



HAL
open science

**Suivi en fatigue et vieillissement humide de la ténacité
d'interfaces de délaminage dans des assemblages
multicouches comprenant des composites carbone-époxy
à renforts textiles**

Odnel Calme

► **To cite this version:**

Odnel Calme. Suivi en fatigue et vieillissement humide de la ténacité d'interfaces de délaminage dans des assemblages multicouches comprenant des composites carbone-époxy à renforts textiles. Mécanique [physics.med-ph]. Université Claude Bernard - Lyon I, 2007. Français. NNT : . tel-00232714

HAL Id: tel-00232714

<https://theses.hal.science/tel-00232714>

Submitted on 1 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE

présentée

devant l'**UNIVERSITE CLAUDE BERNARD - LYON 1**

pour l'obtention

du **DIPLOME DE DOCTORAT**

(arrêté du 7 août 2006)

Discipline :

Mécanique des Multi-matériaux

présentée et soutenue publiquement le

29 Novembre 2007

par

Odnel CALME

Ingénieur de l'Ecole Nationale Supérieure
des Techniques Industrielles et des Mines de Douai

TITRE :

Suivi en fatigue et vieillissement humide de la ténacité d'interfaces
de délaminage dans des assemblages multicouches comprenant des
composites carbone-époxy à renforts textiles

Directeur de thèse :
Prof. David BIGAUD

JURY :	Prof. Ali LIMAM	Président
	Prof. Shahram AIVAZZADEH	Rapporteur
	Prof. Alain VAUTRIN	Rapporteur
	Prof. Christophe BINETRUY	Examineur
	M. Claude DAUPHIN	Examineur
	Prof. David BIGAUD	Directeur de thèse
	Prof. Patrice HAMELIN	Co-directeur de thèse



Laboratoire de Génie Civil et d'Ingénierie Environnementale
E.A.4126

LGCIE - Site Bohr Université Claude Bernard Lyon1
82 bd Niels BOHR, la DOUA 69622 VILLEURBANNE Cedex FRANCE



Remerciements

Mes remerciements s'adressent en premier lieu à mes responsables pédagogiques, les professeurs David Bigaud, et Patrice Hamelin, en vertu des partenariats amicaux qu'ils ont su établir avec Hexcel Composites Dagneux, avec l'Institut Français Textile Habillement et avec l'entreprise SISO, fournisseurs des matériaux étudiés au sein de la présente thèse.

Je tiens à témoigner de ma reconnaissance envers l'investissement personnel des ingénieurs et techniciens de Hexcel Composites Dagneux, qui ont consacré librement une part précieuse de leur temps de travail ou temps machine à mes projets, avec patience, justesse et savoir-faire. Mes remerciements s'adressent ici à l'ensemble du personnel du bâtiment B16, et plus particulièrement à :

Claude Dauphin, Directeur du département Support Technique,
Stefan Costantino,
Frédéric Odouard,
Jimmy Grondin,
Christian Bonnenfant,
Sarah Lasfargues,
Patricia Ballant,
Hubert Croizat,
Renan Fournier-Le Ray,
Nicolas Mercier,
Cédric Bonafoux,
Dominique « Doumé » Lespitallier.

Que soient remerciés également les stagiaires de l'Université Lyon1 dont la collaboration estivale de 2004 m'aura finalement été fructueuse au-delà de toute attente,

Jérôme Andrieux (ISTIL)
David Benatti (ISTIL)
Yohann Bégé (ISTIL)
Mansour Ekraïem (DEA Polymères et Composites).

Pour leur soutien logistique et convivial, j'adresse mes remerciements les plus cordiaux aux membres et collègues de feu l'EA1897, dont spécialement :

Samira Souidi,
Laurence Curtil,
Emmanuel Ferrier,
Gérard Lagarde,
Amir Si Larbi,
Sylvie Ronnel,
Bernard Sage.

Merci aux rapporteurs et membres du jury d'avoir accepté de juger ce travail.

Table des matières

Remerciements	3
Nomenclature	11
Résumé en français	17
Summary in english	19
Introduction générale	21
Partie I : Revue bibliographique	25
Section 1. Contexte Génie Civil et Transport	27
<hr/>	
Chapitre 1^{er}. Notion de multi-matériau multifonctionnel	
1.1. Introduction	27
1.2. Multi-matériaux multicouches du Génie Civil	27
1.2.1. Applications	27
1.2.2. Enjeux	27
1.2.3. Méthodes de mise en œuvre	28
1.3. Multi-matériaux multicouches du Transport	29
1.3.1. Applications	29
1.3.2. Enjeux	30
1.3.3. Clés de la tenue au feu et à la fatigue.....	31
1.4. Conclusions	32
Section 2. Paramètres du suivi de l'endommagement	33
<hr/>	
Chapitre 2. Comportement linéaire des matériaux composites	33
2.1. Introduction	33
2.2. Caractéristiques instantanées	33
2.2.1. Loi de Hooke généralisée	34
2.2.2. Degré d'anisotropie et caractéristiques indépendantes	36
2.2.3. Relations additionnelles entre caractéristiques	37
2.3. Aspects théoriques du comportement des stratifiés	38
2.3.1. Comportement du pli	38
2.3.2. Comportement d'un multicouche	39
2.4. Conclusions	43
Chapitre 3. Endommagement des matériaux composites	44
3.1. Introduction	44
3.1.1. Des défauts initiaux à la création de défauts	44
3.1.2. De la coalescence de défauts à la propagation de fissure	44
3.2. Fatigue des matériaux composites à fibres longues et matrice organique therm durcissable	45

3.2.1. Définitions.....	45
3.2.1.1 Droites de Wöhler	45
3.2.1.2. Statistique de Weibull.....	46
3.2.2. Comportements en fatigue des matériaux étudiés.....	47
3.3. Effets de l'humidité relative sur les composites.....	49
3.4. Conclusions	52
Chapitre 4. Rupture interfaciale des éléments de structure multicouches.....	53
4.1. Introduction	53
4.2. Mécanique de la rupture des composites.....	53
4.3. Analyse des contraintes et déformations.....	54
4.4. Notion de ténacité pour les matériaux orthotropes	58
4.5. Conclusions.....	60
Chapitre 5. Vers une mécanique de la rupture unifiée.....	61
5.1. Introduction	61
5.2. Fatigue dynamique entaillée.....	61
5.3. Insuffisances du modèle de Griffith.....	61
5.4. Nouvelles approches théoriques de la fissure	62
5.5. Introduction aux modèles de zone cohésive.....	65
5.6. Modèle implémenté sous ANSYS.....	66
5.7. Conclusions	67
Conclusions de la Partie I.....	68
Partie II : Modélisation des fissures de délaminage.....	69
Section 3. Décohésion au bord avec amorçage	71
<hr/>	
Chapitre 6. Présentation des matériaux de l'interface observée.....	71
6.1. Avant-propos.....	71
6.2. Aluminium.....	72
6.2.1. Loi de comportement locale théorique.....	73
6.2.2. Loi de comportement structurelle expérimentale.....	74
6.3. Composite	83
6.4. Adhésif.....	86
Chapitre 7. Contraintes de cisaillement et de pelage dans l'adhésif	88
7.1. Contraintes dues à la flexion.....	88
7.1.1. Contraintes de cisaillement.....	89
7.1.2. Contraintes de pelage	93
7.2. Contraintes résiduelles dues à la mise en œuvre.....	95
7.2.1. Contraintes dues à la pression dans l'autoclave	95
7.2.2. Contraintes dues à la différence de dilatation thermique	96
7.2.2.1. Contraintes de cisaillement.....	96
7.2.2.2. Contraintes de pelage	98

Chapitre 8. Description du phénomène d’amorce de rupture.....	100
8.1. Lien avec la ténacité interfaciale.....	100
8.2. Traitements de surface.....	101
8.2.1. Composite.....	101
8.2.2. Aluminium.....	101
8.3. Calcul du taux de restitution d’énergie élastique.....	102
8.4. Longueur d’amorçage.....	107
8.5. Corrélation théorie expérience.....	108
8.5.1. Statique.....	108
8.5.2. Fatigue.....	111
8.6. Vers une interface endommageable de type fragile.....	112
8.7. Conclusions.....	113
Section 4. Amorçage et propagation interlaminaires	115
<hr/>	
Chapitre 9. Présentation des matériaux testés.....	115
9.1. Avant-propos.....	115
9.2. Préformes textiles pour composites.....	116
9.3. Tubes composites à renforts tressés.....	117
9.4. Caractéristiques élastiques linéaires orthotropes.....	118
Chapitre 10. Modélisation de l’essai de compression latérale.....	120
10.1. Etat de contrainte par la théorie classique.....	120
10.1.1. Contraintes de flexion et compression.....	120
10.1.2. Contrainte de cisaillement transverse.....	122
10.2. Comparaison à l’expérience.....	128
10.3. Modélisation des contraintes à l’échelle mésoscopique.....	135
10.3.1. Contrainte radiale aux parois du tube étudié.....	135
10.3.1.1. Déplacements de la fibre médiane.....	135
10.3.1.2. Formulation du chargement pariétal.....	137
10.3.2. Présentation de la méthode des potentiels.....	139
10.3.3. Prise en compte de l’anisotropie.....	142
10.3.4. Approche sérielle.....	145
10.3.5. Résolution.....	147
10.4. Corrélation théorie expérience.....	148
10.4.1. Simulation aux éléments finis.....	148
10.4.2. Scénario d’initiation et d’amorçage.....	152
10.4.2.1. Scénario d’initiation.....	153
10.4.2.2. Scénario de rupture par amorçages successifs.....	155
10.4.3. Conclusions sur les aspects statiques.....	159
10.5. Fatigue interlaminaire.....	160
10.5.1. Expérimentation.....	160
10.5.2. Modélisation.....	163
10.5.3. Bilan sur la ténacité en fatigue interlaminaire.....	164
10.6. Méthodologie générale de simulation numérique.....	165
Conclusions de la Partie II.....	173

Partie III : Application à l'étude de la durabilité d'une interface collée175

Section 5. Propriétés instantanées en élasticité linéaire 177

Chapitre 11. Introduction à l'étude de durabilité.....	177
11.1. Présentation de la démarche.....	177
11.2. Nature et mise en œuvre des matériaux.....	178
11.3. Pré-étude du vieillissement accéléré.....	178
11.3.1. Compression après impacts répétés (CAIR).....	179
11.3.2. Immersion en eau bouillante.....	180
11.3.3. Résultats.....	180
11.3.4. Interprétation des résultats – Conclusions.....	182

Chapitre 12. Caractéristiques équivalentes de l'adhésif au sein de l'interface.....	183
12.1. Introduction.....	183
12.2. Traction dans le plan.....	185
12.2.1. Acquisition des données expérimentales.....	185
12.2.2. Écriture des équations du système inverse.....	186
12.2.3. Résolution et observations.....	189
12.3. Flexion avec cisaillement transverse.....	191
12.3.1. Acquisition des données expérimentales.....	191
12.3.2. Écriture des équations du système.....	192
12.3.3. Résolution et observations.....	194
12.4. Conclusions sur les premiers essais statiques.....	195

Chapitre 13. Caractérisation de l'interface homogène.....	196
13.1. Principe d'homogénéisation.....	196
13.2. Démarche expérimentale.....	196
13.3. Relations mise en œuvre - propriétés élastiques.....	202
13.3.1. Cas du module de cisaillement.....	202
13.3.2. Cas du module de flexion.....	205
13.4. Conclusions.....	206

Section 6. Propriétés différées en viscoélasticité linéaire 207

Chapitre 14. Caractéristiques à long terme et ténacité.....	207
14.1. Principe et mise en œuvre de la démarche.....	207
14.1.1. Introduction théorique.....	207
14.1.2. Dispositif expérimental d'analyse harmonique.....	212
14.1.2.1 Diagnostic et palliatif des problèmes de fiabilité instrumentale.....	213
14.1.2.2 Détermination théorique de ${}^{b-e}\bar{K}_{DMA}$	218
14.1.3. Transposition approximative de la rigidité en modules.....	219
14.1.3.1. Eprouvettes non vieilles.....	219
14.1.3.2. Eprouvettes vieilles.....	220
14.1.4. Courbes maîtresses des échantillons testés.....	221

14.1.5. Modélisation viscoélastique du comportement des interfaces.....	224
14.1.5.1. Représentation dans le plan complexe	224
14.1.5.2. Première approche de l'identification graphique	227
14.2. Influence à long terme de l'environnement humide.....	229
14.2.1. Présentation des essais à réaliser	229
14.2.1.1. Mode I: étude analytique de l'éprouvette de G_{Ic} homogénéisée	229
14.2.1.2. Mode II : exploitation des courbes expérimentales	232
14.2.2. Étude cinétique de la diffusion	233
14.2.2.1. Procédure expérimentale.....	233
14.2.2.2. Résultats des expériences	234
14.2.3. Suivi des ténacités.....	237
14.2.3.1. Pertes de rigidités.....	237
14.2.3.2. Suivi de G_{Ic} et G_{IIc}	237
14.2.4. Suivi des courbes maîtresses	240
14.2.4.1. Correction des courbes maîtresses après vieillissement	241
14.2.4.2. Equivalence temps-température-endommagement	244
14.2.4.3. Bilan des propriétés viscoélastiques différées	248
14.2.5. Evolution des paramètres du modèle numérique	250

Conclusions de la Partie III	251
---	-----

Conclusions et perspectives	253
--	-----

Références bibliographiques.....	257
----------------------------------	-----

Liste des Tableaux.....	267
-------------------------	-----

Liste des Figures	271
-------------------------	-----

Annexes.....	283
--------------	-----

ANNEXE 1: Application au cas orthotrope de l'étude du cisaillement plan d'une plaque isotrope déduite de Timoshenko et Goodier [TIMO(1970)].....	285
---	------------

ANNEXE 2: « Input listings » des calculs symboliques effectués sous MAPLE.....	289
---	------------

ANNEXE 3: Courbes d'analyse dynamique non corrigées des composites collés et leur interprétation succincte	303
---	------------

ANNEXE 4: Développements analytiques conduisant des courbes maîtresses aux fonctions de fluage, inspirés par Mailler [MAIL(1996)]	307
--	------------

Nomenclature

$G_{ij}(45^\circ)$	Module de Coulomb mesuré à 45° dans le plan d'orthotropie (i,j)
$\nu_{ij}(45^\circ)$	Coefficient de Poisson mesuré à 45° dans le plan d'orthotropie (i,j)
$E_i(45^\circ)$	Module de Young mesuré à 45° dans le plan d'orthotropie (i,j)
$f_{0.2}$	Limite d'élasticité conventionnelle en traction de l'aluminium
ε_p	Déformation plastique de l'aluminium
$M_{0.2}$	Moment élastique conventionnel de poutre aluminium
$\chi_{0.2}$	Courbure de la section droite du barreau aluminium à la limite élastique
ε_0	Déformation du Plan Moyen Géométrique
K_0	Rigidité initiale de courbe force-déplacement
$\bar{K}_0, \bar{M}_{0.2}, \bar{\chi}_{0.2}$	Valeurs moyennes des paramètres $K_0, M_{0.2}, \chi_{0.2}$
E_t	Module tangent
σ_y	Contrainte au seuil d'écoulement
ν_c	Coefficient de Poisson de la colle
M_i	Moment de flexion dans le substrat i
N_i	Effort normal transmis par l'interface au substrat i
S_i	Surface de la section droite du substrat i
h_i	Epaisseur du substrat i
I_i	Inertie de section droite du substrat i
T_i	Effort tranchant dans le substrat i
u_i	Déplacement longitudinal à l'interphase liée au substrat i
$u_{alu}^{\Delta T}, u_{compo}^{\Delta T}$	Déplacements d'interphases longitudinaux d'origine thermique

τ	Contrainte de cisaillement constante dans l'épaisseur du joint de colle
D_{11}	Coefficient de la matrice de rigidité en flexion du multicouche
$\sigma_z^{flexion}$	Contrainte de pelage dans l'adhésif due au chargement de flexion
$\sigma_{z,résiduel}^{\Delta P}$	Contrainte de pelage résiduelle due aux variations de pression
$\alpha_{alu}, \alpha_{compo}$	Coefficients de dilatation thermique linéaires des substrats
G_c	Energie surfacique critique d'amorçage, ténacité
F_c, P_c	Charges critiques d'amorçage dans des structures
U	Energie de déformation élastique contenue dans une structure
U_{flex}	Energie de déformation élastique due à la flexion
a, a_0	Longueur de fissure, longueur initiale de fissure
$C(a)$	Complaisance d'une structure présentant une fissure de longueur a
$\gamma(a)$	Energie de déformation élastique d'origine thermique restante dans une structure présentant une fissure de longueur a
$N_{\Delta T}, \tau^{\Delta T}$	Effort normal, contrainte de cisaillement d'origine thermique
$G_c^{interface}$	Ténacité propre à l'interface
$G_c^{assemblage}$	Taux de restitution d'énergie élastique critique de l'assemblage
δ, δ_c	Déplacement imposé, valeur critique de déplacement imposé
N_c	Nombre de cycles de fatigue critique entraînant un amorçage
$\nu_{yx(zi)}, E_{x(zi)}, E_{y(zi)}, G_{xy(zi)}$	Caractéristiques élastiques de zone interfaciale homogène
$\hat{\beta}, \hat{\gamma}$	Positions des ruptures fragiles sur le quadrant de cylindre écrasé latéralement
P_0	Charge d'écrasement à la limite élastique
δ_0	Déplacement vertical à la limite élastique
$E_{22} I$	Rigidité de flexion du cylindre

r_0, r_1, r_2, L, t	Rayon moyen, rayons interne et externe, longueur, épaisseur du cylindre
$M(\theta)$	Moment de flexion élastique à l'angle θ
$U(\theta), V(\theta)$	Déplacements horizontal et vertical à l'angle θ
$r_m(\theta)$	Expression polaire de la déformée
$\sigma_{\theta\theta}(r, \theta), \sigma_{rr}(r, \theta), \tau_{r\theta}(r, \theta)$	Contraintes tangentielle, radiale et de cisaillement en coordonnées polaires
$\varepsilon^0_{\theta\theta}(\theta), \varepsilon_{\theta\theta}(r, \theta)$	Déformations de membrane et de flexion en coordonnées polaires
$\sigma_{yy}(x, y), \sigma_{xx}(x, y), \tau_{xy}(x, y)$	Contraintes normales et de cisaillement en coordonnées locales cartésiennes
$u(x, y), v(x, y)$	Déplacements normaux en coordonnées locales cartésiennes
$\varepsilon_{xx}(x, y), \varepsilon_{yy}(x, y), \gamma_{xy}(x, y)$	Déformations normales et de cisaillement transverse en coordonnées locales cartésiennes
Φ, Ψ	Fonctions potentielles des contraintes
ζ, ξ, ς	Coefficients d'anisotropie de l'équation de compatibilité
n	Rang du développement en série
F.M.V.	Fissure Majeure Virtuelle
θ^*	Position angulaire du locus d'initiation de Fissure Majeure Virtuelle
r_d	Position radiale de l'interface de délaminage
ΔU	Energie de déformation élastique restituée à l'amorçage
$[\theta_{min}, \theta_{max}]$	Etendue angulaire de la Fissure Majeure Virtuelle
$\underline{G}_{I+II} c^*$	Taux critique en mode mixte I+II à l'initiation de la F.M.V.
$N_{20\%}$	Nombre moyen de cycles de fatigue conduisant à une perte de 20% de rigidité
G_I, G_{II}	Taux de restitution d'énergie élastique numériques tenant compte de la dépendance au maillage

$\delta_n, \delta_t, \bar{\delta}_n, \bar{\delta}_t$	Paramètres de séparation du modèle de zone cohésive
σ_{max}, τ_{max}	Paramètres de contrainte maximale du modèle de zone cohésive
$[\theta_n / \bar{\omega}]_s$	Désignation d'une interface homogénéisable constituée d'un empilement symétrique de $2n$ plis de textile préimprégné orientés à θ° de part et d'autre d'un pli central d'adhésif renforcé dont les fibres sont orientées à ω°
${}^{3p}\bar{K}_{stat}$	Rigidité en flexion trois points statique d'une interface $[\theta_n / \bar{\omega}]_s$
$\bar{G}_{13}^{inter}, \bar{Q}_{11}^{inter}$	Modules de cisaillement et de traction d'une interface $[\theta_n / \bar{\omega}]_s$ considérée homogène
V_f	Taux volumique de fibres moyen des substrats présents dans l'interface $[\theta_n / \bar{\omega}]_s$
$\tilde{G}_{13}^{compo}, \tilde{G}_{13}^{adh}, \tilde{Q}_{11}^{adh}$	Paramètres du modèle micromécanique phénoménologique
$\underline{K}^*(\omega, T)$	Rigidité dynamique d'une interface $[\theta_n / \bar{\omega}]_s$ considérée homogène en fonction de la température T et de la pulsation ω
$\dot{\delta}$	Vitesse de déplacement imposée
$\hat{\omega}$	Pulsation de coïncidence entre les vitesses de courbure statique en flexion trois points et dynamique en flexion bi-encastree d'une interface $[\theta_n / \bar{\omega}]_s$
${}^{b-e}\bar{K}_{DMA}$	Rigidité en flexion bi-encastree statique d'une interface $[\theta_n / \bar{\omega}]_s$
f_c	Facteur de correction des mors en analyse dynamique

' , ''	Désignent des rigidités ou des modules de conservation (') et de perte (') en analyse dynamique
${}^{b-e}\bar{K}_{DMA}^*$	Notation complexe de la rigidité dynamique d'une interface $[\theta_n / \bar{\omega}]_s$
D_{VH}	Fonction de dégradation homogène de propriétés en vieillissement humide
${}^{b-e}\bar{K}_{DMAVH}$	Rigidité en flexion bi-encastree statique d'une interface $[\theta_n / \bar{\omega}]_s$ affectée par le vieillissement humide
${}^{3p}\bar{K}_{statVH}$	Rigidité en flexion trois points statique d'une interface $[\theta_n / \bar{\omega}]_s$ affectée par le vieillissement humide
G_{Ic}, G_{IIc}	Taux critiques de restitution d'énergie de déformation élastique en modes de pelage (I) et de cisaillement (II)

Résumé en français

Le thème général de ce travail de recherche s'inscrit dans le cadre de la mécanique des assemblages multicouches. Ils sont de plus en plus utilisés dans les domaines du Transport - matériaux hybrides métal/composite - et du Génie Civil - renforcement parasismique par composite, allègement de poutres par collage acier / composite, structures mixtes collées acier / béton.

La présence de ces assemblages dans les structures mène à étudier les occurrences de nouveaux modes de défaillance liés spécifiquement aux problèmes de stabilité des interfaces. Le problème mécanique envisagé est celui de la modélisation des fissurations de délaminage, aussi bien au sein des zones interlaminaires des composites à renfort textiles que des joints de colle utilisés pour leur assemblage. Notre approche de la durabilité consiste à réévaluer la ténacité d'une interface, consécutivement à l'action dégradante d'un environnement artificiel, de façon à permettre la reconsidération des problèmes de stabilité vis-à-vis d'une charge critique d'amorçage susceptible d'évoluer.

Dans une première partie, le formalisme par représentation tensorielle des lois de comportement des multicouches dans le cadre de l'élasticité homogène et anisotrope est présenté. Les différentes causes possibles des transformations irréversibles associées au comportement non linéaire sont déclinées en trois facteurs principaux d'endommagement à reproduire en laboratoire: la fatigue, l'impact, et le vieillissement humide. Les hypothèses de la mécanique linéaire élastique de la rupture sont ensuite présentées comme un cadre pour la modélisation des conséquences de l'accumulation des défauts. Les développements analytiques mettant en œuvre la méthode de Griffith sont comparés aux méthodes incorporant des densités d'énergie surfaciques de type Barenblatt, introduisant ainsi la simulation numérique des fissures par modèle de zone cohésive.

Dans une deuxième partie, deux études de cas sont présentées : le décollement en extrémité de joint d'une interface collée aluminium/composite, et le délaminage d'une interface courbe dans un stratifié carbone-époxy tubulaire.

Le calcul analytique des contraintes dans l'interface aluminium/composite cuite en autoclave est effectué à l'aide des éléments de réduction de la mécanique des poutres en se basant sur des diagrammes et des conventions de signes classiques. Les contraintes sont supposées constantes dans le joint, et les contraintes résiduelles de dilatation thermique sont prises en compte en pelage et en cisaillement. La concentration de contraintes en extrémité de joint est mise en évidence, ainsi que l'instabilité du décollement. L'influence du traitement de surface sur la charge critique d'amorçage est relativement faible en statique, mais une augmentation d'endurance avec le traitement mécano-chimique par rapport aux traitements chimiques et électrochimiques est montrée en fatigue. Compte tenu de l'instabilité du décollement, une loi de suivi de la ténacité en fatigue est proposée à l'image des diagrammes de Wöhler.

L'écrasement latéral de tubes carbone-époxy moulés RTM à partir de préformes textiles tressées 2D et 3D permet de visualiser comparativement les conséquences du délaminage sur le scénario de rupture d'une structure tubulaire. Le calcul analytique des contraintes à partir des simples éléments de réduction permet de rendre compte de la formation de rotules plastiques cardinales, observées dans le cas 3D. Il ne permet pas d'expliquer le scénario de rupture asymétrique observée dans le cas d'une architecture bidimensionnelle de renfort soumise au délaminage, qui est due aux contacts aux parois. Leur prise en compte dans le modèle élastique est permise par une approche à l'échelle de la mécanique des milieux continus homogènes anisotropes. Celle-ci débouche sur la notion de fissure majeure virtuelle de délaminage, dont la position de l'initiation est prévue par le critère de rupture de Hill. L'énergie élastique restituée à l'amorçage mesurée sur le premier pic des courbes force-déplacement est associée à une longueur critique d'amorçage afin de modéliser cette initiation à l'échelle structurale.

L'étude aux éléments finis montre qu'il est toujours possible de retrouver des valeurs de paramètres de modèle de zone cohésive permettant de modéliser le comportement global de la structure jusqu'à la limite d'instabilité, constatée en cas d'annulation de la matrice de rigidité à la rupture. L'inconvénient est que l'échelle locale simulée n'est pas représentative de la complexité des phénomènes réellement observés. L'incorporation d'amortissement dans la loi de séparation devrait permettre de modéliser les ruptures instables de structures.

Dans une troisième partie, l'influence du vieillissement humide sur la ténacité d'une interface collée composite/composite est recherchée. Une homogénéisation des propriétés élastiques est d'abord proposée, afin de caractériser en statique des assemblages à épaisseurs variables. Pour les propriétés déterminées en traction, la caractérisation est effectuée numériquement par résolution de système multimodal. Le module équivalent de cisaillement transverse est déterminé en flexion à partir d'essais à distance entre appuis variable, et corrélé au taux volumique de fibres.

Une modélisation viscoélastique à partir d'essais d'analyse mécanique dynamique (DMA) en température permet d'anticiper en parallèle l'influence du vieillissement humide sur la tenue au fluage de l'interface collée. Les corrections de rigidité nécessaires sont réalisées à partir d'essais en statique sur des éprouvettes similaires. Le modèle analogique constitué, baptisé modèle de Burgers triparabolique, comporte une composante de Maxwell parabolique représentative du renfort textile et une composante de Zener biparabolique représentative des polymères en présence. L'analyse comparative des pseudo-diagrammes de Cole-Cole conduit à observer en présence d'eau absorbée rémanente une chute des temps de relaxation, en parallèle, les mesures de ténacité en mode pur G_{Ic} et G_{IIc} montrent une augmentation significative des ténacités.

Summary in English

The main thematic of this research work is related to the issue of multilayered assemblies' mechanics. Such assemblies are ever more used in both Transportation – hybrid fibre/metal laminates – and Civil Engineering – composites para-seismic reinforcement, beam lightening by steel/composite bonding, bonded steel/concrete structures... – fields.

Once incorporated in structures, these assemblies lead to study occurrences of new failure modes, which are specifically related to interfaces' stability problems. The targeted mechanical problem is this of delamination failure modelling, as well, in case of embedded delamination inside textile reinforced composites, as in case of failure around the bonded joints used for the assembly purpose. Our approach of durability consists in an interface tenacity monitoring, subsequently to the degrading action of an artificially created aggressive environment, in order to reconsider stability problems depending on a critic load which is likely to vary with time.

In a first part, the formalism representing laminates' behaviour laws by tensors in the frame of homogeneous and anisotropic elasticity is introduced. The different possible origins for non reversible perturbations associated to non linear behaviour are divided into three principal damage factors, to be artificially recreated in the laboratory: fatigue, impact, and wet aging. Linear elastic fracture mechanics hypotheses are then presented as a theoretical basis to model cracks as the consequences of defects accumulation. Analytical developments involving Griffith's method are then compared to methods involving Barenblatt-type surface energy densities, as a manner of introducing numerical simulation of cracks by cohesive zone models.

In a second part, two case studies are presented: joint's edge debonding of a bonded aluminium/composite interface, and embedded curved interface delamination in a tubular carbon-epoxy laminate.

Analytical determination of static stresses in the autoclave cured aluminium/composite interface is conducted using classic beam mechanics and by considering the equilibrium of a free body diagram. Stresses are assumed to be constant inside the adhesive joint and thermal residual stresses are taken into account for shear and peel evaluation. Stress concentration at joint extremities is highlighted, such as bonding failure instability. Aluminium alloy surface treatment influence on crack onset critical static load appears to be relatively weak; however, endurance improvements are shown when using the mechanical chemical treatment instead of the chemical and electrochemical ones. Owing to the bonding failure instability, a fatigue law inspired from Wöhler curves is proposed to help tenacity monitoring.

The lateral crushing of RTM-moulded carbon-epoxy tubes made from 2D- and 3D-braided textile reinforcements allows the comparative study of the effects of

delamination on tubular structure failure scenario. The first primary analytical evaluation of stresses based on beam mechanics leads to describe the formation of four cardinal plastic hinges, which are experimentally observed, but only in the 3D case. It doesn't explain the asymmetric failure scenario observed in the case of bi-dimensional reinforcement architecture undergoing the same loading. This is due to a lack of contact modelling at walls, on which depends transverse shear stresses distribution. The elastic modelling of contact is allowed through a Fourier series development of Hertz's contact law at the scale of homogeneous anisotropic continuum mechanics. This approach drive to the notion of virtual major delamination crack, of which onset spatial coordinates are predicted using the Hill delamination criterion. Elastic strain energy release at crack onset is estimated thanks to the first peak amplitude of experimental force-displacement curves, and is associated to a critical onset length likely to model the effects of crack onset at a structural scale.

The finite element study shows it is always possible to find suitable parametric value for the cohesive zone model that allows the global structural behaviour to be simulated until instability, which is observed in case of cancelling stiffness matrix at failure. The drawback of the method is that the simulated local scale is non representative of the truly observed complex phenomena. Nevertheless, damper incorporation in the separation law should allow to model continuously pre- and post-failure behaviour of structures exhibiting instability at failure.

In a third part, influence of wet aging on composite/composite bonded interface tenacity is investigated. Homogenization of elastic properties is firstly proposed in order to help static characterization of different assemblies with varying thickness. For the tensile properties, the elastic characterization is numerically achieved by solving a multimodal system depending on experimental results in traction. The equivalent transverse shear modulus is estimated from flexural testing with varying bended length and varying thickness. Elastic properties are finally expressed as functions of the fibre rate.

A viscoelastic modelling from dynamical mechanical analysis (DMA) testing under increasing temperature allows having a parallel prediction of wet aging influence on creep in the bonded interface. Necessary stiffness corrections are based upon static flexural results from similar samples. The constituted analogical model, named tri-parabolic Burgers' model, includes a parabolic Maxwell component representing textile reinforcement and a bi-parabolic Zener component representing the different polymers acting in the interface. Comparative analysis of pseudo- Cole-Cole diagrams lead to observe a relaxation times decrease in presence of remaining absorbed water. Simultaneously, pure mode G_{Ic} and G_{IIc} tenacity testing shows a significant tenacity increase.

INTRODUCTION GENERALE

Sous le pont Mirabeau coule la Seine
Apollinaire

Le thème général de ce travail de recherche s'inscrit dans le cadre de la mécanique des assemblages multicouches. Ils sont de plus en plus utilisés dans les domaines du Transport et du Génie Civil car leurs applications permettent, grâce aux progrès sur les procédés de mise en œuvre et les matériaux de synthèse, d'assurer les niveaux de sécurité requis tout en réalisant des économies substantielles. Les synergies obtenues par l'association d'éléments de structures multimatériaux sont d'ordre multifonctionnel. Ainsi, des matériaux plus ductiles comme l'aluminium associés à des matériaux plus fragiles comme certains composites à renfort textile combinent une forte capacité d'absorption d'énergie avec une grande rigidité. Il est alors possible d'obtenir une tolérance à l'endommagement du matériau hybride supérieure à celle des constituants, pour une masse volumique résultante intermédiaire. Si d'un point de vue économique les propriétés spécifiques (propriétés mécaniques rapportées à la densité) sont un facteur important de conception dans le domaine du Transport, le temps de chantier est un point au moins aussi critique dans le cas du Génie Civil. Le

collage de composites sur de grandes pièces de structures est la solution la plus rapide dans le but de renforcer ou réhabiliter. La grande tenue en fatigue des composites utilisés comme pontage des fissures dans le béton permet de rehausser significativement et à peu de frais le niveau de sécurité des ouvrages d'art. D'autres exemples de renforcement parasismique par composite, d'allègement de poutres par collage acier / composite, de structures mixtes collées acier / béton, montrent l'intérêt et la fiabilité croissants de ces assemblages multicouches.

La présence de ces assemblages dans les structures mène à étudier les occurrences de nouveaux modes de défaillance liés spécifiquement aux problèmes de stabilité des interfaces. Elles augmentent la complexité des processus d'endommagement en multipliant leurs étapes ce qui apporte l'éventualité d'un gain en absorption d'énergie. Les effets synergiques constatés lors du décollement de plaques de renfort composites pourtant fragiles ont notamment conduit jusqu'à la notion récente de pseudo-ductilité. L'exploitation des phénomènes associés dans le but de gérer la dissipation d'énergie post-rupture suppose une maîtrise des paramètres d'apparition et de progression de ce type d'endommagement.

Le problème mécanique envisagé est celui de la modélisation des fissurations de délaminage, aussi bien au sein des zones interlaminaires des composites à renfort textiles que des joints de colle utilisés pour leur assemblage. Différentes théories permettent d'anticiper le lieu d'initiation du délaminage et le seuil de chargement susceptible de l'amorcer. Pour les matériaux et assemblages structuraux envisagés, les méthodes permettant de simuler le fonctionnement d'une interface sont principalement issues de la Mécanique Linéaire Élastique de la Rupture (MLER), discipline plutôt analytique, qui est bien complétée au niveau numérique par les modèles d'interface endommageable de type fragile.

Classiquement les conditions de fonctionnement des modèles de simulation des interfaces de délaminage sont basées dans le cas statique sur l'hypothèse d'un chargement momentanément abusif des structures. Le vieillissement hygrothermique des polymères thermodurcissables majoritairement employés comme matériaux de synthèse pour les adhésifs ou les matrices des composites à renfort textile est connu pour se traduire par des pertes de rigidité et de résistance. Différentes lois existantes visent à décrire l'effet de chargements cycliques (température, vitesses de sollicitation en contrainte ou en déformation) sur les caractéristiques à long terme des composites, en évaluant un potentiel restant ou une force résiduelle. Consécutivement à l'action dégradante d'un environnement artificiel, notre approche de la durabilité consiste à réévaluer la ténacité d'une interface, de façon à permettre la reconsidération des problèmes de stabilité vis-à-vis d'une charge critique d'amorçage susceptible d'évoluer.

La Figure 1 présente le synoptique de ce travail de recherche articulé en trois **Parties**, subdivisées en six Sections thématiques.

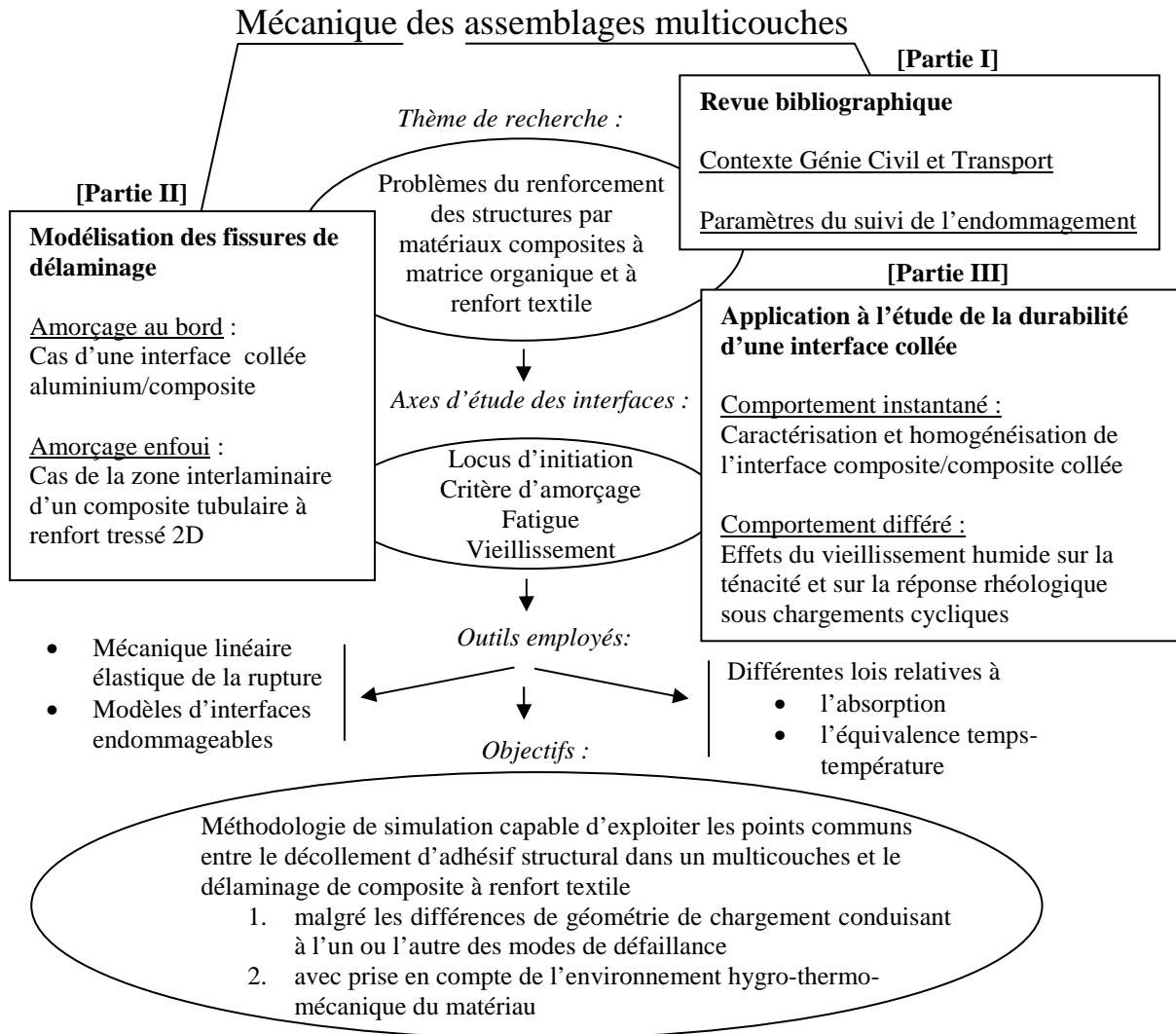


Figure 1. *Synoptique des thèmes abordés dans les différentes Parties de la thèse*

Les collages de composites à renfort textile mis à l'épreuve au cours de notre étude, contiennent des renforts textiles orthogonaux tressés ou tissés à partir de fibres de carbone, saisis dans des matrices époxy. Les substrats composites sont collés par de l'adhésif époxy, soit à de l'aluminium soit à d'autres substrats composites. De par la rigidité du polymère adhésif et la finesse relative du joint, ces collages présentent toutes les caractéristiques des interfaces fortes (cf. Chapitre 4). Cependant, le problème de la prépondérance d'une zone d'endommagement par rapport à une autre devra être résolu, trois *loci* (localisations) éventuels étant à prévoir dans le multicouches incorporant un composite à renfort textile:

- i) au niveau du joint assurant le transfert de contraintes entre le composite et la structure renforcée, avec la possibilité d'une rupture adhésive, cohésive ou mixte;
- ii) au sein du composite de renfort ;
- iii) au sein du substrat renforcé lui-même.

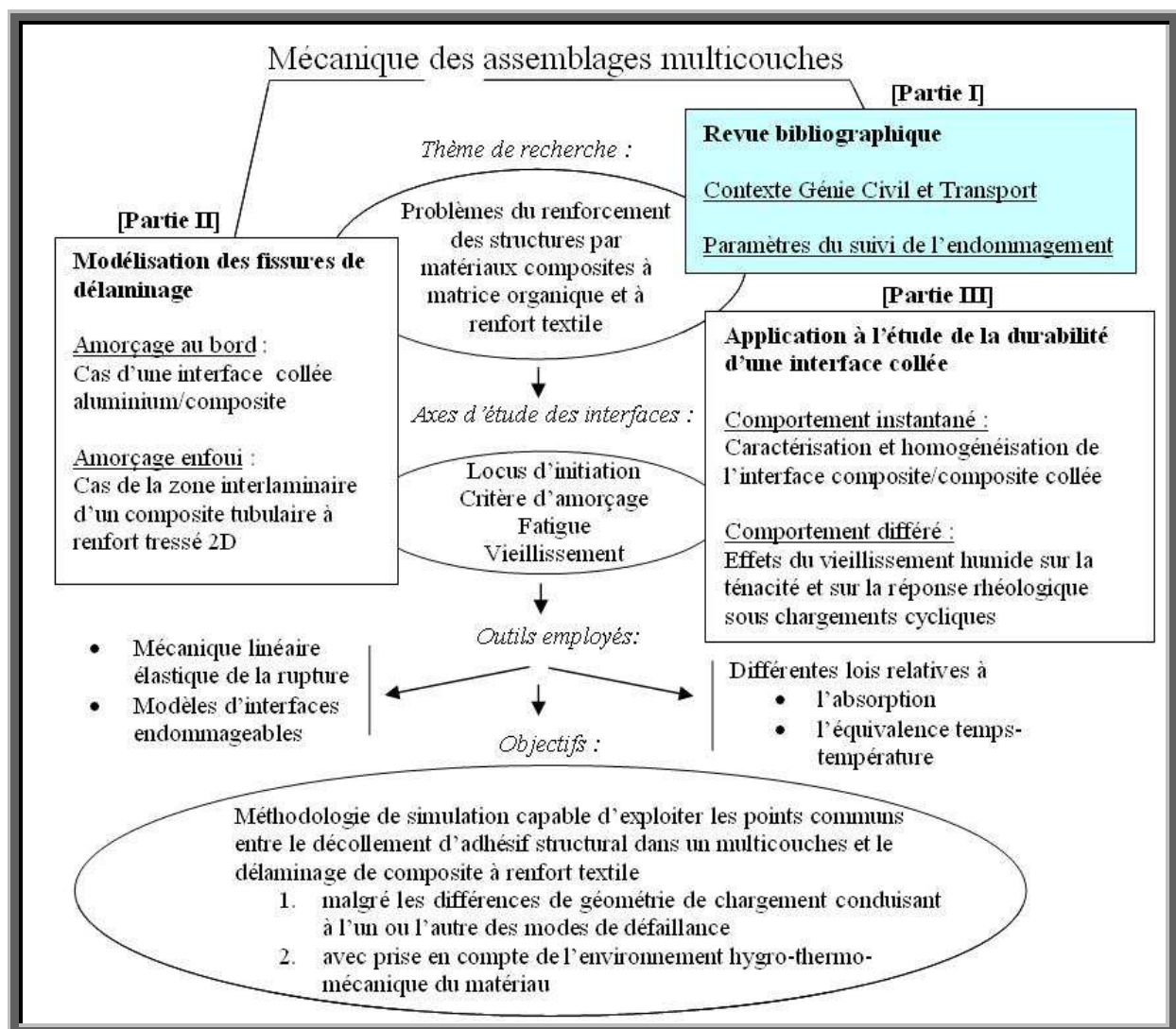
Dans la Partie II réservée aux *loci* i) et ii), nous observerons les phénomènes physiques liés au délaminage avant de sélectionner et valider les méthodes de simulation en meilleure conformité avec les hypothèses apparemment vérifiées par l'expérience. Nous ferons la distinction entre les délaminages initiés aux bords, qui correspondent plus souvent à des ruptures de joints collés en extrémité de recouvrement, et ceux amorcés au cœur des zones interlaminaires des stratifiés composant la structure.

Une attention particulière sera portée, pour le *locus* i), à l'effet du traitement de surface du substrat sur la tenue de l'interface, pour le *locus* ii), à l'influence de l'architecture textile du renfort sur le scénario de coalescence des défauts, et aux implications correspondantes à l'échelle de la structure en termes d'outils privilégiés de modélisation de l'endommagement. A cet égard, nous aborderons les questions de la prévision du lieu d'amorce de rupture et du principal mécanisme de dissipation d'énergie post-rupture.

L'ensemble de ces observations sera exploité à travers l'établissement d'une méthodologie d'homogénéisation appliquée en Partie III afin de caractériser le plus largement une solution spécifique de collage de composites préimprégnés carbone-époxy à renfort tissé orthogonal, et de préparer la simulation numérique de son endommagement par vieillissement humide en prévoyant l'occurrence du *locus* iii), qui sera alors observé expérimentalement. Nous montrerons notamment la corrélation expérimentale entre les effets du vieillissement sur les caractéristiques à long terme et la ténacité de l'interface.

PARTIE I :

REVUE BIBLIOGRAPHIQUE



Section 1. Contexte Génie Civil et Transport

Chapitre 1^{er}. Notion de multi-matériau multifonctionnel

1.1. Introduction

Dans cette première Partie nous allons dresser un bilan bibliographique de l'état de l'art en reprenant les différents points évoqués suivant l'organigramme de la Figure 1. Il s'agit de présenter les problématiques envisagées de la technologie des assemblages multicouches incorporant des composites à renforts textiles. Cette démarche aboutira à définir parmi l'ensemble des voies restant à explorer la part de notre contribution sous la forme des objectifs formulés au bas de l'organigramme Figure 1.

1.2. Multi-matériaux multicouches du Génie Civil

1.2.1. Applications

Un exemple répandu de l'emploi de multi-matériaux multifonctionnels dans le Génie Civil est celui du béton armé, qui exploite les performances en compression des matériaux du béton en compensant leurs faiblesses en traction grâce aux transferts de charges opérés par les barres d'acier. Malgré le succès qu'elle rencontre d'un point de vue mécanique, cette association n'exclut pas, dans le cas de pathologies liées à l'environnement (comme le résultat de cycles de gel-dégel, l'alcali-réaction [MOHA(2006)], la corrosion...), la fragilisation et la fissuration progressive du béton, à une échelle superficielle dans un premier temps, plus gravement par la suite. C'est donc en général plus souvent pour des raisons de durabilité que le Génie Civil a recours à des associations de matériaux intégrant des composites collés à matrice organique et à renfort textile. L'essentiel de leur secteur d'application concerne le renforcement des structures ou la réhabilitation et la réparation d'ouvrages d'art, thème de recherche animé notamment par Limam [DRAI(2005)], Hamelin et Ferrier [FERR(2002)] au sein du laboratoire LGCIE. Le rôle dévolu aux composites de renforcement est multiple, depuis l'effet de barrière chimique (présence de résines inertes) jusqu'au pontage mécanique de fissures apparentes. La présence de composites modifie le comportement mécanique des structures multi-matériaux, notamment par apport possible de pseudo-ductilité [KELL(2005)]. En portant les efforts de friction interne à un plus haut niveau, ils permettent de dissiper davantage d'énergie au moment de la rupture, dont le scénario s'en trouve transformé. A l'heure actuelle l'emploi de composites collés à des fins parasismiques est de plus en plus envisagé comme une démarche rationnelle d'optimisation justifiant des investissements de recherche importants [COLO(2008)].

1.2.2. Enjeux

Pour des raisons de sécurité, des structures souffrant de pathologies sont vouées à être démolies et remplacées si leur niveau de dégradation atteint les limites de la réglementation. Le coût de ces actions peut être mis en balance avec

les segments de durée de vie gagnés aux frais d'une simple réparation. Les temps de chantier étant finalement assez courts, la même confrontation peut être faite entre le choix d'une reconstruction et celui d'une remise aux normes parasismiques. Les tentatives d'hybridation des matériaux par collage au moyen de résines de synthèse proches des matrices des composites sont également justifiées par la perspective d'économies au niveau des procédés de construction.

1.2.3. Méthodes de mise en œuvre

Les composites à matrice organique et à renfort textile sont d'abord le mélange d'une résine polymère et d'un réseau de fibres très résistantes en traction. Une fois la réticulation effectuée en présence d'un durcisseur et avec un éventuel apport de chaleur, la matrice rigidifiée transfère des contraintes aux fibres. Le composite peut donc se présenter déjà rigidifié, auquel cas on utilisera une colle, ou bien complètement visqueux, auquel cas les propriétés adhésives de la résine en cours de réticulation suffiront. Cette deuxième méthode est employée lorsque des formes convexes ou anguleuses le nécessitent. Les poutres renforcées par plaque collée de composite en face inférieure résistent mieux à la flexion, les conditions d'ancrage agissant sur la pseudo-ductilité [CALM(2005)^{#2}]. Les dalles renforcées par composite collé résistent mieux au poinçonnement et à la flexion [ROCH(2006)]. La résistance à la compression axiale des poteaux augmente par confinement dans une enveloppe de composite, mais au détriment du caractère ductile car la rupture devient alors « explosive » [BERT(2005)]. Au dimensionnement, la tenue des substrats en sollicitation axiale est prioritaire, c'est pourquoi la rupture des fibres en traction est rarement prépondérante. Parmi les diverses sources possibles d'instabilité, les effets de glissement des interfaces ou à leur voisinage sont plus susceptibles d'être rencontrés car leur fonctionnement est assez mal connu et s'opère à des niveaux d'énergie plus faibles [SILA(2007)]. La Figure 2 montre comment lors d'un essai de traction cisaillement ce n'est ni la rupture en traction des substrats ni la rupture en cisaillement de la colle que l'on observe, mais une rupture en cisaillement du béton au voisinage de l'interface.

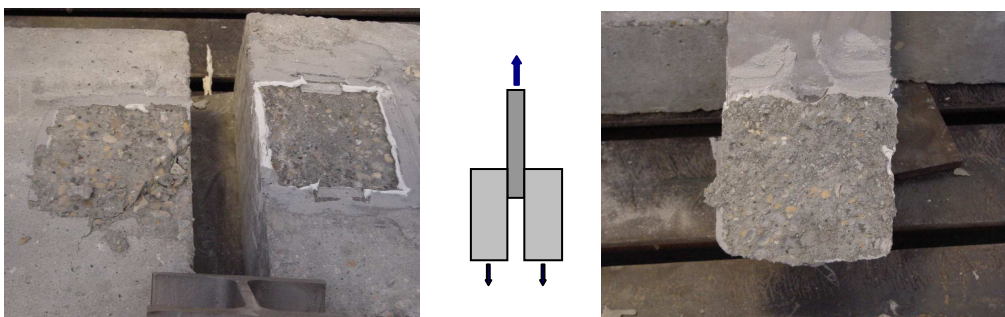


Figure 2. *Etude de l'arrachement superficiel du béton à l'interface collée acier-béton par traction cisaillement à double recouvrement [SILA(2007)]*

1.3. Multi-matériaux multicouches du Transport

1.3.1. Applications

Avant d'être employés en Génie Civil, les composites en matériaux de synthèse ont été fortement développés pour leurs propriétés spécifiques par les constructeurs aéronautiques. Les autres secteurs du Transport (ferroviaire, maritime, automobile) ont suivi le rythme des progrès dans l'industrialisation de ces matériaux (Figure 3). Analogiquement avec le Génie Civil, la réparation et le renforcement des structures métalliques par patch composite est une application très courante dans le Transport en général ([DJOK(2002)], [GRAB(2003)]).



Figure 3. *Exemples d'application des composites dans le Transport*

L'un des inconvénients lié à l'excellente rigidité de certains composites (carbone-époxy, verre-époxy), est la fragilité de leur comportement, avec des allongements à rupture faibles. Au contraire les métaux (aluminium, acier) ont une grande capacité à dissiper de l'énergie en se déformant irréversiblement (plasticité). Toutefois, un inconvénient des métaux est leur tendance à se fissurer suivant un trajet unique, avec un cumul d'endommagement en fond de fissure jusqu'à rupture. Au contraire, en fonction de l'orientation des fibres, une entaille dans un composite à fibres longues peut conduire à un endommagement diffus.

Avec le concours de chercheurs de l'Université de Delft (Pays-Bas) depuis le début des années quatre-vingt-dix des matériaux hybrides métal et composite ont été développés pour s'affranchir des inconvénients et tirer parti des avantages de chacun des deux matériaux ([VOGE(2000)], [VERM(2003)]). La méthode d'assemblage retenue a été la superposition alternative de feuillets élémentaires de métal et de composite en adhérence parfaite (Figure 4).

Des toits de camion et des capots de voiture résistant à l'impact de la grêle, des colonnes de direction en tubes concentriques d'aluminium et de composite alternés, sont des applications de ce type de multi-matériaux multifonctionnels

dans le Transport. Leurs principales caractéristiques sont d'être plus légers, plus rigides et plus résistants que l'aluminium seul.

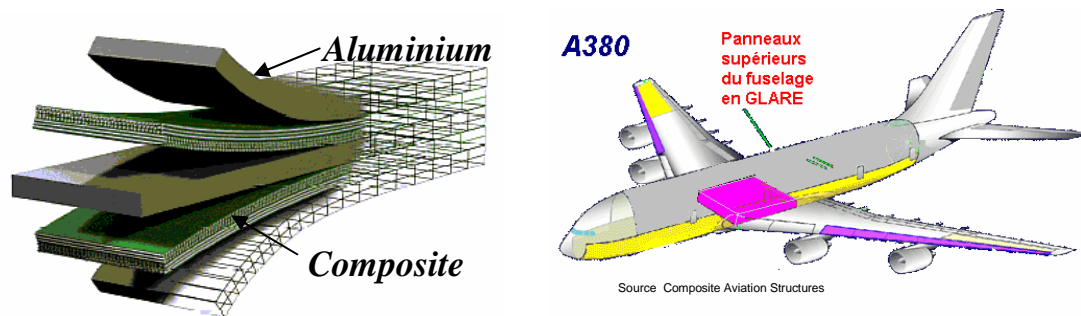


Figure 4. Schéma du composite hybride aluminium / verre-époxy de type GLARE [VOGE(2000)] et exemple d'application actuelle sur le fuselage du nouvel Airbus A380

1.3.2. Enjeux

Les hybrides répondent bien à l'enjeu de maintenir les applications du Transport à un niveau de propriétés spécifiques minimum. Un deuxième enjeu essentiel concerne les aspects relatifs à la sécurité des personnes et la fiabilité du matériel. Par exemple, les problèmes de tenue à la fissuration par fatigue rencontrés avec les métaux ont eu des conséquences désastreuses au niveau sécurité (cf. Figure 5) [VOGE(2000)].



Figure 5. A l'origine de l'accident spectaculaire du Boeing 737 d'Aloha Airlines en 1988 ([VOGE(2000)]), des fissures de fatigue dans le fuselage

La durée de vie des pièces est améliorée en présence de composite, et simultanément la plasticité apportée par le métal augmente la tolérance du composite aux impacts [VLOT (1996)]. Pour résumer, l'enjeu principal de l'hybridation métal composite est l'augmentation de la tolérance à l'endommagement. Elle se décline principalement en termes de tenue au feu, tenue à la fatigue, tenue à l'impact.

1.3.3. Clés de la tenue au feu et à la fatigue

Tenue au feu : un hybride aluminium/verre-époxy avec un point de fusion des fibres de verre à 1500°C, peut résister à une flamme de méthane. La couche d'aluminium interne fond, mais la carbonisation de la couche d'adhésif conserve les couches de composite en place et constitue une barrière au feu qui empêche l'élévation de température. C'est ce qui est représenté sur le graphique Figure 6 avec le chronométrage de la montée en température de parois aluminium et hybrides aluminium/composite soumises à une flamme de méthane.

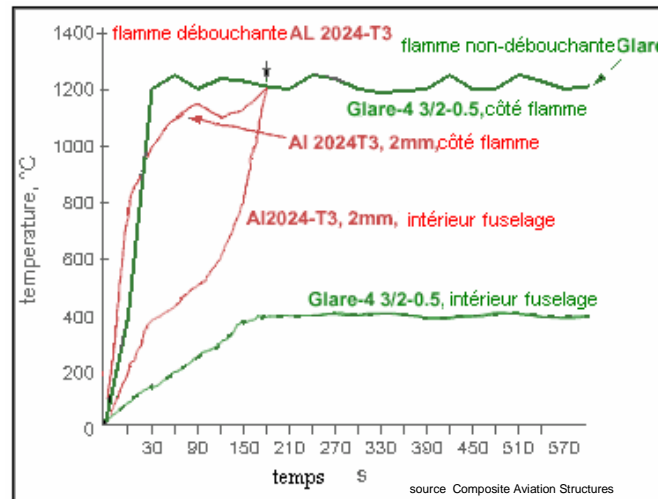


Figure 6. *Comportement au feu comparé de panneaux aluminium et hybrides aluminium/composite*

La spectaculaire combinaison d'impact et de température provoquée par une explosion militaire illustre la synergie entre la ductilité apportée par le métal et la résistance au feu apportée par le composite. Lors de l'explosion de ce conteneur aérien pour le transport de bagages, le matériau hybride absorbe l'énergie explosive et redistribue l'énergie d'impact aux surfaces adjacentes plutôt que sur un point faible particulier. L'explosion de la bombe laisse une déformation importante de l'enveloppe, mais le conteneur reste fermé (Figure 7).

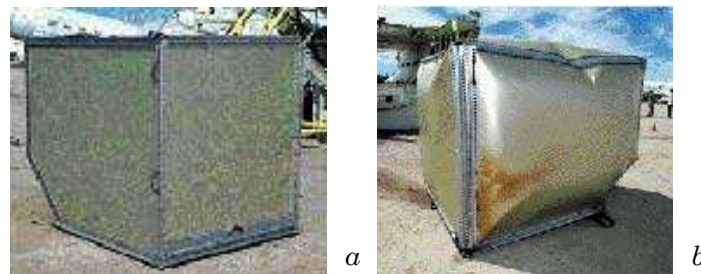


Figure 7. *Simulation de l'attentat de Lockerbie, Écosse, 1988, vol Pan Am 103, 259 morts a. avant explosion b. après explosion [MCMU(2002)]*

Tenue en fatigue : la tenue en fatigue traction-traction de l'assemblage hybride est optimale si les fibres du composite sont orientées dans le sens de traction. Toute ouverture de fissure en sens transverse dans le métal est immédiatement pontée par des fibres de composite (Figure 8).

La mise en traction de l'aluminium dans le composite hybride aluminium/verre-époxy est retardée industriellement dès la mise en œuvre. Le composite est étiré pendant le refroidissement pour obtenir des contraintes résiduelles favorables de compression dans l'aluminium et de traction dans les fibres. Ces efforts contribuent à augmenter significativement la durée de vie en fatigue en traction par rapport à l'aluminium seul (Figure 8).

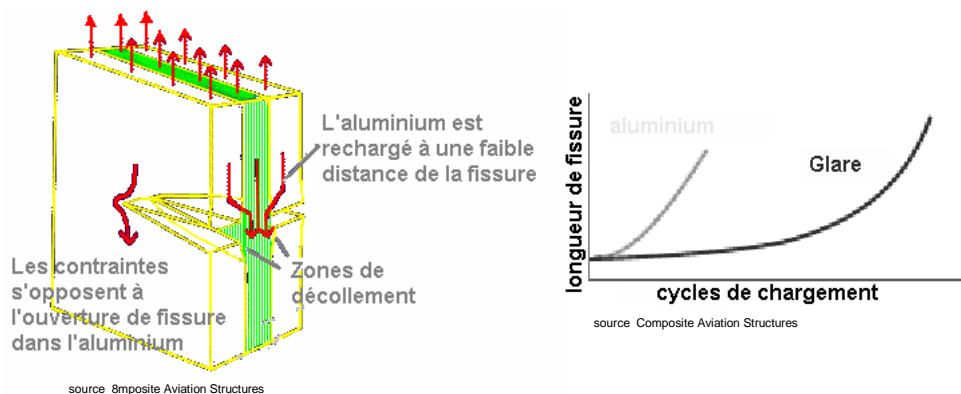


Figure 8. Effet positif du pontage de fissures sur la durée de vie en fatigue des hybrides

1.4. Conclusions

Nous avons souligné que dans un contexte de recherche de matériaux innovants et performants, des progrès récents basés sur la stratification de matériaux aux propriétés différentes créent des synergies nouvelles: durabilité, pseudo-ductilité, tolérance à l'endommagement. D'un point de vue généraliste, elles font intervenir un plan de joint ou une série d'interfaces planes parallèles avec des techniques d'assemblage multicouche où les matériaux polymères thermodurcissables de synthèse jouent un rôle clé soit comme matrice soit comme adhésif. Les applications multicouches intégrant des composites carbone-époxy à renfort textile occupent déjà une place centrale tant au niveau du Génie Civil que du Transport. Caractériser et modéliser à l'échelle structurelle les modes de défaillance liés au décollement ou à la décohésion de leurs interfaces est un tremplin technologique vers la proposition et l'étude de nouvelles associations multifonctionnelles. Nous serons amenés à étudier des multicouches comprenant des renforts textiles en fibres de carbone à tressage bi- ou tri- dimensionnel au sein de stratifiés tubulaires. Nous étudierons également des composites à renforts textiles tissés de fibres de carbone, tour à tour en configuration d'assemblages collés de composites, ou en configuration d'hybridation aluminium composite par collage.

Section 2. Paramètres du suivi de l'endommagement

Chapitre 2. Comportement linéaire des matériaux composites

2.1. Introduction

Nous venons de présenter les intérêts communs du Génie Civil et du Transport dans l'approche choisie de l'étude des interfaces de multicouches composites. A l'échelle des matériaux la différence de mise en œuvre tient schématiquement aux conditions de polymérisation des résines, à température généralement ambiante en Génie Civil, à température souvent plus élevée pour les pièces manufacturées du Transport. Lorsque les différents matériaux sont superposés en configuration d'assemblage multicouche l'étude du comportement élastique linéaire nous conduit à envisager deux échelles : l'échelle de la théorie des stratifiés, qui permet d'interpréter le comportement macroscopique de la structure sous charge avec les éléments de réduction issus de la mécanique des poutres, l'échelle de la mécanique des milieux continus qui permet d'interpréter les champs de contraintes et déformations à l'échelle mésoscopique, soit au sein même du pli supposé homogène. Nous avons besoin de la théorie des stratifiés pour modéliser le comportement structurel des éprouvettes se fissurant à force ou à déplacement imposé. Nous avons besoin de la mécanique des milieux continus pour caractériser les champs de contraintes ayant conduit à l'initiation et l'amorçage des fissures. En dépit des limites imposées par leur hétérogénéité réelle, nous verrons que le cadre de l'élasticité linéaire anisotrope couvre pour une large part le comportement mécanique des matériaux composites de notre étude. Ce chapitre en reprend le formalisme de base.

2.2. Caractéristiques instantanées

Obtenir une fibre par étirage de matière à des niveaux d'élongation très grands, c'est garantir pour le volume de matière qu'elle contient une densité de défauts très faible par rapport à une géométrie non filiforme. Sous une même contrainte de traction axiale, une fibre de carbone de quelques microns de diamètre a peu de probabilités de contenir dans sa section le défaut critique entraînant la rupture d'un barreau de graphite de plus forte section. Le remplacement d'un barreau chargé dans le sens longitudinal par un faisceau de fibres du même matériau chargées dans le sens d'étirage augmente donc la résistance en diminuant le nombre de défauts pour une même surface présentée à la charge. L'intérêt mécanique de l'association de fibres longues et de résine thermodurcissable tient à la constitution d'une géométrie industrielle (de plaque, de coque, de bloc monolithique) macroscopique rendue rigide et résistante par l'incorporation de fibres à diamètre microscopique dans une matrice qui fige leurs positions spatiales relatives dans un état de repos élastique apparent. Les propriétés rhéologiques et adhésives des systèmes macromoléculaires employés comme matrices permettent le mouillage approprié des fibres à l'état liquide, et un transfert des contraintes efficace à l'état vitreux. Les orientations variables des fibres dans la résine confèrent aux matériaux composites leur caractère

d'anisotropie dont le degré est défini à l'échelle macroscopique par des représentations tensorielles.

2.2.1. Loi de Hooke généralisée

Dans un système de coordonnées tridimensionnel, généralement cartésien ou cylindrique, pour un matériau composite à l'état solide et chimiquement inerte, les forces extérieures appliquées traduisent un certain état de contraintes à neuf composantes σ_{kl} qui est la réponse du matériau à une déformation à neuf composantes ε_{ij} . En l'absence d'échanges thermodynamiques ou chimiques avec l'extérieur, chaque composante du tenseur des contraintes peut s'écrire comme une fonction f_{kl} du tenseur des déformations :

$$\sigma_{kl} = f_{kl}(\varepsilon_{ij}) \quad (1)$$

En admettant l'hypothèse de continuité, f_{kl} est développable en série de Taylor, sous la forme de Mac Laurin [PABI(1987)]:

$$\sigma_{kl} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \varepsilon_{ij}^n \left. \frac{\partial^n f_{kl}}{\partial \varepsilon_{ij}^n} \right|_0 = f_{kl}(0) + \varepsilon_{ij} \left. \frac{\partial f_{kl}}{\partial \varepsilon_{ij}} \right|_0 + \frac{1}{2!} \varepsilon_{ij}^2 \left. \frac{\partial^2 f_{kl}}{\partial \varepsilon_{ij}^2} \right|_0 + \dots \quad (2)$$

Les termes $\left. \frac{\partial^n f_{kl}}{\partial \varepsilon_{ij}^n} \right|_0$ sont considérés comme des coefficients caractéristiques

du matériau. L'hétérogénéité d'un matériau composite entraîne des contraintes résiduelles de mise en œuvre d'origine thermique aux interfaces fibre/matrice, responsables de $f_{kl}(0)$ non nul. En considérant les composites macroscopiquement continus et homogènes, en raisonnant sur des éléments différentiels géométriques représentatifs dont les dimensions sont grandes par rapport aux sources d'hétérogénéité, on s'autorise à admettre qu'il existe un état neutre tel que $f_{kl}(0)=0$, et que le principe de linéarité interne s'applique dans un domaine élastique correspondant à de faibles déformations. Dès lors la relation (2) devient :

$$\sigma_{kl} = \varepsilon_{ij} \left. \frac{\partial f_{kl}}{\partial \varepsilon_{ij}} \right|_0 \quad (3)$$

Les quatre-vingt-un coefficients $\left. \frac{\partial f_{kl}}{\partial \varepsilon_{ij}} \right|_0$ de la loi de Hooke généralisée

définissent le tenseur module du quatrième ordre C_{klij} appelé matrice de rigidité ou matrice module du matériau :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{32} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{21} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & C_{1123} & C_{1131} & C_{1112} & C_{1132} & C_{1113} & C_{1121} \\ C_{2211} & C_{2222} & C_{2233} & C_{2223} & C_{2231} & C_{2212} & C_{2232} & C_{2213} & C_{2221} \\ C_{3311} & C_{3322} & C_{3333} & C_{3323} & C_{3331} & C_{3312} & C_{3332} & C_{3313} & C_{3321} \\ & & & & & & & & \\ & & & & & & & & \\ & & & & & & & & \\ & & & & & & & & \\ & & & & & & & & \\ & & & & & & & & \\ C_{2111} & C_{2122} & & & & & & & C_{2121} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{32} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

Grâce à la symétrie des tenseurs de contrainte et de déformation, il y a seulement six contraintes et six déformations indépendantes, et la taille de la matrice est réductible:

$$\left| \begin{array}{l} \sigma_{kl} = \sigma_{lk} \\ \varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji} \end{array} \right. \Rightarrow \left| \begin{array}{l} C_{klj} = C_{lkj} \\ C_{kij} = C_{lkji} \end{array} \right. \quad (5)$$

Les notations suivantes sont adoptées afin de conserver seulement les contraintes et déformations indépendantes :

$$\left| \begin{array}{l} \sigma_{11} = \sigma_1 \\ \sigma_{22} = \sigma_2 \\ \sigma_{33} = \sigma_3 \\ \sigma_{23} = \sigma_{32} = \sigma_4 \\ \sigma_{13} = \sigma_{31} = \sigma_5 \\ \sigma_{12} = \sigma_{21} = \sigma_6 \end{array} \right. \quad \left| \begin{array}{l} \varepsilon_{11} = \varepsilon_1 \\ \varepsilon_{22} = \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{33} = \varepsilon_3 \\ 2\varepsilon_{23} = 2\varepsilon_{32} = \gamma_{23} = \gamma_{32} = \varepsilon_4 \\ 2\varepsilon_{13} = 2\varepsilon_{31} = \gamma_{13} = \gamma_{31} = \varepsilon_5 \\ 2\varepsilon_{12} = 2\varepsilon_{21} = \gamma_{12} = \gamma_{21} = \varepsilon_6 \end{array} \right.$$

L'écriture de la loi de Hooke généralisée se simplifie alors en $\sigma_j = C_{ij}\varepsilon_i$ avec $i,j = 1,2,\dots,6$ soit plus que trente-six coefficients, sous forme matricielle :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (6)$$

Ces coefficients décrivent localement le comportement élastique d'un volume élémentaire microscopique. Dans un composite hétérogène ils changent selon que l'on se place au sein d'une fibre, au sein d'une interphase fibre-matrice, au sein d'une zone de matrice plus ou moins réticulée, etc. Dans certains cas la périodicité des caractéristiques locales entraîne l'existence d'une taille de volume élémentaire plus grande au-delà de laquelle les caractéristiques globales

résultant des locales ne changent plus. A partir et au-delà de l'échelle de ce volume élémentaire représentatif, ou échelle mésoscopique, le composite est comparable à un milieu homogène possédant un nombre de caractéristiques locales réduit par rapport à l'échelle microscopique.

2.2.2. Degré d'anisotropie et caractéristiques indépendantes

Bien qu'elle soit pratiquement impossible à vérifier expérimentalement, la symétrie de la matrice $[C_{ij}]$ peut se montrer théoriquement en dérivant deux fois l'énergie de déformation volumique W et en postulant la commutativité des dérivations partielles de l'énergie:

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} \sigma_i \varepsilon_i = C_{ij} \varepsilon_j \varepsilon_i \\ \frac{\partial W}{\partial \varepsilon_i} &= C_{ij} \varepsilon_j = \sigma_i \\ \frac{\partial^2 W}{\partial \varepsilon_i \partial \varepsilon_j} &= C_{ij} = \frac{\partial^2 W}{\partial \varepsilon_j \partial \varepsilon_i} = C_{ji} \end{aligned}$$

Finalement la matrice de rigidité d'un matériau complètement anisotrope est symétrique et possède vingt-et-un coefficients caractéristiques indépendants:

$$C_{ij} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & \text{sym.} & & & C_{55} & C_{56} \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \quad (7)$$

De même la matrice de souplesse $[S_{ij}]$ définie comme l'inverse de la matrice de rigidité donnant les déformations en fonction des contraintes par $\varepsilon_i = S_{ij} \sigma_j$, est également symétrique.

Les matrices $[C_{ij}]$ et $[S_{ij}]$ présentent chacune neuf termes de couplage traction/cisaillement et cisaillement/cisaillement dans les trois directions de l'espace, signifiant que toute contrainte normale appliquée entraîne des gauchissements, et qu'une quelconque déformation de cisaillement fait apparaître des contraintes normales. Le retrait thermique inhérent à la mise en œuvre d'un matériau de degré d'anisotropie maximal pose inévitablement des problèmes de stabilité dimensionnelle. Si les éléments constitutifs du matériau sont répartis selon un motif possédant des axes de symétrie, des termes de couplage s'annulent lorsque l'un de ces axes au moins se confond avec un des axes de référence. En général, les différentes architectures de renfort d'origine industrielle confèrent aux matériaux trois axes de symétrie orthogonaux, qui sont systématiquement choisis comme axes de référence afin de mettre en évidence la

propriété d'orthotropie à l'échelle mésoscopique. Les neuf termes de couplage étant alors nuls (en pratique assez faibles pour être négligés), la matrice de souplesse d'un matériau orthotrope ne contient plus que douze termes non nuls, s'écrivant en fonction des modules de l'ingénieur:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\nu_{12}/E_2 & -\nu_{13}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{21}/E_1 & 1/E_2 & -\nu_{23}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{31}/E_1 & -\nu_{32}/E_2 & 1/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{31} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{12} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

De la symétrie de $[S_{ij}]$ découlent la relation caractéristique des matériaux orthotropes (9) et la subsistance de seulement neuf termes indépendants parmi les douze:

$$\frac{\nu_{ji}}{E_i} = \frac{\nu_{ij}}{E_j} \quad \text{où } \nu_{ji} = \frac{-\varepsilon_j}{\varepsilon_i} \quad \begin{pmatrix} i, j = 1, 2, 3 \\ i \neq j \end{pmatrix} \quad (9)$$

2.2.3. Relations additionnelles entre caractéristiques

Dans leurs applications courantes les composites stratifiés sont plus souvent utilisés sous forme de plaques ou de coques qu'en configuration monolithique, et leur caractérisation mécanique s'effectue principalement sur des éprouvettes planes d'épaisseur rarement supérieure à dix millimètres et chargées selon un de leurs axes de symétrie. Bien que les neuf termes caractéristiques soient ordinairement réputés indépendants, nous allons tâcher de montrer, en nous appuyant sur l'essai de cisaillement plan proposé par Timoschenko et Goodier [TIMO(1970)], que l'état plan de contrainte dévoile des relations de dépendance propres à diminuer encore le nombre apparent de caractéristiques élastiques d'un matériau parfaitement orthotrope.

Cet essai de cisaillement plan avait permis à Timoschenko et Goodier de démontrer la relation $G=E/2(1+\nu)$ entre les modules de Coulomb G et de Young E d'un matériau isotrope en tenant compte de son coefficient de Poisson ν . En reprenant point par point la démonstration pour y faire intervenir les différents coefficients d'anisotropie du matériau, nous avons abouti à une série de relations originales du même type dans les trois plans d'orthotropie du matériau. Les détails de notre démarche déductive sont proposés en Annexe 1.

En tenant compte de l'équation (9) et de la loi de comportement en cisaillement, $\tau_{ij} = G_{ij}\gamma_{ij}$, on aboutit à différentes expressions mettant en relation les caractéristiques élastiques d'un matériau orthotrope en petites déformations sollicité suivant ses axes de symétrie d'indices $1, 2, 3$. Elles peuvent se résumer au moyen de l'expression (10) qui relie les caractéristiques de traction dans deux directions orthogonales au module de cisaillement dans la direction diagonale.

$$G_{ij}(45^\circ) = \frac{E_i - 2\nu_{ji}E_j + E_j}{4(1 - \nu_{ji}^2 E_j/E_i)} = \frac{E_j - 2\nu_{ij}E_i + E_i}{4(1 - \nu_{ij}^2 E_i/E_j)} \quad (10)$$

En tenant compte de (9), la matrice de souplesse d'un milieu homogène orthotrope, équilibré dans le plan (1,2), se déduit de quatre essais indépendants, soit quatre modules de Young et quatre coefficients de Poisson, par exemple (11) :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\nu_{21}/E_1 & -\nu_{31}/E_1 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{21}/E_1 & 1/E_1 & -\nu_{31}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{31}/E_1 & -\nu_{31}/E_3 & 1/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu_{31}(45^\circ))}{E_3(45^\circ)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu_{31}(45^\circ))}{E_3(45^\circ)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu_{21}(45^\circ))}{E_1(45^\circ)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (11)$$

2.3. Aspects théoriques du comportement des stratifiés

2.3.1. Comportement du pli

Selon la théorie classique des plaques stratifiées les plis sont supposés macroscopiquement homogènes, parallèles au Plan Moyen Géométrique (PMG) et en adhérence parfaite. Si les axes de directions 1 et 2 appartiennent au PMG, les contraintes transverses dans la direction 3 sont considérées suffisamment faibles pour être négligées. La loi de comportement d'un pli dans ses directions naturelles d'orthotropie s'écrit alors selon la nature des charges appliquées, en rigidité (12.1) pour des déformations, en souplesse (14.2) pour des contraintes:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (12.1)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (12.2)$$

Dans une autre direction du plan, par exemple la direction prime (') matérialisée par les axes x et y sur la Figure 9 les matrices de rigidité et de souplesse prennent les formes $\{\varepsilon'\} = [\bar{S}]\{\sigma'\}$ $\{\sigma'\} = [\bar{Q}]\{\varepsilon'\}$ et :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (13.1)$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{S}_{11} & \bar{S}_{12} & \bar{S}_{16} \\ \bar{S}_{12} & \bar{S}_{22} & \bar{S}_{26} \\ \bar{S}_{16} & \bar{S}_{26} & \bar{S}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (13.2)$$

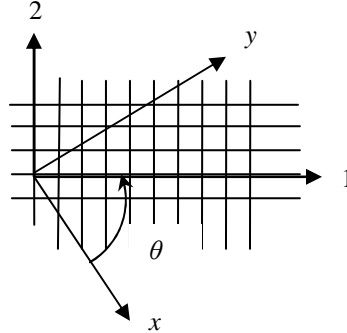


Figure 9. *Système d'axes quelconques x et y faisant un angle θ avec les axes naturels d'orthotropie du pli*

Pour expliciter les coefficients de la nouvelle base \bar{Q}_{ij} et \bar{S}_{ij} en fonction des caractéristiques indépendantes, il suffit de calculer les composantes des contraintes et de la déformation dans le système (1,2) en fonction des nouvelles composantes dans le système (x,y).

2.3.2. Comportement d'un multicouche

Le problème à résoudre est le suivant: connaissant les réponses globales à un moment de flexion ou à un effort normal d'empilements contenant des plis de caractéristiques inconnues mais d'orientations connues, quelles relations peuvent nous conduire des caractéristiques globales des stratifiés aux caractéristiques indépendantes des couches ? Pour ce qui concerne les efforts et moments dont les résultantes appartiennent au PMG, les hypothèses de calcul respectées sont :

- La faible épaisseur du stratifié,
- La conservation de la normalité de toute droite normale à la surface avant et après déformation et la négligence des contraintes transverses,
- La correspondance du repère Oxy avec le PMG du stratifié, Oz étant la direction perpendiculaire, les surfaces extérieures étant repérées par $z=\pm h/2$ (Figure 10),
- La linéarité du comportement élastique.

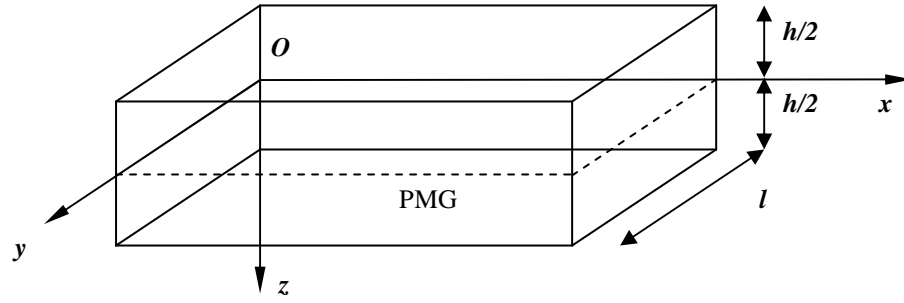


Figure 10. Positionnement des axes de référence du problème

On montre avec ces hypothèses que l'état de déformation $\{\varepsilon\}$ dans les directions parallèles au PMG peut être calculé en tout point à partir de la déformation plane $\{\varepsilon^0\}$ et de la courbure $\{\kappa\}$ du PMG. En notant z la cote du point considéré, u^0 , v^0 et w les déplacements de la surface moyenne dans les directions x , y et z :

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon^0\} + z\{\kappa\} \quad (14.1)$$

$$\{\varepsilon^0\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \varepsilon_z^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u^0}{\partial x} \\ \frac{\partial v^0}{\partial y} \\ \frac{\partial u^0}{\partial y} + \frac{\partial v^0}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (14.2)$$

$$\{\kappa\} = \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ -\frac{2\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (14.3)$$

Cette décomposition de la déformation en déformation de membrane et déformation de flexion superposées suppose la linéarité – donc la continuité – du champ de déformations dans le sens de l'épaisseur, ou sens transverse. A l'échelle mésoscopique deux plis adjacents en adhérence parfaite suivant z ont la même déformation interfaciale suivant x et y , mais en fonction de leur différence de rigidité le champ des contraintes normales suivant x et y sera donc discontinu à l'interface. Les contraintes planes dans chaque couche numérotée k (Figure 11) dépendent de ses rigidités propres dans les directions de référence (13.1) et se notent à partir de l'équation (14.1) valable en tout point :

$$\{\sigma\}_k = [\bar{Q}]_k \{\varepsilon^0\} + z[\bar{Q}]_k \{\kappa\} \quad (15)$$

Pour approcher les contraintes dans chaque couche, il suffit donc de calculer les déformations de la surface moyenne, problème qui se scinde en deux parties : le calcul de $\{\varepsilon^0\}$, qui s'effectue dans le plan Oxy , et celui de $\{\kappa\}$ dans le plan Oxz .

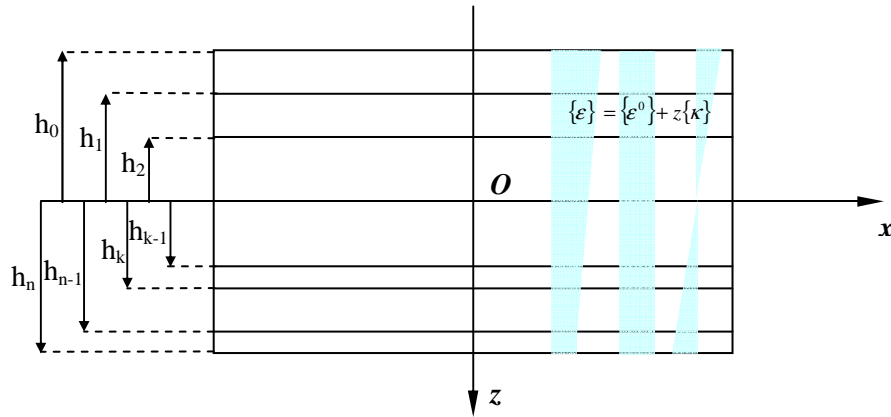


Figure 11. *Ordre des couches et exemple de champ de déformation linéaire membrane+flexion du multicouche*

Les éléments de réduction efforts normaux N_x et N_y , effort de cisaillement N_{xy} , moments de flexion M_x et M_y , et moment de torsion M_{xy} appliqués par unité de largeur au stratifié dans son système de coordonnées Figure 12 vérifient les relations (18).

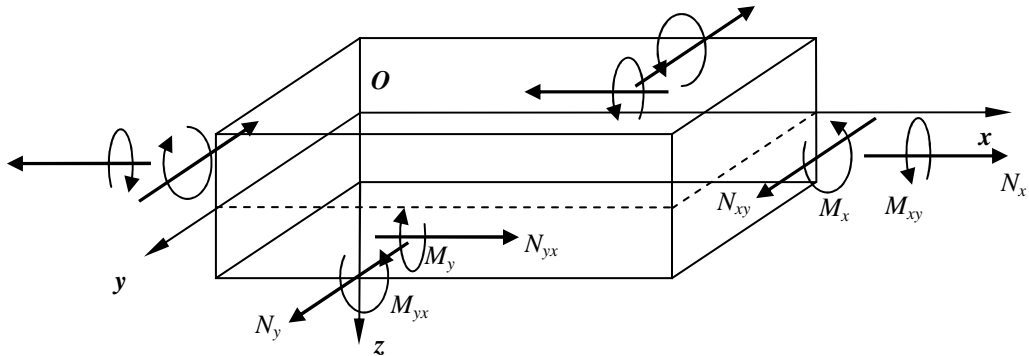


Figure 12. *Action des éléments de réduction sur un élément de plaque*

$$\{N\} = \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \{\sigma\} dz = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} dz \quad (16.1)$$

$$\{M\} = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \{\sigma\} z dz = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{Bmatrix} z dz \quad (16.2)$$

En raison de la discontinuité des contraintes entre deux couches consécutives, les expressions (16) s'écrivent sous forme discrète (17) :

$$\{N\} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \{\sigma\}_k dz \quad (17.1)$$

$$\{M\} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \{\sigma\}_k z dz \quad (17.2)$$

En développant les contraintes dans (17) conformément à (15), $\{\varepsilon^0\}$, $\{\kappa\}$ et $[\bar{Q}]_k$ étant indépendantes de z :

$$\{N\} = \sum_{k=1}^n \left\langle [\bar{Q}]_k \{\varepsilon^0\} \int_{h_{k-1}}^{h_k} dz + [\bar{Q}]_k \{\kappa\} \int_{h_{k-1}}^{h_k} z dz \right\rangle \quad (18.1)$$

$$\{M\} = \sum_{k=1}^n \left\langle [\bar{Q}]_k \{\varepsilon^0\} \int_{h_{k-1}}^{h_k} z dz + [\bar{Q}]_k \{\kappa\} \int_{h_{k-1}}^{h_k} z^2 dz \right\rangle \quad (18.2)$$

Ainsi, la loi de comportement élastique reliant les éléments de réduction aux déformations et courbures du PMG se présente sous la forme (19.1) explicitée par (19.2) en fonction des rigidités et des caractéristiques géométriques de chaque couche (19.3) à (19.5):

$$\begin{cases} \{N\} = [A]\{\varepsilon^0\} + [B]\{\kappa\} \\ \{M\} = [B]\{\varepsilon^0\} + [D]\{\kappa\} \end{cases} \quad (19.1)$$

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{pmatrix} \quad (19.2)$$

Avec :

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{ij,k} (h_k - h_{k-1}) \quad (19.3)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{ij,k} (h_k^2 - h_{k-1}^2) \quad (19.4)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{ij,k} (h_k^3 - h_{k-1}^3) \quad (19.5)$$

Des simplifications importantes apparaissent en supposant que les matériaux dont nous souhaitons procéder à l'identification élastique en configuration d'assemblage collé sont orthotropes et équilibrés dans les deux directions du plan, et que leur assemblage est symétrique par rapport au PMG.

En effet, dans le cas où des couches de mêmes propriétés sont situées de part et d'autre à la même distance du PMG, leurs contributions au terme B_{ij} s'annule, et si c'est le cas de toutes les couches alors B_{ij} vaut zéro (cf. éq. (19.4)),

signifiant qu'il n'y a pas de couplage entre flexion et traction d'un stratifié symétrique. La loi de comportement se réduit ainsi à la forme (20):

$$\begin{cases} \{N\} = [A]\{\varepsilon^0\} \\ \{M\} = [D]\{\kappa\} \end{cases} \quad (20)$$

Un stratifié constitué de couches orientées uniquement à 0° et (ou) 90° afin que les termes $\bar{Q}_{16,k}$ et $\bar{Q}_{26,k}$ soient identiquement nuls aura ses termes A_{16} et A_{26} nuls, et sera donc exempt de couplage entre traction et cisaillement. De plus, ses termes D_{16} et D_{26} valant également zéro, il sera donc aussi exempt de couplage entre flexion et torsion (cf. éq.(19.5)).

Cette propriété est avantageuse pour la caractérisation car elle permet de manipuler facilement les matrices $[A]$ et $[D]$ pour obtenir les relations donnant les déformations et courbures de l'éprouvette connaissant la charge appliquée.

2.4. Conclusions

Nous venons de revoir l'ensemble des hypothèses de fonctionnement des composites élastiques linéaires anisotropes à l'échelle du pli et du multicouche. Les hypothèses les plus fortes sont l'homogénéité à l'échelle mésoscopique, ainsi que les conditions d'isentropie, avec uniquement de petites transformations adiabatiques réversibles autorisées. Nous allons maintenant sortir de ce cadre en abordant les transformations irréversibles causées par le chargement et en rapport direct avec l'hétérogénéité réelle des matériaux composites. Nous nous focaliserons plus particulièrement sur les mécanismes de dégradation conduisant à la fissuration interfaciale de délaminage, en tenant compte de la fatigue et de l'hygrothermie.

Chapitre 3. Endommagement des matériaux composites

3.1. Introduction

Une fois rappelées les bases de la description des propriétés élastiques instantanées des composites stratifiés, nous abordons les phénomènes entraînant des variations de ces propriétés à plus ou moins longue échéance. Nous verrons que la ténacité interfaciale étant définie dans le cadre de la mécanique linéaire élastique de la rupture, son suivi dépendra de la prédiction des dégradations de propriétés élastiques par fatigue et par vieillissement humide.

3.1.1. Des défauts initiaux à la création de défauts

L'hétérogénéité et l'anisotropie des matériaux stratifiés constitués d'une séquence d'empilement de couches imprégnées de résine qui leur assurent d'excellentes propriétés sont aussi à l'origine de leur capacité à abriter de nombreux défauts sans perte importante de propriétés mécaniques. En partie initialement présents à une échelle microscopique, les défauts dans les composites augmentent consécutivement à un chargement hygro-thermo-mécanique, ou comme la conséquence directe de la présence d'un défaut préalable, une fois soumis à de la fatigue ou à un niveau de contrainte critique en statique ou en impact. Les défauts initiaux se déclinent en fonction de la mise en œuvre en termes de défauts d'imprégnation de fibres aux lieux de croisement des fils, occlusions d'air ou corps divers présents dans la matrice, porosités liées au départ de composés organiques volatils durant la réticulation des résines, déchaussements de fibres par effets de bord au cours du retrait thermique. L'évolution de ces défauts n'est pas corrélée à leur seule quantité relative initiale à l'issue d'un procédé particulier de mise en œuvre, mais suit des processus complexes fonctions de la géométrie et du chargement. Les défauts sont dits macroscopiques lorsque leur taille excède plusieurs fois celle des constituants. L'éventuelle apparition puis la croissance de ces défauts, sous les sollicitations auxquelles est soumise la structure, peuvent entraîner la ruine de celle-ci.

3.1.2. De la coalescence de défauts à la propagation de fissure

Au-delà des modes d'endommagement très complexes à l'échelle microscopique, deux lieux privilégiés de coalescence de défauts sont significatifs à l'échelle macroscopique ou structurelle: en premier lieu, la coalescence interlaminaire qui conduit au processus de séparation de deux couches selon un plan donné ou *délaminage*, et en second lieu, la coalescence transverse, conduisant à la rupture des couches (matrice et fibres) dans le sens transverse ou *fissuration transverse* (Figure 13) [BERT (1999)]. Parmi les nombreuses causes imprévues possibles entraînant l'amorçage du délaminage, les plus fréquentes sont notamment :

- l'oubli d'un morceau de film protecteur entre deux plis de préimprégné ;
- un produit polluant contaminant localement la résine et supprimant ses pouvoirs adhésifs ;

- les effets de bord ;
- les chocs, chutes d'outils pendant l'assemblage, ...

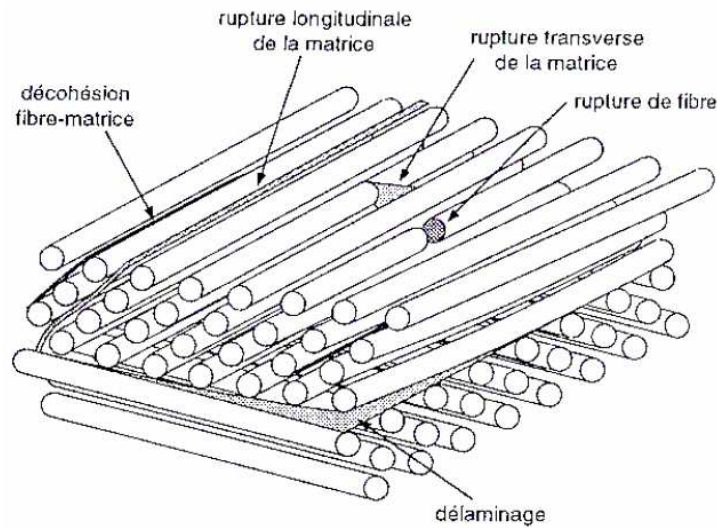


Figure 13. *Mécanismes d'endommagement observés dans un composite* [BERT (1999)]

Les contraintes de pelage et de cisaillement (correspondant aux modes I, II, et III de rupture par rapport au plan de stratification, cf. Chapitre 4) au voisinage de la frontière de la zone d'amorçage sont les principaux moteurs de la création de défauts et de la progression du délamination. Au cours de la vie du matériau le potentiel de résistance à ces contraintes s'épuise à un rythme dépendant de nombreux paramètres que l'on peut tenter d'anticiper indirectement en exploitant des essais de fatigue.

3.2. Fatigue des matériaux composites à fibres longues et matrice organique thermodurcissable

3.2.1. Définitions

La fatigue est la réponse du matériau à une sollicitation cyclique ou variable dans le temps en contraintes ou en déplacements. La durée de vie en fatigue pour un même matériau dépend du niveau de contraintes, de l'histoire du chargement, de l'hygrothermie. Usuellement, les essais de fatigue sont réalisés au moyen de cycles sinusoïdaux, ce qui limite la description du chargement de fatigue à l'expression de trois paramètres. Les notations Figure 14 décrivent les composantes alternative, moyenne, et le rapport cyclique d'une contrainte sinusoïdale. Le formalisme présenté ici sera repris en Partie II lorsque nous aborderons la fatigue des interfaces hybrides aluminium/composite (Section 3) et la fatigue des tubes composites à renfort tressé (Section 4).

3.2.1.1. Droites de Wöhler

Le diagramme d'endurance est la représentation de la contrainte maximale S appliquée en fonction de la durée de vie N exprimée en nombre de cycles

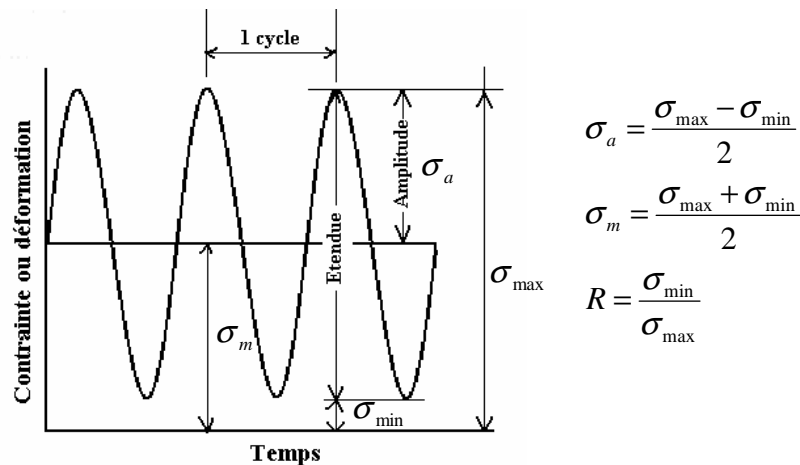
obtenue sous cette contrainte. Pour des composites carbone-époxy dans le domaine compris entre 10^2 et 10^6 cycles, la courbe du diagramme est très proche d'une droite [BATH(1997)].

L'équation de la droite avec m et B constantes, peut également être décrite par la loi puissance où c et d sont des constantes :

$$\begin{cases} S = \sigma_r (m \log N + B) \\ \Leftrightarrow \frac{S}{\sigma_r} N^d = c \end{cases} \quad (21)$$

avec σ_r contrainte à rupture pour $R=1$

Les coefficients de la droite sont obtenus par régression linéaire des points expérimentaux. Chaque point est la moyenne statistique des durées de vie d'un échantillon d'éprouvettes testées au même niveau de contrainte maximale.



3.2.1.2. Statistique de Weibull

La fatigue des composites est affectée par les propriétés des constituants de base comme la résistance des fibres, la ténacité de la matrice, l'orientation des couches ou la fraction volumique de fibres. L'analyse des résultats des tests de fatigue fait appel à la statistique de Weibull [WEIB(1953)], qui propose une distribution réaliste des paramètres de durée de vie et d'endurance, au regard des dispersions observées expérimentalement. La probabilité de survie à un nombre de cycles N sous un chargement donné vaut :

$$P(N) = \exp \left[- \left(\frac{N}{N_0} \right)^\alpha \right] \quad (22)$$

où N_0 et α sont respectivement le facteur d'échelle et le facteur de forme de la distribution de Weibull : $\ln(N_0)$ est l'abscisse de l'intersection de la droite représentative de $\ln(\ln(1/(1-P))) = f(\ln(N))$ avec l'axe des abscisses, α est la pente

de cette courbe au point d'abscisse $\ln(N_0)$. Pour obtenir cette courbe appelée également droite de Henry, la procédure est la suivante [MOGU(2002)]:

1. classer et numéroter les durées de vie obtenues par ordre croissant $I=1,2,\dots,n$
2. pour chaque durée, calculer la probabilité de rupture avec $P=i/n$
3. tracer $\ln(\ln(1/(1-P))) = f(\ln(N))$ pour chaque valeur

La durée de vie moyenne μ est alors donnée par :

$$\mu = N_0 \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \quad (23)$$

Cette équation servira pour le calcul des durées de vie moyennes du diagramme de Wöhler dans le cadre du suivi de l'endommagement par fatigue cyclique des composites à fibres longues tressées (Partie II, Section 2).

3.2.2. Comportements en fatigue des matériaux étudiés

Avec la conclusion du Chapitre 1^{er}, nous avons évoqué trois types de matériaux intervenant dans notre étude: des composites à renfort textile d'architecture bi- ou tri- dimensionnelle, et des hybridations métal composite.

Bathias [BATH(1997)] a synthétisé ainsi les spécificités du comportement en fatigue des composites par rapport aux métaux :

1. L'hétérogénéité des matériaux composites leur confère une meilleure endurance en fatigue entaillée, grâce à la relaxation des contraintes autour des défauts.
2. Les sollicitations de compression cyclique conduisent à un endommagement important des composites, contrairement aux métaux, qui ne se rompent pas en compression cyclique.
3. Les mécanismes d'endommagement des composites ne se développent pas seulement en surface comme dans les métaux, mais également à l'intérieur du matériau.

D'un point de vue général, pour une grande majorité de matériaux composites renforcés de fibres, la dégradation des propriétés élastiques en fatigue peut être divisée en trois stades. Par exemple pour une éprouvette carbone/époxy [0,90,0,90]_{2s} en traction-traction (R=0,1) Van Paepegem [VANP(2002)] relate les phases suivantes (Figure 15) :

- Une phase d'initiation (stade I) caractérisée par une décroissance rapide de la rigidité, de 2 à 5%, causée principalement par la fissuration transversale de la matrice ;
- Une phase de propagation, (stade II) au cours de laquelle la réduction de la rigidité s'accroît de 1 à 5% de façon quasi-linéaire par rapport au nombre de cycles. Les mécanismes d'endommagement prédominants sont le

délaminage aux bords et la fissuration longitudinale le long des fibres à 0° ;

- Une phase terminale (stade III) où la perte de rigidité augmente de façon brutale et conduit à la rupture. A ce dernier stade, les ruptures locales initiales de fibres conduisent à la rupture de mèches entières par coalescence des défauts créés.

L'évolution de la contrainte admissible durant les deux premiers stades de l'endommagement progressif est bien représentée par les droites de Wöhler ou droites S/N dans le cas des composites à fibres de carbone. Lorsque cet endommagement s'opère au sein d'un composite dont le renfort est obtenu par superposition de textiles bidimensionnels, le mode de rupture en cisaillement interlaminaire peut prédominer. Cette situation entraîne l'apparition d'une fissure majeure confinée à l'interface entre les deux textiles adjacents, constituant le délaminage que nous voulons étudier. Cependant l'emploi de textiles tridimensionnels, lorsqu'il est disponible permet de remédier au délaminage. L'avantage principal du textile tridimensionnel vient du fait que les fissures dues à la décohésion au niveau du croisement des mèches longitudinales et des mèches perpendiculaires à l'effort ne peuvent coalescer dans la zone inter laminaire, ce qui est à l'origine du délaminage au sein d'un renfort bidimensionnel. En effet, la croissance des fissures se fait le long des mèches de chaîne, qui sont orientées par rapport à la direction de l'effort de telle sorte qu'elles s'interposent entre deux points de croisement de mèches. L'endommagement local cumulé du composite tridimensionnel en fin de vie est donc plus important que celui du bidimensionnel, car on relève un nombre important de décohésions interfaciales et de fissures matricielles localisées. En comparaison, le bidimensionnel présente des fissures de grande taille dans la matrice et moins de décohésions interfaciales dans les régions avoisinantes, où les contraintes ont été relaxées par la propagation de ces fissures principales [TSAI(2000)].

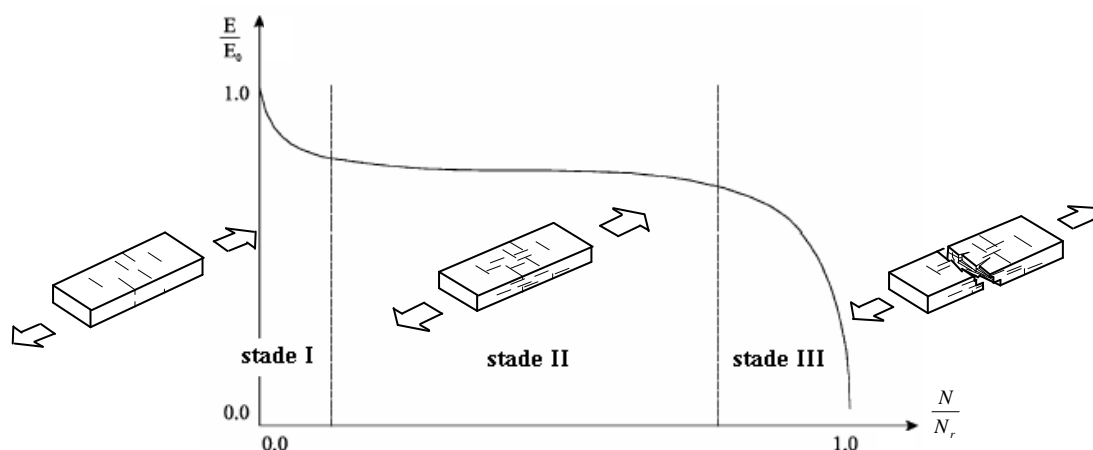


Figure 15. Courbe de perte de rigidité en fatigue cyclique traction-traction ($R=0,1$), typique d'un grand nombre de matériaux composites renforcés de fibres, d'après Van Paepegem [VANP(2002)]

3.3. Effets de l'humidité relative sur les composites

Le niveau local des contraintes motrices du délaminage peut être soit aggravé soit atténué par les effets de variations de volume d'origine hygrothermique.

La sensibilité des composites vis-à-vis des conditions hygrothermiques vient principalement de la dégradation des propriétés (gonflement, plastification, perte de ténacité) des matrices polymères en présence d'humidité et en fonction de la température. L'étude qualitative de Guttierrez [GUTT (1992)] comparant les résistances mécaniques de différents composites à fibres de verre longues illustre l'évolution globale des comportements à la fissuration des composites en fonction de paramètres hygrothermiques sur une longue durée (Tableau 1.). Ces résultats observés à l'échelle structurale suggèrent une corrélation, qui serait liée au fonctionnement de la matrice, entre les mécanismes de rupture en délaminage et en fissuration transverse, mais ne présagent en rien de la nature des phénomènes microscopiques associés. Simplement, une perte de tenue au délaminage avec l'humidité et la température est à prévoir.

Tableau 1. *Dégradations mécaniques prévisionnelles à 30 ans simulées en vieillissement accéléré par immersion en bain thermostaté d'eau de mer synthétique sur des composites à fibres de verre (d'après les résultats de Guttierrez [GUTT(1992)], basés sur les relevés de la Direction des Constructions Navales)*

Température de cuisson de la matrice époxy	Résistance au délaminage	Résistance résiduelle au délaminage	
	Résistance en flexion (valeur relative initiale)	Résistance résiduelle en flexion (% de la valeur initiale)	
	Neuf	Immergé 30 ans à 20°C	Immergé 30 ans à 70°C
Préimprégné 120°C	100	56	8
	100	55	8
80°C	69	70	25
	56	80	54
à froid	67	65	14
	56	80	30

De façon plus complexe, l'humidité est présente au moins par trois voies : soit par diffusion et adsorption physique de l'eau moléculaire au sein de la matrice, soit par transport d'eau liquide par condensation capillaire aux parois des microfissures, ou encore par diffusion, adsorption et condensation capillaire à l'interface fibre-matrice. Le fonctionnement de ces voies d'accès n'est pas constant vis-à-vis du temps, de la température, et même de l'humidité et du chargement, ce qui entraîne des couplages et des interactions délicats à interpréter [VAUT(1990)]. Par exemple, il y a couplage entre la diffusion dans la matrice et son état de contrainte mécanique, qui est largement méconnu dans le cas des contraintes internes résiduelles de mise en œuvre. Toute contrainte mécanique pouvant modifier l'ouverture ou le nombre des microfissures, le comportement mécanique du matériau est donc changeant, mais aussi les paramètres du transport d'eau liquide. Cette eau liquide peut être le siège de toute réaction

chimique thermodynamiquement stable, par exemple une hydrolyse de l'ensimage à l'interface fibre-matrice, pouvant conduire après un certain temps à une certaine température au déchaussement de la fibre dans la matrice, ce mouvement ayant bien entendu des conséquences sur le comportement mécanique, et ainsi de suite. A une échelle macroscopique et plus globale, des techniques de caractérisation courantes basées sur le modèle de la diffusion d'humidité réversible sont utilisées pour représenter l'absorption d'humidité par les composites. Lorsqu'il y a réaction chimique totale, ou endommagement du matériau, l'expérience peut s'en écarter fortement du fait de l'irréversibilité de ces phénomènes. Toutefois le modèle réversible n'en demeure pas moins un point d'appui essentiel pour la compréhension, voire la modélisation mécanique simplifiée des observations.

Pour déterminer les changements physiques dans un composite stratifié, la distribution de températures et le taux de rétention d'eau doivent être connus. Quand la température varie seulement dans l'épaisseur et que l'équilibre est atteint rapidement, le processus de distribution de la température et de l'humidité est appelé diffusion « fickienne », qui est analogue à l'équation de Fourier pour la conduction de chaleur. La seconde loi de diffusion de Fick peut être formulée selon trois directions principales avec l'équation aux dérivées partielles :

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D_x \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + D_z \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \quad (24)$$

Avec D_x , D_y , D_z les coefficients de diffusion dans les trois directions principales, c la concentration en eau, t le temps. La Figure 16 montre l'évolution de la concentration en eau en fonction de la racine du temps. Le plateau apparent est caractéristique des prédictions fickiennes.

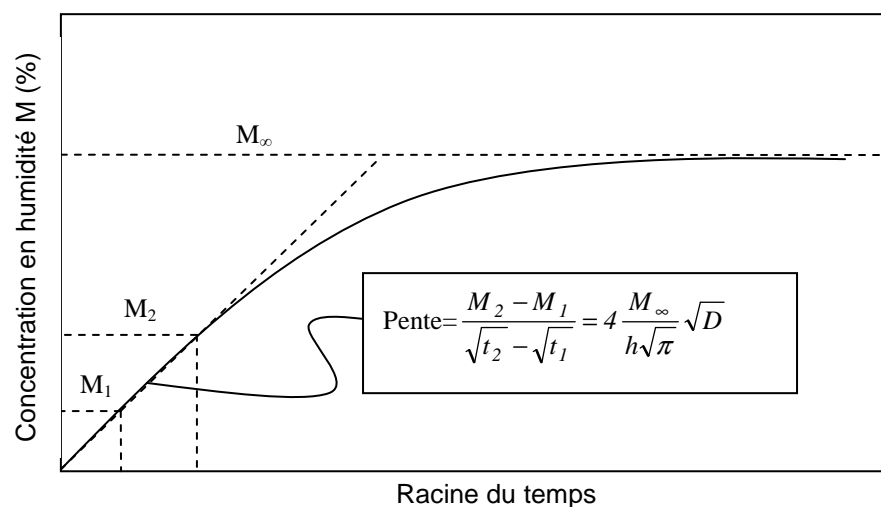


Figure 16. *Cinétique d'absorption d'eau d'un stratifié soumis à une diffusion unidirectionnelle dans le sens de l'épaisseur*

En humidité relative le comportement des composites carbone époxy est généralement bien représenté par le modèle de Fick. La reprise d'humidité M est donnée par :

$$M = \frac{m_t - m_0}{m_0} \times 100\% \quad (25)$$

Où m_t est la masse de l'échantillon après un temps t , et m_0 la masse sèche de référence. Dans le cas d'une diffusion unidirectionnelle dans le sens de l'épaisseur du stratifié, en négligeant les effets de bord, l'équation de base du modèle sur les concentrations en humidité s'écrit (d'après [MERC(2005)]):

$$\frac{C_t}{C_\infty} = 1 - \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} \exp\left(-\frac{\pi^2 D}{h^2} (2n+1)^2 t\right) \cos\left((2n+1) \frac{\pi x}{h}\right) \quad (26)$$

Où C_t et C_∞ sont les concentrations à l'abscisse x , au temps t et à saturation, D est le coefficient de diffusion dans la direction x . La masse d'eau M_t ayant diffusé à la date t étant le résultat de l'intégration de la concentration sur le volume, cette relation se transpose en fonction de la masse, et de son rapport avec la masse à saturation M_∞ :

$$\frac{M_t}{M_\infty} = 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \exp\left(-\frac{\pi^2 D}{h^2} (2n+1)^2 t\right) \quad (27)$$

Cette formule permet de caractériser la cinétique d'absorption d'un matériau à partir d'une régression numérique des relevés de masse expérimentaux. Pour simplifier les calculs, plusieurs auteurs appliquent une formule analytique équivalente donnant des résultats valables compte tenu de la dispersion des mesures, basée sur le développement limité aux temps courts avec par exemple comme critère $Dt/h^2 \ll 0,05$ [BONH(1996)]. Le coefficient de diffusion D dans la direction de l'épaisseur de l'échantillon testé est calculable à partir de l'origine des courbes de teneur en humidité en fonction de la racine du temps par :

$$D = \pi \left(\frac{h}{4M_\infty} \right)^2 \left(\frac{M_2 - M_1}{\sqrt{t_2} - \sqrt{t_1}} \right)^2 \quad (28)$$

Où M_1 et M_2 sont les teneurs en humidité aux temps t_1 et t_2 respectivement dans la phase initiale du processus d'absorption. L'influence de la température sur la cinétique d'absorption à humidité relative constante se caractérise par une loi d'Arrhénius sur la diffusion de type:

$$D = D_0 \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right) \quad (29)$$

L'humidité relative environnante étant une condition limite du problème de la diffusion tel qu'il est posé avec l'équation (24), il est logique que par définition les coefficients de diffusion en soient indépendants. En revanche la masse d'eau à saturation est liée à l'humidité relative par une loi puissance [DEWI(1981)], identifiable avec des essais à température variable en considérant que la masse d'eau à saturation ne dépend pas de la température.

$$M_{\infty} = a(HR)^b \quad (30)$$

Finalement l'influence de l'absorption d'humidité sur le comportement des composites est néfaste, les propriétés de résistance chutant avec le temps d'immersion (Tableau 1), de même que les propriétés élastiques chutent avec le temps d'exposition à une humidité relative (Figure 17).

