



**HAL**  
open science

## Ondes et stabilité dans les solides

Michel Destrade

► **To cite this version:**

Michel Destrade. Ondes et stabilité dans les solides. Physique mathématique [math-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2007. tel-00192249

**HAL Id: tel-00192249**

**<https://theses.hal.science/tel-00192249>**

Submitted on 27 Nov 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Ondes et stabilité dans les solides élastiques

Michel Destrade,  
Laboratoire de Modélisation en Mécanique,  
Université Pierre et Marie Curie, Paris 6.

MÉMOIRE D'HABILITATION À DIRIGER DES RECHERCHES

Spécialité MÉCANIQUE

13 décembre 2006



*dedicated to Joyce*



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Préface</b>	<b>7</b>
<b>2</b>	<b>Ondes linéaires en élasticité linéaire</b>	<b>9</b>
2.1	Ondes de Rayleigh [3, 4, 7, 9, 12, 16] . . . . .	12
2.2	Ondes de Stoneley [10, 26, C3] . . . . .	13
2.3	Ondes de Scholte [13] . . . . .	15
2.4	Ondes piézo-acoustiques [17, 25, 30, C5] . . . . .	17
2.5	Ondes dans les solides à gradient de propriétés [29, 32] . . . . .	17
<b>3</b>	<b>Ondes linéarisées en élasticité non-linéaire</b>	<b>21</b>
3.1	Ondes d'interface dans les solides incompressibles [20, 21, 23, 33] . . . . .	23
3.2	Ondes d'interface dans les solides avec liaison interne [8, 11, 15, 22, C2] . . . . .	25
3.3	Ondes de volume [5, 6, 19] . . . . .	25
<b>4</b>	<b>Stabilité en élasticité non-linéaire</b>	<b>29</b>
4.1	Instabilité d'une membrane sphérique en inflation [31] . . . . .	30
4.2	Instabilité statique de surface et d'interface [11, 15, 20, 21, 22, 23, 31, C2] . . . . .	31
4.3	Instabilité dynamique d'interface [33] . . . . .	32
<b>5</b>	<b>Ondes d'amplitude finie</b>	<b>37</b>
5.1	Ondes linéaires en élasticité non-linéaire [1, 2, 14, 18, 24, C1, C4] . . . . .	38
5.2	Ondes non-linéaires dans les solides dispersifs [28, C4] . . . . .	39
<b>6</b>	<b>Perspectives</b>	<b>43</b>
6.1	Prolongement des travaux en cours . . . . .	43
6.1.1	Ondes non-linéaires . . . . .	43
6.1.2	Ondes linéaires . . . . .	44

6.2	Nouvelle orientation : la biomécanique non-linéaire . . . . .	45
6.2.1	Contexte et enjeux . . . . .	45
6.2.2	Méthodologie générale et objectifs . . . . .	48
6.2.3	Exemple 1 : Mécanique de la peau humaine et de la peau artificielle . . . . .	49
6.2.4	Exemple 2 : Instabilité des anévrismes aortiques . . . . .	51
6.2.5	Conclusion . . . . .	52

# Chapitre 1

## Préface

Dans la préface de son livre, Ting (1996) explique pourquoi il lui semble que beaucoup de problèmes sont plus faciles à résoudre analytiquement en élasticité *anisotrope* qu'en élasticité isotrope. Je partage son avis car comme lui je me suis intéressé à l'élasticité anisotrope sans avoir étudié l'élasticité linéaire isotrope. Trouver une solution analytique en élasticité anisotrope n'est pas chose aisée, mais comme l'explique Ting, en trouver l'équivalent en élasticité isotrope est un processus qui ne se déroule pas automatiquement, par une spécialisation des constantes élastiques : en effet, l'élasticité isotrope est *dégénérée* par rapport à l'élasticité anisotrope, et requiert plus d'efforts.

De façon similaire, je me suis intéressé à l'élasticité *non-linéaire* sans avoir étudié l'élasticité linéaire. Il m'a semblé que les équations du mouvement étaient certes compliquées (des systèmes couplés d'équations aux dérivées partielles non-linéaires) mais j'ai apprécié la conséquence principale de cette complexité : en effet, il existe très peu de solutions exactes en élasticité non-linéaire, et on peut en faire rapidement le tour. Par contraste, le paysage de l'élasticité linéaire isotrope s'étend à perte de vue.

Encore à ce jour, ma connaissance de l'élasticité linéaire isotrope est limitée. En revanche, il me semble être bien au fait du passé et de l'actualité des domaines abordés dans cette dissertation, à savoir : la propagation des ondes en élasticité linéaire anisotrope, la propagation des ondes linéarisées au voisinage d'une grande déformation, la stabilité incrémentale, et la propagation des ondes élastiques d'amplitude finie. Les chapitres qui suivent présentent mes contributions à ces domaines.

Puis vient le récapitulatif de mon activité scientifique au cours des sept dernières années. A cette activité, j'associe avec la plus grande gratitude mes amis/collaborateurs et ma famille.





# Chapitre 2

## Ondes linéaires en élasticité linéaire

En élasticité linéaire, on ne conserve que les quantités infinitésimales et la propagation des ondes élastiques est donc gouvernée par des équations différentielles *linéaires*. Souvent on écrit celles-ci sous la forme d'un système différentiel linéaire du second ordre. Ainsi on a, dans le système orthonormé rectangulaire de coordonnées  $(x_1, x_2, x_3)$ ,

$$c_{ijkl}u_{l,kj} = \rho u_{i,tt}, \quad (2.0.1)$$

où les  $c_{ijkl}$  sont les composantes du tenseur des rigidités,  $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$  est le déplacement mécanique infinitésimal, la virgule dénote la dérivée partielle, et  $\rho$  est la masse volumique du solide. Ici le tenseur des rigidités possède les symétries mineures et majeures suivantes,

$$c_{ijkl} = c_{klij}, \quad c_{ijkl} = c_{jikl}. \quad (2.0.2)$$

Prenons maintenant une onde plane progressive inhomogène, se déplaçant avec la vitesse  $v$  et le nombre d'onde  $k$  dans la direction  $x_1$ , et pour qui les plans d'amplitudes égales sont normaux à  $x_1$ , sous la forme :

$$\mathbf{u} = \mathbf{U}(kx_2)e^{ik(x_1-vt)} + \text{c.c.}, \quad (2.0.3)$$

où  $\mathbf{U}$  ne dépend que de la variable  $kx_2$  et "c.c." est l'abréviation de l'expression "complexe conjugué". Les équations (2.0.1) se réduisent alors à un système de 3 équations différentielles *ordinaires*, du second ordre :

$$T\mathbf{U}'' - i(R + R^T)\mathbf{U}' + (Q - \rho v^2 I)\mathbf{U} = \mathbf{0}, \quad (2.0.4)$$

où les matrices  $T$ ,  $R$ ,  $Q$  sont définies par leur composantes (Stroh, 1962),

$$T_{ik} = c_{i2k2}, \quad R_{ik} = c_{i1k2}, \quad Q_{ik} = c_{i1k1}. \quad (2.0.5)$$

En cherchant un mode partiel sous forme exponentielle :  $\mathbf{U}(kx_2) = \mathbf{U}^0 e^{ikqx_2}$ , où  $\mathbf{U}^0$  est un vecteur constant et  $q$  une quantité complexe, on aboutit à la *condition de propagation* :

$$\det [q^2 T + q(R + R^T) + Q - \rho v^2 I] = 0. \quad (2.0.6)$$

Cette équation, dite “de Christoffel”, est un polynôme en  $q$  à coefficients réels. En général, il s’agit d’une *sextique*, lorsqu’aucun des axes  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  n’est aligné avec un axe de symétrie du matériau (ou bien sûr, si le matériau ne possède aucune symétrie). Ses racines ne peuvent donc être exprimées de façon analytique, d’après la théorie de Galois (Head, 1979). On peut malgré tout obtenir des résultats explicites dans certaines circonstances et résoudre entièrement certains problèmes aux contours sans avoir besoin des racines de la sextique.

L’exemple archétype de ce type de problème est la recherche de *l’équation de la vitesse d’une onde élastique de surface* (une équation dont la vitesse est la *seule* inconnue). Cette question a occupé de nombreux chercheurs pendant plusieurs décennies, comme l’a raconté Ting dans un article récapitulatif (2004a). La réussite la plus aboutie dans ce domaine est la mise au point du formalisme intégral de Barnett et Lothe (1985), qui s’appuie sur les travaux pionniers de Stroh (1962). Ce dernier a introduit les tractions s’exerçant sur les plans  $x_2 = \text{const.}$  (normale orientée vers les  $x_2$  croissants) sous la forme :

$$\sigma_{i2} = -c_{ijkl} u_{k,l} = ikt_i(x_2) e^{i(x_2 - vt)} + \text{c.c.}, \quad (2.0.7)$$

où

$$\mathbf{t} = T\mathbf{U}' - iR^T\mathbf{U}; \quad (2.0.8)$$

puis a transformé (2.0.4) en un système différentiel du premier ordre pour le vecteur à 6 composantes  $\boldsymbol{\xi} = [\mathbf{u}, \mathbf{t}]^T$ . Ainsi, (2.0.4) est équivalent à :

$$\boldsymbol{\xi}' = i\mathbf{N}\boldsymbol{\xi}, \quad \text{où } \mathbf{N} = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 \\ N_3 + \rho v^2 I & N_1^T \end{bmatrix}, \quad (2.0.9)$$

et

$$N_1 = -T^{-1}R^T, \quad N_2 = T^{-1}, \quad N_3 = RT^{-1}R^T - Q. \quad (2.0.10)$$

De nombreux résultats découlent de cette formulation. En particulier on trouve que l’équation de la vitesse des ondes de surface peut se mettre sous la forme

$$\det M(v) = 0, \quad (2.0.11)$$

où  $M(v)$  est le *tenseur d’impédance*, dont le déterminant, réel, est une fonction monotone décroissante de  $v$  seulement (ainsi la vitesse de l’onde de

surface, quand elle existe, est l'unique racine de cette équation). Reste le calcul de  $|M(v)|$ , qui est loin d'être trivial, mais est néanmoins possible analytiquement dans certaines situations de symétrie. Sinon on utilise des techniques numériques avancées s'appuyant sur le formalisme intégral (Barnett & Lothe, 1985) ou sur une équation de Riccati non-linéaire (Biryukov, 1985; Fu & Mielke, 2002). On appelle l'équation (2.0.11), l'*équation de la vitesse exacte* d'une onde de surface.

Une autre approche, qui a aussi reçu beaucoup d'attention, consiste à rechercher l'équation de la vitesse sous forme polynomiale. Cette équation est alors la forme "rationalisée" de l'équation exacte (2.0.11). Cette quête d'un polynôme est naturelle et remonte à l'"inventeur" des ondes de surface, Lord Rayleigh (1885), qui élève au carré les deux membres de son équation exacte en milieu isotrope, à savoir,

$$\left(2 - \frac{v^2}{v_T^2}\right) = 4\sqrt{1 - \frac{v^2}{v_T^2}}\sqrt{1 - \frac{v^2}{v_L^2}}, \quad (2.0.12)$$

(où  $v_T$  et  $v_L$  sont les vitesses des ondes de volume) et obtient sa célèbre cubique:

$$\left(\frac{v^2}{v_T^2}\right)^3 - 8\left(\frac{v^2}{v_T^2}\right)^2 + \left(24 - 16\frac{v_T^2}{v_L^2}\right)\left(\frac{v^2}{v_T^2}\right) - 16\left(1 - \frac{v_T^2}{v_L^2}\right) = 0. \quad (2.0.13)$$

Lorsque  $x_1$ ,  $x_2$ , et  $x_3$  sont alignés avec des axes de symétrie, on obtient aussi une cubique en  $v^2$  (Sveklo, 1948). Lorsque seul  $x_3$  est aligné avec un axe de symétrie, on obtient une quartique en  $v^2$  (Currie, 1976; [3]). Lorsque seul  $x_2$  est aligné avec un axe de symétrie on obtient un polynôme de degré 12 (Taziev, 1987); et de même si c'est  $x_1$  seulement qui est aligné avec un axe de symétrie (Ting, 2004b). Dans les autres cas on obtient un polynôme de degré 27 en  $v^2$  (Taziev, 1989). Bien entendu, de nombreuses racines parasites sont introduites au cours du processus de rationalisation (potentiellement 26 artefacts!) Cependant, il est avantageux pour plusieurs raisons de travailler avec un polynôme.

- Il s'avère parfois que l'équation de la vitesse est un polynôme très simple, que rien ne laisser présager au vu de la complexité des équations de Christoffel.
- Toutes les racines sont obtenues de manière quasi-instantanée à l'aide de schémas numériques éprouvés, avec le degré de précision souhaité. Pour sélectionner celle qui est valide, il suffit d'éliminer les racines  $v^2$  complexes et les racines  $v^2$  négatives, puis de tester les racines restantes avec l'équation de la vitesse exacte.

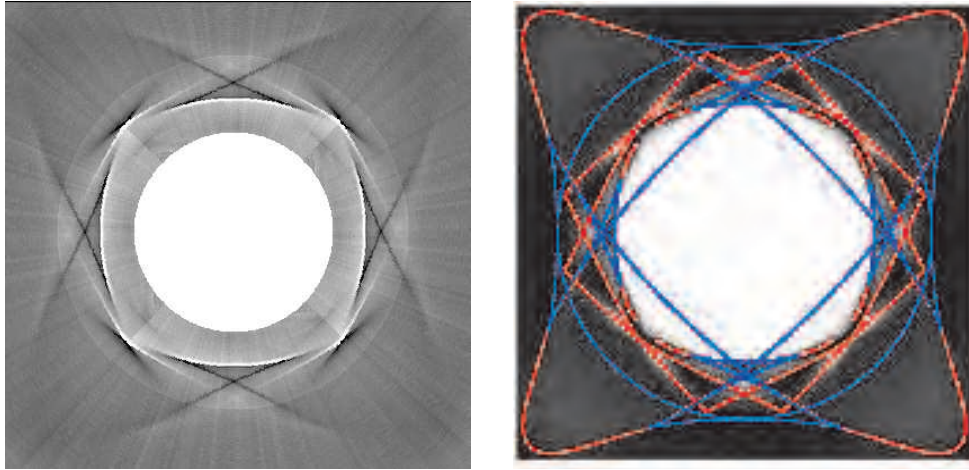


Figure 2.1: Fronts d'onde sur la surface d'un cristal de cuivre (Huet & Deschamps, 2004). Comparaison entre les résultats expérimentaux par impact laser (à gauche) et les prédictions issues de l'équation de la vitesse sous forme polynomiale (à droite).

- Toutes les racines ont une interprétation, et correspondent à des types d'ondes différents. De nombreux efforts d'identification de ces racines ont été entrepris (Taylor, 1981; Taziev, 1987; Every & Deschamps, 2003).
- Grâce au polynôme, on peut obtenir facilement des expressions approchées de la vitesse elle-même (Mozhaev, 1991) voire dans certaines circonstances, des expressions exactes ([9]; Ting, 2004a).
- A l'aide du polynôme on peut tracer les surfaces des lenteurs d'un cristal anisotrope et reconstituer les motifs des fronts d'ondes exactement (Huet & Deschamps, 2004, voir Figure 2.1).

## 2.1 Ondes de Rayleigh [3, 4, 7, 9, 12, 16]

Pour les ondes de Rayleigh, la condition aux contours est que les *tractions* disparaissent sur la surface libre du solide anisotrope. Ainsi il semble plus naturel de travailler avec les tractions (2.0.8) qu'avec les déplacements. J'ai donc écrit les équations du mouvement sous forme d'un système d'équations différentielles du second ordre pour  $\mathbf{t}$ ,

$$\hat{T}\mathbf{t}'' - i(\hat{R} + \hat{R}^T)\mathbf{t}' + \hat{Q}\mathbf{t} = \mathbf{0}, \quad (2.1.1)$$

où les matrices  $\hat{T}$ ,  $\hat{R}$ ,  $\hat{Q}$  sont définies par

$$\hat{T} = (N_3 + \rho v^2 I)^{-1}, \quad \hat{R} = N_1(N_3 + \rho v^2 I)^{-1}, \quad \hat{Q} = N_1(N_3 + \rho v^2 I)^{-1}N_1^T + N_2. \quad (2.1.2)$$

Puis, à l'aide de la technique des intégrales premières (Mozhaev, 1995), cette formulation permet d'obtenir l'équation de la vitesse sous forme polynomiale lorsque  $x_3$  est aligné avec un axe de symétrie, pour un solide compressible [3, 9] ou incompressible [4, 7]. Dans les deux cas on obtient une quartique en  $\rho v^2$ . Fu (2003) a plus tard appliqué telle quelle cette technique pour une onde de bord (Kononov, 1960) lorsque la plaque est parallèle à un plan de symétrie; l'équation de la vitesse s'avère être une cubique en  $\rho v^2$ , alors que l'équation de Christoffel est une quartique.

Par la suite j'ai réalisé que les équations clefs pour obtenir une équation de la vitesse d'une onde de Rayleigh étaient les "équations fondamentales" suivantes

$$\mathbf{U}(0) \cdot K^{(n)} \overline{\mathbf{U}}(0) = 0, \quad (2.1.3)$$

où  $K^{(n)}$  est le bloc inférieur gauche de la matrice  $N^n$ ,  $n$  étant un entier; ainsi  $K^{(1)} = N_3 + \rho v^2 I$ ,  $K^{(2)} = K^{(1)}N_1 + N_1^T K^{(1)}$ , etc. C'est Currie (1979) qui a établi ces équations le premier, suivi par Taziev (1989). Grâce à elles, j'ai trouvé l'équation de la vitesse pour une onde de Rayleigh dans des cristaux anisotropes tournants [12, 16], une étude qui trouve des applications dans la mise au point de gyroscopes miniatures (Yang, 2005). Ici il était particulièrement important de ne pas négliger l'accélération centrifuge par rapport à celle de Coriolis, voir Figure 2.2.

