LPSC 07-115

Université Joseph Fourier, Grenoble 1

THÈSE

présentée pour obtenir le titre de

Docteur En Sciences

Spécialité : Physique

par

Jonathan Aumont

Étude des différentes composantes de la polarisation du ciel en vue de l'observation du Fond Diffus Cosmologique avec le satellite PLANCK

Soutenue le 27 septembre 2007 devant le jury d'examen suivant :

Jacques Delabrouille	*(APC Paris)*	
Ken Ganga	*(APC Paris)*	Rapporteur
Martin Giard	*(CESR Toulouse)*	Rapporteur
Gilles Henri	*(LAOG Grenoble)*	
Juan-Francisco Macías-Pérez	*(LPSC Grenoble)*	co-Directeur de thèse
Jean-Loup Puget	*(IAS Orsay)*	
Daniel Santos	*(LPSC Grenoble)*	Directeur de thèse

Laboratoire de Physique Subatomique et de Cosmologie de Grenoble

Remerciements

J'aimerais tout d'abord remercier les directeurs successifs du laboratoire, Johann Collot et Serge Kox, ainsi que le directeur du groupe Planck, Daniel Santos pour m'avoir accueilli et pour m'avoir offert la possibilité d'effectuer ma thèse au LPSC.

Je tiens également à remercier les membres de mon jury, Jacques Delabrouille, Gilles Henri et Jean-Loup Puget pour leur présence ainsi que pour le grand intérêt qu'ils ont porté à mes travaux. J'aimerais témoigner ma sincère reconnaissance envers mes deux rapporteurs, Ken Ganga et Martin Giard, pour leur lecture exhaustive et pertinente de mon manuscrit, pour leurs corrections et leurs conseils, qui ont beaucoup contribué à son amélioration.

Une infinie gratitude va à mes deux directeurs de thèse, Daniel Santos et Juan Francisco Macías-Pérez, qui ont su me proposer une thèse passionnante et l'ont encadré à la perfection.

Merci à toi Daniel pour t'être intéressé à mon travail même quand il devenait un peu musical, pour m'avoir encouragé à faire de la *vraie* physique, pour avoir su me donner des échéances et des conseils sans lesquels je me serais très certainement un peu perdu et pour avoir relu avec attention même les parties les plus obscures de mon manuscrit.

Merci à toi Juan, pour m'avoir appris tout ce que je sais désormais, pour m'avoir transmis ta bonne humeur et ton excitation permanentes pendant ces presque quatre années à tes côtés, pour m'avoir immédiatement traité comme un collègue et non comme un jeune étudiant. Merci pour les sujets que tu as voulu explorer avec moi, pour ta patience sans égal et pour tes nombreuses relectures de mon manuscrit. Merci de ne pas avoir renversé ton café sur moi, même si je sais que ça a été dur. En fait, c'est pas très compliqué, merci pour tout...

Je voudrais ensuite remercier toutes les personnes qui m'ont aidé et auprès de qui j'ai beaucoup appris au cours de cette thèse, en essayant de respecter une certaine chronologie et surtout en essayant de ne pas en oublier. Tout d'abord, un grand merci à Cécile Renault pour avoir partagé avec moi son bureau, pour sa bonne humeur et les milliers de thés qu'elle m'a proposé, même si au final je n'en ai bu que deux. Merci à Matthieu Tristram qui m'a appris plein de trucs quand j'étais tout petit (mais à qui j'ai dû apprendre à skier en retour). Merci à Nicolas Ponthieu pour notre très agréable collaboration sur la mesure de l'émission polarisée de la poussière. Merci à l'équipe de L'IFCA de Santander pour notre longue et finalement fructueuse collaboration sur l'étude de la gaussianité des données Archeops et pour leur gentillesse : Enrique Martínez-González, Belén Barreiro et biensûr le légendaire Andrés Curto, inventeur malheureusement méconnu de la kurtosis. Merci à François-Xavier Désert pour m'avoir fait participer à la calibration d'HFI, pour l'intérêt constant qu'il a porté à mes travaux au cours de ma thèse et pour les très nombreuses discussions que nous avons eues. Merci à Jacques Delabrouille et à Jean-François Cardoso pour nos discussions sur la séparation de composantes et pour leurs nombreux conseils avisés. Merci à Alain Benoît et surtout à Thomas Durand pour m'avoir fait découvrir le CRTBT et la caractérisation des matrices de bolomètres. Merci à Jean-Philippe Bernard et à Marc-Antoine Miville Deschênes pour nos discussions sur la Galaxie. Enfin, merci à Fred Mayet pour ses nombreux conseils, pour sa disponibilité et surtout, pour son amitié.

Je voudrais aussi remercier Alain Drillat et Monique Giroud avec qui j'ai fait mes premiers pas dans l'enseignement. Un grand merci aussi à Marie-Jeanne et à la petite allemande de l'Est qui ont accepté, pour la première et tenu, pour la seconde à s'enquiller sans sourciller l'ingrate tâche de la relecture orthographique de mon tapuscrit.

Enfin, merci à tous ceux que je n'ai pas encore cités, ceux qui se sont bien gardés de m'aider pour ma thèse, mais que je remercie quand même, car au fond, ils étaient sympathiques. Eu égard à l'Étiquette, à la bienséance et au respect, mes premiers remerciements vont à notre Majesté notre bon Roi. Ensuite dans l'ordre alphabétique : Benjamin (malgré la barrière de la langue), Benoît, Bertrand M., Björn, Carole, Guillaume (qui m'a quand même un peu aidé pour ma thèse, en me faisant prendre conscience que finalement, rien n'est beaucoup plus compliqué qu'une baignoire en expansion de Hubble), Giuseppe (qui a fait la vaisselle partout sauf chez moi), Ingo the Brain, Jérome, Jonathan De., Jonathan Du., Julien B., Julien L. (malgré le fait qu'il ait mis fin à la Royauté), Kevin, le LSPC Stadion$^{\mathrm{TM}}$, Lauranne, la virile Maud (même si nous ne nous sommes que rarement croisés), Michael, les petits (Nicolas A., Thomas D., Pierre D. (qui m'a cassé le doigt de pied) et Florian L., et ce malgré leur incroyable mauvaise foi, c'est dire comment je ne suis pas rancunier), Pierrot, Thibaut, Thierry (à qui j'ai appris à jouer aux fléchettes et à prendre des photos), Vincent...

Cette thèse n'aurait pas été possible sans le O'Callaghan.

Table des matières

Introduction

La quête de l'infiniment petit et de l'infiniment grand est arrivée aujourd'hui à une période charnière de son histoire. Les développements théoriques réalisés au cours du XX$^{\text{ème}}$ siècle et les mesures de précision croissante, ont permis de fournir à ces deux domaines des modèles cohérents que sont le *Modèle Standard* de la physique des particules et le *Modèle Standard* de la cosmologie. Malgré les différences de formalisme, la période que nous vivons est singulière, car pour la première fois, les observations réalisées aux échelles subatomiques et cosmologiques permettent aux deux modèles de se contraindre mutuellement.

La cosmologie est une science qui trouve ses origines à l'aube de l'Humanité. Reflexion métaphysique jusqu'à la Renaissance, elle est peu à peu devenue une science au sens moderne du terme avec les travaux fondateurs de Copernic, Galilée, Kepler et Newton. Au début du XX$^{\text{ème}}$ siècle, Einstein révolutionna la conception que nous avions de l'Univers avec sa théorie de la gravité, la *Relativité Générale*, offrant un outil puissant à la formalisation de la cosmologie. Forts de ce cadre, Friedmann et Lemaître dérivèrent des solutions non-statiques aux équations de la Relativité Générale qui trouveront une assise observationnelle après que Hubble eût constaté en 1929 que les galaxies s'éloignent les unes de autres avec une vitesse proportionnelle à leurs distances, montrant que notre Univers est en *expansion*.

La physique des particules est une science plus jeune. Elle a vu le jour à la fin du XIX$^{\text{ème}}$ siècle avec la découverte de l'électron et le premier modèle d'atome proposé par Thomson en 1897 et a évolué, absorbant au passage le formalisme quantique développé dans les années vingt, jusqu'à l'établissement du *Modèle Standard* initié par Glashow, Salam et Weinberg à la fin des années soixante.

Les deux domaines vont se rapprocher une première fois à la fin des années quarante, grâce à Gamow, Alpher et Herman. En s'appuyant sur la physique nucléaire, ils proposèrent un modèle de formation des noyaux légers dans un Univers en expansion, initialement dense, suivant les observations de Hubble et les solutions de la Relativité Générale de Friedmann et Lemaître. C'est le modèle de *Big Bang*. Ces travaux offrent la possibilité de tester quantitativement les prédictions par l'expérience, avec notamment la mesure de l'abondance des éléments légers ou encore l'observation d'un rayonnement *fossile* vestige d'un Univers primordial chaud et dense, le *Fond Diffus Cosmologique*.

Depuis lors, l'intrication entre ces deux branches de la physique n'a fait que se consolider et s'entretenir. De surcroît, chaque modèle cherche des réponses à ses limitations et ses lacunes dans les succès et les progrès de l'autre. Aujourd'hui, infiniment petit et infiniment grand sont plus que jamais reliés à travers la volonté de compréhension du contenu de l'Univers. Ainsi et pour exemple, l'un des problèmes majeurs en cosmologie est l'omniprésence d'une matière dont la nature nous échappe, la *matière noire* non-baryonique. C'est une théorie issue du monde de la physique des hautes énergies, proposée pour expliquer des insuffisances du *Modèle Standard* de la physique des particules, la *Supersymétrie*, qui offre une particule stable qui possèderait les propriétés requises et qui est à ce jour l'un des candidats à la matière noire des plus pertinents. La recherche de cette particule est un domaine de recherche particulièrement actif, se situant à la croisée de la physique des hautes énergies et de la cosmologie.

Un autre exemple de rapprochement est celui de l'extension des modèles standards. En effet, le modèle de *Big Bang* ne permet pas d'expliquer plusieurs propriétés pourtant incontournables de l'Univers comme la formation des structures, la platitude ou l'homogénéité du rayonnement de Fond

Diffus Cosmologique. Le *Modèle Standard* de la physique des particules ne permet pas d'introduire la masse des constituants élémentaires. Au-delà de ces deux modèles, la cosmologie par l'Inflation et la physique des particules par le mécanisme de Higgs, font appel à des champs scalaires et des mécanismes de brisure de symétrie.

Le développement de grands accélérateurs a permis à la physique des particules de sonder la structure "infinitésimale" de la matière grâce à des énergies de plus en plus grandes, s'approchant des conditions de densité et de pression qui régnaient dans l'Univers peu après le Big Bang. Par là même nous avons apporté des contraintes sur les processus qui régissaient l'évolution de l'Univers à ces époques. Néanmoins, il sera impossible de recréer sur Terre les énergies mises en jeu si l'on considère l'Univers primordial. Aussi ce sera par l'étude de ces instants que l'on pourra compléter nos connaissances en physique des hautes énergies.

Très récemment, les méthodes d'observation de la cosmologie se sont modernisées permettant à cette science d'entrer dans une nouvelle phase, la cosmologie de précision. L'observation de l'abondance des éléments légers, de la relation distance-luminosité des Supernovæ, de la distribution en trois dimensions de la matière dans l'Univers, ou encore la mesure de précision de l'intensité et de la polarisation du rayonnement de Fond Diffus Cosmologique nous ont permis de contraindre fortement les modèles cosmologiques à travers le contenu, la géométrie et la dynamique de l'Univers. Ces contraintes s'appliquent également aux modèles de la physique des hautes énergies et par exemple, la contrainte la plus forte sur la masse des neutrinos est d'origine cosmologique.

Au sein des observables cosmologiques, le rayonnement de Fond Diffus Cosmologique (CMB pour *Cosmic Microwave Background*) joue un rôle prépondérant. Il a été émis à peu près 380000 ans après le Big Bang, quand les photons de l'Univers ont cessé d'être en interaction avec les électrons. Son intensité (ou température) est en première approximation isotrope, mais comporte des *anisotropies* qui sont les empreintes de la physique de l'Univers primordial, laissées par *dernière diffusion* des photons sur les électrons. Il constitue le rayonnement le plus ancien que nous pouvons détecter[1] et l'étude de l'information physique véhiculée dans ses anisotropies permet de contraindre les paramètres du *Modèle Standard* de la cosmologie avec une précision inégalée. Elle permet également de sonder de manière indirecte mais unique les premières fractions de seconde de l'Univers, quand la densité d'énergie était plusieurs dizaines d'ordres de grandeur supérieure à celle que nous pouvons atteindre au sein des accélérateurs.

Ces anisotropies de l'intensité du CMB furent mesurées pour la première fois par le satellite Cobe en 1992, avec une amplitude de l'ordre de 10^{-5} par rapport à l'intensité moyenne, avec une résolution de $7°$. Depuis, un grand nombre d'expériences au sol, embarquées à bord de ballons stratosphériques (comme l'expérience Archeops) ou à bord de satellites se sont attelées à cette mesure avec des sensibilités et des résolutions angulaires croissantes. La mesure la plus complète et la plus précise à ce jour est le fait de l'expérience satellite Wmap qui a permis de donner les contraintes les plus précises à ce jour sur un grand nombre des paramètres des modèles cosmologiques. La mesure *ultime* de ces anisotropies d'intensité, c'est à dire limitée uniquement par des contraintes statistiques intrinsèques à la nature du CMB, sera réalisée par le satellite européen Planck, dont le lancement est prévu le 31 juillet 2008.

En outre, le CMB est un rayonnement polarisé. Cette polarisation, elle aussi anisotrope, est due à des processus physiques semblables à ceux responsables des anisotropies d'intensité. Sa mesure mène à des informations complémentaires et de ce fait permet de lever des dégénérescences dans la détermination des paramètres des modèles cosmologiques. Elle sera également une source d'informations inaccessibles au travers de la température, comme par exemple sur la formation des premières étoiles et galaxies, sur les modèles d'Inflation ou sur l'existence et la nature d'un champ magnétique primordial. Cependant, le signal polarisé est bien plus faible que celui des anisotropies en température et c'est pour cela que les mesures en sont à leurs balbutiements. Elles furent initiées à grande échelle par le satellite Wmap mais ce sera le satellite Planck qui le premier pourra effectuer une

[1] Les neutrinos se sont decouplés avant les photons, néanmoins la détection du fond de neutrinos cosmologiques demeure à ce jour inenvisageable.

mesure de précision de la polarisation à grande échelle du CMB.

La bande de fréquence dans laquelle nous observerons le CMB (de la dizaine au millier de GHz) est également peuplée par d'autres émissions qui viendront contaminer la mesure. Ce sont les *émissions d'avant-plan*. Ces émissions peuvent être ponctuelles (planètes, étoiles, galaxies) ou diffuses. Les émissions diffuses sont les plus gènantes aux échelles auxquelles nous nous intéresserons, en raison du fait qu'elles s'ajoutent à l'information cosmologique sur tout le ciel. Ces émissions diffuses sont dues à l'émission de notre Galaxie et sont principalement de trois types : l'émission synchrotron et le rayonnement de freinage des électrons libres de notre Galaxie à basses fréquences et l'émission des grains de poussière du milieu interstellaire à hautes fréquences. De plus, la première et la dernière devraient être significativement polarisées.

S'affranchir efficacement de ces signaux non-cosmologiques au sein des données dans des expériences destinées à l'observation du CMB requiert le développement de méthodes efficaces en vue de leur soustraction et une très bonne connaissance de la localisation spatiale et du comportement spectral de ces émissions. Ceci est particulièrement vrai pour la polarisation, où le signal que nous cherchons à extraire de la mesure du ciel est très faible et où les connaissances sur les émissions galactiques sont pour le moment insuffisantes.

Cette thèse est dédiée à la mesure des anisotropies du Fond Diffus Cosmologique, particulièrement en polarisation et à la compréhension, la modélisation et la soustraction des émissions d'avant-plan. Les travaux que nous avons entrepris s'inscrivent tous dans la préparation à l'analyse et à l'exploitation des données du satellite PLANCK. L'exposé s'articulera en cinq parties :

- ⋆ Dans une première partie nous donnerons une introduction aux anisotropies du Fond Diffus Cosmologique. Pour ceci nous mettrons tout d'abord en place le formalisme du *Modèle "Standard"* de la cosmologie. Nous donnerons ses limites et nous présenterons une introduction à la période d'Inflation. Nous dresserons pour finir l'état des lieux des mesures cosmologiques, menant à un *modèle de concordance*, le modèle ΛCDM. Ensuite, nous présenterons le rayonnement de Fond Diffus Cosmologique. Nous aborderons le formalisme utilisé pour son étude et les mécanismes physiques responsables de ses anisotropies, en température et en polarisation. Enfin, nous présenterons l'expérience ballon ARCHEOPS dont le traitement des données a constitué une partie de nos travaux, l'expérience satellite WMAP autour de laquelle s'articulent les comparaisons que nous effectuerons au long de cet exposé et l'expérience satellite PLANCK dont la préparation est le fil conducteur de cette thèse.
- ⋆ Au cours d'une seconde partie, nous regarderons l'effet d'un champ magnétique primordial sur la polarisation du CMB. Nous présenterons pour commencer, de manière plus formelle, les processus de génération des anisotropies en température et en polarisation afin d'obtenir des expressions analytiques décrivant leur évolution et de formuler des hypothèses simplificatrices permettant d'intégrer ces relations. Forts de ce formalisme, nous y inclurons l'effet d'un champ magnétique primordial. Nous essayerons enfin de comparer nos résultats à d'autres approches et de donner des contraintes expérimentales sur la nature de ce champ.
- ⋆ Dans une troisième partie, nous présenterons les analyses effectuées à partir des mesures de l'expérience ARCHEOPS, en vue de la préparation à l'analyse des données de PLANCK. Un premier chapitre sera consacré à l'étude de la gaussianité des données en température, permettant de contraindre les modèles inflationnaires et de détecter d'éventuels effets systématiques résiduels et des contaminations par des émissions d'avant-plan. Un second chapitre sera consacré à la première mesure de l'émission diffuse polarisée de la poussière galactique à grande échelle, à l'aide des mesures effectuées à 353 GHz.
- ⋆ Dans une quatrième partie nous présenterons une méthode de séparation de composantes permettant d'extraire les différentes contributions physiques (CMB, émissions d'avant-plan, bruit instrumental) à partir d'observations à plusieurs fréquences. Ces observations seront traitées de manière aveugle, conjointement en température et en polarisation, ce qui constitue l'originalité de cette méthode. Nous donnerons en premier lieu le principe général de ce genre de méthode et nous passerons en revue les différents algorithmes couramment utilisés par la communauté

CMB. Nous présenterons ensuite la méthode que nous avons développée, PolEMICA, et nous tenterons de montrer ses performances sur des simulations simples du ciel, vu par Planck. Enfin, nous essayerons à l'aide de simulations plus réalistes de donner des contraintes sur le traitement des données de Planck.

⋆ Enfin, dans une cinquième et dernière partie, nous nous attacherons à modéliser les émissions galactiques polarisées du synchrotron et de la poussière. Pour cela, nous considérerons les processus physiques qui en sont responsables et nous verrons qu'ils sont fonction du champ magnétique galactique, que nous modéliserons. Nous intégrerons ces effets sur la ligne de visée afin d'obtenir des cartes de ces émissions. Pour finir, nous comparerons notre modèle des émissions galactiques polarisées aux données des expériences Archeops et Wmap.

Première partie

Introduction aux anisotropies du Fond Diffus Cosmologique

Chapitre 1

La cosmologie et le modèle ΛCDM

Au cours de ce chapitre, nous allons présenter le modèle ΛCDM (pour *Lambda-dominated Cold Dark Matter*), qui est le modèle cosmologique qui décrit le mieux les observations actuelles.

Nous allons de prime abord donner une introduction au *Modèle "Standard" de la cosmologie*[1] ou modèle du *Big Bang chaud*, qui permet de décrire la dynamique de l'Univers dans le cadre de la théorie de la *Relativité Générale* d'Einstein et qui est l'un des éléments du modèle ΛCDM. Cependant, comme nous le verrons, ce modèle n'est pas suffisant pour expliquer certaines des observations qui ont été faites. Il faudra lui ajouter une phase d'expansion accélérée, l'*Inflation*, dont nous présenterons les grandes lignes. Enfin, nous présenterons les observations faites à ce jour pour contraindre la composition et la géométrie de l'Univers, dont aucune à ce jour ne s'éloigne du modèle ΛCDM.

1.1 Formalisme de la cosmologie

1.1.1 Hypothèses constitutives

Pour décrire un système aussi complexe que l'Univers, il va falloir formuler des hypothèses fortes. La plus forte d'entre elles, mais aussi la plus simple, est de considérer l'Univers comme un système homogène (invariance par translation) et isotrope (invariance par rotation) à grande échelle. C'est ce que l'on appelle le *principe cosmologique*. Cette hypothèse implique que l'on retrouve les mêmes caractéristiques statistiques en terme de contenu ou de géométrie quel que soit le point de l'Univers considéré. Même si il apparaît évident que cette hypothèse n'est pas justifiée aux échelles astrophysiques, un nombre croissant d'observations à grande échelle la motive, à des échelles supérieures au Gpc. Parmi celles-ci, l'observation de la température du *Fond Diffus Cosmologique* a apporté une manifestation puissante du *principe cosmologique*. En effet, quelque soit la direction d'observation, cette température est constante sur le ciel à quelques 10^{-5} K près [Smoot *et al.* 1992].

La seconde hypothèse, est basée sur l'observation faite par Hubble en 1929, qui a mesuré un décalage vers le rouge ou *redshift* des galaxies augmentant avec leur distance par rapport à la Voie Lactée, montrant ainsi que plus une galaxie est éloignée, plus elle s'éloigne rapidement de nous et mettant en évidence un Univers en expansion [Hubble 1929]. Dans cet Univers en expansion, si l'on remonte le temps, la densité augmente et une phase initiale très dense devra être envisagée. Cependant, celle-ci est courte par rapport à l'âge de l'Univers et nous considérerons une densité suffisamment faible pour que seules soient significatives les interactions à longues portées, électromagnétique et gravitationnelle. L'Univers étant électriquement neutre, la force électromagnétique résultante à grande échelle sera négligeable (*effet d'écrantage*). Ainsi, une théorie décrivant l'Univers sera une théorie gravitationnelle. Elle sera la meilleure théorie de la gravitation dont nous disposons actuellement, la théorie de la Relativité Générale d'Einstein, qui ne souffre d'aucune contradiction expérimentale à ce jour.

[1] Le terme standard est relativement ambigu au vu de l'histoire de la cosmologie. Lorsque nous utiliserons Modèle "Standard" entre guillemets, nous nous référerons à ce qu'était le modèle au début des années 70. Aujourd'hui, la Cosmologie Standard moderne inclut d'autres théories devenues incontournables au fil des ans.

1.1.2 Les équations d'Einstein en relativité générale

Dans la théorie de la relativité générale, espace et temps sont contenus au sein d'une géométrie commune. Cette géométrie à quatre dimensions est définie par un tenseur symétrique, la *métrique* dénotée $g_{\mu\nu}$ dans un système de coordonnées x^μ. L'intervalle séparant deux événements est alors défini par[2] :

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \tag{1.1}$$

La valeur des composantes du tenseur métrique dépend de la géométrie de l'Univers. Ce tenseur étant symétrique, 10 de ses 16 composantes sont indépendantes. Les lois de la physique étant invariantes par changement de coordonnées (*invariance de jauge*), seules 6 équations décrivant la dynamique pourront être formulées. Les 4 degrés de liberté subsistants devant être fixés, il faudra choisir une *jauge*.

Les équations d'Einstein, vont relier l'information purement géométrique contenue dans le tenseur d'Einstein, que nous définissons à partir de la métrique en annexe B.1, au contenu de l'Univers décrit par le *tenseur énergie-impulsion*, $T_{\mu\nu}$. Ce dernier a une composante temps-temps correspondant à la densité d'énergie, des composantes temps-espace correspondant aux moments et des composantes espace-espace correspondant aux composantes de l'impulsion. Les équations d'Einstein s'écrivent :

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu} \tag{1.2}$$

où le facteur de proportionnalité $8\pi G$ est présent pour retrouver la limite newtonienne dans le cas de champs gravitationnels faibles.

La dérivée covariante du tenseur d'Einstein est nulle (identités de Bianchi). Il en résulte, d'après l'équation (1.2), la conservation du tenseur énergie-impulsion. Une solution particulière de cette loi de conservation est la métrique elle-même. Cette solution particulière est souvent écrite comme un terme supplémentaire au sein des équations d'Einstein qui introduit la *constante cosmologique* Λ :

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu} \tag{1.3}$$

Cette constante cosmologique fut historiquement ajoutée afin de fournir une solution statique à l'équation d'Einstein avant d'être abandonnée après l'observation de l'expansion de l'Univers par Hubble. Récemment, au cours des années 1990, elle a suscité un regain d'intérêt avec l'observation de l'accélération de l'expansion, pour devenir incontournable de nos jours, comme nous le présenterons.

1.2 Le Modèle "Standard" de la cosmologie

Afin de pouvoir utiliser la théorie de la relativité générale dans le cadre de la cosmologie et d'en déduire les lois de la dynamique de l'Univers, il va falloir imposer des symétries, comme celles dictées par le *principe cosmologique* ou encore tenir compte de l'expansion de l'Univers.

1.2.1 Symétries, choix de la métrique

La classe des métriques répondant aux symétries dictées par le principe cosmologique et qui satisfont à l'expansion peut se résumer à la métrique de Friedmann-Robertson-Walker, qui s'écrit en coordonnées sphériques :

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = dt^2 - a(t)^2 \left\{ \frac{dr^2}{1-\kappa r^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta d\varphi^2 \right\} \tag{1.4}$$

où κ est l'indice de courbure[3] et $a(t)$ est le *facteur d'échelle*, rendant compte de l'expansion de l'espace au cours du temps. Le *redshift* z est relié au facteur d'échelle par la relation $(1+z) = a/a_0$

[2] Nous utilisons la convention selon laquelle les indices grecs vont de 0 à 3 et les indices latin de 1 à 3. Ainsi, dans x^μ, x^0 représente la dimension de temps et les $x^i = \{x^1, x^2, x^3\}$ représentent les trois dimensions d'espace.

[3] κ vaut -1, 0 ou 1 selon que l'Univers est respectivement *ouvert*, *plat* ou *fermé*.

où a_0 est le facteur d'échelle actuel, $a_0 \equiv a(z=0)$. Toujours en considérant les symétries reliées à l'homogénéité et à l'isotropie, nous pouvons également donner la forme du tenseur énergie-impulsion. Ce dernier est dans ce cas diagonal et ne dépend que de la densité $\rho(t)$ et de la pression $P(t)$ du fluide parfait contenant l'ensemble des composantes de l'Univers : $T^0_{\ 0} = \rho(t)$, $T^i_{\ i} = P(t)$.

1.2.2 Dynamique, équations de Friedmann-Lemaître

Si l'on applique les équations d'Einstein (1.3) à la métrique de Friedmann-Robertson-Walker (1.4), nous obtenons les *équations de Friedmann-Lemaître*, dictant la dynamique de l'Univers[4] [Friedmann 1922, Friedmann 1924] :

$$\begin{aligned} H^2 \equiv \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 &= \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda}{3} - \frac{\kappa}{a^2} \\ \frac{\ddot{a}}{a} &= \frac{4\pi G}{3}(\rho + 3P) + \frac{\Lambda}{3} \end{aligned} \tag{1.5}$$

où H est le *paramètre de Hubble*. On définit la *constante de Hubble*, valeur actuelle de H par $H_0 \equiv H(z=0)$. La première équation peut être réécrite de la façon suivante :

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}(\rho + \rho_\kappa + \rho_\Lambda), \qquad \rho_\kappa \equiv -\frac{3\kappa}{8\pi G a^2}, \qquad \rho_\Lambda \equiv \frac{\Lambda}{8\pi G} \tag{1.6}$$

où ρ représente la densité totale de matière non relativiste (ρ_{NR}) et de rayonnement et de matière relativiste (ρ_{R}), ρ_κ est la densité de courbure et ρ_Λ la densité de constante cosmologique. En définissant la *densité critique* de l'Univers correspondant à la densité totale d'un Univers plat sans constante cosmologique, $\rho_c \equiv 3H^2/8\pi G$, nous pouvons réécrire l'équation (1.6) sans dimension[5] :

$$\begin{aligned} H^2(\Omega_m + \Omega_\Lambda - \Omega_\kappa) &= \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 \\ \Rightarrow \qquad \Omega_m + \Omega_\Lambda - \Omega_\kappa &= 1 \end{aligned} \tag{1.7}$$

où l'on a défini les *paramètres cosmologiques* Ω_i, rapports des densités de matière, de courbure et de constante cosmologique à la densité critique, de la manière suivante :

$$\left\{ \begin{array}{lllll} \Omega_m & = & \rho/\rho_c & & \\ \Omega_\kappa & = & \rho_\kappa/\rho_c & = & \kappa/(a^2H^2) \\ \Omega_\Lambda & = & \rho_\Lambda/\rho_c & = & \Lambda/(3H^2) \end{array} \right. \tag{1.8}$$

L'équation (1.7) relie la densité de courbure à la somme des densité de matière et de constante cosmologique, que l'on appellera densité *totale* de l'Univers, $\Omega_0 \equiv \Omega_m + \Omega_\Lambda$. Ainsi selon que Ω_0 soit plus petit, égal ou plus grand que 1, l'Univers sera respectivement de géométrie ouverte, plane ou fermée.

Enfin, à partir des deux équations de Friedmann-Lemaître ou encore à partir de la conservation du tenseur énergie-impulsion, nous pouvons écrire l'*équation de continuité* pour le fluide primordial :

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + P) = 0 \tag{1.9}$$

Dans cette équation, ρ et P ne sont pas dépendants. Ainsi, on définit une constante w telle que l'on puisse écrire pour chaque composante une *équation d'état* :

$$P = w\rho \tag{1.10}$$

[4] $\dot{a} \equiv da/dt$

[5] La densité critique actuelle $\rho_{c,0}$ est de l'ordre de $10^{-29}h^2\mathrm{g}\cdot\mathrm{cm}^{-3}$, où $h \equiv H_0/100\mathrm{km}\cdot\mathrm{s}^{-1}\cdot\mathrm{Mpc}^{-1}$. La valeur de $\rho_{c,0}$ équivaut environ à 3 protons par mètre cube.

1.2.3 Évolution du facteur d'échelle

Grâce aux équations d'état (1.10) pour chaque composante (matière non-relativiste, rayonnement et matière relativiste, courbure, constante cosmologique) ainsi qu'à l'équation de continuité que l'on considérera dans le cas où une des composantes domine, nous pouvons donner l'évolution de la densité en fonction du facteur d'échelle :

$$\rho \propto a^{-3(1+w)} \tag{1.11}$$

De plus, grâce à la seconde équation de Friedmann-Lemaître (1.5) nous pourrons également donner la dépendance en temps du facteur d'échelle.

$$a \propto t^{\frac{2}{3(1+w)}}, \quad (w \neq -1) \tag{1.12}$$

⋆ *domination de la matière non-relativiste (ρ_{NR})* : pour la matière non-relativiste, $w = 0$ et ainsi $\rho \propto a^{-3}$ et $a \propto t^{\frac{2}{3}}$. Ce résultat est intuitif, la densité de matière se diluant volumiquement avec l'expansion.

⋆ *domination du rayonnement (ρ_{R})* : pour le rayonnement, $w = 1/3$ et ainsi $\rho \propto a^{-4}$ et $a \propto t^{\frac{1}{2}}$. Pour le rayonnement, à la dilution volumique s'ajoute le décalage en longueur d'onde linéaire en a^{-1}.

⋆ *domination de la constante cosmologique (ρ_{Λ})* : la constante cosmologique possède l'étrange équation d'état $P = -\rho \Leftrightarrow w = -1$. Ainsi sa densité ne dépend pas de a. Étant donné que les densités de matière et de rayonnement décroissent au cours du temps, la densité de constante cosmologique, même faible mais constante, peut dominer à long terme. L'équation de Friedmann permet de voir que cette domination conduit à une expansion exponentielle $a \propto e^{Ht}$. Nous verrons que l'Univers a pu connaître une telle phase d'expansion dans ses tout premiers instants, lors de la phase d'*Inflation* et que les observations les plus récentes montrent que nous subissons actuellement un tel type d'expansion. Cependant, ces phénomènes sont très différents car ils sont provoqués par des espèces différentes, comme nous le présenterons ultérieurement.

Les observations récentes tendent à montrer que la densité de courbure est très faible et de ce fait, nous écarterons la domination qui lui incombe. La dépendance des densités de matière et de rayonnement montre que l'Univers primordial a dû être dominé par le rayonnement. Au fil de l'expansion, le rayonnement s'est dilué plus rapidement que la matière et après une période d'égalité intervenant à $t_{\text{éq}} \simeq 1000$ ans, la matière a à son tour dominé pour finalement laisser place à la constante cosmologique.

1.2.4 Le modèle du Big Bang chaud

En s'appuyant sur la description géométrique de l'Univers que nous avons formulée, nous voulons désormais donner une description microscopique de l'Univers mettant en jeu les particules et leurs interactions. Le modèle du *Big Bang chaud* propose une telle description en s'appuyant sur trois observations fondamentales que nous allons présenter.

Les trois piliers du modèle du Big Bang chaud

⋆ *L'expansion de l'Univers* :
que nous avons déjà mentionnée en 1.1.1.

⋆ *La nucléosynthèse primordiale* :
Au cours des années 50, la théorie la plus acceptée postulait que les éléments chimiques plus lourds que l'Hydrogène avaient été produits au sein des étoiles et lors des explosions de supernovæ. Bien que satisfaisantes sur les éléments lourds, cette théorie n'était pas suffisante pour expliquer l'abondance dans l'Univers des éléments légers, comme celles du Deutérium ^{2}H, de l'Hélium ^{3}He et ^{4}He ou du Lithium ^{7}Li. En 1946, Gamow élabora une théorie selon laquelle quasiment toute la matière de l'Univers fut formée aux cours des 3 premières minutes, lorsque la température était suffisamment importante pour permettre la fusion des protons et neutrons en éléments légers [Gamow 1946]. C'est ce qu'on appelle la *nucléosynthèse primordiale*. Cette

théorie prédit avec une remarquable précision l'abondance des éléments jusqu'au ^{7}Li, pourtant étalée sur plusieurs ordres de grandeur [Kolb & Turner 1990].

⋆ *Le découplage des photons du CMB* :
Au sein du plasma primordial, les photons sont couplés aux électrons par diffusion Compton. Le taux de réaction est proportionnel à la section efficace de diffusion, à la densité d'électrons et à leurs vitesses relatives. Photons et électrons restent en équilibre thermodynamique tant que le temps moyen entre deux collisions reste inférieur au temps de Hubble ($t_H = 1/H$). La température de l'Univers décroissant avec le temps et la section efficace de diffusion étant proportionelle à la température, le temps moyen entre deux collisions va augmenter, jusqu'au moment où les espèces n'intéragissent plus entre elles. On dit qu'elles sont *découplées*. Depuis, les photons se propagent librement dans l'Univers, ne subissant plus qu'un effet de dilution dû à l'expansion. C'est le rayonnement de *Fond Diffus Cosmologique* (ou CMB pour *Cosmic Microwave Background*) que nous observons aujourd'hui et qui constitue le sujet central de cette thèse, dont la température fut mesurée par COBE à 2.725±0.001 K [Fixsen & Mather 2002].

Histoire thermique de l'Univers

À partir des observation décrites ci-dessus et du Modèle Standard de la physique des particules nous pouvons reconstituer l'évolution des constituants et de leurs interactions.

En appliquant les lois de la thermodynamique, on peut définir une température, en particulier pour les photons cosmologiques, qu'ils soient couplés à la matière ou non. Cette température, que l'on peut relier à l'énergie, est soumise à la dilution due à l'expansion ($T(t) \propto a(t)^{-1}$). En remontant le temps, le facteur d'échelle diminue, la température augmente et les réactions entre les différentes espèces évoluent. Nous allons donner les principales étapes de cette évolution (voir figure 1.1), d'aujourd'hui au temps de Planck ($t_P = 10^{-43}$ s), au-delà duquel mécanique quantique et gravitation devraient s'unifier, ce qu'aucune théorie ne permet à ce jour.

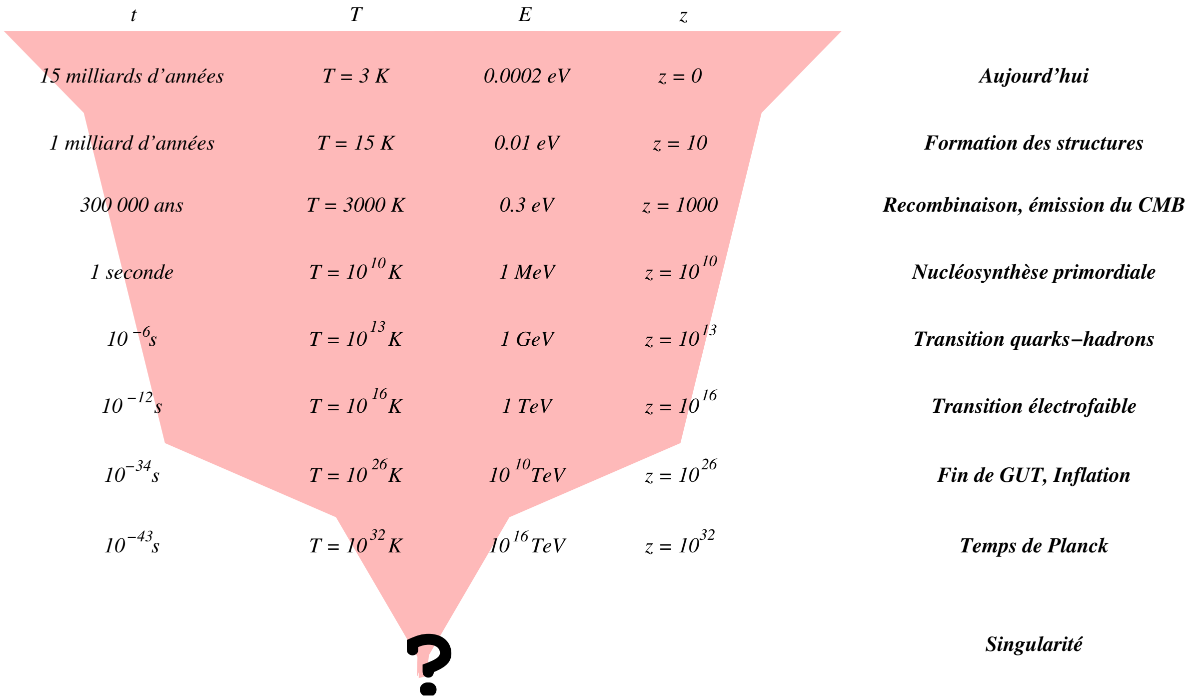

FIG. 1.1 – Évolution de l'Univers dans le modèle du Big Bang chaud, du temps de Planck jusqu'à aujourd'hui. Les étapes remarquables de l'histoire de l'Univers sont indiquées. Les valeurs de temps, de températures, d'énergies et de *redshift* portées le sont à titre indicatif et ne constituent que des ordres de grandeur.

⋆ $T \sim$ **2.725 K** *aujourd'hui* : Les galaxies et amas de galaxies sont formés et l'Univers est fortement inhomogène à petite échelle. L'Univers est baigné dans un rayonnement de photons libres à la température de 2.725±0.001 K [Fixsen & Mather 2002].

- ⋆ $T\sim$ **15 K** *formation des structures* : Les structures se forment. Même si le processus de formation des structures n'est pas encore compris, le scénario "*bottom-up*" est largement favorisé (voir 1.4.3). Dans ce scénario, les protogalaxies se forment en premier et donnent, par accrétion, des galaxies, des amas de galaxies et des super amas. Ce scénario rend nécessaire l'existence de *matière noire* froide (CDM pour *Cold Dark Matter*), c'est à dire non-relativiste au moment de son découplage.
- ⋆ $T\sim$ **3000 K** *découplage ou recombinaison* : À cette époque, la température étant suffisamment basse, la grande majorité des électrons et des protons se sont recombinés pour former de l'Hydrogène neutre. Les photons n'intéragissent plus. L'Univers devient transparent aux photons. Les photons se propagent jusqu'à nous dans un Univers en expansion, leur température passant d'environ 3000 K à environ 3 K. Le rayonnement de Fond Diffus Cosmologique est né. C'est un rayonnement de *corps noir*, car les photons ont eu le temps de se thermaliser avant le découplage.
- ⋆ $T\sim$ **65000 K** *égalité rayonnement-matière* : C'est là qu'intervient la transition entre un Univers dominé par le rayonnement, avec un facteur d'échelle évoluant en $t^{1/2}$ et un Univers dominé par la matière avec un facteur échelle évoluant en $t^{2/3}$. Cette transition intervint lorsque l'Univers était âgé d'environ un millier d'années, à $t_{\text{éq}}$.
- ⋆ $T\sim$ $\mathbf{10^{10}}$**K** *nucléosynthèse primordiale* : À cette température protons et neutrons ne sont plus à l'équilibre et commencent à interagir par collision. Il en résulte la formation des éléments légers (voir 1.2.4). Ce sera au cours de la nucléosynthèse primordiale que les neutrinos se découplent, formant un fond de rayonnement cosmologique ayant une température actuelle de 1.96 K [Gnedin & Gnedin 1998].
- ⋆ $T\sim$ $\mathbf{10^{13}}$**K** *transition quarks-hadrons* : La température devient suffisamment basse pour que les quarks ne puissent plus rester libres. Ils se regroupent en hadrons, car l'énergie d'une particule colorée isolée devient infinie. Confinés en hadrons ou en d'autres particules sensibles à l'interaction forte, ils deviennent stables. Avant cette transition de phase, l'état stable est un plasma de quarks et de gluons que l'on cherche activement à reproduire en accélérateur.
- ⋆ $T\sim$ $\mathbf{10^{16}}$**K** *transition électrofaible* : À cette échelle d'énergie ($\sim$300 GeV), interactions faible et électromagnétique s'unissent en une force, c'est la transition électrofaible. La symétrie $SU(2)\otimes U(1)$ serait brisée par le mécanisme de Higgs.
- ⋆ $T\sim$ $\mathbf{10^{26}}$**K** *GUT* : Au delà de cette échelle, seule la gravitation n'est pas unifiée aux trois autres forces. À plus basse température, le mécanisme de Higgs briserait la symétrie pour donner la symétrie usuelle du Modèle Standard de la physique des particules $SU(3)\otimes SU(2)\otimes U(1)$.

1.3 Les limites du modèle et l'introduction de l'Inflation

1.3.1 Limites du modèle de Big Bang chaud

Malgré de grands succès prédictifs comme la nucléosynthèse primordiale, le modèle de Big Bang chaud a rencontré certaines lacunes. En effet, un certain nombre d'observations n'y ont pas trouvé d'explications. Nous allons brièvement présenter trois de ces problèmes[6] :

- ⋆ *problème de l'horizon* : l'Univers possédant un âge fini et la vitesse de la lumière c étant finie, un observateur à un instant t n'a pu être en contact causal qu'avec d'autres observateurs à une distance finie. On appelle *horizon* d'un observateur la plus grande de ces distances. Dès 1992, le satellite Cobe [Smoot *et al.* 1992] montre que la température du CMB est homogène sur le ciel à quelques 10^{-5} près. Ceci implique que l'Univers était thermalisé au moment du découplage, au moins dans une région correspondant à la taille de notre horizon observable. De ce fait, toute la région observée devrait avoir été en contact causal avant le découplage. Or notre horizon observable est très grand devant l'horizon au moment du découplage, correspondant à une taille sur le ciel aujourd'hui de l'ordre du degré. Cela nous indique que des régions qui

[6] S'ajoutent également le problème des monopôles magnétique [Peebles 1993], ou des particules reliques [Liddle & Lyth 2000], que nous n'aborderons pas ici.

nous apparaissent plus éloignées que le degré sur la sphère céleste n'ont pas pu être en contact causal. Il est donc singulièrement étonnant que la température du ciel soit homogène avec une telle précision.

⋆ *problème de la platitude* : l'équation (1.7) peut-être réécrite de la manière suivante :

$$\Omega_0 - 1 = \Omega_\kappa = \frac{\kappa}{a^2 H^2} = \kappa \dot{a}^{-2}$$

Dans le Modèle "Standard" de la cosmologie, le facteur d'échelle a une dépendance en temps du type t^p avec $p < 1$. Il en résulte que $\dot{a}$ est une fonction décroissante du temps. Ainsi, $\Omega_0 - 1$ croît. À partir de cette constatation, nous pouvons voir que si nous observons un Univers plat à 10% près, âgé de 15 milliards d'années, il faudrait qu'au temps de Planck ($t_p \sim 10^{-43}$ s), $\Omega_0 - 1 \sim 10^{-60}$! Or au sein du Modèle "Standard", rien n'impose à Ω_0 d'être égal à un. Un ajustement aussi fin des conditions initiales ne paraît pas naturel.

⋆ *problème de la formation des structures* : l'Univers que nous observons actuellement n'est pas homogène et isotrope. Il existe des structures (galaxies, amas de galaxies, ...) qui se sont formées par effondrement gravitationnel de petites inhomogénéités, celles responsables des anisotropies du CMB. Ces fluctuations de densité peuvent être décrites par les modes de Fourier de leur longueur d'onde physique $\lambda(t) = 2\pi a(t)/k$, qui évoluent comme le facteur d'échelle $a(t)$, c'est à dire en t^p ($p = 1/2$ ou $2/3$ selon que le rayonnement ou la matière domine). Le rayon de Hubble $r_H(t) = H(t)^{-1} = t/p$, quant à lui, évolue plus vite que $\lambda(t)$. Ainsi, des fluctuations nées à l'intérieur du rayon de Hubble ne peuvent pas avoir eu le temps de croître suffisamment pour engendrer les structures observables actuellement. Dans le Modèle "Standard" de la cosmologie, les mécanismes proposés pour générer ces fluctuations hors du rayon de Hubble font appel aux défauts topologiques. Cependant, ils sont très défavorisés par les mesures à haute résolution angulaire des anisotropies du CMB. Ceci met en exergue l'insuffisance du Modèle "Standard" de la cosmologie pour expliquer des fluctuations ayant les bonnes propriétés.

1.3.2 L'Inflation

Il est possible de résoudre les trois problèmes rencontrés par le Modèle "Standard" de la cosmologie en ajoutant une phase de l'Univers primordial où l'expansion se serait déroulée de manière accélérée. L'*Inflation*, développée au début des années 80 ([Guth 1981, Linde 1982, Linde 1983]), décrit une telle phase et offre une solution particulièrement intéressante à ces problèmes. Il ne s'agit pas d'une théorie remplaçant le Modèle "Standard" du Big Bang chaud, mais plutôt d'une théorie d'appoint décrivant ses premiers instants sans pour autant remettre en cause ses succès.

Principe

La définition précise de l'Inflation est simplement une époque au cours de laquelle le facteur d'échelle $a(t)$ évolue de manière accélérée :

$$\text{Inflation} \quad \Leftrightarrow \quad \ddot{a}(t) > 0 \tag{1.13}$$

Une définition équivalente permet de tirer une interprétation plus physique :

$$\text{Inflation} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{a(t)H(t)}\right) < 0 \tag{1.14}$$

où la quantité $(a(t)H(t))^{-1}$ est le *rayon de Hubble comobile*. L'équation (1.14) implique donc que cette distance décroît au cours du temps, contrairement à ce qui se passe dans le Modèle "Standard". L'Univers observable, au cours de l'Inflation, devient ainsi *plus petit* qu'il n'a été. Les structures vont alors sortir de l'horizon, comme nous pouvons le voir en figure 1.2.

Une dernière manière d'appréhender la définition est de considérer la seconde équation de Friedmann (1.5) dans le cas d'une expansion accélérée, en considérant la composante Λ nulle ou contenue dans ρ et P :

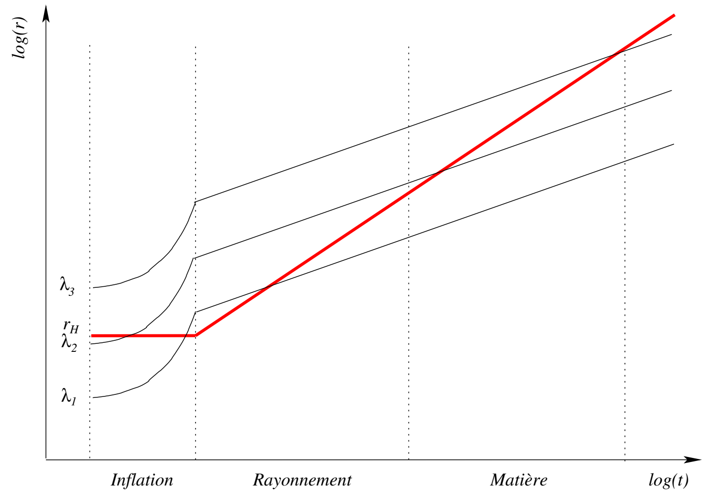

FIG. 1.2 – Évolution de la taille des perturbations λ et du rayon de Hubble r_H en fonction du temps. Nous montrons l'évolution de perturbations de tailles λ_i différentes vérifiant $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$. Pendant l'Inflation, les grandes structures sortent de l'horizon en premier. En dehors de l'horizon, la physique causale ne peut plus s'appliquer, les perturbations sont *gelées*. Après l'Inflation, les petites structures pénètrent dans l'horizon en premier.

$$\text{Inflation} \quad \Leftrightarrow \quad \rho + 3P < 0 \quad \Leftrightarrow \quad w < -\frac{1}{3} \tag{1.15}$$

où l'on rappelle que w définit l'équation d'état reliant P à ρ. ρ étant par définition positive, l'équation d'état indique que pour une phase d'expansion accélérée, la pression du fluide doit être négative.

Nous connaissons déjà une composante proposant une pression négative, la constante cosmologique, pour laquelle $w = -1$. Mais un Univers dominé par un tel fluide ne sortirait jamais de sa phase d'Inflation et ne pourrait pas évoluer vers des phases de domination par le rayonnement ou par la matière. Nous allons présenter une espèce qui répond à toutes ces caractéristiques et qui peut être à l'origine de cette période d'Inflation, un *champ scalaire*.

Le champ scalaire en cosmologie

La physique des particules nous apprend qu'un *champ scalaire* fournit naturellement des pressions négatives. Cependant, à ce jour, aucune particule scalaire (de spin zéro) n'a pu être observée. Néanmoins, ces champs scalaires prolifèrent au sein de nombreuses théories. Le champ scalaire responsable de l'Inflation, que nous allons présenter ici, est fréquemment appelé l'*inflaton*.

Pour point de départ, nous allons exprimer la densité et la pression d'un champ scalaire quasi-homogène $\phi(t) \approx \phi(x,t)$ (voir annexe A.1) :

$$\rho_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + (\nabla\phi)^2 + V(\phi) \tag{1.16}$$

$$P_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - (\nabla\phi)^2 - V(\phi) \tag{1.17}$$

où $V(\phi)$ désigne le potentiel associé au champ scalaire, que l'on pourra tirer de motivations physiques. Les différents modèles inflationnaires correspondent à différentes choix de ce potentiel. Les points désignent une dérivation par rapport au temps et ainsi $\frac{1}{2}\dot{\phi}^2$ est naturellement un terme cinétique. Les équations d'évolution de ce champ peuvent être écrites en substituant densité et pression par leur expression ci-dessus au sein des équations de Friedmann (1.5) et de continuité (1.9). Nous supposerons un Univers plat, car nous avons vu que la densité de courbure était faible, à cette époque (voir 1.3.1) :

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\left(\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + \frac{(\nabla\phi)^2}{2a^2} + V(\phi)\right) \tag{1.18}$$

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} - \frac{\nabla^2\phi}{a^2} = -\frac{dV(\phi)}{d\phi} \equiv -V'(\phi) \tag{1.19}$$

L'équation (1.19) est appelée *équation d'onde scalaire*. Notons que pendant l'Inflation le facteur d'échelle a devient très grand et le terme de gradient est souvent négligé, d'autant que ϕ désigne une fonction quasi-homogène.

La condition d'expansion accélérée (1.15) que nous avons énoncée, revient pour l'inflaton à satisfaire $\dot{\phi}^2 \lesssim V(\phi)$. En d'autres termes, il y a Inflation lorsque la partie potentielle du champ devient supérieure à sa partie cinétique.

L'approximation de *slow-roll*

L'approximation de *slow-roll* ("roulement lent") permet de répondre à la condition d'Inflation énoncée ci-dessus en négligeant les termes cinétiques par rapport aux termes potentiels. Ainsi, on négligera $\dot{\phi}^2$ dans l'équation de Friedmann (1.18) et $\ddot{\phi}$ dans l'équation (1.19). Le système d'équations d'évolution devient alors :

$$\begin{cases} H^2 \simeq \dfrac{8\pi G}{3} V(\phi) \\ \\ 3H\dot{\phi} + V'(\phi) \simeq 0 \end{cases} \tag{1.20}$$

où $\simeq$ indique une égalité tant que nous restons dans le régime du *slow-roll*. Pour que l'approximation soit valide, nous avons négligé un terme dans chaque équation d'évolution. Ceci revient à écrire des conditions sur deux paramètres, les *paramètres de slow-roll* $\epsilon(\phi)$ et $\eta(\phi)$, que nous définissons ainsi :

$$\begin{cases} \dfrac{1}{2}\dot{\phi}^2 \ll V(\phi) \\ \\ \ddot{\phi} \ll 3H\phi \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \epsilon(\phi) \equiv \dfrac{1}{16\pi G}\left(\dfrac{V'(\phi)}{V(\phi)}\right)^2 \ll 1 \\ \\ \eta(\phi) \equiv \dfrac{1}{8\pi G}\dfrac{V''(\phi)}{V(\phi)} \ll 1 \end{cases} \tag{1.21}$$

Les paramètres de *slow-roll* définissent la forme du potentiel de l'inflaton. $\epsilon(\phi)$ contraint sa pente, tandis que $\eta(\phi)$ contraint sa courbure. L'Inflation prend fin dès que l'un des deux paramètres devient de l'ordre de 1. On peut vérifier aisément que dans le régime de *slow-roll* l'Univers subit une expansion accélérée ($\ddot{a}(t) > 0$).

Génération des perturbations

L'Inflation fournit également les conditions initiales nécessaires à la formation des perturbations cosmologiques, scalaires, vectorielles et tensorielles. Par exemple, l'expansion accélérée de l'Univers va permettre aux fluctuations quantiques $\delta\phi$ du champ scalaire ϕ de devenir des perturbations de densité cosmologiques [Starobinsky 1982, Liddle & Lyth 2000], générant à leur tour les grandes structures que nous observons actuellement.

Sous l'approximation de *slow-roll* les fluctuations quantiques du champ scalaire mènent à des perturbations de densité distribuées de manière gaussienne, décrites par leur spectre de puissance $P_\phi^{\mathrm{scal}}(k)$ (voir annexe A.2) et qui s'écrit :

$$P_\phi^{\mathrm{scal}}(k) = \frac{1}{L^3}\left(\frac{H}{2\pi}\right)^2 \tag{1.22}$$

Cette expression est valable pour les perturbations dont l'échelle est plus grande que l'horizon ($k \ll aH$). Or, nous l'avons vu, à la fin de l'Inflation, la plupart des perturbations se trouvent hors de l'horizon. De fait, ce spectre sera celui qui décrit la distribution de matière présente dans l'Univers. Notons qu'il est invariant d'échelle (il ne dépend pas de k). Il en sera de même pour les fluctuations quantiques du vide, responsables de perturbations cosmologiques tensorielles qui s'expriment sous la forme d'un fond d'ondes gravitationnelles primordiales (voir annexe A.2).

Remarquons que définies ainsi par leurs spectres de puissance, ces fluctuations sont distribuées de manière gaussienne. Cependant, nous allons voir que même si cette condition est respectée pour les fluctuations quantiques, ce ne sera pas nécessairement le cas pour les perturbations cosmologiques qui en découlent.

Inflation et non-gaussianité des perturbations

Nous avons vu qu'au travers de fluctuations quantiques du champ scalaire, l'Inflation va générer des perturbations cosmologiques dont la distribution sera gaussienne. Cependant, des non-linéarités dans l'Inflation pourront produire des perturbations sensiblement non-gaussiennes, évoluant jusqu'au découplage entre rayonnement et matière et laissant leur empreinte dans le rayonnement de Fond Diffus Cosmologique, que nous pourrons observer (voir chapitre 2). Le traitement formel de ces non-linéarités est complexe et ne sera pas présenté ici. Nous pourrons le trouver par exemple dans [Komatsu 2001]. Nous essayerons cependant d'en présenter les idées de base de manière simple.

Les fluctuations quantiques du champ scalaire $\delta\phi$ évoluent en perturbations cosmologiques qui se traduisent, pour leur partie scalaire, en perturbations du potentiel gravitationnel Φ. Ces perturbations du potentiel gravitationnel laisseront leurs empreintes dans les anisotropies du Fond Diffus Cosmologique, aux échelles plus grande que l'horizon, comme nous le verrons en 2.4.2. La relation entre anisotropie sur le ciel ΔT et perturbation du potentiel gravitationnel Φ peut-être linéaire dans le cas de théories des perturbations linéaires, ou non-linéaires, comme dans le cas de la *théorie des perturbations cosmologiques en relativité générale* [Pyne & Carrol 1996]. Dans cette théorie, ce lien s'écrit au second ordre en Φ :

$$\Delta T \sim g_T \left(\Phi + f_\Phi \Phi^2\right) \tag{1.23}$$

où g_T est un facteur de couplage reliant Δ_T à Φ et $f_\Phi \sim \mathcal{O}(1)$ est le facteur d'ordre dominant au second ordre des perturbations. Nous pouvons voir que même dans le cas où les perturbations du potentiel gravitationnel sont distribuées de manière gaussienne, ΔT deviendra légèrement non-gaussien.

Nous pouvons ensuite relier le potentiel gravitationnel aux fluctuations quantiques de l'inflaton, ici encore au second ordre en $\delta\phi$:

$$\Phi \sim m_{\rm pl}^{-1} g_\Phi \left(\delta\phi + m_{\rm pl}^{-1} f_{\delta\phi}\delta\phi^2\right) \tag{1.24}$$

où $m_{\rm pl}^{-1} \equiv \sqrt{G/\hbar c}$ est l'inverse de la masse de Planck.

[Salopek & Bond 1990] ont montré qu'il s'agissait d'une solution non-linéaire pour les perturbations du potentiel gravitationnel aux échelles plus grandes que l'horizon. Pour des modèles de *slow roll*, les paramètres de couplage sont donnés par $g_\Phi \sim \mathcal{O}(10)$ et $f_{\delta\phi} \sim \mathcal{O}(10^{-1})$. L'équation (1.24) montre que même si les fluctuations quantiques du champ scalaire sont distribuées de manière gaussienne, ce ne sera pas nécessairement le cas des perturbations du potentiel gravitationnel.

En collectant les contributions (1.23) et (1.24), nous pouvons écrire :

$$\Delta T \sim g_T \left[\Phi_L + \left(f_\Phi + g_\Phi^{-1} f_{\delta\phi}\right)\Phi_L^2\right] \tag{1.25}$$

où $\Phi_L \equiv g_\Phi m_{\rm pl}^{-1}\delta\phi$. Il sera alors utile de définir un *facteur de couplage non-linéaire* $f_{\rm NL} \equiv f_\Phi + g_\Phi^{-1} f_{\delta\phi}$. En utilisant $f_{\rm NL}$ et l'équation (1.23) au premier ordre, $\Delta T(x) \sim g_T\Phi(x)$, nous pouvons alors réécrire l'équation (1.25) :

$$\Phi(x) = \Phi_{\rm L}(x) + f_{\rm NL}\left[\Phi^2(x) - \langle\Phi^2(x)\rangle\right] \tag{1.26}$$

où $\langle\ldots\rangle$ désigne la moyenne d'ensemble.

Ainsi, nous avons vu que les fluctuations quantiques du champ scalaire de l'Inflation, même si elles sont distribuées de manière gaussienne, vont pouvoir être responsables de perturbations cosmologiques dont la distribution dévie sensiblement de la gaussianité. L'ampleur de la déviation sera alors exprimée par l'amplitude du *facteur de couplage non-linéaire* $f_{\rm NL}$.

Ces perturbations cosmologiques laissent leur empreinte dans les anisotropies du rayonnement de Fond Diffus Cosmologique. Si elles sont distribuées de manière non-gaussienne, les anisotropies de ce rayonnement seront distribuées de manière non-gaussienne. La mesure de cette distribution constituera l'une des parties de cette thèse, présentée au chapitre 6.

1.3.3 Résolution des problèmes du Modèle "Standard" par l'Inflation

- ⋆ *problème de l'horizon* : Par construction, l'Inflation résout le problème de l'horizon. En effet, le rayon de Hubble évoluant moins vite que le facteur d'échelle, un espace en contact causal peut s'étendre de manière suffisante au cours de l'Inflation pour être plus grand que l'Univers observable aujourd'hui. Ainsi, l'*homogénéité du ciel* trouve une explication.
- ⋆ *problème de la platitude* : La relation $\Omega_0 - 1 \propto \dot{a}^{-2}$ est toujours vérifiée. Cependant, l'Inflation amène $\ddot{a} > 0$. $\dot{a}$ est donc une fonction croissante du temps. Ainsi, $\Omega_0 - 1$ va tendre vers 0. La platitude devient une *prédiction* de l'Inflation.
- ⋆ *problème de la formation des structures* : Nous avons vu en 1.3.2 que les fluctuations quantiques du champ scalaire présentes à la fin de l'Inflation évolueront en perturbations cosmologiques. Parmi elles, les perturbations scalaires sont sous la forme de sous- et de sur-densités qui par effondrement gravitationnel donneront naissance aux grandes structures que nous observons aujourd'hui.

1.4 Le modèle ΛCDM

Au cours de ces vingt dernières années, le Modèle "Standard" de la cosmologie a beaucoup évolué. Il est passé d'un modèle décrivant un mélange peu contraint de baryons et de matière noire, à un mélange relativement précis de baryons, de *matière noire froide* et d'*énergie noire*. En effet, un nombre croissant d'observations astrophysiques concordent vers un modèle unique, le modèle ΛCDM (pour Λ-*dominated Cold Dark Matter*).

Comme nous l'avons vu en 1.2.2, l'évolution de l'Univers à travers les équations de Friedmann sans dimension est régie par les *paramètres cosmologiques* décrivant son contenu et sa géométrie :

$$\Omega_0 = \overbrace{\overbrace{\Omega_b + \Omega_{\rm CDM}}^{\Omega_{\rm NR}} + \overbrace{\Omega_\gamma + \Omega_{\rm HDM}}^{\Omega_{\rm R}}}^{\Omega_m} + \Omega_\Lambda + \Omega_\kappa \tag{1.27}$$

où Ω_Λ décrit ici la densité d'un fluide de pression négative, l'*énergie noire* qui pourrait être une constante cosmologique ou encore une *quintessence* [Wetterich 1995, Peebles & Ratra 2003], Ω_κ décrit la densité de courbure et Ω_m la densité de matière. Ω_m peut être décomposée en une partie non-relativiste qui contient la densité de matière usuelle (baryonique), Ω_b et de *matière noire froide*, $\Omega_{\rm CDM}$ (CDM pour *Cold Dark Matter*) et une partie relativiste qui contient la densité de rayonnement, Ω_γ et de *matière noire chaude*, $\Omega_{\rm HDM}$ (HDM pour *Hot Dark Matter*).

Nous allons décrire les observations les plus récentes qui ont permis de donner les contraintes les plus précises à ce jour sur chacun de ces paramètres, menant de concert vers le *modèle de concordance* ou modèle ΛCDM.

1.4.1 Rayonnement, Ω_γ

Nous avons vu que la densité de rayonnement évolue en a^{-4}, tandis que celle de matière évolue en a^{-3}. De ce fait, de nos jours, la densité de rayonnement est négligeable ($\Omega_\gamma h^2 = 2.47 \cdot 10^{-5} \ll 1$ [Eidelman *et al.* 2004]).

1.4.2 Matière baryonique, Ω_b

Depuis les travaux de Gamow au cours des années 40, la théorie de la nucléosynthèse primordiale prédit correctement l'abondance des éléments légers dans l'Univers avec un rapport entre nombre de baryons et nombre de photons de l'ordre de $\eta_{b/\gamma} \sim 10^{-9}$. Cette valeur s'est affinée avec la mesure de l'abondance du Deutérium dans les nuages à haut redshift qui a donné $\eta_{b/\gamma} = (6 \pm 2) \cdot 10^{-10}$ [Kirkman *et al.* 2003]. Ceci correspond à une densité de baryons actuelle de $\Omega_b = 0.04 \pm 0.01$.

Conjointement et de manière indépendante cette valeur a reçu une confirmation puissante à la publication des premiers résultats de l'expérience satellite WMAP dédiée à la mesure du Fond Diffus Cosmologique, que nous présenterons en détail au chapitre 3.2. La mesure de l'amplitude des *pics acoustiques* (voir le chapitre 2) du spectre de puissance angulaire des anisotropies en température est prédit de manière précise par un rapport $\eta_{b/\gamma} = (6.1 \pm 0.2) \cdot 10^{-10}$ menant à une densité $\Omega_b = 0.0416 \pm 0.0001$ [Spergel *et al.* 2006]. Des valeurs encore plus précises seront obtenues avec le satellite PLANCK (voir le chapitre 3.3).

Il est particulièrement remarquable que la valeur d'Ω_b mesurée à partir du CMB à $z \sim 1000$ soit si proche de celle calculée à partir de la nucléosynthèse primordiale à $z \sim 10^9$.

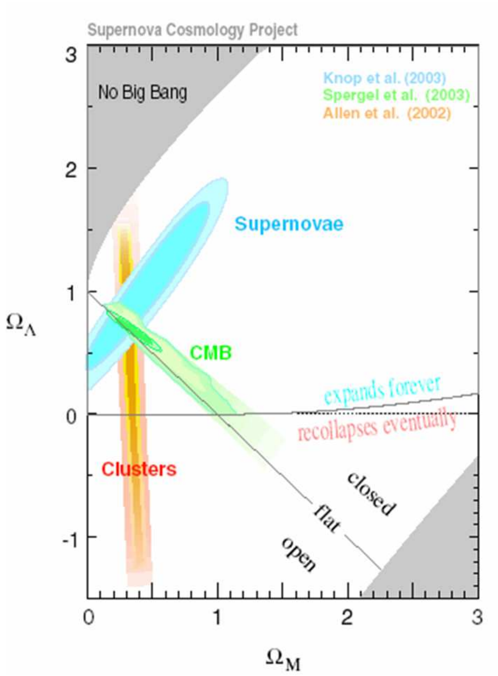

FIG. 1.3 – Contraintes apportées dans le plan $(\Omega_m, \Omega_\Lambda)$ par les expériences de type CMB, Supernovæ de type Ia, et les comptage d'amas de galaxies. Nous pouvons voir que ces trois types d'expérience indépendantes convergent vers un *modèle de concordance* avec $\Omega_m \sim 0.3$ et $\Omega_\Lambda \sim 0.7$.

1.4.3 Matière, Ω_m et matière non-baryonique, Ω_{HDM} et Ω_{CDM}

Depuis les travaux de Zwicky dans les années 30, la nature et la quantité de matière noire ont été des questions majeures de la cosmologie observationnelle.

La densité de matière noire non-baryonique est désormais bien contrainte. Elle se mesure de manière indirecte par la comparaison entre Ω_m et Ω_b. Plusieurs expériences indépendantes se sont attelées à cette mesure. Nous en citerons ici quelques-unes.

Le sondage 2dFGRS (*2-degree Field Galactic Redshift Survey*) a mesuré le redshift de plus de $2{\cdot}10^5$ objets astrophysiques, principalement des galaxies, pour obtenir une carte "en 3 dimensions" de la distribution de la matière. Un calcul précis du spectre de puissance de la matière a permis de donner une mesure de la densité totale de matière $\Omega_m = 0.257 \pm 0.022$ et $\Omega_b/\Omega_m = 0.185 \pm 0.046$ (68% de niveau de confiance, en supposant un spectre des perturbations initiales invariant d'échelle, $n_s = 1$, $h = 0.72$ et $\sum m_\nu \sim 0$) [Cole *et al.* 2005].

Le sondage SDSS (*Sloan Digital Sky Survey*) a mesuré le spectre de puissance en trois dimensions dans l'espace réel de $6{\cdot}10^5$ *galaxies rouges lumineuses*. Ceci a permis de contraindre $\Omega_m = 0.3 \pm 0.03$

et $\Omega_b/\Omega_m = 0.18 \pm 0.04$ (avec $H_0 = 70$ km·s^{-1}·Mpc^{-1} et $n_s = 1$) [Padmanabhan *et al.* 2006].

Les oscillations acoustiques des baryons (BAO) nous renseignent également sur Ω_m. Le spectre de puissance de la matière a été calculé à partir d'environ 50000 galaxies du SDSS ayant $0.16 < z < 0.47$. Un pic caractéristique de l'empreinte des oscillations acoustiques de l'époque du découplage sur l'effondrement de la matière à bas redshift a été détecté permettant de donner une valeur $\Omega_m = 0.273 \pm 0.025$ [Eisenstein *et al.* 2005].

Enfin, l'expérience WMAP, à partir de la mesure du spectre de puissance angulaire des anisotropies en température du CMB, a également fixé des contraintes sur ces paramètres. Conjointement avec les contraintes données par les expériences ci-dessus, l'équipe de WMAP donne $\Omega_m = 0.268 \pm 0.018$ [Spergel *et al.* 2006]. En comparant à la valeur de Ω_b, cela mène à une densité de matière noire (*Dark Matter*) :

$$0.215 < \Omega_{\mathrm{DM}} < 0.231 \tag{1.28}$$

La question de la nature de la matière noire non-baryonique reste cependant en suspens. La matière noire peut être de deux types : *chaude* (HDM), c'est à dire ultra-relativiste au moment de son découplage (neutrinos,...) ou *froide* (CDM) (particule SUSY la plus légère, ...), c'est à dire non-relativiste. Les deux types de matière noire entraînent des scénarii différents pour la formation des structures. La matière noire *chaude* est responsable d'un mécanisme *top-down* où les grandes structures se forment en premier pour ensuite se fragmenter en structures plus petites tandis que la matière noire *froide* est responsable d'un mécanisme *bottom-up* dans lequel les petites structures se forment les premières puis par effondrement gravitationnel engendrent les plus grandes. À ce jour, toutes les observations favorisent le mécanisme *bottom-up* et donc la matière noire *froide* de sorte que $\Omega_{\mathrm{DM}} \simeq \Omega_{\mathrm{CDM}}$. Cependant, aucun candidat à cette matière noire *froide* non-baryonique n'a à ce jour été détecté.

1.4.4 Énergie noire, Ω_Λ

L'énergie noire, qui domine actuellement la composition de l'Univers, est la cause de l'accélération de l'expansion que nous observons actuellement. Cette découverte est la plus surprenante des dix dernières années en cosmologie. Ce fait a essentiellement été mis en évidence par l'observation de *chandelles standard*, permettant de retracer l'histoire de l'expansion récente. Pour cela, les expérience *Supernova Cosmology Project* [Perlmutter *et al.* 1999] et *High-z project* [Riess *et al.* 1998] ont déterminé le diagramme de Hubble à grand redshift pour des Supernovæ de type Ia, supposées chandelles standard, et ont mis en évidence pour la première fois l'existence d'énergie noire. En effet, le flux de photons mesuré s'est avéré plus faible qu'attendu, indiquant une expansion passée plus lente que pressentie, ce qui implique une accélération de l'expansion. Ce sondage des Supernovæ a depuis continué avec les *Supernova Legacy Survey* (SNLS) et les résultats sont venus confirmer les premières observations [Astier *et al.* 2006].

D'autres expériences de cosmologie ont depuis pu contraindre cette forme d'énergie. Récemment, l'équipe de l'expérience WMAP en combinant les contraintes données par le spectre de puissance angulaire des anisotropies du CMB aux autres expériences de cosmologie, a pu contraindre la densité d'énergie noire $\Omega_\Lambda = 0.732 \pm 0.018$, ainsi que son équation d'état $w_\Lambda = 0.967^{+0.073}_{-0.072}$ [Spergel *et al.* 2006], donnant une énergie noire compatible avec une constante cosmologique.

1.4.5 Modèle de concordance

Toutes les observations que nous avons présentées, bien qu'indépendantes, convergent de manière cohérente vers un seul modèle d'Univers, au travers des contraintes précises qu'elles apportent sur les paramètres cosmologiques. C'est ce que l'on appelle le *modèle de concordance* (voir la figure 1.3).

Le modèle cosmologique le plus proche de cette concordance est le modèle ΛCDM, qui décrit un Univers actuellement en expansion accélérée sous la domination de l'*énergie noire* et où la matière est dominée par la *matière noire froide*. Il s'agit d'un modèle cosmologique incluant le Modèle "Standard" du Big Bang chaud auquel on a ajouté une phase d'Inflation permettant notamment d'expliquer la platitude observée de nos jours ou encore la formation des structures. À ce jour, aucune des observations faites ne va à l'encontre de ce modèle.

Ce sera à ce modèle que nous nous référerons quand nous parlerons de Cosmologie Standard.

Chapitre 2

Le Fond Diffus Cosmologique

Nous avons vu au cours du chapitre 1, que l'Univers dans le modèle du *Big-Bang* chaud a subi plusieurs transitions, menant parfois au découplage d'un type de particule. Parmi ces découplages, l'un d'eux est d'une importance fondamentale pour la cosmologie observationnelle, le découplage des photons.

Ce sera Alpher et Herman qui, en 1948, publieront les premiers l'idée que les photons provenant de ce découplage baignent l'Univers actuel dans un bain d'une température d'environ 5 K [Alpher & Herman 1948]. Cependant, à l'époque, la communauté pensait que la détection d'un signal aussi peu énergétique serait impossible. Néanmoins, deux ingénieurs en télécommunications, Penzias et Wilson, en 1965, découvrirent par hasard un excès de bruit dans les mesures de leur antenne, homogène et isotrope, dont ils évaluèrent la température à 3.5 K [Penzias & Wilson 1965]. Ce fut la première mesure du *Fond Diffus Cosmologique* ou CMB (*Cosmic Microwave Backround*), encore appelé rayonnement fossile de l'Univers ou rayonnement à 3 K.

Ce rayonnement est une mine d'or pour la cosmologie observationnelle, car nous verrons qu'il porte en lui des informations de premier ordre sur l'Univers primordial. Le CMB constitue la thématique centrale de cette thèse. Nous allons présenter au cours de ce chapitre la physique qui le caractérise ainsi que les formalismes développés pour en faire son étude.

2.1 Le découplage des photons

Avant le découplage, la température de l'Univers était suffisamment élevée pour que électrons et protons ne se combinent pas en Hydrogène et en éléments légers. De ce fait l'Univers est totalement ionisé. Les photons diffusent sur les électrons du plasma par diffusion Compton. On dit que l'Univers est *opaque* aux photons. Nous considérerons que photons, électrons et protons sont à l'équilibre thermique au sein de ce plasma primordial. Cet équilibre thermique d'ionisation est donné par l'équation de Saha, reliant température T et la fraction d'ionisation x_e [Peebles 1993]. Avec l'expansion, l'équilibre va se briser lorsque l'Univers a atteint une température de $\sim$3000 K (0.3 eV) ce qui va permettre aux électrons de se lier aux noyaux pour former les premiers atomes d'Hydrogène neutre. C'est ce que l'on appelle la *recombinaison*. De ce fait, le taux d'interaction des photons avec les électrons libres du plasma va diminuer et leur libre parcours moyen va augmenter jusqu'à atteindre la taille de l'Univers. C'est le *découplage des photons* et la formation du CMB.

Nous observons aujourd'hui ces photons tels qu'ils sont après une dernière diffusion Thomson, c'est pourquoi nous nous référerons au moment du découplage en tant que *surface de dernière diffusion*. Le mot de surface fait référence à l'Univers au moment du découplage, projeté sur la sphère céleste. Cette surface possède néanmoins une épaisseur, correspondant au fait que le découplage ne fut pas instantané.

Les photons du CMB se sont propagés jusqu'à nous en suivant des géodésiques et n'ont subi qu'une perte d'énergie liée à la dilution de leur longueur d'onde avec l'expansion de l'Univers, les faisant passer d'une température $T_{\rm dec} \sim 3000$ à une température $T_0 = 2.725K \pm 0.001$ [Fixsen & Mather 2002].

Les photons du CMB sont les plus anciens que nous puissions observer. Ils ont été émis a un redshift $z_{\rm dec} \sim 1089 \pm 1$ [Bennett *et al.* 2003b], bien plus loin que les objets astrophysiques les plus lointains que nous pouvons voir dans le ciel ($z \sim 10$). C'est pour cela que le CMB sera un outil unique pour explorer les propriétés de l'Univers primordial.

2.2 Le corps noir cosmologique

Photons, électrons et protons ayant été à l'équilibre thermodynamique, le spectre de photons du CMB est un spectre de corps noir, dont l'intensité s'écrit en fonction de la fréquence ν et de la température T par une loi de Planck :

$$I(\nu, T) = \frac{1}{c^2} \frac{4\pi\hbar\nu^3}{e^{\frac{2\pi\hbar\nu}{k_B T}} - 1} \equiv B_\nu(T) \tag{2.1}$$

Afin de confirmer cette prédiction, la NASA a envoyé un instrument à bord du satellite COBE, l'instrument FIRAS (*Far Infrared Absolute Spectrophotometer*) qui a mesuré la puissance rayonnée par le CMB à différentes fréquences. Un spectre de corps noir à la température de $T_0 = 2.725 \pm 0.001$ K [Fixsen & Mather 2002] a été observé (voir figure 2.1). Cette mesure constitue la mesure de corps noir la plus précise jamais réalisée.

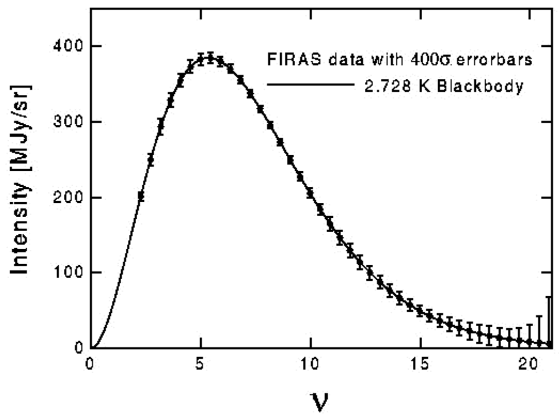

FIG. 2.1 – Spectre en fréquence de la puissance rayonnée par le CMB. Le modèle de corps noir est représenté en ligne pleine. Notons que les barres d'erreur ont été multiplié par 400 pour être visibles.

2.3 Formalisme d'étude des anisotropies du CMB

L'observation du CMB, dès ses débuts, a montré que ce rayonnement était d'une très grande homogénéité et d'une très grande isotropie. En effet, 25 années ont passé entre la découverte du CMB par Penzias et Wilson et la première mesure des anisotropies primordiales par le satellite COBE en 1992 [Smoot *et al.* 1992]. Ces anisotropies, cinq ordres de grandeurs plus faibles que la température moyenne, sont les empreintes des anisotropies du fluide primordial au niveau de la surface de dernière diffusion. De plus, le rayonnement du CMB est un rayonnement polarisé. L'anisotropie de la polarisation des photons porte également en elle des informations sur la physique de l'Univers primordial.

Nous allons introduire le formalisme nécessaire à l'étude des anisotropies du CMB, en température ainsi qu'en polarisation. Ces anisotropies résultent de processus physiques stochastiques dont seules les propriétés statistiques sont prévisibles. Ainsi, un formalisme efficace pour l'étude des anisotropies du CMB sera un formalisme statistique. Pour cela nous allons construire des quantités contenant l'ensemble de l'information statistique dans le cas de variables gaussiennes, les *spectres de puissance angulaire*. Pour les calculer, il faudra projeter les anisotropies du ciel dans l'espace des harmoniques sphériques. L'extraction de l'information cosmologique contenue dans le CMB passera donc par l'étude de ses anisotropies.

2.3.1 Statistique des anisotropies en température

À partir des mesures de la température du CMB, réalisées dans l'espace réel, nous allons construire une carte du ciel des anisotropies, c'est à dire des écarts à la température moyenne T_0 en fonction de la direction d'observation $\mathbf{n}$. Nous allons projeter les anisotropies de cette carte $\Delta T(\mathbf{n})/T_0$ dans *l'espace des harmoniques sphériques* décrit par les fonctions $Y_{\ell m}(\mathbf{n})$.

$$\frac{\Delta T(\mathbf{n})}{T_0} = \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} a_{\ell m}^T Y_{\ell m}(\mathbf{n}) \equiv \sum_{\ell,m} a_{\ell m}^T Y_{\ell m}(\mathbf{n}) \tag{2.2}$$

où les $a_{\ell m}^T$ sont les *coefficients* de la décomposition en harmoniques sphériques, qui peuvent s'écrire par orthonormalité des fonctions $Y_{\ell m}(\mathbf{n})$:

$$a_{\ell m}^T = \int \frac{\Delta T(\mathbf{n})}{T_0} Y_{\ell m}^{\star}(\mathbf{n}) d\mathbf{n} \tag{2.3}$$

Ce sera à partir de ces coefficients, gaussiens dans le cas d'anisotropies distribuées de manière gaussienne, que nous construirons ultérieurement les spectres de puissance angulaire.

2.3.2 Anisotropies en polarisation

Formalisme de Stokes

Dans le cas le plus général, quand une onde électromagnétique est polarisée, elle possède une polarisation elliptique. Dans ce cas, le champ électrique associé décrit une ellipse dans le plan d'onde. Le but du formalisme de Stokes va être de définir une telle ellipse à partir de 4 paramètres, les *paramètres de Stokes*. Pour une onde monochromatique (ω = cte) se propageant le long d'un axe z, le champ électrique évoluera au cours du temps de la manière suivante :

$$\begin{aligned} E_x(t) &= A_x(t)\cos(\omega t) \\ E_y(t) &= A_y(t)\cos(\omega t + \phi) \end{aligned} \tag{2.4}$$

où les paramètres $A_x(t)$ et $A_y(t)$ sont les amplitudes selon les directions x et y et ϕ représente la phase. Les 4 paramètres de Stokes sont définis à partir de ce champ électrique :

$$\begin{aligned} I &\equiv \langle A_x^2 \rangle + \langle A_y^2 \rangle \\ Q &\equiv \langle A_x^2 \rangle - \langle A_y^2 \rangle \\ U &\equiv \langle 2A_xA_y\cos(\phi) \rangle \\ V &\equiv \langle 2A_xA_y\sin(\phi) \rangle \end{aligned} \tag{2.5}$$

où I décrit l'intensité de la radiation, Q et U la polarisation linéaire et V la polarisation circulaire. Si une onde n'est pas polarisée, elle est définie par $Q = U = V = 0$. Nous verrons que les processus physiques responsables de la polarisation du CMB ne peuvent pas générer de polarisation V. Pour cette raison, nous considérerons le CMB comme un rayonnement *polarisé linéairement*.

Le degré de polarisation Π et l'angle de polarisation γ, dont nous nous servirons à plusieurs reprises dans ce document, seront alors définis par[1] :

$$\Pi \equiv \frac{\sqrt{Q^2+U^2}}{I}, \qquad \gamma \equiv \frac{1}{2}\arctan\left(-\frac{U}{Q}\right) \tag{2.6}$$

[1] L'angle de polarisation γ est défini selon la convention HEALPix [Górski *et al.* 1999] dont nous nous servirons au cours de nos travaux.

Il est très important de noter que Q et U sont des paramètres qui dépendent du référentiel choisi pour leur observation. De ce fait, nous allons définir l'*algèbre des paramètres de Stokes*. Afin de définir cette algèbre nous supposerons la transformation des paramètres Q et U lors d'une rotation du plan xOy d'un angle ψ. Les nouvelles valeurs des paramètres seront :

$$\begin{aligned} Q' &= Q\cos(2\psi) + U\sin(2\psi) \\ U' &= -Q\sin(2\psi) + U\cos(2\psi) \end{aligned} \tag{2.7}$$

La quantité (Q, U) se comporte alors comme un spinneur de spin 2, c'est-à-dire que lors d'une rotation d'un angle ψ, il faudra appliquer une rotation d'un angle 2ψ au doublet. Ainsi, il faudra toujours prendre soin de définir le repère choisi pour la qualification des paramètres de Stokes relatifs à la polarisation linéaire.

Décompositions en harmoniques sphériques

À l'instar de ce que nous avons fait pour la température, nous allons effectuer la décomposition en harmoniques sphériques de Q et U sur le ciel. Pour ce faire, on définira deux quantités E et B qui possèdent l'avantage d'être indépendantes du repère choisi, à partir de Q et U [Zaldarriaga 1998]. E sera une quantité scalaire, tandis que B sera une quantité pseudo-scalaire. La quantité que nous décomposerons en harmoniques sphériques sera le doublet formé par Q et U. Ceci fera appel aux *harmoniques sphériques spinnées* d'ordre 2 [Newmann & Penrose 1966] :

$$(Q \pm iU)(\mathbf{n}) = \sum_{\ell,m} a_{\pm 2\ell m} \cdot_{\pm 2} Y_{\ell m}(\mathbf{n}) \tag{2.8}$$

Les coefficients relatifs aux quantités E et B seront alors définies par :

$$\begin{aligned} a^E_{\ell m} &\equiv -\frac{a_{2\ell m} + a_{-2\ell m}}{2} \\ a^E_{\ell m} &\equiv i\frac{a_{2\ell m} - a_{-2\ell m}}{2} \end{aligned} \tag{2.9}$$

À partir de cette définition, nous pouvons construire les quantités E et B de la manière suivante :

$$\begin{aligned} E(\mathbf{n}) &\equiv \sum_{\ell,m} a^E_{\ell m} Y_{\ell m} \\ B(\mathbf{n}) &\equiv \sum_{\ell,m} a^B_{\ell m} Y_{\ell m} \end{aligned} \tag{2.10}$$

2.3.3 Spectres de puissance angulaire

Nous avons vu que pour étudier les anisotropies du CMB, en température et en polarisation, nous pourrons nous servir des trois variables T, E et B, indépendantes du repère choisi pour l'observation. Pour chacune de ces variables, nous avons défini les coefficients de décomposition en harmonique sphériques, $a^X_{\ell m}$, $X \in \{T, E, B\}$. À partir de ces coefficients, nous allons définir le *spectre de puissance angulaire*, C_ℓ ($\ell \in \{0, +\infty\}$), pour les variables X et X' ($\{X, X'\} \in \{T, E, B\}$) :

$$C_\ell^{XX'} = \langle a^X_{\ell m} \cdot a^{X'\star}_{\ell m} \rangle \tag{2.11}$$

Les trois variables T, E et B vont nous permettre de construire six de ces spectres de puissance angulaire. Trois d'entre eux sont des *auto-corrélations*, C_ℓ^{TT}, C_ℓ^{EE} et C_ℓ^{BB} et trois sont des *corrélations croisées*, C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB}. La variable ℓ sera appelée *multipôle* et sera dimensionnellement homogène à l'inverse d'une échelle angulaire, de sorte que les bas multipôles correspondront aux grandes échelles et inversement.

2.3.4 Statistique des C_ℓ

La plupart des modèles inflationnaires prédisent des anisotropies de la température du CMB distribuées de manière gaussienne sur le ciel. De plus, les mesures les plus récentes, celles du satellite WMAP (expérience que nous présenterons en section 3.2) sont compatibles avec une distribution gaussienne des anisotropies en température [Komatsu *et al.* 2003]. Rappelons qu'il existe cependant des mécanismes responsables d'anistropies dont la distribution s'écarte sensiblement de la gaussianité (voir 1.3.2). Nous présenterons au chapitre 6 une étude de cette distribution à partir de la mesure des anisotropies du CMB.

Dans le cas d'anisotropies distribuées de manière gaussienne, la distribution des coefficients $a_{\ell m}$ sera également gaussienne, par construction. Les coefficients $a_{\ell m}$ auront comme variance les spectres de puissance angulaire correspondant aux auto-corrélations et ces derniers contiendront l'ensemble des informations sur les anisotropies. Ceci s'écrit :

$$\begin{aligned} \langle a^X_{\ell m} \rangle &= 0 \\ \langle a^X_{\ell m} a^{X'\star}_{\ell' m'} \rangle &= C^{XX'}_\ell \delta_{\ell\ell'} \delta_{mm'} \end{aligned} \tag{2.12}$$

Étant donné que nous n'avons qu'un seul univers à mesurer et par conséquent un seul jeu d'$a_{\ell m}$ à notre disposition, il faudra construire des estimateurs pour les spectres de puissance angulaire, à partir des seuls $2\ell+1$ modes m indépendants disponibles pour chaque ℓ :

$$\tilde{C}^{XX'}_\ell = \frac{1}{2\ell+1} \sum_{m=-\ell}^{\ell} a^X_{\ell m} a^{X'\star}_{\ell m}, \qquad \{X, X'\} \in \{T, E, B\} \tag{2.13}$$

Cet estimateur, dans le cas d'expériences destinées à la mesure du CMB est biaisé par des effets instrumentaux. Nous présenterons ces effets en 3.4 et nous proposerons deux méthodes que nous avons contribué à développer aux chapitres 7 et 10.