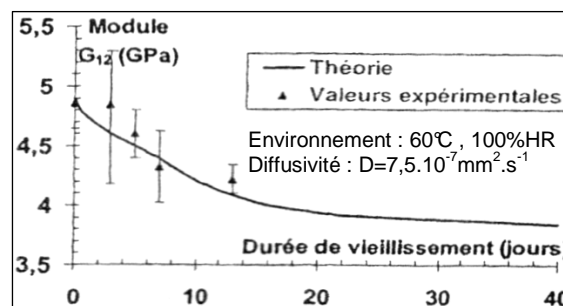


Figure 17. Prédiction du module de cisaillement plan d'un unidirectionnel verre-époxy à partir de la loi de Fick d'après Mercier [MERC(2005)]

Les relations de ce paragraphe 3.3. seront employées à caractériser la cinétique d'absorption d'humidité d'un joint collé composite/composite placé en humidité relative. La prise en compte des dégradations de propriétés élastiques liées à l'absorption d'humidité permettra la réévaluation des ténacités en fonction du vieillissement humide, dans le cadre de l'étude de la durabilité du joint.

3.4. Conclusions

Avec la présence initiale de défauts, leur accumulation par chargement monotone ou par fatigue, l'effet des variations de volume d'origine hygrothermique, nous avons qualitativement envisagé l'ensemble des sources significatives d'endommagement du composite pouvant conduire à sa ruine par délaminage. Nous avons passé en revue différents modèles permettant de tracer l'historique des actions de dégradation, nécessaire au suivi d'une caractéristique. Avant de passer à la définition de la ténacité d'interface de délaminage, rappelons que ce sont souvent les mêmes polymères thermodurcissables qui assurent tour à tour le rôle de matrice et d'interface adhésive avec un substrat à renforcer. Non seulement au niveau physique, mais également en termes d'hypothèses de fonctionnement mécanique, le délaminage et le décollement d'interface plane présentent des similitudes qui invitent à les considérer indifféremment à l'échelle structurelle.

Chapitre 4. Rupture interfaciale des éléments de structure multicouches

4.1. Introduction

Un joint collé est un lieu favorable de rupture, laquelle peut y apparaître principalement selon deux formes : d'une part, une rupture dite adhésive de l'interface adhérents-adhésif et d'autre part, une rupture dite cohésive du joint lui-même, par la présence de fissures ou micro-fissures. L'apparition d'un de ces modes plutôt que l'autre dépend de la nature du joint, de la géométrie de l'assemblage et aussi du chargement. Les premiers travaux de modélisation de joint de colle sont généralement attribués à Goland et Reissner [GOLA(1944)] retenant dans un cadre élastique linéaire les deux hypothèses suivantes : i) la flexibilité de l'adhésif est négligeable ii) les contraintes axiales sont négligeables tandis que les autres contraintes sont constantes dans l'épaisseur. En spécifiant ces deux hypothèses, les auteurs opposent deux cas :

- le cas où l'adhésif est souple et flexible : la flexibilité du joint est due à la déformation de l'adhésif. On introduit la notion d'interface faible ;
- le cas où le joint est si fin et rigide que les déformations sont négligeables. Les différents champs sont alors continus à travers le joint considéré comme un corps rigide. On introduit la notion d'interface parfaite (ou forte).

Pour les interfaces fortes, les outils de la mécanique de la rupture sont utilisables [MÜNC(2000)]. Initialement créés pour les matériaux isotropes, certains auteurs les ont modifiés en vue d'interpréter le comportement des matériaux élastiques homogènes anisotropes ([SIHP(1965)], [PARI(1965)]). Nous allons donc présenter l'essentiel des résultats fondant la mécanique de la rupture des matériaux composites, et qui offrent un cadre unique pour la modélisation tant du délaminage des stratifiés que du décollement des interfaces fortes, c'est-à-dire avec un joint de colle si fin et rigide que ses déformations sont négligeables.

4.2. Mécanique de la rupture des composites

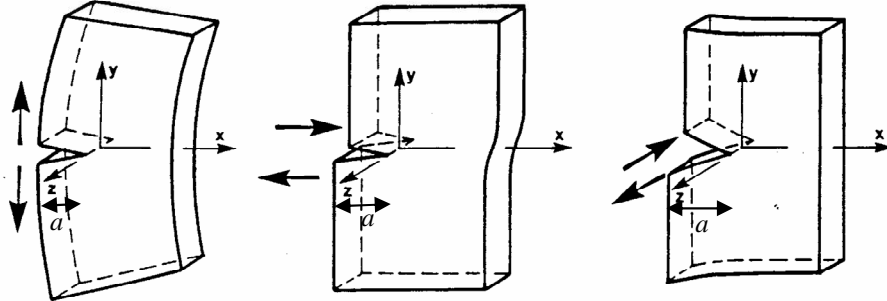
L'approche analytique de la rupture fragile des matériaux solides isotropes est basée sur la recherche des champs de contraintes et de déformations autour du front de fissure. Selon les observations d'Irwin, il y a trois mouvements cinématiques relatifs indépendants des parois de la fissure [JECI(1995)]. Les contraintes autour du front de fissure sont très élevées et tendent vers l'infini au point de singularité. D'après Irwin, il est possible de définir des paramètres appelés facteurs d'intensité de contrainte dépendant de la géométrie de la pièce, de la taille et de la forme de la fissure, du niveau et du type de chargement.

Pour chaque mode d'ouverture de fissure (Figure 18) ces facteurs sont définis sur la base de chargements nominaux $(\sigma_y)_n$, $(\tau_{xy})_n$, $(\tau_{yz})_n$, pour la fissure de longueur $2a$ dans une plaque d'épaisseur uniforme.

$$K_I = (\sigma_y)_n \sqrt{\pi a} \quad (31.1)$$

$$K_{II} = (\tau_{xy})_n \sqrt{\pi a} \quad (31.2)$$

$$K_{III} = (\tau_{yz})_n \sqrt{\pi a} \quad (31.3)$$



I-le mode d'ouverture II-le mode de cisaillement III-le mode de déchirement

Figure 18. *Mouvements cinématiques relatifs indépendants des parois de la fissure*

La stabilité de la fissure est usuellement évaluée en comparant le facteur K déduit de la construction étudiée à la valeur critique K_c considérée comme une propriété du matériau. La situation la plus dangereuse de rupture fragile potentielle, est rencontrée pour le mode I d'ouverture de fissure, de sorte que le critère basique de stabilité est :

$$K_I \leq K_{Ic} \quad (32)$$

Sih, Paris et Irwin ([SIHP(1965)], [PARI(1965)]) furent les premiers à prouver que ces concepts pouvaient être étendus aux matériaux mécaniquement anisotropes, au moyen d'une définition identique de facteurs d'intensité de contrainte, conformément aux équations (31.1) à (31.3). Nous proposons dans les lignes qui suivent le formalisme permettant d'exploiter cette définition.

4.3. Analyse des contraintes et déformations

L'analyse des contraintes et déformations au voisinage du front de fissure, dans une plaque constituée d'un matériau anisotrope, peut être considérée comme un problème plan. Deux états dominant : l'état plan de déformation au voisinage de la fissure et l'état plan de contraintes plus loin. Cela permet de définir à déplacement imposé des concentrations de contraintes tendant vers l'infini au front de fissure tout en prenant en compte les efforts extérieurs.

Dans le cas complètement anisotrope, les conditions de contraintes planes (Figure 19) sont décrites par :

$$\varepsilon_x = S_{11}\sigma_x + S_{12}\sigma_y + S_{16}\tau_{xy} \quad (33.1)$$

$$\varepsilon_y = S_{21}\sigma_x + S_{22}\sigma_y + S_{26}\tau_{xy} \quad (33.2)$$

$$\varepsilon_z = S_{31}\sigma_x + S_{32}\sigma_y + S_{36}\tau_{xy} \quad (33.3)$$

$$\gamma_{xy} = S_{61}\sigma_x + S_{62}\sigma_y + S_{66}\tau_{xy} \quad (33.4)$$

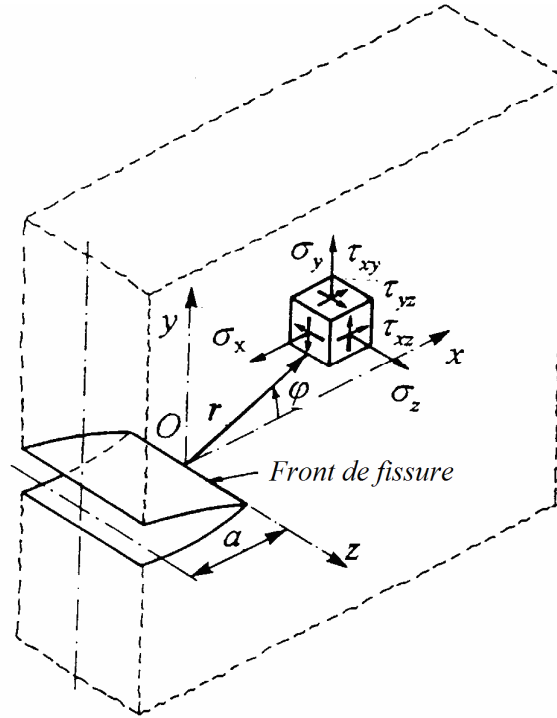


Figure 19. Position du front de fissure par rapport au repère global [JECI(1995)]

Avec les coefficients $S_{ij}=S_{ji}$ de la matrice de complaisance définis par les constantes de l'ingénieur :

$$\begin{aligned} S_{11} &= \frac{1}{E_x} & S_{12} &= -\frac{\nu_{xy}}{E_x} & S_{13} &= \frac{\eta_{xy,x}}{E_x} \\ S_{21} &= -\frac{\nu_{yx}}{E_y} & S_{22} &= \frac{1}{E_y} & S_{26} &= \frac{\eta_{xy,y}}{E_y} \\ S_{31} &= -\frac{\nu_{zx}}{E_z} & S_{32} &= -\frac{\nu_{zy}}{E_z} & S_{36} &= \frac{\eta_{xy,z}}{E_z} \\ S_{61} &= -\frac{\eta_{x,xy}}{G_{xy}} & S_{62} &= \frac{\eta_{y,xy}}{G_{xy}} & S_{66} &= \frac{1}{G_{xy}} \end{aligned} \quad (34)$$

Où $\eta_{ij,k}$ et $\eta_{i,jk}$ sont les coefficients d'influence mutuelle de première et deuxième espèce caractérisant les couplages traction-cisaillement.

Les composantes du champ de contraintes sont les dérivées de la fonction de contraintes $U=U(x,y)$ telle que :

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \quad \tau_{xy} = \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} \quad (35)$$

Et satisfaisant l'équation de compatibilité :

$$D_1 D_2 D_3 D_4 U(x, y) = 0 \quad (36)$$

Avec l'opérateur différentiel

$$D_k = \frac{\partial}{\partial y} - \mu_k \frac{\partial}{\partial x} \quad (37)$$

Les coefficients d'anisotropie μ_k sont les racines complexes de l'équation caractéristique :

$$S_{11}\mu_k^4 - 2S_{16}\mu_k^3 + (2S_{12} + S_{66})\mu_k^2 - 2S_{26}\mu_k + S_{22} = 0 \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \mu_1 &= \alpha_1 + i\beta_1 & \mu_3 &= \bar{\mu}_1 \\ \mu_2 &= \alpha_2 + i\beta_2 & \mu_4 &= \bar{\mu}_2 \end{aligned} \quad (39)$$

Les distributions de contraintes autour d'une fissure peuvent être déduites de la solution du champ de contraintes autour d'un trou elliptique sous la forme :

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left\{ \text{Re} \left[\frac{\mu_1 \mu_2}{\mu_1 - \mu_2} \left(\frac{\mu_2}{\sqrt{\cos \varphi + \mu_2 \sin \varphi}} - \frac{\mu_1}{\sqrt{\cos \varphi + \mu_1 \sin \varphi}} \right) \right] \right. \\ &\quad \left. + \mu \text{Re} \left[\frac{1}{\mu_1 - \mu_2} \left(\frac{\mu_2^2}{\sqrt{\cos \varphi + \mu_2 \sin \varphi}} - \frac{\mu_1^2}{\sqrt{\cos \varphi + \mu_1 \sin \varphi}} \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} \sigma_y &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left\{ \text{Re} \left[\frac{1}{\mu_1 - \mu_2} \left(\frac{\mu_1}{\sqrt{\cos \varphi + \mu_2 \sin \varphi}} - \frac{\mu_2}{\sqrt{\cos \varphi + \mu_1 \sin \varphi}} \right) \right] \right. \\ &\quad \left. + \mu \text{Re} \left[\frac{1}{\mu_1 - \mu_2} \left(\frac{1}{\sqrt{\cos \varphi + \mu_2 \sin \varphi}} - \frac{1}{\sqrt{\cos \varphi + \mu_1 \sin \varphi}} \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} \tau_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left\{ \text{Re} \left[\frac{\mu_1 \mu_2}{\mu_1 - \mu_2} \left(\frac{1}{\sqrt{\cos \varphi + \mu_1 \sin \varphi}} - \frac{1}{\sqrt{\cos \varphi + \mu_2 \sin \varphi}} \right) \right] \right. \\ &\quad \left. + \mu \text{Re} \left[\frac{1}{\mu_1 - \mu_2} \left(\frac{\mu_1}{\sqrt{\cos \varphi + \mu_1 \sin \varphi}} - \frac{\mu_2}{\sqrt{\cos \varphi + \mu_2 \sin \varphi}} \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (42)$$

Où μ est un rapport de facteurs d'intensité de contrainte :

$$\mu = \frac{K_{II}}{K_I} \quad (43)$$

Les modes d'extension de fissure de base sont décrits comme des solutions particulières définies avec :

Ouverture en mode I :

$$\mu = 0, \quad K_{II} = 0 \quad (44)$$

Ouverture en mode II :

$$\mu \rightarrow \infty, \quad K_I \rightarrow 0 \quad (45)$$

Pour un matériau orthotrope, les directions principales de symétrie sont L-longitudinale et T-transversale (Figure 20), avec les coefficients S_{ij} correspondants à recalculer en fonction de l'orientation par rapport aux axes x et y , avant d'être réincorporés dans l'équation caractéristique.

$$\bar{S}_{ij} = a_{im} a_{jn} S_{mn} \quad (i, j, m, n = 1, 2, 3, 6) \quad (46)$$

Où les coefficients a_{im} et a_{jn} sont des fonctions trigonométriques de l'angle θ .

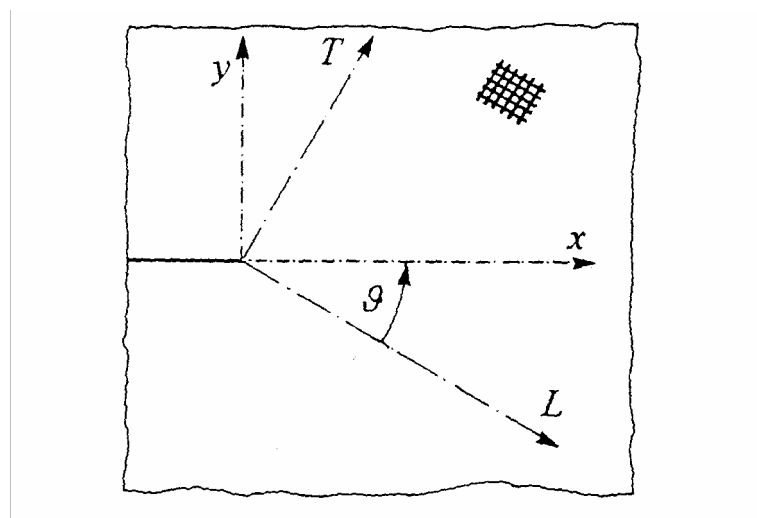


Figure 20. Orientation générale du front de fissure dans un matériau orthotrope [JECI(1995)]

Ces expressions analytiques des concentrations de contraintes modélisent idéalement un matériau homogène jusqu'à l'échelle microscopique. Les modèles simulés par éléments finis convergent théoriquement vers ces expressions analytiques. Nous pourrions ainsi évaluer comparativement la finesse du maillage lors de la modélisation numérique d'une fissure de délaminage dans un milieu orthotrope. Paradoxalement, l'homogénéité d'un composite n'étant valable qu'à

l'échelle mésoscopique, la distribution de contraintes locale obtenue au voisinage du front de fissure ne correspondra à aucune réalité physique. Pour utiliser ces expressions connaissant les propriétés élastiques du matériau anisotrope, nous devons préalablement évaluer les constantes K_I et K_{II} : c'est l'objet de ce qui suit.

4.4. Notion de ténacité pour les matériaux orthotropes

Selon le matériau et la géométrie considérés, le phénomène d'amorçage de fissure peut être suivi par une phase de propagation présentant un caractère stable : la vitesse de fissuration est soit constante, soit décroissante, la propagation nécessite un apport d'énergie supplémentaire par le milieu extérieur ; ou instable : la vitesse de fissuration croît, l'énergie nécessaire à la propagation est entièrement fournie par l'énergie de déformation élastique emmagasinée au moment de l'amorçage. En mécanique linéaire élastique de la rupture, l'amorçage est suivi par une propagation instable de la fissure : les calculs de ténacité réalisés conduisent à la détermination de ténacités à l'amorçage, y compris dans le cas d'une brève phase de propagation stable [KRAW(1999)]. La mécanique linéaire élastique de la rupture ne peut être appliquée qu'aux matériaux présentant un comportement parfaitement linéairement élastique et fragile. Dans ce cas la ténacité ou résistance à la fissuration est représentée par le facteur d'intensité de contrainte critique K_c ou le taux critique de restitution d'énergie G_c .

Dans le cas d'un matériau orthotrope la mécanique de la rupture peut être appliquée comme dans le cas de l'isotropie, à condition de respecter certaines restrictions que Paris et Sih ont précisées [PARI(1965)] : (i) l'orientation du défaut doit coïncider avec un axe de symétrie élastique ; (ii) le défaut doit se propager dans son plan et sa direction initiale, donc selon un axe de symétrie élastique.

Dans ces conditions, les trois modes de base restent indépendants (pas de couplage), et les facteurs d'intensité de contraintes K sont définis de façon similaire à ceux des corps isotropes, développant la même singularité en $\sqrt{l/r}$ en fond de fissure. Cependant, leur valeur ne dépend plus seulement de la géométrie du corps fissuré et des contraintes appliquées, mais aussi des constantes élastiques du matériau. Le taux de restitution de l'énergie G est défini de manière générale par :

$$G = -\frac{l}{e} \frac{\partial}{\partial a} (U - W) \quad (47)$$

Où U est l'énergie élastique du corps fissuré, W le travail des forces extérieures, a la longueur de fissure, e l'épaisseur du corps fissuré.

G est la somme des taux de restitution de l'énergie G_I , G_{II} et G_{III} correspondant aux modes de rupture de base. Dans le cas d'une symétrie orthotrope et moyennant les restrictions énoncées ci-dessus, G_I , G_{II} et G_{III} s'expriment de manière simple en fonction des facteurs d'intensité de contraintes K_I , K_{II} et K_{III} [SIHP(1965)] :

$$G_I = K_I^2 \sqrt{\frac{S_{22}S_{11}}{2}} \sqrt{\frac{S_{22}}{S_{11}} + \frac{2S_{12} + S_{66}}{2S_{11}}} \quad (48.1)$$

$$G_{II} = K_{II}^2 \frac{S_{11}}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{S_{22}}{S_{11}} + \frac{2S_{12} + S_{66}}{2S_{11}}} \quad (48.2)$$

$$G_{III} = K_{III} \sqrt{\frac{S_{44}S_{55}}{2}} \quad (48.3)$$

Où les termes S_{ij} sont les composantes de la matrice des complaisances élastiques du matériau.

D'un point de vue expérimental, nous avons accès aux taux de restitution d'énergie élastique ainsi qu'aux caractéristiques élastiques, qui peuvent être déterminés au moyen de la mécanique des poutres ou de la théorie des stratifiés. Ces dernières équations nous montrent que dans les conditions précitées les paramètres facteur critique d'intensité de contrainte K_c et taux critique de restitution d'énergie élastique G_c sont liés de façon interchangeable à la notion de ténacité.

Pour le calcul numérique par éléments finis de la partition des modes de restitution d'énergie élastique, Schmitt [SCHM(2000)] emploie une méthode inspirée de celle de Rybicky et Kanninen [RYBI(1977)]. Elle consiste à attacher deux nœuds M et M' des parois de la fissure très près du front de fissure (à une distance Δa) au moyen de ressorts de rigidité très grande devant celle du matériau afin de mesurer les forces de réaction F_i dans les trois directions de l'espace pendant le chargement (Figure 21.a.). Un deuxième calcul sans ressorts permet de mesurer les déplacements u_i et u_i' des nœuds précédemment attachés lorsqu'ils sont libres (Figure 21.b.) et d'en déduire les travaux respectifs de ces forces de réaction, d'où la formule :

$$G = \frac{I}{2b\Delta a} \left[F_1(u_1' - u_1) + F_2(u_2' - u_2) + F_3(u_3' - u_3) \right] = G_I + G_{II} + G_{III} \quad (49)$$

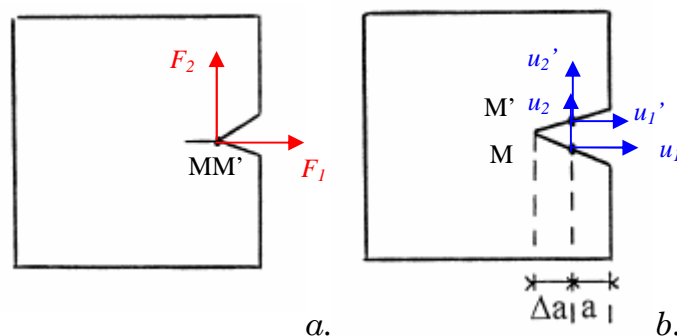


Figure 21. Méthode de calcul de G_I , G_{II} et G_{III} -a. 1^{er} calcul -b. 2^e calcul [SCHM(2000)]

Cette méthode permet de travailler dans les trois directions spatiales, et indifféremment du degré d'anisotropie du matériau, cependant son inconvénient est de nécessiter une grande finesse du maillage en fond de fissure. Ensuite, une

réévaluation précise des contraintes au voisinage du front de fissure peut par exemple être obtenue en réincorporant les taux de restitution numériques dans les équations analytiques (48.1) à (48.3) puis (40) à (43). Le niveau de correspondance entre les contraintes simulées numériquement et les contraintes analytiques permet par exemple de juger de la convergence du modèle numérique.

4.5. Conclusions

- Il est fastidieux de développer des modèles analytiques capables de représenter le chargement des structures anisotropes depuis l'échelle des forces extérieures appliquées jusqu'à l'échelle des concentrations de contraintes en front de fissure. Cependant Sih, Paris et Irwin ([SIHP(1965)], [PARI(1965)]) ont montré que la forme de la distribution de contrainte autour du front de fissure dépend seulement des propriétés du matériau, et que seule son amplitude est proportionnelle au chargement via des facteurs d'intensité de contraintes (cf. § 4.3.). De plus ces facteurs d'intensité de contraintes sont directement liés aux taux de restitution d'énergie élastique des interfaces (cf. éq. (48)), qui sont aisément accessibles par calcul aux éléments finis (cf. § 4.4.).
- Dans le cadre de la mécanique linéaire élastique de la rupture, la notion de ténacité se mesure à la valeur critique K_c du facteur d'intensité de contrainte nécessaire pour amorcer la propagation instable d'une fissure préexistante. Pour un matériau orthotrope, on définit trois ténacités associées à trois modes indépendants d'amorçage de fissure sous l'effet d'une surcharge. C'est l'approche de Griffith [GRIFF(1920)], avec laquelle le suivi des ténacités nécessite l'évaluation en parallèle des dégradations de propriétés élastiques.
- Dans le cadre de notre thèse, l'hétérogénéité à l'échelle microscopique des matériaux fissurés empêche d'envisager les distributions de contraintes au front de fissure, basées sur des modèles analytiques de matériaux homogènes. C'est à l'échelle mésoscopique que la périodicité de l'architecture textile de renfort permet de définir des caractéristiques élastiques moyennes de volume élémentaire représentatif. Ainsi nous sommes forcés de privilégier la notion de taux critique de restitution d'énergie élastique G_c comme indicateur de ténacité du matériau homogénéisé.

Chapitre 5. Vers une mécanique de la rupture unifiée

5.1. Introduction

Nous venons de voir le lien entre les ténacités que nous cherchons à évaluer et le critère de Griffith pour l'amorce de fissure. En insistant sur des contradictions existantes entre la loi de Paris en fatigue et le critère de Griffith en statique, nous allons introduire une approche plus complexe de la fissuration, qui débouche sur des méthodes de calcul variationnelles.

5.2. Fatigue dynamique entaillée

Le comportement en fatigue dynamique entaillée peut également être décrit grâce aux concepts de la mécanique de la rupture [KRAW(1999)]. L'extension de fissure par cycle (da/dN) est privilégiée à la vitesse de fissuration (da/dt), afin de définir une variation de facteur d'intensité de contrainte par cycle. L'extension de fissure et l'amplitude $\Delta K_I = K_{I_{max}} - K_{I_{min}}$ sont reliés par l'équation de Paris (50), et compte tenu de ce qui précède, la même relation peut s'écrire avec G au lieu de K :

$$\frac{da}{dN} = c(\Delta K_I)^m \quad (50)$$

L'équation de Paris est généralement représentée en diagramme logarithmique (Figure 22) sur lequel apparaissent deux limites : au-dessous d'une valeur seuil ΔK_0 il n'y a pas de fissuration, et au-dessus d'une certaine valeur de ΔK_I , lorsque la valeur maximale de $K_{I_{max}}$ au sein du cycle tend vers K_{Ic} , il y a rupture brutale.

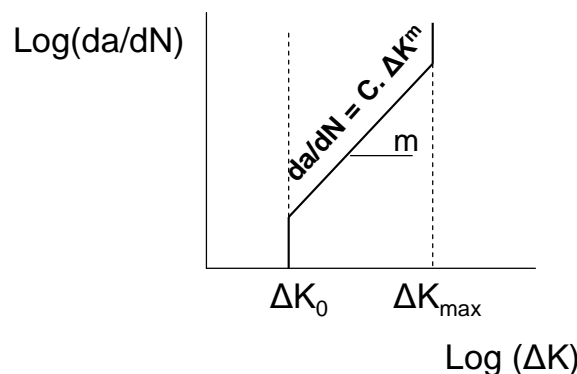


Figure 22. Comportement en fissuration par fatigue d'un composite à matrice organique

5.3. Insuffisances du modèle de Griffith

Le modèle de Griffith permet de rendre compte de la propagation des fissures sous l'effet d'un chargement abusif instantané, et le modèle phénoménologique de Paris prend en charge leur propagation à long terme. Dans

le cas de la fatigue entaillée, lorsque la charge est trop faible pour franchir le taux critique d'amorçage G_c , le facteur d'intensité de contrainte est lié à une propagation stable de fissure par la loi de Paris.

$$\text{Griffith : } \begin{cases} G < G_c & \text{stabilité} \\ G = G_c & \text{rupture} \end{cases}$$

$$\text{Paris : } \frac{da}{dN} = C \Delta G^m$$

Ces deux lois concernent la propagation d'un front de fissure déjà établi, avec sa singularité de contraintes en fond de fissure. Cependant le terme différentiel da , désignant une extension de fissure dont la longueur infinitésimale nous évoque le problème de l'initiation de la fissuration. En effet, il est impossible de modéliser la fatigue — progression lente et insidieuse sous des charges faibles — avec le modèle de Griffith puisqu'il prévoit que le front de fissure reste immobile sous l'effet d'un taux de restitution inférieur à G_c . A l'échelle d'un petit chargement on a donc une contradiction nette des deux modèles : Griffith prétend que rien ne se passe, tandis que Paris propose un avancement infinitésimal da .

Les phénomènes mettant en relation un avancement infinitésimal de fissure avec une énergie surfacique inférieure à G_c échappent manifestement au modèle de Griffith. En particulier, l'apparition d'une fissure de longueur da dans une structure saine, serait d'après le modèle de Griffith assortie d'une dissipation d'énergie proportionnelle à $da G_c$ et tendant vers zéro si da tend vers zéro. Comme on ne peut pas initier une fissure avec une énergie nulle, on atteint là les limites du modèle de Griffith [FRAN(2002)].

Les travaux de Marigo, Francfort [FRAN(2002)], Charlotte, Laverne [CHAR(2006)] et Jaubert [JAUB(2006)], tendent à définir un cadre général de la rupture permettant de rendre compte des différents phénomènes observés à partir d'une formulation unique. Il s'agit d'établir analytiquement le lien entre la mécanique de l'endommagement et la mécanique de la rupture, au point de pouvoir identifier clairement le sens des paramètres phénoménologiques des lois de fatigue du type Paris en fonction du matériau, de la géométrie et du chargement.

5.4. Nouvelles approches théoriques de la fissure

La fissure dans le corps en équilibre est représentée par une surface de discontinuité contenant des sauts de déplacement u , associés à une densité surfacique d'énergie Φ dépendant de l'orientation n des parois et de l'amplitude $[u]$ des sauts (Figure 23). L'énergie totale $E(u)$ est la somme de l'énergie élastique du domaine continu $\Omega - \Omega \cap S_u$ et de l'énergie de la surface de discontinuité S_u .

$$E(u) = \int_{\Omega - \Omega \cap S_u} W(\varepsilon(u)) dx - f(u) + \int_{S_u} \Phi(n, [u]) dS \quad (51)$$

Où W représente le potentiel des déformations élastiques ε ,

et f les efforts extérieurs.

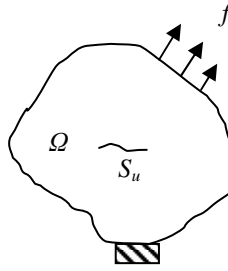


Figure 23. Corps fissuré en équilibre

En vertu du principe de moindre énergie, la condition de stabilité de la réponse élastique u_0 est qu'elle soit un minimum local de l'énergie totale.

$$E(u_0) \leq E(u) \quad \forall u \text{ tq } \|u - u_0\| \leq r \quad (52)$$

L'examen de différentes formes de densité surfacique d'énergie (Figure 24) montre que la conjugaison d'une énergie de surface de type Barenblatt (*i.e.* fonction du saut des déplacements) et de ce principe de moindre énergie permet de modéliser l'initiation de fissure.

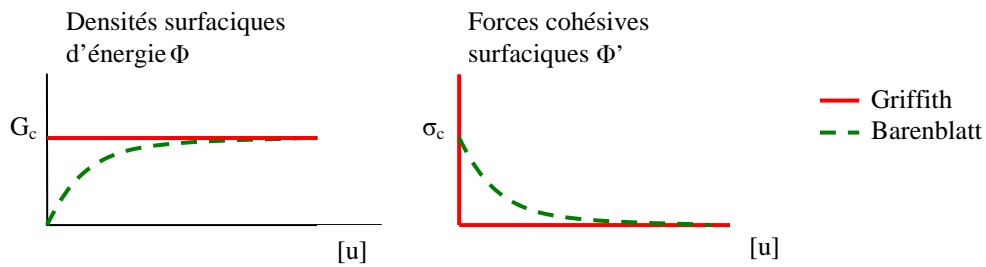


Figure 24. Densité d'énergie de surface de type Barenblatt comparée à celle de Griffith

En effet, avec des hypothèses sur l'énergie de surface $\Phi(n, [u])$ telles que l'on ait :

- Φ continue et différentiable en zéro
- $\Phi'(0) = \sigma_c > 0$
- Condition de non-interpénétration : $[u] \geq 0$

La recherche de stabilité conduit alors à vérifier :

1. l'équilibre élastique dans $\Omega - \Omega \cap S_u$
2. la présence de forces cohésives $\sigma = \Phi'(u)$ sur S_u
3. le seuil d'écoulement des contraintes $\sigma \leq \sigma_c$ dans $\Omega - \Omega \cap S_u$

Alors qu'avec une densité d'énergie de Griffith on vérifie :

1. l'équilibre élastique dans $\Omega - \Omega \cap S_u$
2. l'absence de forces cohésives $\sigma = \Phi'(u)$ sur S_u
3. les contraintes pouvant tendre vers l'infini dans $\Omega - \Omega \cap S_u$

Finalement, en introduisant une condition d'irréversibilité basée sur le cumul de déplacements (d'ouverture ou de glissement), la résolution incrémentale de problèmes de minimisation conduit les auteurs, par des chemins uniquement déductifs, à proposer la loi limite de comportement pour le décollement en fatigue d'un film mince:

$$\sum_{j=0}^{\infty} \left(\sqrt{\frac{G}{G_c}} + j \frac{\dot{\ell}}{L} \sqrt{\frac{G_c}{2F}} \right)^2 = 1 \quad (53)$$

Où G_c est l'énergie critique de Griffith, G le taux de restitution, F l'effort appliqué, $\dot{\ell}$ la vitesse de fissuration, L la longueur décollée. Les principales propriétés de cette loi limite sont en accord avec les lois de Griffith et Paris :

$$\dot{\ell} \geq \sqrt{\frac{2F}{G_c}} L \quad \text{quand} \quad G = G_c \quad (54)$$

i.e. La vitesse de propagation de fissure est supérieure à une valeur minimale quand le taux de restitution atteint sa valeur critique,

$$\dot{\ell} = f(G) \quad \text{quand} \quad 0 < G < G_c \quad \text{avec} \quad f \text{ monotone et continue} \quad (55)$$

i.e. L'extension de fissure s'opère même pour les chargements non critiques dans le sens des modes I et II,

$$\dot{\ell} \approx cste \times \left(\frac{G}{G_c} \right)^{\frac{3}{2}} \quad \text{quand} \quad G \ll G_c \quad (56)$$

i.e. L'extension de fissure suit une loi de type Paris pour les plus petits chargements.

L'approche variationnelle permet donc d'établir le chaînon manquant entre les lois de Griffith et Paris. Elle peut être utilisée pour étudier le processus de fissuration depuis l'initiation jusqu'à la rupture finale, et peut être étendue à la fatigue dynamique entaillée. Elle est permise par l'attribution de densité surfacique d'énergie continue et dérivable fonction des sauts de déplacement, ou densité d'énergie de Barenblatt. Les modèles de zone cohésive implémentés dans les logiciels de calcul aux éléments finis en sont une application directe. Avec au moins un critère en contrainte et en énergie, ils permettent de modéliser l'initiation et la rupture, la fatigue requérant une condition d'irréversibilité.

5.5. Introduction aux modèles de zone cohésive

Alternativement aux techniques numériques traditionnelles de la mécanique de la rupture, des lois de traction et séparation exercée entre les nœuds situés de part et d'autre de l'interface modélisée aux éléments finis conduisent à faire respecter un niveau d'énergie requis pour la rompre. La densité surfacique d'énergie de l'interface est contrôlée via un modèle non linéaire dit de zone cohésive.

Le modèle de zone cohésive consiste en une relation constitutive entre la traction T agissant sur l'interface et la séparation interfaciale correspondante, le saut de déplacement $\vec{\delta}$. Celui-ci est défini comme la différence de déplacement des nœuds initialement superposés.

$$\vec{\delta} = \vec{u}_{sup} - \vec{u}_{inf} \quad (57)$$

Dans le repère local de l'interface, la direction normale est notée n et la direction tangentielle est notée t (Figure 25). Ainsi la séparation normale et la séparation tangentielle (ou de cisaillement) sont notées :

$$\delta_n = \vec{\delta} \cdot \vec{n} \quad (58)$$

$$\delta_t = \vec{\delta} \cdot \vec{t} \quad (59)$$

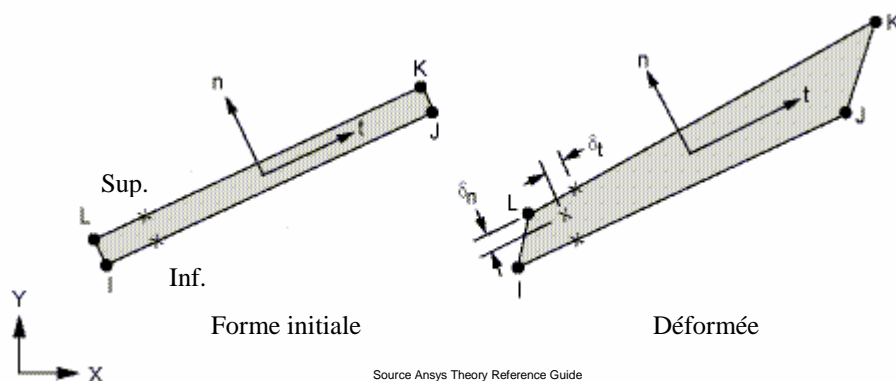


Figure 25. Schéma des éléments d'interface sous ANSYS

Les différents modèles de zone cohésive diffèrent uniquement par la loi de séparation de l'interface. Dans son étude de l'amorçage et de la propagation de fissures interfaciales dans les matériaux composites, Carrère [CARR(2005)] utilise les lois de Tvergaard [TVER(1990)] et Crisfield [CRIS(1998)]. Nous nous limiterons ici à employer l'unique modèle implémenté sous ANSYS 10.0 qui est celui de Xu et Needleman [XUNE(1994)]. Les lois de séparation de ces différents modèles sont représentées graphiquement Figure 26. L'avantage du modèle de Crisfield est de présenter un seuil d'endommagement, soit un comportement linéaire élastique jusqu'à rupture, avec une raideur initiale choisie par l'utilisateur. Cependant, au sein des modèles de Xu et Needleman ou de Crisfield, l'absence de viscosité après rupture manque pour modéliser les éventuelles frictions interfaciales notamment après rupture en cisaillement. C'est l'objet du modèle de Tvergaard qui reprend l'expression polynomiale du modèle de Xu et

Needleman en y incorporant l'irréversibilité du comportement et un frottement de Coulomb post-décohésion [BRUN(2004)].

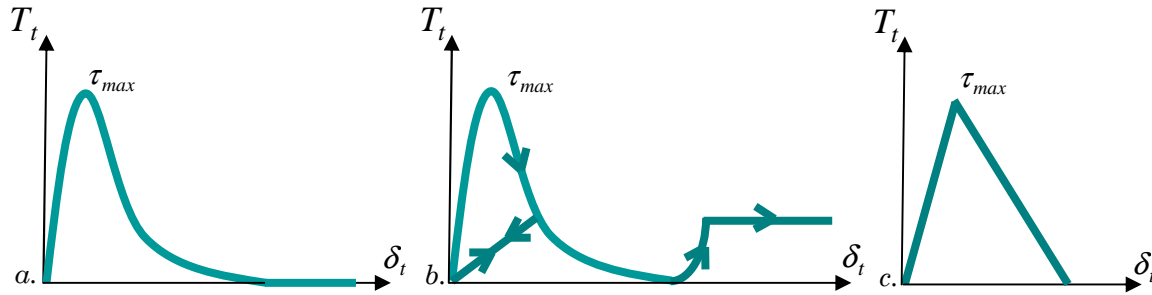


Figure 26. Exemples de lois de séparation en cisaillement appliquées au délaminage des composites : a. Xu et Needleman [XUNE(1994)], b. Tvergaard [TVER(1990)], et c. Crisfield [CRIS(1998)]

Nous nous familiariserons avec la mise en œuvre complexe de ces éléments d'interface au moyen du modèle disponible sous ANSYS.

5.6. Modèle implémenté sous ANSYS

Une forme exponentielle du modèle de zone cohésive de Xu et Needleman [XUNE(1994)] s'écrit avec le potentiel de surface:

$$\Phi(\delta) = e \sigma_{max} \bar{\delta}_n \left[1 - (1 + \Delta_n) e^{-\Delta_n} e^{-\Delta_t^2} \right] \quad (60)$$

Avec :

$e=2,71828$

σ_{max} contrainte normale maximale à travers l'interface

$\bar{\delta}_n$ séparation normale à travers l'interface lorsque σ_{max} est atteint avec $\delta_t = 0$

$\bar{\delta}_t$ séparation tangentielle à travers l'interface : τ_{max} est atteint quand $\delta_t = \frac{\sqrt{2}}{2} \bar{\delta}_t$.

$\Delta_n = \frac{\delta_n}{\bar{\delta}_n}$ et $\Delta_t = \frac{\delta_t}{\bar{\delta}_t}$ sont les taux de séparation respectifs des deux directions.

L'effort à travers l'interface correspond à la dérivée première de la densité surfacique d'énergie, il se décline dans le cas plan suivant deux composantes tangentielle et normale :

$$T = \frac{\partial \Phi(\delta)}{\partial \delta} \quad (61.1)$$

$$T_n = \frac{\partial \Phi(\delta)}{\partial \delta_n} = e \sigma_{max} \Delta_n e^{-\Delta_n} e^{-\Delta_t^2} \quad (61.2)$$

$$T_t = \frac{\partial \Phi(\delta)}{\partial \delta_t} = 2e \sigma_{max} \frac{\bar{\delta}_n}{\bar{\delta}_t} \Delta_t (1 + \Delta_n) e^{-\Delta_n} e^{-\Delta_t^2} \quad (61.3)$$

Pour les états de contrainte tridimensionnels, les contraintes de cisaillement ont deux composantes δ_{t_1} et δ_{t_2} dans le plan tangentiel de l'élément, et la norme vaut :

$$\delta_t = \sqrt{\delta_{t_1}^2 + \delta_{t_2}^2} \quad (62)$$

La traction tangentielle est alors définie comme :

$$T_{t_1} = \frac{\partial \Phi(\delta)}{\partial \delta_{t_1}} \quad (63.1)$$

$$T_{t_2} = \frac{\partial \Phi(\delta)}{\partial \delta_{t_2}} \quad (63.2)$$

La direction tangentielle t_1 est définie le long du bord IJ (cf. Figure 25) de l'élément, et la direction t_2 est définie le long de la direction perpendiculaire au plan formé par n et t_1 . Les directions t_1 , t_2 et n suivent la règle du produit vectoriel.

Dans tous les cas, le travail normal de séparation est défini par :

$$\phi_n = e \sigma_{max} \bar{\delta}_n \quad (64)$$

Et le travail tangentiel de séparation ϕ_t est défini tel que $\phi_n = \phi_t$ par :

$$\phi_t = \sqrt{2e} \tau_{max} \bar{\delta}_t \quad (65)$$

Il y a donc séparation si l'un des deux taux de séparation atteint la valeur de un, ou si le travail total de séparation en tenant compte des deux composantes normale et tangentielle, atteint la valeur de $\phi = \phi_n = \phi_t$.

5.7. Conclusions

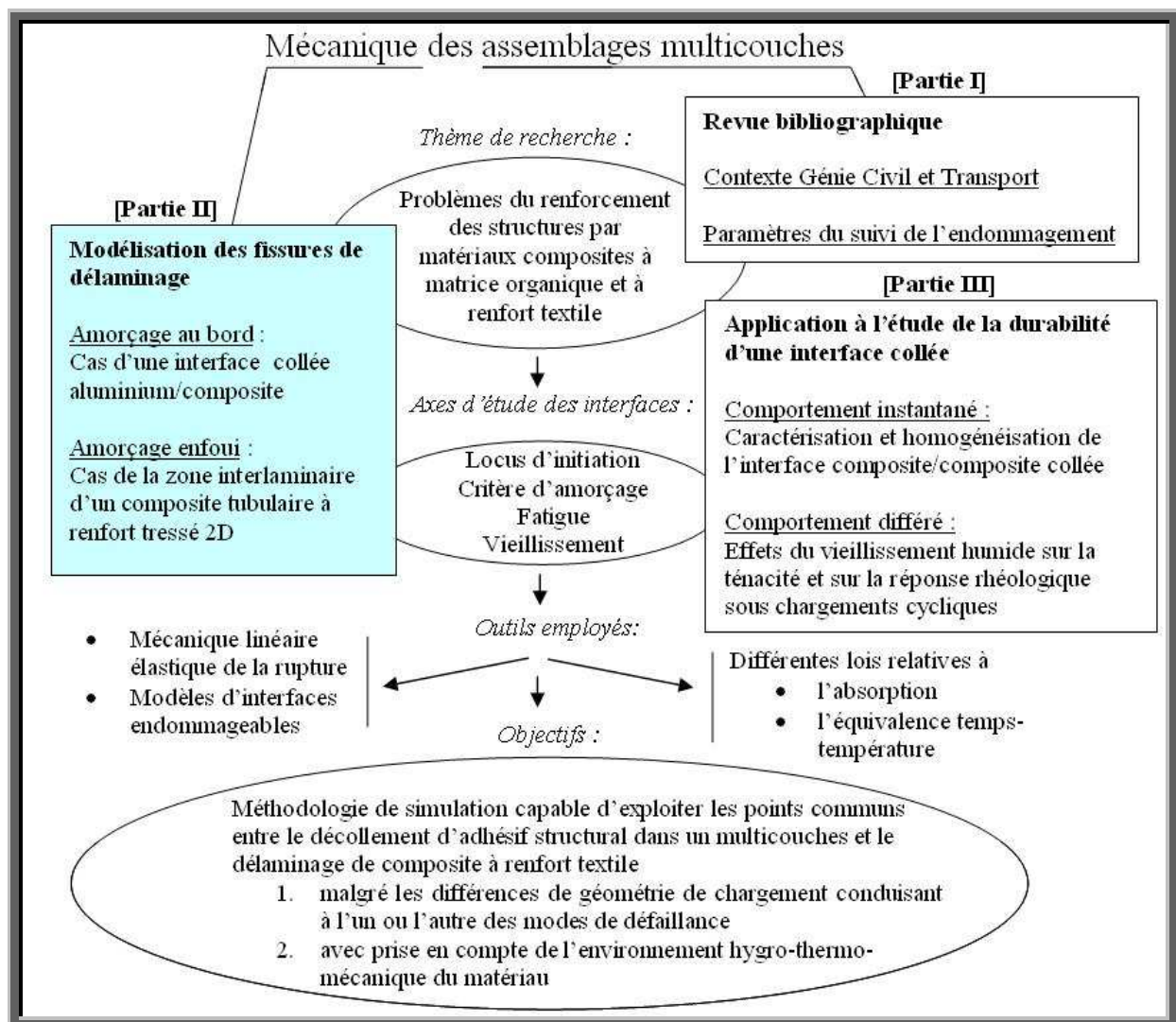
Le modèle de zone cohésive exponentiel développé par Xu et Needleman pour les fissures à croissance rapide dans les matériaux fragiles utilise une densité surfacique d'énergie de type Barenblatt. Il permet de préciser soit une contrainte de traction maximale et un travail de séparation dans la direction normale, ainsi qu'une valeur maximale de contrainte de cisaillement dans la direction tangentielle, soit une contrainte de traction maximale et un travail de séparation dans la direction tangentielle, ainsi qu'une valeur maximale de contrainte de cisaillement dans la direction normale. Nous allons tenter d'exploiter les possibilités de suivi d'endommagement de ce modèle au moyen des paramètres G_{Ic} , G_{IIc} , issus de la mécanique de la rupture, et σ_{max} et τ_{max} issus de la mécanique des milieux continus.

Conclusions de la Partie I

Au cours de cette partie nous avons justifié l'originalité de l'étude en soulignant les points de comparaison essentiels entre certains matériaux performants du Génie Civil et du Transport, plus spécifiquement aéronautique. Nous avons présenté les matériaux composites et stratifiés du point de vue de l'élasticité linéaire anisotrope et du comportement de multicouches. L'endommagement des composites a été abordé afin de dresser un bilan des sources de défaillance des interfaces. Les conséquences de défauts d'imprégnation, de décohésions fibre-matrice, d'occlusions d'air, de gonflements hygrothermiques, mettent en évidence le rôle central joué par le polymère thermodurcissable, qu'il soit matrice ou joint adhésif. Nous avons proposé un ensemble de techniques de suivi expérimental permettant de mettre en relation l'histoire hygrothermique et thermomécanique du matériau avec l'évolution de sa ténacité.

L'étude des assemblages multicouches de multi-matériaux intégrant des composites à renfort textile et à matrice organique n'est pas nouvelle. Toutefois, le développement d'applications de plus en plus nombreuses invite à rechercher des méthodes rapides d'identification du comportement, notamment vis-à-vis du délaminage et du décollement d'interfaces fortes sensibles aux conditions environnementales de fatigue et de vieillissement humide. La mécanique de la rupture offre un jeu de paramètres complet et précis pour traiter de la propagation des fissures dans les matériaux fragiles, mais sans traiter de l'initiation des fissures. Les modèles de zone cohésive apportent la perspective d'une unification de la mécanique de l'endommagement avec la mécanique de la rupture. Néanmoins leurs implémentations commerciales utilisant peu de paramètres dont l'ajustement est difficile, la justesse des modélisations dépend d'une capacité d'interprétation des enjeux mécaniques pour chaque cas de chargement. Nous nous intéresserons principalement à deux d'entre eux : la rupture d'une interface en condition de bord libre, la rupture d'une interface au cœur de la structure multicouche.

PARTIE II : MODELISATION DES FISSURES DE DELAMINAGE



Section 3. Décohésion au bord avec amorçage

Chapitre 6. Présentation des matériaux de l'interface observée

6.1. Avant-propos

Dans le cadre du renforcement de structure par collage de composite à renfort textile, nous envisageons une principale source d'instabilité de l'assemblage, par **rupture du joint collé**, laissant les substrats intacts. Afin de **recréer** les conditions d'une telle rupture et **l'observer** physiquement nous choisissons la configuration de flexion trois points d'un barreau épais en aluminium renforcé sur sa partie inférieure en extension par une mince plaque de composite préimprégné carbone-époxy à renfort tissé (Figure 27). Un défaut artificiellement incorporé en extrémité de joint sous la forme d'un film thermoplastique anti-adhérent assure le contrôle de l'amorce de rupture.

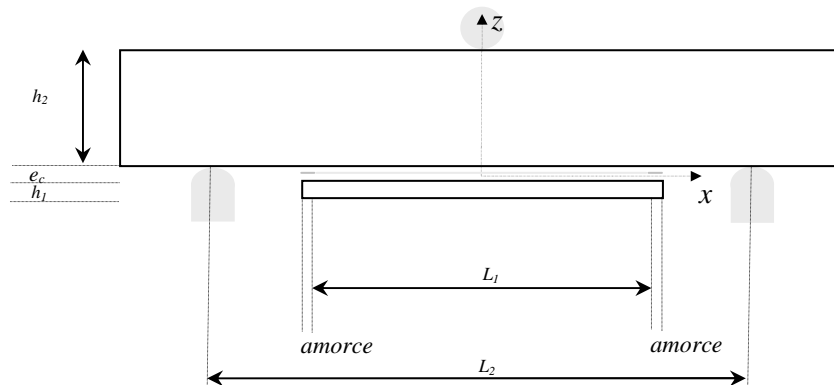


Figure 27. Configuration géométrique du renforcement étudié sous charge

Dans le cadre des hypothèses de la mécanique des poutres combinées aux hypothèses d'interface forte, les **contraintes de pelage et de cisaillement** dans le joint seront **modélisées** afin de quantifier leur concentration à l'extrémité du recouvrement, responsable de l'amorce de rupture.

Comme dans tout assemblage collé, le procédé de mise en œuvre influe beaucoup sur la résistance du joint de par les **contraintes résiduelles** qu'il génère. Avec les choix des substrats en présence et de la technologie de cuisson en autoclave de tissus préimprégnés d'adhésifs, nous prenons en compte les problèmes de dilatation thermique différente. Une approche du **calcul** des contraintes résiduelles sera présentée afin d'illustrer leur contribution à l'état de contrainte de service.

Une fois évaluée l'influence des conditions de mise en œuvre, le problème de la méthodologie de **simulation numérique** sera posé en abordant la question de la stabilité de la propagation (cf.§4.4.) sous sa forme analytique. Les observations expérimentales permettront dans un premier temps de comparer les conséquences de l'application de différents traitements de surface de l'aluminium sur le taux de restitution d'énergie élastique à l'amorçage; dans un second temps, de valider les hypothèses à sélectionner pour le modèle numérique. Nous allons

donc présenter maintenant les comportements mécaniques des matériaux de l'interface collée aluminium composite. Nous effectuons tout d'abord une présentation et une caractérisation individuelles de chacun des matériaux de l'interface.

6.2. Aluminium

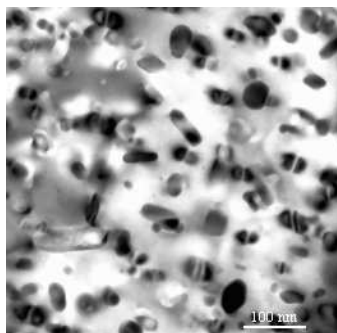
Nous utilisons un alliage aluminium structural de la série 7000 destiné à l'aéronautique, de désignation 7075-T6 et de composition suivante (Tableau 2) :

Tableau 2. *Composition de l'alliage 7075*

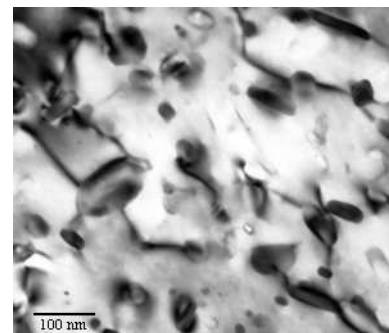
Composants	Pourcentages massiques
Aluminium	$87,1 \leq \leq 91,4$
Zinc	$5,1 \leq \leq 6,1$
Magnésium	$2,1 \leq \leq 2,9$
Cuivre	$1,2 \leq \leq 2,0$
Chrome	$0,18 \leq \leq 0,28$
Fer	$< 0,5$
Silice	$< 0,4$
Manganèse	$< 0,3$
Titane	$< 0,2$
Traces d'autres composants , par composant	$< 0,05$
Traces d'autres composants , total	$< 0,15$

Source Aluminium Association

Le traitement thermique T6 consiste à obtenir à 413°C la transformation du magnésium et du zinc incorporés (Figure 28.a.) en un précipité de $MgZn_2$ dont la topologie particulière (Figure 28.b.) améliore la tenue structurale du mélange refroidi [KELL(2002)].



a. avant traitement



b. après traitement

Figure 28. *Précipitation de $MgZn_2$ à 413°C dans l'alliage 7075*

Les propriétés mécaniques qui en découlent sont résumées dans le tableau suivant (Tableau 3):

Tableau 3. *Caractéristiques mécaniques nominales de l'alliage 7075-T6*

Résistance à la traction	572 MPa	épaisseur 1.6 mm Moyenne en traction et compression. Le module de compression est environ 2% plus grand que le module de traction
Seuil d'écoulement en traction	503 MPa	
Allongement à rupture	11 %	
Module d'Young	71,7 GPa	
Coefficient de Poisson	0,33	

Source Aluminium Association

6.2.1. Loi de comportement locale théorique

Usuellement une relation de type Ramberg-Osgood (éq. (66)) décrit bien la loi de comportement de l'aluminium [MAZZ(1997)].

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p = \frac{\sigma}{E} + 0,002 \left(\frac{\sigma}{f_{0.2}} \right)^n \quad (66)$$

Cette expression est satisfaisante si son paramètre n est ajusté pour coïncider aux caractéristiques ultimes du matériau, soit son allongement à rupture ε_r et sa contrainte à rupture f_r :

$$\varepsilon_r = \frac{f_r}{E} + 0,002 \left(\frac{f_r}{f_{0.2}} \right)^n \quad (67)$$

Pour le matériau de notre pré-étude, conformément au Tableau 3. donnant les caractéristiques mécaniques de l'alliage 7075-T6, la valeur de n est déduite de l'équation (66):

$$n = \frac{\ln\left(\frac{\varepsilon_r - f_r/E}{0,002}\right)}{\ln\left(\frac{f_r}{f_{0.2}}\right)} = \frac{\ln\left(\frac{0,11 - 572/71700}{0,002}\right)}{\ln\left(\frac{572}{503}\right)} = 30,588 \quad (68)$$

La représentation graphique de la loi de comportement théorique du matériau ainsi obtenue est donnée Figure 29.

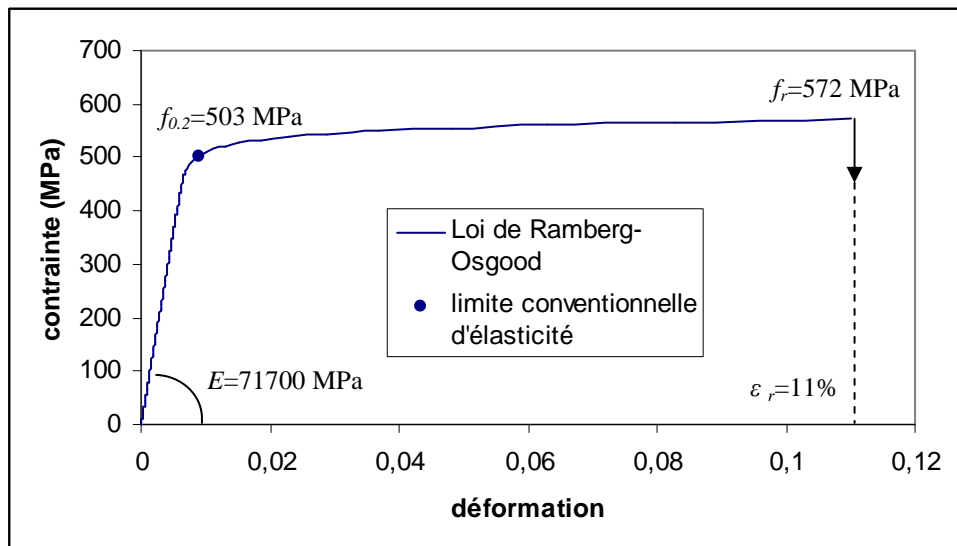


Figure 29. Courbe contrainte-déformation théorique de l'alliage 7075-T6

Nous allons chercher à identifier à partir d'essais de flexion la loi de comportement expérimentale à incorporer dans un modèle aux éléments finis. Vu

l'allure théorique de cette loi de comportement, nous utiliserons un modèle bilinéaire. Parallèlement, nous serons amenés à effectuer des calculs de mécanique des poutres dans la cadre de la mécanique linéaire élastique de la rupture. Le comportement du matériau étant non linéaire, il ne suffit pas de récupérer la partie initiale de sa loi de comportement en traction pour décrire la rigidité initiale élastique équivalente d'une structure soumise à de la flexion.

6.2.2. Loi de comportement structurelle expérimentale

En analyse limite des structures métalliques sous chargement de flexion, l'écroutissement non-linéaire progressif à caractère viscoplastique plus marqué de l'aluminium conduit à remplacer le seuil de plasticité valable pour les aciers par le moment élastique conventionnel $M_{0,2}$. Il correspond à une contrainte sur la fibre la plus chargée égale à la limite d'élasticité conventionnelle $f_{0,2}$ atteinte en traction lorsque la déformation plastique ε_p (éq. (69)) vaut 0,2%.

$$\varepsilon = \varepsilon_{\text{élastique}} + \varepsilon_{\text{plastique}} = \varepsilon_e + \varepsilon_p \quad (69)$$

Les barreaux aluminium de cette pré-étude sont découpés dans des plaques d'aluminium 7075-T6 de 10,2 mm d'épaisseur fournies par SISO et mesurent 25 mm en largeur. Les courbes force-déplacement brutes Figure 30 ont été tracées à partir d'essais de flexion trois points à 1 mm/min avec une distance de 60 mm entre appuis. Mis à part le barreau 1 qui a subi une précharge à vitesse de déplacement réduite. L'arrêt des mesures est arbitraire et ne correspond à aucune rupture, l'objectif étant simplement de couvrir le domaine d'utilisation. Le début des essais a été translaté de +0,5 mm environ pour éviter les écarts de précharge survenus avec le barreau 1.

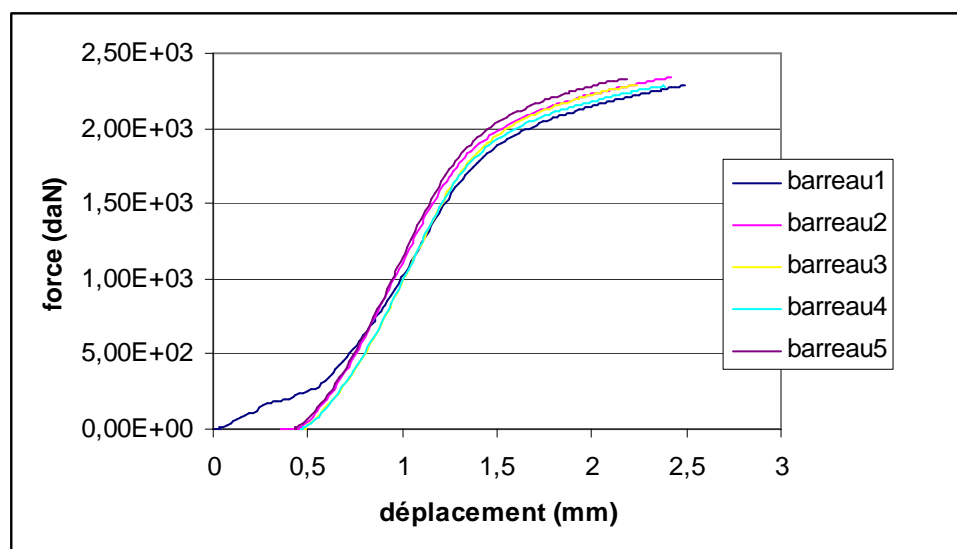


Figure 30. Courbes force déplacement en flexion trois points enregistrées sur des barreaux aluminium 25x10,2x100 mm

Dans ce cas de flexion trois points, aucun flambement local de la face en compression n'intervient sur l'intervalle de 2 mm représenté, et ce malgré une indentation plastique visible aux appuis.

La relation entre le moment M et la courbure χ de la section droite du barreau tenant compte de cette loi de comportement peut être évaluée par intégration sous l'hypothèse que la section droite reste plane après déformation. Cette hypothèse s'exprime mécaniquement par la prise en compte de l'équation de compatibilité (éq.(70)) où ε_0 est la déformation du Plan Moyen Géométrique (PMG), y la distance algébrique au Plan PMG (Figure 31).

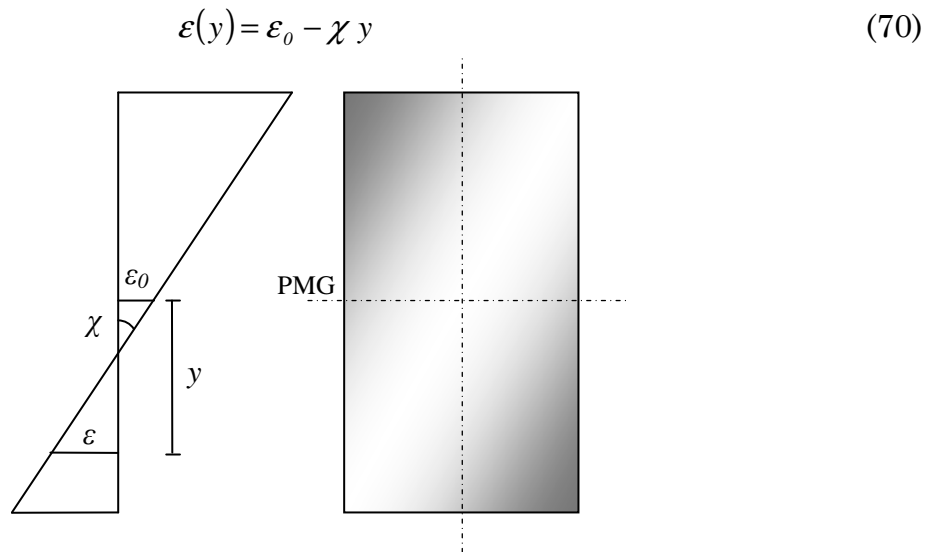


Figure 31. Champs de déformation linéaire dans la section droite

Suivant ce modèle, l'évaluation numérique de la relation moment-courbure a été réalisée par Mazzolani pour une grande variété de sections droites dans différents alliages aluminium. Ces analyses ([MAZZ(1995)], [MAZZ(1984)]) ont permis de reconnaître que la relation moment-courbure d'une section en alliage aluminium est décrite précisément par l'expression de type Ramberg-Osgood suivante (éq. (71)). Nous en avons besoin pour caractériser à partir des essais de flexion les paramètres simulant aux éléments finis la non linéarité du comportement de l'aluminium :

$$\frac{\chi}{\chi_{0.2}} = \frac{M}{M_{0.2}} + k \left(\frac{M}{M_{0.2}} \right)^m \quad (71)$$

Avec :

$\chi_{0.2}$ et $M_{0.2}$ la courbure et le moment à la limite conventionnelle élastique,
 k et m des paramètres d'écrouissage à déterminer par l'expérience.

Pour ce qui concerne l'expérience, en déduisant de l'expression (71) un outil phénoménologique d'interpolation, les paramètres k et m expérimentaux sont identifiables à partir des courbes force-flèche de l'essai de flexion trois points. L'identification est en effet indirecte car $\chi_{0.2}$ et $M_{0.2}$ sont encore indéterminés à ce

stade. La flèche à mi-portée w s'exprime d'abord par double intégration de la courbure χ selon (72) :

$$w = \iint_{0 \leq s \leq L/2} \chi(s) ds^2 = \iint_{0 \leq s \leq L/2} \chi_{0.2} \frac{M(s)}{M_{0.2}} + k \chi_{0.2} \left(\frac{M(s)}{M_{0.2}} \right)^m ds^2 \quad (72)$$

Où L est la longueur entre appuis, et puisque la distribution des moments égale le produit de la charge F par l'abscisse s :

$$M(s) = F \cdot s \quad \text{pour} \quad 0 \leq s \leq L/2 \quad (73)$$

On en déduit aisément l'expression finale de la flèche à mi-portée w en fonction du chargement F et des constantes géométriques et matérielles:

$$w = F \frac{\chi_{0.2} L^3}{48 M_{0.2}} + k \chi_{0.2} \left(\frac{F}{M_{0.2}} \right)^m \frac{(L/2)^{m+2}}{(m+2)(m+1)} \quad (74)$$

Considérant l'ordre des puissances de F , le développement limité à l'ordre un (éq.(75)) de $w(F)$ au voisinage de zéro donne, à condition que m soit supérieur à un, l'inverse de la pente à l'origine de la courbe force-flèche.

$$w(F) \underset{F \rightarrow 0^+}{\rightarrow} F \frac{\chi_{0.2} L^3}{48 M_{0.2}} + O(F^m) \quad (75)$$

Si cette pente est mesurée graphiquement et vaut K_0 tel que:

$$F = K_0 w \quad (76)$$

alors on tire une première équation permettant de déterminer $\chi_{0.2}$ et $M_{0.2}$ pourvu que m soit supérieur à un (éq.(77)).

$$K_0 = \frac{48 M_{0.2}}{\chi_{0.2} L^3} \quad \text{si} \quad m > 1 \quad (77)$$

L'hypothèse $m > 1$ sera vérifiée assez rapidement par la suite. La deuxième équation utilisable pour la détermination de $\chi_{0.2}$ et $M_{0.2}$ provient de l'équation de compatibilité (70) traduisant l'hypothèse de la linéarité du champ de déformations. Théoriquement lorsque le moment appliqué atteint sa limite élastique conventionnelle, la courbure de la section droite est la somme de la courbure élastique et d'une courbure supplémentaire associée à la déformation plastique conventionnelle en surface qui vaut $\varepsilon_p = 0,002$. Pratiquement l'indentation locale aux appuis conjuguée à la rotation de section cause une dissipation d'énergie plastique en compression transverse et en cisaillement, non négligeable par rapport aux phénomènes de plastification liés à l'élongation superficielle. Si pour simplifier nous attribuons néanmoins toute la dissipation

d'énergie observée aux seuls phénomènes d'élongation, sous l'hypothèse simplificatrice d'un écrouissage isotrope, la fibre neutre étant alors théoriquement la fibre médiane, nous pouvons écrire:

$$\chi_{0.2} = \frac{M_{0.2}}{EI} + 0,002 \left(\frac{h}{2} \right)^{-1} \quad (78)$$

Où h est la hauteur du barreau fléchi et $I = bh^3/12$ l'inertie de flexion de sa section droite de largeur b . En résolvant le système formé par les équations (77) et (78) on obtient les valeurs expérimentales de $\chi_{0.2}$ et $M_{0.2}$ en fonction de la pente de la courbe force-flèche, du module d'Young E de l'alliage et des dimensions de l'éprouvette (éq. (79) et (80)). Nous définissons ainsi la raideur apparente et ses paramètres d'écrouissage isotrope en cas de négligence des effets transverses lors de la flexion de nos barreaux aluminium 25x10,2x100 mm.

$$M_{0.2} = 0,002 \left(\frac{h}{2} \right)^{-1} \left(\frac{48}{K_0 L^3} - \frac{1}{EI} \right)^{-1} \quad (79)$$

$$\chi_{0.2} = 0,002 \left(\frac{h}{2} \right)^{-1} \left(1 - \frac{K_0 L^3}{48EI} \right)^{-1} \quad (80)$$

En effet, les paramètres k et m sont ensuite déduits de la représentation logarithmique de $w - F/K_0$ en fonction de $F/M_{0.2}$ grâce à l'équation (81), issue des équations (74) et (77). Cette technique s'inspire des méthodes d'identification proposées par Lemaître et Chaboche [LEMA(1988)]:

$$\log(w - F/K_0) = m \log \left(\frac{F}{M_{0.2}} \right) + \log \left[k \chi_{0.2} \frac{(L/2)^{m+2}}{(m+2)(m+1)} \right] \quad (81)$$

La pente de la droite obtenue peut être évaluée par la méthode des moindres carrés et donne la valeur expérimentale de m , tandis que l'ordonnée à l'origine donne k à un coefficient multiplicateur près, dont l'évaluation ne pose plus problème puisqu'il dépend uniquement de constantes déjà estimées dans cette approche.

En pratique, l'identification des paramètres de la loi d'écrouissage ne peut se faire que dans l'intervalle où une baisse de la rigidité est observable, soit à droite du point d'inflexion observé sur chaque courbe expérimentale. L'augmentation de rigidité observée à gauche du point d'inflexion est due à la mise en place des appareils de mesure en compression, compte tenu de la précharge. En première approximation la réponse idéale de la structure est supposé linéaire à gauche du point d'inflexion. Dans le cas où cette structure serait effectivement de classe ductile, avec un paramètre m fort, cette hypothèse serait pratiquement vérifiée à cause de la valeur négligeable des effets plastiques loin en dessous de la limite élastique conventionnelle.

La position du point d'inflexion est déterminée précisément par une interpolation polynomiale avec un polynôme de degré trois, qui possède la propriété remarquable de couper la courbe expérimentale en son point d'inflexion. En vertu de ce qui précède celle-ci est donc translaturée horizontalement en post-traitement vers la gauche de façon à ce que sa tangente au point d'inflexion passe par l'origine. La Figure 32 illustre cette opération réalisée avec les résultats du barreau 4 choisi pour l'exemple.

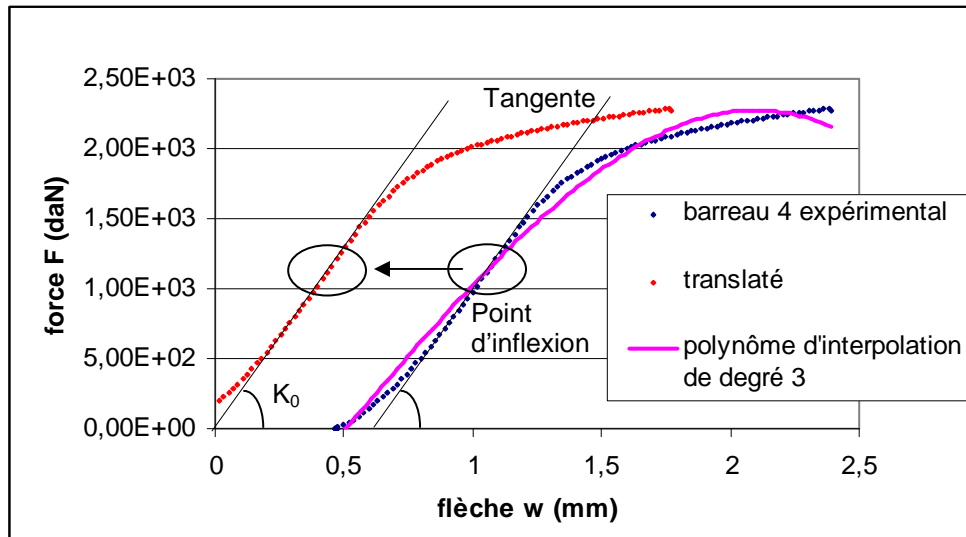


Figure 32. Translations en post-traitement des points expérimentaux force-flèche obtenus par flexion trois points quasi-statique du barreau aluminium numéro 4

Une fois la rigidité K_0 approchée par le coefficient directeur de la tangente au point d'inflexion, les équations (79) et 80) sont appliquées pour déterminer successivement $\chi_{0,2}$ et $M_{0,2}$. De là, la représentation graphique du logarithme de $w - F/K_0$ en fonction du logarithme de $F/M_{0,2}$ est tracée pour des points situés à droite du point d'inflexion translaturé (Figure 33).

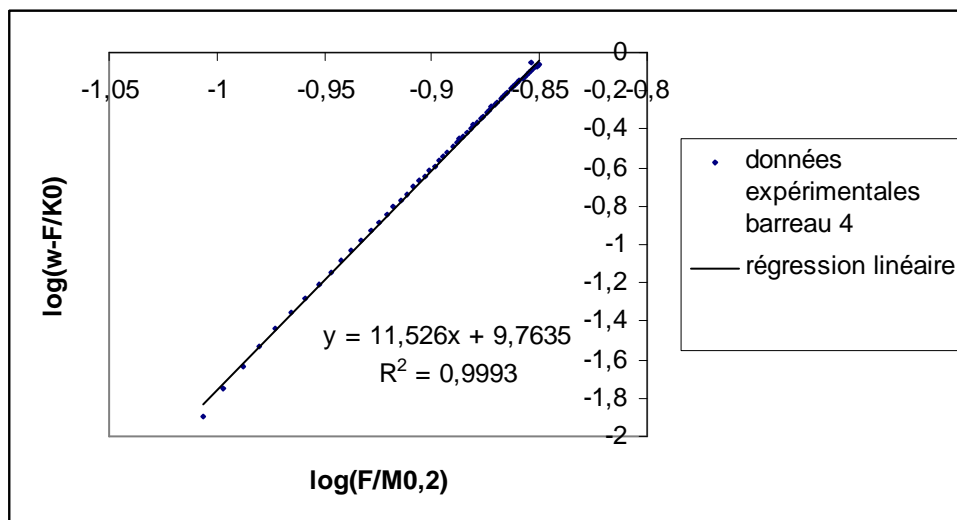


Figure 33. Validation du modèle d'écrouissage structurel

Par régression linéaire on obtient une droite de pente $m=11,526$ pour le barreau 4, ce qui montre la validité de l'hypothèse $m > 1$. Il en découle que l'utilisation de la tangente au point d'inflexion jusqu'à l'origine est justifiée puisque la loi viscoplastique d'exposant fort décrit un comportement quasiment viscoélastique. Le coefficient de détermination R^2 très proche de l'unité (Figure 33), est synonyme de pertinence du modèle d'écrouissage choisi.

Le paramètre k est déduit de l'ordonnée à l'origine d'après l'équation (81) – il vaut $k=1,215.10^{-7}$ pour le barreau 4, de sorte que chaque courbe expérimentale peut être entièrement interpolée au sens de l'équation de Mazzolani, c'est-à-dire par la fonction définie par $w(F)$ conformément à l'équation (74). La corrélation, évidente graphiquement en ce qui concerne le barreau 4 (Figure 34), est quantifiée par un indice de corrélation égal à l'unité en cas de superposition parfaite et valant 0,998 pour le barreau 4.

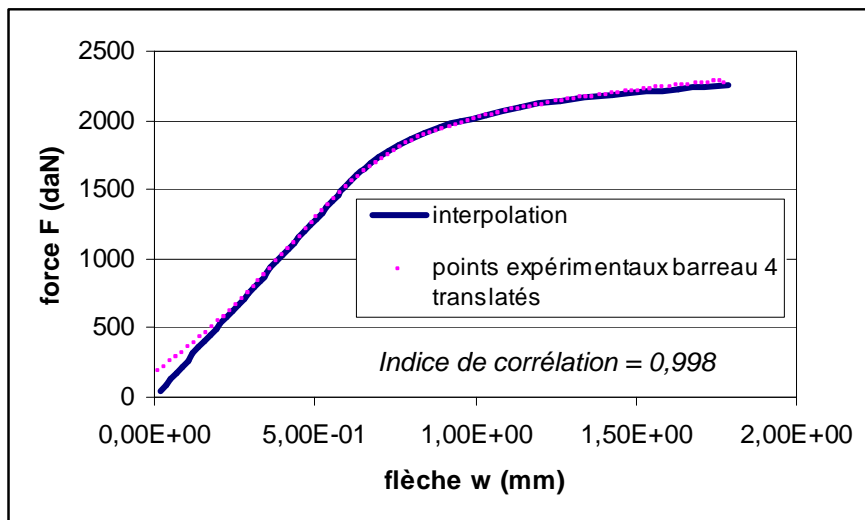


Figure 34. *Superposition des points expérimentaux avec leur interpolation caractéristique*

Les résultats de l'analyse statistique de l'échantillonnage complet caractérisé suivant cette démarche sont résumés dans le Tableau 4. Les problèmes rencontrés lors du chargement du premier barreau sont à l'origine de points singuliers et conduisent à son écartement. A l'exception de k , les paramètres du modèle présentent un écart-type compris entre 2% et 5% de la moyenne, ce qui tend à indiquer qu'il s'agit de véritables caractéristiques du matériau.

Les moyennes présentées au Tableau 4 ne respectent pas entre elles les relations du modèle d'interpolation utilisé pour chaque courbe car ce sont des moyennes arithmétiques. Seule la régression non-linéaire du comportement de l'échantillon retenu permet d'obtenir les valeurs moyennes au sens de l'équation de Mazzolani. La démarche peut être illustrée par le tableau synoptique suivant (Figure 35):

Tableau 4. Résultats de la caractérisation des barreaux d'alliage aluminium en flexion trois points

Barreau	K_0 (N/mm)	$\chi_{0.2}$ (mm ⁻¹)	$M_{0.2}$ (N.mm)	m (-)	R^2 (-)	k (-)	Corrélation (-)
1	21992	0,00104	103238	11,922	0,9992	3,218E-08	0,969
2	25130	0,00136	154265	11,934	0,9999	2,243E-06	0,994
3	25951	0,00145	168711	11,007	0,9979	1,693E-05	0,998
4	25638	0,00140	161935	11,526	0,9993	7,345E-06	0,998
5	26486	0,00144	171837	11,177	0,9999	1,390E-05	0,998
Moyenne*	25801	0,00141	164187	11,411		1,010E-05	
<i>Ecart type*</i>	<i>568</i>	<i>0,00004</i>	<i>7800</i>	<i>0,410</i>		<i>6,593E-06</i>	

*La ligne grisée n'est pas comptabilisée de le calcul de la moyenne et de l'écart-type.

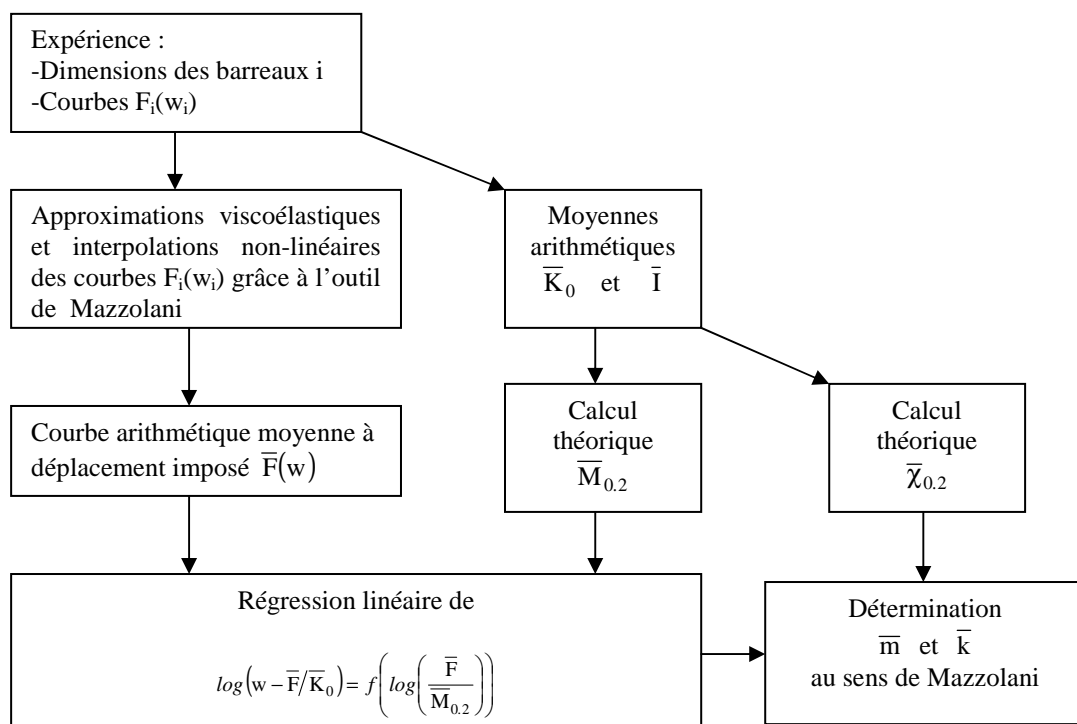


Figure 35. Démarche de régression non linéaire des points expérimentaux

Au sein d'une population les caractéristiques des individus respectent des distributions gaussiennes, dont la moyenne est la limite de la moyenne arithmétique quand le nombre d'individus tend vers l'infini. La courbe arithmétique moyenne à déplacement imposé $\bar{F}(w)$ est obtenue numériquement par inversion des relations $w_i(F_i)$ (éq. 74) de chaque barreau interpolé, puis moyenne des $F_i(w_i)$ obtenus. Cette courbe $\bar{F}(w)$ est alors interpolée à son tour pour donner les paramètres moyens régressifs au sens de l'outil phénoménologique de Mazzolani, reportés dans le Tableau 5.

Tableau 5. Résultats de la régression non linéaire des courbes expérimentales

Paramètres moyens	K_0 (N/mm)	$\chi_{0.2}$ (mm ⁻¹)	$M_{0.2}$ (N.mm)	m (-)	k (-)
arithmétiques	25801	0,00141	164187	11,41	1,010E-05
régressifs	25801	0,00141	164064	11,36	8,417E-06
différence relative	0%	0%	0,07%	0,4%	20%

Que le paramètre k issu de l'interpolation de la courbe arithmétique moyenne soit relativement très différent de la moyenne arithmétique de ses valeurs individuelles, indique que sa distribution dans l'échantillon n'est probablement pas gaussienne, contrairement à K_0 , m , $\chi_{0.2}$ et $M_{0.2}$. Cependant si l'on n'a pas la possibilité numérique d'inverser les relations $w_i(F_i)$, l'erreur commise en utilisant les moyennes arithmétiques des paramètres est minime sur la courbe force-flèche.

Finalement notre approximation expérimentale de l'écroutissement structurel des barreaux en flexion trois points est bien décrite grâce au modèle viscoplastique de Mazzolani (Figure 37). La loi de comportement du matériau est telle que le comportement structurel élastique à l'origine présente une rigidité K_0 en flexion trois points, ce qui nous donne la définition du module de flexion apparent E_2 de l'aluminium dans cette configuration (Tableau 6):

$$E_2 = \frac{K_0 L^3}{48I} \quad (82)$$

Nous utiliserons donc E_2 comme module d'élasticité apparent pour les calculs par éléments de réduction dans le cadre de la mécanique linéaire élastique de la rupture. Ce module apparent est différent du module d'élasticité en traction à cause des plastifications aux appuis, et de la position de l'axe neutre.

Tableau 6. Relevé du module apparent moyen des barreaux d'aluminium 25x10,2x100 mm testés en flexion trois points de portée 60 mm

Barreau Aluminium N°	Largeur (mm)	Hauteur (mm)	Inertie de flexion (mm ⁴)	Rigidité de flexion K_0 (N/mm)	E_2 (MPa)
1	25,01	10,2	2211,73	21992	44745,06
2	25,03	10,2	2213,50	25130	51088,77
3	25,28	10,2	2235,61	25951	52236,03
4	25,25	10,2	2232,96	25638	51667,29
5	25,82	10,2	2283,37	26486	52197,85
Moyenne*	25,35	10,2	2241,36	25801,25	51797,49
<i>Ecart-type*</i>	<i>0,34</i>	<i>0,0</i>	<i>29,69</i>	<i>568,19</i>	<i>539,08</i>

*La ligne grisée n'est pas comptabilisée de le calcul de la moyenne et de l'écart-type.

Pour la simulation aux éléments finis, nous utilisons le modèle bilinéaire à écroutissement cinématique isotrope basé sur une enveloppe de plasticité de Von Mises proposé par le logiciel ANSYS. L'étude paramétrique avec des éléments

plans PLANE42 carrés de 1mm de côté montre que l'on arrive à une bonne correspondance entre les courbes interpolée et simulée numériquement avec le module initial $E_0=58368\text{MPa}$, la contrainte au seuil d'écoulement $\sigma_y=610\text{MPa}$, et le module tangent $E_t=200\text{MPa}$ (Figures 36 et 37).

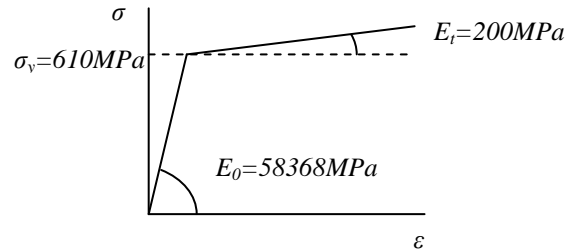


Figure 36. Paramètres du modèle bilinéaire sous ANSYS

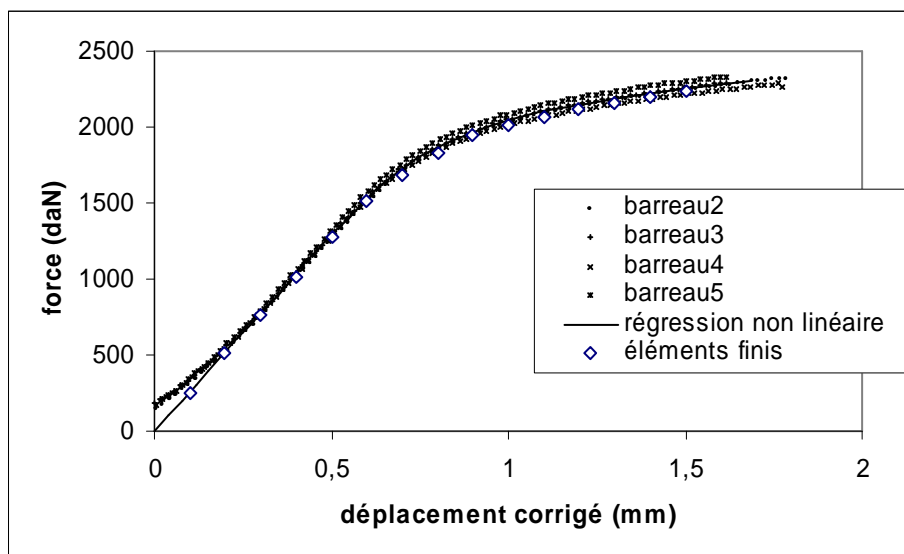


Figure 37. Courbe force-flèche finale des barreaux aluminium 25x10,2x100 mm en flexion trois points de portée 60 mm

6.3. Composite

Le matériau composite utilisé est un empilement de tissus de fibres de carbone préimprégnés de résine époxy, l'empilement étant thermdurci en autoclave à 180°C sous vide et sous pression. L'architecture textile satin 4H du tissage d'un pli est symétrique suivant deux axes perpendiculaires, ce qui en fait un matériau orthotrope dans le plan de tissage (Figure 38).



Figure 38. Architecture d'un pli de tissu satin 4H carbone-époxy après cuisson en autoclave

Les propriétés élastiques spécifiques de ce matériau sont deux fois meilleures en traction que celles de l'aluminium, puisque le module de Young dans le sens des fibres est de l'ordre de grandeur de celui de l'aluminium (rappel : environ 70 GPa) pour une densité moyenne environ deux fois plus faible (rappel : 2,77 g/cm³ pour l'aluminium).

Les fibres de carbones font partie des rares matériaux à se rétracter sous l'effet de la chaleur. Les composites carbone époxy à base de tissus équilibrés de fibres de carbone avec un taux volumique de fibre de 60% environ présentent un coefficient de dilatation thermique négatif, selon le fournisseur Hexcel Composites, de l'ordre de grandeur de -0,5 $\mu\text{m}\cdot\text{m}^{-1}\cdot^{\circ}\text{C}^{-1}$.

Tableau 7. Extrait des Fiches de propriétés du préimprégné Hexply® M18/1/43%/G939-123 cm de classe aéronautique

Poids nominal du préimprégné:	386 g/m ²
Poids nominal des fibres :	220 g/m ²
Densité de la résine :	1,22 g/cm ³
Module d'Young de la résine :	4200 MPa
Densité de la fibre :	1,78 g/cm ³
Résistance à la traction :	770 MPa
Module élastique :	60 GPa
Résistance au cisaillement :	70MPa

Source Hexcel Composites

La mise en œuvre d'une plaque composite est relativement rapide à partir des rouleaux de tissu préimprégnés dont la réaction de réticulation est inhibée par le froid (stockage à -18°C) et activée par la chaleur. Les manipulations s'effectuent après retour à température ambiante et consistent à superposer les différents éléments permettant la mise sous vide, le démoulage et le contrôle de l'état de surface après cuisson (Figure 39).

La mise sous vide est nécessaire pour extraire les éventuelles occlusions d'air, la résine non réticulée étant légèrement adhésive à température ambiante pendant un certain temps (*tack life*), et de l'air pouvant être piégé entre deux plis au cours de l'empilement. Elle s'effectue dans l'espace confiné scellé par un joint d'étanchéité périphérique compris entre un film thermoplastique thermorésistant et le support réfractaire plan de l'empilement. Un tissu de drainage déployé à la surface de l'empilement maintient un espace incompressible entre ses fibres de façon à transmettre équitablement le vide d'air en tout point de celle-ci.

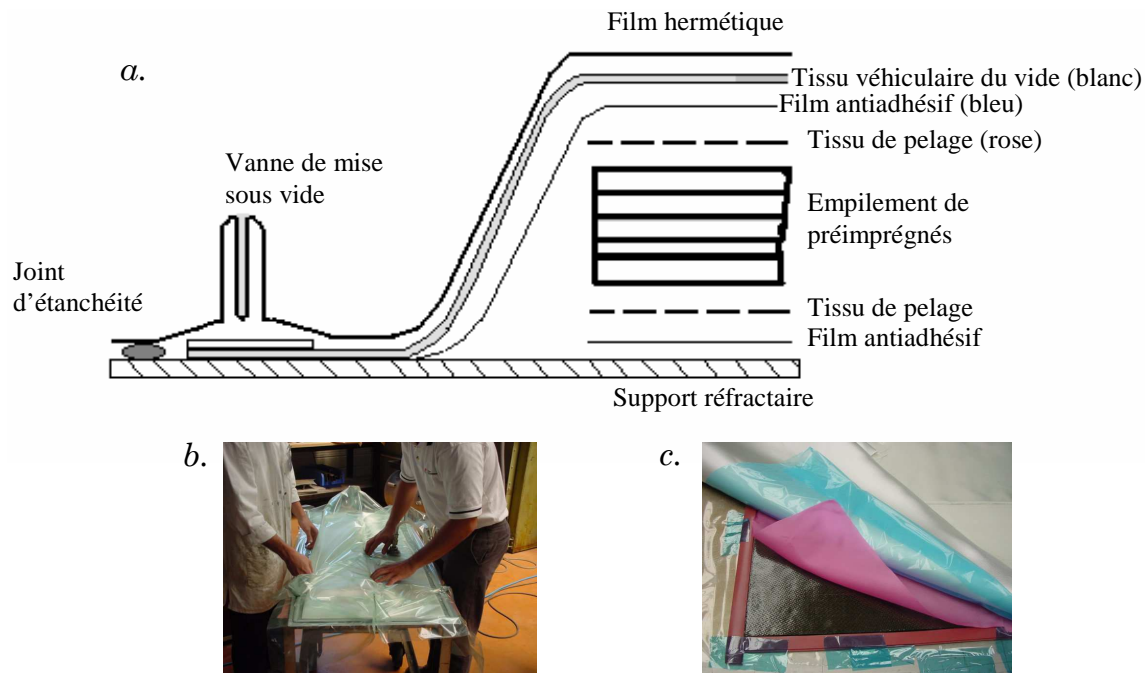


Figure 39. a. Différents composants d'un sac à vide b. Branchement de la prise de vide c. Photographie du drapage des préimprégnés

Pour éviter l'adhésion entre le produit et les éléments consommables qui l'accompagnent durant la mise en œuvre, la résine du préimprégné est généralement placée au contact d'un film antiadhérent. Dans ce cas l'aspect de surface final est contrôlé par celui du film car la résine passe par l'état liquide avant de durcir sous sa forme définitive prise au contact des objets environnants. Pour bénéficier d'un état de surface plus rugueux, un tissu à mailles serrées mais perméable à la résine est appliqué sur l'empilement. Il sera arraché par pelage juste avant d'assembler.

La montée en température diminue la viscosité de la résine jusqu'à l'état liquide, puis déclenche la polymérisation qui conduit à l'état de gel et enfin à l'état solide. Une pression extérieure appliquée pendant la cuisson contient l'expansion des composés volatils sous l'effet de la chaleur. Grâce à l'utilisation d'un autoclave cette pression peut-être appliquée uniformément par l'intermédiaire de l'air ambiant, quelle que soit la convexité de l'assemblage, qui est le principal facteur limitant quand on utilise une simple presse à plateaux chauffants (Figure 40). De plus des connecteurs pneumatiques présents dans

l'enceinte permettent de maintenir le vide préalable du sac pendant la cuisson, ce qui immobilise le drapage.

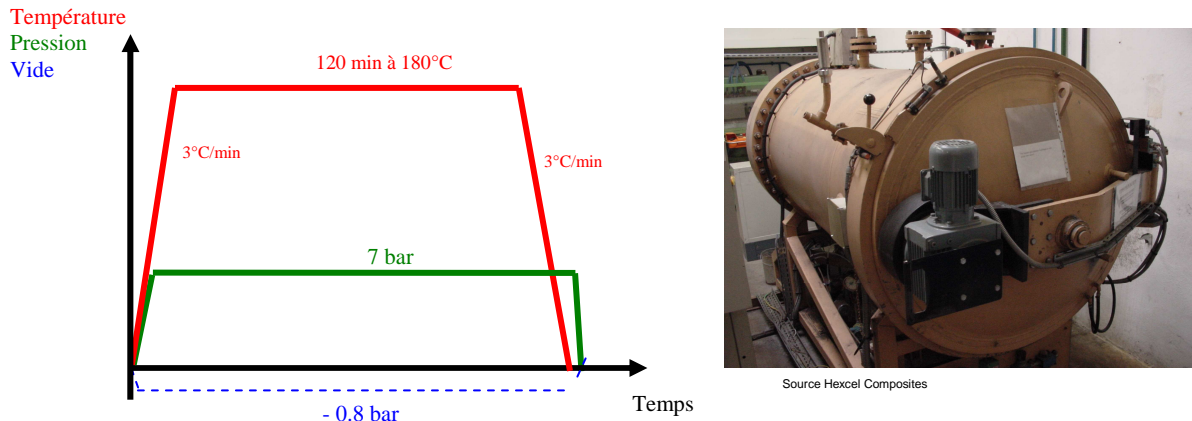


Figure 40. Cycles de température, pression et vide appliqués aux plaques composites mises en œuvre. Photographie d'un autoclave semblable à ceux utilisés

Toutes les éprouvettes composites parallélépipédiques employées dans les différentes parties de cette étude ont été usinée dans des plaques composites d'épaisseurs uniformes variables obtenues suivant cette démarche.

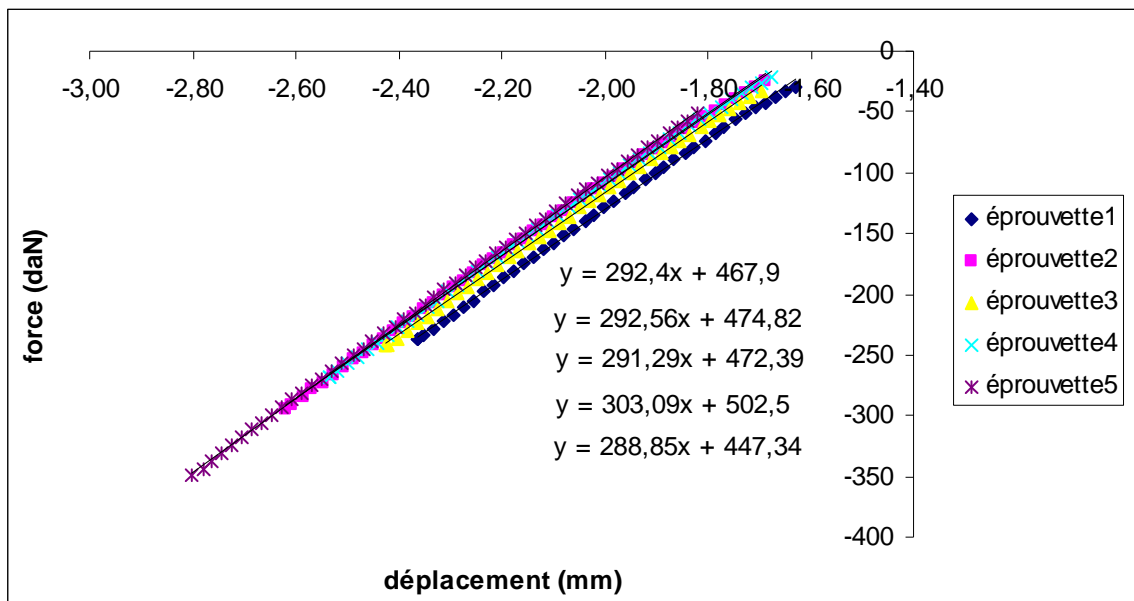


Figure 41. Régressions linéaires des courbes force déplacement obtenues sur des barreaux composites 25x5x97,5 mm en flexion trois points quasi-statique de portée 60 mm

Le module élastique a été évalué par flexion trois points de barreaux usinés dans des plaques de 5mm d'épaisseur environ, les courbes enregistrées à déplacement imposé 2mm/min sont représentées Figure 41, et les résultats Tableau 8.

Tableau 8. *Relevé du module apparent moyen des éprouvettes composites 25x5x97,5 mm testées en flexion trois points de portée 60 mm*

Eprouvette Composite N°	Largeur (mm)	Hauteur (mm)	Inertie de flexion (mm ⁴)	Rigidité de flexion (daN/mm)	E_I (MPa)
1	24,99	5,08	273,01	2888,46	47610,44
2	24,90	5,09	273,63	2925,61	48112,40
3	24,00	5,10	276,30	2924,02	47622,31
4	25,00	5,14	282,91	2912,85	46332,16
5	24,99	4,96	254,06	3030,90	53683,45
Moyenne	24,97	5,07	271,98	2936,36	48672,15
<i>Ecart-type</i>	<i>0,04</i>	<i>0,07</i>	<i>10,76</i>	<i>54,89</i>	<i>2877,99</i>

6.4. Adhésif

Dans notre étude nous utiliserons deux versions du film adhésif époxy Redux® 322 : la version non supportée (Redux322U) et la version supportée (Redux322) qui contient un tissu de fibres de thermoplastique polyamide permettant de contrôler l'épaisseur du joint. Les deux films ont la même masse surfacique de 300g/m² (Figure 42).

Figure 42. *Film d'adhésif prêt à l'emploi*

Entre autres charges, l'adhésif thermodurcissable est mélangé avec de la poudre d'aluminium pour augmenter sa rigidité. Une fois réticulé deux heures à 175°C, son comportement est fragile à température ambiante, sa ténacité augmentant avec la température jusqu'à 150°C (Tableau 9). Nous avons estimé les propriétés élastiques du joint de colle sans support tissé: module de cisaillement $G=4001$ MPa et coefficient de Poisson $\nu_c=0,12$ à température ambiante [EKRA(2004)].

Tableau 9. *Résistance au cisaillement de l'adhésif en essai de traction sur joint à simple recouvrement, selon Hexcel Composites*

Température	Redux322U	Redux322
22°C	22MPa	21MPa
150°C	26MPa	24MPa

Ces valeurs de résistance, issues des méthodes normalisées traditionnelles de caractérisation en traction cisaillement, contiennent peu d'information. Il est

vain de chercher à établir un lien entre l'énergie critique de rupture et un mécanisme observable [COGN(2000)]. Les moyennes calculées sur un plan de joint de petites dimensions masquent des effets de bord, des défauts et surcontraintes multiples. De tels résultats sont très sensibles à la contamination éventuelle, à l'occurrence, pour diverses raisons, de défauts d'alignement, à la présence de bourrelets de colle ou ménisques imprévus sur les bords du joint, etc. Nous avons pu le vérifier au cours d'une pré-étude du collage aluminium-composite destinée à mettre en pratique les techniques de mise en œuvre des interfaces collées de matériaux préimprégnés [EKRA(2004)].

Nous avons réalisé des éprouvettes de traction-cisaillement à double recouvrement possédant deux surfaces d'encollage de 25mm de large par 12,5 mm de long. La stabilité de l'assemblage durant les phases critiques de la mise en œuvre nécessite un respect rigoureux des cotes et dimensions du dispositif. L'essai de traction a bien permis de retrouver la valeur de 22MPa en résistance moyenne de cisaillement, mais aussi de constater un écart-type de 5,5MPa soit 25% de la moyenne mesurée. Pour cette raison nous avons préféré étudier les propriétés d'amorçage et de propagation de fissures interfaciales de l'assemblage collé grâce à des essais dont l'analyse repose davantage sur la mécanique de la rupture que sur la mécanique des milieux continus ou la résistance des matériaux. Nous nous emploierons par exemple à considérer la flexion et la fatigue de l'assemblage présenté Figure 44.

Cet assemblage contient moins de pièces qu'une éprouvette de traction-cisaillement à double recouvrement, ce qui limite les sources de défauts d'alignement géométrique pendant la mise en œuvre. L'amorce de rupture est obtenue en fixant un film thermoplastique anti-adhérent sur l'aluminium au moment du drapage. Le film d'adhésif puis la plaque composite sont ensuite posés par-dessus en veillant à ce que le recouvrement avec le film thermoplastique soit égal à la longueur d'amorçage choisie (Figure 43).

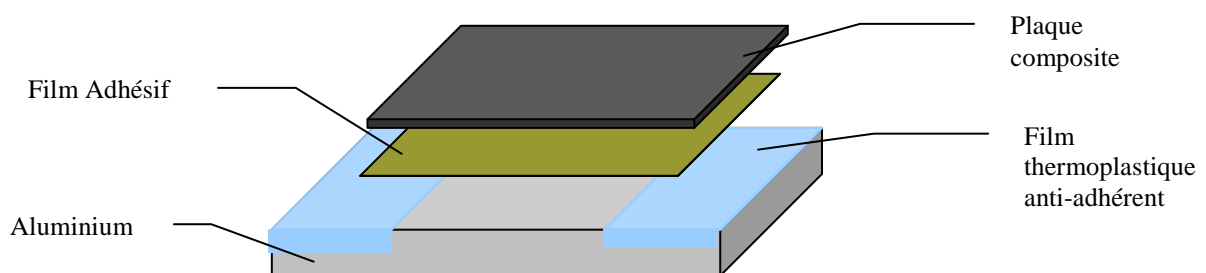


Figure 43. *Drapage de l'assemblage collé avec amorce de rupture*

Une telle configuration apporte une meilleure connaissance préalable de la trajectoire de la fissure par rapport à l'essai de traction-cisaillement, ce qui permet de mesurer plus précisément l'énergie restituée à l'amorçage. Nous allons donc commencer par modéliser les contraintes de cisaillement et de pelage transférées par l'adhésif. Celles-ci ont deux origines : le retrait thermique de mise en œuvre, occasionnant les contraintes résiduelles, et la charge portée, donnant lieu à des contraintes de flexion.

Chapitre 7. Contraintes de cisaillement et de pelage dans l'adhésif

7.1. Contraintes dues à la flexion

Si l'on considère l'assemblage de la Figure 44 dans le cadre de l'élasticité linéaire (petites déformations), les hypothèses essentielles sont:

- le comportement rigide élastique de l'adhésif jusqu'à la rupture,
- l'adhérence parfaite des substrats à l'adhésif,
- les champs de contraintes et de déformations longitudinales dans le sens de l'épaisseur étant linéaires dans chaque substrat
- la négligence de l'épaisseur du joint de colle par rapport à l'épaisseur des substrats,
- la négligence des déformations de cisaillement des substrats.

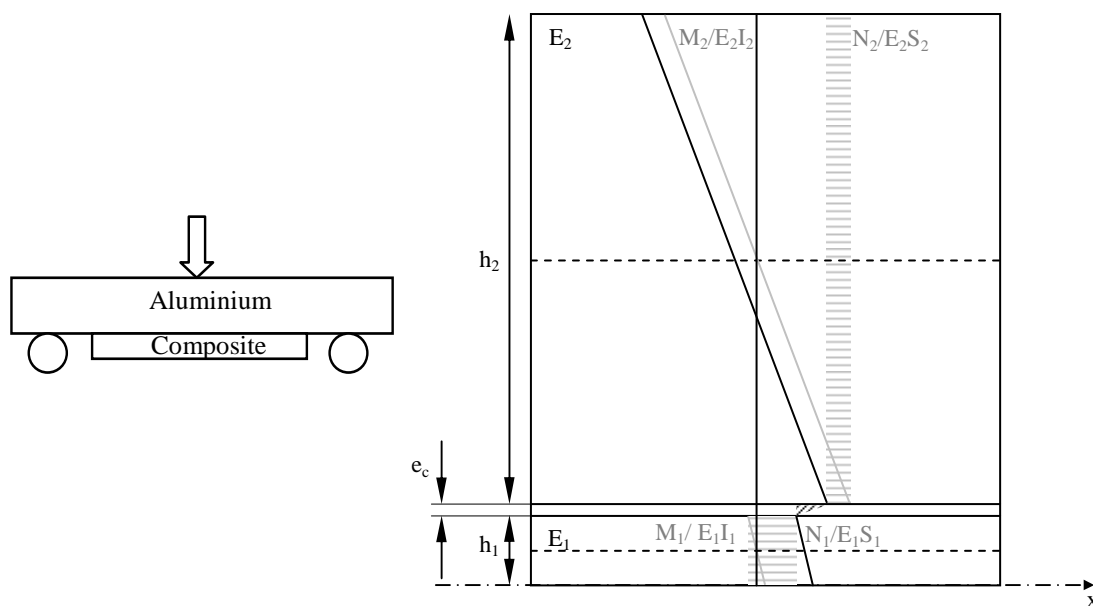


Figure 44. Champ des déformations de flexion dans un tronçon d'éprouvette

Soient :

- M_i moment de flexion dans le substrat i ,
- N_i effort normal transmis par l'interface au substrat i ,
- E_i module d'Young longitudinal apparent du substrat i ,
- S_i surface de la section droite du substrat i ,
- h_i épaisseur du substrat i ,
- I_i inertie de section droite du substrat i ,

Les champs de déformation longitudinale dans chaque substrat sont considérés comme étant la superposition des champs dus aux moments de flexion respectifs M_1 , M_2 , associés aux efforts tranchants T_1 , T_2 . La mise en traction du composite correspond à un effort de membrane positif N_1 transmis de façon interne par cisaillement à l'interface. N_2 est l'effort de membrane opposé apparaissant dans l'aluminium grâce à la présence du renfort composite.

