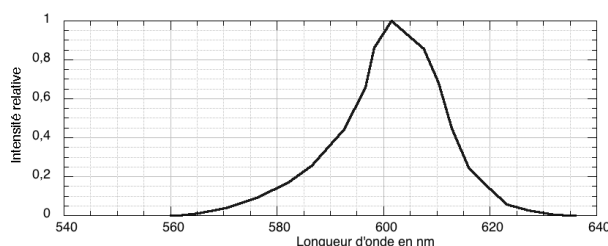


FIG. 7.6 – Profil de led centrée sur 601nm provenant du site <http://www.superbrightleds.com/>. La largeur à mi-hauteur du spectre mesure moins de 20nm.

On peut ainsi aussi mesurer la dynamique obtenue, et la comparer à la dynamique théorique. Les mesures de dynamique, définie comme la moyenne dans le champ proche du pic central vu sur la fig.7.7 divisée par le maximum du pic central, sont regroupées dans le tableau 7.1. La dynamique mesurée en utilisant la lentille de Fresnel blazée discrétisée sur 32 niveaux est environ 20% plus faible que celle mesurée en utilisant la lentille de Fresnel blazée discrétisée sur 128 niveaux, mais il s'est avéré que cette lentille à 32 niveaux est salie, sans que je puisse dire si c'était d'origine ou si c'est venu en cours d'utilisation. Il n'est donc pas possible de tirer de conclusion sur la différence de qualité due au moins grand nombre de niveaux de cette lentille, sachant qu'il ne devrait pas avoir d'écart mesurable vu la proximité des courbes d'efficacité des lentilles à 32 et 128 niveaux vues à la fig.6.10. Comme énoncé à la sec.5.1.5, des raffinements pourraient être apportées à la simulation, notamment en prenant en compte non plus une lentille de champ mais les caractéristiques réelles du télescope (qui restent à déterminer précisément pour que cela ait un sens), ou en ajoutant des défauts de surfacage d'amplitude  $\frac{\lambda}{Q}$ ,  $Q$  étant la valeur de qualité du front d'onde de chacune des optiques. Ces défauts pourraient être déclarés par exemple en modulant des coefficients de polynômes de Zernike de bas degré. Enfin, la dispersion chromatique par les optiques réfractives de l'optique de champ et de celle de reformation d'image pourrait aussi éventuellement être prise en compte.



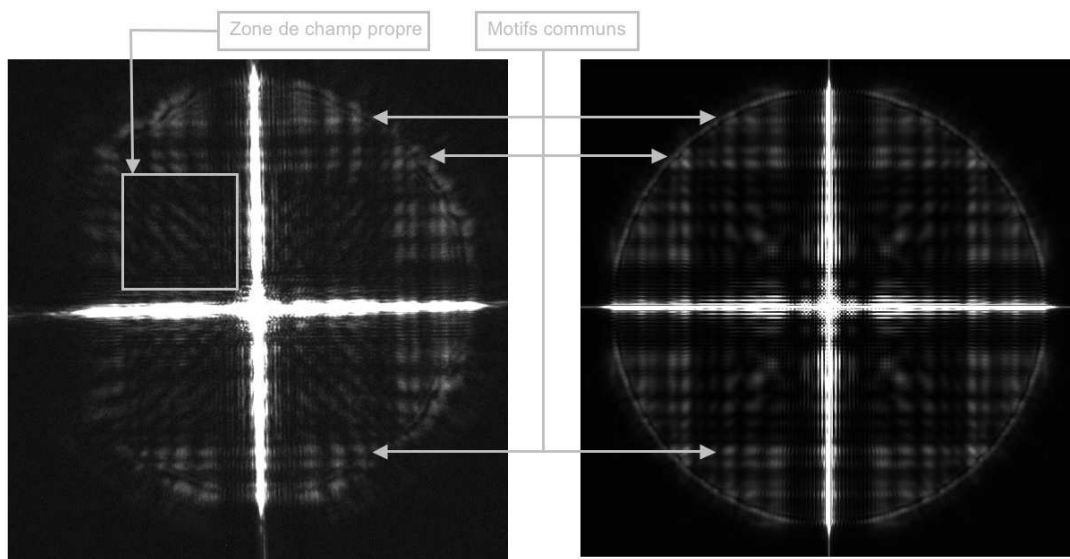


FIG. 7.7 – A gauche est une image réelle de la PSF (à laquelle l'image de 'dark' a été retirée), acquise avec pour source une led dont l'émission maximale est à 601nm ; à droite est l'image théorique correspondante. L'image réelle possède des valeurs comprises entre 0 et environ 47e6, et l'image théorique des valeurs comprises entre 0 et 65e6. Afin d'observer les faibles valeurs de la PSF, l'affichage est linéaire mais seuillé entre 0 et 2000 pour les deux images. On retrouve sur l'image réelle les motifs prévus par la simulation (et inversement), aux emplacements prévus. Il n'y a que vers le centre du champ propre indiqué qu'il y a une différence de forme de la PSF. La mesure de la dynamique va se faire dans cette zone de champ propre délimitée ici, qui est plus grande que le champ proche dont j'ai parlé au chapitre 3 : le champ proche définit alors serait sur ces images à peu près de la dimension du champ propre montré ici, mais serait centré sur le centre de la PSF. Il n'est pas pertinent ici puisque la grille utilisée n'est pas apodisée.

Longueur d'onde de luminosité max de la LED	Dynamique mesurée	Dynamique théorique
525 nm	$4.4e-6 \pm 0.5e-6$	1.2e-6
601 nm	$2.0e-6 \pm 0.3e-6$	1.2e-6
630 nm	$1.9e-6 \pm 0.2e-6$	1.5e-6

TAB. 7.1 – Comparaison des valeurs mesurées et théoriques des dynamiques des PSF, pour diverses longueurs d'onde. Les incertitudes sont calculées en considérant que pour chacune des longueurs d'onde du tableau, la variance (carré de l'écart-type donné) est la moyenne des variances des dynamiques mesurées sur plusieurs échantillons par rapport à la dynamique moyenne (entre 12 et 20 échantillons en fonction des longueurs d'onde). Les mesures sont en bon accord avec les valeurs théoriques.

## 7.4 Et pour la suite...

### 7.4.1 En ce qui concerne cette maquette sol

Deux études principales restent à mener avec l'aide de cette maquette :

(1) à court terme, nous allons mesurer la dynamique de la PSF par imagerie directe, en utilisant un montage coronographique et donc un étage optique supplémentaire au foyer image achromatique présenté jusque-là comme "final". Deux sources de différents contrastes pourront être mises en place : deux fibres optiques illuminées par des sources d'intensités différentes. Paul Deba est notamment sur la réalisation pratique de ce montage, affaire que je n'ai pas pu trop suivre depuis que je me suis mis à rédiger... D'autre part, Truswin Raksataya, actuellement en stage M2pro, travaille sur la déconvolution des images formées par cet imageur de Fresnel, entre autre dans l'optique de supprimer les aigrettes pour des sources étendues, chose que je n'ai à regret pas eu le temps d'approfondir durant ma thèse.

(2) à plus long terme étant donné le temps de fabrication, nous allons commander à une entreprise autre que Silios une lentille blazée possédant le même profil que celui que j'avais calculé et fait réaliser par Silios. Nous allons a priori confier ceci à une entreprise Allemande du nom de Dioptic : sa technique d'usinage est un faisceau d'ions modulé en continu, permettant de réaliser une lentille blazée possédant un profil continu. L'objectif est de comparer deux processus de production différents.

### 7.4.2 Préparation d'un prototype sol de deuxième génération

Ce prototype sol aura donné grande satisfaction, nous permettant de valider le concept de grille de Fresnel, le principe et l'efficacité de la correction chromatique, et nous aura permis des mesures de résolution angulaire et de dynamique confirmant les études théoriques. Mais une deuxième génération de prototype est actuellement en têtes, et a été évoquée avec le CNES pour un deuxième contrat R&T. L'objectif principal est de viser des objets astrophysiques réels, avec une grille à nombre de zones de Fresnel nettement augmenté, se rapprochant du nombre d'ouvertures que pourrait avoir un projet spatial. Il s'agirait typiquement d'un imageur constitué d'une grille de 20cm de côté et 350 zones, utilisé dans le domaine spectral de transition entre le visible et l'infrarouge. La focale engendrée serait inférieure à 20m. Une optique focale d'achromatisation sera bien sûr développée, en s'appuyant sur l'expérience acquise avec le prototype sol présenté et mes algorithmes. Il s'agirait également de tester des découpes de grilles autorisant de plus grands taux de transmission. Pour pouvoir pointer le ciel, l'idée est de placer les deux modules "grille" et "optique de reprise" en parallèle d'une ancienne grande lunette, typiquement la Grande Lunette de Nice. Il n'y aurait évidemment pas de science novatrice faite avec une grille de cette dimension, bien que la dynamique autorisée par cette grille pourrait être mise à profit pour imager par exemple le compagnon de Sirius ou les satellites de Mars (séparations angulaires et contrastes compatibles). Ce prototype serait un outil de test et de communication pour motiver des scientifiques afin de développer un pôle de personnes intéressées par un imageur de Fresnel spatial cette fois, possédant une ouverture de plusieurs mètres de côté et volant en formation.

### 7.4.3 Etude de phase 0 au CNES

Justement à propos de vol en formation, Laurent, Paul et moi avons travaillé début 2007 avec des ingénieurs du CNES sur une pré-étude de phase 0, afin de contraindre les besoins de positionnements et d'attitude nécessaires au contrôle de la formation d'un imageur de Fresnel à deux modules, l'un supportant la grille de Fresnel et l'autre supportant l'ensemble de l'optique focale. Ces études étant encore confidentielles, je ne peux pas exposer l'ensemble des calculs ici, et de toute façon n'ayant pas du tout été seul à travailler dessus, je ne vais pas l'exposer dans MA thèse. Je peux malgré tout annoncer que l'ordre de grandeur de la stabilité requise en attitude du module focal est de  $1e-6$  radians, et que les précisions de positionnements longitudinale et transversale sont de plusieurs décimètres et de l'ordre du mm. Une phase 0 va être lancée en interne au CNES pour étudier plus en détail les besoins mission d'un imageur de Fresnel.

### 7.4.4 Réponse à l'appel Cosmic Vision 2015-2025 de l'ESA

Laurent, en tant que P.I., a proposé à l'ESA en réponse à l'appel Cosmic Vision 2015-2025 un projet d'imageur de Fresnel. Cet imageur de Fresnel serait composé d'une grille de 3.6m de côté et d'une optique focale, dont l'optique de champ serait un télescope de 60cm de diamètre. Plusieurs canaux spectraux, allant de l'infrarouge proche à l'ultraviolet, sont suggérés. Cette proposition s'est faite avec le soutien d'autres chercheurs : principalement Alfred Vidal-Madjar (IAP) pour le domaine d'étude des exoplanètes, Ana Ines Gomez de Castro (Université de Madrid) pour le domaine UV, et Roser Pellò (LATT) pour le domaine des galaxies à hauts redshifts. Mes principales contributions ont été les simulations de la réponse impulsionnelle de l'instrument, et le calcul de sensibilité pour la détection des exoplanètes.

## Troisième partie

# Ouvertures sur l'utilisation de l'imageur de Fresnel pour l'observation astrophysique



# Chapitre 8

## Application à la détection d'exoplanètes

### 8.1 Position du problème

La détection des exoplanètes est actuellement un sujet d'étude mis en avant dans la communauté astrophysique. La méthode ayant révélé la première exoplanète à l'observatoire de Haute-Provence (Mayor et al 1995 [30]), et en ayant à l'heure actuelle détecté le plus, est la méthode dite des vitesses radiales : on recherche par spectroscopie si il y a des décalages par effet Doppler-Fizeau des raies du spectre d'une étoile, ce qui peut traduire la présence d'au moins une planète assez imposante pour que le centre de masse du système planétaire soit significativement décalé par rapport au centre de masse de l'étoile.

Une autre méthode de détection est celle dite des transits : l'idée est d'effectuer une courbe de lumière d'une étoile, sachant que si une planète passe devant elle la luminosité de celle-ci baissera au ratio des aires apparentes de la planète et de l'étoile, permettant la détection de la planète. Le satellite Corot permettra notamment l'utilisation de cette technique sur un grand nombre d'étoiles.

Une autre méthode utilise le phénomène de microlensing gravitationnel : lorsqu'une étoile source passe pour un observateur en arrière plan d'un système stellaire dit lentille, sa luminosité est amplifiée durant un certain temps, et regagne sa luminosité standard ensuite. Si l'étoile-lentille possède une planète, cette courbe de luminosité peut connaître un ou des pic(s) secondaire(s). La courbe de lumière informe donc sur la présence éventuelle d'une planète autour de l'étoile-lentille.

Une autre méthode encore sera mise en oeuvre avec la mission Gaïa : cette mission ayant pour objectif d'effectuer de l'astrométrie à très haute précision (de  $\simeq 10$  à  $300 \mu\text{sec}$  en fct de la magnitude et du type de l'étoile), une conséquence directe sera la possibilité d'au cours du temps observer l'oscillation d'une étoile autour d'une position, révélant la présence d'exoplanète(s).

Ces méthodes de détection sont des méthodes indirectes : on n'observe pas directement la planète, mais "seulement" l'effet de celle-ci sur un autre astre, ou sur la lumière d'un autre astre.

Pour pouvoir effectuer des observations directes, il faut un instrument qui possède plusieurs caractéristiques, à savoir au moins d'une part une capacité à imager des objets de forts contrastes, donc une haute dynamique photométrique, et d'autre part une capacité à séparer sur le plan image terminal les images provenant de l'étoile et de sa planète, donc

une haute résolution angulaire. Des projets étudient différentes voies permettant cette détection directe, parmi lesquels on peut trouver :

- des imageurs directs monosatellite tel le projet TPF-C (Terrestrial Planet Finder - Coronagraph) de la NASA : un télescope spatial de quelques mètres de dimensions permet de séparer dans le domaine visible une étoile et sa planète, et par apodisation et coronagraphie autorise l'imagerie de sources à forts contrastes ;

- d'autres imageurs directs utilisant le vol en formation ; par exemple le projet TPF-Occulter, qui implique le placement d'un masque à plusieurs dizaines de milliers de km d'un télescope spatial non forcément dédié à la détection d'exoplanètes (Hubble, JWST...). Ce masque, de plusieurs dizaines de m de diamètre, est un disque opaque entouré de pétales. Il est placé sur la ligne de visée de l'étoile, mais hors de la ligne de visée de la planète : le télescope étant "dans l'ombre de l'étoile", la mesure du flux de la planète est possible (Cash 2005 [7]).

- Enfin, une autre possibilité est la détection par interférométrie, représentée par le projet TPF-Interferometer de la NASA et le projet Darwin de l'ESA : un satellite vole en formation avec typiquement 3 (ou 4, ou 6) autres satellites équipés de télescopes dont les diamètres sont de l'ordre du mètre. Ce satellite recombine les faisceaux provenant des télescopes individuels. Le principe est celui d'un nuller : pour la direction provenant de l'étoile, et par un jeu de déphasages des ondes provenant des télescopes individuels, les fronts d'onde provenant des divers satellites s'annulent. Si il y a une intensité résiduelle, c'est qu'il n'y a pas que la lumière de l'étoile qui arrive. Une configuration donnée des satellites et des déphasages produit une carte de transmission donnée : en fonction de la position d'une source dans le ciel et de cette carte de transmission, la contribution de la source à l'intensité résiduelle sera possible ou non. En recombinaison des bases en distances et en orientations et en changeant les déphasages induits entre les ouvertures, le concept permet d'obtenir des cartes de transmission variables. Il est ainsi possible de prendre en compte les possibles contributions des lumières zodiacales et exozodiacales, la dimension non infinitésimale de l'étoile, et autres sources de luminosité. Les grandes distances entre satellites permises permettent de décaler l'observation dans le domaine IR, où un télescope monolithique de diamètre de quelques mètres ne peut pas séparer les composantes du fait de la résolution angulaire variant en  $\frac{\lambda}{\text{diamètre}}$ . De plus, ces longueurs d'onde IR autorisent un relâchement des contraintes d'égalité de chemins optiques à respecter entre les satellites, par rapport à de l'interférométrie qui se ferait dans le domaine visible.

Et l'imageur de Fresnel, comment se situe-t-il ? Il est destiné à effectuer de l'imagerie à haute, voir très haute résolution angulaire. En ce qui concerne la dynamique, il est assez performant comme exposé au chapitre 5, même s'il ne l'est pas autant à l'heure actuelle que peut l'être un télescope monolithique comme le TPF-C. Enfin, il part a priori avec un handicap : son taux de transmission.

Du côté du taux de transmission : comme exposé auparavant, le faible taux de transmission peut être compensé par une dimension de grille plus grande que la dimension d'une optique pleine qui serait envisagée pour effectuer le même travail. En revanche, ce flux ne sera pas forcément inférieur à celui collecté par les ouvertures diluées d'un interféromètre à longues bases. De plus, un plus faible flux peut se compenser par un temps d'exposition plus grand, bien que cela réduise alors la quantité de résultats attendus d'une mission possédant un temps de vie donné.

Du côté de la dynamique, je rappelle ici que pour détecter une planète à par exemple  $1e-9$  de contraste il n'est pas besoin d'obtenir une image possédant une dynamique de  $1e-9$  : en effet, pour effectuer la détection on ne va pas comparer le signal de la planète au signal des autres sources lumineuses (notamment la luminosité résiduelle de l'étoile), mais au bruit de ces autres sources, soit à l'écart-type de la luminosité résiduelle. Le fait que la dynamique de l'imageur de Fresnel ne soit pas aussi bonne que celle d'un télescope à optique pleine est certes un désavantage, mais pas un défaut rédhibitoire.

Quels atouts pourrait avancer le concept de Fresnel, en complément des TPF-C et Darwin (ou autre TPF-I) ? Par rapport à un concept d'interféromètre, il pourrait amener que en seulement deux expositions entre lesquelles seule la grille aura été tournée de 45 degrés autour de l'axe optique d'une pose à l'autre, l'ensemble du champ du système stellaire observé est couvert, évitant les difficultés de repositionnement des divers satellites, et en grande partie les possibilités que la configuration du système observé ait évoluée. De plus, si un système observé est multiple (dans le sens une étoile + plusieurs planètes), l'information du nombre des planètes et de leurs positions relatives pourra grandement aider la déconvolution de données interférométriques, en plus d'apporter des informations dans le domaine du visible ou du proche IR.

Par rapport à un concept de coronagraphie, comme vu en chapitre 2, la tolérance élevée de fabrication de la grille associée au faible poids de cette optique par rapport à une optique pleine peut autoriser de grandes dimensions de la grille, et donc la séparation d'astres par imagerie directe même dans un domaine IR.

Je rappelle à présent que le concept d'imageur de Fresnel est relativement multi-tâches, permettant d'effectuer de l'imagerie à haute résolution angulaire et haute dynamique. D'autres possibilités d'apports dans le domaine astrophysique seront évoquées dans la dernière section de ce chapitre.

## 8.2 Estimation des flux du signal et des sources de bruit

Pour évaluer la possibilité de détecter des exoplanètes, je vais calculer des rapports signal à bruit pour des exemples de systèmes planétaires et diverses configurations d'imageur de Fresnel.

Le signal sera considéré comme étant le nombre de photons reçus de la planète, dans une certaine bande passante spectrale et pendant un certain temps d'exposition. Le bruit sera considéré comme étant l'écart-type du nombre de photons reçus dans cette même bande spectrale et pendant le même temps d'exposition, ces photons-ci provenant de plusieurs contributions : luminosité résiduelle de l'étoile, émission thermique de la grille, et contributions des lumières zodiacale et exo-zodiacale.

Le système simulé est le système "canon" TPF-C et Darwin : une planète (Terre ou Jupiter) observée en élongation maximale, gravitant autour d'une étoile de type solaire située à 10pc du télescope. Ce chapitre n'a pas la prétention de couvrir tous les cas possibles d'exoplanètes, mais simplement de donner un ordre de grandeur de la faisabilité d'utiliser un imageur de Fresnel pour la détection d'exoplanète : en particulier, le concept de



Fresnel n'en est pas encore à un degré de raffinement nécessitant la prise en compte des spectres d'absorption de la planète, extrêmement variables en fonction des composants de l'atmosphère, de la présence d'océans, de nuages de basse ou haute altitude, de glace, de la nature du terrain... L'idée est actuellement de donner un ordre de grandeur de la faisabilité de la détection d'une exoplanète.

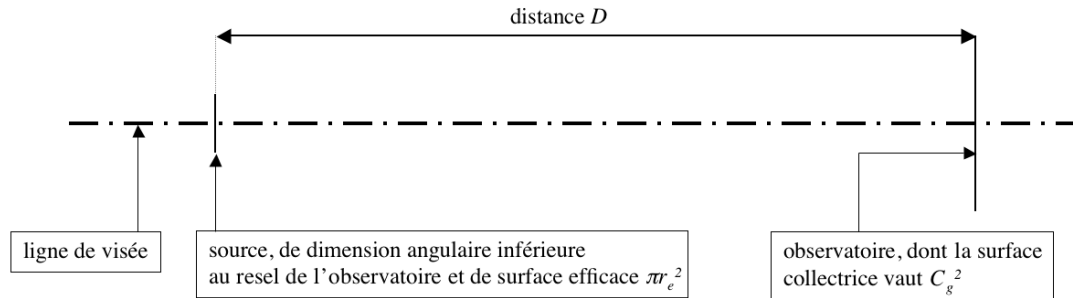


FIG. 8.1 – Etendue de faisceau  $S\Omega$  d'une source dont l'extension angulaire sur le ciel est inférieure au resel de l'observatoire. On a alors  $S = \pi r_e^2$  et  $\Omega = 4\pi \frac{C_g^2}{4\pi D^2}$ . L'étendue de faisceau  $S\Omega$  vaut  $S\Omega = \pi r_e^2 \frac{C_g^2}{D^2}$ . Elle est dépendante de  $C_g$ , de  $D$  et de  $r_E$ .

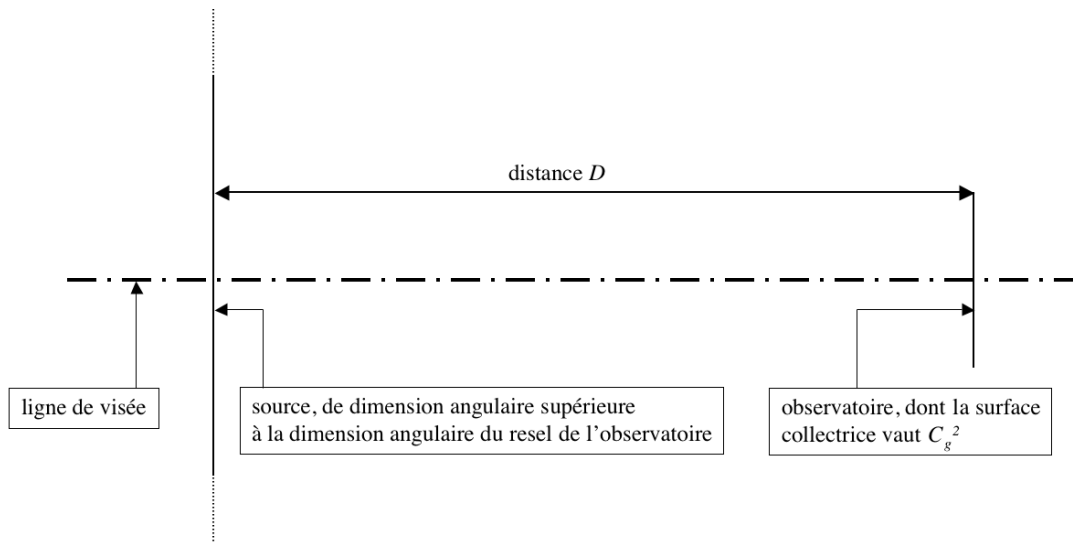


FIG. 8.2 – Etendue de faisceau  $S\Omega$  d'une source dont l'extension angulaire sur le ciel est supérieure au resel de l'observatoire. Par rapport à la fig.8.1 on retrouve  $\Omega = \frac{C_g^2}{D^2}$ . En revanche, la surface de la source correspondant à un resel de l'observatoire projeté sur le ciel vaut  $S = \frac{\lambda^2}{C_g^2} D^2$ . L'étendue de faisceau  $S\Omega$  vaut alors  $S\Omega = \lambda^2$ , et est indépendante de  $C_g$  et  $D$ .

### 8.2.1 Contribution de l'étoile

Une puissance reçue peut se calculer d'une façon générale par (Lena 1986 [27]) :

$$P = \epsilon B S \Omega \Delta\nu \quad (8.1)$$

$$\text{avec } B = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{K_B T} - 1\right)}$$

avec  $P$  la puissance reçue en W,  $\epsilon$  l'émissivité de la source,  $B$  la brillance monochromatique de la source : la fonction de Planck,  $S\Omega$  l'étendue de faisceau, et  $\Delta\nu$  la largeur de bande spectrale.

$h$  est la constante de Planck,  $\nu$  est la fréquence d'observation,  $c$  est la vitesse de la lumière dans le vide,  $K_B$  est la constante de Boltzmann et  $T$  est la température de notre source. Appliqué à notre étude de la puissance reçue de l'étoile dans le pic central de l'image formée par l'imageur de Fresnel, on obtient (voir fig.8.1 pour l'expression du  $S\Omega$ ) :

$$B_e = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{K_B T_e} - 1\right)}$$

$$P_{e_c} = \epsilon_e B_e (\pi r_e^2) \left(\frac{C_g^2}{D^2}\right) \Delta\nu Trs \quad (8.2)$$

$T_e$  est la température de l'étoile ( $T_e = 5850\text{K}$ ),  $\epsilon$  est l'émissivité de l'étoile ( $\epsilon = 1$ ), et  $R_e$  et  $D$  sont respectivement le rayon de l'étoile et sa distance à l'imageur de Fresnel (696e6 km et 10pc).  $C_g$  est la dimension du côté de la grille. Enfin,  $Trs$  est le taux de transmission de la grille dans le pic central de l'ordre 1, multiplié par le taux de transmission de l'ensemble des optiques du satellite focal (dans ma simulation,  $Trs = 0.026 * 0.8$  : transmission d'une grille apodisée par une apodisation  $T_{trig}$  (tab.3.1) \* estimation des pertes au niveau de l'optique focale).

