



HAL
open science

Apport des lois d'endommagement continues pour la conception des ouvrages souterrains et la hiérarchisation des comportements rocheux

François Martin

► **To cite this version:**

François Martin. Apport des lois d'endommagement continues pour la conception des ouvrages souterrains et la hiérarchisation des comportements rocheux. Sciences de l'ingénieur [physics]. École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan, 2007. Français. NNT: . tel-00204778

HAL Id: tel-00204778

<https://theses.hal.science/tel-00204778>

Submitted on 15 Jan 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



N°ENSC-2007/??



THÈSE DE DOCTORAT
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE CACHAN

présentée par

François MARTIN

pour obtenir le grade de
DOCTEUR DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE CACHAN

Domaine :
MÉCANIQUE – GÉNIE MÉCANIQUE – GÉNIE CIVIL

**APPORT DES LOIS D'ENDOMMAGEMENT CONTINUES POUR
LA CONCEPTION DES OUVRAGES SOUTERRAINS ET LA
HIÉRARCHISATION DES COMPORTEMENTS ROCHEUX**

Thèse présentée et soutenue à Cachan le 24 septembre 2007 devant le jury composé de :

M. Gilles PIJAUDIER-CABOT
M. Jean SULEM
M. Michel DEFFAYET
M. Jean-Louis DURVILLE
M. Ioannis VARDOULAKIS
M. Rodrigue DESMORAT

Rapporteur
Rapporteur

Président du jury
Directeur de thèse

Remerciements

La page des remerciements est traditionnellement l'endroit où la prose de l'auteur est la plus affûtée, la plus aboutie et où des efforts importants sont fournis pour éviter toute répétition dans les formules.

Pour ma part, je préfère les textes courts aux longues tirades. Afin de n'oublier personne, je remercie donc chaleureusement tous ceux qui, de près ou de loin, ont contribué à la réussite de ces trois années de thèse. Il y a toutefois deux mentions spéciales avec quelques personnes qui doivent être citées à part.

Je remercie tout particulièrement mes encadrants successifs au Cetu, Adrien Saïtta, Laurent Chantron et Didier Subrin ainsi que, bien entendu, mon directeur de thèse au LMT, Rodrigue Desmorat. Ils ont cru depuis le début à ce projet de doctorat puis ils ont su me guider pour le mener à bien. C'est une grande chance pour moi que d'avoir pu travailler avec eux.

Ma deuxième mention spéciale revient à la petite équipe du Cetu avec qui j'ai partagé de longs moments et fourires, pendant ces trois années et demi, parfois en dehors du cadre professionnel : Sébastien Frachon en tête puis dans le désordre, Serge Zappelli, Emmanuel Bieth et Cédric Gaillard.

Pour finir, je n'oublie pas de remercier mes rapporteurs et l'ensemble des membres du jury qui m'ont fait l'honneur d'accepté l'invitation.

Table des matières

Introduction	5
1 Mécanique des travaux souterrains	8
1.1 Dimensionnement des tunnels	8
1.1.1 Différentes approches du dimensionnement	8
1.1.2 La méthode convergence-confinement	10
1.1.3 Les méthodes numériques	17
1.2 Modèles d'élasto-plasticité en travaux souterrains	19
1.2.1 Elasticité	19
1.2.2 Modèles plastiques les plus utilisés	20
1.2.3 Quelques autres modèles plastiques...	21
1.3 Modèles d'endommagement	22
1.3.1 Observations physiques de l'endommagement	22
1.3.2 Différentes approches de l'endommagement	28
1.4 Conclusion	34
2 Loi d'endommagement pour la méthode convergence-confinement	35
2.1 Loi d'endommagement quasi-fragile	35
2.2 Solution semi-analytique de la courbe de convergence	36
2.2.1 Résolution directe du problème mécanique	36
2.2.2 La méthode hodographique en travaux souterrains	38
2.2.3 Réécriture de la loi de comportement	39
2.2.4 Calcul de la courbe de convergence	40
2.2.5 Validation par la méthode des matrices de transfert	40
2.2.6 Analyse de sensibilité aux paramètres d'endommagement Y_D et S	41
2.3 Localisation des déformations	43
2.4 Application au cas des marnes du tunnel du Bois de Peu	46
2.4.1 Présentation du projet et de la géologie	46
2.4.2 Application du modèle d'endommagement aux marnes du Toarcien	49
2.5 Conclusion	52

3	Loi d'endommagement avec prise en compte de la porosité	53
3.1	Variation de la raideur élastique avec la profondeur	53
3.2	Modèle de poro-endommagement	55
3.2.1	Formulation du modèle MPC	55
3.2.2	Calcul de la matrice tangente	56
3.3	Tunnel profond – méthode convergence-confinement	57
3.3.1	Identification des paramètres du modèle	58
3.3.2	Calcul de la courbe de convergence	59
3.4	Tunnel profond – éléments-finis en déformations planes	64
3.4.1	Implantation numérique du modèle	64
3.4.2	Etat de contrainte isotrope	65
3.4.3	Etat de contrainte anisotrope	68
3.5	Conclusion	73
4	Phénomènes couplés à l'endommagement	74
4.1	Limites des modèles de type Marigo	74
4.2	Couplage plasticité-endommagement	75
4.2.1	Analyses couplées ou découplées de l'endommagement	75
4.2.2	Elasto-plasticité couplée à l'endommagement	76
4.2.3	Endommagement en post-traitement d'un calcul élasto-plastique	80
4.2.4	Tunnel creusé dans les marnes noires	81
4.3	Gestion de la rupture	83
4.3.1	Endommagement figé	84
4.3.2	Endommagement qui tend vers 1	85
4.4	Conclusion	86
5	Méthodologie détaillée sur un tunnel profond	87
5.1	Projet de tunnel profond	87
5.1.1	Opportunité et choix d'un modèle d'endommagement	87
5.1.2	Identification des paramètres	89
5.2	Déroulement des calculs et analyses comparées	91
5.2.1	Calcul convergence-confinement	91
5.2.2	Calcul éléments finis	92
5.2.3	Anisotropie des contraintes	94
5.3	Pistes d'auscultation et d'expérimentation	96
	Conclusion	101
	Bibliographie	112

A	Feuille de calcul	113
B	Modèle Marigo with Porosity Closure - Castem2006	115
C	Essais numériques sur le modèle MPC	119
D	Vers une modélisation anisotrope de l'endommagement...	123
D.1	Description tensorielle de l'endommagement	123
D.1.1	Phénomène	123
D.1.2	Modélisation	124
D.1.3	Evolution de l'endommagement	125
D.2	Modèle initial d'endommagement anisotrope	126
D.2.1	Couplage endommagement-élasticité	126
D.2.2	Fonction critère d'endommagement	126
D.2.3	Loi d'évolution de l'endommagement anisotrope induit	127
D.2.4	Choix de la fonction κ	127
D.3	Modèle d'endommagement anisotrope avec porosité	128
E	Calculs sur trois maillages différents	129

Introduction

S'il est un domaine du Génie Civil qui demeure encore mystérieux, c'est bien celui des travaux souterrains. Par voie de conséquence, et depuis maintenant des années, on ne cesse d'élaborer de nouveaux modèles de comportement, toujours plus performants et plus détaillés, pour rendre compte du comportement souvent inexpliqué des terrains autour d'une excavation. Ces modèles répondent à un besoin croissant de compréhension des mécanismes de ruine observés lors du creusement.

Le travail de thèse présenté par la suite s'inscrit dans ce contexte de recherche en mécanique des roches, en tentant d'apporter une nouvelle approche à l'étude de certains comportements. L'objectif n'est pas de complexifier un modèle existant ou d'en créer un de toute pièce, ils sont déjà assez nombreux. Nous avons plutôt souhaité réutiliser et adapter des modèles qui n'étaient pas forcément élaborés à l'origine pour les roches.

Le lecteur découvrant l'endommagement pourra constater à la lecture de ce mémoire que les fondements de la théorie de l'endommagement continu ont l'avantage de s'appuyer directement sur des résultats expérimentaux¹. En cela ils permettent de modéliser simplement des phénomènes considérés comme complexes : non-linéarités et adoucissements.

Le travail s'est déroulé en collaboration avec deux organismes :

- Le **Centre d'Etudes des Tunnels** ou **Cetu**, service technique central du ministère de l'équipement, a eu pour objectif de guider la recherche afin d'aboutir à des résultats fiables et facilement réutilisables par les ingénieurs qui conçoivent les tunnels ;
- Le **Laboratoire de Mécanique et de Technologie** ou **LMT**, laboratoire du CNRS rattaché à l'Ecole Normale Supérieure de Cachan et à l'Université Paris VI, a piloté le travail scientifique en s'assurant que celui-ci soit novateur et rigoureux.

Le mémoire s'articule de la façon suivante. Dans un premier temps, nous rappelons les fondements de la mécanique appliquée aux ouvrages en souterrain, en précisant les méthodes employées mais surtout les lois de comportement couramment utilisées pour rendre compte des phénomènes. Ce chapitre bibliographique se terminera par un large aperçu des travaux déjà réalisés pour modéliser l'endommagement en mécanique des roches.

En deuxième partie, nous introduisons une première loi d'endommagement quasi-fragile, volontairement simple, qui nous a permis d'aboutir à une solution semi-analytique de la courbe de convergence. Elle constitue une première approche, appliquée sur le tunnel du Bois de Peu.

Les troisième et quatrième parties introduisent des raffinements successifs permettant de modéliser, toujours à partir de l'endommagement continu, l'effet de la pression hydrostatique sur la raideur du matériau, les déformations permanentes par l'introduction de la plasticité ainsi que les

1. On parle également d'endommagement phénoménologique, qui s'appuie sur les phénomènes.

zones proches de l'endommagement critique de rupture. Des exemples précis permettent d'illustrer ces comportements, calculés par la méthode convergence-confinement ou par éléments-finis.

La cinquième et dernière partie, plus à l'usage des ingénieurs et plus tournée vers les applications, établit une méthodologie pour l'identification et l'utilisation des lois d'endommagements en travaux souterrains. Ce chapitre s'appuie sur l'exemple concret d'un tunnel profond creusé dans du grès, comme il va s'en construire très bientôt dans les Alpes. Une analyse comparée entre endommagement et plasticité est finalement proposée, avec une proposition d'auscultation sur chantier.

Les résultats exposés dans ce rapport ne sont que les premières adaptations de l'endommagement continu au dimensionnement des tunnels. Ils en appellent bien d'autres, esquissés dans la conclusion.

Chapitre 1

Mécanique des travaux souterrains

1.1 Dimensionnement des tunnels

En quelques pages sont présentées les principales méthodes de dimensionnement en travaux souterrains (Panet, 1976b; Descoedres, 1989; Bouvard-Lecoanet et al., 1992; Hoek, 2000; Brady et Brown, 2004; Martin et Saïtta, 2006). La méthode convergence-confinement fait l'objet d'un paragraphe plus détaillé car c'est sur elle que vont reposer les principaux développements théoriques de la suite du mémoire.

1.1.1 Différentes approches du dimensionnement

Milieu continu / milieu discontinu

Une notion très importante en mécanique des roches qui va guider le choix du modèle, est la distinction entre milieu continu et discontinu. La frontière est assez floue, et dans bien des cas — les plus difficiles d'ailleurs — les deux approches devront être comparées.

Pour faire le distinguo, le Volume Élémentaire Représentatif ou VER est un outil très utile mais il n'est pas suffisant (Durville, 1995).

Considérations géométriques On pourra considérer le milieu rocheux comme continu lorsque l'ouvrage aura des dimensions bien supérieures à celles du VER. Ce volume — qui n'est pas toujours évident à évaluer compte-tenu des différentes familles de discontinuités et de leur caractère parfois très local — est le seuil à partir duquel on peut espérer représenter le matériau par un milieu homogène équivalent. Le milieu continu est alors une aubaine pour l'ingénieur en charge des études, car ce dernier dispose ainsi d'un large panel de méthodes de dimensionnement.

Pour le cas des tunnels, on considère habituellement que le milieu est continu à l'échelle de l'ouvrage lorsque le volume d'excavation est supérieur à environ 10 fois le VER.

Considérations mécaniques A grande profondeur, compte-tenu des contraintes qui y règnent, les discontinuités restent fermées et le massif garde ainsi toute sa continuité. De même l'absence de surface libre à proximité empêche tout déplacement "en grand" et la modélisation continue sera tout à fait adaptée, ce malgré la présence de discontinuités localisées.

Les derniers travaux sur les VER (Chalhoub, 2006) semblent montrer que celui-ci est le même quelque soit l'approche utilisée pour le calculer : approche purement géométrique à partir de la distribution des discontinuités et approche mécanique par des calculs de milieux fracturés.

Empirisme et règles de l'art

Le calcul – ou plutôt la justification – des ouvrages souterrains est une science relativement récente. Dans tous les pays encore, c'est le *savoir-faire* de l'ingénieur¹ qui prévaut. Les calculs sont là pour justifier le choix "empirique" du concepteur, basé sur son expérience passée acquise sur d'autres tunnels similaires. L'ingénieur civil procède beaucoup par comparaison, et c'est encore plus vrai en tunnels. Le calcul est ainsi un *indicateur* plus ou moins fiable qui confirme ou infirme un choix. Dans les cas non-courants où peu de retours d'expérience existent — grandes sections, mauvais terrains, forte anisotropie, etc. — le recours aux méthodes numériques permet de localiser et comprendre les mécanismes de ruine qui ne sont pas a priori intuitifs. Le concepteur doit équilibrer la complexification de son modèle avec l'incertitude sur les valeurs de paramètres choisis. Cela implique nécessairement la réalisation de programmes de reconnaissances adaptés. Sinon, le raffinement de la modélisation devra rester très limité.

Le choix initial du type et de la géométrie de soutènement est donc encore l'affaire d'ingénieurs très expérimentés.

Méthodes semi-empiriques

Deux méthodes se sont développées en parallèle pour utiliser les connaissances acquises par des retours d'expérience et formaliser un peu l'empirisme qui régnait universellement dans les travaux souterrains au début des années 70. Chacune à sa manière combine le niveau de fracturation du massif rocheux à d'autres paramètres tels que la nature et le remplissage des discontinuités, les conditions hydrogéologiques, etc. pour aboutir à une note globale du massif : l'indice RMR² pour Bieniawski (1973) et l'indice de qualité Q pour Barton (1974). Cette description conduit ensuite à déterminer le type de soutènement, et même parfois la quantité nécessaire à la stabilité de l'ouvrage.

Une bonne description de ces méthodes existe dans (Bouvard-Lecoanet et al., 1992).

La méthode aux réactions hyperstatiques

Cette méthode de calcul est relativement ancienne comparée aux calculs éléments-finis et aux concepts plus réalistes de convergence-confinement. Elle est cependant simple à comprendre et à utiliser, ce qui lui permet de rester une estimation courante (et économique) dans son domaine d'application³. Le principe est d'étudier le comportement du soutènement (ou du revêtement) sous l'action de charges extérieures. On réalise donc un calcul de structure classique que n'importe quel logiciel de Résistance Des Matériaux élaboré peut mener. La géométrie du soutènement est entrée précisément pour un mètre linéaire de galerie sous forme de poutres 2D, puis on vient lui appliquer un chargement. On distingue alors des charges dites *actives*, qui sont indépendantes de l'état de déformation, et des charges dites *passives* qui sont les réactions hyperstatiques issues de la déformation du soutènement. La première catégorie regroupe la pression appliquée par le poids

1. Et aussi du mineur dans de nombreuses situations.

2. Rock Mass Rating.

3. Sans rentrer dans les détails, elle est très adaptée pour les tunnels réalisés à ciel ouvert puis remblayés, les tunnels centrés en milieu rocheux avec chutes de blocs localisées, les calculs de résistance au feu, etc.

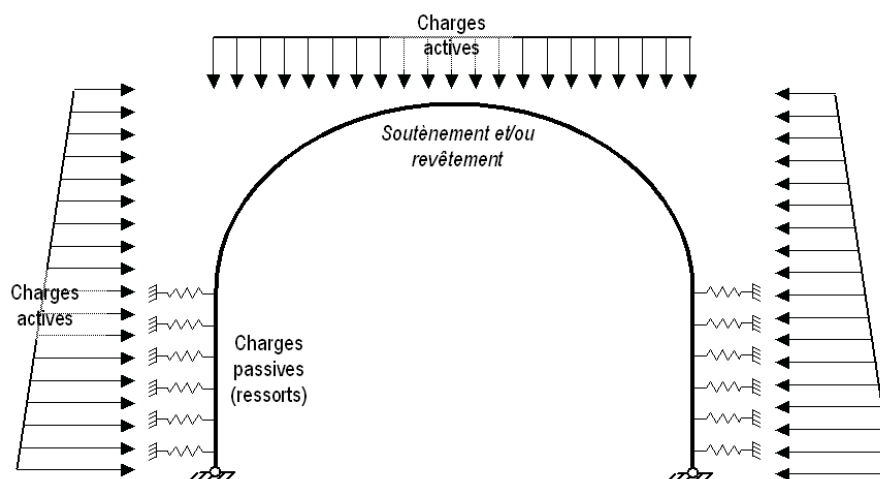


Fig. 1.1 – Schéma classique d'un modèle aux réactions hyperstatiques, avec les forces actives et passives (ressorts).

des terrains (verticale et horizontale), la pression hydrostatique si le tunnel traverse une nappe, le gonflement éventuel, le détachement d'un bloc, le poids propre du revêtement, la circulation routière à faible profondeur, etc. Les secondes charges sont les réactions de butée du terrain (Fig. 1.1). Ces dernières sont considérées comme linéairement liées aux déplacements, ce qui permet de les modéliser par une série de ressorts, dont la rigidité K^4 est issue des propriétés mécaniques de la roche ou du sol environnant.

L'équilibre de la structure établi, il est alors possible d'accéder aux efforts dans le soutènement (moments fléchissants, efforts normaux, etc.) ainsi qu'aux convergences maximales.

1.1.2 La méthode convergence-confinement

Principe

Plutôt que de méthode, il conviendrait de parler de concept. Les idées et théories qui sont liées à ces deux termes : convergence et confinement, sont reprises dans toutes les autres approches de dimensionnement. La *convergence*, irrémédiable dès que l'on vient excaver une cavité, est un déplacement⁵. Le *confinement* est la pression radiale qui s'applique sur le pourtour de l'excavation, en présence d'un soutènement. Il constitue en quelque sorte le chargement du soutènement. On parle aussi de *déconfinement*, mais pour le terrain. Il s'agit de la décompression causée par l'excavation du tunnel. Ce déconfinement s'amorce bien en avant du front (à une distance d'un diamètre environ).

Pour situer le contexte, cette méthode est née suite au succès de la Nouvelle Méthode Autrichienne dans les années 70⁶. Sa conceptualisation complète remonte au tout début des années 80.

4. K est aussi appelé *module de réaction*.

5. C'est exactement la somme des déplacements en paroi de deux points diamétralement opposés.

6. NMA : méthode de soutènement légère (boulons et béton projeté) faisant participer le terrain directement, de la conception à la réalisation.

La méthode convergence-confinement est une méthode analytique : toutes les formules sont explicites et peuvent être entrées dans un tableur quelconque. Le lecteur désirent rentrer dans l'intimité de la méthode pourra se référer à (Panet, 1995).

Hypothèses L'hypothèse forte est la considération unidimensionnelle du problème :

- Hypothèse des déformations planes ;
- Hypothèse d'isotropie des contraintes initiales ($K_0 = \sigma_{horiz}/\sigma_{vert}$, le rapport de la contrainte horizontale sur la contrainte verticale est égal à 1) et d'isotropie du massif ;
- La cavité étudiée a une forme cylindrique.

L'état initial est défini par l'état de contrainte isotrope. H est la hauteur de couverture et γ le poids volumique des terrains sus-jacents. La contrainte initiale dans le massif est donc :

$$\sigma_0 = \gamma H \quad (1.1)$$

Courbe de convergence Pour passer d'un état tridimensionnel, avec un terrain que se déconfinent progressivement autour du front de taille⁷, à un état de déformation plane (que l'on rencontre traditionnellement dans une section éloignée du front), on introduit une *pression fictive* en paroi. Cette pression, uniformément répartie sur le pourtour de l'excavation, a une valeur qui décroît avec l'éloignement au front. P_f varie ainsi de σ_0 à 0, de l'état de contrainte initial à l'état entièrement déconfiné. L'évolution de P_f est donc gouvernée par la distance z , qui permet de se situer par rapport au front de taille (où $z = 0$). On écrit :

$$P_f = (1 - \lambda(z)) \sigma_0 \quad (1.2)$$

$\lambda(z)$ est appelé *taux de déconfinement* car il caractérise l'état du massif à l'endroit z considéré. Il varie de 0 (état initial, en avant du front de taille) à 1 (état complètement déconfiné, loin en arrière du front).

Cette notion de pression fictive — illustrée sur la figure 1.2 — permet de ne considérer qu'une tranche de terrain pour l'étude de l'effet de l'excavation, dans un état mécanique de quasi-déformations planes. La théorie des milieux continus nous donne ensuite les champs de déplacement et de contrainte autour du tunnel. Là où réside encore une forte incertitude, c'est dans l'équation permettant de définir $\lambda(z)$. Plusieurs auteurs ont proposé des formules (Corbetta et al., 1991; Bernaud et Rousset, 1992), nous en retiendrons une, la plus simple, lorsque le terrain reste en élasticité (Panet, 1995) :

$$\lambda(z) = \alpha + (1 - \alpha) \left(1 - \left[\frac{m_0 R}{m_0 R + z} \right]^2 \right) \quad (1.3)$$

α et m_0 sont deux constantes (on prendra respectivement 0.25 et 0.75) et R le rayon d'excavation.

La *courbe de convergence* (Fig. 1.3) est la courbe donnant la valeur du déplacement en paroi u en fonction de la pression fictive P_f , et en l'absence de soutènement. Il s'agit d'une courbe paramétrique — de paramètre z , la distance au front de taille — qui se représente sur un graphe (P_f, u). On distingue généralement deux phases successives :

- la phase *linéaire* ou *élastique* ;

7. Front de taille : paroi verticale où le tunnel se creuse, face visible du terrain.

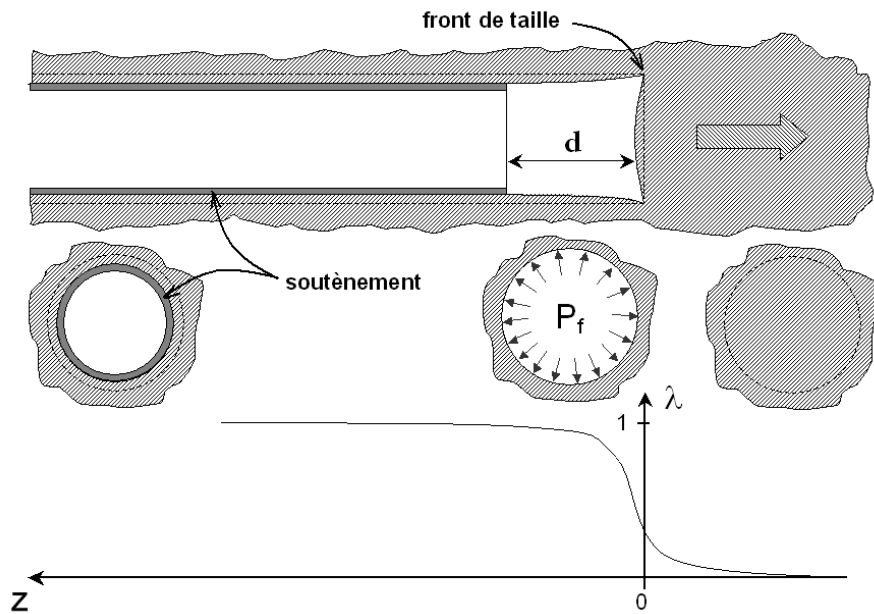


Fig. 1.2 – Notion de pression fictive et de déconfinement autour du front de taille.

- la phase *non-linéaire*, correspondant à un comportement plastique, endommageable ou les deux.

Lorsque le terrain est de bonne qualité, dans les roches dures par exemple, il se peut que la paroi reste en élasticité durant tout le déconfinement. Un critère très utilisé en travaux souterrains pour déterminer si le massif encaissant risque de rentrer en plasticité est le *nombre de stabilité* ou *facteur de charge* :

$$F = \frac{2\sigma_0}{R_c} \quad (1.4)$$

avec R_c la résistance en compression simple de la roche. F compare la résistance du matériau à la contrainte orthoradiale à la fin d'un déconfinement considéré parfaitement élastique. Si $F > 1$ alors il y a risque d'instabilité.

Courbe de confinement Une deuxième courbe est requise pour la méthode. Il s'agit de la *courbe de confinement* (Fig. 1.3), qui va permettre de caractériser le comportement du soutènement sous son chargement.

Le chargement considéré est purement radial, il s'agit d'une pression appliquée sur tout le pourtour extérieur de la structure⁸. Le calcul du déplacement radial u_s en fonction de la pression appliquée P_s permet de tracer la courbe de confinement sur un graphe identique à celui de la courbe de convergence. On distingue également deux phases dans les modèles classiques :

- **Une phase élastique**, de $u_s = 0$ à $u_s = u_{max}$. Le soutènement se comporte linéairement.
- **Une phase plastique**, après u_{max} . Cette zone correspond à la rupture du soutènement, elle est donc interdite.

8. On considère souvent une structure circulaire en forme de coque, typiquement du béton projeté, pour simplifier les calculs. Mais la courbe de confinement se détermine aussi pour les autres soutènements.

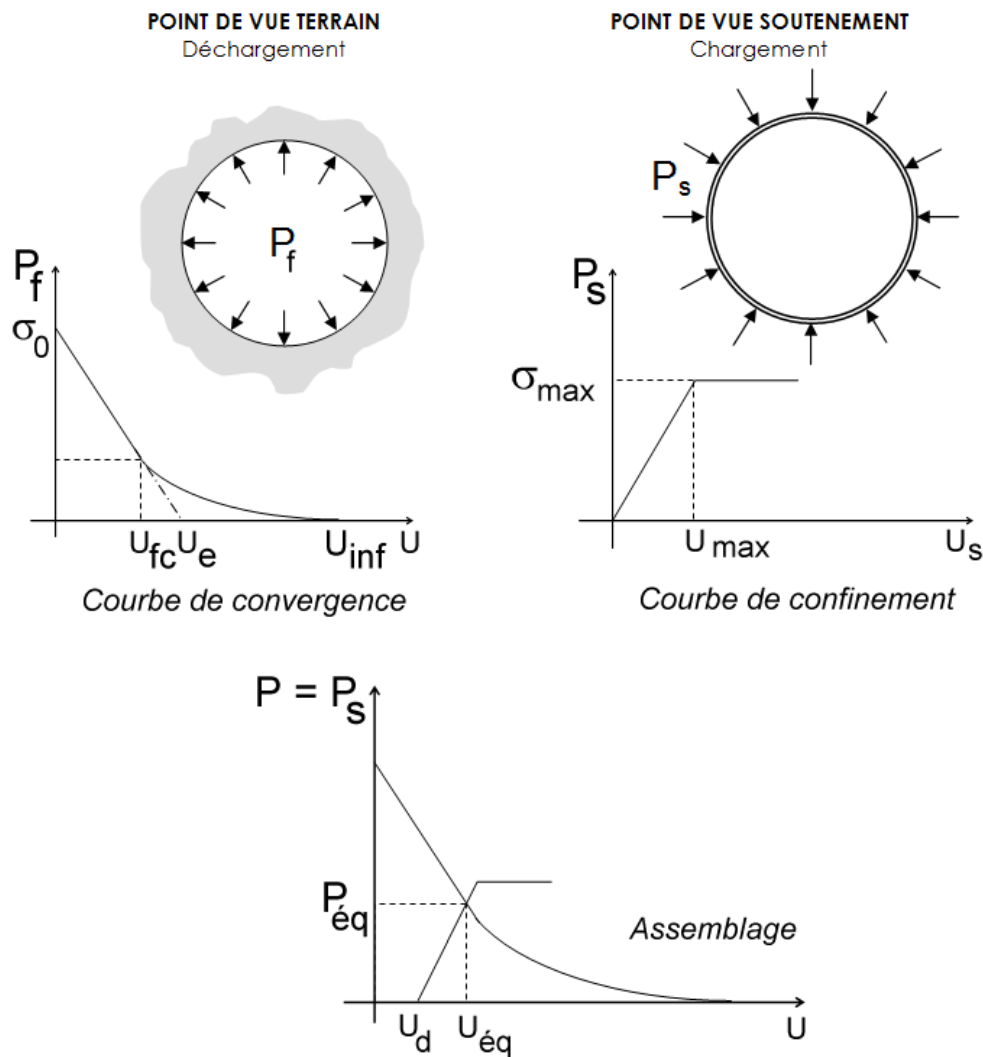


Fig. 1.3 – Courbes de convergence, de confinement et assemblage.

Optimisation du soutènement Une fois paré de nos deux courbes — l’une caractérisant le comportement du terrain et l’autre celui du soutènement — on va pouvoir les coupler pour étudier l’interaction roche-structure. Comment ?

On va simplement superposer les deux graphiques. La pression fictive de l’un correspond parfaitement au chargement du second. Mais le couplage va nécessiter l’introduction d’un nouveau paramètre : le déplacement à la pose du soutènement. En effet, le soutènement n’est pas posé immédiatement au front de taille, et encore moins dès les prémices de déconfinement en avant du front. Il est posé à quelques décimètres en arrière⁹, alors que le terrain s’est déjà partiellement déconfiné. On ajoute ainsi un paramètre u_d , qui est stricto-sensu le déplacement en paroi à la pose du soutènement. u_d est bien entendu étroitement lié à $\lambda_d = \lambda_{z=d}$, taux de déconfinement à la pose.

9. De 0,5 à 4m pour un tunnel routier classique ($R \approx 6m$).

Le point d'intersection des deux courbes correspond ainsi au point d'équilibre entre terrain et soutènement. C'est ce point (P_{eq}, u_{eq}) qui donne l'état mécanique de la structure "à l'infini", loin du front de taille. Toute la puissance de la méthode convergence-confinement réside donc dans cette simplicité de représentation. En jouant sur chacun des paramètres du problème, on optimise le soutènement : **pas ou peu de plasticité pour le terrain, et chargement à 70 ou 80 % de la rupture pour le soutènement**. A titre d'exemple, en jouant sur le paramètre u_d : un soutènement placé trop près du front de taille sera chargé prématurément et arrivera donc plus rapidement à la rupture. A l'opposé, un soutènement placé trop loin du front n'aura aucun effet, car le terrain se sera déjà presque entièrement déconfiné, voire effondré, et le chargement sera pratiquement nul. Rappelons que le soutènement est aussi là pour limiter la convergence.

Domaines d'application La méthode est essentiellement utilisée dans le cadre d'un prédimensionnement des soutènements. Les hypothèses de base sont en effet rarement toutes vérifiées dans la réalité ; le cas idéal étant celui du tunnel circulaire profond en milieu isotrope. Néanmoins l'approche est valable pour obtenir des "ordres de grandeurs" d'épaisseur de soutènement dans les cas suivants :

- Le massif de terrain doit pouvoir être représenté comme un milieu homogène, isotrope et continu à l'échelle de l'ouvrage. Cela conditionne les calculs dans le cadre de la mécanique des milieux continus.
- Le dimensionnement concerne une section courante du tunnel. Afin de pouvoir simplifier le problème tridimensionnel en un problème unidimensionnel, il faut que de part et d'autre de la section étudiée, le terrain soit identique sur un tronçon de quelques dizaines de mètres. Cette condition exclut donc également les têtes du tunnel. La distance entre la clé de voûte du tunnel et la surface topographique doit être au minimum égale à 4 fois le diamètre du tunnel. Les conditions de creusement doivent être identiques sur un linéaire d'au moins 1 diamètre en avant et 2 diamètres en arrière de la section étudiée.
- La géométrie du tunnel est supposée circulaire dans la méthode. Dans le cas d'une section quasi-circulaire, on utilisera un *rayon équivalent*, calculé par exemple sur la base d'une section circulaire identique. La condition de circularité parfaite exclut de pouvoir calculer les moments de flexion dans le soutènement. Ces derniers sont pourtant souvent dimensionnants.
- L'état de contraintes initial est isotrope ($K_0 = \sigma_{horiz} / \sigma_{vert} = 1$). Cela se vérifie souvent à moyenne et grande profondeur.

La notion d'équilibre par déconfinement progressif — à la base du concept — est quant à elle reprise dans les calculs par éléments finis phasés. Cette méthode, nous le verrons dans la partie suivante, nécessite la donnée du taux de déconfinement à la pose du soutènement.

Les matrices de transfert

La méthode des matrices de transfert est une méthode de calcul permettant d'approcher les valeurs du couple déplacement radial - contrainte radiale (u_r, σ_r) à n'importe quelle distance de la paroi d'un tunnel dans le cadre restreint de la méthode convergence-confinement. Lacroix (1967) expose en détail cette méthode pour la première fois et pour le calcul des structures en Résistance Des Matériaux. L'application au creusement d'un tunnel et au calcul de la courbe de convergence a été détaillée par (Sulem, 1994). Elle a le gros avantage de permettre le calcul presque instantané de nombreuses courbes de convergence, pour diverses lois de comportement.

La méthode est basée sur l'utilisation des lois incrémentales pour exprimer les non-linéarités de comportement. Partons de la relation linéaire suivante considérée, dans notre cas, valable pour le problème en déformations planes d'un tunnel circulaire :

$$\Delta\sigma = \underline{\underline{L}} : \Delta\epsilon \quad (1.5)$$

Il s'agit de la loi de comportement incrémentale, où l'incrément de contrainte $\Delta\sigma$ est relié à l'incrément de déformations totales $\Delta\epsilon$ par le tenseur $\underline{\underline{L}}$ (tenseur de Hooke en élasticité ou opérateur tangent en plasticité). On peut aisément réduire la notation tensorielle à une notation matricielle de la loi de comportement en posant :

$$\Delta\vec{\sigma} = \begin{pmatrix} \Delta\sigma_r \\ \Delta\sigma_\theta \\ \Delta\sigma_z \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \Delta\vec{\epsilon} = \begin{pmatrix} \Delta\epsilon_r \\ \Delta\epsilon_\theta \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

Les grandeurs mécaniques exprimées dans le repère cylindrique correspondent aux grandeurs principales.

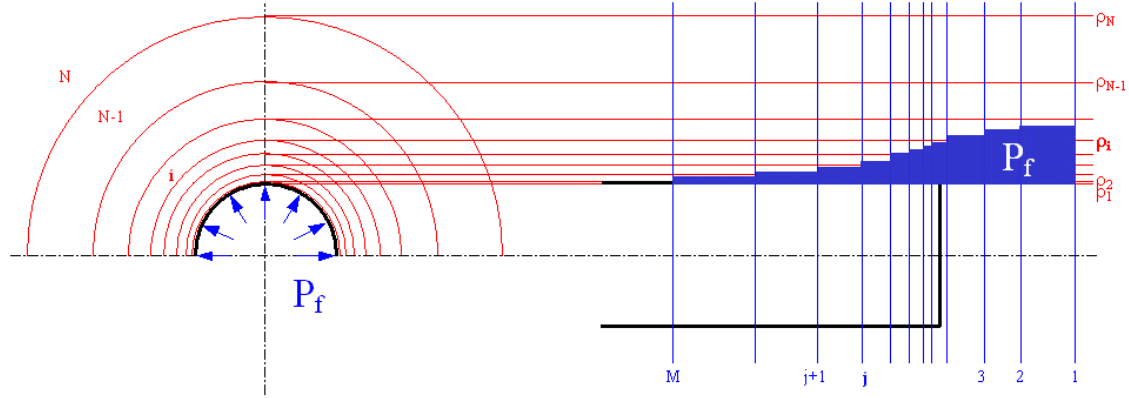


Fig. 1.4 – Discretisation spatio-déconfinante de la méthode des matrices de transfert vue en travers (à gauche) et en long (à droite).

Divisons le terrain autour du tunnel en un nombre N important de tubes creux concentriques et d'épaisseurs assez petites pour pouvoir considérer que la loi linéarisée (1.5) est valable sur chaque section ainsi formée (figure 1.4). Chaque tranche d'indice i est caractérisée par son rayon ρ_i . On choisit une répartition géométrique des rayons, car c'est à la paroi que les évolutions sont les plus grandes. Trois paramètres "numériques" sont donc introduits ici :

- le nombre total d'anneaux N ;
- le rayon du dernier anneau, qui fixe la condition aux limites à l'"infinie" ;
- l'épaisseur du premier anneau.

La deuxième incrémentation est celle du déconfinement en paroi issu de la méthode convergence-confinement (Eq. 1.2). Pour modéliser cette décompression progressive du terrain autour du front de taille, on considérera l'indice j tel que la pression fictive est exprimée comme suit :

$$(P_f)_j = \sigma_0 \left(1 - \frac{j}{M} \right) \quad \text{avec} \quad j \in \{1, \dots, M\} \quad (1.7)$$

Cela revient simplement à considérer j incréments de déconfinements successifs pour arriver au final à une pression en paroi $P_f = 0$. Le schéma de résolution est direct, sans itération.

La solution analytique en contraintes et déformations pour une loi de comportement linéaire et pour un tube épais de longueur infinie, soumis à un chargement intérieur et extérieur, est connue. Il est donc possible d'écrire les solutions analytiques pour chaque anneau $[\rho_i, \rho_{i+1}[$ de proche en proche : contrairement aux éléments-finis où les inconnues nodales sont directement les déplacements, les inconnues autour de la cavité circulaire sont les constantes d'intégration tranche par tranche du problème linéaire tangent (dénotées A et B ci-après).

En se plaçant sur l'anneau i entre $[\rho_i, \rho_{i+1}[$ et à l'état de déconfinement j , on peut écrire l'équation d'équilibre en coordonnées cylindriques :

$$\frac{d(\Delta\sigma_r)_{i,j}}{dr} + \frac{(\Delta\sigma_r - \Delta\sigma_\theta)_{i,j}}{r} = 0 \quad (1.8)$$

En couplant cette dernière avec la loi de comportement incrémentale (1.5) et l'expression des déformations en fonction des déplacements en coordonnées axisymétriques ($U = |u_r|$),

$$\epsilon_r = -\frac{dU}{dr} \quad (1.9)$$

$$\epsilon_\theta = -\frac{U}{r} \quad (1.10)$$

on obtient la solution générale :

$$(\Delta U)_{i,j} = A_{i,j}\rho^{\alpha_{i,j}} + B_{i,j}\rho^{\beta_{i,j}} \quad (1.11)$$

$A_{i,j}$ et $B_{i,j}$ sont les deux constantes d'intégration qu'il va falloir déterminer, $\alpha_{i,j}$ et $\beta_{i,j}$ deux constantes uniquement fonction des composantes de la matrice $[L]$ (i.e. déterminées analytiquement à chaque itération). La solution (1.11) existe dans le domaine où les constantes $\alpha_{i,j}$ et $\beta_{i,j}$ sont réelles. Cela se traduit par la condition suivante dans l'anneau i à l'état de déconfinement j (Sulem, 1994) :

$$(L_{12} - L_{21})^2 + 4L_{11}L_{22} \geq 0 \quad (1.12)$$

qui n'est rien d'autre que la condition de perte d'ellipticité du problème. La contrainte radiale se calcule par l'intermédiaire de la loi de comportement :

$$(\Delta\sigma_r)_{i,j} = A_{i,j}(L_{11}\alpha + L_{12})_{i,j}\rho^{\alpha_{i,j}} + B_{i,j}(L_{11}\beta + L_{12})_{i,j}\rho^{\beta_{i,j}} \quad (1.13)$$

A partir des conditions aux limites et des conditions de raccordement entre anneaux (interfaces parfaites), il reste à déterminer les $A_{i,j}$ et $B_{i,j}$ qui sont les inconnues nodales.

Nous devons donc exprimer les incréments de déplacement et de contrainte radiale ΔU et $\Delta\sigma_r$ de chaque côté de la frontière matérialisée par le rayon ρ_i . Par l'écriture de la continuité mécanique, l'égalité des deux dernières expressions nous permet directement de relier les constantes $A_{i-1,j}$ et $B_{i-1,j}$ de l'anneau $i - 1$ aux constantes $A_{i,j}$ et $B_{i,j}$ de l'anneau i . Cette relation peut s'écrire sous forme d'un système matriciel :

$$\begin{pmatrix} A_{i,j} \\ B_{i,j} \end{pmatrix} = [T]^{i,j} \begin{pmatrix} A_{i-1,j} \\ B_{i-1,j} \end{pmatrix} \quad (1.14)$$

La matrice $[T]^{i,j}$ ainsi obtenue est calculable analytiquement à partir des données du problème. Il s'agit de la matrice de transfert correspondant à la couche de discrétisation i et à l'incrément de déconfinement j .

La récurrence précédente permet de déterminer les constantes de proche en proche — et par conséquent les incréments de contrainte et de déplacement — mais il demeure toujours au final deux inconnues parmi les couples $(\Delta U, \Delta \sigma_r)_{i,j}$. On utilise alors les conditions aux limites aux bords du modèle pour lever complètement l'indétermination :

- $(\Delta U)_{N,j} = 0$ et $(\Delta \sigma_r)_{1,j} = \frac{\sigma_0}{M}$ pour chaque incrément de déconfinement j si on choisit de piloter en contraintes ;
- $(\Delta \sigma_r)_{N,j} = 0$ et $(\Delta U)_{1,j} = du$ pour chaque j si on choisit de piloter en déplacements. Dans ce cas du est une constante fixée à l'avance, correspondant à l'incrément de déplacement en paroi.

Cette méthode de calcul semi-analytique fournit ainsi un très bon outil pour valider une solution analytique et pour calculer une courbe de convergence avec des lois de comportement complexes. Nous l'utiliserons presque systématiquement dans les chapitres suivants. Le pilotage sera effectué *en déplacement* pour mieux maîtriser l'apparition des phases adoucissantes des comportements endommageants.

1.1.3 Les méthodes numériques

Apparues dans les années 60 et progressivement adaptées pour les géomatériaux (LCPC, 1996), les méthodes numériques¹⁰ permettent d'obtenir des champs de déplacements et de contraintes avec un niveau de précision sans équivalent. On est vite tenté de les utiliser systématiquement tant leur rapidité et leur simplicité d'utilisation sont grandes. Il convient cependant de préciser leurs domaines d'utilisation ainsi que l'utilité d'une modélisation complexe.

Milieu continu : éléments finis, différences finies...

Présentation générale Pour les milieux continus, il existe deux méthodes de calculs similaires basées sur une discrétisation spatiale du massif rocheux. Nous ne rentrerons pas dans le détail de la description de ces méthodes, car elles sont identiques à celles utilisées en Génie Civil ou en Mécanique. Toutefois il convient de préciser certains points spécifiques aux travaux souterrains :

- Ne pas perdre l'idée qu'un tunnel, surtout près du front de taille, constitue un problème complètement tridimensionnel. Seuls les calculs 3D — plus longs et coûteux que les calculs 2D — permettent donc d'appréhender efficacement l'état de déformation du massif. On peut toutefois s'affranchir de la troisième dimension en utilisant les concepts de convergence-confinement (pression fictive, voir partie 1.1.2).
- On ne peut, à priori, modéliser qu'un massif continu. Les discontinuités uniques localisées peuvent tout de même être représentées mais nécessitent un raffinement du maillage et une bonne connaissance de leur comportement au cisaillement.
- Les conditions initiales et aux limites du modèle sont primordiales pour la qualité du résultat.
 - **Conditions initiales** : Déplacements nuls et contraintes initiales $\sigma = \sigma_0$.

10. Aussi appelées *méthodes du solide composite* dans les travaux souterrains.

- **Conditions aux limites** : Déplacements nuls aux frontières du modèle, situées à 4 ou 5 diamètres du tunnel. Le déplacement est laissé libre à la surface topographique.
- Les lois de comportement utilisées peuvent être très complexes et nécessiter l'identification d'un grand nombre de paramètres que très peu de projets vont justifier. On utilise donc dans 90% des cas les lois élasto-plastiques de Mohr-Coulomb ou de Hoek et Brown (cf. partie 1.2).
- Le maillage nécessite d'être plus raffiné dans les zones de forte variation des contraintes — dans les angles d'une excavation par exemple.

Modèle 2D en déformations planes Les calculs en déformations planes, dans le *profil en travers* d'une section de tunnel, représentent 98% des calculs numériques réellement effectués en bureau d'étude. Ils utilisent les concepts de pression fictive et de déconfinement élaborés pour la méthode convergence-confinement. Ils apportent d'ailleurs de nombreux avantages par rapport à cette dernière : section quelconque, état de contrainte anisotrope, calculs en sections divisées. Le calcul se réalise par phases successives, à des états de déconfinement progressifs :

1. Massif de roche ou de sol continu sans tunnel. On applique la gravité, et on définit ainsi notre "état initial" ;
2. Creusement simulé par l'annulation de la rigidité des éléments dans le tunnel, et par l'application d'une pression de déconfinement — appelée *force d'excavation* — sur la paroi, directement opposée aux contraintes initiales qui agissaient sur ces éléments. Déconfinement jusqu'à la pose du soutènement ($\lambda = \lambda_d$).
3. Mise en place du soutènement à λ_d . Application de la force de déconfinement restante et équilibre du massif avec le soutènement.
4. Effets différés sur le revêtement (viscosité ou rétablissement d'une charge hydrostatique par exemple).

Dans le cas d'un creusement par demi-sections, il faut répéter le processus pour chaque phase de creusement. La difficulté supplémentaire est alors de déterminer λ pour chaque phase.

Modèle 2D axisymétrique Les modèles axisymétriques représentent le tunnel selon son axe longitudinal. Les hypothèses d'axisymétrie sont celles de la méthode convergence-confinement : section circulaire, matériau isotrope, état de contrainte isotrope. Mais ils ont le gros avantage de pouvoir étudier l'état mécanique du terrain autour du front de taille. C'est par cette modélisation que l'on peut déterminer la fameuse loi d'évolution du coefficient λ (Eq. (1.3) par exemple).

Milieu discret : méthode des éléments distincts

Le cas des milieux continus n'est tout de même pas une généralité absolue en travaux souterrains et en mécanique des roches. Le rocher est un milieu fondamentalement fracturé, et vouloir à *tout prix* se ramener à un milieu continu par des techniques d'homogénéisation et de corrélation peut s'avérer une grave erreur, et conduire à des fausses conclusions.

C'est la raison pour laquelle les mécaniciens des roches ont élaboré des méthodes de calculs numériques adaptées aux milieux discrets (Cundall, 1971; Taylor et Francis, 2004). Leur domaine d'utilisation est fonction du degré de fracturation du massif.

La méthode des éléments distincts s'attache à représenter le comportement de milieux discrets, allant des milieux faiblement fracturés (méthode des dièdres) à fortement fracturés, presque continus. Les assemblages de blocs — qui peuvent être modélisés sous forme rigide ou déformable — interagissent au travers de joints, représentés par des contacts.

La méthode permet de prendre en compte les grands déplacements, les rotations et les instabilités à un stade avancé. Des contacts peuvent donc s'ouvrir puis disparaître, et d'autres apparaître. Un algorithme de reconnaissance automatique des contacts doit être intégré et relancé à chaque incrément cinématique.

Il est à noter que cette méthode nécessite une très bonne reconnaissance de l'état de fracturation du massif, et un temps de calcul encore très élevé. La représentation 2D, certes plus rapide, reflète mal le comportement véritablement tridimensionnel de ce type de problème. C'est pourquoi les éléments distincts sont encore très peu utilisés pour dimensionner les talus dans les bureaux d'étude géotechniques, et encore moins pour vérifier un soutènement de tunnels.

1.2 Modèles d'élasto-plasticité en travaux souterrains

Dans cette partie 1.2¹¹, pour se rapprocher des conventions habituellement utilisées en géotechnique, les contraintes seront considérées positives en compression et négatives en traction.

1.2.1 Elasticité

Contrairement aux sols où la phase purement élastique est très limitée voire inexistante, lorsqu'on sollicite une roche, cette dernière répond très souvent de manière élastique pour une large gamme de déformations. Cette réversibilité de comportement, liée à la rigidité des minéraux et des joints, est rarement linéaire et isotrope. Dans presque tous les dimensionnements d'ouvrage cependant, par souci de simplicité c'est l'élasticité linéaire isotrope de Hooke qui est choisie. Comme pour les autres matériaux, on utilise les coefficients constants E et ν , respectivement module d'Young et coefficient de Poisson de la roche. Leur détermination est une question cruciale, qui alimente toujours les discussions entre concepteurs d'ouvrage.

