



HAL
open science

Robots parallèles à nacelle articulée, du concept à la solution industrielle pour le pick-andplace

Vincent Nabat

► **To cite this version:**

Vincent Nabat. Robots parallèles à nacelle articulée, du concept à la solution industrielle pour le pick-andplace. Automatique / Robotique. Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc, 2007. Français. NNT: . tel-00194003

HAL Id: tel-00194003

<https://theses.hal.science/tel-00194003>

Submitted on 5 Dec 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ACADÉMIE DE MONTPELLIER

UNIVERSITE MONTPELLIER II

– SCIENCES ET TECHNIQUES DU LANGUEDOC –

THÈSE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ MONTPELLIER II

Discipline : Génie Informatique, Automatique et Traitement du Signal

Formation Doctorale : Systèmes Automatiques et Microélectroniques

École Doctorale : Information, Structures et Systèmes

présentée et soutenue publiquement

par

Vincent NABAT

Le 2 mars 2007

Titre :

Robots parallèles à nacelle articulée

Du concept à la solution industrielle pour le pick-and-place

JURY :

Dr. Rikardo BUENO	Resp. Scientifique, FATRONIK, San Sebastian, Espagne	<i>Examineur</i>
Pr. Nicolas CHAILLET	Professeur de l'Univ. de Franche-Comté, Besançon	<i>Rapporteur</i>
Pr. Reymond CLAVEL	Professeur de l'EPFL au LSRO, Lausanne, Suisse	<i>Rapporteur</i>
Dr. Sébastien KRUT	Chargé de Recherche CNRS au LIRMM, Montpellier	<i>Invité</i>
M. Joachim MELIS	Directeur Adept Europe, Dortmund, Allemagne	<i>Invité</i>
Dr. Olivier COMPANYY	Maître de Conférence de l'Univ. de Montpellier II	<i>Examineur</i>
Dr. Andrew MURRAY	Professeur Associé de l'Univ. de Dayton, Etats-Unis	<i>Examineur</i>
Dr. François PIERROT	Directeur de Recherche CNRS au LIRMM, Montpellier	<i>Directeur de thèse</i>

Remerciements

Ces traditionnels remerciements sont pour moi l'occasion d'exprimer ma gratitude envers les nombreuses personnes dont l'aide, le soutien et l'amitié m'ont aidé à mener ces trois ans et demi d'expérience dans les meilleures conditions.

Cette aventure a commencé lorsque François Pierrot m'a accueilli dans son équipe pour y réaliser un stage. François est ensuite devenu mon directeur de thèse et m'a communiqué sa passion, son enthousiasme et son expertise. J'ai une grande et sincère estime pour ce Grand chercheur, avec qui s'est installé un rapport d'amitié et de confiance qui m'ont été d'une aide très précieuse ... un grand merci pour tout !

Ma reconnaissance va également envers mon encadrant, Olivier Company. Sa disponibilité, ses conseils toujours pertinents et son sens de l'humour m'ont aidé à avancer ma thèse quotidiennement dans les meilleures conditions. Cette thèse n'aurait pas été la même sans toi !

Merci aux membres du jury qui ont accepté de juger et d'évaluer les travaux de cette thèse avec leur regard expert et critique. J'ai été très honoré de compter le Professeur Raymond Clavel parmi les rapporteurs de ces travaux. Il est incontestablement le père de la discipline des robots parallèles légers et a permis d'ouvrir de nouvelles perspectives à la recherche en robotique. Je remercie également Nicolas Chaillet qui a accepté de se rendre disponible pour rapporter cette thèse. Son expertise dans la mecatronique en général, et dans la robotique en particulier l'a conduit à juger mes travaux dans la plus grande objectivité, ce qui m'a été d'une grande aide. Merci à Rikardo Bueno (eskerrik asko), Sébastien Krut, Joachim Melis (Your presence has been sincerely an honor), et Andrew Murray (Thank you very much Drew).

Je tiens à remercier chaleureusement la direction de Fatronik : Luis Goenaga, Iñaki San Sebastian et Agustin J. Saenz. Ils m'ont accueilli au sein de Fatronik dans d'excellentes conditions et m'ont considéré dès le départ comme un salarié de la fondation à part entière et ce, malgré la distance. Muchas gracias por todo lo que hicisteis. Pude realizar mi tesis en las mejores condiciones gracias a vuestra confianza y apoyo. Quiero en particular agradecer a Agus: estuviste a mi escucha durante estos años, lo que me ayudó mucho para avanzar. Y por su puesto, ¡no olvidaré las excelentes "noches pinchos"!

Je remercie également Michel Robert, directeur du LIRMM, qui m'a accueilli au sein du laboratoire pour y réaliser mes travaux de thèse.

Merci également à Etienne Dombre, directeur du département robotique au moment où j'ai débuté ma thèse. Il m'a accueilli chaleureusement au sein du département et a toujours été attentif à l'évolution de mes travaux. Merci à René Zapata, devenu directeur du département au cours de ma thèse.

Je tiens à remercier l'ensemble des permanents du département robotique du LIRMM, et particulièrement Philippe Poignet, Philippe Fraisse, Christine Azevedo, Fred Comby, Vincent Creuze, André Crosnier, Olivier Strauss et Jean triboulet pour leur confiance et leur aide.

Ma thèse ne se serait certainement pas réalisée dans les mêmes conditions sans l'aide du personnel du LIRMM, un grand merci à eux, et particulièrement à Céline Berger pour son amitié, et sa disponibilité. Merci également à Michel Benoit pour son aide et ses conseils toujours pertinents. Merci à Nadine Tilloy pour sa disponibilité lors des Doctiss (et pas seulement !) et sa sympathie. Je tiens également à remercier Nicole Olivet, Elisabeth Petiot, Elisabeth Greverie, Cécile Lukasik, Isabelle Gouat, Martine Périquier, Ghislaine Takessian et Philippe Tilloy.

Je continue mes remerciements en exprimant ma reconnaissance envers le personnel de Fatronik avec qui j'ai travaillé pendant ces trois années et demie depuis la France ou directement à San Sebastian. Mil gracias a Aitor, Unai, Guillaume, Yon San Martin, Jon Azpiazu, Mariola, Nerea, Irune, David, Ainhoa, Gorrotxa, Valentin, Maite, Maider, Idoia y los otros que no cito aquí. Muchas gracias a todos por vuestra ayuda, disponibilidad y vuestro buen humor. Encontré en Fatronik gente muy agradable con quien pasé buenos momentos.

Je tiens également à exprimer toute ma reconnaissance envers l'équipe d'Adept Technology Inc., et particulièrement Matt Bjork (Go Bears !), Carl Witham, Daniel Norboe, Jeff Baird, Mark Contreras et Bill Black. Special thanks to Matt and Carl for your hospitality. My stay in California was a really nice experience, thanks to your warm welcome. Thank you so much.

Bien entendu, je n'oublie pas mes compagnons de thèse. Une thèse n'est pas seulement une expérience scientifique ; c'est également une aventure humaine importante. J'y ai en effet rencontré des personnes formidables qui, au fil du temps, sont devenues des amis. Je remercie donc chaleureusement Mickaël (Dr. Kael Sauvech), Walid (Tunisien Zarrach) et Jean-Mathias (Futur Dr. Mathias Spiewach). Merci à vous trois pour votre amitié, votre écoute et pour les excellents moments que nous avons partagés. Un grand merci à Robin (jeune marié microélectronicien lorientais expatrié à Montpellier) pour les bons moments passés en sa compagnie. Evitez de monter en voiture avec lui, vous serez systématiquement attiré vers Romorantin. Merci également à Fabien (Lidux expatrié dans le pays des frites), Méziane (collectionneur de touillettes), Micael (THE kitesurfer), Pierre (Monsieur marteau), José (mais qu'est ce que c'est ça !), Vincent Beloc (ancien président de l'Esiare parti dans le pays de Marcel Pagnol), David (le débateur qui parlait à son PC), Gaël (Monsieur Blague Carambar™), Andrea (lanceuse professionnelle de gommes), Samer (nouvellement mangeur de sushi), Arturo (numero nueve !), Vincent Bonnet (adepte du rhum arrangé), Carla (brésilienne récemment convertie à la pétanque), Rogerio (monsieur plus), Aurélien (le geek qui se levait avant les poules), Michel (champion incontesté au Laser Game)...

Je tiens à adresser des remerciements particuliers à mes amis. Ils ont toujours été là lorsque j'en avais besoin, et je leur en suis extrêmement reconnaissant. Je pense en particulier à mes amis « bretons » (ou assimilés !) qui comptent beaucoup pour moi : Fred et Mag, Cédric et Morgane (et Léo), Matt et Ddl, Bruno et Lucie, Mélanie (et Elise), TomtomGo, Maël, Héloïse et Jérôme, Nicolas et Edna, et tous ceux qui m'en voudront de les avoir oublié. Je remercie également mes amis de Montpellier qui m'ont permis de passer d'excellents moments au cours de ces trois dernières années : Séverine, Héloïse et Cédric, Charlotte et Yann, Didier, Marion, Yann et Steph, Renaud et Fabienne, Cécile et ceux qui m'en voudront également de les avoir oublié.

Je termine ces longs remerciements par l'expression de ma plus grande gratitude envers ma famille, et en particulier mes parents qui ont toujours été présents dès que j'en avais besoin. Ils ont toujours su me conseiller de la façon la plus objective qu'il soit. Je leur suis extrêmement reconnaissant pour tout ce qu'ils m'ont apporté. Je remercie bien sûr ma sœur Anne-Laure et mon frère Mickaël, ainsi que leurs époux respectifs, Didier et Gwladys pour leur présence, leur écoute et leur aide. J'ai également une pensée émue pour ma grand-mère qui nous a quitté au cours de cette thèse et qui a laissé un très grand vide. Enfin, je termine en remerciant mes filleules, Mael et Marie et mon petit neveu Théo qui ont été mes rayons de soleil et la source de temps de bonheur au cours de ces dernières années.

Table des matières

Table des matières	I
Table des illustrations	V
Introduction générale	1
Notations et conventions	3
Chapitre 1 : Etat de l'art des mécanismes parallèles utilisés pour le pick-and-place.....	5
1.1. Constats généraux à propos des applications de pick-and-place	6
1.1.1. Introduction	6
1.1.2. Les degrés de liberté nécessaires aux applications de pick-and-place	7
1.1.3. Les contraintes dynamiques dues aux cadences	9
1.1.3.1. Evaluation des performances dynamiques à atteindre	9
1.1.3.2. Les robots sériels.....	11
1.1.3.3. Les robots parallèles	12
1.1.3.4. Comparaison des architectures sérielles et parallèles	15
1.2. Les robots parallèles utilisables pour les applications de pick-and-place.....	16
1.2.1. Les robots à deux degrés de liberté.....	16
1.2.1.1. Deux translations, orientation de l'organe terminal non contrainte	16
1.2.1.2. Deux translations, orientation de l'organe terminal contrainte	17
1.2.2. Les robots à trois degrés de liberté	19
1.2.2.1. Robot à trois degrés de liberté (2T1R) plans	19
1.2.2.2. Le robot Delta	20
1.2.2.3. Robots à trois degrés de liberté (3T) inspirés par le Delta.....	21
1.2.2.4. Robots à trois degrés de liberté (3T) du type "tripode"	23
1.2.2.5. Robots à trois degrés de liberté (3T) du type "mât"	25
1.2.3. Les robots à quatre degrés de liberté	26
1.2.3.1. Les robots à faibles débattements angulaires	27
1.2.3.2. Les robots à forts débattements angulaires.....	29
1.3. Bilan et problématique.....	32
1.3.1. Introduction	32
1.3.2. Introduction à l'étude des singularités internes	33
1.3.3. Avantages et limitations des nacelles articulées existantes	34

Chapitre 2 : Proposition de nouveaux robots dédiés au pick-and-place	37
2.1. Introduction	38
2.2. Architecture Par4	38
2.2.1. Principe de l'architecture	38
2.2.2. Hyperstatisme de la structure.....	41
2.2.3. Etude complète des singularités	42
2.2.4. Modélisation géométrique du robot Par4	48
2.2.4.1. Paramètres géométriques	48
2.2.4.2. Modèles géométriques.....	49
2.2.5. Présentation du démonstrateur du Par4.....	51
2.3. Architecture Héli4.....	53
2.3.1. Présentation de l'architecture.....	53
2.3.2. Analyse des singularités internes du robot Héli4.....	54
2.3.3. Modélisation géométrique du robot Héli4.....	57
2.3.3.1. Paramètres géométriques	57
2.3.3.2. Modèle géométrique inverse	58
2.3.3.3. Modèle géométrique direct.....	58
2.3.4. Présentation du démonstrateur du Héli4.....	60
2.4. Architecture Dual4.....	61
2.4.1. Présentation de la famille Dual4.....	61
2.4.2. Modélisations géométrique et cinématique d'un robot Dual4	64
2.4.2.1. Paramètres géométriques	64
2.4.2.2. Modèle géométrique inverse	65
2.4.2.3. Modèle géométrique direct.....	67
2.4.2.4. Modèle cinématique.....	70
2.4.2.5. Présentation du démonstrateur du Dual4	72
2.5. Architecture retenue et expérimentations.....	74
2.5.1. Choix d'une architecture.....	74
2.5.2. Commande utilisée pour les expérimentations	74
2.5.3. Expérimentations sur le prototype.....	75
2.5.4. Observation des effets dynamiques	77
2.6. Conclusion du chapitre.....	78
Chapitre 3 : Analyse dynamique simplifiée des robots parallèles à nacelle articulée et proposition de nouvelles architectures	81
3.1. Modélisation dynamique simplifiée	82
3.1.1. Introduction	82
3.1.2. Principe de la modélisation	82

3.1.2.1. Couples ou efforts dus à l'actionnement	83
3.1.2.2. Couples ou efforts dus à la nacelle et à la charge utile	84
3.1.2.3. Effets des simplifications.....	85
3.2. Application à la modélisation dynamique du Par4	86
3.2.1. Définition des paramètres	86
3.2.2. Modélisation dynamique simplifiée du Par4.....	88
3.2.3. Validation des hypothèses simplificatrices.....	90
3.3. Identification expérimentale des paramètres dynamiques du robot	91
3.3.1. Expression du modèle dynamique	91
3.3.2. Estimation des paramètres dynamiques	92
3.4. Equilibrage des couples moteurs	93
3.4.1. Analyse de la dissymétrie.....	93
3.4.2. Modélisation dynamique du "Par4 symétrique"	96
3.4.3. Apport de la version modifiée	98
3.5. Extension au robot Héli4.....	99
3.6. Conclusion du chapitre.....	103
Chapitre 4 : Amélioration des performances des robots de pick-and-place	105
4.1. Amélioration des générations de trajectoire	106
4.1.1.1. Générations de trajectoires avec point de passage.....	106
4.1.1.2. Génération de trajectoires à base d'expressions analytiques de fonctions.....	109
4.1.3.1. Présentation de la trajectoire	110
4.1.3.2. Présentation de la loi horaire évolutive.....	112
4.2. Recherche des paramètres géométriques	115
4.3. Conclusion du chapitre.....	119
Conclusion générale et perspectives.....	121
Bibliographie	125
Annexes	129
Annexe I : Génération de trajectoire de type sinus/rampe.....	129
Annexe II : Obtention des gains d'actionnement du prototype du Par4	131
Annexe III : Description de la loi horaire adaptative utilisée dans la génération de trajectoire optimisée	133
Annexe IV : Publications réalisées dans le cadre de cette thèse.....	137

Table des illustrations

Figure 1.1. Indices des prix des robots industriels en France (avec et sans ajustement de la qualité) comparé à l'indice des salaires (indices basés sur la conversion du \$ de 1990) – Source : Nations Unies, IFR	6
Figure 1.2 Exemple d'application pour un mécanisme 2T.....	7
Figure 1.3 Exemples d'applications utilisant des mécanismes à 3 degrés de liberté.....	8
Figure 1.4 Exemple d'application d'un robot à quatre degrés de liberté.....	9
Figure 1.5 Forme d'un cycle Adept.....	9
Figure 1.6 Photo et graphe d'agencement d'un exemple de robot SCARA	11
Figure 1.7 Photo et graphe d'agencement d'un robot parallèle à deux degrés de liberté.....	12
Figure 1.8 Photo et graphe d'agencement de la plateforme de Gough.....	13
Figure 1.9 Photo et graphe d'agencement du robot Hexa	14
Figure 1.10 Modélisation des robots à 2 degrés de liberté utilisés pour la comparaison.....	15
Figure 1.11 Comparaison des volumes de travail.....	15
Figure 1.12 Comparaison de l'évolution du couple du moteur M1	16
Figure 1.13 Mécanisme hybride utilisant une architecture parallèle à 2 degrés de liberté de contraignant pas l'orientation de l'organe terminal	17
Figure 1.14 Robot à deux degrés de liberté contraignant l'orientation de la nacelle à actionneurs prismatiques	17
Figure 1.15 Robot à deux degrés de liberté à actionneur rotatif	18
Figure 1.16 Exemple de mécanismes utilisant le concept lambda	19
Figure 1.17 Mécanisme hyperstatique utilisant deux actionnements prismatiques positionnés verticalement.....	19
Figure 1.18 Représentation et graphe d'agencement du robot 2T1R proposé par Brogårdh.....	20
Figure 1.19 Représentation et graphe d'agencement du robot Delta	20
Figure 1.20 Manipulateur utilisant l'architecture Delta avec actionneurs linéaires	21
Figure 1.21 Représentation et graphe d'agencement du robot Orthoglide.....	22
Figure 1.22 Représentation et graphe d'agencement du robot Speed-R-Man.....	22
Figure 1.23 Représentation et graphe d'agencement du robot Star	23
Figure 1.24 Représentation et graphe d'agencement du tripode de Tsai	24
Figure 1.25 Représentations et graphes d'agencement de la base parallèle du Tricept et de l'Exechon.....	24
Figure 1.26 Représentation et graphe d'agencement du robot 3T isotrope de Gosselin.....	25
Figure 1.27 Représentation et graphe d'agencement du manipulateur de Reboulet	25
Figure 1.28 Représentation et graphe d'agencement de Tau	26
Figure 1.29 Représentation et graphe d'agencement d'un quadripode.....	27
Figure 1.30 Représentation et graphe d'agencement du robot PamINSA.....	27
Figure 1.31 Représentation et graphe d'agencement du SMG	28
Figure 1.32 Représentation et graphe d'agencement du robot T3R1	28
Figure 1.33 Représentation et graphe d'agencement du H4 asymétrique et du Kanuk	29
Figure 1.34 Représentation et graphe d'agencement du Delta à 4 degré de liberté.....	30
Figure 1.35 Représentation et graphe d'agencement du Manta.....	30
Figure 1.36 Représentation et graphe d'agencement du Hita STT	31
Figure 1.37 Représentation et graphe d'agencement du H4 symétrique.....	31

Figure 1.38 Représentation et graphe d'agencement du I4L.....	32
Figure 1.39 Mise en évidence d'une singularité interne sur le robot du § 1.2.1.2	34
Figure 1.40 Nacelles articulées des robots H4 et I4, et représentation de l'orientation de actionneurs	35
Figure 2.1 Présentation du robot Par4	39
Figure 2.2 Exemple de solution afin d'amplifier la rotation de la nacelle du Par4	39
Figure 2.3 Représentations simplifiées des systèmes d'amplification de la nacelle.....	40
Figure 2.4 Obtention de la contrainte de parallélisme du H4 (gauche) et du Par4 (droite)	42
Figure 2.5 Paramètres du Par4 utilisés dans l'analyse complète des singularités.....	43
Figure 2.6 Représentation graphique de la condition de fonctionnement du Par4.....	47
Figure 2.7 Représentation graphique de la condition de fonctionnement du H4	48
Figure 2.8 Paramètres utilisés dans la modélisation géométrique du Par4	49
Figure 2.9 Photos du premier prototype du Par4.....	52
Figure 2.10 Volume de travail du robot Par4.....	52
Figure 2.11 Présentation du robot Héli4	53
Figure 2.12 Paramètres utilisés dans l'étude de singularité du robot Héli4.....	55
Figure 2.13 Paramètres utilisés dans la modélisation géométrique du robot Héli4.....	57
Figure 2.14 Photos du démonstrateur du Héli4.....	60
Figure 2.15 Volume de travail du robot Héli4	61
Figure 2.16 Le robot Archi	62
Figure 2.17 Principe de l'architecture Dual4	62
Figure 2.18 Graphe d'agencement d'un robot Dual4.....	63
Figure 2.19 Représentation et graphe d'agencement d'une version modifiée d'un robot Dual4....	63
Figure 2.20 Variantes possibles pour la réalisation d'un robot de type Dual4	64
Figure 2.21 Paramètres utilisés dans la modélisation du Dual4.....	64
Figure 2.22 Représentation du principe d'obtention du modèle géométrique direct.....	67
Figure 2.23 Obtention de la vitesse de rotation $\dot{\theta}$	71
Figure 2.24 Photo du démonstrateur du Dual4.....	72
Figure 2.25 Volume de travail du Dual4.....	73
Figure 2.26 Schéma de commande utilisé sur le prototype.....	75
Figure 2.27 Estimation de l'accélération de l'organe terminal à partir des positions codeurs pour un mouvement rectiligne.....	76
Figure 2.28 Réponse en position du moteur 1 pour un mouvement rectiligne	76
Figure 2.29 Estimation de l'accélération de l'organe terminal à partir des positions codeurs pour un cycle Adept	77
Figure 2.30 Réponse en position du moteur 1 pour un cycle Adept.....	77
Figure 2.31 Couples mesurés du moteur 1 pour un cycle Adept.....	78
Figure 3.1 Modélisation de l'actionnement.....	83
Figure 3.2 Modélisation de la nacelle.....	84
Figure 3.3 Evolution de l'erreur du modèle en fonction de la masse et de l'inertie des avant-bras	86
Figure 3.4 Paramètres utilisés dans la modélisation dynamique du Par4.....	86
Figure 3.5 Représentation simplifiée de la nacelle du Par4 en vue de sa modélisation dynamique	87
Figure 3.6 Comparaison des couples obtenus par simulation Adams et par l'utilisation du modèle dynamique	90
Figure 3.7 Validation croisée des paramètres dynamiques sur les moteurs 1 et 4	93
Figure 3.8 Répartition des efforts statiques en conséquence d'une force extérieure appliquée sur une demi-nacelle, suivant les axes e_x et e_y	94
Figure 3.9 Représentation de la nacelle modifiée	96
Figure 3.10 Evolution des couples moteurs lors d'un mouvement linéaire de 300 mm en x pour les deux nacelles.....	98

Figure 3.11 Modification de la nacelle du Heli4 conduisant à un équilibrage des couples moteurs99

Figure 3.12 Evolution des couples du moteur 2 du Heli4 original et de sa version symétrique...102

Figure 3.13 Puissance engendrée par des déplacements rectilignes des deux versions du Par4...103

Figure 4.1 Trajectoire basée sur une interpolation linéaire et des transitions continues en accélération.....106

Figure 4.2 Mise en évidence des approximations induites par l'interpolation polynomiale109

Figure 4.3 Paramètre de la demi-ellipse109

Figure 4.4 Accélération curviligne et opérationnelle en e_x et e_z correspondant à une trajectoire en demi-ellipse.....110

Figure 4.5 Détail de la trajectoire de pick-and-place utilisant des clothoïdes111

Figure 4.6 Présentation des clothoïdes pour leur utilisation dans les cycles de pick-and-place...111

Figure 4.7 Représentation des accélération, vitesse et position de la loi horaire113

Figure 4.8 Comparaison des couples moteurs utilisant deux générations de trajectoires différentes115

Figure 4.9 Processus de l'optimisation géométrique117

Figure 4.10 Représentation des paramètres du Par4 utilisés dans l'optimisation.....118

Figure 4.11 Graphe en étoile représentant les paramètres optimisés118

Figure 5.1 Photo du prototype de la version industrielle du Par4122

Figure 5.2 Simplification de la nacelle du Par4 permettant de conserver l'homogénéité des couples moteurs123

Figure 5.3 Mise en évidence de la similitude entre les robots Dual4 et H4 asymétrique.....123

Figure 5.4 Mécanisme à 3 *ddl* basée sur une nacelle de type "Par"124

Figure 5.5 Mécanisme à 3 *ddl* basée sur une nacelle de type "I".....124

Introduction générale

Lors des dernières décennies, les industriels ont sans cesse recherché la meilleure rentabilité de leurs chaînes de production. C'est pourquoi l'automatisation, et en particulier la robotisation des process ont pris une place importante dans les unités de production. L'utilisation des robots a longtemps été réservée à l'industrie automobile, mais afin de réduire au maximum les tâches pénibles et répétitives qu'imposent un certain nombre d'applications, ceux-ci sont de plus en plus utilisés dans de nouveaux secteurs. Les premiers robots utilisés pour ces applications de "pick-and-place" (prises-déposes) firent leur apparition dans les années 70. Ces robots, appelés SCARA (pour "Selective Compliant Assembly Robot Arm") sont très intéressants pour leur simplicité mais leur architecture sérielle ne permet pas d'atteindre les vitesses et accélérations les plus élevées. Pourtant, ces caractéristiques, dont dépendent directement les temps de cycle, sont des données fondamentales. C'est pourquoi, de nombreuses investigations sont menées afin de mettre au point des robots capables d'aller toujours plus vite. Les robots parallèles dont l'architecture permet d'atteindre des dynamiques très élevées et par conséquent de réduire de manière très significative les temps de cycle sont au cœur de ces réflexions.

La présente thèse s'inscrit dans ce contexte et ce manuscrit présente la recherche de nouveaux mécanismes parallèles à quatre degrés de liberté, dédiés aux applications de pick-and-place, qui réunissent les conditions nécessaires pour dépasser les performances des robots actuels. L'aboutissement de ces travaux a conduit à l'industrialisation d'un robot de pick-and-place dont les performances sont 30% supérieures aux produits commerciaux existants.

Ce manuscrit s'articule autour de quatre chapitres. Le premier présente le contexte de ces recherches de façon détaillée, et dresse un état de l'art des robots parallèles utilisables dans le pick-and-place. Ce chapitre montre que la meilleure flexibilité sera obtenue par des architectures possédant quatre degrés de liberté (trois translations et une rotation) mais l'amplitude du mouvement de rotation est souvent le point faible des mécanismes parallèles. Il est alors montré que les robots à nacelle articulée sont capables de dépasser cet inconvénient, mais que les mécanismes existants possèdent chacun des points faibles qui limitent leur performances. C'est pourquoi le deuxième chapitre de ce manuscrit présente trois nouvelles architectures basées sur le concept de nacelle articulée. La modélisation complète de chacune est réalisée afin d'aboutir à une preuve théorique de leur bon fonctionnement. Le troisième chapitre présente une modélisation dynamique simplifiée de ces robots afin d'apporter un éclairage sur un phénomène de dissymétrie des couples moteurs observés sur les premiers démonstrateurs réalisés. Cette analyse a conduit à

la modification des nacelles avec pour conséquences l'obtention d'un chargement symétrique des actionneurs et dans le même temps une réduction de 30% des couples maximums. Enfin, le dernier chapitre présente deux optimisations différentes utilisées pour accroître les performances des robots de pick-and-place. La première est une recherche des paramètres géométriques basée sur des critères industriels et sur la tâche réalisée par le robot. La deuxième consiste à déterminer une génération de trajectoire efficace pour la réalisation d'un cycle de prise-dépose. Elle est en effet la combinaison d'une trajectoire évitant les discontinuités en accélération et d'une loi horaire adaptative capable de limiter l'effet de l'accélération centripète.

Contributions

- ***Les robots Par4, Heli4 et Dual4***

Ces robots parallèles à quatre degrés de liberté qui utilisent le concept de nacelle articulée sont des évolutions des architectures H4 et I4 : ils utilisent leurs atouts tout en évitant leurs limitations. Un démonstrateur de chacun de ces robots a été réalisé afin d'évaluer leurs performances. Suivant plusieurs critères, l'un d'entre eux, le Par4, a été choisi pour une étude plus approfondie. Le prototype industriel réalisé montre que cette architecture est capable d'atteindre des accélérations de 15 g avec une masse embarquée de 2kg et de 20 g à vide.

- ***Modélisation dynamique simplifiée des robots à nacelle articulée***

Cette modélisation simplifiée permet de représenter fidèlement la dynamique des robots parallèles légers à nacelle articulée. A partir de cette dernière, des modifications simples sont apportées aux nacelles des robots afin d'équilibrer la répartition des couples moteurs et de réduire de 30% les couples maximums.

- ***Optimisation des robots de pick-and-place***

Une méthode de recherche des paramètres géométriques des robots de pick-and-place est proposée. Celle-ci est basée sur des critères industriels et sur la tâche réalisée par le robot.

Une génération de trajectoire optimisée est également réalisée. Celle-ci utilise des trajectoires à base de clothoïdes et s'appuie sur une loi horaire adaptative dont le but est de limiter les accélérations centripètes générées dans les courbes. Le résultat obtenu est une réduction de 50% des couples moteurs maximums par rapport à une génération de trajectoire classique.

Notations et conventions

Dans ce manuscrit, les conventions mathématiques suivantes sont adoptées :

Vecteurs : \mathbf{x}
Vecteurs géométriques : \mathbf{AB}
Matrices : \mathbf{X}
Points géométriques : \mathbf{A}
Scaires : λ, x, X

Le produit scalaire de deux vecteurs est représenté par : $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}$

Le produit vectoriel de deux vecteurs est représenté par : $\mathbf{x} \times \mathbf{y}$

La norme euclidienne d'un vecteur est notée : $\|\mathbf{AB}\|$

La transposée d'une matrice est notée : \mathbf{X}^T

L'inverse d'une matrice est notée : \mathbf{X}^{-1}

Les unités utilisées sont, sauf avis contraire, celles du système international. Toutefois, les accélérations peuvent être données soit en m/s^2 , soit en g, sachant que $1 \text{ g} = 9,81 \text{ m/s}^2$.

L'abréviation *ddl* souvent utilisée dans ce manuscrit signifie "degré de liberté".

Etat de l'art des mécanismes parallèles utilisés pour le pick-and-place

Résumé :

Les applications de pick-and-place à hautes cadences requièrent des caractéristiques très élevées en terme de performances dynamiques, que seuls les robots parallèles sont capables d'atteindre. Ces applications ne nécessitant pas 6 degrés de liberté, de nombreux robots à mobilité réduite furent développés dans le but de proposer des mécanismes dédiés à ce type de tâches. Les robots à quatre degrés de liberté offrent le plus de flexibilité, mais l'amplitude de la rotation permettant l'orientation de l'objet est souvent le point faible de ces architectures. Cependant, le concept de nacelle articulée permet de dépasser ce point faible.

1.1. Constats généraux à propos des applications de pick-and-place	6
1.1.1. Introduction	6
1.1.2. Les degrés de liberté nécessaires aux applications de pick-and-place.....	7
1.1.3. Les contraintes dynamiques dues aux cadences	9
1.2. Les robots parallèles utilisables pour les applications de pick-and-place.....	16
1.2.1. Les robots à deux degrés de liberté	16
1.2.2. Les robots à trois degrés de liberté.....	19
1.2.3. Les robots à quatre degrés de liberté.....	26
1.3. Bilan et problématique	32
1.3.1. Introduction.....	32
1.3.2. Introduction à l'étude des singularités internes.....	33
1.3.3. Avantages et limitations des nacelles articulées existantes	34

1.1. Constats généraux à propos des applications de pick-and-place

1.1.1. Introduction

Les robots industriels ont d'abord été massivement utilisés dans le secteur de l'automobile pour les applications de ferrage et d'assemblage. Ces applications utilisent des robots de type anthropomorphe à six degrés de liberté. Rapidement cependant, la robotique s'est élargie à d'autres secteurs et en particulier aux industries utilisant des tâches répétitives de prise-dépose d'objets, autrement appelées "pick-and-place".

Ce segment est en perpétuelle évolution et connaît une croissance annuelle de l'ordre de 15 à 20%. Cette augmentation s'explique en partie par le couple "augmentation du coût de la main d'œuvre / réduction des coûts de fabrication des robots". En effet, entre 1990 et 2004, le prix des robots a chuté d'une façon très significative. A titre d'exemple, la Figure 1.1 représente l'évolution des prix des robots en se basant sur un indice de prix égal à 100 en 1990. Cette valeur 100 représente le coût d'achat moyen en 1990, ainsi que le salaire moyen en France pour cette même année. Il est également intéressant de noter que la qualité des robots s'est améliorée au cours de ces années, ce qui a pour effet de dévaluer d'autant l'indice de prix (courbe "prix des robots avec ajustement de qualité") [World Robotic 2003].

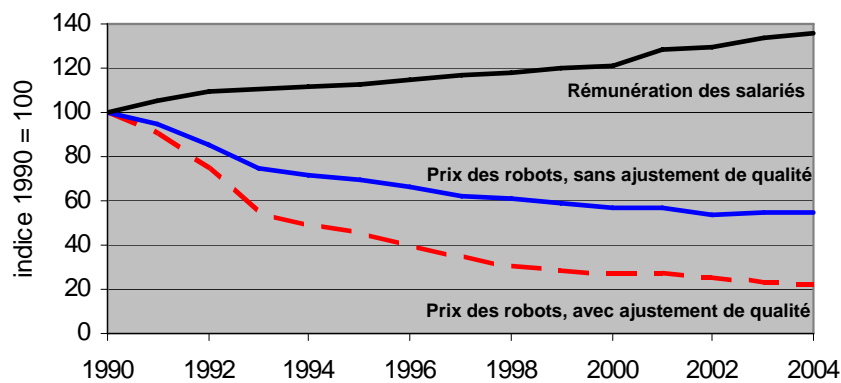


Figure 1.1. Indices des prix des robots industriels en France (avec et sans ajustement de la qualité) comparé à l'indice des salaires (indices basés sur la conversion du \$ de 1990) – Source : Nations Unies, IFR

Alors que les chaînes robotisées étaient réservées auparavant aux très grands groupes, cette diminution des coûts encourage les petites entreprises à s'équiper afin d'automatiser leurs tâches répétitives. Les secteurs d'activités utilisant le plus les robots de pick-and-place sont l'agroalimentaire, l'hygiène-santé-beauté et l'électronique. Ces robots sont utilisés dans des applications qui ne nécessitent pas toutes six ddl. C'est pourquoi, de nombreuses études ont été réalisées afin de développer des robots à mobilité réduite.

1.1.2. Les degrés de liberté nécessaires aux applications de pick-and-place

Nous définissons les degrés de liberté d'un mécanisme comme étant l'ensemble des mouvements réalisables par l'organe terminal parmi les trois translations le long des axes x, y, z et les trois rotations (autour des axes x, y, z). Notons que ces trois vecteurs définissent un repère fixe dont l'axe z est très souvent l'axe orthogonal au plan de travail.

Après analyse des applications pouvant être considérées comme étant de "pick-and-place", nous constatons que les six *ddl* ne sont pas utiles. En effet, dans un contexte industriel, ces robots sont utilisés pour transférer des pièces d'un plan de travail (par exemple, un convoyeur) à un autre. Ces plans étant parallèles entre eux, les rotations autour des axes x et y ne sont pas utiles; seule la rotation autour de l'axe z peut être nécessaire (dans la suite de ce manuscrit l'angle relatif à cette rotation sera nommé θ). En revanche, la pièce à manipuler doit pouvoir être déplacée au maximum suivant les trois translations x, y, z .

En partant de ce constat Brogårdh propose une classification [Brogårdh 2002] donnant le nombre de *ddl* utiles pour les applications industrielles les plus courantes. Cette classification met en avant le fait que les applications de pick-and-place nécessitent des robots à trois ou quatre *ddl*. Nous pouvons également remarquer que, dans certains cas de prise-dépose simples, seuls deux *ddl* suffisent.

Nous pouvons énumérer les *ddl* nécessaires aux tâches de pick-and-place :

- **Deux degrés de liberté :**

Dans les cas très simples de lignes de production lentes ou intermittentes (arrêt du convoyeur lors de l'opération de prise-dépose), seuls deux *ddl* sont nécessaires : les translations suivant x et z (architecture 2T).

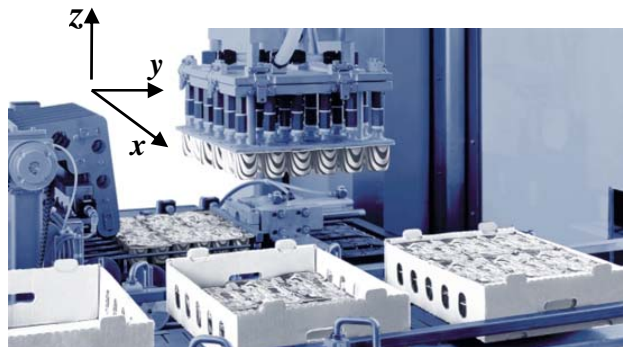


Figure 1.2 Exemple d'application pour un mécanisme 2T

Dans l'exemple présenté à la Figure 1.2, le mouvement intermittent de la ligne autorise un déplacement du robot uniquement en x et z . De plus, la rotation autour de l'axe z n'est pas utile car les produits n'ont pas besoin d'être orientés.

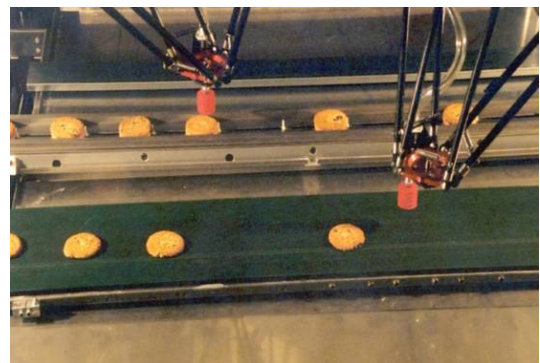
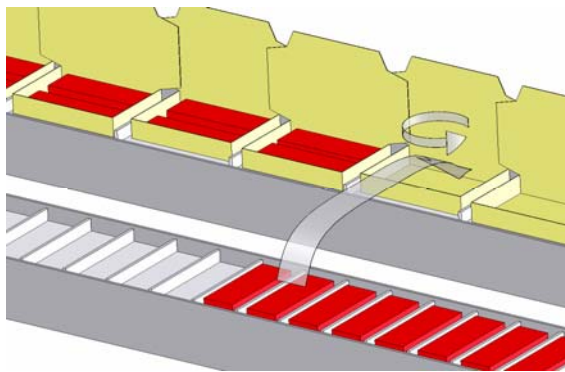
- **Trois degrés de liberté :**

- **2T1R**

Les mécanismes 2T1R sont utilisés dans des applications dont les caractéristiques sont similaires au cas précédent (ligne très lente ou intermittente), mais l'objet à manipuler demande à être orienté. Les *ddl* de ces mécanismes doivent donc être deux translations en x et z et une rotation autour de z . Un exemple de ce type d'application est présenté à la Figure 1.3a.

- **3T**

Dans le cas d'applications rapides pour lesquelles un suivi de convoyeur (appelé "tracking") est indispensable, l'organe terminal du robot doit pouvoir se déplacer suivant les trois translations x, y, z . En effet, le tracking consiste à prendre un objet en déplacement sur un convoyeur en mouvement, et de le déposer sur un autre convoyeur. Celui-ci peut lui-même être en mouvement dans le même sens que le premier, en sens inverse (contre-flux) ou perpendiculaire au premier. Un exemple de ce type d'application est présenté à la Figure 1.3b.



(a) application nécessitant un mécanisme 2T1R

(b) application nécessitant un mécanisme 3T (Bosch Demarex)

Figure 1.3 Exemples d'applications utilisant des mécanismes à 3 degrés de liberté

- **Quatre degrés de liberté :**

Les mécanismes à quatre *ddl* sont utilisés dans les tâches de pick-and-place pour des applications demandant une grande flexibilité. Les produits à manipuler peuvent être présentés sur le plan de travail de façon désordonnée et en mouvement. Un système de vision est souvent utilisé afin de repérer la position du produit ainsi que son orientation. Le robot doit donc être capable de déplacer les produits suivant les trois translations x, y, z et de l'orienter à l'aide d'une rotation autour de l'axe z , tel que présenté à la Figure 1.4.

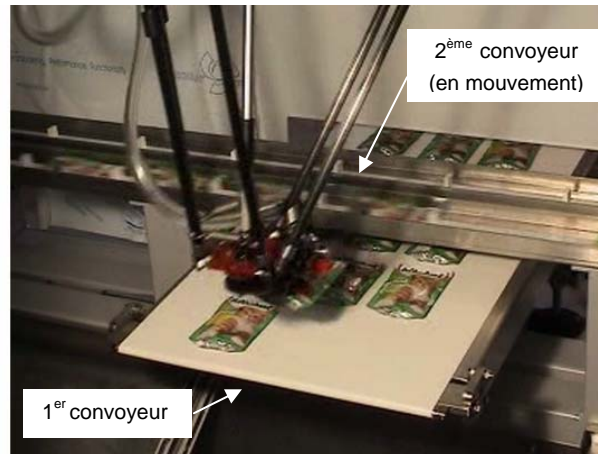


Figure 1.4 Exemple d'application d'un robot à quatre degrés de liberté (Bosch Demarex)

1.1.3. Les contraintes dynamiques dues aux cadences

Afin de réaliser des chaînes de production les plus rentables possibles, les cadences imposées aux robots présents sur ces lignes sont de plus en plus élevées. Les cadences maximales atteintes actuellement sont de l'ordre de 200 à 250 produits par minutes (*ppm*).

1.1.3.1. Evaluation des performances dynamiques à atteindre

Les robots de pick-and-place sont habituellement évalués à l'aide d'un cycle de déplacement reconnu industriellement, nommé "cycle Adept". Le critère utilisé est le temps de parcours lorsque le robot réalise un aller-retour suivant ce cycle. La forme de cette trajectoire correspondant à une prise-dépose d'objet est présentée à la Figure 1.5. Les dimensions habituellement utilisées pour comparer les performances des robots sont une longueur L de 305 mm et une altitude h de 25mm.

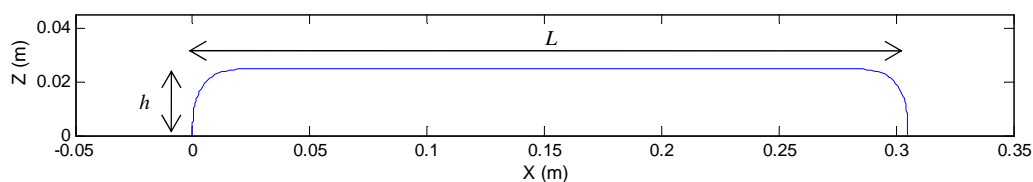


Figure 1.5 Forme d'un cycle Adept

L'objectif du calcul présenté ci-dessous est d'évaluer les performances dynamiques à atteindre par le robot lorsque celui-ci est soumis aux cadences citées précédemment. Pour ce faire, les hypothèses suivantes sont posées :

- La loi horaire utilisée pour réaliser ce mouvement est en sinus-rampe-sinus (décrit plus précisément dans l'annexe I);

▪ Les deux courbes (élévation et descente) sont assimilées à des quarts de cercle (cette hypothèse n'est faite que dans le cadre de ce calcul très simple destiné à fixer les ordres de grandeur : nous verrons plus loin à quel point la forme de cette trajectoire peut être importante).

Soit t_f , le temps final d'un mouvement (aller ou retour) dont la loi horaire est en sinus-rampe-sinus et τ le temps nécessaire à la phase d'accélération et de décélération. Ces temps sont définis de la façon suivante (cf. Annexe I) :

$$t_f = \frac{\pi}{2} \left(\frac{k_v}{k_a} \right) + \frac{D}{k_v} \quad (1.1)$$

$$\tau = \frac{\pi}{2} \left(\frac{k_v}{k_a} \right) \quad (1.2)$$

où k_v et k_a sont respectivement la vitesse et l'accélération maximales de l'organe terminal du robot; D est la longueur curviligne de la trajectoire.

Le temps de cycle sera minimal dans le cas où la loi horaire impose une phase d'accélération suivie directement d'une phase de décélération. Dans ce cas, nous imposons :

$$\tau = \frac{t_f}{2} \quad (1.3)$$

De plus, les courbes du cycle sont considérées comme étant des quarts de cercle, nous en déduisons :

$$D = \pi h + L - 2h \quad (1.4)$$

Par conséquent les expressions de la vitesse et de l'accélération maximales peuvent être données par les relations :

$$k_v = \frac{2(\pi h + L - 2h)}{t_f} \quad (1.5)$$

$$k_a = \frac{2\pi(\pi h + L - 2h)}{t_f^2} \quad (1.6)$$

Ainsi, les vitesses et accélération curvilignes que le robot doit atteindre pour des cadences rencontrées fréquemment dans l'industrie de 200 *ppm* (*temps aller/retour* = 0.3s) et 250 *ppm* (*temps aller/retour* = 0.24s), suivant un cycle "Adept" de dimension classique ($L = 305$ mm et $h = 25$ mm) peuvent être exprimées :

- Cadence = 200 *ppm* (0.3s) : $k_v \approx 4,5 \text{ m.s}^{-1}$ et $k_a \approx 93 \text{ m.s}^{-2}$ (= 9,5 g)
- Cadence = 250 *ppm* (0.24s) : $k_v \approx 5,6 \text{ m.s}^{-1}$ et $k_a \approx 145 \text{ m.s}^{-2}$ (= 14,8 g)

Ces données montrent que les exigences fixées sont très élevées en terme de performance dynamique. De plus, le robot doit être capable de les atteindre tout en garantissant un bon comportement. Notons que ces performances ne tiennent pas compte des temps de prise et de dépose liés à l'effecteur. De plus, ces accélérations sont les données curvilignes suivant la trajectoire, et ne tiennent donc pas compte de la composante centripète de l'accélération de

l'effecteur. Les accélérations et vitesses calculées ci-dessus sont donc plus faibles que celles nécessaires dans des applications réelles aux mêmes cadences.

Il est utile de distinguer les deux grandes familles de robots industriels (les robots sériels et les robots parallèles) et de sélectionner celle la mieux à même de réaliser ces performances dynamiques.

1.1.3.2. Les robots sériels

Les robots sériels, qui forment la grande majorité des robots utilisés dans l'industrie, sont nommés ainsi en raison de leur chaîne cinématique ouverte, dont les différents segments sont placés en série. Ces derniers sont liés les uns aux autres par des liaisons à un degré de liberté (rotoïdes ou prismatiques) motorisées.

Le robot sériel le plus répandu dans le domaine du pick-and-place est le robot SCARA (Selective Compliance Assembly Robot Arm). Selon la norme ISO/TR 8373, ce mécanisme est un "robot rotoïde dont les axes de rotation des articulations simples du bras sont verticaux, avec compliance horizontale". Ce robot possède quatre *ddl*, c'est-à-dire les trois translations x, y, z et la rotation autour de l'axe z (cf. Figure 1.6).

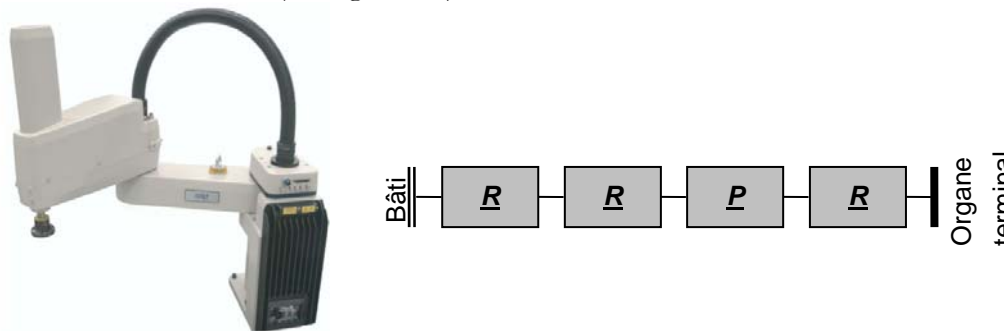


Figure 1.6 Photo et graphe d'agencement¹ d'un exemple de robot SCARA (Adept Technology)

L'avantage incontesté des robots sériels est la taille de leur volume de travail ainsi que la relative simplicité des calculs liés à la commande [Clavel 1994a]. Cependant, ils souffrent d'inconvénients qui peuvent être particulièrement pénalisants, en fonction de l'application :

- **Rapport charge utile / masse du robot**

"Dans le cas d'un manipulateur sphérique [...] ce rapport n'est pas supérieur à 0,1. Pour une masse transportée de l'ordre de 500 kg, la masse du manipulateur atteindrait alors une valeur approximative de 5 tonnes"[Merlet 1997].

¹ Signification des graphes d'agencement : trait simple = pièce, double barre = base; barre épaisse = organe terminal, boîte = liaison (R=rotoïde, P=prismatique, H=hélicoïdale, C=cylindrique), grisée/gras = actionnée, soulignée = mesurée

- **Précision de positionnement**

"Il est communément admis que, dans la plupart des cas, la précision d'un robot série est médiocre" [Merlet 1997].

- **Masses en mouvement importantes**

"La disposition successive des segments ainsi que la nécessité de les rigidifier vont faire que la partie mobile du robot sera d'une masse appréciable. En conséquence, lors d'un mouvement à grande vitesse le manipulateur est soumis à des forces perturbatrices (inertie, forces centrifuge et Coriolis) qui vont rendre complexe la commande du robot." [Merlet 1997]

Notons que les problèmes de précision de positionnement n'ont pas lieu sur des robots de type cartésien. Dans le cas de mécanismes anthropomorphiques, les deux premières caractéristiques évoquées ci-dessus sont souvent contraignantes pour un grand nombre d'applications mais ne sont pas pénalisantes pour les applications de pick-and-place. En effet, ce type de tâche requiert peu de précision et les pièces à déplacer sont souvent de faible masse. En revanche, la contrainte induite par l'importance des masses en mouvement sera un point critique pour les tâches de prise-dépose à fortes cadences (cf. § 1.1.3.1).

1.1.3.3. Les robots parallèles

Selon Merlet [Merlet 1997], "un manipulateur parallèle généralisé est un mécanisme en chaîne cinématique fermée dont l'organe terminal est relié à la base par plusieurs chaînes cinématiques indépendantes". De plus, "un manipulateur pleinement parallèle est un manipulateur parallèle dont le nombre de chaînes est strictement égal au nombre de degrés de liberté de l'organe terminal."

Afin de faire l'analogie avec le robot sériel SCARA présenté précédemment, nous donnons ici l'exemple d'une architecture à deux *ddl* dont les mouvements en x et y sont réalisés par une architecture répondant à la définition donnée ci-dessus. En effet, les deux *ddl* sont réalisés à l'aide de deux chaînes cinématiques fermées indépendantes (cf. Figure 1.7).

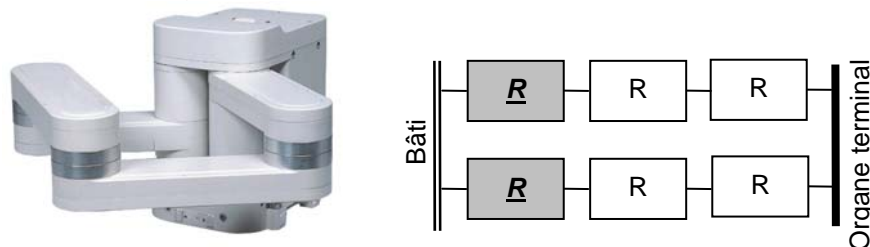


Figure 1.7 Photo et graphe d'agencement d'un robot parallèle à deux degrés de liberté (Mitsubishi)

Les robots parallèles ont la réputation d'être précis et sont capables de manipuler des charges élevées tout en gardant une excellente rigidité.

Selon les mécanismes, les actionneurs de ces architectures peuvent être soit fixés sur le bâti, soit en mouvement (dans ce cas, le moteur reste malgré tout proche du bâti). Quoiqu'il en soit, les masses en mouvement sont très faibles en comparaison avec les architectures série ce qui leur confère de très bonnes performances dynamiques. Cependant, leur défaut majeur est leur faible volume de travail par rapport à leur empreinte au sol.

L'évolution récente de ce type d'architecture a connu deux étapes majeures : la création du premier hexapode dans les années 50 et la mise au point du premier "robot parallèle léger" dans les années 80 [Clavel 1988].

▪ **L'ère des hexapodes**

Le premier représentant de cette famille est la plateforme de Gough [Gough 1957]. Ce mécanisme à six *ddl* était destiné aux tests du comportement des pneumatiques. Il est composé de six chaînes cinématiques reliant la nacelle au bâti. Chacune de ces chaînes, actionnée par un vérin hydraulique, est reliée d'une part au bâti par une liaison cardan et d'autre part à la nacelle par des liaisons sphériques (cf. Figure 1.8).

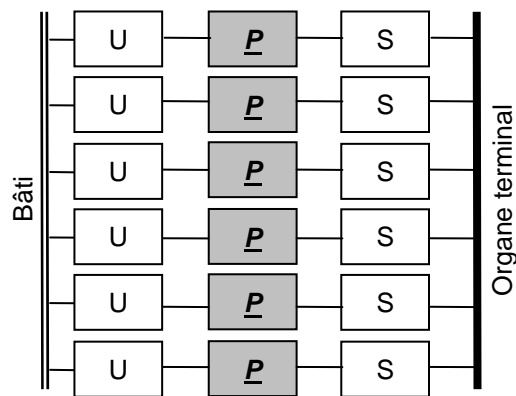
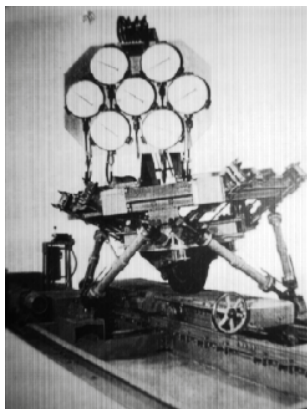


Figure 1.8 Photo et graphe d'agencement de la plateforme de Gough

Le principe proposé par Gough a été repris par Stewart [Stewart 1965] dont le but fut de créer un simulateur de vol en utilisant une architecture voisine.

Même si les actionneurs de ces deux architectures sont en mouvement, leur performances dynamiques, bien que limitées, sont déjà meilleures que celles des robots de type série. De plus, Gough et Stewart ont réalisé leurs mécanismes à l'aide d'architectures parallèles afin de répartir les charges transportées sur les six chaînes cinématiques. Ces robots sont donc capables de mouvoir des masses importantes, tout en garantissant une bonne précision.

▪ **L'ère des robots parallèles légers**

Cette génération de robot est beaucoup plus récente que les hexapodes. Son premier représentant fut le Delta développé par Clavel dans les années 80 [Clavel 1989] à l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL). Ce fut le premier robot parallèle ayant moins de

mobilités que les six *ddl* habituels. Notons que cette architecture sera présentée plus en détails au § 1.2.2.1.

La principale caractéristique de ces robots est non pas la capacité de déplacer de fortes charges, mais celle d'atteindre des dynamiques très élevées. En effet, les masses en mouvement de ces robots sont minimales : les moteurs sont tous fixés sur le châssis et les pièces utilisées sont de masses très réduites.

Les robots parallèles légers commercialisés sont actuellement capables d'atteindre des vitesses de l'ordre de 4 à 5 m/s et des accélérations de 10 g dans toutes les directions du volume de travail. Dans une version utilisant des moteurs à entraînement direct, le prototype de l'EPFL a même été capable d'atteindre des accélérations de 50 g [Clavel 1994b]. Cette performance fut réalisée avec une version du robot à trois *ddl* lors de déplacements simples.

Un autre exemple de robot parallèle léger est l'Hexa [Pierrot 1991]. Ce mécanisme à six *ddl* est composé de six chaînes cinématiques actionnées par des moteurs rotatifs.