2.3.5 Variance cosmique et variance d'échantillonnage

En supposant que les coefficients $a^X_{\ell m}$ sont issus d'une distribution gaussienne, qu'ils sont de moyenne nulle et de variance C_ℓ, on peut montrer que chaque coefficient a $2\ell+1$ degrés de liberté, correspondant aux valeurs de m possibles. Les spectres de puissance angulaire possèderont donc une distribution de χ^2 à $2\ell+1$ degrés de liberté. L'estimation des C_ℓ est donc entachée d'une erreur inversement proportionnelle à $\sqrt{2\ell+1}$, inhérente au fait que nous n'ayons accès qu'à une seule réalisation d'univers. C'est ce que l'on appelle la *variance cosmique* ($C_{\rm var}$ pour *cosmic variance*. Elle s'écrit :

$$C_{\rm var}(C^{XX'}_\ell) = \sqrt{\frac{2}{2\ell+1}} \cdot C^{XX'}_\ell \tag{2.14}$$

Ceci traduit le fait qu'aux bas multipôles, aux grandes échelles angulaires, on ne dispose pas d'assez d'informations pour pouvoir estimer de manière précise la valeur du spectre à partir d'un seul univers.

De plus, la mesure des anisotropies du CMB n'est pas réalisée sur tout le ciel. En effet, même si dans le cas de l'observation par un satellite la couverture du ciel est complète, le plan galactique, très fortement contaminé par l'émission de la Galaxie est *masqué* (au moins 15% du ciel). Ainsi, pour chaque multipôle, le nombre de degrés de liberté et l'erreur associée augmentent de façon inversement proportionnelle à la fraction du ciel observée, $f_{\rm sky}$. La variance qui en résulte sera plus grande que la variance cosmique. C'est la *variance d'échantillonage* ($S_{\rm var}$ pour *sample variance*) :

$$S_{\rm var}(C^{XX'}_\ell) = \sqrt{\frac{2}{f_{\rm sky} \cdot (2\ell+1)}} \cdot C^{XX'}_\ell \tag{2.15}$$

2.4 La physique des anisotropies du CMB

Nous avons vu que le CMB est un rayonnement homogène et isotrope en première approximation. Néanmoins, il comporte des anisotropies, en température et en polarisation. Ces anisotropies ont été générées soit au niveau de la surface de dernière diffusion, soit lors du parcours des photons jusqu'à nous. Elles sont dues à un certain nombre de processus physiques que nous allons passer en revue.

2.4.1 Le dipôle

Tout d'abord, notons que la première des anisotropies que nous rencontrons en observant le CMB n'est pas primordiale. Elle est due au mouvement relatif du système solaire par rapport au CMB. En effet, selon la direction dans laquelle nous observons le CMB, les photons ne seront pas vus avec la même énergie, par effet Doppler. Cette anisotropie, de l'ordre du millième de Kelvin n'est donc pas intrinsèque au CMB et il conviendra de la soustraire. Le satellite WMAP a mesuré que le dipôle était dans la direction $(l, b) = (264.26° \pm 0.33°, 48.22° \pm 0.13°)$ en coordonnées galactiques avec une amplitude $A_d = 3.353 \pm 0.024$ mK [Bennett *et al.* 2003b]. Ainsi, l'anisotropie en température due au dipôle mesurée dans une direction faisant un angle φ avec celle du dipôle sera :

$$\left.\frac{\Delta T(\varphi)}{T_0}\right|_{\text{dipôle}} = \frac{A_d}{T_0}\cos\varphi \tag{2.16}$$

2.4.2 Les anisotropies primaires

Le terme "anisotropies primaires" se réfère aux anisotropies générées au niveau de la surface de dernière diffusion. Les mécanismes physiques de création de ces anisotropies diffèrent sensiblement entre température et polarisation. Nous allons présenter ici ces mécanismes et leur phénoménologie de manière qualitative. Nous présenterons au chapitre 4 ces mécanismes de génération des anisotropies de manière plus formelle et nous essayerons d'en tirer des conclusions de manière analytique.

Anisotropies en température

Au sein du fluide primordial, avant le découplage, photons, électrons et baryons étaient très fortement couplés par interaction électromagnétique. Les sur-densités de baryons du fluide créent des puits de potentiel dans lesquels tombent les photons, couplés aux électrons par diffusion Compton. La densité de photons au sein de la sur-densité croît et la pression de radiation devient suffisante pour s'opposer au processus. Il en résulte des *oscillations acoustiques* de densité (dont la description analytique est donnée en équation (4.23) au chapitre 4). Comme les photons diffusent une dernière fois au moment du découplage, ils gardent en eux l'empreinte des fluctuations de la matière. Ceci ce fait selon trois processus :

⋆ *perturbations gravitationnelles* : Selon qu'un photon entre ou sorte d'un puits de potentiel gravitationnel, il gagne ou perd de l'énergie et sa longueur d'onde est décalée vers le bleu dans le premier cas et vers le rouge dans le second. Ainsi, un point plus froid que la moyenne dans la température du CMB correspondra à une sur-densité, et inversement. C'est ce que l'on appelle l'*effet Sachs-Wolfe* (SW) [Sachs & Wolfe 1967]. Pour une variation de potentiel gravitationnel $\delta\Phi$, l'anisotropie en température du CMB correspondante sera régie par :

$$\left.\frac{\Delta T}{T_0}\right|_{SW} \simeq \frac{\delta\Phi}{3} \tag{2.17}$$

⋆ *perturbations intrinsèques (adiabatiques)* : Le couplage entre matière et rayonnement augmente l'intensité du flux lumineux reçu par un observateur, au niveau des zones les plus denses attirant plus de photons. L'Inflation prédit l'existence de ces sur- et sous-densités dans la distribution de matière que l'on appelle perturbations *adiabatiques* (voir 1.3.2), dont la statistique est gaussienne dans la plupart des scénarii. Ainsi nous pourrons associer à chaque fluctuation de densité du fluide primordial $\delta\rho$ une fluctuation de température du CMB ΔT :

$$\left.\frac{\Delta T}{T_0}\right|_\rho = \frac{\delta\rho}{3\rho} \tag{2.18}$$

⋆ *perturbations de vitesse (Doppler)* : Au sein du plasma primordial, les fluctuations de densité se déplacent, entraînant un décalage Doppler sur les photons du CMB. Cet effet est proportionnel à la vitesse de déplacement du fluide, V :

$$\left.\frac{\Delta T}{T_0}\right|_V \propto V \tag{2.19}$$

Anisotropies en polarisation

Tout au cours de ce document, nous supposerons que *les photons ne possédaient pas de polarisation* avant le découplage.

La polarisation du CMB résulte de l'interaction des photons avec les électrons par diffusion Thomson au niveau de la surface de dernière diffusion. Par symétrie, nous allons montrer que seules les *anisotropies quadrupolaires* de l'intensité incidente peuvent produire de la polarisation. Ce résultat peut se retrouver de manière analytique en considérant les processus quantiques de la diffusion des photons sur les électrons au niveau de la surface de dernière diffusion dans le formalisme de la QED, ce que nous ferons au chapitre 4. Il se retrouve également par la décomposition en harmoniques sphériques de l'expression de la diffusion de Thomson classique que nous allons présenter [Kosowsky 1996].

La section efficace de l'interaction Thomson s'écrit :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{3\sigma_T}{8\pi}|\epsilon \cdot \epsilon'|^2 \tag{2.20}$$

où ϵ et ϵ' sont les vecteurs de polarisation du flux incident et du flux diffusé, respectivement, σ_T est la section efficace totale de Thomson[2] et $d\Omega$ est l'élément d'angle solide.

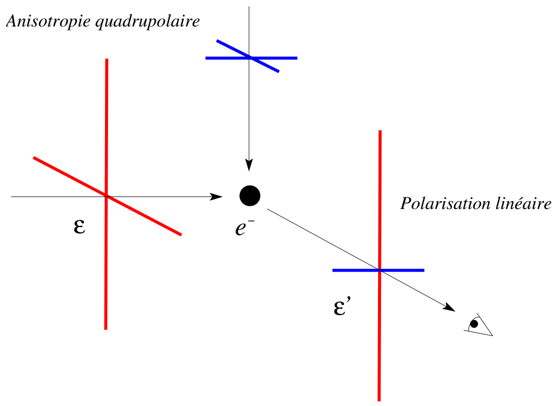

FIG. 2.2 – Génération de la polarisation du CMB par diffusion Thomson. Lors de la diffusion d'un flux de photons comportant une anisotropie quadrupolaire, de la polarisation linéaire est générée.

Le produit scalaire $|\epsilon \cdot \epsilon'|$ va favoriser l'absorption des composantes parallèles à la direction de diffusion de la polarisation du flux incident. Ceci est représenté sur la figure 2.2. Nous y voyons que les composantes parallèles à la direction de diffusion étant absorbées, seules la composante verticale du flux de gauche et la composante horizontale du flux du haut sont transmises. L'une étant moins intense que l'autre, en raison du fait qu'il y a anisotropie quadrupolaire de l'intensité, l'onde transmise sera polarisée linéairement.

[2] $\sigma_T = \frac{8\pi}{3}r_e^2 = \frac{e^4}{6\pi\varepsilon_0^2 m_e^2 c^4}$ où m_e et r_e sont la masse et le rayon de l'électron et ε_0 la perméabilité du vide.

Quelles sont les sources de ces anisotropies quadrupolaires d'intensité ? Intuitivement, nous pouvons penser que les mécanismes générant ces anisotropies quadrupolaires sont liés à ceux générant les anisotropies en température de manière générale. Ceci entraînera par ailleurs des corrélations entre anisotropies en température et polarisation. Les perturbations du fluide primordial qui seront responsables des anisotropies d'intensité, notamment sous forme quadrupolaire sont de trois types : *scalaires* sous la forme de sous- et de sur-densités, *vectorielles* sous la forme de mouvements du vortex et *tensorielles* sous la forme d'ondes gravitationnelles :

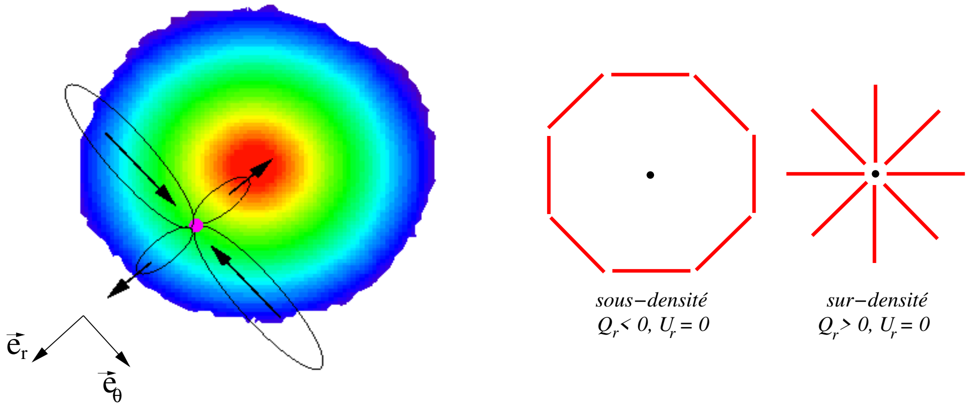

FIG. 2.3 – *Gauche* : Formation d'une anisotropie quadrupolaire d'intensité autour d'une sur-densité. Nous y définissons le repère radial $(\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta)$ à la perturbation de symétrie sphérique, qui nous servira à caractériser les paramètres de Stokes Q_r et U_r. *Droite* : Figures de polarisation engendrées par des sous- et des sur-densités. On peut voir que dans le premier cas la polarisation générée donne $Q_r < 0$ et $U_r = 0$, et dans le second $Q_r > 0$ et $U_r = 0$

- ⋆ *perturbations de type scalaire* : Au voisinage d'une sur-densité, à symétrie sphérique, les électrons du plasma vont tomber dans les puits de potentiel gravitationnel. Ceci ce fera d'autant plus rapidement qu'ils se trouvent proches du centre. De ce fait, dans le référentiel propre de l'électron (voir figure 2.3), le long du rayon de la sur-densité (le long de $\mathbf{e}_r$), l'électron va voir les autres électrons de son voisinage s'éloigner de lui. À l'inverse, les isocontours de densité étant concentriques, les électrons appartenant à un même isocontour se rapprochent. Une anisotropie quadrupolaire est formée. Un raisonnement similaire peut être fait concernant les sous-densités, la figure de polarisation résultante étant tournée de 90°. Comme nous pouvons le voir, sur la figure 2.3, dans le repère radial à la perturbation de symétrie sphérique $(\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta)$, **l'anisotropie quadrupolaire d'intensité générée par une sous- ou une sur-densité va produire une figure de polarisation linéaire avec $Q_r \neq 0$ et $U_r = 0$.** Nous présenterons également ce résultat au chapitre 4 où nous dériverons les équations d'évolution des paramètres de Stokes dans le cas de photons diffusant sur les électrons libres au niveau de la surface de dernière diffusion en présence de perturbations de type scalaire.
- ⋆ *perturbations de type vectoriel* : Les mouvements de vortex dans le fluide primordial peuvent être responsables de la génération d'anisotropies quadrupolaires d'intensité. Cependant, dans la plupart des scénarii inflationnaires les **perturbations vectorielles sont négligeables**. De ce fait, nous les ignorerons par la suite.
- ⋆ *perturbations de type tensoriel* : Ces perturbations se manifestent dans le fluide primordial lors du passage d'une onde gravitationnelle, à l'instar de celles produites pendant l'Inflation. L'onde va déformer l'espace-temps pendant son passage le long d'une direction z en comprimant la direction x puis la direction y (voir figure 2.4). Il en résulte que les perturbations scalaires perdront leur symétrie sphérique et que la figure de polarisation résultante ne sera plus invariante par parité. De ce fait, **de la polarisation Q_r et U_r seront générées**.

Nous avons, au cours de la section précédente, défini les variables E et B, à partir desquelles nous étudierons la polarisation du CMB. Il est possible d'exprimer E et B, dans l'espace réel, à partir des paramètres de Stokes Q_r et U_r définis dans le repère radial des perturbations de densité [Zaldarriaga 2001] :

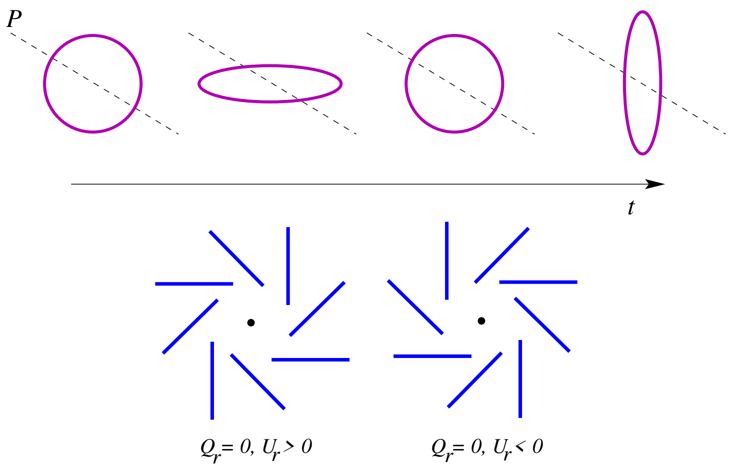

FIG. 2.4 – *Haut* : Déformation d'une perturbation scalaire de type sous- ou sur-densité par le passage d'une onde gravitationnelle. Un plan P, quelconque, passant par le centre de la perturbation sphérique n'est plus un plan de symétrie de la perturbation sous le passage de l'onde. La perturbation n'est plus invariante par parité et peut donc générer Q_r et U_r. *Bas* : Figure de polarisation résultante où nous avons volontairement négligé Q_r. Nous pouvons voir que pour les perturbations tensorielles de la polarisation U_r sera également générée.

$$\begin{aligned} E(\mathbf{n}) &= \int w(\mathbf{n}-\mathbf{n}')Q_r(\mathbf{n}')d\mathbf{n}' \\ B(\mathbf{n}) &= \int w(\mathbf{n}-\mathbf{n}')U_r(\mathbf{n}')d\mathbf{n}' \end{aligned} \tag{2.21}$$

où la fonction $w(\mathbf{n}-\mathbf{n}')$ est une fonction de pondération. Nous voyons ainsi qu'il est possible de montrer que pour des raisons de symétries, E ne dépend que de la polarisation Q_r et B que de la polarisation U_r.

Ainsi, les **perturbations scalaires** qui génèrent uniquement de la polarisation Q_r, **produiront uniquement de la polarisation** E. Les **perturbations tensorielles** qui génèrent de la polarisation Q_r et U_r, **produiront de la polarisation** E **et** B. Ce résultat est particulièrement intéressant, d'autant que les variables E et B ne dépendent pas du référentiel choisi pour l'observation. Ainsi, l'observation de modes B primaires non-nuls sera la signature de la présence au niveau de la surface de dernière diffusion d'un fond d'ondes gravitationnelles primordiales résultant des perturbations tensorielles issues de la phase d'Inflation.

2.4.3 Les anisotropies secondaires

Au découplage, les photons du CMB ont acquis un libre parcours moyen de l'ordre de la taille de l'Univers. Ceci constitue une approximation au premier ordre. En effet, au cours du trajet entre la surface de dernière diffusion et aujourd'hui, il se peut qu'ils aient été soumis à des interactions de type gravitationnelle ou électromagnétique. Ces interactions seront responsables de différentes *anisotropies secondaires* que nous allons présenter.

- ⋆ *effet Sachs Wolfe Intégré* (ISW) : cet effet est dû aux variations du potentiel gravitationnel subites par le photon dans son trajet jusqu'à nous. En raison du fait que la vitesse de propagation des photons est très grande devant l'échelle caractéristique de variation du potentiel gravitationnel, l'intégration sur la ligne de visée de cet effet reste faible. Cependant cet effet peut atteindre un $\Delta T/T_0 \sim 10^{-6}$ aux grandes échelles angulaires.
- ⋆ *effet de lentille gravitationnelle* : les objets massifs présents sur le trajet des photons vont modifier le potentiel gravitationnel et leur trajectoire s'en trouvera modifiée. Il en résulte une distorsion de l'image de la surface de dernière diffusion [Seljak & Zaldarriaga 2000]. Le spectre de puissance angulaire du CMB s'en trouvera lissé aux petites échelles angulaires, c'est-à-dire

aux grands multipôles. De plus, cet effet va provoquer une rotation du vecteur de polarisation des photons du CMB, induisant un mélange entre modes E et B [Zaldarriaga & Seljak 1998]. Dans le cas où seules des perturbations de type scalaire sont présentes dans le fluide primordial et que seuls des modes E sont formés au niveau de la surface de dernière diffusion, de la polarisation B sera générée par rotation (voir figure 2.6).

- ⋆ *effet Sunyaev-Zel'dovich* (SZ) : il s'agit d'un effet de diffusion Compton inverse (les photons gagnent de l'énergie) des photons sur les électrons libres du gaz chaud présent au sein des amas de galaxies [Zel'dovitch & Sunyaev 1969]. Cet effet, que l'on appelle effet SZ *thermique* modifie le spectre des photons localement. Il sera donc visible aux petites échelles angulaires. En outre, les amas en mouvement provoquent un effet cinétique par effet Doppler, ce sera l'effet SZ *cinétique*. Enfin, la diffusion des photons sur les électrons de l'Amas Local produit un effet visible à grande échelle angulaire. Les anisotropies produites peuvent atteindre un $\Delta T/T_0 \sim 10^{-4}$ sur une gamme d'échelles angulaires allant du degré à la minute d'arc.
- ⋆ *la réionisation* : la formation des premières étoiles ($z \sim 6 - 20$) entraîne une grande puissance de rayonnement qui va provoquer une ionisation *globale* du milieu interstellaire. Par analogie avec le plasma au moment du découplage, les photons du CMB vont intéragir une nouvelle fois avec les électrons, par diffusion Compton et Thomson et les anisotropies quadrupolaires de l'intensité modifieront une nouvelle fois leur polarisation. C'est la *réionisation*. L'effet sur les photons du CMB sera visible à la fois localement autour des amas de galaxies en supprimant la puissance mais également de façon globale à très grande échelle, aux très bas multipôle. Cet effet à grande échelle sera particulièrement visible sur la polarisation du CMB. L'amplitude de cet effet à grande échelle au sein des spectres de puissance du CMB sera fontion de l'épaisseur optique de la réionisation τ_r, qui exprime la probabilité que les photons aient interagi une nouvelle fois. La position en ℓ de ce pic sera fonction de la taille de l'horizon au moment de la réionisation et permettra de remonter à son redshift, z_r. Sa largeur sera fonction de la durée de la réionisation. Le satellite WMAP à mesuré cette épaisseur optique, $\tau_r = 0.089 \pm 0.030$ ainsi le redshift à laquelle elle a eu lieu, $z_r = 11.0^{+2.6}_{-2.5}$ [Spergel *et al.* 2006].

2.5 La physique des spectres de puissance angulaire du CMB

Nous avons désormais présenté à la fois le formalisme d'étude statistique des anisotropies du CMB, par les spectres de puissance angulaire, ainsi que les processus physiques les générant. Nous pouvons maintenant nous pencher sur la nature de ces spectres pour le CMB, en température et en polarisation.

2.5.1 Spectre de puissance angulaire en température

Le spectre de puissance angulaire obtenu à partir de la mesure des anisotropies en température, C_ℓ^{TT} comporte trois zones correspondant à des processus physiques distincts, respectivement aux grandes, moyennes et petites échelles angulaires (voir figure 2.5) :

- ⋆ *le Plateau de Sachs-Wolfe* [Sachs & Wolfe 1967] : Pour des échelles plus grandes que l'horizon, la physique ne peut être causale. Les anisotropies ne peuvent donc provenir que des fluctuations initiales des photons et de l'effet Sachs-Wolfe, ces deux effets étant dus aux fluctuations du potentiel gravitationnel. Le spectre des fluctuations gravitationnelles étant en première approximation invariant d'échelle (voir 1.3.2), le spectre de puissance angulaire C_ℓ^{TT} sera presque plat aux échelles plus grandes que l'horizon au moment du découplage (inférieures à $\ell \simeq 180$).
- ⋆ *les pics acoustiques* : Pour les échelles plus petites que l'horizon, dans l'Univers qui est dominé par la matière avant le découplage, le fluide subit des oscillations acoustiques adiabatiques. Ces oscillations résultent de la compétition entre la gravitation attirant les photons couplés aux électrons dans les puits de potentiel gravitationnel et la pression de radiation qui s'y oppose. Comme les structures entrent dans l'horizon progressivement, les plus petites en premier, les oscillations du fluide pour différentes tailles caractéristiques sont déphasées. Le spectre C_ℓ^{TT} reflète ce déphasage sous la forme de pics, les *pics acoustiques*, pour les échelles plus petites que l'horizon au moment du découplage ($\ell \gtrsim 180$). Les différence de vitesse des électrons

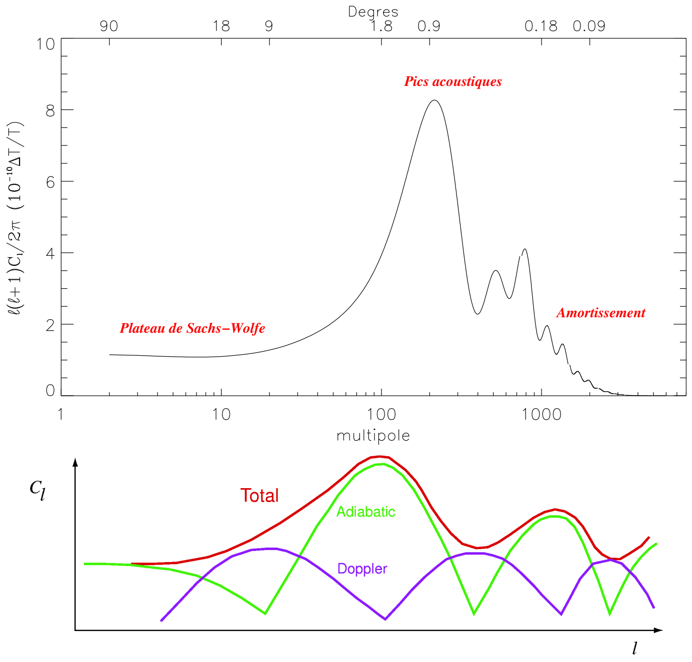

FIG. 2.5 – *Haut* : Spectre de puissance angulaire C_ℓ^{TT} des anisotropies en température dans le cadre d'un modèle ΛCDM. La puissance est représentée en fonction du multipôle ℓ (échelle du bas) ou de l'écart angulaire (échelle du haut). Nous pouvons y distinguer les trois zones principales décrites dans le texte. *Bas* : Schématisation des contributions aux pics acoustiques (voir texte).

au moment de la dernière diffusion impliquent également un effet Doppler. Lorsque le fluide est immobile (effet Doppler nul), la pression est extrémale. À l'inverse, lorsque la vitesse est maximale, la pression sera nulle. Les pics acoustiques sont la résultante de ces deux effets déphasés de $\pi/2$ (voir figure 2.5). Ces résultats peuvent être retrouvés de manière analytique par la résolution des équations d'évolution des paramètres de Stokes présentées au chapitre 4, notamment par la résolution de l'équation (4.23).

⋆ *la zone d'amortissement* : On observe aux petites échelles angulaires un amortissement des pics acoustiques. Ceci est dû à deux effets. Premièrement, la diffusion résiduelle des photons efface les structures dont la taille est inférieure à leur libre parcours moyen. C'est l'*amortissement de Silk*. Deuxièmement, le découplage n'est pas instantané. La surface de dernière diffusion possède en réalité une épaisseur. De ce fait l'observation que nous faisons intègre les différentes contributions, gommant les structures dont la taille est inférieure à cette épaisseur. Ici encore, nous montrerons comment nous pouvons retrouver ce résultat de manière analytique en intégrant les équations d'évolution des paramètres de Stokes le long de la ligne de visée au paragraphe 4.2.3.

2.5.2 Spectre de puissance angulaire en polarisation

Notons de prime abord que pour des raisons de gaussianité du CMB, ses spectres C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB} sont nuls.

Nous avons représenté les autres spectres, C_ℓ^{TT}, C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{EE} et C_ℓ^{BB} en figure 2.6. La remarque immédiate que nous pouvons formuler à la vue de ces spectres polarisés est qu'ils sont au mieux un ordre de grandeur plus faible que le spectre en température. Nous verrons que pour cette raison les contraintes expérimentales sur la polarisation du CMB sont moins strictes que pour la température, voir inexistantes.

De la même façon que pour la température, les spectres en polarisation comportent des oscillations pour les échelles inférieures au degré ($\ell \gtrsim 200$). Cependant, elles sont en opposition de phase avec

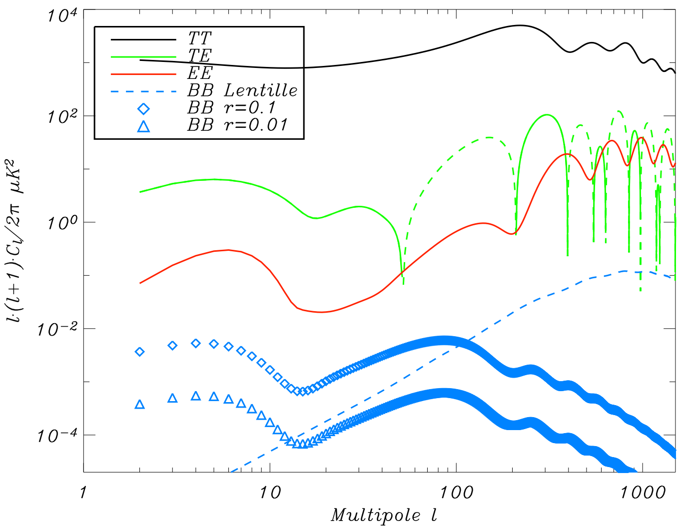

FIG. 2.6 – Spectres de puissance angulaire du CMB en fonction du multipôle ℓ, en température et en polarisation, dans le cadre d'un modèle ΛCDM. Sont représentés, par ordre décroissant d'intensité, les spectres C_ℓ^{TT} (*noir*), le spectre C_ℓ^{TE} (*vert trait plein* et *vert trait pointillé* pour sa valeur absolue) et le spectre C_ℓ^{EE} (*rouge*). Le spectre C_ℓ^{BB} (*bleu*) est représenté pour différentes valeurs du rapport entre l'amplitude des perturbations tensorielles et celles des perturbations scalaires, r ($r = 0.1$ (*diamants*) et $r = 0.01$ (*triangles*)). Le spectre C_ℓ^{BB} correspondant à l'effet des lentilles gravitationnelles sur le spectre C_ℓ^{EE} est également présenté (*bleu pointillé*).

les oscillations du spectre en température car contrairement à ces dernières, elles sont uniquement dues aux gradients de vitesse du fluide primordial (oscillations Doppler, voir figure 2.5). Les pics acoustiques du spectre C_ℓ^{EE} se situeront aux environs de quelques pourcents de ceux en température.

Le spectre contenant la corrélation entre température et polarisation E, C_ℓ^{TE}, contiendra l'information relative à la corrélation entre ces deux types de processus. Ce spectre sera sur certaines gammes d'échelles angulaires positif et sur d'autres négatif. Sa valeur absolue est un ordre de grandeur plus faible que C_ℓ^{TT}.

Enfin, comme nous l'avons vu, seules les perturbations de type tensoriel peuvent générer de la polarisation B. La présence de ce type de perturbation au niveau du fluide primordial est contrainte par l'Inflation. En effet, il sera possible de relier l'amplitude du premier pic du spectre de puissance angulaire C_ℓ^{BB} à l'énergie de l'Inflation [Zaldarriaga 2002] :

$$\left.\frac{\ell(\ell+1)}{2\pi} C_\ell^{BB}\right|_{\ell=\ell_{\rm pic}} \simeq 0.024^2 \left(\frac{E_{\rm Inf}}{10^{16}}\right)^4 \ \mu{\rm K}^2 \tag{2.22}$$

En figure 2.6, nous avons présenté le spectre C_ℓ^{BB} correspondant aux perturbations tensorielles pour différentes valeurs du rapport entre l'amplitude des perturbations tensorielles et scalaires[3], r, paramètre également directement relié à l'énergie de l'Inflation (par exemple, $r = 0.1 \rightarrow E_{\rm Inf} = 2 \cdot 10^{16}$ GeV).

Nous avons également présenté le spectre C_ℓ^{BB} généré par les lentilles gravitationnelles. En effet, la déviation de la lumière à des échelles cosmologiques par des effets gravitationnels va faire tourner le vecteur de polarisation des photons et produire des modes B à partir des modes E. Il en résulte un spectre C_ℓ^{BB} qui pourrait dominer le signal des perturbations tensorielles pour $\ell > 200$, même pour les valeurs de r les plus grandes [Zaldarriaga & Seljak 1998].

Pour ces quatres spectres, nous observons un excès de puissance pour les multipôles $\ell \lesssim 15$. Cet excès est dû à l'interaction globale des photons du CMB avec les électrons ionisés lors de la période

[3] Le paramètre r est défini comme le rapport des composantes du spectre en température dues aux perturbations tensorielles et scalaires, au niveau du quadrupôle : $r \equiv \left.\frac{C_{\ell,\rm tens}^{TT}}{C_{\ell,\rm scal}^{TT}}\right|_{\ell=2}$

de réionisation. L'amplitude de cet excès est fonction de l'épaisseur optique de la réionisation et sa position, fonction de son redshift (voir 2.4.3).

2.6 CMB et paramètres cosmologiques

Nous avons dressé l'inventaire des mécanismes responsables des anisotropies du CMB, qu'elles soient primaires ou secondaires. Nous avons également décrit la nature des spectres de puissance angulaire de ces anisotropies, tant en température qu'en polarisation.

Les paramètres cosmologiques définissent le contenu, la géométrie et la dynamique de l'Univers. Ainsi, les spectres de puissance angulaire du CMB porteront en eux leurs signatures. Par conséquent, ce sera par l'étude de la forme des spectres de puissance en température et en polarisation que nous contraindrons les valeurs des paramètres cosmologiques. Cependant, il existe des dégénéréscences entre les effets de certains de ces paramètres, aussi nous nous attacherons à présenter leurs effets en n'en faisant varier qu'un seul à la fois. Concrètement, ces dégénéréscences pourront être levées, soit par l'étude conjointe des spectres de puissance angulaire relatifs à la température et à la polarisation ou par l'utilisation de contraintes apportées par d'autres observables cosmologique indépendantes (voir 1.4 pour plus de détails sur d'autres observables).

- ⋆ *la constante de Hubble* H_0 : La constante de Hubble représente la vitesse relative de l'expansion de l'Univers. Ainsi, si on l'augmente, la distance entre l'observateur et la surface de dernière diffusion s'en trouve raccourcie. Les structures seront vues sous un angle plus grand et les spectres de puissance angulaire du CMB seront décalés vers les grandes échelles, vers les petits multipôles, à la fois en température et en polarisation.
- ⋆ *la densité de baryons* Ω_b : Nous avons vu que les pics acoustiques du spectre C_ℓ^{TT} résultaient des oscillations de baryons avant le découplage. De ce fait, le rapport des amplitudes des deux premiers pics acoustiques nous renseignent de manière très précise sur Ω_b. Il est d'ailleurs remarquable que la valeur obtenue grâce à la mesure du CMB (à $z \sim 1000$) soit en si bon accord avec celle issue de la nucléosynthèse primordiale (à $z \sim 10^9$, voir 1.4).
- ⋆ *la densité de matière* Ω_m : Le rapport entre Ω_b et Ω_m détermine l'amplitude des pics acoustiques. En effet, les photons ne sont pas couplés à la matière noire et les processus générant les anisotropies ne seront sensibles qu'à Ω_b/Ω_m. Ce rapport donnera également accès au redshift de l'égalité rayonnement-matière, z_{eq}, qui déterminera l'amplitude de l'effet Sachs-Wolfe intégré.
- ⋆ *la densité d'énergie noire* Ω_Λ : Le CMB ne donne que peu de contraintes sur la densité d'énergie noire. Elle agit essentiellement sur la distance qui nous sépare de la surface de dernière diffusion et aura de ce fait un effet dégénéré avec celui de la constante de Hubble. Néanmoins, l'ajout d'observations indépendantes (Supernovæ de type Ia, par exemple) permet de lever ces dégénéréscences.
- ⋆ *la densité totale* Ω_0 : Cette densité est directement reliée à la courbure de l'Univers. Une courbure non nulle entraîne une observation de la surface de dernière diffusion avec un angle plus grand dans le cas d'un Univers fermé et plus petit dans celui d'un Univers ouvert. Ce paramètre est également dégénéré avec H_0 et Ω_Λ et sa valeur influera sur l'emplacement en ℓ des pics acoustiques, en température et en polarisation.
- ⋆ *l'indice spectral scalaire* n_s : Le spectre des fluctuations scalaires n_s est modélisé par une loi de puissance en k^{n_s}. Au travers de la variation engendrée sur la distribution des sous- et sur-densités au sein du fluide primordial, une variation de la pente de la distribution n_s va changer la pente globale du spectre de puissance angulaire. Notons que cet effet est dégénéré aux petites échelles angulaires avec l'effet de la réionisation (voir 2.4.3). En revanche, la réionisation possède une signature unique aux très grandes échelles angulaires, notamment en polarisation et sa mesure permettra de lever la dégénérescence et de contraindre n_s avec précision.
- ⋆ *le rapport des amplitudes des perturbations tensorielles et scalaires* r : Nous avons vu au paragraphe précédent que l'amplitude des pics acoustiques des modes B, qui ne sont générés que par les perturbations tensorielles, est directement proportionnelle à r et à l'énergie de l'Inflation. La mesure de cette amplitude, à ce jour inexistante, permettra de contraindre les

modèles inflationnaires.

2.7 Les émissions d'avant-plans

Outre les photons du CMB, portant leurs anisotropies primaires et secondaires, l'observation de ce rayonnement sera confrontée à des rayonnement d'origine astrophysique. En effet, les émissions de la Voie-Lactée, des sources extra-galactiques et du système solaire contribueront à la luminosité du ciel dans le domaine micro-onde et millimétrique, où l'intensité du CMB est maximale (voir 2.2). Ces photons vont venir se superposer à ceux du CMB, avec une répartition spatiale et une dépendance en fréquence singulières. Les principales émissions d'avant-plans sont :

⋆ *Le rayonnement synchrotron* : Le champ magnétique de la Galaxie (d'intensité de l'ordre du nG au μG) est d'intensité suffisante pour accélérer les électrons relativistes et les faire émettre des photons par émission synchrotron. Cette émission dépend localement de l'intensité du champ magnétique et de l'énergie des électrons. Étant une émission non-thermique, en première approximation, son spectre électromagnétique peut être modélisé par une loi de puissance en $I_\nu \propto \nu^{-\alpha_s}$, devenant dans le domaine Rayleigh-Jeans[4] $T_\nu^{\mathrm{RJ}} \propto \nu^{-\beta_s}$ avec $\beta_s \simeq 3$ [de Zotti *et al.* 1999]. Ce sera donc une émission dominante aux basses fréquences. Cependant, les données satellite WMAP ont montré que cette émission possède un indice spectral anisotrope [Bennett *et al.* 2003c], rendant plus délicate la soustraction de cet avant-plan dans les données de type CMB (voir chapitre 9). De plus, cette émission serait fortement polarisée avec un degré de polarisation $\Pi_s \simeq 0.75$ [Rybicki & Lightman 1979]. Nous détaillerons plus précisément la physique de cette émission lorsque nous tenterons de la modéliser en polarisation au chapitre 10.

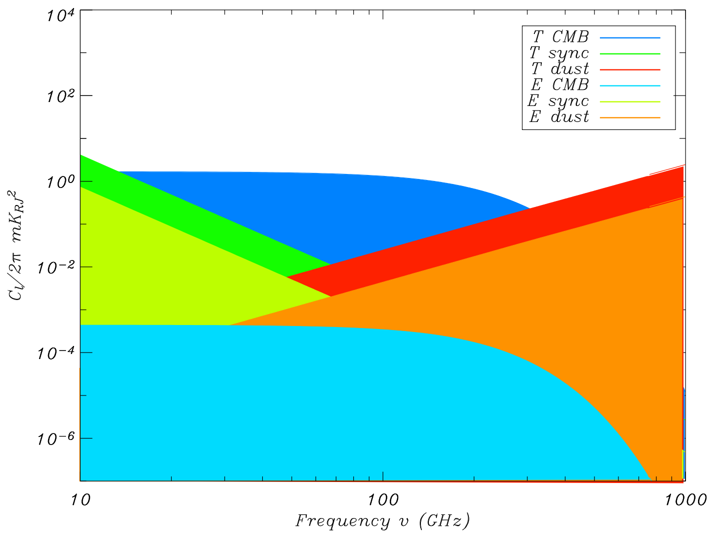

FIG. 2.7 – Intensité des émissions synchrotron, de la poussière galactique et du CMB, en température et en polarisation en fonction de la fréquence d'observation de 10 à 1000 GHz, sur tout le ciel, en $\mathrm{mK}^2_{\mathrm{RJ}}$. Ces intensités proviennent des modèles d'émissions synchrotron et de la poussière que nous avons réalisés (voir chapitre 10) et d'un modèle ΛCDM "standard" pour le CMB. L'intensité représentée est la moyenne sur les multipôles ℓ de 80 à 120, pour le spectre C_ℓ^{TT} en température et le spectre C_ℓ^{EE} en polarisation. Sont présentées les intensités en température du CMB (*bleu foncé*), de l'émission de la poussière (*rouge*) et du synchrotron (*vert foncé*) et en polarisation du CMB (*bleu clair*), de l'émission de la poussière (*orange*) et du synchrotron (*vert clair*). Nous pouvons voir, par exemple que l'intensité du CMB en polarisation est au moins un ordre de grandeur plus faible que celle des avant-plans.

⋆ *Le rayonnement de freinage* : Dans un gaz chaud (on en trouve jusqu'à 10^8 K) les ions positifs agissent sur les électrons en les freinant. L'énergie des électrons ralentis est rayonnée thermiquement. C'est ce que l'on appelle le rayonnement de freinage ou *Brehmstrahlung* ou encore

[4] Dans le domaine Rayleigh-Jeans, une émission I_ν vérifiera $I_\nu \propto \nu^2 T_\nu^{\mathrm{RJ}}$. Si nous considérons une loi d'émission $I_\nu \propto \nu^{-\alpha}$, elle deviendra dans ce domaine $T_\nu^{\mathrm{RJ}} \propto \nu^{-(\alpha+2)}$

free-free. Sa loi d'émission est également modélisée par une loi de puissance en $I_\nu \propto \nu^{-\alpha_{ff}}$ qui devient dans le domaine Rayleigh-Jeans, $T_\nu^{\mathrm{RJ}} \propto \nu^{-\beta_{ff}}$ avec $\beta_{ff} \simeq 2.1$ [de Zotti *et al.* 1999]. Cette émission n'est pas significativement polarisée ; mise à part dans certaines régions spécifiques où le degré de polarisation pourrait atteindre les 10% [Keating *et al.* 1998].

- ⋆ *Le rayonnement de la poussière* : Le milieu interstellaire présente des poussières froides provenant des restes de collisions ou d'explosions dans la Galaxie. Ces grains de poussière ont une émission diffuse, soit par émission thermique ou par rotation du moment dipolaire électrique (*grains-tournants* ou *spinning-dust*). La première contribution a la forme d'un *corps gris* à la température d'environ 17 K et se situe dans l'infra-rouge lointain. Dans le domaine millimétrique cette loi d'émission peut être modélisée par une loi d'émission thermique en $I_\nu = \nu^{\beta_d} B_\nu(T)$ et comme $B_\nu(T) \approx f(\nu^2)$, cette émission devient dans le domaine Rayleigh-Jeans $T_\nu^{\mathrm{RJ}} \propto \nu^{\beta_d}$ avec $\beta_d \simeq 2$ [Schlegel *et al.* 1998]. Cette émission dominera donc aux hautes fréquences. Grâce à l'expérience ARCHEOPS et à l'étude que nous avons réalisée et que nous présenterons au chapitre 7, nous avons pu montrer que cette émission diffuse est significativement polarisée, même en dehors du plan galactique [Ponthieu *et al.* 2005]. Néanmoins, aucune mesure précise de la polarisation de cette émission diffuse n'a été réalisée à ce jour, c'est pourquoi nous nous attacherons à la modéliser au chapitre 10.
- ⋆ *émission "anormale" de la poussière* : Les observations récentes comme celles de WMAP [Page *et al.* 2006] ont mis en exergue l'existence d'une composante "*anormale*" de la poussière qui présenterait son maximum d'intensité autour de quelques dizaines de GHz [Watson *et al.* 2005], et qui pourrait être due à l'émission des grains-tournants. Cependant, cette émission ne devrait pas présenter une polarisation significative, avec un degré de polarisation inférieur à 2% [Lazarian & Draine 2000].
- ⋆ *Les sources ponctuelles* : Certaines sources ponctuelles comme les quasars ou certaines galaxies émettent dans les domaines radio et millimétrique. Pour s'en affranchir, lors de l'estimation des spectres de puissance angulaire du CMB, on utilise des masques pour éliminer celles d'entre elles qui sont résolues. Pour les autres, on estime leur contribution aux spectres de puissance angulaire aux très petites échelles à l'aide de catalogues.
- ⋆ *La lumière zodiacale* : Les poussières de tailles variées de notre système solaire émettent thermiquement dans le domaine des micro-ondes. Cette émission est concentrée dans le plan de l'ecliptique.

Afin d'étudier le CMB, en température et en polarisation, nous devrons nécessairement nous affranchir de ces émissions d'avant-plan. Nous avons vu que les connaissances que nous avons de ces dernières, faute de mesures dans le domaine micro-ondes, sont souvent incomplètes ou insuffisantes, particulièrement en polarisation. Aussi, une grande partie de cette thèse est consacrée à la mesure (voir chapitre 7) et à la modélisation (voir chapitre 10) de ces émissions, ainsi qu'au développement d'une méthode performante permettant de les séparer du CMB à partir d'observations du ciel en température et en polarisation (voir chapitre 9).

Chapitre 3

Mesures du fond diffus cosmologique

3.1 L'expérience Archeops

3.1.1 Présentation

En 1998, une partie de la collaboration Planck emmenée par A. Benoît propose l'idée d'embarquer un instrument très similaire à l'instrument HFI de Planck (voir 3.3.2) à bord d'un ballon stratosphérique. L'instrument Archeops sera alors équipé de la même optique, de la même cryogénie à 100 mK, de détecteurs sembables (avec 4 fréquences d'observation : 143, 217, 353 et 545 GHz) et d'une électronique similaire, dans le but de servir de banc de test à l'instrument HFI alors en cours de construction. Outre cette motivation, Archeops a eu comme objectif scientifique de mesurer les anisotropies du CMB dans une gamme d'échelles angulaires permettant de faire le lien entre les mesures du plateau de Sachs-Wolfe à grandes échelles angulaires de Cobe [Smoot *et al.* 1992] et le premier pic accoustique alors mesuré par BOOMERanG, Maxima et DASI [deBernardis *et al.* 2000, Hanany *et al.* 2000, Halverson *et al.* 2002]. Pour ce faire, Archeops a décrit des grands cercles sur le ciel, avec une stratégie de balayage proche de celle de Planck, afin d'avoir une couverture d'environ 30% du ciel.

La collaboration Archeops comprend environ 70 chercheurs en grande partie français mais aussi anglais, italiens et américains. Cette thèse fut commencée à la fin du traitement des données de l'expérience Archeops, mais nous y avons néanmoins activement participé, notamment pour l'analyse des données polarisées du canal à 353 GHz, ainsi que pour l'analyse de la gaussianité des données en température du détecteur le moins bruité à 143 GHz. Ces deux travaux ont fait l'objet de publications, respectivement [Ponthieu *et al.* 2005] et [Curto *et al.* 2006] et seront présentés en détail au cours des chapitres 7 et 6.

3.1.2 L'instrument

Le ballon Archeops a effectué trois vols scientifiques réussis entre 1999 et 2002. Le premier, en 1999 a été un vol test de 4 heures depuis Trapani (Italie) [Benoît *et al.* 2002]. Les deux derniers furent lancés depuis la base suédoise d'Esrange (près de Kiruna à 68° de latitude Nord). Le vol nommé KS1 a volé 12 heures en janvier 2001 et finalement, le vol KS3, en février 2002 a volé 24 heures, dont 12 ont pu être exploitées scientifiquement. Au cours de ce dernier vol, le ballon a atteint une altitude stratosphérique de 35 km, ce qui a permis de réduire significativement la contamination atmosphérique (principalement due à l'ozone), notamment par rapport aux expériences au sol.

Nous allons maintenant décrire l'instrument Archeops. De plus amples détails peuvent être trouvés dans [Macías-Pérez *et al.* 2006].

La nacelle

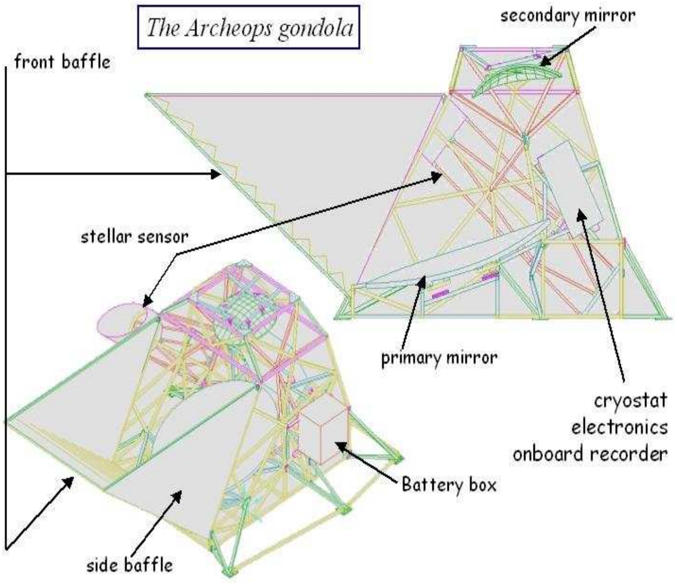

FIG. 3.1 – Schéma de la nacelle d'ARCHEOPS. On peut distinguer les deux miroirs du télescope ainsi que le cryostat qui contient l'instrument ARCHEOPS, le senseur stellaire et le baffle. Nous ne distinguons pas le pivot, sur ce schéma.

La nacelle d'ARCHEOPS est présentée en figure 3.1. Elle contient l'ensemble des éléments d'ARCHEOPS. On peut y distinguer le télescope et le cryostat contenant les détecteurs. La structure métallique est en aluminium, et le baffle est en polystyrène recouvert de mylar aluminisé afin d'éviter les rayonnements parasites hors-axe. Après le vol de Trapani, le pivot permettant la rotation de la nacelle a été déplacé bien plus haut sur la chaîne reliant la nacelle au ballon afin de minimiser le bruit mécanique qu'il produisait alors. La nacelle est également équipée de gyroscopes, d'un magnétomètre et d'un GPS permettant de reconstruire la position et l'orientation de la nacelle pendant le vol. Enfin, un enregistreur de bord est embarqué afin de stocker les données jusqu'à la récupération de la nacelle.

Le senseur stellaire

Le senseur stellaire permet la reconstruction de la direction de pointage en identifiant des étoiles sur la sphère céleste. Le senseur stellaire est un télescope de 40 cm de diamètre, qui pointe dans une direction proche de celle de l'instrument (à 1° près en azimuth et en élévation). Il est constitué d'une barrette de 46 photodiodes perpendiculaire à la direction de balayage. Ceci permet la détection de 100 à 200 étoiles par tour, jusqu'à la $7^{\text{ème}}$ magnitude. Les étoiles sont ensuite identifiées à partir d'un catalogue, en fonction de la position géographique de la nacelle. La reconstruction du pointage est ainsi réalisée avec une précision de l'ordre de la minute d'arc [Bourrachot 2004].

Le télescope

Le télescope est de type grégorien hors-axe, similaire à celui qui sera embarqué sur le satellite PLANCK. Il est constitué d'un miroir primaire parabolique de 177 cm de grand-axe et d'un secondaire elliptique de 84 cm de grand-axe. Les deux miroirs sont en aluminium pour des raisons de poids et de resistance à l'accélération due à l'ouverture du parachute lors de la descente de la nacelle. L'axe optique est incliné de 41° par rapport à l'horizontale et un bafflage permet de limiter le champ de vue afin d'éviter les rayonnements parasites.

Le cryostat

Le système cryogénique d'ARCHEOPS à 100 mK est similaire à celui qui sera embarqué a bord de PLANCK (voir 3.3.2). Il s'agit d'un système de dilution en cycle ouvert ^{3}He/^{4}He développé par A. Benoît (Institut Néel, Grenoble). Contrairement au système cryogénique de PLANCK, ARCHEOPS ne possède pas d'étage à 4 et 20 K. En effet, les adaptations inhérentes à une expérience embarquée à bord d'un ballon ont convergées vers le remplacement de ces machines cryogéniques au profit d'un étage intermédiaire à 10 K obtenu par un refroidissement aux vapeurs d'hélium provenant d'un cryostat classique à hélium liquide, qui n'est pas possible en l'absence de pesanteur. La régulation passive du 100 mK est la même que dans PLANCK, en revanche, ARCHEOPS ne dispose pas de régulation active de cet étage. Les trois vols d'ARCHEOPS ont pu mettre en évidence que les fluctuations en température du 100 mK sont de l'ordre de 0.1%, avec une constante de temps de l'ordre de la seconde.

L'optique froide

ARCHEOPS a utilisé un système optique similaire à celui qui sera embarqué sur PLANCK. Chaque détecteur possédera ainsi trois cornets, deux dans l'étage à 10 K et un dans l'étage à 100 mK, devant le détecteur. Chacun des systèmes optiques est accompagné de filtres qui permettent la sélection en fréquence du rayonnement incident et qui limitent la puissance parasite ne provenant pas du miroir primaire. Ces filtres sont placés dans l'étage intermédiaire à 1.6K.

Le plan focal

L'expérience ARCHEOPS a observé le ciel à quatre fréquences, les quatre fréquences centrales de l'instrument HFI de PLANCK, 143, 217, 353 et 545 GHz (2.10, 1.38, 0.85 et 0.55 mm). Les deux premières furent dédiées à l'étude du CMB, les dernières à la caractérisation de l'émission galactique de la poussière. La largeur des bandes a été choisie afin d'obtenir un bon échantillonnage en fréquence des spectres de continuum attendus ($\nu/\Delta\nu \sim 3$).

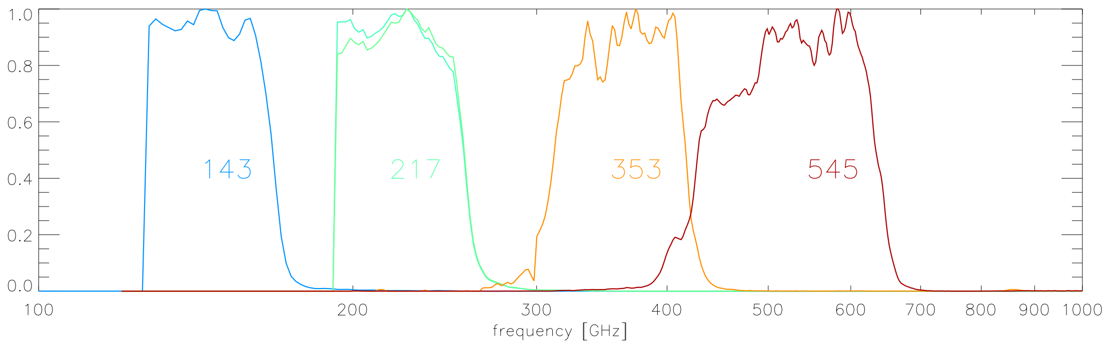

FIG. 3.2 – Bandes de fréquences d'observation d'ARCHEOPS, en échelle logarithmique. Nous y distinguons les quatre canaux à 143, 217, 353 et 545 GHz. La largeur des bandes a été choisie afin que $\nu/\Delta\nu \sim 3$.

Le plan focal est constitué de 21 détecteurs, répartis dans les quatre bandes de fréquences. Ces détecteurs sont des bolomètres, de type *toile d'araignée* (*spider-web*) [Bock *et al.* 1996], dont la géométrie permet une grande résistance électrique et une faible masse les affranchissant de problèmes liés aux vibrations de l'instrument.

Le canal à 353 GHz est quant à lui sensible à la polarisation. En effet, ceci est possible grâce à un polariseur OMT (*Ortho-Mode Transducer*) qui sépare le faisceau sortant du cornet vers deux bolomètres distincts. Dans PLANCK, pour les canaux sensibles à la polarisation, cette technologie a été abandonnée au profit de bolomètres PSB (*Polarization Sensitive Bolometer*), qui ont le double avantage d'être plus sensibles et d'être combinés en un seul boîtier, occasionnant un gain de place significatif.

Bolomètre	Résolution (FWHM[1]) [arcmin]	Sensibilité [$\mu K_{CMB} \cdot s^{1/2}$]
143K01	11.0	188
143K03	11.7	93
143K04	10.9	207
143K05	11.9	194
143K07	11.7	140
143T01	10.2	217
217K01	12.0	364
217K02	11.8	243
217K03	17.5	1559
217K04	15.9	163
217K05	11.3	369
217K06	15.1	149
217T04	14.0	320
217T06	15.2	276
353K01	11.9	1699
353K02	12.0	2016
353K03	11.9	1943
353K04	12.0	2271
353K05	12.1	1853
353K06	12.2	2543
545K01	18.3	6384

TAB. 3.1 – Caractéristiques des détecteurs ARCHEOPS en terme de résolution (FWHM[1]) et de sensibilité instantanée. Chacun des bolomètres porte un nom dont les trois premiers chiffres représentent la fréquence du canal.

Les caractéristiques des différents bolomètres d'ARCHEOPS sont réunies dans le tableau 3.1. Nous pouvons voir que plus la fréquence du canal augmente, plus les bolomètres sont globalement moins sensibles. Nous pouvons également voir que le plus sensible au CMB est le bolomètre 143K03, à 143 GHz, raison pour laquelle nous avons utilisé ses données pour l'analyse de non-gaussianité [Curto *et al.* 2006] (présentée au chapitre 6). Ce bolomètre répond aux cahier des charges de PLANCK (sensibilité inférieure à 100 $\mu K_{CMB} \cdot s^{1/2}$). La résolution angulaire est estimée à partir d'une gaussienne elliptique, dont la moyenne des deux largeurs à mi-hauteur (FWHM, *Full Width at Half-Maximum*) est présentée dans le tableau 3.1.

3.1.3 La stratégie de balayage

L'idée maîtresse de la stratégie de balayage du ciel d'ARCHEOPS est de pouvoir accéder aux grandes échelles angulaires. Pour cela, il a fallu prévoir une grande couverture du ciel, contrairement aux expériences ballon MAXIMA ou BOOMERanG (respectivement 0.3 et 4% du ciel). Outre l'accès aux grandes échelles angulaires, une large couverture du ciel permet de mieux s'affranchir des effets systématiques liés au ballon.

À l'instar de ce que fera PLANCK, ARCHEOPS a balayé le ciel à élévation constante (41°, choisie afin de pouvoir étalonner ARCHEOPS par rapport à Jupiter) en cercles, à la fréquence $f_{\rm spin} = 2$ tours par minute. Dans le cas d'Archeops, ces cercles sont occasionnés par la rotation de la nacelle autour de l'axe de la chaîne qui la relie au ballon. Ces grands cercles se décalent au cours du vol, à cause de l'effet combiné du mouvement de la nacelle dans le référentiel terrestre et de celui de la Terre par rapport à la sphère céleste (voir figure 3.3). Les variations des décalages des grands cercles seront donc principalement fonction de la force du vent stratosphérique.

La grande couverture du ciel imposée nécessite d'effectuer des grands cercles, ce qui donne la contrainte que le vol se déroule de nuit. En effet, dans le cas d'expériences couvrant de petites portions du ciel, l'instrument pointe dans une direction donnée et est en permanence dos au Soleil. Ce n'est pas le cas pour ARCHEOPS. Ceci a motivé le choix de la base suédoise d'Esrange, où le vol peut être effectué au cours de la nuit polaire. Une autonomie en électricité et en gaz de 24 heures permet une couverture d'environ 30% du ciel.

[1] *Full Width at Half Maximum* : en supposant que le lobe de l'instrument est gaussien, cette quantité décrit la largeur à mi-hauteur.

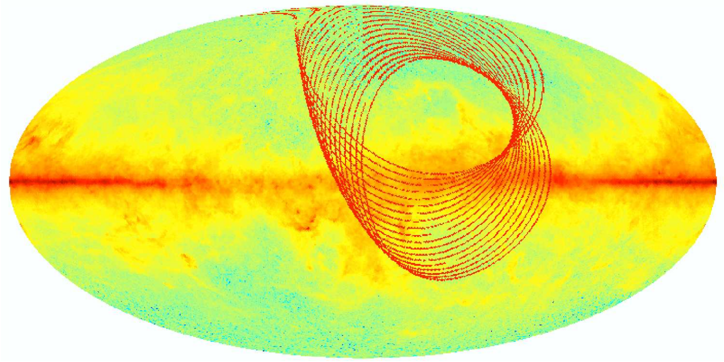

FIG. 3.3 – Stratégie de pointage d'ARCHEOPS [page ARCHEOPS]. L'instrument pointe à élévation constante et la rotation de la nacelle sur elle même induit les grands cercles que nous pouvons observer. Ces grands cercles se déplacent par l'effet conjugué du mouvement de la nacelle par rapport à la Terre et de la Terre par rapport à la sphère céleste. La carte du ciel présentée ici est centrée sur l'anti-centre galactique.

Lors du vol KS3, lancé le 7 février 2002, en raison de la date avancée dans la saison, la nuit polaire ne durait que 12 heures. Néanmoins, des vents violents (de l'ordre de 400 km·h^{-1}) ont permis de couvrir 33% du ciel en seulement 12 heures, au prix d'un échantillonnage plus faible (double redondance sur ∼1/3 de la couverture).

3.1.4 Traitement des données

Nous allons présenter très brièvement la façon dont les données d'ARCHEOPS furent traitées. Pour trouver tous les détails, se référer à [Macías-Pérez *et al.* 2006].

⋆ **reconstruction du pointage** : La première étape de la chaîne de traitement de données est la reconstruction du pointage durant le vol. Pour cela, nous utilisons les données du senseur stellaire, qui seront alignées à chaque bolomètre du plan focal grâce aux observations de Jupiter.

⋆ **nettoyage des TOD** : Les bolomètres fournissent un signal électrique qui est enregistré en fonction du temps, à une fréquence d'échantillonnage de 152.6 Hz. C'est ce que l'on appelle les *données ordonnées en temps* (*Time Ordered Data* ou TOD). La seconde étape consiste à *étiqueter* les TOD dans les zones correspondant aux diverses perturbations de l'instrument (passage de rayons cosmiques au sein du détecteur (*glitch*), non-stationnarité du bruit, changement de niveau de la ligne de base du signal, etc...). Ces zones étiquetées qui correspondent à moins de 1.5 % des données seront remplacées par des réalisations contraintes de bruit afin de conserver les principales caractéristiques du signal et du bruit lors d'un calcul des spectres de Fourier. Cependant, ces zones ne seront pas utilisées pour la reconstruction des cartes. Les TOD sont ensuite déconvoluées des constantes de temps des bolomètres. Enfin, les résidus atmosphériques et le bruit à basses fréquences sont soustraits en utilisant une procédure de destriage qui n'introduit pas d'erreur sur le signal à plus de 2% pour les grandes échelles angulaires [Bourrachot 2004].

⋆ **filtrage** : Des coupures dans l'espace de Fourier sont finalement effectuées afin de s'affranchir des résidus atmosphériques et galactiques (contribuant principalement aux très basses fréquences) ou encore des structures d'origine mécanique (aux hautes fréquences).

⋆ **étalonnage** : Les canaux principalement sensibles au CMB (143 et 217 GHz) furent étalonnés à l'aide du dipôle cosmologique, tandis que les canaux moins sensibles au CMB (353 et 545 GHz) le furent avec la Galaxie. Pour les premiers, le dipôle est observé dans les données ARCHEOPS, à 143 et 217 GHz, avec un rapport signal sur bruit de l'ordre de 500. Ceci permet une reconstruction des coefficients d'étalonnage avec une précision allant de 4 à 8 %. Pour les seconds, nous nous servons de comparaisons entre les données de l'instrument FIRAS du satellite COBE, extrapolées aux fréquences d'ARCHEOPS en utilisant une loi de corps gris [Finkbeiner *et al.* 1999], et les données ARCHEOPS dégradées à la résolution de FIRAS (∼ 7°). Les coefficients d'étalonnage sont reconstruits avec une précision de 12% à 353 GHz et de 8%

à 545 GHz.

⋆ **construction des cartes** : Pour réaliser des cartes du ciel à partir des TOD, il faut d'abord associer à chaque point de la TOD une direction sur le ciel. Les cartes ont ensuite été générées en utilisant principalement deux techniques disctinctes :
– La première est appelée procédure de *co-addition*. Elle revient simplement à faire la moyenne de tous les points de la TOD correspondant à un pixel donné sur le ciel.
– La seconde, est une procédure de réalisation de carte *optimale*, Mirage [Yvon & Mayet 2005]. Une procédure de réalisation de carte optimale permet de tenir compte du bruit instrumental en minimisant une fonction de vraisemblance. Mirage est un algorithme itératif à deux phases qui met en oeuvre conjointement une réalisation optimale de carte, une suppression de la dérive à basse fréquence par un filtrage passe-haut de Butterworth. Le système est résolu par une méthode de gradient conjugué.
Les cartes des canaux à 143 et 217 GHz furent réalisées à partir des deux méthodes. Celles relatives aux détecteurs à 353 et 545 GHz furent réalisées par co-addition.

⋆ **soustraction des systématiques** : Pour les cartes à 353 GHz, une carte-patron des résidus atmosphérique fut réalisée à partir d'une séparation de composantes dans les TOD de l'ensemble des détecteurs, à l'aide de l'algorithme Smica [Delabrouille *et al.* 2003]. Cette carte-patron fut soustraite de chacun des bolomètres à 353 GHz, conservant l'émission de la poussière avec une précision meilleure que 5%.

⋆ **construction des spectres de puissance angulaire** Leur estimation sera délicate dans le cas d'Archeops en raison de la couverture incomplète du ciel, du filtrage des données dans la TOD et de la nature du bruit, notamment. Nous avons activement participé à cette partie de l'analyse, en particulier en ce qui concerne la polarisation et nous la présenterons au chapitre 7.

3.1.5 Résultats

De prime abord, Archeops a servi à valider les choix techniques faits pour Planck.

Ensuite, la stratégie de pointage d'Archeops, associée à sa résolution, permettait à Archeops de mesurer le spectre de puissance angulaire du CMB en température, dans une gamme de multipôles permettant de relier les observations existantes aux grandes et petites échelles angulaires. En effet, les points du plateau de Sachs-Wolfe à bas ℓ de Cobe [Smoot *et al.* 1992] et les points du premier pic acoustique de BOOMERanG, DASI et Maxima ([Netterfield *et al.* 2002], [Halverson *et al.* 2002], [Lee *et al.* 2001]) n'étaient alors pas réunis par une même expérience. Ces deux zones furent jointes grâce à une analyse préliminaire des données du vol KS3 d'Archeops [Benoît *et al.* 2003a], avant Wmap (voir figure 3.4). Ces résultats ont permis de dresser des contraintes sur les paramètres cosmologiques [Benoît *et al.* 2003b]. L'analyse finale des données d'Archeops en utilisant la méthode Xspect [Tristram *et al.* 2005b] a permis de mesurer les C_ℓ jusqu'au deuxième pic acoustique [Tristram *et al.* 2005a] avec des barres d'erreur dominées par la variance d'échantillonnage jusqu'au premier pic ($\sim \ell = 200$) (voir figure 3.4).

Enfin, Archeops a embarqué un détecteur polarisé à 353 GHz. Ce canal était destiné à la caractérisation en polarisation du principal avant-plan présent à cette fréquence, l'émission des grains de poussière galactique. L'étude de ces données a permis la première mesure de l'orientation de la polarisation de la poussière dans le plan galactique [Benoît *et al.* 2004]. Le traitement de ces données fut également l'une des parties de cette thèse et a fait l'objet d'une publication présentant la première mesure de la polarisation de la poussière galactique diffuse à grande échelle [Ponthieu *et al.* 2005]. Il sera présenté en détail au chapitre 7.

Autour des résultats sur le CMB et sur les avant-plans d'Archeops gravite une grande quantité de travaux connexes. Parmi eux, citons par exemple l'analyse de l'effet Sunyaev-Zel'dovitch à partir des données Archeops et Wmap [Hernández-Monteagudo *et al.* 2006] ou l'analyse des sources ponctuelles d'Archeops [Désert *et al.* 2007]. Une autre des analyses connexes a été l'analyse de la gaussianité des données Archeops. Ceci a également fait partie des travaux entrepris au cours de cette thèse et a fait l'objet d'une publication [Curto *et al.* 2006]. Cette analyse sera présentée en détail au chapitre 6.

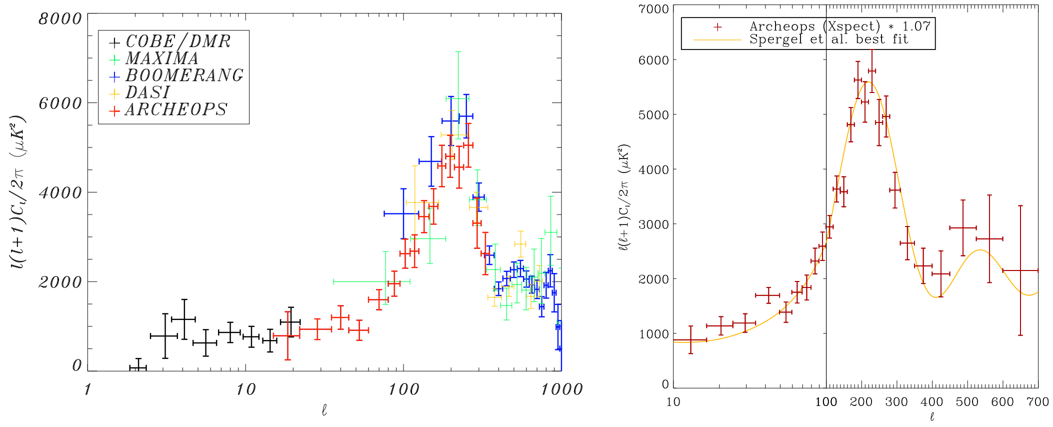

FIG. 3.4 – *Gauche* : État des mesures du spectre de puissance angulaire du CMB en température, début 2003. Les points correspondants à ARCHEOPS sont ceux calculés dans [Benoît *et al.* 2003a]. Ils sont comparés aux résultats des expériences COBE, BOOMERANG, DASI et MAXIMA ([Smoot *et al.* 1992], [Netterfield *et al.* 2002], [Halverson *et al.* 2002], [Lee *et al.* 2001]). *Droite* : Spectre de puissance angulaire en température d'ARCHEOPS calculé à partir de la méthode XSPECT [Tristram *et al.* 2005b] dans [Tristram *et al.* 2005a].

L'ensemble de ces contributions nous a permis de participer à la publication de l'ensemble de la chaîne d'analyse des données d'ARCHEOPS [Macías-Pérez *et al.* 2006].

3.2 L'expérience WMAP

3.2.1 Présentation

L'expérience américaine WMAP (*Wilkinson Microwave Anisotropy Probe*) est un satellite, héritier de COBE et ayant pour but la mesure de précision des anisotropies en température, mais aussi, pour la première fois, la mesure de la polarisation du CMB sur la totalité du ciel. Ce satellite fut lancé le 30 juin 2001 et les premiers résultats scientifiques correspondant à 1 an de données furent publiés au début de l'année 2003. En mars 2006, les données relatives à 3 ans de données, plus précises, ont été publiées. Cette thèse ayant été commencée bien avant la publication de ces dernières, nombre d'analyses et de comparaisons ont été menées à partir des données correspondant à la première parution. Au cours de ce paragraphe, nous présenterons cependant les résultats correspondant à 3 ans de données et nous apporterons des précisions, quand cela sera nécessaire, sur les différences par rapport aux premiers résultats.

Étant à ce jour les mesures les plus précises et les plus complètes des anisotropies du CMB, les données du satellite WMAP seront utilisées tout au long de ce document.

3.2.2 L'Instrument

Le satellite WMAP comporte un système de deux télescopes grégoriens hors-axe dos-à-dos. Ainsi, deux signaux, séparés de $\sim 180°$ en azimuth et $\sim 141°$ en valeur absolue, sont réfléchis sur deux miroirs secondaires quasi-identiques qui viennent éclairer 20 cornets, 10 pour chaque chemin optique. Le signal, pour chaque cornet, est séparé en deux polarisations orthogonales par des OMT (*Ortho-Mode Transducer*), que nous appellerons A et A'. Le signal A et le signal provenant du cornet correspondant à la direction opposée et ayant une polarisation orthogonale, B', sont mesurés par un système radiométrique. Ils sont amplifiés par des HEMT (*High Electron Mobility Transistor*), filtrés, détectés, différenciés puis stockés. La paire de signaux A' et B, sont différenciés de la même manière. Nous dirons que chacune de ces paires de signaux provient d'un radiomètre et que deux paires AB' et $A'B$ constituent un *assemblage différentiel*. Au total, il y aura 20 canaux statistiquement indépendants. Les deux modes de polarisation de chaque assemblage différentiel représentent 10

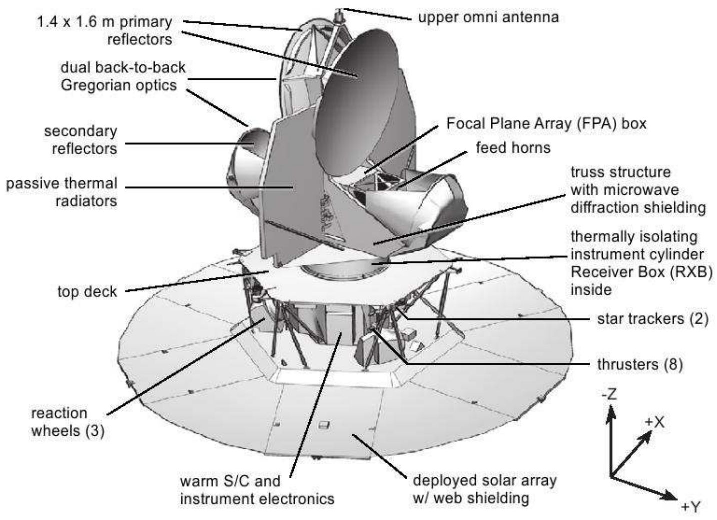

FIG. 3.5 – Schéma du satellite WMAP où les principaux constituants sont annotés. Le satellite fait 3.8 m de haut et le panneau solaire déployé 5 m de diamètre. Le satellite a une masse de 836 kg.

canaux couvrant cinq fréquences, centrés à 23 (1 canal), 33 (1), 41 (2), 61 (2) et 94 (4) GHz. L'ensemble de la chaîne de détection est refroidi passivement à 90 K.

Nous avons porté les caractéristiques de chacune de ces bandes de fréquence dans le tableau 3.2.

Nom de la bande de fréquence	K	Ka	Q	V	W
Fréquence (GHz)	23	33	41	61	91
Largeur de bande (GHz)	5.5	7.0	8.3	14.0	20.5
Nombre d'assemblages différentiels	1	1	2	2	4
Nombre de radiomètres	2	2	4	4	8
Taille du lobe (FWHM)[1] (°)	0.88	0.66	0.51	0.35	0.22
Sensibilité (mK·s$^{1/2}$)	0.8	0.8	1.0	1.2	1.6

TAB. 3.2 – Caractéristiques des bandes de fréquence de WMAP en terme de largeur de bande, de résolution (FWHM[1]) et de sensibilité instantanée.

WMAP, en orbite autour du point L2 de Lagrange du système Terre-Soleil, effectue une couverture totale du ciel en six mois, par un effet combiné de la rotation du satellite sur lui-même, de la précession de l'axe de rotation et de la rotation de la Terre autour du Soleil. La précession de l'axe de rotation se fait en une heure autour du plan de l'ecliptique et la rotation a une période de 129 secondes, permettant à chaque paire de cornets de décrire un cercle sur le ciel (voir figure 3.6).

Le lecteur pourra trouver une description détaillée de l'instrument dans [Bennett *et al.* 2003a].

3.2.3 Cartes du ciel et masques

L'équipe de WMAP a fourni, après trois ans de données, des cartes du ciel pour les paramètres de Stokes I, Q et U, pour les 10 assemblages différentiels, ainsi que pour les cinq bandes de fréquences[2]. Ces cartes furent créées par la moyenne pixel à pixel, pondérée du nombre d'observation, de trois cartes correspondant à une année de données. Elles sont à la résolution HEALPIX typique de $n_{\rm side} = 512$ [Górski *et al.* 1999], correspondant à des pixels de $\sim$7 arcmin de côté.

Sont également fournies des cartes *propres* ou *nettoyées*. Pour ces cartes, les émissions galactiques (synchrotron, poussière et rayonnement de freinage) ont été modélisées, puis soustraites, pour chacune des trois cartes correspondant à une année de données, afin de conserver les propriétés du bruit. Plus de détails sur cette procédure peuvent être trouvés dans [Hinshaw *et al.* 2006] et

[2] On pourra les trouver sur `http://lambda.gsfc.nasa.gov/product/map/current/m_products.cfm`

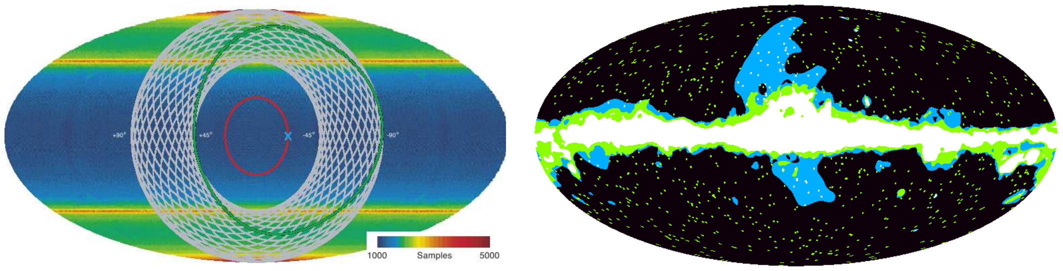

FIG. 3.6 – *Gauche* : Nombre d'observations indépendantes réalisées au cours d'une année par WMAP en coordonnées ecliptiques. L'axe de rotation du satellite effectue une précession le long du cercle rouge en une heure. Quand il se trouve à la position de la croix bleue, une paire de cornets décrit le cercle vert en 129 secondes. Les cercles blancs indiquent le résultat de la précession. *Droite* : Différents masques utilisés dans le traitement des données WMAP en coordonnées galactiques. Les trois masques représentés sont "Kp0" (*blanc*), "Kp2" (*vert*) et "P06" (*bleu*).

[Page *et al.* 2006].

Afin de masquer la Galaxie et les sources ponctuelles, des masques furent utilisés au cours de l'analyse des données [Hinshaw *et al.* 2006, Page *et al.* 2006]. Ces masques sont créés, tant en température qu'en polarisation par une combinaison de coupures dans la carte de la bande K (23 GHz) et un modèle d'émission de la poussière thermique. Pour les sources ponctuelles, la combinaison de catalogues extérieurs et de sources détectées par WMAP ont été utilisées. En température, le masque standard pour l'analyse des données CMB est dénommé "Kp2" et il exclut 15.3% du ciel. Nous avons également utilisé un masque plus sévère, "Kp0", coupant 23.5% du ciel. En polarisation, le masque standard s'appele "P06". Il exclut 26.5% du ciel.

3.2.4 Résultats

Spectres de puissance angulaire du CMB

WMAP est la première expérience a avoir effectué une mesure de précision des anisotropies en température du CMB sur une gamme d'échelles angulaires aussi vaste. En effet, le spectre de puissance angulaire du CMB, C_ℓ^{TT}, est dominé par la variance cosmique jusqu'à $\ell = 400$ et le rapport signal sur bruit est plus grand que l'unité jusqu'à $\ell = 850$. Les deux premiers pics acoustiques sont mesurés avec une grande précision, respectivement à $\ell = 220.8 \pm 0.7$ et $\ell = 530.9 \pm 3.8$ [Hinshaw *et al.* 2006] (voir figure 3.7). La montée du troisième pic est vue de manière claire et est compatible avec les observations à plus haute résolution (BOOMERanG [Jones *et al.* 2006], ACBAR [Kuo *et al.* 2004], CBI [Readhead *et al.* 2004], VSA [Dickinson *et al.* 2004] et DASI [Halverson *et al.* 2002]).

Pour la première fois également, l'expérience WMAP a fourni une mesure de la polarisation du CMB passant par le spectre de puissance angulaire de la corrélation croisée entre température et polarisation, C_ℓ^{TE}. Cette mesure, à grande échelle angulaire ($\ell < 10$), est proportionnelle à l'épaisseur optique de la réionisation τ_r et constitue donc une sonde unique de cette période. À plus haut ℓ, l'anti-corrélation de la montée du premier pic et la corrélation de sa descente ont été détectées [Page *et al.* 2006] (voir figure 3.7). Notons que les valeurs à petites échelles angulaires sont compatibles avec les valeurs publiées pour un an de données dans [Kogut *et al.* 2003]. Par contre, la puissance pour $\ell < 6$ a significativement été réduite. Nous discuterons par la suite de ces implications.

Enfin, C_ℓ^{EE} a été mesuré a très grande échelle angulaire pour la première fois. Au sein des cartes *propres*, un signal $\ell(\ell+1)C_{\ell\in[2,6]}^{EE} = 0.086 \pm 0.029\ \mu\mathrm{K}^2$ a été détecté [Page *et al.* 2006]. Ceci est du a la *re*-diffusion des photons du CMB par les électrons libres lors de la réionisation. Le spectre C_ℓ^{BB} n'a pas été mesuré et seule une limite supérieure a pu être fixée à 1σ, $\ell(\ell+1)C_\ell^{BB} \leq 0.17\mu\mathrm{K}^2$ (voir figure 3.7).

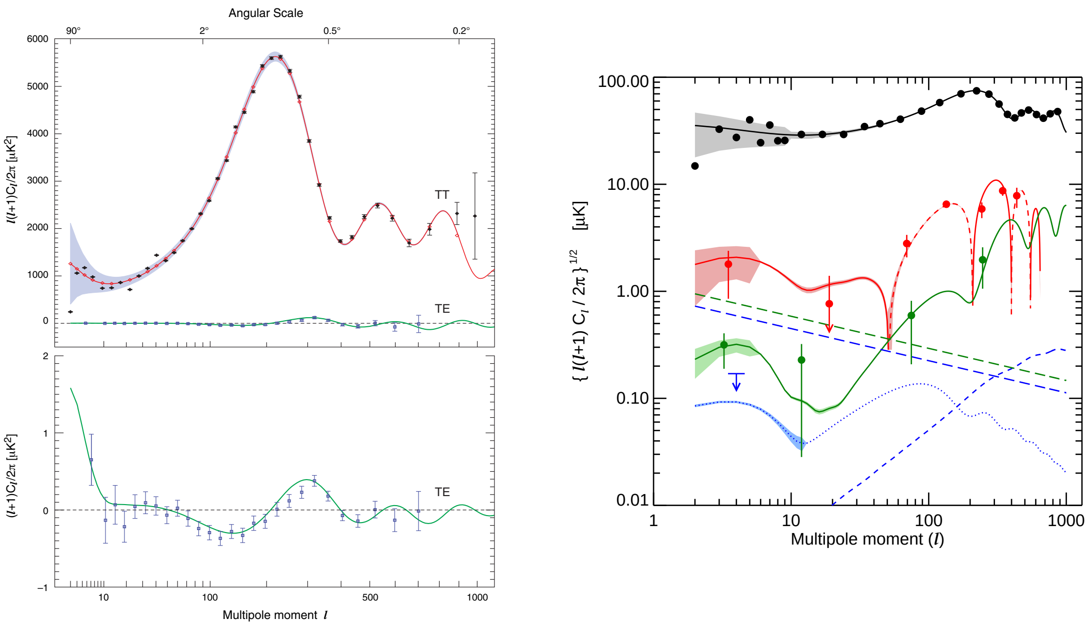

FIG. 3.7 – *Gauche, haut* : Spectres de puissance angulaire C_ℓ^{TT} et C_ℓ^{TE} représentés en $\ell(\ell+1)C_\ell/2\pi$ (μK^2), mesurés par WMAP [Hinshaw *et al.* 2006]. *Gauche, bas* : C_ℓ^{TE} représenté en $(\ell+1)C_\ell/2\pi$. *Droite* : Spectres de puissance angulaire C_ℓ^{TT} (*noir*), C_ℓ^{TE} (*rouge*) et C_ℓ^{EE} (*vert*) pour le modèle ajustant le mieux les données (*ligne pleines*) et pour les données WMAP (*points*). Pour C_ℓ^{TE}, les traits pointillés représentent les anti-corrélations. Pour C_ℓ^{BB} (*bleu*), la ligne pointillée représente un modèle correspondant à $r = 0.3$. La ligne brisée représentent l'effet de lentille. La limite supérieure à 1σ ($\ell(\ell+1)C_\ell^{BB} \leq 0.17\mu$K^2) sur le spectre C_ℓ^{BB} donnée par les seules données WMAP est également portée [Page *et al.* 2006].

Cosmologie

Tout d'abord, les données correspondant à un an de vol du satellite WMAP combinées à d'autres données astrophysiques, ont permis de contraindre la géométrie de l'Univers au travers de sa densité totale $\Omega_0 = 1.02 \pm 0.02$ [Spergel *et al.* 2003], hautement compatible avec un Univers plat.

Les données WMAP correspondant à trois ans de vol sont en accord remarquable avec un modèle cosmologique simple ΛCDM à six paramètres (densité de matière $\Omega_m h^2$, densité de baryons $\Omega_b h^2$, constante de Hubble H_0, amplitude des fluctuations du spectre de la matière σ_8, épaisseur optique de la réionisation τ_r et la pente du spectre des perturbations scalaires n_s). De plus, l'ajustement reste impressionnant en ajoutant des données indépendantes comme celles des expérience CMB aux petites échelles, l'abondance des éléments légers, les structures à grande échelle et les relations distance-luminosité des Supernovæ (les valeurs des paramètres sont récapitulées dans le tableau 3.3, [Spergel *et al.* 2006]).

De plus, en faisant la supposition que les fluctuations du fluide primordial sont adiabatiques et possèdent un spectre en loi de puissance, les données de WMAP seules ont montré qu'il était nécessaire d'inclure de la matière noire et d'avoir un indice spectral scalaire n_s significativement plus petit que un. Ceci a également permis de donner une limite supérieure sans précédent sur le rapport tenseur-scalaire, conjointement avec les données SDSS [Padmanabhan *et al.* 2006], de $r < 0.3$ (95% de niveau de confiance).

Dans un Univers plat, la combinaison des données WMAP et des rapports distance-luminosité des Supernovæ données par le Supernova Legacy Survey (SNLS) [Astier *et al.* 2006] apporte une équation d'état pour l'énergie noire $w_\Lambda = -0.967^{+0.073}_{-0.072}$. À l'inverse, en supposant $w_\Lambda = -1$, on retrouve une densité de courbure compatible avec zéro, $\Omega_\kappa = -0.011 \pm 0.012$.

Enfin, toujours en supposant un Univers plat, les données WMAP conjointement aux autres données astrophysiques, donnent une limite supérieure sur la somme des masses des neutrinos, $\sum m_\nu < 0.66$ eV (95% C.L.). De plus, aucune déviation significative à la gaussianité des anistropies

	Données WMAP seules	Données WMAP+CMB+2dF+SDSS+Supernovæ
h (km·s^{-1}·Mpc^{-1})	$0.732^{+0.031}_{-0.032}$	$0.704^{+0.015}_{-0.016}$
Ω_Λ	0.759 ± 0.034	0.732 ± 0.018
Ω_m	0.241 ± 0.034	0.268 ± 0.018
$\Omega_b h^2$	0.02229 ± 0.000073	0.02186 ± 0.00068
$\Omega_{\mathrm{CDM}} h^2$	$0.1054^{+0.0078}_{-0.0077}$	$0.1105^{+0.0039}_{-0.0038}$
σ_8	$0.761^{+0.049}_{-0.048}$	$0.776^{+0.031}_{-0.032}$
n_s	0.958 ± 0.016	0.947 ± 0.015
τ_r	0.089 ± 0.030	$0.073^{+0.027}_{-0.028}$
z_r	$11.0^{+2.6}_{-2.5}$	...

TAB. 3.3 – Meilleur ajustement des paramètres cosmologiques pour un modèle ΛCDM, à partir des seules données WMAP [Spergel *et al.* 2006] (colonne de *gauche*) et à partir de la combinaison des données WMAP des autres expérience CMB à haute résolution (BOOMERanG [Jones *et al.* 2006], ACBAR [Kuo *et al.* 2004], CBI [Readhead *et al.* 2004] et VSA [Dickinson *et al.* 2004]), des sondages 2dF [Cole *et al.* 2005] et SDSS [Padmanabhan *et al.* 2006] et des Supernovæ [Astier *et al.* 2006] (colonne de *droite*).

n'a été détectée, avec un facteur de couplage non linéaire (voir 1.3.2) vérifiant $-54 < f_{\mathrm{NL}} < 114$ à 95% de niveau de confiance.

Notons finalement que les mesures de l'épaisseur optique de la réionisation et de son redshift diffèrent sensiblement entre la première et la deuxième parution des résultats. En effet, la publication des résultats correspondant à un an de données donnait une réionisation plus précoce et plus intense avec $\tau_r = 0.17 \pm 0.04$ et $z_r = 17 \pm 4$ [Spergel *et al.* 2003]. La deuxième publication correspondant à trois ans fait état de $\tau_r = 0.089 \pm 0.030$ et $z_r = 11.0^{+2.6}_{-2.5}$ [Spergel *et al.* 2006]. Ceci est dû à deux effets combinés : premièrement une meilleure estimation des avant-plans polarisés (notamment de l'émission synchrotron) amenant une contamination plus faible et donc une perte de puissance à grande échelle angulaire dans les spectres polarisés et deuxièmement la mesure du spectre C_ℓ^{EE} à bas ℓ.

3.3 L'expérience PLANCK

3.3.1 Présentation

L'expérience PLANCK est une expérience satellite de l'Agence Spatiale Européenne (ESA) dont le lancement à bord de la fusée Ariane 5, en compagnie du satellite HERSCHEL[3], est programmé à ce jour pour août 2008. Cette mission a été développée par un partenariat d'équipes européennes et Nord-américaines, au sein de deux consortiums d'instituts scientifiques chargés de délivrer deux instruments et de traiter leurs données. L'objectif de PLANCK est de mesurer les anisotropies du CMB avec une précision inégalée. Pour ce faire, les instruments ont été étudiés pour avoir une sensibilité $\Delta T/T \sim 2 \cdot 10^{-6}$, sans précédent, une résolution angulaire de l'ordre de 5 arcmin et une couverture en fréquence vaste pour une expérience de ce type, de 30 à 857 GHz. PLANCK sera placé au point L2 de Lagrange à 1.5 millions de kilomètres de la Terre, pour au moins deux *sondages nominaux* de deux fois 7 mois.