Une grosse approximation est ainsi faite : ν mais surtout E sont rarement constants. Que ce soit pour des sollicitations quasi-isotropes, telles que l'état de contrainte géostatique, ou pour toutes les autres sollicitations lors du creusement d'un ouvrage souterrain, la raideur évolue. L'élasticité est par conséquent très souvent non-linéaire. A cela il faut ajouter les nombreuses situations où les roches sont naturellement anisotropes et où leur raideur l'est également (schistes lustrés, argilites consolidées, etc.).

Plusieurs auteurs ont proposé des modèles d'élasticité non-linéaire, de complexité variable (Nguyen Minh et Schmitt, 1988; Santarelli et al., 1986). Le plus connu est celui de (Duncan et Chang, 1970), d'expression hyperbolique et issu d'observations expérimentales. L'évolution du module tangent est donnée par la relation suivante, fonction des contraintes principales extrêmes σ_{max} et σ_{min} :

$$E_t = E_i \left(1 - R_f \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{(\sigma_{max} - \sigma_{min})_f} \right)^2 \quad (1.15)$$

11. et dans cette partie uniquement...

où $(\sigma_{max} - \sigma_{min})_f$ est le déviateur à la rupture, R_f une constante du matériau et E_i le module d'Young initial, que les auteurs relient à la contrainte moyenne P :

$$E_i = CP_{ref} \left(\frac{P}{P_{ref}} \right)^n \quad (1.16)$$

P_{ref} est une pression de référence (par exemple la pression atmosphérique) et C une constante sans dimension. Les différents essais menés par (Serratrice, 2001; Serratrice, 2005b) ont montré que $n \simeq 0,5$ fournissait une bonne estimation. L'approche de Duncan et Chang donne une très bonne approximation des non-linéarités observées en laboratoire, mais devient très difficile à utiliser pour le calcul d'ouvrage (P non-constant, chemin de contraintes complexe, etc.).

D'autres modèles, appelés *hyper-* ou *hypo-*élastiques ont été publiés (Santarelli et al., 1986; Molenkamp, 1988; Sulem et al., 1999), mais ils ne sont pratiquement pas utilisés en dimensionnement car assez complexes à manipuler et à identifier (Lee, 1994). Le modèle de (Nawrocki et al., 1995; Nawrocki et al., 1999), proposant une modélisation de la raideur en fonction de la distance r au centre du tunnel, est une adaptation pragmatique et séduisante des modèles cités ci-dessus au cas bien particulier des ouvrages souterrains. La généralisation de ce type d'approche pour les calculs numériques 3D reste à faire...

1.2.2 Modèles plastiques les plus utilisés

Plasticité de Mohr-Coulomb

A l'origine élaboré pour les sols, ce modèle se représente dans le plan de Mohr par une droite d'équation :

$$\tau = c + \sigma \tan \varphi \quad (1.17)$$

Avec c la cohésion et φ l'angle de frottement interne. Dans le plan des contraintes principales il prend la forme suivante, exprimé avec les contraintes principales extrêmes (f est aussi appelé surface de charge) :

$$f = \sigma_{max} - K_p \sigma_{min} - R_c = 0 \quad (1.18)$$

Où

$$K_p = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \quad \text{et} \quad R_c = 2c \frac{\cos \varphi}{1 - \sin \varphi}$$

Dans le plan des contraintes principales, ce critère ne prend pas en compte la forme arrondie de la courbe de rupture observée expérimentalement aux faibles contraintes et pour les sollicitations en traction. Son avantage principal est d'utiliser des constantes physiques facilement identifiables et en nombre limité.

Critère de Hoek-Brown

En 1980, Hoek et Brown, deux ingénieurs anglo-saxons, proposent un nouveau critère de plasticité adapté aux roches, empirique mais respectant la forme "optimale" de parabole observée expérimentalement dans le plan des contraintes principales (Hoek et al., 2002). Il s'écrit de la manière suivante :

$$f = \sigma_{max} - \sigma_{min} - R_c \left(m \frac{\sigma_{min}}{R_c} + s \right)^a = 0 \quad (1.19)$$

Avec :

- R_c la résistance en compression simple de la roche saine ;

- s un paramètre définissant le degré de fissuration (1 pour un échantillon intact et 0 pour un matériau complètement granulaire) ;
- m un paramètre lié à la nature de la roche (notion de cohésion, typiquement de 0,1 à 5).
- a un terme sans dimension permettant de définir la forme du critère. Il est usuellement pris égal à 0,5.

Ce critère de rupture a été conçu pour pouvoir s'appliquer à l'échelle du massif (rôle du paramètre s qui prend en compte la fracturation micro et macroscopique). Le critère de Hoek-Brown permet donc de modéliser le massif rocheux dans sa globalité.

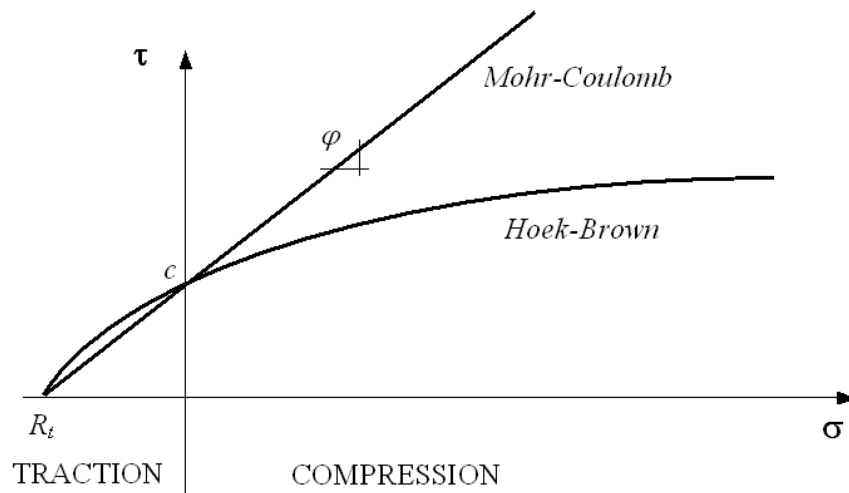


Fig. 1.5 – Comparaison des deux surfaces de charge des critères de Mohr-Coulomb et Hoek-Brown dans le plan de Mohr.

1.2.3 Quelques autres modèles plastiques...

Plasticité de Drucker-Prager

Les modèles de Mohr-Coulomb et Hoek-Brown sont très adaptés aux problèmes bidimensionnels en déformations planes. Dès lors qu'on veut calculer un ouvrage en 3D, avec un chemin de contrainte complexe, on se heurte à une indétermination aux angles du critère. Le régime d'arêtes pose donc quelques soucis dans la résolution des routines numériques.

En partie pour cette raison, il est possible de perfectionner le critère circulaire de Von Mises, couramment utilisé pour les métaux, afin d'intégrer l'effet des contraintes hydrostatiques et ainsi de se rapprocher du comportement des géomatériaux. On aboutit alors au critère proposé par Drucker et Prager en 1952 qui s'exprime ainsi, en plasticité parfaite :

$$f = q - \tan \beta p_m - k = 0 \quad (1.20)$$

Avec β et k deux constantes du matériau, qu'il est possible de relier au c et φ du critère de Mohr-Coulomb, $q = \sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2}} (\boldsymbol{\sigma}^D : \boldsymbol{\sigma}^D)$ la contrainte de Von Mises, équivalente au *déviateur* lors

d'un essai triaxial, $\sigma^D = \sigma - \frac{1}{3}tr\sigma\mathbf{I}$ la partie déviatorique du tenseur des contraintes, $p_m = \frac{1}{3}tr(\sigma)$ la contrainte hydrostatique ou moyenne.

Ce critère de plasticité dans sa forme initiale proposée ci-dessus, très répandu dans les codes de calcul numérique car robuste, a toutefois l'inconvénient d'être symétrique par rapport à l'axe hydrostatique. Ce n'est effectivement pas ce que l'on observe expérimentalement. Malgré tout il constitue une première approche intéressante pour la prise en compte des phénomènes plastiques.

Modèle de Laigle

Les comportements post-pic, dans la partie plastique, ont intéressé de nombreux auteurs (Pagnet, 1976a; Prévost et Höeg, 1975; Brown et al., 1983; Varas et al., 2005). Il existe un modèle qui résume les dernières approches en matière de dégradation des propriétés mécaniques des roches : le modèle de Laigle (2004) proposé pour les roches tendres (Fig. 1.6).

L'expression mathématique de la surface de charge élasto-plastique est calée sur le critère de Hoek-Brown généralisé, avec des paramètres a , m et s qui dépendent de la déformation déviatorique plastique cumulée γ^p :

$$f = \sigma_{max} - \sigma_{min} - R_c \left(m(\gamma^p) \frac{\sigma_{min}}{R_c} + s(\gamma^p) \right)^{a(\gamma^p)} = 0 \quad (1.21)$$

où

$$\gamma^p = \int \sqrt{\frac{2}{3} d\epsilon^{pD} : d\epsilon^{pD}} \quad (1.22)$$

$\epsilon^{pD} = \epsilon^p - \frac{1}{3}tr\epsilon^p\mathbf{I}$ étant la partie déviatorique du tenseur des déformations plastiques.

L'auteur propose ensuite diverses lois d'écrouissages pour chaque paramètre, collant au plus près aux observations expérimentales (adoucissement et phase résiduelle). Il élargit également son modèle au cas de la visco-plasticité. Ce type de modélisation, où les paramètres plastiques sont dégradés mathématiquement, a permis de retrouver avec une bonne précision des zones de rupture et des convergences que les modèles classiques ne pouvaient pas obtenir. Il reste tout de même un nombre important de paramètres à identifier – une vingtaine – et une certaine complexité d'utilisation dès lors que le calcul est réellement tridimensionnel (Kleine, 2007b).

1.3 Modèles d'endommagement

1.3.1 Observations physiques de l'endommagement

Le terme endommagement est assez explicite : il désigne l'action ou l'état d'un matériau ayant subi du dommage, de la dégradation. A l'échelle d'un échantillon l'endommagement peut être quantifié sous plusieurs formes et modélisé de différentes façons. A la base cependant, c'est un phénomène physique qui est maintenant bien connu. L'endommagement est intimement lié au nombre, à la forme et à la répartition des micro-fissures présentes dans le matériau (Leckie et Onat, 1981; Kachanov, 1992).

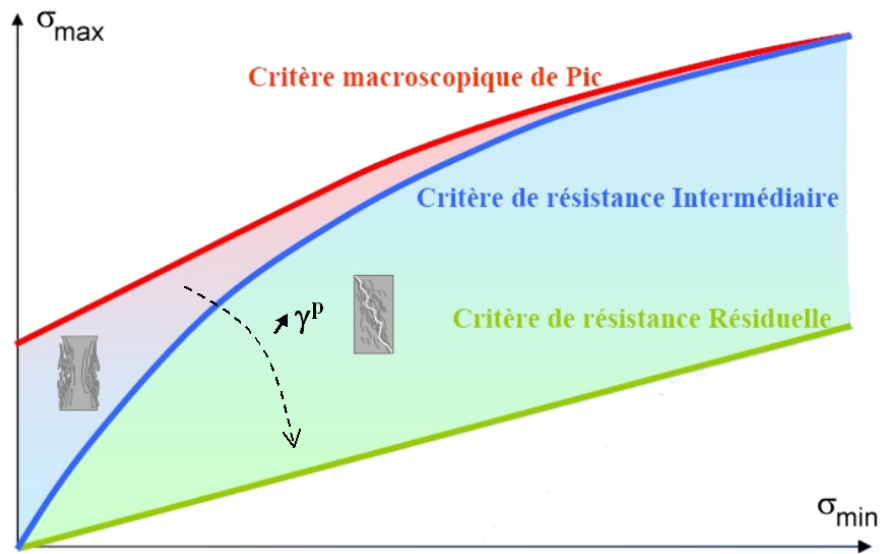


Fig. 1.6 – Evolution de la fonction de charge du modèle de Laigle avec les déformations plastiques. Le critère final est une droite de Mohr-Coulomb.

Dans les roches, un certain nombre de micro-fissures préexistantes, non-visibles à l'oeil nu, ont été causées par leur histoire. Comment? Au cours de la vie du rocher, les contraintes tectoniques – parfois énormes en zones montagneuses – ont engendré des états de compression, d'extension et de cisaillement qui ont fragilisé la structure minéralogique. Ces dégradations internes peuvent aller de l'état microscopique à l'état macroscopique, en témoignent les nombreuses diaclases, failles, stylolithes et autres discontinuités observées par les géologues (Mattauer, 1998; Durville, 2001). On parle alors d'endommagement initial, inclu dès l'origine avant toute autre sollicitation. Pour le dimensionnement des ouvrages, il est important de connaître cet état initial. Les lames minces, la vitesse de propagation des ondes, les émissions acoustiques, la mesure de la porosité ou l'inspection visuelle sont autant de méthodes permettant d'estimer de façon plus ou moins précise cet état zéro.

Ensuite dès les premières sollicitations, il faut pouvoir quantifier et si possible mesurer deux choses :

- le moment où l'endommagement va progresser, où les fissures vont commencer à s'aggrandir et/ou de nouvelles vont apparaître ;
- la façon dont le matériau va s'endommager, ainsi que l'évolution du phénomène.

Cette progression inexorable de l'endommagement aboutit au final à la rupture, lorsque de microscopiques les fissures deviennent macroscopiques après propagation puis coalescence¹².

Le premier à avoir étudié et proposé une explication de ce phénomène est (Griffith, 1924), en étudiant les sollicitations autour d'une fissure elliptique.

Ce mécanisme de dégradation peut s'observer de trois façons différentes en travaux souterrains :

1. de façon **dynamique**, suite au tir d'explosifs pour l'excavation par exemple ;

12. coalescence : lorsque plusieurs fissures se rejoignent.

2. de façon **monotone**, suite au réarrangement des contraintes autour de l'excavation (déconfinement) ;
3. de façon **temporelle**, pour certaines roches montrant un comportement différé prononcé (marnes, roches salines, etc.).

Le présent travail de thèse s'est uniquement intéressé au deuxième point.

Exemples d'endommagement

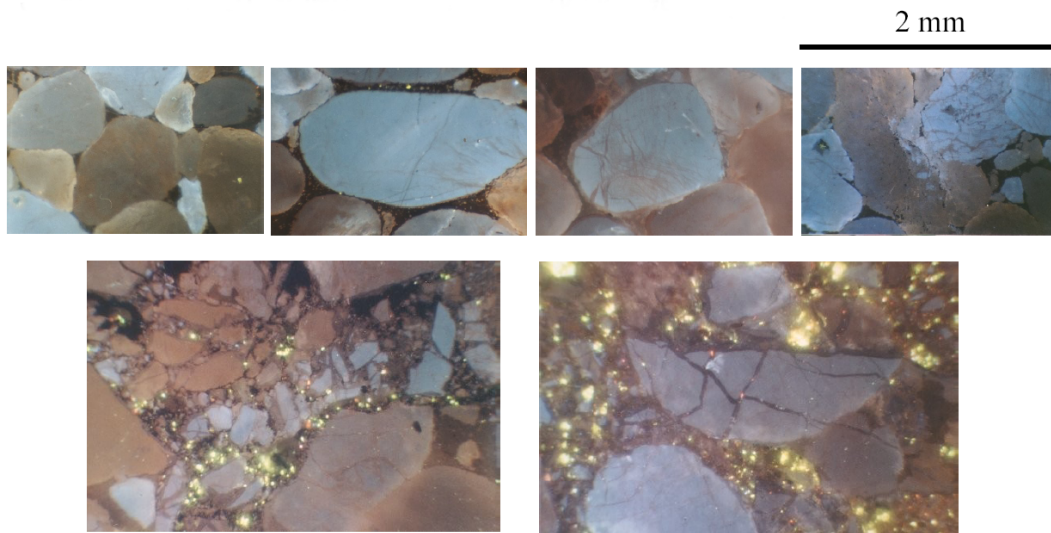


Fig. 1.7 – Propagation et création de fissures dans une quartzite, sous différentes sollicitations. *School of Earth Sciences, University of Leeds (UK)*

L'exemple donné figure 1.7 s'appuie sur une quartzite, roche métamorphique très compacte issue de la transformation à forte pression et température d'un grès siliceux. Ces images ont été prises par le laboratoire de l'Ecole des Sciences de la Terre à Leeds (UK), sur différents échantillons prélevés à différents niveaux de sollicitation autour d'une faille (roche cataclastique)¹³. Les microphotographies ont été prises sous lumière polarisée.

On observe très bien l'évolution de la fissuration, qui commence au niveau des contacts entre grains pour finalement se propager dans tout le milieu. La roche finale est broyée et poreuse, c'est l'état ultime de l'endommagement.

La photographie 1.8 montre, dans le contexte du chantier du tunnel du Mont-Blanc, l'effet de l'endommagement sur les parois d'un tunnel. Dans une roche considérée fragile – le gneiss ou le protogyne – les microfissures se rejoignent très brutalement à grande profondeur en formant des écailles (*scaling*), des plaques (*spalling*), ou pire en créant de véritables explosions de roche (*rockbursts*). La solution consiste bien souvent à retenir ces terrains décohésionnés et instables par un boulonnage très important. Le travail de l'ingénieur d'études consiste donc à éviter que ce phénomène n'apparaisse. Ces observations ont été étudiées récemment par Kaiser et son équipe sur le tunnel du Lötschberg (Kaiser, 2006).

13. <http://earth.leeds.ac.uk/assynt/index.htm>

La photographie 1.9 est une belle illustration des premier et troisième points du paragraphe précédent : l'endommagement dynamique et à long terme. Le tunnel du Chat, creusé dans les années 1930 à l'explosif et non-revêtu, traverse les couches marno-calcaires du massif de l'Épine, au nord-ouest de Chambéry. Pendant près de 70 ans, aucun désordre n'a été constaté et le tunnel ne semblait pas beaucoup évoluer. En 2005, le Cetu a été sollicité pour venir inspecter l'ouvrage suite à la chute de blocs constatée sur l'habillage de protection en tôles métalliques. Le cliché 1.9, pris au flash déporté, montre une zone marneuse avec un écaillage important. La solution d'urgence a été de purger les zones instables et de renforcer la surveillance. Mais le phénomène pourrait bien se reproduire. L'expertise a abouti à l'explication suivante :

- un premier endommagement du massif a certainement été causé par l'excavation à l'explosif, à une époque où les vibrations et les chocs induits par les détonations étaient très mal connus ;
- dans les zones plus marneuses (plus argileuses) sensibles aux effets à long terme, les fissures se sont propagées progressivement pour se rejoindre et former des plaques.

Si tel est le cas, la situation devrait s'améliorer une fois la zone touchée par l'endommagement initial entièrement purgée.

Pour terminer, citons le cas de la descenderie de St-Martin-la-Porte, sur le projet Lyon-Turin. La galerie est creusée dans des schistes houillers tectonisés. Le passage du tunnel a suffi à transformer le matériau et le rendre fortement déformable, sur une épaisseur plurimétrique derrière les soutènements. La photographie 1.10 illustre l'ampleur des convergences, pouvant atteindre voire dépasser le mètre selon les zones. La solution choisie dans cette portion d'ouvrage fut le réalésage, c'est-à-dire le recreusement des parois pour remettre la galerie aux dimensions du projet définitif. Là encore, l'estimation de l'endommagement initial puis de son évolution est une approche possible.



Fig. 1.8 – Parois du tunnel du Mont-Blanc durant son excavation.



Fig. 1.9 – Parois du tunnel du Chat photographiées pendant l'inspection de 2005 (Cetu).

Endommagement et plasticité

Nous le verrons dans la suite de ce mémoire, la notion d'endommagement est à dissocier de la notion de plasticité. La différence est bel et bien physique, même si les résultats des modélisations mathématiques peuvent paraître assez similaires.



Fig. 1.10 – Déformations de la descenderie de St-Martin-la-Porte sur le projet Lyon-Turin (photo Cetu-LTF / PM 1270 / mars 2006).

La plasticité caractérise une évolution irréversible et non-linéaire du matériau, où les paramètres élastiques ne subissent aucune dégradation (raideur et coefficient de Poisson). Sur le plan minéralogique, le terme désigne stricto-sensu :

- soit des mouvements de dislocation entre grains (roches évaporitiques) ;
- soit des glissements-frottements sur des discontinuités existantes (roches fragiles) ;
- soit des extrusions et mouvements de matière (partie argileuse des roches marneuses par exemple).

L'irréversibilité est une conséquence de la dégradation interne du matériau. Pour quantifier cette dégradation, il est nécessaire d'intégrer un mécanisme de propagation de fissures, nommé endommagement s'il est défini en moyenne, qui se caractérise par une perte de rigidité progressive.

En d'autres termes, une roche a très souvent un comportement à la fois plastique et endommageable. La prépondérance d'un phénomène vis à vis de l'autre dépend :

- de la nature de la roche (argileuse, cristalline, carbonatée, etc.) ;
- de l'état de contrainte environnant (par exemple, un granite en surface n'a pas le même comportement qu'en profondeur).

La figure 1.11 est une illustration du couplage plasticité-endommagement : les décharges successives d'un essai dilatométrique en forage font apparaître une déformation permanente mais aussi une diminution de la rigidité du rocher. L'histoire de la mécanique, et en particulier de la géomécanique, permet d'expliquer que la très grande majorité des ouvrages soit encore dimensionnée par des lois élasto-plastiques, n'intégrant pas l'endommagement. On se heurte en effet souvent à des problèmes d'identification et de modélisation de ce phénomène. Le paragraphe suivant expose

les différentes approches de modélisation de l'endommagement pour finir par l'endommagement continu, cadre théorique de cette thèse.

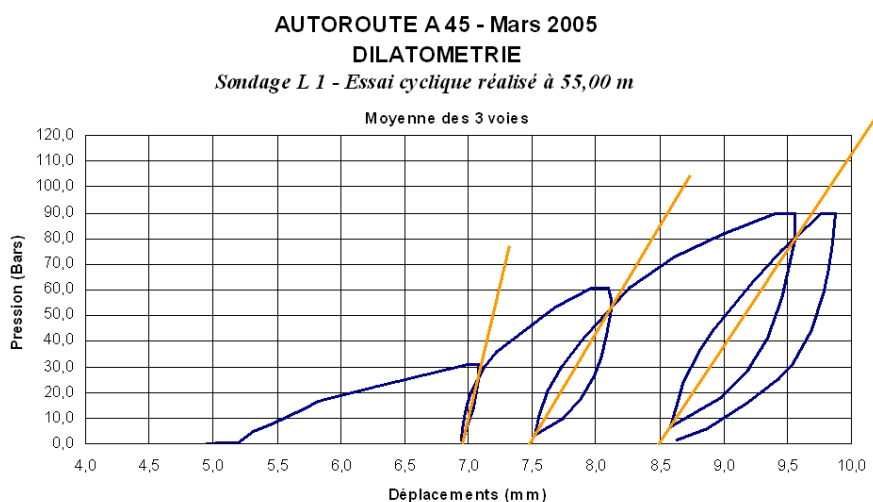


Fig. 1.11 – Essai dilatométrique en forage sur des micaschistes. Projet A45 (Cetu).

1.3.2 Différentes approches de l'endommagement

Mécanique de la fracture

Initiée par (Griffith, 1924), puis complétée et modifiée par (Irwin, 1957), la mécanique de la fracture ou *mécanique de la rupture par fissuration* permet d'anticiper le moment où l'ensemble des fissures entraîne la rupture. Rice (1968) et Bazant (1984) ont par la suite énormément contribué à sa diffusion pour les matériaux quasi-fragiles.

L'idée générale de tous les modèles entrant dans le cadre de cette approche est l'étude des facteurs d'intensité des contraintes – ou des taux de restitution d'énergie – en élasticité et à l'échelle d'une structure fissurée, pour ensuite calculer l'état mécanique critique qui va initier la propagation de fissures. A partir de cette première étude il est possible de changer d'échelle et de raisonner sur un échantillon de la taille d'un VER (Fig. 1.12). Le passage micro/macro est un point clef, rendu possible par les théories d'homogénéisation et les modèles multi-échelles. Dans le cas des matériaux rocheux, les hétérogénéités, la présence de zones de faiblesses et l'identification des paramètres sont des freins à leur plus large diffusion dans le monde de l'ingénierie.

Des applications très intéressantes de cette théorie ont été démontrées pour les roches cristallines. Le phénomène de *rockburst* à grande profondeur, déjà évoqué, s'explique assez bien par la mécanique de la fracture (Rice, 1984). Pour des problèmes bien spécifiques, comme celui du stockage des déchets radioactifs, de l'impact des explosifs ou le calcul des structures souterraines très complexes, certains auteurs ont proposé des modèles relativement détaillés avec des processus d'homogénéisation (Zhao et al., 2004; Homand-Etienne et al., 1998; Grange et al., 2007). Mitaim et Detournay (2004) ont proposé une approche intéressante pour le dimensionnement courant dans les massifs rocheux fragiles.

Mais dans tous les cas, il reste un nombre non-négligeable de paramètres assez délicats à identifier et des problèmes numériques importants pour les calculs 3D.

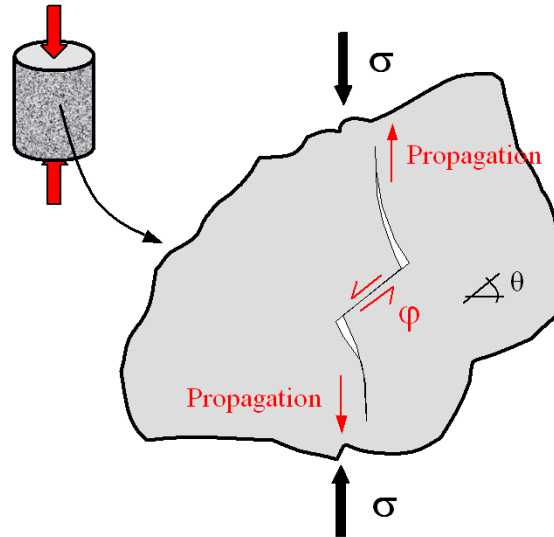


Fig. 1.12 – Essai de compression simple et schéma de départ d’une fissure pouvant se propager (d’après Mi-taim et Detournay, 2004).

Variation des paramètres de plasticité

Une des conséquences de l’endommagement est le phénomène d’adoucissement accompagnant la rupture (phase *post-pic*), que l’on observe sur de nombreuses roches. Pour modéliser cette dégradation du matériau et de sa résistance, plusieurs mécaniciens ont proposé de modifier les paramètres des modèles de plasticité bien connus. Laigle (2004) s’est appuyé sur le critère de Hoek-Brown, comme nous l’avons vu dans la partie 1.2.3. Le modèle CWFS – *Cohesion Weakening - Frictional Strengthening* – est une autre formulation du même principe, mais cette fois-ci en s’appuyant sur le critère de Mohr-Coulomb (Hajiabdolmajid et al., 2002).

Le critère CWFS est basé sur la dépendance des termes de cohésion et de frottement à la déformation. L’idée à la base du modèle est de rendre compte du phénomène suivant : avec l’ouverture de nouvelles fissures et la propagation de celles existantes, on constate une chute de la cohésion du matériau mais également une augmentation du frottement interne (sur les lèvres de la fissure). Ces deux évolutions sont pilotées par les déformations plastiques, jusqu’à atteindre des valeurs résiduelles. La surface de charge prend alors la forme suivante dans le plan de Mohr :

$$f(\sigma) = g_1(c, p) + g_2(\sigma_n, p) \tan \varphi \quad (1.23)$$

Où les termes du critère évoluent via les fonctions g_1 et g_2 avec p , la déformation plastique cumulée.

$$p = \int \sqrt{\frac{2}{3}} (\dot{\epsilon}^p : \dot{\epsilon}^p) dt \quad (1.24)$$

Cette valeur est très proche de γ^p , défini page 22 avec les déviateurs, dans de nombreuses situations. Au total, la loi de comportement compte une dizaine de paramètres matériau.

La figure 1.13 illustre le résultat d'un calcul utilisant le code FLAC et le modèle CWFS pour le cas de la galerie d'essai du laboratoire souterrain canadien *URL*. La roche est granitique, homogène, très peu fracturée et l'état de contrainte très anisotrope. Le modèle a prédit avec une très bonne précision les zones de rupture autour du tunnel, ainsi que leur forme. Aucun autre modèle élasto-plastique n'a permis de rendre compte de ce phénomène avec autant de réalisme.

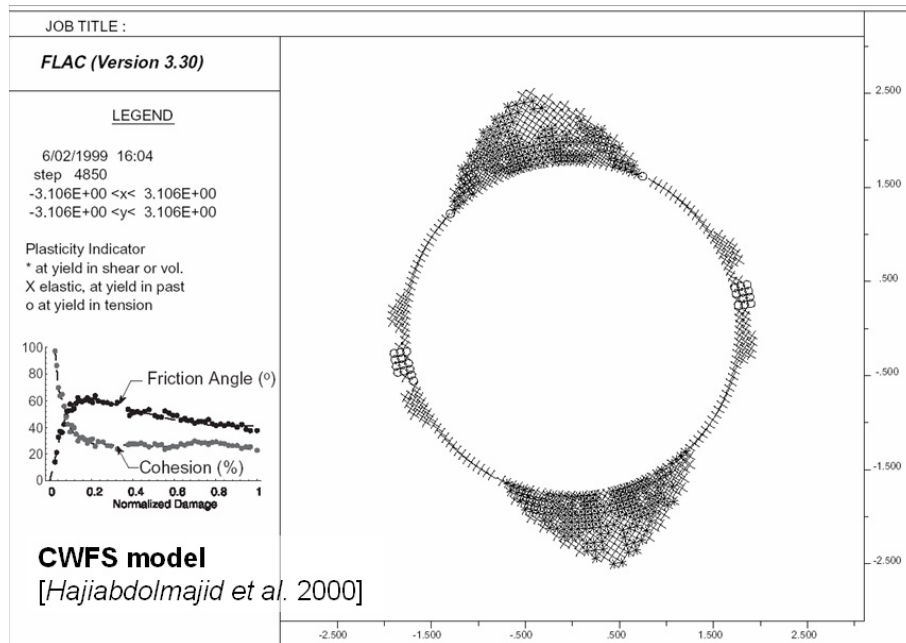


Fig. 1.13 – Résultat d'un calcul sous FLAC à partir du modèle CWFS (carte des points plastiques). *Mine-By tunnel du laboratoire canadien URL*. (Hajiabdolmajid et al., 2002)

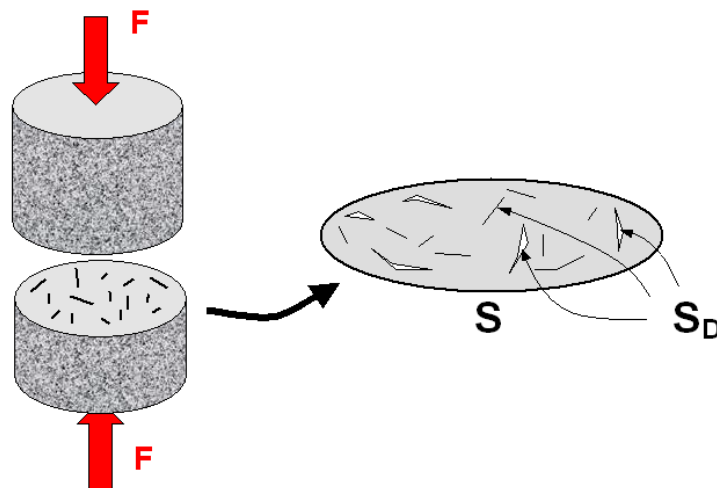


Fig. 1.14 – Croquis explicatif de la variable *D*.

Endommagement continu

L'endommagement nous l'avons vu, peut très bien se mettre en évidence par des observations expérimentales, c'est-à-dire par la considération de *phénomènes* spécifiques. La perte de raideur est l'exemple le plus flagrant.

La mécanique de l'endommagement continu propose de quantifier l'état d'endommagement du matériau par une variable scalaire D variant de 0, l'état non-endommagé à 1, l'endommagement à la rupture. Le concept a été établi par Kachanov (1958) puis le cadre théorique développé et décliné sur différents matériaux par Lemaitre et Chaboche (1985) et Krajcinovic (1987) notamment.

Principe La variable D a un sens physique. Elle représente la part des vides ou des microfissures dus aux fractures et autres cavités dans une section considérée. La Figure 1.14 illustre cette définition dans le cas d'un essai de compression simple. On écrit :

$$D = \frac{S_D}{S} \quad (1.25)$$

où S_D est la surface des fissures dans le plan contenant la section S considérée. Si cette valeur est identique quelque soit la direction du plan de section choisie, alors l'endommagement est dit *isotrope*.

Dès lors que l'on a défini cette variable d'état, on peut l'intégrer dans un cadre mécanique et thermodynamique rigoureux. Pour ce faire et pour faciliter la modélisation, il est intéressant d'introduire la grandeur $\check{\sigma}$, nommée *contrainte effective*, qui est la contrainte réellement appliquée au matériau *en moyenne*. Dans notre exemple, au lieu d'utiliser la contrainte σ classique,

$$\sigma = \frac{F}{S} \quad (1.26)$$

on utilisera la contrainte effective $\check{\sigma}$,

$$\check{\sigma} = \frac{F}{S - S_D} \quad (1.27)$$

ou encore,

$$\check{\sigma} = \frac{\sigma}{1 - D} \quad (1.28)$$

Cette contrainte est donc plus proche de la sollicitation appliquée sur le matériau sain autour des micro-cavités ou des microfissures. Et il suffit donc de travailler avec $\check{\sigma}$ plutôt qu'avec σ dans les modèles élasto-plastiques pour y intégrer automatiquement les effets de l'endommagement. C'est le *principe d'équivalence en déformations*, proposé par Lemaitre (1971), où l'on postule l'équivalence en déformation entre la roche saine de module E , supportant une contrainte effective $\check{\sigma}$ et la roche endommagée de module \check{E} sollicitée par une contrainte σ . On aura $\check{\sigma} = E\epsilon$ et $\sigma = \check{E}\epsilon$ (roche endommagée). A partir des définitions ci-dessus, on peut montrer que :

$$D = 1 - \frac{\check{E}}{E} \quad (1.29)$$

Ce qui permet d'estimer D directement par des essais de décharge et par mesure des modules sécants successifs \check{E} .

Cette mesure de D — lorsqu'elle est possible — est ponctuelle. Il nous reste donc à régler le problème du calcul de D à chaque instant. La thermodynamique des milieux continus nous fournit un cadre de travail très intéressant.

Le détail de la théorie de l'endommagement continu est donné dans (Lemaitre et Chaboche, 1985; Lemaitre et Desmorat, 2005). Contentons-nous ici de rappeler que D sera considérée comme une variable d'état. Le potentiel thermodynamique du matériau ψ dépendra donc de D , mais également des autres variables d'état (selon la modélisation choisie : la température T , la déformation totale ϵ , la déformation plastique cumulée $p...$). Ce potentiel permet d'exprimer la loi de comportement du matériau, avec ρ la densité :

$$\sigma = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \epsilon} \quad (1.30)$$

Et également de calculer la variable associée à l'endommagement, que l'on note Y et qui est désignée sous le vocable *taux de restitution de densité d'énergie* :

$$Y = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial D} \quad (1.31)$$

Pour des potentiels simples, cette énergie est facilement calculable. C'est en réalité l'énergie de déformation élastique dans l'état non-endommagé. La loi d'évolution de la variable d'endommagement, quant à elle, dérive d'un pseudo-potentiel de dissipation F_D dont l'existence est postulée. Celui-ci permet de calculer \dot{D} en fonction de Y :

$$\dot{D} = \dot{\lambda} \frac{\partial F_D}{\partial Y} \quad (1.32)$$

où $\dot{\lambda}$ est le multiplicateur d'endommagement¹⁴. Si le modèle est associé, le critère d'endommagement f qui définit le moment où le matériau commence à s'endommager sera égal au potentiel F_D . Dans tous les cas – associés ou non – ce critère sera défini de telle sorte que si $f < 0$, il n'y aura pas d'endommagement et si $f = 0$ ainsi que $\dot{f} = 0$ le matériau s'endommagera. C'est la condition de consistance.

Application à différents matériaux Les modèles continus concernent de nombreux matériaux, où la notion d'endommagement est plus ou moins intuitive : métaux (Murakami et Ohno, 1978; Chaboche, 1993; Lemaitre et Chaboche, 1985; Chow et Wang, 1987; Murakami, 1988; Lemaitre et al., 2000), élastomères (Miehe, 1995; Cantournet et Desmorat, 2003), bétons (Mazars, 1984; Laborde, 1991; Dragon et Halm, 1998; Bary et al., 2000; Desmorat, 2004; Desmorat et al., 2007), composites (Ladeveze et al., 1994) et bien entendu les roches (Charlez, 1991; Pellegrino, 1995; Chiarelli et al., 2003; Pellet, 2004; Fabre et Pellet, 2006). La forme incrémentale des lois considérées permet de traiter l'endommagement comme part du comportement d'un matériau ou d'une structure. Les paramètres d'endommagement sont introduits au même titre que les paramètres d'élasticité et de plasticité (Lemaitre et Desmorat, 2005).

On a vu se développer depuis quelques années des modèles et des concepts d'endommagement des roches couplés avec la plasticité ou la visco-plasticité (Salari et al., 2003), en particulier

14. La théorie de l'endommagement continu, on le voit ici, est similaire à la théorie de la plasticité puisqu'issue de considérations thermodynamiques. On comprend pourquoi elle est plus "simple" à appréhender et à utiliser de prime abord que les modèles de mécanique de la fracture.

pour les argilites de l'est de la France (Conil-Aublive, 2003; Chiarelli et al., 2003; Pellet, 2004). Pour ces mêmes argilites, des travaux ont été menés sur la relation entre l'endommagement et la perméabilité (Maleki et al., 2003). Ces modèles – répondant à la modélisation pointue d'ouvrages dans des matériaux endommageables (argilites, grès, granites, marnes indurées, etc.) – nécessitent toutefois l'identification d'un nombre relativement important de paramètres avec parfois la mise en oeuvre d'essais complexes ; ils conduisent souvent à des difficultés numériques conséquentes, tant au niveau de l'implantation numérique au sein d'un code de calculs par éléments ou différences finis qu'au niveau du temps de calcul. Un modèle ne sera utilisé de manière récurrente en ingénierie des travaux souterrains, pour des matériaux et des applications différentes, que si le nombre de paramètres n'est pas démesurément élevé et que la procédure d'identification est bien maîtrisée.

Dépendance au maillage Pour finir, il est important de souligner que les modèles avec adoucissement – endommagement ou écrouissage négatif – fournissent, après calcul aux éléments finis, des résultats dépendant fortement de la façon dont on a maillé la structure. Il est donc nécessaire, le cas échéant, de recourir à la *régularisation* du calcul, le plus souvent par l'introduction d'une longueur interne (Pijaudier-Cabot et Bazant, 1987; Haidar, 2002). On dit alors que le calcul est *non-local*.

1.4 Conclusion

L'étude bibliographique, résumée dans ce chapitre, illustre bien la complexité et la part encore très importante d'inconnue dans les travaux souterrains. Pour bien appréhender les phénomènes, il est important de bien connaître les procédés de creusement et de maîtriser des notions fondamentales de géologie et de pétrologie.

Dans ce milieu fermé et difficile à cerner pour le novice, le dimensionnement et le calcul des soutènements ainsi que l'étude de la stabilité des terrains sont l'affaire de laboratoires et de centres d'ingénierie spécialisés. Les connaissances ont énormément progressé depuis les premières études de mécanique des roches, dans les années 50. On pourrait croire qu'on a fait le tour de la méthode convergence-confinement et des différents comportements de terrains qui lui sont associés. En réalité c'est bien souvent la traditionnelle et non moins respectée loi de Mohr-Coulomb qui est utilisée. Et cette constatation est également valable pour les calculs numériques éléments-finis. Face à la complexité et la diversité des comportements, face également aux difficultés d'identification des modèles à nombreux paramètres, il est intéressant d'ouvrir de nouvelles perspectives. Les modèles d'endommagement continus semblent tout disposés à répondre à de nombreuses questions et pourraient fournir une alternative originale aux lois de plasticité classiques.

Dans le présent travail nous proposons une approche hiérarchique des phénomènes observés, en essayant de conserver cette idée : *améliorer la compréhension des mécanismes tout en ne complexifiant pas outre mesure les modèles*. C'est le chemin à suivre pour qu'un travail de recherche soit utile à la profession.

Chapitre 2

Loi d'endommagement pour la méthode convergence-confinement

Ce chapitre propose une première approche de l'endommagement en travaux souterrains. Il s'agit de modéliser l'élasticité non-linéaire et la fracturation de certaines roches par le biais de l'endommagement continu. La voie choisie pour y parvenir est d'utiliser un modèle simple afin de pouvoir proposer une solution quasi-analytique de l'équation de la courbe de convergence, tout au moins une expression facilement calculable point par point dans un tableur quelconque (Martin et al., 2006a; Martin et al., 2006b).

2.1 Loi d'endommagement quasi-fragile

Pour aboutir à une solution explicite du problème mécanique d'un tunnel circulaire profond, le modèle d'endommagement choisi ne doit pas être trop complexe. Le modèle isotrope de Marigo (Marigo, 1981), écrit dans un formalisme thermodynamique simple, accompagné d'une loi d'évolution de la variable D en racine carrée de l'énergie élastique (Ladeveze et al., 1994), est retenu. Bien que l'isotropie de l'endommagement rocheux soit une hypothèse forte, elle permet dans un premier temps d'obtenir une solution. Cette modélisation donne une expression linéaire de D en fonction des déformations. Avec le formalisme de la mécanique de l'endommagement ((Lemaitre et Chaboche, 1985) et partie 1.3.2), l'énergie libre ψ du matériau est écrite (ρ est la masse volumique):

$$\rho\psi = \frac{1}{2}\epsilon : \underline{\mathbf{E}}(1 - D) : \epsilon \quad (2.1)$$

où $\underline{\mathbf{E}}$ est le tenseur de Hooke du matériau sain, supposé isotrope.

La loi d'élasticité endommageable dérive de ce potentiel thermodynamique :

$$\sigma = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \epsilon} = \underline{\mathbf{E}}(1 - D) : \epsilon \quad (2.2)$$

La variable associée à D est le taux de restitution de densité d'énergie Y qui s'exprime ainsi :

$$Y = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial D} = \frac{1}{2}\epsilon : \underline{\mathbf{E}} : \epsilon \quad (2.3)$$

Dans le cas d'une sollicitation monotone, comme celle du creusement d'un tunnel classique, l'évolution de l'endommagement peut être écrite :

$$D = \begin{cases} 0 & \text{si } Y < Y_D \\ \frac{\sqrt{Y} - \sqrt{Y_D}}{S} & \text{si } Y \geq Y_D \end{cases} \quad (2.4)$$

soit encore, en définissant une fonction critère d'endommagement f ,

$$f = Y - \kappa(D) = Y - \left(SD + \sqrt{Y_D} \right)^2 \quad (2.5)$$

de sorte que si $f < 0$, le matériau se comporte de façon purement élastique et si $f = 0$ & $\dot{f} = 0$, l'endommagement évolue.

Ce modèle nécessite l'identification de deux paramètres caractéristiques du matériau considéré, en plus du module d'Young E et du coefficient de Poisson ν : le seuil d'endommagement Y_D et la résistance à l'endommagement S . Le paragraphe 2.2.6 explicite le rôle de ces deux paramètres.

Dans ces conditions, les hypothèses de déformations planes imposent :

$$\sigma_z = \nu(\sigma_r + \sigma_\theta) \quad (2.6)$$

Soit :

$$Y = \frac{1 + \nu}{2E(1 - D)^2} (\sigma_r^2 + \sigma_\theta^2 + \sigma_z^2) - \frac{\nu}{2E(1 - D)^2} (\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z)^2$$

En remplaçant σ_z par son expression (2.6), on aboutit à une expression uniquement dépendante de σ_r , σ_θ et D que l'on peut réécrire :

$$Y = \frac{w_e(\sigma_r, \sigma_\theta)}{(1 - D)^2} \quad (2.7)$$

où l'on a posé :

$$w_e = \frac{1 - \nu^2}{2E} (\sigma_r^2 + \sigma_\theta^2) - \frac{\nu(1 + \nu)}{E} \sigma_r \sigma_\theta \quad (2.8)$$

Remarque importante

Dans toute la suite, nous travaillerons en incréments globaux de contraintes et de déformations (entre l'instant t et l'instant initial) de sorte que $\sigma = \sigma_t - \sigma_0$ et $\epsilon = \epsilon_t - \epsilon_0$, avec σ_0 et ϵ_0 respectivement et classiquement en travaux souterrains la contrainte et la déformation initiales au point considéré.

2.2 Solution semi-analytique de la courbe de convergence

2.2.1 Résolution directe du problème mécanique

Le problème de la cavité circulaire en conditions axisymétriques, en déformations planes et soumise à un chargement en pression $-P_f$ en paroi pour simuler le déconfinement est connu. Il aboutit à l'équation de la courbe de convergence, comme détaillé dans la partie 1.1.2. Ce problème a été résolu en plasticité de Mohr-Coulomb par Salençon (Salençon, 1969) et pour le critère de Hoek-Brown par Carranza-Torres (Carranza-Torres, 2004). Dans les deux cas l'élasticité considérée est linéaire. Le calcul de la convergence avec non-linéarité élastique a été abordé par Panet (Panet, 1995) avec un modèle où le module de cisaillement varie en fonction de la distorsion (ou déviateur $\epsilon_r - \epsilon_\theta$ en déformations planes).

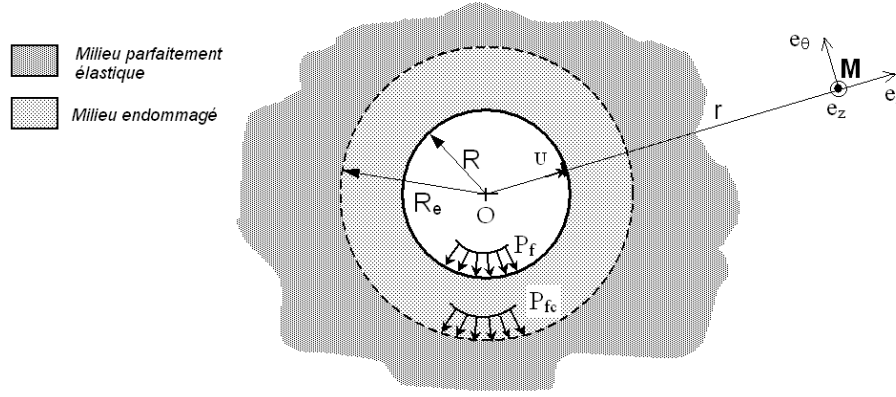


Fig. 2.1 – Coupe du tunnel théorique de la méthode convergence-confinement, avec les différentes notations du problème mécanique.

Déroulons les équations du problème avec le modèle d'endommagement proposé. Rappelons que la convention de signe choisie par défaut est celle de la mécanique des milieux continus : compressions négatives et tractions positives.

En axisymétrie et en déformations planes, les tenseurs des contraintes et des déformations peuvent s'écrire plus simplement sous forme de vecteurs ($U = |u_r|$):

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \sigma_z \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_r \\ \epsilon_\theta \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -dU/dr \\ -U/r \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

L'équation d'équilibre s'écrit en projection suivant \mathbf{e}_r :

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (2.10)$$

Les conditions aux limites imposent des incréments entre état initial, avant creusement et état final du calcul, au stade de déconfinement considéré :

$$\boldsymbol{\sigma}_{(r=R)} \cdot \mathbf{e}_r = P_f \quad \boldsymbol{\sigma}_{(r=\infty)} = 0 \quad (2.11)$$

L'équation (2.2) régissant le comportement du matériau s'écrit :

$$\begin{cases} \sigma_r = -\frac{E(1-D)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[(1-\nu) \frac{dU}{dr} + \nu \frac{U}{r} \right] \\ \sigma_\theta = -\frac{E(1-D)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\nu \frac{dU}{dr} + (1-\nu) \frac{U}{r} \right] \\ \sigma_z = -\nu \left[\frac{dU}{dr} + \frac{U}{r} \right] = \nu [\sigma_r + \sigma_\theta] \end{cases} \quad (2.12)$$

A la différence d'un calcul en élasticité linéaire, le module d'Young via D est ici fonction de r . En développant l'équation d'équilibre (2.10) on aboutit à l'équation différentielle en déplacement :

$$(1-\nu) \left(\frac{1}{r} \frac{dU}{dr} - \frac{U}{r^2} + \frac{d^2U}{dr^2} - \frac{1}{1-D} \frac{dD}{dr} \frac{dU}{dr} \right) - \frac{\nu}{1-D} \frac{dD}{dr} \frac{U}{r} = 0 \quad (2.13)$$

Si on est en élasticité pure, l'endommagement n'évolue pas et $\frac{dD}{dr} = 0$. On retrouve alors les résultats classiques déjà publiés.

