



**HAL**  
open science

# Etude numérique de milieux granulaires à grains polyédriques : rhéologie quasi-statique, dynamique vibratoire et application au procédé de bourrage du ballast.

Emilien Azéma

► **To cite this version:**

Emilien Azéma. Etude numérique de milieux granulaires à grains polyédriques : rhéologie quasi-statique, dynamique vibratoire et application au procédé de bourrage du ballast.. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc, 2007. Français. NNT: . tel-00184757

**HAL Id: tel-00184757**

**<https://theses.hal.science/tel-00184757>**

Submitted on 1 Nov 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université Montpellier 2 - Sciences et Techniques du Languedoc

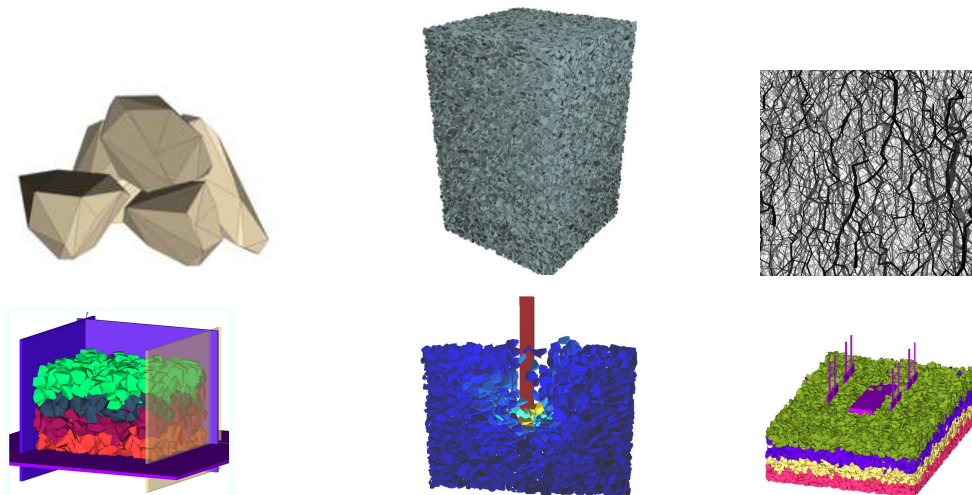
Laboratoire de Mécanique et Génie Civil (LMGC)

Thèse de Doctorat

---

Étude numérique des matériaux granulaires à grains polyédriques :  
rhéologie quasi-statique, dynamique vibratoire,  
application au procédé de bourrage du ballast.

---



Émilien AZÉMA

- Octobre 2007 -



UNIVERSITÉ MONTPELLIER 2

— Sciences et Techniques du Languedoc —

# THÈSE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ MONTPELLIER 2

Spécialité : Mécanique et Génie civil.  
Formation doctorale : Mécanique des matériaux et des milieux complexes,  
des structures et des systèmes.  
Ecole doctorale : Informations, Structures, Systèmes.

Étude numérique des matériaux granulaires à grains polyédriques :  
rhéologie quasi-statique, dynamique vibratoire,  
application au procédé de bourrage du ballast.

par

Émilien AZÉMA

Soutenue publiquement le 19 octobre 2007 devant le jury composé de :

Pierre Alart	Professeur LMGC	Université Montpellier II	Président
Éric Clément	Professeur ESPCI	Université Pierre et Marie Curie	Rapporteur
Karam Sab	Professeur LAMI	E.N.P.C	Rapporteur
Joe Goddard	Professeur UCSD	Université San Diego (U.S.A)	Examineur
Gilles Saussine	Chargé de recherche	S.N.C.F.	Examineur
Frédéric Dubois	Ingénieur de recherche LMGC	Université Montpellier II	Examineur
Farhang Radjaï	Directeur de Recherche LMGC	Université Montpellier II	Directeur de thèse
Robert Peyroux	Chargé de recherche LMGC	Université Montpellier II	Co-directeur de thèse





## *Remerciement*

Je tiens tout d'abord à exprimer ma profonde gratitude à l'ensemble des membres du jury ! Merci au Professeur Pierre Alart de m'avoir fait l'honneur de présider ce jury ainsi qu'aux Professeurs Karam Sab et Eric Clément qui ont bien voulu se prêter à la lourde tâche de rapporteur. Un très grand merci également au Professeur Joe Goddard d'avoir fait un si grand détour depuis les Etats-Unis pour pouvoir participer au jury. Merci également à Frédéric Dubois pour toutes les fois où je suis venu taper à la porte et qui à toujours su m'écouter, merci d'avoir été là. Je tiens à remercier sincèrement Gilles Saussine pour toutes les discussions que nous avons pu avoir, je crois nous avons progressé ensemble et si c'était à refaire, je souhaite sincèrement que ce soit avec toi !

Je ne saurais trouver les mots pour remercier également Robert ("BoB") Peyroux qui a levé des montagnes et bien plus encore pour que ce projet prenne forme et soit mené dans les meilleures conditions possibles. Merci d'avoir été un pilier solide durant ces trois années. Enfin, j'ai une profonde reconnaissance du cœur et de l'esprit envers Farhang, merci pour ta patience, ta gentillesse et ton enseignement si précieux, tu as été un maître pour moi et je ne trouverais jamais les mots pour dire à quel point je suis reconnaissant. Vous rencontrer tous les deux a été un réel bouleversement dans ma vie scientifique et personnelle...

Qu'il me soit permis également de remercier tout particulièrement Messieurs Franck Jourdan et Olivier Maisonneuve qui ont su m'écouter et me conseiller. Tout cela est grâce à vous et je vous remercie sincèrement de m'avoir encouragé dans cette voie.

Je me dois également de remercier les "pères" du laboratoire qui font qu'une ambiance sans pareil règne, à la fois chaleureuse, collégiale et familiale, alors, à vous tous : André, Pierre, Saïd, David, Jean-Jacques, Christian, René, Jean-Claude, Joseph, Jean-michel, Loïc, Stéphane, Bertrand, Patrick, Olivier, Vincent, Bernard et tous les autres je vous dis un très grand MERCI. À ces remerciements, j'associe mes trois "maman" : Chantal, Elisabeth et Reines... Merci beaucoup pour toutes les discussions et tout le réconfort que vous avez pu m'apporter. Bien évidemment je pense également à Gilloux, Alain, Thierry, Gilles et Danielle. Merci de votre présence et de votre aide.

Bien évidemment ce climat de bien-être est accentué par tous mes "potes thésards" alors à vous

tous : Nico, Bruno, Felix, Vincent R et Vincent T, Charles, Anne-laure B et Anne-Laure L, Anne, Bertrand, Florent, Karl, Silvère, Michéle, Amine, Romain, Etienne, Marine, Chiara, François, Simon, Jana, Alexandre, et les "nouveaux", je vous remercie énormément et je vous souhaite pleins de bonnes choses ! Dans la même ligne, j'ajoute à ces remerciements Cédric et Nadia, merci d'avoir été là toujours au bon moment, Davy, Fabian et Anaïs avec qui j'ai passé de grands moments inoubliables et qui m'ont sauvé pas mal de soirée durant ces trois années, et bien évidemment je me dois de rendre hommage à J-P du "charlie's" où nous nous sommes si souvent réunis.

Ces trois années de thèse ont été marquées par d'autres types de rencontres tout aussi fortes, alors merci beaucoup à Thibaut, Patrick, Marie, à la "Colombie" (en particulier Alfredo et Nicolas... et tous les autres...) et à la "Thaïlande"... Merci pour tout ce qui est arrivé et tout ce qui va arriver !

Les dernières lignes sont réservées à mes parents et à mes soeurs, vous m'avez apporté amour, réconfort et paix depuis toutes ces années. Je ne sais comment vous dire toute la gratitude que je peux avoir, et toujours l'éternel même mot, "Merci !".

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>9</b>
<b>1. Présentation</b>	<b>13</b>
1.1. Contexte industriel . . . . .	14
1.1.1. La voie ballastée . . . . .	14
1.1.2. Le ballast . . . . .	14
1.1.3. Les défauts de voie . . . . .	16
1.1.4. Le bourrage : une opération de maintenance . . . . .	17
1.1.5. Problématique et enjeux technologiques . . . . .	19
1.2. Études expérimentales et numériques relatives à la voie . . . . .	20
1.2.1. Le tassement du ballast . . . . .	20
1.2.2. Le bourrage du ballast . . . . .	27
1.3. Propriétés générales des milieux granulaires . . . . .	31
1.3.1. Introduction . . . . .	31
1.3.2. Comportement quasistatique . . . . .	34
1.3.3. Échelle microscopique . . . . .	37
1.3.4. Matériaux granulaires vibrés . . . . .	45
1.4. Méthodes numériques . . . . .	47
1.4.1. Méthodes de résolution . . . . .	47
1.4.2. La Dynamique des Contacts . . . . .	48
1.4.3. Détection du contact : cas de grains polygonaux ou polyédriques . . . . .	50
1.5. Conclusions . . . . .	51
<b>2. Modélisation numérique du procédé de bourrage</b>	<b>55</b>
2.1. Introduction . . . . .	56
2.2. Caractéristiques de la configuration d'étude . . . . .	56
2.2.1. Grains de ballast facettés . . . . .	56
2.2.2. Modèle de voie . . . . .	58

2.2.3.	Paramètres numériques . . . . .	59
2.3.	Phase d'enfoncement . . . . .	60
2.3.1.	Evolution de la compacité . . . . .	61
2.3.2.	Les contraintes pendant l'enfoncement . . . . .	62
2.3.3.	Évolution de la texture . . . . .	65
2.4.	Phase de serrage . . . . .	69
2.4.1.	Description du déplacement . . . . .	70
2.4.2.	Compaction . . . . .	72
2.4.3.	Contraintes et texture . . . . .	74
2.5.	Phase de retrait . . . . .	76
2.5.1.	Compacité . . . . .	76
2.5.2.	Contraintes et texture . . . . .	77
2.6.	Etat de la voie après un cycle de bourrage . . . . .	80
2.6.1.	Bilan d'un cycle complet . . . . .	80
2.6.2.	Influence des paramètres de chargement sur la compaction . . . . .	82
2.7.	Conclusion . . . . .	85
<b>3.</b>	<b>Rhéologie quasi-statique et effet de forme</b>	<b>87</b>
3.1.	Introduction . . . . .	88
3.2.	Un système 2D de pentagones . . . . .	88
3.2.1.	Paramètres numériques . . . . .	89
3.2.2.	Comportement mécanique global . . . . .	90
3.2.3.	Textures . . . . .	92
3.2.4.	Transmission des efforts . . . . .	94
3.2.5.	Contacts simples et contacts doubles . . . . .	101
3.2.6.	Résumé . . . . .	105
3.3.	Un système 3D à grains polyédriques . . . . .	106
3.3.1.	Paramètres numériques . . . . .	106
3.3.2.	Comportement mécanique global . . . . .	107
3.3.3.	Connectivité des particules . . . . .	110
3.3.4.	Relation Contrainte - Texture . . . . .	112
3.3.5.	Distribution des forces . . . . .	118
3.3.6.	Contacts simples, doubles et triples . . . . .	119
3.4.	Conclusion . . . . .	124
<b>4.</b>	<b>Dynamique vibratoire</b>	<b>125</b>
4.1.	Introduction . . . . .	126
4.2.	Vibro-compaction d'un milieu granulaire confiné. Géométrie 2D . . . . .	126
4.2.1.	Paramètres numériques . . . . .	126
4.2.2.	Phase active et phase passive . . . . .	128
4.2.3.	Un modèle simple . . . . .	130
4.2.4.	Compaction . . . . .	133
4.2.5.	Mise à l'échelle . . . . .	134
4.2.6.	Vitesse de compaction . . . . .	137
4.2.7.	Effet de la taille du système . . . . .	138
4.2.8.	Résumé . . . . .	141
4.3.	Vibro-compaction en 3D . . . . .	141