PLANCK est constitué de deux instruments distincts, un à basses fréquences, LFI (*Low Frequency Instrument*), équipé de radiomètres centrés à 30, 40 et 70 GHz et un à hautes fréquences, HFI (*High Frequency Instrument*), équipé de bolomètres, centrés à 100, 143, 217, 353, 545 et 857 GHz. Ce choix de deux instruments indépendants permettra de s'affranchir d'erreurs systématiques inhérentes à l'un d'entre eux et va permettre de caractériser les émissions d'avant-plans à basses fréquences (émissions synchrotron, rayonnement de freinage et émission "*anormale*" de la poussière) et à hautes fréquences (émission de la poussière).

[3] `http://www.rssd.esa.int/Herschel`

3.3.2 L'instrument

Le satellite

Le satellite Planck est composé d'un télescope hors-axe de 1.5 m de diamètre apparent ($\sim$1.7 m pour le miroir primaire et $\sim$1 m pour le miroir secondaire. Ce télescope illumine les deux instruments LFI et HFI que nous détaillerons ultérieurement. Il comporte également un senseur stellaire permettant de reconstruire le pointage, trois cônes d'isolation thermique ayant pour but de séparer parties chaude et froides du satellite et un module de service contenant l'électronique des instruments, du satellite et des réservoirs à Hélium. Le telescope est protégé de la lumière parasite par un grand baffle et le satellite est protégé de la lumière du Soleil par un panneau solaire, permettant de placer le satellite à l'ombre.

Fig. 3.8 – Vue d'artiste du satellite Planck. Nous pouvons distinguer le télescope avec ses miroirs primaire et secondaire illuminant le plan focal, le baffle de protection du télescope, les trois cônes d'isolation thermique et le panneau solaire.

La température des instuments est régulée par la combinaison de trois systèmes cryogéniques actifs et d'un refroidissement passif. Ce dernier est assuré par les cônes d'isolation du télescope. Il permet de réduire la température jusqu'à $\sim$50 K.

Les données sont stockées à bord puis transmises à une station au sol de l'ESA en Australie, au cours d'une fenêtre de visibilité durant 3 heures par jour. Ceci est fait sans interruption de la prise de données. De plus, pendant cette transmission, nous aurons accès à environ 20 minutes de données en temps réel, ce qui permettra d'intervenir rapidement en cas de nécessité.

Le pointage

La stratégie de pointage du satellite Planck a été choisie afin d'optimiser la soustraction des effets systématiques. Pour cela, le satellite décrira une orbite autour du point L2 de Lagrange et balayera le ciel par rotation autour de son axe. Le télescope pointe à 85 degrés de l'axe de rotation du satellite, dirigé dans la direction opposée au Soleil. La rotation s'effectue à la vitesse $f_{\mathrm{spin}} = 1$ tr$\cdot$min^{-1}. L'instrument va donc balayer le ciel en décrivant des anneaux, chaque anneau étant couvert par 60 cercles afin d'obtenir une bonne redondance. 24 anneaux seront effectués par jour, séparés de $\sim 2.5°$, pemettant à Planck de cartographier la totalité du ciel en 7 mois.

La reconstruction de la direction de pointage est réalisée à l'aide d'un senseur stellaire, aligné avec la direction d'observation du télescope. Les décalages directionnels entre les deux seront obtenus par l'analyse des sources ponctuelles, pour atteindre une précision dans la reconstruction du pointage de l'ordre de 0.5 arcmin [“*Bluebook*” 2004].

La cryogénie

Les instruments LFI et à plus forte raison HFI fonctionnent à très basses températures. Pour cela, Planck est équipé d'un système de refroidissement actif. Cependant, les deux instruments nécessitent une température différente, 20 K pour LFI, 100 mK pour HFI. De ce fait le satellite Planck sera équipé de plusieurs systèmes cryogéniques :

- ⋆ *étage à 20 K* : le refroidissement à cette température est obtenu grâce à un cycle fermé d'hydrogène appelé *sorption cooler* [Wade *et al.* 2000, Bhandari *et al.* 2000, Bhandari *et al.* 2001]. C'est un système de six compresseurs identiques fonctionnant en cycle, remplis d'un hydrure métalique qui absorbe et désorbe l'hydrogène gazeux, refroidissant l'étage par détente Joule-Thomson. Ce système à l'avantage d'éviter la propagation des vibrations vers les détecteurs. Il permet d'obtenir la température de 18 K qui est celle de fonctionnement de LFI et fournit un prérefroidissement pour l'instrument HFI fonctionnant à plus basse température.
- ⋆ *étage à 4 K* : la température de 4 K est obtenue par une détente Joule-Thomson d'Hélium en boucle fermée, à partir du pré-refroidissement à 18 K. Les compresseurs mécaniques provoquent des vibrations. Ainsi, pour s'en affranchir, ils sont placés face-à-face et fonctionnent en opposition de phase.
- ⋆ *étages à 1.6 K et 100 mK* : Le système de refroidissement des deux étages les plus froids est un système de dilution en cycle ouvert ^{3}He/^{4}He, développé et réalisé par l'équipe de A. Benoît de l'Institut Néel de Grenoble et décrit dans [Benoît *et al.* 1994]. Il s'agit d'un système de refroidissement similaire à celui du cryostat d'Archeops (voir 3.1.2). Le principe est le suivant : En mélangeant l'^{3}He dans l'^{4}He, une réaction endothermique se produit entre les phases d'^{3}He dilué et concentré. Une dilution classique, en cycle fermé, utilise la pression osmotique pour diluer l'^{3}He dans l'^{4}He pour finalement évaporer l'^{3}He. Ceci n'est pas possible en apesanteur, ainsi la séparation de phases se fait par injection de bulles d'^{3}He à l'intérieur d'un capillaire d'^{4}He. Pour un capillaire suffisamment fin, les bulles sont maintenues par tension superficielle. La dilution se produira à leur surface et permettra d'atteindre la température de 100 mK.

Le plan focal

Le plan focal du satellite Planck est composé de 74 détecteurs, répartis en deux instruments, LFI et HFI, couvrant neuf fréquences de 30 à 857 GHz. Les détecteurs d'HFI sont situés au centre du plan focal et sont refroidis à 100 mK. Ceux de LFI sont situés en périphérie et sont refroidis à 18 K. Les détecteurs d'une même ligne (même fréquence) sont séparés d'un demi-lobe, les différentes lignes étant séparées d'un demi degré (voir figure 3.9).

L'instrument LFI

L'instrument à basses fréquences de Planck, LFI [Bersanelli & Mandolesi 2000], fait partie de la troisième génération de radiomètres centimétriques dédiés à l'observation du CMB, dans la lignée de l'instrument DMR (*Differential Microwave Radiometer*) de Cobe et de Wmap. Cet instrument couvre trois bandes de fréquences à 30, 40 et 70 GHz. Le radiomètre de LFI est une matrice équipée de 22 récepteurs différentiels, équipés d'amplificateurs HEMT (*High Electron Mobility Transistors*). Le système de mesure est basé sur une pseudo-corrélation différentielle entre le signal observé sur le ciel et celui d'un corps noir de référence placé au sein de l'étage à 4 K de HFI, afin de minimiser la différence. Ce dispositif a l'avantage que signal et corps noir de référence sont amplifiés par le même gain, permettant ainsi de remonter à la puissance réelle du signal du ciel et supprimer une grande partie des systématiques et du bruit en $1/f$.

Les radiomètres de LFI sont par définition sensibles à la polarisation et le canal à 70 GHz sera de la plus grande importance car c'est à cette fréquence que le niveau attendu des avant-plans polarisés, si l'on considère la totalité du ciel, devrait être le plus faible (voir figure 2.7). Les principales caractéristiques des détecteurs de LFI sont résumées dans le tableau 3.4.

[4] Les sensibilités données ici sont les sensibilité par pixel dont le côté est la FWHM du lobe. Elles sont les valeurs nominales pour une observation du ciel de 14 mois.

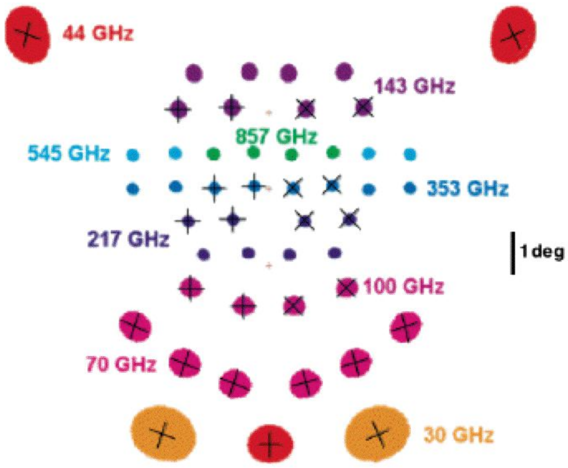

FIG. 3.9 – Schéma du plan focal de PLANCK [“*Bluebook*” 2004]. Les bolomètres d’HFI, à hautes fréquences sont situés au centre, entourés des radiomètres de LFI, à basses fréquences. Les directions de polarisation sont représentées sur les détecteurs qui y sont sensibles. Les détecteurs d’une même ligne sont séparés d’un demi-lobe, les différentes lignes étant séparées d’un demi degré.

	LFI			HFI					
Fréquence	30	40	70	100	143	217	353	545	857
HEMT polarisés	2	3	6	...	...	...	...	...	...
Spider-web	...	...	...	...	4	4	4	4	4
PSB	...	...	...	8	8	8	8	...	...
Résolution angulaire (FWHM[1], arcmin)	33	24	14	9.5	7.1	5.0	5.0	5.0	5.0
Sensibilité (μK$\cdot$s$^{1/2}$)	120	140	190	50	62	91	277	1998	$9.1\cdot10^4$
$\Delta T/T$ (température, μK/K)[4]	2.0	2.7	4.7	2.5	2.2	4.8	14.7	147	6700
$\Delta T/T$ (polarisation, μK/K)[4]	2.8	3.9	6.7	4.0	4.2	9.8	29.8	...	...

TAB. 3.4 – Caractéristiques des détecteurs de PLANCK, pour ces deux instruments, LFI et HFI [“*Bluebook*” 2004].

L’instrument HFI

L’instrument HFI [Lamarre *et al.* 2003] comporte quant à lui 6 bandes de fréquence à 100, 143, 217, 353, 545 et 857 GHz, sur lesquelles sont répartis 52 détecteurs. Ces détecteurs sont bolométriques avec des systèmes d’absorption reliés à des thermomètres mesurant les variations de température. La taille de la maille de ces absorbeurs correspond à la longueur d’onde du bolomètre, réduisant le bruit de fond dû aux longueurs d’onde plus faibles. Cette configuration permet également de limiter l’interaction avec les rayons cosmiques, proportionnelle à la surface et de diminuer la capacité calorifique. Enfin, leurs faibles masses les rend moins sensibles aux vibrations.

HFI est équipé de deux types de bolomètres :

⋆ Des bolomètres *spider-web*, uniquement sensibles à la température, au nombre de 20. Ils transforment le rayonnement en chaleur, qui sera mesurée par un thermomètre en Germanium [Bock *et al.* 1995, Lamarre *et al.* 2002, Jones *et al.* 2003]. Ce type de détecteur a déjà prouvé sa très grande sensibilité sur des expériences comme ARCHEOPS BOOMERANG et MAXIMA.

⋆ Des bolomètres PSB (*Polarization-Sensitive Bolometer*), sensibles à la polarisation linéaire et au nombre de 32 sur HFI, montés par paires, au sein d’un même cornet. Leur principe est sensiblement le même que celui des *spider-web* à ceci près que l’absorbeur est constitué de fils parallèles, absorbant uniquement la composante polarisée dont le champ électrique est dans le sens des fils. Chaque paire de PSB comprend deux absorbeurs de directions perpendiculaires. Au sein d’une même bande de fréquence les paires de PSB ont des absorbeurs orientés à 45°, permettant ainsi de reconstruire les paramètres Q et U.

Les bolomètres d'HFI auront comme source de bruit thermodynamique principale le bruit de photons, dominant le bruit de phonons, proportionnel à la température et le bruit Johnson, lié au variations de tension aux bornes des thermomètres. À cela s'ajoutera du bruit microphonique dû aux vibrations mécaniques et du bruit à basses fréquences ($1/f$), dont la majeure partie provient des dérives thermiques lentes.

3.3.3 Objectifs scientifiques

Si les résultats du satellite américain Wmap ont apporté à la cosmologie observationnelle de précision ses lettres de noblesse, il faut garder à l'esprit que malgré le succès technique et scientifique, seules une petite partie des informations contenues dans les anisotropies en température du CMB furent exploitées, ainsi qu'une fraction infime de celles contenues dans sa polarisation.

Planck, avec une résolution angulaire trois fois plus fine que Wmap, un niveau de bruit un ordre de grandeur plus faible au fréquences d'observation optimales du CMB et une couverture en fréquence sans précédent, pourra extraire du ciel quasiment la totalité des informations contenues dans les anisotropies en température et une quantité substantielle de celles contenues dans la polarisation ["*Bluebook*" 2004]. Pour exemple, le spectre de puissance angulaire des anisotropies en température, C_ℓ^{TT}, sera limité par la variance cosmique jusqu'à des multipôle autour de 1500, gagnant un facteur quatre en ℓ par rapport à Wmap.

Toutes ces prouesses techniques et scientifiques vont permettre à Planck de répondre aux objectifs multiples dont nous allons donner les principaux :

- $\star$ *mesure des paramètres cosmologiques avec la température* : la mesure du spectre de puissance angulaire des anisotropies en température jusqu'à des pics acoustiques d'ordre élevé ($8^{\text{ème}}$*pic*) permettra une détermination beaucoup plus précise des paramètres cosmologiques, avec notamment un gain d'un ordre de grandeur de précision sur Ω_b ou Ω_Λ.
- $\star$ *mesure des paramètres cosmologiques avec la polarisation* : Planck sera capable de mesurer le spectre polarisé C_ℓ^{EE} avec précision jusqu'à $\ell \sim 1500$, grâce à sa sensibilité à la polarisation et à son contrôle des contaminants d'avant-plan. Ceci sera de la première importance scientifique et permettra de dresser l'histoire de l'ionisation de l'Univers ou encore de contraindre le spectre des fluctuations scalaires. De plus, il est possible que Planck mesure le spectre C_ℓ^{BB} du CMB, si l'amplitude des modes tenseurs est suffisante par rapport à celle des modes scalaires ($r \sim 5 \cdot 10^{-2}$). Cette amplitude reste comme l'un des paramètres libres des modèles inflationnaires et la mesure de ces modes tenseurs permettra de contraindre de manière unique cette période de l'Univers primordial. Enfin, il sera aisé pour Planck de donner des limites fortes sur l'indice spectral scalaire n_s, que la plupart des modèles inflationnaires prédisent sensiblement différent de l'unité.
- $\star$ *tests de non-gaussianité* : au sein de la plupart des modèles inflationnaires la distribution des fluctuations de densité et par conséquent celle des anisotropies du CMB est gaussienne. Cependant, certains travaux proclament la détection de signaux non-gaussiens dans les données de Wmap [Cruz *et al.* 2004]. La question de savoir s'il s'agit de non-gaussianités primordiales ou d'effets systématiques non soustraits dans les données a été soulevée. De ce fait, Planck devrait pouvoir trancher, en raison de sa sensibilité plus grande et de ses effets systématiques indépendants.
- $\star$ *anisotropies secondaires* : Une fois encore, grâce à sa sensibilité et à sa couverture en fréquence sans précédent, Planck donnera accès à la mesure des anisotropies secondaires. Parmi celles-ci, l'emplacement des bandes de fréquence de Planck est optimisée pour la mesure de l'effet Sunyaev-Zel'dovich (SZ), à la fois thermique et cinétique. La sensibilité, quant à elle, permettra d'accéder à des effets d'ordre supérieur comme les effets de lentilles gravitationnelles ou l'effet Sachs-Wolfe intégré.
- $\star$ *avant-plans* : La gamme de fréquence de Planck permettra d'être sensible aux émissions diffuses comme celles du synchrotron, du rayonnement de freinage ou de la poussière galactique. Planck pourra cartographier avec précision ces émissions galactiques, notamment en polarisation. Enfin, Planck détectera un grand nombre de sources ponctuelles non encore résolues

dans cette gamme de fréquences (galaxies, amas de galaxies, planètes).

3.4 Estimation des spectres de puissance angulaire et traitement des effets instrumentaux

Pour clore ce chapitre, nous allons aborder l'estimation des spectres de puissance angulaire dans le cas d'observations du CMB à l'aide d'instruments comme ceux que nous venons de présenter. Cette estimation introduit des effets dont il faudra s'affranchir pour qu'elle soit non-biaisée.

Nous avons donné l'expression de l'estimateur du spectre de puissance angulaire, $\tilde{C}_\ell$, appelé *pseudo*-C_ℓ, en équation (2.13), comme une décomposition directe des données dans l'espace des harmoniques sphériques. Cette estimation est en réalité biaisée par des effets instrumentaux que nous allons détailler. Il faudra les prendre en compte pour remonter aux C_ℓ non-biaisés [Szapudi *et al.* 2001, Hivon *et al.* 2002, Hansen *et al.* 2002] :

- ⋆ *effet d'une couverture incomplète du ciel* : Les expériences de type CMB au sol ou embarquées à bord de ballon stratosphériques n'observent qu'une partie du ciel. En outre, les expériences embarquées à bord de satellite comme Cobe, Wmap ou Planck, masquent une partie du ciel pour s'affranchir des résidus de la soustraction des émissions d'avant-plan et des sources ponctuelles (essentiellement le plan galactique). Une couverture incomplète du ciel va engendrer un manque de statistique pour le calcul de certains multipôles. Cette couverture inhomogène pourra être décrite dans l'espace des harmoniques sphériques [Peebles 1973] par une matrice de couplage des modes $M_{\ell\ell'}$, qui sera responsable d'une convolution dans l'espace des harmoniques sphériques. De plus, en polarisation, comme nous le verrons, une couverture incomplète du ciel engendrera un mélange entre les deux modes de polarisation (voir annexe B.4).
- ⋆ *effet de lobe* : Pour tenir compte de la résolution finie des détecteurs il faudra introduire une fonction de transfert relative à leurs lobes. Ces lobes, sont la plupart du temps supposés circulaires et de ce fait la fonction de transfert B_ℓ ne dépend que de ℓ. Elle s'exprime alors comme une simple multiplication dans l'espace des harmoniques sphériques.
- ⋆ *effet du filtrage* : En raison des caractéristiques du bruit, les données sont parfois filtrées dans le temps avant d'être projetées sur les cartes. Il en résulte une fonction de transfert isotrope (ne dépend pas de m) F_ℓ qui s'exprime comme une simple multiplication dans l'espace des harmoniques sphériques.
- ⋆ *effet de la pixelisation* : La représentation concrète des cartes du ciel se fait sur des pixels de surface non nulle sur le ciel. Il en résulte un lissage des anisotropies dont la taille est plus petite que celle des pixels. Ici encore cela sera décrit par une fonction de transfert P_ℓ, isotrope, dont la forme dépend de la résolution considérée et de la géométrie des pixels. Cette fonction s'appliquera comme une simple multiplication dans l'espace des harmoniques sphériques[4].

Nous allons aborder ici le cas simple de l'estimation du spectre de puissance angulaire en température. Nous traiterons du cas plus complexe de l'estimation conjointe des spectres de puissance en température et en polarisation au chapitre 10.

À partir de la connaissance de la matrice de couplage des modes $M^{TT}_{\ell\ell'}$ (dont nous présentons la forme en annexe B.4) et des fonctions de transfert B^T_ℓ, F^T_ℓ et P_ℓ, nous pourrons en déduire l'estimateur non-biaisé du spectre de puissance angulaire :

$$\tilde{C}^{TT}_\ell = \sum_{\ell'} \underbrace{M^{TT}_{\ell\ell'} \cdot B^T_{\ell'} \cdot B^T_{\ell'} \cdot F^{TT}_{\ell'} \cdot P^2_{\ell'}}_{\mathbb{M}^{TT}_{\ell\ell'}} \cdot C^{TT}_{\ell'} \tag{3.1}$$

Le calcul du spectre de puissance C^{TT}_ℓ se fera alors par inversion de cette équation :

$$C^{TT}_\ell = \sum_{\ell'} \left(\mathbb{M}^{TT}_{\ell\ell'}\right)^{-1} \tilde{C}^{TT}_\ell \tag{3.2}$$

[4] L'effet de cette dernière fonction est en général faible par rapport à l'effet dû aux lobes, sauf dans le cas d'Archeops, par exemple, où les pixels sont plus grands que le lobe, pour s'affranchir de la faible redondance.

Ainsi, le spectre de puissance angulaire C_ℓ^{TT} sera non-biaisé par les effets instrumentaux.

Deuxième partie

Effet du champ magnétique primordial sur la polarisation du CMB

Chapitre 4

Équations d'évolution des paramètres de Stokes pour le CMB

Le but de cette partie, comprenant ce chapitre et le chapitre 5, sera d'étudier l'empreinte d'un champ magnétique primordial sur la polarisation du CMB.

En effet, certaines observations suggèrent l'existence de ce champ, à très grande échelle, dans l'Univers, comme nous le verrons au chapitre suivant. Au niveau de la surface de dernière diffusion, un tel champ imprimerait une rotation du vecteur de polarisation des photons du CMB, laissant une empreinte dans les spectres de puissance angulaire que nous mesurons aujourd'hui. En particulier, cet effet aura la propriété de générer des modes B, à partir des modes E, comme nous le montrerons, ce qui pourrait constituer un contaminant à la détection de la signature du fond d'ondes gravitationnelles primordiales, par exemple. De plus, l'étude de la polarisation induite par ce champ permettra de le contraindre.

Pour comprendre cet effet, dans ce chapitre, nous nous intéresserons aux mécanismes généraux de génération de la polarisation du CMB au sein du fluide primordial, de manière plus formelle et plus précise qu'au cours du chapitre 2. Nous montrerons comment l'on peut déduire les anisotropies en température et en polarisation à partir des équations de Boltzmann pour le fluide primordial, à partir de considérations de physique des hautes énergies et de Relativité Générale. Nous verrons comment nous pouvons intégrer ces processus physiques le long de la ligne de visée afin d'en déduire les spectres de puissance angulaire en température et en polarisation. Nous nous servirons de ce formalisme pour fomuler des hypothèses simplificatrices qui nous permettront d'étudier l'effet du champ magnétique primordial sur la polarisation du CMB.

Dans le chapitre 5, nous étudierons la génération de la polarisation en présence du champ magnétique primordial, par rotation de Faraday du vecteur de polarisation des photons. Nous produirons enfin des simulations de cet effet et nous tenterons d'en tirer une limite supérieure sur la valeur de l'intensité du champ à partir des données de Wmap. Nous comparerons également nos simulations à des résultats obtenus de manière analytique.

Au cours de ces deux chapitres, nous nous placerons en unités naturelles : $\hbar = c = G = k_B = 1$.

4.1 Génération des anisotropies

Nous allons commencer par décrire la génération des anisotropies du CMB au niveau de la surface de dernière diffusion de manière plus formelle et plus quantitative qu'au chapitre 2. Pour ce faire, nous allons tout d'abord traiter les processus quantiques résultants de l'interaction des photons sur les électrons du fluide primordial par diffusion Compton et Thomson pour ensuite lui adjoindre des considérations de Relativité Générale. Nous en tirerons des équations de Boltzmann exprimant la dynamique des paramètres de Stokes au niveau de la surface de dernière diffusion.

4.1.1 L'approche quantique

Les paramètres de Stokes que nous avions définis de manière classique au paragraphe 2.3.2, peuvent être définis de manière équivalente dans le formalisme de la mécanique quantique.

L'état propre de polarisation du photon y est décrit dans une base de deux vecteurs propres orthogonaux $|\varepsilon_1\rangle$ et $|\varepsilon_2\rangle$. Si nous choisissons l'axe z selon la direction de propagation du photon, les vecteurs propres $|\varepsilon_1\rangle$ et $|\varepsilon_2\rangle$ seront orientés selon x et y, respectivement. Un état arbitraire de polarisation peut être écrit dans cette base de la manière suivante :

$$|\varepsilon\rangle = a_1 e^{i\theta_1}|\varepsilon_1\rangle + a_2 e^{i\theta_2}|\varepsilon_2\rangle \tag{4.1}$$

Dans cette base, nous pouvons écrire quatre opérateurs correspondants à chacuns des paramètres de Stokes :

$$\begin{aligned} \hat{I} &= |\varepsilon_1\rangle\langle\varepsilon_1| + |\varepsilon_2\rangle\langle\varepsilon_2| \\ \hat{Q} &= |\varepsilon_1\rangle\langle\varepsilon_1| - |\varepsilon_2\rangle\langle\varepsilon_2| \\ \hat{U} &= |\varepsilon_1\rangle\langle\varepsilon_2| + |\varepsilon_2\rangle\langle\varepsilon_1| \\ \hat{V} &= i|\varepsilon_2\rangle\langle\varepsilon_1| - i|\varepsilon_2\rangle\langle\varepsilon_1| \end{aligned} \tag{4.2}$$

En calculant les valeurs moyennes associées à ces opérateurs, nous pouvons trouver l'expression de la matrice de densité dans cette base, en fonction des paramètres de Stokes :

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{1}{2}\left\{ I \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + Q \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + U \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + V \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \right\} \\ \rho &= \frac{1}{2}\left\{ I \cdot \mathbb{1} + Q \cdot \sigma_3 + U \cdot \sigma_1 + V \cdot \sigma_2 \right\} \end{aligned} \tag{4.3}$$

où les σ_i sont les matrices de Pauli. Ainsi définie, la matrice de densité des photons contient les mêmes informations que les quatre paramètres de Stokes réunis et l'évolution temporelle de cette matrice nous donne l'évolution temporelle de la polarisation du système.

Nous avons vu au chapitre 2 que les paramètres de Stokes relatifs à la polarisation linéaire Q et U dépendent du repère choisi pour leur observation. Nous choisirons tout au long de ces deux chapitres le repère radial aux perturbations cosmologiques, défini en 2.4.2, dans lequel on definit Q_r et U_r. Lorque nous parlerons de Q et U ici, nous nous référerons à Q_r et U_r

4.1.2 Équation d'évolution pour l'opérateur de nombre

Afin d'extraire les équations d'évolution des paramètres de Stokes au niveau de la surface de dernière diffusion, nous allons considérer un système quantique possédant un grand nombre de photons intéragissant avec les électrons libres du milieu. Nous nous placerons dans le formalisme de la *seconde quantification* dans lequel l'évolution d'un tel système est décrite par l'évolution de son *opérateur de nombre*, défini à partir des opérateurs quantiques de création et d'anihilation de particules. Nous en dériverons l'*équation de Boltzmann* pour la matrice de densité du système de photons qui est une généralisation de l'*équation de Boltzmann* classique aux nombres d'occupation des particules.

Dans le formalisme de *seconde quantification*, les d'opérateurs de création et d'anihilation obéissent aux relations de commutation et d'anti-commutation suivantes :

$$\begin{aligned} \left[a_s(p), a^\dagger_{s'}(p')\right] &= (2\pi)^3 2p^0 \delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{p}')\delta_{ss'}, \quad \text{pour les photons} \\ \left\{b_r(q), b^\dagger_{r'}(q')\right\} &= (2\pi)^3 \frac{q^0}{m} \delta^3(\mathbf{q} - \mathbf{q}')\delta_{rr'}, \quad \text{pour les fermions} \end{aligned} \tag{4.4}$$

où s se réfère à l'état de polarisation du photon et r à celui du spin de l'électron. Les variables d'impulsion $\mathbf{p}$ et $\mathbf{q}$ en gras sont des vecteurs des trois dimensions d'espace alors que p et q représentent les quadri-vecteurs d'espace-temps. Définissons l'opérateur de nombre, pour les photons, dans l'espace de Fourier :

$$\mathcal{N}_{ij}(\mathbf{k}) \equiv a_i^\dagger(\mathbf{k})a_j(\mathbf{k}) \tag{4.5}$$

Nous pouvons relier la valeur moyenne de cet opérateur à la matrice de densité, en appliquant de manière répétée les opérateurs de création-anihilation :

$$\langle \mathcal{N}_{ij}(\mathbf{k})\rangle = \mathrm{tr}\,[\hat{\rho}\mathcal{N}_{ij}] = \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3}\langle \mathbf{p}|\hat{\rho}\mathcal{N}_{ij}(\mathbf{k})|\mathbf{p}\rangle = (2\pi)^3\delta(0)2k^0\rho_{ij}(\mathbf{k}) \tag{4.6}$$

L'équation d'évolution de cet opérateur est donnée en représentation d'Heisenberg par :

$$\frac{d}{dt}\mathcal{N}_{ij} = i\,[H, \mathcal{N}_{ij}] \tag{4.7}$$

où H est l'Hamiltonien total du système. Cet Hamiltonien peut s'écrire comme la somme d'un terme *libre* et d'un terme d'*interaction*, $H = H_0 + H_I$. Notre but va être d'exprimer l'équation (4.7) comme un développement perturbatif en H_I. En faisant l'hypothèse couramment employée en théorie de la diffusion que les champs débutent et finissent en tant que champs libres, ainsi qu'en supposant que la durée de chaque collision est très petite devant le temps caractéristique de variation de la matrice de densité, nous pouvons réécrire l'équation (4.7) [Sigl & Raffelt 1993] :

$$(2\pi)^3\delta(0)2k^0\frac{d}{dt}\rho_{ij}(\mathbf{k}) = i\langle[H_I(t), \mathcal{N}_{ij}(\mathbf{k})]\rangle - \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{+\infty} dt\langle[H_I(t), [H_I(0), \mathcal{N}_{ij}(\mathbf{k})]]\rangle \tag{4.8}$$

Cette équation est l'équation de Boltzmann pour la matrice densité ρ_{ij}. Le premier terme de la partie droite de l'équation est un terme de diffusion avant, nul dans le cas de photons (voir [Kosowsky 1996]). Le second, correspond au terme de collision d'une équation de Boltzmann classique.

Dans le cas des photons du CMB, ce terme sera décrit par l'interaction Compton entre les photons et les électrons libres du plasma. En principe, une seconde équation couplée devrait être résolue pour la matrice de densité des électrons. Cependant, dans l'Univers primordial, nous pouvons considérer en une très bonne approximation que la distribution des électrons est thermique, décrite par une maxwellienne à la température de l'Univers.

4.1.3 Diffusion Compton des photons du CMB

Il faut maintenant décrire le terme de collision de l'équation 4.8 décrivant l'interaction entre photons et électrons au niveau de la surface de dernière diffusion. L'Hamiltonien présent dans ce terme sera l'Hamiltonien décrivant une interaction fondamentale à trois points de la QED :

$$\begin{aligned} H_I(t) = \int & \frac{d^3\mathbf{q}}{(2\pi)^3}\frac{m}{q^0}\cdot\frac{d^3\mathbf{q}'}{(2\pi)^3}\frac{m}{q'^0}\cdot\frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3 2p^0}\cdot\frac{d^3\mathbf{p}'}{(2\pi)^3 2p'^0} \\ & \times \exp\big(i(q'^0 + p'^0 - q^0 - p^0)t\big) \times \Big[b_{r'}^\dagger(q')a_{s'}^\dagger(p')\big(\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2\big)a_s(p)b_r(q)\Big] \end{aligned} \tag{4.9}$$

$$\mathcal{M}_1 \equiv e^2\frac{\bar{u}_{r'}(q')\ \not{\varepsilon}_{s'}(p')(\not{p} + \not{q} + m)\ \not{\varepsilon}_s(p)\bar{u}_r(q)}{2(p\cdot q)} \tag{4.10}$$

$$\mathcal{M}_2 \equiv -e^2\frac{\bar{u}_{r'}(q')\ \not{\varepsilon}_{s'}(p')(\not{q} + \not{p}' + m)\ \not{\varepsilon}_s(p)\bar{u}_r(q)}{2(p'\cdot q)} \tag{4.11}$$

où u_r est un spinneur d'indice de spin r et ε_s^μ est un quadri-vecteur de polarisation d'indice de polarisation transverse s. Les sommations, lorsque deux indices sont répétés, sont implicites. Les quantités *barrées* représentent la contraction des quadri-vecteurs avec les matrices de Dirac, $\not{x} = x_\mu\gamma^\mu$.

Nous allons pouvoir réécrire le terme de collision de l'équation (4.8) grâce aux expressions de l'Hamiltonien (4.9) et de l'opérateur de nombre (4.6). Nous pouvons en dériver une expression exacte pour la diffusion Compton des photons du CMB, en faisant l'hypothèse que la durée des diffusions Compton est petite devant le temps moyen entre les diffusions. Cette hypothèse est valide dans tous les scénarii cosmologiques et en supposant les électrons non-polarisés, ce qui est vrai tant qu'un champ magnétique substantiel n'est pas présent. L'intégration de cette expression est immédiate dans le cas d'un Univers parfaitement homogène et isotrope. Cependant, l'objectif de cette partie est d'en réaliser un développement perturbatif au premier ordre. En remplaçant au sein de ce développement les intégrales dans l'espace des phases par une intégrale sur l'énergie et une intégrale angulaire sur les directions des quantités de mouvement, nous pouvons arriver à une équation décrivant la matrice de densité des photons en fonction des variables cinématiques, au premier ordre perturbatif :

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\rho_{ij}(\mathbf{x},\mathbf{k}) = \frac{e^4 n_e(\mathbf{x})}{16\pi m^2 k^0}\int_0^\infty p^0\, dp^0 \int \frac{d\Omega}{4\pi}\left[\delta(k^0-p^0) + (\mathbf{k}-\mathbf{p})\cdot\mathbf{v}(\mathbf{x})\frac{\partial\delta(k^0-p^0)}{\partial p^0}\right] \\
\times\Bigg\{ -2\left(\frac{p^0}{k^0}+\frac{k^0}{p^0}\right)\rho_{ij}(\mathbf{x},\mathbf{k}) + 4\mathbf{p}\cdot\varepsilon_i(\mathbf{k})\mathbf{p}\cdot\varepsilon_1(\mathbf{k})\rho_{1j}(\mathbf{x},\mathbf{k}) + 4\mathbf{p}\cdot\varepsilon_i(\mathbf{k})\mathbf{p}\cdot\varepsilon_2(\mathbf{k})\rho_{2j}(\mathbf{x},\mathbf{k}) \\
+\left(\frac{p^0}{k^0}+\frac{k^0}{p^0}-2\right)\delta_{ij}\left(\rho_{11}(\mathbf{x},\mathbf{k})+\rho_{22}(\mathbf{x},\mathbf{k})\right) \\
+\left(\frac{p^0}{k^0}+\frac{k^0}{p^0}\right)\left(\varepsilon_i(\mathbf{k})\cdot\varepsilon_1(\mathbf{p})\varepsilon_j(\mathbf{k})\cdot\varepsilon_2(\mathbf{p}) - \varepsilon_i(\mathbf{k})\cdot\varepsilon_2(\mathbf{p})\varepsilon_j(\mathbf{k})\cdot\varepsilon_1(\mathbf{p})\right)\left(\rho_{12}(\mathbf{x},\mathbf{k})-\rho_{21}(\mathbf{x},\mathbf{k})\right) \\
+2\left(\varepsilon_i(\mathbf{k})\cdot\varepsilon_1(\mathbf{p})\varepsilon_j(\mathbf{k})\cdot\varepsilon_2(\mathbf{p}) - \varepsilon_i(\mathbf{k})\cdot\varepsilon_2(\mathbf{p})\varepsilon_j(\mathbf{k})\cdot\varepsilon_1(\mathbf{p})\right)\left(\rho_{12}(\mathbf{x},\mathbf{k})+\rho_{21}(\mathbf{x},\mathbf{k})\right) \\
+4\varepsilon_i(\mathbf{k})\cdot\varepsilon_1(\mathbf{p})\varepsilon_j(\mathbf{k})\cdot\varepsilon_1(\mathbf{p})\rho_{11}(\mathbf{x},\mathbf{k}) + 4\varepsilon_i(\mathbf{k})\cdot\varepsilon_2(\mathbf{p})\varepsilon_j(\mathbf{k})\cdot\varepsilon_2(\mathbf{p})\rho_{22}(\mathbf{x},\mathbf{k})\Bigg\} \qquad (4.12)
\end{aligned}$$

où $\mathbf{v}(\mathbf{x})$ est la vitesse de groupe des électrons et $n_e(\mathbf{x})$ leur densité.

Ceci est l'équation décrivant l'évolution de la matrice de densité des photons au premier ordre des variables cinématiques. Il nous reste maintenant, avant de résoudre les dernières intégrations, à considérer le terme de gauche de l'équation (4.12).

4.1.4 Équation de Liouville en Relativité Générale

Nous nous intéressons maintenant à la partie de gauche de l'équation (4.12), décrivant la propagation des photons baignés dans l'espace-temps. Si l'on néglige le terme de collision de droite, nous avons affaire à l'équation de Liouville qui décrit l'évolution d'une distribution dans l'espace des phases. L'espace temps que nous considérerons ici est celui de Friedmann-Robertson-Walker, dans le cas d'un Univers plat. Nous considérerons ici que cet espace-temps plat est perturbé par des perturbations scalaires et tensorielles. Celui-ci sera décrit par la métrique perturbée :

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1+2\Phi(\mathbf{x},t) & 0 \\ 0 & -a^2(t)\left[\left(1-2\Psi(\mathbf{x},t)\right)\delta_{ij} + h_{ij}(\mathbf{x},t)\right] \end{pmatrix} \qquad (4.13)$$

où $a(t)$ est le facteur d'échelle, Φ et Ψ sont des fonctions décrivant les perturbations scalaires dans la jauge *longitudinale*[1] [Mukhanov *et al.* 1992] et h_{ij} représente les perturbations tensorielles, prisent ici dans la jauge *transverse de trace nulle*[2]. L'avantage de ces choix de jauges est qu'ils ne laissent pas de degré de liberté de jauge, contrairement à la jauge *synchrone*.

Dans ces jauges, nous allons pouvoir écrire l'équation géodésique à laquelle obéissent les photons du CMB, en fonction de leurs quadri-vecteurs impulsion :

[1] Un des avantages de cette jauge est que dans la limite newtonienne, la perturbation de la métrique Φ correspond au potentiel newtonien.

[2] Ces perturbations sont soumises aux contraintes $h_i{}^i = 0$ et $\partial^j h_{ij} = 0$.

$$\frac{dk^\mu}{dt} = g^{\mu\nu}\left(\frac{1}{2}\frac{\partial g_{\alpha\beta}}{\partial x^\nu} - \frac{\partial g_{\nu\alpha}}{\partial x^\beta}\right)\frac{k^\alpha k^\beta}{k^0} \tag{4.14}$$

L'équation de Liouville sans collision décrivant n'importe quelle distribution $f(t, x, k)$ dans l'espace des phases et la matrice de densité des photons ρ, en particulier, s'écrit alors :

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial\rho}{\partial x^i}\frac{k^i}{k^0} + \frac{\partial\rho}{\partial k^\mu}\frac{dk^\mu}{dt} = 0 \tag{4.15}$$

En développant la fonction de distribution en un terme d'ordre zéro et un terme d'ordre un, $\rho(t, \mathbf{x}, k^0, \mathbf{k}) = \rho^{(0)}(t, k^0) + \rho^{(1)}(t, \mathbf{x}, k^0, \mathbf{k})$ et en réalisant une transformation de Fourier sur la dépendance spatiale $\mathbf{x} \stackrel{\mathrm{TF}}{\rightarrow} \mathbf{K}$, nous pouvons réécrire le terme de gauche de l'équation de Boltzmann (4.12) :

$$\begin{aligned} &\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{i}{a}(\mathbf{K}\cdot\mathbf{k}) - \frac{\dot{a}}{a}k^0\frac{\partial}{\partial k^0}\right]\cdot\rho^{(1)}(\mathbf{K}, k^0, \mathbf{k}) \\ -\frac{\partial\rho^{(0)}(k^0)}{\partial k^0}k^0 &\left[\frac{\partial}{\partial t}\Phi(\mathbf{K}) - \frac{\partial}{\partial t}\Psi(\mathbf{K}) + \frac{i}{a}(\mathbf{K}\cdot\mathbf{k})\Phi(\mathbf{k}) + \frac{1}{2}k^ik^j\frac{\partial}{\partial t}h_{ij}(\mathbf{K})\right] = C(\mathbf{K}, k^0, \mathbf{k}) \end{aligned} \tag{4.16}$$

où $C(\mathbf{K}, k^0, \mathbf{k})$ est le terme de collision correspondant au terme de droite dans (4.12). Ainsi, nous avons inclu l'information cosmologique au sein de l'équation d'évolution du système de photons au moment du découplage. En calculant les intégrales sur l'espace des phases restantes dans le terme de collision décrivant la diffusion Compton, et en reliant la matrice de densité aux paramètres de Stokes, nous allons pouvoir donner les équations d'évolution de ces paramètres. Ces équations décrivent la diffusion des photons dans un Univers plat de type Friedmann-Robertson-Walker totalement ionisé, comme au niveau de la surface de dernière diffusion. Nous verrons que leur forme ne change pas en dehors de cette époque mais qu'il faudra tenir compte de l'ionisation partielle de l'Univers.

4.1.5 Équations de Boltzmann pour les photons du CMB

Nous avons maintenant réuni les ingrédients pour dériver les équations d'évolution des paramètres de Stokes décrivant les photons du CMB. Nous ne nous intéresserons ici qu'aux perturbations de type scalaire. Les motivations de ce choix seront présentées ultérieurement au cours de ce chapitre. Pour retrouver les équations d'évolution induites par les perturbations tensorielles, se référer à [Kosowsky 1996].

Nous allons donc remplacer le terme de gauche au sein de (4.12) par son développement perturbatif obtenu en (4.16), pour les seules perturbations scalaires. Nous ne présenterons pas ici cette équation par souci de concision, mais le lecteur pourra la trouver dans [Kosowsky 1996]. En intégrant cette équation sur sa dépendance angulaire et en reliant la matrice de densité aux paramètres de Stokes (voir équation (4.3)), nous parvenons aux équations d'évolution des paramètres de Stokes, pour des perturbations scalaires :

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{a}iK\mu + \sigma_T\bar{n}_e\right]\cdot\ I &= -\frac{\partial\Psi}{\partial t} - \frac{1}{a}iK\mu\Phi + \sigma_T\bar{n}_e\left[I_0 - 4v\mu + P_2(\mu)\cdot\mathbb{S}_{IQ}\right] \\ \left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{a}iK\mu + \sigma_T\bar{n}_e\right]\cdot Q &= -\frac{\sigma_T\bar{n}_e}{2}(1 - P_2(\mu))\cdot\mathbb{S}_{IQ} \\ \left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{a}iK\mu + \sigma_T\bar{n}_e\right]\cdot U &= 0 \\ \left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{a}iK\mu + \sigma_T\bar{n}_e\right]\cdot V &= \frac{3\sigma_T\bar{n}_e}{2}\mu V_1 \end{aligned} \tag{4.17}$$

où $K \equiv ||\mathbf{K}||$ et $\mu \equiv \hat{\mathbf{v}}\cdot\hat{\mathbf{k}} = \cos\theta$. Nous avons également défini $\mathbb{S}_{IQ}$ qui sera un terme source, défini à partir des moments des paramètres de Stokes I et Q, $\mathbb{S}_{IQ} \equiv (I_2 + Q_2 - Q_0)$. Les moments d'ordre l sont quant à eux définis par :

$$X_l \equiv \int_{-1}^{1} d\mu \frac{P_l(\mu)}{2} X(\mu), \qquad X = \{I, Q, U, V\} \tag{4.18}$$

où les P_l sont les polynômes de Legendre d'ordre l. Enfin, nous avons défini $\bar{n}_e$, la densité moyenne d'électrons.

Nous pouvons voir immédiatement et de manière quantitative, à partir des équations (4.17), que l'absence de terme source dans les équations relatives à U et V va laisser ces paramètres à zéro tout au cours de l'interaction entre photons du CMB et électrons, dans le cas des perturbations de type scalaire[3]. Nous retrouvons ainsi le résultat que nous avions obtenu au chapitre 2 en 2.4.2 de manière qualitative, à savoir que les perturbations scalaires ne génèrent que de la polarisation Q.

À l'inverse, les équations d'évolution des paramètres de Stokes relatives aux perturbations tensorielles, que l'on pourra trouver dans [Kosowsky 1996] possèdent un terme source au sein de l'équation relative à U et ainsi génèreront ce type de polarisation au cours des interactions photons-électrons au sein du fluide primordial. Pour ces perturbations également nous retrouvons le résultat énnoncé en 2.4.2. En revanche, elles aussi laisseront la polarisation circulaire V nulle.

Pour un scénario cosmologique donné, qui déterminera les perturbations de la métrique, l'intégration de ces équations sur la ligne de visée, entre le découplage et l'observation, mène aux spectres de puissance angulaire des anisotropies du CMB, en température et en polarisation. Ceci est déjà réalisé de manière numérique par différentes méthodes dont nous allons présenter qualitativement l'approche.

4.2 Intégration le long de la ligne de visée

Au cours de cette partie et afin d'intégrer les équations de Boltzmann le long de la ligne de visée, nous suivrons largement [Zaldarriaga & Harari 1995]. Beaucoup de *codes Boltzmann* réalisant cette intégration furent développés afin d'extraire les spectres de puissance angulaire du CMB à partir d'un modèle d'Univers donné. Citons parmi ceux-ci CMBFast [Seljak & Zaldarriaga 1996] pour la partie température et [Zaldarriaga & Seljak 1997] pour la polarisation et Camb [Lewis *et al.* 2000] que nous avons largement utilisé au cours de cette thèse.

4.2.1 Histoire de l'ionisation de l'Univers

Pour intégrer les équations (4.17) le long de la ligne de visée, nous allons les réécrire comme fonctions d'une variable plus adaptée pour l'intégration sur l'histoire de l'Univers. Nous cesserons de considérer les équations relatives au paramètre de polarisation circulaire, V, que nous supposerons nul tout au long de ces travaux.

Au cours du paragraphe 4.1, nous avons fait deux suppositions. Nous nous sommes placés au moment du découplage et de ce fait nous avons supposé l'Univers totalement ionisé et avons supposé l'épaisseur de la surface de dernière diffusion petite devant l'âge de l'Univers. Par conséquent, nous avons négligé l'expansion.

En relâchant ces hypothèses et en considérant l'évolution de l'Univers, le terme $\sigma_T \bar{n}_e$ présent dans les équations (4.17) est remplacé par l'épaisseur optique différentielle $\dot{\tau}(t) = \sigma_T x_e(t) \bar{n}_e(t) a(t)/a_0$, où x_e est la fraction d'ionisation de l'Univers et a_0 le facteur d'échelle de nos jours ($a_0 = a(z = 0)$). Ainsi, nous pouvons réécrire les équations (4.17) en fonction de l'épaisseur optique différentielle :

$$\begin{aligned}
\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{a} iK\mu + \dot{\tau}\right] \cdot I &= -\frac{\partial \Psi}{\partial t} - \frac{1}{a} iK\mu\Phi + \dot{\tau}\left[I_0 - 4v\mu + P_2(\mu) \cdot \mathbb{S}_{IQ}\right] \\
\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{a} iK\mu + \dot{\tau}\right] \cdot Q &= -\frac{\dot{\tau}}{2}(1 - P_2(\mu)) \cdot \mathbb{S}_{IQ} \\
\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{a} iK\mu + \dot{\tau}\right] \cdot U &= 0
\end{aligned} \tag{4.19}$$

[3] Dans le cas de V, le terme en V_1 est un terme source, mais il ne dépend que de V. Aussi, si V est nul avant le découplage, ce paramètre de Stokes le restera après la dernière diffusion.

L'épaisseur optique totale est obtenue par intégration de l'épaisseur optique différentielle sur le temps, $\tau(t) = \int_t^{t_0} \dot{\tau}(t)dt$. Nous montrons l'évolution de la fraction d'ionisation et de l'épaisseur optique au cours de l'histoire de l'Univers, pour un modèle donné, en figure 4.1.

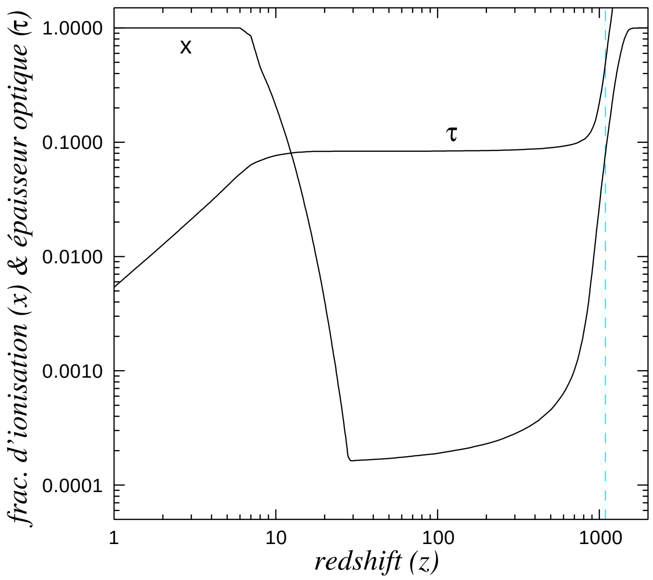

FIG. 4.1 – Exemple d'un modèle de l'histoire de l'ionisation de l'Univers (voir [Page *et al.* 2006]), en fonction du redshift z. La courbe dénommée x représente la fraction d'ionisation de l'Univers que nous dénommons x_e. La courbe dénommée τ représente l'épaisseur optique. La ligne verticale à $z = 1088$ marque le découplage, pour lequel la fonction de visibilité, $g(t) = \dot{\tau}\exp(-\tau)$ (non montrée ici) atteint son maximum. Nous pouvons voir que la fraction d'ionisation x_e, égale à l'unité pour $z \gtrsim 1000$ décroit rapidement après le découplage. Elle augmente ensuite brusquement pour atteindre à nouveau l'unité autour de $z \sim 10$, ce qui correspond à l'époque de réionisation de l'Univers.

Les équations différentielles (4.19), peuvent être résolues pour chacun des paramètres de Stokes indépendamment, en intégrant le long du cône de lumière passée. Pour ce faire, il faudra connaître l'épaisseur optique différentielle de la surface de dernière diffusion jusqu'à nous. Il faudra donc construire un *modèle de l'histoire de l'ionisation de l'Univers*.

Nous rappelons que nous ne considérons ici que des perturbations scalaires et sous les hypothèses que nous avons faites, la polarisation U restera nulle. Nous aurons donc, pour I et Q :

$$I = \int_0^{t_0} dt\ e^{\frac{1}{a}iK\mu(t-t_0)}e^{-\tau}\left\{\dot{\Psi} - \frac{1}{a}iK\mu\Phi + \dot{\tau}\left[I_0 - 4v\mu + P_2(\mu)\cdot\mathbb{S}_{IQ}\right]\right\} \tag{4.20}$$

$$Q = -\frac{1}{2}\int_0^{t_0} dt\ e^{\frac{1}{a}iK\mu(t-t_0)}\dot{\tau}e^{-\tau}\left\{(1 - P_2(\mu))\cdot\mathbb{S}_{IQ}\right\} \tag{4.21}$$

Nous pouvons voir dans l'équation pour Q que la fonction de visibilité $g(t) = \dot{\tau}\exp(-\tau)$, qui décrit la probabilité que les photons interagissent au temps t domine l'intégration. Elle présente un pic étroit de grande amplitude au découplage et un pic moins marqué à la réionisation. En première approximation, au cours de ce raisonnement, nous négligerons l'effet de la réionisation et nous pourrons considérer que la polarisation du CMB observée de nos jours à été produite juste avant le découplage.

En température et en polarisation, l'équation (4.20) est intégrée le long de la ligne de visée grâce à des méthodes semi-analytiques et des approximations, à l'instar de celles développées pour les codes CMBFast [Seljak & Zaldarriaga 1996] et Camb [Lewis *et al.* 2000] . Nous allons présenter brièvement une approximation utilisée pour le calcul de la polarisation, qui nous intéressera tout particulièrement au cours de ce chapitre.

4.2.2 Approximation de *couplage fort* et extension en multipôles

En vertu du fait que l'intégrale (4.21) est dominée par la fonction de visibilité et que cette dernière présente un pic résolu autour du découplage, nous allons faire l'hypothèse d'un *couplage fort* (*tight coupling*) entre photons et les électrons couplés aux baryons [Peebles & Yu 1970], induisant un découplage suffisement rapide pour le considérer en première approximation comme instantané.

Quantitativement, l'intégration sera basée sur l'expression des fluctuations du CMB en fonction de puissances inverses de l'épaisseur optique différentielle. Sous l'hypothèse du *couplage fort*, l'épaisseur optique différentielle est grande et un développement au premier ordre est une très bonne approximation de la solution exacte.

Sous cette hypothèse, toujours, l'expansion en multipôles des fluctuations de température et de polarisation, nécessaire au calcul du *terme source* $\mathbb{S}_{IQ}$ peut s'écrire en fonction du monopôle pour la température. Ainsi, au premier ordre en $\mathcal{T}_C \equiv \dot{\tau}^{-1}$ [Zaldarriaga & Harari 1995] :

$$\begin{aligned} Q_2 &= -\frac{1}{5}Q_0 = \frac{1}{4}I_2 \\ I_2 &= -\frac{8}{15}ik\mathcal{T}_C I_1 \\ I_1 &= \frac{i}{k}(\dot{I}_0 + \dot{\Psi}) \\ I_{l\geq 3} &= Q_1 = Q_{l\geq 3} = 0 \end{aligned} \tag{4.22}$$

Nous pouvons donner une interprétation qualitative simple de ces équations. Nous pouvons voir que la polarisation, de par ses multipôles non nuls est proportionnelle au quadrupôle en température. Nous retrouvons ainsi le résultat ennoncé en 2.4.2, selon lequel seules les anisotropies quadrupolaires de l'intensité seront responsables de la polarisation du CMB.

À son tour, le quadrupôle en température est produit par l'*écoulement libre* du dipôle entre les collisions. Le dipôle, quant à lui, peut-être calculé à partir du potentiel gravitationnel et du monopôle, ce dernier obéissant dans l'hypothèse du *couplage fort* à une équation d'oscillateur harmonique amorti (voir [Zaldarriaga & Harari 1995]) :

$$\ddot{I}_0 + \frac{\dot{a}}{1+a}\dot{I}_0 + \frac{k^2}{3(1+a)}I_0 = -\ddot{\Phi} - \frac{\dot{a}}{1+a}\dot{\Phi} - \frac{k^2\Psi}{3} \tag{4.23}$$

C'est à partir de cette équation pour un modèle cosmologique donné que nous pourrons extraire les propriétés des anisotropies du CMB, en température et en polarisation. La nature des anisotropies primaires en température, notamment, présentée en 2.4.2, comme l'effet Sachs-Wolfe, les oscillations acoustiques ou encore l'amortissement de Silk, pourrons en être déduites. Pour une revue détaillée de l'expression analytique de ces effets, à partir de l'équation (4.23) se référer à [Hu & Sugiyama 1995].

4.2.3 Solution analytique pour Q

Nous allons maintenant présenter la résolution de l'intégrale (4.21), induisant la polarisation du CMB dans le cas de perturbations de type scalaire. La solution analytique que nous allons dériver de cette équation nous permettra d'appréhender de manière quantitative certaines propriétés de la polarisation du CMB.

Nous allons tout d'abord réécrire l'équation (4.21) en fonction de la fonction de visibilité $g(t)$:

$$Q = -\frac{3}{4}(1-\mu^2)\int_0^{t_0} dt\; e^{\frac{1}{a}iK\mu(t-t_0)}g(t)\mathbb{S}_{IQ} \tag{4.24}$$

Étant donné que la fonction de visibilité présente un pic étroit autour du découplage, au temps t_D, nous n'aurons besoin de calculer le terme source $\mathbb{S}_{IQ}$ qu'à ce moment. Dans l'approximation du *couplage fort*, au temps t_D et au premier ordre, $\mathbb{S}_{IQ}$ peut être écrit comme une fonction du seul dipôle en température I_1 [Zaldarriaga & Harari 1995]. Dans ce cas, nous pouvons écrire l'approximation suivante :

$$\mathbb{S}_{IQ} = \frac{2}{5} iK \int_0^t dt' I_1 e^{-\frac{3}{10}\tau(t,t')} \tag{4.25}$$

Ce terme peut désormais être remplacé dans (4.24). Nous avons vu que l'intégrale est dominée par sa valeur autour du découplage où la fonction de visibilité $g(t)$ peut être assimilée à une gaussienne de largeur Δt_D [Zaldarriaga & Harari 1995]. La nature gaussienne de cette fonction permet de justifier l'approximation $\dot{\tau}(t) \approx -\tau(t)/\Delta t_D$. Ces considérations permettent de réécrire l'équation (4.24) :

$$Q \approx \frac{(1-\mu^2)}{2} e^{ik\mu(t_D - t_0)} ik I_1(t_D) \Delta t_D \tag{4.26}$$

Cette équation permet de décrire la polarisation induite par chaque mode de Fourier k associé aux perturbations de densité, en fonction du dipôle en intensité au moment du découplage $I_1(t_D)$ et de l'épaisseur de la surface de dernière diffusion Δt_D. Le quadrupôle étant proportionnel à ces deux quantités, nous retrouvons le fait que la polarisation du CMB est générée par la présence d'anisotropies quadrupolaires de l'intensité.

L'expression (4.26) est valable pour les échelles telles que $k\Delta t_D \ll 1$ (grandes échelles spatiales), ce qui nous a permis de sortir l'exponentielle en dehors de l'intégrale en équation (4.24) et de réaliser son évaluation à $t = t_D$. Pour les petites échelles spatiales, $k\Delta t_D \gg 1$, la nature rapidement oscillatoire de l'exponentielle va produire une extinction. En d'autres termes, l'épaisseur non-nulle de la surface de dernière diffusion va amortir la polarisation pour ces échelles. C'est l'amortissment que l'on observe aux petites échelles angulaires dans les spectres de puissance angulaire du CMB que nous avions présenté qualitativement en 2.5.1. Notons que la polarisation sera maximale pour les échelles de l'ordre de Δt_D.

Nous avons vu à travers ce raisonnement que la polarisation du CMB sera très sensible à l'histoire de l'ionisation de l'Univers et de ce fait, son étude en sera un traceur puissant (voir par exemple les résultats de l'expérience WMAP sur la réionisation en 3.2).

Nous avons désormais donné une description analytique des propriétés des anisotropies du CMB, en température et en polarisation. Nous avons pu en tirer quelques résultats que nous avions déjà obtenus de manière qualitative au chapitre 2. Désormais, à partir du formalisme que nous avons présenté et des approximations que nous avons faites dans le cadre général de la diffusion des photons du CMB sur les électrons libres du plasma au moment du découplage, nous allons pouvoir inclure d'autres effets, comme celui induit par la présence d'un champ magnétique primordial au niveau de la surface de dernière diffusion. Nous pourrons alors en dériver la façon dont ce dernier va influer sur la génération des anisotropies du CMB.

Chapitre 5

La polarisation du CMB en présence d'un champ magnétique primordial

Le chapitre précédent nous a permis d'appréhender les équations de Boltzmann régissant l'évolution des anisotropies du CMB au cours du temps. Nous avons également présenté les approximations que nous serons amenés à formuler afin de pouvoir intégrer ces équations le long de l'histoire de l'Univers, du découplage jusqu'à aujourd'hui.

À partir de ce formalisme, nous allons pouvoir quantifier d'autres effets, comme celui provoqué par un *champ magnétique primordial*, dont la présence au niveau de la surface de dernière diffusion va influer sur la polarisation des photons du CMB, comme nous allons le voir.

Au cours de ce chapitre, nous présenterons les motivations d'un tel champ et son effet sur la génération de la polarisation du CMB que nous tenterons de modéliser, sous certaines hypothèses. Enfin, nous essayerons de quantifier l'intensité de ce champ à partir des données polarisées de l'expérience WMAP.

5.1 Le champ magnétique primordial

L'origine des champs magnétiques à grande échelle que l'on observe au sein des galaxies et des amas de galaxies (dont l'intensité peut varier entre le μG pour les premières et la centaine de μG pour les seconds) demeure à ce jour incomprise [Widrow 2002]. Plusieurs mécanismes furent avancés, parmi lesquels l'amplification par effet de dynamo d'un champ *graine*, pouvant être de très faible amplitude (voir par exemple [Parker 1971]) ou encore la compression adiabatique d'un champ magnétique à plus grande échelle au cours de la formation des structures (voir par exemple [Howard & Kulsrud 1997]). À l'instar de ces deux mécanismes, la plupart des autres requièrent ou s'accomodent de l'existence d'un champ magnétique *primordial* ou *cosmologique* à très grande échelle. Un tel champ pourrait être une condition initiale de notre Univers, mais il semble plus intéressant d'imaginer des mécanismes le générant. Beaucoup ont été proposés, comme des champs générés par la transition de phase inflationnaire ou électro-faible par exemple, sans qu'aucun n'émerge significativement (voir [Giovannini 2006]). Si un tel champ a été présent au moment du découplage des photons du CMB, il a pu produire un effet sur leur polarisation, que nous tenterons de quantifier. Les champs dont l'intensité peut expliquer l'intensité observée actuellement au sein de galaxies et dont l'effet sur le CMB pourra être significatif ont aujourd'hui une intensité de l'ordre du nG [Widrow 2002].

5.2 Rotation de Faraday

Nous allons considérer l'Univers avant le découplage comme un plasma au sein duquel nous supposerons l'existence d'un champ magnétique primordial.

Une onde électromagnétique qui se propage dans un milieu ionisé en présence d'un champ magnétique subit une rotation de son vecteur de polarisation. C'est ce que l'on appelle la rotation de Faraday. Cette rotation du vecteur de polarisation linéaire d'une onde monochromatique s'effectue à la vitesse angulaire suivante :

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{e^3 x_e \bar{n}_e}{2\pi m_e^2 v^2}(\mathbf{B}\cdot\hat{\mathbf{k}}) \tag{5.1}$$

où $\hat{\mathbf{k}}$ est un vecteur unitaire dont la direction est la direction de propagation de l'onde électromagnétique et $\mathbf{B}$ est le vecteur de champ magnétique.

Afin d'estimer la valeur moyenne de cet angle de rotation, nous allons intégrer l'équation (5.1) sur le temps. Nous noterons que les dépendances en fonction du *redshift* z sont $B \equiv ||\mathbf{B}|| \propto z^2$ et $\nu \propto z$. Ainsi, la quantité B/ν^2 ne dépendra pas du temps. Si l'on fait l'hypothèse que l'épaisseur optique au découplage était de l'ordre de l'unité et que la surface de dernière diffusion possède une épaisseur Δz_D telle que $\Delta z_D/z_D \ll 1$ nous pouvons substituer $\int x_e \bar{n}_e dt$ par σ_T^{-1} [Kosowsky & Loeb 1996]. Enfin, en moyennant sur toutes les orientations possibles de $\mathbf{B}$, nous obtenons [Kosowsky & Loeb 1996] :

$$\langle\varphi^2\rangle^{\frac{1}{2}} \approx \frac{e^3 B_0}{2\sqrt{2\pi} m_e^2 \sigma_T \nu_0^2} = 1.6° \left(\frac{B_0}{10^{-9}\mathrm{G}}\right)\left(\frac{30\mathrm{GHz}}{\nu_0}\right)^2 \tag{5.2}$$

où B_0 est l'intensité du champ observée aujourd'hui et ν_0 la fréquence d'observation. Il est d'ores et déjà intéressant de noter que l'angle moyen de rotation du vecteur de polarisation varie comme l'inverse de la fréquence au carré et que de ce fait il est théoriquement possible de séparer cet effet des fluctuations cosmologiques au sein de la polarisation du CMB, en raison de sa signature spectrale particulière. Nous voyons également qu'un champ magnétique primordial ayant une intensité à grande échelle de nos jours de l'ordre du nG et à une fréquence de 30 GHz, la rotation de Faraday induit une rotation du vecteur de polarisation du CMB de l'ordre du degré.

Nous avons vu en équation (2.7) que la rotation du vecteur de polarisation d'une onde électromagnétique mélange Q en U, et réciproquement. Dans le cadre de nos approximations, si nous considérons les seules perturbations scalaires, seule de la polarisation Q sera générée au moment du découplage. En présence d'un champ magnétique primordial, cette polarisation Q pourra être transformée en U.

5.3 Évolution des anisotropies en polarisation en présence d'un champ magnétique primordial

En suivant par exemple [Kosowsky & Loeb 1996] ou [Scannapieco & Ferreira 1997], nous pouvons inclure l'effet d'un champ magnétique primordial sur la polarisation du CMB via la rotation de Faraday de son vecteur de polarisation au sein des équations d'évolution des paramètres de Stokes (4.19). Cette rotation s'exprime par un terme croisé entre Q et U :

$$\begin{aligned}\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{a}iK\mu + \dot{\tau}\right]\cdot Q &= -\frac{\dot{\tau}}{2}(1-P_2(\mu))\cdot \mathbb{S}_{IQ} + 2\omega_{\mathbf{B}}U \\ \left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{a}iK\mu + \dot{\tau}\right]\cdot U &= -2\omega_{\mathbf{B}}Q\end{aligned} \tag{5.3}$$

où $\omega_{\mathbf{B}}$ est la pulsation conforme de la rotation de Faraday, définie de la manière suivante :

$$\omega_{\mathbf{B}} \equiv \frac{d\varphi}{dt}\frac{a}{a_0} = \frac{e^3 x_e \bar{n}_e a}{2\pi m_e^2 v^2 a_0}(\mathbf{B}\cdot\hat{\mathbf{k}}) \tag{5.4}$$

Nous pouvons voir directement dans les équations d'évolution de la polarisation (5.3), que la présence d'un champ magnétique primordial va entraîner la création de polarisation U. En effet, l'équation relative à ce paramètre, auparavant dépourvue de terme source dans le cas où nous ne considérons que des perturbations scalaires, à travers le terme $-2\omega_{\mathbf{B}}Q$, va générer de la polarisation U.

Afin de quantifier cet effet sur les spectres de puissance du CMB, il faut intégrer ces nouvelles équations de Boltzmann pour la polarisation du CMB le long de la ligne de visée. Dans un premier temps, nous avons essayé de quantifier cet effet de manière plus simple, en formulant un certain nombre d'approximations que nous allons maintenant présenter.

5.4 Évaluation de l'effet du champ sur les spectres de puissance angulaire du CMB, approche directe

Certaines approches ont réalisé l'intégration des équations de Boltzmann en présence du champ magnétique primordial le long de la ligne de visée et ont dérivé une expression analytique pour les spectres de puissance angulaire polarisés (voir par exemple [Scóccola *et al.* 2004]). L'objectif de nos travaux est différent. En effet, nous étions plus intéressés par l'obtention directe de cartes des paramètres de Stokes dans l'espace réel. Pour ceci, nous avons développé une approche différente de l'*approche analytique*, que nous qualifierons d'*approche directe* et que nous allons présenter.

Si nous ne nous attelons pas à la résolution directe par intégration le long de la ligne de visée des équations (5.3), nous pouvons cependant formuler plusieurs hypothèses physiques relatives à la création de la polarisation au niveau de la surface de dernière diffusion en présence d'un champ magnétique primordial.

⋆ **Hypothèse de *champ faible*** : Nous supposerons que l'intensité du champ magnétique primordial est faible. En effet, au regard de l'équation (5.2), nous avons vu qu'un champ ayant une intensité aujourd'hui de l'ordre du nG, produit sur le vecteur de polarisation des photons du CMB une rotation faible ($\langle\varphi^2\rangle^{\frac{1}{2}} \sim \mathcal{O}(1°)$). Sous cette hypothèse, nous pouvons supposer que la rotation de Faraday sera un effet faible, $\omega_{\mathbf{B}} \ll 1$. De plus, sous l'hypothèse d'un champ faible, nous pourrons négliger l'effet de la rotation de Faraday sur la polarisation créée par les perturbations de type tensoriel. En effet, étant donné que l'intensité des modes tensoriels est faible ($r < 0.3$, à 95% de niveau de confiance [Spergel *et al.* 2006]) et que $\omega_{\mathbf{B}} \ll 1$, l'effet combiné sera du second ordre.

⋆ **Hypothèse de *couplage fort*** : Nous avons vu en 4.2.2 que l'hypothèse de *couplage fort* est adaptée à l'intégration des équations d'évolution pour la polarisation du CMB. Dans cette hypothèse, nous pouvons considérer le découplage comme instantané ($\Delta t_D/t_D \ll 1$). Les modes U étant nuls avant l'interaction, dans cette hypothèse et en ajoutant le fait que nous avons supposé que $\omega_{\mathbf{B}} \ll 1$, les modes Q ne seront pas générés à partir de U. Seule pourra être considérée la génération des modes U à partir de Q.

En résumé, les hypothèses ci-dessus nous permettent de négliger le terme $2\omega_{\mathbf{B}}U$, dans l'équation (5.3) relative à Q. En parallèle, la présence du champ magnétique primordial va générer de la polarisation U à travers le terme $-2\omega_{\mathbf{B}}Q$ présent dans l'équation (5.3) et de ce fait des modes B.

Sous ces hypothèses, en première approximation, nous pouvons considérer que la résolution analytique des équations de Boltzmann (5.3), de manière analogue à celle présentée en 4.2.3, conduit aux mêmes résultats qu'une rotation *directe* du vecteur de polarisation du CMB. Nous nous intéresserons aux modifications des spectres de puissance en polarisation des anisotropies du CMB dans ce cas.

5.5 Modélisation de l'effet du champ magnétique primordial sur la polarisation du CMB

Afin de quantifier l'effet du champ magnétique primordial sur les spectres de puissance en polarisation du CMB, nous avons réalisé des simulations. Ces simulations ont été générées de la manière suivante :

- ⋆ Nous générons à l'aide du logiciel Camb [Lewis *et al.* 2000], un modèle de spectres de puissance du CMB à partir de paramètres cosmologiques correspondants au modèle de concordance ΛCDM de Wmap [Spergel *et al.* 2006], mais sans perturbations tensorielles ($r = 0$) et sans réionisation. Ce dernier point est délicat. En effet, notre raisonnement s'appuie sur le fait que les photons du CMB n'ont plus interagi depuis le découplage. Nous motivons le choix de ne pas tenir compte de l'effet de la réionisation en raison de son épaisseur optique un ordre de grandeur plus faible que lors du découplage ($\tau_R \sim 0.1$ [Page *et al.* 2006]) qui conduirait à un effet dix fois plus faible sur la polarisation du CMB. Cependant, ce choix reste discutable et seule la résolution des équations de Boltzmann dans le cadre d'un Univers avec réionisation lèverait cette ambiguïté.
- ⋆ Nous générons des cartes complètes du ciel, pour les paramètres de Stokes I, Q et U dans le cadre de ce modèle à l'aide du logiciel Synfast [Górski *et al.* 1999].
- ⋆ Nous appliquons la rotation de Faraday à ces cartes à l'aide des équations (5.2) et (2.7). Nous choisissons ici une fréquence d'observation de 30 GHz, fréquence de Planckoù l'effet sera maximal, et nous testerons différentes valeurs de l'intensité du champ actuel, de 1 à 10 nG. Nous générerons ces cartes pour deux types de champs : un champ d'orientation aléatoire gaussienne et un champ d'orientation fixe, le long de la direction de propagation des photons.
- ⋆ Enfin, nous calculons les nouveaux spectres de puissance angulaire à partir de ces cartes modifiées, à l'aide du logiciel Anafast [Górski *et al.* 1999].

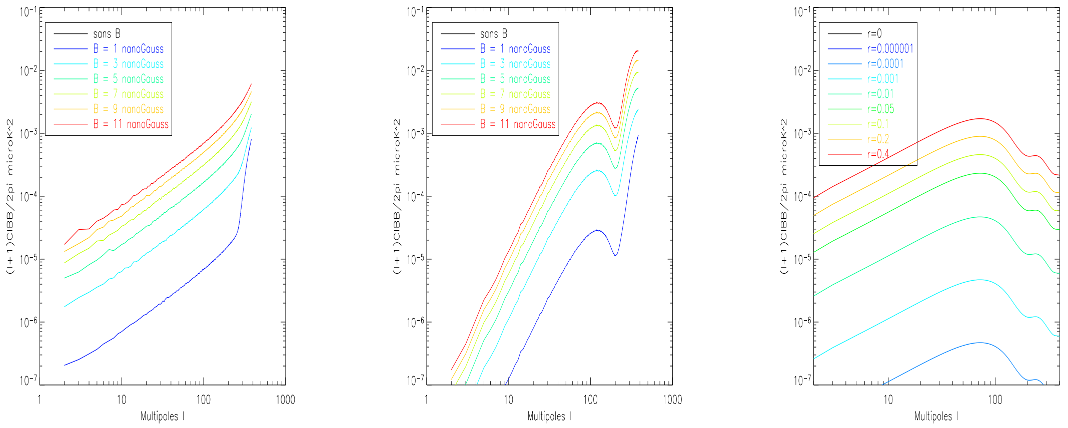

Fig. 5.1 – Spectres de puissance angulaire C_ℓ^{BB} dans le cas d'un modèle de concordance ΛCDM [Spergel *et al.* 2006] sans réionisation. *Gauche* : $r = 0$ et présence d'un champ **B** d'orientation aléatoire gaussienne, pour différentes valeurs de l'intensité actuelle du champ. *Centre* : $r = 0$ et présence d'un champ **B** d'orientation parallèle à la direction de propagation des photons, pour différentes valeurs de l'intensité actuelle du champ. *Droite* : pour différentes valeurs de r et sans champ magnétique primordial.

5.6 Résultats sur les spectres de puissance angulaire

Nous présentons en figure 5.1 les spectres de puissance angulaire C_ℓ^{BB} résultants des simulations décrites ci-dessus, pour les deux types d'orientation du champ. Nous comparons ces spectres à ceux obtenus grâce à Camb [Lewis *et al.* 2000], dans le cas du même modèle d'Univers dans lequel on ajoute des perturbations tensorielles ($r \neq 0$). En effet, la présence de perturbations tensorielles au niveau de la surface de dernière diffusion génère de la polarisation U et donc des modes B. Cet effet étant de toute première importance pour la cosmologie observationnelle, nous avons voulu lui comparer l'effet du champ magnétique primordial.

Nous pouvons voir de prime abord que dans le cas de champs nuls ou qu'en l'absence de modes tenseurs, le spectre est nul. Nous voyons ensuite que les spectres résultants d'un champ orienté aléatoirement sont semblables à ceux de bruits blancs, dont l'intensité est proportionelle à l'intensité du champ. Dans le cas d'un champ de direction parallèle à la direction de propagation des photons, les spectres ont la même forme que celui du spectre C_ℓ^{EE} et sont proportionnels à l'intensité du champ. Enfin, autour de $\ell = 100$ et pour $r = 0.1$, par exemple ($r < 0.3$ [Spergel *et al.* 2006]), nous pouvons voir que l'effet d'un champ magnétique orienté aléatoirement et d'intensité actuelle de 10 nG ou celui d'un champ magnétique d'orientation constant et d'intensité actuelle de 5 nG sont tout deux du même ordre de grandeur que celui des modes tensoriels.

Notons enfin que le choix d'un champ magnétique toujours orienté le long de la direction de propagation des photons, n'a pas de réelles motivations physiques. Cependant, cela correspond à l'effet maximal que peut avoir la rotation de Faraday, et cela constitue donc une limite supérieure. Nous pouvons néanmoins remarquer que cet effet maximal n'est pas sensiblement plus fort que celui dû à un champ orienté aléatoirement, en principe plus acceptable physiquement.

Nous ne présentons pas ici les spectres de puissance C_ℓ^{EE} et C_ℓ^{TE}, pour lesquels l'effet du champ magnétique primordial est moins significatif par rapport à la valeur moyenne. Nous avons cependant comparé les résultats que nous avons obtenus pour les spectres C_ℓ^{TE} aux données de l'expérience Wmap, dans le paragraphe suivant.

5.7 Comparaison à l'approche analytique

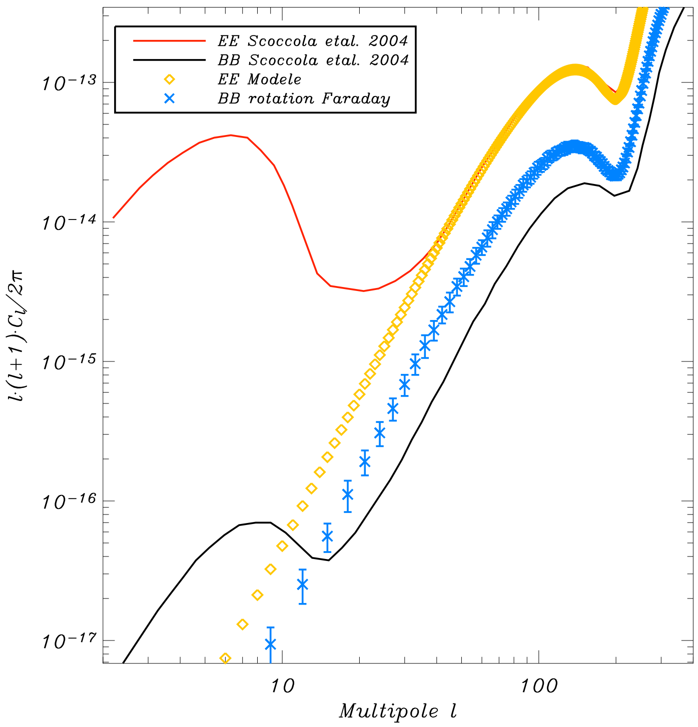

Fig. 5.2 – Spectres de puissance angulaire polarisés C_ℓ^{EE} et C_ℓ^{BB} (unités arbitraires) à 30 GHz dans le cas de la présence d'un champ magnétique primordial ayant une intensité actuelle $B_0 = 10$ nG. Les *traits pleins* représentent respectivement C_ℓ^{EE} (*rouge*) et C_ℓ^{BB} (*noir*) dans le cas de l'*approche analytique* développée dans [Scóccola *et al.* 2004]. Les *diamants oranges* représentent le modèle de C_ℓ^{EE} dont nous nous sommes servis pour nos simulations (sans reionisation, mais identique à celui de [Scóccola *et al.* 2004] pour $\ell \gtrsim 40$. Les *croix bleues* représentent le spectre C_ℓ^{BB} modélisé par l'*approche directe*, dans le cas d'un champ magnétique toujours orienté le long de la ligne de visée. Les barres d'erreurs qui lui sont associées représentent la dispersion sur 100 simulations.

Nous allons maintenant comparer nos résultats à ceux obtenus par l'*approche analytique* en prenant pour exemple de cette approche les travaux de [Scóccola *et al.* 2004]. Les auteurs s'appuient sur le formalisme du *moment angulaire total*, développé par [Hu & White 1997], qui développe les équations de Boltzmann dans l'espace des fonctions de Bessel sphériques afin de pouvoir réaliser l'intégration le long de la ligne de visée. Ils en déduisent une expression analytique pour le spectre de puissance angulaire C_ℓ^{BB}, en faisant l'hypothèse d'une faible rotation de Faraday.

Nous avons repris les valeurs des spectres C_ℓ^{EE} et C_ℓ^{BB} calculées par [Scóccola *et al.* 2004], afin de les comparer aux valeurs de notre modèle (voir 5.5), à 30 GHz et pour un champ magnétique primordial ayant une intensité B_0 égale à 10 nG et orienté le long de la direction de propagation des photons. Nous avons calé notre modèle ne comportant pas de période de réionisation sur le spectre C_ℓ^{EE} aux multipôle $\ell \sim 100$ et nous avons calculé le spectre C_ℓ^{BB} dû à la rotation de Faraday, sous nos hypothèses.

Les résultats sont montrés en figure 5.2. Nous pouvons voir que le spectre C_ℓ^{BB} que nous obtenons par notre *approche directe*, pour des multipôles plus grand que 20, est un facteur 2 plus élevé que le spectre obtenu dans [Scóccola *et al.* 2004] par *approche analytique*. De plus, nous pouvons voir qu'à très grande échelle, l'absence de réionisation dans le modèle des modes E que nous avons utilisé se reflète dans le spectre C_ℓ^{BB}.

Cependant, malgré ces différences, les deux approches, singulièrement différentes, mènent à des résultats du même ordre de grandeur. En outre, les spectres C_ℓ^{BB} de notre modèle sont de la même forme que ceux obtenus par l'*approche analytique*. La différence d'amplitude observée peut être expliquée par le fait que un champ d'orientation constante le long de la ligne de visée ne possède pas de motivation physique et constitue l'effet maximal que l'on peut envisager.

En dépit des nombreuses approximations simplificatrices que nous avons faites, notre modèle demeure réaliste et a l'avantage, contrairement à l'*approche analytique* de permettre de manière aisée de construire des cartes du ciel en Q et U tenant compte de l'effet de la rotation de Faraday due à la présence d'un champ magnétique primordial au niveau de la surface de dernière diffusion.

5.8 Comparaison aux résultats de l'expérience Wmap

Afin de donner une contrainte expérimentale sur la valeur de l'intensité du champ magnétique primordial, nous avons souhaité comparer les spectres que nous avons obtenus lors de la modélisation de l'effet du champ au niveau de la surface de dernière diffusion sur la polarisation du CMB aux données polarisées de l'expérience Wmap.

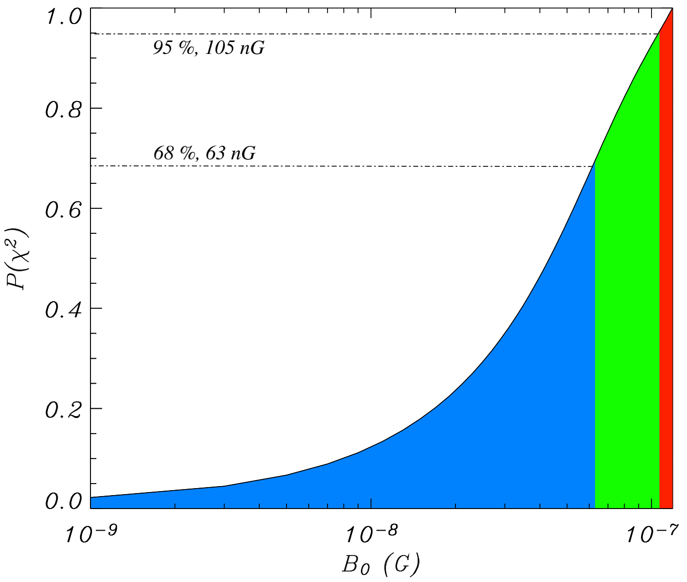

Fig. 5.3 – Probabilité de χ^2 entre le spectre C_ℓ^{TE} des données trois ans de Wmap [Page *et al.* 2006] et les modèles simulés pour différentes valeurs de B_0 comprises entre 1 et 120 nG, sur une gamme de multipôles $15 < \ell < 100$. La zone bleue correspond à 68% de niveau de confiance (jusqu'à 63 nG), la verte à 95% (jusqu'à 105 nG) et la rouge à 100%.

Nous avons choisi d'effectuer cette analyse sur le spectre C_ℓ^{TE}, échantillonné en ℓ, correspondant à trois ans de données WMAP [Page *et al.* 2006][1]. En effet, les spectres C_ℓ^{EE} et a fortiori C_ℓ^{BB} sont largement dominés par le bruit instrumental.

Nous avons simulé l'effet du champ magnétique primordial sur les spectres de puissance angulaire polarisés du CMB, de la même manière qu'en 5.5, pour différentes valeurs de l'intensité du champ, de 1 à 120 nG, avec un pas de 2 nG. Ceci à été fait aux deux fréquences utilisées pour calculer le spectre de puissance angulaire TE par l'équipe de WMAP, 41 et 61 GHz, correspondant aux canaux Q et V de l'instrument. Pour obtenir le spectre final et le comparer à celui de WMAP, nous avons fait la moyenne des deux canaux [Page *et al.* 2006]. Nous avons ensuite échantillonné en ℓ nos modèles, pour les différentes valeurs de B_0, de la même façon que le spectre donné par WMAP.

Pour contraindre la valeur de l'intensité du champ magnétique primordial, nous avons ajusté B_0 en calculant la probabilité du χ^2 entre nos modèles et les données WMAP en tenant compte de leurs barres d'erreur ($P(\chi^2) = \exp^{-\chi^2/2}$). En raison du fait que nous n'avons pas tenu compte de la réionisation au cours de la modélisation de l'effet du champ magnétique primordial sur la polarisation du CMB (voir 5.5) et que l'effet de la réionisation est significatif à bas ℓ ($\ell \lesssim 10$), nous avons choisi d'utiliser les échantillons en ℓ correspondants à $15 < \ell < 100$, pour l'ajustement. En effet, dans cette gamme de multipôles, nous pouvons faire l'approximation que l'effet de la réionisation est faible.

Nous présentons nos résultats en figure 5.3, sous la forme de la probabilité de χ^2. À partir de notre ajustement, nous pouvons donner une limite supérieure sur la valeur de l'intensité du champ magnétique primordial B_0 de 105 nG à 95% de niveau de confiance (63 nG à 68%).

Cette étude n'a pas pour vocation de donner une limite stricte ou précise sur la valeur de l'intensité du champ magnétique primordiale, mais simplement un ordre de grandeur. Cependant, elle permet de démontrer que ce genre d'ajustement est réalisable, sous nos hypothèses. Notons enfin que la rotation de Faraday induit un effet sur le spectre TE qui est périodique. En effet, plus l'angle de rotation est grand, plus le spectre va diminuer jusqu'à un point d'inflexion où il devient négatif pour à nouveau croître en amplitude. De ce fait, la limite que nous donnons, toujours dans nos hypothèses, est vraie modulo 300 nG. Néanmoins, les valeurs très élevées de l'intensité du champ des maxima de vraisemblance suivants ne permettent plus de se situer dans notre hypothèse de champ faible, sur laquelle nous avons fondé cette étude.

5.9 Conclusion

Au cours de cette partie, nous avons tenté de décrire et de quantifier l'effet de la présence d'un champ magnétique primordial au niveau de la surface de dernière diffusion sur la génération de la polarisation du CMB, par rotation de Faraday. Pour cela, nous avons développé une approche différente de celles existant dans la littérature, en formulant un certain nombre d'hypothèses. Cette approche nous a permis de générer des cartes du ciel en Q et U tenant compte de l'effet de la rotation de Faraday. À partir de ces cartes, nous avons calculé les spectres de puissance angulaire polarisés. Le fait que nous nous sommes intéressés à la séparation des différentes composantes du ciel polarisé (présentée au chapitre 9) justifie l'intérêt que nous avions à pouvoir réaliser des cartes de cet effet. Ainsi, lors de travaux ultérieurs, nous pourrons voir dans quelle mesure l'effet du champ magnétique primordial sur la polarisation du CMB est séparable des perturbations primaires, notamment pour les modes B.

Le premier résultat est qu'en l'absence de perturbations de type tensoriel au sein du fluide primordial et en présence du champ magnétique primordial, le spectre C_ℓ^{BB} est significativement non nul. En outre, pour des valeurs de l'intensité du champ de l'ordre de la dizaine de nG, celui-ci peut être du même ordre de grandeur qu'un spectre dû aux modes tensoriels pour un r raisonnable ($r \sim 0.1$ [Spergel *et al.* 2006]). Insistons sur le fait que ceci n'est vrai qu'à 30 GHz et qu'aux fréquences plus élevées l'effet du champ magnétique primordial sera significativement plus ténu.

Nous avons ensuite comparé nos résultats à ceux de [Scóccola *et al.* 2004] présentant une approche analytique à ce problème et nous avons montré que ces deux approches mènent à un spectre C_ℓ^{BB} de même ordre de grandeur et de même forme, validant ainsi nos hypothèses.

[1] Disponible sur `http://lambda.gsfc.nasa.gov/product/map/dr2/dcp/wmap_binned_te_powspec_3yr_v2.txt`

Enfin, nous avons comparé nos modèles aux données WMAP pour le spectre C_ℓ^{TE}, ce qui nous a permis de donner une limite supérieure expérimentale à l'intensité du champ magnétique primordial de nos jours.

Ces travaux montrent que cet effet sera un effet concurent de celui du fond d'ondes gravitationnelles primordiales, au sein du spectre C_ℓ^{BB}. Néanmoins, leur spectre électromagnétique diffère, car l'effet de la rotation de Faraday est inversement proportionel à la fréquence d'observation au carré, différence que l'on pourra certainement exploiter afin de séparer efficacement ces deux composantes (voir chapitre 9). Nous avons également pu montrer que l'intensité du champ magnétique primordial pourra être contrainte par les données, ce qui est également d'un très grand intérêt scientifique.