Si l'endommagement croît, le critère est atteint et $\frac{dD}{dr} \neq 0$. D évolue alors selon la loi (2.4). Pour pouvoir trouver une solution à l'équation (2.13), il faut développer le terme d'endommagement. A partir de l'équation (2.3), on trouve :

$$Y = \frac{E}{2(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\left(\frac{dU}{dr} \right)^2 + \left(\frac{U}{r} \right)^2 - \nu \left(\frac{dU}{dr} - \frac{U}{r} \right)^2 \right] \quad (2.14)$$

L'Eq. (2.4) nous permet d'écrire :

$$\frac{dD}{dr} = \frac{1}{2S\sqrt{Y}} \frac{dY}{dr} \quad (2.15)$$

La dérivation de Y par rapport à r , puis le quotient du résultat par \sqrt{Y} donne une expression difficilement simplifiable avec de nombreux termes élevés au carré.

En conclusion l'équation différentielle (2.13) est non-linéaire, du second ordre et n'admet pas de solution évidente. Le calcul de la solution par une méthode d'intégration numérique, avec l'expression développée, est complexe du fait des nombreux termes quadratiques. Cette première approche ne fournit donc pas de solution satisfaisante.

2.2.2 La méthode hodographique en travaux souterrains

La méthode de calcul dite hodographique a été adaptée aux travaux souterrains par Biot en 1974 (Biot, 1974), afin d'étudier l'impact du comportement non-linéaire des roches sur les convergences. Elle fut ensuite reprise par Detournay et Vardoulakis (1985) qui l'utilisèrent pour calculer l'expression de la courbe de convergence dans le cas d'un matériau élasto-plastique avec écrouissage positif. Récemment, Mitaim et Detournay (2004) ont utilisé la méthode hodographique dans le cas d'une approche modélisant l'endommagement rocheux par la mécanique de la rupture, ainsi que pour un modèle de sol hyperbolique (Mitaim et Detournay, 2005). Précisons juste, à ce stade, que la méthode hodographique décrite ci-après a l'avantage de permettre la reformulation d'un problème aux dérivées partielles en une équation différentielle, non-linéaire dans le cas des matériaux endommageables. Cette réécriture des équations d'équilibre permet ainsi de résoudre des problèmes non-linéaires avec des méthodes d'intégration numérique courantes (Euler, Runge-Kutta, etc.).

En combinant les expressions des deux déformations données dans les équation 2.9, on obtient :

$$\frac{\epsilon_r - \epsilon_\theta}{r} = \frac{d\epsilon_\theta}{dr} \quad (2.16)$$

L'équation d'équilibre (2.10) et l'équation précédente (2.16) forment un système dont on déduit l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d\sigma_r}{d\epsilon_\theta} = - \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{\epsilon_r - \epsilon_\theta} \quad (2.17)$$

Une condition nécessaire à la transformation hodographique est la possibilité d'exprimer les déformations exclusivement en fonction des contraintes :

$$\epsilon_r = \epsilon_r(\sigma_r, \sigma_\theta) \quad \epsilon_\theta = \epsilon_\theta(\sigma_r, \sigma_\theta) \quad (2.18)$$

De cette formulation on tire la différentielle de ϵ_θ :

$$d\epsilon_\theta = \frac{\partial \epsilon_\theta}{\partial \sigma_r} d\sigma_r + \frac{\partial \epsilon_\theta}{\partial \sigma_\theta} d\sigma_\theta \quad (2.19)$$

que l'on introduit dans (2.17) pour obtenir :

$$\frac{d\sigma_r}{d\sigma_\theta} = \frac{\frac{\partial \epsilon_\theta}{\partial \sigma_\theta}}{-\frac{\epsilon_r - \epsilon_\theta}{\sigma_r - \sigma_\theta} - \frac{\partial \epsilon_\theta}{\partial \sigma_r}}$$

soit encore l'écriture suivante, plus commode pour la suite de notre étude :

$$\frac{d\sigma_\theta}{d\sigma_r}(\sigma_r, \sigma_\theta) = -\frac{\frac{\epsilon_r - \epsilon_\theta}{\sigma_r - \sigma_\theta} + \frac{\partial \epsilon_\theta}{\partial \sigma_r}}{\frac{\partial \epsilon_\theta}{\partial \sigma_\theta}} \quad (2.20)$$

Il s'agit d'une équation différentielle du premier ordre d'inconnue σ_θ , fonction de la variable σ_r , dont la solution est recherchée sous la forme $\sigma_\theta = \sigma_\theta(\sigma_r)$. La loi de comportement du matériau permet de relier les contraintes aux déformations $\epsilon_\theta = \epsilon_\theta(\sigma_r)$. La déformation orthoradiale définie en (2.9) sert ici à expliciter l'équation de la courbe de convergence :

$$U = -R \times \epsilon_\theta(\sigma_r) \quad (2.21)$$

où R est le rayon du tunnel.

Pour utiliser la méthode hodographique avec le modèle d'endommagement précédent, il est nécessaire dans un premier temps de réécrire les équations de comportement.

2.2.3 Réécriture de la loi de comportement

Pour un matériau endommagé suivant la loi d'évolution proposée en 2.1, l'équation (2.4) peut aussi s'exprimer en fonction de w_e :

$$D = \frac{1}{S} \left(\frac{\sqrt{w_e}}{1-D} - \sqrt{Y_D} \right) \quad (2.22)$$

On en tire une équation du second degré en D :

$$D^2 - \frac{S - \sqrt{Y_D}}{S} D + \frac{\sqrt{w_e} - \sqrt{Y_D}}{S} = 0 \quad (2.23)$$

En faisant l'hypothèse $S \geq \sqrt{Y_D}$ d'une résistance à l'endommagement suffisamment grande au regard du seuil d'endommagement (hypothèse validée lors des applications, dans la partie 2.4 par exemple), l'équation précédente livre une expression analytique de D en fonction de w_e , donc en fonction de σ_r et σ_θ :

$$D = D(\sigma_r, \sigma_\theta) = \frac{S - \sqrt{Y_D}}{2S} - \sqrt{\left(\frac{S - \sqrt{Y_D}}{2S} \right)^2 - \frac{\sqrt{w_e}(\sigma_r, \sigma_\theta) - \sqrt{Y_D}}{S}} \quad (2.24)$$

L'intégration de l'équation (2.20) pour la méthode hodographique nécessite les expressions de ϵ_r et ϵ_θ , expressions que l'on obtient aisément en écrivant la loi d'élasticité endommageable :

$$\epsilon = \frac{\mathbf{E}^{-1} : \sigma}{1-D} \quad (2.25)$$

En développant et en remplaçant σ_z par son expression (2.6), on aboutit alors à :

$$\begin{cases} \epsilon_r = \frac{1+\nu}{E(1-D)} [(1-\nu)\sigma_r - \nu\sigma_\theta] = \epsilon_r(\sigma_r, \sigma_\theta) \\ \epsilon_\theta = \frac{1+\nu}{E(1-D)} [(1-\nu)\sigma_\theta - \nu\sigma_r] = \epsilon_\theta(\sigma_r, \sigma_\theta) \end{cases} \quad (2.26)$$

2.2.4 Calcul de la courbe de convergence

Les étapes suivantes du calcul de la courbe de convergence consistent tout d'abord à remplacer l'endommagement D par son expression (2.24), puis à expliciter successivement :

$$\epsilon_r - \epsilon_\theta, \quad \frac{\partial \epsilon_\theta}{\partial \sigma_r} \quad \text{et} \quad \frac{\partial \epsilon_\theta}{\partial \sigma_\theta}$$

On aboutit au final à l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d\sigma_\theta}{d\sigma_r} = \frac{4\mathcal{B}(\mathcal{B}-L)(1-\nu)\left((\mathcal{B}-L)^2 - M\right) - (2N\sigma_r + P\sigma_\theta)\left((1-\nu)\sigma_\theta - \nu\sigma_r\right)}{-4\mathcal{B}(\mathcal{B}-L)(1-\nu)\left((\mathcal{B}-L)^2 - M\right) + (2N\sigma_\theta + P\sigma_r)\left((1-\nu)\sigma_\theta - \nu\sigma_r\right)} \quad (2.27)$$

où l'on a posé :

$$\mathcal{B} = L - \sqrt{M + \sqrt{N(\sigma_r^2 + \sigma_\theta^2) + P\sigma_r\sigma_\theta}} \quad (2.28)$$

$$L = \frac{E(S + \sqrt{Y_D})}{2S} \quad (2.29)$$

$$M = E^2 \left[\left(\frac{S - \sqrt{Y_D}}{2S} \right)^2 + \frac{\sqrt{Y_D}}{S} \right] \quad (2.30)$$

$$N = \frac{E^3(1-\nu^2)}{2S^2} \quad (2.31)$$

$$P = -\frac{E^3\nu(1+\nu)}{S^2} \quad (2.32)$$

Par une routine d'intégration numérique, par exemple de type Runge-Kutta, il est ensuite possible de calculer point par point le chemin de contrainte en paroi et de tracer ainsi de manière quasi-analytique la courbe de convergence d'un tunnel. Le détail de la feuille de calcul d'un tableur classique est fourni en annexe A.

2.2.5 Validation par la méthode des matrices de transfert

Pour tracer la courbe de convergence avec la loi d'endommagement choisie et par le biais des matrices de transfert (cf. partie 1.1.2), il suffit de calculer explicitement la matrice tangente $[L]$. Dans notre cas, la loi de Marigo (2.4) s'écrit sous la forme du critère d'endommagement $f = 0$ (Eq. (2.5)).

La condition de consistance $f = 0$ et $\dot{f} = 0$ impose :

$$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial Y} \dot{Y} + \frac{\partial f}{\partial D} \dot{D} = 0 \quad (2.33)$$

Ce qui donne :

$$\dot{D} = \frac{\dot{Y}}{2S(SD + \sqrt{Y_D})} \quad (2.34)$$

Or, sachant que le tenseur d'élasticité $[E]$ est symétrique,

$$\dot{Y} = (\vec{\epsilon})^T [E] \vec{\epsilon} \quad (2.35)$$

En remplaçant dans l'équation (2.34), on obtient la forme incrémentale suivante :

$$\dot{D} = \frac{(\vec{\epsilon})^T [E] \vec{\epsilon}}{2S(SD + \sqrt{Y_D})} \quad (2.36)$$

La loi d'élasticité s'écrit sous forme incrémentale :

$$\vec{\sigma} = (1 - D)[E] \vec{\epsilon} - \dot{D}[E] \vec{\epsilon} \quad (2.37)$$

En remplaçant \dot{D} par son expression (2.36), on a $\vec{\sigma} = [L] : \vec{\epsilon}$ avec pour matrice tangente :

$$[L] = (1 - D)[E] - \frac{[E] \vec{\epsilon} (\vec{\epsilon})^T [E]}{2S(SD + \sqrt{Y_D})} \quad (2.38)$$

Grâce à cette matrice, il est possible de calculer de proche en proche les incréments de déplacement ΔU et de contrainte radiale $\Delta \sigma_r$ pour chaque tranche de terrain considérée. Un programme Matlab a été réalisé pour calculer presque instantanément les courbes de convergence par l'intermédiaire des matrices de transfert. Les résultats exposés tout au long du mémoire sont issus de ce programme.

Pour valider la feuille de calcul basée sur la méthode hodographique, nous avons comparé les résultats issus des deux méthodes pour un exemple, celui d'un tunnel routier classique à une cinquantaine de mètres de profondeur ($S = 0.35 \text{MPa}^{1/2}$, $Y_D = 0.005 \text{MPa}$, $E = 80 \text{MPa}$, $\nu = 0.3$, $\sigma_0 = 1.25 \text{MPa}$ et $R = 6 \text{m}$). La figure 2.2 est le résultat des deux calculs avec endommagement, comparés entre eux et avec un calcul purement élastique, sans endommagement. On remarque que les courbes de convergence, de chemin de contrainte et d'endommagement sont rigoureusement identiques. Par ailleurs, la comparaison avec d'autres jeux de paramètres permet de valider la solution semi-analytique ainsi que l'implémentation numérique par la méthode des matrices de transfert.

Le chemin de contrainte concorde bien avec les observations en paroi et les autres modèles d'élasticité non-linéaire (Santarelli et al., 1986; Nawrocki et al., 1995). L'endommagement fait chuter la contrainte orthoradiale σ_θ tandis que la contrainte radiale σ_r continue de diminuer pour finalement s'annuler à la fin du déconfinement. Cet amoindrissement de l'*effet de voûte* entraîne une augmentation du déplacement radial du massif. La courbe de convergence le confirme très nettement.

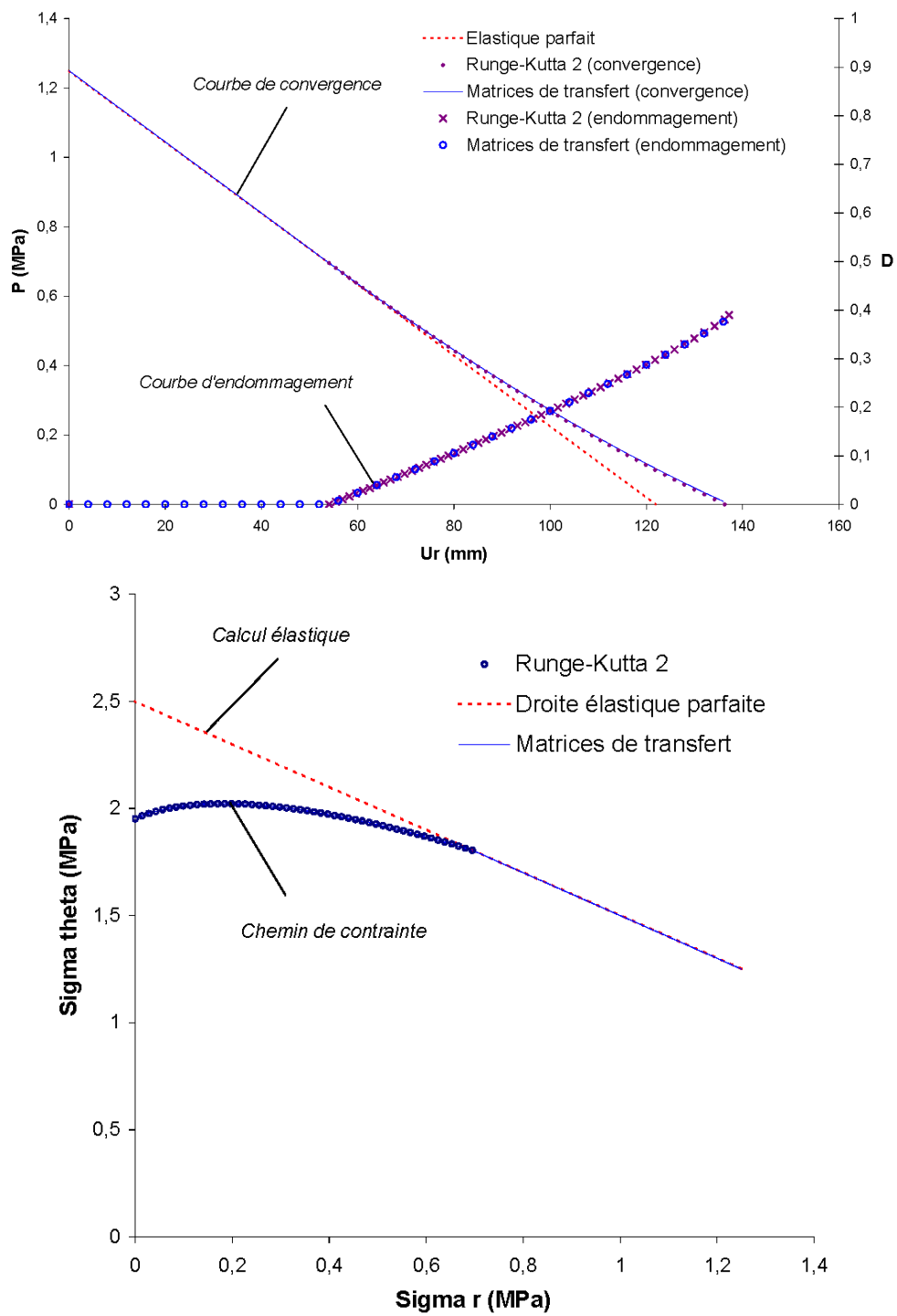


Fig. 2.2 – Comparaison des deux méthodes pour un exemple de validation (contrainte initiale σ_0 de 1,25 MPa).

2.2.6 Analyse de sensibilité aux paramètres d'endommagement Y_D et S .

Le modèle d'endommagement de Marigo utilise 4 paramètres : E , ν , Y_D et S . L'identification de ceux-ci, à partir d'un essai triaxial, sera explicitée au paragraphe 2.4.

La figure 2.3 présente les résultats comparés du chemin de contrainte et de la courbe de convergence pour différentes valeurs de S allant de 0,25 à 1 $\text{MPa}^{1/2}$. On observe ainsi que le paramètre S pilote la rapidité à laquelle la roche s'endommage. Plus S est grand et plus le matériau se rapproche d'un comportement parfaitement élastique. Pour des faibles valeurs, la chute de contrainte orthoradiale σ_θ est beaucoup plus rapide et le calcul s'arrête bien plus tôt (perte d'unicité, cf. partie 2.3).

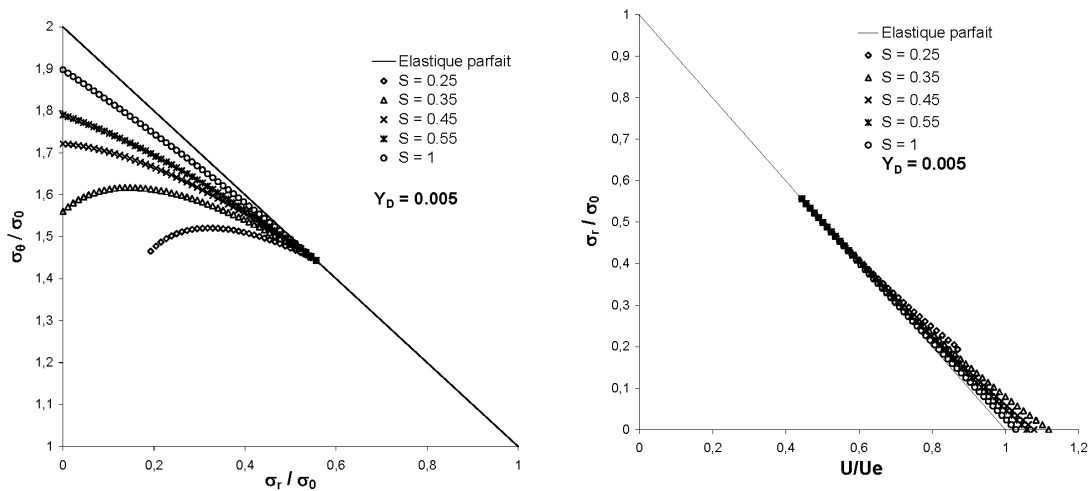


Fig. 2.3 – Variation normalisée du chemin de contrainte (à gauche) et de la courbe de convergence (à droite) pour diverses valeurs de S (en $\text{MPa}^{1/2}$) à Y_D fixé (en MPa).

Sur la figure 2.4, la valeur de la résistance à l'endommagement S a été fixée et c est la valeur du seuil d'endommagement Y_D qui varie. Ce seuil, exprimé en énergie élastique, simule donc bien le moment où les premiers symptômes d'endommagement se font ressentir. Dans bien des cas les matériaux rocheux ont un comportement non-linéaire dès les premières déformations. Les chemins de contrainte et les courbes de convergence réels se rapprochent donc plus de ceux obtenus en prenant $Y_D = 0$.

2.3 Localisation des déformations

L'apparition d'une surface de rupture en paroi de tunnel est la manifestation finale d'une localisation de la déformation, souvent initiée par une première zone de faiblesse. Par conséquent, la déformation n'est plus celle d'un milieu continu et homogène. L'explication mécanique ne peut plus être fournie par un simple calcul plastique ou d'endommagement sous condition 1D ou axi-symétrique.

La théorie de la localisation fournit un cadre conceptuel pour essayer de comprendre à quel moment l'instabilité peut survenir, et comment elle va se développer. En mécanique des roches,

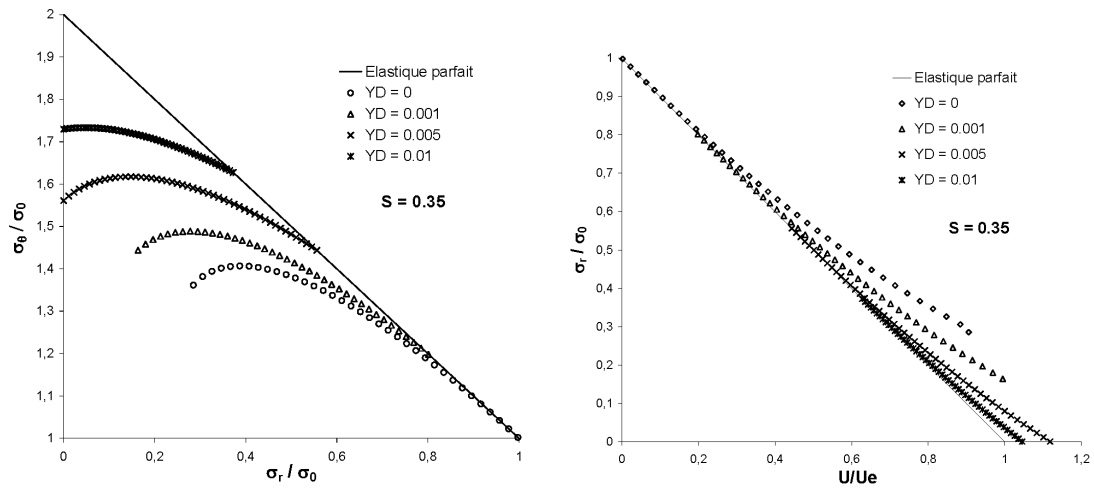


Fig. 2.4 – Variation normalisée du chemin de contrainte (à gauche) et de la courbe de convergence (à droite) pour diverses valeurs de Y_D (en MPa) à S fixé (en $\text{MPa}^{1/2}$).

ce problème continue d'engendrer d'importants travaux (Santarelli, 1990; Alsiny et al., 1992; Benallal et Comi, 2000; Zervos et al., 2001) et plus particulièrement en tunnels (Sulem, 1994; Varas et al., 2005).

Pour nous affranchir des problèmes de localisation, tout au moins dans le cadre de cette thèse, il est important de quantifier le moment où une bande de déformations peut apparaître et où nos calculs de convergence risquent d'être faussés. Il est ensuite possible de borner notre domaine d'étude. Une bonne approche de l'initiation d'une instabilité a été proposée par Sulem (Sulem, 1994) et Vardoulakis (Vardoulakis et al., 1988) sur la base des travaux réalisés par les pionniers de la théorie de la localisation (Hill et Hutchinson, 1975; Rudnicki et Rice, 1975); nous nous proposons d'appliquer ces résultats sur le modèle d'endommagement précédent.

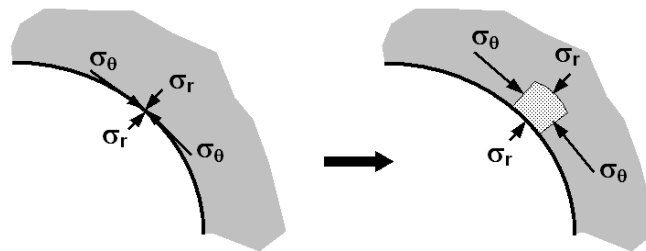


Fig. 2.5 – Simplification du problème pour étudier l'initiation d'une bande de déformations.

Des calculs numériques ont montré que l'état de contrainte critique pouvant initier un phénomène de localisation est très peu dépendant du gradient de contrainte en paroi (Vardoulakis et Papanastasiou, 1988). On peut donc simplifier le problème en considérant un petit domaine de longueur infinie, soumis à un chargement radial et orthoradial correspondant à $\sigma_r = P_f$ et σ_θ en déformations planes (Fig. 2.5). Les auteurs ont calculé la condition mécanique d'apparition d'une

bande de cisaillement. Pour une loi de comportement incrémentale de type

$$d\boldsymbol{\sigma} = \underline{\mathbf{L}} : d\boldsymbol{\epsilon} \quad (2.39)$$

l'existence d'une discontinuité de normale \vec{n} dans le champ de déformation incrémental est soumise à la condition :

$$\det(\vec{n}\underline{\mathbf{L}}\vec{n}) = 0 \quad (2.40)$$

Ce qui se traduit dans notre cas précis par les deux conditions suivantes :

- (1) $b^2 - 4ac \geq 0$;
- (2) $b/a < 0$.

avec

$$a = L_{11}G \quad (2.41)$$

$$b = L_{22}L_{11} + G^2 - (L_{21} + G)(L_{12} + G) \quad (2.42)$$

$$c = L_{22}G \quad (2.43)$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (2.44)$$

On peut également obtenir l'angle θ_c d'inclinaison de la bande par rapport à l'axe radial :

$$\theta_c = \arctan \sqrt{\frac{-b}{2a}} \quad (2.45)$$

Ces conditions ont été implémentées dans le programme des matrices de transfert. Dès que les conditions (1) et (2) sont remplies, une croix rouge est placée sur la courbe de convergence pour signaler la perte d'unicité de la solution.

La figure 2.6 est une capture d'écran du post-traitement des données issues du programme Matlab des matrices de transfert. L'exemple choisi est virtuel, il s'agit d'observer à quel moment la localisation risque d'apparaître :

$$R = 6 \text{ m}, \quad \sigma_0 = 25 \text{ MPa}, \quad E = 45000 \text{ MPa}, \quad \nu = 0.39, \quad Y_D = 0.005, \quad S = 0.2 \text{ MPa}^{\frac{1}{2}}$$

Le critère de localisation présenté plus haut est atteint au pic de la courbe (σ_r, ϵ_r) , lorsque la phase de comportement adoucissante commence. C'est exactement le moment où le calcul numérique est stoppé car les solutions exprimées dans l'Eq. (1.11) ne sont plus réelles. Cette observation a été constatée sur l'ensemble des calculs réalisés au cours de cette thèse avec les modèles d'élasticité couplée à l'endommagement. Ils laissent donc supposer que dans toute la phase pré-pic, on peut éluder ce problème d'instabilité. La phase d'adoucissement entamée, il est par conséquent important de garder à l'esprit que la solution proposée n'est plus unique¹.

L'angle θ_c , pour cet exemple, vaut 70° . La fissure forme donc un angle de 20° avec la paroi. Son emplacement est inconnu puisque la modélisation est axisymétrique. Le plus souvent la rupture est initiée là où un défaut existe déjà (hétérogénéité, discontinuité naturelle, surcreusement...). L'interface graphique propose diverses autres visualisations telles que l'évolution de l'endommagement D et le chemin de contrainte en paroi ou encore la croissance du rayon d'endommagement autour de la cavité.

1. Cette phase post-pic d'élasticité couplée à l'endommagement n'est pas calculée par les deux méthodes de calcul décrites ci-dessus (matrices de transfert et méthode hodographique). Des bandes de localisation apparaissent, les solutions dans ce domaine ne sont en effet plus 1D et sont soumises à restrictions.

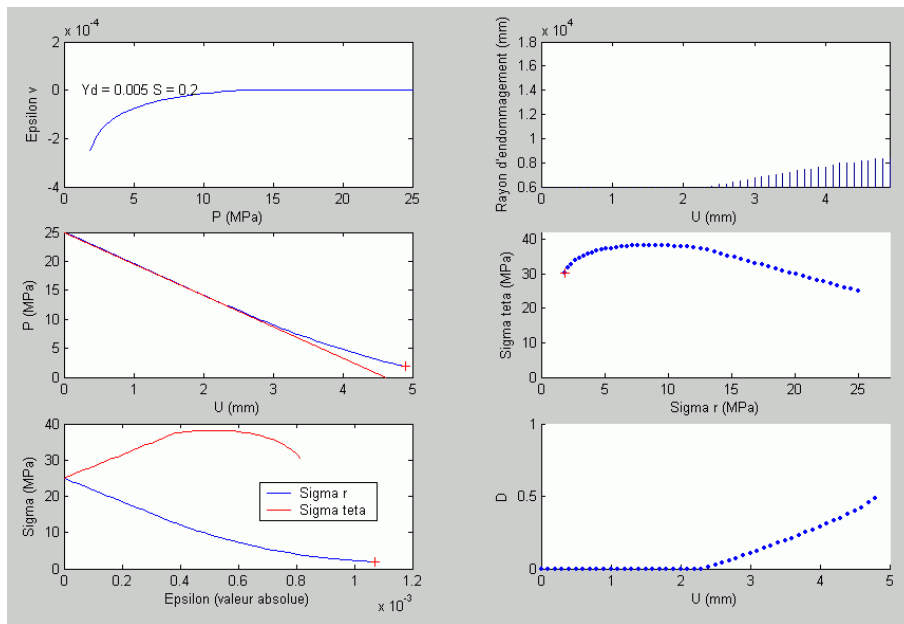


Fig. 2.6 – Fenêtre de sortie graphique du programme des matrices de transfert. La croix rouge symbolise le moment où une localisation peut apparaître, et coïncide avec l'arrêt des calculs.

2.4 Application au cas des marnes du tunnel du Bois de Peu

2.4.1 Présentation du projet et de la géologie

Le tunnel du Bois de Peu est un des ouvrages d'art de la future RN57 — appelée "voie des Mercureaux" — qui permettra de contourner l'agglomération de Besançon par le sud. Les travaux du tunnel, constitué de deux tubes longs de 500 mètres chacun, se sont terminés en septembre 2006 (Fig. 2.8).

L'ouvrage se situe entièrement dans des formations sédimentaires du Jurassique. Il traverse tout d'abord, sur une centaine de mètres depuis la tête Doubs, le flanc est de l'anticlinal de la Citadelle puis le flanc ouest de l'anticlinal de La Chapelle des Buis. Ces structures se chevauchent les unes sur les autres par le biais de 4 failles majeures et d'une multitude de discontinuités, dans les calcaires, issues du mouvement compressif global (Fig. 2.7). La présence de marnes homogènes, roches très déformables, dans la partie sud-est du tracé s'ajoute à la complexité d'ensemble du modèle géologique et a poussé à la réalisation de reconnaissances détaillées.

Une galerie de reconnaissance a ainsi été creusée sur toute la longueur du projet et 41 sondages ont été réalisés et exploités pour définir 18 unités géologiques et géotechniques.

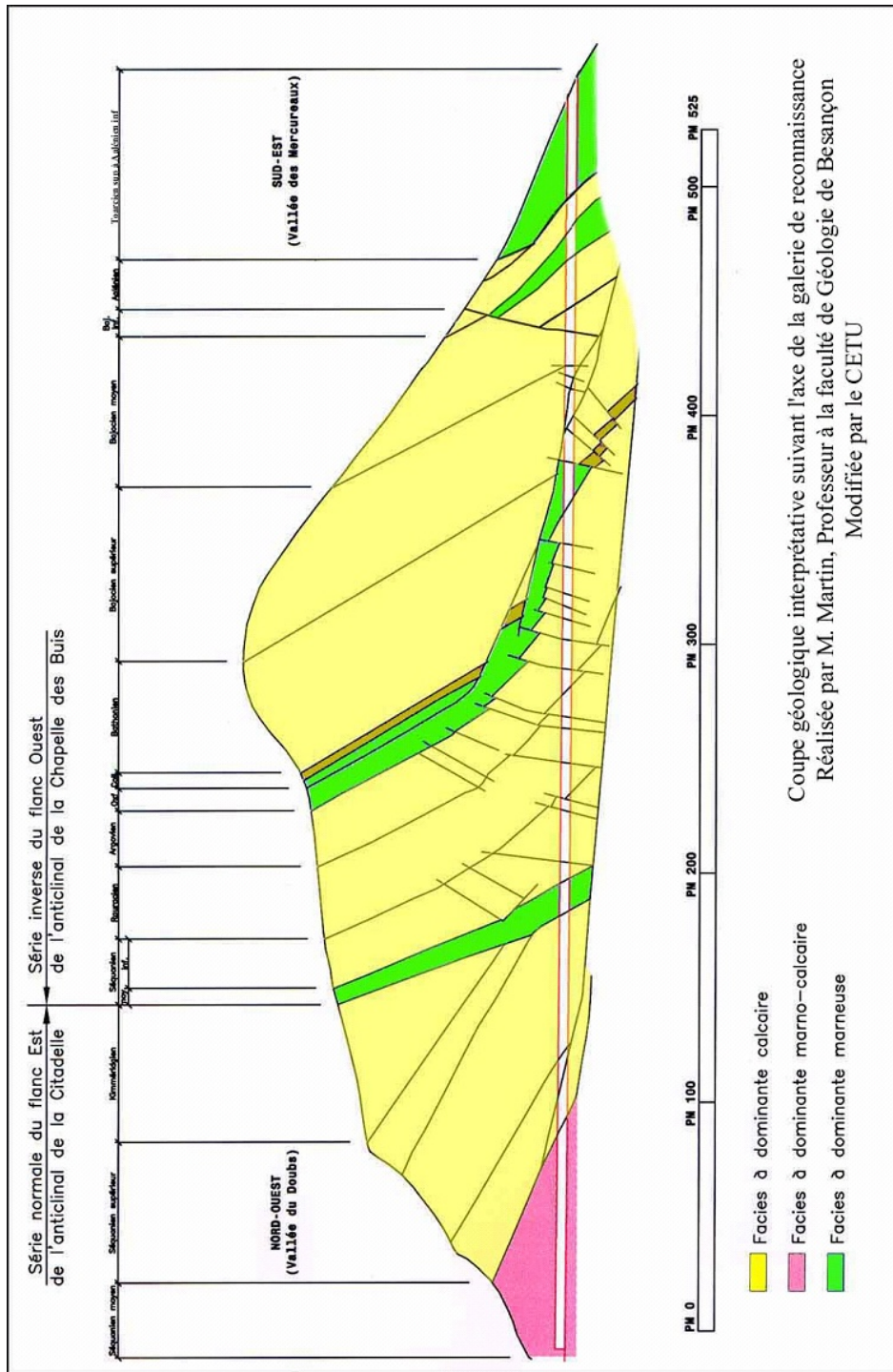


Fig. 2.7 – Coupe géologique simplifiée du tunnel du Bois de Peu.

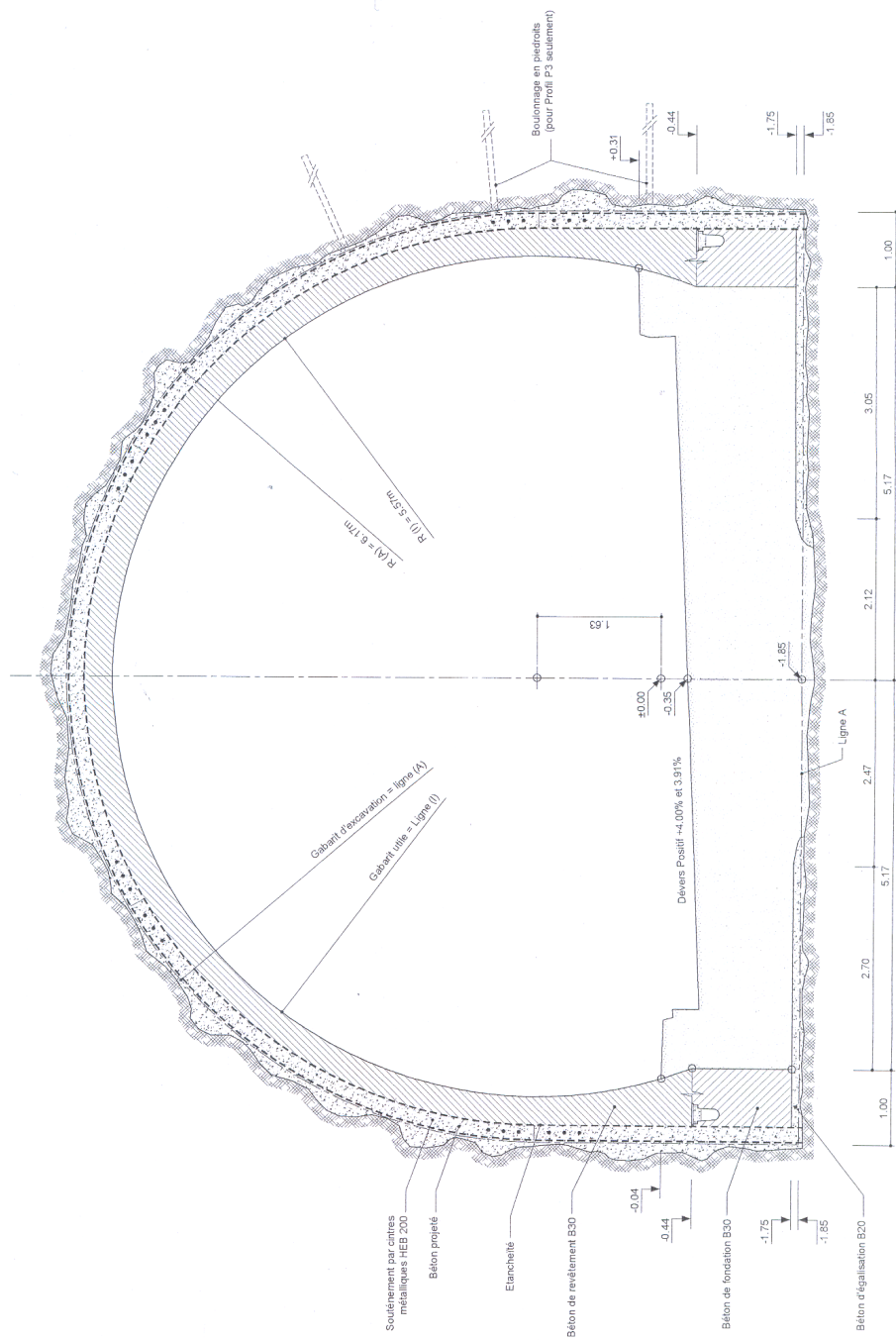


Fig. 2.8 – Profil en travers du tunnel du Bois de Peu dans une section courante (rayon moyen d'excavation de 6 m).

2.4.2 Application du modèle d'endommagement aux marnes du Toarcien

La tête sud de l'ouvrage se situe dans les marnes à faible pourcentage de CaCO_3 du Toarcien et de l'Aalénien. Le LRPC d'Aix-en-Provence a réalisé une campagne d'essais spécifiques sur ces marnes rencontrées lors de la réalisation du sondage horizontal carotté SCH2000 (Serratrice, 2001). La roche que nous avons étudiée est une argile marneuse du Toarcien, homogène et continue à l'échelle de l'ouvrage. Le comportement intrinsèque du matériau est a priori plastique, mais la roche présente de la micro-fracturation. A partir d'essais triaxiaux CD en petites déformations, on modélise les non-linéarités observées par le modèle d'élasticité endommageable précédent.

Les résultats triaxiaux bruts limités aux petites déformations sont fournis Fig. 2.9, avec une pression de confinement de 100 kPa. On remarque une forte non-linéarité dès le début de l'essai. La courbe de déformations volumiques montre deux phases bien distinctes de contractance puis de dilatance.

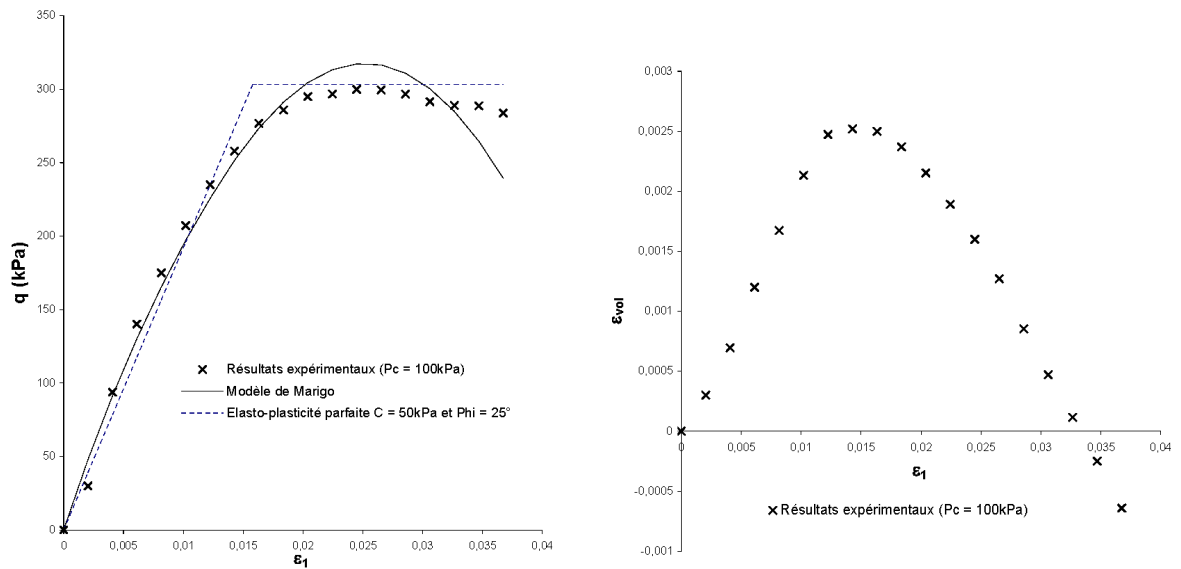


Fig. 2.9 – Courbes q/ϵ_1 et $\epsilon_{vol}/\epsilon_1$ de la marne pour une pression de confinement de 100 kPa.

Supposons que l'endommagement n'intervienne pas de la même façon pour les déformations déviatoriques et isotropes (Charlez, 1991; Lemaitre et Desmorat, 2005). On fait alors intervenir un nouveau paramètre η , dit de sensibilité à la contrainte hydrostatique, qui module la variable D pour la partie isotrope des déformations (en compression ici) :

$$\sigma = 2G(1 - D)\epsilon^D + K(1 - \eta D)\epsilon_v \mathbf{1} \quad (2.46)$$

où $\epsilon_v = tr\epsilon$ et où G et K sont respectivement le module de cisaillement et de compressibilité de la roche, mesurés avec les tangentes initiales de l'essai triaxial. Dans le cas d'un essai triaxial, avec $\sigma_2 = \sigma_3 = P_c$, on peut développer les expressions de σ_1 et σ_3 . Le déviateur est alors :

$$q = \sigma_{eq} = 2G(1 - D)(\epsilon_1 - \epsilon_3) > 0 \quad (2.47)$$

Sachant que $\epsilon_v = \epsilon_1 + 2\epsilon_3$, on peut exprimer D de la façon suivante :

$$D = 1 - \frac{q}{G(3\epsilon_1 - \epsilon_{vol})} \quad (2.48)$$

De la même manière, l'énergie libre s'exprimant ainsi

$$\rho\psi = G(1 - D)\epsilon^D : \epsilon^D + \frac{1}{2}K(1 - \eta D)\epsilon_v^2 \quad (2.49)$$

il est possible d'exprimer le taux de restitution de densité d'énergie $Y = -\rho\frac{\partial\psi}{\partial D}$ comme

$$Y = \frac{1}{6}G(3\epsilon_1 - \epsilon_{vol})^2 + \frac{\eta K}{2}\epsilon_{vol}^2 \quad (2.50)$$

Il suffit ensuite de calculer le couple (D, Y) pour chaque point expérimental, grace aux équations (2.48) et (2.50). L'expérience montre que lors de la phase de cisaillement d'un échantillon, en condition triaxiale de révolution, l'endommagement déviatorique est prédominant² (cf. (Charlez, 1991)) ce qui justifie de poser $\eta = 0$ en première approximation (comme pour les bétons en compression (Desmorat et al., 2007)). Le résultat est donné sur la figure 2.10. Chaque point est issu de l'exploitation directe des deux courbes de l'essai triaxial.

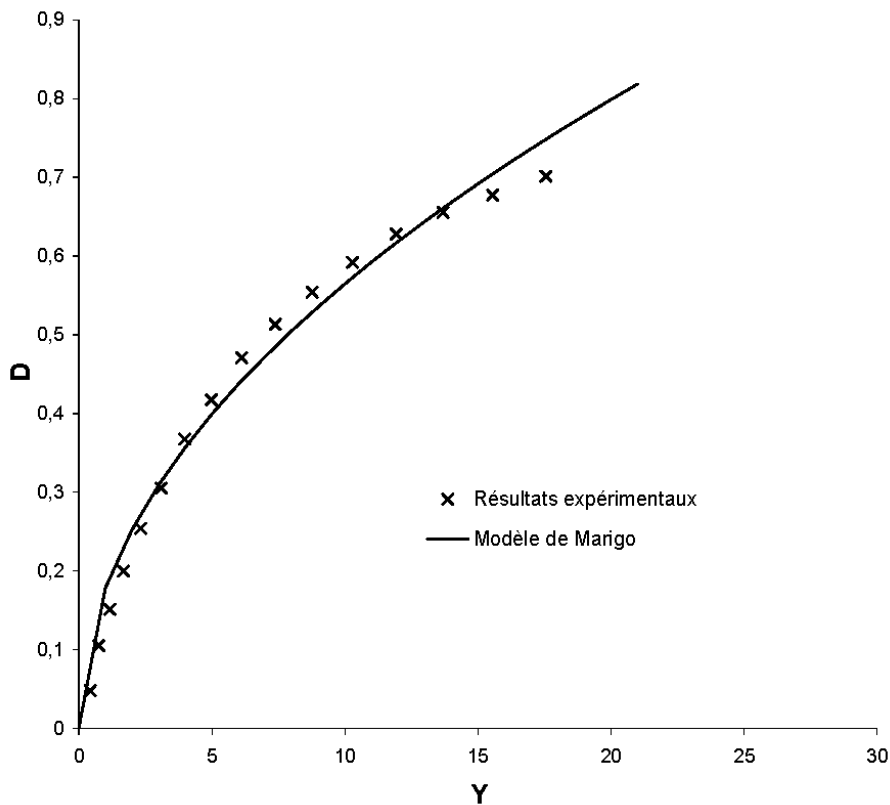


Fig. 2.10 – Evolution de l'endommagement D de la marne en fonction de la variable Y en MPa.

Par ailleurs nous avons à notre disposition la loi d'évolution de l'endommagement qui relie D à Y par le biais de l'équation (2.4). Il nous suffit donc de choisir les valeurs ad-hoc de Y_D et S pour

2. La compression purement isotrope peut toutefois entraîner un endommagement très important jusqu'à la ruine de l'échantillon sous très fort confinement. C'est le cas pour les roches très poreuses (craies par exemple) ou pour les effets à long terme causés par le fluage. Un couplage entre module de compressibilité et endommagement est nécessaire pour de telles roches.

que le modèle se rapproche le plus de la loi d'évolution expérimentale. Le modèle choisi avec les paramètres suivants est représenté en trait plein sur la figure 2.10,

$$E = 24 \text{ MPa}, \quad \nu = 0.4, \quad Y_D = 0, \quad S = 0.177 \text{ MPa}^{\frac{1}{2}}$$

Pour vérifier que nos paramètres sont bien choisis, il est possible de retracer la courbe (q, ϵ_1) avec l'évolution de D pilotée par notre modèle. Le résultat est superposé au trait continu sur la figure 2.9, graphe de gauche. On remarque que le modèle est fortement adoucissant, ce qui l'éloigne des points expérimentaux passé 2% de déformation. Pour être plus proche du comportement réel de la roche sur une large gamme de déformations, un couplage endommagement/plasticité est nécessaire (cf. chapitre 4).