4.3.1. Paramètres numériques . . . . .	141
4.3.2. Dynamique et mise à l'échelle . . . . .	142
4.3.3. Compaction et vitesse de compaction . . . . .	146
4.3.4. Résumé . . . . .	148
4.4. Essai pénétrométrique 3D, pieu vibrant . . . . .	149
4.4.1. Paramètres numériques . . . . .	149
4.4.2. Dynamique du système à faible vitesse . . . . .	150
4.4.3. Mise à l'échelle du mouvement diffusif . . . . .	153
4.4.4. Dynamique du système à grande vitesse . . . . .	155
4.4.5. Résistance à l'enfoncement . . . . .	157
4.4.6. Résumé . . . . .	160
4.5. Conclusion . . . . .	161
<b>5. Retour sur le procédé de bourrage</b>	<b>163</b>
5.1. Introduction . . . . .	164
5.2. Un modèle de bourrage . . . . .	164
5.2.1. Comparaison dans les phases d'enfoncement et de serrage . . . . .	165
5.2.2. Du matériau vers la structure . . . . .	167
5.3. Essais de résistance après bourrage . . . . .	170
5.3.1. Réglage des paramètres . . . . .	170
5.3.2. Test d'écrasement . . . . .	172
5.4. Conclusion . . . . .	173
<b>Conclusion &amp; Perspectives</b>	<b>175</b>
<b>Annexes</b>	<b>177</b>
<b>A. Algorithmes de détection dans LMGC90</b>	<b>179</b>
<b>B. Méthode de dépôt géométrique</b>	<b>183</b>
<b>C. Calcul de la compacité dans une jauge</b>	<b>187</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>190</b>

« Avant de réaliser un rêve, l'Ame du Monde veut toujours évaluer tout ce qui a été appris durant le parcours. Si elle agit ainsi, ce n'est pas par méchanceté à notre égard, c'est pour que nous puissions, en même temps que notre rêve, conquérir également les leçons que nous apprenons en allant vers lui. Et c'est le moment où la plupart des gens renoncent. C'est ce que nous appelons, dans le langage du désert : « mourir de soif quand les palmiers de l'oasis sont déjà en vue à l'horizon. »

« Une quête commence toujours par la Chance du Débutant.  
Et s'achève toujours par l'Épreuve du Conquérant. »

*L'*alchimiste, Paolo Coelho.

# *Introduction*

« **D**E très grandes quantités de matériaux granulaires sont utilisées par l'Homme au quotidien : fabrication du béton, matériaux de construction (remblais, voie de chemin de fer), les sols, produits agro-alimentaires (blé, maïs, riz . . . ), les poudres métalliques, etc . . . La mécanique des milieux granulaires est un thème de recherche fédérateur impliquant des disciplines telles que la mécanique des sols, la physique de la matière condensée, la géomorphologie, . . . A ce titre, de nombreuses voies d'investigations telles que l'expérimentation physique, une large variété d'approches théoriques et les simulations numériques permettent aujourd'hui d'aborder la complexité de ces matériaux.

Un exemple de constructions en génie civil où l'emploi des matériaux granulaires est prédominant est la voie de chemin de fer ballastée. Le ballast est un granulat, provenant du concassage de roches dures, très largement utilisé en raison de sa flexibilité pour sa mise en place sur la voie et la maintenance mais également pour sa capacité à répondre aux exigences mécaniques nécessaires pour le transport de lourdes charges sur une grande distance. Pour la SNCF, la première préoccupation est de conserver une bonne qualité de voie afin d'assurer le confort et la sécurité des circulations. Or, en dépit de l'expérience cumulée depuis l'avènement des trains sur les infrastructures ferroviaires, la durée de vie d'une voie ferrée reste difficile à estimer et les mécanismes à l'origine de sa dégradation sont mal connus. Les réponses aux questions posées proviennent essentiellement de l'expérience du terrain ou d'une approche empirique. En particulier, l'augmentation de la vitesse reste un facteur d'aggravation que l'on ne peut plus écarter. Depuis une dizaine d'années, de nombreux cas ont conduit la SNCF à mettre en place une démarche de recherche en amont. La compréhension des phénomènes est devenue indispensable à l'heure actuelle où le développement rapide du réseau à grande vitesse engendre des problématiques en parties liées à la nature granulaire du ballast et à des phénomènes dynamiques jusqu'ici mal identifiés. La difficulté de la recherche d'une explication cohérente des comportements mécaniques et physiques dans une telle structure résulte des conditions sévères et contraignantes : une faible épaisseur de grains, des formes et des tailles des particules très strictes et des conditions d'utilisations extrêmes (charges dynamiques et statiques des trains).

Ces difficultés s'appliquent également aux opérations de maintenance où il est souvent nécessaire de manipuler le ballast. L'opération de maintenance qui permet de remettre à niveau la voie suite aux



tassements progressifs, est « le bourrage » qui consiste à enfoncer des bras (ou bourroirs) métalliques vibrant dans la structure ballastée, et à serrer horizontalement les grains sous le blochet qui porte les rails. Après cette opération, la voie est à niveau et elle est censée rester stable aussi longtemps que possible sans se tasser sous l'effet des circulations. La qualité du bourrage est donc liée à la résistance mécanique à court terme et à long terme que le ballast oppose aux diverses composantes du chargement dynamique qu'il reçoit. Aujourd'hui, la vitesse élevée des trains sur les lignes à grande vitesse est un facteur qui semble réduire considérablement la résistance à long terme du ballast. Il n'existe actuellement aucun modèle permettant de prédire l'influence des divers paramètres, liés soit au matériau ballast soit au procédé, sur le résultat du bourrage.

L'objectif de cette thèse est la modélisation mécanique du procédé de bourrage par une approche aussi réaliste que possible. Nous avons donc opté pour un modèle granulaire et des calculs par éléments discrets en Dynamique des Contacts. Ce modèle répond à deux exigences importantes pour une approche discrète : 1) la forme approximativement polyédrique des grains de ballast, 2) la rigidité élevée des grains ballast. Les outils numériques développés permettent de simuler une portion de voie comportant un nombre suffisant de grains de ballast ainsi qu'un blochet et des bourroirs, le tout à échelle réelle. Pour l'analyse du procédé, nous avons également mis en place des outils de contrôle et d'analyse de post-traitement. Nous avons appliqué ce dispositif numérique pour étudier chaque phase du procédé de bourrage. Bien que le procédé de bourrage soit au centre de cette thèse, les études réalisées dans la géométrie du bourrage ont été conjuguées avec des études plus académiques permettant d'analyser le comportement d'un matériau formé de particules polyédriques avec des conditions aux limites homogènes et sous l'effet des vibrations horizontales. Le ballast constitue ici un magnifique exemple où les concepts généraux des milieux granulaires peuvent être revisités en vue d'exhiber éventuellement des propriétés sensibles au bourrage.

Ce mémoire est organisé en 5 chapitres suivis d'une conclusion générale :

Dans le chapitre 1 nous décrivons les principaux constituants de la voie ainsi que les travaux déjà réalisés sur les questions relatives au tassement et au bourrage du ballast. A la suite de cela, nous aborderons les concepts plus généraux de physique et de mécanique des matériaux granulaires (compaction, résistance, transmission de contraintes, géométrie...). Le travail présenté dans cette thèse étant essentiellement numérique, la méthode de Dynamique des Contacts sera introduite avec l'ingrédient majeur de prendre en compte la forme des particules en modélisant les grains de ballast comme des polyèdres irréguliers.

Le chapitre 2 présente la modélisation d'un cycle de bourrage sur une portion de voie. L'un des principaux avantages de l'approche numérique et que nous exploiterons au maximum, est de permettre l'accès direct à l'évolution microscopique du matériau ballast. Nous décrirons l'impact d'un cycle de bourrage tant sur les réarrangements dans la structure ballastée, que sur la dynamique du procédé. L'influence de la fréquence de vibration ou de la force sera étudiée et interprétée par rapport à des paramètres (compacité, anisotropie, contrainte. . .) censés contrôler la qualité du bourrage.

Le chapitre 3 est consacré à l'étude du comportement quasi-statique du ballast et à l'effet de forme, par des essais de cisaillement en 2D et 3D. Ces études portent à la fois sur le comportement macroscopique en terme de résistance au cisaillement et de dilatance, et sur la texture et la transmission des efforts. Nous allons notamment nous intéresser aux effets des contacts face-face entre polyèdres et leurs rôles dans la transmission des efforts, l'anisotropie du réseau des contacts et des forces, ainsi que le lien avec la résistance au cisaillement et la dilatance.

Dans le chapitre 4 nous proposerons une décomposition du procédé de bourrages en phases plus

simples et plus homogènes. Nous analyserons deux situations idéalisées du procédé : 1) la dynamique d'un système granulaire confiné et soumis à une vibration horizontale, et 2) l'enfoncement d'un objet vibré dans un sol granulaire. Avec de tels systèmes aux conditions aux limites plus simples, nous réaliserons une étude paramétrique quantitative et détaillée sur un très grand nombre de situations. Dans ce chapitre nous nous focalisons essentiellement sur le comportement dynamique du matériau ballast face à une sollicitation harmonique en essayant de répondre aux deux questions suivantes qui résument finalement le procédé de bourrage : Que se passe-t-il quand un milieu granulaire est vibré horizontalement ? et comment se réarrange un matériau granulaire en interaction avec un intrus ?

Fort des enseignements plus généraux que nous aurons acquis dans les chapitres précédents, nous reviendrons dans le chapitre 5 sur le procédé de bourrage que nous aurons un temps quitté. Nous montrerons comment les modèles simples de boîte vibrante ou d'enfoncement analysés dans le chapitre 4 permettent de décrire avec une très bonne approximation chacune des phases du procédé de bourrage que nous aurons au préalable analysées dans le chapitre 2. Le faible nombre de grains sous un blochet fait que la nature et la géométrie de chaque particule peut influencer de manière nette la réponse mécanique du système d'un blochet à l'autre. Cet aspect sera analysé en ayant pour écho les analyses menées sur le matériau ballast dans le chapitre 3. Il nous sera alors possible de proposer un jeu de paramètres adéquats pouvant définir un « bon bourrage ». Enfin, nous concluerons sur les interrogations soulevées et les possibles extensions de ces études.



# Présentation

## Sommaire

---

<b>1.1. Contexte industriel . . . . .</b>	<b>14</b>
1.1.1. La voie ballastée . . . . .	14
1.1.2. Le ballast . . . . .	14
1.1.3. Les défauts de voie . . . . .	16
1.1.4. Le bourrage : une opération de maintenance . . . . .	17
1.1.5. Problématique et enjeux technologiques . . . . .	19
<b>1.2. Études expérimentales et numériques relatives à la voie . . . . .</b>	<b>20</b>
1.2.1. Le tassement du ballast . . . . .	20
1.2.2. Le bourrage du ballast . . . . .	27
<b>1.3. Propriétés générales des milieux granulaires . . . . .</b>	<b>31</b>
1.3.1. Introduction . . . . .	31
1.3.2. Comportement quasistatique . . . . .	34
1.3.3. Échelle microscopique . . . . .	37
1.3.4. Matériaux granulaires vibrés . . . . .	45
<b>1.4. Méthodes numériques . . . . .</b>	<b>47</b>
1.4.1. Méthodes de résolution . . . . .	47
1.4.2. La Dynamique des Contacts . . . . .	48
1.4.3. Détection du contact : cas de grains polygonaux ou polyédriques . . . . .	50
<b>1.5. Conclusions . . . . .</b>	<b>51</b>

---

« **D**ANS ce premier chapitre on présente les éléments constitutifs d'une voie de chemin de fer, et en particulier, le ballast qui sera au centre des études présentées dans ce mémoire. On aborde également les différents types de sollicitations qui sont à l'origine de la dégradation de la voie. Celle-ci se traduit par un tassement (vertical et/ou latéral) progressif faisant apparaître des discontinuités et des irrégularités dangereuses pour les circulations des trains et pour le confort des passagers. La tenue de la voie, c'est-à-dire sa résistance verticale et latérale, est bien évidemment fonction de cette structure granulaire, mais comme nous le montrerons, elle dépend également de la manière dont la voie ballastée a été mise en place où conditionnée : c'est le procédé de bourrage du ballast ferroviaire.