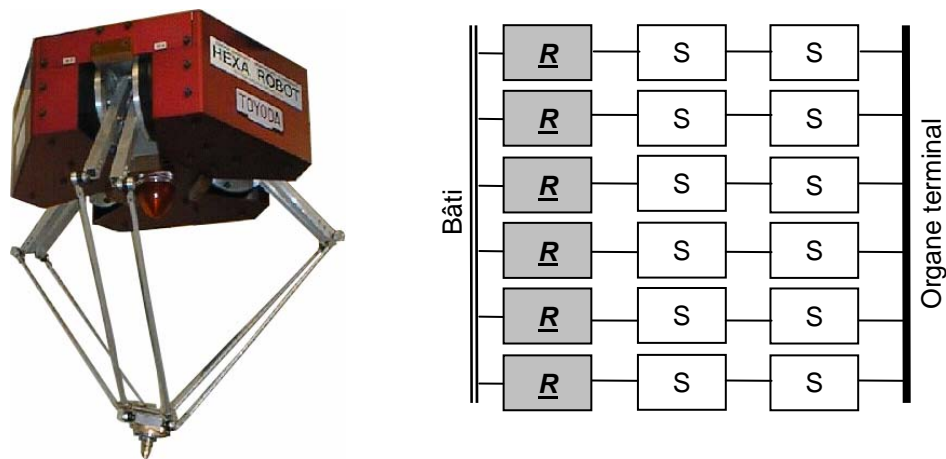


Figure 1.9 Photo et graphe d'agencement du robot Hexa

Grâce à leurs capacités dynamiques très élevées, ces robots sont particulièrement bien adaptés aux applications de manipulation rapide, et en particulier aux applications de pick-and-place.

Les robots industriels les plus rapides actuellement proposés sur le marché du pick-and-place sont tous des robots Delta. Leurs accélérations maximales étant de l'ordre de 10 g, ils sont adaptés jusqu'à un certain point aux cadences imposées par les lignes de production (cf. § 1.1.3.1). Cependant, lorsque les cadences deviennent trop importantes, l'utilisation de deux robots devient indispensable, ce qui a pour effet d'engendrer des surcoûts conséquents.

1.1.3.4. Comparaison des architectures sérielles et parallèles

Il est communément admis que les robots parallèles ont une bien meilleure dynamique que les robots série, bien que ces derniers aient un volume de travail plus important.

Nous proposons de comparer à l'aide de données concrètes ces deux familles de robots afin d'évaluer ces différences en termes de dynamique et de volume de travail. Pour cela, nous étudions deux mécanismes à deux *ddl*, l'un sériel et l'autre parallèle. Il est à noter que ces deux robots sont simulés avec des composants exactement identiques (longueurs l , masses m , inerties i_z suivant z au centre de gravité), comme présenté à la Figure 1.10.

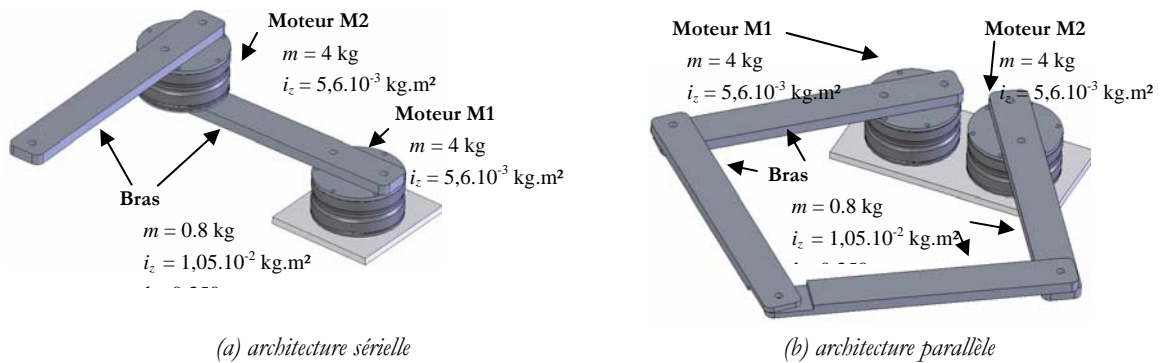


Figure 1.10 Modélisation des robots à 2 degrés de liberté utilisés pour la comparaison

▪ Volume de travail

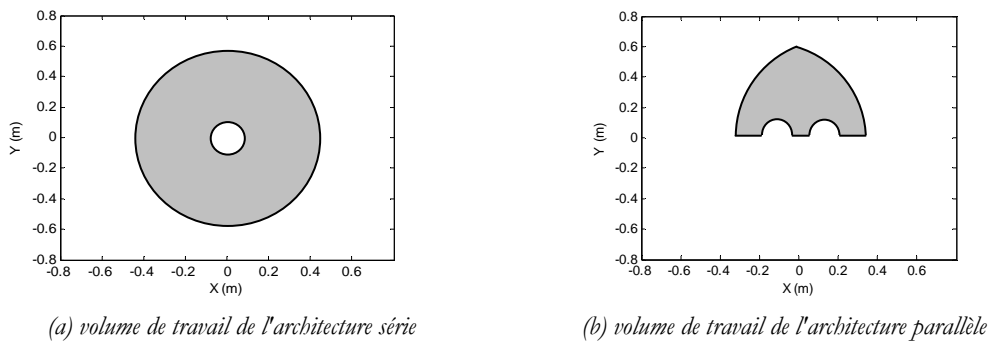


Figure 1.11 Comparaison des volumes de travail

La Figure 1.11 montre clairement l'intérêt majeur des robots de type sériel vis-à-vis de leur volume de travail. En effet, ces architectures permettent de couvrir un espace bien plus important que les robots parallèles. Il est toutefois possible, dans ce cas particulièrement simple, d'améliorer grandement le volume de travail du robot parallèle en rapprochant les axes des deux moteurs, voire en les plaçant de manière colinéaire.

▪ Dynamique

La capacité d'un robot à atteindre des dynamiques élevées est directement liée aux couples moteurs mis en jeu lors d'un déplacement. Ainsi, plus les couples engendrés seront faibles, plus le

mécanisme aura la capacité d'atteindre des accélérations importantes pour un couple moteur disponible donné.

Dans le cas de notre exemple, nous avons simulé un déplacement identique pour les deux architectures dans des configurations articulaires similaires. Ce déplacement impose à l'organe terminal des robots un mouvement linéaire dont l'accélération est égale à 10 g et la vitesse est de 6 m/s. Les couples des moteurs M1 (cf. Figure 1.10) pour chacune des architectures sont présentés à la Figure 1.12.

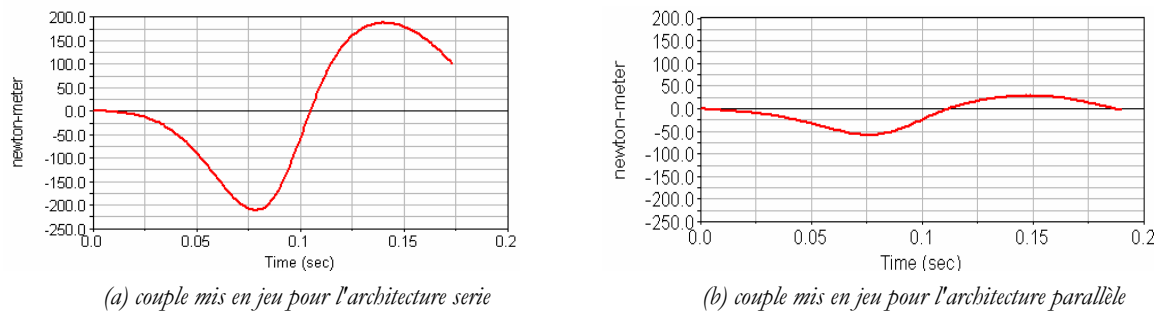


Figure 1.12 Comparaison de l'évolution du couple du moteur M1

Cette comparaison montre clairement les différences importantes de couples mis en jeu pour un même déplacement pour les deux types d'architectures ; dans le cadre de cet exemple, un robot série devra produire un couple quatre fois supérieur au mécanisme parallèle. Ainsi, dans le cas des applications de pick-and-place à haute cadence, les robots parallèles sont bien plus appropriés, malgré leur faible volume de travail.

1.2. Les robots parallèles utilisables pour les applications de pick-and-place

1.2.1. Les robots à deux degrés de liberté

Les architectures à deux *ddl* utilisées pour le pick-and-place sont des mécanismes capables de réaliser deux translations. Selon les cas, et surtout selon les applications, il est possible de contraindre ou non l'orientation de l'organe terminal du robot.

1.2.1.1. Deux translations, orientation de l'organe terminal non contrainte

Les architectures n'imposant pas l'orientation constante de leur organe terminal sont le plus souvent utilisées en tant que sous ensembles de robots hybrides. C'est par exemple le cas du robot "ParaPlacer", développé par l'IFW présenté à la Figure 1.13.

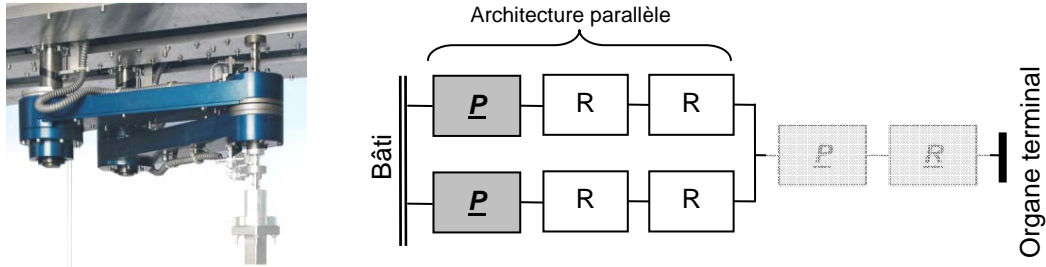


Figure 1.13 Mécanisme hybride utilisant une architecture parallèle à 2 degrés de liberté de contraignant pas l'orientation de l'organe terminal

Ce robot est en fait composé d'une première partie réalisée à l'aide d'une architecture parallèle imposant des déplacements en x et y , et deux autres ddl (translation en z et rotation θ) obtenus à l'aide d'un mécanisme additionnel placé en série à l'extrémité de la partie parallèle.

1.2.1.2. Deux translations, orientation de l'organe terminal contrainte

Les mécanismes capables de réaliser deux translations et dont l'orientation de l'organe terminal est contrainte à rester constante sont quant à eux beaucoup plus utilisés dans les applications de pick-and-place. Cette contrainte est obtenue à l'aide d'un parallélogramme plan qui n'autorise qu'un mouvement de translation circulaire entre deux solides. Cette articulation "composée" est appelée liaison Π [Hervé 1978]. Ainsi, dans le mécanisme proposé par Brogårdh [Brogårdh 2001] et présenté à la Figure 1.14, une liaison Π située entre les actionneurs prismatiques et l'organe terminal assure l'orientation constante de la nacelle.

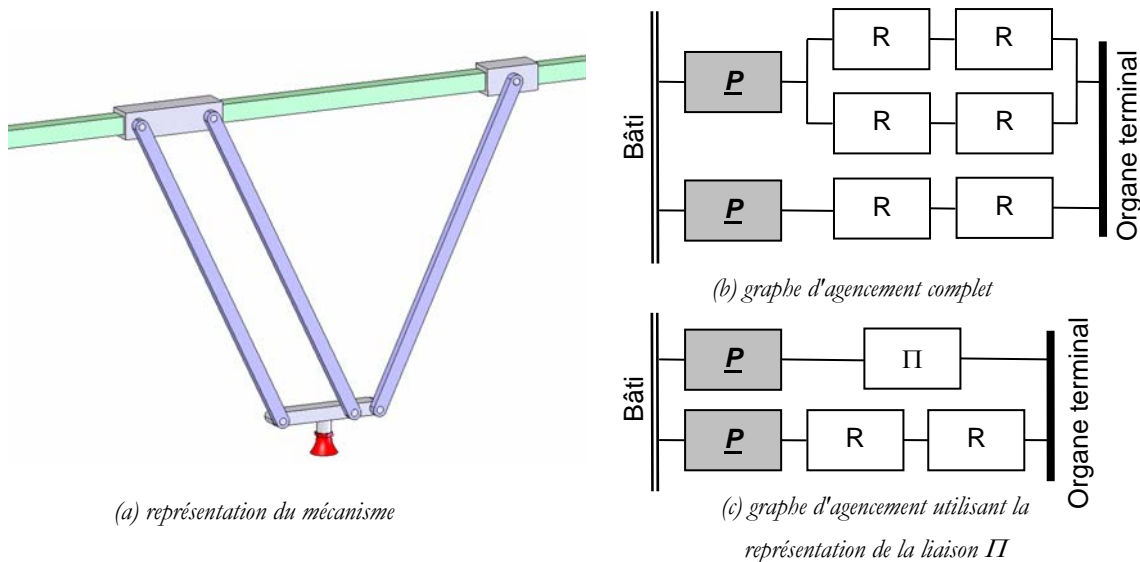


Figure 1.14 Robot à deux degrés de liberté contraignant l'orientation de la nacelle à actionneurs prismatiques

La Figure 1.14b,c montre les deux représentations qui peuvent être adoptées pour cette liaison Π . Le premier graphe montre sa représentation complète, c'est-à-dire quatre liaisons

rotoïdes en chaînes fermées, et le second définit une représentation non développée de cette liaison. Dans la suite de ce manuscrit, cette représentation sera adoptée.

Des mécanismes voisins peuvent également être construits en utilisant des actionneurs rotatifs tel qu'il est représenté à la Figure 1.15..

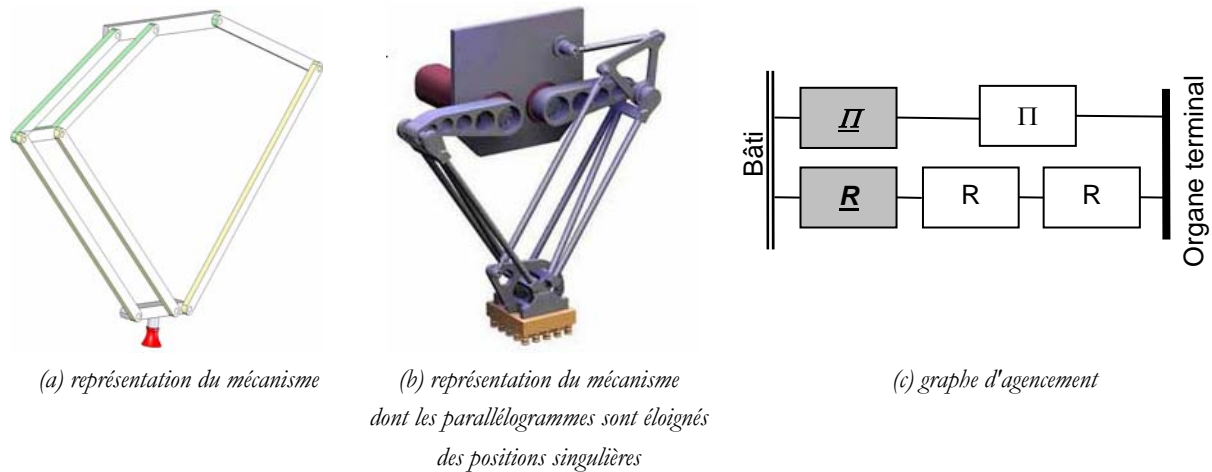


Figure 1.15 Robot à deux degrés de liberté à actionneur rotatif

La Figure 1.15c montre que l'actionnement de ces architectures se fait par l'intermédiaire des liaisons Π , c'est-à-dire sur l'une des liaisons rotoïdes qui composent cette articulation. Il est également judicieux de modifier ces mécanismes en changeant la disposition des parallélogrammes plans (cf. Figure 1.15b) afin d'éloigner la position de travail des singularités internes du système à quatre barres réalisant la liaison Π .

Enfin, les mécanismes présentés à la Figure 1.15 peuvent être construits en utilisant la disposition constructive "lambda". Celle-ci définit la position particulière de l'articulation reliant deux solides. En effet, cette liaison est placée sur un segment, et non à son extrémité. Un exemple connu utilisant ce concept n'est autre que l'actionnement de la plateforme de Stewart [Stewart 1965]. L'avantage d'utiliser cette disposition "lambda" est soit de pouvoir modifier le type d'actionnement (**Erreur ! Source du renvoi introuvable.**a) soit de réduire l'encombrement au niveau de la nacelle (**Erreur ! Source du renvoi introuvable.**b). Notons que le robot présenté à la **Erreur ! Source du renvoi introuvable.**a possède des actionneurs en mouvement. Ce type d'architecture est donc plus adapté à la manipulation de lourdes charges plutôt qu'aux mouvements à grande vitesse.

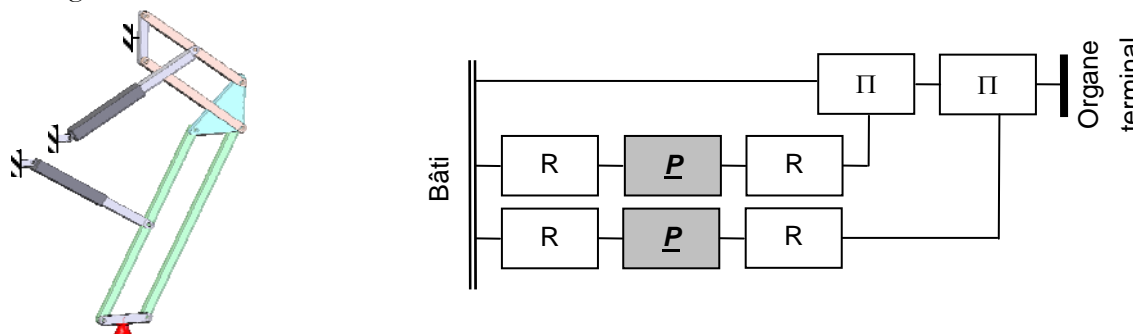


Figure 1.16 modélisation et graphe d'agencement : utilisation du concept lambda afin de modifier

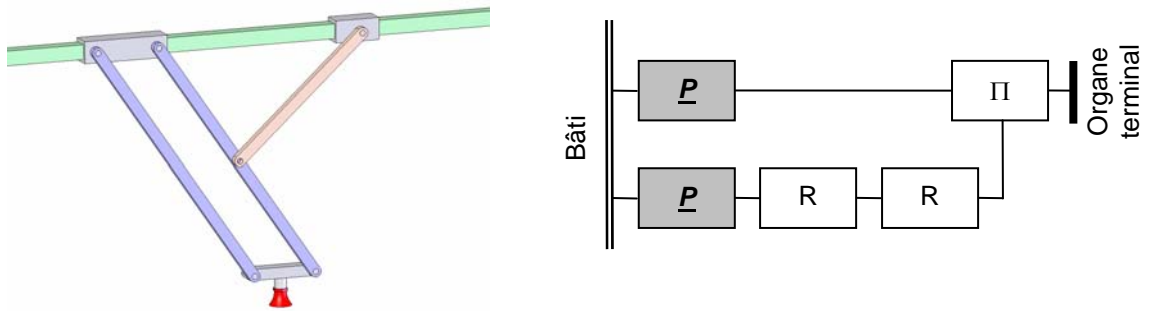


Figure 1.17 modélisation et graphe d'agencement : utilisation du concept lambda afin de réduire l'encombrement

Enfin, nous pouvons citer le mécanisme proposé par Liu [Liu 2003] utilisant deux liaisons Π reliant la nacelle aux actionneurs prismatiques positionnés verticalement (cf. Figure 1.18a et b).

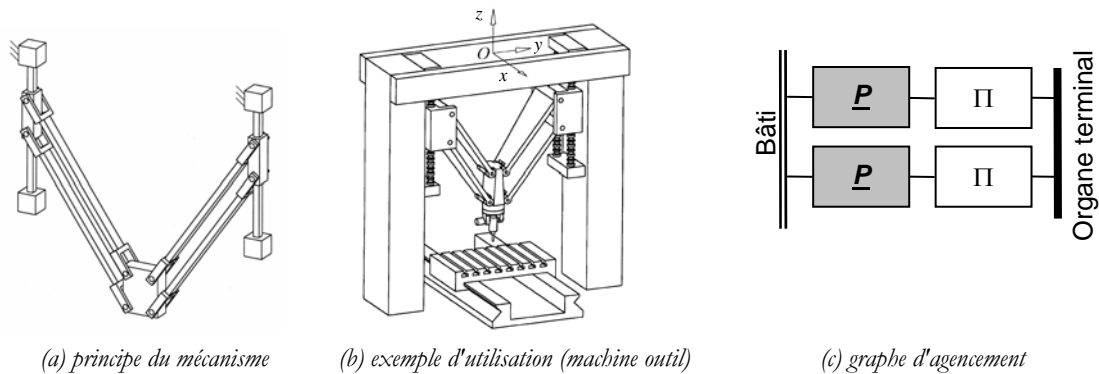


Figure 1.18 Mécanisme hyperstatique utilisant deux actionnements prismatiques positionnés verticalement

Cette architecture fut proposée pour réaliser une machine outil hybride (main droite/main gauche : le troisième axe est obtenu par translation de la table) tel que présenté sur la Figure 1.18b. Ce mécanisme conviendrait également à la réalisation d'un robot léger deux axes dédié au pick-and-place.

1.2.2. Les robots à trois degrés de liberté

1.2.2.1. Robot à trois degrés de liberté (2T1R) plans

Peu d'études ont été réalisées sur les robots capables de produire trois *ddl* plans utiles pour les applications de pick-and-place, soit deux translations en \mathbf{x} et \mathbf{z} et une rotation autour de l'axe \mathbf{z} . Nous pouvons cependant citer un mécanisme proposé par Brogårdh [Brogårdh 2000] qui possède ces mobilités. Il est composé d'une base plane composée d'une chaîne $\underline{II}\Pi$ et d'une liaison \underline{RR} produisant deux translations en \mathbf{x} et \mathbf{z} . A l'extrémité de cette base, une liaison Π est actionnée par l'intermédiaire d'une chaîne \underline{RSS} produisant la rotation autour de l'axe \mathbf{z} (cf. Figure 1.19).

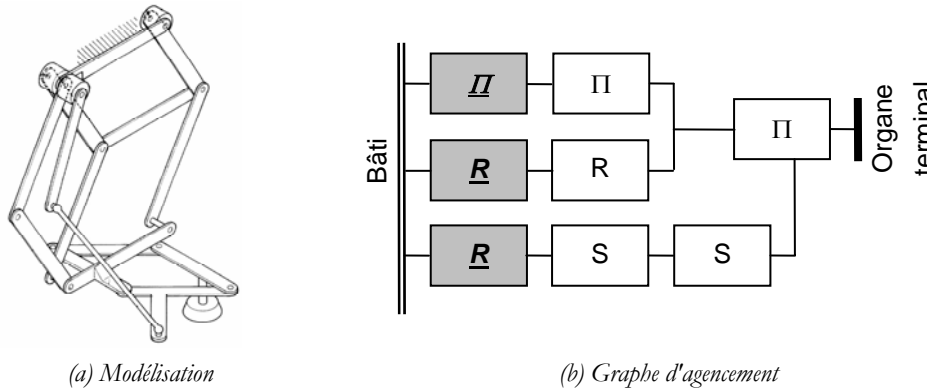


Figure 1.19 Représentation et graphe d'agencement du robot 2T1R proposé par Brogårdh

Bien que ce type de robot ait un intérêt industriel fort, le mécanisme proposé par Brogårdh a l'inconvénient majeur d'avoir une rotation limitée de $\pm 45^\circ$. C'est pourquoi, un système d'amplification devrait y être ajouté afin d'obtenir une amplitude d'orientation adaptée aux applications de pick-and-place.

1.2.2.2. Le robot Delta

Le robot Delta fut créé en 1985 à l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL) par Clavel [Clavel 1985]. A l'origine, ce robot était muni de trois moteurs rotatifs (1) (cf. Figure 1.20a) reliant une nacelle (4) par l'intermédiaire de trois chaînes cinématiques identiques. Ces dernières sont composées d'un bras (2) et d'un système à quatre barres en chaîne fermée (3). Ce système est communément nommé "parallélogramme spatial" car sa fonction est de garantir le parallélisme entre deux solides dans l'espace, à condition que les barres restent coplanaires deux à deux (ce qui est vérifié sur un Delta quand toutes les chaînes cinématiques sont assemblées). Il est généralement réalisé à l'aide de liaisons sphériques, mais une paire de ces liaisons peut être remplacée par une paire de liaisons cardans afin d'éliminer la mobilité interne des barres. L'ensemble des liaisons peut également être remplacé par des cardans (cf. Figure 1.20b), mais cette solution a pour conséquence de sur-contraindre la structure.

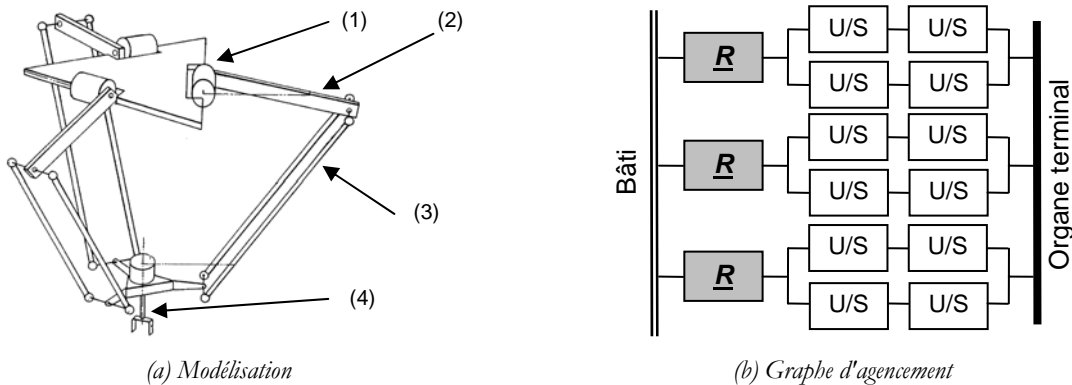


Figure 1.20 Représentation et graphe d'agencement du robot Delta

Le concept Delta peut se décliner en de nombreuses versions. Tout d'abord, les actionneurs rotatifs (1) peuvent être remplacés par des actionneurs linéaires comme le montre la Figure 1.21. De plus, le robot aura le même comportement cinématique (mais pas la même rigidité) si les parallélogrammes spatiaux (3) sont remplacés par de simples barres à condition d'utiliser des liaisons cardans. Il est enfin envisageable d'ajouter à ce mécanisme un quatrième *ddl* par l'intermédiaire d'une chaîne cinématique supplémentaire tel que le décrit le § 1.2.3.2

Des licences du brevet du Delta sont exploitées par quelques entreprises (ABB, Demarex, SIG) pour les applications de pick-and-place. De nombreuses nouvelles architectures sont largement inspirées par ce concept, et ce robot fut le premier d'une longue lignée d'architectures à 3 et 4 *ddl*.



Figure 1.21 Manipulateur utilisant l'architecture Delta avec actionneurs linéaires

1.2.2.3. Robots à trois degrés de liberté (3T) inspirés par le Delta

De nombreux mécanismes reprennent le concept du Delta en réutilisant les trois chaînes cinématiques identiques composées de parallélogrammes spatiaux. Les robots utilisant ce principe et pouvant servir aux applications de pick-and-place sont décrits ci-dessous.

- ***Le robot Orthoglide***

La machine-outil Orthoglide, développée par l'IRCCyN [Chablat 2000], possède des moteurs prismatiques placés de telle sorte que ce mécanisme ait une configuration isotropique au centre de son volume de travail. Les trois parallélogrammes spatiaux reliant ces moteurs à la nacelle imposent à l'organe terminal des mouvements suivant trois translations (cf. Figure 1.22) : sur le plan cinématique, il s'agit bel et bien d'un Delta, mais l'agencement des chaînes cinématiques lui confère des propriétés intéressantes.

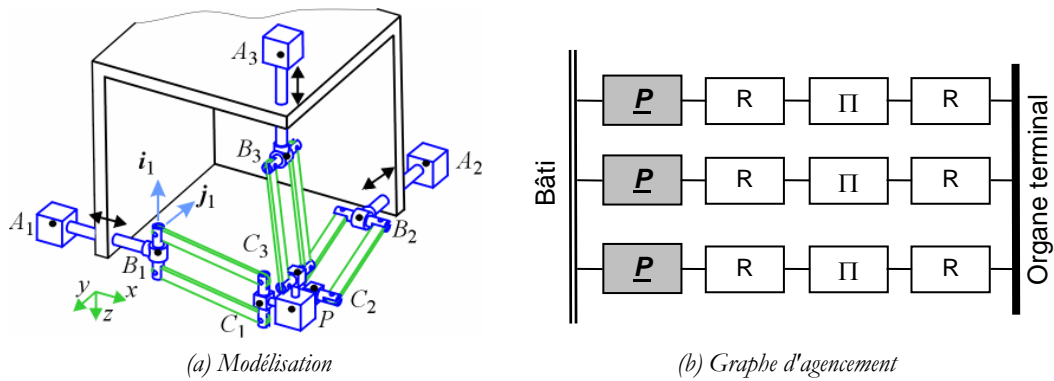


Figure 1.22 Représentation et graphe d'agencement du robot Orthoglide

Le prototype développé par l'IRCCyN fut conçu pour les applications de fraisage léger. Il est capable d'atteindre des accélérations de l'ordre de 20 m/s^2 et une vitesse de $1,2 \text{ m/s}$.

▪ Le robot Speed-R-Man

Le robot Speed-R-Man (cf. Figure 1.23), développé par Reboulet [Reboulet 1992], possède deux particularités intéressantes:

- Ce robot possède une redondance cinématique, ce qui lui confère un volume de travail plus important,
- Les parallélogrammes spatiaux ont été remplacés par des barres simples munies de courroies métalliques qui imposent à la nacelle les mêmes ddl que le système à quatre barres.

La motorisation particulière de ce robot permet de réduire considérablement la flexion des barres par rapport à l'architecture Delta. Cependant, la redondance implique des coûts supplémentaires et une plus grande complexité au niveau de la commande.

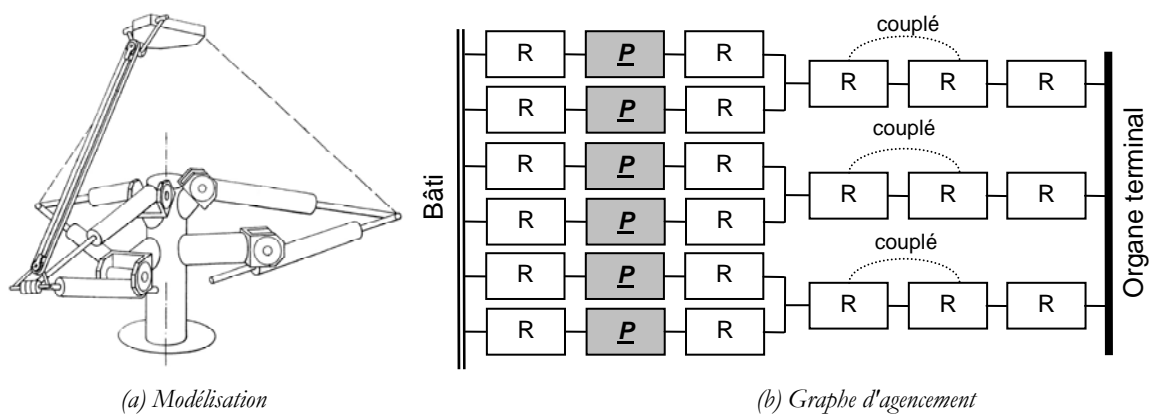


Figure 1.23 Représentation et graphe d'agencement du robot Speed-R-Man

▪ **Le robot Star**

Le robot Star de Hervé [Hervé 1991] fut inventé dans le but d'avoir les mêmes caractéristiques que le robot Delta sans dépendre de son brevet. Cette architecture possède également trois moteurs fixés à la base, ainsi que trois chaînes cinématiques identiques composées de parallélogrammes spatiaux. Les moteurs entraînent en translation des articulations de type hélicoïdales. Celles-ci sont liées à la nacelle par l'intermédiaire d'une liaison Π et d'une rotoïde (cf. Figure 1.24).

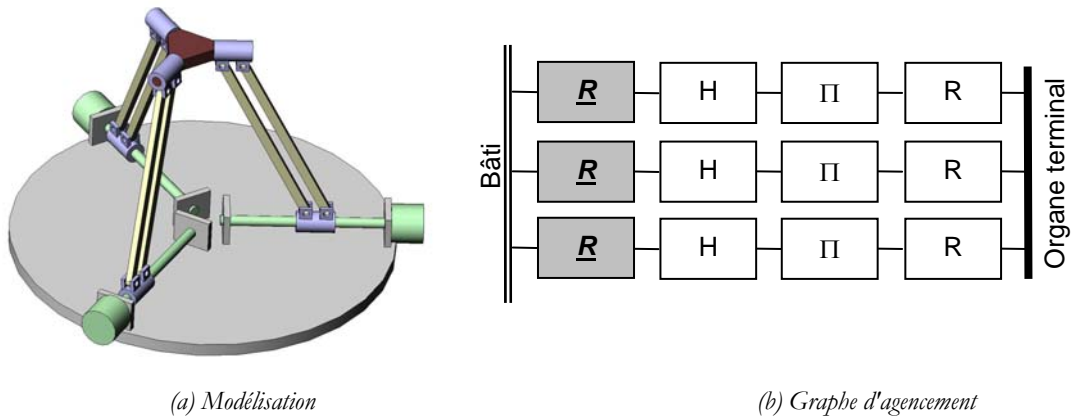


Figure 1.24 Représentation et graphe d'agencement du robot Star

Même si ce robot peut prétendre théoriquement pouvoir égaler les performances dynamiques du Delta, son faible volume de travail est très pénalisant.

1.2.2.4. **Robots à trois degrés de liberté (3T) du type "tripode"**

Les robots pouvant être qualifiés de "tripodes" sont les mécanismes utilisant le même concept que les hexapodes (cf § 1.1.3.3) mais qui ne possèdent que trois *ddl*. Ces robots sont conçus de telle sorte que la chaîne cinématique qui relie le bâti à la nacelle soit de longueur variable. Ainsi, leurs actionneurs prismatiques sont mobiles, ce qui réduit les performances dynamiques du robot, mais sa capacité d'accélération est malgré tout supérieure aux architectures sérielles. Deux mécanismes utilisant ce principe sont présentés ci-dessous.

▪ **Le tripode de Tsai**

Ce mécanisme répond exactement à la définition proposée ci-dessus. En effet, la chaîne cinématique liant la base à l'organe terminal est de longueur variable (cf. Figure 1.25). Cependant, ce mécanisme doté de chaînes $U\underline{P}U$ souffre d'un manque de rigidité et de précision car les bras travaillent en torsion [Parenti-Castelli 2000]

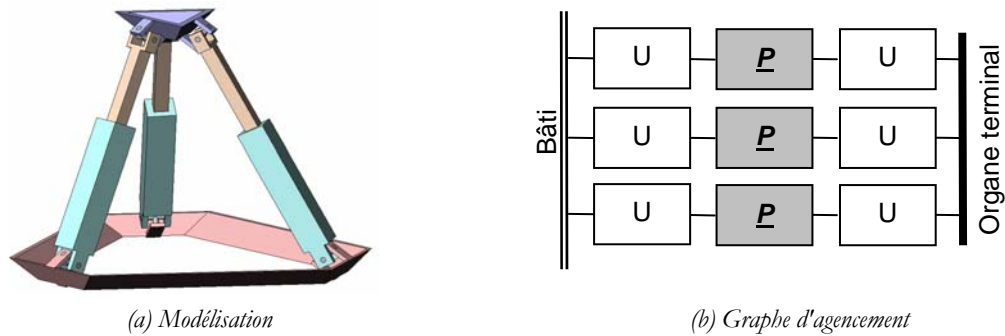


Figure 1.25 Représentation et graphe d'agencement du tripode de Tsai

▪ **Le Tricept et l'Exechon**

Le Tricept et l'Exechon sont deux architectures développées par Neumann pour des applications de machine-outil [Neumann 1988] [Neumann 2006]. Ces deux robots sont des architectures hybrides composées d'une base parallèle produisant trois *ddl* et d'une tête dotée de deux *ddl* (cf. Figure 1.26). Les mobilités de la partie parallèle sont trois translations couplées avec des rotations. C'est pourquoi, ces robots ne sont pas réellement des manipulateurs de pick-and-place à cause de ce couplage qui impose à l'organe terminal une orientation spatiale variable.

Le Tricept est composé de trois chaînes cinématiques de type $U\underline{P}S$ et possède une patte centrale passive de type UP qui contraint les mouvements de la nacelle.

L'Exechon quant à lui est composé de deux chaînes de type $U\underline{P}R$ et d'une troisième chaîne $S\underline{P}R$ contraignant la nacelle suivant ses trois *ddl*, sans devoir y ajouter une chaîne passive. Ce dernier mécanisme a l'avantage d'être beaucoup plus simple que son prédécesseur.

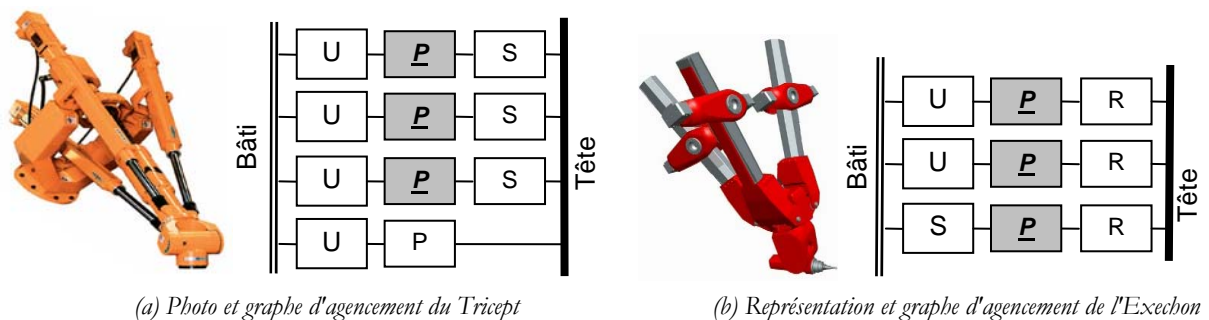


Figure 1.26 Représentations et graphes d'agencement de la base parallèle du Tricept et de l'Exechon

▪ **Robot 3T isotrope**

Ce robot, proposé par Gosselin [Gosselin 2002], a la particularité d'être isotrope dans l'ensemble de son volume de travail. Ce mécanisme est composé de trois actionneurs linéaires permettant de mouvoir la nacelle suivant trois translations par l'intermédiaire d'une chaîne $\underline{P}RRR$ (cf Figure 1.27). Cette architecture a l'avantage d'avoir un comportement isotrope, mais la configuration des chaînes cinématiques induit un manque de précision du mécanisme car les segments travaillent en flexion.

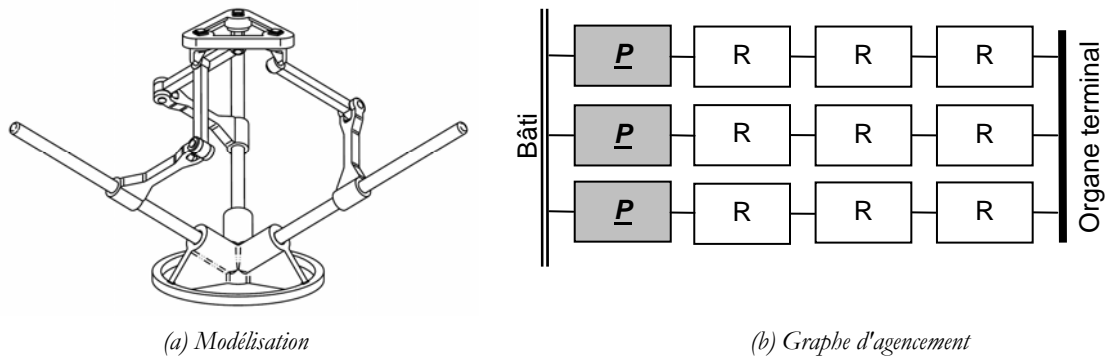


Figure 1.27 Représentation et graphe d'agencement du robot 3T isotrope de Gosselin

1.2.2.5. Robots à trois degrés de liberté (3T) du type "mât"

Nous proposons de nommer "mât" les architectures pour lesquelles il existe une droite présentant au minimum un point commun avec le premier degré de liberté de chaque chaîne cinématique ; ces robots ont donc la propriété d'avoir une empreinte au sol minimale. Deux exemples de robots appartenant à cette famille sont présentés ci-dessous.

- **Le manipulateur de Reboulet**

Cette architecture [Reboulet 1996] est composée de deux chaînes cinématiques identiques similaires à celles du Delta, mais dont le parallélogramme a été remplacé par des courroies, procurant les mouvements en x et y . Une troisième chaîne composée de liaisons rotoréelles permet d'obtenir le mouvement de translation en z (cf. Figure 1.28).

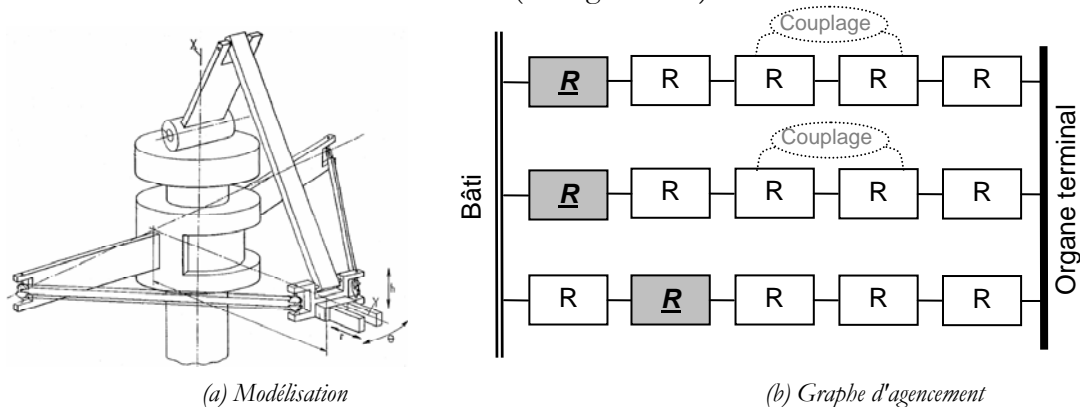


Figure 1.28 Représentation et graphe d'agencement du manipulateur de Reboulet

Ce mécanisme a l'inconvénient d'avoir un moteur en mouvement au niveau de la troisième chaîne cinématique, ce qui a pour conséquence de réduire ses capacités dynamiques. Il serait malgré tout envisageable de fixer ce moteur, à condition de remplacer les liaisons rotoréelles par des liaisons sphériques. Cependant, cette alternative aurait l'inconvénient de réduire le volume de travail du robot.

- ***Tau***

Contrairement au manipulateur de Reboulet, tous les axes des actionneurs du robot Tau [Brogårdh 2002] sont communs. Cette architecture est réalisée par trois chaînes différentes : la première, de type Hexa, possède une simple barre SS; la deuxième, de type Delta, est réalisée à l'aide de deux barres SS, tel un parallélogramme spatial (cf. § 1.2.2.2); la dernière est obtenue par trois barres SS parallèles les unes aux autres.

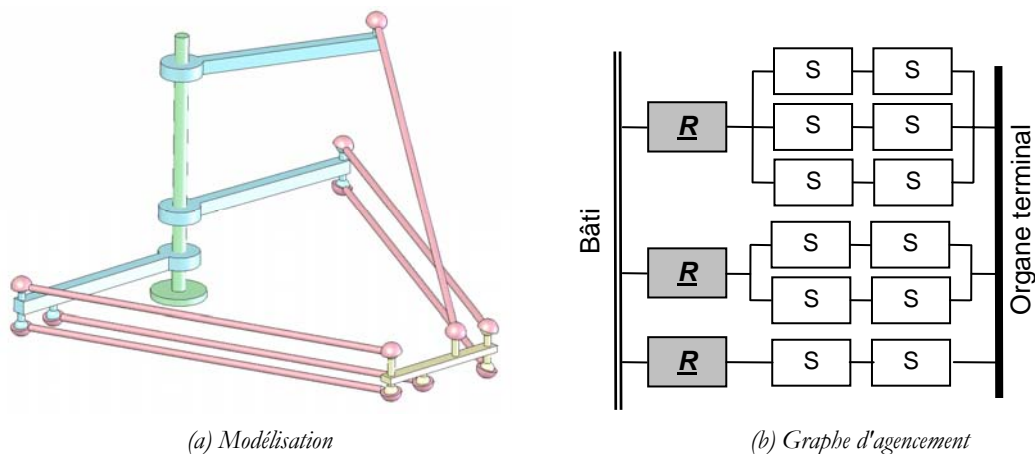


Figure 1.29 Représentation et graphe d'agencement de Tau

L'architecture de ce robot lui permet d'atteindre de fortes performances dynamiques, mais son inconvénient majeur est le couplage en rotation qui existe lors des mouvements en translation.

1.2.3. Les robots à quatre degrés de liberté

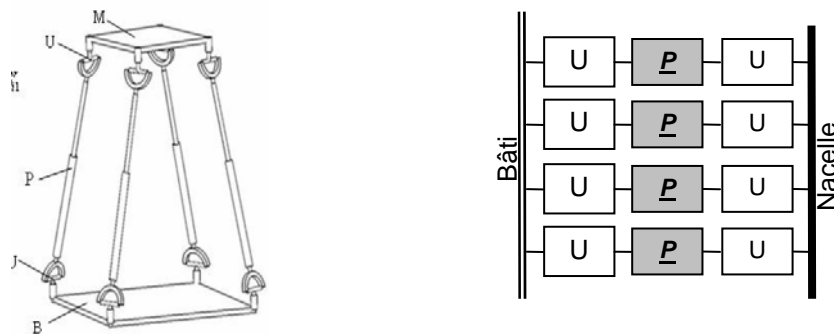
Les mécanismes à quatre *ddl* sont les plus utilisés dans le pick-and-place en raison de leur grande flexibilité d'utilisation. En effet, dans le cas de la manipulation d'objets, les *ddl* utiles sont les trois translations en x, y, z et la rotation autour de z . L'ensemble de ces déplacements sont aujourd'hui appelés "mouvements SCARA" ou "groupe de déplacement de Schoenflies" [Hervé 1999]. Bien entendu, il est possible de reprendre les concepts développés au § 1.2.2 et d'y ajouter un actionnement "embarqué", mais les performances dynamiques de ces mécanismes seraient alors dégradées. Les robots présentés dans ce paragraphe sont donc des architectures pleinement parallèles ou à actionnement déporté permettant ainsi de conserver de bonnes capacités dynamiques.

Dans la suite de ce paragraphe, les robots 3T1R utilisables dans les applications de pick-and-place sont présentés et classés suivant deux familles définies en fonction de leurs capacités angulaires.

1.2.3.1. Les robots à faibles débattements angulaires

▪ Les robots de type "Quadripode"

Tout comme les tripodes (§ 1.2.2.4), les quadripodes sont inspirés par les hexapodes. Ils sont dotés de quatre chaînes cinématiques dont les actionneurs linéaires sont mobiles. Ces mécanismes sont réputés pour leur précision et sont capables de mouvoir de fortes charges, mais leur amplitude de rotation est très limitée, due à la présence de singularités. Plusieurs recherches ont été réalisées sur ces machines, en particulier dans le cadre de synthèses de mécanismes. Nous pouvons en effet donner l'exemple de Li [Li 2003] ou Zhao [Zhao 2004] proposant des architectures composées de chaînes $U\underline{P}U$ ou $R\underline{P}UR$ (cf. Figure 1.30).



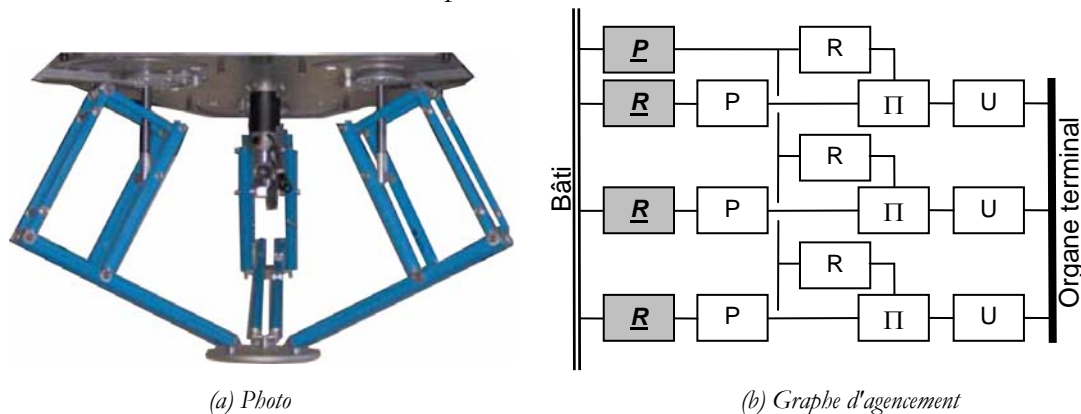
(a) Modélisation d'un quadripode à chaîne UPU (b) Graphe d'agencement d'un quadripode à chaîne UPU

Figure 1.30 Représentation et graphe d'agencement d'un quadripode

▪ Le PamINSA

Ce mécanisme proposé par Arakelian [Arakelian 2005] fut développé dans le but de manipuler de lourdes charges. En effet, l'intérêt de cette architecture est d'avoir une translation en z découplée grâce à l'utilisation de pantographes (cf. Figure 1.31). Ces derniers sont des systèmes à quatre barres plans qui peuvent être qualifiés de liaisons Π utilisant le concept lambda.

L'inconvénient principal de ce robot est de posséder plusieurs positions singulières dans son volume de travail et d'avoir une amplitude de rotation limitée.



(a) Photo (b) Graphe d'agencement

Figure 1.31 Représentation et graphe d'agencement du robot PamINSA

- **Le SMG (Schoenflies Motion Generator)**

Développé par Angeles [Angeles 2005], ce robot n'est composé que de deux chaînes cinématiques réalisées à l'aide de liaisons Π . Ce mécanisme est actionné à l'aide d'une liaison motorisée à deux ddl à différentiel sur chacune des chaînes (cf. Figure 1.32). Cette architecture est intéressante par sa simplicité, mais ses barres travaillant en flexion ont l'inconvénient d'entraîner un manque de rigidité de la structure.

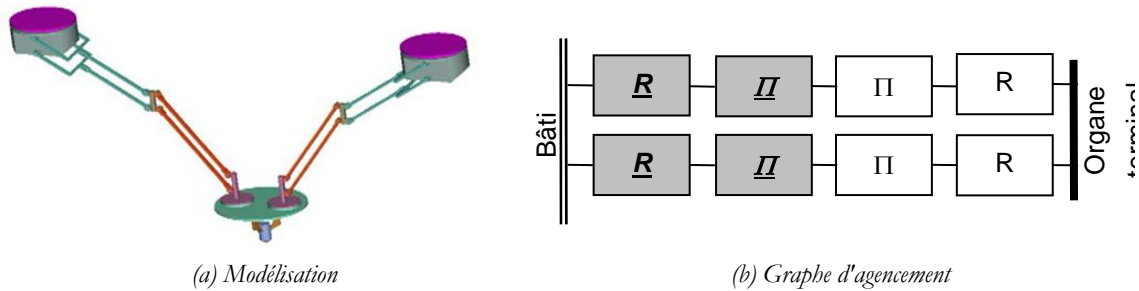


Figure 1.32 Représentation et graphe d'agencement du SMG

- **Le T3R1**

Ce robot développé par Gogu [Gogu 2005] possède la particularité de disposer de mouvements découplés et est donné comme étant isotrope. Cette originalité simplifie la modélisation de ce mécanisme, et en particulier la matrice jacobienne dont la forme est diagonale. Ce robot est composé de moteurs linéaires actionnant des chaînes de type $\underline{P}RR$ (cf. Figure 1.33).

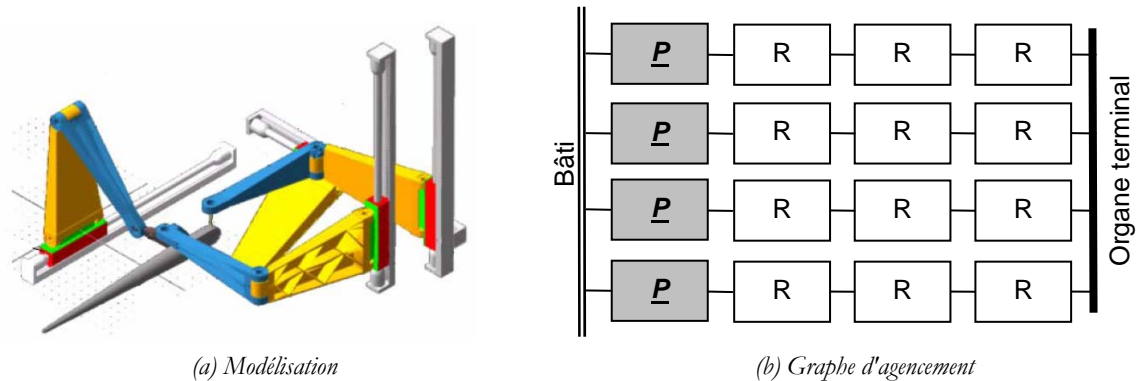


Figure 1.33 Représentation et graphe d'agencement du robot T3R1

Malgré ses avantages de modélisation simplifiée, ce robot a l'inconvénient de disposer de barres travaillant en flexion, ce qui réduit considérablement sa rigidité, et par conséquent sa précision. De plus, l'agencement de ses chaînes cinématiques induit une accessibilité réduite de la nacelle dans son volume de travail. Enfin, la rotation produite est limitée à $\pm 45^\circ$

▪ **Kanuk et H4 asymétrique**

Ces deux robots similaires furent proposés quasiment simultanément par Company [Company 1999a] et Rolland [Rolland 1999]. Ces architectures, actionnées à l'aide de moteurs linéaires ou rotatifs, sont réalisées à l'aide de deux types de chaînes cinématiques : les premières, identiques à celles utilisées par les robots Delta, sont composées d'un parallélogramme "spatial", et les deuxièmes sont réalisées à l'aide de simples liaisons SS (cf Figure 1.34). Ces deux mécanismes, proches du robot Delta, sont très bien adaptés pour atteindre d'importantes performances dynamiques. Cependant, leur faible amplitude de rotation est une limitation forte en ce qui concerne leur utilisation pour des applications de pick-and-place.