A titre d'illustration enfin, il est possible de calculer la courbe de convergence du tunnel de Bois de Peu à faible profondeur et à court-terme (Fig. 2.11). Bien qu'étant à la limite d'applicabilité de la méthode convergence-confinement, les résultats sont tout de même intéressants : ils permettent, au stade du prédimensionnement, de mieux appréhender qualitativement le comportement de l'ouvrage et surtout de comparer différentes lois constitutives. La courbe d'élasticité couplée à l'endommagement s'éloigne du calcul purement élastique pour atteindre une convergence finale absolue de 38 mm (soit 3 mm de plus et une déformation orthoradiale finale de 0.6% environ). L'ordre de grandeur des convergences obtenues avec cette méthode — très faibles car considérées à une profondeur modérée, pour coller avec notre modèle — n'a bien sûr pas été dimensionnant pour le calcul du soutènement du tunnel de Bois de Peu. Il s'agit simplement d'une première étape vers une modélisation numérique 2D ou 3D, plus conforme.

Comparaison avec un modèle élasto-plastique

L'identification des paramètres du modèle de Mohr-Coulomb est possible à partir de notre essai triaxial. Le module d'Young est alors pris égal à 19,2 MPa, soit 4,8 MPa de moins que précédemment, et le coefficient de Poisson à 0,4. Le couple cohésion $c = 50$ kPa et angle de frottement interne $\varphi = 25^\circ$ permet d'obtenir la courbe élasto-plastique représentée en trait pointillé sur la figure 2.9, graphe de gauche.

La convergence finale qui en découle, calculée à partir des formules élasto-plastiques de la littérature (Martin et Saïtta, 2004) est de 44,8 mm soit pratiquement celle du calcul purement élastique (très peu de plasticité à ce niveau de contrainte et pour le modèle choisi). La prise en compte d'une élasticité linéaire "équivalente" donne une convergence légèrement plus importante que celle calculée avec la loi d'endommagement. Nous y reviendrons au chapitre 5.

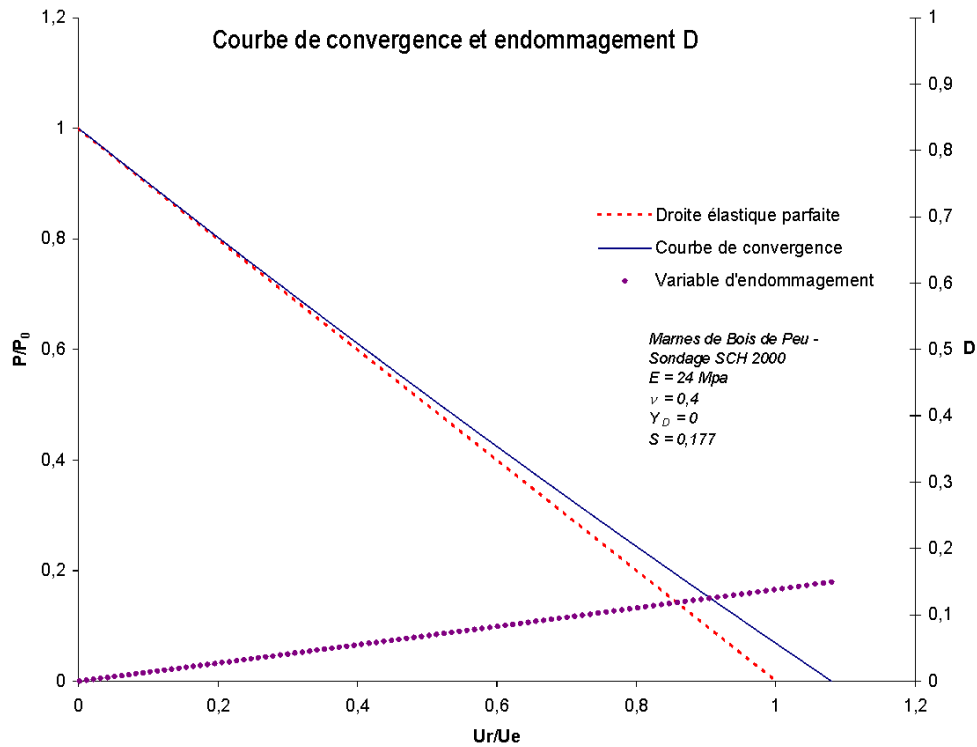


Fig. 2.11 – Exemple de courbe de convergence pour le tunnel du Bois de Peu (valeurs normalisées pour $\sigma_0 = 100kPa$ et $U_e = 35mm$).

2.5 Conclusion

L'exemple précédent a permis d'illustrer simplement l'identification des paramètres du modèle d'endommagement et son application à l'étude du creusement d'un tunnel. La loi d'évolution de D , fonction de \sqrt{Y} , a été volontairement choisie pour obtenir une solution semi-analytique de la courbe de convergence. Elle correspond à un matériau s'endommageant très rapidement, avec un comportement adoucissant très prononcé. D'autres lois d'évolution existent dans la littérature (Lemaitre et Desmorat, 2005) et un couplage avec la plasticité est souvent nécessaire (chapitre 4).

Ce chapitre est donc une première proposition de modélisation du comportement non-linéaire des roches par l'utilisation des lois d'endommagement. Son identification et son application aux projets est immédiate grâce à l'utilisation de feuilles de calculs automatiques. Il est toutefois intéressant de palier à certains inconvénients du modèle proposé ici (déformations permanentes, module d'Young initial variable, adoucissement plus lent...) en essayant de prendre en compte d'autres phénomènes dans la formulation. Ce sera l'objet des chapitres suivants.

Chapitre 3

Loi d'endommagement avec prise en compte de la porosité

La détermination d'un des paramètres du modèle précédent – bien connu – fournit à lui seul l'objet de nombreux travaux de recherche. Le module d'Young initial est en effet variable selon la nature pétrographique, la structure et l'anisotropie de la roche, mais également selon l'état mécanique originel dans lequel se situe l'ouvrage projeté (Combarieu, 2006; Serratrice, 2005b). C'est sur la base de cette constatation qu'une adaptation du modèle précédent a été développée.

3.1 Variation de la raideur élastique avec la profondeur

Les essais triaxiaux, sur une grande majorité de géomatériaux, montrent classiquement une augmentation de la raideur initiale avec la pression de confinement. Cette variation peut avoir des conséquences non-négligeables sur les calculs numériques, en particulier pour les terrains restant en zone élastique, à faible profondeur ou pour les roches poreuses. On peut expliquer ce phénomène par la refermeture des vides initiaux du matériau et par la mise en contact progressive des parois des micropores et microfissures originels (phénomène de *serrage*). Une fois les vides refermés, un autre mécanisme prend le dessus : plasticité ou endommagement dans notre étude.

Les phénomènes micromécaniques responsables de l'endommagement par cisaillement et extension, et donc de la chute de raideur, sont complètement différents de ceux correspondant à la variation de compacité du matériau. Les premiers sont liés à la microfissuration en traction et cisaillement, alors que les seconds sont dus à la déformation élastique de la matrice rocheuse, contrôlée par les pressions hydrostatiques. Il est par conséquent naturel de dissocier ces deux mécanismes, l'un représenté par la variable d'endommagement D , l'autre par la porosité n .

En terme de modélisation, une façon simple de procéder consiste à relier la valeur du module d'Young à la porosité intrinsèque n du matériau (Krajcinovic et Lemaitre, 1987; Kachanov, 1992; Pijaudier-Cabot et Burlion, 1996). Si l'on fait l'hypothèse que les pertes de raideur ne seront pas dues à une augmentation de la porosité mais à un processus irréversible d'endommagement, décrit en section 3.2, l'évolution de n est gouvernée par l'équation de conservation de la masse, écrite sous forme différentielle,

$$\frac{dn}{1-n} = d \langle tr \epsilon \rangle_- \quad (3.1)$$

où ϵ est le tenseur de déformation, sa trace correspond à la déformation volumique, notée ϵ_v . La notation $\langle x \rangle_-$ signifie "partie négative de la quantité x ",

$$\langle x \rangle_- = \begin{cases} 0 & \text{si } x > 0 \\ x & \text{si } x \leq 0 \end{cases} \quad (3.2)$$

La loi (3.1) interdit la croissance de la porosité au profit (ultérieur) de l'endommagement et modélise la fermeture des vides et fissures. Par intégration entre l'instant initial (indice 0, avec $\epsilon_{v0} = 0$) et l'instant courant, on aboutit à la relation :

$$n = 1 - (1 - n_0)e^{-\langle \epsilon_v \rangle} \quad (3.3)$$

La figure 3.1 illustre l'évolution de n en fonction des déformations volumiques ϵ_v et le fait que seule la refermeture de la porosité est rendue possible par cette modélisation.

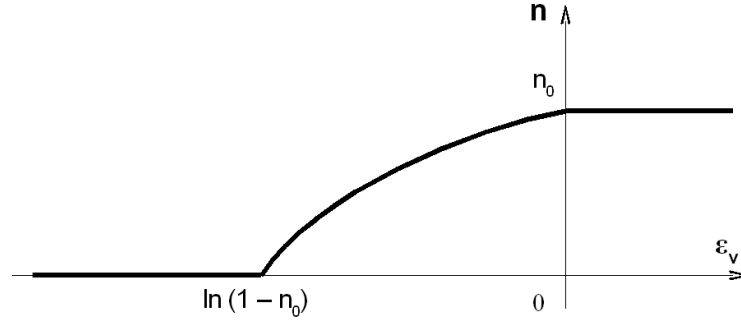


Fig. 3.1 – Evolution de la porosité avec les déformations volumiques.

Par ailleurs, la variation du module d'Young des roches avec la profondeur du terrain ou, plus précisément, avec la pression de confinement P_c est une caractéristique classique rencontrée en travaux souterrains. Cette variation est assez bien approchée par la relation suivante (Bourgeois et al., 2005) :

$$E = E_0 \sqrt{1 + \left(\frac{P_c}{P_{ref}} \right)} \quad (3.4)$$

qui relie le module d'Young E à la composante hydrostatique (pression) du tenseur des contraintes $P_c = -\frac{1}{3}tr\sigma$. Cette relation est purement empirique et nous nous proposons de montrer son équivalence avec la loi de variation de porosité précédente via une dépendance $E = E(n)$. En élasticité isotrope :

$$P_c = \frac{-\langle tr\sigma \rangle}{3} = -K \langle tr\epsilon \rangle \quad (3.5)$$

où $K = K(n)$ est le module de compressibilité, relié à $E(n)$ par l'intermédiaire du coefficient de Poisson supposé indépendant de la porosité pour simplifier,

$$K(n) = \frac{E(n)}{3(1 - 2\nu)} \quad (3.6)$$

Par substitution des équations (3.3) et (3.5) dans l'équation (3.4), on obtient une équation du second degré en $E(n)$,

$$E^2(n) + \frac{P_{ci}(n)}{P_{ref}} E_0 E(n) - E_0^2 = 0 \quad (3.7)$$

où l'on a posé:

$$P_{ci}(n) = \frac{E_0}{3(1 - 2\nu)} \ln \left(\frac{1 - n_0}{1 - n} \right) \quad (3.8)$$

L'équation (3.7) admet deux solutions réelles, dont une seule est positive. Et au final, il est possible de considérer comme équivalentes la loi empirique $E = E(P_c)$ et la loi de variation de la porosité (3.3). Le module d'Young est alors une simple fonction de la porosité,

$$E(n) = \frac{E_0}{2} \left[-\frac{P_{ci}(n)}{P_{ref}} + \sqrt{\left(\frac{P_{ci}(n)}{P_{ref}}\right)^2 + 4} \right] \quad (3.9)$$

Notons ici que d'autres expressions de $K(n)$ ont été proposées dans la littérature, en particulier par (Mori et Tanaka, 1973) avec différents schémas d'homogénéisation, puis associées à des modèles d'endommagement pour les bétons (Gatuingt et Pijaudier-Cabot, 2002). Ces approches sont plus complexes et ne seront pas utilisées ici.

3.2 Modèle de poro-endommagement

Le mécanisme précédent de refermeture de la porosité traduit un mécanisme réversible. Afin de rendre compte de la dégradation du matériau, il convient de le coupler au mécanisme, cette fois dissipatif, de génération de micro-fissures (Gatuingt, 1999; Burlion, 1997). Le cadre de la mécanique de l'endommagement le permet. Afin de proposer un modèle simple, le modèle isotrope de Marigo (Marigo, 1981), présenté à la partie 2.1, à endommagement scalaire D est considéré et couplé ensuite à la porosité. Ce nouveau modèle sera appelé par la suite MPC (Marigo with Porosity Closure).

3.2.1 Formulation du modèle MPC

Avec le formalisme de la thermodynamique des matériaux solides (Lemaitre et Chaboche, 1985), l'énergie libre $\rho\psi$ du matériau est écrite :

$$\rho\psi = \frac{1}{2} \epsilon : \underline{\mathbf{E}}(n) (1 - D) : \epsilon \quad (3.10)$$

où $\underline{\mathbf{E}}$ est le tenseur de Hooke du matériau non endommagé, isotrope et fonction de la porosité n par l'intermédiaire du module d'Young. La porosité n déterminée par la loi de conservation (3.1) n'est pas une variable thermodynamique comme le sont la déformation ϵ et l'endommagement D .

La loi d'élasticité endommageable (et couplée à la porosité) dérive de ce potentiel thermodynamique,

$$\sigma = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \epsilon} = \underline{\mathbf{E}}(n) (1 - D) : \epsilon \quad (3.11)$$

soit encore ($\langle x \rangle_+ = \max(x, 0)$ et $\langle x \rangle_- = \min(x, 0)$):

$$\sigma = 2G(n)(1 - D)\epsilon^D + K(n) [(1 - D)\langle tr \epsilon \rangle_+ + \langle tr \epsilon \rangle_-] \mathbf{1} \quad (3.12)$$

où $G(n) = E(n)/2(1 + \nu)$ est le module de cisaillement, $K(n)$ est le module de compressibilité rencontré précédemment et $E(n)$ est donné par l'expression (3.9). Il est à noter que les conditions d'endommagement unilatéral sont écrites sur la partie hydrostatique des contraintes et des déformations : de manière cohérente avec les mesures sur le grès de la section 3.3.1, le module de

compressibilité n'est pas affecté par l'endommagement pour les chargements compressifs (seule la refermeture de la porosité est prise en compte dans ce cas). Cette remarque prend tout son sens en travaux souterrains, où la roche est dans un état d'extension mais toujours en compression sur tout ou partie du déconfinement. Dans ce cas, seules les déformations déviatoriques causent de l'endommagement.

La variable associée à D est le taux de restitution de densité d'énergie Y ,

$$Y = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial D} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\epsilon} : \underline{\mathbf{E}}(n) : \boldsymbol{\epsilon} \quad (3.13)$$

Dans le cas d'une sollicitation monotone, comme celle du creusement d'un tunnel classique, il est suffisant de considérer une évolution de l'endommagement dérivant d'une fonction critère f ,

$$f = Y - \kappa(D) \quad (3.14)$$

de sorte que si $f < 0$, le matériau se comporte élastiquement (de manière élastique ici avec refermeture éventuelle de la porosité) et si $f = 0$ et $\dot{f} = 0$, l'endommagement évolue. La fonction de consolidation $\kappa(D)$ définit alors l'évolution de l'endommagement comme:

$$D = \begin{cases} 0 & \text{si } Y < Y_D \\ \kappa^{-1}(Y) & \text{si } Y \geq Y_D \end{cases} \quad (3.15)$$

où $Y_D = \kappa(0)$ est le seuil d'endommagement. L'inverse $\kappa^{-1}(Y)$ de la fonction κ peut prendre plusieurs formes selon le matériau considéré (Lemaitre et Desmorat, 2005). On pourra considérer :

$$D = \kappa^{-1}(Y) = \left\langle \frac{Y - Y_D}{S} \right\rangle_+^s \quad (3.16)$$

correspondant au critère d'endommagement

$$f = Y - Y_D - S D^{\frac{1}{s}} \quad (3.17)$$

Ce critère permet de traduire un comportement moins brutal que celui proposé en 2.1 et le fait que l'endommagement progresse plus lentement.

Les paramètres du modèle sont au final:

- les paramètres de porosité n_0 et P_{ref} ;
- les paramètres d'élasticité E_0 et ν ;
- le seuil d'endommagement Y_D ;
- les paramètres d'endommagement S et s .

3.2.2 Calcul de la matrice tangente

Que ce soit pour un calcul unidirectionnel (avec par exemple la méthode convergence-confinement), ou pour un calcul aux éléments finis en 2D voire en 3D, il est important de disposer de l'écriture en vitesse de la loi de comportement précédente. La notation tensorielle est utilisée ici. L'opérateur

tangent $\underline{\mathbf{L}}$ relie le taux de contrainte $\dot{\boldsymbol{\sigma}}$ au taux de déformation $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}$. En dérivant la loi d'élasticité (3.12),

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \dot{n}\underline{\mathbf{E}}'(n)(1-D) : \boldsymbol{\epsilon} - \dot{D}\underline{\mathbf{E}}(n) : \boldsymbol{\epsilon} + \underline{\mathbf{E}}(n)(1-D) : \dot{\boldsymbol{\epsilon}} \quad (3.18)$$

La condition de consistance $f = 0$ et $\dot{f} = 0$ permet de relier \dot{D} à \dot{Y} ,

$$\dot{Y} - \kappa'(D)\dot{D} = 0 \quad (3.19)$$

Or :

$$\dot{Y} = \boldsymbol{\epsilon} : \underline{\mathbf{E}}(n) : \dot{\boldsymbol{\epsilon}} + \frac{1}{2} (\boldsymbol{\epsilon} : \underline{\mathbf{E}}'(n) : \boldsymbol{\epsilon}) \dot{n} \quad (3.20)$$

Ainsi l'Eq. (3.18) devient

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \left[\dot{n}\underline{\mathbf{E}}'(n)(1-D) - \frac{1}{\kappa'(D)} (\dot{\boldsymbol{\epsilon}} : \underline{\mathbf{E}}(n) : \boldsymbol{\epsilon}) : \underline{\mathbf{E}} - \frac{1}{2\kappa'(D)} \dot{n} (\boldsymbol{\epsilon} : \underline{\mathbf{E}}'(n) : \boldsymbol{\epsilon}) : \underline{\mathbf{E}} \right] : \boldsymbol{\epsilon} + \underline{\mathbf{E}}(n)(1-D) : \dot{\boldsymbol{\epsilon}} \quad (3.21)$$

La dérivée de la porosité \dot{n} est non nulle lorsque $\langle \boldsymbol{\epsilon}_v \rangle_- = \langle \text{tr} \boldsymbol{\epsilon} \rangle_- = \text{tr} \boldsymbol{\epsilon} < 0$ (et $\dot{n} = 0$ sinon),

$$\dot{n} = (1-n) \langle \text{tr} \dot{\boldsymbol{\epsilon}} \rangle_- = (1-n) \langle \mathbf{1} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}} \rangle_- \quad (3.22)$$

L'opérateur tangent a finalement pour expression :

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{L}} = & \underline{\mathbf{E}}(n)(1-D) + (1-n)(1-D)(\underline{\mathbf{E}}'(n) : \boldsymbol{\epsilon}) \otimes \mathbf{1} \\ & - \frac{1}{\kappa'(D)} (\underline{\mathbf{E}}(n) : \boldsymbol{\epsilon}) \otimes (\underline{\mathbf{E}}(n) : \boldsymbol{\epsilon}) \\ & - \frac{1}{2\kappa'(D)} (1-n) (\boldsymbol{\epsilon} : \underline{\mathbf{E}}'(n) : \boldsymbol{\epsilon}) (\underline{\mathbf{E}}(n) : \boldsymbol{\epsilon}) \otimes \mathbf{1} \end{aligned} \quad (3.23)$$

dans le cas des déformations volumiques négatives. Enfin, dans le cas des $\boldsymbol{\epsilon}_v$ positifs et par conséquent des n constants, l'opérateur tangent est celui du modèle de Marigo classique :

$$\underline{\mathbf{L}} = \underline{\mathbf{E}}(1-D) - \frac{1}{\kappa'(D)} (\underline{\mathbf{E}} : \boldsymbol{\epsilon}) \otimes (\underline{\mathbf{E}} : \boldsymbol{\epsilon}) \quad (3.24)$$

3.3 Tunnel profond – méthode convergence-confinement

Plaçons-nous dans le cas du creusement d'un tunnel en zone montagneuse, à grande profondeur. Les caractéristiques de l'ouvrage sont les suivantes :

- rayon moyen : 6 m ;
- profondeur : 1000 m ;

La géologie rencontrée est homogène et isotrope. Il s'agit de grès anciens, à grains fins, du type Grès du Doddington (Carbonifère). L'état de contrainte autour de l'excavation est également isotrope. On peut s'attendre pour de telles conditions à un gain de raideur mais la question – usuelle

en bureau d'études – du choix du module d'Young ne se pose pas car la modélisation retenue en section 3.2 rend directement compte de la relation (3.9).

3.3.1 Identification des paramètres du modèle

Pour identifier les paramètres de notre modèle d'endommagement, nous avons utilisé les essais réalisés par l'équipe de Santarelli dans les années 80 (Santarelli, 1990). Les caractéristiques mécaniques moyennes du grès, mesurées sur un essai de compression simple, sont données dans le tableau 3.1. Une série d'essais triaxiaux a également été réalisée sur cette roche. Les courbes

Propriété	Valeur	Unité
Masse volumique ρ	2,08	g/cm^3
Porosité initiale n_0	0,23	
Résistance au pic R_c	51	MPa
Coefficient de Poisson ν	0,39	
Module d'Young E_0	20	GPa

TAB. 3.1 – Propriétés mécaniques moyennes du grès en compression simple.

déviateur/déformation axiale sont représentées sur la Fig. 3.2. La procédure d'identification des paramètres de la loi d'endommagement est la même que celle présentée au chapitre précédent, excepté pour l'identification de la loi (3.4) qui est nouvelle. La mesure des raideurs initiales sur les

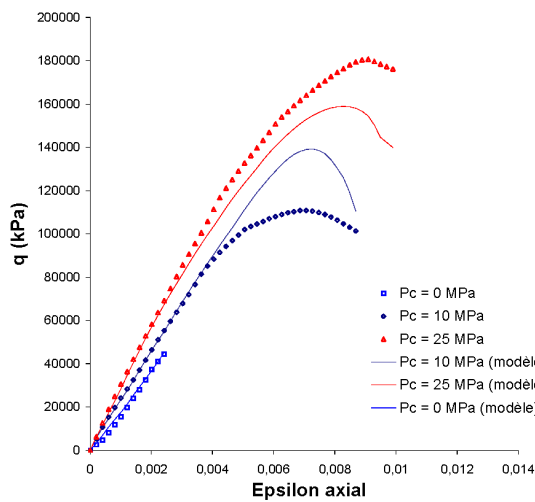


Fig. 3.2 – Courbes de chargement triaxial du Grès du Doddington.

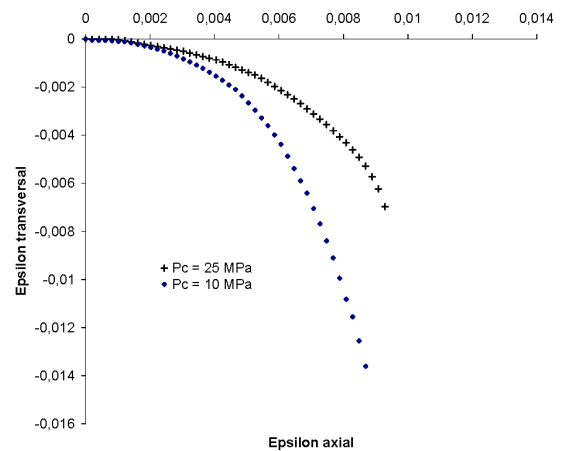


Fig. 3.3 – Déformation transversale en fonction de la déformation longitudinale pour le grès du Doddington soumis à un essai triaxial.

trois courbes de chargement a permis de déterminer le module d'Young correspondant à chaque pression de confinement P_c . Le calage de la formule empirique (3.4) sur les points expérimentaux permet de déterminer $P_{ref} = 6,5$ MPa (Fig. 3.4).

La figure 3.5 est le résultat de l'analyse de l'endommagement à partir des courbes de chargement (calcul point par point). Le modèle d'endommagement relie D à Y par le biais de la loi

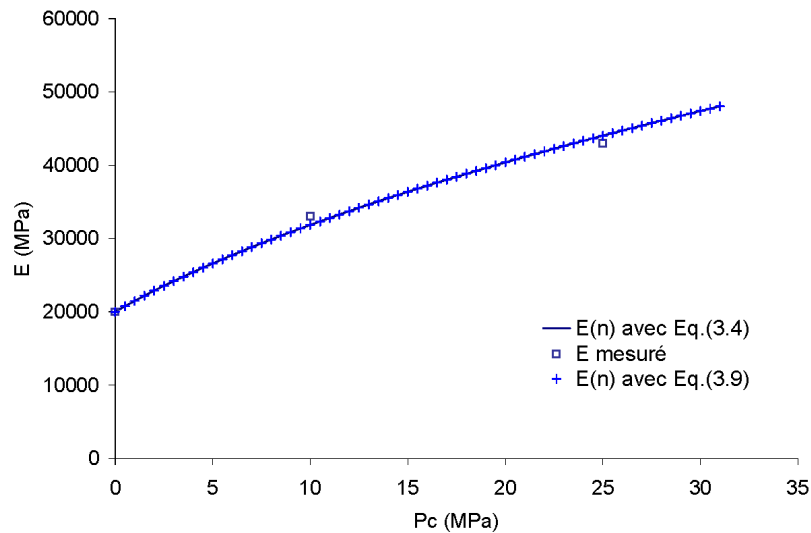


Fig. 3.4 – Evolution du module d’Young initial pour différentes pressions de confinement et pour le grès étudié.

d’évolution (3.16). Il suffit de choisir les valeurs ad-hoc de Y_D , S et s pour que le modèle se rapproche le plus de la (des) loi(s) d’évolution expérimentale. La difficulté de rendre compte de différents essais à des pressions de confinement différentes est illustrée par la dispersion expérimentale obtenue alors que la modélisation prévoit une courbe (intrinsèque au matériau) unique. Le modèle identifié à l’aide d’un unique jeu de paramètres (avec estimation des modules via la relation empirique 3.4) est représenté en trait plein sur la figure 3.5. Il correspond au jeu de paramètres :

$$Y_D = 0, \quad S = 8 \text{ MPa} \quad \text{et} \quad s = 0,33$$

Pour valider l’identification, il convient de retracer la courbe $q(\epsilon_1)$ avec l’évolution de D pilotée par notre modèle d’endommagement avec refermeture de la porosité (impliquant la loi (3.1)). Les paramètres élastiques initiaux choisis sont ceux du tableau 3.1. Le résultat, satisfaisant vu le très faible nombre de paramètres introduits (pouvant donc être amélioré), est superposé en trait continu sur la figure 3.2.

L’endommagement critique D_c est une valeur importante pour l’analyse des prochains résultats. Il s’agit de la valeur maximum que puisse prendre D sans qu’une macro-fissure n’apparaisse dans la roche¹. La Figure 3.6 permet de l’estimer. On a juxtaposé à la courbe de chargement l’évolution de l’endommagement sur l’éprouvette de l’essai (pression de 25 MPa). Au pic de résistance, on considérera que nous avons atteint le seuil critique : D vaut 0,7.

3.3.2 Calcul de la courbe de convergence

En considérant une couverture de 1000 m de roche cristalline, de densité 2,5, on peut estimer la contrainte initiale avant excavation à $\sigma_0 = 1000 \times 0.025 = 25 \text{ MPa}$. Le modèle couplé endommagement / refermeture de porosité a été implanté dans le programme Matlab des matrices

1. Ce qui se traduit en paroi par des désordres plus ou moins violents : décompressions violentes, écaillages, fissurations...

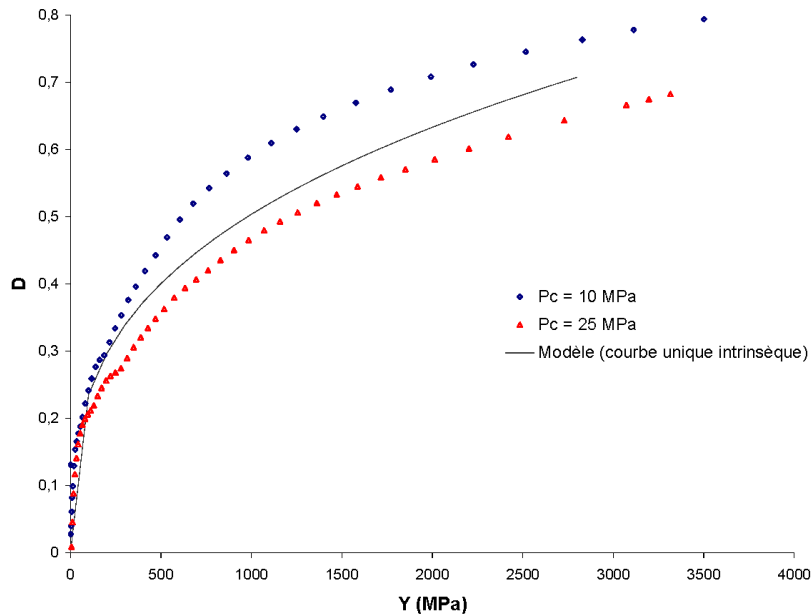


Fig. 3.5 – Evolution de l'endommagement D en fonction de la variable Y .

de transfert (l'opérateur tangent (3.23) donne un comportement "élastique équivalent" sur chaque tranche de discrétisation). La routine intègre automatiquement l'effet de la refmeture de la porosité avec la pression hydrostatique. Il calcule par la même occasion la valeur du module d'Young à cette profondeur : $E_{1000m} = 44000$ MPa alors que $E_0 = 20000$ MPa en surface.

La courbe de convergence est donnée figure 3.7, en tracé continu. L'endommagement commence dès les premiers pas de déconfinement, puisque le seuil Y_D est fixé à 0. La courbe s'éloigne du calcul purement élastique pour venir croiser l'axe des abscisses à 5,6 mm. En imaginant une roche plus dégradée que prévue — i.e. avec une micro-fissuration interne plus importante — ou encore une roche plus fragile que prévue — qui s'endommage plus rapidement — on obtiendrait des courbes de convergence encore plus éloignées de la solution purement élastique. C'est ce qui est représenté pour différentes valeurs de l'exposant s .

Effet de la porosité lors du déconfinement

Le même calcul, réalisé avec le modèle d'endommagement ne prenant pas en compte la variation de raideur avec la porosité (n constant), a donné les mêmes résultats. Dans notre exemple et durant la phase d'excavation, c'est l'endommagement qui gouverne le comportement de la roche et non la modeste variation de raideur liée à la déformation volumique dilatante.

A titre d'illustration, la figure 3.8 donne la variation de module d'Young en paroi, en fonction du déconfinement λ pour une valeur de $s = 0,09$, tous les autres paramètres étant ceux du modèle. Cette variation est uniquement due à l'ouverture des pores causée par la dilatace (fissuration d'endommagement). Pour quantifier l'influence de cet effet, il suffit de réaliser un calcul en prenant une porosité initiale $n_0 = 0$. Ceci a pour effet de figer la valeur de E tout au long des étapes de déconfinement. La figure 3.9 compare les résultats avec et sans prise en compte de la porosité dans la modélisation. L'écart final entre les deux convergences est de 3%, ce qui est peu comparé à la

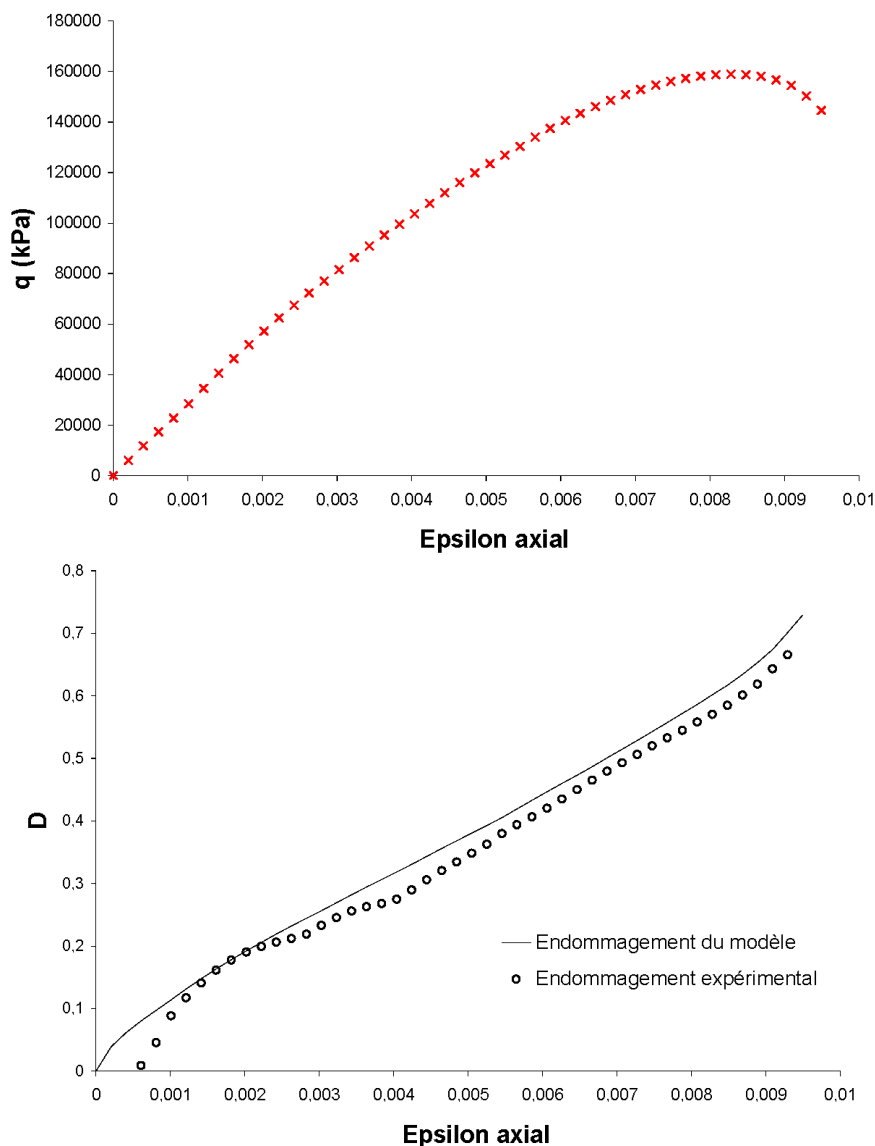


Fig. 3.6 – Evolution comparée du déviateur et de l’endommagement calculé à partir des points expérimentaux et du modèle choisi pour une pression de 25 MPa (grès dégradé).

perte de raideur mais cette perte est locale, proche de la paroi, alors que la convergence est une réponse globale, intégrant le comportement du massif jusqu’à plusieurs mètres derrière la paroi.

L’intérêt de la prise en compte de la porosité n’est donc pas visible sur la courbe de convergence. Ainsi, dans le cas des tunnels profonds calculés par la méthode convergence-confinement, la prise en compte de la porosité permet simplement d’estimer le module d’Young initial à la profondeur de creusement et sa variation au cours de l’avancement. C’est également une première approche pour estimer une autre grandeur locale, la perméabilité du massif, endommagé ou non.

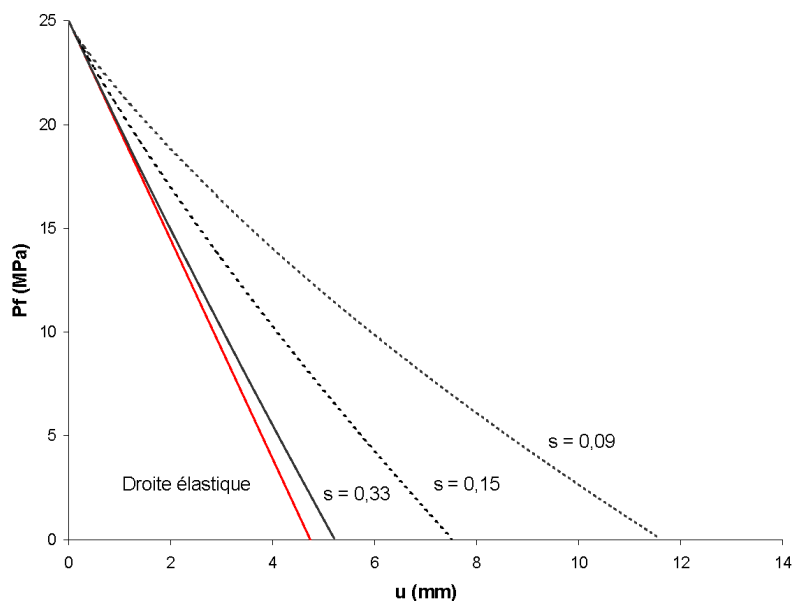


Fig. 3.7 – Courbes de convergence pour le tunnel envisagé.

Extension de la zone endommagée et seuil critique

La Fig. 3.10 est une cartographie de l'endommagement autour de la cavité pour le cas étudié, $Y_D = 0$, $S = 8\text{MPa}$ et $s = 0,33$. Cette représentation est possible en faisant l'hypothèse que le taux de déconfinement λ est lié à la distance au front de taille z et au rayon du tunnel R par la formule élastique de Panet (Panet, 1995) :

$$\lambda = 0,25 + 0,75 \left(1 - \left(\frac{0,75R}{0,75R + z} \right)^2 \right) \quad (3.25)$$

Le calcul, passé le seuil critique d'endommagement, perd tout son sens puisqu'on n'est plus en milieu continu. On borne ainsi la courbe de convergence à une convergence maximale u_c , associée

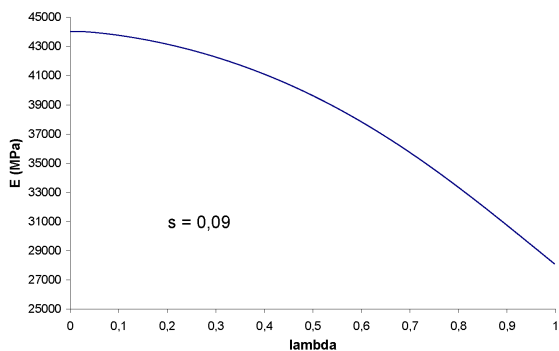


Fig. 3.8 – Variation du module d'Young en paroi avec le déconfinement, liée à la variation de porosité.

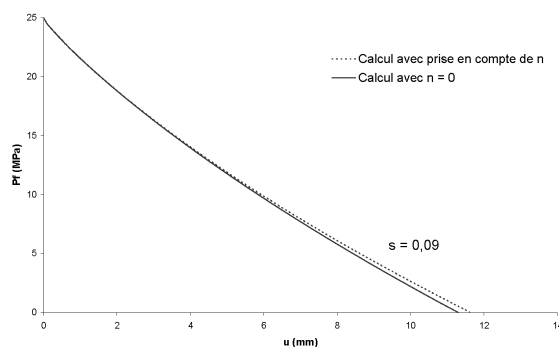


Fig. 3.9 – Courbe de convergence avec et sans prise en compte de la porosité.

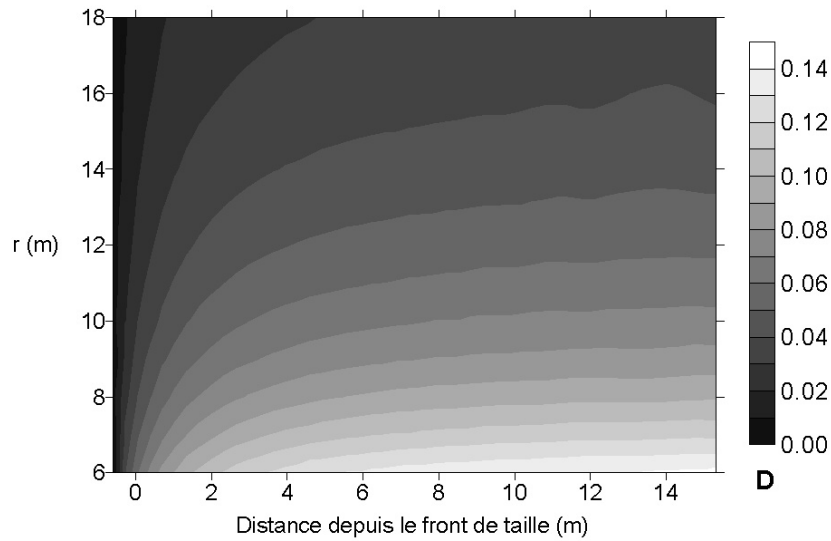


Fig. 3.10 – Isovaleurs de l'endommagement autour du tunnel. r est la distance depuis le centre du tunnel.

à D_c . En prenant $D_c = 0,7$, valeur de l'endommagement au pic de la courbe expérimentale (figure 3.6), on remarque que l'on est encore loin de ce seuil à la fin du déconfinement ($D \approx 0.15$ loin du front).

Toutefois, en supposant que l'on ait un grès beaucoup moins bon — $s = 0,09$ par exemple — le calcul montre que l'endommagement critique est atteint pour une convergence $u_c = 7$ mm et pour un déconfinement critique $\lambda_c = 0.66$. En poursuivant le raisonnement sur ce même exemple, on peut associer à λ_c une distance critique au front de taille. L'équation (3.25) nous donne $z_c = 2.2$ m, distance à partir de laquelle des instabilités en paroi peuvent apparaître.

Schéma de calcul

Le tableau 3.2 synthétise le cheminement d'un calcul de dimensionnement type réalisé avec ce modèle d'endommagement, en fournissant l'évolution de quelques paramètres caractéristiques (déformation volumique, porosité, raideur...). Il met en évidence les évolutions distinctes de la porosité et de l'endommagement.

Etape du calcul	ϵ_v	n	$E(n)$	D	$E(n)(1 - D)$
Etat initial (depuis la surface)	↘	↘	↗	→	↗
Déconfinement et élasticité linéaire	→	→	→	→	→
Déconfinement et endommagement	↗	↗	↘	↗	↘↘

TAB. 3.2 – Evolution de quelques paramètres au cours d'un calcul de dimensionnement type.

3.4 Tunnel profond – éléments-finis en déformations planes

L'étape suivante, après l'étude unidirectionnelle, est l'implantation du modèle d'endommagement dans un code aux éléments-finis. Le but est de pouvoir retrouver dans un premier temps les solutions de la méthode convergence-confinement, puis d'explorer plus précisément les résultats sur un maillage 2D. Dès lors un vaste champ d'investigation s'ouvre à nous : section non-circulaire, anisotropie des contraintes, influence de la profondeur, épaisseur et forme de la zone endommagée, exploration des résultats à l'approche de la rupture.

Remarque importante *Les illustrations de cette partie et du chapitre suivant ont des échelles chromatiques variables d'une figure à l'autre, pour une meilleure lisibilité².*

3.4.1 Implantation numérique du modèle

Castem 2006

Qui veut utiliser un code aux éléments-finis et exploiter les résultats d'un nouveau modèle de comportement devra s'attendre à passer de longues heures de programmation et de validation. Deux choses vont donc conditionner le choix du logiciel :

- la possibilité d'implanter un nouveau modèle de comportement ou mieux, adapter un modèle déjà implanté ;
- la relative facilité d'utilisation pour l'adapter au calcul phasé des ouvrages souterrains et à l'ingénierie.

Le premier point l'a emporté sur le second, et le choix s'est rapidement orienté sur Castem, le logiciel développé par le CEA³. De nombreux calculs d'endommagement ont en effet été réalisés sur ce code, avec succès. Concernant son utilisation pour les calculs phasés, il existe très peu de publications sur ce sujet. Castem n'est en effet pas un logiciel dédié à la géotechnique. Il a donc fallu créer et inventer une procédure spéciale qui est détaillée ci-dessous.

Le modèle de Marigo amélioré avec la prise en compte de la refermeture des pores a été implanté et ajouté à la liste des lois de comportements disponibles. Le fichier Fortran est fourni en annexe B. Les différents tests sur un cube unitaire sont résumés en annexe C.

Calculs phasés sous Castem

Les codes éléments-finis dédiés à la géotechnique intègrent plus ou moins automatiquement le concept de calcul phasé. On entend par là le calcul par étapes avec arrêts dans la résolution numérique, modifications du modèle déformé traduisant l'excavation, transmission des résultats d'une étape à l'autre, puis reprise des pas de calcul. Dans le cadre présent, seul le comportement

2. Par exemple, l'échelle d'endommagement peut ne pas aller jusqu'à 1.

3. Castem2006 est la dernière version utilisée. L'ajout de nouvelles lois de comportement est relativement aisé car le code est ouvert. Il suffit de compiler un fichier écrit en Fortran. Pour plus d'informations sur ce logiciel : www-cast3m.cea.fr

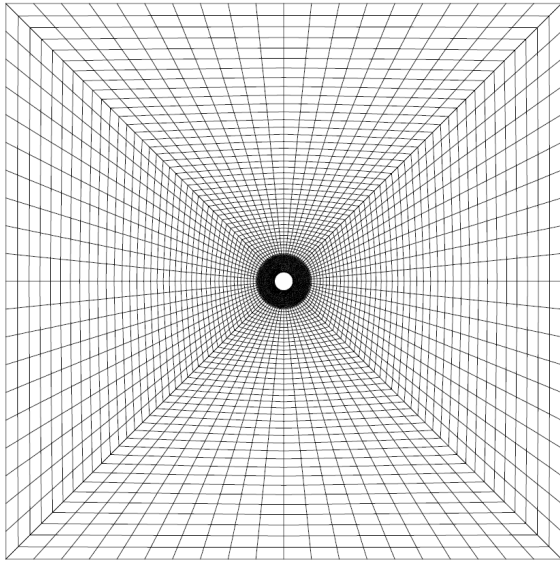


Fig. 3.11 – Maillage du tunnel circulaire, situé à forte profondeur.

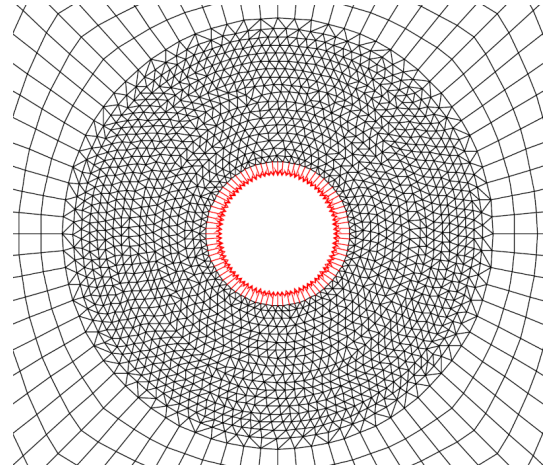


Fig. 3.12 – Zoom sur les forces d'excavation simulant le déconfinement du rocher.

du terrain est pris en compte. L'interaction roche-soutènement a été éludée pour simplifier les résultats et pouvoir les interpréter. Deux phases ont donc été programmées :

1. **Initialisation des contraintes et du module d'Young** : le tunnel étant situé dans un milieu rocheux soumis à son poids propre, il est nécessaire de créer l'état initial de contrainte, isotrope ou non selon que le coefficient des terres au repos K_0 est plus ou moins éloigné de 1. Ce calcul permet également d'initialiser dans la loi de comportement le module d'Young pour la phase suivante. A la fin de cette procédure, l'état de déformation est remis à 0 pour initialiser les déplacements avant l'excavation. Seul l'état de contrainte et la valeur de E_{ini} (cf. Eq. 3.9) sont mémorisés.
2. **Déconfinement jusqu'au taux de déconfinement à la pose λ_d** : cette phase correspond à la suppression d'éléments du maillage éléments-finis à l'intérieur du tunnel, puis à l'application d'un chargement radial en parois directement opposé à l'état de contrainte initial dans le massif à cet endroit. En d'autres termes, c'est à ce moment qu'il faut programmer une routine permettant de récupérer les forces nodales en chaque noeud de la paroi (Figure 3.12). L'application ensuite de ces charges ponctuelles "équivalentes" au chargement initial – mais opposées à celui-ci – simulera l'excavation (on vient en quelque-sort "tirer" sur le maillage).

La figure 3.11 montre le maillage choisi pour étudier notre cas de tunnel circulaire à forte profondeur. Les bords sont volontairement pris très éloignés du tunnel – à 30 fois le rayon – pour qu'ils n'influencent pas les résultats. Ces derniers ont montré que cette précaution n'est pas nécessaire ; 15 fois le rayon aurait suffi.

Le maillage proche du tunnel est raffiné de telle sorte qu'une maille fasse en moyenne 50 cm de long en paroi, pour un rayon de 6 m.