## 2.2 Ondes de Stoneley [10, 26, C3]

Les ondes de Stoneley se propagent à l'interface plane de deux solides élastiques semi-infinis soudés. La condition aux contours est que les déplacements *et* les tractions soient continus à l'interface  $x_2 = 0$ . Ici ni la forme (2.0.4) ni la forme (2.1.1) ne semblent optimales pour les équations du mouvement. J'ai donc généralisé les équations fondamentales (2.1.3) à la prise en compte simultanée des déplacements et des tractions. Elles sont données par

$$\boldsymbol{\xi}(0) \cdot \hat{I} N^n \overline{\boldsymbol{\xi}}(0) = 0, \quad (2.2.1)$$

où  $\hat{I} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$  et  $n$  est un entier. La preuve est des plus simples [10, 21, C3]. Tout d'abord, on montre par récurrence que  $N^n$  possède une structure

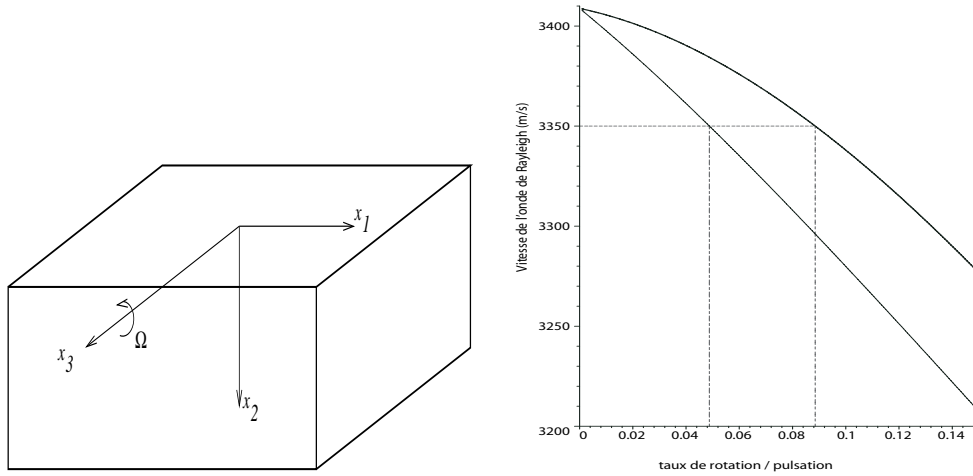


Figure 2.2: Onde de Rayleigh sur la surface d'un solide (silice) en rotation [12, 16]. A droite on voit la variation de la vitesse avec le rapport  $\Omega/\omega$  où  $\Omega$  est le taux de rotation et  $\omega$  la pulsation, en tenant compte de tous les termes rotationnels (trait épais) et en négligeant l'accélération centrifuge (trait fin). Si on mesure une vitesse de 3350 m/s (traits pointillés), on peut se tromper de 45% dans la déduction du rapport [taux de rotation]/[pulsation].

similaire à celle de  $N$ , c'est-à-dire

$$N^n = \begin{bmatrix} N_1^{(n)} & N_2^{(n)} \\ K^{(n)} & N_1^{(n)T} \end{bmatrix}, \quad (2.2.2)$$

où  $K^{(n)}$  et  $N_2^{(n)}$  sont symétriques. Il s'en suit que  $\hat{I}N^n$  est *symétrique* pour tout  $n$ . Puis on prend le produit scalaire de l'équation du mouvement (2.0.9) par  $\hat{I}N^n\bar{\xi}$  et on obtient  $\xi' \cdot \hat{I}N^n\bar{\xi} = i\xi \cdot \hat{I}N^{n+1}\bar{\xi}$ ; on ajoute à cette équation son complexe conjugué pour finir avec

$$\xi' \cdot \hat{I}N^n\bar{\xi} + \xi \cdot \hat{I}N^n\bar{\xi}' = 0, \quad (2.2.3)$$

et, par intégration entre l'interface  $x_2 = 0$  et l'infini (où  $\mathbf{U}$  et  $\mathbf{t}$ , et donc  $\xi$ , disparaissent), on arrive à (2.2.1). Par exemple, pour une onde de Rayleigh on a la condition aux contours  $\xi(0) = [\mathbf{U}(0), \mathbf{0}]^T$ , et les équations fondamentales (2.2.1) se réduisent à (2.1.3).

En utilisant (2.2.1), on peut résoudre entièrement le problème des ondes de Stoneley dans un bi-matériau pour lequel les deux demi-espaces sont occupés par le même solide, mais chacun avec une anisotropie qui est symétrique

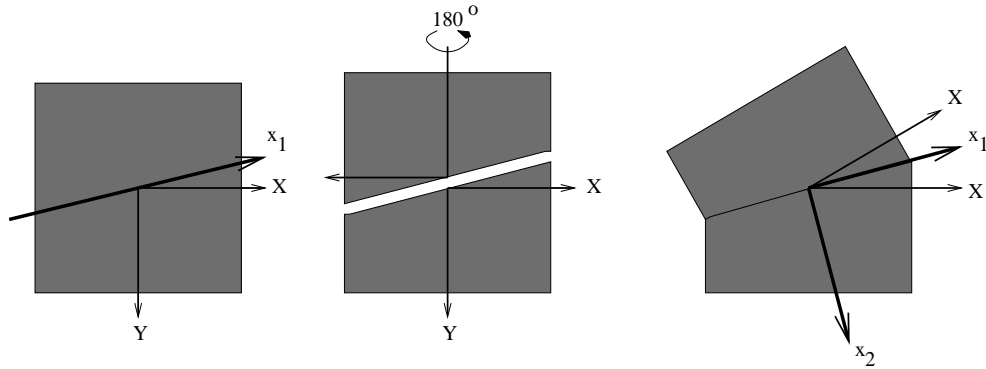


Figure 2.3: Onde de Stoneley à l'interface d'un bi-matériau symétrique [10]: production d'un macle à partir d'un cristal orthorhombique.

par rapport à l'interface  $x_2 = 0$  [10]. L'idée sous-jacente ici est de modéliser les cristaux maclés, voir Figure 2.3.

Dans les autres cas (si les deux demi-espaces sont occupés par des matériaux différents), les équations fondamentales ne sont plus capables de générer l'équation de la vitesse. Pour les ondes de Stoneley polarisées dans un plan de symétrie commun aux deux solides, on peut malgré tout [26] trouver l'équation exacte de la vitesse (2.0.11) et élucider le problème, voir Figure 2.4. Pour cela il ne faut pas hésiter à résoudre analytiquement les deux quartiques de Christoffel, une tâche qui se révèle être étonnamment simple. Les bi-matériaux sont utilisés intensivement dans l'industrie des semi-conducteurs, grâce au procédé de "colle sans colle", qui permet de lier de manière permanente et rigide deux cristaux en les polissant si bien qu'ils s'attachent par les forces de van der Waals.

## 2.3 Ondes de Scholte [13]

Les ondes de Scholte se propagent à l'interface d'un demi-espace solide et d'un demi-espace rempli d'un fluide parfait. Elles sont très présentes en géophysique et en technologie des capteurs. Ici la condition aux limites est que la composante normale du déplacement et de la contrainte est continue à travers l'interface, tandis que la contrainte de cisaillement s'y annule.

En utilisant les équations fondamentales (2.2.1) on peut résoudre [13] le problème d'une onde de Scholte polarisée dans un plan de symétrie du solide et reproduire des données expérimentales obtenues par d'autres, voir Figure 2.5.



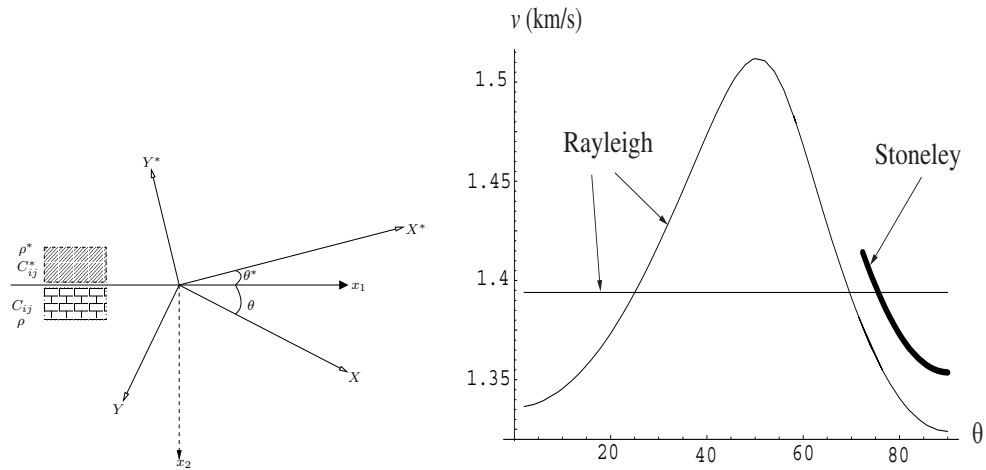


Figure 2.4: Onde de Stoneley à l'interface de deux solides anisotropes (pin Douglas)/(carbone epoxy) [26]. La Figure de droite représente la variation de la vitesse (trait épais) avec l'angle de coupe  $\theta$  du carbone epoxy. L'angle de coupe du pin Douglas est fixé à  $\theta^* = 0$ . On voit que l'onde de Stoneley n'existe que pour  $73^\circ < \theta < 107^\circ$ . Les courbes en trait fin représentent les variations de l'onde de Rayleigh pour chaque solide pris séparément.

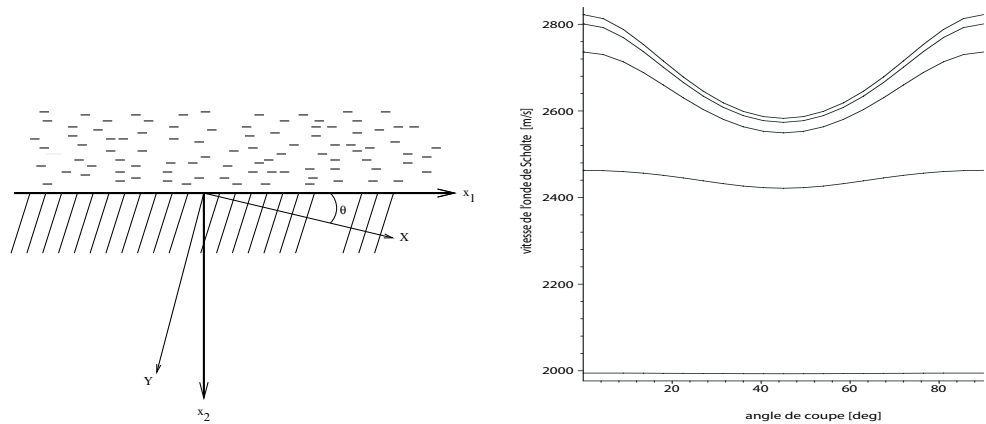


Figure 2.5: Onde de Scholte à l'interface d'un solide (germanium) et d'un fluide considéré parfait (methanol) [13]. La Figure de droite représente la variation de la vitesse avec l'angle de coupe du germanium, lorsque la vitesse du son dans le méthanol est (m/s): 2000 (courbe du bas), 3000, 3500, 4000 (courbe du haut). Plus la pression (et donc la vitesse du son) augmente, plus l'effet de l'anisotropie est marqué, en accord avec les expériences de Crowhurst et al. (2001).

## 2.4 Ondes piézo-acoustiques [17, 25, 30, C5]

Les instruments à transducteurs d'ondes de surface piézo-acoustiques sont innombrables, surtout dans l'industrie de la communication sans fil (téléphone portable, système de positionnement global, télévision couleur, capteurs, etc.) où ils sont utilisés comme filtres hautes fréquences (Royer & Dieulesaint, 2000). Le couplage de l'élasticité avec la piézo-électricité complique fortement le problème de la propagation des ondes d'interface, même dans le cadre de l'approximation quasi-statique. En particulier, la matrice de Stroh passe de la taille  $6 \times 6$  à la taille  $8 \times 8$ . Cependant, on peut utiliser les équations fondamentales pour résoudre certains cas d'ondes d'interface.

Ainsi, pour l'onde de Bleustein-Gulyaev (polarisation horizontale transverse), l'équation de Christoffel se factorise entièrement pour la symétrie 6mm (et l'équation de la vitesse correspondante est linéaire en  $\rho v^2$ ) alors que pour les symétries  $\bar{4}$ ,  $\bar{4}2m$ ,  $\bar{4}3m$ ,  $23$ , c'est une quartique. Étonnamment, on trouve [17] que dans ce dernier cas, l'équation de la vitesse pour des conditions aux limites métallisées est une *quadratique* en  $\rho v^2$ . Ce résultat des plus simples, qu'on ne pouvait pas deviner à l'avance, est facilement obtenu grâce aux équations fondamentales. Pour une surface non-métallisée, on trouve une sextique en  $\rho v^2$ . Une fois la vitesse trouvée, la description complète des champs en découle, voir Figure 2.6.

On peut aussi trouver des résultats explicites pour les ondes piézo-acoustiques de surface à deux composantes [25] et pour les ondes transverses horizontales dans les structures couche/substrat [30, C5] (ondes de Love).

## 2.5 Ondes dans les solides à gradient de propriétés [29, 32]

Dans l'industrie des semi-conducteurs, des techniques avancées permettent l'élaboration de matériaux à gradient de propriétés. Ainsi on peut imaginer que pour un substrat  $x_2 \geq 0$ , la rigidité  $c_{44}$ , la constante piézo-électrique  $e_{15}$ , la constante diélectrique  $\epsilon_{11}$ , et la masse volumique  $\rho$  varient tous de la même manière avec la profondeur:

$$\{c_{44}(x_2), e_{15}(x_2), \epsilon_{11}(x_2), \rho(x_2)\} = \{c_{44}^\circ, e_{15}^\circ, \epsilon_{11}^\circ, \rho^\circ\} f(x_2), \quad (2.5.1)$$

où  $c_{44}^\circ$ ,  $e_{15}^\circ$ ,  $\epsilon_{11}^\circ$ ,  $\rho^\circ$  sont des constantes, et  $f$  est la *fonction d'inhomogénéité* (on pose  $f(0) = 1$ ). Cette hypothèse est bien sûr irréaliste mais elle permet de faire des progrès analytiques, qui pourront servir d'étalon-référence lors du passage à des inhomogénéités plus compliquées. Il apparaît que les fonctions

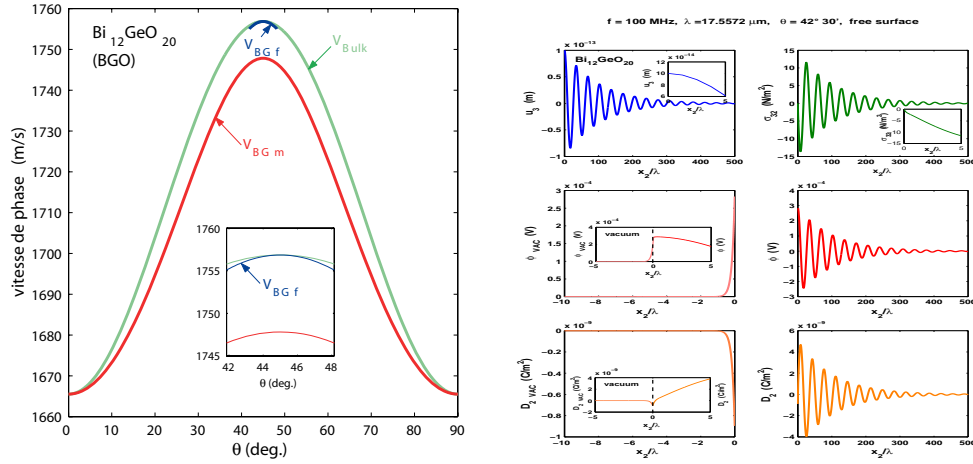


Figure 2.6: Onde de Bleustein-Gulyaev pour l'oxyde de bismuth germanium [13]. La Figure de gauche représente la variation de la vitesse avec l'angle de coupe. Celle de droite montre les variations des champs (déplacement transverse, contrainte de cisaillement, potentiel électrique, induction électrique) avec la profondeur, lorsque la surface est non-métallisée et l'angle de coupe est  $42^\circ 30'$ .

d'inhomogénéité suivantes pour  $f$ ,

$$\exp(2\beta x_2), \quad (\beta x_2 + 1)^2, \quad \frac{\cosh^2(\beta x_2 + \delta)}{\cosh^2 \delta}, \quad \frac{\cos^2(\beta x_2 + \delta)}{\sinh^2 \delta}, \quad (2.5.2)$$

ainsi que leur inverse, permettent une résolution complète du problème de l'onde de Bleustein-Gulyaev en symétrie 6mm. Des méthodes sont proposées pour permettre de générer d'autres profils, comme par exemple :

$$f(x_2) = \frac{\tanh^2(\beta x_2 + \delta)}{\tanh^2 \delta}, \quad (2.5.3)$$

qui a l'avantage sur les précédentes de ne jamais tendre vers zéro ou vers l'infini. Elle décrit un matériau dont les paramètres  $c_{44}(x_2)$ ,  $e_{15}(x_2)$ ,  $\epsilon_{11}(x_2)$ ,  $\rho(x_2)$  changent d'une valeur initiale  $c_{44}^\circ$ ,  $e_{15}^\circ$ ,  $\epsilon_{11}^\circ$ ,  $\rho^\circ$  à l'interface  $x_2 = 0$  à une valeur asymptotique  $\{c_{44}^\circ, e_{15}^\circ, \epsilon_{11}^\circ, \rho^\circ\} / \tanh^2 \delta$ , où  $\delta > 0$  est un paramètre ajustable. Ici, le paramètre  $\beta$  peut aussi être ajusté pour décrire aussi bien une variation lente des propriétés avec la profondeur, qu'une variation rapide qui confinerait l'inhomogénéité dans une couche fine près de la surface. L'influence de chaque profil sur la propagation de l'onde est très marquée, et permet de modifier ses caractéristiques à volonté.

De façon similaire, je me suis intéressé à la propagation d'une onde de Rayleigh (deux composantes) dans un demi-espace aux variations exponentielles, avec pour objectif de modéliser les ondes sismiques dans les milieux stratifiés [32]. Ici aussi l'inhomogénéité joue un rôle prépondérant. En particulier, elle introduit de la dispersion pour les ondes de Rayleigh (qui sont non-dispersives en milieu homogène), elle distingue le coefficient d'atténuation des déplacements de ceux des tractions, et elle peut forcer l'amplitude à osciller en décroissant avec la profondeur.



## Chapitre 3

# Ondes linéarisées en élasticité non-linéaire

En élasticité faiblement non-linéaire, on pousse les développements des équations à l'ordre souhaité, et on néglige les termes suivants. En *élasticité non-linéaire* proprement dite, on ne néglige aucun terme. Toutes les grandeurs sont conservées et les équations du mouvement sont dites exactes. En général il s'agit de systèmes d'équations aux dérivées partielles non-linéaires couplées. Si on s'intéresse à un matériau donné (i.e. une loi de comportement donnée), on peut parfois trouver des solutions exactes, voir Chapitre 5. Si on cherche des déformations ou des mouvements qui existent pour tous les matériaux, on ne trouve que les déformations homogènes (celles qui ont un gradient des déformations à composantes constantes), comme l'a montré Ericksen (1955). Si les matériaux sont *incompressibles* (s'ils ne permettent que des déformations isochores) alors il y a cinq familles de déformations possibles.

Il y a un domaine où l'on peut malgré tout faire des progrès en toute généralité, c'est celui de la théorie des *mouvements incrémentaux*. Ici on considère une grande déformation homogène pour un solide compressible (ou s'il est incompressible, l'une des cinq déformations possibles) et on y superpose un déplacement d'amplitude infinitésimale. Ainsi on a tout d'abord une grande déformation homogène statique, pour laquelle on utilise les équations exactes de l'élasticité non-linéaire; puis on considère un petit mouvement pour lequel on linéarise les équations au voisinage de la grande déformation. Ces équations sont maintenant fermement établies, grâce aux efforts de Biot (1965), Ogden (1984), et beaucoup d'autres. Elles se lisent

$$\mathcal{A}_{0jilk}u_{k,lj} = \rho u_{i,tt}, \quad (3.0.1)$$

où  $\mathcal{A}_0$  est le tenseur instantané (quatrième ordre) des modules d'élasticité. En dénotant par  $F$  le gradient de la grande déformation statique, ses com-

posantes sont

$$\mathcal{A}_{0jilk} = F_{j\alpha} F_{l\beta} \frac{\partial^2 W}{F_{i\alpha} F_{k\beta}}, \quad (3.0.2)$$

où  $W = W(F)$  est la densité d'énergie de déformation du solide. Si le solide est incompressible, toutes les déformations et mouvements sont isochores, ce qui impose les liaisons internes suivantes

$$\det F = 1, \quad u_{i,i} = 0, \quad (3.0.3)$$

et conduit à l'introduction d'un multiplicateur de Lagrange, souvent dénoté  $p$ . Les équations incrémentales du mouvement sont alors

$$\mathcal{A}_{0jilk} u_{k,lj} - p_{,i}^* = \rho \partial^2 u_i / \partial t^2, \quad (3.0.4)$$

où  $p^*$  est l'incrément de  $p$ .

Les équations incrémentales du mouvement ont clairement une similarité avec celles de l'élasticité linéaire anisotrope (2.0.1), avec quelques différences majeures. En particulier, les modules  $\mathcal{A}_{0jilk}$  dépendent de la loi de comportement (à travers  $W$ ) et de la pré-déformation (à travers  $F$ ), et ils ne possèdent que les symétries mineures :

$$\mathcal{A}_{0jilk} = \mathcal{A}_{0lkji}, \quad (3.0.5)$$

et non les symétries majeures (2.0.2)<sub>2</sub>. Il y a donc a priori 45 modules d'élasticité indépendants (contre 21 en élasticité linéaire anisotrope) et les correspondances entre les deux systèmes d'équations ne sont pas automatiques. On peut cependant ré-écrire les équations sous la forme préconisée par Stroh, et parvenir à transposer ou à adapter de nombreux résultats du formalisme de Barnett-Lothe-Stroh.