Pour cela nous présenterons une étude bibliographique détaillée sur un ensemble de travaux majeurs faisant références au problème de tassement du ballast ainsi qu'à la compréhension des mécanismes en jeux lors du procédé de bourrage. Comme nous le verrons, ces domaines de recherche ont fait l'objet de nombreuses études. Plus récemment, ces études se sont intensifiées avec l'avènement de la grande vitesse sur voie. Par ailleurs, il s'avère que les concepts appliqués à cette problématique industrielle se retrouvent également dans la physique et la mécanique des matériaux granulaires (compaction, résistance, transmission de contraintes, géométrie...). En ce sens, les concepts fondamentaux de mécanique des sols seront introduits et discutés dans le cas particulier du ballast ferroviaire. Enfin, le travail présenté dans cette thèse étant essentiellement numérique, la méthode de Dynamique des Contacts sera introduite avec l'ingrédient majeur de prendre en compte l'effet de forme des particules en modélisant les grains de ballast comme des polyèdres réguliers.

## 1.1. Contexte industriel

### 1.1.1. La voie ballastée

La voie de chemin de fer ; figure 1.1, repose sur une plate-forme aménagée de 14 m de large avec une emprise de 50 m environ. La plate-forme est la partie supérieure de l'ouvrage en terre supportant les couches d'assise. Elle est constituée de sol rapporté dans le cas d'un remblai ou du sol en place dans le cas d'un déblai. La qualité de la plate-forme dépend de deux paramètres : la nature géotechnique du sol et les conditions géologiques et hydrologiques locales. Les caractéristiques de la voie sont fixées par des règles, définissant des exigences géométriques et mécaniques qui assurent une qualité continue et homogène sur le réseau. La voie à grande vitesse a un écartement standard de 1,435 m entre les deux files de rails. On distingue l'armement, composé des rails, des semelles absorbantes, des attaches et des traverses (blochet) et les structures d'assises constituées du ballast et des sous-couches sur lesquelles il repose. L'armement assure entre autres fonctions la transmission des efforts aux structures d'assises. L'épaisseur du ballast sur LGV (Ligne Grande Vitesse) est en général de 30 cm sous les blochets. La voie supporte des efforts transversaux et verticaux qui agissent de manière prépondérante entraînant des déformations irréversibles (tassement vertical dû aux charges statiques et dynamiques), les efforts longitudinaux étant moins importants (accélération et freinage).

### 1.1.2. Le ballast

Le ballast est l'élément support majeur de la voie ballastée. Ses fonctions principales sont de 1) transmettre jusqu'à la plate-forme les charges concentrées appliquées sur les blochet, 2) d'amortir une part des vibrations induites par les circulations, 3) faciliter l'entretien du nivellement de la voie, 4) de per-



**Figure 1.1:** Photographie de la voie ferrée (photo prise près de Nîmes).



**Figure 1.2:** Ballast ferroviaire.

mettre l'ancrage longitudinal et latéral de la voie. 5) faciliter le drainages des eaux de pluies. D'un point de vue mécanique, la capacité du ballast à remplir ces fonctions est due à sa structure discrète constituée de grains en contact.

Les critères de qualité du ballast portent sur la granulométrie, la dureté, la forme et la propreté.

1) Granulométrie : le ballast est un matériau granulaire de diamètre variant de 25 à 50 mm. Il provient du concassage de roches extraites dans des carrières de pierres dures (granite, diorite, rhyolite, porphyre, quartzite...).

2) Dureté : la dureté du matériau ballast est exprimée au moyen d'un coefficient dit de dureté globale (DRG). Ce coefficient est établi à partir de deux types d'essais<sup>1</sup> :

- essai Deval, effectué à l'état humide, qui caractérise la résistance à l'attrition,
- essai Los Angeles, qui caractérise la fragilité aux chocs.

La valeur du coefficient de dureté exigée varie en fonction de la nature des traverses et du trafic.

3) Forme : les grains de ballast sont de forme polyédrique à arêtes vives. Mais il existe aussi des grains allongés qui nuisent à la stabilité de la couche compactée car ils sont susceptibles de se rompre et donc de perturber la stabilité du ballast. Pour cela on définit :

- les aiguilles comme étant les grains dont la plus grande dimension dépasse une valeur donnée ;
- les éléments plats définis comme étant d'une classe granulométrique passant au travers d'une grille à fentes. La taille de l'ouverture de la fente est égale à la moitié de la taille du plus grand granulat de la tranche considérée.

Une norme européenne limite sévèrement la quantité des aiguilles et des éléments plats présents dans le ballast [1]. Le pourcentage en masse d'aiguilles ne doit pas dépasser 7%. Le pourcentage total en masse d'éléments plats passant à travers l'ensemble des grilles s'appelle le coefficient d'aplatissement. Celui-ci

<sup>1</sup>Pour plus de détails : [43, 22, 86]

ne doit pas dépasser 12%.

4) Propreté : Enfin les grains de ballast doivent être expurgés du sable, terre, poussières, débris, fines pouvant influencer la rugosité et le frottement entre grains qui sont à l'origine de la résistance macroscopique.

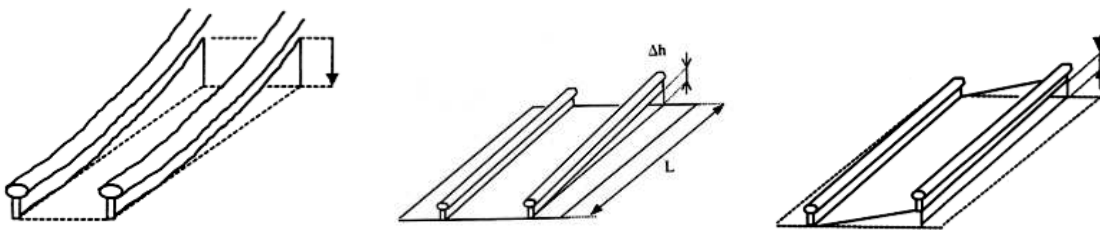
### 1.1.3. Les défauts de voie

Les paramètres fondamentaux entraînant la fatigue de la voie, et donc les coûts de maintenance, sont : la masse par essieu, la charge totale annuelle et la vitesse [5]. Les véhicules exercent des efforts statiques et dynamiques sur la voie et les imperfections de celles-ci agissent sur la stabilité des véhicules. Les efforts supportés par la voie sont :

1. les efforts verticaux dus aux passages des essieux, repris par l'ensemble de la plate-forme suffisamment robuste pour supporter les efforts dynamiques très élevés,
2. les efforts latéraux, sortant rapidement du domaine élastique, pour lesquels la voie conserve des déplacements résiduels (plastique) importants,
3. les efforts longitudinaux dus aux accélérations et aux freinages, en général peu importants par rapport aux efforts verticaux.

Les variations de ces efforts (les surcharges), ont pour origine : soit les irrégularités de la voie, horizontale et verticale, soit les discontinuités existantes entre les rails non soudés, soit les franchissements d'appareil de voie (aiguillage par exemple), ou encore les irrégularités de la surface de roulement du rail ou des roues des véhicules (présence de plats). Ces efforts et les surcharges causées par les défauts entraînent des dégradations de la voie [5, 86].

Dans le plan vertical on distingue le nivellement longitudinal ; figure 1.3, qui est le résultat du tassement global et du tassement résiduel. Concrètement, sur tous les 15 m de voie, la différence de hauteur entre les deux extrémités est mesurée. On distingue également le nivellement transversal que l'on évalue selon deux quantités : 1) l'écart de dévers ; figure 1.3, qui représente l'inclinaison transversale de la voie dans les courbes pour compenser les efforts, 2) le gauche ou torsion de la voie ; figure 1.3, qui représente le décalage vertical entre les deux files de rails.



**Figure 1.3:** Exemples de défaut : nivellement longitudinal (gauche), un défaut de type « gauche » (droite) et de type « devers » (centre)

Il est tout de même important de souligner que l'augmentation de la vitesse reste un facteur d'aggravation que l'on ne peut écarter. Depuis une dizaine d'années, de nombreux cas on conduit la SNCF à

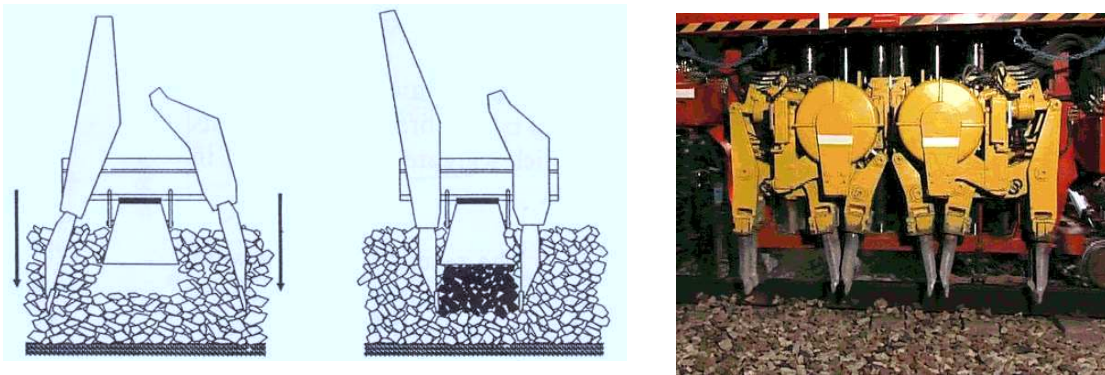


mettre en place une démarche de recherche en amont. En effet, la compréhension des phénomènes est devenue indispensable à l'heure actuelle ou le développement rapide du réseau à grande vitesse engendre des problématiques liées à des phénomènes dynamiques jusqu'ici mal identifiés. Cette thèse se place dans le cadre de cette démarche scientifique.

#### 1.1.4. Le bourrage : une opération de maintenance

Lors de la mise en place de la voie cette couche est compactée afin d'améliorer sa stabilité par des procédures bien définies. La couche de ballast (sur une profondeur de 30 cm) reçoit directement les différents types de chargement dus à un trafic varié en fréquence et tonnage (capacité de transport). Elle transmet ces efforts à la sous-couche et à la plate-forme mais des défauts peuvent apparaître dans la géométrie du nivellement de la voie par le tassement progressif du ballast. Ces défauts de voie sont corrigés à l'aide d'une opération que l'on nomme le bourrage.

Ce sont des opérations qui permettent de rendre à la voie son profil initial par correction du nivellement longitudinal et transversal [52, 92].



**Figure 1.4:** Action du bourrage : Plongée et vibration-serrage des bras mécaniques à gauche, et unité de bourrage d'une bourreuse de l'entreprise Framafier à droite.

Les opérations d'entretien sont plus ou moins complexes selon la nature des défauts et peuvent aller jusqu'à un renouvellement partiel ou complet, d'une partie ou de la totalité de la voie [40, 91]. Le bourrage est réalisé par des bourroirs qui compriment et vibrent simultanément le ballast sous le blochet figure 1.4 droite ; [62, 86]. On appelle cycle de bourrage l'enchaînement des opérations suivantes ; figure 1.4 :

- soulèvement du blochet jusqu'à une hauteur déterminée,
- les bourroirs vibrent et plongent dans le ballast de façon à ce que la partie inférieure descende en dessous de la traverse. Les vibrations ont pour but essentiel, a priori, d'agiter suffisamment la matière granulaire afin de faciliter l'enfoncement des bourroirs dans le ballast. Le matériau est dit dans un état de *fluidisé*,
- application simultanée d'un mouvement de serrage ramenant les grains de ballast sous la traverse,
- remontée des bourroirs et relâchement du blochet .

Dans un premier temps, la bourreuse soulève le rail, puis les bourroirs plongent dans le lit de ballast de façon à ce que les bras contenant les bourroirs entourent un blochet ; figure 1.4. Une plongée de bourrage



correspond à l'introduction des bourroirs dans le ballast jusqu'à une certaine profondeur. La plongée des bourroirs se veut facilitée par la présence de vibrations horizontales à faible amplitude. Puis, dans le but de ramener les grains de ballast sous le blochet, les bourroirs se resserrent d'une distance donnée que l'on appelle course de serrage (en théorie, car en pratique selon l'état du ballast *in situ*, la machine peut rencontrer plus ou moins de difficulté à atteindre la distance fixée). Enfin, les bras sortent à la surface et recommencent la même opération sur le blochet suivant. La technique de bourrage mécanisée est une évolution empirique de la procédure manuelle.