3.4.2 Etat de contrainte isotrope

Grès du Carbonifère sain

Dans un premier temps, replaçons-nous dans le cadre des hypothèses de la méthode convergence-confinement avec un état de contrainte initial isotrope $\sigma_0 = 25$ MPa et la section parfaitement circulaire. Les paramètres matériaux sont ceux du tableau 3.1 et de la partie 3.3.1, correspondant au grès à grains fins non-endommagé. L'étude est poussée jusqu'à la fin du déconfinement, sans soutènement ($\lambda_d = 1$).

La suite de ce paragraphe est une analyse des principaux résultats issus de ce premier calcul.

Validation du modèle d'endommagement Afin de vérifier que la loi d'endommagement du modèle MPC a correctement été implantée, il suffit de tracer la courbe de convergence en un point de la paroi. La Figure 3.13 est le résultat du calcul Castem de cette courbe, superposé au résultat obtenu par la méthode des matrices de transfert (noté MT). A également été ajouté l'évolution de l'endommagement D , en ce même point de la paroi. Les courbes se superposent parfaitement concernant la convergence et à 1, 7% d'erreur sur la fin du déconfinement pour l'endommagement.

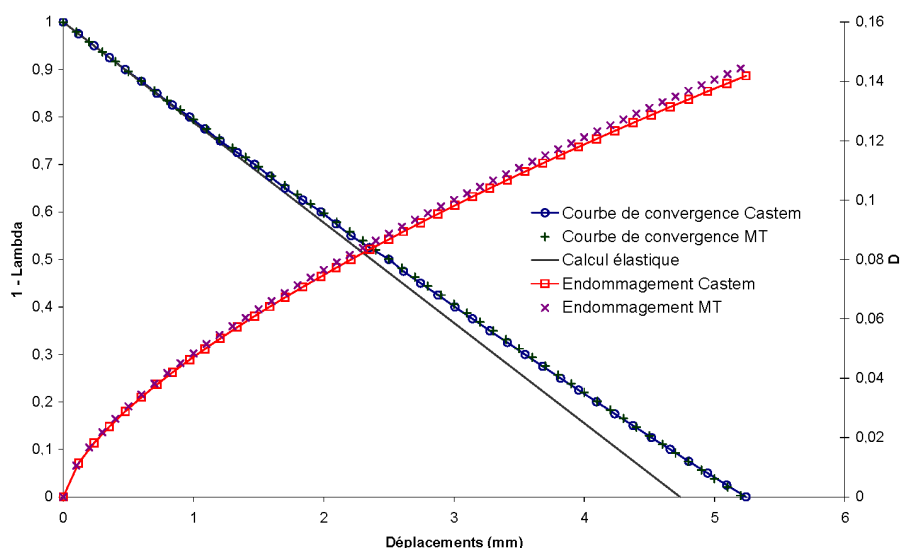


Fig. 3.13 – Comparaison de la courbe de convergence et de l'évolution de l'endommagement en paroi entre le calcul réalisé avec les matrices de transfert (MT) et celui sous Castem.

Carte d'endommagement La Figure 3.14 constitue un outil de travail intéressant car c'est une représentation spatiale de l'endommagement autour de la cavité à la fin du déconfinement. Dans ce cas simple elle n'apporte pas de renseignements supplémentaires à la carte 3.10 ; c'est le même type de visualisation, dans un plan différent. On remarque une accélération du phénomène d'endommagement à proximité de la paroi mais dans notre exemple on est encore loin de la valeur critique de rupture. La zone endommagée s'étend dans le rocher sur une distance légèrement inférieure à un rayon ($D > 0.1$).

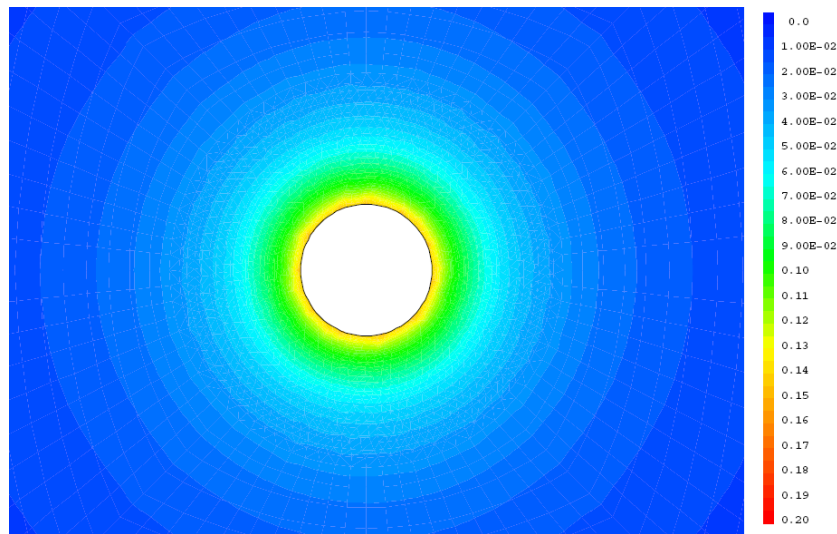


Fig. 3.14 – Carte de l'endommagement D à la fin du déconfinement pour les paramètres identifiés du grès du Doddington et avec les hypothèses de la méthode convergence-confinement.

Grès du Carbonifère dégradé

Pour examiner les résultats numériques sur des valeurs plus significatives, une des solutions consiste à accélérer virtuellement le processus d'endommagement. Ainsi, la diminution du paramètre s dans la loi d'évolution 3.16 est un moyen de simuler un grès ayant une résistance amoindrie. On peut donc imaginer un matériau un peu moins bon, avec un ciment entre grains altéré ou plus fragile. En d'autres termes, sera désigné sous le vocable "grès du Carbonifère dégradé" une roche dont la résistance sera notablement affaiblie comparée au grès étudié précédemment. La figure 3.15 donne les nouvelles courbes triaxiales pour une valeur $s = 0,09$. Cette valeur sera choisie pour les prochains calculs, tous les autres paramètres étant conservés en l'état.

Endommagement La roche étant moins résistante, à niveau de contraintes équivalent on assiste à un endommagement plus avancé. La Figure 3.16 est la carte d'endommagement à la fin du déconfinement. D est proche de 0,7 à la fin du calcul, pour un déplacement en paroi de l'ordre de 1,5 cm. Le tunnel tient toujours sans soutènement, mais une partie du rocher à proximité de la paroi a atteint sa résistance maximum. La zone endommagée est très importante, et dépasse largement la distance d'un diamètre derrière la paroi. Les effets de l'excavation en terme de fissuration se font donc ressentir en profondeur, là où le rocher pourrait paraître encore intact.

Contraintes et déformations La répartition des contraintes orthoradiales σ_θ montre nettement ce passage par un pic de résistance, correspondant à un maximum d'effet de voûte (autour de 33 MPa sur la Figure 3.17). Le matériau proche de la paroi est alors détendu et dans sa phase d'adoucissement. La déformation volumique, qui n'a pas cessé d'augmenter (dilatance), a ramené le matériau dans un état de déformations nulles puis dans un état de traction. L'endommagement issu de ces déformations volumiques positives a ainsi pris le relais, conformément à l'Eq. (3.12), augmentant ainsi le phénomène de dégradation. La Figure 3.18 confirme cette constatation : le ter-

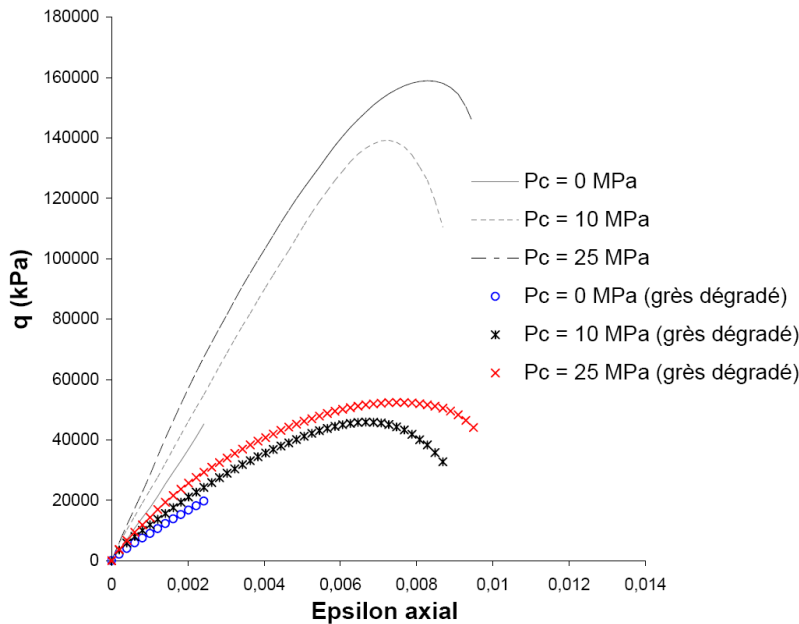


Fig. 3.15 – Essais triaxiaux initiaux ($s = 0, 33$) et pour le grès dégradé ($s = 0, 09$).

rain en paroi est bien en déformations volumiques positives. Le matériau y est détendu et relâché. Pratiquement, cela se traduira certainement par un écaillage et un *son creux* au coup de marteau.

Il est intéressant de noter ici que les phénomènes mécaniques observés sont relativement similaires à ceux de la plasticité (tout au moins qualitativement) : les deux approches, endommagement et plasticité, fondamentalement différentes du point de vue des mécanismes microscopiques, fournissent des résultats quasi-similaires dans cet exemple simple. Nous y reviendrons au paragraphe 21.

Pertes de raideur La comparaison $E(n)$ et $E(n)(1 - D)$ est aussi intéressante à étudier (Figures 3.19 et 3.20). Dans la partie détendue où $\epsilon_v > 0$, l'évolution de la porosité n est stoppée à la valeur $n_0 = 0, 23$. Ceci explique la valeur constante du module d'Young $E(n_0) = E_0 = 20000$ MPa. Avec le couplage porosité-endommagement et la carte du module sécant $E(n)(1 - D)$, il est intéressant de raisonner en pourcentage de perte de raideur pour voir la contribution de chacun des phénomènes :

- 63% de la perte de raideur totale en paroi, soit une chute du module de raideur de 24000 MPa, est causée par la décompression progressive des pores initialement comprimés ;
- les 37% de perte de raideur qu'il reste, soit 14000 MPa, sont dus à l'endommagement et à la destruction progressive du rocher (micro-fissures).

Il faut bien entendu éviter de conclure trop rapidement sur l'importance du phénomène de dé-compression élastique, car en terme de convergence nous raisonnons sur quelques millimètres. Il est toutefois intéressant de garder cette importance relative de la porosité en mémoire pour des calculs plus complexes.

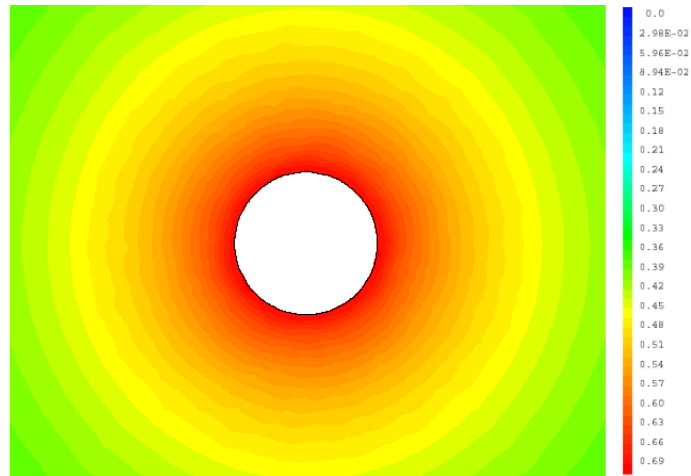


Fig. 3.16 – Carte de l'endommagement D à la fin du déconfinement pour $s = 0,09$ (paramètre dégradé) et avec les hypothèses de la méthode convergence-confinement.

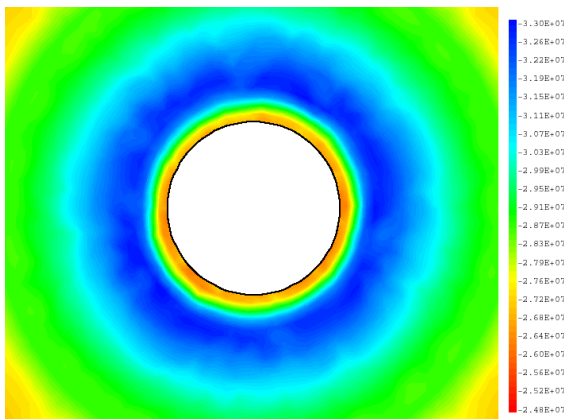


Fig. 3.17 – Contraintes orthoradiales σ_θ à la fin du déconfinement pour $s = 0,09$ (paramètre dégradé) et avec les hypothèses de la méthode convergence-confinement.

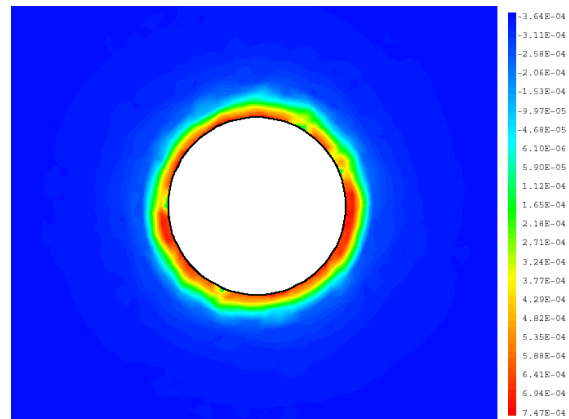


Fig. 3.18 – Déformations volumiques totales ϵ_v à la fin du déconfinement pour $s = 0,09$ (paramètre dégradé) et avec les hypothèses de la méthode convergence-confinement.

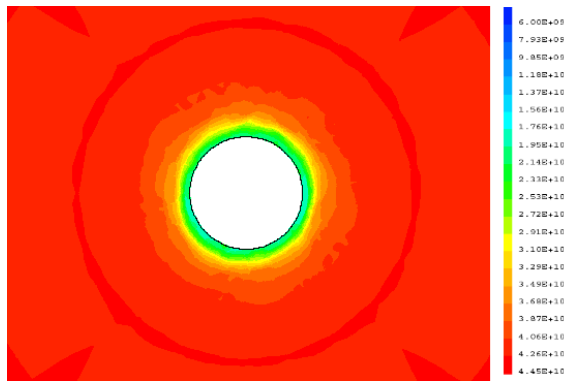


Fig. 3.19 – Carte du module d'Young $E(n)$ à la fin du déconfinement pour $s = 0,09$ (paramètre dégradé) et avec les hypothèses de la méthode convergence-confinement. $E_{ini} = 44000$ MPa.

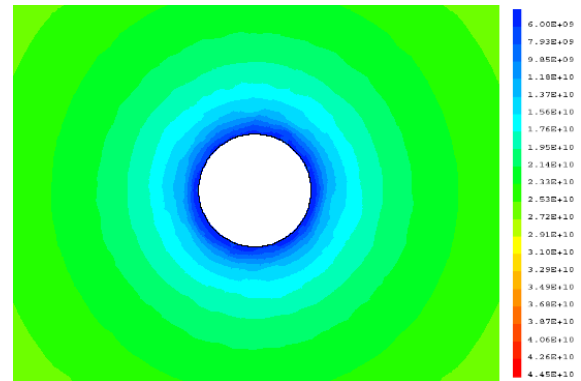


Fig. 3.20 – Carte de raideur $E(n)(1 - D)$ à la fin du déconfinement pour $s = 0,09$ (paramètre dégradé) et avec les hypothèses de la méthode convergence-confinement.

3.4.3 Etat de contrainte anisotrope

Dans bon nombre de configurations, en particulier dans les zones montagneuses soumises aux pressions tectoniques passées ou présentes et à l'érosion active, l'isotropie du champ de contrainte est une hypothèse très éloignée de la réalité. A forte profondeur, le coefficient $K_0 = \sigma_{horiz}/\sigma_{vert}$ ⁴ peut être différent de 1. Considérons une légère anisotropie et regardons son effet sur le déconfinement rocheux. On choisit pour la suite de prendre $\sigma_{horiz} = 28$ MPa et $\sigma_{vert} = 24$ MPa et de modéliser le grès du Doddington dans son état non-dégradé.

Contraintes et déformations Ce cas de figure est classique en travaux souterrains et l'effet immédiat de l'anisotropie se voit sur le champ de contrainte final. En particulier sur la contrainte σ_θ qui caractérise l'effet de voûte (Figure 3.22), on observe une concentration en clef et en radier avec des valeurs légèrement inférieures à la solution analytique élastique $\sigma_{clef} = -3\sigma_{horiz} + \sigma_{vert} = 60$ MPa (Duffaut, 1981). Cette compression se traduit en terme de déformations par un processus de refermeture des pores, qui entraîne ainsi une diminution de volume. Il n'y a pas ou peu d'effet d'endommagement supplémentaire dans ces deux zones diamétralement opposées, comparé au reste de la paroi (Figure 3.23). Pour des sollicitations relativement peu importantes comparées à la résistance de la roche, la nette anisotropie des contraintes ne se retrouve donc pas dans l'endommagement, calculé à partir de l'énergie de déformation.

Pertes de raideur La dernière remarque du paragraphe précédent est vérifiée sur les cartes de raideur. Le module d'Young uniquement lié au volume des vides dans le matériau (déformation élastique de la matrice rocheuse) varie de façon notoire en parcourant la paroi depuis la clef jusqu'aux piédroits (Figure 3.24). Une zone de compression en clef de voûte entraîne une augmentation de E alors qu'en piédroits le relâchement du rocher le rend plus souple. Couplée à l'endommagement (Figure 3.25), la chute de raideur ne s'observe plus qu'en piédroit. Les effets s'opposent et s'annulent presque totalement en voûte.

4. Rappel : K_0 est le rapport des contraintes horizontales sur les contraintes verticales avant excavation.

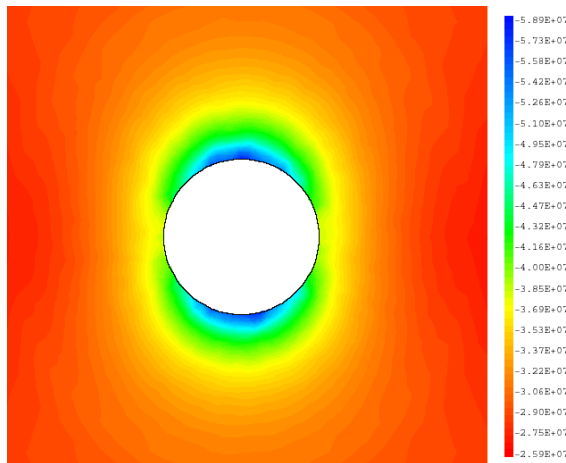


Fig. 3.21 – Contraintes orthoradiales σ_θ à la fin du déconfinement pour le grès du Doddington soumis à un état de contraintes anisotrope ($\sigma_{horiz} = 28$ MPa et $\sigma_{vert} = 24$ MPa).

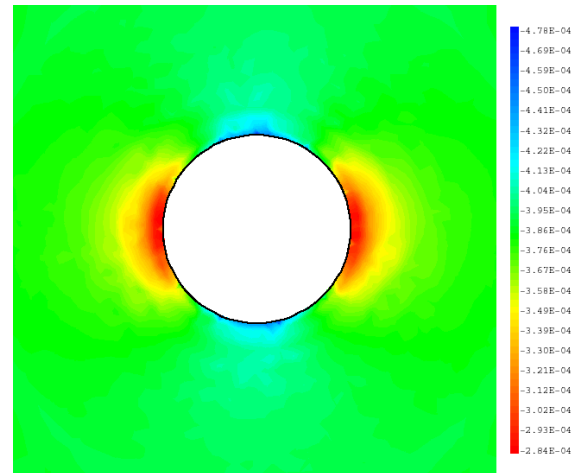


Fig. 3.22 – Déformations volumiques totales ϵ_v à la fin du déconfinement pour le grès du Doddington soumis à un état de contraintes anisotrope ($\sigma_{horiz} = 28$ MPa et $\sigma_{vert} = 24$ MPa).

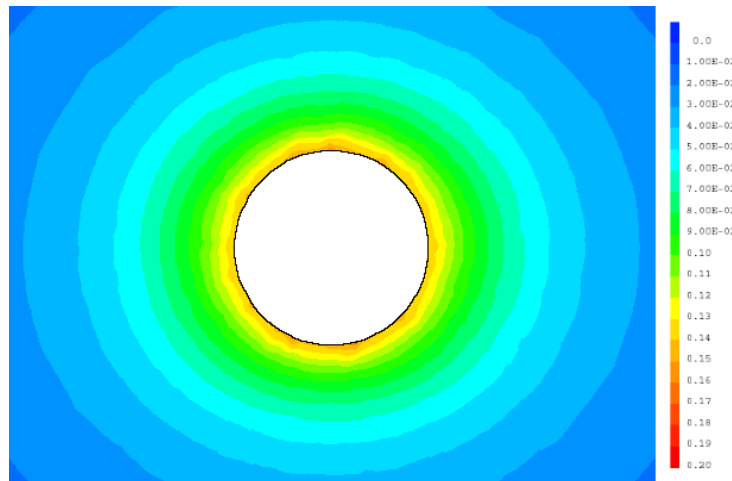


Fig. 3.23 – Carte de l'endommagement D à la fin du déconfinement pour le grès du Doddington soumis à un état de contraintes anisotrope ($\sigma_{horiz} = 28$ MPa et $\sigma_{vert} = 24$ MPa).

Modèle élasto-plastique équivalent Nous nous sommes déjà confrontés à ce type d'exercice dans la partie 2.4.2. Il est en effet intéressant de comparer les résultats globaux issus des calculs d'endommagement à ceux qu'on aurait pu obtenir avec un modèle de Mohr-Coulomb "équivalent". Cette équivalence peut s'obtenir de plusieurs façons. Certains ingénieurs privilégient l'identification des paramètres en calant la courbe de convergence d'un modèle avec celle de l'autre. Une autre méthode – plus classique – consiste à utiliser les cercles de Mohr de rupture ou mieux, directement les courbes triaxiales de révolution en y superposant la courbe de comportement modélisée.

Cette dernière a permis d'isoler les paramètres élasto-plastiques équivalents de Mohr-Coulomb pour le grès du Doddington (Figure 3.26) : $E = 27000$ MPa, $\nu = 0,39$, $C = 12$ MPa et $\varphi = 45^\circ$. Ces valeurs ont été calées pour trois pressions de confinement différentes. Le nombre de stabilité

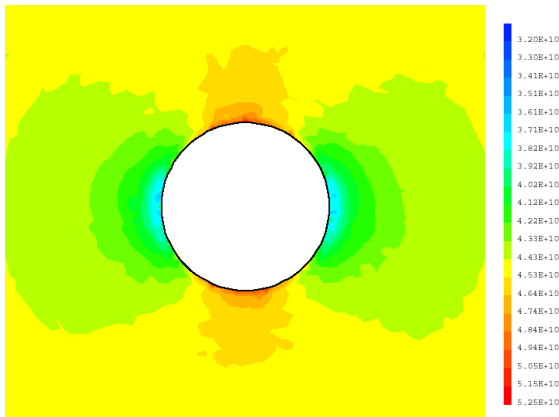


Fig. 3.24 – Carte du module d'Young $E(n)$ à la fin du déconfinement pour le grès du Doddington soumis à un état de contraintes anisotrope ($\sigma_{horiz} = 28$ MPa et $\sigma_{vert} = 24$ MPa). $E_{ini} = 45000$ MPa.

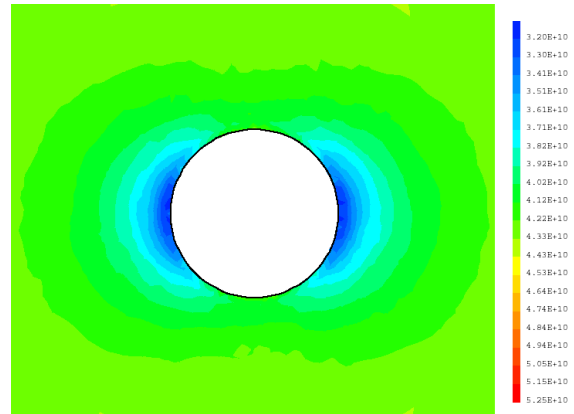


Fig. 3.25 – Carte de raideur $E(n)(1 - D)$ à la fin du déconfinement pour le grès du Doddington soumis à un état de contraintes anisotrope ($\sigma_{horiz} = 28$ MPa et $\sigma_{vert} = 24$ MPa).

$F = 2\sigma_0/R_c$ est plus petit que 1, il n'y aura donc pas d'apparition de zones plastiques autour du tunnel. Les résultats du calcul élasto-plastique seront donc ceux du calcul élastique.

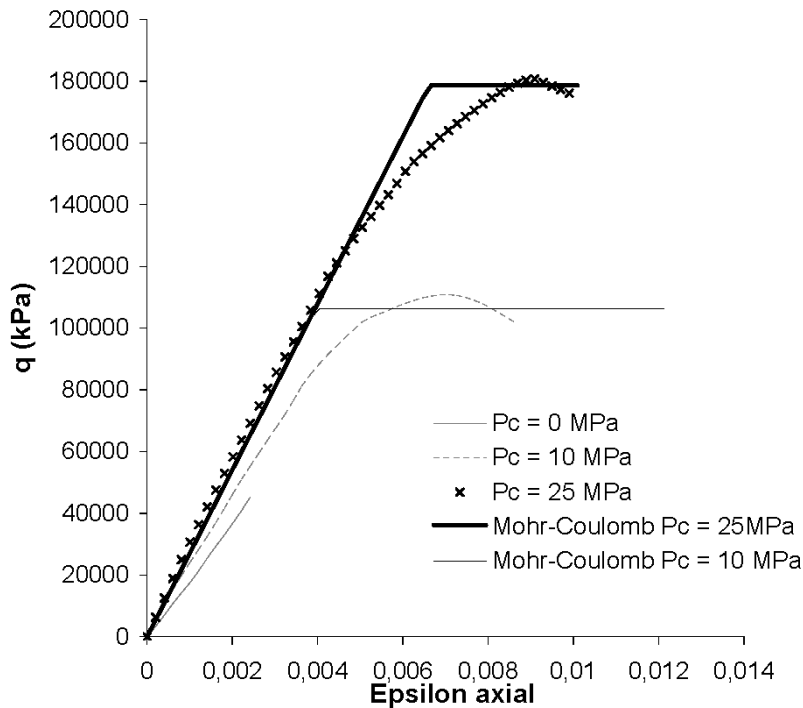


Fig. 3.26 – Courbes triaxiales du grès, avec comparaison entre modèle d'endommagement et de plasticité à trois pressions de confinement différentes.

Sur le plan quantitatif, le tableau 3.3 compare quelques valeurs caractéristiques pour les deux modèles, avec un rappel de l'état initial du rocher avant excavation. En terme de déplacements,

	U_r (mm)		σ_θ (MPa)		ϵ_v	
	Piédroits	Voûte	Piédroits	Voûte	Piédroits	Voûte
Etat initial	0	0	-24	-28	$-0,389.10^{-3}$	$-0,389.10^{-3}$
Elasto-plastique	8,8	7	-44	-60	$-0,312.10^{-3}$	$-0,542.10^{-3}$
Endommagement	6	4,7	-38	-59	$-0,282.10^{-3}$	$-0,479.10^{-3}$

TAB. 3.3 – Comparaison entre les résultats issus de deux calculs effectués pour le grès du Dod-dington : élasto-plasticité de Mohr-Coulomb (ici entièrement élastique) et endommagement MPC.

on constate que le modèle d'endommagement fournit une tendance similaire à l'élasto-plasticité mais à un niveau moindre : le déplacement en piédroits est plus élevé qu'en voûte, ce qui est logique avec le K_0 choisi, mais l'amplitude est plus faible pour le calcul non-linéaire de Marigo. Cette différence est intéressante à étudier. Si le module d'Young initial avait été le même dans les deux modélisations, l'endommagement aurait eu pour effet d'augmenter les déplacements. Or dans notre situation pratique, l'élasto-plasticité n'est pas calée sur la tangente initiale. Elle est ajustée au plus proche de la courbe réelle, par un module sécant intermédiaire qui n'aura donc pas de sens physique proprement dit.

Dans notre exemple également, l'endommagement n'est pas très important ($D < 0,2$) et donc son influence est minime. Elle réduit tout de même l'effet de voûte, en tout point de la paroi.

Dans la zone en compression, en voûte et en radier, l'endommagement réduit le phénomène de contraction élastique (ouverture de fissures qui a tendance à limiter la diminution de volume dans cette zone). A contrario en piédroits, la fissuration liée à l'ouverture de fissures en extension provoque un surcroît de dilatance. Le gonflement en piédroit est donc minimisé par la solution élastique, à la lecture des résultats.

3.5 Conclusion

Le modèle de Marigo avec refermeture de la porosité (Porosity Closure) ou modèle MPC apporte un certain nombre de réponses aux problèmes posés par certains comportements rocheux. Il est question en particulier de modéliser la variation de raideur par une association de l'endommagement avec le phénomène de refermeture des vides du rocher. La non-linéarité et l'adoucissement sont également pris en compte par la loi de Marigo avec une variation de D en fonction de $(Y/S)^s$. L'application 1D puis 2D sur éléments-finis, ainsi que l'étude comparée avec une loi de plasticité de Mohr-Coulomb confirme l'intérêt de cette nouvelle approche, relativement simple au regard du nombre de phénomènes pris en compte.

L'examen du tunnel construit dans un état de contrainte initial anisotrope a mis en évidence des zones en paroi susceptibles de s'endommager plus rapidement. L'interprétation dans ce cas ne doit pas être trop rapide : nous reviendrons sur ce point dans le chapitre 5. Il est important de bien comparer les deux approches, plastiques et endommageables, voir même de les coupler, pour être le plus pertinent possible.

Chapitre 4

Phénomènes couplés à l'endommagement

4.1 Limites des modèles de type Marigo

Le modèle de Marigo, écrit à partir de considérations purement thermodynamiques, offre des avantages très intéressants pour la résolution analytique des problèmes mécaniques (chapitre 2) ainsi que pour l'adjonction de phénomènes annexes à l'endommagement tels que la prise en compte de la porosité (chapitre 3). Ce modèle part du postulat que l'endommagement débute puis évolue directement en fonction de l'énergie élastique du matériau, caractérisée par la variable Y ou *force thermodynamique* associée à l'endommagement. Ce pilotage de la variable scalaire D fonctionne bien pour certains matériaux quasi-fragiles comme les roches et pour certains chemins de contraintes. Toutefois nous pouvons isoler trois gros inconvénients à ne considérer qu'un modèle de ce type :

1. La réalisation d'une décharge en cours de chargement sur un échantillon triaxial montre très souvent une déformation permanente qu'il n'est pas possible de reproduire avec un modèle d'endommagement simple.
2. L'élasticité non-linéaire est bien reproduite pour les premiers niveaux de sollicitation, mais l'évolution de la phase adoucissante est trop brutale comparativement aux résultats expérimentaux.
3. Le pilotage de D par le taux de restitution de densité d'énergie Y englobe sans distinction les comportements en dilatation et en contraction, ou encore l'endommagement issu de la compression et celui de l'extension. Dans un état de contrainte anisotrope où les deux situations peuvent se rencontrer, cette considération n'est plus très réaliste.

A ces trois constatations, il faut ajouter qu'en pratique l'orientation des fissures n'est pas isotrope comme cela semble l'indiquer en ne considérant qu'une variable scalaire D . Ces fissures, issues de la sollicitation de la matrice rocheuse, s'orientent d'une certaine façon et la conséquence directe de ce phénomène est une anisotropie supplémentaire des contraintes et des déformations.

Dans le processus de hiérarchisation des comportements rocheux initié dans cette thèse, il est donc intéressant d'apporter des réponses et compléments à chacune des remarques évoquées ci-dessus. C'est l'objet des paragraphes suivants et de l'annexe D.

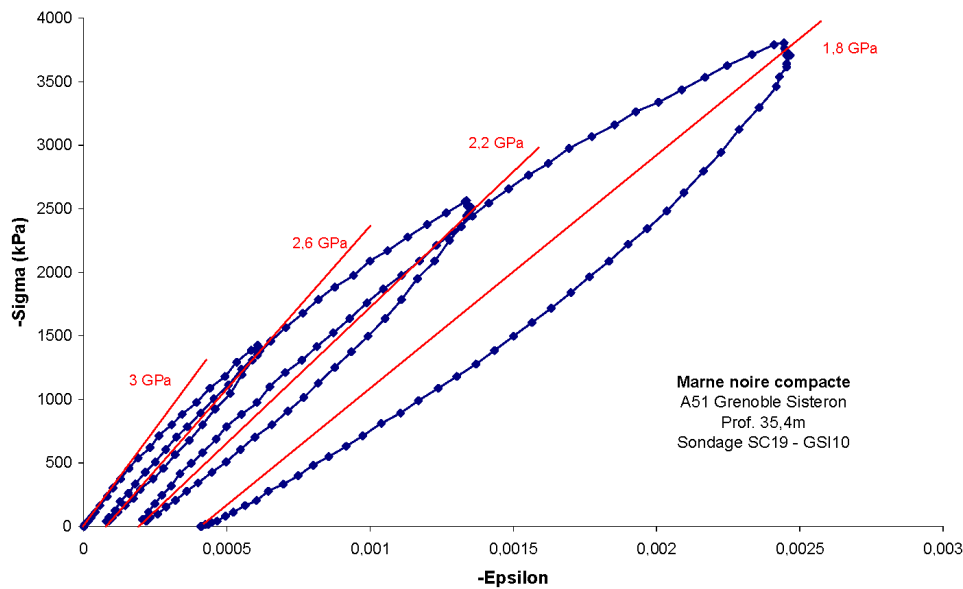


Fig. 4.1 – Essai de compression simple sur les marnes indurées du tunnel des Terres Noires avec trois cycles charge-décharge (autoroute A51).

4.2 Couplage plasticité-endommagement

4.2.1 Analyses couplées ou découplées de l'endommagement

Un couplage souvent constaté

Serratrice (1999) a réalisé une série d'essais de compression simple sur des marnes noires indurées dans le cadre du projet de tunnel des *Terres Noires* sur l'autoroute A51 (Figure 4.1). Plusieurs décharges ont été réalisées à différents niveaux de chargement. Elles ont permis d'isoler deux types de comportement :

- une perte de raideur progressive, matérialisée sur la Figure 4.1 par des droites dont la pente diminue avec la sollicitation augmentant.
- une augmentation progressive de la déformation permanente, mesurable à la fin de chaque décharge.

La Figure 1.11 du chapitre 1 est également une bonne illustration de ce couplage plasticité-endommagement, présent pour un tout autre type de roche – des micaschistes – et un tout autre type d'essai – l'essai dilatométrique.

Loi de Lemaitre

Pour tenir compte de ce double mécanisme de ruine, Lemaitre (1992) a proposé¹ une loi d'évolution de la variable d'endommagement D gouvernée par la déformation plastique cumulée

1. initialement pour les métaux, mais appliqué ensuite à pratiquement tous les matériaux...

p , présentée page 29, et du taux de restitution de densité d'énergie Y , présenté page 35 :

$$\dot{D} = \begin{cases} 0 & \text{si } p < p_D \\ \left(\frac{Y}{S}\right) \dot{p} & \text{si } p \geq p_D \end{cases} \quad (4.1)$$

S est un paramètre matériaux définissant la résistance à l'endommagement ; p_D est la déformation plastique cumulée définissant le seuil d'initiation de l'endommagement. Cette modélisation interdit donc un endommagement débutant dans la zone élastique. Cela n'est pas trop pénalisant car on constate dans une majorité de cas que les deux processus de dégradation sont associés dès le départ (auquel cas $p_D = 0$).

Pour l'évolution de la plasticité, il existe une panoplie de fonctions critères, avec un écoulement associé ou non. Pour rester simple dans la modélisation, nous considérerons une plasticité de type Drucker-Prager² non-associée et parfaite, couplée à une loi de Lemaitre. Nous ne pourrions donc considérer dans ce cas que les comportements adoucissants, où l'endommagement est la seule cause de diminution des propriétés du matériau.

4.2.2 Elasto-plasticité couplée à l'endommagement

Expression analytique du modèle et matrice tangente

Pour mettre en place le modèle couplé d'endo-plasticité, nous allons utiliser le principe d'équivalence en déformations, exposé dans la section 1.3.2. Autrement dit, nous allons simplement adapter le critère de Drucker-Prager en utilisant le concept de contrainte effective (la contrainte est divisée par le terme $1 - D$). Le critère de plasticité exprimé en tenant compte de l'endommagement s'écrit donc ainsi³ :

$$f = \frac{q}{1 - D} - \tan \beta \frac{p_m}{1 - D} - k = 0 \quad (4.2)$$

Avec β et k deux constantes du matériau, $q = \sqrt{\frac{3}{2} (\boldsymbol{\sigma}^D : \boldsymbol{\sigma}^D)}$ la contrainte de Von Mises, équivalente au *déviateur* lors d'un essai triaxial. $\boldsymbol{\sigma}^D$ la partie déviatorique du tenseur des contraintes, $p_m = \frac{1}{3} \text{tr}(\boldsymbol{\sigma})$ est la contrainte moyenne.

Pour effectuer des calculs couplés avec la méthode des matrices de transfert, rappelons qu'il est nécessaire d'exprimer la matrice tangente de la loi de comportement. Pour ce faire, utilisons la règle de consistance qui impose $df = 0$. On aura :

$$\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} d\boldsymbol{\sigma} + \frac{\partial f}{\partial D} dD = 0 \quad (4.3)$$

$$\left[\frac{3}{2} \frac{\boldsymbol{\sigma}^D}{q} - \frac{\tan \beta}{3} \mathbf{I} \right] : \frac{d\boldsymbol{\sigma}}{1 - D} + \left[q - \frac{\tan \beta}{3} \right] \frac{dD}{(1 - D)^2} = 0 \quad (4.4)$$

\mathbf{I} est la matrice identité. La différentielle de D peut s'écrire de façon plus détaillée en utilisant la loi de Lemaitre (4.1). Pour le critère de plasticité de Drucker-Prager, p est fonction de ϵ^{pD} , la

2. Le modèle de Drucker-Prager a été choisi pour la simplicité de son expression analytique et non pour son exactitude en matière de représentation des phénomènes géotechniques. Le modèle de Mohr-Coulomb, plus proche du comportement réel du terrain, est exprimé en contraintes principales extrêmes et est donc plus difficile à manipuler, surtout en 3D.

3. Avec la convention usuelle en géotechnique, contraintes positives en compression et négatives en traction.

déformation plastique déviatorique :

$$dp = d\gamma^p = \sqrt{\frac{2}{3} d\epsilon^{pD} : d\epsilon^{pD}} \quad (4.5)$$

Avec par définition, ϵ^p étant la déformation plastique :

$$\epsilon^{pD} = \epsilon^p - \frac{1}{3} \text{tr}(\epsilon^p) \mathbf{I} \quad (4.6)$$

La loi d'écoulement impose que la déformation plastique dérive du potentiel plastique F :

$$F = \frac{q}{1-D} - \tan \psi \frac{p_m}{1-D} - k \quad (4.7)$$

ψ étant l'angle de dilatance du critère de Drucker-Prager non-associé. Cette condition s'exprime ainsi :

$$d\epsilon^p = d\lambda \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (4.8)$$

Où $d\lambda$ est le multiplicateur plastique. Il nous faut également calculer la trace de $d\epsilon^p$:

$$\text{tr}(d\epsilon^p) = d\lambda \text{tr} \left(\frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right) = d\lambda \frac{\partial F}{\partial I_1} \quad (4.9)$$

Avec $I_1 = \text{tr}(\boldsymbol{\sigma})$ le premier invariant du tenseur des contraintes. Posons :

$$\mathbf{A} = \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}} - \frac{1}{3} \frac{\partial F}{\partial I_1} \mathbf{I} \quad (4.10)$$

Avec cette notation et en supposant $d\lambda$ positif (chargement), l'Eq. (4.1) devient :

$$dD = \frac{Y}{S} d\lambda \sqrt{\frac{2}{3} \mathbf{A} : \mathbf{A}} \quad (4.11)$$

D'autre part, le tenseur des contraintes est lié à chaque instant au tenseur des déformations élastiques ϵ^e par l'intermédiaire de la matrice de rigidité élastique \mathbf{E} ,

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E}(1-D) : \epsilon^e \quad (4.12)$$

Le principe de la partition des déformations est le suivant :

$$\boldsymbol{\epsilon} = \epsilon^e + \epsilon^p \quad (4.13)$$

En utilisant les Eq. (4.8), (4.11) et (4.13), et à partir de l'Eq. (4.12), la différentielle de $\boldsymbol{\sigma}$ s'écrit :

$$d\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E}(1-D) : d\boldsymbol{\epsilon} - d\lambda \left[\mathbf{E}(1-D) \frac{\partial G}{\partial \boldsymbol{\sigma}} + \frac{Y}{S} \sqrt{\frac{2}{3} \mathbf{A} : \mathbf{A}} (\mathbf{E} : \epsilon^e) \right] \quad (4.14)$$

En remplaçant $d\boldsymbol{\sigma}$ et dD de l'équation de consistance (4.4) par leur expression (4.11) et (4.14), on obtient l'expression de $d\lambda$:

$$d\lambda = \frac{(1-D) \mathbf{N}_f : \mathbf{E} : d\boldsymbol{\epsilon}}{(1-D) \mathbf{N}_f : \mathbf{E} : \mathbf{N}_F + H} \quad (4.15)$$

avec

$$\mathbf{N}_f = \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (4.16)$$

$$\mathbf{N}_F = \frac{\partial G}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (4.17)$$

$$H = \left(\frac{Y}{S} \sqrt{\frac{2}{3} \mathbf{A} : \mathbf{A}} \right) \left(\mathbf{N}_F : \mathbf{E} : \boldsymbol{\epsilon}^e - \frac{\partial f}{\partial D} \right) \quad (4.18)$$

En remplaçant $d\lambda$ par son expression dans l'équation (4.14), on aboutit à la relation incrémentale suivante :

$$d\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{L} : d\boldsymbol{\epsilon} \quad (4.19)$$

Où \mathbf{L} est la matrice tangente, qui a pour expression :

$$\mathbf{L} = \mathbf{E}(1 - D) - \frac{(1 - D)^2 (\mathbf{E} : \mathbf{N}_G) (\mathbf{N}_F : \mathbf{E}) + (1 - D) \left(\frac{Y}{S} \right)^s \sqrt{\frac{2}{3} \mathbf{A} : \mathbf{A}} (\mathbf{E} : \boldsymbol{\epsilon}^e) (\mathbf{N}_F : \mathbf{E})}{(1 - D) \mathbf{N}_F : \mathbf{E} : \mathbf{N}_G + H} \quad (4.20)$$

On peut dès à présent remarquer la présence des déformations élastiques $\boldsymbol{\epsilon}^e$ dans l'expression de la matrice tangente. En d'autres termes, celle-ci ne sera pas complètement calculable de manière explicite à un pas de déconfinement donné. Ceci n'introduit néanmoins pas de grosses complications dans la procédure de calcul.

Identification des paramètres

Là encore, pour que notre modélisation soit pertinente, il est important de maîtriser une procédure d'identification simple et rapide des paramètres. Comme pour les modèles proposés précédemment, un essai triaxial classique suffit pour déterminer l'ensemble des valeurs.

La réalisation de plusieurs cycles de chargement - déchargement fournit une source d'informations très intéressante :

- On mesure à chaque décharge la valeur de la déformation plastique, et donc de la déformation élastique.
- On mesure également à chaque décharge la pente de la droite, ce qui nous donne la valeur du module effectif et donc de l'endommagement par comparaison avec le module initial.

Ces deux données sont très importantes dans le cadre d'une approche hiérarchique car elles donnent le poids relatif de chaque phénomène.

Dans la plupart des cas, et surtout pour les essais triaxiaux, réaliser des décharges revient à augmenter le coût de l'essai de façon notoire (temps passé, réglages...). Il est toutefois possible de s'affranchir de ces cycles pour identifier les paramètres de notre loi couplée. Un essai triaxial monotone peut donc suffire, moyennant quelques hypothèses simplificatrices.

Dans le cadre de la rénovation du tunnel de la Nerthe, construit à la moitié du XIXème siècle au Nord de Marseille, sous l'Estaque, le laboratoire régional des Ponts-et-Chaussées d'Aix-en-Provence a réalisé plusieurs essais sur des marnes gris noir compactes prélevées sur le site (Seratrice, 2005a). L'essai triaxial CD réalisé à la pression de 500 kPa nous sert de support pour l'identification de notre loi (Figure 4.2). La courbe peut à première vue se scinder en deux phases : une phase élastique quasi-linéaire et une phase adoucissante.

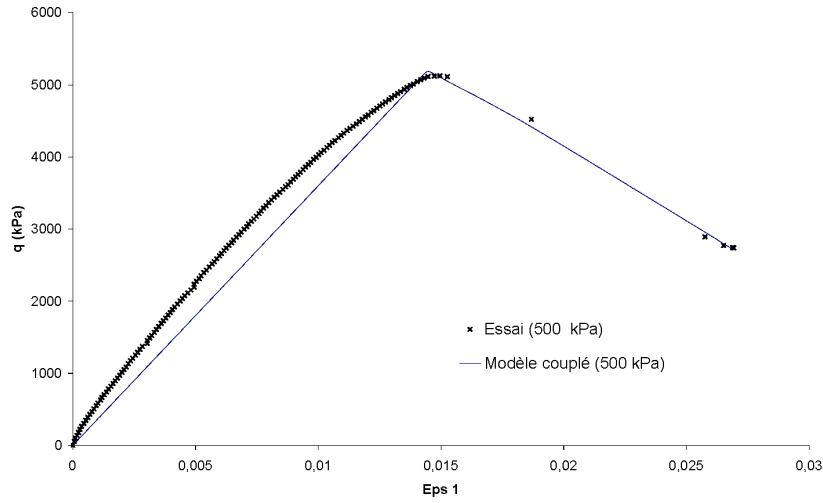


Fig. 4.2 – Essai triaxial à une pression de confinement de 500 kPa sur des marnes gris noires. Comparaison entre données expérimentales et modèle couplé.

Les paramètres de plasticité sont déterminés au seuil d'apparition de celle-ci, grâce à l'expression du déviateur q_s à cet instant. La pression moyenne calculée à ce même instant est $p_{ms} = \sigma_3 + q_s/3$, où σ_3 est la contrainte principale de confinement latérale, σ_1 la contrainte verticale appliquée sur l'échantillon. L'Eq. (4.2) permet ainsi de déterminer le déviateur au pic de résistance :

$$q_s = \frac{k + \tan \beta \sigma_3}{1 - \frac{\tan \beta}{3}} \quad (4.21)$$

Avec deux pressions de confinement, le couple (k, β) est déterminé. Dans la phase post-pic ensuite, phase de dégradation des propriétés mécaniques du matériau, la chute de déviateur est calculée à partir de la loi de Lemaitre (4.1). Le couplage total entre l'endommagement et l'écoulement plastique rend l'expression de Y et p relativement complexe. Pour simplifier l'identification nous ferons deux hypothèses :

1. on supposera que Y est constant dans la zone plastique.
2. on supposera que la déformation plastique cumulée p est calculée à partir de la déformation plastique totale et non uniquement à partir de la déformation plastique déviatorique. Cette deuxième hypothèse aura pour conséquence de surestimer le rôle de la déformation volumique isotrope dans l'évolution de l'endommagement.