L'intérêt des résultats obtenus ici réside dans leurs applications à l'*acousto-élasticité*, à l'*évaluation non-destructive* des structures élastomériques en génies civil et automobile, et à l'acoustique ultrasonore des tissus biologiques mous en *biomécanique non-linéaire*. Le premier domaine concerne les solides linéaires pré-contraints, et correspond à la spécialisation des équations incrémentales depuis "petit mouvement sur grand déplacement" vers "petit mouvement sur petit déplacement". Le deuxième domaine concerne les joints en caoutchouc sous les ponts ou sous les immeubles isolés sismiquement, ou dans les véhicules, qui sont soumis à de grandes compressions. Le troisième domaine recourt à la théorie incrémentale car tous les tissus mous sont soumis à de grandes contraintes résiduelles dans le corps au repos, et à de grandes déformations en service.

### 3.1 Ondes d'interface dans les solides incompressibles [20, 21, 23, 33]

De nombreux problèmes ont été résolus dans le domaine des ondes incrémentales d'interface, comme l'expose l'article de revue par Guz (2002), mais dans leur quasi-totalité ils sont limités à l'étude des *ondes principales*, lorsque la direction de propagation et la direction d'atténuation sont alignées avec deux des directions principales de la grande pré-déformation. La structure des équations est alors similaire à celle des équations pour une onde en élasticité linéaire orthotrope, lorsque la direction de propagation et la direction d'atténuation sont alignées avec deux axes de symétrie.

Dans le cadre des ondes principales, j'ai étudié la propagation d'une onde acoustique à l'interface d'un demi-espace rempli d'un solide déformé et d'un demi-espace rempli d'un fluide visqueux. La difficulté principale ici réside dans la réconciliation, à l'interface, des champs Lagrangiens utilisés pour le solide avec les champs Eulériens utilisés pour le fluide. La motivation de ces travaux était de trouver des résultats préliminaires pour la modélisation des instruments à ultrasons intra-vasculaires (interface artère / sang). L'analyse montre qu'aux hautes fréquences utilisées en imagerie médicale (typiquement 10 MHz), l'onde est rapidement atténuée sur une profondeur qui représente moins de  $1/50^{\text{ème}}$  de l'épaisseur d'une artère, et que l'on peut donc négliger la courbure et l'épaisseur finie de cette dernière.

Dans le cadre des ondes non-principales, j'ai mis les équations du mouvement sous la forme de Stroh, et j'ai pu résoudre de nombreux problèmes grâce aux équations fondamentales (2.2.1). Ainsi on peut résoudre entièrement le problème d'une onde incrémentale à la surface d'un solide soumis à une grande déformation tri-axiale, suivie d'un grand cisaillement, voir Figure 3.2, lorsqu'elle est polarisée dans un plan principal [20] (onde à deux composantes) ou lorsqu'elle se propage dans n'importe quelle direction d'un plan principal [23] (onde à trois composantes), comme par exemple dans un plan de grand cisaillement, voir Figure 3.1. Ainsi j'ai pu entre autres résoudre la question des ondes non-principales de Rayleigh dans un solide de Mooney-Rivlin (souvent utilisé pour modéliser le caoutchouc) déformé, un problème proposé par Flavin (1963) et resté ouvert.

On peut aussi s'intéresser à la configuration suivante [21] : deux demi-espaces, faits du même matériau hyperélastique, ont été sujets à la même pré-déformation avec taux de dilatation principaux  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ , avant d'être collés rigidement le long d'un plan principal commun. Cette configuration se retrouve dans l'industrie des polymères, où on utilise la fusion (chauffage de volume, de friction, électromagnétique, etc.) pour "coller sans colle". Ici,



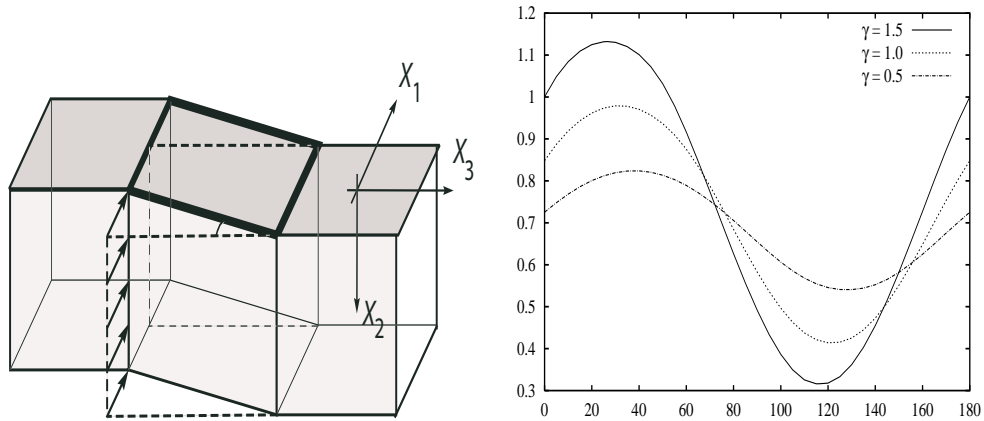


Figure 3.1: Demi-espace hyperélastique en grand cisaillement ( $x_1 = X_1$ ,  $x_2 = X_2$ ,  $x_3 = X_3 + \gamma X_1$ , où  $\gamma$  est la quantité de cisaillement) : on peut penser par exemple à un absorbeur de secousses sismiques sous un bâtiment. Grâce à l’acousto-élasticité, on peut déterminer son état de déformation. Ainsi, la vitesse varie en fonction de l’angle de propagation et de la quantité de cisaillement : par exemple, les maxima et minima de la vitesse de l’onde de surface ont lieu dans les directions de plus grandes dilatation et compression, respectivement, dont on peut donc trouver l’orientation.

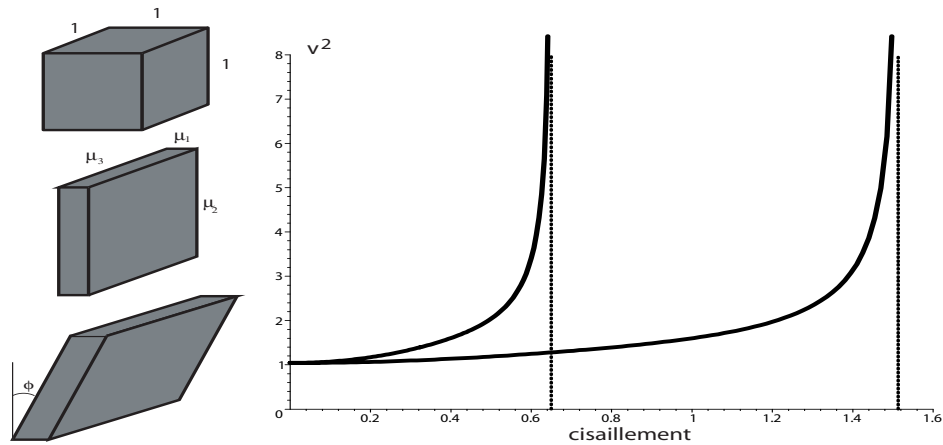


Figure 3.2: Artère soumise à un grand cisaillement : variation de la vitesse (normalisée par rapport à celle d’une onde de volume) d’une onde acoustique de surface en fonction de la quantité de cisaillement. On voit que la paroi artérielle d’un homme de 70 ans se “rigidifie” (1ère asymptote verticale) bien avant que celle d’un homme de 24 ans (2ème asymptote). Ici, l’artère est modélisée par le modèle de Gent, qui rend très bien compte du raidissement des veines sous l’effet d’une tension.

on étudie l'onde de Stoneley voyageant le long de la bissectrice de l'angle de décalage, lorsque les directions principales d'un solide ne sont pas alignées avec les directions principale de l'autre solide, voir Figure 4.2. L'analyse est développée entièrement, jusqu'à l'établissement de l'équation de la vitesse sous forme explicite. En prenant la vitesse égale à zéro dans cette dernière, on obtient le critère de bifurcation, qui donne le taux de compression critique au-delà duquel la structure, et donc le joint, deviennent instables, voir Chapitre 4.

### 3.2 Ondes d'interface dans les solides avec liaison interne [8, 11, 15, 22, C2]

J'ai étudié des ondes infinitésimales de Rayleigh ou de Stoneley se propageant dans des demi-espaces rendus anisotropes par de grandes déformations statiques homogènes lorsque les matériaux sont sujets à une *liaison interne* isotrope arbitraire. L'intérêt de ces études est à la fois expérimental : liaison de Bell pour des métaux recuits tels que aluminium, cuivre, zinc ; liaison d'Ericksen pour des cristaux maclés ; liaison d'aire pour les membranes de globules rouges, etc.; et théorique : la liaison d'incompressibilité est en effet exceptionnelle car la partie du tenseur des contraintes qui lui est associée est sphérique, ce qui n'est pas nécessairement le cas pour une liaison générique.

### 3.3 Ondes de volume [5, 6, 19]

Lorsqu'on étudie les ondes de volume, on s'intéresse en général aux ondes homogènes, pour lesquelles l'amplitude reste constante (Figure 3.3<sub>1</sub>) ou varie dans la direction de propagation (Figure 3.3<sub>2</sub>). Mathématiquement, on les représente par des déplacements de la forme

$$\mathbf{u} = \mathbf{a}e^{i\omega(\mathbf{s}\cdot\mathbf{x}-t)} + \text{c.c.}, \quad (3.3.1)$$

où  $\mathbf{a}$  est le vecteur (à composantes réelles) de polarisation,  $\omega$  est la pulsation,  $\mathbf{n}$  est le vecteur unitaire (à composantes réelles) dans la direction de propagation, et  $s$  est la lenteur scalaire. Quand  $s$  et  $\omega$  sont réelles, l'amplitude ne varie pas; quand  $\omega$  est complexe, l'amplitude est atténuée avec le temps; quand  $s$  est complexe, l'amplitude est amortie (ou amplifiée) avec l'espace.

Comme on l'a vu, les ondes *inhomogènes* jouent un rôle prépondérant en élasticité. Pour ces ondes, l'amplitude varie sinusoidalement dans la direction de propagation et est atténuée dans une autre direction, voir Figure 3.4. Trouver toutes les solutions des équations du mouvement sous forme d'une

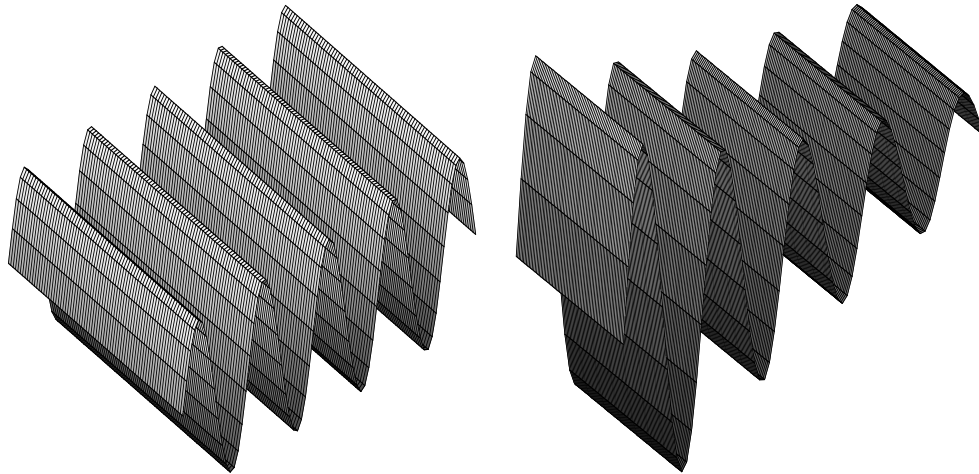


Figure 3.3: Ondes de volume homogènes

onde inhomogène est une tache ardue, du fait des nombreuses directions et inconnues. Une procédure systématique de résolution a été élaborée par Boulanger et Hayes (1993), en partant de la représentation suivante des ondes inhomogènes,

$$\mathbf{u} = \mathbf{A}e^{i\omega(\mathbf{S}\cdot\mathbf{x}-t)} + \text{c.c.} \quad (3.3.2)$$

Ici, le vecteur de polarisation  $\mathbf{A}$  peut être complexe, de même que la pulsation  $\omega$  et le vecteur des lenteurs  $\mathbf{S}$ . Les vecteurs complexes sont appelés *bivecteurs* et leur algèbre est parfois déroutante : ainsi deux bivecteurs  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{B}$  peuvent être à la fois “parallèles” ( $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \mathbf{0}$ ) et orthogonaux ( $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = 0$ ) comme  $\mathbf{A} = (1, i, 0)$  et  $\mathbf{B} = (2i, -2, 0)$  (qui plus est, ces deux vecteurs en particulier sont “isotropes” :  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{B} = 0$ .) Une fois cette algèbre assimilée, l’obtention et la classification systématique de toutes les solutions se déroulent de façon naturelle.

Ainsi j’ai pu obtenir toutes les solutions de la forme (3.3.2) pour un matériau de Mooney-Rivlin (incompressible) déformé [5] et pour un matériau de Hadamard (compressible) déformé [6]. De plus j’ai établi quel type de matériau, une fois déformé, permet la propagation d’ondes planes “longitudinales” ( $\mathbf{A} \times \mathbf{S} = \mathbf{0}$ ) dans toutes les directions [19].

Les applications de la théorie des ondes inhomogènes sont innombrables comme on peut le constater ici et par exemple à la lecture de l’article de revue par Declerc et al. (2005).

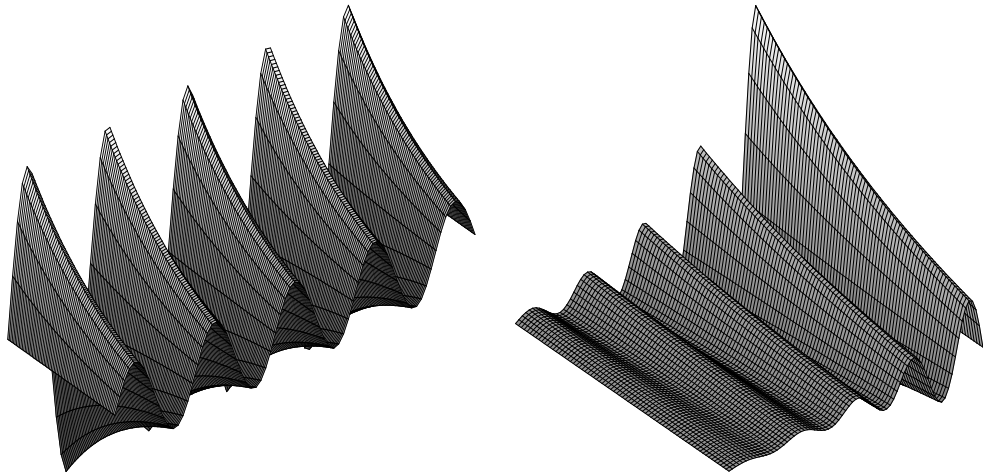


Figure 3.4: Ondes de volume inhomogènes



# Chapitre 4

## Stabilité en élasticité non-linéaire

C'est principalement Biot (1965) qui a initié l'étude de l'*instabilité incrémentale*. Son point de vue est que si au voisinage d'une grande déformation, solution des équations de l'équilibre, on peut trouver un équilibre adjacent (ou en l'occurrence une infinité d'autres équilibres car les équations incrémentales sont linéarisées et laissent arbitraire l'amplitude de la perturbation), alors il y a instabilité.

On peut aussi partir des équations incrémentales du mouvement, plutôt que de l'équilibre, et parvenir à la même conclusion. Ainsi par exemple, la vitesse d'une onde de surface principale dans un solide de Mooney-Rivlin en pré-déformation plane est donnée par :

$$c^2 = 1 - \sigma_0^2 \lambda^{-4}, \quad (4.0.1)$$

où  $\sigma_0 \simeq 0.2956$  est la racine réelle de  $\sigma^3 + \sigma^2 + 3\sigma - 1 = 0$  (Flavin, 1963). Ici  $c$  est la vitesse de l'onde de surface normalisée par rapport à la vitesse  $v_T$  de l'onde homogène de cisaillement et  $\lambda$  est le taux de dilatation dans la direction de propagation. A  $\lambda = 1$ , le solide est isotrope et  $c^2 \simeq 0.9126$ , la valeur trouvée par Lord Rayleigh (1885) pour les solides linéaires isotropes incompressibles. Lorsque  $\lambda \rightarrow \infty$ , la vitesse de l'onde de surface tend vers la vitesse de l'onde homogène de cisaillement ( $c \rightarrow 1$ ). Cependant lorsque  $\lambda$  décroît,  $c^2$  décroît, jusqu'à zéro qui est atteint pour  $\lambda \simeq 0.544$ . A ce *taux de compression critique*, l'onde ne se propage plus, et on retrouve les déformations incrémentales statiques de Biot. On dit que le demi-espace flambe lorsque qu'il est comprimé de 46%. Au-delà de ce taux,  $c^2 < 0$  et donc la perturbation, qui est proportionnelle à  $e^{ik(x_1 - cv_T t)}$ , va croître exponentiellement avec  $t$ .

Il est donc clair que l'étude des ondes incrémentales d'interface permet de faire des progrès et de générer une étude de l'instabilité statique, tout simplement en prenant la vitesse égale à zéro dans les équations. Il y a aussi

des cas d'étude de l'instabilité où l'on ne peut utiliser des solutions statiques incrémentales, et où l'on est obligé de faire appel à des solutions incrémentales *dynamiques*, comme par exemple pour l'étude de l'instabilité d'interface lorsque l'un des deux semi-espaces est rempli d'un fluide (qui n'admet pas de champs de déformation statique).

Enfin on note qu'il existe beaucoup d'autres types d'instabilités élastiques, non décrites par l'approche incrémentale, comme l'instabilité de point-limite pour des membranes sphériques (voir Section suivante) ou cylindriques en inflation, l'instabilité de torsion (apparition d'une boucle), l'instabilité de nucléation (apparition d'une bulle), etc., voir l'article de revue de Gent (2005).

Toutes ces études ont des répercussions importantes pour l'étude, la modélisation, et la prédiction des phénomènes de fatigue et de fracture des composants élastomériques et des tissus biologiques mous.

### 4.1 Instabilité d'une membrane sphérique en inflation [31]

Quiconque a gonflé un ballon de baudruche est familier avec le phénomène d'*instabilité de point-limite* : au début du gonflage, il faut fournir une forte pression pour augmenter le rayon du ballon, puis vient un rayon critique à partir duquel le gonflage se fait presque sans effort. Le comportement d'une membrane sphérique faite de tissu biologique mou (vessie, anévrisme, utérus, etc.) est complètement différent, car la présence de fibres de collagène dans la matrice faite d'élastine vient renforcer et stabiliser le tissu, avec des avantages évidents pour la santé. Cette différence fondamentale a été observée au moins dès 1909, voir Figure 4.1.

L'élasticité non-linéaire capture très bien ces deux comportements, en proposant des modèles hyperélastiques qui donnent des matériaux "souples" pour les élastomères (typiquement, le modèle de Mooney-Rivlin) et des matériaux qui se raidissent en extension pour les tissus biologiques mous (typiquement, le modèle exponentiel de Fung). En parcourant la littérature et les données expérimentales, j'ai montré que chaque modèle proposé pour les élastomères mène à une instabilité de point-limite, et que chaque modèle proposé pour les tissus biologiques mous ne mène pas à une instabilité de point-limite [31]. J'ai aussi montré que si la membrane s'épaissit (si son épaisseur passe de l'ordre  $\delta = (B - A)/A$  à l'ordre  $\delta^2$ , où  $A$  est le rayon interne du ballon et  $B$  le rayon externe), alors le rayon critique d'instabilité de point-limite (s'il existe) est accru, et ce, quel que soit le modèle hyperélastique choisi. Il s'agit donc là d'un résultat *universel*.

