

# INFLUENCE DES FLUCTUATIONS SUR L'ECHANTILLONNAGE ET LA QUANTIFICATION DANS LE SYSTEME VISUEL

Cédric Duchêne

**gipsa-lab/DIS**

Grenoble Images Signal Parole et Automatique



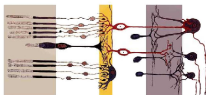
**gipsa-lab**

Directeurs de thèse

Pierre-Olivier Amblard et Steeve Zozor



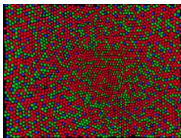
## 1 La rétine



Codage au niveau du nerf optique

⇒ Variabilité neuronale (bruit)

## 2 Les photorécepteurs



Échantillonnage par les photorécepteurs

⇒ Irrégularité rétinienne (bruit)

## 3 Les globes oculaires



Asservissement de position

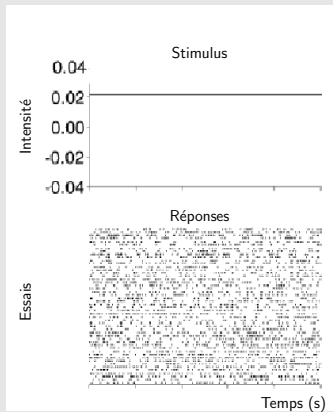
Orientation du regard

⇒ Déplacements aléatoires (bruit)

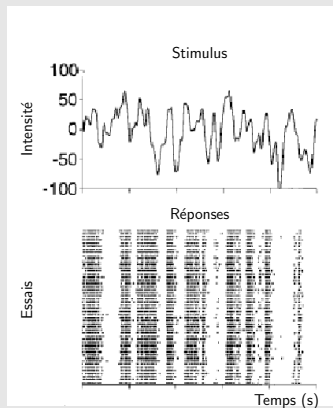
# LA VARIABILITÉ NEURONALE

Les neurones communiquent par des séquences de **potentiels d'action**

Pour un *stimulus constant*



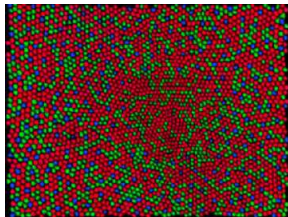
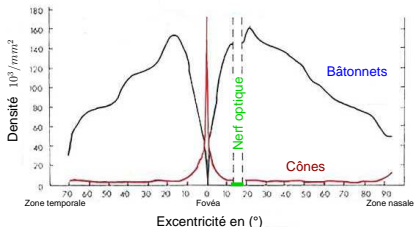
Pour un *stimulus aléatoire*



Réponses neuronales sont entachées de **bruit intrinsèque**

# IRRÉGULARITÉ RÉTINIENNE

Répartition **non-uniforme et irrégulière** des photorécepteurs sur la rétine

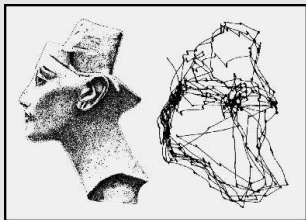


- **Cônes** : région fovéale (vision diurne)
- **Bâtonnets** : périphérie (vision nocturne)
- Absence de photorécepteurs : tâche aveugle

## 2 catégories de mouvements oculaires

### Les *macro-mouvements*

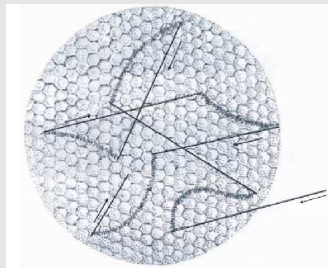
**Phase d'exploration** : les saccades oculaires, grandes amplitude



**Phase de poursuite** : lorsque la cible et/ou l'individu se déplace

### Les *micro-mouvements*

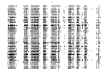
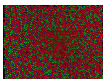
**Phase de fixation** : séquence de trois mouvements



micro-saccade, dérive, tremblement

Mouvements oculaires microscopiques sont aléatoires  $\Rightarrow$  **bruit extrinsèque**

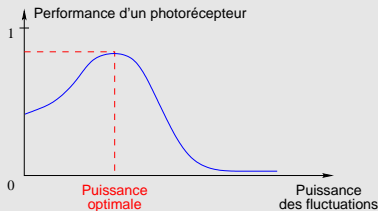
# PLAN DE L'EXPOSÉ



## Première partie

### Influence du *bruit externe*

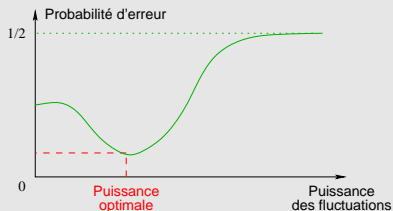
- 1 Images proches des scènes naturelles
- 2 Modèles de rétine simples
- 3 Mesure de cohérence



## Seconde partie

### Influence du *bruit interne*

- 1 Problèmes de test d'hypothèses binaires
- 2 Réseau de neurones à seuils
- 3 Probabilité d'erreur