La contribution de l'étoile au fond de luminosité au niveau de la planète vaut ainsi :

$$P_e = P_{e_c} Rej \quad (8.3)$$

avec  $Rej$  le taux de rejection de la PSF à l'endroit où se forme la planète.

## 8.2.2 Contributions des lumières zodiacale et exozodiacale

La lumière zodiacale provient de la présence de poussière dans notre système solaire. Ces poussières vont d'une part réfléchir une partie de la lumière provenant du soleil, et d'autre part posséder une certaine température et émettre des infrarouges. La lumière exozodiacale est la lumière "zodiacale" située non plus dans notre système solaire, mais dans le système stellaire observé. Un imageur, formant des images, va permettre de limiter les contributions de ces lumières au niveau de fond : en effet l'ensemble de l'énergie collectée par la grille est répartie dans l'ensemble des resels de l'image, donc la contribution en un des resels est d'autant plus faible que le nombre de resels est élevé.

La lumière zodiacale est considérée comme étant celle de notre système solaire, vue dans une ligne de visée comprise dans un plan d'inclinaison  $30^\circ$  par rapport à l'écliptique, et dont la direction est à  $90^\circ$  de celle vers le soleil. Les contributions sont calculées à partir des données *Astrophysical Quantities* 1999 [9] : une composante de diffusion de la poussière dans le visible (corps noir à 5800K, multiplié par une émissivité de 3e-14) est additionné à une composante d'émission infra rouge (corps noir à 275K, multiplié par une émissivité de 7.1e-8). Je note  $L_Z$  la somme des brillances monochromatiques multipliées

par les émissivités associées :

$$L_Z = 3e^{-14}B_{T=5850K} + 7.1e^{-8}B_{T=275K} \quad (8.4)$$

La lumière exozodiacale est considérée comme étant de même nature que la lumière zodiacale. L'intensité calculée est en revanche fonction de la distance de la planète observée à son étoile : pour une planète observée située à  $D_p$  de son étoile en unités astronomiques, la contribution est multipliée par un facteur  $D_p^{-2.5}$  (*Astrophysical Quantities* 1999 [9]). De plus, si la ligne de visée de l'observatoire débute à l'imageur de Fresnel et traverse le système solaire, elle va en revanche traverser l'ensemble du système stellaire observé : la quantité de poussières observée est deux fois plus importante. On aura :

$$L_{EZ} = 2L_Z D_p^{-2.5} \quad (8.5)$$

Etant donné que l'on observe une source étendue, l'étendue de faisceau  $S\Omega$  correspondant à un resel observé vaut  $\lambda^2$  (fig.8.2). Une dimension angulaire  $\frac{\lambda}{C_g}$  observée des lumières zodiacale et exozodiacale induit ainsi une puissance détectée au resel correspondant du plan image :

$$P_{Z+EZ} = (L_z + L_{EZ}) \lambda^2 \Delta\nu Trs \quad (8.6)$$

Il faut à présent tenir compte que la source observée est étendue et homogène, donc qu'il faut intégrer l'intensité de la PSF sur son ensemble pour prendre en compte la contribution des zones du ciel imagées dans les resels voisins, et que par conséquent le facteur  $Trs$  s'élimine. On obtient au final :

$$P_{Z+EZ} = (L_z + L_{EZ}) \lambda^2 \Delta\nu (1 - fill) \quad (8.7)$$

$fill$  étant le taux de remplissage de la grille,  $(1 - fill)$  est la proportion de lumière incidente qui passe la grille et est répartie dans l'ensemble de la PSF.

### 8.2.3 Contribution de l'émission thermique de la grille

La contribution de l'émission thermique de la grille en un resel du plan image peut aussi être calculée comme une énergie :

$$B_g = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp \frac{h\nu}{k_B T_g} - 1}$$

$$P_g = \epsilon_g B_g fill \lambda^2 \Delta\nu \quad (8.8)$$

$T_g$  et  $\epsilon_g$  sont la température et l'émissivité de la grille ;  $fill$  est le taux de remplissage de la grille (0.72 dans notre cas d'après tab.3.1, arrondi à 0.75).

Type de planète	distance à l'étoile en <i>au</i>	rayon relatif à la Terre	albédo (visible)	température effective en K	émissivité (IR)
"Terre"	1	1	0.37	255	0.95
"Jupiter"	5	12	0.5	125	0.52

TAB. 8.1 – Table de données des caractéristiques des planètes "Terre" et "Jupiter" pris en compte. Les albédos et températures effectives proviennent de *Astrophysical Quantities* 1989 [9]. L'émissivité est calculée selon la méthodologie exposée à la sec.8.2.4.2 par l'équation 8.13, à partir des températures effectives et albédos de ce même tableau, en admettant que  $\epsilon_{\text{etoile}} = 1$ .

## 8.2.4 Contribution de l'exoplanète

### 8.2.4.1 Formulation des contributions

Pour calculer le flux de la planète, je considère deux contributions : une composante provenant de l'albédo de la planète, et une composante provenant de l'émission de corps noir de la planète multipliée par une émissivité :

$$P_{pl} = P_{al} + P_{th}$$

A nouveau, les valeurs de  $P$  sont calculées à partir de l'émission de Planck de la formule 8.1. Pour calculer la contribution provenant de l'albédo de la planète, j'utilise un modèle Lambertien : chaque élément de la planète recevant de la lumière de son étoile est supposé la ré-émettre de façon isotrope sur  $2\pi$  stéradians. De plus, je suppose la planète comme vue en élongation maximale, donc seule la moitié de la planète éclairée est visible. On obtient :

$$\begin{aligned} P_{al} &= [\text{énergie reçue par la planète de son étoile}] \text{ al } \frac{1}{2} \left[ \frac{\text{angle solide de la grille, vu depuis la planète}}{4\pi} \right] Trs \\ &= \left[ \epsilon_e B_e (\pi r_e^2) \left( \pi \frac{r_p^2}{D_p^2} \right) \Delta\nu \right] \text{ al } \frac{1}{2} \left[ \frac{C_g^2}{4\pi D^2} \right] Trs \\ &\text{ soit } P_{al} = \epsilon_e B_e \frac{\pi}{8} \frac{r_p^2}{D_p^2} \frac{r_e^2}{D^2} C_g^2 \text{ al } \Delta\nu Trs \end{aligned} \quad (8.9)$$

La contribution provenant de l'émission de corps noir de la planète se calque sur celle de l'équation 8.2, et vaut :

$$P_{th} = \epsilon_p B_p (\pi r_p^2) \left( \frac{C_g^2}{D^2} \right) \Delta\nu Trs \quad (8.10)$$

Les émissivités, températures et albédo sont adaptés en fonction du type de planète selon le tableau 8.1.

### 8.2.4.2 Calcul des émissivités

La valeur du coefficient d'émissivité de la planète peut se calculer en prenant en considération que la planète est thermalisée, c'est à dire que toute l'énergie qu'elle reçoit de son étoile est soit réfléchie, soit absorbée et ré-émise à la température effective de la pla-

nète<sup>1</sup>. On considère également qu'il n'y a pas d'apport d'énergie à la planète autre que le rayonnement incident. L'énergie reçue dans l'ensemble du spectre lumineux par la planète et non renvoyée par albédo vaut :

$$\begin{aligned}
 P_{\text{non réémise par albédo}} &= (1-al) [\epsilon_e] [\text{surface de l'étoile}] [\sigma T_e^4] \left[ \frac{\text{angle solide de la planète vu depuis l'étoile}}{4\pi} \right] \\
 &= (1 - al) \epsilon_e (4 \pi r_e^2) (\sigma T_e^4) \frac{\pi r_p^2}{4\pi D_p^2}
 \end{aligned}
 \tag{8.11}$$

Celle réémise par rayonnement vaut :

$$P_{\text{réémise}} = \epsilon_p (4 \pi r_p^2) (\sigma T_p^4)
 \tag{8.12}$$

Ces deux puissances étant égales dans mon modèle, on obtient la valeur de  $\epsilon_p$  :

$$\epsilon_p = \frac{(1-al) \epsilon_e r_e^2 T_e^4}{4 D_p^2 T_p^4}
 \tag{8.13}$$

### 8.2.4.3 Qu'est-ce que cela signifie en terme de flux et de contrastes ?

Afin de confronter mes simulations des puissances reçues de la planète et de l'étoile avec des données existantes, j'ai calculé les rapports de puissances entre une Terre et son Soleil :

- dans le domaine visible : mes simulations amènent à un contraste de  $0.8e^{-10}$ , comparable au "canon" TPF-C qui donne une différence de magnitude de 25 dans le cas d'une exo Terre comparable à la notre, soit un rapport de luminosité de  $1e^{-10}$  (Brown 2005 [5], *TPF Coronagraph Flight Baseline 1 Design Interim Status Report* 2005 [31]).

- dans le domaine de l'émission propre ( $10\text{-}20 \mu\text{m}$ ), mes simulations amènent à un contraste de  $\simeq 7e^{-8}$  à  $10 \mu\text{m}$  et de  $\simeq 5e^{-7}$  à  $18 \mu\text{m}$ . Ces valeurs sont pour la première pessimiste d'un facteur 2, et pour la seconde pessimiste d'environ 20% par rapport aux simulations de Frank Selsis pour le *Rapport Darwin des besoins scientifiques* de 2005 [14].

Dans le cas de Jupiter, le contraste calculé dans le domaine visible est de  $\simeq 7e^{-10}$ , et de  $\simeq 2e^{-8}$  et  $\simeq 2e^{-6}$  à 10 et  $20 \mu\text{m}$ .

En terme de flux, ma simulation donne un éclaircissement provenant de l'étoile mesuré au niveau de la Terre de  $3.27e^{-10} \text{ W.m}^{-2}$ . Cette valeur est comparable à la valeur connue de la constante solaire, en rejetant notre soleil à une distance de 10 pc :  $1360 * \frac{(150e6)^2}{(3.26*10*9460e9)^2} = 3.22e^{-10} \text{ W.m}^{-2}$ . Avec le calcul du contraste de la planète effectué, on peut ainsi déterminer par exemple qu'il n'arrive au niveau de la grille que  $0.007 \text{ photons s}^{-1} \text{ m}^{-2}$  d'une Terre située à 10 parsecs gravitant autour d'un Soleil, à  $\lambda = 500\text{nm}$  et avec une largeur de bande passante spectrale valant  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{6}$ .

<sup>1</sup>En fait, on peut calculer directement une température d'équilibre avec uniquement la température de l'étoile, l'albédo de la planète et la distance en jeu (*Le Système Solaire* de Encrenaz et al 2003 [11] par exemple, ou le site de la formation "Fenêtre sur l'Univers" de l'Observatoire de Paris), mais prendre en compte une température effective mesurée et une émissivité calculée permet a priori de s'approcher plus des conditions réelles.

#### 8.2.4.4 Justesse de ces simulations d'exoplanètes

Comme évoqué en introduction de la sec.8.2, le modèle utilisé ne prend pas en compte notamment les caractéristiques possiblement rencontrées de composition de l'atmosphère. Dans le cas de la Terre, Tinetti et al 2006 [45] indiquent que l'albédo dans le domaine visible - proche IR peut être plus important d'un facteur plus de 2 (cas de planète complètement couverte de nuages de types strato-cumulus ou alto-stratus, ou cas d'atmosphère type Vénusienne) ou plus faible d'un facteur 3 (cas d'une planète d'eau, sans nuage et sans glace), voire beaucoup plus si il existe une bande d'absorption d'un composant de l'atmosphère (par exemple H<sub>2</sub>O dans la bande 1-3 $\mu$ m). Je redis ici que l'objectif n'était pas de faire une étude de de détectabilité de tous les cas de configuration de "planète Terre de diverses composition et configuration" associés aux diverses dynamiques possibles en fonction de la position dans la PSF de l'imageur, objectif qui pourrait faire l'objet d'une thèse à lui seul, mais de donner un ordre de grandeur des possibilités permises.

Par rapport à Koechlin, Serre et Duchon 2005 [25], la contribution de l'étoile est la même, les contributions zodiacales et exozodiacales sont légèrement plus fortes puisque nous n'avions à l'époque pris comme contribution provenant des autres resels que les aigrettes et non pas l'ensemble de la PSF, la contribution de la grille est 4 fois plus faible car il n'y avait pas de raison d'intégrer sur 4 resels comme je l'avais à l'époque fait dans l'article, et la contribution de la planète avait été surestimée d'un facteur  $4\pi$ . En revanche, la dynamique autorisée est meilleure que ce que nous avons supposé à l'époque : en composant les meilleurs secteurs de 45 degrés d'extension angulaire de deux PSFs formées par une grille de 300 zones apodisée par une fonction  $T_{trig}$ , on obtient une dynamique photométrique entre 5 et 8 resels du pic centrale meilleure que  $2e-6$  (cf fig.8.3), et au-delà de 8 resels une dynamique meilleure que  $1e-7$  (cf fig.8.4). Ces valeurs sont calculées pour une bande spectrale de largeur  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{4}$ . La lentille blazée utilisée dans cette simulation a été déterminée selon la méthodologie exposée au chapitre 4, résultant en une efficacité variant entre 93% et 100% sur cette même largeur spectrale, en fonction de la longueur d'onde et hors réflexions de surfaces. De plus, je suis à présent capable de dire que le taux de transmission des optiques focales avait lui aussi été sous-estimé dans Koechlin, Serre et Duchon 2005 [25], principalement par la méconnaissance alors de l'efficacité atteignable par la lentille blazée.

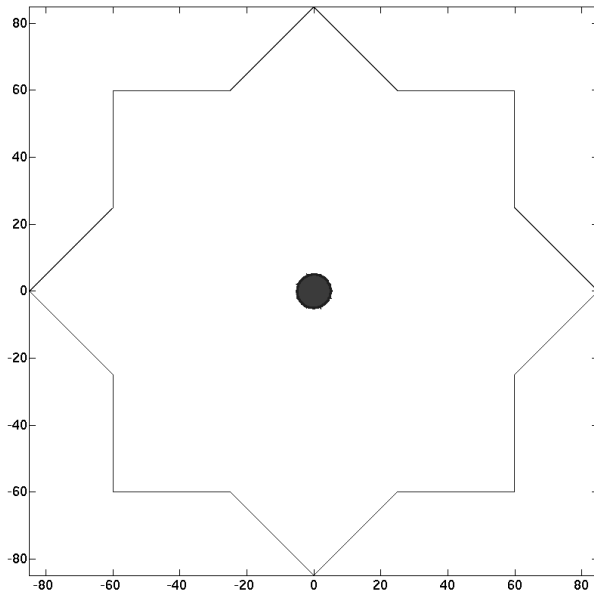


FIG. 8.3 – La PSF d'une grille de 300 zones apodisée selon  $T_{trig}$ , avec son optique de reprise associée a été composée avec elle-même tournée de 45 degrés, chaque image apportant 4 quadrants de 45 degrés. L'image est limitée aux 60 resels centraux de part et d'autre du centre de la PSF.

Les zones blanches sont à des dynamiques meilleures que  $2e-6$ , la zone grise au centre est à plus faible contraste. Le rayon d'un cercle contenant cette zone grise est de 5 resels.

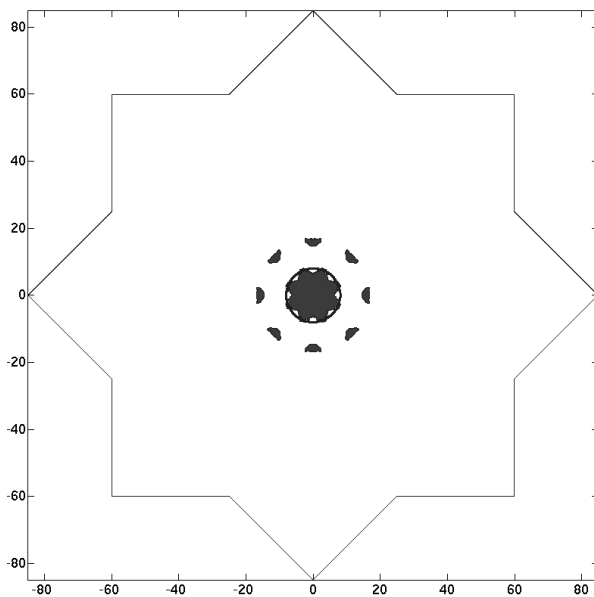


FIG. 8.4 – La PSF d'une grille de 300 zones apodisée selon  $T_{trig}$ , avec son optique de reprise associée a été composée avec elle-même tournée de 45 degrés, chaque image apportant 4 quadrants de 45 degrés. L'image est limitée aux 60 resels centraux de part et d'autre du centre de la PSF.

Les zones blanches sont à des dynamiques meilleures que  $1e-7$ , la zone grise au centre et les petites zones situées à environ 20 resels du centre sont des zones à plus faible contraste. Un cercle au centre matérialise une distance de 8 resels au centre.

### 8.3 Résultats de détectabilité

Les résultats de simulation présentés sont comme dit en introduction de la sec.8.2 des évolutions de rapport signal à bruit en fonction de la longueur d'onde centrale imagée. Le signal est considéré comme étant le nombre de photons provenant de la planète, sur le resel central. Le bruit est quant à lui la déviation standard d'un certain nombre de photons : soit la somme entre la contribution de l'étoile à l'emplacement de la planète au plan image, celle de l'émission thermique de la grille, et celles des sources zodiacale et exozodiacale. Ce sont ces contributions qui ont été calculées dans la section précédente.

Deux remarques sur les courbes de détectabilité qui suivent :

- les premières courbes (8.5 et 8.6) que je vais présenter ont été obtenues en considérant une dynamique gagnant un facteur 5 dès lors que la séparation angulaire entre la planète et son étoile va être plus grande que 8 resels. Cela signifie qu'il y a une discontinuité des courbes de détectabilité lorsque la longueur d'onde d'observation fait que la distance de la planète à l'étoile en nombre de resels franchit le seuil des 8 resels.
- les valeurs de dynamique utilisées (2e-6 de 5 à 8 resels, et 1e-7 au-delà de 8 resels) sont des valeurs **minimales** dans le champ, la dynamique est souvent un peu meilleure et peut être bien meilleure (1e-8) en quelques endroits du champ. Donc les courbes de rapports signal à bruit présentées dans la suite sont des courbes de rapports signal à bruits **minimaux**.

Les courbes de détectabilité présentées correspondent comme expliqué auparavant à une exo-Terre placée autour d'un soleil situé à 10pc, et une exo-Jupiter autour du même soleil.

- Les premières courbes (fig.8.5 et 8.6) sont pour une imagerie avec une grille de 40m de côté, à bande spectrale large :  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{4}$ . Cette imagerie ne permet pas de spectroscopie mais permet de voir en un court temps de pose si il y a des planètes autour de l'étoile observée, et si oui combien et où elles se situent, donnant des informations pour un modèle de système planétaire qui notamment aiderait à l'analyse de données Darwin. Une image à plus haute résolution spectrale nécessiterait simplement un temps de pose augmenté.
- Les courbes des figs.8.7 et 8.8 illustrent ce à quoi l'on peut s'attendre pour l'observation d'une exo-planète en utilisant un imageur de Fresnel utilisant une grille de 40m de côté, imageur amélioré sur deux points :
  - d'une part je considère une transmission plus importante de la grille, en supposant que la découpe de la grille est intermédiaire entre une géométrie orthogonale et une géométrie circulaire (présentation en sec.5.4.1), permettant une transmission passant de 2.6 à 6% ;
  - d'autre part je considère une apodisation qui ne se fait plus au niveau de la grille par diminution de la dimension des ouvertures individuelles, mais qui se fait au niveau de la pupille secondaire par un système PIAAC (cf sec.5.4.5) : je considère alors que la résolution angulaire est conservée, et que la dynamique est de 1e-7 dans tout le champ de vue.

Les paramètres sont résumés dans le tableau 8.2.

modèle de planète	dimension de la grille	résolution spectrale	temps de pose	techno utilisée	référence de figure
"Terre"	40m	1/4	2*10h	actuelle	8.5
"Jupiter"	40m	1/4	2*10h	actuelle	8.6
"Terre"	40m	1/50	2*48h	future	8.7
"Jupiter"	40m	1/50	2*48h	future	8.8

TAB. 8.2 – Configurations des planètes simulées dans les figs.8.5 à 8.8. Les technologies simulées dites "actuelle" et "future" sont pour la première une grille apodisée transmettant 2.6% de la lumière incidente au foyer, et pour la seconde une grille à ouvertures échancrées transmettant 6% au foyer (sec.5.4.1), combinée à un PIAAC disposé dans l'optique focale.



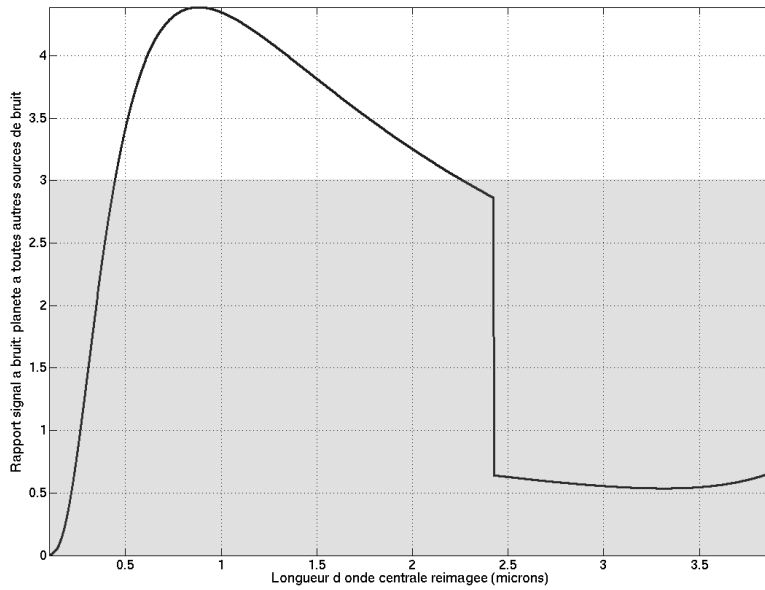


FIG. 8.5 – En deux poses de 10h chacune, évolution de la détectabilité d'une exo-Terre à 10pc en considérant une grille de 40m de côté, et une largeur de bande spectrale de  $\frac{1}{4}$ . La dimension de la grille induit que à  $\lambda = 2.4\mu\text{m}$  la séparation angulaire entre la planète et son étoile passe à 8 resels, autorisant à des longueurs d'onde plus grandes une dynamique de  $2e-6$  et à des longueurs d'onde plus courtes une dynamique de  $1e-7$ .

La planète est détectable entre 500nm et  $2.5\mu\text{m}$  avec un rapport signal à bruit meilleur que 3 : soit une certitude de détection supérieure à 99%, si détection.

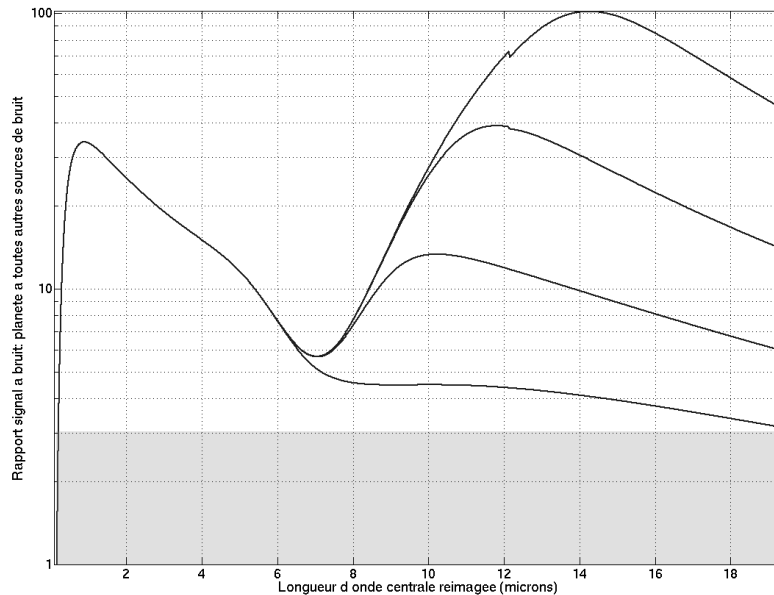


FIG. 8.6 – Même configuration instrumentale (grille de 40m de côté,  $2*10\text{h}$  de pose, bande spectrale de largeur  $\frac{1}{4}$ ) que pour la fig.8.5. La planète observée est cette fois une exo-Jupiter, toujours située à 10pc. La planète est détectable dans tout le domaine visible et jusqu'à 20 microns avec un rapport signal à bruit très supérieur à 3. Les divergences de courbes dans le domaine IR sont dues à la simulation de différentes températures de la grille : 50, 60, 70, 80K de la courbe haute à la courbe basse, en considérant une émissivité de la grille de 0.05. Le rapport signal à bruit est ici indiqué en échelle logarithmique.