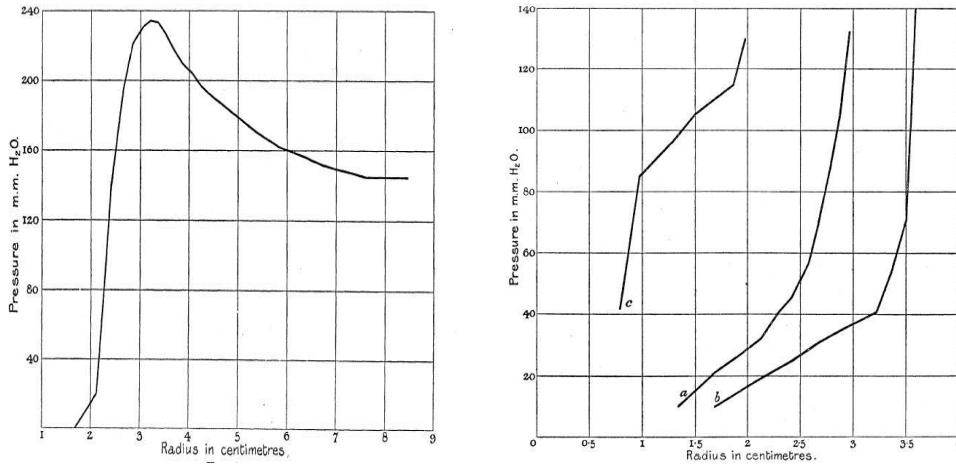


Figure 4.1: Inflation d'un ballon en boudruche, à gauche, et de vessies de chat et de singes, à droite (Osborne, 1909). Pour le caoutchouc, l'instabilité de point-limite est marquée, peu après 3 cm de rayon.

## 4.2 Instabilité statique de surface et d'interface [11, 15, 20, 21, 22, 23, 31, C2]

Chacune de mes études sur les ondes de Rayleigh et de Stoneley dans les solides pré-déformés a donné lieu à une analyse de la stabilité. Ainsi j'ai pu étudier la stabilité de surface et d'interface du caoutchouc [11, 15, 22, 23, 31], des solides à liaison interne autre que celle d'incompressibilité [11, 15, 22, C2], et des tissus biologiques mous [15, 20, 31], voir deux exemples en Figure 4.2.

Une tendance générale, à rapprocher de celle de la Section précédente, est que les modèles utilisés pour les tissus biologiques mous sont beaucoup plus stables que ceux utilisés pour les élastomères. Ainsi un solide de Mooney-Rivlin (élastomère) possède un taux de compression critique de 0.6661 pour l'instabilité de surface en compression équi-bi-axiale tangentielle, alors que le modèle exponentiel de Fung n'en possède pas pour les valeurs physiologiques des paramètres mécaniques.

Cependant il faut se garder de conclure quoique ce soit de cette tendance, comme le montre l'étude d'une coque sphérique épaisse en compression [31]. La Figure 4.3 montre les variations du taux de compression critique avec le rapport  $A/B$  pour le caoutchouc neo-Hookéen, où  $A$  est le rayon interne de la coque sphérique et  $B$  le rayon externe. Lorsque  $A/B \rightarrow 1$ , la coque devient infiniment fine et le taux de compression tend vers 1. Lorsque  $A/B \rightarrow 0$ ,



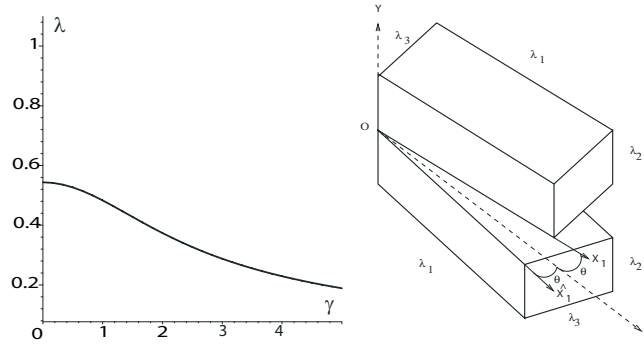


Figure 4.2: A gauche : Instabilité de surface pour un solide de Mooney-Rivlin soumis à une grande déformation plane, suivie d'un grand cisaillement; la Figure représente les variations du taux de compression critique  $\lambda$  en fonction de la quantité de cisaillement  $\gamma$ . Sans cisaillement,  $\lambda \simeq 0.544$ . On voit que le cisaillement rend la surface plus stable [20]. A droite : Bimatériau fait du même solide déformé de part et d'autre de l'interface; deux des axes principaux de déformation d'une moitié ne sont pas alignés avec deux des axes principaux de l'autre moitié. En compression, une instabilité d'interface se développe le long de la bissectrice de més-orientation, mais le bimatériau est plus stable que chaque moitié prise séparément [21].

la coque devient infiniment épaisse et le taux de compression critique tend vers 0.6661, qui est le taux critique de compression pour un demi-espace en compression équi-bi-axiale tangentielle. Pour les valeurs intermédiaires, le flambage a lieu selon certains modes en fonction de la valeur de  $A/B$ . On s'attendrait à ce qu'une coque faite d'un tissu biologique mou (modèle exponentiel de Fung) soit beaucoup plus stable qu'une coque en caoutchouc lorsqu'elle est épaisse, puisque le demi-espace (épaisseur infinie) en tissu mou est beaucoup plus stable que le demi-espace en caoutchouc. L'analyse montre qu'il n'en est rien, et que c'est l'inverse qui se produit. Le paradoxe se résout lorsqu'on comprend que l'idéalisation du demi-espace correspond à une double limite; non seulement :  $A/B$  doit tendre vers zéro, mais aussi : la longueur d'onde de la perturbation doit devenir infiniment petite devant  $B$ .

### 4.3 Instabilité dynamique d'interface [33]

Bagno et Guz (1987, 1997) ont mené de nombreuses études sur la stabilité des solides déformés lorsqu'ils sont chargés par un fluide visqueux. Ils partent

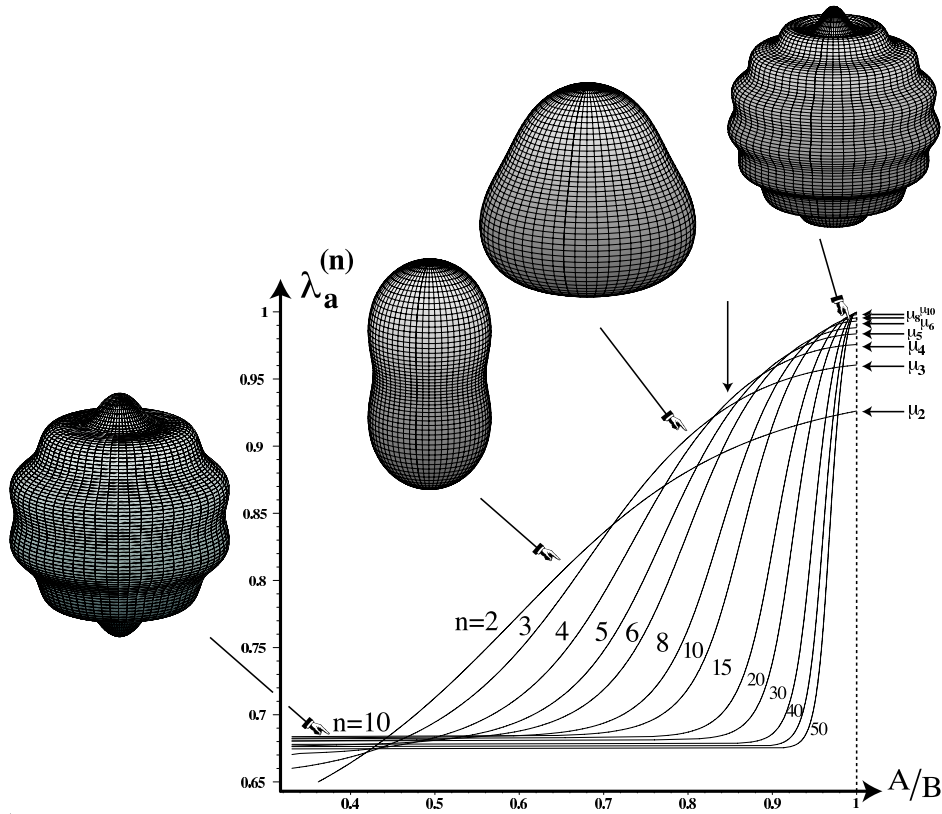


Figure 4.3: Une coque sphérique neo-Hookéenne de rayon intérieur  $A$  et rayon extérieur  $B$  devient instable en compression au taux critique  $\lambda_a$ , qui est la valeur la plus grande des  $\lambda_a^{(n)}$  pour chaque mode (ici les modes 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 15, 20, 30, 40, 50 sont représentés). Par exemple à  $A/B = 0.85$  (flèche verticale), le mode critique est  $\lambda_a^{(4)} \simeq 0.94$ . Quelques exemples de flambages sont montrés (à  $n = 2, 3, 10, 15$ ), mais notons que l'analyse est linéarisée et ne donne d'indication ni sur l'amplitude de la perturbation ni sur son signe [31].

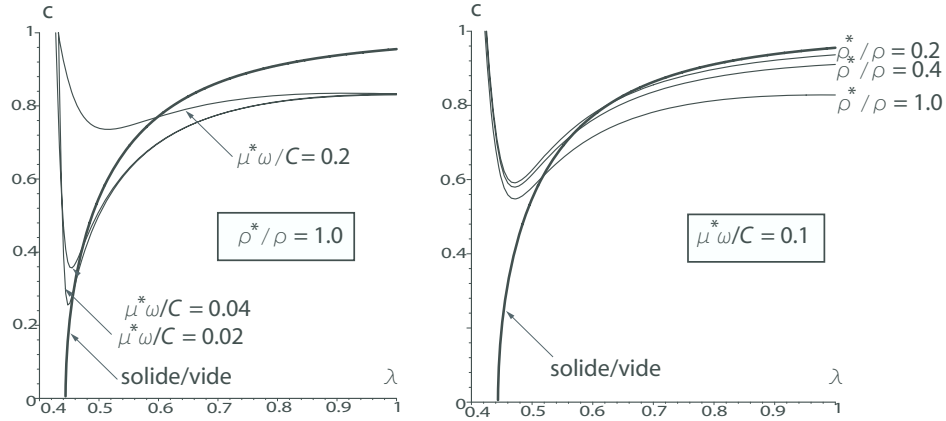


Figure 4.4: Vitesse de l'onde incrémentale à l'interface d'un solide néo-Hookéen comprimé (masse volumique  $\rho$ , module de cisaillement infinitésimal  $C$ ) et d'un fluide visqueux (masse volumique  $\rho^*$ , module de cisaillement dynamique  $\mu^*$ ). La courbe épaisse représente la vitesse de l'onde de Rayleigh (interface solide/vide); les courbes fines représentent la vitesse de l'onde d'interface pour différentes combinaisons des paramètres matériaux. Lorsque  $\rho^*/\rho$  diminue, les courbes fines se rapprochent de la courbe épaisse dans la région de faible compression. Lorsque  $\mu^*\omega/C$  diminue, les courbes fines se rapprochent de la courbe épaisse dans la région de forte compression. Les courbes fines tendent vers zéro lorsque le taux de compression se rapproche de 0.444 (instabilité de surface), sans jamais l'atteindre [33].

d'une onde incrémentale proportionnelle à

$$e^{i(kx_1 - \omega t)}, \quad (4.3.1)$$

où le nombre d'onde  $k$  est *complexe* et la pulsation  $\omega$  est *réelle*. Puis ils cherchent à quel taux de compression du solide la vitesse  $\omega/\Re(k)$  tend vers zéro. Cependant cette approche du problème de l'instabilité n'est pas cohérente avec les équations du mouvement dans le fluide car si  $\omega/\Re(k) = 0$  dans (4.3.1), alors on obtient un déplacement statique et le champ des vitesses (requis dans les lois de comportement du fluide) disparaît. En cherchant à reproduire leurs résultats, j'ai compris qu'aux valeurs numériques choisies pour les paramètres mécaniques, la vitesse est petite (moins de 1/10 000<sup>ème</sup> de la vitesse de l'onde de volume) mais elle n'est pas nulle, voir Figure 4.4.

J'ai ensuite cherché une solution sous la forme

$$e^{ik(x_1 - vt)} = e^{kv^-t} e^{ik(x_1 - v^+t)}, \quad (4.3.2)$$

où le nombre d'onde  $k$  est *réel* et la vitesse  $v = v^+ + iv^-$  est *complexe*. On trouve alors qu'en comprimant le solide,  $v^+$  décroît, et finit par être égal à

zéro (les champs sont alors proportionnels à  $e^{kv^-t}e^{ikx_1}$ , un *mouvement* non-propagatif). Tant que  $v^- < 0$ , la perturbation reste stable. Finalement à partir d'un certain taux de compression critique, il n'y a plus que des solutions pour lesquelles  $v^- > 0$ , indiquant l'instabilité. On trouve qu'un solide néo-Hookéen comprimé est plus stable lorsqu'il est au contact d'un fluide visqueux que lorsqu'il est au contact du vide.



# Chapitre 5

## Ondes d'amplitude finie

Pour les ondes d'*amplitude finie*, on ne fait aucune approximation. On se place donc dans le cadre de l'*élasticité non-linéaire*.

On appelle  $\mathbf{x}$  les coordonnées dans la configuration courante d'un point qui était en  $\mathbf{X}$  dans la configuration de référence. On appelle  $F$  le gradient des déformations ( $F \equiv \partial\mathbf{x}/\partial\mathbf{X}$ ) et  $W$  la densité d'énergie de déformation ( $W = W(F)$ ). Le *tenseur des contraintes de Cauchy*  $T$  est lié à la déformation par

$$T = J^{-1}F \frac{\partial W}{\partial F}, \quad (5.0.1)$$

où  $J \equiv \det F$ . Pour les solides *incompressibles*,  $J = 1$  à tout moment, et  $T$  est donné par

$$T = F \frac{\partial W}{\partial F} - pI, \quad (5.0.2)$$

où  $p$  est un multiplicateur de Lagrange. Enfin, les *équations du mouvement*, en l'absence de force de volume, sont

$$\operatorname{div} T = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial t^2}, \quad (5.0.3)$$

où  $\operatorname{div}$  désigne l'opérateur divergence dans la configuration courante.

Bien évidemment, résoudre ces équations n'est en général pas une sinécure, même si l'on s'affranchit des conditions aux limites en se plaçant en milieu infini, comme pour les ondes de volume. Contre toute attente cependant, on parvient à trouver des solutions exactes, comme par exemple les ondes de polarisation circulaire proposées par Carroll (1967) pour n'importe quel solide compressible ou incompressible,

$$x = X + A \cos k(z - ct), \quad y = Y \pm A \sin k(z - ct), \quad (5.0.4)$$

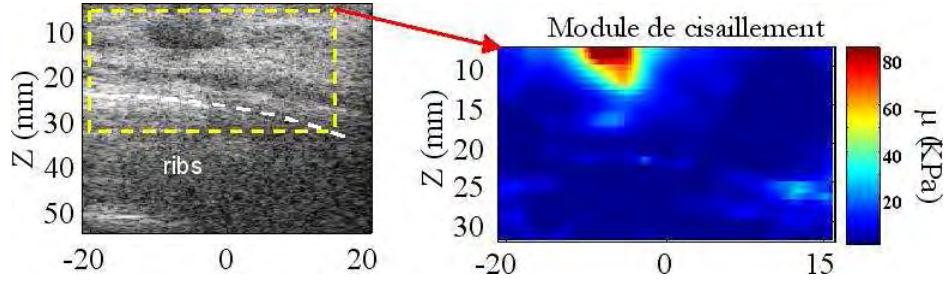


Figure 5.1: Echographie (à gauche) du sein d'une patiente présentant un fibroadénome (diamètre 10 mm) et image d'élasticité associée (à droite), obtenue par la mesure des vitesses des ondes de cisaillement basse-fréquence. On remarque une concordance très nette entre la zone très dure de l'image d'élasticité et la zone peu échogène de l'échographie (Bercoff et al., 2004).

où  $A$ ,  $k$ ,  $c$  sont des constantes, ou encore les ondes transverses de polarisation linéaire proposées par John (1966) et par Boulanger et Hayes (1992),

$$\bar{\mathbf{x}} = \mathbf{x} + f(\mathbf{n} \cdot \mathbf{x} - ct)\mathbf{a}, \quad \mathbf{x} = F\mathbf{X}, \quad \mathbf{a} \cdot \mathbf{n} = 0, \quad (5.0.5)$$

superposées sur n'importe quelle pré-déformation homogène  $F$  pour un solide de Hadamard (compressible) ou de Mooney-Rivlin (incompressible); ici  $f$  est une fonction satisfaisant l'équation des cordes vibrantes,  $c$  est une constante,  $\mathbf{n}$  est le vecteur unité dans la direction (arbitraire) de propagation et  $\mathbf{a}$  est le vecteur unité dans la direction de polarisation transverse. Lorsque la *dispersion* du milieu est modélisée et prise en compte, on peut aussi se demander quelles sont les circonstances à réunir pour voir un équilibre s'installer entre la dispersion et la non-linéarité et observer la naissance d'ondes solitaires.

Ces investigations sont cruciales pour la compréhension des phénomènes non-linéaires dans les tissus mous comme en témoigne l'émergence des techniques d'imagerie échographique ultra-rapide, voir Figure 5.1.

## 5.1 Ondes linéaires en élasticité non-linéaire [1, 2, 14, 18, 24, C1, C4]

Dans une étude préliminaire [1] j'ai étudié les conséquences de la liaison interne d'incompressibilité sur la propagation des ondes complexes exponentielles, de la forme :

$$\mathbf{x} = \mathbf{X} + \mathbf{A}e^{i\omega(\mathbf{S} \cdot \mathbf{X} - t)} + \overline{\mathbf{A}}e^{-i\omega(\overline{\mathbf{S}} \cdot \mathbf{X} - t)}, \quad (5.1.1)$$

où  $\mathbf{A}$  est le bivecteur de polarisation, de module fini,  $\omega$  est la pulsation (réelle),  $\mathbf{S}$  est le bivecteur des lenteurs, et la barre dénote la quantité conjuguée. J'ai trouvé que pour tous les solides incompressibles, une onde *polarisée elliptiquement* ( $\mathbf{A} \times \overline{\mathbf{A}} \neq \mathbf{0}$ ) doit être *homogène* ( $\mathbf{S} \times \overline{\mathbf{S}} = \mathbf{0}$ ), et une onde *inhomogène* ( $\mathbf{S} \times \overline{\mathbf{S}} \neq \mathbf{0}$ ) doit être *polarisée linéairement* ( $\mathbf{A} \times \overline{\mathbf{A}} = \mathbf{0}$ ). Ce résultat est aussi valide si le solide est pré-déformé. Bien sûr, pour une onde *infinitésimale* ces restrictions ne tiennent plus et on peut avoir une onde inhomogène polarisée elliptiquement.

Comme Boulanger et Hayes (1992) avait donné une description complète des ondes homogènes de polarisation elliptique (5.0.5) dans les solides de Mooney-Rivlin déformés, il semblait naturel de rechercher les ondes inhomogènes de polarisation linéaire dans ces mêmes solides. Je suis parti d'une onde de la forme

$$\bar{\mathbf{x}} = \mathbf{x} + g(\mathbf{b} \cdot \mathbf{x})f(\mathbf{n} \cdot \mathbf{x} - ct)\mathbf{a}, \quad \mathbf{x} = F\mathbf{X}, \quad \mathbf{a} \cdot \mathbf{n} = 0, \quad \mathbf{b} = \mathbf{n} \times \mathbf{a}, \quad (5.1.2)$$

où  $f$  et  $g$  sont des fonctions inconnues. Étonnamment on trouve qu'ici le mouvement est régi par des équations différentielles ordinaires *linéaires*, bien que toute la théorie soit non-linéaire et qu'aucun terme n'ait été négligé. J'ai étudié ces ondes dans les solides de Mooney-Rivlin élastiques [2] et viscoélastiques [14], et dans les solides de Hadamard [C1] (compressibles, mais permettant le découplage transversal/longitudinal). J'ai aussi étudié et généralisé les ondes homogènes du type Carroll (5.0.4) dans les solides élastiques incompressibles en rotation [18], dans les solides compressibles dissipatifs [24], et dans les solides incompressibles dissipatifs et dispersifs [C4].