Paramètres	Plage de variation
Fréquence de vibration	35 - 45 Hz
Force de serrage	16 - 19 kN
Amplitude de vibration	5 - 10 mm
Temps de serrage	0,8 - 1 s
Distance de plongée (sous le blochet)	15 - 20 mm
Vitesse de plongée	1 - 2 m/s

*Tableau 1.1: Paramètres qui pilotent le bourrage.*

Plusieurs paramètres règlent le cycle de bourrage et donc sa qualité et son efficacité dans le temps ; tableau 1.1. Néanmoins l'agrément de la SNCF est nécessaire pour autoriser la circulation des machines sur les voies du réseau français. Les paramètres physiques qui pilotent le bourrage sont [40, 91, 62, 86] :

- a. Fréquence de vibration** Les fréquences utilisées par les bourreuses de dernière génération varient entre 35 Hz et 45 Hz selon les constructeurs. Pour une bourreuse manuelle, la fréquence de vibration peut monter jusqu'à 60 Hz. En règle générale, l'amplitude des signaux de vibration varie entre 5 mm et 10 mm.
- b. Force de serrage** La force de serrage dépend fortement de la qualité du ballast et de sa réaction. On considère qu'elle est maximale quand les bourroirs sont scellés contre le ballast. L'équilibre est obtenu quand la force de serrage est égale à la réaction du ballast. La force appliquée au niveau du vérin du groupe de bourrage entraîne une force au niveau de la base des bourroirs de l'ordre de 16 kN. De plus, certaines bourreuses sont équipées d'un dispositif permettant d'exercer une contre-pression de manière à ne pas créer de chocs brusques sur le ballast lors du serrage pour éviter de casser les grains.
- c. Temps de serrage** Le serrage des bourroirs a pour but d'apporter sous la traverse le ballast nécessaire pour compenser le vide laissé par la filtration des éléments fins vers les sous-couches pendant la vibration et par le « relevage » et la correction des défauts. Le temps de serrage des bourroirs est de l'ordre de la seconde et dépend de la fréquence des vibrations. Des essais réalisés au milieu des années 1980 sur le temps de serrage, ont montré qu'il n'y a pas d'altération de la qualité du bourrage au-dessus d'une seconde. Mais il est alors recommandé d'effectuer deux plongées successives sur la même traverse.
- d. Profondeur de plongée** La profondeur de plongée des bourroirs est définie comme étant la différence de hauteur entre la surface inférieure des blochets et le bord supérieur du pied des bourroirs. Cette distance est fixée à une valeur comprise entre 15 mm et 20 mm. La force de pénétration dans le ballast dépend directement du poids du dispositif de bourrage. Les vitesses de pénétration peuvent aller jusqu'à 2 m/s.

**e. Forme des bourroirs** Suivant les constructeurs la forme varie très légèrement mais globalement elle garde la forme d'un **T** renversé ; figure 1.4.

### 1.1.5. Problématique et enjeux technologiques

Le nouveau dessin des trains, aux formes plus arrondies, arrivés avec la troisième génération de TGV (TGV Duplex) en 1996, assure une meilleure aérodynamique aux trains et donc un meilleur comportement des matériaux à très grande vitesse (plus de 500 km/h). Cette technologie ferroviaire qui a fait des progrès en 17 ans permet de se rapprocher des 600 km/h ; figure 1.5, que seuls les trains à sustentation magnétique sont censés pouvoir atteindre.



*Figure 1.5: Record de vitesse du TGV à près de 574 km/h.*

En dépit de l'expérience acquise sur les infrastructures ferroviaires, la durée de vie d'une voie ferrée reste difficile à estimer et les mécanismes à l'origine de sa dégradation sont encore mal connus. Les réponses aux questions posées proviennent essentiellement de l'expérience de terrain ou d'une approche empirique. Les trains à grande vitesse et maintenant à très grande vitesse endommagent encore plus la voie que les trains classiques. Ainsi des voies ballastées sensées « vivre » plus de 40 ans doivent être reconstruites ou alors renouvelées tous les 15 ans.

L'opération de bourrage a pour objectif de remettre la voie à niveau suite au tassement progressif. Comme nous l'avons vu, cette opération consiste en une succession d'étapes : enfoncement des bourroirs, serrage et retrait. La première étape, l'enfoncement, permet de positionner les bourroirs en vue du serrage. C'est une étape violente étant donné que les bourroirs plongent à presque 2 mètres par secondes dans le lit de ballast. Avec de telles vitesses, les efforts subis par les grains sont certainement très importants. Comme nous pouvons le voir sur la figure 1.6, des grains de ballast se brisent lors de l'opération de bourrage. Les grains brisés modifient alors la granulométrie du milieu par l'ajout de nombreux éléments plus fins et plus petits. Dans ce sens, les vibrations induites sur les bourroirs auraient donc pour effets de fluidiser la matière et donc limiter la production de fines. La vibration mécanique du ballast émousse les arêtes des grains. Le processus d'enfoncement et les effets sur le ballast ne sont pas encore bien identifiés.

On rappelle que les bourroirs tombent sur une hauteur de 30 cm. Ainsi pour une fréquence de vibration de 30 Hz les bourroirs effectuent seulement quelques cycles. Donc, en termes de nombre de cycle, le couplage entre une vitesse de chute rapide et une fréquence de vibration horizontale ne peut être négligé étant donnée que le nombre de cycle est faible. Il en est de même pour le serrage où les efforts qui sont en jeu sont très importants et peuvent mener également à la rupture de la matière granulaire. Dans ce cas là,



*Figure 1.6: Grains de ballast brisés après le passage de la bourreuse. Photos prises lors d'une visite de chantier près de Nîmes.*

les constructeurs préconisent d'utiliser des temps de serrage inférieurs à la seconde limitant de surcroît le nombre de cycle de vibration !.

Ainsi, le bourrage n'est pas sans inconvénients. Il reste bien sûr moins efficace que la « régénération » (remplacement total) du ballast, une opération plus lourde et bien plus coûteuse, mais qui redonne un standing durable à la voie. De même, il est rapporté par l'ensemble des intervenants de la SNCF (ingénieurs et techniciens) que les effets du bourrage peuvent varier d'une portion de voie à l'autre ; c'est-à-dire qu'avec les mêmes paramètres de pilotage une portion de voie se dégradera moins vite qu'une autre.

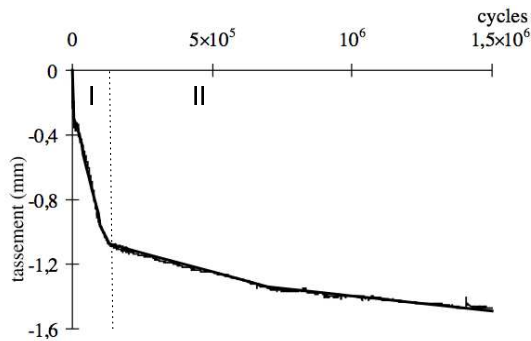
Ainsi, dans un premier temps les recherches se sont essentiellement focalisées sur l'évolution du tassement de la voie tout au long du temps, en fonction des chargements. Comme nous le verrons, ces études poussent à rechercher les causes du tassement dans la manière dont est préparée la voie par le procédé industriel « empirique » qu'est le bourrage.

## 1.2. Études expérimentales et numériques relatives à la voie

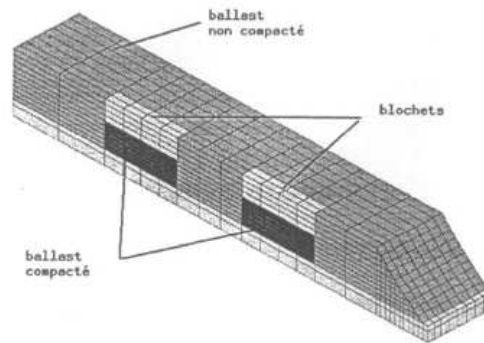
### 1.2.1. Le tassement du ballast

L'étude de la résistance de la voie a été le sujet d'investigations expérimentales menées par un grand nombre d'auteurs pendant les 40 dernières années [93]. Dans les premiers temps les études sur le tassement, essentiellement basées sur des représentations expérimentales ou des modélisations en éléments finis, avaient pour objectif de prédire l'évolution de la voie suite à un chargement cyclique. Puis, comme nous l'avons dit plus haut, les techniques numériques et informatiques ayant progressées, les recherches se sont orientées de plus en plus vers les origines physiques du tassement à l'échelle du grain grâce aux méthodes par éléments discrets.

Le comportement de la voie suite à un chargement latéral et vertical a été identifié par différentes lois



**Figure 1.7:** Courbe de tassement typique en fonction du nombre de cycles obtenue par Bodin et Guerin [43, 22] grâce à des essais expérimentaux. On observe deux grandes phases dépendantes de l'état de densification initial du ballast.

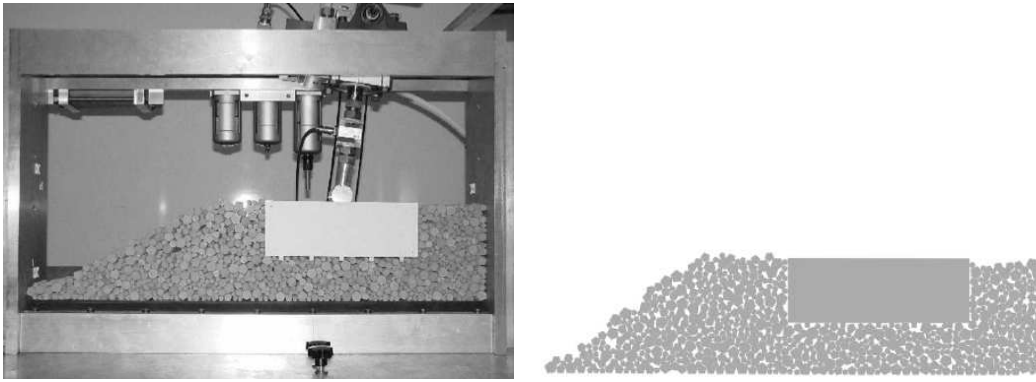


**Figure 1.8:** Modélisation de la voie par éléments finis. Les rigidités sont plus ou moins fortes suivant la compacité du ballast [22].

empiriques [43, 22, 46]. La démarche a consisté à identifier la loi de tassement en partant d'observations expérimentales et en faisant varier de nombreux paramètres ; figure 1.7. Une approche expérimentale (banc d'essai Micro ballast et BETTER) et une approche en éléments finis ; figure 1.8 ont été proposées et ont permis de relier l'incrément de tassement vertical (déformation résiduelle) en fonction de la déflexion verticale. Les conclusions des essais en termes ferroviaires sont que le tassement vertical est lié à la charge à l'essieu, à la qualité du sol et surtout à l'état de densification initial, alors que le tassement latéral de la voie est lié à l'insuffisance de dévers et éventuellement à la raideur du sol. L'augmentation de la vitesse de sollicitation pour différentes charges appliquées sur le blochet entraîne une désorganisation du massif de ballast. Il a été observé une fluidisation du tas de ballast avec l'augmentation des fréquences de sollicitations, la traverse s'enfonçant jusqu'au bâti.