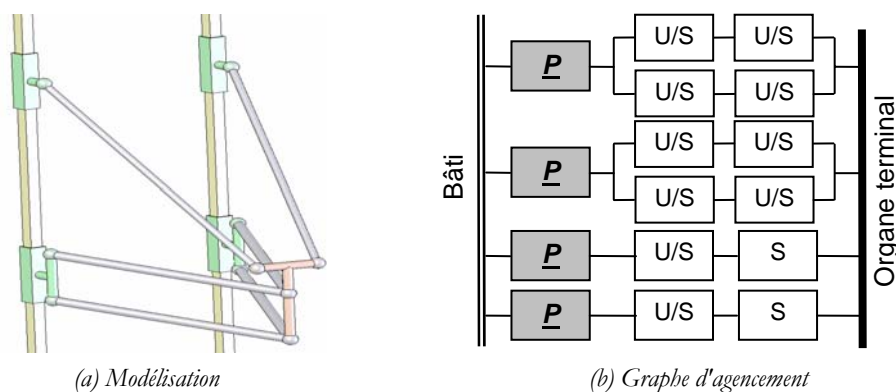


Figure 1.34 Représentation et graphe d'agencement du H4 asymétrique et du Kanuk

1.2.3.2. Les robots à forts débattements angulaires

▪ **Le Delta à quatre degrés de liberté**

Afin de répondre aux besoins des applications de manipulation d'objets, l'architecture Delta, originalement pourvue de trois *ddl* (cf. § 1.2.2.1), fut modifiée afin d'y ajouter une quatrième mobilité. Ainsi, la rotation est obtenue en ajoutant une liaison rotoïde à la plateforme dont la rotation est commandée à l'aide d'une chaîne cinématique de type **R**UPU (cf. Figure 1.35). Cette "patte télescopique" permet de réaliser une rotation illimitée, mais a l'inconvénient majeur de limiter les performances dynamiques du Delta ainsi modifié, et ce, d'autant plus pour des robots de grande taille. En effet, la fiabilité et la durée de vie de cette patte passive se trouvent réduites lorsque le robot réalise des mouvements dont les accélérations sont importantes. Il est donc difficile de trouver un compromis entre le dimensionnement de cette patte et les limitations qu'elle impose au mécanisme

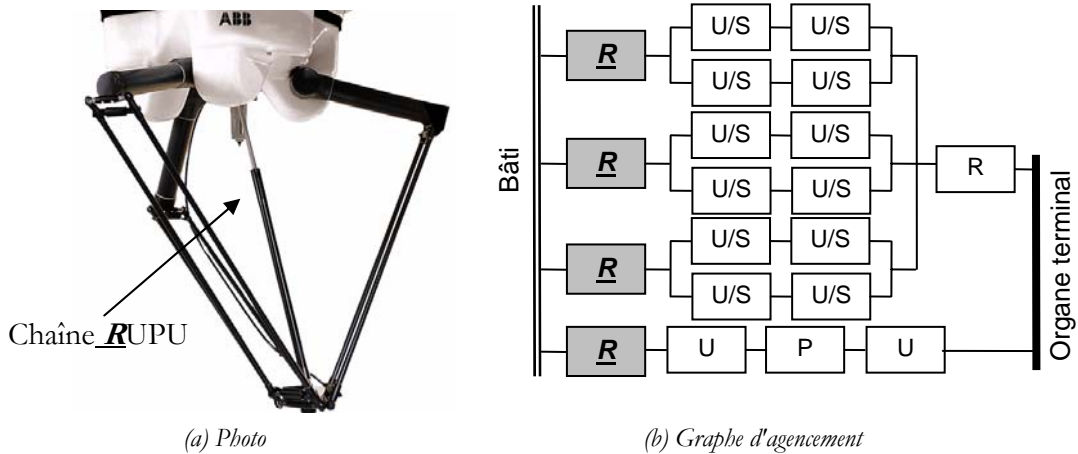


Figure 1.35 Représentation et graphe d'agencement du Delta à 4 degré de liberté (ABB)

▪ **Le Manta**

Ce robot développé par Rolland [Rolland 1999] est réalisé à l'aide de deux chaînes de type Delta composées de parallélogrammes spatiaux actionnées à l'aide de moteurs prismatiques, et d'une troisième chaîne simple $\underline{P}UU$. L'ensemble de ces chaînes confère à la nacelle des mouvements suivant les trois translations. La rotation, quant à elle, est transmise à la nacelle par les liaisons cardans et un actionnement hybride de la chaîne $\underline{P}UU$ (cf. Figure 1.36) Cette solution a l'avantage de produire une rotation illimitée, mais l'actionnement hybride a l'inconvénient de limiter les performances dynamiques du robot.

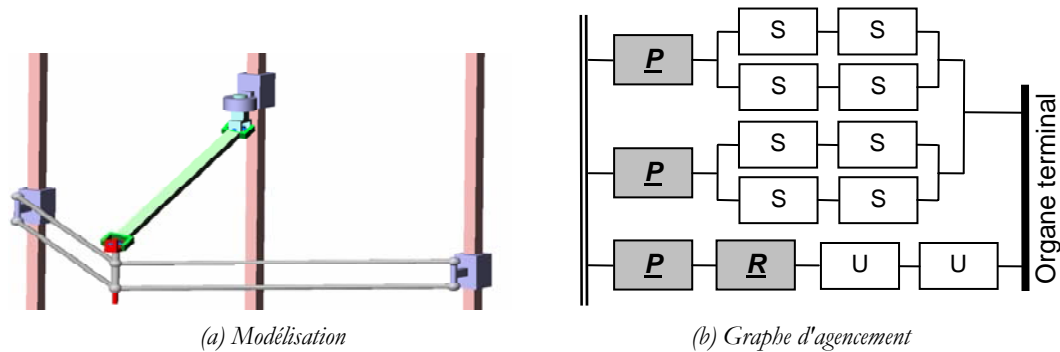


Figure 1.36 Représentation et graphe d'agencement du Manta

▪ **Hita STT**

Cette architecture fut développée par l'Ecole Polytechnique de Lausanne (EPFL) [Clavel 2002] dans le but de proposer une machine outil capable de produire une rotation importante autour d'un axe donné. Même si cette machine est annoncée comme ayant cinq ddl , sa cinématique parallèle n'en produit que quatre, le cinquième étant réalisé à l'aide du concept "main droite / main gauche". La rotation est obtenue par l'ajout d'une pièce intermédiaire qui a l'effet d'amplifier son mouvement (cf. Figure 1.37). Il en résulte ainsi une amplitude de rotation de

$\pm 60^\circ$. Cependant, bien qu'importante, cette rotation n'est pas suffisante dans la majorité des applications de pick-and-place.

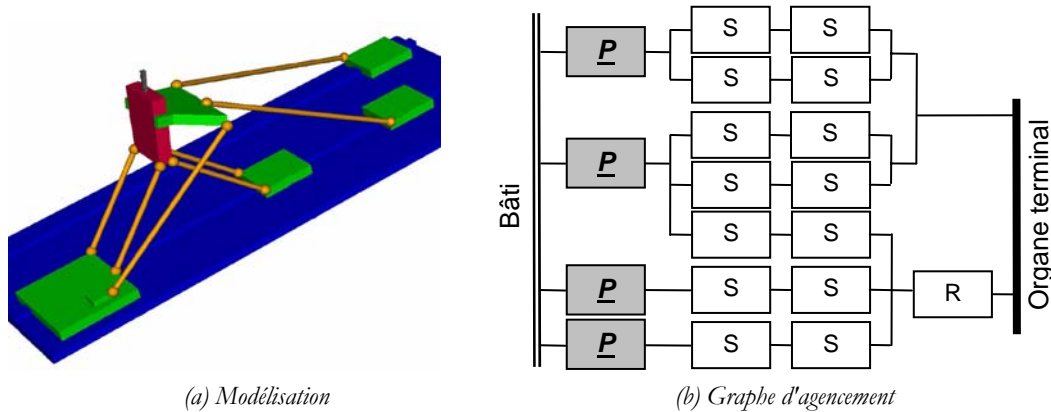


Figure 1.37 Représentation et graphe d'agencement du Hita STT

▪ **Le H4 symétrique**

Ce robot développé par Company [Company 1999b] fut le premier mécanisme à introduire le concept de nacelle articulée. Cette notion peut être définie comme étant un dispositif composé d'au moins deux corps solides placés à l'extrémité des chaînes cinématiques du robot, et dont une mobilité interne est utilisée pour produire un *ddl* au niveau de l'organe terminal.

Le H4 est réalisé à l'aide de quatre chaînes de type Delta actionnées à l'aide de moteurs rotatifs ou linéaires. Sa nacelle comporte trois corps et deux liaisons; elle est ainsi composée de deux pièces liées par une barre transversale à l'aide de deux liaisons rotoïdes et dont la forme représente un "H". L'amplitude de la rotation ainsi produite est de $\pm 45^\circ$. Un système d'amplification peut y être ajouté afin de réaliser une amplitude de rotation suffisamment importante pour les applications de pick-and-place ($\pm 180^\circ$).

Ce mécanisme a l'avantage majeur de produire une amplitude de rotation importante, tout en gardant la capacité d'atteindre de fortes accélérations. Cependant, afin d'éviter la présence de positions singulières dans son volume de travail, les actionneurs du H4 ne peuvent être placés de façon symétrique, c'est à dire à 90° les uns par rapport aux autres. Cette contrainte a pour effet de réduire les performances du robot, tel qu'il est décrit au § 1.3

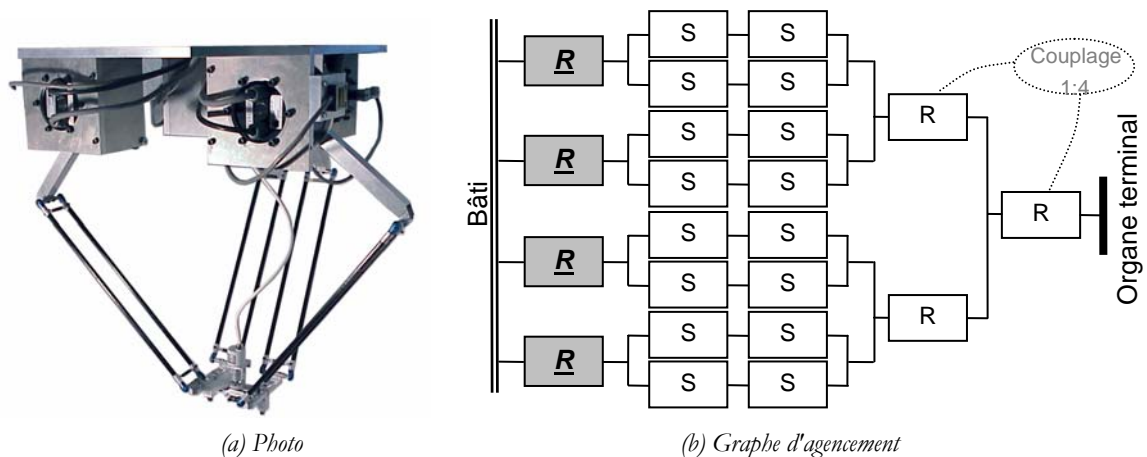


Figure 1.38 Représentation et graphe d'agencement du H4 symétrique

▪ *Le I4*

Cette architecture fut développée par Krut [Krut 2003a] [Krut 2004]. Son objectif est de garder les avantages du robot H4, tout en évitant certains de ses inconvénients. Ainsi, ce robot conserve le concept de nacelle articulée, et la disposition symétrique de ses moteurs lui confère un comportement homogène. La nacelle articulée du robot I4 peut être réalisée à l'aide de deux ou trois solides, reliés les uns aux autres par des liaisons prismatiques. Un dispositif permettant de transformer la translation ainsi obtenue en rotation doit être ajouté afin de produire la mobilité nécessaire aux applications de pick-and-place. Ce dispositif peut être un système de pignon/crémaillère ou de poulie/courroie.

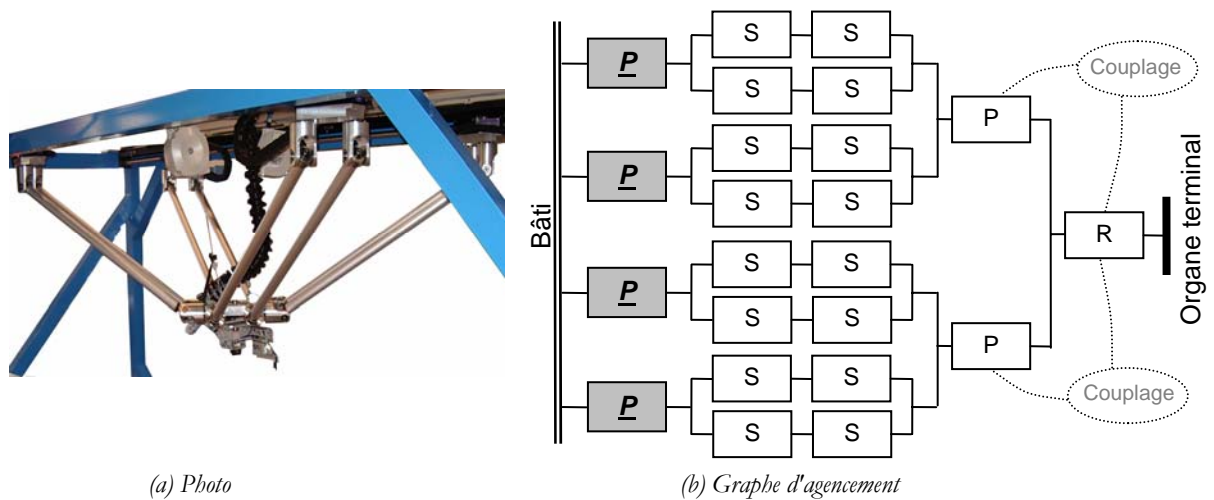


Figure 1.39 Représentation et graphe d'agencement du I4L

Deux versions de ce robot furent réalisées: (i) le I4L [Krut 2003a], doté de moteurs linéaires et dont la nacelle articulée est composée de trois parties; (ii) le I4R [Krut 2004], doté de moteurs rotatifs et dont la nacelle est composée de deux parties.

Cependant, l'expérience montre que les performances dynamiques de cette architecture sont limitées par les liaisons prismatiques utilisées dans la nacelle, ces dernières n'étant pas adaptées aux très fortes accélérations (cf. §1.3).

1.3. Bilan et problématique

1.3.1. Introduction

Les applications de pick-and-place à cadences élevées imposent des contraintes radicales aux robots réalisant ces tâches, en particulier des accélérations très importantes, pouvant atteindre 15 g que seuls les robots parallèles sont capables de réaliser. Ce chapitre montre l'existence de nombreuses architectures capables de répondre à ces exigences mais chacune d'elle comporte ses limitations. Des mécanismes à deux, trois ou quatre *ddl* sont utilisables pour ces tâches mais afin

de proposer des robots offrant le plus de flexibilité possible, les architectures à quatre mobilités répondent le mieux aux besoins des applications de manipulation. Ces quatre mobilités sont les trois translations et une rotation autour de l'axe z , mais cette dernière est le point faible de la plupart des mécanismes parallèles à quatre *ddl* du fait de la faible amplitude de mouvement obtenue. Aussi, l'utilisation de robots parallèles légers utilisant le concept de nacelle articulée semble être une bonne solution afin d'obtenir un mécanisme capable d'atteindre des performances dynamiques élevées, une amplitude de rotation répondant aux demandes du pick-and-place, tout en conservant quatre degrés de liberté.

Une étude de mobilité des robots à quatre *ddl* et à nacelle articulée montre que celle-ci peut avoir une ou deux mobilités et peut être réalisée par deux ou trois solides liés les uns aux autres par des liaisons à un ou deux *ddl*. Dans la majorité des cas, ces articulations sont de type prismatique ou rotoïde, mais comme nous l'évoquerons plus loin, il est préférable d'éviter l'utilisation de liaisons glissières et de privilégier les liaisons pivots. C'est pourquoi, le robot H4 symétrique fut réalisé en utilisant ces principes, mais la présence de "singularités internes" (cf. paragraphe suivant) impose un positionnement non symétrique des actionneurs. Le comportement de ce robot est donc non homogène et ses performances sont réduites.

1.3.2. Introduction à l'étude des singularités internes

La disposition particulière des actionneurs du H4 peut s'expliquer en réalisant l'étude des singularités dites "internes" du mécanisme.

Zlatanov [Zlatanov 1998] propose de classifier les singularités suivant trois types : (i) les singularités séries, ou sous-mobilités [Gosselin 1990]; (ii) les singularités parallèles, ou sur-mobilités [Gosselin 1990]; (iii) les singularités dites "internes" [Zlatanov 2001].

Les deux premières notions (i) et (ii) sont bien connues, et la détermination de ces positions singulières se fait de façon classique en utilisant la relation cinématique linéaire liant les vitesses opérationnelles aux vitesses articulaires [Gosselin 1988]:

$$\mathbf{J}_x \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}_q \dot{\mathbf{q}} \quad (1.7)$$

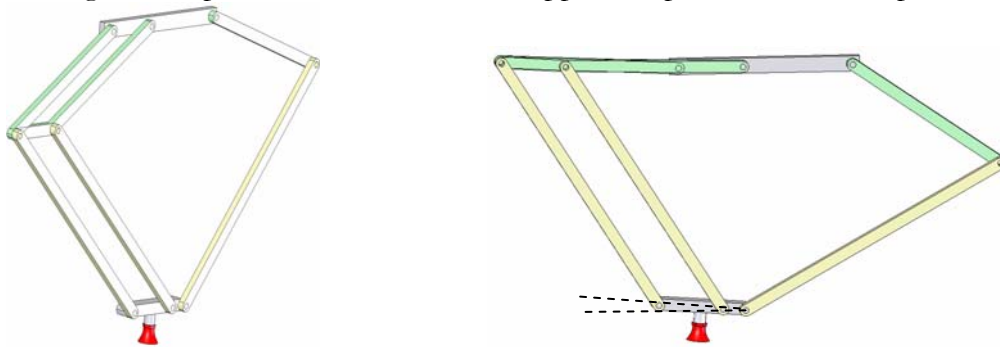
où $\dot{\mathbf{x}} = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z} \ \dot{\theta}]^T$ est le vecteur des vitesses opérationnelles et $\dot{\mathbf{q}} = [\dot{q}_1 \ \dot{q}_2 \ \dot{q}_3 \ \dot{q}_4]^T$ le vecteur des vitesses articulaires dans le cas où le robot possède 4 *ddl*.

D'une part, un mécanisme sera en position impliquant une sous-mobilité lorsque sa matrice \mathbf{J}_q est singulière. Dans ce cas, il existe une vitesse non nulle des actionneurs qui aura pour effet de produire une vitesse nulle de l'organe terminal.

D'autre part, un mécanisme sera en position donnant lieu à une sur-mobilité lorsque sa matrice \mathbf{J}_x est singulière. Concrètement, cette situation permettra une vitesse opérationnelle non nulle de l'organe terminal, alors que les actionneurs sont à l'arrêt.

Enfin, les singularités internes peuvent se produire dans certains mécanismes particuliers à mobilité réduite. La position particulière ainsi adoptée par le mécanisme implique le non-respect des mobilités attendues de l'organe terminal. En règle générale, ces positions ont pour effet de

produire un degré de mobilité supplémentaire à la nacelle du mécanisme. Ce type de singularité ne peut être analysée ni par \mathbf{J}_x ni par \mathbf{J}_q , et une étude cinématique plus complète doit être effectuée [Zlatanov 1994]. Afin d'illustrer ce cas, nous nous proposons de reprendre le robot exposé au § 1.2.1.2. Ce mécanisme sera en position de singularité interne lorsque l'un des parallélogrammes sera aplati (cf. Figure 1.40). Dans ce cas, l'orientation de la nacelle ne peut être garantie et l'angle correspondant à cette rotation n'appartient pas aux variables opérationnelles.



(a) mécanisme en dehors d'une position singulière

(b) mécanisme placé en position de singularité "interne"

Figure 1.40 Mise en évidence d'une singularité interne sur le robot du § 1.2.1.2

Il a été remarqué que le fait de placer les actionneurs du robot H4 de façon symétrique engendrera ce type de comportement [Company 1999b]. C'est pourquoi, afin d'analyser la présence éventuelle de ces singularités sur un mécanisme en fonction de la position de ses moteurs, une analyse cinématique **complète** doit être menée en utilisant une représentation non simplifiée de l'architecture. En effet, il est usuel de réduire la modélisation des robots de type Delta en supposant que les parallélogrammes sont parfaits, et que la nacelle reste toujours parallèle à la base. L'étude complète suppose que le robot est constitué de deux sous parties (les actionneurs d'un côté et la nacelle de l'autre), liées par 8 barres (dans le cas des robots de type H4 ou I4) par l'intermédiaire de liaisons sphériques [Krut 2003].

1.3.3. Avantages et limitations des nacelles articulées existantes

Les robots H4 et I4 utilisent le concept de nacelle articulée, mais chacun d'entre eux présente des limitations qui pénalisent ses performances. D'une part, le robot H4 possède une bonne fiabilité pour des accélérations élevées du fait de l'utilisation de liaisons rotoïdes dans sa nacelle articulée, mais l'étude des singularités internes du mécanisme [Company 1999b] montre que les axes des moteurs doivent être positionnés de façon particulière, telle que décrite à la Figure 1.41a. Cette disposition a pour conséquence directe de procurer un comportement non homogène dans le volume de travail, ainsi qu'un manque de rigidité de la structure [Company 2005]. En plus de la disposition présentée à la Figure 1.41a, d'autres agencements des chaînes cinématiques du robot H4 qui ne conduiraient pas à des situations de singularités internes, sont envisageables. Ces dernières sont présentées dans [Company 2000] qui présente une douzaine de solutions. Il est

alors intéressant de remarquer que, quelque soit l'orientation des chaînes cinématiques de ce robot, son comportement ne pourra jamais être optimal. En effet, pour que la rigidité du robot soit homogène, l'agencement de ses chaînes cinématiques doit être le plus proche possible de la symétrie. Cependant, plus la configuration du robot se rapprochera de cette position, plus celui-ci sera au voisinage de sa singularité interne. Il est donc impossible d'avoir un robot loin de ses positions singulières tout en ayant des chaînes cinématiques proches de la symétrie.

D'autre part, le I4 a pour avantage d'offrir un comportement plus homogène du mécanisme dans l'ensemble de son volume de travail du fait de la disposition symétrique de ses actionneurs (cf. Figure 1.41b). Cependant, les nombreux essais réalisés sur les démonstrateurs du I4 ont pu mettre en avant la difficulté d'obtenir des liaisons glissières dont le rapport poids/fiabilité est satisfaisant. En effet, les liaisons glissières "légères" à éléments roulants voient leur durée de vie réduire considérablement lorsqu'elles sont soumises à de fortes accélérations. Ainsi, pour ces raisons technologiques, ce robot n'est pas adapté aux applications nécessitant d'atteindre de très fortes accélérations, mais semble être davantage approprié aux cinématiques de machines-outils

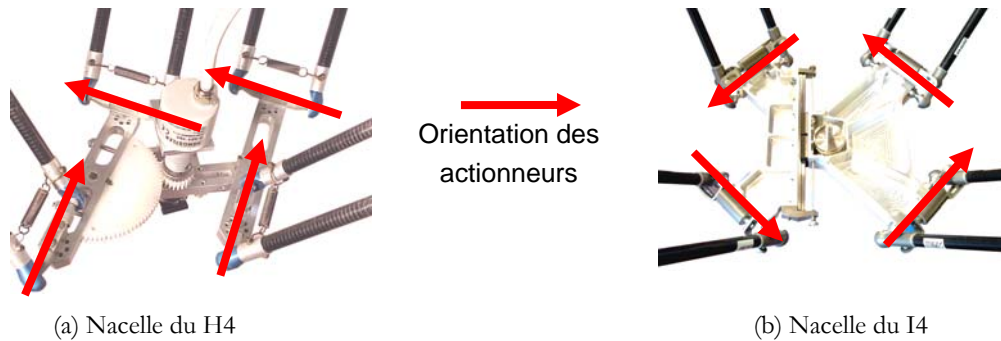


Figure 1.41 Nacelles articulées des robots H4 et I4, et représentation de l'orientation de actionneurs

Partant de ces constats, les études présentées dans ce manuscrit seront basées sur le développement de nouveaux mécanismes capables de regrouper l'ensemble des avantages des robots cités dans ce chapitre, tout en évitant leurs limitations. L'objectif final est de proposer des robots à quatre *ddl* capables d'atteindre des performances dynamiques très élevées.

Proposition de nouveaux robots dédiés au pick-and-place

Résumé :

Trois nouvelles architectures de robots de pick-and-place à quatre ddl sont présentées : Par4, Héli4 et Dual4. Chacun de ces mécanismes utilise le concept de nacelle articulée. Ce chapitre présente leur étude détaillée afin de valider leurs concepts. Les robots Par4 et Héli4 sont inspirés des H4 et I4 et une étude de singularité complète est menée sur ces deux mécanismes afin de vérifier qu'il est possible de positionner leurs actionneurs de façon symétrique sans engendrer de singularité (plus particulièrement de singularité interne). Le robot Dual4 est quant à lui plutôt inspiré des robots SCARA. Pour chacun des robots présentés dans ce chapitre, un démonstrateur a été réalisé afin de valider expérimentalement les concepts et de les évaluer. A partir des données obtenues sur ces derniers, une architecture est choisie à l'aide de critères tels que la fiabilité, la simplicité, la rigidité ou l'empreinte au sol. L'architecture retenue sera ensuite étudiée plus en détail (cf. chapitres suivants) en vue de son industrialisation.

2.1. Introduction.....	38
2.2. Architecture Par4.....	38
2.3. Architecture Héli4.....	53
2.4. Architecture Dual4.....	61
2.5. Architecture retenue et expérimentations.....	74
2.6. Conclusion du chapitre.....	78

2.1. Introduction

A partir des constats du § 1.3, de nouvelles architectures basées sur le principe de nacelle articulée vont être proposées. Toutes ces architectures sont développées en respectant des critères tels que l'utilisation de liaisons rotoïdes dans la nacelle ou la garantie d'obtenir un comportement homogène du mécanisme dans l'ensemble de son volume de travail. Cette dernière contrainte devra donc être vérifiée en réalisant l'étude complète des singularités des mécanismes afin d'en déduire leur condition de fonctionnement.

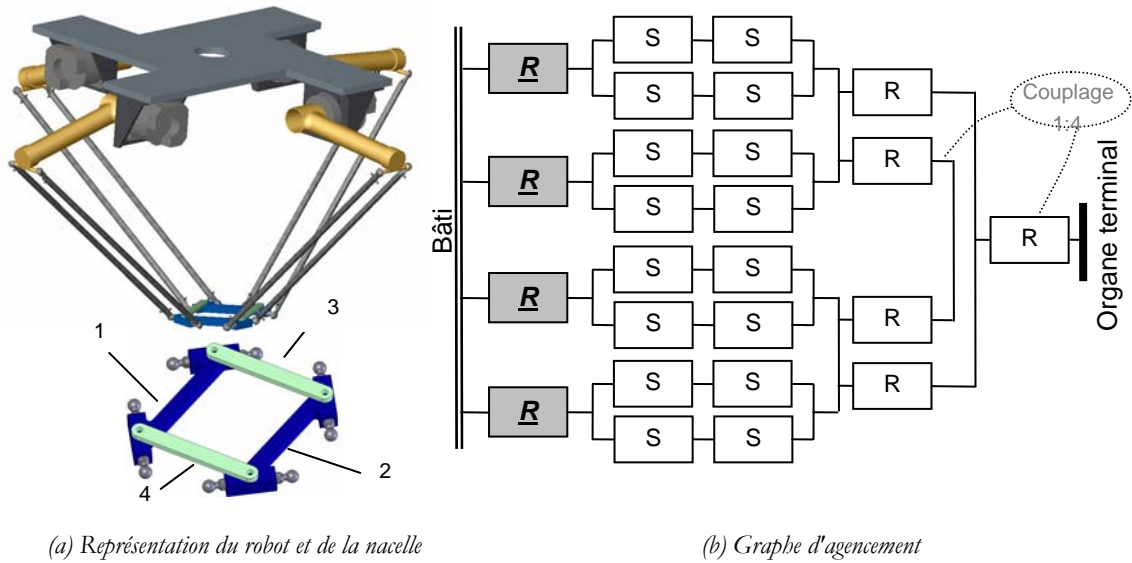
Dans ce chapitre, trois nouvelles architectures imaginées à l'aide des connaissances acquises sur les nacelles articulées sont étudiées en détail. Pour chacun de ces mécanismes, un démonstrateur a été réalisé afin de valider le concept et d'évaluer concrètement les performances du mécanisme. La conclusion de toutes ces études permettra de retenir un robot en particulier et de mener son développement jusqu'à son industrialisation.

2.2. Architecture Par4

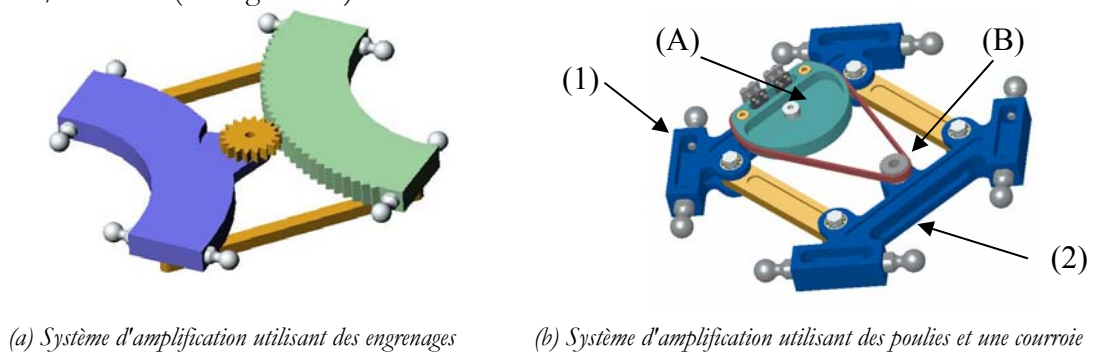
2.2.1. Principe de l'architecture

Nous avons proposé le Par4 afin de conserver les avantages de chacun des robots H4 et I4 présentés au § 1.2.3.2., tout en évitant leurs inconvénients. L'objectif était de développer un robot utilisant le concept de nacelle articulée avec une fiabilité équivalente à celle du H4 en évitant l'utilisation de liaisons prismatiques dans la nacelle. De plus, afin de garantir un comportement homogène du robot, les actionneurs devaient être positionnés de façon symétrique, tout en garantissant l'absence de positions singulières de la structure.

La nacelle du Par4 est composée au minimum de quatre pièces (cf. Figure 2.1a) : deux parties principales (1,2) liées par deux barres (3,4) par l'intermédiaire de liaisons rotoïdes. Ainsi, la forme de cette nacelle est un parallélogramme plan dont la mobilité interne est une translation circulaire obtenue par une liaison Π . Nous allons montrer dans ce qui suit que cette modification de la nacelle qui peut paraître anodine, est en réalité un changement majeur tant dans le principe de mise en place d'une contrainte cinématique, que dans ses conséquences sur le plan des singularités et donc du comportement.


Figure 2.1 Présentation du robot Par4

Le mouvement de rotation obtenu au niveau des barres (3) et (4) peut être utilisé pour produire le quatrième *ddl* du mécanisme. Cependant, l'amplitude intrinsèque de cette mobilité ne peut atteindre $[-\pi; \pi]$ et pour des raisons de collisions, elle est difficilement supérieure à $[-\pi/4; \pi/4]$. C'est pourquoi, un système d'amplification doit être ajouté à cette nacelle afin de réaliser au minimum un tour complet $[-\pi; \pi]$ utile aux applications de pick-and-place. Plusieurs options sont envisageables pour l'obtention de cette amplification : des systèmes d'engrenages ou de poulies/courroie (cf. Figure 2.2).


Figure 2.2 Exemple de solution afin d'amplifier la rotation de la nacelle du Par4

Dans le cas du système poulies/courroie, la poulie (A) (cf. Figure 2.2b) est fixée à l'une des parties de la plateforme et un mouvement de translation circulaire lui est imposé par la "demi-nacelle" (1). L'organe terminal est fixé à la deuxième poulie (B), elle-même en liaison rotoïde sur le solide (2).

Afin d'obtenir une amplitude de rotation de $[-\pi; +\pi]$, le rapport final entre l'angle commandé θ et celui de l'organe terminal doit être d'au moins 4. Ainsi, les rapports des diamètres primitifs des poulies ou des engrenages doivent être déterminés.

Pour simplifier le problème, définissons 3 solides (A), (B) et (C) pour les deux solutions tels que décrits à la Figure 2.3. Notons que dans le cas (b), le contact entre la poulie et la courroie se fait à l'extérieur. C'est pourquoi, le sens de rotation du corps (B) sera opposé à θ .

Ainsi (A) est la roue de diamètre primitif d_A , (B) est la roue de diamètre primitif d_B et (C) est l'axe reliant les centres de ces deux roues par deux liaisons pivot et dont la rotation est d'angle θ .

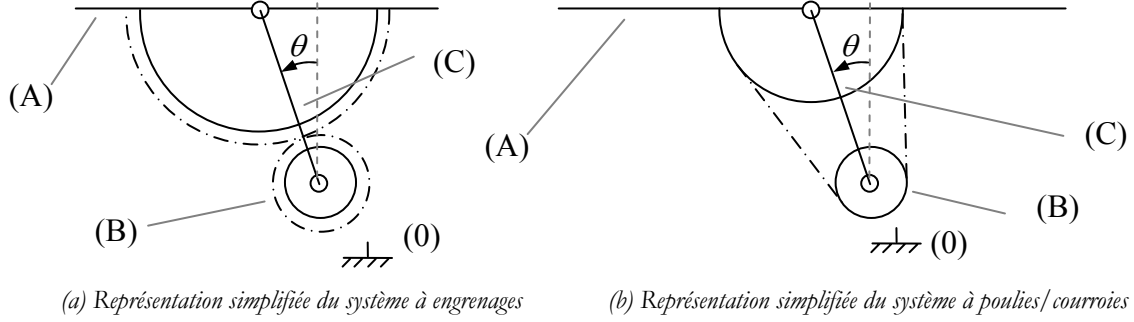


Figure 2.3 Représentations simplifiées des systèmes d'amplification de la nacelle

Soit $\omega_{I/J}$ la vitesse de rotation du solide (I) par rapport à (J). La vitesse de l'organe terminal du robot est donc définie par $\omega_{B/0}$. Or cette vitesse peut être obtenue par la relation:

$$\omega_{B/0} = \omega_{B/C} + \omega_{C/0} \quad (2.1)$$

La vitesse du solide (B) par rapport à (C) est calculée par l'intermédiaire du rapport d'amplification présent entre les deux roues :

$$\omega_{B/C} = (-1)^\alpha r \omega_{A/C} \quad (2.2)$$

avec r le rapport d'amplification entre (A) et (B) défini par $r = d_A/d_B$ et α le nombre de contacts extérieurs :

$\alpha = 1$ si le contact entre (A) et (B) est extérieur (poulies de la solution (b) ou couronne intérieure)

$\alpha = 0$ si le contact entre (A) et (B) est intérieur (engrenage de la solution (a))

Ainsi, la relation (2.1) est équivalente à :

$$\omega_{B/0} = (-1)^\alpha r \omega_{A/C} + \omega_{C/0} \quad (2.3)$$

En outre, la rotation de (A) étant nulle, nous en déduisons que :

$$\omega_{A/C} = \omega_{C/0} = \dot{\theta} \quad (2.4)$$

avec $\dot{\theta}$ la vitesse angulaire interne de la liaison Π de la nacelle.

Nous pouvons donc en déduire l'expression de la vitesse de (B) par rapport au bâti :

$$\omega_{B/0} = \dot{\theta} \left[(-1)^\alpha r + 1 \right] \quad (2.5)$$

Cette expression peut être écrite de façon plus explicite :

$$\omega_{B/0} = (-1)^\alpha \rho \dot{\theta} \quad (2.6)$$

avec $\rho = r + (-1)^\alpha$, le rapport d'amplification de la nacelle entre la rotation interne du parallélogramme et l'organe terminal. Il est très intéressant de noter que ce rapport varie en fonction de la nature du système d'amplification. C'est pourquoi, pour garder $\rho = 4$:

$r = 3$ si le contact entre (A) et (B) est intérieur (engrenages)

$r = 5$ si le contact entre (A) et (B) est extérieur (poulies/courroie)

Ainsi, cette étude montre qu'il existe plusieurs moyens d'amplifier la rotation de la liaison Π . Dans la suite de cette étude, nous considérons la cinématique du robot sans cette amplification, la rotation opérationnelle sera donc l'angle de la liaison Π de la nacelle.

2.2.2. Hyperstatisme de la structure

Avant d'analyser le problème crucial des singularités, il est important de mettre en avant une particularité de l'architecture proposée. En effet, une étude de mobilité conduite par la formule de Grübler permet de montrer l'existence d'un degré d'hyperstaticité supérieur pour le Par4 que pour le H4. En effet, l'indice de mobilité M d'un mécanisme est donné par la relation :

$$M = 6n_B - \sum_{j=1}^{n_j} (6 - f_j) \quad (2.7)$$

avec n_B : le nombre de corps (bâti exclu)

n_j : le nombre de liaisons

f_j : le nombre de degrés de liberté de l'articulation j

Dans le cas du H4, le mécanisme est composé de 8 barres, de 4 bras actionnés, et d'une nacelle réalisée à l'aide de 3 pièces ($n_B = 15$). Les liaisons utilisées dans ce mécanisme sont 16 articulations sphériques à 3 *ddl*, 4 rotoïdes ou prismatiques actionnées à 1 *ddl* et 2 rotoïdes à 1 *ddl* au niveau de la nacelle. Son indice de mobilité vaut donc :

$$M = 6n_B - (16(6-3) + 6(6-1)) = 12 \quad (2.8)$$

Or, les mobilités internes m_i de cet architecture sont au nombre de 8 (les barres des parallélogrammes spatiaux peuvent tourner sur elles-mêmes) et les mobilités utiles m_u du robot sont au nombre de 4. C'est pourquoi, nous pouvons déterminer le degré d'hyperstatisme défini par la relation :

$$h = (m_u + m_i) - M \quad (2.9)$$

Le H4 est donc un robot **isostatique** ($h=0$)

En appliquant ce calcul au Par4, nous redéfinissons le nombre de pièces : $n_B = 16$, et le nombre de liaisons rotoïdes s'élève à 8. Nous pouvons donc en déduire l'indice de mobilité du mécanisme :

$$M = 6n_b - (16(6-3) + 8(6-1)) = 8 \quad (2.10)$$

C'est pourquoi, à partir de la relation (2.9), nous en déduisons le degré d'hyperstatisme du robot : $h = 4$.

Le parallélogramme plan utilisé dans la nacelle possède à lui seul un degré d'hyperstatisme de 3. Son usinage et son assemblage devront donc être réalisés de façon précise afin de respecter les contraintes de parallélisme des pivots qui composeront ce parallélogramme : sur le plan pratique, ce genre de contrainte relève des réalisations mécaniques de qualité usuelle. Notons que l'existence de ce parallélogramme est une différence majeure entre le Par4 et le H4 ; en effet, la contrainte de parallélisme présente dans la nacelle de ce dernier est obtenue grâce à l'ensemble de la structure, alors que cette même contrainte est satisfaite localement grâce au parallélogramme plan du Par4 (cf. Figure 2.4) ; la garantie du parallélisme de la nacelle n'est donc pas dépendante de la structure complète du mécanisme. En plus de la nacelle, il existe une autre source d'hyperstatisme qui provient d'une barre sur-numéraire ; en effet, sur le plan cinématique, seules 7 barres sont strictement indispensables. La barre additionnelle crée donc une contrainte qui est facilement compensée par l'élasticité de l'ensemble des composants du mécanisme (notons, à nouveau sur un plan pratique, que cet hyperstatisme n'a posé aucun problème d'assemblage sur les prototypes réalisés).

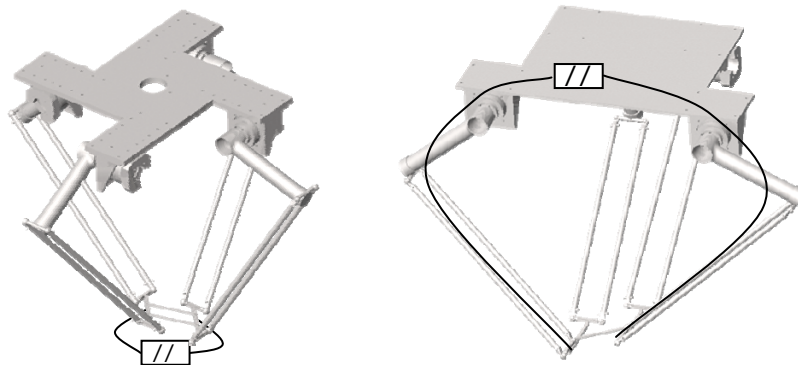


Figure 2.4 Obtention de la contrainte de parallélisme du H4 (gauche) et du Par4 (droite)

2.2.3. Etude complète des singularités

Ainsi que nous l'avons évoqué au chapitre précédent, l'étude des singularités internes du mécanisme est basée sur l'étude cinématique complète du robot, incluant l'écriture de la propriété d'équiprojectivité des vitesses sur les 8 barres des parallélogrammes spatiaux :

$$\mathbf{J}_{tp} \dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{J}_{acr} \dot{\mathbf{q}} \quad (2.11)$$

où $\dot{\mathbf{x}}_1$ est le vecteur composé des vitesses de la nacelle complète, incluant les vitesses opérationnelles et les vitesses internes (alors que $\dot{\mathbf{x}}$ défini à l'équation (1.7) ne représente que les vitesses des variables opérationnelles)

Afin d'explicitier les matrices de la relation (2.11), les paramètres suivants sont introduits (cf. Figure 2.5) :

- i : numéro de la chaîne cinématique ($i = 1 \dots 4$)
- j : numéro de la barre de chaque chaîne ($j = 1, 2$)
- k : numéro de chaque demi nacelle ($k = 1, 2$)
- A_{ij} : centre des liaisons sphériques à l'extrémité des bras actionnés
- B_{ij} : centre des liaisons sphériques de la nacelle
- A_i : point géométrique situé au milieu de A_{i1} et A_{i2}
- B_i : point géométrique situé au milieu des points B_{i1} et B_{i2}
- C_{ki} : centres des liaisons rotoïde de la nacelle (point quelconque situé sur l'axe)
- D : point commandé (localisé sur l'une des parties de la nacelle)
- r_i : vecteur tangent à la trajectoire du point A_i
- l_i : vecteur défini entre les points B_i et A_i
- f_i : vecteur défini entre les points B_{i1} et B_{i2}
- d_{ij} : vecteur défini entre les points C_{ki} et B_{ij}
- d_i : vecteur défini entre les points C_{ki} et B_i
- c_k : vecteur défini entre les points C_{ki} et D
- e_i : vecteur défini par la somme des vecteurs c_k et d_i ($e_i = c_k + d_i$)
- $\dot{\epsilon}_{ki}$: vitesse angulaire de la pièce k par rapport aux barres du parallélogramme plan de la nacelle (au niveau de la liaison rotoïde d'axe e_z)
- (e_x, e_y, e_z) : axes du repère de référence où e_z représente l'axe vertical
- $\omega_x, \omega_y, \omega_z$: composantes du vecteur vitesse angulaire de l'effecteur dans (e_x, e_y, e_z)

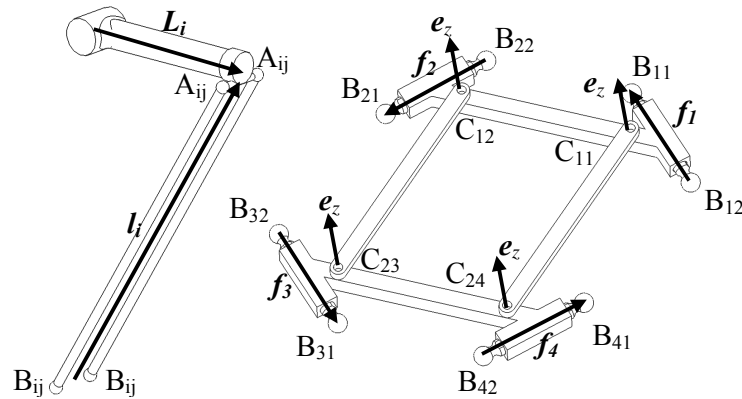


Figure 2.5 Paramètres du Par4 utilisés dans l'analyse complète des singularités

La propriété d'équiprojectivité des vitesses dans les 8 barres peut ainsi être écrite, et la relation (2.11) se réécrit de la façon suivante :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{r}_1^T \mathbf{l}_{11} & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{r}_1^T \mathbf{l}_{12} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{r}_2^T \mathbf{l}_{21} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{r}_2^T \mathbf{l}_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{r}_3^T \mathbf{l}_{31} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{r}_3^T \mathbf{l}_{32} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{r}_4^T \mathbf{l}_{41} \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{r}_4^T \mathbf{l}_{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{l}_{11}^T & [\mathbf{e}_{11} \times \mathbf{l}_{11}]^T & (\mathbf{e}_z \times \mathbf{d}_{11}) \cdot \mathbf{l}_{11} & 0 \\ \mathbf{l}_{12}^T & [\mathbf{e}_{12} \times \mathbf{l}_{12}]^T & (\mathbf{e}_z \times \mathbf{d}_{12}) \cdot \mathbf{l}_{12} & 0 \\ \mathbf{l}_{21}^T & [\mathbf{e}_{21} \times \mathbf{l}_{21}]^T & (\mathbf{e}_z \times \mathbf{d}_{21}) \cdot \mathbf{l}_{21} & 0 \\ \mathbf{l}_{22}^T & [\mathbf{e}_{22} \times \mathbf{l}_{22}]^T & (\mathbf{e}_z \times \mathbf{d}_{22}) \cdot \mathbf{l}_{22} & 0 \\ \mathbf{l}_{31}^T & [\mathbf{e}_{31} \times \mathbf{l}_{31}]^T & 0 & (\mathbf{e}_z \times \mathbf{d}_{31}) \cdot \mathbf{l}_{31} \\ \mathbf{l}_{32}^T & [\mathbf{e}_{32} \times \mathbf{l}_{32}]^T & 0 & (\mathbf{e}_z \times \mathbf{d}_{32}) \cdot \mathbf{l}_{32} \\ \mathbf{l}_{41}^T & [\mathbf{e}_{41} \times \mathbf{l}_{41}]^T & 0 & (\mathbf{e}_z \times \mathbf{d}_{41}) \cdot \mathbf{l}_{41} \\ \mathbf{l}_{42}^T & [\mathbf{e}_{42} \times \mathbf{l}_{42}]^T & 0 & (\mathbf{e}_z \times \mathbf{d}_{42}) \cdot \mathbf{l}_{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \\ \dot{\hat{\epsilon}}_{14} \\ \dot{\hat{\epsilon}}_{21} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Il est alors possible de simplifier l'écriture de la relation (2.12) en multipliant les deux termes de l'égalité par la matrice inversible \mathbf{M} dont le déterminant est égal à 1 [Krut 2003b] :

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Les deux parties de l'égalité (2.12) peut donc être réécrite de la façon suivante :

$$\mathbf{J}_{ip2} \dot{\mathbf{x}}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{l}_1^T & (\mathbf{e}_1 \times \mathbf{l}_1) \cdot \mathbf{e}_x & (\mathbf{e}_1 \times \mathbf{l}_1) \cdot \mathbf{e}_y & (\mathbf{e}_1 \times \mathbf{l}_1) \cdot \mathbf{e}_z & (\mathbf{e}_z \times \mathbf{d}_1) \cdot \mathbf{l}_1 & 0 \\ \mathbf{l}_2^T & (\mathbf{e}_2 \times \mathbf{l}_2) \cdot \mathbf{e}_x & (\mathbf{e}_2 \times \mathbf{l}_2) \cdot \mathbf{e}_y & (\mathbf{e}_2 \times \mathbf{l}_2) \cdot \mathbf{e}_z & (\mathbf{e}_z \times \mathbf{d}_2) \cdot \mathbf{l}_2 & 0 \\ \mathbf{l}_3^T & (\mathbf{e}_3 \times \mathbf{l}_3) \cdot \mathbf{e}_x & (\mathbf{e}_3 \times \mathbf{l}_3) \cdot \mathbf{e}_y & (\mathbf{e}_3 \times \mathbf{l}_3) \cdot \mathbf{e}_z & 0 & (\mathbf{e}_z \times \mathbf{d}_3) \cdot \mathbf{l}_3 \\ \mathbf{l}_4^T & (\mathbf{e}_4 \times \mathbf{l}_4) \cdot \mathbf{e}_x & (\mathbf{e}_4 \times \mathbf{l}_4) \cdot \mathbf{e}_y & (\mathbf{e}_4 \times \mathbf{l}_4) \cdot \mathbf{e}_z & 0 & (\mathbf{e}_z \times \mathbf{d}_4) \cdot \mathbf{l}_4 \\ \mathbf{0} & (\mathbf{f}_1 \times \mathbf{l}_1) \cdot \mathbf{e}_x & (\mathbf{f}_1 \times \mathbf{l}_1) \cdot \mathbf{e}_y & (\mathbf{f}_1 \times \mathbf{l}_1) \cdot \mathbf{e}_z & (\mathbf{e}_z \times \mathbf{f}_1) \cdot \mathbf{l}_1 & 0 \\ \mathbf{0} & (\mathbf{f}_2 \times \mathbf{l}_2) \cdot \mathbf{e}_x & (\mathbf{f}_2 \times \mathbf{l}_2) \cdot \mathbf{e}_y & (\mathbf{f}_2 \times \mathbf{l}_2) \cdot \mathbf{e}_z & (\mathbf{e}_z \times \mathbf{f}_2) \cdot \mathbf{l}_2 & 0 \\ \mathbf{0} & (\mathbf{f}_3 \times \mathbf{l}_3) \cdot \mathbf{e}_x & (\mathbf{f}_3 \times \mathbf{l}_3) \cdot \mathbf{e}_y & (\mathbf{f}_3 \times \mathbf{l}_3) \cdot \mathbf{e}_z & 0 & (\mathbf{e}_z \times \mathbf{f}_3) \cdot \mathbf{l}_3 \\ \mathbf{0} & (\mathbf{f}_4 \times \mathbf{l}_4) \cdot \mathbf{e}_x & (\mathbf{f}_4 \times \mathbf{l}_4) \cdot \mathbf{e}_y & (\mathbf{f}_4 \times \mathbf{l}_4) \cdot \mathbf{e}_z & 0 & (\mathbf{e}_z \times \mathbf{f}_4) \cdot \mathbf{l}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \\ \dot{\hat{\epsilon}}_{14} \\ \dot{\hat{\epsilon}}_{21} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

$$\mathbf{J}_{act} \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_q \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \quad (2.15)$$

où \mathbf{J}_{ip2} est une matrice de dimension $[8 \times 8]$, \mathbf{J}_{act} est de dimension $[8 \times 4]$ et \mathbf{J}_q est la matrice définie à la relation (1.8) du Chapitre 1.

Partant du principe que la liaison Π présente dans la nacelle articulée implique un parallélisme constant des barres qui la compose, il existe un couplage évident au niveau des angles des liaisons rotoïdes du parallélogramme. Ainsi, les vitesses de ces liaisons sont égales et les simplifications suivantes peuvent être faites :

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon}_{14} &= \dot{\varepsilon}_{13} = \dot{\varepsilon} \\ \dot{\varepsilon}_{21} &= \dot{\varepsilon}_{22} = -\dot{\varepsilon}\end{aligned}\quad (2.16)$$

C'est pourquoi, il est possible de simplifier l'équation (2.14) de la façon suivante et d'obtenir cette nouvelle matrice de dimension $[8 \times 7]$:

$$\mathbf{J}_{\text{tp2}} \dot{\mathbf{x}}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{l}_1^T & (\mathbf{e}_1 \times \mathbf{l}_1) \cdot \mathbf{e}_x & (\mathbf{e}_1 \times \mathbf{l}_1) \cdot \mathbf{e}_y & (\mathbf{e}_1 \times \mathbf{l}_1) \cdot \mathbf{e}_z & (\mathbf{e}_z \times \mathbf{d}_1) \cdot \mathbf{l}_1 \\ \mathbf{l}_2^T & (\mathbf{e}_2 \times \mathbf{l}_2) \cdot \mathbf{e}_x & (\mathbf{e}_2 \times \mathbf{l}_2) \cdot \mathbf{e}_y & (\mathbf{e}_2 \times \mathbf{l}_2) \cdot \mathbf{e}_z & (\mathbf{e}_z \times \mathbf{d}_2) \cdot \mathbf{l}_2 \\ \mathbf{l}_3^T & (\mathbf{e}_3 \times \mathbf{l}_3) \cdot \mathbf{e}_x & (\mathbf{e}_3 \times \mathbf{l}_3) \cdot \mathbf{e}_y & (\mathbf{e}_3 \times \mathbf{l}_3) \cdot \mathbf{e}_z & (\mathbf{d}_3 \times \mathbf{e}_z) \cdot \mathbf{l}_3 \\ \mathbf{l}_4^T & (\mathbf{e}_4 \times \mathbf{l}_4) \cdot \mathbf{e}_x & (\mathbf{e}_4 \times \mathbf{l}_4) \cdot \mathbf{e}_y & (\mathbf{e}_4 \times \mathbf{l}_4) \cdot \mathbf{e}_z & (\mathbf{d}_4 \times \mathbf{e}_z) \cdot \mathbf{l}_4 \\ \mathbf{0} & (\mathbf{f}_1 \times \mathbf{l}_1) \cdot \mathbf{e}_x & (\mathbf{f}_1 \times \mathbf{l}_1) \cdot \mathbf{e}_y & (\mathbf{f}_1 \times \mathbf{l}_1) \cdot \mathbf{e}_z & (\mathbf{e}_z \times \mathbf{f}_1) \cdot \mathbf{l}_1 \\ \mathbf{0} & (\mathbf{f}_2 \times \mathbf{l}_2) \cdot \mathbf{e}_x & (\mathbf{f}_2 \times \mathbf{l}_2) \cdot \mathbf{e}_y & (\mathbf{f}_2 \times \mathbf{l}_2) \cdot \mathbf{e}_z & (\mathbf{e}_z \times \mathbf{f}_2) \cdot \mathbf{l}_2 \\ \mathbf{0} & (\mathbf{f}_3 \times \mathbf{l}_3) \cdot \mathbf{e}_x & (\mathbf{f}_3 \times \mathbf{l}_3) \cdot \mathbf{e}_y & (\mathbf{f}_3 \times \mathbf{l}_3) \cdot \mathbf{e}_z & (\mathbf{f}_3 \times \mathbf{e}_z) \cdot \mathbf{l}_3 \\ \mathbf{0} & (\mathbf{f}_4 \times \mathbf{l}_4) \cdot \mathbf{e}_x & (\mathbf{f}_4 \times \mathbf{l}_4) \cdot \mathbf{e}_y & (\mathbf{f}_4 \times \mathbf{l}_4) \cdot \mathbf{e}_z & (\mathbf{f}_4 \times \mathbf{e}_z) \cdot \mathbf{l}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \\ \dot{\varepsilon} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Afin d'être exploitée, cette matrice doit être manipulée pour y faire apparaître des blocs. Cette manipulation consiste à soustraire les colonnes 6 et 7 des lignes 1 à 8 et de les réordonner. Ces soustractions sont notées $(C_6 - C_7)_{L_i, L_j}$, où L_i et L_j sont les lignes concernées par cette opération.

Le résultat obtenu par la soustraction des 1 et 2 peut être détaillé :

$$(C_6 - C_7)_{L_1, L_2} = (\mathbf{e}_1 \times \mathbf{l}_1) \cdot \mathbf{e}_z - (\mathbf{e}_z \times \mathbf{d}_1) \cdot \mathbf{l}_1 \quad (2.18)$$

Nous pouvons en déduire :

$$(C_6 - C_7)_{L_1, L_2} = [(\mathbf{e}_1 - \mathbf{d}_1) \times \mathbf{l}_1] \cdot \mathbf{e}_z \quad (2.19)$$

Or $\mathbf{e}_i = \mathbf{c}_k + \mathbf{d}_i$. Ainsi,

$$(C_6 - C_7)_{L_1, L_2} = (\mathbf{c}_k \times \mathbf{l}_i) \cdot \mathbf{e}_z \quad (2.20)$$

En réitérant les mêmes opérations, nous en déduisons l'expression suivante :

$$(C_6 - C_7)_{L_3, L_4} = (\mathbf{l}_i \times \mathbf{c}_k) \cdot \mathbf{e}_z \quad (2.21)$$

Enfin, pour les lignes 5 à 8, cette soustraction a pour effet de faire apparaître un bloc de 0.