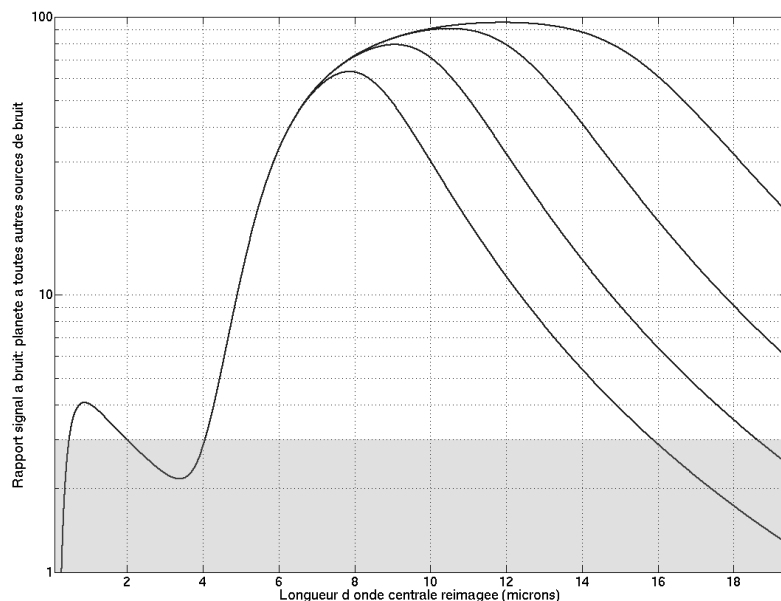


FIG. 8.7 – Ici, on a repris une exo-Terre placée à 10pc, une grille de 40m, et une résolution spectrale de  $\frac{1}{50}$  en  $2 \times 48$  heures de pose. Mais on anticipe les évolutions techniques à venir en supposant d’une part que l’on utilise une grille à découpe intermédiaire entre la géométrie orthogonale et la géométrie circulaire (transmission passant de 2.6 à 6%), et d’autre part en supposant que l’apodisation ne se fait plus par une découpe particulière de la grille mais par un système PIAAC résultant en une apodisation prolata, système placé dans un train optique supplémentaire après la lentille secondaire de Fresnel. Les performances escomptées par ce type d’optique autoriseront une approche de l’étoile à 1 resel et une dynamique en étant prudent de  $1e-7$  dans tout le champ.

Le fait que l’on puisse s’approcher plus près du centre de la PSF en ayant une dynamique relativement élevée permet d’observer une exo-Terre avec une grille de 40m de côté jusqu’à 20 microns avec un bon rapport signal à bruit. La dispersion des courbes des courbes dans l’IR donne les évolutions pour des grilles dont la température varie de 50 à 80K, courbe haute à courbe basse.

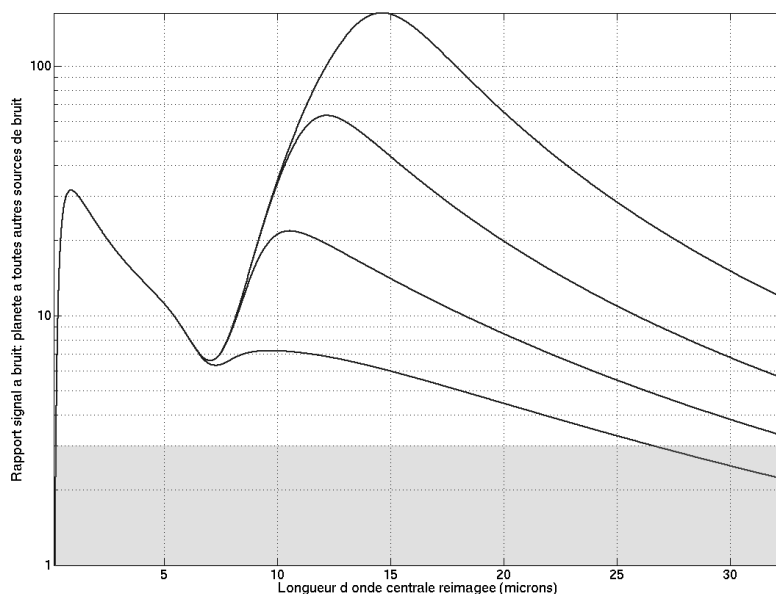


FIG. 8.8 – La configuration instrumentale est la même que dans la fig.8.7, mais l’objet observé est cette fois l’exo-Jupiter. La plus grande longueur d’onde est volontairement seuillée à 3 resels (le 1 resel correspondant à plus de 90 microns), le S/B diminuant par la suite essentiellement à cause de l’émission thermique de la grille.

Au bilan :

- avec une grille de 40m de côté, on est capables de détecter une Terre à 10 pc dans le visible et le proche IR, et une Jupiter dans l'IR.
- Avec une grille de 40m de côté à "haute" (6%) transmission et un PIAAC, les Terre et Jupiter seront détectables dans l'IR.

Ces courbes sont obtenues en utilisant de grandes grilles : 40m de côté. Mais ces 40m sont utiles si on veut effectuer la détection à une longueur d'onde où la séparation angulaire nécessite ces 40m. Pour des longueurs d'onde plus courtes, un rapport signal à bruit suffisant peut être obtenu par une grille plus petite, en augmentant le temps de pose si nécessaire. Par exemple, la fig.8.8 nous a montré qu'en utilisant une grille de 40m de côté, une Jupiter située à 10pc est détectable aux alentours de  $\lambda = 1\mu m$  avec un rapport signal à bruit  $\simeq 30$ , en  $2*48h$  de pose et avec une résolution spectrale de  $\frac{1}{50}$ . Pour détecter cette Jupiter dans cette même gamme de longueur d'onde, avec la même résolution spectrale et le même temps de pose, une grille de seulement 4 m de côté est suffisante pour obtenir un signal/bruit supérieur à 3 : cf fig.8.9. Etant donné qu'avec cette grille de 4 m de côté une Jupiter observée à  $\lambda = 1\mu m$  est à une distance de son étoile dans le plan image de  $\simeq 10$  resels, on peut même envisager la détection d'une exo-Terre, la résolution angulaire étant suffisante si un PIAAC est implanté.

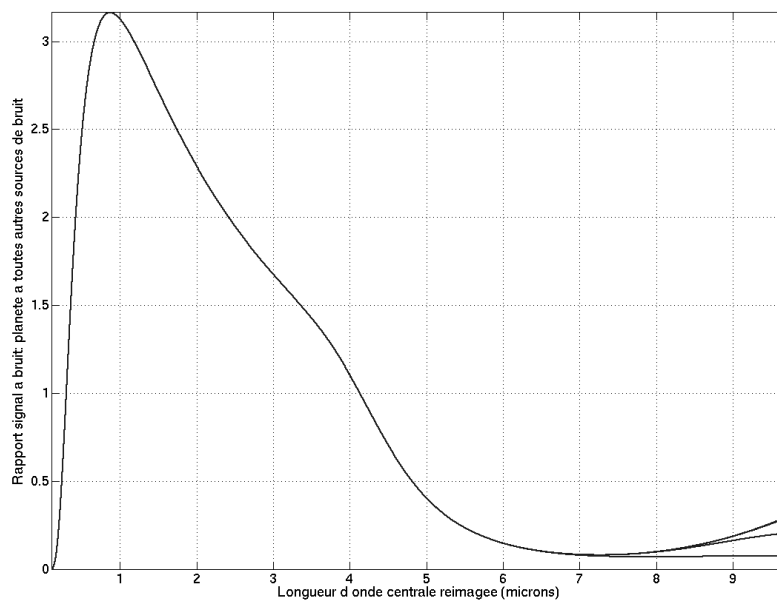


FIG. 8.9 – Evolution du rapport signal à bruit dans le cas de l'observation d'une exo-Jupiter avec une grille de 4 m de côté. La résolution spectrale est de  $\frac{1}{50}$  et le temps de pose est de  $2*48h$ . La planète est détectable aux alentours d'une longueur d'onde de  $1\mu m$  avec un rapport signal à bruit de 3.

La séparation angulaire entre cette exo-Jupiter et son étoile représentant environ 10 resels sur le plan image, une exo-Terre serait à la même longueur d'onde séparée de son étoile. Il existe notamment des zones d'absorption de  $H_2O$  et de  $O_2$  entre  $750nm$  et  $1.3\mu m$  (Tinetti et al 2006 [45]) qui pourraient être intéressantes à détecter.

Ainsi, la technologie actuelle (c.à.d. apodisation par modification de la dimension des ouvertures individuelles de la grille) montre ses limites pour la détection d'exoplanètes : oui cela fonctionnerait, mais on gagnera beaucoup en utilisant une grille à haute transmission et un système d'apodisation PIAAC.

## 8.4 Potentialités de l'utilisation de l'imageur de Fresnel sur des sources astrophysiques autres

Le champ d'investigation de cet instrument ne se limite pas à cette seule application de détection des exoplanètes. En effet, les caractéristiques de cet imageur qui le rendent intéressant dans ce domaine d'utilisation sont la haute résolution angulaire autorisée due à la possibilité de construire de grandes optiques, et la haute dynamique photométrique permise par les caractéristiques de la PSF obtenue. Ces caractéristiques n'intéressent pas seulement ceux qui vont chercher à détecter des exoplanètes. De plus, comme écrit au chapitre 1, la nature même de la grille autorise la focalisation pour des longueurs d'onde allant de l'UV à l'IR, propriété rendant également l'instrument attractif. Enfin, je rappelle ici que l'instrument forme réellement une image de ce qui est observé, ne donne pas simplement une figure d'interférence ou une courbe de lumière.

Je vais dans cette section évoquer des sujets de recherche qui seraient susceptibles d'être intéressés par ce concept d'instrument. Ces études sont pour l'heure superficielles, n'ayant pas eu le temps de les étudier en profondeur durant ma thèse : en effet pour étudier les sujets au moins au niveau que je l'ai fait pour la détectabilité des exoplanètes, il me faudrait acquérir toute une partie de connaissances astrophysiques, ce qui en soit envisageable, mais que je n'ai pas eu le temps de faire pendant la thèse. Je tenais néanmoins à présenter ces perspectives dans mon manuscrit, afin d'au moins éviter que les personnes qui le lisent ne pensent et gardent en idée que l'imageur de Fresnel n'est destiné qu'à l'imagerie d'exoplanètes. De plus, si le projet d'imageur de Fresnel continue son développement, cela ira de pair avec une mobilisation de chercheurs intéressés pour utiliser cet instrument dans leurs domaines de recherche propres. L'apport sur le projet Fresnel des connaissances permettant de quantifier assez précisément les atouts du concept pour tel ou tel domaine de recherche se fera naturellement.

### 8.4.1 Situation de l'Imageur de Fresnel dans un diagramme champ-résolution

Une façon d'évaluer l'intérêt de l'imageur de Fresnel est de situer ses performances par rapport à d'autres instruments. Je vais dans cette section comparer les performances de l'imageur de Fresnel selon deux critères parmi d'autres : le champ et la résolution. Les instruments qui y sont reportés pour comparaison sont le HST, le JWST, les attendus ELT, et les potentiels interféromètres à longues bases. Le plan de projection des performances est un diagramme champ observé vs résolution atteinte, pour des longueurs d'onde allant du visible au proche IR. Ces deux critères ne sont pas les seuls à caractériser un instrument, il y aurait aussi par exemple le flux (a priori défavorable, quoique la détection d'exoplanète est possible comme démontré), mais aussi la dynamique (où l'imageur de Fresnel est plutôt bien placé) ou la gamme de longueurs d'onde observables (le JWST et les ELT n'observeront pas pour le premier à moins de 600nm, et pour les deuxièmes à moins de 400nm).

La résolution maximale du JWST est de 64 secondes d'arc en échantillonnant à la li-

mite de Shannon-Nyquist à deux pixels/resel, et le champ de vue est de 2 à 3 minutes d'arc en fonction des instruments (Rieke et al 2005 [35]). Pour les ELT, les discussions sur les instruments et les techniques d'optique adaptative qui seront utilisées sont en cours, mais d'après les présentations collectées lors du congrès "Towards the European ELT" à la fin 2006, la résolution peut varier de quelques mas à quelques dizaines de mas en fonction du type d'optique adaptative employée, avec des champs d'autant plus petits que la résolution est élevée. Quant aux interféromètres, leur résolution peut être très élevée, mais leur rapport champ/résolution est limité par le nombre de télescopes utilisé, en considérant ces télescopes comme étant de faibles dimensions par rapport à la distance les séparant (Koechlin et Perez 2003 [23]). Les performances de ces observatoires sont reportées sur le diagramme 8.10.

Meilleure la résolution est, plus les détails des objets imagés seront fins. Plus le champ sera grand, plus des objets de grande dimension pourront être observés, ou/et moins de poses distinctes seront nécessaires pour couvrir un champ donné. La zone optimale du diagramme se situe donc vers les champs les plus grands associés aux résolutions les meilleures.

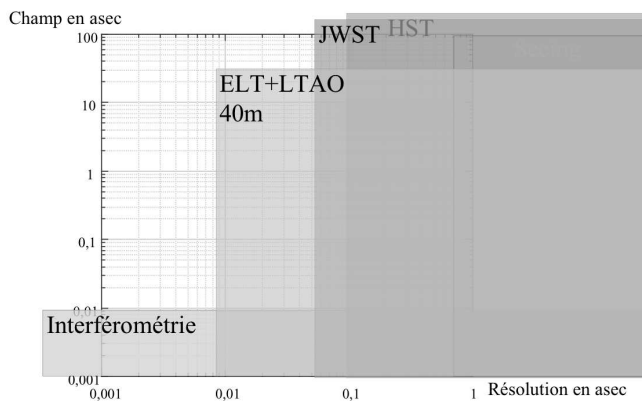


FIG. 8.10 – Les principaux instruments futurs sont représentés sur ce diagramme dimension de champ vs résolution maximale atteignable. Si les caractéristiques du JWST sont fixées, celles du (des) ELT ne le sont pas encore, notamment au niveau du type d'optique adaptative qui sera utilisée, et en conséquence quel sera le compromis entre l'étendue de champ et la résolution qui sera obtenu. Les performances de l'ELT représentées ici sont pour le cas de l'utilisation d'une optique adaptative dite "Laser Tomography AO", mais peuvent "glisser" jusqu'à être proches de celles du JWST, ou en eXtremeAO avoir une résolution meilleure mais un champ de l'ordre de la seconde d'arc. Les interféromètres longue base sont limités en champ à cause de leur nombre d'ouvertures.

Le diagramme 8.11 est le même que le diagramme 8.10, mais deux imageurs de Fresnel ont été placés. Le premier cas est un imageur de 3.6m de côté, dont les caractéristiques associées permettant de compléter le diagramme sont une grille de 600 zones, une optique de champ de diamètre 60cm, et une longueur d'onde d'observation de 500nm. Ses performances dans ce diagramme sont intermédiaires entre celles du JWST et des ELT. Le deuxième cas d'imageur de Fresnel utilise une grille de 40m de côté et 6000 zones, une optique de champ de 3m de diamètre, et travaille à une longueur d'onde de 500nm. La résolution autorisée permet de pénétrer un domaine dans lequel les autres techniques ne peuvent aller.

Par rapport à ce diagramme, il faut penser que le champ d'un imageur de Fresnel est entre autres paramètres linéaire à la dimension de l'optique de champ (l'utilisation du JWST

comme optique de champ du 40m serait une possibilité des plus intéressantes...), et que d'autres paramètres rentrent en jeu : par exemple la résolution angulaire d'un imageur de Fresnel peut être très élevée dans l'UV.

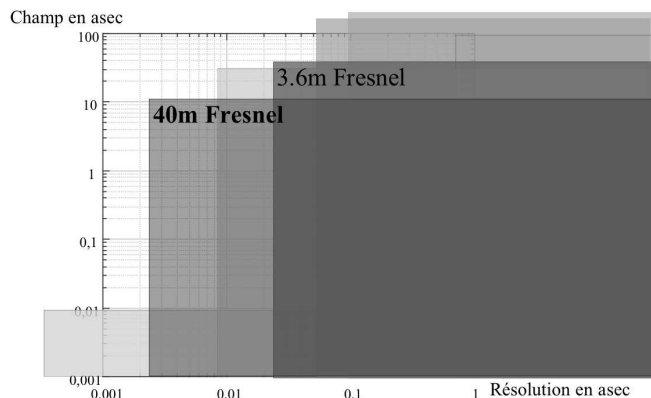


FIG. 8.11 – Reprise de la fig.8.10, en superposant les zones d'occupation sur le diagramme de deux concepts d'imageur de Fresnel de 3.6m et 40m de côté, dimensions de grilles associées à des caractéristiques raisonnables d'optique focale. Si le 3.6m ne permet pas **dans ce diagramme** de nouvelles investigations par rapport aux JWST et ELT (mais sera capable d'imager dans l'UV par exemple), le 40m permet d'ouvrir la voie à l'imagerie à "grand" champ et très (très) haute résolution angulaire.

### 8.4.2 Imagerie dans l'UV

Le concept d'imageur de Fresnel permet d'imaginer un observatoire UV possédant une pupille de plusieurs mètres de côté, dont l'image est limitée par la diffraction grâce aux tolérances de fabrication et à la nature de l'optique focalisatrice ainsi qu'expliqué au chapitre 2. Il semble notamment être intéressant en UV d'obtenir des spectres à relativement haute résolution ( $R = 1000$  ou plus) sur des étoiles, des environnements d'étoiles ou des noyaux actifs de galaxies, ceci afin d'identifier des raies d'éléments ionisés. Toute une forêt de raies s'étend depuis 91.2nm (coupure de l'hydrogène du milieu interstellaire) jusqu'au domaine visible (*Astrophysical Quantities 1999* [9]).

Pour effectuer cette spectroscopie à haute résolution, deux solutions sont envisageables :

- utiliser l'imageur de Fresnel sans instrument supplémentaire : en modifiant l'attitude du satellite récepteur, l'image de la grille formée par l'optique de champ ne sera plus centré sur la lentille blazée permettant la correction du chromatisme. Ainsi que vu à la section 4.5, la conséquence sera que la position de l'objet observé dans le plan image sera dépendante de la longueur d'onde observé : on aura obtenu une dispersion chromatique. Cette solution est envisageable si le champ observé est peu dense.

- Une autre solution serait d'utiliser un spectromètre intégral de champ, utilisant donc un instrument focal supplémentaire, mais permettant d'obtenir la spectroscopie de tous les objets du champ en une seule acquisition.

Pour la spectroscopie d'environnement stellaires, la haute dynamique est un avantage, permettant d'atténuer la contamination du spectre de l'environnement observé par la lumière parasite provenant de l'étoile. Pour les noyaux actifs de galaxies, la haute résolution angulaire est intéressante car cela permet de séparer mieux l'objet observé de son environnement et donc d'obtenir un spectre d'autant plus fin, non contaminé cette fois par son environnement, cela étant aussi applicable à la spectroscopie d'une étoile. En ce qui concerne l'imagerie de surfaces stellaires elles-mêmes, Bételgeuse par exemple possède un diamètre dans l'ultra violet lointain d'au moins 150 mas (Timothy, Horch et Valenti

2002 [44]) ; ainsi, dans la raie Lyman  $\alpha$  de l'hydrogène (121.6nm) ou dans celles de l'O I et du Si II situées aux environs de 130nm, un imageur de Fresnel de seulement 3.6m de côté permettrait de disposer plus de  $20 \times 20$  resels sur la surface de l'étoile, permettant de mesurer les évolutions photométriques des diverses zones de l'étoile, de remonter à ses vitesses de rotation différentielles (ce qui est impossible à faire en spectro-imagerie Doppler), de donner des informations sur la présence ou non de taches... Le même instrument commencerait également à résoudre Sirius.

### 8.4.3 Imagerie de galaxies lointaines dans le proche IR

Je rappelle ici les résultats de la section 1.3.3 : soit une optique dont le diamètre ou le côté vaut  $c$  : cette optique sera capable de collecter en un temps de pose donné une certaine quantité d'énergie provenant d'une source. Une optique de diamètre ou côté  $sc$  (avec  $s$  un facteur d'homothétie) collectera elle  $s^2$  fois plus d'énergie. Mais dans le cas de l'observation d'un objet étendu, la résolution angulaire augmentant en  $s$ , l'image formée comprendra aussi  $s^2$  fois plus de resels.

Par conséquent, si les images formées par ces deux optiques sont échantillonnées par le capteur avec un même nombre de pixels/resel, l'intensité mesurée par pixel sera indépendante de la dimension de l'optique. Si en revanche les images sont échantillonnées par le capteur avec un même nombre de pixels/nombre de secondes d'arc, alors l'intensité par pixel sera  $s^2$  fois plus importante pour l'image formée par l'optique de dimension  $sc$  que pour l'image formée par l'optique de dimension  $c$ .

Application : une grille de 40m de côté possédant une transmission de 6% au foyer collecterait autant de lumière qu'un miroir plein de 11m de diamètre (eq.5.13). A échantillonnage constant en nombre de pixels par nombre de seconde d'arc, et en supposant la sensibilité limitée par le bruit de photons, la sensibilité d'un tel imageur permettrait de gagner environ 2 magnitudes par rapport à celle du HST.

Supposons que l'on veuille détecter des galaxies fortement "redshiftées", c'est à dire possédant des redshifts  $z$  supérieurs à 6. Un moyen d'étude possible est la technique dite de redshift photométrique, soit une mesure photométrique d'un candidat dans au moins trois domaines de longueurs d'onde, chacun des domaines étant imagé à très faible résolution spectrale (typiquement  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \simeq 10\%$ ) (Steidel et al 1996 [42]). L'objectif est que ces trois domaines de longueurs d'onde choisis encadrent la dite cassure Lyman- $\alpha$  de l'hydrogène ( $\alpha$  car on se place pour des redshifts élevés). On va chercher à détecter :

- (1) qu'il n'y a pas de flux provenant de la galaxie observée à des longueurs d'onde plus faibles que  $((1+z) * 121.6\text{nm})$  ;
- (2) que l'on détecte la cassure Lyman- $\alpha$  de l'hydrogène, 'redshiftée' à  $((1+z) * 121.6\text{nm})$  ;
- (3) que l'on détecte du flux provenant de la galaxie dans un domaine de longueurs d'onde supérieur à cette cassure Lyman- $\alpha$ , typiquement aux alentours de  $((1+z) * 200\text{nm})$ .

Un canal supplémentaire aux alentours de  $((1+z) * 400\text{nm})$  permettrait de plus de mesurer l'intensité au-delà de la cassure de Balmer de l'hydrogène, autorisant une estimation de l'âge des étoiles constituant de la galaxie observée (Bunker, Moustakas et Davis 2000 [6]).

Si l'on suppose une grille de 40m de côté possédant 6000 zones couplée à une optique de champ de 4m de diamètre, la bande spectrale relative observée serait de  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 0.15$ , à champ nul et pleine résolution angulaire (eq.4.10). Du fait de la distance focale de la

grille variant avec la longueur d'onde, les longueurs d'ondes les plus externes de la bande passante spectrale sont les plus défocalisées au plan où se situe l'optique de champ (section 4.2). Pour les objets situés hors axe, un effet de diaphragmage apparaît pour les longueurs d'onde les plus externes. En utilisant une largeur spectrale relative de seulement  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{12}$ , le champ de vue disponible vaut 15 secondes d'arc à  $\lambda = 1\mu m$  (fig.8.12).

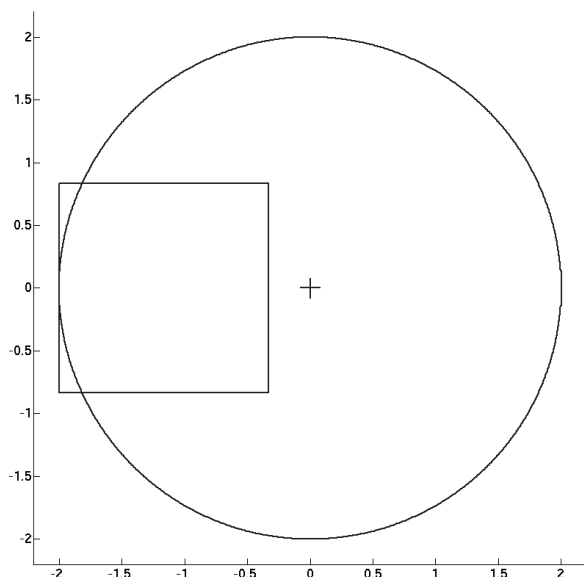


FIG. 8.12 – Le cercle représente les 4m de diamètre de l'optique de champ ; avec une grille de 40m de côté et une bande passante voulue de  $\frac{1}{12}$ , les longueurs d'onde les plus défocalisées posséderont une section de faisceau carrée de 1.6m de côté. Etant donné que l'on peut dans le cas présent s'autoriser une légère perte de résolution angulaire, le champ autorisé mesure 2.4m sur l'optique de champ, soit un champ projeté sur le ciel de  $\simeq 15$ asec.

Supposons que l'imageur de Fresnel ait pour objectif de détecter des galaxies comprises entre des redshifts de  $z \simeq 6$  et  $z \simeq 10$ . Il y aurait alors nécessité de balayer des longueurs d'onde comprises entre  $((6 + 1) * 121.6) \simeq 800nm$  et  $((10 + 1) * 200) \simeq 2.2\mu m$ . Une observation supplémentaire aux alentours de  $((10 + 1) * 400) \simeq 4.5\mu m$  permettrait une caractérisation de la cassure de Balmer de l'hydrogène. L'utilisation du concept d'imageur de Fresnel est intéressante en adoptant une stratégie d'observation sensée : déplacer le satellite récepteur selon l'axe optique pour chacun des objets observés serait très coûteux, en quantité de carburant et en temps d'observation perdu. En revanche, deux solutions peuvent être concevables :

- soit placer plusieurs satellites foyers, chacun imageant dans un domaine de longueurs d'onde déterminé ;
  - soit avec un seul satellite, au cours d'une période de temps donnée observer plusieurs sources dans une gamme de longueurs d'onde finie, et durant la période de temps suivante observer les mêmes sources dans une autre gamme de longueurs d'onde, et ainsi de suite.
- Ces deux solutions permettent d'obtenir des mesures photométriques. Mais il est de plus envisageable de les combiner sans instrumentation supplémentaire à de la spectroscopie : l'idée est qu'après chacune de ces expositions, le télescope foyer effectue un léger tilt par rapport à l'axe optique, permettant la formation d'un spectre de chacun des objets ainsi qu'expliqué à la section 8.4.2. A nouveau, si le champ observé est suffisamment peu dense pour que les images dispersées des sources ne se superposent pas, un spectre à relativement haute résolution de certaines des sources observées peut être obtenu par un simple tilt. Si ces images dispersées se superposaient, il reste la possibilité de disposer après les optiques de correction chromatique un dispositif de spectroscopie, ou un spectro-imageur.