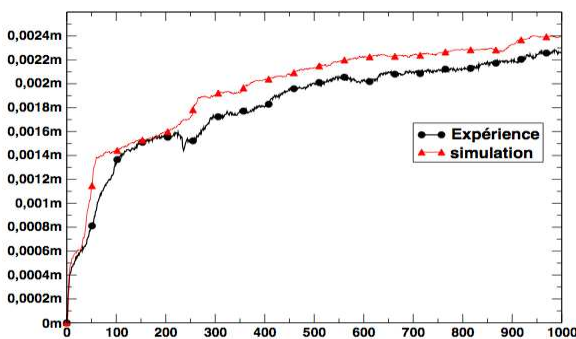
Néanmoins, dans les modèles numériques en éléments finis, la nature granulaire du matériau ballast n'est pas considérée. Les méthodes par éléments discrets ont la particularité de ne pas traiter un milieu composé de grains comme un milieu continu. En effet, chaque grain est alors traité indépendamment comme un corps rigide ou déformable avec un nombre fini de degrés de liberté. Parmi les méthodes de résolution d'un problème d'évolution de grains en interaction il en existe deux couramment utilisées, la Distinct Element Method (DEM) développée par Cundall [31], caractérisée par la description des forces d'interactions de contact par des systèmes de ressorts et d'amortisseurs, et la méthode Contact Dynamics (CD)[73, 50, 74] où NonSmooth Contact Dynamics (NSCD) [50, 38] caractérisée par une description des actions intergranulaires par des lois à seuil, des lois de chocs et des conditions unilatérales et un traitement implicite de l'équation de la dynamique. Ces méthodes seront plus amplement détaillées dans la section 1.4 de ce chapitre ; l'objectif ici étant juste de décrire les essais numériques ainsi que les avancées scientifiques qu'ils ont pu amener. Ainsi dans une situation ferroviaire, suivant la modélisation numérique envisagée, il est alors possible de tenir compte de la géométrie du système jusqu'à la forme des grains [86, 38, 111, 65], mais également des conditions de chargement dynamique ou statique, ou encore des principaux composants de la voie comme le rail, les traverses, le ballast ou la sous-couche.

Plusieurs auteurs se sont intéressés à cette problématique et en particulier ont analysé le comportement des grains sous le blochet. On peut citer par exemple les travaux de Cholet & Combe à la SNCF [27] qui,

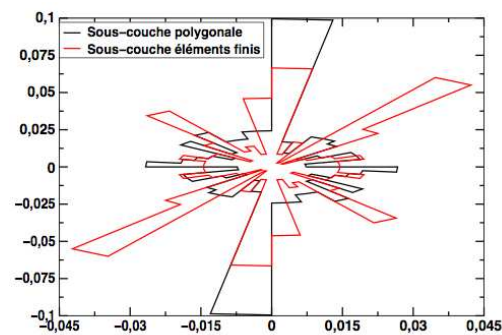


**Figure 1.9:** Portion de voie ferroviaire constituée d'un bloc en aluminium représentant une portion de blochet, de prismes en béton à sections polygonales (gauche) et modèle numérique du même système (droite) [27].

grâce à une double approche expérimentale et numérique ; figure 1.9 ont mis en évidence le processus de dégradation du massif en appliquant, sur un blochet, différents chargements suivant divers angles d'inclinaisons. Les campagnes d'essais réalisées sur les systèmes expérimental et numérique ont mis en évidence que la déstabilisation du massif granulaire est essentiellement due aux réarrangements des grains dans le massif sans qu'aucun phénomène d'endommagement des prismes (production de fines) ni d'endommagement des arêtes n'ait été constaté. Les tendances observées sont les mêmes que pour du ballast réel : les échantillons sont plus déstabilisés lorsque l'angle de sollicitation augmente et conduit systématiquement à la ruine au-delà d'un certain angle de chargement. Les essais mettent en évidence un premier régime transitoire de mise en place des grains sur environ 300 cycles, et ensuite un régime où le tassement des grains évolue de manière plus lent ; figure 1.10.



**Figure 1.10:** Évolution du tassement du blochet en fonction du nombre de cycles. On observe une première phase rapide puis le tassement se réalise de manière progressive [111].

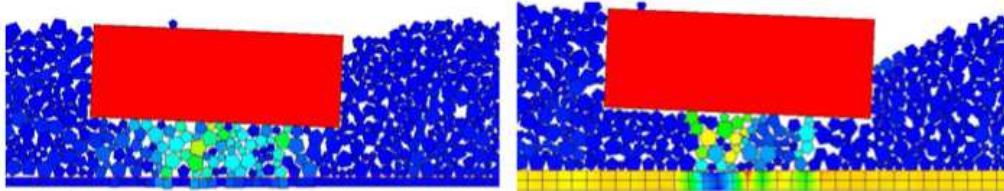


**Figure 1.11:** Représentation de la probabilité  $P_\theta(\theta)$  de l'orientation des normales  $n$  aux contacts faisant un angle  $\theta$  avec l'horizontale sous le blochet [111].

Une approche de type corps déformable a pu être envisagée plus tard pour modéliser l'effet de la sous-couche (sous couche polygonale et sous couche élément fini). Sur la figure 1.12 sont représentées les deux types de simulations faisant intervenir deux modèles de sous-couches. Le résultat obtenu montre que le comportement global n'est pas radicalement différent, mais les informations locales, comme l'orientation des contacts, mettent en évidence des orientations privilégiées dans le cas de la sous-couche polygonale



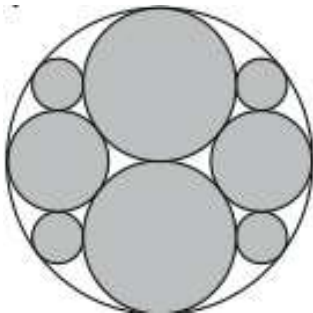
en raison de nombreux contacts ; figure 1.11. Ces simulations ont mis en évidence que l'essentiel des efforts est transmis à la sous-couche par l'intermédiaire d'un réseau de contact fortement inhomogène et ne faisant intervenir qu'un faible nombre de grains. Une conséquence immédiate, observée par ailleurs par [86] est que plus le nombre de grains en contact entre le blochet et la structure sera important et meilleure sera la transmission des efforts à la sous-couche.



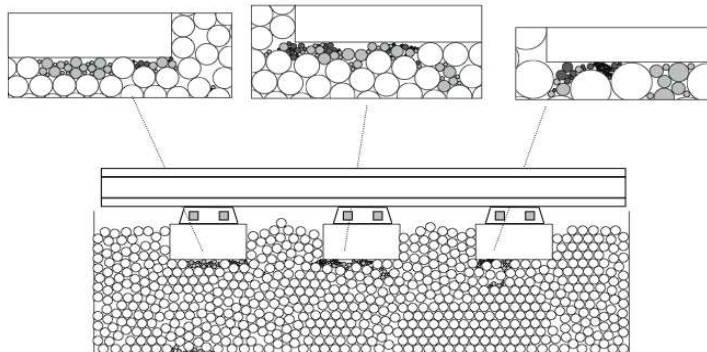
**Figure 1.12:** Modélisation de la voie en 2D. À gauche, la sous-couche est formée par des grains et à droite elle est en éléments finis.

Ainsi, la compacité sous le blochet et la nature même du matériau (résistance, forme, granulométrie des grains) sont à optimiser afin d'obtenir une meilleure résistance de la voie. Il se dégage de ces observations deux grandes lignes directrices : (1) l'effet de la forme des particules sur la répartition et la transmission des efforts et (2) le fait que des efforts importants vont très certainement provoquer des fractures de grains.

En ce qui concerne la modélisation de la rupture des grains, de nombreux auteurs ont proposé de considérer chaque grain comme un ensemble de plusieurs autres grains liés ensemble par un critère de cohésion [44, 36, 133, 37]. En particulier, l'idée retenue par Guerrero [63] est d'analyser la tenue de la voie, avec un modèle simple, mais en considérant possible la rupture des particules comme représenté sur les figures 1.13 et 1.14.



**Figure 1.13:** Les grains considérés sont supposés circulaire représentant l'enveloppe convexe d'une somme de grains.

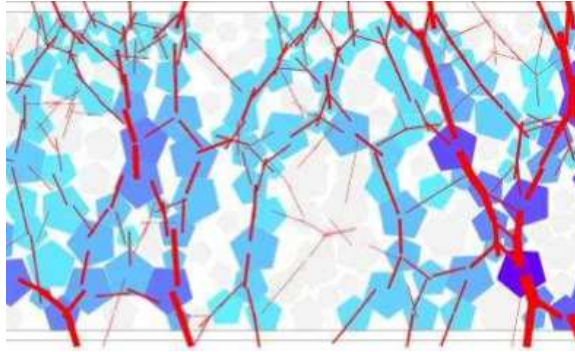


**Figure 1.14:** La voie est représentée par un assemblage granulaire composé de disques en 2D, ainsi que trois blochets. Un effort harmonique est appliqué sur les blochets de telle sorte à représenter le passage d'un train. Le code de calcul utilisé pour ces simulations est PFC\_2D.

Cette série de simulations a permis de mettre en évidence l'importance de la dureté du matériau. En

effet, que les grains soient supposés entièrement rigides ou fissibles, on observe dans les deux cas un net tassement du matériau suite au premier cycle. Puis, le tassement reste stable si les grains ne peuvent pas se briser alors qu'il augmente toujours dans le cas où les grains ont la possibilité de se briser.

En ce qui concerne l'effet de la forme des grains sur la tenue de la voie, une première modélisation a été proposée par G. Saussine [111] en considérant la voie ballastée comme une couche mince granulaire constituée de grains polygonaux ; figure 1.15. L'apport majeur de tels essais est de mettre en évidence le rôle de la forme des particules dans le tassement.

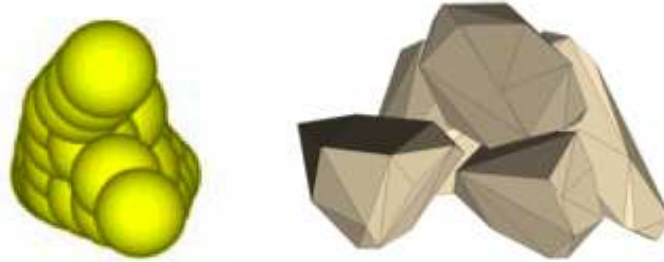


*Figure 1.15: Système soumis à une compression verticale. On y représente un exemple de chaînes de forces, ou Structure Rigide Localisée (SRL) [111].*

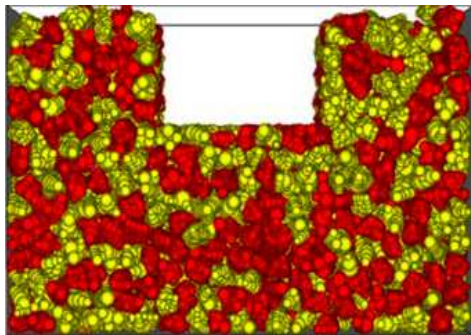
Il a été montré que le phénomène principal qui pilote la réponse mécanique globale du système est la formation des Structure Rigide Localisées (SRL). Ces SRL se présentent généralement sous la forme de chaînes qui sont constituées d'une succession de particules ayant un contact ponctuel (face-sommet) ou surfacique (face-face). Elles ont un rôle fondamental dans la réponse mécanique et concentrent l'essentiel des efforts dans le ballast. Ces SRL peuvent traverser l'ensemble de la couche contrairement à des systèmes constitués de disques ou de sphères. En particulier, dans un régime bloqué, le tassement n'est pratiquement plus possible, les sollicitations horizontales jouent un rôle très important, tandis que les sollicitations verticales ne peuvent à elles seules entraîner le tassement. Les grains de ballast sont soumis à des efforts importants mais peu nombreux, la dureté du ballast est donc un élément à prendre en compte dans l'étude de la stabilité de la voie. L'aptitude des grains de ballast à transmettre les efforts, par des chemins privilégiés et fortement inhomogènes jusqu'à la sous-couche, indique que les situations de poinçonnement peuvent être très nombreuses. La qualité de la sous-couche joue donc un rôle non négligeable dans le phénomène de tassement, ainsi que l'état de densification initial du ballast. La forme des particules est essentiellement responsable de ce comportement.

Afin de mieux rendre compte de l'effet de la forme des particules sur une structure telle qu'une voie ballastée, les modèles se sont perfectionnés jusqu'à pouvoir modéliser des grains tridimensionnels de formes complexe [38, 111, 65]. Les travaux actuels consistent à étudier la réponse mécanique ainsi que la répartition des efforts dans un système granulaire composé de grains de ballast en se focalisant sur l'importance de la forme du granulat. Dans un cas les grains de ballast sont modélisés comme un assemblage tridimensionnel de sphères, alors que dans l'autre cas les grains de ballast sont représentés par des grains polyédriques ; figure 1.16.