7.1.1. Contraintes de cisaillement

Les éléments de réduction N_i , M_i , T_i ; $i=1,2$ fonctions de l'abscisse x respectent le diagramme d'équilibre et les conventions de signe représentés Figure 45, qui sont essentiels à l'établissement des équations différentielles régissant l'état de contrainte du joint de colle:

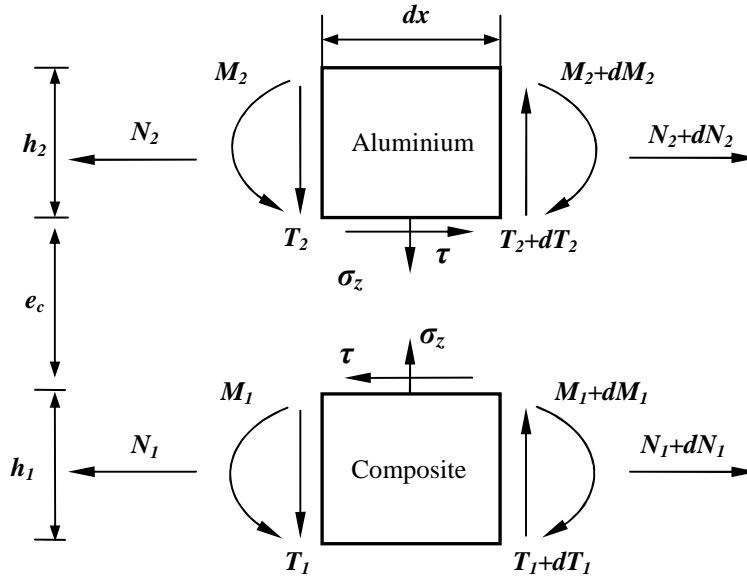


Figure 45. Diagramme d'équilibre et conventions de signe

Soit N l'effort de membrane transmis au composite par l'aluminium et M le moment fléchissant appliqué à l'assemblage collé. Négliger l'effort de traction/compression dans le film de colle conduit à écrire :

$$N_1(x) = -N_2(x) = N(x) \quad (83)$$

Soient u_1 et u_2 les déplacements longitudinaux respectifs des interphases adhésif/composite et adhésif/aluminium à l'abscisse x . Ils découlent de l'intégration des déformations en paroi des substrats composite et aluminium représentées Figure 44, et avec (83) :

$$u_2(x) = \int_0^x \left[\frac{M_2(x')}{E_2 I_2} \left(\frac{h_2}{2} \right) - \frac{N(x')}{E_2 S_2} \right] dx' \quad (84)$$

$$u_1(x) = \int_0^x \left[\frac{M_1(x')}{E_1 I_1} \left(-\frac{h_1}{2} \right) + \frac{N(x')}{E_1 S_1} \right] dx' \quad (85)$$

Considérant l'hypothèse d'adhérence parfaite, la contrainte de cisaillement τ supposée constante dans l'épaisseur du joint de colle peut s'écrire comme:

$$\tau(x) = G \frac{u_2(x) - u_1(x)}{e_c} \quad (86)$$

La variation de τ suivant x provient donc des déformations des substrats, ce qui se matérialise en dérivant (86) pour obtenir l'équation différentielle:

$$\frac{d\tau(x)}{dx} = \frac{G}{e_c} \left\{ \left[\frac{M_2(x)}{E_2 I_2} \left(\frac{h_2}{2} \right) - \frac{N(x)}{E_2 S_2} \right] - \left[\frac{M_1(x)}{E_1 I_1} \left(-\frac{h_1}{2} \right) + \frac{N(x)}{E_1 S_1} \right] \right\} \quad (87)$$

Selon la Figure 45, sans la transmission de contraintes de cisaillement par l'interface chacun des substrats serait en flexion simple et ne connaîtrait pas d'effort normal. L'effort de membrane transmis est le résultat de l'intégration des efforts de cisaillement, et sa variation élémentaire s'écrit:

$$\frac{dN(x)}{dx} = l\tau(x) \quad (88)$$

Si N et τ sont désormais liées, avec M_1 et M_2 il reste encore trois inconnues indépendantes dans l'équation (87). Nous allons faire une hypothèse sur la valeur de l'une des courbures puis exprimer que la seconde courbure est liée à la première par l'intermédiaire de la contrainte de cisaillement, qui de cette façon deviendra la seule inconnue restante de (87). Nous avons pu remarquer, aux niveaux de chargement correspondant à notre étude, la proximité des modules de flexion apparents du composite et de l'aluminium : elle est favorable à une hypothèse de position médiane de la fibre neutre de flexion dans l'assemblage, compte tenu de sa faible épaisseur totale de l'ordre de quelques millimètres. Il est alors tentant d'attribuer à l'un des substrats la courbure moyenne de l'assemblage évaluée au sens de la théorie des stratifiés. Täljsten résout la question dans le cas d'une différence d'épaisseur beaucoup plus importante entre le substrat —une poutre en béton armé [TÄLJ(1997)]; et le composite, en négligeant la rigidité de flexion du composite devant celle du béton, et en ne considérant que sa capacité à soutenir un effort normal. Ici, l'énergie élastique stockée en flexion par le composite sera prise en compte à partir de la connaissance du coefficient D_{11} de la matrice de rigidité en flexion du multicouche.

$$\frac{M_1(x)}{E_1 I_1} \cong K_x = \frac{M(x)}{l D_{11}} \quad (89)$$

Avec, conformément à la théorie classique des stratifiés :

$$\begin{aligned} D_{11} = & \frac{1}{3} \bar{Q}_2 \left[\left(\frac{h_1 + e_c + h_2}{2} \right)^3 + \left(\frac{-h_1 - e_c + h_2}{2} \right)^3 \right] \\ & + \frac{1}{3} \bar{Q}_{colle} \left[\left(\frac{-h_1 + e_c + h_2}{2} \right)^3 - \left(\frac{-h_1 - e_c + h_2}{2} \right)^3 \right] \\ & + \frac{1}{3} \bar{Q}_1 \left[\left(\frac{h_1 + e_c + h_2}{2} \right)^3 - \left(\frac{-h_1 + e_c + h_2}{2} \right)^3 \right] \end{aligned} \quad (90)$$

La différence de courbure entre les deux substrats vient de ce que les efforts de cisaillement à l'interface créent des moments de flexion élémentaires de part et d'autre, de sorte que pour chacun d'entre eux, l'effort tranchant individuel $T_i(x)$, égal à $dM_i(x)/dx$ dans le cas d'une poutre à parois libres, s'additionne du moment élémentaire transmis par cisaillement à l'interface [YANG(2001)]. Cela donne les équilibres suivants:

$$\frac{dM_1(x)}{dx} = T_1(x) + l\tau(x) \frac{h_1}{2} \quad (91)$$

$$\frac{dM_2(x)}{dx} = T_2(x) + l\tau(x) \frac{h_2}{2} \quad (92)$$

En négligeant l'effort tranchant sur le joint de colle, on décompose l'effort tranchant globalement appliqué en:

$$T_1(x) + T_2(x) = \frac{dM(x)}{dx} \quad (93)$$

En exploitant consécutivement les équations (92), (93), (91) et (89), on démontre comme suit la relation entre la deuxième courbure et la contrainte de cisaillement:

$$\begin{aligned} \frac{dM_2(x)}{dx} &= T_2(x) + l\tau(x) \frac{h_2}{2} \\ &= \frac{dM(x)}{dx} - T_1(x) + l\tau(x) \frac{h_2}{2} \\ &= \frac{dM(x)}{dx} - \frac{dM_1(x)}{dx} - l\tau(x) \frac{h_1}{2} + l\tau(x) \frac{h_2}{2} \\ &= \frac{dM(x)}{dx} - \frac{dM(x)}{dx} \frac{E_1 I_1}{I D_{11}} - l\tau(x) \frac{h_1}{2} + l\tau(x) \frac{h_2}{2} \\ \Leftrightarrow \frac{dM_2(x)}{dx} &= \frac{dM(x)}{dx} \left(1 - \frac{E_1 I_1}{I D_{11}} \right) + l\tau(x) \frac{h_2 - h_1}{2} \end{aligned} \quad (94)$$

En incorporant (88), (94) et la dérivée de (89) dans la dérivée de (87), on obtient l'équation différentielle du second ordre générale:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \tau(x)}{dx^2} &= \frac{G}{e_c} \left\{ \left[\frac{dM_2(x)/dx}{E_2 I_2} \left(\frac{h_2}{2} \right) - \frac{dN(x)/dx}{E_2 S_2} \right] - \left[\frac{dM_1(x)/dx}{E_1 I_1} \left(-\frac{h_1}{2} \right) + \frac{dN(x)/dx}{E_1 S_1} \right] \right\} \\ &= \frac{G}{e_c} \left\{ \left[\frac{dM(x)/dx (1 - E_1 I_1 / I D_{11}) + l\tau(x) (h_2 - h_1) / 2}{E_2 I_2} \left(\frac{h_2}{2} \right) - \frac{l\tau(x)}{E_2 S_2} \right] - \left[\frac{dM(x)/dx}{I D_{11}} \left(-\frac{h_1}{2} \right) + \frac{l\tau(x)}{E_1 S_1} \right] \right\} \\ &= \frac{G}{e_c} \left\{ \left(\frac{E_2 S_2 - E_1 S_1}{E_1 S_1 E_2 S_2} + \frac{h_2^2 - h_1 h_2}{4 E_2 I_2} \right) l\tau(x) + \left(\frac{h_2 (1 - E_1 I_1 / I D_{11})}{2 E_2 I_2} + \frac{h_1}{2 I D_{11}} \right) \frac{dM(x)}{dx} \right\} \end{aligned} \quad (95)$$

Dans notre cas de flexion trois points symétrique sous une charge connue F , on a :

$$\frac{dM(x)}{dx} = -\frac{F}{2} \quad (96)$$

L'équation différentielle générale prend alors la forme réduite :

$$\frac{d^2\tau(x)}{dx^2} - \lambda^2\tau(x) = \mu \quad (97)$$

avec

$$\lambda^2 = \frac{Gl}{e_c} \left(\frac{E_2S_2 - E_1S_1}{E_1S_1E_2S_2} + \frac{h_2^2 - h_1h_2}{4E_2I_2} \right) \quad (98)$$

$$\mu = - \left(\frac{h_2(1 - E_1I_1/ID_{11})}{2E_2I_2} + \frac{h_1}{2ID_{11}} \right) \frac{F}{2} \quad (99)$$

La solution générale de (97) est classiquement :

$$\tau(x) = A \exp(\lambda x) + B \exp(-\lambda x) - \frac{\mu}{\lambda^2} \quad (100)$$

Les conditions limites du problème sont la nullité de la contrainte de cisaillement au milieu de l'éprouvette par symétrie :

$$\tau(0) = 0 \quad (101)$$

Puis par continuité, en posant dans (87) les conditions :

$$\begin{aligned} N(L_1/2) &= 0, \\ M_1(L_1/2) &= 0, \\ M_2(L_1/2) &= M(L_1/2), \end{aligned}$$

La nullité des efforts et moments transmis au composite à ses extrémités donne :

$$\left. \frac{d\tau(x)}{dx} \right|_{L_1/2} = \frac{G}{e_c} \frac{M(L_1/2)}{E_2I_2} \frac{h_2}{2} \quad (102)$$

La prise en compte de ces conditions limites débouche sur la solution analytique du problème de la contrainte de cisaillement dans un adhésif lors d'un essai de flexion trois points, conformément aux équations (96) à (99), en résolvant le système (S1):

$$\begin{cases} A + B = \frac{\mu}{\lambda^2} \\ \lambda A \exp\left(\frac{\lambda L_1}{2}\right) - \lambda B \exp\left(-\frac{\lambda L_1}{2}\right) = -\frac{3}{2} \frac{G}{e_c} \frac{F(L_2 - L_1)}{E_2lh_2^2} \end{cases} \quad (S1)$$

On trouve :

$$A = \frac{2\mu E_2 e_c l h_2^2 \exp(-\lambda L_1/2) + 3GF(L_2 - L_1)}{4\lambda^2 E_2 e_c l h_2^2 \cosh(\lambda L_1/2)} \quad (103)$$

$$B = \frac{2\mu E_2 e_c l h_2^2 \exp(\lambda L_1/2) + 3GF(L_1 - L_2)}{4\lambda^2 E_2 e_c l h_2^2 \cosh(\lambda L_1/2)} \quad (104)$$

Les applications numériques de cette partie correspondent à un chargement élastique $F=1700$ daN expérimentalement observé appliqué au centre de l'assemblage de dimensions $h_1=1,55$ mm ; $L_1=36$ mm ; $h_2=10,2$ mm ; $L_2=60$ mm ; $l=25$ mm ; de caractéristiques $\nu_1=0,0045$; $E_1=48672$ MPa ; $\nu_2=0,33$; $E_2=51797$ MPa ; $G=4001$ MPa ; $\nu_c=0,12$; $e_c=0,1$ mm.

Nous remarquons que surtout l'extrémité du joint travaille avec une contrainte maximale observée de 291 MPa tandis qu'ailleurs la contrainte est inférieure à sa moyenne de 22 MPa sur 80% de la surface de collage (Figure 46).

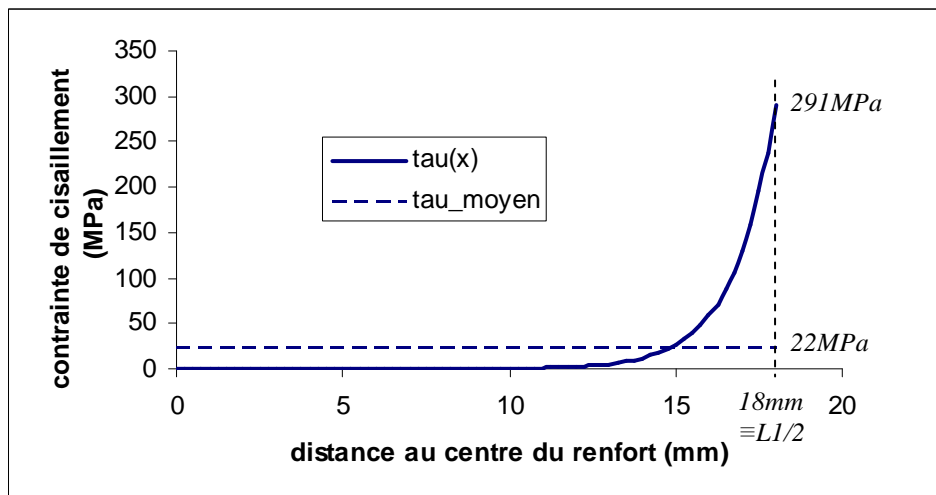


Figure 46. Distribution de la contrainte de cisaillement interfaciale dans l'adhésif entre la mi-portée (0mm) et l'extrémité de joint (18mm)

Nous avons établi la contrainte de cisaillement susceptible d'amorcer une rupture en mode II, en incorporant un moment de flexion appliqué au composite, ce qui suppose naturellement une mixité de modes I et II de par l'existence d'un effort tranchant transmis par l'interface.

7.1.2. Contraintes de pelage

Lors de la flexion de l'aluminium entre les appuis, le composite collé fléchi tend à revenir à sa forme horizontale de départ, ce qui génère des contraintes de pelage, ou contraintes de traction normales au plan de joint, responsables de la rupture en mode I. Sans interface, l'effort tranchant appliqué à l'aluminium serait constant faute de transmission au composite. La variation de l'effort tranchant sur l'aluminium est due à la contrainte de pelage notée σ_z respectant l'équilibre (voir diagramme Figure 45):

$$\frac{dT_2(x)}{dx} = l \cdot \sigma_z(x) \quad (105)$$

Ainsi, à partir de (92) et (94), on peut déduire de (105) :

$$l \cdot \sigma_z(x) = \frac{d^2 M(x)}{dx^2} \left(1 - \frac{E_1 I_1}{l D_{11}} \right) - l \frac{d\tau(x)}{dx} \frac{h_l}{2} \quad (106)$$

Il s'agit en fait de la contrainte de pelage à l'interphase aluminium/adhésif. De l'autre côté du joint à l'interphase adhésif/composite, un développement similaire conduit à :

$$\frac{dT_1(x)}{dx} = -l \cdot \sigma_z(x) \quad (107)$$

$$-l \cdot \sigma_z(x) = \frac{d^2 M(x)}{dx^2} \left(\frac{E_1 I_1}{l D_{11}} \right) - l \frac{d\tau(x)}{dx} \frac{h_l}{2} \quad (108)$$

Nous rappelons simplement qu'en flexion trois points la dérivée seconde du moment appliqué vaut zéro, avant de conclure que les contraintes de pelage issues de la flexion s'écrivent donc en tenant compte des égalités (108), (106), (100) et (96) :

$$\sigma_z^{flexion}(x) = \frac{h_l}{2} [\lambda A \exp(\lambda x) - \lambda B \exp(-\lambda x)] \quad (109)$$

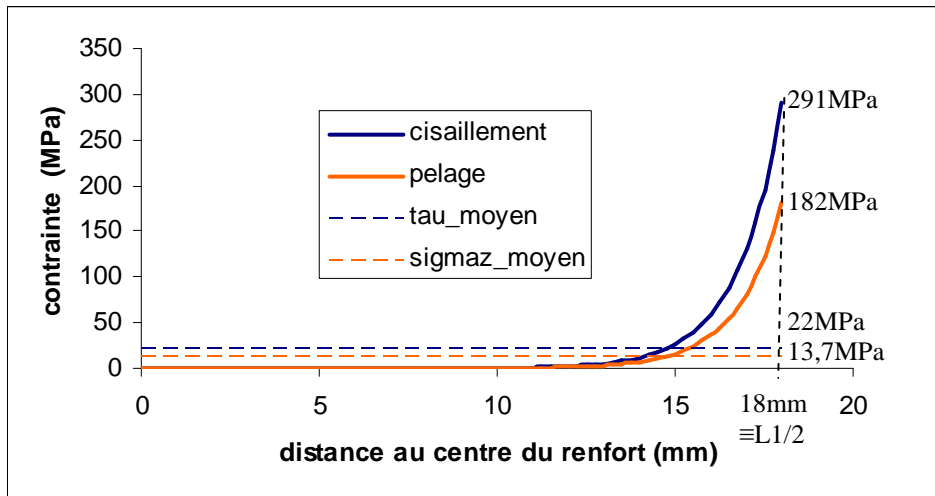


Figure 47. Distributions dans l'interface des contraintes de cisaillement et de pelage dues à la flexion définissant un état biaxial de contrainte

La contrainte de pelage induite par flexion suit la même évolution que la contrainte de cisaillement, avec une forte concentration en extrémité de joint et une valeur maximale observée de 182 MPa tandis qu'ailleurs la contrainte est inférieure à sa moyenne de 13,7 MPa sur 80% de la surface de collage (Figure 47).

Les fortes valeurs de contraintes tolérées dans le domaine élastique sont liées à la finesse du joint de l'ordre de 0,1 mm d'épaisseur. Les matériaux adhésifs therm durcissables fragiles rompent à partir d'un défaut initial, celui-ci a moins de probabilité d'être de taille critique si le volume de matière considéré est plus

faible. Avant de valider ces valeurs de contraintes en extrémité de joint pour une force de 1700daN à mi-portée, il faut toutefois vérifier si d'autres sources de contraintes n'interviennent pas dans le calcul.

Le chargement de flexion entraîne une mise en traction longitudinale du renfort composite associée à un effort de pelage positif, correspondant à un effort transversal de traction sur l'interface. Cependant les différences de coefficient de dilatation thermique de part et d'autre de l'interface hybride génèrent des contraintes résiduelles de mise en œuvre. Nous allons voir dans quelle mesure les conditions de mise en œuvre peuvent être favorables à la tenue en flexion grâce à des contraintes résiduelles opposées à celles induites par le chargement.

7.2. Contraintes résiduelles dues à la mise en œuvre

7.2.1. Contraintes dues à la pression dans l'autoclave

Dépendant des conditions exactes de mise en œuvre telles que le positionnement, les dimensions et les caractéristiques des supports utilisés, des contraintes résiduelles dues à la pression exercée sur l'assemblage dans l'autoclave existent. Bien que leur détermination tant théorique qu'expérimentale soit difficile d'accès, une démarche simplifiée peut en dégager une estimation, utile quant à la compréhension du scénario d'amorçage.

En principe l'adhésif est appliqué par grandes surfaces de masse surfacique contractuelle, et la faible quantité relative d'adhésif qui flue vers l'extérieur par les bords de la pièce au cours de la cuisson est comptabilisée en termes de rebuts de détournement après cuisson. Compte tenu du risque de délaminage et de dommages imprévus à l'occasion du passage d'un outil, nous avons été réticents à usiner nos éprouvettes dans des plaques pré-collées d'aluminium/composite. Nous avons d'abord débité séparément des plaques de composite et d'aluminium aux dimensions finales utilisées dans les éprouvettes, puis nous avons assemblé les éprouvettes par collage individuel (Figure 43).

On ne peut pas empêcher l'adhésif de fluer, engendrant un ménisque impossible à contrôler en dimensions. L'intérêt principal de la présence du film n'est pas tant d'amorcer la rupture que de rendre répétables et reproductibles les conditions de concentrations de contraintes en extrémité de joint. En empêchant l'adhésif de s'écouler dans le sens longitudinal on empêche la formation d'un ménisque dans le plan transverse et l'on s'assure d'une certaine stabilité dimensionnelle dans l'échantillon.

Lors de la cuisson de petites surfaces l'adhésif se fluidifie et s'écoule librement hors de la zone de collage sous l'effet de la pression ambiante dans l'autoclave, ce qui n'est pas désiré mais inévitable. L'aluminium se rapproche du composite jusqu'à entrer en contact avec le film thermoplastique. Celui-ci, dont la température de transition vitreuse se situe au-dessus de la température de cuisson, ne s'écoule pas contrairement à l'adhésif mais accumule de l'énergie élastique en compression. D'un point de vue rhéologique, au voisinage du film

thermoplastique l'adhésif s'écoule jusqu'à ce que la pression provoquant l'écoulement vaille zéro, c'est-à-dire que la pression exercée par l'aluminium soit entièrement concentrée sur le film thermoplastique. Dans ces conditions, l'attachement des parois aluminium et composite par réticulation de l'adhésif se fait sans contraintes, tandis que le film thermoplastique reste soumis à la pression de l'autoclave pendant toute la durée du plateau de cuisson.

Lors du retour à la pression ambiante, ce n'est plus la pression extérieure mais l'adhésif qui maintient le film thermoplastique comprimé entre l'aluminium et le composite. Ce nouvel équilibre se traduit par une coexistence de contraintes de traction dans l'adhésif et de compression dans le thermoplastique, accentuant la discontinuité à l'interface adhésif/thermoplastique.

Pour simplifier, avec $\Delta P = P_{\text{ambiante}} - P_{\text{cuisson}}$ la variation de pression au retour à l'ambiante tenant compte de l'effet du vide (environ -1 Bar) et de la pression exercée par l'air dans l'autoclave (environ -3 Bars) est $\Delta P \approx 4 \text{ Bars}$. Les contraintes résiduelles de traction normales aux interfaces sont exprimées par :

$$\sigma_{z,\text{résiduel}}^{\Delta P}(x) \approx \Delta P \approx 0,4 \text{ MPa} \quad (110)$$

On constate qu'elles sont négligeables.

7.2.2. Contraintes dues à la différence de dilatation thermique

Le coefficient de dilatation thermique de l'aluminium est supérieur à celui du composite carbone-époxy. La cuisson de l'adhésif ayant lieu à 175°C soit 150°C de plus que la température d'essai, un « effet bilame » est susceptible d'engendrer des déformations ou des contraintes. En général, cet effet signifie une courbure par dilatation thermique différente observable lorsque les déformations de substrats minces collés sont libres. Comme dit précédemment, les contraintes dans l'adhésif sont nulles pendant la réticulation, grâce au film thermoplastique qui supporte la pression et maintient un interstice de dimensions stables entre l'aluminium et le composite. C'est lors du retour à température ambiante que la rétractation différente des substrats provoque l'apparition de contraintes de cisaillement résiduelles dans l'adhésif. Les épaisseurs des substrats étant très déséquilibrées, la courbure obtenue est considérée négligeable, et cette hypothèse nous conduit à l'estimation qui va suivre des contraintes résiduelles dues à la différence de coefficient de dilatation thermique.

7.2.2.1. Contraintes de cisaillement

Commençons par écrire les déplacements respectifs des interphases dans le repère centré sur l'axe de symétrie de l'éprouvette :

$$u_{\text{alu}}^{\Delta T}(x) = \alpha_{\text{alu}} (T_{\text{ambiante}} - T_{\text{cuisson}}) x \quad (111)$$

$$u_{\text{compo}}^{\Delta T}(x) = \alpha_{\text{compo}} (T_{\text{ambiante}} - T_{\text{cuisson}}) x \quad (112)$$

Où α_{alu} et α_{compo} sont les coefficients de dilatation thermique linéaires respectifs de l'aluminium et du composite respectivement estimés à $25,2 \mu\text{m.m}^{-1}.\text{°C}^{-1}$ (source : Aluminium Association) et $-0,5 \mu\text{m.m}^{-1}.\text{°C}^{-1}$ (source : Hexcel Composites) pour l'application numérique.

Le composite exerce un effort N s'opposant à la rétraction de l'aluminium et causant une déformation de membrane, de sorte que si l'on reprend l'équation de base (86), on obtient par dérivation :

$$\frac{d\tau(x)}{dx} = \frac{G}{e_c} \left\{ \left[\alpha_{alu} \Delta T + \frac{N(x)}{E_2 S_2} \right] - \left[\alpha_{compo} \Delta T - \frac{N(x)}{E_1 S_1} \right] \right\} \quad (113)$$

En dérivant une nouvelle fois et en tenant compte de l'équation d'équilibre (88), on aboutit à l'équation différentielle linéaire du second ordre :

$$\frac{d^2\tau(x)}{dx^2} = \frac{G}{e_c} \left(\frac{1}{E_2 S_2} + \frac{1}{E_1 S_1} \right) l \tau(x) \quad (114)$$

La solution générale est du type :

$$\tau(x) = C_1 \exp(\omega x) + C_2 \exp(-\omega x) \quad (115)$$

$$\text{avec} \quad \omega^2 = \frac{Gl}{e_c} \left(\frac{E_1 S_1 + E_2 S_2}{E_1 S_1 E_2 S_2} \right) \quad (116)$$

Les coefficients de dilatation thermique linéaire interviennent seulement dans les conditions limites. On a tout d'abord par symétrie :

$$\tau(0) = 0 \quad (117)$$

Puis, d'après l'équation (113), par continuité de l'effort de membrane aux extrémités du substrat composite :

$$\left. \frac{d\tau(x)}{dx} \right|_{L_1/2} = \frac{G}{e_c} (\alpha_{alu} - \alpha_{compo}) \Delta T \quad (118)$$

Ainsi les contraintes de cisaillement résiduelles par rétraction thermique différente, symétriques par rapport au centre de l'éprouvette, sont données avec les équations (115) à (118) pour x supérieur ou égal à zéro par:

$$\tau^{\Delta T}(x) = \frac{G}{\omega e_c} \frac{\sinh(\omega x)}{\cosh(\omega L_1/2)} (\alpha_{alu} - \alpha_{compo}) \Delta T \quad (119)$$

7.2.2.2. Contraintes de pelage

De même que pour les contraintes de flexion, ces contraintes de cisaillement d'origine thermique sont associées à des contraintes de pelage, conformes à l'équation d'équilibre visible en (106) ou (108), et il convient de les superposer dans le bilan final des contraintes. La façon la plus simple de les incorporer est de modifier directement en amont la contrainte de cisaillement en associant la dérivée de (119) à (100) avant d'exprimer de nouveau les contraintes de pelage à l'instar de (109).

On obtient :

$$\sigma_z^{flexion+\Delta T}(x) = \frac{h_l}{2} \left[\lambda A \exp(\lambda x) - \lambda B \exp(-\lambda x) + \frac{G}{e_c} \frac{\cosh(\omega x)}{\cosh(\omega L_l/2)} (\alpha_{alu} - \alpha_{compo}) \Delta T \right] \quad (120)$$

D'où l'on déduit les contraintes de pelage d'origine thermique:

$$\sigma_{z,résiduel}^{\Delta T}(x) = \frac{h_l}{2} \frac{G}{e_c} \frac{\cosh(\omega x)}{\cosh(\omega L_l/2)} (\alpha_{alu} - \alpha_{compo}) \Delta T \quad (121)$$

Le retrait thermique important de l'aluminium exerce un effort résultant de compression longitudinale sur le renfort composite collé, associé à une compression transversale de l'interface car $\sigma_{z,résiduel}^{\Delta T}$ est négatif. La distribution suit une évolution semblable au cas de la flexion, mais de signe opposé, toujours avec une forte concentration en extrémité de joint (Figure 48).

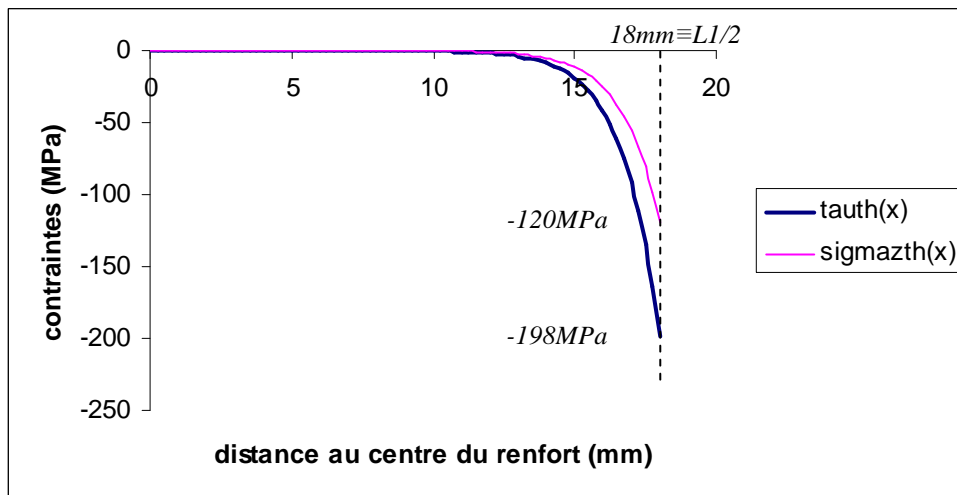


Figure 48. Contraintes de cisaillement et de pelage induites dans l'interface par retrait thermique de 175°C à 25°C

La superposition avec la distribution précédemment obtenue par flexion montre qu'en tenant compte des contraintes résiduelles, les contraintes de pelage et de cisaillement responsables de la rupture sont finalement moins élevées (Figure 49). En considérant que $F=1700\text{daN}$ correspond à la force de rupture, au cours de son histoire thermomécanique les contraintes maximales subies sans se rompre par le joint modélisé sont les contraintes résiduelles de -120 MPa en

compression transverse et -198MPa en cisaillement. Or après chargement statique les contraintes finales imposées par la force de rupture sont seulement de 93MPa en cisaillement et 62MPa en pelage simultanément. Le signe de la contrainte transverse influe donc sur la résistance au cisaillement de l'interface.

Sans tenir compte des contraintes résiduelles, il suffirait d'une force à mi-portée de 562daN au lieu de 1700daN pour atteindre des niveaux de contrainte similaires (93MPa en cisaillement et 58MPa en pelage) à ceux occasionnant la rupture (93MPa en cisaillement et 62MPa en pelage simultanément). Reproduire une telle synergie avec d'autres matériaux aux propriétés thermiques moins contrastées supposerait d'exercer des pré-tensions coûteuses et difficiles au moment de l'assemblage.

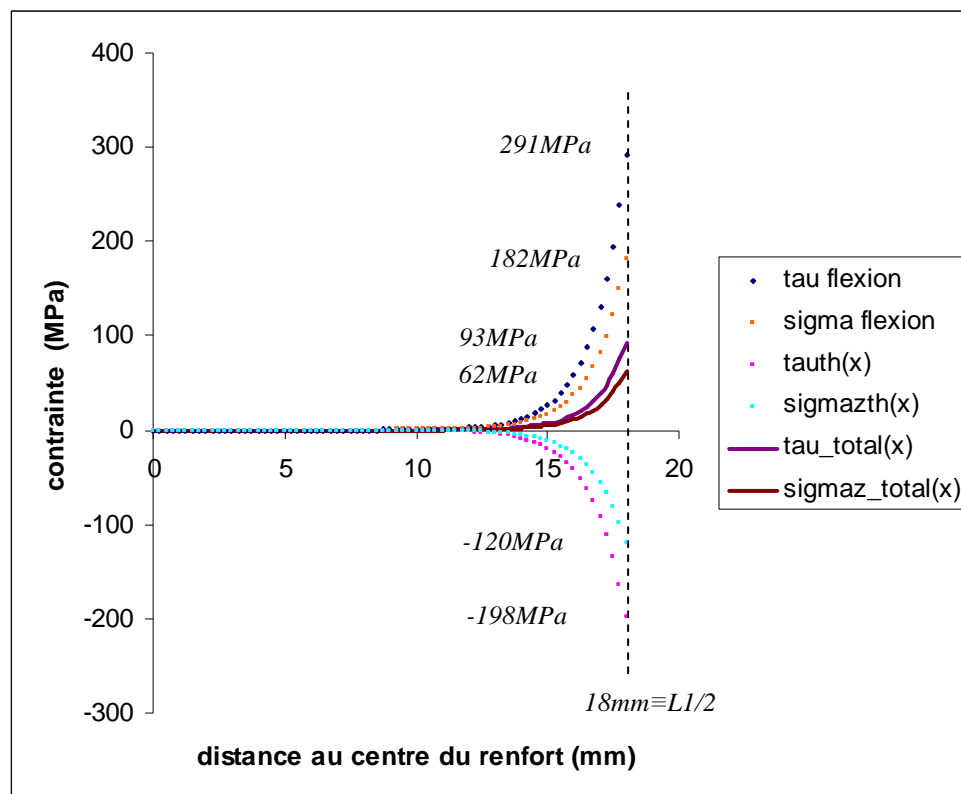


Figure 49. Contraintes résiduelles et de flexion superposées

En considérant des hypothèses d'interface forte, de petite déformations, de champs de contraintes linéaires de type mécanique des poutres, nous avons vu que les contraintes interfaciales sont très concentrées au bord et pratiquement nulles dans les autres régions du joint collé, ce qui implique une grande différence entre contrainte moyenne et contrainte maximale (Figure 47). Nous avons vu également que les contraintes résiduelles de dilatation thermique s'opposent aux contraintes de chargement de flexion. Elles jouent donc un rôle favorable à la tenue de l'interface, que nous avons caractérisée indirectement en tenant compte de la superposition des deux contributions thermique et de flexion.

Connaissant les éléments de réduction agissant sur chaque substrat, nous entrons maintenant dans le cadre de la mécanique élastique linéaire de la

rupture. Notre objectif est de vérifier l'adéquation de l'expérience avec les hypothèses formulées, afin de sélectionner ultérieurement un modèle numérique capable de simuler au sein d'assemblages multicouches un endommagement d'interface aussi bien au bord d'un joint de colle qu'en zone interlaminaire d'un stratifié composite à renfort textile.

Chapitre 8. Description du phénomène d'amorce de rupture

8.1. Lien avec la ténacité interfaciale

Le critère de type seuil proposé par Griffith dès 1920 [GRIF(1920)] repose sur un bilan d'énergie, reliant l'énergie dissipée au cours de la propagation du front à l'aire de surface nouvellement créée. Griffith stipule que la variation d'énergie élastique au cours d'un mouvement virtuel de la fissure représente l'énergie nécessaire pour fracturer le matériau dans le même mouvement. Si cette variation compense, voire excède l'énergie dissipée, alors le front de fissure progresse. Au contraire, si cette restitution d'énergie élastique n'est pas suffisante, le chargement imposé n'est pas suffisant et la fissure ne progresse pas.

L'expérience montre que dans 100% des cas la fissure s'amorce d'un seul côté, qu'elle reste confinée à l'interface composite/aluminium et que l'aluminium n'est jamais entamé (Figure 50).

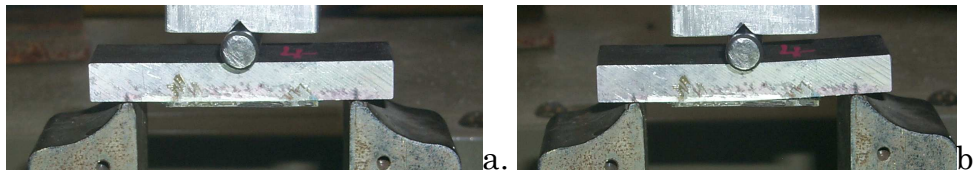


Figure 50. *Eprouvette testée à 1mm/min a. avant rupture b. après rupture*

Dans ces conditions la variation d'énergie élastique avec le déplacement du front de fissure représente l'énergie de rupture de l'interface collée, qui donne la ténacité interfaciale une fois rapportée à la surface de fissure créée. Nous la mesurerons expérimentalement par la méthode de la complaisance. Cette ténacité peut être associée à la proportion observée des types de rupture possibles — rupture cohésive : fissure dans l'aluminium, le composite ou l'adhésif; rupture adhésive : fissure de décollement à l'interphase composite/adhésif ou aluminium/adhésif. Pour une configuration mécanique identique cette proportion va dépendre de la nature des liaisons d'interphase, qui sont influencées par le traitement de surface de chaque substrat.

8.2. Traitements de surface

8.2.1. Composite

Le traitement de surface du composite consiste d'abord à lui conférer une rugosité de surface en lui imprimant la marque des mailles serrées d'un tissu de pelage au moment de la mise en œuvre (cf. § 8.5.1., Figures 56 à 58). Ensuite juste avant l'application du film adhésif, un dégraissage à la méthyl-éthyl-cétone est effectué. C'est un volatil toxique nécessitant l'emploi d'une hotte aspirante, de protections individuelles comme un masque respiratoire captant les vapeurs organiques, des gants en latex.

8.2.2. Aluminium

Nous avons cherché à comparer les performances de trois traitements de surface de l'aluminium : chimique, mécano-chimique, électrochimique. L'objectif était de valider le caractère significatif de l'essai mécanique vis-à-vis des propriétés d'interphase, et de s'en servir pour mettre en évidence les propriétés relatives des traitements.

La première étape commune est le dégraissage, sous la hotte, par aspersion d'acétone puis essuyage au moyen d'un tissu propre trempé dans l'acétone, suivi d'un rinçage abondant à l'eau distillée. L'eau distillée emporte les contaminants solubles dans l'acétone (huiles, graisses, certains oxydes). L'étape suivante, qui a pour objectif de dissoudre les derniers oxydes indésirables, et de modifier la structure chimique de la surface afin de renforcer sa durabilité à long terme, a pu être réalisée tour à tour par voie *i)* chimique, *ii)* mécano-chimique, et *iii)* électrochimique.

i) La voie chimique consiste à effectuer un décapage sulfo-chromique. Nous avons composé un bain de 5 litres à partir du pré-mélange de 0,75 litres d'acide sulfurique (densité 1,83) versés dans 1,5 litres d'eau distillée, additionnés de 0,375 kg de bichromate de sodium, puis complétés à l'eau distillée. Chaque barreau aluminium a été immergé une vingtaine de minute dans un bécher d'acide sulfo-chromique puis rincé à l'eau du robinet, et séché dans un four à 40°C.

ii) Par la voie mécano-chimique les barreaux ont été sablés avec des grains de corindon projetés sous un angle d'incidence de 45°. L'arrachage superficiel de matière élimine les oxydes et active chimiquement la surface.

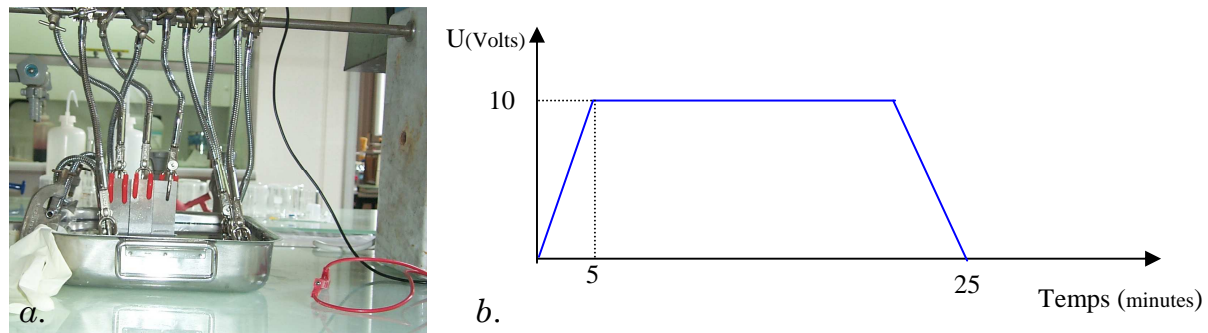


Figure 51. a. trois barreaux aluminium partiellement immergés dans le bain d'acide phosphorique, maintenus par des supports conducteurs de courant b. cycle de tension d'anodisation phosphorique

iii) Parmi les voies électrochimiques possibles nous avons choisi la plus simple à mettre en œuvre, l'anodisation phosphorique. Nous avons dilué de l'acide phosphorique pour obtenir un bain à 100g/L que nous avons versé dans une cuve en acier inoxydable, dont le fond était garni d'une plaque de plomb préalablement coulée. Chaque barreau aluminium a été immergé à proximité de la plaque de plomb tandis qu'une différence de potentiel était établie entre le plomb et l'aluminium. Nous avons monté un rhéostat et un transformateur de courant 220V alternatif vers 0-12V continu en pont diviseur de tension. A l'aide de la tension affichée par un voltmètre et munis d'un chronomètre nous avons imposé manuellement le cycle de tension Figure 51. Cette opération a été suivie d'un rinçage à l'eau distillée et d'un séchage au four à 40°C.

Dans tous les cas, la dernière étape du traitement de surface consiste à préserver la qualité de l'ancrage chimique en appliquant le primaire d'adhésion Redux 122 ® immédiatement après retour à température ambiante. Le primaire est constitué des mêmes molécules que l'adhésif mais avec des chaînes polymériques plus courtes et véhiculées par un solvant organique. Grâce à sa fluidité supérieure le primaire occupe rapidement les sites actifs créés par le traitement chimique avant qu'ils ne soient pollués par le milieu environnant. Une fois le solvant évaporé, la totale compatibilité avec l'adhésif du revêtement obtenu minimise l'effet des contaminations éventuelles avant collage.

8.3. Calcul du taux de restitution d'énergie élastique

D'après l'expression générale d'Irwin et Kies, l'énergie critique de rupture de Griffith G_c s'écrit pour l'éprouvette fissurée de longueur de fissure a :

$$G_c = \frac{F_c^2}{2l} \cdot \frac{dC(a)}{da} \quad (122)$$

où C est la complaisance de l'éprouvette en domaine élastique linéaire, l est la largeur de l'éprouvette, F_c est la charge critique d'amorçage. La complaisance est liée au chargement par :

$$C = \frac{1}{F} \cdot \frac{dU}{dF} \quad (123)$$

où U est l'énergie élastique contenue dans l'éprouvette. En appliquant la mécanique des poutres, si l'on néglige l'énergie élastique contenue dans le joint par rapport à celle contenue dans les substrats, ainsi que le cisaillement interne des substrats, on écrit l'énergie élastique avant amorçage :

$$U = \frac{I}{2} \int_1 \left[\frac{M_1^2(x)}{E_1 I_1} + \frac{N^2(x)}{E_1 S_1} \right] dx + \frac{I}{2} \int_2 \left[\frac{M_2^2(x)}{E_2 I_2} + \frac{N^2(x)}{E_2 S_2} \right] dx \quad (124)$$

M_1 , M_2 , et N sont obtenus grâce aux équations (89) et (94) à partir de la contrainte de cisaillement finale tenant compte des contraintes résiduelles. Les conditions limites sont modifiées en fonction de la longueur pré-fissurée a (Figure 52) par substitution de $L_1/2-a$ à L_1 dans les formules précédentes des contraintes de cisaillement. Ainsi on peut délimiter le domaine d'intégration de l'énergie élastique à partir de la définition d'une zone de recouvrement de $x=0$ à $x=L_1/2-a$ et d'une zone d'aluminium non renforcé de $x=L_1/2-a$ à $x=L_2/2$ (125):

$$U = \int_0^{L_1/2-a} \left[\frac{M_1^2(x)}{E_1 I_1} + \frac{N^2(x)}{E_1 S_1} + \frac{M_2^2(x)}{E_2 I_2} + \frac{N^2(x)}{E_2 S_2} \right] dx + \int_{L_1/2-a}^{L_2/2} \frac{M_2^2(x)}{E_2 I_2} dx \quad (125)$$

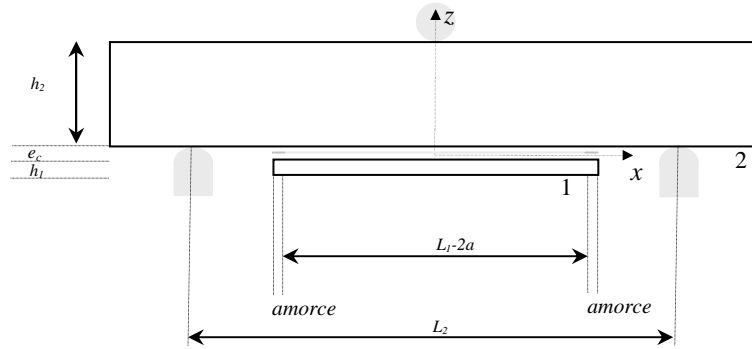


Figure 52. Schéma de l'assemblage pré-fissuré

En développant le contenu des éléments de réduction par substrat (indices 1 et 2) nous arrivons à l'expression (126) en fonction du chargement global appliqué, et de la contrainte de cisaillement interfaciale génératrice d'efforts normaux. Nous exploitons de nouveau la théorie des stratifiés pour simplifier l'expression de la courbure dans la zone de recouvrement.

$$U = \int_0^{L_1/2-a} \left[M^2(x) \left(\frac{E_1 I_1}{I^2 D_{11}^2} + \frac{1}{E_2 I_2} \left(1 - \frac{E_1 I_1}{I D_{11}} \right)^2 \right) + N^2(x) \left(\frac{1}{E_1 S_1} + \frac{1}{E_2 S_2} \right) \right] dx + \int_{L_1/2-a}^{L_2/2} \frac{M^2(x)}{E_2 I_2} dx \quad (126)$$

Avec :

$$M(x) = \frac{F}{2} \left(\frac{L_2}{2} - x \right) \quad (127)$$

$$N(x) = \int_x^{L_1/2-a} l \tau(x') dx' \quad (128)$$

En remplaçant dans l'application numérique précédentes $L_f=36\text{mm}$ par $L_f=40\text{mm}$ – longueur du composite et $a=2\text{mm}$ – longueur de la pré-fissure, on conserve la distribution déjà vue des contraintes de cisaillement entre $x=0$ et $x=18\text{mm}$ (cf. éq. (100) et (119)). Pour le reste on ne change rien aux valeurs déjà choisies (Rappel : $h_1=1,55\text{mm}$; $h_2=10,2\text{mm}$; $L_2=60\text{mm}$; $l=25\text{mm}$; $\nu_f=0,0045$; $E_f=48672\text{MPa}$; $\nu_2=0,33$; $E_2=51797\text{MPa}$; $G=4001\text{MPa}$; $\nu_c=0,12$; $e_c=0,1\text{mm}$) ce qui nous permet de calculer l'effort normal $N(x)$ correspondant. L'effort maximal $N(0)$ est de 2363N à mi-portée, c'est-à-dire 2363N en traction pour le composite et 2363N en compression longitudinale pour l'aluminium. Le graphique des éléments de réduction normalisés (Figure 53) montre leur sens d'évolution au sein du domaine de recouvrement. On peut voir que le composite se charge progressivement en traction et que la distance de recouvrement minimale pour atteindre un chargement complet (plus de 99% de la valeur maximale possible) est de l'ordre de $8,5\text{mm}$ à partir de l'extrémité du joint.

Avec ces éléments de réduction prenant en compte les contraintes résiduelles, on obtient une énergie élastique $U(a)$ qui varie en $\alpha F^2 + \beta F + \gamma$ (évaluée dans le cadre de notre application numérique à $U=0.184e-4F^2-0.0637F+394$). Il est important de noter que l'éprouvette au repos stocke déjà une quantité d'énergie élastique correspondant à la constante γ , valant ici $394\text{N}\cdot\text{mm}$, qui est due aux dilatations de retrait thermique.

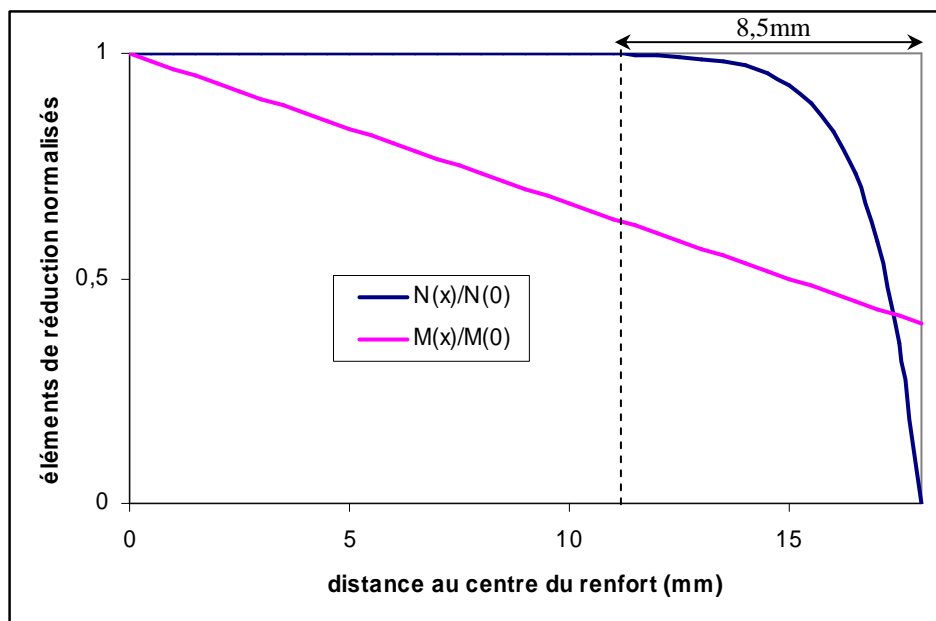


Figure 53. Distribution normalisée de l'effort résultant transmis par l'interface collée sous l'effet du moment de flexion, tenant compte des contraintes résiduelles de mise en œuvre

Avec pour objectif de mesurer la ténacité interfaciale, nous devons exploiter cette information en distinguant le travail élastique U_{flex} fourni à la structure par flexion du travail élastique interne γ provenant du retrait thermique. Comme on l'a vu Figure 49 (*Contraintes résiduelles et de flexion superposées*) les deux phénomènes ont des effets opposés, donc à l'échelle de

l'interface ce n'est pas la somme des énergies associées aux deux phénomènes qui est responsable de la rupture, mais bien la différence.

La progression da du front de fissure libère une quantité d'énergie élastique dy liée au retrait thermique, et une quantité d'énergie dU_{flex} stockée par flexion. La complaisance est strictement assortie à l'énergie de flexion, donc nous décomptons l'effort normal de retrait thermique dans le U précédent pour avoir U_{flex} :

$$C(a) = \frac{1}{F} \cdot \frac{dU_{flex}(a)}{dF} \quad (129)$$

Malgré la présence de deux zones de pré-fissuration aux extrémités de l'assemblage, la rupture de celui-ci s'amorce unilatéralement (Figure 50). Bien évidemment il existe toujours une échelle à laquelle l'imperfection de la symétrie est suffisante pour arbitrer la présence de la rupture à une extrémité de joint plutôt qu'à l'autre. Automatiquement, pour le calcul de l'énergie élastique l'assemblage se décompose en une mi-portée de longueur de fissure fixe a_0 et une mi-portée de longueur de fissure variable a .

La formule de la contrainte de cisaillement interfacial par flexion varie aussi en fonction de la longueur initiale de fissure avant amorçage, c'est pourquoi nous l'écrivons comme une fonction des deux variables x et a , et de même pour l'effort de membrane résultant :

$$U_{flex}(a) = \frac{1}{2} \int_0^{L_1/2-a} \left[M^2(x) \left(\frac{E_1 I_1}{l^2 D_{11}^2} + \frac{1}{E_2 I_2} \left(1 - \frac{E_1 I_1}{l D_{11}} \right)^2 \right) + N_{flex}^2(x, a) \left(\frac{1}{E_1 S_1} + \frac{1}{E_2 S_2} \right) \right] dx + \frac{1}{2} \int_{L_1/2-a}^{L_2/2} \frac{M^2(x)}{E_2 I_2} dx$$

$$+ \frac{1}{2} \int_0^{L_1/2-a_0} \left[M^2(x) \left(\frac{E_1 I_1}{l^2 D_{11}^2} + \frac{1}{E_2 I_2} \left(1 - \frac{E_1 I_1}{l D_{11}} \right)^2 \right) + N_{flex}^2(x, a_0) \left(\frac{1}{E_1 S_1} + \frac{1}{E_2 S_2} \right) \right] dx + \frac{1}{2} \int_{L_1/2-a_0}^{L_2/2} \frac{M^2(x)}{E_2 I_2} dx$$

Où :

$$N_{flex}(x, a) = \int_x^{L_1/2-a} l \tau^{flexion}(x', a) dx' \quad (131)$$

$$N_{flex}(x, a_0) = \int_x^{L_1/2-a_0} l \tau^{flexion}(x', a_0) dx' \quad (132)$$

Ces deux expressions concernent chacune un côté de l'éprouvette, l'un étant à longueur de fissure fixe a_0 et l'autre à longueur de fissure variable a .

En appliquant la relation (123) on en tire la complaisance, qui augmente avec la longueur de fissure, ce que nous avons représenté Figure 53. L'interpolation de $C(a)$ est réalisée de façon bien appropriée par un polynôme du second degré :

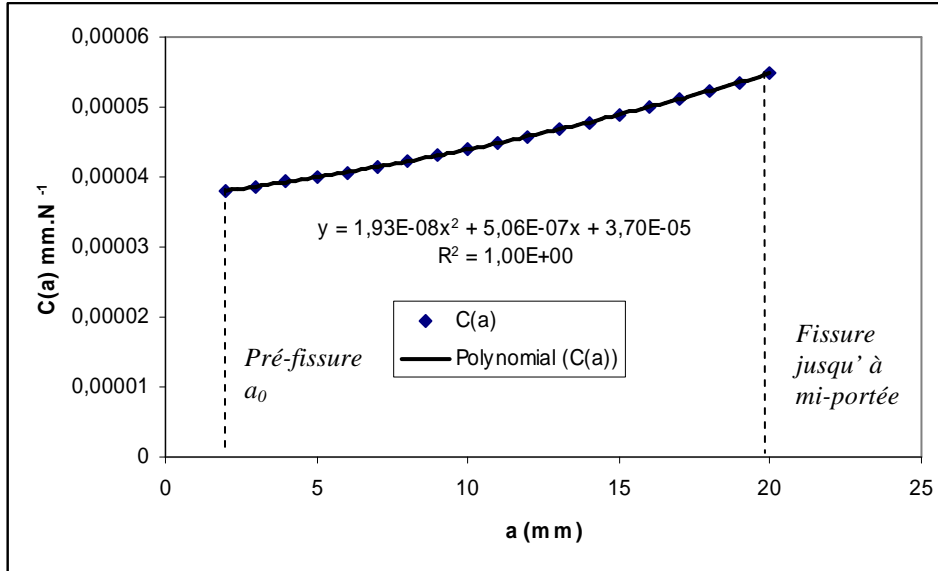


Figure 53. Complaisance de l'assemblage en fonction de la longueur fissurée unilatéralement, avec une pré-fissuration symétrique $a_0=2\text{mm}$

Avec les hypothèses choisies les contraintes résiduelles n'affectent pas la rigidité de l'assemblage multicouche. Cependant de l'énergie élastique supplémentaire, accumulée par dilatation thermique différente, est libérée dès que la longueur de recouvrement des deux matériaux se modifie par fissuration.

L'énergie élastique associée à l'effort de membrane d'origine thermique s'écrit comme une intégration de la contrainte résiduelle de cisaillement de retrait thermique. De même que précédemment elle se divise en deux parties correspondant aux deux demi-portées, une de longueur de fissure fixe a_0 et une de longueur de fissure variable a , ces conditions limites jouant un rôle important dans l'expression des contraintes.

$$\gamma(a) = \frac{1}{2} \int_0^{L_1/2-a} N_{\Delta T}^2(x, a) \left(\frac{1}{E_1 S_1} + \frac{1}{E_2 S_2} \right) dx + \frac{1}{2} \int_0^{L_1/2-a_0} N_{\Delta T}^2(x, a_0) \left(\frac{1}{E_1 S_1} + \frac{1}{E_2 S_2} \right) dx \quad (133)$$

Où :

$$N_{\Delta T}(x, a) = \int_x^{L_1/2-a} l \tau^{\Delta T}(x', a) dx' \quad (134)$$

$$N_{\Delta T}(x, a_0) = \int_x^{L_1/2-a_0} l \tau^{\Delta T}(x', a_0) dx' \quad (135)$$

Cette énergie résiduelle diminue avec la longueur de recouvrement ou d'adhérence parfaite des substrats, ce qui rend sa variation négative lors de la progression du front de fissure de $x=L_1/2-a$ vers $x=0$ (Figure 54).

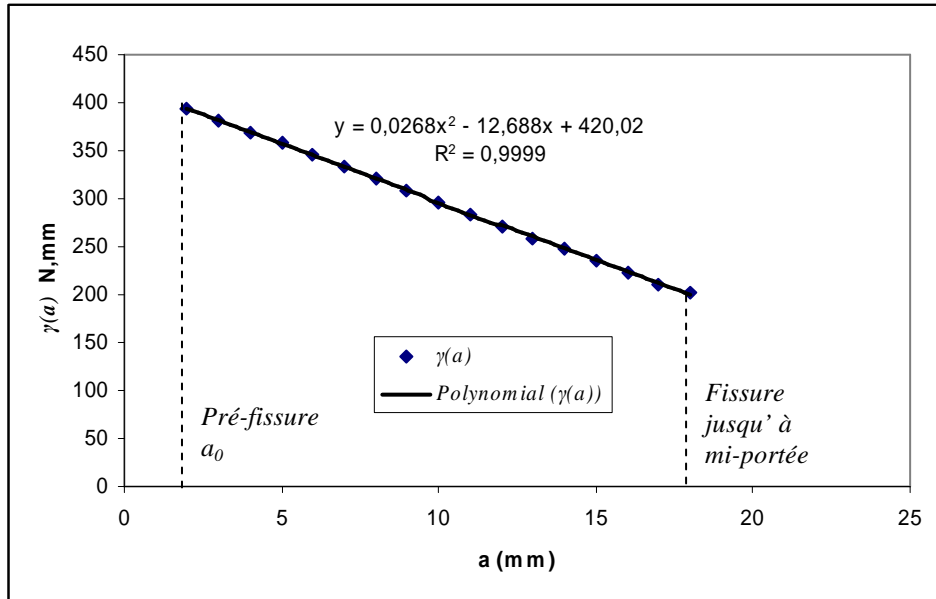


Figure 54. *Energie élastique de retrait thermique résiduelle en fonction de la longueur de fissuration unilatérale*

Puisque les contraintes résiduelles de mise en œuvre soulagent l'interface par rapport au sens de chargement, la ténacité propre à l'interface $G_c^{interface}$ (137) est différente du taux critique de l'assemblage (136) cumulant les restitutions d'énergie de déformation élastique d'origines mécanique et thermique.

$$G_c^{assemblage} = \frac{F_c^2}{2l} \cdot \frac{dC(a)}{da} \quad (136)$$

$$G_c^{interface} = \frac{F_c^2}{2l} \cdot \underbrace{\frac{dC(a)}{da}}_{\geq 0} + \frac{1}{l} \underbrace{\frac{d\gamma(a)}{da}}_{\leq 0} \quad (137)$$

8.4. Longueur d'amorçage

A déplacement δ imposé à mi-portée, le déplacement critique δ_c déclenchant l'amorce de rupture à partir de la pré-fissure de longueur a_0 est lié au chargement critique F_c par :

$$F_c = \frac{\delta_c}{C(a_0)} \quad (138)$$

Considérons les mouvements ultérieurs du front de fissure tandis que le déplacement reste constant à la valeur δ_c . Si a varie positivement, alors la complaisance de l'assemblage augmente et donc la force appliquée pour maintenir $\delta = \delta_c$ diminue, en respectant l'équation :

$$F(a) = \frac{\delta_c}{C(a)} \quad \text{pour } a \geq a_0 \quad (139)$$

Si l'assemblage est considéré comme un matériau fragile et que sa ténacité interfaciale est bien décrite par le modèle de Griffith, d'après l'équation (137) quelle que soit la longueur de fissure supérieure à a_0 , la nouvelle charge critique est liée au taux de restitution d'énergie élastique de l'assemblage $G_c^{assemblage}$.

$$F_c(a) = \sqrt{\frac{2IG_c^{assemblage}}{dC(a)/da}} \quad \text{pour } a \geq a_0 \quad \text{et } \delta = \delta_c \quad (140)$$

En appliquant simplement le modèle de Griffith, pour un déplacement critique imposé δ_c ayant provoqué l'amorçage, a devrait augmenter à partir de a_0 tant que $F_c(a) \leq F(a)$. Il suffirait simplement de comparer les équations (139) et (140) pour juger où devrait s'arrêter la fissure. Pour une charge critique $F_c=1700\text{daN}$ l'application numérique habituelle incluant le polynôme d'interpolation de $C(a)$ porté sur la Figure 53 donne un déplacement critique $\delta_c=0,65$ mm et un $G_c^{assemblage}$ de 3370J/m^2 . La représentation graphique de la force critique comparée à la force de réaction à mi-portée en fonction de l'avancement de la fissure (Figure 55) montre que celle-ci doit se propager au moins jusqu'à mi-portée tant que $F_c(a) \leq F(a)$ – au-delà les hypothèses du calcul effectué doivent être modifiées. La rupture est donc systématique dès l'amorçage.

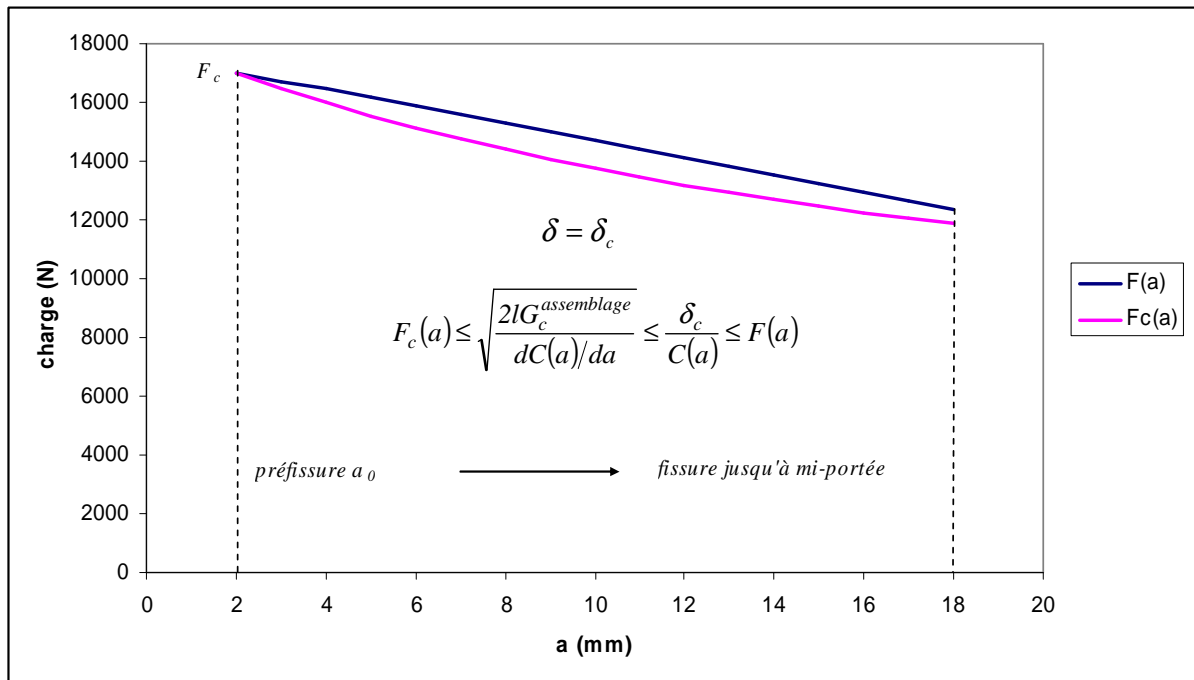


Figure 55. Représentation graphique de la longueur d'amorçage prévisible lorsque le déplacement atteint sa valeur critique

8.5. Corrélation théorie expérience

8.5.1. Statique

Au vu des essais statiques à température ambiante réalisés à déplacement imposé 1mm/min avec la machine Zwick 10T LGCIE site Bohr, le scénario d'amorçage proposé graphiquement par la théorie est en accord avec l'expérience.

De fait l'essentiel de la rigidité apportée par le renfort composite est perdue au moment de l'amorçage, puisque la partie du composite qui reste collée à une moitié d'éprouvette ne supporte plus de moment de flexion important.

Nous avons suivi systématiquement la même procédure pour la préparation des éprouvettes, ce qui laisse entendre que les dispersions sont influencées par le traitement de surface utilisé. Nous abordons la dispersion des résultats comme un indicateur pour l'évaluation de la solution de collage. Une classification à partir des résultats statiques doit considérer tant la valeur de résistance que l'écart type et le nombre d'échantillons testés (Tableau 10).

Tableau 10. Résultats obtenus en flexion trois points statique à 1mm/min

Traitement de surface de l'aluminium	Charge critique moyenne (daN)	Ecart type (daN)	Nombre d'échantillons
Phosphorique	1685	67	4
Mécanochimique	1657	87	5
Sulfo-chromique	1671	59	6

Sur les photographies des Figures 56 à 58, les deux faces décollées sont présentées en miroir, avec l'extrémité amorcée en flexion toujours située à droite et l'extrémité arrachée à gauche. On distingue la coloration rose du primaire d'adhésion à la surface de l'aluminium, la coloration du film thermoplastique bleu anti-adhérent, la coloration jaune clair de l'adhésif et de la résine du composite.

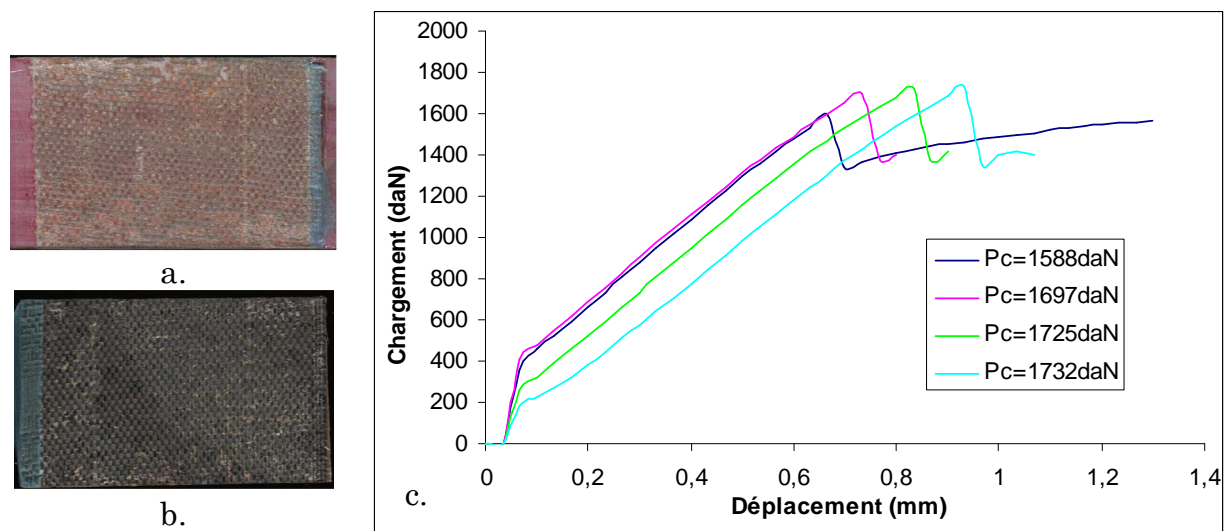


Figure 56. Faciès de rupture d'une éprouvette a. aluminium traité par anodisation phosphorique, b. composite, c. courbes de chargement des éprouvettes testées

Figure 56, la rupture de l'interface anodisée est très majoritairement cohésive (environ 95%), avec un arrachage superficiel de la résine du composite, excepté sur les bords longitudinaux où l'on peut entrevoir la surface de l'aluminium, signe de rupture adhésive à l'interphase aluminium/adhésif.

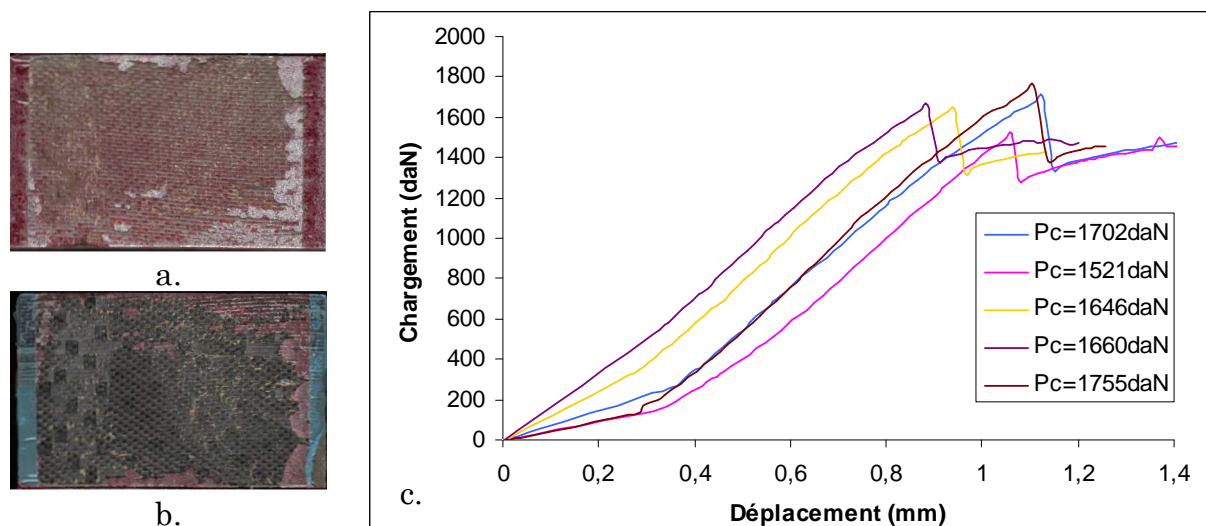


Figure 57. *Faciès de rupture d'une éprouvette a. aluminium traité par sablage, b. composite, c. courbes de chargement des éprouvettes testées*

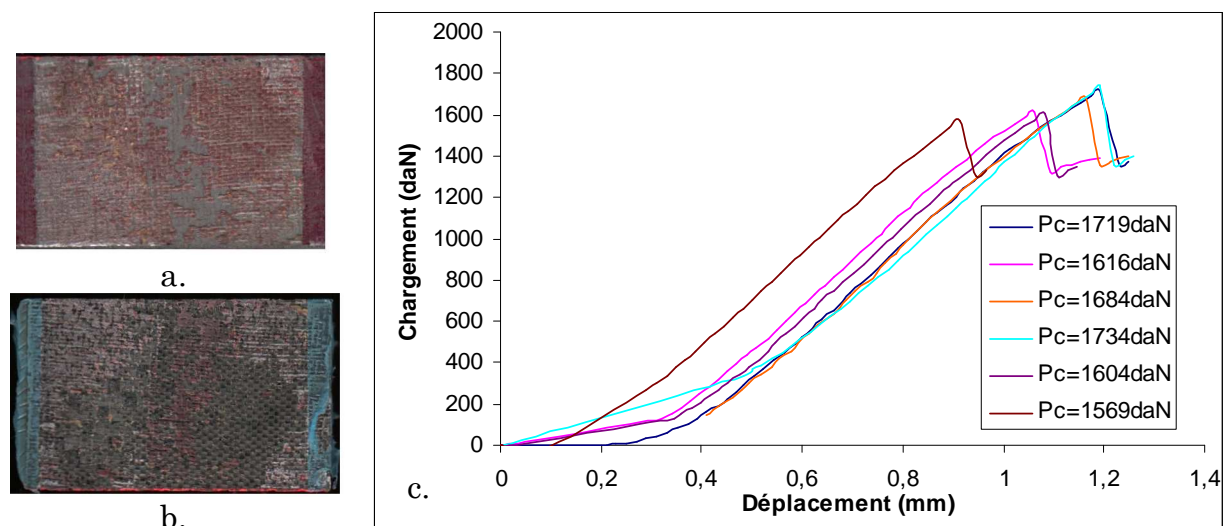


Figure 58. *Faciès de rupture d'une éprouvette a. aluminium traité par décapage sulfo-chromique, b. composite, c. courbes de chargement des éprouvettes testées*

Figure 57, la rupture de l'interface sablée est hétérogène : environ 15% adhésive, 85% cohésive. La zone adhésive comprend les bords longitudinaux, et une bande latérale de 2 mm le long du bord d'amorçage, signe que la fissure initiée à l'interphase aluminium/adhésif a bifurqué rapidement vers le composite. On note la présence de fibres de carbone arrachées par endroits, qui ne sont pas bien visibles sur la photographie.

Figure 58, la rupture de l'interface décapée est encore plus hétérogène, avec une proportion adhésive de 20% à la fois sur les bords longitudinaux et au centre de la zone de recouvrement. Il y a également une proportion de rupture cohésive dans la colle car on retrouve par endroits le colorant du primaire en vis-à-vis sur le composite et sur l'aluminium.

Ces observations militent en faveur d'une corrélation entre l'homogénéité de la rupture, la répétabilité de la mise en œuvre, et le niveau de chargement critique. Cependant les faibles écarts d'un traitement de surface à l'autre, inférieurs aux écarts types des moyennes mesurées, suggèrent seulement une légère dépendance de la charge critique vis-à-vis du traitement de surface. La répétition d'un chargement périodique dans la durée peut avoir pour résultat d'amplifier les différences de comportement entre les interfaces ou d'en faire apparaître de nouvelles.

8.5.2. Fatigue

Nous avons procédé en ce sens à des essais de fatigue oligocyclique 0,5 Hz en flexion trois points à charge imposée, avec un rapport cyclique $R=0,1$, sur la machine Zwick 10T du LGCIE site Bohr. Les niveaux de chargement étaient de 1400daN, 1488daN, 1575daN, ce qui représente 80%, 85% et 90% de la plus forte charge critique enregistrée en statique sur l'ensemble des échantillons. Pour chaque niveau de chargement nous avons testé de trois à quatre éprouvettes de chaque catégorie de traitement de surface électrochimique, chimique ou mécano-chimique.

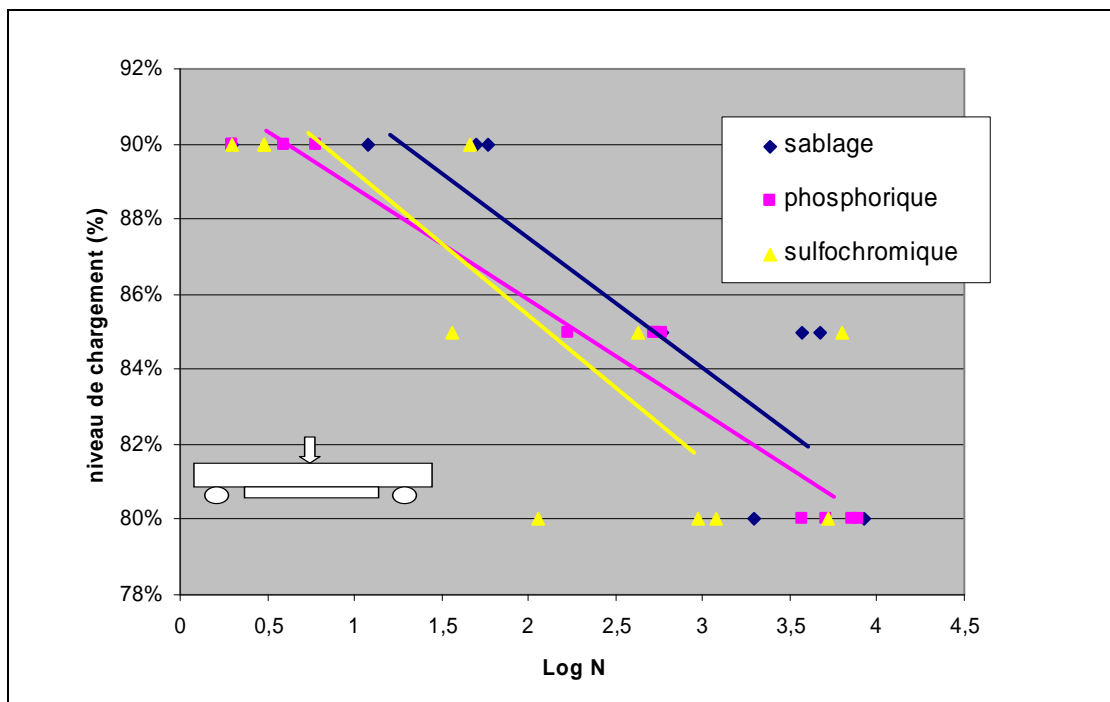


Figure 59. Diagramme pseudo-Wöhler de fatigue oligo-cyclique en flexion trois points à 0,5Hz d'assemblages collés hybrides aluminium/composite après différents traitements de surface de l'aluminium, en pourcentage de la charge critique maximale statique

En ce qui concerne la loi de fissuration de l'interface, la fatigue ne nous aide pas à récupérer davantage d'information. Après un amorçage brutal similaire à celui observé en statique, mais simplement différé de par le caractère insidieux de la déformation, il semble que le reste du renfort composite se décolle

imperceptiblement à chaque cycle. Toutefois l'énergie mise en jeu par ce mouvement est trop faible comparativement à la dissipation de l'aluminium pour rendre possibles des mesures macroscopiques.

Pour distinguer le comportement des différents échantillons, nous avons choisi de les représenter sous la forme d'un diagramme pseudo-Wöhler (Figure 59). La moyenne arithmétique des temps de vie des groupes d'échantillons de la même famille à un niveau de chargement donné a été utilisée pour la régression linéaire. L'évolution de la charge critique en fonction du temps peut être simplement décrite par régression logarithmique, et l'on en déduit une forme de référence pour le suivi de la ténacité en fatigue:

$$\begin{cases} F_c = A \log N_c + B \\ G_c = \frac{F_c^2}{2l} \frac{dC}{da} \Big|_{a_0} \end{cases} \Rightarrow G_c = \left(\frac{A^2}{2l} (\log N_c)^2 + \frac{AB}{l} \log N_c + \frac{B^2}{2l} \right) \frac{dC}{da} \Big|_{a_0} \quad (141)$$

Les éprouvettes traitées chimiquement ou électrochimiquement étant lisses, la comparaison des courbes d'endurance ainsi obtenues nous indique que la présence d'une rugosité de surface joue un rôle favorable sur les conditions d'amorçage en fatigue. A l'échelle microscopique, tout degré de liberté conféré par la rugosité de surface contribue à relaxer des contraintes locales et à retarder l'amorçage. Cependant, vu la complexité du phénomène d'adhésion, et la multiplicité des paramètres intervenant, nous n'envisageons pas d'extrapoler ce résultat.

8.6. Vers une interface endommageable de type fragile

La simulation numérique de l'assemblage à l'aide du logiciel ANSYS pose deux problèmes principaux :

- Le maillage progressif nécessaire pour limiter le coût du calcul est très délicat du fait de la finesse du joint (0,1mm) par rapport à l'épaisseur de la structure (11,85mm).
- Le logiciel ANSYS ne reconnaît pas les interfaces endommageables disposées entre deux matériaux de propriétés différents. Il utilise un modèle de zone cohésive qui par définition concerne la rupture cohésive des matériaux, et non la rupture adhésive à l'interface de deux matériaux adjacents.

Nous avons surmonté ces deux difficultés grâce à une approche simplifiée permise par le remplacement de l'interface trimatérielle par une zone homogène de propriétés élastiques équivalentes à celles des trois matériaux superposés (composite à renfort textile, adhésif, et aluminium). Pour simplifier nous avons admis que cette zone correspond à un matériau orthotrope sollicité suivant ses axes d'orthotropie, et dont les caractéristiques virtuelles $E_{x(zi)}$, $E_{y(zi)}$, $\nu_{xy(zi)}$, $G_{xy(zi)}$ sont déterminées au sein de la simulation numérique.

La finesse relative du maillage correspondant (Figure 60) dépend en particulier de la taille choisie pour cette zone homogène, et de plus cette approche nous permet de placer la zone cohésive à la position de l'interface aluminium/adhésif, ce qui résout simultanément nos deux problèmes principaux. Ici nous avons choisi une zone de 3,2mm d'épaisseur, ce qui correspond à deux fois l'épaisseur du substrat composite (1,55mm) plus l'épaisseur d'adhésif central (0,1mm). La longueur vaut 40 mm et correspond à la longueur du composite collé. Les caractéristiques du matériau équivalent de la zone d'interface ainsi définie sont mesurées numériquement à partir de simulations d'essais mécaniques de traction élastique sous ANSYS. Les autres dimensions et caractéristiques habituelles de l'éprouvette d'aluminium renforcé par composite sont conservées : $h_2=10,2\text{mm}$; $L_2=60\text{mm}$; $l=25\text{mm}$; $\nu_1=0,0045$; $E_1=48672\text{MPa}$; $\nu_2=0,33$; $E_0=58368\text{MPa}$; $\sigma_y=610\text{MPa}$; $E_t=200\text{MPa}$ (voir Figure 36) ; $\nu_c=0,12$; $G=4001\text{MPa}$; $e_c=0,1\text{mm}$. Nous utiliserons $\nu_{yx(z_i)}=0,18$; $E_{x(z_i)}=55929\text{ MPa}$; $E_{y(z_i)}=3035\text{MPa}$ et $G_{xy(z_i)}=2146\text{ MPa}$ d'après ANSYS.

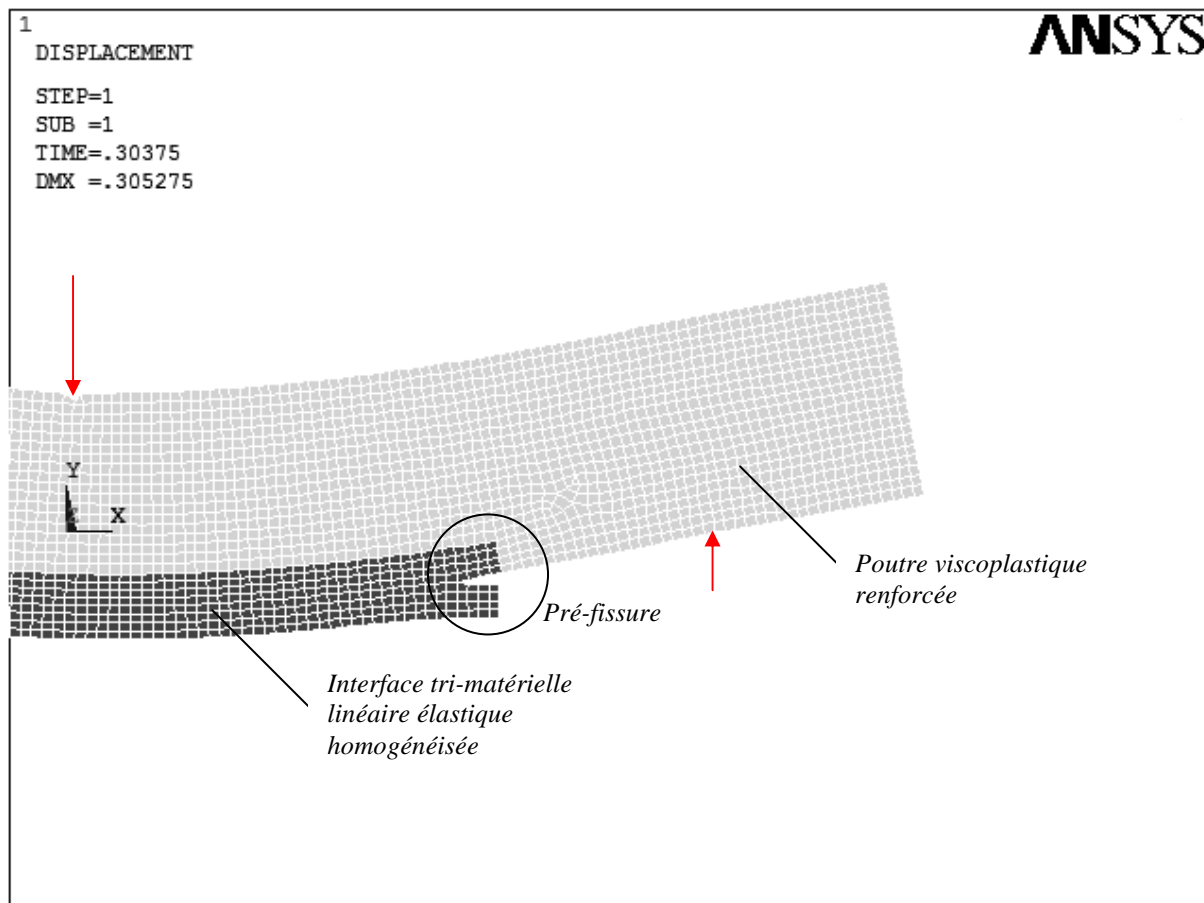


Figure 60. Simulation numérique de la zone interfaciale aluminium-adhésif-composite homogénéisée et pré-fissurée sous chargement de flexion trois points

8.7. Conclusions

Nous avons étudié des assemblages collés aluminium/composite simulant le renforcement d'une poutre par plaque composite collée en face inférieure. Nous avons calculé que la fissure avec amorçage au bord du joint se propage au-delà de

la mi-portée avec une force disponible $F(a)$ supérieure à la force critique $F_c(a)$ nécessaire pour amorcer la rupture. Nous avons constaté expérimentalement la quasi-instantanéité de cette propagation tant en statique qu'en fatigue, le traitement de surface n'ayant que peu d'influence sur le comportement de l'assemblage collé dans le cas de sollicitations monotones à court terme. Caractérisée par une accélération de la vitesse de fissuration, l'instabilité de la propagation est donc ici confirmée par le modèle et corroborée par l'expérience.

Pour pouvoir appliquer la mécanique de la rupture nous avons appelé pré-fissure ce qui était expérimentalement un défaut de faible épaisseur incorporé dans le joint sous la forme d'un film thermoplastique anti-adhérent (cf. § 6.4. Figure 43). Pour amorcer la fissure, un apport de travail supplémentaire est nécessaire avec ce type d'amorce par rapport à un rayon de fond d'entaille nul. La notion de ténacité est à manipuler précautionneusement afin de ne pas confondre initiation et amorçage de fissure, bien que dans ce cas d'une extrémité de joint de colle en présence d'un défaut, les deux phénomènes soient indissociables en apparence de par l'instabilité du décollement.

Selon le choix que l'on peut faire de conserver ou de soustraire (cf. éq. (136) et (137)) l'énergie élastique stockée par dilatation thermique différente lors du retrait thermique à l'énergie élastique apparemment restituée par l'assemblage, on obtient différents taux critiques de restitution d'énergie élastique au moment de la rupture (Tableau 11). L'énergie élastique de retrait étant liée aux propriétés thermiques et à la géométrie de l'assemblage, c'est *a priori* $G_c^{\text{interface}}$ qui doit être considéré comme significatif de la ténacité de l'interface.

Tableau 11. *Ténacités d'amorçage en présence d'un défaut*

Traitement de surface de l'aluminium	$G_c^{\text{assemblage}}$ (J.m ⁻²)	$G_c^{\text{interface}}$ (J.m ⁻²)	<i>Ecart type</i> (J.m ⁻²)
Phosphorique	3311	2300	263
Mécanochimique	3202	2191	336
Sulfo-chromique	3256	2246	230

Pour rendre possible l'utilisation du modèle de zone cohésive implémenté sous ANSYS, nous avons homogénéisé la zone d'interface tri-matérielle aluminium/adhésif/composite. Nous avons obtenu un maillage en deux dimensions avec lequel nous envisageons d'identifier méthodiquement les paramètres de zone cohésive avec pré-fissure permettant de simuler les effets de la fissuration observés à l'échelle structurelle à partir d'un défaut artificiel.

Suite à ce cas de propagation de fissure interfaciale en extrémité de joint entre deux matériaux, nous allons maintenant étudier les possibilités de modélisation d'un cas de délaminage initié au sein même du matériau composite, représentatif de la seconde voie de délaminage recensée pour les assemblages multicouches intégrant des composites à renforts textiles. Grâce à de nouvelles observations expérimentales, nous compléterons ainsi notre approche de la méthodologie de simulation numérique, qui sera finalement présentée.

Section 4. Amorçage et propagation interlaminaires

Chapitre 9. Présentation des matériaux testés

9.1. Avant-propos

Afin de sélectionner les outils de modélisation d'un endommagement interlaminaire dans un composite à renfort textile participant à un assemblage collé, nous envisageons d'évaluer l'influence de l'architecture textile sur les modalités d'amorçage et de propagation du délaminage en zone interlaminaire.

Les composites à architecture textile tridimensionnelle (3D) sont connus pour avoir une plus grande résistance au délaminage, comparés aux stratifiés bidimensionnels (2D) [MIRA(1999)]. Préalablement à notre étude, une technologie textile industrielle de tressage par entrelacement destinée à la production de renforts tubulaires pour composites a été adaptée pour passer de bidimensionnelle à tridimensionnelle. Le tressage tridimensionnel réalisé pour la fabrication de préformes de structures tubulaires doit de toute évidence apporter aux pièces moulées selon les procédés Resin Transfer Molding et variantes, une différence de scénario d'endommagement par rapport au tressage bidimensionnel. Une série d'articles récents sur l'étude de composites tubulaires en prévision des applications d'absorption d'énergie se focalise sur la compression axiale des structures ([BOUC(2000)], [KUGL(2002)], [MAHE(2003)]...). Cependant, des essais de compression latérale mettent davantage à contribution la zone interlaminaire, bien que ce type d'essai soit assez rarement décrit dans la littérature ([CHAN(1989)], [HAMA(1992)], [KATA(1993)], [NISH(1995)], [GUPT(2000)]).

Dans un premier temps, nous évaluerons comparativement le caractère prépondérant du cisaillement en zone interlaminaire de tubes tressés en compression latérale variant seulement de par leur architecture textile 2D ou 3D, les autres paramètres étant maintenus constants. La théorie classique des stratifiés sera employée en coordonnées polaires pour fournir une première évaluation des lieux probables d'accumulation de l'endommagement de type *locus ii*) (cf. Introduction générale). A la lumière des observations expérimentales, ce modèle sera amené à évoluer vers le modèle de comportement pseudo-plastique lié aux endommagements diffus non coalescents du composite 3D. Une analyse plus fine du champ de contraintes sera présentée afin de dégager une interprétation du scénario de rupture en cas de délaminage dans le cas 2D. Elle sera combinée à une étude de modélisation employant la mécanique linéaire élastique de la rupture mais montrant toutefois les limites de cette approche vis-à-vis du phénomène physique observé. La comparaison de la progression des fissures de fatigue selon le lieu d'amorçage au bord (cf. Partie II, § 8.5.2.) ou en zone interlaminaire sera effectuée expérimentalement.

9.2. Préformes textiles pour composites

Les procédés textiles (tissage, tricotage, tressage) pour préformes 2D sont largement utilisés actuellement dans la fabrication de pièces composites. Ils présentent l'intérêt d'une capacité de production suffisante et permettent de bien répondre à des cas de sollicitations planes. Pour obtenir des pièces composites d'épaisseur importante ou de formes complexes, il faut toutefois superposer ou assembler des couches de textiles bidimensionnels et la coexistence au sein des multicouches ainsi constitués de plis rigides et résistants et d'une interface avec la matrice aux propriétés relatives faibles est réellement préjudiciable. Des problèmes d'endommagement (essentiellement liés au délaminage ou à la décohésion) apparaissent ainsi lors de sollicitations (de fatigue, de cisaillement et dans le cas de chocs) qui mettent principalement la matrice à contribution. En conséquence, au plan international, on constate une évolution vers des techniques textiles produisant des architectures tridimensionnelles. Les efforts combinés des chercheurs et des industriels tels que Albany Research Corporation, Techniware Inc. ou Shikishima Canvas Co. Ltd. ont permis de réaliser lors des dix dernières années des composites présentant, quelle que soit la technique textile adoptée (tissage, tricotage ou tressage), des formes complexes sans assemblage (Figure 61), des propriétés mécaniques selon les trois dimensions spatiales et de meilleures résistances au délaminage et à l'impact.

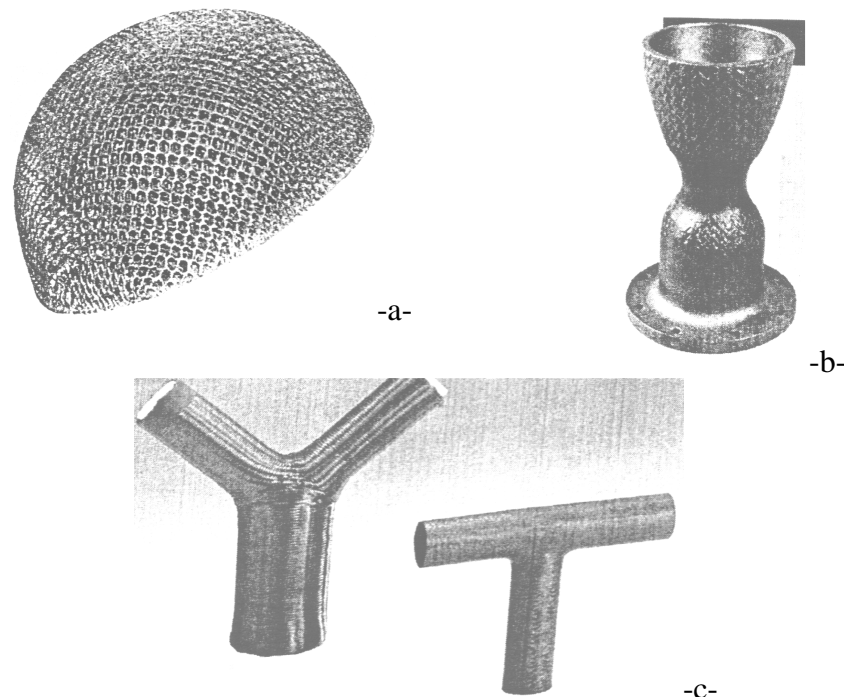


Figure 61. Exemples de préformes textiles 3D. – a – préforme tricotée pour casque de vélo, -b- tuyère de missile tressée (sources Atlantic Research Corporation), -c- connecteurs tressés

9.3. Tubes composites à renforts tressés

Les tresses sont réalisées au moyen de la tresseuse horizontale (Figure 62) de l'Institut Français Textile-Habillement, localisée à Ecully. Ce prototype industriel comporte cinq couronnes concentriques de 64 roues à ouches chacune, et permet de tresser des préformes 2D ou 3D sur des mandrins dont le diamètre peut aller jusqu'à 800 mm [BREB(2002)].

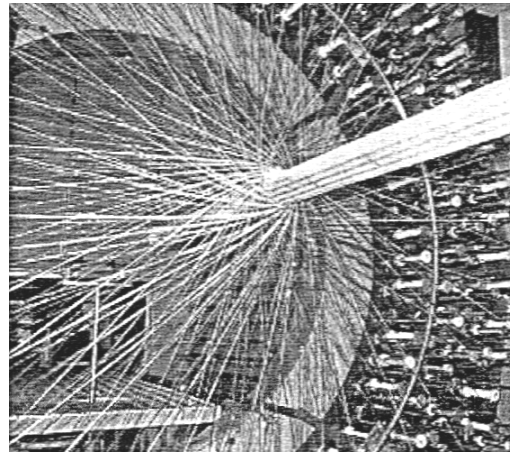


Figure 62. *Tresseuse 3D*

Les renforts des tubes 2D sont obtenus par superposition de cinq tresses, tandis que les renforts des tubes 3D sont constitués d'une seule tresse. L'angle de tressage est de 45° pour toutes les tresses, afin de constituer un matériau orthotrope dont les axes naturels sont confondus avec ceux du tube. Les renforts sont mis en œuvre selon le procédé de fabrication Resin Transfer Moulding (RTM) pour obtenir des tubes composites carbone-époxy, à l'intérieur desquels sont prélevés (longueur 20 mm, épaisseur 4 mm, diamètre extérieur 50 mm) par usinage à la scie diamantée les anneaux utilisés pour les tests de compression latérale (Figure 63).

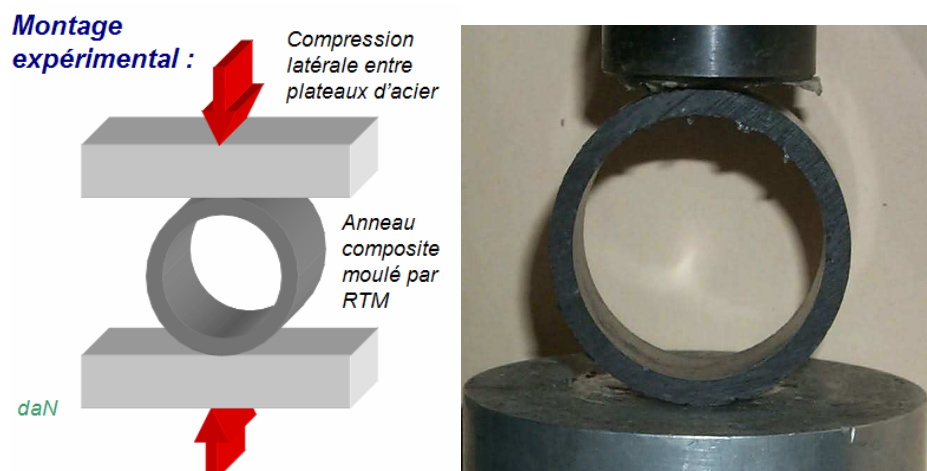


Figure 63. *Schéma de compression latérale et éprouvette en cours de test*

Le procédé de mise en œuvre est à l'origine de la présence de défauts qui sont principalement des variations dans l'orientation et l'étirement des fibres, et des occlusions d'air dans la matrice.

Il en découle que, d'une part, le taux volumique de fibre est en moyenne de 38,9 % pour le tube 3D et 34,3% pour le tube 2D, et d'autre part, le taux de vide est en moyenne de 4,6 % pour le tube 3D et 5,1% pour le tube 2D [GENI(2002)]. Ces défauts expliquent les dispersions observées expérimentalement et demeurent acceptables par rapport aux objectifs d'évaluation comparative de la tenue au délaminage des matériaux composites à renfort bi- et tri- dimensionnel.

9.4. Caractéristiques élastiques linéaires orthotropes

En raison de la complexité de leur architecture la caractérisation de tels matériaux s'effectue en amont à partir de données micromécaniques récoltées au moment de la mise en œuvre telles que la trajectographie des fils, le taux de consolidation de la préforme, le taux volumique de fibres local... Des relations de type loi des mélanges sont alors intégrées dans l'espace pour donner les caractéristiques prévisionnelles du composite à partir des caractéristiques des constituants fibre et matrice.

La modélisation des architectures textiles des composites tressés 2D et 3D a été initiée au sein du laboratoire par Bigaud [BIGA(1997)] et reprise ensuite par Dréano [DREA(2001)]. Elle se base sur une représentation géométrique du matériau et sur la prise compte de paramètres intimes du procédé de mise en œuvre comme le taux volumique local de fibres K_{fl} , ou l'effet du tressage sur l'endommagement des segments de fils. Les fils sont considérés comme des segments unidirectionnels présentant une orientation spatiale individuelle, résultant des trajets imposés par la machine de tressage. La réunion des fils constitue le composite, considéré comme un mélange de fils et de résine.

La démarche de prédiction des rigidités du composite commence à l'échelle du mélange fibres + résine, par le calcul des propriétés du fil dans les axes naturels (L,T,T') du segment considéré. Les lois micromécaniques de Chamis en offrent une expression simple et universelle. Dans les équations (142) à (147), les axes (l,t,t') désignent les directions longitudinale et transverses de la fibre.

$$E_{LL,F} = E_{ll,f} + K_{fl} + E_r \cdot (1 - K_{fl}) \quad (142)$$

$$E_{TT,F} = E_{TT',F} = \frac{E_{tt,f} \cdot E_r}{E_r \cdot K_{fl} + E_{tt,f} \cdot (1 - K_{fl})} \quad (143)$$

$$E_{TT,F} = E_{TT',F} = \frac{G_{tt,f} \cdot G_r}{G_r \cdot K_{fl} + G_{tt,f} \cdot (1 - K_{fl})} \quad (144)$$

$$G_{TT',F} = \frac{G_r}{\left[1 - \sqrt{K_n} \cdot \left(1 - \frac{G_r}{G_{tt',f}} \right) \right]} \quad (145)$$

$$v_{LT,F} = v_{LT',F} = v_{lt,f} \cdot K_{fl} + v_r \cdot (1 - K_{fl}) \quad (146)$$

$$v_{TT',F} = v_{r',f} \cdot K_{\beta} + \left(2v_r - v_{LT',F} \cdot \frac{E_{TT',F}}{E_{LL',F}} \right) (1 - K_{\beta}) \quad (147)$$

Où les indices « f » et « r » désignent respectivement la fibre et la résine.

Ces constantes de l'ingénieur sont ensuite incorporées dans une matrice de souplesse $[S_F]_{(L,T,T')}$ propre au mélange fibres + résine dénoté par l'indice « F » (segment de Fil) exprimée dans les axes (L,T,T') :

$$[S]_{(L,T,T')}^F = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{LL',F}} & -\frac{v_{LT',F}}{E_{LL',F}} & -\frac{v_{LT',F}}{E_{LL',F}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{v_{LT',F}}{E_{LL',F}} & \frac{1}{E_{TT',F}} & -\frac{v_{TT',F}}{E_{TT',F}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{v_{LT',F}}{E_{LL',F}} & -\frac{v_{TT',F}}{E_{TT',F}} & \frac{1}{E_{TT',F}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{TT',F}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT',F}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT',F}} \end{bmatrix} \quad (148)$$

Puis la matrice de rigidité est déduite par la relation :

$$[C]_{(L,T,T')}^F = ([S]_{(L,T,T')}^F)^{-1} \quad (149)$$

Les résultats de l'analyse micromécanique concernant les propriétés élastiques transverses utiles pour une première modélisation du chargement des matériaux par la théorie des stratifiés tenant compte du cisaillement transverse sont reportés au Tableau 12.

Tableau 12. *Propriétés estimées des tubes à renfort tressé (MPa)*

	2D +/-45°	3D +/-45°	Fil carbone	Matrice DGEBA-IPD
Module de traction	$E_{22}=10314$	$E_{22} = 10168$	$E = 230\ 000$	$E = 4100$
Module de cisaillement transverse	$G_{12}=2787$	$G_{12}= 3800$	(-)	$G = 1500$

A taux volumique de fibres comparables, la rigidité gagnée dans le sens transverse (indice 12) par l'architecture tridimensionnelle l'est au détriment de la rigidité dans le sens longitudinal (indice 22), inférieure à celle de l'architecture bidimensionnelle.

Chapitre 10. Modélisation de l'essai de compression latérale

Cette partie théorique consiste à dresser un modèle du comportement élastique linéaire d'un tube écrasé entre deux plateaux, ceci afin de déterminer la nature et l'intensité des contraintes maximales endurées par le matériau au cours de cet essai. Dans le cadre de l'étude comparative des renforts bi- et tri-dimensionnels, le choix d'un anneau en compression latérale se justifie par la possibilité de modéliser l'influence de l'absence de zone inter laminaire sur le scénario d'endommagement de cette structure. L'essai de compression latérale est typiquement un essai multiaxial, au cours duquel le matériau subit l'action conjuguée du cisaillement, de la flexion et de la compression. Pour évaluer le scénario d'endommagement et de rupture, la connaissance de toutes les contraintes est requise. Les contraintes de cisaillement transverse en particulier, sont connues pour être à l'origine du délaminage des matériaux 2D.

10.1. Etat de contrainte par la théorie classique

10.1.1. Contraintes de flexion et compression

L'anneau est considéré en contraintes planes linéaires élastiques, et par symétrie son étude se ramène à celle d'un quadrant soumis à une charge $P/2$, représenté Figure 64. Le quadrant est assimilé à une poutre circulaire d'inertie courante $I = Lt^3/12$ avec L la longueur et t l'épaisseur de l'anneau. La section courante repérée par l'angle θ subit un moment de flexion $M(\theta)$ égal à :

$$M(\theta) = \frac{Pr_0}{2}(1 - \sin \theta) - M(\pi/2) \quad (150)$$

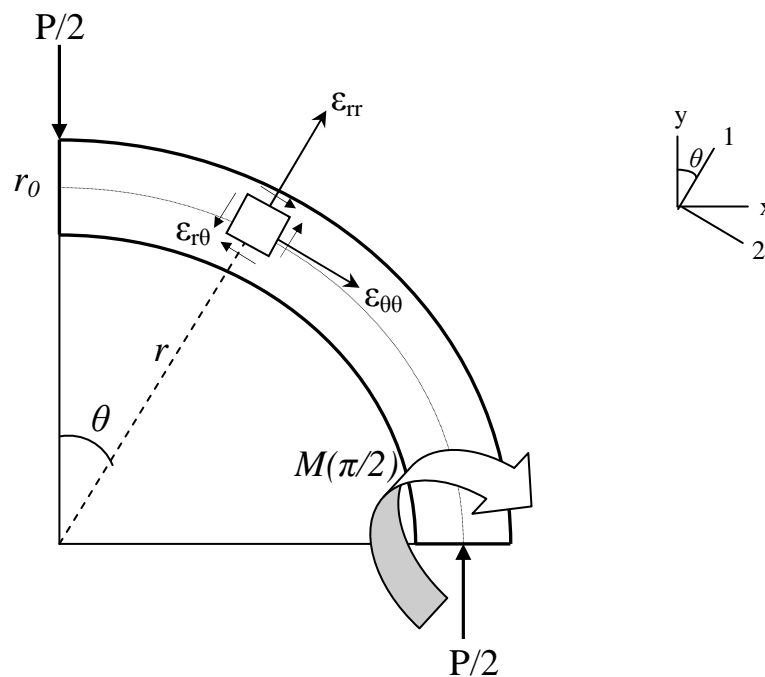


Figure 64. Plan de travail en coordonnées polaires

Par symétrie, les angles de rotation des sections situées à $\theta=0$ et $\theta=\pi/2$ sont nuls, et ces conditions aux limites se traduisent par l'équation (151) :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} M(\theta) d\theta = 0 \quad (151)$$

D'où l'on déduit $M(\theta)$:

$$M(\theta) = \frac{PD}{2\pi} - \frac{PD}{4} \sin \theta \quad (152)$$

Le chargement considéré est équivalent à celui d'une flexion cylindrique [BERT(1999)] car les efforts et moments ne dépendent que de la seule variable θ . La déformation tangentielle dans l'épaisseur — dépendant uniquement de la courbure et de la distance à la fibre neutre — est donnée par la relation:

$$\varepsilon_{\theta\theta}(r, \theta) = \varepsilon_{\theta\theta}^0(\theta) + (r - r_0)K(\theta) \quad (153)$$

où $K(\theta)$ est la courbure telle que :

$$K(\theta) = \frac{M(\theta)}{E_{22}I} \quad (154)$$

où E_{22} est le module d'élasticité tangentielle (dans la direction 2, cf. Figure 64) du composite tel que :

$$E_{22} = \frac{1}{t} \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{22}^k e_k \quad (155)$$

avec e_k et \bar{Q}_{22}^k épaisseur et module de Young tangentiel de la couche k , n le nombre de couches.

Afin de simplifier les calculs on considère que la fibre neutre de flexion est la fibre médiane repérée par $r=r_0$ le rayon moyen du tube (Figure 65).

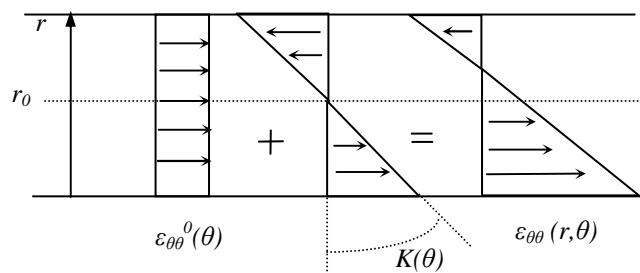


Figure 65. *Superposition des déformations de membrane et de flexion*

On écrira donc la déformation de membrane à la fibre médiane comme la conséquence des seuls efforts normaux appliqués à la section droite, en compression :

$$\varepsilon_{\theta\theta}^0 = -\frac{P \sin \theta}{2E_{22}S} \quad (160)$$

D'après la théorie des stratifiés, l'expression de la contrainte tangentielle dans la couche d'ordre k en coordonnées polaires est donc :

$$\sigma_{\theta\theta}^k(r, \theta) = \bar{Q}_{22}^k \varepsilon_{\theta\theta}^0(\theta) + \bar{Q}_{22}^k (r - r_0) K(\theta) \quad (161)$$

Les contraintes tangentielles dues à la flexion et à la compression ont été calculées analytiquement. Par analogie avec la théorie des plaques stratifiées tenant compte du cisaillement transverse, les contraintes de cisaillement se déduisent maintenant des contraintes tangentielles grâce à la connaissance des équations d'équilibre.