# Conclusions générales et Perspectives

Le domaine de l'imagerie à haute résolution angulaire et haute dynamique est en pleine progression. Les projets en développement tels que le JWST et les ÉLT visent à permettre d'obtenir des images plus fines et plus lumineuses de ce qui est d'ores et déjà observé, et du fait de leurs performances accrues ouvrir les pages de nouvelles découvertes. D'autres projets comme le TPF-C et Darwin sont aussi des observatoires à haute résolution angulaire, mais également à haute dynamique, et sont développés dans un objectif précis : la détection d'exoplanètes.

Dans cette course, j'ai eu je considère la chance de travailler à un stade d'avant-projet sur un concept optique original, offrant une solution alternative et complémentaire au schéma traditionnel d'un télescope : l'Imageur Interférométrique de Fresnel. Dans ce concept, l'optique focalisatrice est un simple masque diffractant dénommé grille de Fresnel, dont les contraintes de masse et de précision de fabrication sont formidablement relâchées par rapport celles d'un miroir. La possibilité de placer de grandes, voire très grandes optiques dans l'espace est avec cet Imageur de Fresnel lancée.

J'ai ainsi eu l'occasion d'étudier ce concept, et l'ai présenté dans ce manuscrit. J'ai quantifié les contraintes de précision de fabrication de la grille de Fresnel. J'ai aussi étudié l'optique focale permettant l'obtention d'une image achromatique. En particulier, cette optique focale met en jeu une lentille dont la distance focale varie en  $-\frac{1}{\lambda}$  ; j'ai développé une méthodologie permettant la spécification de cette pièce maîtresse de l'achromatisation, autorisant une haute transmission sur une large bande spectrale. J'ai ainsi été en mesure par la suite de simuler et caractériser la réponse impulsionnelle en intensité de l'ensemble grille de Fresnel + optique focale, soit l'imageur de Fresnel dans son ensemble. Mais j'ai aussi eu la chance durant ma thèse de pouvoir "mettre les mains dans le cambouis". En effet, si les études théoriques et les simulations sont nécessaires et indispensables, il est extrêmement plaisant de pouvoir vérifier expérimentalement que ses théories fonctionnent. Et grâce au contrat R&T du CNES, cette occasion m'a été offerte. J'ai ainsi pu faire réaliser les grille de Fresnel et lentille blazée d'achromatisation issues de mon travail, et avec Laurent Koechlin et Paul Deba monter et qualifier un prototype sol : un imageur de Fresnel d'ouverture 8\*8cm fonctionnant dans le visible, dont les deux modules focalisateur et optique focale sont séparés de 23m.

Ma thèse est principalement tournée vers l'instrument, certes. Mais si l'on pense qu'un tel instrument peut être utile à l'avancée de la science, encore faut-il pour que cet imageur de Fresnel voie le jour pouvoir dire à quoi il va être employé. C'est ce que j'ai amorcé dans la dernière partie de ma thèse.

Le concept d'Imageur de Fresnel se sera donc bien développé durant ces années de thèse. Mais ce concept étant encore jeune, beaucoup d'idées existent et restent à vérifier et quantifier. Il s'agit notamment de développements instrumentaux, introduits en grande partie dans la dernière section du chapitre 5. Cela comprend entre autres les idées de découpes plus élaborées de la grille permettant d'augmenter le taux de transmission, d'apodisation de l'optique de champ afin d'éliminer plus efficacement l'ordre 0, et de mise en place d'un PIAAC en étage optique supplémentaire. Sur ces deux derniers points, on retrouve de l'optique plus souvent étudiée, les taux d'amélioration escomptés devraient se vérifier, mais encore faut-il le montrer.

Si des études d'améliorations instrumentales restent à faire, elles ne sont pas les seules qui vont faire avancer le projet vers la voie spatiale. Nous avons besoin que la communauté astrophysique y trouve son intérêt, et elle ne le trouvera que si l'imageur de Fresnel est intéressant pour les sujets d'études des collègues scientifiques. Maintenant que le projet possède une certaine assise, est capable de chiffrer des performances, il a donc besoin d'"accréter" des chercheurs prêts à passer une partie de leur temps à regarder si l'imageur de Fresnel pourrait les aider à avancer dans leurs recherches. Cela se fera en partie au long de la feuille de route énoncée dans la dernière section du chapitre 7, mais passe aussi par des séminaires, des colloques, et des visites directes aux personnes, ce qui s'est progressivement mis en place ces trois dernières années.

# Annexes



# Annexe A

Acte publié dans le recueil de la conférence SPIE 2004 : Koechlin, Serre et Duchon 2004 [24]

Extrait du copyright transfer form de la société SPIE :

Authors, or their employers in the case of works made for hire, retain the following rights :

(...)

(2) The right to **make and distribute copies** of the Paper for **internal** purposes.

(3) The right to **post** a preprint or reprint of the Paper **on an internal or external server controlled exclusively by the author/employer**, provided that (a) such posting is noncommercial in nature and the Paper is made available to users without a fee or charge ; and (b) the following statement appears on the first page, or screen, of the Paper as posted on the server : (...)

Je suis donc au regret de ne pas pouvoir inclure ce papier dans la version distribuable de ma thèse ; il est seulement inclus dans la version téléchargeable depuis ma page personnelle (<http://www.ast.obs-mip.fr/serre> en Janvier 2008, mois de dépôt du manuscrit).

Abstract :

This paper presents progress made regarding the field to resolution ratio for aperture synthesis interferometers. In order to overcome a limit established for the field to resolution ratio of interferometric arrays, we propose an interferometer configuration which allows a better coverage of the spatial frequency plane. This setup requires large sub-apertures, which can be built more easily with a diffractive Fresnel plates than with large mirrors. We compare a dense array of 9 Fresnel sub-apertures, which gives a snapshot field-resolution ratio of 400, versus a sparse array of 150 small apertures, which yields a field-resolution ratio of 150.

**Keywords :** Aperture synthesis, Image reconstruction, Fresnel plates.



# Annexe B

Article référencé publié dans A&A : Koechlin, Serre et Duchon 2005 [25]





# High resolution imaging with Fresnel interferometric arrays: suitability for exoplanet detection

L. Koechlin<sup>1</sup>, D. Serre<sup>1</sup>, and P. Duchon<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Observatoire Midi Pyrénées, 14 avenue Edouard Belin, 31400 Toulouse, France

<sup>2</sup> Centre National d'études spatiales, 18 avenue Edouard Belin, 31055 Toulouse Cedex, France

Received 15 February 2005 / Accepted 20 July 2005

## ABSTRACT

We propose a new kind of interferometric array that yields images of high dynamic range and large field. The numerous individual apertures in this array form a pattern related to a Fresnel zone plate. This array can be used for astrophysical imaging over a broad spectral bandwidth spanning from the UV (50 nanometers) to the IR (20  $\mu\text{m}$ ). Due to the long focal lengths involved, this instrument requires formation-flying of two space borne vessels. We present the concept and study the S/N ratio in different situations, then apply these results to probe the suitability of this concept to detect exoplanets.

**Key words.** instrumentation: interferometers – stars: planetary systems

## 1. introduction

Images of high angular resolution and high dynamic range are required for the new fields of astrophysics such as exoplanet detection and cartography of stellar photospheres. Multi-aperture interferometry has been used for many years with increasing success. However, in the visible domain, interferometric arrays are still limited to small numbers of apertures: the maximum today being eight, at VLTI. This relatively modest number of apertures limits the field-resolution ratio in reconstructed images, according to a theoretical limit based on the Shannon theory of information (Koechlin & Perez 2002).

To improve the imaging capabilities of interferometric arrays, we propose a setup allowing the recombination of a very large number of beams from very “basic” apertures rectangular holes. The layout of these apertures acts as a diffractive Fresnel plate and directly focus the light (combines the beams) into a point spread function (PSF) of high dynamic range without the need for any reflective or refractive element in the apertures. The focal length of such a Fresnel array can vary from 200 m to 20 km, depending on the array type and wavelength used. This implies space-borne instruments and formation flying.

Imaging diffractive Fresnel plates have been proposed by Soret (Soret 1875) and widely used since (Lipson et al. 1995). Large zone plates have also been proposed for space borne instruments, using phase or amplitude modulation of the incident wavefront to focus light in various wavelength domains: sub-millimetric, IR, visible (Massonnet 2003), X- and gamma-rays (Skinner 2003).

The interferometric setAimeup proposed here for imaging can be regarded either as particular kind of Fresnel plate, or as an aperture synthesis array with a very large number of apertures: thousands to hundreds of thousands. The apertures are

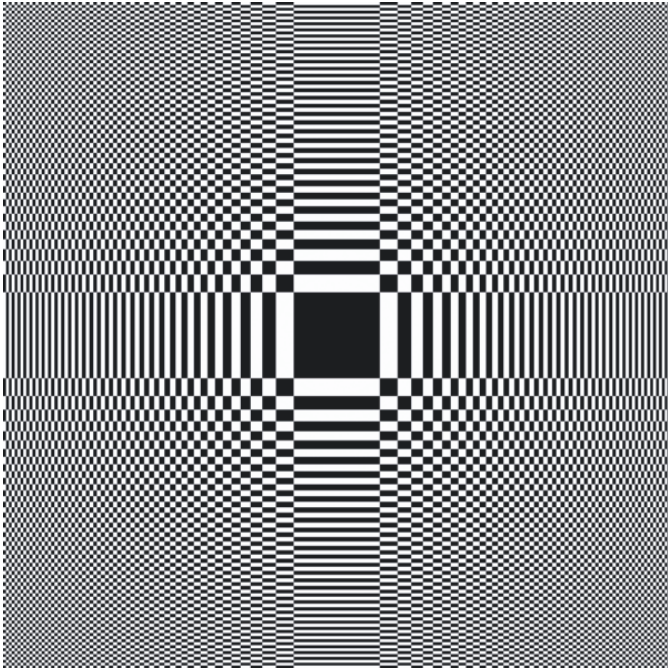
rectangles punched into a thin metal foil framing the array. The array when unfolded in space may have a span of a few to a few hundred meters (Koechlin 2004). Other interferometer concepts involving large numbers of apertures have been developed in recent years, such as Carlina (Labeyrie et al. 2004), but with classical telescopes forming the individual apertures.

Fresnel zone plates are chromatic, and so is a Fresnel array. For zone plates, the chromaticity issue has been addressed and a correction scheme proposed by Falkis & Morris (1989). For Fresnel arrays, a similar chromatic correction in the focal instrument provides an achromatic image for spectral bandwidths up to  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 0.15$  as discussed in Sect. 7. The same primary array can be used over a wide range of spectral bands whose central wavelength is tuned by varying the position of the focal satellite along the optical axis of the array. The physical properties of the foil defining the primary array limit the observable domain to a “global” bandwidth spanning from 50 nm in the UV to 20  $\mu\text{m}$  in the IR. The limit at short wavelengths is the transparency to UV radiation of the thin metal foil defining the aperture edges. Towards long wavelengths, the limit is set by thermal radiation from the foil itself at the temperature to which it can be passively cooled: 40 to 120 K, depending on the baffling.

In the following sections, we present the design of an interferometric Fresnel array, the percentage of the light going into the Point Spread Function, the dynamic range and how it can be improved by apodization, the effects of aberrations, the achromatizer design and Exoplanet detection simulations.

## 2. Design of the interferometric Fresnel array

We propose a design where aperture edges follow only two orthogonal directions, the set of apertures (the array) forming a



**Fig. 1.** Example of  $T_C(x, y)$  for a  $k_{\max} = 30$  Fresnel zones, i.e. 7200 apertures orthogonal Fresnel array.

large mask. The transmission law  $T(x, y)$  of this mask can be built as follows. Let us first define functions  $g$  and  $h$  as:

$$g(a) = 1 \text{ if } \sqrt{a^2 + f^2} \in \left[ \left( k + \frac{f}{m\lambda} + \frac{1}{2} \right) m\lambda; \left( k + \frac{f}{m\lambda} + 1 \right) m\lambda \right]$$

and  $g(a) = 0$  otherwise,

$$h = 1 - g$$

where  $a$  is the distance from optical axis,  $m$  is the diffraction order ( $m = 1$  in our application),  $k$  a variable integer: the Fresnel zone index and  $f$  the desired focal length for the array.

The function  $g$  has an opaque central segment, whereas  $h$  has a transmissive central segment. If developed radially,  $g$  or  $h$  define circular Fresnel zone plates. In the present case, the transmission law  $T(x, y)$  of our 2D array is based on an orthogonal development of  $g$  and  $h$ :

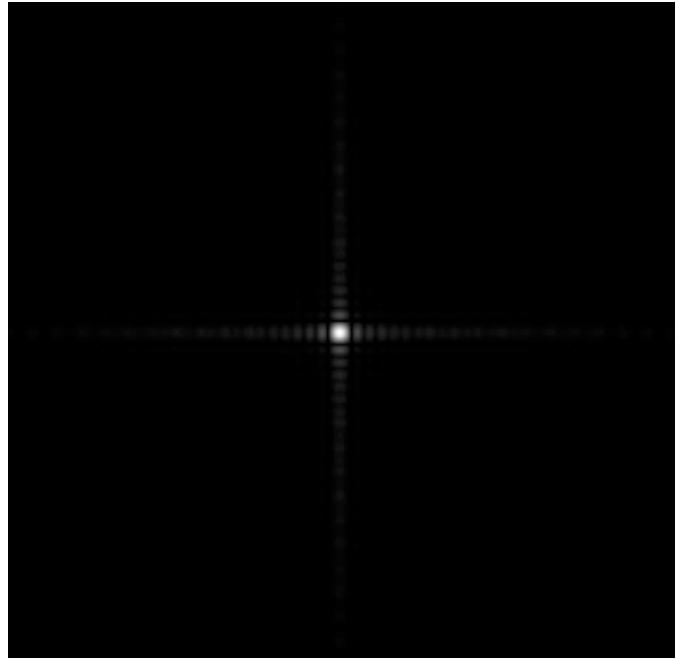
$$T_c(x, y) = h(x)g(y) + g(x)h(y)$$

for a “closed central square” array, and

$$T_o(x, y) = h(x)h(y) + g(x)g(y)$$

for the complementary “open central square” array.

The actual transmission laws depart from  $T_c$  or  $T_o$ , to achieve apodization (and mechanical consistency of the grid) as described later in the paper. Each aperture (open rectangle) in the array can be referenced by its Fresnel zone indices ( $k_x$  and  $k_y$ ). The term “Fresnel zone” defines an area delimited in the aperture plane by two concentric circles. These circles are the intersection of the aperture plane with spherical waveplanes centered on the focus and whose radii differ by one wavelength. The central Fresnel zone is the disc delimited by the smallest



**Fig. 2.** Computer generated point spread function (PSF) of a 100-zone (center to edge) 80 000-aperture Fresnel array. The intensity is displayed at the 1/2nd power, to enhance the low luminosity regions of the PSF.

intersection. The number of zones covered by a Fresnel array (as for a filled aperture) corresponds to the number of zones crossed from center to edge along a 1D line. For a square array of size  $C$  and  $k_{\max}$  Fresnel zones, the distances between centers of neighboring apertures in the  $x$  or  $y$  directions are the pseudo periods:

$$p_x = \frac{x}{2k_x} = \frac{C}{4\sqrt{k_{\max}k_x}} \quad \text{and} \quad p_y = \frac{y}{2k_y} = \frac{C}{4\sqrt{k_{\max}k_y}}$$

The apertures cover half the pseudo periods, or less if the array is apodized. The focal length of the array is

$$f = C^2/8k_{\max}\lambda$$

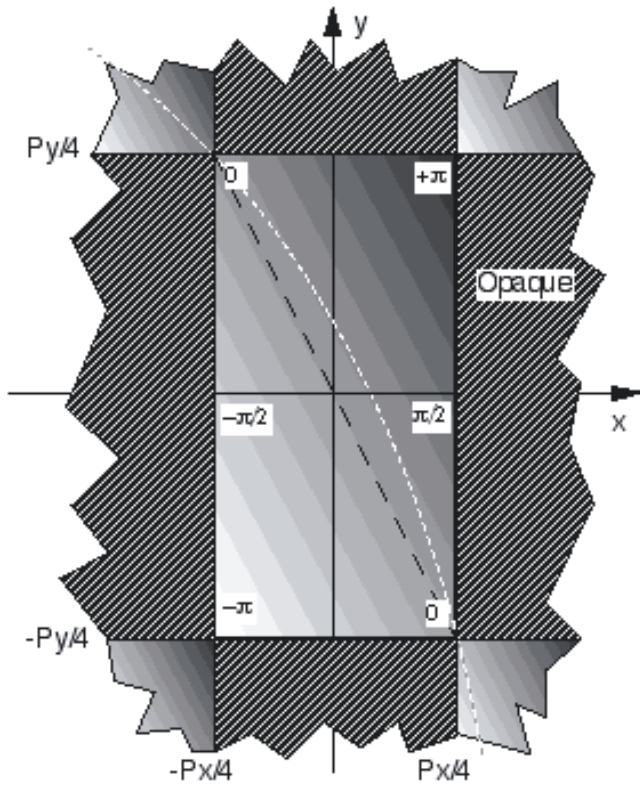
and the linear PSF half size:

$$\rho = C/8k_{\max}$$

For example a 6 m, 600-zone array has an 8 km focal length at  $\lambda = 0.9 \mu\text{m}$ , and a linear PSF half size  $\rho = 1.25 \text{ mm}$ .

Seen as a diffractive zone plate, this synthesized aperture directly forms images of high dynamic range. Most of the light that escapes from the central part of the PSF is confined to a pair of orthogonal spikes, rather than spread around as for the PSF of circular zone-plates. Orthogonal Fresnel arrays are also adapted for the “apodized square aperture” approach (Nisenson & Papaliolios 2001), further improving the dynamic range.

Seen as an interferometric array, this design has the advantage of not requiring any reflective nor refractive element in the primary apertures, and still recombining the beams in a common focus. The principle here is to block the part of wavefront having non-desired phases as seen from the focus.



**Fig. 3.** evolution of the phase within an individual aperture, as seen from common focus.

### 3. Percentage of the incident light going into the $m$ th order Point Spread Function

As Fresnel arrays act by diffraction, only a fraction of incident light is sent into the prime focus. As for gratings, there are several diffraction orders that get unequal shares, the biggest of them being for order zero. We define the “diffraction efficiency” of a Fresnel array as the proportion of incident light going into the first order focus.

The theoretical diffraction efficiency  $E_{\text{circ}}$  for a circular Fresnel zone plate when the number of zones tends to infinity is:

$$E_{\text{circ}} = 1/\pi^2 m^2 \text{ for } m \text{ odd; } E_{\text{circ}} = 0 \text{ for } m \text{ even and } \neq 0$$

where  $m$  is the diffraction order. At the prime focus, which corresponds to the diffraction order  $m = 1$ , about 10.1% of the light is gathered.

In the case of the orthogonal array, the diffraction efficiency can be derived using Cartesian coordinates:

The wave contribution at focus can be expressed:

$$\Psi_m = A_0 \int \int_{\text{rectangle}} \exp(i\phi(x, y)) dx dy.$$

The phase within a given aperture is a quadratic function of position, but, when the number of apertures is large, can be approximated by:  $\phi(x, y) = 2\pi(\frac{mx}{p_x} + \frac{my}{p_y})$ .

$$\Psi_m = \int_{-p_x/2}^{p_x/2} \int_{-p_y/2}^{p_y/2} \exp\left(2i\pi\frac{mx}{p_x}\right) \exp\left(2i\pi\frac{my}{p_y}\right) dx dy,$$

which when  $m \neq 0$ , yields:

$$\Psi_m = A_0 \frac{p_x p_y}{\pi^2 m^2} \text{ for } m \text{ odd; } \Psi_m = 0 \text{ for } m \text{ even.}$$

For  $m$  odd and  $\neq 0$ , the diffraction efficiency in amplitude for a given element of an orthogonal Fresnel array can be expressed as:

$$\frac{\Psi_m}{\Psi_0} = \frac{4}{\pi^2 m^2}$$

and considering a 50% overall “void to total area” transmission ratio, the diffraction efficiency in amplitude is  $2/\pi^2 m^2$ .

Finally, the diffraction efficiency in intensity for an orthogonal Fresnel grid is:

$$E_{\text{grid}} = \frac{4}{\pi^4 m^4}.$$

At order  $m = 1$ , this corresponds to a 4.1% efficiency (when no apodization is applied).

The effective luminosity of a diffractive square array of size  $C$  is the same as that of a reflective circular mirror of diameter  $D = 2C \sqrt{\frac{E_{\text{grid}}}{\pi}} = 0.23C$  on an extended object, and  $D = C \sqrt{1.22} \sqrt{E_{\text{grid}}} = 0.497C$  on a point source. The angular resolution and dynamic range of a square array of size  $C$  are equal or better than that of a circular mirror of diameter  $D = C$ .

### 4. Dynamic range

In order to assess the performance of feasible Fresnel arrays i.e. with a reasonable number of apertures, we have computed PSFs for different test arrays. The dynamic range tests presented in this section (see Fig. 4) are a comparison between arrays of 125, 250, 500 and 1000 zones (respectively  $1.25 \times 10^5$ ,  $5 \times 10^5$ ,  $2 \times 10^6$  and  $8 \times 10^6$  apertures). Figure 4 and the following show normalized diagonal cuts of the PSF. They are  $x$ -labeled in units of resels from the center of the field. A resel, or resolution element has an angular extension of  $\lambda/C$ .

We have built these arrays with the transmission law described in Sect. 2:  $T_c(x, y)$ . The PSF of such arrays is the square modulus of the Fresnel transform of  $T_c(x, y)$ , noted as  $\hat{T}_c(u, v)$  in the following.

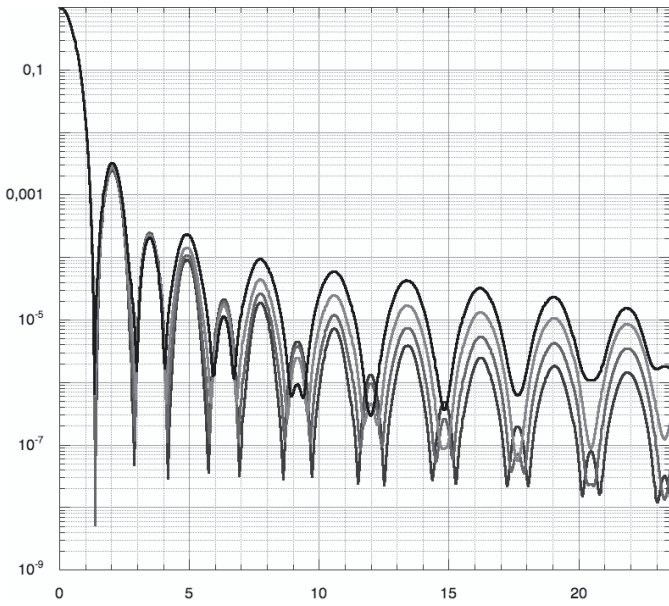
As variables  $x$  and  $y$  are orthogonal,  $\hat{T}_c(u, v)$  can be computed from the functions  $\hat{g}$  and  $\hat{h}$ , which are respectively the Fresnel transforms of the  $g$  and  $h$  one-dimensional transmission laws (also defined at Sect. 2).

$$\hat{T}_c(u, v) = \hat{h}(u)\hat{g}(v) + \hat{g}(u)\hat{h}(v).$$

Relation  $T_c(x, y) = h(x)g(y) + g(x)h(y)$  still holds for apodized arrays, however  $h \neq (1 - g)$  if apodization is applied.

The fact that two-dimensional arrays can be tested with calculus reduced to 1D for most of the process, greatly improves the computation speed and memory requirements, thus allowing the test of large arrays with little computing power.

As expected, when the number of zones increases, the normalized PSF of a square array tends to that of a filled square aperture of the same size. The numerical simulations show that, in order to achieve a  $7 \times 10^{-6}$  rejection factor (without apodization) at  $\approx$ eight Airy radii from the center, a  $k_{\text{max}} = 1000$ -zone



**Fig. 4.** Diagonal cut of the PSF, for non-apodized arrays having 125, 250, 500 and 1000 zones: respectively 1.25 10<sup>5</sup>, 5.10<sup>5</sup>, 2.10<sup>6</sup> and 8.10<sup>6</sup> apertures top to bottom curves. The PSF are computed by Fresnel transform with a wavefront sampling adjusted to 1/25th of the smallest aperture for each array.

array is required. A 250 zone-array will only give  $7 \times 10^{-5}$ . Increasing  $k_{\max}$  has drawbacks, such as decreasing the size of all including the smallest apertures of the array, at a fixed array size. This leads to an increased impact of the element positioning errors on the wavefront quality. Using a complementary pattern ( $T_o$  instead of  $T_c$ ) leads to a similar performance in the non-apodized case, as one would expect, but causes a modulation reversal in the outer patterns of the PSF. These differences in the outer (low light level) part of the PSF have an impact on the dynamic range. They are due to the fact that Babinet’s Theorem is only an approximation in the case of a limited number of Fresnel zones.