## 5.2 Ondes non-linéaires dans les solides dispersifs [28, C4]

Pour que des *ondes solitaires* de profil constant puissent émerger des équations du mouvement, il faut en général trouver un délicat équilibre entre la non-linéarité et la dispersion. En mécanique des solides, le premier ingrédient trouve sa source naturelle dans le cadre de l'élasticité non-linéaire, mais la source du second est plus évasive. Souvent on fait appel à une géométrie particulière, une inhomogénéité, une microstructure, etc. J'ai utilisé le modèle tri-dimensionnel et phénoménologique proposé par Rubin et al. (1995).

Tout d'abord j'ai trouvé des liens entre leur loi de comportement et la théorie des fluides non-Newtoniens de second grade, pour finalement écrire la loi de comportement d'un solide non-linéaire dispersif incompressible sous la forme  $T = T_1 + T_2$  où  $T_1$  est la partie *élastique* du tenseur des contraintes



de Cauchy, c'est-à-dire

$$T_1 = -pI + 2(\partial W/\partial I_1)B - 2(\partial W/\partial I_2)B^{-1}, \quad (5.2.1)$$

en toute généralité ( $B \equiv FF^t$ ,  $I_1 \equiv \text{tr } B$ ,  $I_2 \equiv \text{tr } B^{-1}$ ), et  $T_2$  est la partie *dispersive* du tenseur des contraintes de Cauchy, ici

$$T_2 = \rho\psi'_2(D \cdot D) [A_2 - A_1^2]. \quad (5.2.2)$$

Dans cette dernière équation,  $\psi'$  est la dérivée d'une énergie libre de Helmholtz associée à la dispersion (Rubin et al. (1995) ont pris soin de construire un modèle qui respecte les lois de la thermodynamique) et  $D$  est le tenseur des taux de déformation,  $D \equiv [\partial\mathbf{v}/\partial\mathbf{x} + (\partial\mathbf{v}/\partial\mathbf{x})^t]/2$ , où  $v \equiv \partial\mathbf{x}/\partial t$  est la vitesse; par ailleurs,  $A_1$  et  $A_2$  sont les deux premiers tenseurs de Rivlin-Ericksen. C'est ainsi que par analogie avec les fluides non-Newtoniens, on peut parler d'un *solide du second grade*.

Pour la loi de comportement élastique j'ai choisi

$$\Sigma = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{02}(I_2 - 3)^2 + C_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3), \quad (5.2.3)$$

où les  $C_{ij}$  sont cinq paramètres matériaux, qui peuvent être ajustés pour un lissage optimal. Ce cas couvre aussi le modèle récemment proposé par Hamilton et al. (2004) pour les gels et les tissus mous incompressibles,

$$\Sigma = -2\mu i_2 + n i_3 + \nu_4 i_2^2, \quad (5.2.4)$$

où  $\mu$  est le coefficient de cisaillement de Lamé (élasticité linéaire),  $n$  est un coefficient de Murnaghan (élasticité non-linéaire du troisième ordre),  $\nu_4$  est un coefficient de l'élasticité non-linéaire du quatrième ordre et où  $i_2$ ,  $i_3$  sont les deuxième et troisième invariants principaux du tenseur des contraintes de Green-Lagrange.

Pour la dispersion j'ai pris

$$\psi = \rho\beta_0(\mathbf{D} \cdot \mathbf{D}) + \rho\frac{\beta_1}{2}(\mathbf{D} \cdot \mathbf{D})^2, \quad (5.2.5)$$

où  $\beta_0$  et  $\beta_1$  sont des constantes matérielles positives.

Puis, motivé par les résultats expérimentaux évoqués par la Figure 5.1, j'ai cherché des solutions sous la forme d'ondes de cisaillement polarisées linéairement,

$$x = X + u(Y - ct), \quad y = Y, \quad z = Z, \quad (5.2.6)$$

où  $u$  est inconnue et  $c$  est une constante (la vitesse).

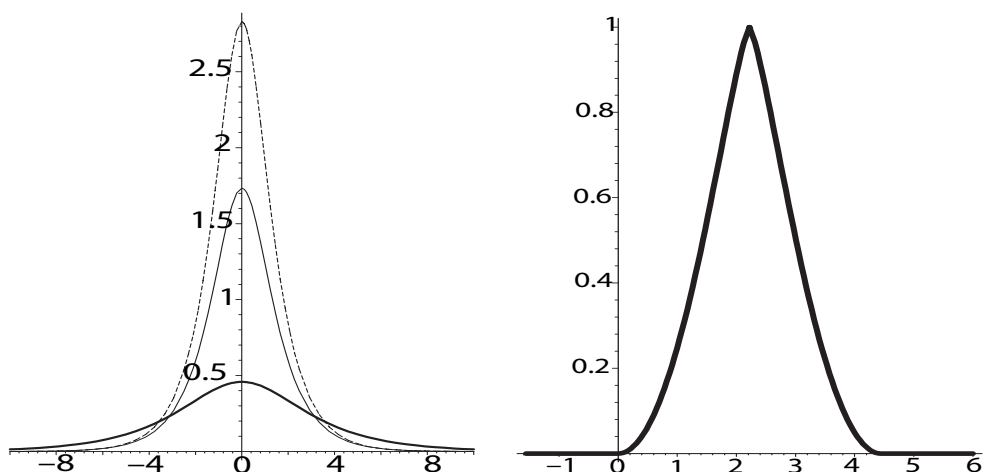


Figure 5.2: Ondes solitaires de volume pour les lois de comportement (5.2.3) et (5.2.5). A gauche : onde de déformation à profil constant de support infini obtenue avec  $\beta_0 \neq 0$ ,  $\beta_1 = 0$ . A droite : onde de déformation à profil constant de support compact obtenue avec  $\beta_0 = 0$ ,  $\beta_1 \neq 0$ .

Lorsque  $\beta_0 \neq 0$ , on trouve des solutions *exactes* des équations du mouvement sous forme d'ondes solitaires "pulses" à support infini, voir Figure 5.2. Lorsque  $\beta_0 = 0$ , on trouve des solutions *exactes* des équations du mouvement sous forme d'ondes solitaires "pulses" ou "kinks" avec un *support compact*, une occurrence très rare (Maugin, 1999) pour les ondes dans les solides, voir Figure 5.2. Ces ondes sont supersoniques par rapport à la vitesse d'une onde de cisaillement linéaire, mais leur vitesse reste arbitraire. Ce sont des solutions exactes des équations du mouvement; aucune procédure de réduction asymptotique n'a été effectuée.



# Chapitre 6

## Perspectives

### 6.1 Prolongement des travaux en cours

#### 6.1.1 Ondes non-linéaires

Pour les ondes non-linéaires *de volume*, beaucoup reste à faire : ondes transverses polarisées elliptiquement dans les solides dispersifs incompressibles, couplage longitudinal/transverse dans les solides dispersifs compressibles, ondes modulées (voir Gorbatcheva et Ostrosky (1983) ou Cadet (1987) pour les modèles quasi-continus), influence d'une pré-déformation, etc.

Ainsi on peut par exemple généraliser l'onde (5.2.6), polarisée linéairement, à l'onde suivante, polarisée elliptiquement,

$$x = \lambda^{-\frac{1}{2}}X + u(y - ct), \quad y = \lambda Y, \quad z = \lambda^{-\frac{1}{2}}Z + v(y - ct), \quad (6.1.1)$$

où  $\lambda$  est le taux de pré-déformation dans la direction  $Y$ . Des analyses préliminaires révèlent que les ondes solitaires de support infini ou de support compact en formes de pulses ou de kink disparaissent dès que la polarisation n'est plus linéaire, suggérant que ces ondes sont l'exception plutôt que la règle; pour une polarisation elliptique, seules les ondes périodiques subsistent. De plus, on peut s'affranchir du souci d'obtenir des solutions exactes pour des lois de comportement données, en recherchant des solutions approchées par des développements asymptotiques multi-échelles. Alors on trouve que, *quelque soit la loi de comportement* du solide, les équations du mouvement se réduisent à l'équation (complexe) de Korteweg-de Vries modifiée (MKdV). Ainsi un lien fort s'établit entre le modèle dispersif (5.2.1)-(5.2.2) et les modèles quasi-continus de réseaux non-linéaires (voir Peyrard et Dauxois, 2004, par exemple), où cette dernière équation prévaut.

D'autres analyses suggèrent que certaines lois de comportement permettent l'émergence d'ondes solitaires à support semi-infini — des “kinks semi-

compacts” — qui constitueraient des solutions exactes pour le moins exotiques.

Finalement je passerai à la résolution de problèmes d’ondes non-linéaires *avec conditions aux limites*, tels que ceux des ondes de surface ou des ondes dans les cylindres.

### 6.1.2 Ondes linéaires

Pour les *ondes linéaires en élasticité linéaire anisotrope*, je compte obtenir l’équation de la vitesse explicite pour les ondes de Scholte (interface solide / fluide parfait) dans un plan de symétrie. Alors des simulations numériques et des expériences similaires à celle présentée en Figure 2.1 pourront avoir lieu, en utilisant des cristaux sous chargement fluide.

Dans le même contexte de la génération de fronts d’ondes acoustiques à la surface d’un cristal, je souhaite généraliser les travaux de Achenbach (2000, 2005) à la prise en compte de l’anisotropie. Alors, grâce à la technique de la réciprocité, de nombreux problèmes pourront être résolus tels que ceux concernant la génération d’ondes de surface par une source enfouie, par irradiation laser, par une fissure sous-terrainne, etc., voir Hess (2002) pour les nombreuses applications de ces ondes en science des matériaux.

Pour ce qui est des *techniques numériques*, j’ai commencé à m’éduquer à la méthode de la matrice cummulée, qui me permettra de résoudre des problèmes de propagation d’ondes pour des géométries complexes (bord, coin, cylindre, plaque, etc.). Par exemple, la question des ondes générées dans un puits de forage a été abordée il y a une dizaine d’années par Sinha et al. (1995); ces auteurs considèrent que le fluide dans le puits est pressurisé et que la formation géologique environnante est isotrope avant la pressurisation; il y a là clairement des possibilités nombreuses d’amélioration du modèle, en tenant compte des anisotropies intrinsèque et induite des formations géologiques; ces problèmes sont toujours d’actualité dans l’industrie pétrolière.

Pour les *ondes linéarisées en élasticité non-linéaire*, je veux passer au cas d’un fluide visqueux en écoulement sur un solide déformé pour simuler le passage du sang dans les artères. En effet, dans le corps, les parois artérielles sont déformées non seulement par des contraintes résiduelles et par la pression hydrostatique sanguine, mais aussi par les contraintes de cisaillement dues à l’écoulement visqueux, voir Figure 6.1. Bien que ces dernières soient faibles, des résultats expérimentaux récents obtenus par N. Stergiopoulos et ses collaborateurs au Laboratoire d’hémodynamique et de technologie cardiovasculaire de l’Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (Suisse) indiquent qu’une variation de ces petites contraintes de cisaillement peut enclencher l’expansion et l’épaississement d’une artère en réponse à l’hypertension. Par

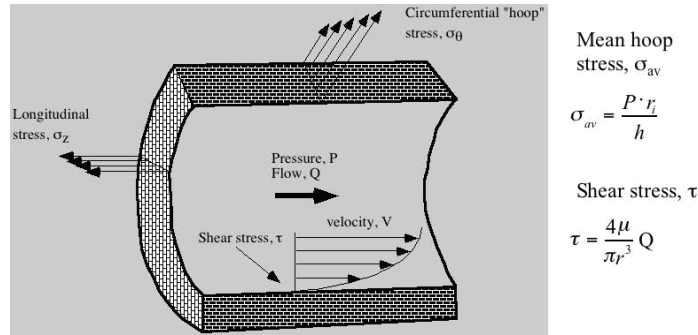


Figure 6.1: Écoulement du sang dans une artère : une première estimation des contraintes circonférentielle et de cisaillement peut être obtenue à partir des lois de Laplace et de Poiseuille, respectivement (cf. les formules sur la figure, donnée par N. Stergiopoulos.) La contrainte de cisaillement artérielle est typiquement comprise entre 5 et 15 dynes/cm<sup>2</sup>. La contrainte circonférentielle est égale à la pression multipliée par le rayon et divisée par l'épaisseur. Le rapport du rayon à l'épaisseur est approximativement 5 et la pression moyenne pour les mammifères, 100 mmHg. Ainsi, la contrainte circonférentielle est à peu près 5 x 100 mmHg = 500 mmHg = 666500 dynes/cm<sup>2</sup>, c'est-à-dire cinq ordres de grandeur plus importante que la contrainte de cisaillement.

conséquent, il semble important d'être capable de caractériser et de mesurer cette contrainte de cisaillement, si possible par des moyens non-invasifs tels que les ondes ultrasonores.

Cette dernière étude se placera dans le contexte plus large de la nouvelle orientation que je souhaite donner mes investigations, à savoir la recherche en biomécanique non-linéaire.

## 6.2 Nouvelle orientation : la biomécanique non-linéaire

### 6.2.1 Contexte et enjeux

La dernière décennie a vu une explosion de l'activité de recherche en *biomécanique*. De plus en plus de chercheurs s'impliquent dans ce domaine multidisciplinaire et d'énormes investissements sont faits pour promouvoir le sujet. Plusieurs grandes universités américaines ont établi au cours des dernières années de nouveaux laboratoires et départements dédiés aux différents aspects de la biomécanique et du génie biomécanique. Le nombre de conférences

internationales sur la biomécanique a augmenté de façon extraordinaire et plusieurs nouveaux journaux ont été lancés. La biomécanique a réalisé de nombreuses avancées depuis son intronisation comme discipline distincte vers le milieu des années 1960, mais il reste de nombreux défis à relever dans les domaines biologiques et médicaux, comme l'a expliqué J.D. Humphrey dans un récent article de synthèse (2003). Dans cet article, Humphrey résume les progrès accomplis et souligne les thèmes principaux qui vont occuper les chercheurs en biomécanique pour les années à venir.

Humphrey définit la biomécanique comme “le développement, l’extension et l’application de la mécanique à une meilleure compréhension de la physiologie et de la pathophysiologie ainsi que du diagnostic et du traitement de la maladie et de la blessure”. Pour ma part, je souhaite me concentrer plus particulièrement sur les aspects de ce sujet en rapport avec la description du comportement des matériaux, et avec les changements dans ce comportement dus à la *croissance* et à l’adaptation ou remodelage résultants de modifications de l’environnement mécanique (i.e. des modifications des contraintes dûes, par exemple, à l’hypertension ou à un traumatisme). Je m’intéresserai aussi aux *ondes acoustiques* dans les tissus biologiques mous, qui peuvent fournir un outil performant de diagnostic et une analyse de la stabilité mécanique.

Au niveau mondial, un axe prioritaire de recherche est né du besoin de développer des *lois de comportement* (des modèles mathématiques décrivant le comportement des matériaux). Ces lois sont requises pour la formulation et la résolution de problèmes aux limites caractéristiques des procédures cliniques et elles doivent tenir compte des différentes propriétés des tissus. Les tissus biologiques mous ont une réponse mécanique fortement non-linéaire et sont sujets à de grandes déformations “en service”. C’est pourquoi la théorie de l’*élasticité non-linéaire* a joué un rôle clef dans le développement de la compréhension du comportement biomécanique du point de vue phénoménologique.

La structure interne (ou histologie) d’un tissu a une influence essentielle sur cette réponse mécanique. Par exemple, un constituant important de nombreux tissus est le collagène (sous ses diverses formes), qui est relativement raide (comparé aux matériaux environnants) et confère des propriétés *anisotropes* au tissu biologique. En général, les tissus biologiques mous sont des matériaux fortement inhomogènes et anisotropes, voir Figure 6.2. Leur comportement est élastique ou même viscoélastique (ce qui requiert une description constitutive appropriée), voire dans certaines circonstances (telles que l’angioplastie), inélastique (ce qui requiert une théorie de l’endommagement); de plus, les propriétés matérielles changent avec l’âge et diffèrent d’une espèce à l’autre et d’un individu à l’autre. La plupart des

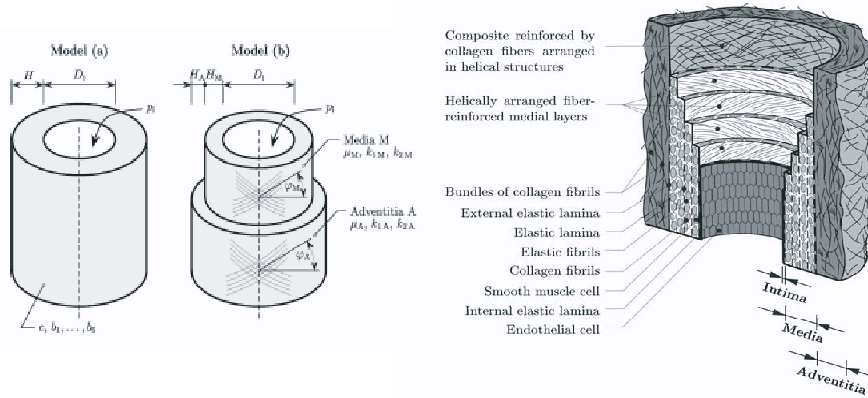


Figure 6.2: Holzapfel et al. (2000) modélisent la structure complexe de l'artère (à droite) par un tube circulaire cylindrique épais (à gauche). Tout d'abord, en représentation une-couche; puis, deux-couche, pour incorporer la media et l'adventice. L'anisotropie due aux familles de fibres de collagène enchâssées est modélisée en considérant que chaque couche est renforcée par deux familles de fibres extensibles parallèles, arrangées en hélices symétriques.

analyses du comportement des tissus mous se sont appuyées sur la théorie de l'élasticité, et jusqu'à récemment, les lois de comportement élastiques isotropes étaient prédominantes. Plusieurs lois anisotropes ont été utilisées dans la littérature, mais elles sont de nature ad hoc, sans référence à une structure sous-jacente et sans cadre mathématique systématique pour leur développement. Une revue critique des lois de comportement anisotropes existantes est donnée dans un article récent par Holzapfel et al. (2000), qui par ailleurs établit un cadre général pour l'analyse de telles lois et pour l'inclusion des détails structuraux. Cet article a déjà été cité plus de 100 fois.

La compréhension des effets de la *croissance*, du remodelage et de l'adaptation dans le cadre de modèles mathématiques en est encore à un stade balbutiant. Quelques résultats prometteurs peuvent être trouvés dans les modèles cinématiques de croissance volumétrique tels que ceux proposés par Rodriguez et al. (1994). Ces modèles ont été améliorés par ces auteurs et par d'autres, voir par exemple Rachev et al. (1998) et l'article de synthèse de Taber (2001). Cependant ces modèles ont leurs limitations et, en particulier, se contentent d'être descriptifs pour les conséquences de la croissance, plutôt que de fournir un moyen d'analyse des processus de la croissance et de l'adaptation. Ainsi, il reste beaucoup à faire pour proposer un cadre théorique de la croissance et du remodelage; d'après Humphrey, il s'agit là d'un des besoins les plus pressants de la biomécanique contemporaine.