Scène naturelle<sup>1</sup> : processus aléatoire bi-bidimensionnel

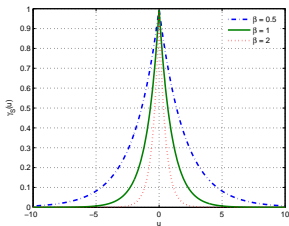


Loi en puissance

$$\Gamma(\mathbf{f}) \propto \frac{1}{|\mathbf{f}|^{2+\kappa}}$$

avec  $\kappa \in [-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}]$

Approximation de scène naturelle



Densité spectrale de puissance  $\propto \frac{1}{|\mathbf{f}|^3}$

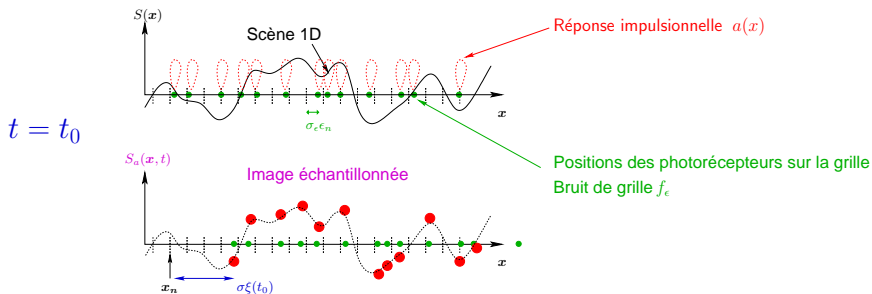
Auto-corrélation

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_S(\mathbf{u}) &= \frac{1}{\sigma_S^2} E[S(\mathbf{x})S(\mathbf{x} - \mathbf{u})] \\ &\propto e^{-\beta(\mathbf{u}^T \mathbf{u})^{1/2}} \end{aligned}$$

<sup>1</sup>D.L. Ruderman *The statistics of natural images?* Computation in Neural System, 1994

# MODÈLES DE RÉTINE 1D

- 1 Modèle à 1 seul type de photorécepteur
- 2 Bruit de grille  $\epsilon_n \sim f_{\epsilon_n}$
- 3 Micro-mouvements  $\xi(t) \sim f_{\xi}$

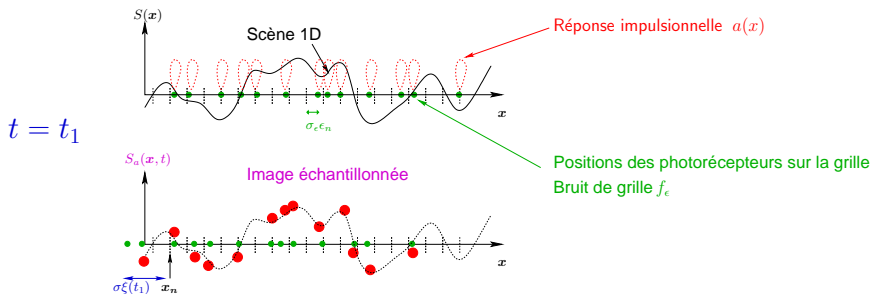


$$S_a(x_n, t) = \int_{\mathbb{R}} S(x_n + \sigma \xi(t) + \sigma_{\epsilon} \epsilon_n - \tau) a(\tau) d\tau$$



# MODÈLES DE RÉTINE 1D

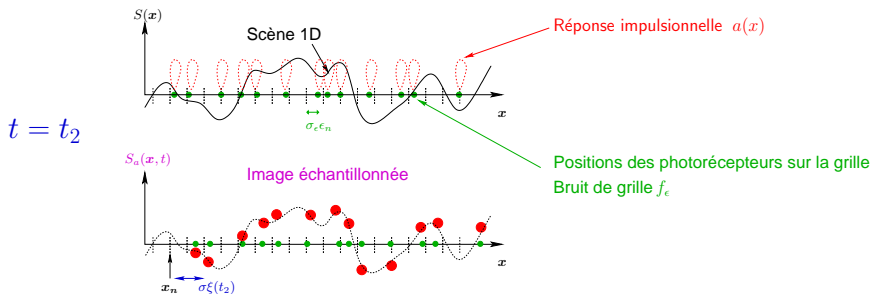
- 1 Modèle à 1 seul type de photorécepteur
- 2 Bruit de grille  $\epsilon_n \sim f_{\epsilon_n}$
- 3 Micro-mouvements  $\xi(t) \sim f_{\xi}$



$$S_a(x_n, t) = \int_{\mathbb{R}} S(x_n + \sigma \xi(t) + \sigma_{\epsilon} \epsilon_n - \tau) a(\tau) d\tau$$