The dynamic range of a given array can be greatly improved by apodization. We have tested different apodization laws (see Sect. 5). We have also tested the effects on the PSF of wave-plane aberrations caused by aperture mispositioning (see Sect. 6).

### 5. Apodization

A way to improve the dynamic range of a Fresnel array at a fixed number of apertures is to apodize. An apodized transmission  $T_{\text{ap}}(x, y)$  is for example:

$$T_{\text{ap}}(x, y) = T_c(x, y) \text{Apod}(x, y).$$

As the array is orthogonal, the apodization function can be separated into  $x$  and  $y$ :

$$\text{Apod}(x, y) = \text{Apod}_x(x) \text{Apod}_y(y).$$

Apodization can be done in several ways on a Fresnel array. One of them is a transmissive or reflective element at a secondary (cooled) pupil plane in the focal setup. Another would

be to modulate the aperture positions in order to obtain a phase effect similar to what is proposed by Guyon (2003) for Phase-Induced Amplitude Apodization.

In this paper we present apodization by modulating the apertures areas at the primary array level. Apodizing this way somewhat worsens the IR noise contribution of the primary array by increasing its radiating surface. However, it simplifies the design of focal instrumentation and provides a very robust means of apodization. Actually, combinations of the different apodizations described above may be used and combined with coronagraphic devices.

The complex amplitude contribution of an aperture is not proportional to its area, as the waves from a given aperture do not all interfere constructively (see Fig. 3). Thus, to fit an apodization law:  $\text{Apod}(x, y)$ , the dimensions of an aperture centered at  $x_c$  and  $y_c$  must be:

$$a(k_x) = \frac{p_x}{\pi} \arcsin \text{Apod}_x(x_c) \text{ and } b(k_y) = \frac{p_y}{\pi} \arcsin \text{Apod}_y(y_c).$$

To assess the gain in dynamic range and loss in transmission for different apodization functions, we have computed the corresponding PSF and global transmission. Pending an algebraic derivation of an optimal  $\text{Apod}(x, y)$  for Fresnel arrays, akin to the prolate apodizing functions for filled square apertures, (Aime et al. 2002), following Papaliolios & Nissenson (2001) and Soummer 2003, we have evaluated functions of the form:  $\text{Apod}_{\text{Gauss}}(x) = \exp(-x^2/x_0^2)$ ;  $x_0$  defined such that transmission becomes  $a_0$  at the limb:

$$x_0 = -c/2 \sqrt{\log a_0}$$

$$\text{Apod}_{\cos}(x) = \cos \left[ \frac{2x}{C} a \cos(a_0) \right],$$

$$\text{and } \text{Apod}_{\cos^2}(x) = \left[ \cos \left( \frac{2x}{C} a \cos(\sqrt{a_0}) \right) \right]^2,$$

where  $a_0$  is the residual transmission at the edge. Apodizing a Fresnel array with  $\text{Apod}_{\cos^2}(x)$  leads to damped variations of the PSF secondary peaks but a high background level, and low overall transmission (see Fig. 5 and Table 1).

In order to reach a better rejection factor close to the center of the PSF, we have investigated “broader” apodization functions and apodization starting from  $T_o$  instead of  $T_c$  arrays.

Two results compared to previous  $\text{Apod}_{\cos^2}(x)$  are presented Fig. 6. The apodizations applied on the wave contribution are:

$$\text{Apod}_{\cos^2}(x) = \sin \left( \frac{\pi}{2} \left( \frac{2}{\pi} a \sin(\text{Apod}_{\cos^2}(x)) \right) \right)$$

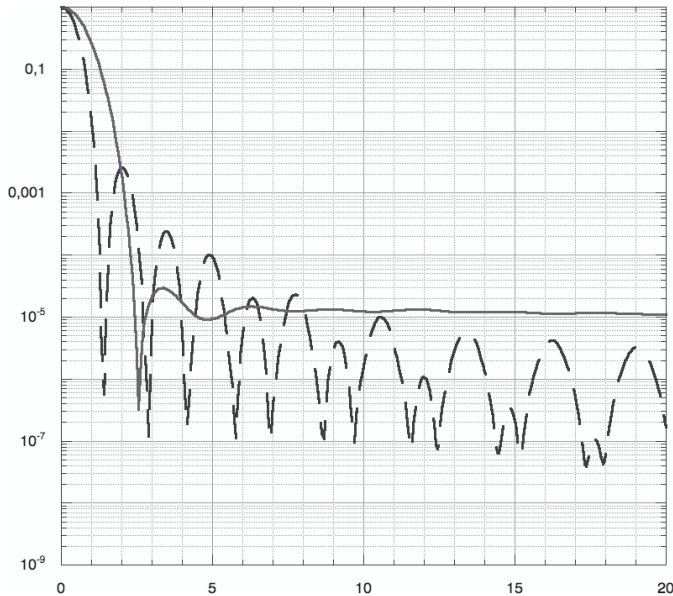
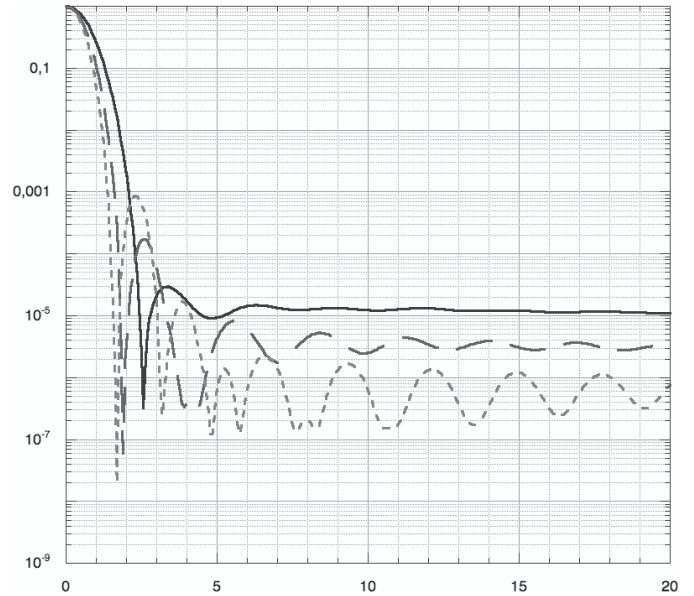
$$\text{Apod}_{\text{sqrt}}(x) = \sin \left( \frac{\pi}{2} \left( \frac{2}{\pi} a \sin(\text{Apod}_{\cos^2}(x)) \right)^{1/2} \right)$$

$$\text{Apod}_{\text{trig}}(x) = \sin \left( \frac{\pi}{2} \sin \left( \frac{\pi}{2} \text{Apod}_{\cos^2}(x) \right) \right).$$

$\text{Apod}_{\text{sqrt}}(x)$  leads to “ringing” in the outer parts of the PSF when  $a_0 \neq 0$ , whereas  $a_0 = 0$  causes poor transmission.  $\text{Apod}_{\text{trig}}(x)$  with  $a_0 = 0.1$ , applied to a  $T_o$  type grid, leads to a 2.1% transmission and a rejection factor better than  $3 \times 10^{-6}$  on the diagonal, at 5 resels from center. This last apodization is

**Table 1.** Transmission efficiency at focus of diffraction order  $m = 1$  for different types of diffraction patterns and apodization laws

Type of Fresnel plate	circular	square	square		
apodization	no apodization		apodization		
Value domain of Apod from center to edge			$1 \rightarrow 0$	$1 \rightarrow 0.1$	
Applied transmission law			Apod <sub>cos<sup>2</sup></sub>	Apod <sub>sqrt</sub>	Apod <sub>trig</sub>
Grid "positivity"	opaque central pattern			void c. p.	
Transmission	10.1%	4.1%	0.25%	0.90%	2.1%

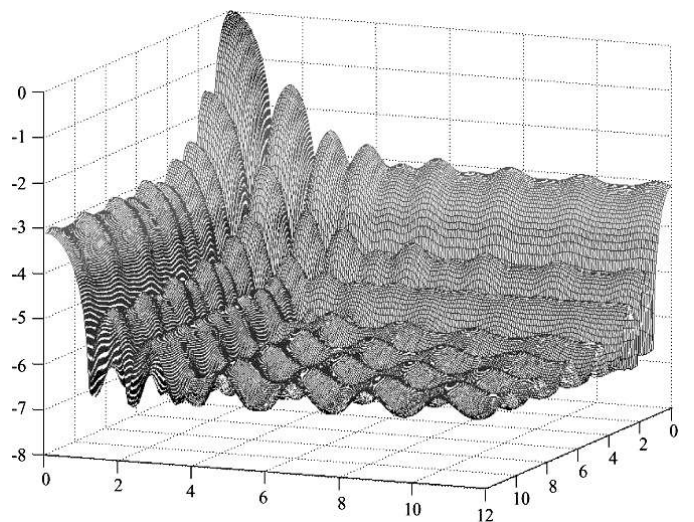
**Fig. 5.** Normalized PSF (diagonal cut) for a 600 zones  $T_c$  type array, non apodized (dashed line) compared to apodized with Apod<sub>cos<sup>2</sup></sub>( $x$ ) ( $a_0 = 0$ , full line).**Fig. 6.** Normalized PSF (diagonal cut) with apodization functions Apod<sub>cos<sup>2</sup></sub> ( $a_0 = 0$ ), Apod<sub>sqrt</sub> ( $a_0 = 0$ ), and Apod<sub>trig</sub>( $x$ ) ( $a_0 = 0.1$ ), respectively full, dashed and dotted lines.

used when generating the PSF for testing exoplanet detection in the next sections.

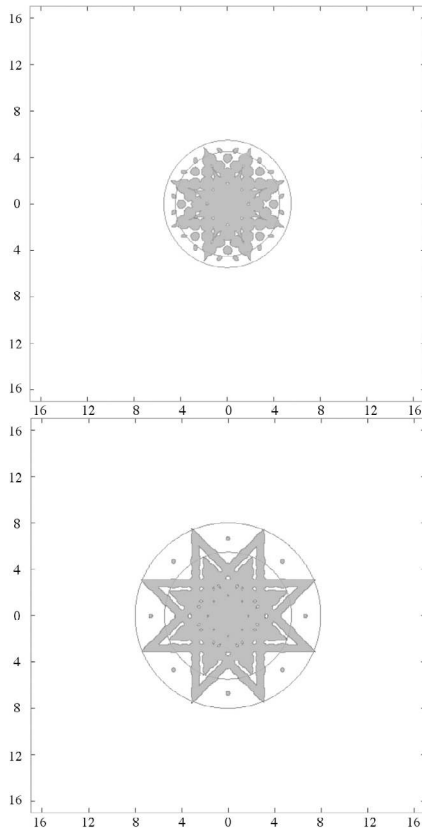
From Fig. 7, one can see that the dynamic range is high in most of the field. In order to achieve that in a whole field, a two-step procedure can be used: an exposure at a given orientation of the PSF, then a second after a 45 degree rotation around the optical axis. Each exposure is then split into eight sectors: the four 45 degrees centered on the spikes and the four 45 degrees centered on the diagonals. A composite image is obtained, splicing the four best sectors (diagonals) of each image.

This two-step procedure is not required, except for high dynamic range imaging: the spikes in a single exposure PSF of a Fresnel array contain less energy than those caused by a standard telescope spider.

We have measured PSF residuals in a field defined by the composite image described above. At less than 4.5 resels from the center of the PSF, imaging an exoplanet is not feasible due to the poor rejection factor. From 4.5 to 5.5 resels from the center, rejection is better than  $6 \times 10^{-6}$  in  $\approx 80\%$  of the field, so imaging is partly conceivable. At 5.5 resels or more from the center of the PSF, the rejection is everywhere better than  $6 \times 10^{-6}$ . Beyond 8 resels, the rejection gets better than  $2 \times 10^{-6}$ . Studies are presently being carried out to determine the optimum apodization tradeoff for transmission and dynamic range.

**Fig. 7.** Three-dimensional representation of the PSF resulting from Apod<sub>trig</sub>. Vertical scale is in powers of 10.

Apodization will also be studied in association with coronagraphy.



**Fig. 8.** *Top:* contours of the PSF resulting from the above observing procedure. Shaded areas indicate where the rejection factor  $R$  is poor:  $R > 6 \times 10^{-6}$ , and white ones indicate where  $R < 6 \times 10^{-6}$ . The two circles mark 4.5 and 5.5 resels distances from the center of the PSF. *Bottom:* contours and limitations of the same PSF combination for a  $R = 2 \times 10^{-6}$  threshold (same scale as left figure). The two circles mark 5.5 and 8 resels from center.

### 6. Effects of aberrations

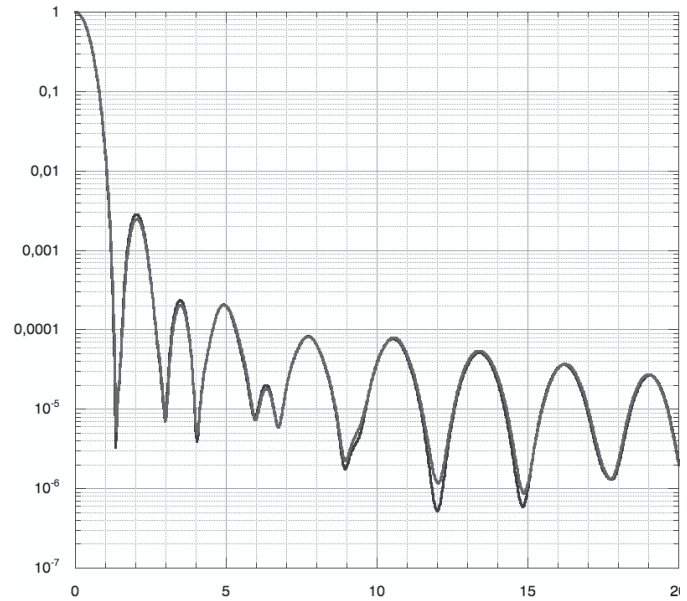
As individual apertures in the array are void rectangles, only aperture positioning and dimensioning can affect the wavefront before prime focus.

The effects of aperture mispositioning on the optical path difference (OPD), which is a major challenge in other approaches of aperture synthesis, are significantly reduced here: a mispositioning  $\Delta x$  of an aperture in the plane of the array leads to an OPD error

$$\Delta OPD = \lambda \frac{\Delta x}{p_x}.$$

The smaller the pseudo period  $p_x$ , the higher the impact factor of mispositioning will be on the OPD. For a given wavefront quality, the highest positioning constraints will be put on the external elements.

Large diffractive arrays with long focal lengths have the advantage of large pseudo periods, thus providing wavefronts which are much more precise than the positioning of the elementary apertures that gave rise to them. For the long focal



**Fig. 9.** Diagonal cut of the PSF of an array with “jigsaw” perturbations on the element edges, corresponding to  $\lambda/4$  PTV on the wavefront from the smallest (outer) elements. The PSF of a perfect array is drawn for comparison. These two curves closely overlap.

arrays considered here, the OPD errors on a plane wave crossing a Fresnel array can be approximated as follows (Massonnet 2003):

$$\Delta OPD = \frac{x\Delta x + y\Delta y}{2f} + \Delta z \frac{x^2 + y^2}{4f^2}$$

where  $\Delta x$   $\Delta y$  and  $\Delta z$  are deviations of an aperture with regard to its nominal position, respectively in the plane of the objective  $(x, y)$  and perpendicular to it  $(z)$ .

As the focal length of a Fresnel array is  $f = C^2/8n\lambda$ , where  $C$  is the side of the square array and  $n = k_{\max}$  the number of Fresnel zones, we have:

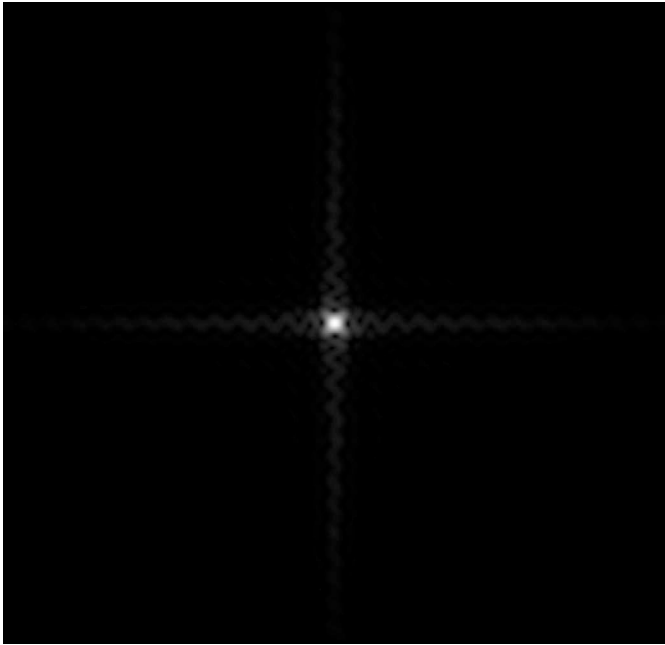
$$\Delta OPD = \frac{4\lambda}{C} (k_x \Delta x + k_y \Delta y) + \dots$$

The coefficients affecting  $\Delta x$  and  $\Delta z$  are very small, e.g.  $10^{-3}$  and  $10^{-6}$  respectively at the edge of an array 6 m in size and of focal length 2 km. By comparison the coefficient for  $\Delta z$  is 2 in the case of a mirror and  $n - 1$  in the case of a refractive material of index  $n$ .

We studied the effects of two types of deformations that may occur on an array: a random “jigsaw” perturbation of the aperture edges and a “parallelogram” shear.

For “aberrated” arrays, a 2D transmission law is generated and arbitrary errors added to the element positioning, then a complete 2D Fresnel transform is computed.

In the jigsaw deformation, the maximum amplitude of perturbations is constant throughout the array:  $\lambda/4$  peak-to-valley on the wavefront from the smallest (outer) apertures in the array. This corresponds to a cut error of  $\approx 0.3$  mm on a 6 m array with 600 Fresnel zones. Due to limits in computing equipment, these results were obtained for an array with only 100 zones (center to edge) i.e. 80 000 apertures.



**Fig. 10.** 2-D PSF of an array with a “parallelogram” shear distortion. The square root of the PSF intensity is displayed. Distortion effects are clearly visible on the diffraction spikes. The Strehl ratio is  $\approx 71\%$ .

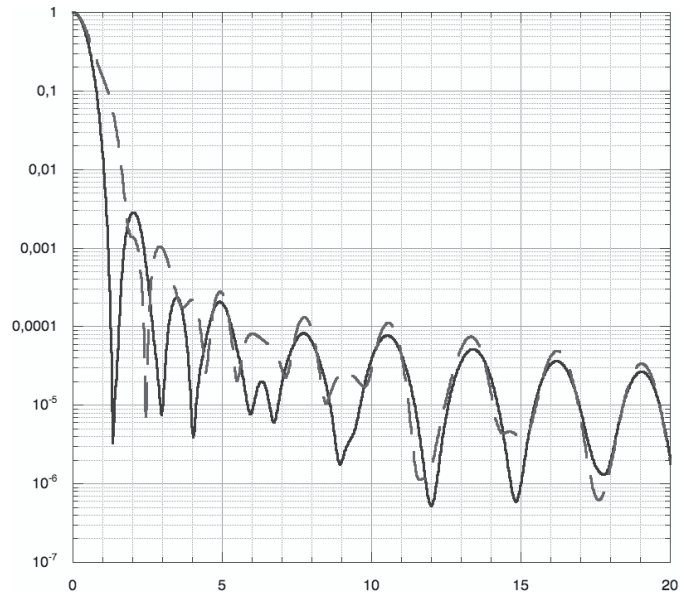
Another possible perturbation in a Fresnel array may be caused by a “parallelogram” shear on a non-perfectly rigid frame. Numerical simulations were performed on a 100-zone array, with a corner shift of one half edge period, resulting to a shift of  $\lambda/2$  for the wavefront from the most external patterns. The PSF has been computed and we see that this distortion affects the dynamic range close to the central peak (Figs. 10 and 11).

## 7. Achromatizer design and local bandwidth limitations

An achromatisation scheme for holographic lenses (Fig. 12) has been studied and published by Falklis & Morris (1989). It uses an achromatic optical element, acting as a field lens, which reimages the primary Fresnel zone plate on a secondary one in a pupil plane. This secondary zone plate operates at order  $m = -1$  and compensates for the chromatic aberration of the primary. It is coupled to a converging achromatic element, lens or mirror, which makes the beam converge into a final focal plane.

For a Fresnel array, a similar design may be used, where the primary array is achromatized using a small circular or orthogonal zone plate. Field optics ( $L_2$ ) in the focal setup reimage the array on this secondary zone plate (part of  $L_3$ ), which is carved on a reflective surface and blazed for efficiency. The size of the secondary is planned to be typically  $1/200$  of the primary and may operate at order  $m = -2$  rather than  $-1$ . The field relay optics ( $L_2$ ) consist of a Cassegrain or similar two-mirror combination.

Contrary to chromaticism corrections made with dispersive materials, this diffractive correction works for all wavelengths



**Fig. 11.** Diagonal cut PSF of an array with a “parallelogram” shear distortion (dashed line) compared to the PSF of a perfect array (full line). The central part of the PSF might become unusable depending on the target, but the outer peaks are only slightly brighter for the disturbed PSF.

with no approximation. However, the bandwidth is limited by the size of the field optics.

The chromaticism correction setup also acts as a stop that blocks the other orders of diffraction, which add unfocused light and destroy the high dynamic range: all orders except  $m = 1$  are focused by the field optics and fall at, or close to, the center of the secondary Fresnel optics, where a mask blocks the light.

Stray light from objects out of the field, not focused by the front array, is focused by the field optics and falls on the edges of the pupil plane. As the front array and the stray light are not focused exactly in the same plane by the field optic, blocking the stray light in all cases requires a narrow opaque margin surrounding the front array. This additional band is taken into account in the formation flying study by Guidotti (2004).

For a given position of the prime focal plane, only one wavelength ( $\lambda_0$ ) is strictly in focus at that plane. At wavelengths far from  $\lambda_0$ , the half width of the defocused PSF can be expressed by

$$\rho(\lambda) = \frac{C(\lambda - \lambda_0)}{2\lambda},$$

where  $C$  is the size of the primary array.

Field optics of size  $S$  at the focal plane correct the chromaticism and yield a diffraction limited PSF, but only for the light that can be captured by the field aperture  $S$ . For wavelengths too far from  $\lambda_0$ , one gets  $\rho(\lambda) > S$  and vignetting effects occur, which affect both the transmission and the resolution.



With a primary array of size  $C$  and a field aperture of size  $S$ , the bandpass  $\Delta\lambda$  centered on  $\lambda_0$  is given by:

$$\Delta\lambda = 2\lambda_0 \frac{S - \text{field}}{C}$$

where *field* is the linear non vignetted field at the focus. There is a tradeoff between field and bandpass. For example, a 6 m array with 50 cm diameter focal optics yields from a maximum bandpass at zero field:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{1}{6}$$

to a maximum field  $\alpha$  at null bandpass:

$$\alpha = \frac{8k_{\max}\lambda S}{c^2}$$

and for a  $k_{\max} = 600$  zone array, a *field/resolution* ratio of:

$$S/\rho = 8k_{\max} \frac{S}{C} = 400.$$

For  $\lambda$  outside  $\lambda_0 \pm \Delta\lambda/2$ , the image is still achromatic, but the transmission and angular resolution decrease. At the center of the field the residual transmission is given by:

$$\text{trans}(\lambda) = \text{trans}(\lambda_0) \left( \frac{S - \lambda_0}{C \lambda - \lambda_0} \right)^2.$$

As stated by Falklis & Morris (1989),  $F_2$  and  $F_3$  must comply with the expression:

$$\frac{1}{F_2} = \frac{1}{D_B} + \frac{1}{D_C}$$

and

$$\frac{1}{F_{3,i}} = \frac{1}{D_C} + \frac{1}{D_D} + \frac{D_B^2}{D_C^2} * \left[ \frac{1}{D_A} + \frac{1}{D_B} - \frac{1}{F_{1,i}} \right].$$

In the Fresnel array concept, a satellite supports the Fresnel array, another one supports the  $L_2$  field lens and focal equipment. Lens  $L_3$  is in fact two lenses: a Fresnel achromatising zone plate, ( $L_{3,1}$ ) and an achromatic element (re-imaging part,  $L_3$ ). For a perfectly achromatic action of  $L_2$  and  $L_3$ , the use of mirrors rather than lenses seems appropriate. Note that  $F_2$  is linked to  $L_3$  dimensions, or vice versa. In order not to have a too small 2nd Fresnel lens, i.e. a manageable size for its edge elements, a long enough  $D_C$  distance can be set to be virtual by the use of a Cassegrain configuration for  $L_2$ . An optical combination allowing sufficient off-axis performances for re-imaging the most external patterns is presently under study.

## 8. Exoplanet detection

We propose to use a Fresnel array to detect exoplanets in the “imaging” mode, i.e. using a quasi whole field rejection of the star light as described in Sect. 4, and a high angular resolution image of the planet in that field. Other observing modes could be used with this interferometric array, such as the “Nuller” approach: any synthetic aperture setup that provides achromatic

and straight null zones in its PSF is potentially usable. The Fresnel array can be designed to yield one (or two perpendicular) null zones extending from the center of the PSF, by shifting the aperture positions by a half period in symmetric halves or quadrants of the array.