Troisième partie

Analyse des données de l'expérience Archeops en préparation à Planck

Chapitre 6

Tests de non-gaussianité appliqués à l'expérience Archeops

6.1 Introduction

Comme nous l'avons vu en 1.3.2, la théorie inflationnaire *standard* prédit que les fluctuations de densité du fluide primordial sont très précisément distribuées selon une densité de probabilité gaussienne (voir par exemple [Guth 1981, Linde 1990, Lyth & Riotto 1998, Liddle & Lyth 2000]). Ces fluctuations étant à l'origine des anisotropies du CMB, ces dernières devraient également être distribuées de manière gaussienne sur le ciel. Ainsi, l'analyse de la gaussianité du CMB fournit un test direct de la théorie inflationaire *standard* ainsi que de ses alternatives, qui prédisent presque toutes des écarts à la gaussianité.

En outre, les émissions galactiques (poussière, synchrotron, rayonnement de freinage) extra-galactiques (SZ) ainsi que les effets systématiques ayant des distributions hautement non-gaussiennes, l'analyse de la gaussianité permettra de déceler au sein des données l'empreinte ou les résidus de ces composantes.

Le travail que nous avons réalisé sur ce sujet vise à tester la gaussianité des données de l'expérience Archeops, avec comme buts de donner une limite supérieure à la gaussianité du CMB et une compréhension des résidus galactiques ou systématiques présents dans les données. Ce travail a été réalisé au cours d'une collaboration de deux années avec les physiciens de l'IFCA de Santander, Espagne, menés par E. Martínez-González. Il s'agit de la première étude de gaussianité appliquée aux données Archeops. Ces travaux auront fait l'objet d'une publication [Curto *et al.* 2006].

6.2 Tester la gaussianité de données de type CMB

Il existe un grand nombre de méthodes qui furent utilisées pour tester la gaussianité de données de type CMB. Parmi elles, certaines ont été développées dans le contexte général d'outils statistiques testant la gaussianité d'un jeu de données, d'autres ayant été spécifiquement créées pour l'analyse des anisotropies du CMB. Nous allons dans cette partie présenter brièvement certaines de ces méthodes ainsi que les résultats qu'elles ont pu obtenir à partir de données de type CMB.

⋆ Premièrement nous citerons les méthodes se basant sur une analyse en ondelettes, qui furent abondamment utilisées pour l'analyse de la gaussianité des données CMB. Depuis les premiers travaux de [Pando *et al.* 1998] sur les données de Cobe, beaucoup de méthodes ont vu le jour [Aghanim & Forni 1999], [Forni & Aghanim 1999], [Hobson *et al.* 1999], [Barreiro *et al.* 2000], [Cayón *et al.* 2001], [Jewell 2001], [Starck *et al.* 2003], par exemple. Ces méthodes possèdent deux caractéristiques importantes. La première est qu'elles sont localisées en fréquence et spatialement et permettent une analyse des non-gaussianités à différentes échelles. De plus, en tant que transformations linéaires, elles conservent la gaussianité de variables gaussiennes. À l'inverse, un signal non gaussien dans l'espace réel demeurera non-gaussien dans la distribution des coefficients de décomposition en ondelettes. Une de ces méthodes a été utilisée dans l'analyse de la gaussianité des données ARCHEOPS et est présentée en détail en 6.5.1.

⋆ D'autres méthodes étudient le *bi-spectre* du CMB (voir [Ferreira *et al.* 1998], [Magueijo 2000], [Komatsu *et al.* 2002], par exemple). Le *bi-spectre* $B_{\ell_1\ell_2\ell_3}$ est la fonction de corrélation à trois points dans l'espace des harmoniques sphériques et est défini de la manière suivante :

$$B_{\ell_1\ell_2\ell_3} \equiv \sum_{m_1,m_2,m_3} \begin{pmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix} a_{\ell_1 m_1} a_{\ell_2 m_2} a_{\ell_3 m_3} \tag{6.1}$$

où la matrice représente un symbole $3j$ de Wigner. Il a été montré dans [Komatsu & Spergel 2002] que la mesure du *bi-spectre* peut-être reliée aisément au paramètre de couplage non-linéaire $f_{\rm NL}$ (voir 1.3.2). [Ferreira *et al.* 1998] et [Magueijo 2000] ont étudié certains modes du *bi-spectre* pour les données COBE DMR et ont montré que ceux-ci n'étaient pas compatibles avec la gaussianité. Par la suite, [Komatsu *et al.* 2002] ont montré que ces non-gaussianités étaient compatibles avec des fluctuations statistiques et grâce à la répétition de cette étude sur une vaste gamme de multipôles, à l'aide d'un *bi-spectre* normalisé, plus pertinent statistiquement, ont pu montré que les données de COBE étaient compatibles avec la gaussianité. Ils fixèrent une limite supérieure $f_{\rm NL} < 1.6 \cdot 10^3$ (68% C.L.).

⋆ Enfin, nous présenterons dans ce qui suit une méthode de *smooth test of goodness-of-fit* appelé test de Rayner & Best que nous avons appliquée aux données de l'expérience ARCHEOPS. Le formalisme associé à cette méthode est décrit en détail au cours du paragraphe suivant. Cette méthode a déjà été appliquée avec succès aux données de l'expérience ballon MAXIMA [Cayón *et al.* 2003b] ainsi qu'à celles de l'interféromètre VSA [Aliaga *et al.* 2005, Rubiño-Martín *et al.* 2006].

⋆ D'autres méthodes furent appliquées aux données de type CMB comme l'utilisation d'estimateurs géométriques sur la sphère (voir par exemple [Barreiro *et al.* 2001]), de fonctionnelles de Minkowski (voir par exemple [Komatsu *et al.* 2003]) ou encore des méthodes de filtrage permettant de caractériser l'alignement des structures (voir par exemple [Wiaux *et al.* 2006]), mais elles ne seront pas présentées plus en détail dans cet exposé.

À ce jour, l'ensemble des tests réalisés sur des données de type CMB sont compatibles avec une distribution gaussienne des fluctuations au sein du fluide primordial, et si des écarts significatifs à la gaussianité ont parfois pu être décelés, ils furent toujours expliqués par la présence d'effets systématiques non soustraits.

6.3 Tests de Rayner & Best appliqués à la gaussianité des données CMB

Nous allons décrire au cours de ce paragraphe le test de gaussianité que nous avons appliqué aux données de l'expérience ARCHEOPS. Il s'agit d'un test appartenant à la famille des *smooth tests of goodness-of-fit*. Le test de Rayner & Best sera appliqué à nos données dans le formalisme des *modes-propres de rapport signal sur bruit*, que nous décrirons également.

6.3.1 Généralités sur les *smooth tests of goodness-of-fit*

Étant donné un jeu de N nombres aléatoires y_i, $i \in \{1, \ldots, N\}$ il peut être intéressant de savoir si ils se comportent statistiquement comme une fonction de densité de probabilité (FDP) donnée, $f(y, \theta)$. Ceci revient à regarder si la probabilité de trouver un nombre aléatoire y dans un intervalle entre $\{y_0, y_0 + \Delta y\}$, avec $\Delta y \geq 0$ est donnée par $f(y_0, \theta)\Delta y$. Le vecteur θ permet de se déplacer *souplement* (donnant la dénomination de *smooth*) entre les différentes FDP, dans l'espace qui leur est associé. Un test de *goodness-of-fit* est un test qui consiste à discriminer statistiquement entre l'*hypothèse zéro*, $H_0 \leftrightarrow \theta = 0$ (une FDP gaussienne, dans notre cas) et une *hypothèse alternative* $K \leftrightarrow \theta \neq 0$, sans pour autant exprimer explicitement les *hypothèses alternatives*.

6.3.2 Test de Rayner & Best

Au sein de la famille des *smooth tests of goodness-of-fit*, nous allons choisir l'approche de Rayner & Best [Rayner & Best 1989, Rayner & Best 1990]. Cette approche considère une *hypothèse alternative* d'ordre k, $g_k(y, \theta)$, caractérisée par une FDP de la forme :

$$g_k(y, \theta) = \gamma(\theta) \exp\Big[\sum_{j=1}^{k} \theta_j h_j(y)\Big] f(y) \tag{6.2}$$

où θ est un jeu de k paramètres couvrant *souplement* l'espace des FDP que l'on veut tester, $f(y)$ est la FDP de l'*hypothèse zéro* (la distribution gaussienne dans notre cas), $h_i(y)$ est un ensemble complet de fonctions orthonormales à $f(y)$[1] et $\gamma(\theta)$ une constante de normalisation.

En suivant toujours Rayner & Best, nous allons définir une *score*-statistique, utilisée pour évaluer l'*hypothèse-zéro*. En reprenant la notation de [Aliaga *et al.* 2003], la *score*-statistique associée à ce test est :

$$S_k = \sum_{i=1}^{k} \left(\sum_{j=1}^{N} \frac{h_i(y_j)}{\sqrt{N}} \right)^2 \equiv \sum_{i=1}^{k} U_i^2 \tag{6.3}$$

Dans le cas où l'*hypothèse zéro* est une FDP gaussienne, les quantitées $h_i(y)$ sont les polynômes normalisés de Hermite-Tchebychev[2]. Si l'*hypothèse zéro* est vérifiée alors les quantités U_i sont une somme d'un grand nombre de variables indépendantes et de ce fait distribuées de manière gaussienne. Il en résulte que les quantités U_i^2 se comportent comme un χ_1^2. Il est possible d'exprimer les quantités U_i^2 en fonction des moments d'ordres inférieurs ou égaux à i, définis pour un jeu de N nombres aléatoires de la façon suivante :

$$\mu_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{N} y_j^i \tag{6.4}$$

Au cours du travail que nous allons présenter, nous ne nous intéresserons qu'aux 5 premières statistiques U_i^2. Elles s'écrivent en fonction des moments d'ordres inférieurs ou égaux à i :

$$\begin{aligned}
U_1^2 &= n\mu_1^2 \\
U_2^2 &= \frac{n}{2}(\mu_2 - 1)^2 \\
U_3^2 &= \frac{n}{6}(\mu_3 - 3\mu_1)^2 \\
U_4^2 &= \frac{n}{24}(\mu_4 - 6\mu_2 + 3)^2 \\
U_5^2 &= \frac{n}{120}(\mu_5 - 10\mu_3 + 15\mu_1)^2
\end{aligned} \tag{6.5}$$

Si notre jeu de paramètre y_i vérifie une distribution gaussienne, alors les *score*-statistiques U_i^2 seront distribuées comme un χ^2 à un degré de liberté. En pratique, les premieres quantités U_i^2 $(i = \{1, 2, 3\})$ seront plus sensibles pour la plupart de nos applications. Les statistiques d'ordres plus élevés seront dominées par la propagation des erreurs, en raison de la présence de moments d'ordres plus élevés. Nous détaillerons ce point ultérieurement.

6.3.3 Formalisme des modes propres de rapport signal sur bruit

Nous avons désormais présenté la méthode que nous allons utiliser pour déterminer si notre jeu de N variables aléatoires à une FDP gaussienne ou non.

[1] $\int_{-\infty}^{\infty} h_i(y) f(y) h_j(y) dy = \delta_{ij}$

[2] Les polynômes Hermite-Tchebychev sont définis de la manière suivante : $\mathfrak{H}_0(x) = 0$, $\mathfrak{H}_1(x) = x$ et pour $n > 1$ $\mathfrak{H}_{n+1}(x) = x\mathfrak{H}_n(x) - n\mathfrak{H}_{n-1}(x)$. Les polynômes normalisés s'écrivent alors : $h_n(x) \equiv \mathfrak{H}_n(x)/\sqrt{n!}$.

Reste à choisir un moyen astucieux de décrire nos données afin que le test décrit au paragraphe précédent soit performant. Pour cela, nous allons choisir le formalisme des *modes-propres de rapport signal sur bruit* décrit dans [Bond 1995]. Le but de ce formalisme est de décrire la carte du ciel que nous souhaitons analyser dans une nouvelle base ou signal et bruit sont statistiquement indépendants et décorrélés. Pour ceci, nous allons effectuer une transformation linéaire les données exprimées dans l'espace des pixels dans la nouvelle base des *modes-propres de rapport signal sur bruit*.

Si nous avons un jeu de données d_p, où p est le numéro du pixel dans le ciel, nous pouvons l'écrire comme la somme d'une composante due au signal s_p (CMB, émissions astrophysiques, effets systématiques) et d'une composante due au bruit n_p :

$$d_p = s_p + n_p \tag{6.6}$$

Afin de décomposer nos données dans le formalisme des *modes-propres de rapport signal sur bruit*, il va falloir calculer les matrices de corrélation, d'une part pour le signal, d'autre part pour le bruit. Ces matrices seront définies de la façon suivante :

$$S_{pp'} = \langle s_p s_{p'} \rangle - \langle s_p \rangle \langle s_{p'} \rangle, \qquad N_{pp'} = \langle n_p n_{p'} \rangle - \langle n_p \rangle \langle n_{p'} \rangle \tag{6.7}$$

où les $\langle \ldots \rangle$ repésentent la moyenne sur un grand nombre de réalisations. Ainsi, nous estimerons S et N, à partir de simulations. Ceci constitue un travail préalable à la décomposition en *modes-propres de rapport signal sur bruit*.

Nous allons maintenant décrire les étapes de la décomposition en *modes-propres de rapport signal sur bruit*. Pour cela, nous allons tout d'abord réécrire la corrélation du bruit, N, en fonction des matrices de Cholesky qui leur sont associées :

$$N = L_N L_N^T \tag{6.8}$$

Cette décomposition peut être réalisée directement en utilisant les algorithmes de décomposition de Cholesky, cependant ceci nécessite d'avoir au préalable calculé avec une très grande précision la matrice de corrélation du bruit, ce qui est très coûteux en terme de nombre de simulations. Nous lui préfererons un calcul basé sur la diagonalisation de cette matrice de corrélation :

$$R_N^T N R_N = D_N \tag{6.9}$$

où R_N est la matrice de rotation associée à la diagonalisation de N et D_N est la matrice diagonale résultante. Ainsi :

$$N = \left[R_N D_N^{\frac{1}{2}} \right] \left[D_N^{\frac{1}{2}} R_N^T \right] \tag{6.10}$$

Nous pouvons alors définir $L_N \equiv R_N D_N^{\frac{1}{2}}$ et l'équation (6.10) devient alors $N = L_N L_N^T$. La diagonalisation de la matrice de corrélation du bruit nous donnera ainsi L_N.

À partir de la matrice L_N, nous allons pouvoir définir la *matrice de rapport signal sur bruit*, A :

$$A \equiv L_N^{-1} S L_N^{-T} \qquad \text{avec} \qquad L_N^{-T} \equiv \left(L_N^{-1} \right)^T \tag{6.11}$$

Nous pouvons alors diagonaliser la matrice A, à l'aide d'une matrice de rotation R :

$$R^T A R = E \tag{6.12}$$

Ainsi définie, la matrice E est diagonale et contient les valeurs propres de la matrice A. Notons que les valeurs propres E_i reflètent le rapport signal sur bruit de chaque pixel p, dans la nouvelle base i. Ainsi les pixels pour lesquels la valeur propre $E_i < \alpha$, pour un α donné, pourront être exclus de l'analyse. De cette façon nous pourrons nous affranchir des pixels pour lesquels le rapport signal sur bruit est arbitrairement faible.

Enfin, les *modes-propres de rapport signal sur bruit* sont définis de la manière suivante :

$$\xi \equiv R L_N^{-1} \mathbf{d} \tag{6.13}$$

Pour illustrer les propriétés des données dans cette nouvelle base, nous pouvons calculer la matrice de corrélation Ξ des *modes-propres de rapport signal sur bruit* ξ :

$$\begin{aligned}\Xi &\equiv \langle \xi_i \xi_{i'} \rangle \\ &= RL_N^{-1} \langle d_i d_{i'}^T \rangle L_N^{-T} R^T \\ &= RL_N^{-1} (S+N) L_N^{-T} R^T \\ &= RAR^T + RL_N^{-1} N L_N^{-T} R^T \\ &= E + \mathbb{1} \\ &= (E_i + 1)\delta_{ij} \end{aligned} \tag{6.14}$$

Nous voyons ainsi que, nous pouvons écrire $\xi_i \equiv \tilde{s}_i + \tilde{n}_i$ où les quantités $\tilde{\mathbf{s}}$ et $\tilde{\mathbf{n}}$, exprimées dans cette nouvelle base sont décorrélées et normalisées par rapport au bruit, de sorte que $\langle \tilde{s}_i \tilde{s}_j \rangle = E_i \delta_{ij}$ et $\langle \tilde{n}_i \tilde{n}_j \rangle = \delta_{ij}$.

Pour finir nous allons normaliser les ξ_i en définissant la quantité y_i :

$$y_i \equiv \frac{\xi_i}{(E_i+1)^{\frac{1}{2}}} \tag{6.15}$$

Ainsi la corrélation des y_i sera normalisée :

$$Y \equiv \langle y_i y_j^T \rangle = \frac{\langle \xi_i \xi_j^T \rangle}{\left[(E_i+1)^{\frac{1}{2}} (E_j+1)^{\frac{1}{2}} \right]} = \delta_{ij} \tag{6.16}$$

Le test que nous allons effectuer visera à tester la gaussianité des données $\mathbf{d}$. Si nous faisons l'hypothèse que ces données $\mathbf{d}$ sont gaussiennes (*hypothèse-zéro*), il en découlera que les *modes-propres de rapport signal sur bruit* normalisés y_i auront alors les trois propriétés suivantes :

- ⋆ Les y_i seront indépendants.
- ⋆ Les y_i seront distribués de manière gaussienne avec une moyenne nulle et une variance unité ($\mathcal{N}(0,1)$).

Ainsi, pour étudier la gaussianité des données, le test de Rayner & Best présenté en 6.3.2 sera appliqué afin de tester la distribution des *modes-propres de rapport signal sur bruit*, $\mathbf{y}$, que nous venons de définir. Si les données ne sont pas distribuées de manière gaussienne, les y_i ne possèderont pas ces propriétés.

6.4 Application du test de Rayner et Best à l'expérience ARCHEOPS

Nous avons désormais décrit le test de Rayner & Best que nous allons appliquer aux données de l'expérience ARCHEOPS, dans le formalisme des *modes-propres de rapport signal sur bruit*.

Nous avons choisi de réaliser ce test sur les données d'un bolomètre d'ARCHEOPS, en prenant les données récoltées lors du vol KS3. Il s'agit du bolomètre dénommé 143K03, qui fut le plus sensible et dont le niveau de contamination par des effets systématiques est le plus faible (voir tableau 3.1). Même si la résolution typique d'ARCHEOPS est de l'ordre de 12 arcmin, nous avons choisi d'effectuer l'analyse à une résolution HEALPIX de $N_{\rm side}$=32 (échelles accessibles de l'ordre de 1.8°) afin que le rapport signal sur bruit dans chaque pixel ne soit pas trop faible et car nous nous intéresserons aux écarts éventuels à la gaussianité aux grandes échelles. De plus, une analyse à la résolution nominale serait très coûteuse en temps de calcul, car comme nous le verrons, un très grand nombre de simulations seront nécessaires.

Afin de minimiser l'effet de la procédure de réalisation de la carte sur notre test ainsi que pour avoir un test redondant, nous avons appliqué la méthode aux deux algorithmes de fabrication de cartes présentés en 3.1.4, co-addition et MIRAGE.

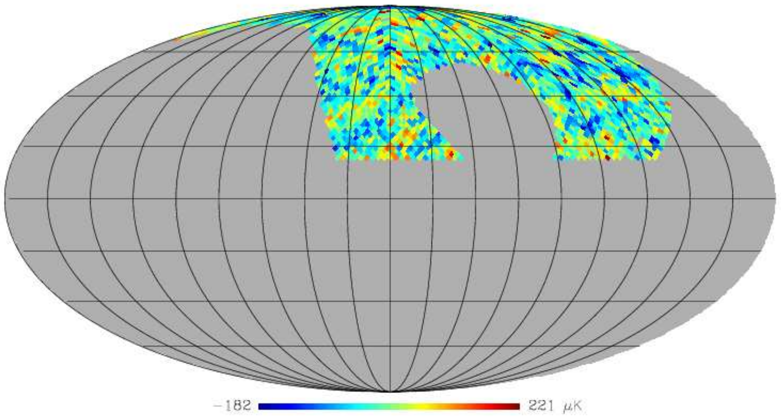

FIG. 6.1 – Carte des anisotropies du CMB observées par le bolomètre 143K03 d'ARCHEOPS et construite à l'aide de la méthode MIRAGE [Yvon & Mayet 2005], à la résolution HEALPIX $N_{\rm side} = 32$ ($\sim 1.8°$). La carte présentée ici est centrée sur l'anticentre galactique. Le plan galactique ainsi que la partie de l'hémisphère Sud vue par ARCHEOPS, ont été masquées ($b < 15$). Les lignes de la grille sont espacées de $20°$.

Nous avons choisi de masquer certaines zones de la couverture d'ARCHEOPS afin de nous affranchir au maximum des résidus d'émission galactique dans le plan galactique, hautement non-gaussiens ainsi que de l'hémisphère Sud, où sont présentes des stries liées à des résidus galactiques dans la TOD. Pour cela, nous avons masqué les pixels ayant une latitude inférieure à 15° Nord. La région d'intérêt est présentée en figure 6.1. L'analyse portera alors sur 1995 pixels (16% du ciel) sur un total de 12288 à cette résolution.

6.4.1 Étalonnage de la méthode : simulations gaussiennes

Pour réaliser le test de non-gaussianité de Rayner & Best dans le formalisme des *modes-propres de rapport signal sur bruit*, présenté en 6.3, aux données du bolomètre 143K03, il va falloir de prime abord calculer les matrices de corrélation du signal S et du bruit N, pour les pixels sélectionnés. Dans le cas d'ARCHEOPS, étant donné que la correction des effets instrumentaux est faite dans la TOD et que la redondance sur chaque pixel est très faible du fait de la grande couverture ($\sim$30%) et du temps d'intégration très court ($\sim$12 heures), ces matrices ne pourront pas être calculées analytiquement, contrairement à ce qui a été fait pour VSA [Aliaga *et al.* 2005]. De ce fait il va falloir estimer ces matrices à l'aide de simulations de signal et de bruit, elles aussi réalisées à la résolution $N_{\rm side} = 32$.

- ⋆ Pour les simulations de signal, des cartes de réalisations gaussiennes des anisotropies du CMB sont générées à partir du spectre de puissance angulaire en température d'ARCHEOPS [Benoît *et al.* 2003b]. Ces cartes sont ensuite dé-projetées sur la TOD. Enfin cette TOD est projetée dans le ciel en utilisant deux procédures de réalisation de cartes, co-addition et MIRAGE, afin de produire des cartes tenant compte des propriétés de filtrage et de projection de l'expérience ARCHEOPS.
- ⋆ Pour les simulations de bruit, nous générons des réalisations gaussiennes à partir du spectre de puissance du bruit, dans la TOD. Ce spectre de puissance a au préalable été estimé à l'aide de la méthode décrite dans [Amblard & Hamilton 2004]. À l'instar des simulations de signal ces TOD sont ensuite projetées dans le ciel en utilisant les deux procédures de fabrication de cartes.

À partir de ces simulations, nous calculons les matrices de corrélation du signal, S, ainsi que du bruit, N, à l'aide de l'équation (6.7), pour les pixels p correspondant à notre couverture. Pour des raisons de convergence dans le calcul de ces matrices, un grand nombre de simulations ont dû être réalisées. Ceci est dû aux propriétés inhérentes à l'expérience ARCHEOPS que l'on retrouve au sein des matrices de corrélation. En effet, le bruit d'ARCHEOPS est corrélé à grande échelle angulaire et de ce fait la matrice N n'est ni diagonale ni creuse. De même, pour le signal, la variance cosmique à grande échelle angulaire implique une convergence plus lente pour ce domaine que pour les échelles plus petites. Pour les deux procédures de réalisation de cartes, plus de $1{\cdot}10^5$ simulations de signal et de bruit ont dû être générées (environ $5{\cdot}10^5$ pour la co-addition et $2.5{\cdot}10^5$ pour MIRAGE).

Afin de pouvoir décider si le calcul de S et N a suffisamment convergé ou non, nous avons analysé des simulations gaussiennes de signal plus bruit, indépendantes de celles utilisées pour la construction des matrices de corrélation. Dans le cas de simulations gaussiennes, les statistiques U_i^2 doivent être distribuées comme un χ_1^2. Ainsi, nous pourrons calculer la valeur moyenne ainsi que la dispersion sur 10^4 simulations gaussiennes de signal plus bruit, à l'aide de S et N. Nous regardons alors si l'*hypothèse-zéro* est vérifiée, c'est à dire si la moyenne est égale à 1 et la dispersion à $\sqrt{2}$. Si tel n'est pas le cas, étant donné que nous contrôlons la gaussianité des simulations de signal plus bruit, il en résulte que le degré de convergence des matrices de corrélation S et N n'est pas suffisant.

Nous avons donc calculé les quantités U_i^2 pour les 10^4 simulations de signal plus bruit, pour les cartes co-additionnées et MIRAGE. Les statistiques U_i^2 sont calculées pour un jeu de *modes-propres de rapport signal sur bruit* qui sont ceux associés aux valeurs propres de la matrice A (voir équation (6.12)) et qui satisfont $E_j \geq (s/n)_c^2$, où $(s/n)_c$ est une coupure en rapport signal sur bruit donnée. Ainsi, pour chaque coupure associée à la valeur E_j nous calculons la moyenne et la dispersion des statistiques U_i^2 pour $i \in \{1, \ldots, 5\}$.

Nous présentons ces statistiques en figure 6.2, dans le cas de 10^4 simulations de signal plus bruit de type MIRAGE, pour des matrices S et N calculées à partir de $\sim 2.5 \cdot 10^5$ simulations de signal et de bruit. Les résultats dans le cas de 10^4 simulations co-additionnées sont également portées, S et N ayant été calculées à l'aide de $\sim 5 \cdot 10^5$ simulations.

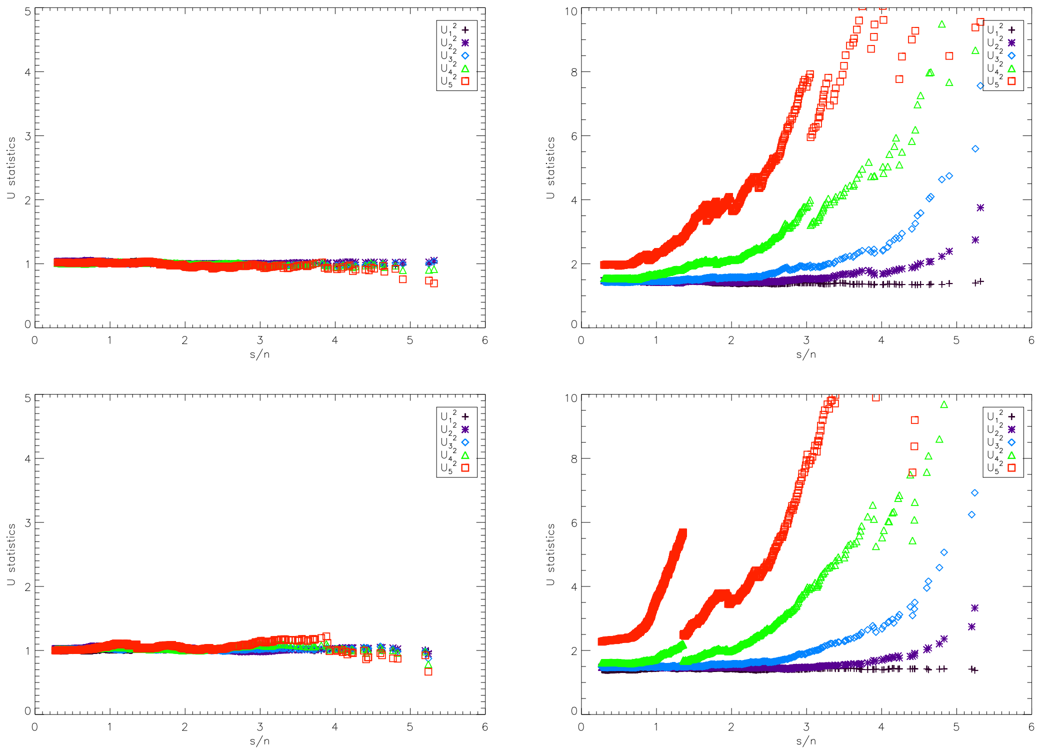

FIG. 6.2 – Moyenne (*gauche*) et dispersion (*droite*) sur 10^4 simulations de signal plus bruit, des statistiques U_i^2 ($i \in \{1, \ldots, 5\}$) pour différentes coupure en signal sur bruit correspondant à toutes les valeurs propres de A, pour des simulations de type MIRAGE (*haut*) et de type co-addition (*bas*).

Nous pouvons tout d'abord voir que pour toutes les statistiques, la valeur moyenne est très proche de 1 pour toutes les coupures en signal sur bruit. Ceci est en accord avec par exemple [Aliaga *et al.* 2005], où il est montré que c'est une propriété vérifiée quel que soit le nombre de simulations utilisées. Par contre, nous voyons que la dispersion n'est proche de $\sqrt{2}$ que pour les coupures $(s/n)_c \lesssim 2$ et pour $U^2_{1\to 4}$. En effet, contrairement à la moyenne, la dispersion converge asymptotiquement vers $\sqrt{2}$ avec le nombre de simulations. De plus, plus l'ordre des statistiques U_i^2 est élevé, plus ces dernières impliquent des puissances élevées et plus la convergence sera lente à un $(s/n)_c$ donné.

De manière plus exhaustive, nous avons également comparé les FDP des U_i^2 à des χ_1^2. Cette étude mène aux mêmes résultats, à savoir que les statistiques d'ordres 1 à 4 sont compatibles avec celles auxquelles nous nous attendons avec ces 10^4 simulations gaussiennes. Ainsi, nous pouvons valider le fait que le calcul des matrices S et N à partir des simulations de signal et de bruit, respectivement, a suffisamment convergé pour que nous puissions réaliser notre test sur les données du bolomètre 143K03.

6.4.2 Application aux données du bolomètre 143K03

Le calcul à l'aide de simulations des matrices de corrélation du signal S et du bruit N ayant été validé statistiquement sur des cartes gaussiennes de CMB et de bruit, nous allons maintenant nous atteler au test des données du bolomètre 143K03 à l'aide du test de Rayner & Best, pour les deux procédures de réalisation de cartes que nous avons utilisées.

Nous avons calculé les statistiques U_i^2 pour les données du bolomètre 143K03 pour les 1995 pixels de la couverture décrite en 6.4. Nous présentons les résultats en figure 6.3 où les U_i^2 sont représentés en fonction de la coupure en rapport signal sur bruit.

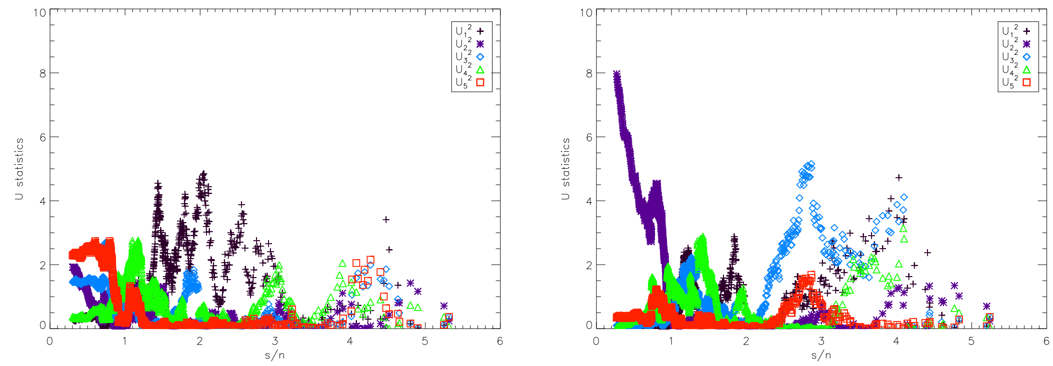

FIG. 6.3 – Statistiques U_i^2 ($i \in \{1, \ldots, 5\}$) pour la carte du bolomètre 143K03 d'ARCHEOPS réalisées à l'aide de MIRAGE (*gauche*) et d'une co-addition (*droite*), en fonction des coupures en rapport signal sur bruit, pour les 1995 pixels sélectionnés.

Pour les cartes MIRAGE nous pouvons voir que pour toutes les coupures en signal sur bruit, toutes les statistiques U_i^2 prennent des valeurs en dessous de 5. Ceci indique que les données du bolomètre 143K03 traitées par cette méthode de réalisation de carte sont compatibles avec la gaussianité.

Pour les cartes de co-addition, nous pouvons voir que pour toutes les coupures en signal sur bruit, toutes les statistiques U_i^2 prennent des valeurs en dessous de 5 à l'exception de U_2^2 pour des coupures inférieures à $(s/n)_c \lesssim 0.5$. Cette statistique atteint sa valeur maximale de 7.97 à la coupure de signal sur bruit la plus petite $(s/n)_c = 0.27$. Ceci correspond à une probabilité de queue de distribution[3] pour un χ_1^2 de 0.5%. En comparant aux résultats obtenus à partir des simulations gaussiennes de signal plus bruit, nous montrons que la probabilité qu'une simulation ait un U_2^2 supérieur à 7.97 à cette coupure en signal sur bruit est de 0.6% (voir tableau 6.1). Cependant, comme nous avons calculé U_2^2 pour chaque coupure, il est important d'estimer la probabilité d'avoir une telle valeur quelle que soit la coupure considérée. Nous avons calculé ce que l'on appelle la *p-value*[4], qui dans le cas de U_2^2 est de 15%. De ce fait, nous pouvons conclure qu'en dépit de la valeur relativement élevée

[3] $\int_a^\infty f(y)dy$

[4] La *p-value* est la probabilité que la statistique à laquelle nous nous intéressons prenne une valeur au moins aussi grande que celle des données, dans le cas où l'*hypothèse-zéro* est supposée.

que nous avons trouvée pour la plus basse coupure en signal sur bruit, il n'est pas déraisonnable de penser que cela peut-être le fruit du hasard. Ainsi, pour la procédure de réalisation de carte de co-addition, les données d'ARCHEOPS sont également compatibles avec nos simulations gaussiennes.

	U_1^2	U_2^2	U_3^2	U_4^2	U_5^2
143K03 MIRAGE	0.28	1.92	1.45	0.38	2.29
probabilité	0.60	0.17	0.23	0.54	0.12
143K03 co-addition	0.11	**7.97**	0.10	0.04	0.34
probabilité	0.73	**0.01**	0.75	0.83	0.52

TAB. 6.1 – U_i^2 calculés à partir de la carte ARCHEOPS MIRAGE (resp. co-addition) pour $(s/n)_c = 0.30$ (resp. $(s/n)_c = 0.27$) et la probabilité qu'une des simulation gaussienne de signal plus bruit MIRAGE (resp. co-addition) ait une statistique U_i^2 plus grande que celle des données. Pour précision, la probabilité pour U_2^2 dans le cas co-addition est de 0.6%.

Par contre, il est clair que la remontée que l'on observe aux basses coupures en signal sur bruit suggère la présence d'un effet systématique non résolu. Néanmoins, le fait que cet effet systématique ne soit pas observé au sein de la carte MIRAGE indique que soit les effets systématiques sont mieux contrôlés dans ce cas, soit la procédure de réalisation de carte de co-addition introduit de tels effets.

Non-gaussianité primordiale

Comme nous l'avons présenté en 1.3.2, il existe des scénarios d'Inflation capables de produire des fluctuations primordiales qui ne sont pas distribuées de manière gaussienne. L'idée est ici de choisir un de ces modèles, simple, et d'essayer de lui donner des contraintes.

Nous avons présenté, en particulier, en 1.3.2, le cas de *faible couplage non-linéaire* où le potentiel gravitationnel primordial que nous avons donné en équation (1.26) indroduisait le *facteur de couplage non-linéaire* $f_{\rm NL}$.

Du fait de la résolution à laquelle nous travaillons ($\sim 1.8°$), nous pouvons supposer que les échelles que nous observons sont plus grandes que l'échelle de l'horizon au moment du découplage rayonnement-matière. Dans ce régime, il est alors possible, en une bonne approximation, de relier les fluctuations en température du CMB aux fluctuations du potentiel gravitationnel primordial au travers de l'effet Sachs-Wolfe [Sachs & Wolfe 1967], présenté en 2.4.2 : $\Delta T(\mathbf{n})/T_0 = \Phi(\mathbf{n})/3$.

Pour donner des contraintes sur le paramètre $f_{\rm NL}$, il va falloir produire des simulations pour les différentes valeurs qu'il pourra prendre. Pour ce faire, nous nous servirons de l'approximation de Sachs-Wolfe ci-dessus au sein de l'équation (1.26) :

$$\Delta T_s^{\rm NG}(\mathbf{n}) = \Delta T_s^{\rm G}(\mathbf{n}) + \frac{3f_{\rm NL}}{T_0}\left[\left(\Delta T_s^{\rm G}(\mathbf{n})\right)^2 - \left\langle\left(\Delta T_s^{\rm G}(\mathbf{n})\right)^2\right\rangle\right]$$
$$\Delta T(\mathbf{n}) = \Delta T_s^{\rm NG}(\mathbf{n}) + \Delta T_n(\mathbf{n}) \tag{6.17}$$

où $\Delta T_s^{\rm G}(\mathbf{n})$ est une simulation gaussienne de signal, $\Delta T_n(\mathbf{n})$ est une simulation gaussienne de bruit et $T_0 = 2.725$ K. $\Delta T(\mathbf{n})$ sera la simulation non-gaussienne dont nous nous servirons pour la comparaison avec la carte des données.

Pour chaque valeur du facteur $f_{\rm NL}$, nous avons produit 10^4 simulations de signal plus bruit. Étant donné que la statistique U_2^2 est la plus sensible aux variations du facteur $f_{\rm NL}$, nous avons calculé cette statistique aux différentes coupures $(s/n)_c$. Nous présentons en figure 6.4 la valeur moyenne de U_2^2 sur les 10^4 simulations, pour différents facteurs $f_{\rm NL}$.

Nous avons ensuite estimé une limite supérieure sur le facteur $f_{\rm NL}$. Pour que cette limite soit solide, nous avons imposé un niveau de confiance de 90% sur un intervalle compact d'au moins 100 coupures de signal sur bruit. En vertu de ces hypothèses, nous trouvons grâce aux données MIRAGE du bolomètre 143K03 d'ARCHEOPS une limite supérieure[5] de $f_{\rm NL} \leq 2200$.

[5] Pour exemple, à partir des données COBE-DMR, [Cayón *et al.* 2003a] a fixé une limite supérieure $f_{\rm NL} \leq 1100$, mais cette valeur correspond à 68% de niveau de confiance, pour une analyse réalisée sur 60% du ciel. Plus récemment, trois ans de données de l'expérience WMAP ont mené à une contrainte bien plus stricte de $-54 < f_{\rm NL} < 114$ (95% C.L.).

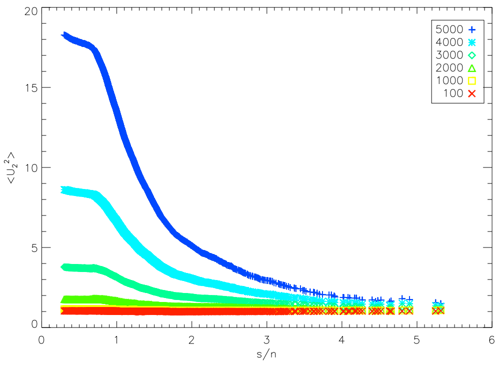

FIG. 6.4 – Moyenne de la statistique U_2^2 pour 10^4 simulations de signal plus bruit MIRAGE produites selon (6.17), pour différents facteurs $f_{\rm NL}$.

Depuis ces résultats, cette analyse a été répétée par Andrés Curto avec qui nous avons collaboré sur ces travaux. À l'aide de l'étude des *fonctionnelles de Minkowski* associées aux données, il obtient une meilleure contrainte sur le facteur de couplage non-linéaire de $f_{\rm NL} = 200^{+1100}_{-800}$ (95% C.L.) [Curto *et al.* 2006], indiquant que les données d'ARCHEOPS donnent un $f_{\rm NL}$ compatible avec zéro à 1σ.

Contamination par des effets systématiques et par des avant-plans

Le test de Rayner & Best peut également être un outil puissant pour estimer les résidus des émissions d'avant-plan et d'effets systématiques au sein des données.

Pour caractériser la contamination des données du bolomètre 143K03 par ces effets, nous allons une nouvelle fois comparer les statistiques U_i^2 des données à celles obtenues à partir de simulations. Ici, les simulations seront les simulations gaussiennes de signal plus bruit auxquelles nous ajouterons un pourcentage donné d'une carte-patron représentant les émissions galactiques et les contaminations atmosphériques.

Cette carte-patron est dérivée de la carte co-additionnée ARCHEOPS mesurée à 353 GHz (voir [Ponthieu *et al.* 2005]). Elle contient de la poussière galactique et des résidus atmosphériques, constituant les deux composantes dominantes à cette fréquence, ainsi que du CMB, du bruit instrumental et des résidus d'effets systématiques. En l'extrapolant à 143 GHz, cette carte sera spatialement une bonne estimée de ce que peut-être la contamination par la poussière et les résidus atmosphériques.

L'émission de la poussière galactique suit une loi de *corps-gris* ayant une émission en $I_\nu \propto \nu^2 B(\nu)$ qui peut être approximée dans le domaine Rayleigh-Jeans à $T_{\rm RJ} \propto \nu^2$ [Schlegel *et al.* 1998]. Le comportement spectral de la composante atmosphérique a été dressé empiriquement par la collaboration ARCHEOPS [Macías-Pérez *et al.* 2006] et se trouve lui aussi proportionnel à ν^2 dans le domaine Rayleigh-Jeans. Ces deux composantes étant les principales à cette fréquence, nous effectuerons l'extrapolation de 353 à 143 GHz supposant une loi de puissance en ν^2, en $K_{\rm RJ}$. En outre, cette extrapolation rend le CMB de la carte à 353 GHz et extrapolé de 353 à 143 GHz, négligeable par rapport à celui présent dans la carte à 143 GHz.

Cette carte-patron des contaminations probables à 143 GHz sera ajoutée à des simulations gaussiennes de signal plus bruit, de la manière suivante :

$$\Delta T(\mathbf{n}) = \Delta T_s(\mathbf{n}) + \Delta T_n(\mathbf{n}) + f_{\rm syst} \cdot \Delta T_{353\to 143}(\mathbf{n}) \tag{6.18}$$

où $f_{\rm syst}$ est un facteur que nous fixons, entre 0 et 0.5. Ici encore nous comparerons la valeur moyenne des statistiques U_i^2 obtenues à partir de 10^4 simulations avec un $f_{\rm syst}$ donné, à la valeur obtenue pour les données du bolomètre 143K03. Nous ne présenterons ici que le cas des cartes MIRAGE. De la même façon qu'au paragraphe précédent, ce sera la statistique U_2^2 qui sera la plus sensible aux variations de $f_{\rm syst}$ et donc que nous regarderons en détail.

La valeur moyenne de U_2^2 pour 10^4 simulations réalisées comme en (6.18), pour différents f_{syst}, est présentée en figure 6.5. Nous pouvons y voir la présence d'un pic, centré sur une coupure en signal sur bruit de 2.0, qui augmente quand le facteur f_{syst} croît.

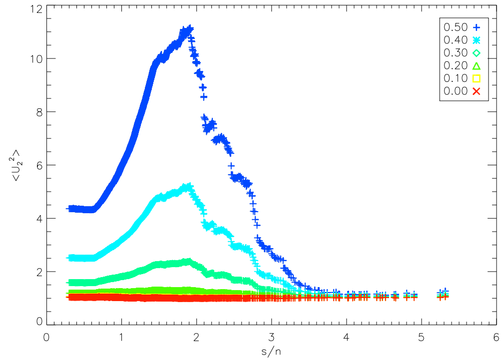

FIG. 6.5 – Moyenne de la statistique U_2^2 pour 10^4 simulations de signal plus bruit MIRAGE produites selon (6.18), pour différents facteurs f_{syst} ($f_{\mathrm{syst}} \in \{0, 0.5\}$).

Nous avons choisi d'utiliser le même type de critère qu'au paragraphe précédent pour déterminer quand les simulations contenant les contaminants deviennent incompatibles avec les données, en fonction de f_{syst}. Ici, nous trouvons à 90% de niveau de confiance que les simulations auxquelles on ajoute 40% de la carte-patron galactico-atmosphérique ne sont pas compatibles avec les données MIRAGE sur une gamme d'environ 100 coupures en signal sur bruit autour de 2.0. En comparant la dispersion des données et de 40% de la carte à 353 GHz extrapolée à 143 GHz, nous pouvons exclure une contamination par l'émission de la poussière et les résidus atmosphériques supérieure à 11.5%. Ce résultat est compatible avec celui donné par [Tristram *et al.* 2005a] à partir d'une analyse des spectres de puissance angulaire. Notons que nous avons également réalisé cette analyse, de la même façon, sur des simulations de cartes en co-addition et que nous trouvons sensiblement la même limite.

6.4.3 Analyse des données WMAP dans la même région du ciel

Le but de cette analyse est de tester grâce à la même méthode les données d'une expérience différente, WMAP, sur approximativement la même couverture, afin de pouvoir les comparer aux résultats obtenus avec ARCHEOPS. Les données WMAP faisant actuellement référence sur la mesure du CMB, elles nous premettront d'examiner la qualité des résultats obtenus pour ARCHEOPS.

Nous avons choisi d'utiliser les *cartes combinées* de WMAP, décrites dans [Bennett *et al.* 2003b] pour les données *un an*, que nous dénommerons WCC1 et dans [Hinshaw *et al.* 2006] pour les données *trois ans*, que nous dénommerons WCC3. Ainsi, lors de la réalisation de simulation de signal et de bruit, nous produirons les cartes pour chacun des détecteurs de WMAP et nous les combinerons de la même manière que les données.

Nous avons réalisé l'analyse des données WCC1 et WCC3 sur le masque de l'équipe WMAP Kp0 [Hinshaw *et al.* 2006], dégradé à la résolution $N_{\mathrm{side}} = 32$ que nous utilisons et multiplié par la couverture ARCHEOPS. Ceci correspond à 1648 pixels.

Afin de pouvoir réaliser le test de Rayner & Best il va falloir calculer les matrices de corrélation du signal S et du bruit N.

- ⋆ Pour le signal, nous générons des cartes du CMB à partir du modèle correspondant au meilleur ajustement des données *trois ans* de WMAP, pour l'analyse de la carte WCC1 et de celle de WCC3. En effet, à la résolution à laquelle nous avons accès (1.8 degrés, $\ell \sim 100$), il existe peu de différence entre les spectres de meilleur ajustement pour les données *un an* et *trois ans*. Nous utilisons l'équation (6.7) pour calculer la matrice S, qui sera la même pour les cartes WCC1 et WCC3, à partir de $1 \cdot 10^5$ simulations.

⋆ En se basant sur [Bennett *et al.* 2003b], le bruit des détecteurs Wmap est fortement non-corrélé et de ce fait nous pourrons supposer les matrices de bruit diagonales. Ainsi, les matrices de bruit seront calculées de manière analytique avec $N_{ij} = \sigma_i^2 \delta_{ij}$ où σ_i^2 est la le niveau de bruit combiné associé au pixel i. Les matrices de bruit associées aux cartes WCC1 et WCC3 devront être construites avec leur niveau de variance de bruit respectif, à savoir $N_{\mathrm{WCC1}} \approx 3N_{\mathrm{WCC3}}$.

À partir de ces matrices, nous avons testé statistiquement leur niveau de précision par une méthode en tous points similaire à celle utilisée en 6.4.1. Cette analyse, que nous ne présenterons pas ici par souci de concision mais qui peut-être trouvée dans [Curto *et al.* 2006], valide le calcul des matrices de corrélation.

Ensuite, nous avons appliqué le test de Rayner & Best aux *cartes combinées* WCC1 et WCC3. Les statistiques U_i^2 résultantes sont présentées en figure 6.6, en fonction de la coupure en signal sur bruit. Notons que les valeurs que prennent les coupures sont plus élevées que dans le cas d'Archeops car le niveau de bruit est significativement plus faible dans le cas de la carte WCC1 et encore divisé par un facteur $\sim \sqrt{3}$ dans le cas de la carte WCC3. L'analyse que nous montrons suit les mêmes lignes et les mêmes outils statistiques que celle présentée en 6.4.2.

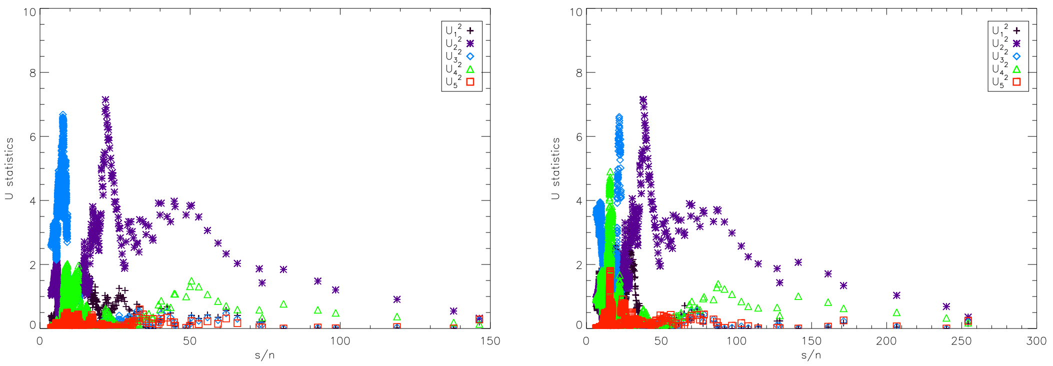

Fig. 6.6 – Statistiques U_i^2 pour cartes WCC1 (*gauche*) et WCC3 (*droite*) en fonction des coupures en signal sur bruit leur étant associées.

Nous pouvons voir que dans les deux cas, toutes les statistiques U_i^2 vérifient $U_i^2 \leq 7.15$, quel que soit la coupure en signal sur bruit. Ceci correspond à une probabilité de queue de distribution de 0.7% pour la distribution théorique de ces statistiques. Cependant, avant de conclure à une détection de non-gaussianité, il faut étudier ces valeurs avec plus de prudence. Ici encore, la probabilité de queue de distribution donnée correspond à la probabilité associée précisément à la coupure en signal sur bruit où le maximum se produit ($(s/n)_c = 21.81$ pour WCC1 et $(s/n)_c = 37.92$ pour WCC3). Ainsi, nous allons regarder la probabilité (*p-value*) qu'une telle valeur soit atteinte quelle que soit la coupure considérée. Cette *p-value* est égale à 18% pour la carte WCC1 et à 17% pour la carte WCC3. Ceci nous permet de conclure que les pics que nous observons pour la statistique U_2^2 en figure 6.6 ne sont pas significatifs d'un écart à la gaussianité. De plus, remarquons qu'aux coupures où les maxima sont trouvés, moins d'une centaine (environ 70) de y_i sont utilisés pour le calcul des statistiques et que le test fonctionne correctement seulement si $n \gg 1$.

Nous avons également répété l'analyse du paramètre f_{NL} sur les données WCC3 à partir de 1000 simulations produits de manière similaire à ce que nous avons fait pour Archeops, en utilisant l'équation (6.17). Nous trouvons une limite supérieure de $f_{\mathrm{NL}} \leq 2000$, ce qui est compatible avec les résultats obtenus pour Archeops à cette résolution et sur la même région du ciel. Ici encore l'analyse a été répétée en utilisant une décomposition en fonctionnelles de Minkowski. Les contraintes apportées par cette méthode sont $f_{\mathrm{NL}} = 100^{+500}_{-400}$ (95% C.L.) [Curto *et al.* 2006]. Ces résultats, sensiblement mieux contraints que pour l'analyse des données d'Archeops sont en accord avec le fait que le bruit instrumental de Wmap est significativement plus faible que celui d'Archeops.

Enfin, par souci de précision, nous avons répété l'analyse des données co-additionnées et Mirage d'Archeops sur le masque que nous avons utilisé pour les données Wmap. Nous trouvons également des statistiques U_i^2 compatibles avec la gaussianité (pour plus de précision, voir [Curto *et al.* 2006]).

6.5 Analyse en ondelettes de la gaussianité des données ARCHEOPS

Nous avons également appliqué une méthode radicalement différente du test de Rayner & Best aux données d'ARCHEOPS. Nous avons choisi comme méthode un test de non-gaussianité en *ondelettes sphériques*, inspiré de [Barreiro *et al.* 2000]. Nous allons brièvement présenter la méthode et les résultats que nous avons obtenus. Nous montrerons également pourquoi, dans le cas des données ARCHEOPS, ce test a semblé peu adapté ou, du moins, moins performant que le test de Rayner & Best.

6.5.1 Tests de non-gaussianité en ondelettes sphériques de Haar

La méthode présentée dans [Barreiro *et al.* 2000] s'appuie sur une décomposition de la carte de température dans la base des Ondelettes Sphériques de Haar (OSH). Cette décomposition s'effectue de la manière suivante :

$$\frac{\Delta T}{T_0}(x_i) = \sum_{l=0}^{n_{j_0}-1} \lambda_{j_0,l}\varphi_{j_0,l}(x_i) + \sum_m \sum_{j=j_0}^{J-1} \sum_{l=0}^{n_{j_0}-1} \gamma_{m,j,l}\psi_{m,j,l}(x_i) \tag{6.19}$$

où pour un pixel localisé en x_i, les coefficients $\lambda_{j_0,l}$ et $\gamma_{m,j,l}$ sont respectivement l'*approximation* et les *détails* et les fonctions $\varphi_{j_0,l}(x_i)$ et $\psi_{m,j,l}(x_i)$ respectivement un *réajustement* et des *fonctions d'ondelettes*. Le premier terme de l'équation (6.19) correspond à une image *lissée* de la carte originale alors que le second représente les différences entre cette image *lissée* et l'originale. L'indice j court sur les différentes résolutions, de la résolution la plus grossière considérée, j_0, à la résolution la plus fine, celle de la carte originale, J. n_j sera le nombre de pixels à la résolution j et enfin, l'indice m correspond aux différentes *fonctions d'ondelette* requises afin de former une base orthogonale complète. Elles seront au nombre de trois pour le schéma de pixélisation HEALPIX que nous utilisons pour nos cartes. Dans ce schéma, la résolution N_{side} sera reliée à j par $N_{\mathrm{side}} = 2^{j-1}$, et à un niveau j, nous aurons un nombre de pixels $n_j = 12 \cdot 4^{j-1}$, chacun de surface égale, μ_j.

Au cours de la décomposition, chaque pixel l à la résolution j, $P_{j,l}$ sera divisé en quatre pixels $P_{j+1,l_0}, \ldots, P_{j+1,l_3}$, à la résolution $j+1$. La carte ARCHEOPS que nous étudierons est à une résolution $N_{\mathrm{side}} = 256$, correspondant à $J = 9$.

Pour réaliser la décomposition en OSH des données ARCHEOPS, il faut définir la fonction de *réajustement* φ et les trois *fonctions d'ondelettes* ψ_m, à chaque résolution j et pour chaque pixel l. Elles sont définies par :

$$\begin{aligned}
\varphi_{j,l}(x_i) &= \begin{cases} 1, & \text{si } x_i \in P_{j,l} \\ 0, & \text{autrement} \end{cases} \\
\psi_{1,j,l}(x_i) &= \frac{\varphi_{j+1,l_0} + \varphi_{j+1,l_2} - (\varphi_{j+1,l_1} + \varphi_{j+1,l_3})}{4\mu_{j+1}} \\
\psi_{2,j,l}(x_i) &= \frac{1}{2\mu_{j+1}}(\varphi_{j+1,l_1} - \varphi_{j+1,l_3}) \\
\psi_{3,j,l}(x_i) &= \frac{1}{2\mu_{j+1}}(\varphi_{j+1,l_0} - \varphi_{j+1,l_2})
\end{aligned} \tag{6.20}$$

où les quatre pixels l_0, l_1, l_2 et l_3, à la résolution $j+1$ sont contenus dans le pixel l à la résolution j. La procédure pour obtenir les coefficients de la décomposition présentée en équation (6.19), $\lambda_{j_0,l}$ et $\gamma_{m,j,l}$, est schématisée en figure 6.7.

Nous commençons la décomposition par notre carte, dont la résolution de départ sera la résolution la plus fine, J et nous identifions les coefficients de la première *approximation* $\lambda_{J,l}$. Ensuite, les coefficients à la résolution $J-1$ sont donnés par :

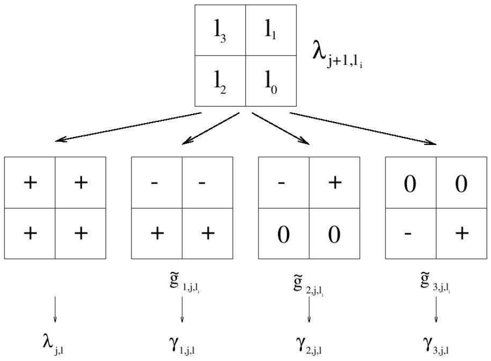

FIG. 6.7 – Schématisation de la procédure utilisée pour obtenir les coefficients de décomposition en ondelettes présentée en (6.19) à une résolution j. Chaque coefficient est obtenu par une combinaison linéaire de l'*approximation* au niveau $j+1$. La nouvelle *approximation* est la moyenne des quatre originales, pour chaque nouveau pixel à la résolution j. Les $\tilde{g}_{m,j,l_i}$ peuvent prendre pour valeur $+\mu_{j+1}$, $-\mu_{j+1}$ ou 0, comme indiqué sur la figure.

$$\begin{aligned} \lambda_{J-1,l} &= \frac{1}{4}\sum_{i=0}^{3}\lambda_{J,l_i} \\ \gamma_{m,J-1,l} &= \sum_{i=0}^{3}\tilde{g}_{m,J-1,l_i}\lambda_{J,l_i} \end{aligned} \tag{6.21}$$

Une fois cette décomposition réalisée jusqu'à une résolution j_0 (dans notre cas $j_0 = 4$, i.e. $N_{\rm side} = 8$), nous allons tester la gaussianité de nos données dans cette nouvelle base. Pour cela, nous étudierons la *skewness*[6] et la *kurtosis*[7] des coefficients de décomposition en ondelette et nous comparerons les valeurs obtenues pour les données à la distribution des valeurs obtenues pour des simulations gaussiennes. L'avantage de cette méthode, outre le fait qu'elle permet de traiter rapidement une carte à haute résolution dans l'espace réel, sera qu'elle nous fournira des informations sur la gaussianité à différentes échelles, correspondant aux différentes résolutions de la décomposition en ondelettes.

6.5.2 Application aux données du bolomètre 143K03 d'ARCHEOPS

Nous avons appliqué le test de gaussianité en ondelettes sphériques de Haar aux données du bolomètre 143K03 d'ARCHEOPS. Pour les données, nous avons utilisé une carte obtenue à partir de la TOD du bolomètre 143K03 et projetées sur le ciel grâce à la procédure de réalisation de carte MIRAGE, à une résolution $N_{\rm side} = 256$ ($J = 9$). Pour les simulations gaussiennes, nous avons généré 975 cartes du ciel contenant CMB et bruit instrumental, à cette même résolution et produites de la même manière qu'en 6.4.1. Pour les données et les simulations, nous utiliserons le masque ARCHEOPS défini comme en 6.4, mais à la résolution $N_{\rm side} = 256$. Les coefficients de décomposition en ondelettes ont été calculés pour des résolutions allant de $J = 9$ à $j_0 = 4$ ($j = 9$: 31095 pixels, $j = 8$: 7642 pixels, $j = 7$: 1821 pixels, $j = 6$: 406 pixels, $j = 5$: 75 pixels and $j = 4$: 8 pixels). Pour chacune, nous avons calculé la *skewness* et la *kurtosis* pour les trois détails $\gamma_{m,j,l}$, $m \in \{1,2,3\}$. Les résultats sont présentés en figure 6.8.

Nous pouvons voir que pour toutes les résolutions, que ce soit pour la *skewness* ou pour la *kurtosis*, les points expérimentaux, pour chaque type de détails, sont toujours contenus dans les

[6] La *skewness* mesure le degré d'asymétrie d'une distribution et est calculée à partir du moment centré d'ordre trois. Dans le cas d'une distribution gaussienne, symétrique, la *skewness* est égale à 0.

[7] La *kurtosis* mesure le degré d'écrasement d'une distribution et est calculée à partir du moment centré d'ordre quatre. Dans le cas d'une distribution gaussienne, la *kurtosis* est égale à 3. Pour cela nous utilisons l'excès de *kurtosis* égal à $K-3$ et égal à 0 pour la distribution gaussienne.

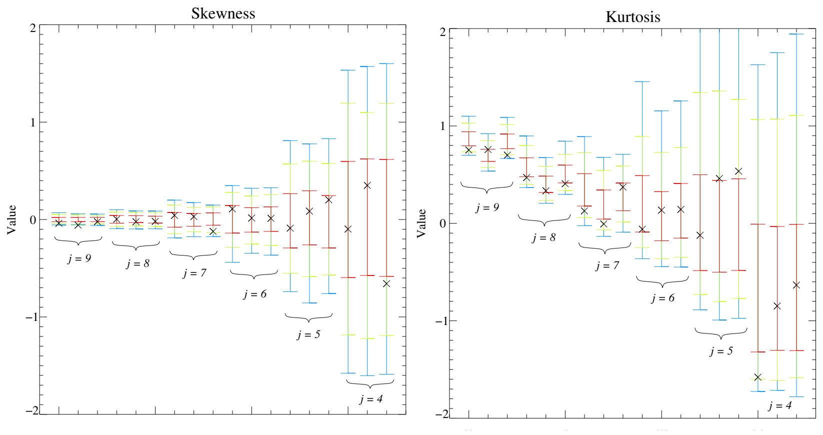

FIG. 6.8 – *Gauche* : Pour chaque résolution j, allant de gauche à droite de 9 à 4, par paquets de trois la *skewness* des trois détails (de gauche à droite $m = 1, 2, 3$) sont présentées pour les données (croix noires). Les barres d'erreurs associées représentent la dispersion de la *skewness* calculée à partir des 975 simulations gaussiennes, pour 1σ (rouge), 2σ (vert) et 3σ (bleu). *Droite* : Même chose pour la *kurtosis*.

barres d'erreurs. Ainsi, nous pouvons voir que d'après ce test, les données MIRAGE de l'expérience ARCHEOPS sont compatibles avec la gaussianité.

Cependant, ce test ne semble pas très sensible aux non-gaussianités dans le cas d'ARCHEOPS. Pour exemple, nous avons répèté l'analyse concernant les éventuelles non-gaussianités venant des résidus dus à l'émission de la poussière et de la contamination atmosphérique présentée en 6.4.2. À partir d'un certain pourcentage de la carte-patron des parasites ajouté aux simulations, l'analyse en ondelette donne des résultats compatibles avec la gaussianité, même pour la résolution $N_{\rm side} = 32$, alors que le test de Rayner & Best signe un écart à la gaussianité.

Même si pour ce cas précis cette méthode est moins performante que celle de Rayner & Best, elle n'en reste pas moins intéressante car elle permet une analyse d'un très grand nombre de pixels et est très rapide. Elle pourra notamment être appliquée de manière préliminaire aux données de PLANCK qui couvriront tout le ciel et auront une résolution très élevée.

6.6 Conclusion

Nous avons appliqué des tests de non-gaussianité aux données de l'expérience ARCHEOPS. Ceci a été réalisé afin de détecter d'éventuels résidus galactiques ou atmosphériques, ou des erreurs systématiques non traitées au sein des données ayant servi à l'analyse du CMB d'ARCHEOPS. De plus, nous avons pu donner des contraintes sur le paramètre $f_{\rm NL}$ de couplage non-linéaire régissant le niveau de fluctuations non-gaussiennes au niveau du fluide primordial.

La première méthode que nous avons utilisée est le test de Rayner & Best appliqué aux *modes-propres de rapport signal sur bruit*. Nous avons appliqué ce test aux données du bolomètre 143K03 à la résolution $N_{\rm side} = 32$ sur la couverture ARCHEOPS avec une coupure galactique de 15° et sans l'hémisphère Sud. Ce test fut appliqué à deux types de procédure de réalisation de cartes, co-addition et MIRAGE et dans chaque cas nous avons comparé les statistiques associées aux données à celles associées à 10^4 simulations gaussiennes de signal et de bruit. Dans les deux cas, nous n'avons pas mesuré d'écarts significatifs à la gaussianité pour les données, montrant que les données du bolomètre 143K03 d'ARCHEOPS sont compatibles avec la gaussianité. En outre, nous avons montré que nous pouvons fixer une limite supérieure sur le paramètre $f_{\rm NL} = 200^{+1100}_{-800}$ à 95% de niveau de confiance. Nous avons également analysé la sensibilité du test à l'ajout de différents pourcentages de la carte des données ARCHEOPS à 353 GHz, extrapolée à 143 GHz et servant de carte-patron des contaminations atmosphériques et galactiques. Ceci nous a permis de montrer que cette contamination ne dépasse pas 11.5% en terme de dispersion dans la carte à 143 GHz. Enfin, nous avons répété l'analyse sur les données WMAP correspondant à 1 et 3 ans de données, sur un masque équivalent et nous avons montré que ces résultats sont compatibles avec ceux obtenus pour Archeops.

Le test de Rayner & Best a l'avantage de fonctionner dans l'espace réel, ce qui permet une caractérisation aisée de zones précises du ciel. Il nécessite néanmoins la construction des matrices de corrélation du signal et du bruit, ce qui s'avère délicat dans le cas d'Archeops, en raison de la couverture complexe et de la faible redondance associée à chaque pixel. En revanche, dans le cas des futures analyses de gaussianité que nous tenterons de réaliser à partir des données de Planck, ce calcul, en raison des propriétés attendues du bruit et du signal, pourra être réalisé de manière analytique ce qui nous permettra de s'affranchir de l'étape des simulations, très coûteuse en temps. Enfin, le test de Rayner & Best nécessite la diagonalisation de matrices dans l'espace des pixels qui n'est possible que pour un nombre limité de pixels (un maximum de l'ordre de 5000). Ce dernier point limitera ce test aux analyses à grande échelle des données Planck sur tout le ciel ainsi qu'aux analyses sur des petites portions à haute résolution.

La seconde méthode appliquée aux données Archeops est une analyse en ondelettes sphériques de Haar, fonctionnant également dans l'espace réel. Nous avons montré que d'après cette méthode, les données d'Archeops sont compatibles avec la gaussianité. Cependant, l'analyse de la contamination par des résidus à l'aide de la carte à 353 GHz à montré que cette méthode demeure significativement moins sensible que le test de Rayner & Best.

Cette méthode possède l'avantage d'être très rapide et peut de ce fait traiter un très grand nombre de pixels. Dans le cadre de Planck, elle permettra une analyse de la totalité du ciel à haute résolution. Elle possède également l'avantage de pouvoir donner l'échelle caractéristique des écarts à la gaussianité observés.

Le lecteur pourra trouver des détails complémentaire au sein de la publication tirée de ces travaux, [Curto *et al.* 2006].

Chapitre 7

Spectres de puissance angulaire en température et polarisation de l'émission de la poussière galactique avec ARCHEOPS

7.1 Introduction

L'expérience satellite PLANCK (voir 3.3) va mesurer la polarisation du ciel micro-onde dans sa totalité. De ces mesures, nous voudrons extraire l'information cosmologique du CMB. Nous avons vu que cette dernière serait fortement masquée par celles des émissions d'avant-plan polarisées comme l'émission synchrotron ou l'émission de la poussière. Aux fréquences de PLANCK HFI et pour les expériences bolométriques en général, ce sera l'émission de la poussière qui sera le principal contaminant à la détection de la polarisation du CMB.

L'intensité de l'émission de la poussière Galactique a pu être déduite de l'extrapolation des mesures d'IRAS[1] et de l'instrument DIRBE[2] du satellite COBE, [Finkbeiner *et al.* 1999]. Nous nous référerons à cette carte-patron de l'intensité de l'émission de la poussière sous le nom de ses auteurs, FDS. Cependant, au moment où nous avons réalisé l'étude que nous allons présenter au cours de ce chapitre, très peu d'informations étaient disponibles sur la polarisation de la poussière à des échelles plus grandes que la dizaine de minutes d'arc, les plus fondamentales pour l'étude de la polarisation du CMB. Seule l'expérience ARCHEOPS avait montré les premières mesures à grande échelle de la polarisation de la poussière du plan galactique [Benoît *et al.* 2004], en montrant que cette polarisation y est cohérente et peut atteindre un degré de polarisation de l'ordre de 10%. Ainsi, la polarisation de la poussière sera un contaminant prépondérant à la mesure de la polarisation du CMB, en particulier à grande échelle angulaire.

L'objectif de ce chapitre sera de présenter les travaux que nous avons réalisés afin d'améliorer nos connaissances sur la polarisation de l'émission diffuse de la poussière Galactique, grâce aux données des détecteurs polarisés à 353 GHz de l'expérience ARCHEOPS, décrites au chapitre 3.1. Pour cela, nous calculerons les spectres de puissance angulaire polarisés en dehors du plan galactique, pour des valeurs de ℓ permises par la couverture et la résolution d'ARCHEOPS, $3 < \ell < 70$.

Nous présenterons les résultats relatifs à cette étude qui permirent de montrer la première mesure de l'émission polarisée diffuse de la poussière galactique et qui firent l'objet d'une publication [Ponthieu *et al.* 2005]. Nous les comparerons ensuite à certaines observations et modèles et nous tenterons d'en dériver une estimation de la contamination par l'émission de la poussière des observations du CMB de WMAP.

[1] IRAS fut une télescope spatial ayant mesuré l'émission de la Galaxie dans l'infra-rouge à 12, 25, 60 et 100 μm.
[2] DIRBE est un photomètre infra-rouge ayant opéré dans l'infra-rouge lointain qui était embarqué à bord de COBE.

7.2 Cartes I, Q et U mesurées par ARCHEOPS à 353 GHz

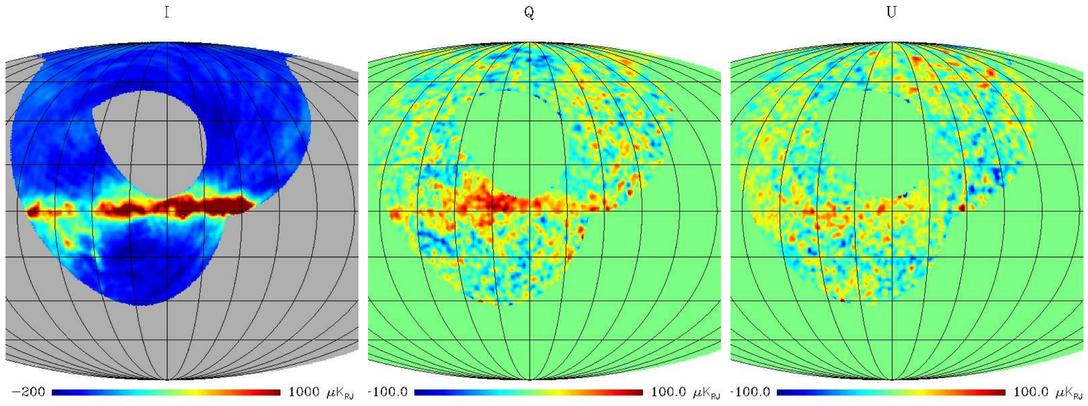

FIG. 7.1 – Cartes I (*gauche*), Q (*centre*) et U (*droite*) mesurées à 353 GHz par ARCHEOPS, en μK_{RJ} [Ponthieu *et al.* 2005]. Les cartes sont centrées sur la longitude galactique $l = 120$ et sont à la résolution HEALPIX de $N_{\rm side} = 32$.

Les cartes I, Q et U à 353 GHz d'ARCHEOPS sont réalisées de la façon présentée en 3.1.4. Nous les présentons en figure 7.1, en unité de température Rayleigh-Jeans. Nous pouvons voir dans les cartes Q et U un signal significativement polarisé, dans le plan galactique, tel qu'il fut déjà reporté dans [Benoît *et al.* 2004]. Nous pouvons également voir que ces cartes Q et U sont fortement bruitées.

En vertu du fait que nous nous intéressons à l'émission polarisée diffuse de la poussière à grande échelle et en raison du niveau de bruit important, nous utiliserons ces cartes à la résolution HEALPIX $N_{\rm side} = 32$ pour l'estimation des spectres de puissance angulaire, en température et en polarisation. Cette résolution donne des pixels de $\sim 1.8°$ de côté et permet une reconstruction théorique des spectres de puissance angulaire jusqu'à $\ell \sim 95$.

Rappelons qu'en raison des opérations réalisées au cours du traitement des données à cette fréquence, présentées en 3.1.4 et qui éliminent les résidus atmosphériques et en raison de la loi d'émission de la poussière, nous pouvons supposer en première approximation que ces cartes sont dominées par l'émission de la poussière galactique.

7.3 Calcul des spectres de puissance angulaire en température et polarisation

À partir des cartes I, Q et U des bolomètres à 353 GHz d'ARCHEOPS, nous voulons trouver un estimateur non biaisé des spectres de puissance angulaire. Le point délicat dans le cas d'ARCHEOPS est celui de sa couverture. En effet, un calcul direct des *pseudo*-C_ℓ, comme nous l'avons présenté au paragraphe 3.4, puis une correction des effets instrumentaux se révèle difficile dans le cas d'une couverture complexe comme celles d'ARCHEOPS, particulièrement pour la polarisation. Pour cette dernière, la matrice de mélange des modes $M_{\ell\ell'}$ fait également intervenir des couplages entre E et B, rendant l'inversion de cette matrice critique (voir annexe B.4).

Pour s'affranchir de ce problème, nous avons adapté la méthode SPICEPOL [Chon *et al.* 2004]. Cette méthode s'appuie sur le calcul des fonctions de corrélation à deux points dans l'espace réel pour passer dans l'espace des harmoniques sphériques et calculer les spectres de puissance angulaire en température et polarisation. Pour cela, il nous faudra à partir du jeu de cartes I, Q et U, calculer la fonction de corrélation dans l'espace réel.

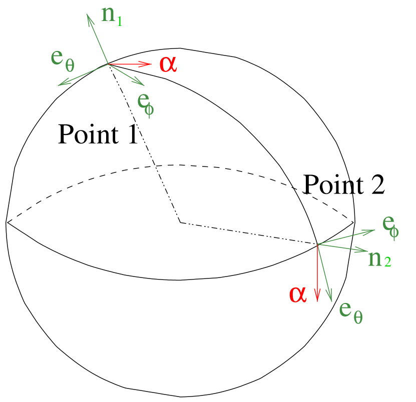

FIG. 7.2 – Pour le calcul de la fonction de corrélation entre deux points de la sphère, il faut prendre soin de calculer les paramètres de Stokes Q et U dans un repère commun. Pour cela, on définit un vecteur α (*rouge*), tangent à la géodésique reliant les deux points. Pour chacun des deux points, nous alignons le repère défini par $\{\mathbf{n}_i, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\phi\}$ (*vert*) sur le vecteur α.

7.3.1 Fonction de corrélation dans l'espace réel

Il est possible de calculer de manière directe et non biaisée, quelque soit la couverture du ciel considérée, les fonctions de corrélation à deux points $C_{II}(\theta)$, $C_{QQ}(\theta)$, $C_{UU}(\theta)$ et $C_{IQ}(\theta)$[3]. Pour définir correctement l'estimateur de la corrélation dans l'espace réel il faut prendre soin de définir correctement le repère d'observation. Le repère choisi sera le repère qui associe aux directions d'observation $\mathbf{n}_1$ et $\mathbf{n}_2$ les paramètres de Stokes définis dans le plan tangent $(-\mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\phi)$ qui est le même pour les deux points (voir figure 7.2). Dans ce repère, la fonction de corrélation s'écrit :

$$C_{XX'}(\theta) = \frac{\sum_{i,j} w_i^X w_j^{X'} X_i X'_j \delta(\widehat{\mathbf{n}_i, \mathbf{n}_j} - \theta)}{\sum_{i,j} w_i^X w_j^{X'} \delta(\widehat{\mathbf{n}_i, \mathbf{n}_j} - \theta)} \tag{7.1}$$

où $\{X, X'\} \in \{I, Q, U\}$ et les w sont les poids associés aux pixels i et j au sein des masques des cartes X et X', la sommation s'effectuant sur tous les pixels i et j observés et la fonction de Dirac δ assurant l'écart angulaire.

7.3.2 Passage aux spectres de puissance

À partir des fonctions de corrélation à deux points dans l'espace réel définies en (7.1) à partir des cartes I, Q et U nous voulons calculer les spectres de puissance angulaire en température et polarisation.

Les fonctions de corrélation dans l'espace réel sont reliées aux corrélations entre les observables T, E et B, définies au paragraphe 2.3.2, dans l'espace des harmoniques sphériques. Cette relation vérifie pour deux points dans deux directions $\mathbf{n}_1$ et $\mathbf{n}_2$ faisant entre elles un angle θ [Zaldarriaga 1998] :

[3] Étant donné que la méthode SPICEPOL ne permet pas de calculer C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB}, nous ne nous intéresserons pas aux fonctions de corrélation $C_{IU}(\theta)$ et $C_{QU}(\theta)$

$$
\begin{aligned}
C_{II}(\theta) &= \sum_\ell \frac{2\ell+1}{4\pi} C_\ell^{TT} P_\ell(\cos\theta) \\
C_{QQ}(\theta) &= \sum_\ell \frac{2\ell+1}{4\pi} \left[C_\ell^{EE} F_{1,\ell,2}(\theta) - C_\ell^{BB} F_{2,\ell,2}(\theta)\right] \\
C_{UU}(\theta) &= \sum_\ell \frac{2\ell+1}{4\pi} \left[C_\ell^{BB} F_{1,\ell,2}(\theta) - C_\ell^{EE} F_{2,\ell,2}(\theta)\right] \\
C_{IQ}(\theta) &= -\sum_\ell \frac{2\ell+1}{4\pi} C_\ell^{TE} \sqrt{\frac{(\ell-2)!}{(\ell+2)!}} P_\ell^2(\cos\theta)
\end{aligned} \tag{7.2}
$$

où les $P_\ell^m(x)$ sont les polynômes de Legendre et où les fonctions F dépendent des multipôles ℓ et m et des polynômes des Legendre. Nous les définissons en annexe B.2.

Pour obtenir les spectres de puissance angulaire en fonction des fonctions de corrélation, nous avons inversé ces équations. Pour cela, nous avons utilisé les propriétés d'orthogonalité des fonctions F :

$$
\begin{aligned}
C_\ell^{TT} &= 2\pi \int_{-1}^{1} C_{II}(\theta) P_\ell(\cos\theta) d\cos\theta \\
C_\ell^{EE} &= 2\pi \int_{-1}^{1} \left[C_{QQ}(\theta) - C_{UU}(\theta)\right] \cdot \left[F_{1,\ell,2}(\theta) + F_{2,\ell,2}(\theta)\right] d\cos\theta \\
C_\ell^{BB} &= 2\pi \int_{-1}^{1} \left[C_{QQ}(\theta) + C_{UU}(\theta)\right] \cdot \left[F_{1,\ell,2}(\theta) - F_{2,\ell,2}(\theta)\right] d\cos\theta \\
C_\ell^{TE} &= 2\pi \int_{-1}^{1} C_{IQ}(\theta) F_{1,\ell,0}(\theta) d\cos\theta
\end{aligned} \tag{7.3}
$$

Les fonctions à intégrer dépendent de manière complexe des polynômes de Legendre et possèdent une nature oscillatoire marquée. Nous avons choisi de réaliser cette intégration à l'aide d'un algorithme de Gauss-Legendre [Press *et al.* 2002], particulièrement adapté à ce genre de cas et peu coûteux en temps de calcul.

Nous nous sommes ensuite attelés à montrer que le calcul de ces estimateurs n'introduit pas de biais en cas de couverture incomplète du ciel. Pour cela, nous avons généré des cartes du ciel I, Q et U à partir d'un modèle de spectre de puissance angulaire en loi de puissance pour l'émission polarisée de la poussière [Prunet *et al.* 1998]. Nous calculons à partir de ces cartes les fonctions de corrélation sur la couverture d'ARCHEOPS et nous passons aux spectres de puissance grâce aux estimateurs décrits ci-dessus. La comparaison des spectres de puissance angulaire du modèle et de nos estimateurs nous a permis de valider cette méthode en montrant qu'elle était exempte de biais.

Concrètement, le spectre de puissance angulaire en température C_ℓ^{TT} sera calculé à partir de la méthode XSPECT [Tristram *et al.* 2005b], utilisant les $n \cdot (n-1)/2 = 15$ spectres croisés que l'on peut construire à partir des $n = 6$ détecteurs à 353 GHz (voir paragraphe 3.1) et aucun *auto*-spectre. Les spectres de puissance angulaire faisant intervenir la polarisation seront calculés à l'aide de la méthode décrite ci-dessus.

7.3.3 Correction des effets instrumentaux et calcul des barres d'erreurs

L'incertitude qui entache l'estimation des spectres de puissance angulaire inclut dans le cas général la variance due au bruit et aux erreurs systématiques ainsi que la variance du signal lui-même. Dans le cas de l'émission galactique, dominante à 353 GHz, on ne peut pas parler de variance du signal *stricto sensu*. En effet, la distribution de la poussière dans le ciel et ses propriétés ne sont pas une réalisation particulière d'un champ gaussien aléatoire comme c'est le cas pour les anisotropies du CMB. De ce fait, l'estimation de la variance des spectres de puissance comprendra seulement les contribution bruit-bruit et signal-bruit. La contribution signal-signal sera négligée car nous supposerons que les cartes sont dominées par l'émission de la poussière galactique qui ne possède pas de variance cosmique :

$$\begin{aligned}
\sigma^2(C_\ell^{XX}) &= \frac{2}{(2\ell+1)f_{\rm sky}}(N_\ell^{XX})^2 \\
\sigma^2(C_\ell^{XX'}) &= \frac{1}{(2\ell+1)f_{\rm sky}}\left[(N_\ell^{XX'})^2 + N_\ell^{XX}C_\ell^{X'X'} + N_\ell^{X'X'}C_\ell^{XX} + N_\ell^{X'X'}N_\ell^{XX}\right] \quad (7.4)
\end{aligned}$$

avec $\{X \neq X'\} \in \{T, E, B\}$, N_ℓ représente le spectre de puissance angulaire du bruit instrumental et des effets systématiques et $f_{\rm sky}$ est la fraction du ciel couverte par l'analyse. Néanmoins, ceci ne représente qu'une approximation analytique. Pour les auto-corrélations, nous pouvons obtenir l'expression exacte à partir de la dispersion sur plusieurs simulations (voir paragraphe suivant) et de ce fait ajuster le paramètre $f_{\rm sky}$. En revanche ceci ne sera pas possible pour les corrélations croisées, raison pour laquelle nous avons recours à cette approximation.

Le bruit instrumental et les effets systématiques seront estimés à partir de simulations que nous allons décrire. Outre l'estimation des barres d'erreur, il faudra soustraire ces contributions directement aux spectres de puissance angulaire pour les corriger de ces biais.

Le bruit instrumental

Le bruit instrumental sera évalué en quatre étapes, à l'instar de ce qui fut fait pour l'estimation du spectre de puissance en température dans [Benoît *et al.* 2003a].

1) les zones des TOD correspondant au plan galactique sont masquées et interpolées par des fonctions variant lentement.
2) ces TOD sont projetées sur des cartes qui à leur tour sont *dé-projetées* en TOD afin d'obtenir un rapport signal sur bruit plus élevé.
3) nous soustrayons cette nouvelle TOD de la première afin d'en obtenir une troisième, dominée par le bruit dont on calcul le spectre de puissance en temps.
4) à partir de ces spectres de puissance en temps, nous générons des TOD de bruit pour les six bolomètres à 353 GHz que nous projetons sur le ciel de la même manière que les données réelles afin d'obtenir des cartes de bruit instrumental.

Le spectre de puissance angulaire du bruit, pour chaque détecteur, en température et en polarisation est ensuite calculé à partir de 250 de ces simulations de cartes I, Q et U de bruit, à l'aide de la méthode décrite en 7.3, sur la couverture Archeops. La variance de ces spectres est également calculée pour les auto-corrélations.

Le effets systématiques

Trois sources d'erreurs systématiques principales sont susceptibles d'affecter l'évaluation des spectres de puissance angulaire en polarisation :

⋆ *le filtrage* : un filtre passe-bande est appliqué aux données. Pour rendre compte de l'effet que cela provoque sur les données, la fonction de transfert du filtrage F_ℓ a été calculée à partir de réalisations de champs gaussiens à partir d'un spectre de puissance plat. La correction apportée par cette fonction de transfert est maximale à bas ℓ et atteint 2%. Nous avons également vérifié que le filtrage n'induit pas de mélange entre l'intensité totale et la polarisation. Pour ceci, nous avons appliqué le filtre passe-bande à des simulations de TOD réalisées à partir de la carte-patron FDS extrapolée à 353 GHz. Aucun artefact de polarisation à un niveau supérieur à 0.1% n'a pu être mis en évidence.

⋆ *l'inter-calibration* : l'inter-calibration réalisée pour les détecteurs polarisés d'Archeops est décrite en détail dans [Benoît *et al.* 2004]. Elle mène à une erreur sur les coefficients inférieure à deux pourcents. Une erreur sur les coefficients de calibration entre les différents bolomètres, en vertu du fait que les paramètres de Stokes sont estimés par différence entre deux d'entre eux, entraîne un mélange entre intensité totale et polarisation. Pour simuler l'effet de cette erreur systématique, nous avons généré aléatoirement des coefficients de calibration dans une fourchette de 2% autour des coefficients mesurés. Des spectres de puissance angulaire furent alors estimés avec ces nouveaux coefficients, leur barres d'erreur correspondant à la dispersion sur 200 simulations. Cette erreur systématique sera de l'ordre de 5% des erreurs statistiques.

⋆ *l'orientation relative des polariseurs* : un écart entre la position supposée des polariseurs et leur position réelle entraîne une erreur sur la reconstruction des paramètres de Stokes de l'ordre de quelques pourcents dans le cas d'ARCHEOPS [Kaplan & Delabrouille 2001]. Nous avons réalisé des simulations dans lesquelles l'angle entre position supposée et réelle des polariseurs est tirée aléatoirement. Il en résulte une variation systématique de l'ordre de 5% des erreurs statistiques.

7.4 Résultats

La méthode que nous avons présentée nous permet désormais d'estimer l'émission de la poussière galactique en température et en polarisation à partir des cartes I, Q et U à 353 GHz de l'expérience ARCHEOPS présentées en 7.2.

7.4.1 Mise en évidence d'un signal polarisé à grande échelle angulaire

Nous avons estimé les spectres de puissance angulaire pour différents masques, correspondant à différentes coupures au niveau de la latitude galactique b. Les valeurs de b que nous avons utilisées au cours de cette analyse sont $|b| > 5$, 10 et 20 degrés. Les spectres de puissance angulaire C_ℓ^{TT}, C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{EE} et C_ℓ^{BB} estimés pour les différentes coupures galactiques sont présentés en figure 7.3.

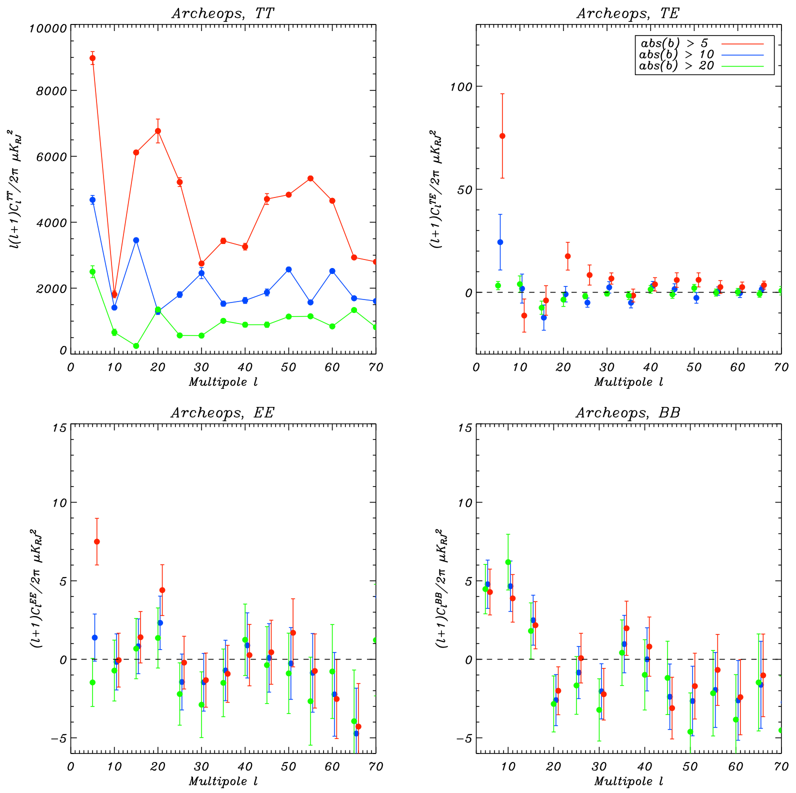

FIG. 7.3 – Spectres de puissance angulaire C_ℓ^{TT}, *clte*, C_ℓ^{EE} et C_ℓ^{BB} en μK^2_{RJ} calculés à partir des données à 353 GHz de l'expérience ARCHEOPS, pour trois coupures galactiques différentes, $|b| = 5$ (*rouge*), 10 (*bleu*) et 20 degrés (*vert*).