# MODÈLES DE RÉTINE 1D

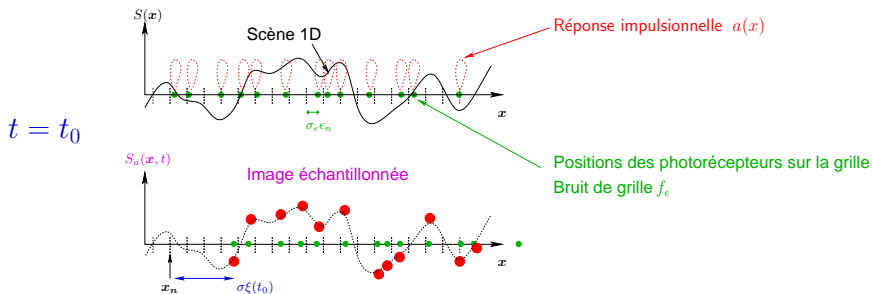
- 1 Modèle à 1 seul type de photorécepteur
- 2 Bruit de grille  $\epsilon_n \sim f_{\epsilon_n}$
- 3 Micro-mouvements  $\xi(t) \sim f_{\xi}$



$$S_a(\mathbf{x}_n, t) = \int_{\mathbb{R}} S(\mathbf{x}_n + \sigma \xi(t) + \sigma_\epsilon \epsilon_n - \tau) a(\tau) d\tau$$

# MODÈLES DE RÉTINE 1D

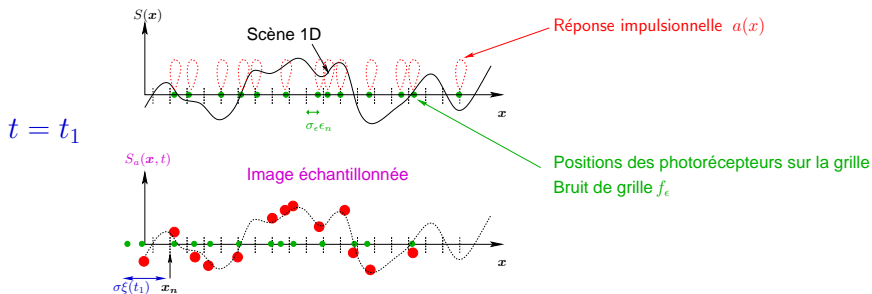
- 1 Modèle à 1 seul type de photorécepteur
- 2 Bruit de grille  $\epsilon_n \sim f_{\epsilon_n}$
- 3 Micro-mouvements  $\xi(t) \sim f_{\xi}$



$$S_a(x_n, t) = \int_{\mathbb{R}} S(x_n + \sigma\xi(t) + \sigma_\epsilon \epsilon_n - \tau) a(\tau) d\tau$$

# MODÈLES DE RÉTINE 1D

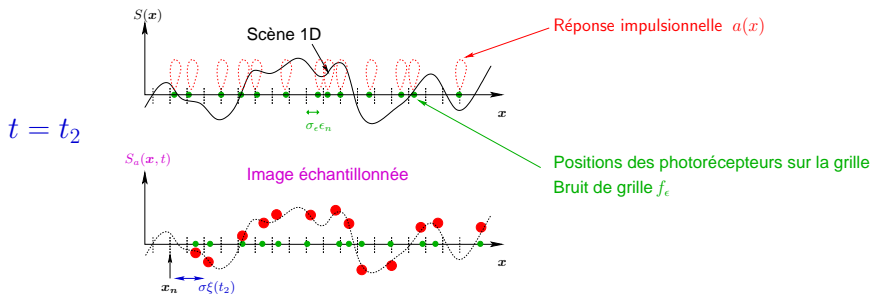
- 1 Modèle à 1 seul type de photorécepteur
- 2 Bruit de grille  $\epsilon_n \sim f_{\epsilon_n}$
- 3 Micro-mouvements  $\xi(t) \sim f_{\xi}$



$$S_a(x_n, t) = \int_{\mathbb{R}} S(x_n + \sigma \xi(t) + \sigma_{\epsilon} \epsilon_n - \tau) a(\tau) d\tau$$

# MODÈLES DE RÉTINE 1D

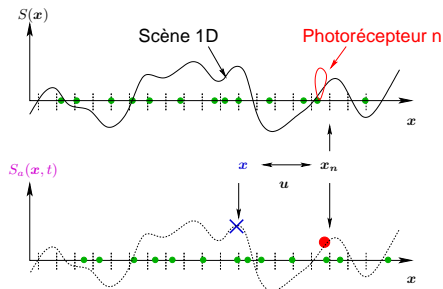
- 1 Modèle à 1 seul type de photorécepteur
- 2 Bruit de grille  $\epsilon_n \sim f_{\epsilon_n}$
- 3 Micro-mouvements  $\xi(t) \sim f_{\xi}$



$$S_a(x_n, t) = \int_{\mathbb{R}} S(x_n + \sigma\xi(t) + \sigma_\epsilon\epsilon_n - \tau)a(\tau)d\tau$$

**Cohérence** : corrélation instantanée entre 1 point de l'image  $S$  positionné en  $\mathbf{x}$  et l'échantillon  $S_a(\mathbf{x}_n, t)$  du  $n^{\text{ème}}$  photorécepteur

$$C = \frac{E[S(\mathbf{x})S_a(\mathbf{x}_n, t)]}{[E[S(\mathbf{x})^2] E[S_a(\mathbf{x}_n, t)^2]]^{\frac{1}{2}}}$$