10.1.2. Contrainte de cisaillement transverse

Contrainte de cisaillement transverse dans un tube composite

D'après les équations d'équilibre en coordonnées polaires, déterminer la contrainte de cisaillement dans une couche d'ordre k consiste à résoudre l'équation différentielle du premier ordre en r suivante :

$$\frac{\partial \sigma_{r\theta}^k(r, \theta)}{\partial r} + 2 \frac{\sigma_{r\theta}^k(r, \theta)}{r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}^k(r, \theta)}{\partial \theta} = \frac{1}{r} a_1^k(\theta) + a_2^k(\theta) \quad (162)$$

Ce qui introduit les fonctions d'intégration $a_1^k(\theta)$ et $a_2^k(\theta)$ telles que :

$$a_1^k(\theta) = -\bar{Q}_{22}^k \frac{\partial \varepsilon_{\theta\theta}^0(\theta)}{\partial \theta} + r_0 \bar{Q}_{22}^k \frac{\partial K(\theta)}{\partial \theta} \quad (163.a)$$

$$a_2^k(\theta) = -\bar{Q}_{22}^k \frac{\partial K(\theta)}{\partial \theta} \quad (163.b)$$

Cette approche originale, transposée en coordonnées cylindriques de l'approche de Berthelot [BERT(1999)] en coordonnées cartésiennes (théorie des plaques avec cisaillement transverse), permet de modéliser la distribution de la contrainte de cisaillement à l'intérieur de la couche considérée. Mathématiquement la résolution d'une telle équation s'effectue en trois étapes :

- *Solution de l'équation sans second membre*

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{r\theta}^{k1}(r, \theta)}{\partial r} + 2 \frac{\sigma_{r\theta}^{k1}(r, \theta)}{r} &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{\partial \sigma_{r\theta}^{k1}(r, \theta)}{\sigma_{r\theta}^{k1}(r, \theta)} &= -2 \frac{\partial r}{r} \\ \Leftrightarrow \sigma_{r\theta}^{k1}(r, \theta) &= \frac{a_3^k(\theta)}{r^2} \end{aligned}$$

avec a_3^k fonction d'intégration

- *Solution particulière avec second membre*

Si la contrainte de cisaillement est de la forme : $\sigma_{r\theta(2)}^k(r, \theta) = r.a_4^k(\theta) + a_5^k(\theta)$, où a_4^k et a_5^k sont de nouvelles fonctions d'intégration, alors, l'équation différentielle s'écrit :

$$a_4^k(\theta) + \frac{2}{r}(r.a_4^k(\theta) + a_5^k(\theta)) = \frac{1}{r}a_1^k(\theta) + a_2^k(\theta)$$

Donc par identification des coefficients de r , on retrouve les fonctions a_4^k et a_5^k :

$$\begin{cases} a_4^k(\theta) = \frac{a_2^k(\theta)}{3} \\ a_5^k(\theta) = \frac{a_1^k(\theta)}{2} \end{cases}$$

ce qui donne la solution particulière : $\sigma_{r\theta(2)}^k(r, \theta) = \frac{a_1^k(\theta)}{2} + r \frac{a_2^k(\theta)}{3}$

D'où la solution générale :

$$\sigma_{r\theta}^k(r, \theta) = \frac{a_1^k(\theta)}{2} + r \frac{a_2^k(\theta)}{3} + \frac{a_3^k(\theta)}{r^2} \quad (164)$$

- *Vérification physique de la solution générale et application des conditions limites*

Supposons que l'on dispose d'un tube fait d'une seule couche d'un matériau orthotrope, mais suffisamment épaisse pour que l'on ait à tenir compte du cisaillement. Ce tube, de rayons interne et externe respectivement r_1 et r_2 est écrasé entre deux plateaux : la solution générale doit permettre de modéliser la contrainte de cisaillement nulle aux parois et possédant une valeur maximale unique pour chaque angle θ donné.

Considérant une seule couche, on se passe de l'indice k , ce qui fait écrire la solution générale du cisaillement comme étant:

$$\sigma_{r\theta}(r, \theta) = \frac{a_1(\theta)}{2} + r \frac{a_2(\theta)}{3} + \frac{a_3(\theta)}{r^2} \quad (165)$$

Et le système (S2) à résoudre pour respecter les conditions limites aux parois est :

$$(S2) \Leftrightarrow \begin{cases} \sigma_{r\theta}(r_1, \theta) = 0 \\ \sigma_{r\theta}(r_2, \theta) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a_1(\theta)}{2} + r_1 \frac{a_2(\theta)}{3} + \frac{a_3(\theta)}{r_1^2} = 0 \\ \frac{a_1(\theta)}{2} + r_2 \frac{a_2(\theta)}{3} + \frac{a_3(\theta)}{r_2^2} = 0 \end{cases}$$

Le système (S2) possède apparemment deux équations, mais une seule inconnue, qui est a_3 (on rappelle que a_2 et a_1 sont connues, cf. éq. (163.a) et (163.b)).

En effet, d'après la solution générale, la contrainte de cisaillement pour un angle θ donné peut être modélisée par l'addition d'une fonction affine de r et d'une fonction en $\frac{1}{r^2}$ (Figure 66). La nécessité d'avoir nullité de la contrainte pour $r=r_1$ et $r=r_2$ impose la relation sur les coefficients.

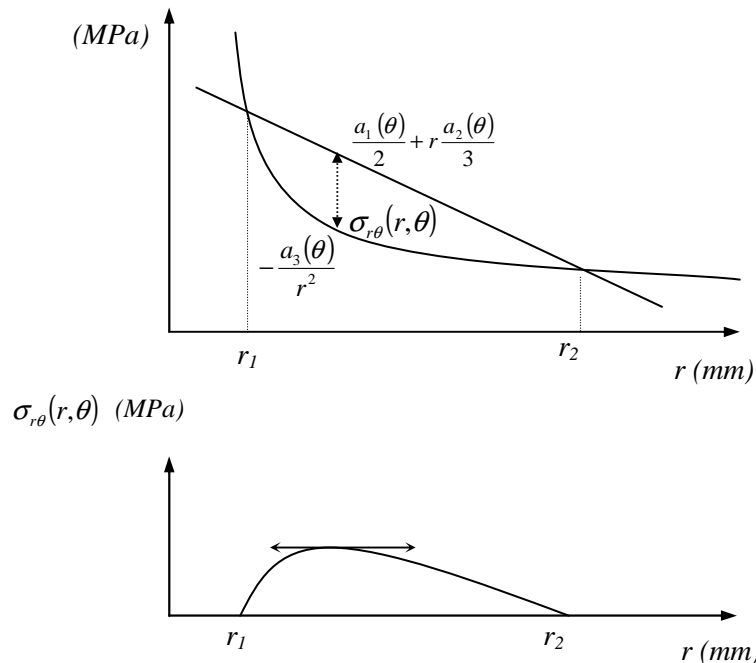


Figure 66. Représentation graphique de la fonction de distribution théorique des contraintes de cisaillement transverse dans l'épaisseur

L'existence et l'unicité de a_3 impliquent qu'une relation de dépendance entre a_2 et a_1 doit être vérifiée. Cherchons cette relation en considérant maintenant a_2 et a_1 comme les inconnues du système (S3) :

$$(S3) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a_1(\theta)}{2} + r_1 \frac{a_2(\theta)}{3} = -\frac{a_3(\theta)}{r_1^2} \\ \frac{a_1(\theta)}{2} + r_2 \frac{a_2(\theta)}{3} = -\frac{a_3(\theta)}{r_2^2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1(\theta) = -2 \frac{r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2}{r_1^2 r_2^2} a_3(\theta) \\ a_2(\theta) = 3 \frac{r_1 + r_2}{r_1^2 r_2^2} a_3(\theta) \end{cases}$$

D'après (S3), la relation de dépendance entre a_2 et a_1 peut donc être définie par le quotient :

$$\frac{a_1(\theta)}{a_2(\theta)} = -\frac{2}{3} \frac{r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2}{r_1 + r_2} \quad (166)$$

La solution générale est acceptable si et seulement si le quotient des fonctions a_2 et a_1 telles qu'elles ont été introduites vérifie l'égalité (166). Or d'après (163), on a :

$$\frac{a_1(\theta)}{a_2(\theta)} = \frac{\frac{\partial \varepsilon_{\theta\theta}^0(\theta)}{\partial \theta}}{\frac{\partial K(\theta)}{\partial \theta}} - r_0 \quad (167)$$

Ainsi, en remplaçant les dérivées partielles par leurs valeurs dans l'expression (167), le quotient entre a_2 et a_1 vaut :

$$\frac{a_1(\theta)}{a_2(\theta)} = -\frac{t^2}{12r_0} - r_0 \quad (168)$$

Cette égalité est la condition *sine qua non* pour avoir une distribution de contraintes de cisaillement qui s'annule sur les bords.

Or, si l'on reprend la relation générale de dépendance (166) entre a_2 et a_1 , on a bien :

$$\begin{aligned}
\frac{a_1(\theta)}{a_2(\theta)} &= -\frac{2}{3} \frac{r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2}{r_1 + r_2} \\
&= -\frac{2}{3} \frac{(r_1 + r_2)^2 - r_1 r_2}{r_1 + r_2} \\
&= -\frac{2}{3} \frac{(2r_0)^2 - (r_0 - t/2)(r_0 + t/2)}{2r_0} \\
&= -\frac{2}{3} \frac{(2r_0)^2 - (r_0^2 - t^2/4)}{2r_0} \\
&= -\frac{2}{3} \frac{3r_0^2 + t^2/4}{2r_0} \\
&= -r_0 - \frac{t^2}{12r_0}
\end{aligned}$$

Ce dernier résultat confirme que la contrainte de cisaillement dans une couche du matériau peut être modélisée de façon réaliste par la formule générale (164) :

$$\sigma_{r\theta}^k(r, \theta) = \frac{a_1^k(\theta)}{2} + r \frac{a_2^k(\theta)}{3} + \frac{a_3^k(\theta)}{r^2} \quad (164)$$

Toutefois, pour modéliser complètement le cisaillement, il faut connaître les conditions limites. L'application des conditions limites à la formule générale du cisaillement (164) est simplifiée pour les tubes étudiés: grâce à la relation intrinsèque entre les coefficients de la fonction de cisaillement, résoudre une seule équation suffit à connaître l'expression du cisaillement dans le tube. En effet, il suffit de chercher a_3 telle que la fonction de cisaillement $\sigma_{r\theta}$ soit nulle sur l'une des parois (interne ou externe) pour que $\sigma_{r\theta}$ soit automatiquement nulle sur l'autre paroi.

Contrainte de cisaillement transverse dans les tubes 2D et 3D étudiés

Le tube 2D est constitué d'un empilement de cinq couches tressées orthotropes de mêmes caractéristiques mécaniques. A l'échelle de la théorie des stratifiés, qui est l'échelle mésoscopique, une couche est modélisée comme un matériau hétérogène continu anisotrope en adhésion parfaite avec ses couches voisines. Le module de rigidité \bar{Q}_{22}^k étant invariant d'une couche à l'autre, le champ des contraintes $\sigma_{\theta\theta}(r, \theta)$ a la même forme linéaire que le champ des déformations $\varepsilon_{\theta\theta}(r, \theta)$, et les fonctions a_2 et a_1 sont les mêmes pour toutes les couches. La continuité des contraintes de cisaillement d'une couche à l'autre entraîne donc que le cisaillement peut être décrit à l'aide d'une seule fonction continue, définie d'une paroi du tube à l'autre.

Le tube 3D est constitué d'une seule couche tressée orthotrope de l'épaisseur des cinq couches du tube 2D, la distribution du cisaillement est donc

identique à celle du tube 2D. Les conditions limites s'écrivent donc, (par exemple) à la paroi interne:

$$\sigma_{r\theta}(r_0 - t/2, \theta) = 0 \Leftrightarrow a_3(\theta) = -\frac{a_1(\theta)}{2}(r_0 - t/2)^2 - \frac{a_2(\theta)}{3}(r_0 - t/2)^3 \quad (169)$$

D'où l'expression du cisaillement transverse dans l'épaisseur du tube :

$$\sigma_{r\theta}(r, \theta) = \frac{a_1(\theta)}{2} \left[1 - \frac{(r_0 - t/2)^2}{r^2} \right] + r \frac{a_2(\theta)}{3} \left[1 - \frac{(r_0 - t/2)^3}{r^3} \right] \quad (170)$$

En tenant compte de la relation (166) entre a_2 et a_1 , (170) devient :

$$\sigma_{r\theta}(r, \theta) = \frac{Pr_0 \cos\theta}{6I} \left[\left(\frac{1}{r^2} \right) \left(-\frac{r_2^2 r_1^2}{(r_1 + r_2)} \right) - r + \frac{r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2}{(r_1 + r_2)} \right] \quad (171)$$

Les contraintes tangentielles (161) et les contraintes de cisaillement (171), qui sont exprimées analytiquement conformément à l'équilibre du matériau font l'objet d'une confrontation avec la simulation numérique (Figures 67 et 68). Pour obtenir ces résultats numériques aux éléments finis, un élément de volume en matériau orthotrope ($E_{22}=10000 \text{ MPa}$) a été employé au maillage uniforme cylindrique (voir Figure 80) d'un quadrant de tube ($r_0=23 \text{ mm}$, $t=4 \text{ mm}$, $L=20 \text{ mm}$) soumis à une charge de 200 daN directement appliquée sur les nœuds au contact et bloqué en déplacement conformément à l'étude théorique. Les valeurs des contraintes tangentielles aux nœuds présents sur les parois externe et interne ont été relevées — au niveau de la tranche médiane du tube, afin de s'affranchir autant que possible des effets de bord. La comparaison avec les valeurs analytiques montre une bonne corrélation malgré les écarts dus à l'approximation de la fibre neutre. L'écart relatif des contraintes maximales analytiques par rapport aux numériques est à la position $\theta = 0_{rad}$ de l'ordre de 7% en traction et de 3% en compression (Figure 67).

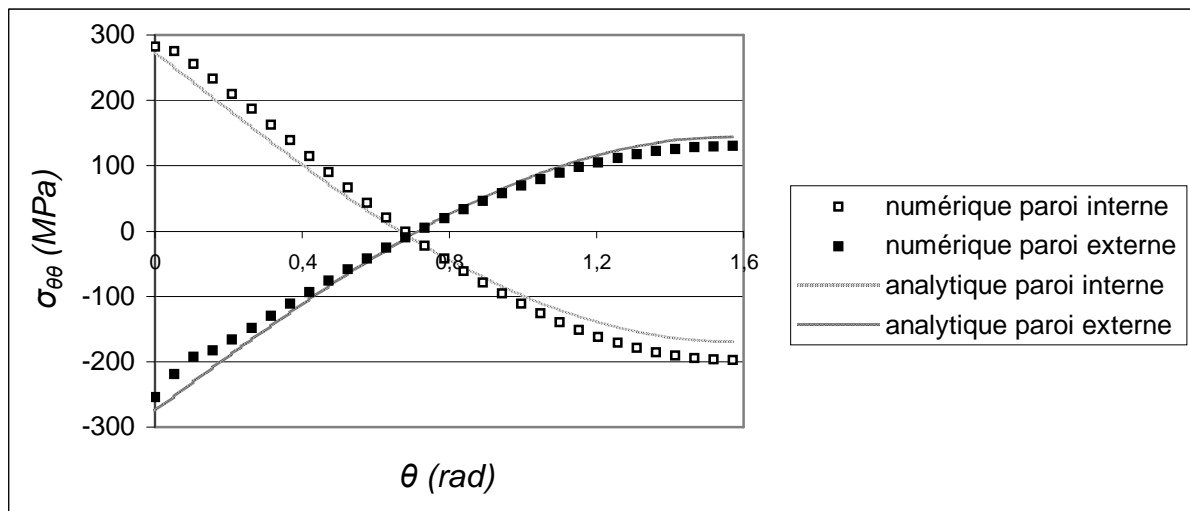


Figure 67. Contraintes de flexion calculées analytiquement et numériquement

Les contraintes de cisaillement théoriques déduites des contraintes tangentielles sont également bien corrélées avec la simulation numérique. La Figure 68 montre les contraintes calculées et simulées au niveau de la zone interlaminaire la plus sollicitée en cisaillement dans l'anneau 2D, qui se trouve à $r=22,6$. On note un écart important localisé au niveau du point de contact, qui est dû à la nature ponctuelle du chargement lors de la simulation numérique. L'écart de 13% également observé au voisinage du point de contact est probablement dû à la non prise en compte du chargement radial (compression) dans le modèle théorique.

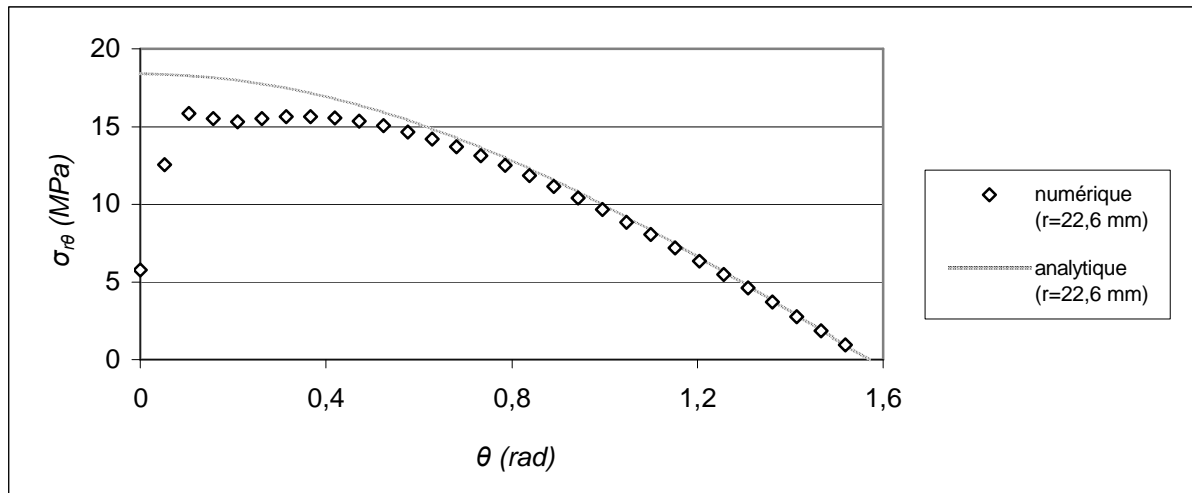


Figure 68. Comparaison des contraintes de cisaillement transverse théoriques et modélisées aux éléments finis dans la zone interlaminaire la plus sollicitée

Avec le modèle présenté Figure 64, les hypothèses de la théorie classique des stratifiés conduisent rapidement à des contraintes tangentielles maximales en $\theta=0$ et $\theta=\pi/2$ (Figure 67). La résolution de l'équation d'équilibre aux dérivées partielles (162) donne des contraintes de cisaillement maximales en $\theta=0$ (Figure 68). Vérifions maintenant par l'expérience si le modèle suffit ou non à prévoir le locus d'endommagement des tresses 2D et 3D.

10.2. Comparaison à l'expérience

En ce qui concerne les essais quasi-statiques de compression latérale d'anneaux 2D et 3D, ils ont été réalisés sur la machine de traction du Laboratoire de Mécanique des Matériaux et Structures de l'Université Claude Bernard Lyon 1. L'acquisition des données (temps, force, déplacement) a été effectuée au taux de un point par seconde. Trois anneaux provenant de chaque tube 2D et 3D ont été écrasés à la vitesse de 2mm/min, avec une précharge de 10daN, les essais étant stoppés peu après que les parois internes n'entrent contact.

Les courbes force déplacement obtenues pour le tube 3D montrent une bonne répétabilité (Figure 69), tous les anneaux testés possédant un domaine élastique linéaire compris entre 0 et 200 daN environ, avec une rigidité moyenne de 59 daN/mm, puis une perte de rigidité jusqu'à ce que la force de compression

atteigne une valeur plateau d'environ 250 daN, pour un déplacement compris entre environ 10 mm et 15 mm.

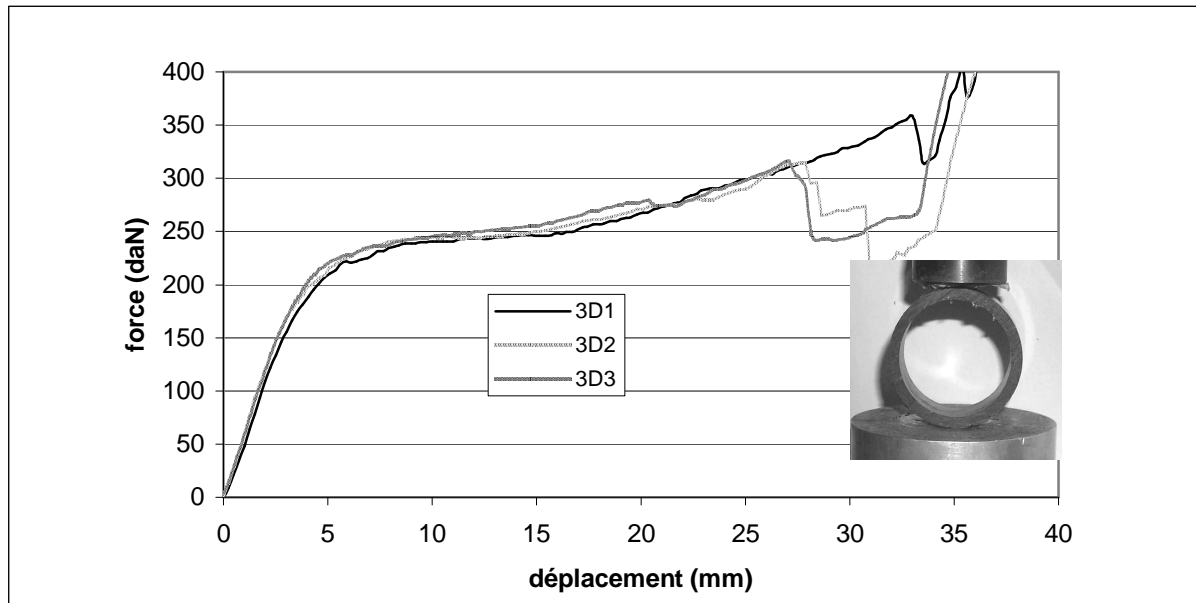


Figure 69. Courbes force déplacement des trois anneaux 3D en compression latérale à 2mm/min et photographie d'un essai

La transition linéaire-non-linéaire du tube 3D s'accompagne de la formation de deux rotules plastiques sur l'axe vertical (i.e. situées aux deux points de contact avec les plateaux). Au delà de 15 mm de déplacement, la rigidité revient environ au tiers de sa valeur initiale soit 20 daN/mm. Pour un déplacement supérieur ou égal à 30 mm, les courbes présentent une perte de force soudaine qui s'accompagne d'une rupture fragile en flexion des fibres situées sur l'axe horizontal de l'anneau, ce qui provoque l'apparition de deux nouvelles articulations (Figure 70). Ce phénomène est le dernier observé avant l'arrêt des essais, et correspond à un pic de force à 330 daN en moyenne.

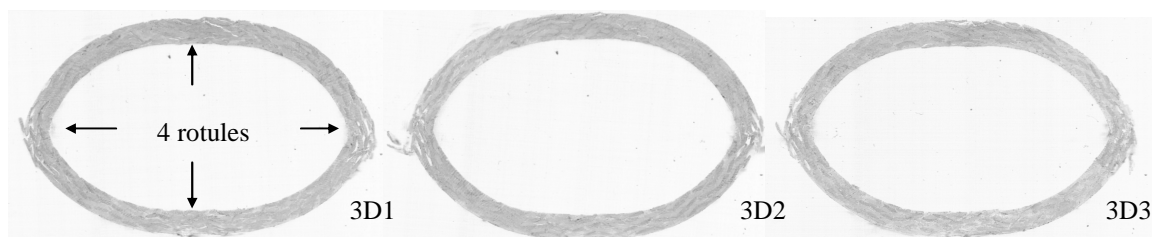


Figure 70. Empreintes scanner après retrait de la charge des anneaux 3D testés

Contrairement au cas 3D, le 2D est moins répétable (Figure 71), excepté dans le domaine élastique linéaire qui se situe approximativement entre 0 et 200 daN, avec une rigidité de 60 daN/mm en moyenne. La perte de rigidité en fin de domaine élastique est similaire à celle observée dans le cas des anneaux 3D mais se ponctue par une soudaine perte de force de compression qui dans deux cas sur

trois chute à environ 175 daN après avoir atteint un pic à environ 220 daN pour un déplacement de 5 mm environ. Après ce pic la charge atteint de nouveau un plateau à 200 daN et se maintient jusqu'à environ 20 mm, après quoi elle se dégrade en escalier pour atteindre une valeur comprise entre 150 daN et 175 daN en fin d'essai.

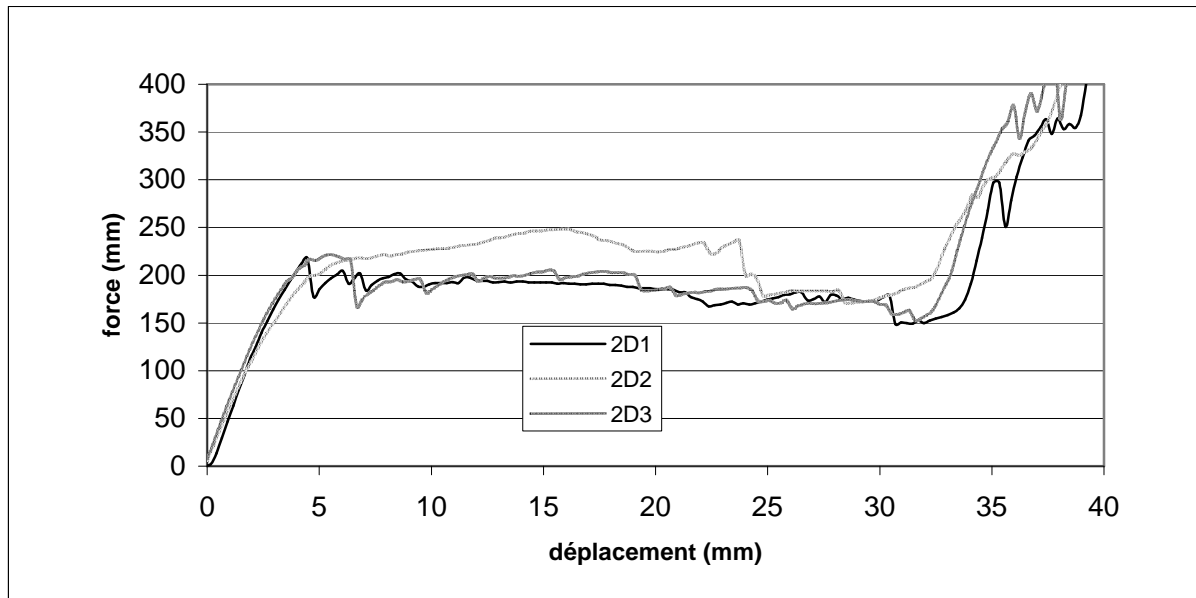


Figure 71. Courbes force déplacement des trois anneaux 2D en compression latérale à 2mm/min

Le pic marquant la fin du domaine élastique correspond à la formation de quatre rotules plastiques symétriques par rapport à l'axe du tube, reliées entre elles par des fissures de délaminage (Figure 72). Ce mode de déformation a été observé par Gupta et Abbas lors de l'écrasement latéral de tubes composites verre/époxy à renfort 2D [GUPT(2000)]. L'une des éprouvette 2D présente un retard à la formation de deux rotules qui se traduit par une perte de rigidité de 40 daN/mm environ à la fin du domaine plastique, pour atteindre une valeur de force seuil à 250 daN pour un déplacement de 15 mm, puis avec un décroissance de 20 daN/mm revenir à une force de 220 daN pour un déplacement de 25 mm. A cette position une soudaine chute de force de compression est observée, avec la formation des deux rotules manquantes, et l'essai se termine comme pour les deux autres éprouvettes, entre 150 et 175 daN.

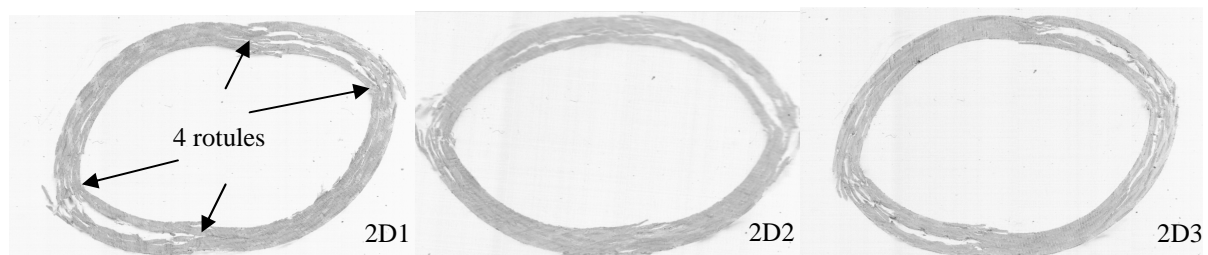


Figure 72. Empreintes scanner après retrait de la charge des anneaux 2D testés

Dans l'intervalle d'observation où la comparaison est possible, fixé arbitrairement entre 0 et 32 mm, (à cause du contact entre les parois internes de l'anneau qui intervient toujours au delà de 32 mm) que ce soit pour un composite 2D ou 3D, le domaine élastique participe pour une faible part à l'absorption d'énergie, qui est principalement due à la dissipation d'énergie par les rotules pseudo-plastiques globalement entre 4 et 32 mm. Sur la Figure 73 montrant l'énergie absorbée en fonction du déplacement pour les différentes éprouvettes testées, on peut constater la supériorité systématique de la solution 3D.

La description du scénario d'apparition des rotules est nécessaire pour modéliser leur mode de dissipation d'énergie, qui est principalement lié à l'architecture du renfort, puisque la seule différence se situe à ce niveau.

L'endommagement de la matrice correspond à une coalescence progressive de défauts préexistants et de défauts créés pendant le chargement élastique du tube. L'influence de la dégradation de la matrice sur la rigidité globale, imperceptible dans le domaine élastique, peut prendre soudainement une ampleur catastrophique dans le cas du 2D (pic de force), ou augmenter graduellement dans le cas du 3D. Afin de comparer les scénarios d'endommagement internes, une éprouvette de chaque catégorie a été écrasée puis polie pour rendre la section de tube observable au microscope optique (Figure 74). Deux éprouvettes non endommagées ont été également polies pour servir de témoin de comparaison. Les mèches du 2D ont une forme étirée par rapport au mèches du 3D à cause de leur mise en œuvre qui permet de consolider les préformes textiles 2D individuellement et successivement les unes sur les autres.

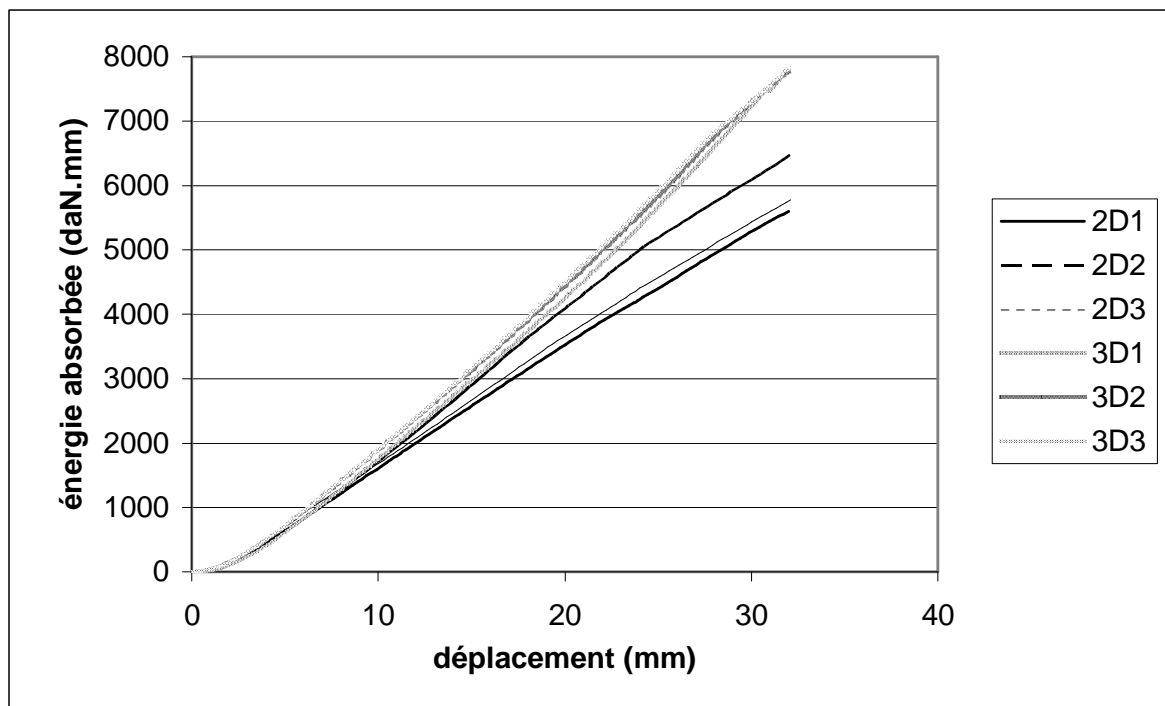


Figure 73. *Energies absorbées en fonction de l'amplitude du déplacement lors d'essais de compression latérale d'anneaux 3D et 2D à 2mm/min*

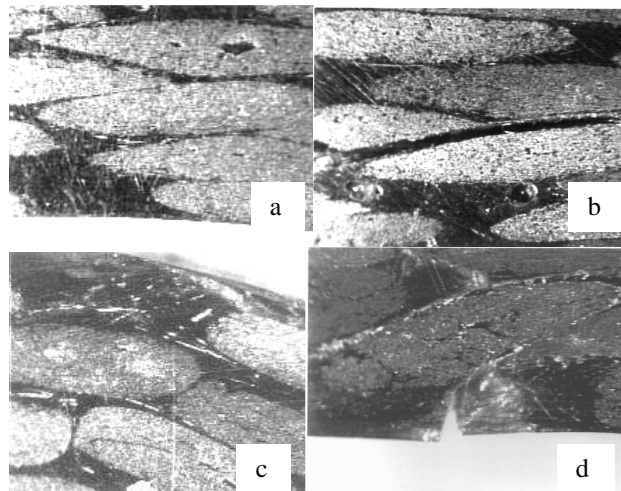


Figure 74. *Différente évolution de l'endommagement suivant l'architecture du renfort à l'intérieur des rotules (a.2D intact ; b.2D endommagé ; c.3D intact ; d.3D endommagé) agrandissement 10 fois*

Les photographies ont été prises au niveau de l'une des rotules situées sur l'axe vertical pour le 3D, et au niveau de la rotule la plus proche de cet axe pour le 2D. Elles mettent en valeur l'influence de l'architecture du renfort sur l'endommagement de la matrice. L'endommagement du 2D est une fissure de délaminage par décohésion interfaciale de la matrice entre deux mèches, et l'on constate que la fissure est béante, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de contact entre les parois. L'endommagement de la matrice du 3D est également localisé dans les zones de contact entre mèches, cependant les parois des fissures sont beaucoup plus proches voire localement en contact. De plus, la présence dans le 3D de fissures liées à une rupture locale en flexion de la matrice montre qu'il y a toujours, malgré l'endommagement de la matrice en cisaillement, un transfert de charges dans le sens de l'épaisseur, absent dans le 2D. Au contraire, la fissure de délaminage du 2D divise la section en deux portions indépendantes d'inertie réduite, ce qui a pour conséquence de relaxer les contraintes aux parois. Les fibres dans la troisième direction spatiale du 3D empêchent l'écartement des parois et provoquent une dissipation importante d'énergie par frottements internes lors d'un déplacement imposé.

Le modèle de champ de contraintes planes basé sur la théorie des stratifiés en coordonnées polaires avec cisaillement transverse semble suffire pour prévoir le *locus* d'endommagement d'un quadrant de tube à renfort tressé 3D en compression latérale, mais il en est tout autrement des renforts tressés 2D.

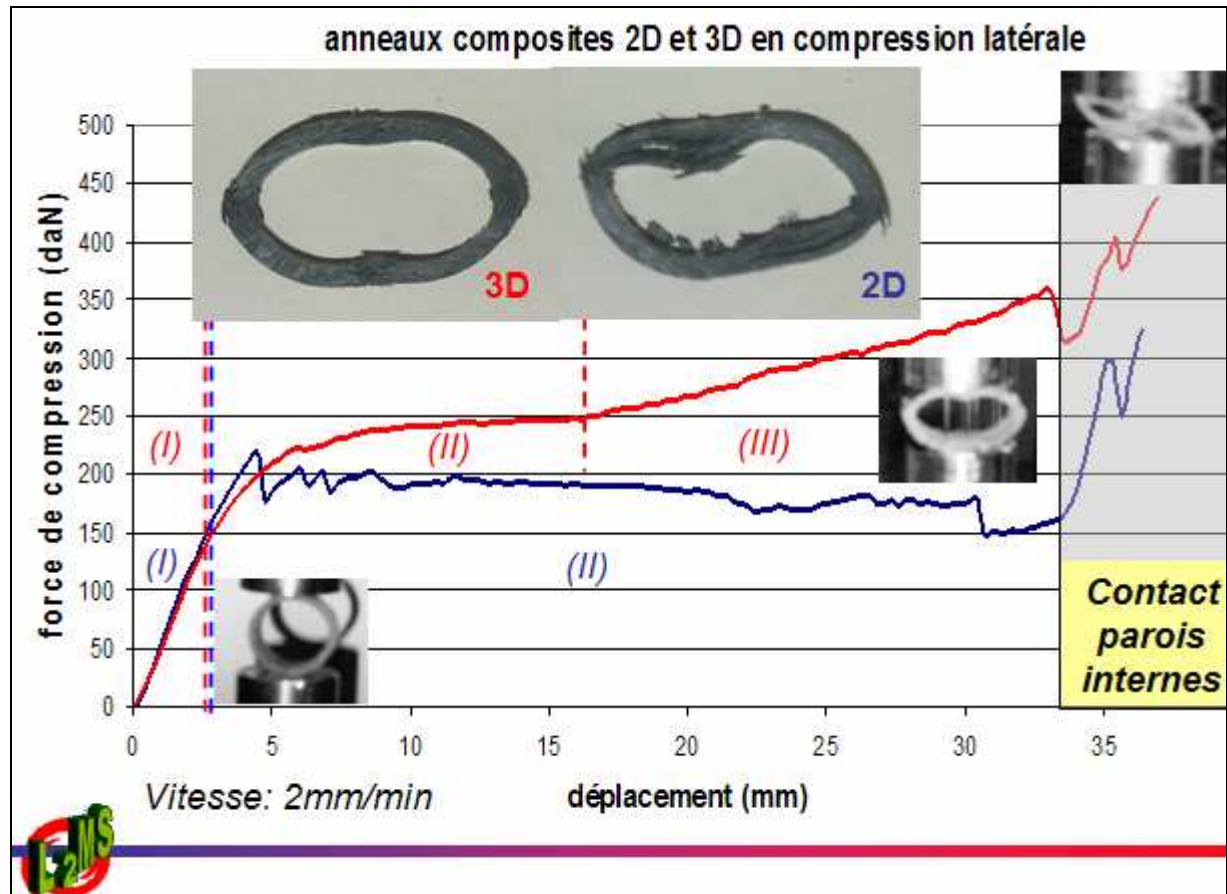


Figure 75. Résultats expérimentaux typiques sur anneaux 2D et 3D

En effet, la théorie prévoit des contraintes maximales de traction, compression et cisaillement en $\theta=0$ et $\theta=\pi/2$. Le profil de déformation du 3D présente des rotules pseudo-plastiques liées à une accumulation symétrique de défauts en $\theta=0$ et $\theta=\pi/2$ tandis que la déformation post-rupture du 2D est anti-symétrique et se caractérise par l'apparition de nombreuses fissures de délaminage dont deux majeures (Figure 75).

En opposition la création de défauts sous l'action du cisaillement transverse et de la flexion dans le composite 3D ne conduit pas à une fissure majeure car la coalescence est freinée par les fibres orientées dans la direction transverse. L'endommagement reste diffus, bien que davantage concentré en $\theta=0$ et $\theta=\pi/2$, ce qui se traduit par la distinction d'une phase I élastique, d'une phase II pseudo-plastique et d'une phase III d'écrouissage dans la relation force écrasement. La modélisation d'un tel scénario de rupture conduit à l'emploi de fonctions continues de dégradation de propriétés de type $E=E_0(1-D)$ distribuées au droit des rotules pseudo-plastiques. E_0 est la valeur initiale du module du matériau sain, et D est la valeur comprise entre zéro et un de sa dégradation

fonction d'une ou plusieurs variables d'endommagement. Un exemple de fonction de dégradation dépendant du taux de cisaillement est proposé dans [CALM(2005)#1] pour un tube composite à renfort tressé 3D.

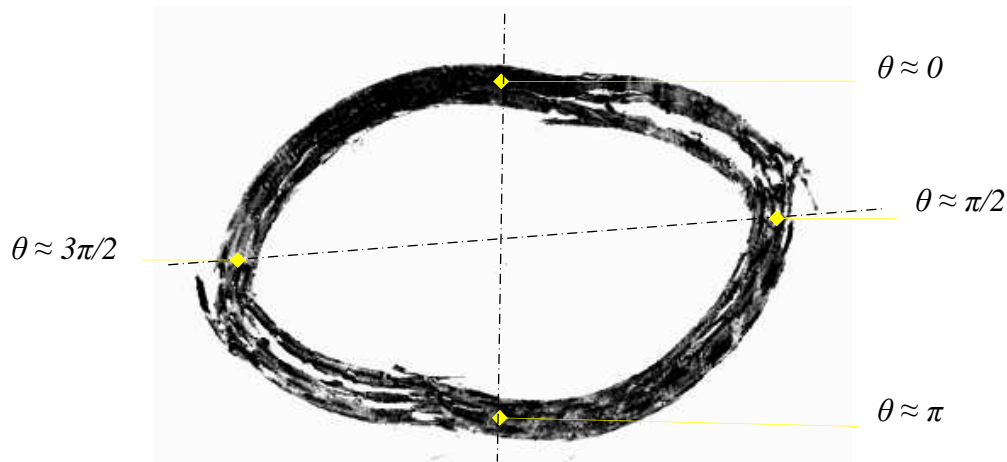


Figure 76. Image scannée de la tranche d'un tube composite carbone-époxy à tresse 2D ayant subi une compression latérale jusqu'à rupture. Les fissures de délaminage majeures se sont propagées principalement suivant les θ croissants. En pointillés : axes de symétrie du chargement initial

Pour décrire en détail le scénario de rupture de l'architecture textile sujette au délaminage, nous devons d'abord traiter la question de l'amorçage qui semble intervenir à l'issue du domaine élastique linéaire (transition entre la phase I élastique et la phase II pseudo-plastique Figure 75). Cette connaissance préalable du lieu d'amorçage est indispensable si l'on veut modéliser l'endommagement fragile du quadrant sous la forme d'une fissuration majeure dont on connaît la position géométrique et le sens de propagation (Figure 76). Puisque la conception des éprouvettes est axisymétrique, le profil de rupture majoritairement antisymétrique ne peut s'expliquer que par la forme de la distribution de contraintes élastiques appliquée. La simulation numérique aux éléments finis a notamment révélé au niveau de la zone de contact un écart important avec les premières évaluations théoriques. Plus particulièrement, la présence d'un extremum local de contraintes de cisaillement transverse désaxé par rapport au sens de chargement a été suggérée par l'allure des résultats numériques Figure 68. Nous allons maintenant tenter de construire une démarche analytique permettant de modéliser cette allure particulière de la distribution de contraintes. Elle semble liée à la non prise en compte des contraintes de compression transverse aux parois dans le chargement appliqué.

10.3. Modélisation des contraintes à l'échelle mésoscopique

Dans cette partie nous allons chercher à décrire le mécanisme de formation des rotules pseudo-plastiques, afin de modéliser ultérieurement l'écrasement complet du tube 2D. Le calcul de la rupture nécessite de modéliser les contraintes élastiques dans l'épaisseur du composite à l'échelle mésoscopique. La présence et la position des rotules pseudo-plastiques formées est alors prédite indirectement au moyen d'un critère de rupture comme le critère des contraintes maximales. En premier lieu, l'utilisation classique d'éléments réducteurs tels que effort normal, effort tranchant, et moment fléchissant, permet de modéliser les déplacements globaux de la structure (ici avec les formules de Bresse). Sous réserve de l'acceptation des hypothèses de la théorie classique des stratifiés, elle permet ensuite d'approcher les champs de déformations et contraintes associées à ces déplacements par des modèles linéaires. Le problème est que dans le cas des tubes composites 2D, les zones de contraintes maximales données par cette théorie ne coïncident pas avec les zones de rupture observées. Pourtant, bien que la rupture soit une combinaison apparemment aléatoire de phénomènes successifs, la position des rotules plastiques semble être un phénomène statistiquement répétable. En 2000, Gupta et Abbas (Figure 77) avaient enregistré expérimentalement la position des rotules verticales et horizontales comme apparaissant de façon répétable à 30° et 60° de l'axe vertical pour des tubes en verre-époxy obtenus par enroulement filamentaire écrasés entre deux plateaux. Sans proposer d'explication, ils avaient néanmoins associé ce phénomène aux tubes ayant un rapport diamètre sur épaisseur inférieur à dix.

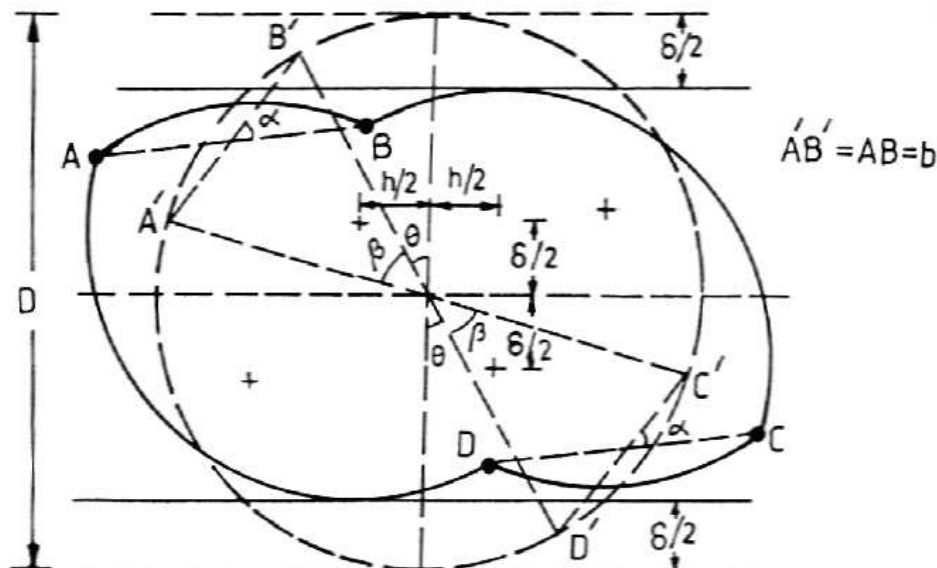


Figure 77. Schéma de fonctionnement de l'écrasement latéral en cisaillement prédominant d'après Gupta et Abbas. [GUPT(2000)]

Nous allons montrer que les rotules plastiques dans le cas des composites à renfort textile carbone-époxy sont dues à une perte de rigidité en flexion importante et localisée, provoquée par du délaminage en cisaillement. Notre

contribution sera de définir une distribution de contraintes tenant compte des contraintes locales spécifiques issues de la nature des contacts. En effet, eu égard à l'architecture textile du renfort, l'influence du contact sur le scénario d'endommagement à l'échelle mésoscopique est clairement non négligeable.

10.3.1. Contrainte radiale aux parois du tube étudié

La loi de Hertz pour la pression de contact cylindre/plan est utilisée pour la formulation du chargement. Les paramètres du contact sont la charge par unité de longueur de contact, et le rayon de courbure du cylindre au voisinage de la zone de contact. On obtient le rayon de courbure de la paroi du tube en évaluant ses déplacements globaux par la méthode classique.

10.3.1.1. Déplacements de la fibre médiane

Pour l'étude de déplacements élastiques, on considère le quadrant de tube comme une poutre circulaire chargée dans le plan cartésien Oxy , où O est le barycentre du tube, ayant une section courante de centre de gravité $G(x,y)$ (Figure 78). On se donne un repère mobile centré en G , grâce auquel au moyen des formules de Bresse les déplacements horizontaux et verticaux U et V en tout point de la courbe moyenne sont exprimés dans le repère cartésien par intégration des déplacements élémentaires le long de l'abscisse curviligne.

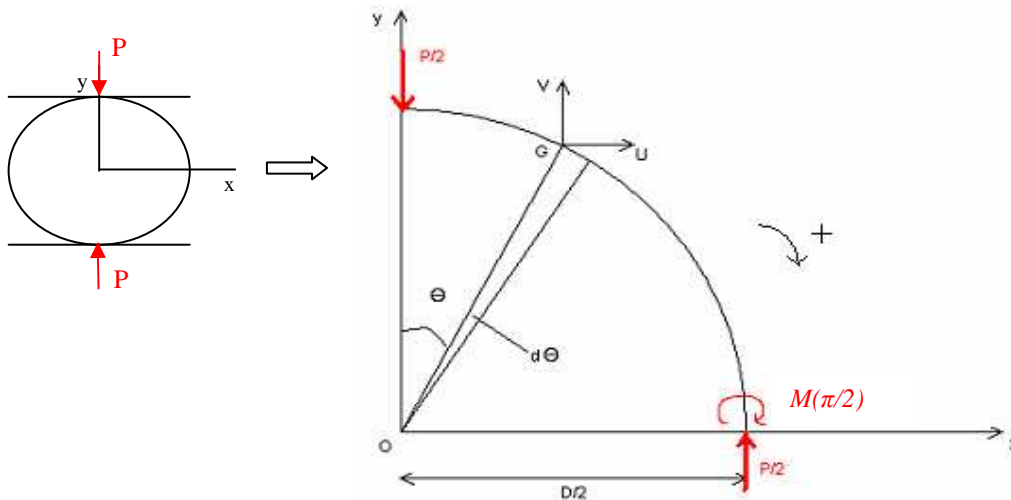


Figure 78. Modélisation du quadrant de tube à l'état élastique

Soient N l'effort normal, T l'effort tranchant, M le moment fléchissant, les éléments de réduction du chargement en coordonnées polaires:

$$N(\theta) = \frac{P}{2} \sin \theta \quad (172)$$

$$T(\theta) = \frac{P}{2} \cos \theta \quad (173)$$

$$M(\theta) = \frac{Pr_0}{\pi} - \frac{Pr_0}{2} \sin \theta \quad (174)$$

Avec r_0 : rayon moyen du tube
 P : charge de compression

Les formules de Bresse conduisent aux expressions algébriques des déplacements élastiques :

$$U(\theta) = \int_0^\theta \left[\frac{12M(\tilde{\theta})}{E_{22}t^3} r_0 (\cos \theta - \cos \tilde{\theta}) - \frac{N(\tilde{\theta})}{E_{22}t} \cos \tilde{\theta} + k_s \frac{T(\tilde{\theta})}{G_{12}t} \sin \tilde{\theta} \right] r_0 d\tilde{\theta} \quad (175)$$

$$\Rightarrow U(\theta) = \frac{PD}{2\pi} \frac{r_0^2}{E_{22}I} \left[\sin \theta - \theta \cos \theta - \frac{\pi}{2} \left(\cos^2 \theta - \cos \theta + \frac{\sin^2 \theta}{2} \right) \right] + \frac{Pr_0}{4S} \left(\frac{-\sin^2 \theta}{E_{22}} + k_1 \frac{\sin^2 \theta}{G_{12}} \right) \quad (176)$$

$$V(\theta) = \int_0^\theta \left[\frac{12M(\tilde{\theta})}{E_{22}t^3} r_0 (\sin \theta - \sin \tilde{\theta}) + \frac{N(\tilde{\theta})}{E_{22}t} \sin \tilde{\theta} + k_s \frac{T(\tilde{\theta})}{G_{12}t} \cos \tilde{\theta} \right] r_0 d\tilde{\theta} \quad (177)$$

$$- \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\frac{12M(\tilde{\theta})}{E_{22}t^3} r_0 (1 - \sin \tilde{\theta}) + \frac{N(\tilde{\theta})}{E_{22}t} \sin \tilde{\theta} + k_s \frac{T(\tilde{\theta})}{G_{12}t} \cos \tilde{\theta} \right] r_0 d\tilde{\theta}$$

$$\Rightarrow V(\theta) = \frac{PD r_0^2}{4E_{22}I} \left[\frac{\theta}{2} + \frac{2}{\pi} (\theta \sin \theta + \cos \theta) - \sin \theta + \frac{\sin \theta \cos \theta}{2} - \frac{\pi}{4} \right] + \frac{Pr_0}{4S} \left(\frac{\theta - \sin \theta \cos \theta - \frac{\pi}{2}}{E_{22}} + k_1 \frac{\theta + \sin \theta \cos \theta - \frac{\pi}{2}}{G_{12}} \right) \quad (178)$$

Avec :

S : surface de la section droite du tube ($S = Lt$ avec L longueur et t épaisseur du tube)

k_j : coefficient de correction en cisaillement ($k_j=1,2$ pour une section rectangulaire [RIZO(2001)])

E_{22} : module d'élasticité en traction ou compression tangentielle

I : inertie de la section droite ($I = Lt^3/12$)

G_{12} : module de cisaillement transverse

10.3.1.2. Formulation du chargement pariétal

Grâce à l'utilisation d'une méthode classique, on a estimé les déplacements de la fibre médiane du composite, dans le but de connaître le rayon de courbure au point de contact. La formule mathématique donnant le rayon de courbure en un point à partir de l'équation d'une courbe en coordonnées polaires peut maintenant être utilisée. L'équation en coordonnées polaires $r_m(\theta)$ de la déformée de la fibre médiane se déduit de (176) et (178) par :

$$r_m(\theta) = \left[(r_0 \sin \theta + U(\theta))^2 + (r_0 \cos \theta + V(\theta))^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (179)$$

Le rayon de courbure R au point de contact est estimé en additionnant une demi-épaisseur au rayon de courbure de la fibre médiane en $\theta=0$ (équation (180)).

$$R = \frac{(r_m^2(0) + r_m'^2(0))^{\frac{3}{2}}}{r_m^2(0) + 2r_m'(0) - r_m(0)r_m''(0)} + \frac{t}{2} \quad (180)$$

On a désormais tous les éléments pour calculer la contrainte de compression $\sigma_{rr}^\ell(r_e, \theta)$ à la paroi du tube en contact avec le plateau. D'après la loi

de Hertz, lors du contact d'un tube de longueur indéfinie sur un plan, la pression de contact est parabolique telle que :

$$\sigma_{rr,\max} = \frac{2q}{\pi b} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{q}{(k_1 + k_2)R}} \quad (181)$$

avec b largeur de la zone de contact rectangulaire
 k_1 et k_2 paramètres des matériaux en contact

Le coefficient k_1 d'un matériau isotrope dépend de son module de Young E_1 et de son coefficient de Poisson ν_1 :

$$k_1 = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} \quad (182)$$

Pour un matériau orthotrope, nous nous fions aux résultats de Sankar [SANK(1989)] qui transposa les paramètres de la loi de contact de Hertz dans le cadre de ses travaux sur l'impact des plaques composites orthotropes:

$$k_2 = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2E_2} \quad (183)$$

avec λ_1 et λ_2 les racines de l'équation bi-quadratique :

$$S_{11}\lambda^4 - (2S_{12} + S_{66})\lambda^2 + S_{22} = 0 \quad (184)$$

où les composantes de la matrice de complaisance du matériau sont définies comme :

$$S_{11} = \frac{1}{E_1}, \quad S_{22} = \frac{1}{E_2}, \quad S_{12} = \frac{-\nu_{12}}{E_1}, \quad S_{66} = \frac{1}{G_{12}} \quad (185)$$

En coordonnées polaires, la distribution des contraintes radiales sur la paroi externe r_e d'un quadrant (Figure 79) s'écrit donc :

$$\begin{cases} \sigma_{rr}(r_e, \theta) = \frac{-2q}{\pi b} \sqrt{1 - \frac{R^2 \theta^2}{b^2}} & \text{si } \theta \in \left[0, \frac{b}{R}\right] \\ \sigma_{rr}(r_e, \theta) = 0 & \text{si } \theta \in \left[\frac{b}{R}, \frac{\pi}{2}\right] \end{cases} \quad (S4)$$

Une première distribution des contraintes de cisaillement a déjà été obtenue en résolvant une équation d'équilibre dans le champ de contraintes donné par la théorie classique des stratifiés. Cette distribution est insuffisante pour expliquer la position des rotules plastiques observées sur un tube 2D, car elle ne tient pas compte des effets locaux dus au contact. Le problème est donc maintenant de déterminer la perturbation apportée par le contact radial sur cette distribution.

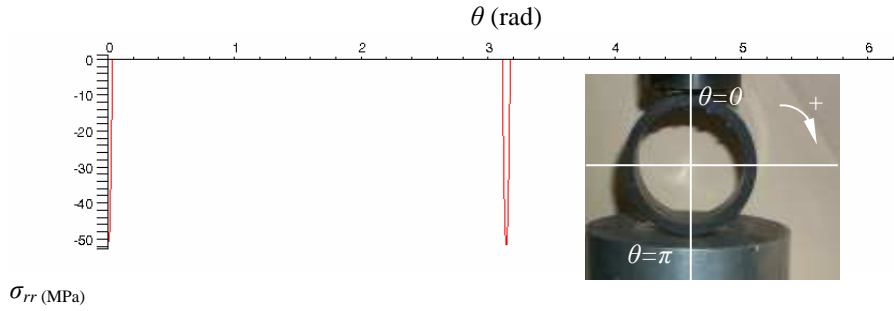


Figure 79. *Contrainte de compression à la paroi externe d'après (S4)*

Dans le cas de l'écrasement du tube, seul le chargement des parois est connu, tandis que les distributions des contraintes radiales et de cisaillement à l'intérieur sont inconnues. Comme dans beaucoup de cas d'étude du contact solide, on va avoir recours à la méthode des potentiels [BOUS(1969)].

10.3.2. Présentation de la méthode des potentiels

Un potentiel des contraintes est une forme mathématique biharmonique qui peut être dérivée pour donner d'autres fonctions ayant la propriété de respecter entre elles, aux constantes près, des équations d'équilibre et de compatibilité. A condition de satisfaire aux conditions limites du problème, ces fonctions peuvent être utilisées pour décrire les distributions de contraintes.

Pour une couche k modélisée dans son plan transverse en coordonnées polaires (Figure 64), on suppose donc qu'il existe une fonction potentielle biharmonique des contraintes ψ^k respectant le système (S5):

$$\begin{cases} \Delta\Delta\psi^k = 0 \\ \frac{1}{r} \frac{\partial \psi^k}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi^k}{\partial \theta^2} = \sigma_{rr}^k \\ -\frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial \psi^k}{\partial \theta} \right\} = \sigma_{r\theta}^k \\ \frac{\partial^2 \psi^k}{\partial r^2} = \sigma_{\theta\theta}^k \end{cases} \quad (S5)$$

Les étapes usuelles de la méthode sont i) choisir une fonction potentielle biharmonique, ii) exprimer les contraintes qui en découlent, iii) vérifier que ces contraintes peuvent respecter toutes les conditions limites du problème. Si oui, on a trouvé une solution répondant aux conditions de compatibilité et d'équilibre du système. Si non, on doit rechercher un autre potentiel.

i) choix d'une fonction potentielle ψ^k

Le développement en série est un outil commode pour exprimer analytiquement des conditions limites continues par morceaux. Les contraintes

aux parois, qui sont non-nulles uniquement dans la zone de contact, sont continues par morceaux. Dans le cas idéal du tube cylindrique écrasé entre deux plateaux, considéré dans son plan transverse, le chargement de la paroi externe est continu par morceaux, π -périodique et symétrique par quadrants. Ce chargement sera modélisé grâce à son développement en série de Fourier. En conséquence, et afin d'homogénéiser leurs formulations, les contraintes seront également développées en séries. Le modèle suivant (éq. (186) à (188)) sera suivi :

$$\sigma_{rr}^k(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma_{rr,n}^k(r, \theta) \quad (186)$$

$$\sigma_{r\theta}^k(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma_{r\theta,n}^k(r, \theta) \quad (187)$$

$$\sigma_{\theta\theta}^k(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma_{\theta\theta,n}^k(r, \theta) \quad (188)$$

L'opérateur de Laplace étant linéaire, l'écriture de (S5) permet de rechercher également ψ^k sous la forme d'une série de fonctions (éq. (189)). En effet, si chaque terme ψ_n^k d'une série convergeant vers ψ^k est biharmonique, alors par linéarité ψ^k est aussi biharmonique.

$$\psi^k(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \psi_n^k(r, \theta) \quad (189)$$

Cette observation conduit à définir ψ_n^k grâce au système (S6) :

$$\begin{cases} \Delta\Delta\psi_n^k = 0 \\ \frac{1}{r} \frac{\partial\psi_n^k}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2\psi_n^k}{\partial\theta^2} = \sigma_{rr,n}^k \\ -\frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial\psi_n^k}{\partial\theta} \right\} = \sigma_{r\theta,n}^k \\ \frac{\partial^2\psi_n^k}{\partial r^2} = \sigma_{\theta\theta,n}^k \end{cases} \quad (S6)$$

Vu la symétrie par quadrants, toutes les contraintes du système sont assorties de fonctions de distribution paires et symétriques 2π -périodiques. Avec ces propriétés, leurs développements en séries de Fourier contiennent uniquement des termes en cosinus et sont de rangs impairs nuls. Afin d'utiliser le théorème de superposition, ψ_n^k devrait être telle que:

$$\begin{cases} \Delta\Delta\psi_n^k = 0 \\ \psi_n^k(r, \theta) = f_n(r) \cos(2n\theta) \end{cases} \quad (S7)$$

La solution de ce système (S7) s'écrit:

$$\psi_n^k(r, \theta) = (A_n^k r^{2+2n} + B_n^k r^{2n} + C_n^k r^{2-2n} + D_n^k r^{-2n}) \cos(2n\theta) \quad (190)$$

Où A_n^k , B_n^k , C_n^k et D_n^k sont des constantes d'intégration à déterminer.

Avec une telle forme pour la fonction potentielle ψ^k , l'application pratique de la méthode d'Airy à un stratifié consiste donc à décomposer en séries de Fourier quatre contraintes connues aux parois, puis à résoudre une suite de systèmes d'équations linéaires à quatre équations et quatre inconnues afin d'identifier les coefficients A_n^k , B_n^k , C_n^k et D_n^k de ψ_n^k .

ii) *expression des contraintes qui en découlent*

Les termes des séries qui décrivent les contraintes sont donnés par simple dérivation des termes de la fonction potentielle des contraintes, dont le développement en série théorique contient uniquement des termes de rang pair en cosinus, conformément à la symétrie par quadrants (Tableau 13):

Tableau 13. *Expressions analytiques des contraintes dérivant du potentiel*

<i>Potentiel biharmonique</i>		
$\psi_n^k(r, \theta) = (A_n^k r^{2+2n} + B_n^k r^{2n} + C_n^k r^{2-2n} + D_n^k r^{-2n}) \cos(2n\theta)$		
<i>Contrainte tangentielle</i>	<i>Contrainte radiale</i>	<i>Contrainte de cisaillement</i>
$\sigma_{\theta\theta n}^k(r, \theta)$ $= \frac{\partial^2 \psi_n^k}{\partial r^2}$ $= A_n^k \cos(2n\theta) (2(3n+1) + 4n^2) r^{2n}$ $+ B_n^k \cos(2n\theta) (-2n + 4n^2) r^{2n-2}$ $+ C_n^k \cos(2n\theta) (2(1-3n) + 4n^2) r^{-2n}$ $+ D_n^k \cos(2n\theta) (2n + 4n^2) r^{-2n-2}$	$\sigma_{rr, n}^k(r, \theta)$ $= \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_n^k(r, \theta)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi_n^k(r, \theta)}{\partial \theta^2}$ $= A_n^k \cos(2n\theta) (2(n+1) - 4n^2) r^{2n}$ $+ B_n^k \cos(2n\theta) (2n - 4n^2) r^{2n-2}$ $+ C_n^k \cos(2n\theta) (2(1-n) - 4n^2) r^{-2n}$ $+ D_n^k \cos(2n\theta) (-2n - 4n^2) r^{-2n-2}$	$\sigma_{r\theta, n}^k(r, \theta)$ $= -\frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_n^k(r, \theta)}{\partial \theta} \right\}$ $= A_n^k \sin(2n\theta) 2n(2n+1) r^{2n}$ $+ B_n^k \sin(2n\theta) 2n(2n-1) r^{2n-2}$ $+ C_n^k \sin(2n\theta) 2n(1-2n) r^{-2n}$ $+ D_n^k \sin(2n\theta) 2n(-1-2n) r^{-2n-2}$

iii) *vérification de l'applicabilité des conditions limites*

Les contraintes connues aux parois (r_e rayon externe et r_i rayon interne) du tube sont les contraintes radiales et de cisaillement. Nous verrons comment les modéliser dans un paragraphe ultérieur. Les champs de contraintes aux parois de la première couche ($k=1$) et de la dernière couche ($k=\ell$) sont notés pour l'instant comme l'indiquent les équations (191.1) à (191.3):

$$\sigma_{rr}^1(r_i, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma_{rr, n}^1(r_i, \theta) \cos(2n\theta) \quad (191.1)$$

$$\sigma_{r\theta}^1(r_i, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma_{r\theta, n}^1(r_i, \theta) \sin(2n\theta) \quad (191.2)$$

$$\sigma_{rr}^\ell(r_e, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma_{rr, n}^\ell(r_e, \theta) \cos(2n\theta) \quad (191.3)$$

Le passage d'une couche à l'autre se modélise grâce à l'hypothèse classique de la continuité des contraintes de cisaillement des couches adjacentes. La

continuité des contraintes de cisaillement entre la couche k et la couche $k-1$ se résume avec l'équation (192).

$$\sigma_{r\theta,n}^k(h^{k-1}, \theta) = \sigma_{r\theta,n}^{k-1}(h^{k-1}, \theta) \quad (192)$$

Nous avons ainsi justifié le choix de la méthode de calcul des contraintes vis-à-vis de la nature de conditions limites du problème différentiel représenté par des équations de compatibilité et d'équilibre à respecter au sein de la structure. Nous avons choisi la transformation en séries de Fourier du chargement pariétal et nous en avons déduit la forme à donner aux contraintes, dans un schéma de nomenclature qui semble complet. Toutefois l'équation $\Delta\Delta\psi^k = 0$ utilisée dans cette première approche théorique traduit classiquement la compatibilité des déformations dans un milieu isotrope. Afin de tenir compte des conditions d'anisotropie de notre problème, nous allons reconsidérer le sens de cette équation afin de la modifier en conséquence. Dans le développement final du système différentiel à résoudre, les équations d'équilibre resteront inchangées. Compte tenu de la continuité des contraintes de cisaillement transverse (cf. équation (192)) et de la similarité mécanique des couches dans l'application finale –superposition de tresses 2D, les exposants k ne seront plus nécessaires.

10.3.3. Prise en compte de l'anisotropie

Afin de simplifier la lecture, les contraintes du plan transverse sont exprimées dans un repère cartésien local de référence, pour être seulement ultérieurement transposées en coordonnées polaires. Il s'agit de trois inconnues σ_x , σ_y , et τ_{xy} , susceptibles de respecter les deux équations d'équilibre (193):

$$\frac{\partial\sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial y} = 0 \quad (193.1)$$

$$\frac{\partial\sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x} = 0 \quad (193.2)$$

La troisième équation nécessaire pour obtenir un système comportant autant d'équations que d'inconnues correspond à la condition de compatibilité. Si les déformations sont écrites en fonction des déplacements u et v respectivement dans les directions x et y (194), alors ces déformations vérifient automatiquement l'équation de compatibilité (195):

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (194)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \quad (195)$$

Afin de transcrire cette dernière condition sous la forme d'une équation faisant intervenir des contraintes, les hypothèses d'état plan de contrainte de matériau orthotrope suivantes sont incorporées à l'équation (195):

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E_x} - \nu_{xy} \frac{\sigma_y}{E_y} \quad (196.1)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E_y} - \nu_{yx} \frac{\sigma_x}{E_x} \quad (196.2)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G_{xy}} \quad (196.3)$$

Si les équations d'équilibre (193.1) et (193.2) sont dérivées suivant x et y respectivement, puis additionnées ensemble (197), il apparaît finalement que la condition de compatibilité (194) dépend seulement des contraintes normales (198):

$$\frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial y^2} \quad (197)$$

$$\frac{1}{E_x} \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial y^2} + \frac{1}{E_y} \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial x^2} + \left(\frac{1}{2G_{xy}} - \frac{\nu_{xy}}{E_y} \right) \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial y^2} + \left(\frac{1}{2G_{xy}} - \frac{\nu_{yx}}{E_x} \right) \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2} = 0 \quad (198)$$

Compte tenu de la propriété de symétrie (199) des matériaux orthotropes, la condition de compatibilité se réduit à (200):

$$\frac{\nu_{xy}}{E_y} = \frac{\nu_{yx}}{E_x} \quad (199)$$

$$\frac{1}{E_x} \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial y^2} + \frac{1}{E_y} \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial x^2} + \left(\frac{1}{2G_{xy}} - \frac{\nu_{yx}}{E_x} \right) \left(\frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (200)$$

Le système formé par (193.1), (193.2) et (200) gouverne le problème de contraintes planes et doit être vérifié en tout point du domaine chargé.

Dans le repère local, s'il existe une fonction Φ vérifiant les équations d'Airy ((201.1) à (201.3)), il s'ensuit que les contraintes σ_x , σ_y , et τ_{xy} qui en découlent vérifient automatiquement les équations d'équilibre ((193.1) et (193.2)):

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = \sigma_x \quad (201.1)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = \sigma_y \quad (201.2)$$

$$-\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} = \tau_{xy} \quad (201.3)$$

En conséquence, la condition de compatibilité permettant la considération de cette fonction Φ en tant que potentiel des contraintes est obtenue en incorporant (201.1) et (201.2) à l'équation (200):

$$\frac{1}{E_x} \frac{\partial^4 \Phi}{\partial y^4} + \frac{1}{E_y} \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^4} + 2 \left(\frac{1}{2G_{xy}} - \frac{\nu_{yx}}{E_x} \right) \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^2 \partial y^2} = 0 \quad (202)$$

Pour trouver une forme mathématique acceptable vérifiant cette équation de compatibilité (202), nous sommes amenés à exprimer les contraintes qui en dérivent au moyen des équations d'Airy (201.1) à (201.3), puis à vérifier leur aptitude à respecter les conditions limites du problème. Celles-ci étant connues en coordonnées polaires, l'opération est d'emblée compromise, à moins de transposer dès maintenant l'équation de compatibilité du potentiel des coordonnées cartésiennes vers les polaires.

Par analogie avec l'équation bi-harmonique $\Delta \Delta \Phi = 0$ pour les matériaux isotropes, nous réécrivons l'équation (202). Δ est la notation de l'opérateur linéaire de Laplace applicable aux fonctions de deux variables (203):

$$\Delta \Phi = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \quad (203)$$

Afin de permettre cette analogie, l'opérateur linéaire doit être pondéré par des coefficients d'anisotropie bien définis, conformément au comportement orthotrope local du matériau. Nous proposons d'utiliser ξ , ς , et ζ vérifiant le système d'identification suivant:

$$\begin{cases} \xi \varsigma = \frac{1}{E_{11}} \\ \varsigma \zeta = \frac{1}{E_{22}} \\ \zeta^2 + \xi \zeta = 2 \left(\frac{1}{2G_{12}} - \frac{\nu_{21}}{E_{11}} \right) \end{cases} \quad (S8)$$

Les indices 1 et 2 se réfèrent aux directions x et y vues précédemment, respectivement les directions radiale et tangentielle de la poutre courbe (voir Figure 64). Cette identification nous permet d'écrire l'équation (204) contenant le laplacien pondéré, comme équivalente à l'équation (202):

$$\left(\varsigma \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \xi \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \left(\xi \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \zeta \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \Phi = 0 \quad (204)$$

Structurer ainsi l'équation simplifie sa transposition des coordonnées cartésiennes aux coordonnées polaires, grâce à une identification rendue possible

« à vue ». Nous obtenons ainsi directement, à partir des équations d'Airy en coordonnées polaires [COUR(1971)], le système différentiel (S9):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} = \sigma_{rr} \\ -\frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right\} = \tau_{r\theta} \\ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} = \sigma_{\theta\theta} \\ \left(\zeta \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \varsigma \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \right) \left(\xi \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \xi \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \right) \Phi = 0 \end{array} \right. \quad (\text{S9})$$

Avec:

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{S_{11}}{\varsigma}, \quad \zeta = \frac{S_{22}}{\varsigma}, \\ \varsigma &= \frac{1}{2} \sqrt{2S_{66} + 4S_{12} + 2\sqrt{S_{66}^2 + 4S_{66}S_{12} + 4S_{12}^2 - 4S_{11}S_{22}}} \\ S_{11} &= \frac{1}{E_{11}}, \quad S_{22} = \frac{1}{E_{22}}, \quad S_{12} = \frac{-\nu_{21}}{E_{11}}, \quad S_{66} = \frac{1}{G_{12}} \end{aligned}$$

10.3.4. Approche sérielle

Pour chaque valeur de r comprise entre r_1 et r_2 , la distribution des contraintes radiales $\sigma_{rr}(r, \theta)$, est π -périodique et symétrique par quadrant selon θ . Cette distribution possède donc un développement en série de Fourier. Pour la paroi externe ($r=r_2$), nous pouvons écrire, une expression de $\sigma_{rr}(r, \theta)$ dans laquelle les variables r et θ sont clairement séparées :

$$\sigma_{rr}(r_2, \theta) = \frac{\sigma_{rr, \theta}(r_2)}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \sigma_{rr, n}(r_2) \cos(2n\theta) \quad (205.1)$$

Avec :

$$\sigma_{rr, n}(r_2) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \sigma_{rr}(r_2, \theta) \cos(2n\theta) d\theta \quad (n \geq 0) \quad (205.2)$$

Dans ce cas, si nous écrivons le potentiel de contraintes $\Phi(r, \theta)$ (206) sous la même forme que $\sigma_{rr}(r, \theta)$ (205), nous pouvons voir que la première équation du système (S9) est formellement vérifiée (207):

$$\Phi(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_n(r) \cos(2n\theta) \quad (206)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} = \sigma_{rr} \quad (207)$$

Avec un tel formalisme la résolution du problème est limitée au calcul de $\Phi_n(r)$. Considérant la linéarité de l'opérateur laplacien pondéré figurant dans la condition de compatibilité, il est évident que cette condition est automatiquement validée pour $\Phi(r, \theta)$ si chaque terme $\Phi_n(r)\cos(2n\theta)$ de l'équation (206) la respecte. Cette observation nous conduit à résoudre l'équation aux dérivées partielles (208):

$$\left(\zeta \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \zeta \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \right) \left(\zeta \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \zeta \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \right) \{ \Phi_n(r) \cos(2n\theta) \} = 0 \quad (208)$$

Une solution de cette équation (208) est un polynôme, donné par le logiciel de calcul symbolique MAPLE:

$$\Phi_n(r) = A_n r^{p_{An}} + B_n r^{p_{Bn}} + C_n r^{p_{Cn}} + D_n r^{p_{Dn}} \quad (209)$$

Où A_n, B_n, C_n, D_n sont des coefficients à déterminer en fonction des conditions limites, et $p_{An}, p_{Bn}, p_{Cn}, p_{Dn}$ sont des coefficients de puissance dépendant de l'anisotropie matérielle et évalués par ((210.1) à (210.4)):

$$p_{An} = \frac{-\zeta + 5\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 2\zeta\zeta + \zeta^2 + 16n^2\zeta\zeta}}{2\zeta} \quad (210.1)$$

$$p_{Bn} = \frac{-\zeta + 5\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 2\zeta\zeta + \zeta^2 + 16n^2\zeta\zeta}}{2\zeta} \quad (210.2)$$

$$p_{Cn} = \frac{\zeta - \zeta + \sqrt{\zeta^2 - 2\zeta\zeta + \zeta^2 + 16n^2\zeta\zeta}}{2\zeta} \quad (210.3)$$

$$p_{Dn} = \frac{\zeta - \zeta - \sqrt{\zeta^2 - 2\zeta\zeta + \zeta^2 + 16n^2\zeta\zeta}}{2\zeta} \quad (210.4)$$

Puisque nous avons trouvé une forme convenable pour le potentiel des contraintes (211) tenant compte des conditions limites et de l'anisotropie, nous sommes maintenant en mesure d'écrire les contraintes correspondantes.

$$\Phi(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} (A_n r^{p_{An}} + B_n r^{p_{Bn}} + C_n r^{p_{Cn}} + D_n r^{p_{Dn}}) \cos(2n\theta) \quad (211)$$

Premièrement, la contrainte de cisaillement $\tau_{r\theta}(r, \theta)$ semble être nulle à $\theta=0$ à cause du facteur $\sin(2n\theta)$ (212.1). Ceci vérifie l'hypothèse utilisée par Nishiwaki *et al* [NISH(1995)] pour ses algorithmes de contact.

$$\tau_{r\theta}(r, \theta) = -\frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi(r, \theta)}{\partial \theta} \right\} = \sum_{n=1}^{\infty} \tau_{r\theta, n}(r) \sin(2n\theta) \quad (212.1)$$

Avec:

$$\tau_{r\theta, n}(r) = A_n 2n(p_{An} - 1)r^{p_{An}-2} + B_n 2n(p_{Bn} - 1)r^{p_{Bn}-2} + C_n 2n(p_{Cn} - 1)r^{p_{Cn}-2} + D_n 2n(p_{Dn} - 1)r^{p_{Dn}-2} \quad (212.2)$$

Deuxièmement, la contrainte circonférentielle $\sigma_{\theta\theta}(r, \theta)$ est (213.1):

$$\sigma_{\theta\theta}(r, \theta) = \frac{\partial^2 \Phi(r, \theta)}{\partial r^2} = \sum_{n=1}^{\infty} \sigma_{\theta\theta, n}(r) \cos(2n\theta) \quad (213.1)$$

Avec:

$$\sigma_{\theta\theta, n}(r) = A_n (p_{A_n}^2 - p_{A_n}) r^{p_{A_n}-2} + B_n (p_{B_n}^2 - p_{B_n}) r^{p_{B_n}-2} + C_n (p_{C_n}^2 - p_{C_n}) r^{p_{C_n}-2} + D_n (p_{D_n}^2 - p_{D_n}) r^{p_{D_n}-2} \quad (213.2)$$

Et, finalement, la contrainte radiale $\sigma_{rr}(r, \theta)$ est (214.1):

$$\sigma_{rr}(r, \theta) = \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi(r, \theta)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi(r, \theta)}{\partial \theta^2} = \frac{\sigma_{rr,0}(r)}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \sigma_{rr, n}(r) \cos(2n\theta) \quad (214.1)$$

Avec:

$$\sigma_{rr, n}(r) = A_n (p_{A_n} - 4n^2) r^{p_{A_n}-2} + B_n (p_{B_n} - 4n^2) r^{p_{B_n}-2} + C_n (p_{C_n} - 4n^2) r^{p_{C_n}-2} + D_n (p_{D_n} - 4n^2) r^{p_{D_n}-2} \quad (214.2)$$

A partir de maintenant, le problème de contraintes planes consiste uniquement à identifier les valeurs de A_n , B_n , C_n , et D_n .

10.3.5. Résolution

A_n , B_n , C_n , et D_n , comme nous l'avons précédemment mentionné, dépendent des conditions limites, qu'il convient d'exposer conformément à nos hypothèses. Puisque nous avons quatre inconnues, nous aurons besoin de vérifier au moins quatre conditions limites. Premièrement, les conditions les plus simples correspondent aux contraintes radiales et de cisaillement transverse égales à zéro en paroi interne ($r=r_1$). Secondement, les contraintes radiales en parois externe ($r=r_2$) suivent la distribution de Hertz supposée (cf. §10.3.1.2.), tandis que les contraintes de cisaillement de surface négligeables dans la zone de contact sont considérées égales à zéro. Les raisons de cette négligence sont que les forces de cisaillement en surface sont faibles en raison de la taille relative de l'aire de contact. De plus, par symétrie, leur résultante à l'intérieur de chaque zone de contact est nulle. En prenant appui sur le formalisme présenté à travers les équations (212.1) à (214.2), par linéarité nos hypothèses nous conduisent au système de quatre équations (S10):

$$\begin{cases} \tau_{r\theta, n}(r_1) = 0 \\ \tau_{r\theta, n}(r_2) = 0 \\ \sigma_{rr, n}(r_1) = 0 \\ \sigma_{rr, n}(r_2) = X_n \end{cases} \quad (S10)$$

X_n représente les termes successifs du développement en série de Fourier du chargement externe présenté dans le système (S4) (cf. § 10.3.1.2.) tels que:

$$\begin{cases} X_0 = \frac{\sigma_{rr,0}(r_2, \theta)}{2} \\ X_n = \sigma_{rr, n}(r_2, \theta) \\ n \geq 1 \end{cases} \quad (S11)$$

Consécutivement, à chaque rang n , les quatre coefficients A_n , B_n , C_n , et D_n sont solutions du simple système (S12), qui n'est que la version développée du système (S10):

$$\begin{cases} A_n 2n(p_{A_n} - 1)r_1^{p_{A_n}-2} + B_n 2n(p_{B_n} - 1)r_1^{p_{B_n}-2} + C_n 2n(p_{C_n} - 1)r_1^{p_{C_n}-2} + D_n 2n(p_{D_n} - 1)r_1^{p_{D_n}-2} = 0 \\ A_n 2n(p_{A_n} - 1)r_2^{p_{A_n}-2} + B_n 2n(p_{B_n} - 1)r_2^{p_{B_n}-2} + C_n 2n(p_{C_n} - 1)r_2^{p_{C_n}-2} + D_n 2n(p_{D_n} - 1)r_2^{p_{D_n}-2} = 0 \\ A_n (p_{A_n} - 4n^2)r_1^{p_{A_n}-2} + B_n (p_{B_n} - 4n^2)r_1^{p_{B_n}-2} + C_n (p_{C_n} - 4n^2)r_1^{p_{C_n}-2} + D_n (p_{D_n} - 4n^2)r_1^{p_{D_n}-2} = 0 \\ A_n (p_{A_n} - 4n^2)r_2^{p_{A_n}-2} + B_n (p_{B_n} - 4n^2)r_2^{p_{B_n}-2} + C_n (p_{C_n} - 4n^2)r_2^{p_{C_n}-2} + D_n (p_{D_n} - 4n^2)r_2^{p_{D_n}-2} = X_n \end{cases} \quad (\text{S12})$$

10.4. Corrélation théorie expérience

10.4.1. Simulation aux éléments finis

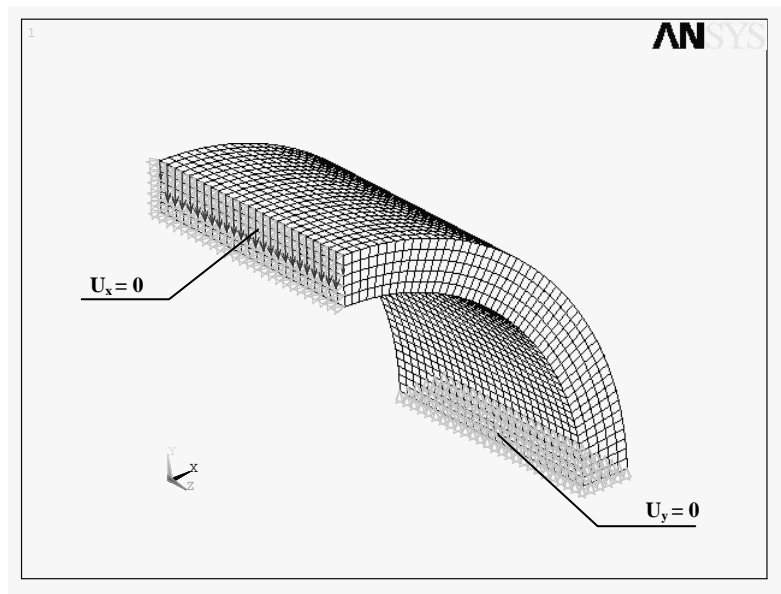


Figure 80. *Chargement d'un quadrant maillé par éléments de volume à huit nœuds*

La comparaison entre la théorie classique, les éléments finis et notre modèle est réalisée sur des échantillons ayant pour caractéristiques mécaniques: $E_{11}=6495$ MPa ; $E_{22}=10314$ MPa ; $G_{12}=2787$ MPa ; $\nu_{21}=0,27$. L'élément SOLID45 (brique à huit nœuds) du logiciel commercial ANSYS est employé en coordonnées polaires au maillage d'un quadrant d'anneau tridimensionnel ($t=4$ mm ; $r_0=23$ mm ; $L=20$ mm). Les déplacements verticaux et horizontaux aux extrémités sont bloqués conformément aux conditions de symétrie vues en théorie (Figure 80). Le niveau de chargement choisi pour l'étude correspond à la charge critique d'amorçage de fissure observée sur l'échantillon 2D1 (cf. § 10.2.) $P_0=220$ daN. La charge est modélisée par des forces nodales appliquées à la ligne de nœuds supérieure. De cette manière le contact n'est pas simulé, mais en vertu du principe de Saint-Venant une corrélation devrait néanmoins être vérifiée à une certaine distance de la zone de contact. Les résultats nodaux de l'analyse élastique linéaire sont relevés à la moitié de la longueur afin d'éviter les effets de bord. La préforme cylindrique tressée comprend cinq couches, soit quatre zones

interlaminaires coaxiales. Dans tous les modèles, les contraintes de cisaillement transverse responsables du délaminage semblent atteindre une valeur maximale dans la seconde zone interlaminaire théoriquement localisée à $r_d=22.6$ mm, c'est pourquoi le dessin de $\tau_{r\theta}(r_d, \theta)$ servira de support à la comparaison (Figure 81).

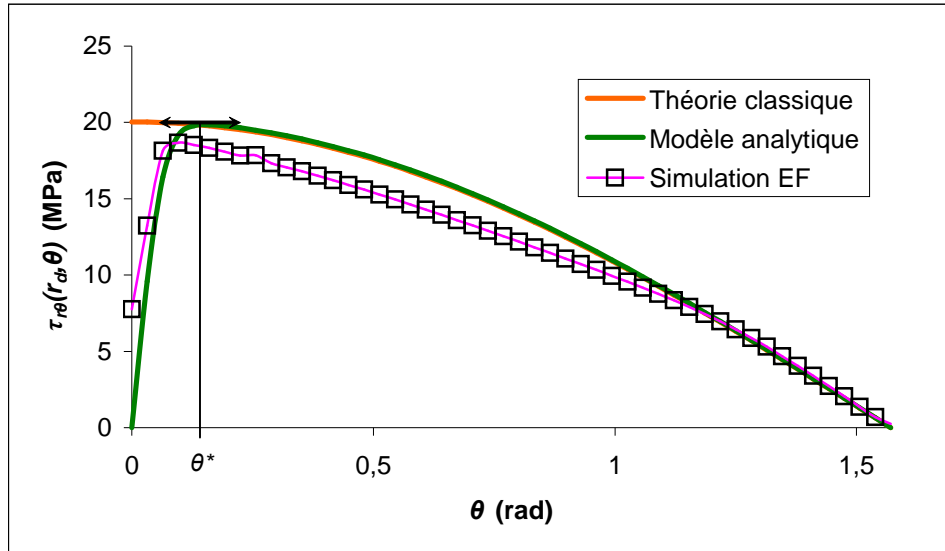


Figure 81. Comparaison des distributions de contraintes de cisaillement transverse dans la zone interlaminaire sélectionnée à $r_d=22,6$ mm

Comme représenté sur la Figure 81, $\tau_{r\theta}(r_d, \theta)$ présente un maximum à un angle θ^* différent de zéro. Contrairement à notre nouveau modèle, la simulation aux éléments finis ne peut pas donner une contrainte de cisaillement égale à zéro en $\theta=0$ sans un algorithme de contact [NISH(1995)], mais la corrélation observée est en accord avec le principe de Saint-Venant. Bien que notre modèle soit conçu pour des tubes de longueur infinie, il peut être utilisé pour évaluer le comportement à la rupture des anneaux en compression latérale.

La prédominance de $\tau_{r\theta}$ dans le mécanisme de rupture conduit à un délaminage dissymétrique accompagné d'une chute locale d'inertie de flexion, qui explique la position des rotules pseudo-plastiques décalées par rapport à l'axe de chargement. Dans le cas de prédominance de la flexion, la rupture intervient où $\sigma_{\theta\theta}$ est maximale, soit à d'abord $\theta=0$ et ensuite à $\theta=\pi/2$, ce qui correspond à une rupture symétrique.

Les contraintes tangentielles sont les plus sévères aux parois soit $\sigma_{\theta\theta}(r_1, \theta)$ et $\sigma_{\theta\theta}(r_2, \theta)$ (Figure 82). La coïncidence des modèles est bonne loin de la zone de contact. Les graphiques montrant l'évolution de $\tau_{r\theta}(r, \theta)$ (Figure 83) et de $\sigma_{rr}(r, \theta)$ (Figure 84) dans l'épaisseur, donnés sur la base de notre modèle analytique, sont supposés donner une représentation fidèle du champ de contraintes. Les détails de la programmation de ce modèle analytique sous MAPLE sont donnés en Annexe 2, avec quelques graphiques complémentaires illustrant le potentiel et la distribution de contraintes en deux ou trois dimensions et avec des échelles de couleur.

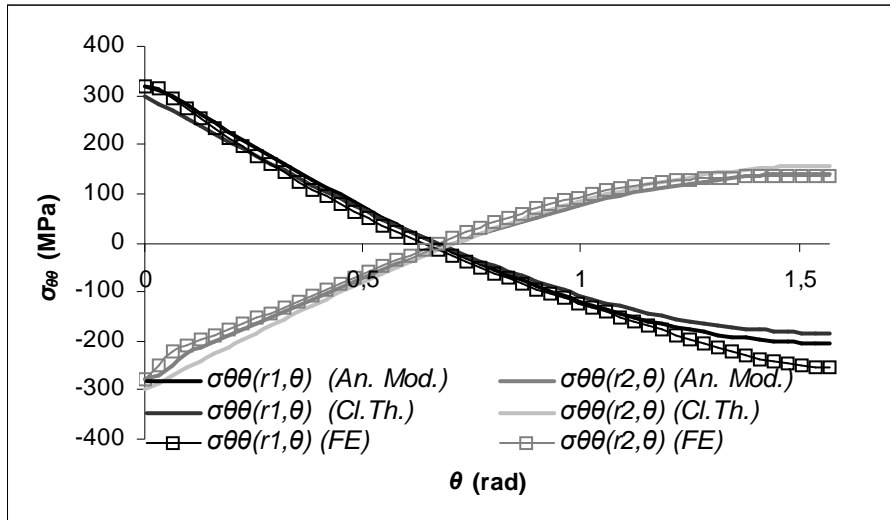


Figure 82. Comparaison des contraintes tangentielles aux parois

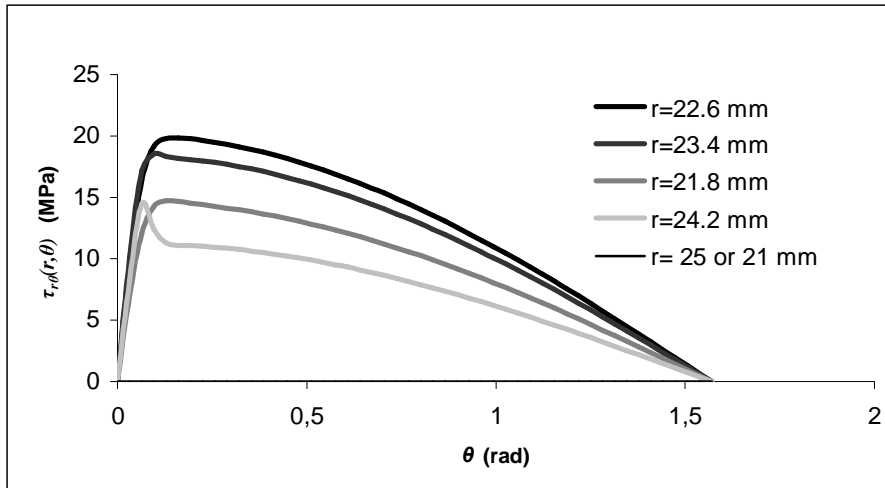


Figure 83. Evolution des contraintes de cisaillement transverse dans l'épaisseur

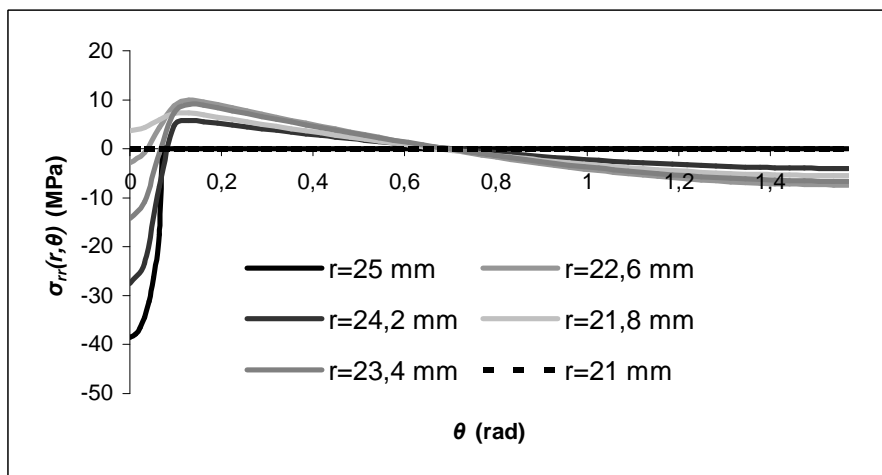


Figure 84. Evolution des contraintes radiales dans l'épaisseur

Dans le cas de tubes moulés carbone-époxy, le comportement du matériau est élastique jusqu'à rupture et les allongements à rupture sont faibles. Par exemple, la valeur expérimentale de déplacement associée à la première fissuration apparaissant dans les anneaux écrasés correspond à des déformations de traction inférieures à 3%. Il s'ensuit que conformément à nos observations expérimentales, le domaine de validité de nos calculs sous l'hypothèse de petites perturbations s'étend jusqu'à l'amorçage de la première fissure. Cependant, notre modèle n'est plus valable une fois que la rupture est intervenue en raison des déplacements spécifiques accompagnant la formation des rotules pseudo-plastiques. Bien que le matériau fissuré demeure élastique, la géométrie de chargement devenant complexe, dissymétrique, et sans plus aucune correspondance avec les conditions d'application de la loi de contact de Hertz vérifiées précédemment.

Une observation micrographique du profil de rupture d'un quadrant de tube 2D en début d'endommagement, entre les zones I et II (Figure 75) confirme l'amorçage de délaminage (Figure 85) écarté d'un angle θ^* par rapport à l'axe de chargement. Nous pouvons maintenant proposer un scénario de rupture qui s'appuie sur l'analyse pour justifier la position d'une initiation de fissure. Rappelons l'insuffisance principale du modèle d'énergie de surface de Griffith : lorsque la surface s de la fissure tend vers zéro, l'énergie restituée $G_c \cdot s$ tend aussi vers zéro, ce qui signifie qu'une fissure naissante ne restitue pas d'énergie. Dans ce cas comment caractériser une fissure naissante ? Une façon simple de contourner le problème est d'introduire une longueur critique d'amorçage non nulle pour les fissures naissantes, et de considérer cette longueur comme une caractéristique du matériau.

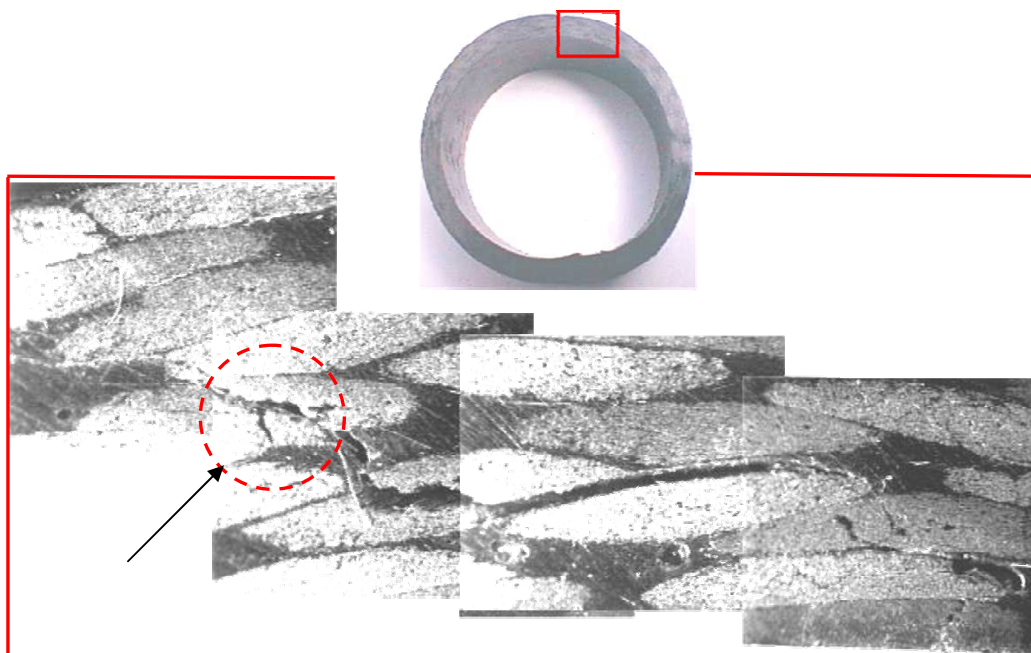
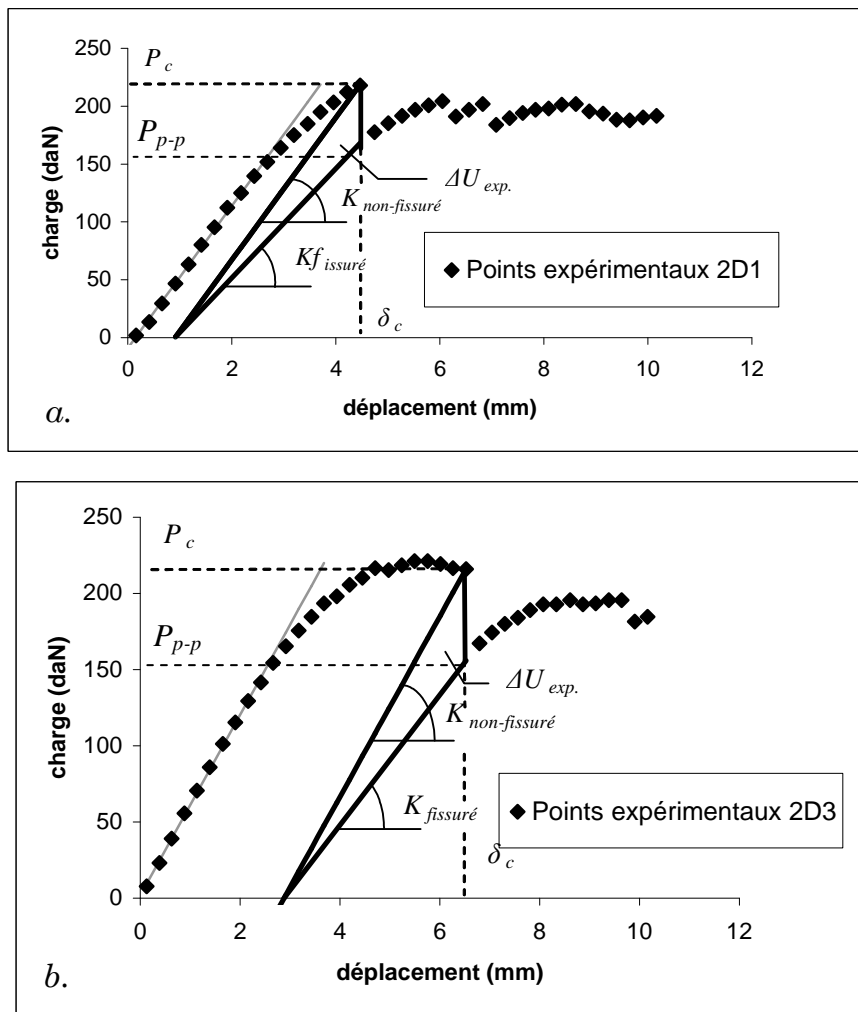


Figure 85. Localisation expérimentale de l'initiation dans le cas d'une tresse 2D

10.4.2. Scénario d'initiation et d'amorçage

Pour les anneaux testés, le taux expérimental d'acquisition de données (0.13Hz) est faible en comparaison avec la fréquence des amorçages de fissures. Au cours de la première chute de force enregistrée, qui est la plus grande en amplitude, un amorçage majeur intervient dans chaque quadrant (Figure 86.a.). La restitution d'énergie élastique correspondante est estimée sur la courbe force-déplacement (Figures 86). La non linéarité est simplement considérée comme le résultat d'un comportement global d'érouissage lié aux grands déplacements, où l'énergie de déformation élastique correspond à l'aire sous la courbe tangente à l'origine (lignes grises sur les Figures 86 a. et b.). A déplacement contrôlé (2mm/min), il est supposé que le déplacement reste constant à sa valeur critique δ_c pendant l'amorçage de fissure. La restitution d'énergie élastique expérimentale $\Delta U_{exp.}$ de la structure est donc attribuée, selon l'approche commune, à la perte de rigidité au passage de l'état non-fissuré à l'état fissuré:

$$\Delta U_{exp.} = \frac{I}{2} (K_{non-fissuré} - K_{fissuré}) \delta_c^2 \quad (215)$$



Figures 86. Estimation de la restitution d'énergie de déformation élastique lors de l'amorçage (échantillons a.2D1 et b.2D3)

L'amorçage de fissure dans les matériaux élastiques intervient lorsque les deux critères suivants sont vérifiés sur la longueur de fissuration: le niveau de contraintes est supérieur à une valeur critique σ_c , et l'énergie élastique restituée par unité d'aire fissurée est supérieure au taux critique G_c . Ces deux seuils définissent une relation implicite entre le niveau de chargement critique et la longueur d'amorçage [LEGU(2002)]. Confrontés à un délaminage en mode mixte (I+II), nous ne pouvons pas donner une estimation directe de G_{I+IIc} car le chemin de fissuration réel est une inconnue trop complexe (voir Figure 85) influencé par les défauts d'imprégnation, les croisements de fils, les lentilles de pure matrice... Ni entailles ni pré-fissuration n'ont été prévues pour contrôler l'amorçage, qui est par ailleurs précédé de certains effets non-linéaires. En lieu et place nous suggérons de supposer un comportement globalement linéaire élastique, avec des fronts de fissure linéiques parallèles à l'axe de révolution de l'anneau, le lieu de fissuration étant le rayon constant r_d . Cela nous conduit à introduire la notion d'une "Fissure Majeure Virtuelle (F.M.V.)" équivalente vérifiant ces hypothèses très simplificatrices, et pour laquelle une estimation théorique de G_{I+IIc} est accessible. L'intérêt de cette démarche est de produire une vue d'ensemble de la rupture, résumant l'influence des champs de contraintes analytiques sur la position des fissures et l'énergie élastique restituée.

10.4.2.1. Scénario d'initiation

L'initiation virtuelle du délaminage au rayon $r = r_d$ concerne identiquement les quatre quadrants de l'anneau chargé. Par symétrie, une valeur moyenne d'énergie restituée est équitablement attribuée aux quatre quadrants, et dans chaque quadrant, à l'amorçage de la F.M.V. Le quadrant fissuré est équivalent à une poutre courbe divisée en deux bras entre les angles θ_{min} et θ_{max} (Figure 87). Nous voulons identifier la longueur critique d'amorçage de la F.M.V. à partir des premières pertes d'énergie élastique recensées sur les Figures 86 a. et b..

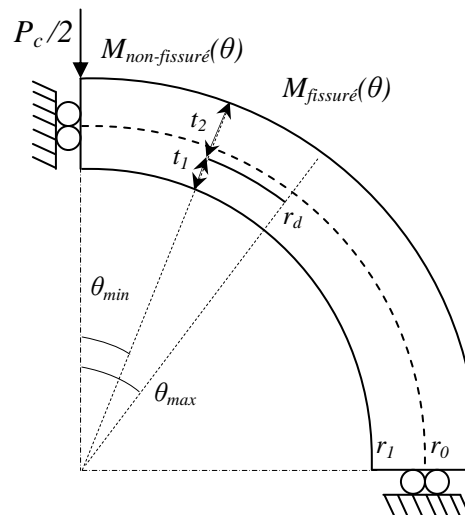


Figure 87. *Fissure Majeure Virtuelle à l'amorçage dans un quadrant*

Le critère sur les contraintes $\tau_{r\theta c}$ et σ_{rrc} définissant un enveloppe critique de contraintes est inspiré du critère de délaminage de Hill [CHAN(1989)], réduit pour un état plan de contrainte à l'équation (216) permet de trouver θ_{min} :

$$\sqrt{\frac{\tau_{r\theta}^2(r_d, \theta)}{\tau_{r\theta c}^2} + \frac{\sigma_{rr}^2(r_d, \theta)}{\sigma_{rrc}^2}} \geq 1 \Leftrightarrow \sigma \geq \sigma_c \quad (216)$$

Si t_1 et t_2 sont les épaisseur des bras de levier créés, l'inertie de flexion globale est localement réduite de $Lt^3/12$ à $L(t_1^3+t_2^3)/12$. Lors de la fissuration fragile à déplacement imposé, seul le déplacement vertical au point de contact est conservé, tandis que les rotations de section sont redistribuées en fonction de la longueur de fissure.

Dans une certaine mesure, un tube parfaitement élastique jusqu'à rupture présente une relation quasi-univoque entre la longueur de fissure d'amorçage et la quantité d'énergie restituée. Connaissant la variation d'effort, le locus d'initiation et le sens de progression, la nouvelle distribution d'inerties dans le quadrant se déduit de la formule du déplacement vertical, celui-ci étant supposé inchangé après fissuration instantanée à déplacement imposé.

Les équations du déplacement dans le repères cartésien ($O; x, y$) éq. (177) et Figure 78 sont reprises en considérant une inertie $I(\tilde{\theta})$ continue par morceaux le long de l'abscisse curviligne $\tilde{\theta}$, la fissure s'étendant de θ_{min} à θ_{max} . Après le constat de leur faible contribution relative au déplacement, les effets du cisaillement et de la compression en membrane sont négligés devant ceux de la flexion. Cela évite de compliquer inutilement le modèle, notamment en ce qui concerne le cisaillement dans la portion fissurée du quadrant.

$$U(\theta) = \int_0^\theta \frac{M(\tilde{\theta})}{E_{22} I(\tilde{\theta})} (y(\theta) - y(\tilde{\theta})) r_0 d\tilde{\theta} \quad (217)$$

$$V(\theta) = -\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{M(\tilde{\theta})}{E_{22} I(\tilde{\theta})} \left(x\left(\frac{\pi}{2}\right) - x(\tilde{\theta}) \right) r_0 d\tilde{\theta} + \int_0^\theta \frac{M(\tilde{\theta})}{E_{22} I(\tilde{\theta})} (x(\theta) - x(\tilde{\theta})) r_0 d\tilde{\theta} \quad (218)$$

Avec :

$$M(\theta) = \frac{Pr_0}{2} \sin \theta - \frac{Pr_0}{\pi} \quad (219)$$

$$I(\tilde{\theta}) = \begin{cases} \frac{L(t_1^3 + t_2^3)}{12} & \text{si } \tilde{\theta} \in [\theta_{min}; \theta_{max}] \\ \frac{Lt^3}{12} & \text{si } \tilde{\theta} \in [0; \theta_{min} [\cup] \theta_{max}; \pi/2] \end{cases} \quad (220)$$

P : charge de compression

E_{22} : module d'élasticité tangentielle

r_0 : rayon moyen du tube

I : inertie de la section droite

L : longueur du tube

t, t_1, t_2 : épaisseurs des bras de levier

Si la position du défaut initial est $\theta_{min} = \theta^*$, donnée par le critère de rupture de Hill, et si le sens de propagation est de θ_{min} vers θ_{max} , alors il existe une seule valeur de θ_{max} telle que pour la valeur de chargement post-pic P_{p-p} récupérée sur la courbe expérimentale (Figures 86), le déplacement vertical élastique $V(0)$ égale sa valeur avant rupture. Cette valeur avant rupture est calculée par l'équation (218) en imposant au quadrant intact d'inertie constante $I = Lt^3/12$ le chargement critique P_c expérimental. Pour trouver θ_{max} nous utilisons une méthode incrémentale basée sur une boucle « tant que » donnée en Annexe 2 page 299.

Tableau 14. *Longueur critique d'initiation recalée à partir de la dépression expérimentale au premier pic (En caractères gras, les données calculées)*

$\tau_{r\theta c}=14$ MPa	P_c	P_{p-p}	θ_{min}	δ_c	θ_{max}	<i>Longueur critique</i> à $r_d=22,6$ mm	$\Delta U_{exp.}$	$\underline{G}_{I+II} c^*$
$\sigma_{rrc}=39$ MPa	(N)	(N)	(°)	(mm)	(°)	(mm)	(mJ)	(kJ/m ²)
<i>Equations</i>								(223)
<i>utilisées</i>			(216)		(217) à (220)	$r_d (\theta_{max} - \theta_{min})$	(215)	(224)
2D1	2179	1674	3	3,41	4,7	0,67	862	14,6
2D3	2160	1545	3	3,38	5,3	0,91	1040	13,2

Nous venons de proposer une modélisation de l'initiation et l'amorçage de la fissure virtuelle basée sur l'identification d'une longueur critique d'amorçage en correspondance avec la chute de force de réaction expérimentalement observée à déplacement imposé. La recherche d'un locus d'initiation relève de la mécanique des milieux continus, tandis que l'amorçage relève de la mécanique de la rupture. Après avoir franchi le pont entre les deux analyses à travers le thème délicat de l'initiation, nous arrivons à la mécanique de la rupture pour décrire la progression ultérieure de la première fissure majeure au sein du quadrant.

10.4.2.2. Scénario de rupture par amorçages successifs

Bien évidemment, les fissures majeures expérimentalement observées (comme celles visibles Figure 85) ne sont pas toutes de la même longueur et leur géométrie est loin d'être aussi idéalement circulaire que dans le modèle. Pour une grande part les défauts de symétrie sont dus aux imperfections liées aux procédés de tressage et d'imprégnation par transfert de résine (voir § 9.3.). En conséquence, la déformée perd sa symétrie pendant l'écrasement (Figure 88.b.). La configuration de chargement est alors modifiée par deux nouvelles aires de contact favorables à la croissance de deux fissures majeures antisymétriques. Les deux rotules pseudo-plastiques finales apparaissent dès que les deux fronts de fissure atteignent une zone où le moment de flexion est le plus fort, située expérimentalement vers $\hat{\gamma}=75^\circ$ (Figure 88.c.).