Après réarrangement de l'équation (2.17), nous obtenons donc la relation suivante:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{l}_1^T & (\mathbf{c}_1 \times \mathbf{l}_1) \cdot \mathbf{e}_z & [\mathbf{e}_1 \times \mathbf{l}_1]^T \\ \mathbf{l}_2^T & (\mathbf{c}_1 \times \mathbf{l}_2) \cdot \mathbf{e}_z & [\mathbf{e}_2 \times \mathbf{l}_2]^T \\ \mathbf{l}_3^T & (\mathbf{l}_3 \times \mathbf{c}_2) \cdot \mathbf{e}_z & [\mathbf{e}_3 \times \mathbf{l}_3]^T \\ \mathbf{l}_4^T & (\mathbf{l}_4 \times \mathbf{c}_2) \cdot \mathbf{e}_z & [\mathbf{e}_4 \times \mathbf{l}_4]^T \\ \mathbf{0} & 0 & [\mathbf{f}_1 \times \mathbf{l}_1]^T \\ \mathbf{0} & 0 & [\mathbf{f}_2 \times \mathbf{l}_2]^T \\ \mathbf{0} & 0 & [\mathbf{f}_3 \times \mathbf{l}_3]^T \\ \mathbf{0} & 0 & [\mathbf{f}_4 \times \mathbf{l}_4]^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \omega_z \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z + \dot{\varepsilon} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_{act} \dot{\mathbf{q}} \quad (2.22)$$

Par conséquent, cette nouvelle équation permet de mettre en évidence des blocs et de reconnaître la relation (1.8) du Chapitre 1 avec des termes additionnels [Zlatanov 1994] :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{J}_x & \mathbf{J}_x^{int} \\ \mathbf{0} & \mathbf{J}_{int} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{v}_{int} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_q \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

A partir de cette modélisation, nous pouvons donc définir les expressions suivantes :

$$\mathbf{J}_{int} = \begin{bmatrix} [\mathbf{f}_1 \times \mathbf{l}_1]^T \\ [\mathbf{f}_2 \times \mathbf{l}_2]^T \\ [\mathbf{f}_3 \times \mathbf{l}_3]^T \\ [\mathbf{f}_4 \times \mathbf{l}_4]^T \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

$$\mathbf{v}_{int} = [\omega_x \quad \omega_y \quad (\omega_z + \dot{\varepsilon})]^T \quad (2.25)$$

Il est intéressant de remarquer que la matrice \mathbf{J}_{int} est de dimension $[4 \times 3]$. Le fait qu'elle ne soit pas carrée témoigne du fait que le système est surdéterminé et que le mécanisme est hyperstatique tel que décrit au § 2.2.2.

En écrivant l'équation (2.23) sous la forme d'un système, nous obtenons :

$$\begin{cases} \mathbf{J}_x \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{J}_x^{int} \mathbf{v}_{int} = \mathbf{J}_q \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{J}_{int} \mathbf{v}_{int} = \mathbf{0} \end{cases} \quad (2.26)$$

La deuxième équation de ce système montre que les termes additionnels \mathbf{v}_{int} de la relation cinématique seront nuls si la matrice \mathbf{J}_{int} est de rang plein :

$$\text{rang}(\mathbf{J}_{int}) = 3 \quad (2.27)$$

Cette condition permet d'assurer que le robot ne possède aucune singularité interne et que le système (2.26) est équivalent à l'équation (1.8) du Chapitre 1.

La condition (2.27) peut être résolue en partant du constat que toutes les barres ont une contribution identique sur le mécanisme. Ainsi, pour vérifier que \mathbf{J}_{int} est de rang plein, l'un des

déterminants des quatre "sous-matrices" de dimension $[3 \times 3]$ qui la composent doit être non nul.

Cette propriété conduit donc à la condition de fonctionnement du Par4 :

$$\exists(u, v, w) \in \{(1, 2, 3), (1, 2, 4), (1, 3, 4), (2, 3, 4)\}, \quad (2.28)$$

$$\text{tel que } D_{ijk} = ((\mathbf{f}_u \times \mathbf{l}_u) \times (\mathbf{f}_v \times \mathbf{l}_v)) \cdot (\mathbf{f}_w \times \mathbf{l}_w) \neq 0 \quad (2.29)$$

Cette condition de fonctionnement restera toujours vraie si les actionneurs du robot sont placés de façon symétrique, c'est dire si les vecteurs \mathbf{f}_u , \mathbf{f}_v et \mathbf{f}_w sont positionnés à 90° les uns par rapport aux autres. Concrètement, l'inégalité (2.29) peut être représentée graphiquement ainsi que le montre la Figure 2.6. Cette représentation permet de se rendre compte que le vecteur résultant de l'opération $((\mathbf{f}_u \times \mathbf{l}_u) \times (\mathbf{f}_v \times \mathbf{l}_v))$ n'est pas orthogonal au vecteur $(\mathbf{f}_w \times \mathbf{l}_w)$ lorsque les moteurs sont positionnés de façon symétrique.

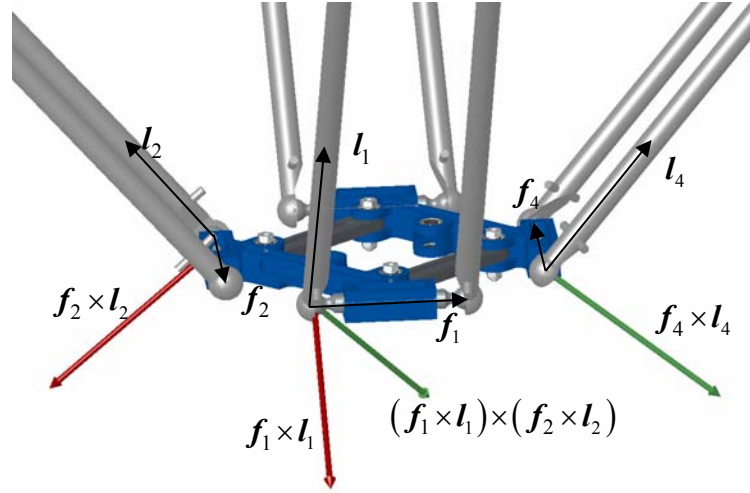


Figure 2.6 Représentation graphique de la condition de fonctionnement du Par4

A titre de comparaison, en réitérant les calculs présentés précédemment, et en développant l'expression (2.14) dans les hypothèses du H4, la condition de fonctionnement de ce mécanisme ainsi obtenue est [Pierrot 2003] :

$$(((\mathbf{f}_1 \times \mathbf{l}_1) \times (\mathbf{f}_2 \times \mathbf{l}_2)) \times ((\mathbf{f}_3 \times \mathbf{l}_3) \times (\mathbf{f}_4 \times \mathbf{l}_4))) \cdot \mathbf{e}_z \neq 0 \quad (2.30)$$

Cette condition de fonctionnement peut également être représentée graphiquement tel que décrit à la Figure 2.7.

Ainsi, cette figure montre que le fait de positionner les actionneurs du H4 de façon symétrique ne satisfait pas la condition de fonctionnement (2.30). En effet, le vecteur résultant de l'opération $((\mathbf{f}_1 \times \mathbf{l}_1) \times (\mathbf{f}_2 \times \mathbf{l}_2)) \times ((\mathbf{f}_3 \times \mathbf{l}_3) \times (\mathbf{f}_4 \times \mathbf{l}_4))$ est colinéaire au vecteur \mathbf{e}_x quelle que soit la position du robot. Ainsi, le produit scalaire de ce vecteur avec \mathbf{e}_z sera toujours nul.

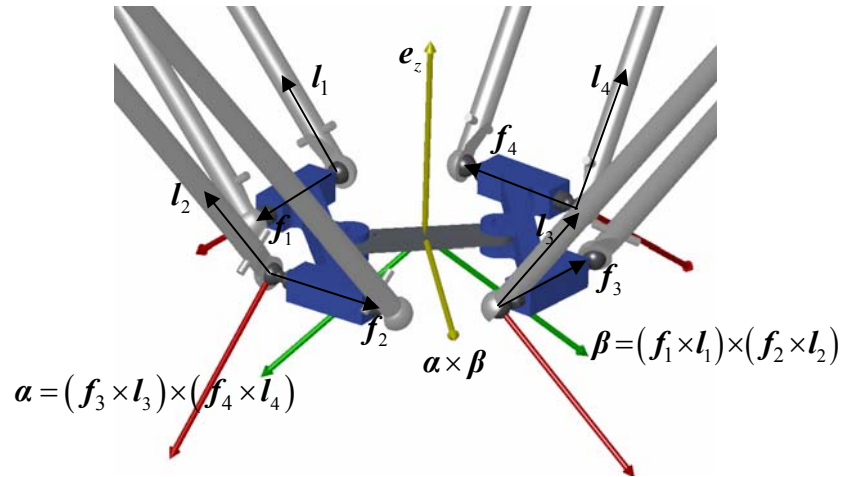


Figure 2.7 Représentation graphique de la condition de fonctionnement du H4

Ainsi, le Par4 est un bon compromis entre le H4 et le I4. En effet, les articulations passives utilisées dans sa nacelle sont des liaisons rotoïdes, ce qui lui confère une bonne fiabilité et ses actionneurs peuvent être placés de façon symétrique.

2.2.4. Modélisation géométrique du robot Par4

2.2.4.1. Paramètres géométriques

En plus des paramètres utilisés au paragraphe précédent, quelques paramètres géométriques supplémentaires sont introduits.

De plus, dans la suite de cette modélisation, les coordonnées des points et des vecteurs seront notées sous forme matricielle. Ainsi, l'ensemble des points A_i sera représenté par une matrice A dont la colonne i désigne les coordonnées du point A_i dans le repère spécifié.

Les paramètres introduits sont donc (cf. Figure 2.8) :

- $\{O, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z\}$: repères attachés à la base
- P_i : centre des liaisons actionnées
- α_i, r_i : coordonnées cylindriques des points P_i dans le repère $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$
- $\{P_i, \mathbf{u}_i, \mathbf{v}_i, \mathbf{w}_i\}$: repères attachés aux points P_i orientés par les angles α_i
- L_i : longueur des bras définis par les points P_i et A_i
- l_i : longueur des avant-bras définis par les points A_i et B_i
- d_i : longueur définissant la position des points C_i par rapport aux points B_i suivant l'axe \mathbf{x}
- h_i : longueur définissant la position des points C_i par rapport aux points B_i suivant \mathbf{y}
- d : longueur totale de la nacelle suivant l'axe \mathbf{x}
- h : longueur de la barre du parallélogramme plan de la nacelle
- x, y, z : coordonnées opérationnelles du point commandé

- θ : angle opérationnel du parallélogramme plan de la nacelle
- q_1, q_2, q_3, q_4 : coordonnées articulaires actionnées

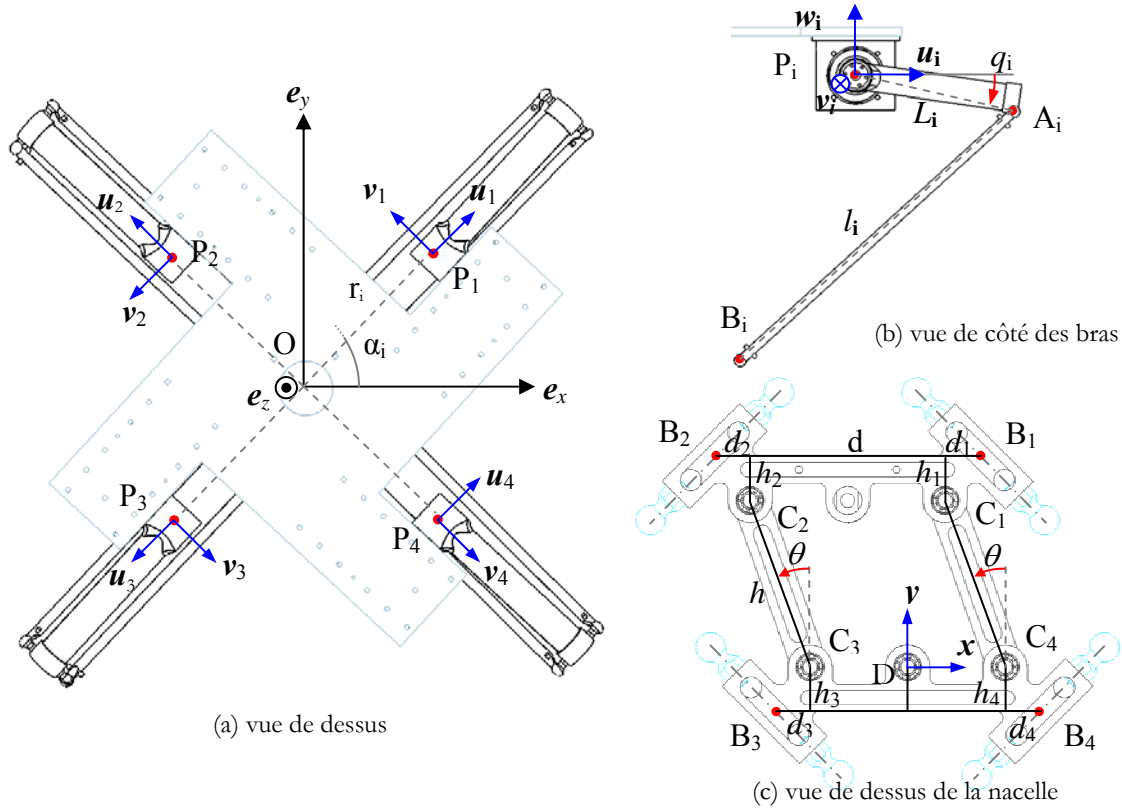


Figure 2.8 Paramètres utilisés dans la modélisation géométrique du Par4

2.2.4.2. Modèles géométriques

Le principe de calcul de la modélisation géométrique du Par4 repose sur l'hypothèse classique suivante :

$$\|A_i B_i\|^2 = l_i^2 \quad (i = 1, \dots, 4) \quad (2.31)$$

Dans un premier temps, définissons les paramètres utiles au calcul des coordonnées des points A_i . Ainsi, les points P_i sont définis par :

$$P|_{\{0, e_x, e_y, e_z\}} = \begin{bmatrix} x_{p_1} & x_{p_2} & x_{p_3} & x_{p_4} \\ y_{p_1} & y_{p_2} & y_{p_3} & y_{p_4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

De plus, les vecteurs u_i et v_i des repères $\{P_i, u_i, v_i, w_i\}$ définis dans le repère $\{O, e_x, e_y, e_z\}$ sont donnés par :

$$\mathbf{u}|_{\{O, e_x, e_y, e_z\}} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_1 & \cos \alpha_2 & \cos \alpha_3 & \cos \alpha_4 \\ \sin \alpha_1 & \sin \alpha_2 & \sin \alpha_3 & \sin \alpha_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

$$\mathbf{v}|_{\{O, e_x, e_y, e_z\}} = \begin{bmatrix} -\sin \alpha_1 & -\sin \alpha_2 & -\sin \alpha_3 & -\sin \alpha_4 \\ \cos \alpha_1 & \cos \alpha_2 & \cos \alpha_3 & \cos \alpha_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

Or, les points A_i peuvent être obtenus facilement dans le repère $\{P_i, \mathbf{u}_i, \mathbf{v}_i, \mathbf{w}_i\}$:

$$\mathbf{A}|_{\{P_i, \mathbf{u}_i, \mathbf{v}_i, \mathbf{w}_i\}} = \begin{bmatrix} L_1 \cos q_1 & L_2 \cos q_2 & L_3 \cos q_3 & L_4 \cos q_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -L_1 \sin q_1 & -L_2 \sin q_2 & -L_3 \sin q_3 & -L_4 \sin q_4 \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Ainsi, ces points peuvent être exprimés dans $\{O, \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}\}$ par l'expression ci-dessous :

$$\mathbf{A}|_{\{O, e_x, e_y, e_z\}} = \mathbf{P} + \begin{bmatrix} L_1 \cos q_1 \cdot \cos \alpha_1 & L_2 \cos q_2 \cdot \cos \alpha_2 & L_3 \cos q_3 \cdot \cos \alpha_3 & L_4 \cos q_4 \cdot \cos \alpha_4 \\ L_1 \cos q_1 \cdot \sin \alpha_1 & L_2 \cos q_2 \cdot \sin \alpha_2 & L_3 \cos q_3 \cdot \sin \alpha_3 & L_4 \cos q_4 \cdot \sin \alpha_4 \\ -L_1 \sin q_1 & -L_2 \sin q_2 & -L_3 \sin q_3 & -L_4 \sin q_4 \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

De plus, les points C_i peuvent être calculés par rapport aux coordonnées opérationnelles du point piloté :

$$\mathbf{C}|_{\{O, e_x, e_y, e_z\}} = \begin{bmatrix} x + \frac{d}{2} - d_3 - h \sin \theta & x - \left(\frac{d}{2} - d_2\right) - h \sin \theta & x - \left(\frac{d}{2} - d_2\right) & x + \frac{d}{2} - d_3 \\ y + h \cos \theta & y + h \cos \theta & y & y \\ z & z & z & z \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Finalement, nous pouvons exprimer les coordonnées des points B_i :

$$\mathbf{B}|_{\{O, e_x, e_y, e_z\}} = \mathbf{C}|_{\{O, e_x, e_y, e_z\}} + \begin{bmatrix} d_1 & -d_2 & -d_3 & d_4 \\ h_1 & h_2 & -h_3 & -h_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

Ainsi, à partir des relations (2.36) et (2.38), il est possible de récrire le système (2.31) de la façon suivante :

$$I_i \sin q_i + J_i \cos q_i + K_i = 0 \quad (i = 1, \dots, 4) \quad (2.39)$$

avec I_i, J_i, K_i des scalaires fonctions des paramètres géométriques du mécanisme et des variables opérationnelles :

$$I_i = 2L_i(\mathbf{B}_i\mathbf{P}_i \cdot \mathbf{e}_z), \quad J_i = 2L_i(\mathbf{B}_i\mathbf{P}_i \cdot \mathbf{u}_i), \quad K_i = L_i^2 - \|\mathbf{B}_i\mathbf{P}_i\|^2 - l_i^2 \quad (2.40)$$

Ainsi, le système (2.39) conduit à l'obtention du modèle géométrique inverse du robot car il permet de calculer les paramètres articulaires du mécanisme en fonction de ses coordonnées opérationnelles.

En utilisant le changement de variable classique $t_i = \tan\left(\frac{q_i}{2}\right)$, le système trigonométrique (2.39) peut être ramené à un système polynomial :

$$[K_i - J_i]t_i^2 + [2I_i]t_i + [J_i + K_i] = 0 \quad (i = 1, 4) \quad (2.41)$$

Nous pouvons donc déduire l'expression des variables articulaires :

$$q_i = 2 \cdot \text{Atan}\left(\frac{-I_i \pm \sqrt{\Delta_i}}{K_i - J_i}\right) \quad (i = 1, 4) \quad (2.42)$$

avec $\Delta_i = I_i^2 - K_i^2 + J_i^2$

Cette relation sera vérifiée si $\Delta_i \geq 0$ et si $(K_i - J_i) \neq 0$. De plus, la racine du polynôme sera déterminée en sélectionnant la solution donnant lieu à une position du bras correcte.

L'obtention du modèle géométrique direct de ce robot reviendrait à résoudre le système (2.31) en définissant les variables opérationnelles en fonction des coordonnées articulaires du mécanisme. Cependant, la résolution du système ainsi obtenu conduirait aux calculs des racines de polynômes de degré 8 [Company 1999b]. Ainsi, afin de réduire les temps de calcul, le modèle géométrique direct du Par4 est résolu de façon itérative, en utilisant la relation usuelle :

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}_n + \mathbf{J}(\mathbf{x}_n, \mathbf{q}_n) \cdot (\mathbf{q}_d - \mathbf{q}_n) \quad (2.43)$$

où \mathbf{q}_d est le vecteur des positions articulaires désirées et $\mathbf{J}(\mathbf{x}_n, \mathbf{q}_n)$ la matrice définie à l'aide de la modélisation cinématique décrite au § 1.3.2 :

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}_n, \mathbf{q}_n) = \mathbf{J}_x^{-1}(\mathbf{x}_n, \mathbf{q}_n) \mathbf{J}_q(\mathbf{x}_n, \mathbf{q}_n) \quad (2.44)$$

$\mathbf{J}(\mathbf{x}_n, \mathbf{q}_n)$ étant la matrice jacobienne permettant de calculer les vitesses opérationnelles $\dot{\mathbf{x}}_n$ en fonction des vitesses articulaires $\dot{\mathbf{q}}_n$ au point \mathbf{x}_n :

$$\dot{\mathbf{x}}_n = \mathbf{J}(\mathbf{x}_n, \mathbf{q}_n) \dot{\mathbf{q}}_n \quad (2.45)$$

2.2.5. Présentation du démonstrateur du Par4

Un premier prototype du robot fut réalisé afin de valider son principe et d'évaluer ses performances. Les bras et avant-bras fabriqués en majeure partie en fibre de carbone sont empruntés au FlexPicker, le robot Delta commercialisé par ABB (cf. Figure 2.9a). La nacelle du prototype est réalisée en aluminium en reprenant le principe développé au § 2.2.1.

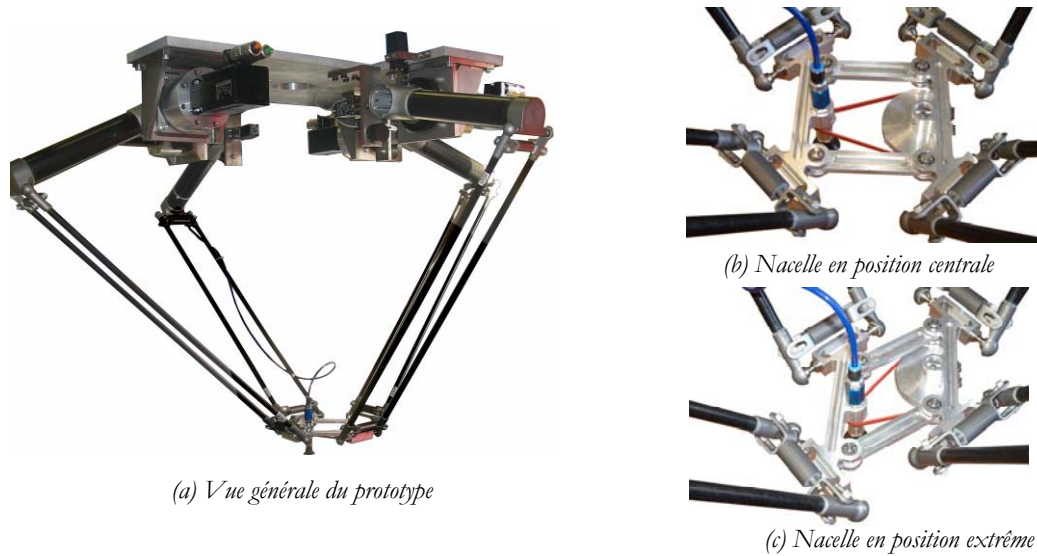


Figure 2.9 Photos du premier prototype du Par4

Cette nacelle utilise le système d'amplification réalisé par deux poulies et une courroie avec un rapport entre les diamètres primitifs de ces poulies égal à 5.

En ce qui concerne l'actionnement, les moteurs sans balais possèdent un couple nominal de 3,4 N.m et une vitesse de rotation maximale de 11000 tours/minute. Les réducteurs utilisés sont de type planétaire et ont un rapport de réduction de 21.

Pour des longueurs de bras de 350 mm et d'avant-bras de 800 mm, le volume de travail du robot obtenu est au minimum un cylindre de diamètre 0,950 m et d'une hauteur de 0,35 m (cf. Figure 2.10).

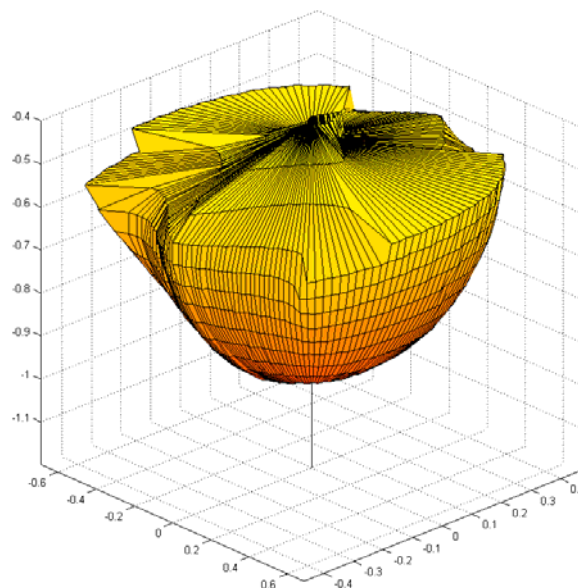


Figure 2.10 Volume de travail du robot Par4

2.3. Architecture Héli4

2.3.1. Présentation de l'architecture

Ce robot à 4 *ddl* fut imaginé à partir d'une réflexion sur les nacelles articulées existantes. En effet, l'ensemble de ces dernières possède un système d'amplification (H4, Par4) ou de transformation de mouvement (I4). L'objectif est donc de développer une nacelle dont les articulations produisent directement la rotation d'amplitude désirée, et dont la réalisation soit compacte et simple.

Ainsi, la nacelle du robot Héli4 est réalisée par trois parties : deux "demi-nacelles" (1,2) et une vis (3) liée par une liaison pivot (A) d'une part et par une liaison hélicoïdale (B) d'autre part aux deux parties principales de la plateforme (cf. Figure 2.11a).

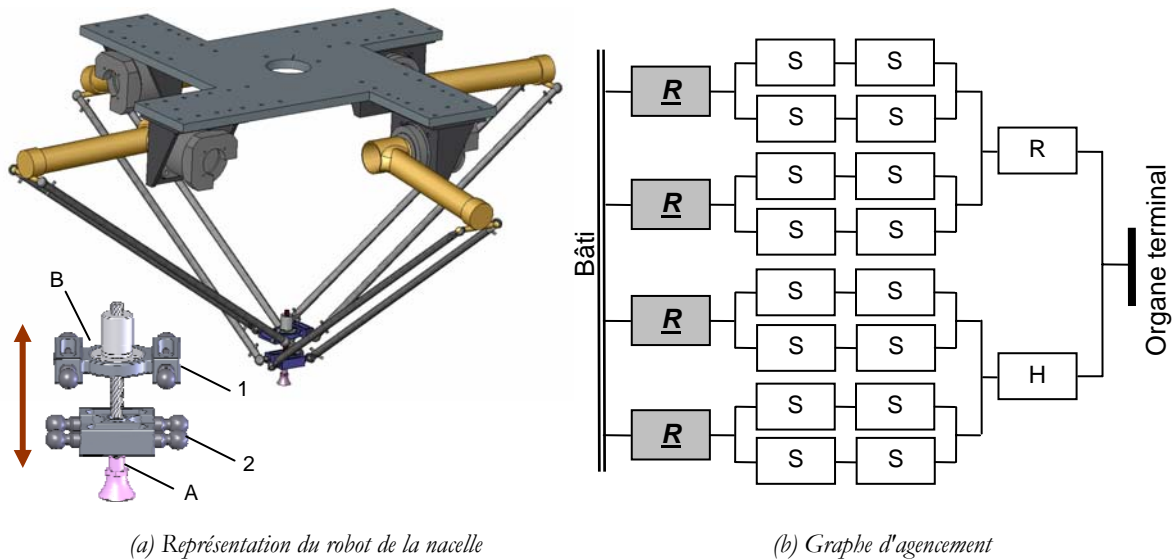


Figure 2.11 Présentation du robot Héli4

La rotation de l'organe terminal est donc obtenue par un mouvement de translation du corps (1) par rapport au corps (2). La liaison hélicoïdale produit ainsi la rotation utile aux applications de pick-and-place. Notons que le dimensionnement de la vis utilisée doit répondre à des critères qui devront garantir la réversibilité du système.

L'angle d'inclinaison α de l'hélice de la vis est donné par la relation :

$$\tan \alpha = \frac{p}{2\pi r_m} \quad (2.46)$$

avec p le pas de la vis et r_m le rayon moyen du filet.

Dans le cas d'un système irréversible, la valeur du couple de desserrage M_{cd} peut être exprimé de la façon suivante :

$$\|M_{cd}\| = \|Q\| \cdot R_m \cdot \tan(\gamma - \alpha) \quad (2.47)$$

avec Q la charge axiale s'opposant au serrage et γ l'angle défini par

$$\tan \gamma = \frac{f}{\cos \beta} \quad (2.48)$$

où f est le coefficient de frottement entre l'écrou et la vis et β est l'angle du profil trapézoïdal de la vis.

La liaison sera irréversible ou stable, si le couple de desserrage est non nul et positif. Cette condition est donc vérifiée si :

$$\tan(\gamma - \alpha) > 0 \quad (2.49)$$

Or $\tan(\gamma - \alpha) = \frac{\tan \gamma - \tan \alpha}{1 + \tan \gamma \tan \alpha}$. Dans le cas d'une hélice, le dénominateur de cette

expression est toujours positif. L'expression (2.49) est donc équivalente à :

$$\tan \gamma > \tan \alpha \quad (2.50)$$

Nous pouvons donc déduire la condition de réversibilité du mécanisme, lorsque celui-ci est instable :

$$\frac{P}{2\pi R_m} > \frac{f}{\cos \beta} \quad (2.51)$$

Les valeurs du coefficient de frottement f et de l'angle β dépendent directement du choix technologique de la vis. C'est pourquoi, le couple "rayon de l'hélice / pas" devra être choisi correctement afin de vérifier cette condition.

Les solutions technologiques étant choisies, l'étude complète des singularités qui permet de vérifier la possibilité de placer les actionneurs du Hélicoptère de façon symétrique doit être menée. Cette étude a pour but de définir la condition de fonctionnement du mécanisme, et de s'assurer que celui-ci peut avoir un comportement cinématique homogène

2.3.2. Analyse des singularités internes du robot Hélicoptère

Dans un premier temps, définissons les paramètres géométriques et cinématiques qui diffèrent de l'étude réalisée sur le Par4. Les différences se situent au niveau de la nacelle, tel que décrit à la Figure 2.12. Ces paramètres sont :

- p : pas du système vis/écrou
- v_i : vecteur unitaire colinéaire aux axes de la liaison rotoïde et de la liaison hélicoïdale
- $\dot{\epsilon}_1$ et $\dot{\epsilon}_2$ sont les vitesses angulaires des liaisons respectivement pivot et hélicoïdale
- C_i : points situés au centre de la liaison pivot ($i=1$) et de la liaison hélicoïdale ($i=2$)

De plus, rappelons la définition des vecteurs suivants :

- d_i : vecteur défini entre les points C_i et B_i
- c_k : vecteur défini entre les points C_i et D
- e_i : vecteur défini par la somme des vecteurs c_k et d_i ($e_i = c_k + d_i$)

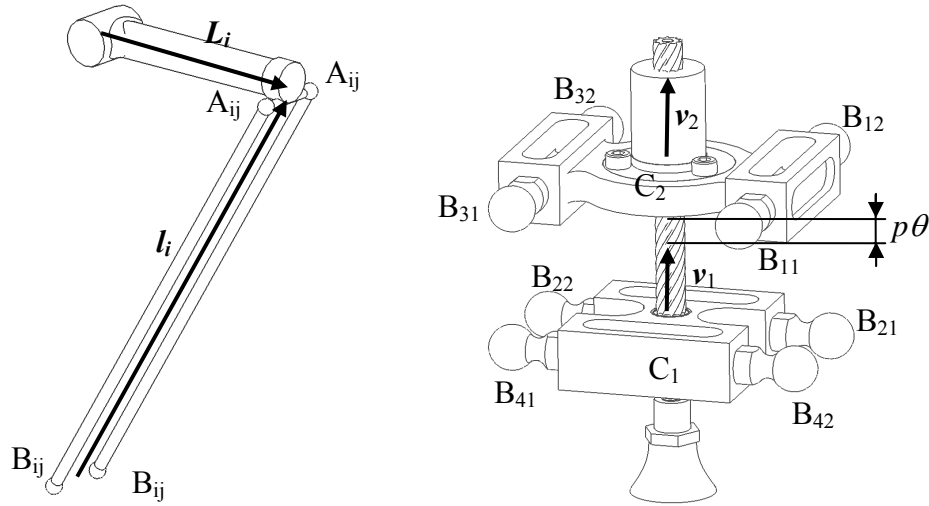


Figure 2.12 Paramètres utilisés dans l'étude de singularité du robot Héli4

En réécrivant la propriété d'équiprojectivité des vitesses dans les 8 barres du mécanisme, l'expression (2.11) peut être réécrite de la façon suivante :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{r}_1^T \mathbf{l}_{11} & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{r}_1^T \mathbf{l}_{12} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{r}_2^T \mathbf{l}_{21} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{r}_2^T \mathbf{l}_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{r}_3^T \mathbf{l}_{31} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{r}_3^T \mathbf{l}_{32} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{r}_4^T \mathbf{l}_{41} \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{r}_4^T \mathbf{l}_{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{l}_{11}^T & [\mathbf{e}_{11} \times \mathbf{l}_{11}]^T & [\mathbf{e}_{11} \times \mathbf{l}_{11}]^T \mathbf{e}_z & 0 \\ \mathbf{l}_{12}^T & [\mathbf{e}_{12} \times \mathbf{l}_{12}]^T & [\mathbf{e}_{12} \times \mathbf{l}_{12}]^T \mathbf{e}_z & 0 \\ \mathbf{l}_{21}^T & [\mathbf{e}_{21} \times \mathbf{l}_{21}]^T & [\mathbf{e}_{21} \times \mathbf{l}_{21}]^T \mathbf{e}_z & 0 \\ \mathbf{l}_{22}^T & [\mathbf{e}_{22} \times \mathbf{l}_{22}]^T & [\mathbf{e}_{22} \times \mathbf{l}_{22}]^T \mathbf{e}_z & 0 \\ \mathbf{l}_{31}^T & [\mathbf{e}_{31} \times \mathbf{l}_{31}]^T & 0 & ([\mathbf{e}_{31} \times \mathbf{l}_{31}]^T + p \mathbf{l}_{31}^T) \mathbf{e}_z \\ \mathbf{l}_{32}^T & [\mathbf{e}_{32} \times \mathbf{l}_{32}]^T & 0 & ([\mathbf{e}_{32} \times \mathbf{l}_{32}]^T + p \mathbf{l}_{32}^T) \mathbf{e}_z \\ \mathbf{l}_{41}^T & [\mathbf{e}_{41} \times \mathbf{l}_{41}]^T & 0 & ([\mathbf{e}_{41} \times \mathbf{l}_{41}]^T + p \mathbf{l}_{41}^T) \mathbf{e}_z \\ \mathbf{l}_{42}^T & [\mathbf{e}_{42} \times \mathbf{l}_{42}]^T & 0 & ([\mathbf{e}_{42} \times \mathbf{l}_{42}]^T + p \mathbf{l}_{42}^T) \mathbf{e}_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \\ \dot{\epsilon}_1 \\ \dot{\epsilon}_2 \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

La matrice \mathbf{M} définie en (2.13) et la matrice \mathbf{P} dont l'expression est donnée ci-dessous permettent de simplifier l'égalité (2.52) et d'y faire apparaître un bloc de 0. Le calcul ainsi réalisé est le suivant :

$$\mathbf{M} \mathbf{J}_{act} \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{M} \mathbf{J}_{tp} \mathbf{P} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{v} \quad (2.53)$$

avec

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

Notons que la matrice \mathbf{P} est inversible et son déterminant est égal à 1.

Il résulte de l'égalité (2.53) la nouvelle relation définie ci-dessous :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{J}_q \\ 0 \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \mathbf{l}_1^T & 0 & [\mathbf{e}_1 \times \mathbf{l}_1]^T \mathbf{e}_x & [\mathbf{e}_1 \times \mathbf{l}_1]^T \mathbf{e}_y & [\mathbf{e}_1 \times \mathbf{l}_1]^T \mathbf{e}_z & 0 \\ \mathbf{l}_2^T & 0 & [\mathbf{e}_2 \times \mathbf{l}_2]^T \mathbf{e}_x & [\mathbf{e}_2 \times \mathbf{l}_2]^T \mathbf{e}_y & [\mathbf{e}_2 \times \mathbf{l}_2]^T \mathbf{e}_z & 0 \\ \mathbf{l}_3^T & -p\mathbf{l}_3^T \mathbf{e}_z & [\mathbf{e}_3 \times \mathbf{l}_3]^T \mathbf{e}_x & [\mathbf{e}_3 \times \mathbf{l}_3]^T \mathbf{e}_y & 0 & ([\mathbf{e}_3 \times \mathbf{l}_3] + p\mathbf{l}_3)^T \mathbf{e}_z \\ \mathbf{l}_4^T & -p\mathbf{l}_4^T \mathbf{e}_z & [\mathbf{e}_4 \times \mathbf{l}_4]^T \mathbf{e}_x & [\mathbf{e}_4 \times \mathbf{l}_4]^T \mathbf{e}_y & 0 & ([\mathbf{e}_4 \times \mathbf{l}_4] + p\mathbf{l}_4)^T \mathbf{e}_z \\ 0 & 0 & [\mathbf{d}_1 \times \mathbf{l}_1]^T \mathbf{e}_x & [\mathbf{d}_1 \times \mathbf{l}_1]^T \mathbf{e}_y & [\mathbf{d}_1 \times \mathbf{l}_1]^T \mathbf{e}_z & 0 \\ 0 & 0 & [\mathbf{d}_2 \times \mathbf{l}_2]^T \mathbf{e}_x & [\mathbf{d}_2 \times \mathbf{l}_2]^T \mathbf{e}_y & [\mathbf{d}_2 \times \mathbf{l}_2]^T \mathbf{e}_z & 0 \\ 0 & 0 & [\mathbf{d}_3 \times \mathbf{l}_3]^T \mathbf{e}_x & [\mathbf{d}_3 \times \mathbf{l}_3]^T \mathbf{e}_y & 0 & [\mathbf{d}_3 \times \mathbf{l}_3]^T \mathbf{e}_z \\ 0 & 0 & [\mathbf{d}_4 \times \mathbf{l}_4]^T \mathbf{e}_x & [\mathbf{d}_4 \times \mathbf{l}_4]^T \mathbf{e}_y & 0 & [\mathbf{d}_4 \times \mathbf{l}_4]^T \mathbf{e}_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \omega_z \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z + \dot{\varepsilon}_1 \\ \omega_z + \dot{\varepsilon}_2 \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

Nous retrouvons donc l'équation (2.23), et par conséquent l'expression de la matrice \mathbf{J}_{int} et des termes additionnels :

$$\mathbf{J}_{int} = \begin{bmatrix} [\mathbf{d}_1 \times \mathbf{l}_1]^T \mathbf{e}_x & [\mathbf{d}_1 \times \mathbf{l}_1]^T \mathbf{e}_y & [\mathbf{d}_1 \times \mathbf{l}_1]^T \mathbf{e}_z & 0 \\ [\mathbf{d}_2 \times \mathbf{l}_2]^T \mathbf{e}_x & [\mathbf{d}_2 \times \mathbf{l}_2]^T \mathbf{e}_y & [\mathbf{d}_2 \times \mathbf{l}_2]^T \mathbf{e}_z & 0 \\ [\mathbf{d}_3 \times \mathbf{l}_3]^T \mathbf{e}_x & [\mathbf{d}_3 \times \mathbf{l}_3]^T \mathbf{e}_y & 0 & [\mathbf{d}_3 \times \mathbf{l}_3]^T \mathbf{e}_z \\ [\mathbf{d}_4 \times \mathbf{l}_4]^T \mathbf{e}_x & [\mathbf{d}_4 \times \mathbf{l}_4]^T \mathbf{e}_y & 0 & [\mathbf{d}_4 \times \mathbf{l}_4]^T \mathbf{e}_z \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

$$\mathbf{v}_{int} = [\omega_x \quad \omega_y \quad \dot{\theta} + \dot{\varepsilon}_1 \quad \dot{\theta} + \dot{\varepsilon}_2]^T \quad (2.57)$$

Ainsi, à partir de la relation (2.26) nous pouvons déduire que les termes additionnels \mathbf{v}_{int} seront nuls si la matrice \mathbf{J}_{int} n'est pas singulière. En d'autres termes, le déterminant de cette matrice doit être non nul :

$$\left(([\mathbf{d}_1 \times \mathbf{l}_1] \times [\mathbf{d}_2 \times \mathbf{l}_2]) \times ([\mathbf{d}_3 \times \mathbf{l}_3] \times [\mathbf{d}_4 \times \mathbf{l}_4]) \right)^T \mathbf{e}_z \neq 0 \quad (2.58)$$

Cette relation reste vraie dans l'ensemble du volume de travail lorsque les actionneurs sont positionnés de façon symétrique, c'est-à-dire à 90° les uns par rapport aux autres.

Ce robot a donc l'avantage d'avoir une nacelle compacte très simple et d'avoir un comportement homogène dans son volume de travail. Cependant, une incertitude concernant la fiabilité de la liaison hélicoïdale subsiste et une étude approfondie de cette dernière devrait être menée.

2.3.3. Modélisation géométrique du robot Héli4

2.3.3.1. Paramètres géométriques

Les paramètres définis au § 2.2.4.1 pour le Par4 peuvent en grande partie être réutilisés pour la modélisation du robot Héli4. Ainsi, la définition des points A_i et P_i et des vecteurs \mathbf{u}_i et \mathbf{v}_i est identique dans les deux modélisations. Les différences se situent au niveau de la nacelle et de la définition des points B_i et C_i .

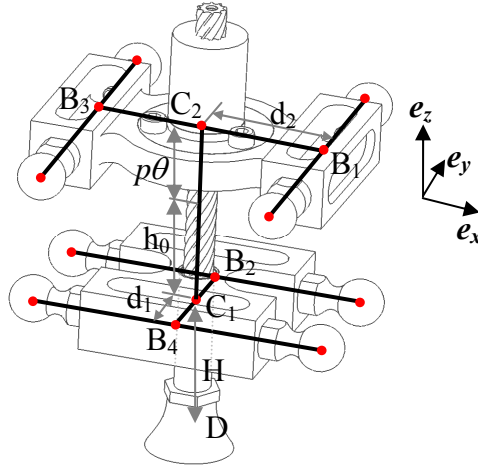


Figure 2.13 Paramètres utilisés dans la modélisation géométrique du robot Héli4

Afin de les définir, les paramètres suivants sont introduits :

- B_i : point géométrique situé au milieu des points B_{i1} et B_{i2}
- D : centre de l'organe terminal
- h_0 : distance initiale entre les points C_1 et C_2 correspond à la position nominale
- H : distance entre les points C_1 et D
- d_i : distance entre C_i et $B_{1,3}$ ($i=1$) ou $B_{2,4}$ ($i=2$)

Les points B_i peuvent ainsi être définis :

$$\mathbf{B}_i \Big|_{\{0, e_x, e_y, e_z\}} = \begin{bmatrix} x + d_2 & x & x - d_2 & x \\ y & y + d_1 & y & y - d_1 \\ z + H + h_0 + p\theta & z + H & z + H + h_0 + p\theta & z + H \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

De plus, rappelons que les points A_i ont pour coordonnées :

$$A_{\{0, e_x, e_y, e_z\}} = \mathbf{P} + \begin{bmatrix} l_1 \cos q_1 \cdot \cos \alpha_1 & l_2 \cos q_2 \cdot \cos \alpha_2 & l_3 \cos q_3 \cdot \cos \alpha_3 & l_4 \cos q_4 \cdot \cos \alpha_4 \\ l_1 \cos q_1 \cdot \sin \alpha_1 & l_2 \cos q_2 \cdot \sin \alpha_2 & l_3 \cos q_3 \cdot \sin \alpha_3 & l_4 \cos q_4 \cdot \sin \alpha_4 \\ -l_1 \sin q_1 & -l_2 \sin q_2 & -l_3 \sin q_3 & -l_4 \sin q_4 \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

L'ensemble de ces paramètres nous permet donc de calculer les modèles géométriques de l'architecture. Leur obtention est détaillée dans les paragraphes suivants.

2.3.3.2. Modèle géométrique inverse

Le principe d'obtention des modèles géométriques inverse et direct repose sur la même hypothèse que celle donnée en (2.31) :

$$\|A_i B_i\|^2 = l_i^2 \quad (i = 1, \dots, 4) \quad (2.61)$$

En développant cette égalité, il en découle l'équation trigonométrique suivante :

$$I_i \sin q_i + J_i \cos q_i + K_i = 0 \quad (i = 1, \dots, 4) \quad (2.62)$$

Les paramètres I_i , J_i , K_i sont calculés de la même façon que l'architecture Par4, ainsi que nous l'avons fait dans la relation (2.40).

Par le biais du changement de variable usuel $t_i = \tan(q_i/2)$, l'équation (2.61) conduit donc à la recherche des racines d'un polynôme tel qu'il est présenté en (2.41).

La solution du modèle géométrique est donc de la forme :

$$q_i = 2 \cdot \text{Atan} \left(\frac{-I_i \pm \sqrt{\Delta_i}}{K_i - J_i} \right) \quad (i = 1, \dots, 4) \quad (2.63)$$

avec $\Delta_i = I_i^2 - K_i^2 + J_i^2$.

2.3.3.3. Modèle géométrique direct

Le robot Héli4 a l'avantage majeur d'avoir un modèle géométrique direct calculé de façon analytique. Le calcul des positions de la nacelle en fonction des positions moteurs peuvent donc s'effectuer en un temps garanti et les risques de divergence présents dans la méthode de Newton sont inexistantes.

L'expression (2.61) peut être écrite en fonction des paramètres opérationnels. Il en résulte l'équation suivante :

$$(z + p_i \theta)^2 + 2a_i (z + p_i \theta) + x^2 + 2b_i x + y^2 + 2c_i y + d_i = 0 \quad (i = 1, \dots, 4) \quad (2.64)$$

où a_i , b_i , c_i , d_i sont des constantes dépendantes des paramètres géométriques du robot et des variables articulaires.

En effectuant la soustraction des deux premières équations du système (2.64) d'une part et des deux dernières d'autre part, le système suivant peut être écrit :

$$\begin{cases} z = \frac{(b_2 - b_1)}{(a_1 - a_2)} x + \frac{(c_2 - c_1)}{(a_1 - a_2)} y + \frac{(d_2 - d_1)}{(a_1 - a_2)} \\ z + p\theta = \frac{(b_4 - b_3)}{(a_3 - a_4)} x + \frac{(c_4 - c_3)}{(a_3 - a_4)} y + \frac{(d_4 - d_3)}{(a_3 - a_4)} \end{cases} \quad (2.65)$$

En remplaçant ces expressions dans la première et la troisième équation du système (2.64), un nouveau système en x et y peut être dérivé :

$$\alpha_i x^2 + \beta_i y^2 + \chi_i x y + \delta_i x + \varepsilon_i y + \phi_i = 0 \quad (i=1,2) \quad (2.66)$$

où les paramètres $\alpha_i, \beta_i, \chi_i, \delta_i, \varepsilon_i$ dépendent de la géométrie du robot et des variables articulaires. Ainsi, pour $(i, j, k) \in \{(1,1,2), (2,3,4)\}$,

$$\alpha_i = \frac{(b_k - b_j)^2}{(a_j - a_k)^2} + 1, \quad \beta_i = \frac{(c_k - c_j)^2}{(a_j - a_k)^2} + 1, \quad \chi_i = \frac{(b_k - b_j)(c_k - c_j)}{(a_j - a_k)^2} \quad (2.67)$$

$$\delta_i = 2 \frac{(d_k - d_j)(b_k - b_j)}{(a_j - a_k)^2} + 2a_j \frac{(b_k - b_j)}{(a_j - a_k)} + 2b_j, \quad \varepsilon_i = 2 \frac{(d_k - d_j)(c_k - c_j)}{(a_j - a_k)^2} + 2a_j \frac{(c_k - c_j)}{(a_j - a_k)} + 2c_j \quad (2.68)$$

Le système (2.64) conduit alors à un système plus simple (2.66) à deux inconnues représentant l'intersection de deux ellipses. La résolution de ce type de problème est connue [Eberly 2000] et consiste à écrire l'équation des ellipses sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \alpha_i & \frac{1}{2}\psi_i \\ \frac{1}{2}\psi & \delta_0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + [\beta_i \quad \gamma_i] \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \varepsilon_i = 0 \quad (i=1,2) \quad (2.69)$$

La résolution du système revient ensuite à résoudre les racines d'un polynôme de degré 4 :

$$R(x) = u_4 x^4 + u_3 x^3 + u_2 x^2 + u_1 x + u_0 \quad (2.70)$$

Dans ce cas, l'équation (2.70) est obtenue par le changement de variable suivant :

$$u_0 = v_2 v_{10} - v_4^2, \quad u_1 = v_0 v_{10} + v_2(v_7 + v_9) - 2v_3 v_4 \quad (2.71)$$

$$u_2 = v_0(v_7 + v_9) + v_2(v_6 - v_8) - v_3^2 - 2v_1 v_4 \quad (2.72)$$

$$u_3 = v_0(v_6 - v_8) + 2v_2 v_5 - 2v_1 v_3, \quad u_4 = v_0 v_5 - v_1^2 \quad (2.73)$$

avec :

$$v_2 = \alpha_1 \delta_2 - \alpha_2 \delta_1, \quad v_3 = \alpha_1 \varepsilon_2 - \alpha_2 \varepsilon_1, \quad v_4 = \alpha_1 \phi_2 - \alpha_2 \phi_1 \quad (2.74)$$

$$v_5 = \chi_1 \beta_2 - \chi_2 \beta_1, \quad v_6 = \chi_1 \varepsilon_2 - \chi_2 \varepsilon_1, \quad v_7 = \chi_1 \phi_2 - \chi_2 \phi_1 \quad (2.75)$$

$$v_8 = \beta_1 \delta_2 - \beta_2 \delta_1, \quad v_9 = \delta_1 \varepsilon_2 - \delta_2 \varepsilon_1, \quad v_{10} = \delta_1 \phi_2 - \delta_2 \phi_1 \quad (2.76)$$

La résolution du polynôme (2.70) peut se faire par la méthode de Cardan et Ferrari [Candido 1941] qui consiste à transformer le polynôme de degré 4 en un polynôme de degré 3.

Cependant, cette méthode présente des instabilités numériques et une résolution plus robuste doit être utilisée. Celle-ci consiste à déterminer les solutions réelles et complexes de façon séparée. Dans le cas du robot Héli4, une étude géométrique rapide permet de montrer qu'il existe deux solutions réelles et deux solutions imaginaires. La solution retenue sera déterminée en calculant la valeur de z de chacune des solutions réelles (cf. ci-dessous) et en choisissant la valeur la plus basse de celle-ci. Lorsque les valeurs de x sont connues, les valeurs de y correspondantes sont obtenues à l'aide de l'expression suivante :

$$y = \frac{(\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\beta_1)x^2 + (\alpha_1\varepsilon_2 - \alpha_2\varepsilon_1)x + (\alpha_1\phi_2 - \alpha_2\phi_1)}{(\alpha_2\chi_1 - \alpha_1\chi_2)x + (\alpha_2\delta_1 - \alpha_1\delta_2)} \quad (2.77)$$

Ainsi, les valeurs de z sont calculées à partir de l'expression (2.65) et nous en déduisons l'expression de θ :

$$\theta = \left(\frac{(b_2 - b_1)}{(a_1 - a_2)}x + \frac{(c_2 - c_1)}{(a_1 - a_2)}y + \frac{(d_2 - d_1)}{(a_1 - a_2)} - z \right) / p \quad (2.78)$$

L'ensemble des études réalisées sur le robot Héli4 présenté ci-dessus permettent d'une part de prouver l'absence de singularité lorsque les actionneurs sont placés de façon symétrique et d'autre part de préparer la commande du démonstrateur grâce au calcul des modèles du robot.

2.3.4. Présentation du démonstrateur du Héli4

La structure initiale du robot Par4 comprenant la motorisation, les bras et les avant-bras sont réutilisés pour la réalisation de ce démonstrateur. La nacelle est quant à elle réalisée en aluminium et est conçue en respectant la contrainte d'être la plus compacte possible (cf. Figure 2.14b).



Figure 2.14 Photos du démonstrateur du Héli4

Les composants "vis / écrou" sont choisis afin qu'ils satisfont la condition de réversibilité détaillée ci-dessus. La vis retenue réalisée en acier trempé possède un pas de 50 mm et un diamètre de 10 mm. Enfin, l'écrou est réalisé en "plastique" POM (à base de polyoxyméthylène).

Les tests réalisés sur ce démonstrateur mettent en avant une très bonne rigidité de la nacelle. Il reste cependant quelques doutes concernant la durée de vie du système vis/écrou de la liaison hélicoïdale lors de déplacements à grande vitesse.

Notons enfin que le volume de travail de ce robot est donné ci-dessous (cf. Figure 2.15). Celui-ci est légèrement plus important que celui du Par4 grâce à sa nacelle plus compacte.

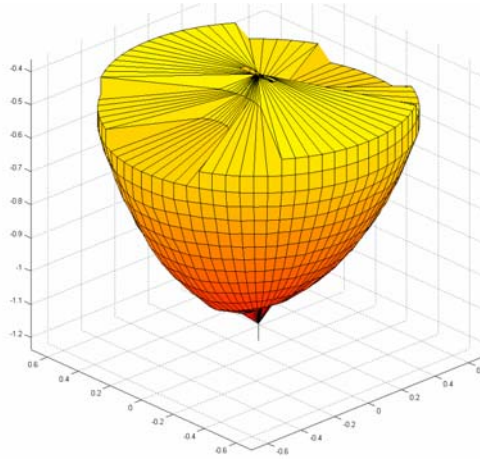


Figure 2.15 Volume de travail du robot Héli4

2.4. Architecture Dual4

2.4.1. Présentation de la famille Dual4

Le concept de l'architecture Dual4 ne repose pas sur les mêmes principes que les robots Par4 et Héli4 présentés dans ce chapitre. Alors que ces derniers sont largement inspirés des H4 et I4, le concept Dual4 est davantage inspiré du robot SCARA. Le développement d'une telle famille est basé sur la volonté de réduire l'encombrement de la nacelle articulée à son strict minimum, tout en assurant une empreinte au sol réduite.

L'idée originale de cette architecture vient du robot Archi [Marquet 2002a], un robot redondant plan à trois degrés de liberté capable d'effectuer une rotation illimitée (cf. Figure 2.16). Le principe de base de ce robot est de contrôler deux points suivant deux plans parallèles afin d'éviter les collisions. Chacun de ces deux points est ainsi contrôlé suivant deux degrés de liberté et ne possède aucune contrainte d'orientation suivant l'axe z . Ces deux points sont reliés par un corps par l'intermédiaire de deux liaisons pivot, créant ainsi une contrainte de distance qui doit être prise en compte dans la commande du robot. Le principe de l'architecture Dual4 est de transformer cette contrainte en un degré de liberté utile, c'est-à-dire en une translation suivant l'axe z .



Figure 2.16 Le robot Archi

Les robots de la famille Dual4 sont donc composés de deux niveaux I et II (cf. Figure 2.17) ; chacun d'eux possédant deux actionneurs (1 et 2). Le mécanisme dispose donc de deux points (3 et 4) contrôlés suivant deux *ddl* chacun et liés par un dispositif mécanique (5). Le rôle de ce dernier est de transformer les mobilités du point (3) en *ddl* opérationnel au niveau de l'organe terminal. Les deux autres *ddl* du robot sont directement obtenus par les mobilités du point (4). Le dispositif mécanique permettant cette transformation peut être de différentes natures : un système de câbles, un mécanisme à *n* barres ou une simple barre. On peut aussi comprendre les mécanismes de la famille Dual4 comme deux robots coopérants qui manipuleraient l'organe terminal.

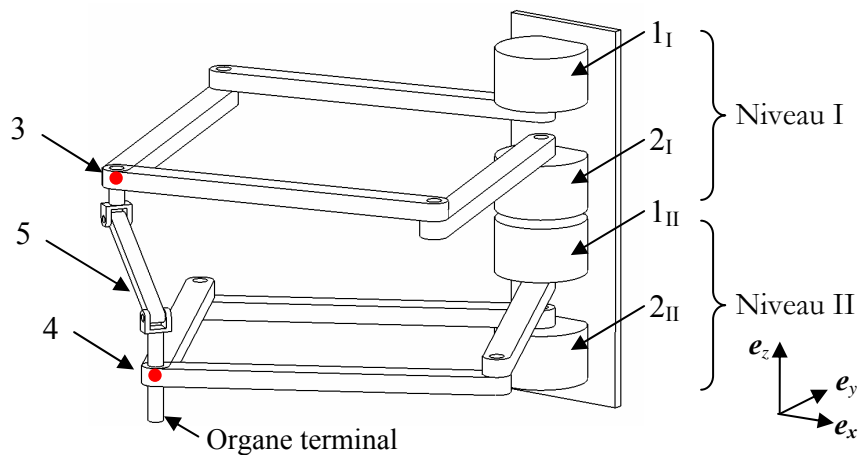


Figure 2.17 Principe de l'architecture Dual4

Dans l'exemple donné à la Figure 2.17, les mouvements en e_x et e_y de l'organe terminal sont obtenus directement par l'intermédiaires des *ddl* du point (4). Le mouvement en e_z est quant à lui réalisé grâce à un mouvement de translation du point (3) vers le point (4). Enfin la rotation θ de l'organe terminal est obtenue par un mouvement circulaire réalisé par le point (3) et dont le centre est le point (4).