Enfin, les caractéristiques décrites ci-dessus, spécifiques aux tissus biologiques mous, devront être quantifiées expérimentalement, avec le problème évident des mesures *in vivo*. C'est là un domaine où l'étude théorique des ondes acoustiques dans les tissus mous peut jouer un rôle majeur et même donner un élan pour l'évaluation ultrasonore des organes et pour un diagnostic médical non-invasif et non-destructif. La théorie des ondes d'amplitude infinitésimale se propageant dans des corps non-linéairement élastiques peut incorporer et décrire complètement les effets d'une grande pré-contrainte homogène, de l'anisotropie due à des familles de fibres extensibles parallèles, d'une épaisseur finie, ou de l'enduit d'une surface, sur les caractéristiques mesurables (vitesse, polarisation, amplitude) d'une onde ultrasonore. Il reste cependant beaucoup à faire, et jusqu'ici peu de tentatives satisfaisantes ont été menées à bout pour examiner les effets d'une pré-contrainte non-homogène (telle que celle rencontrée dans la géométrie à symétrie cylindrique d'une artère anisotrope déformée), d'une anisotropie orthorhombique (telle que l'anisotropie due à deux familles de fibres parallèles de collagène), d'une contrainte résiduelle, et de la croissance.

### 6.2.2 Méthodologie générale et objectifs

L'objectif général de ce projet est d'améliorer la compréhension de la mécanique non-linéaire des tissus biologiques mous tels que ceux des parois artérielles ou de la peau, avec une attention particulière portée à la croissance, à la stabilité et à l'évaluation non-destructive. Les méthodes employées seront *théoriques*, pour l'écriture des équations du mouvement, des équations de l'équilibre et des équations incrémentales pour des lois de comportement générales; *asymptotiques* (développements multi-échelles, analyse WKB, etc.); *bibliographiques*, pour la recherche de lois de comportement s'appuyant sur des résultats expérimentaux; *empiriques*, pour la mise au point de prototypes synthétiques de solides élastiques ré-enforcés par des fibres extensibles; *numériques*, pour la résolution complète des équations et leur interprétation graphique; et finalement, *comparatives et prédictives*, pour la confrontation avec les résultats venant de la littérature médicale.

Ci-dessous j'expose quelques objectifs spécifiques avant d'en présenter deux en détail dans les sections suivantes.

- (i) développer des lois de comportement anisotropes élastiques et viscoélastiques pour modéliser une variété de tissus mous, avec une attention particulière portée sur les parois artérielles et la peau;
- (ii) mettre en relation la réponse macroscopique des matériaux et la structure histologique sous-jacente du matériau, et utiliser des données his-

tologiques pour améliorer la construction des modèles de comportement;

- (iii) analyser l'influence des contraintes résiduelles dans les tissus sur leur réponse mécanique, en conditions physiologiques normales et pathologiques;
- (iv) développer des modèles mathématiques de la croissance des tissus qui décrivent la génération de contraintes résiduelles et leur évolution en réponse à la croissance;
- (v) formuler et résoudre des problèmes aux limites types, des problèmes de propagation d'ondes, et des problèmes de stabilité en rapport avec (i)-(iv), et en particulier comparer les prédictions aux données expérimentales disponibles.

### 6.2.3 Exemple 1 : Mécanique de la peau humaine et de la peau artificielle

La peau humaine *in vivo* présente une double anisotropie : non seulement induite (due aux tensions, voir Figure 6.3 mais aussi intrinsèque (due aux familles de fibres extensibles présentes dans l'épiderme). Cependant, cette dernière donnée n'est pas incorporée dans les modèles de peau artificielle (typiquement, faits de mousse polyuréthane homogène et isotrope) proposés aux étudiants de médecine pour pratiquer le geste de découpe chirurgicale. Cette omission peut avoir des conséquences sérieuses pour la pratique médicale, pour l'industrie cosmétique et pour la mise au point de meilleurs scalpels.

Je propose d'inclure des fibres extensibles dans une matrice souple (silicone), de manière à synthétiser un prototype de peau artificielle plus réaliste et à bas coût (non concerné par la bio-compatibilité). L'approche de ce projet est "bottom-up", allant de la modélisation théorique (1<sup>ère</sup> étape) jusqu'à la réalisation et l'évaluation expérimentale de prototypes synthétiques (3<sup>ème</sup> étape), en passant par la simulation numérique (2<sup>ème</sup> étape).

La première étape est déjà amorcée. Je suis parti du *modèle standard renforcé* incompressible (Merodio & Ogden, 2002) pour lequel la densité d'énergie  $W$  est la somme d'une partie isotrope (matrice néo-Hookéene) et d'une partie anisotrope (fibres extensibles). Ainsi

$$W = \mu(I_1 - 3) + F(I_4, I_5, I_6, I_7, I_8), \quad (6.2.1)$$

où  $\mu$  est le module de cisaillement,  $I_1 = \text{tr } \mathbf{B}$  est le premier invariant isotrope et  $I_4, \dots, I_8$  sont les invariants anisotropes. Ici,  $F$  est la fonction d'anisotropie,

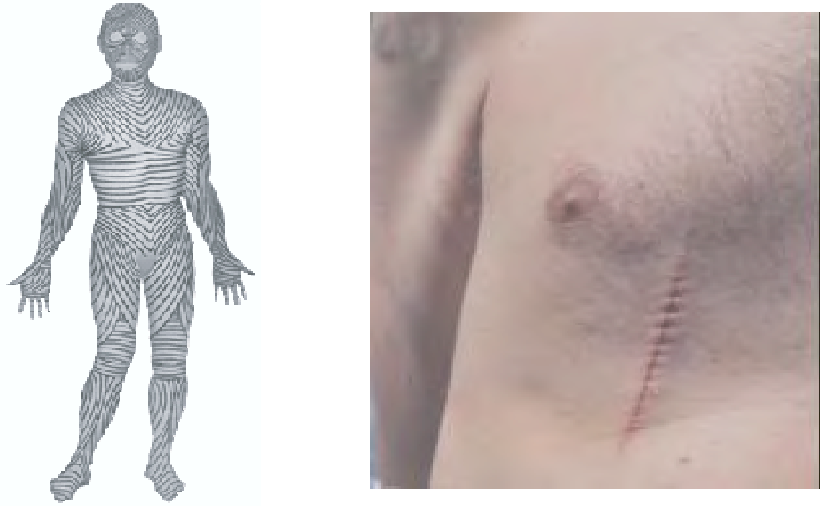


Figure 6.3: Anisotropie de la peau. Langer (1891) a noté que la peau du corps humain est soumise à des tensions non uniformes et a souligné l'importance des lignes de tension (qui portent désormais son nom, image de gauche) pour la chirurgie. Si on aligne la coupe chirurgicale avec ces lignes, on obtient des cicatrices fines (césariennes, appendicites, etc.); sinon (à droite), on obtient une cicatrice froncée (Cerda, 2005).

que l'on choisit dans la littérature. Par exemple, les polymères renforcés par une famille de fibres extensibles parallèles sont souvent modélisés par

$$F(I_4) = E(I_4 - 1)^2, \quad (6.2.2)$$

où  $E$  est un module d'extension dans la direction des fibres, alors que pour les tissus mous biologiques avec deux familles fibres extensibles parallèles on prend

$$F(I_4, I_5) = (k_0/k_1)\{\exp[k_1(I_4 - 1)^2] - 1\} + (k_0/k_2)\{\exp[k_2(I_5 - 1)^2] - 1\}, \quad (6.2.3)$$

où  $k_0$  a la dimension d'un module de raideur et  $k_1, k_2$  sont des paramètres sans dimension. Les invariants anisotropes sont donnés par

$$I_4 = \mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{B} \mathbf{A}_1, \quad I_5 = \mathbf{A}_2 \cdot \mathbf{B} \mathbf{A}_2, \quad (6.2.4)$$

où  $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2$  sont des vecteurs unitaires dans la direction des familles de fibres. Pour le problème de l'instabilité de surface, la présence des fibres cause une instabilité en cisaillement, même pour de faibles cisaillements, voir Figure 6.4.

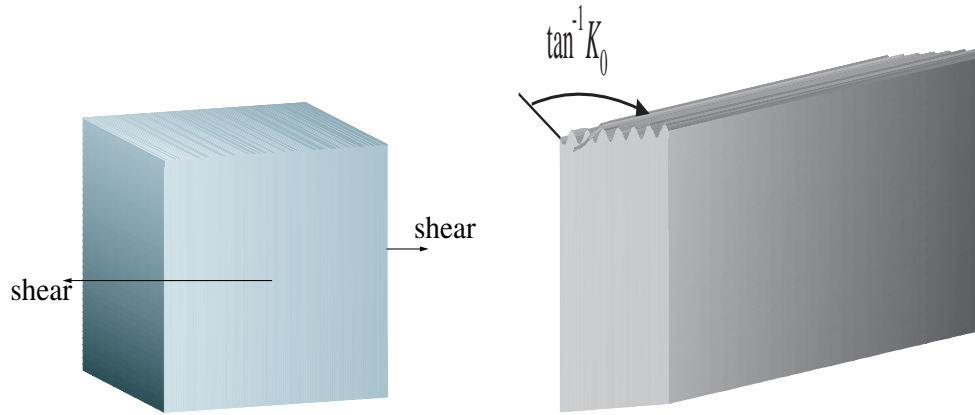


Figure 6.4: Un demi-espace rempli d'un solide néo-Hookéen isotrope ( $F = 0$  dans (6.2.1)) doit être cisailé jusqu'à  $\tan^{-1} K_0 = 72.0^\circ$  avant qu'une instabilité de surface ne se développe. Lorsqu'il est renforcé par une famille de fibres extensible parallèles, l'instabilité peut se produire pour des angles de cisaillement bien moindres.

#### 6.2.4 Exemple 2 : Instabilité des anévrismes aortiques

De nombreux problèmes restent ouverts dans le domaine de la stabilité en biomécanique non-linéaire, où l'une des énigmes les plus coriaces reste l'absence de critère prédictif de rupture des anévrismes aortiques, voir Figure 6.5.

On estime que 10% de la population mâle âgée de plus de 60 ans ont un anévrisme aortique abdominal (AAA), et bien que certains restent stables pendant des décennies, il s'en trouve cependant une bonne proportion qui rompent, souvent avec des conséquences catastrophiques. De plus, aucun critère empirique de sécurité gouvernant la décision d'opérer chirurgicalement n'a pu être établi. Ainsi lors de la surveillance de l'évolution d'un AAA, on utilise souvent le critère du diamètre maximal (plus de 5 cm) comme facteur de risque clef, et pourtant jusqu'à 23% des AAAs rompent avant de l'atteindre (Li & Kleinstreuer, 2005). Il y a là un besoin manifeste de modéliser la stabilité des AAA.

Pour cela j'utiliserai un modèle hyperélastique *anisotrope* tel que celui proposé en Figure 6.2. Je suis persuadé que c'est l'orientation des fibres, combinée à la *croissance*, qui joue un rôle fondamental dans l'explication de l'instabilité des AAAs. En effet, Humphrey (2000) a démontré dans une série d'articles que si le solide est isotrope, alors ni la viscoélasticité, ni la présence d'un fluide visqueux, ni les pulsations cardiaques ne peuvent perturber la

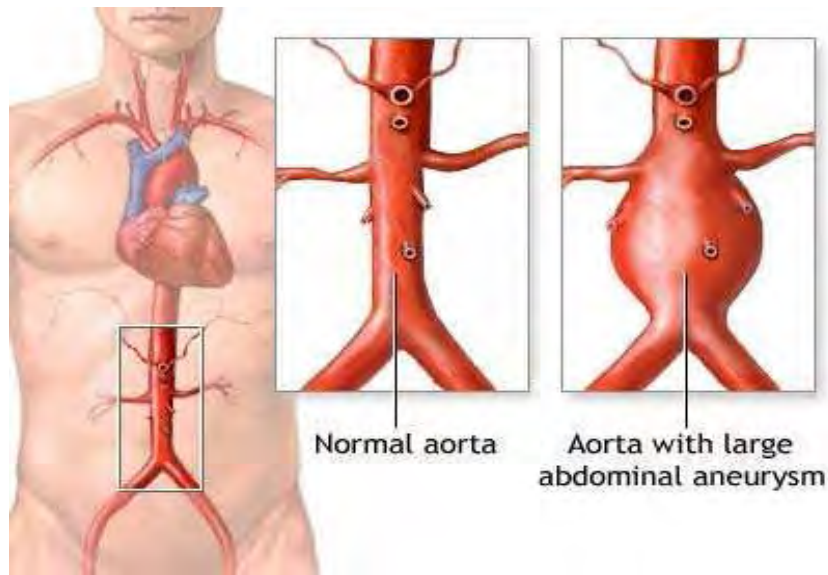


Figure 6.5: Les artères peuvent se dilater de façon dramatique dans le corps et former des anévrismes. Ils peuvent se produire dans le cerveau, sur les carotides, ou dans les aortes (au niveau thoracique, ou abdominal comme ici).

stabilité inhérente aux tissus biologiques mous constatée par Osborne (1909) il y a près de 100 ans, voir Figure 4.1.

### 6.2.5 Conclusion

Le développement de la biomécanique des tissus mous est arrivé à un point où les contributions d'experts en mécanique des milieux continus solides peuvent être énormément bénéfiques. La compréhension du comportement mécanique des tissus mous et des changements dans ce comportement dûs à la croissance, au remodelage, et à l'adaptation requiert un apport significatif de ces experts. Que telle soit en effet la situation a été amplement démontré par les forts investissements faits au cours des dernières années par plusieurs grandes universités aux Etats-Unis et ailleurs, qui ont mis en place de nouveaux programmes et laboratoires de biomécanique, de génie biomécanique, et de sujets proches.

# Bibliographie

- Achenbach J.D., 2000.  
Calculation of wave fields using elastodynamic reciprocity.  
*Int. J. Solids Struct.* 37, 7043–7053.
- Achenbach J.D., 2005.  
Combination of a virtual wave and the reciprocity theorem to analyse surface wave generation on a transversely isotropic solid.  
*Phil. Mag.* 85, 4143–4157.
- Bagno A.M., Guz A.N., 1987.  
Stonely waves on the contact boundary between a prestressed incompressible rigid half-space and a viscous compressible fluid.  
*Mech. Solids* 22, 102–105.
- Bagno A.M., Guz A.N., 1997.  
Elastic waves in prestressed bodies interacting with a fluid.  
*Int. Applied Mech.* 33, 435–465.
- Barnett D.M., Lothe J., 1985.  
Free surface (Rayleigh) waves in anisotropic elastic half-spaces: the surface impedance method,  
*Proc. Roy. Soc. Lond. A* 402, 135–152.
- Bercoff J., Tanter M., Chaffai S., Catheline S., Fink M., 2004.  
L'imageur échographique ultrarapide pour la cartographie d'élasticité du corps humain,  
<http://www.loa.espci.fr/recherche/itm/part3.html>
- Biot M.A., 1965.  
*Mechanics of Incremental Deformations.*  
John Wiley.

- Biryukov S.V., 1985.  
Impedance method in the theory of elastic surface waves,  
*Sov. Phys. Acoust.* 31, 350–354.
- Boulanger Ph., Hayes M., 1992.  
Finite-amplitude waves in deformed Mooney-Rivlin material,  
*Quart. J. Mech. Appl. Math.* 45, 575–593.
- Boulanger Ph., Hayes M., 1993.  
*Bivectors and Waves in Mechanics and Optics.*  
Chapman & Hall.
- Cadet S., 1987.  
Transverse envelope solitons in an atomic chain,  
*Phys. Lett. A* 121, 77–82.
- Carroll M.M., 1967.  
Some results on finite amplitude elastic waves.  
*Acta Mech.* 3, 167–181.
- Cerda E., 2005.  
Mechanics of scars.  
*J. Biomech.* 38, 1598–1603.
- Crowhurst J.C., Abramson E.H., Slutsky L.J., Brown J.M., Zaug J.M.,  
Harrell M.D., 2001.  
Surface acoustic waves in the diamond anvil cell: An application of  
impulsive stimulated light scattering,  
*Phys. Rev. B* 64, 100103.
- Currie P.K., 1979.  
The secular equation for Rayleigh waves on elastic crystals,  
*Quart. J. Mech. Appl. Math.* 32, 163–173.
- Declercq N.F., Briers R., Degrieck J., Leroy O., 2005.  
The history and properties of ultrasonic inhomogeneous waves,  
*IEEE Trans. Ultrasonics Ferroelec. Freq. Control* 52, 776–791.
- Ericksen J.L. 1955,  
Deformations possible in every compressible, isotropic, perfectly elastic  
material,  
*J. Math. Phys.* 34, 126–128.

- Every A.G., Deschamps M., 2003.  
Principal surface wave velocities in the point focus acoustic materials signature  $V(z)$  of an anisotropic solid,  
*Ultras.* 41, 581–591.
- Flavin J.N., 1963.  
Surface waves in prestressed Mooney materials,  
*Quart. J. Mech. Appl. Math.* 16, 441–454.
- Fu Y.B., 2003.  
Existence and uniqueness of edge waves in a generally anisotropic elastic plate,  
*Quart. J. Mech. Appl. Math.* 56, 605–616.
- Fu Y.B., Mielke A, 2002.  
A new identity for the surface impedance matrix and its application to the determination of surface-wave speeds,  
*Proc. Roy. Soc. Lond. A* 458, 2523–2543.
- Gent A.N., 2005.  
Elastic instabilities in rubber,  
*Int. J. Non-Linear Mech.* 40, 165–175.
- Gorbacheva O.B., Ostrovsky L.A., 1983.  
Nonlinear vector waves in a mechanical model of a molecular chain,  
*Physica D* 8, 223–228.
- Guz A.N., 2002.  
Elastic waves in bodies with initial (residual) stresses,  
*Int. Appl. Mech.* 38, 23–59.
- Hamilton M.F., Ilinski Y.A., Zabolotskaya A.A., 2004.  
Separation of compressibility and shear deformation in the elastic energy density,  
*J. Acoust. Soc. Am.* 116, 41–44.
- Head A.K., 1979.  
The Galois unsolvability of the sextic equation of anisotropic elasticity,  
*J. Elast.* 9, 9–20.
- Hess P., 2002.  
Surface acoustic waves in materials science,  
*Phys. Today* 55, 42–47.



- Huet G., Deschamps M., 2004.  
Célérité de l'énergie des ondes d'interface : milieu semi-infini anisotrope,  
In *Etude de la Propagation Ultrasonore en Milieux Non-Homogènes en  
Vue du Contrôle Non Destructif*  
(Casserau M., Deschamps, M., Léger A., eds.)  
INRIA.
- Holzappel G.A., Gasser C.T., Ogden R.W., 2000.  
A new constitutive framework for arterial wall mechanics and a compar-  
ative study of material models,  
*J. Elasticity* 61, 1–48.
- Humphrey J.D., 2003.  
Continuum biomechanics of soft biological tissue,  
*Proc. R. Soc. Lond. A* 459, 3–46.
- John F., 1966.  
Plane elastic waves of finite amplitude. Hadamard materials and Har-  
monic materials,  
*Commun. Pure Appl. Math.* 19, 309–341.
- Konenkov Yu.K., 1960.  
A Rayleigh-type flexural wave,  
*Sov. Phys. Acoust.* 6, 122–123.
- Langer K., 1861.  
On the anatomy and physiology of the skin: I. The cleavability of the  
cutis,  
*British J. Plast. Surg.* (traduction, 1978) 31, 3-8.
- Li Z., Kleinstreuer C., 2005.  
A new wall stress equation for aneurysm-rupture prediction,  
*Annals Biomed. Eng.* 33, 209–213.
- Maugin G.A., 1999.  
*Nonlinear Waves in Elastic Crystals.*  
Oxford University Press.
- Merodio J., Ogden R.W., 2002.  
Material instabilities in fiber-reinforced nonlinearly elastic solids under  
plane deformation,  
*Arch. Mech.* 54, 525–552.

Mozhaev V.G., 1991.

Approximate analytical expressions for the velocity of Rayleigh-waves in isotropic media and on the basal-plane in high-symmetry crystals, *Sov. Phys. Acoust.* 37, 186–189.