Dans le contexte particulier d'un essai de compression simple ($\sigma_3 = 0$), la première hypothèse n'en est plus une car le déviateur q devient proportionnel à la pression moyenne p_m et l'expression de Y se retrouve indépendante de D pour la plasticité de Drucker-Prager. Dans tous les autres cas cependant (Lemaitre et Desmorat, 2005),

$$Y = \frac{q^2 R_v}{2E(1-D)^2} \quad \text{avec} \quad R_v = \frac{2}{3}(1+\nu) + 3(1-2\nu) \left(\frac{p_m}{q} \right)^2 \quad (4.22)$$

Dire que Y est constant dans la zone plastique revient donc à considérer une triaxialité des contraintes $T_x = \frac{p_m}{q}$ constante dans le cas présent d'une plasticité parfaite. Nous opterons donc,

dans le cadre restreint de l'identification des paramètres sur un essai triaxial, pour le choix $Y = Y_s$ constant, égal à sa valeur lors de l'apparition de la plasticité pour $q = q_s$ et $D = 0$. Par intégration de la loi de Lemaitre sans seuil ($p_D = 0$) on obtient :

$$D = \left(\frac{Y_s}{S} \right) p \quad (4.23)$$

avec rappelons-le, conformément à la deuxième hypothèse :

$$p = \int \sqrt{\frac{2}{3} (d\epsilon^p : d\epsilon^p)} \quad (4.24)$$

Par ailleurs durant toute la phase adoucissante, la fonction critère (4.2) est vérifiée. Ceci permet d'exprimer la valeur expérimentale de l'endommagement :

$$D_{exp} = 1 - \frac{1}{k} \left[\left(1 - \frac{\tan \beta}{3} \right) q - \tan \beta \sigma_3 \right] \quad (4.25)$$

La superposition des valeurs calculées expérimentalement à celles calculées par la loi de Lemaitre permet d'ajuster le paramètre S (Figure 4.3). L'identification du modèle est relativement aisée sachant que la phase adoucissante est quasi-linéaire. Cette dernière remarque valide notre première hypothèse : l'essai montre que D est quasi-proportionnel à p .

Au final les paramètres sont les suivants :

$$E = 360 \text{ MPa}, \quad \nu = 0.3, \quad \beta = 32^\circ, \quad k = 3.8 \text{ MPa},$$

$$\psi = 12^\circ, \quad p_D = 0 \quad \text{et} \quad S = 0.0012$$

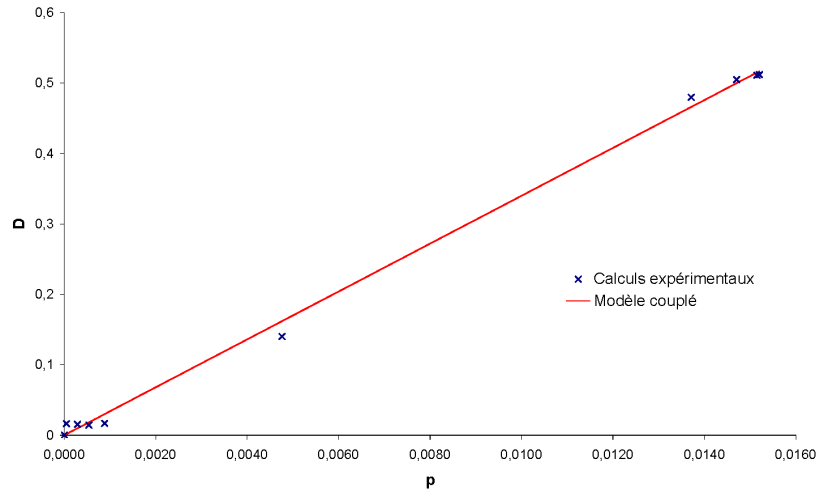


Fig. 4.3 – Identification du paramètre S de la loi d'évolution de l'endommagement. Valeurs déduites de l'essai et droite du modèle.

4.2.3 Endommagement en post-traitement d'un calcul élasto-plastique

Le modèle exprimé ci-dessus est dit "couplé" car les deux mécanismes de dégradation du matériau – l'endommagement et la plasticité – interviennent de manière complètement dépendantes et interagissent pleinement.

Les calculs qui accompagnent ce type de modélisation sont relativement lourds à mettre en oeuvre. Pour un certain nombre de matériaux cependant, la réalisation de ces derniers a montré que pour un niveau de précision satisfaisant, il était possible de dissocier complètement les deux approches. En d'autres termes, le calcul élasto-plastique est réalisé indépendamment du calcul d'endommagement. Ce second calcul est alors appelé "calcul de l'endommagement en post-traitement".

La réalisation des calculs découplés est beaucoup plus simple (Lemaitre et Desmorat, 2005). Il faut dans un premier temps lancer la résolution élasto-plastique (modèle de Drucker-Prager de la page 21), puis calculer l'évolution de l'endommagement par le biais de la connaissance de la déformation plastique cumulée $p(t)$ et du taux de restitution d'énergie élastique $Y(t)$ qui auront été soigneusement stockés. Certes, cette façon de procéder élude certains phénomènes liés au couplage mais permet néanmoins d'obtenir très rapidement des cartes d'endommagement, cartes permettant de localiser les zones de forte dégradation et de rupture du matériau.

4.2.4 Tunnel creusé dans les marnes noires

La matrice tangente (4.20) a été implantée dans le logiciel de matrices de transfert. Pour réaliser un calcul complet de couplage entre plasticité et endommagement, nous avons choisi d'étudier le cas d'un tunnel de 12 m de diamètre, creusé dans les marnes noires compactes identifiées au paragraphe 24. La hauteur de couverture maxi est de 200 m.

Résultats comparés pour la marne étudiée

Les deux approches – couplées et découplées – ont été examinées simultanément avec la méthode des matrices de transfert. La Figure 4.4 fournit les résultats comparés de la courbe de convergence du terrain autour de l'ouvrage. On remarque que curieusement, le terrain entre en plasticité assez tardivement comparé à sa résistance et à la profondeur de l'ouvrage. Ce décalage comparé au même matériau modélisé par la loi de Mohr-Coulomb provient de la forme circulaire du critère de Drucker-Prager dans le plan déviatorique. Le cercle en effet est atteint plus tardivement que l'hexagone inscrit de Mohr-Coulomb. Pour notre tunnel, on peut toutefois observer un très léger décalage entre le calcul non-couplé – la courbe est ici la même que pour un calcul élasto-plastique classique – et le calcul couplé. Le couplage avec l'endommagement aurait donc tendance à augmenter légèrement la convergence. L'endommagement calculé en post-traitement est cependant bien supérieur à celui calculé simultanément à la plasticité. La déformation à la fin du déconfinement approche 0,02 ce qui est l'ordre de grandeur des déformations maximum sur les essais triaxiaux : nous ne dépassons donc pas les bornes de validité du modèle. Notons qu'à ce niveau de déformations, en phase adoucissante, on peut craindre le phénomène de localisation et la perte d'unicité de la solution. Dans notre calcul cependant, le critère de localisation tel qu'il est exposé dans la section 2.3 n'est pas atteint.

L'examen de la déformation volumique sur la figure 4.5 montre une dilatance plus importante pour le calcul couplé, explicable par l'augmentation de volume du matériau provenant des deux

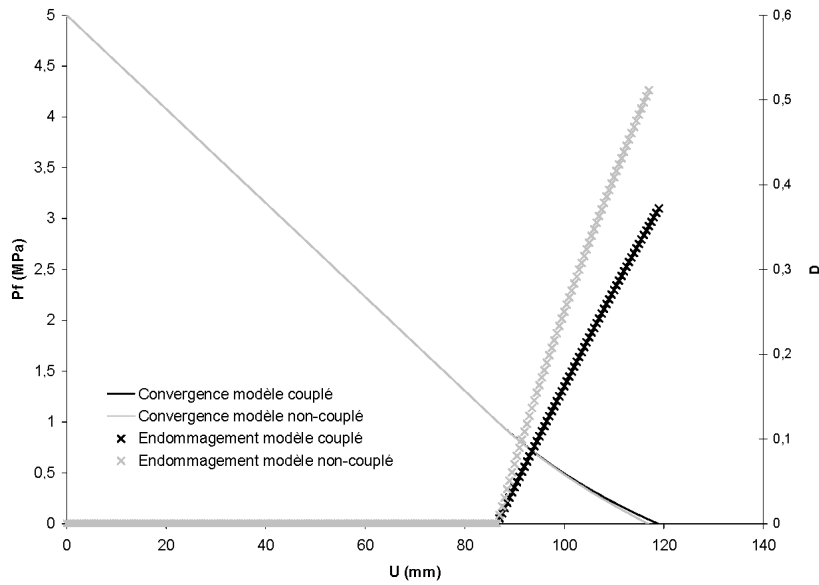


Fig. 4.4 – Courbes de convergence et évolution de l’endommagement D en paroi pour le tunnel étudié et la marne du tunnel de la Nerthe.

mécanismes de dégradation. Le premier cas post-traité ne permet pas de prendre en compte la dilatance liée à l’endommagement. Le chemin de contraintes, sur la figure 4.6, illustre la phase élastique linéaire dans un premier temps, et la chute de contrainte orthoradiale lorsque la plasticité est atteinte. Les points $(\sigma_r, \sigma_\theta)$ suivent la droite du critère de Drucker-Prager pour le calcul découplé, ou se séparent de celle-ci progressivement pour le calcul couplé. C’est la phase adoucissante où les caractéristiques matériaux décroissent avec la sollicitation.

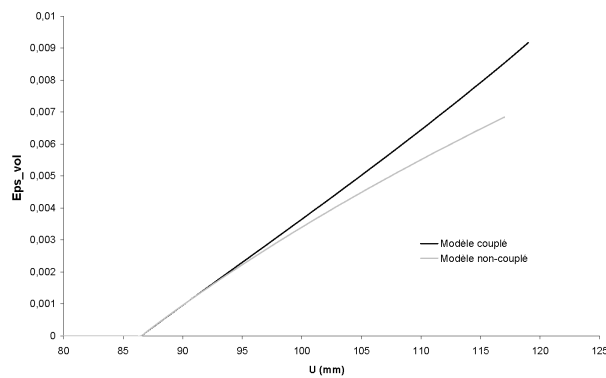


Fig. 4.5 – Déformations volumiques en paroi pour le tunnel étudié et la marne du tunnel de la Nerthe.

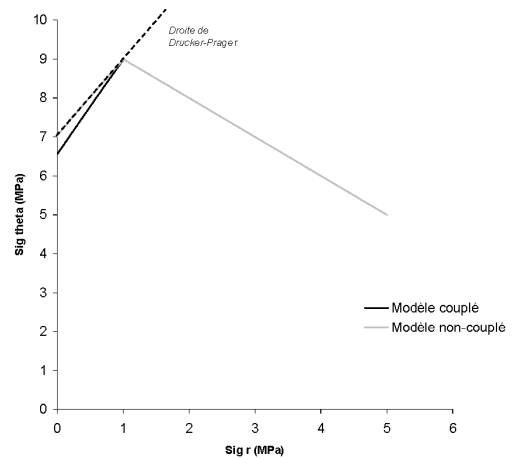


Fig. 4.6 – Chemin de contraintes en paroi pour le tunnel étudié et la marne du tunnel de la Nerthe.

Marne de moindre résistance

L'exemple précédent ne montre pas une forte détérioration de la marne. De manière identique au chapitre 3 où les paramètres d'endommagement du grès avaient été volontairement diminués, il est intéressant de faire chuter la résistance de pic de la roche afin de vérifier les interprétations du paragraphe précédent. La valeur du paramètre k est ainsi volontairement descendue de 3,8 à 2 MPa.

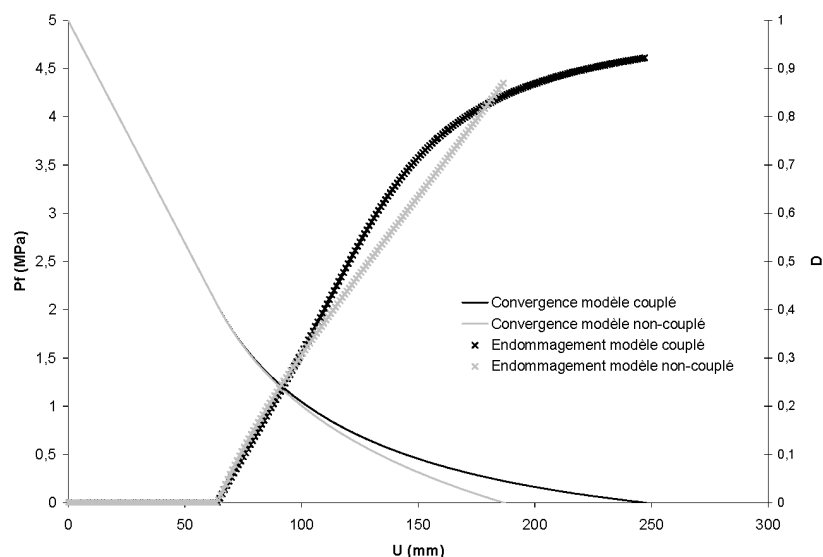


Fig. 4.7 – Courbes de convergence et évolution de l'endommagement D en paroi pour une marne avec une résistance amoindrie.

La courbe de convergence sur la figure 4.7 exhibe cette fois-ci une différence de convergence importante entre les deux approches. La prise en compte de l'adoucissement par l'endommagement amplifie notablement le déplacement en paroi. La remarque du paragraphe précédent concernant l'évolution de la variable d'endommagement est cependant contredite sur ce calcul plus avancé. On observe en effet que le calcul post-traité donne une bonne approximation de D jusqu'à un déplacement de 100 mm, s'éloigne légèrement de la solution couplée pour la recouper et la dépasser allègrement autour de 175 mm. La valeur de D a tendance à se stabiliser sur la fin du déconfinement. Il est certain qu'à ce niveau de sollicitation, l'endommagement critique est atteint et le matériau n'a plus aucune tenue. A contrario, les figures 4.8 et 4.9 confirment les remarques données au paragraphe précédent. La déformation volumique couplée est bien supérieure à celle du calcul élasto-plastique, et le phénomène va en s'amplifiant avec la convergence. Le chemin de contrainte quant à lui ne s'éloigne pas trop de la droite de plasticité parfaite. La prise en compte de l'endommagement ne semble donc pas ici modifier outre mesure la valeur des contraintes principales extrêmes. C'est bien en regardant les déformations et donc les déplacements que l'endommagement apporte une amélioration tangible de compréhension du comportement.

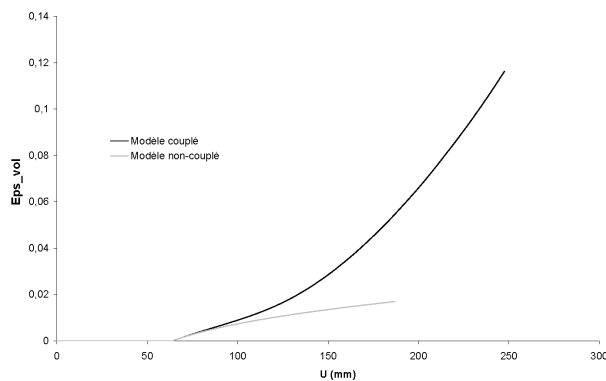


Fig. 4.8 – Déformations volumiques en paroi pour la marne avec une résistance amoindrie.

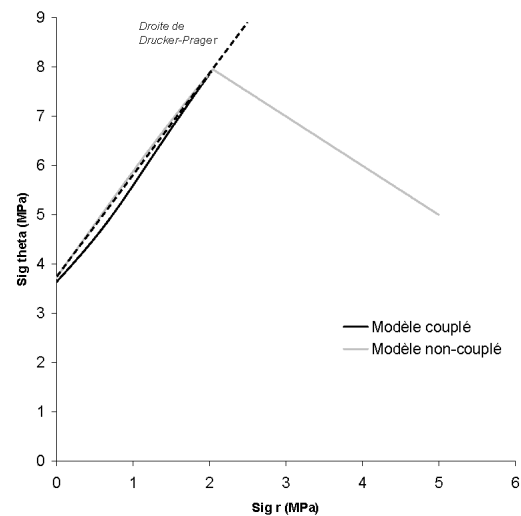


Fig. 4.9 – Chemin de contraintes en paroi pour la marne avec une résistance amoindrie.

4.3 Gestion de la rupture

Comme indiqué dans l'introduction de ce chapitre, le modèle de Marigo dans sa version initiale propose un adoucissement relativement brutal et aucune gestion de l'endommagement passé la valeur critique de rupture. Autrement dit, si aucune mesure n'est prise, la loi d'évolution – telle que celle choisie en (3.15) – n'est pas bornée à 1 et le calcul renvoie un message d'erreur dès que D dépasse l'unité. Notons que la transition mécanique de l'endommagement / mécanique de la rupture doit à terme être effectuée (Mazars et Pijaudier-Cabot, 2001). Il s'agira notamment de suppression d'éléments trop endommagés ou de l'utilisation d'éléments-finis avec discontinuités (XFEM).

4.3.1 Endommagement figé

Dans un premier temps, la possibilité la plus simple et celle qui fut choisie pour le modèle du chapitre 3, est de figer la valeur de D après la rupture. Cela se traduit par la formule suivante :

$$D = \min(D_c, D(Y)) \quad (4.26)$$

$D(Y)$ étant la valeur calculée par la loi d'évolution de l'endommagement.

Cette méthode n'est pas la plus satisfaisante car, certes elle permet de stabiliser les calculs mais elle donne une fausse sécurité si on choisit de bloquer l'endommagement à sa valeur critique. Pour s'en convaincre, réalisons un essai de compression sur le grès du Doddington en forçant volontairement le calcul au-delà de la valeur critique $D_c = 0,7$. La figure 4.10 peut sembler être une aberration rhéologique, mais elle correspond bien au schéma post-rupture à endommagement constant.

Dans la plupart des cas, on choisit $D_c = 0,99$ ce qui nous affranchit de ce type de comportement⁴. C'est la courbe en pointillés sur la figure 4.11 : D_c n'est plus un endommagement critique mais bien un seuil maximum infranchissable, très proche de 1. La partie adoucissante est alors entièrement gérée par la loi d'évolution de D . Cette loi est relativement brutale et fait chuter les contraintes trop rapidement. C'est la raison pour laquelle on préfère souvent une autre méthode.

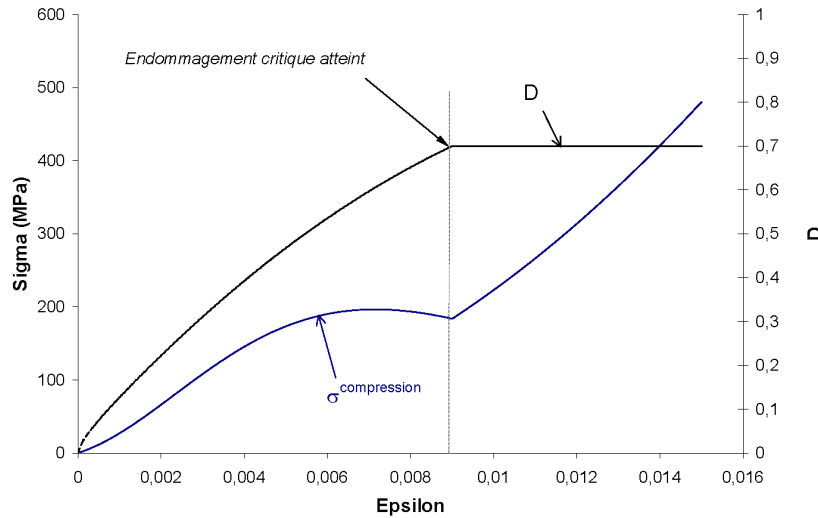


Fig. 4.10 – Exemple de gestion de la rupture par blocage de D à sa valeur critique $D_c = 0,7$. Courbe de compression et d'endommagement superposées.

4.3.2 Endommagement qui tend vers 1

L'autre possibilité qui sera celle implantée pour les calculs du chapitre 5, est de faire tendre D vers 1 progressivement à partir de l'endommagement critique. Concrètement, on change de loi d'évolution de l'endommagement. Dès que $D > D_c$,

$$D = 1 - (1 - D_c)e^{-\delta_c(Y - Y_c)} \quad (4.27)$$

avec Y_c la valeur que prend Y lorsque $D = D_c$ et δ_c un paramètre d'adoucissement qui permet de régler la rapidité d'évolution des variables après la valeur critique. Dans le cas du grès étudié, nous choisirons $\delta_c = 3 \cdot 10^{-7} \text{MPa}^{-1}$. Celui-ci se cale facilement sur un essai de compression simple, calculé numériquement et tracé sur la figure 4.11. L'endommagement tend vers 1 et la contrainte vers 0 de manière asymptotique. A titre de comparaison, le même essai réalisé avec la première méthode où $D_c = 0,99$ a été superposé en pointillés.

4. Dans la méthode des matrices de transfert, on réalise les calculs jusqu'à ce que l'endommagement atteigne 0,99. Passé cette valeur, le programme est automatiquement arrêté.

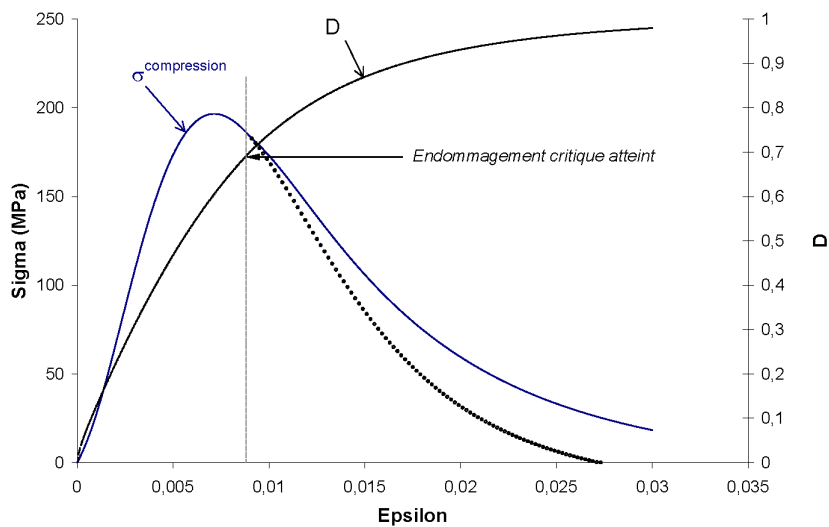


Fig. 4.11 – Exemple de gestion de la rupture par évolution progressive de D depuis sa valeur critique $D_c = 0,7$. Courbe de compression et d'endommagement superposées.

4.4 Conclusion

Ce dernier chapitre traitant de modélisation rhéologique introduit deux nouveaux aspects pour compléter ou améliorer l'emploi des lois d'endommagement en travaux souterrains. Pour de nombreuses roches, les non-linéarités sont rapidement associées à des déformations permanentes et les lois d'endommagement, en général, ne prennent pas en considération les phénomènes non-réversibles. Le couplage avec une loi de plasticité courante – ici Drucker-Prager – permet ainsi de fournir des résultats très intéressants dans le cas d'adoucissements rocheux et de plasticité évidente. Le nombre de paramètres supplémentaires est faible (S voire D_c uniquement si le seuil d'endommagement est pris nul). Le dernier paragraphe s'intéresse à la gestion de la rupture, dès l'endommagement critique atteint, pour éviter toute incohérence dans les résultats et représenter au mieux les zones endommagées.

Avec cette panoplie de comportements – modèle d'endommagement quasi-fragile de type Marigo, modèle de plasticité couplée à l'endommagement – il ne reste plus qu'à examiner la procédure d'étude en situation concrète, sur un projet de tunnel. Le chapitre suivant s'attache à appliquer ces modèles en comparant divers résultats et en donnant quelques recommandations d'usage.

Chapitre 5

Méthodologie détaillée sur un tunnel profond

Ce court chapitre résume la démarche à adopter pour l'utilisation et l'exploitation des modèles d'endommagement proposés dans ce mémoire. Il est donc principalement destiné à l'ingénieur confronté à l'étude d'un tunnel creusé au rocher.

5.1 Projet de tunnel profond

Le support de cette présentation méthodologique est fictif mais la perspective de chantiers similaires actuellement à l'étude rend l'exemple pragmatique. Le tunnel choisi est assez proche de celui détaillé au chapitre 3 : tunnel profond d'environ 800 m creusé de façon traditionnelle à l'explosif, dans un grès siliceux à grains fins du Carbonifère. Les caractéristiques de cette roche, publiées par Santarelli (1990), sont fournies dans le tableau de la page 58. On imagine le massif homogène et continu sur une portion d'ouvrage suffisante pour s'affranchir des hétérogénéités longitudinales. La mise en situation est celle présentée sur la figure 5.1.

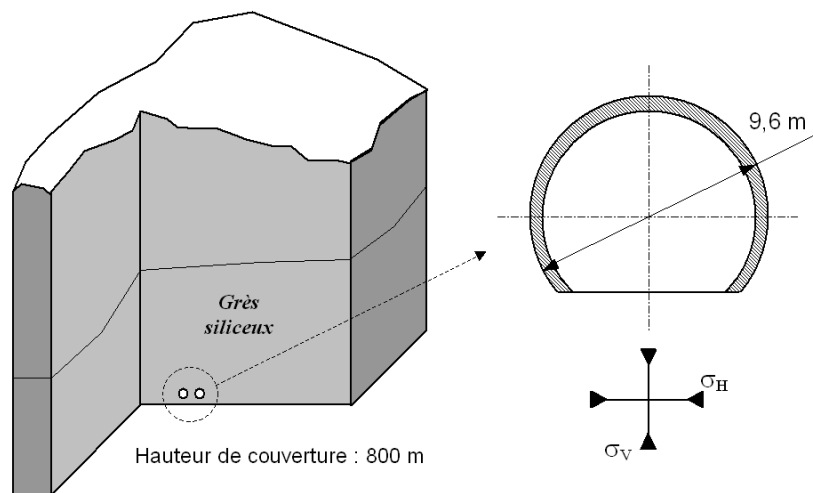


Fig. 5.1 – Mise en situation et dimensions du projet support du chapitre 5.

Le projet prévoit deux tubes, distants de 60 m entre parois. L'état de contrainte sera considéré dans un premier temps isotrope ($\sigma_{horiz} = \sigma_{vert}$ soit $K_0 = 1$), puis légèrement anisotrope.

5.1.1 Opportunité et choix d'un modèle d'endommagement

Le grès que va traverser la galerie est considéré comme *résistant* et de *bonne tenue* pour le creusement. En d'autres termes et en l'absence de discontinuités localisées, il n'est a priori pas à craindre de trop grandes convergences et par conséquent de trop grandes déformations dans le matériau. Ce sont donc les instabilités et les fragilisations du rocher proches de l'ouvrage qu'il faudra étudier. Un endommagement initié à court terme par l'excavation peut avoir de lourdes conséquences à long terme (déconfinement, chute de blocs, venues d'eau, etc.).

Dès lors, quelle loi de comportement choisir ?

Il n'y a pas de réponse absolue¹, ce serait l'idéal. La situation semble plutôt favoriser ici les théories d'endommagement pour matériau quasi-fragile étant donné les faibles déformations et la nature du rocher. Il faut cependant toujours commencer par analyser les résultats d'essais de laboratoire sur des carottes de roche prélevées non-loin du futur tunnel. La figure 5.2 permet au

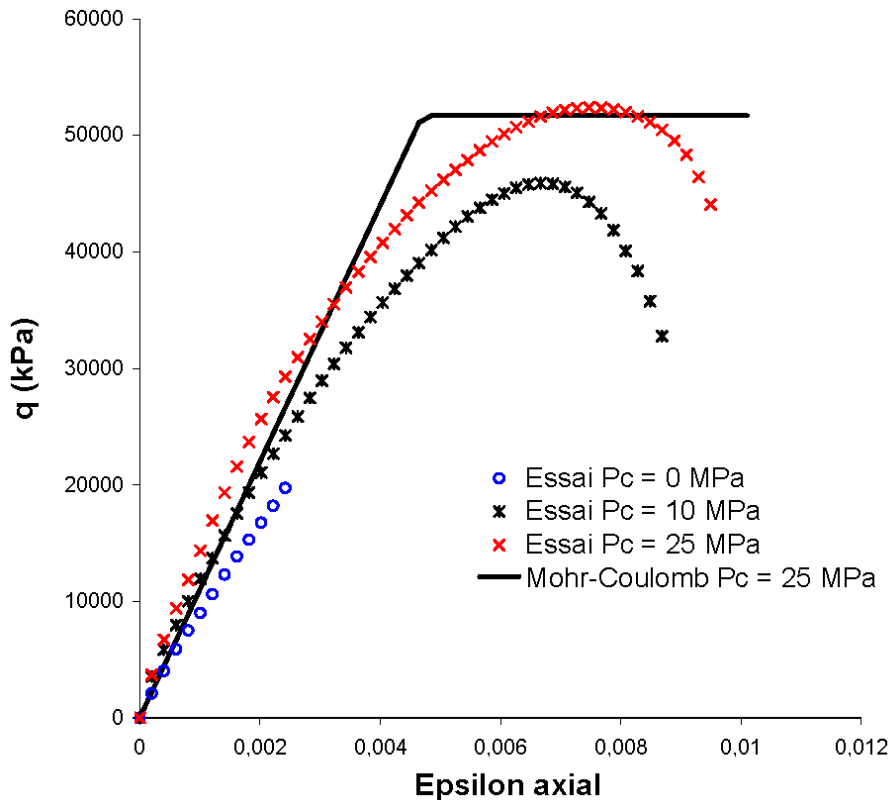


Fig. 5.2 – Courbes de compression triaxiale pour le grès étudié à différentes pressions de confinement. Le modèle de Mohr-Coulomb équivalent est superposé à la courbe expérimentale de 25 MPa.

premier coup d'oeil de vérifier deux choses :

- une augmentation de la raideur initiale du matériau avec la profondeur ;
- un comportement non-linéaire marqué avec adoucissement.

1. ou pas encore...

La décharge en cours d'essai serait une aubaine² car elle est d'un grand secours pour l'identification du comportement. Cette phase de décharge, absente de la courbe 5.2, permettrait d'identifier clairement :

- le **mécanisme d'endommagement** par un module effectif de décharge (et de recharge) $\tilde{E} = E(1 - D)$ inférieur au module initial E .
- le **mécanisme de plasticité** en quantifiant ponctuellement la part des déformations irréversibles par rapport aux déformations totales.

Dans notre cas de figure, sans plus de renseignements, le modèle d'endommagement présenté au chapitre 3 avec refermeture de la porosité semble convenir pour une certaine plage de déformations (0 - 0,6%). De plus, la pression initiale qui règne autour du tunnel est de 20 MPa. Or les pressions de l'essai triaxial sont de 10 et 25 MPa. La loi d'évolution de la raideur avec la pression hydrostatique, vue dans ce même chapitre, nous sera donc ici utile pour apprécier le module d'Young initial du rocher.

Le tableau 5.1 est un guide précisant quelques recommandations d'usage pour chaque modèle proposé et évoqué dans la thèse ; il résume les paramètres à identifier. Il n'est pas figé et reste une ébauche à compléter. La règle numéro 1 avant toute chose est de pouvoir considérer le massif rocheux comme **continu** à l'échelle de l'ouvrage, condition exclusive pour pouvoir utiliser ces lois de comportement (cf. partie 1.1.1).

5.1.2 Identification des paramètres

Le modèle choisi, il faut exploiter les courbes d'essai pour identifier les paramètres d'endommagement.

Tout au long de ce mémoire nous nous sommes efforcés d'insister sur la relative simplicité d'identification des modèles d'endommagement continu. En effet, les approches proposées utilisent toutes les données brutes d'un essai triaxial courant et ne nécessitent a priori pas de trajets de contraintes supplémentaires.

En faisant l'hypothèse qu'à l'échelle d'un échantillon, l'endommagement est homogène – ce qui n'est plus le cas passé le critère de localisation – il est possible de s'affranchir de la mesure directe de D . L'identification est ainsi réalisée en calant au mieux la courbe de l'endommagement déduite de l'essai avec celle théorique, calculée avec un certain jeu de paramètres. Sans rentrer à nouveau dans les détails déjà exposés aux chapitres précédents, le calcul de cette courbe d'endommagement expérimentale est issu de la relation de comportement suivante pour l'élasto-endommagement (chapitres 2 et 3) :

$$q = 2G(1 - D)(\epsilon_1 - \epsilon_3) \quad (5.1)$$

qui relie le déviateur q aux déformations de l'échantillon. Dans le cas d'un couplage avec la plasticité, on utilisera plutôt la loi de Lemaitre moyennant quelques hypothèses (chapitre 4) :

$$\dot{D} = \frac{Y}{S} \dot{p} \quad (5.2)$$

2. Une décharge sur un essai de compression simple ne coûte pas forcément beaucoup plus cher au laboratoire.

	Elasticité de Hooke	Elasticité couplée à l'endommagement de type MPC	Elasto-plasticité parfaite de Mohr-Coulomb	Elasto-plasticité parfaite de Drucker-Prager	Elasto-plasticité parfaite couplée à l'endommagement
Paramètres	E, ν	E, ν Y_D, S n_0, P_{ref}	E, ν C, φ, ψ	E, ν β, k, ψ	E, ν β, k, ψ S, p_D
Utilisations	Roches où l'élasticité est linéaire, soumises à une faible sollicitation comparée à sa résistance.	Roches montrant une forte non-linéarité dès les premières déformations. Sensibilité à la pression isotrope (raideur variable).	Roches avec deux comportements distincts : linéaire réversible puis palier plastique post-rupture.	Roches avec deux comportements distincts : linéaire réversible puis palier plastique post-rupture. Adapté aux calculs numériques (pas de régime d'arête).	Roches montrant une non-linéarité associée à des déformations permanentes. Elle montre une phase d'élasticité linéaire et un comportement adoucissant après la rupture.
Solution convergence-confinement	Solution analytique.	Solution semi-analytique pour une loi d'évolution de D partiulière.	Solution analytique.	Solution semi-analytique.	Pas de solution analytique. Matrices de transfert.
Restrictions	Peut surestimer la tenue d'un ouvrage. Elude les phénomènes dégradant le rocher.	Ne pas utiliser lorsque les déformations permanentes ne sont pas négligeables. Ne pas utiliser seul pour des anisotropies de contraintes et/ou de terrain trop importantes.	Elude le phénomène adoucissant et la perte de rigidité.	Elude le phénomène adoucissant et la perte de rigidité. Dans son expression simple, ne prend pas en compte la différence de comportement compression/extension.	Ne modélise par le phénomène d'écroutissage.
Développements	Anisotropie élastique.	Anisotropie induite de l'endommagement (annexe D).	Ecroutissage et effets à long terme. Anisotropie induite.		

TAB. 5.1 – Tableau résumant les modèles proposés dans le cadre de la hiérarchisation des comportements rocheux.

Le couplage avec la porosité établi au chapitre 3, sera identifié quant à lui à partir de la mesure du module d'Young initial E pour plusieurs pressions de confinement P_c . Ensuite il suffit de caler

nos paramètres sur la loi

$$E = E_0 \sqrt{1 + \left(\frac{P_c}{P_{ref}} \right)} \quad (5.3)$$

Toutes ces opérations sont facilement et rapidement programmées dans une feuille de calcul d'un tableur quelconque.

5.2 Déroulement des calculs et analyses comparées

Le tunnel étudié dans cette partie n'est pas circulaire. Mais dans une première approximation, correspondant à une phase de prédimensionnement (avant-projet), on utilisera la méthode convergence-confinement. Dans un souci de détailler les phénomènes, il est ensuite envisagé de réaliser plusieurs calculs aux éléments-finis en déformations planes.

Deux lois de comportement sont testées, puis comparées. Les résultats de l'élasto-plasticité de Mohr-Coulomb (MC) – très utilisée en travaux souterrains rappelons-le – sont discutés en regard de ceux fournis par le modèle MPC. Le tableau 5.2 rassemble les différents paramètres des deux modèles.

MPC	E_0 (MPa)	ν	Y_D (MPa)	S (MPa)	s	n_0	P_{ref} (MPa)	D_c
	20000	0,39	0	8	0,09	0,23	6,5	0,9
Mohr-Coulomb	E (MPa)	ν	C (MPa)	φ (°)	ψ (°)			
	11000	0,39	9	20	20			

TAB. 5.2 – Paramètres utilisés pour l'étude du tunnel du chapitre 5.

5.2.1 Calcul convergence-confinement

La réalisation des calculs 1D selon la méthode convergence-confinement permet dans un premier temps de dégrossir le problème. Les résultats fournis par la méthode des matrices de transfert sont condensés sur les figures 5.3 et 5.4. Sur la première figure, les deux courbes de convergence en trait continu montrent une forte différence de comportement. Elles mettent en avant l'importance du choix du module d'Young initial. Celui qui est utilisé pour la loi de Marigo est estimé par la relation reliant E à la pression moyenne P_c . Ici il vaut $E_{ini} = 40380$ MPa. C'est le module qui serait extrapolé d'une courbe d'essai traxial réalisé à cette même pression P_c . Le module utilisé dans la loi de comportement de Mohr-Coulomb est bien différent ; il s'agit d'un module sécant moyen, permettant d'approcher le comportement non-linéaire du matériau.

La conséquence de cette différence est ici très nette et la solution élasto-plastique est beaucoup plus pessimiste pour la convergence finale. Elle laisse également supposer que la plasticité n'est atteinte que très tardivement.

Les chemins de contraintes, indépendants de la raideur, sont également intéressants à comparer : l'endommagement qui progresse depuis le premier pas de déconfinement fait diminuer progressivement l'effet de voûte³ alors que la plasticité, atteinte beaucoup plus tardivement, entraîne

3. Rappel : l'effet de voûte se concrétise par une augmentation de la contrainte orthoradiale σ_θ pendant la phase de déconfinement

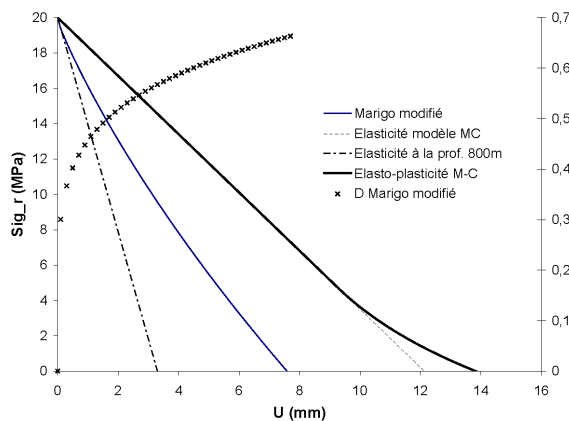


Fig. 5.3 – Courbes de convergence comparées pour les différentes approches. L'évolution de l'endommagement en paroi est superposée (modèle MPC).

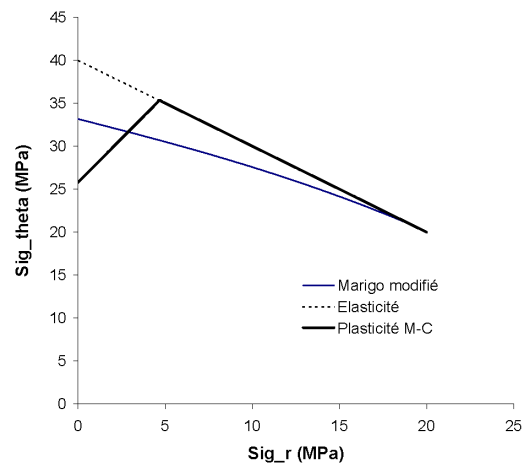


Fig. 5.4 – Chemins de contraintes comparés pour les différentes approches.

une chute de contrainte orthoradiale assez brutale. Au final le matériau endommagé peut encore résister à un certain niveau de contrainte, légèrement supérieur à ce que le modèle de Mohr-Coulomb laisse supposer.

Mais quelle est donc la modélisation la plus représentative du comportement du rocher ?

La réponse semble être entre les deux ! Le modèle MPC propose une diminution très rapide du module (passage de $D = 0$ à $D = 0,4$ en très peu de temps). A contrario la façon dont on identifie les paramètres du modèle de Mohr-Coulomb sous-estime la raideur réelle du rocher. Dans le cas d'une roche aussi résistante, le tunnel n'a pas besoin de soutènement a priori. La convergence finale comprise entre 8 et 14 mm est tout à fait satisfaisante. On note toutefois que l'endommagement en fin de déconfinement approche les 0,7. C'est donc que le matériau en paroi a subi une assez forte dégradation.

5.2.2 Calcul éléments finis

Pour une section non-circulaire comme celle que nous étudions, la répartition du champ de contraintes et de déformations peut varier sensiblement des solutions semi-analytiques proposées en première approximation. Le recours aux calculs numériques par éléments finis permet de se rapprocher de la réponse mécanique réellement observée autour du tunnel.

Concernant les calculs d'endommagement, le logiciel Castem a été choisi pour les raisons évoquées au chapitre 3. Ce code de calcul n'intégrant pas la loi de comportement de Mohr-Coulomb de manière satisfaisante, c'est le logiciel Cesar-LCPC qui a été utilisé pour les calculs élasto-plastiques.

Plasticité de Mohr-Coulomb

Comme on pouvait s'y attendre, la répartition des déplacements autour du tunnel s'éloigne sensiblement de la solution parfaitement circulaire et axisymétrique. L'ordre de grandeur du déplacement, maximum en clef, est cependant bien respecté (15 mm). L'examen de la norme de la

déformation plastique, sur la figure 5.5, renseigne sur les zones de rupture potentielles. Le bas du piédroit rentre en plasticité plus rapidement que le reste de la section et constitue donc une zone de faiblesse (angularité de la géométrie).

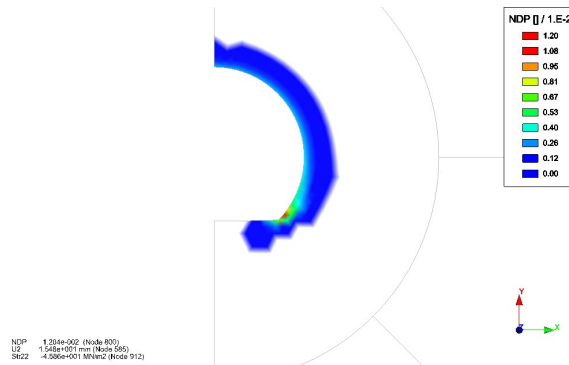


Fig. 5.5 – Norme de la déformation plastique autour du tunnel pour une modélisation élasto-plastique de Mohr-Coulomb (isotropie des contraintes $K_0 = 1$).

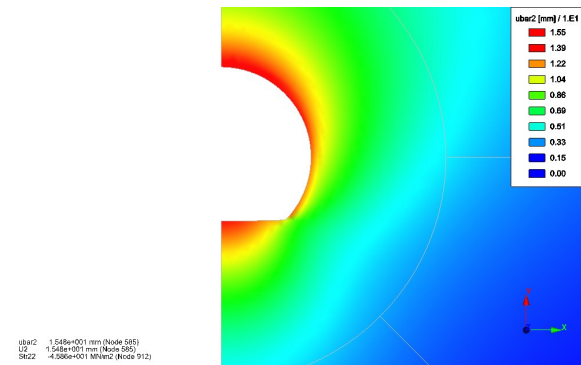


Fig. 5.6 – Norme du vecteur déplacement autour du tunnel pour une modélisation élasto-plastique de Mohr-Coulomb (isotropie des contraintes $K_0 = 1$).

Modèle d'endommagement MPC

La figure 5.7 donne le maillage qui a été utilisé pour les calculs d'endommagement. La taille des mailles peut paraître très petite comparée à celle couramment utilisée pour les calculs géotechniques classiques. Il s'agit de vérifier qu'on peut s'affranchir du maillage pour l'interprétation des résultats. Des comparatifs avec deux autres degrés de raffinement (un plus et un moins raffiné) ont montré que la taille des éléments n'influe pas sur les résultats, **avant** l'endommagement critique et la rupture, le phénomène de localisation n'étant dans le cas présent pas activé. L'annexe E détaille les résultats.

La carte d'endommagement de la figure 5.8 confirme les prévisions de la méthode unidirectionnelle concernant l'importance du phénomène. Sur presque tout le pourtour du tunnel D frôle la valeur 0,7. Comme en plasticité, la base des piédroits constitue une zone de faiblesse où viennent se nichier les contraintes. A cet endroit précis, l'endommagement atteint la valeur 0,8 sans pour autant dépasser la valeur critique D_c . Le radier semble moins perturbé par l'excavation. C'est en effet ce que confirme la figure 5.11 avec la représentation de la contrainte orthoradiale σ_θ . La base des piédroits est très nettement le lieu d'une concentration de contraintes, alors que le radier subit un relâchement comparativement au reste de la section. L'effet de voûte "passe" en-dessous et circularise les contraintes autour du tunnel. C'est un phénomène bien connu en travaux souterrains pour les sections non-circulaires.

La carte de raideur 5.9 couple à la fois le phénomène de refermeture ou d'ouverture de la porosité, et celui d'endommagement. En radier où la déformation volumique est positive (relâchement et extension du matériau sur la Fig. 5.10), la porosité est revenue à son état initial n_0 et par conséquent, la raideur associée est bloquée à E_0 . A cela il faut ajouter l'effet de l'endommagement qui réduit ce module une nouvelle fois. On aboutit à un matériau qui voit sa raideur divisée par 6 en radier et par 4 en paroi. A 2 m derrière l'excavation, cette raideur est encore affaiblie de presque 3 fois avec un endommagement qui avoisine les 0,5. Le rocher est donc endommagé en

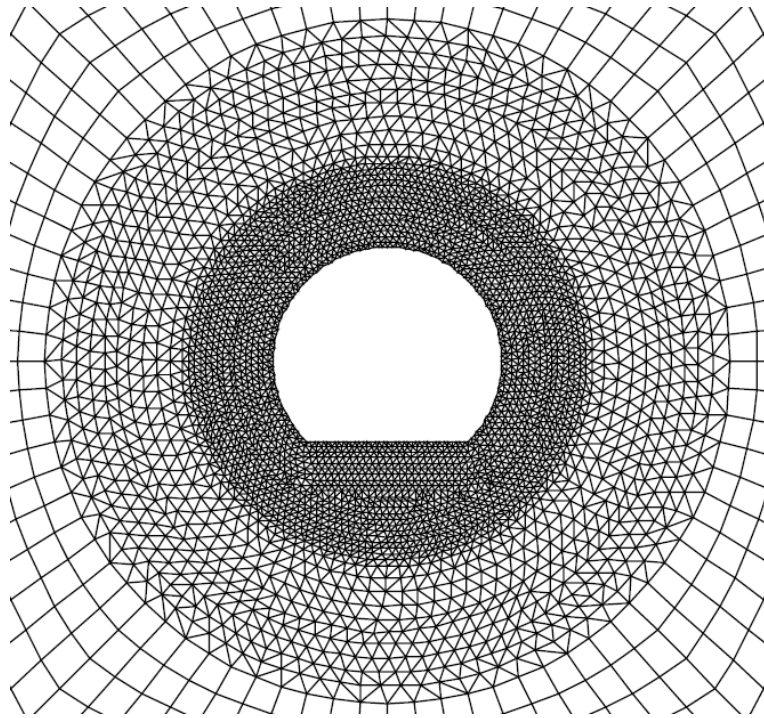


Fig. 5.7 – Raffinement du maillage autour du tunnel (Castem).

profondeur, même si les effets en terme de convergence – qui est une réponse globale rappelons-le – ne se voient pas forcément.

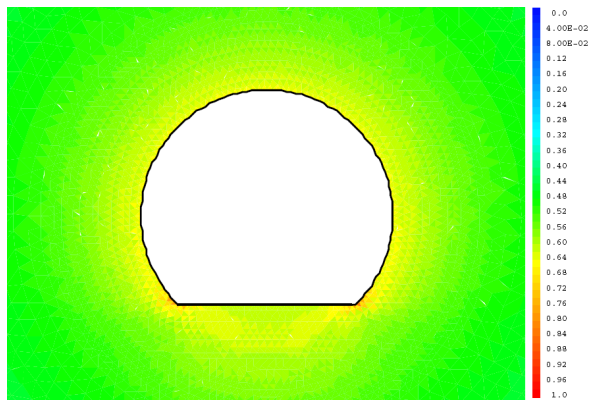


Fig. 5.8 – Endommagement autour du tunnel pour une modélisation élasto-endommageable MPC (isotropie des contraintes $K_0 = 1$).

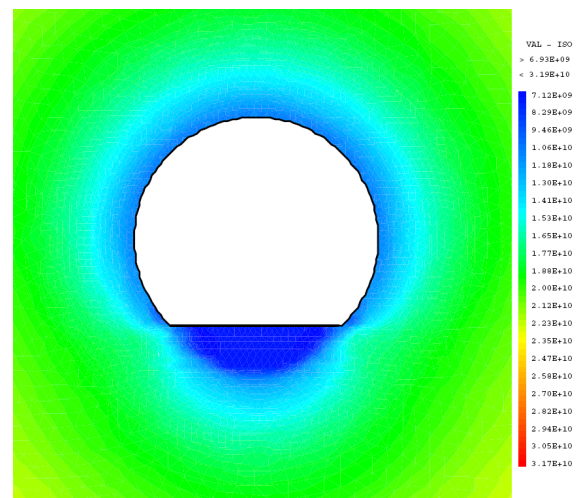


Fig. 5.9 – Raideur du rocher (Pa) autour du tunnel pour une modélisation élasto-endommageable MPC (isotropie des contraintes $K_0 = 1$).