Tel que le montre le graphe d'agencement (cf. Figure 2.18) du robot proposé à la Figure 2.17, les deux niveaux sont réalisés exclusivement par des liaisons rotoïdes et le mouvement en e_z de l'outil est obtenu grâce à une liaison cylindrique.

Une étude du mécanisme conduite par la formule de Grübler (cf. relation (2.7)) montre que ce robot possède un degré d'hyperstatisme $h = 7$. Notons que chaque niveau réalisé par un système à quatre barres est à lui seul hyperstatique de degré 3. Les deux niveaux impliquent donc un hyperstatisme de degré 6 dont les contraintes induites peuvent facilement être limitées par une fabrication et un assemblage judicieux ou par un mécanisme équivalent isostatique. En revanche, le degré d'hyperstatisme restant peut être éliminé en substituant une articulation rotoïde de l'axe (5) par une liaison cardan.

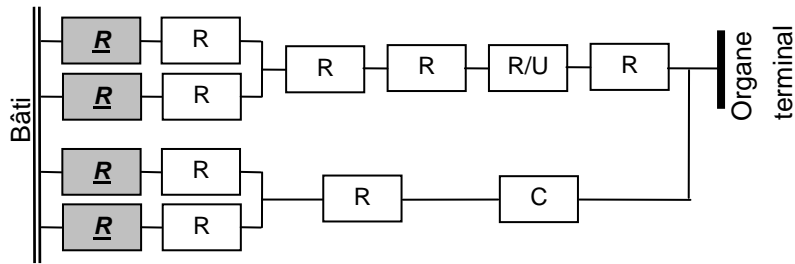
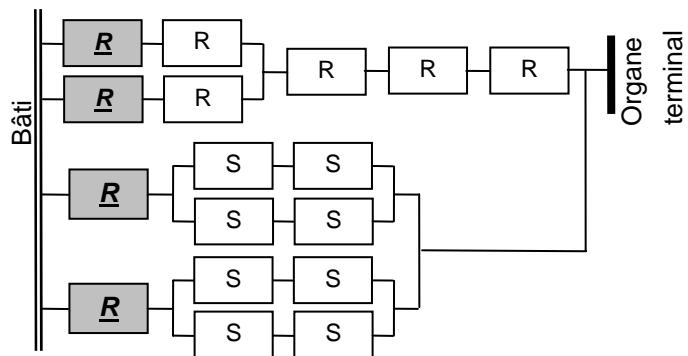
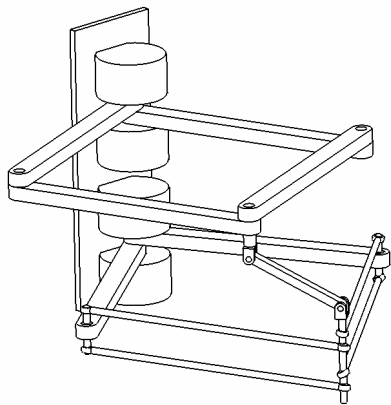


Figure 2.18 Graphe d'agencement d'un robot Dual4

Le mouvement de translation en e_z est obtenu à travers la liaison cylindrique. Il implique des efforts radiaux qui peuvent produire un arc-boutement du mécanisme. Afin de pallier à ce risque, le mécanisme peut être modifié en transformant le deuxième niveau du robot par des parallélogrammes spatiaux (cf. Figure 2.21). Le mouvement de l'organe terminal devient alors une translation circulaire. C'est pourquoi, afin de réaliser une translation pure suivant e_z , le deuxième niveau devra compenser les mouvements en e_x et e_y ainsi produits.



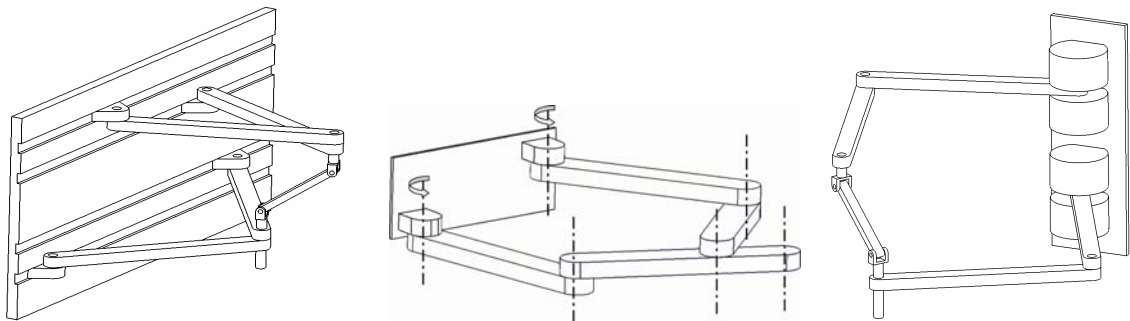
(a) Représentation d'une nouvelle version d'un robot Dual4

(b) graphe d'agencement de la version modifiée

Figure 2.19 Représentation et graphe d'agencement d'une version modifiée d'un robot Dual4

De nombreuses versions basées sur le concept Dual4 peuvent être envisagées. Par exemple, l'utilisation d'actionneurs linéaires est possible afin de permettre au robot d'avoir un volume de travail étendu suivant une direction (cf. Figure 2.20a). De plus, le concept "lambda" évoqué au § 1.2.1.2 peut être utilisé pour ce mécanisme afin de simplifier sa conception au niveau des

extrémités des bras (cf. Figure 2.20b). Enfin, il est envisageable de réaliser un robot hybride dont les deux niveaux seraient réalisés par des architectures série de type SCARA (cf. Figure 2.20c)



(a) Utilisation de moteurs linéaires (b) Utilisation du concept lambda pour un niveau (c) Utilisation d'une architecture hybride

Figure 2.20 Variantes possibles pour la réalisation d'un robot de type Dual4

2.4.2. Modélisations géométrique et cinématique d'un robot Dual4

Le mécanisme retenu pour l'étude de l'architecture Dual4 est le robot présenté à la Figure 2.19. Afin d'en réaliser la modélisation géométrique et cinématique, définissons dans un premier temps les paramètres utiles pour ces calculs.

2.4.2.1. Paramètres géométriques

Les paramètres introduits pour la modélisation du robot Dual4 sont les suivants :

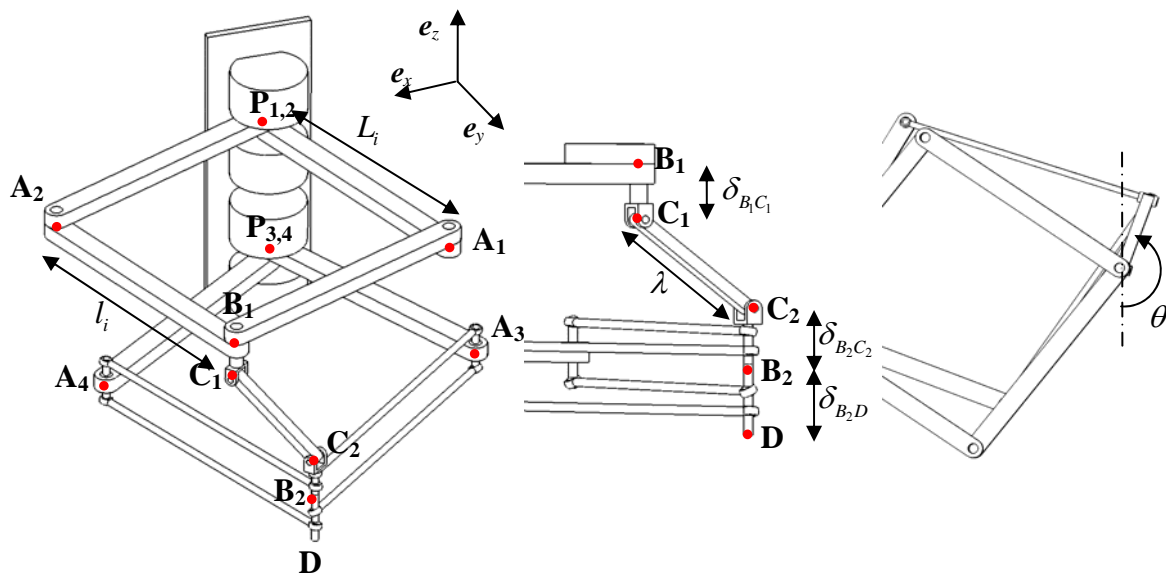


Figure 2.21 Paramètres utilisés dans la modélisation du Dual4

- P_i : centre des liaisons actionnées ($i=1, \dots, 4$)
- A_i : points situés à l'extrémité des bras actionnés

- B_j : points pilotés par les deux niveaux ($j=1,2$)
- C_j : extrémités de la patte de connexion entre les deux niveaux
- D : organe terminal du robot
- L_i : longueur du bras défini par les points P_i et A_i
- l_i : longueur du bras défini par les points A_i et B_i
- λ : longueur de la patte de connexion liant les points D_1 et D_2
- δ_{XY} : distance générique séparant les points X et Y
- q_1, q_2, q_3, q_4 : coordonnées articulaires actionnées
- x, y, z : coordonnées opérationnelles du point commandé
- θ : angle de rotation de l'organe terminal
- (e_x, e_y, e_z) : axes du repère de référence où e_z représente l'axe vertical

A partir de ces quelques paramètres, les modèles géométrique et cinématique du robot sont écrits et présentés aux paragraphes suivants.

2.4.2.2. Modèle géométrique inverse

Le principe d'obtention du modèle géométrique inverse de ce mécanisme repose sur les hypothèses suivantes :

$$\|A_i B_j\|^2 = l_i^2 \quad (i = 1, \dots, 4 ; j = 1, 2) \quad (2.79)$$

$$\|C_1 C_2\|^2 = \lambda^2 \quad (2.80)$$

Il est donc nécessaire de déterminer les coordonnées de ces vecteurs afin d'en calculer la norme et de poser les hypothèses (2.79) et (2.80). Notons que toutes les coordonnées données dans ce paragraphe sont écrites dans le repère global du mécanisme dont les axes sont (e_x, e_y, e_z) et dont l'origine est fixée sur les points P_1 et P_2 qui sont confondus.

Définissons les coordonnées des points P_i par la matrice suivante :

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ z_{P1} & z_{P2} & z_{P3} & z_{P4} \end{bmatrix} \quad (2.81)$$

De plus, les points A_i sont définis par la matrice suivante :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} L_1 \cos q_1 & L_2 \cos q_2 & L_3 \cos q_3 & L_4 \cos q_4 \\ L_1 \sin q_1 & L_2 \sin q_2 & L_3 \sin q_3 & L_4 \sin q_4 \\ z_{P1} & z_{P2} & z_{P3} & z_{P4} \end{bmatrix} \quad (2.82)$$

Enfin, les coordonnées des points B_i sont obtenues à partir des paramètres opérationnels de l'organe terminal et des inconnues B_{1x} et B_{1y} :

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} B_{1x} & x \\ B_{1y} & y \\ z_{p1} & z + \delta_{B_2D} + \delta_{B_2C_2} \end{bmatrix} \quad (2.83)$$

Il est donc possible d'écrire l'hypothèse (2.79) pour les bras $A_{3,4}B_2$. En écrivant l'équation ainsi obtenue par rapport aux variables articulaires, nous retrouvons un système connu du type :

$$I_i \sin q_i + J_i \cos q_i + K_i = 0 \quad (i = 3, 4) \quad (2.84)$$

La résolution de ce type de système est donné au § 2.2.4.2. Sa solution est de la forme :

$$q_i = 2. \text{Atan} \left(\frac{-I_i \pm \sqrt{\Delta_i}}{K_i - J_i} \right) \quad (i = 3, 4) \quad (2.85)$$

avec $\Delta_i = I_i^2 - K_i^2 + J_i^2$.

Notons que le choix de la racine de ce binôme sera réalisé par une analyse géométrique du système.

L'étape suivante de la résolution consiste à exprimer les coordonnées des points C_i . A partir de l'hypothèse (2.80), définissons α comme étant la projection de l'axe de longueur λ dans le plan $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_z)$:

$$\alpha = \sqrt{\lambda^2 - \left(z_{p1} - \delta_{B_1C_1} - \left(z + \delta_{B_2D} + \delta_{B_2C_2} \right) \right)^2} \quad (2.86)$$

Les coordonnées des points C_i peuvent donc être définies par :

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_{1x} & x \\ C_{1y} & y \\ z_{p1} - \delta_{B_1C_1} & z + \delta_{B_2D} + \delta_{B_2C_2} \end{bmatrix} \quad (2.87)$$

Or, il est possible de déterminer les valeurs des inconnues C_{1x} et C_{1y} grâce à la relation (2.86). Nous pouvons donc en déduire l'expression des coordonnées du point C_1 :

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} x - \alpha \cos \theta & x \\ y - \alpha \sin \theta & y \\ z_{p1} - \delta_{B_1C_1} & z + \delta_{B_2D} + \delta_{B_2C_2} \end{bmatrix} \quad (2.88)$$

Le calcul des coordonnées du point B_1 est par conséquent possible. Son expression est :

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} x - \alpha \cos \theta & x \\ y - \alpha \sin \theta & y \\ z_{P1} & z + \delta_{B_2D} + \delta_{B_2C_2} \end{bmatrix} \quad (2.89)$$

A partir de l'hypothèse (2.79) appliquée aux bras $\mathbf{A}_{1,2}\mathbf{B}_1$, nous pouvons en déduire l'expression des variables articulaires q_1 et q_2 en réitérant le processus décrit à la relation (2.84) :

$$q_i = 2 \cdot \text{Atan} \left(\frac{-I_i \pm \sqrt{\Delta_i}}{K_i - J_i} \right) \quad (i=1,2) \quad (2.90)$$

2.4.2.3. Modèle géométrique direct

Le robot Dual4 a l'avantage de posséder un modèle géométrique direct calculable analytiquement. Son obtention s'effectue en utilisant des considérations géométriques et est basée sur la recherche des points d'intersection d'un cercle (C_1) avec une sphère (S_{II}) tel que décrit à la Figure 2.22.

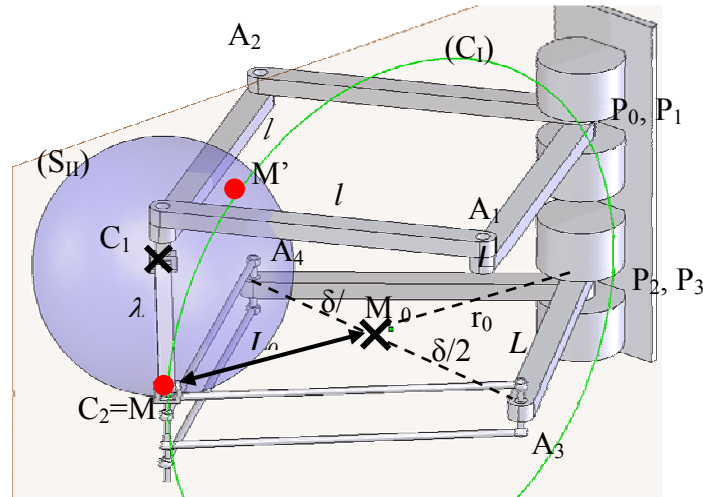


Figure 2.22 Représentation du principe d'obtention du modèle géométrique direct

Soit M_0 le centre du cercle (C_1) dont les coordonnées sont :

$$\mathbf{M}_0 = [x_0 \ y_0 \ z_0]^T \quad (2.91)$$

Afin de calculer ces coordonnées, une représentation cylindrique est adoptée :

$$\mathbf{M}_0 = \begin{bmatrix} r_0 \cos(q_3 + q_2/2) \\ r_0 \sin(q_3 + q_2/2) \\ z_{P3} \end{bmatrix} \quad (2.92)$$

Pour pouvoir calculer le paramètre r_0 , définissons la norme du vecteur $\mathbf{A}_2\mathbf{A}_3$:

$$\delta = \|\mathbf{A}_2\mathbf{A}_3\| = \sqrt{L^2 (\cos q_3 - \cos q_2)^2 + L^2 (\sin q_3 - \sin q_2)^2} \quad (2.93)$$

Or,

$$L^2 = \left(\frac{\delta}{2}\right)^2 + r_0^2 \quad (2.94)$$

Nous pouvons donc en déduire l'expression de r_0 :

$$r_0 = \sqrt{L^2 - \frac{\delta^2}{4}} \quad (2.95)$$

Le cercle (C_1) est défini sur un plan (π) colinéaire à \mathbf{e}_z tel que $M_0 \in (\pi)$. Son équation est donc la suivante :

$$(\pi) : -y_0 \mathbf{e}_x + x_0 \mathbf{e}_y = \mathbf{0} \quad (2.96)$$

L'équation du cercle (C_1) est alors obtenue en déterminant l'intersection du plan (π) et de la sphère dont le rayon est L_0 et de centre M_0 . L'obtention du modèle géométrique direct du robot revient donc à résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} C_I : -y_0 x + x_0 y = 0 & (a) \\ (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 = L_0^2 & (b) \\ S_{II} : (x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2 = \lambda^2 & (c) \end{cases} \quad (2.97)$$

avec x_1, y_1, z_1 les coordonnées du point B_1 .

La résolution du système (2.97) donnera deux solutions : les points M et M' . La solution correcte pourra alors être déterminée par la condition :

$$z_M < z_{M'} \quad (2.98)$$

Notons qu'une solution évidente du système est :

$$x = \frac{x_0}{y_0} y \quad (2.99)$$

mais cette solution n'est pas correcte car y_0 peut être égal à 0.

Afin de déterminer le point M , une écriture en coordonnées cylindriques de ce point est adoptée :

$$M \begin{cases} x = r \cos \theta_0 \\ y = r \sin \theta_0 \\ z \end{cases} \quad (2.100)$$

Dans ce cas, r est un paramètre à déterminer et θ_0 est calculé comme décrit ci-dessous :

$$\begin{aligned} \cos \theta_0 &= x_0 / \sqrt{x_0^2 + y_0^2} \\ \sin \theta_0 &= y_0 / \sqrt{x_0^2 + y_0^2} \end{aligned} \quad (2.101)$$

▪ **Détermination de x_I et y_I**

Avant de résoudre le système (2.97), les coordonnées du point B_1 doivent être déterminées. Celles-ci sont obtenues par la résolution du système suivant :

$$\begin{cases} (x_1 - L \cos q_0)^2 + (y_1 - L \sin q_0)^2 = l^2 & (a) \\ (x_1 - L \cos q_1)^2 + (y_1 - L \sin q_1)^2 = l^2 & (b) \end{cases} \quad (2.102)$$

En exprimant les expressions précédentes en fonction de x_I et y_I et en réalisant l'opération (2.102)a - (2.102)b, x_I peut s'exprimer par :

$$x_1 = y_1 \frac{\sin q_0 - \sin q_1}{\cos q_1 - \cos q_0} \quad (2.103)$$

Par conséquent, y_I est calculé en résolvant les racines du polynôme suivant, obtenu en remplaçant x_I dans (2.102) :

$$y_1^2 \left(\frac{(\sin q_0 - \sin q_1)^2}{(\cos q_0 - \cos q_1)^2} + 1 \right) + y_1 \left(\frac{\sin q_0 - \sin q_1}{\cos q_1 - \cos q_0} \cdot (-2L) \cos q_0 - 2L \sin q_0 \right) + L^2 - l^2 = 0 \quad (2.104)$$

▪ **Calcul de l'intersection de C_I et S_{II}**

Grâce aux coordonnées polaires, l'inclusion de l'expression (2.92) de M_0 dans (2.97)b et (2.97)c donne le système suivant :

$$\begin{cases} (r \cos \theta_0 - x_0)^2 + (r \sin \theta_0 - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = l_0^2 \\ (r \cos \theta_0 - x_1)^2 + (r \sin \theta_0 - y_1)^2 + (z - z_1)^2 = l_1^2 \end{cases} \quad (2.105)$$

Ce système peut être réécrit en fonction de r et z :

$$\begin{cases} r^2 + \alpha_0 r + z^2 + \beta_0 z + \gamma_0 = 0 & (a) \\ r^2 + \alpha_1 r + z^2 + \beta_1 z + \gamma_1 = 0 & (b) \end{cases} \quad (2.106)$$

Avec $\alpha_i = -2 \cos \theta_0 x_i - 2 \sin \theta_0 y_i$, $\beta_i = -2 z_i$, $\gamma_i = x_i^2 + y_i^2 + z_i^2 - l_{i0}^2$

En réalisant l'opération (2.106)a - (2.106)b, l'expression du paramètre r peut être obtenue :

$$r = \psi z + \varphi \quad (2.107)$$

$$\text{avec } \psi = \frac{\beta_0 - \beta_1}{\alpha_1 - \alpha_0} \text{ et } \varphi = \frac{\gamma_0 - \gamma_1}{\alpha_1 - \alpha_0}$$

En plaçant (2.107) dans l'équation (2.106)b, nous pouvons en déduire l'expression du polynôme dont les racines donnent la valeur z :

$$z^2 (\psi^2 + 1) + z (2\psi\varphi + \psi\alpha_1 + \beta_1) + (\varphi^2 + \varphi\alpha + \gamma_1) = 0 \quad (2.108)$$

Ainsi, cette équation nous permet de calculer z tel que décrit dans (2.98). A partir de cette valeur, il est possible de l'introduire dans l'équation (2.107) afin d'en déduire r . Connaissant ce dernier paramètre, nous pouvons alors déduire les expressions de x et y .

L'orientation de l'organe terminal est quant à elle obtenue par la relation suivante :

$$\theta = \text{atan2}\left(\left(y_{B_1} - y_{C_2}\right), \left(x_{B_1} - x_{C_2}\right)\right) \quad (2.109)$$

2.4.2.4. Modèle cinématique

Afin de déterminer la matrice jacobienne du robot, la propriété d'équiprojectivité des vitesses dans les barres $A_i B_j$ ($i=1, \dots, 4$; $j=1, 2$) est écrite pour les deux niveaux du robot.

Dans un premier temps, écrivons l'équiprojectivité des vitesses dans les barres $A_i B_1$ ($i=1, 2$) :

$$V_{A_i} A_i B_1 = V_{B_1} A_i B_1 \quad (i=1, 2) \quad (2.110)$$

Cette expression conduit ainsi à la relation classique :

$$J_{xB_1} \dot{\mathbf{x}}_{B_1} = J_{qB_1} [\dot{q}_1 \quad \dot{q}_2]^T \quad (2.111)$$

où $\dot{\mathbf{x}}_{B_1} = [\dot{x}_{B_1} \quad \dot{y}_{B_1}]^T$ est la vitesse du point B_1 .

De plus, la propriété d'équiprojectivité des vitesses dans les barres $A_i B_2$ ($i=3, 4$) permet d'écrire la relation suivante :

$$V_{A_i} A_i B_2 = V_{B_2} A_i B_2 \quad (i=3, 4) \quad (2.112)$$

Nous pouvons alors en déduire l'égalité suivante :

$$A_i B_2 \dot{\mathbf{x}}_{B_2} = (\mathbf{e}_z \times P_i A_i) A_i B_2 [\dot{q}_3 \quad \dot{q}_4]^T \quad (i=3, 4) \quad (2.113)$$

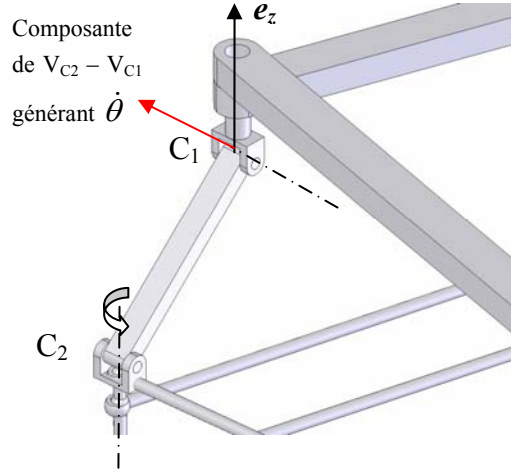
Cette relation conduit à l'égalité suivante :

$$J_{xB_2} \dot{\mathbf{x}}_{B_2} = J_{qB_2} [\dot{q}_3 \quad \dot{q}_4]^T \quad (2.114)$$

Enfin, la vitesse de rotation de l'organe terminal $\dot{\theta}$ est générée par la différence de vitesse des points C_1 et C_2 . Celle-ci est normale à $C_1 C_2$ et appartient au plan $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$; cette composante est donc colinéaire au vecteur $C_1 C_2 \times z$ (cf. Figure 2.23).

La relation suivante peut alors être écrite :

$$\sqrt{\lambda^2 - (C_1 C_2 \cdot z)^2} \dot{\theta} = (V_{C_1} - V_{C_2}) \cdot (C_1 C_2 \times z) / \lambda \quad (2.115)$$


 Figure 2.23 Obtention de la vitesse de rotation $\dot{\theta}$

La relation linéaire classique liant les vitesses opérationnelles aux vitesses articulaires peut alors être déterminée :

$$\mathbf{J}_x \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}_q \dot{\mathbf{q}} \quad (2.116)$$

avec,

$$\mathbf{J}_x = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 \mathbf{C}_2^T & 0 \\ (\mathbf{C}_1 \mathbf{C}_2 \times \mathbf{z})^T & \lambda \sqrt{\lambda^2 - (\mathbf{C}_1 \mathbf{C}_2 \cdot \mathbf{z})^2} \\ \mathbf{A}_3 \mathbf{B}_3^T & 0 \\ \mathbf{A}_4 \mathbf{B}_3^T & 0 \end{bmatrix} \quad (2.117)$$

$$\mathbf{J}_q = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{IxB_2} \cdot \mathbf{C}_1 \mathbf{C}_2 & \mathbf{J}_{IIxB_2} \cdot \mathbf{C}_1 \mathbf{C}_2 & 0 & 0 \\ (\mathbf{J}_{IxB_2} \times \mathbf{C}_1 \mathbf{C}_2) \cdot \mathbf{z} & (\mathbf{J}_{IIxB_2} \times \mathbf{C}_1 \mathbf{C}_2) \cdot \mathbf{z} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (\mathbf{z} \times \mathbf{P}_3 \mathbf{A}_3) \mathbf{A}_3 \mathbf{B}_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (\mathbf{z} \times \mathbf{P}_4 \mathbf{A}_4) \mathbf{A}_4 \mathbf{B}_2 \end{bmatrix} \quad (2.118)$$

et

$$\dot{\mathbf{x}} = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z} \ \dot{\theta}]^T, \quad \dot{\mathbf{q}} = [\dot{q}_1 \ \dot{q}_2 \ \dot{q}_3 \ \dot{q}_4]^T \quad (2.119)$$

Dans l'expression (2.118), le terme \mathbf{J}_{IxB_2} représente la première colonne de la matrice \mathbf{J}_{xB_2} et \mathbf{J}_{IIxB_2} , la deuxième colonne de \mathbf{J}_{xB_2} .

Ainsi, la relation (2.116) permet de déterminer la matrice jacobienne du robot à l'aide de la relation :

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_x^{-1} \mathbf{J}_q \quad (2.120)$$

2.4.2.5. Présentation du démonstrateur du Dual4

Un démonstrateur du robot Dual4 dont les modèles sont décrits ci-dessus a été construit afin de valider son concept. Les bras de ce robot sont fabriqués en aluminium et sa motorisation est réalisée par des moteurs direct drive à arbre creux (cf. Figure 2.24).



Figure 2.24 Photo du démonstrateur du Dual4

Les essais effectués sur le prototype ont mis en évidence une sensibilité importante des déplacements en \mathbf{z} . Ainsi, une faible erreur de position des moteurs aura pour conséquence de produire une erreur importante de l'organe terminal en \mathbf{z} . Cette caractéristique peut être simplement mise en évidence en analysant la matrice jacobienne du mécanisme. Afin d'étudier plus précisément l'effet des moteurs 1 et 2 sur les vitesses de l'organe terminal, nous pouvons détailler les termes de la matrice jacobienne qui nous intéresse. Définissons la matrice \mathbf{J} telle que :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \frac{1}{\det(\mathbf{J}_x)} \begin{bmatrix} J_{ij} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{bmatrix} \quad (i=1,\dots,4 ; j=1,\dots,4) \quad (2.121)$$

Les termes utiles pour cette étude sont les suivants :

$$\begin{cases} J_{11} = \eta \mathbf{J}_{IxB_2} \cdot \mathbf{C}_1 \mathbf{C}_2 \\ J_{12} = \eta \mathbf{J}_{IIxB_2} \cdot \mathbf{C}_1 \mathbf{C}_2 \end{cases} \quad (2.122)$$

$$\begin{cases} J_{21} = \gamma \mathbf{J}_{IxB_2} \cdot \mathbf{C}_1 \mathbf{C}_2 \\ J_{22} = \gamma \mathbf{J}_{IIxB_2} \cdot \mathbf{C}_1 \mathbf{C}_2 \end{cases} \quad (2.123)$$

$$\begin{cases} J_{31} = \lambda \mathbf{J}_{IxB_2} \cdot \mathbf{C}_1 \mathbf{C}_2 \\ J_{32} = \lambda \mathbf{J}_{IIxB_2} \cdot \mathbf{C}_1 \mathbf{C}_2 \end{cases} \quad (2.124)$$

avec $\eta = \mathbf{A}_3 \mathbf{B}_3 \mathbf{y} \cdot \mathbf{A}_4 \mathbf{B}_4 \mathbf{z} - \mathbf{A}_3 \mathbf{B}_3 \mathbf{z} \cdot \mathbf{A}_4 \mathbf{B}_4 \mathbf{y}$

$$\gamma = -(A_3B_3x \cdot A_4B_4z - A_3B_3z \cdot A_4B_4x)$$

$$\lambda = A_3B_3x \cdot A_4B_4y - A_3B_3y \cdot A_4B_4x$$

Ainsi, (2.122) et (2.123) sont les termes permettant de donner la relation linéaire entre les vitesses opérationnelles \dot{x} et \dot{y} et les vitesses articulaires \dot{q}_1 et \dot{q}_2 . De plus, l'expression (2.124) permet de calculer la vitesse \dot{z} en fonction de \dot{q}_1 et \dot{q}_2 .

Ces relations montrent que les termes (2.122) et (2.123) dépendent des composantes des vecteurs A_3B_3 et A_4B_4 suivant l'axe z multipliées par des coordonnées en x ou y de ce même vecteur. D'autre part, le terme (2.124) ne dépend que des coordonnées en x ou y de A_3B_3 et A_4B_4 . Or, les vecteurs A_iB_i sont principalement orientés suivant les axes x et y et leur composante en z est très faible, voir souvent quasiment nulle. Ainsi, le terme (2.124) aura toujours une résultante bien plus importante que celles des termes (2.122) et (2.123), d'où la présence d'une grande sensibilité des déplacements en z . Ce constat met en avant un défaut assez pénalisant de cette architecture, car il existera quels que soient les paramètres géométriques choisis pour le robot. Une façon de contrer ce problème est d'utiliser une commande qui permette d'éviter au maximum les erreurs de positions des moteurs et de choisir des actionneurs dont les couples sont suffisamment importants pour donner le plus de rigidité possible à l'asservissement. Notons également que cette sensibilité dépend beaucoup de la longueur du segment C_1C_2 . Une augmentation de celle-ci aurait l'effet de diminuer le manque de rigidité du mécanisme, mais augmenterait l'encombrement du robot.

Enfin, notons que le volume de travail du Dual4 a la forme d'une fraction de cylindre percé en son centre. Son diamètre est de 1,2 m pour une hauteur de 0,05 m (cf. Figure 2.25)

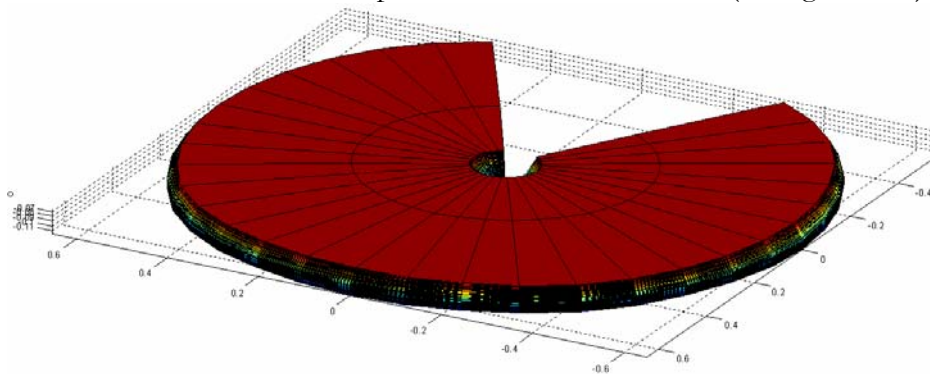


Figure 2.25 Volume de travail du Dual4

2.5. Architecture retenue et expérimentations

2.5.1. Choix d'une architecture

Après avoir vérifié et étudié le bon fonctionnement des architectures présentées dans ce chapitre, notre choix a dû se porter sur l'une d'entre-elles afin de l'analyser plus finement en vue de son éventuelle industrialisation. Le tableau suivant montre un résumé des avantages et des inconvénients des trois architectures développées ci-dessus.

	Avantages	Inconvénients
Par4	<ul style="list-style-type: none">▪ Très bonne rigidité de la nacelle▪ Réalisation de la nacelle uniquement à l'aide de liaisons rotoïdes▪ Positionnement symétrique des moteurs	<ul style="list-style-type: none">▪ Nacelle relativement complexe▪ Amplification de la rotation indispensable▪ Empreinte au sol importante
Héli4	<ul style="list-style-type: none">▪ Nacelle très compacte et simple▪ Positionnement symétrique des moteurs▪ Aucune transformation ou amplification à apporter pour la rotation	<ul style="list-style-type: none">▪ Mauvaise connaissance du comportement de la liaison hélicoïdale▪ Empreinte au sol importante
Dual4	<ul style="list-style-type: none">▪ Empreinte au sol très faible▪ Nacelle réduite à son strict minimum▪ Possibilité de réaliser une rotation illimitée	<ul style="list-style-type: none">▪ Problème de sensibilité des déplacements suivant la direction z

Tableau 2.1 Avantages et inconvénients des robots Par4, Héli4 et Dual4

L'architecture que nous avons retenue est le Par4. En effet, malgré la relative complexité de sa nacelle, ce robot a l'avantage de n'utiliser que des composants bien maîtrisés. De plus, il possède un comportement homogène dans l'ensemble de son volume de travail.

Des expérimentations plus approfondies ont donc été menées sur cette architecture afin d'étudier les performances qu'elle est capable d'atteindre.

2.5.2. Commande utilisée pour les expérimentations

La commande utilisée pour effectuer les tests sur le prototype est un PID avec anticipation en vitesse et accélération (cf. Figure 2.26).

Ainsi, cette commande est réalisée par un premier correcteur proportionnel / dérivé représenté par la fonction de transfert du premier ordre qui le caractérise. L'ajustement du "zéro" et du "pôle" permettent donc de régler la réponse du correcteur (amortissement et temps de réponse). De plus, un correcteur intégral est appliqué sur l'erreur en position. Une première saturation est appliquée afin de limiter la valeur totale du terme intégrale, puis une seconde limitation permet de saturer ce terme à l'instant t . Des anticipations en vitesse et en accélération

sont également appliquées afin d'augmenter la dynamique du système. Ces anticipations sont donc utilisées pour limiter les erreurs de traînage lors de mouvements rapides.

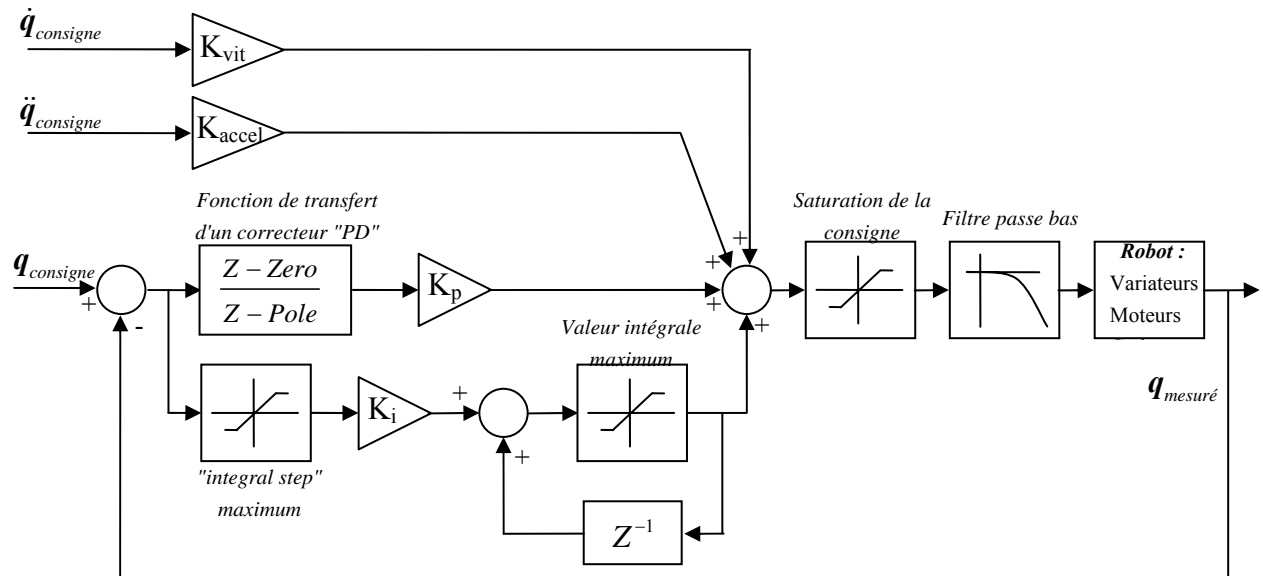


Figure 2.26 Schéma de commande utilisé sur le prototype

Dans le cas du Par4, les gains des anticipations sont choisis élevés afin de garder un bon comportement de la réponse lors des déplacements à fortes dynamiques. Cependant, la valeur de saturation du terme intégrale est très faible afin de limiter son effet lors du déplacement. En effet, l'intégrale n'est utilisée que pour éviter une erreur en régime permanent.

2.5.3. Expérimentations sur le prototype

Deux types de tests ont été effectués sur le prototype : des mouvements simples rectilignes et des cycles Adept standards (longueur de 305 mm et hauteur de 25 mm). Dans les deux cas, les accélérations sont choisies de telle sorte que les tensions envoyées aux variateurs soient à la limite de la saturation. Pour chaque expérimentation, les positions codeurs du robot sont enregistrées, et les positions opérationnelles de l'organe terminal sont calculées à partir des modèles du robot. Ces positions sont ensuite dérivées deux fois afin d'avoir une estimation de l'accélération de la nacelle.

▪ *Mouvements rectilignes*

Ces mouvements sont réalisés suivant l'axe x et pour une distance de 0,305 m. L'accélération maximale atteinte pour ces déplacements est de $158,4 \text{ m/s}^2$, soit environ 16,15 g (cf. Figure 2.27). Lors d'un tel mouvement, la vitesse maximale de la nacelle est alors de 5,3 m/s.

Malgré les très fortes accélérations mises en jeu pour réaliser ce mouvement, la réponse des moteurs reste très convenable (cf. Figure 2.28). Ainsi, l'erreur en position maximum enregistrée

est de $0,15^\circ$ suivant la trajectoire, et $0,03^\circ$ aux points d'arrêt. Ces données correspondent à des erreurs cartésiennes de l'ordre de 0,5 mm lors du mouvement et 0,1 mm aux points d'arrêts.

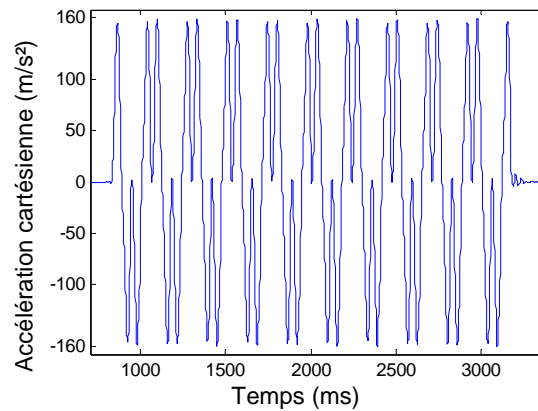


Figure 2.27 Estimation de l'accélération de l'organe terminal à partir des positions codeurs pour un mouvement rectiligne

Enfin, notons que le temps de stabilisation n'exécède pas 8 ms et que le robot est capable de réaliser un aller/retour suivant ces mouvements rectilignes en 0,236 s.

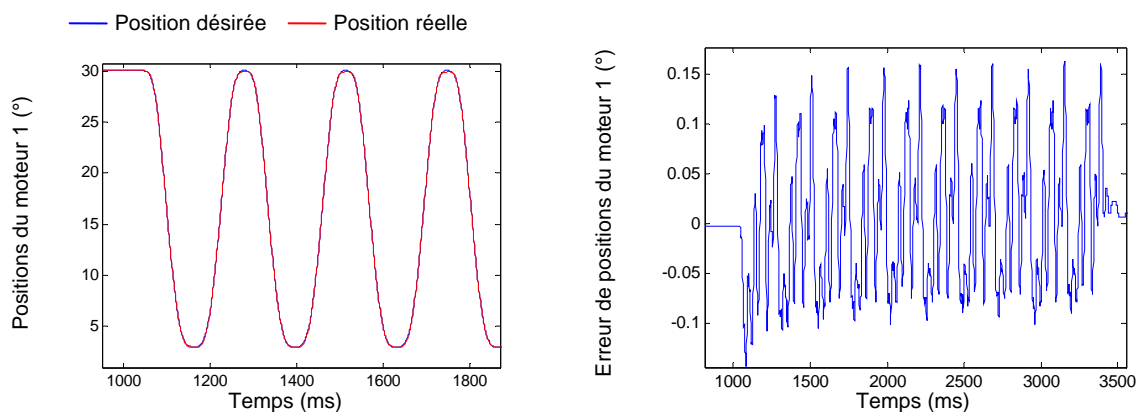


Figure 2.28 Réponse en position du moteur 1 pour un mouvement rectiligne

▪ *Cycles Adept*

Les cycles Adept utilisés pour ces expérimentations sont réalisés à base de clothoïdes tel que décrit au § 4.2 du Chapitre 4.

Les accélérations maximales atteintes lors de la réalisation de ces cycles sont de $148,5 \text{ m/s}^2$ soit $15,14 \text{ g}$ (cf. Figure 2.29), et les vitesses de la nacelle sont de l'ordre de 5 m/s.

Tel que décrit à la Figure 2.30, l'erreur en position maximale des moteurs obtenue lors de ces mouvements est d'environ $0,18^\circ$. Il est donc intéressant de noter que les performances obtenues lors de la réalisation d'un cycle Adept sont moins bonnes que lors d'un mouvement rectiligne, que ce soit en terme de réponse des moteurs, ou d'accélération maximale. Ceci peut s'expliquer par les changements brutaux de direction des moteurs lors de la réalisation de ces cycles (cf.

Figure 2.30). Cependant, l'erreur articulaire observée aux points d'arrêt n'excède pas $0,03^\circ$, soit une erreur cartésienne de l'ordre de 0,1 mm. La précision nécessaire aux applications de pick-and-place n'est importante qu'aux points d'arrêt, pour garantir la prise et la dépose. C'est pourquoi, ces résultats sont très convenables compte tenu de la tâche du robot.

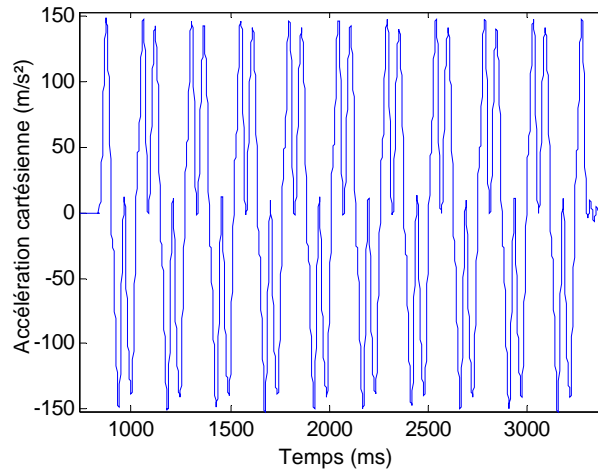


Figure 2.29 Estimation de l'accélération de l'organe terminal à partir des positions codeurs pour un cycle Adept

Enfin, notons que les temps de cycles obtenus lors de ces expérimentations sont de 0,248 s, soit 33% de moins que les robots Delta commerciaux équivalents qui utilisent des actionneurs aux performances équivalentes.

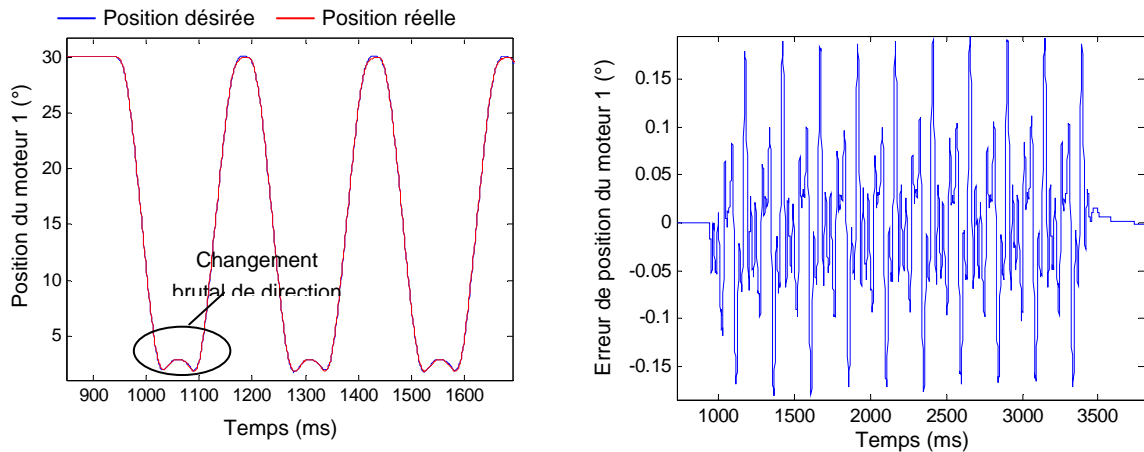


Figure 2.30 Réponse en position du moteur 1 pour un cycle Adept

2.5.4. Observation des effets dynamiques

En plus des essais présentés précédemment, nous avons testé le comportement du robot lorsqu'une charge est appliquée au niveau de son organe terminal. Concrètement, les essais furent réalisés avec charge de 1 kg de l'organe terminal pour un cycle Adept à 8 g centré dans le volume de travail et suivant l'axe x . L'objectif de cette expérimentation est de mesurer les couples mis en

jeu lors d'un tel mouvement. Cette mesure consiste à enregistrer le courant au niveau des variateurs et repose donc sur la connaissance de la constante de couple exprimée en N.m/A (cf. Annexe II).

La Figure 2.31 montre l'évolution des couples des moteurs 2 et 3 (en sortie de réducteur). Comme le montre la Figure 2.8 rappelons que chacun de ces actionneurs est relié à une "demi-nacelle" différente. L'information remarquable que donne la Figure 2.31 est la différence d'amplitude des couples appliqués par ces moteurs. Ainsi, pour un mouvement donnant lieu à des déplacements, vitesses et accélérations articulaires symétriques, le couple maximum appliqué par le moteur 3 est 30% supérieur à celui induit par le moteur 2. Notons que ce phénomène se produit d'une façon identique entre les moteurs 1 et 4. Cependant, cette dissymétrie n'a pas lieu lors d'un mouvement en y .

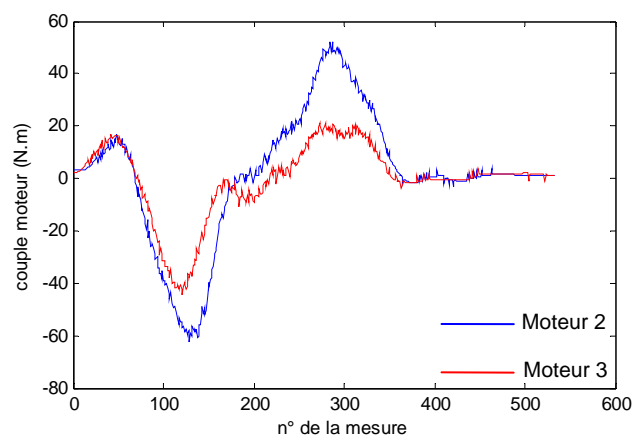


Figure 2.31 Couples mesurés du moteur 1 pour un cycle Adept

Cette observation montre que pour un déplacement donné, les moteurs 1 et 2 seront utilisés dans une plage de couples bien inférieurs à leurs performances maximales. Cette conclusion conduit donc au désir d'étudier la dynamique du robot en détail afin de proposer des modifications structurelles qui pourraient conduire à une optimisation de la répartition des couples moteurs. C'est pourquoi, une étude dynamique simplifiée des robots à nacelle articulée est présentée au chapitre suivant.

2.6. Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, trois nouvelles architectures utilisant le concept de nacelle articulée et dédiées aux applications de pick-and-place ont été présentées. Une modélisation complète de ces mécanismes valide leurs concepts et la réalisation de leurs démonstrateurs conduit à leur évaluation par le biais d'expérimentations.

L'une de ces architectures est sélectionnée principalement à partir d'un critère de fiabilité. Ce choix est fait pour approfondir les analyses et pour mener l'un des robots à son éventuelle

industrialisation. Dans un premier temps, le robot Dual4 n'est pas retenu à cause de son manque de rigidité suivant l'axe z . Vient alors le choix entre le Par4 et l'Héli4. L'utilisation de la liaison hélicoïdale du robot Héli4 soulève quelques doutes. Tout d'abord, la configuration des robots de types Par4 et Héli4 est idéale pour réaliser des mouvements en x et y , et sont moins performants suivant l'axe z (lorsque le robot est écarté de son centre de volume de travail). Or, la rotation du Héli4 est obtenue en réalisant un déplacement suivant l'axe z , alors que le Par4 génère sa rotation grâce à des déplacements suivant les axes privilégiés du robot, soit x et y . La rotation du Héli4 sera donc moins précise sur le Par4 lorsque le mécanisme est écarté de son centre de volume de travail. Un autre doute subsiste concernant la réalisation technologique du système vis/écrou. Comme nous avons pu le voir sur le I4, les liaisons à base de billes circulantes (liaison prismatiques, vis à billes, ...) peuvent avoir une durée de vie limitée lorsqu'elles sont soumises à de très fortes accélérations. De plus, très peu de produits commerciaux proposent un pas suffisamment important. Une solution de matériaux en contact devrait donc être envisagée, mais les échauffements produits ainsi que l'usure engendrée pourraient être une limitation à cette solution.

C'est pour ces raisons que le robot Par4, qui n'utilise que des composants bien maîtrisés, a été choisi. Des tests avancés ont été effectués sur son prototype, et ont montré que la commande utilisée ne génère que 0,1 mm d'erreur de l'organe terminal aux points d'arrêt. De plus, les tests de répétabilité menés dans [Corbel 2006] montrent que le prototype du § 2.2.5 n'est répétable qu'à 0,4 mm. Ce résultat est principalement dû aux réducteurs qui ont un jeu non réduit, et aux choix des matériaux des liaisons sphériques qui engendre un phénomène de "stick-slip" important. Des tests similaires ont été réalisés sur le prototype présenté en Conclusion, à la Figure 5.1. Ce prototype utilise des réducteurs à jeux réduits, et un revêtement particulier des boules utilisées dans les liaisons sphériques. La répétabilité obtenue est alors d'environ 20 à 50 μm . Ce résultat est largement convenable compte tenu de la tâche du robot.

Enfin, les tests réalisés sur le Par4 ont montré un déséquilibre des couples moteurs lorsque le robot réalise des déplacements suivant certaines directions, et lorsqu'il est soumis à une charge utile. C'est donc à partir de ce constat que nous allons étudier en détail la dynamique des robots à nacelle articulée, dans le but d'analyser ce phénomène et de proposer des solutions pour l'éviter, et par conséquent, d'améliorer leurs performances .

Analyse dynamique simplifiée des robots parallèles à nacelle articulée et proposition de nouvelles architectures

Résumé:

Une modélisation dynamique simplifiée des robots à nacelle articulée est présentée dans ce chapitre. Cette modélisation est développée à l'aide d'hypothèses simplificatrices dont les conséquences sur la précision du modèle sont minimales. Cette méthode est appliquée au robot Par4 et met en évidence un déséquilibre des couples moteurs du mécanisme. Afin d'utiliser une modélisation dont les résultats soient le plus proche de la réalité, les paramètres dynamiques du prototype sont identifiés expérimentalement. Enfin, il est montré qu'une modification mineure, mais essentielle de la cinématique du robot permet de mieux équilibrer les couples moteurs du robot, et de réduire de 30% leurs valeurs maximales.

3.1. Modélisation dynamique simplifiée.....	82
3.2. Application à la modélisation dynamique du Par4.....	86
3.3. Identification expérimentale des paramètres dynamiques du robot.....	91
3.4. Equilibrage des couples moteurs.....	93
3.5. Extension au robot Héli4.....	99
3.6. Conclusion du chapitre.....	103

3.1. Modélisation dynamique simplifiée

3.1.1. Introduction

La modélisation dynamique d'un robot peut avoir de nombreux intérêts tels que l'implémentation d'une commande par découplage non linéaire ou l'étude, au moment de la conception, des couples moteurs mis en jeu lors de mouvements. Dans le cadre de nos recherches, nous souhaitons étudier la répartition des couples moteurs des robots à nacelle articulée afin de mieux comprendre le caractère non symétrique qui peut exister dans les quatre actionneurs. Par la suite, cette étude nous permettra de proposer une modification mineure dans la nacelle du robot Par4 dont la conséquence sera de réduire significativement les couples maximums induits dans les moteurs. Ces résultats seront étendus au robot Héli4.

De nombreux travaux sur la modélisation dynamique des robots parallèles ont été réalisés par Khalil [Khalil 2002] [Khalil 2004]. Ces méthodes permettent de modéliser les robots parallèles de façon complète et exacte en considérant l'ensemble des corps du mécanisme. Ces travaux donnent de très bons résultats mais les calculs engendrés sont souvent très importants, donc coûteux en temps de calcul.

La particularité des robots parallèles légers de type Delta est de posséder un certain nombre de corps dont les effets dynamiques sont négligeables car leurs masses sont faibles devant celle des autres composants. C'est à partir de ce constat que nous proposons une modélisation dynamique simplifiée des robots parallèles légers possédant une nacelle articulée.

3.1.2. Principe de la modélisation

Définissons un mécanisme non redondant possédant n chaînes cinématiques réalisées par des parallélogrammes spatiaux liant n actionneurs rotatifs ou linéaires à sa nacelle. Cette dernière est articulée et possède m corps liés entre eux par des liaisons simples. Cette modélisation repose sur un principe de superposition des couples appliqués par chaque corps du robot, tout en négligeant les pièces dont les effets dynamiques sont faibles. Concrètement, l'effet inertiel d'un parallélogramme spatial peut être négligé sous certaines conditions (cf. 3.1.2.3), et sa masse est représentée par deux masses ponctuelles situées à chacune de ses extrémités [Pierrot 1991].

Ainsi, la somme complète des couples moteurs du mécanisme (si l'actionnement est rotatif) ou efforts (si l'actionnement est linéaire) peut être obtenue par l'addition de deux contributions principales : l'effet de l'actionnement et l'effet de la nacelle, soit :

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_{act} + \boldsymbol{\tau}_{nac} \quad (3.1)$$

3.1.2.1. Couples ou efforts dus à l'actionnement

Dans un premier temps, nous définissons la contribution des couples (ou efforts) des moteurs dus à l'actionnement. L'ensemble des paramètres pris en compte dans ce calcul sont représentés à la Figure 3.1.