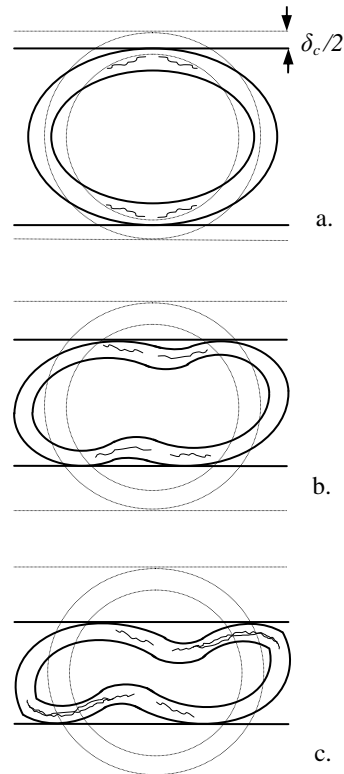


Figure 88. Scénario de rupture

L'écrasement après amorçage est responsable de plus de 95% de l'énergie absorbée durant l'écrasement latéral des anneaux composites à renfort tressé testés. L'énergie absorbée en moyenne, représentée Figure 89 en fonction de la valeur du déplacement, est évaluée à 6 000 daN.mm avant le contact des parois internes. En comparaison le chargement linéaire de 0 à δ_0 correspond seulement à une énergie élastique de 217 daN.mm.

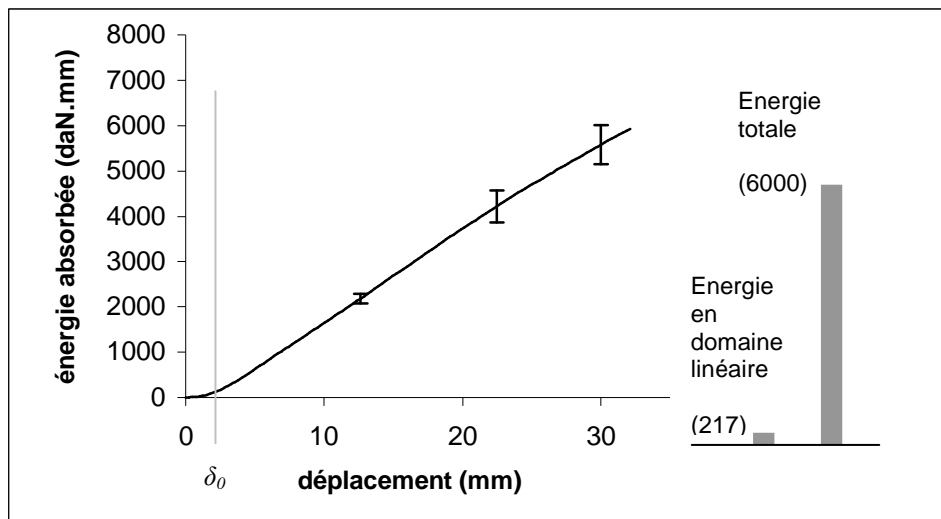


Figure 89. Absorption d'énergie des anneaux à renfort tressé 2D en compression latérale

La suite de la modélisation va donc traiter la fissuration ultérieure de l'anneau pré-fissuré en abordant l'extension antisymétrique de fissure dans deux quadrants sur quatre, c'est-à-dire au passage de l'état présenté Figure 88.b à celui présenté Figure 88.c.

Les conditions de symétrie du chargement sont conservées dans chaque quadrant, dont la complaisance s'écrit comme l'inverse du déplacement $|V(\theta)|$ pour une charge unitaire. Un quadrant présente une longueur de fissure fixe, et l'autre une extension de fissure da (Figure 90). D'après (218) :

$$V(\theta) = - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{M(\tilde{\theta})}{E_{22} I(\tilde{\theta})} \left(x \left(\frac{\pi}{2} \right) - x(\tilde{\theta}) \right) r_0 d\tilde{\theta} \quad (221)$$

Pour une charge unitaire, le déplacement du quadrant à fissure fixe est (pour le quadrant à fissure extensible, remplacer θ_{max} par $\theta_{min}+a/r_d$) :

$$\begin{aligned} |V(\theta)| = & - \frac{6r_0^3(4+2\pi-4\theta_{min}-(4+2\pi)\cos\theta_{min}+\pi\cos\theta_{min}\sin\theta_{min}-\pi\theta_{min})}{2\pi ELt^3} \\ & + \frac{6r_0^3(-4\theta_{min}-(4+2\pi)\cos\theta_{min}+\pi\cos\theta_{min}\sin\theta_{min}-\pi\theta_{min}+4\theta_{max}+(4+2\pi)\cos\theta_{max}-\pi\cos\theta_{min}\sin\theta_{min}+\pi\theta_{min})}{2\pi EL(t_1^3+t_2^3)} \\ & - \frac{6r_0^3(2\pi\cos\theta_{max}+4\theta_{max}+4\cos\theta_{max}-\pi\cos\theta_{max}\sin\theta_{max}+2\pi\theta_{max}-2\pi-\pi^2/2)}{2\pi ELt^3} \end{aligned} \quad (222)$$

Les deux quadrants étant superposés, le déplacement global vaut la somme des déplacements, et la complaisance élastique de la structure s'écrit :

$$C(a) = \left[\begin{aligned} & - \frac{6r_0^3(4+2\pi-4\theta_{min}-(4+2\pi)\cos\theta_{min}+\pi\cos\theta_{min}\sin\theta_{min}-\pi\theta_{min})}{2\pi ELt^3} \\ & + \frac{6r_0^3(-4\theta_{min}-(4+2\pi)\cos\theta_{min}+\pi\cos\theta_{min}\sin\theta_{min}-\pi\theta_{min}+4\left(\theta_{min}+\frac{a}{r_d}\right)+(4+2\pi)\cos\left(\theta_{min}+\frac{a}{r_d}\right)-\pi\cos\left(\theta_{min}+\frac{a}{r_d}\right)\sin\left(\theta_{min}+\frac{a}{r_d}\right)+\pi\left(\theta_{min}+\frac{a}{r_d}\right))}{2\pi EL(t_1^3+t_2^3)} \\ & - \frac{6r_0^3\left(2\pi\cos\left(\theta_{min}+\frac{a}{r_d}\right)+4\left(\theta_{min}+\frac{a}{r_d}\right)+4\cos\left(\theta_{min}+\frac{a}{r_d}\right)-\pi\cos\left(\theta_{min}+\frac{a}{r_d}\right)\sin\left(\theta_{min}+\frac{a}{r_d}\right)+2\pi\left(\theta_{min}+\frac{a}{r_d}\right)-2\pi-\pi^2/2\right)}{2\pi ELt^3} \end{aligned} \right]^{-1} \\ + \left[\begin{aligned} & - \frac{6r_0^3(4+2\pi-4\theta_{min}-(4+2\pi)\cos\theta_{min}+\pi\cos\theta_{min}\sin\theta_{min}-\pi\theta_{min})}{2\pi ELt^3} \\ & + \frac{6r_0^3(-4\theta_{min}-(4+2\pi)\cos\theta_{min}+\pi\cos\theta_{min}\sin\theta_{min}-\pi\theta_{min}+4\left(\theta_{min}+\frac{a}{r_d}\right)+(4+2\pi)\cos\left(\theta_{min}+\frac{a}{r_d}\right)-\pi\cos\theta_{min}\sin\theta_{min}+\pi\theta_{min})}{2\pi EL(t_1^3+t_2^3)} \\ & - \frac{6r_0^3\left(2\pi\cos\left(\theta_{min}+\frac{a}{r_d}\right)+4\left(\theta_{min}+\frac{a}{r_d}\right)+4\cos\left(\theta_{min}+\frac{a}{r_d}\right)-\pi\cos\left(\theta_{min}+\frac{a}{r_d}\right)\sin\left(\theta_{min}+\frac{a}{r_d}\right)+2\pi\left(\theta_{min}+\frac{a}{r_d}\right)-2\pi-\pi^2/2\right)}{2\pi ELt^3} \end{aligned} \right] \quad (223)$$

Faisons un exemple d'application numérique avec les résultats de l'éprouvette 2D1 : rappel : $E_{22}=10314\text{MPa}$; $r_0=23\text{mm}$; $L=20\text{mm}$; $t=4\text{mm}$; $t_1=1,6\text{mm}$; $t_2=2,4\text{mm}$; $r_d=22,6\text{mm}$; $\theta_{min}=0,049\text{rad}$; $\theta_{max}=0,082\text{rad}$. L'enveloppe des points critiques d'amorçage de fissure peut être formulée rapidement par :

$$\begin{cases} G_c = \frac{P_c^2}{2L} \frac{dC(a)}{da} \\ \delta_c = P_c C(a) \end{cases} \Rightarrow P_c = \frac{2LG_c}{\delta_c} \frac{C(a)}{dC(a)/da} \quad (224)$$

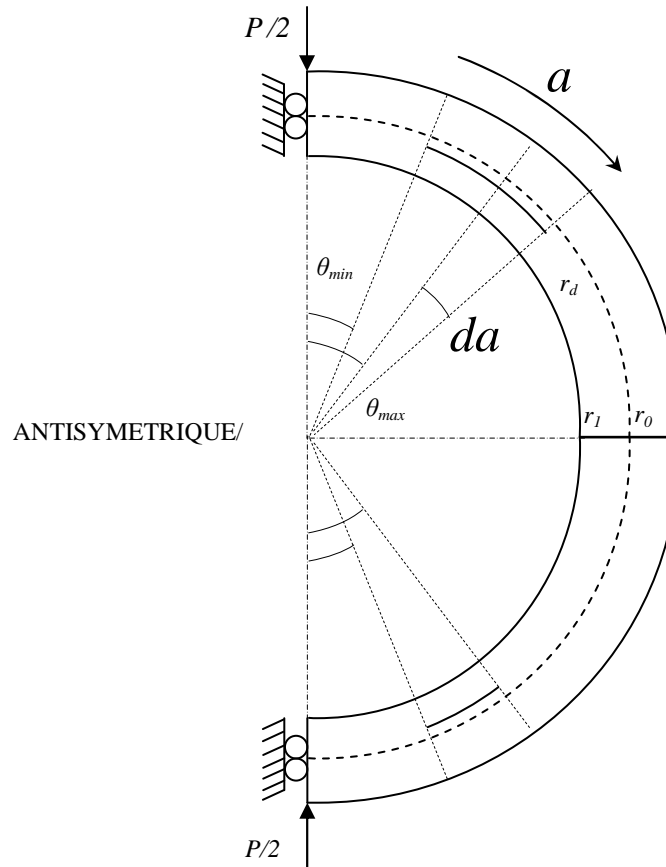


Figure 90. Amorçage de FMV dans un anneau pré-fissuré

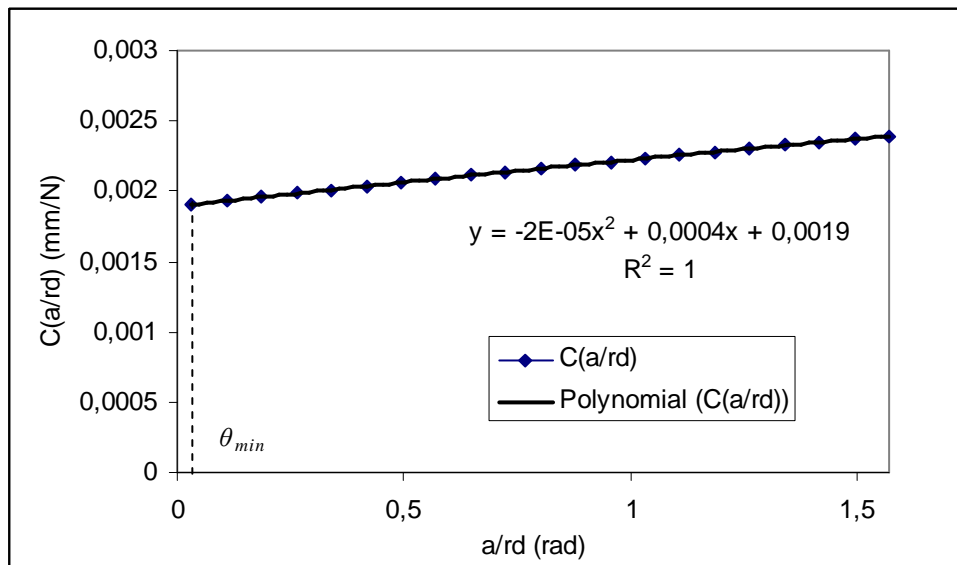


Figure 91. Complaisance élastique de l'anneau fissuré en fonction de la longueur de fissure

Nous relevons les coordonnées des premiers pics de force consécutifs à l'amorçage de fissure sur la courbe force déplacement de l'échantillon 2D1 : à

($P_c=2044\text{N}$; $\delta_c=4,49\text{mm}$), ($P_c=2019\text{N}$; $\delta_c=5,02\text{mm}$) et ($P_c=2019\text{N}$; $\delta_c=5,17\text{mm}$), en prenant soin de mesurer les déplacements élastiques linéaires (Figure 92).

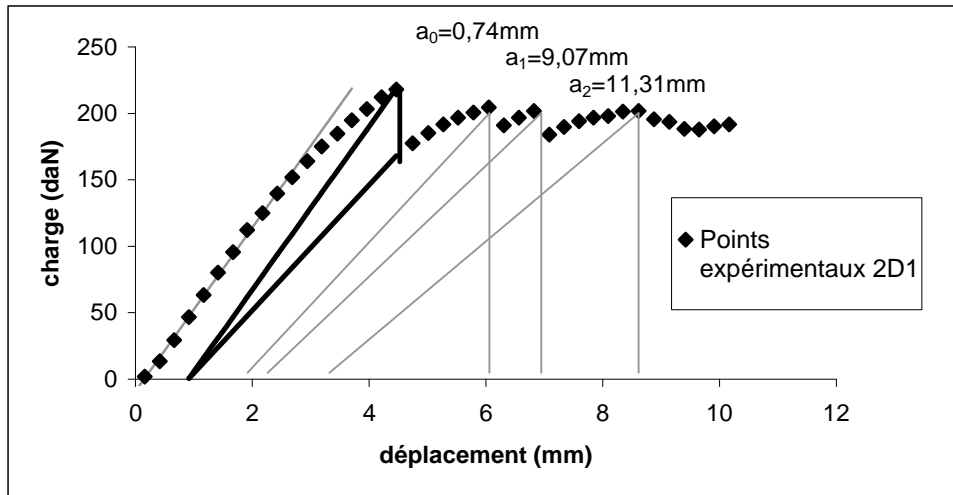


Figure 92. Estimation de la restitution d'énergie de déformation élastique lors de l'amorçage (échantillon 2D1)

Au premier pic consécutif à l'amorçage la position du front de fissure est connue et vaut $a_0=r_d(\theta_{max}-\theta_{min})$, en remplaçant dans (224) on obtient $G_c=1847\text{J/m}^2$. En cherchant alors par l'équation (224) les extensions de fissure permettant de conserver $G_c=1847\text{J/m}^2$ avec les coordonnées expérimentales des points critiques, on obtient artificiellement les valeurs d'extension de fissure a_1 et a_2 reportées sur la Figure 92.

10.4.3. Conclusions sur les aspects statiques

La modélisation opérée est un outil d'aide à la compréhension des mécanismes, mais ne permet pas, par exemple, de déduire la relation entre le chargement et l'extension de fissure à la seule connaissance de G_c . De par leur fragilité et leur raideur les composites carbone-époxy tissés se prêtent pourtant bien aux hypothèses d'élasticité linéaire. Leur tendance au délaminage permet de proposer des chemins de fissuration cohérents avec le sens de stratification, même si nous avons pu regretter l'absence de contrôle de la propagation de fissure susceptible de faciliter l'identification des paramètres en garantissant la géométrie de la fissuration. Notre choix de tenir compte d'une fissure majeure virtuelle s'est avéré fructueux en termes phénoménologiques, mais nous a conduits à employer des caractéristiques de matériaux pour le moins fictives afin de maintenir l'adéquation théorie expérience. La difficulté nouvelle de cette initiation interlaminaire de fissure par rapport au cas d'amorçage en extrémité de joint, est de devoir prédire la géométrie de la fissure, et notamment sa position dans la structure, ce que nous avons fait.

10.5. Fatigue interlaminaire

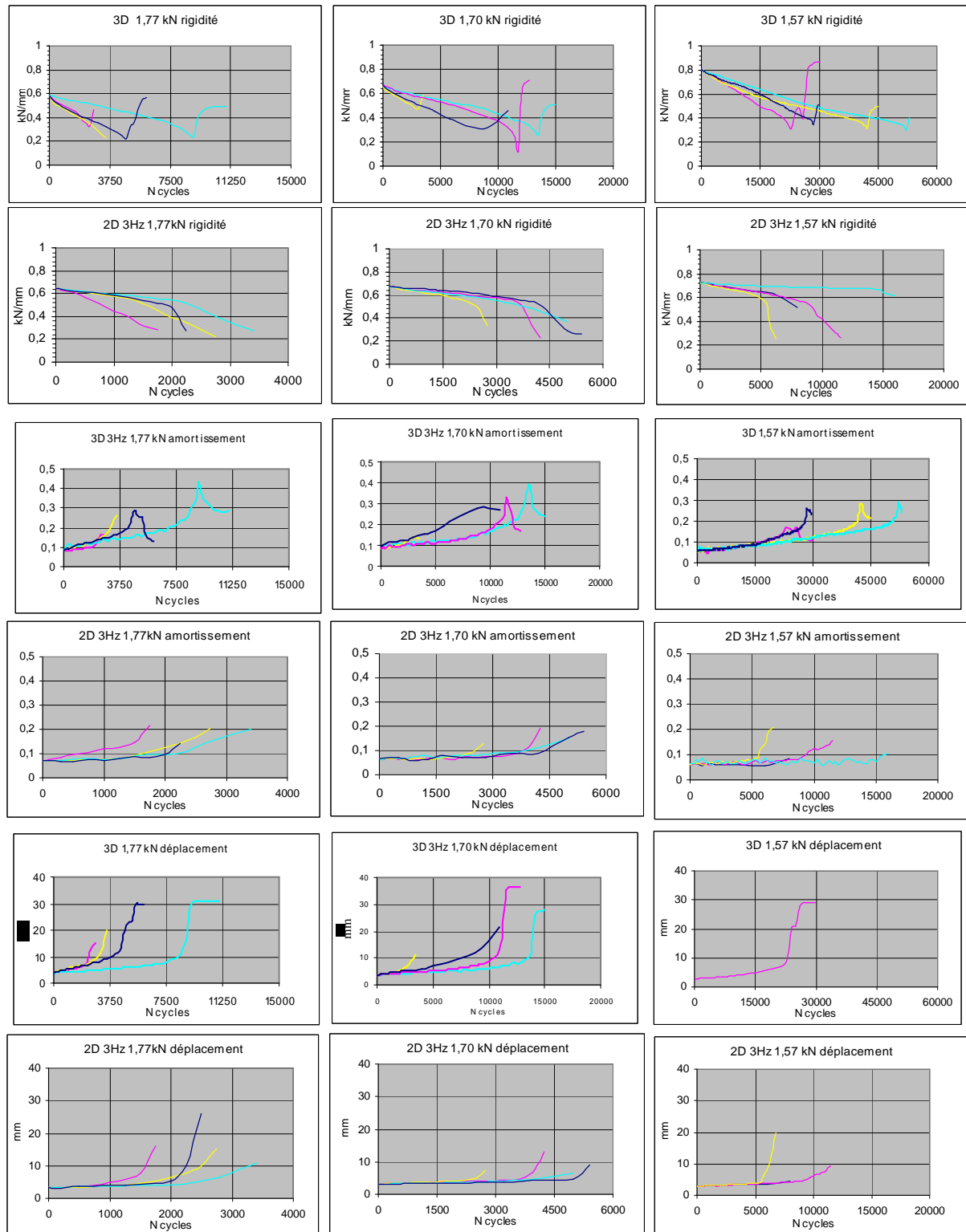
10.5.1. Expérimentation

Comme pour l'étude statique des tresses 2D et 3D, l'un des objectifs de notre étude comparative entre les comportements en fatigue est de mettre en évidence l'influence de l'architecture textile du composite sur la tenue des propriétés transverses. Cependant, nous cherchons également à observer dans le cas du délaminage en fatigue les différences principales de progression de la fissure avec le cas d'amorçage au bord en extrémité de joint du paragraphe 8.5.



Figure 93. *Machine hydraulique de traction haute vitesse utilisée pour la fatigue des anneaux tressés en compression latérale*

Nous avons poursuivi une campagne d'essais consistant à fatiguer en compression latérale entre deux plateaux douze anneaux de chaque catégorie d'architecture textile, sur trois niveaux de chargement représentant 82%, 79% et 73% de la charge à rupture en statique, à force imposée : 1,77 kN ; 1,70kN ; 1,57kN avec $R \approx 0$. Nous avons enregistré les données de rigidité, amortissement, et déplacement du plateau mobile sous un chargement cyclique de fréquence 3Hz : ces résultats sont résumés avec les graphiques de la Figure 94. La chute rapide initiale de rigidité du stade I (cf. Partie I §3.2.2.) est absente des courbes de fatigue car les éprouvettes ont été pré-fatiguées à basse vitesse pour limiter le temps de rupture, de sorte que nous visualisons directement le stade II. Nous observons bien une évolution quasi-linéaire de l'endommagement, puis un changement de pente au moment de la rupture (stade III). Compte-tenu de la présence aléatoire de défauts dans les éprouvettes, la symétrie du mécanisme de rupture validé en statique est plus ou moins bien respectée d'une éprouvette à l'autre, toutefois ce scénario reste visiblement valide. Le graphique de la rigidité du tube 2D 3Hz sollicité au niveau intermédiaire de 1,70daN avec un changement de pente à 3500 cycles a été pris comme référence pour l'allure de la courbe de perte de rigidité (Figure 95). Dans notre cas il semble que la perte de 20% de rigidité soit en général un traceur convenable d'endommagement pour signaler l'imminence de la rupture. La prédiction de la durée de vie correspondante peut se faire au moyen de droites d'endurance de type Wöhler (Figure 96).



Figures 94. *Rigidité, amortissement et déplacement en fonction du nombre de cycles de fatigue oligocyclique en compression latérale à 3Hz d'anneaux de tubes carbone-époxy à renfort tressé bi-et tridimensionnel soumis aux trois niveaux de chargement (de gauche à droite, par colonne) : 1,77 kN ; 1,70kN ; 1,57kN avec $R \approx 0$*

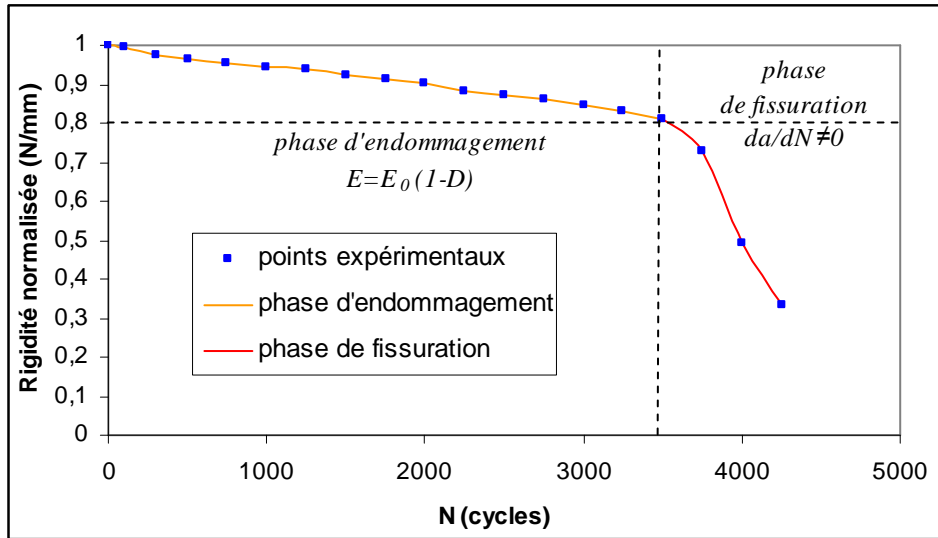


Figure 95. Courbe de référence pour la perte de rigidité d'un tube tressé 2D en fatigue en compression latérale

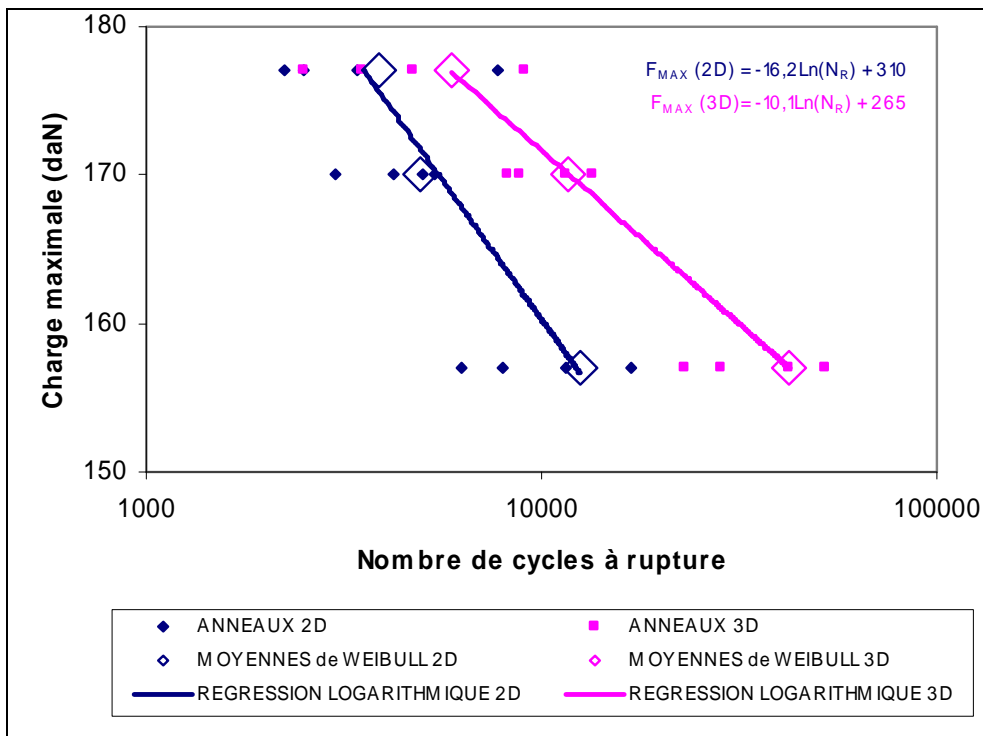


Figure 96. Courbes d'endurance en compression latérale des anneaux 2D et 3D, avec la perte de 20% de rigidité comme critère de rupture

10.5.2. Modélisation

Afin de mettre en évidence la relation — dont les paramètres théoriques sont consignés Tableau 15 — entre l'extension de fissure par cycle et la ténacité du matériau en stade terminal de fatigue, nous commençons par évaluer mathématiquement la relation entre la longueur de fissure et la rigidité apparente. Pour tenir compte de l'endommagement préalable du matériau nous appliquons uniformément une fonction de dégradation de propriétés à son module de flexion, et nous supposons qu'elle vaut 80% vu le traceur d'endommagement choisi. Les deux avantages de cette approche sont: i) au stade III cette fonction est assimilée à une constante en invoquant la relaxation des contraintes autour de la fissure, coupant court à toute accumulation supplémentaire d'endommagement, ii) l'uniformité est conservatrice vis-à-vis des distributions de contraintes et donc du *locus* d'initiation calculé en statique.

En conservant nos hypothèses sur la position du délaminage, la rigidité K_0 va donc s'écrire avant amorçage en fonction de la formule $V(\theta)$ du déplacement (d'après l'équation (218)):

$$\begin{cases} K_0 = (1 - D(N_{20\%})) \frac{P}{|2V(\theta)|} \\ \theta_{min} = \theta^* = \theta_{max} \end{cases} \quad (225)$$

Dans le cas fissuré, la mise en série d'un quadrant intact et d'un fissuré, par antisymétrie, se traduit par l'addition des complaisances (226).

$$\begin{cases} K = (1 - D(N_{20\%})) \frac{I}{\left| \frac{V(\theta)}{P} + \frac{V_{fissuré}(\theta)}{P} \right|} \\ \theta^* \leq \theta_{max} \end{cases} \quad (226)$$

Par suite, en supposant encore que seul θ_{max} varie et que θ_{min} est fixe, nous retrouvons mathématiquement (par dichotomie) l'unique valeur d'extension $\theta_{max} - \theta_{min}$ correspondant à chaque valeur expérimentale de K/K_0 . La fissure étant circulaire, nous déduisons une courbe représentative de $a(N)$ par $a = r_d (\theta_{max} - \theta_{min})$.

A charge cyclique imposée la progression de la fissure a été reliée par Paris à l'amplitude du taux de restitution d'énergie élastique entre les valeurs extrêmes P_{max} et P_{min} du chargement. Pour une extension de fissure a donnée cette amplitude s'écrit $\Delta G(a) = G(a, P_{max}) - G(a, P_{min})$. Ici, en fatigue oligocyclique, P_{max} est très proche de P_c d'amorçage statique, c'est pourquoi nous ne cherchons pas à identifier la loi de Paris qui est la loi limite de la fissuration par fatigue quand $G \ll G_c$ (cf. §5.3.). Les valeurs théoriques de ΔG se déduisent de l'équation (122) en considérant deux fissures de longueur a par :

$$\Delta G(a) = \frac{P_{max}^2}{4L} \cdot \frac{dC(a)}{da} \Big|_a - \frac{P_{min}^2}{4L} \cdot \frac{dC(a)}{da} \Big|_a \quad (227)$$

Tableau 15. *Déduction des points $a(N)$ à partir de l'expérience et du modèle théorique*

N (cycles)	$K/K0(N)$ expérimental	$K/K0(N)$ modèle	$\theta_{max} - \theta_{min}$ (rad)	a (mm)	$\Delta G(a)$ (kJ/m ²)	da/dN (mm)
$N_{20\%}$	1,000	1,000	0,000	0,000	-	0,002
$N_{20\%+250}$	0,900	0,900	0,024	0,543	14,84	0,005
$N_{20\%+500}$	0,606	0,606	0,172	3,89	9,26	0,025
$N_{20\%+750}$	0,413	0,461*	0,640	14,46	0,008	0,063

*extremum local du modèle élastique, à partir duquel la rigidité cesse de diminuer avec a

10.5.3. Bilan sur la ténacité en fatigue interlaminaire

Le délaminage du composite à renfort 2D homogène dont on connaît le sens de propagation pourra ainsi être modélisé par une interface à l'extrémité de laquelle se trouve le point d'amorçage déterminé par un critère de Hill dans le cas analytique, ou par un critère associé au modèle d'interface endommageable dans le cas d'une simulation numérique. Ce modèle sera toutefois limité par la complexité du chemin de fissuration réel en comparaison avec la « fissure majeure virtuelle » (F.M.V.) de délaminage simulée. Plus encore que dans le cas statique, la tentative de modélisation sans prise en compte des non linéarités liées aux grands déplacements nous amène à formuler des paramètres phénoménologiques finalement peu représentatifs des qualités intrinsèques des matériaux. En phase terminale de fatigue cyclique la F.M.V. envisagée dans le cadre de la mécanique linéaire élastique de la rupture progresse graduellement pendant quelques centaines de cycles au cours desquels la ténacité interfaciale apparente chute rapidement (Figure 97). Dans le cas d'amorçage au bord, nous modélisons une propagation brutale principale unique dont la ténacité d'amorçage à rupture diminuait graduellement en fonction du temps de fatigue préalable (cf. éq. (141) page 112).

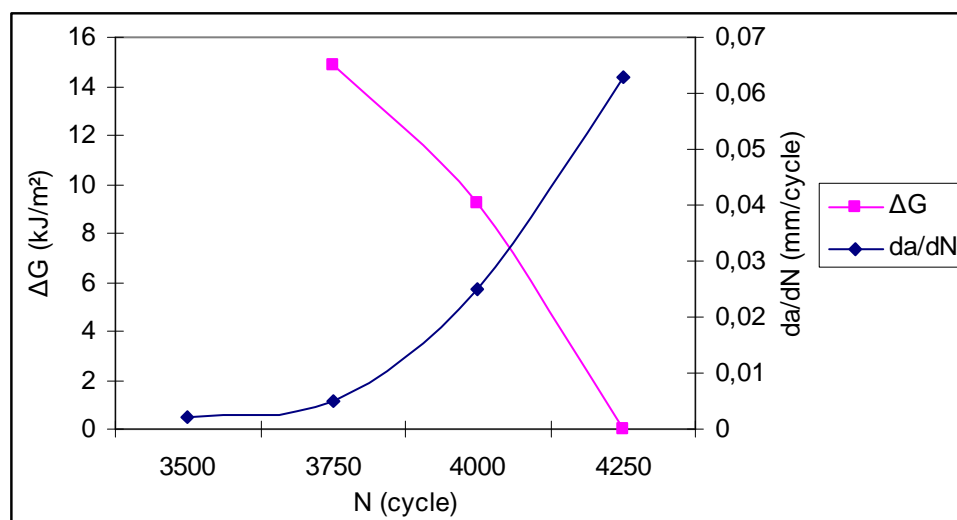


Figure 97. *Simulation de phase terminale de fatigue cyclique à 3Hz - 1,7daN - 170daN d'un anneau 2D en compression latérale*

10.6. Méthodologie générale de simulation numérique

10.6.1. Introduction

Après avoir observé les phénomènes physiques liés à l'amorçage et la propagation du délaminage dans les structures multicouches incorporant des composites à renfort textile, lorsqu'ils interviennent :

- au niveau du joint assurant le transfert de contraintes entre le composite et la structure renforcée, avec la possibilité d'une rupture adhésive, cohésive ou mixte,
- au sein du composite de renfort,

conformément à notre plan d'étude, nous sommes maintenant en mesure de dresser une méthodologie de simulation numérique générale des phénomènes de délaminage de renfort composite intervenant au bord et en zone interlaminaire, envisagés comme un problème d'élasticité plane. Nous nous basons pour cela sur le modèle de zone cohésive exponentiel de Xu et Needleman [XUNE(1994)] implémenté sous le logiciel de calcul par éléments finis ANSYS.

Dans le cas d'une interface multimatérielle aluminium/adhésif/composite nous avons proposé une homogénéisation localisée sous la forme d'une couche interfaciale de propriétés élastiques orthotropes équivalentes. Dans le cas d'un tube composite épais à architecture textile, des approches micromécaniques nous ont fourni des propriétés élastiques orthotropes homogénéisées valables en tout point de la structure. Nous nous sommes donc ramenés dans les deux cas à un problème de fissuration de milieu élastique orthotrope, suivant l'axe d'orthotropie, avec pré-fissuration au bord ou initiation interne.

Au sein du modèle élastique, deux configurations sont nécessaires: la configuration non fissurée où les contraintes présentent un extremum, la configuration fissurée où les contraintes tendent vers l'infini au voisinage du front de fissure (cf. éqs. (40-42), Partie I, § 4.3.) et où les taux critiques élastiques de Griffith correspondent aux travaux de séparation.

10.6.2. Étapes de la simulation

Sans tenir compte des différences de maillage entre les modèles fissurés et non fissurés, les étapes de la simulation numérique peuvent être déclinées comme suit:

1° Positionner la fissure à venir à partir de l'identification de l'interface critique du chargement.

La recherche du lieu d'initiation est un problème de mécanique des milieux continus, qui consiste à rechercher le point maximum des contraintes transverses responsables du délaminage avec un critère comme celui de Hill [CHAN(1989)]. Pour la caractérisation géométrique de la fissure nous avons utilisé comme

hypothèses simplificatrices : *i*) la fissure se propage au sein de l'interface la plus proche de ce point (par exemple, zone interlaminaire $r_d=22,6mm$ ou interface bimatérielle), *ii*) à partir du point de l'interface le plus proche de ce point (par exemple θ_{min} cf.§10.4.2.1. ou $L_l/2$ cf.§7.1.), *iii*) et en suivant les contraintes de cisaillement les plus élevées (par exemple de $\theta=0$ à $\theta=\pi/2$ ou de l'extrémité de joint vers le centre).

2° Construire un modèle élastique pour identifier l'énergie élastique restituée par l'extension de cette fissure.

Seule l'expérience donne les caractéristiques élastiques des matériaux, qui peuvent être affectées par la température, la fatigue ou l'humidité. Pour la plupart des géométries de chargement, les forces à rupture sont liées par le critère de Griffith à des taux critiques en mode mixte G_{I+IIc} correspondant à des combinaisons de taux en mode pur G_I et G_{II} . Ceux-ci peuvent être retrouvés par éléments finis, par exemple avec la méthode de Schmitt. Toutefois, il faut plusieurs expériences pour identifier séparément G_{Ic} et G_{IIc} – paramètres intrinsèques de l'interface – à partir d'échantillons à rupture en mode mixte $I+II$. Dans le meilleur des cas on aura donc recours à des expériences en mode pur. Dans le cas d'une seule expérience en mode mixte $I+II$, une étude paramétrique peut être réalisée *a posteriori* pour faire correspondre l'expérience aux paramètres du modèle de simulation numérique. Les contraintes et travaux de séparation ainsi déterminés participeront au dessin d'une enveloppe de rupture définie par le modèle, mais ne coïncidant pas nécessairement avec d'autres expériences que l'on pourrait effectuer sur les mêmes interfaces dans d'autres configurations de chargement.

3° Paramétrer un modèle de zone cohésive capable de reproduire l'initiation et la propagation de la fissure dans la structure fragile.

Au sein du modèle de zone cohésive fragile, l'initiation dépend des contraintes admissibles, la propagation dépend des travaux de séparation. Le modèle de Xu et Needleman implémenté sous ANSYS ne distingue pas les travaux des séparations normale et tangentielle qui sont considérés égaux (cf. éqs. (64-65), Partie I, §5.6.). De plus, il ne fonctionne que pour une fissure au sein d'un matériau unique, c'est pourquoi une zone cohésive homogène dont le comportement élastique est équivalent à celui de l'interface bi- ou tri- matérielle doit être préalablement définie et positionnée au *locus* d'initiation.

10.6.3. Choix du maillage

La convergence du modèle numérique vers les contraintes élastiques analytiques dépend fortement de la finesse du maillage au voisinage du front de fissure. Dans le modèle élastique pré-fissuré, la pointe de fissure est théoriquement infiniment aigüe, ce qui oblige à recourir à un maillage localement concentré. La Figure 98 montre comment la concentration des nœuds augmente la sensibilité du calcul des contraintes autour du point de singularité, afin de tendre vers les résultats analytiques en $Cste/\sqrt{2\pi r}$ (cf. Partie I, §4.3.). Alors que

le chargement extérieur appliqué est géométriquement en mode I pur, nous retrouvons des contraintes de cisaillement avec une forte élévation au front de fissure : elles sont dues seulement à la disposition géométrique des nœuds qui n'est pas parfaitement symétrique autour de la fissure. Si l'on incorpore une zone cohésive entre les éléments se trouvant en tête de la fissure, il est possible de récupérer les valeurs critiques du modèle élastique pour paramétrer l'amorçage de la rupture cohésive. Cependant, le maillage étant invariant au cours d'un calcul, il n'est pas envisageable de déplacer la zone de maillage raffiné au fur et à mesure que le front de fissure se déplace. Les conditions de l'amorçage initial ne sont donc jamais retrouvées, à moins d'utiliser la même concentration élevée d'éléments le long de la zone cohésive ou bien d'ajuster progressivement les paramètres du modèle de zone cohésive en fonction de la finesse du maillage. La simulation numérique de la fissure fragile est donc soumise à au moins deux obligations :

- i) pour pouvoir utiliser un jeu de paramètres MZC constants pour un matériau donné, il faut un maillage uniforme de la zone;
- ii) pour identifier ces paramètres numériques à partir d'un chargement élastique critique connu, exactement le même maillage doit être utilisé au sein des modèles linéaire élastique et non-linéaire à zone cohésive.

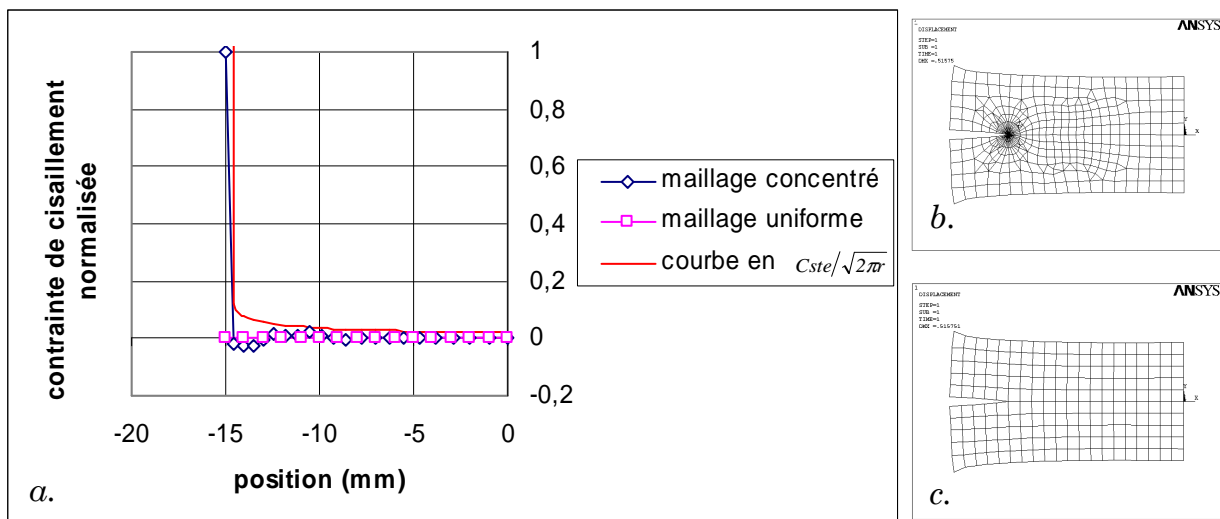


Figure 98. Sensibilité du maillage concentré à une légère dissymétrie géométrique des nœuds sous un chargement de mode I pur.-a.contrainte de cisaillement au voisinage du front de fissure (-15mm) .-b.maillage concentré.-c.maillage uniforme

Si par commodité on emploie un maillage uniforme quelconque pour les deux modèles, il faut s'attendre à ce que, au voisinage du front de fissure, le modèle élastique linéaire ne converge pas vers les concentrations de contrainte prévues par le modèle théorique analytique (cf. Partie I, §4.3.). Pourtant, il est toujours possible de déterminer des valeurs de paramètres reproduisant le comportement macroscopique des parties de structure créées par la fissuration. Cela induit que la notion originelle de ténacité intrinsèque évaluée théoriquement à l'échelle microscopique soit représentée par une ténacité numérique élémentaire généralisée, de valeur différente et fonction de la finesse du maillage.

10.6.4. Identification des paramètres du modèle

L'identification des ténacités numériques élémentaires de cette approche généralisée consiste à effectuer les étapes 1^o 2^o et 3^o sans adaptation du maillage au voisinage du front de fissure. Le maillage uniforme doit cependant être assez fin pour que les contraintes soient justes loin du front de fissure et des points d'application des forces (satisfaction des hypothèses de Saint-Venant). Dans cette configuration, le modèle d'identification des facteurs d'intensité de contrainte ne fonctionne plus, mais des taux de restitution d'énergie élastique numériques G_I et G_{II} peuvent toujours être calculés. Ce sont leurs valeurs sous charge critique qui servent ensuite à connaître les paramètres à donner au modèle de zone cohésive afin d'obtenir une modélisation de l'amorçage à l'échelle structurelle.

$$\begin{cases} \int_0^{\delta_n} \frac{\partial \Phi(\delta)}{\partial \delta'_n} d\delta'_n = G_I \\ \int_0^{\delta_t} \frac{\partial \Phi(\delta)}{\partial \delta'_t} d\delta'_t = G_{II} \end{cases} \quad (S13)$$

Pour le calcul de G_I et G_{II} , la fragilité de la rupture permet d'utiliser pour appliquer la méthode de Schmitt l'élément d'interface cohésive en lieu et place de l'élément de barre. Dans un premier calcul, la contrainte normale d'initiation σ_{max} est fixée arbitrairement à une valeur très élevée (par exemple 1000MPa) de façon à pénaliser fortement le déplacement relatif des nœuds initialement superposés. Les valeurs de $\bar{\delta}_n$ et $\bar{\delta}_t$ seront également choisies très proches de zéro : on identifiera ainsi les efforts F_i , les contraintes normale σ_{EF} et de cisaillement τ_{EF} , et les séparations δ_n et δ_t aux nœuds sous charge critique. Dans un deuxième calcul, la contrainte d'initiation sera réduite à zéro au sein du premier élément cohésif en tête de fissure, et on relèvera les déplacements à ses nœuds I,J,K,L (Figure 99). Ils permettront ensuite d'identifier simplement G_I et G_{II} grâce à deux équations (228) semblables à l'équation (49) en prenant la longueur de l'élément pour Δa , par analogie avec la méthode de Schmitt.

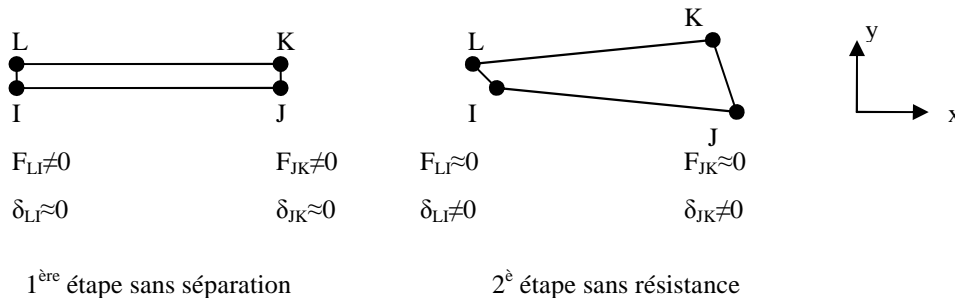


Figure 99. Etapes de la méthode de calcul des G_I et G_{II}

$$G_I = \frac{F_{LIn} \delta_{LIn} + F_{JKn} \delta_{JKn}}{2b\Delta a} \quad ; \quad G_{II} = \frac{F_{LI} \delta_{LI} + F_{JKt} \delta_{JKt}}{2b\Delta a} \quad (228)$$

Le cas de rupture en mode mixte I+II considéré sera alors modélisable par tout jeu de paramètres réels positifs $\sigma_{max}, \delta_n, \delta_t, \bar{\delta}_n, \bar{\delta}_t$ vérifiant le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} T_t = \frac{\partial \Phi(\delta)}{\partial \delta_t} = 2e\sigma_{max} \frac{\bar{\delta}_n}{\bar{\delta}_t} \Delta_t (1 + \Delta_n) e^{-\Delta_n} e^{-\Delta_t^2} = \tau_{EF} \\ T_n = \frac{\partial \Phi(\delta)}{\partial \delta_n} = e\sigma_{max} \Delta_n e^{-\Delta_n} e^{-\Delta_t^2} = \sigma_{EF} \\ \int_0^{\delta_n} T_n(\delta'_n) d\delta'_n = \sigma_{max} e^{1-\Delta_t^2} (\bar{\delta}_n (1 - e^{-\Delta_n}) - \delta_n e^{-\Delta_n}) = G_I \\ \int_0^{\delta_t} T_t(\delta'_t) d\delta'_t = \sigma_{max} e^{1-\Delta_n} (\bar{\delta}_n + \delta_n) (1 - e^{-\Delta_t^2}) = G_{II} \\ \phi = 2e\sigma_{max} \bar{\delta}_n = (G_I + G_{II}) / 2 \\ \Delta_n = \frac{\delta_n}{\bar{\delta}_n} \\ \Delta_t = \frac{\delta_t}{\bar{\delta}_t} \end{array} \right. \quad (S14)$$

Les séparations δ_n et δ_t vont dépendre des choix des valeurs de $\bar{\delta}_n$ et $\bar{\delta}_t$ lors du premier calcul de la méthode de Schmitt. Le comportement élastique fragile sera bien représenté si ces valeurs sont suffisamment faibles pour que les contraintes obtenues soient identiques à celles d'un modèle purement élastique linéaire. Compte tenu de la précision des calculs, cette condition serait remplie en fixant $\bar{\delta}_n = \bar{\delta}_t = 1.10^{-12}$ lors de la première étape de la méthode de Schmitt. Mais comme il faut ensuite pouvoir faire évoluer δ_n et δ_t entre zéro et leurs valeurs maximales $\bar{\delta}_n$ et $\bar{\delta}_t$, celles-ci ne doivent pas être aussi faibles que la précision des calculs. Satisfaire le système(S14) est difficilement envisageable avec un jeu de seulement trois paramètres ajustables, c'est pourquoi le choix des paramètres relève de l'interprétation du cas de chargement.

10.6.4. Application à l'amorçage au bord

Avec le maillage présenté Figure 60 de la poutre aluminium renforcée sur sa face inférieure par une plaque composite, nous mettons ici en application la modélisation de la rupture interfaciale avec le potentiel de Xu et Needleman [XUNE(1994)]. La position de la fissure est d'ores et déjà connue, ainsi que le locus d'initiation en extrémité de joint. Nous avons besoin de connaître G_I et G_{II} en extrémité de joint. Conformément à la méthode précitée, nous disposons une zone cohésive entre les deux éléments situés en tête de fissure de part et d'autre du chemin de fissuration. Nous travaillons à force imposée sous une charge statique de 17000N qui correspond aux ordres de grandeur expérimentaux de la charge critique. En effet, même en tenant compte de la loi de comportement

non linéaire de l'aluminium, la réponse de l'assemblage est monotone jusqu'à 17000N, qui est la coordonnée la mieux connue du point critique. Les paramètres utilisés selon la méthode analogue à celle de Schmitt lors des deux étapes du calcul sont résumés au Tableau 16. Avec la largeur $b=25\text{mm}$ et la longueur des éléments fixée à $\Delta a=0,5\text{ mm}$, les formules (228) donnent finalement $G_I=134,9\text{ J/m}^2$ et $G_{II}=703,8\text{ J/m}^2$.

Tableau 16. *Données et résultats des deux calculs effectués sous ANSYS pour l'identification de G_I et G_{II} dans le cas de l'assemblage collé aluminium composite*

	1ère étape		2ème étape	
σ_{max} (MPa)	1.10 ³		1.10 ⁻⁹	
$\bar{\delta}_n$ (mm)	1.10 ⁻⁶		1.10 ⁰	
$\bar{\delta}_t$ (mm)	1.10 ⁻⁶		1.10 ⁰	
	n	t	n	t
F_{LI} (N)	108,86	1171	1,52.10 ⁻¹⁰	1,68.10 ⁻¹⁰
F_{KJ} (N)	368,65	1600,9	1,18.10 ⁻¹⁰	2,43.10 ⁻¹⁰
δ_{LI} (mm)	8,11.10 ⁻¹⁰	6,43.10 ⁻⁸	9,74.10 ⁻³	4,13.10 ⁻³
δ_{KJ} (mm)	2,73.10 ⁻⁸	7,70.10 ⁻⁸	6,27.10 ⁻³	7,97.10 ⁻³
T_{LI} (MPa)	2,2042	349,7	2,62.10 ⁻¹¹	2,25.10 ⁻¹¹
T_{KJ} (MPa)	74,198	418,48	1,69.10 ⁻¹¹	4,33.10 ⁻¹¹

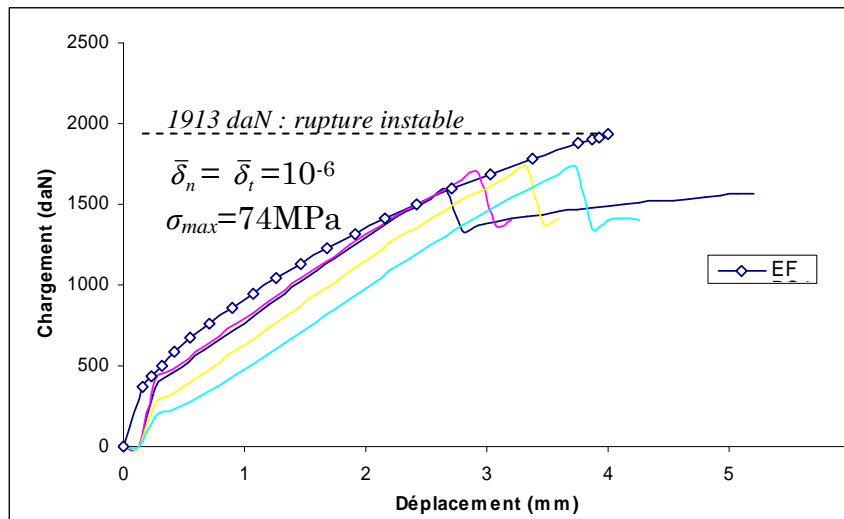


Figure 100. *Illustration de la limite rencontrée par le logiciel d'éléments finis du fait de l'instabilité de la rupture (Courbe EF vs expériences de la Figure 56)*

Ces résultats sont obtenus pour une fissure traversant le premier élément de zone cohésive, et en supposant qu'elle s'arrête après avoir franchi la distance Δa . G_I et G_{II} correspondent donc aux énergies de décohésion du premier élément seulement, en somme 838J/m^2 . Le calcul théorique de l'énergie élastique disponible au moment de la rupture à partir des pics de force expérimentaux des différentes éprouvettes nous avait indiqué en moyenne $G_{I+IIc}=2246\text{ J/m}^2$ (cf. §8.7.) sans prendre en considération l'écroutissage de l'aluminium. Quels que soient les

paramètres entrés, un nouveau problème que nous ne résoudrons pas ici se pose : même à déplacement imposé nos efforts de simulation numérique s'arrêtent systématiquement au point de rupture instable (Figure 100), l'instabilité empêchant la convergence des calculs numériques, en raison de l'annulation ponctuelle de la rigidité.

10.6.5. Application à l'amorçage interlaminaire

Un quadrant ($t=4$ mm ; $r_0=23$ mm ; $L=20$ mm) de l'anneau de tube tressé 2D étudié a été maillé de façon régulière avec l'élément plan SOLID42 d'ANSYS et une zone cohésive uniforme en deux dimensions a été placée au niveau de la Fissure Majeure Virtuelle envisagée plus haut (Figure 101). La fissure va donc s'initier quelque part au sein de la zone cohésive, la difficulté étant ici que l'on ne connaît pas à l'avance le locus d'initiation.

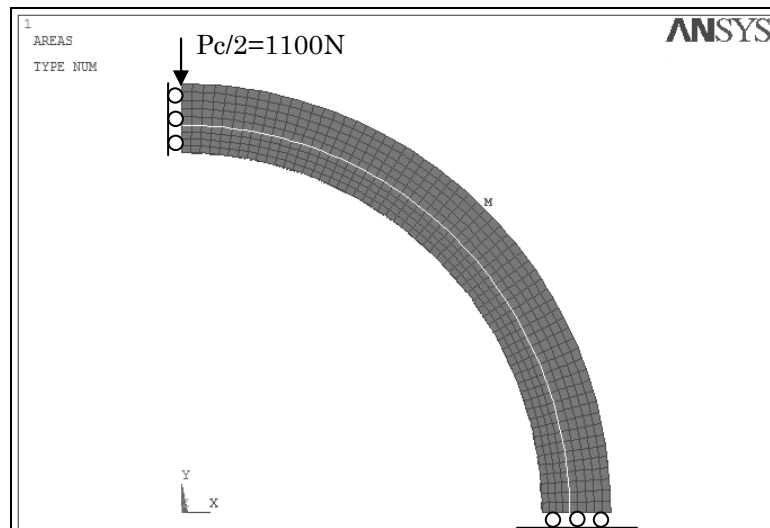


Figure 101. Maillage réalisé sous ANSYS pour le délaminage de l'anneau en compression latérale

Dans un premier temps, une simulation du comportement élastique a été réalisée avec $\sigma_{max}=1000$ GPa, $\bar{\delta}_n=10^{-6}$ mm et $\bar{\delta}_t=10^{-6}$ mm. Nous obtenons sur le nœud le plus chargé au sens du critère de Hill (cf. §10.4.2.1.) $\sigma_{EF}=10,004$ MPa en traction et $\tau_{EF}=20,860$ MPa en cisaillement transverse. Ce nœud se situe à $x=2,36$ mm et $y=22,48$ mm dans le repère cartésien (Figure 101). Les déplacements de séparation normale et tangentielle δ_n et δ_t sont comme prévu très faibles, de l'ordre de 10^{-10} mm. Afin de reproduire les conditions précédentes d'équilibre biaxial de la zone cohésive, nous choisissons de prendre à nouveau $\bar{\delta}_n=\bar{\delta}_t$; $\sigma_{max}=10$ MPa. Les valeurs faibles de $\bar{\delta}_t$ nous conduisant systématiquement à des divergences, nous les avons incrémentées graduellement pour vérifier si la dissipation d'énergie croissante associée à la séparation de l'interface pouvait servir à amortir le changement brutal de rigidité. Nous avons trouvé au cours de ce balayage paramétrique que pour $\sigma_{max}=9$ MPa et $\bar{\delta}_n=\bar{\delta}_t=0,2$ mm, le logiciel est capable de proposer un véritable pic de force. Sur la Figure 102 nous avons représenté ensemble le résultat numérique, et le résultat

expérimental d'un quadrant obtenu en divisant par deux la charge de l'anneau entier. Il s'agit d'un cas de figure unique que nous n'avons retrouvé que partiellement (sans le pic de force) en augmentant le pas de temps. Nous remarquons que la modélisation élastique de la structure conduit à une rigidité très élevée dans le domaine post-rupture, car du fait des grands déplacements, les conditions de réamorçage ne sont pas réunies pour affecter la rigidité globale de la structure, et de plus la pseudo-plastification des rotules n'est pas modélisée. Ce résultat peut néanmoins aider à cautionner la technique de gestion de l'instabilité par incorporation d'éléments amortisseurs qui sera présente dans la 11^e version du logiciel ANSYS.

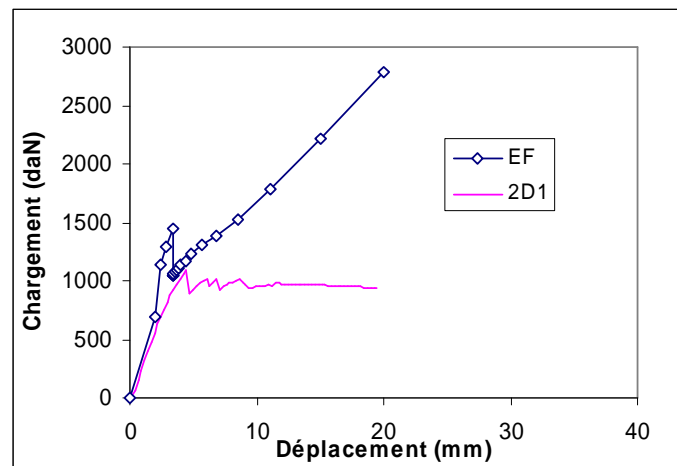


Figure 102. *Comparaison entre un résultat du modèle numérique et l'expérience*

10.6.7. Conclusions

En principe, l'outil de modélisation par zone cohésive d'ANSYS contient tous les ingrédients pour modéliser de façon continue une rupture par propagation fragile, arrêts et réamorçages successifs chaque fois que la contrainte en fond de fissure franchit son seuil critique. En pratique, nous nous heurtons au problème de l'instabilité de la structure, qui doit être abordé de façon très spécialisée en fonction de l'outil de calcul employé. Nous sommes capables de modéliser le chargement jusqu'au point de rupture, où le calcul diverge dans la grande majorité des cas. De nouvelles applications incorporant des éléments d'amortissement destinés à résoudre de tels problèmes sont en cours de commercialisation par le fournisseur du logiciel ANSYS. A terme, il est souhaité de modéliser à la fois le chargement, la rupture instable, et le comportement post-rupture dans une même simulation structurale. Finalement la modélisation de la rupture fragile ne se fera ici que dans le cas de ruptures suffisamment stables pour pouvoir substituer, à une énergie de séparation réelle faible conduisant à des séquences d'initiation/propagation/arrêt/réamorçage successifs, une énergie supérieure conduisant à une séparation continue évitant les annulations instantanées de la rigidité globale. Ce sera notamment le cas des modèles de rupture en mode pur où contrairement aux modes mixtes une annulation des contraintes dans une direction n'entraîne pas automatiquement par fissuration une libération de l'énergie élastique stockée dans l'autre.

Conclusions de la Partie II

Nous avons procédé à l'observation physique de deux ruptures en mode mixte I+II : celle d'une interface collée tri-matérielle en extrémité de joint (*locus i*) avec amorce de rupture, celle de tubes en tresses de fils de carbone superposées et injectées de résine en zone interlaminaire (*locus ii*).

Nous avons constitué des modèle élastiques tirés de la mécanique de poutres, la théorie des stratifiés, la mécanique des milieux continus tenant compte de l'anisotropie pour identifier les contraintes de cisaillement interlaminaire et de pelage responsables de ces ruptures d'interfaces.

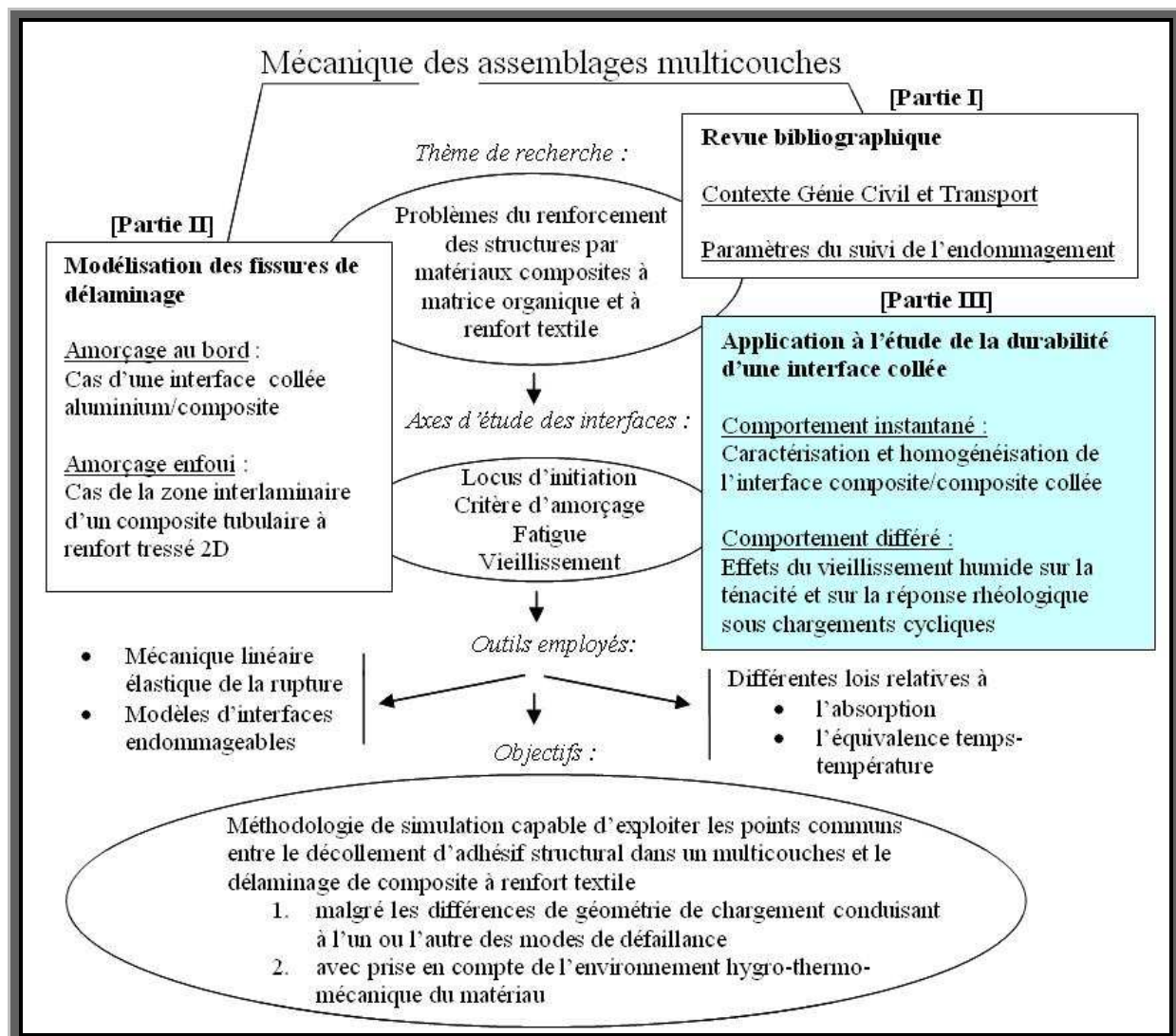
L'étude du joint collé aluminium/composite considéré comme une interface forte avec des contraintes constantes dans l'épaisseur du joint nous a permis de montrer l'instabilité de la propagation de fissure initiée en extrémité de joint par flexion trois points. En effet, la force de rupture disponible sur la longueur de recouvrement est supérieure à la force nécessaire pour amorcer la rupture au bord. Les différents traitements de surface de l'aluminium essayés n'ont pas influencé significativement cette force en statique, mais ont joué un rôle en fatigue. Sans observer de propagation sous-critique mesurable, nous avons obtenu des ruptures soudaines avec des niveaux force critique régressifs suivant des droites de Wöhler, de pente plus faible pour le traitement mécano-chimique vis-à-vis des traitements chimiques et mécaniques. Cela implique une évolution de la ténacité interfaciale en fatigue et/ou un fluage de l'aluminium. Nous avons également modélisé les contraintes résiduelles de mise en œuvre générées par l'hybridation aluminium/composite et montré qu'elles s'opposent à celles provoquées par le chargement de flexion, favorablement à la tenue du joint. La ténacité interfaciale a ainsi été représentée par le taux de restitution d'énergie élastique en statique et son évolution en fatigue.

Des essais de compression latérale sur tubes tressés ont suffi à provoquer une rupture fragile en cisaillement interlaminaire prépondérant. Nous avons cherché à modéliser le comportement structural statique présentant une charge critique et des amorçages successifs de fissure au moyen d'une fissure majeure virtuelle (FMV) initiée dans un milieu orthotrope continu homogène. Le problème de l'initiation de fissure avec une énergie nulle au sens de Griffith a été envisagé à déplacement imposé en incorporant la notion de longueur critique d'amorçage. Les résultats, satisfaisants du point de vue phénoménologique, ne semblent pas apporter des informations sur les propriétés intrinsèques des matériaux, les taux de restitution obtenus théoriquement étant particulièrement élevés. En comparant les résultats de tests de fatigue en compression latérale sur tubes à tressage bi- et tri-dimensionnel nous avons vu comment la disposition de fibres dans la direction transverse modifie les conditions de coalescence des défauts pouvant conduire au délaminage.

Comme détaillé en Partie I, le problème de l'initiation se résout avec une densité d'énergie de type Barenblatt, à l'image de celle implémentée dans le modèle de zone cohésive d'ANSYS. Dans le cas d'amorçage au bord où il y a pré-fissure, nous avons pu mesurer les taux de restitution associés à l'amorçage en mode mixte I+II avec une méthode inspirée de celle de Schmitt. Pour utiliser le modèle non linéaire de fissuration numérique nous avons eu besoin toutefois de simplifier la modélisation de la zone interfaciale tri-matérielle avec une homogénéisation faisant appel à des propriétés élastiques équivalentes, bien justifiées en cas d'épaisseur relative faible du composite de renfort. La simulation aux éléments finis donne accès à la prise en compte de la plastification de l'aluminium, mais est limitée par les problèmes d'instabilité de la structure au moment de l'amorçage, dont les coordonnées force-déplacement peuvent être retrouvées par le paramétrage de la zone cohésive. Dans le cas de l'initiation interlaminaire sans pré-fissure, le même constat est fait concernant l'instabilité : le *locus ii* est bien retrouvé ainsi que ses coordonnées d'amorçage, mais l'instabilité empêche de poursuivre la modélisation au-delà du point critique. Nous avons donc validé une démarche d'identification des propriétés de ténacité d'un assemblage dans une structure. Avec l'outil numérique employé, nous pourrions l'appliquer au comportement post-rupture essentiellement dans les cas où la fissuration fragile à énergie de séparation quasi-nulle avec arrêts et réamorçages successifs pourra être remplacée par une fissuration continue à énergie de séparation moyenne équivalente. C'est ce que nous allons constater dans la partie applicative suivante, qui concerne le suivi de l'évolution avec le vieillissement humide des paramètres de ténacité en mode pur d'un assemblage homogénéisé.

PARTIE III :

APPLICATION A L'ETUDE DE LA DURABILITE D'UNE INTERFACE COLLEE



Section 5. Propriétés instantanées en élasticité linéaire

Chapitre 11. Introduction à l'étude de durabilité

11.1. Présentation de la démarche

La résistance à la fissuration interfaciale des matériaux stratifiés et structures multicouches dépend de leur capacité à supporter des sollicitations dans le sens de l'épaisseur, comme le pelage et le cisaillement transverse. Pour obtenir la caractérisation des ténacités découplées en modes I et II d'une interface collée composite/composite nous allons d'abord procéder à l'identification des propriétés essentielles utiles à la modélisation de son chargement transverse. Dans le cadre de l'élasticité linéaire orthotrope il s'agira de déterminer sa réponse apparente à l'échelle mésoscopique à partir de mesures macroscopiques effectives sur des empilements à géométrie variable. Le pont entre les deux échelles sera établi sur la base de modèles simples, issus de la théorie des stratifiés (cf. Partie I, Chapitre 2). La non uniformité de la réponse à une sollicitation de flexion — faisant intervenir des gradients de traction, compression, cisaillement ; nous conduira à adopter l'échelle d'un volume représentatif de l'interface. Une modélisation empirique de l'influence du taux volumique de fibres sur les coefficients élastiques de ce milieu considéré homogène sera alors proposée.

Par la suite, nous tenterons de mettre en corrélation avec l'évolution de la ténacité interfaciale le rôle principal joué par la matrice dans les mécanismes de dégradation de propriétés par vieillissement humide. Dans le cadre de la viscoélasticité linéaire, des essais harmoniques en DMA (Dynamic Mechanical Analysis) seront utilisés tant pour l'interprétation qualitative des essais statiques, que pour la mise en évidence des relations d'équivalence temps-température-endommagement. Nous prendrons en compte des périodes longues de saturation en humidité relative, suivies de séchages, grâce à une analyse synthétique de la cinétique de diffusion d'eau. Les réponses différées de l'interface collée composite/composite avant et après vieillissement humide seront comparables grâce à une démarche de calcul de fonction de fluage.

En nous inspirant des conclusions principales de la Partie II, nous allons formuler la démarche semi-analytique d'identification des paramètres du modèle d'interface endommageable permettant de simuler numériquement la ténacité de l'interface étudiée de façon indépendante. Les questions de durabilité seront abordées comme la lecture de l'évolution de ces paramètres en fonction du scénario de vieillissement dans le but d'éprouver les limites de la méthode.

11.2. Nature et mise en œuvre des matériaux

Le composite utilisé pour cette partie de la thèse est le composite carbone-époxy à architecture satin 4H (référence Hexcel Composites : G939) présenté au cours de la Partie II. Seuls l'adhésif et le traitement de surface sont quelque peu modifiés : la formule de l'adhésif reste la même qu'en Partie II mais désormais il se présente sous une version supportée, c'est-à-dire qu'afin de contrôler l'épaisseur du joint celui-ci est constitué d'un tissu polyamide (PA12) orthotrope de faible grammage préimprégné de cet adhésif. De même le traitement de surface du composite est toujours effectué avec un pli de pelage à arracher avant l'application de l'adhésif, mais cette fois le pli de pelage est préimprégné d'une résine à basse viscosité compatible avec l'adhésif et la résine du composite, ce qui améliore l'ancrage chimique à l'interface.

De même que précédemment, les plaques à coller sont cuites à l'avance en autoclave, entre deux plis de pelage, suivant le cycle de température et de pression réservé à la résine M18/1 (cf. §6.3.). Une fois revenu à température ambiante les plis de pelage sont arrachés et le pli préimprégné d'adhésif est utilisé pour joindre deux plaques, chaque assemblage ainsi réalisé étant ensuite soumis en autoclave au cycle de cuisson de l'adhésif Redux 322 (cf. §6.4.). Différents agrandissements d'images scanner comme celui de la Figure 103 nous ont conduit à déterminer une épaisseur finale de joint de 0,2 mm suivant cette procédure avec une incertitude de 0,04 mm liée à un écart-type sur cinq éprouvettes.

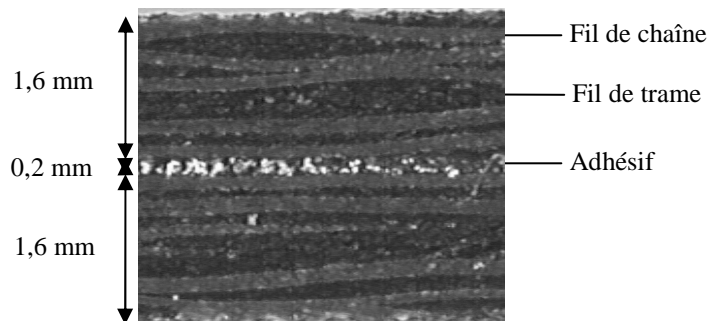


Figure 103. Coupe transversale d'un assemblage collé

La finalité de l'étude est de pouvoir inclure la durabilité de l'assemblage dans les calculs de dimensionnement d'un joint collé. L'objectif que nous allons suivre sera de caractériser l'effet sur la ténacité et la rigidité de l'assemblage collé des transformations irréversibles dues à la présence d'eau dans son environnement de service.

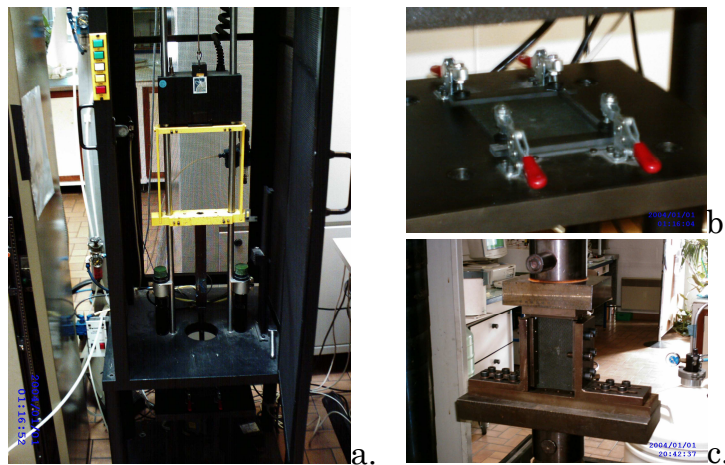
11.3. Pré-étude du vieillissement accéléré

Dans le contexte de l'étude de durabilité de l'assemblage, nous souhaitons observer qualitativement l'effet de l'eau sur ses propriétés mécaniques avant d'en déduire une proposition de méthodologie expérimentale. Afin de simuler un environnement de service avec sollicitations hygrothermomécaniques sévères,

nous avons choisi de combiner une épreuve d'immersion dans l'eau bouillante avec une épreuve de compression après impacts répétés.

11.3.1. Compression après impacts répétés (CAIR)

Pour des matériaux composites sujets au délaminage l'essai de compression après impact (CAI) consiste à vérifier la résistance résiduelle statique en compression longitudinale statique à 1 mm.min^{-1} d'une plaque après qu'elle ait été impactée transversalement. Les composites à matrice époxy sont plus sensibles à la compression qu'à la traction [BATH(1997)]. Ce phénomène est aggravé par la présence d'un impact, augmentant le risque de flambement localisé par séparation des plis dans la zone de faiblesse. Les conditions de fixation lors des essais (bords en appui simple, Figures 104) sont représentatives d'un élément de coque subissant un impact à basse vitesse, et sont décrites pages 10 à 14 de la norme AITM1-0010 de la société Airbus.



Figures 104. *Dispositif de compression après impact conforme à la norme AITM1-0010 a. appareil de choc instrumenté par chute de masse b. fixation de l'éprouvette avant impact c. dispositif de compression longitudinale post-impact*

Pour évaluer l'endurance mécanique de nos assemblage collés à température ambiante nous nous sommes inspirés de cette norme, principalement en y remplaçant les échantillons composites prévus par des assemblages de composites collés, et en y incorporant la répétition de l'impact (CAIR). Cette répétition, simulant le cumul des sollicitations multiaxiales subies par la plaque au cours de sa durée de vie, est beaucoup plus efficace qu'un essai de fatigue dans le sens des fibres*. Le niveau d'énergie de 6J à la vitesse de $1,6 \text{ m.s}^{-1}$ pour des impacts par chute de masse répétés trente fois a été déterminé comme étant susceptible de provoquer des fissures transversales accompagnées de délaminage grâce à une observation au C-Scan (Figure 105) d'échantillons supplémentaires sacrifiés. Nous nous sommes ainsi assurés que la ténacité interfaciale intervenait bien dans ce processus d'endommagement accéléré par impacts répétés, sans toutefois être le principal consommateur d'énergie compte

* Lors de tentatives de dégradation en fatigue en flexion trois points dans le sens des fibres, sur le matériau carbone-époxy Hexcel M18/1-G939-43%, nous n'avions pas obtenu de variation de rigidité significative même après 10^5 cycles à fort taux de déformation.

tenu des ruptures de fibres en traction observées sur la face opposée. On observe sur chacune des éprouvettes Figure 105 la zone de délaminage ronde au centre d'où part une fissure dans le sens longitudinal correspondant à la rupture de fibres en traction dans le plan.

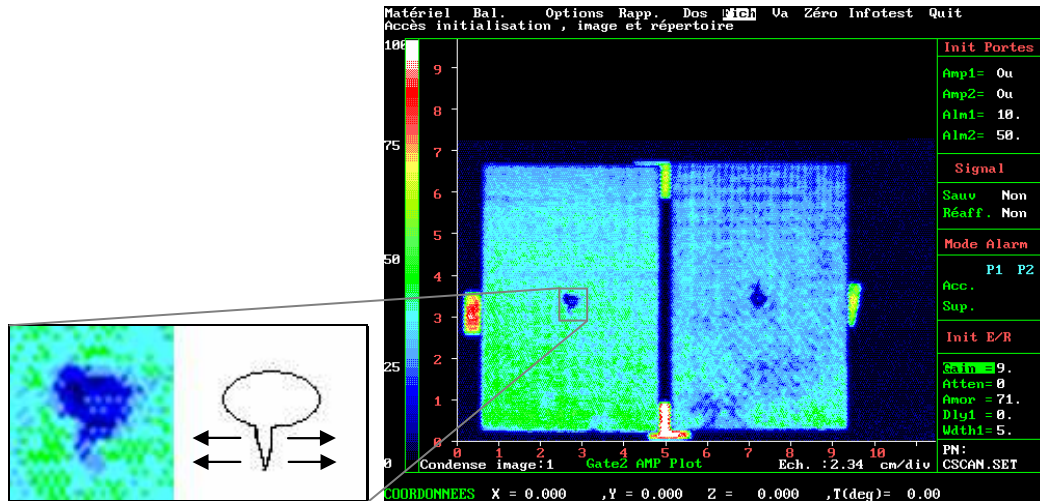


Figure 105. Ecran de contrôle du C-Scan : deux éprouvettes impactées au centre à 6J avec délaminage

11.3.2. Immersion en eau bouillante

Certains échantillons ont été préalablement soumis soit à de l'absorption d'eau, soit à un cycle absorption/désorption d'eau. Pour simuler un vieillissement humide accéléré, nous avons placé les échantillons désignés dans un ballon d'eau chauffée à 100°C surmonté d'une colonne de condensation permettant de conserver un niveau de liquide stable sur une longue durée par récupération permanente des vapeurs condensées.

11.3.3. Résultats

Nous avons pu comparer huit éprouvettes de dimensions suivantes : 150 mm de longueur, 95 mm de largeur et 3,2 mm d'épaisseur, obtenues par collage et découpe de plaques composites de 1,5 mm d'épaisseur. Trois éprouvettes « sèches » ont été directement testées en CAIR, trois éprouvettes « humides » ont été immergées pendant 15 heures avant CAIR, deux éprouvettes « séchées » ont été immergées 15 heures puis séchées par étuvage trois jours à 80°C avant CAIR. Cette démarche se veut représentative du comportement à l'humidité de l'assemblage des deux fibres (carbone, polyamide) et des trois polymères en présence (matrice, adhésif, traitement de surface du composite).

L'accéléromètre solidaire de l'impacteur sphérique nous donne la déflexion au point d'impact et la force de résistance maximale enregistrées au moment de l'impact, que nous convertissons en rigidité. Ainsi nous constatons Figure 106 que même si les éprouvettes sèches résistent mieux au premier impact, l'allure générale est la même pour toutes les éprouvettes avec une décroissance rapide

entre les deux premiers impacts — entre le deuxième et le troisième pour les éprouvettes sèches ; puis beaucoup plus lente. Cette allure est en bon accord avec les variations de rigidité enregistrées en général pour la fatigue des composites à fibres longues et à matrice époxy [VANP(2000)] cf. § 3.2.2.

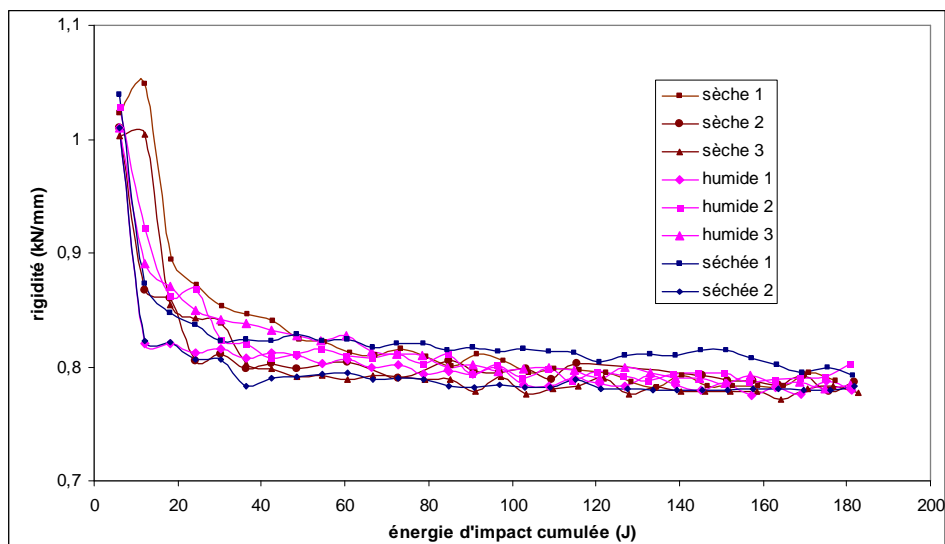


Figure 106. Pertes de rigidité progressives des différentes éprouvettes collées soumises à trente impacts de 6 Joules à $1,6 \text{ m.s}^{-1}$ à température et humidité relative ambiantes (25°C , $50\%HR$)

En classant les éprouvettes en fonction de l'amplitude de la perte de rigidité initiale Figure 106, les éprouvettes séchées sont les plus rapidement endommagées par les chocs transversaux, suivies des humides et enfin des sèches. En ce qui concerne la rupture en compression longitudinale Figure 107, elle intervient prioritairement sur les éprouvettes séchées (174 MPa), puis sur les éprouvettes sèches (176 MPa) et enfin sur les éprouvettes humides (199 MPa). Néanmoins la faible différence entre éprouvettes sèches et séchées compte tenu de la dispersion et du nombre d'échantillons s'interprète aussi comme étant liée à la réversibilité du phénomène d'absorption d'eau.

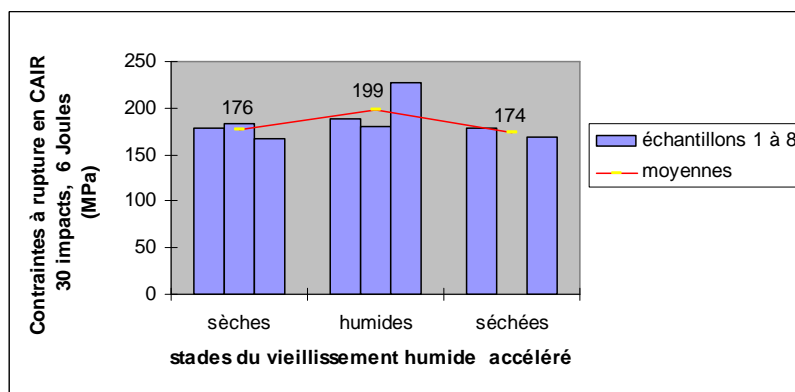


Figure 107. Evolution de la contrainte à rupture en CAIR en fonction de l'histoire hygrothermique

11.3.4. Interprétation des résultats - Conclusions

L'absorption d'eau entraîne des pertes d'endurance de l'assemblage collé vis-à-vis de sa rigidité en indentation transversale dynamique, qui sont aggravées par la désorption. Vis-à-vis de la tenue en compression longitudinale, la présence d'eau dans la matrice améliore la contrainte à rupture par plastification des polymères, tandis que la désorption ramène cette contrainte autour de sa valeur initiale. Cependant, l'observation des rigidités ne renseigne pas de façon probante sur la réversibilité du phénomène d'absorption. Comme les conditions de diffusion de l'eau sont maximales en immersion à 100°C, seule l'augmentation des temps de séjours est susceptible d'amplifier suffisamment les phénomènes irréversibles jusqu'à ce qu'une variation de contrainte à rupture soit mesurable.

Pour la suite de l'étude, des environnements humides plus réalistes seront donc reconstitués sur de plus longues périodes grâce à l'emploi d'étuves hygrothermorégulées en humidité relative (Figure 108). Ces étuves permettent d'imposer une température et un taux d'humidité relative aux échantillons pendant plusieurs mois. L'avantage par rapport à l'immersion est que les phénomènes possibles en conditions de service sont cinétiquement activés sans risque de dénaturation par des échanges chimiques au contact de la solution.



Figure 108. *Etuve hygrothermorégulée en humidité relative*

Dans cette pré-étude la contrainte à rupture en compression longitudinale est indirectement corrélée à la taille des défauts et notamment au délaminage, favorable à la rupture par micro flambement des plis. Pour avoir des mesures directes de la rigidité et de la ténacité de l'assemblage, des géométries d'éprouvettes spécifiques à la mécanique de la rupture seront préférentiellement utilisées dans l'étude qui suit. Nous utiliserons notamment des éprouvettes normalisées pour mesurer les taux de restitution d'énergie élastique en modes I et II inspirées respectivement des normes AITM1-0053 et AITM1-0006 de la société Airbus. Afin de quantifier les effets de l'humidité qui seront alors observables, nous allons maintenant établir une méthodologie de caractérisation mécanique instantanée et à long terme de l'assemblage collé.

Chapitre 12. Caractéristiques équivalentes de l'adhésif au sein de l'interface

12.1. Introduction

Les composites à renfort textile tissé équilibré étudiés se présentent sous forme de plaques constituées de couches élémentaires orthotropes superposées dans un repère tridimensionnel cartésien.

Les mesures en aval de rigidités élastiques de plaques permettent grâce aux hypothèses simplificatrices de la théorie des plaques stratifiées de remonter à la loi plane élastique de pli (cf. §2.3.). La trivialité de la démarche lorsque les plis sont identiques entre eux s'estompe rapidement dans le cas d'un assemblage collé, lorsque l'on veut identifier indirectement les propriétés du pli adhésif incorporé. *A priori*, un modèle complet exige de connaître les caractéristiques indépendantes de chaque constituant de l'assemblage. Mais en exploitant les caractéristiques d'une éprouvette faite d'adhésif seul, ne risque-t-on pas de passer outre les effets d'interphase spécifiques au procédé de mise en œuvre et à la solution de collage ?

Principalement, la solution de collage intègre un traitement de surface physico-chimique à base de polymère contrôlant le mode de transfert des contraintes d'un substrat spécifique vers l'adhésif. Le fonctionnement de l'interphase polymérique créée dépend de l'ensemble des paramètres du procédé de mise en œuvre, y compris des rugosités et hétérogénéités superficielles, et des dilatations thermiques responsables des contraintes résiduelles. En considérant l'épaisseur faible du pli adhésif, on se doit d'envisager l'importance relative des phénomènes microscopiques engendrés par le procédé de collage et les écarts macroscopiques que leur absence peut générer dans le cas d'un test sur stratifié constitué d'adhésif seul soumis à une charge uniforme.

Il convient d'invoquer ici une raison complémentaire d'ordre pratique, tenant à la forte réactivité des systèmes adhésifs par rapport aux matrices, et à ses conséquences générales sur la sécurité des personnes et du matériel. La réaction de polymérisation d'un adhésif est en effet plus rapide que celle d'une matrice d'abord pour des raisons industrielles, ensuite parce que les chaînes macromoléculaires formées sont plus courtes. Cela signifie, avant cuisson, une viscosité plus faible améliorant le mouillage, et après cuisson une densité de nœuds de réticulation plus élevée, soit une plus grande rigidité* combinée à une fragilité accrue. Dès lors, avec la cuisson d'un stratifié épais constitué uniquement d'adhésif se pose le problème de vitesse des échanges thermiques entre la couche externe au contact de l'outillage en température et le cœur de la pièce. Au cours de sa transition liquide - gel - solide, qui est exothermique, le matériau devient isolant thermiquement en paroi et produit de la chaleur à cœur. Il en découle que les conditions quasi isothermes requises pour obtenir une

*Un module de cisaillement $G = \rho RT / M_c$ plus grand est recherché mais $G = E / 2(1 + \nu)$, et souvent E plus grand et ν plus faible signifient allongement à rupture réduit dans le cas d'un polymère thermodurci.

histoire thermomécanique comparable à celle de la cuisson d'un joint de colle de faible épaisseur nécessitent un allongement très important des temps de cycle. Seules des rampes de montée en température très lentes rendent possible l'évacuation de la chaleur exothermique à travers des parois de plus en plus isolantes. A l'inverse, l'inévitable combustion du mélange réactif causée par l'augmentation interne de température en cas de non-évacuation de la chaleur exothermique cause des émanations toxiques et la pollution de l'outillage et des conduites d'air par ses résidus.

Nous pouvons illustrer ce dernier constat en détaillant le contenu de la Figure 109. Afin de polymériser un empilement épais de tissus en fibres de polyamide thermoplastiques préimprégnés d'adhésif dont la température de polymérisation nominale est de 175°C, pendant 60 min sous une pression de 3 Bar, précédée d'une rampe de montée en température de 2°C/min, nous avons tenté d'utiliser un cycle à gradient de température minoré. En calquant la procédure valide pour les tissus de fibres de carbone préimprégnés de matrice polymérisable à 180°C, nous avons incorporé au cycle un palier de 60 min à 135°C et prévu des rampes de 1°C/min. La conductivité thermique du thermoplastique étant très inférieure à celle des fibres de carbones, cette précaution n'a pas suffi à ralentir la solidification des parois pour permettre à la chaleur exothermique d'être évacuée à temps, et l'empilement est entré en combustion au bout de deux heures trente environ, atteignant des températures anormalement élevées.



Figures 109. Conséquence du confinement de la chaleur exothermique lors de la tentative de cuisson d'un empilement épais de Redux 222 supporté. a. aspect initial du drapage b. drapage auto-carbonisé

A défaut d'un équipement adapté de rhéologie et chimie macromoléculaire, les risques sont trop sérieux pour rechercher en tâtonnant le cycle de cuisson convenable. En somme, du fait de sa fragilité on ne peut caractériser l'adhésif en respectant sa fine épaisseur de travail, et même si l'on réussissait à obtenir une éprouvette épaisse, il faudrait s'attendre à de forts gradients de propriétés dans l'épaisseur, contradictoires avec les objectifs de la caractérisation.

Plutôt qu'une caractérisation de l'adhésif nous avons donc privilégié une démarche d'identification élastique de l'interface tenant compte des substrats en présence et du procédé de collage utilisé. A partir des rigidités globales mesurées en traction longitudinale, compression transverse et flexion trois points de stratifiés collés à épaisseurs et empilements variables, nous tenterons de remonter aux caractéristiques indépendantes apparentes de chaque pli, y compris le pli central d'adhésif. Une approche basée sur la théorie des stratifiés permettra d'abord de formuler analytiquement le lien entre les empilements et les rigidités globales. Par la suite il s'agira de confronter rigidités expérimentales et théoriques pour proposer une famille de constantes élastiques propres aux plis minimisant les écarts entre la théorie et l'expérience.

12.2. Traction dans le plan

12.2.1. Acquisition des données expérimentales

En effectuant des essais de traction à 45° et à 0° sur des assemblages collés, sachant les propriétés d'orthotropie, de symétrie, d'équilibre des matériaux, sachant les épaisseurs utilisées, nous souhaitons utiliser les propriétés planes des stratifiés pour remonter aux propriétés des substrats et du joint de colle.

Une première éprouvette de traction $[45_2 / \overline{45}]_s$, de longueur 230 mm et de largeur 25 mm constituée d'un empilement symétrique orthotrope équilibré de quatre plis de substrat composite répartis autour d'un pli d'adhésif supporté central (support orienté à 45°, d'où le $\overline{45}$) a été usinée à 45° par rapport aux directions perpendiculaires des tissages. Une seconde éprouvette de traction $[0_6 / \overline{0}]_s$ de mêmes longueur et largeur constituée d'un empilement symétrique orthotrope équilibré de douze plis de substrat composite répartis autour d'un pli d'adhésif supporté central (support orienté à 0°, d'où le $\overline{0}$) a été usinée dans le sens chaîne soit 0°. Les épaisseurs totales de l'adhésif et des substrats sont reportées dans le Tableau 17.

Tableau 17. *Empilements sélectionnés pour l'identification élastique de l'interface collée en traction*

Désignation	$[45_2 / \overline{45}]_s$ (*)	$[0_6 / \overline{0}]_s$ (*)
<i>Epaisseur adhésif</i> (mm)	$h_{a45^\circ} = 0,2$	$h_{a0^\circ} = 0,2$
<i>Epaisseur substrats</i> (mm)	$h_{c45^\circ} = 1,007$	$h_{c0^\circ} = 3,022$

(*) Le pli central est un pli d'adhésif.

Lors des essais de traction (sur machine Zwick, 20T) un extensomètre mesurant l'écartement relatif de deux points à la surface de l'éprouvette a été placé dans la direction du chargement et un second dans la direction perpendiculaire, à dessein de mesurer la dilatation longitudinale et l'effet de Poisson global (Figure 110). La courbe de force en fonction du déplacement de la

traverse a été simultanément enregistrée avec les données des extensomètres, sans rompre l'éprouvette (Figure 111). La vitesse d'essai à 0° et à 45° était de 1mm/min.

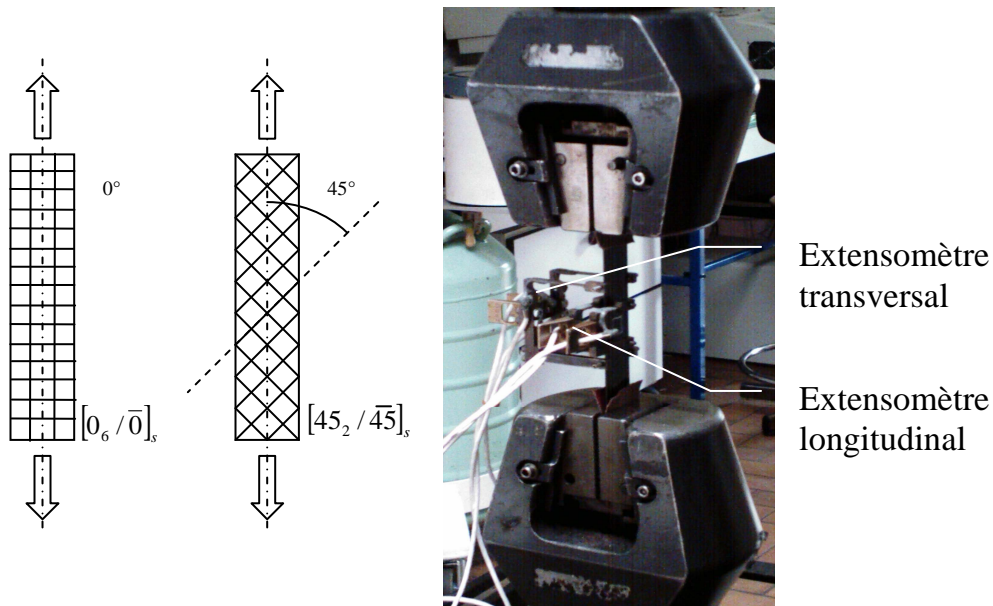


Figure 110. Montage de traction à deux extensomètres pour tester les deux orientations de renforts textiles sélectionnées

Au vu des pentes (Figure 112) et des empilements (Tableau 17) il apparaît en négligeant la contribution de l'adhésif que la rigidité d'un pli de M18/1/G939 est de l'ordre de quatre fois plus faible dans la direction 45° par rapport à la direction 0°.

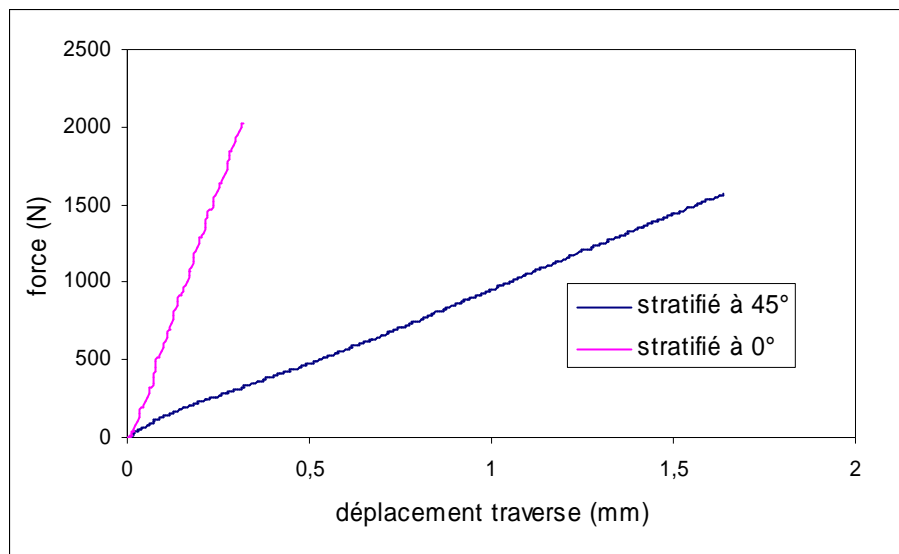


Figure 111. Courbes force vs déplacement de la traverse enregistrées lors des deux essais de traction sur les stratifiés $[45_2 / 45]_s$ et $[0_6 / 0]_s$

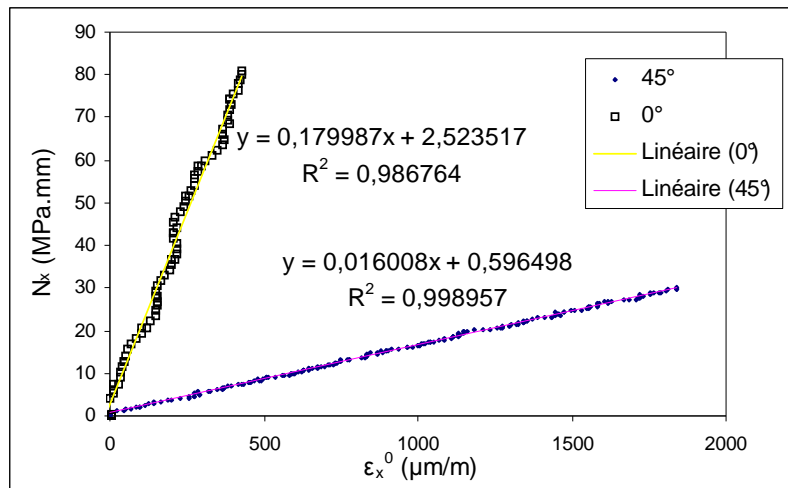


Figure 112. Effort normal vs déformation longitudinale du PMG mesurée par extensomètre en traction sur les stratifiés $[45_2/45]_s$ et $[0_6/0]_s$

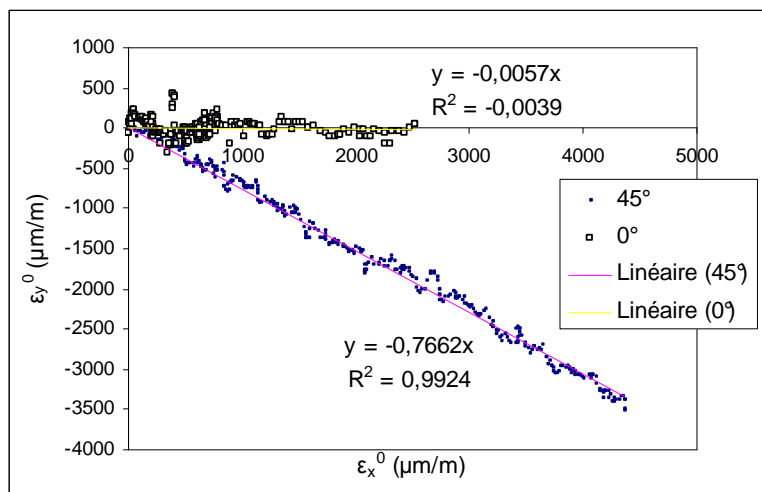


Figure 113. Détermination des coefficients de Poisson plans des stratifiés $[45_2/45]_s$ et $[0_6/0]_s$

Les coefficients de Poisson dans le plan des stratifiés sont évalués graphiquement à partir des nuages de points expérimentaux $\varepsilon_y=f(\varepsilon_x)$ où l'acquisition de ε_y et ε_x est simultanée (Figure 113). Dans le cas de l'éprouvette épaisse, le coefficient de détermination de sa régression linéaire reste proche de zéro : les points sont très mal alignés. En effet, la déformation transversale ε_y est si inférieure à ε_x que sa valeur oscille autour de zéro avec les divers micromouvements parasites durant l'essai. Le coefficient directeur de la droite de régression finale affichant toutefois une valeur cohérente (0,0057), nous retiendrons celle-ci pour le calcul (voir Figure 115).

12.2.2. Écriture des équations du système inverse

Sous l'action d'une charge par unité de largeur N_x , et quelle que soit l'orientation des couches, le PMG du stratifié subit une déformation ε_x^0 et une déformation ε_y^0 partagée par toutes les couches et résultant des effets de Poisson

propres à chaque couche. Les écarts entre la rétraction globale et la rétraction qu'aurait connue chaque couche k si elle avait été libre traduisent l'équilibre de forces latérales internes $F_{y,k}$, par unité de largeur:

$$N_y = 0 \Leftrightarrow \sum_{k=1}^n F_{y,k} = \sum_{k=1}^n (\varepsilon_y^0 + \nu_{yx,k} \varepsilon_x^0) E_{y,k} (h_k - h_{k-1}) = 0 \quad (229)$$

D'où il découle la relation générale du coefficient de Poisson global du stratifié:

$$\nu_{yx}^0 = -\frac{\varepsilon_y^0}{\varepsilon_x^0} = \frac{\sum_{k=1}^n \nu_{yx,k} E_{y,k} (h_k - h_{k-1})}{\sum_{k=1}^n E_{y,k} (h_k - h_{k-1})} \quad (230)$$

La distribution polaire des caractéristiques du composite conduit à deux équations pour les deux essais à 0° et 45° réalisés. Les indices c et a signifient *composite* et *adhésif*:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nu_{yx}^0(0^\circ) = \frac{\nu_{c0^\circ} E_{c0^\circ} h_{c0^\circ} + \nu_{a0^\circ} E_{a0^\circ} h_{a0^\circ}}{E_{c0^\circ} h_{c0^\circ} + E_{a0^\circ} h_{a0^\circ}} \\ \nu_{yx}^0(45^\circ) = \frac{\nu_{c45^\circ} E_{c45^\circ} h_{c45^\circ} + \nu_{a45^\circ} E_{a45^\circ} h_{a45^\circ}}{E_{c45^\circ} h_{c45^\circ} + E_{a45^\circ} h_{a45^\circ}} \end{array} \right. \quad (S15)$$

Avec, à 0° comme à 45° , $E_y = E_x$ pour les deux types de pli – adhésif ou composite. A ces deux équations viennent s'ajouter quatre équations de la théorie des stratifiés soit deux par orientation, en effet d'après (22):

$$\left\{ \begin{array}{l} N_x(0^\circ) = \left(\frac{E_{a0^\circ}}{1-\nu_{a0^\circ}^2} h_{a0^\circ} + \frac{E_{c0^\circ}}{1-\nu_{c0^\circ}^2} h_{c0^\circ} \right) \varepsilon_{x0^\circ}^0 + \left(\frac{\nu_{a0^\circ} E_{a0^\circ}}{1-\nu_{a0^\circ}^2} h_{a0^\circ} + \frac{\nu_{c0^\circ} E_{c0^\circ}}{1-\nu_{c0^\circ}^2} h_{c0^\circ} \right) \varepsilon_{y0^\circ}^0 \\ N_y(0^\circ) = \left(\frac{\nu_{a0^\circ} E_{a0^\circ}}{1-\nu_{a0^\circ}^2} h_{a0^\circ} + \frac{\nu_{c0^\circ} E_{c0^\circ}}{1-\nu_{c0^\circ}^2} h_{c0^\circ} \right) \varepsilon_{x0^\circ}^0 + \left(\frac{E_{a0^\circ}}{1-\nu_{a0^\circ}^2} h_{a0^\circ} + \frac{E_{c0^\circ}}{1-\nu_{c0^\circ}^2} h_{c0^\circ} \right) \varepsilon_{y0^\circ}^0 = 0 \\ N_x(45^\circ) = \left(\frac{E_{a45^\circ}}{1-\nu_{a45^\circ}^2} h_{a45^\circ} + \frac{E_{c45^\circ}}{1-\nu_{c45^\circ}^2} h_{c45^\circ} \right) \varepsilon_{x45^\circ}^0 + \left(\frac{\nu_{a45^\circ} E_{a45^\circ}}{1-\nu_{a45^\circ}^2} h_{a45^\circ} + \frac{\nu_{c45^\circ} E_{c45^\circ}}{1-\nu_{c45^\circ}^2} h_{c45^\circ} \right) \varepsilon_{y45^\circ}^0 \\ N_y(45^\circ) = \left(\frac{\nu_{a45^\circ} E_{a45^\circ}}{1-\nu_{a45^\circ}^2} h_{a45^\circ} + \frac{\nu_{c45^\circ} E_{c45^\circ}}{1-\nu_{c45^\circ}^2} h_{c45^\circ} \right) \varepsilon_{x45^\circ}^0 + \left(\frac{E_{a45^\circ}}{1-\nu_{a45^\circ}^2} h_{a45^\circ} + \frac{E_{c45^\circ}}{1-\nu_{c45^\circ}^2} h_{c45^\circ} \right) \varepsilon_{y45^\circ}^0 = 0 \end{array} \right. \quad (S16)$$

En juxtaposant (S15) et (S16) on obtient un système non linéaire de six équations à huit inconnues E_{a0° , ν_{a0° , E_{c0° , ν_{c0° , E_{a45° , ν_{a45° , E_{c45° , ν_{c45° . Deux équations supplémentaires viennent en remarquant que les stratifiés obtenus étant constitués de matériaux orthotropes équilibrés superposés suivant leurs

directions de symétrie, ils respectent une relation analogue à (a.13), sous la forme :

$$A_{66} = \frac{N_x / \varepsilon_x^0}{2(1 + \nu_{yx}^0)} = \frac{A_{11} - A_{12}\nu_{yx}^0}{2(1 + \nu_{yx}^0)} \quad (231)$$

Et par ailleurs, rappelons que le coefficient A_{66} s'écrit aussi :

$$A_{66} = \sum_{k=1}^n \bar{G}_{xy,k} (h_k - h_{k-1}) = \sum_{k=1}^n \frac{E_{x,k}}{2(1 + \nu_{yx,k})} (h_k - h_{k-1}) \quad (232)$$

En appliquant cette identité aux deux directions de chargement 0° et 45° et en réduisant les équations avec l'aide de (a.13), on aboutit au système de deux équations supplémentaires (S17) :

$$\begin{cases} \frac{\nu_{a0^\circ} - \nu_{yx}^0(0^\circ)}{1 - \nu_{a0^\circ}^2} E_{a0^\circ} h_{a0^\circ} + \frac{\nu_{c0^\circ} - \nu_{yx}^0(0^\circ)}{1 - \nu_{c0^\circ}^2} E_{c0^\circ} h_{c0^\circ} = 0 \\ \frac{\nu_{a45^\circ} - \nu_{yx}^0(45^\circ)}{1 - \nu_{a45^\circ}^2} E_{a45^\circ} h_{a45^\circ} + \frac{\nu_{c45^\circ} - \nu_{yx}^0(45^\circ)}{1 - \nu_{c45^\circ}^2} E_{c45^\circ} h_{c45^\circ} = 0 \end{cases} \quad (S17)$$

12.2.3. Résolution et observations

La juxtaposition de (S15), (S16), et (S17) donne un système non-linéaire à huit équations et huit inconnues. Ce système est multimodal, c'est-à-dire que sa résolution conduit à différents octuplets possibles. Une résolution exacte n'est pas impossible mais du fait de la nature expérimentale des données, elle donne des octuplets de résultats triviaux avec par exemple le même coefficient de Poisson — égal à celui du stratifié — pour l'adhésif et le composite. Des méthodes de résolution approchée par algorithme génétique proposent de rechercher la solution qui soit à la fois un extremum local et global d'une fonction de coût particulière [CARB(2005)]. Notre fonction de coût à minimiser s'écrit comme la somme des carrés des écarts entre valeurs prédites et valeurs mesurées expérimentalement des efforts et effets de Poisson globaux lorsque l'on applique une déformation de traction longitudinale de 1% aux stratifiés $[45_2/45]_s$ et $[0_6/\bar{0}]_s$. Nous utilisons un algorithme commercial de recherche locale, auquel nous imposons de faire tendre l'indice de fiabilité (éq. (233)) vers l'unité. Cela évite les solutions triviales (caractéristiques nulles) par rapport à une consigne de fonction de coût à faire tendre vers zéro.

$$\text{fonction de coût} = \sum_{\substack{\text{données} \\ \text{expérimentales}}} (\text{prédiction} - \text{expérience})^2 = \text{indice écarts} = 1 - \text{indice fiabilité} \quad (233)$$

L'algorithme propose des caractéristiques aléatoires et tente de les faire varier jusqu'à ce que les écarts entre réponses numériques et mesures

expérimentales soient compris en valeur absolue dans des intervalles de tolérance que nous choisissons. Nous commençons la résolution avec des tolérances élevées choisies en fonction de la grandeur scalaire à déterminer, par exemple 1MPa.mm pour N_x , et 0,01 pour ν_{yx}^0 , et nous réitérons la recherche à partir des dernières valeurs trouvées en réduisant les tolérances. L'illustration de la convergence de la solution, où l'indice de tolérance est défini comme la somme des carrés des valeurs maximales d'écart imposées à chaque recherche, est donnée Figure 114. Nous atteignons pour toutes les valeurs d'effort et de coefficient de Poisson mesurées un indice d'écart de 10^{-7} avec un indice de tolérance de 10^{-4} , et nous pouvons également constater que le système (S17) est pratiquement vérifié.