Le spectre de puissance angulaire en température C_ℓ^{TT} est compatible avec un signal galactique. En effet, sa puissance décroît significativement quand la coupure en $|b|$ augmente. Ce spectre présente des oscillations, dont nous décrirons la nature au paragraphe suivant. En raison du fait que des observations à d'autres fréquences sont disponibles en température, nous pourrons comparer ces résultats à des extrapolations de résultats indépendants.

Pour le spectre C_ℓ^{TE}, nous pouvons voir que pour $|b| \geq 5$ nous avons une détection à $\sim 4\sigma$ pour le premier intervalle en ℓ, $3 \leq \ell \leq 8$, avec $(\ell+1) \cdot C_\ell^{TE}/2\pi = 76 \pm 21\ \mu\mathrm{K}^2_{\mathrm{RJ}}$ et une à $\sim 2\sigma$ pour $|b| \geq 10$ avec $(\ell+1) \cdot C_\ell^{TE}/2\pi = 24 \pm 13\ \mu\mathrm{K}^2_{\mathrm{RJ}}$. Pour $|b| \geq 5$, on remarque également une détection à $\sim 2\sigma$ dans l'intervalle $18 \leq \ell \leq 23$, correspondant au pic de la première oscillation que l'on peut observer dans C_ℓ^{TT}. On remarque également que la puissance diminue quand la coupure galactique augmente.

Pour le spectre C_ℓ^{EE} nous pouvons voir une détection de l'ordre de 5σ dans le cas d'une coupure $|b| \geq 5$, au niveau de l'intervalle $3 \leq \ell \leq 8$ avec une magnitude $(\ell+1) \cdot C_\ell^{EE}/2\pi = 7.5 \pm 1.5\ \mu\mathrm{K}^2_{\mathrm{RJ}}$. On remarque également une détection à $\sim 2\sigma$ pour l'intervalle $18 \leq \ell \leq 23$, pour cette même coupure galactique. Pour les autres intervalles et les autres coupures galactiques, les points de mesure sont compatibles avec zéro. Néanmoins, on peut observer que comme pour C_ℓ^{TT} et C_ℓ^{TE}, la puissance diminue avec l'augmentation de la coupure, ce qui est compatible avec l'émission attendue de la poussière galactique.

Enfin, pour le spectre C_ℓ^{BB}, quelque soit la coupure galactique, on observe des détections pour les intervalles en ℓ vérifiant $\ell < 18$ puis des mesures compatibles avec zéro pour les multipôles plus grands. Nous pouvons voir que la puissance des points à bas ℓ ne varie pas avec la coupure galactique. Malgré la pauvreté des modèles de l'émission polarisée de la poussière dont nous disposons, il semble raisonnable de considérer une polarisation décroissante quand la coupure galactique augmente, tant pour C_ℓ^{EE} que pour C_ℓ^{BB}. De ce fait, il paraît fort probable que le signal mis en évidence à grande échelle dans le spectre C_ℓ^{BB} ait une origine différente.

Ainsi, cette étude des données des détecteurs d'Archeops à 353 GHz met en évidence pour la première fois l'émission diffuse polarisée de la poussière galactique et non de nuages locaux dans le plan galactique, comme cela avait été fait jusqu'alors.

7.4.2 Comparaison à des modèles simples et aux données en intensité

Nous allons comparer ces résultats à des modèles simples de l'émission de la poussière galactique, afin de pouvoir confirmer et quantifier nos conclusions. Nous réaliserons ces comparaisons en trois étapes. Premièrement, nous comparerons le spectre C_ℓ^{TT} que nous avons calculé à celui dérivant d'un modèle d'émission galactique en loi de *cosécante* ainsi qu'au modèle FDS. Deuxièmement, nous comparerons le spectre C_ℓ^{TE} à la corrélation entre le modèle FDS pour la température et les cartes Q et U d'Archeops utilisées pour cette analyse. Enfin, nous comparerons les quatre spectres que nous avons présenté au paragraphe précédent à un modèle physique simplifié de l'émission polarisée de la Galaxie.

Émission galactique en loi de *cosécante*

En raison de la forme de la Galaxie, l'intensité observée résultant de l'intégration le long de la ligne de visée, s'accroît quand la latitude galactique décroît. Ceci est bien approximé par une loi en cosécante du type $I(b) \propto 1/\sin(b)$. Si une contribution de ce type est soustraite du spectre de puissance C_ℓ^{TT} de la poussière, un résidu de poussière diffuse en $C_\ell \propto \ell^{-3}$ subsiste [Gautier *et al.* 1992, Wright 1998].

Pour estimer l'importance de cette loi en cosécante au sein de nos données, nous avons simulé analytiquement une telle émission avec une amplitude comparable à celle de la carte-patron FDS extrapolée à 353 GHz. La carte de l'intensité de l'émission de la poussière FDS que nous utiliserons au long de cette analyse est celle basée sur les données Iras à 100 μm et extrapolée à 353 GHz (*modèle numéro 7* de [Finkbeiner *et al.* 1999]).

Nous présentons en figure 7.4, les spectres de puissance angulaire C_ℓ^{TT} obtenus à partir de la carte I d'Archeops à 353 GHz, de notre simulation de la Galaxie en loi de cosécante et de la carte-patron FDS [Finkbeiner *et al.* 1999] extrapolée à 353 GHz, calculés à l'aide de la méthode Xspect pour différentes coupures galactiques. Nous pouvons y voir qu'il y a un accord qualitatif fort dans

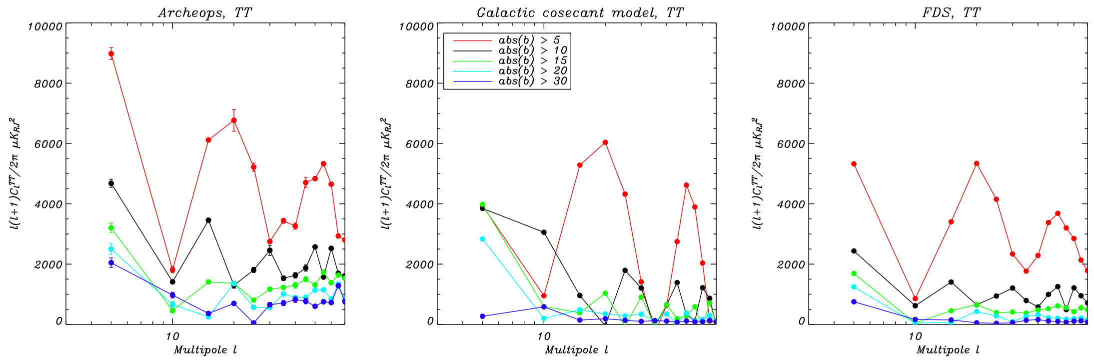

FIG. 7.4 – Spectres de puissance angulaire C_ℓ^{TT} en $\mu\mathrm{K}^2_{\mathrm{RJ}}$ pour les données ARCHEOPS à 353 GHz (*gauche*), la simulation d'émission de la Galaxie en loi de cosécante (*centre*) et la carte-patron FDS [Finkbeiner *et al.* 1999] (*droite*), calculés à l'aide de XSPECT [Tristram *et al.* 2005b] pour cinq différentes coupures galactiques.

la nature oscillatoire du spectre pour les faibles coupures galactiques dans les trois cas. Ceci suggère que la loi en cosécante domine l'émission diffuse de la poussière en intensité aux grandes échelles angulaires, au sein des données ARCHEOPS.

Corrélation ARCHEOPS-FDS

Pour vérifier la nature de l'émission polarisée mesurée, il est intéressant de corréler la polarisation vue par ARCHEOPS à 353 GHz aux données existantes pour l'émission de la poussière en température. Pour cela, nous avons calculé la corrélation croisée C_ℓ^{TE} entre la carte-patron I du modèle numéro 7 FDS [Finkbeiner *et al.* 1999] extrapolée à 353 GHz et les cartes Q et U mesurées par ARCHEOPS à 353 GHz. Ce spectre est comparé au spectre C_ℓ^{TE} calculé à partir des seules cartes I, Q et U d'ARCHEOPS.

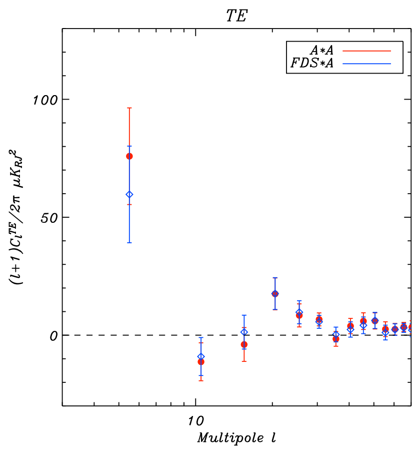

FIG. 7.5 – Spectre de puissance angulaire C_ℓ^{TE} en $\mu\mathrm{K}^2_{\mathrm{RJ}}$ pour une coupure galactique $|b| \geq 5$ à partir des seules cartes I et Q des données ARCHEOPS à 353 GHz (*cercles rouges*) et de la corrélation croisée de la carte-patron I FDS [Finkbeiner *et al.* 1999] extrapolée à 353 GHz et de la polarisation Q ARCHEOPS (*diamants bleus*), sur la même région du ciel.

La figure 7.5 montre que ces deux spectres sont compatibles entre eux aux barres d'erreur près. Ceci confirme le résultat que nous avions donné en 7.4.1, selon lequel la puissance observée à bas ℓ dans le spectre C_ℓ^{TE} d'ARCHEOPS est due à l'émission diffuse de la poussière polarisée et n'est pas un artefact. De plus, la carte FDS ayant un bruit décorrélé du bruit d'ARCHEOPS, nous pouvons penser que la corrélation du bruit entre les cartes I, Q et U d'ARCHEOPS n'introduit pas de biais et que le signal observé n'est pas le fruit du hasard.

Comparaison à un modèle physique simple de l'émission polarisée de la poussière galactique

Les paramètres de Stokes que nous observons dans une direction donnée sont le résultat de l'intégration le long de la ligne de visée des paramètres de Stokes locaux. Ceux-ci dépendent de l'orientation des grains de poussière, à leur tour dépendant de l'orientation du champ magnétique galactique[4]. Des travaux antérieurs montrent que l'orientation des grains de poussière est compatible avec un champ magnétique galactique orienté le long des bras-spiraux de la Galaxie [Fosalba *et al.* 2002, Benoît *et al.* 2004]. Cependant, tous ces travaux relatent des observations à basse latitude galactique ($|b| \leq 10$) et les extrapolations à hautes latitudes restent incertaines à cause du manque de données. Nous utiliserons ici un modèle d'extrapolation aux hautes latitudes des propriétés de la polarisation de l'émission diffuse de la poussière, que nous comparerons aux données d'ARCHEOPS.

Notre modèle s'appuie sur l'approximation selon laquelle la plus grande partie de l'émission de la poussière que nous observons est émise dans notre proche voisinage. En effet, si nous supposons que le disque galactique possède une épaisseur de 200 pc, une ligne de visée à une latitude $b = 5$ quitte le disque après l'avoir parcouru sur une distance de ~ 1.1 kpc. Cette distance est très petite devant la taille du bras-spiral local et de ce fait nous supposerons le champ magnétique à grande échelle constant, aligné avec le bras-spiral, pour une portion du ciel donnée. Nous supposerons que les grains de poussière sont alignés perpendiculairement à la direction du champ. À partir des résultats de [Benoît *et al.* 2004], nous considérerons pour ce modèle 3 degrés de polarisation $\Pi_d = 5$, 10 et 15%.

Pour notre modèle simple, nous avons simulé des cartes du ciel en polarisation à partir desquelles nous avons estimé les spectres de puissance angulaire à l'aide de la même méthode que pour les données. Nous les comparons aux spectres calculés pour les données ARCHEOPS en figure 7.6.

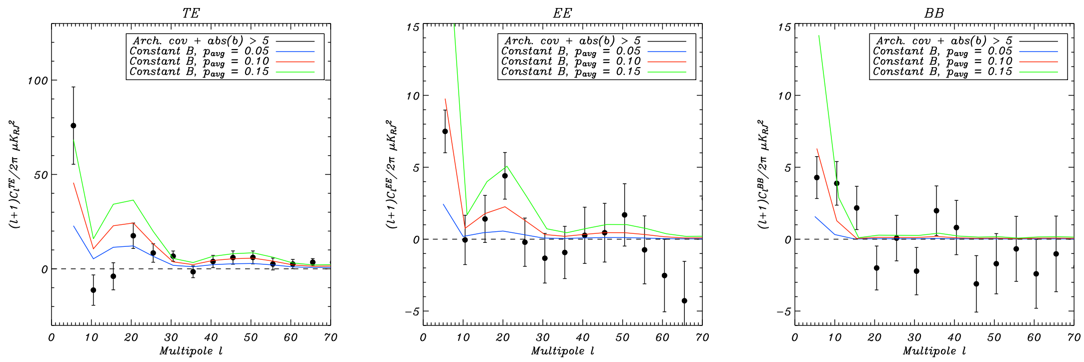

FIG. 7.6 – Spectres de puissance angulaire C_ℓ^{TE} (*gauche*), C_ℓ^{EE} (*centre*) et C_ℓ^{BB} (*droite*), en μK^2_{RJ}, calculés à partir des données à 353 GHz de l'expérience ARCHEOPS (*points noirs*), pour une coupure $|b| \geq 5$. Nous leur comparons les spectres calculés à l'aide de notre modèle d'émission galactique simplifié (*voir texte ci-dessus*), pour différents degrés de polarisation de la poussière, 5 (*bleu*), 10 (*rouge*) et 15% (*vert*).

Nous pouvons voir que sans pour autant donner une description détaillée des spectres de puissance angulaire observés par ARCHEOPS, à partir de notre modèle simple, nous arrivons à en reproduire l'amplitude générale et la forme à grande échelle angulaire. Ceci est très encourageant au vu de la simplicité du modèle et nous conforte dans la compréhension générale de l'émission polarisée de la poussière galactique. De plus, qualitativement, ces résultats viennent confirmer ceux de [Benoît *et al.* 2004] en ce qui concerne le degré de polarisation de l'émission de la poussière, aux alentours de 10%.

[4] La modélisation des émissions polarisées de la Galaxie a constitué une partie de cette thèse, présentée en chapitre 10. Le lecteur pourra y trouver de plus amples détails sur la physique de l'émission polarisée de la poussière. Néanmoins, ces travaux sont postérieurs aux travaux présentés au sein de ce chapitre et de ce fait, les modèle que nous y produisions, plus *physiques* que celui présenté ici, n'avaient pas encore vu le jour. Nous répétons la comparaison présentée ici avec les modèles plus complexes au chapitre 10.

7.4.3 Contamination des estimées du CMB par la poussière

Nous allons pour finir essayer d'estimer les résidus de poussière galactique aux fréquences d'étude du CMB. En effet, les travaux que nous présentons au cours de ce chapitre ont été entrepris entre la publication des données WMAP relatives à 1 et 3 ans de données. Au sein des données WMAP correspondant à un an de vol, le spectre C_ℓ^{TE} publié présentait une forte détection à très bas ℓ [Kogut *et al.* 2003], pouvant être expliquée soit par une phase de réionisation précoce, explication privilégiée par l'équipe WMAP, soit par un résidu galactique au sein des données. Étant donné que les bandes de fréquence de WMAP (voir 3.2) sont peu sensibles à l'émission de la poussière, rendant l'estimation de sa contribution difficile au sein des données, nous avons voulu nous aider des données d'ARCHEOPS pour répondre à cette question.

Afin d'étudier la contamination par l'émission de la poussière des données CMB, il va falloir extrapoler les données ARCHEOPS à 353 GHz aux fréquences plus basses, de l'ordre de plusieurs dizaines jusqu'à la centaine de GHz. Notons que pour effectuer cette extrapolation nous nous baserons sur le fait que l'émission de la poussière que nous mesurons à 353 GHz est due aux grands grains de poussière, responsables de l'émission thermique et non à l'émission "*anormale*" que nous avons mentionnée en 2.7. En effet, l'émission "*anormale*" ne devrait pas contribuer significativement à 353 GHz et de plus elle ne devrait pas être significativement polarisée [Lazarian & Prunet 2000].

Aux hautes fréquences ($\gtrsim$300 GHz), l'émission thermique de la poussière est très bien décrite par un corps gris à $T_d \simeq$17.5 K ayant une loi d'émission en $I_\nu \propto \nu^{\alpha_d} B_\nu(T_d)$ [Boulanger *et al.* 1996]. Aux fréquences plus basses, celles qui nous intéressent (de $\sim$100 à $\sim$300 GHz), le spectre électromagnétique est moins bien contraint en raison du faible nombre de mesures. Pour interpoler l'indice spectral de la loi d'émission à ces fréquences nous utiliserons les données FIRAS pour estimer l'intensité de l'émission à 353 GHz et celles de WMAP à 94 GHz. Pour estimer ces intensités nous emploierons la méthode décrite dans [Lagache 2003] au sein de la région observée par ARCHEOPS. Nous obtenons ainsi la valeur de $I(353)/I(94) = 134$ qui correspond à un indice spectral α_d de 1.7, que nous utiliserons par la suite pour notre extrapolation entre ces deux fréquences. Cette valeur coïncide avec celle estimée par [Finkbeiner *et al.* 1999] et discutée au sein de [Finkbeiner 2004]. En utilisant cet indice spectral nous trouvons des valeurs à grande échelle pour $3 \leq \ell \leq 8$ de $(\ell+1) \cdot C_\ell^{TE}/2\pi = 1.7 \pm 0.5$ $\mu\mathrm{K}^2_{\mathrm{CMB}}$ pour $|b| \geq 5$ et 0.5 ± 0.3 $\mu\mathrm{K}^2_{\mathrm{CMB}}$ pour $|b| \geq 10$, à 100 GHz. Ceci suggère que l'émission polarisée de la poussière peut être un contaminant de premier plan à la détection de la polarisation du CMB, a fortiori si celle-ci est mesurée pour des latitudes galactiques incluant $|b| < 10$. Notons cependant que ces mesures ont été réalisées sur 20% du ciel seulement et qu'en vertu des propriétés statistiques complexes de l'émission de la poussière, comme la non-stationnarité, il faut garder une certaine prudence quant aux implications de ces chiffres.

L'extrapolation des données ARCHEOPS à 353 GHz aux fréquences de l'expérience WMAP, afin de réaliser la comparaison des spectres C_ℓ^{TE} demeure délicate. En effet, pour que celle-ci soit faite de manière précise il faudrait connaître *exactement* les méthodes de séparation de composantes (voir chapitre 8), la pondération appliquée aux différentes fréquences ainsi que la forme du lobe des instruments que l'équipe de l'expérience WMAP a utilisé, ce qui n'est pas le cas. L'idée ici n'est donc pas de donner une comparaison de précision de ces données mais d'illustrer l'avantage de l'apport de l'information à plus haute fréquence comme celle donnée par ARCHEOPS.

Nous avons donc extrapolé nos résultats aux 5 fréquences de WMAP en supposant une émissivité constante d'indice 1.7, en $\mathrm{K_{RJ}}$. Nous utilisons une pondération homogène des 5 fréquences et nous n'utilisons dans l'estimation des spectres de puissance angulaire que les zones du ciel correspondant à l'intersection de la couverture ARCHEOPS et du masque Kp2 de WMAP (voir 3.2.3). Les résultats sont ensuite comparés aux données correspondant à une année d'observation de WMAP [Kogut *et al.* 2003] sur la même portion du ciel. Le résultat de cette extrapolation est présenté en figure 7.7.

Nous pouvons voir qu'aux échelles angulaires correspondant à $3 \leq \ell \leq 8$ nous trouvons, à partir de l'extrapolation des données d'ARCHEOPS $(\ell+1) \cdot C_\ell^{TE}/2\pi = 0.17 \pm 0.06$ $\mu\mathrm{K}^2_{\mathrm{CMB}}$, ce qui correspond à un facteur ~ 10 plus petit que pour les données WMAP ainsi que pour l'extrapolation faite à 100 GHz.

Nous pouvons voir qu'avec un ordre de grandeur de différence, même si nos approximations sont fortes et nos connaissances du traitement des données WMAP faibles, nous pouvons penser que

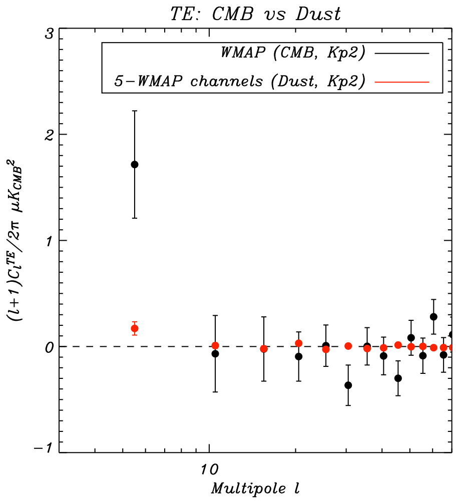

FIG. 7.7 – Spectre de puissance angulaire C_ℓ^{TE} en $\mu\mathrm{K}^2_{\mathrm{RJ}}$ mesuré par ARCHEOPS à 353 GHz et extrapolé aux fréquences de WMAP(*rouge*), calculé sur l'intersection entre la couverture ARCHEOPS et le masque Kp2 de WMAP. L'extrapolation a été réalisée de la manière décrite dans le texte ci-dessus. Les données WMAP (correspondant à un an de données [Kogut *et al.* 2003]), calculées de la même façon lui sont comparées (*noir*).

l'excès de puissance observé par WMAP pour $3 \leq \ell \leq 8$ dans le spectre C_ℓ^{TE} du CMB n'est pas dû entièrement à un résidu de l'émission de la poussière. La publication des données relatives à trois ans d'observation [Page *et al.* 2006], grâce à un niveau de bruit plus faible permettant une meilleure estimation de la polarisation et des résidus galactiques polarisés (notamment l'émission synchrotron), a levé cette ambiguïté en donnant une mesure à bas ℓ de l'ordre de $(\ell+1)\cdot C_\ell^{TE}/2\pi \simeq 0.67\ \mu\mathrm{K}^2_{\mathrm{CMB}}$, ce qui implique une réionisation plus tardive.

Enfin, nous avons extrapolé à 100 GHz les limites supérieures que nous avons obtenues sur les spectres C_ℓ^{EE} et C_ℓ^{BB} pour une coupure $|b| \geq 5$. Nous trouvons une valeur de 0.2 $\mu\mathrm{K}^2_{\mathrm{CMB}}$. Les estimations les plus optimistes de la puissance du spectre C_ℓ^{BB} d'origine cosmologique à grande échelle, en considérant une réionisation substantielle, amènent à une puissance à $\ell = 5$ de $\sim 10^{-3}$ $\mu\mathrm{K}^2_{\mathrm{CMB}}$. Ceci montre que la détection d'un tel signal polarisé devra nécessairement passer par une soustraction efficace de l'émission polarisée de la poussière, même à 100 GHz.

7.5 Conclusions

À partir des données polarisées mesurées par l'expérience ARCHEOPS à 353 GHz et en vertu de la méthode d'estimation des spectres de puissance angulaire polarisés que nous avons développée, nous avons montré la première mesure de l'émission diffuse polarisée de la poussière galactique sur environ 20% du ciel. Nous avons obtenu des détections dans les spectres de puissance angulaire C_ℓ^{TE} et C_ℓ^{EE}, pour des coupures galactiques $|b| \geq 5$, à grande échelle angulaire ($3 \leq \ell \leq 8$), compatibles avec un signal galactique.

Nous avons comparé ces résultats avec un modèle en loi de cosécante décrivant l'intensité de l'émission de la poussière, trouvant un très bon accord avec l'intensité mesurée par ARCHEOPS, montrant que ce type de loi d'émission domine le rayonnement. Nous avons ensuite comparé la corrélation entre la carte-patron de l'intensité de l'émission de la poussière donnée par [Finkbeiner *et al.* 1999] et la polarisation vue par ARCHEOPS d'une part et le spectre de puissance angulaire C_ℓ^{TE} mesuré par ARCHEOPS uniquement, d'autre part. Nous avons là encore montré une très bonne adéquation. Le haut degré de polarisation mesuré par [Benoît *et al.* 2004] dans le plan galactique ajouté à un modèle simple de l'émission de la poussière dans la Galaxie nous a également permis de montrer un accord qualitatif encourageant avec les données d'ARCHEOPS.

Enfin, nous avons extrapolé les mesures d'ARCHEOPS à 353 GHz à plus basses fréquences afin de pouvoir quantifier la contamination en polarisation par la poussière galactique des expériences observant le CMB, comme Wmap. Cette étude nous a permis de montrer que bien que l'émission polarisée de la poussière sera un avant-plan de premier ordre pour la détection de la polarisation du CMB, sa puissance ne suffisait sans doute pas à expliquer l'excès de puissance mesuré dans le spectre C_ℓ^{TE} de Wmap après un an d'observation du ciel [Kogut *et al.* 2003].

Toutes ces comparaisons confirment la détection de l'émission diffuse polarisée de la poussière galactique à 353 GHz et nous indiquent que cet avant-plan à la détection du CMB sera un contaminant majeur en polarisation, même à des fréquences de l'ordre de 100 GHz.

Bien que ces mesures constituent une première, un grand nombre d'incertitudes les entachent. En effet, seul 20% du ciel a été observé par Archeops et en raison des propriétés statistiques complexes de la distribution de poussière, l'extrapolation à tout le ciel demeure hasardeuse. De plus, l'extrapolation en fréquence souffre de l'incertitude attachée à son indice spectral. Pour les expériences à venir ayant les capacités théoriques à mesurer l'information cosmologique contenue dans la polarisation du CMB, comme Planck, il faudra améliorer nos connaissances sur l'émission diffuse polarisée de la poussière afin de pouvoir la soustraire proprement. Pour cela, au cours de cette thèse, nous avons abordé le problème sous deux angles différents. D'une part, nous avons réalisé une méthode de séparation des différentes composantes physiques du ciel micro-onde en température et polarisation que nous présenterons au chapitre 9. D'autre part, nous avons modélisé les émissions galactiques polarisées à partir des propriétés physiques qui les caractérisent afin d'obtenir des cartes-patron, utilisables pour le traitement des données de type CMB. Ces travaux seront présentés au chapitre 10.

Nous rappelons que ces travaux ont fait l'objet d'une publication où le lecteur pourra trouver des informations complémentaires à ce qui est présenté ici [Ponthieu *et al.* 2005].

Quatrième partie

Séparation de composantes appliquée à Planck

Chapitre 8

Méthodes de séparation de composantes appliquées aux observations du CMB

Après traitement des données ordonnées en temps et obtention de cartes du ciel pour chacun des détecteurs d'une expérience, il faut s'atteler à séparer les différentes *composantes*, comme le CMB, les différentes composantes astrophysiques diffuses (émission thermique de la poussière, émission synchrotron, rayonnement de freinage, émission "*anormale*" de la poussière), les sources ponctuelles galactiques et extra-galactiques ou encore le bruit instrumental. Cette séparation peut-être réalisée de différentes manières, dans l'espace réel ou dans l'espace des harmoniques sphériques, par ce que l'on appelle les *méthodes de séparation de composantes*.

Nous donnerons dans un premier temps une introduction aux principes généraux de la séparation de composantes. Nous présenterons ensuite de manière non-exhaustive les différentes méthodes utilisées au sein de la communauté CMB pour séparer les composantes. Nous traiterons les méthodes développées pour les composantes diffuses, qui font l'objet d'une grande partie de cette thèse. D'autres méthodes plus adaptées aux composantes localisées spatialement existent mais ne seront pas traitées ici.

Nous commencerons par présenter le modèle des observations, qui nous servira de langage commun à chacune de ces méthodes. Nous discuterons des différentes approches, de leurs particularités, de leurs avantages et de leurs inconvénients.

La plupart des méthodes que nous présenterons ont été utilisées uniquement sur des observations en température et non en polarisation.

8.1 Modèle des observations

Les observations en température d'un instrument multi-fréquences peuvent être modélisées par une combinaison linéaire de composantes physiques multiples. C'est le modèle MD-MC (*Multi-Detectors Multi-Components*). En supposant n_c composantes physiques et n_ν détecteurs à des fréquences ν, les observations peuvent être décrites dans l'espace réel :

$$y_\nu(\mathbf{r}) = \sum_{c=1}^{n_c} A_\nu^c \cdot s_c(\mathbf{r}) + n_\nu(\mathbf{r}) \tag{8.1}$$

où $y_\nu(\mathbf{r})$ est la carte du ciel mesurée par le détecteur à la fréquence ν, pour chaque position $\mathbf{r}$ sur le ciel, $s_c(\mathbf{r})$ est la carte de la composante c et $n_\nu(\mathbf{r})$ est la carte de bruit à la fréquence ν. A_ν^c est la *matrice de mélange*, qui rend compte du spectre électromagnétique de la composante c, à la fréquence ν.

Les effets de lobe, de couverture incomplète du ciel, de filtrage et de pixelisation ne sont pas exposés ici par souci de clarté. Cependant, le traitement de ces effets sera similaire à ce qui est présenté en 3.4. En première approximation si la couverture du ciel est complète et la résolution infinie, cette équation est valable.

Néanmoins, le traitement de ces effets est plus aisé dans l'espace des harmoniques sphériques, où les convolutions deviennent des multiplications. De plus, le passage dans l'espace des harmoniques sphériques réduira le nombre de modes indépendants. Ainsi, nous allons projeter l'équation (8.1) dans l'espace des harmoniques sphériques, pour chacun des modes $\{\ell, m\}$:

$$y^{\nu}_{\ell m} = \sum_{c=1}^{n_c} A^{\nu}_{c} \cdot s^{c}_{\ell m} + n^{\nu}_{\ell m} \tag{8.2}$$

Notons que cette équation peut-être écrite *indépendament* pour chacun des modes $\{\ell, m\}$. Finalement, nous avons en notation matricielle pour chaque mode $\{\ell, m\}$:

$$\mathbf{y} = A \cdot \mathbf{s} + \mathbf{n} \tag{8.3}$$

où les vecteurs $\mathbf{y}$ et $\mathbf{n}$ sont de taille n_ν, $\mathbf{s}$ de taille n_c et la matrice A de taille $n_\nu \times n_c$, pour chaque mode $\{\ell, m\}$.

Résoudre cette équation pour chacun des modes $\{\ell, m\}$ séparément est un problème ayant peu de paramètres. Néanmoins, la présence du terme de bruit ne permet pas une inversion directe. Il va donc falloir utiliser une méthode statistique dans laquelle l'inversion est régularisée. Ceci nous conduit naturellement à considérer une approche bayesienne.

8.2 L'approche bayésienne

Considérons une hypothèse H et des données D. Le théorème de Bayes permet d'énoncer des probabilités conditionelles :

$$P(H|D) = \frac{P(H) \cdot P(D|H)}{P(D)} \tag{8.4}$$

où $P(H)$ est la probabilité *a priori* de l'hypothèse. Elle est "antérieure" au sens qu'elle précède toute information sur les données. On l'appelle également probabilité *marginale*. $P(H|D)$ est la probabilité *a posteriori* de H sachant D. Elle est "postérieure" dans le sens où elle dépend directement de D. $P(D|H)$, pour D connues est la *fonction de vraisemblance* de l'hypothèse H. $P(D)$, enfin, est la probabilité des données, que nous dénommons usuellement l'*évidence*.

Le but de l'approche bayésienne est de maximiser la probabilité conditionnelle $P(H|D)$, c'est à dire trouver l'hypothèse la plus probable en se servant de l'information contenue dans les données. Le terme $P(H)$, l'*a priori*, traduit le biais dû au fait que nous ne supposerons jamais au départ toutes les hypothèses comme équiprobables. La vraisemblance $P(D|H)$ est la validation des données par l'hypothèse. Dans le cas de notre modèle des observations, les données D seront le vecteur $\mathbf{y}$ de taille n_ν et l'hypothèse H, le vecteur des composantes physiques $\mathbf{s}$, de taille n_c. Il faut donc chercher l'estimateur $\hat{\mathbf{s}}$ qui maximise la probabilité *a posteriori* $P(\mathbf{s}|\mathbf{y})$. L'*évidence* du théorème de Bayes est une constante et la quantité que nous allons devoir maximiser par rapport à $\mathbf{s}$ est :

$$P(\mathbf{s}|\mathbf{y}) \propto P(\mathbf{s}) \cdot P(\mathbf{y}|\mathbf{s}) \tag{8.5}$$

où $P(\mathbf{s})$ est l'*a priori* et $P(\mathbf{y}|\mathbf{s})$ est la vraisemblance.

8.3 Séparation non-aveugle (A et n connues)

8.3.1 Le maximum de vraisemblance et l'approche de χ^2

Considérons tout d'abord la forme de la vraisemblance $P(\mathbf{y}|\mathbf{s})$. Nous supposerons que le bruit dans les observations est une variable aléatoire de statistique gaussienne. Cette hypothèse est justifiée par le fait que le bruit des détecteurs est un bruit de photons, qui suit une distribution de Poisson et que le nombre de ces photons est extrêmement grand. Ainsi, pour chacun des modes de Fourier nous pouvons associer à chacun des vecteurs de bruit $\mathbf{n}$ de taille n_ν une distribution gaussienne à n_ν variables. En faisant l'hypothèse que l'espérance du bruit est nulle à chacune des fréquences d'observation, la vraisemblance s'écrit :

$$\begin{aligned} P(\mathbf{y}|\mathbf{s}) &\propto \exp\left(-\frac{1}{2}\mathbf{n}^\dagger \cdot N^{-1} \cdot \mathbf{n}\right) \\ &\propto \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{y} - A\cdot\mathbf{s})^\dagger \cdot N^{-1} \cdot (\mathbf{y} - A\cdot\mathbf{s})\right) \end{aligned} \tag{8.6}$$

où † représente le conjugué hermitien et où nous avons utilisé (8.3). La matrice N est la matrice de covariance du bruit, de taille $n_\nu \times n_\nu$. Pour chacun des modes $\{\ell, m\}$, cette matrice s'ecrit :

$$N_{\nu\nu'} = \langle n^\nu_{\ell m} \cdot n^{\nu'\star}_{\ell m}\rangle \tag{8.7}$$

Notons que si le bruit n'est pas corrélé entre les différents canaux, les éléments non-diagonaux de la matrice N seront égaux à zéro.

Le terme présent dans l'exponentielle de l'équation (8.6) n'est autre qu'une statistique de χ^2. Si nous supposons que pour un jeu d'observations donné, les données $\mathbf{y}$, la matrice de mélange A et le bruit $\mathbf{n}$ sont connus, la fonction χ^2 dépendra uniquement de $\mathbf{s}$:

$$\chi^2(\mathbf{s}) = (\mathbf{y} - A\cdot\mathbf{s})^\dagger \cdot N^{-1} \cdot (\mathbf{y} - A\cdot\mathbf{s}) \tag{8.8}$$

et la vraisemblance s'écrit :

$$P(\mathbf{y}|\mathbf{s}) \propto \exp\left(-\frac{\chi^2(\mathbf{s})}{2}\right) \tag{8.9}$$

8.3.2 L'*a priori* gaussien et la solution de Wiener

Après avoir calculé l'expression de la vraisemblance, nous allons nous atteler à déterminer la forme de l'*a priori* $P(\mathbf{s})$. Nous supposerons ici que le terme relatif à chacune des n_c composantes physiques est également décrit par un champ stationnaire de statistique gaussienne. C'est ce que nous appelerons l'*a priori* gaussien. Cependant, certaines composantes comme les composantes d'émissions diffuses galactiques ne répondent pas à une telle statistique ce qui constituera une limitation de notre modèle dont nous discuterons par la suite. Ainsi, sous cette hypothèse, à l'instar de ce que nous avons vu pour le bruit, le terme des composantes physiques est décrit par une gaussienne à n_c variables caractérisée par sa matrice de covariance. Pour chacun des modes $\{\ell, m\}$, l'*a priori* prend donc la forme :

$$P(\mathbf{s}) \propto \exp\left(-\frac{1}{2}\mathbf{s}^\dagger \cdot S^{-1} \cdot \mathbf{s}\right) \tag{8.10}$$

où la matrice de covariance des composantes physiques sera décrite par :

$$S_{cc'} = \langle s^c_{\ell m} \cdot s^{c'\star}_{\ell m}\rangle \tag{8.11}$$

Dans S, les termes diagonaux seront les *auto*-spectres de puissance angulaire associés à chaque composante tandis que les termes non-diagonaux représenteront les spectres *croisés* entre différentes composantes.

Nous pouvons donc désormais exprimer la probabilité *a posteriori* $P(\mathbf{s}|\mathbf{y})$ grâce au théorème de Bayes et aux expressions de la vraisemblance (8.6) et de l'*a priori* (8.10) :

$$\begin{aligned} P(\mathbf{s}|\mathbf{y}) &\propto P(\mathbf{s}) \cdot P(\mathbf{y}|\mathbf{s}) \\ &\propto \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{y} - A\cdot\mathbf{s})^\dagger \cdot N^{-1} \cdot (\mathbf{y} - A\cdot\mathbf{s}) - \frac{1}{2}\mathbf{s}^\dagger \cdot S^{-1} \cdot \mathbf{s}\right) \end{aligned} \tag{8.12}$$

Nous pouvons dériver de cette expression une estimée des composantes physiques, $\hat{\mathbf{s}}$, en maximisant la probabilité conditionelle, c'est à dire en trouvant le point où la dérivé par rapport à $\mathbf{s}$ s'annule. Ceci nous donne [Tegmark & Efstathiou 1996] :

$$\hat{\mathbf{s}} = \left(A^\dagger N^{-1} A + S^{-1}\right)^{-1} A^\dagger N^{-1} \cdot \mathbf{y} \equiv W \cdot \mathbf{y} \tag{8.13}$$

où W est la *matrice de Wiener*. Ainsi nous voyons qu'en utilisant le théorème de Bayes et un *a priori* gaussien, nous retrouvons le *filtre de Wiener standard*. Il s'agit d'un filtre linéaire et optimal qui est habituellement choisi de manière à minimiser les variances des erreurs de reconstruction. Néanmoins, l'*a priori* gaussien, bien que probablement justifié pour la composante de CMB est erroné pour les composantes astrophysiques diffuses ainsi que pour les émissions ponctuelles, comme l'effet SZ notamment. L'hypothèse de la stationnarité et de la gaussianité des composantes physiques revient à considérer qu'elles sont exhaustivement décrites par leurs spectres de puissance angulaire et de ce fait, l'utilisation du filtre de Wiener est sous-optimale dans ce cas (la non-gaussianité ou la non-stationnarité seront des informations supplémentaires dont il faudra tenir compte). De plus, cette solution suppose connues la matrice de mélange et les spectres de bruit, or ceci ne sera pas directement le cas dans des expériences de type CMB. Malgré cela, cette méthode a l'avantage de fournir une solution linéaire, indépendament pour chacun des modes $\{\ell, m\}$ et est très peu coûteuse en temps de calcul. Elle sera le plus souvent utilisée pour reconstruire des cartes du ciel pour chacune des composantes une fois que la matrice de mélange et les spectres de bruit auront été estimés par des méthodes indépendantes. Le filtrage de Wiener a été utilisé avec succès sur des simulations de type PLANCK dans [Tegmark & Efstathiou 1996] et [Bouchet *et al.* 1999].

8.3.3 L'*a priori* entropique et la méthode MEM

Nous avons vu que l'*a priori* gaussien ne permet pas de rendre compte directement de la non-gaussianité ou de la non-stationnarité des composantes. Cependant, de nombreuses composantes devraient avoir une distribution très éloignée de la gaussianité. Pour tenir compte de cette propriété, il va falloir modifier l'*a priori* $P(\mathbf{s})$. De manière idéale, nous pourrions mesurer empiriquement la distribution de probabilité pour chacune des composantes non-gaussiennes afin d'en tenir compte dans l'*a priori*, à partir de plusieurs réalisations indépendantes, mais cela n'est pas réalisable en pratique. L'*a priori* entropique peut alors être utilisé. Nous suivrons ici la notation de [Hobson *et al.* 1998].

Considérons un vecteur d'images $\mathbf{h}$ ayant n_c composantes reliées à $\mathbf{s}$ de la manière suivante :

$$\mathbf{s} = L \cdot \mathbf{h} \tag{8.14}$$

où L sera une matrice réelle triangulaire inférieure de dimensions $n_c \times n_c$ obtenue par la décomposition de Cholesky de la matrice de covariance des composantes ($S = LL^T$). Ainsi, les composantes de $\mathbf{h}$ seront décorrélées de manière à satisfaire :

$$\langle \mathbf{s} \cdot \mathbf{s}^\dagger \rangle = \langle L\mathbf{h} \cdot \mathbf{h}^\dagger L^T \rangle = L \langle \mathbf{h} \cdot \mathbf{h}^\dagger \rangle L^T = LL^T = S \tag{8.15}$$

En utilisant des considérations relatives à l'invariance par changement de coordonnées et à l'indépendance du système, on peut-montrer que la probabilité *a priori* de $\mathbf{h}$ prend la forme [Skilling 1989] :

$$P(\mathbf{h}) \propto \exp\left[\alpha \mathfrak{S}(\mathbf{h}, \mathbf{m}^u, \mathbf{m}^v)\right] \tag{8.16}$$

où la constante α est appelée paramètre de régulation. Le vecteur $\mathbf{m}$ est un vecteur vers lequel $\mathbf{h}$ tend en l'absence de données. Ce vecteur est décomposé en deux parties positives $\mathbf{m}^u$ et $\mathbf{m}^v$ telles que $\mathbf{m} = \mathbf{m}^u - \mathbf{m}^v$, de sorte que $\mathbf{m}$ puisse prendre des valeurs positives ou negatives, comme les mesures d'anisotropies. La fonction $\mathfrak{S}(\mathbf{h}, \mathbf{m}^u, \mathbf{m}^v)$ mesure l'*entropie croisée* de $\mathbf{h}$ et $\mathbf{m}$. Dans le cas où $\mathbf{h}$ est réelle, nous effectuerons la sommation sur tous les modes $\{\ell, m\}$ et elle s'écrira [Gull & Skilling *et al.* 1990, Maisinger *et al.* 1997] :

$$\mathfrak{S}(\mathbf{h}, \mathbf{m}^u, \mathbf{m}^v) = \sum_{\ell m} \left\{ \psi_{\ell m} - m^u_{\ell m} - m^v_{\ell m} - h_{\ell m} \ln\left[\frac{\psi_{\ell m} + h_{\ell m}}{2m^u_{\ell m}}\right] \right\} \tag{8.17}$$

où $\psi_{\ell m} \equiv [h_{\ell m}^2 + 4m_{\ell m}^u m_{\ell m}^v]^{1/2}$.

La solution accompagnant l'*a priori* entropique s'appelle méthode de maximum d'entropie (MEM, *Maximum Entropy Method*). Cette solution est obtenue en maximisant la probabilité *a posteriori* $P(\mathbf{s}|\mathbf{y})$, en utilisant (8.5), (8.9) et (8.16) :

$$\begin{aligned} P(\mathbf{s}|\mathbf{y}) &\propto P(\mathbf{s}) \cdot P(\mathbf{y}|\mathbf{s}) \\ &\propto \exp\big[-\chi^2(\mathbf{h}) + \alpha \mathfrak{S}(\mathbf{h}, \mathbf{m}^u, \mathbf{m}^v) \big] \end{aligned} \tag{8.18}$$

où le $\chi^2(\mathbf{s})$ devient $\chi^2(\mathbf{h})$ en utilisant (8.14) dans (8.8) et :

$$\chi^2(\mathbf{h}) = (\mathbf{y} - A \cdot L\mathbf{h})^\dagger \cdot N^{-1} \cdot (\mathbf{y} - A \cdot L\mathbf{h}) \tag{8.19}$$

Contrairement au cas de l'*a priori* gaussien, la maximisation de l'expression (8.18) ne possède pas de solution analytique permettant un calcul direct de $\hat{\mathbf{s}}$. Il sera de ce fait nécessaire, pour la méthode MEM d'avoir recours à des algorithmes d'optimisation, généralement de type *quasi-Newton* ou de type *gradient conjugué*. Le paramètre de régulation α est le plus souvent choisi de manière à retrouver une probabilité gaussienne aux faibles fluctuations de $\mathbf{h}$. Néanmoins, il peut aussi être estimé en utilisant une approche bayesienne.

De par sa construction, cette méthode est plus performante que celle du filtre de Wiener pour reconstruire des cartes hautement non-gaussiennes, comme l'effet SZ, notamment. Pour les composantes diffuses comme le CMB ou même les émissions galactiques, les deux méthodes donnent des résultats équivalents. Notons que pour cette solution, à l'instar de la solution de Wiener, nous supposons la matrice de mélange ainsi que les spectres de bruit connus.

Cette méthode a tout d'abord été intensivement utilisée sur des petites portions du ciel dans [Hobson *et al.* 1998] dans le cadre de simulations Planck. L'analyse a ensuite été étendue à la totalité du ciel dans [Stolyarov *et al.* 2002], toujours dans le cadre de simulations Planck. Enfin, le formalisme a été modifié afin de pouvoir tenir compte de bruit anisotrope et de composantes dont l'indice spectral peut varier selon la position sur le ciel dans [Stolyarov *et al.* 2005]. Ce dernier point fut motivé notamment par les résultats du satellite Wmap concernant la composante de l'émission synchrotron [Bennett *et al.* 2003c].

8.4 Séparation aveugle (A ou n inconnues)

8.4.1 Smica

Au sein des méthodes que nous avons vu jusqu'à présent, il était nécessaire de supposer des *a priori*, notamment sur la matrice de mélange et le bruit. L'ambition de la méthode que nous allons présenter et de traiter ces derniers, tout comme les composantes physiques, comme des paramètres à déterminer en effectuant ce que nous appelons une séparation *aveugle*. La méthode Smica (*Spectral Matching Independent Component Analysis*) [Delabrouille *et al.* 2003] est une méthode de séparation *aveugle* qui travaille dans l'espace des spectres de puissance angulaire. Ceci a l'avantage de permettre de considérer moins de paramètres qu'en travaillant avec des cartes. En revanche, dans le cas de composantes non-gaussiennes, toute l'information ne sera pas contenue au sein des spectres de puissance.

La méthode que nous avons développée au cours de cette thèse, PolEMICA, s'appuie sur le principe de Smica. Elle a été modifiée pour prendre en compte simultanément la température et la polarisation, ainsi que leurs corrélations. Pour cette raison, les principes généraux de la méthode Smica, tant au niveau de la formalisation que des algorithmes de maximisation et d'optimisation, seront présentés tout au long de la partie 9.1. Néanmoins, il faudra garder à l'esprit que dans le cas de Smica les équations sont écrites pour la seule température.

Dans la méthode Smica, nous partirons d'un *a priori* gaussien et d'une vraisemblance décrivant des champs gaussiens stationnaires (la fonction de vraisemblance est décrite en équation (9.5)) et nous supposerons non-connus les composantes physiques, le bruit et la matrice de mélange. Dans ce cas, nous ne pouvons pas écrire de solution analytique et des algorithmes itératifs de maximisation et d'optimisation seront utilisés comme l'algorithme EM (pour *Expectation-Maximization*, voir 9.1.4). En outre, la méthode SMICA possède également l'avantage de pouvoir facilement ajouter des *a priori* sur les composantes, le bruit, ou les lois d'émission.

La méthode SMICA a été appliquée aux données *propres* correspondant à un an de données de WMAP dans [Patanchon *et al.* 2005]. Ceci a fourni une nouvelle estimée du spectre de puissance en température pour le CMB et a identifié un résidu d'avant-plans compatible avec les résultats de l'équipe WMAP [Bennett *et al.* 2003c].

8.4.2 FASTICA

Une autre approche à la séparation de composantes, est l'analyse en composantes indépendantes (ICA pour *Independent Component Analysis*). Cette approche suppose que les différentes composantes que nous voulons séparer sont indépendantes (loi d'émissions disctinctes, non-corrélation spatiale, ...). Les méthodes d'ICA s'attelleront à maximiser la non-gaussianité du mélange de composantes. En effet, en vertu du théorème de la *Limite Centrale*, un mélange de composantes non-gaussiennes indépendantes est *plus gaussien* que les composantes d'origine. De ce fait, si l'on trouve une transformation qui réduit la gaussianité du mélange de composantes, cela signifiera que les composantes résultant de cette transformation seront *plus indépendantes* que les composantes d'origine. Ainsi, après avoir choisi un critère de mesure de non-gaussianité *ad hoc*, il suffira de le maximiser pour trouver l'opérateur de la transformation. Cependant, dans le cas d'observation du CMB, cette dernière composante étant en première approximation gaussienne, il ne sera pas possible de tenir compte du bruit. Pour s'affranchir de cette limitation, les méthodes d'ICA devront supposer le bruit connu ou nul.

FASTICA est une méthode d'analyse en composantes indépendantes, qui fut présentée et appliquée à des simulations de type PLANCK dans [Maino *et al.* 2002]. Ensuite, elle fut appliquée à la polarisation, indépendament pour Q et U (ce qui ne permet pas de prendre en compte les corrélations existantes entre ces deux variables) dans [Baccigalupi *et al.* 2004]. Enfin, cette méthode fut appliquées sur les données de 4 années de COBE [Maino *et al.* 2003] et 3 années de WMAP [Maino *et al.* 2007]. Cette méthode possède l'avantage d'être peu coûteuse en temps de calcul, mais est limitée par la connaissance du bruit.

Chapitre 9

PolEMICA, une méthode de séparation de composantes pour les observations polarisées du CMB

Les émissions astrophysiques diffuses telles que celles du synchrotron ou de la poussière, devraient être significativement, voir fortement polarisées (voir en 2.7 et aux chapitres 7 et 10). En outre, le signal attendu pour le CMB est un ordre de grandeur plus faible en polarisation qu'en température. De ce fait, plus encore pour la polarisation que pour la température, une séparation efficace des composantes sera nécessaire.

C'est dans cette idée que nous avons développé la méthode PolEMICA, que nous présentons dans ce chapitre, permettant de séparer les composantes dans l'espace des harmoniques sphériques simultanément en température et en polarisation, en exploitant également les corrélations TE, TB et EB. Le formalisme général et l'algorithme de maximisation de vraisemblance que nous utiliserons, s'appuient sur la méthode Smica [Delabrouille *et al.* 2003]. Nous présenterons tout d'abord le formalisme et les spécificités de la méthode, puis l'application de PolEMICA à des simulations de type Planck. Ces travaux firent l'objet d'une publication [Aumont & Macías-Pérez 2007].

9.1 PolEMICA

PolEMICA [Aumont & Macías-Pérez 2007] (*Polarized Expectation-Maximization Independent Component Analysis*) est une extension de la méthode Smica [Delabrouille *et al.* 2003] à la polarisation qui permet de traiter simultanément dans l'espace des harmoniques sphériques, les spectres de puissance angulaire C_ℓ^{TT}, C_ℓ^{EE} et C_ℓ^{BB}, ainsi que les corrélations C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB}. La séparation est réalisée de manière *aveugle* à partir d'observations multiples, à différentes fréquences, en faisant l'hypothèse d'un mélange linéaire et bruité de composantes physiques, à l'aide de l'algorithme EM (*Expectation-Maximization*). Nous présenterons dans cette partie le formalisme développé ainsi que la méthode de séparation.

9.1.1 Formalisme

À l'instar de ce qui est fait pour une observation quelconque en 8.1, il est plus pratique et moins coûteux de travailler dans l'espace des harmoniques sphériques. L'équation (8.2) peut-être réécrite simultanément pour chacun des modes T, E et B. Ceci constituera la base de la méthode PolEMICA. Elle s'écrit donc, indépendamment pour chaque couple $\{\ell, m\}$ en faisant l'hypothèse d'une couverture du ciel complète :

$$y_{\ell m}^{\nu,X} = \sum_{c=1}^{n_c} A_c^{\nu,X} \cdot s_{\ell m}^{c,X} + n_{\ell m}^{\nu,X}, \qquad X = \{T, E, B\} \tag{9.1}$$

où $y_{\ell m}^{\nu,X}$ et $n_{\ell m}^{\nu,X}$ sont des vecteurs de taille $(3 \cdot n_\nu)$ et $s_{\ell m}^{c,X}$ un vecteur de taille $(3 \cdot n_c)$. Le facteur 3 est présent ici car nous considérons simultanément T, E et B. $A_c^{\nu,X}$ est une matrice de taille $(3 \cdot n_\nu) \times (3 \cdot n_c)$ qui contient pour chacun des modes T, E et B, les éléments de la *matrice de mélange* qui leur sont propres. Le détail de ce formalisme est donné en annexe B.3.

À partir des données $\mathbf{y}$, nous voulons extraire de manière plus ou moins *aveugle*, les vecteurs $\mathbf{s}$ et $\mathbf{n}$, ainsi que la matrice A. Pour réduire le nombre de paramètres inconnus dans ce modèle, nous pouvons réécrire l'équation (9.1) en termes de spectres de puissance angulaire en température et en polarisation, *auto* ou *croisés*. Définissons pour cela les *matrices de densité* associées aux données $\mathbf{y}$, aux composantes physiques $\mathbf{s}$ ainsi qu'au bruit $\mathbf{n}$:

$$\begin{aligned} R_\xi(\ell) &\equiv \langle \xi_{\ell m}^{i,X} \cdot \xi_{\ell m}^{i',X'\dagger} \rangle, \qquad \xi = \{y, s, n\} \\ &= \frac{1}{2\ell+1} \sum_{m=-\ell}^{\ell} \xi_{\ell m}^{i,X} \cdot \xi_{\ell m}^{i',X'\dagger} \end{aligned} \tag{9.2}$$

où i est la fréquence ν pour $\mathbf{y}$ et $\mathbf{n}$ et la composante c pour $\mathbf{s}$. Notons que chacune des matrices de densité ainsi définies contiendra des blocs symétriques de 3×3 éléments, correspondants aux auto-spectres de puissance angulaire C_ℓ^{TT}, C_ℓ^{EE} et C_ℓ^{BB} dans leur diagonale et aux spectres croisés C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB} en dehors de leur diagonale. Les blocs qui sont dans la diagonale de la matrice de densité contiendront les auto-corrélations $\langle ii \rangle$ et ceux en dehors, les corrélations croisées $\langle ii' \rangle$.

Pour encore diminuer le nombre de paramètres libres, nous allons rééchantilloner les spectres de puissance en calculant leurs moyennes sur des intervalles en ℓ :

$$R_\xi(b) \equiv \frac{1}{n_b} \sum_{\ell \in \mathcal{D}_b} R_\xi(\ell) \tag{9.3}$$

où $\mathcal{D}_b$ est l'ensemble de valeurs de ℓ contribuant à l'intervalle b et n_b est le nombre de multipôles de cet ensemble.

Nous pouvons désormais réécrire l'équation (9.1) en termes de matrices de densité rééchantillonées, pour chaque intervalle, en supposant le bruit décorrélé du signal :

$$R_y(b) = A R_s(b) A^T + R_n(b) \tag{9.4}$$

Les matrices de densité des données $R_y(b)$ et du bruit $R_n(b)$ sont des matrices $(3 \cdot n_\nu) \times (3 \cdot n_\nu)$, tandis que la matrice des composantes physiques $R_s(b)$ est une matrice $(3 \cdot n_c) \times (3 \cdot n_c)$ (voir annexe B.3).

Afin de mieux comprendre l'algorithme que nous présenterons dans le paragraphe suivant, il est intéressant de regarder de plus près ces matrices de densité. Pour la matrice de densité correspondant aux données qui seront mises en entrée de l'algorithme, $R_y(b)$, chacun des blocs de 3×3 éléments de la diagonale contiendra l'auto-corrélation du détecteur, alors que les blocs hors de la diagonale contiendront la corrélation croisée d'un détecteur avec un autre. Pour la matrice de densité des composantes physiques, $R_s(b)$, nous supposerons pour le moment que les différentes composantes présentes dans les données sont statistiquement indépendantes et non-corrélées. Ceci revient à dire que les corrélations $\langle cc' \rangle$ sont nulles si $c \neq c'$. Il en résulte que la matrice $R_s(b)$ sera une matrice diagonale par bloc, contenant les auto-corrélations des composantes c. Finalement, nous supposerons que le bruit n'est pas corrélé entre les différents détecteurs, ni entre les modes T, E et B au sein d'un même détecteur. De ce fait, $R_n(b)$ sera une matrice diagonale contenant le spectre de puissance angulaire du bruit pour chaque détecteur, pour C_ℓ^{TT}, C_ℓ^{EE} et C_ℓ^{BB}.

Le détail du formalisme que nous venons de présenter est décrit en annexe B.3, à travers l'écriture des matrices de densité pour un modèle à deux fréquences et deux composantes.

9.1.2 Estimabilité des paramètres

Le but de POLEMICA va être d'estimer à partir de la matrice de densité des données $\tilde{R}_y(b)$, pour chacun des intervalles en ℓ, tout ou partie du jeu de paramètre $\theta(b) \equiv \{A, R_s(b), R_n(b)\}$. Ceci est rendu possible, en vertu des hypothèses d'indépendance statistique et de non-corrélation pour le bruit et les composantes formulées dans le paragraphe précédent. En effet, d'après l'équation (9.4), nous voyons que pour chaque intervalle b, la matrice de densité des données $\tilde{R}_y(b)$, comportant $N_{\text{données}} = 9 \cdot n_\nu^2$ éléments, est décrite dans ce modèle par le jeu de paramètres $\theta(b)$ comprenant pour sa part $N_{\text{modèle}} = 3 \cdot n_\nu \cdot n_c + 6 \cdot n_c + 3 \cdot n_\nu$ éléments (voir annexe B.3). Dans le cas de l'expérience Planck qui possède 7 canaux polarisés et en faisant l'hypothèse de 4 composantes physiques (CMB, synchrotron, poussière et rayonnement de freinage, par exemple), $N_{\text{données}} \gg N_{\text{modèle}}$, il sera possible, sous ces hypothèses, d'estimer simultanément à partir des données, la matrice de mélange et les spectres de puissance angulaire en température et polarisation pour les composantes physiques et le bruit.

De plus, l'algorithme PolEMICA est assez souple sur l'ajout d'*a priori.* Ceci permettra de réduire le nombre de paramètres à estimer. En effet, certains des paramètres peuvent se trouver contraints avec précision par la théorie, d'autres expériences ou d'autres méthodes.

Par exemple, le spectre électromagnétique des anisotropies du CMB est connu analytiquement. Dans le cas de PolEMICA, ceci correspond à trois colonnes entières de la matrice A (pour T, E et B). Dans le cas ou l'on suppose que les coefficients d'étalonnage entre les différents détecteurs sont bien connus, on pourra fixer ces trois colonnes de la matrice A et résoudre la séparation à partir des autres paramètres.

De plus, les spectres du bruit pourront le plus souvent être supposés blancs, dans le cadre de Planck. Ainsi, seul un paramètre relatif au niveau général du bruit sera à estimer pour chacun des détecteurs.

En définitive, dans certains cas, nous pouvons supposer que les lois d'emissivité de toutes les composantes sont connues. Ceci revient à fixer la totalité de la matrice de mélange. C'est ce que l'on appellera une séparation *semi-aveugle.*

9.1.3 Ajustement spectral multi-détecteurs multi-composantes

Pour estimer les paramètres de notre modèle à partir des données, nous avons choisi d'appliquer la méthode Smica [Delabrouille *et al.* 2003]. Pour ce faire, nous avons dû l'adapter au formalisme du traitement simultané de la température et de la polarisation, cette méthode ayant été développée pour des séparations en température seule. Le principe de cette méthode est d'estimer les paramètres $\theta(b)$, dans le cas d'une séparation *aveugle*, ou une partie d'entre eux, dans le cas d'une analyse *semi-aveugle*, en trouvant la meilleure adéquation entre la matrice de densité $\tilde{R}_y(b)$, calculée à partir des données des différents canaux et celle du modèle, $R_y(b)$, calculée à partir de $\theta(b)$.

La vraisemblance est une bonne mesure de cette adéquation, si l'on fait l'hypothèse que les différentes composantes physiques ainsi que le bruit sont des réalisations de champs gaussiens stationnaires, ce qui a pour effet que leur différents modes de Fourier sont décorrélés (approximation de Wittle). La vraisemblance s'écrit en fonction des paramètres θ :

$$P(\mathbf{y}_{\ell m}|\theta) = \prod_{\ell m} \frac{1}{\det\big(2\pi R_y(\theta)\big)} \exp\Big[-\frac{1}{2}\mathbf{y}_{\ell m}^\dagger R_y^{-1}(\theta)\mathbf{y}_{\ell m}\Big] \tag{9.5}$$

Nous pouvons alors écrire la log-vraisemblance :

$$\mathcal{L} = -\log\big(P(\mathbf{y}_{\ell m}|\theta)\big) = \sum_{\ell m}\Big[\mathbf{y}_{\ell m}^\dagger R_y^{-1}(\theta)\mathbf{y}_{\ell m} + \log\det\big(2\pi R_y(\theta)\big)\Big] + \text{cte} \tag{9.6}$$

En utilisant la propriété $\mathbf{y}^\dagger R_y^{-1}\mathbf{y} = \text{tr}(R_y^{-1}\mathbf{y}^\dagger\mathbf{y})$ et en rééchantillonant les quantités sur des intervalles en ℓ (comme en (9.3)), nous obtenons :

$$\mathcal{L} = \sum_b n_b\Big[\text{tr}\Big(\tilde{R}_y(b)R_y^{-1}\big(\theta(b)\big)\Big) + \log\det\Big(R_y\big(\theta(b)\big)\Big)\Big] + \text{cte} \equiv \Psi(\theta) \tag{9.7}$$

où le premier terme de la somme est la divergence de Kullback [Kullback 1954]. La meilleure adéquation entre nos données et notre modèle sera celle du maximum de vraisemblance (i.e. du minimum de log-vraisemblance). Nous définirons ainsi le critère $\Psi(\theta)$ que nous tenterons de minimiser. La solution $\hat{\theta}$ sera telle que :

$$\left.\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta}\right|_{\hat{\theta}} = 0 \tag{9.8}$$

Cette relation ne possède pas de solution analytique. Ainsi, pour résoudre notre minimisation, la méthode POLEMICA aura recours à un algorithme d'optimisation itératif, l'algorithme EM. Néanmoins il faut prendre en compte certains critères d'identifiabilité des paramètres.

- ⋆ La première condition d'identifiabilité des paramètres concerne le bruit. En effet, il doit être décorrélé d'un canal à l'autre. Si cette condition n'est pas respectée, la reconstruction de $R_s(b)$ s'en trouve affectée.
- ⋆ Les composantes doivent être indépendantes. Ceci est une des hypothèses majeures de la séparation de composantes en *aveugle.*
- ⋆ Les spectres électromagnétiques des différentes composantes ne doivent pas être proportionnels. Si tel était le cas, les composantes concernées ne pourraient pas être séparées. Cependant, ceci n'affecte pas la séparation des autres composantes.
- ⋆ Les composantes doivent avoir des spectres de puissance angulaire non-proportionnels. Dans le cas contraire, les composantes concernées ne sont plus identifiables, sans affecter la reconstruction des autres paramètres.

L'algorithme de POLEMICA est présenté et schématisé en figure 9.1.

9.1.4 L'algorithme d'*Expectation-Maximization*

La mimimisation de la log-vraisemblance est réalisée à l'aide de l'algorithme EM (*Expectation-Maximization*) [Dempster *et al.* 1977]. Cet algorithme est un algorithme itératif qui calcule à partir d'une valeur initiale des paramètres $\theta_0(b)$, une mise à jour successive des paramètres $\theta_i(b)$, appelées *étapes EM.* Au cours de la $i^{\text{ème}}$ *étape E*, l'algorithme calcule la valeur de la statistique conditionnelle à partir des paramètres $\theta_{i-1}(b)$. L'*étape M* minimise la log-vraisemblance pour obtenir les paramètres $\theta_i(b)$ (voir figure 9.1).

Par construction, l'algorithme d'optimisation EM garantit une amélioration de l'ajustement spectral à chaque itération en minimisant la log-vraisemblance. Cependant, cet algorithme à une convergence très lente (voir figure 9.2). D'autres algorithmes d'optimisation itérative peuvent être appliqués en sortie de l'algorithme EM, comme l'algorithme *quasi-Newton* utilisé dans SMICA pour accélérer la convergence. Cet algorithme est optimal dans le cas d'un critère quadratique. Néanmoins, nous n'avons pas réussi à l'implémenter au cours de cette thèse, dans le cadre du formalisme de POLEMICA. Il semble cependant nécessaire d'y parvenir, car le fait que la convergence ne soit pas totale avec l'algorithme EM, peut biaiser la reconstruction des spectres de puissance angulaire des composantes physiques, comme nous le verrons.

Dans ce modèle des observations, il subsiste une indétermination d'échelle sur la valeur de A et de $R_s(b)$. En effet, seul le produit $AR_s(b)A^T$ est invariant d'échelle. De ce fait, pour faciliter la convergence de l'algorithme EM, nous renormalisons chaque colonne de la matrice de mélange à l'unité et nous corrigeons $R_s(b)$ en fonction, afin que le produit $AR_s(b)A^T$ reste inchangé.

Pour une description détaillée de l'algorithme d'ajustement spectral multi-détecteurs multi-composantes à l'aide de l'algorithme EM dont POLEMICA s'inspire, voir [Snoussi *et al.* 2002] et [Delabrouille *et al.* 2003].

9.1.5 Initialisation de l'algorithme

L'initialisation de l'algorithme est une étape prépondérante. En effet, l'algorithme EM est très sensible à son point de départ $\theta_0(b)$. L'initialisation doit de ce fait être réalisée avec des valeurs raisonnables pour éviter à l'algorithme d'aller explorer des minima locaux de la log-vraisemblance.

- ⋆ A_0 : Dans un premier temps, nous supposerons que la loi d'émission est la même en température et polarisation pour une composante donnée. Ceci nous permet d'estimer le spectre électromagnétique d'une composante en température, où le rapport signal sur bruit est en principe meilleur qu'en polarisation. Dans le cas ou aucun *a priori* sur la composante n'est disponible, cette estimation est réalisée en prenant les n_c vecteurs-propres dominants de la matrice de

Entrée : $\tilde{R}_y(b)$ et la valeur initiale de $\theta_0 = \{A, R_s(b), R_n(b)\}$

Définitions : $\tilde{R}_{yy}(b) \equiv \tilde{R}_y(b)$ and $R_{ss}(b) \equiv R_s(b)$

while Le critère $\Psi(\theta_i)$ n'a pas convergé

$\star\star\star\star\star$ étape E. Calcul des statistiques conditionnelles :

for $b = 1$ to N_b **do**

$G(b) = (A^T R_n^{-1}(b) A + R_{ss}^{-1}(b))^{-1}$

$W(b) = G(b) A^T R_n^{-1}(b)$

$\tilde{R}_{ss}(b) = W(b) \tilde{R}_{yy}(b) W^T(b) + G(b)$

$\tilde{R}_{sy}(b) = W(b) \tilde{R}_{yy}(b)$

endfor

$\tilde{R}_{ss} = \sum_b \frac{n_b}{n} \tilde{R}_{ss}(b)$

$\tilde{R}_{sy} = \sum_b \frac{n_b}{n} \tilde{R}_{sy}(b)$

$\star\star\star\star\star$

$\star\star\star\star\star$ étape M. Mise à jour des paramètres :

$A = \tilde{R}_{sy}^T \tilde{R}_{ss}^{-1}$

for $b = 1$ to N_b **do**

$R_{ss}(b) = \left[\tilde{R}_{ss}(b)\right]_{3\cdot i \to 3\cdot i+2, 3\cdot i \to 3\cdot i+2}$

$R_n(b) = \left[\tilde{R}_{yy}(b) - \tilde{R}_{sy}^T \tilde{R}_{ss}^{-1} \tilde{R}_{sy}\right]_{ii}$

endfor

$\star\star\star\star\star$

Calcul du critère $\Psi(\theta_i)$ avec l'équation (9.7)

endwhile

FIG. 9.1 – Algorithme de PolEMICA. Celui-ci s'appuie sur un algorithme d'ajustement spectral multi-détecteurs multi-composantes utilisant un algorithme d'optimisation itératif de type *Expectation-Maximization* [Dempster *et al.* 1977]. Notons que $n = \sum n_b$.

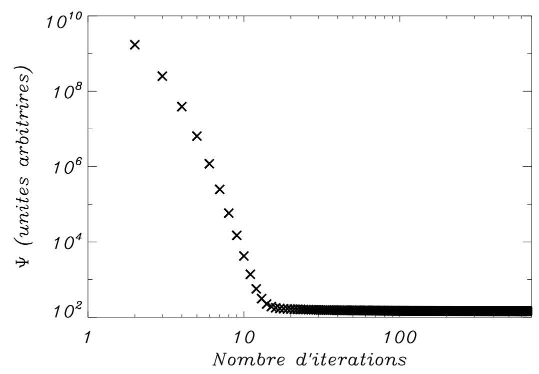

FIG. 9.2 – Décroissance du critère de minimisation de la log-vraisemblance Ψ en fonction du nombre d'itération dans le cas d'une utilisation typique de l'algorithme EM dans PolEMICA.

densité des données prise pour la température uniquement, $\tilde{R}_y^{TT}(b)$. Chacun d'eux reflète le changement de puissance avec la fréquence pour les composantes dominantes au sein des données. Il faut noter que les spectres électromagnétiques ainsi initialisés ne correspondent pas nécessairement aux composantes physiques des données. Pour exemple, certains effets systématiques non traités peuvent ainsi resurgir. Au cours des tests que nous avons réalisés sur notre algorithme, nous supposerons que ces vecteurs propres correspondent bien aux composantes physiques que nous souhaitons séparer.

⋆ $R_{s,0}(b)$: En supposant la matrice A déjà initialisé, on initialise $R_{s,0}(b)$ en réalisant un ajustement sans bruit des données :

$$R_{s,0}(b) = \text{blocdiag}\Big(\big(A_0^T A_0\big)^{-1} A_0^T \tilde{R}_y(b) A_0 \big(A_0 A_0^T\big)^{-1} \Big) \tag{9.9}$$

Notons que dans cette initialisation, nous faisons l'hypothèse que les différentes composantes ne sont pas corrélées.

⋆ $R_{n,0}(b)$: À partir de A_0 et $R_{s,0}(b)$, la matrice de densité du bruit initiale sera donnée par :

$$R_{n,0}(b) = \text{diag}\Big(\sum_b \frac{n_b}{n} \big(\tilde{R}_y(b) - A_0 R_{s,0}(b) A_0^T\big) \Big) \tag{9.10}$$

où $n = \sum n_b$. Ici encore, nous supposerons que le bruit est décorrélé d'un détecteur à l'autre, ainsi qu'entre les différents modes T, E et B pour un même détecteur.

9.2 Simulation des composantes du ciel micro-ondes

Afin de tester intensivement notre algorithme, nous allons simuler des observations du ciel micro-onde. Nous allons simuler des cartes du ciel I, Q et U, en utilisant la pixelisation HEALPix [Górski *et al.* 1999], en température thermodynamique, à chacune des fréquences polarisées de l'expérience PLANCK. Nous avons supposé trois composantes physiques principales, le CMB, l'émission de la poussière galactique et l'émission synchrotron, qui sont les trois composantes dont on attend une polarisation significative. Concernant les émissions non significativement polarisées, nous avons ajouté optionnellement du rayonnement de freinage en température et nous avons choisi de ne pas tenir compte de l'effet SZ car nous nous intéressons ici aux émissions diffuses. Quand le rayonnement de freinage est négligé et dans tous les cas pour l'effet SZ, nous supposerons qu'ils ont été soustraits avec succès au préalable. Le bruit instrumental, quant à lui, sera modélisé comme du bruit blanc.

9.2.1 Le CMB

Les cartes I, Q et U de la composante CMB seront une réalisation aléatoire à partir d'un spectre de puissance angulaire généré par le logiciel CAMB [Lewis *et al.* 2000], pour un jeu de paramètres cosmologiques donnés. Au cours de ces tests, nous avons pris : $H_0 = 71\ \text{km}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{Mpc}^{-1}$, $\Omega_b = 0.044$, $\Omega_m = 0.27$, $\Omega_\Lambda = 0.73$, $\tau = 0.17$ et $r = 0.7$, qui sont les valeurs du modèle de concordance cosmologique au moment de la publication des données un an de WMAP [Spergel *et al.* 2003], moment auquel ce travail fut réalisé. Nous considérerons également l'effet de lentille gravitationnelle, de la manière décrite dans [Challinor & Lewis 2005, Hu 2000, Challinor & Chon 2002, Okamoto & Hu 2003]. Étant donné le fait que nous travaillerons en unités thermodynamiques et que nous supposerons une expérience dont les détecteurs sont étalonnés de la même manière, le CMB est simulé avec un spectre électromagnétique plat.

9.2.2 L'émission synchrotron

Pour l'émission synchrotron, nous utiliserons les cartes-patron en température et en polarisation de [Giardino *et al.* 2002]. Ces cartes-patron ont été élaborées, en température, à partir de la carte de [Haslam *et al.* 1982] à 408 MHz, à laquelle ont été ajoutées des fluctuations à petite échelle angulaire. Les cartes de polarisation Q et U ont été construites à partir de la carte en température multipliée par une carte d'angles de polarisation, qui est une réalisation gaussienne contrainte par les données

ν (GHz)	30	40	70	100	143	217	353
CMB	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
Synchrotron	1.0	0.46	0.11	0.045	0.021	0.012	0.014
Poussière	0.0006	0.001	0.003	0.008	0.021	0.088	1.0
Rayonnement de freinage	1.0	0.56	0.19	0.10	0.061	0.046	0.071
Bruit I	4.12	4.03	4.06	1.47	1.0	1.47	4.54
Bruit P	2.91	2.95	2.98	1.51	1.0	1.51	4.59

TAB. 9.1 – Spectres électromagnétiques des anisotropies en unités arbitraires, pour le CMB, l'émission de la poussière, l'émission synchrotron et le rayonnement de freinage pour chacune des fréquences polarisées de PLANCK. Les niveaux de bruit en température et polarisation pour chacun de ces canaux sont également indiqués en prenant pour référence le canal à 143 GHz.

de l'expérience Parkes à 2,4 GHz [Duncan *et al.* 1997]. [Giardino *et al.* 2002] fournit également une carte des variations spatiales des indices spectraux du rayonnement synchrotron galactique. Dans ce travail, nous avons supposé l'indice spectral de l'émission synchrotron constant sur le ciel et nous avons pris comme valeur la valeur moyenne de la carte des variations, $\alpha_s = -2.77$. Une approche plus réaliste permettant de tenir compte de ces éventuelles variations spatiales de l'indice spectral du synchrotron sur le ciel nécessiterait une modification du modèle que nous utilisons pour d'écrire les observations, qui dans ce cas ne seraient plus une combinaison linéaire. Néanmoins, une adaptation de POLEMICA à ce type de problèmes est un de nos objectifs.

9.2.3 L'émission de la poussière

Nous avons utilisé deux types de modèle de l'émission de la poussière au cours des tests de performance de l'algorithme. Le premier, que nous appellerons *modèle simplifié*, servira pour montrer les capacités générales de l'algorithme ainsi que les caractéristiques inhérentes au traitement simultané de la température et de la polarisation. Le second, le *modèle réaliste*, sera utilisé pour simuler des données plus proches de ce que pourra observer le satellite PLANCK.

- ⋆ *modèle simplifié* : Pour le *modèle simplifié*, nous avons généré une réalisation gaussienne à partir de spectres de puissances en température et polarisation en loi de puissance de ℓ, décrits dans [Prunet *et al.* 1998]. Ce modèle, sans reproduire la Galaxie et de ce fait être physique, n'est pas corrélé spatialement à l'émission synchrotron, ce qui va nous permettre de tester intensivement les propriétés de notre méthode. Nous avons cependant normalisé ce modèle aux valeurs du spectre de puissance C_ℓ^{TE} à grande échelle mesuré par l'expérience ARCHEOPS [Ponthieu *et al.* 2005], afin de reproduire l'amplitude moyenne attendue en température et en polarisation. Les cartes I, Q et U sont dérivées du modèle en loi de puissance à 100 GHz, en unités de température d'antenne (μK_{RJ}), puis extrapolées aux fréquences désirées en supposant un spectre de *corps-gris* avec une émissivité de 2. Enfin, les cartes en μK_{RJ} sont converties en μK_{CMB}.
- ⋆ *modèle réaliste* : Pour le modèle réaliste, nous avons choisi d'utiliser les cartes-patron en I, Q et U données par le *Planck-sky-model* (PSM)[1] et décrites dans [Baccigalupi 2003]. En température, les cartes ont été modélisées à partir du modèle n° 7 de [Finkbeiner *et al.* 1999], normalisé avec la carte d'émission IRAS à 100 μm produite par [Schlegel *et al.* 1998]. Pour la polarisation, un degré de polarisation constant égal à 5% est supposé et les angles de polarisation sont les mêmes que pour le modèle de synchrotron [Giardino *et al.* 2002]. Dans le cas du *modèle réaliste* comme dans le cas du *modèle simplifié*, nous supposerons un *corps-gris* avec une émissivité de 2. L'extrapolation aux fréquences polarisées de PLANCK est réalisée de manière similaire à celle du *modèle simplifié*.

[1] `http://www.cesr.fr/~bernard/PSM/`

9.2.4 Le rayonnement de freinage

La composante de rayonnement de freinage est également simulée à la manière du PSM[1]. Cette carte-patron est dérivée de la carte-patron de l'émission H-α de [Dickinson *et al.* 2003]. Nous avons supposé un indice spectral constant, $\alpha_{ff} = -2.1$, en unité Rayleigh-Jeans. Cette composante sera utilisée optionnellement. N'ayant pas de polarisation significative attendue, mise à part dans certaines régions HII (moins de 10% [Keating *et al.* 1998]), quand cette composante sera simulée, les carte Q et U seront définies à zéro.

9.2.5 Le bruit instrumental

Les cartes de bruit de chaque canal sont générées à partir de réalisations de bruit blanc gaussien normalisé au niveau de bruit nominal de chaque canal, pour un sondage PLANCK de 14 mois.

La loi d'émission de chacune des composantes décrites ci-dessus est indiquée dans le tableau 9.1, en unités arbitraires. Ces valeurs, seront celles qui figureront dans les colonnes de la matrice A lorsque nous supposerons qu'elle est connue. Dans le tableau 9.1, les niveaux de bruit relatifs, en température et en polarisation, par rapport au niveau du canal à 143 GHz ont également été portés. À 143 GHz, les niveaux de bruit moyens sont de 6.3 $\mu\mathrm{K_{CMB}}$ (pour T) et de 12.3 $\mu\mathrm{K_{CMB}}$ (pour E et B) pour des pixels carrés de 7 arcmin de coté et pour un sondage PLANCK nominal de 14 mois [Planck Consortium 2005].

9.3 Simulation du ciel observé par PLANCK

Nous allons présenter la manière dont nous simulons, à partir des composantes décrites ci-dessus, les données du satellite PLANCK, afin de tester POLEMICA et d'extraire les propriétés générales de l'algorithme. Nous allons simuler différents types d'observations PLANCK, en fonction du type de séparation que nous souhaiterons réaliser. Pour chacun des cas présentés ci-dessous, nous allons générer 300 cartes complètes du ciel, à une résolution donnée, qui pourront contenir une ou plusieurs des composantes présentées ainsi que du bruit instrumental. Pour chacune des réalisations de carte, le CMB et le bruit sont changés, alors que les émissions galactiques diffuses sont les mêmes. Nous allons simuler des jeux de cartes I, Q et U aux différentes fréquences PLANCK sensibles à la polarisation, pour l'instrument LFI (30, 40 et 70 GHz) et l'instrument HFI (100, 143, 217, 353 GHz), en utilisant la pixelisation HEALPIX [Górski *et al.* 1999]. Bien que la résolution attendue des instruments de PLANCK permette d'utiliser de pixels plus petits, nous utiliserons des résolutions HEALPIX de $N_{\mathrm{side}} = 128$ et 512 pour des raisons de temps de calcul.

- ⋆ `[planck a]` : Pour étudier ce qu'il se passe à petite échelle angulaire, nous allons produire des simulations PLANCK à la résolution HEALPIX $N_{\mathrm{side}} = 512$ (pixels ayant une aire de 47 arcmin^2). Ces simulations contiendront du CMB, de l'émission synchrotron, de l'émission de la poussière (*modèle simplifié*) et du bruit instrumental. Cette résolution permet une reconstruction théorique des spectres de puissance angulaire jusqu'à $\ell \sim 1500$. Les spectres sont échantillonnés par intervalles de taille 20 en ℓ.
- ⋆ `[planck b]` : Ces simulations sont réalisées à la résolution $N_{\mathrm{side}} = 128$ (pixels ayant une aire de 755 arcmin^2) et contiennent uniquement du CMB et du bruit instrumental. Cette résolution permet une reconstruction théorique des spectres de puissance angulaire jusqu'à $\ell \sim 400$. Ceci permet de une étude à grande échelle des spectres de puissance et est suffisant pour extraire l'effet des ondes gravitationnelles dans les modes BB qui est maximum autour de $\ell = 100$ pour le modèle de concordance choisi ici. Ces simulations sont réalisées pour tester intensivement et rapidement notre algorithme dans ce cas qui sera le plus simple que nous aborderons. Les spectres sont échantillonnés par intervalles de taille 10 en ℓ.
- ⋆ `[planck c]` : Ces simulations sont les mêmes que celles de `[planck b]` auxquelles nous avons ajouté de l'émission synchrotron et de l'émission de la poussière (*modèle simplifié*). Celles-ci ont été réalisées afin de souligner l'effet des avants plans dans la reconstruction du CMB, lors de nos tests intensifs.

- ⋆ [planck d] : Ces simulations sont les mêmes que celles de [planck c] excepté le fait que nous avons remplacé le *modèle simplifié* de poussière par le *modèle réaliste* et que nous tenons compte du rayonnement de freinage.

Pour chacune des réalisations, nous calculons les spectres de puissance angulaire pour chacun des canaux et nous les moyennons. Ce sera à partir de ces spectres moyennés que nous construirons la matrice de densité des données, $\tilde{R}_y(b)$, qui sera en entrée de notre algorithme.

9.4 Performances de l'algorithme sur un modèle *simple*

Après avoir décrit le formalisme et la méthode de PolEMICA, nous allons maintenant l'appliquer à un modèle simple. Ceci a pour but de tester l'algorithme intensivement et rapidement sur un modèle simple afin d'en extraire ses principales capacités et caractéristiques.

9.4.1 Degrés de liberté de l'algorithme

Comme nous l'avons vu, un des avantages des méthodes d'ajustement spectral multi-détecteurs multi-composantes, à l'instar de Smica ou PolEMICA, est qu'elles permettent de fixer certains paramètres de l'ajustement en fonction des *a priori* dont nous disposons. Ainsi, nous avons principalement réalisé trois types de séparations au cours de ces travaux, correspondant à trois niveaux de degrés de liberté croissants de l'algorithme[2] :

- ⋆ La séparation *A-fixée* : Dans ce premier cas, nous supposerons la matrice de mélange *connue* et *fixée*. Connue, signifie que nous prendrons pour valeurs initiales de A, les lois d'émission tels qu'elles sont implémentées dans nos simulations. Fixée, signifie que les éléments de la matrice A seront fixés et que la minimisation du critère de convergence sera réalisée sur les autres paramètres. Ainsi, dans ce cas, l'espace des paramètres libres sera $\theta_{A-\text{fixée}}(b) = \{R_s(b), \text{diag}(R_n(b))\}$. Avec cette méthode de séparation, nous cherchons à vérifier la séparabilité spatiale des composantes.
- ⋆ La séparation *CMB-fixé* : Dans ce cas, seules les colonnes de la matrice de mélange relatives au CMB (en T, E et B), sont supposées *connues* et sont *fixées*. En effet, la loi d'émission du CMB est connue analytiquement et ceci est donc un *a priori* raisonnable dans le cas où l'on peut supposer que les détecteurs sont correctement étalonnés. En μK_{CMB}, nous initialisons les colonnes correspondant au CMB à 1 et le jeu de paramètres que nous cherchons à extraire est $\theta_{\text{CMB}-\text{fixé}}(b) = \{A_{i,j\neq\text{CMB}}, R_s(b), \text{diag}(R_n(b))\}$. Nous nous référerons à ce cas comme séparation *semi-aveugle*.
- ⋆ La séparation *aveugle* : Nous avons enfin réalisé une séparation totalement *aveugle*, où nous ne supposons aucun *a priori* sur les données. L'espace des paramètres de l'ajustement sera dans ce cas $\theta_{\text{aveugle}}(b) = \{A, R_s(b), \text{diag}(R_n(b))\}$.

Pour chacun des cas ci-dessus, nous avons réalisé 10^4 itérations de l'algorithme EM. Pour chacune des 300 simulations, nous avons vérifié la convergence et les résultats décrits ne tiennent compte que des simulations pour lesquelles l'algorithme a correctement convergé. Les simulations pour lesquelles ce n'est pas le cas, dans le cadre des tests sur des *modèles simplifiés*, représentent de l'ordre de 1 à 2% des simulations totales.

9.4.2 Séparation *aveugle*

Nous avons pour commencer réalisé une séparation *aveugle* de simulations de type [planck c]. Les matrices de densité des composantes physiques, du bruit, ainsi que la matrice de mélange sont initialisées de la manière décrite en 9.1.5. Aucun *a priori* sur les émissions astrophysiques n'est supposé. Pour le CMB, sauf mention contraire, nous initialiserons les colonnes de la matrice A à 1, sans pour autant les fixer. Ceci constitue une approximation raisonnable dans le cas de Planck, dans la mesure ou l'étalonnage entre les détecteurs devrait être meilleur que 1% [Planck Consortium 2005].

[2] Dans chacun des cas présentés et sauf mention contraire dans la suite, le bruit est supposé blanc

Reconstruction des spectres de puissance angulaire

Nous allons présenter, en figures 9.3, 9.4 et 9.5 les spectres que nous avons reconstruits, respectivement pour le CMB, le *modèle simplifié* de poussière et l'émission synchrotron, grâce à l'algorithme POLEMICA. Selon la composante, les spectres sont représentés pour un canal donné, à une fréquence donnée. Ceci revient à présenter le spectre reconstruit multiplié par l'élément de la matrice de mélange lui correspondant, à la fréquence voulue, au carré. Nous avons ainsi choisi de présenter les résultats relatifs au CMB à 100 GHz, ceux relatifs à la poussière à 353 GHz et ceux relatifs au synchrotron à 30 GHz. Cela correspond aux canaux PLANCK où chacune de ces composantes domine, respectivement et où les erreurs commises sur la reconstruction de la matrice A seront les plus faibles.

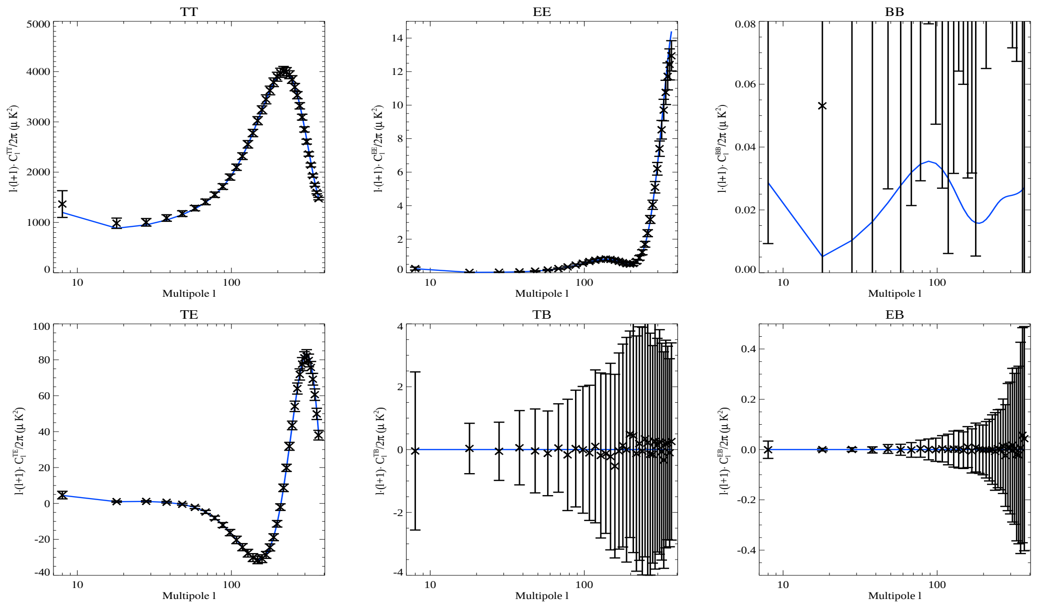

FIG. 9.3 – Spectres de puissance angulaire C_ℓ^{TT}, C_ℓ^{EE}, C_ℓ^{BB}, C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB} reconstruits pour la composante CMB (croix), en $\mu K^2_{\rm CMB}$, à 100 GHz pour les simulations `[planck c]`, avec une séparation *aveugle*. Ces spectres sont comparés aux spectres du modèle de CMB (bleu). Les barres d'erreur représentent la dispersion sur environ 300 simulations.