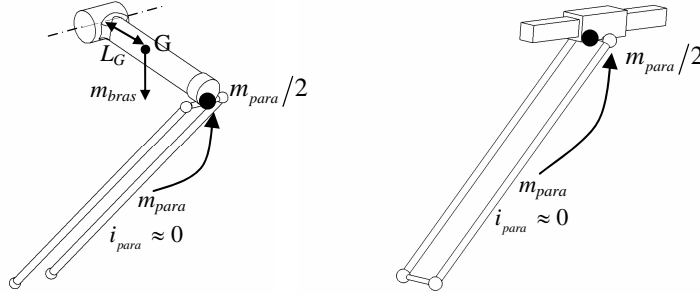


Figure 3.1 Modélisation de l'actionnement

La contribution de l'actionnement peut être écrite comme étant la somme de plusieurs couples (ou efforts) dus aux effets suivants :

- Inertie ou masse du moteur et éventuellement inertie du réducteur

$$\tau_1 = \delta \mathbf{I}_{act} \ddot{\mathbf{q}} + \bar{\delta} \mathbf{M}_{act} \ddot{\mathbf{q}} \quad (3.2)$$

avec $\delta = 1$ si l'actionnement est rotatif, $\delta = 0$ s'il est prismatique

$\ddot{\mathbf{q}}$, le vecteur des accélérations des variables articulaires de dimension $n \times 1$

$\mathbf{I}_{act} = \text{diag}([i_{mot_i} + i_{red_i}])$ est de dimension $n \times n$

i_{mot} , l'inertie des moteurs et i_{red} celle des réducteurs

$\mathbf{M}_{act} = \text{diag}([m_{mot_i}])$, est de dimension $n \times n$

m_{mot} , la masse de l'ensemble mobile en translation

- Inertie et couple dus au bras si l'actionnement est rotatif

$$\tau_2 = \delta (\mathbf{I}_{bras} \ddot{\mathbf{q}} - \cos(\mathbf{q}) \mathbf{M}_{bras} g L_G) \quad (3.3)$$

avec $\cos(\mathbf{q})$, le vecteur $n \times 1$ représentant le cosinus de chaque angle q_i ($i = 1, \dots, n$)

L_G , la distance entre le centre de rotation du bras et son centre de gravité

$\mathbf{M}_{bras} = \text{diag}([m_{bras_i}])$ est de dimension $n \times n$

m_{bras} , la masse des bras

- Inertie et couple (ou effort) dus à la masse ponctuelle représentant la demi-masse du parallélogramme spatial

$$\tau_3 = \delta (\mathbf{I}_{para} \ddot{\mathbf{q}} - \cos(\mathbf{q}) \mathbf{M}_{para} g L) + \bar{\delta} (\mathbf{M}_{para} \ddot{\mathbf{q}}) \quad (3.4)$$

avec L , la longueur du bras du robot

$\mathbf{I}_{para} = \text{diag}([L^2 (m_{para}/2)])$ et $\mathbf{M}_{para} = \text{diag}([m_{para}/2])$ sont de dimension $n \times n$

m_{para} est la masse des parallélogrammes spatiaux

Rappelons que les barres qui composent les parallélogrammes spatiaux sont prises en compte comme si elles étaient "concentrées" à leurs extrémités : la moitié de leur masse est ainsi ramenée au niveau du bras, l'autre au niveau de la nacelle [Pierrot 1991].

- Frottements secs et visqueux de l'actionneur (moteur et réducteur)

$$\boldsymbol{\tau}_4 = \mathbf{F}_s \text{sign}(\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{F}_v \dot{\mathbf{q}} \quad (3.5)$$

avec $\dot{\mathbf{q}}$, le vecteur de dimension $n \times 1$ dont les composantes sont les vitesses articulaires

$\text{sign}(\dot{\mathbf{Q}})$, le vecteur donnant le signe des vitesses articulaires

$\mathbf{F}_s = \text{diag}([f_s])$, f_s étant le frottement sec des actionneurs

$\mathbf{F}_v = \text{diag}([f_v])$, f_v étant le frottement visqueux des actionneurs

Nous pouvons donc en déduire l'expression du couple ou effort total dû à l'actionnement :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_{act} = & \delta \left(\mathbf{I}_{act} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{I}_{bras} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{I}_{para} \ddot{\mathbf{q}} - \cos(\mathbf{q}) (\mathbf{M}_{bras} \mathbf{g} L_G + \mathbf{M}_{para} \mathbf{g} L) \right) \\ & + \bar{\delta} \left(\mathbf{M}_{act} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{M}_{para} \ddot{\mathbf{q}} \right) + \mathbf{F}_s \text{sign}(\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{F}_v \dot{\mathbf{q}} \end{aligned} \quad (3.6)$$

3.1.2.2. Couples ou efforts dus à la nacelle et à la charge utile

Afin de déterminer les efforts ou couples moteurs dus à la nacelle, nous partons de l'étude statique du mécanisme qui, d'une façon générale, s'écrit sous la forme suivante :

$$\boldsymbol{\tau}_{stat} = \mathbf{J}^T \mathbf{f}_{ext} \quad (3.7)$$

où \mathbf{f}_{ext} est le vecteur des effort extérieurs appliqués à la nacelle au niveau de l'organe terminal, \mathbf{J} est la matrice jacobienne du robot et $\boldsymbol{\tau}_{stat}$ sont les couples ou efforts statiques dus à \mathbf{f}_{ext}

Ainsi, dans le cadre de notre étude dynamique, nous proposons de déterminer les matrices jacobiennes de chaque corps de la nacelle. L'accélération du centre de gravité de chaque corps est également déterminée en fonction de l'accélération opérationnelle du mécanisme (cf. Figure 3.2).

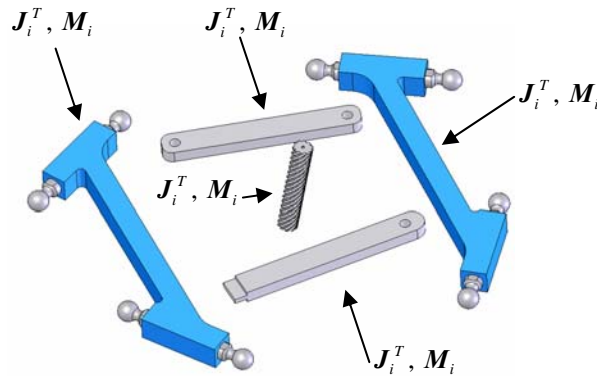


Figure 3.2 Modélisation de la nacelle

A partir de ces données, la contribution de la nacelle elle-même est calculée par la relation :

$$\boldsymbol{\tau}_5 = \sum_{i=1}^m \mathbf{J}_i^T \mathbf{M}_i (\ddot{\mathbf{x}}_i + \mathbf{g}) \quad (3.8)$$

avec \mathbf{J}_i , la matrice jacobienne de dimension $n \times n$ permettant de calculer les vitesses du centre de gravité du corps (i) par rapport aux vitesses articulaires du robot.

$\mathbf{M}_i = \text{diag}([\xi_i])$. En fonction des *ddl* du corps (i), ξ_i est soit sa masse, soit son inertie, par exemple $\mathbf{M}_i = \text{diag}([m_i, m_i, m_i, i_i])$
 $\ddot{\mathbf{x}}_i$ est l'accélération du centre de gravité du corps (i)
 \mathbf{g} , le vecteur gravité de dimension $n \times 1$

Notons que les demi-masses des parallélogrammes spatiaux devront être prises en compte dans la matrice \mathbf{M}_i des corps sur lesquels les avant-bras sont fixés.

L'effet des efforts extérieurs appliqués à l'organe terminal sera quant à lui obtenu directement par l'intermédiaire de la matrice jacobienne du robot et de l'accélération opérationnelle.

Cette contribution peut donc s'exprimer par la relation suivante :

$$\boldsymbol{\tau}_6 = \mathbf{J}^T (\mathbf{f}_{ext} + \mathbf{M}_{ext} (\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{g})) \quad (3.9)$$

avec \mathbf{J} , la matrice jacobienne de dimension $n \times n$ du robot

\mathbf{f}_{ext} le vecteur des efforts extérieurs de dimension $n \times 1$

$\mathbf{M}_{ext} = \text{diag}([\xi_{ext}])$ la matrice de masse et d'inertie de l'organe terminal

$\ddot{\mathbf{x}}$, l'accélération opérationnelle

C'est pourquoi, les efforts ou couples moteurs induits par la nacelle du robot peuvent être exprimés ainsi :

$$\boldsymbol{\tau}_{nac} = \sum_{i=1}^m \mathbf{J}_i^T \mathbf{M}_i (\ddot{\mathbf{x}}_i + \mathbf{g}) + \mathbf{J}^T (\mathbf{f}_{ext} + \mathbf{M}_{ext} (\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{g})) \quad (3.10)$$

Ainsi, la valeur totale des couples ou efforts moteurs sera calculée par la somme des expressions (3.6) et (3.10).

3.1.2.3. Effets des simplifications

Dans le cas de robots parallèles légers, cette modélisation donne une bonne approximation de la dynamique du robot, à condition de respecter la contrainte d'utiliser des parallélogrammes spatiaux de masse et d'inertie faibles par rapport aux bras du robot.

Afin d'illustrer ce propos, nous proposons de modéliser un robot Delta à l'aide des calculs présentés ci-dessus d'une part, et sous le logiciel d'analyse dynamique Adams d'autre part. L'objectif est de voir les limites de la simplification apportée aux parallélogrammes spatiaux. Plusieurs mécanismes dont les avant-bras sont définis par des masses et inerties croissantes sont simulés pour un déplacement linéaire suivant l'axe \mathbf{e}_x . Le critère choisi est le rapport de la masse entre le bras et l'avant bras du robot.

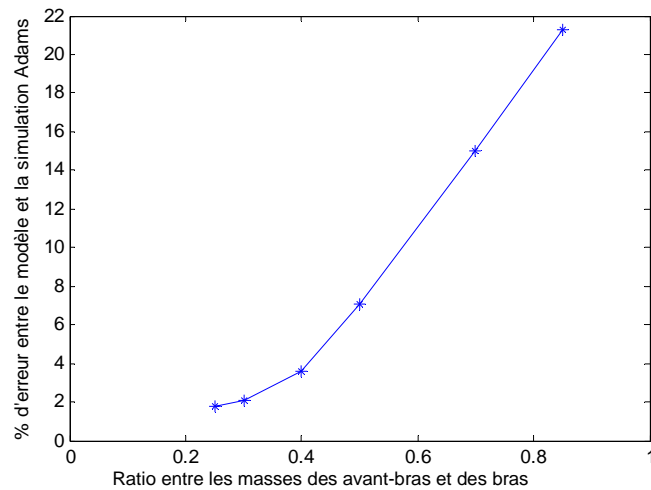


Figure 3.3 Evolution de l'erreur du modèle en fonction de la masse et de l'inertie des avant-bras

Ainsi, lorsque le rapport entre la masse des avant-bras et des bras est inférieur à 0,3, l'erreur entre le modèle et la simulation Adams est inférieure ou égale à 2%. Ce pourcentage est largement acceptable pour de nombreuses études dynamiques.

3.2. Application à la modélisation dynamique du Par4

Dans un premier temps, en plus des simplifications détaillées dans le paragraphe précédent, nous posons l'hypothèse que les barres du parallélogramme $C_i C_j$ plan de la nacelle du Par4 sont d'inertie négligeable. De plus, leurs masses sont représentées par deux masses ponctuelles placées à chacune de leurs extrémités. C'est pourquoi, la nacelle articulée est considérée comme étant constituée de deux corps distincts produisant chacun un couple au niveau des actionneurs.

3.2.1. Définition des paramètres

Définissons ou rappelons les paramètres utilisés dans la modélisation dynamique du robot Par4 :

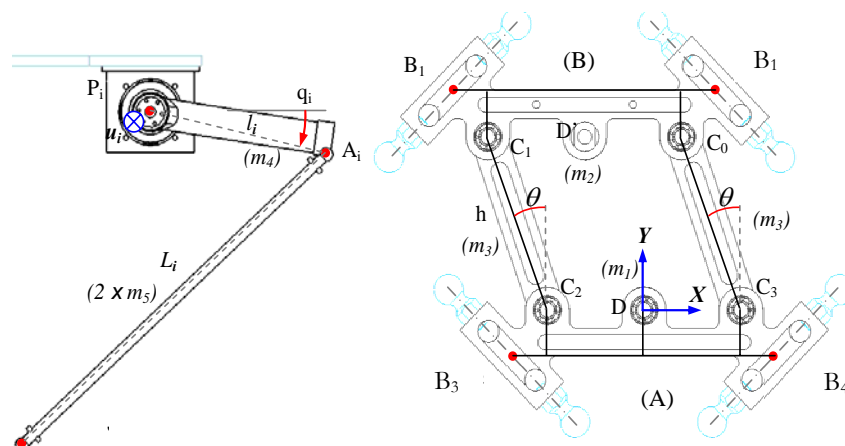


Figure 3.4 Paramètres utilisés dans la modélisation dynamique du Par4

- \mathbf{q} , $\dot{\mathbf{q}}$ et $\ddot{\mathbf{q}}$: vecteurs dont les composantes sont respectivement les positions q_i , vitesses \dot{q}_i et accélérations \ddot{q}_i articulaires
- \mathbf{x} , $\dot{\mathbf{x}}$ et $\ddot{\mathbf{x}}$: vecteurs dont les composantes sont respectivement les positions $[x \ y \ z \ \theta]^T$, vitesses $[\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z} \ \dot{\theta}]^T$ et accélérations $[\ddot{x} \ \ddot{y} \ \ddot{z} \ \ddot{\theta}]^T$ opérationnelles
- (A) : demi-nacelle portant l'organe terminal (côté $\mathbf{B}_3\mathbf{B}_4$)
- (B) : demi-nacelle opposée à l'organe terminal (côté $\mathbf{B}_1\mathbf{B}_2$)
- i_a : inertie des bras, i_{ab} : inertie des avant-bras, i_m : inertie des moto-reducteurs
- m_1 : masse du corps (A)
- m_2 : masse du corps (B)
- m_3 : masse de chacune des barres du parallélogramme plan de la nacelle
- m_4 : masse des bras
- m_5 : masse d'une barre du parallélogramme spatial des avant-bras
- m_p : masse de la charge embarquée
- i_p : inertie suivant l'axe z de la masse embarquée
- \mathbf{M}_1 : matrice de masse du corps (A)
- \mathbf{M}_2 : matrice de masse du corps (B)
- \mathbf{M}_4 : matrice de masse des bras
- \mathbf{M}_5 : matrice de masse des avant-bras
- $\mathbf{g} = [0 \ 0 \ -g \ 0]^T$ le vecteur gravité, avec g l'accélération de la gravité
- $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$: axes du repère de référence où \mathbf{e}_z représente l'axe vertical

Afin de simplifier la modélisation, nous proposons de compacter la nacelle articulée en considérant les corps (A) et (B) comme étant des masses ponctuelles ramenées aux articulations des points D et D' . Les barres du parallélogramme plan sont quant à elles assimilées à un seul corps tel que décrit à la Figure 3.5. Cette simplification est possible car les corps (A) et (B) ne subissent que des déplacements en translation

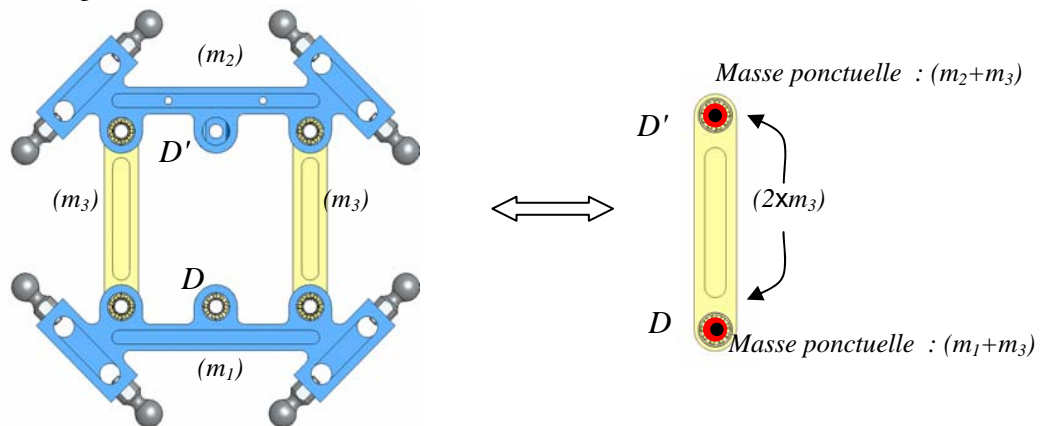


Figure 3.5 Représentation simplifiée de la nacelle du Par4 en vue de sa modélisation dynamique

3.2.2. Modélisation dynamique simplifiée du Par4

Tel que nous l'avons décrit au § 3.1.2, le calcul peut être réalisé en deux étapes. Tout d'abord, définissons les couples moteurs dus aux bras et à l'actionnement tel qu'il est décrit dans la relation (3.6) :

$$\boldsymbol{\tau}_{act} = \mathbf{I}_{act} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{I}_{bras} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{I}_{para} \ddot{\mathbf{q}} - \cos(\mathbf{q}) (\mathbf{M}_{bras} g L_G + \mathbf{M}_{para} g L) + \mathbf{F}_s \text{sign}(\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{F}_v \dot{\mathbf{q}} \quad (3.11)$$

Afin de déterminer la contribution de la masse ponctuelle en D , sa matrice jacobienne est calculée par la relation usuelle :

$$\mathbf{J}_1 = \mathbf{J}_{x1}^{-1} \mathbf{J}_q \quad (3.12)$$

avec

$$\mathbf{J}_{x1} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{e}_x & \mathbf{A}_0 \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{e}_y & \mathbf{A}_0 \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{e}_z & -h \cos \theta \mathbf{A}_0 \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{e}_x - h \sin \theta \mathbf{A}_0 \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{e}_y \\ \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{e}_x & \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{e}_y & \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{e}_z & -h \cos \theta \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{e}_x - h \sin \theta \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{e}_y \\ \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{e}_x & \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{e}_y & \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{e}_z & 0 \\ \mathbf{A}_3 \mathbf{B}_3 \cdot \mathbf{e}_x & \mathbf{A}_3 \mathbf{B}_3 \cdot \mathbf{e}_y & \mathbf{A}_3 \mathbf{B}_3 \cdot \mathbf{e}_z & 0 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

et

$$\mathbf{J}_q = \begin{bmatrix} (\mathbf{A}_0 \mathbf{B}_0 \times \mathbf{P}_0 \mathbf{A}_0) \cdot \mathbf{v}_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 \times \mathbf{P}_1 \mathbf{A}_1) \cdot \mathbf{v}_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (\mathbf{A}_2 \mathbf{B}_2 \times \mathbf{P}_2 \mathbf{A}_2) \cdot \mathbf{v}_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (\mathbf{A}_3 \mathbf{B}_3 \times \mathbf{P}_3 \mathbf{A}_3) \cdot \mathbf{v}_3 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

De plus, l'accélération de cette masse ponctuelle peut être définie par la relation suivante :

$$\ddot{\mathbf{x}}_I = [\ddot{x}_1 \ \ddot{y}_1 \ \ddot{z}_1 \ \ddot{\theta}_1]^T = [\ddot{x} \ \ddot{y} \ \ddot{z} \ \ddot{\theta}_1]^T \quad (3.15)$$

Ainsi, les efforts appliqués sont exprimés par la relation suivante :

$$\mathbf{f}_I = \mathbf{M}_I (\ddot{\mathbf{x}}_I + \mathbf{g}) \quad (3.16)$$

avec

$$\mathbf{M}_I = \begin{bmatrix} m_1 + m_3 + 2m_5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 + m_3 + 2m_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 + m_3 + 2m_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Notons que le paramètre d'inertie suivant l'axe \mathbf{e}_z (4^{ème} colonne, 4^{ème} ligne) est nul. En effet, la représentation de la nacelle à l'aide de masses ponctuelles est possible car les corps (A) et (B) ne sont soumis qu'à des mouvements de translations.

Finalement, le couple induit par (A) est donné par la relation suivante :

$$\boldsymbol{\tau}_{(A)} = \mathbf{J}_I^T \mathbf{M}_I (\ddot{\mathbf{x}}_I + \mathbf{g}) \quad (3.18)$$

Afin de déterminer les couples induits par les efforts appliqués au solide (B), une seconde matrice jacobienne de la masse ponctuelle du point D' est déterminée :

$$\mathbf{J}_2 = \mathbf{J}_{x_2}^{-1} \cdot \mathbf{J}_q \quad (3.19)$$

avec \mathbf{J}_q la matrice définie à l'équation (3.14) et

$$\mathbf{J}_{x_2} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{e}_x & \mathbf{A}_0 \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{e}_y & \mathbf{A}_0 \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{e}_z & 0 \\ \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{e}_x & \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{e}_y & \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{e}_z & 0 \\ \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{e}_x & \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{e}_y & \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{e}_z & h \cos \theta \cdot \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{e}_x + h \sin \theta \cdot \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{e}_y \\ \mathbf{A}_3 \mathbf{B}_3 \cdot \mathbf{e}_x & \mathbf{A}_3 \mathbf{B}_3 \cdot \mathbf{e}_y & \mathbf{A}_3 \mathbf{B}_3 \cdot \mathbf{e}_z & h \cos \theta \cdot \mathbf{A}_3 \mathbf{B}_3 \cdot \mathbf{e}_x + h \sin \theta \cdot \mathbf{A}_3 \mathbf{B}_3 \cdot \mathbf{e}_y \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

L'accélération $\ddot{\mathbf{x}}_2$ du point D' peut être exprimée en fonction de $\ddot{\mathbf{x}}$. Tout d'abord, définissons la vitesse de D' en fonction de celle du point D :

$$\dot{\mathbf{x}}_2 = [\dot{x}_2 \ \dot{y}_2 \ \dot{z}_2 \ \dot{\theta}_2]^T = \mathbf{T}_2 \dot{\mathbf{x}} \quad (3.21)$$

avec

$$\mathbf{T}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dot{\theta} h \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 & -\dot{\theta} h \cos \theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

L'accélération du corps (B) peut donc s'exprimer en dérivant (3.21) :

$$\ddot{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{T}_2 \ddot{\mathbf{x}} + \dot{\mathbf{T}}_2 \dot{\mathbf{x}} \quad (3.23)$$

Ainsi, les efforts appliqués au solide (B) sont donnés par la relation suivante :

$$\mathbf{f}_2 = \mathbf{M}_2 (\ddot{\mathbf{x}}_2 + \mathbf{g}) \quad (3.24)$$

avec

$$\mathbf{M}_2 = \begin{bmatrix} m_2 + m_3 + 2m_5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 + m_3 + 2m_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_2 + m_3 + 2m_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Nous pouvons finalement déterminer les couples moteurs induits par ces efforts :

$$\boldsymbol{\tau}_{(B)} = \mathbf{J}_2^T \mathbf{M}_2 (\ddot{\mathbf{x}}_2 + \mathbf{g}) \quad (3.26)$$

Enfin, les couples induits par les efforts extérieurs qui, dans notre cas, sont uniquement dus à la charge embarquée, sont donnés par la relation :

$$\boldsymbol{\tau}_p = \mathbf{J}^T \mathbf{M}_p (\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{g}) \quad (3.27)$$

Dans le cas de notre mécanisme, notons que les efforts extérieurs sont appliqués au point D'. Ainsi, la matrice \mathbf{J}_1 peut être assimilée à \mathbf{J} . De plus :

$$\mathbf{M}_p = \begin{bmatrix} m_p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i_p \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Ainsi, la contribution des parties mobiles du mécanisme peut être simplifiée et exprimée par la relation :

$$\boldsymbol{\tau}_{nac} = \mathbf{J}^T \mathbf{M} (\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{g}) + \mathbf{J}_2^T \mathbf{M}_2 (\ddot{\mathbf{x}}_2 + \mathbf{g}) \quad (3.29)$$

avec $\mathbf{M} = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_p$

En conclusion, les couples moteurs sont déterminés par la somme des effets de l'actionnement (3.11), des deux solides de la nacelle ((3.18) et (3.26)) et des efforts extérieurs (3.27). Le modèle dynamique inverse du robot Par4 peut donc être défini comme suit :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau} = & \mathbf{I}_{act} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{I}_{bras} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{I}_{para} \ddot{\mathbf{q}} - \cos(\mathbf{q}) (\mathbf{M}_{bras} \mathbf{g} L_G + \mathbf{M}_{para} \mathbf{g} L) \\ & + \mathbf{F}_s \text{sign}(\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{F}_v \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{J}^T \mathbf{M} (\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{g}) + \mathbf{J}_2^T \mathbf{M}_2 (\ddot{\mathbf{x}}_2 + \mathbf{g}) \end{aligned} \quad (3.30)$$

Ainsi, ce modèle nous permet de disposer d'un outil d'analyse des couples appliqués aux moteurs du robot, simple à manipuler et non coûteux en temps de calcul.

3.2.3. Validation des hypothèses simplificatrices

Afin de valider les nouvelles simplifications réalisées sur la nacelle articulée du mécanisme, le principe de comparaison du modèle avec une simulation réalisée sous Adams présentée au § 3.1.2.3 est repris sur le robot Par4. Le ratio entre la masse du bras et de l'avant-bras est identique au prototype du robot, soit 0,3. De plus, le modèle construit sous Adams est une réplique exacte du prototype du Par4 présenté au Chapitre 2.

Pour un déplacement donné, la Figure 3.6 montre les couples obtenus par la simulation Adams et par le modèle présenté ci-dessus.

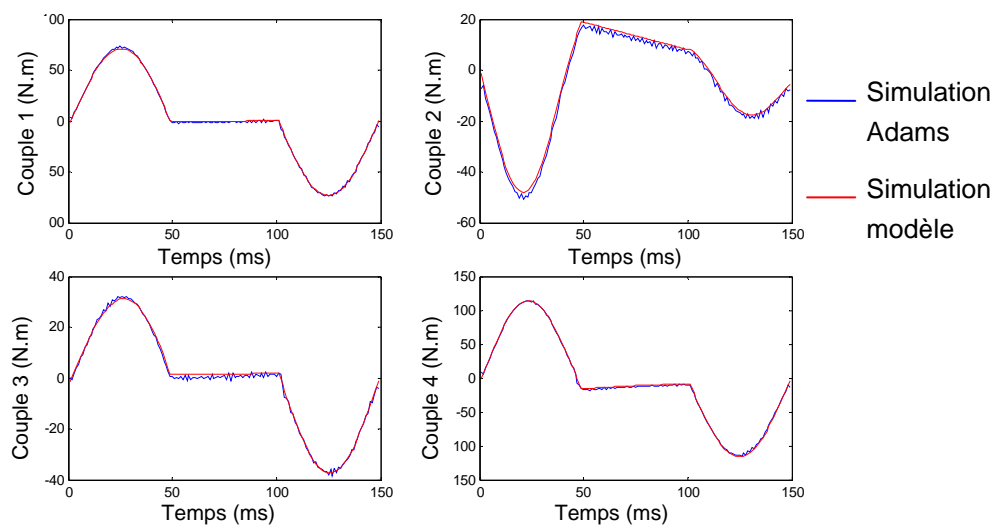


Figure 3.6 Comparaison des couples obtenus par simulation Adams et par l'utilisation du modèle dynamique

Cette comparaison montre que les simplifications réalisées sur la nacelle ont un impact très faible sur la précision du modèle. En effet, l'erreur maximale observée entre les simulations est de l'ordre de 2%.

Afin d'obtenir un modèle le plus précis possible et en prévision de l'éventuelle implémentation d'une commande dynamique, une identification des paramètres dynamiques du robot doit être conduite. Celle-ci est détaillée au paragraphe suivant.

3.3. Identification expérimentale des paramètres dynamiques du robot

Afin d'approfondir la modélisation dynamique du robot Par4 et dans le but d'obtenir un modèle très proche de la réalité, la connaissance des paramètres dynamiques du prototype est nécessaire. Ainsi, la modélisation présentée à la relation (3.30) doit être réécrite linéairement en fonction des paramètres dynamiques. Les paramètres peuvent ainsi être estimés en utilisant la méthode simple et classique des moindres carrés [Vivas 2003].

3.3.1. Expression du modèle dynamique

Afin d'estimer les paramètres dynamiques du robot, la relation (3.30) doit être réécrite de la façon suivante :

$$\boldsymbol{\tau}_{act} = \mathbf{W} \boldsymbol{\chi} \quad (3.31)$$

où $\boldsymbol{\tau}_{act}$ est le couple mesuré des actionneurs, \mathbf{W} le régresseur et $\boldsymbol{\chi}$ le vecteur des paramètres à estimer.

Afin de mener à bien cette identification, les hypothèses suivantes sont posées :

- Aucune charge extérieure n'est appliquée au niveau de l'organe terminal
- Les paramètres dynamiques sont considérés comme étant identiques pour chaque chaîne. Cette hypothèse est faite en considérant que les actionneurs sont identiques et que les bras et avant-bras sont fabriqués en même temps

C'est pourquoi, le régresseur et le vecteur des paramètres définis à la relation (3.31) peuvent être définis par les expressions suivantes :

$$\mathbf{W} = \left[\ddot{\mathbf{q}} \quad \mathbf{J}_1^T \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{y}_1 \\ \ddot{z}_1 + g \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{J}_2^T \begin{bmatrix} \ddot{x}_2 \\ \ddot{y}_2 \\ \ddot{z}_2 + g \\ 0 \end{bmatrix} \quad -\cos(\mathbf{q}) \quad \text{sign}(\dot{\mathbf{q}}) \quad \dot{\mathbf{q}} \right] \quad (3.32)$$

$$\boldsymbol{\chi} = \left[i_{act} \quad m'_1 \quad m'_2 \quad g(L_G m_4 + L m_5) \quad f_s \quad f_v \right]^T \quad (3.33)$$

avec $i_{act} = i_a + i_{ab} + i_m$, $m'_1 = m_1 + m_3 + 2m_5$, $m'_2 = m_2 + m_3 + 2m_5$

Enfin, avant de procéder à l'identification expérimentale des paramètres dynamiques du robot, les gains d'actionnement des moteurs doivent être déterminés. Ceux-ci sont en effet utiles pour connaître les couples appliqués par les actionneurs τ_{act} .

3.3.2. Estimation des paramètres dynamiques

Afin d'identifier correctement tous les paramètres, des trajectoires excitantes doivent être réalisées par le robot. Celles-ci sont des déplacements quasi-aléatoires réalisés dans l'espace opérationnel. Ainsi, les mouvements sont obtenus suivant plusieurs phases : tout d'abord, des mouvements lents permettent d'exciter les effets des frottements, puis des déplacements à forte dynamique qui conduisent à l'estimation des masses et des inerties des corps.

Lors de ces trajectoires, les positions des actionneurs et la tension appliquée aux variateurs sont enregistrées. Ainsi, en supposant un comportement linéaire, les couples moteurs peuvent être estimés en utilisant la relation suivante :

$$\tau_{act_i} = G_i V_i \quad (3.34)$$

où V_i est la tension de consigne envoyée au variateur du moteur i et G_i est le gain d'actionnement du moteur i . Le gain est obtenu expérimentalement en mesurant la force appliquée à l'extrémité de chaque bras sur un capteur d'effort pour différentes tensions. Le détail de cette procédure, ainsi que les résultats obtenus sont donnés en annexe II. A partir des données enregistrées, le vecteur des paramètres χ est estimé par l'intermédiaire des moindres carrés [Vivas 2003]. De plus, τ_{act} et W sont obtenus par la concaténation des quatre séries de données, correspondant à chaque actionneur et discrétisée suivant la trajectoire excitatrice. Notons que la commande du robot utilisée est une simple boucle Proportionnel / Intégrateur dont la sortie est considérée comme directement proportionnelle aux couples moteurs.

Le calcul du régresseur W implique le calcul des vitesses et accélérations articulaires ainsi que les positions, vitesses et accélérations opérationnelles. Ces données sont obtenues par la combinaison d'un filtre passe-bas de type Butterworth aller+retour et une dérivation numérique par différence centrée. Les variables opérationnelles sont donc calculées par les relations usuelles :

$$\dot{x} = J\dot{q} \quad (3.35)$$

$$\ddot{x} = \dot{J}\dot{q} + J\ddot{q} \quad (3.36)$$

Les résultats de l'identification ainsi que les écart-types relatifs (% σ) de chaque paramètre sont donnés au Tableau 3.1. La valeur des écart-types montre que tous les paramètres sont très correctement estimés.

Paramètres	Valeurs	% σ
i_{act}	0.113 kg.m ²	0.872
m'_1	0.8043 kg	0.620
m'_2	0.8594 kg	0.596
$g (L_G m_4 + L m_5)$	1.33 kg.m ² .s ⁻²	1.261
f_c	2.43 N.m	0.488
f_v	20.4 N.m.s.rad ⁻¹	0.372

Tableau 3.1 Valeurs des paramètres estimés et écart-types relatifs correspondants

Afin de vérifier qualitativement le résultat de cette identification, une validation croisée est nécessaire. Cette vérification consiste à réaliser une trajectoire aléatoire et à enregistrer les positions des actionneurs et les consignes envoyées aux variateurs. D'une part, les couples appliqués par les actionneurs sont obtenus par les tensions enregistrées et la relation (3.34). D'autre part, les couples moteurs sont calculés par l'intermédiaire du modèle dynamique présenté en (3.30) en utilisant les paramètres identifiés du Tableau 3.1. Le résultat de cette validation croisée pour les moteurs 1 et 4 est donné à la Figure 3.7. Celle-ci montre que les couples calculés et mesurés sont proches, particulièrement lors des mouvements à forte dynamique. Les paramètres d'inertie et de masse semblent donc être particulièrement bien identifiés.

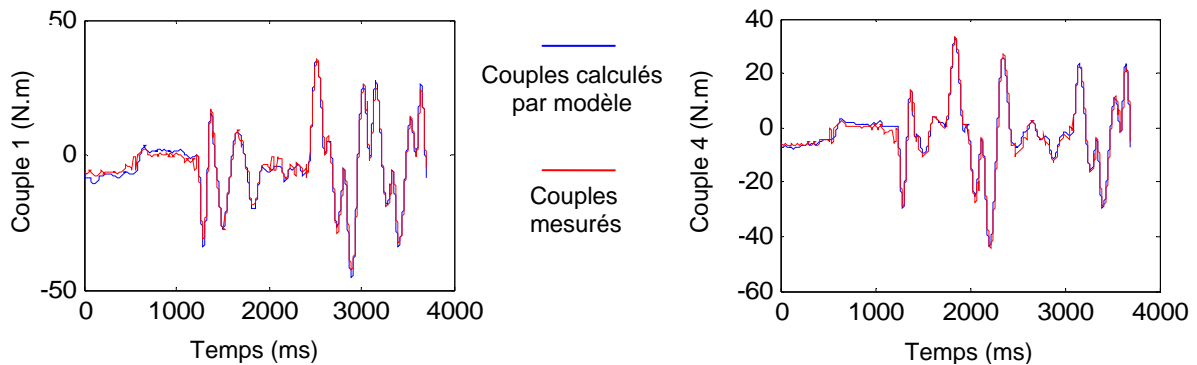


Figure 3.7 Validation croisée des paramètres dynamiques sur les moteurs 1 et 4

Le modèle proposé est donc fidèle à la réalité physique, comme le montrent à la fois la comparaison Modèle / Adams, et la qualité de l'identification. Nous allons maintenant l'utiliser pour comprendre le déséquilibre des couples.

3.4. Equilibrage des couples moteurs

3.4.1. Analyse de la dissymétrie

Nous avons constaté au Chapitre 2 que la dissymétrie des couples moteurs n'intervient que selon certaines directions cartésiennes. Par conséquent, ce phénomène ne dépend que des variables opérationnelles du robot et l'équation (3.30) montre en fait que seul \mathbf{J}^T a un effet sur \mathbf{x} . C'est pourquoi, nous proposons d'analyser cette matrice qui caractérise l'effet des efforts

extérieurs appliqués à la nacelle du robot. La Figure 3.8 représente la nacelle dans le plan $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$. Etant donnée la localisation de l'organe terminal, nous réalisons cette étude en appliquant une force extérieure sur l'une des demi-nacelles.

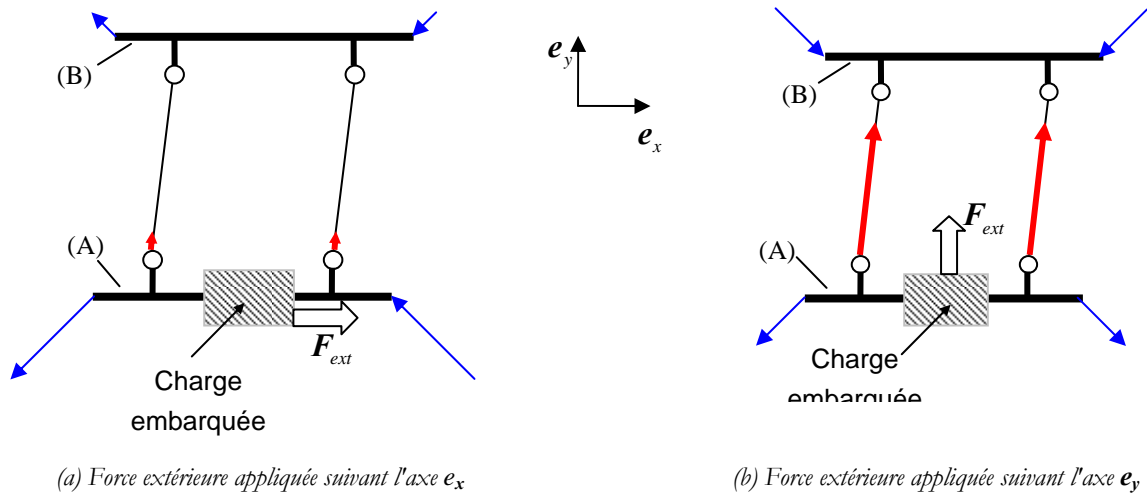


Figure 3.8 Répartition des efforts statiques en conséquence d'une force extérieure appliquée sur une demi-nacelle, suivant les axes \mathbf{e}_x et \mathbf{e}_y

Ainsi, nous constatons que dans le plan $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$, la liaison Π est capable de transmettre des efforts principalement suivant une direction. C'est pourquoi, lorsque la force extérieure est appliquée suivant \mathbf{e}_x la réaction des parallélogrammes spatiaux portant le corps (A) est de norme largement supérieure à celle du corps (B). En revanche, lorsque la force est appliquée suivant \mathbf{e}_y , la nacelle se comporte quasiment comme un corps rigide, et les efforts sont transmis en quasi-totalité au corps (B), selon l'angle θ . Notons que lorsque la liaison Π est en position nominale (les barres intérieures du parallélogramme plan sont orientées suivant \mathbf{e}_y), aucun effort n'est transmis à (B) dans le cas de la Figure 3.8a.

Ces observations peuvent être analysées par l'étude de la transposée de la matrice jacobienne du robot, telle que décrite à l'équation (3.7). Afin de simplifier les calculs, nous prenons le cas où le robot est placé au centre de son volume de travail. Selon cette hypothèse, la direction des projections des vecteurs $\mathbf{A}_i \mathbf{B}_i$ sur le plan $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$ sont à 45° ($i=1$), 135° ($i=2$), 225° ($i=3$) et 315° ($i=4$) par rapport à l'axe \mathbf{e}_x . C'est pourquoi, nous pouvons simplifier l'expression de ces vecteurs par l'expression suivante :

$$\mathbf{A}_i \mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} -ab_x & ab_x & ab_x & -ab_x \\ -ab_y & -ab_y & ab_y & ab_y \\ ab_z & ab_z & ab_z & ab_z \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

où $[ab_x \ ab_y \ ab_z]$ sont les composantes définies positives des vecteurs $\mathbf{A}_i \mathbf{B}_i$

Notons que cette hypothèse n'est valable que lorsque la nacelle est en position nominale, soit $\theta = 0$.

Par conséquent, en partant de l'expression (3.13), la matrice \mathbf{J}_x peut être réécrite :

$$\mathbf{J}_x = \begin{bmatrix} -ab_x & -ab_y & ab_z & \alpha ab_x \\ ab_x & -ab_y & ab_z & \alpha ab_x \\ ab_x & ab_y & ab_z & 0 \\ -ab_x & ab_y & ab_z & 0 \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

avec α , une constante dépendante de la géométrie du robot.

De plus, nous pouvons définir la matrice \mathbf{J}_q de la façon suivante :

$$\mathbf{J}_q = \begin{bmatrix} jq_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & jq_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & jq_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & jq_4 \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

Par conséquent, ces hypothèses nous conduisent au calcul de l'expression de la transposée de la matrice jacobienne à partir de la relation $\mathbf{J} = \mathbf{J}_x^{-1} \mathbf{J}_q$:

$$\mathbf{J}^T = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{jq_1}{4ab_y} & \frac{jq_1}{4ab_z} & -\frac{jq_1}{2\alpha ab_x} \\ 0 & -\frac{jq_2}{4ab_y} & \frac{jq_2}{4ab_z} & \frac{jq_2}{2\alpha ab_x} \\ \frac{jq_3}{2ab_x} & \frac{jq_3}{4ab_y} & \frac{jq_3}{4ab_z} & -\frac{jq_3}{2\alpha ab_x} \\ -\frac{jq_4}{2ab_x} & \frac{jq_4}{4ab_y} & \frac{jq_4}{4ab_z} & \frac{jq_4}{2\alpha ab_x} \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

Le bloc de zéros de cette matrice nous montre qu'un effort en \mathbf{e}_x n'engendrera aucun couple dans les moteurs 1 et 2, mais un couple conséquent dans les moteurs 3 et 4 (présence du facteur $\frac{1}{2}$ aux lignes 3 et 4 de la colonne 1). Un effort en \mathbf{e}_y sera quant à lui réparti de façon homogène suivant les quatre actionneurs (présence du facteur $\frac{1}{4}$).

Afin d'éviter ce phénomène, nous proposons de modifier très simplement la nacelle du robot afin de la rendre symétrique. Pour ce faire, nous proposons d'ajouter une troisième barre au parallélogramme de la liaison Π et de placer l'organe terminal en son centre. Dans ce cas, les efforts qui lui sont appliqués sont répartis dans les actionneurs quelle que soit la direction de la force. Cette nouvelle nacelle est présentée à la Figure 3.9.

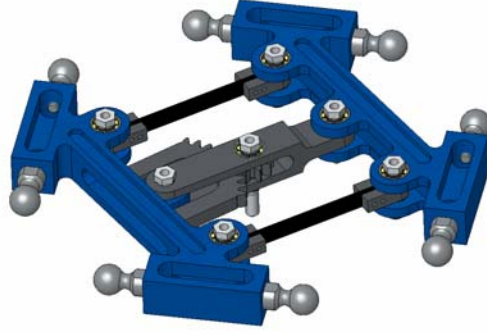


Figure 3.9 Représentation de la nacelle modifiée

En reprenant un raisonnement identique, l'expression de la transposée de la matrice jacobienne devient :

$$\mathbf{J}^T = \begin{bmatrix} -\frac{jq_1}{4ab_x} & -\frac{jq_1}{4ab_y} & \frac{jq_1}{4ab_z} & -\frac{jq_1}{2\alpha ab_x} \\ \frac{jq_2}{4ab_x} & -\frac{jq_2}{4ab_y} & \frac{jq_2}{4ab_z} & \frac{jq_2}{2\alpha ab_x} \\ \frac{jq_3}{4ab_x} & \frac{jq_3}{4ab_y} & \frac{jq_3}{4ab_z} & -\frac{jq_3}{2\alpha ab_x} \\ -\frac{jq_4}{4ab_x} & \frac{jq_4}{4ab_y} & \frac{jq_4}{4ab_z} & \frac{jq_4}{2\alpha ab_x} \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

Ainsi, l'analyse de cette matrice nous confirme que les efforts seront répartis de façon homogène quelles que soient les directions des forces extérieures du fait de l'absence des blocs de zéros observés à l'équation (3.40).

Afin d'étudier l'impact réel de cette modification sur la dynamique du robot, la modélisation dynamique de cette architecture est développée dans le paragraphe suivant.

3.4.2. Modélisation dynamique du "Par4 symétrique"

Le modèle dynamique de l'architecture Par4 ainsi modifiée est calculé afin de mettre en avant les avantages apportés. Les paramètres géométriques et dynamiques utilisés sont identiques à ceux présentés au §3.2.1. De plus, les mêmes hypothèses simplificatrices sont appliquées. Ainsi, en reprenant la modélisation présentée à l'équation (3.30), la dynamique de l'architecture modifiée peut être écrite en modifiant les vecteurs \mathbf{x}_1 et \mathbf{x}_2 ainsi que les matrices jacobienes \mathbf{J}_1 et \mathbf{J}_2 . Ces derniers sont définis par les expressions suivantes :

$$\mathbf{x}_1 = [x_1 \ y_1 \ z_1 \ \theta_1]^T = \mathbf{T}_1 \mathbf{x} \quad \text{et} \quad \mathbf{x}_2 = [x_2 \ y_2 \ z_2 \ \theta_2]^T = \mathbf{T}_2 \mathbf{x} \quad (3.42)$$

avec,

$$\mathbf{T}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & h/2 \cos \theta \\ 0 & 1 & 0 & h/2 \sin \theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{T}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -h/2 \cos \theta \\ 0 & 1 & 0 & -h/2 \sin \theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

De plus, les matrices jacobiennes des deux "demi-nacelles" peuvent être réécrites de la manière suivante :

$$\mathbf{J}_1 = \mathbf{J}_{x1}^{-1} \mathbf{J}_q \quad (3.44)$$

avec,

$$\mathbf{J}_{x1} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{e}_x & \mathbf{A}_0 \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{e}_y & \mathbf{A}_0 \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{e}_z & -h/2 \cos \theta \mathbf{A}_0 \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{e}_x - h/2 \sin \theta \mathbf{A}_0 \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{e}_y \\ \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{e}_x & \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{e}_y & \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{e}_z & -h/2 \cos \theta \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{e}_x - h/2 \sin \theta \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{e}_y \\ \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{e}_x & \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{e}_y & \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{e}_z & 0 \\ \mathbf{A}_3 \mathbf{B}_3 \cdot \mathbf{e}_x & \mathbf{A}_3 \mathbf{B}_3 \cdot \mathbf{e}_y & \mathbf{A}_3 \mathbf{B}_3 \cdot \mathbf{e}_z & 0 \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

et

$$\mathbf{J}_q = \begin{bmatrix} (\mathbf{A}_0 \mathbf{B}_0 \times \mathbf{P}_0 \mathbf{A}_0) \cdot \mathbf{v}_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 \times \mathbf{P}_1 \mathbf{A}_1) \cdot \mathbf{v}_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (\mathbf{A}_2 \mathbf{B}_2 \times \mathbf{P}_2 \mathbf{A}_2) \cdot \mathbf{v}_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (\mathbf{A}_3 \mathbf{B}_3 \times \mathbf{P}_3 \mathbf{A}_3) \cdot \mathbf{v}_3 \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

De plus,

$$\mathbf{J}_2 = \mathbf{J}_{x2}^{-1} \mathbf{J}_q \quad (3.47)$$

avec ,

$$\mathbf{J}_{x2} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{e}_x & \mathbf{A}_0 \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{e}_y & \mathbf{A}_0 \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{e}_z & 0 \\ \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{e}_x & \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{e}_y & \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{e}_z & 0 \\ \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{e}_x & \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{e}_y & \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{e}_z & h/2 \cos \theta \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{e}_x + h/2 \sin \theta \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{e}_y \\ \mathbf{A}_3 \mathbf{B}_3 \cdot \mathbf{e}_x & \mathbf{A}_3 \mathbf{B}_3 \cdot \mathbf{e}_y & \mathbf{A}_3 \mathbf{B}_3 \cdot \mathbf{e}_z & h/2 \cos \theta \mathbf{A}_3 \mathbf{B}_3 \cdot \mathbf{e}_x + h/2 \sin \theta \mathbf{A}_3 \mathbf{B}_3 \cdot \mathbf{e}_y \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

et \mathbf{J}_q la matrice définie dans l'expression (3.46).

En analysant ces matrices ainsi que les matrices \mathbf{T}_1 et \mathbf{T}_2 , nous pouvons simplifier la somme des effets des deux corps principaux de la nacelle. Il en résulte :

$$\mathbf{J}_1^T \mathbf{M}_1 (\ddot{\mathbf{x}}_1 + \mathbf{g}) + \mathbf{J}_2^T \mathbf{M}_2 (\ddot{\mathbf{x}}_2 + \mathbf{g}) = \mathbf{J}^T \mathbf{M} (\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{g}) \quad (3.49)$$

Dans ce cas, \mathbf{J} est la matrice jacobienne définie à l'organe terminal et donnée par l'expression:

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_x^{-1} \mathbf{J}_q \quad (3.50)$$

avec,

$$\mathbf{J}_x = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{e}_x & \mathbf{A}_0 \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{e}_y & \mathbf{A}_0 \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{e}_z & -h/2 \cos \theta \mathbf{A}_0 \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{e}_x - h/2 \sin \theta \mathbf{A}_0 \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{e}_y \\ \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{e}_x & \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{e}_y & \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{e}_z & -h/2 \cos \theta \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{e}_x - h/2 \sin \theta \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{e}_y \\ \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{e}_x & \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{e}_y & \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{e}_z & h/2 \cos \theta \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{e}_x + h/2 \sin \theta \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{e}_y \\ \mathbf{A}_3 \mathbf{B}_3 \cdot \mathbf{e}_x & \mathbf{A}_3 \mathbf{B}_3 \cdot \mathbf{e}_y & \mathbf{A}_3 \mathbf{B}_3 \cdot \mathbf{e}_z & h/2 \cos \theta \mathbf{A}_3 \mathbf{B}_3 \cdot \mathbf{e}_x + h/2 \sin \theta \mathbf{A}_3 \mathbf{B}_3 \cdot \mathbf{e}_y \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

Par conséquent, l'effet des charges extérieures peut être ajouté à cette expression. La matrice de masse \mathbf{M} utilisée dans la simplification présentée à l'équation (3.49) se définit par l'expression suivante :

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 + 2m_2 + m_3' + 4m_5 + m_p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 + 2m_2 + m_3' + 4m_5 + m_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 + 2m_2 + m_3' + 4m_5 + m_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i_p \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

où m_3' est la somme des masses des barres du parallélogramme plan de la nacelle.

La modélisation dynamique de l'architecture "Par4 symétrique" peut ainsi être simplifiée par rapport au modèle présenté au paragraphe précédent. Celle-ci est donnée par l'expression suivante :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau} = & \mathbf{I}_{act} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{I}_{bras} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{I}_{para} \ddot{\mathbf{q}} - \cos(\mathbf{Q}) (\mathbf{M}_{bras} \mathbf{g} L_G + \mathbf{M}_{para} \mathbf{g} L) \\ & + \mathbf{F}_s \text{sign}(\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{F}_v \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{J}^T \mathbf{M} (\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{g}) \end{aligned} \quad (3.53)$$

Nous pouvons à présent utiliser ce modèle afin d'étudier quantitativement les différences entre les deux nacelles présentées ci-dessus.

3.4.3. Apport de la version modifiée

Les deux modèles dynamiques de la version initiale (3.30) et de la nacelle modifiée (3.53) sont simulés afin de mettre en évidence l'apport de cette dernière au niveau des couples moteurs. Pour ce faire, nous simulons les deux modèles en utilisant un déplacement identique, soit un mouvement linéaire en \mathbf{x} de 305 mm à 15 g, avec une masse embarquée de 2 kg. De plus, afin d'obtenir des données les plus proches possibles de la réalité, les paramètres dynamiques identifiés précédemment sont utilisés. Les couples induits par ce déplacement sont calculés dans chacun des cas, et les données du moteur 3 sont représentées à la Figure 3.10.

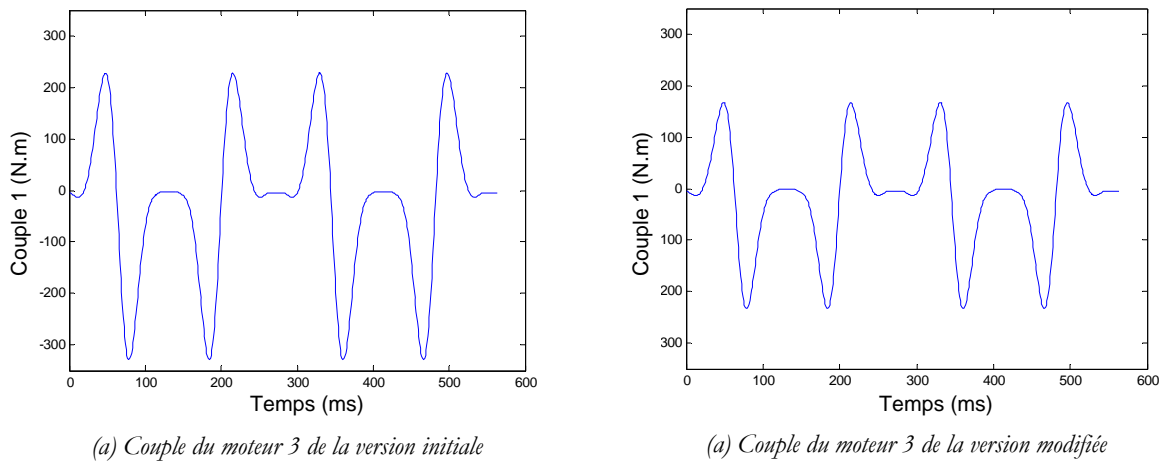


Figure 3.10 Evolution des couples moteurs lors d'un mouvement linéaire de 300 mm en \mathbf{x} pour les deux nacelles

Le résultat de cette simulation montre une diminution notable des couples moteurs maximums résultant d'un déplacement classique du robot. En effet, le fait de déplacer l'organe terminal induit un équilibrage dynamique du mécanisme et permet de réduire de 30% les couples maximums. Ainsi, l'analyse des modèles dynamiques des robots à nacelle articulée présentée précédemment nous a permis de proposer une modification mineure de la cinématique du robot. La conséquence de cette étude est d'obtenir un mécanisme dont les couples moteurs sont parfaitement répartis lors des déplacements du robot.

3.5. Extension au robot Héli4

En reprenant les mêmes constats et les mêmes analyses réalisés sur le robot Par4, nous remarquons que la nacelle de l'architecture Héli4 présentée au Chapitre 2 induit également une dissymétrie des couples moteurs. Ainsi, il est possible de modifier la nacelle originalement étudiée comme le montre la Figure 3.11.

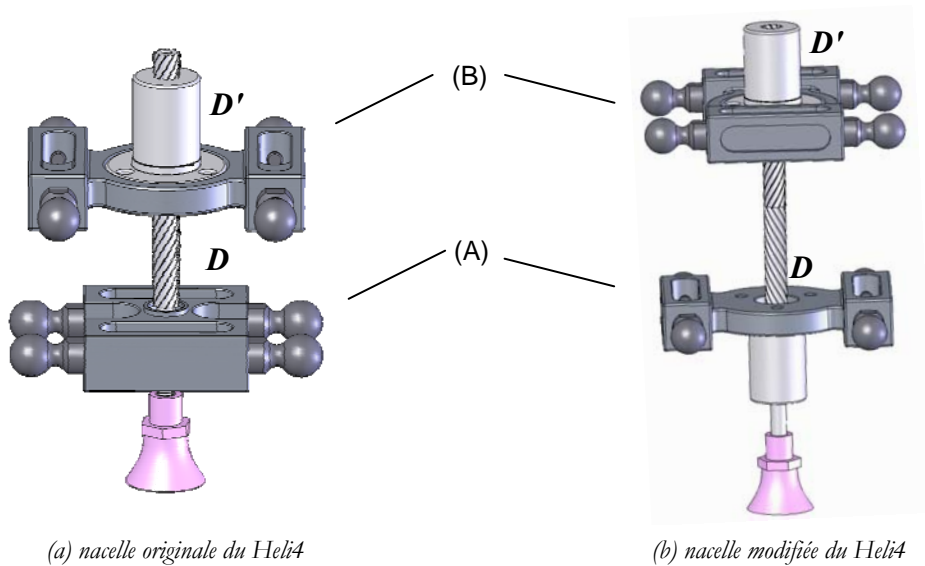


Figure 3.11 Modification de la nacelle du Héli4 conduisant à un équilibrage des couples moteurs

La nacelle modifiée utilise deux systèmes de vis/écrou, sur le même axe. Ce dernier est réalisé par deux vis dont les pas sont de sens contraires et l'organe terminal est fixé à l'une de ses extrémités. Le mouvement de rotation se réalise donc par un mouvement combiné de translation des corps (A) et (B) vers le centre de la vis, ou vers ses extrémités.