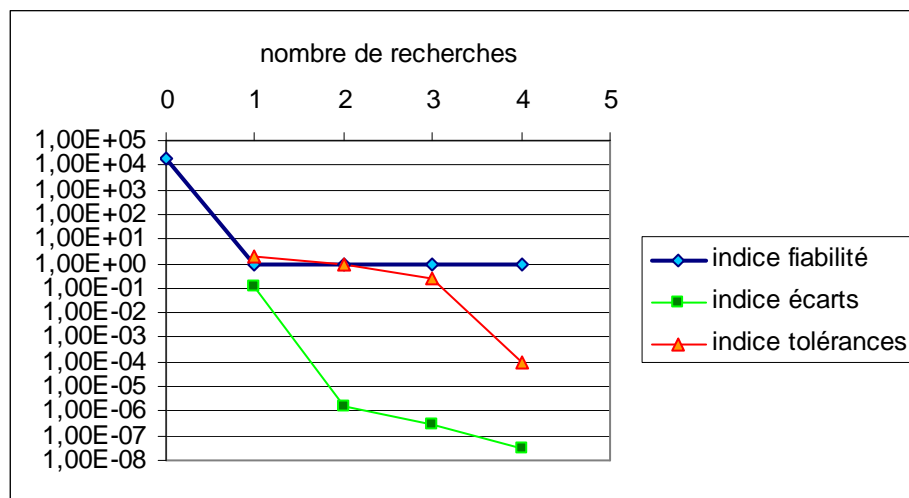


Figure 114. Convergence de la résolution numérique du système non linéaire $\{(S15), (S16), (S17)\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1													
2	données expérimentales				proposition				Résultat du solveur				
3		$\epsilon_x^0 = 0,01$ (-)			$E_{0^\circ} = 8605,31867$ MPa		Le solveur a trouvé une solution satisfaisant toutes les contraintes et les conditions d'optimisation.						
4		$\epsilon_y^0 = -0,00005653$ (-)			$\nu_{0^\circ} = 0,0086074$ (-)		<input checked="" type="radio"/> Garder la solution du solveur <input type="radio"/> Rétablir les valeurs d'origine						
5		$\epsilon_x^{45^\circ} = 0,01$ (-)			$E_{45^\circ} = 3259,07634$ MPa		Rapports Réponses Sensibilité Limites						
6		$\epsilon_y^{45^\circ} = -0,00766184$ (-)			$\nu_{45^\circ} = 0,75820061$ (-)		<input type="button" value="OK"/> <input type="button" value="Annuler"/> <input type="button" value="Enregistrer le scénario..."/> <input type="button" value="Aide"/>						
7		$h_{0^\circ} = 3,022$ mm			$E_{0^\circ} = 58989,3882$ MPa								
8		$h_{45^\circ} = 1,007$ mm			$\nu_{0^\circ} = 0,00562442$ (-)								
9		$h_{0^\circ} = 0,2$ mm			$E_{45^\circ} = 14365,0719$ MPa								
10		$h_{45^\circ} = 0,2$ mm			$\nu_{45^\circ} = 0,76653297$ (-)								
11													
12					prédiction	expérience	écarts	tolérances					
13				$N_{0^\circ} = 1799,8701$	1799,87	1E-04	0,0001	MPa.mm					
14	indice fiabilité	0,99999997		$N_{0^\circ} = -9,82983E-05$	0	9,82983E-05	0,0001	MPa.mm					
15				$\nu_{yx}^0 = 0,005652944$	0,005653	5,58118E-08	0,0001	(-)					
16				$N_{45^\circ} = 160,0801$	160,08	0,0001	0,0001	MPa.mm					
17				$N_{45^\circ} = -1,14788E-06$	0	1,14788E-06	0,0001	MPa.mm					
18				$\nu_{yx}^{45^\circ} = 0,76617371$	0,766184	1,02897E-05	0,0001	(-)					
19				$L1(S3) = -0,009829832$	0	0,009829832	0,01	MPa.mm					
20				$L2(S3) = -0,000114788$	0	0,000114788	0,001	MPa.mm					
21													
22					indices	2,97698E-08	0,000101						

Figure 115. Résultats de la résolution numérique du système non linéaire $\{(S15),(S16),(S17)\}$

Les caractéristiques de l'adhésif renforcé chargé d'aluminium sont trouvées très rigides avec à 45° $\nu=0,7582$ et $E=3259$ MPa, et à 0° $\nu=0,0086$ et $E=8605$ MPa, ce qui correspond aux observations qualitatives, le matériau isolé apparaissant

vitreux, rigide et fragile à température ambiante. Le composite présente un module de 58989MPa à 0°, de 14365MPa à 45°, et un coefficient de Poisson de 0,0056 à 0° et 0,766 à 45°. D'après (a.13) son module de cisaillement serait donc de 29330MPa à 45° et de 4067MPa à 0°. Ces propriétés sont récapitulées au Tableau 19 page 195.

Nous avons donc dans deux configurations géométriques différentes mesuré les caractéristiques planes principales des plis utilisés, soit deux coefficients de Poisson et deux rigidités longitudinales.

Pourvu que l'échelle de résolution soit celle d'une maille, l'architecture textile satin 4H figée dans une matrice isotrope et projetée dans le sens de l'épaisseur apparaît transversalement orthotrope. Les mailles plus fines du tissu croisé supportant l'adhésif présentent également deux axes de symétrie orthogonaux si l'on s'en tient à leur projection dans le sens de l'épaisseur. Nous procéderons donc à des tests de flexion avec mesure du cisaillement transverse pour tenter d'estimer les propriétés transverses.

12.3. Flexion avec cisaillement transverse

12.3.1. Acquisition des données expérimentales

Pour un composite stratifié orthotrope équilibré symétrique en flexion pure suivant un axe de symétrie, la rigidité correspond au coefficient D_{11} de sa matrice de rigidité. Ce coefficient, formulé en négligeant l'effet du cisaillement transverse, tient seulement compte de l'élongation des couches. Cependant D_{11} respecte l'hypothèse de déformations planes dans le plan transverse soit $\varepsilon_y=0$, ce qui fait intervenir le coefficient de Poisson ν_{2l} de chaque couche. En effet, pour un matériau orthotrope en flexion autour de l'axe y confondu avec la direction 2 d'orthotropie, classiquement:

$$D_{11} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{11,k} (h_k^3 - h_{k-1}^3) = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n \frac{E_{1,k}}{1 - \nu_{21,k}^2} (h_k^3 - h_{k-1}^3) \quad (234)$$

Les contraintes transverses étant continues dans le sens de l'épaisseur, on peut associer un module de cisaillement transverse à chaque milieu substrat et adhésif pour compléter l'expression de la rigidité en flexion d'un assemblage collé. Celui-ci contient alors quatre nouvelles inconnues : les modules d'élongation et les modules de cisaillement apparents de l'adhésif et du composite collé dans la configuration de l'expérience. Les rigidités expérimentales en flexion trois points de quatre types d'éprouvettes de dimensions variables vont donc être confrontées au calcul pour en extraire les quatre inconnues \bar{G}_{13}^{compo} , \bar{Q}_{11}^{compo} , \bar{G}_{13}^{adh} et \bar{Q}_{11}^{adh} grâce à l'équation (241). Suite à une campagne d'essais de flexion trois points statique, nous avons retenu les valeurs de rigidité récapitulées dans le Tableau 18.

Tableau 18. *Données de flexion trois points statique utilisées pour l'identification élastique de l'interface collée*

Désignation	$[0_2/\bar{0}]_s^{(*)}$	$[0_6/\bar{0}]_s^{(*)}$	$[0_{10}]_s$	$[0_5]$
h_{adh} (mm)	0,10	0,10	0	0
h_{compo} (mm)	0,57	1,68	2,54	0,61
L (mm)	100	100	60	100
l (mm)	24,93	24,92	24,97	25
${}^{3p}\bar{K}_{stat}$ expérimental (N.mm ⁻¹)	9,327	162,4	2936	8,309

(*) Le pli central est un pli d'adhésif.

Comme l'indique l'expérience, $[0_2/\bar{0}]_s$ peut être plus rigide que $[0_5]$ en flexion. Cela est dû au sens d'empilement qui conditionne la symétrie verticale. Dans $[0_2/\bar{0}]_s$ nous avons superposé deux plis de composite à l'envers, un pli d'adhésif et deux plis de composite à l'endroit, afin d'obtenir une parfaite symétrie transverse autour du PMG. Dans le cas de $[0_5]$, qui possède le même nombre de plis que l'assemblage collé $[0_2/\bar{0}]_s$, nous avons utilisé deux plis à l'envers et deux plis à l'endroit pour tenter de respecter la même symétrie. L'inconvénient est que le cinquième pli de composite ne peut être que soit à l'envers, soit à l'endroit, ce qui fait donc deux plis dans un sens et trois dans l'autre. Les hypothèses du comportement des multicouches voudraient que quatre plis de composite autour d'un pli central d'adhésif relativement peu rigide soient plus souples en flexion que cinq plis du même composite formant un stratifié d'épaisseur totale supérieure. La faiblesse de $[0_5]$ tel que nous l'avons empilé, par rapport à $[0_2/\bar{0}]_s$, indique donc clairement que le composite utilisé n'est pas symétrique transversalement à l'échelle du pli. Cette dissymétrie est due à l'architecture textile du renfort, supérieurement dense en fibres à 0° sur une face et en fibres à 90° sur l'autre. Il n'en demeure pas moins probable qu'en superposant davantage de plis on puisse constituer un Volume Élémentaire Représentatif transversalement orthotrope, mais de forte épaisseur.

12.3.2. Écriture des équations du système

Lors de la flexion d'une éprouvette parallélépipédique la contrainte de cisaillement est nulle aux parois et suit une évolution de forme parabolique dans l'épaisseur (Figure 116) contrôlée par l'équation d'équilibre :

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = 0 \quad (235)$$

En se plaçant dans la moitié inférieure ($z > 0$) d'un stratifié symétrique, en considérant le numéro d'ordre k de chaque couche comme une fonction de z afin de simplifier l'écriture des intégrales, on a :

$$\tau_{xz}(x, z) = \int_z^{h/2} \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} \right)_k dz' \quad (236)$$

La contrainte σ_x dépend uniquement de la courbure, de la cote z , et du module de la couche k où se situe z . Dû à l'intervention du cisaillement dans la rigidité de flexion la relation moment courbure est modifiée et l'écriture du cisaillement transverse devient :

$$\tau_{xz}(x, z) = \int_z^{h/2} \left(\frac{\partial M(x)}{\partial x} \frac{\bar{Q}_{11,k}}{ID_{11}} z' \right) dz' \quad (237)$$

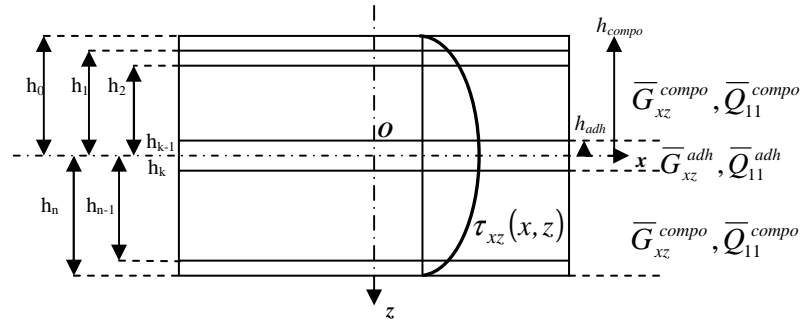


Figure 116. Modélisation du cisaillement transverse dans un stratifié collé

Avec seulement deux milieux différents cette expression est d'emblée traductible en fonction des propriétés recherchées et de l'effort tranchant $T(x)$:

$$\tau_{xz}(x, z) = -\frac{T(x)}{ID_{11}} \int_z^{h/2} \bar{Q}_{11,k} z' dz' = \begin{cases} -\frac{T(x)}{ID_{11}} \left(\bar{Q}_{11}^{compo} \frac{h_{compo}^2 - h_{adh}^2}{2} + \bar{Q}_{11}^{adh} \frac{h_{adh}^2 - z^2}{2} \right) & \text{si } 0 \leq z \leq h_{adh} \\ -\frac{T(x)}{ID_{11}} \left(\bar{Q}_{11}^{compo} \frac{h_{compo}^2 - z^2}{2} \right) & \text{si } h_{adh} \leq z \leq h_{compo} \end{cases} \quad (238)$$

Remarquons que si l'épaisseur d'adhésif est petite devant celle du composite, l'influence de la présence d'adhésif sur la distribution de contraintes de cisaillement dans l'épaisseur est infime, d'où la représentation parabolique Figure 116.

L'énergie de déformation élastique U_e s'écrit comme la somme de l'énergie de flexion et de l'énergie de cisaillement. En flexion trois points de distance entre appuis L , grâce aux deux symétries elle se résume à :

$$U_e = 2 \int_0^{L/2} \left[\frac{M_y^2(x)}{2ID_{11}} + 2l \int_0^{h/2} \frac{\tau_{xz}^2(x, z)}{2\bar{G}_{xz,k}} dz \right] dx \quad (239)$$

Cette définition (239) de l'énergie élastique respectant la symétrie par quadrants, il suffit de savoir que dans un quart d'éprouvette en flexion trois points sous une charge F , on a $M(x)=-Fx/2$ et $T(x)=F/2$.

La rigidité ${}^{3p}\bar{K}_{stat}$ du domaine linéaire élastique de la courbe force déplacement à mi-portée s'écrit par le théorème de Castigliano:

$${}^{3p}\bar{K}_{stat} = \frac{F}{\frac{\partial U_e}{\partial F}} \quad (240)$$

Sous forme explicite, il en découle (241) correspondant à une ligne de système non linéaire de quatre équations dont nous avons fait varier les caractéristiques élastiques pour approcher les rigidités expérimentales, selon la même procédure que pour l'identification en traction (cf. § 12.2.3.).

$${}^{3p}\bar{K}_{stat} = \frac{160l(\bar{Q}_{11}^{adh}h_{adh}^3 + \bar{Q}_{11}^{compo}(h_{compo}^3 - h_{adh}^3))^2 \bar{G}_{xz}^{adh} \bar{G}_{xz}^{compo}}{\left[\begin{aligned} &5L^3 \bar{G}_{xz}^{adh} \bar{G}_{xz}^{compo} (\bar{Q}_{11}^{compo} h_{compo}^3 + (\bar{Q}_{11}^{adh} - \bar{Q}_{11}^{compo}) h_{adh}^3) \\ &+ Lh_{adh}^5 \left(-9\bar{Q}_{11}^{compo^2} \bar{G}_{xz}^{adh} + 24\bar{Q}_{11}^{adh^2} \bar{G}_{xz}^{compo} + 45\bar{Q}_{11}^{compo^2} \bar{G}_{xz}^{compo} - 60\bar{Q}_{11}^{adh} \bar{Q}_{11}^{compo} \bar{G}_{xz}^{compo} \right) \\ &+ Lh_{adh}^3 h_{compo}^2 \left(-90\bar{Q}_{11}^{compo^2} \bar{G}_{xz}^{compo} + 60\bar{Q}_{11}^{adh} \bar{Q}_{11}^{compo} \bar{G}_{xz}^{compo} + 30\bar{Q}_{11}^{compo^2} \bar{G}_{xz}^{adh} \right) \\ &+ Lh_{adh} h_{compo}^4 \left(-45\bar{Q}_{11}^{compo^2} \bar{G}_{xz}^{adh} + 45\bar{Q}_{11}^{compo^2} \bar{G}_{xz}^{compo} \right) + Lh_{compo}^5 \left(24\bar{Q}_{11}^{compo^2} \bar{G}_{xz}^{adh} \right) \end{aligned} \right]} \quad (241)$$

12.3.3. Résolution et observations

Toutes les tentatives de convergence vers un quadruplet de constantes élastiques permettant de retrouver mutuellement les rigidités expérimentales du Tableau 18 à partir de l'équation (241) se sont montrées infructueuses. Que ce soit par résolution mathématique exacte, ou par résolution numérique approchée, elles ont débouché tour à tour sur des quadruplets de valeurs contenant des nombres négatifs ou complexes, ou sur des valeurs très grandes. Considérant la dissymétrie transverse du pli vue expérimentalement (cf. §12.3.1.), ce résultat était attendu.

Pour obtenir néanmoins un ordre de grandeur du module de cisaillement transverse du composite nous avons utilisé le résultat moyen de cinq éprouvettes épaisses $[0_{10}]_s$ empilées dans le même sens, fléchies avec une distance entre appuis réduite de 100 mm à 60 mm par rapport aux autres (Tableau 18). En prenant comme référence les précédents résultats de traction (Figure 115) $E_1=58989$ MPa et $\nu_{21}=0,0056$ pour l'évaluation de $\bar{Q}_{11}^{compo} = E_1/(1-\nu_{21}^2)$, la formule (241) indique que pour retrouver la rigidité expérimentale ${}^{3p}\bar{K}_{stat} = 2936$ N/mm, il faut $\bar{G}_{13}^{compo} = 2328$ MPa.

12.4. Conclusions sur les premiers essais statiques

Théoriquement l'effet du cisaillement transverse modifiant la rigidité de flexion de l'assemblage collé peut être décrit par l'équation (241). Pourtant cette formule ne peut être exploitée pour retrouver les modules de cisaillement transverse apparents de l'adhésif et des substrats par des essais de flexion sur des stratifiés collés. Nous nous sommes heurtés à une incompatibilité théorie/expérience concernant l'ordre des rigidités expérimentales des empilements testés. Comme $[0_2/\bar{0}]_s$ apparaît plus rigide que $[0_5]$ en flexion, nous en déduisons qu'un pli à renfort tissu croisé à architecture textile satin 4H ne se comporte pas de façon symétrique lorsque placé au PMG du stratifié. Nous avons donc pu constater l'effet négatif sur la rigidité de la différence d'orientation des fibres entre la partie supérieure et la partie inférieure d'un même pli de composite placé au PMG d'une éprouvette de faible épaisseur. L'ensemble des caractéristiques équivalentes déterminées au cours de ce Chapitre 14 sont récapitulées Tableau 19.

Tableau 19. *Récapitulatif des ordres de grandeur de constantes élastiques équivalentes déterminées par une démarche inverse pont macro-méso*

	$E_x^{adhésif}$ (MPa)	$\nu_{yx}^{adhésif}$	$E_x^{composite}$ (MPa)	$\nu_{yx}^{composite}$	$G_{xy}^{adhésif}$ (MPa)	$G_{xy}^{composite}$ (MPa)
Traction 0°	8600	0,009	59000	0,006	4300	4100
Traction 45°	3300	0,76	14400	0,77	900	29300
	$G_{xz}^{composite}$ (MPa)					
Flexion 0°	2300					

Il semble difficile d'exploiter l'ensemble de ces caractéristiques équivalentes au même titre que des caractéristiques indépendantes (module de Young, module de Coulomb), car elles dépendent notamment de la mise en œuvre de l'interface considérée. Par exemple, comme nous avons pu le constater, le sens d'empilement des plis de composite peut jouer un rôle non négligeable sur les performances mécaniques des assemblages. Plutôt que de prévoir de multiples configurations possibles d'empilement, mieux vaut définir une interface collée type dont la mise en œuvre et les caractéristiques sont bien maîtrisées. Le comportement équivalent de cette interface peut alors être étudié dans sa globalité sans descendre à l'échelle du pli, puis réincorporé dans un modèle de structure collée. Le Chapitre 13 est dédié au développement de cette approche interfaciale de l'homogénéisation.

Chapitre 13. Caractérisation de l'interface homogène

13.1. Principe d'homogénéisation

Bien que nous n'ayons pas su déterminer les propriétés élastiques de l'adhésif seul, c'est-à-dire sous une forme qui permettrait de l'incorporer dans un modèle de structure quelconque, nous avons en revanche suffisamment de données expérimentales pour identifier le comportement de l'adhésif *accompagné* de quelques plis de substrat adjacents. Cette équivalence très schématiquement représentée Figure 117 justifie la caractérisation de l'interface constituée d'un pli adhésif accompagné de quelques plis adjacents en tant qu'élément de structure de propriétés homogènes. Une telle approche abonde dans le sens initialement souhaité d'une caractérisation *in situ* de la solution de collage, logiquement restreinte à un système {adhésif, substrat, procédé de mise en œuvre} unique et précis.

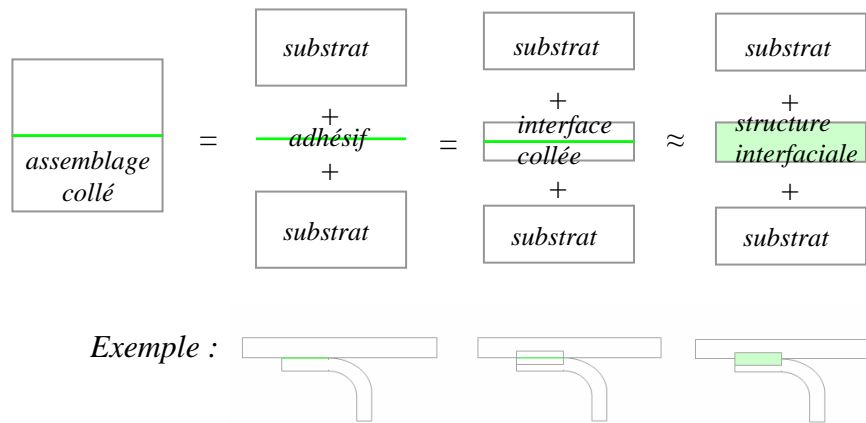


Figure 117. Proposition d'un élément de structure interfacial homogène équivalent à l'interface collée multi-matérielle

13.2. Démarche expérimentale

Notre finalité est de déterminer le module de cisaillement transverse et la rigidité de flexion apparents de l'interface collée bi-matérielle. Sous l'action pure d'un moment de flexion par unité de largeur M_x , la courbure principale κ_x quantifiée par la relation force flèche vient sous la forme :

$$\kappa_x = \frac{M_x}{ID_{II}} \quad (242)$$

Puisque dans un quart d'éprouvette en flexion trois points sous une charge F , le moment de flexion s'écrit $M(x)=-Fx/2$ et l'effort tranchant $T(x)=F/2$ ne dépend pas de l'abscisse x , l'énergie de déformation élastique totale U_e peut se présenter sous la forme d'une fonction de la distance entre appuis L :

$$\begin{aligned}
U_e &= 2 \int_0^{L/2} \left[\frac{M_y^2(x)}{2ID_{11}} + 2l \int_0^{h/2} \frac{\tau_{xz}^2(x, z)}{2G_{xz,k}} dz \right] dx \\
&= \frac{F^2}{4ID_{11}} \int_0^{L/2} x^2 dx + 2l \int_0^{h/2} \frac{\tau_{xz}^2(z)}{G_{xz,k}} dz \int_0^{L/2} dx \\
&= \frac{F^2}{32ID_{11}} L^3 + l \int_0^{h/2} \frac{\tau_{xz}^2(z)}{G_{xz,k}} dz L \\
&= \frac{F^2}{2} (aL^3 + bL)
\end{aligned} \tag{243}$$

La rigidité ${}^{3p}\bar{K}_{stat}$ en flexion trois points qui en découle par le théorème de Castigliano (équation (240)) est aussi marquée par l'identité des termes de flexion en L^3 et des termes de cisaillement en L . En faisant varier la distance entre appuis d'une série d'éprouvettes de même empilement on récupère les deux coefficients a et b par régression linéaire de la courbe décrite par:

$$\frac{l}{{}^{3p}\bar{K}_{stat} L} = f(L^2) = aL^2 + b \tag{244}$$

La régression est une technique permettant de récupérer un jeu de valeurs le plus proche possible de l'expérience et en parfait accord avec la théorie, à l'instar des coefficients a et b d'une même série. Puisqu'il faut quatre valeurs expérimentales, on effectuera les mêmes opérations sur les empilements $[0_4/\bar{0}]_s$ et $[0_6/\bar{0}]_s$ dont la mise en œuvre et les configurations spatiales sont *a priori* assez semblables pour l'établissement de caractéristiques communes.

Deux séries de quatre éprouvettes issues de chaque stratifié $[0_4/\bar{0}]_s$ et $[0_6/\bar{0}]_s$ ont été fléchies en flexion trois points à 1mm/min avec les DEA de 20,8 mm, 27,8 mm, 37 mm, et 60 mm (Figures 118 et 119), les dimensions sont reportées Tableaux 20 et 21. La représentation graphique de l'équation (244) a ainsi pu être donnée par régression linéaire des quatre points obtenus pour chaque stratifié (Figure 120).

La forme (244) est bien confirmée par l'expérience puisque l'on observe sur la Figure 120 le fonctionnement des régressions linéaires de quatre points avec des coefficients de détermination proches de l'unité. Les courbes expérimentales force déplacement présentant également des domaines linéaires évidents Figures 118 et 119, la qualification et la quantification des énergies élastiques de flexion et de cisaillement par la pente a et l'ordonnée à l'origine b de la forme (243) est donc réalisée de façon très satisfaisante pour les éprouvettes $[0_6/\bar{0}]_s$ et $[0_4/\bar{0}]_s$.

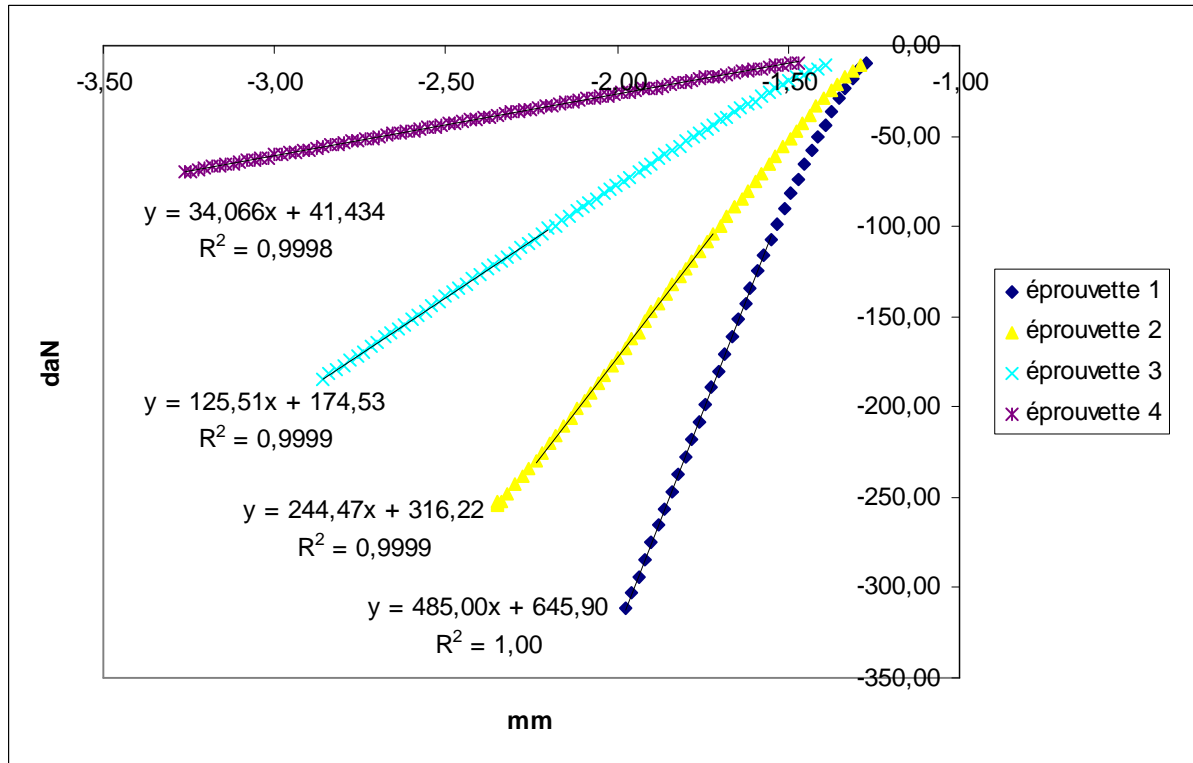


Figure 118. Courbes force-déplacement en flexion trois points $1\text{mm}/\text{min}$ à distance entre appuis variable du stratifié $[0_4/\bar{0}]_s$

Tableau 20. Flexion trois points à DEA variable du stratifié $[0_4/\bar{0}]_s$

$[0_4/\bar{0}]_s$ (*)	Longueur (mm)	Largeur (mm)	h_{adh} (mm)	h_{compo} (mm)	${}^3p\bar{K}_{stat}$ (N/mm) expérimental
épreuve1	20,8	24,82	0,1	1,38	4850
épreuve2	27,8	24,83	0,1	1,37	2445
épreuve3	37	24,80	0,1	1,34	1255
épreuve4	60	24,84	0,1	1,33	341

(*) Le pli central est un pli d'adhésif.

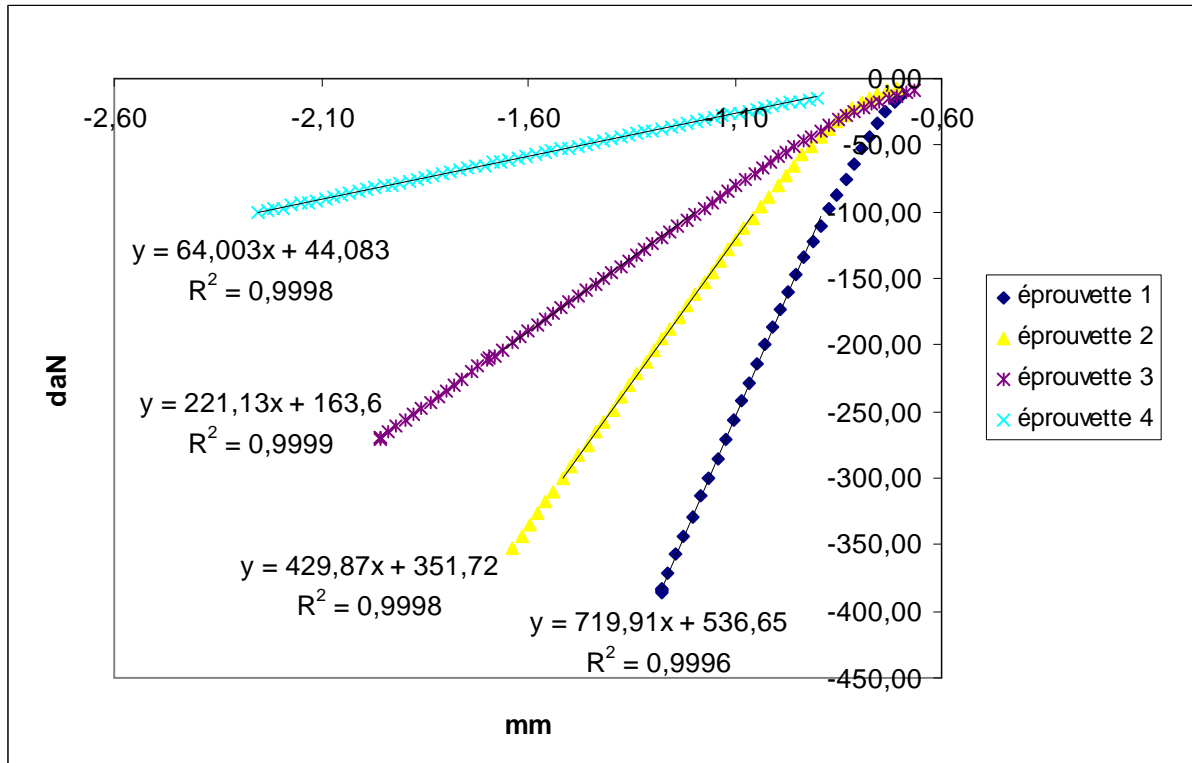


Figure 119. Courbes force-déplacement en flexion trois points $1\text{mm}/\text{min}$ à distance entre appuis variable du stratifié $[0_6/\bar{0}]_s$

Tableau 21. Flexion trois points à DEA variable du stratifié $[0_6/\bar{0}]_s$

$[0_6/\bar{0}]_s$ (*)	Longueur (mm)	Largeur (mm)	h_{adh} (mm)	h_{compo} (mm)	${}^3p\bar{K}_{stat}$ (N/mm) expérimental
épreuve1	20,8	24,85	0,1	1,63	7199
épreuve2	27,8	24,88	0,1	1,60	4299
épreuve3	37	24,80	0,1	1,63	2211
épreuve4	60	24,84	0,1	1,60	640

(*) Le pli central est un pli d'adhésif.

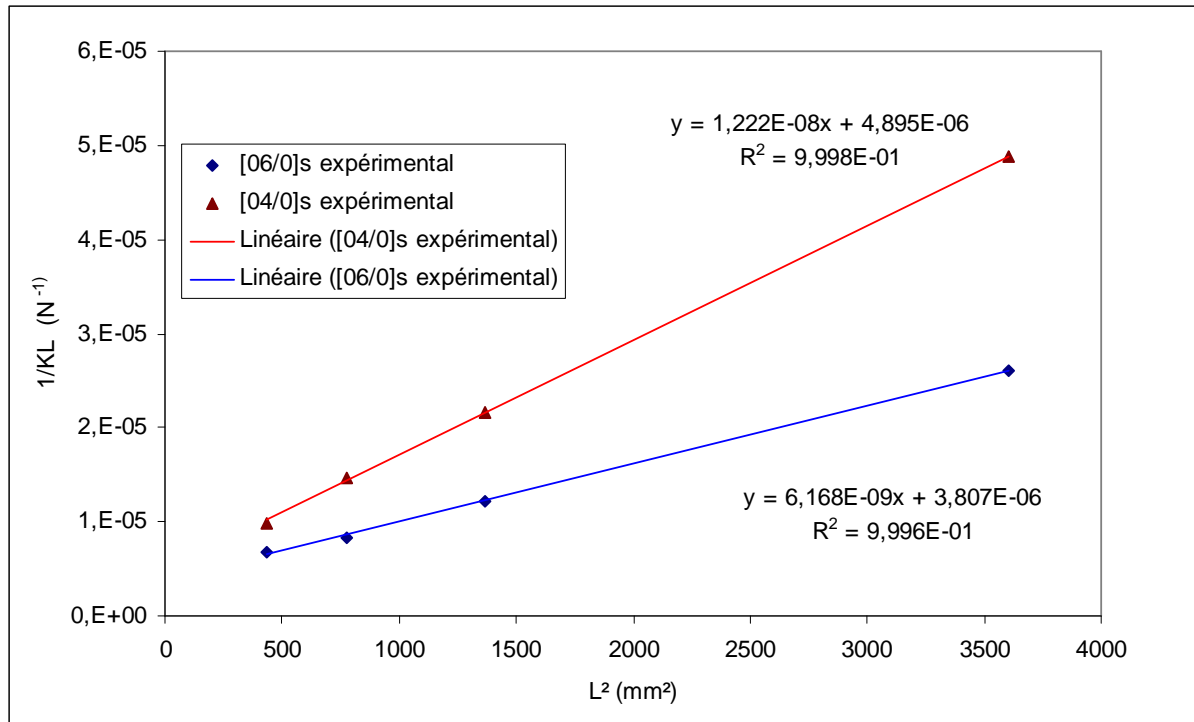


Figure 120. Régression linéaire des points expérimentaux de la relation $\frac{1}{K_{stat}L} = f(L^2) = aL^2 + b$ obtenus en flexion trois points quasi-statique 1mm/min à DEA variable sur les éprouvettes $[0_6/\bar{0}]_s$ et $[0_4/\bar{0}]_s$ des Tableaux 20 et 21

Tableau 22. Données expérimentales pour l'identification des interfaces

	Largeur (mm)	h_{adh} (mm)	h_{compo} (mm)	b (N ⁻¹)	a (N ⁻¹ .mm ⁻²)
$[0_6/\bar{0}]_s$ (*)	24,84	0,1	1,62	3,81E-06	6,17E-09
$[0_4/\bar{0}]_s$ (*)	24,82	0,1	1,36	4,90E-06	1,22E-08

(*) Le pli central est un pli d'adhésif.

Lors d'une première tentative de modélisation de l'interface formée par l'assemblage collé de substrats composites à renfort tissé, nous avons montré que les hétérogénéités ne peuvent se simplifier sous la forme d'une interface bi-matérielle de matériaux homogènes sans donner lieu à des constantes élastiques apparentes hors normes (négatives ou complexes, cf. §12.3.3.). Après avoir observé les comportements en flexion d'une série d'éprouvettes à empilements variables (cf. Tableau 18), nous avons conclu que les variations de propriétés dans l'épaisseur du substrat jouent un rôle non négligeable dans la rigidité. Ici, le comportement apparent en élongation et en cisaillement d'interfaces collées symétriques vient d'être bien identifié au moyen de régressions linéaires des données expérimentales obtenues en flexion à DEA (distance entre appuis) variable.

Ainsi en renonçant à l'identité couche par couche des lois de comportement, le nombre de paramètres à identifier en flexion est drastiquement réduit à deux pour chaque interface soit un module de cisaillement transverse \bar{G}_{13}^{inter} et un coefficient de rigidité en élongation \bar{Q}_{11}^{inter} . En contrepartie des liens étroits entre les caractéristiques obtenues et les paramètres spécifiques de mise en œuvre de la solution de collage peuvent être modélisés.

En reprenant la démonstration du calcul de la rigidité en flexion dans le cas statique, nous établissons la relation (245) entre la longueur entre appuis et les énergies élastiques de flexion et de cisaillement représentées par les coefficients a et b de la régression linéaire exprimée par (244). Nous en déduisons sans autre difficulté les caractéristiques homogènes des interfaces collées élémentaires, réunies dans le Tableau 23.

$$\frac{1}{{}^3p \bar{K}_{stat} L_{stat}} = \frac{3}{10} \frac{1}{\bar{G}_{13}^{inter} h l_{stat}} + \frac{L_{stat}^2}{4 \bar{Q}_{11}^{inter} h^3 l_{stat}} \quad (245)$$

Tableau 23. *Caractéristiques des éléments de structure interfaciaux symétriques homogènes équivalents*

	Largeur (mm)	h (mm)	V_f substrats (**) (%)	\bar{G}_{13}^{inter} (N.mm ⁻²)	\bar{Q}_{11}^{inter} (N.mm ⁻²)
$[0_6 / \bar{0}]_s$ (*)	24,84	3,23	48,8	982	48421
$[0_4 / \bar{0}]_s$ (*)	24,82	2,70	39,4	915	41877

(*) Le pli central est un pli d'adhésif.

(**) cf. éq. (250)

Ces caractéristiques de matériaux préimprégnés semblent régies par deux paramètres essentiels : i) la quantité relative d'adhésif dans l'assemblage, ii) le taux volumique moyen de fibres dans les substrats.

13.3. Relations mise en œuvre - propriétés élastiques

Le module de cisaillement des substrats étant vraisemblablement inférieur à celui de l'adhésif, on s'attend à ce que le module de cisaillement moyen de la structure interfaciale augmente en diminuant l'épaisseur des substrats. On observe en fait une diminution de 6% de \bar{G}_{13}^{inter} et de 11% de \bar{Q}_{11}^{inter} lorsque l'on passe de $[0_6/\bar{0}]_s$ à $[0_4/\bar{0}]_s$ dans le Tableau 23. L'importance relative du cisaillement augmente bien mais les propriétés élastiques diminuent dans l'ensemble, ce qui est dû à une baisse du taux volumique de fibres V_f .

Nous pouvons mesurer une variation au cours du procédé de mise en œuvre de l'épaisseur moyenne du pli de $236\mu\text{m}$ pour $[0_6/\bar{0}]_s$ à $290\mu\text{m}$ pour $[0_4/\bar{0}]_s$, liée à des déplacements de résine en phase liquide. L'épaisseur nominale du pli de préimprégné initial est de $259\mu\text{m}$. Compte tenu des densités affichées de 1,78 pour le renfort et de 1,22 pour la résine, avec une masse surfacique nominale de 220g/m^2 pour le renfort et de 166g/m^2 pour la résine, les taux volumiques de fibres (Tableau 23) des substrats finaux se déduisent par :

$$V_f = \frac{220/1,78}{220/1,78 + 166/1,22} \cdot \frac{0,259}{(h - e_a)/n \text{ plis}} \quad (246)$$

Avec la technologie de préimprégnation suivie de cuisson en autoclave, la nature, l'orientation et la quantité de renfort sont fixes, ce qui assujettit les propriétés élastiques à une seule variable d'ajustement principale : la quantité relative de résine. Dans un contexte de production industrielle il est opportun de se munir de lois descriptives simples basées sur une approche micromécanique de l'élasticité. Nous allons maintenant traduire les données du Tableau 23 en termes de coefficients de variation linéaire des propriétés en fonction de l'épaisseur et du taux de fibres de l'interface, les principaux paramètres de mise en œuvre concernés.

13.3.1. Cas du module de cisaillement

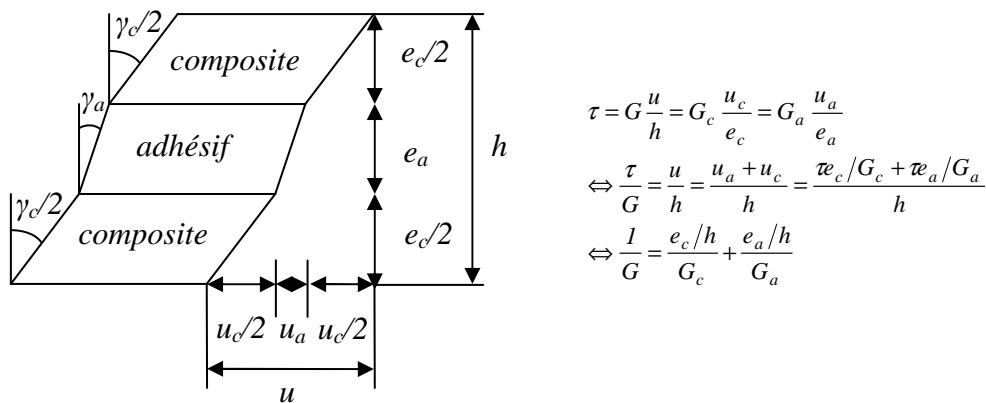


Figure 121. Action d'une contrainte de cisaillement τ constante dans l'épaisseur sur l'interface de module de cisaillement G

Par analogie avec les lois des mélanges pour un composite unidirectionnel, nous proposons d'écrire \tilde{G}_{13}^{compo} le module de cisaillement équivalent du substrat composite dans l'interface sous la forme :

$$\frac{1}{\tilde{G}_{13}^{compo}} = \frac{V_f}{\alpha G_f} + \frac{1-V_f}{G_m} \quad (247)$$

Où G_f et G_m sont les modules de cisaillement des fibres et de la matrice, et α un facteur de correction relatif à l'architecture textile. Pour modéliser un collage, l'interface est insérée dans une structure qui lui transfère des contraintes de cisaillement aux parois (Figure 121). Si l'épaisseur relative de l'interface par rapport à celle de l'assemblage est assez faible, la contrainte de cisaillement transverse est quasiment constante au sein de l'interface. Dans ces conditions on obtient par une démonstration succincte incluse dans la Figure 121 que le module de cisaillement transverse de l'interface respecte aussi une relation de type loi des mélanges avec h l'épaisseur de l'interface, e_{adh} , e_{compo} les épaisseurs totales d'adhésif et de substrat, \tilde{G}_{13}^{adh} le module de cisaillement transverse de l'adhésif dans l'interface:

$$\frac{1}{\tilde{G}_{13}^{inter}} = \frac{e_{adh}/h}{\tilde{G}_{13}^{adh}} + \frac{e_{compo}/h}{\tilde{G}_{13}^{compo}} \quad (248)$$

En incorporant à (248) le premier lien établi entre \tilde{G}_{13}^{compo} et V_f , l'inverse du module de cisaillement transverse interfacial prend la forme recherchée d'une fonction linéaire du taux de fibres en volume:

$$\frac{1}{\tilde{G}_{13}^{inter}} = \frac{e_{adh}/h}{\tilde{G}_{13}^{adh}} + \frac{e_{compo}}{h} \left(\frac{V_f}{\alpha G_f} + \frac{1-V_f}{G_m} \right) \quad (249)$$

Cette relation contient deux inconnues paramétriques \tilde{G}_{13}^{adh} et α , donc en principe nous pouvons les faire correspondre aux deux valeurs expérimentales de \tilde{G}_{13}^{inter} . Toutefois, nous devons au préalable effectuer des corrections visant à compenser la différence de conditions limites entre l'essai effectué à parois libres et le modèle d'interface proposé avec transfert de cisaillement aux parois.

Selon le schéma incorporé à la Figure 122, nous supposons pour simplifier que sous l'effet d'un effort tranchant $T(x)$ les contraintes de cisaillement paraboliques sont assimilées à des constantes dans chaque milieu. L'adhésif étant de très faible épaisseur, et placé au centre, il hérite de la contrainte de cisaillement maximale, tandis que le substrat se voit doté de la contrainte moyenne calculée pour respecter l'équilibre de la section.

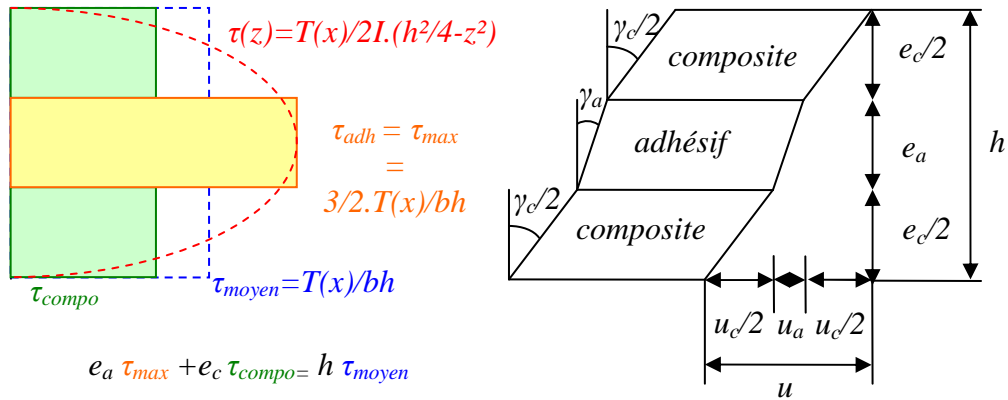


Figure 122. Distribution des contraintes et déformations de cisaillement dans l'interface en flexion trois points

Avec les différentes égalités visibles sur la Figure 122 et compte tenu de ce qui précède, on démontre la nouvelle loi des mélanges tenant compte de la distribution du cisaillement:

$$\begin{aligned}
 \tau_{moyen} &= \bar{G}_{13}^{inter} \frac{u}{h} = \frac{e_c}{h-3/2 e_a} \tilde{G}_{13}^{compo} \frac{u_c}{e_c} = \frac{2}{3} \tilde{G}_{13}^{adh} \frac{u_a}{e_a} \\
 \Leftrightarrow \frac{\tau_{moyen}}{\bar{G}_{13}^{inter}} &= \frac{u}{h} = \frac{u_a + u_c}{h} = \tau_{moyen} \frac{(h-3/2 e_a) / \tilde{G}_{13}^{compo} + 3e_a / 2 \tilde{G}_{13}^{adh}}{h} \\
 \Leftrightarrow \frac{1}{\bar{G}_{13}^{inter}} &= \frac{(1-3e_a/2h)}{\tilde{G}_{13}^{compo}} + \frac{3e_a/2h}{\tilde{G}_{13}^{adh}}
 \end{aligned}$$

D'où en incorporant le taux de fibres en volume du substrat par la loi des mélanges (248) :

$$\frac{1}{\bar{G}_{13}^{inter}} = \left(1 - 3e_a/2h\right) \left(\frac{V_f}{\alpha G_f} + \frac{1-V_f}{G_m} \right) + \frac{3e_a/2h}{\tilde{G}_{13}^{adh}} \quad (250)$$

Avec les données $e_a = 0,2$ mm ; $G_f = 50$ GPa ; $G_m = 1,5$ GPa nous identifions ainsi α et \tilde{G}_{13}^{adh} en résolvant un système linéaire à deux équations et deux inconnues à partir des données Tableau 23, puis nous déduisons \tilde{G}_{13}^{compo} par (248) :

$$\begin{aligned}
 \alpha &= 3,161 \cdot 10^{-2} \\
 \tilde{G}_{13}^{adh} &= 216,7 \text{ (MPa)} \\
 \tilde{G}_{13}^{compo} &= 1531 \text{ (MPa)}
 \end{aligned}$$

Nous notons que le module de cisaillement transverse équivalent du composite dans l'interface est proche du module de cisaillement de sa matrice qui vaut $G_m = 1,5$ GPa. Si le module de cisaillement équivalent de l'adhésif dans l'interface \tilde{G}_{13}^{adh} apparaît ici inférieur à \tilde{G}_{13}^{compo} celui du substrat, c'est parce qu'il

contribue seulement à un modèle phénoménologique linéaire donnant les propriétés apparentes de l'interface en fonction de son épaisseur et de son taux volumique de fibres, à une échelle dictée par l'expérience. Ce module équivalent ne saurait être employé à une étude locale, mais à calculer la contribution au sein d'une structure stratifiée plus épaisse d'un pli d'adhésif accompagné d'une dizaine de plis adjacents, répartis symétriquement de part et d'autre, dont le taux de fibres en volume vaut $44,1 \pm 4,7\%$. Cette résolution est simplement conforme à l'hypothèse de linéarité propriétés/paramètres de mise en œuvre sur l'intervalle couvert par les données expérimentales du Tableau 23. Si les données qu'elles permettent de retrouver à l'échelle de l'interface toute entière sont justes phénoménologiquement, les valeurs des paramètres internes \tilde{G}_{13}^{adh} et \tilde{G}_{13}^{compo} utilisées ne correspondent pas à l'estimation que l'on pourrait faire des valeurs locales de module de cisaillement dans l'adhésif ou dans le composite, qui devraient être largement supérieures à celle de la matrice $G_m=1500\text{MPa}$. Nous sommes ainsi conduits à admettre que le modèle micromécanique utilisé en cisaillement transverse est commode, mais non adéquat.

13.3.2. Cas du module de flexion

Un travail similaire peut être effectué concernant le coefficient de rigidité en élongation \bar{Q}_{11}^{inter} qui dépend aussi du taux volumique de fibres et de l'épaisseur de l'interface. La première ligne de (251) applique la théorie des stratifiés, la troisième incorpore la loi des mélanges avec deux coefficients β et γ représentant l'influence constante du renfort textile sur la rigidité du préimprégné.

$$\begin{aligned}\bar{Q}_{11}^{inter} &= \frac{12}{h^3} \left[\frac{2}{3} \left(\frac{h-e_a}{2} \right)^3 \tilde{Q}_{11}^{compo} + \frac{2}{3} \left(\frac{e_a}{2} \right)^3 \tilde{Q}_{11}^{adh} \right] \\ &= \frac{1}{h^3} \left[(h-e_a)^3 \frac{E^{compo}}{1-(\nu^{compo})^2} + e_a^3 \tilde{Q}_{11}^{adh} \right]\end{aligned}$$

$$\bar{Q}_{11}^{inter} = \left(1 - \frac{e_a}{h} \right)^3 \frac{\beta V_f E_f + (1 - V_f) E_m}{1 - \gamma (V_f \nu_f + (1 - V_f) \nu_m)^2} + \left(\frac{e_a}{h} \right)^3 \tilde{Q}_{11}^{adh} \quad (251)$$

Les données $e_a = 0,2 \text{ mm}$; $E_f = 230 \text{ GPa}$; $\nu_f = 0,3$; $E_m = 4,2 \text{ GPa}$; $\nu_m = 0,4$; et notre résultat précédent $\tilde{Q}_{11}^{adh} = E_x^{adhésif} / (1 - \nu_{yx}^{adhésif})^2 = 8605 \text{ MPa}$ (cf. Tableau 19 §12.4), nous conduisent à identifier ainsi à partir du Tableau 23 le couple solution tel que β et γ soient réels et positifs :

$$\beta = 0,2135 ; \gamma = 4,493$$

Les paramètres α , β , γ et \tilde{G}_{13}^{adh} nous permettent, en vertu de l'hypothèse de linéarité propriétés/paramètres de mise en œuvre, de définir une enveloppe autour de l'intervalle couvert par les données expérimentales du Tableau 23. Pour illustration nous montrons Figure 123, en nous inspirant de la présentation de la Figure 120, la simulation des quelques comportements d'interface parmi

lesquels ceux expérimentalement observés pour $[0_6/\bar{0}]_s$; $V_f=48,8\%$ et $[0_4/\bar{0}]_s$; $V_f=39,4\%$.

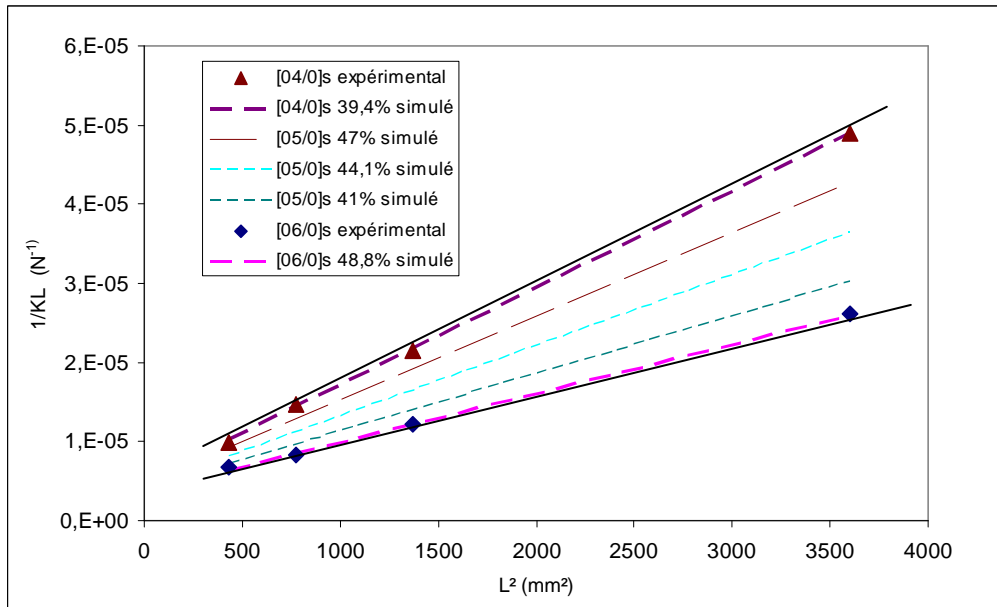


Figure 123. Comparaison des courbes expérimentales aux courbes simulées avec les paramètres $\alpha=3,161.10^{-2}$; $\beta=0,2135$; $\gamma=4,493$; $\tilde{G}_{13}^{adh}=216,7\text{ MPa}$ du modèle phénoménologique linéaire liant V_f aux propriétés élastiques. Délimitation à main levée (en noir) de la zone de validité théorique du modèle

13.4. Conclusions

Dans ce Chapitre 13, nous avons proposé un principe simple d'homogénéisation de l'interface collée symétrique dans le plan transverse. En tenant compte de l'épaisseur et du taux de résine, nous avons notamment établi et validé des relations phénoménologiques entre la rigidité statique et les modules apparents de cisaillement \bar{G}_{13}^{inter} et d'élongation \bar{Q}_{11}^{inter} de l'interface. Ces modules sont vérifiés par flexion à distance entre appuis variable sur des interfaces collées symétriques de huit à douze plis de composite préimprégné (empilements $[0_4/\bar{0}]_s$ à $[0_6/\bar{0}]_s$, taux volumiques de fibres $V_f=39\%$ à $V_f=49\%$). Les caractéristiques équivalentes mesurées pour une interface entière (adhésif et plis adjacents) sont de $\bar{G}_{13}^{inter}=950\pm40\text{ MPa}$ et de $\bar{Q}_{11}^{inter}=45100\pm3300\text{ MPa}$. La relation micromécanique proposée entre \bar{G}_{13}^{inter} et V_f est inadéquate à l'échelle microscopique, dans la mesure où les modules apparents auxquels elle conduit à l'échelle des plis sont trop faibles. Néanmoins, compte tenu des variations relatives de propriétés en fonction de V_f observées sur l'intervalle considéré, une relation linéaire entre propriétés élastiques globales et V_f apparaît comme étant une approximation légitime. Nous allons maintenant considérer la viscoélasticité linéaire des polymères renforcés de fibres présents dans les assemblages collés étudiés, pour finalement corréliser leur tenue au fluage avec leur ténacité à différents stades du vieillissement humide.

Section 6. Propriétés différées en viscoélasticité linéaire

Chapitre 14. Caractéristiques à long terme et ténacité

14.1. Principe et mise en œuvre de la démarche

14.1.1. Introduction théorique

La mise en œuvre transitive des résines thermodurcissables industrielles entre un liquide visqueux et un solide élastique nous évoque que la matrice époxy d'un matériau composite apparemment solide continue de s'écouler. Ce rappel nous invite à importer des éléments de rhéologie théorique lors de la modélisation des phénomènes observables à long terme sur les structures composites à base de préimprégnés. Sous l'hypothèse d'un comportement viscoélastique linéaire, l'analyse dynamique permet de déterminer les caractéristiques à long terme telles que le module de relaxation ou la complaisance de fluage des matériaux à partir de sollicitations harmoniques. La caractérisation instantanée déjà évaluée en statique de l'interface collée peut donc être avantageusement complétée par une évaluation à plus long terme de fonctions de fluage grâce à l'exploitation d'essais dynamiques. D'un point de vue pratique il s'agit avant tout de valider des modèles d'anticipation de la réponse rhéologique du matériau solide dans des gammes de températures et de temps de sollicitation non couvertes par l'expérimentation directe.

En viscoélasticité linéaire la présence de fibres de renfort, si chimiquement inertes et parfaitement élastiques, n'influence pas *a priori* la physique du polymère. La forte augmentation des modules d'élasticité par ajout de fibres n'a dans ce cas pas d'effet sur la position de la température de transition vitreuse. Il est alors intéressant de s'appuyer sur le principe d'équivalence temps-température propre aux polymères de synthèse pour prédire l'évolution des grandeurs viscoélastiques du matériau multicouche comme sa complaisance au fluage ou son module de relaxation. Cependant ni l'endommagement en fatigue, ni le vieillissement humide ne sont pris en compte dans ces prévisions, mais essentiellement une température et un niveau de chargement moyens de service. Elles sont donc limitées à l'étude de la durabilité mécanique des polymères renforcés tant que les hypothèses d'absence d'échanges chimiques et de petites déformations sont vérifiées. Inspirée par la lecture de [DOAN(1990)], la notation complexe d'une sollicitation de cisaillement harmonique d'amplitude γ_0 et de pulsation ω s'écrit (252):

$$\gamma^*(\omega) = \gamma_0 e^{i\omega t} \quad (252)$$

La réponse en contraintes déphasée d'un angle φ d'un matériau viscoélastique à une telle sollicitation s'écrit (253) :

$$\tau^*(\omega) = \tau_0 e^{i\omega t} e^{i\varphi} \quad (253)$$

Ainsi, compte tenu de la loi de comportement viscoélastique (254), le module de cisaillement dynamique complexe se déduit des relations (252) et (253) sous la forme (255):

$$\tau^*(\omega) = G^*(\omega) \gamma^*(\omega) \quad (254)$$

$$\tau_0 e^{i\varphi} = G^*(\omega) \gamma_0 \quad (255)$$

Il se décompose en partie réelle et partie imaginaire (256), telles que $G'(\omega)$ soit la composante en phase avec la déformation, appelée module de conservation car elle caractérise l'énergie élastique stockée au cours d'un cycle, et telle que $G''(\omega)$ soit la composante en quadrature de phase avec la déformation, appelée module de perte car elle caractérise l'énergie dissipée dans l'échantillon sous forme visqueuse.

$$G^*(\omega) = G'(\omega) + iG''(\omega) \quad (256)$$

Le rapport entre énergie stockée et dissipée par cycle est égal à la tangente de l'angle de déphasage φ , appelé également angle de perte.

$$\tan \varphi = \frac{G''(\omega)}{G'(\omega)} \quad (257)$$

Dans le cas d'une sollicitation harmonique, la dissipation à chaque cycle d'une part de l'énergie mécanique reçue, quantifiée par l'angle de perte φ , contraste avec la constance des amplitudes des contraintes et des déformations. Cela suppose que le matériau dissipe de l'énergie par frottements visqueux sans que jamais ses propriétés élastiques ne soient altérées. L'hypothèse de non-altération du matériau propre à la viscoélasticité linéaire ne peut fonctionner que pour des amplitudes inférieures au seuil d'endommagement en fatigue, s'il existe, ou pour des amplitudes et des temps de sollicitation entraînant un endommagement négligeable d'un point de vue mécanique.

Avec ces restrictions, l'évolution du module instantané $G(t)$ respecte le principe de superposition de Boltzmann, selon lequel la relaxation d'un échantillon dépend de toutes les déformations appliquées successivement. Chaque déformation apporte une contrainte indépendante, et au temps t la contrainte finale résulte de la contribution de toutes ces contraintes (Figure 124).

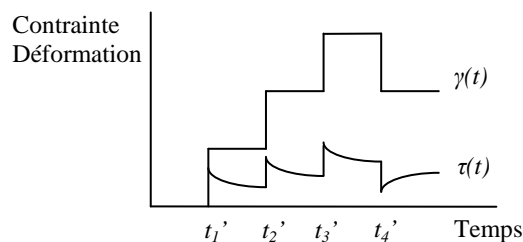


Figure 124. Principe de superposition de Boltzmann

En appliquant à des temps successifs t_i' les déformations successives discrètes $\Delta\gamma_i$, le principe de superposition de Boltzmann permet d'écrire :

$$\tau(t) = \sum_{i=1}^n \Delta\gamma_i G(t - t_i') \quad (258)$$

En généralisant à un chargement continu dans le temps, la formulation intégrale de cette loi de comportement viscoélastique linéaire s'écrit :

$$\tau(t) = \int_{-\infty}^t G(t-t') \frac{\partial \gamma(t')}{\partial t'} dt' \quad (259)$$

Pour la sollicitation harmonique exprimée par l'équation (252), on obtient donc la contrainte complexe τ^* en développant la notation complexe γ^* et en l'incorporant dans (259):

$$\gamma^*(t) = \gamma_0 e^{i\omega t} = \gamma_0 (\cos \omega t + i \sin \omega t) \quad (260)$$

$$\tau^*(t) = -\omega\gamma_0 \int_{-\infty}^t G(t-t') \sin(\omega t') dt' + i\omega\gamma_0 \int_{-\infty}^t G(t-t') \cos(\omega t') dt' \quad (261)$$

Avec le changement de variable $s=t-t'$:

$$\begin{aligned} \tau^*(t) &= -\omega\gamma_0 \int_0^{\infty} G(s) \sin(\omega t - \omega s) ds + i\omega\gamma_0 \int_0^{\infty} G(s) \cos(\omega t - \omega s) ds \\ &= i\omega\gamma_0 \int_0^{\infty} G(s) [\cos(\omega t - \omega s) + i \sin(\omega t - \omega s)] ds \\ &= i\omega\gamma_0 \int_0^{\infty} G(s) e^{i(\omega t - \omega s)} ds \\ &= i\omega\gamma_0 e^{i\omega t} \int_0^{\infty} G(s) e^{-i\omega s} ds \\ &= \gamma_0 e^{i\omega t} \left[\omega \int_0^{\infty} G(s) \sin \omega s ds + i \omega \int_0^{\infty} G(s) \cos \omega s ds \right] \\ &= \gamma^*(t) [G'(\omega) + iG''(\omega)] \\ &= \gamma^*(t) G^*(\omega) \end{aligned} \quad (262)$$

Ainsi on met en évidence une relation mathématique entre les modules dynamiques et le module de relaxation du matériau, à savoir que les modules complexes sont le résultat de la transformée de Fourier du module de relaxation, puisque d'après les antépénultième et avant-dernière lignes de (262) on a :

$$G'(\omega) = \omega \int_0^{\infty} G(s) \sin \omega s \, ds \quad (263)$$

$$G''(\omega) = \omega \int_0^{\infty} G(s) \cos \omega s \, ds \quad (264)$$

Nous allons profiter de la possibilité d'inverser cette opération pour exploiter les rigidités dynamiques expérimentales $G'(\omega)$ et $G''(\omega)$ afin de déterminer les modules de relaxation des échantillons testés:

$$G(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{G'(\omega)}{\omega} \sin \omega t \, d\omega = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{G''(\omega)}{\omega} \cos \omega t \, d\omega \quad (265)$$

Plus présente dans le jargon industriel, la notion de « fluage » passe pour le corollaire vernaculaire de la très scientifique « relaxation ». En viscoélasticité linéaire les deux phénomènes sont en fait liés par une phénoménologie identique, même si la relaxation des contraintes sous une déformation constante « ne se voit pas » de l'extérieur tandis que l'allongement sous une charge constante cause des déformations de fluage très visibles. Afin de faciliter la communication des résultats, il convient de les traduire en termes de complaisance de fluage. A ce titre, on utilise la définition de la complaisance dynamique complexe J^* , qui est le rapport de la déformation à la contrainte, soit l'inverse de G^* :

$$J^*(\omega) = \frac{1}{G^*(\omega)} = \frac{G'(\omega) - iG''(\omega)}{G'(\omega)^2 + G''(\omega)^2} = J'(\omega) - iJ''(\omega) \quad (266)$$

En reprenant toutes les explications de ce paragraphe et en intervertissant contraintes et déformations, on démontre que la fonction de fluage respecte une relation du type de (265) :

$$J(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{J'(\omega)}{\omega} \sin \omega t \, d\omega = \frac{-2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{J''(\omega)}{\omega} \cos \omega t \, d\omega \quad (267)$$

Intéressés par l'expression du fluage en fonction du temps connaissant les modules dynamiques, nous choisissons de l'écrire:

$$J(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{G'(\omega)}{\omega [G'(\omega)^2 + G''(\omega)^2]} \sin \omega t \, d\omega \quad (268)$$

L'explication physique de la notion de temps de relaxation conduit à envisager l'existence de mouvements moléculaires à l'origine de la viscoélasticité. Ces mouvements et les échelles de temps auxquelles ils se produisent sont corrélés avec l'agitation thermique : un phénomène se produisant en un temps donné à une température donnée se produira en un temps plus court à une

température plus élevée. L'équivalence temps-température se traduit par la possibilité de superposer les courbes de relaxation ou de fluage obtenues à différentes températures T avec la courbe obtenue à une température de référence T_0 (éq. (269)). En fait l'expérience consiste à suivre à une pulsation donnée l'évolution des rigidités de conservation et de perte de l'échantillon soumis à une succession d'isothermes de température croissante. En effectuant un balayage en fréquence à chaque isotherme, on a accès aux données $G'(\omega_i, T)$ et $G''(\omega_i, T)$ avec $i=1..n$, mais la connaissance de quelques fréquences expérimentales ne suffit pas pour une intégration de ω sur $]0, \infty[$ (cf. équation (268)).

$$G(t, T_0) = G(t \cdot a_{T/T_0}, T) b_{T/T_0} \quad (269)$$

a_{T/T_0} et b_{T/T_0} sont les facteurs de translation thermique vertical et horizontal, ils sont les mêmes quelle que soit la quantité rhéologique considérée. Ils dépendent théoriquement de la température et de la densité dans le cas d'un matériau homogène pur, mais dans le cas de matériaux non homogènes, de mélanges, de copolymères ou de polymères chargés, soit ils n'existent pas, soit on ne peut en donner qu'une estimation empirique. Une méthode graphique incorporée dans un logiciel de traitement de données rhéologiques détermine a_{T/T_0} et b_{T/T_0} empiriques en optimisant la superposition des courbes interpolées $G'(\omega_i, T)$ $i=1..n$ autour de la courbe $G'(\omega_i, T_0)$ $i=1..n$. En utilisant la règle de translation en fréquence équivalente à (269), $G'(\omega, T_0)$ est alors déductible à partir d'une seule courbe $G'(\omega_0, T)$:

$$\begin{aligned} G'(\omega, T_0) &= G' \left(\frac{\omega}{a_{T/T_0}}, T \right) b_{T/T_0} \\ &= G'(\omega_0, T_1(\omega)) b_{T_1/T_0} \quad \text{si} \quad \frac{\omega}{a_{T_1/T_0}} = \omega_0 \end{aligned} \quad (270)$$

Cette procédure donne les caractéristiques viscoélastiques de l'échantillon sur une gamme de fréquences considérablement élargie par rapport aux possibilités expérimentales. Cela permet l'identification des paramètres d'un modèle viscoélastique analogique extrapolant les résultats expérimentaux à l'infini, ce qui permet ensuite diverses manipulations mathématiques.

Mais nous sommes ici confrontés à un problème complémentaire ; la difficulté spécifique au cas d'une interface collée de composites vient de sa constitution à partir de plusieurs polymères compatibles :

- le polymère d'imprégnation du peel-ply de traitement de surface
- le polymère adhésif lui-même
- le polymère thermoplastique du textile support de l'adhésif
- la matrice du composite collé

Grâce à leur compatibilité ces polymères interagissent pendant la mise en œuvre, de telle sorte que leur caractérisation mécanique individuelle est non seulement exhaustive, mais ne rend absolument pas compte des effets

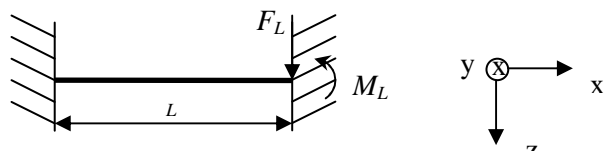
synergiques (adsorption, mélange, interdiffusion...) inhérents au procédé de collage. Pourtant, ces phénomènes intervenant sur une épaisseur faible rappelons-le, de 0,2 à 0,3 mm, ils ont un rôle non négligeable sur les caractéristiques viscoélastiques du joint de colle. Il apparaît donc vain d'isoler la colle en vue de caractériser la solution de collage. Notre prédilection va plutôt à la démarche qui consiste à caractériser le comportement d'un assemblage type et en déduire par calcul la contribution du joint de colle dans son environnement de travail. En somme les étapes de la méthode indirecte de caractérisation de l'adhésif sont très schématiquement:

1. Tracé des rigidités dynamiques des échantillons stratifiés sous la forme de courbes maîtresses de rigidité en flexion,
2. Tracé des fonctions de fluage et de relaxation des stratifiés aux températures de référence des courbes maîtresses,
3. Déduction des différents modules de relaxation et complaisances de fluage liés aux caractéristiques homogènes \bar{G}_{13}^{inter} et \bar{Q}_{11}^{inter} .

Nous allons maintenant étudier le dispositif expérimental dont nous souhaitons tirer les rigidités dynamiques des interfaces collées.

14.1.2. Dispositif expérimental d'analyse harmonique

L'étude du comportement viscoélastique des matériaux englobe théoriquement leur étude statique et dynamique puisqu'elle vise à établir l'évolution dans le temps t de la relation qui existe entre la déformation ε , son premier gradient $\dot{\varepsilon}$ et la contrainte σ – en élévation, ou $\gamma, \dot{\gamma}$ et τ en cisaillement.



$$\left. \begin{aligned} w''(x) &= \frac{M(x)}{ID_{11}} \\ M(x) &= M_L - F_L(L-x) \end{aligned} \right\} \Rightarrow w'(x) = \frac{M_L x - F_L(Lx - x^2/2)}{ID_{11}}$$

bi-encastrement : $w'(L) = 0 \Leftrightarrow M_L = \frac{F_L L}{2}$

d'où : moment fléchissant : $M(x) = -F_L(L/2 - x)$
 effort tranchant : $T(x) = F_L$
 effort normal : $N(x) = 0$

Figure 125. *Éléments de réduction du chargement d'une éprouvette en DMA*

Expérimentalement ces derniers paramètres au sens proprement local ne sont pas directement accessibles pour des raisons d'encombrement et d'inertie vibratoire, car on a recours à des sollicitations harmoniques à pulsation et température variables. Dans la grande majorité des cas, des éprouvettes

parallélépipédiques de faibles dimensions sont placées sans aucune jauge de déformation, directement entre les mors des viscoélasticimètres, pour y subir des déformations contrôlées sous différentes températures imposées. En effet, l'adhésif polymère à utiliser pour coller des jauges serait à juste titre une source trop importante de perturbations des mesures.

Les paramètres conjugués force/déplacement ou bien couple/angle de rotation des éprouvettes testées en DMA (*Dynamic Mechanical Analysis*) définissent une rigidité ou une complaisance macroscopique de flexion ou de torsion. Les grandeurs identifiées à l'échelle des structures élémentaires testées sont analysées au sens de la mécanique des poutres (ici de la théorie des stratifiés) pour calculer une première approche des paramètres locaux recherchés.

Dans le cas de l'appareil de viscoélasticimétrie utilisé (Figure 125), les éprouvettes sont des poutres droites de dimensions 1 à 5 mm x 10 mm x 40 mm en flexion bi-encastée de portée 17,5 mm. Leur force de réaction est suivie en fonction de la température et de la pulsation harmonique correspondant à un déplacement sinusoïdal d'amplitude 15 µm et de fréquence variable.

14.1.2.1. Diagnostic et palliatif des problèmes de fiabilité instrumentale

Se servir d'un viscoélasticimètre comme moyen de caractérisation constitue une démarche indirecte et nécessite un post-traitement précis des données expérimentales.

Pour commencer, la procédure d'exploitation des données expérimentales pré-programmée dans l'appareil utilisé retourne une valeur de module de Young $E(\omega, T)$ d'un hypothétique matériau homogène isotrope ne correspondant pas aux matériaux anisotropes étudiés. Le document de référence fourni par le constructeur indique* :

$$E(\omega, T) = \frac{K(\omega, T)}{f_c} \frac{L^3}{12I} \left[1 + \frac{12}{5} (1 + \nu) \left(\frac{t}{L} \right)^2 \right] \quad (271)$$

E module de Young
 ν coefficient de Poisson fixé arbitrairement à 0,44
 L longueur échantillon
 t épaisseur échantillon
 I moment d'inertie de flexion
 K rigidité mesurée
 f_c facteur de correction des mors

Formule éléments finis de f_c :

$$f_c = 0,7616 - 0,02713 \sqrt{\frac{L}{t}} + 0,1083 \ln\left(\frac{L}{t}\right)$$

* Source : TA Instruments

Après s'être assuré dans un premier temps de récupérer la raideur expérimentale brute $K(\omega, T)$ (force *vs* déplacement en fonction de température T et pulsation ω) de l'éprouvette, nous notons la présence d'un facteur de correction des mors f_c . Dans le cas d'une éprouvette encastrée Merle [MERL(1986)] relève que les effets de mors dépendent de la force de serrage, elle-même variant de façon importante en fonction de la température. De plus, la raideur complexe apparente $K^*(\omega, T)$ se compose de la raideur de l'appareil et de celle de l'éprouvette. Si l'écart de raideur est très important en faveur de l'appareillage, l'influence de celui-ci sur le facteur de correction est négligeable, dans le cas contraire on risque d'avoir de grandes erreurs, même après correction.

Manifestement, notre appareil est conçu pour travailler sur des polymères non chargés qui ne dépassent pas 5 GPa en module de Young pour ce qui concerne les résines thermodurcissables classiques. La formule de correction donnée est remise en cause pour au moins deux raisons lorsque des fibres de carbone interviennent : elles apportent une forte anisotropie et décuplent les modules. Toutefois, on retiendra le principe d'un facteur de correction constant à appliquer à la rigidité mesurée. Il s'agira pour nous de le déterminer sous la forme d'un coefficient de proportionnalité entre la rigidité caractérisée à 1 mm/min à température ambiante comme pour les essais statiques précédents et le point correspondant de la raideur complexe $\underline{K}^*(\omega, T)$.

Après examen du fichier d'acquisition de données, on constate que la raideur proposée sous sollicitation sinusoïdale n'est pas la raideur dynamique mais la raideur crête à crête (force maxi F_0 sur amplitude de déplacement δ_0). Une première correction doit donc être apportée afin d'extraire la raideur dynamique en fonction de la vitesse de déformation. En considérant le déphasage φ entre le déplacement sinusoïdal imposé $\delta(t)$ et l'effort mesuré $F(t)$, on déduit la relation paramétrée force-déplacement $F(\delta)$.

$$\left. \begin{array}{l} \delta(t) = \delta_0 \sin(\omega t) \\ F(t) = F_0 \sin(\omega t + \varphi) \end{array} \right\} \Rightarrow F(\delta) = F_0 \sin\left(\arcsin\frac{\delta}{\delta_0} + \varphi\right) \quad (272)$$

φ correspond à l'angle de perte mesuré par l'appareil en tant que rapport adimensionnel de l'énergie dissipée à l'énergie stockée au cours d'un cycle.

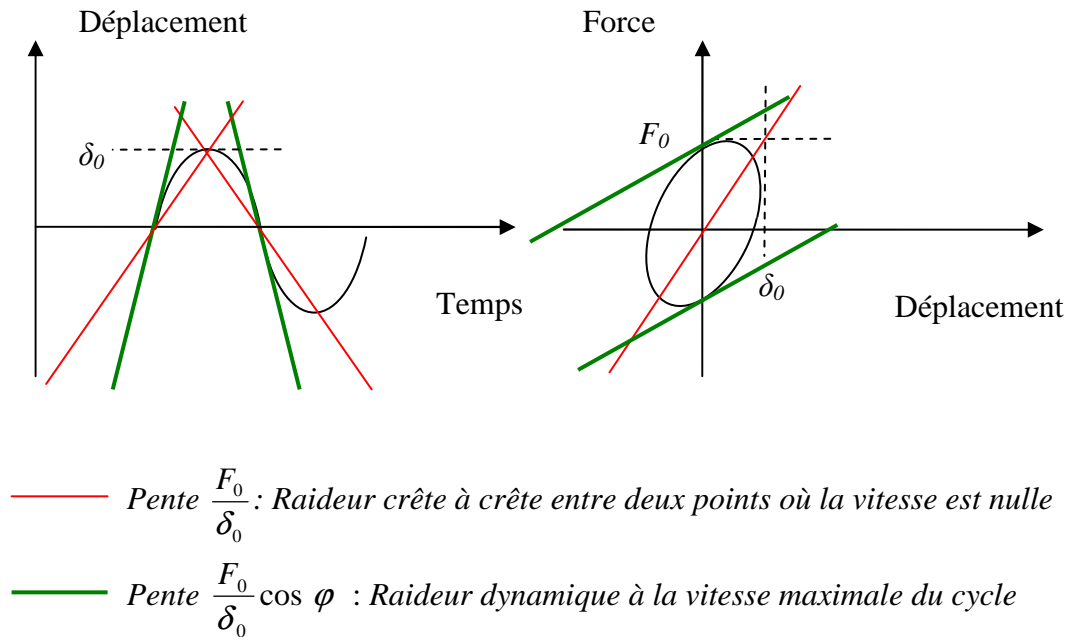


Figure 126. Représentations de la raideur donnée par l'appareil et de la raideur dynamique recherchée

La raideur en position de repos initiale $F'(0)$ correspond à la zone du cycle où la vitesse de déplacement est maximale et presque constante, c'est pourquoi nous la considérons comme analogue à la raideur quasi-statique. Après dérivation nous obtenons:

$$F'(0) = \frac{F_0}{\delta_0} \cos \varphi \quad (273)$$

Nous faisons apparaître le déphasage φ dans l'expression de la raideur dynamique. Dans le plateau vitreux le déphasage est proche de zéro donc son cosinus tend vers un et la rigidité apparente est bien $F_0/\delta_0 \cos \varphi \approx F_0/\delta_0$. Cependant le gonflement de l'hystérésis à partir de la zone de transition infirmerait cette hypothèse. D'où le choix de $(F_0/\delta_0) \cos \varphi$ dont nous pouvons remarquer que pour un matériau isotrope (cf. éq. (271)), il est proportionnel au module de conservation $E'(\omega)$. Dans le cas d'un matériau anisotrope en flexion, il y a davantage de caractéristiques indépendantes qui participent à la rigidité, c'est pourquoi le passage de la rigidité en N/mm au module en MPa, source de confusions, est contre-indiqué. Dans la suite de notre étude nous présenterons donc principalement les rigidités de perte et de conservation de chaque assemblage étudié. Toutefois, pour faciliter la lecture, une règle de transposition rigidité/module approchée sera proposée (§14.1.3.).

La vitesse de déplacement maximale dans le cycle vaut alors en mm/min:

$$\dot{\delta}_{\max} = \omega \delta_0 \quad (274)$$

En toute rigueur, il faudrait procéder exactement au même essai de flexion bi-encastrée en dynamique (pulsation ω) et en statique ($\dot{\delta}=1$ mm/min) afin d'identifier la valeur $\hat{\omega}$ de ω permettant de recalculer les données de DMA. Le coefficient de correction à appliquer serait tel que :

$$Rigidité\ statique = Coefficient\ de\ correction \times \frac{F_0(\hat{\omega})}{\delta_0} \cos \varphi(\hat{\omega}) \quad (275)$$

$$\text{où } \hat{\omega} = \frac{\dot{\delta}}{\delta_0} \times \frac{1}{60} \left(rad.s^{-1} \right) \text{ d'après Eq.(23)}$$

Ne pouvant réaliser que l'essai statique de flexion trois points sur une éprouvette beaucoup plus grande, nous proposons de rechercher ω tel que les vitesses de courbure maximales soient identiques en DMA et en statique pour des éprouvettes présentant le même coefficient D_{11} . Nous sommes ainsi conduits à déterminer la courbure de la section soumise au moment maximal en flexion bi-encastrée dynamique, et à la comparer à la courbure à mi-portée en flexion trois points statique. L'éprouvette de test statique peut être beaucoup plus grande en longueur et en largeur, mais doit avoir le même empilement et la même épaisseur. Les deux types d'éprouvette sont découpés dans la même plaque moulée sous presse ou en autoclave.

Rappelons les expressions des courbures élastiques dans les deux configurations (Tableau 24) au sens de la théorie classique des stratifiés. Nous constatons qu'elles doivent être complétées pour tenir compte du cisaillement transverse. En effet, pour accéder au comportement en cisaillement d'une couche médiane, il faut inclure l'énergie de déformation élastique en cisaillement dans le calcul de la relation force-flèche. Cela suppose des éprouvettes suffisamment épaisses pour rendre la contribution du cisaillement perceptible.

Tableau 24. Comparaison des courbures en DMA et en statique

Flexion	Bi-encastrée DMA	Trois points statique
Longueur	$L_{DMA} = 17,5\text{mm}$	$L_{stat} = 100\text{mm}$
Largeur	$l_{DMA} = 10\text{mm}$	$l_{stat} = 25\text{mm}$
Moment maximal	$F_{DMA} L_{DMA} / 2$	$F_{stat} L_{stat} / 4$
Courbure χ maximale en	$x=0, x = L_{DMA}$	$x = L_{stat} / 2$
Expression de χ_{max}	$\chi_{DMA} = F_{DMA} L_{DMA} / 2 l_{DMA} D_{11}$	$\chi_{stat} = F_{stat} L_{stat} / 4 l_{stat} D_{11}$

Sous la forme suivante, une fois les relations force-flèche complètement exprimées en fonction de l'élongation et du cisaillement, on en déduit les vitesses de courbure provoquées par le déplacement du point de chargement:

$$\left| \begin{array}{l} F_{DMA} = {}^{b-e} \bar{K}_{DMA} \delta_{DMA} \\ F_{stat} = {}^{3p} \bar{K}_{stat} \delta_{stat} \end{array} \right. \Rightarrow \left| \begin{array}{l} \dot{\chi}_{DMA} = \left({}^{b-e} \bar{K}_{DMA} L_{DMA} / 2 l_{DMA} D_{11} \right) \dot{\delta}_{DMA} \\ \dot{\chi}_{stat} = \left({}^{3p} \bar{K}_{stat} L_{stat} / 4 l_{stat} D_{11} \right) \dot{\delta}_{stat} \end{array} \right.$$

Où ${}^{3p}\bar{K}_{stat}$ et ${}^{b-e}\bar{K}_{DMA}$ sont les rigidités force-flèche théorique respectivement en flexion trois points de largeur l_{stat} et longueur L_{stat} , et en flexion bi-encastée ($b-e$) de largeur l_{DMA} et longueur L_{DMA} , et $\dot{\delta}_{stat}$ et $\dot{\delta}_{DMA}$ sont les vitesses de déplacement correspondantes.

Chaque courbe maîtresse de la raideur complexe d'une éprouvette testée en DMA sera corrigée le cas échéant par un facteur multiplicatif calculé à l'abscisse $\hat{\omega}$ telle que la vitesse de courbure en $\hat{\omega}$ soit équivalente à celle utilisée en essai statique :

$$\dot{\chi}_{DMA}(\hat{\omega}) = \dot{\chi}_{stat}(\dot{\delta}_{stat}) \quad (276)$$

En incorporant les équations du Tableau 24 et suivantes, $\hat{\omega}$ s'exprime par :

$$\left({}^{b-e}\bar{K}_{DMA} L_{DMA} / 2l_{DMA} D_{11} \right) \hat{\omega} \dot{\delta}_0 = \left({}^{3p}\bar{K}_{stat} L_{stat} / 4l_{stat} D_{11} \right) \dot{\delta}_{stat} \quad (277)$$

On obtient donc la formule donnant $\hat{\omega}$ la pulsation de coïncidence théorique entre la rigidité statique et la raideur dynamique:

$$\hat{\omega} = \frac{1}{2} \frac{{}^{3p}\bar{K}_{stat} L_{stat} l_{DMA}}{{}^{b-e}\bar{K}_{DMA} L_{DMA} l_{stat}} \cdot \frac{\dot{\delta}_{stat}}{\dot{\delta}_0} \times \frac{1}{60} \quad (rad.s^{-1}) \quad (278)$$

Avec $\dot{\delta}_{stat}$ en mm/min.

Nous disposons désormais d'un outil de transposition des résultats obtenus en DMA flexion bi-encastée à l'échelle d'une éprouvette de statique flexion trois points pourvu que l'empilement soit strictement conservé (matériaux, épaisseurs, orientations). Le facteur de correction multiplicatif à appliquer à la raideur dynamique mesurée à la température T de l'essai statique et à la pulsation $\hat{\omega}$ est :

$$f_c = \frac{{}^{3p}\bar{K}_{stat} \dot{\delta}_0}{F_0(\hat{\omega}, T) \cos[\varphi(\hat{\omega}, T)]} \quad (rad.s^{-1}) \quad (279)$$

Où interviennent les données acquises en DMA :

$F_0(\hat{\omega}, T)$ l'amplitude de la réponse dynamique en force
 $\varphi(\hat{\omega}, T)$ le déphasage

14.1.2.2. Détermination théorique de ${}^{b-e}\bar{K}_{DMA}$

Grâce aux équations (250) et (251) permettant de prédire les rigidités apparentes statiques d'un échantillon d'après son épaisseur et son taux de fibres, nous pouvons corriger les rigidités obtenues en analyse harmonique. La reformulation de l'équation (244) conformément à la régression linéaire expérimentale donne en flexion bi-encastée :

$$\frac{1}{{}^{b-e}\bar{K}_{DMA}L_{DMA}} = \frac{6}{5} \frac{1}{\bar{G}_{13}^{inter}hl_{DMA}} + \frac{L_{DMA}^2}{\bar{Q}_{11}^{inter}h^3l_{DMA}} \quad (280)$$

Les caractéristiques \bar{G}_{13}^{inter} et \bar{Q}_{11}^{inter} sont données empiriquement à la vitesse de courbure de l'essai statique (Tableau 25): de par leur dépendance aux conditions de température et de vitesse de déformation, les rigidités statique et dynamique d'un échantillon ne doivent théoriquement coïncider que pour une valeur unique de pulsation harmonique $\hat{\omega}$ dont la détermination a été détaillée au paragraphe précédent. C'est en ce sens qu'intervient le facteur de correction de la rigidité, fonction des conditions de serrage entre les mors, qui varie avec l'épaisseur de l'échantillon.

Tableau 25. Valeurs théoriques de \bar{G}_{13}^{inter} , \bar{Q}_{11}^{inter} , ${}^{b-e}\bar{K}_{DMA}$, ${}^{3p}\bar{K}_{stat}$, et $\hat{\omega}$ déterminées pour les interfaces effectivement analysées en DMA

Interfaces DMA	h (mm)	e_a (mm)	V_f (%)	\bar{G}_{13}^{inter} (MPa)	\bar{Q}_{11}^{inter} (MPa)	l_{DMA} (mm)	L_{DMA} (mm)	${}^{b-e}\bar{K}_{DMA}$ (N/mm)	l_{stat} (mm)	L_{stat} (mm)	${}^{3p}\bar{K}_{stat}$ (N/mm)	$\hat{\omega}$ (rad/s)
$[0_6/\bar{0}]_s^{(*)}$	3,314	0,2	47,63	991	48004	10,6	17,5	1119,6	25	100	164,2	0,197
$[0_4/\bar{0}]_s^{(*)}$	2,652	0,2	40,32	908	42096	9,9	17,5	636,9	25	100	75,6	0,149
$[0_2/\bar{0}]_s^{(*)}$	1,16	0,2	51,50	597	34129	10,8	17,5	82,5	25	100	5,3	0,088

(*) Le pli central est un pli d'adhésif.

Bien qu'il soit situé en dehors du domaine de validité du modèle de prédiction des propriétés, l'échantillon $[0_2/\bar{0}]_s$ a fait l'objet du même traitement que $[0_6/\bar{0}]_s$ et $[0_4/\bar{0}]_s$. Cela nous permettra éventuellement de vérifier l'extensibilité du modèle aux interfaces plus fines. Pour l'instant, il est beaucoup plus important de remarquer que la valeur déterminée empiriquement de ${}^{3p}\bar{K}_{stat} = 164,2 \text{ N/mm}$ pour l'interface $[0_6/\bar{0}]_s$ analysée en DMA correspond très bien aux mesures statiques faites avec une distance entre appuis de 100 mm (Tableau 18), qui donnaient une rigidité de 162,4 N/mm pour un autre échantillon de type $[0_6/\bar{0}]_s$. En effet, les éprouvettes composites normalisées qui seront calquées pour l'évaluation des ténacités d'assemblages collés de composite correspondent en taille à des empilements de type $[0_6/\bar{0}]_s$.

14.1.3. Transposition approximative de la rigidité en modules

14.1.3.1. Eprouvettes non vieilles

Après correction des rigidités en DMA par rapport aux rigidités en statique, l'interface homogénéisée en statique vérifie l'équation:

$$\frac{1}{{}^{b-e}\bar{K}_{DMA}} = \frac{6}{5} \frac{L_{DMA}}{\bar{G}_{13}^{inter} h l_{DMA}} + \frac{L_{DMA}^3}{\bar{Q}_{11}^{inter} h^3 l_{DMA}} \quad (281)$$

Nous cherchons les deux caractéristiques \bar{G}_{13}^{inter} et \bar{Q}_{11}^{inter} en fonction de ${}^{b-e}\bar{K}_{DMA}$, donc il nous faut une relation supplémentaire entre \bar{G}_{13}^{inter} et \bar{Q}_{11}^{inter} . L'hypothèse de conservation du rapport ϑ de ses modules apparents en dépit des effets du temps et de la température, est commode pour notre modèle phénoménologique d'interface homogène, bien qu'il nous soit impossible de la démontrer. Une justification accessoire réside dans la supposition que les changements de temps, et température, affectent principalement la matrice isotrope et laissent les fibres intactes.

$$\frac{\bar{Q}_{11}^{inter}}{\bar{G}_{13}^{inter}} = \vartheta \quad (282)$$

Cette nouvelle équation permet enfin d'exprimer la valeur de chaque module apparent comme une fraction connue de la valeur de la rigidité globale :

$$\bar{G}_{13}^{inter} = {}^{b-e}\bar{K}_{DMA} \frac{L_{DMA} (6h^2 \vartheta + 5L_{DMA}^2)}{5h^3 l_{DMA} \vartheta} \quad (283)$$

$$\bar{Q}_{11}^{inter} = {}^{b-e}\bar{K}_{DMA} \frac{L_{DMA} (6h^2 \vartheta + 5L_{DMA}^2)}{5h^3 l_{DMA}} \quad (284)$$

Tableau 26. *Déduction des modules apparents de l'interface homogène $[0_6 / \bar{0}]_s$*

l_{DMA}	h	e_a	V_f	\bar{Q}_{11}^{inter}	\bar{G}_{13}^{inter}	ϑ	$\bar{G}_{13}^{inter} / {}^{b-e}\bar{K}_{DMA}$
(mm)	(mm)	(mm)	(%)	(N/mm ²)	(N/mm ²)		(mm ⁻¹)
10,06	3,17	0,2	49,94	48711	976	49,60	0,993
							$\bar{Q}_{11}^{inter} / {}^{b-e}\bar{K}_{DMA}$
							(mm ⁻¹)
							49,60

Il en découle la règle suivante de transposition en modules des rigidités lues en N/mm sur des interfaces $[0_6 / \bar{0}]_s$: la rigidité corrigée lue en N/mm est de l'ordre de grandeur du module de cisaillement \bar{G}_{13}^{inter} en MPa, et de l'ordre du cinquantième de la valeur du module de rigidité élongationnelle \bar{Q}_{11}^{inter} en MPa (Tableau 26). La même transposition approximative pourra être effectuée en statique comme en dynamique sur les interfaces $[0_6 / \bar{0}]_s$ non vieilles. Dans le cas

des éprouvettes vieilles il nous faudra considérer une différence importante d'affectation des modules dans les directions transverse, contrôlés par la matrice, et longitudinale, contrôlés par les fibres insensibles au vieillissement humide.

14.1.3.2. Eprouvettes vieilles

La dégradation de propriétés élastiques des polymères de l'interface homogène liée au vieillissement humide peut être modélisée par une seule variable D_{VH} affectant l'adhésif et la matrice de façon équivalente. L'identification d'une telle variable se fait à partir de l'observation des pertes de rigidité globales des échantillons, en s'appuyant sur les équations phénoménologiques micromécaniques du Chapitre 13 décrivant le rôle des constituants sur les propriétés interfaciales. La rigidité affectée par le vieillissement humide ${}^{b-e}\bar{K}_{DMA\ VH}$ ou ${}^{3p}\bar{K}_{stat\ VH}$ se réécrit en fonction des modules eux-mêmes affectés par l'application d'un coefficient $(1-D_{VH})$ partout où interviennent les propriétés élastiques de la matrice ou de l'adhésif. L'endommagement supposé étant isotrope, nous supposons parallèlement que les coefficients de Poisson de ces polymères restent inchangés par vieillissement humide.

$$\begin{aligned} \frac{1}{{}^{b-e}\bar{K}_{DMA\ VH}} &= \frac{6}{5} \frac{L_{DMA}}{\bar{G}_{13\ VH}^{inter} h l_{DMA}} + \frac{L_{DMA}^3}{\bar{Q}_{11\ VH}^{inter} h^3 l_{DMA}} \\ \frac{1}{{}^{3p}\bar{K}_{stat\ VH}} &= \frac{3}{10} \frac{L_{stat}}{\bar{G}_{13\ VH}^{inter} h l_{stat}} + \frac{L_{stat}^3}{4\bar{Q}_{11\ VH}^{inter} h^3 l_{stat}} \end{aligned} \quad (285)$$

Où :

$$\bar{Q}_{11\ VH}^{inter} = \left(1 - \frac{e_a}{h}\right)^3 \frac{\beta v_f E_f + (1 - v_f) E_m (1 - D_{VH})}{1 - \gamma (v_f v_f + (1 - v_f) v_m)^2} + \left(\frac{e_a}{h}\right)^3 \tilde{Q}_{11}^{adh} (1 - D_{VH}) \quad (286)$$

$$\frac{1}{\bar{G}_{13\ VH}^{inter}} = \left(1 - 3\frac{e_a}{2h}\right) \left(\frac{v_f}{\alpha G_f} + \frac{1 - v_f}{G_m (1 - D_{VH})}\right) + \frac{3e_a/2h}{\tilde{G}_{13}^{adh} (1 - D_{VH})} \quad (287)$$

Dans ces équations les données valent : $e_a = 0,2$ mm ; $E_f = 230$ GPa ; $v_f = 0,3$; $G_f = 50$ GPa ; $E_m = 4,2$ GPa ; $v_m = 0,4$; $G_m = 1,5$ GPa ; $\tilde{Q}_{11}^{adh} = 8605$ MPa ; $\alpha = 3,161.10^{-2}$; $\beta = 0,2135$; $\gamma = 4,493$; $\tilde{G}_{13}^{adh} = 216,7$ (MPa) .

Le formalisme présenté avec ces deux derniers paragraphes sera adopté pour présenter les résultats des essais statiques et dynamiques sur éprouvettes vieilles, lorsque nous exploiterons les résultats de notre campagne de vieillissement accéléré (au paragraphe §14.2.4.). Pour l'instant nous allons d'abord traiter du comportement viscoélastique des éprouvettes non vieilles afin de définir le cadre de la comparaison ultérieure entre éprouvettes vieilles et non vieilles. Ces premières analyses se feront à partir du comportement global des éprouvettes en suivant l'évolution des rigidités de conservation et de perte ${}^{b-e}\bar{K}'_{DMA}$ et ${}^{b-e}\bar{K}''_{DMA}$ en fonction de la température et de la pulsation de sollicitation. Nous pourrons ainsi appliquer les facteurs de correction nécessaires, tandis que le lecteur pourra se référer au §14.1.3. pour estimer un ordre de grandeur des modules correspondants.

14.1.4. Courbes maîtresses des échantillons testés

Les empilements choisis pour l'analyse en DMA sont décrits Tableau 27. Par paliers de 2°C à partir de 26°C et jusqu'à 300°C, nous avons utilisé le balayage en fréquence $f=\omega/2\pi$ de 0,1 Hz, 1 Hz, 5 Hz et 10 Hz, précédé d'une minute isotherme. Un essai préalable similaire effectué de 30°C à 250°C sur une éprouvette $[0_2]_s$ avec les fréquences 1 Hz, 2 Hz, 5 Hz et 10 Hz, nous a permis de situer le domaine vitreux et la zone de transition par rapport à l'intervalle de température expérimental. Nous avons également constaté la plus grande netteté des incursions liées aux phénomènes de relaxation lorsqu'elles sont obtenues avec de plus basses fréquences. Les courbes obtenues de rigidité non corrigée ($F_0/\delta_0 \cos\varphi$, cf. §14.1.2.1.) en fonction de la température et de la fréquence sont données en Annexe 3 avec quelques commentaires. Le logiciel de *TA Instruments* reconstitue automatiquement les courbes maîtresses à température ambiante des stratifiés suivant la procédure indiquée (§14.1.1.) à partir de données d'entrée scalaires qui peuvent être les modules ou les rigidités de conservation et de perte mesurés à fréquence variable en fonction de la température.

Lors des essais statiques nous avons remarqué la faible rigidité du stratifié $[0_5]$ comparé à $[0_2/\bar{0}]_s$, que nous avons tenté d'expliquer par la dissymétrie locale induite par le positionnement d'un pli de composite de part et d'autre du PMG. L'ordre des rigidités expérimentales trouvé en statique a été confirmé en DMA par les résultats de l'éprouvette symétrique $[0_2]_s$ comparés à $[0_5]$ (cf. Annexe 3).

Tableau 27. *Empilements étudiés en DMA*

Désignation	$[0_2/\bar{0}]_s$ (*)	$[0_4/\bar{0}]_s$ (*)	$[0_6/\bar{0}]_s$ (*)	$[0_5]$	$[0_2]_s$
h_{adh} (mm)	0,1	0,1	0,1	0	0
h_{compo} (mm)	0,575	1,326	1,657	0,607	0,52

(*) Le pli central est un pli d'adhésif.

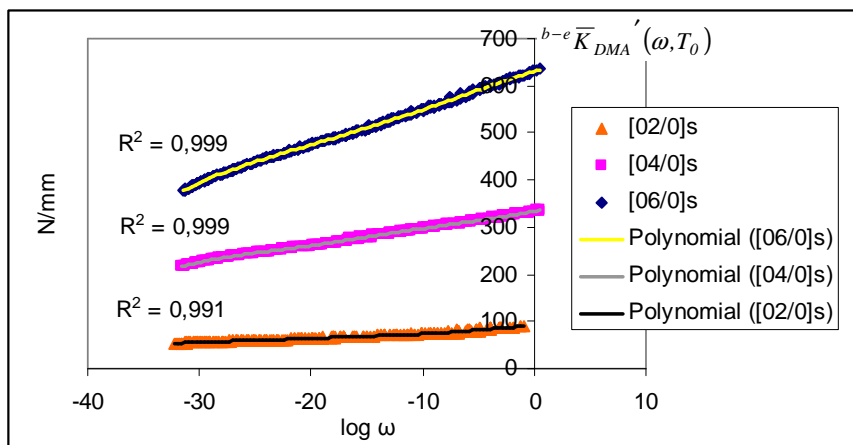


Figure 127. *Interpolations des courbes maîtresses $b^{-e}\bar{K}_{DMA}'(\omega, T_0)$ non corrigées des interfaces symétriques pour $T_0=23^\circ\text{C}$, température de l'essai statique (ω en $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$)*

Les courbes maîtresses ${}^{b-e}\bar{K}_{DMA}'(\omega, T_0)$ non corrigées et à la température ambiante s'étendent sur trente décades (Figure 127) alors que les fréquences d'oscillation harmonique pendant l'expérience étaient seulement de 0,1 Hz à 10 Hz.

Ces courbes maîtresses sont interpolées pour effectuer la translation en fonction de $\hat{\omega}$. L'exploitation des courbes maîtresses afin de déterminer des fonctions de fluage d'interface cohérentes avec l'expérience, sous l'hypothèse d'un comportement viscoélastique linéaire, est effectuée après avoir divisé les rigidités des échantillons par les facteurs de correction correspondants indiqués au Tableau 28. En statique le facteur de correction exprime l'effet de jeux occasionnant des rotations de section non nulles au droit des encastremets, facilitant ainsi le déplacement du mors mobile et conduisant à une sous-évaluation de la rigidité de l'échantillon. Ce phénomène est réduit par l'emploi d'échantillons de faible épaisseur. En constatant un facteur de correction proche de l'unité pour l'éprouvette la plus fine, qui est de type $[0_2/\bar{0}]_s$, avec une épaisseur proche de 1 mm, nous sommes en mesure de conjecturer que la validité de notre modèle empirique de prédiction des caractéristiques, établi au départ pour des épaisseur comprises entre celles de $[0_4/\bar{0}]_s$ et $[0_6/\bar{0}]_s$, est encore admissible pour cette faible épaisseur.

Tableau 28. Synthèse des corrections réalisées en rigidité pour les interfaces analysées en DMA

Interfaces DMA	${}^{3p}\bar{K}_{stat}$ (N/mm)	${}^{b-e}\bar{K}_{DMA}$ (N/mm)	$\hat{\omega}$ (rad/s)	${}^{b-e}\bar{K}_{DMA}'(\hat{\omega}, T_0)$ (N/mm)	Facteur de correction	Epaisseur (mm)
$[0_6/\bar{0}]_s^{(*)}$	164,2	1119,6	0,197	625,27	0,56	3,314
$[0_4/\bar{0}]_s^{(*)}$	75,6	636,9	0,149	329,89	0,52	2,652
$[0_2/\bar{0}]_s^{(*)}$	5,3	82,5	0,088	88,91	1,08	1,16

(*) Le pli central est un pli d'adhésif.

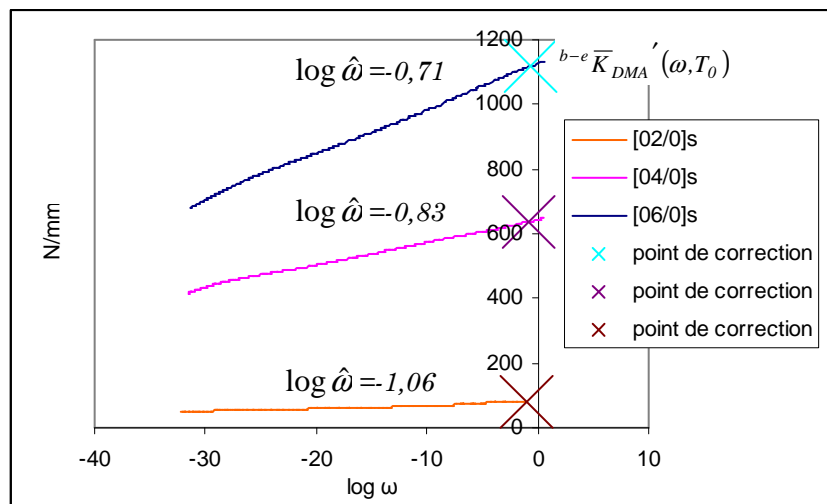


Figure 128. Courbes maîtresses ${}^{b-e}\bar{K}_{DMA}'(\omega, T_0)$ corrigées pour $T_0=23^\circ\text{C}$ (ω en $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$)

En représentant aux températures de 23°C, 70°C, et 150°C (Figures 128 à 130) les courbes maîtresses des trois interfaces nous n'observons pas de variation importante dans les proportions relatives des rigidités dynamiques par rapport aux calculs en statique. Cette remarque ne nous conduit cependant pas à supposer que la contribution du renfort textile est invariable dans le temps et en fonction de la température tandis que le comportement du composite dépendrait linéairement des évolutions des polymères en présence. La densification du transfert de contraintes aux fibres quand la résine se solidifie vers les temps de sollicitation courts, fait que l'augmentation de rigidité est oblique et s'écarte du plateau vitreux horizontal caractéristique des résines non chargées.

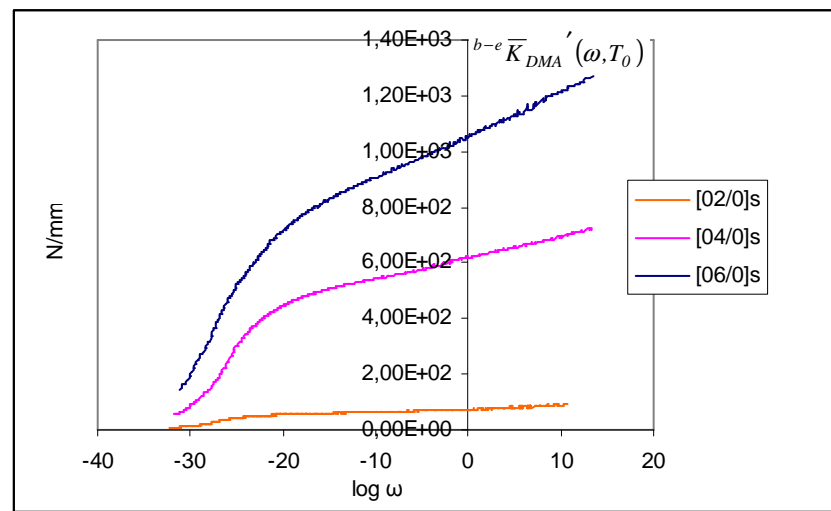


Figure 129. Courbes maîtresses ${}^{b-e}\bar{K}_{DMA}'(\omega, T_0)$ corrigées pour $T_0=70^\circ\text{C}$ (ω en $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$)

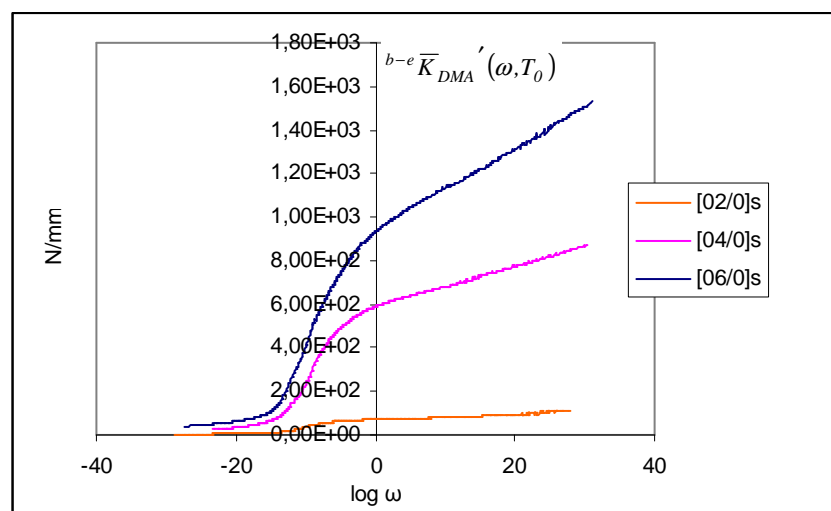


Figure 130. Courbes maîtresses ${}^{b-e}\bar{K}_{DMA}'(\omega, T_0)$ corrigées pour $T_0=150^\circ\text{C}$ (ω en $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$)

Pour en déduire les fonctions de fluage et de relaxation des stratifiés, nous avons besoin de représenter ces courbes maîtresses à travers un modèle viscoélastique analogique extrapolant les données en zéro et à l'infini.

14.1.5. Modélisation viscoélastique du comportement des interfaces

14.1.5.1. Représentation dans le plan complexe

L'identification du modèle rhéologique adapté à la modélisation du comportement viscoélastique des interfaces s'appuie sur la représentation graphique de leurs pseudo-diagrammes Cole-Cole*. Du fait de l'équivalence temps-température, l'allure des courbes maîtresses $E''(\omega)$ et $E'(\omega)$ est indépendante de la température, et en particulier la courbe $E''(E')$ paramétrée par ω , constituant le diagramme Cole-Cole d'un polymère viscoélastique. A partir des courbes de rigidité les plus complètes enregistrées à 150°C pour les trois interfaces, nous obtenons les trois diagrammes représentant ${}^{b-e}\bar{K}_{DMA}''(\omega)$ en fonction de ${}^{b-e}\bar{K}_{DMA}'(\omega)$, Figures 131 à 133.