La figure 9.3 présente les spectres reconstruits C_ℓ^{TT}, C_ℓ^{EE}, C_ℓ^{BB}, C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB} pour le CMB, en $\mu K^2_{\rm CMB}$, pour le canal à 100 GHz. Nous observons que les spectres C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB} sont reconstruits sans biais, jusqu'à $\ell \sim 400$, ce qui représente la plus petite échelle angulaire accessible à cette résolution ($N_{\rm side} = 128$). De même, le spectre de puissance angulaire C_ℓ^{EE} est reconstruit avec précision, excepté aux très petites échelles angulaires, effet étant dû à un problème de pixelisation inhérent aux schéma de pixélisation HEALPIX, apparaissant en polarisation (voir en 9.4.4). Nous reconstruisons également le spectre C_ℓ^{TT}, même si un biais de l'ordre de 10% apparaît à bas ℓ. Ce biais, dû à un problème de séparabilité entre CMB et synchrotron, sera discuté en détail par la suite. Enfin, le spectre C_ℓ^{BB}, quant à lui, n'est reconstruit correctement à aucune échelle angulaire et un biais important est observé. Ceci est principalement dû à un bruit statistique résiduel venant de la séparation, qui affecte la reconstruction des spectres lorsque le rapport signal sur bruit est trop faible dans les cartes. Cet effet sera abondamment discuté en section 9.4.5. Notons cependant que la mauvaise reconstruction d'un des spectres pour cette raison ne gène pas la reconstruction des autres.

Les spectres reconstruits pour la composante de poussière-*simplifiée* sont présentés en figure 9.4, à 353 GHz. Nous pouvons voir que les 6 spectres sont reconstruits avec précision jusqu'à $\ell \sim 400$, excepté à très hauts ℓ pour C_ℓ^{EE} et C_ℓ^{BB} (problème similaire à celui des modes EE pour le CMB). Les spectres C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB} sont compatibles avec zéro, à l'instar des spectres du modèle d'entrée. Ici, le biais que l'on observe dans la reconstruction des modes BB du CMB n'apparaît pas, malgré le fait que le rapport signal sur bruit soit nul, car il s'agit de spectres-*croisés* qui ne sont pas affectés

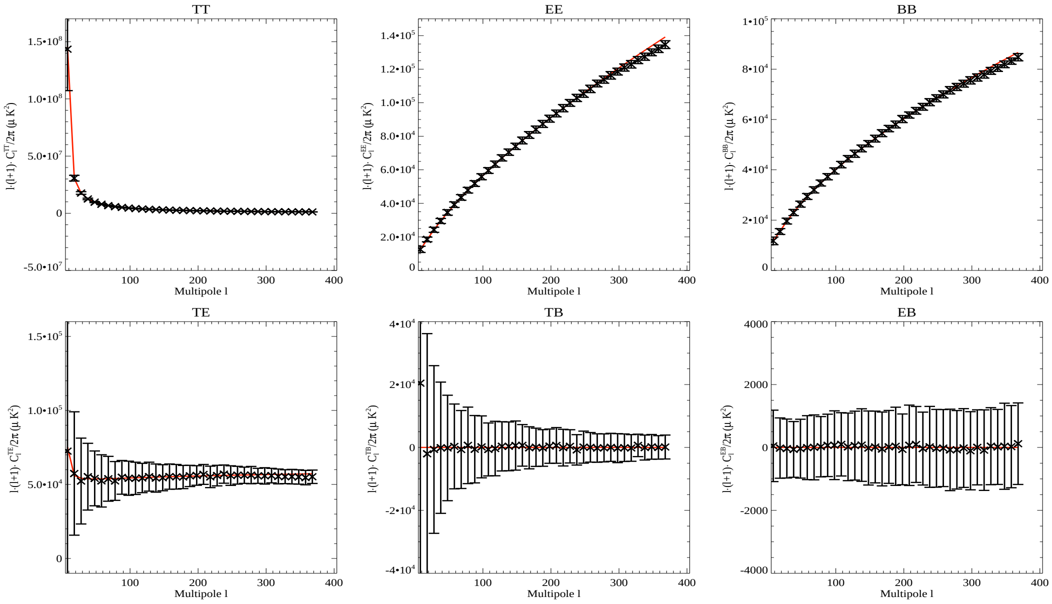

FIG. 9.4 – Spectres de puissance angulaire C_ℓ^{TT}, C_ℓ^{EE}, C_ℓ^{BB}, C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB} reconstruits pour la composante du *modèle simplifié* de la poussière (croix), en $\mu K^2_{\rm CMB}$, à 353 GHz pour les simulations `[planck c]`, avec une séparation *aveugle*. Ces spectres sont comparés aux spectres du *modèle simplifié* de poussière (rouge). Les barres d'erreur représentent la dispersion sur environ 300 simulations.

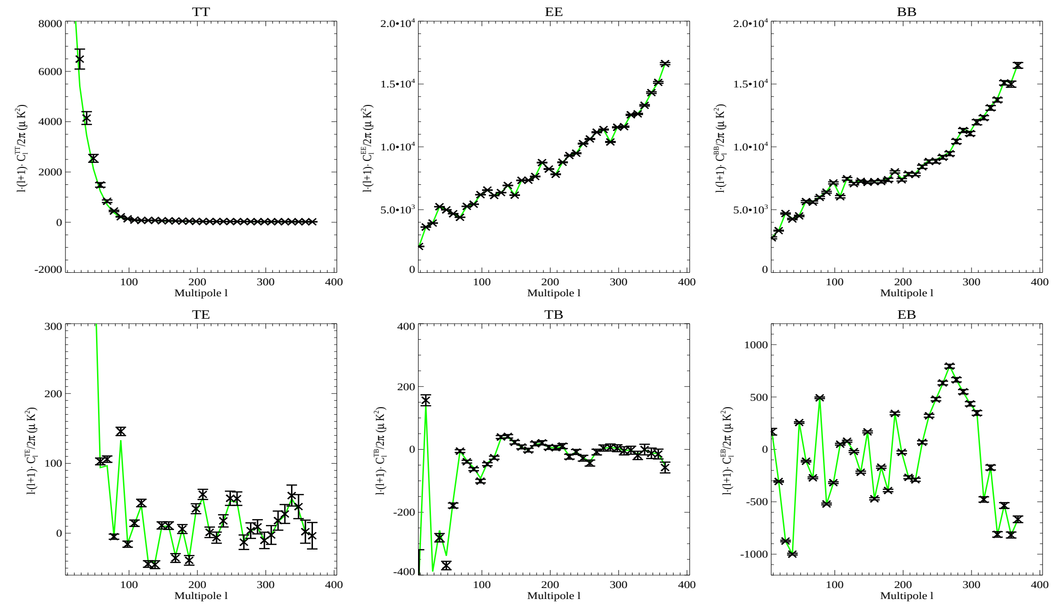

FIG. 9.5 – Spectres de puissance angulaire C_ℓ^{TT}, C_ℓ^{EE}, C_ℓ^{BB}, C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB} reconstruits pour la composante de l'émission synchrotron (croix), en $\mu K^2_{\rm CMB}$, à 30 GHz pour les simulations `[planck c]`, avec une séparation *aveugle*. Ces spectres sont comparés aux spectres des cartes-patron d'émission synchrotron I, Q et U à partir desquelles les simulations sont crées (vert). Les barres d'erreur représentent la dispersion sur environ 300 simulations.

par la reconstruction du bruit.

Enfin, nous présentons les spectres reconstruits pour la composante de l'émission synchrotron, en figure 9.5, à 30 GHz. Ces résultats sont comparés aux spectres de puissance angulaire calculés à partir du jeu de cartes-patron I, Q et U qui nous a servi à générer les simulations. Nous pouvons voir que les spectres C_ℓ^{EE}, C_ℓ^{BB}, C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB} sont reconstruits jusqu'à $\ell \sim 400$. Notons que pour cette composante, les spectres ne sont pas nuls en TB et EB. Notons également que les barres d'erreur sont plus faibles que dans le cas des composantes de CMB et de poussière. En effet, pour ces dernières, les cartes de chaque simulation sont une réalisation gaussienne différente, tandis que dans le cas de l'émission synchrotron, la même carte-patron est utilisée pour chaque simulation. Dans la reconstruction du spectre C_ℓ^{TT}, nous observons un biais de l'ordre de 10%, à grande échelle angulaire ($\ell < 50$), qui est dû au mélange entre CMB et synchrotron en température que nous avions déjà mis en évidence dans la reconstruction des modes TT du CMB.

Reconstruction de la matrice de mélange

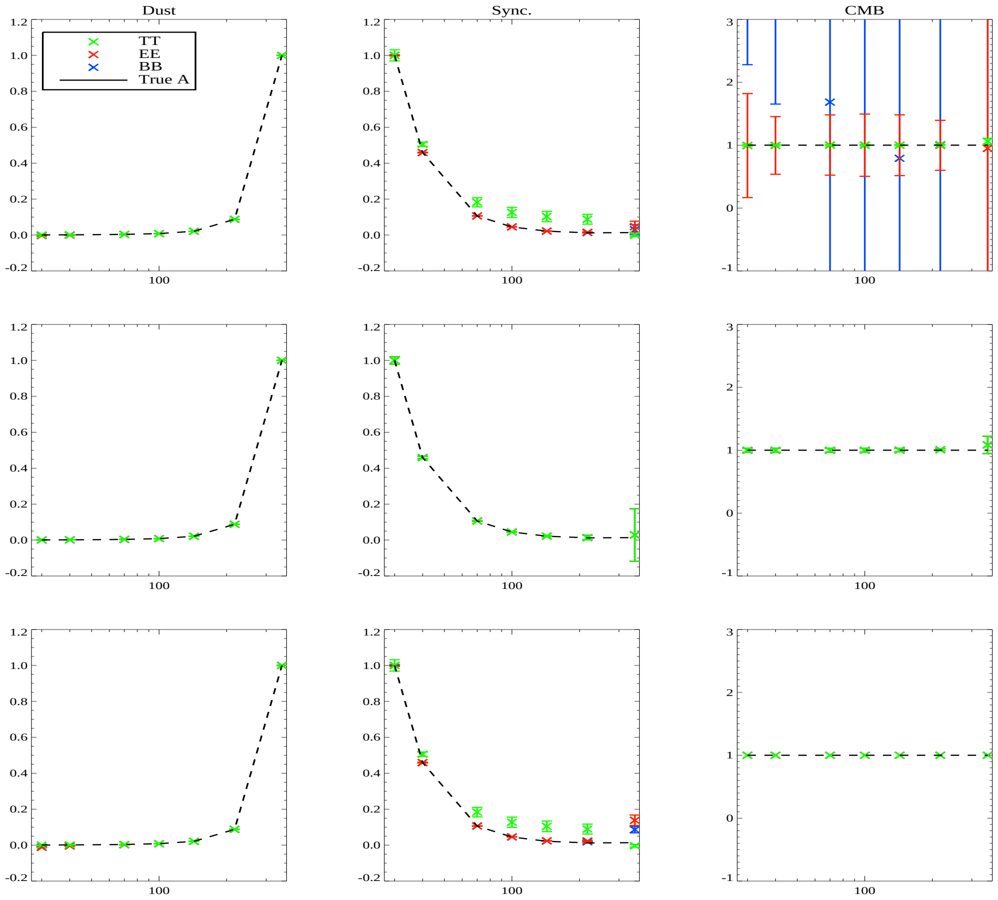

FIG. 9.6 – Reconstruction de la matrice de mélange, A. Les colonnes, de gauche à droite, correspondent à la reconstruction de la matrice A pour la poussière-*simplifiée*, le synchrotron et le CMB, respectivement. Les lignes, de haut en bas, correspondent aux séparations *aveugle*, *aveugle* en supposant des spectres électromagnétiques égaux en température et polarisation et *CMB-fixé* des simulations `[planck c]`. Pour chacun des cas, sont présentés les spectres électromagnétiques reconstruits pour T (vert), E (rouge) et B (bleu) ainsi que le spectre d'entrée ayant servi à générer les simulations (tirets noirs). Par souci de clarté, les spectres sont normalisés à 1 à 333, 30 et 100 GHz pour la poussière, le synchrotron et le CMB, respectivement.

Au cours de la présentation des résultats pour la séparation *aveugle* appliquée aux simulations `[planck c]`, nous avons souligné le fait que la reconstruction en température des composantes CMB et synchrotron soufre d'un problème de séparabilité. Ceci peut-être mieux compris à partir de la reconstruction de la matrice de mélange A, présentée en figure 9.6, en première ligne. Il est important de noter que la reconstruction des spectres en T, E et B est réalisée de manière indépendante. De ce fait, nous pouvons remarquer que les barres d'erreur sont plus grandes en polarisation qu'en température, ce à quoi nous nous attendons à cause du rapport signal sur bruit plus faible dans ce cas.

Pour la poussière-*simplifiée*, nous pouvons voir que la loi d'émission est reconstruite avec une grande précision en T, E et B, même aux fréquences LFI où cette émission ne domine pas. Pour l'émission synchrotron, en température, le spectre est reconstruit avec précision à 30 et 40 GHz, là où cette composante est dominante. À plus hautes fréquences, entre 70 et 217 GHz, le spectre s'aplatit et est biaisé. Ceci est la cause du problème de séparabilité observé en température entre synchrotron et CMB. En polarisation, par contre, ce mélange n'apparaît pas en vertu du fait que le synchrotron domine significativement le CMB à toutes les fréquences, ce qui rend le mélange impossible. De ce fait les lois d'émission en E et B pour le synchrotron sont très bien reconstruites. Enfin, pour le CMB, les spectres T et E sont reconstruits sans biais, même si la reconstruction en E est très bruitée. Pour les modes B, à l'instar de ce que nous avons vu pour le spectre de puissance angulaire et en raison du très faible rapport signal sur bruit, le spectre n'est pas reconstruit.

Séparation *aveugle* en supposant la même loi d'émission en température et en polarisation

Au cours de l'analyse présentée ci-dessus, nous avons supposée que les spectres électromagnétiques en T, E et B étaient des paramètres indépendants. Cependant, dans une approche plus réaliste, nous devrions considérer le fait que les spectres en E et B sont les mêmes, tout en pouvant être différents du spectre en T. Nous avons répété l'analyse sous ces hypothèses et les résultats concernant les spectres de puissance angulaire et les spectres électromagnétiques n'en sont pas significativement changés.

Les différences entre les lois d'émission entre température et polarisation devraient cependant être faibles, pour le synchrotron et la poussière [Planck Consortium 2005] et nulles pour le CMB [Zaldarriaga & Seljak 1997]. Ainsi, dans le cadre d'une expérience que nous supposerons parfaitement étalonnée, nous pouvons faire, de manière raisonnable, l'hypothèse que les spectres électromagnétiques en température et polarisation, pour une composante donnée, sont les mêmes. Nous avons répété l'analyse présentée ci-dessus sous cette hypothèse.

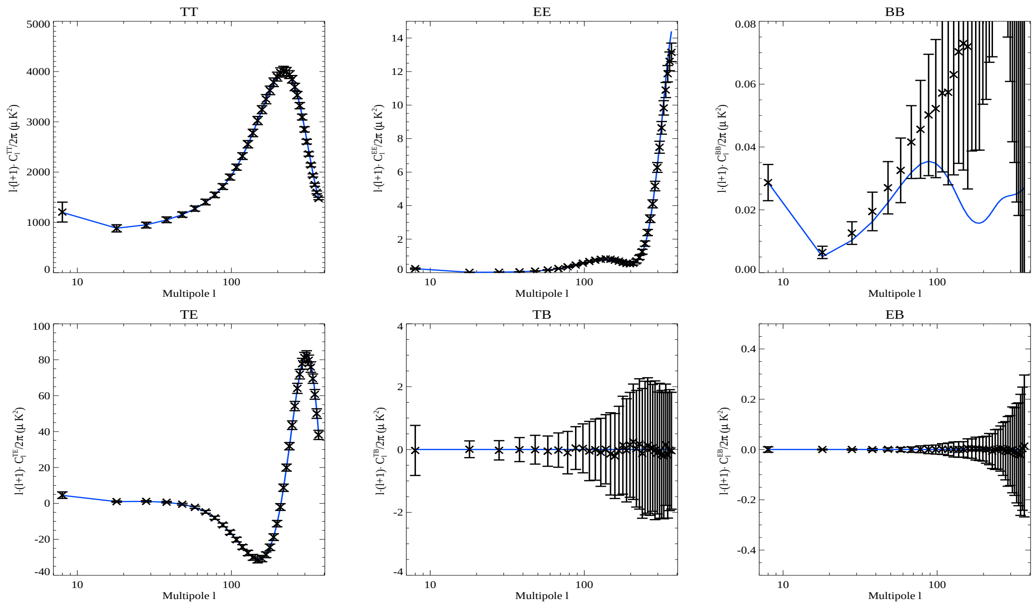

FIG. 9.7 – Même figure que 9.3, mise à part le fait que la séparation *aveugle* fut réalisée en supposant que les lois d'émission en température et en polarisation sont les mêmes, pour une composante donnée.

Les figures 9.7 et 9.8 montrent les spectres de puissance angulaire reconstruits sous cette nouvelle hypothèse, pour le CMB et le synchrotron. Les résultats concernants la poussière-*simplifiée* restent inchangés par rapport à la séparation *aveugle* sans *a priori* sur les lois d'émission. Que ce soit pour

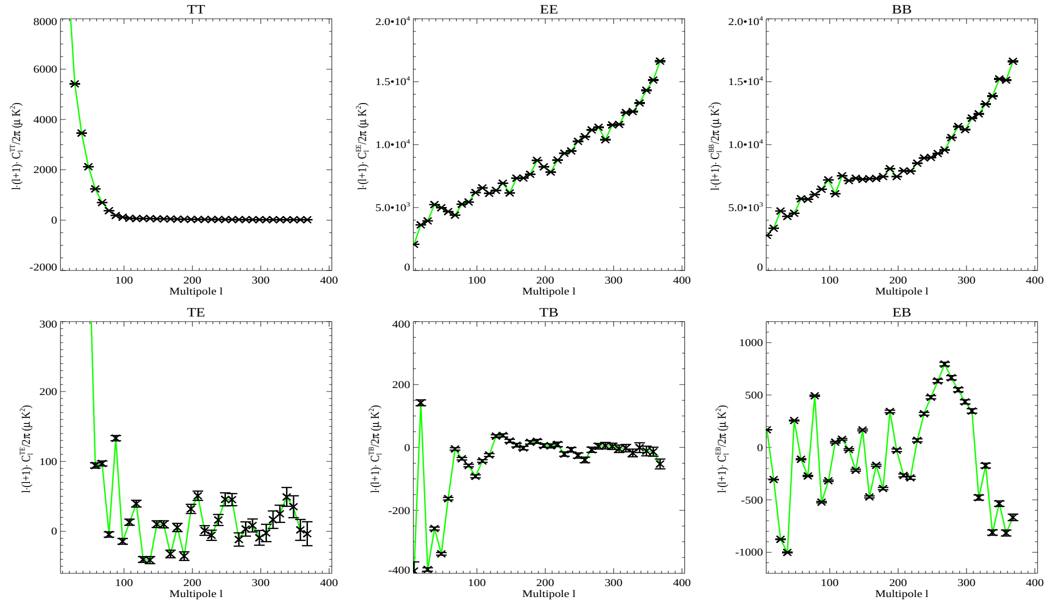

FIG. 9.8 – Même figure que 9.5, mise à part le fait que la séparation *aveugle* fut réalisée en supposant que les lois d'émission en température et en polarisation sont les mêmes, pour une composante donnée.

le CMB ou le synchrotron, nous n'observons plus le biais à bas ℓ dans les spectres C_ℓ^{TT}. De plus, les modes BB du CMB sont reconstruits jusqu'à $\ell \sim 40$ avant d'êtres dominés par le biais que l'on observe en figure 9.3. Pour les autres modes, les résultats sont similaires à ceux de l'analyse *aveugle* sans *a priori*.

De plus, nous présentons la reconstruction de la matrice A dans ce cas, en figure 9.6, ligne du milieu. Nous pouvons y voir que le biais dans la reconstruction du spectre électromagnétique de l'émission synchrotron disparaît. En outre, les barres d'erreur sur la reconstruction du spectre du CMB sont plus petites. Ceci constitue un bon exemple d'ajout d'*a priori*. En effet, notre hypothèse sur l'égalité des spectres entre température et polarisation, permet d'utiliser l'information disponible en réduisant le nombre de paramètres de l'ajustement et ainsi d'améliorer sensiblement la reconstruction, en évitant le problème de séparabilité entre synchrotron et CMB en température.

9.4.3 Séparation *semi-aveugle*

POLEMICA nous permet d'ajouter avec facilité des informations sur les composantes, à la manière d'*a priori*. Au cours de notre séparation *aveugle*, nous avions considéré un *a priori* sur l'émission du CMB, lors de l'initialisation de l'algorithme. Nous allons aller un pas en avant et supposer maintenant que la loi d'émission du CMB est connue. Pour cela, outre initialiser la matrice de mélange à un spectre plat pour le CMB, nous fixerons les colonnes relatives à cette composante et la log-vraisemblance sera minimisée par rapport aux autres paramètres. Pour les autres composantes, la matrice de mélange sera initialisée de la manière décrite en 9.1.5 et les spectres électromagnétiques seront indépendants entre T, E et B. C'est ce que nous appelons la séparation *CMB-fixé*.

La troisième ligne de la figure 9.6 présente la reconstruction de la matrice de mélange dans le cas d'une séparation *CMB-fixé* réalisée sur les mêmes simulations `[planck c]`. Nous pouvons voir que pour les composantes astrophysiques, les résultats sont similaires à ceux de la séparation *aveugle*. En particulier, nous observons également un biais dans la reconstruction du spectre électromagnétique du synchrotron en température aux fréquences intermédiaires. Remarquons qu'il en va de même des spectres de puissance angulaire. Ils sont parfaitement reconstruits pour la poussière. Pour le synchrotron, c'est également le cas, excepté pour les grandes échelles angulaires, pour les modes TT.

En revanche, la séparation *CMB-fixé* permet d'améliorer significativement les résultats pour le CMB. Nous présentons en figure 9.9 les spectres de puissance angulaire reconstruits pour la composante CMB dans le cas d'une analyse *CMB-fixé* ainsi que dans celui d'une analyse *A-fixée*, dans laquelle la matrice de mélange est supposée connue dans sa totalité et où elle n'intervient plus dans l'ajustement.

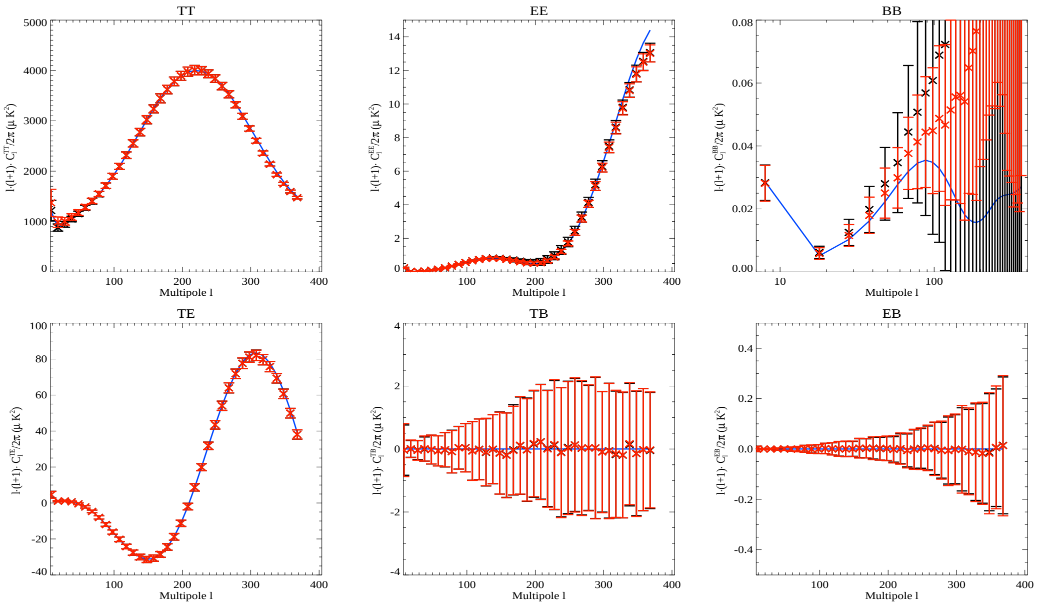

FIG. 9.9 – Même figure que 9.3 mais pour des analyses *CMB-fixé* (noir) et *A-fixée* (rouge) (pour plus de détails se référer au texte).

Nous pouvons voir, pour le CMB, dans le cas *CMB-fixé*, que nous retrouvons avec précision et sans biais, sur toute la gamme des ℓ disponibles, tous les spectres de puissance excepté C_ℓ^{BB}. Pour ces derniers, la reconstruction est bonne jusqu'à $\ell \sim 60$, puis est biaisée. Ce biais, que nous avons déjà rencontré dans le cas de la séparation *aveugle*, est dû à un bruit résiduel statistique et non à une mauvaise estimation du spectre électromagnétique. C'est pour s'en assurer que nous avons également réalisé la séparation dans le cas *A-fixée*. Dans le cas la matrice de mélange est fixée à sa *vraie* valeur et ne participe pas à l'ajustement. Nous observons sur la figure 9.9 que la reconstruction dans ce cas est équivalente à celle dans le cas *CMB-fixé*, mise à part pour les barres d'erreur qui sont plus petites, ce à quoi nous pouvions nous attendre en raison du plus petit nombre de paramètre à estimer. Ainsi, nous avons montré que le biais que nous avons observé dans les modes BB du CMB n'est pas dû à une mauvaise estimation de la loi d'émissivité, comme ce fut le cas pour le biais que l'on a observé en température pour le synchrotron et le CMB, dans le cas de la séparation *aveugle*. Nous discuterons de la raison de ce biais en section 9.4.5.

9.4.4 Reconstruction des petites échelles angulaires

Lors des séparations que nous avons réalisées sur des simulations de type `[planck c]` nous pouvions reconstruire les spectres de puissance angulaire jusqu'à $\ell = 383$. Dans certains des cas présentés, en polarisation, nous observons un léger biais aux petites échelles angulaires que nous avons attribué à un problème de pixelisation dû au schéma HEALPix (ceci est différent du biais que nous rencontrons dans la reconstruction des modes BB du CMB). Pour vérifier cette hypothèse, nous avons répété les séparations *aveugle*, *CMB-fixé* et *A-fixée* sur un jeu de simulations `[planck a]`, avec une résolution plus fine, nous permettant une reconstruction théorique jusqu'à $\ell = 1535$. Il reste vrai que la résolution des meilleurs canaux de Planck devant être de l'ordre de 5 arcmin, il serait plus réaliste de réaliser des simulations en $N_{\rm side} = 2048$, malheureusement le coût en temps de calcul ne nous l'a pas permis.

Les résultats pour les simulations `[planck a]` sont présentés en figures 9.10, 9.11 et 9.12, respectivement pour le CMB, la poussière-*simplifiée* et le synchrotron, dans le cas d'une séparation

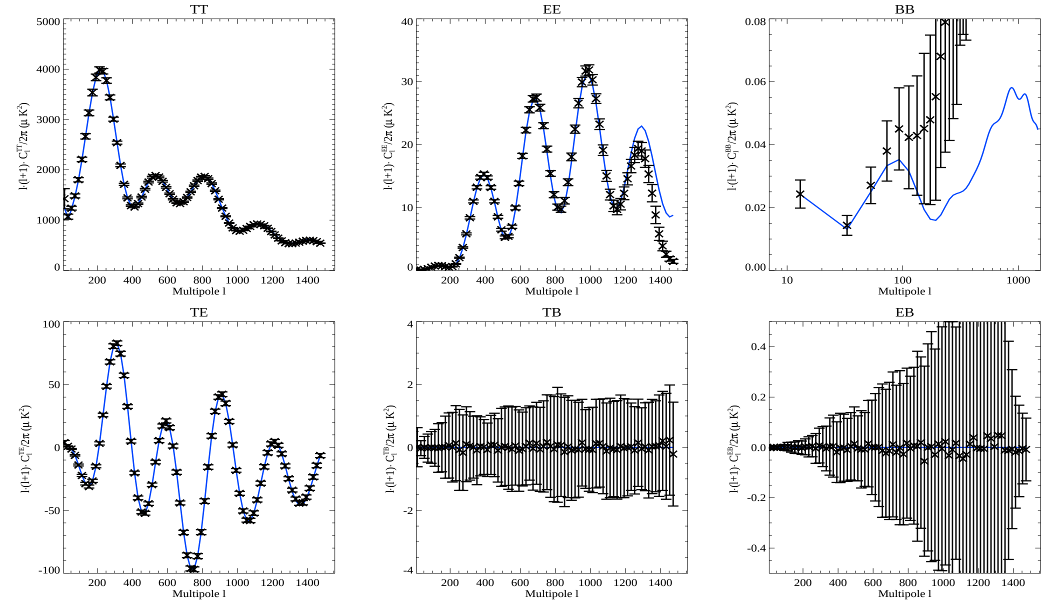

FIG. 9.10 – Même figure que 9.3 mais pour des simulations de type `[planck a]` et une séparation *CMB-fixé*.

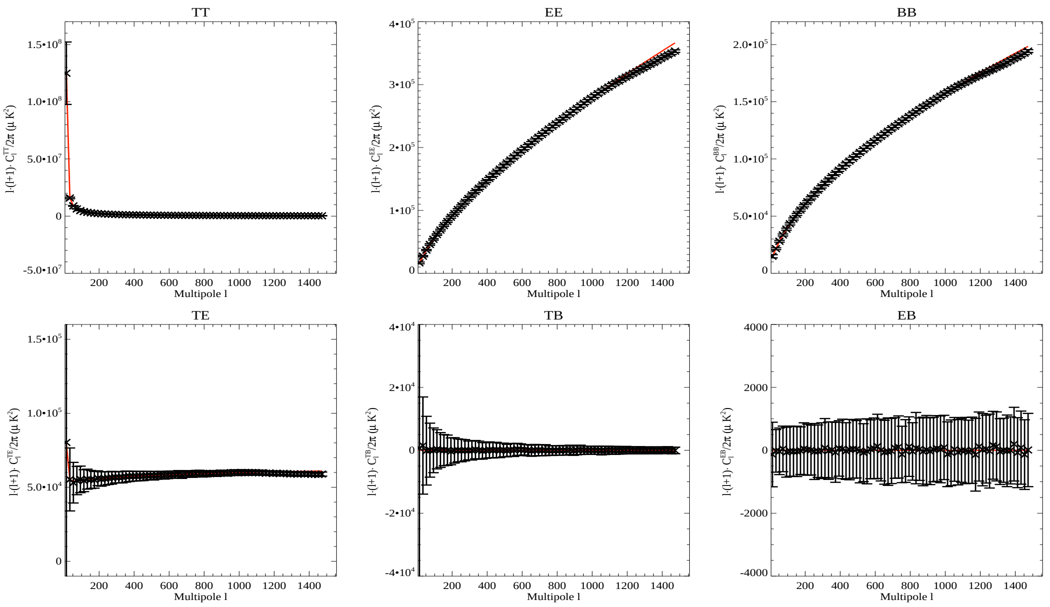

FIG. 9.11 – Même figure que 9.4 mais pour des simulations de type `[planck a]` et une séparation *CMB-fixé*.

CMB-fixé. Ces résultats sont très similaires à ceux que nous avons présentés pour le même type de séparation appliquée aux simulations `[planck c]`. Les composantes synchrotron et poussière-*simplifiée* sont reconstruites avec précision pour chacun des modes, en température et polarisation. Nous observons un léger biais en EE et BB, similaire à ce que nous avons observé dans le cas des simulations `[planck c]`, mais à bien plus hauts ℓ ($\ell \sim 1200$). Ceci nous montre que cet effet est bien dû à un effet de pixelisation, et non au fait que l'algorithme n'arrive pas à reconstruire les petites échelles. Nous pouvons également tirer ces conclusions à partir de l'étude des modes EE du CMB.

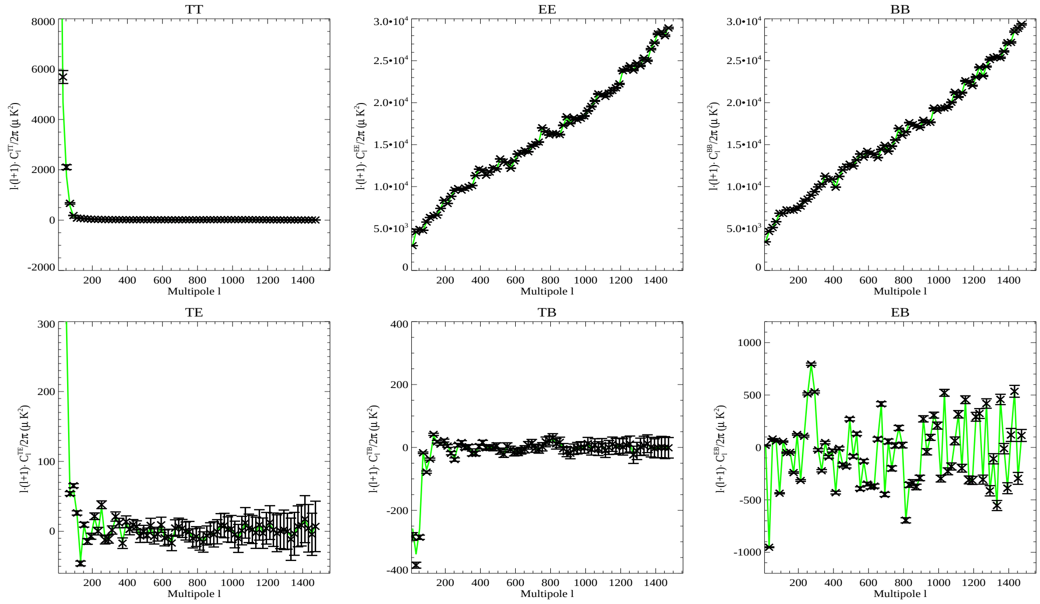

FIG. 9.12 – Même figure que 9.5 mais pour des simulations de type `[planck a]` et une séparation *CMB-fixé*.

9.4.5 Modèle de bruit coloré

Nous avons vu au fil des résultats que nous avons présentés, que lorsque le rapport signal sur bruit devient trop faible, pour les *auto*-spectres (le problème ne se posant pas dans la reconstruction des spectres croisés), la reconstruction est dominée par un biais dont la forme est celle d'un bruit blanc. Nous avons fait l'hypothèse qu'il s'agit d'un bruit résiduel provenant de la séparation. De ce fait il va être intéressant de vérifier d'une part la qualité de la reconstruction de la matrice de densité du bruit $R_n(b)$ et d'autre part les limitations du modèle de bruit blanc que nous imposons. Par rapport à ce dernier point, nous avons répété l'analyse en supposant un bruit *coloré* dans la résolution des équations de minimisation de la log-vraisemblance. Cela revient à estimer le niveau de bruit sur chacun des échantillons b en ℓ et non de supposer que le bruit est juste défini par un niveau moyen, comme ce fut le cas jusqu'à présent. Dans le cas d'un séparation *aveugle*, sous cette nouvelle hypothèse, les résultats empirent dans le sens ou le mélange que nous avons observé entre le CMB et le synchrotron devient plus significatif. Cela n'est cependant pas surprenant étant donné que le bruit simulé est blanc et qu'avec cette hypothèse nous augmentons le nombre de degrés de liberté de l'ajustement. Dans le cas d'analyses *CMB-fixé* et *A-fixée*, il n'y a pas de différence notable entre les hypothèses de bruit blanc et coloré.

En ce qui concerne le premier point, nous présentons, en figure 9.13, en noir, les *auto*-spectres de puissance angulaire du bruit, $C_\ell^{N,TT}$, $C_\ell^{N,EE}$ et $C_\ell^{N,BB}$ à 100 GHz, dans le cas de l'analyse *CMB-fixé* des simulations `[planck a]`. Nous comparons ces résultats aux *auto*-spectres calculés à partir de 100 réalisations de cartes I, Q et U, contenant uniquement du bruit Planck. Pour TT et EE, la reconstruction du bruit est bien meilleure que 0.1%. Dans le cas des modes BB, un très léger biais est présent, de l'ordre de 0.5% à $\ell \sim 200$ (soit $5{\cdot}10^{-2}$ $\mu\mathrm{K}^2_{\mathrm{CMB}}$) et de l'ordre de 2% à $\ell \sim 1500$.

Nous pouvons voir en figure 9.10, que le biais présent dans la reconstruction des C_ℓ^{BB} a une forme de bruit et est égal à $5{\cdot}10^{-2}$ $\mu\mathrm{K}^2_{\mathrm{CMB}}$ à $\ell \sim 200$. Le biais que nous avons observé dans la reconstruction du bruit pour ces mêmes simulations possède la même puissance. Ainsi lorsque le signal sur bruit est trop faible, de manière résiduelle, ce biais se retrouve dans le spectre des composantes physiques. De ce fait, pour améliorer la reconstruction des modes BB du CMB, nous avons besoin d'une meilleure estimation du spectre de bruit. Pour cela, il faut améliorer l'algorithme de minimisation de la log-vraisemblance. Ceci a été traité dans Smica [Delabrouille *et al.* 2003], pour la température seule, où l'algorithme EM est complété par un algorithme de minimisation direct de type Newton-Raphson. Dans le cas de PolEMICA, en tenant compte de la polarisation, le degré de complexité du problème

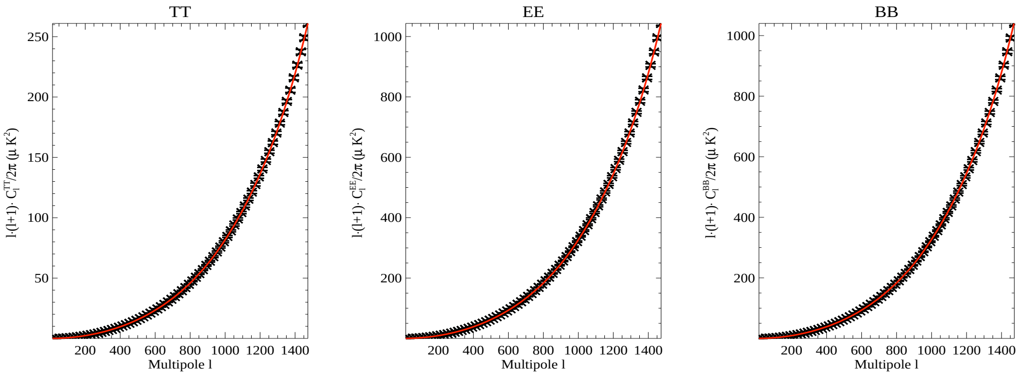

FIG. 9.13 – Reconstruction des *auto*-spectres de puissance angulaire pour le bruit (noir), en μK^2_{CMB}, à 100 GHz pour T, E et B pour des simulations de type `[planck a]` dans le cas d'une séparation *CMB-fixé*. Ceci est comparé (en rouge) aux *auto*-spectres obtenus à partir de 100 réalisations de cartes ne contenant que du bruit PLANCK.

étant plus grand (6 modes corrélés par composante physique au lieu d'un), l'implémentation de telles méthodes est plus délicate. Ceci sera à faire, mais n'a pas été résolu au cours de cette thèse.

9.5 Vers un modèle plus réaliste

Nous avons testé intensivement POLEMICA sur notre *modèle simplifié*. Ceci nous a permis de déduire les propriétés générales de notre algorithme de reconstruction spectrale, en température et polarisation. Désormais, dans un souci de se rapprocher de la réalité et de tester l'algorithme sur des composantes plus corrélées spatialement, nous l'avons appliqué aux simulations `[planck d]`, qui à la place de la poussière-*simplifiée* contiennent de la poussière-*réaliste* ainsi que du rayonnement de freinage en température.

À partir de ces simulations nous avons réalisé plusieurs types d'analyses. Premièrement, nous avons accompli la séparation en température et polarisation simultanément, à l'instar de ce que nous avons présenté en 9.4. Ensuite, nous avons traité séparément la température, d'un côté et la polarisation E et B, de l'autre. Dans chacun de ces cas, nous avons appliqué l'algorithme avec les différents degrés de liberté présentés en 9.4.1.

9.5.1 Séparation simultanée en température et polarisation

Nous allons pour commencer présenter la séparation simultanée en température et polarisation que nous avons réalisée sur le *modèle réaliste*. Nous présentons ici la séparation *A-fixée* sur des simulations `[planck d]`, en supposant 4 composantes physiques. Dans ce cas précis, l'algorithme EM est extrêmement lent à converger et $4{\cdot}10^4$ itérations furent nécessaires. Les spectres de puissance angulaire reconstruits sont présentés en figures 9.14, 9.15, 9.16 et 9.17 pour les composantes de CMB, poussière-*réaliste*, synchrotron et rayonnement de freinage, respectivement et y sont comparés aux spectres des modèles d'entrée.

Pour la composante de CMB, en figure 9.14, nous pouvons voir que C_ℓ^{TT} et C_ℓ^{TE} sont reconstruits avec précision jusqu'à $\ell \sim 400$. Les spectres C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB} sont quant à eux compatibles avec zéro, comme attendu. C_ℓ^{EE} est reconstruit jusqu'à $\ell \sim 250$ puis un léger biais apparaît, dû au problème de pixélisation HEALPIX discuté en 9.4.4. Enfin, le spectre C_ℓ^{BB} est reconstruit jusqu'à $\ell \sim 90$ puis est dominé par le biais discuté en 9.4.5.

Pour la poussière-*réaliste*, nous pouvons voir en figure 9.15, que tous les spectres sont reconstruits avec précision jusqu'à $\ell \sim 400$, en température et polarisation.

Les spectres reconstruits pour la composante de synchrotron sont présentés en figure 9.16. Les spectres de puissance relatifs à la seule polarisation (C_ℓ^{EE}, C_ℓ^{BB} et C_ℓ^{EB}) sont reconstruits avec précision. C_ℓ^{TT} est reconstruit jusqu'à $\ell \sim 200$, puis converge rapidement vers zéro ce qui provoque l'apparition d'un biais dû au bruit résiduel, similaire à celui observé pour les modes BB du CMB.

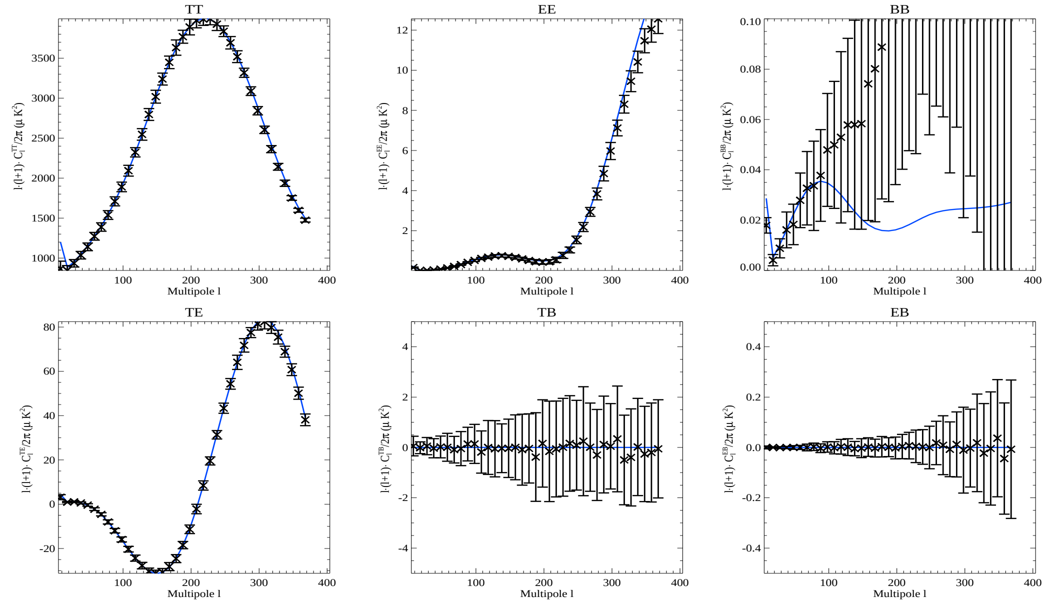

FIG. 9.14 – Reconstruction *A-fixée* des spectres de puissance angulaire C_ℓ^{TT}, C_ℓ^{EE}, C_ℓ^{BB}, C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB} pour la composante CMB (croix), en $\mu K^2_{\rm CMB}$, à 100 GHz dans le cas de simulations du *modèle réaliste* à 4 composantes (`[planck d]`). Nous comparons ces spectres au modèle de CMB utilisé pour générer les cartes (bleu). Les barres d'erreur représentent la dispersion sur 100 simulations.

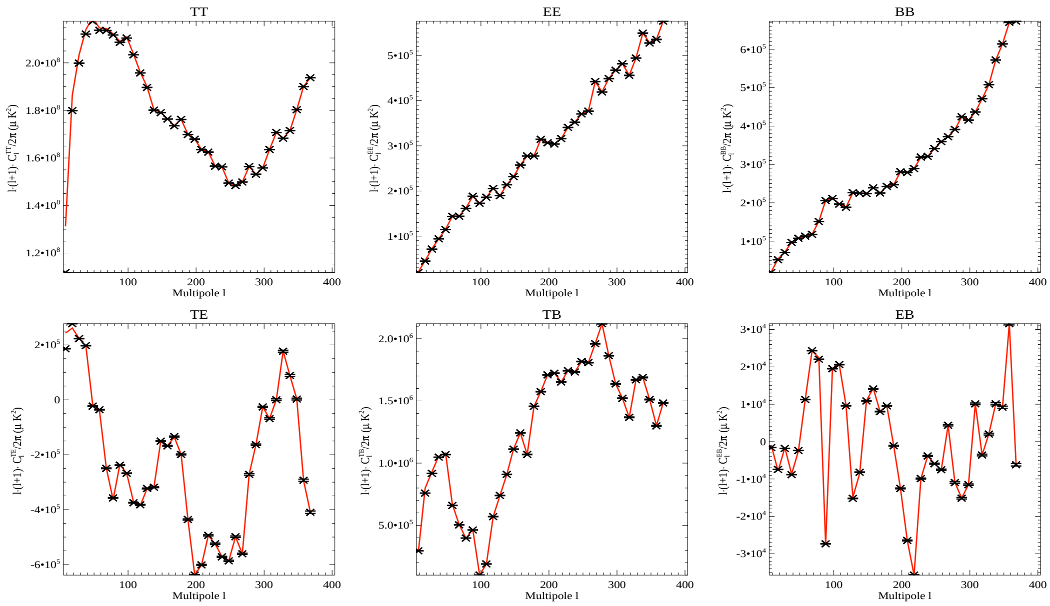

FIG. 9.15 – Reconstruction *A-fixée* des spectres de puissance angulaire C_ℓ^{TT}, C_ℓ^{EE}, C_ℓ^{BB}, C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB} pour la composante de poussière-*réaliste* (croix), en $\mu K^2_{\rm CMB}$, à 353 GHz dans le cas de simulations du *modèle réaliste* à 4 composantes (`[planck d]`). Nous comparons ces spectres aux spectres des cartes-patron que nous avons utilisées dans les simulations (rouge). Les barres d'erreur représentent la dispersion sur 100 simulations.

Celui-ci n'est pas directement visible dans le spectre en température, mais cette mauvaise reconstruction est visible dans les spectres de corrélation croisée entre température et polarisation, C_ℓ^{TE} et C_ℓ^{TB}, où après $\ell \sim 200$, plusieurs échantillons en ℓ sont fortement biaisés.

Enfin, les résultats concernant la composante de rayonnement de freinage sont présentés en figure 9.17. Nous y voyons que C_ℓ^{TT} est reconstruit avec précisions jusqu'à $\ell \sim 400$. Pour les autres spectres,

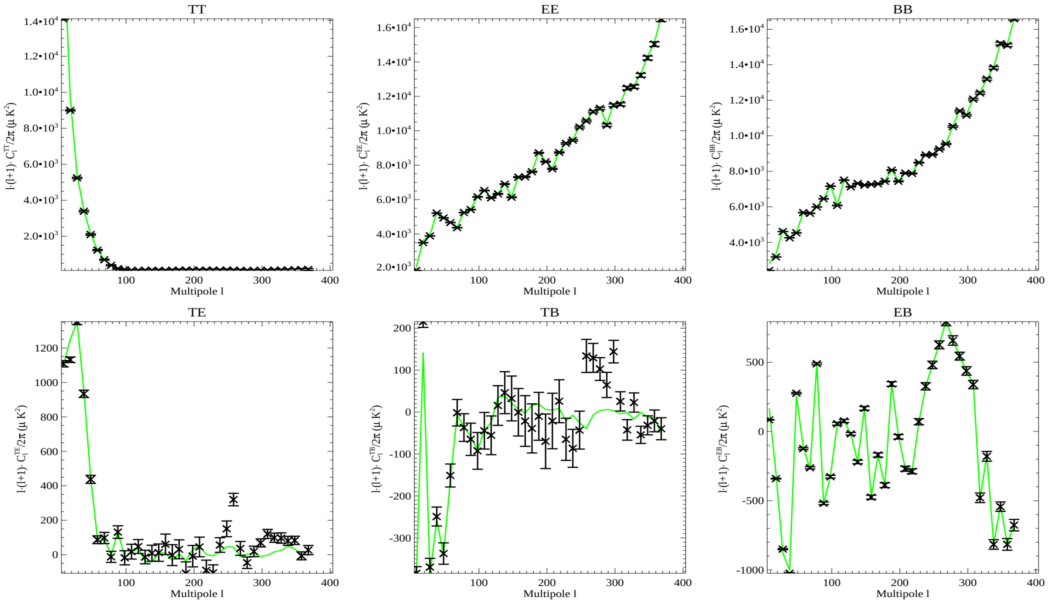

FIG. 9.16 – Reconstruction *A-fixée* des spectres de puissance angulaire C_ℓ^{TT}, C_ℓ^{EE}, C_ℓ^{BB}, C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB} pour la composante synchrotron (croix), en $\mu\mathrm{K}^2_{\mathrm{CMB}}$, à 30 GHz dans le cas de simulations du *modèle réaliste* à 4 composantes (`[planck d]`). Nous comparons ces spectres aux spectres des cartes-patron que nous avons utilisées dans les simulations (vert). Les barres d'erreur représentent la dispersion sur 100 simulations.

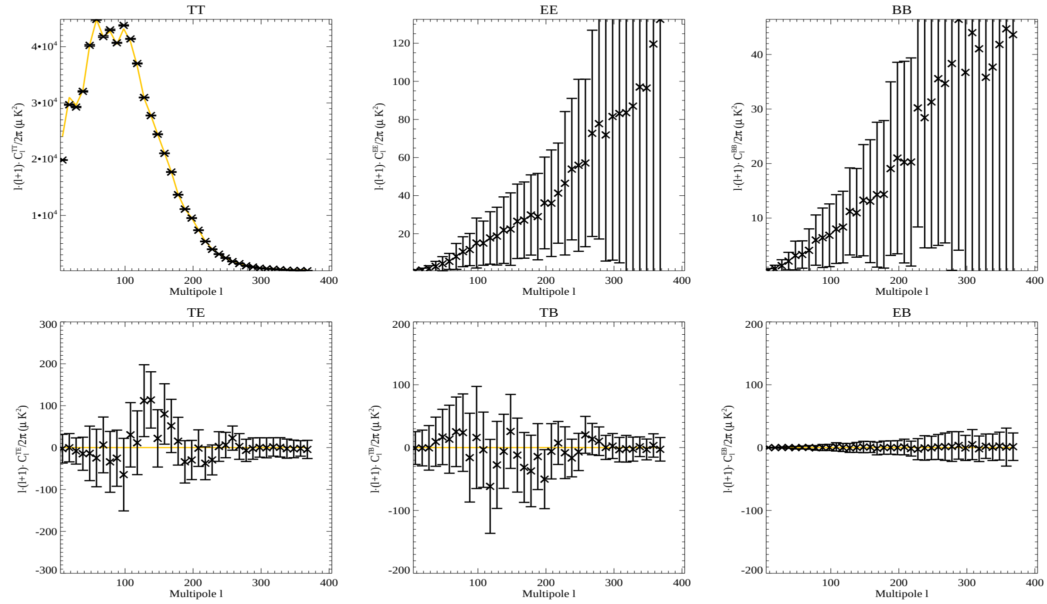

FIG. 9.17 – Reconstruction *A-fixée* des spectres de puissance angulaire C_ℓ^{TT}, C_ℓ^{EE}, C_ℓ^{BB}, C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB} pour la composante de rayonnement de freinage (croix), en $\mu\mathrm{K}^2_{\mathrm{CMB}}$, à 30 GHz dans le cas de simulations du *modèle réaliste* à 4 composantes (`[planck d]`). Nous comparons le spectre TT au spectre de la carte-patron que nous avons utilisée dans les simulations (jaune). Les barres d'erreur représentent la dispersion sur 100 simulations.

où le signal attendu est nul, nous retrouvons les caractéristiques générales de notre algorithme présentées en 9.4, à savoir que les *auto*-spectres renvoient un bruit résiduel alors que les spectres croisés sont compatibles avec zéro.

Sur ces mêmes simulations, nous avons également réalisé des séparations *CMB-fixé* et *aveugle*. Dans chacun de ces cas, si l'on fait exception de la composante de poussière-*réaliste* qui domine les autres composantes et que l'on reconstruit, la séparation est un échec. En effet, l'algorithme ne converge pas et les composantes s'en trouvent mélangées et fortement biaisées. Ceci peut-être dû au fait que les composantes de rayonnement de freinage et de synchrotron possèdent des spectres électromagnétiques très proches et que les composantes galactiques sont fortement corrélées spatialement. Ceci sort du cadre des conditions de séparabilité exposées en 9.1.3 et l'algorithme n'ayant plus assez de paramètres *séparables* ne peut plus converger. Au cours des deux prochains paragraphes, nous montrerons que ce problème de séparabilité est essentiellement dû à la séparation des composantes en température et que si nous réalisons la séparation à partir des seules cartes Q et U, ce problème disparaît.

Notons que si la composante de rayonnement de freinage n'est pas simulée, les résultats sont très similaires à ceux où elle l'est, pour chacun des niveaux d'*a priori* testés.

9.5.2 Séparation en température seule

Nous avons réalisé une séparation en température seule, pour le *modèle réaliste*, où nous considérons uniquement des jeux de cartes I et où l'algorithme résout les équations pour les seuls modes T, à l'instar de ce qui est fait dans Smica [Delabrouille *et al.* 2003]. Nous présentons en figure 9.18 les résultats relatifs à une séparation *A-fixée* réalisée sur des simulations de type `[planck d]`, en considérant seulement la température.

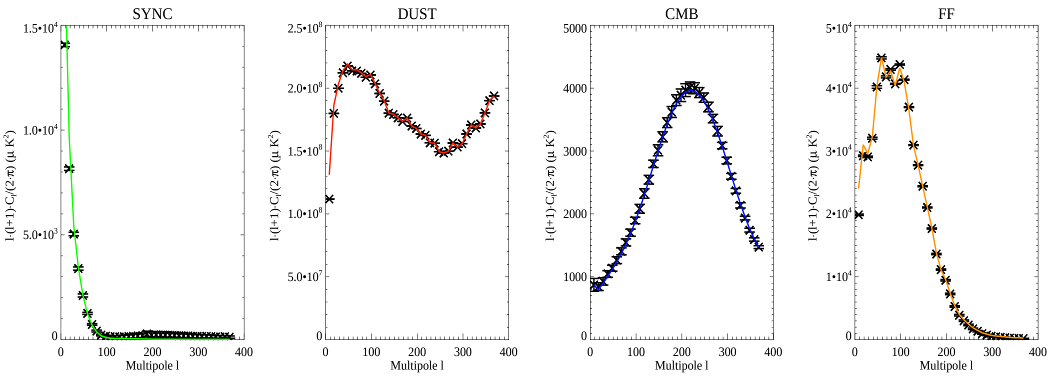

Fig. 9.18 – Reconstruction en température seule des spectres C_ℓ^{TT} (croix) en $\mu\mathrm{K}^2_{\mathrm{CMB}}$ dans le cas d'une séparation *A-fixée* des simulations `[planck d]` pour les quatre composantes physiques. De gauche à droite : synchrotron (à 30 GHz), poussière-*réaliste* (à 353 GHz), CMB (à 100 GHz) et rayonnement de freinage (à 30 GHz). Les modèles d'entrée y sont superposés en lignes pleines, pour chacune des composantes. Les barres d'erreur correspondent à la dispersion sur 100 simulations.

Les spectres C_ℓ^{TT} reconstruits sont présentés de gauche à droite pour chacune des composantes physiques figurant au sein des simulations `[planck d]`. Nous pouvons voir que mise à part la composante de synchrotron qui commence à être biaisée vers $\ell \sim 200$ pour les mêmes raisons qu'en 9.5.1, les autres composantes sont reconstruites jusqu'à $\ell \sim 400$. La séparation fut également entreprise de manière *aveugle* et *CMB-fixé*. Dans ces deux cas, les résultats sont similaires à ceux de l'analyse jointe en température et polarisation : reconstruction des spectres de poussière-*réaliste*, divergence de l'algorithme, mélange des autres composantes et biais significatif. Notons au passage que dans la littérature, aucune méthode n'a à ce jour séparé avec succès poussière et synchrotron au sein de mélanges bruités de composantes, en considérant tout le ciel.

En outre, des résultats comparables sont obtenus si l'on néglige la composante de rayonnement de freinage.

9.5.3 Séparation en polarisation seule

Afin de vérifier l'hypothèse selon laquelle la divergence de l'algorithme dans le cas du *modèle réaliste* viendrait de la température, nous avons répété la séparation sur les simulations de type `[planck d]` en ne considérant que la polarisation, à savoir les seuls jeux de cartes Q et U. À partir de ces cartes, nous résolvons la log-vraisemblance pour les seuls modes E et B, ce qui nous donne accès aux spectres C_ℓ^{EE}, C_ℓ^{BB} et C_ℓ^{EB}. Rappelons que la composante de rayonnement de freinage étant supposée non-polarisée, nous ne supposerons que trois composantes physiques dans la séparation.

Séparation *CMB-fixé*

Nous avons tout d'abord réalisé une séparation *CMB-fixé*. Les résultats sont présentés en figures 9.19, 9.20 et 9.21, pour le CMB, la poussière-*réaliste* et le synchrotron respectivement.

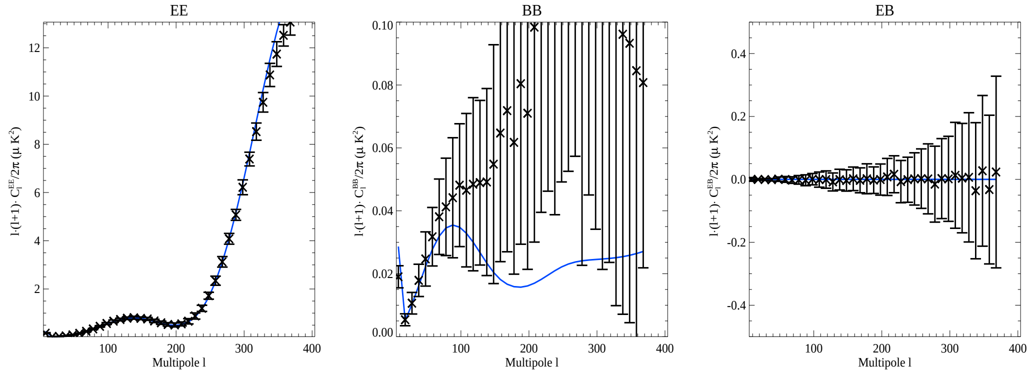

FIG. 9.19 – Reconstruction *CMB-fixé* en polarisation du CMB, à partir de simulations `[planck d]` de cartes Q et U. Les spectres C_ℓ^{EE}, C_ℓ^{BB} and C_ℓ^{EB} sont présentés en $\mu\mathrm{K}^2_{\mathrm{CMB}}$ à 100 GHz (croix). Le modèle d'entrée est superposé en bleu. Les barres d'erreur correspondent à la dispersion sur 100 simulations.

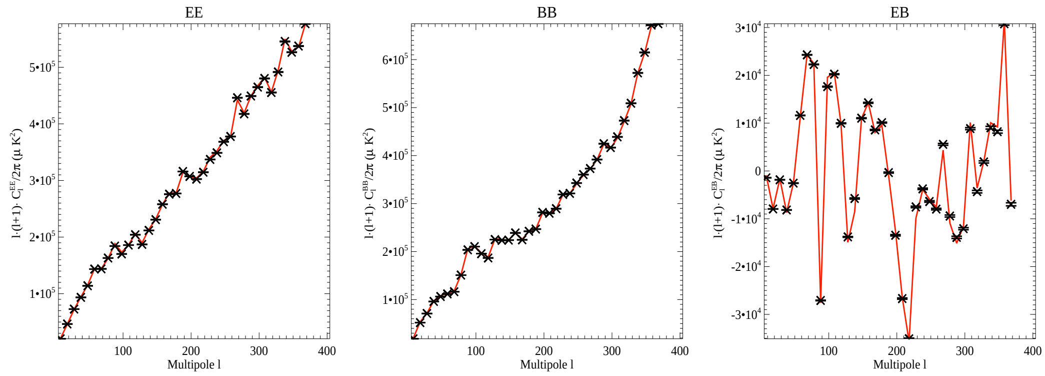

FIG. 9.20 – Reconstruction *CMB-fixé* en polarisation de la poussière-*réaliste*, à partir de simulations `[planck d]` de cartes Q et U. Les spectres C_ℓ^{EE}, C_ℓ^{BB} and C_ℓ^{EB} sont présentés en $\mu\mathrm{K}^2_{\mathrm{CMB}}$ à 353 GHz (croix). Le modèle d'entrée est superposé en rouge. Les barres d'erreur correspondent à la dispersion sur 100 simulations.

Pour le CMB, le spectre C_ℓ^{EE} est reconstruit avec précision jusqu'à $\ell \sim 300$, ce à quoi nous nous attendons pour ce schéma de pixélisation et C_ℓ^{EB} est compatible avec zéro. Le spectre C_ℓ^{BB} est reconstruit jusqu'à $\ell \sim 50$, puis est biaisé par le bruit résiduel de la séparation.

Dans le cas des composantes astrophysiques, nous pouvons voir que à la fois la poussière-*réaliste* et le synchrotron sont reconstruits pour chacun des modes jusqu'à $\ell \sim 400$

Séparation *aveugle*

Nous avons également réalisé dans le cas de la séparation en polarisation seule une reconstruction *aveugle*. Dans ce cas, les résultats pour les composantes astrophysiques sont comparables à ceux dans le cas *CMB-fixé*. En revanche, pour le CMB, nous pouvons observer que les barres d'erreur sont plus grandes et que le spectre de puissance angulaire C_ℓ^{BB} n'est pas reconstruit.

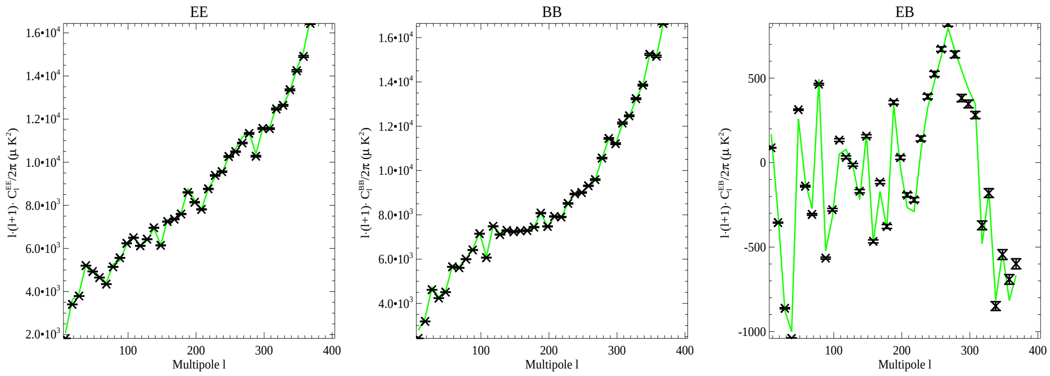

FIG. 9.21 – Reconstruction *CMB-fixé* en polarisation de l'émission synchrotron, à partir de simulations `[planck d]` de cartes Q et U. Les spectres C_ℓ^{EE}, C_ℓ^{BB} and C_ℓ^{EB} sont présentés en μK^2_{CMB} à 30 GHz (croix). Le modèle d'entrée est superposé en vert. Les barres d'erreur correspondent à la dispersion sur 100 simulations.

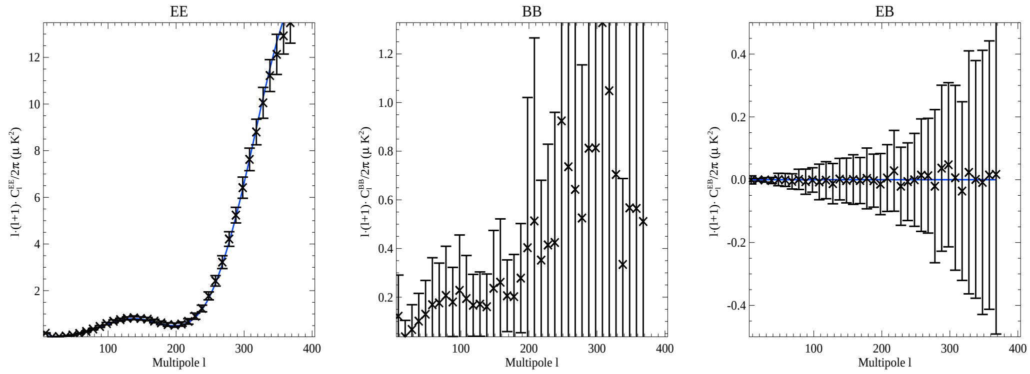

FIG. 9.22 – Reconstruction *aveugle* en polarisation du CMB, à partir de simulations `[planck d]` de cartes Q et U. Les spectres C_ℓ^{EE}, C_ℓ^{BB} and C_ℓ^{EB} sont présentés en μK^2_{CMB} à 100 GHz (croix). Le modèle d'entré est superposé en bleu. Les barres d'erreur correspondent à la dispersion sur 100 simulations.

9.5.4 Discussion

Au vu des résultats de cette section, nous avons clairement identifié un problème de séparabilité. En effet, dès que le nombre de composantes galactiques *réalistes* (i.e. non-gaussiennes) est strictement supérieur à un, l'algorithme diverge dans les cas où il est appliqué à des jeux de données en température et polarisation jointes ou en température seule. Ceci indiquerait qu'il existe de fortes corrélations entre les composantes galactiques en température, à la fois dans le plan et à hautes latitudes galactiques. La version actuelle de PolEMICA ne permet pas de traiter des composantes corrélées spatialement, ce qui explique la divergence de l'algorithme dans ce cas. Nous continuons à travailler afin d'inclure dans PolEMICA un formalisme nécessaire au traitement de composantes très fortement corrélées spatialement. Néanmoins, une séparation de type semi-aveugle reste possible, en l'occurence, celle que à laquelle nous nous référons par *A-fixée*.

Dans le cas de la polarisation, la corrélation spatiale des composantes semble affecter l'algorithme moins significativement et les séparations *CMB-fixé* et *aveugle* sont possibles. Dans ce cas, où l'algorithme converge avec différents degrés d'*a priori*, nous allons pouvoir évaluer la perte de précision dans la reconstruction occasionnée par l'abandon d'*a priori*. Pour estimer ceci, nous allons comparer les barres d'erreur sur la reconstruction des spectres de puissance angulaire du CMB dans les cas *aveugle*, *CMB-fixé* et *A-fixée* appliqués aux simulations de type `[planck d]` au cas *A-fixée* appliqué aux simulations de type `[planck b]` qui ne contiennent que du CMB et du bruit. Ce dernier cas étant le plus favorable à une reconstruction précise du spectre de puissance du CMB.

Les résultats de cette analyse sont présentés en figure 9.23. Nous pouvons de prime abord voir

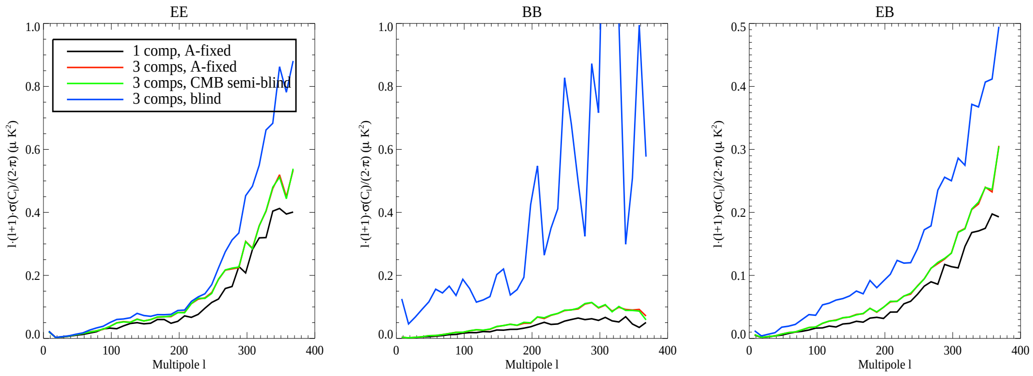

FIG. 9.23 – Barres d'erreur de la reconstruction des spectres C_ℓ^{EE}, C_ℓ^{BB} et C_ℓ^{EB} du CMB en $\mu\mathrm{K}^2_{\mathrm{CMB}}$ à 100 GHz, dans le cas de séparations *aveugle* (bleu), *CMB-fixé* (vert) et *A-fixée* (rouge) appliquées à des simulations de type `[planck d]` ainsi que dans le cas d'une séparation *A-fixée* appliquée à des simulations de type `[planck b]`(noir).

que la reconstruction des spectres C_ℓ^{EE}, C_ℓ^{BB} et C_ℓ^{EB} se comporte de manière similaire par rapport au degré d'*a priori* utilisé pour réaliser la séparation. En effet, pour chacun d'entre eux, les barres d'erreur correspondant aux séparation *CMB-fixé* et *A-fixée* sont similaires et sont entre 25 et 50% plus grandes que dans le cas de référence où seule la composante CMB est présente dans les simulations et pour lequel une séparation *A-fixée* a été réalisée (un facteur 1.26 pour EE, 1.50 pour BB et 1.29 pour EB). Cela signifie que dans le cadre de notre *modèle réaliste*, nous n'avons pas besoin d'ajouter d'*a priori* sur les lois d'émission des composantes astrophysiques pour améliorer la séparation. Dans le cas *aveugle* les barres d'erreur sont multipliées par un facteur 1.59 pour EE, 13.5 pour BB (mais dans ce cas particulier la reconstruction est biaisée par du bruit résiduel) et 2.52 pour EB, par rapport aux barres d'erreur de référence. A contrario, l'ajout d'*a priori* sur le spectre électromagnétique du CMB est quant à lui utile à une reconstruction plus précise des composantes.

9.6 Conclusion

Nous avons présenté au cours de ce chapitre la méthode de séparation de composantes POLEMICA, extension à la polarisation de la méthode SMICA développée pour la température. Ces deux méthodes opèrent dans l'espace des harmoniques sphériques au travers des spectres de puissance angulaire et optimisent l'adéquation entre les données et le modèle des observations grâce à un algorithme EM, de manière *aveugle*.

POLEMICA possède l'avantage de pouvoir traiter des observations en température et en polarisation de manière simultanée, tout en tenant compte des corrélations entre température et polarisation, ainsi qu'entre les deux modes de polarisation. Cette méthode permet également de tenir compte aisément d'*a priori* apportés par la théorie, d'autres expériences ou d'autres méthodes et de réaliser la séparation uniquement sur l'espace des paramètres supposés inconnus.

À l'aide de simulations des observations de PLANCK, nous avons montré que cette méthode est performante. En jouant sur les degrés de liberté de l'algorithme, nous avons pu extraire les réussites et les limitations de notre méthode. Ces résultats sont dans l'ensemble très encourageants étant donné qu'à l'heure actuelle aucune méthode de séparation alternative possédant les propriétés de POLEMICA n'a été proposée.

Afin de traiter des données réelles, certaines améliorations restent néanmoins à inclure au sein de l'algorithme. Nous avons montré que la prise en compte de composantes corrélées spatialement ou que la considération de lois d'émission possédant un indice spectral anisotrope seraient des évolutions nécessaires à l'appréhension de données réelles. En revanche, nous avons déjà réalisé la prise en compte des effets instrumentaux présentée en 3.4 au sein de POLEMICA sans l'avoir mentionnée en raison du fait que nous avions affaire à des simulations, par souci de clarté.

Par rapport aux travaux présentés dans ce document, il sera également intéressant d'essayer de donner des limites à la séparation des effets d'un champ magnétique primordial sur la polarisation du CMB, présentés au chapitre 5. Nous avons vu que l'effet de la rotation de Faraday dû à ce champ possède une signature spectrale unique et de ce fait la séparation peut être evisagée. Nous avons également tenté d'appliquer PolEMICA aux données relatives à trois années d'observation de Wmap [Page *et al.* 2006], mais nous rencontrons pour l'instant des problèmes de convergence de l'algorithme probablement dus aux niveaux de bruit élevés présents dans les cartes en polarisation.

Notons, enfin, que les modèles d'émission astrophysique que nous avons utilisés en polarisation sont insuffisants. En effet, pour les émissions synchrotron et de poussière, les cartes polarisées sont générées à partir de simulations gaussiennes et ne sont pas *physiques*. Au chapitre 10, nous allons présenter un modèle de ces émissions polarisées que nous avons développé, permettant de produire des cartes du ciel bien plus réalistes. Cependant, les travaux que nous y présentons sont ultérieurs à ceux-ci et de fait, il faudra répéter l'analyse présentée ici à partir de ce modèle, afin de pouvoir un jour envisager d'appliquer PolEMICA aux données du satellite Planck.

Cinquième partie

Émissions d'avant-plans polarisées dans PLANCK

Chapitre 10

Modélisation des émissions galactiques polarisées

10.1 Problématique

L'étude du fond diffus cosmologique entre dans une nouvelle ère. Après les mesures de précision des anisotropies en température données par l'expérience satellite WMAP, le défi est maintenant de mesurer la polarisation de ce rayonnement. Cette dernière, plusieurs ordres de grandeur plus faible que les anisotropies en température, souffre également de la présence d'émissions diffuses galactiques fortement polarisées, qui dominent l'information cosmologique à toutes les fréquences, à grande échelle. Il sera primordial dans le cadre du traitement des données de PLANCK, par exemple, de pouvoir s'affranchir de manière efficace des émissions parasites, afin d'extraire le signal cosmologique.

En polarisation, nos connaissances sur les émissions diffuses polarisées de la Galaxie en sont à leurs balbutiements. À ce jour, seuls le satellite WMAP et le ballon ARCHEOPS, respectivement à basses et hautes fréquences, ont donné des mesures de la polarisation du ciel micro-onde à grande échelle, présentées respectivement aux chapitres 3.2 et 7. Cependant, ces mesures demeurent peu résolues et très bruitées. En vue du traitement des données polarisées de PLANCK et de la mise en évidence des faibles signaux cosmologiques, il sera nécessaire de posséder une connaissance plus précise des émissions galactiques polarisées.

De ce fait, nous avons voulu modéliser les processus physiques responsables de ces émissions diffuses polarisées de la Galaxie, afin d'en extraire des cartes-patron. L'objectif de ces travaux n'est pas de reproduire de manière précise les propriétés spatiales de ces composantes, mais de donner un cadre réaliste à la fois qualitativement et quantitativement afin de préparer le traitement des prochaines expériences amenées à réaliser des mesures de précision de la polarisation du CMB, comme PLANCK.

Pour ce faire, nous verrons que les principales émissions polarisées que sont l'émission synchrotron et l'émission de la poussière sont toutes deux intrinsèquement liées au champ magnétique de la Galaxie. En effet par des processus physiques que nous détaillerons, l'intensité de la polarisation émise est fonction de l'orientation du champ magnétique. Ainsi, nous allons tenter de modéliser le champ magnétique galactique à grande échelle et en trois dimensions, pour que l'on puisse intégrer son effet le long de la ligne de visée pour générer des cartes de l'émission polarisée de la Galaxie. Nous présenterons tout d'abord l'état des lieu des mesures des émissions galactiques polarisées puis la façon dont nous modélisons ces émissions. Nous essayerons enfin de comparer nos modèles aux données existantes.

10.2 Observations des émissions galactiques polarisées

L'observation du ciel par le satellite WMAP [Page *et al.* 2006], en polarisation (voir 3.2) a montré que l'émission polarisée de la Galaxie aux fréquences d'étude du CMB peut être décrite par un modèle simple d'émission du milieu interstellaire à deux composantes comprenant l'émission synchrotron et l'émission thermique de la poussière. En accord avec les prédictions théoriques, les contributions à la polarisation de l'émission par rayonnement de freinage et de l'émission "*anormale*" de la poussière sont négligeables (voir 2.7).

Concernant l'émission synchrotron polarisée, les informations disponibles proviennent principalement d'observations du ciel aux fréquences radio. À ce jour, un seul sondage en polarisation à été réalisé sur tout le ciel, à 1.4 GHz, combinant les observations de l'hémisphère Nord [Wolleben *et al.* 2006] et de l'hémisphère Sud [Testori *et al.* 2007], toutes deux réalisées avec une résolution de $\sim 0.6°$. La comparaison de cette carte avec celle mesurée par WMAP à 23 GHz montre une très bonne corrélation spatiale. Cette émission est dominante pour $\ell \lesssim 50$ et $\nu \lesssim 40$ GHz.

Pour l'émission polarisée de la poussière, nous avons vu que les seules informations disponibles à grande échelle dans le domaine de fréquence qui nous intéresse ont été fournies par l'expérience ballon ARCHEOPS [Benoît *et al.* 2004, Ponthieu *et al.* 2005] (voir chapitre 3.1 pour l'instrument et 7 pour l'analyse détaillée des données polarisées à 353 GHz). Si l'émission de la poussière se comporte statistiquement sur tout le ciel comme sur les 20% observés par ARCHEOPS l'émission polarisée de la poussière sera la composante dominante pour $\nu \gtrsim 100$ GHz.

Comme nous le verrons, les émissions polarisées du synchrotron et de la poussière retracent la structure du champ magnétique galactique. Des preuves complémentaires de cette structure sont fournies par la polarisation de la lumière stellaire [Fosalba *et al.* 2002]. Cette lumière polarisée est produite par l'absorption sélective de la lumière non polarisée des étoiles par les grains de poussière alignés magnétiquement à la ligne de visée. Ces informations nous serviront également à modéliser l'émission de la Galaxie à partir de la nature de son champ magnétique.

Malgré ces mesures, notre connaissance de l'émission polarisée de la Galaxie demeure insuffisante pour traiter correctement les données polarisées d'expériences de plus grande précision. C'est pour cette raison que nous avons essayé de modéliser ces émissions à partir d'un modèle de champ magnétique galactique, de la considération des processus physiques responsables de cette polarisation et d'une intégration de ces effets le long de la ligne de visée.

10.3 L'émission polarisée des composantes galactiques

Supposons un milieu interstellaire contenant des électrons relativistes et des grains de poussière, soumis à un champ magnétique à grande échelle. Nous allons voir que les émissions polarisées du synchrotron et de la poussière sont régies localement par l'orientation de ce champ ainsi que par la distribution des électrons relativistes pour la première et par la densité de poussière pour la seconde. Tout au cours de ce chapitre, nous choisirons un repère galactocentrique $\{\mathbf{u}_x, \mathbf{u}_y, \mathbf{u}_z\}$ à partir duquel nous définissons un repère de la ligne de visée $\{\mathbf{e}_n, \mathbf{e}_l, \mathbf{e}_\theta\}$, comme indiqué sur la figure 10.1.

10.3.1 L'émission synchrotron

Le rayonnement synchrotron est produit par les électrons relativistes se propageant le long des lignes de champ magnétique en décrivant un mouvement hélicoïdal. Ce rayonnement peut être très fortement polarisé dans la direction perpendiculaire à la direction de propagation des électrons, c'est à dire dans la direction perpendiculaire au champ magnétique [Rybicki & Lightman 1979] (voir figure 10.2). Aux fréquences inférieure 10 GHz, les électrons soumis au champ magnétique provoquent également une rotation de Faraday du vecteur de polarisation, rendant sa modélisation plus complexe [Beck 2001]. Cependant, la fréquence la plus basse à laquelle nous modéliserons l'émission synchrotron polarisée correspond au canal de plus basse fréquence de WMAP, 23 GHz, fréquence à laquelle nous pouvons négliger cet effet.

La polarisation est donc fonction de l'angle existant entre le champ magnétique et la ligne de visée. Par exemple, en vertu du fait que la polarisation produite est perpendiculaire au champ magnétique, si ligne de visée et champ magnétique sont parallèles, la polarisation observée sera nulle. À l'inverse, si la ligne de visée est perpendiculaire à la ligne de champ, la polarisation observée sera maximale.

Afin de modéliser cette émission, nous devons de prime abord construire un modèle de la distribution d'électrons relativistes au sein de la Galaxie, de laquelle va dépendre l'intensité totale de

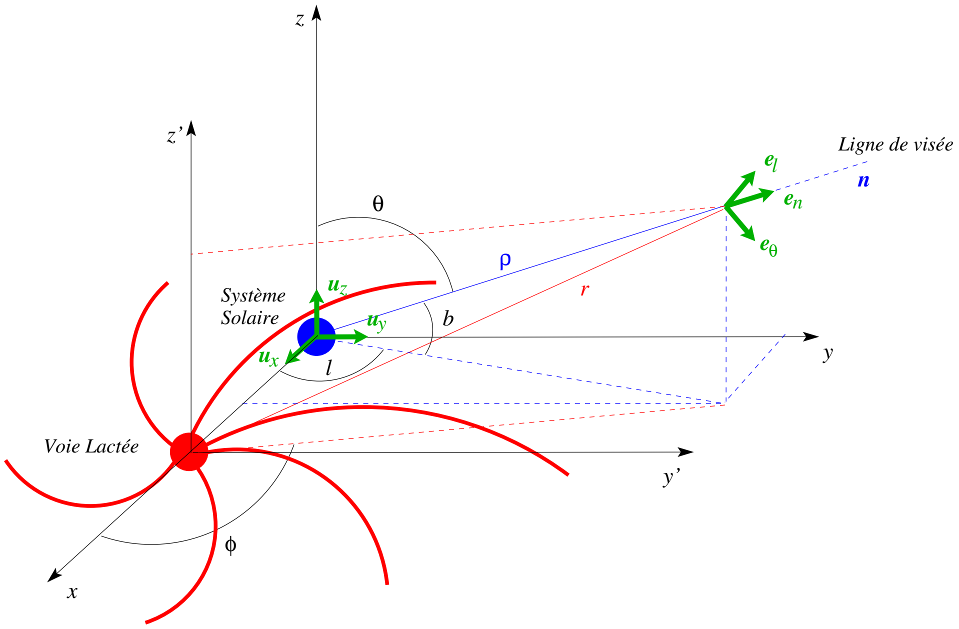

FIG. 10.1 – Définition des repères galactocentrique et de la ligne de visée que nous utiliserons au cours de ces travaux.

la radiation et donc sa polarisation. Pour cela, nous reprendrons [Rybicki & Lightman 1979] qui donnent une distribution exponentielle sur le disque galactique :

$$n_e(r, z) = n_{0,e} e^{-\frac{r}{h_{r,e}}} \cosh^{-2} \frac{z}{h_{z,e}} \tag{10.1}$$

où $h_{z,e}$ est la hauteur caractéristique que nous prendrons égale à 1 kpc et $h_{r,e}$ la distance radiale caractéristique que nous prendrons égale à 5 kpc (voir par exemple [Drimmel & Spergel 2001]).

Nous pouvons alors modéliser l'intensité du rayonnement synchrotron de manière locale sur un élément infinitésimal de la ligne de visée $d\rho$ en considérant l'anisotropie de l'émission en fonction de la direction de propagation des électrons relativistes (i.e. du champ magnétique $\mathbf{B}$) et de la direction de la ligne de visée $\mathbf{n}$. Cette intensité sera proportionnelle à l'intensité du champ dans le plan perpendiculaire à la ligne de visée au carré, $||\mathbf{B}_\perp||^2 = B_l^2(\rho, \mathbf{n}) + B_\theta^2(\rho, \mathbf{n})$, et proportionnelle à la densité d'électrons [Rybicki & Lightman 1979] :

$$dI_s^{\text{modèle}}(\rho, \mathbf{n}) = n_e(\rho, \mathbf{n}) \left(B_l^2(\rho, \mathbf{n}) + B_\theta^2(\rho, \mathbf{n})\right) d\rho \tag{10.2}$$

où $B_i(\rho, \mathbf{n}) \equiv \mathbf{B} \cdot \mathbf{e}_i$, $i \in \{n, l, \theta\}$. Nous pouvons exprimer les paramètres de Stokes $dQ_s^{\text{modèle}}$ et $dU_s^{\text{modèle}}$ en fonction de cette intensité et de l'angle de polarisation $\gamma^{\text{modèle}}$:

$$\begin{aligned} dQ_s^{\text{modèle}}(\rho, \mathbf{n}) &= dI_s^{\text{modèle}}(\rho, \mathbf{n}) \cos\left(2\gamma^{\text{modèle}}(\rho, \mathbf{n})\right) \\ dU_s^{\text{modèle}}(\rho, \mathbf{n}) &= dI_s^{\text{modèle}}(\rho, \mathbf{n}) \sin\left(2\gamma^{\text{modèle}}(\rho, \mathbf{n})\right) \end{aligned} \tag{10.3}$$

L'angle de polarisation $\gamma^{\text{modèle}}$ peut à son tour être décrit en fonction de considérations géométriques sur la projection du champ magnétique dans le repère $\{\mathbf{e}_n, \mathbf{e}_l, \mathbf{e}_\theta\}$ lié à la ligne de visée :

$$\gamma^{\text{modèle}}(\rho, \mathbf{n}) = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{2 \cdot B_l(\rho, \mathbf{n}) \cdot B_\theta(\rho, \mathbf{n})}{B_l^2(\rho, \mathbf{n}) - B_\theta^2(\rho, \mathbf{n})} \right) \tag{10.4}$$

À partir de ces considérations et de ces définitions, en connaissant le champ magnétique galactique en 3 dimensions, nous pourrons intégrer les paramètres de Stokes que nous avons définis localement sur la ligne de visée et de ce fait modéliser l'émission synchrotron polarisée.

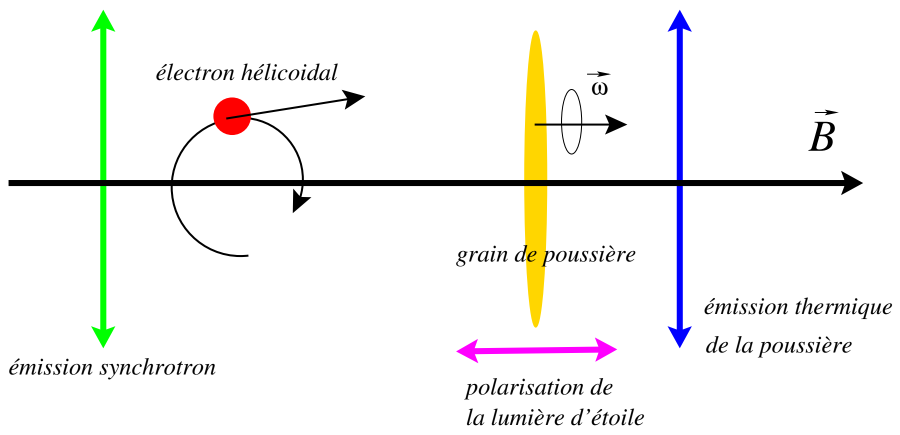

FIG. 10.2 – Schéma des figures de polarisation résultant des émissions synchrotron et de la poussière, en présence d'un champ magnétique galactique. Les électrons relativistes produisent de la polarisation dans la direction perpendiculaire aux lignes de champ. Les grains de poussière, dont le grand axe s'aligne perpendiculairement au champ, absorbent la lumière optique des étoiles selon la direction de leur grand axe et rayonnent dans le millimétrique dans cette direction, perpendiculairement aux lignes de champ.

10.3.2 L'émission de la poussière galactique

Les grains de poussière du milieu interstellaire sont asymétriques. Ils ont une forme oblate et de ce fait nous pouvons leur définir un petit et un grand axe. Ils ont tendance à aligner leur grand axe perpendiculairement aux lignes de champ magnétique et à effectuer une rotation dont la vitesse angulaire est orientée parallèlement au champ magnétique (voir figure 10.2) [Fosalba *et al.* 2002]. Ceci reste cependant à pondérer car les mécanismes d'alignement des grains restent spéculatifs, à défaut de mesures plus précises (voir par exemple [Mathis 1986, Goodman & Whittet 1995, Rao *et al.* 1998]). Cependant, comme nous allons le voir, l'observation de la lumière polarisée des étoiles rend cohérente cette approximation.

En effet, les grains de poussière sont éclairés dans le domaine optique par les étoiles. Ils absorbent la lumière préférentiellement selon leur grand axe et il en résulte que la lumière d'étoile que nous observons *à travers* eux s'en trouve polarisée perpendiculairement à cet axe. La lumière absorbée est réémise dans le millimétrique avec une polarisation parallèle au grand axe et donc perpendiculaire aux lignes de champ magnétique (voir figure 10.2). C'est l'émission thermique polarisée de la poussière.