To explore direct exoplanet detection by standard imaging with a Fresnel array, we have simulated several exoplanet situations, and for each one we have chosen the smallest array size that allows detection with a *planet signal/noise*  $> 3$  in a maximum exposure of five hours. We used the PSF of an undistorted apodized array. We present the determined configurations and the evolution of the *planet signal/noise* as a function of  $\lambda$ , in the spectral band for which the system is resolved angularly. The *planet signal/noise* ratio is derived from the *planet/star* contrast, the flux received from the star, the zodiacal and exozodiacal light contribution, the angular resolution of the array and the thermal emission from the grid forming the array.

In the proposed instrumental setup, a baffle protecting the Fresnel grid from direct sun prevents specular reflections and keeps its temperature down to  $\approx 60$  K without active cooling. The thermal noise due to emission from the array is computed with an emissivity of 0.1. This noise is small compared to the residual star light at the planet position in all cases presented below. The baffle and the related orbital requirements at the Sun-Earth Lagrangian points  $L_1$  and  $L_2$  have been studied by Guidotti (2004).

### 8.1. Star contribution

The residual power from the star, integrated over a solid angle of  $(2\lambda/C)^2$  at the planet’s position in the image plane is computed as follows:

$$B_e = \frac{2h\nu^3}{c^2 [\exp \frac{h\nu}{kT_e} - 1]}$$

$$P_e = \epsilon_e B_e \pi \left( \frac{R_e}{D} \right)^2 C^2 \Delta\nu \text{Trs Rej}$$

$T_e$ ,  $\epsilon_e$ ,  $R_e$  are respectively the photosphere temperature, emissivity and stellar linear radius. The star is approximated by a uniform disc.

$\nu$  is the frequency corresponding to the central wavelength used,

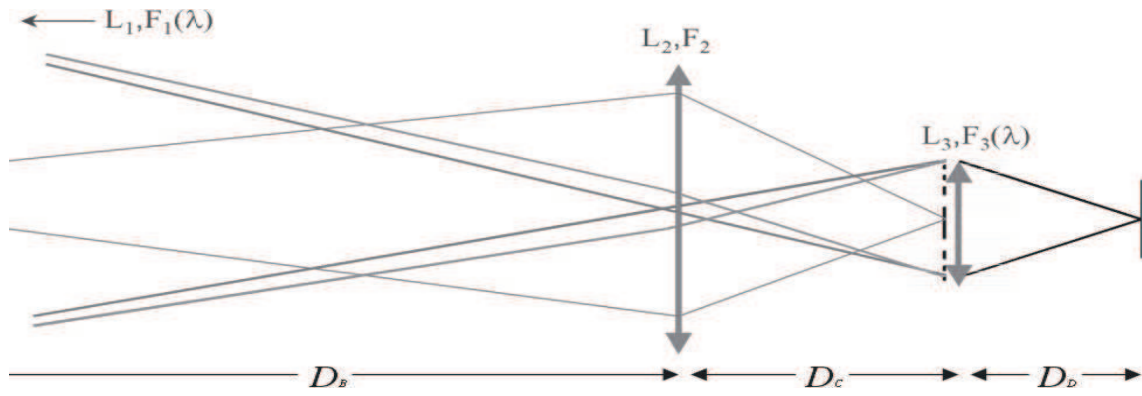
$\Delta\nu$  frequency range corresponding to the bandpass limited by the achromatizer.

$D$  is the distance of the stellar system,  $C$  is the size of the Fresnel array,

Trs, and Rej are respectively the combined transmission efficiency of the lens and optical train and the rejection factor at the planet’s position.

### 8.2. Zodiacal and exozodiacal light contribution

The contribution of both the zodiacal and exozodiacal light are integrated over the PSF and over the line of sight. We consider the exozodiacal contribution to be the zodiacal light of a solar-system at 10 Pc.



**Fig. 12.** Achromatizer setup:  $D_B$  is the distance from primary array  $L_1$  to field lens  $L_2$  placed in the primary focal plane,  $D_C$  is the distance from  $L_2$  to the  $L_3$  set, and  $D_D$  is the distance from  $L_3$  set to final focal plane. Distance  $D_A$ , not shown on this scheme, is the distance from the target to the front lens.

The local zodiacal light is sampled at  $90^\circ$  from the sun,  $30^\circ$  from the ecliptic plane. The exozodiacal light is considered at the same angles, corresponding to an orbit inclination angle  $i = 60^\circ$  and a planet at elongation.

We use the data in “Astrophysical quantities” (Cox & Allen 1999), Table 13.7 for the visible at  $0.5 \mu\text{m}$ , and Figs. 13.1 and 13.2 for the IR at  $10.9 \mu\text{m}$ . For spectral dependence, we modulate these values using a 5800 K blackbody (diffusion in the visible) plus a 275 K blackbody (emission in the IR).

The zodiacal and exozodiacal sources are considered as optically thin and extended objects. The data in Astrophysical quantities correspond to zodiacal luminance observed from within the ecliptic plane. The exozodiacal luminance integrated over the line of sight for an “asterocentric” distance  $D_p = 1 \text{ AU}$  is twice as high. Its dependance on  $D_p$  is approximated by  $I(D_p)/I(1 \text{ AU}) = D_p^{-2.5}$ .

Extended light sources contribute to the detection noise by their integration over all the PSF, including side lobes. In this respect, Fresnel arrays are different from other interferometric devices such as imaging or nulling setups using diluted apertures.

The PSF of a nulling interferometer tends to zero at some locations in the image field, placed at the star’s position. It remains high within broad side lobes designed to cover a large part of the planetary system, where a planet is searched for, but not imaged.

An imaging interferometer using diluted apertures has broad side lobes too. The noise contribution from extended objects is affected by these side lobes, even in the case of pupil densification.

A Fresnel array is a particular case of an imaging interferometer whose PSF is close to zero for all the field except a small region: the central peak. Its side lobes consist of narrow and dim spikes. Both the star and the planet are imaged, but the contribution from the star at the planet’s position is rejected by apodization. For the apodisation law considered here, the energy percentage in the central peak of the PSF  $E_{\text{peak}}$ , has been evaluated by numerical integration to  $E_{\text{peak}} = 77\%$ , less than but comparable to the PSF of a solid aperture.

“Leakage” in the case of zodiacal light refers to the contribution from these extended sources integrated over the whole

PSF, side lobes included. With a diluted aperture array, it corresponds to an integration over a large part of the exoplanetary system. With a Fresnel array, as in the case of a single aperture instrument, the main contribution of an extended source to a given point of the image plane is the integration over a solid angle defined by the central peak of the PSF.

For the different exoplanets, array sizes and wavelengths considered here, the angular extension of the PSF peak varies from 0.001 to 0.2 planet orbit radius. We have taken into account the zodiacal and exozodiacal contributions over the whole PSF, but approximated them by extended objects of uniform brightness adjusted to the star-planet distance in each case. This leads to the following expression for the total power received at focus from zodiacal light in an area corresponding to the support of the central peak of the PSF:

$$P_{ZZ} = 4\lambda^2(L_Z + L_{EZ})\Delta\lambda \text{Trs}$$

$L_Z$  and  $L_{EZ}$  are the zodiacal and exozodiacal spectral luminosities in  $\text{Wm}^{-2}\text{Sr}^{-1}\mu\text{m}^{-1}$

$\text{Trs}$  is the transmission efficiency of the lens and optical train.

### 8.3. Thermal noise from the array

The thermal noise contribution from the Fresnel grid seen from the focal plane is also computed as a power:

$$B_g = \frac{2h\nu^3}{c^2[\exp\frac{h\nu}{kT_g} - 1]}$$

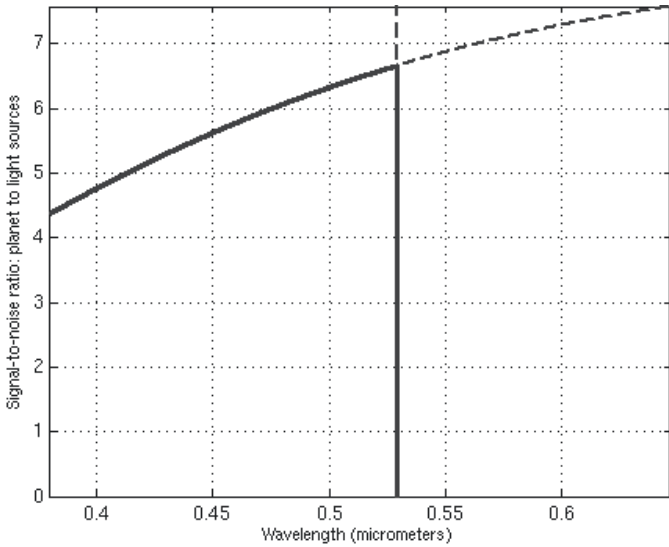
$$P_g = 4\lambda^2\epsilon_g B_g \text{fill} \Delta\nu$$

$T_g$  is the grid temperature,  $\epsilon_g$  the grid emissivity;  $\text{fill}$  the filling factor for the grid.

### 8.4. Exoplanet contribution

The power received from the planet at the focal plane is computed from two contributions, thermal and albedo:

$$P_{\text{pl}} = P_{\text{th}} + P_{\text{al}}.$$



**Fig. 13.** Warm Jupiter at 1 AU from a solar-type star at 10 Pc, 6 m array, 10 min integration, wavelengths from 380 nm to 650 nm. Minimal S/N ratio is better than 4 at the shortest wavelengths.

All simulated spectra are based on the Planck emission at the considered grid, planet and star temperatures. We adapt albedos and emissivities to each situation, but do not take into account the variations of albedo or emissivity within the considered spectral bands. We do not take into account absorption in the planetary atmosphere.

For the thermal emission  $P_{th}$ , we use the same expression as for the star, replacing the temperature, emissivity and radius by their planetary counterparts,  $T_p$ ,  $\epsilon_p$ ,  $R_p$ .

Considering that the planet is at maximum elongation, half the disc is illuminated. The reflected part is expressed

$$P_{al} = \epsilon_e B_e \Delta\nu \pi \left(\frac{R_e}{D_p}\right)^2 \frac{\pi}{2} a_p \left(\frac{R_p}{D}\right)^2 C^2 \text{tr}_s E_{peak}$$

$D_p$  is the star–planet distance,  $a_p$  and  $R_p$  are the planet albedo and radius, respectively.

$E_{peak}$  is the percentage of the energy in the central peak of the PSF.

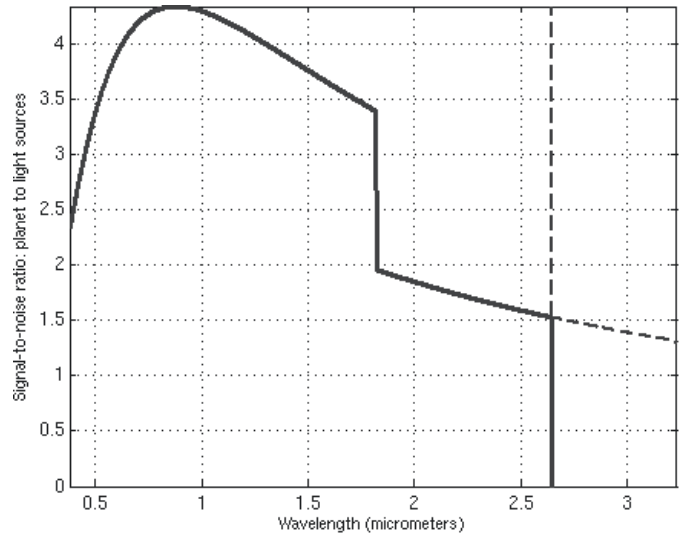
### 8.5. Signal to noise ratio

The number of detected photons from each source, star, planet, zodiacal, exozodiacal and grid, is computed from the integration through bandpass of the power received and the quantum efficiency of the detector:

$$N_e = qe \frac{P_e}{h\nu}.$$

For all cases we consider

- a 2.1% transmission at focus for the apodized Fresnel array,
- a 50% efficiency for the focal optics train, including the achromatizing zone plate,
- 70% quantum efficiency for the detector,
- 75% filling factor for the grid.



**Fig. 14.** Cold Jupiter at 5 AU, 6m array, 10 h integration, wavelengths from 380 nm to 3.2  $\mu\text{m}$ . S/N ratio is higher than 4 at  $\approx 900$  nm.

The *planet signal/noise* ratio is computed assuming that the noise is the standard deviation of the number of photons detected from sources other than the planet. As the number of “noise” photons involved is in all cases higher than  $10^3$ , the read noise is considered negligible.

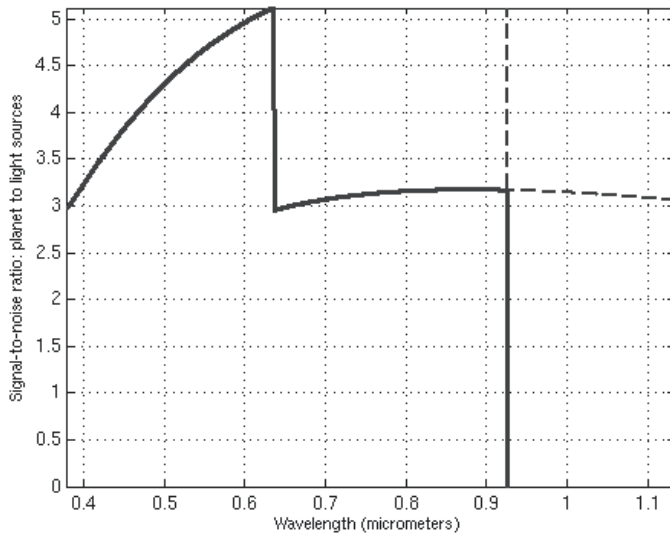
We have seen previously that for a 600-zone apodized Fresnel array, the rejection factor is

- better than  $6 \times 10^{-6}$  in a wide part of the field situated between 4.5 and 5.5 resels from the center of the PSF,
- better than  $6 \times 10^{-6}$  in the whole field beyond 5.5 resels,
- jumps to better than  $2 \times 10^{-6}$  for separations larger than 8 resels, if the angular resolution leads to such a separation.

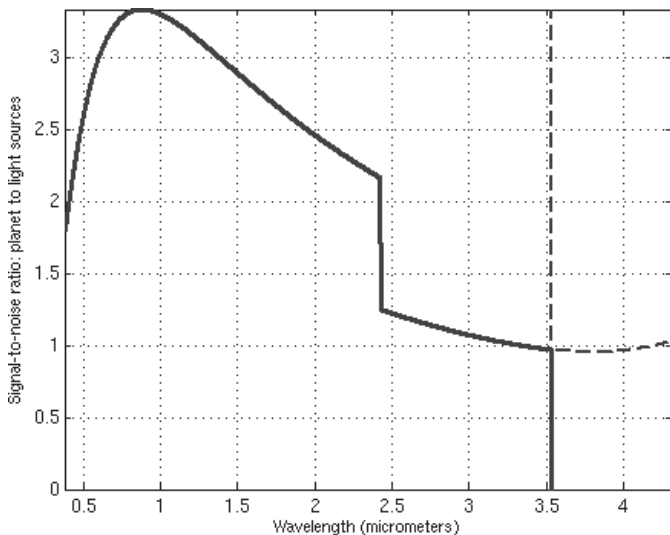
The threshold changes abruptly as we shift from one high point of the PSF to the next in rank, depending on the angular position in the field. As a result, the signal-to-noise curves presented in this paper show a discontinuity at wavelengths corresponding to a 8 resel planet-star separation.

We present six situations for which we have computed the required 600-zone array size for planet detection at at least  $3 \sigma$  around a solar-type star at 10 parsecs, in a maximum integration time of 10 h (two five-hour rotated exposures). Note that for wide arrays, the number of zones could easily be raised beyond 600, leading to better rejection rates and smaller required apertures than the conservative approach taken here. These situations are

- a warm (300 K) Jupiter at 1 ua, observed with a 6 m array, 0.5 m field optics, 10 min of integration (Fig. 13).
- a cold (150 K) Jupiter at 5 ua, 6 m array, 0.5 m field optics, 10 h of integration (Fig. 14).
- a Venus (450 K) at 0.7 ua, 15 m array, 1 m field optics, 10 h of integration (Fig. 15).
- an Earth (300 K) at 1 ua, 40 m array, 3 m field optics, 10 h of integration (Fig. 16).



**Fig. 15.** Venus at 0.7 AU, 15 m array, 10 h integration, wavelengths from 380 nm to 1.1  $\mu\text{m}$ .  $S/N \geq 3$  throughout the observable wavelengths.

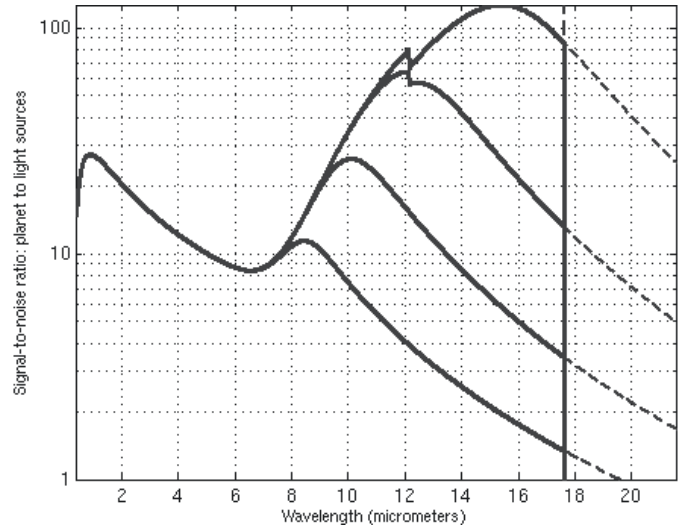


**Fig. 16.** Earth at 1 AU, 40 m array, 10 hours integration, wavelengths from 380 nm to 4.3  $\mu\text{m}$ .  $S/N \geq 3$  at  $\approx 900$  nm.

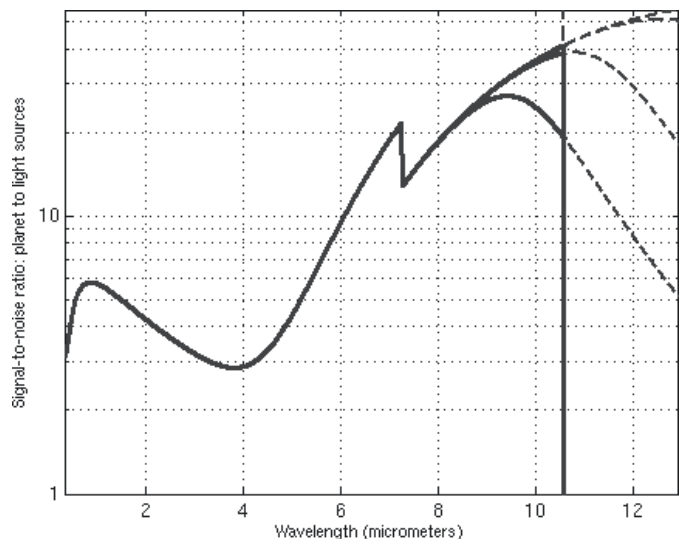
- a cold (150 K) Jupiter at 5 ua, same 40 m array, same 3 m field optics, 10 h of integration, allowing detection in the IR (Fig. 17).
- an Earth (300 K) at 1 ua, 120 m array, 3 m field optics, 10 h of integration, allowing detection in the IR (Fig. 18).

The following curves plot the  $S/N$  ratio as a function of central wavelength, starting at  $\lambda = 380$  nm. The maximal wavelength is limited by the constraint that the star-planet separation is at least 4.5 resels. A vertical line marks the wavelength corresponding to a 5.5 resels star - planet separation.

One can see that two spectral domains are favorable: one in the visible and one around 10  $\mu\text{m}$ . Although  $\frac{\text{planet}}{\text{star}}$  ratios are less favorable in the visible, imaging exoplanets in the albedo dominant region improves detectability in three ways: first by enhancement of the rejection factor, due to a wider angular separation relative to the resolution, second by a stronger signal



**Fig. 17.** Cold Jupiter at 5 AU, 40 m array, 10 h integration, wavelengths from 380 nm to 21  $\mu\text{m}$ . The  $S/N$  in IR depends upon the grid temperature: 40 K to 70 K, top to bottom curves, but remains  $\geq 3$  out to 17  $\mu\text{m}$  below 60 K.



**Fig. 18.** Earth at 1 AU, 120 m array, 10 h integration, wavelengths from 380 nm to 12.9  $\mu\text{m}$ .

from the planet, and third by avoiding a dependence on the planet's temperature. Notice also that typically for cold Jupiter and Earth imaging situations (Figs. 14 and 16), the imaging wavelength domain ( $\approx 900$  nm) is far from the 8 and 5.5 resels limitations, so imaging such planetary systems at these wavelengths is possible with smaller arrays, at the cost of increased exposure time.

Limitations due to front grid emission are clearly noticeable for the standard Jupiter imaged by a 40 m array, showing different signal-to-noise evolutions beyond 8  $\mu\text{m}$ , depending on the grid temperature. This shows that for imaging at wavelengths up to 18  $\mu\text{m}$ , a baffle that keeps the grid temperature  $\approx 60$  K is sufficient to detect a Jupiter-like planet.

In our simulations, zodiacal and exozodiacal contributions to the noise remain below 1%, except in the case of a “cold

Jupiter" between 8 and 12  $\mu\text{m}$ , where the zodiacal light contribution reaches a maximum of 9% at 10  $\mu\text{m}$ , and in the case of an exo-earth at 10  $\mu\text{m}$ , where it reaches 4%.

As the resolution of an array a few meters wide will not allow telluric exoplanet detection at IR wavelengths, front grid cooling does not seem to be an issue. Large arrays allow very high angular resolution and dynamic range observations even deeper in the infrared for specific targets, thus benefit from an active cooling to reduce their thermal emission.

## 9. Conclusion

In this paper, we have proposed a concept of a high resolution, high dynamic range imager that is able to detect and image exoplanets. This can be considered as an interferometer with a very large number of apertures. It can only be operated in space and requires formation flying. It also requires building precision orders of magnitude less than a reflective surface or standard interferometric array of the same angular resolution and dynamic range. The light collected over a large area is concentrated on smaller classical optics (e.g. 1/20th of the array size), to form a final image.

This study on exoplanet detection is just one example of the applications of a Fresnel grid, which cover a large fraction of what can be done in the high angular resolution domain with a space telescope of equivalent size, such as imaging compact objects like  $\eta$  Car, the envelopes of Be stars or the galactic center. As this instrument concept provides large fields ( $10^6$  re-sels), a high angular resolution and a high dynamic range, it allows imaging of targets from the inner solar system to extragalactic objects.

Many aspects of this system remain to be optimized before a space project can be envisioned, such as the achromatizer and a better apodization scheme, for example a PIAAC at the focus (Guyon et al. 2005).

A pre-study of the flying characteristics, pointing performances in terms of speed and precision, and ergol requirements

for a five-year mission at the L2 Sun-Earth Lagrangian point is available in Guidotti (2004). A breadboard project is under construction at Observatoire Midi Pyrénées and will serve for optical tests in the next two years.

*Acknowledgements.* This work was supported by the Centre National de la Recherche Scientifique, the Université Paul Sabatier, the Fonds Social Européen and Alcatel Space.

We thank the anonymous referee for his/her remarks.

## References

- Aime, C., Soummer, R., & Ferrari, A. 2002, *A&A*, 389, 334  
 Cox, N., & Allen, C. 1999, *Astrophysical Quantities* 4th ed. (Springer) 147  
 Falklis, D., & Morris, G. M. 1989, *Opt. Engineer.*, 28(6), 592  
 Guidotti, P. Y. 2004, *Imageur holographique de Fresnel: vol en formation d'un système bi-satellite, mémoire fin d'études*, Ecole nationale supérieure de l'aéronautique et de l'espace, Toulouse, France  
 Guyon, O. 2003, *A&A*, 404, 379  
 Guyon, O., Pluzhnik, E., Galigher, L., et al. 2005, *ApJ*, 622, 744  
 Koechlin, L., & Perez, J. P. 2002, in *Interferometry for Optical Astronomy II*, SPIE Proc., 4838, 411  
 Koechlin, L., Serre, D., & Duchon, P. 2004, in *New Frontiers in Stellar Interferometry*, SPIE Proc., 5491, 1607  
 Labeyrie, A., Borkowski, V., Martinache, F., & Peterson, D. 2004, *Hypertelescope imaging: from exo-planets to neutron stars*, SPIE Proc., 4838  
 Lipson, S. G., Lipson, H., & Tannhauser, D. S. 1995, *Opt. Phys.* (Cambridge University Press)  
 Massonnet, D. 2003, C. N. E. S. patent: un nouveau type de télescope spatial, Ref. 03.13403  
 Nisenson, P., & Papaliolios, C. 2001, *ApJ*, 548, L201  
 Skinner, G., von Ballmoos, P., Gehrels, N., & Krizmanic J., 2003, *Optics for EUV, X-ray and Gamma-Ray Astronomy*, SPIE Proc., 5168  
 Soret, J. L. 1875, *Ann. Phys. Chem.*, 159  
 Soummer, R., Aime, C., & Falloon, P. E. 2003, *A&A*, 397, 1161

# Annexe C

Acte publié dans le recueil des JITHD2005 : Serre et Koechlin 2006 [37]



## FRESNEL INTERFEROMETRIC ARRAYS: PRINCIPLE AND EXPLOITATION

D.Serre <sup>1</sup> and L.Koechlin <sup>1</sup>

**Abstract.** We present the principle and performances of a special kind of interferometric arrays that yields images of high dynamic range and large field. This array consists of a punched foil, in which numerous individual apertures form a pattern related to a Fresnel zone plate. We present the concept, theoretical results and simulations for exoplanets detection.