L'étude de la matrice jacobienne transposée montre que la version originale possède une dissymétrie des couples lors d'efforts suivant l'axe z . En effet, en reprenant les hypothèses données lors de l'étude de la nacelle du Par4 (cf. relation (3.37)), les matrices jacobiennes transposées de la version originale et de la version symétrique sont les suivantes :

$$\mathbf{J}_{original}^T = \begin{bmatrix} \frac{jq_1}{4ab_x} & -\frac{jq_1}{4ab_y} & 0 & \frac{jq_1}{2\alpha ab_z} \\ \frac{jq_2}{4ab_x} & -\frac{jq_2}{4ab_y} & \frac{jq_2}{2ab_z} & -\frac{jq_2}{2\alpha ab_z} \\ \frac{jq_3}{4ab_x} & \frac{jq_3}{4ab_y} & 0 & \frac{jq_3}{2\alpha ab_z} \\ -\frac{jq_4}{4ab_x} & \frac{jq_4}{4ab_y} & \frac{jq_4}{2ab_z} & -\frac{jq_4}{2\alpha ab_z} \end{bmatrix} \quad \mathbf{J}_{sym}^T = \begin{bmatrix} -\frac{jq_1}{4ab_x} & -\frac{jq_1}{4ab_y} & \frac{jq_1}{4ab_z} & \frac{jq_1}{2\alpha ab_z} \\ \frac{jq_2}{4ab_x} & -\frac{jq_2}{4ab_y} & \frac{jq_2}{4ab_z} & -\frac{jq_2}{2\alpha ab_z} \\ \frac{jq_3}{4ab_x} & \frac{jq_3}{4ab_y} & \frac{jq_3}{4ab_z} & \frac{jq_3}{2\alpha ab_z} \\ -\frac{jq_4}{4ab_x} & \frac{jq_4}{4ab_y} & \frac{jq_4}{4ab_z} & -\frac{jq_4}{2\alpha ab_z} \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

▪ **Modélisation de la nacelle originale**

De la même façon que lors de la modélisation du Par4, nous proposons de simplifier la nacelle du robot Héli4 en considérant les corps (A) et (B) équivalents à des masses ponctuelles, ramenées au niveau de l'articulation avec la vis.

C'est pourquoi, si nous nous contentons d'étudier la contribution des couples moteurs due aux parties mobiles du robot, nous pouvons poser l'équation suivante :

$$\tau_{nac} = \mathbf{J}_1^T \mathbf{M}_1 (\ddot{\mathbf{x}}_1 + \mathbf{g}) + \mathbf{J}_2^T \mathbf{M}_2 (\ddot{\mathbf{x}}_2 + \mathbf{g}) + \mathbf{J}^T \mathbf{M}_p (\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{g}) \quad (3.55)$$

où $\ddot{\mathbf{X}}_1$ est l'accélération du point **D** dont les coordonnées sont définies par :

$$\ddot{\mathbf{x}}_1 = [\ddot{x} \ \ddot{y} \ \ddot{z} \ \ddot{\theta}_1]^T \quad (3.56)$$

De plus, \mathbf{J}_1 est la matrice jacobienne de la masse ponctuelle équivalente à la demi-nacelle (A), définie par la relation :

$$\mathbf{J}_1 = \mathbf{J}_{x1}^{-1} \mathbf{J}_q \quad (3.57)$$

avec \mathbf{J}_q la matrice dont les composantes sont données à la relation (3.14) et \mathbf{J}_{x1} la matrice définie par la relation suivante :

$$\mathbf{J}_{x1} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{e}_x & \mathbf{A}_0 \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{e}_y & \mathbf{A}_0 \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{e}_z & \frac{1}{p} \mathbf{A}_0 \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{e}_z \\ \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{e}_x & \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{e}_y & \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{e}_z & 0 \\ \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{e}_x & \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{e}_y & \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{e}_z & \frac{1}{p} \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{e}_z \\ \mathbf{A}_3 \mathbf{B}_3 \cdot \mathbf{e}_x & \mathbf{A}_3 \mathbf{B}_3 \cdot \mathbf{e}_y & \mathbf{A}_3 \mathbf{B}_3 \cdot \mathbf{e}_z & 0 \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

$\ddot{\mathbf{X}}_2$ est l'accélération du point **D'** dont les coordonnées sont définies par :

$$\ddot{\mathbf{x}}_2 = [\ddot{x}_2 \ \ddot{y}_2 \ \ddot{z}_2 \ \ddot{\theta}_2]^T = \mathbf{T}_2 \ddot{\mathbf{X}} \quad (3.59)$$

avec,

$$\mathbf{T}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & p \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.60)$$

De plus, \mathbf{J}_2 est la matrice jacobienne de la masse ponctuelle équivalente à la demi-nacelle (B), calculée par la relation :

$$\mathbf{J}_2 = \mathbf{J}_{x2}^{-1} \mathbf{J}_q \quad (3.61)$$

avec \mathbf{J}_q la matrice dont les composantes sont données à la relation (3.14), et

$$\mathbf{J}_{x2} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{e}_x & \mathbf{A}_0 \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{e}_y & \mathbf{A}_0 \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{e}_z & 0 \\ \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{e}_x & \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{e}_y & \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{e}_z & -1/p \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{e}_z \\ \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{e}_x & \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{e}_y & \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{e}_z & 0 \\ \mathbf{A}_3 \mathbf{B}_3 \cdot \mathbf{e}_x & \mathbf{A}_3 \mathbf{B}_3 \cdot \mathbf{e}_y & \mathbf{A}_3 \mathbf{B}_3 \cdot \mathbf{e}_z & -1/p \mathbf{A}_3 \mathbf{B}_3 \cdot \mathbf{e}_z \end{bmatrix} \quad (3.62)$$

Enfin, notons que la matrice jacobienne \mathbf{J} est identique à \mathbf{J}_1 . Ainsi, la modélisation donnée à l'équation (3.55) peut être simplifiée de la façon suivante :

$$\boldsymbol{\tau}_{nac} = \mathbf{J}^T \mathbf{M} (\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{g}) + \mathbf{J}_2^T \mathbf{M}_2 (\ddot{\mathbf{x}}_2 + \mathbf{g}) \quad (3.63)$$

avec,

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 + 4m_5 + m_{vis} + m_p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 + 4m_5 + m_{vis} + m_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 + 4m_5 + m_{vis} + m_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i_p \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

▪ Modélisation de la nacelle modifiée

En reprenant les mêmes constats réalisés lors de la modélisation du Par4 symétrique, nous pouvons remarquer que la relation (3.65) est également vraie pour la nacelle modifiée du Héli4.

$$\mathbf{J}_1^T \mathbf{M}_1 (\ddot{\mathbf{x}}_1 + \mathbf{g}) + \mathbf{J}_2^T \mathbf{M}_2 (\ddot{\mathbf{x}}_2 + \mathbf{g}) = \mathbf{J}^T \mathbf{M} (\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{g}) \quad (3.65)$$

C'est pourquoi, la contribution des parties mobiles du robot est calculée par la relation simplifiée suivante :

$$\boldsymbol{\tau}_{nac} = \mathbf{J}^T \mathbf{M} (\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{g}) \quad (3.66)$$

avec, $\mathbf{M} = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2 + \mathbf{M}_p$ et,

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_x^{-1} \mathbf{J}_q \quad (3.67)$$

où,

$$\mathbf{J}_x = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{e}_x & \mathbf{A}_0 \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{e}_y & \mathbf{A}_0 \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{e}_z & 1/p \mathbf{A}_0 \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{e}_z \\ \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{e}_x & \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{e}_y & \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{e}_z & -1/p \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{e}_z \\ \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{e}_x & \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{e}_y & \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{e}_z & 1/p \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{e}_z \\ \mathbf{A}_3 \mathbf{B}_3 \cdot \mathbf{e}_x & \mathbf{A}_3 \mathbf{B}_3 \cdot \mathbf{e}_y & \mathbf{A}_3 \mathbf{B}_3 \cdot \mathbf{e}_z & -1/p \mathbf{A}_3 \mathbf{B}_3 \cdot \mathbf{e}_z \end{bmatrix} \quad (3.68)$$

et \mathbf{J}_q la matrice dont les composantes sont données à la relation (3.14).

- **Apports de la version symétrique**

Afin de quantifier les apports sur les effets dynamiques de la nacelle symétrique par rapport à la version originale, la Figure 3.12 montre une simulation des deux mécanismes réutilisant les modèles présentés ci-dessus. Cette simulation montre une succession de trois déplacements linéaires suivant e_x , e_y et e_z pour une accélération de 15 g et une masse embarquée de 2 kg.

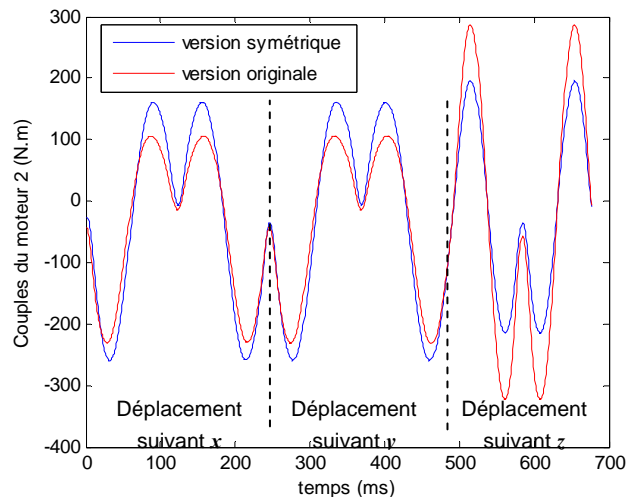


Figure 3.12 Evolution des couples du moteur 2 du Héli4 original et de sa version symétrique

Cette simulation montre clairement l'apport de la nacelle symétrique lors des déplacements suivant l'axe e_z . En effet, la différence entre les couples engendrés lors de ce mouvement est de l'ordre de 30%. Nous pouvons cependant remarquer la présence de couples plus importants lors de déplacements en e_x et e_y pour la nacelle symétrique. Ce phénomène est dû à la complexité de la nouvelle plateforme qui a pour conséquence d'engendrer une masse plus importante des parties mobiles du robot, avec en particulier l'ajout d'une liaison hélicoïdale supplémentaire.

En conclusion, l'apport de la version symétrique du robot Héli4 est notable suivant l'axe e_z , mais ce robot étant dédié aux applications de pick-and-place, cet avantage n'est pas si primordial. En effet, lors d'un déplacement de ce type, les accélérations appliquées lors de la levée et de la descente (suivant e_z) sont plus faibles (typiquement, de l'ordre de 5 g) et l'accélération maximale n'est obtenue que lors des déplacements horizontaux. Dans ce cas, l'apport de la version symétrique n'est plus que de 13%, et la complexité de construction induite par la nouvelle nacelle est très contraignante vis-à-vis du faible gain obtenu au niveau des couples.

3.6. Conclusion du chapitre

Ce chapitre nous a permis d'étudier en détail la dynamique des robots parallèles légers Par4 et Héli4 à l'aide d'une méthode de modélisation simplifiée. Le résultat de ces recherches nous a conduit à la modification de l'architecture initiale du robot Par4 afin de réduire de 30% les couples moteurs maximums. Cette nouvelle nacelle est donc la version finale du robot qui sera utilisée lors de son industrialisation. Nous avons étendu cette étude à l'architecture Héli4 mais les apports qui résultent de la version symétrique de la nacelle n'ont pas la même importance, étant donné le type de mouvements réalisés par ces robots. De plus, les incertitudes technologiques concernant le système vis/écrou restent un frein pour une industrialisation à court terme de ce mécanisme.

Notons que la réduction des couples qui résulte de cette analyse conduira à l'amélioration des performances du robot, pour des moteurs donnés. En effet, dans le cas du mécanisme qui engendre un déséquilibre des couples moteurs, deux actionneurs sont surexploités, alors que les deux autres sont sous-exploités. Cette uniformisation des couples permet donc d'utiliser les moteurs à leur puissance maximum, et donc d'atteindre des temps de cycle plus courts, pour une puissance égale. La Figure 3.13 décrit un exemple qui considère que la puissance maximum des moteurs est de 1 kW. Un déplacement rectiligne de 300 mm dont les vitesses et accélérations articulaires engendreraient cette puissance est alors simulé sur le robot Par4. Dans le cas de la version originale, le temps de déplacement atteint est de 122 ms, alors que ce temps n'est que de 104 ms pour le robot dont la nacelle modifiée.

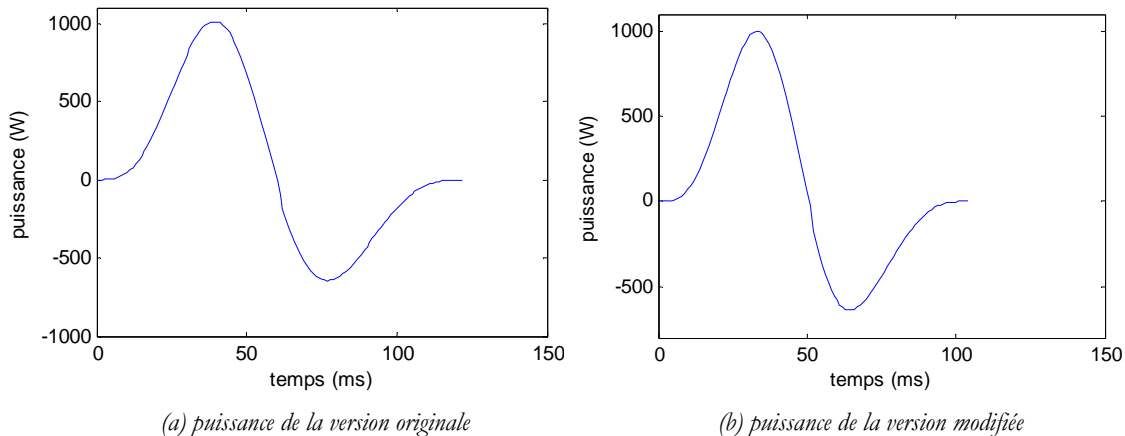


Figure 3.13 Puissance engendrée par des déplacements rectilignes des deux versions du Par4

Amélioration des performances des robots de pick-and-place

Résumé:

Ce chapitre présente deux pistes de travail pour améliorer les performances des robots de pick-and-place. La première repose sur la génération de trajectoire permettant de réaliser un cycle de pick-and-place. Celle-ci est la combinaison d'une trajectoire utilisant les clothoïdes et d'une loi horaire évolutive capable de limiter l'effet de l'accélération centripète. L'apport de cette génération de trajectoire est de réduire de 50% les couples moteurs maximums par rapport à un mouvement plus classique. La deuxième piste de travail consiste à rechercher les paramètres géométriques optimums du robot. Cette méthode est basée sur des contraintes industrielles telles que l'encombrement du robot. De plus, elle a la particularité de s'appuyer sur l'application concrète du robot. C'est pourquoi, un cycle de prise-dépose y est intégré.

4.1. Amélioration des générations de trajectoire.....	106
4.1.1. Générations de mouvement applicables aux trajectoires de pick-and-place	106
4.1.2. Constats sur les générations de trajectoires existantes.....	110
4.1.3. Génération de trajectoire optimisée pour les cycles de pick-and-place.....	110
4.2. Recherche des paramètres géométriques.....	115
4.2.1. Principe de l'optimisation géométrique.....	116
4.2.2. Résultats de l'optimisation	117
4.3. Conclusion du chapitre	119

4.1. Amélioration des générations de trajectoire

4.1.1. Générations de mouvement applicables aux trajectoires de pick-and-place

La réalisation de trajectoires applicables à l'obtention de cycles de pick-and-place fut largement étudiée dans le passé. Deux types de méthodes sont souvent proposées : les trajectoires avec points de passage [Khalil 1999] et la construction analytique de trajectoires prédéfinies. Dans la suite de ce paragraphe, nous présentons les solutions existantes afin d'en étudier les avantages et les inconvénients.

4.1.1.1. Générations de trajectoires avec point de passage

Ces méthodes traitent le cas de trajectoires contraintes à passer par des points intermédiaires à vitesse non nulle dont l'effet est de déformer les trajectoires à leur proximité. Ces méthodes reposent sur la détermination d'un polynôme unique passant par ces points et qui respecte les conditions aux limites. Celui-ci est déterminé à l'aide d'une résolution d'un système d'équations linéaire, mais sa détermination devient vite complexe et il est préférable d'utiliser plusieurs polynômes de degré inférieur, et de reconstruire le mouvement par morceaux.

▪ *Interpolation linéaire et transitions continues en accélération*

Ce type de trajectoire est constitué de mouvements à vitesses constantes liés par des transitions à accélérations constantes [Taylor 1979][Paul 1981].

Définissons la trajectoire définie par m points de passage : P_1, P_2, \dots, P_m . La méthode consiste à considérer le mouvement comme étant une succession de déplacements avec un arrêt aux points de contrôle. Il convient ensuite de raccorder ces mouvements par des lois en accélération du deuxième degré lors de la transition. Une représentation schématique du résultat obtenu par cette méthode est donnée à la Figure 4.1.

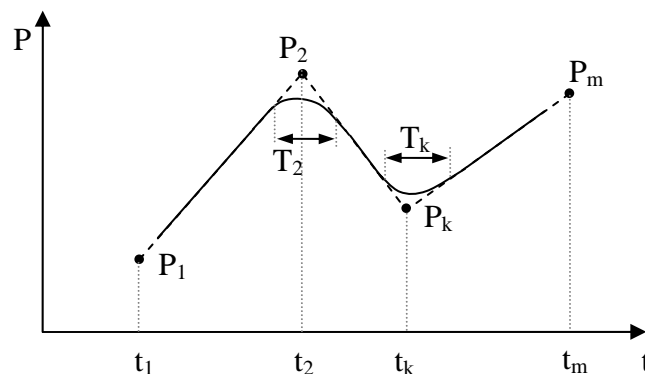


Figure 4.1 Trajectoire basée sur une interpolation linéaire et des transitions continues en accélération

Les points de la trajectoire peuvent alors être déterminés en fonction du temps pour les deux types de phases qui la composent. Ainsi, lors des mouvements linéaires, la trajectoire a pour équation :

$$\mathbf{P}(t) = (t - t_k - T_k) \mathbf{V}_k + \mathbf{P}_k \quad \text{pour } t \in [t_k + T_k; t_{k+1}] \quad (4.1)$$

avec t_k le temps au point \mathbf{P}_k , \mathbf{V}_k la vitesse appliquée lors du mouvement rectiligne et T_k le temps de la transition.

De plus, l'équation du mouvement lors des phases de transition est donnée par la relation suivante :

$$\mathbf{P}(t) = \mathbf{P}_k - \frac{1}{16(T_k/2)^3} (t - t_k)^3 (t - t_k - 2T_k)(\mathbf{V}_k - \mathbf{V}_{k-1}) + \left(t - t_k - \frac{T_k}{2}\right) \mathbf{V}_{k-1} \quad \text{pour } t \in [t_k; t_k + T_k] \quad (4.2)$$

Bien que cette méthode soit relativement simple, elle ne permet pas de moduler l'accélération et la vitesse lors de la trajectoire. Cet inconvénient est particulièrement pénalisant lors de mouvements à très forte dynamique lors desquels l'accélération centripète possède une composante importante (cf. § 4.1.3).

▪ Trajectoires à base de fonctions splines cubiques

Afin de définir une trajectoire contrainte à passer par les points intermédiaires évoqués précédemment, l'utilisation des fonctions splines cubiques est une solution intéressante [Edwall 1982]. Cette méthode revient à déterminer l'accélération aux points de passage comme étant une fonction linéaire du temps. La Figure 4.2 représente la trajectoire obtenue.

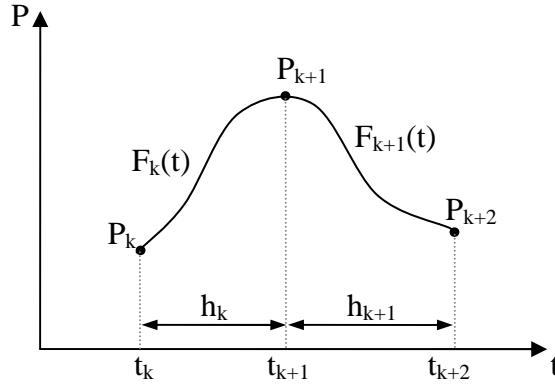


Figure 4.2 Trajectoire basée sur les fonctions splines cubiques

L'équation décrivant cette trajectoire est alors donnée par $t \in [t_k; t_{k+1}]$:

$$\mathbf{P}(t) = \frac{(t_{k+1} - t)^3}{6h_k} \ddot{\mathbf{F}}_k(t_k) + \frac{(t - t_k)^3}{6h_k} \ddot{\mathbf{F}}_k(t_{k+1}) + (t - t_k) \left(\frac{\mathbf{P}_{k+1} - h_k \ddot{\mathbf{F}}_k(t_{k+1})}{h_k} \right) + (t_{k+1} - t) \left(\frac{\mathbf{P}_k - h_k \ddot{\mathbf{F}}_k(t_k)}{h_k} \right) \quad (4.3)$$

Ces calculs requièrent la détermination des paramètres h_k , obtenus par un problème d'optimisation non linéaire sous contraintes [Khalil 1999]. Ainsi, en plus de ne pas pouvoir faire varier l'accélération et la vitesse indépendamment de la trajectoire, cette génération de trajectoire est coûteuse en temps de calcul.

▪ **Génération de mouvement sur une trajectoire imposée (courbes de Bezier)**

Les courbes de Bezier sont des courbes polynomiales paramétriques définies à l'aide de points de contrôle P_0, \dots, P_n ($n \geq 2$).

Ces courbes sont paramétrées à l'aide d'une variable u telle que $0 \leq u \leq 1$. Elles sont définies par la relation :

$$\mathbf{X}(u) = \sum_{i=0}^n B_{i,n}(u) \mathbf{P}_i \quad (4.4)$$

avec $B_{i,n}(u)$, le polynôme de Bernstein et \mathbf{P}_i le vecteur des coordonnées du point P_i .

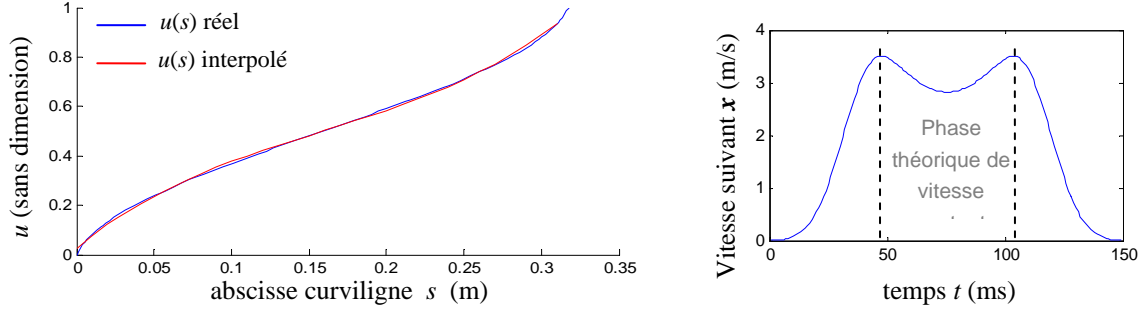
Afin d'appliquer une loi horaire suivant cette courbe, les étapes énumérées ci-dessous doivent être suivies [Khalil 1999] :

- L'évolution de l'abscisse curviligne s en fonction du paramètre u doit être déterminée. Cette relation est approximée par une interpolation polynomiale en s dont les coefficients α_i sont estimés par moindres carrés. Notons que Froissart montre qu'un degré 4 est suffisant [Froissart 91].

$$u(s) = \sum_{i=0}^4 c_i s^i \quad (4.5)$$

- L'étape suivante consiste à déterminer l'évolution de l'abscisse curviligne en fonction du temps $s(t)$. Dans le cadre de cette optimisation la loi horaire ainsi utilisée est en sinus/rampe.
- La composition des deux fonctions définies précédemment permet ainsi de calculer l'évolution du paramètre u en fonction du temps $u(t)$
- La composition des fonctions $u(t)$ et $\mathbf{X}(u)$ permet enfin de déterminer l'évolution de \mathbf{X} en fonction du temps $\mathbf{X}(t)$

Les différentes simulations réalisées en utilisant cette méthode ont révélé des inexactitudes dues à l'interpolation polynomiale présentée ci-dessus. Cette approximation implique des incertitudes trop importantes qui se répercutent sur le calcul de $\mathbf{X}(t)$. Ainsi la Figure 4.2a montre que le polynôme généré possède des points d'inflexion inexistant sur la fonction réelle $u(s)$, ainsi que des conditions aux limites différentes. La conséquence de cette approximation est l'appariation de décélérations et d'accélération lors de phases de vitesse constante théorique (cf. Figure 4.2b).

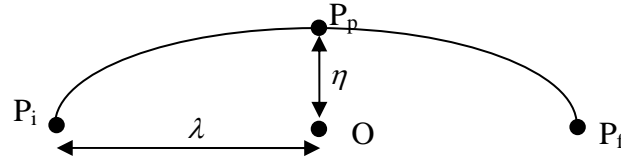

 (a) paramètre u en fonction de l'abscisse curviligne s

 (b) évolution de \dot{x}
Figure 4.2 Mise en évidence des approximations induites par l'interpolation polynomiale

4.1.1.2. Génération de trajectoires à base d'expressions analytiques de fonctions

L'apparence des cycles de pick-and-place étant connue, il est envisageable d'utiliser des courbes dont les fonctions sont connues et dont la forme s'en rapproche. Il est ensuite possible d'y appliquer la loi horaire désirée. C'est pourquoi [Codourey 1991] propose d'utiliser les demi-ellipses dont la forme est proche des trajectoires de prise/dépose.

Une demi-ellipse peut être définie par quatre points : un point de départ P_i , un point de passage P_p , un point final P_f et son centre O . Ces points permettent ainsi de déterminer les deux longueurs des deux axes λ et η de l'ellipse (cf. Figure 4.3).


Figure 4.3 Paramètre de la demi-ellipse

Le demi-périmètre d'une ellipse ne peut être calculé analytiquement, mais dans le cas où η est très inférieur à λ , il peut être approximé par la relation suivante [Spiegel 1979] :

$$d \approx \pi \sqrt{1/2(\lambda^2 + \eta^2)} \quad (4.6)$$

Il est ensuite indispensable de connaître la relation liant les positions cartésiennes à l'abscisse curviligne d'une ellipse. Codourey [Codourey 1991] propose d'approximer cette équation par la projection de l'abscisse curviligne d'un cercle sur celle-ci. En appliquant une loi horaire, $s(t)$, les positions absolues de l'ellipse en fonction du temps peuvent être définies :

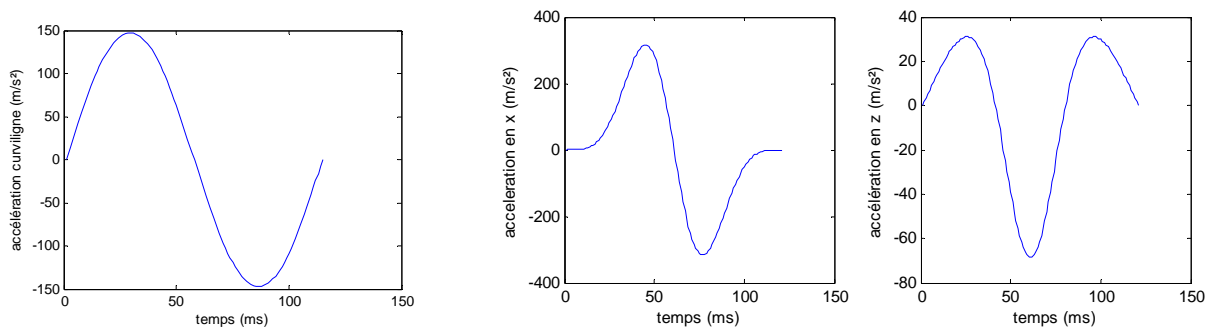
$$\mathbf{X}(t) = \lambda \cdot \cos(\pi \cdot s(t)/d) \cdot \mathbf{e}_x + \eta \cdot \cos(\pi \cdot s(t)/d) \cdot \mathbf{e}_z + \mathbf{O} \quad (4.7)$$

Cette solution très simple donne de bons résultats malgré les approximations réalisées. De plus, cette solution a l'avantage d'être très peu coûteuse en temps de calcul.

4.1.2. Constats sur les générations de trajectoires existantes

Lors des déplacements à très forte dynamique, la génération de trajectoire occupe une place primordiale. En effet, les mouvements de prise-dépose nécessitent la réalisation de courbes afin d'élever et de déposer l'objet saisi. Lors de ces mouvements non linéaires, il apparaît des accélérations centripètes proportionnelles au carré de la vitesse et à l'inverse du rayon de courbure. Ces dernières induisent des efforts très importants qui ont pour conséquence de générer des couples moteurs d'amplitude très grande.

C'est pourquoi, la trajectoire qui semble être la plus directe pour réaliser une trajectoire de pick-and-place pourrait être une demi-ellipse. Cette trajectoire est facilement implantable en temps réel car les calculs engendrés sont simples et analytiques [Codourey 1991]. Cependant, ce type de trajectoire possède un rayon de courbure qui ne tend jamais vers l'infini (aucune ligne droite). Par conséquent, les accélérations générées possèdent une composante centripète sur l'ensemble de la trajectoire ce qui a pour effet de produire des couples importants. Afin d'illustrer ce propos, la Figure 4.4 montre les accélérations opérationnelles générées lors d'une trajectoire en demi-ellipse dans le plan $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_z)$. Notons que l'accélération curviligne de ce déplacement est de 150 m/s^2 et la loi horaire utilisée est de type sinus/rampe.



(a) accélération curviligne en sinus/rampe

(b) accélération opérationnelle lors d'une trajectoire en demi-ellipse

Figure 4.4 Accélération curviligne et opérationnelle en \mathbf{e}_x et \mathbf{e}_z correspondant à une trajectoire en demi-ellipse

Ainsi, malgré une accélération curviligne de 150 m/s^2 , l'accélération opérationnelle obtenue suivant l'axe \mathbf{x} est de l'ordre de 315 m/s^2 . Les couples moteurs engendrés seront donc d'amplitude bien plus importante que lors d'un mouvement linéaire.

C'est pourquoi nous proposons de construire une génération de mouvement obtenue par la combinaison de trajectoires et de lois horaires qui engendre des accélérations minimisées, particulièrement dans les courbes.

4.1.3. Génération de trajectoire optimisée pour les cycles de pick-and-place

4.1.3.1. Présentation de la trajectoire

Afin de réaliser une trajectoire optimale, il est indispensable d'avoir de longs déplacements rectilignes pour éviter au maximum la présence d'accélération centripète. De plus, lors de la

transition entre l'élévation ou la descente et le déplacement horizontal, la trajectoire doit garantir une continuité d'accélération. La solution retenue est d'utiliser des clothoïdes (ou spirales de Cornu) proposé par Alfred Cornu (1841-1902). Ces courbes ont la particularité de posséder une courbure proportionnelle à l'abscisse curviligne et permettent de lier deux droites sans aucune discontinuité en accélération. La trajectoire de pick-and-place peut donc être constituée de trois droites et de quatre clothoïdes [Codourey 1991] tel que le décrit la Figure 4.5.

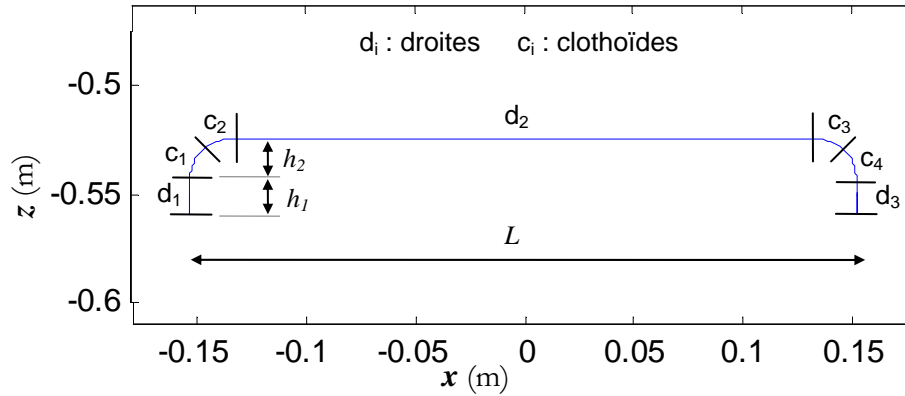
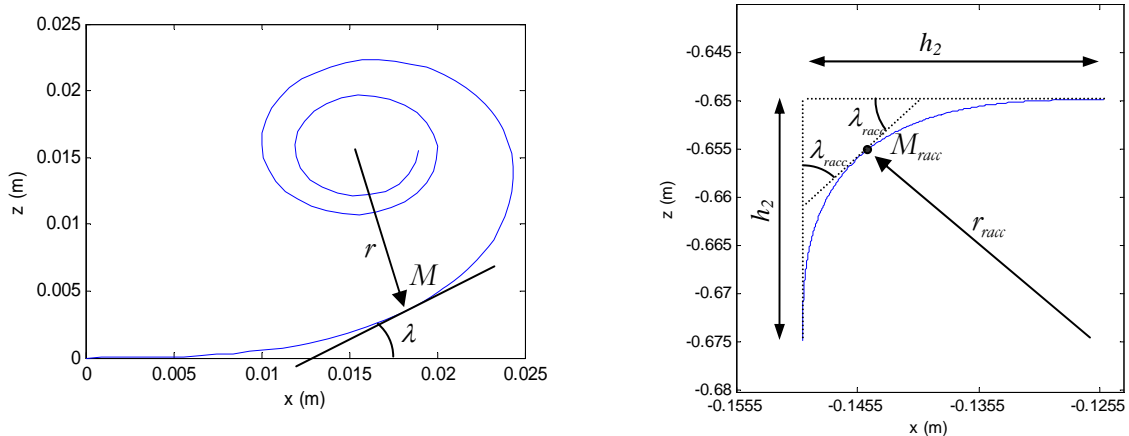


Figure 4.5 Détail de la trajectoire de pick-and-place utilisant des clothoïdes

D'une façon générale, l'équation d'une clothoïde est donnée par la relation suivante :

$$s(r) = A^2 \frac{1}{r} \quad (4.8)$$

où s est l'abscisse curviligne, r est le rayon de courbure au point d'abscisse curviligne s et A la constante de la clothoïde. A partir de la représentation de la clothoïde donnée à la Figure 4.6, nous introduisons λ , l'angle entre la tangente au point M et la tangente au point initial de la spirale.



(a) forme générale de la clothoïde

(b) raccordement des deux clothoïdes dans le cycle de pick-and-place

Figure 4.6 Présentation des clothoïdes pour leur utilisation dans les cycles de pick-and-place

Les relations permettant de caractériser la clothoïde peuvent alors être données :

$$s = \sqrt{2A^2 \lambda} \quad (4.9)$$

$$\lambda = \frac{A^2}{2r^2} \quad (4.10)$$

Il est donc possible de donner une paramétrisation cartésienne de la spirale par les relations :

$$x(u) = \frac{A}{\sqrt{2}} \int_0^u \frac{\cos \lambda}{\sqrt{\lambda}} d\lambda, \quad z(u) = \frac{A}{\sqrt{2}} \int_0^u \frac{\sin \lambda}{\sqrt{\lambda}} d\lambda \quad (4.11)$$

Nous reconnaissons ici les intégrales de Fresnel qui ne possèdent pas de solution analytique. Il est toutefois possible de les décomposer en série de Taylor afin de les résoudre.

$$x(r) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{A^{4n-2}}{2^{2n-2} (4n-3)(2n-2)! r^{4n-3}}, \quad z(r) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{A^{4n}}{2^{2n-1} (4n-1)(2n-1)! r^{4n-1}} \quad (4.12)$$

Notons qu'à partir de l'équations (4.10), les équations (4.12) peuvent être exprimées en fonction de l'angle λ qui dépend directement de l'abscisse curviligne. En effet,

$$x(\lambda) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{A (2\lambda)^{2n-\frac{3}{2}}}{2^{2n-2} (4n-3)(2n-2)!}, \quad z(\lambda) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{A (2\lambda)^{2n-\frac{1}{2}}}{2^{2n-1} (4n-1)(2n-1)!} \quad (4.13)$$

La Figure 4.5 montre que la trajectoire permettant de lier la droite d'élévation (ou de descente) et la droite horizontale est constituée de deux clothoïdes. Il est donc nécessaire de calculer le point de raccordement de ces deux courbes. Ce calcul nous permettra alors de déterminer la valeur de la constante A [Codourey 1991]. En effet, tel que le décrit la Figure 4.6, le point de raccordement se produit lorsque l'angle λ est égale à la moitié de l'angle entre les deux droites, soit $\lambda = \pi/4$. Or, au point M_{racc} , la relation suivante est vérifiée :

$$h_2 = x_{racc} + y_{racc} \quad (4.14)$$

Les équations (4.13) pouvant s'exprimer linéairement en fonction de A, il est possible d'en déduire son expression :

$$A = h_2 \left(\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(2\lambda)^{2n-\frac{3}{2}}}{2^{2n-2} (4n-3)(2n-2)!} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(2\lambda)^{2n-\frac{1}{2}}}{2^{2n-1} (4n-1)(2n-1)!} \right)^{-1} \quad (4.15)$$

Cette trajectoire nous permet d'obtenir un cycle de pick-and-place qui ne présente aucune discontinuité en accélération et qui possède de longues lignes droites propices aux vitesses élevées. Il est cependant indispensable d'y appliquer une loi horaire capable de limiter la vitesse lors du passage dans les courbes, afin de limiter les effets des accélérations centripètes.

4.1.3.2. Présentation de la loi horaire évolutive

Afin d'assurer une valeur maximum de l'accélération lors du passage dans la courbe, nous proposons d'appliquer à la trajectoire une loi horaire capable de limiter la vitesse lors de

l'élévation et de la dépose. Dans la suite des calculs présentés dans ce paragraphe, nous considérerons uniquement la moitié de la trajectoire, l'autre moitié devant avoir exactement les mêmes propriétés. Notons que la loi horaire est appliquée à l'abscisse curviligne.

La loi horaire proposée est basée sur une fonction à jerk constant. Elle est constituée de deux phases (quatre phases pour la trajectoire complète) et la représentation de cette loi est donnée à la Figure 4.7.

Les deux phases sont alors les suivantes :

- (i) Une phase d'accélération/décélération permettant d'atteindre une vitesse spécifiée. Cette vitesse doit être atteinte au niveau du point de raccordement lors duquel le rayon de courbure est le plus faible.
- (ii) Une phase d'accélération/décélération permettant d'atteindre l'accélération maximum du déplacement atteinte lors de la ligne droite horizontale.

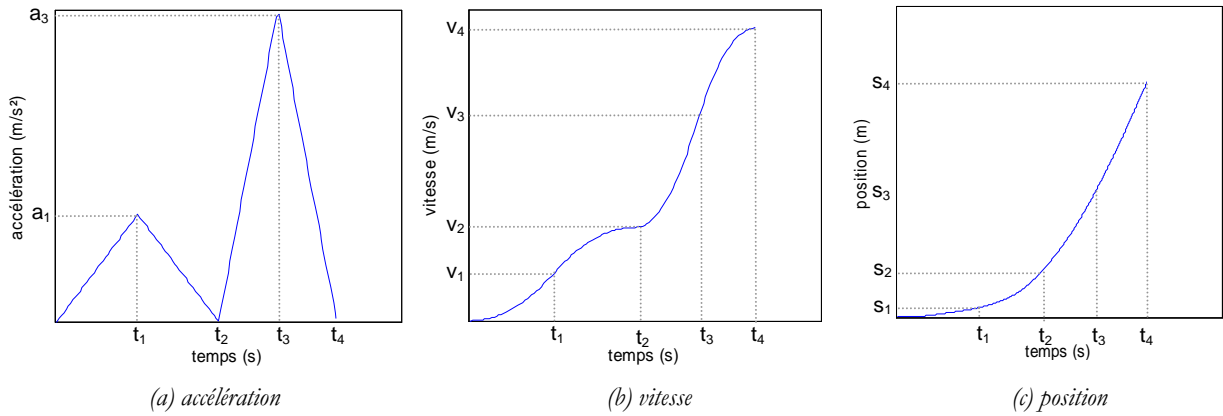


Figure 4.7 Représentation des accélération, vitesse et position de la loi horaire

Notons que les conditions aux limites de l'abscisse curviligne sont données par les paramètres de la trajectoire, soit :

$$s_2 = s_{racc} + h_1 = \sqrt{2A^2 \frac{\pi}{4}} + h_1 \quad (4.16)$$

$$s_4 = 2s_{racc} + h_1 + \frac{L}{2} - h_2 = 2\sqrt{2A^2 \frac{\pi}{4}} + h_1 + \frac{L}{2} - h_2$$

L'accélération a_3 sera imposée par la tâche du robot et la vitesse v_2 sera calculée de telle sorte que l'accélération centripète soit inférieure à l'accélération maximum du déplacement. Or, l'accélération centripète au point de raccordement des clothoïdes est donnée par la relation suivante :

$$a_{centripète} = \frac{v_2^2}{r_{racc}} \quad (4.17)$$

C'est pourquoi, la vitesse doit être définie en respectant la condition suivante :

$$v_2 < \sqrt{a_4 r_{racc}} \quad (4.18)$$

avec r_{racc} calculé à partir de la relation (4.10) pour $\lambda = \pi/4$.

Les équations de la loi horaire peuvent alors être déterminées et sont données en Annexe III. Il est cependant nécessaire de déterminer la valeur de t_1 et t_3 ainsi que a_1 et v_3 .

Les paramètres t_1 et a_1 seront déterminés à l'aide des équations de la loi horaire pour $t \in [0, t_1]$ à $t = t_1$:

$$\begin{cases} v(t)_{t \in [0, t_1]} = \frac{a_1}{2t_1} t^2 \\ s(t)_{t \in [0, t_1]} = \frac{a_1}{6t_1} t^3 \end{cases} \quad (4.19)$$

Avec les conditions aux limites $v(t_1) = \frac{v_2}{2}$ et $s(t_1) = \frac{h_1 + s_{racc}}{2}$

La résolution du système (4.19) conduit donc à la détermination de t_1 et a_1 :

$$\left\{ t_1 = \frac{v_2}{a_1}, a_1 = \frac{v_2^2}{3(h_1 + s_{racc})} \right\} \quad (4.20)$$

De même, les paramètres t_3 et v_3 sont déterminés à l'aide des conditions aux limites des équations de la loi horaire pour $t \in [t_2, t_3]$ lorsque $t = t_3$:

$$\begin{cases} v(t_3)_{t \in [t_2, t_3]} = \frac{a_3}{2(t_3 - t_2)} t_3^2 - \frac{a_3 t_2}{t_3 - t_2} t_3 + v_2 + \frac{a_3 t_2^2}{2(t_3 - t_2)} \\ s(t_3)_{t \in [t_2, t_3]} = \frac{a_3}{6(t_3 - t_2)} t_3^3 - \frac{a_3 t_2}{2(t_3 - t_2)} t_3^2 + \frac{a_3 t_2^2}{2(t_3 - t_2)} t_3 + h_1 + s_{racc} - \frac{a_3 t_2^3}{6(t_3 - t_2)} \end{cases} \quad (4.21)$$

La résolution du système (4.21) conduit à l'obtention d'un polynôme dont les racines permettent de déterminer le paramètre t_3 :

$$\left(\frac{a_3}{6} \right) t_3^2 + \left(-\frac{t_2 a_3}{3} \right) t_3 + \left(s_{racc} + \frac{a_3 t_2^2}{6} + \frac{h_2}{2} - \frac{L}{4} + \frac{h_1}{2} \right) = 0 \quad (4.22)$$

Notons que la solution retenue sera telle que $t_3 > t_2$.

Le paramètre v_3 sera alors déterminé par la relation suivante :

$$v_3 = \frac{a_3}{2} t_3 - \frac{a_3 t_2}{2} + v_2 \quad (4.23)$$

Afin de montrer l'intérêt de cette génération de trajectoire, nous simulons les couples moteurs engendrés lors d'un déplacement l'utilisant et les comparerons avec ceux obtenus pour

un mouvement en demi-ellipse (suivant une loi sinus/rampe). Cette simulation est réalisée sur un robot Par4 et est montrée à la Figure 4.8. La trajectoire utilisée est réalisée dans le plan $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_z)$ sur une longueur de 305 mm et une altitude de 50 mm. Les paramètres de la trajectoire utilisant les clothoïdes sont $h_1 = 25$ mm, $h_2 = 25$ mm.

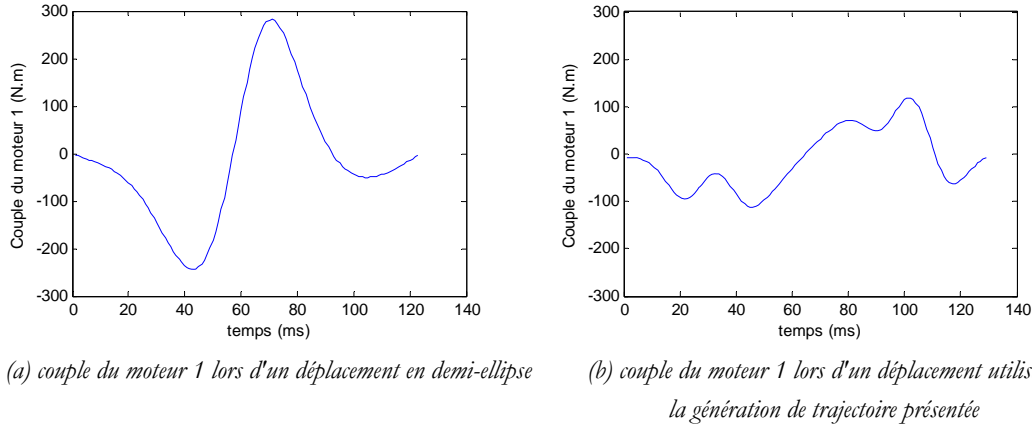


Figure 4.8 Comparaison des couples moteurs utilisant deux générations de trajectoires différentes

Ces simulations montrent l'apport important de la génération de trajectoire utilisant les clothoïdes et une loi horaire adaptative au niveau des couples moteurs maximums. Ainsi, pour un déplacement de même amplitude, et un temps de cycle similaire, la nouvelle génération de trajectoire permet de réduire de 55% les couples moteurs maximums engendrés. Ce résultat nous permet donc de proposer un outil performant capable d'optimiser les temps de cycle des robots de pick-and-place vis-à-vis des couples moteurs engendrés.

4.2. Recherche des paramètres géométriques

Afin d'optimiser les performances des robots de pick-and-place, il est utile de définir les valeurs numériques des paramètres géométriques du mécanisme sous certaines conditions. De nombreuses optimisations géométriques existantes sont basées sur la minimisation du conditionnement de la matrice jacobienne [Stocco 1998] [Stamper 1997] [Tsai 2001] [Khatami 2002]. Cependant, ces méthodes peuvent être contestées pour deux raisons principales :

- Pour les mécanismes dont les ddl sont des translations et des rotations, la notion de conditionnement a peu de sens physique, même si la matrice est normalisée.
- En fonction de l'application, l'isotropie d'un mécanisme n'est pas un critère déterminant. En effet, dans le cas d'applications de pick-and-place, la répartition des vitesses n'est pas homogène : les cycles de prise-dépose nécessitent des vitesses importantes dans le plan $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$, alors que les vitesses suivant l'axe \mathbf{e}_z sont généralement plus faibles.

Ainsi, l'optimisation géométrique présentée ci-dessous est basée sur des critères simples choisis à partir d'exigences industrielles et orientés vers les applications concrètes du robot.

L'objectif final est d'obtenir un robot capable d'atteindre des vitesses et accélérations élevées dédié au pick-and-place.

4.2.1. Principe de l'optimisation géométrique

Le but de cette optimisation est de déterminer certains paramètres géométriques du robot afin de :

- i) proposer un mécanisme ayant l'empreinte au sol la plus faible possible,
- ii) mais dont le volume de travail soit le plus grand possible
- iii) tout en garantissant la possibilité de réaliser un cycle de pick-and-place (cycle Adept, cf. § 1.1.3.1) en un temps donné
- iv) et en ayant un comportement "homogène".

C'est pourquoi, nous proposons de minimiser la fonction coût adimensionnelle suivante :

$$\psi = \frac{L+l}{D} \quad (4.24)$$

avec D : le diamètre du volume de travail

L : la longueur des bras ; l : la longueur des avant-bras, telles que définies au § 2.2.4.1

Ces longueurs sont choisies identiques pour chaque chaîne cinématique.

Cette fonction de coût est choisie afin de satisfaire les conditions i) et ii) énumérées ci-dessus. De plus, la minimisation de ψ est réalisée sous les contraintes suivantes :

- Les vitesses articulaires des actionneurs doivent rester inférieures à une certaine valeur lors d'un cycle Adept dont le temps est fixé (condition iii))
- Le conditionnement de la matrice jacobienne doit rester inférieur à une certaine valeur. Notons que cette contrainte n'est pas utilisée comme étant un critère prédominant dans cette optimisation, mais en tant qu'indicateur du comportement du mécanisme. Il s'agit plus d'éviter les solutions trop proches de configurations singulières que d'une recherche d'une véritable "homogénéité" de comportement

Le processus d'optimisation peut être résumé tel que décrit à la Figure 4.9.

Pour chaque jeu de paramètres, la fonction de coût est estimée après avoir calculé le volume de travail du robot et les vitesses mises en jeu pour la réalisation d'un cycle Adept. Si la fonction de coût est inférieure à une certaine valeur, les paramètres sont stockés et le calcul est réitéré avec un nouveau jeu de paramètres. En fin de processus, plusieurs séries de paramètres donnant le coût le plus faible sont gardés. L'expérience permettra au concepteur de choisir l'un des jeux ainsi obtenus.

Ce processus d'optimisation nécessite l'évaluation du cycle Adept afin de déterminer les vitesses articulaires maximums utiles lors d'un tel déplacement.

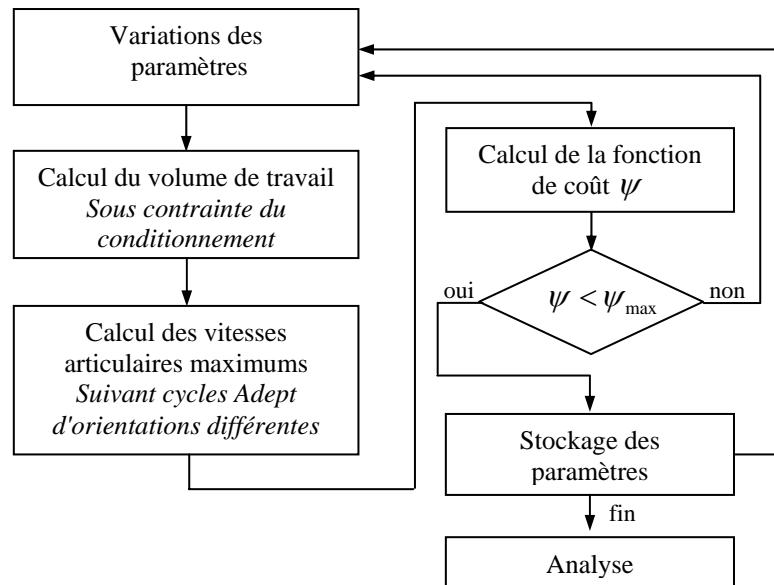


Figure 4.9 Processus de l'optimisation géométrique

▪ Calcul du cycle Adept

Tel que décrit au § 1.1.3.1, ce cycle est utilisé pour caractériser les performances des robots de pick-and-place commerciaux. Ce mouvement est défini par une longueur et une altitude, mais aucune contrainte n'est donnée quant à sa forme exacte. Ainsi, dans le cadre de cette optimisation, seule la vitesse engendrée par le déplacement a une importance car aucune contrainte dynamique ni de couple moteur n'est imposée dans la phase d'optimisation. Nous avons donc fait le choix d'utiliser les demi-ellipses, car celles-ci sont très économes en temps de calcul.

Une loi horaire doit être appliquée sur ce cycle afin de calculer les positions et vitesses opérationnelles en fonction du temps : $\mathbf{x}(t)$ et $\dot{\mathbf{x}}(t)$. Ainsi, les positions et vitesses articulaires $\mathbf{q}(t)$ et $\dot{\mathbf{q}}(t)$ qui nous intéressent dans cette optimisation sont calculées à l'aide des relations (2.43) et (2.46) du Chapitre 2.

4.2.2. Résultats de l'optimisation

Le processus d'optimisation proposé ci-dessus fut appliqué au robot Par4. Les paramètres optimisés sont les longueurs des bras l et avant-bras L , le rayon définissant la position des actionneurs R et l'altitude du centre du volume de travail z_0 (cf. Figure 4.10).

Le cycle Adept utilisé dans l'optimisation a une longueur de 305 mm et une altitude de 25 mm. La simulation de ce mouvement est réalisée de telle sorte que le temps de parcours d'un aller/retour soit de 0.28s. De plus, le cycle est simulé suivant deux directions : suivant l'axe \mathbf{e}_x , et à 45° de celui-ci. Nous avons également choisi de fixer la valeur maximale du conditionnement

égale à quatre fois la valeur minimale de celui-ci. Enfin, afin de répondre aux spécifications du marché du pick-and-place, le diamètre du volume de travail est fixé à 1 mètre.