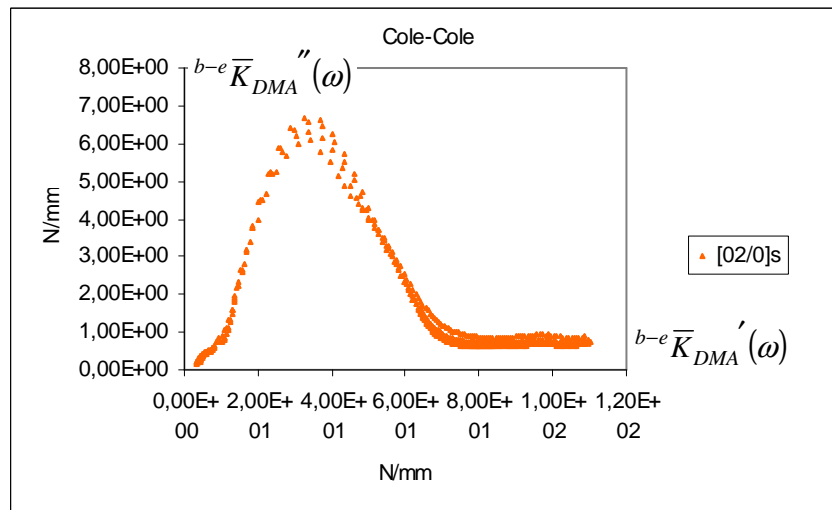


Figure 131. Pseudo-diagramme Cole-Cole de l'interface $[0_2 / \bar{0}]_s$

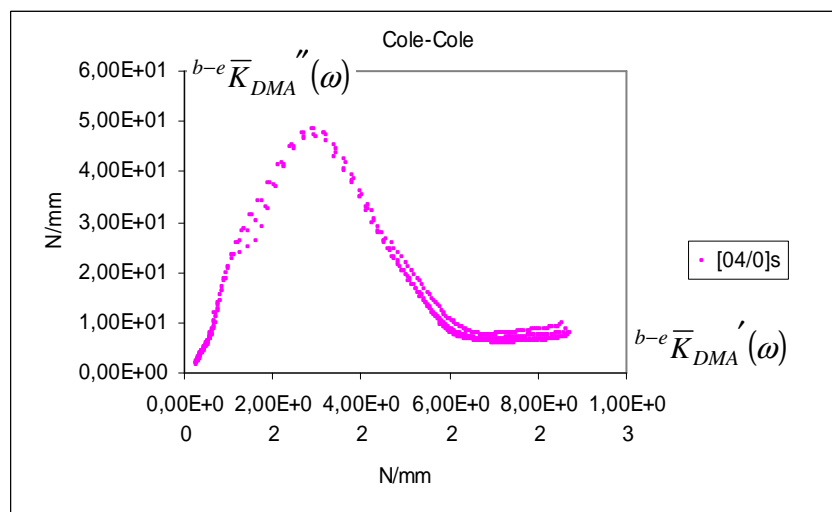


Figure 132. Pseudo-diagramme Cole-Cole de l'interface $[0_4 / \bar{0}]_s$

* pseudo-, car les grandeurs de perte et de conservation représentées sont des rigidités et non des modules.

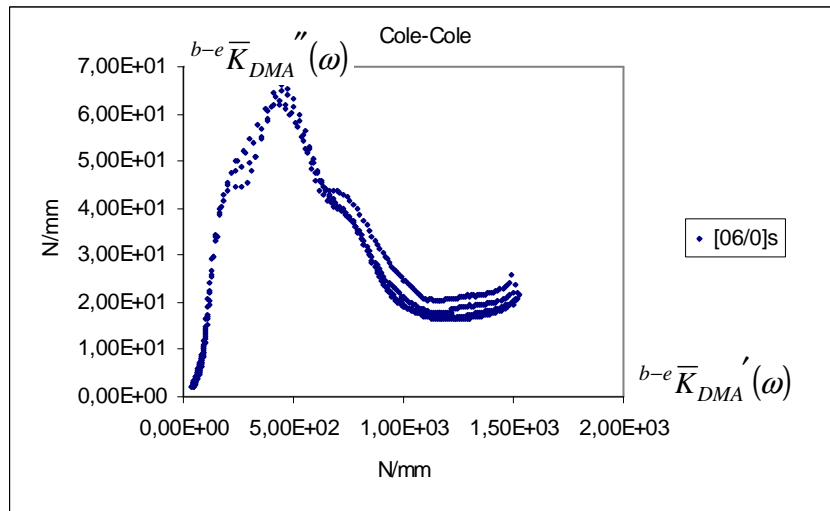


Figure 133. Pseudo-diagramme Cole-Cole de l'interface $[0_6 / \bar{0}]_s$

Compte tenu de leur allure, nous proposons pour les modéliser un schéma analogique que nous nommons Burgers solide triparabolique en raison de sa similarité avec le modèle de Burgers solide, et de la présence d'éléments paraboliques. Le Tableau 29 résume schématiquement les étapes de la démarche de sélection. La validation de cette proposition de modèle rhéologique s'obtient par l'analyse mathématique des variations et des limites de la fonction complexe.

Tableau 29. Construction d'un modèle rhéologique adapté au composite carbone-époxy satin 4H collé

Schéma analogique	Nom du modèle Module complexe E^*	Diagramme Cole-Cole
	<p>Kelvin-Voigt parabolique</p> $E^* = E[1 + (i\omega\tau)^k]$ <p>« Renfort textile carbone »</p>	
	<p>Zener solide biparabolique</p> $E^* = E_0 + \frac{E_\infty - E_0}{1 + (i\omega\tau_1)^{-k} + (i\omega\tau_2)^{-h}}$ <p>$0 < k < h < 1$</p> <p>[HUET(1963)] « Polymères »</p>	
	<p>Burgers solide triparabolique</p> $E^* = E_1[1 + (i\omega\tau_1)^k] + \frac{E_2 - E_1}{1 + (i\omega\tau_2)^{-h} + (i\omega\tau_3)^{-l}}$ <p>$0 < h < l < 1$</p> <p>« Composite à renfort textile »</p>	

Intuitivement, nous envisageons le modèle de Burgers solide triparabolique comme la conjugaison d'un modèle de Kelvin-Voigt parabolique représentant l'influence du renfort textile, et d'un modèle de Zener solide biparabolique représentant l'influence de la matrice thermodurcissable et des autres polymères en présence dans le joint adhésif. En développant la forme complexe, les raideurs de conservation et de perte équivalent à l'infini à :

$${}^{b-e}\bar{K}_{DMA}' = \Re\left({}^{b-e}\bar{K}_{DMA}^*\right) \underset{\omega \rightarrow \infty}{\approx} {}^{b-e}\bar{K}_{DMA1}(\omega\tau_1)^k \cos\left(k\frac{\pi}{2}\right) + {}^{b-e}\bar{K}_{DMA2} \quad (289)$$

$${}^{b-e}\bar{K}_{DMA}'' = \Im\left({}^{b-e}\bar{K}_{DMA}^*\right) \underset{\omega \rightarrow \infty}{\approx} {}^{b-e}\bar{K}_{DMA1}(\omega\tau_1)^k \sin\left(k\frac{\pi}{2}\right) \quad (290)$$

La pente de la droite de Kelvin-Voigt sur le pseudo-diagramme Cole-Cole vaut donc $\tan\left(k\frac{\pi}{2}\right)$, ce qui permettra d'approcher graphiquement k (Figure 134) .

La surface expérimentale restante après soustraction de la surface triangulaire sous cette droite représente le pseudo-diagramme Cole-Cole des polymères en présence. Elle servira donc à ajuster les paramètres du modèle de Zener solide biparabolique :

$${}^{b-e}\bar{K}_{DMA}(poly)^* = {}^{b-e}\bar{K}_{DMA}^* - {}^{b-e}\bar{K}_{DMA1}(i\omega\tau_1)^k = {}^{b-e}\bar{K}_{DMA1} + \frac{{}^{b-e}\bar{K}_{DMA2} - {}^{b-e}\bar{K}_{DMA1}}{1 + (i\omega\tau_2)^{-h} + (i\omega\tau_3)^{-l}} \quad (291)$$

Pour l'évaluation des paramètres ${}^{b-e}\bar{K}_{DMA1}$ et ${}^{b-e}\bar{K}_{DMA2}$ des polymères, nous étudions ${}^{b-e}\bar{K}_{DMA}(poly)^*$ au voisinage des points $({}^{b-e}\bar{K}_{DMA1}, 0)$ et $({}^{b-e}\bar{K}_{DMA2}, 0)$ du plan complexe :

- Aux basses fréquences, du fait de l'inégalité $0 < h < l < 1$, c'est le terme à la puissance l qui l'emporte dans (291), d'où le développement limité

$${}^{b-e}\bar{K}_{DMA}(poly)^* - {}^{b-e}\bar{K}_{DMA1} \underset{\omega \rightarrow 0}{\approx} \left({}^{b-e}\bar{K}_{DMA2} - {}^{b-e}\bar{K}_{DMA1}\right)(i\omega\tau_3)^l \quad (292)$$

De là nous tirons deux informations. La première est que la représentation graphique de ${}^{b-e}\bar{K}_{DMA}(poly)^*$ tend vers le point $({}^{b-e}\bar{K}_{DMA1}, 0)$ quand ω tend vers zéro puisque ${}^{b-e}\bar{K}_{DMA}(poly)^* - {}^{b-e}\bar{K}_{DMA1} \underset{\omega \rightarrow 0}{\rightarrow} 0$. La seconde est que la pente du graphique au voisinage de $({}^{b-e}\bar{K}_{DMA1}, 0)$ vaut $l\pi/2$ car c'est l'argument de $\left({}^{b-e}\bar{K}_{DMA2} - {}^{b-e}\bar{K}_{DMA1}\right)(i\omega\tau_3)^l$.

- Aux hautes fréquences, le même raisonnement avec le développement limité (293) nous conduit à des conclusions similaires.

$$\begin{aligned} {}^{b-e}\bar{K}_{DMA}(poly)^* - {}^{b-e}\bar{K}_{DMA2} &\underset{\omega \rightarrow \infty}{\approx} {}^{b-e}\bar{K}_{DMA1} - {}^{b-e}\bar{K}_{DMA2} + \left({}^{b-e}\bar{K}_{DMA2} - {}^{b-e}\bar{K}_{DMA1}\right)\left[1 - (i\omega\tau_2)^{-h}\right] \\ \Leftrightarrow {}^{b-e}\bar{K}_{DMA}(poly)^* - {}^{b-e}\bar{K}_{DMA2} &\underset{\omega \rightarrow \infty}{\approx} \left({}^{b-e}\bar{K}_{DMA1} - {}^{b-e}\bar{K}_{DMA2}\right)(i\omega\tau_2)^{-h} \end{aligned} \quad (293)$$

La représentation graphique de ${}^{b-e}\bar{K}_{DMA}(poly)^*$ tend vers le point $({}^{b-e}\bar{K}_{DMA2}, 0)$ quand ω tend vers l'infini puisque ${}^{b-e}\bar{K}_{DMA}(poly)^* - {}^{b-e}\bar{K}_{DMA2} \xrightarrow{\omega \rightarrow \infty} 0$. La pente du graphique au voisinage de $({}^{b-e}\bar{K}_{DMA2}, 0)$ vaut $h \pi/2$ car c'est l'argument de $({}^{b-e}\bar{K}_{DMA1} - {}^{b-e}\bar{K}_{DMA2})(i\omega\tau_2)^{-h}$.

14.1.5.2. Première approche de l'identification graphique

Le travail d'identification graphique de ${}^{b-e}\bar{K}_{DMA1}$ et ${}^{b-e}\bar{K}_{DMA2}$, k , h et l pour l'interface $[0_6/\bar{0}]_s$ considérée est matérialisé sur la Figure 134.

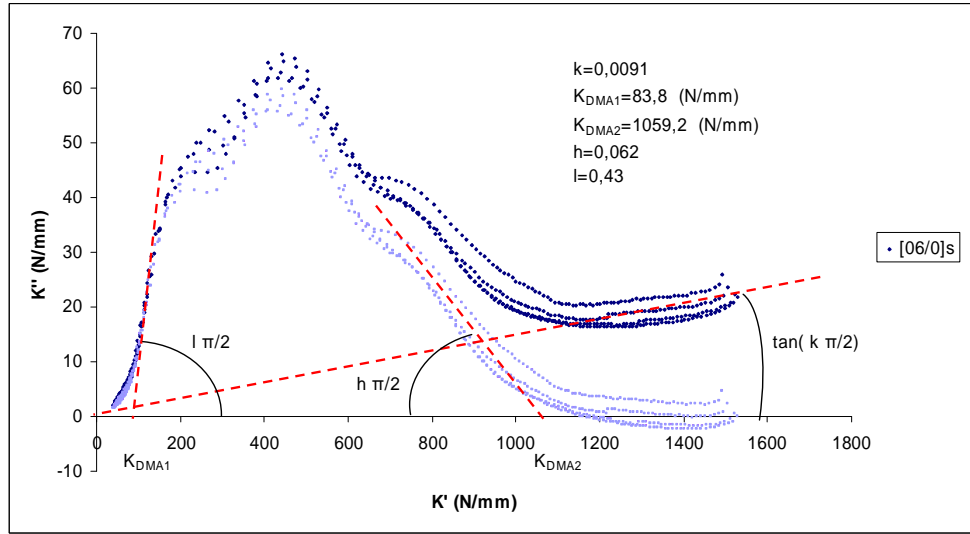


Figure 134. Premier traitement des données de l'interface $[0_6/\bar{0}]_s$

Pour compléter la caractérisation du modèle, restent les temps de relaxation τ_2 et τ_3 associés au modèle de Zener solide biparabolique. Descriptifs du comportement rhéologique des polymères en présence, ils sont connus pour être assujettis au principe d'équivalence temps-température. Une hypothèse qui en découle, commode pour l'identification de ces temps de relaxation, est qu'une seule variation de température les affecte tous simultanément, de sorte qu'il existe une constante reliant ces temps entre eux. Ainsi, nous posons :

$${}^{b-e}\bar{K}_{DMA}(poly)^* = {}^{b-e}\bar{K}_{DMA1} + \frac{{}^{b-e}\bar{K}_{DMA2} - {}^{b-e}\bar{K}_{DMA1}}{1 + (i\omega\tau_2)^{-h} + (i\omega\tau_3)^{-l}} = {}^{b-e}\bar{K}_{DMA1} + \frac{{}^{b-e}\bar{K}_{DMA2} - {}^{b-e}\bar{K}_{DMA1}}{1 + \delta(i\omega\tau)^{-h} + (i\omega\tau)^{-l}} \quad (294)$$

Avec :

$$\delta = \left(\frac{\tau_2}{\tau_3} \right)^{-h} \text{ constante et } \tau = \tau_3 \quad (295)$$

Grâce à cette approche, il suffit de se placer dans le plan complexe du diagramme de Cole-Cole, pour identifier le seul paramètre restant. En effet, le graphique pouvant être lu comme une courbe paramétrée par la variable muette

$\omega\tau$ variant de zéro à l'infini, sa forme ne dépend pas de τ , mais seulement de δ . La démarche d'identification consiste alors à proposer des valeurs de δ jusqu'à trouver la courbe qui minimise (au sens des moindres carrés, Figure 135) l'inertie du nuage de points expérimental.

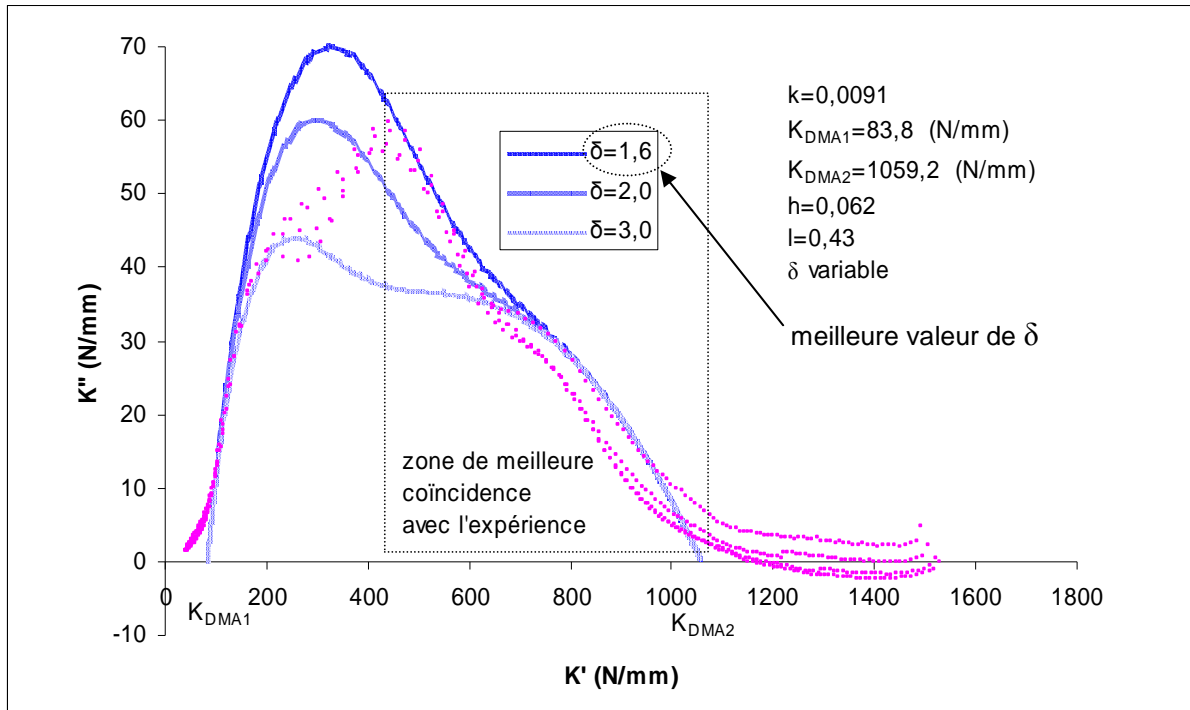


Figure 135. Recherche du paramètre δ du modèle de Zener biparabolique modélisant l'interface $[0_6/\bar{0}]_s$

Le modèle bi-parabolique offre ainsi de bonnes possibilités de coïncidence avec l'expérience dans la zone vitreuse située à droite du pic de relaxation majeur, qui correspond plus généralement aux conditions de service (Figure 135).

La détermination des paramètres et temps de relaxation du modèle triparabolique sera plus délicate, car la représentation graphique de la somme des deux sous-modèles de Kelvin-Voigt et de Zener diffère d'une simple addition des ordonnées de leurs deux courbes représentatives. Nous y reviendrons au moment de caractériser les courbes maîtresses correspondant aux différents stades de vieillissement humide de l'assemblage collé. En considérant un endommagement affectant essentiellement la matrice et dans le cadre de petites déformations, nous exploiterons les rigidités ${}^{b-e}\bar{K}_{DMA}'(\omega,T)$ et ${}^{b-e}\bar{K}_{DMA}''(\omega,T)$ (cf. §14.1.5.1). Maintenant que le modèle viscoélastique est validé, nous allons traiter de l'acquisition des données expérimentales à modéliser, qui nous serviront à mettre en relation dans le temps le phénomène de diffusion dans la matrice et l'évolution des propriétés mécaniques.

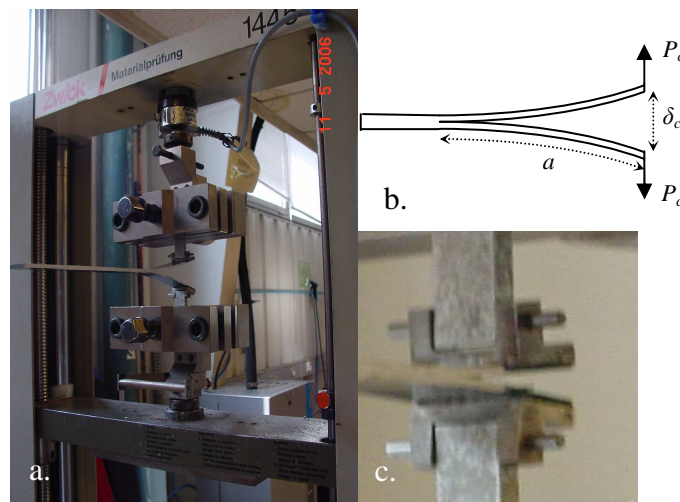
14.2. Influence à long terme de l'environnement humide

Nous allons mesurer des propriétés mécaniques résiduelles suite au franchissement de différents stades de vieillissement humide, dans le but d'évaluer le potentiel restant du matériau. Après une caractérisation des paramètres régissant la cinétique de la diffusion d'humidité dans l'interface homogénéisée, nous mesurerons l'évolution de sa ténacité en modes I et II sous l'effet du vieillissement humide. La modification des propriétés viscoélastiques linéaires en fonction du même vieillissement sera proposée afin de comparer les fonctions de fluage des interfaces homogènes saines et vieilles.

14.2.1. Présentation des essais à réaliser

14.2.1.1. Mode I: étude analytique de l'éprouvette de G_{Ic} homogénéisée

Pour l'étude de l'ouverture de fissure en mode I dans l'assemblage collé, nous utilisons un assemblage de type $[0_6/\bar{0}]_s$ pré-fissuré (Figures 136) selon la norme Airbus AITM1-0053 « Determination of fracture toughness energy of bonded joints ». La ténacité est considérée comme le taux de restitution d'énergie élastique critique G_{Ic} en mode I selon l'approche de Griffith cf. §4.5.



Figures 136. -a. Eprouvette de G_{Ic} pendant le test
-b. Schéma de chargement -c. Agrandissement du système de chargement des bras de levier

Dans cette approche en deux dimensions usant de la mécanique des poutres appliquée à un assemblage collé, le cisaillement et l'effort normal aux mors sont négligés de par la faible épaisseur des bras de levier. L'énergie restituée est essentiellement due à la fissuration dans un plan perpendiculaire à l'axe vertical. En supposant un mode I pur lié à une parfaite symétrie de l'éprouvette fissurée, la méthode de la complaisance donne accès à G_{Ic} .

$$G_{Ic} = \frac{P_c}{2b} \frac{dC}{da} \quad (296)$$

Chacun des deux bras de levier est supposé encastré au front de fissure, il se comporte comme une poutre console d'inertie I , de longueur a égale à la longueur de fissure, de largeur b , de flèche à son extrémité $w = P_c a^3 / 3 \bar{Q}_{II}^{inter} I$. La complaisance C du système de deux bras de levier encastrés s'écrit donc :

$$C = \frac{\delta_c}{P_c} = \frac{2a^3}{3\bar{Q}_{II}^{inter} I} \quad (297)$$

Où δ_c est le déplacement critique et P_c la charge critique correspondante sur la courbe force-déplacement statique à déplacement imposé. δ_c et P_c sont les coordonnées du point situé au sommet du pic de force signalant une propagation de fissure fragile.

La variation de complaisance liée à l'accroissement de la longueur fissurée dC/da est déduite en fonction de δ_c et P_c puis incorporée à l'expression de G_{Ic} .

$$\frac{dC}{da} = \frac{2a^2}{\bar{Q}_{II}^{inter} I} = \frac{3}{a} \frac{\delta_c}{P_c} \quad (298)$$

$$G_{Ic} = \frac{3}{2} \frac{P_c \delta_c}{ab} \quad (299)$$

Cette dernière formule permet d'extraire une valeur asymptotique de G_{Ic} à chaque point critique relevé sur la courbe force-déplacement à condition de connaître la position a du front de fissure au point critique. Contrairement à la méthode normalisée rapportant l'énergie dissipée à une estimation expérimentale de la surface fissurée créée entre deux points de la courbe, la subjectivité du choix des deux points est évitée.

De plus, pour un comportement idéalement fragile soit linéaire élastique entre chaque point critique, la relation force critique-déplacement critique est paramétrable par la longueur de fissure. La confrontation de la courbe enveloppe théorique des points critiques aux points critiques expérimentaux permet de valider la pertinence du modèle en vérifiant si une valeur unique de G_{Ic} suffit pour simuler correctement l'expérience.

En effet, (298) donne a en fonction de δ_c et P_c , ce qui permet de récupérer une relation entre δ_c et P_c liée uniquement à G_{Ic} et aux caractéristiques géométriques et élastiques de l'éprouvette.

$$(298) \Leftrightarrow a = \left(\frac{3\bar{Q}_{II}^{inter} I \delta_c}{2P_c} \right)^{1/3} \quad (300)$$

$$(299) \Leftrightarrow P_c = \frac{2}{3} ab \frac{G_{Ic}}{\delta_c} \quad (301)$$

En incorporant ces deux équations on obtient une relation hyperbolique (303) entre le carré de la charge et le déplacement.

$$P_c^{4/3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{2/3} \left(\overline{Q}_{II}^{inter} I\right)^{1/3} b G_{Ic} \delta_c^{-2/3} \quad (302)$$

$$P_c^2 = \frac{2}{3} \left(\overline{Q}_{II}^{inter} I\right)^{1/2} b^{3/2} G_{Ic}^{3/2} \delta_c^{-1} \quad (303)$$

En détaillant l'inertie des bras de levier, la forme finale de la courbe enveloppe théorique des points critiques apparaît (Figure 138):

$$I = \frac{bh^3}{12} \quad (304)$$

$$P_c^2 = \frac{b^2}{3} \left(\frac{\overline{Q}_{II}^{inter} h^3}{3}\right)^{1/2} G_{Ic}^{3/2} \delta_c^{-1} \quad (305)$$

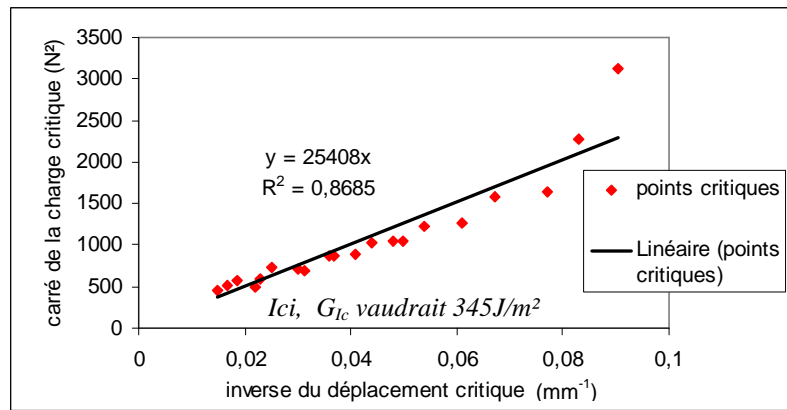


Figure 137. Régression linéaire du nuage de points critiques lors d'un essai en mode I sur une éprouvette sèche

Les hypothèses du modèle conviennent si une relation linéaire passant par l'origine peut être mise en évidence entre $1/\delta_c$ et P_c^2 d'après les résultats expérimentaux (Figure 137). Dans ce cas, sur la représentation graphique le produit $P_c^2 \delta_c$ est la pente constante proportionnelle à $G_{Ic}^{3/2}$, donc il s'ensuit :

$$G_{Ic} = \frac{3}{bh} \frac{(P_c^2 \delta_c)^{2/3}}{\sqrt[3]{b \overline{Q}_{II}^{inter}}} \quad (306)$$

Cette formulation suppose une fissure parfaitement rectiligne localisée exactement sur la fibre médiane de l'assemblage. Cependant les chemins expérimentaux des fissures ne sont pas rectilignes comme le suppose la théorie mais ondulent généralement avec les fibres dans le cas d'un renfort textile. Ici, la fissure amorcée manuellement au sein du joint d'adhésif se propage systématiquement dans le substrat composite après une bifurcation vraisemblablement commandée par un gradient positif de concentration de

déformation. En effet le module de cisaillement de la résine du composite est relativement faible par rapport à celui de son interphase traitée avec une résine plus rigide. Les variations réelles de h entraînent une dissymétrie variable des bras de levier que nous avons négligée.

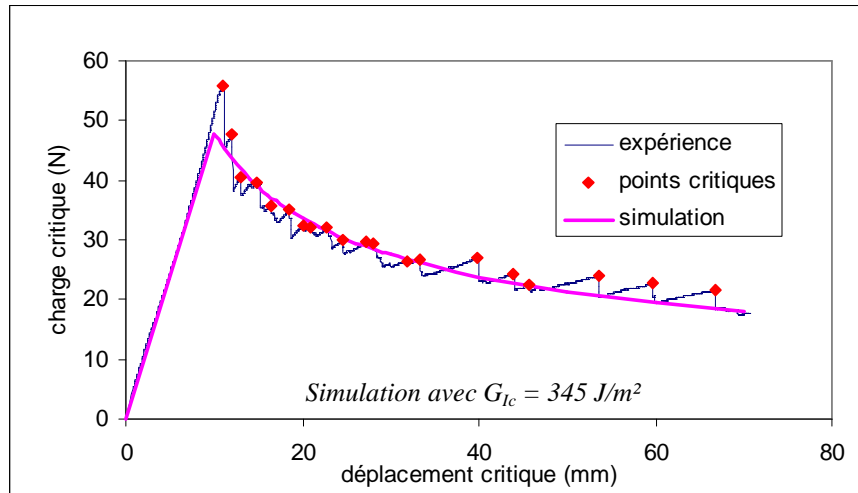


Figure 138. Simulation de la courbe enveloppe formée par les points critiques lors d'un essai en mode I sur une éprouvette sèche

14.2.1.2. Mode II : exploitation des courbes expérimentales

Pour l'étude de l'ouverture de fissure en mode II dans l'assemblage collé, nous utilisons un assemblage de type $[0_6/\bar{0}]$, pré-fissuré selon la norme AITM1-0006 « Determination of interlaminar toughness energy » de la société Airbus. La ténacité est considérée comme le taux de restitution d'énergie élastique critique G_{IIc} en mode II selon l'approche de Griffith cf. §4.5.

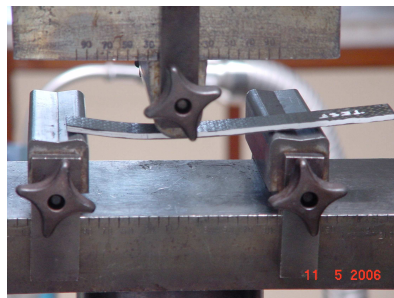


Figure 139. Eprouvette de G_{IIc} pendant le test

La norme AITM1-0006 base le calcul de G_{IIc} pour le cisaillement interlaminaire d'un composite pré-fissuré au PMG sur les coordonnées du point critique avec la formule (307) déduite du théorème de Castigliano:

$$G_{IIc} = \frac{9a^2}{b(L^3/2 + 6a^3)} P_c \delta_c \quad (307)$$

Où L est la distance entre appuis, a est la longueur de fissure mesurée à partir de l'appui, δ_c est le déplacement critique et P_c la charge critique correspondante sur la courbe force-déplacement statique à déplacement imposé.

Dans le cas d'un assemblage collé avec un film thermoplastique anti-adhérent sur les parois de la pré-fissure, le point critique est précédé d'un glissement relatif des deux parois, correspondant aux stagnations de l'effort sur la courbe force déplacement à déplacement imposé. Nous considérons le maximum de la courbe comme le point associé au premier mouvement du front de fissure, et nous utilisons ses coordonnées comme celles du point critique avec une retenue sur le déplacement due au glissement des parois de fissure (Figure 140).

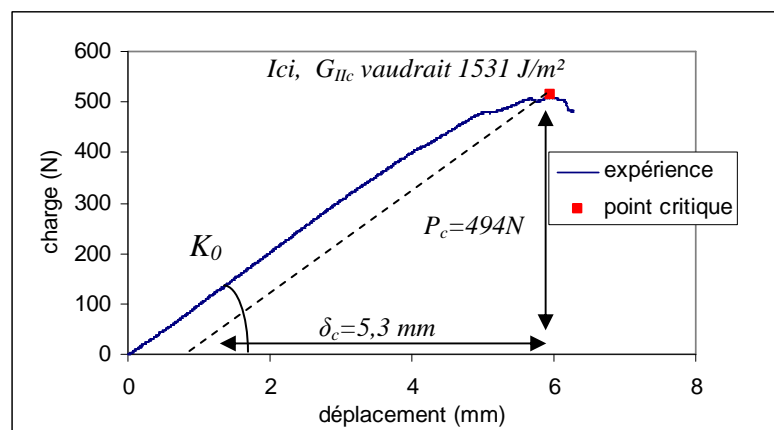


Figure 140. Position du point critique lors d'un essai sur une éprouvette sèche de G_{IIc} avec film anti-adhérent

14.2.2. Etude cinétique de la diffusion

Les différentes procédures d'essais et leur exploitation ayant été présentées, passons maintenant à l'étude cinétique de la diffusion. Pour mettre en corrélation le vieillissement humide avec la ténacité, les éprouvettes de mécanique de la rupture ont été directement placées en humidité relative.

14.2.2.1. Procédure expérimentale

Des éprouvettes de G_{Ic} et G_{IIc} faites avec des assemblages de type $[0_6/\bar{0}]_s$ (dimensions respectives: $25 \times 3,2 \times 250$ ou 135 mm) ont été placées dans plusieurs étuves réglées en température et en humidité relative (HR) soit à 70°C et 95%HR ou à 70°C et 85%HR pour l'absorption, soit à 80°C pour la désorption dans l'atmosphère du laboratoire. Ces conditions ont été choisies d'une part en fonction des conditions de service les plus sévères du matériau testé (70°C et 95%HR, selon Hexcel Composites) et d'autre part afin de disposer de suffisamment d'informations pour pouvoir caractériser la cinétique de diffusion (cf. §3.3.) dans leur voisinage. Des pesées régulières ont été effectuées à l'aide d'une balance de précision 0,0001g afin de corrélérer la stabilisation de la masse avec la saturation en humidité ou l'assèchement des éprouvettes.

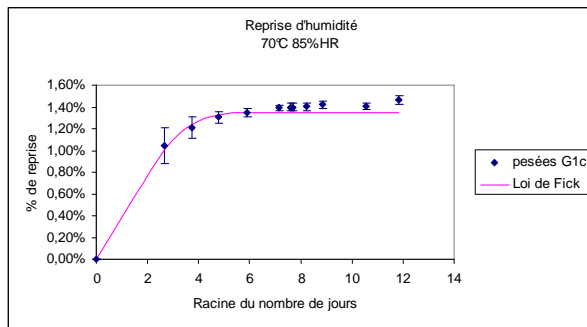


Figure 141. Absorption G_{Ic} 70°C 85%HR

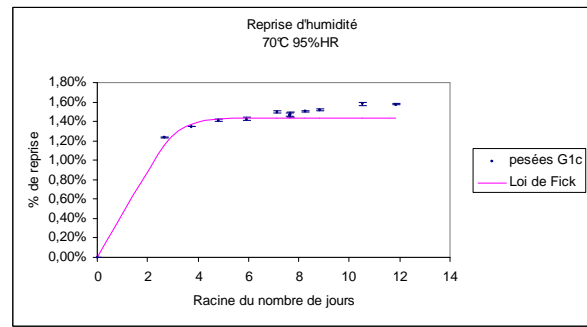


Figure 142. Absorption G_{Ic} 70°C 95%HR

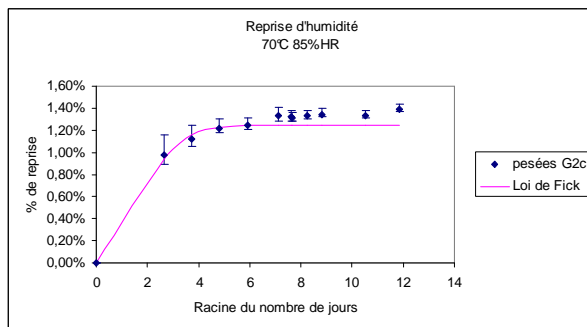


Figure 143. Absorption G_{IIc} 70°C 85%HR

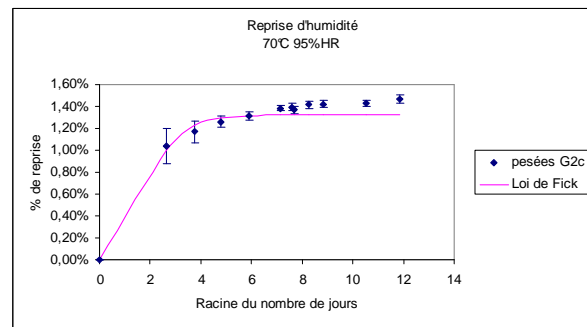


Figure 144. Absorption G_{IIc} 70°C 95%HR

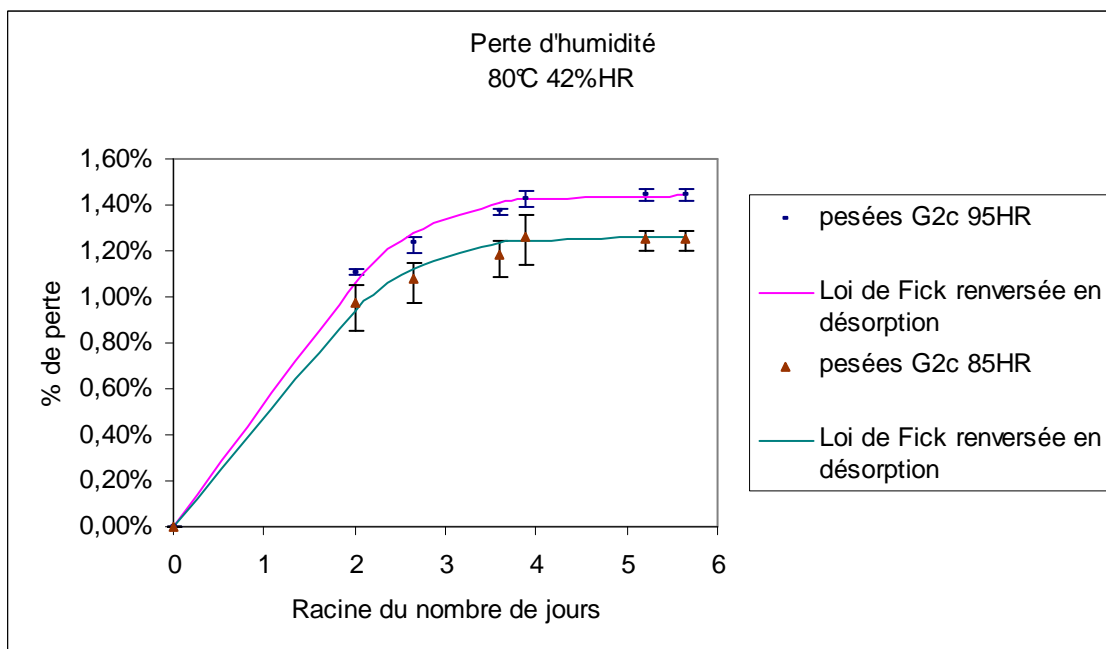


Figure 145. Désorption d'éprouvettes de G_{IIc} conditionnées 212 jours à 70°C 95%HR et 70°C 85%HR, puis étuvées à 80°C

Les paramètres D et M_{∞} sont estimés au sens des moindres carrés, seulement dans la zone coude en absorption, et jusqu'au plateau en désorption.

Tableau 32. Registre des pesées effectuées pour l'étude de la cinétique de diffusion
Données d'interpolation par la loi de Fick

PRCDUIT: M191-G9839-43%		colle au Reaux 322 S							
LOT1: 70°C 85 HR SATURATION		étuve E021							
GARS SUIVEUR:		GARS SUIVEUR:							
date de pesée	Nbre de jours	rairie du temps	GIC SWD1 1	% de reprise depuis 10	GIC SWD1 2	% de reprise depuis 10	moenne	barres d'erreur	Fick
28/04/2006	0	0	31,156	0%	31,176	0%	0%	0,00%	0,00%
05/05/2006	7	2,64575131	31,43	0,86%	31,552	1,21%	1,04%	0,16%	0,10%
12/05/06	14	3,74165739	31,502	1,11%	31,584	1,31%	1,21%	0,10%	0,10%
22/05/06	23	4,79563152	31,545	1,25%	31,6	1,36%	1,30%	0,06%	0,08%
02/06/06	35	5,91607978	31,564	1,31%	31,607	1,38%	1,35%	0,04%	0,04%
20/06/06	51	7,14142843	31,581	1,36%	31,618	1,42%	1,39%	0,03%	0,03%
27/06/2006	58	7,61577311	31,581	1,36%	31,622	1,43%	1,40%	0,03%	0,03%
28/06/06	59	7,68114575	31,581	1,36%	31,622	1,43%	1,40%	0,03%	0,03%
07/07/06	66	8,24621125	31,583	1,37%	31,623	1,43%	1,40%	0,03%	0,03%
17/07/2006	78	8,83178097	31,589	1,39%	31,629	1,45%	1,42%	0,03%	0,03%
29/08/2006	111	10,55656538	31,585	1,38%	31,624	1,44%	1,41%	0,03%	0,03%
26/09/06	140	11,83215956	31,601	1,43%	31,644	1,50%	1,48%	0,04%	0,04%
				Min/fini		1,43%		0,04%	
				D (mm/jour)		0,172264615			
70°C 85 HR		à 80°C		étuve E061		à 80°C		étuve E061	
date de pesée	Nbre de jours	rairie du temps	GIC SDH1	% de reprise depuis 10	GIC SDH2	% de reprise depuis 10	moenne	barres d'erreur	Fick
28/04/2006	0	0	31,632	0%	31,525	0%	0%	0,00%	0,00%
05/05/2006	7	2,64575131	32,041	1,33%	31,976	1,24%	1,23%	0,07%	0,07%
12/05/2006	14	3,74165739	32,073	1,35%	31,951	1,35%	1,35%	0,00%	0,00%
22/05/2006	23	4,79563152	32,094	1,40%	31,973	1,42%	1,41%	0,01%	0,01%
02/06/2006	35	5,91607978	32,1	1,42%	31,979	1,44%	1,43%	0,01%	0,01%
27/06/2006	51	7,14142843	32,122	1,48%	32,002	1,51%	1,50%	0,01%	0,01%
28/06/06	59	7,68114575	32,113	1,46%	31,993	1,48%	1,47%	0,01%	0,01%
07/07/2006	66	8,24621125	32,125	1,49%	32,002	1,50%	1,47%	0,03%	0,03%
17/07/2006	78	8,83178097	32,131	1,51%	32,007	1,53%	1,50%	0,01%	0,01%
29/08/2006	111	10,55656538	32,157	1,60%	32,018	1,56%	1,59%	0,02%	0,02%
26/09/06	140	11,83215956	32,152	1,58%	32,022	1,58%	1,59%	0,00%	0,00%
				Min/fini		1,43%		0,00%	
				D (mm/jour)		0,214783243			
70°C 85 HR		à 80°C		étuve E061		à 80°C		étuve E061	
date de pesée	Nbre de jours	rairie du temps	GIC SDH1	% de reprise depuis 10	GIC SDH2	% de reprise depuis 10	moenne	barres d'erreur	Fick
07/12/06	0	0							
11/12/06	4	2							
14/12/06	7	2,64575131							
20/12/06	13	3,80556128							
22/12/06	15	3,87296335							
03/01/07	27	5,19615242							
08/01/2007	32	5,6565423							
				Min/fini		1,44%		0,03%	
				D (mm/jour)		0,23875585			

14.2.3. Suivi des ténacités

14.2.3.1. Pertes de rigidités

Les modules des éprouvettes homogènes de G_{Ic} non vieilles, nécessaires pour l'équation (306) sont estimables avec la méthode présentée §13.3. Cependant les rigidités des éprouvettes vieilles destinées à la mesure de G_{Ic} ont dû être évaluées, de façon indirecte pour ne pas endommager les éprouvettes avant le test mécanique. Nous avons choisi de prendre en considération les modules apparents moyens en flexion des éprouvettes destinées à la mesure de G_{IIc} ayant été découpées dans les mêmes plaques et conditionnées identiquement. Ces modules apparents ont été approchés grâce aux tests de G_{IIc} à partir de la pente à l'origine K_0 (Figure 140) des courbes force-déplacement de G_{IIc} , avec l'hypothèse d'homogénéité admise, y compris dans la zone fissurée. Les modules moyens et les rigidités moyennes ${}^{3p}\bar{K}_{stat}$ des éprouvettes avant vieillissement ont d'abord été retrouvés à l'aide des relations propriétés/mise en œuvre établies au §13.3. Ensuite les variations relatives de rigidité fissurée K_0 relevées sur les éprouvettes vieilles ont été supposées représentatives des rapports ${}^{3p}\bar{K}_{stat\ VH} / {}^{3p}\bar{K}_{stat}$ afin d'identifier les dégradations de polymères D_{VH} correspondantes (voir les équations (285) et suivantes développées au § 14.1.3.2.). Les valeurs de D_{VH} obtenues sont résumées dans le Tableau 33, et sont retenues pour en déduire les propriétés élastiques permettant d'exploiter les tests mécaniques après vieillissement.

Tableau 33. *Variation d'élasticité en fonction du stade de vieillissement humide*

Conditionnement	Rigidité moyenne de flexion K_0 (N/mm)	
	Moyenne	D_{VH}
Non vieilles	89,21	0
140 j. 70°C 85%HR	88,22 (-1,11%)	0,09
140 j. 70°C 95%HR	87,01 (-2,47%)	0,113
212j. 70°C 85%HR- 40 j. 80°C ambiante	89,06 (-0,17%)	0,014
212j. 70°C 95%HR- 40 j. 80°C ambiante	89,03 (-0,20%)	0,016

Nous nous attendions à ce que l'absorption aie un effet négatif sur la rigidité de l'assemblage. Ceci semble bien vérifié pour les deux taux d'humidité relative après la phase d'absorption. En revanche, la dessiccation forcée à 80°C consécutive à une longue période (212 jours) d'absorption d'humidité n'entraîne pas de changements de rigidité significatifs par rapport à l'état non vieilli de l'assemblage.

14.2.3.2. Suivi de G_{Ic} et G_{IIc}

Comme indiqué plus haut (cf. § 14.2.1.2.) la retenue sur le déplacement critique de chaque courbe force-déplacement de G_{IIc} en raison du glissement a été faite en divisant la force critique observée par la rigidité initiale K_0 . Ainsi, une

valeur de G_{IIc} a pu être déduite de chaque test malgré le glissement et en tenant compte de la rigidité individuelle de l'éprouvette.

Le Tableau 34 résume les observations expérimentales faites sur six éprouvettes sèches, cinq éprouvettes saturées d'humidité à 85%HR, neuf éprouvettes saturées d'humidité à 95%HR, trois éprouvettes séchées après saturation à 85%HR et trois éprouvettes séchées après saturation à 95%HR (Figure 146).

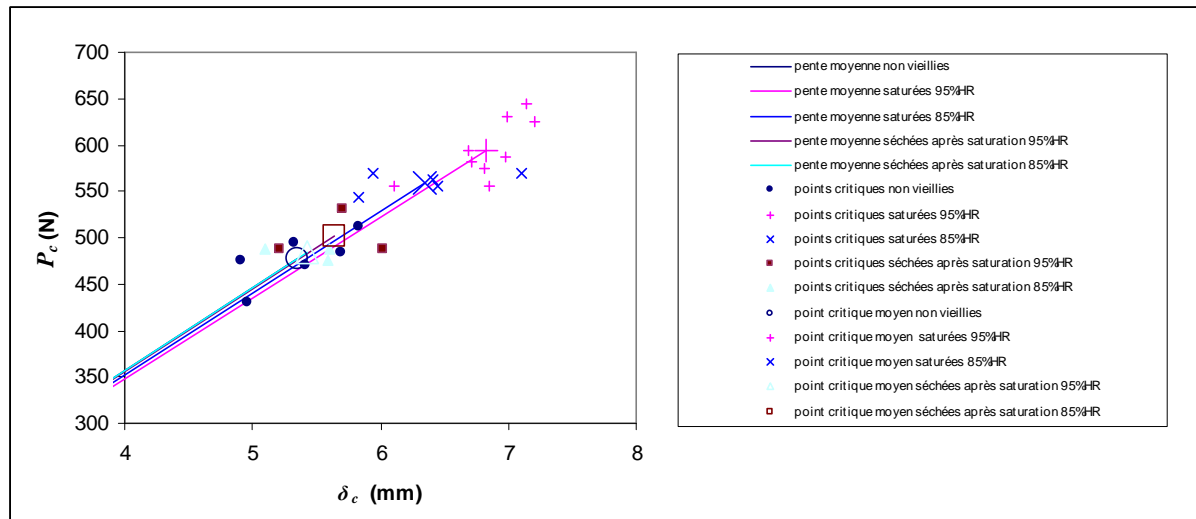


Figure 146. Nuage de points critiques expérimentaux et rigidités moyennes enregistrés durant l'ensemble des tests de G_{IIc}

Tableau 34. Variation du taux critique de restitution d'énergie élastique interfaciale en mode II en fonction du stade de vieillissement humide

Conditionnement	G_{IIc} (J/m^2)	
	Moyenne	Ecart type
Non vieilles	1492	116
140 j. 70°C 85%HR	2090 (+40,1%)	190
140 j. 70°C 95%HR	2385 (+59,9%)	225
212j. 70°C 85%HR- 40 j. 80°C ambiante	1536 (+2,9%)	70
212j. 70°C 95%HR- 40 j. 80°C ambiante	1662 (+11,4%)	152

Tous conditionnements confondus, nous observons un gain moyen de +50% en ténacité interfaciale par absorption d'humidité jusqu'à saturation, puis, après désorption, un retour au voisinage de +7,2% par rapport à la ténacité non vieillie. La présence d'eau plastifie les polymères et augmente leur allongement à rupture, mais elle n'est pas complètement réversible. C'est donc la rémanence d'eau non désorbable (soit en moyenne, à l'examen du Tableau 32, 0,14% de la masse de l'interface) qui justifierait l'amélioration de la ténacité après séchage.

Les variations de rigidités obtenues par vieillissement humide sont supposées les mêmes en moyenne pour deux lots d'éprouvettes de G_{Ic} et de G_{IIc} usinées dans la même plaque et placées dans les mêmes conditions de

température et d'humidité. Les variables de dégradation de propriétés élastiques D_{VH} mesurées avec les essais de G_{IIc} (Tableau 33) sont attribuées aux éprouvettes de G_{Ic} correspondantes. Ainsi nous approchons \bar{Q}_{II}^{inter} (cf. §13.3.2.) puis \bar{Q}_{IIVH}^{inter} (cf. §14.1.3.2.) permettant de suivre l'évolution expérimentale de G_{Ic} par la formule (306). Une seule éprouvette de G_{Ic} par conditionnement a été testée.

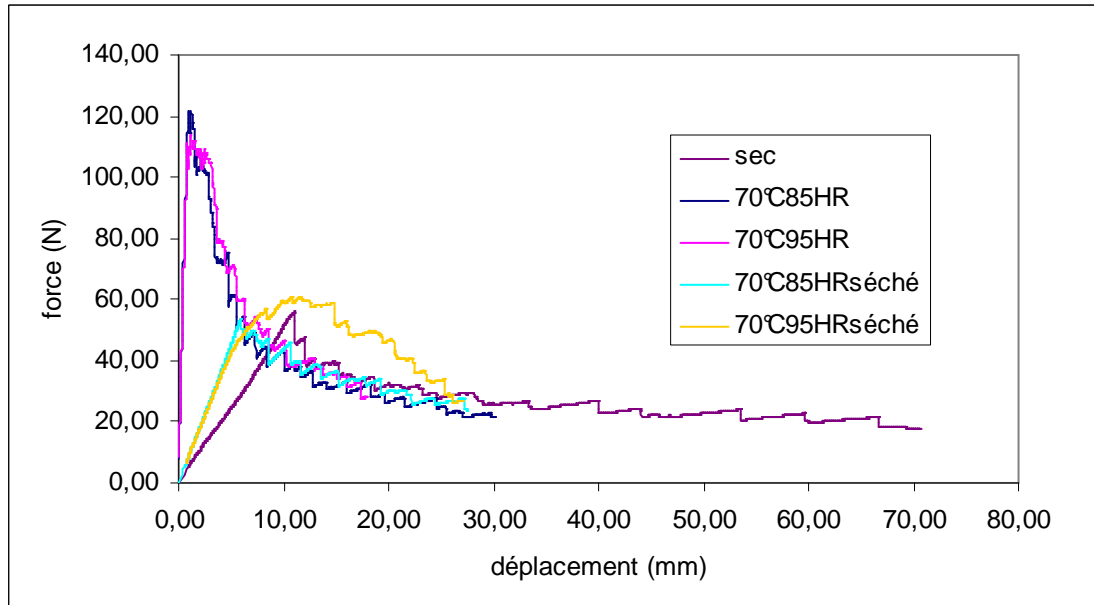


Figure 147. Courbes expérimentales enregistrées au cours des tests de G_{Ic} après vieillissement humide

L'allure des points critiques (Figure 147) est quasiment la même pour tous les échantillons, sauf pour celui ayant subi le vieillissement le plus poussé avec saturation à 95%HR et désorption. Des mécanismes d'endommagement différents lui confèrent un aspect convexe, opposé à l'allure majoritairement retrouvée, signe que la fissuration ne correspond plus à la modélisation prévue. Cependant l'énergie consommée par ces mécanismes étant relativement élevée (Tableau 35) il serait intéressant de les recréer afin de les étudier spécifiquement. Nous retiendrons ainsi que l'essai de G_{Ic} est bien moins reproductible/répétable que celui de G_{IIc} .

Tableau 35. Variation du taux critique de restitution d'énergie élastique interfaciale en mode I en fonction du stade de vieillissement humide

Conditionnement	G_{Ic} (J/m^2)
Non vieilli	345
140 j. 70°C 85%HR	362 (+4,9%)
140 j. 70°C 95%HR	429(+24,3%)
212j. 70°C 85%HR- 40 j. 80°C ambiante	271 (-21,4%)
212j. 70°C 95%HR- 40 j. 80°C ambiante	500 (+44,9%) (*)

(*) Dans ce cas nous utilisons seulement les points critiques premier et dernier (cf. Figure 147), avec une retenue sur les déplacements liée à la non linéarité de la relation force déplacement avant le premier point critique (*idem* Figure140).

Nous remarquons que pour une température de 70°C, G_{Ic} augmente après absorption d'humidité à 85%HR ou 95%HR. Si le comportement de fissuration reste fragile après désorption, comme c'est le cas pour 85%HR, en mode I la ténacité chute de 21,4% par rapport à la ténacité de l'interface non vieillie. Dans le cas où un comportement différent apparaît, ici pour 95%HR, nous n'avons pas suffisamment de données pour valider l'hypothèse d'un probable phénomène physico-chimique activé par la chaleur et la concentration en eau. Cependant au vu de ces résultats nous sommes conduits à classer les endommagements en fonction de l'humidité relative à laquelle ils s'opèrent.

14.2.4. Suivi des courbes maîtresses

La détermination des courbes maîtresses par analyse harmonique d'un échantillon bi-encasté soumis à de la flexion périodique est basée sur un balayage en fréquence et en température. Si l'échantillon est humide au départ, un passage de l'ambiante à 300°C peut modifier son taux d'humidité entre la fin et le début de l'essai. Nous nous sommes donc limités à l'étude comparative des courbes maîtresses du matériau sec initial, et du matériau de nouveau sec après désorption. Nous avons testé deux éprouvettes de DMA de type $[0_6/\bar{0}]_s$ ayant subi les mêmes conditionnements en simultané avec les précédentes éprouvettes vieilles de G_{IIc} et G_{Ic} , désorption incluse. Par paliers de 2°C à partir de 26°C et jusqu'à 300°C, nous avons utilisé le balayage en fréquence $f=\omega/2\pi$ de 0,1 Hz, 1 Hz, 5 Hz et 10 Hz, précédé d'une minute isotherme. Compte tenu de la multiplicité des polymères ayant vieilli dans l'interface, l'allure des courbes de DMA présente trois zones de transition (Figure 148). Il apparaît que la température de relaxation principale (212°C) est devenue plus faible par rapport à l'état non vieilli (236°C). A défaut de paramètres physico-chimiques connus pour la justification détaillée de cette allure complexe, nous allons simplement recourir à une modélisation des conséquences mécaniques d'un tel vieillissement.

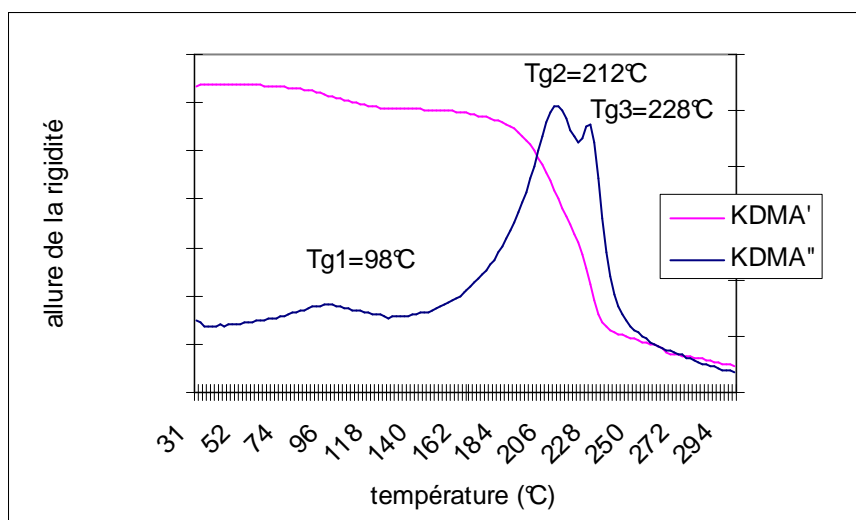


Figure 148. Allures des courbes de DMA sur une éprouvette vieillie 212 j. 70°C 85%HR- 40 j. 80°C ambiante

Les données fournies selon une échelle inadéquate par l'appareil de DMA doivent être corrigées en rigidité pour rendre compte de l'influence du vieillissement sur les courbes maîtresses.

14.2.4.1. Correction des courbes maîtresses après vieillissement

L'objectif de la correction est d'obtenir la simulation phénoménologique d'un assemblage collé soumis à un cycle long et poussé d'absorption/désorption d'humidité, passant de la rigidité initiale ${}^{b-e}\bar{K}_{DMA}$ donnée par la formule (287) à la rigidité vieillie ${}^{b-e}\bar{K}_{DMA\,VH}$ après désorption. Compte tenu du comportement hygrothermique des polymères, nous avons admis pour simplifier que l'endommagement mesuré sur le composite provient essentiellement d'un endommagement des matrices du composite et de l'adhésif, les fibres de carbone étant supposées insensibles à l'humidité. Notre modélisation de l'assemblage collé revenant à utiliser un matériau homogène équivalent d'où tout joint de colle a disparu, il nous est commode d'appliquer uniformément à la matrice du composite et à l'adhésif supporté une même variable d'endommagement D_{VH} selon le conditionnement enduré. Avec le formalisme présenté au §14.1.3.2., et les valeurs de D_{VH} estimées (cf. Tableau 33, § 14.2.3.1.) nous pouvons prédire les dégradations correspondantes de ${}^{b-e}\bar{K}_{DMA}$ et ${}^{3p}\bar{K}_{stat}$ (Tableau 36) en cas de séchage après saturation à 85%HR et à 95%HR.

Tableau 36. Variation de rigidité prédite pour chaque vieillissement expérimenté

Echantillon DMA $[0_6 / \bar{0}]_s$ (*)	Dimensions (mm)		D_{VH}	${}^{b-e}\bar{K}_{DMA}$ (N/mm)	${}^{b-e}\bar{K}_{DMA\,VH}$ (N/mm)	${}^{3p}\bar{K}_{stat}$ (N/mm)	${}^{3p}\bar{K}_{stat\,VH}$ (N/mm)
	l_{DMA}	h					
212 j. 70°C 85%HR- 40 j. 80°C ambiante	10,06	3,17	0,014	982	974	146,4	146,1
212 j. 70°C 95%HR- 40 j. 80°C ambiante	10,01	3,39	0,016	1101	1092	174,2	173,8

(*) Le pli central est un pli d'adhésif.

Ces prédictions semi-empiriques sont utilisées ici pour évaluer l'abscisse $\hat{\omega}$ du point de correction des données de DMA en passant par les expressions de ${}^{3p}\bar{K}_{stat\,VH}$ et ${}^{b-e}\bar{K}_{DMA\,VH}$, Tableau 37.

Tableau 37. Détermination des facteurs de correction en rigidité pour les interfaces vieilles analysées en DMA

Interfaces DMA	${}^{3p}\bar{K}_{stat\,VH}$ (N/mm)	${}^{b-e}\bar{K}_{DMA\,VH}$ (N/mm)	$\hat{\omega}$ (rad/s)	${}^{b-e}\bar{K}'_{DMA}(\hat{\omega}, T_0)$ (N/mm)	Facteur de correction
212 j. 70°C 85%HR- 40 j. 80°C ambiante	146,1	974	0,190	328	0,334
212 j. 70°C 95%HR- 40 j. 80°C ambiante	173,8	1092	0,201	n.a.	n.a.

(*) Le pli central est un pli d'adhésif.

En raison de l'absence de points expérimentaux pour l'éprouvette séchée après saturation à 95%HR pour la valeur de $\hat{\omega} = 0,201$ rad/s — la courbe maîtresse correspondante s'étend de 10^{-30} à 10^{-6} rad/s (Figure 149) ; nous n'avons pas calculé son facteur de correction.

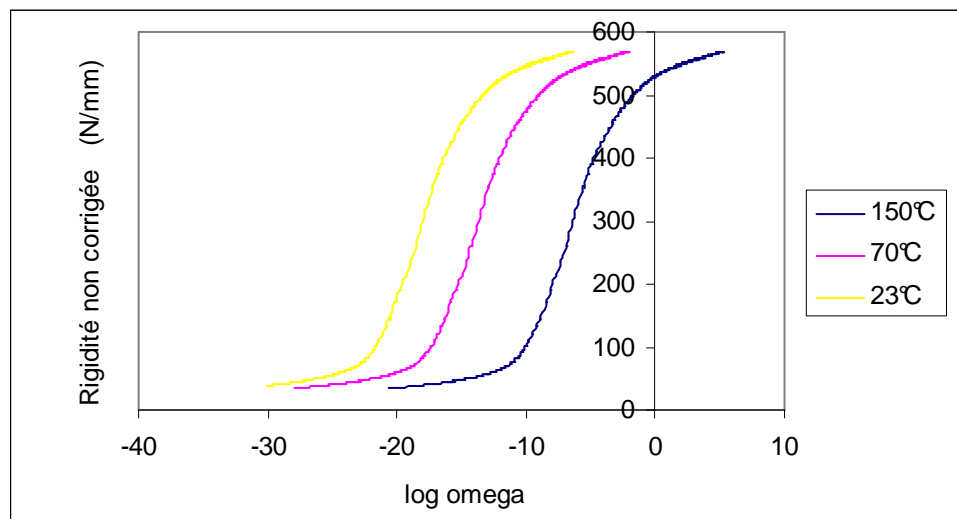


Figure 149. Courbes maîtresses non corrigées de l'interface $[0_6/\bar{0}]_s$ vieillie 212 jours à 70°C 95%HR puis 40 jours dans l'humidité relative de l'air ambiant porté à 80°C

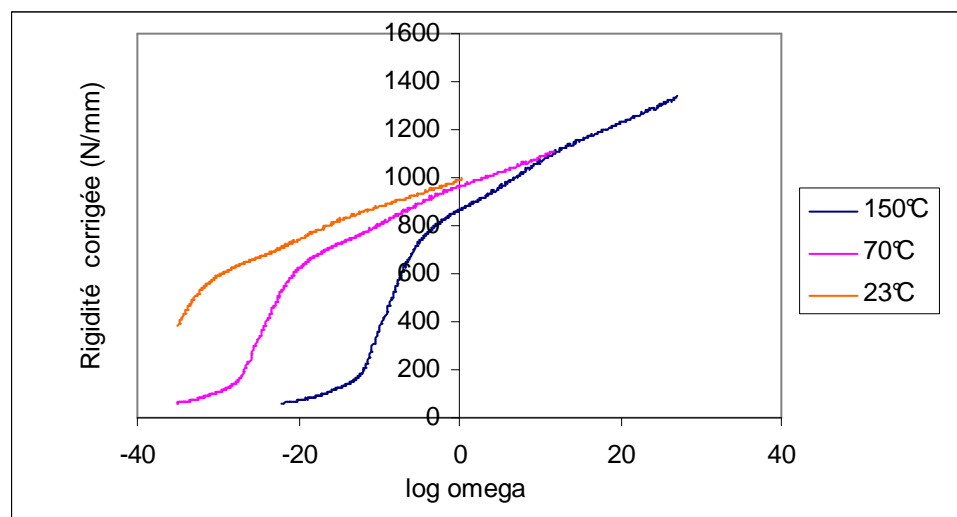


Figure 150. Courbes maîtresses corrigées de l'interface $[0_6/\bar{0}]_s$ vieillie 212 jours à 70°C 85%HR puis 40 jours dans l'humidité relative de l'air ambiant porté à 80°C

Nous observons déjà une différence d'allure de courbes entre les deux stades de vieillissement étudiés (Figures 149 et 150). Le pseudo-diagramme de Cole-Cole nous permet de distinguer, pour l'éprouvette saturée à 85%HR, la conservation d'une allure correspondant au modèle viscoélastique de Burgers solide triparabolique (cf. § 14.1.5.1.) Figure 151. En revanche pour l'éprouvette

saturée à 95%HR, le comportement viscoélastique semble avoir évolué vers celui du modèle biparabolique de Zener (cf. Tableau 29 §14.1.5.1.).

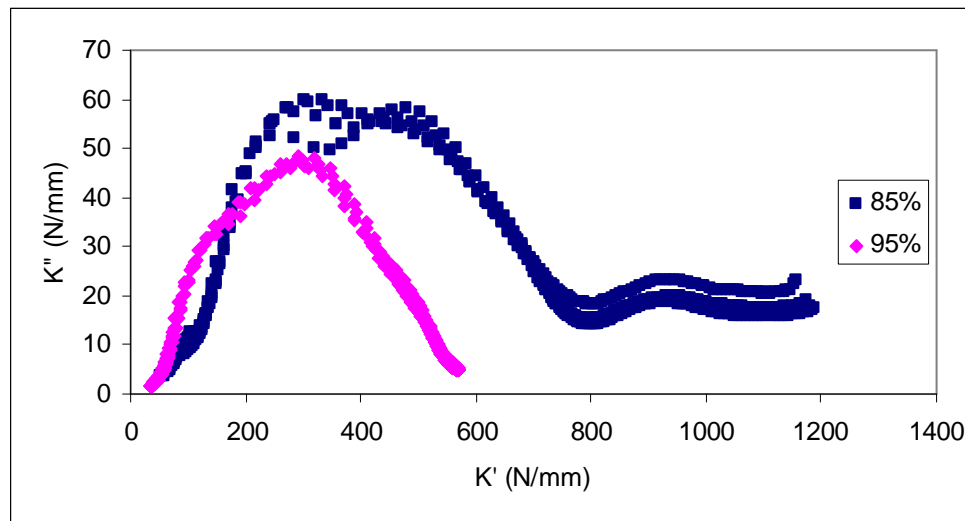


Figure 151. *Pseudo-diagramme de Cole-Cole des interfaces $[0_6 / \bar{0}]_s$, vieilles 212 jours à 70°C et 85%HR ou 95%HR puis 40 jours dans l'humidité relative de l'air ambiant porté à 80°C. Les points de la série 95% ne sont pas corrigés en rigidité, contrairement à ceux de la série 85%*

L'enjeu du vieillissement accéléré est de faire apparaître plus tôt des modifications qui seraient apparues plus tard en service, tout en évitant de créer des transformations nouvelles qui ne seraient jamais apparues en service. Si un phénomène physico-chimique justifie la régression du modèle de comportement entre les conditionnements 95%HR et 85%HR, la question est de savoir comment est-il activé : un temps de séjour plus long à 85%HR aurait-il conduit à terme au même effet, ou cet effet est-il uniquement possible à partir d'un niveau seuil d'humidité relative ? Nous ne savons pas répondre à cette question, toutefois il ressort bien que même sans la situer exactement, nos données expérimentales révèlent une variation de propriétés significative de l'assemblage collé au delà de 212 jours à 70°C et 85%HR. En deçà, nous voyons que le vieillissement de l'interface s'accompagne d'une faible perte de rigidité (environ 1%, Tableau 33) et d'une baisse de température de transition vitreuse (T_g) que nous souhaiterions traduire dans un cadre mécanique. L'emploi d'un modèle viscoélastique analogique permet de faire correspondre à cette baisse de T_g une variation de temps de relaxation. Les conséquences de cette variation sur le comportement à long terme en fluage et relaxation constituent une première approche des effets mécaniques du vieillissement.

14.2.4.2. Equivalence temps-température-endommagement

La conservation du modèle de comportement viscoélastique initial pour le test le moins sévère à 70°C et 85%HR nous invite à envisager une continuité de l'endommagement jusqu'au temps d'observation de 212 jours. Comme il s'agit d'une modification de rigidité, à l'image de la modélisation des effets de la température sur la rigidité grâce à l'équivalence temps-température, nous avons souhaité proposer une équivalence temps-endommagement.

Le pseudo-diagramme de Cole-Cole est la représentation paramétrée par ω dans le plan complexe de la relation entre les grandeurs de perte et de conservation d'un matériau viscoélastique. Lorsque le principe de superposition temps-température est respecté, le lieu de cette courbe paramétrée est invariant en fonction de la température d'essai. Toutefois, si l'on choisit un point de cette courbe, la valeur du paramètre ω ayant permis de tracer ce même point évolue avec la température d'essai. Pour cette raison, la plupart des modèles viscoélastiques sont paramétrés par des produits $\omega\tau_i$ où les τ_i sont des temps de relaxation qui permettent d'ajuster la valeur de ω en un point de la courbe sans la déplacer. Ainsi l'amplitude des temps de relaxation est directement corrélée à la température d'essai.

Pour parler d'équivalence temps-endommagement, nous avons cherché à corréler les temps de relaxation du modèle viscoélastique au niveau d'endommagement de l'assemblage collé. L'endommagement se modélise en deux étapes : premièrement, les rigidités sont affectées d'une variable d'endommagement D_{VH} , deuxièmement les temps de relaxation sont affectés le cas échéant par un facteur de translation horizontal a_{VH} . L'hypothèse à vérifier est que, mises à part ces deux modifications, la relation entre rigidité de perte et rigidité de conservation est invariante en fonction du niveau d'endommagement par vieillissement humide. Vu ce qui précède, ce n'est pas le cas avec une saturation à 95%HR pendant 212 jours, puisque l'allure du pseudo-diagramme de Cole-Cole change radicalement. Par contre, à 85%HR, l'allure conservée étant celle du modèle de Burgers solide triparabolique, nous allons pouvoir mettre en pratique cette hypothèse de superposition. La première étape de la démarche sera de visualiser le lieu commun des pseudo-diagrammes de Cole-Cole des assemblages collés sain et vieilli (Figure 152) où s'opère la transition sain/endommagé.

En nous inspirant des techniques d'identification graphique des paramètres $h, k, l, {}^{b-e}\bar{K}_{DMA1}, {}^{b-e}\bar{K}_{DMA2}$ du modèle de Burgers solide tri-parabolique vues précédemment (cf. § 14.1.5.), nous avons d'abord modélisé le nuage de points des deux diagrammes sain et vieilli par 85%HR avec des temps de relaxations quelconques (Figure 152). Une fois le lieu commun fixé sur le pseudo-diagramme de Cole-Cole, la modification des temps de relaxation τ_1, τ_2, τ_3 , ajuste la position et les formes des courbes maîtresses expérimentales (Figure 153). La translation a_{VH} de la relaxation majeure après vieillissement est renseignée par le point d'inflexion de l'échantillon vieilli. Le passage du modèle sain au modèle vieilli se

fait en appliquant D_{VH} aux rigidités non vieilles (cf. Tableau 36) et en modifiant proportionnellement entre eux les temps de relaxation τ_2 et τ_3 pour que la courbe passe par ce point d'inflexion.

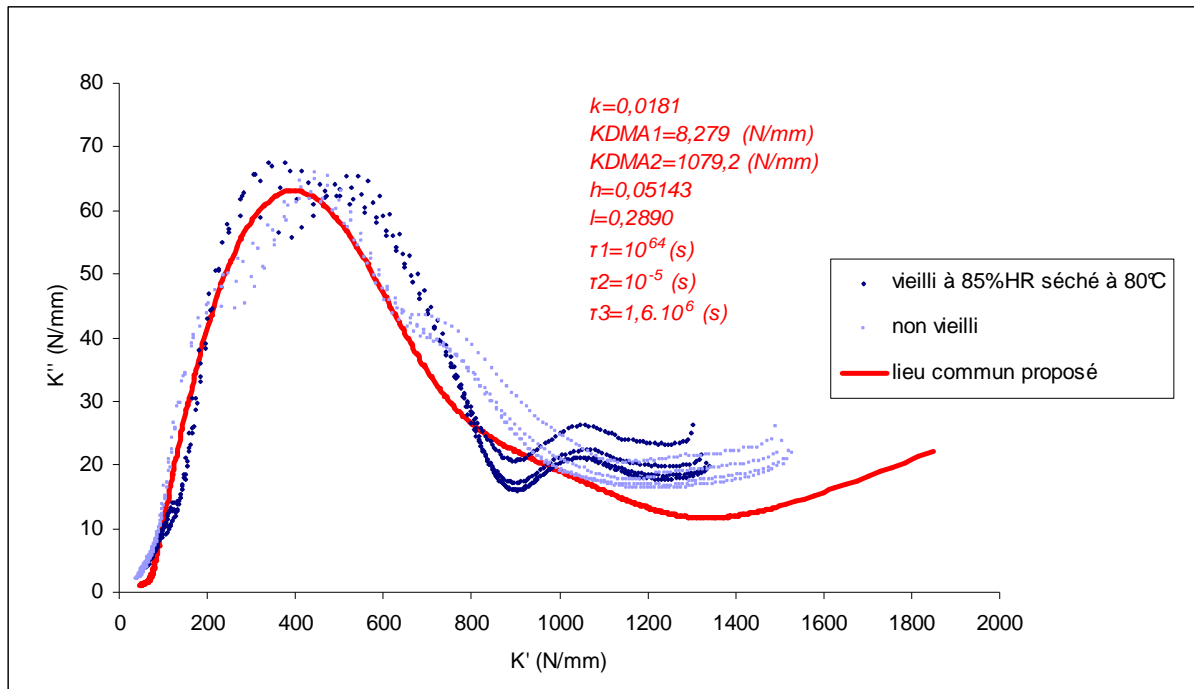


Figure 152. Matérialisation de l'hypothèse de superposition temps-température-endommagement par une courbes approchant les états sain et endommagé sur le pseudo diagramme de Cole-Cole de l'assemblage collé

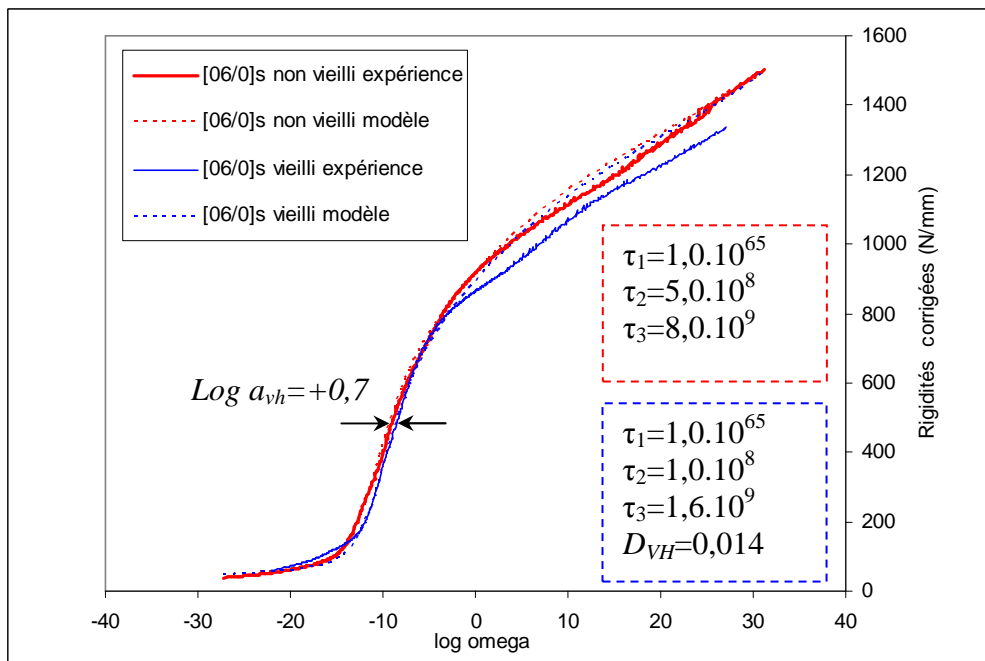


Figure 153. Comparaison des courbes maîtresses expérimentales et modélisées à 150°C des interfaces $[0_6/\bar{0}]_s$ saine et vieillie 212 jours, à 70°C et 85%HR

Vu l'état de la superposition des pseudo-diagrammes de Cole-Cole expérimentaux et modélisés (Figure 153), le respect de l'hypothèse de superposition n'est pas optimal. De plus, la translation des temps de relaxation n'a été effectuée finalement que sur τ_2 et τ_3 , avec un facteur $\log a_{VH}=+0,7$ alors que l'équivalence temps-endommagement suppose que tous les temps de relaxation doivent être modifiés simultanément. Cela est dû à l'insensibilité relative des fibres, représentées par le temps de relaxation τ_1 (cf. équation du modèle triparabolique de Burgers Tableau 29), tant vis-à-vis du vieillissement humide que de la température. Cette hypothèse de superposition partielle nous conduit néanmoins à une modélisation acceptable des courbes maîtresses (Figure 153) dont nous avons besoin pour obtenir les fonctions de fluage. La différence de rigidité visualisable sur la Figure 153 entre le modèle vieilli obtenu et l'expérience est principalement due à la différence d'épaisseur entre les deux éprouvettes effectivement testées (cf. Tableaux 25 et 36).

Nous allons enfin exploiter les modélisations de ces courbes maîtresses afin de visualiser les fonctions de fluage des interfaces homogènes saine et vieillie. Pour le calcul de $K(t)$ à partir des expressions analytiques de $K^*(\omega)$ nous employons une inversion approchée présentée par Mailler [MAIL(1996)], et détaillée en Annexe 4. Nous pouvons ainsi comparer l'évolution des rigidités et des complaisances des échantillons de type $[0_6/\bar{0}]_s$ soumis à différentes températures, et après avoir subi un vieillissement en humidité relative de 212 jours à 70°C et 85%HR. Les temps de relaxation du modèle viscoélastique de Burgers sont déduits par translation horizontale à partir des temps initialement déterminés pour la modélisation de la courbe maîtresse des rigidités à 150°C. Pour déterminer le vieillissement à 23°C, la translation $\log a_{VH}$ due au vieillissement humide est extrapolée à partir de 150°C et 70°C en supposant une évolution linéaire avec la température. Pour s'adapter graphiquement à la différence d'épaisseur entre les expériences vieillie et non vieillie, un facteur de 93% de la rigidité est appliqué aux résultats du modèle vieilli. Les temps de relaxation sont résumés dans le Tableau 38, et les courbes maîtresses correspondantes (Figure 154) conduisent aux courbes de fluage et de relaxation en rigidité représentées en Annexe 4 page 308, Figures a.8.a et a.8.b.

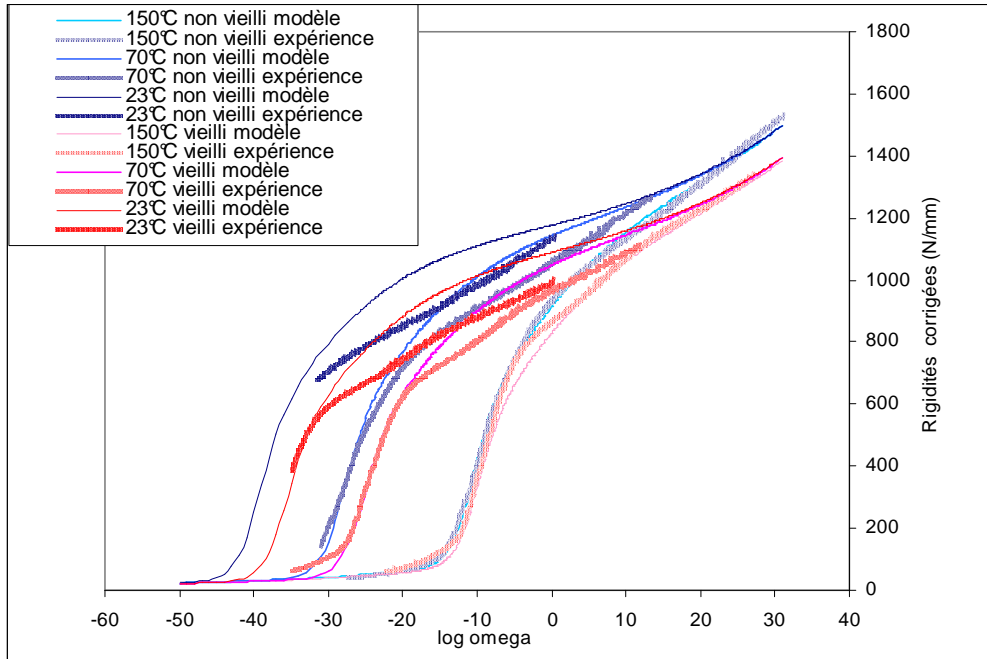


Figure 154. Modélisations obtenues des courbes maîtresses des interfaces collées $[0_6 / \bar{0}]_s$, vieillie et non vieillie à différentes températures

Tableau 38. Paramètres et temps de relaxation utilisés pour le calcul des fonctions de fluage et de relaxation de l'assemblage vieilli et non vieilli à différentes températures

Paramètres		Temps de relaxation			
		τ_1 (s)	τ_2 (s)	τ_3 (s)	
h	0,0514	Non vieilli 150°C	1,00E+65	5,00E+08	8,00E+09
k	0,0181	Vieilli 150°C	1,00E+65	1,00E+08	1,60E+09
l	0,2890	Non vieilli 70°C	1,00E+65	9,90E+25	1,58E+27
${}^{b-e} \bar{K}_{DMA1}$ (N/mm)	8,279	Vieilli 70°C	1,00E+65	1,98E+23	3,17E+24
${}^{b-e} \bar{K}_{DMA2}$ (N/mm)	1079,2	Non vieilli 23°C	1,00E+65	2,91E+37	4,65E+38
D_{VH}	0,014	Vieilli 23°C	1,00E+65	5,36E+33	8,58E+34

14.2.4.3. Bilan des propriétés viscoélastiques différées prédites

Nous avons donc montré comment notre modèle analogique de Burgers solide triparabolique permet de représenter le comportement viscoélastique de l'interface $[0_6/\bar{0}]_s$ sèche et son évolution de l'état sain à l'état vieilli lorsque l'endommagement par vieillissement humide n'est pas trop sévère. Nous avons vu que la validité de notre modèle se situe ici entre 212 jours à 70°C à 85%HR et 212 jours à 70°C à 95%HR, sans pouvoir expliquer la transition entre ces deux conditionnements. Nous avons proposé une règle simple d'équivalence temps-température-endommagement, basée sur les translations horizontale et verticale des courbes maîtresses en rigidité par vieillissement humide. Après 212 jours à 70°C à 85%HR et 40 jours à 80°C, HR ambiante, nous obtenons à 150°C en échelle logarithmique un facteur de translation horizontal en vieillissement humide $\log a_{VH}=+0,7$, et une perte verticale de 0,7% des rigidités (Figure 153). A 70°C nous mesurons $\log a_{VH}=+2,69$, et nous proposons par extrapolation linéaire $\log a_{VH}=+3,73$ à 23°C, sans pouvoir le vérifier au moyen des abscisses des points d'inflexion des courbes maîtresses d'interfaces vieilles et non vieilles. La corrélation entre les valeurs des facteurs de translation et les paramètres du vieillissement (temps de séjour, niveau d'humidité, température de conditionnement) constitue un axe de recherche à explorer dans le futur. Si le modèle viscoélastique offre une perspective générale du comportement à long terme, ses hypothèses ne permettent que d'indiquer la tendance de l'évolution du comportement en fonction des paramètres principaux que sont la température, la vitesse de sollicitation et le vieillissement en humidité relative. Nous avons pu retracer cette tendance (Figure 154) en établissant que le temps de relaxation τ_1 du modèle triparabolique de Burgers, lié aux fibres, reste invariant par vieillissement humide et sous l'effet de la température, tandis que les temps de relaxation τ_2 et τ_3 , liés à la matrice, subissent les translations $\log a_T$ et $\log a_{VH}$. Au sein du modèle viscoélastique, cette dernière variation des temps de relaxation caractérise mécaniquement les conséquences à long terme de la diminution des températures de relaxation. Dans ses travaux sur les composites carbone-époxy ayant subi des cycles d'absorption/désorption d'humidité, Jedidi signale déjà une diminution de température de transition vitreuse couplée à une augmentation significative d'allongement à rupture [JEDI(2003)], cohérente avec l'augmentation de ténacité retrouvée ici en mode II. Toutefois les ponts qui existent entre les effets mécaniques d'une saturation cyclique (simulée) ou intermittente (réelle) et ceux d'une saturation unique permanente telle que nous l'avons pratiquée ici échappent vraisemblablement au principe de superposition de Boltzmann. Finalement, les fonctions de fluage basées sur les souplesses en cisaillement de l'interface $[0_6/\bar{0}]_s$ (voir Annexe 4 pour les développements analytiques) sont dévoilées par les dernières Figures 155 et 156. L'extrapolation à 31 ans faite au sens de la viscoélasticité linéaire se limite à ne supposer aucun vieillissement autre que celui observé en accéléré à 70°C et 85%HR pendant 212 jours.

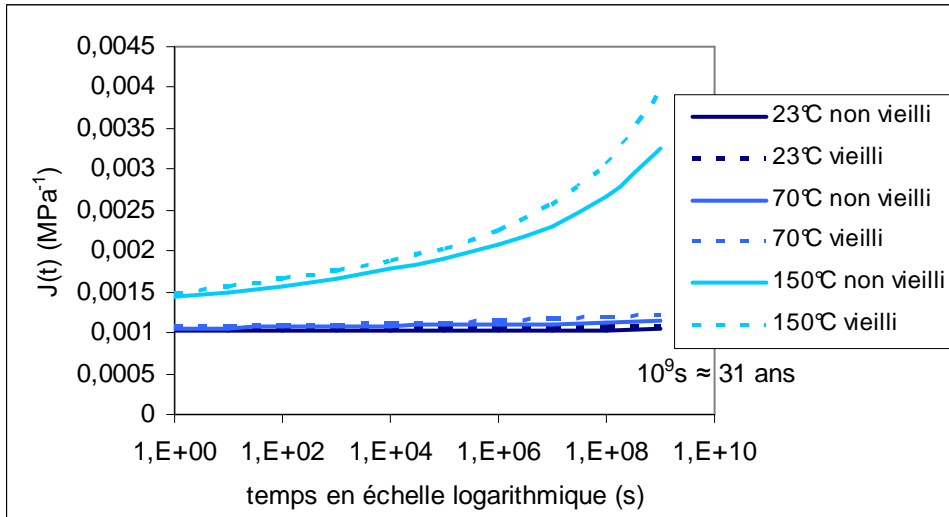


Figure 155. Modélisation des complaisances de fluage apparentes en cisaillement interlaminaire de l'interface collée $[0_6 / \bar{0}]_s$

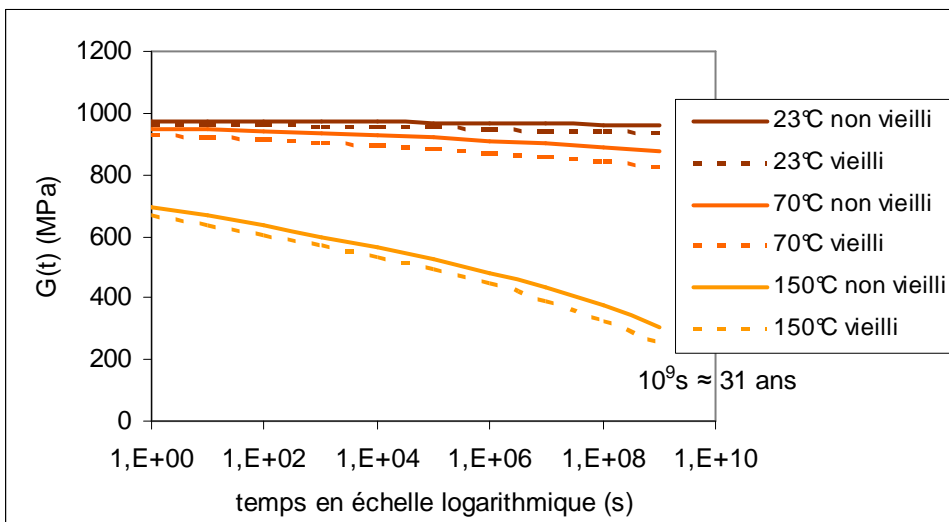


Figure 156. Modélisation des modules de relaxation apparents en cisaillement interlaminaire de l'interface collée $[0_6 / \bar{0}]_s$

14.2.5. Evolution des paramètres du modèle numérique

Contrairement aux cas présentés en Partie II où l'identification de l'interface tri-matérielle devait se faire à partir d'une expérience en mode mixte, nous sommes ici en mode pur.

Les phases de propagation, arrêt et réamorçage de fissure s'effectuent sur de courtes distances. L'énergie élastique emmagasinée à chaque arrêt est restituée de façon régulière à chaque réamorçage. En faisant la moyenne de cette énergie restituée par unité de longueur délaminée, on obtient une énergie de séparation continue modélisable par la zone cohésive d'ANSYS.

En mode II comme en mode I, nous avons vu que la présence d'eau réversible ou irréversible contribue à augmenter la ténacité des interfaces composites constituées de polymères (Tableau 39). Nous avons notamment constaté une augmentation des charges et des allongements à rupture (Tableau 40).

Tableau 39. Rappel des ténacités obtenues en vieillissement humide

Conditionnement	Moyenne	
	G_{IIc} (J/m^2)	G_{Ic} (J/m^2)
Non vieilles	1492	345
140 j. 70°C 85%HR	2090 (+40,1%)	362 (+4,9%)
140 j. 70°C 95%HR	2385 (+59,9%)	429(+24,3%)
212j. 70°C 85%HR- 40 j. 80°C ambiante	1536 (+2,9%)	271 (-21,4%)
212j. 70°C 95%HR- 40 j. 80°C ambiante	1662 (+11,4%)	500 (+44,9%)

Tableau 40. Evolution des charges et des allongements à rupture expérimentaux

Conditionnement	G_{IIc}	P_c	δ_c	G_{Ic}	$P_c^2 \delta_c$
	(J/m^2)	(N)	(mm)	(J/m^2)	($N^2 \cdot mm$)
Non vieilles	1492	478	5,36	345	22662
140 j. 70°C 85%HR	2090	560	6,35	362	24257
140 j. 70°C 95%HR	2385	594	6,83	429	31267
212j. 70°C 85%HR- 40 j. 80°C ambiante	1536	484	5,43	271	15797
212j. 70°C 95%HR- 40 j. 80°C ambiante	1662	502	5,64	500	39450

En mode pur, les séparations dans la direction perpendiculaire sont pénalisées en réduisant fortement le déplacement maximal, et ainsi les deux paramètres restants servent à ajuster l'énergie de séparation. Il faut donc augmenter la contrainte et l'allongement maximaux correspondants pour retrouver l'énergie de séparation au sens de l'équation (308).

$$\phi = e \sigma_{max} \bar{\delta}_n = \sqrt{2e\tau_{max}} \bar{\delta}_t \quad (308)$$

Conclusions de la Partie III

Dans un premier temps nous avons caractérisé et homogénéisé de façon expérimentale ou semi-empirique une interface collée symétrique de composites en vue de réutiliser les propriétés ainsi déterminées dans un calcul aux éléments finis avec zone cohésive. Nous avons relié ces caractéristiques élastiques aux conditions de mise en œuvre des préimprégnés et notamment au taux volumique de fibres final. Dans un deuxième temps nous avons proposé une méthode de recalage des données d'analyse dynamique harmonique (DMA) à partir d'essais de flexion statique. Cela nous a servi à anticiper comparativement les comportements à long terme de fluage et relaxation d'interfaces ayant subi différentes histoires hygrothermiques. Un modèle viscoélastique linéaire analogique baptisé de Burgers solide triparabolique nous a permis de distinguer l'influence du renfort textile en carbone de celles de la matrice époxy et des différents polymères composant l'interface. En supposant un état de petites déformations, nous avons admis que les dégradations de propriétés en température ou par vieillissement humide étaient dues uniquement aux transformations physico-chimiques de la matrice. Nous nous sommes alors concentrés sur l'effet du vieillissement humide sur la ténacité et les fonctions de fluage des interfaces à température ambiante. Après avoir caractérisé la cinétique de diffusion d'humidité à 85%HR et 95%HR, à 70°C, nous nous sommes penchés sur les effets d'un séchage consécutif à 80°C. L'irréversibilité partielle de l'absorption d'humidité nous a conduit à constater une élévation rémanente de la ténacité des interfaces due à la plastification des polymères par l'humidité résiduelle. Parallèlement, les temps de relaxation du modèle viscoélastique relatifs à la résine et aux polymères diminuent, ce qui engendre une baisse générale de tenue au fluage. En ce qui concerne la ténacité, sa caractérisation en mode I s'est avérée plus délicate qu'en mode II en termes de répétabilité. L'occurrence du locus *iii*) a été observée systématiquement dans les deux modes de rupture. Nous avons retenu comme évolution des trois paramètres du modèle de zone cohésive l'augmentation des charges et allongements à rupture, le choix de pénaliser un mode ou l'autre revenant à l'interprétation du modélisateur.

Les perspectives de l'étude de la durabilité sont d'améliorer la prédiction de la quantité d'eau rémanente en fonction du nombre de jours, de la température, du taux d'humidité relative, grâce à des plans d'expérience *ad hoc*. Nous devrions pouvoir interpoler numériquement les points expérimentaux des courbes maîtresses pour réaliser une prédiction plus fine des fonctions de fluage à partir de l'équation (268). En l'occurrence, nous manquons de données expérimentales directes qui sont absolument nécessaires pour évaluer la fiabilité des prédictions de fluage présentées. Il serait souhaitable également d'améliorer la connaissance de la corrélation entre le vieillissement en conditions réelles et le vieillissement accéléré, la dégradation progressant de façon complexe et faisant manifestement intervenir des processus chimiques.

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Cette étude a contribué à visualiser certains phénomènes de rupture d'interfaces pour aider la compréhension des multi-matériaux renforcés par composites (Partie I, Section 1) du Génie Civil ou du Transport (Figure 162).

La modélisation des ruptures s'est inspirée des notions de la mécanique linéaire élastique de la rupture, à partir de la notion de facteur d'intensité de contrainte spécialisé pour les milieux homogènes anisotropes (Partie I, Section 2).

Nous avons procédé Partie II à l'observation physique et à l'analyse théorique de deux cas de délaminage : Section 3, en extrémité de joint (*i*), sous la forme d'une rupture d'interface forte collée, Section 4, en zone interlaminaire (*ii*), sous la forme d'une rupture interne en cisaillement prépondérant.

Section 3, une interface tri-matérielle aluminium/adhésif/composite a été mise en œuvre sous la forme d'une éprouvette épaisse renforcée sur sa face inférieure et soumise à de la flexion trois points. La disposition d'une amorce de rupture en extrémité de joint (locus *i*) a permis de contrôler la répétabilité du phénomène d'amorçage. Différents traitements de surface de l'aluminium ont été mis en œuvre, il ressort des résultats expérimentaux que le traitement de surface a davantage d'influence en fatigue qu'en statique, le traitement de type mécano-chimique apportant une tenue supérieure par rapport aux traitements chimiques. La mécanique des poutres, la théorie des stratifiés, la mécanique linéaire élastique de la rupture ont été exploitées pour décrire le caractère instable de l'amorçage et de la propagation de ce type de délaminage. La forte concentration de contraintes élastiques en extrémité de joint fait que la force de séparation disponible sur la longueur de recouvrement jusqu'à mi-portée est toujours supérieure à la force nécessaire pour assurer le premier amorçage : la fissure accélère. Le phénomène n'évolue pas qualitativement sous l'effet de la fatigue, et l'on observe une baisse progressive de la ténacité d'amorçage, que nous avons déduite de l'équation de la droite de type Wöhler décrivant la décroissance en fatigue des charges critiques d'amorçage.

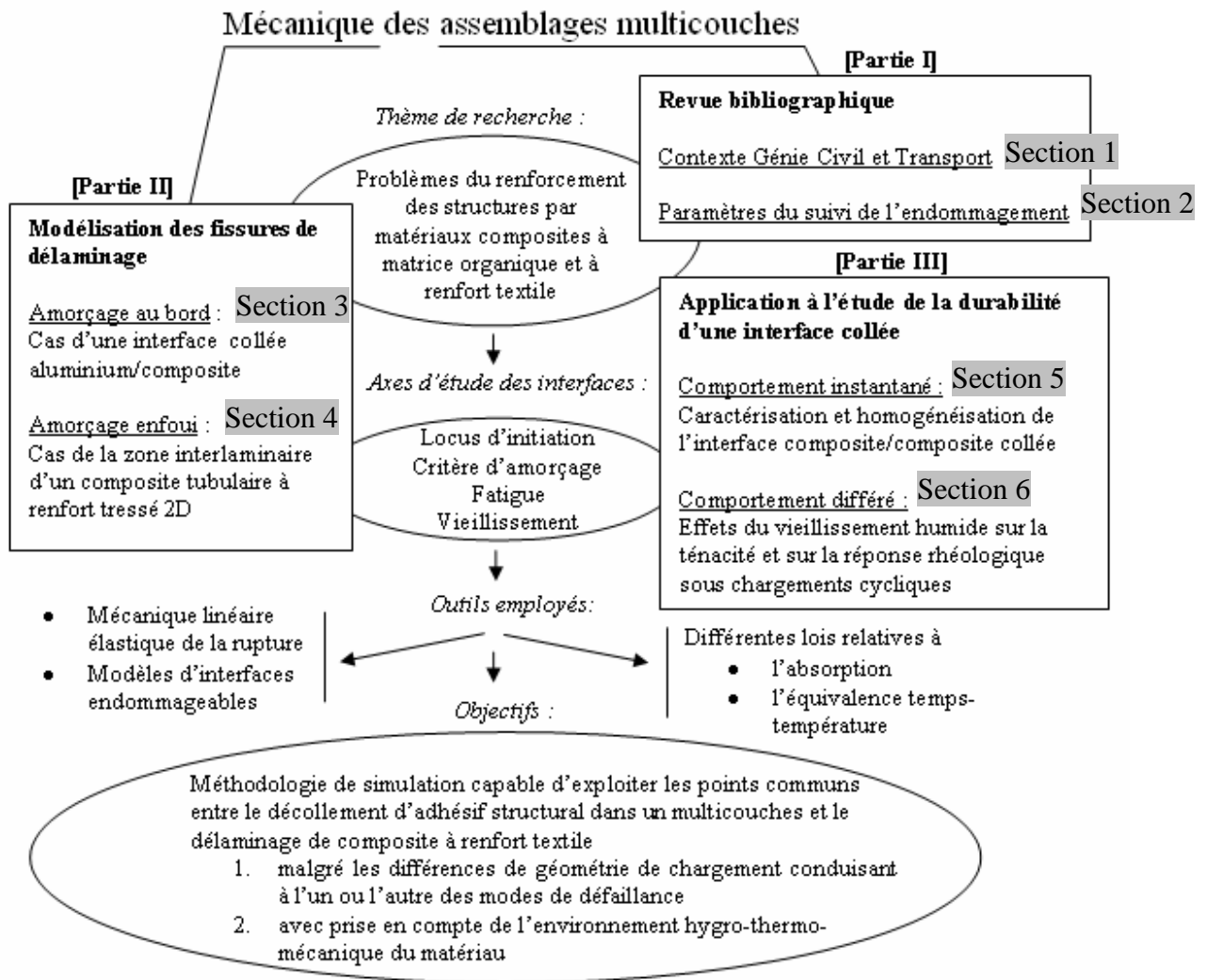


Figure 162. *Enchaînement des différentes sections thématiques visitées*

Section 4, un tube composite mis en œuvre par moulage RTM de fibres textiles tressées, une fois comprimé latéralement entre deux plateaux, nous a permis de visualiser une rupture interlaminaire avec cisaillement prépondérant. L'étude comparative en statique et en fatigue de tubes tressés à renfort textile 2D et 3D nous a permis de corrélérer l'influence de l'architecture textile sur les mécanismes de coalescence de défauts à l'apparition du délaminage. Le problème de l'initiation de fissure dans le cas 2D a été abordé par la détermination détaillée du locus *ii* d'initiation, puis l'incorporation à déplacement imposé d'une longueur critique d'initiation assortie d'un taux critique de restitution d'énergie d'initiation. Nous avons notamment pris en compte l'anisotropie du matériau au moyen d'une équation de compatibilité orthotrope en coordonnées polaires permettant de dériver les contraintes planes dans le tube à partir de la loi de contact de Hertz-Sankar au sein d'un potentiel élastique développé en séries de Fourier.

Partie III, dans le cas de l'assemblage collé de composites carbone-époxy à renfort textile pré-imprégné, nous avons cherché en Section 5 à caractériser le comportement élastique d'interfaces collées symétriques. Une première approche nous a montré la différence entre le comportement équivalent dans l'interface et le comportement individuel des constituants pris séparément, causée par les conditions de mise en œuvre spécifiques à tout collage. Nous avons alors exposé une démarche d'homogénéisation reliant les propriétés élastiques finales à certains paramètres de mise en œuvre du collage et aux propriétés des constituants. L'influence du vieillissement humide sur le comportement à long terme a été recherchée en Section 6 sous la forme d'une corrélation entre la ténacité et la complaisance de fluage en cisaillement interlaminaire de l'interface. Un modèle viscoélastique analogique baptisé de Burgers solide tri-parabolique a été proposé et exploité afin de modéliser conjointement les comportements globaux des polymères et du renfort textile de l'interface. L'évolution des temps de relaxation liés aux polymères sous l'effet de la température, du temps de sollicitation ou de l'humidité a pu être obtenue et modélisée sur l'intervalle des mesures expérimentales. Celles-ci ont été menées à travers l'étude thermomécanique harmonique d'échantillons récupérés à différents stades d'un vieillissement accéléré réalisé en humidité relative et en température. Pour la prédiction des propriétés à long terme, nous nous sommes limités à exploiter la comparaison des courbes maîtresses des échantillons secs avant et après vieillissement humide 212 jours à 70°C et 85%HR. Finalement nous observons une augmentation des temps de relaxation, liée à une hausse significative des ténacités en rapport avec l'eau contenue dans l'interface, et une faible variation négative des rigidités. Nous manquons de données expérimentales directes qui sont absolument nécessaires pour évaluer la fiabilité des prédictions de fluage déduites du modèle viscoélastique analogique.

Nous avons tenté de mettre en œuvre une démarche de modélisation numérique à l'aide du modèle d'interface implémenté sous ANSYS et basé sur le potentiel d'énergie de surface exponentiel de Xu et Needleman. Nous avons eu besoin d'homogénéiser les interfaces étudiées avant d'y incorporer les zones cohésives, ce qui a été fait avec l'interface tri-matérielle aluminium composite, et continué lors de l'application à l'étude de la durabilité de l'assemblage collé de composites à renfort textile. La prise en compte de la non linéarité du comportement de l'aluminium n'est possible qu'aux éléments finis, et nous a donné accès à une méthode d'évaluation précise des ténacités interfaciales. Il ressort de l'étude que la détermination de paramètres de zone cohésive conduisant à modéliser le point de rupture est toujours possible, mais en dépit d'une grande difficulté à franchir numériquement le stade de la rupture instable en mode mixte I+II. Le comportement post-rupture n'a finalement pu être simulé que dans les cas simples de chargement en mode pur où l'énergie de séparation utilisée correspond à la moyenne par unité de longueur des énergies élastiques restituées lors des phases rapprochées successives d'amorçage-propagation fragile-arrêt- réamorçage, traduisant ainsi de façon continue les pics successifs expérimentaux. L'influence du vieillissement sur les paramètres du modèle en mode pur a ainsi pu être déterminée comme l'augmentation des charges et

allongements à rupture conduisant à simuler l'augmentation de la ténacité interfaciale par absorption d'humidité.

Les perspectives les plus prégnantes sont l'investigation des outils numériques de modélisation de l'instabilité mécanique, et la recherche de méthodes numériques d'interpolation permettant de prédire plus fidèlement vis-à-vis de l'expérience le comportement à long terme au sens de modèles viscoélastiques. Le balayage en température des échantillons de composites collés à partir de températures négatives permettrait de compléter l'étude de ces propriétés à long terme. Cependant, une validation expérimentale directe des comportements mécaniques différés, non effectuée ici, est encore indispensable, et une corrélation avec les phénomènes est nécessaire. Il serait intéressant également d'approfondir la question des traitements de surface de l'aluminium notamment vis-à-vis du vieillissement humide, les applications mécaniques étant vouées à remplacer à terme les méthodes chimiques traditionnelles. Nous retiendrons également que la caractérisation du lien entre le vieillissement accéléré et le vieillissement en conditions de service ne peut être que le résultat d'une étude expérimentale. Ici nous avons déduit des propriétés de fluage jusqu'à plus de trente ans en supposant l'absence de tout autre endommagement que celui observé pendant quelques mois à une température donnée, ce qui est limité compte tenu des nouvelles modifications chimiques imprévues qui pourraient intervenir dans le cas réel.

Les applications multicouches intégrant des composites carbone-époxy à renfort textile occupent aujourd'hui une place centrale tant au niveau du Génie Civil que du Transport. Nous avons étudié des multicouches comprenant des renforts textiles en fibres de carbone à tressage bi- ou tri- dimensionnel au sein de stratifiés tubulaires. Nous avons également étudié des composites à renforts textiles tissés de fibres de carbone, tour à tour en configuration d'assemblages collés de composites, ou en configuration d'hybridation aluminium composite par collage. Dans un contexte de recherche de matériaux innovants et performants, nos travaux pourront contribuer à la caractérisation et la modélisation à l'échelle structurelle d'assemblages multicouches où les matériaux sensibles au vieillissement humide jouent un rôle clé, soit comme matrice, soit comme adhésif. En effet, la maîtrise de la dissipation d'énergie de rupture par les interfaces est un tremplin technologique vers la proposition et l'étude de nouvelles associations multicouches multifonctionnelles.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Références bibliographiques

- [ABRA(1998)] Abrate S. Impact on composite structures. Cambridge University Press, Cambridge, 1998. 289 p.
- [AUBL(2001)] Aublin M et al. Systèmes mécaniques Théorie et dimensionnement Dunod, Paris, 2001, 662 p.
- [BATH(1997)] Bathias C, Bailon J-P (Ed). La fatigue des matériaux et des structures. 2^e édition. Paris, Montréal : Maloine presses de l'Université de Montréal, 1997. 547 p. Collection Université de Compiègne.
- [BERT(1999)] Berthelot JM. Matériaux Composites: comportement mécanique et analyse des structures. 3^e éd. Paris : Lavoisier, 1999. 624 p.
- [BERT(2005)] . Berthet J F, Ferrier E, Hamelin P. Compressive behaviour of concrete externally confined by composite jackets. Part A: experimental study. Construction and Building Materials, Volume 19, Issue 3, April 2005, Pages 223-232.
- [BIGA(1997)] Bigaud D. Méthodes théorico-expérimentales de caractérisation des propriétés mécaniques de composites à renforts textiles tri-dimensionnels. Application au génie civil. Thèse de doctorat — Université Lyon I - 12 septembre 1997.
- [BONH(1996)] Bonhomme J, Manrique F, Belzunce FJ. Influence of environmental aging on mechanical properties of single lap joints Progress in durability analysis of composite systems, Cardon, Fukuda, Reifsnider (eds) 1996 A.A. Balkema, Rotterdam, Brookfield.
- [BOUC(2000)] Bouchet J, Jacquelin E, Hamelin P. Static and dynamic behaviour of combined composite aluminium tube for automotive applications. Composites Science and Technologie, Volume 60, Issue 10, 2000, pp. 1891-1900.
- [BOUS(1969)] Boussinesq J. Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques. Albert Caquot, Paris: Librairie scientifique et technique Albert Blanchard, 1969.723 p.
- [BREB(2002)] Brebbia CA, de Wilde WP, editors. High performance structures and composites. Southampton: Wit Press, 2002.
- [BRUN(2004)] Bruneaux M.A., Durabilité des assemblages collés: modélisation mécanique et physico-chimique. Thèse de doctorat — Ecole Nationale des Ponts et Chaussées – 31 mars 2004.
- [CALM(2005)#1] Calme O, Bigaud D, Hamelin P. 3D braided composites under lateral compression. Composites Science and Technology, Volume 65, Issue 1, January 2005, pp. 95-106.

[CALM(2005)#2] Calme O, Bigaud D, Ferrier E. Stability of the composite-to-concrete interface in steel reinforced concrete beams repaired by composite plates. Composites in Construction 2005 – Third International Conference, Hamelin et al (Ed.) Lyon, France, July 11 – 13, 2005.

[CARR(2005)] Carrère N, Martin E, Leguillon D, Huchette C. Amorçage de la décohésion interfaciale : comparaison d'un critère mixte et d'un modèle de zone cohésive. Comptes rendus des Quatorzièmes Journée Nationales sur les Composites, Benzeggagh M.L. et Lamon J. (Ed.) Compiègne, France, 22-24 mars 2005.

[CHAN(1989)] Chang FK, Kutlu Z. Strength response of cylindrical composite shells subjected to out-of-plane loadings. Journal of Composites Materials 1989; 23: 11-31.

[CHAR(2006)] Charlotte M, Laverne J, Marigo J-J. Initiation of cracks with cohesive force models: a variational approach European Journal of Mechanics A/Solids (2006).

[COGN(2000)] Cognard J. Science et technologie du collage. Presses polytechniques et universitaires romandes, 2000, Lausanne, 322 p.