Stationnarité (Homogénéité)

$$\Rightarrow C \iff C(\mathbf{u}, \sigma, \sigma_\epsilon)$$

$\mathbf{u} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_n$  distance d'inter-corrélation

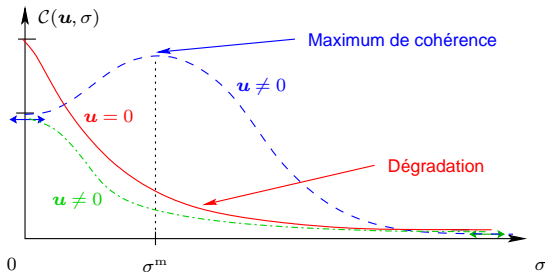
$\sigma^2$  puissance des micro-mouvements

$\sigma_\epsilon^2$  puissance du bruit de grille

$$C(\mathbf{u}, \sigma, \sigma_\epsilon) = C_S * f_{\sigma\xi} * a * f_{\sigma_\epsilon\epsilon}(\mathbf{u})$$

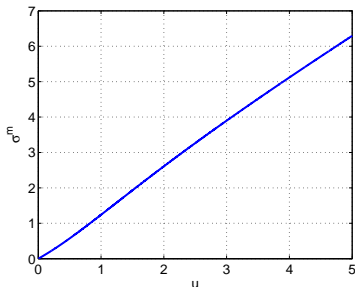
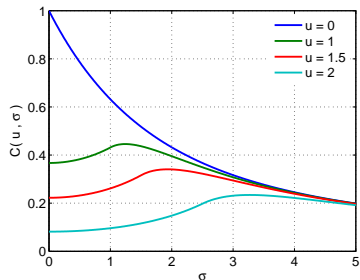
Pour un modèle de scène défini par  $\mathcal{C}_S(\mathbf{u}) \propto e^{-\beta(\mathbf{u}^T \mathbf{u})^{1/2}}$

$$\mathcal{C}(\mathbf{u}, \sigma) \propto E[S(\mathbf{x})S_a(\mathbf{x}_n, t)]$$



- Si  $\mathbf{u} = 0 \Rightarrow$  Les micro-mouvements **dégradent les performances** (information déjà présente)
- Si  $\mathbf{u} \neq 0 \Rightarrow$  Amélioration **possible** en fonction de  $\sigma$

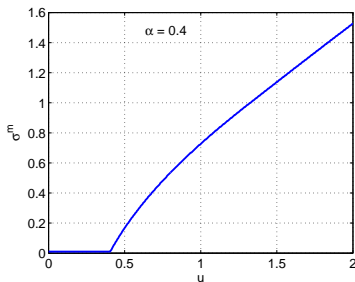
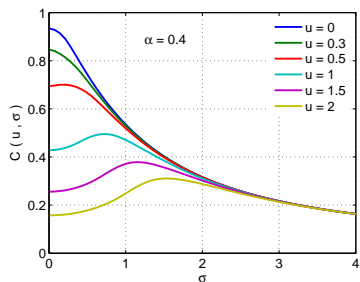
Densité de probabilité des fluctuations  $f_{\sigma\xi}$  uniforme



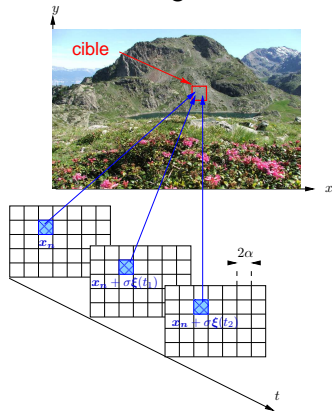
- Pour  $u = 0 \Rightarrow$  pas d'amélioration
- Pour  $u \neq 0 \Rightarrow$  **amélioration de la cohérence par le bruit**
  - Apport d'information par les déplacements
  - Le maximum de  $C$  diminue avec  $u$
  - Modèle simple  $\Rightarrow$  expression théorique de  $\sigma$  optimal :  $\sigma^m$



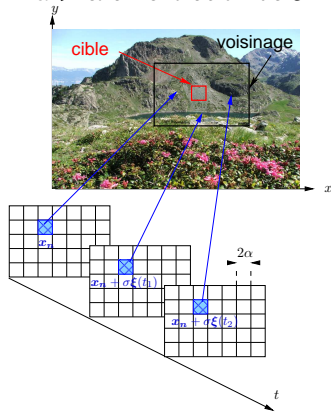
Densité  $f_{\sigma\xi}$  uniforme et filtrage par  $a()$  porte largeur  $2\alpha$



- Pour  $u = 0 \Rightarrow$  pas d'amélioration
- Pour  $u \neq 0 \Rightarrow$  2 cas différents  
La largeur de la fenêtre  $\alpha$  conditionne l'effet d'amélioration