### 1 Introduction

Christiaan Huygens, following his work about wave nature of the light in 1677, opposing to Newton's corpuscular theory, announced that every point of a given wavefront could be considered as the center of a disturbance emitting secondary spherical wavelets, the wavefront state at a later instant being the envelope of them. Augustin Fresnel and François Arago, at the beginning of the 19th century, completed this approach with the description of wave theory and polarization, supposing that the secondary wavelets produced mutually interfere. Practically, after his nomination in 1819 as a commissioner of lighthouses, Fresnel invented the well-known Fresnel zone concept.

Soret (1875) applied the now-known Huygens-Fresnel principle by using opaque masks to block secondary sources who would interfere destructively on a given axis point, i.e. the rings corresponding to the inferior (or superior) values of the optical path within each Fresnel zone (see sect. 2). The possibility of focusing without reflective or refractive elements was born.

Several authors in the 60s - 70s (Waldman 1965, Arsenault 1968, Young 1972) studied the image quality of a Soret-Fresnel zone plate. Massonnet (2003) registered a CNES patent "un nouveau type de telescope spatial" based on the use of a Fresnel-Soret zone lens. Faklis & Morris in 1989 demonstrated the theoretical possibility to reach an achromatic image from a chromatic image produced by an holographic lens. Our approach presented here, based on the Soret-Fresnel zone plate, emerges from the square apodized apertures concept proposed by Nisenson & Papaliolios in 2001.

---

<sup>1</sup> Observatoire Midi Pyrénées, 14 avenue Edouard Belin, 31400 Toulouse, France



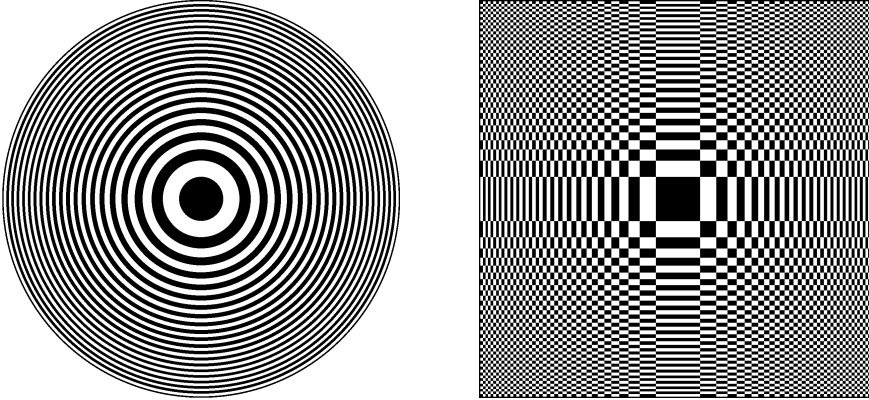
## 2 Design of the interferometric Fresnel array

The term "Fresnel zone" defines an area delimited in the aperture plane by two concentric circles. These circles are the intersection of the aperture plane with spherical waveplanes centered on the focus and whose radii differ by one wavelength. The number of zones covered by a Fresnel array (as for a filled aperture) corresponds to the number of zones crossed from center to edge along a 1D line. Blocking the upper or lower OPD part of each zone results in the Soret-Fresnel zone plate, called a Fresnel zone plate here. The transmission law  $T(r)$  of a zone plate mask can be built as follows. Let us first define functions  $g$  and  $h$  as:

$$g(a) = 1 \text{ if } \sqrt{a^2 + f^2} \in \left[ \left( \frac{f}{m\lambda} + (k - \text{off}) + \frac{1}{2} \right) m\lambda; \left( \frac{f}{m\lambda} + (k - \text{off}) + 1 \right) m\lambda \right[$$

and  $g(a) = 0$  otherwise,  $h = 1 - g$

where  $a$  is the distance of the Fresnel aperture to optical axis,  $f$  is the desired focal length of the array,  $m$  is the diffraction order used ( $m = 1$  in our application),  $k$  a variable integer: the Fresnel zone index and  $\text{off}$  is an offset:  $\text{off}=0$  in Koechlin 2005,  $\text{off}=1/4$  in an original Soret zone plate and here (central segment only blocks half of a wavelength shift, as all the other zone masks). The function  $g$  has an opaque central segment, whereas  $h$  has a transmissive central segment (if  $0 \leq \text{off} \leq 0.5$ ). If developed radially,  $g$  or  $h$  defines circular Fresnel zone plates.



**Fig. 1.** Example of  $T_C(r)$  for a  $k_{max} = 20$  Fresnel zones, circular & orthogonal arrays.

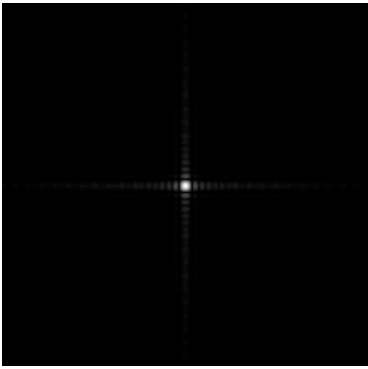
We propose a design where aperture edges follow only two orthogonal directions. In this case, the transmission law  $T(x, y)$  of our 2D array is based on an orthogonal development of  $g$  and  $h$ :

$$T_c(x, y) = h(x)g(y) + g(x)h(y) \text{ and } T_o(x, y) = h(x)h(y) + g(x)g(y)$$

for a "closed central square" array, and for the complementary "open central square" ar-

ray, respectively. This orthogonal development can also be seen as the approximation at the first order of a circular zone plate.

The images formed by the array correspond to its first order of diffraction. However, only a fraction of the incident light is sent into this prime focus. The theoretical diffraction efficiency in intensity  $E_{circ}$  of a circular Fresnel zone plate when the number of zones tends to infinity is 10% at first order. In the case of an orthogonal array, the diffraction efficiency  $E_{grid}$  tends to 4.1%. This is not as bad as it may seem: the effective luminosity of a diffractive square array of size  $C$  is the same as that of a reflective circular mirror of diameter  $D = 2C \sqrt{\frac{E_{grid}}{\pi}} = 0.23C$ . As in the case of apodization, there is a target dependent tradeoff between transmission efficiency and dynamic range for orthogonal versus circular designs to obtain the best signal over noise ratio.



**Fig. 2.** Computer generated point spread function (PSF) of a 100-zone (center to edge) 80000-aperture Fresnel array. The intensity is displayed at the  $1/2^{nd}$  power, to enhance the low luminosity regions of the PSF.

Fresnel zone plates have the advantages not to require any reflective or refractive element in the primary apertures, to have a high *field to resolution* ratio, and to highly relax the manufacturing constraints for a given wanted wavefront quality compared to other approaches of aperture synthesis: as individual apertures in the array are void rectangles, only aperture positioning and dimensioning can affect the wavefront before prime focus. See Koechlin 2005 for theoretical & numerical simulations of aberrations effects.

### 3 Apodization and dynamic range

Increasing the number of Fresnel zones causes the PSF of a Fresnel array to tend to the PSF of a filled square aperture of the same size. A way to improve the dynamic range at fixed number of apertures is to apodize, an apodized transmission  $T_{ap}(x, y)$  being:

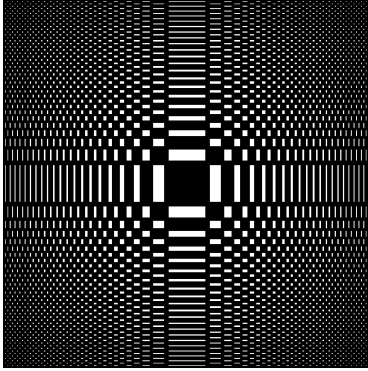
$$T_{ap}(x, y) = T_c(x, y)Apod(x, y)$$

The apodization function can be orthogonal and separated into  $x$  and  $y$ :

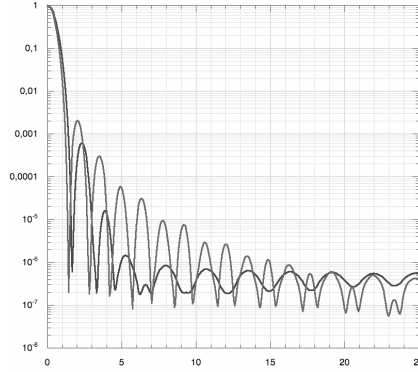
$$Apod(x, y) = Apod_x(x)Apod_y(y)$$

Apodization can be applied in several ways on a Fresnel array (see discussions in Koechlin 2005). Here we apodize by modulating the apertures areas in the primary array, which simplifies the design of focal instrumentation and provides a very robust means

of apodization. This apodization is used when generating the PSF for testing exoplanet detection in the next sections.

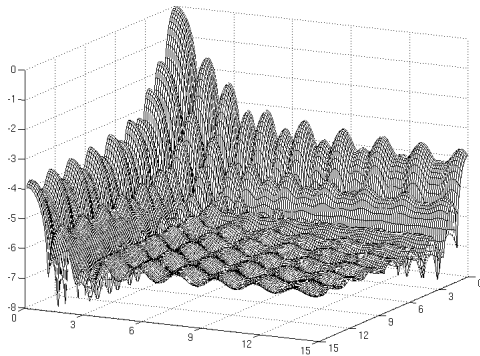


**Fig. 3.** Example of an apodized 20 Fresnel zones array.



**Fig. 4.** Normalized PSF (diagonal cut) for a 600 zones  $T_c$  type array, non apodized compared to apodized with  $Apod_{trig}(x)$  ( $a_0 = 0.1$ ).

The light curve in Fig. 4 is for a 600 Fresnel zone grid with an apodization law of the form:  $Apod_{trig}(x) = \sin(\frac{\pi}{2} \sin(\frac{\pi}{2} Apod_{cos^2}(x)))$ , with  $Apod_{cos^2}(x) = \left[ \cos\left(\frac{2x}{C} \arccos(\sqrt{a_0})\right) \right]^2$ , where  $C$  is the size of the array, and  $a_0$  is the residual transmission at the edge. Its x-label is in units of resels from the center of the field. A resel, or resolution element has an angular extension of  $\lambda/C$ . Transmission falls from 4.1% (non apodized case) to 2.1%. More detailed examples and results can be seen in Koechlin 2005.



**Fig. 5.** Three-dimensional representation of the PSF resulting from  $Apod_{trig}$ . X and Y label in units of resel, and Z scale in power of 10.

Most of the light that escapes from the central part of the PSF is confined into a pair of orthogonal spikes, rather than spread around as for the PSF of circular zone plates. The dynamic range is high in all the field, except the spikes and their immediate vicinity. Note that the energy contained in these spikes is less than that caused by a standard telescope

spider. In the case of exoplanet imaging, where high dynamic range is required in the whole field, a two-step procedure involving two 45 degrees rotated exposures may be used: a composite image can be obtained by combining the four best diagonal sectors of the 2 images produced. In our case, from 4.5 to 5.5 resels from the center rejection rate is better than  $4 * 10^{-6}$  in more than 90% of the reconstructed field, so imaging is partly conceivable. Beyond 5.5 resels, it gets better than  $2 * 10^{-6}$  in the whole field, being a few  $10^{-7}$  in a large part, but majored by  $2 * 10^{-6}$  for the simulations in section 5 . Studies are carried out to determine the optimum apodization tradeoff for transmission and dynamic range. A possible solution could be a Guyon apodizer design (Guyon 2003, Guyon et al. 2005), the primary phase shift being generated by a shift of the individual apertures positions in the Fresnel array.

#### 4 Achromatizer design

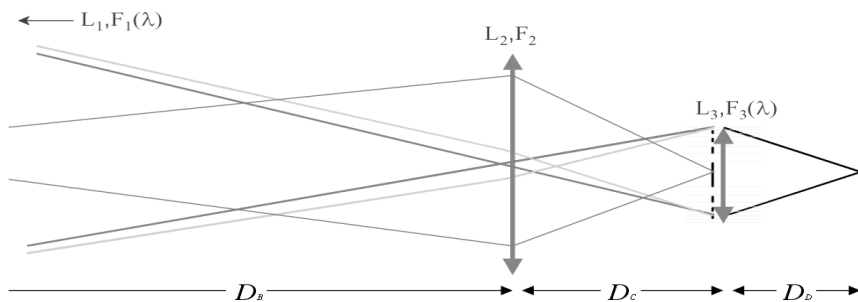
The main difficulty inherent to the Fresnel zone plate concept is its chromatism: a Fresnel zone plate acts as a dispersive grating, wavelengths are focused at distances proportional to  $\frac{1}{\lambda}$ . An achromatisation scheme for holographic lenses, to which Fresnel zone plate is just the binary approximation, has been studied and published by Falklis & Morris (1989). It uses an achromatic optical element, acting as a field lens, which reimages the primary Fresnel zone plate on a secondary one in a pupil plane. This secondary zone plate is small and can be a transmissive or reflective element operating at diffraction order  $m = -1$  , to compensate for the chromatic aberration of the primary. It is coupled to a converging achromatic element, lens or mirror, which leads the beam to converge into a final focal plane. In the formation flying Fresnel array concept, a satellite supports the Fresnel array, another one supports the field optic and focal equipment.

This diffractive correction theoretically works for all wavelengths with no approximation, contrary to chromaticism corrections made with dispersive materials. However, the bandwidth is limited by the size of the field optics. The field optics focuses light from all orders except  $m = 1$  at, or close to the center of the secondary Fresnel optics, where a mask is put to block the light. Moreover, stray light from objects out of the field, not focused by the front array, is focused by the field optics and falls on the edges of the pupil plane. As stated by Faklis & Morris:  $\frac{1}{F_2} = \frac{1}{D_B} + \frac{1}{D_C}$  and  $\frac{1}{F_{3\lambda}} = \frac{1}{D_C} + \frac{1}{D_D} + \frac{D_B^2}{D_C^2} * [\frac{1}{D_A} + \frac{1}{D_B} - \frac{1}{F_{1\lambda}}]$

#### 5 Exoplanet detection

The Fresnel Array concept can be envisioned for the direct detection and characterization of exoplanets, as shown by the following curves. They display the Signal-to-Noise ratio as a function of the central wavelength reimaged by the system, starting at  $\lambda = 380\text{nm}$ , the maximal wavelength being limited by diffraction: the constraint that the star-planet separation is at least 4.5 resels.

The exoplanet signal is the sum of two contributions: the planet's proper emission and the reflection of its star's light. The absorbency of their atmosphere is not taken into account here. The noise is the standard deviation in number of photons from the following sources:



**Fig. 6.** Achromatizer setup :  $D_B$  is the distance from primary array  $L_1$  to field lens  $L_2$  placed in the primary focal plane,  $D_C$  is the distance from  $L_2$  to the  $L_3$  set, and  $D_D$  is the distance from  $L_3$  set to final focal plane. Distance  $D_A$ , not shown, is the distance from the target to the front lens.

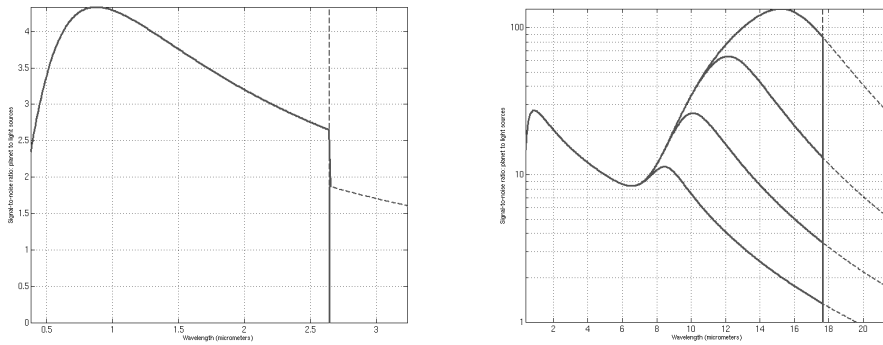
- the residual star light, which depends on the angular star to planet separation, see section 3.
- the zodiacal and exozodiacal emissions: proper emission and diffusion contribution, computed according to "Astrophysical quantities" (Cox & Allen, 1999)
- the thermal emission from the front grid: a baffle protecting the Fresnel grid from direct sun prevents specular reflections and may keep its temperature down to  $\approx 60\text{K}$  without active cooling.

All these contributions are calculated in the same way as in Koechlin 2005 (section 8). However, the Signal-to-Noise curves published here show a more favorable situation, due to the optimized apodization and consequently improved rejection rates exposed in section 3. As before, we have supposed 600-zone arrays. For the two following situations, we have computed the array size required for detection at  $3\sigma$  or better of a planet around a solar-type star at 10 parsecs, in a maximum integration time of 10 hours (two five-hour rotated exposures):

- a cold (150K) Jupiter at 5 ua, 6 m array, 0.5 m field optics, 10 hours of integration (Fig. 7).
- a cold (150K) Jupiter at 5 ua, 40 m array, 3 m field optics, 10 hours of integration, allowing detection in the I.R. (Fig. 8).

## 6 Ground based testbed

We are presently testing the concept with a 80mm size, 22m focal length array (at 630nm). This testbed is located in the clean room at Centre d'Etude Spatiale des Rayonnements (CESR, Toulouse). Sources of different shapes and dynamic range can be placed in the focal plane of a collimator, which turns their emission into a parallel beam. The test zone array focusses that beam. This array is made from 80-micron thick stainless steel, carved by UV laser at "Micro Usinage Laser" (M.U.L., Toulouse). Before reaching focus, the beam goes across of the clean room, is reflected by a flat mirror, and bounces back close to the collimator where the focal setup will be installed. In the next few months an

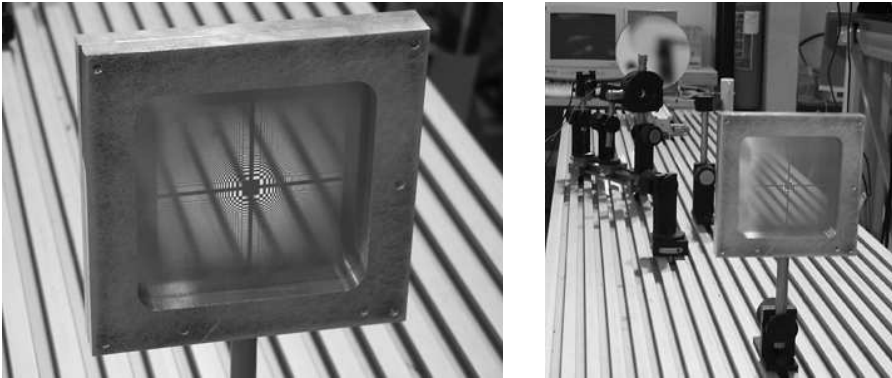


**Fig. 7.** Cold Jupiter at 5 AU, 6m array, 10 hours (two rotated five hours) integration, wavelengths from 380nm to 3.2 $\mu$ m. S/N ratio is higher than 4 at  $\approx$  900nm.

**Fig. 8.** Cold Jupiter at 5 AU, 40m array, 10 hours integration, wavelengths from 380nm to 21 $\mu$ m. The S/N in I.R. depends upon the grid temperature: 40K to 70K, top to bottom curves, but remains  $\geq$  3 out to 17  $\mu$ m below 60K.

achromatizer will be placed, after its design is completed and, essentially, the secondary Fresnel blazed pupil element is realized. Then will be placed the focal instrumentation.

Our major objectives are to demonstrate the feasibility of the achromatizer, to study its performances for on- and off-axis sources, for extended sources, and to study the evolution of the rejection rate compared to theoretical results.



**Fig. 9.** First carved orthogonal apodized Fresnel array: 80mm side, N=58, phase offset  $off=0$ .

**Fig. 10.** Testbed state at the end of October 2005: sources, collimator and Fresnel array.

## 7 Conclusion

We are working on a concept of a high resolution and high dynamic range imager that is able to detect and image exoplanets. It can be considered as an interferometer with a very large number of apertures, which implies a large field-resolution ratio, so it will allow imaging of targets from the inner solar system to extragalactic objects. The light collected over a large area is concentrated on smaller classical optics (e.g. 1/10th of the array size), which plays the role of field optics to form a final image. It requires building precision orders of magnitude less than a reflective surface or standard interferometric array of the same angular resolution and dynamic range, but can only be operated in space, requiring formation flying.

Many aspects of this system remain to be determined before a space project can be envisioned, such as the achromatizer and a better apodization & transmission scheme. The breadboard project under construction at Observatoire Midi Pyrénées will serve for this purpose in the next two years.

This work was supported by the Centre National de la Recherche Scientifique, the Université Paul Sabatier, the Fonds Social Européen and Alcatel Space.

## References

- Aime, C., Soummer, R., Ferrari, A., 2002, *A & A* 389, 334.
- Cox N. Allen C. 1999 "Astrophysical Quantities" 4th ed. (Springer) p. 147.
- Falklis D., Morris G.M., 1989, *Optical engineering*, Vol 28 No 6, 592.
- Guidotti P.Y. , 2004, "Imageur holographique de Fresnel: vol en formation d'un système bi-satellite" mémoire fin d'études, Ecole nationale supérieure de l'aéronautique et de l'espace, Toulouse, France.
- Guyon O., 2003, *A & A* 404, 379.
- Guyon O., Pluzhnik E., Galigher L., Martinache F., Ridgway S., Woodruff R. 2005, *Ap. J.* 622, 744.
- Koechlin L., Serre D., Duchon P. 2004, in "New Frontiers in Stellar Interferometry" *SPIE Proc.* 5491, 1607.
- Koechlin, L., Serre, D., Duchon, P. 2005, *A & A to be published*.
- Lipson S.G., Lipson H., Tannhauser D.S., 1995, *Optical physics*, (Cambridge University Press).
- Massonnet D., 2003 C.N.E.S. patent: un nouveau type de télescope spatial ref 03.13403.
- Nisenson, P. Papaliolios C., 2001, *Ap.J.*, 548, L201.
- Soret J.L., 1875 *Ann.Phys.Chem.*, 159.
- Soummer R., Aime C., Falloon P.E., 2003, *A & A* 397, 1161.
- Waldman G., 1965, *JOSA* 56, 2, 215.
- Young M., 1972, *JOSA* 62, 8, 972.

# Annexe D

Acte publié dans le recueil de la conférence SPIE 2007 : Serre, Koechlin et Deba 2007 [38]

Extrait du copyright transfer form de la société SPIE :

Authors, or their employers in the case of works made for hire, retain the following rights :

(...)

(2) The right to **make and distribute copies** of the Paper for **internal** purposes.

(3) The right to **post** a preprint or reprint of the Paper **on an internal or external server controlled exclusively by the author/employer**, provided that (a) such posting is noncommercial in nature and the Paper is made available to users without a fee or charge ; and (b) the following statement appears on the first page, or screen, of the Paper as posted on the server : (...)

De même que pour l'annexe A, je suis donc au regret de ne pas pouvoir inclure mon propre papier dans la version distribuable de ma thèse ; il est seulement inclus dans la version téléchargeable depuis ma page personnelle (<http://www.ast.obs-mip.fr/serre> en Janvier 2008, mois de dépôt du manuscrit).

Abstract :

This paper presents the results of a Fresnel Interferometric Array testbed. This new concept of imager involves diffraction focussing by a thin foil, in which many thousands of punched subapertures form a pattern related to a Fresnel zone plate. This kind of array is intended for use in space, as a way to realizing lightweight large apertures for high angular resolution and high dynamic range observations. The chromaticity due to diffraction focussing is corrected by a small diffractive achromatizer placed close to the focal plane of the array.

The laboratory test results presented here are obtained with an 8 centimeter side orthogonal array, yielding a 23 meter focal length at 600 nm wavelength. The primary array and the focal optics have been designed and assembled in our lab. This system forms an achromatic image. Test targets of various shapes, sizes, dynamic ranges and intensities have been imaged. We present the first images, the achieved dynamic range, and the angular resolution.

**Keywords :** Orthogonal Fresnel zone plates, interferometric device, achromatism, field-resolution ratio.





# Glossaire

## Vocabulaire spécifique à la grille de Fresnel :

Une grille est constituée d'éléments opaques et d'éléments ouverts.

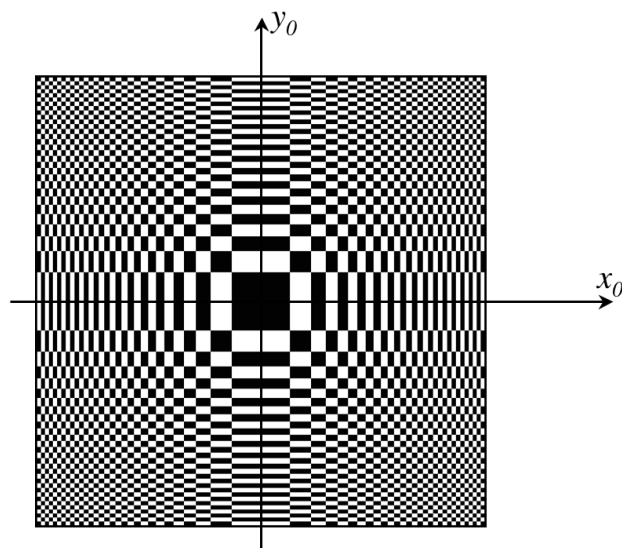
Motif : élément de la grille : peut être soit opaque, soit ouvert.

Ouverture : élément ouvert de la grille.

Zone : ensemble constitué d'un élément opaque et d'un élément ouvert adjacent.

Axes principaux de la grille : dans une grille de Fresnel,  $x_0$  et  $y_0$  sont les axes principaux. Ils sont orthogonaux. Ces deux axes forment le plan de la grille, et les côtés des motifs suivent les directions de ces deux axes. La grille est symétrique par rapport à ces deux axes.