[COLO(2008)] Colomb F, Tobbi H, Ferrier E, Hamelin P. Seismic retrofit of reinforced concrete short columns by CFRP materials. Composite Structures, Volume 82, Issue 4, February 2008, Pages 475-487.

[COUR(1971)] Courbon J. Résistance des matériaux tome 1, Dunod, Paris, 1971. 3e éd. 783 p.

[CRIS(1998)] Mi Y., Crisfield M.A. Progressive delamination using interface elements. Journal of Composite Materials, 1998, pp.1246-1272.

[DEWI(1981)] Dewimille B. 1981 Vieillissement hygrothermique d'un matériau composite fibres de verre-résine époxyde, Thèse de doctorat, Ecole des Mines de Paris.

[DJOK(2002)] Djokic D. et al. Residual stress development during the composite patch bonding process: measurement and modelling. Composites Part A: applied science and manufacturing, 2002, vol.33, pp.277-288.

[DOAN(1990)] Doan C, Boufera A, Hamelin P. Comportement viscoélastique des matrices polymères. In : Boehler J.P., Hamelin P., Verchery G. Comportement des composites à renfort tissu Comportement dynamique des composites. Paris, Pluralis, 1990, 376 p.

[DRAI(2005)] Draïdi Z, Limam A. Flambage de coques multicouches acier/composite, approches expérimentales et numériques. Revue des composites

et des matériaux avancés – Dialogue essai/calcul dans les structures hétérogènes, 2005, vol.15, n°1, pp.89-103.

[DREA(2001)] Dréano L. Modèles d'interaction procédés-microstructure-performances mécaniques de matériaux composites à renfort textile : étude du tressage tridimensionnel par entremêlement couche à couche. Ph. D Thesis, University Claude Bernard Lyon 1, Laboratoire de Mécanique Matériaux et Structures, 2001.

[EKRA(2004)] Ekraïem M. Effet du traitement de surface sur le comportement structural d'assemblages hybrides Aluminium/Composite. Rapport de DEA Matériaux Polymères et Composites, Université Claude Bernard Lyon1, 2004.

[FERR(2002)] Ferrier E, Hamelin P. Materials and structures long-time concrete-composite interface characterization for reliability prediction of RC beam strengthened with FRP, Materials & Structures, RILEM, vol. 35 N° 253, novembre 2002.

[FRAN(2002)] Francfort G, Marigo J-J. C.R.Mecanique 330 (2002) 225-233.

[GENI(2002)] Genin E. Réalisation et caractérisations mécaniques de composites tubulaires carbone/époxyde à renfort tressés 3D et 2D. Rapport de stage, Ecole Centrale de Lyon, 2002.

[GOLA(1944)] Goland M, Reissner E. The stresses in cemented joints. Journal of Applied Mechanics, American Society of Mechanical Engineering, vol. 11, A17-A27.

[GRAB(2003)] Grabovac I. Bonded composite solution to ship reinforcement, composites Part A: applied science and manufacturing, 2003, vol.34, pp.847-854.

[GRIF(1920)] Griffith AA. The phenomena of rupture and flow in solids. Phil. Trans. Roy. Soc. London. pp. 163-198.

[GUPT(2000)] Gupta NK, Abbas H. Lateral collapse of composite cylindrical tubes between flat platens. International Journal of Impact Engineering 2000; 24: 329-346.

[GUTI(1992)] Gutierrez J, Le Lay F, Hoarau P. Etude du vieillissement de composites verre résine en milieu marin. La construction navale en composites. Paris, 7 décembre 1992. IFREMER, Actes de colloques n°15, communication n°33.

[HAMA(1992)] Hamada H, Coppola JC, Hull D. Comparison of energy absorption of carbon/epoxy and carbon/PEEK composite tubes. Comp., 23 (1992) 245-252.

[HUET(1963)] Huet C. Etude par une méthode d'impédance du comportement viscoélastique des matériaux hydrocarbonés. Thèse de docteur-ingénieur, Faculté des Sciences de l'Université de Paris, 1963, 210 p.

[JAUB(2006)] Jaubert A, Marigo J-J. Justification of Paris-type fatigue laws from cohesive forces model via a variational approach. Continuum Mechanic and Thermodynamics (2006).

[JECI(1995)] Jecic S, Semenski D. Investigation of stress intensity factors by means of caustics in mechanically anisotropic materials Euromech334 textile composites end textile structures W.D. De Wilde P.Hamelin (eds) Lyon 15 16 17 May 1995, Université Claude Bernard-Lyon.

[JEDI(2003)] Jedidi J, Jacquemin F, Vautrin A. Accelerated hygrothermal cyclical tests for Carbon/Epoxy laminates. European Mechanics Colloquium 453 « Internal Stresses in Polymer Composite Processing and Service Life », Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne, 1-3 Décembre 2003, pp.113-116.

[KATA(1993)] Katayama T, Hirai T. Analysis of fracture mechanism of FW ring under impact load. Proc. 71st JSME Fall Annual Meeting, 930-63A, 1993, pp.106-108.

[KELL(2002)] Kelleuch K. Comportement en fretting d'alliages d'aluminium – effet de l'anodisation. Thèse de doctorat – Ecole Centrale de Lyon, le 4 février 2002.

[KELL(2005)] Keller T. Hybrid FRP structures – Status report and future prospects. Composites in Construction 2005 – Third International Conference, Hamelin et al (eds) Lyon, France, July 11 – 13, 2005.

[KRAW(1999)] Krawczak P. Essais mécaniques des plastiques - Caractéristiques à long terme et ténacité. Traité Plastiques et Composites, AM 3511, 1999, vol. AM 3.

[KUGL(2002)] Kugler D, Moon TJ. A technique for compression testing of composite rings. Composites:Part A :applied science and manufacturing 2002:507-514.

[LEGU(2002)] Leguillon D. Strength or toughness? A criterion for crack onset at a notch. European Journal of Mechanics-A/ Solids, Volume 21, Issue 1, 2002, pp.61-72.

[LEMA(1988)] Lemaître J, Chaboche JL. Mécanique des matériaux solides. Bordas, Paris, 1988.

[MAHE(2003)] Maheli E et al. Effects of hybridization on crushing behaviour of carbon/glass/fibre/epoxy circular-cylindrical shells. Journal of Materials Processing Technology 2003; 132: 49-57.

[MAZZ(1984)] Mazzolani FM. Plastic design of aluminium alloy structures. Verba Volant, Scripta Manent, Liegi, 1984, pp. 295-313.

[MAZZ(1995)] Mazzolani FM. Aluminium alloy structures. Chapman & Hall, London, 1995.

[MAZZ(1997)] Mazzolani FM, Piluso V. Prediction of the Rotation Capacity of Aluminium Alloy Beams. Thin-Walled Structures Vol. 27, No. I. pp. 103-116. 1997

[MCMU(2002)] McMullin D. Lockerbie Insurance. Scientific American, January 2002, pp. 15-16.

[MERC(2005)] Mercier J, Bunsell A, Mallard H, Renard J. Caractérisation et modélisation du vieillissement de matériaux composites. Comptes rendus des Quatorzièmes Journée Nationales sur les Composites, Benzeggagh M.L. et Lamon J. (Ed.) Compiègne, France, 22-24 mars 2005.

[MERL(1986)] Merle G, Pillot C. Principe et comparaison des différents appareils rhéométriques, Annales des Composites, Mise en évidence de la gélification et de la vitrification dans les matériaux thermodurcissables, Paris, 10 déc. 1986, pp.41-60.

[MIRA(1999)] Miravete A, editor. 3-D textile reinforcements in composite materials. Cambridge: Woodhead Publishing, 1999.

[MOGU(2002)] Moguedet M. Les composites à matrice thermoplastique renforcée par des fibres de verre non-continues pour application automobile, Rapport de stage, Ecole Centrale de Lyon, 2001-2002.

[MOHA(2006)] Mohamed I, Ronel-Idrissi S, Curtil L. Influence of composite materials confinement on alkali-aggregate mechanical behaviour, Materials and Structure, Volume 39, Issue 288, 2006, p. 479-490.

[MÜNC(2000)] Münch A. Propagation de fissures tridimensionnelles dans les structures stratifiées : interfaces courbes et assemblages collés. Thèse de doctorat - Université Paris VI, 2002.

[NISH(1995)] Nishiwaki T et al. A quasi-three-dimensional lateral compressive analysis method for a composite cylinder. Composite Structures, 32 (1995) 293-298.

[PABI(1987)] Pabiot J. 1987. "Plastiques Renforcés: Propriétés Mécaniques—Calcul."Techniques de l'Ingénieur, Paris: A3246:1-23.

[PARI(1965)] Paris PC, Sih GC. Fracture toughness testing and its applications, ASTM STP 381 (1965) 30.

[PDLH(1995)] PDL Handbook : Fatigue and tribological properties of plastics and elastomers (Propriétés de fatigue et propriétés tribologiques des plastiques et des élastomères), Plastics Design Library, 1995, 549 p.

- [RIZO(2001)] Rizov V, Ernst LJ. On the analysis of the interlaminar strain-energy release rates in ring-fracture-tests specimens. *Composite Structures*, 2001; 54: 331-334.
- [ROCH(2006)] Rochdi EH, Bigaud D, Ferrier E, Hamelin P. Ultimate behaviour of CFRP strengthened RC flat slabs under a centrally applied load. *Composite Structures*, Volume 72, Issue 1, January 2006, Pages 69-78.
- [RYBI(1977)] Rybicki EF, Kanninen F. A finite element calculation of stress intensity factors by a modified crack closure integral, *Eng. Frac.Mech.* 9 (1977) 931.
- [SANK(1989)] Sankar BV. Smooth indentation of orthotropic beams. *Composites Science and Technology*, Volume 34, Issue 2, 1989, pp. 95-111.
- [SCHM(2000)] Schmitt C. Influence d'un défaut de fabrication sur le comportement mécanique d'un matériau composite verre-époxyde. *Journal of Materials Processing Technology*, vol.101, 2000, p.298-305.
- [SIHP(1965)] Sih GC, Paris PC, Irwin GR. On cracks in rectilinearly anisotropic bodies, *International Journal of Fracture* 1(3) (1965) 189.
- [SILA(2007)] Si Larbi A, Ferrier E, Jurkiewicz B, Hamelin P. Static behaviour of steel concrete beam connected by bonding. *Engineering Structures*, Volume 29, Issue 6, June 2007, Pages 1034-1042.
- [TÄLJ(1997)] Täljsten B. Strengthening of beams by plates bonding, *Journal of materials in civil engineering*, 9(4):206:212, 1997.
- [TIMO(1970)] Timoshenko SP, Goodier JN. *Theory of elasticity*. MacGraw-Hill, 3rd int. ed., 1970. 567 p.
- [TSAI(2000)] Tsai K-H, Chiu C-H, Wu T-H. Fatigue behaviour of 3D multi-layer interlock woven composite plates. *Composites Science and Technology*, 2000, vol. 60, pp. 241-248.
- [TVER(1990)] Tvergaard V. Effect of fiber debonding in a whisker-reinforced metal. *Materials Science and Engineering*, 1990, A125, pp 203-213.
- [VANP(2002)] Van Paepegem W, Degrieck J. A new coupled approach of residual stiffness and strength for fatigue of fibre-reinforced composites. *International Journal of Fatigue*, 2002, vol. 24, pp. 747-762.
- [VARA(1998)] Varastehpour H, Ferrier E, Hamelin P. Réparation des ouvrages béton armé- béton précontraint par placage de matériaux composites. *Annales du bâtiment et des travaux publics*, 3:55-61, juin 1998.

[VAUT(1990)] Vautrin A. Absorption de l'humidité: synthèse pour les composites à matrice polymère. In : Boehler J.P., Hamelin P., Verchery G. Comportement des composites à renfort tissu Comportement dynamique des composites. Paris, Pluralis, 1990. 376 p.

[VERM(2003)] Vermeeren C. An Historic Overview of the Development of Fibre Metal Laminates. Applied Composite Materials, 2003, Vol. 10, pp.189–205.

[VLOT (1996)] Vlot A. Impact loading on fiber metal laminates International Journal of Impact Engineering, 1996, Vol. 18, No. 3, pp. 291-307.

[VOGE(2000)] Vogelesang LB, Vlot A. (2000) Developement of fibre metal laminates for advanced aerospace structure. Journal of materials processing technology, 2000, Vol. 103, pp. 1-5.

[WEIB(1953)] Weibull W. A statistical function with wide applicability. Journal of Applied Mechanics, 1953, vol.18, pp. 293-296.

[XUNE(1994)] Xu X-P, Needleman A. “Numerical simulations of fast crack growth in brittle solids”, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 42, 1994, pp. 1397-1434.

[YANG(2001)] Yang C, Tomblin JS. Investigation of adhesive behaviour in aircraft applications (DOT/FAA/AR-01/57). US Department of Transportation Federal Aviation Administration, Springfield, September 2001.

LISTE DES TABLEAUX

Liste des tableaux

Tableau 1. *Dégradations mécaniques prévisionnelles à 30 ans simulées en vieillissement accéléré par immersion en bain thermostaté d'eau de mer synthétique sur des composites à fibres de verre (d'après les résultats de Gutierrez [GUTT(1992)], basés sur les relevés de la Direction des Constructions Navales)*

Tableau 2. *Composition de l'alliage 7075*

Tableau 3. *Caractéristiques mécaniques nominales de l'alliage 7075-T6*

Tableau 4. *Résultats de la caractérisation des barreaux d'alliage aluminium en flexion trois points*

Tableau 5. *Résultats de la régression non linéaire des courbes expérimentales*

Tableau 6. *Relevé du module apparent moyen des barreaux d'aluminium 25x10,2x100 mm testés en flexion trois points de portée 60 mm*

Tableau 7. *Extrait des Fiches de propriétés du préimprégné Hexply® M18/1/43%/G939-123 cm de classe aéronautique*

Tableau 8. *Relevé du module apparent moyen des éprouvettes composites 25x5x97,5 mm testées en flexion trois points de portée 60 mm*

Tableau 9. *Résistance au cisaillement de l'adhésif en essai de traction sur joint à simple recouvrement, selon Hexcel Composites*

Tableau 10. *Résultats obtenus en flexion trois points statique à 1mm/min*

Tableau 11. *Ténacités d'amorçage en présence d'un défaut*

Tableau 12. *Propriétés estimées des tubes à renfort tressé (MPa)*

Tableau 13. *Expressions analytiques des contraintes dérivant du potentiel*

Tableau 14. *Longueur critique d'initiation recalée à partir de la dépression expérimentale au premier pic (En caractères gras, les données calculées)*

Tableau 15. *Déduction des points $a(N)$ à partir de l'expérience et du modèle théorique*

Tableau 16. *Données et résultats des deux calculs effectués sous ANSYS pour l'identification de G_I et G_{II} dans le cas de l'assemblage collé aluminium composite*

Tableau 17. *Empilements sélectionnés pour l'identification élastique de l'interface collée en traction*

Tableau 18. *Données de flexion trois points statique utilisées pour l'identification élastique de l'interface collée*

Tableau 19. *Récapitulatif des ordres de grandeur de constantes élastiques **équivalentes** déterminées par une démarche inverse pont macro-méso*

Tableau 20. *Flexion trois points à DEA variable du stratifié $[0_4/\bar{0}]_s$*

- Tableau 21. *Flexion trois points à DEA variable du stratifié $[0_6/\bar{0}]_s$*
- Tableau 22. *Données expérimentales pour l'identification des interfaces*
- Tableau 23. *Caractéristiques des éléments de structure interfaciaux symétriques homogènes équivalents*
- Tableau 24. *Comparaison des courbures en DMA et en statique*
- Tableau 25. *Valeurs théoriques de \bar{G}_{13}^{inter} , \bar{Q}_{11}^{inter} , $b^{-e}\bar{K}_{DMA}$, ${}^3p\bar{K}_{stat}$, et $\hat{\omega}$ déterminées pour les interfaces effectivement analysées en DMA*
- Tableau 26. *Déduction des modules apparents de l'interface homogène $[0_6/\bar{0}]_s$*
- Tableau 27. *Empilements étudiés en DMA*
- Tableau 28. *Synthèse des corrections réalisées en rigidité pour les interfaces analysées en DMA*
- Tableau 29. *Construction d'un modèle rhéologique adapté au composite carbone-époxy satin 4H collé*
- Tableau 30. *Paramètres de la loi d'Arrhénius pour le coefficient de diffusion transverse de l'assemblage*
- Tableau 31. *Paramètres de la loi de Dewimille pour la saturation de masse réversible selon le modèle de Fick*
- Tableau 32. *Registre des pesées effectuées pour l'étude de la cinétique de diffusion - Données d'interpolation par la loi de Fick*
- Tableau 33. *Variation d'élasticité en fonction du stade de vieillissement humide*
- Tableau 34. *Variation du taux critique de restitution d'énergie élastique interfaciale en mode II en fonction du stade de vieillissement humide*
- Tableau 35. *Variation du taux critique de restitution d'énergie élastique interfaciale en mode I en fonction du stade de vieillissement humide*
- Tableau 36. *Variation de rigidité prédite pour chaque vieillissement expérimenté*
- Tableau 37. *Détermination des facteurs de correction en rigidité pour les interfaces vieilles analysées en DMA*
- Tableau 38. *Paramètres et temps de relaxation utilisés pour le calcul des fonctions de fluage et de relaxation de l'assemblage vieilli et non vieilli à différentes températures*
- Tableau 39. *Rappel des ténacités obtenues en vieillissement humide*
- Tableau 40. *Evolution des charges et des allongements à rupture expérimentaux*
- Tableau a.1. *Relaxations thermostimulées des rigidités $b^{-e}\bar{K}_{DMA(VH,T,t)}$ de l'éprouvette 3,19x10,06x17,5 mm en pourcentages de la rigidité initiale à 23°C d'après les équations (a.23-a.24) et les temps de relaxation Tableau 38 page 247*

LISTE DES FIGURES

Liste des figures

Figure 1. *Synoptique des thèmes abordés dans les différentes Parties de la thèse*

Figure 2. *Etude de l'arrachement superficiel du béton à l'interface collée acier-béton par traction cisaillement à double recouvrement [SILA(2007)]*

Figure 3. *Exemples d'application des composites dans le Transport*

Figure 4. *Schéma du composite hybride aluminium/verre-époxy de type GLARE [VOGE(2000)] et exemple d'application actuelle sur le fuselage du nouvel Airbus A380*

Figure 5. *A l'origine de l'accident spectaculaire du Boeing 737 d'Aloha Airlines en 1988 ([VOGE(2000)]), des fissures de fatigue dans le fuselage*

Figure 6. *Comportement au feu comparé de panneaux aluminium et hybrides aluminium/composite*

Figure 7. *Simulation de l'attentat de Lockerbie, Écosse, 1988, vol Pan Am 103, 259 morts a. avant explosion b. après explosion [MCMU(2002)]*

Figure 8. *Effet positif du pontage de fissures sur la durée de vie en fatigue des hybrides*

Figure 9. *Système d'axes quelconques x et y faisant un angle θ avec les axes naturels d'orthotropie du pli*

Figure 10. *Positionnement des axes de référence du problème*

Figure 11. *Ordre des couches et exemple de champ de déformation linéaire membrane+flexion du multicouche*

Figure 12. *Action des éléments de réduction sur un élément de plaque*

Figure 13. *Mécanismes d'endommagement observés dans un composite [BERT (1999)]*

Figure 14. *Fatigue cyclique sinusoidale*

Figure 15. *Courbe de perte de rigidité en fatigue cyclique traction-traction ($R=0,1$), typique d'un grand nombre de matériaux composites renforcés de fibres, d'après Van Paepegem [VANP(2002)]*

Figure 16. *Cinétique d'absorption d'eau d'un stratifié soumis à une diffusion unidirectionnelle dans le sens de l'épaisseur*

Figure 17. *Prévision du module de cisaillement plan d'un unidirectionnel verre-époxy à partir de la loi de Fick d'après Mercier [MERC(2005)]*

Figure 18. *Mouvements cinématiques relatifs indépendants des parois de la fissure*

Figure 19. *Position du front de fissure par rapport au repère global [JECI(1995)]*

Figure 20. *Orientation générale du front de fissure dans un matériau orthotrope [JECI(1995)]*

Figure 21. *Méthode de calcul de G_I , G_{II} et G_{III} -a. 1^{er} calcul -b. 2^e calcul [SCHM(2000)]*

Figure 22. *Comportement en fissuration par fatigue d'un composite à matrice organique*

Figure 23. *Corps fissuré en équilibre*

Figure 24. *Densité d'énergie de surface de type Barenblatt comparée à celle de Griffith*

Figure 25. *Schéma des éléments d'interface sous ANSYS*

Figure 26. *Exemples de lois de séparation en cisaillement appliquées au délaminage des composites : a. Xu et Needleman [XUNE(1994)], b. Tvergaard [TVER(1990)], et c. Crisfield [CRIS(1998)]*

Figure 27. *Configuration géométrique du renforcement étudié sous charge*

Figure 28. *Précipitation de $MgZn_2$ à 413°C dans l'alliage 7075*

Figure 29. *Courbe contrainte-déformation théorique de l'alliage 7075-T6*

Figure 30. *Courbes force déplacement en flexion trois points enregistrées sur des barreaux aluminium 25x10,2x100 mm*

Figure 31. *Champs de déformation linéaire dans la section droite*

Figure 32. *Translations en post-traitement des points expérimentaux force-flèche obtenus par flexion trois points quasi-statique du barreau aluminium numéro 4*

Figure 33. *Validation du modèle d'écrouissage structurel*

Figure 34. *Superposition des points expérimentaux avec leur interpolation caractéristique*

Figure 35. *Démarche de régression non linéaire des points expérimentaux*

Figure 36. *Paramètres du modèle bilinéaire sous ANSYS*

Figure 37. *Courbe force-flèche finale des barreaux aluminium 25x10,2x100 mm en flexion trois points de portée 60 mm*

Figure 38. *Architecture d'un pli de tissu satin 4H carbone-époxy après cuisson en autoclave*

Figure 39. *a. Différents composants d'un sac à vide b. Branchement de la prise de vide c. Photographie du drapage des préimprégnés*

Figure 40. *Cycles de température, pression et vide appliqués aux plaques composites mises en œuvre. Photographie d'un autoclave semblable à ceux utilisés*

Figure 41. *Régressions linéaires des courbes force déplacement obtenues sur des barreaux composites 25x5x97,5 mm en flexion trois points quasi-statique de portée 60 mm*

Figure 42. *Film d'adhésif prêt à l'emploi*

Figure 43. *Drapage de l'assemblage collé avec amorce de rupture*

Figure 44. *Champ des déformations de flexion dans un tronçon d'éprouvette*

Figure 45. *Diagramme d'équilibre et conventions de signe*

Figure 46. *Distribution de la contrainte de cisaillement interfaciale dans l'adhésif entre la mi-portée (0mm) et l'extrémité de joint (18mm)*

Figure 47. *Distributions dans l'interface des contraintes de cisaillement et de pelage dues à la flexion définissant un état biaxial de contrainte*

Figure 48. *Contraintes de cisaillement et de pelage induites dans l'interface par retrait thermique de 175°C à 25°C*

Figure 49. *Contraintes résiduelles et de flexion superposées*

Figure 50. *Eprouvette testée à 1mm/min a. avant rupture b. après rupture*

Figure 51. *a. trois barreaux aluminium partiellement immergés dans le bain d'acide phosphorique, maintenus par des supports conducteurs de courant b. cycle de tension d'anodisation phosphorique*

Figure 52. *Schéma de l'assemblage pré-fissuré*

Figure 53. *Distribution normalisée de l'effort résultant transmis par l'interface collée sous l'effet du moment de flexion, tenant compte des contraintes résiduelles de mise en œuvre*

Figure 54. *Energie élastique de retrait thermique résiduelle en fonction de la longueur de fissuration unilatérale*

Figure 55. *Représentation graphique de la longueur d'amorçage prévisible lorsque le déplacement atteint sa valeur critique*

Figure 56. *Faciès de rupture d'une éprouvette a. aluminium traité par anodisation phosphorique, b. composite, c. courbes de chargement des éprouvettes testées*

Figure 57. *Faciès de rupture d'une éprouvette a. aluminium traité par sablage, b. composite, c. courbes de chargement des éprouvettes testées*

Figure 58. *Faciès de rupture d'une éprouvette a. aluminium traité par décapage sulfo-chromique, b. composite, c. courbes de chargement des éprouvettes testées*

Figure 59. *Diagramme pseudo-Wöhler de fatigue oligo-cyclique en flexion trois points à 0,5Hz d'assemblages collés hybrides aluminium/composite après différents traitements de surface de l'aluminium, en pourcentage de la charge critique maximale statique*

Figure 60. *Simulation numérique de la zone interfaciale aluminium-adhésif-composite homogénéisée et pré-fissurée sous chargement de flexion trois points*

Figure 61. *Exemples de préformes textiles 3D. – a – préforme tricotée pour casque de vélo, -b- tuyère de missile tressée (sources Atlantic Research Corporation), -c- connecteurs tressés*

Figure 62. *Tresseuse 3D*

Figure 63. *Schéma de compression latérale et éprouvette en cours de test*

Figure 64. *Plan de travail en coordonnées polaires*

Figure 65. *Superposition des déformations de membrane et de flexion*

Figure 66. *Représentation graphique de la fonction de distribution théorique des contraintes de cisaillement transverse dans l'épaisseur*

Figure 67. *Contraintes de flexion calculées analytiquement et numériquement*

Figure 68. *Comparaison des contraintes de cisaillement transverse théoriques et modélisées aux éléments finis dans la zone interlaminaire la plus sollicitée*

Figure 69. *Courbes force déplacement des trois anneaux 3D en compression latérale à 2mm/min et photographie d'un essai*

Figure 70. *Empreintes scanner après retrait de la charge des anneaux 3D testés*

Figure 71. *Courbes force déplacement des trois anneaux 2D en compression latérale à 2mm/min*

Figure 72. *Empreintes scanner après retrait de la charge des anneaux 2D testés*

Figure 73. *Energies absorbées en fonction de l'amplitude du déplacement lors d'essais de compression latérale d'anneaux 3D et 2D à 2mm/min*

Figure 74. *Différente évolution de l'endommagement suivant l'architecture du renfort à l'intérieur des rotules (a.2D intact ; b.2D endommagé ; c.3D intact ; d.3D endommagé) agrandissement 10 fois*

Figure 75. *Résultats expérimentaux typiques sur anneaux 2D et 3D*

Figure 76. *Image scannée de la tranche d'un tube composite carbone-époxy à tresse 2D ayant subi une compression latérale jusqu'à rupture. Les fissures de délaminage majeures se sont propagées principalement suivant les θ croissants. En pointillés : axes de symétrie du chargement initial*

Figure 77. *Schéma de fonctionnement de l'écrasement latéral en cisaillement prédominant d'après Gupta et Abbas. [GUPT(2000)]*

Figure 78. *Modélisation du quadrant de tube à l'état élastique*

Figure 79. *Contrainte de compression à la paroi externe d'après (S4)*

Figure 80. *Chargement d'un quadrant maillé par éléments de volume à huit nœuds*

Figure 81. *Comparaison des distributions de contraintes de cisaillement transverse dans la zone interlaminaire sélectionnée à $r_d=22,6$ mm*

Figure 82. *Comparaison des contraintes tangentielles aux parois*

Figure 83. *Evolution des contraintes de cisaillement transverse dans l'épaisseur*

Figure 84. *Evolution des contraintes radiales dans l'épaisseur*

Figure 85. *Localisation expérimentale de l'initiation dans le cas d'une tresse 2D*

Figures 86. *Estimation de la restitution d'énergie de déformation élastique lors de l'amorçage (échantillons a.2D1 et b.2D3)*

Figure 87. *Fissure Majeure Virtuelle à l'amorçage dans un quadrant*

Figure 88. *Scénario de rupture*

Figure 89. *Absorption d'énergie des anneaux à renfort tressé 2D en compression latérale*

Figure 90. *Amorçage de FMV dans un anneau pré-fissuré*

Figure 91. *Complaisance élastique de l'anneau fissuré en fonction de la longueur de fissure*

Figure 92. *Estimation de la restitution d'énergie de déformation élastique lors de l'amorçage (échantillon 2D1)*

Figure 93. *Machine hydraulique de traction haute vitesse utilisée pour la fatigue des anneaux tressés en compression latérale*

Figures 94. *Rigidité, amortissement et déplacement en fonction du nombre de cycles de fatigue oligocyclique en compression latérale à 3Hz d'anneaux de tubes **carbone-époxy à renfort tressé bi-et tridimensionnel** soumis aux trois niveaux de chargement (de gauche à droite, par colonne) : 1,77 kN ; 1,70kN ; 1,57kN avec $R \approx 0$*

Figure 95. *Courbe de référence pour la perte de rigidité d'un tube tressé 2D en fatigue en compression latérale*

Figure 96. *Courbes d'endurance en compression latérale des anneaux 2D et 3D, avec la perte de 20% de rigidité comme critère de rupture*

Figure 97. *Simulation de phase terminale de fatigue cyclique à 3Hz - 1,7daN - 170daN d'un anneau 2D en compression latérale*

Figure 98. *Sensibilité du maillage concentré à une légère dissymétrie géométrique des nœuds sous un chargement de mode I pur.-a.contraite de cisaillement au voisinage du front de fissure (-15mm) .-b.maillage concentré.-c.maillage uniforme*

Figure 99. *Etapes de la méthode de calcul des G_I et G_{II}*

Figure 100. *Illustration de la limite rencontrée par le logiciel d'éléments finis du fait de l'instabilité de la rupture (Courbe EF vs expériences de la Figure 56)*

Figure 101. *Maillage réalisé sous ANSYS pour le délaminage de l'anneau en compression latérale*

Figure 102. *Comparaison entre un résultat du modèle numérique et l'expérience*

Figure 103. *Coupe transversale d'un assemblage collé*

Figures 104. *Dispositif de compression après impact conforme à la norme AITM1-0010 a. appareil de choc instrumenté par chute de masse b. fixation de l'éprouvette avant impact c. dispositif de compression longitudinale post-impact*

Figure 105. *Ecran de contrôle du C-Scan : deux éprouvettes impactées au centre à 6J avec délaminage*

Figure 106. *Pertes de rigidité progressives des différentes éprouvettes collées soumises à trente impacts de 6 Joules à $1,6 \text{ m.s}^{-1}$ à température et humidité relative ambiantes (25°C , 50%HR)*

Figure 107. *Evolution de la contrainte à rupture en CAIR en fonction de l'histoire hygrothermique*

Figure 108. *Etuve hygrothermorégulée en humidité relative*

Figures 109. *Conséquence du confinement de la chaleur exothermique lors de la tentative de cuisson d'un empilement épais de Redux 222 supporté. a. aspect initial du drapage b. drapage auto-carbonisé*

Figure 110. *Montage de traction à deux extensomètres pour tester les deux orientations de renforts textiles sélectionnées*

Figure 111. *Courbes force vs déplacement de la traverse enregistrées lors des deux essais de traction sur les stratifiés $[45_2/45]_s$ et $[0_6/\bar{0}]_s$*

Figure 112. *Effort normal vs déformation longitudinale du PMG mesurée par extensomètre en traction sur les stratifiés $[45_2/45]_s$ et $[0_6/\bar{0}]_s$*

Figure 113. *Détermination des coefficients de Poisson plans des stratifiés $[45_2/45]_s$ et $[0_6/\bar{0}]_s$*

Figure 114. *Convergence de la résolution numérique du système non linéaire $\{(S15), (S16), (S17)\}$*

Figure 115. *Résultats de la résolution numérique du système non linéaire $\{(S15), (S16), (S17)\}$*

Figure 116. *Modélisation du cisaillement transverse dans un stratifié collé*

Figure 117. *Proposition d'un élément de structure interfacial homogène équivalent à l'interface collée multi-matérielle*

Figure 118. *Courbes force-déplacement en flexion trois points $1\text{mm}/\text{min}$ à distance entre appuis variable du stratifié $[0_4/\bar{0}]_s$*

Figure 119. *Courbes force-déplacement en flexion trois points $1\text{mm}/\text{min}$ à distance entre appuis variable du stratifié $[0_6/\bar{0}]_s$*

Figure 120. Régression linéaire des points expérimentaux de la relation $\frac{I}{{}^3_p \bar{K}_{stat} L} = f(L^2) = aL^2 + b$ obtenus en flexion trois points quasi-statique 1mm/min à DEA variable sur les éprouvettes $[0_6 / \bar{0}]_s$ et $[0_4 / \bar{0}]_s$ des Tableaux 21 et 22

Figure 121. Action d'une contrainte de cisaillement τ constante dans l'épaisseur sur l'interface de module de cisaillement G

Figure 122. Distribution des contraintes et déformations de cisaillement dans l'interface en flexion trois points

Figure 123. Comparaison des courbes expérimentales aux courbes simulées avec les paramètres $\alpha = 3,161.10^{-2}$; $\beta = 0,2135$; $\gamma = 4,493$; $\tilde{G}_{13}^{adh} = 216,7$ MPa du modèle phénoménologique linéaire liant V_f aux propriétés élastiques. Délimitation à main levée (en noir) de la zone de validité théorique du modèle

Figure 124. Principe de superposition de Boltzmann

Figure 125. Éléments de réduction du chargement d'une éprouvette en DMA

Figure 126. Représentations de la raideur donnée par l'appareil et de la raideur dynamique recherchée

Figure 127. Interpolations des courbes maîtresses ${}^{b-e} \bar{K}_{DMA}'(\omega, T_0)$ non corrigées des interfaces symétriques pour $T_0 = 23^\circ\text{C}$, température de l'essai statique (ω en rad.s^{-1})

Figure 128. Courbes maîtresses ${}^{b-e} \bar{K}_{DMA}'(\omega, T_0)$ corrigées pour $T_0 = 23^\circ\text{C}$ (ω en rad.s^{-1})

Figure 129. Courbes maîtresses ${}^{b-e} \bar{K}_{DMA}'(\omega, T_0)$ corrigées pour $T_0 = 70^\circ\text{C}$ (ω en rad.s^{-1})

Figure 130. Courbes maîtresses ${}^{b-e} \bar{K}_{DMA}'(\omega, T_0)$ corrigées pour $T_0 = 150^\circ\text{C}$ (ω en rad.s^{-1})

Figure 131. Pseudo-diagramme Cole-Cole de l'interface $[0_2 / \bar{0}]_s$

Figure 132. Pseudo-diagramme Cole-Cole de l'interface $[0_4 / \bar{0}]_s$

Figure 133. Pseudo-diagramme Cole-Cole de l'interface $[0_6 / \bar{0}]_s$

Figure 134. Premier traitement des données de l'interface $[0_6 / \bar{0}]_s$

Figure 135. Recherche du paramètre δ du modèle de Zener biparabolique modélisant l'interface $[0_6 / \bar{0}]_s$

Figures 136. -a. Eprouvette de G_{Ic} pendant le test -b. Schéma de chargement -c. Agrandissement du système de chargement des bras de levier

Figure 137. *Régression linéaire du nuage de points critiques lors d'un essai en mode I sur une éprouvette sèche*

Figure 138. *Simulation de la courbe enveloppe formée par les points critiques lors d'un essai en mode I sur une éprouvette sèche*

Figure 139. *Éprouvette de G_{IIc} pendant le test*

Figure 140. *Position du point critique lors d'un essai sur une éprouvette sèche de G_{IIc} avec film anti-adhérent*

Figure 141. *Absorption G_{Ic} 70°C 85%HR*

Figure 142. *Absorption G_{Ic} 70°C 95%HR*

Figure 143. *Absorption G_{IIc} 70°C 85%HR*

Figure 144. *Absorption G_{IIc} 70°C 95%HR*

Figure 145. *Désorption d'éprouvettes de G_{IIc} conditionnées 212 jours à 70°C 95%HR et 70°C 85%HR, puis étuvées à 80°C*

Figure 146. *Nuage de points critiques expérimentaux et rigidités moyennes enregistrés durant l'ensemble des tests de G_{IIc}*

Figure 147. *Courbes expérimentales enregistrées au cours des tests de G_{Ic} après vieillissement humide*

Figure 148. *Allures des courbes de DMA sur une éprouvette vieillie 212 j. 70°C 85%HR- 40 j. 80°C ambiante*

Figure 149. *Courbes maîtresses non corrigées de l'interface $[0_6/\bar{0}]_s$ vieillie 212 jours à 70°C 95%HR puis 40 jours dans l'humidité relative de l'air ambiant porté à 80°C*

Figure 150. *Courbes maîtresses corrigées de l'interface $[0_6/\bar{0}]_s$ vieillie 212 jours à 70°C 85%HR puis 40 jours dans l'humidité relative de l'air ambiant porté à 80°C*

Figure 151. *Pseudo-diagramme de Cole-Cole des interfaces $[0_6/\bar{0}]_s$ vieilles 212 jours à 70°C et 85%HR ou 95%HR puis 40 jours dans l'humidité relative de l'air ambiant porté à 80°C. Les points de la série 95% ne sont pas corrigés en rigidité, contrairement à ceux de la série 85%*

Figure 152. *Matérialisation de l'hypothèse de superposition temps-température-endommagement par une courbes approchant les états sain et endommagé sur le pseudo diagramme de Cole-Cole de l'assemblage collé*

Figure 153. *Comparaison des courbes maîtresses expérimentales et modélisées à 150°C des interfaces $[0_6/\bar{0}]_s$ saine et vieillie 212 jours, à 70°C et 85%HR*

Figure 154. *Modélisations obtenues des courbes maîtresses des interfaces collées $[0_6/\bar{0}]_s$ vieillie et non vieillie à différentes températures*

Figure 155. *Modélisation des complaisances de fluage apparentes en cisaillement interlaminaire de l'interface collée $[0_6/\bar{0}]_s$*

Figure 156. *Modélisation des modules de relaxation apparents en cisaillement interlaminaire de l'interface collée $[0_6/\bar{0}]_s$*

Figure a.1. *a. essai de cisaillement plan b. équilibre d'un prisme isolé*

Figure a.2. *Gauchissement dû au cisaillement*

Figure a.3. *Analyse multifréquence de $[0_2/\bar{0}]_s$*

Figure a.4. *Analyse multifréquence de $[0_4/\bar{0}]_s$*

Figure a.5. *Analyse multifréquence de $[0_6/\bar{0}]_s$*

Figure a.6. *Analyse multifréquence de $[0_5]$*

Figure a.7. *Analyse multifréquence de $[0_2]_s$*

Figures a.8. *Relaxation (a) et fluage (b) thermostimulés semi-empiriques de l'assemblage collé de type $[0_6/\bar{0}]_s$ en flexion bi-encastrée type DMA*

ANNEXES

ANNEXE 1 :

Application au cas orthotrope de l'étude du cisaillement plan d'une plaque isotrope déduite de Timoshenko et Goodier [TIMO(1970)]

Nous utiliserons momentanément les indices x et y du problème plan, puis nous reviendrons aux indices $1, 2, 3$ définissant les axes d'orthotropie du matériau.

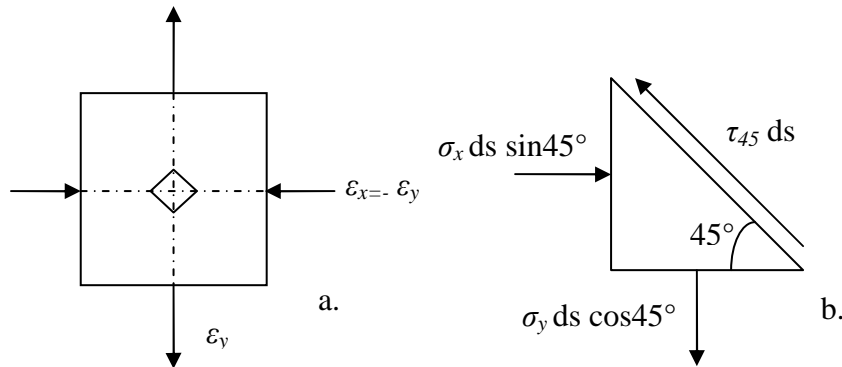


Figure a.1. a. essai de cisaillement plan b. équilibre d'un prisme isolé

Soit une plaque de composite orthotrope chargée uniformément en compression et en traction suivant ses axes de symétrie respectivement d'indices x et y , de telle sorte que les déformations perpendiculaires (Figure a.1.a) soient opposées mais d'amplitude égale (a.1).

$$\epsilon_x = -\epsilon_y \quad (\text{a.1})$$

Isolons un prisme droit élémentaire dont les facettes de surfaces dS , $dS \cos 45^\circ$, et $dS \sin 45^\circ$ comme indiqué sur la Figure 1.b., supportent les contraintes respectivement de cisaillement et normales suivant y et x . L'équilibre statique des forces en présence projetées dans la direction de l'hypoténuse donne :

$$\begin{aligned} \left\| \sum \vec{F}_{/ \text{hypoténuse}} \right\| &= \sigma_y ds \cos 45^\circ \sin 45^\circ - \tau_{45} ds - \sigma_x ds \cos 45^\circ \sin 45^\circ = 0 \\ \Leftrightarrow \frac{1}{2} (\sigma_y - \sigma_x) &= \tau_{45} \end{aligned} \quad (\text{a.2.})$$

Le gauchissement à 45° matérialisé par l'angle γ_{45} représenté sur la Figure a.2. vérifie avec les déformations la relation géométrique (a.3):

$$\frac{1 + \epsilon_x}{1 + \epsilon_y} = \tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\gamma_{45}}{2} \right) \quad (\text{a.3})$$

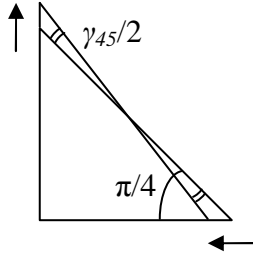


Figure a.2. *Gauchissement dû au cisaillement*

En petites déformations, γ_{45} est faible devant $\pi/4$, ce qui permet de déduire (a.4) de (a.3):

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\gamma_{45}}{2}\right) \approx \frac{1 - \gamma_{45}/2}{1 + \gamma_{45}/2}$$

$$(a.3) \Rightarrow \varepsilon_x = -\gamma_{45}/2 \quad (a.4)$$

Dans cet état de contrainte où seulement σ_x et σ_y sont appliquées, la matrice de souplesse (8) donne les relations (a.5) et (a.6) entre contraintes et déformations du plan (x,y) :

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E_x} - \nu_{yx} \frac{\sigma_y}{E_y} \quad (a.5)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E_y} - \nu_{xy} \frac{\sigma_x}{E_x} \quad (a.6)$$

L'équation (a.1.) implique que la somme des membres de droite dans les égalités (a.5) et (a.6) vaut zéro. En tenant compte de la propriété d'orthotropie (9) on obtient une expression de σ_y (a.7) que l'on peut réinjecter ensuite dans (a.5) pour exprimer de nouveau ε_x :

$$\begin{cases} \frac{\sigma_x}{E_x} - \nu_{yx} \frac{\sigma_y}{E_y} + \frac{\sigma_y}{E_y} - \nu_{xy} \frac{\sigma_x}{E_x} = 0 \\ \frac{\nu_{xy}}{E_y} = \frac{\nu_{yx}}{E_x} \end{cases} \Rightarrow \sigma_y = \sigma_x \frac{(1 - \nu_{yx})/E_x}{\nu_{yx}/E_x - 1/E_y} \quad (a.7)$$

$$(a.7) \Rightarrow \varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E_x} \left(\frac{1 - \nu_{yx}\nu_{xy}}{1 - \nu_{xy}} \right) \quad (a.8)$$

En incorporant (a.7) dans l'équation d'équilibre (a.2), on peut écrire σ_x en fonction de τ_{45} :

$$\sigma_x = 2\tau_{45} \frac{\nu_{xy} - 1}{1 - 2\nu_{xy} + \nu_{xy}/\nu_{yx}} \quad (a.9)$$

Dans l'équation (a.8), ε_x peut s'exprimer en fonction de τ_{45} grâce à (a.9), et l'on sait par (a.4) son expression en fonction de γ_{45} . Il ne reste plus qu'à extraire la relation entre τ_{45} et γ_{45} pour exprimer le module de cisaillement en fonction des autres constantes élastiques :

$$-\frac{\gamma_{45}}{2} = 2\tau_{45} \frac{\nu_{xy} - 1}{1 - 2\nu_{xy} + \nu_{xy}/\nu_{yx}} \frac{1 - \nu_{yx}\nu_{xy}}{E_x(1 - \nu_{xy})} \quad (\text{a.10})$$

En tenant compte de l'équation (9) page 37 et de la loi de comportement en cisaillement, $\tau_{45} = G_{45}\gamma_{45}$, on aboutit à partir de (a.10) à différentes expressions de G_{45} semblables à (a.12) qui sont valables pour un matériau orthotrope en petites déformations, dont les axes de symétrie sont confondus avec les axes du repère cartésien.

$$G_{45} = \frac{E_x - 2\nu_{yx}E_y + E_y}{4(1 - \nu_{yx}^2 E_y/E_x)} = \frac{E_y - 2\nu_{xy}E_x + E_x}{4(1 - \nu_{xy}^2 E_x/E_y)} \quad (\text{a.12})$$

En particulier, dans le cas d'un matériau orthotrope équilibré tel sorte que $E_1=E_2$, il découle de (a.12) qu'il suffit de réaliser un essai de traction orienté à 45° pour en déduire le module de cisaillement G_{12} à 0° :

$$G_{12} = G_{xy}(0^\circ) = \frac{E_x(45^\circ)}{2(1 + \nu_{yx}(45^\circ))} \quad (\text{a.13})$$

Où $G_{xy}(0^\circ)$ est le module de cisaillement à 0° ,
 $E_x(45^\circ)$ est le module de Young apparent mesuré à 45° ,
 $\nu_{yx}(45^\circ)$ est le coefficient de Poisson apparent mesuré à 45° .

Les relations (a.12) et (a.13) sont théoriquement vérifiables à l'échelle microscopique sur un matériau idéal homogène ne possédant aucun défaut de symétrie, auquel elles s'appliquent invariablement dans les plans Oxy , Oyz et Ozx par permutation des indices. Elles seront donc utiles pour proposer des constantes élastiques à exploiter dans un calcul aux éléments finis censé converger vers la simulation de ce matériau idéal homogène. Compte tenu des restrictions faites à propos de l'hétérogénéité réelle, une échelle de mesures à partir de laquelle la régularité et l'uniformité de la constitution du matériau permettent de le considérer homogène est à définir systématiquement. En corollaire la qualité de mise en oeuvre d'un matériau orthotrope, et également celle des moyens d'essai de caractérisation, pourront à défaut être jugées par le niveau de correspondance avec les précédentes formules des caractéristiques moyennes résultant de l'expérimentation. Une déviation importante en dépit de toutes les précautions, entre le G_{12} expérimental et celui déduit théoriquement des coefficients de Poisson et modules de Young expérimentaux signifie généralement que les termes de couplage sont loin d'être nuls, ce qui en principe est à éviter.

ANNEXE 2 :

« input listings » des calculs symboliques effectués sous MAPLE

1. CALCUL ANALYTIQUE DES CONTRAINTES ELASTIQUES DANS LE TUBE 2D EN COMPRESSION LATÉRALE

```
> restart;
#                               DONNEES
#                               _____

# valeur d'arrondi
Rounding:=0:
# nombre de décimales
Digits:=10:
# nombre de termes utilisés dans la série de fourier
GN:=200:
# charge par unité de longueur de tube
q:=100:
# dimensions du tube
# rayons moyen, intérieur, extérieur
r0:=23:
ri:=21:
re:=25:

# caractéristiques mécaniques plateaux
E1:=200000:
nu1:=0.2:

# caractéristiques mécaniques matériau orthotrope
E11:=6495:
E22:=10314:
nu21:=0.27:
G12:=2787:

#                               RESOLUTION
#                               _____

# coefficients d'anisotropie de Sankar
s22:=1/E22:
s11:=1/E11:
s12:=-nu21/E11:
s66:=1/G12:
```

```

lambda2:=min(allvalues(RootOf(s11*_Z^4-
(2*s12+s66)*_Z^2+s22=0,0..100))):
lambda1:=max(allvalues(RootOf(s11*_Z^4-
(2*s12+s66)*_Z^2+s22=0,0..100))):

# coefficients d'anisotropie de l'équation de compatibilité
orthotrope en polaires
y := 1/2*(2*s66+4*s12+2*(s66^2+4*s66*s12+4*s12^2-
4*s11*s22)^(1/2))^(1/2):
z := 2*s22/(2*s66+4*s12+2*(s66^2+4*s66*s12+4*s12^2-
4*s11*s22)^(1/2))^(1/2):
x := 2*s11/(2*s66+4*s12+2*(s66^2+4*s66*s12+4*s12^2-
4*s11*s22)^(1/2))^(1/2):

# calcul du rayon de courbure par les déplacements élastiques
t:=evalf(re-ri):
ks:=1.2:
U:=unapply((6*q*r0^3)/(E22*t^3)*((1/Pi)*(sin(theta)-
theta*cos(theta))-0.5*(cos(theta))^2+0.5*cos(theta)-
0.25*(sin(theta))^2)+q*r0/(4*t)*((sin(theta))^2)*(ks/G12-
1/E22)),theta):
V:=unapply((6*q*r0^3)/(E22*t^3)*(theta/2+(2/Pi)*(theta*sin(theta)
+cos(theta))-sin(theta)+0.5*sin(theta)*cos(theta)-
Pi/4)+q*r0/(4*t)*((1/E22)*(theta-sin(theta)*cos(theta)-
Pi/2)+(ks/G12)*(theta+sin(theta)*cos(theta)-Pi/2)),theta):

rm:=unapply(sqrt((r0*sin(theta)+U(theta))^2+(r0*cos(theta)+V(theta))^2),theta):

R:=evalf(t/2+((rm(0)^2+(D(rm)(0))^2)^(3/2))/(rm(0)^2+2*D(rm)(0)-
rm(0)*(D@@2)(rm)(0))):

# largeur de la zone de contact
B:=evalf(2*sqrt(q*((1-nu1^2)/E1+(lambda1+lambda2)/E11/2)*R)):

# chargement pariétal
f:=theta->piecewise (theta>Pi-B/re and theta<=Pi,(-
2*q/(Pi*B))*sqrt(1-(re*(Pi-theta)/B)^2),0):
g:=theta->piecewise (theta>=0 and theta<B/re,(-
2*q/(Pi*B))*sqrt(1-(re*theta/B)^2),0):

# coefficients de Fourier du chargement pariétal
T:=Pi:
w:=2*Pi/T:
A:=proc(n,f,g) evalf(2/T*int(f(theta)*cos(n*w*theta),theta=Pi-
B/re..T)+2/T*int(g(theta)*cos(n*w*theta),theta=0..B/re)) end:

```

```
As:=proc(n,f,g) evalf(2/T*int(f(theta)*sin(n*w*theta),theta=Pi-
B/re..T)+2/T*int(g(theta)*sin(n*w*theta),theta=0..B/re)) end:
```

```
# résolution du système
```

```
solve({-.5000000000*ri^(-.5000000000*(-1.*x+y+(x^2-
2.*y*x+y^2)^(1/2))/x)*(-1.*x+y+(x^2-
2.*y*x+y^2)^(1/2))*n/(ri^2*x)-.5000000000*ri^(-.5000000000*(z-
5.*y-1.*(z^2-2.*z*y+y^2)^(1/2))/y)*(z-5.*y-1.*(z^2-
2.*z*y+y^2)^(1/2))*k/(ri^2*y) = 0.,-.5000000000*re^(-
.5000000000*(-1.*x+y+(x^2-2.*y*x+y^2)^(1/2))/x)*(-1.*x+y+(x^2-
2.*y*x+y^2)^(1/2))*n/(re^2*x)-.5000000000*re^(-.5000000000*(z-
5.*y-1.*(z^2-2.*z*y+y^2)^(1/2))/y)*(z-5.*y-1.*(z^2-
2.*z*y+y^2)^(1/2))*k/(re^2*y) =evalf(A(0,f,g)/2)},{k,n}):
assign(%):
```

```
a[0]:=k:
b[0]:=0:
c[0]:=0:
d[0]:=n:
unassign('k','n');
```

```
for i from 1 to GN do
```

```
X:=evalf(A(i,f,g)):
```

```
solve({
i*(ri^(1/2*(x-y-(x^2-2*y*x+y^2+16*y*i^2*x)^(1/2))/x)*(y+(x^2-
2*y*x+y^2+16*y*i^2*x)^(1/2)+x)/(ri^2*x)*n
+ri^(1/2*(x-y+(x^2-2*y*x+y^2+16*y*i^2*x)^(1/2))/x)*(y-(x^2-
2*y*x+y^2+16*y*i^2*x)^(1/2)+x)/(ri^2*x)*m
+ri^(-1/2*(z-5*y+(z^2-2*z*y+y^2+16*z*y*i^2)^(1/2))/y)*(-
3*y+z+(z^2-2*z*y+y^2+16*z*y*i^2)^(1/2))/(ri^2*y)*1

+ri^(-1/2*(z-5*y-(z^2-2*z*y+y^2+16*z*y*i^2)^(1/2))/y)*(-3*y+z-
(z^2-2*z*y+y^2+16*z*y*i^2)^(1/2))/(ri^2*y)*k)=0,

-((ri^(-1/2*(-x+y+(x^2-2*y*x+y^2+16*y*i^2*x)^(1/2))/x)*(-
x+8*x*i^2+y+(x^2-2*y*x+y^2+16*y*i^2*x)^(1/2)))/(2*ri^2*x)*n
+(ri^(-1/2*(-x+y-(x^2-2*y*x+y^2+16*y*i^2*x)^(1/2))/x)*(8*x*i^2+y-
x-(x^2-2*y*x+y^2+16*y*i^2*x)^(1/2)))/(2*ri^2*x)*m
+(ri^(-1/2*(z-5*y+(z^2-2*z*y+y^2+16*z*y*i^2)^(1/2))/y)*(8*i^2*y-
5*y+(z^2-2*z*y+y^2+16*z*y*i^2)^(1/2)+z))/(2*ri^2*y)*1
+(ri^(-1/2*(z-5*y-(z^2-2*z*y+y^2+16*z*y*i^2)^(1/2))/y)*(z-5*y-
(z^2-2*z*y+y^2+16*z*y*i^2)^(1/2)+8*i^2*y))/(2*ri^2*y)*k)=0,
```

```

i*(re^(1/2*(x-y-(x^2-2*y*x+y^2+16*y*i^2*x)^(1/2))/x)*(y+(x^2-
2*y*x+y^2+16*y*i^2*x)^(1/2)+x)/(re^2*x)*n
+re^(1/2*(x-y+(x^2-2*y*x+y^2+16*y*i^2*x)^(1/2))/x)*(y-(x^2-
2*y*x+y^2+16*y*i^2*x)^(1/2)+x)/(re^2*x)*m
+re^(-1/2*(z-5*y+(z^2-2*z*y+y^2+16*z*y*i^2)^(1/2))/y)*(-
3*y+z+(z^2-2*z*y+y^2+16*z*y*i^2)^(1/2))/(re^2*y)*1

+re^(-1/2*(z-5*y-(z^2-2*z*y+y^2+16*z*y*i^2)^(1/2))/y)*(-3*y+z-
(z^2-2*z*y+y^2+16*z*y*i^2)^(1/2))/(re^2*y)*k)=0,

-((re^(-1/2*(-x+y+(x^2-2*y*x+y^2+16*y*i^2*x)^(1/2))/x)*(-
x+8*x*i^2+y+(x^2-2*y*x+y^2+16*y*i^2*x)^(1/2)))/(2*re^2*x)*n
+(re^(-1/2*(-x+y-(x^2-2*y*x+y^2+16*y*i^2*x)^(1/2))/x)*(8*x*i^2+y-
x-(x^2-2*y*x+y^2+16*y*i^2*x)^(1/2)))/(2*re^2*x)*m
+(re^(-1/2*(z-5*y+(z^2-2*z*y+y^2+16*z*y*i^2)^(1/2))/y)*(8*i^2*y-
5*y+(z^2-2*z*y+y^2+16*z*y*i^2)^(1/2)+z))/(2*re^2*y)*1
+(re^(-1/2*(z-5*y-(z^2-2*z*y+y^2+16*z*y*i^2)^(1/2))/y)*(z-5*y-
(z^2-2*z*y+y^2+16*z*y*i^2)^(1/2)+8*i^2*y))/(2*re^2*y)*k)=X},

{k,l,m,n});
assign(%):
a[i]:=k:
b[i]:=l:
c[i]:=m:
d[i]:=n:
unassign('k','l','m','n','X','Y'):
od:
unassign('i'):

# contrainte radiale maximale en paroi en MPa =2*q/Pi/B
> evalf(2*q/Pi/B);

42.31832063

> sigma[r,r]:=proc(N,r,theta) evalf(sum(-cos(2*i*theta)*((r^(-
1/2*(-x+y+(x^2-2*y*x+y^2+16*y*i^2*x)^(1/2))/x)*(-
x+8*x*i^2+y+(x^2-2*y*x+y^2+16*y*i^2*x)^(1/2)))/(2*r^2*x)*d[i]
+(r^(-1/2*(-x+y-(x^2-2*y*x+y^2+16*y*i^2*x)^(1/2))/x)*(8*x*i^2+y-
x-(x^2-2*y*x+y^2+16*y*i^2*x)^(1/2)))/(2*r^2*x)*c[i]
+(r^(-1/2*(z-5*y+(z^2-2*z*y+y^2+16*z*y*i^2)^(1/2))/y)*(8*i^2*y-
5*y+(z^2-2*z*y+y^2+16*z*y*i^2)^(1/2)+z))/(2*r^2*y)*b[i]
+(r^(-1/2*(z-5*y-(z^2-2*z*y+y^2+16*z*y*i^2)^(1/2))/y)*(z-5*y-
(z^2-2*z*y+y^2+16*z*y*i^2)^(1/2)+8*i^2*y))/(2*r^2*y)*a[i]),
i=0..N)) end:

Digits:=10:plot([sigma[r,r](GN,25,theta),sigma[r,r](GN,22.6,theta
),sigma[r,r](GN,21,theta)],theta=0..Pi/2,color=[red,green,blue]);

```

```

sigma[r,theta]:=proc(N,r,theta) evalf(sum(-
sin(2*i*theta)*i*(r^(1/2*(x-y-(x^2-
2*y*x+y^2+16*y*i^2*x)^(1/2))/x)*(y+(x^2-
2*y*x+y^2+16*y*i^2*x)^(1/2)+x)/(r^2*x)*d[i]
+r^(1/2*(x-y+(x^2-2*y*x+y^2+16*y*i^2*x)^(1/2))/x)*(y-(x^2-
2*y*x+y^2+16*y*i^2*x)^(1/2)+x)/(r^2*x)*c[i]
+r^(-1/2*(z-5*y+(z^2-2*z*y+y^2+16*z*y*i^2)^(1/2))/y)*(-
3*y+z+(z^2-2*z*y+y^2+16*z*y*i^2)^(1/2))/(r^2*y)*b[i]

+r^(-1/2*(z-5*y-(z^2-2*z*y+y^2+16*z*y*i^2)^(1/2))/y)*(-3*y+z-
(z^2-2*z*y+y^2+16*z*y*i^2)^(1/2))/(r^2*y)*a[i]), i=0..N)) end:

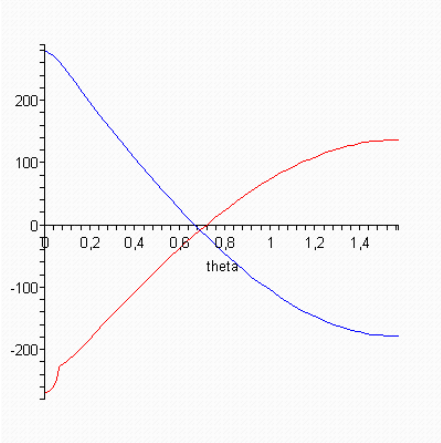
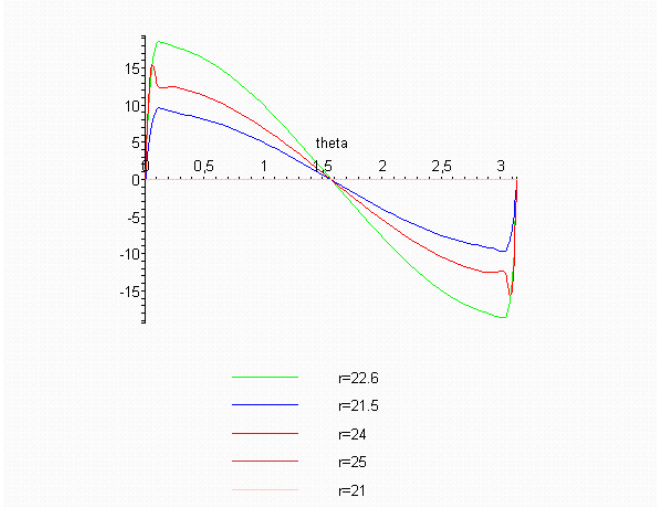
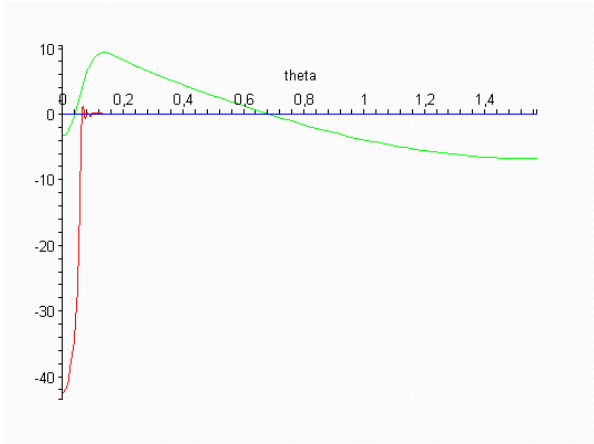
plot([sigma[r,theta](GN,22.6,theta),sigma[r,theta](GN,21.5,theta)
,sigma[r,theta](GN,24,theta),sigma[r,theta](GN,25,theta),sigma[r,
theta](GN,21,theta)],theta=0..Pi,color=[green,blue,red,orange,pin
k],legend=["r=22.6","r=21.5","r=24","r=25","r=21"]);

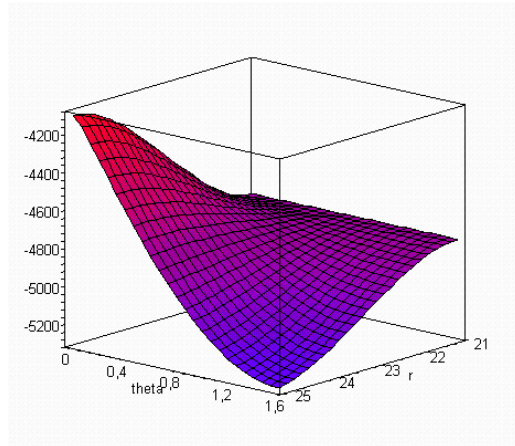
sigma[theta,theta]:=proc(N,r,theta)
evalf(sum(cos(2*i*theta)*(r^(-1/2*(-x+y+(x^2-
2*y*x+y^2+16*y*i^2*x)^(1/2))/x)*(y*(-x+8*x*i^2+y+(x^2-
2*y*x+y^2+16*y*i^2*x)^(1/2)))/(2*r^2*x^2)*d[i]
+r^(-1/2*(-x+y-(x^2-
2*y*x+y^2+16*y*i^2*x)^(1/2))/x)*(y*(8*x*i^2+y-x-(x^2-
2*y*x+y^2+16*y*i^2*x)^(1/2)))/(2*r^2*x^2)*c[i]
+r^(-1/2*(z-5*y+(z^2-2*z*y+y^2+16*z*y*i^2)^(1/2))/y)*(-5*z*y+(z-
4*y)*(z^2-
2*z*y+y^2+16*z*y*i^2)^(1/2)+8*z*y*i^2+z^2+8*y^2)/(2*r^2*y^2)*b[i]
+r^(-1/2*(z-5*y-(z^2-2*z*y+y^2+16*z*y*i^2)^(1/2))/y)*(-5*z*y+(-
z+4*y)*(z^2-
2*z*y+y^2+16*z*y*i^2)^(1/2)+8*z*y*i^2+z^2+8*y^2)/(2*r^2*y^2)*a[i]
), i=0..N)) end:

plot([sigma[theta,theta](GN,21.0,theta),sigma[theta,theta](GN,25.
0,theta)],theta=0..Pi/2,color=[blue,red]);

potentiel:=proc(N,r,theta)
evalf(sum(cos(2*i*theta)*(a[i]*r^(1/2*(-z+5*y+(z^2-
2*z*y+y^2+16*z*y*i^2)^(1/2))/y)+b[i]*r^(1/2*(-z+5*y-(z^2-
2*z*y+y^2+16*z*y*i^2)^(1/2))/y)+c[i]*r^(1/2*(x-y+(x^2-
2*y*x+y^2+16*y*i^2*x)^(1/2))/x)+d[i]*r^(-1/2*(-x+y+(x^2-
2*y*x+y^2+16*y*i^2*x)^(1/2))/x)), i=0..N)) end:
plot3d(potentiel(GN,r,theta),r=21..25,theta=0..Pi/2);

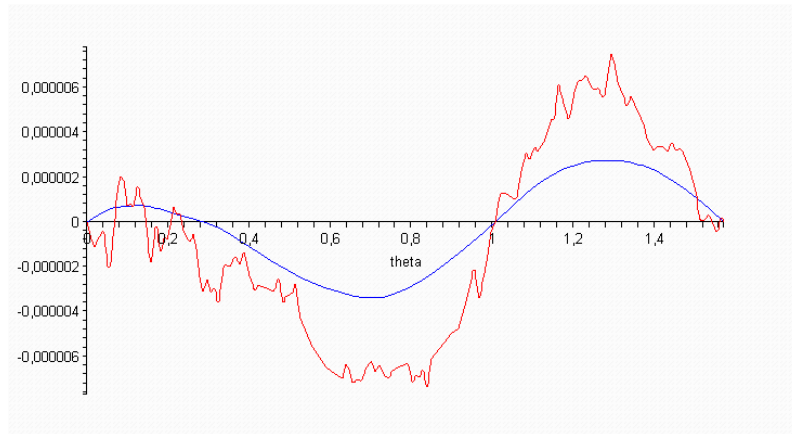
```





>

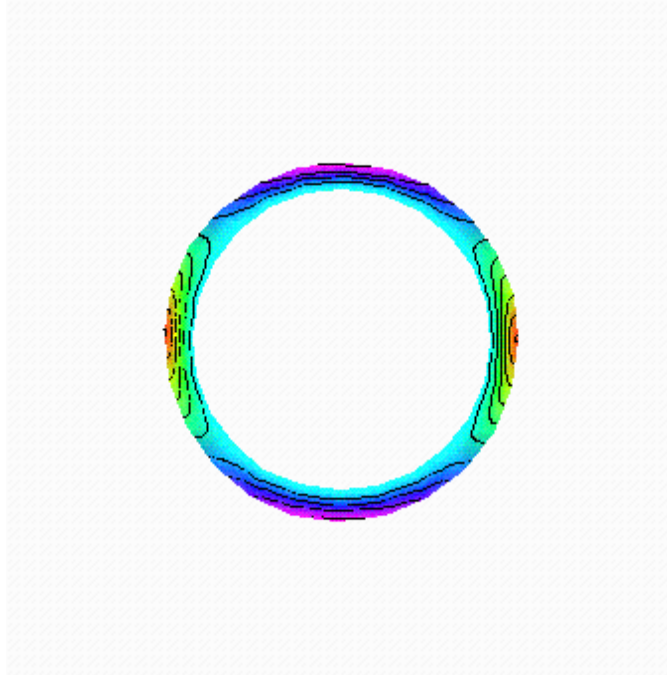
```
plot([sigma[r,theta](GN,21.0,theta),sigma[r,theta](GN,25.0,theta)
],theta=0..Pi/2, color=[blue,red]);
```




```

addcoords(_zylindrical,[_z,r,theta],[r*cos(theta),r*sin(theta),_
z]);
plot3d(potentiel(100,r,theta),r=21..25,theta=0..2*Pi,coords=_zyl
indrical);
Warning, coordinates already exists, system redefined.

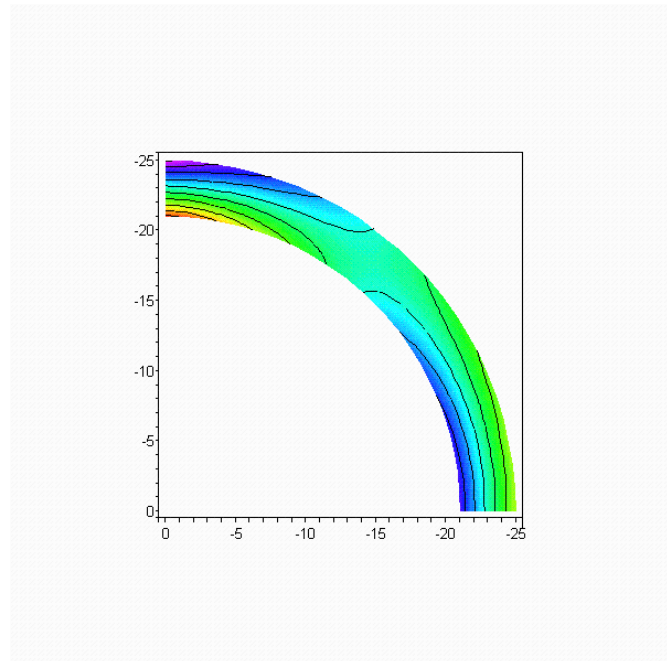
```



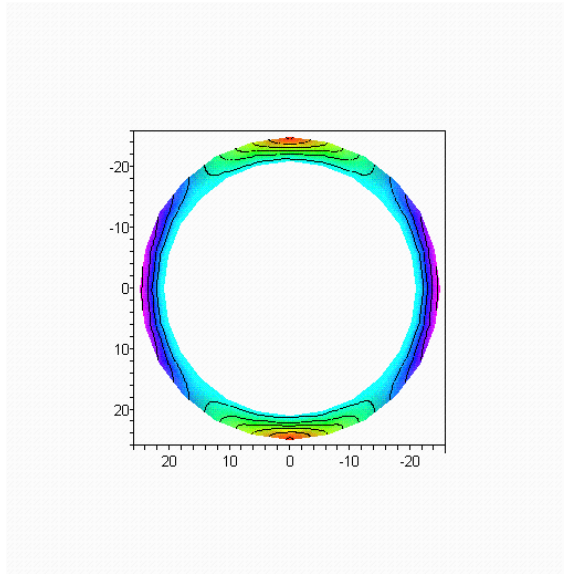
```

> plot3d(sigma[theta,theta](100,r,theta+Pi/2),r=21..25,theta=-
Pi/2..-Pi,coords=_zylindrical);

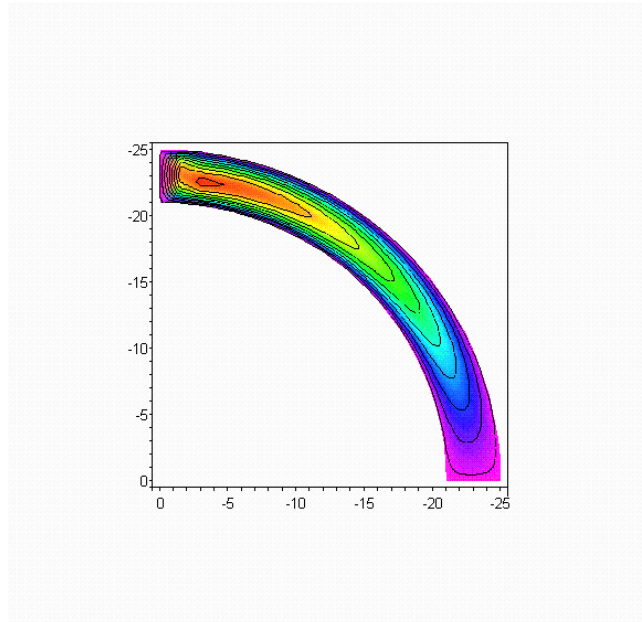
```



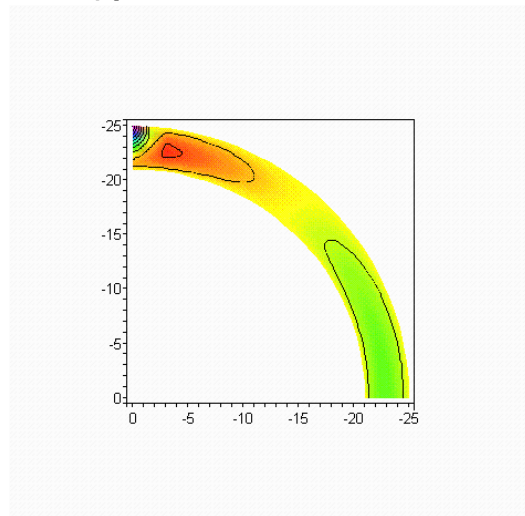
```
> plot3d(potentiel(100,r,theta+Pi/2),r=21..25,theta=-Pi/2..-5*Pi/2,coords=_zcyindrical);
```



```
> plot3d(-sigma[r,theta](200,r,theta+Pi/2),r=21..25,theta=-Pi/2..-Pi,coords=_zcyindrical);
```



```
> plot3d(sigma[r,r](200,r,theta+Pi/2),r=21..25,theta=-Pi/2..-Pi,coords=_zylindrical);
```



2. PROGRAMMATION DU $G_{I+II} c^*$ DE LA TRESSE 2D EN COMPRESSION LATÉRALE SOUS MAPLE

Ce listing donne les longueurs de fissure d'amorçage et l'évolution des taux de restitution d'énergie élastique en fonction de la position du front de fissure, avec comme hypothèses de départ la connaissance de la position d'amorçage de fissure et la dépression au pic critique du chargement. On compare les déplacements élastiques au pic et post-pic (après création de la fissure) avec des formules de Bresse en tenant compte du changement d'inertie dû à la présence de la fissure. On incrémente la longueur de cette fissure avec theta max jusqu'à ce que les deux déplacements soit égaux. On en déduit la longueur critique et $G_{I+II} c^*$.

```
#module d'élasticité circonférentiel (MPa)
  E:=10314:
#rayon moyen (mm) diamètre moyen(mm) longueur(mm) épaisseur(mm)
  r0:=23:          d:=46:          L:=20:          t:=4:

#rayon de délaminage (mm)          angle d'amorçage (rad)
  rd:=22.6:          thetamin:=0.049:

#initialisation du calcul des longueurs de fissure
thetamax1:=thetamin:          thetamax2:=thetamin:

#          INDICES
#          11 1ere éprouvette avant rupture
#          12 1ere éprouvette après rupture
#          21 2e éprouvette avant rupture
#          22 2e éprouvette après rupture

#INERTIES
In11:= 21*(4^3)/12:
In12:=unapply(piecewise(theta > thetamin and theta>0 and
theta<thetamax1,21*(1.6^3+2.4^3)/12,21*(4^3)/12),theta):
In21:= 21*(4^3)/12:
In22:=unapply(piecewise(theta > thetamin and theta>0 and
theta<thetamax2,21*(1.6^3+2.4^3)/12,21*(4^3)/12),theta):

#CHARGES AU PIC ET POST-PIC
P11:=2179:
P12:=1674:
P21:=2160:
P22:=1545:

#MOMENTS TRANSMIS
```

```

M111[0]:=P11*d/(2*Pi):
M112[0]:=P12*d/(2*Pi):
M121[0]:=P21*d/(2*Pi):
M122[0]:=P22*d/(2*Pi):

```

#MOMENTS

```

M11[0]:=theta->-M111[0]+(P11*d/4)*sin(theta):
M12[0]:=theta->-M112[0]+(P12*d/4)*sin(theta):
M21[0]:=theta->-M121[0]+(P21*d/4)*sin(theta):
M22[0]:=theta->-M122[0]+(P22*d/4)*sin(theta):

```

#DEPLACEMENT VERTICAL DU POINT DE CHARGE

```

V011:=evalf(-(Int((-M11[0](s)/(E*In11))*r0*(sin(Pi/2)-
sin(s)))*r0,s=0..Pi/2)):
V012:=evalf(-(Int((-M12[0](s)/(E*In12(s)))*r0*(sin(Pi/2)-
sin(s)))*r0,s=0..Pi/2)):
V021:=evalf(-(Int((-M21[0](s)/(E*In21))*r0*(sin(Pi/2)-
sin(s)))*r0,s=0..Pi/2)):
V022:=evalf(-(Int((-M22[0](s)/(E*In22(s)))*r0*(sin(Pi/2)-
sin(s)))*r0,s=0..Pi/2)):

```

#BOUCLE "TANT QUE" DONNANT LA 1ere LONGUEUR DE FISSURE

```

while V012-V011 > 0.001 do
    thetamax1:=thetamax1+0.0001:
    In12:=unapply(piecewise(theta > thetamin and theta>0
and
    theta<thetamax1,21*(1.6^3+2.4^3)/12,21*(4^3)/12),theta):
    V012:=evalf(-(Int((-M12[0](s)/(E*In12(s)))*r0*(sin(Pi/2)-sin(s)))*r0,s=0..Pi/2)):
od:

```

#BOUCLE "TANT QUE" DONNANT LA 2e LONGUEUR DE FISSURE

```

while V022-V021 > 0.001 do
    thetamax2:=thetamax2+0.0001:
    In22:=unapply(piecewise(theta > thetamin and theta>0
and theta<thetamax2,21*(1.6^3+2.4^3)/12,21*(4^3)/12),theta):
V022:=evalf(-(Int((-M22[0](s)/(E*In22(s)))*r0*(sin(Pi/2)-
sin(s)))*r0,s=0..Pi/2)):
od:

```

#ENERGIES

```
#VARIATION THEORIQUE DES INERTIES EN FONCTION DES LONGUEURS DE  
FISSURE D'AMORÇAGE
```

```
In120:=unapply(piecewise(theta > thetamin and theta>0 and  
theta<thetam,21*(1.6^3+2.4^3)/12,21*(4^3)/12),(theta,thetam));
```

```
In220:=unapply(piecewise(theta > thetamin and theta>0 and  
theta<thetam,21*(1.6^3+2.4^3)/12,21*(4^3)/12),(theta,thetam));
```

```
#ENERGIES RESTITUEES ET RAPPORTEES AUX LONGUEURS DE FISSURE  
D'AMORÇAGE
```

```
Uexp1:=1/2*2*V012*(P11-P12);
```

```
Uexp1 := -861.7181489
```

```
Uexp2:=1/2*2*V022*(P21-P22);
```

```
Uexp2 := -1040.214012
```

```
G[I+II,c,1]:=1/2*2*V012*(P11-P12)/(4*rd*L*(thetamax1-thetamin));
```

```
GI+II,c,1 := -14.62006198
```

```
G[I+II,c,2]:=1/2*2*V022*(P21-P22)/(4*rd*L*(thetamax2-thetamin));
```

```
GI+II,c,2 := -13.16566610
```

```
evalf(thetamax1); evalf(thetamax1*360/2/Pi);
```

```
0.0816
```

```
4.675335607
```

```
evalf(thetamax2); evalf(thetamax2*360/2/Pi);
```

```
0.0927
```

```
5.311318759
```

```
#DEPLACEMENTS CRITIQUES
```

```
2*V012;
```

```
-3.412745144
```

```
2*V022;
```

```
-3.382809796
```

```
#LONGUEURS D'INITIATION (mm)
```

```
(evalf(thetamax1-thetamin)*22.6);
```

0.73676

```
(evalf(thetamax2-thetamin)*22.6);
```

0.98762

ANNEXE 3 :

Courbes d'analyse dynamique non corrigées des composites collés et leur interprétation succincte

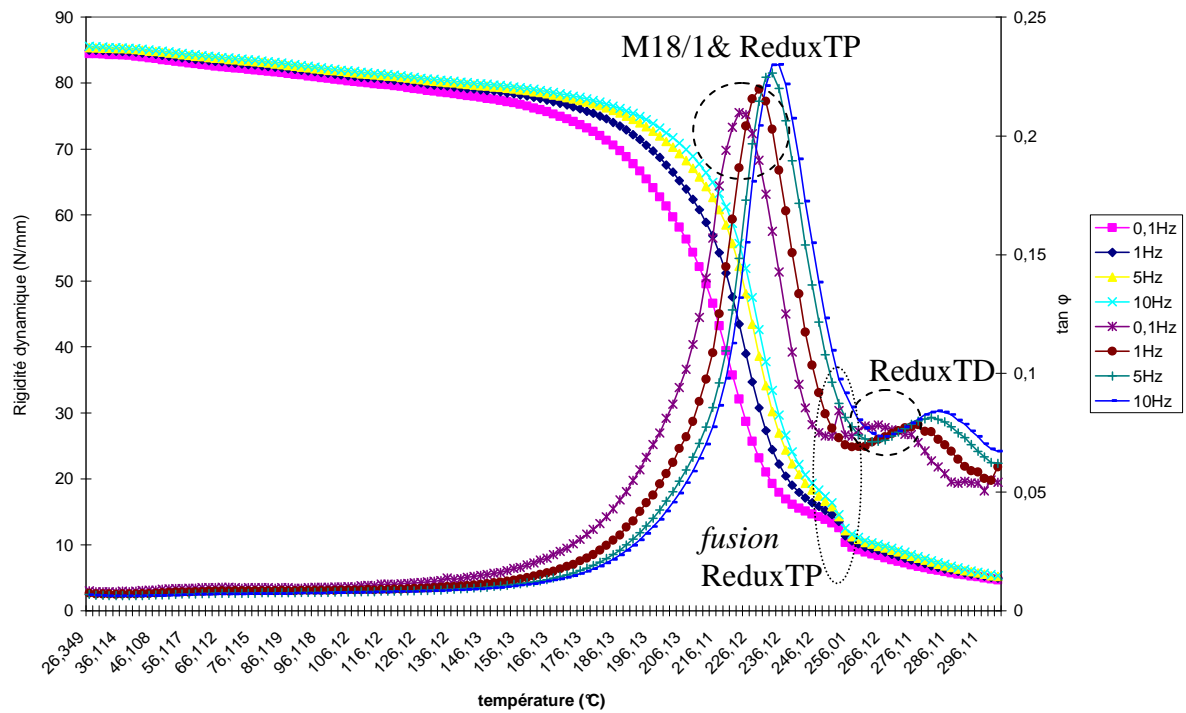


Figure a.3. Analyse multifréquence de $[0_2/\bar{0}]_s$

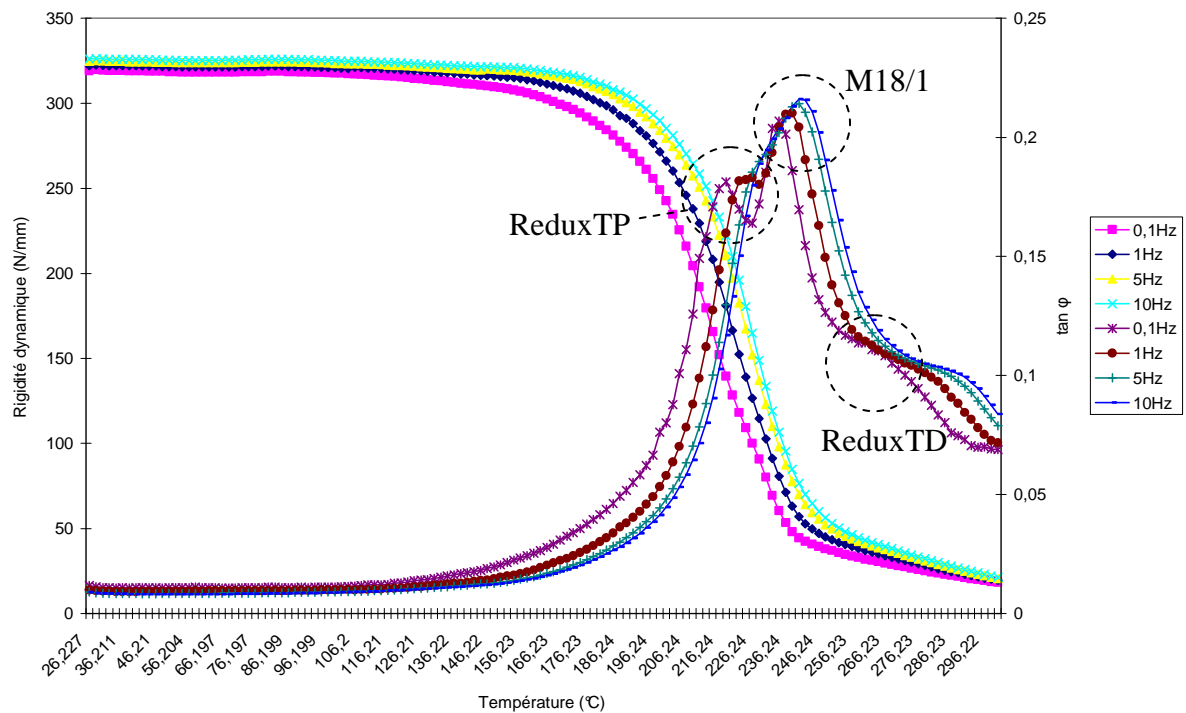


Figure a.4. Analyse multifréquence de $[0_4/\bar{0}]_s$

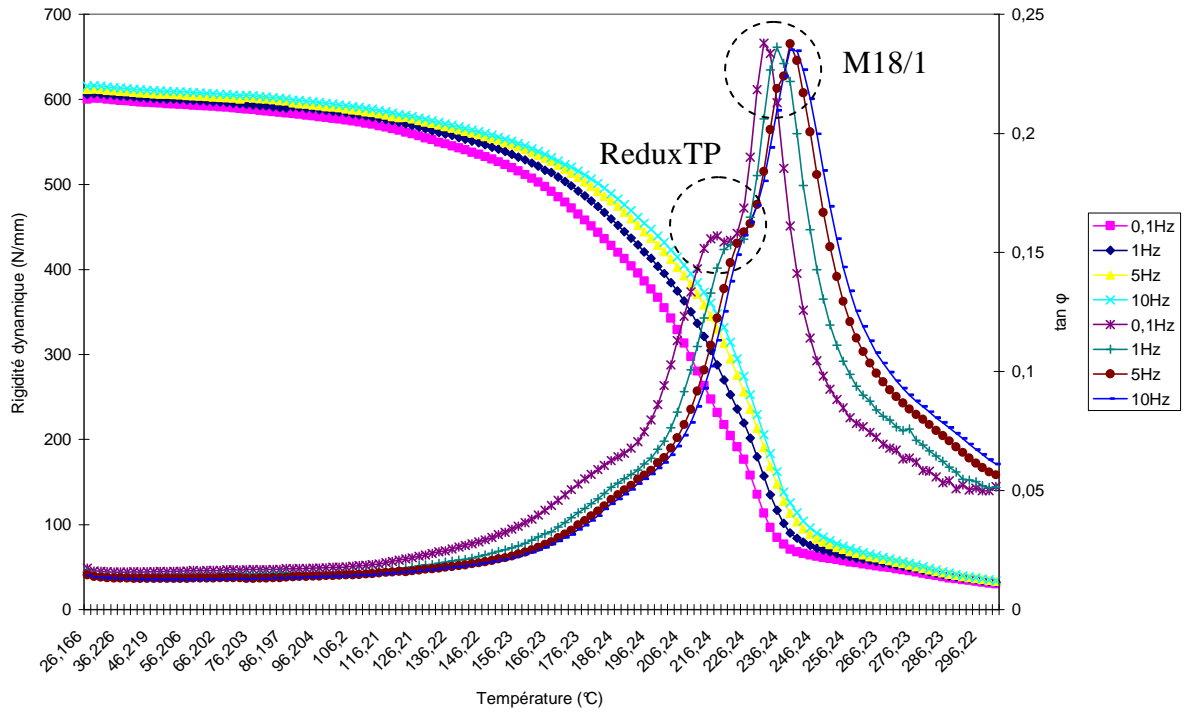


Figure a.5. Analyse multifréquence de $[0_6 / \bar{0}]_s$

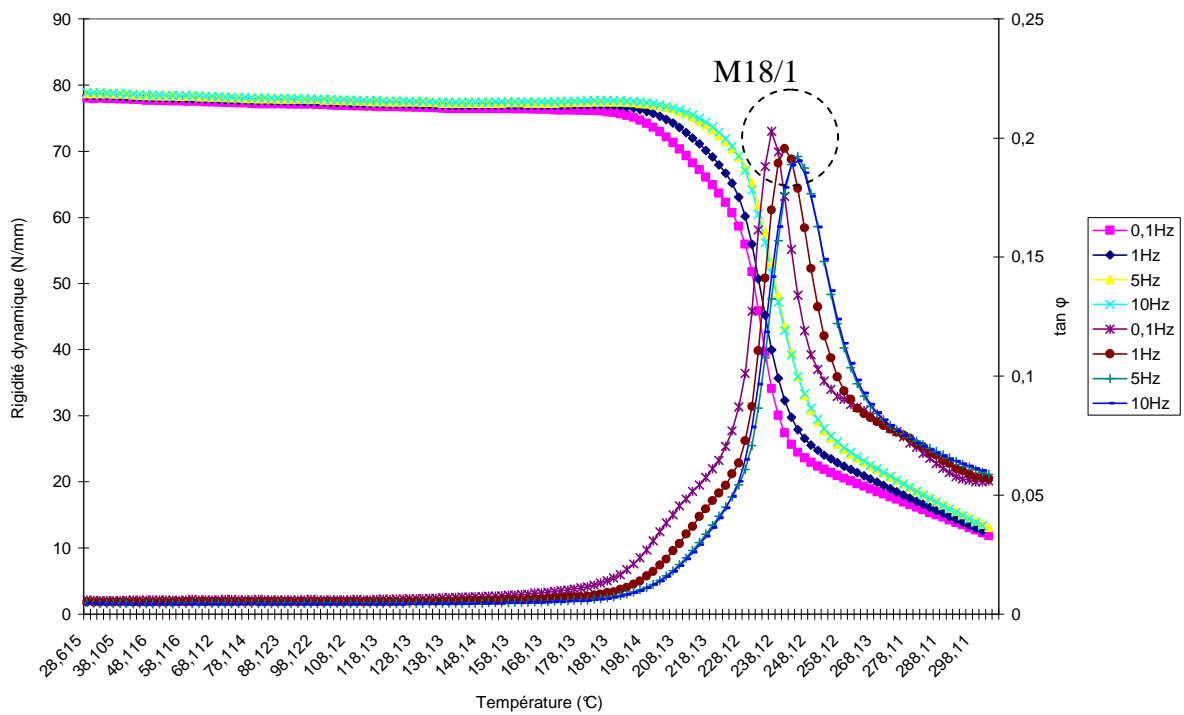


Figure a.6. Analyse multifréquence de $[0_5]$

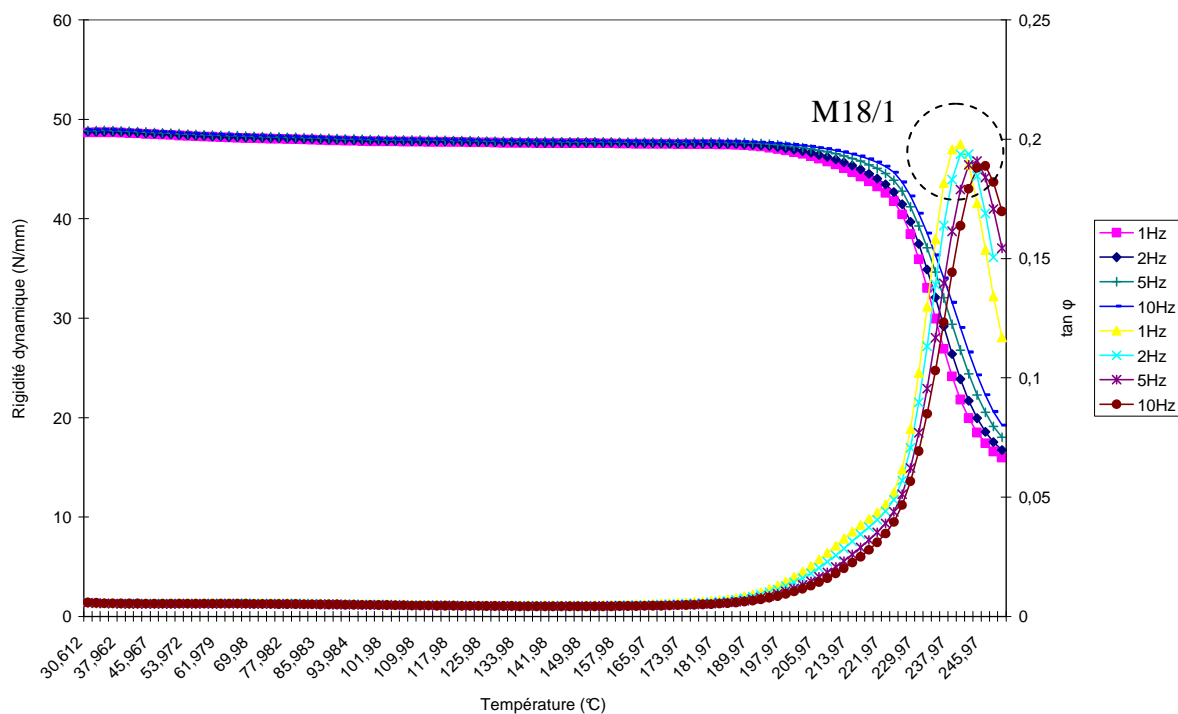


Figure a.7. Analyse multifréquence de $[0_2]_s$

La rigidité dynamique d'un échantillon de polymère viscoélastique thermoréticulé mesurée en fonction de la température croissante présente trois domaines distincts à l'exclusion du domaine de carbonisation final:

- Un domaine vitreux aux basses températures : le module y est quasiment constant de l'ordre de 1000 MPa, on parle de plateau vitreux par similitude comportementale avec un verre,
- Un domaine de transition vitreuse, où le module diminue avec un temps de relaxation caractéristique,
- Un domaine de plateau caoutchoutique aux hautes températures, appelé ainsi par similitude comportementale avec un élastomère. Le module y est de l'ordre de 1MPa.

Un polymère thermoplastique présente en plus une zone d'écoulement au delà du plateau caoutchoutique correspondant à la fusion, où le module chute vers 0MPa.

Observons tout d'abord les crêtes des pics majeurs de relaxation enregistrés à 0,1 Hz, 1 Hz, 5 Hz et 10 Hz pour tous les stratifiés. Plus la quantité relative de composite dans l'assemblage est importante (de la Figure a.3. à la Figure a.5.), plus le sens d'évolution de la hauteur des pics en fonction de la fréquence devient décroissant (croissant Figures a.3 et a.4, stable Figure a.5., décroissant Figure a.6.). La relaxation étant synonyme de facteur d'amortissement et d'absorption d'énergie, cette évolution matérialise le gain en ductilité aux températures élevées apporté à l'assemblage par la présence d'adhésif.

A température ambiante le rôle de l'adhésif vis-à-vis de la ductilité semble inversé. Le questionnement survenu en comparant les rigidités statiques de $[0_2/\bar{0}]_s$ et $[0_5]$ est rémanent puisque la rigidité à température ambiante de $[0_2/\bar{0}]_s$ Figure a.3. est trouvée supérieure à celle de $[0_5]$ Figure a.6. On remarque la conservation du rapport des rigidités entre essais statiques et essais dynamiques à 3% près. Sachant qu'une couche occupant la position du PMG travaille davantage en cisaillement transverse qu'en élongation, la rigidité d'un pli de composite soumis à un cisaillement transverse prédominant est donc bien inférieure à celle d'un pli d'adhésif, et différente de celle d'un pli composite situé dans l'intervalle entre le PMG et la paroi externe du stratifié.

Il existe trois pics de relaxation liés à l'adhésif constitué de polymère thermodurcissable sur support thermoplastique: la transition vitreuse (étiquette ReduxTP) du thermoplastique, l'écoulement (étiquette *fusion* ReduxTP) du thermoplastique, la transition vitreuse (étiquette ReduxTD) du thermodurcissable.

Dénombrons maintenant les différentes relaxations révélées par les extrema et les inflexions des courbes de la tangente de l'angle de perte en fonction de la température. Vu la tendance de ces courbes à la monotonie lorsque la fréquence augmente — comme précisé plus haut, certains phénomènes apparaissant sur les courbes à 0,1Hz sont pratiquement invisibles aux fréquences supérieures — on s'en réfèrera aux courbes à 0,1Hz.

Le pic de relaxation à 236°C de la résine M18/1 du composite mis en valeur Figure a.6. avec le stratifié $[0_5]$ peut servir de référence à l'analyse des graphiques obtenus avec les stratifiés symétriques $[0_2/\bar{0}]_s$, $[0_4/\bar{0}]_s$, et $[0_6/\bar{0}]_s$ étagés en épaisseur de composite autour du joint de colle Figures a.3. à a.5.

L'écoulement du thermoplastique est seulement visible sur la Figure a.3. correspondant à l'empilement le plus fin $[0_2/\bar{0}]_s$, à la température de 252°C. Son absence des Figures a.4. et a.5. est due au ralentissement du flux de chaleur par l'épaisseur croissante des stratifiés, empêchant d'atteindre l'enthalpie instantanée permettant la fusion généralisée de tout le polymère thermoplastique présent dans l'interface. Vraisemblablement, la température étant asservie grâce à une sonde thermique à la paroi externe de l'échantillon, une fusion progressive et un élargissement de la zone d'écoulement combinés à une incidence mécanique faible réduisent l'incidence de la fusion sur les autres allures de courbe. Sur la même Figure a.3., le pic majeur de relaxation à 224°C n'est en fait ni celui de la résine M18/1, ni celui de l'adhésif Redux322 mais un mélange des deux, causé par la contribution non négligeable à la fois en élongation et en cisaillement de l'adhésif dans l'empilement $[0_2/\bar{0}]_s$ où l'épaisseur d'adhésif est du même ordre de grandeur que l'épaisseur des substrats. La relaxation observée à 266°C est associée par élimination au thermodurcissable compris dans l'adhésif.

ANNEXE 4 :

Développements analytiques conduisant des courbes maîtresses aux fonctions de fluage, inspirés par Mailler [MAIL(1996)]

Les rigidités et complaisances complexes $K^*(\omega)$ et $S^*(\omega)$ peuvent être exprimées à partir des fonctions de relaxation et de fluage $K(t)$ et $S(t)$ à l'aide de transformées de Carson-Laplace, ce qui est analogue aux équations (263) et (264).

$$K^*(p) = p \int_0^{\infty} e^{-pt} K(t) dt \quad (\text{a.14})$$

$$S^*(p) = p \int_0^{\infty} e^{-pt} S(t) dt \quad (\text{a.15})$$

D'après Mailler, l'intégration peut se décomposer et se réécrire de la façon suivante :

$$K^*(p) = p \int_0^{\infty} (e^{-pt}) \frac{K(p)}{t} dt \quad (\text{a.16})$$

$$S^*(p) = p \int_0^{\infty} (e^{-pt}) \frac{S(p)}{t} dt \quad (\text{a.17})$$

Où le terme e^{-pt} est isolé à dessein de l'approximer par une fonction δ de Dirac :

$$e^{-pt} \approx \frac{\delta(t-t_0)}{p^2} \quad (\text{a.18})$$

Les équations (a.16) et (a.17) se simplifient alors en :

$$K^*(p) = \int_0^{\infty} \frac{\delta(t-t_0)}{p} \frac{K(p)}{t} dt \quad (\text{a.19})$$

$$S^*(p) = \int_0^{\infty} \frac{\delta(t-t_0)}{p} \frac{S(p)}{t} dt \quad (\text{a.20})$$

En choisissant de calculer l'intégrale au pôle $t_0=1/p$ et en exploitant les propriétés de la fonction de Dirac, Mailler aboutit à une relation très commode :

$$K^*\left(\frac{1}{p}\right) = K(p) \quad (\text{a.21})$$

$$S^*\left(\frac{1}{p}\right) = S(p) \quad (\text{a.22})$$

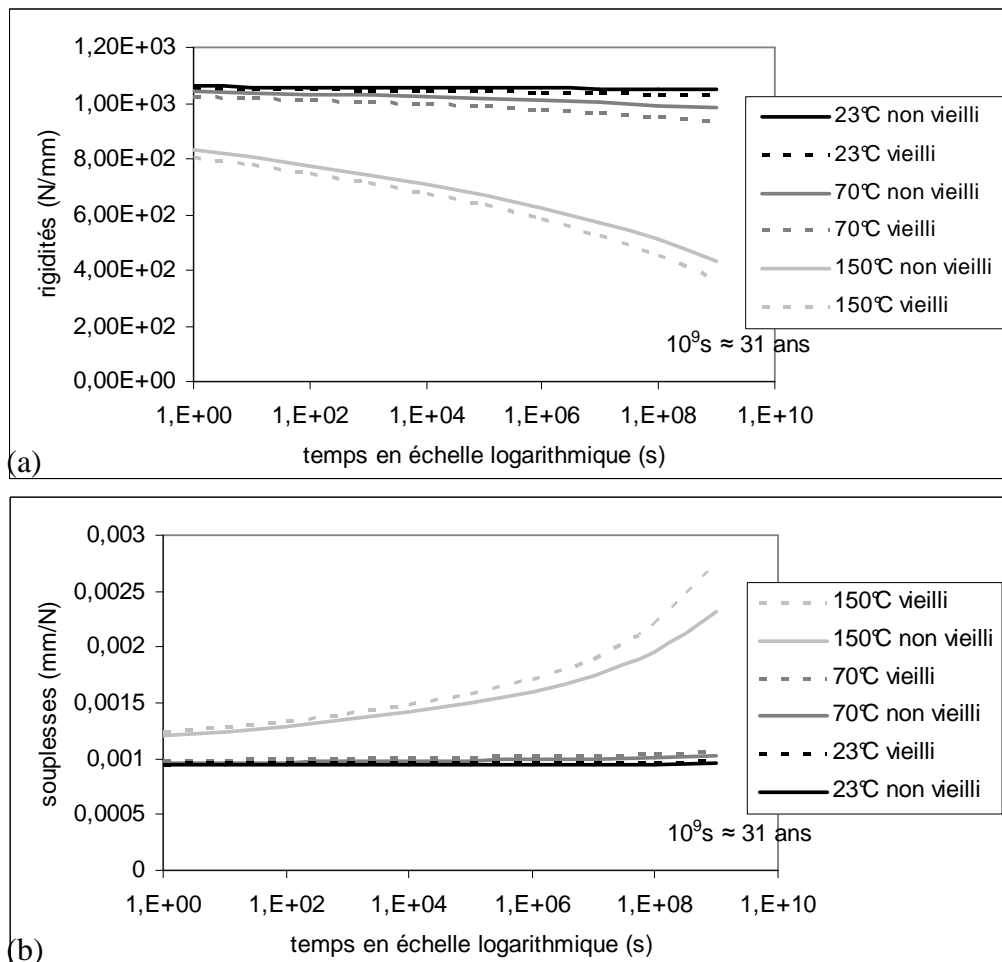
Dans notre cas nous pouvons en déduire, à partir de l'équation analytique du modèle de Burgers solide parabolique (cf. Tableau 29 page 225):

$$K(t) = K_1 \left[1 + \left(\frac{\tau_1}{t} \right)^{-k} \right] + \frac{K_2 - K_1}{1 + \left(\frac{t}{\tau_2} \right)^h + \left(\frac{t}{\tau_3} \right)^l} \quad (\text{a.23})$$

Et avec $K^*(\omega) = 1/S^*(\omega)$ nous en déduisons également :

$$s(t) = \frac{1 + \left(\frac{t}{\tau_2} \right)^h + \left(\frac{t}{\tau_3} \right)^l}{K_1 \left[1 + \left(\frac{\tau_1}{t} \right)^{-k} \right] + K_2 - K_1} \quad (\text{a.24})$$

Avec les paramètres connus du modèle et les temps de relaxation présentés Tableau 38 page 247 nous en déduisons le comportement global d'une éprouvette de DMA en fluage et relaxation, Figures a.8.



Figures a.8. *Relaxation (a) et fluage (b) thermostimulés semi-empiriques de l'assemblage collé de type $[0_6 / \bar{0}]_s$ en flexion bi-encastree type DMA*

Nous prenons comme référence le matériau non vieilli à 23°C, qui présente la rigidité observée la plus élevée. Dès lors toutes les autres valeurs de rigidités sont considérées comme le résultat d'une dégradation des propriétés des polymères, sous l'effet du temps, de la température, de l'humidité, conduisant à des pourcentages restants de la rigidité initiale, Tableau a.1.

Tableau a.1. *Relaxations thermostimulées des rigidités ${}^{b-e}\bar{K}_{DMA(VH,T,t)}$ de l'éprouvette 3,19x10,06x17,5 mm en pourcentages de la rigidité initiale à 23°C d'après les équations (a.23-a.24) et les temps de relaxation Tableau 38 page 247*

temps (s)	non vieilli			vieilli		
	23°C	70°C	150°C	23°C	70°C	150°C
1,00E-01	100,00%	98,40%	80,77%	99,03%	96,80%	78,59%
1,00E+00	99,95%	98,10%	78,41%	98,93%	96,37%	76,10%
1,00E+01	99,89%	97,76%	75,84%	98,82%	95,88%	73,39%
1,00E+02	99,81%	97,38%	73,05%	98,70%	95,33%	70,46%
1,00E+03	99,73%	96,93%	70,03%	98,55%	94,69%	67,27%
1,00E+04	99,63%	96,42%	66,73%	98,38%	93,97%	63,77%
1,00E+05	99,52%	95,84%	63,09%	98,18%	93,15%	59,84%
1,00E+06	99,38%	95,17%	58,96%	97,95%	92,22%	55,25%
1,00E+07	99,23%	94,42%	54,09%	97,69%	91,16%	49,70%
1,00E+08	99,05%	93,56%	48,11%	97,39%	89,98%	42,78%
1,00E+09	98,85%	92,58%	40,69%	97,04%	88,64%	34,39%

A l'aide des équations (a.25) à (a.27) nous pouvons donc identifier pour chaque point la fonction de dégradation $D_{(VH,T,t)}$ et en déduire les coefficients élastiques semi-empiriques, notamment $\bar{G}_{13}^{inter(VH,T,t)}$, qui correspond au module de cisaillement interlaminaire apparent de l'interface homogénéisée (Figure 161).

$$\frac{I}{{}^{b-e}\bar{K}_{DMA(VH,T,t)}} = \frac{6}{5} \frac{L_{DMA}}{\bar{G}_{13}^{inter(VH,T,t)} h l_{DMA}} + \frac{L_{DMA}^3}{\bar{Q}_{11}^{inter(VH,T,t)} h^3 l_{DMA}} \quad (a.25)$$

Où :

$$\bar{Q}_{11}^{inter(VH,T,t)} = \left(1 - \frac{e_a}{h}\right)^3 \frac{\beta V_f E_f + (1 - V_f) E_m (1 - D_{(VH,T,t)})}{1 - \gamma (V_f v_f + (1 - V_f) v_m)^2} + \left(\frac{e_a}{h}\right)^3 \tilde{Q}_{11}^{adh} (1 - D_{(VH,T,t)}) \quad (a.26)$$

$$\frac{1}{\bar{G}_{13}^{inter(VH,T,t)}} = \left(1 - 3e_a/2h\right) \left(\frac{V_f}{\alpha G_f} + \frac{1 - V_f}{G_m (1 - D_{(VH,T,t)})}\right) + \frac{3e_a/2h}{\tilde{G}_{13}^{adh} (1 - D_{(VH,T,t)})} \quad (a.27)$$

Où : $e_a = 0,2$ mm ; $E_f = 230$ GPa ; $v_f = 0,3$; $G_f = 50$ GPa ; $E_m = 4,2$ GPa ; $v_m = 0,4$; $G_m = 1,5$ GPa ; $\tilde{Q}_{11}^{adh} = 8606$ MPa ; $\alpha = 3,161.10^{-2}$; $\beta = 0,2135$; $\gamma = 4,493$; $\tilde{G}_{13}^{adh} = 216,7$ (MPa).

Suivi en fatigue et vieillissement humide de la ténacité d'interfaces de délaminage dans des assemblages multicouches comprenant des composites à renforts textiles carbone-époxy

RESUME

Ce travail porte sur la modélisation de l'endommagement et la rupture par délaminage des assemblages multicouches renforcés par composites.

Des essais de rupture en extrémité de joint d'interfaces collées aluminium/composite, et de rupture par cisaillement interlaminaire de stratifiés tubulaires carbone/époxy ont d'abord permis d'observer deux formes d'amorçage distinctes, en statique comme en fatigue.

Afin de mettre en œuvre la mécanique linéaire élastique de la rupture, des modélisations analytiques des champs de contraintes linéaires ont été effectuées avec la mécanique des poutres et la théorie de l'élasticité anisotrope en milieu continu homogène. La simulation numérique aux éléments finis a permis de représenter plus précisément les phénomènes non linéaires en incluant le comportement viscoplastique de l'aluminium et la séparation interfaciale de type fragile. La recherche d'une méthodologie de simulation aux éléments finis par un modèle de zone cohésive commercial nous a conduits à proposer une homogénéisation de la zone interfaciale.

Ce schéma a été repris pour la caractérisation mécanique d'un assemblage de préimprégnés carbone-époxy collés, afin d'évaluer l'influence du vieillissement humide sur les propriétés de fluage et de ténacité interfaciale.

MOTS-CLES

anisotropie, ténacité, rupture, endommagement, interface, délaminage, composites, cohésive.

DISCIPLINE

Mécanique des Multi-matériaux

Fatigue and wet aging interfacial delamination tenacity monitoring in multilayered assemblies including textile-reinforced carbon-epoxy composites

SUMMARY

This work is about damage and delamination failure of composite-reinforced multilayered assemblies.

Static and fatigue failure testing of aluminium/composite bonded joints and braided composite rings were led to observe both edge and embedded delamination processes.

In order to apply linear elastic fracture mechanics, analytical modelling of stress fields using linear continuum and beam mechanics were achieved. Finite Element numerical simulation allowed us to include viscoplastic behaviour and interface separation in the modelled phenomena. Several limits of the commercial cohesive zone model we used drove us to develop a specific methodology including interface homogenization.

This approach was followed for the mechanical characterization of bonded carbon-epoxy prepregs, aiming to evaluate wet aging effects on interfacial creep and tenacity properties.

KEYWORDS

anisotropy, tenacity, failure, damage, interface, delamination, composites, cohesive.