$u \leq \alpha$  dégradation

Informations déjà présentes dans le champ  
visuel photorécepteur

 $u > \alpha$  amélioration de  $\mathcal{C}$ 

Apport d'informations supplémentaires du  
voisinage de la cible

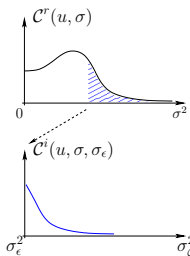
Sur grille irrégulière : 2 sources de bruit

$$\left. \begin{array}{l} \xi(t) \quad \text{micro-mouvements} \\ \epsilon_n \quad \text{bruit de grille} \end{array} \right\} \zeta(n, t) = \xi(t) + \epsilon_n \sim f_{\sigma\zeta}$$

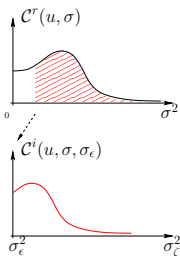
la somme des 2 bruits  $\Rightarrow$  bruit spatio-temporel de puissance  $\sigma_\zeta^2 = \sigma_\xi^2 + \sigma_\epsilon^2$

$$\mathcal{C}^i(\mathbf{u}, \sigma_\xi, \sigma_\epsilon) \approx \mathcal{C}^r(\mathbf{u}, \sqrt{\sigma_\xi^2 + \sigma_\epsilon^2})$$

Pas de maximum  
 $\sigma_\epsilon$  trop important



Favorise  
amélioration



## Influence des micro-mouvements et de l'irrégularité rétinienne

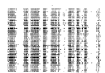
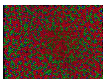
### Résumé de l'étude

- Modèle de scène proche des images naturelles
- Modèle de rétine à 1 dimension
- Mesure de performances locale & à l'ordre 2
- Évaluation performances par noyaux de convolution

### Conclusions

- Amélioration de la cohérence par les fluctuations
- Compromis entre puissance du bruit de grille et puissance des fluctuations
- Extension des résultats en 2 dimensions (hypothèse d'isotropie)
- Rôle utile des micro-mouvements aléatoires de la vision

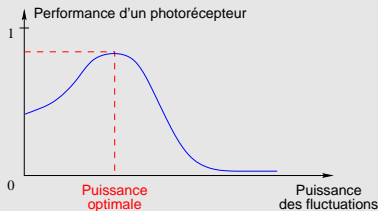
# PLAN DE L'EXPOSÉ



## Première partie

### Influence du *bruit externe*

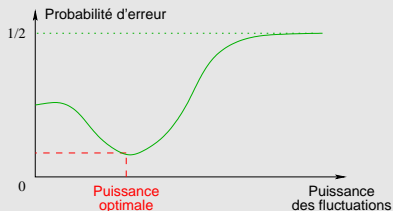
- 1 Images proches des scènes naturelles
- 2 Modèles de rétine simples
- 3 Mesure de cohérence



## Seconde partie

### Influence du *bruit interne*

- 1 Problèmes de test d'hypothèses binaires
- 2 Réseau de neurones à seuils
- 3 Probabilité d'erreur



Observations indépendantes et identiquement distribuées  $\mathbf{x} = \{x_i\}_{i=1}^N$

$$\begin{cases} H_0 (\pi_0) & : \mathbf{x} \sim f_0 \\ H_1 (\pi_1) & : \mathbf{x} \sim f_1 \end{cases}$$

- **Solutions optimales** : Neyman Pearson, Bayes, etc...  
Détecteur idéal  $\Rightarrow$  Test du rapport de vraisemblance

$$\Lambda(\mathbf{x}) = \log l(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \log l(x_i) \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \eta$$

Transformée non linéaire  $l = f_1/f_0$  des observations  $\mathbf{x}$

- **Solutions sous-optimales** :
  - Quand  $f_0$  et  $f_1$  ne sont pas connues
  - Quand  $l$  difficile à calculer

Structure de détecteur **identique** au détecteur optimal

# DÉTECTION : TÂCHE COGNITIVE PARTICULIÈRE

Observations indépendantes et identiquement distribuées  $\mathbf{x} = \{x_i\}_{i=1}^N$

$$\begin{cases} H_0 (\pi_0) & : \mathbf{x} \sim f_0 \\ H_1 (\pi_1) & : \mathbf{x} \sim f_1 \end{cases}$$

- **Solutions optimales** : Neyman Pearson, Bayes, etc...  
Détecteur idéal  $\Rightarrow$  Test du rapport de vraisemblance

$$\Lambda(\mathbf{x}) = \log l(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \log l(x_i) \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \eta$$