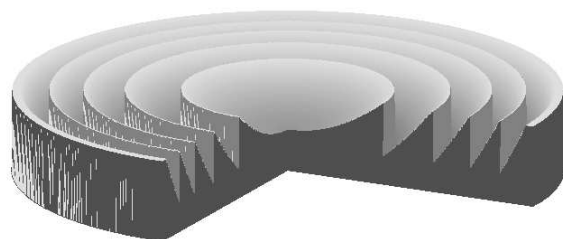
$N$  : Nombre de zones de Fresnel : nombre d'ensembles (élément opaque + élément ouvert adjacent) depuis le centre de la grille vers l'extérieur, **le long d'une coupe de la grille suivant un axe principal de la grille.**



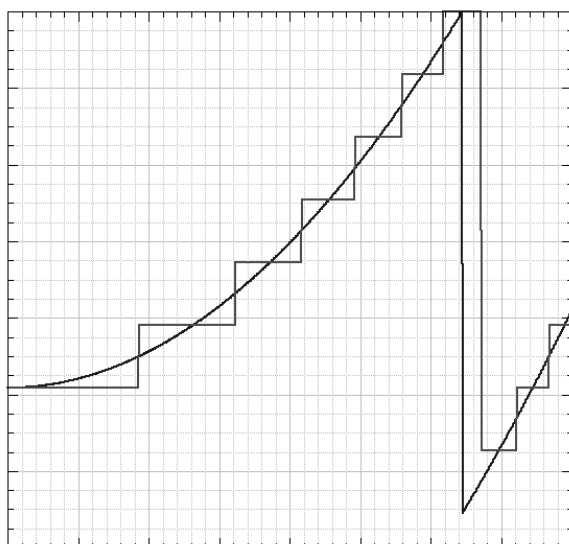
Une grille orthogonale de Fresnel est construite à partir de deux *axes principaux* orthogonaux  $x_0$  et  $y_0$ . La grille est une alternance de *motifs* alternativement opaques et ouverts. Une *zone de Fresnel* désigne un ensemble quelconque motif opaque + motif ouvert. La grille présentée ici possède un nombre de zones de Fresnel  $N$  de 15 : soit le nombre de zones depuis le centre de la grille vers l'extérieur, selon un des deux axes principaux. Le nombre total d'*ouvertures* ( $\equiv$  nombre de motifs ouverts) vaut  $8N^2 - 4N = 1740$  ici.

Vocabulaire spécifique à la lentille de Fresnel divergente :

La lentille de Fresnel divergente est aussi appelée dans ce manuscrit "réseau blazé".



Exemple d'une lentille de Fresnel divergente à 5 zones.



Exemple de profil d'une zone centrale d'une lentille de Fresnel divergente. Les axes sont volontairement sans unité. Deux profils peuvent être vus : un profil continu, et un profil discret. Le terme de "pente" désignera dans le manuscrit le profil d'une zone entière. Le terme de "marché" désignera lui les niveaux constitutifs d'une pente.

# Bibliographie

- [1] C. Aime, R. Soummer, and A. Ferrari. Total coronagraphic extinction of rectangular apertures using linear prolate apodizations. *Astronomy & Astrophysics*, 389 :334–344, July 2002.
- [2] Henri Arsenault. Diffraction theory of fresnel zone plates. *Journal of the Optical Society of America - Letters to the Editor*, 58(11) :1536, 1968.
- [3] Max Born and Emil Wolf. *Principles of Optics : Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light*. Pergamon Press, 1980.
- [4] G.-A. Boutry. *Optique Instrumentale*. Masson et C<sup>ie</sup>, 1946.
- [5] Robert A. Brown. Expectations for the early TPF-C mission. In *Direct imaging of exoplanets : science and techniques*. Cambridge University Press, 2005.
- [6] A. J. Bunker, L. A. Moustakas, and M. Davis. Resolving the stellar populations in a z=4 lensed galaxy. *The Astrophysical Journal*, 531 :95–117, March 2000.
- [7] W. Cash, J. Kasdin, S. Seager, and J. Arenberg. Direct studies of exo-planets with the new worlds observer. In *UV/Optical/IR Space Telescopes : Innovative Technologies and Concepts II. Edited by MacEwen, Howard A. Proceedings of the SPIE, Volume 5899, pp. 274-285 (2005).*, volume 5899, pages 274–285, 2005.
- [8] Yuri M. Chesnokov. A space-based very high angular resolution telescope. *Space Bulletin*, 1(2), 1993.
- [9] N. Cox and C. Allen. *Astrophysical Quantities 4<sup>th</sup> ed.* Springer, 1999.
- [10] J. T. Early. Large space telescopes using fresnel lens for power beaming, astronomy and sail missions. In *BEAMED ENERGY PROPULSION : First International Symposium on Beamed Energy Propulsion*, volume 664 of *AIP Conference Proceedings*, pages 399–410, 2003.
- [11] Thérèse Encrenaz, Jean-Pierre Bibring, Michel Blanc, Maria-Antonietta Barucci, Françoise Roques, and Philippe Zarka. *Le système solaire*. EDP Sciences / CNRS Editions, 2003.
- [12] Dean Faklis and George Michael Morris. Broadband imaging with holographic lenses. *Optical Engineering*, 28(6) :592–598, 1989.
- [13] Dean Faklis and George Michael Morris. Spectral properties of multiorder diffractive lenses. *Applied Optics*, 34(14) :2462–2468, 1995.
- [14] Malcolm Friedlund. *Darwin Science requirements document*, 2005.
- [15] R.W. Gerchberg and W.O. Saxton. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures. *Optik*, 35(2) :237–246, April 1972.

- [16] Alexander V. Goncharov, Mette Owner-Petersen, and Daniil T. Puryayev. Intrinsic apodization effect in a compact two-mirror system with a spherical primary mirror. *Optical Engineering*, 41(12) :3111–3115, 2002.
- [17] R. Gonsalves and P. Nisenson. Calculation of optimized apodizers for a terrestrial planet finder coronagraphic telescope. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 115 :706–711, June 2003.
- [18] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik. *Table of integrals, series and products*. New York : Academic Press, 1965, 4th ed., edited by Geronimus, Yu.V. (4th ed.) ; Tseytlin, M.Yu. (4th ed.), 1965.
- [19] O. Guyon. Phase-induced amplitude apodization of telescope pupils for extrasolar terrestrial planet imaging. *Astronomy & Astrophysics*, 404 :379–387, June 2003.
- [20] E Hasman, N Davidson, and A A Friesem. Efficient multilevel phase holograms for  $\text{CO}_2$  lasers. *Optics Letters*, 16(6) :423–425, 1991.
- [21] Roderick A. Hyde. Eyeglass. 1. very large aperture diffractive telescopes. *Applied Optics*, 38(19) :4198–4212, 1999.
- [22] N. J. Kasdin, R. J. Vanderbei, M. G. Littman, and D. N. Spergel. Optimal one-dimensional apodizations and shaped pupils for planet finding coronagraphy. *Applied Optics*, 44 :1117–1128, March 2005.
- [23] Laurent Koechlin and José-Philippe. Perez. A limit in field-resolution ratio for interferometric arrays. In W. A. Traub, editor, *Interferometry for Optical Astronomy II, in Proceedings of the SPIE.*, volume 4838 of *Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference*, pages 411–415, February 2003.
- [24] Laurent Koechlin, Denis Serre, and Paul Duchon. Field-resolution ratio progresses for interferometric arrays. In Wesley A. Traub and WA Bellingham, editors, *New Frontiers in Stellar Interferometry, in Proceedings of SPIE. Volume 5491.*, volume 5491 of *Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference*, pages 1607–+, October 2004.
- [25] Laurent Koechlin, Denis Serre, and Paul Duchon. High resolution imaging with fresnel interferometric arrays : suitability for exoplanet detection. *Astronomy & Astrophysics*, 443 :709–720, 2005.
- [26] A. Labeyrie. Resolved imaging of extra-solar planets with future 10-100km optical interferometric arrays. *Astronomy & Astrophysics Supplement*, 118 :517–524, September 1996.
- [27] Pierre. Lena. *Méthodes physiques de l'observation*. InterEditions / Editions du CNRS, 1986.
- [28] Uriel Levy, Devid Mendlovic, and Emanuel Marom. Efficiency analysis of diffractive lenses. *Journal of the Optical Society of America*, 18(1) :86–93, 2001.
- [29] Didier Massonnet. Un nouveau type de télescope spatial - Brevet CNES - ref. 03.13403, 2003.
- [30] M. Mayor, D. Queloz, G. Marcy, P. Butler, R. Noyes, S. Korzennik, M. Krockenberger, P. Nisenson, T. Brown, T. Kennesly, C. Rowland, S. Horner, G. Burki, M. Burnet, and M. Kunzli. 51 pegasi. *IAU Circ.*, 6251 :1–+, October 1995.

- [31] NASA-JPL-GSFC. *TPF Coronagraph Flight Baseline 1 Design Interim Status Report*, 2005.
- [32] Athanasios Papoulis. *Systems and Transforms with Applications in Optics*. McGraw-Hill Series in Systems Science. McGraw-Hill, 1968.
- [33] José-Philippe Pérez. *Optique : fondements et applications*. Sciences Sup. Dunod, 2004.
- [34] William H. Press, Brian P. Flannery, Saul A. Teukolsky, and William T. Vetterling. *Numerical Recipes in C : The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, 1988.
- [35] M. Rieke, D. Kelly, S. Horner, and NIRCcam Team. The near infrared camera (nircam) for the james webb space telescope (jwst). In *Bulletin of the American Astronomical Society*, volume 37 of *Bulletin of the American Astronomical Society*, pages 1351–+, December 2005.
- [36] L Schupmann. Die medial-fernrohre : eine neue konstruktion für grosse astronomische instrumente. *Teubner B G*, 1899.
- [37] Denis Serre and Laurent Koechlin. Fresnel interferometric arrays : principle and exploitation. In *EAS Publications Series*, volume 22 of *EAS Publications Series*, pages 253–260, 2006.
- [38] Denis Serre, Laurent Koechlin, and Paul Deba. Fresnel interferometric arrays for space-based imaging : testbed results. In Howard A. MacEwen and James B. Breckinridge, editors, *UV/Optical/IR Space Telescopes : Innovative Technologies and Concepts III, in Proceedings of the SPIE.*, volume 6687 of *Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference*, page 66870I, September 2007.
- [39] D. Slepian and H. Pollak. Prolate spheroidal wave functions, fourier analysis and uncertainty-i. *The Bell System Technical Journal*, 40 :43–62, 1961.
- [40] J. L. Soret. Sur les phénomènes de diffraction produits par les réseaux circulaires. *Archives des Sciences physiques et naturelles*, 52 :320–337, 1875.
- [41] R. Soummer, C. Aime, and P. E. Falloon. Stellar coronagraphy with prolate apodized circular apertures. *Astronomy & Astrophysics*, 397 :1161–1172, January 2003.
- [42] C. C. Steidel, M. Giavalisco, M. Pettini, M. Dickinson, and K. L. Adelberger. Spectroscopic confirmation of a population of normal star-forming galaxies at redshifts  $z > 3$ . *The Astrophysical Journal*, 462 :L17+, May 1996.
- [43] Garry J Swanson and Wilfrid B Veldkamp. Diffractive optical elements for use in infrared systems. *Optical Engineering*, 28(6) :605–608, 1989.
- [44] J. G. Timothy, E. P. Horch, and J. A. Valenti. Results from a further analysis of the first far ultraviolet image of alpha orionis (Betelgeuse, HD 39801). In *Bulletin of the American Astronomical Society*, volume 34, pages 745+. Bulletin of the American Astronomical Society, May 2002.
- [45] Giovanna Tinetti, Visctoria S. Meadows, David Crisp, Nancy Y. Kiang, Brian H. Kahn, Emmanuel Bosc, Evan Fishbein, Thangasamy Velusamy, and Margaret Turnbull. Detectibility of planetary characteristics in disk-averaged spectra II : syntetic spectra and light-curves of earth. *Astrobiology*, 6(6) :881–900, 2006.

- [46] Gary S. Waldman. Variations on fresnel zone plate. *Journal of the Optical Society of America*, 56(2) :215–218, 1965.
- [47] M. Young. Zone plates and their aberrations. *Journal of the Optical Society of America*, 62(8) :972–976, 1972.

# Table des figures

1	Principe de focalisation . . . . .	13
1.1	Focalisation par un miroir . . . . .	19
1.2	Focalisation par une lentille . . . . .	20
1.3	Illustration du principe de Helmholtz-Kirchhoff . . . . .	21
1.4	Vue 1D d'une grille de Fresnel . . . . .	22
1.5	Influence du terme <i>off</i> sur le dessin de la grille de Fresnel . . . . .	22
1.6	Lentille de Soret et ses zones de Fresnel . . . . .	23
1.7	Lentille orthogonale de Fresnel . . . . .	23
1.8	Positionnement des zones de Fresnel pour des lentilles à géométries circulaire et orthogonale . . . . .	24
1.9	Aperçu de la capacité d'imagerie . . . . .	24
1.10	Lentille orthogonale de Fresnel . . . . .	24
1.11	Déphasage à l'intérieur d'une ouverture d'un motif de la grille . . . . .	28
1.12	Image de la PSF d'un réseau orthogonal à 20 zones . . . . .	34
1.13	PSF 3d d'un réseau orthogonal à 20 zones . . . . .	34
1.14	Evolution de la PSF en fonction du nombre de zones en jeu . . . . .	35
1.15	Image de la PSF d'un réseau orthogonal à 300 zones . . . . .	35
2.1	Ecart RMS et P-V : fonction de répartition selon une Gaussienne tronquée. . . . .	39
2.2	PSF monochromatique d'une grille à 100 zones non déformée . . . . .	41
2.3	PSF monochromatique d'une grille à 100 zones déformée . . . . .	41
2.4	Comparaison d'une PSF idéale avec une PSF d'une grille déformée en parallélogramme . . . . .	41
2.5	Comparaison d'une PSF idéale avec une PSF d'une grille à erreur $\lambda/4$ . . . . .	43
3.1	Calcul de la fonction de la contribution en phase en fonction de l'apodisation appliquée . . . . .	46
3.2	Evolution de la dimension de l'ouverture vs l'effet d'apodisation sur le front d'onde . . . . .	48
3.3	Schéma de l'application de l'algorithme Gerchberg-Saxton à la détermination d'une fonction prolate . . . . .	49
3.4	Profils de fonctions prolate . . . . .	50
3.5	PSF de fonctions prolate . . . . .	50
3.6	PSF au foyer primaire de grilles de 300 zones, normalisation au maximum de la PSF non apodisée . . . . .	53
3.7	PSF au foyer primaire de grilles de 300 zones, normalisation au maximum de chacune des PSF . . . . .	54



3.8	PSF 3D d'une grille à 300 zones apodisée prolate, au foyer primaire . . . .	55
3.9	PSF 3D d'une grille à 300 zones apodisée <i>trig</i> de 1 à 0.1, au foyer primaire	55
3.10	Evolution de la PSF en fonction du nombre de zones en jeu, pour une apodisation donnée . . . . .	56
3.11	Evolution de la PSF en fonction du nombre de zones en jeu, pour une apodisation donnée, en nombre de resels réduits . . . . .	56
3.12	Evolution du niveau moyen de la PSF dans un champ de 45 degrés en fonction de différentes valeurs de troncage du cosinus sur les resels centraux	57
3.13	Evolution du niveau médian de la PSF dans un champ de 45 degrés en fonction de différentes valeurs de troncage du cosinus sur les resels centraux	57
3.14	Evolution du niveau moyen de la PSF dans un champ de 45 degrés en fonction de différentes valeurs de troncage du cosinus sur les resels plus externes . . . . .	58
4.1	Profondeur de champ associée à un $\delta\lambda$ . . . . .	62
4.2	Schéma de démo de l'application du principe de Schupmann . . . . .	63
4.3	Schéma de principe de l'achromatisation . . . . .	64
4.4	Dispersion chromatique et limite de la taille de l'optique de champ . . . . .	65
4.5	Schéma de principe de la lentille de Fresnel divergente blazée . . . . .	67
4.6	Zoom sur la zone d'entrée - sortie de la lentille . . . . .	68
4.7	Schéma de principe de l'algorithme de détermination de la surface optimale de la lentille de Fresnel blazée . . . . .	70
4.8	Exemple de profils de lentille réfractive blazée : effet de l'ouverture . . . . .	71
4.9	Exemple de profils de lentille réfractive blazée : effet de l'épaisseur du substrat	71
4.10	Exemple de profils de lentille réfractive blazée : bilan . . . . .	71
4.11	Exemple 3D de profil de lentille réfractive blazée . . . . .	72
4.12	Inscription d'une lentille orthogonale dans un cercle . . . . .	72
4.13	Zoom sur la zone centrale d'une lentille réfractive blazée à $N = 100$ . . . . .	74
4.14	Evolution de la forme du front d'onde émergent avec la longueur d'onde . .	76
4.15	Profils d'une lentille réfractive blazée à $N = 100$ . . . . .	78
4.16	Evolution de l'indice de la silice . . . . .	78
4.17	Evolution de l'efficacité de transmission en fonction de la longueur d'onde et du nombre de niveaux de la lentille . . . . .	79
4.18	Evolution de la forme du front d'onde émergent pour la longueur d'onde de blaze si la lentille n'est pas utilisée à sa conjugaison de design . . . . .	80
4.19	Longueur d'onde de blaze optimale . . . . .	82
4.20	Effet d'un décalage de la pupille et de la Fresnel blazée . . . . .	83
4.21	Schéma de principe de l'achromatisation, lentille blazée et masques en place	84
5.1	Schéma de propagation global . . . . .	88
5.2	Schéma de démo de l'application du principe de Schupmann . . . . .	91
5.3	Schéma de démo de l'application du principe de Schupmann complété . . .	93
5.4	Quart central d'une PSF d'une grille de 300 zones, au foyer direct . . . . .	95
5.5	Quart central d'une PSF d'une grille de 300 zones, au foyer final, sans masque d'ordre 0, en imagerie monochromatique . . . . .	95
5.6	Quart central d'une PSF d'une grille de 300 zones, au foyer final, avec masque d'ordre 0, en imagerie monochromatique . . . . .	96

5.7	Quart central d'une PSF d'une grille de 300 zones, au foyer final, avec masque d'ordre 0, en imagerie polychromatique . . . . .	96
5.8	Quart central d'une PSF d'une grille de 300 zones, au foyer final, avec masque d'ordre 0, en imagerie polychromatique, avec une lentille blazée réaliste . . . . .	97
5.9	Comparaison de la dynamique pour une bande passante spectrale passante, avec une lentille blazée $\forall \lambda$ . . . . .	98
5.10	Etat du front d'onde juste avant le masque d'ordre 0 . . . . .	100
5.11	Etat du front d'onde après la mise en place du masque d'ordre 0 . . . . .	100
5.12	Image au plan pupille . . . . .	101
5.13	Quart central d'une PSF d'une grille de 300 zones, au foyer final, avec masque d'ordre 0 "petit", en imagerie monochromatique, avec une apodisation prolate . . . . .	102
5.14	Quart central d'une PSF d'une grille de 300 zones, au foyer final, avec masque d'ordre 0 "grand", en imagerie monochromatique, avec une apodisation prolate . . . . .	102
5.15	PSF en fonction de la dimension du masque d'ordre 0 . . . . .	103
5.16	Evolution du nombre de resels du champ image en fonction de nombre de zones $N$ de la grille . . . . .	104
5.17	Evolution de la dynamique au foyer terminal en fonction de nombre de zones $N$ de la grille . . . . .	105
5.18	Apperçu de la psf d'une grille de Fresnel à 300 motifs apodisée par $T_{trig}$ . . . . .	106
5.19	Grille "fractale" à haut taux de transmission . . . . .	108
5.20	Grille sinusoïdale à haut taux de transmission . . . . .	108
6.1	Vue du collimateur . . . . .	115
6.2	Mire "galaxie" servant de source . . . . .	115
6.3	Vue de la grille de Fresnel . . . . .	117
6.4	Dispositif d'achromatisation . . . . .	117
6.5	Exemple de masque d'ordre 0 . . . . .	118
6.6	Réseau correcteur non blazé, mis en place dans son barrillet . . . . .	118
6.7	Réseau correcteur blazé, mis en place dans son barrillet . . . . .	120
6.8	Profil de la lentille blazée usinée . . . . .	120
6.9	Zoom sur le profil de la lentille blazée . . . . .	121
6.10	Courbe d'efficacité de la lentille de Fresnel blazée usinée . . . . .	121
6.11	Réponse spectrale du capteur Sony ICX285 . . . . .	122
7.1	Image de la mire "galaxie" avec le réseau correcteur non blazé . . . . .	124
7.2	Image de la mire "galaxie" avec le réseau correcteur blazé . . . . .	124
7.3	Image du réseau correcteur non blazé, vu par le prototype d'imageur de Fresnel . . . . .	124
7.4	Résolution angulaire à différentes longueurs d'onde . . . . .	126
7.5	Illustration de la présence de turbulence dans la salle blanche . . . . .	127
7.6	Profil du spectre d'une LED centrée sur 601nm . . . . .	127
7.7	Comparaison des PSF théoriques et réelles . . . . .	128
8.1	Etendue de faisceau d'une source d'extension angulaire inférieure au resel . . . . .	136

---

8.2	Etendue de faisceau d'une source d'extension angulaire supérieure au resel	136
8.3	Zones du plan image seuillées à $2e-6$	142
8.4	Zones du plan image seuillées à $1e-7$	142
8.5	Evolution du rapport signal à bruit pour une exo-Terre - grille 40m actuelle	144
8.6	Evolution du rapport signal à bruit pour une exo-Jupiter - grille 40m actuelle	144
8.7	Evolution du rapport signal à bruit pour une exo-Terre - grille 40m future	145
8.8	Evolution du rapport signal à bruit pour une exo-Jupiter - grille 40m future	145
8.9	Evolution du rapport signal à bruit pour une exo-Jupiter - grille 4m	146
8.10	Performances des instruments futurs	148
8.11	Performances des instruments futurs : situation de l'imageur de Fresnel	149
8.12	Effet de défocalisation des longueurs d'onde extrêmes au niveau de l'optique de champ	151





**AUTHOR** : Denis SERRE

**TITLE** : The Fresnel Interferometric Imager : a space-based telescope for High Angular Resolution observations

**SUPERVISOR** : Laurent KOECHLIN

**DEFENDED** : the 4<sup>th</sup> of October 2007 at the Observatoire Midi-Pyrénées, France

---

## Abstract

The Fresnel Interferometric Imager is a concept of space-based telescope aiming to dramatically increase the high angular resolution and high dynamic range imaging capabilities in the ultraviolet, visible and infrared wavelength domains.

This telescope uses as entrance pupil not a reflective or refractive device (mirror or lens), but instead an interferometric one, involving hundreds thousands of "basic" sub-apertures. These are mere holes punched in a large and thin foil. Their positioning law, which is close to but different from that of a Soret zone plate, causes focalisation (beam combination) by diffraction and interference. This optical scheme strongly reduces manufacturing and positioning constraints. However, as this entrance pupil is nothing but a special kind of diffraction grating, a focal module is needed to form an achromatic image onto a final focal plane.

The first part of this thesis studies the needs and designs of the Fresnel Interferometric Imager constituting elements, and presents the associated performances and limitations. The second part describes a breadboard project which I had the opportunity to develop and work on, illustrating experimentally the efficiency of this concept. Finally, the third part presents some possible astrophysical targets for a wide aperture Fresnel Imager.

---

**KEYWORDS** : High angular resolution, high contrast imaging, field-resolution ratio, interferometry, wavefront propagation, Point Spread Function, Fresnel zones, achromatism, breadboard testbed, formation flying, exoplanet detection.

**AUTEUR :** Denis SERRE

**TITRE :** L'Imageur Interférométrique de Fresnel : un instrument spatial pour l'observation à Haute Résolution Angulaire

**DIRECTEUR DE THESE :** Laurent KOEHLIN

**DATE ET LIEU DE SOUTENANCE :** 4 Octobre 2007 au Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse-Tarbes, Observatoire Midi-Pyrénées (France)

---

## Résumé

L'Imageur Interférométrique de Fresnel est un concept de télescope spatial dont l'objectif est d'améliorer significativement les capacités d'imagerie à haute résolution angulaire et haute dynamique, et ce dans les domaines spectraux ultraviolet, visible et infrarouge.

Dans un télescope classique, la focalisation s'obtient par l'utilisation d'un miroir ; dans le cas de l'Imageur Interférométrique de Fresnel, elle s'obtient par l'utilisation d'un masque diffractant comportant des dizaines ou des centaines de milliers d'ouvertures individuelles, réparties sur un support plan selon une loi se rapprochant de la disposition des anneaux d'une lentille zonée de Soret. Les contraintes de masse et de précision de fabrication de l'optique focalisatrice sont ainsi considérablement relâchées, ouvrant une voie pour concevoir un observatoire possédant une pupille d'entrée de très grande dimension. En revanche, de par la nature dispersive de cette optique, un module focal placé à grande distance est nécessaire pour achromatiser et mettre en forme l'image.

La première partie de cette thèse est consacrée à la détermination des caractéristiques des éléments constitutifs de ce type d'imageur, et à l'étude des performances et limitations associées. La deuxième partie est elle dévolue à la description et à la présentation des performances d'un prototype sol montrant expérimentalement la validité du concept. Enfin, la troisième partie étudie les objectifs astrophysiques possibles d'un Imageur de Fresnel opérationnel.

---

**MOTS-CLEFS :** Haute résolution angulaire, haute dynamique, rapport champ-résolution, interférométrie, propagation de front d'onde, fonction d'étalement du point, zones de Fresnel, achromatisation, prototype sol, vol en formation, détection d'exoplanètes.

---

**DISCIPLINE ADMINISTRATIVE :** Astrophysique - Instrumentation

---

Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse-Tarbes  
Université de Toulouse, CNRS  
14 Avenue Edouard Belin  
31400 Toulouse  
FRANCE