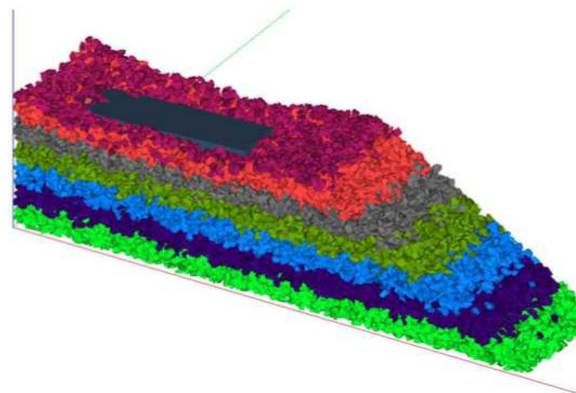
Pour d'étudier le tassement vertical du ballast en fonction de la forme des particules, Lu et al [65] ont modélisé une portion de voie avec un blochet et des grains composés par plusieurs sphères ; figure 1.17.



**Figure 1.16:** Exemple de grain formé par assemblage de plusieurs sphères à gauche. En moyenne chaque grain sera formé à partir de 15 sphères [65] et à droite plusieurs grains de ballast facettés [111].



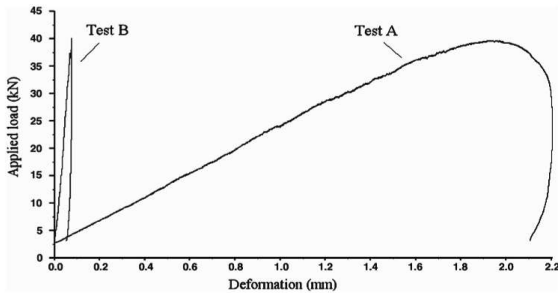
**Figure 1.17:** Portion de voie selon [65]. Les grains sont des billes, où des clusters de billes ; figure 1.16. Par exemple, 2 000 clusters représentent environ 30 000 billes



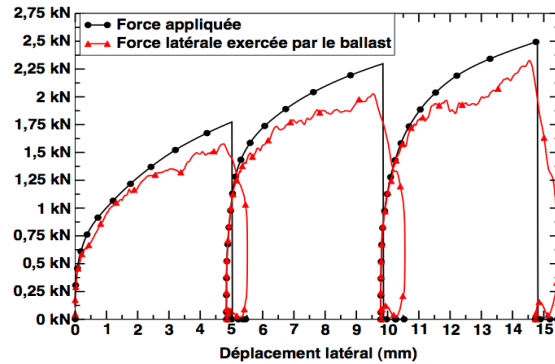
**Figure 1.18:** Représentation d'une portion de la voie selon [111]. Les grains de ballast sont modélisés par des polyèdres ; figure 1.16. Dans ce cas, il a 30 000 grains polyédriques.



Un effort vertical harmonique est appliqué et l'enfoncement du blochet dans la structure est mesuré. Le résultat essentiel est que le tassement du ballast est beaucoup plus important si les grains sont uniquement des sphères. Sur la figure 1.19 est représentée, sur un cycle de chargement, l'évolution de la force verticale appliquée sur le blochet en fonction de la déformation, dans le cas où les grains sont des sphères (A) et dans le cas où les grains sont des clusters (B). Des grains sphériques provoquent un tassement de 2 mm alors que dans le cas de cluster le tassement est de l'ordre de 0,01 mm.



**Figure 1.19:** Courbe force-déformation obtenue par [65] en appliquant un cycle de charge-décharge sur un assemblage de sphères (A) et de clusters (B). Le tassement augmente avec la force, mais il est beaucoup plus important dans le cas où les grains sont sphériques.



**Figure 1.20:** Courbe force-déplacement latéral obtenue par [111] en appliquant plusieurs cycles de charge-décharge sur un assemblage de polyèdres. La force latérale de résistance exercée par les grains augmente de cycle en cycle.

Dans le cas de la résistance latérale de la voie, Saussine [111] en a modélisé une portion avec des grains polyédriques et un blochet. Un effort harmonique est appliqué sur le blochet, et plusieurs cycles de charge-décharge sont réalisés ; figure 1.18. Sur la figure 1.20 est représentée l'évolution de la force appliquée et l'évolution de la force de résistance des grains en fonctions du déplacement latéral du blochet. Il est à noter que la résistance des grains sur le blochet augmente de cycle en cycle. Les auteurs notent une bonne concordance entre les essais numériques et les essais en laboratoire.

Quelle que soit l'approche proposée (cluster ou polyèdre) les simulations confirment le fait que l'état de densification initial du ballast est essentiel. De plus, dans tous les cas, la réponse mécanique globale du système est très claire : la forme des particules influence de manière très nette et non négligeable le comportement global de la structure, en termes de tassement, de résistance verticale et de résistance latérale.

## Résultats majeurs sur le tassement du ballast

Les nombreux travaux réalisés sur le tassement du ballast en voie ont permis d'extraire un grand nombre de résultats pertinents et résumés dans la liste suivante :

1. Lors d'un chargement cyclique, l'évolution du tassement se fait en deux grandes étapes, tout d'abord un tassement important synonyme de mise en place de la voie, puis l'évolution du tassement se fait de manière beaucoup plus lente. Ceci est due essentiellement à l'état de densifica-

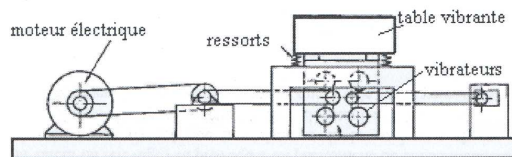
tion initial du ballast. Plus le ballast sera compacte et plus la première phase de densification sera réalisée rapidement.

2. L'évolution du tassement est clairement liée à l'état de densification du ballast. Dans ce sens, le bouillage du ballast doit être le plus efficace possible afin de minimiser au mieux l'évolution du tassement en fonction du nombre de cycles subits par la voie.
3. Les efforts sont transmis par le blochet à la sous-couche via le ballast. Les forces transmises, suivent des chemins particuliers fortement inhomogènes. Dans ce cas, la connexion de la structure au blochet (nombre de contacts) doit être maximum afin d'assurer le maximum de chemins possibles pour transmettre les efforts. Une fois de plus, cela suppose une compacité importante sous le blochet et donc souligne le rôle du bourrage du ballast.
4. Les études numériques ont mis en évidence le rôle de la forme des particules sur la résistance verticale de la voie. Des particules sphériques vont contribuer à un tassement important, alors que des particules ayant un certain degré d'angularité vont mener à un tassement moins important. La manière dont se distribuent les efforts avec de telles géométrie est encore un processus mal connu.

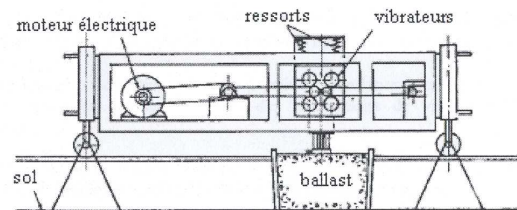
Dans la section suivante on présente alors un ensemble de travaux réalisés sur le procédé de bourrage du ballast ferroviaire ainsi que les différents résultats obtenus dans ce domaine.

### 1.2.2. Le bourrage du ballast

L'ensemble des études présentées plus haut ont un dénominateur commun : l'état de compaction initiale sous le blochet. Comme nous l'avons présenté au début de ce chapitre, l'opération de bourrage, est la seule opération de maintenance permettant de rétablir la géométrie initial de la voie et de compacter la matière granulaire sous le blochet et ainsi, augmenter de manière significative la résistance de la voie.



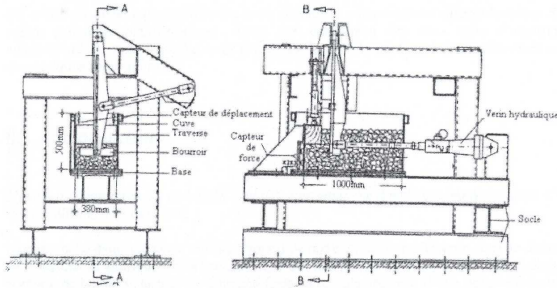
**Figure 1.21:** Banc d'essai : table vibrante. La caisse a pour dimension (800 mm x 800 mm x 300 mm) et contient environ 280 kg de ballast sur une épaisseur de 250 mm [77].



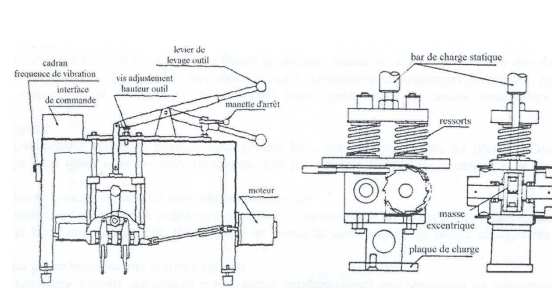
**Figure 1.22:** Banc d'essai : plaque vibrante. Les dimensions de la boîte sont (1200 mm x 1200 mm x 700 mm) [77].

Les premiers essais réalisés par Morgan et Markland [77] ont eu pour objectif non pas de reproduire le bourrage mais de mettre en évidence l'effet des vibrations sur les couches de ballast. Sur les figures 1.21 et 1.22 sont représentés les deux modèles expérimentaux utilisés. Les vibrations sont induites soit par la caisse tout entière qui vibre soit par une plaque posée au dessus qui vibre également. Dans les deux cas, c'est bien le rapport  $\alpha = a\omega^2/g$  entre l'accélération  $a\omega^2$  imposée et la gravité  $g$  qui détermine le comportement. En particulier, pour une amplitude  $a$  fixée, ils observent un phénomène de résonance pour une fréquence particulière, pour laquelle une faible force d'excitation provoque une pénétration facile et continue. On est face à un phénomène de *fluidisation* du ballast.

Le premier qui a réellement proposé un modèle expérimental qui se rapproche du procédé de bourrage est Fischer [41]. Le banc d'essai reproduit le bourrage par l'action d'un vérin hydraulique ; figure 1.23. L'essai consiste donc à simuler des mouvements de serrage et de vibration (en même temps), le tout piloté en force et en fréquence ; figure 1.23. Après sollicitation, Fischer applique sur la surface supérieure un chargement quasi-statique (dont le but est de mettre en évidence l'efficacité du bourrage). Fischer montre alors que le couple (35 Hz ;  $\pm 5$  mm) est celui qui donne la meilleure densité après bourrage. Au-delà de 50 Hz, il constate un effondrement de la structure, pour des amplitudes de  $\pm 3$  mm et  $\pm 5$  mm.



**Figure 1.23:** Banc d'essai reproduisant le bourrage selon Fisher. Le banc d'essai reproduit le bourrage par l'action d'un vérin hydraulique. La caisse (1000 mm x 380 mm x 500 mm) contient du ballast 25/60 mm dans les proportions définies par les chemins de fer Autrichiens [41].



**Figure 1.24:** Dispositif de bourrage classique « Jackson » (gauche) : un prototype d'unité de bourrage à échelle réduite a été construit et « Vibrogir » (droite) : Une masse excentrée provoque le déplacement vertical d'une semelle qui vient compacter l'échantillon par percussion [110].

Ces études expérimentales permettent de montrer que les conditions initiales de la voie vont déterminer sa résistance future [110]. C'est pour cela que Sato compare deux méthodes différentes de bourrage et leurs effets sur des échantillons de ballast au moyen d'une étude expérimentale à échelle réduite ; figure 1.24. Le bourrage à la Jackson commence avec la liquéfaction du ballast (30 Hz à échelle réelle), et semble indépendant de la fréquence (sur une plage de 30 Hz à 45 Hz à échelle réelle). Le bourrage avec Vibrogir semble mieux compacter le ballast sous les traverses. Il est important de dire que ces résultats sont qualitatifs et visuels.