Transformée non linéaire  $l = f_1/f_0$  des observations  $\mathbf{x}$

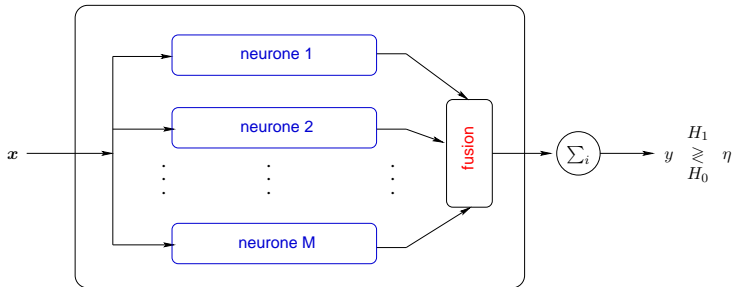
- **Solutions sous-optimales** :



# DÉTECTION PAR RÉSEAU DE NEURONES

Détecteur : transformation non-linéaire des observations  $x$

Réseau de neurones de type *pooling*



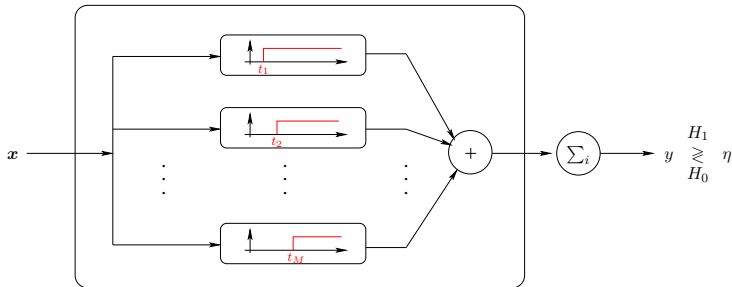
⇒ Modèle simple de neurones :

- 1 Non-linéarité : seuil
- 2 Variabilité neuronale : bruit



Détecteur : transformation non-linéaire des observations  $x$

Réseau de neurones de type *pooling* à seuils

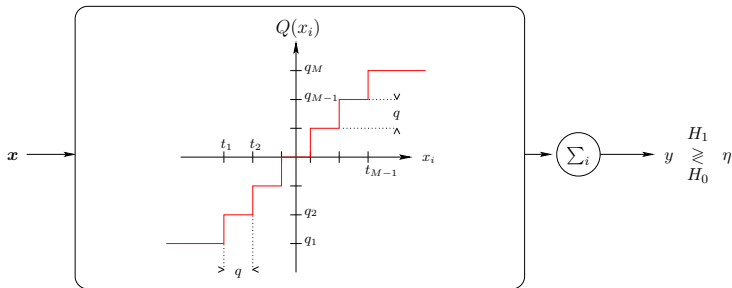


⇒ Modèle simple de neurones :

- 1 Non-linéarité : seuil
- 2 Variabilité neuronale : bruit

# DÉTECTION PAR RÉSEAU DE NEURONES

Détecteur : transformation non-linéaire des observations  $x$   
Réseau de neurones de type *pooling* à seuils  $\Leftrightarrow$  Quantifieur<sup>2</sup>



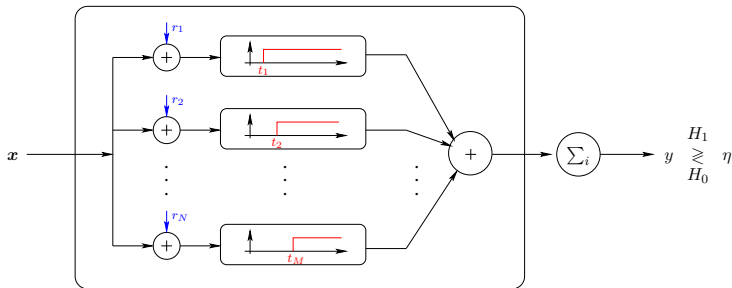
$\Rightarrow$  Modèle simple de neurones :

- 1 Non-linéarité : seuil
- 2 Variabilité neuronale : bruit

<sup>2</sup>S.A. Kassam, B. Picinbono & P.Duvaut, H.V. Poor, etc ...

# DÉTECTION PAR RÉSEAU DE NEURONES

Détecteur : transformation non-linéaire des observations  $x$   
Réseau de neurones de type *pooling* à seuils bruités<sup>2</sup>



⇒ Modèle simple de neurones :

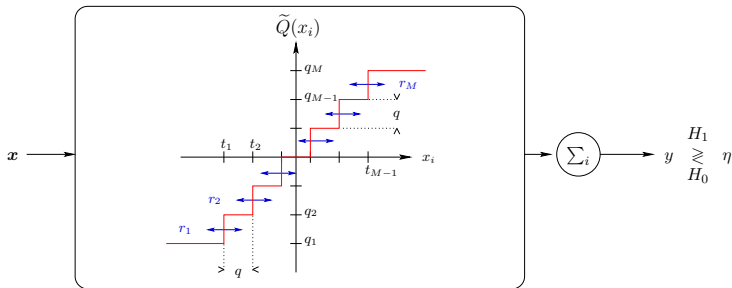
- 1 Non-linéarité : seuil
- 2 Variabilité neuronale : bruit

<sup>2</sup>N.G. Stocks *Information transmission in parallel threshold arrays* Phys. Rev. E, 2001