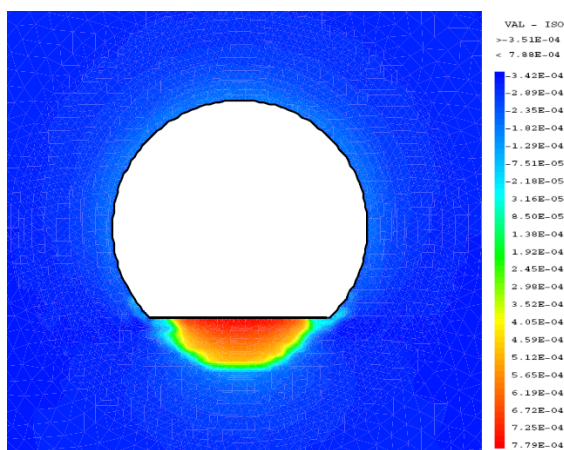


Fig. 5.10 – Déformation volumique autour du tunnel pour une modélisation élasto-endommageable MPC (isotropie des contraintes $K_0 = 1$).

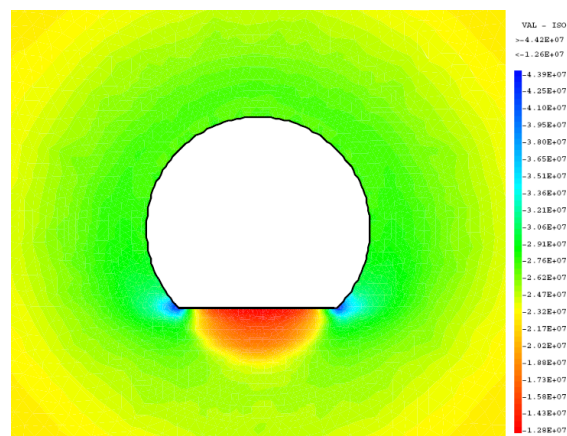


Fig. 5.11 – Contrainte orthoradiale (Pa) autour du tunnel pour une modélisation élasto-endommageable MPC (isotropie des contraintes $K_0 = 1$).

5.2.3 Anisotropie des contraintes

La réalité s'éloigne parfois sensiblement du modèle axisymétrique. En particulier, le coefficient des terres au repos K_0 peut prendre des valeurs différentes de 1. Dans la suite, un champ de contrainte anisotrope a été choisi : $\sigma_{horiz} = 24$ MPa et $\sigma_{vert} = 18$ MPa. La méthode convergence-confinement n'est plus utilisable du fait de cette anisotropie, tout du moins elle ne fournit plus de résultats intéressants pour le dimensionnement. Les méthodes numériques sont donc indispensables.

Contraintes orthoradiales

Le champ de contraintes orthoradiales peut être comparé entre les deux approches, à partir des figures 5.12 et 5.13. Les zones de compression maximum, en clef et en base de piédroit sont identiques : elles correspondent respectivement au nouvel équilibre créé par l'excavation dans le champ de contrainte anisotrope initial et à la singularité géométrique causée par la présence du radier. Dans le cas plastique, à gauche, un phénomène de relâchement des contraintes orthoradiales est très net (on l'avait constaté également sur la figure 5.4). Ce relâchement n'est pas présent dans la modélisation endommageable. Dans ce dernier cas, les conséquences du K_0 différent de 1 se manifestent en piédroits et aux naissances de la voûte : les contraintes sont à ces endroits inférieures à celles qui régnaient avant l'excavation. Mais ce n'est pas sur ce point que la différence entre les deux modèles est la plus importante.

Ruine du rocher

Les figures 5.14 et 5.15 permettent de visualiser à partir des deux modélisations les zones susceptibles d'entraîner des désordres. Concernant la base des piédroits, les conclusions sont similaires à l'étude précédente et les deux approches fournissent la même interprétation. Cependant, l'anisotropie initiale des contraintes n'a pas les mêmes conséquences pour les deux modèles. Le comportement de type Mohr-Coulomb indique une plastification sur l'ensemble de la section, avec

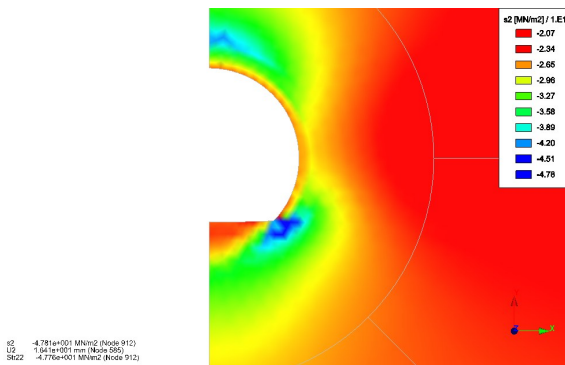


Fig. 5.12 – Contrainte orthoradiale (MPa) autour du tunnel pour une modélisation élasto-plastique de Mohr-Coulomb ($K_0 = 1.33$).

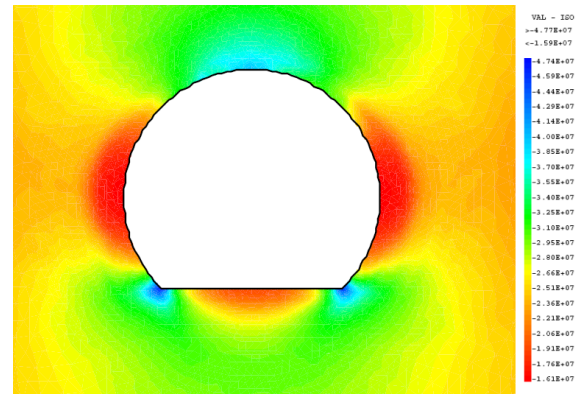


Fig. 5.13 – Contrainte orthoradiale (Pa) autour du tunnel pour une modélisation élasto-endommageable MPC ($K_0 = 1.33$).

une concentration en clef de voûte alors que le modèle MPC entraîne un fort endommagement en piédroits. Cette dernière constatation se vérifie en observant la déformation volumique (Fig. 5.16) et la raideur du rocher (Fig. 5.17).

On touche là une différence fondamentale entre les deux modèles. L'élasto-plasticité de Mohr-Coulomb, avec un critère écrit en contraintes, favorise la rupture en compression, là où le déviateur est maximum. A l'inverse, le modèle MPC écrit en déformations ou plutôt en énergie de déformations, considère une évolution de l'endommagement d'une part équivalente quelque soit le signe des déformations élastiques mais surtout dissymétrique selon le signe des déformations volumiques. La zone des piédroits présentant des déformations volumiques positives, elle s'endommage plus vite que la voûte où l'état de contraction est encore important. Dans cette zone ce sont les pores et fissures qui s'ouvrent avant même que l'endommagement ne s'initie.

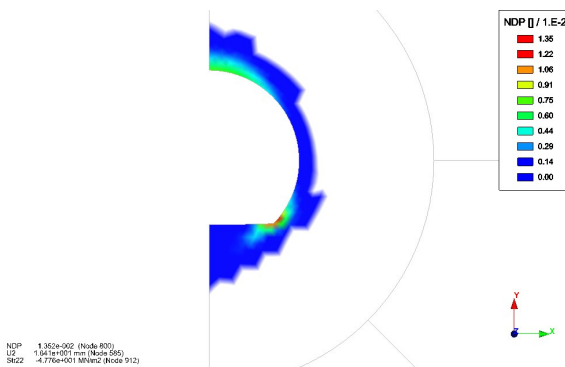


Fig. 5.14 – Norme de la déformation plastique autour du tunnel pour une modélisation élasto-plastique de Mohr-Coulomb ($K_0 = 1.33$).

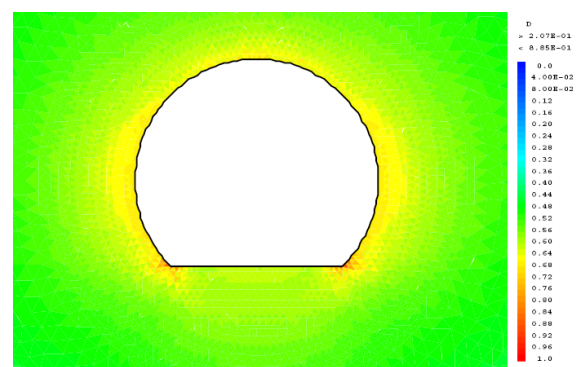


Fig. 5.15 – Endommagement autour du tunnel pour une modélisation élasto-endommageable MPC ($K_0 = 1.33$).

On comprend ainsi qu'un modèle couplé plasticité-endommagement peut permettre de gérer la compétition entre les deux mécanismes de ruine dans un tunnel réel.

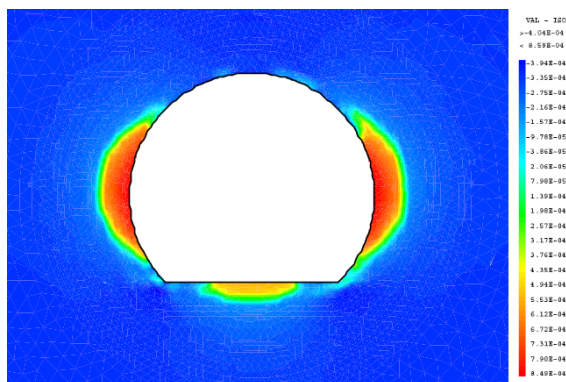


Fig. 5.16 – Déformation volumique autour du tunnel pour une modélisation élasto-endommageable MPC ($K_0 = 1.33$).

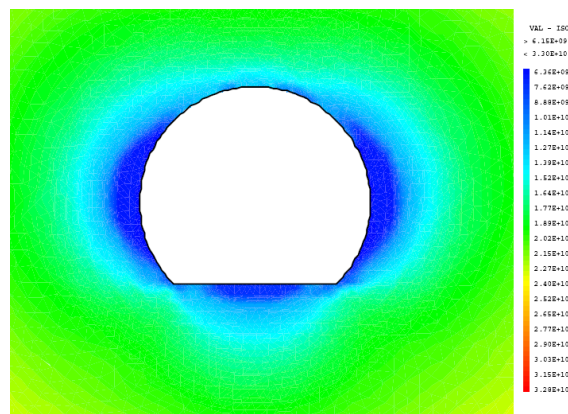


Fig. 5.17 – Raideur du rocher (Pa) autour du tunnel pour une modélisation élasto-endommageable MPC ($K_0 = 1.33$).

5.3 Pistes d'auscultation et d'expérimentation

La modélisation ne vaut que si elle est validée par l'expérience et par les retours de données expérimentales. En matière de géotechnique, un seul exemple ou un seul essai ne suffisent pas. Il faut sans cesse mettre à jour les résultats et prévisions au fur et à mesure que le projet sur lequel on travaille avance. Pour l'endommagement, les retours d'expérience quantifiables sont rares et précieux.

Lemaitre et Duffailly (1987) ont exposé dans un article assez exhaustif pour l'époque les différents moyens techniques directs ou indirects pour mesurer en laboratoire la variable D . Le tableau 5.3 récapitule les différentes façons de quantifier expérimentalement l'endommagement à partir de la mesure d'un paramètre de la roche. Les astérisques précisent le niveau de pertinence de telle ou telle méthode au regard de la présence ou non de déformations plastiques (roches ductiles ou fragiles).

Ces mesures ne sont pas toutes transposables à l'instrumentation de chantier. Nous en retiendrons deux car elles ont déjà fourni des résultats très satisfaisants. Deux chantiers ont fait l'objet d'une instrumentation poussée dans ce domaine : la construction du Laboratoire Souterrain de Recherche (URL) de l'Atomic Energy Canada Limited dans les granites du Lac du Bonnet, ainsi que celle du Laboratoire en Roches Dures (HRL) du Swedish Nuclear Waste Management Company dans les diorites d'Äspö (Martin et al., 2001).

Vitesse des ondes ultrasonores A partir de sondes émétrices et réceptrices, placées dans des forages radiaux au tunnel, Meglis et al. (2005) ont mesuré la vitesse et l'amplitude des ondes ultrasonores à travers le granite du bouclier canadien. Les résultats ont prédit de manière relativement exacte la profondeur et l'emplacement des zones endommagées. Le niveau d'endommagement, plus qualitatif que quantitatif a également pu être estimé.

Emissions acoustiques A la base développée suite à la mise en évidence de l'effet Kaiser (Larvov, 2003), la technique d'écoute des matériaux en cours de sollicitation n'a eu de cesse de pro-

Méthode	Calcul de D	Matériau fragile	Matériau ductile	Détails
Micrographie	$D = \frac{S_D}{S}$	*	**	Nécessite le prélèvement de lames minces. S_D est la surface des fissures et cavités d'un secteur de surface S .
Densité	$D = \left(1 - \frac{\check{\rho}}{\rho}\right)^{2/3}$		**	Cas des endommagements purement ductiles où les vides sont des cavités. $\check{\rho}$ est la densité après endommagement.
Module sécant	$D = 1 - \frac{\check{E}}{E}$	**	***	Nécessite la réalisation de plusieurs décharges. Il faut que l'endommagement soit uniformément réparti sur l'échantillon.
Ultra-sons	$D = 1 - \left(\frac{\check{V}_L}{V_L}\right)^2$	***	*	Indirectement lié à la méthode précédente. V_L est la vitesse des ondes longitudinales. Bien adapté aux roches fragiles.
Micro-dureté	$D = 1 - \frac{H}{H^*}$	**	***	H est la micro-dureté exprimée en MPa issue de l'essai à la pointe diamant. H^* est sa valeur pour le matériau sain. Dans le même principe, des méthodes sclérométriques pourraient être utilisées.
Emissions acoustiques	$D = f(AE)$	***	**	AE est l'énergie dissipée par l'activité microsismique (nombre d'événements acoustiques liés à la création de fissures). Elle dépend du nombre de fissures créées par unité de temps.

TAB. 5.3 – Bilan des principales méthodes de mesure de l'endommagement en laboratoire (complété d'après Lemaitre et Duffailly (1987))

gresser. Eberhardt et al. (1999) et Chang et Lee (2004) ont largement contribué au perfectionnement de cette technique, en l'exploitant initialement en laboratoire puis in situ en forage. Les dernières publications de (Cai et al., 2001), (Pettitt et al., 2002) et (Granger et al., 2006) démontrent que cette approche expérimentale de l'endommagement fournit un excellent moyen de vérifier ou contredire sur place les différentes prévisions faites par les calculs. Dans la thèse d'Haidar (2002), pour un matériau quasi-fragile comme le béton, la mesure des émissions acoustiques a permis de quantifier l'évolution de l'endommagement et de localiser l'étendue de la zone de rupture.

Le principe est assez simple. Les échantillons rocheux sous presse ou les massifs rocheux soumis à un champ de contrainte autour d'une excavation émettent des signaux acoustiques ou sismiques lorsque des micro-fissures se créent. Par un maillage de sondes judicieusement placées autour du souterrain en creusement, il est possible de localiser et de compter le nombre de craquements pour dresser une carte des zones endommagées. Les auteurs sus-cités ont également réussi à corrélérer ces résultats à un calcul micro-mécanique. On mesure en fait l'évolution d'un endommagement et non l'endommagement lui-même. C'est un inconvénient de la méthode : les sondes doivent être placées en forage avant l'excavation du tunnel. A titre d'illustration, la Figure 5.18 montre les emplacements où des évènements microsismiques importants ont été enregistrés lors du creusement d'une galerie de l'URL. Ils correspondent à un écaillage en toit et en radier, effectivement observés sur place.

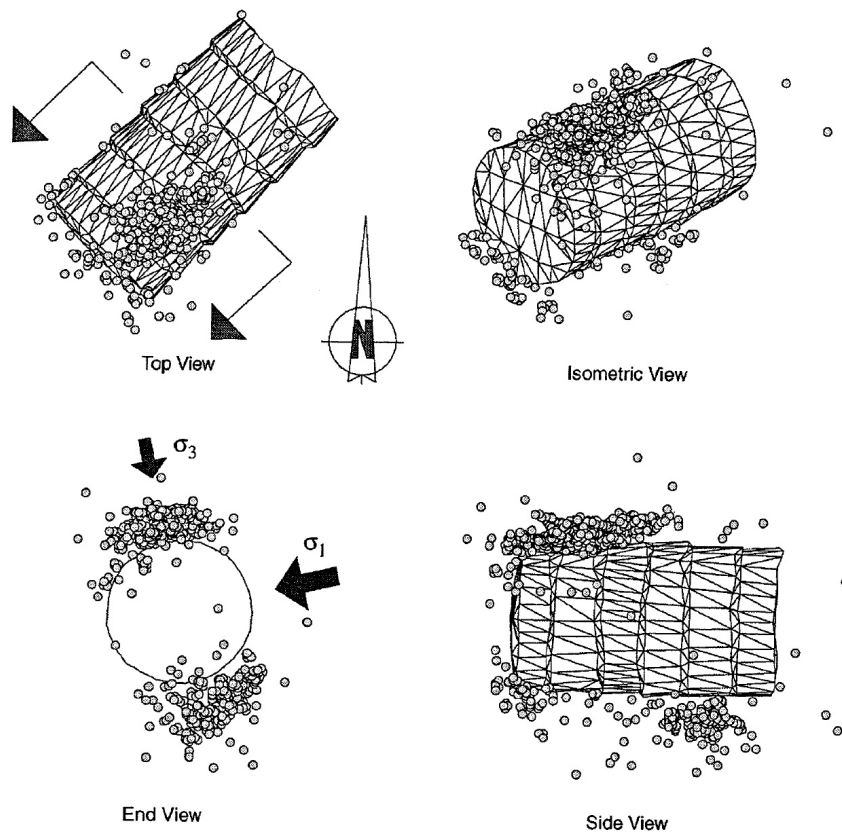


Fig. 5.18 – Evènements microsismiques majeurs mesurés dans l'URL Canadien. L'état de contrainte est fortement anisotrope. D'après (Meglis et al., 2005).

En résumé, dans le cadre d'une campagne d'auscultation à mettre en place sur un projet comme celui étudié dans ce chapitre, il serait intéressant de réaliser des mesures de vitesses ultrasoniques en arrière du front de taille dans des forages radiaux. Si un comportement différé est observé, des

mesures d'émissions acoustiques permettraient de savoir où, combien et quand le massif rocheux évolue.

N'oublions pas le marteau de géologue, qui est un outil ô combien utilisé sur chantier. Le son que fait la roche au coup de marteau – son creux ou son clair – donne une bonne indication qualitative de l'état de dégradation en paroi. Un simple coup de marteau permettrait, par exemple, de valider ou d'invalidier les résultats de la figure 5.15. Au final ce simple geste permet de faire une première hiérarchisation du comportement rocheux, et d'orienter la modélisation le cas échéant.

Conclusions

Quelle organisation a été choisie pour orienter le travail de recherche ?

Les chapitres du mémoire se sont articulés selon une démarche hiérarchique et sur deux aspects distincts.

Sur le choix de la méthode de dimensionnement. Si l'étude se situe très en amont dans le cadre d'un projet souterrain (études de faisabilité et avant-projet), le peu d'informations géotechniques précises et leur variabilité probable ne justifient pas les calculs numériques. La méthode convergence-confinement a donc été le support du premier et d'une moitié du deuxième chapitre. Lorsque l'on dispose d'informations plus précises sur la roche rencontrée, il est alors intéressant de passer à des méthodes plus complexes, plus précises et plus proches de la réalité. La meilleure identification des phénomènes rhéologiques peut donc s'accompagner d'une meilleure représentation de ceux-ci par le biais des calculs numériques. Dans le cas où on peut considérer le massif rocheux comme continu à l'échelle de l'ouvrage, les éléments-finis sont tout indiqués.

Sur la modélisation des phénomènes observés. La première loi, la plus simple du point de vue théorique, permet de modéliser l'élasticité couplée à l'endommagement. Bons nombres d'auteurs proposent des modélisations relativement complexes, dont certaines basées sur l'élasticité non-linéaire. La loi de Marigo, dans son expression originelle, fournit alors une réponse intéressante pour de nombreux géomatériaux. Elle nous a permis d'exprimer des solutions semi-analytiques très utiles pour les méthodes unidirectionnelles de type convergence-confinement. Suite à une constatation expérimentale – l'augmentation de la raideur du matériau avec la pression de confinement – le modèle de Marigo a été modifié et complété pour tenir compte de la refermeture des pores et fissures du rocher (modèle MPC⁴). Ce couplage de phénomènes, aux effets opposés en terme de raideur, a été étudié en détail sur des exemples. Rapidement cependant, pour les roches ductiles, des déformations permanentes apparaissent et le couplage de la plasticité avec l'endommagement devient nécessaire. Ce couplage a été examiné et appliqué au creusement de tunnel, dans le cas particulier de la plasticité de Drucker-Prager associée à une évolution de l'endommagement selon la loi de Lemaitre. D'autres aspects ont été brièvement abordés pour compléter ce tour d'horizon : phénomène de localisation et gestion de la rupture.

Que retenir de cette première approche de l'endommagement continu appliqué à la conception des ouvrages souterrains ?

La modélisation du comportement rocheux à partir d'un concept d'endommagement n'est pas nouvelle, et les nombreuses publications sur le sujet le montrent bien. Cependant l'utilisation des

4. Marigo with Porosity Closure.

théories de l'endommagement continu, ou phénoménologique, est relativement originale dans le cadre du dimensionnement à court terme. Le travail réalisé dans la thèse montre avant tout que la plasticité n'a pas le monopole en géotechnique, et qu'à un niveau de complexité équivalent, les théories d'endommagement peuvent fournir une alternative efficace aux comportements non-linéaires. Dans de nombreux cas ils sont même plus représentatifs du comportement réel de la roche, en particulier pour quantifier et prédire l'évolution des dégradations et des vides. Le modèle MPC est un bon exemple de loi de comportement simple à utiliser, depuis son identification jusqu'à l'interprétation des résultats.

Il reste toutefois à comparer les résultats théoriques avec les mesures de terrain. Il conviendra ainsi le cas échéant de compléter ou modifier le modèle pour s'approcher le plus possible du comportement observé.

Quelles pistes de recherche envisager pour poursuivre ce travail ?

Les premiers résultats permettent déjà de montrer l'intérêt d'utiliser les modèles phénoménologiques d'endommagement en travaux souterrains, dans le cas du dimensionnement des soutènements. Plusieurs pistes de réflexion se dégagent pour améliorer la modélisation, tout en conservant une relative aisance dans l'utilisation et dans l'analyse des résultats.

Améliorer la mesure des raideurs de terrains et quantifier précisément leur impact sur les résultats des études. C'est en effet un point important qui a été soulevé dans la thèse. Selon le niveau de sollicitation, le chemin de contrainte, le choix du modèle ou même l'essai utilisé, le module d'Young peut varier du simple au double. C'est pourtant un paramètre fondamental dont l'influence se fait sentir dès les premières déformations. Du point de vue modélisation, la dépendance à la porosité du module d'Young proposée au chapitre 3 peut être étendue à l'élasto-plasticité.

Appliquer le modèle MPC aux tunnels à faible profondeur. C'est en effet à faible profondeur que l'impact d'une variation de raideur, quelle que soit son origine (porosité ou endommagement), peut avoir des conséquences visibles sur les tassements en surface. En fait, ces derniers sont fortement dépendant du comportement du terrain aux petites déformations. Le cas particulier des Sols Indurés et Roches Tendres constitue un support d'étude très prometteur pour les théories d'endommagement appliquées aux tunnels sous faible couverture.

Mieux représenter les zones de fissuration et de rupture par l'étude de la localisation et l'apport de l'anisotropie induite dans les roches classées *fragiles*. L'annexe D fournit une piste de modélisation intéressante. C'est en effet par ce perfectionnement de modélisation – sans augmentation du nombre de paramètres – qu'il sera possible de quantifier précisément les zones de rupture et les instabilités en parois. Cette ultime amélioration – accompagnée d'une approche non-locale s'affranchissant du maillage – devrait permettre de répondre à de nombreuses interrogations sur les phénomènes observés en profondeur. Le passage à la modélisation 3D semble nécessaire pour ce niveau d'étude, comme l'ont montré Diederichs et al. (2004) en étudiant l'impact de la rotation du repère principal des contraintes au voisinage du front de taille. Il est bon de rappeler que les modèles d'endommagement continu n'ont pas besoin d'être réécrits lors du passage au 3D ; c'est uniquement le modèle géométrique qui diffère et son phasage.

La prise en compte de la refermeture des vides en couplant le module d'Young à la porosité est tout à fait envisageable pour les calculs tridimensionnels, qui plus est couplés à la plasticité.

Le modèle MPC est en effet écrit pour une utilisation 3D et peut servir de support pour des couplages plasticité/endommagement, adaptés aux roches présentant des déformations permanentes non-négligeables. Basées sur des considérations thermodynamiques, les lois d'endommagement s'adaptent aisément aux différents chemins de contrainte.

Mieux représenter l'effet du confinement sur le comportement. Cet effet est pris en compte dans la variation de raideur initiale pour les roches présentant une certaine porosité (modèle MPC du chapitre 3). Dans certains cas, en particulier pour les roches compactes faiblement poreuses, l'effet du confinement – ou de la partie isotrope du tenseur des contraintes – se fait ressentir sur la valeur de la résistance de pic uniquement. Chen et al. (2006) ont étudié expérimentalement cet effet qu'il serait intéressant de modéliser : par l'introduction d'un seuil d'endommagement Y_D fonction de la pression de confinement P_c par exemple...

Rendre les théories d'endommagement abordables et efficaces dans le monde de l'ingénierie. Cela sous-entend de permettre à chaque ingénieur de pouvoir utiliser des modèles d'endommagement simples (MPC, Lemaitre, etc.) dans les logiciels courants dédiés à la géotechnique : C-Tunnel, Cesar-LCPC, Flac, Plaxis... Dans la poursuite du travail de thèse, une application informatique a été compilée pour permettre aux utilisateurs du Cetu de réaliser des calculs convergence-confinement avec les lois d'endommagement. L'outil permet d'utiliser simplement le modèle MPC en vue d'éventuelles études de sensibilité, en particulier concernant la raideur variable avec la profondeur.

La formule de Panet utilisée page 62 est une première approximation, faute de mieux pour les comportements endommageables, du profil de déformations longitudinales. Pour avoir un aperçu plus exact de l'endommagement en fonction de la distance au front de taille, des calculs axisymétriques seraient souhaitables. La détermination du taux de déconfinement à la pose du soutènement, directement lié à ce profil de déformations, est toujours un problème critique qui se pose à chaque étude et spécialement pour un nouveau modèle de comportement.

Il faut également valider tout ces modèles sur des cas concrets de tunnels en projet et les adapter en conséquence. L'instrumentation des ouvrages, sommairement abordée au chapitre 5, mérite d'être développée, adaptée et appliquée au creusement d'ouvrages non-expérimentaux.

Modéliser les effets à long terme. Dans de nombreuses situations, les convergences et les ruptures de roche n'ont pas lieu immédiatement derrière le front de taille. Les phénomènes initiés par l'excavation perdurent même pendant les arrêts de chantier et bien après la réalisation de l'ouvrage. Pour modéliser ce phénomène, il est possible de considérer un comportement visqueux (Berest, 1987; Sulem et al., 1987; Cristescu, 1985) mais il est également possible de considérer un endommagement différé, en s'appuyant par exemple sur la loi de Lemaitre (Pellet, 2004; Lemaitre et Desmorat, 2005) et une loi de viscosité de type Norton. Cette approche permettrait d'apporter une explication aux phénomènes d'écaillage (tunnel du Chat) et de poussée des terrains à long terme mais également aux fortes convergences à court et moyen terme (descenderie de St-Martin la Porte) où la dilataance peut jouer un rôle fondamental.

Laigle (2004) et Kleine (2007) ont récemment comparé la vitesse de creusement d'un tunnel avec celle utilisée pour les essais triaxiaux. Ils ont ainsi pu montrer que la prise en compte des phénomènes visqueux couplés avec une loi élasto-plastique, phénomènes toujours négligés dans

les calculs de soutènement, pouvait pour certaines roches augmenter de façon notable les zones endommagées et/ou plastifiées autour du tunnel. La même étude menée à partir des lois d'endommagement permettrait de confirmer ou nuancer cette constatation.

Bibliographie

- ALSINY, A., VARDOULAKIS, I., et DRESCHER, A. (1992). « Deformation localization in cavity inflation experiments on dry sand ». *Géotechnique*, 42(3):395–410.
- BARTON, N., LIEN, R., et LUNDE, J. (1974). « Engineering Classification of Rock Masses for the Design of Tunnel Support ». *Rock Mechanics*, 6(4):189–236.
- BARY, B., BOURNAZEL, J., et BOURDAROT, E. (2000). « A poro-damage approach applied to hydro-fracture analysis of concrete ». *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, 126(9):937–943.
- BAZANT, Z. (1984). « Size effect in blunt fracture : concrete, rock, metal ». *ASCE, Journal of Engineering Mechanics*, 110.
- BENALLAL, A. et COMI, C. (2000). « On localization in saturated porous continua ». *C.R.A.S., Série IIb*, 328:847–854.
- BEREST, P. (1987). Viscoplasticité en mécanique des roches. Dans *Manuel de rhéologie des géomatériaux*, pages 235–257. Presses des Ponts et Chaussées.
- BERNAUD, D. et ROUSSET, G. (1992). « La nouvelle "méthode implicite" pour l'étude du dimensionnement des tunnels ». *Revue Française de Géotechnique*, (60):5–26.
- BIENIAWSKI, Z. (1973). Engineering classification of jointed Rock Masses. Dans *The Civil Engineer in South Africa*, pages 335–343. Presse des Ponts et Chaussées.
- BIOT, M. A. (1974). « Exact simplified non-linear stress and fracture analysis around cavities in rock ». *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 11:261–266.
- BOURGEOIS, E., COQUILLAY, S., et MESTAT, P. (2005). « Exemples d'utilisation d'un modèle élastoplastique avec élasticité non linéaire pour la modélisation d'ouvrages géotechniques ». *Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, 256/257:67–84.
- BOUVARD-LECOANET, A., COLOMBET, G., et ESTEULLE, F. (1992). *Ouvrages souterrains - Conception, réalisation, entretien*. Presses de l'ENPC, Paris.
- BRADY, B. et BROWN, E. (2004). *Rock Mechanics for underground mining (third edition)*. Springer.
- BROWN, E. T., BRAY, J. W., LANDAYI, B., et HOEK, H. (1983). « Ground Response Curve for Rock tunnels ». *Journal of Geotechnical Engineering*, 109:15–39.
- BURLION, N. (1997). « *Compaction des bétons : éléments de modélisation et caractérisation expérimentale* ». Thèse, Ecole Normale Supérieure de Cachan.
- CAI, M., KAISER, P., et MARTIN, C. (2001). « Quantification of rock mass damage in underground excavations from microseismic event monitoring ». *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 38:1135–1145.
- CANTOURNET, S. et DESMORAT, R. (2003). « Modélisation thermodynamique du frottement interne et de l'hystérésis d'un élastomère ». *Comptes-Rendus Mécanique*, 331:265–270.

- CARRANZA-TORRES, C. (2004). « Elasto-plastic solution of tunnel problems using the generalized form of the Hoek-Brown failure criterion ». *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 41(3).
- CHABOCHE, J.-L. (1979). « Le concept de contrainte effective appliqué à l'élasticité et à la viscosité en présence d'un endommagement anisotrope ». Dans *Colloque Euromech 115*, Grenoble. Editions du CNRS.
- CHABOCHE, J.-L. (1993). « Development of continuum damage mechanics for elastic solids sustaining anisotropic and unilateral damage ». *International Journal of Damage Mechanics*, pages 311–329.
- CHALHOUB, M. (2006). « *Apport des méthodes d'homogénéisation numériques à la classification des massifs rocheux fracturés* ». Thèse, Ecole des Mines de Paris.
- CHANG, S. et LEE, C. (2004). « Estimation of cracking and damage mechanisms in rock under triaxial compression by moment tensor analysis of acoustic emission ». *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 41:1069–1086.
- CHARLEZ, P. (1991). *Rock Mechanics, Theoretical fundamentals*, volume 1. Technip, Paris.
- CHEN, Z., THAM, L., M.R., Y., et XIE, H. (2006). « Confinement effects for damage and failure of brittle rocks ». *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 43:1262–1269.
- CHIARELLI, A., SHAO, J., et HOTEIT, N. (2003). « Modeling of elastoplastic damage behavior of a claystone ». *International Journal of Plasticity*, 19:23–45.
- CHOW, C. et WANG, J. (1987). « An anisotropic theory for continuum damage mechanics ». *International Journal of Fracture*, 33:3–16.
- COMBARIEU, O. (2006). « L'usage des modules de déformation en géotechnique ». *Revue Française de Géotechnique*, (114).
- CONIL-AUBLIVE, N. (2003). « Modélisation du comportement des argiles raides destinées au stockage des déchets radioactifs ». Dans *XXIèmes rencontres universitaires de génie civil*, France.
- CORBETTA, F., BERNAUD, D., et NGUYEN MINH, D. (1991). « Contribution à la méthode convergence-confinement par le principe de la similitude ». *Revue Française de Géotechnique*, (54):5–11.
- CORDEBOIS, J.-P. et SIDOROFF, F. (1982). « Endommagement anisotrope en élasticité et plasticité ». *Journ. de Mécanique Théorique et Appliquée*, (Num. Spéc.):45–60.
- CRISTESCU, N. (1985). « Viscoplastic creep of rocks around horizontal tunnels ». *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 22(6):453–459.
- CUNDALL, P. (1971). « A computer model for simulating progressive, large scale movements in blocky rock systems ». Dans *Proceedings of the Symposium of the International Society for Rock Mechanics*, volume 1.
- DESCOEUDRES, F. (1989). *Mécanique des roches (notes de cours)*. Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne.
- DESMORAT, R. (2004). « Modèle d'endommagement anisotrope avec forte dissymétrie traction/compression ». Dans *Proc. of (RF)2B - 5es Journées Scientifiques du Regroupement Francophone pour la Recherche et la Formation sur le Béton*.

- DESMORAT, R., GATUINGT, F., et RAGUENEAU, F. (2007). « Nonlocal anisotropic damage model and related computational aspects for quasi-brittle materials ». *Engineering Fracture Mechanics*, 74(10):1539–1560.
- DETOURNAY, E. et VARDOULAKIS, I. (1985). « Determination of the ground reaction curve using the hodograph method ». *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 22:173–176.
- DIEDERICHS, M., KAISER, P., et EBERHARDT, E. (2004). « Damage initiation and propagation in hard rock during tunnelling and the influence of near-face stress rotation ». *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 41:785–812.
- DRAGON, A. et HALM, D. (1998). « An anisotropic model of damage and frictional sliding for brittle materials ». *European Journal of Mechanics, A/Solids*, pages 439–460.
- DUFFAUT, P. (1981). Stabilité des cavités souterraines. Dans *Sols et Fondations*, pages 788–823. Le Moniteur.
- DUNCAN, J. et CHANG, C.-Y. (1970). « Nonlinear analysis of stress and strain in soils ». *Journal of soil mechanics and foundations division*, 96:1629–1653.
- DURVILLE, J.-L. (1995). « Mécanique des roches - généralités (C350) ». *Techniques de l'Ingénieur*, Traité de Construction.
- DURVILLE, J.-L. (2001). « Mécanique des Roches appliquée au Génie Civil ». Cours du DEA MSOE.
- EBERHARDT, E., STEAD, D., et STIMPSON, B. (1999). « Quantifying progressive pre-peak brittle fracture damage in rock during uniaxial compression ». *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 36:361–380.
- FABRE, G. et PELLET, F. (2006). « Creep and time-dependent damage in argillaceous rocks ». *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 43:950–960.
- FINE, J. (1998). *Le soutènement des galeries minières*. Sciences de la Terre et de l'Environnement. Presses de l'ENSMP, Paris.
- GATUINGT, F. (1999). « *Prévision de rupture des ouvrages en béton sollicités en dynamique rapide* ». Thèse, Ecole Normale Supérieure de Cachan.
- GATUINGT, F. et PIJAUDIER-CABOT, G. (2002). « Coupled damage and plasticity modelling in transient dynamic analysis of concrete ». *Int Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 26:1–24.
- GRANGE, S., FORQUIN, P., MENCACCI, S., et HILD, F. (2007). « Comparison Between two Limestones: Quasi-Static Characterization and Edge-on Impacts ». *Int. Jour. of Impact Engineering*. à paraître.
- GRANGER, S., LOUKILI, A., PIJAUDIER-CABOT, G., et CHANVILLARD, G. (2006). « Caractérisation expérimentale de l'auto-cicatrisation des fissures dans un béton à ultra-hautes performances ». *Revue Européenne de Génie Civil*, 10(3).
- GRIFFITH, A. (1924). « Theory of rupture ». Dans *1st congress of applied mechanics*, pages 55–63, Delft.
- Haidar, K. (2002). « *Modélisation de l'endommagement des structures en béton – approches numériques et effet de la microstructure sur les propriétés de rupture* ». Thèse, Ecole Centrale de Nantes.
- HAJIABDOLMAJID, V., KAISER, P., et MARTIN, C. (2002). « Modelling brittle failure of rock ». *International Journal of Rock Mechanics and Mining Science*, 39:731–741.

- HILL, R. et HUTCHINSON, J. (1975). « Bifurcation phenomena in plane tension test ». *Int. Jour. Phys. Solids*, 23:239–264.
- HOEK, E. (2000). « Rock Engineering, Course Notes ». Website : <http://www.rocscience.com/>.
- HOEK, E., CARRANZA-TORRES, C., et CORKUM, B. (2002). « Hoek-Brown failure criterion - 2002 Edition ». Dans *5th North American Rock Mechanics Symposium and 17th Tunneling Association of Canada Conference: NARMS-TAC*, pages 267–271.
- HOMAND-ETIENNE, F., HOXHA, D., et SHAO, J. (1998). « A Continuum Damage Constitutive Law for Brittle Rocks ». *Computers and Geotechnics*, 22(2):135–151.
- IRWIN, G. (1957). « Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate ». *ASCE, Journal of Engineering Mechanics*, 79:361–364.
- KACHANOV, L. (1958). « Time of rupture process under creep conditions ». *Proc. of Acad. Sci., USSR, Div. Sciences de l'Ingénieur*, (8):26–31.
- KACHANOV, M. (1992). « Effective elastic properties of cracked solids: critical review of some basic concepts ». *Applied Mechanics Review*, 45.
- KAISER, P. (2006). « Rock mechanics considerations for construction of deep tunnels in brittle rock ». Dans *Proc. of ARMS 2006 - 4th Asian Rock Mechanics Symposium*. World Scientific.
- KLEINE, A. (2007a). « Effets du comportement différé sur le creusement des tunnels ». Dans *Proc. des 25ème Rencontres Universitaires de Génie Civil*, Bordeaux, France. AUGC.
- KLEINE, A. (2007b). « Modélisation Elastoplastique des Roches avec Radoucissement : analyse critique et effets tridimensionnels ». Thèse, Ecole Nationale Supérieure de Géologie de Nancy.
- KRAJČINOVIC, D. et LEMAITRE, J. (1987). *Continuum Damage Mechanics Theory and Applications*. CISM lectures. Springer.
- LABORDERIE, C. (1991). « Phénomènes unilatéraux dans un matériau endommageable ». Thèse, Univ. Paris 6.
- LACROIX, R. (1967). « La méthode des matrices de transfert ». *Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics*, (231/232):346–363.
- LADÈVEZE, P., GASSER, A., et ALLIX, O. (1994). « Damage mechanics modelling for ceramic composites ». *Journal of Engineering Materials and Technology*, 116.
- LADÈVÈZE, P. (1983). « On an anisotropic damage theory ». Dans *Proc. of CNRS International Colloque : Failure criteria of structured media*, pages 355–363. Boehler (Ed.).
- LAIGLE, F. (2004). « Modèle conceptuel pour le développement de lois de comportement adaptées à la conception des ouvrages souterrains ». Thèse, Ecole centrale de Lyon.
- LAVROV, A. (2003). « The Kaiser effect in rocks : principles and stress estimation techniques ». *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 40:151–171.
- LCPC (1996). *Manuel théorique du logiciel CESAR-LCPC*. LCPC-Itech.
- LECKIE, F. et ONAT, E. (1981). « Tensorial Nature of Damage Measuring internal variables ». Dans *IUTAM Colloquium on Physical Nonlinearities in Structural Analysis*, pages 140–155. Springer-Verlag.
- LEE, Y. L. (1994). « Prise en compte des non-linéarités de comportement des sols et des roches dans la modélisation du creusement d'un tunnel ». Thèse, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.

- LEMAITRE, J. (1971). « Evaluation of dissipation and damage in metals submitted to dynamic loading ». Dans *Int. Conf. on Mechanical Behaviour of Materials*, Kyot, Japan. Society of Material Science.
- LEMAITRE, J. (1992). *Course of damage mechanics*. Springer Verlag.
- LEMAITRE, J. et CHABOCHE, J.-L. (1985). *Mécanique des matériaux solides*. Dunod, Paris, 1st edition.
- LEMAITRE, J. et DESMORAT, R. (2005). *Engineering Damage Mechanics : Ductile, Creep, Fatigue and Brittle Failures*. Springer.
- LEMAITRE, J., DESMORAT, R., et SAUZAY, M. (2000). « Anisotropic damage law of evolution ». *European Journal Mechanics A/Solids*, 19:187–208.
- LEMAITRE, J. et DUFFAILLY, J. (1987). « Damage measurements ». *Engineering Fracture Mechanics*, 28(5/6):643–661.
- MALEKI, K., POUYA, A., COURTOIS, A., et SU, K. (2003). « Modélisation numérique du couplage entre l'endommagement et la perméabilité des argiles raides ». Dans *16ème Congrès Français de Mécanique*, Nice.
- MARIGO, J.-J. (1981). « Formulation d'une loi d'endommagement d'un matériau élastique ». *C. R. Académie des Sciences de Paris*, II(292 19):1309–1312.
- MARTIN, C., CHRISTIANSSON, R., et SÖDERHÄLL, J. (2001). « Rock Stability Considerations for siting and constructing a KBS-3 repository ». Technical report, Swedish Nuclear Fuel and Waste Management Company.
- MARTIN, F., DESMORAT, R., et SAÏTTA, A. (2006a). « Courbe de convergence pour un modèle phénoménologique d'endommagement ». *Revue Française de Géotechnique*, (116):15–26.
- MARTIN, F., DESMORAT, R., et SAÏTTA, A. (2006b). « Ground reaction curve for a phenomenological damage model ». Dans *Proc. of ARMS 2006 - 4th Asian Rock Mechanics Symposium*, Singapore. World Scientific.
- MARTIN, F. et SAÏTTA, A. (2004). « Manuel théorique du logiciel C-Lambda ». Rapport Technique, CETu - Itech.
- MARTIN, F. et SAÏTTA, A. (2006). *Mécanique des roches et travaux souterrains, cours et exercices corrigés*. Notes de cours disponibles sur internet.
- MATTAUER, M. (1998). *Ce que disent les pierres*. Bibliothèque scientifique. Belin - Pour La Science.
- MAZARS, J. (1984). « Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non-linéaire et à la rupture du béton de structure ». Thèse d'Etat, Université Paris 6.
- MAZARS, J. et PIJAUDIER-CABOT, G. (2001). Bridges between Damage and Fracture Mechanics. Dans *Handbook of Materials behavior - Ch.7*, volume 2, pages 542–548. Academic Press.
- MEGLIS, I., CHOW, T., MARTIN, C., et YOUNG, R. (2005). « Assessing in situ microcrack damage using ultrasonic velocity tomography ». *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 42:25–34.
- MIEHE, C. (1995). « Discontinuous and continuous damage evolution in ogden-type large strain elastic material ». *European Journal of Mechanics, A/Solids*, 14:697–720.
- MITAIM, S. et DETOURNAY, E. (2004). « Damage around a cylindrical opening in a brittle rock mass ». *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 41:1447–1457.
- MITAIM, S. et DETOURNAY, E. (2005). « Determination of ground reaction curve for hyperbolic soil model using the hodograph method ». *Canadian Geotechnics*, 42:964–968.

- MOLENKAMP, F. (1988). « A simple model for isotropic non-linear elasticity of frictional materials ». *Int. Jour. of Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 12:467–476.
- MORI, T. et TANAKA, K. (1973). « Average stress in matrix and elastic energy of materials with misfitting inclusions ». *Acta Metallurgica*, 21:571–574.
- MURAKAMI, S. (1988). « Mechanical modeling of material damage ». *Journal of Applied Mechanics*, 55:280–286.
- MURAKAMI, S. et OHNO, N. (1978). « A constitutive equation of creep damage in polycrystalline metals ». Dans *IUTAM Colloquium Euromech 111*.
- NAWROCKI, P., et DUSSEAULT, M. (1995). « Modelling of damage zones around openings using radius-dependent Young's modulus ». *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 28:227–239.
- NAWROCKI, P., CRISTESCU, N., DUSSEAULT, M., et BRATLI, R. (1999). « Experimental methods for determining constitutive parameters for nonlinear rock modeling ». *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 36:659–672.
- NGUYEN MINH, D. et SCHMITT, N. (1988). « Contraction du tube épais circulaire : remarques sur l'influence d'une non-linéarité élastique ». *Revue Française de Géotechnique*, (42):35–42.
- PANET, M. (1976a). « Analyse de la stabilité d'un tunnel creusé dans un massif rocheux en tenant compte du comportement après la rupture ». *Rock Mechanics*, 8:209–223.
- PANET, M. (1976b). *Mécanique des roches appliquée aux ouvrages de génie civil*. Presses de l'ENPC (épuisé), Paris.
- PANET, M. (1995). *Le calcul des tunnels par la méthode convergence - confinement*. Presses de l'ENPC, Paris.
- PELLEGRINO, A. (1995). « Comportement fragile des roches, dégradation des propriétés élastiques et anisotropie induite par les contraintes ». Thèse, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, CERMES.
- PELLET, F. (2004). « Viscoplasticité et endommagement des roches en application à la modélisation du comportement à long terme des ouvrages souterrains ». Habilitation à diriger des recherches, Université Joseph Fourier - Grenoble I.
- PETTITT, W., BAKER, C., et YOUNG, R. (2002). « Using acoustic emissions for assessment of damage in rock around engineered structures at the Äspö hard rock laboratory ». Dans *5th North American Rock Mechanics Symposium*.
- PIJAUDIER-CABOT, G. et BAZANT, Z. (1987). « Nonlocal Damage Theory ». *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 113(10):1512–1533.
- PIJAUDIER-CABOT, G. et BURLION, N. (1996). « Damage and localization in elastic materials with voids ». *International Journal of Mechanics of Cohesive-Frictional Materials*, 1:129–144.
- PRÉVOST, J.-H. et HÖEG, K. (1975). « Soil mechanics and plasticity analysis of strain softening ». *Géotechnique*, 25(2):279–297.
- RICE, J. (1968). « *Mathematical Analysis in the Mechanics of Fracture* », volume 2, pages 191–311. Academic Press, N.Y.
- RICE, J. (1984). « Shear Instability in Relation to the Constitutive Description of Fault Slip ». Dans *Rockbursts and Seismicity in Mines*, pages 57–62, Johannesburg. South African Inst. Mining and Metallurgy.
- RUDNICKI, J. et RICE, J. (1975). « Conditions for the localization of deformation in pressure-sensitive dilatant materials ». *Jour. Mech. Phys. Solids*, 23:371–394.