L'observation de la lumière polarisée des étoiles dans le domaine optique [Fosalba *et al.* 2002] montre que l'orientation des grains de poussière est cohérente avec un champ magnétique principalement situé dans le plan de la Galaxie et suivant ses bras-spiraux, comme nous pouvons les observer dans d'autre galaxies comme M51 [Berkhuijsen *et al.* 1997] (voir figure 10.3). Il semble donc naturel que l'émission thermique soit également cohérente.

De façon analogue à l'émission synchrotron dont l'intensité dépendait de la densité d'électrons relativistes, l'intensité de l'émission de la poussière va dépendre de la densité des grains. Celle-ci est modélisée de manière analogue, avec une distribution exponentielle sur le disque galactique :

$$n_d(r,z) = n_{0,d} e^{-\frac{r}{h_{r,d}}} \cosh^{-2} \frac{z}{h_{z,d}} \tag{10.5}$$

où $h_{z,d}$ est la hauteur caractéristique que nous prendrons égale à 0.1 kpc et $h_{r,d}$ la distance radiale caractéristique que nous prendrons égale à 3 kpc. Toujours de manière analogue à ce que nous avons fait pour l'émission synchrotron, nous allons définir l'intensité émise par les grains de poussière de manière locale, sur un élément infinitésimal de la ligne de visée $d\rho$. Ici, cette intensité ne dépendra pas de l'intensité du champ magnétique mais uniquement de la densité des grains :

$$dI_d^{\text{modèle}}(\rho, \mathbf{n}) = n_d(\rho, \mathbf{n}) d\rho \tag{10.6}$$

Pour déduire les paramètres de Stokes en fonction de l'intensité et de l'angle de polarisation, pour l'émission thermique de la poussière il faudra être plus attentifs. En effet, les grains de poussière étant en rotation, une extinction de la polarisation est à prendre en compte. Elle s'exprimera par un terme supplémentaire en $\sin^2\alpha$ où $\alpha = (\widehat{\mathbf{B},\mathbf{n}})$. De plus, l'extinction observée est plus forte que celle à laquelle nous pouvons nous attendre par cet effet. Pour cela, nous rajoutons empiriquement un terme $F_{\text{norm}} \equiv \sin\alpha$ afin d'en rendre compte. Les paramètres de Stokes relatifs à la polarisation pour la poussière s'écrivent alors :

$$\begin{aligned} dQ_d^{\text{modèle}}(\rho,\mathbf{n}) &= dI_d^{\text{modèle}}(\rho,\mathbf{n})\cos\left(2\gamma^{\text{modèle}}(\rho,\mathbf{n})\right)\sin^2\left(\alpha(\rho,\mathbf{n})\right)\cdot F_{\text{norm}} \\ dU_d^{\text{modèle}}(\rho,\mathbf{n}) &= dI_d^{\text{modèle}}(\rho,\mathbf{n})\sin\left(2\gamma^{\text{modèle}}(\rho,\mathbf{n})\right)\cdot\sin^2\left(\alpha(\rho,\mathbf{n})\right)\cdot F_{\text{norm}} \end{aligned} \tag{10.7}$$

où $\gamma^{\text{modèle}}$ est le même angle de polarisation que pour le synchrotron, défini en (10.4). Par construction dans nos repères définis en figure 10.1, nous pouvons voir que $\alpha = \gamma^{\text{modèle}}$.

Ici encore, à partir de la connaissance du champ magnétique galactique nous pourrons intégrer les paramètres de Stokes que nous avons définis localement sur la ligne de visée et de ce fait modéliser l'émission de la poussière polarisée.

10.4 Le champ magnétique galactique

Pour modéliser les émissions polarisées de la Galaxie, nous devons connaître en chaque point de la Galaxie l'intensité et l'orientation du champ magnétique. Pour cela, nous allons construire un modèle en trois dimensions du champ magnétique galactique, le plus réaliste possible.

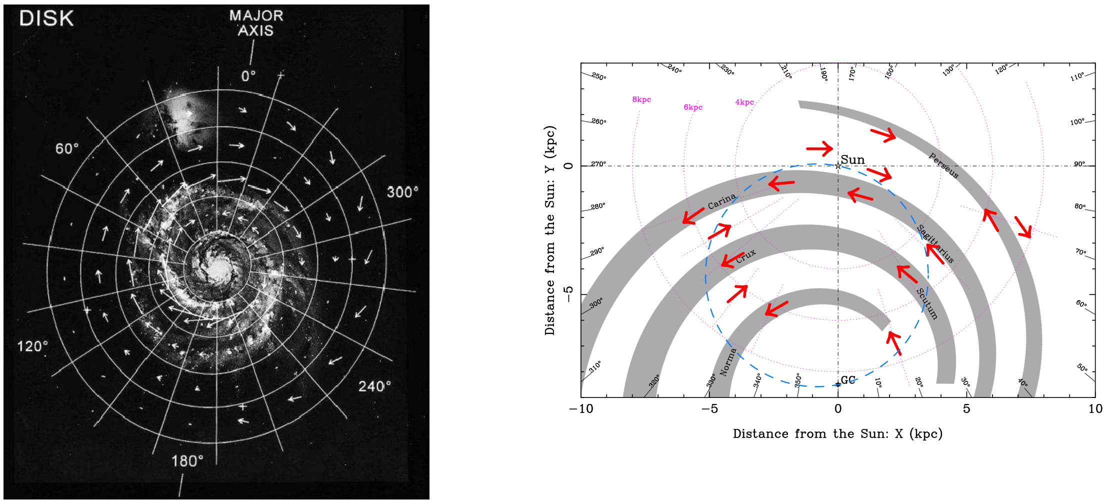

FIG. 10.3 – *Gauche* : Directions et intensités du champ magnétique à grande échelle observé dans le plan du disque de la Galaxie M51 [Berkhuijsen *et al.* 1997]. Nous pouvons voir que les lignes de champ suivent les bras-spiraux. *Droite* : Motif global des directions du champ magnétique de notre Galaxie déduit de mesure de rotation de Faraday de signaux de pulsars ($b < 8°$) [Han *et al.* 2006], projeté sur le plan galactique.

10.4.1 Observations à grande échelle

Les observations d'autres galaxies, quels que soient leurs redshifts, montrent que la plupart d'entre elles possèdent un champ magnétique, d'intensité de l'ordre du μG, à grande échelle, suivant ses bras spiraux [Sofue *et al.* 1986, Beck *et al.* 1996, Wielebinski 2005]. Ces champs pourrait avoir plusieurs origines que nous avons brièvement discuté en 5.1. Bien que l'on puisse considérer en première approximation que le champ suit les bras-spiraux de la Galaxie, il s'avère que sa nature peut être plus complexe [Wielebinski 2005, Han *et al.* 2006, Beck 2006], avec notamment des directions du champ inversées localement, une intensité à grande échelle dépendant du rayon par rapport au centre galactique [Beck 2001] ou encore l'apparition d'une composante turbulente que nous détaillerons ultérieurement.

Par exemple, la structure à grande échelle de notre Galaxie peut être sondée en trois dimensions par la mesure de la rotation de Faraday des signaux provenant de pulsars. [Han *et al.* 2006] ont répertorié des mesures de la rotation de Faraday associée à un grand nombre de pulsars, mettant en évidence un champ magnétique orienté dans le sens trigonométrique (vu du pôle Nord de la Galaxie) dans les bras-spiraux et dans le sens inverse dans les espaces inter-bras. C'est ce que l'on appelle un champ *bisymmétrique spiral* (BSS).

Comme nous l'avons vu au paragraphe 10.3, les processus physiques responsables de la polarisation des émission galactiques, sous nos hypothèses, ne dépendent que de l'orientation et de l'intensité du champ et non de son sens. De ce fait, que les espaces inter-bras aient un champ dont le sens est trigonométrique ou non, cela ne changera pas la nature des émissions. De ce fait, nous simulerons un champ magnétique orienté en spirale autour du centre galactique, mais dont le sens correspond à une rotation dans les sens trigonométrique sur tout le plan.

10.4.2 Modélisation du champ magnétique galactique

Pour modéliser le champ magnétique à 3 dimensions, nous nous appuierons sur le modèle développé par l'équipe WMAP [Page *et al.* 2006]. Ce modèle, dans le repère galactocentrique en coordonnées cylindriques $\{\mathbf{u}_r, \mathbf{u}_\phi, \mathbf{u}_z\}$ que nous avons définis en figure 10.1, s'écrit en chaque point de la Galaxie :

$$\begin{aligned}\mathbf{B}_{\mathrm{WMAP}} &= B_0 \cdot \Big[\cos\big(\psi(r)\big)\cos\big(\chi(z)\big)\cdot\mathbf{u}_r \\ &\quad + \sin\big(\psi(r)\big)\cos\big(\chi(z)\big)\cdot\mathbf{u}_\phi \\ &\quad + \sin\big(\chi(r)\big)\cdot\mathbf{u}_z\Big]\end{aligned} \tag{10.8}$$

où $\psi(r)$ est un angle vérifiant $\psi(r) \equiv \psi_0 + \psi_1 \ln(r/r_0)$ et $\chi(z)$ un angle vérifiant $\chi(z) \equiv \chi_0 \tanh(z/z_0)$. ψ_0, ψ_1, r_0, χ_0 et z_0 sont des paramètres du modèle [Page *et al.* 2006], que nous ajusterons à partir des données WMAP à 23 GHz en 10.5.3. Ce modèle, bien qu'incluant une dépendance logarithmique, décrit des lignes de champ trop circulaires et n'est pas satisfaisant au regard des observations du champ magnétique galactique. Nous allons reprendre la dépendance en $\chi(z)$ de ce modèle mais nous allons lui donner une forme plus proche d'une spirale logarithmique, plus en adéquation avec la forme supposée des bras spiraux, en reprenant la notation de [Sofue *et al.* 1986] :

$$\begin{aligned}\mathbf{B}_{\log} &= B_0 \cdot \left[\cos\big(\phi+\beta\big)\ln\left(\frac{r}{r_0}\right)\sin(p)\cos\big(\chi(z)\big)\cdot\mathbf{u}_r\right. \\ &\quad - \cos\big(\phi+\beta\big)\ln\left(\frac{r}{r_0}\right)\cos(p)\cos\big(\chi(z)\big)\cdot\mathbf{u}_\phi \\ &\quad \left. + \sin\big(\chi(z)\big)\cdot\mathbf{u}_z\right]\end{aligned} \tag{10.9}$$

où p est un paramètre décrivant l'*angle d'attaque* des bras-spiraux, β est paramètre défini à partir de $p(r)$ et vérifiant $\beta = 1/\tan(p)$ et $\chi(z)$ est défini de la même façon que dans (10.8). Nous ajusterons les paramètres de ce modèle à partir des données WMAP à 23 GHz en 10.5.3. Nous nous référerons au champ magnétique $\mathbf{B}_{\log}$ en tant que "*modèle raffiné*", tandis que $\mathbf{B}_{\mathrm{WMAP}}$ sera dénommé "*modèle* WMAP".

Notons que la dépendance de l'intensité du champ en fonction de la distance au centre galactique (voir [Beck 2001]) peut être ajoutée aisément en remplaçant B_0 par $B_0(r)$. Cette dernière a été mesurée et semble vérifier une loi exponentielle en fonction de la distance au centre galactique [Han *et al.* 2006]. Cependant, cette dépendance est faible et elle ne figure pas à ce jour dans notre modèle.

À partir des champs que nous avons définis, $\mathbf{B}_{\mathrm{WMAP}}$ et $\mathbf{B}_{\log}$, nous allons pouvoir associer à chaque point d'une ligne de visée traversant la Galaxie une intensité et une orientation du champ magnétique. Nous pourrons alors exprimer les paramètres de Stokes pour les émission polarisées du synchrotron et de la poussière, qui en dépendent.

10.4.3 Composante *turbulente*

Outre le champ magnétique à grande échelle présent au sein de la Galaxie, dont nous avons présenté les mesures et que nous avons essayé de modéliser, il existe un champ magnétique à plus petite échelle. En effet, certains pulsars ayant été observés, proches dans le ciel, possèdent des mesures de rotation de Faraday très différentes indiquant une structure du champ irrégulière pour des échelles plus petites que la centaine de pc [Lyne & Smith 1989]. De plus, il apparaît que ce champ à petite échelle est d'une intensité comparable à celui à grande échelle, de l'ordre de quelques μG [Rand & Kulkarni 1989, Ohno & Shibata 1993] et pouvant même être plus forte à des échelles de l'ordre du pc. De fait, ce champ magnétique irrégulier existe à toutes les échelles. [Han *et al.* 2004] ont donné une description de sa loi de puissance en fonction de l'échelle k, $E_B(k) = C(k\cdot\mathrm{kpc}^{-1})^{-0.37\pm0.10}$ pour des échelles allant de 0.5 à 15 kpc, décrivant un champ dont l'orientation est distribuée de manière gaussienne et dont l'intensité décroît à mesure que l'échelle considérée augmente.

Cependant, un champ dont la distribution des orientations est gaussienne ne permet pas de reproduire les structures de la Galaxie, aux échelles qui nous intéressent. De plus, un champ magnétique orienté aléatoirement, par sommation de son effet le long de la ligne de visée, provoquerait une forte dépolarisation, car nous intégrerions toutes les directions de polarisation. Le champ à petite échelle ne devrait pas avoir une orientation aléatoire mais être *turbulent*. Récemment, des algorithmes de modélisation d'un tel champ ont vu le jour, en s'appuyant sur des simulations magnétohydrodynamiques (MHD), comme le code Hammurabi [Waelkens 2005]. Néanmoins, nous n'avons pas à ce jour intégré de simulation de la composante turbulente du champ dans notre modélisation, bien que cela reste à faire au vu de l'importante contribution qu'elle peut représenter aux petites échelles, visibles par Planck ainsi qu'en raison de son intensité significative.

10.5 Réalisation des cartes I, Q et U pour les émissions polarisées de la Galaxie

Nous avons présenté la façon dont la polarisation des émissions synchrotron et de la poussière est générée. Nous avons vu que pour ces deux émissions, la polarisation que nous mesurerons serait localement d'une part fonction de la densité d'électrons relativistes pour l'émission synchrotron et de grains pour la poussière et d'autre part fonction de l'intensité et de la direction du champ magnétique galactique. Nous avons donné les équations nous servant à modéliser les densités en (10.1) et (10.5) et nous avons présenté deux modèles de champ magnétique galactique à grande échelle et en trois dimensions en (10.8) et (10.9).

10.5.1 Intégration sur la ligne de visée

Afin d'estimer les paramètres de Stokes pour le synchrotron et l'émission de la poussière, il va falloir intégrer les paramètres de Stokes locaux pour dI, dQ et dU le long de la ligne de visée, pour synchrotron et poussière. Nous utiliserons la pixélisation HEALPix [Górski *et al.* 1999] pour générer des cartes, aussi associerons nous à chaque pixel, une ligne de visée ρ définie par sa direction $\mathbf{n}$ dans les systèmes de coordonnées que nous avons définis aux paragraphes précédent. Sur cette ligne de visée, nous choisirons un certain nombre de points (typiquement une centaine), sur lesquels nous intégrerons les processus physiques :

$$\begin{aligned} I_{s,d}^{\text{modèle}}(\mathbf{n}) &= \int dI_{s,d}^{\text{modèle}}(\rho,\mathbf{n})d\rho \\ Q_{s,d}^{\text{modèle}}(\mathbf{n}) &= \int dQ_{s,d}^{\text{modèle}}(\rho,\mathbf{n})d\rho \\ U_{s,d}^{\text{modèle}}(\mathbf{n}) &= \int dU_{s,d}^{\text{modèle}}(\rho,\mathbf{n})d\rho \end{aligned} \tag{10.10}$$

Ainsi, pour les deux émissions galactiques polarisées principales, nous obtenons des cartes I, Q

et U du ciel. Les résultats que nous présenterons ici ont été réalisés à la résolution HEALPIX de $N_{\rm side} = 32$.

10.5.2 Génération des cartes et extrapolation

En raison de la simplicité de notre modèle, les cartes générées ne possèdent pas les caractéristiques réelles de la Galaxie. En effet, les modèles de distribution de la matière, par exemple, ne reflètent pas la répartition effective de la matière au sein de la Galaxie, mais seulement ses propriétés générales. De même pour le champ magnétique. Afin de réaliser des cartes plus réalistes, nous allons ajouter l'information relative aux caractéristiques spatiales de la Galaxie au sein des cartes polarisées à l'aide de cartes-patron de l'intensité mesurées respectivement à basse fréquence pour le synchrotron et à haute fréquence pour la poussière. Ceci sera réalisé en divisant la carte de polarisation du modèle par la carte en intensité du modèle et en la multipliant par la carte-patron. Pour l'intensité, nous utiliserons directement ces cartes-patrons. De plus, afin d'obtenir les cartes des émissions polarisées à une fréquence donnée, il faudra réaliser une extrapolation.

⋆ *émission synchrotron* : La carte patron que nous utiliserons pour l'intensité de l'émission synchrotron est la carte mesurée à 408 MHz par [Haslam *et al.* 1982], $I_{\rm Haslam}$. Nous extrapolerons les cartes que nous produisons à la fréquence ν en supposant un spectre électromagnétique d'indice spectral constant sur le ciel $\beta_s = -3.1$ et un degré de polarisation $\Pi_s = 0.75$ [Rybicki & Lightman 1979]. Ainsi, nous pouvons modéliser les paramètres de Stokes à la fréquence ν, à partir de la carte patron en intensité $I_{\rm Haslam}$ et des cartes $I_s^{\rm modèle}$, $Q_s^{\rm modèle}$ et $U_s^{\rm modèle}$ de notre modèle :

$$\begin{aligned}
I_s(\nu,\mathbf{n}) &= I_{\rm Haslam}(\mathbf{n}) \cdot \left(\frac{\nu}{0.408\ \rm GHz}\right)^{\beta_s} \\
Q_s(\nu,\mathbf{n}) &= \Pi_s \cdot \left(\frac{\nu}{0.408\ \rm GHz}\right)^{\beta_s} \cdot Q_s^{\rm modèle}(\mathbf{n}) \cdot \left(\frac{I_{\rm Haslam}(\mathbf{n})}{I_s^{\rm modèle}(\mathbf{n})}\right) \\
U_s(\nu,\mathbf{n}) &= \Pi_s \cdot \left(\frac{\nu}{0.408\ \rm GHz}\right)^{\beta_s} \cdot U_s^{\rm modèle}(\mathbf{n}) \cdot \left(\frac{I_{\rm Haslam}(\mathbf{n})}{I_s^{\rm modèle}(\mathbf{n})}\right)
\end{aligned} \tag{10.11}$$

⋆ *émission de la poussière* : Les cartes de poussière seront réalisées de manière similaire à celles du synchrotron, à l'exception de la carte patron, de l'indice spectral et du degré de polarisation. La carte patron que nous utilisons pour la poussières est la carte FDS [Finkbeiner *et al.* 1999] extrapolée à 353 GHz, $I_{\rm FDS}$ (voir 7.4.2). Pour l'émission de la poussière nous choisirons également un indice spectral constant sur le ciel $\beta_d = 2.0$ [Schlegel *et al.* 1998]. Le degré de polarisation sera $\Pi_d = 0.1$, en accord avec nos résultats à partir des données polarisées à 353 GHz d'ARCHEOPS (voir 7.4.2). Ainsi, nous pouvons modéliser les paramètres de Stokes à la fréquence ν, à partir de la carte patron en intensité $I_{\rm FDS}$ et des cartes $I_d^{\rm modèle}$, $Q_d^{\rm modèle}$ et $U_d^{\rm modèle}$ de notre modèle :

$$\begin{aligned}
I_d(\nu,\mathbf{n}) &= I_{\rm FDS}(\mathbf{n}) \cdot \left(\frac{\nu}{353\ \rm GHz}\right)^{\beta_d} \\
Q_d(\nu,\mathbf{n}) &= \Pi_d \cdot \left(\frac{\nu}{353\ \rm GHz}\right)^{\beta_d} \cdot Q_d^{\rm modèle}(\mathbf{n}) \cdot \left(\frac{I_{\rm FDS}(\mathbf{n})}{I_d^{\rm modèle}(\mathbf{n})}\right) \\
U_d(\nu,\mathbf{n}) &= \Pi_d \cdot \left(\frac{\nu}{353\ \rm GHz}\right)^{\beta_d} \cdot U_d^{\rm modèle}(\mathbf{n}) \cdot \left(\frac{I_{\rm FDS}(\mathbf{n})}{I_d^{\rm modèle}(\mathbf{n})}\right)
\end{aligned} \tag{10.12}$$

De la manière présentée ici, à partir de notre modèle, nous pourrons simuler les émissions synchrotron et de la poussière polarisées à une fréquence donnée. Nous allons, après avoir au préalable ajusté les paramètres des modèles de champ magnétique, comparer nos simulations aux données disponibles en polarisation, à savoir les données des expériences WMAP et ARCHEOPS.

10.5.3 Ajustement des paramètres des modèles de champ magnétique

Pour ajuster les paramètres de nos deux modèles de champ magnétique galactique présentés en 10.4.2, nous allons comparer l'angle de polarisation prédit par notre modèle pour le synchrotron à celui calculé à partir des données WMAP à 23 GHz [Page *et al.* 2006]. Pour ce faire, nous reprendrons la méthode présentée dans [Page *et al.* 2006]. Cette méthode s'appuie sur la maximisation de l'estimateur Γ :

$$\Gamma \equiv \frac{1}{N_{i\in \mathrm{P06}}} \sum_{i\in \mathrm{P06}} \cos\left(2\left(\gamma^{\mathrm{modèle}}(i) - \gamma^{\mathrm{WMAP}}(i)\right)\right) \tag{10.13}$$

où i désigne un pixel appartenant au masque P06 ($i \in$ P06) de WMAP (voir 3.2.3), contenant $N_{i\in \mathrm{P06}}$ pixels à une résolution donnée. Les angles de notre modèle et les angles des données WMAP vérifient :

$$\begin{aligned} \gamma^{\mathrm{modèle}}(i) &= \frac{1}{2}\arctan\left(-\frac{U_s^{\mathrm{modèle}}(i)}{Q_s^{\mathrm{modèle}}(i)}\right) \\ \gamma^{\mathrm{WMAP}}(i) &= \frac{1}{2}\arctan\left(-\frac{U_s^{\mathrm{WMAP}}(i)}{Q_s^{\mathrm{WMAP}}(i)}\right) \end{aligned} \tag{10.14}$$

où $Q_s^{\mathrm{WMAP}}(i)$ et $U_s^{\mathrm{WMAP}}(i)$ sont respectivement les cartes Q et U des données WMAP à 23 GHz. Ces angles sont représentés en figure 10.4. Nous pouvons y voir, au bruit de WMAP près, une très grande corrélation entre les données et notre modèle.

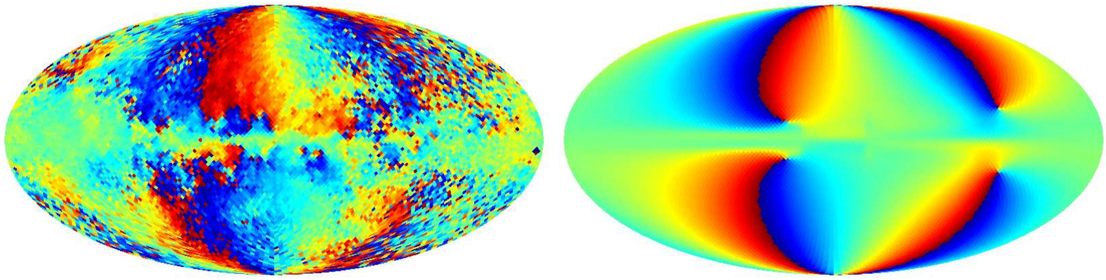

FIG. 10.4 – *Gauche* : Carte du ciel de l'angle de polarisation γ^{WMAP} calculé à partir des cartes WMAP à 23 GHz [Page *et al.* 2006], à partir de l'équation (10.14). *Droite* : Carte du ciel de l'angle de polarisation $\gamma^{\mathrm{modèle}}$ calculé à partir du "*modèle raffiné*" pour les paramètres définis en (10.16). Pour ces deux cartes, l'angle de polarisation est compris entre $-\pi/2$ (*bleu*) et $\pi/2$ (*rouge*). Nous pouvons observer une très bonne adéquation entre le modèle et les données.

Après ajustement du paramètre Γ sur une grille de paramètres, pour le "*modèle* WMAP", nous trouvons les paramètre optimisés suivants :

$$\psi_0 = 63.5^\circ, \quad \psi_1 = 36^\circ, \quad r_0 = 8 \text{ kpc}, \quad \chi_0 = 22.4^\circ, \quad z_0 = 1 \text{ kpc} \tag{10.15}$$

Enfin, pour le "*modèle raffiné*" :

$$p = -26.1^\circ, \quad r_0 = 7.1 \text{ kpc}, \quad \chi_0 = 22.4^\circ, \quad z_0 = 1 \text{ kpc} \tag{10.16}$$

10.6 Comparaison aux données polarisées à grande échelle

Nous allons comparer les cartes du ciel que nous générons pour les émissions polarisées du synchrotron et de la poussière galactique, aux seules données disponibles à grande échelle en polarisation et aux fréquences d'étude du CMB, à savoir les données de l'expérience WMAP [Page *et al.* 2006] aux basses fréquences et de l'expérience ARCHEOPS à 353 GHz. Nous comparerons les données à nos deux types de modèles de champ magnétique, "WMAP" et "*raffiné*", dans l'espace réel ainsi que dans l'espace des harmoniques sphériques en comparant les spectres de puissance angulaire.

10.6.1 Dans l'espace réel

Les cartes de nos modèles, extrapolées aux fréquences d'intérêt, sont comparées aux données WMAP à 23 GHz en figure 10.5 et aux données ARCHEOPS à 353 GHz en figure 10.6.

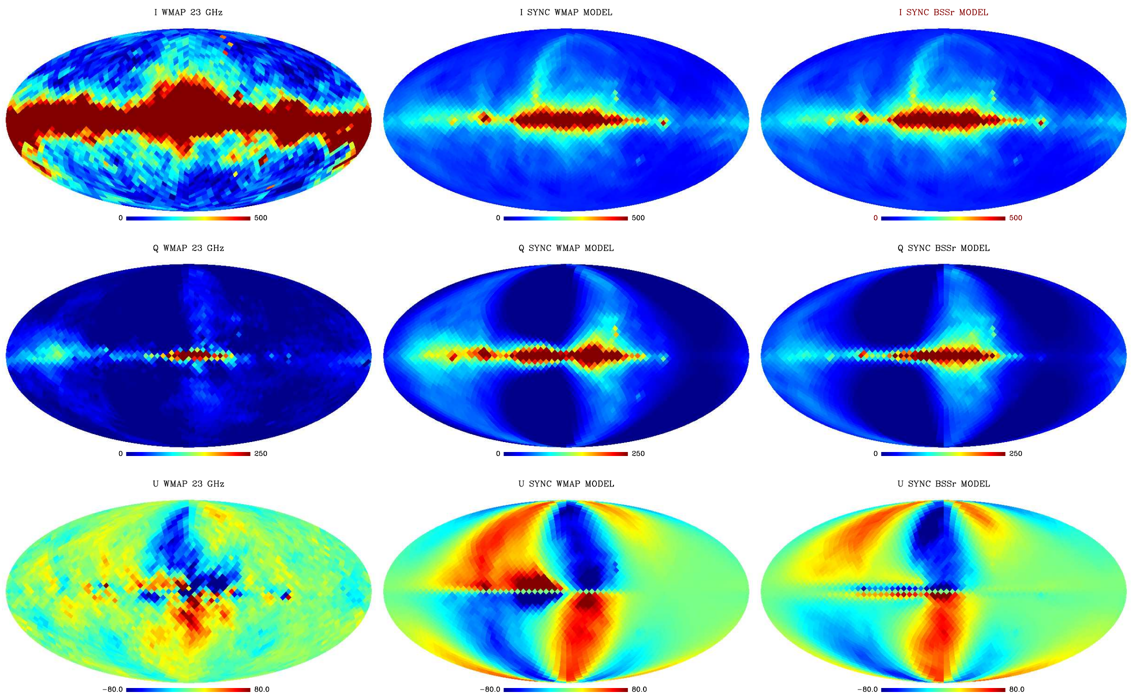

FIG. 10.5 – *Colonne de gauche, de haut en bas* : Cartes I, Q et U mesurées à 23 GHz par WMAP [Page *et al.* 2006], en $\mu\mathrm{K}^{\mathrm{CMB}}$. *Colonne du milieu, de haut en bas* : Cartes I, Q et U générées à partir le "*modèle* WMAP" incluant le champ magnétique $\mathbf{B}_{\mathrm{WMAP}}$, en $\mu\mathrm{K}^{\mathrm{CMB}}$, extrapolées à 23 GHz. *Colonne de droite, de haut en bas* : Cartes I, Q et U générées à partir le "*modèle raffiné*" incluant le champ magnétique $\mathbf{B}_{\log}$, en $\mu\mathrm{K}^{\mathrm{CMB}}$, extrapolées à 23 GHz.

- ⋆ *comparaison aux cartes* WMAP *à 23 GHz* : Nous pouvons voir, de prime abord, que la carte I de WMAP à 23 GHz n'est que peu corrélée spatialement à la carte-patron [Haslam *et al.* 1982] à 0.408 GHz extrapolée à 23 GHz. Ceci est expliqué par [Page *et al.* 2006] par l'effet d'une extrapolation à l'aide d'un indice spectral constant sur le ciel, alors qu'il faudrait considérer un indice spectral anisotrope, $-3.4 \lesssim \beta_s \lesssim -2.3$. De plus, la présence d'une composante "*anormale*" de la poussière, discutée en 2.7, augmentant la puissance aux basses fréquences, pourrait expliquer la forte corrélation qui existe entre la carte I mesurée à 23 GHz par WMAP et la carte-patron FDS [Finkbeiner *et al.* 1999]. Cependant, les corrélations spatiales entre les données WMAP à 23 GHz et nos modèles pour les cartes Q et U sont très bonnes, particulièrement pour le "*modèle raffiné*". Nous reproduisons la localisation spatiale, la forme et l'amplitude des régions du ciel pour lesquelles les cartes Q et U sont extrémales, au bruit WMAP près. Ceci semble indiquer que l'hypothèse d'un indice spectral anisotrope pour la loi de puissance de l'émission synchrotron, qui n'a pas de raison physique d'être différente en température et en polarisation, est insuffisante pour expliquer la faible corrélation existant entre WMAP et [Haslam *et al.* 1982].
- ⋆ *comparaison aux cartes* ARCHEOPS *à 353 GHz* : Nous pouvons voir que sur les 30% du ciel observés par ARCHEOPS, la corrélation entre la carte I mesurée à 353 GHz et la carte-patron FDS est très bonne. Pour les cartes Q et U d'ARCHEOPS, le niveau de bruit est trop élevé pour pouvoir tirer des conclusions sur l'adéquation entre les données et nos modèles. C'est pour cette raison que nous comparerons cette dernière à l'aide des spectres de puissance angulaire auxquels nous pourrons soustraire le bruit grâce à des simulations. Cependant, l'excès de puissance observé dans la carte Q d'ARCHEOPS semble corrélé à ce que l'on peut observer dans

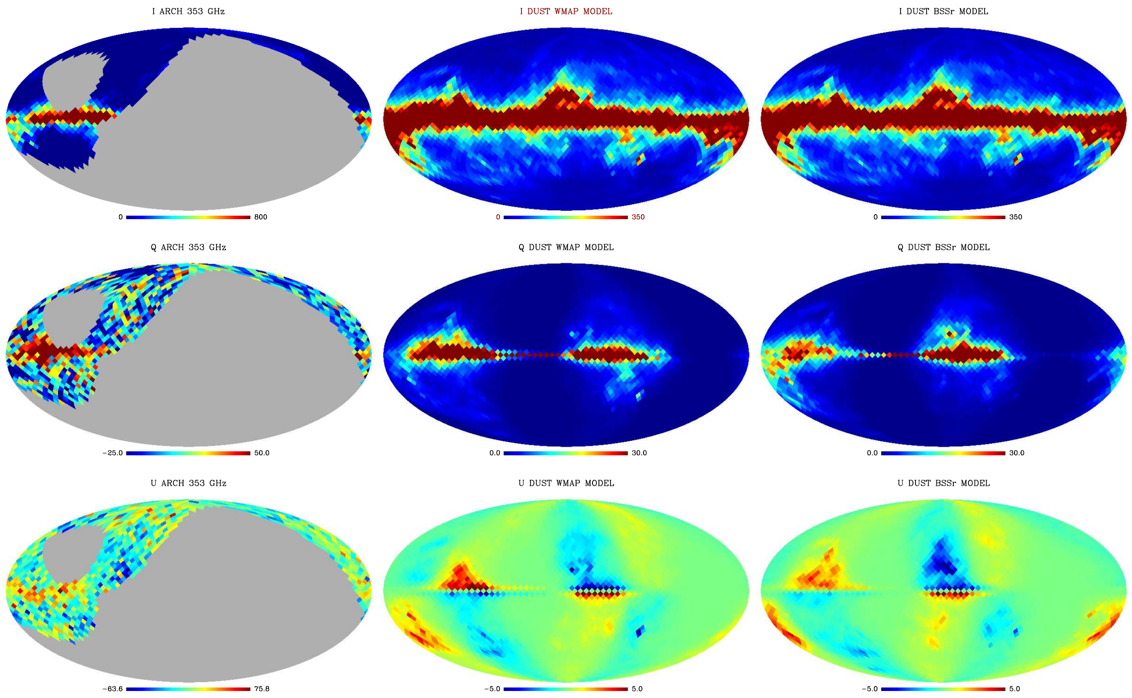

FIG. 10.6 – *Colonne de gauche, de haut en bas* : Cartes I, Q et U mesurées à 353 GHz par ARCHEOPS [Ponthieu *et al.* 2005], en $\mu\mathrm{K}^{\mathrm{CMB}}$. *Colonne du milieu, de haut en bas* : Cartes I, Q et U générées à partir le "*modèle* WMAP" incluant le champ magnétique $\mathbf{B}_{\mathrm{WMAP}}$, en $\mu\mathrm{K}^{\mathrm{CMB}}$, extrapolées à 23 GHz. *Colonne de droite, de haut en bas* : Cartes I, Q et U générées à partir le "*modèle raffiné*" incluant le champ magnétique $\mathbf{B}_{\log}$, en $\mu\mathrm{K}^{\mathrm{CMB}}$, extrapolées à 23 GHz.

les deux modèles dans cette même région.

La comparaison des cartes générées à partir de notre modèle avec les données de WMAP et d'ARCHEOPS, bien que les modèles soient simples, semble très encourageante. Néanmoins, même si les structures spatiales à grande échelle semblent être reproduites, il va falloir réaliser cette comparaison à l'aide des spectres de puissance angulaire, auxquels nous pourrons grâce à des simulation soustraire le bruit et étudier l'adéquation à un niveau plus statistique.

10.6.2 Dans l'espace des spectres de puissance angulaire

Nous allons maintenant présenter la comparaison entre les données disponibles à grande échelle et les modèles d'émission polarisée de la Galaxie que nous avons générés, dans l'espace des spectres de puissance angulaire.

Cette étude sera réalisée sur différents masques, correspondant à des coupures en latitude galactique, ainsi que pour la couverture ARCHEOPS, à l'instar de ce que nous avons fait au chapitre 7. De ce fait, l'estimation directe des spectres de puissance angulaire à partir des cartes sera biaisée. Étant donné que nous ne nous intéressons pas ici au CMB mais aux émissions galactiques pour lesquelles les spectre C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB} ne sont pas définis nuls, nous n'utiliserons pas la méthode décrite en 7.3 pour laquelle le calcul de ces spectres n'est pas implémenté à ce jour. Nous lui préférerons un débiaisage utilisant le calcul des matrices de couplage de modes $M_{\ell\ell'}$ induites par le masque utilisé (voir 3.4).

Estimation des spectres de puissance angulaire

À partir d'un jeu de cartes I, Q et U, que ce soit pour les données WMAP, ARCHEOPS ou pour nos modèles, quelle que soit le masque utilisé, nous calculons de prime abord les *pseudo*-C_ℓ en température et polarisation, $\tilde{C}_\ell$.

L'équation (3.1) sera écrite ici en considérant conjointement C_ℓ^{TT}, C_ℓ^{EE}, C_ℓ^{BB}, C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB}, en raison du mélange existant entre les modes E et B dans le cas d'une couverture incomplète du ciel.

$$\begin{pmatrix} \tilde{C}_\ell^{TT} \\ \tilde{C}_\ell^{EE} \\ \tilde{C}_\ell^{BB} \\ \tilde{C}_\ell^{TE} \\ \tilde{C}_\ell^{TB} \\ \tilde{C}_\ell^{EB} \end{pmatrix} = \sum_{\ell'} \underbrace{\mathcal{M}_{\ell\ell'}(\mathcal{W}_{\ell'}) \cdot \mathcal{B}_{\ell'}^2 \cdot \mathcal{F}_{\ell'} \cdot \mathcal{P}_{\ell'}^2 \cdot}_{\mathbb{M}_{\ell\ell'}} \begin{pmatrix} C_{\ell'}^{TT} \\ C_{\ell'}^{EE} \\ C_{\ell'}^{BB} \\ C_{\ell'}^{TE} \\ C_{\ell'}^{TB} \\ C_{\ell'}^{EB} \end{pmatrix} \tag{10.17}$$

où :

- ⋆ $\mathcal{M}_{\ell\ell'}(\mathcal{W}_{\ell'})$: La matrice de couplage des modes est non-diagonale. Elle induit un mélange entre E et B. Elle est définie à partir du spectre de puissance angulaire du masque $\mathcal{W}_{\ell'}$ en annexe B.4.
- ⋆ $\mathcal{B}_{\ell'}$: La fonction de transfert des lobes de l'instrument se présente ici sous la forme d'une matrice diagonale étant donné que le lobe de l'instrument n'induit pas de mélange entre T, E et B. Nous l'utiliserons dans le cas du calcul des spectres de puissance pour WMAP et ARCHEOPS. Nos simulations ne sont pas convoluées à un lobe et nous supposerons $\mathcal{B}_{\ell'}$ égale à la matrice identité, pour tout ℓ'. Pour WMAP, nous utiliserons les fonctions de transfert des lobes données sur LAMBDA (*Legacy Archive for Microwave Background Data Analysis*)[1]. Pour ARCHEOPS, nous utiliserons les fonctions de transfert des lobes décrites dans [Macías-Pérez *et al.* 2006].
- ⋆ $\mathcal{F}_{\ell'}$: La fonction de transfert due au filtrage n'entraîne pas de mélange entre T, E et B. Nous l'avons supposée différente de la matrice identité uniquement dans le cas d'ARCHEOPS où nous avons utilisé la fonctions décrite dans [Macías-Pérez *et al.* 2006]. Elle reste néanmoins diagonale.
- ⋆ $\mathcal{P}_{\ell'}$: La fonction de transfert due à la pixélisation du ciel n'induit pas de couplage entre T, E et B. Elle se présente donc sous la forme d'une matrice diagonale. Cette fonction est fournie avec le paquetage HEALPIX [Górski *et al.* 1999] que nous avons utilisé. Elle sera utilisée de la même manière pour les données WMAP, ARCHEOPS et pour nos simulations.

Les spectres de puissance angulaire seront estimés par inversion de l'équation (10.17) :

$$\mathcal{C}_\ell \equiv \begin{pmatrix} C_\ell^{TT} \\ C_\ell^{EE} \\ C_\ell^{BB} \\ C_\ell^{TE} \\ C_\ell^{TB} \\ C_\ell^{EB} \end{pmatrix} = \sum_{\ell'} \mathbb{M}_{\ell\ell'}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \tilde{C}_{\ell'}^{TT} \\ \tilde{C}_{\ell'}^{EE} \\ \tilde{C}_{\ell'}^{BB} \\ \tilde{C}_{\ell'}^{TE} \\ \tilde{C}_{\ell'}^{TB} \\ \tilde{C}_{\ell'}^{EB} \end{pmatrix} = \sum_{\ell'} \mathbb{M}_{\ell\ell'}^{-1} \cdot \tilde{\mathcal{C}}_{\ell'} \tag{10.18}$$

Cependant, cette équation ne peut pas être écrite indépendamment pour chaque type de C_ℓ étant donné que la couverture incomplète du ciel en polarisation induit un couplage entre les modes E et B. Concrètement, l'inversion de l'équation 3.1 sera réalisée conjointement pour C_ℓ^{EE} et C_ℓ^{BB} et de manière indépendante pour les autres spectres.

Soustraction du bruit, des autres composantes et calcul des barres d'erreur

Pour les spectres de puissance angulaire calculés à partir des données WMAP et ARCHEOPS nous allons devoir estimer le spectre de puissance angulaire du bruit, en température et polarisation afin de le soustraire. Bien que le bruit instrumental pour ces deux expériences soit sous-dominant en température il représente un niveau significatif en polarisation, en particulier aux petites échelles angulaires où il devient même dominant. Pour ces deux expériences le spectre de puissance angulaire du bruit sera estimé à partir de simulations, dont la production diffère :

- ⋆ simulations de bruit WMAP : Afin de simuler des cartes de bruit I, Q et U pour WMAP, nous allons générer des cartes aléatoires gaussiennes ayant une variance égale au niveau de bruit

[1] `http://lambda.gsfc.nasa.gov`

moyen par pixel donné pour chacune des bandes WMAP sur LAMBDA[1], corrigés de la taille des pixels que nous utilisons pour ces simulations ($N_{\rm side} = 32$). Ces cartes seront pondérées par la racine du nombre d'observations effectuées sur chacun de ces pixels :

$$\sigma^{X,\nu}(\mathbf{n}) = \sigma_0^{X,\nu} \cdot \frac{\mathrm{rand}(\mathbf{n})}{\sqrt{N_{\rm obs}^{X,\nu}(\mathbf{n})}}, \qquad X \in \{I, Q, U\} \tag{10.19}$$

À partir de ces cartes de bruit simulées, nous calculerons les spectres de puissance angulaire à l'aide de la même méthode que pour les données (voir ci-dessus). Les spectres de puissance angulaire finaux du bruit $\mathcal{N}_\ell$ seront égaux à la moyenne des spectres de puissance angulaire obtenus à partir d'une centaine de réalisations de ces simulations.

⋆ simulations de bruit ARCHEOPS : Les carte de bruit ARCHEOPS I, Q et U seront générées de la même manière qu'au chapitre 7 en 7.3.3. Les spectres de puissance angulaire finaux $\mathcal{N}_\ell$ du bruit sont ensuite obtenus de la même manière que pour WMAP.

Pour WMAP et ARCHEOPS, les spectres de puissance angulaire du bruit sont soustraits à ceux des données. De plus, nous ne nous intéressons pas pour cette comparaison à la contribution du CMB, bien que faible en polarisation. Nous la soustrayons en générant les spectres de puissance angulaire du CMB $\mathcal{C}_\ell^{\rm CMB}$ pour un modèle ΛCDM correspondant aux paramètres cosmologiques estimés à partir de 3 ans de données WMAP [Spergel *et al.* 2006]. Enfin, en température nous soustrayons le spectre de puissance angulaire de la composante due au rayonnement de freinage, $\mathcal{C}_\ell^{\rm ff}$, calculé avec la méthode que nous venons de présenter à partir de la carte issue de la séparation de composantes MEM de WMAP [Hinshaw *et al.* 2006][2].

$$\mathcal{C}_\ell^{\rm sync} + \mathcal{C}_\ell^{\rm dust} = \mathcal{C}_\ell^{\rm data} - \left(\mathcal{N}_\ell + \mathcal{C}_\ell^{\rm CMB} + \mathcal{C}_\ell^{\rm ff}\right) \tag{10.20}$$

De cette manière, des données WMAP et ARCHEOPS nous extrayons une estimée de la somme des spectres de puissance angulaire des émissions synchrotron et de la poussière, en température et en polarisation. Bien entendu, cette soustraction ne sera pas appliquée aux spectres de puissance angulaire de nos modèles, ne comprenant que ces deux émissions.

Les barres d'erreur, à la fois pour WMAP et ARCHEOPS, seront estimées à partir des simulations de bruit, exactement comme en 7.3.3.

Résultats

Nous présentons les résultats que nous avons obtenus lors de la comparaison des données à notre "*modèle raffiné*". Les résultats concernant le "*modèle* WMAP", très proches de ceux du "*modèle raffiné*", ne sont pas présentés ici par souci de concision et de clarté.

Nous présentons la comparaison entre les spectres de puissance angulaire des données WMAP et ARCHEOPS et notre modèle dans le cas qui nous a semblé le plus représentatif de l'adéquation, à savoir à 23 GHz pour WMAP et pour une coupure galactique $|b| > 5$ pour les deux expériences. Les résultats correspondants à d'autres fréquences de WMAP et aux autres coupures galactiques (nous avons réalisé ces comparaison pour $|b| > 0$, 5 et 10) sont présentés en annexe C.

La comparaison avec les données WMAP à 23 GHz pour une coupure $|b| > 5$ est présentée en figure 10.7.

De prime abord, pour le spectre C_ℓ^{TT}, nous pouvons voir que l'addition des simulations de synchrotron et de poussière réalisée avec notre modèle, de CMB et du rayonnement de freinage extrait par l'équipe WMAP de leurs données ne suffit pas à expliquer les données. Ceci avait déjà été mis en exergue dans la comparaison que nous avons réalisée dans l'espace réel à partir des cartes en 10.6.1. La discussion de la raison de cette mauvaise adéquation y est faite. Une des explications possible est la présence d'une émission "*anormale*" de la poussière. Comme nous pouvons le voir en annexe C, cette différence est visible quelle que soit la coupure galactique appliquée et quelle que soit la fréquence, bien que l'on semble observer que la différence s'amenuise quand la coupure et la fréquence augmente, ce qui est compatible avec l'émission "*anormale*" de la poussière.

[2] $C_\ell^{\mathrm{ff},XX'} = 0$ si X et X' différents de T

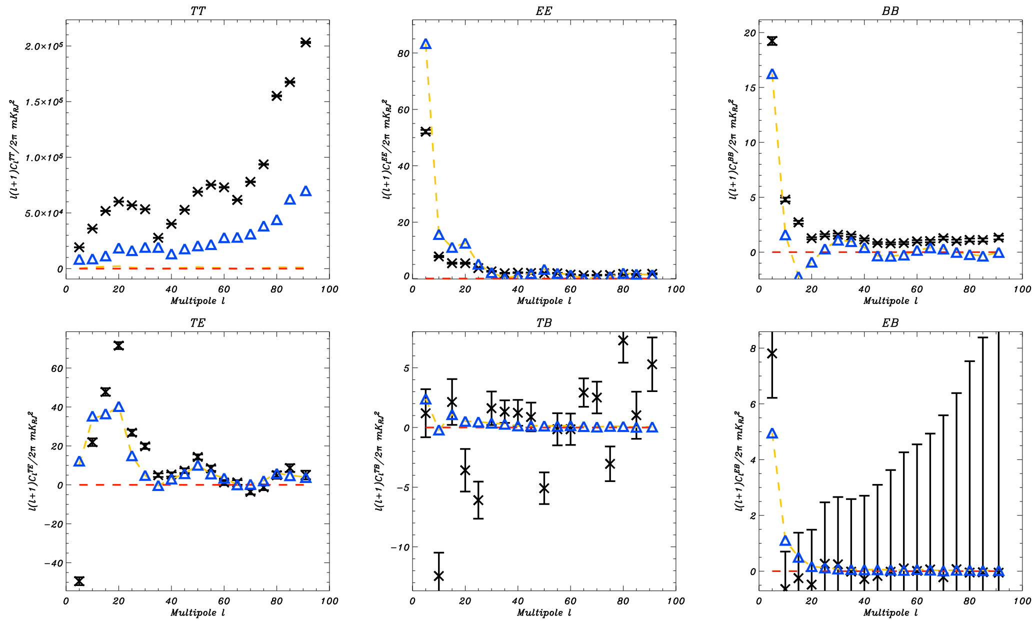

FIG. 10.7 – Spectres de puissance angulaires C_ℓ^{TT}, C_ℓ^{EE}, C_ℓ^{BB}, C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB} (*de gauche à droite et de haut en bas*), en $\mu\mathrm{K}^2_{\mathrm{CMB}}$ calculés par la méthode décrite en 10.6.2 à partir des cartes I, Q et U mesurées par WMAP à 23 GHz [Page *et al.* 2006] et auxquels nous avons soustrait le bruit instrumental à l'aide de simulations (*croix noires*). Les barres d'erreur sont également estimées à partir des simulations de bruit. Nous leur comparons les spectres de puissance angulaire de notre "*modèle raffiné*" extrapolé à 23 GHz, pour le synchrotron (*ligne brisée orange*) et pour la poussière (*ligne brisée rouge*). Nous présentons également la somme de ces deux composantes à laquelle nous avons ajouté une contribution de CMB et de rayonnement de freinage (*triangles bleus*). Ces spectres sont calculés pour une coupure galactique $|b| > 5$.

Pour les spectres C_ℓ^{EE} et C_ℓ^{BB}, nous reproduisons la forme générale des spectres ainsi que l'ordre de grandeur de la puissance détectée à grande échelle angulaire. Comme nous le voyons en annexe C, cette adéquation reste vraie pour les autres coupures galactiques. Cependant, à plus hautes fréquences (>33 GHz), nous observons une nette différence entre la puissance des spectres des données et de notre modèle, bien que la forme générale soit toujours reproduite. Ceci semble être dû à une mauvaise extrapolation des cartes-patron que nous utilisons à ces fréquences.

Le forme générale du spectre C_ℓ^{TE} est bien reproduite, même si nous observons un manque de puissance dans notre modèle à bas ℓ ($\ell \lesssim 40$), probablement dû à la mauvaise modélisation de la partie température de ce spectre, discutée pour C_ℓ^{TT}. Comme nous pouvons le voir en annexe C, cette adéquation n'est pas du tout vérifiée sur tout le ciel, mais elle l'est également pour $|b| > 10$. À mesure que la fréquence augmente, la comparaison devient moins bonne. Cependant, les barres d'erreur associées aux spectres de puissance C_ℓ^{TE} de WMAP deviennent grandes et les spectres compatibles avec zéro sur une grande gamme de multipôles. Il est très intéressant de remarquer que même si C_ℓ^{TT} montre qu'il existe une composante que nous n'avons pas modélisée, comme une émission "*anormale*" de la poussière, ce manque n'apparaît pas dans le spectre C_ℓ^{TE}. Ceci signifie que cette composante *manquante* n'est pas corrélée à la polarisation, comme il semblerait que cela soit le cas pour une émission "*anormale*" de la poussière due à des *grains tournants* [Lazarian & Draine 2000].

Bien que les barres d'erreur associées au spectre C_ℓ^{EB} soient grandes et que seul le point correspondant à $3 < \ell < 8$ constitue une détection, notre modèle reproduit qualitativement ce spectre. En annexe C, nous pouvons voir que ceci est vrai quelle que soit la coupure galactique. En revanche, seule l'observation à 23 GHz montre une détection à bas ℓ, toute les autres fréquences amenant à un spectre compatible avec zéro sur toute la gamme de ℓ. Notre modèle reste néanmoins compris dans les barres d'erreur.

Le spectre C_ℓ^{TB} est mal reproduit. Ceci reste vrai, quelles que soient les fréquences et les coupures galactiques considérées.

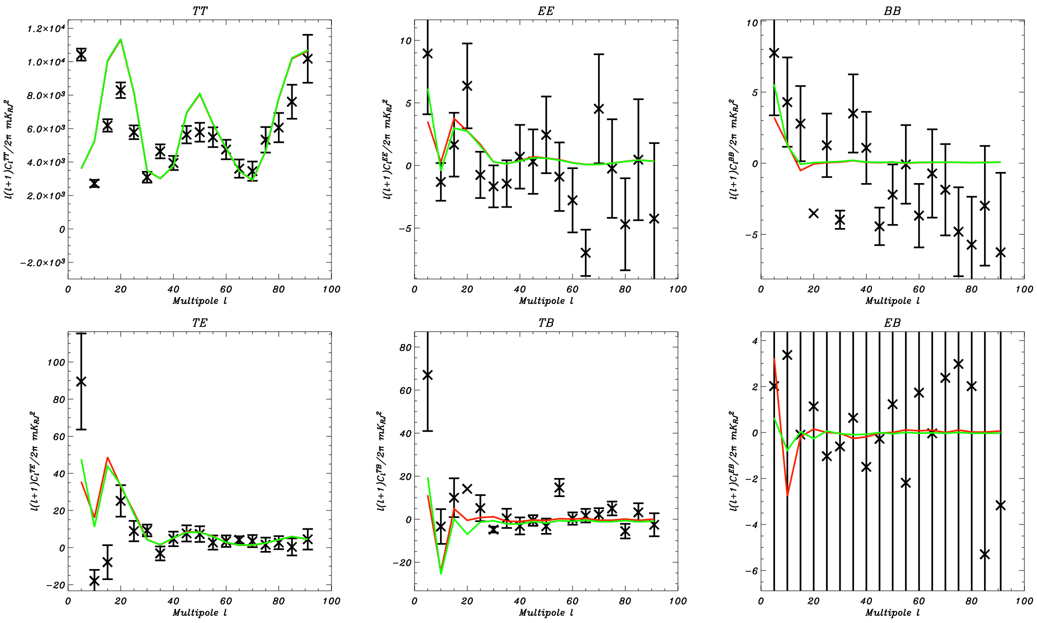

FIG. 10.8 – Spectres de puissance angulaires C_ℓ^{TT}, C_ℓ^{EE}, C_ℓ^{BB}, C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB} (*de gauche à droite et de haut en bas*), en μK^2_{CMB} calculés par la méthode décrite en 10.6.2 à partir des cartes I, Q et U mesurées par ARCHEOPS à 353 GHz [Ponthieu *et al.* 2005] et auxquels nous avons soustrait le bruit instrumental à l'aide de simulations (*croix noires*). Les barres d'erreur sont également estimées à partir des simulations de bruit. Nous leur comparons le spectre de puissance angulaire de l'émission de la poussière de notre "*modèle raffiné*" extrapolé à 353 GHz (*rouge*). Nous présentons également le modèle simple d'émission galactique présenté en 7.4.2 (*vert*). Ces spectres sont calculés pour une coupure galactique $|b| > 5$.

La comparaison avec les spectres de puissance angulaire issus des données ARCHEOPS à 353 GHz pour $|b| > 5$ est présentée en figure 10.8. Nous leurs comparons les spectres calculés à partir de notre "*modèle raffiné*" ainsi que ceux obtenus à partir du modèle d'émission de la Galaxie *simple* que nous avons présenté en 7.4.2.

Premièrement, nous pouvons comparer les spectres de puissance angulaire que nous avons calculé au cours de ce chapitre à partir des données ARCHEOPS par la méthode présentée ci-dessus à ceux obtenus au chapitre 7 et présentés en figure 7.3. Bien que les deux méthodes utilisées diffèrent, les résultats sont sensiblement les mêmes. La méthode présentée ici possède cependant l'avantage de permettre de calculer C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB}.

Nous pouvons ensuite souligner la remarquable adéquation qui existe entre la carte patron FDS [Finkbeiner *et al.* 1999] et les données ARCHEOPS à 353 GHz en ce qui concerne le spectre C_ℓ^{TT} (cette très forte corrélation avait déjà été présentée en 7.4.2). En annexe C, nous pourrons voir que ceci reste vrai pour les autres coupures galactiques.

Pour les spectres C_ℓ^{EE} et C_ℓ^{TE}, les résultats sont très encourageants. Pour la coupure galactique présentée ici, nous reproduisons la forme des spectres ainsi que l'ordre de grandeur de leurs amplitudes. En annexe C, nous pouvons voir que cela est encore plus impressionnant sur tout le ciel. Notons néanmoins que le modèle *simple* donne d'aussi bon résultats que notre "*modèle raffiné*". En revanche, il ne permet pas de générer des cartes aussi corrélées aux données spatialement.

Les spectres C_ℓ^{BB} et C_ℓ^{TB}, qui possèdent de plus grandes barres d'erreur et sont plus bruités, ne sont pas reproduits aussi fidèlement, bien que la forme à bas ℓ du spectre C_ℓ^{TB} soit reproduite par les modèles et que les modèles soient compris dans les barres d'erreur, pour C_ℓ^{BB} et pour $\ell \gtrsim 20$ pour C_ℓ^{TB}.

Enfin, les barres d''erreur associées au spectre C_ℓ^{EB}, quelle que soit la coupure galactique considérées, rendent les spectres compatibles avec zéro. Nos modèles sont compris dans ces barres d'erreur.

10.7 Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons considéré les processus physiques responsables des émissions synchrotron et de la poussière polarisées. Nous avons vu que ces processus sont directement liés au champ magnétique de la Galaxie ainsi qu'à sa distribution de matière. Nous avons crée un modèle de champ magnétique galactique, inspiré de ce qui avait été fait par [Page *et al.* 2006] permettant d'associer en trois dimensions un champ à n'importe quel point de la Galaxie. À partir de ceci, nous avons intégré l'effet de ce champ de manière locale, le long de la ligne de visée, afin d'obtenir des modèles des émissions polarisées de la Galaxie.

Étant donné la relative simplicité de cette modélisation et le grand nombre d'hypothèses que nous avons formulées, la comparaison de nos résultats aux données des expériences ARCHEOPS et WMAP en température et en polarisation, dans l'espace réel et à l'aide des spectres de puissance est très encourageante. En effet, à ce jour, aucun modèle de ces émissions polarisées n'avait été capable de reproduire spatialement la forme de la Galaxie en polarisation. La comparaison des spectres de puissance angulaire des cartes de nos modèles avec les données montre qu'en outre, nous reproduisons statistiquement sur une grande gamme d'échelles angulaires les propriétés de ces émissions. De plus, nous avons même pu montrer, grâce à ce modèle, que les problèmes liés aux données en température mesurées par WMAP à 23 GHz sont très probablement dus à une composante "*anormale*", qui n'est que très faiblement polarisée car non corrélée avec la polarisation, comme le serait l'émission des *grains tournants*.

Pour toute ces raisons, ce modèle a été inclu dans le *Planck Sky Model* en polarisation, servant de référence à la communauté scientifique chargée de traiter les données du satellite PLANCK.

Bien que profondément encourageant, beaucoup de travail reste à apporter à ce modèle afin de le rendre encore plus fidèle aux observations, avec notamment l'ajoût d'une composante *turbulente* du champ magnétique, l'amélioration des modèles de distribution de matière au sein de la Galaxie ou encore une meilleure estimation de la variation spatiale des indices spectraux des différentes composantes.

Conclusion

Le satellite Planck, donnera pour la première fois une mesure de précision sur tout le ciel de la polarisation du CMB. Ce défi instrumental s'accompagnera nécessairement d'une compréhension des différentes composantes physiques responsables de la polarisation du ciel à ces fréquences et d'une maîtrise des effets systématiques. Cette thématique est riche et l'entreprise est nouvelle. Tant du point de vue de la polarisation du CMB, pour laquelle la physique est foisonnante mais où les mesures sont encore limitées, que du point de vue des émissions et effets parasites, très mal connus et qu'il faudra pourtant soustraire efficacement pour traiter avec précision le signal cosmologique. Les travaux réalisés au cours de cette thèse ont tenté d'apporter des réponses aux nombreuses questions soulevées par ce défi.

D'une part, nous nous sommes penchés sur l'aspect cosmologique, avec l'effet d'un champ magnétique primordial sur la polarisation du CMB et avec les liens existants entre les anisotropies du CMB et l'Inflation, au travers des modes B de polarisation et des écrats à la gaussianité des anisotropies en température.

Tout d'abord, nous nous sommes intéressés à la génération des anisotropies du CMB au niveau de la surface de dernière diffusion en écrivant les équations d'évolution des paramètres de Stokes, les équations de Boltzmann, à partir de la formulation quantique des diffusions entre photons et électrons dans l'espace-temps avant le découplage. Cette description analytique nous a permis de regarder l'effet d'un champ magnétique primordial sur la polarisation du CMB. L'existence de ces champs cosmologiques est une hypothèse à l'origine des champs magnétiques galactiques que l'on observe. Nous avons montré qu'au travers de la rotation de Faraday, il produirait une rotation du vecteur de polarisation des photons qui se traduira par un mélange entre modes E et B. À partir de nos hypothèse sur l'intégration de cet effet sur l'histoire de l'Univers, nous avons pu réaliser des cartes du ciel, pour les deux paramètres de Stokes Q et U. Nous avons étudié ces cartes, à l'aide de leurs spectres de puissance angulaire, dans la double optique de pouvoir contraindre ce champ et de montrer qu'il pourra être du même ordre que l'effet sur le CMB d'un fond d'ondes gravitationnelles primordiales, sonde unique sur la période d'Inflation. Nous avons pu montrer en comparant nos simulations avec le spectre C_ℓ^{TE} mesuré par l'expérience Wmap que l'intensité actuelle de ce champ magnétique à très grande échelle vérifie $B_0 < 105$ nG (95% C.L.). Plus que de donner une contrainte réaliste, nous avons montré que l'étude de la polarisation du CMB permettra également de sonder l'existence et la nature d'un tel champ. Enfin, nous avons montré que sous nos hypothèses, un champ magnétique primordial dont l'intensité actuelle est de l'ordre de 5 nG générera un spectre C_ℓ^{BB} à 30 GHz dont la puissance sera équivalente à celui généré par des perturbations tensorielles correspondant à $r \sim 0.1$ et serait de ce fait un contaminant significatif à la détection des modes tenseurs.

Nous nous sommes ensuite intéressés à l'étude de la gaussianité de données de type CMB. L'éventuelle détection d'écarts à la gaussianité au sein du signal cosmologique permettrait de contraindre les modèles inflationnaires. Dans le cas où ces écarts sont détectés dans les données mais qu'ils ne sont pas cosmologiques, ils nous permettront de détecter les résidus de composantes non-gaussiennes au sein des données (effets systématiques, émissions d'avant-plan).

Nous avons étudié la gaussianité des données en température du détecteur le plus performant à 143 GHz de l'expérience Archeops. Pour cette étude, nous avons appliqué un test, le test de Rayner

& Best, qui avait déjà été appliqué avec succès aux données d'autres expériences. Nous avons pu montrer que les données de l'expérience ARCHEOPS à 143 GHz étaient compatibles avec la gaussianité [Curto *et al.* 2006]. De ce fait, nous avons pu donner des limites supérieures à la fois sur le *facteur de couplage non-linéaire*, contraignant les modèles inflationnaires, $f_{\rm NL} = 200^{+1100}_{-800}$ (95% C.L.) ainsi que sur le niveau de résidus galactiques et atmosphériques au sein des données, ne dépassant pas 7%. Cette analyse pourra être répétée aux données de PLANCKet outre donner des contraintes sur l'Inflation, elle sera un outil puissant pour mettre en évidence les effets systématiques résiduels.

D'autre part nous nous sommes intéressés aux principaux contaminants au signal cosmologique polarisé, les émissions d'avant-plan. Aux fréquences de PLANCK, ces émissions polarisées sont principalement le fait de l'émission synchrotron et de l'émission thermique de la poussière. Les objectifs de PLANCK concernant la mesure de la polarisation du CMB doivent nécessairement passer par une soustraction efficace de ces émissions, qui dominent le signal cosmologique à toutes les fréquences aux grandes échelles. Néanmoins, à ce jour, les connaissances les concernants restent maigres. Dans cette problématique, nous avons participé à leur mesure, à leur modèlisation et au développement d'une méthode permettant de les séparer du CMB au sein des observations.

Nous avons tout d'abord développé une méthode de calcul des spectres de puissance angulaire polarisés à partir des fonctions de corrélation dans l'espace réel, non-biaisée même dans le cas d'une couverture du ciel incomplète afin de traiter ses données polarisées à 353 GHz de l'expérience ARCHEOPS, particulièrement sensibles à l'émission thermique de la poussière. Ceci a permis de mesurer cette émission sur 30% du ciel, en température et en polarisation. Nous avons montré pour la première fois que cette émission est significativement polarisée à grande échelle et en dehors du plan galactique au travers de la détection des spectres de puissance angulaire C_ℓ^{TE} et C_ℓ^{EE} $(3 \leq \ell \leq 8)$, pour $|b| > 5$ [Ponthieu *et al.* 2005]. Les spectres de puissance angulaire que nous avons mesurés ont été comparés à des modèles simples d'émission de la poussière en température et en polarisation ainsi qu'à des mesures effectuées à plus haute fréquence, montrant que ce signal était hautement compatible avec l'émission thermique de la poussière. Nous avons également extrapolé ces résultats concernant le spectre de puissance angulaire C_ℓ^{TE} aux fréquences de l'expérience WMAP [Kogut *et al.* 2003] et nous avons montré que l'excès présent à très grande échelle dans les données du satellite américain ne pouvait pas être expliqué seulement par un résidu de poussière galactique.

Nous avons ensuite tenté de modéliser les émissions galactiques polarisées du synchrotron et de la poussière. En effet, malgré les mesures de l'émission polarisée de la poussière avec ARCHEOPS, les observations réalisées à grande échelle demeurent insuffisantes pour simuler l'émission de la Galaxie ou envisager le traitement de données de PLANCK. Nous avons tout d'abord regardé les processus physiques responsables de ces émissions polarisées. Nous avons vu que celles-ci dépendent localement du champ magnétique de la Galaxie et de la densité de matière. Aussi avons nous construit un modèle de champ magnétique galactique en trois dimensions, inspiré de celui présenté dans [Page *et al.* 2006], nous permettant de modéliser les émissions synchrotron et de poussière en chaque point de la Galaxie. Une intégration le long de la ligne de visée nous a permis de générer des *cartes-patron* de ces émissions polarisées. Nous avons comparé ces cartes aux données polarisées des expériences WMAP et ARCHEOPS, à la fois dans l'espace réel et des harmoniques sphériques. Les résultats sont très encourageants, car malgré la simplicité de notre modèle, il est celui qui reproduit le mieux les observations des émissions polarisées de notre Galaxie à grande échelle, raison pour laquelle il a été inclu dans le PLANCK *Sky Model* en polarisation, qui sert de référence à la communauté chargée du traitement des données du satellite PLANCK. En outre, nous avons pu montrer qu'une composante d'émission "*anormale*" de la poussière, comme le serait l'émission des *grains tournants* était présente au sein des données de l'expérience WMAP en température, aux basses fréquences.

Enfin, nous avons développé une méthode de séparation de composantes *aveugle*, POLEMICA [Aumont & Macías-Pérez 2007] permettant de traiter de manière simultanée température et polarisation en tenant compte de leurs corrélations. Cette méthode fonctionne dans l'espace des harmoniques sphériques en traîtant les spectres de puissance angulaire et possède l'avantage de pouvoir tenir compte aisément d'*a priori* apportés par la théorie, d'autres expériences ou d'autres méthodes et de réaliser la séparation uniquement sur l'espace des paramètres supposés inconnus. Nous avons montré à l'aide de simulations d'observations du ciel par Planck que cette méthode est performante et nous avons extrait ses principales caractéristiques en jouant sur le nombre de degré de liberté laissés à l'algorithme. En particulier, nous avons montré que pour la séparation du CMB en polarisation, dans le cadre de nos simulations, la connaissance des lois d'émission des avant-plans n'améliorait pas significativement la qualité de la reconstruction des spectres de puissance angulaire.

L'expérience satellite Planck sera lancée le 31 juillet 2008. Grâce à des méthodes performantes de séparation de composantes et à sa gamme de fréquences sensibles à la polarisation très étendue (30 à 353 GHz) elle permettra de résoudre un grand nombre des problèmes occasionnés par notre mauvaise connaissance des émissions d'avant-plan polarisées et que nous avons soulignés tout au long de cette thèse : l'absence de cartes précises de tout le ciel, à la fois pour les émssions synchrotron et de la poussière, la caractérisation de l'émission "*anormale*" de la poussière ou encore la compréhension de la loi d'émission du synchrotron, qui pourrait être anisotrope.

L'un des objectifs majeurs de la cosmologie et de la physique des hautes énergies est la détection des modes B du CMB, reliés de manière directe aux perturbations tensorielles présentes sous la forme d'ondes gravitationnelles primordiales et sonde unique de l'Inflation. Reste qu'il est possible que le satellite Planck ne permette pas de mesurer ces anisotropies de la polarisation du CMB, car nous ne possédons pour le moment que des limites supérieures sur le niveau de ce signal et que de ce fait il pourrait être noyé dans le bruit des détecteurs. Si Planck ne peut le faire, une prochaine génération d'expériences satellites dédiées à la mesure de la polarisation du CMB, en cours de développement, plus sensibles et dont la stratégie de pointage sera optimisée pour cette mesure, pourra probablement le faire. Mais plus que jamais à ces précisions, la séparation en polarisation du CMB et des émissions d'avant-plan et la soustraction des effets systématiques seront cruciales.

Annexe A

Compléments sur l'Inflation

A.1 Champs scalaires en cosmologie

Nous allons ici nous intéresser à la dynamique d'un champ scalaire ϕ, comme l'inflaton utilisé en cosmologie.

La manière standard de spécifier la théorie associée à une particule est au travers de son lagrangien, à partir duquel nous pouvons dériver ses équations de mouvement. Dans le cas du champ scalaire, le lagrangien s'écrit [Liddle & Lyth 2000] :

$$\mathcal{L}_\phi = -\frac{1}{2}\eta^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - V(\phi) \tag{A.1}$$

où $V(\phi)$ est le potentiel associé au champ scalaire ϕ et $\eta^{\mu\nu}$ est la signature de la métrique. Le tenseur énergie-impulsion associé à ce lagrangien vérifie [Liddle & Lyth 2000] :

$$T_{\mu\nu} = \partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - g_{\mu\nu}\left[\frac{1}{2}g^{\alpha\beta}\partial_\alpha\phi\partial_\beta\phi + V(\phi)\right] \tag{A.2}$$

si l'on considère l'Univers comme isotrope à grande échelle, le tenseur énergie-impulsion associé au champ scalaire est celui d'un fluide parfait pour lequel $T_{\mu\nu} = \mathrm{diag}(\rho_\phi, -P_\phi, -P_\phi, -P_\phi)$. Ainsi, nous pouvons écrire densité et pression à partir de (A.2) :

$$\rho_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + (\nabla\phi)^2 + V(\phi) \tag{A.3}$$

$$P_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - (\nabla\phi)^2 - V(\phi) \tag{A.4}$$

où $\dot{\phi}$ désigne la dérivée du champ scalaire ϕ par rapport au temps t. L'expression de la densité et de la pression comprennent alors un terme cinétique en $\dot{\phi}^2$, un terme de gradient, qui sera souvent négligé car nous supposerons que ϕ est une fonction quasi-homogène ($\phi(t) \approx \phi(x,t)$ et un terme de potentiel.

A.2 Fluctuations quantiques du champ scalaire

Nous allons supposer un champ scalaire ϕ perturbé par une fluctuation quantique $\delta\phi$. Nous dériverons des équations d'évolution de ϕ ce qu'il advient de ces perturbations dans le cas de l'approximation de *slow-roll*.

Nous reprenons l'*équation d'onde scalaire* (1.19) pour un champ ϕ que nous supposerons peu couplé à la gravité ainsi qu'un potentiel $V(\phi)$ en loi de puissance. Si nous séparons la partie homogène du champ de sa partie perturbée $\phi(x,t) = \phi(t) + \delta\phi(x,t)$, nous obtenons en linéarisant l'équation (1.19) :

$$\ddot{\delta\phi} + 3H\dot{\delta\phi} - \frac{\nabla^2\phi}{a^2} + m^2\delta\phi = 0 \tag{A.5}$$

où $m^2 \equiv \partial^2 V/\partial\phi^2$ sera la *masse effective* de l'inflaton. Cette équation peut se réécrire dans l'espace des phases comobiles $\mathbf{k}/a$:

$$\ddot{\delta\phi}_{\mathbf{k}} + 3H\dot{\delta\phi}_{\mathbf{k}} - \left(\frac{|\mathbf{k}|^2}{a^2} + m^2\right)\delta\phi_{\mathbf{k}} = 0 \tag{A.6}$$

Les fluctuations quantiques du champ scalaire ont la dynamique d'un oscillateur harmonique. De ce fait, les modes de Fourier ont des distributions de probabilité indépendantes et l'on peut dire, en raison du théorème de la Limite Centrale que les fluctuations quantiques du champ sont distribuées de manière *gaussienne* [Liddle & Lyth 2000].

Dans le formalisme de la mécanique quantique, la solution la plus générale de cette équation s'écrit comme une superposition d'ondes planes [Khlebnikov & Tkachev 1996, Liddle & Lyth 2000] :

$$\delta\phi_{\mathbf{k}}(t) = f_k(t)a_{\mathbf{k}} + f_k^{\star}(t)a_{\mathbf{k}}^{\dagger} \tag{A.7}$$

où $a_{\mathbf{k}}$ et $a_{\mathbf{k}}^{\dagger}$ sont les opérateurs quantiques d'anihilation et de création, en seconde quantification et les fonctions $f_k(t)$ vérifient l'équation (A.6) :

$$\ddot{f}_k + 3H\dot{f}_k - \left(\frac{|\mathbf{k}|^2}{a^2} + m^2\right)f_k = 0 \tag{A.8}$$

Nous allons chercher les solutions f_k qui satisfont aux échelles de l'ordre de la taille de l'horizon, $k \simeq aH$. Les conditions de *slow-roll* donnent $m^2 \ll H^2 \simeq k^2/a^2$. Ainsi, nous pourrons négliger le terme de masse devant k/a. De plus, en dehors de l'horizon, la physique causale ne s'appliquant pas, nous pourrons négliger les variations de H. f_k prendra alors la forme [Liddle & Lyth 2000] :

$$f_k(t) = L^{-\frac{3}{2}}\frac{H}{\sqrt{2k^3}}\left(i + \frac{k}{aH}\right)e^{\frac{ik}{aH}} \tag{A.9}$$

où L est une longueur pour laquelle f_k est normalisée. Les fluctuations étant distribuées gaussiennement, elles peuvent être décrites par leur spectre de puissance. On peut alors montrer qu'il s'écrit, dans ce cas :

$$P_\phi(k) = \frac{k^3}{2\phi^2}|f_k|^2 \tag{A.10}$$

Les perturbations à l'extérieur de l'horizon vérifient $k \ll aH$. Ainsi, nous pouvons réécrire (A.9) dans ce cas et en déduire le spectre des fluctuations comme en (A.10) :

$$f_k(t) = L^{-\frac{3}{2}}\frac{H}{\sqrt{2k^3}}i, \qquad P_\phi^{\mathrm{scal}}(k) = \frac{1}{L^3}\left(\frac{H}{2\pi}\right)^2 \tag{A.11}$$

Or, nous l'avons vu, à la fin de l'Inflation, la plupart des perturbations se trouvent hors de l'horizon. De fait, ce spectre sera celui qui décrit la distribution de matière présente dans l'Univers. Notons qu'il est invariant d'échelle (il ne dépend pas de k).

À l'instar de ce que nous avons vu avec les fluctuations quantiques du champ scalaire, les fluctuations quantiques du vide vont générer des perturbations tensorielles, dont la formulation n'est pas présentée ici, mais qui mènent à un spectre de puissance ayant la même forme que pour les perturbations scalaires. Ce dernier s'écrit pour les perturbations hors de l'horizon [Langlois 2004] :

$$P_\phi^{\mathrm{tens}}(k) = \frac{8}{m_{\mathrm{pl}}^2}\left(\frac{H}{2\pi}\right)^2 \tag{A.12}$$

où m_{pl} est la masse de Planck, définie par $m_{\mathrm{pl}} \equiv \sqrt{\hbar c/G}$. Pour les perturbations tensorielles comme pour les perturbations scalaires, sous ces hypothèses, le spectre des perturbations sera invariant d'échelle. Ces perturbations tensorielles dues aux fluctuations quantiques du vide s'expriment par un fond d'ondes gravitationnelles primordiales dont la signature expérimentale est activement recherchée.

Annexe B

Définitions Utiles

B.1 Définition du tenseur d'Einstein

Le tenseur d'Einstein exprime la géométrie de l'espace-temps. Il sera défini à partir de la métrique $g_{\mu\nu}$.

Nous allons devoir définir un certain nombre d'outils mathématiques qui nous permettront de rendre compte de la géométrie du système. Tout d'abord, nous définissons le *symbole de Christoffel* :

$$\Gamma^{\mu}_{\nu\lambda} \equiv \frac{1}{2} g^{\mu\xi} \left(\frac{\partial g_{\xi\nu}}{\partial x^{\lambda}} + \frac{\partial g_{\xi\lambda}}{\partial x^{\nu}} - \frac{\partial g_{\nu\lambda}}{\partial x^{\xi}} \right) \tag{B.1}$$

Le tenseur de Ricci, symétrique, s'écrit en fonction des symboles de Christoffel :

$$R_{\mu\nu} \equiv \frac{\partial \Gamma^{\xi}_{\mu\nu}}{\partial x^{\xi}} - \frac{\partial \Gamma^{\xi}_{\mu\xi}}{\partial x^{\nu}} + \Gamma^{\xi}_{\lambda\xi}\Gamma^{\lambda}_{\mu\nu} - \Gamma^{\xi}_{\nu\lambda}\Gamma^{\lambda}_{\mu\xi} \tag{B.2}$$

Le *scalaire de Ricci* ou *scalaire de courbure*, est un invariant obtenu par contraction du tenseur de Ricci avec la métrique :

$$R \equiv g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} \tag{B.3}$$

Enfin, le *tenseur d'Einstein* s'écrit :

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} \tag{B.4}$$

B.2 Les Fonctions $F_{1,\ell,2}$ et $F_{2,\ell,2}$

La forme analytique des fonctions $F_{1,\ell,m}$ et $F_{2,\ell,m}$, reliant les fonctions de corrélation dans l'espace réel aux spectres de puissance dans l'espace des harmoniques sphériques est tirée de [Zaldarriaga 1998]. Ces fonctions s'expriment en fonction des multipôles ℓ et m et des polynômes de Legendre :

$$F_{1,\ell,m}(\theta) = 2\left[\frac{(\ell-2)!(\ell-m)!}{(\ell+2)!(\ell+m)!}\right]^{1/2} \left\{ -\left[\frac{\ell-m^2}{\sin^2\theta} + \frac{1}{2}\ell(\ell-1)\right] P_{\ell}^{m}(\cos\theta) + (\ell+m)\frac{\cos\theta}{\sin^2\theta} P_{\ell-1}^{m}(\cos\theta) \right\}$$

$$F_{2,\ell,m}(\theta) = 2\left[\frac{(\ell-2)!(\ell-m)!}{(\ell+2)!(\ell+m)!}\right]^{1/2} \frac{m}{\sin^2\theta} \left[-(\ell-1)\cos\theta P_{\ell}^{m}(\cos\theta) + (\ell m) P_{\ell-1}^{m}(\cos\theta) \right] \tag{B.5}$$

Ces fonctions sont directement dérivées de la décomposition en harmoniques sphériques spinnées des paramètres de Stokes Q et U.

B.3 Formalisme de PolEMICA

Nous présentons ici en détail le formalisme développé pour décrire les observations en température et en polarisation de manière simultanée, pour un mélange bruité de composantes indépendantes, dans le cadre de PolEMICA.

Nous supposerons par souci de clarté des observations sur la totalité du ciel à deux fréquences ν_1 et ν_2 ainsi qu'un modèle simple comprenant un mélange linéaire de deux composantes c_1 et c_2.

Dans ce cas, l'équation (9.1) s'écrit :

$$\begin{pmatrix} y_{\ell m}^{\nu_1 T} \\ y_{\ell m}^{\nu_1 E} \\ y_{\ell m}^{\nu_1 B} \\ y_{\ell m}^{\nu_2 T} \\ y_{\ell m}^{\nu_2 E} \\ y_{\ell m}^{\nu_2 B} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_{\nu_1 c_1}^T & 0 & 0 & f_{\nu_1 c_2}^T & 0 & 0 \\ 0 & f_{\nu_1 c_1}^E & 0 & 0 & f_{\nu_1 c_2}^E & 0 \\ 0 & 0 & f_{\nu_1 c_1}^B & 0 & 0 & f_{\nu_1 c_2}^B \\ f_{\nu_2 c_1}^T & 0 & 0 & f_{\nu_2 c_2}^T & 0 & 0 \\ 0 & f_{\nu_2 c_1}^E & 0 & 0 & f_{\nu_2 c_2}^E & 0 \\ 0 & 0 & f_{\nu_2 c_1}^B & 0 & 0 & f_{\nu_2 c_2}^B \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} s_{\ell m}^{c_1 T} \\ s_{\ell m}^{c_1 E} \\ s_{\ell m}^{c_1 B} \\ s_{\ell m}^{c_2 T} \\ s_{\ell m}^{c_2 E} \\ s_{\ell m}^{c_2 B} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n_{\ell m}^{\nu_1 T} \\ n_{\ell m}^{\nu_1 E} \\ n_{\ell m}^{\nu_1 B} \\ n_{\ell m}^{\nu_2 T} \\ n_{\ell m}^{\nu_2 E} \\ n_{\ell m}^{\nu_2 B} \end{pmatrix} \quad \text{(B.6)}$$

où $y_{\ell m}^{\nu_i X}$ et $s_{\ell m}^{c_j X}$ pour $X = \{T, E, B\}$ sont les coefficients de la décomposition en harmoniques sphériques des cartes correspondant aux observations du ciel et des composantes séparées, respectivement. Les coefficients $f_{\nu_i c_j}^X$ correspondent au spectre électromagnétique de la composante c_j à une fréquence donnée ν_i. Notons que la matrice de mélange A possède les dimensions $3 \cdot n_\nu \times 3 \cdot n_c$.

Les matrices de densité du bruit, $R_n(b)$, du signal, $R_s(b)$, et des données, $R_y(b)$, utilisées en (9.2), pour chaque intervalle b en ℓ, s'écrivent :

$$R_\xi(b) \equiv \frac{1}{n_b} \sum_{\vec{\ell} \in \mathcal{D}_b} \sum_m \langle \xi_{\ell m} \xi_{\ell m}^\dagger \rangle \ , \qquad \xi = \{n, s, y\} \quad \text{(B.7)}$$

En faisant l'hypothèse que le bruit n'est pas corrélé entre les détecteurs, la matrice de densité relative au bruit sera diagonale et s'écrira :

$$R_n(b) = \left(\begin{array}{c|ccc|ccc} & & \nu_1 & & & \nu_2 & \\ & N_\ell^{TT}(b) & & & & & \\ \nu_1 & & N_\ell^{EE}(b) & & & 0 & \\ & & & N_\ell^{BB}(b) & & & \\ & & & & N_\ell^{TT}(b) & & \\ \nu_2 & & 0 & & & N_\ell^{EE}(b) & \\ & & & & & & N_\ell^{BB}(b) \end{array} \right) \quad \text{(B.8)}$$

De manière analogue, en faisant l'hypothèse de composantes physiques indépendantes, la matrice de densité du signal sera bloc-diagonale :

$$R_s(b) = \left(\begin{array}{ccc} & c_1 & c_2 \\ c_1 & \begin{bmatrix} S_\ell^{TT}(b) & S_\ell^{TE}(b) & S_\ell^{TB}(b) \\ S_\ell^{TE}(b) & S_\ell^{EE}(b) & S_\ell^{EB}(b) \\ S_\ell^{TB}(b) & S_\ell^{EB}(b) & S_\ell^{BB}(b) \end{bmatrix} & 0 \\ c_2 & 0 & \begin{bmatrix} S_\ell^{TT}(b) & S_\ell^{TE}(b) & S_\ell^{TB}(b) \\ S_\ell^{TE}(b) & S_\ell^{EE}(b) & S_\ell^{EB}(b) \\ S_\ell^{TB}(b) & S_\ell^{EB}(b) & S_\ell^{BB}(b) \end{bmatrix} \end{array} \right) \quad \text{(B.9)}$$

Enfin, la matrice de densité des données peut s'écrire par blocs de la façon suivante :

$$
R_y(b) = \left(\begin{array}{ccc} & \nu_1 & \nu_2 \\ \nu_1 & \begin{bmatrix} Y_\ell^{TT}(b) & Y_\ell^{TE}(b) & Y_\ell^{TB}(b) \\ Y_\ell^{TE}(b) & Y_\ell^{EE}(b) & Y_\ell^{EB}(b) \\ Y_\ell^{TB}(b) & Y_\ell^{EB}(b) & Y_\ell^{BB}(b) \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} Y_\ell^{TT}(b) & Y_\ell^{TE}(b) & Y_\ell^{TB}(b) \\ Y_\ell^{TE}(b) & Y_\ell^{EE}(b) & Y_\ell^{EB}(b) \\ Y_\ell^{TB}(b) & Y_\ell^{EB}(b) & Y_\ell^{BB}(b) \end{bmatrix} \\ \nu_2 & \begin{bmatrix} Y_\ell^{TT}(b) & Y_\ell^{TE}(b) & Y_\ell^{TB}(b) \\ Y_\ell^{TE}(b) & Y_\ell^{EE}(b) & Y_\ell^{EB}(b) \\ Y_\ell^{TB}(b) & Y_\ell^{EB}(b) & Y_\ell^{BB}(b) \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} Y_\ell^{TT}(b) & Y_\ell^{TE}(b) & Y_\ell^{TB}(b) \\ Y_\ell^{TE}(b) & Y_\ell^{EE}(b) & Y_\ell^{EB}(b) \\ Y_\ell^{TB}(b) & Y_\ell^{EB}(b) & Y_\ell^{BB}(b) \end{bmatrix} \end{array} \right) \tag{B.10}
$$

B.4 Matrice de couplage de modes polarisée

Nous allons dériver dans ce paragraphe la nature des matrices de couplage de modes polarisées, rendant compte de l'effet d'une couverture incomplète du ciel dans l'espace des harmoniques sphériques. Nous verrons comment cette couverture incomplète entraîne un mélange des modes E et B en polarisation.