# DÉTECTION PAR RÉSEAU DE NEURONES

Détecteur : transformation non-linéaire des observations  $x$

Réseau de neurones de type *pooling* à seuils bruités  $\Leftrightarrow$  Quantifieur stochastique



$\Rightarrow$  Modèle simple de neurones :

- 1 Non-linéarité : seuil
- 2 Variabilité neuronale : bruit

$\Rightarrow$  Problèmes de détection par quantifieurs stochastiques

## ■ Probabilité d'erreur d'un quantifieur **déterministe**

Pour  $Q(\mathbf{t}, \mathbf{q})$  le test est fondé sur

$$T_Q(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N Q(x_i) \geq \eta \quad T_Q \sim \text{loi multinomiale}$$

Probabilité d'erreur  $P_e$

$$\begin{aligned} P_e &= \pi_0 P_f + \pi_1 (1 - P_d) \\ &= \pi_0 \Pr [T_Q(\mathbf{x}) > \eta | H_0] + \pi_1 (1 - \Pr [T_Q(\mathbf{x}) > \eta | H_1]) \end{aligned}$$

## ■ Probabilité d'erreur d'un quantifieur **stochastique**

Pour  $\tilde{Q}(\tilde{\mathbf{t}}, \tilde{\mathbf{q}})$  le test est fondé sur

$$T_{\tilde{Q}}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \tilde{Q}(x_i) \geq \eta$$

or  $T_{\tilde{Q}}$  n'est pas multinomiale

⇒ Estimation de  $\tilde{P}_e$  par méthode Monte-Carlo

# DÉTECTION DE CONSTANTE

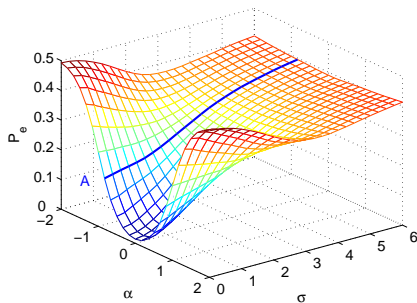
Problème de détection symétrique (canal laplacien)

$$\begin{cases} H_0 : x_i = \xi_i - s & , & x_i \sim f_0(x) = f_\xi(x + s) \\ H_1 : x_i = \xi_i + s & , & x_i \sim f_1(x) = f_\xi(x - s) \end{cases}$$

Bruit de seuils : **moyenne**  $\alpha$  + **fluctuations**  $\tau_k \sim U(0, \sigma)$

$\Rightarrow$  Seuils bruités = seuils +  $(\alpha + \tau_k) = (\text{seuils} + \alpha) + \tau_k$

Détecteur "correct" si centré en 0



En A : **mauvaise** position du quantifieur  $\Rightarrow$  bruit dégrade

# DÉTECTION DE CONSTANTE

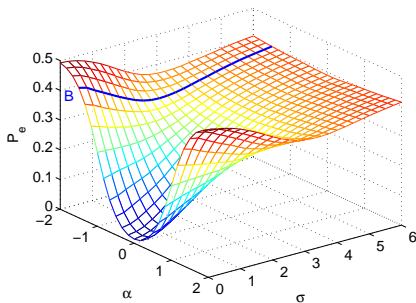
Problème de détection symétrique (canal laplacien)

$$\begin{cases} H_0 : x_i = \xi_i - s & , & x_i \sim f_0(x) = f_\xi(x + s) \\ H_1 : x_i = \xi_i + s & , & x_i \sim f_1(x) = f_\xi(x - s) \end{cases}$$

Bruit de seuils : **moyenne**  $\alpha$  + **fluctuations**  $\tau_k \sim U(0, \sigma)$

$\Rightarrow$  Seuils bruités = seuils +  $(\alpha + \tau_k) =$  (**seuils** +  $\alpha$ ) +  $\tau_k$

Détecteur "**correct**" si centré en 0



En B : **mauvaise** position du quantifieur  $\Rightarrow$  bruit améliore

# DÉTECTION DE CONSTANCE

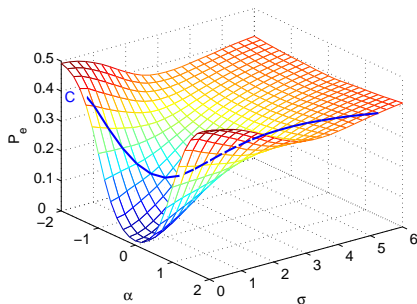
Problème de détection symétrique (canal laplacien)

$$\begin{cases} H_0 : x_i = \xi_i - s & , & x_i \sim f_0(x) = f_\xi(x + s) \\ H_1 : x_i = \xi_i + s & , & x_i \sim f_1(x) = f_\xi(x - s) \end{cases}$$

Bruit de seuils : **moyenne**  $\alpha$  + **fluctuations**  $\tau_k \sim U(0, \sigma)$

$\Rightarrow$  Seuils bruités = seuils +  $(\alpha + \tau_k)$  = (**seuils** +  $\alpha$ ) +  $\tau_k$