- SALARI, M., SAEB, S., WILLIAM, K., PATCHET, S., et CARRASCO, R. (2003). « A coupled elastoplastic damage model for geomaterials ». *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Special issue on failure analysis of geomaterials.
- SALENÇON, J. (1969). « Contraction quasi-statique d'une cavité à symétrie sphérique ou cylindrique dans un milieu élasto-plastique ». *Annales des Ponts et Chaussées*, IV:231–236.
- SANTARELLI, F. (1990). « Etude expérimentale de la bifurcation dans les roches ». *Revue Française de Géotechnique*, pages 61–70.
- SANTARELLI, F., BROWN, E., et MAURY, V. (1986). « Analysis of borehole stresses using pressure-dependent, linear elasticity ». *Int. Jour. Rock Mechanics and Mining Science*, 23(6):445–449.
- SERRATRICE, J. F. (1999). « Essais de compression simple sur les marnes noires compactes du tunnel des Terres Noires ». Rapport d'essais et analyses, CETE Méditerranée.
- SERRATRICE, J. F. (2001). « Essais triaxiaux sur les marnes du sondage SCH 2000 (Bois de Peu) ». Rapport d'essais et analyses, CETE Méditerranée.
- SERRATRICE, J. F. (2005a). « Essais triaxiaux sur les marnes du tunnel de la Nerthe ». Rapport d'essais et analyses, CETE Méditerranée.
- SERRATRICE, J. F. (2005b). « Essais triaxiaux sur les silts argileux indurés du métro de Toulouse ». Rapport d'essais et analyses, CETE Méditerranée.
- SULEM, J. (1994). « Analytical methods for the study of tunnel deformation during excavation ». Dans *5th ciclo di conferenze di Meccanica e Ingegneria delle Rocce Politecnico di Torino*, Italie. Ed. G. Barla.
- SULEM, J., PANET, M., et GUENOT, A. (1987). « An analytical solution for time-dependent displacements in a circular tunnel ». *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 24(3):155–164.
- SULEM, J., VARDOULAKIS, I., PAPAMICHOS, E., OULAHNA, A., et TRONVOLL, J. (1999). « Elasto-plastic modelling of Red Wildmoor sandstone ». *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials*, 4:215–245.
- TAYLOR et FRANCIS, éditeurs (2004). *Numerical Modelling of Discrete Materials in Geotechnical Engineering, Civil Engineering and Earth Sciences*, Bochum, Germany. Proceedings of the First International UDEC/3DEC Symposium.
- VARAS, F., ALONSO, E., ALEJANO, L., et FERNANDEZ-MANIN, G. (2005). « Study of bifurcation in the problem of unloading a circular excavation in a strain-softening material ». *Tunnelling and Underground Space Technology*, 20:311–322.
- VARDOULAKIS, I. et PAPANASTASIOU, P. (1988). « Bifurcation analysis of deep boreholes: I. Surface Instabilities. ». *Int. Journ. Num. Anal. Meth. in Geomechanics*, 12:379–399.
- VARDOULAKIS, I., SULEM, J., et GUENOT, A. (1988). « Borehole instabilities as bifurcation phenomena. ». *Int. Journ. of Rock Mechanics and Mining Science*, 25(3):159–170.
- ZERVOS, A., PAPANASTASIOU, P., et VARDOULAKIS, I. (2001). « Modelling of localisation and scale effect in thick walled cylinders with gradient elastoplasticity ». *International Journal of Solids and Structures*, 38:5081–5095.
- ZHAO, D., SWOBODA, G., et LAABMAYR, F. (2004). « Damage mechanics and its application for the design of an underground theater ». *Tunnelling and Underground Space Technology*, 19:567–575.

Annexe A

Feuille de calcul

La figure A.1 représente la partie "haute" de la feuille de calcul produite par le Cetu pour calculer la courbe de convergence et le chemin de contrainte avec le modèle proposé au chapitre 2. Cette feuille fournit une résolution de l'équation (2.27) par la méthode de Runge-Kutta 2. Les données sont à rentrer dans le tableau de gauche, colonne B.

Le contenu des autres colonnes du tableau, d'après la Fig. A.1, pour la ligne 7 est calculé par les formules suivantes :

- E7=B23;
- F7=\$B\$10*(1-((\$B\$12-RACINE(\$B\$13))/(2*\$B\$12))+RACINE((((\$B\$12-RACINE(\$B\$13))/\$B\$12)^2+4*((RACINE(\$B\$13)-RACINE((1-\$B\$11^2)/(2*\$B\$10))*(E7^2+L7^2)-\$B\$11*(1+\$B\$11)/\$B\$10*E7*L7))/ \$B\$12))/4));
- G7=-((4*F7*(F7-\$B\$16)*(1-\$B\$11)*((F7-\$B\$16)^2-\$B\$17)-(2*\$B\$18*E7+\$B\$19*L7)*((1-\$B\$11)*L7-\$B\$11*E7))/(4*F7*(F7-\$B\$16)*(1-\$B\$11)*((F7-\$B\$16)^2-\$B\$17)-(2*\$B\$18*L7+\$B\$19*E7)*((1-\$B\$11)*L7-\$B\$11*E7));
- H7=E7+\$B\$27/2;
- I7=L7+\$B\$27/2*G7;
- J7=\$B\$10*(1-((\$B\$12-RACINE(\$B\$13))/(2*\$B\$12))+RACINE((((\$B\$12-RACINE(\$B\$13))/\$B\$12)^2+4*((RACINE(\$B\$13)-RACINE((1-\$B\$11^2)/(2*\$B\$10))*(H7^2+I7^2)-\$B\$11*(1+\$B\$11)/\$B\$10*H7*I7))/ \$B\$12))/4));
- K7=-((4*J7*(J7-\$B\$16)*(1-\$B\$11)*((J7-\$B\$16)^2-\$B\$17)-(2*\$B\$18*H7+\$B\$19*I7)*((1-\$B\$11)*I7-\$B\$11*H7))/(4*J7*(J7-\$B\$16)*(1-\$B\$11)*((J7-\$B\$16)^2-\$B\$17)-(2*\$B\$18*I7+\$B\$19*H7)*((1-\$B\$11)*I7-\$B\$11*H7));
- L7=B22;
- M7=E7+\$B\$8;
- N7=L7+\$B\$8;
- O7=1000*\$B\$7*((1+\$B\$11)*((1-\$B\$11)*L7-\$B\$11*E7)/F7);
- P7=1-(F7/\$B\$10).

Pour les ligne 8 à 106, correspondant à 100 points de calcul, il suffit de changer l'indice de ligne¹ dans les formules. Pour les colonnes E et L, la formule change à partir de la ligne 8 :

- E8=\$B\$23+(-\$B\$8-\$B\$23)/(\$B\$26-1)*D7;
- L8=L7+\$B\$27*K7.

Les résultats sont contenus dans les colonnes M (σ_r), N (σ_θ), O (U) et P (D).

1. Sauf pour les valeurs précédées de \$.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1	Endommagement : Loi sans plasticité en racine de Y														
2	Calcul de la courbe de convergence par la méthode hodographique														
3															
4															
5															
6	Intégration de Runge-Kutta 2														
7	Point	x	E(x,y)	f(x,y)	f'(x,y)	E(x,y)	f(x,y)	f'(x,y)	E(x,y)	f(x,y)	f'(x,y)	Sigma r	Sigma theta	U	D
8	1	-0,35082	80	-0,835010461	-0,3553645	79,8801944	-0,832526209	0,35082	79,8801944	-0,832526209	0,35082	0,89918	1,60082	34,20526275	0
9	2	-0,35991	79,76030334	-0,830031954	-0,3644471	79,63999663	-0,827518825	0,356384705	79,63999663	-0,827518825	0,356384705	0,89909	1,60838	35,0921442	0,002996208
10	3	-0,36899	79,51961004	-0,824395491	-0,37352369	79,39880157	-0,822452862	0,365900723	79,39880157	-0,822452862	0,365900723	0,88101	1,61590	35,98170048	0,006004874
11	4	-0,37807	79,2779068	-0,819839982	-0,38261229	79,16559675	-0,817327052	0,373370728	79,16559675	-0,817327052	0,373370728	0,87193	1,62337	36,87395905	0,009026165
12	5	-0,38715	79,0357938	-0,814743654	-0,39169488	78,91334195	-0,812140084	0,38449417	78,91334195	-0,812140084	0,38449417	0,86285	1,63079	37,76894789	0,01206025
13	6	-0,39624	78,79141558	-0,809525662	-0,40077747	78,66905121	-0,806830606	0,388170516	78,66905121	-0,806830606	0,388170516	0,85376	1,63817	38,66669547	0,01507205
14	7	-0,40532	78,54659928	-0,804244471	-0,40986007	78,42370181	-0,801577225	0,395498176	78,42370181	-0,801577225	0,395498176	0,84488	1,64550	39,56723081	0,018167509
15	8	-0,41440	78,30071637	-0,799898663	-0,41894266	78,17277826	-0,796198499	0,402779576	78,17277826	-0,796198499	0,402779576	0,83560	1,65278	40,47058349	0,021241045
16	9	-0,42348	78,05375178	-0,793486775	-0,42802526	77,92376529	-0,79075294	0,410011124	77,92376529	-0,79075294	0,410011124	0,82652	1,66001	41,37678363	0,024328103
17	10	-0,43257	77,80669004	-0,788007294	-0,43710785	77,68114724	-0,78523901	0,41783212	77,68114724	-0,78523901	0,41783212	0,81743	1,66729	42,28598195	0,027428875
18	11	-0,44165	77,55951529	-0,782458556	-0,44619044	77,43140804	-0,779655119	0,424325219	77,43140804	-0,779655119	0,424325219	0,80835	1,67433	43,19784376	0,030543559
19	12	-0,45073	77,30621127	-0,776839244	-0,45527304	77,18053121	-0,773999622	0,431406509	77,18053121	-0,773999622	0,431406509	0,79927	1,68141	44,12779	0,033672359
20	13	-0,45981	77,05471526	-0,771147386	-0,46435563	76,92849983	-0,768270819	0,438436434	76,92849983	-0,768270819	0,438436434	0,79019	1,68844	45,05068223	0,036815484
21	14	-0,46890	76,80214815	-0,765381352	-0,47343822	76,67523954	-0,762466349	0,445414325	76,67523954	-0,762466349	0,445414325	0,78110	1,69541	45,96159267	0,039973148
22	15	-0,47798	76,54935434	-0,759539395	-0,48252082	76,42090351	-0,756586188	0,452339503	76,42090351	-0,756586188	0,452339503	0,77202	1,70234	46,8755442	0,043145571
23	16	-0,48706	76,293336177	-0,753619526	-0,49160341	76,16530243	-0,750626649	0,459212688	76,16530243	-0,750626649	0,459212688	0,76294	1,70921	47,80257141	0,046332378
24	17	-0,49614	76,03715189	-0,747619956	-0,50068601	75,90847452	-0,744586375	0,466028905	75,90847452	-0,744586375	0,466028905	0,75386	1,71603	48,73270196	0,049535601
25	18	-0,50523	75,7770565	-0,741638651	-0,5097686	75,65040044	-0,739453338	0,472791681	75,65040044	-0,739453338	0,472791681	0,74477	1,72279	49,6659948	0,052753679
26	19	-0,51431	75,5200346	-0,735373543	-0,51885119	75,39106034	-0,732255433	0,479498843	75,39106034	-0,732255433	0,479498843	0,73569	1,72950	50,6024638	0,055937457
27	20	-0,52339	75,26102521	-0,729122492	-0,52793379	75,13043383	-0,72596048	0,486149622	75,13043383	-0,72596048	0,486149622	0,72661	1,73615	51,54215418	0,059237185
28	21	-0,53248	74,99975021	-0,722783274	-0,53701638	74,86849991	-0,719576213	0,492743226	74,86849991	-0,719576213	0,492743226	0,71752	1,74274	52,48510432	0,062503122
29	22	-0,54156	74,73715718	-0,716353581	-0,54609998	74,60523701	-0,713100279	0,499278845	74,60523701	-0,713100279	0,499278845	0,70844	1,74928	53,43195344	0,065785335
30	23	-0,55064	74,47322423	-0,709831016	-0,55518157	74,34062291	-0,706530235	0,505755645	74,34062291	-0,706530235	0,505755645	0,69936	1,75576	54,38094162	0,069048497
31	24	-0,55972	74,20792895	-0,70213089	-0,56426416	74,07463477	-0,699863542	0,512127272	74,07463477	-0,699863542	0,512127272	0,69028	1,76217	55,33390982	0,072400889

Fig. A.1 – Présentation de la feuille de calcul automatique du Cetu.

Annexe B

Modèle Marigo with Porosity Closure - Castem2006

Ce fichier en Fortran décrit la procédure de résolution numérique en chaque point de Gauss du maillage. Il a été adapté pour à l'avenir réaliser des calculs non-locaux sous forme intégrale tels qu'ils ont été définis dans Castem. Ces lignes de code ont été également spécifiquement rédigées pour l'usage géotechnique et ne sauraient être utilisées en l'état pour toute autre application.

Cette procédure est identique que l'on soit en maillage 2D ou 3D.

```
C Modèle MPC
SUBROUTINE MPC_NL(WRK0,WRK1,WRK5,NSTRS,NVARI,LHOOK,
& ISTEP,NMATT,ICARA,KERRE,MFR)

C variables en entree
C WRK52, WRK53, WRK54 pointeur actif a l'entree
C NVARI nombre de variables internes
C ISTEP flag utilise pour separer les etapes dans un calcul non local
C ISTEP=0 --->calcul local
C ISTEP=1 --->calcul non local etape 1 on calcule les seuils
C ISTEP=2 --->calcul non local etape 2 on continue le calcul
C a partir des seuils moyennes

C variables en sortie
C VARINF variables internes finales
C SIGF contraintes finales

IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION EPS(6)
-INC CCOPTIO
-INC SMINTE
-INC SMCOORD
-INC SMELEME
PARAMETER (UN=1.D0, DEUX=2.D0, TROIS=3.D0, QUATRE=4.D0)
PARAMETER (XZERO=0.D0, XPETIT=1.D-7)
SEGMENT WRK0
REAL*8 XMAT(NMATT)
```

```

ENDSEGMENT
SEGMENT WRK1
REAL*8 DDHOOK(LHOOK,LHOOK),SIG0(NSTRS),DEPST(NSTRS)
REAL*8 SIGF(NSTRS),VAR0(NVARI),VARF(NVARI)
REAL*8 DEFP(NSTRS),XCAR(ICARA)
ENDSEGMENT

C Recuperation des variables initiales dans les tableaux
YOUN = XMAT(1)
XNU = XMAT(2)
YD = XMAT(5)
S = XMAT(6)
SEXP = XMAT(7)
XPRES = XMAT(8)
XNIN = XMAT(9)
EPSVINI = XMAT(10)
XC = XMAT(11)
DC = XMAT(12)

C Recuperation de l'endommagement initial et de l'état de rupture
D = VAR0(1)
RUPT = VAR0(11)
YC = VAR0(12)
C Deformation totale
DO I=1,3
    EPS(I)=VAR0(4+I)+DEPST(I)
ENDDO
DO I=4,NSTRS
    EPS(I)=VAR0(4+I)+DEPST(I)/DEUX
ENDDO

C Deformations volumiques
TRACEPS=EPS(1)+EPS(2)+EPS(3)
EPVOL=TRACEPS+EPSVINI

C Tunnel profond: NINI est la porosité la profondeur du tunnel!
C YOUN est le module d'Young à la surface (aucun confinement)
C EPVOL = Epsv_ini (donnée à la profondeur souhaitée) + TRACEPS

C Calcul de la valeur de la raideur E avec les déformations volumiques
IF (EPVOL.LE.XPETIT) THEN
    XN = UN-(UN-XNIN)*EXP(-TRACEPS)
IF (XN.lt.XZERO) THEN

```

```

        XN = XZERO
ENDIF
        PC0=YOUN/(TROIS*(UN-DEUX*XNU))*(LOG((UN-XNIN)/(UN-XN))+EPSVINI)
        YOUNN=(YOUN/DEUX)*(-UN*PC0/XPRE+SQRT((PC0/XPRE)**2+QUATRE))
ELSE
        YOUNN = YOUN

C Porosité constante et égale à n0
XN = XNIN*EXP(-EPSVINI)
ENDIF
C Calcul du taux de restitution d'énergie
XMU = YOUNN/(DEUX*(UN+XNU))
XLAMBDA = YOUNN*XNU/((UN+XNU)*(UN-DEUX*XNU))
Y = XMU*((EPS(1)**2)+(EPS(2)**2)+(EPS(3)**2)+DEUX*(EPS(4)**2)
& +DEUX*(EPS(5)**2)+DEUX*(EPS(6)**2))
& +(XLAMBDA/DEUX)*(TRACEPS**2)

C Procédure de calcul non-local
IF (ISTEP.EQ.1) THEN
        VARF(2)=Y
        GOTO 2000
ELSE IF (ISTEP.EQ.2) THEN
        Y=VAR0(2)
ENDIF

C Calcul de la surface seuil
FCRIT=Y-YD-S*(D**(UN/SEXP))

C TEST sur le seuil et evolution de l'endommagement après rupture
IF(FCRIT.GT.XZERO) THEN
        D = ((Y-YD)/S)**SEXP
IF (RUPT.EQ.1) THEN
        D = UN-((UN-DC)*EXP(-XC*(Y-YC)))
ELSEIF (D.GT.DC.AND.RUPT.EQ.0) THEN
        YC = Y
        RUPT = 1
ELSE
        RUPT = 0
ENDIF
ENDIF

C Fin des differents cas (elasticite ou endommagement)
C Calcul de la contrainte finale: 2 cas selon

```

C le signe de la déformation volumique totale

```
IF (EPVOL.GE.XPETIT) THEN
  SIGF(1)=(UN-D)*(DEUX*XMU*EPS(1)+XLAMBDA*TRACEPS)
  SIGF(2)=(UN-D)*(DEUX*XMU*EPS(2)+XLAMBDA*TRACEPS)
  SIGF(3)=(UN-D)*(DEUX*XMU*EPS(3)+XLAMBDA*TRACEPS)
ELSE
  SIGF(1)=(UN-D)*(DEUX*XMU*EPS(1))
  & +( (XLAMBDA+(DEUX/TROIS*XMU*D)) *TRACEPS)
  SIGF(2)=(UN-D)*(DEUX*XMU*EPS(2))
  & +( (XLAMBDA+(DEUX/TROIS*XMU*D)) *TRACEPS)
  SIGF(3)=(UN-D)*(DEUX*XMU*EPS(3))
  & +( (XLAMBDA+(DEUX/TROIS*XMU*D)) *TRACEPS)
ENDIF
  SIGF(4)=(UN-D)*DEUX*XMU*EPS(4)
  SIGF(5)=(UN-D)*DEUX*XMU*EPS(5)
  SIGF(6)=(UN-D)*DEUX*XMU*EPS(6)
C stockage des variables du probleme
VARF(1)=D
VARF(2)=Y
VARF(3)=XN
VARF(4)=YOUNN
VARF(11)=RUPT
VARF(12)=YC
DO I=1,NSTRS
VARF(4+I)=EPS(I)
ENDDO

2000 CONTINUE
C
RETURN
END
```

Annexe C

Essais numériques sur le modèle MPC

Le modèle MPC a été implanté dans Castem puis testé sur un cube unité en traction puis en compression. Les figures suivantes donnent les résultats graphiques de ce test sur une roche de très bonne résistance avec un endommagement critique de 0,9. Elles permettent de vérifier, entre autre, que les mécanismes unilatéraux de refermeture des pores et d'endommagement ont bien été programmés, et que la rupture a bien été prise en compte.

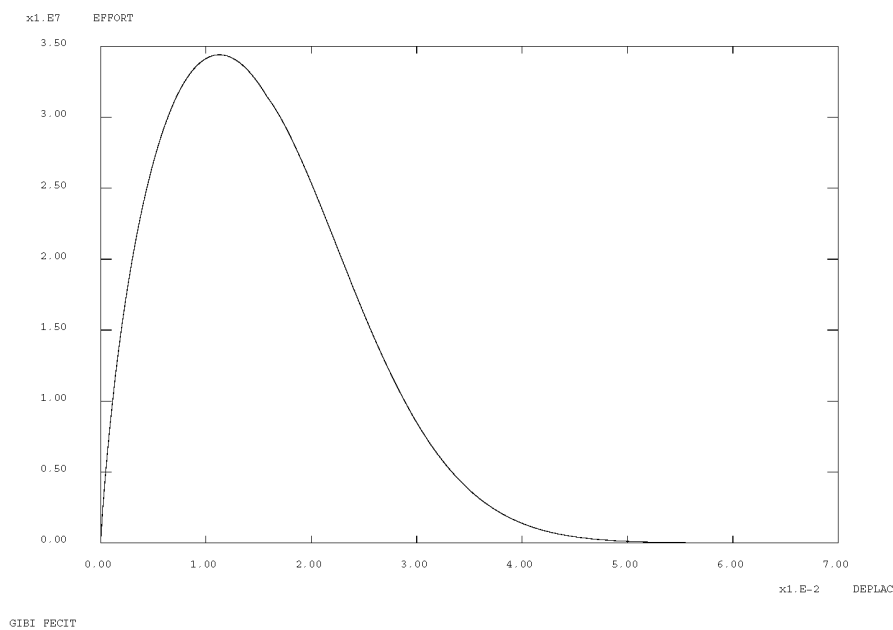


Fig. C.1 – Essai de traction : courbe σ - ϵ .

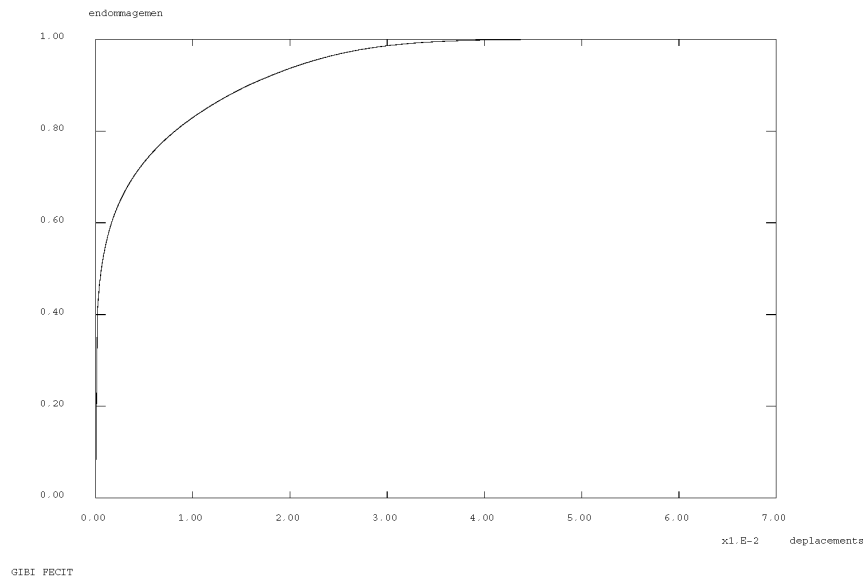


Fig. C.2 – Essai de traction : courbe D - ϵ .

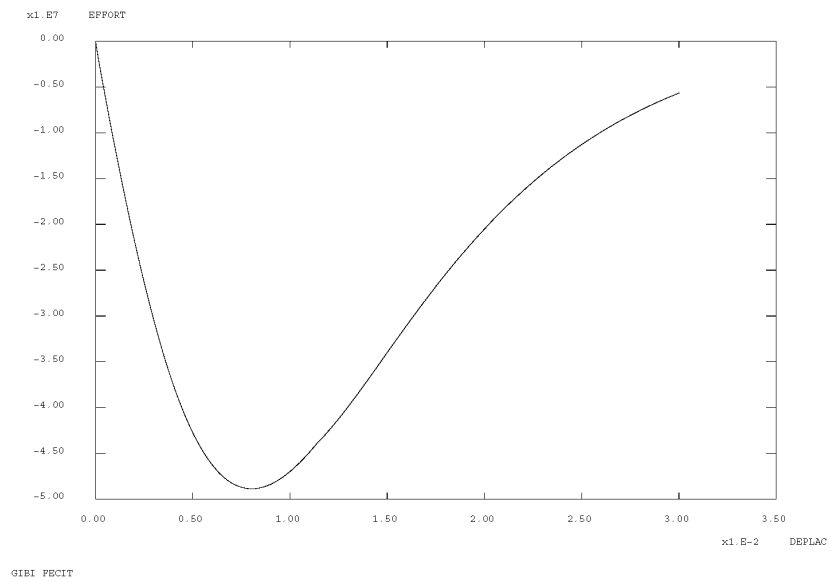


Fig. C.3 – Essai de compression : courbe σ - ϵ .

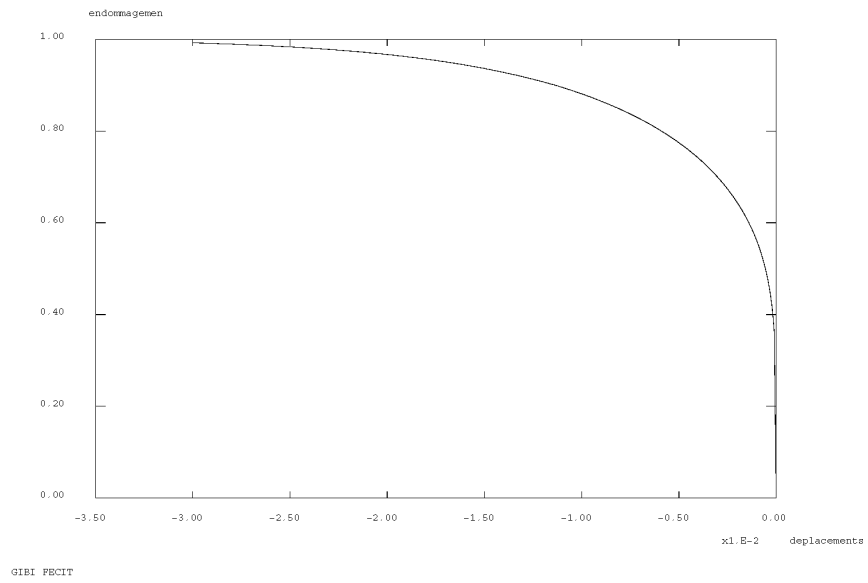


Fig. C.4 – Essai de compression : courbe D - ϵ .

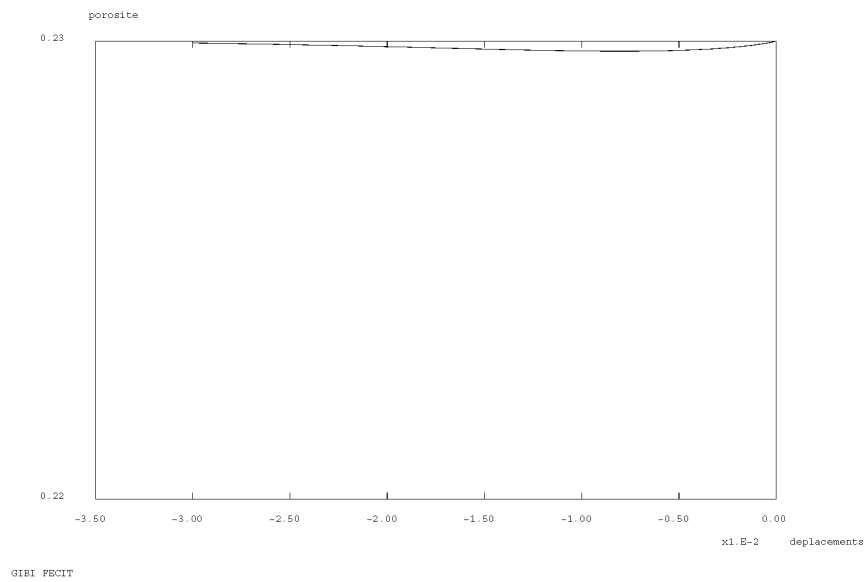


Fig. C.5 – Essai de compression : courbe de porosité n - ϵ ($n_0 = 0,23$).

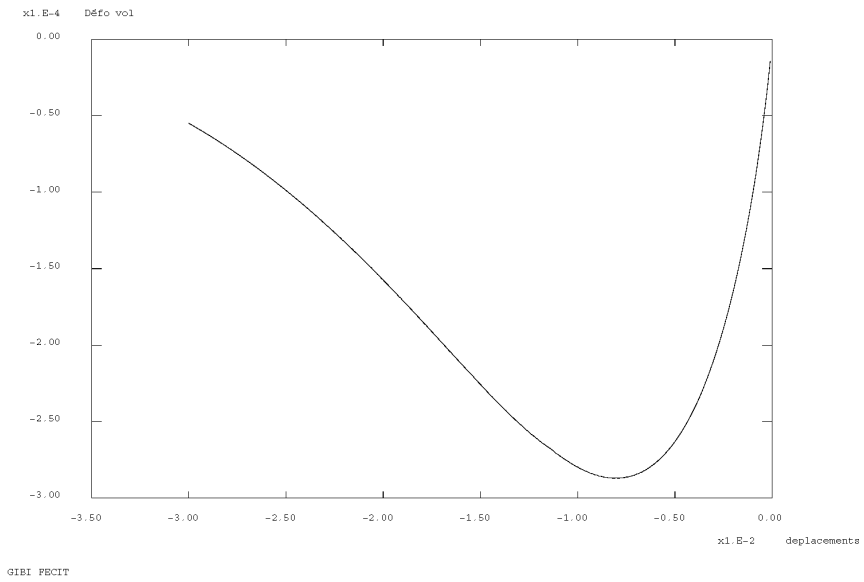


Fig. C.6 – Essai de compression : courbe $\epsilon_{vol}-\epsilon$.

Annexe D

Vers une modélisation anisotrope de l'endommagement...

Pour faire suite au chapitre 4 traitant des différentes possibilités d'amélioration des modèles d'endommagement, il est intéressant de consacrer une partie du mémoire aux derniers perfectionnements en matière de représentation de la fissuration des matériaux. L'anisotropie induite en est un bon exemple. Sans ajouter de paramètre, on augmente la compréhension des mécanismes de dégradation.

Au moment de boucler la thèse, il restait encore quelques problèmes d'ordre numérique pour l'application de ce genre de modèle anisotrope aux tunnels. La conclusion du mémoire donne quelques suppositions de résultats et quelques bons espoirs dans la poursuite de cet axe de recherche.

D.1 Description tensorielle de l'endommagement

D.1.1 Phénomène

La vision purement isotrope de la micro-fissuration est une vue de l'esprit. Elle est très pratique car elle simplifie énormément les calculs en permettant de modéliser le phénomène par une unique variable scalaire D . En d'autres termes, les propriétés mécaniques sont dégradées avec la même amplitude quelque soit la direction de l'espace considérée. Cette approche est valable pour une première estimation de l'endommagement et fournit une bonne approximation pour des sollicitations relativement simples.

Dans le cas des roches, la réalité est un peu différente. La Figure D.1 illustre deux essais bien connus en mécanique. Le schéma de gauche (1) est un essai de compression simple sur une éprouvette de roche. La compression selon la direction x_3 entraîne un gonflement latéral du cylindre dans les directions x_2 et x_1 , directement lié au coefficient de Poisson. Ce gonflement vient tirer sur le matériau et créer un réseau de fissures orientées selon une même direction, orthogonale à la traction, donc selon l'axe x_3 . Sur la figure de droite (2), on vient cette fois-ci tirer sur l'éprouvette. La traction entraîne alors une micro-fissuration dans les directions orthogonales, selon x_2 et x_3 . On voit donc ici sur des sollicitations simples que la valeur de D est influencée par la direction de sollicitation maximale de la roche. C'est ce que l'on désigne sous le vocable **anisotropie induite de l'endommagement**. Cette anisotropie n'est pas liée au matériau, ni à l'état de contrainte initial dans le massif. Elle est *induite* par le chemin de contrainte.

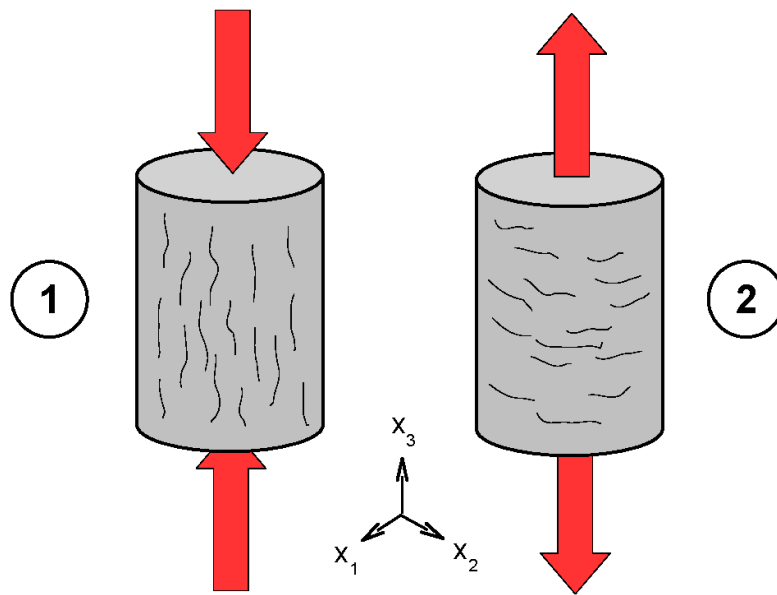


Fig. D.1 – Schématisation de l’endommagement anisotrope sur un essai de compression et de traction simple.

Observation en travaux souterrains Dans le cas d’un tunnel circulaire soumis à un état de contraintes isotrope, la roche en paroi est en extension. L’endommagement qui apparaît n’est pas diffus et isotrope ; le réseau de fissures induites par la sollicitation s’oriente de façon perpendiculaire à l’extension, tangentiellment à la paroi, comme dans le cas (2) de la Figure D.1. Cette orientation préférentielle permet d’expliquer le phénomène d’écaillage et de décollement de plaques parfois observé.

D.1.2 Modélisation

Comment dès lors formuler ce mécanisme sous forme mathématique ?

La formulation tensorielle de l’endommagement, telle que proposée par (Chaboche, 1979; Leckie et Onat, 1981), est une réponse logique. Ainsi, la loi de comportement élasto-endommageable s’écrit avec une variable tensorielle $\underline{\mathbf{D}}$ d’ordre 4 :

$$\boldsymbol{\sigma} = (\underline{\mathbf{1}} - \underline{\mathbf{D}}) : \mathbf{E} : \boldsymbol{\epsilon} \quad (\text{D.1})$$

La modélisation et l’identification des termes du tenseur est relativement complexe. Il est heureusement apparu qu’un tenseur d’ordre 2 pouvait suffire à représenter complètement l’état d’anisotropie induite (Murakami et Ohno, 1978; Cordebois et Sidoroff, 1982; Ladevèze, 1983; Lemaitre et al., 2000). Par conséquent, la variable $\underline{\mathbf{D}}$ peut se représenter sous forme de matrice.

Une première façon de déterminer ce tenseur est la suivante. Si on ne prend en compte que l’effet géométrique des cavités et des fissures, on introduit sur chaque élément d’aire, repéré par sa normale \vec{n} , une réduction d’aire $\underline{\mathbf{D}}(\vec{n})$ et l’état d’endommagement est caractérisé par un tenseur

symétrique :

$$\mathbf{D} = \sum_{j=1}^3 D_j \cdot \vec{n}_j \otimes \vec{n}_j \quad (\text{D.2})$$

Mais la contrainte effective associée à ce tenseur ne peut être utilisée directement dans les lois de comportement car à ce niveau de raffinement, le comportement dépend non seulement de la réduction d'aire due aux fissures mais également de leur arrangement et des effets d'interaction. Qui plus est, la détermination de cette contrainte effective symétrique par le principe d'équivalence en déformations – présenté page 31 – soulève des difficultés théoriques pour la détermination du potentiel thermodynamique associé et donc pour la vérification du second principe de la thermodynamique (Cordebois et Sidoroff, 1982).

Sur le plan conceptuel, une seule variable d'endommagement doit rendre compte de l'état de micro-fissuration du matériau. Ou encore, à un mécanisme de dégradation correspond une et une seule variable d'endommagement. Une façon de s'en sortir simplement consiste à se placer dans le cadre thermodynamique proposé par (Ladevèze, 1983) et à dérouler les équations de la mécanique (cf. partie D.2). Le tenseur \mathbf{D} intègre alors tous les phénomènes évoqués précédemment sans rentrer dans la description micro-mécanique.

D.1.3 Evolution de l'endommagement

La construction de la matrice \mathbf{D} pour des cas simples permet d'identifier la façon dont on va pouvoir modéliser l'évolution de l'endommagement. Aussi en reprenant les deux cas illustrés sur la Figure D.1 :

- pour une traction suivant la direction x_3 :

$$\mathbf{D} \approx \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & D_3 \end{bmatrix} \quad (\text{D.3})$$

qui correspond à une micro-fissuration orthogonale à la direction de la traction.

- pour une compression suivant la direction x_3 :

$$\mathbf{D} \approx \begin{bmatrix} D_1 & 0 & 0 \\ 0 & D_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{D.4})$$

qui correspond à une micro-fissuration parallèle à la direction de la compression ($D_1 = D_2$).

Les formes (D.3) et (D.4) du tenseur d'endommagement sont classiquement obtenues en considérant un endommagement proportionnel à la partie positive du tenseur de déformation $\langle \epsilon \rangle_+$ ou à son carré $\langle \epsilon \rangle_+^2$.

Afin de traiter correctement la propagation des fissures à l'aide d'un modèle d'endommagement anisotrope, on supposera qu'une mésoc fissure sera initiée lorsque le plus grand endommagement principal $D_I = \sup_J D_J$ atteint la valeur critique D_c considérée comme un paramètre matériau. La direction de la fissure sera alors perpendiculaire à la direction principale associée à D_I (Lemaitre et al., 2000). Il est à noter que l'endommagement critique est grand pour les matériaux rocheux consolidés de sorte que le phénomène de localisation des déformations se produit

bien avant la condition $D = D_c$. Reproduire un tel phénomène, notamment via l'extension au non-local du modèle (cf. partie D.3), permet de rendre compte de la rotation possible de la fissure à partir de la paroi d'un tunnel. Au final, la fissure macroscopique conduisant à la ruine du rocher correspond à la bande de localisation.

D.2 Modèle initial d'endommagement anisotrope

(Desmorat, 2004) puis (Desmorat et al., 2007) ont proposé un modèle d'endommagement anisotrope, avec prise en compte d'une dissymétrie de comportement entre extension et compression (raideur différente selon l'état considéré). Il a été initialement conçu pour les bétons mais peut tout à fait s'appliquer aux roches dites fragiles, comme le grès du Doddington étudié au chapitre 3. Les paragraphes ci-dessous reprennent les grandes lignes du modèle, sans rentrer dans les détails.

D.2.1 Couplage endommagement-élasticité

Il existe un potentiel thermodynamique connu $\rho\psi$ duquel dérive une contrainte effective symétrique et indépendante des caractéristiques élastiques (Lemaitre et al., 2000) :

$$\rho\psi = \frac{1+\nu}{2E} \text{tr} \left((\mathbf{1} - \mathbf{D})^{-1/2} \boldsymbol{\sigma}^D (\mathbf{1} - \mathbf{D})^{-1/2} \boldsymbol{\sigma}^D \right) + \frac{1-2\nu}{6E} \left[\frac{\langle \text{tr} \boldsymbol{\sigma} \rangle^2}{1-\eta D_H} + \langle -\text{tr} \boldsymbol{\sigma} \rangle^2 \right] \quad (\text{D.5})$$

où E est le module d'Young du matériau, ν son coefficient de Poisson, η le paramètre de sensibilité hydrostatique ($\eta = 0$ pour une première approximation), où $(.)^D$ désigne le déviateur, $(.)^D = (.) - \frac{1}{3} \text{tr}(.) \mathbf{1}$, et où l'on définit l'endommagement hydrostatique comme étant :

$$D_H = \frac{1}{3} \text{tr} \mathbf{D} \quad (\text{D.6})$$

La loi d'élasticité s'écrit alors :

$$\boldsymbol{\epsilon} = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{1+\nu}{E} \check{\boldsymbol{\sigma}} - \frac{\nu}{E} \text{tr} \check{\boldsymbol{\sigma}} \mathbf{1} \quad (\text{D.7})$$

Elle définit la contrainte effective indépendante du coefficient de Poisson :

$$\check{\boldsymbol{\sigma}} = ((\mathbf{1} - \mathbf{D})^{-1/2} \boldsymbol{\sigma}^D (\mathbf{1} - \mathbf{D})^{-1/2})^D + \frac{1}{3} \left[\frac{\langle \text{tr} \boldsymbol{\sigma} \rangle}{1-\eta D_H} - \langle -\text{tr} \boldsymbol{\sigma} \rangle \right] \mathbf{1} \quad (\text{D.8})$$

Le potentiel thermodynamique (D.5) définit également la variable \mathbf{Y} , taux de restitution de densité d'énergie, associée à \mathbf{D} :

$$\mathbf{Y} = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{D}} \quad (\text{D.9})$$

D.2.2 Fonction critère d'endommagement

Une fonction critère f définit le domaine d'élasticité du matériau par la condition $f < 0$. Nous utilisons ici la fonction critère d'endommagement de Mazars (Mazars, 1984),

$$f = \hat{\epsilon} - \kappa \quad \hat{\epsilon} = \sqrt{\sum_{I=1}^3 \langle \epsilon_I \rangle^2} = \sqrt{tr \langle \epsilon \rangle_+^2} \quad (D.10)$$

construite à partir de la partie positive du tenseur de déformation $\langle \epsilon \rangle_+$ (ou des déformations principales ϵ_I) et où $\kappa = \kappa(tr \mathbf{D})$ est une fonction croissante de la trace du tenseur d'endommagement ($\kappa_0 = \kappa(0)$ est le seuil d'endommagement).

D.2.3 Loi d'évolution de l'endommagement anisotrope induit

Afin de proposer un modèle d'endommagement écrit dans le cadre thermodynamique et vérifiant les constatations du paragraphe D.1.3, considérons le potentiel d'endommagement non-associé $F = \mathbf{Y} : \langle \epsilon \rangle_+^\alpha$ dont dérive la loi d'évolution de l'endommagement,

$$\dot{\mathbf{D}} = \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \mathbf{Y}} = \dot{\lambda} \langle \epsilon \rangle_+^\alpha \quad (D.11)$$

Le multiplicateur d'endommagement $\dot{\lambda}$ est déterminé par la condition de consistance $f = 0$, $\dot{f} = 0$, de sorte que le choix $\alpha = 2$, le plus cohérent avec l'utilisation de la déformation équivalente de Mazars car $tr \langle \epsilon \rangle_+^2 = \hat{\epsilon}^2$, conduit à :

$$\dot{\lambda} = \frac{d\kappa^{-1}}{d\hat{\epsilon}} \frac{\dot{\hat{\epsilon}}}{\hat{\epsilon}^2} \quad (D.12)$$

La loi d'évolution de l'endommagement anisotrope induit s'écrit alors

$$\dot{\mathbf{D}} = \frac{d\kappa^{-1}}{d\hat{\epsilon}} \frac{\langle \epsilon \rangle_+^2}{\hat{\epsilon}^2} \dot{\hat{\epsilon}} \quad (D.13)$$

D.2.4 Choix de la fonction κ

Il reste à préciser l'expression de la fonction κ . Par souci de simplicité, κ est choisie fonction de la trace de \mathbf{D} seulement. Le choix proposé par (Desmorat, 2004) est de considérer une fonction n'introduisant (en plus du seuil κ_0) que deux paramètres d'endommagement A (Dragon et Halm, 1998) et a ,

$$\kappa(tr \mathbf{D}) = a \cdot \tan \left[\frac{tr \mathbf{D}}{aA} + \arctan \left(\frac{\kappa_0}{a} \right) \right] \quad (D.14)$$

La loi d'évolution (D.13) et l'expression correspondante de κ (D.14) sont valables pour tous les trajets de chargement. Elles permettent de modéliser avec le même jeu de paramètres d'endommagement A et a aussi bien le comportement en traction que le comportement en compression du rocher.

D.3 *Modèle d'endommagement anisotrope avec porosité*

Le modèle précédent peut être adapté aux géomatériaux en y ajoutant la notion de refermeture des vides introduite au chapitre 3.

Pour ce faire il faut réécrire la loi de comportement en intégrant le module d'Young fonction de n . Le potentiel thermodynamique devient :

$$\begin{aligned} \rho\psi = & \frac{1 + \nu}{2E(n)} \text{tr} \left((\mathbf{1} - \mathbf{D})^{-1/2} \boldsymbol{\sigma}^D (\mathbf{1} - \mathbf{D})^{-1/2} \boldsymbol{\sigma}^D \right) \\ & + \frac{1 - 2\nu}{6E(n)} \left[\frac{\langle \text{tr } \boldsymbol{\sigma} \rangle^2}{1 - \eta D_H} + \langle -\text{tr } \boldsymbol{\sigma} \rangle^2 \right] \end{aligned} \quad (\text{D.15})$$

Avec n et $E(n)$ qui se calculent selon les équations du chapitre 3. En prenant $\eta = 0$, on néglige l'endommagement lié à l'état de contrainte isotrope pour ne privilégier que la partie déviatorique. Pour les chemins de contraintes isotropes, c'est uniquement la fermeture ou l'ouverture des pores qui fait évoluer la raideur du rocher.

Annexe E

Calculs sur trois maillages différents

Afin de s'assurer que les résultats d'endommagement ne dépendaient pas de la taille des mailles autour du tunnel, trois géométries de maillages ont été testées (Fig. E.1). La mise en situation est celle du chapitre 5, dans le cas où $K_0 = \sigma_{horiz} / \sigma_{vert} = 1$.

Les deux séries de résultats présentées ici – carte d'endommagement et raideur du matériau avec prise en compte de la porosité – montrent une très bonne uniformité des valeurs, tant sur l'amplitude que sur l'emplacement, avec les trois degrés de raffinement.

Il est important de noter que ces résultats sont valables avant la rupture et avant l'endommagement critique. Dès lors qu'un phénomène de localisation apparaît, il convient de prendre toutes les précautions nécessaires pour poursuivre les calculs (Pijaudier-Cabot et Bazant, 1987).

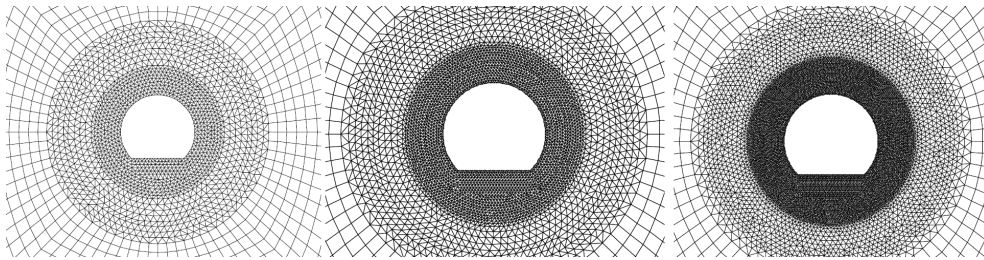


Fig. E.1 – Les trois degrés de raffinement autour du tunnel. Taille approximative d'une maille en paroi : 0,47 m - 0,23 m - 0,16 m.

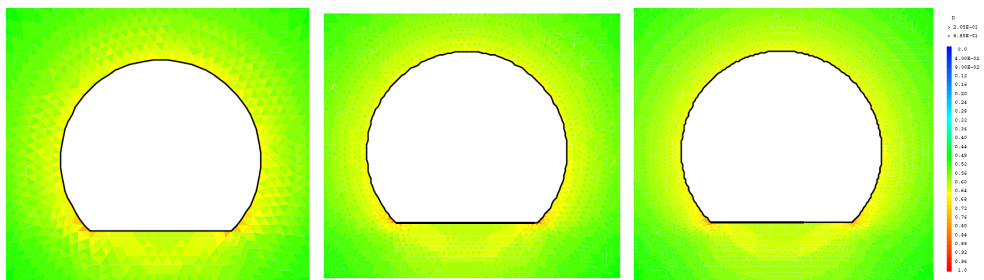


Fig. E.2 – Cartes d'endommagement pour les trois maillages.

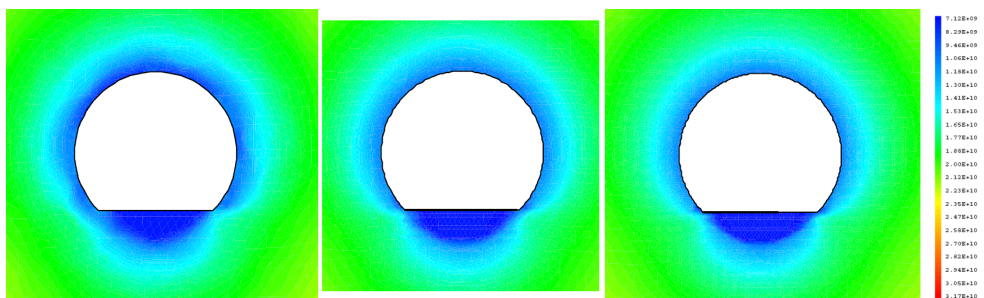


Fig. E.3 – Cartes de raideur $E(n)(1 - D)$ pour les trois maillages.