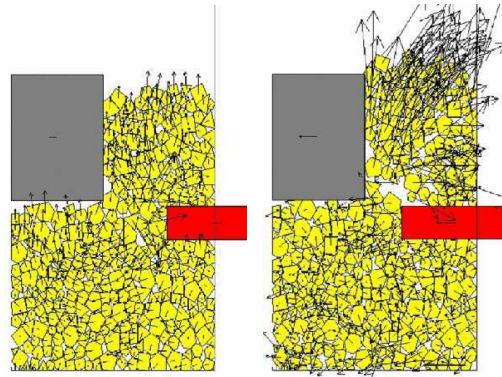
Toutes ces études expérimentales du bourrage ont permis de mieux mettre en évidence un ensemble de comportements macroscopiques (compaction, liquéfaction...) du ballast face à une sollicitation en vibration, mais il est encore difficile de réellement comprendre ce qui se passe dans le matériau. Un premier élément de réponse a été apporté par X. Oviedo-Marlot qui a proposé une double étude à la fois expérimentale et numérique [86].

Sur le banc d'essai BOUBA, développé au LCPC ; figure 1.25 [86], l'action de serrage et la vibration sont découplées afin de mieux maîtriser l'évolution du système, en particulier sous le blochet. Le banc d'essai ne reproduit pas la rentrée des bourroirs dans le ballast. La possibilité de visionner l'ensemble du phénomène grâce à la paroi en plexiglas a permis de définir deux critères de qualité de bourrage : un critère lié à la compacité des grains sous le blochet et un critère lié au nombre de grains en contacts sous le blochet. En parallèle, un code en éléments discrets a été développé ; figure 1.26, et a permis d'aller plus loin dans la description des phénomènes (mouvement des particules). Ce code de calcul repose sur la méthode de Dynamique Moléculaire (similaire aux DEM) avec comme particularité remarquable de modéliser les grains par des polygones convexes en dimension deux<sup>2</sup>. Ces essais ont permis de différencier

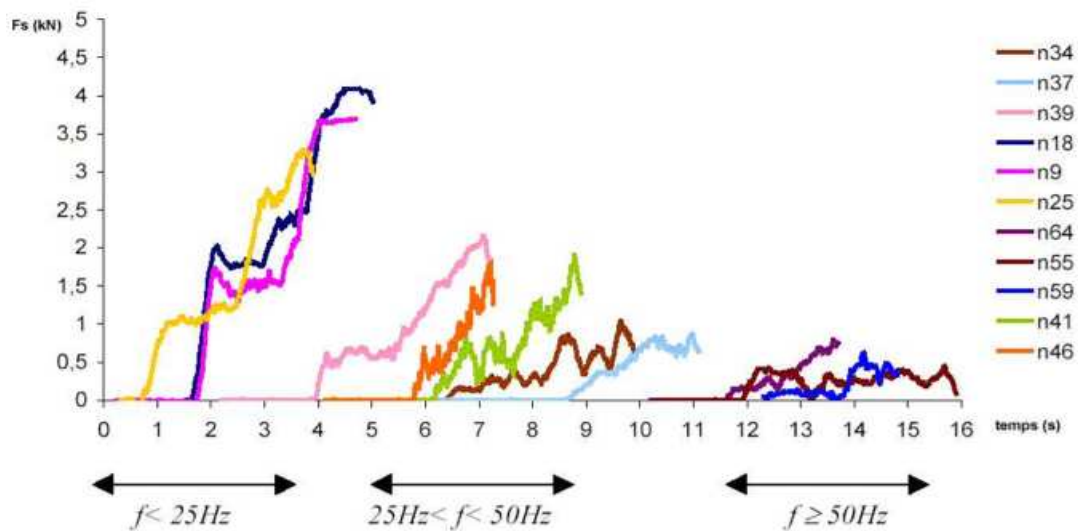
<sup>2</sup>Nous discuterons plus en détails des méthodes numériques dans une section suivante.



**Figure 1.25:** Banc d'essai bouba (BOUrage du BALLast). Les vibrations sont appliquées sur une boîte délimitée par une paroi en plexiglas. Une plaque bourroir se déplace horizontalement avec une amplitude contrôlée [86].



**Figure 1.26:** Exemples de simulations. Code en éléments discrets basé sur la Dynamique Moléculaire, permettant de simuler des grains polygonaux [86].



**Figure 1.27:** Influence des fréquences de bourrage sur la force nécessaire pour obtenir un bourrage optimal selon [86].

trois comportements ; figure 1.27 : (1) un comportement *solide* pour les fréquences inférieures à 15 Hz, les grains sont soumis essentiellement aux forces de serrage, (2) un comportement visco-élastique pour les moyennes fréquences (inférieures à 30 Hz) où les efforts de serrage et les vibrations se combinent pour obtenir un bourrage efficace, (3) un comportement *liquide* pour les hautes fréquences (supérieures à 35 Hz) où les vibrations entraînent une forte diminution de la résistance des grains de ballast à l'avancée du bourroir. Les simulations numériques permettent de retrouver qualitativement les observations faites lors de l'expérimentation.

Les modélisations numériques se sont avérées être des outils puissants et performant qui permettent d'apporter des réponses de plus en plus précises sur les phénomènes physiques. Comme nous l'avons vu, dans le cas du ballast, les méthodes numériques en éléments discrets ont été essentiellement utilisées pour modéliser le tassement du ballast. Néanmoins, en ce qui concerne le procédé de bourrage il nous faut citer les travaux récents de [126] de modélisation discrète du procédé. Les grains de ballast sont modélisés comme des grains polyédriques de granulométrie et de forme la plus proche possible de granulats réels.

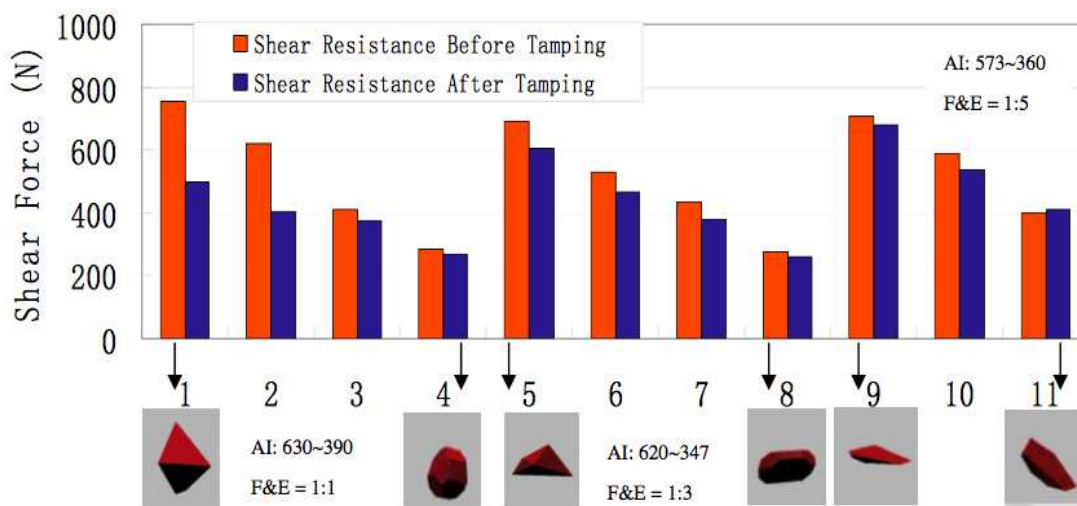


Figure 1.28: Résistance verticale avant et après le bourrage suivant différentes formes de particules [126].

Une fois les grains déposés, des bourroirs, de forme polyédriques, sont introduits dans le matériau à une fréquence de 35 Hz puis ils serrent et sortent ; un cycle dure 2 s. Les auteurs observent une nette compaction sous le blochet. Ces essais ont été répétés avec différentes forme de particules. Le résultat essentiel est que contre toute attente, le bourrage diminue de manière nette la résistance latérale. De plus, les auteurs ont testés différentes formes de particules (de la plus plate à la plus ronde) et ils montrent alors que la résistance est également fonction de la forme des particules utilisées : les grains les plus plats ne fournissent pas nécessairement la résistance la plus élevée ; figure 1.28.

### Résultats majeurs sur le bourrage du ballast

Les travaux réalisés sur le bourrage du ballast ont permis d'extraire quelques résultats pertinents et résumés dans la liste suivante :



1. Le matériau ballast réagit différemment suivant la nature des vibrations qui lui sont appliquées : a) Pour les fréquences inférieures à 15 Hz, le ballast est dans un état solide, c'est-à-dire que les particules suivent le même mouvement d'ensemble, b) pour les fréquences comprises entre 15 Hz et 35 Hz, le comportement du ballast se rapproche de celui d'un liquide. C'est-à-dire que localement l'agitation des grains est importante mais que globalement le mouvement d'ensemble est respecté. Et enfin, pour les fréquences supérieures à 35 Hz, l'agitation des grains est très importante de telle sorte que les chocs entre particules deviennent très fréquents. Ainsi de manière globale, toute la structure est déstabilisée, et le milieu se trouve dans un état « gazeux ».
2. D'un point de vue industriel, il apparaît qu'une fréquence de 35 Hz, qui amène le matériau jusqu'à un état de fluidisation suffisant, peut permettre un enfoncement aisé des bourroirs ainsi qu'un serrage mettant en jeu des efforts « raisonnablement faible ».
3. Dans l'ensemble des travaux présentés, l'entrée des bourroirs dans la structure n'est jamais représentée, ni étudiée. On rappelle que la vitesse de pénétration des bourroirs peut atteindre jusqu'à 2 m/s. Ainsi, quelle que soit la fréquence on peut montrer que le nombre de cycles reste presque toujours de l'ordre de 5 ou 6. La question reste donc ouverte entre l'effet conjugué de la vitesse de chute et de la vitesse de vibration.
4. Dans tous les cas, les vibrations sont transmises au ballast par l'intermédiaire de la caisse qui les contient, et qui vibre entièrement. L'effort de serrage, quant à lui, est toujours découplé de la vibration, alors que dans la réalité, la vibration et l'effort de serrage sont transmis par le même objet, à savoir le bourroir. Alors, reste à déterminer la nature de la sollicitation réelle imposée sur les bourroirs, et permettant de combiner à la fois un effort de serrage et une vibration sur un même objet.

Le bourrage du ballast ainsi que l'évolution du tassement du ballast en voie définissent des problèmes posés plus généralement par la modélisation des milieux granulaires. Le matériau ballast est un matériau granulaire à part entière. La problématique soulevée par le procédé de bourrage nous amène naturellement à considérer l'évolution (compacité, dynamique,...) d'un système granulaire soumis soit à une sollicitation harmonique horizontale (la phase de serrage dans le procédé) soit à un essai de type essai pénétrométrique dynamique (phase d'enfoncement des bourroirs).

Il en est de même en ce qui concerne l'évolution du tassement du ballast en voie. Des mécanismes complexes à l'échelle de la structure comme à l'échelle de chaque grain sont à considérer afin de mieux appréhender les arrangements microscopiques qui sont à l'origine du tassement. La section suivante présente les concepts de base en mécanique des milieux granulaires permettant de mieux comprendre les origines de la résistance d'un sol granulaire ainsi que de décrire les phénomènes présents lorsqu'un milieu granulaire est vibré.

## 1.3. Propriétés générales des milieux granulaires

### 1.3.1. Introduction

Les systèmes granulaires sont des systèmes désordonnés et hétérogènes formés par de nombreux éléments en interactions. Un milieu granulaire comporte deux phases complémentaires, une distribution polydispense des tailles, des formes de particules variées, des interactions fortement non linéaires et une géométrie intrinsèquement désordonnée.

Suivant la composition des phases, le type de dynamique et les échelles mises en jeu, les milieux granulaires présentent des comportements assez variables. Une observation simple est qu'un assemblage de particules partage l'espace en deux phases complémentaires : une phase *solide* constituée par les particules et un milieu *poreux* entre les particules. De manière générale les pores sont occupés par un gaz ou un liquide. Il existe une large gamme de milieux où le fluide joue un rôle déterminant, mais dans le cas qui nous intéresse, nous nous limiteront aux seuls « matériaux granulaires secs non-cohésifs », où les pores seront simplement remplis par de l'air.

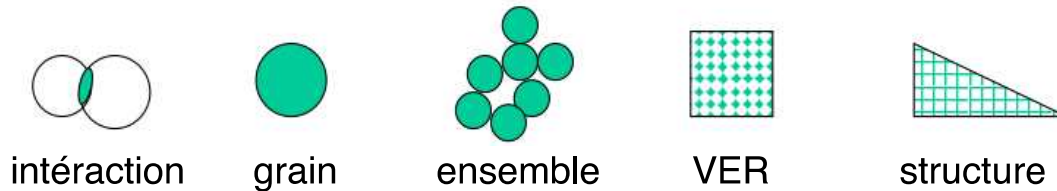


Figure 1.29: Échelle de longueur pour les milieux granulaires.