Détecteur "**correct**" si centré en 0

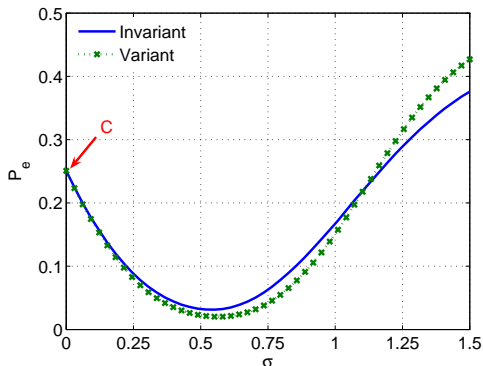


En C : Bruit de seuil  $\Rightarrow$  **correction stochastique** en recentrant le quantifieur



Quantifieur tiré pour chaque échantillon  $x_i$

⇒  $N$  quantifieurs pour réaliser le test

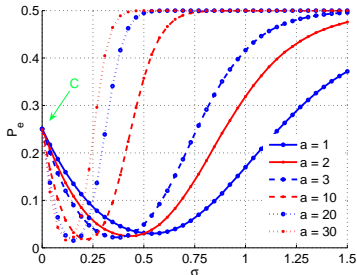
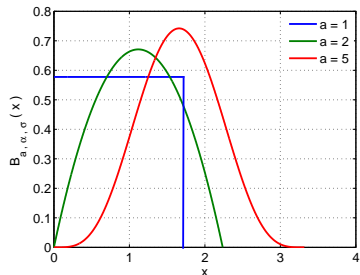


Phénomène de correction stochastique amélioré par variabilité temporelle

⇒ **Diversité de traitement**

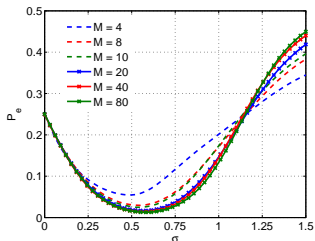
# INFLUENCE DE LA DENSITÉ DE BRUIT DE SEUIL

Bruit de seuils  $\sim \mathcal{B}_{a,\sigma}$  forme :  $a$  moyenne :  $2\sigma(2a + 1)^{1/2}$



- Quand  $a$  augmente  $\sigma_{opt}$  diminue (moyenne augmente)
- Expérimentalement  $\sigma_{opt}$  se comporte en  $a^{-1/2}$
- Correction idéale : moyenne égale à 1

## 1 La taille $M$ du quantifieur

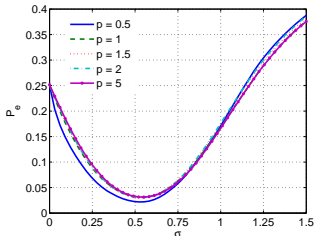


Quand la taille  $M$  augmente

- $\sigma_{opt}$  augmente
- $P_e(\sigma_{opt})$  diminue

⇒ compromis  
puissance/performances

## 2 La densité du bruit de canal



$f_\xi$  gaussienne généralisée

$$f_\xi(u) \propto e^{-A(p) \left| \frac{u}{\sigma} \right|^p}$$

⇒ robustesse / variations de canal

$\sigma_{opt}$  identique

## Influence du bruit interne en détection (variabilité neuronale)

### Quantification stochastique

- Bruit de seuils peut corriger position du quantifieur  
⇒ **correction stochastique**
- Variabilité temporelle des fluctuations apporte de la diversité  
⇒ **amélioration des performances**
- Schéma de détection robuste si détecteur intrinsèquement bruité

### Réseaux de neurones

- Modélisation simple de réseaux de neurones par des quantifieurs
- Correction stochastique dans un réseau à seuils
- Influence bénéfique des fluctuations internes

2 études sur l'influence du bruit dans le système visuel

⇒ EFFETS BENEFIQUES DU BRUIT

## 1 Bruit extrinsèque – micro-mouvements aléatoires

- amélioration de la cohérence par le bruit  
influence de  $\kappa$  (facteur de scène), stationnarité du bruit, non-linéarité, etc ...
- établissement d'une mesure globale  
supérieure à ordre 2, extension à plusieurs photorécepteurs
- vérifications expérimentales par mesure des micro-mouvements des yeux
- liens avec les phénomènes d'hyperacuité fovéale et périphérique

## 2 Bruit intrinsèque – variabilité neuronale

- amélioration de la probabilité d'erreur de détection par le bruit  
problèmes de discrimination multiple, estimation
- influence de différents paramètres : bruits de seuils corrélés, couplage entre neurones, processus ponctuels
- confrontation expérimentale (domaine des neurosciences et de la biologie)

# INFLUENCE DES FLUCTUATIONS SUR L'ECHANTILLONNAGE ET LA QUANTIFICATION DANS LE SYSTEME VISUEL

Cédric Duchêne

**gipsa-lab/DIS**

Grenoble Images Signal Parole et Automatique



**gipsa-lab**

Directeurs de thèse

Pierre-Olivier Amblard et Steeve Zozor