Mozhaev V.G., 1995.

Some new ideas in the theory of surface acoustic waves in anisotropic media,

In *IUTAM Symposium on Anisotropy, Inhomogeneity and Nonlinearity in Solids*, 455–462.

(Parker D.F. & England A.H., eds.)

Kluwer.

Ogden R.W., 1984.

*Non-Linear Elastic Deformations.*

Ellis Horwood.

M. Peyrard, T. Dauxois, 2004.

*Physique des Solitons.*

CNRS Editions.

Lord Rayleigh, 1885.

On waves propagated along the plane surface of an elastic solid,

*Proc. London Math. Soc.* 17, 4–11.

Rachev A., Stergiopoulos N., Meister J.-J., 1998.

A model for geometric and mechanical adaptation of arteries to sustained hypertension,

*J. Biomech. Engng.* 120, 9–17.

Rodriguez E., Hoger A., McCulloch A.D., 1994.

Stress-dependent finite growth in soft elastic tissues,

*J. Biomech.* 27, 455–467.

Royer D., Dieulesaint E., 2000.

*Elastic Waves in Solids.*

Springer-Verlag.

Rubin M.B., Rosenau P., Gottlieb O., 1995.

Continuum model of dispersion caused by an inherent material characteristic length,

*J. Appl. Phys.* 77, 4054–4063.

- Sinha B.K., Kostek S., Norris A.N., 1995.  
Stoneley and flexural modes in a pressurized borehole,  
*J. Geophys. Res.* 100, 22375–22381.
- Stroh A.N., 1962.  
Steady state problems in anisotropic elasticity,  
*J. Math. Phys.* 41, 77–103.
- Sveklo V.A., 1948.  
Plane waves and Rayleigh waves in anisotropic media,  
*Dokl. Akad. Nauk. SSSR* 59, 871–874.
- Taber L.A., 2001.  
Biomechanics of cardiovascular development,  
*Rev. Biomed. Engng.* 3, 1–25.
- Taylor D.B., 1981.  
Surface waves in anisotropic media: the secular equation and its numerical solution,  
*Proc. Roy. Soc. Lond. A* 376, 265–300.
- Taziev R.M., 1987.  
Bipartial surface acoustic waves,  
*Sov. Phys. Acoust.* 33, 100–103.
- Taziev R.M., 1989.  
Dispersion relation for acoustic waves in an anisotropic elastic half-space,  
*Sov. Phys. Acous.* 35, 535–538.
- Ting, T.C.T., 1996.  
*Anisotropic Elasticity: Theory and Applications.*  
Oxford University Press.
- Ting T.C.T, 2004a.  
Explicit secular equations for surface waves in an anisotropic elastic half-space: from Rayleigh to today,  
In *Proc. NATO Adv. Res. Workshop on Surface Waves in Anisotropic and Laminated Bodies and Defects Detection*  
(Maugin G.A., Goldstein R.V., eds.)  
Kluwer.
- Ting T.C.T., 2004b.  
The polarization vector and secular equation for surface waves in an

anisotropic elastic half-space,  
*Int. J. Solids Struct.* 41, 2065–2083.

Yang J.S., 2005.

A review of analyses related to vibrations of rotating piezoelectric bodies  
and gyroscopes,  
*IEEE Trans. Ultras. Ferro. Freq. Control* 52, 698–706.



## **ACTIVITE SCIENTIFIQUE**



- [33] OTTENIO M.; DESTRADE M.; OGDEN R.W.  
Acoustic waves at the interface of a pre-stressed incompressible elastic solid and a viscous fluid.  
International Journal of Non-Linear Mechanics, Special Issue in Honour of R.S. Rivlin.  
(contribution invitée)  
A paraître (11 pages).
- [32] DESTRADE M.  
Seismic Rayleigh waves on an exponentially graded, orthotropic half-space.  
Proceedings of the Royal Society of London, Series A.  
Année: 2007, Volume : 463, Pages : 495-502 (8 pages).
- [31] GORIELY A.; DESTRADE M.; BEN AMAR M.  
Instabilities in elastomers and soft tissues.  
Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics.  
Année: 2006, Volume : 59, Pages : 615-630 (16 pages).
- [30] COLLET B.; DESTRADE M.  
Piezoelectric Love waves on rotated Y-cut mm2 substrates.  
IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control.  
Année: 2006, Volume : 53, Pages : 2132-2139 (8 pages).
- [29] COLLET B.; DESTRADE M.; MAUGIN G.A.  
Bleustein-Gulyaev waves in some functionally graded materials.  
European Journal of Mechanics/Solids.  
Année: 2006, Volume : 25, Pages : 695-706 (12 pages).
- [28] DESTRADE M.; SACCOMANDI G.  
Solitary and compact-like shear waves in the bulk of solids.  
Physical Review E.  
Année: 2006, Volume : 73, Pages : 065604 (4 pages).
- [27] BOULANGER Ph.; DESTRADE M.; HAYES M.  
Inhomogeneous "longitudinal" circularly-polarized plane waves in anisotropic elastic crystals.  
Acta Acustica united with Acustica.  
Année: 2006, Volume : 92, Pages : 247-255 (9 pages).
- [26] DESTRADE M.; FU Y.B.  
The speed of interfacial waves polarized in a symmetry plane.  
International Journal of Engineering Science.  
Année: 2006, Volume : 44, Pages : 26-36 (11 pages).
- [25] COLLET B.; DESTRADE M.  
Explicit secular equations for piezoacoustic surface waves: Rayleigh modes.  
Journal of Applied Physics.  
Année: 2005, Volume : 98, Pages : 05903 (6 pages).
- [24] DESTRADE M.; SACCOMANDI G.  
On finite amplitude elastic waves propagating in compressible solids.  
Physical Review E.  
Année : 2005, Volume : 72, Pages : 016620 (12 pages).
- [23] DESTRADE M.; OTTENIO M.; PICHUGIN A.V.; ROGERSON G.A.  
Non-principal surface waves in deformed incompressible materials.  
International Journal of Engineering Science.  
Année : 2005, Volume : 42, Pages : 1092 – 1106 (15 pages).
- [22] DESTRADE M.  
Stoneley waves and interface stability for Bell materials in compression; comparison with rubber.  
Mathematics and Mechanics of Solids, Special Issue in Honour of M.A. Hayes.  
(contribution invitée)  
Année : 2005, Volume : 10, Pages : 227 – 246 (19 pages).



- [21] DESTRADE M.  
On interface waves in misoriented pre-stressed incompressible elastic solids.  
IMA Journal of Applied Mathematics, Special Issue in Honour of R.W. Ogden.  
(contribution invitée)  
Année : 2005, Volume : 70, Pages : 3 – 14 (12 pages).
- [20] DESTRADE M.; OGDEN R.W.  
Surface waves in a stretched and sheared incompressible elastic material.  
International Journal of Non-Linear Mechanics, Special Issue in Honour of C.O. Horgan.  
(contribution invitée)  
Année : 2005, Volume : 40, Pages : 241 – 253 (13 pages).
- [19] DESTRADE M.; HAYES M.  
Inhomogeneous "longitudinal" plane waves in a deformed elastic material.  
Journal of Elasticity.  
Année : 2004, Volume : 75, Pages : 147 – 165 (19 pages).
- [18] DESTRADE M.; SACCOMANDI, G.  
Some results on finite amplitude elastic waves propagating in rotating media.  
Acta Mechanica.  
Année : 2004, Volume : 173, Pages : 19 – 31 (13 pages).
- [17] COLLET B.; DESTRADE M.  
Explicit secular equations for piezoacoustic surface waves: Shear-horizontal modes.  
Journal of the Acoustical Society of America.  
Année : 2004, Volume : 116, Pages : 3432 – 3442 (11 pages).
- [16] DESTRADE M.  
Rayleigh waves in anisotropic crystals rotating about the normal to a symmetry plane.  
ASME Journal of Applied Mechanics.  
Année : 2004, Volume : 71, Pages : 516 – 520 (5 pages).
- [15] DESTRADE M.; SCOTT, N.H.  
Surface waves in a deformed isotropic hyperelastic material subject to an isotropic internal constraint.  
Wave Motion, Special Issue on Waves in Anisotropic Elastic Solids.  
(contribution invitée)  
Année : 2004, Volume : 40, Pages : 347 – 357 (11 pages).
- [14] DESTRADE M.; SACCOMANDI G.  
Finite amplitude inhomogeneous waves in Mooney-Rivlin viscoelastic solids.  
Wave Motion.  
Année : 2004, Volume : 40, Pages : 251 – 262 (12 pages).
- [13] DESTRADE M.  
Explicit secular equation for Scholte waves over a monoclinic crystal.  
Journal of Sound and Vibration.  
Année : 2004, Volume : 273, Pages : 409 – 414 (6 pages).
- [12] DESTRADE M.  
Surface acoustic waves in rotating orthorhombic crystals.  
Proceedings of the Royal Society of London, Series A.  
Année : 2004, Volume : 460, Pages : 653 – 665 (13 pages).
- [11] DESTRADE M.  
Rayleigh waves and surface stability for Bell materials in compression; comparison with rubber.  
Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics.  
Année : 2003, Volume : 56, Pages : 593 – 604 (12 pages).

- [10] DESTRADE M.  
Elastic interface acoustic waves in twinned crystals.  
International Journal of Solids and Structures.  
Année : 2003, Volume : 40, Pages : 7375 – 7383 (9 pages).
- [9] DESTRADE M.  
Rayleigh waves in symmetry planes of crystals : explicit secular equations and some explicit wave speeds.  
Mechanics of Materials.  
Année : 2003, Volume : 35, Pages : 931 - 939 (9 pages).
- [8] DESTRADE M.  
Surface waves in deformed Bell materials.  
International Journal of Non-Linear Mechanics.  
Année : 2003, Volume : 38, Pages : 809 – 814 (6 pages).
- [7] DESTRADE M.; MARTIN P.A.; TING T.C.T.  
The incompressible limit in linear anisotropic elasticity, with applications to surface waves and elastostatics.  
Journal of the Mechanics and Physics of Solids.  
Année : 2002, Volume : 50, Pages : 1453 – 1468 (16 pages).
- [6] DESTRADE M.; HAYES M.  
Circularly-polarized plane waves in a deformed Hadamard material.  
Wave motion.  
Année : 2002, Volume : 35, Pages : 289 – 309 (21 pages).
- [5] DESTRADE M.  
Small-amplitude inhomogeneous plane waves in a deformed Mooney-Rivlin material.  
Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics.  
Année : 2002, Volume : 55, Pages : 109 – 126 (18 pages).
- [4] DESTRADE M.  
Surface waves in orthotropic incompressible materials.  
Journal of the Acoustical Society of America.  
Année : 2001, Volume : 110, Pages : 837 – 840 (4 pages).
- [3] DESTRADE M.  
The explicit secular equation for surface acoustic waves in monoclinic elastic crystals.  
Journal of the Acoustical Society of America.  
Année : 2001, Volume : 109, Pages : 1398 – 1402 (5 pages).
- [2] DESTRADE M.  
Finite-amplitude inhomogeneous plane waves in a deformed Mooney-Rivlin material.  
Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics.  
Année : 2000, Volume : 53, Pages : 343 – 361 (19 pages).
- [1] DESTRADE M.  
Finite-amplitude inhomogeneous plane waves of exponential type in incompressible elastic materials.  
Journal of Elasticity.  
Année : 1999, Volume : 55, Pages : 163 – 166 (4 pages).



- [C6]** MAZEYRAT J.; ROMAIN O.; GARDA P.; FLECHER E.; KAROUIA M.; LEPRINCE P.; LAGREE P.-Y., DESTRADE M.  
Wireless communicative stent for follow-up of abdominal aortic aneurysm.  
Proceedings of the 2006 IEEE Biomedical Circuits and Systems Conference (IEEE-BioCAS 2006)  
A paraître (4 pages).
- [C5]** COLLET B. ; DESTRADE M.  
Onde de Love piézo-acoustique.  
Actes du 8ème Congrès Français d'Acoustique.  
Année: 2006, CFA06 CD-ROM (4 pages).
- [C4]** DESTRADE M.; SACCOMANDI G.  
Waves and vibrations in viscoelastic solids of differential type.  
Proceedings of the 13th Conference on Waves and Stability in Continuous Media (WASCOM 2005).  
World Scientific, Singapore,  
Année: 2006, Pages : 182-192 (11 pages).
- [C3]** DESTRADE M.  
Explicit secular equations for surface and interface waves in anisotropic solids.  
Proceedings of the XXI International Congress of Theoretical and Applied Mechanics.  
Année: 2004, ICTAM04 CD-ROM (2 pages).
- [C2]** DESTRADE M.  
Surface stability analysis of a predeformed Bell-constrained half-space.  
Proceedings of the Second Canadian Conference on Nonlinear Solid Mechanics.  
Simon Fraser University Press, Vancouver.  
Année : 2002, Volume : 1, Pages : 209 – 218 (10 pages).
- [C1]** DESTRADE M.  
Finite-amplitude inhomogeneous plane waves in a deformed Blatz-Ko material.  
Proceedings of the First Canadian Conference on Nonlinear Solid Mechanics.  
University Press, Victoria.  
Année : 1999, Volume : 1, Pages : 89 – 98 (10 pages).



## CONFERENCES INVITEES DANS DES CONGRES

---

- [18] DESTRADE M.; SACCOMANDI G. (orateur)  
Nonlinear wave propagation in media with an inherent characteristic length.  
International Symposium on Mechanical Waves in Solids.  
Zhejiang University (China).  
17 mai 2006.
- [17] COLLET B. (orateur); DESTRADE M.  
Onde de Love piézo-acoustique.  
8ème Congrès Français d'Acoustique (CFA06).  
Faculté de Médecine, Tours (France).  
27 avril 2006.
- [16] DESTRADE M. (orateur); SACCOMANDI G.  
Nonlinear bulk waves in second-grade solids.  
British Applied Mathematics Colloquium (BAMC'06).  
Keele University, Staffordshire (Royaume Uni).  
26 avril 2006.
- [15] OTTENIO M. (oratrice); DESTRADE M.; OGDEN R.W.  
Acoustic waves at the blood/artery interface.  
British Applied Mathematics Colloquium (BAMC'06).  
Keele University, Staffordshire (Royaume Uni).  
25 avril 2006.
- [14] BOULANGER Ph.; DESTRADE M. (orateur); HAYES M.A.  
Special crystals and circularly polarized longitudinal plane waves.  
World Congress on Ultrasonics - Ultrasonics International.  
Pékin (Chine).  
29 août 2005.
- [13] COLLET B. (orateur); DESTRADE M.  
Love waves in piezoelectric layered structures.  
World Congress on Ultrasonics - Ultrasonics International.  
Pékin (Chine).  
29 août 2005.
- [12] COLLET B.; DESTRADE M. (orateur); MAUGIN G.  
Exact solutions for Bleustein-Gulyaev waves in some functionally graded materials.  
World Congress on Ultrasonics - Ultrasonics International.  
Pékin (Chine).  
30 août 2005.
- [11] DESTRADE M.; SACCOMANDI G. (orateur)  
On finite amplitude waves propagating in solids.  
XIII International Conference on Waves and Stability in Continuous Media WASCOM 2005  
Acireale (Italie).  
21 juin 2005.
- [10] DESTRADE M.  
The speed of the piezoacoustic Bleustein-Gulyaev surface wave.  
Recent Advances in Mechanics and Materials.  
An International Conference in Honour of K.B. Broberg's 80th Birthday.  
Centre for Materials and Mechanics, University College, Dublin (Irlande).  
11 avril 2005.
- [9] DESTRADE M.  
Explicit secular equations for surface and interface waves in anisotropic solids.  
XXI International Congress of Theoretical and Applied Mechanics (ICTAM04).  
Varsovie (Pologne).  
20 août 2004.

## CONFERENCES INVITEES DANS DES CONGRES

---

- [8] DESTRADE M.  
Surface acoustic waves in rotating solids.  
British Applied Mathematics Colloquium.  
University of East Anglia, Norwich (Royaume-Uni).  
20 avril 2004.
- [7] DESTRADE M.  
On interface waves in misoriented pre-stressed incompressible elastic solids.  
Modern Mechanics and Mathematics.  
An International Conference in Honour of R.W. Ogden's 60th Birthday.  
Keele University, Staffordshire (Royaume-Uni).  
27 août 2003.
- [6] DESTRADE M. (orateur); SCOTT N.H.  
Surface waves in deformed hyperelastic materials subject to an internal constraint.  
Mathematical Problems in Elastodynamics and Related Continuum Theories.  
An International Conference in Honour of M.A. Hayes's 65th Birthday.  
Il Palazzone, Cortona (Italie).  
27 juin 2003.
- [5] DESTRADE M.  
Rayleigh waves and surface stability for Bell materials in compression; comparisons with rubber.  
Mathematical Problems in the Nonlinear Elastodynamics of Rubber-Like Materials.  
Mathematisches Forschungsinstitut, Oberwolfach (Allemagne).  
7 novembre 2002.
- [4] DESTRADE M.; MARTIN P.A.; TING T.C.T. (orateur)  
The incompressible limit in linear anisotropic elasticity, with applications to surface waves and elastostatics.  
14th US National Congress of Applied Mechanics.  
Virginia Tech, Blacksburg (Etats-Unis).  
25 juin 2002.
- [3] DESTRADE M.  
Surface stability analysis of a predeformed Bell-constrained half-space.  
Second Canadian Conference on Nonlinear Solid Mechanics.  
Simon Fraser University, Vancouver (Canada).  
20 juin 2002.
- [2] DESTRADE M.  
Finite inhomogeneous motions and deformations of a Mooney-Rivlin material.  
Nonlinear Elasticity.  
City University of Hong-Kong (Chine).  
08 avril 2000.
- [1] DESTRADE M.  
Finite-amplitude inhomogeneous plane waves in a deformed Blatz-Ko material.  
First Canadian Conference on Nonlinear Solid Mechanics.  
University of Victoria (Canada).  
16 juin 1999.

- [7] DESTRADE M.  
The secular equation for surface waves in orthotropic elastic materials.  
Summer Mathematics Symposium.  
Dublin Institute for Advanced Studies (Irlande).  
13 juin 2001.
- [6] DESTRADE M.  
The secular equation for surface waves in orthotropic elastic materials.  
Summer Mathematics Symposium.  
Dublin Institute for Advanced Studies (Irlande).  
13 juin 2001.
- [5] DESTRADE M.  
Finite-amplitude plane waves of complex exponential type propagating in incompressible materials.  
Irish Mechanics Society Symposium.  
University of Limerick (Irlande).  
01 avril 2000.
- [4] DESTRADE M.  
Finite inhomogeneous motions of a deformed Mooney-Rivlin material.  
Christmas Mathematics Symposium.  
Dublin Institute for Advanced Studies (Irlande).  
(contribution invitée).  
22 décembre 1999.
- [3] DESTRADE M.  
Finite-amplitude inhomogeneous plane waves in a deformed Blatz-Ko material.  
Irish Mechanics Society Symposium on Advances in Mechanics.  
University College, Dublin (Irlande).  
(contribution invitée).  
25 mai 1999.
- [2] DESTRADE M.  
Finite amplitude plane waves propagating in a deformed Blatz-Ko material.  
Gesellschaft für Angewandte Mathematik und Mechanik (GAMM99).  
Université de Metz (France).  
12 avril 1999.
- [1] DESTRADE M.  
New exact solutions for neo-Hookean materials.  
Easter Mathematics Symposium.  
Dublin Institute for Advanced Studies (Irlande).  
01 avril 1999.