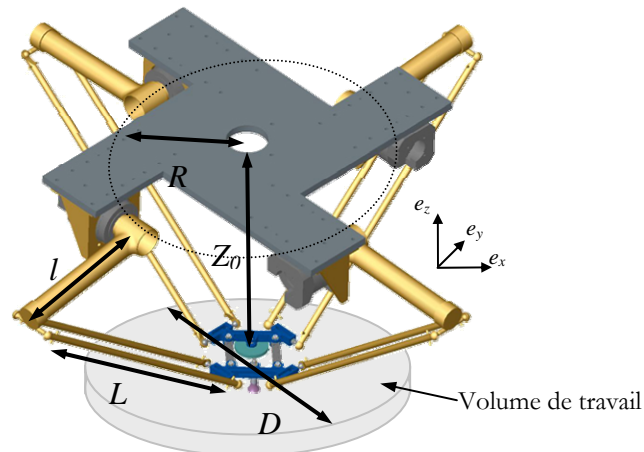


Figure 4.10 Représentation des paramètres du Par4 utilisés dans l'optimisation

l (m)	L (m)	R (m)	z_0 (m)	D (m)	\dot{q}_{\max} (rad/s)
0.775	0.425	0.22	-0.55	1.00	19.81
0.8	0.375	0.33	-0.55	1.00	23.00
0.825	0.375	0.275	-0.58	1.00	21.89
0.85	0.375	0.275	-0.61	1.00	20.99
0.875	0.35	0.39	-0.61	1.00	23.47
0.9	0.35	0.39	-0.64	1.00	22.61

Tableau 4.1 Valeurs des paramètres optimisés

Les différents jeux de paramètres optimisés sont donnés pour plusieurs valeurs de L (cf. Tableau 4.1). L'expérience permettra ensuite de choisir les meilleurs paramètres afin de trouver un compromis entre les longueurs des bras et avant-bras et la vitesse articulaire maximale induite par la réalisation des cycles Adept. La représentation de l'évolution de ces paramètres pour chaque longueur L est donnée sur le graphe en étoile de la Figure 4.11. Ainsi, le jeu de paramètres retenu est le suivant :

$$L = 0.825 \text{ m}, l = 0.375 \text{ m}, R = 0.275 \text{ m}, z_0 = -0.58 \text{ m}, \text{ qui induisent } \dot{q}_{\max} = 21.89 \text{ rad/s}$$

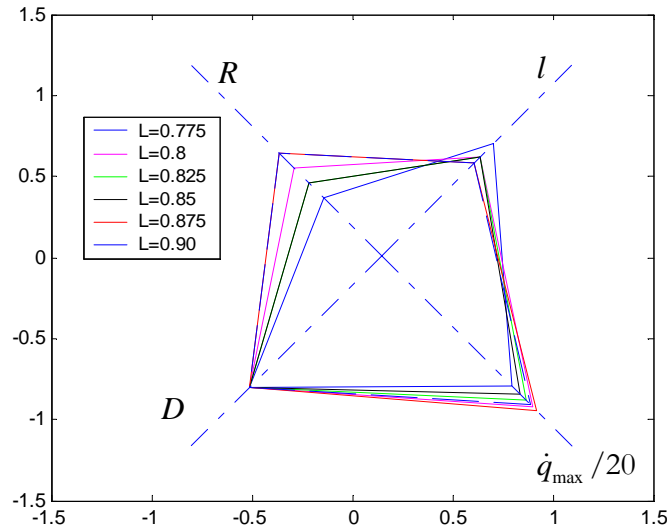


Figure 4.11 Graphique en étoile représentant les paramètres optimisés

4.3. Conclusion du chapitre

Deux propositions d'amélioration des performances des robots de pick-and-place ont été présentées dans ce chapitre. La première repose sur une recherche d'une génération de trajectoire capable de limiter les effets de l'accélération centripète. En effet, celle-ci pénalise les performances des robots, car elle génère des couples moteurs importants. L'utilisation d'une loi horaire adaptative est donc proposée afin de contrôler la vitesse curviligne de l'effecteur suivant la trajectoire, et particulièrement dans les courbes. En plus de cette loi horaire, la trajectoire est réalisée à l'aide de lignes droites et de clothoïdes. En effet, ces dernières garantissent la continuité de l'accélération lors des transitions entre les segments rectilignes. Le résultat obtenu est une réduction de 50% des couples maximums générés par rapport à une génération de trajectoire classique (sinus/rampe suivant une demi-ellipse). Cette réduction aura donc l'effet de réduire considérablement le temps de cycle du mouvement lorsque les couples moteurs sont proches de la limite admissible.

La seconde proposition consiste à rechercher les paramètres géométriques des robots utilisés dans les applications de pick-and-place. L'originalité de cette démarche réside dans la prise en compte de la tâche du robot lors de ce calcul. En effet, une simulation de cycle Adept est intégré à ce calcul et contraint la recherche des paramètres géométriques. Notons que cette étude pourrait être approfondie en y intégrant les modèles dynamiques présentés en Chapitre 3 et de déterminer les couples moteurs et la puissance consommée induits par un cycle Adept. Il serait alors possible d'intégrer le choix des moteurs à ce calcul.

Conclusion générale et perspectives

Nous avons présenté dans ce manuscrit de thèse les travaux de recherche qui ont conduit au développement de robots de manipulation rapide dédiés aux applications de pick-and-place. Dans un premier temps, trois nouvelles architectures parallèles utilisant le concept de nacelle articulée ont été présentées. Une modélisation complète de chacune d'entre elles est réalisée afin de confirmer la pertinence de ces concepts. Les robots Par4 et Héli sont inspirés par les robots H4 et I4, et, afin de garantir le meilleur comportement, il est nécessaire d'assurer une disposition symétrique des actionneurs des mécanismes. Une étude complète des singularités de ces mécanismes, incluant les "singularités internes" est donc menée et permet de valider ces concepts. Chacun de ces trois nouveaux robots a alors conduit à la réalisation d'un prototype capable de donner une appréciation concrète des performances des mécanismes. A partir de plusieurs critères de choix, l'un d'entre eux, le Par4, a été choisi afin de réaliser des études plus approfondies. Les essais effectués sur son prototype montrent que ce robot est capable d'atteindre des accélérations de 16 g tout en gardant un très bon comportement lors de ces déplacements à fortes dynamiques. Cependant, l'observation des couples moteurs induits par de tels déplacements montre qu'il existe une dissymétrie au niveau de leur répartition. C'est pourquoi, nous avons approfondi les recherches dans le but d'étudier le comportement dynamique des robots à nacelle articulée. Nous avons alors présenté une modélisation dynamique simplifiée de ce type de mécanismes qui nous permet de mettre en avant cette répartition non homogène des couples. A partir de cette analyse, une modification, mécaniquement mineure, de la nacelle du robot a été proposée. La conséquence de ce changement est de réduire de 30% les couples moteurs maximums. Nous avons enfin présenté une optimisation géométrique des paramètres du robot basée sur des critères industriels concrets et appliquée à la fonction du robot. Une génération de trajectoire optimale pour la réalisation de cycles de prise-dépose est enfin présentée. Celle-ci est basée sur l'utilisation de clothoïdes et de segments linéaires sur lesquels est appliquée une loi horaire adaptative capable de limiter les accélérations centripètes lors des mouvements à fortes dynamiques. Le résultat de cette génération de trajectoire est une réduction de 50% des couples moteurs maximums par rapport à un mouvement classique.

L'ensemble de ces travaux a conduit à la réalisation d'un robot commercial. Un premier prototype industriel a été créé, qui reprend l'ensemble des résultats présentés dans cette thèse : il s'agit d'un mécanisme Par4 dont la nacelle articulée a été modifiée afin d'obtenir une répartition symétrique des couples moteurs. De plus, les dimensions de ce prototype ont été définies à partir de l'optimisation géométrique et les tests ont été réalisés à l'aide de la génération de trajectoire capable de limiter les effets de l'accélération centripète.

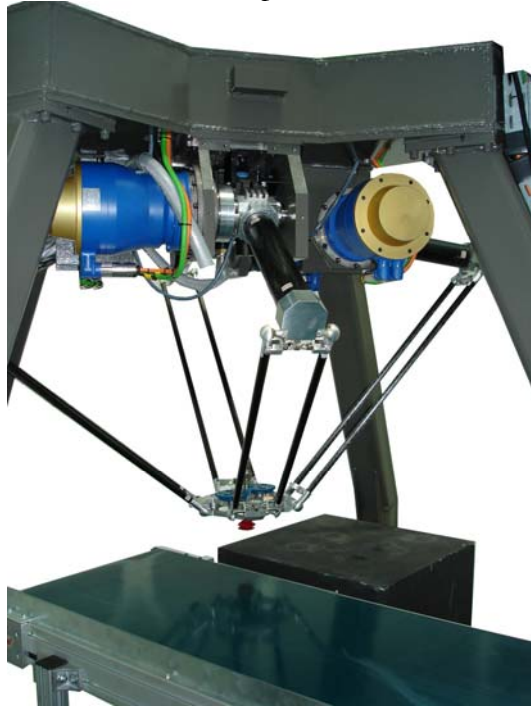


Figure 5.1 : Photo du prototype de la version industrielle préliminaire du Par4

Les essais réalisés sur ce prototype ont montré que le robot est capable d'atteindre des accélérations de 15g avec une charge embarquée de 2 kg et de 20 g à vide. Ces résultats montrent qu'il est possible d'accomplir au moins quatre cycles de prise-dépose par seconde. Ces travaux ont fait l'objet d'une demande de dépôt de brevet international qui sera en exploitation au cours de l'année 2007.

Perspectives

Au-delà des travaux présentés dans ce manuscrit, d'autres études d'approfondissement sont à envisager :

- **Robot Par4**

Afin de simplifier la nacelle du robot Par4, il est envisageable de la modifier tout en garantissant la répartition homogène des couples moteurs. L'objectif est de diminuer le degré d'hyperstatisme de la version industrielle proposée en fin de Chapitre 3 en réduisant le nombre de barres transversales à 2, et en déplaçant l'organe terminal comme le montre la Figure 5.2.

Notons que cette nacelle sera utilisée dans la version commerciale finale du robot.

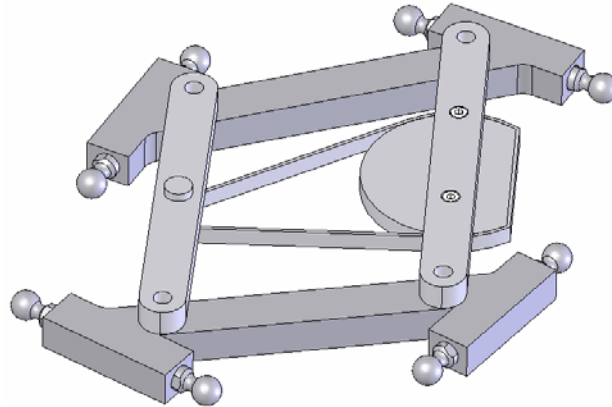


Figure 5.2 : Simplification de la nacelle du Par4 permettant de conserver l'homogénéité des couples moteurs

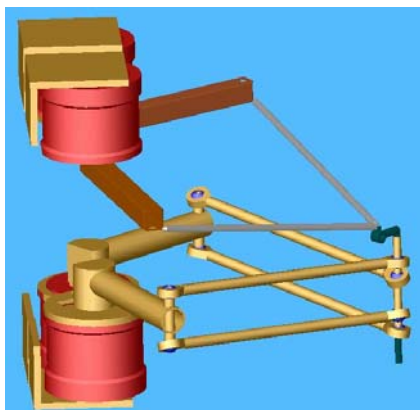
▪ Robot Héli4

Le robot Héli4 possède un potentiel très fort grâce la compacité de sa nacelle. Cependant, la solution technologique retenue pour la réalisation de la liaison hélicoïdale doit être étudiée en détail afin de garantir une bonne durée de vie du mécanisme soumis à de fortes dynamiques. Plusieurs solutions peuvent être analysées : nombre de filets utilisés, choix des matériaux en contact, systèmes à bille, etc.

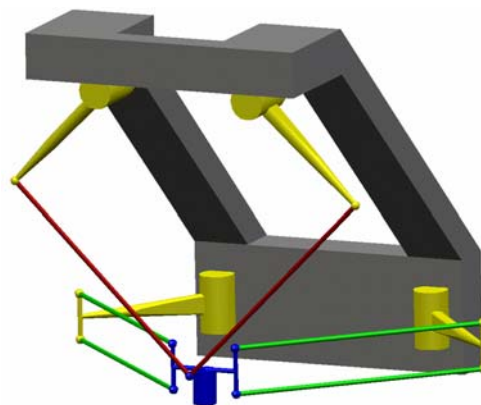
▪ Robot Dual4

Nous avons vu que l'inconvénient majeur de l'architecture Dual4 est sa sensibilité suivant l'axe z . Une étude approfondie de celle-ci doit être menée et un processus d'optimisation géométrique basé sur ce critère doit être à envisager. Un autre axe d'étude concernant cette sensibilité est la recherche du nouveau dispositif liant les deux niveaux du robot.

Une autre implémentation possible de l'architecture Dual4 est présentée à la Figure 5.3a. Il est intéressant de remarquer les nombreux points communs de ce mécanisme avec le H4 asymétrique (cf. Figure 5.3b), alors que ces deux robots ont été découverts à partir de considérations tout à fait différentes. L'avantage majeur de l'architecture Dual4 est qu'en "réduisant" sa nacelle à son strict minimum, une position singulière de type parallèle existante sur H4 disparaît et un tour complet devient alors possible.



(a) agencement possible de l'architecture Dual4



(b) H4 asymétrique équivalent

Figure 5.3 : Mise en évidence de la similitude entre les robots Dual4 et H4 asymétrique

▪ **Optimisation géométrique**

L'optimisation géométrique présentée pourrait être étendue en y incluant la modélisation dynamique afin d'assurer une valeur de couples maximums donnée. Son calcul pourrait se faire à l'aide de la simulation d'un cycle de pick-and-place utilisant la génération de trajectoire présentée au Chapitre 4.

▪ **Nouvelles architectures**

L'analyse du marché des robots de pick-and-place montre qu'il existe certaines applications qui ne nécessitent que trois degrés de liberté : deux translations (en x et z) et une rotation autour de z . De nouveaux mécanismes parallèles basés sur le concept de nacelle articulée peuvent donc être envisagés, tels que ceux décrits ci-dessous.

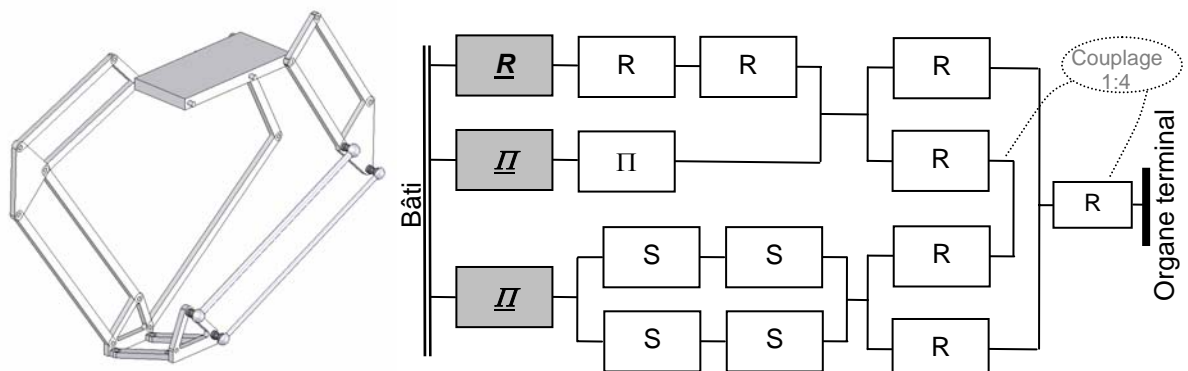


Figure 5.4 Mécanisme à 3 *ddl* basé sur une nacelle de type "Par"

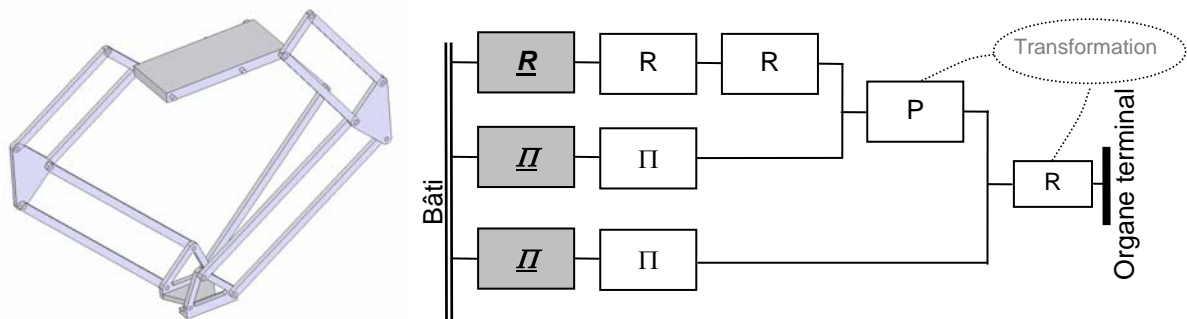


Figure 5.5 Mécanisme à 3 *ddl* basé sur une nacelle de type "I"

Bibliographie

- [Angeles 2005] Angeles J., "The Degree of Freedom of Parallel Robots: A Group-Theoretic Approach", Proceedings of the 2005 IEEE International Conference Robotics and Automation, pp 1005 – 1012, April 18-22, 2005
- [Arakelian 2005] Arakelian V., Briot S., Guégan S., Le Flecher J., "Design and Prototyping of New 4, 5 and 6 Degrees of Freedom Parallel Manipulators Based on the Copying Properties of the Pantograph Linkage", Proceedings of the 36th International Symposium on Robotics, Keidanren Kaikan, Tokyo, Japan, November 29 – December 1, 2005
- [Brogårdh 2001] Brogårdh T., Brevet N° US 6,301,988 B1, "Device for relative movement of two elements", 2001
- [Brogårdh 2002] Brogårdh T., "PKM Research - important issues, as seen from a product development perspective at ABB robotics", in Workshop on Fundamental Issues and Future Research Directions for Parallel Mechanisms and Manipulators, Quebec City, Quebec, Canada, 2002
- [Candido 1941] Candido G., "Le risoluzioni della equazione di quarto grado (Ferrari-Eulero-Lagrange)", Period. Mat., Vol. 4, No. 21, pp. 88-106, 1941
- [Chablat 2000] Chablat D. , Wenger Ph., Angeles J., "Conception Isotropique d'une morphologie parallèle : Application à l'usinage ", 3rd International Conference On Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering, Montreal, Canada, Mai, 2000
- [Clavel 1985] Clavel R., "Dispositif pour le déplacement et le positionnement d'un élément dans l'espace", Brevet Suisse n° 672 089
- [Clavel 1989] Clavel R., "Une nouvelle structure de manipulateur parallèle pour la robotique légère", *APII*, pp. 501-519, 1989
- [Clavel 1994a] Clavel R., "Robots parallèles", *Techniques de l'Ingénieur*, Art. 7710, Vol. S., Juillet, 1994
- [Clavel 1994b] Clavel, R., "The Delta parallel robot, its future in industry", Proceeding of the Fifth International Symposium on Robotics and manufacturing: Research, Education and Applications (ISRAM'94), , Hawaii. Volume 5, August 14 – 17, 1994
- [Clavel 2002] Clavel R., Thurneysen M., Giovanola J., Schnyder M., Jeannerat D., "Hita-STT, a new 5 dof parallel kinematics for production applications", *ISR 2002 - International Symposium on Robotics*, Stockholm, Sweden, October 07-11, 2002
- [Codourey 1991] Codourey A., "Contribution à la commande des robots rapides et précis", Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, 1991

- [Company 1999a] Company O., Pierrot F., "A new 3T-1R parallel robot", in Proc. of IEEE ICAR'99: 9th International Conference on Advanced Robotics, Tokyo, Japan, pp. 557-562, October 25-27, 1999
- [Company 1999b] Company O., Pierrot F., "H4: a new family of 4-dof parallel robots" ; AIM'99: IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, Atlanta, Georgia, USA, pp. 508–513, September, 1999
- [Company 2000] Company O., "Machines-outils à structure parallèle. Méthodologie de conception, applications et nouveaux concepts", Thèse de doctorat, Université de Montpellier II, Montpellier, 2000
- [Company 2005] Company O., Pierrot F., Fouroux J. C., "A Method for Modeling Analytical Stiffness of a Lower Mobility Parallel Manipulator", in Proc. Of IEEE ICRA: Int. Conf. on Robotics and Automation, Barcelona, Spain, April 18-22, 2005
- [Corbel 2006] Corbel D., Company O., Nabat V., Maurine P., " Geometrical Calibration of the High Speed Robot Par4 using a Laser Tracker", in proc. of IEEE MMAR 2006, Methods and Models in Automation and Robotics, pp 687- 692, 2006
- [Eberly 2000] Eberly D., "Intersection of Ellipses", Magic Software Inc., 6006 Meadow Run Court, Chapel Hill, NC 27516, USA, 2000
- [Edwall 1982] Edwall C.W., Pottinger H.J., Ho C.Y., "Trajectory generation and control of a robot arm using spline functions", in proc. of Robot-6, Detroit, pp. 421-444, 1982
- [Froissart 1991] Froissart C., "Génération adaptative de mouvement pour processus continus ; application au suivi de joint", Thèse de doctorat , Université Pierre et Marie Curie, Paris, décembre, 1991
- [Gogu 2005] Gogu, G., "Singularity-free fully-isotropic parallel manipulators with Schonflies motions", in proc. of 12th International Conference in Advanced Robotics, ICAR '05, pp194 – 201, July 18-20, 2005
- [Gosselin 1988] Gosselin C., "Kinematic analysis optimization and programming of parallel robotic manipulators", Ph.D Thesis, McGill University, Montreal, 1988
- [Gosselin 1990] Gosselin C., Angeles J., "Singularity Analysis of Closed-Loop Kinematic Chains", in IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol.6, n°3, pp.281-290, June, 1990
- [Gosselin 2002] Gosselin C., Kong X., "ACall of 3-Dof Translational Parallel Manipulators with Linear Input-Output Equations", in Workshop on Fundamental Issues and Future Research Directions for Parallel Mechanisms and Manipulators. Quebec City, Quebec, Canada, 2002
- [Gough 1957] Gough V. E., "Contribution to discussion of papers on research in automotive stability, control and tyre performance", in Proc. Auto. Div., Institute of mechanical engineering, 1956-1957
- [Hervé 1978] Hervé J.M., "Analyse structurelle des mécanismes par groupes de déplacements", Mechanism and Machine Theory, Vol. 13, pp. 437–450, 1978
- [Hervé 1991] Hervé J.M., "Dispositif pour le déplacement en translation spatiale d'un élément dans l'espace en particulier pour robot mécanique". Brevet No.: EP 0,494,565, 1991
- [Hervé 1999] Hervé J. M., "The lie group of rigid body displacements, a fundamental tool for mechanism design", Mechanism and Machine Theory, vol. 34, pp. 719-730, 1999
- [Khalil 1999] Khalil W., Dombre E., "Modélisation, identification et commande des robots", Hermes, pp 361-363, 1999

- [Khatami 2002] Khatami, S. Sassani, F. " Isotropic design optimization of robotic manipulators using a genetic algorithm method", in Proc. of IEEE International Symposium Intelligent Control, 2002
- [Krut 2003a] Krut S., Company O., Benoit M., Ota H., Pierrot F., "I4: A new parallel mechanism for Scara motions", in proc. of IEEE ICRA: Int. Conf. on Robotics and Automation, Taipei, Taiwan, September 14-19, 2003
- [Krut 2003b] Krut S., "Contribution à l'étude des robots parallèles légers, 3T-1R et 3T-2R, à forts débattements angulaires", Thèse de doctorat, Université Montpellier II, Montpellier, 2003
- [Krut 2004] Krut S., Nabat V., Company O., Pierrot F., "A high speed robot for scara motions", in Proc. of IEEE ICRA: Int. Conf. on Robotics and Automation, New Orleans, USA, April 26 - May 1, 2004
- [Li 2003] Li Q., Huang Z., "Type synthesis of 4-DOF parallel manipulators", IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2003. Proceedings. ICRA '03., Volume 1, , pp 755 - 760 vol.1, September 14-19, 2003
- [Liu 2003] Liu X. J., Kim J., "Two novel parallel mechanisms with less than six dofs and the applications", in Proceedings of the WORKSHOP on Fundamental Issues and Future Research Directions for Parallel Mechanisms and Manipulators, Quebec City, Quebec, Canada, October , pages 172–177, 2002
- [Marquet 2002a] Marquet F., Company O., Krut S., Gascuel O., Pierrot F., "Control of a 3-dof over-actuated parallel mechanism," in ASME International DETC/CIE: Design Engineering Technical Conferences - Computers and Information in Engineering Conference, Montreal, Canada, September 29-October 2, 2002
- [Marquet 2002b] Marquet F., "Contribution à l'étude de l'apport de la redondance en robotique parallèle", Thèse de doctorat, Université de Montpellier 2, 2002
- [Merlet 1997] Merlet J.P., Les robots parallèles, ISBN 2-86601-254-2, Hermès, 1997
- [Neumann 1988] Neumann K.E. , " the Tricept a 3-DOF PKM." Brevet No.: 4,732,525, 1988.
- [Neumann 2006] Neumann K.E., "Exechon Concept", in Proc. of the Chemnitz Parallel Kinematics Seminar PKS2006, Reimund Neugebauer, Chemnitz, Allemagne, pp. 787–802, 2006
- [Parenti-Castelli 2000] Parenti-Castelli V., Di Gregorio R., "Influence of manufacturing errors on the kinematic performances of the 3-UPU parallel mechanisms", in. Proc. of the Chemnitz Parallel Kinematics Seminar PKS2002, Chemnitz, Allemagne, pp. 85–100, 2000
- [Paul 1981] Paul R.C.P., "Robot manipulators, mathematics, programming and control", MIT Press, Cambridge, 1981
- [Pierrot 1991] Pierrot F., Dauchez P., Fournier A. "Hexa: a fast six-dof fully parallel robot", in proc. of IEEE ICAR: International Conference on Advanced Robotics, Pise, Italy, pp. 1159-1163, June 19-22, 1991
- [Pierrot 2003] Pierrot F., Company O., Marquet F., "A New High Speed Four-DOF Parallel Robot. Synthesis and Modeling Issues", in IEEE Transactions on Robotics and Automation, 2003
- [Reboulet 1992] Reboulet C., Lambert C., "Dispositif manipulateur pour déplacer un objet, dans l'espace, parallèlement à lui-même", Patent No.: EP 0 491 613 B1, 1992
- [Reboulet 1996] Reboulet C., Brevet N° US 5,539,291, "Parallel structure manipulator device for displacing and orienting an object in a cylindrical space", 1996

- [Rolland 1999] Rolland, L., "The manta and the kanuk: Novel 4-dof parallel mechanisms for industrial Handling ", ASME Dynamic Systems and Control Division, IMECE'99 Conference, Nashville, USA, pp. 831–844, November, 1999
- [Spiegel 1979] Spiegel M. R., "Formules et tables mathématiques", Schaum, McGraw-Hill Inc., 1979
- [Stamper 1997] Stamper R. E., Tsai L.W., Wlsh G. C., "Optimization of a 3-dof Translational Platform for Well-Conditioned Workspace", in Proc. of IEEE ICRA : International Conference on Robotics and Automation, Albuquerque, New Mexico, April, 1997
- [Stewart 1965] Stewart D., "A platform with 6 degrees of freedom", in Proc. Inst Mech. Ing., pp. 371-386, vol. 180, (part 1,15), 1965
- [Stocco 1998] Stocco L., Salcudean S.E., Sassani F., "Matrix Normalization for Optimal Robot Design", in Proc. of IEEE ICRA: International Conference on Robotics and Automation, Leuven, Belgium, May, 1998
- [Taylor 1979] Taylor R.H., "Planning and execution of straight line manipulator trajectories", in IBM J. of research and development, Vol 23, pp. 424-436, July, 1979
- [Tsai 2001] Tsai, L.-W. Joshi, S., "Comparison study of architectures of four 3 degree-of-freedom translational parallel manipulators", in Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Automation, Seoul, Korea, May, 2001
- [World Robotics 2003] United Nations Economic Commission for Europe, "World Robotic 2003", ISBN 95-101059-4, United Nation Publication, September, 2003
- [Zhao 2006] Zhao J.S., Fu Y.Z., Zhou K., Feng Z.J., " Mobility properties of a Schoenflies type parallel manipulator", Robotics and Computer-Integrated Manufacturing 22, pp 124-133, 2006
- [Zlatanov 1994] Zlatanov D., Fenton R.G., Benhabib B., "Singularity analysis of mechanism and robots via a velocity-equation model of instantaneous kinematics', in proc. of ICRA 94, IEEE Conference on Robotics and Autonomous Systems, San Diego, May 1994.
- [Zlatanov 1998] Zlatanov D., Fenton R.G., Benhabib B., "Identification and classification of the singular configurations of mechanisms", in Mechanism and Machine Theory, Vol. 33, No. 6, pp. 743-760, August, 1998
- [Zlatanov 2001] Zlatanov D., Bonev I., Gosselin C., "Constraint Singularities", Laboratoire de Robotique de l'Université de Laval, Québec, Web review, 2001

Annexe I

Génération de trajectoire de type sinus/rampe

Tel qu'il est décrit dans [Marquet 2002b], les équations d'une loi horaire en sinus/rampe sont données dans cette annexe.

Par la suite, nous noterons $X_i(t)$ la $i^{\text{ème}}$ composante du vecteur utilisé pour la génération de trajectoire. Il peut s'agir de coordonnées cartésiennes, de coordonnées articulaires ou d'abscisses curvilignes.

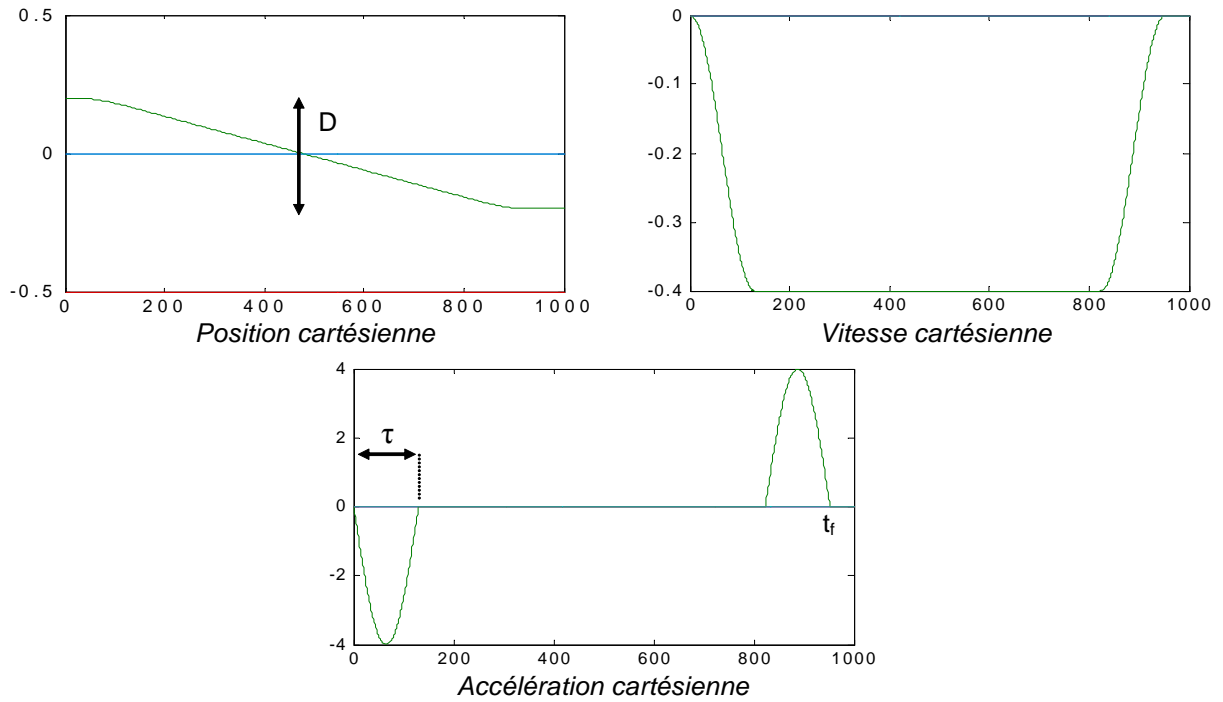


Figure I.1. Evolution des positions, vitesses et accélérations d'une loi de type sinus/rampe

En prenant séparément chaque composante i , nous définissons l'expression de $X_i(t)$ lors des trois phases :

$$X_i(t) = X_i^{init} + \frac{1}{2} k_{vi} \operatorname{sign}(D_i) \left(t - \frac{\tau_i}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{\tau_i} t\right) \right) \quad \text{pour } t \in [0; \tau_i] \quad (I.1)$$

$$X_i(t) = X_i^{init} + k_{vi} \operatorname{sign}(D_i) \left(t - \frac{\tau_i}{2} \right) \quad \text{pour } t \in [\tau_i; t_{fi} - \tau_i] \quad (I.2)$$

$$X_i(t) = X_i^{init} + \frac{1}{2} k_{vi} \operatorname{sign}(D_i) \left(t - t_{fi} - \frac{\tau_i}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{\tau_i} (t - t_{fi})\right) \right) \quad \text{pour } t \in [t_{fi} - \tau_i; t_{fi}] \quad (I.3)$$

où D_i est la distance parcourue, k_{vi} la vitesse opérationnelle maximale et t_{fi} le temps final. Nous en déduisons :

$$D_i = X_i^{fin} - X_i^{init} \quad (I.4)$$

Il est également possible d'exprimer la vitesse maximale :

$$k_{vi} = \frac{D_i}{t_{fi} - \tau_i} \quad (I.5)$$

Pendant la première phase, l'accélération est maximale pour $t = \frac{\tau_i}{2}$. Nous obtenons donc la relation suivante :

$$\tau_i = \frac{\pi k_{vi}}{2 k_{ai}} \quad (I.6)$$

si k_{ai} est l'accélération maximale.

De plus, la distance D_i peut être exprimée par intégration des lois de vitesses :

$$|D_i| = k_{vi} \tau_i + k_{vi} (t_{fi} - \tau_i) \quad (I.7)$$

Nous en déduisons alors le temps final :

$$t_{fi} = \frac{\pi k_{vi}}{2 k_{ai}} + \frac{|D_i|}{k_{vi}} \quad (I.8)$$

Tout ceci est vrai pour une seule composante. Cependant, les mouvements doivent être synchrones, c'est-à-dire que chaque composante débute et se termine simultanément. Il est donc nécessaire de pondérer les lois afin de les synchroniser. Cette pondération se fait sur l'accélération avec un coefficient ν_i , et sur la vitesse avec un coefficient λ_i . Les expressions de ces deux facteurs de pondération sont les suivantes :

$$\lambda_i = \min_{k \neq i} \left(1, \frac{k_{vk} |D_i|}{k_{vi} |D_k|} \right), \quad \nu_i = \min_{k \neq i} \left(1, \frac{k_{ak} |D_k|}{k_{ai} |D_j|} \right) \quad (I.9)$$

Les relations (I.1) à (I.3) deviennent alors :

$$X_i(t) = X_i^{init} + \frac{1}{2} \lambda_i k_{vi} \text{sign}(D_j) \left(t - \frac{\tau_i}{\pi} \sin \left(\frac{\pi}{\tau_i} t \right) \right) \quad \text{pour } t \in [0; \tau_i] \quad (I.10)$$

$$X_i(t) = X_i^{init} + \lambda_i k_{vi} \text{sign}(D_i) \left(t - \frac{\tau_i}{2} \right) \quad \text{pour } t \in [\tau_i; t_{fi} - \tau_i] \quad (I.11)$$

$$X_i(t) = X_i^{init} + \frac{1}{2} \lambda_i k_{vi} \text{sign}(D_i) \left(t - t_{fi} - \frac{\tau_i}{\pi} \sin \left(\frac{\pi}{\tau_i} (t - t_{fi}) \right) \right) \quad \text{pour } t \in [t_{fi} - \tau_i; t_{fi}] \quad (I.12)$$

De plus, quelle que soit la composante i , les relations (I.6) et (I.8) deviennent :

$$\tau = \frac{\pi \lambda_i k_{vi}}{2 \nu_i k_{ai}} \quad (I.13)$$

$$t_{fi} = \frac{\pi \lambda_i k_{vi}}{2 \nu_i k_{ai}} + \frac{|D_i|}{\lambda_i k_{vi}} \quad (I.14)$$

Annexe II

Obtention des gains d'actionnement du prototype du Par4

Afin d'identifier les paramètres dynamiques du robot, il est nécessaire de déterminer expérimentalement le gain d'actionnement des moteurs. Ce gain permet de lier linéairement la tension d'entrée lorsque celle-ci est proportionnelle au couple appliqué, et le couple réel appliqué par le moteur. Ces gains sont obtenus par la mesure de la force appliquée à l'extrémité du bras à l'aide d'un capteur d'effort, tel que le montre la figure suivante.

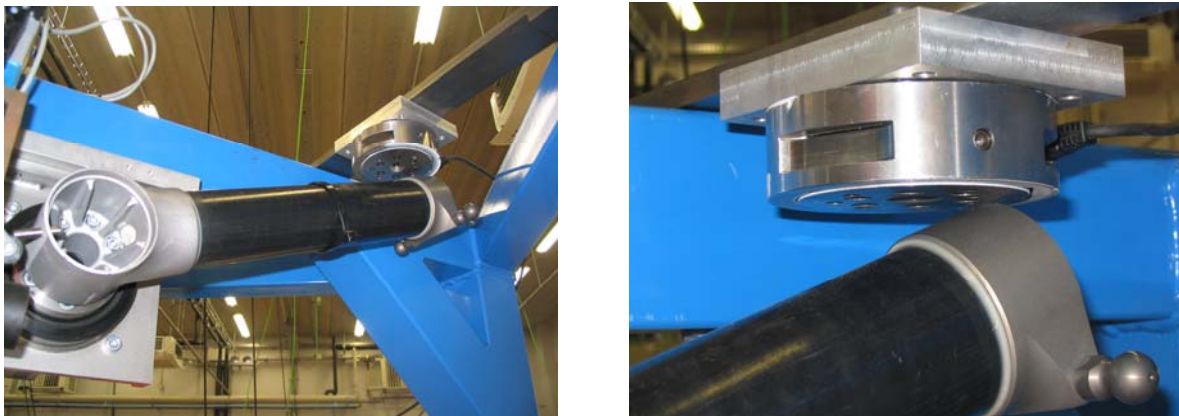


Figure II.1. Dispositif expérimental permettant de calculer les gains d'actionnement

Plusieurs tensions sont appliquées et pour chacune d'entre elles, la force appliquée par le bras est mesurée. Le couple correspondant est obtenu en connaissant la longueur qui sépare le centre de rotation et le point de contact (approximée par les données CAO du bras). Les valeurs numériques ainsi obtenues sont détaillées dans le tableau suivant :

U (V)	F0 (N)	T0 (N.m)	F1 (N)	T1(N.m)	F2 (N)	T2 (N.m)	F3 (N)	T3(N.m)
0.3	7.75	2.784	6	2.156	8.25	2.964	7.75	2.784
0.4	11.75	4.221	10.5	3.772	13.75	4.940	15	5.389
0.6	25	8.981	23.5	8.442	25	8.981	26.5	9.520
0.8	34.5	12.394	36	12.933	35.5	12.753	33.75	12.125
1	43	15.448	45	16.166	46.75	16.795	42	15.089
1.5	67.25	24.160	64	22.992	71.25	25.597	67.75	24.339
2	90.5	32.512	87.25	31.345	90.75	32.602	88.25	31.704
2.5	115.7	41.565	110.75	39.787	113	40.595	113	40.595
3	136.75	49.127	134	48.140	134.5	48.319	134.5	48.319
3.5	160.5	57.660	158.25	56.851	157.5	56.582	157.5	56.582
4	182.5	65.563	181.75	65.294	179.25	64.396	180	64.665

où F_i est la force appliquée par le bras i , et T_i est le couple correspondant.

Ces données permettent alors de tracer les graphes suivants :

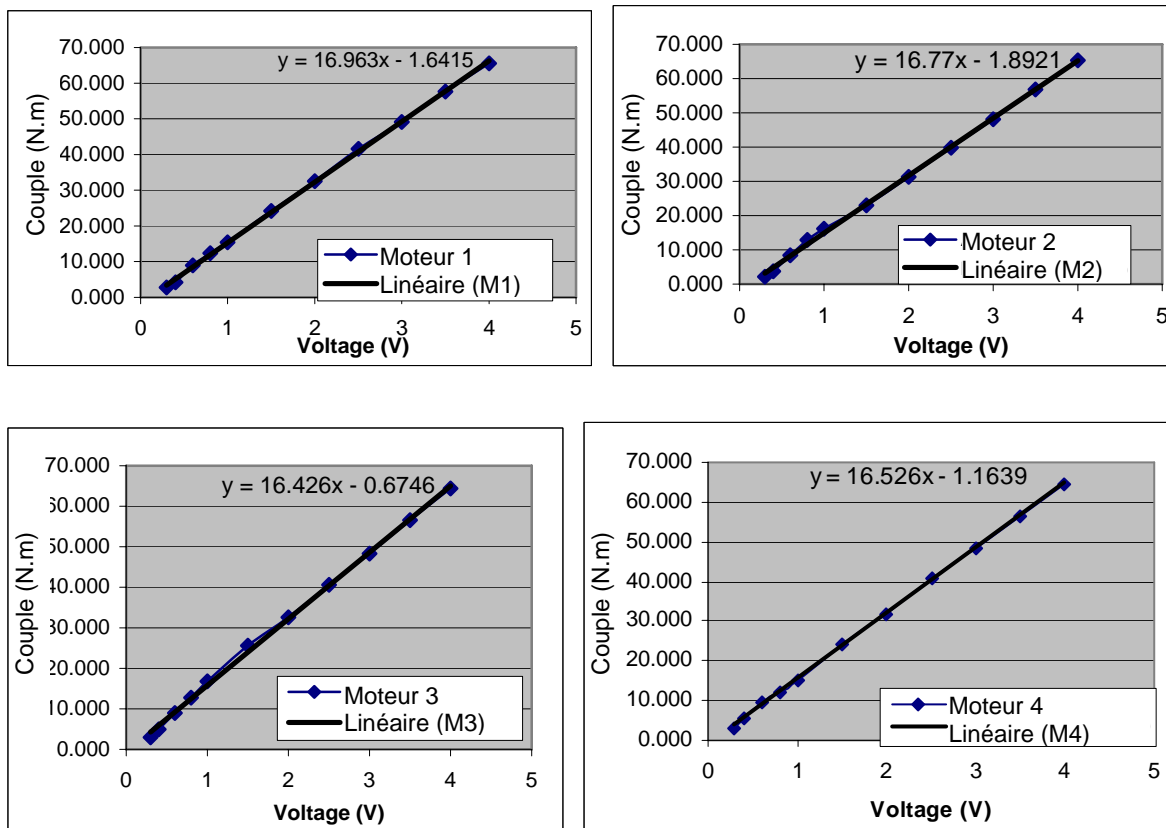


Figure II.2. Résultats expérimentaux de la recherche des gains d'actionnement

La relation linéaire entre les tensions et le couple appliqué sera alors déterminée par interpolation linéaire des données.

Notons que les droites ne passent pas par l'origine. Ce phénomène peut s'expliquer facilement par la présence de frottement sec dans l'ensemble "moteur / réducteur".

Annexe III

Description de la loi horaire adaptative utilisée dans la génération de trajectoire optimisée

Cette annexe a pour objectif de présenter en détail la loi horaire utilisée dans la génération de trajectoire optimisée décrite au Chapitre 4 de ce manuscrit. Notons que cette loi s'applique à l'abscisse curviligne de la trajectoire composée de clothoïdes et de droites. Les calculs présentés ici ne correspondent qu'à la moitié d'une trajectoire, l'autre partie du mouvement étant parfaitement symétrique. Dans un premier temps, rappelons la forme générale de son accélération, sa vitesse et sa position et les conditions aux limites qui la caractérisent :

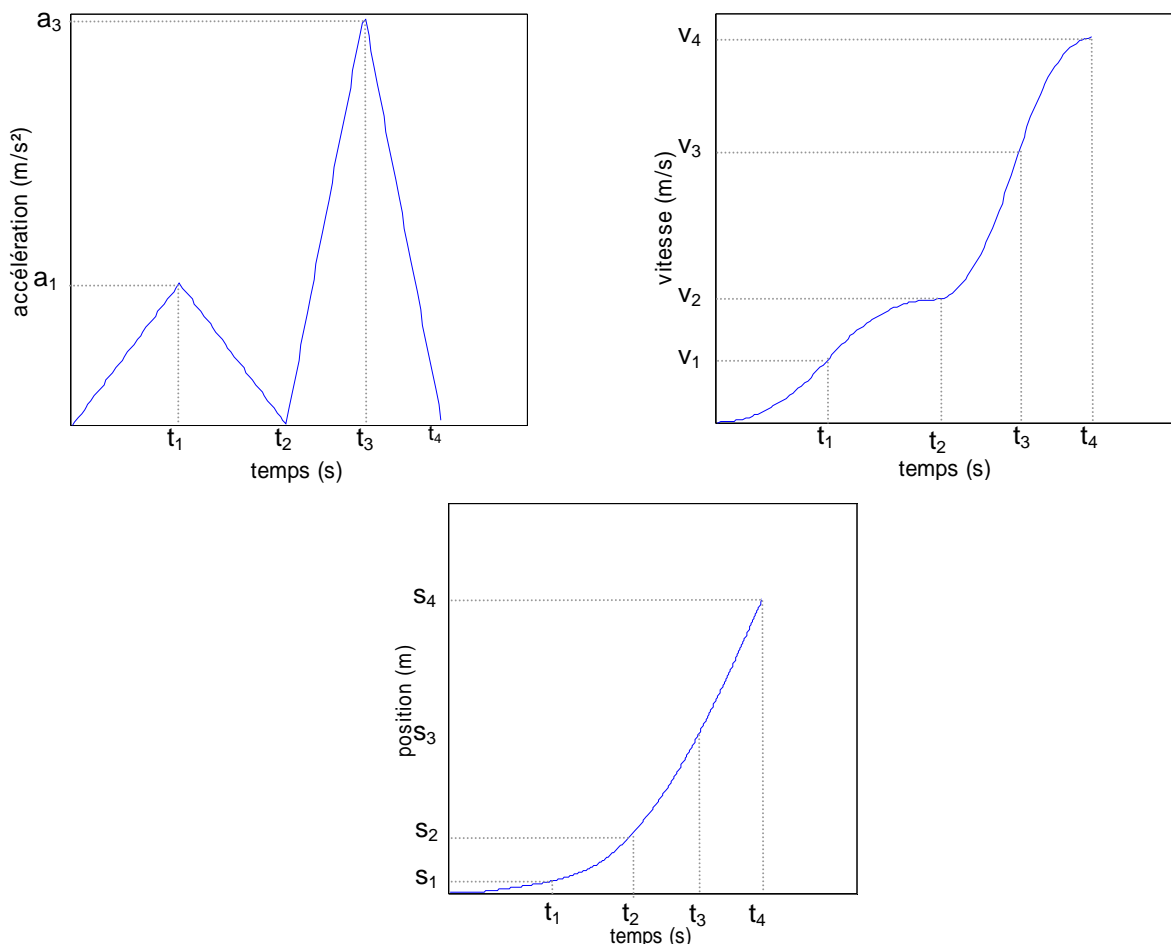


Figure III.1. Forme des accélérations, vitesses et positions de la loi horaire

Les conditions aux limites peuvent être décrites ainsi :

$a(t_1) = a_1$, obtenue par le calcul décrit à l'équation (4.18)

$a(t_3) = a_3$, dépend de l'accélération induite par la tâche

$v(t_2) = v_2$, imposée par la limitation de l'accélération centripète (cf. (4.16)).

$v(t_1) = v_2 / 2$

$v(t_3) = v_3$, obtenue par le calcul décrit à l'équation (4.21)

$v(t_4) = 2v_3$

$s(t_2) = h_1 + s_{racc}$, s_{racc} étant le point de raccordement des clothoïdes et h_1 la longueur du segment vertical

$s(t_4) = h_1 + 2s_{racc} + L/2 - h_2$, L étant la longueur totale du cycle et h_2 la hauteur de la courbe composée des deux clothoïdes

$s(t_1) = s(t_2)/2$

$s(t_3) = s(t_4)/2$

A partir de ces données, les équations des différentes phases de la loi horaire sont obtenues par les équations suivantes :

$$\text{Pour } t \in [0, t_1], \quad a(t) = \frac{a_1}{t_1} t \quad (1.15)$$

$$v(t) = \frac{a_1}{2t_1} t^2 \quad (1.16)$$

$$s(t) = \frac{a_1}{6t_1} t^3 \quad (1.17)$$

$$\text{Pour } t \in [t_1, t_2], \quad a(t) = -\frac{a_1}{t_2 - t_1} t + \frac{a_1}{t_2 - t_1} t_2 \quad (1.18)$$

$$v(t) = -\frac{a_1}{2(t_2 - t_1)} t^2 + \frac{a_1 t_2}{t_2 - t_1} t + v_2 - \frac{a_1 t_2^2}{2(t_2 - t_1)} \quad (1.19)$$

$$s(t) = -\frac{a_1}{6(t_2 - t_1)} t^3 + \frac{a_1 t_2}{2(t_2 - t_1)} t^2 + \left(v_2 - \frac{a_1 t_2^2}{2(t_2 - t_1)} \right) t + h_1 + s_{racc} + \frac{a_1 t_2^3}{6(t_2 - t_1)} - v_2 t_2 \quad (1.20)$$

$$\text{Pour } t \in [t_2, t_3], \quad a(t) = \frac{a_3}{t_3 - t_2} t - \frac{a_3}{t_3 - t_2} t_2 \quad (1.21)$$

$$v(t) = \frac{a_3}{2(t_3 - t_2)} t^2 - \frac{a_3 t_2}{t_3 - t_2} t + v_2 + \frac{a_3 t_2^2}{2(t_3 - t_2)} \quad (1.22)$$

$$s(t) = \frac{a_3}{6(t_3 - t_2)} t^3 - \frac{a_3 t_2}{2(t_3 - t_2)} t^2 + \left(v_2 + \frac{a_3 t_2^2}{2(t_3 - t_2)} \right) t + h_1 + s_{racc} - \frac{a_3 t_2^3}{6(t_3 - t_2)} - v_2 t_2 \quad (1.23)$$

$$\text{Pour } t \in [t_3, t_4], \quad a(t) = -\frac{a_3}{t_4 - t_3}t + \frac{a_3}{t_3 - t_2}t_4 \quad (1.24)$$

$$v(t) = -\frac{a_3}{2(t_4 - t_3)}t^2 + \frac{a_3 t_4}{t_4 - t_3}t + v_4 - \frac{a_3 t_4^2}{2(t_4 - t_3)} \quad (1.25)$$

$$s(t) = -\frac{a_3}{6(t_4 - t_3)}t^3 + \frac{a_3 t_4}{2(t_4 - t_3)}t^2 + \left(v_4 - \frac{a_3 t_4^2}{2(t_4 - t_3)} \right) t \\ + h_1 + 2s_{racc} + \frac{L}{2} - h_2 - \frac{a_3 t_4^3}{6(t_4 - t_3)} - v_4 t_4 \quad (1.26)$$

Annexe IV

Publications réalisées dans le cadre de cette thèse

Actes de conférences internationales avec reviewers

"A High-Speed Parallel Robot for Scara Motions"

Krut S., Nabat V., Company O., Pierrot F.

ICRA'04 IEEE: International Conference on Robotics and Automation , 2004, pp. 4109-4115

"Lower Mobility PKM for Large Tilting Angles"

Pierrot F., Company O., Nabat V., Krut S.

2nd International Colloquium of the Collaborative Research Centre 562 - Robotic Systems for Handling and Assembly, pp. 253-268, 2005

"Very Fast Schoenflies Motion Generator"

Nabat V., Rodriguez M., Company O., Krut S., Pierrot F., Dauchez P.

ICIT'05: IEEE/IES International Conference on Industrial Technology , 2005

"Par 4: Very High Speed Parallel Robot for Pick and Place"

Nabat V., Company O., Krut S., Rodriguez M., Pierrot F.

IROS'05 IEEE: International Conference on Intelligent Robots & Systems , 2005

"Schoenflies Motion Generator: A New Non-Redundant Parallel Manipulator with Unlimited" Rotation Capability"

Company O., Pierrot F., Nabat V. Rodriguez M.

ICRA'05 IEEE: International Conference on Robotics and Automation , 2005

"Four-dof PKM with Articulated Travelling-Plate"

Pierrot F., Company O., Krut S., Nabat V.

PKS 2006, Parallel Kinematics Seminar, pp. 677-693

"Geometrical Calibration of the High Speed Robot Par4 using a Laser Tracker"

Corbel D., Company O., Nabat V., Maurine P.

MMAR 2006 IEEE, Methods and Models in Automation and Robotics, 2006, pp 687- 692

"On the Design of a Fast Parallel Robot based on its Dynamic Model"

Nabat V., Krut S., Company O., Poignet P., Pierrot F.

ISER 2006, International Symposium on Experimental Robotics, 2006, proceedings électroniques

"Dynamic Modeling and Identification of Par4, a Very High Speed Parallel Manipulator"

Nabat V., Company O., Pierrot F., Poignet P.

IROS'06 IEEE, International Conference on Intelligent Robots & Systems, 2006

Brevets

P200500357 "Robot Paralelo con cuatro grados de libertad de alta velocidad", 2005

(en cours de dépôt international : Europe, Etats-Unis, Japon)

P200500761 "Robot Paralelo de cuatro grados libertad con rotación ilimitada", 2005

Séminaire

"Robots de manipulation ultra rapides"

Nabat V.

DOCTISS'06 : Conférence de l'école doctorale I2S, 2006

TITRE :

« Robots parallèles à nacelle articulée, du concept à la solution industrielle pour le pick-and-place »

RÉSUMÉ :

Les applications de pick-and-place à hautes cadences requièrent des caractéristiques très élevées en terme de performances dynamiques, que seuls les robots parallèles sont capables d'atteindre. Les robots à quatre degrés de liberté proposent le plus de flexibilité, mais l'amplitude de la rotation permettant l'orientation de l'objet est souvent le point faible de ces architectures. Cependant, le concept de nacelle articulée permet de dépasser cet inconvénient. Ainsi, trois nouvelles architectures de robots de pick-and-place à quatre degrés de liberté sont présentées dans ce manuscrit : les architectures Par4, Héli4 et Dual4. Pour chacun des robots présentés, une étude complète est effectuée et un démonstrateur est réalisé afin de valider les concepts et de les évaluer. Une méthode de modélisation dynamique simplifiée appliquée aux robots à nacelle articulée est ensuite présentée. Cette méthode est appliquée au robot Par4 et permet de mettre en avant un déséquilibre des couples moteurs sur ce mécanisme. Il est alors démontré qu'un changement mineur dans la cinématique de la nacelle permet de réduire de 30% les couples mis en jeux lors de trajectoires de prises-déposes. Une nouvelle version "équilibrée" du robot est donc proposée en se fondant sur l'étude dynamique présentée précédemment. Enfin, deux types d'optimisations appliquées aux robots de pick-and-place sont présentés. Tout d'abord, une méthode de recherche des paramètres géométriques dédiée aux robots de pick-and-place est présentée et appliquée au robot Par4. De plus, une génération de trajectoire utilisant les clothoïdes et une loi horaire adaptative est proposée afin d'optimiser les déplacements du robot lors de mouvements de pick-and-place à très hautes accélérations.

MOTS-CLÉS :

Robots parallèles légers, nacelle articulée, étude des singularités, modélisation dynamique simplifiée, génération de trajectoire, clothoïdes, robot Par4, robot Quattro, robot Héli4, robot Dual4

TITLE:

“Parallel Robot With Articulated Platforms, From concept to industrial solution for pick-and-place operations”

ABSTRACT:

High performance pick-and-place applications having large performance levels require high dynamic characteristics that can only be achieved by parallel robots. Mechanisms having four degrees of freedom give the best flexibility, but the range of the angular motion is often the weak point of these architectures. However, introducing articulated traveling plates overcomes this drawback. As such, three new architectures of four degree of freedom pick-and-place robots are presented in this document: Par4, Heli4 and Dual4. A complete study of these mechanisms is proposed, and their prototypes are presented in order to validate the architectures and to estimate their performances. Then, a simplified dynamic model applied to robots having articulated traveling plates is presented. This method is applied to the Par4 to identify an imbalance of its motor torques. Then, a minor modification on the platform kinematics is shown to create a 30% reduction of these torques. Therefore, a new "balanced" version of the robot based on the dynamic study is proposed. Finally, two optimizations are applied to pick-and-place robots. First, the geometric parameters of the Par4 are optimized for pick-and-place operations. Second, path planning which uses clothoids and an adaptive time law is presented in order to optimize the movements of the robot during a pick-and-place motion with high accelerations.

KEYWORDS:

Lightweight parallel robots, articulated platforms, simplified dynamic modeling, path planning, clothoids, Par4 robot, Quattro robot, Heli4 robot, Dual4 robot

DISCIPLINE :

Génie Informatique, Automatique et Traitement du Signal

LABORATOIRE :

Laboratoire d'Informatique, de Robotique et de Microélectronique de Montpellier (LIRMM)
UMR CNRS / Université Montpellier II, no. 5506
161, rue Ada – 34392 Montpellier Cedex 5 – France

ENTREPRISE :

Fundación FATRONIK
Paseo Mikeletegi, 7 - Parque Tecnológico
E-20009 Donostia - San Sebastián - Spain