Nous avons vu au chapitre 2 que les cartes I, Q et U dans l'espace réel pouvait être décomposées dans l'espace des harmoniques sphériques :

$$
\begin{aligned}
T(\mathbf{n}) &= \sum_{\ell m} a_{\ell m} Y_{\ell m}(\mathbf{n}) \\
Q(\mathbf{n}) \pm iU(\mathbf{n}) &= \sum_{\ell m} a_{\pm 2,\ell m} \;{}_{\pm 2}Y_{\ell m}(\mathbf{n})
\end{aligned} \tag{B.11}
$$

Les quantités scalaire E et pseudo-scalaire B sont alors définies à l'aide de leur coefficients de décomposition en harmoniques sphériques :

$$
a_{\pm 2,\ell m} = a^E_{\ell m} \pm i a^B_{\ell m} \tag{B.12}
$$

En utilisant les équation (B.11) et (B.12) ainsi que les propriétés des harmoniques sphériques spinnées, nous pouvons alors écrire :

$$
\begin{aligned}
E_{\ell m} &= \frac{1}{2}\int d\mathbf{n}\,[Q(\mathbf{n})\,({}_2Y^\star_{\ell m}(\mathbf{n}) +{}_{-2} Y^\star_{\ell m}(\mathbf{n})) - iU(\mathbf{n})\,({}_2Y^\star_{\ell m}(\mathbf{n}) -{}_{-2} Y^\star_{\ell m}(\mathbf{n}))] \\
B_{\ell m} &= -\frac{1}{2}\int d\mathbf{n}\,[U(\mathbf{n})\,({}_2Y^\star_{\ell m}(\mathbf{n}) +{}_{-2} Y^\star_{\ell m}(\mathbf{n})) + iQ(\mathbf{n})\,({}_2Y^\star_{\ell m}(\mathbf{n}) -{}_{-2} Y^\star_{\ell m}(\mathbf{n}))]
\end{aligned} \tag{B.13}
$$

À l'instar de ce qui est réalisé dans [Hivon *et al.* 2002] pour la température, les couplages dus au masque appliqué aux données peuvent être exprimés par la fonction $W(\mathbf{n})$ (fonction associant 1 à un pixel inclu dans le masque et 0 à un pixel exclu). Les estimateurs dans l'espace de harmoniques sphériques s'écrivent alors :

$$
\tilde{T}_{\ell m} = \int d\mathbf{n} W^T(\mathbf{n}) T(n) Y^\star_{\ell m}(\mathbf{n}) \tag{B.14}
$$

$$
\begin{aligned}
\tilde{E}_{\ell m} &= \frac{1}{2}\int d\mathbf{n} W^P(\mathbf{n})\,[Q(\mathbf{n})\,({}_2Y^\star_{\ell m}(\mathbf{n}) +{}_{-2} Y^\star_{\ell m}(\mathbf{n})) - iU(\mathbf{n})\,({}_2Y^\star_{\ell m}(\mathbf{n}) -{}_{-2} Y^\star_{\ell m}(\mathbf{n}))] \\
\tilde{B}_{\ell m} &= -\frac{1}{2}\int d\mathbf{n} W^P(\mathbf{n})\,[U(\mathbf{n})\,({}_2Y^\star_{\ell m}(\mathbf{n}) +{}_{-2} Y^\star_{\ell m}(\mathbf{n})) + iQ(\mathbf{n})\,({}_2Y^\star_{\ell m}(\mathbf{n}) -{}_{-2} Y^\star_{\ell m}(\mathbf{n}))]
\end{aligned}
$$

Notons que le masque appliqué à la température et la polarisation peut différer. C'est pour cette raison que nous différencions $W^T(\mathbf{n})$ et $W^T(\mathbf{n})$. Les masques $W^{T,P}(\mathbf{n})$ se décomposent à leur tour dans l'espace des harmoniques sphériques :

$$W^{T,P}(\mathbf{n}) = \sum_{\ell m} w^{T,P}_{\ell m} Y_{\ell m}(\mathbf{n}) \tag{B.15}$$

En utilisant (B.11), (B.12) et (B.15) dans (B.14), nous obtenons :

$$\begin{aligned}
\tilde{T}_{\ell m} &= \sum_{\ell' m'} \sum_{\ell'' m''} w^{T}_{\ell'' m''} T_{\ell' m'} \int d\mathbf{n} Y_{\ell' m'}(\mathbf{n}) Y_{\ell'' m''}(\mathbf{n}) Y^{\star}_{\ell m}(\mathbf{n}) \\
\tilde{E}_{\ell m} &= \frac{1}{2} \sum_{\ell' m'} \sum_{\ell'' m''} w^{P}_{\ell'' m''} \\
&\times \Big[E_{\ell' m'} \int d\mathbf{n} Y_{\ell'' m''}(\mathbf{n}) \left({}_2Y_{\ell' m'}(\mathbf{n})_2 Y^{\star}_{\ell m}(\mathbf{n}) +_{-2} Y_{\ell' m'}(\mathbf{n})_{-2} Y^{\star}_{\ell m}(\mathbf{n}) \right) \\
&+ i B_{\ell' m'} \int d\mathbf{n} Y_{\ell'' m''}(\mathbf{n}) \left({}_2Y_{\ell' m'}(\mathbf{n})_2 Y^{\star}_{\ell m}(\mathbf{n}) -_{-2} Y_{\ell' m'}(\mathbf{n})_{-2} Y^{\star}_{\ell m}(\mathbf{n}) \right) \Big] \\
\tilde{B}_{\ell m} &= \frac{1}{2} \sum_{\ell' m'} \sum_{\ell'' m''} w^{P}_{\ell'' m''} \\
&\times \Big[B_{\ell' m'} \int d\mathbf{n} Y_{\ell'' m''}(\mathbf{n}) \left({}_2Y_{\ell' m'}(\mathbf{n})_2 Y^{\star}_{\ell m}(\mathbf{n}) +_{-2} Y_{\ell' m'}(\mathbf{n})_{-2} Y^{\star}_{\ell m}(\mathbf{n}) \right) \\
&- i E_{\ell' m'} \int d\mathbf{n} Y_{\ell'' m''}(\mathbf{n}) \left({}_2Y_{\ell' m'}(\mathbf{n})_2 Y^{\star}_{\ell m}(\mathbf{n}) -_{-2} Y_{\ell' m'}(\mathbf{n})_{-2} Y^{\star}_{\ell m}(\mathbf{n}) \right) \Big]
\end{aligned} \tag{B.16}$$

Les intégrales vont pouvoir se réduire en utilisant la propriété des fonctions $Y_{\ell m}$ suivante :

$$\begin{aligned}
&\int d\mathbf{n}_N Y^{\star}_{\ell m}(\mathbf{n})_{N'} Y_{\ell' m'}(\mathbf{n})_{N''} Y_{\ell'' m''}(\mathbf{n}) = (-1)^{(N+m)} \\
&\times \left[\frac{(2\ell+1)(2\ell'+1)(2\ell''+1)}{4\pi} \right]^{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} \ell & \ell' & \ell'' \\ -N & N' & N'' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell & \ell' & \ell'' \\ -m & m' & m'' \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{B.17}$$

où les matrices entre parenthèses représentent les symboles 3-j de Wigner. Leurs propriétés d'orthogonalité et de symétrie [Rotenberg *et al.* 1959] vont permettre d'annuler les termes imaginaires dans (B.16). Notons que la somme des 3-j de Wigner sur m, m' et m'' vaut $1/(2\ell''+1)$.

Nous pouvons maintenant écrire les estimateurs des spectres de puissance angulaire à partir des estimateurs des coefficients de décomposition en harmoniques sphériques. Le couplage résultant de la couverture incomplète peut alors s'écrire sous la forme d'un matrice de couplage des modes $M_{\ell\ell'}$:

$$\tilde{\mathcal{C}}'_{\ell} = \sum_{\ell} \mathcal{M}_{\ell\ell'} \mathcal{C}_{\ell} \qquad \Leftrightarrow \tag{B.18}$$

$$\begin{pmatrix} \tilde{C}^{TT}_{\ell} \\ \tilde{C}^{EE}_{\ell} \\ \tilde{C}^{BB}_{\ell} \\ \tilde{C}^{TE}_{\ell} \\ \tilde{C}^{TB}_{\ell} \\ \tilde{C}^{EB}_{\ell} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M^{TT,TT}_{\ell\ell'} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M^{EE,EE}_{\ell\ell'} & M^{EE,BB}_{\ell\ell'} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M^{BB,EE}_{\ell\ell'} & M^{BB,BB}_{\ell\ell'} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M^{TE,TE}_{\ell\ell'} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M^{TB,TB}_{\ell\ell'} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M^{EB,EB}_{\ell\ell'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C^{TT}_{\ell'} \\ C^{EE}_{\ell'} \\ C^{BB}_{\ell'} \\ C^{TE}_{\ell'} \\ C^{TB}_{\ell'} \\ C^{EB}_{\ell'} \end{pmatrix}$$

Les spectres de puissance non biaisés s'écrivent alors par l'inversion de l'équation (B.18) : $\mathcal{C}_{\ell} = \sum \mathcal{M}^{-1}_{\ell\ell'} \tilde{\mathcal{C}}'_{\ell}$. En considérant les propriétés d'orthogonalité et de symétrie des symboles 3-j de Wigner, les éléments de la matrice de couplage des modes non nuls s'écrivent :

$$
\begin{aligned}
M_{\ell\ell'}^{TT,TT} &= \frac{(2\ell'+1)}{4\pi}\sum_{\ell''}\mathcal{W}_{\ell''}^{TT}\begin{pmatrix}\ell & \ell' & \ell''\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}^2\\
M_{\ell\ell'}^{TE,TE} &= M_{\ell\ell'}^{TB,TB}\\
&= \frac{(2\ell'+1)}{8\pi}\sum_{\ell''}\mathcal{W}_{\ell''}^{TP}\begin{pmatrix}\ell & \ell' & \ell''\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}\left[\begin{pmatrix}\ell & \ell' & \ell''\\ -2 & 2 & 0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\ell & \ell' & \ell''\\ 2 & -2 & 0\end{pmatrix}\right]\\
M_{\ell\ell'}^{EE,EE} &= M_{\ell\ell'}^{BB,BB}\\
&= \frac{(2\ell'+1)}{16\pi}\sum_{\ell''}\mathcal{W}_{\ell''}^{PP}\left[\begin{pmatrix}\ell & \ell' & \ell''\\ -2 & 2 & 0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\ell & \ell' & \ell''\\ 2 & -2 & 0\end{pmatrix}\right]^2\\
M_{\ell\ell'}^{EE,BB} &= M_{\ell\ell'}^{BB,EE}\\
&= \frac{(2\ell'+1)}{16\pi}\sum_{\ell''}\mathcal{W}_{\ell''}^{PP}\left[\begin{pmatrix}\ell & \ell' & \ell''\\ -2 & 2 & 0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}\ell & \ell' & \ell''\\ 2 & -2 & 0\end{pmatrix}\right]^2
\end{aligned}
\tag{B.19}
$$

où $\mathcal{W}_\ell^{XX'}$, $\{X, X'\} \in \{T, E, B\}$ sont les spectres de puissance angulaire associés aux masques :

$$\mathcal{W}_\ell^{XX} = \sum_m w_{\ell m}^X w_{\ell m}^{X'\star} \tag{B.20}$$

Notons que si les masques diffèrent entre les cartes I, Q et U, le couplage entre modes et entre température et polarisation augmente.

Nous pouvons voir que si la couverture du ciel est incomplète, l'estimation des spectres de puissance angulaire, tant qu'elle n'est pas corrigée de sa matrice de couplage de modes, induit un mélange entre modes E et modes B.

Annexe C

Comparaison des spectres de puissance du modèle d'émission galactique aux données des expériences Wmap et Archeops

Nous présentons ici les résultats relatifs à l'étude menée en 10.6.2, où nous comparons les spectres de puissance angulaire C_ℓ^{TT}, C_ℓ^{EE}, C_ℓ^{BB}, C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB} aux spectres de puissance angulaire calculés à partir des données Wmap et Archeops. Pour les 5 fréquences Wmap (23, 33, 41, 61 et 94 GHz) et la fréquence Archeops (353 GHz), nous présentons les résultats pour différentes coupures galactiques, $|b| > 0$, 5 et 10.

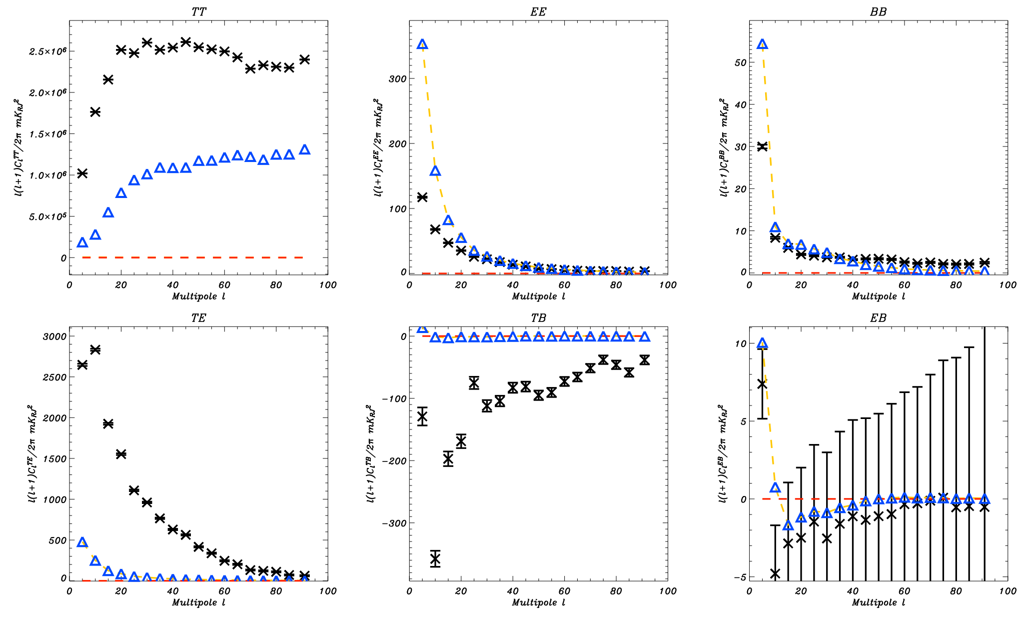

Fig. C.1 – Spectres de puissance angulaire C_ℓ^{TT}, C_ℓ^{EE}, C_ℓ^{BB}, C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB} (*de gauche à droite et de haut en bas*), en μK^2_{CMB} calculés par la méthode décrite en 10.6.2 à partir des cartes I, Q et U mesurées par Wmap à 23 GHz [Page *et al.* 2006] et auxquels nous avons soustrait le bruit instrumental à l'aide de simulations (*croix noires*). Les barres d'erreurs sont également estimées à partir des simulations de bruit. Nous leur comparons les spectres de puissance angulaire de notre "*modèle raffiné*" extrapolé à 23 GHz, pour le synchrotron (*ligne brisée orange*) et pour la poussière (*ligne brisée rouge*). Nous présentons également la somme de ces deux composantes à laquelle nous avons ajouté une contribution de CMB et de rayonnement de freinage (*triangles bleus*). Ces spectres sont calculés sur tout le ciel.

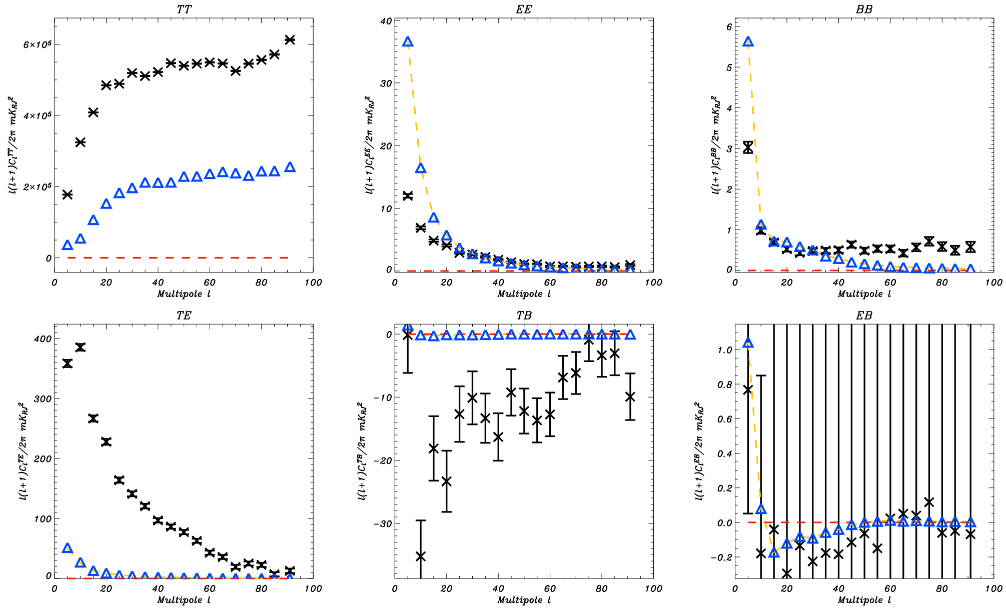

FIG. C.2 – Spectres de puissance angulaire C_ℓ^{TT}, C_ℓ^{EE}, C_ℓ^{BB}, C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB} (*de gauche à droite et de haut en bas*), en μK^2_{CMB} calculés par la méthode décrite en 10.6.2 à partir des cartes I, Q et U mesurées par WMAP à 33 GHz [Page *et al.* 2006] et auxquels nous avons soustrait le bruit instrumental à l'aide de simulations (*croix noires*). Les barres d'erreurs sont également estimées à partir des simulations de bruit. Nous leur comparons les spectres de puissance angulaire de notre "*modèle raffiné*" extrapolé à 33 GHz, pour le synchrotron (*ligne brisée orange*) et pour la poussière (*ligne brisée rouge*). Nous présentons également la somme de ces deux composantes à laquelle nous avons ajouté une contribution de CMB et de rayonnement de freinage (*triangles bleus*). Ces spectres sont calculés sur tout le ciel.

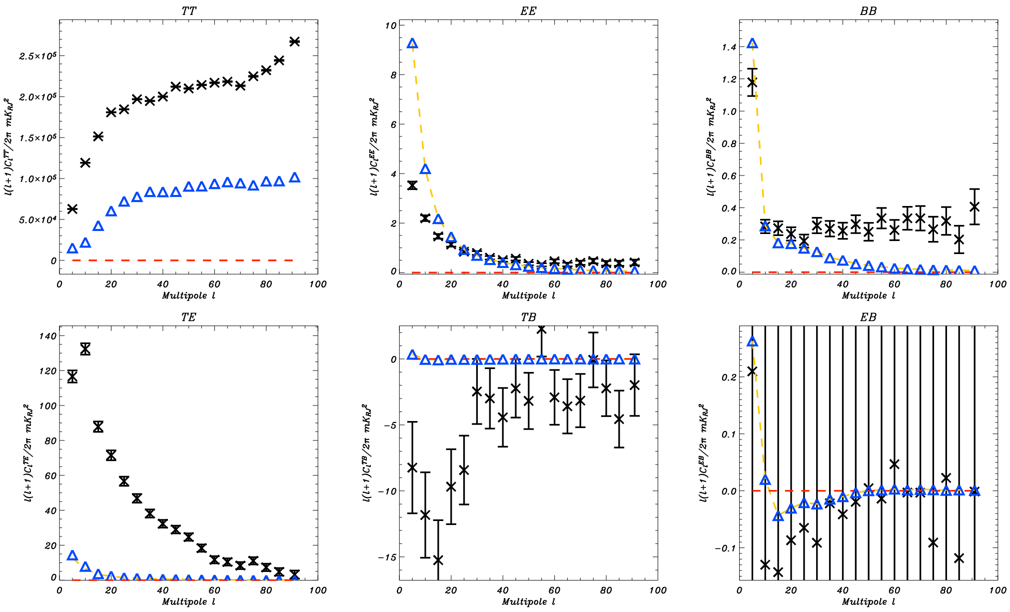

FIG. C.3 – Spectres de puissance angulaire C_ℓ^{TT}, C_ℓ^{EE}, C_ℓ^{BB}, C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB} (*de gauche à droite et de haut en bas*), en μK^2_{CMB} calculés par la méthode décrite en 10.6.2 à partir des cartes I, Q et U mesurées par WMAP à 41 GHz [Page *et al.* 2006] et auxquels nous avons soustrait le bruit instrumental à l'aide de simulations (*croix noires*). Les barres d'erreurs sont également estimées à partir des simulations de bruit. Nous leur comparons les spectres de puissance angulaire de notre "*modèle raffiné*" extrapolé à 41 GHz, pour le synchrotron (*ligne brisée orange*) et pour la poussière (*ligne brisée rouge*). Nous présentons également la somme de ces deux composantes à laquelle nous avons ajouté une contribution de CMB et de rayonnement de freinage (*triangles bleus*). Ces spectres sont calculés sur tout le ciel.

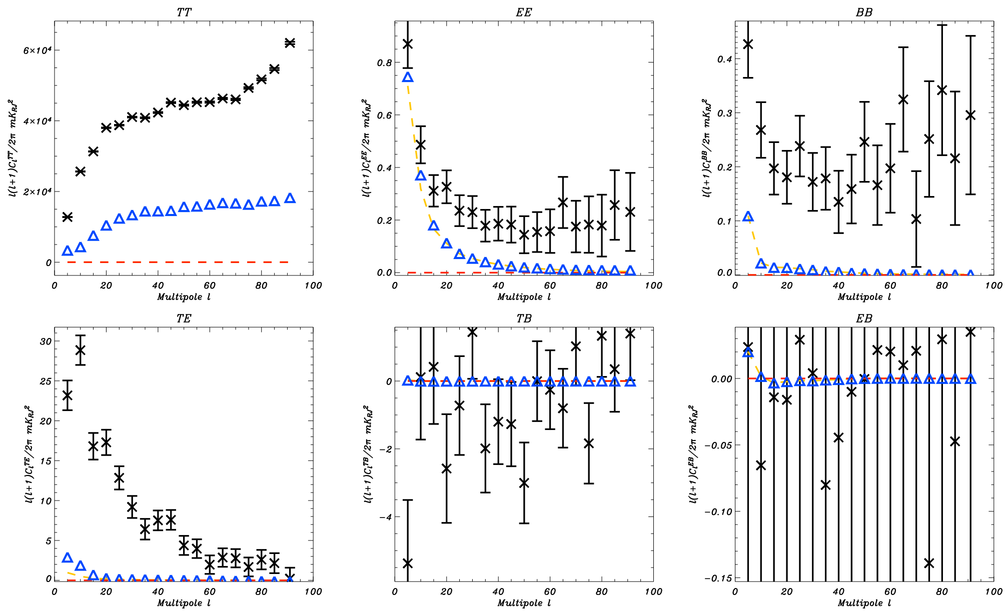

FIG. C.4 – Spectres de puissance angulaire C_ℓ^{TT}, C_ℓ^{EE}, C_ℓ^{BB}, C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB} (*de gauche à droite et de haut en bas*), en $\mu K^2_{\rm CMB}$ calculés par la méthode décrite en 10.6.2 à partir des cartes I, Q et U mesurées par WMAP à 61 GHz [Page *et al.* 2006] et auxquels nous avons soustrait le bruit instrumental à l'aide de simulations (*croix noires*). Les barres d'erreurs sont également estimées à partir des simulations de bruit. Nous leur comparons les spectres de puissance angulaire de notre "*modèle raffiné*" extrapolé à 61 GHz, pour le synchrotron (*ligne brisée orange*) et pour la poussière (*ligne brisée rouge*). Nous présentons également la somme de ces deux composantes à laquelle nous avons ajouté une contribution de CMB et de rayonnement de freinage (*triangles bleus*). Ces spectres sont calculés sur tout le ciel.

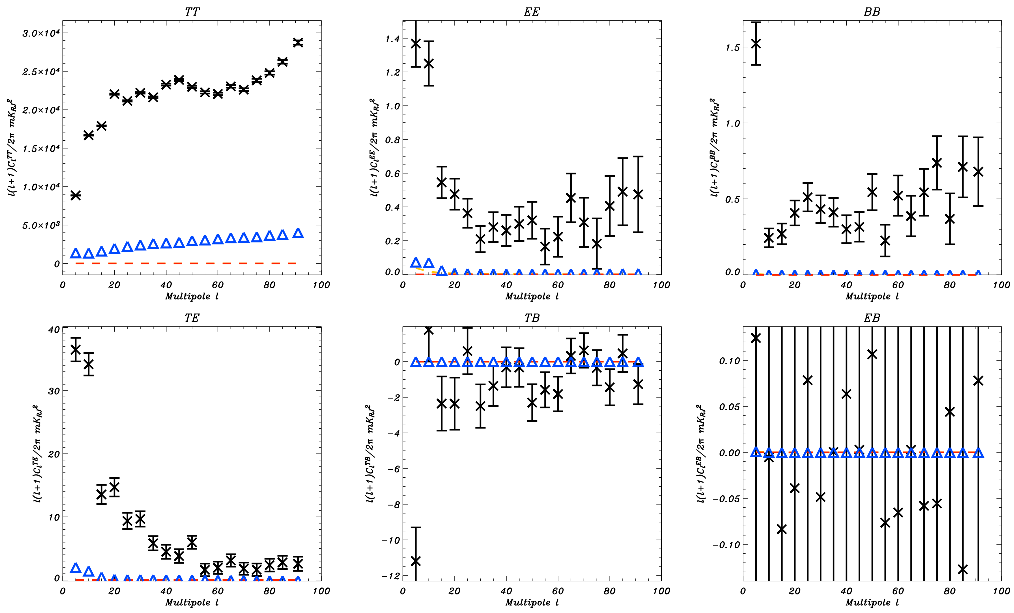

FIG. C.5 – Spectres de puissance angulaire C_ℓ^{TT}, C_ℓ^{EE}, C_ℓ^{BB}, C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB} (*de gauche à droite et de haut en bas*), en $\mu K^2_{\rm CMB}$ calculés par la méthode décrite en 10.6.2 à partir des cartes I, Q et U mesurées par WMAP à 94 GHz [Page *et al.* 2006] et auxquels nous avons soustrait le bruit instrumental à l'aide de simulations (*croix noires*). Les barres d'erreurs sont également estimées à partir des simulations de bruit. Nous leur comparons les spectres de puissance angulaire de notre "*modèle raffiné*" extrapolé à 94 GHz, pour le synchrotron (*ligne brisée orange*) et pour la poussière (*ligne brisée rouge*). Nous présentons également la somme de ces deux composantes à laquelle nous avons ajouté une contribution de CMB et de rayonnement de freinage (*triangles bleus*). Ces spectres sont calculés sur tout le ciel.

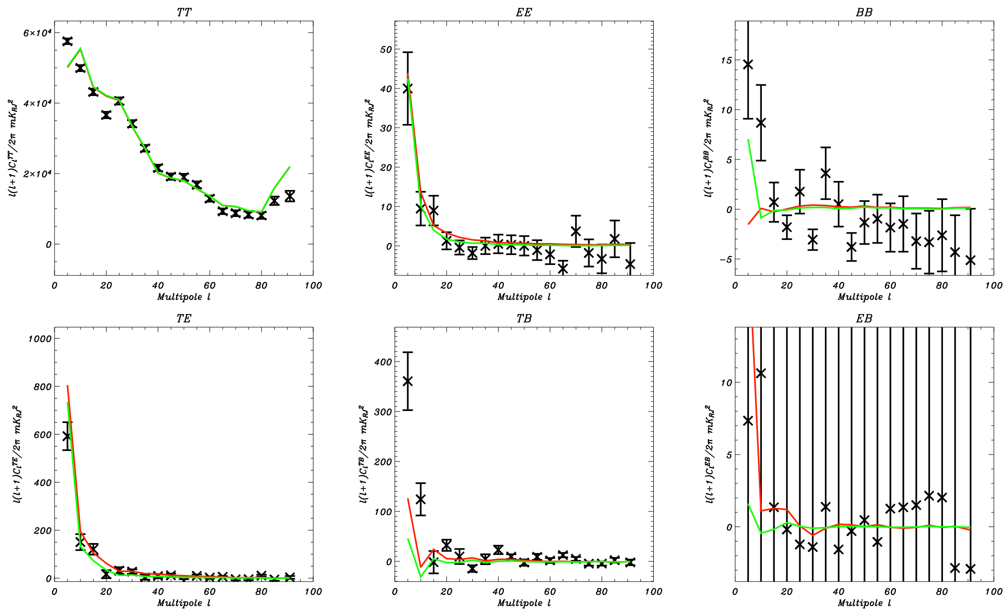

FIG. C.6 – Spectres de puissance angulaire C_ℓ^{TT}, C_ℓ^{EE}, C_ℓ^{BB}, C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB} (*de gauche à droite et de haut en bas*), en μK^2_{CMB} calculés par la méthode décrite en 10.6.2 à partir des cartes I, Q et U mesurées par ARCHEOPS à 353 GHz [Ponthieu *et al.* 2005] et auxquels nous avons soustrait le bruit instrumental à l'aide de simulations (*croix noires*). Les barres d'erreurs sont également estimées à partir des simulations de bruit. Nous leur comparons le spectre de puissance angulaire de l'émission de la poussière de notre "*modèle raffiné*" extrapolé à 353 GHz (*rouge*). Nous présentons également le modèle simple d'émission galactique présenté en 7.4.2 (*vert*). Ces spectres sont calculés sur tout le ciel.

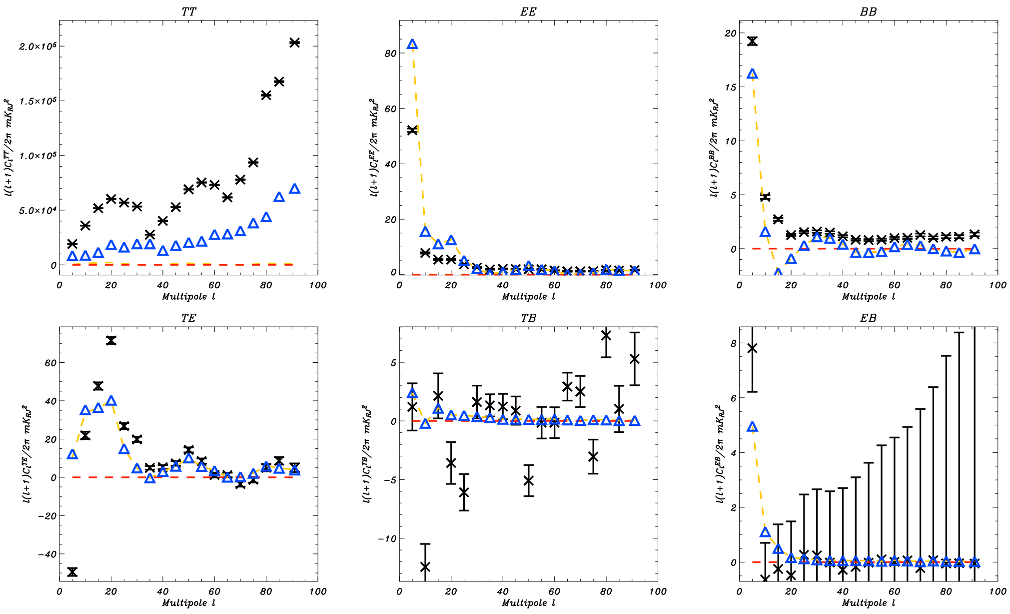

FIG. C.7 – Spectres de puissance angulaire C_ℓ^{TT}, C_ℓ^{EE}, C_ℓ^{BB}, C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB} (*de gauche à droite et de haut en bas*), en μK^2_{CMB} calculés par la méthode décrite en 10.6.2 à partir des cartes I, Q et U mesurées par WMAP à 23 GHz [Page *et al.* 2006] et auxquels nous avons soustrait le bruit instrumental à l'aide de simulations (*croix noires*). Les barres d'erreurs sont également estimées à partir des simulations de bruit. Nous leur comparons les spectres de puissance angulaire de notre "*modèle raffiné*" extrapolé à 23 GHz, pour le synchrotron (*ligne brisée orange*) et pour la poussière (*ligne brisée rouge*). Nous présentons également la somme de ces deux composantes à laquelle nous avons ajouté une contribution de CMB et de rayonnement de freinage (*triangles bleus*). Ces spectres sont calculés pour une coupure galactique $|b| > 5$.

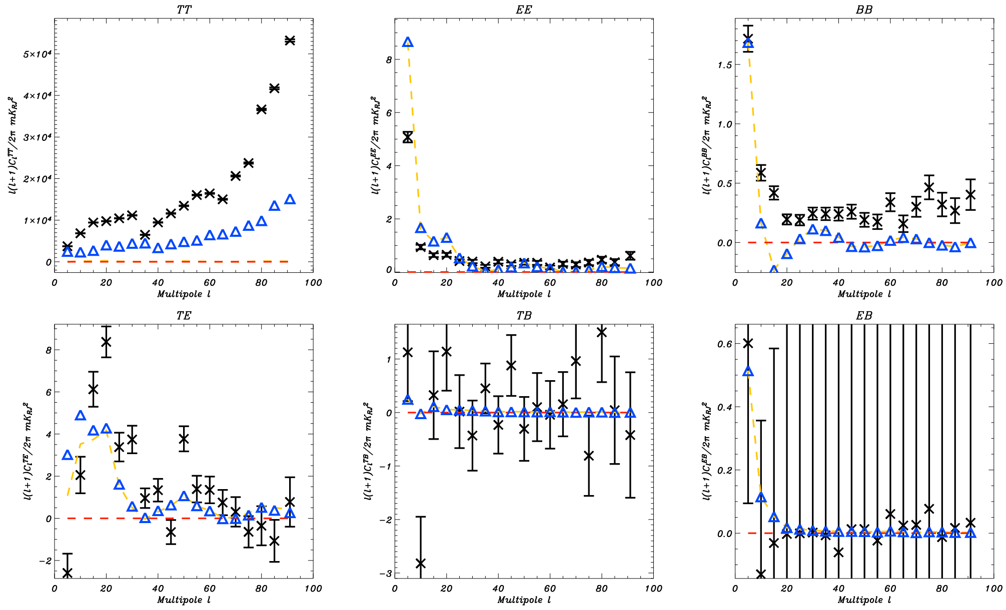

FIG. C.8 – Spectres de puissance angulaire C_ℓ^{TT}, C_ℓ^{EE}, C_ℓ^{BB}, C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB} (*de gauche à droite et de haut en bas*), en $\mu K^2_{\rm CMB}$ calculés par la méthode décrite en 10.6.2 à partir des cartes I, Q et U mesurées par WMAP à 33 GHz [Page *et al.* 2006] et auxquels nous avons soustrait le bruit instrumental à l'aide de simulations (*croix noires*). Les barres d'erreurs sont également estimées à partir des simulations de bruit. Nous leur comparons les spectres de puissance angulaire de notre "*modèle raffiné*" extrapolé à 33 GHz, pour le synchrotron (*ligne brisée orange*) et pour la poussière (*ligne brisée rouge*). Nous présentons également la somme de ces deux composantes à laquelle nous avons ajouté une contribution de CMB et de rayonnement de freinage (*triangles bleus*). Ces spectres sont calculés pour une coupure galactique $|b| > 5$.

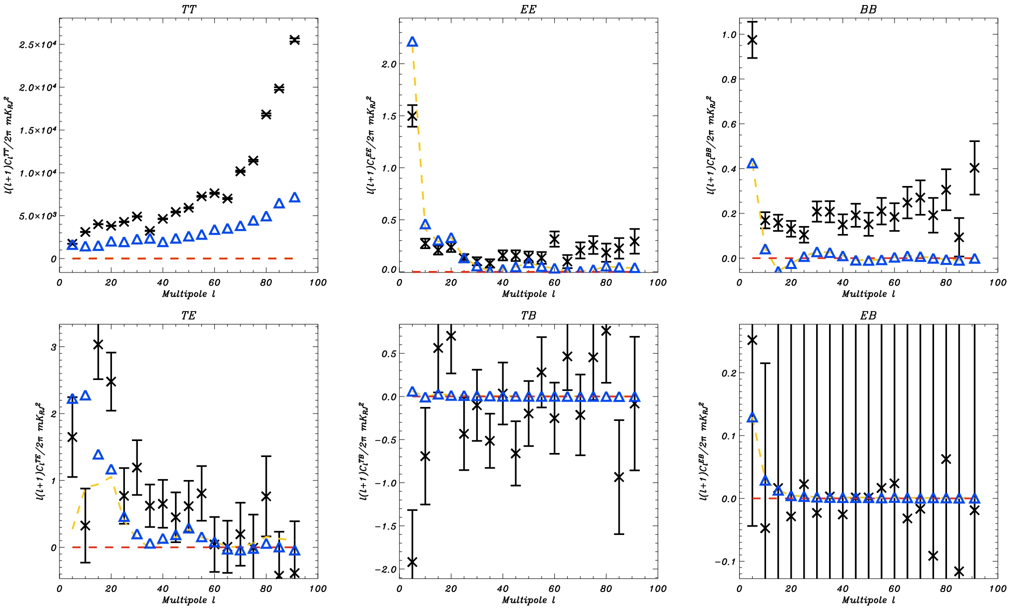

FIG. C.9 – Spectres de puissance angulaire C_ℓ^{TT}, C_ℓ^{EE}, C_ℓ^{BB}, C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB} (*de gauche à droite et de haut en bas*), en $\mu K^2_{\rm CMB}$ calculés par la méthode décrite en 10.6.2 à partir des cartes I, Q et U mesurées par WMAP à 41 GHz [Page *et al.* 2006] et auxquels nous avons soustrait le bruit instrumental à l'aide de simulations (*croix noires*). Les barres d'erreurs sont également estimées à partir des simulations de bruit. Nous leur comparons les spectres de puissance angulaire de notre "*modèle raffiné*" extrapolé à 41 GHz, pour le synchrotron (*ligne brisée orange*) et pour la poussière (*ligne brisée rouge*). Nous présentons également la somme de ces deux composantes à laquelle nous avons ajouté une contribution de CMB et de rayonnement de freinage (*triangles bleus*). Ces spectres sont calculés pour une coupure galactique $|b| > 5$.

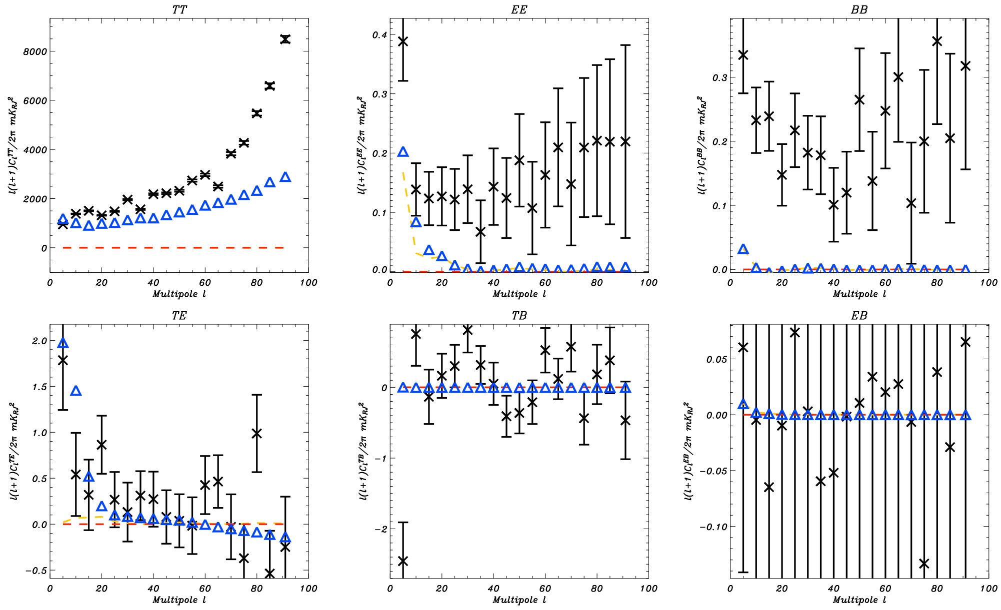

FIG. C.10 – Spectres de puissance angulaire C_ℓ^{TT}, C_ℓ^{EE}, C_ℓ^{BB}, C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB} (*de gauche à droite et de haut en bas*), en μK^2_{CMB} calculés par la méthode décrite en 10.6.2 à partir des cartes I, Q et U mesurées par WMAP à 61 GHz [Page *et al.* 2006] et auxquels nous avons soustrait le bruit instrumental à l'aide de simulations (*croix noires*). Les barres d'erreurs sont également estimées à partir des simulations de bruit. Nous leur comparons les spectres de puissance angulaire de notre "*modèle raffiné*" extrapolé à 61 GHz, pour le synchrotron (*ligne brisée orange*) et pour la poussière (*ligne brisée rouge*). Nous présentons également la somme de ces deux composantes à laquelle nous avons ajouté une contribution de CMB et de rayonnement de freinage (*triangles bleus*). Ces spectres sont calculés pour une coupure galactique $|b| > 5$.

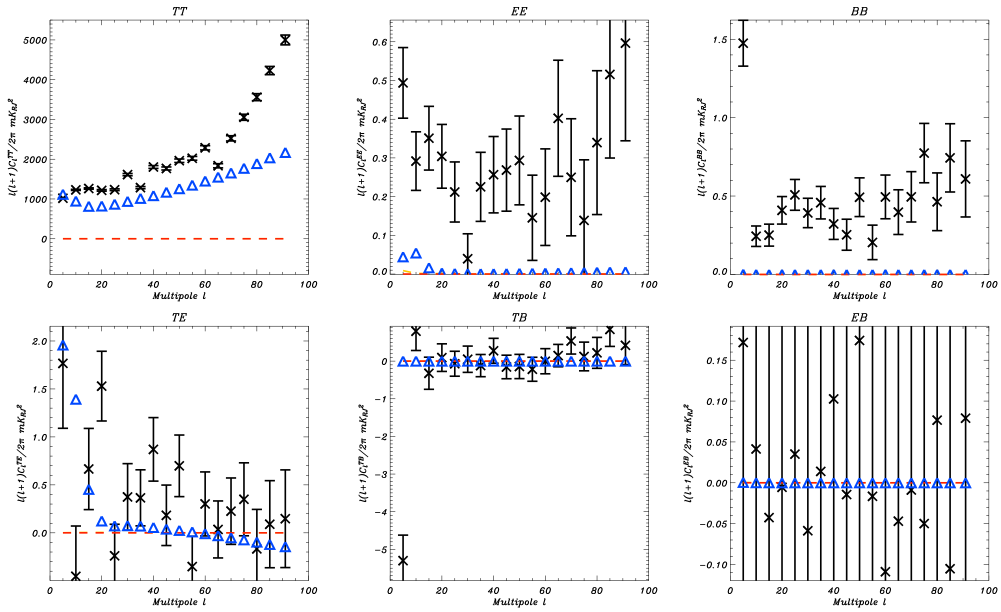

FIG. C.11 – Spectres de puissance angulaire C_ℓ^{TT}, C_ℓ^{EE}, C_ℓ^{BB}, C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB} (*de gauche à droite et de haut en bas*), en μK^2_{CMB} calculés par la méthode décrite en 10.6.2 à partir des cartes I, Q et U mesurées par WMAP à 94 GHz [Page *et al.* 2006] et auxquels nous avons soustrait le bruit instrumental à l'aide de simulations (*croix noires*). Les barres d'erreurs sont également estimées à partir des simulations de bruit. Nous leur comparons les spectres de puissance angulaire de notre "*modèle raffiné*" extrapolé à 94 GHz, pour le synchrotron (*ligne brisée orange*) et pour la poussière (*ligne brisée rouge*). Nous présentons également la somme de ces deux composantes à laquelle nous avons ajouté une contribution de CMB et de rayonnement de freinage (*triangles bleus*). Ces spectres sont calculés pour une coupure galactique $|b| > 5$.

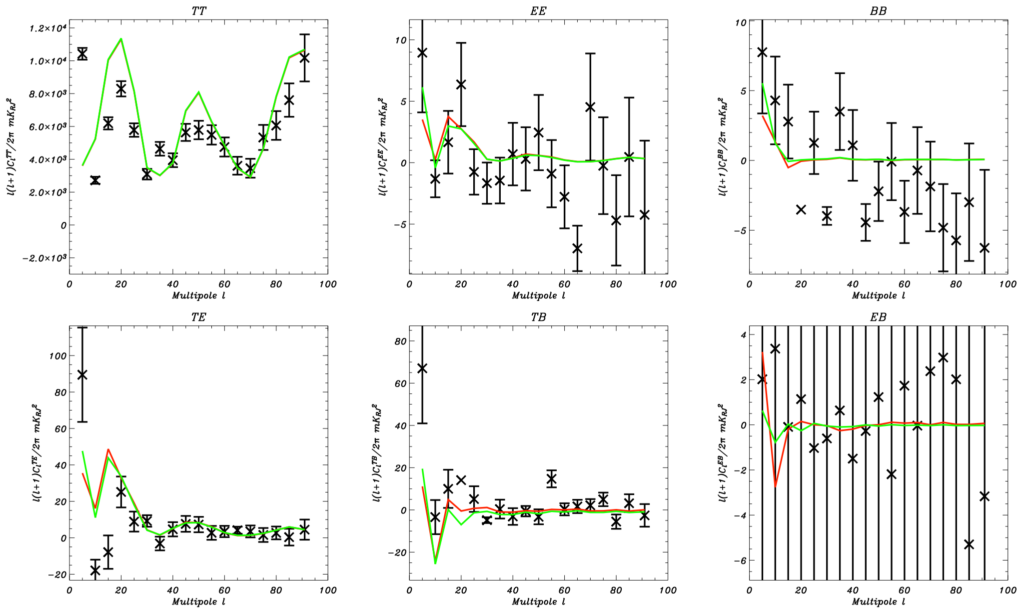

FIG. C.12 – Spectres de puissance angulaire C_ℓ^{TT}, C_ℓ^{EE}, C_ℓ^{BB}, C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB} (*de gauche à droite et de haut en bas*), en μK^2_{CMB} calculés par la méthode décrite en 10.6.2 à partir des cartes I, Q et U mesurées par ARCHEOPS à 353 GHz [Ponthieu *et al.* 2005] et auxquels nous avons soustrait le bruit instrumental à l'aide de simulations (*croix noires*). Les barres d'erreurs sont également estimées à partir des simulations de bruit. Nous leur comparons le spectre de puissance angulaire de l'émission de la poussière de notre "*modèle raffiné*" extrapolé à 353 GHz (*rouge*). Nous présentons également le modèle simple d'émission galactique présenté en 7.4.2 (*vert*). Ces spectres sont calculés pour une coupure galactique $|b| > 5$.

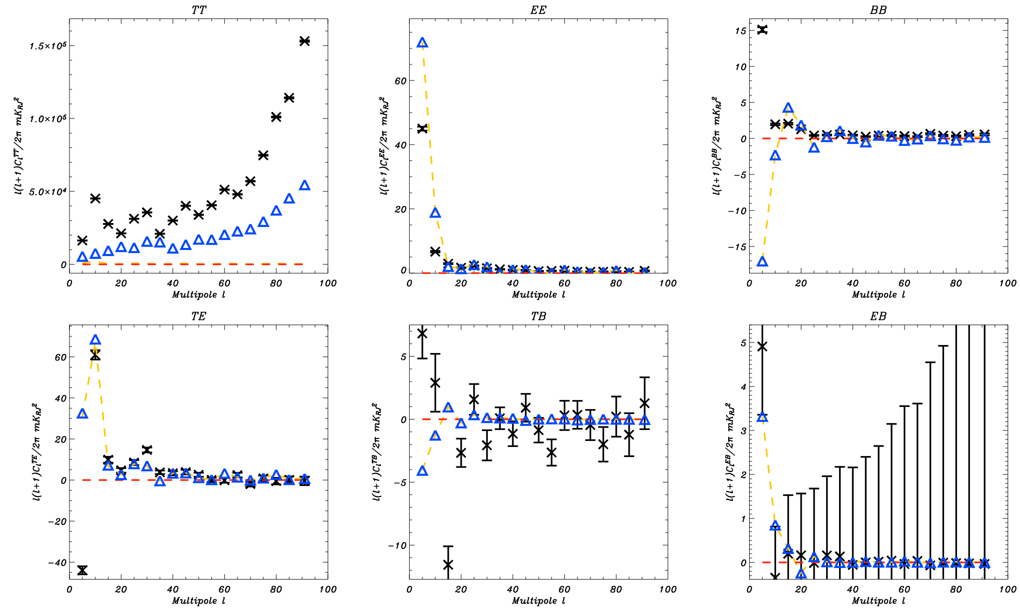

FIG. C.13 – Spectres de puissance angulaire C_ℓ^{TT}, C_ℓ^{EE}, C_ℓ^{BB}, C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB} (*de gauche à droite et de haut en bas*), en μK^2_{CMB} calculés par la méthode décrite en 10.6.2 à partir des cartes I, Q et U mesurées par WMAP à 23 GHz [Page *et al.* 2006] et auxquels nous avons soustrait le bruit instrumental à l'aide de simulations (*croix noires*). Les barres d'erreurs sont également estimées à partir des simulations de bruit. Nous leur comparons les spectres de puissance angulaire de notre "*modèle raffiné*" extrapolé à 23 GHz, pour le synchrotron (*ligne brisée orange*) et pour la poussière (*ligne brisée rouge*). Nous présentons également la somme de ces deux composantes à laquelle nous avons ajouté une contribution de CMB et de rayonnement de freinage (*triangles bleus*). Ces spectres sont calculés pour une coupure galactique $|b| > 10$.

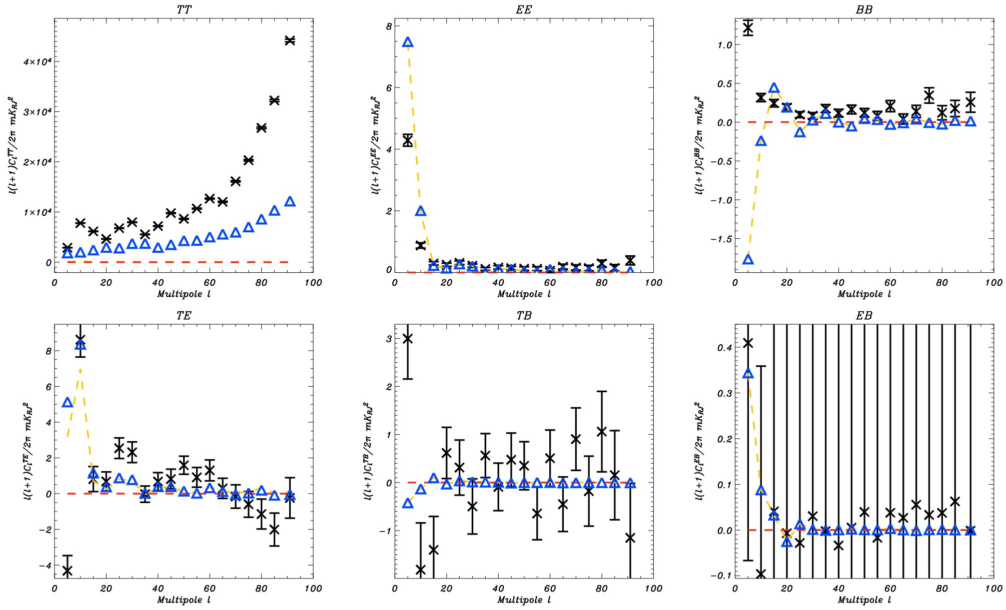

FIG. C.14 – Spectres de puissance angulaire C_ℓ^{TT}, C_ℓ^{EE}, C_ℓ^{BB}, C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB} (*de gauche à droite et de haut en bas*), en μK^2_{CMB} calculés par la méthode décrite en 10.6.2 à partir des cartes I, Q et U mesurées par WMAP à 33 GHz [Page *et al.* 2006] et auxquels nous avons soustrait le bruit instrumental à l'aide de simulations (*croix noires*). Les barres d'erreurs sont également estimées à partir des simulations de bruit. Nous leur comparons les spectres de puissance angulaire de notre "*modèle raffiné*" extrapolé à 33 GHz, pour le synchrotron (*ligne brisée orange*) et pour la poussière (*ligne brisée rouge*). Nous présentons également la somme de ces deux composantes à laquelle nous avons ajouté une contribution de CMB et de rayonnement de freinage (*triangles bleus*). Ces spectres sont calculés pour une coupure galactique $|b| > 10$.

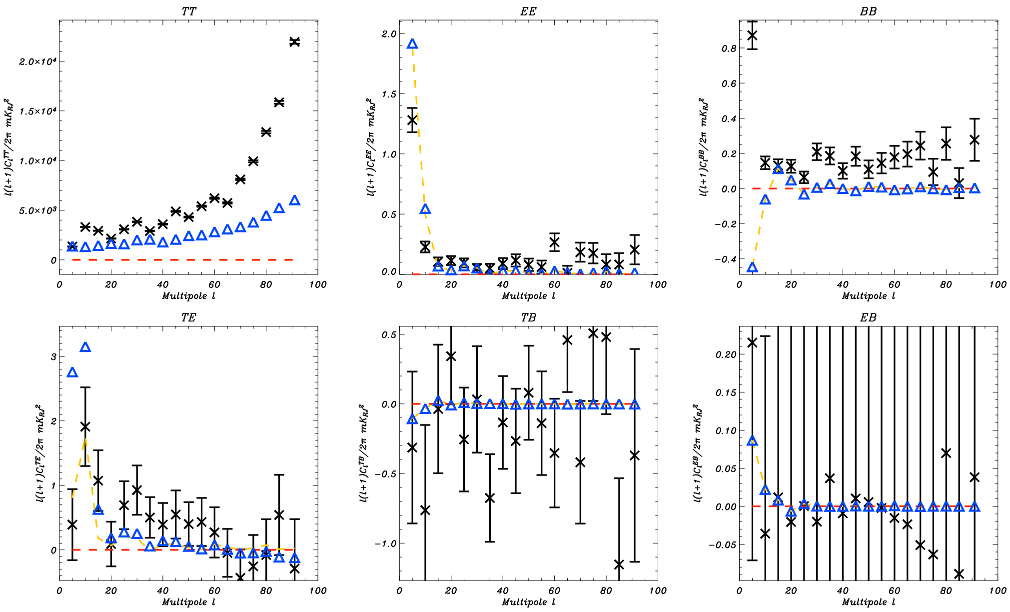

FIG. C.15 – Spectres de puissance angulaire C_ℓ^{TT}, C_ℓ^{EE}, C_ℓ^{BB}, C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB} (*de gauche à droite et de haut en bas*), en μK^2_{CMB} calculés par la méthode décrite en 10.6.2 à partir des cartes I, Q et U mesurées par WMAP à 41 GHz [Page *et al.* 2006] et auxquels nous avons soustrait le bruit instrumental à l'aide de simulations (*croix noires*). Les barres d'erreurs sont également estimées à partir des simulations de bruit. Nous leur comparons les spectres de puissance angulaire de notre "*modèle raffiné*" extrapolé à 41 GHz, pour le synchrotron (*ligne brisée orange*) et pour la poussière (*ligne brisée rouge*). Nous présentons également la somme de ces deux composantes à laquelle nous avons ajouté une contribution de CMB et de rayonnement de freinage (*triangles bleus*). Ces spectres sont calculés pour une coupure galactique $|b| > 10$.

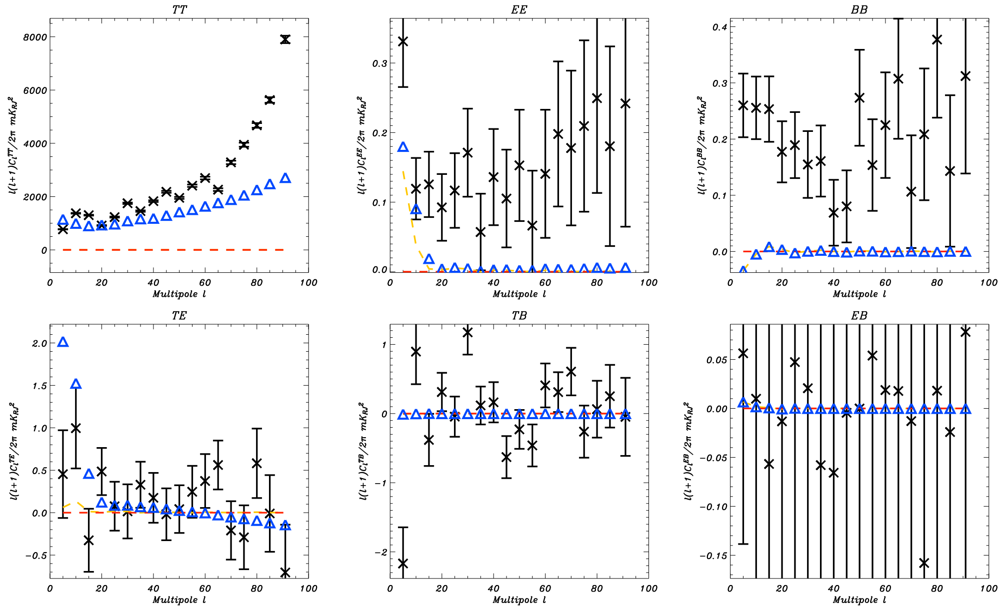

FIG. C.16 – Spectres de puissance angulaire C_ℓ^{TT}, C_ℓ^{EE}, C_ℓ^{BB}, C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB} (*de gauche à droite et de haut en bas*), en $\mu\mathrm{K}^2_{\mathrm{CMB}}$ calculés par la méthode décrite en 10.6.2 à partir des cartes I, Q et U mesurées par WMAP à 61 GHz [Page *et al.* 2006] et auxquels nous avons soustrait le bruit instrumental à l'aide de simulations (*croix noires*). Les barres d'erreurs sont également estimées à partir des simulations de bruit. Nous leur comparons les spectres de puissance angulaire de notre "*modèle raffiné*" extrapolé à 61 GHz, pour le synchrotron (*ligne brisée orange*) et pour la poussière (*ligne brisée rouge*). Nous présentons également la somme de ces deux composantes à laquelle nous avons ajouté une contribution de CMB et de rayonnement de freinage (*triangles bleus*). Ces spectres sont calculés pour une coupure galactique $|b| > 10$.

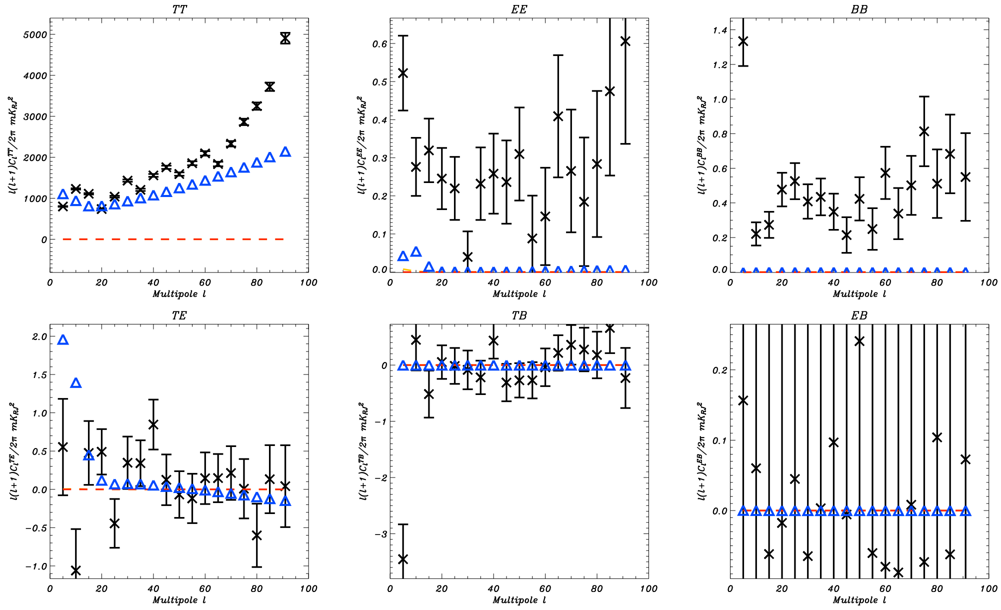

FIG. C.17 – Spectres de puissance angulaire C_ℓ^{TT}, C_ℓ^{EE}, C_ℓ^{BB}, C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB} (*de gauche à droite et de haut en bas*), en $\mu\mathrm{K}^2_{\mathrm{CMB}}$ calculés par la méthode décrite en 10.6.2 à partir des cartes I, Q et U mesurées par WMAP à 94 GHz [Page *et al.* 2006] et auxquels nous avons soustrait le bruit instrumental à l'aide de simulations (*croix noires*). Les barres d'erreurs sont également estimées à partir des simulations de bruit. Nous leur comparons les spectres de puissance angulaire de notre "*modèle raffiné*" extrapolé à 94 GHz, pour le synchrotron (*ligne brisée orange*) et pour la poussière (*ligne brisée rouge*). Nous présentons également la somme de ces deux composantes à laquelle nous avons ajouté une contribution de CMB et de rayonnement de freinage (*triangles bleus*). Ces spectres sont calculés pour une coupure galactique $|b| > 10$.

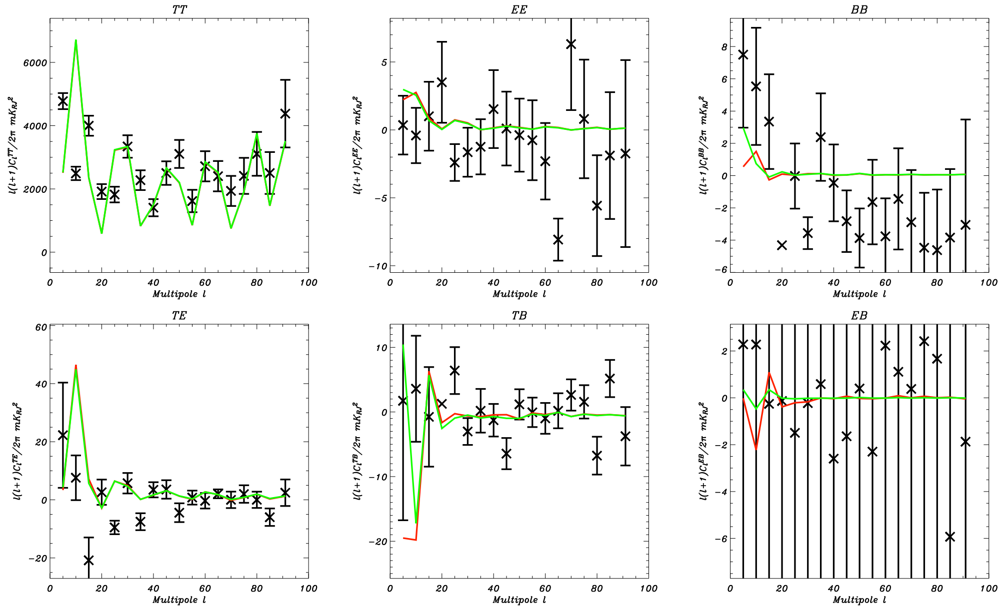

FIG. C.18 – Spectres de puissance angulaire C_ℓ^{TT}, C_ℓ^{EE}, C_ℓ^{BB}, C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB} (*de gauche à droite et de haut en bas*), en $\mu\mathrm{K}^2_{\mathrm{CMB}}$ calculés par la méthode décrite en 10.6.2 à partir des cartes I, Q et U mesurées par ARCHEOPS à 353 GHz [Ponthieu *et al.* 2005] et auxquels nous avons soustrait le bruit instrumental à l'aide de simulations (*croix noires*). Les barres d'erreurs sont également estimées à partir des simulations de bruit. Nous leur comparons le spectre de puissance angulaire de l'émission de la poussière de notre "*modèle raffiné*" extrapolé à 353 GHz (*rouge*). Nous présentons également le modèle simple d'émission galactique présenté en 7.4.2 (*vert*). Ces spectres sont calculés pour une coupure galactique $|b| > 10$.

Bibliographie

[Aghanim & Forni 1999] Aghanim N. & Forni O., 1999, A&A, **347**, 409

[Aliaga *et al.* 2003] Aliaga A. M., Martínez-González E., Cayón L., Argüeso F., Sanz J. L. & Barreiro R. B., 2003, New A. Rev., **47**, 821

[Aliaga *et al.* 2005] Aliaga A. M., Rubiño-Martín J. A., Martínez-González E., Barreiro R. B. & Sanz J. L., 2005, MNRAS, **356**, 1559

[Alpher & Herman 1948] Alpher R. & Herman R., 1948, Nature, **162**, 774

[Amblard & Hamilton 2004] Amblard A. & Hamilton J.-C., 2004, A&A, **417**, 1189

[page Archeops] `http://www.archeops.org/`

[Astier *et al.* 2006] Astier P. *et al.*, 2006, A&A, **447**, 31

[Aumont & Macías-Pérez 2007] Aumont J. & Macías-Pérez J.-F., 2007, MNRAS, **376**, 739

[Baccigalupi 2003] Baccigalupi C., 2003, New Astron. Rev., **47**, 1127

[Baccigalupi *et al.* 2004] Baccigalupi C., Perrotta F., De Zotti G., Smoot G. F., Burigana C., Maino D., Bedini L. & Salerno E., 2004, MNRAS, **354**, 55

[Bhandari *et al.* 2000] Bhandari P. *et al.*, 2000, Astroph. Lett. & Comm., **37**, 227

[Bhandari *et al.* 2001] Bhandari P. *et al.*, 2001, Crycooler, **11**, 541

[Barreiro *et al.* 2000] Barreiro R. B., Hobson M. P., Lasenby A. N., Banday A. J., Górski K. M. & Hinshaw G., 2000, MNRAS, **318**, 475

[Barreiro *et al.* 2001] Barreiro R. B., Martínez-González E. & Sanz J. L., 2001, MNRAS, **322**, 411

[Beck *et al.* 1996] Beck R., Brandenburg A., Moss D., Shukurov A. & Sokoloff D., 1996, ARA&A, **34**, 155

[Beck 2001] Beck R., 2001, Space Science Reviews, **99**, 243

[Beck 2006] Beck R., 2006, Proceedings of *Polarisation 2005*, EAS Publication Series, M.-A. Miville-Deschênes

[Bennett *et al.* 2003a] Bennett C. L. *et al.*, 2003, ApJ, **583**, 1

[Bennett *et al.* 2003b] Bennett C. L. *et al.*, 2003, ApJS, **148**, 1

[Bennett *et al.* 2003c] Bennett C. L. *et al.*, 2003, ApJS, **148**, 97

[Benoît & Pujol 1994] Benoît A. & Pujol S., 1994, Cryogenics, **34**, 321

[Benoît *et al.* 1994] Benoît A., Caussignac M. & Pujol S., 1994, PhyB, **197**, 48

[Benoît *et al.* 2002] Benoît A. *et al.*, 2002, Astropart. Phys., **17**, 101

[Benoît *et al.* 2003a] Benoît A. *et al.*, 2003, A&A, **399**, 19

[Benoît *et al.* 2003b] Benoît A. *et al.*, 2003, A&A, **399**, 25

[Benoît *et al.* 2004] Benoît A. *et al.*, 2004, A&A, **424**, 571

[Berkhuijsen *et al.* 1997] Berkhuijsen E. M. *et al.*, 1997, A&A, **318**, 700

[Bersanelli & Mandolesi 2000] Bersanelli M. & Mandolesi N., 2000, Astroph. Lett. & Comm., **37**, 171

["*Bluebook*" 2004] The Planck Consortia, 2004, *Planck : The Scientific Program*

[Bock *et al.* 1995] Bock J. J. *et al.*, 1995, Space Sci. Rev., **74**, 229

[Bock *et al.* 1996] Bock J. J. *et al.*, 1996, Proc. of the 30^{th} ESLAB symp., *Submillimetre and Far-Infrared Space Instrumentation*, ESA-ESTEC

[Bond 1995] Bond J. R., 1995, Phys. Rev. Letter, **74**, 4369

[Bouchet *et al.* 1999] Bouchet F. R., Prunet S. & Sethi S. K., 1999, MNRAS, **302**, 663

[Boulanger *et al.* 1996] Boulanger F., Abergel A. & Bernard J.-P., 1996, A&A, **312**, 256

[Bourrachot 2004] Bourrachot A., 2004, Thèse de Doctorat, *Contributions à l'analyse des données dans l'expérience Archeops et à la mesure de la masse des neutrinos avec les expériences CMB*, Université Paris IX

[Cayón *et al.* 2001] Cayón L. *et al.*, 2001, MNRAS, **326**, 1243

[Cayón *et al.* 2003a] Cayón L., Martínez-González E., Argüeso F., Banday A. J. & Górski K. M., 2003, MNRAS, **339**, 1189

[Cayón *et al.* 2003b] Cayón L., Argüeso F., Martínez-González E. & Sanz J.-L., 2003, MNRAS, **344**, 917

[Challinor & Chon 2002] Challinor A. & Chon G., 2002, Phys. Rev. D, **66**, 127301

[Challinor & Lewis 2005] Challinor A. & Lewis A., 2005, Phys. Rev. D, **71**, 103010

[Chon *et al.* 2004] Chon G., Challinor A., Prunet S., Hivon E. & Szapudi I., 2004, MNRAS, **350**, 914

[Cole *et al.* 2005] Cole. S. *et al.*, 2005, MNRAS, **362**, 505

[Cruz *et al.* 2004] Cruz M. *et al.*, 2004, MNRAS, **356**, 29

[Curto *et al.* 2006] Curto A., Aumont J., Macías-Pérez J.-F., Martínez-González E., Barreiro R. B., Santos D. & Désert F.-X., 2006, soumis à A&A, `astro-ph/0612148`

[deBernardis *et al.* 2000] deBernardis P. *et al.*, 2000, Nature, **404**, 955

[Delabrouille *et al.* 2003] Delabrouille J., Cardoso J.-F. & Patanchon G., 2003, MNRAS, **346**, 1089

[Dempster *et al.* 1977] Dempster A., Laird N. & Rubin D., 1977, Journal of the Royal Statistical Society B, **39**, 1

[Désert *et al.* 2007] Désert F.-X, Macías-Pérez J.-F., Mayet F., Renault C., Aumont J. *et al.*, 2007, en préparation

[de Zotti *et al.* 1999] de Zotti G. *et al.*, 1999, AIP Conf. Proc., **476**, 204

[Dickinson *et al.* 2003] Dickinson C., Davies R. D. & Davis R. J., 2003, MNRAS, **341**, 369

[Dickinson *et al.* 2004] Dickinson C. *et al.*, 2004, MNRAS, **353**, 732

[Drimmel & Spergel 2001] Drimmel R. & Spergel D. N., 2001, ApJ, **556**, 181

[Duncan *et al.* 1997] Duncan A. R., Haynes R. F., Jones K. & Stewart R. T., 1997, MNRAS, **291**, 279

[Eidelman *et al.* 2004] Eidelman S. *et al.*, 2004, *Review of Particle Physics*, Particle Data Group, Phys. Rev. B, **592**, 1

[Eisenstein *et al.* 2005] Eisenstein D. J. *et al.*, 2005, ApJ, **633**, 560

[Ferreira *et al.* 1998] Ferreira P. G., Magueijo J. & Górski K. M., 1998, ApJ, **503**, 1

[Finkbeiner *et al.* 1999] Finkbeiner D. P., Davies M. & Schlegel D. J., 1999, ApJ, **524**, 867

[Finkbeiner 2004] Finkbeiner D. P., 2004, ApJ, **614**, 186

[Fixsen & Mather 2002] Fixsen D. J. & Mather J. C., 2002, ApJ, **581**, 817

[Forni & Aghanim 1999] Forni O. & Aghanim N., 1999, A&As, **137**, 553

[Fosalba *et al.* 2002] Fosalba P., Lazarian A., Prunet S. & Tauber J. A., 2002, ApJ, **564**, 762

[Friedmann 1922] Friedmann A., 1922, Zeit. f. Physik, **10**, 377

[Friedmann 1924] Friedmann A., 1924, Zeit. f. Physik, **21**, 326

[Gamow 1946] Gamow G., 1946, Phys. Rev. Lett., **70**, 512

[Gautier *et al.* 1992] Gautier T. N. I., Boulanger F., Perault M. & Puget J.-L., 1992, ApJ, **103**, 1313

[Giardino *et al.* 2002] Giardino G., Banday A. J., Górski K. M., Bennet K., Jonas J. L. & Tauber J., 2002, A&A, **387**, 82

[Giovannini 2006] Giovannini M., 2006, à paraître dans le livre *String theory and fundamental interactions*, Lec. Notes in Phys., Springer Berlin/Heidelberg, `astro-ph/0612378`

[Gnedin & Gnedin 1998] Gnedin N. Y. & Gnedin O. Y., 1998, ApJ, **509**, 11

[Goodman & Whittet 1995] Goodman A. A. & Whittet D. C. B., 1995, ApJ, **455**, 181

[Górski *et al.* 1999] Górski K. M., Hivon E. & Wandelt B. D., 1999, `astrop-ph/9812350`

[Gull & Skilling *et al.* 1990] Gull S. F. & Skilling J., 1990, *The MEMSYS5 Users' Manual*, Maximum Entropy Data Consultants Ltd, Royston

[Gunn & Peterson 1965] Gunn J. E. & Peterson B. A., 1965, ApJ, **142**, 1633

[Guth 1981] Guth A. H., 1981, Phys. Rev. D, **23**, 347

[Halverson *et al.* 2002] Halverson N. W. *et al.*, 2002, ApJ, **568**, 38

[Han *et al.* 2004] Han J.-L., Ferriere K. & Manchester R. N., 2004, ApJ, **610**, 820

[Han *et al.* 2006] Han J.-L., Manchester R. N., Lyne A. G., Qiao G. J. & van Straten W., 2006, ApJ, **642**, 868

[Hanany *et al.* 2000] Hanany S. *et al.*, 2000, ApJ, **545**, 5

[Hansen *et al.* 2002] Hansen F., Górski K. M. & Hivon E., 2002, MNRAS, **336**, 1304

[Haslam *et al.* 1982] Haslam C. G. T., Stoffel H., Salter C. J. & Wilson W. E., 1982, A&AS, **47**, 1

[Hernández-Monteagudo *et al.* 2006] Hernández-Monteagudo C., Macías-Pérez J.-F., Tristram M. & Désert F.-X., 2006, A&A, **449**, 41

[Hinshaw *et al.* 2006] Hinshaw G. *et al.*, 2006, ApJ, in press, `astro-ph/0603451`

[Hivon *et al.* 2002] Hivon E. *et al.*, 2002, ApJ, **567**, 2

[Hobson *et al.* 1998] Hobson M. P., Jones A. W., Lasenby A. N. & Bouchet F. R., 1998, MNRAS, **300**, 1

[Hobson *et al.* 1999] Hobson M. P., Jones A. W. & Lasenby A. N. Bouchet F. R., 1999, MNRAS, **309**, 125

[Howard & Kulsrud 1997] Howard A. M. & Kulsrud R. M, 1997, ApJ, **483**, 648

[Hu 2000] Hu W., 2000, Phys. Rev. D, **62**, 043007

[Hu & Sugiyama 1995] Hu W. & Sugiyama N., 1995, Phys. Rev. D, **51**, 2599

[Hu & White 1997] Hu W. & White M., 1997, Phys. Rev. D, **56**, 596

[Hubble 1929] Hubble E. P., 1929, Proc. Nat. Acad. Sci., **15**, 168

[Jewell 2001] Jewell J., 2001, ApJ, **557**, 700

[Jones *et al.* 2003] Jones W. C. *et al.*, 2003, Proc. SPIE, **4855**, 227

[Jones *et al.* 2006] Jones W. C. *et al.*, 2006, ApJ, **647**, 823

[Kaplan & Delabrouille 2001] Kaplan J. & Delabrouille J., 2001, Proceedings of the *Astrophysical Polarized Foregrounds*, Bologne, Italie

[Keating *et al.* 1998] Keating B., Timbie P., Polnarev A. & Steinberger J., 1998, ApJ, **495**, 580

[Khlebnikov & Tkachev 1996] Khlebnikov S. Y. & Tkachev I. I., 1996, Phys. Rev. Lett., **77**, 219

[Kirkman *et al.* 2003] Kirkman D., Tytler D., Suzuki N. O'Meara J. M. & Lubin D., 2003, ApJS, **149**, 1

[Kogut *et al.* 2003] Kogut A. *et al.*, 2003, ApJS, **148**, 161

[Kolb & Turner 1990] Kolb E. W. & Turner M. S., 1990, *The Early Universe*, Addison Wesley, New York

[Komatsu 2001] Komatsu E., 2001, Thèse de Doctorat, *The Pursuit of Non-Gaussian Fluctuations in the Cosmic Microwave Background*, Tohoku University, `http://gyudon.as.utexas.edu/~komatsu/cmb/`

[Komatsu & Spergel 2002] Komatsu E. & Spergel D. N., 2001, Phys. Rev. D, **63**, 063002

[Komatsu *et al.* 2002] Komatsu E., Wandelt B. D., Spergel D. N., Banday A. J. & Górski K. M., 2002, ApJ, **566**, 19

[Komatsu *et al.* 2003] Komatsu E. *et al.*, 2003, ApJS, **148**, 119

[Kosowsky 1996] Kosowsky A., 1996, Ann. Phys., **246**, 49

[Kosowsky & Loeb 1996] Kosowsky A. & Loeb A., 1996, ApJ, **469**, 1

[Kullback 1954] Kullback S., 1954, *Information theory and statistics*, John Wiley & Sons, New-York

[Kuo *et al.* 2004] Kuo C. L. *et al.*, 2004, ApJ, **600**, 32

[Lagache 2003] Lagache G., 2003, A&A, **405**, 813

[Lamarre *et al.* 2002] Lamarre J.-M. *et al.*, 2002, AIP Conf. Proc., *Low temperature detectors*, Madison WI, États Unis

[Lamarre *et al.* 2003] Lamarre J.-M. *et al.*, 2003, SPIE, **4850**, 730

[Langlois 2004] Langlois D., 2004, *Inflation, Quantum Fluctuations and Comological Perturbations*, `hep-th/0405053`

[Lazarian & Draine 2000] Lazarian A. & Draine B. T., 2000, ApJ, **536**, 15

[Lazarian & Prunet 2000] Lazarian A. & Prunet S., 2001, *Astrophysical Polarized Foregrounds*, AIP Conf. Proc.

[Lee *et al.* 2001] Lee A. T. *et al.* , 2001, ApJ, **561**, 1

[Lewis *et al.* 2000] Lewis A., Challinor A. & Lasenby A., 2000, ApJ, **538**, 473

[Linde 1982] Linde A. D., 1982, Phys. Lett. B, **108**, 389

[Linde 1983] Linde A. D., 1983, Phys. Lett. B, **129**, 177

[Linde 1990] Linde A. D., 1990, *Particle Physics and Inflationary Cosmology*, Hardwood, Chur

[Liddle & Lyth 2000] Liddle A. R. & Lyth D. H., 2000, *Cosmological Inflation and Large-Scale Structure*, Cambridge University Press, Cambridge

[Lyne & Smith 1989] Lyne A. G. & Smith F. G., 1989, MNRAS, **237**, 533

[Lyth & Riotto 1998] Lyth D. H. & Riotto A., 1998, Phys. Rept., **314**, 1

[Macías-Pérez *et al.* 2006] Macías-Pérez J.-F. *et al.*, 2006, accepté dans A&A, `astro-ph/0603655`

[Magueijo 2000] Magueijo J., 2000, ApJ, **528**, 57

[Maino *et al.* 2002] Maino D., Farusi A., Baccigalupi C., Perrotta F., Banday A. J., Bedini L., Burigana C. De Zotti G., Górski K. M. & Salerno E., 2002, MNRAS, **334**, 53

[Maino *et al.* 2003] Maino D., Banday A. J., Baccigalupi C., Perrotta F. & Górski K. M., 2003, MNRAS, **344**, 544

[Maino *et al.* 2007] Maino D., Donzelli S., Banday A. J., Stivoli F. & Baccigalupi C., 2007, MNRAS, **374**, 1207

[Maisinger *et al.* 1997] Maisinger K., Hobson M. P. & Lasenby A. N., 1997, MNRAS, **290**, 313

[Mathis 1986] Mathis J. S., 1986, ApJ, **308**, 281

[Mukhanov *et al.* 1992] Mukhanov V. F., Feldman H. A. & Brandenberger R. H., Phys. Rep., **215**, 203

[Netterfield *et al.* 2002] Netterfield C. B. *et al.*, 2002, ApJ, **571**, 604

[Newmann & Penrose 1966] Newmann E. T. & Penrose R., 1996, Journal of Mathematical Physics, **7**, 863

[Ohno & Shibata 1993] Ohno H. & Shibata S., 1993, MNRAS, **262**, 953

[Okamoto & Hu 2003] Okamoto T. & Hu W., 2003, Phys. Rev. D, **67**, 083002

[Padmanabhan *et al.* 2006] Padmanabhan N. *et al.*, 2O06, soumis à MNRAS, `astro-ph/0605302`

[Page *et al.* 2006] Page L. *et al.*, 2006, ApJ, in press, `astro-ph/0603450`

[Pando *et al.* 1998] Pando J., Valls-Gabaud D. & Fang L. Z., 1998, Phys. Rev. Lett., **81**,

[Parker 1971] Parker E. N., 1971, ApJ, **163**, 255

[Patanchon *et al.* 2005] Patanchon G., Cardoso J.-F., Delabrouille J. & Vielva P., 2005, MNRAS, **364**, 1185

[Peebles 1973] Peebles P. J. E., 1973, ApJ, **185**, 431

[Peebles 1993] Peebles P. J. E., 1993, *Principles of Physical Cosmology*, Princeton University Press

[Peebles & Ratra 2003] Peebles P. J. E. & Ratra B., 2003, Rev. Mod. Phys., **75**, 559 Princeton University Press

[Peebles & Yu 1970] Peebles P. J. E. & Yu J. T., ApJ, **162**, 815

[Penzias & Wilson 1965] Penzias A. & Wilson R., 1965, ApJ, **142**, 419

[Perlmutter *et al.* 1999] Perlmutter S. *et al.*, 1999, ApJ, **517**, 565

[Planck Consortium 2005] Planck Consortium, 2005, ESA Publication Division

[Ponthieu *et al.* 2005] Ponthieu N., Macías-Pérez J.-F., Tristram M., Ade P., Amblard A., Ansari R., Aumont J. *et al.*, 2005, A&A, **444**, 327

[Press *et al.* 2002] Press W. H., Teukolsky S. A., Vetterling W. T. & Flannery B. P., 2002, *Numerical Recipes in C++*, Cambridge University Press

[Prunet *et al.* 1998] Prunet S., Sethi S. K., Bouchet F. R., & Miville-Deschêne M.-A., 1998, A&A, **339**, 187

[Pyne & Carrol 1996] Pyne T. & Carrol S. M., 1996, Phys. Rev. D, **53**, 2920

[Rand & Kulkarni 1989] Rand R. J. & Kulkarni S. R., 1989, ApJ, **343**, 760

[Rao *et al.* 1998] Rao R., Crutcher R. M., Plambeck R. L. & Wright M. C H., 1998, ApJ, **502**, 75

[Rayner & Best 1989] Rayner J. C. W. & Best D. J., 1989, *Smooth Tests of Goodness of Fit*, Oxford University Press, New York

[Rayner & Best 1990] Rayner J. C. W. & Best D. J., 1990, International Statistical Rev., **58**, 9

[Readhead *et al.* 2004] Readhead A. C. S. *et al.*, 2004, ApJ, **609**, 498

[Riess *et al.* 1998] Riess A. G. *et al.*, 1998, Astron. J., **116**, 1009

[Rotenberg *et al.* 1959] Rotenberg M. *et al.*, 1959, *The 3-j and 6-j Symbols*, Cambridge : MIT

[Rubiño-Martín *et al.* 2006] Rubiño-Martín J. A., Aliaga A. M., Barreiro R. B. *et al.*, 2006, MNRAS, **369**, 909

[Rybicki & Lightman 1979] Rybicki G. B. & Lightman A., 1979, *Radiative Processes in Astrophysics*, Wiley & Sons, New York

[Sachs & Wolfe 1967] Sachs R. K. & Wolfe A. M., 1967, ApJ, **147**, 73

[Salopek & Bond 1990] Salopek D. S. & Bond J. R., 1990, Phys. Rev. D, **42**, 3936

[Scannapieco & Ferreira 1997] Scannapieco E. S. & Ferreira P. G., 1997, Phys. Rev. D, **56**, 7493

[Schlegel *et al.* 1998] Schlegel D. J., Finkbeiner D. P. & Davies M., 1998, ApJ, **500**, 525

[Scóccola *et al.* 2004] Scóccola C., Harari D. & Mollerach S., 2004, Phys. Rev. D, **70**, 063003

[Seljak & Zaldarriaga 1996] Seljak U. & Zaldarriaga M., 1996, ApJ, **469**, 437

[Seljak & Zaldarriaga 2000] Seljak U. & Zaldarriaga M., 2000, ApJ, **538**, 57

[Sigl & Raffelt 1993] Sigl G. & Raffelt G., 1993, Nuc. Phys., **B406**, 423

[Skilling 1989] Skilling J., 1989, in Skilling J., ed., *Maximum Entropy and Bayesian Methods*. Kluwer, Dordecht, 53

[Smoot *et al.* 1992] Smoot G. F. *et al.*, 1992, ApJ, **396**, 1

[Snoussi *et al.* 2002] Snoussi H., Patanchon G., Macías-Pérez J.-F., Mohammad-Djafari A. & Delabrouille J., 2002, *Bayesian inference and maximum entropy methods in science and ingeneering*, AIP conference proceedings, **617**, 125

[Sofue *et al.* 1986] Sofue Y., Fujimoto M. & Wielebinski R., 1986, ARA&A, **24**, 459

[Spergel *et al.* 2003] Spergel D. N. *et al.*, 2003, ApJS, **148**, 75

[Spergel *et al.* 2006] Spergel D. N. *et al.*, 2006, , ApJ, in press, `astro-ph/0603449`

[Starck *et al.* 2003] Starck J.-L., Aghanim N. & Forni O., 2004, A&A, **416**, 9

[Starobinsky 1982] Starobinsky A. A., 1982, Phys. Rev. B, **117**, 175

[Stolyarov *et al.* 2002] Stolyarov V., Hobson M. P., Ashdown M. A. J. & Lasenby A. N., 2002, MNRAS, **336**, 97

[Stolyarov *et al.* 2005] Stolyarov V., Hobson M. P., Lasenby A. N. & Barreiro R. B., 2005, MNRAS, **357**, 145

[Szapudi *et al.* 2001] Szapudi I. *et al.*, 2001, ApJ, **548**, 115

[Tegmark & Efstathiou 1996] Tegmark M. & Efstathiou G., 1996, MNRAS, **281**, 1297

[Testori *et al.* 2007] Testori J. C. *et al.*, 2007, A&A, en préparation

[Tristram *et al.* 2005a] Tristram M. *et al.*, 2005, A&A, **436**, 785

[Tristram *et al.* 2005b] Tristram M., Macías-Pérez J.-F., Renault C. & Santos D., 2005, MNRAS, **358**, 833

[Wade *et al.* 2000] Wade L. A. *et al.*, 2000, Advances in Cryogenic Eng., **45**, 499

[Waelkens 2005] Waelkens A., 2005, Diploma Thesis, Ludwig-Maximilian-Universität, München, `http://www.mpa-garching.mpg.de/~waelkens/diplomathesis.pdf`

[Watson *et al.* 2005] Watson R. A. *et al.*, 2005, ApJ, **624**, 89

[Wetterich 1995] Wetterich C., 1995, A&A, **301**, 321

[Wiaux *et al.* 2006] Wiaux Y., Jacques L., Vielva P. & Vandergheynst P., 2006, ApJ, **652**, 820

[Widrow 2002] Widrow L. M., 2002, Rev. Mod. Phys., **74**, 775

[Wielebinski 2005] Wielebinski R., 2005, *Cosmic Magnetic Fields*, éd. R. W. R. Reck, Springer, Berlin

[Wolleben *et al.* 2006] Wolleben M., Landecker T. L., Reich W. & Wielebinski R., 2006, A&A, **448**, 411

[Wright 1998] Wright E. L., 1998, ApJ, **496**, 1

[Yvon & Mayet 2005] Yvon D. & Mayet F., 1995, A&A, **436**, 729

[Zaldarriaga & Harari 1995] Zaldarriaga M. & Harari D., 1995, Phys. Rev. D, **52**, 3276

[Zaldarriaga & Seljak 1997] Zaldarriaga M. & Seljak U., 1997, Phys. Rev. D, **55**, 1830

[Zaldarriaga & Seljak 1998] Zaldarriaga M. & Seljak U., 1998, Phys. Rev. D, **58**, 023003

[Zaldarriaga 1998] Zaldarriaga M., 1998, PhD Thesis, *Fluctuations in the Cosmic Microwave Background*, M.I.T.

[Zaldarriaga 2001] Zaldarriaga M., 2001, Phys. Rev. D, **64**, 3001

[Zaldarriaga 2002] Zaldarriaga M., 2002, Passadena 2002, *Measuring and modeling the Univers*, 309, Cambridge University Press, `astro-ph/0305272`

[Zel'dovitch & Sunyaev 1969] Zel'dovitch Y. B. & Sunyaev R. A., 1969, Ap&SS, **4**, 301

Résumé :

Cette thèse est dédiée à la mesure des anisotropies du Fond Diffus Cosmologique (CMB) ainsi qu'à la caractérisation des émissions d'avant-plan. Les travaux que nous avons entrepris s'inscrivent dans le cadre de la préparation à l'analyse et à l'exploitation des données du satellite PLANCK.
L'exposé débute par une introduction à la cosmologie et au CMB. Un état des lieux des mesures cosmologiques est dressé et les expériences ARCHEOPS, WMAP et PLANCK sont présentées.
Une deuxième partie est consacrée à l'effet d'un champ magnétique primordial sur la polarisation du CMB. Nous y dérivons les spectres de puissance angulaire de cet effet et nous donnons une limite supérieure sur l'intensité actuelle de ce champ à l'aide des données de WMAP.
Dans une troisième partie, nous présentons les analyses effectuées à partir des mesures de l'expérience ARCHEOPS. D'une part, nous montrons le caractère gaussien des données en température à 143 GHz, contraignant ainsi le paramètre de couplage non linéaire et les résidus systématiques et d'autre part, à l'aide des données à 353 GHz, nous montrons la première mesure de l'émission diffuse polarisée de la poussière galactique à grande échelle.
Une quatrième partie présente une méthode de séparation de composantes permettant d'extraire les différentes contributions physiques à partir d'observations multifréquences, en température et en polarisation. Nous caractérisons ses performances sur des simulations du ciel vu par PLANCK.
Enfin, dans une dernière partie, nous nous attachons à modéliser les émissions galactiques polarisées du synchrotron et de la poussière et nous comparons ces émissions simulées aux données des expériences ARCHEOPS et WMAP.

Mots clefs : Cosmologie – CMB – Polarisation du CMB – PLANCK – ARCHEOPS – WMAP – Analyse de données – Émission galactique

Summary :

This thesis is dedicated to the measurement of the Cosmic Microwave Background (CMB) anisotropies and to the characterization of its Galactic foregrounds. This work has been done in the framework of the Planck satellite data analysis preparation.
First, a general introduction to cosmology and to CMB is presented. An overview of the current cosmological measurements is given and the Archeops, WMAP and Planck experiments are introduced.
Part two is devoted to the effect of a primordial magnetic field on CMB polarization. We derive the angular power spectra of this effect and give a superior limit on the nowadays intensity of this field using the WMAP data.
In a third part, we present the analysis we have performed using the Archeops data. First, we show the Gaussian nature of the temperature data measured at 143 GHz, constraining the non-linear coupling factor and systematic residuals and then, using the polarized data from the 353 GHz channel, we show the first measurement of the polarized diffuse emission of dust at large angular scales.
In a fourth part, we present an original component separation method allowing to extract the various physical contributions from multi-frequency observations, in both temperature and polarization. Performances of the method are intensively tested using Planck sky simulations.
Finally, we focus on the modelization of the polarized Galactic emissions of synchrotron and dust and we compare our simulations of these emissions to the Archeops and WMAP polarized data.

Keywords : Cosmology – CMB – CMB polarization – PLANCK – ARCHEOPS – WMAP – Data analysis – Galactic emission