- [17] DESTRADE M.  
5 lectures on Interface Waves in Pre-Stressed Incompressible Solids.  
CISM Advanced Course on Waves in nonlinear pre-stressed materials.  
Centre International des Sciences Mécaniques, Udine (Italie).  
(contributions invitées).  
04-08 septembre 2006.
- [16] DESTRADE M.  
Linear, linearized, and nonlinear waves in solids.  
Mathematics Colloquium.  
Université Libre de Bruxelles, Bruxelles (Belgique).  
(contribution invitée).  
18 mai 2006.
- [15] OTTENIO M. (oratrice); DESTRADE M.; OGDEN R.W.  
Propagation d'ondes à l'interface d'un élastomère déformé et d'un fluide visqueux.  
Quatrièmes Journées du GdR US: Etude de la propagation ultrasonore en milieux non-homogènes  
en vue du Contrôle Non Destructif.  
Giens (France).  
(contribution invitée).  
17 mai 2006.
- [14] DESTRADE M. (orateur); SACCOMANDI G.  
Vibrations and traveling waves in second-grade solids.  
Analysis and its applications Seminar.  
Department of Mathematics, University of Arizona, Tucson (Etats-Unis).  
(contribution invitée).  
04 avril 2006.
- [13] DESTRADE M.  
Linear, linearized, and nonlinear waves in solids.  
Applied Mathematics Colloquium.  
Interdisciplinary Program in Applied Mathematics, University of Arizona, Tucson (Etats-Unis).  
(contribution invitée).  
31 mars 2006.
- [12] DESTRADE M.  
Rayleigh waves and surface stability for deformed elastic solids.  
Mechanics Seminar Series.  
Mechanical Engineering Department, University College, Dublin (Irlande).  
(contribution invitée).  
28 février 2005.
- [11] COLLET B.; DESTRADE M. (orateur)  
Secular equation for Bleustein-Gulyaev waves in 4bar crystals.  
Troisièmes Journées du GdR US: Etude de la propagation ultrasonore en milieux non-homogènes  
en vue du Contrôle Non Destructif.  
INRIA-Rocquencourt (France).  
(contribution invitée).  
22 octobre 2004.
- [10] DESTRADE M.  
Equation de la vitesse pour des ondes élastiques aux interfaces planes de milieux anisotropes.  
Journée Interfaces et Guides d'Ondes (GdR US).  
Université Pierre et Marie Curie, Paris (France).  
9 juin 2004.

- [9] DESTRADE M.  
 Explicit secular equations for interface waves in anisotropic solids.  
 MATHmONDES, French-British Workshop on Mathematical Techniques for Waves Problems.  
 Ecole Nationale Supérieure des Techniques Avancées, Paris (France).  
 (contribution invitée).  
 01 juin 2004.
- [8] DESTRADE M.  
 Equation de la vitesse pour des ondes élastiques aux interfaces planes de milieux anisotropes.  
 Journées Propagation des ondes sismiques : Modèles et application (GdR ONDES).  
 Ecole Nationale Supérieure des Arts et Métiers, Paris (France).  
 24 mai 2004.
- [7] DESTRADE M.  
 Less numerical problems for the speed of surface waves.  
 Seminario di Matematica.  
 Dipartimento di Matematica, Università di Lecce (Italie).  
 (contribution invitée).  
 23 février 2004.
- [6] DESTRADE M.  
 Equation de la vitesse pour une onde d'interface en élasticité anisotrope.  
 Séminaire de Mécanique.  
 Laboratoire de Modélisation en Mécanique, Paris (France).  
 9 janvier 2004.
- [5] DESTRADE M.  
 Ondes d'interface dans des solides élastiques incompressibles pré-contraints.  
 Séminaire Ondes Guidées.  
 Centre de Recherches pour l'étude et la simulation de la propagation des ondes.  
 CNRS/INRIA/ENSTA, Paris (France)  
 (contribution invitée).  
 27 novembre 2003.
- [4] DESTRADE M.  
 Ondes de surface en élasticité anisotrope : nouvelle approche.  
 Séminaire de Mécanique Théorique.  
 Laboratoire de Modélisation en Mécanique, Paris (France).  
 (contribution invitée).  
 26 février 2002.
- [3] DESTRADE M.  
 Surface waves in anisotropic elasticity: A new approach.  
 Applied Mathematics Seminar.  
 Texas A&M University, College Station (Etats-Unis).  
 12 novembre 2001.
- [2] DESTRADE M.  
 New exact solutions for neo-Hookean materials.  
 Postgraduate Research Day.  
 University College, Dublin (Irlande).  
 25 novembre 1999.
- [1] DESTRADE M.  
 Finite elastic waves propagating in finitely deformed rubber.  
 Postgraduate Research Day.  
 University College, Dublin (Irlande).  
 23 novembre 1998.

## COLLABORATIONS

---

### BELGIQUE :

Philippe BOULANGER,  
Département de Mathématiques,  
Université Libre de Bruxelles, Bruxelles.

### ETATS-UNIS :

Alain GORIELY,  
Department of Mathematics,  
University of Arizona, Tucson.

Paul MARTIN,  
Mathematical and Computer Sciences,  
Colorado School of Mines, Golden.

Thomas TING,  
Division of Mechanics and Computation,  
Stanford University, Stanford.

### FRANCE :

Martine BEN AMAR,  
Laboratoire de Physique Statistique,  
Ecole Normale Supérieure, Paris.

Bernard COLLET, Pierre-Yves LAGRÉE, Gérard MAUGIN,  
Laboratoire de Modélisation en Mécanique,  
Université Pierre et Marie Curie, Paris.

Erwan FLECHER, Mourad KAROUIA, Pascal LEPRINCE,  
Service de Chirurgie Thoracique et Cardio-Vasculaire,  
Groupe Hospitalier de la Pitié-Salpêtrière, Paris.

Patrick GARDA, Johan MAZEYRAT, Olivier ROMAIN,  
Laboratoire des Instruments et Système de l'Île-de-France,  
Université Pierre et Marie Curie, Paris, France.

Mélanie OTTÉNIO,  
Laboratoire de Mécanique Physique,  
Université de Bordeaux 1, Talence.

### IRLANDE :

Michael HAYES,  
Department of Mechanical Engineering,  
University College, Dublin.

### ITALIE :

Giuseppe SACCOMANDI,  
Dipartimento di Ingegneria dell'Innovazione,  
Università degli Studi di Lecce, Lecce.

### ROYAUME-UNI :

Yibin FU, Graham ROGERSON,  
Department of Mathematics,  
University of Keele, Keele.

Raymond OGDEN,  
Department of Mathematics,  
University of Glasgow, Glasgow, Scotland.

Aleksey PICHUGIN,  
Department of Mathematical Sciences,  
Brunel University, London.

Nigel SCOTT,  
School of Mathematics,  
University of East Anglia, Norwich.

## VISITES

---

### ETATS-UNIS :

Department of Civil Engineering, Mechanics and Metallurgy,  
University of Illinois, Chicago.  
1 semaine en juillet 2002.

Department of Mathematics,  
University of Arizona, Tucson.  
2 semaines en mars 2006.

### FRANCE :

Laboratoire de Mécanique Physique,  
UMR 5469, Université Bordeaux 1.  
1 semaine en juillet 2004.

### IRLANDE :

Department of Mathematical Physics,  
University College Dublin.  
2 mois, juillet-août 2001.

Department of Mechanical Engineering,  
University College Dublin.  
1 mois, juillet 2004;  
1 mois, août 2005;  
1 mois, août 2006;  
1 semaine en novembre 2006.

### ITALIE :

Dipartimento di Ingegneria dell'Innovazione,  
Università degli Studi di Lecce, Lecce.  
1 semaine en février 2004 ;  
1 semaine en avril 2005 ;  
1 semaine en avril 2006.

### ROYAUME-UNI :

Department of Mathematics,  
Keele University.  
1 semaine en juin 2004;  
1 semaine en avril 2005.

School of Computing, Science and Engineering,  
University of Salford,  
1 semaine en août 2003.

## SERVICES

---

### EVALUATION D'ARTICLES :

Acta Acustica United with Acustica (1 article).  
Arabian Journal of Engineering Science (1 article).  
Archives of Applied Mechanics (2 articles).  
Archives of Mechanics (1 article).  
Canadian Journal of Physics (1 article).  
Central European Journal of Physics (1 article).  
Comptes Rendus de Mécanique (1 article).  
European Journal of Mechanics/Solids (1 article).  
IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control (1 article).  
IMA Journal of Applied Mathematics (1 article).  
International Journal of Engineering Science (2 articles).  
International Journal of Mechanical Sciences (1 article).  
International Journal of Nonlinear Mechanics (2 articles).  
International Journal of Solids and Structures (2 articles).  
Journal of Elasticity (1 article).  
Journal of Mechanics of Materials and Solids (1 article).  
Journal of Physics A (1 article).  
Journal of Sound and Vibration (3 articles).  
Journal of the Acoustical Society of America (4 articles).  
Journal of Vibration and Control (1 article).  
Mathematics and Mechanics of Solids (2 articles).  
Mechanics Research Communications (1 article).  
Proceedings of the Royal Society, Series A (1 article).  
Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics (4 articles).  
Ultrasonics (1 article).  
Wave Motion (5 articles).

### THESES :

Rapporteur pour la thèse de D. Prikaschilov, University of Salford, Royaume-Uni, 2004.  
Examineur pour la thèse de E. Diouf, Université de Paris 13, 2005.  
Evaluation d'une candidature à une bourse de thèse, Fonds National de la Recherche Scientifique, Belgique, 2005.

### ORGANISATION D'UNE UNIVERSITE D'ETE :

DESTRADE M., SACCOMANDI G.

Advanced course sur les ondes dans les matériaux nonlinéaires pré-contraints,  
Centre International des Sciences Mécaniques (CISM), Udine, Italie, 03-08 septembre 2006.

### EDITION D'UN LIVRE :

DESTRADE M., SACCOMANDI G., Editeurs.

DESTRADE M., FU Y., JOLY P., NORRIS A.N., OGDEN R.W., SACCOMANDI G., Contributeurs.

"Waves in Nonlinear Pre-Stressed Materials",  
CISM Lecture Notes, Springer, 2007 (à paraître).

### VIE DU LABORATOIRE :

2002-2003 : responsable sécurité ;

2005- : membre du comité « Séminaire de Mécanique ».

Invitation de personnalités scientifiques :

Ph. BOULANGER (Université Libre de Bruxelles), A. DARINSKII (Université de Tours), Y. FU (University of Keele), M.D. GILCHRIST (University College Dublin), P.A. MARTIN (Colorado School of Mines), R.W. OGDEN (University of Glasgow), G. SACCOMANDI (Università di Lecce), A.L. SHUVALOV (Université de Bordeaux 1).

## ENSEIGNEMENTS

---

- Sept. 2006** : Cours sur les ondes d'interface dans les solides pré-déformés, Advanced Course, Centre International des Sciences Mécaniques (CISM), Udine, Italie. 5 heures.
- 2004-2005** : Cours sur les ondes dans les solides isotropes et anisotropes (réf : MIS-MSP-CLNL-302C), Master 1 : Sciences et technologies, Mention : Sciences de l'ingénieur, UPMC, Paris. 18 heures.
- 2001-2002** : Cours sur les équations différentielles, Licence 3 : Ingénierie, Texas A&M University, College Station, USA. 135 heures.
- 2000-2001** : Cours sur les équations différentielles, Licence 3 : Ingénierie, Texas A&M University, College Station, USA. 180 heures.
- 1997-1998** : Travaux dirigés sur les équations différentielles, Licence 3 : Ingénierie, University College, Dublin, Irlande. 90 heures.  
Travaux dirigés de physique mathématique, Licence 1 : Physique Mathématique, University College, Dublin, Irlande. 90 heures.

## ENCADREMENT DE THESE

---

Doctorante : Mlle Mélanie Otténio, 2003-2006.

Laboratoires : Laboratoire de Modélisation en Mécanique (UMR 7607), Université Pierre et Marie Curie, Paris ;  
Department of Mathematics,  
University of Glasgow, Ecosse, Royaume-Uni.

Encadrement : M. Destrade, Paris (66%), R.W. Ogden, Glasgow (33%), G.A. Maugin (1%).

Titre : Ondes et stabilités de surface et d'interface dans les solides hyperélastiques déformés.

Financements : **Allocation de recherche**, 2003-2006.  
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche.  
**Stevenson Exchange Scholarship**, 2004-2005.  
University of Glasgow, Ecosse, Royaume-Uni.  
**Aide à la mobilité internationale, Co-Tutelle de thèse**, 2004-2006.  
Ministère délégué à la recherche et aux nouvelles technologies.  
**Bourse de séjour** pour une semaine au Département de Mathématiques, University of Keele, Juin 2005, Programme Alliance, Ministère des Affaires Etrangères / British Council.  
**Bourse de séjour** pour l'Université d'été : "Innovative applications of rubber-like mechanics in material science and biomechanics", Août 2005, Universidad de Cantabria, Espagne.

Soutenance : le 20 septembre 2006.  
Pour 2006-2007, Mlle Otténio est en stage post-doctoral (CNRS) au Laboratoire de Mécanique Physique, UMR 5469, Université de Bordeaux 1.

## FINANCEMENTS

---

- [16] ROMAIN O., MAZEYRAT J., LAUTRU D., LAGREE P.-Y., DESTRADE M., LEPRINCE P., KAROUIA M., KOKABI H., GARDA P.  
Conception d'une endoprothèse électronique dédiée à l'évaluation de l'endotension dans les anévrismes de l'aorte abdominale.  
Bonus Qualité Recherche,  
Université Pierre et Marie Curie,  
2006-2008.
- [15] DESTRADE M.; OGDEN R.W.,  
Biomechanics of soft tissues: growth and adaptation; waves and stability.  
International Joint Project,  
CNRS / Royal Society.  
2006-2008.
- [14] DESTRADE M.; GILCHRIST M.  
Indentation of a prestressed hyperelastic material.  
International Collaboration Travel Support,  
Enterprise Ireland,  
2006-2007.
- [13] DESTRADE M.; GILCHRIST M.; OTTENIO, M.  
Enfoncement d'un matériau hyperélastique pré-contraint.  
Candidature pour des échanges de chercheurs en coopération internationale,  
Convention internationale CNRS / Irish Research Council for Science, Engineering and Technology,  
2006.
- [12] DESTRADE M.  
Biomechanics of soft tissues: Growth, waves, and stability.  
Proposal for a Marie Curie Outgoing International Fellowship,  
European Commission, 6<sup>th</sup> Framework Programme,  
**Résultat 1<sup>er</sup> tour: positif ; Résultat 2<sup>ème</sup> tour: négatif.**
- [11] DESTRADE M.; SACCOMANDI G.  
Acoustique des tissus vivants mous.  
Séjour Scientifique de Haut Niveau,  
Ministère de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche,  
2005.
- [10] DESTRADE M.; SACCOMANDI G.  
Acoustique des tissus vivants mous.  
Bourse d'accueil pour chercheur étranger senior,  
Ministère de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche /  
Ville de Paris,  
2005.
- [9] DESTRADE M.; FU Y.B., OTTENIO M.  
Calcul de la vitesse de propagation des ondes de bord dans des plaques d'anisotropie générale.  
Programme d'Actions Intégrées franco-britannique Alliance, 2<sup>ème</sup> Année,  
Ministère des Affaires Etrangères / British Council,  
2004.
- [8] DESTRADE M.; OTTENIO, M.  
Ondes de volume, de surface, et d'interface dans des matériaux hyperélastiques pré-contraints.  
Aide à la mobilité internationale, Co-Tutelle de thèse,  
Ministère délégué à la recherche et aux nouvelles technologies,  
2004.



## FINANCEMENTS

---

- [7] DESTRADE M.; OTTENIO, M.  
Bulk, surface, and interface waves in pre-stressed hyperelastic materials.  
Stevenson Exchange Scholarship,  
University of Glasgow,  
2004.
  
- [6] DESTRADE M.; SACCOMANDI G.  
Waves in nonlinear pre-stressed materials.  
Course proposal,  
International Centre for Mechanical Sciences (CISM),  
2003.
  
- [5] DESTRADE M.; FU Y.B., BROOKES D.  
Calcul de la vitesse de propagation des ondes de bord dans des plaques d'anisotropie générale.  
Programme d'Actions Intégrées franco-britannique Alliance, 1<sup>ère</sup> Année,  
Ministère des Affaires Etrangères / British Council.  
2003.
  
- [4] DESTRADE M.; MAUGIN G.A., OTTENIO, M.  
Ondes de volume, de surface, et d'interface dans des matériaux hyperélastiques pré-contraints.  
Allocation de recherche,  
Ministère de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche,  
2003-2006.
  
- [3] DESTRADE M.  
Small and finite amplitude waves in prestressed elastic materials.  
Marie Curie Individual Fellowship,  
Fourth Framework Programme, European Commission,  
1998-2000.
  
- [2] DESTRADE M., HAYES M.  
Small and finite amplitude waves in prestressed elastic materials.  
Application for a Research Scholarship,  
Enterprise Ireland,  
1997-1998.
  
- [1] DESTRADE M., HAYES M.  
Small and finite amplitude waves in prestressed elastic materials.  
Open Postgraduate Scholarship,  
University College, Dublin,  
1997.

## MICHEL DESTRADE

### Détails Personnels:

38 ans, Français, marié, 2 enfants.

Tél.: 01-4427-7166

Fax: 01-4427-5259.

e-mail: [destrade@lmm.jussieu.fr](mailto:destrade@lmm.jussieu.fr)

web: [www.lmm.jussieu.fr/~destrade](http://www.lmm.jussieu.fr/~destrade)

### Adresse:

Laboratoire de Modélisation en Mécanique,  
CNRS (UMR7607), Université Pierre et Marie Curie.  
Case 162, 4 Place Jussieu, 75252 Paris Cedex 05.



## THEMES DE RECHERCHE

---

Ondes de faible et de grande amplitude dans les matériaux élastiques pré-contraints;  
Stabilité des structures élastiques déformées;  
Ondes de surface piézo-acoustiques;  
Ondes de surface et d'interface en élasticité anisotrope;  
Elasticité non-linéaire des tissus biologiques mous.

## PUBLICATIONS

---

**Articles, Journaux Internationaux:** 33 (18 comme co-auteur, 5 contributions invitées),  
**Articles, Actes de Conférences:** 6 (3 comme co-auteur).  
**Livre, Edition:** 1 (à paraître).  
**Livre, Chapitre:** 1 (à paraître).

## AUTRE ACTIVITE SCIENTIFIQUE

---

**Présentations:** 42, dans 9 pays (31 contributions invitées).  
**Enseignement:** 5 ans, en lycée, licence, et master.  
**Doctorante:** Mlle Mélanie Otténio (2003-2006, en co-tutelle avec R.W. Ogden, University of Glasgow).  
**Collaborations:** 22 collaborateurs dans 6 pays.  
**Jurys de Thèse:** University of Salford, Royaume-Uni (2004); Université de Paris 13 (2005).  
**Evaluations:** 40 articles pour 25 Journaux.  
**Coordinateur:** avec G. Saccomandi, d'un Advanced Course sur les "Waves in Nonlinear Pre-Stressed Materials", au Centre International des Sciences Mécaniques (CISM), Udine, Italie, 03-08 septembre 2006.  
**Co-Editeur:** avec G. Saccomandi, des Lecture Notes for the Advanced Course on "Waves in Nonlinear Pre-Stressed Materials", À paraître chez Springer, 2007.  
**Financements:** 15.

## FORMATION

---

**Ph.D.** Mathematical Physics, University College, Dublin, 1999. Directeur: M. Hayes.  
**IUFM** Physique-Chimie, Académie de Rennes, 1997.  
**M.Sc.** Mathematical Physics, University College, Dublin, 1996 (First Class Honours.)  
**Agrégation** Physique, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 1992.

## EMPLOI PRESENT ET RECENT

---

**2002-2006:** Chargé de Recherche 1<sup>ère</sup> classe, Laboratoire de Modélisation en Mécanique, CNRS, Paris.  
**2000-2002:** Visiting Assistant Professor, Dept of Mathematics, Texas A&M University (USA).  
**1998-2000:** Marie Curie Fellow, 4th Framework Programme, European Commission (basé à University College, Dublin, Irlande).