Les échelles mises en jeu dans les milieux granulaires peuvent être de différentes natures ; figure 1.29. L'échelle microscopique est constituée par les contacts, siège des interactions entre les grains, et par les grains avec leur forme et leur granulométrie. L'échelle mésoscopique est définie au niveau de l'assemblage des grains qui conditionne le remplissage de l'espace et le nombre d'interactions entre particules. Enfin, l'échelle macroscopique est définies soit par un Volume Élémentaire Représentatif (VER), volume suffisamment petit pour rendre compte d'un comportement général d'un matériau granulaire, soit par la structure granulaire réelle étudiée telle qu'un ouvrage.

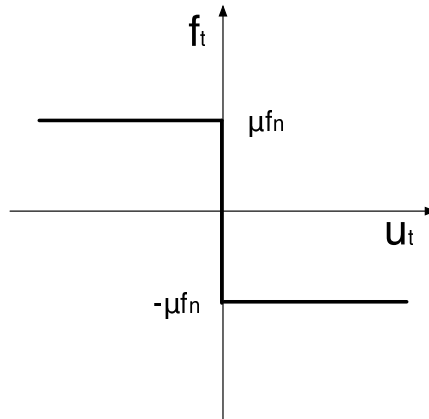
À l'échelle du contact, essentiellement deux types d'interactions vont influencer l'ensemble du système granulaire sec : le frottement et les collisions inélastiques.

Les aspects les plus classiques du frottement « sec » se résument en trois lois [18] :

- la force de frottement est indépendante de l'aire apparente de contact,
- la force de frottement est proportionnelle à la force normale de contact,
- le coefficient de frottement est indépendant de la vitesse de glissement.

Ces lois permettent de définir un « Graphe de Coulomb » représenté sur la figure 1.30. Ce graphe traduit une relation entre la vitesse relative tangentielle  $u_t$  et la force de frottement  $f_t$ . Le coefficient de frottement  $\mu$  est une propriété des deux corps en contacts. Comme nous le verrons plus loin, appliquée aux contacts entre particules dans les modèles numériques des systèmes granulaires, cette loi laisse apparaître un comportement assez réaliste.

On peut alors distinguer essentiellement deux types de contacts : *persistants* et *collisionnels*. Un contact persistant sera un contact qui a une durée de vie supérieure au temps caractéristique d'observation  $\Delta\theta$  (typiquement il s'agit d'un pas de temps pour des simulations numériques), et implique une force persistante. En revanche, un contact collisionnel a une durée de vie très faible et donc implique un échange rapide d'impulsion entre deux grains. En fait, le nombre de collisions pendant le temps  $\Delta\theta$  entre deux particules confinées par l'ensemble des autres particules, peut être très grand. Alors, le taux d'impulsion échangé durant le temps  $\Delta\theta$  entre les deux particules est une force « effective » et il est possible d'assimiler l'ensemble des collisions séquentielles entre deux particules à un contact persistant [76]. Comme nous le présenterons plus loin dans ce chapitre, ce problème est traité convenablement dans



**Figure 1.30:** Graphe de la loi de Coulomb.  $f_n$  et  $f_t$  sont respectivement, la force normale et la force tangentielle au contact.  $U_t$  est la vitesse relative tangentielle au contact

le cadre de la méthode de Dynamique des Contacts.

Les collisions simples ont fait l'objet de nombreuses études expérimentales et théoriques [113]. Sur une base cinématique, on définit des coefficients de restitution normal  $\rho_n$  et tangential  $\rho_t$  qui relient les vitesses relatives normales ( $v_n^+$ ,  $v_n^-$ ) et tangentielles ( $v_t^+$ ,  $v_t^-$ ) avant et après le choc :

$$\begin{aligned} \rho_n &= -\frac{v_n^+}{v_n^-} \\ \rho_t &= -\frac{v_t^+}{v_t^-} \end{aligned} \quad (1.1)$$

Ces deux coefficients dépendent faiblement de la vitesse d'impact, des formes des surfaces dans les zones de contacts, et également de la masse des particules.

Les milieux granulaires secs non-cohésifs présentent un spectre très large de comportements que l'on peut regrouper en différentes catégories :

1) Le comportement *quasi-statique* : le milieu est dense et les particules forment des contacts durables entre elles durant la déformation. Les forces entre les particules, dans ce régime, sont d'origine statique. Les écoulements lents, plastiques ou viscoélastiques, relèvent de ce domaine. Dans ce cas, on dira que le milieu granulaire est dans un état *solide*.

2) Le comportement *collisionnel* : les collisions dominent la dynamique du système. Les forces entre les particules sont d'origine cinétique. Les systèmes granulaires vibrés et les écoulements rapides sont concernés par ce type de dynamique. Par exemple, un matériau granulaire peut s'écouler comme un liquide sous l'effet des vibrations ou au delà d'un seuil plastique (avalanche granulaire, glissement de terrain...). Dans ce cas, on dira que le milieu granulaire se comporte comme un *liquide* ou comme un *gaz* suivant le taux d'énergie injectée.

La transition entre un régime quasi-statique et un régime collisionnel est le résultat de phénomènes complexes. Un exemple est celui des avalanches qui met en jeu une transition d'un état quasi-statique vers un état collisionnel et vice versa. Un milieu granulaire est dans un régime statique ou quasi-statique si la pression (contrainte moyenne) statique est grande devant la pression cinématique (due au transfert de quantité de mouvement par collisions). En d'autres termes, dans l'état quasi-statique les effets inertiels



sont négligeables devant l'équilibre statique. Pour un milieu confiné, une grandeur sans dimension qui caractérise la transition entre ces deux régimes est  $I$  [16, 123, 42] :

$$I = \dot{\varepsilon} \sqrt{\frac{m}{p}} \quad \text{en 2D,} \quad (1.2)$$

$$I = \dot{\varepsilon} \sqrt{\frac{m}{pd}} \quad \text{en 3D,} \quad (1.3)$$

où  $\dot{\varepsilon}$  est la vitesse de cisaillement,  $m$  la masse,  $p$  la pression et  $d$  le diamètre moyen des grains. L'état *solide* correspond à des valeurs de  $I$  très inférieures à  $10^{-3}$ . De même un état *liquide* sera caractérisé par une valeur de  $I$  comprise entre  $10^{-3}$  et  $10^{-1}$ , alors que l'état du matériau granulaire sera comparable à un *gaz* pour  $I > 10^{-1}$ . Néanmoins, dans le cas quasi-statique, même pour des faibles valeurs de  $I$ , les effets dynamiques sont toujours présents. En raison du désordre et des fluctuations mécaniques, la transition entre deux états d'équilibre successifs au cours d'une déformation quasi-statique est presque toujours dynamique. Mais ces effets interviennent à très courte échelle de temps, et n'apparaissent donc pratiquement pas dans les mesures.

### 1.3.2. Comportement quasistatique

Lorsqu'un milieu granulaire est soumis à des déformations suffisamment faibles, le comportement est élastique. Quand la déformation dépasse un seuil extrêmement petit (de l'ordre de  $10^{-5}$ ), le comportement est plastique en raison de la mobilisation du frottement entre grains et des réarrangements de la structure granulaire. Ces déformations vont mener à la rupture, soit suivant un plan unique (localisées), soit par addition de ruptures plus petites (diffuses).

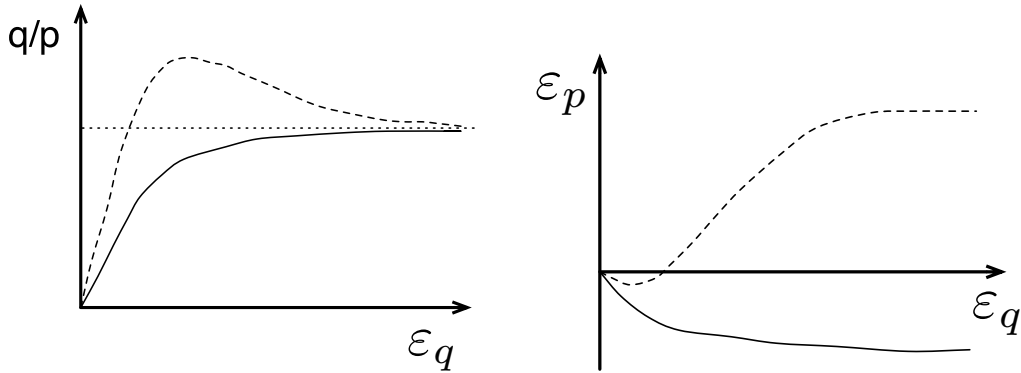
Les déformations du milieu sont représentées par un tenseur de déformation  $\varepsilon$ , et les contraintes par un tenseur  $\sigma$ . La réponse en déformation à l'application de contrainte  $\sigma$  dépend de la rhéologie du matériau. Pour fixer les idées nous allons considérer dans ce chapitre uniquement le cas 2D. L'extension au cas 3D sera considérée, au cas par cas, dans les chapitres 2 et 3.

Ainsi, pour un système 2D, on définit le déviateur de contrainte  $q = (\sigma_1 - \sigma_2)/2$  et la contrainte moyenne  $p = (\sigma_1 + \sigma_2)/2$  avec  $\sigma_1, \sigma_2$  les valeurs propres du tenseur  $\sigma$ . De même, on définit la déformation de cisaillement  $\varepsilon_q = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$  et la déformation volumétrique  $\varepsilon_p = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$ , avec  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_2$  les valeurs principales du tenseur  $\varepsilon$ . Une propriété majeure des milieux granulaires est que toutes les contraintes et les forces au contact varient proportionnellement à  $p$  [131]. Ainsi, le comportement peut être décrit par le rapport  $q/p$ .

En partant d'un système soumis à des contraintes isotropes, et une compacité initiale  $\rho_0$  donnée, le rapport  $q/p$  augmente d'abord avec le cisaillement  $\varepsilon_q$  et tend vers un plateau plastique caractérisé par un déviateur  $q_c/p$  constant (contrainte résiduelle), en passant éventuellement par un pic de contrainte ; figure 1.31. De la même manière, la compacité  $\rho$  du milieu évolue et tend vers une compacité critique  $\rho_c$  sur le pallier plastique [131]. La compacité initiale  $\rho_0$  joue un rôle majeur dans l'évolution de  $q/p$ . Si  $\rho_0 > \rho_c$  (état dense), alors  $q/p$  passe au cours de la déformation par un pic avant de relaxer vers l'état critique  $q_c/p$  comme illustré sur la figure 1.31 (gauche). Si  $\rho_0 < \rho_c$  (état lâche),  $q/p$  augmente de manière monotone pour atteindre la valeur  $q_c/p$  dans l'état critique.

De même l'évolution de la compacité  $\rho$  dépend de la compacité initiale  $\rho_0$ . Si  $\rho_0 < \rho_c$ , la compacité augmente vers  $\rho_c$ . Mais si  $\rho_0 > \rho_c$ , la compacité diminue vers  $\rho_c$ .

Cette propriété de changement de volume sous l'effet de cisaillement s'appelle *la dilatance* de Reynolds ; figure 1.31. Remarquons que, exprimé en termes de déformations volumiques,  $\varepsilon_p$  diminue légèrement dans le cas dense avant le début de la dilatance. Cette déformation volumétrique initiale est en partie élastique mais surtout elle représente des réarrangements initiaux nécessaires pour la mise en place d'un mode de déformation cohérent dans le système [120].



**Figure 1.31:** Variation de la contrainte déviatorique  $q$  normalisée par la pression moyenne  $p$  (à gauche) et de la dilatance  $\delta V$  (à droite) en fonction de la déformation  $\varepsilon$  d'un échantillon granulaire lâche (en trait plein) et compact (en trait hachuré).

On peut résumer le comportement quasi-statique pour un cisaillement monotone par les propriétés suivantes :

1. La dilatance, caractérisée souvent par un *angle de dilatance* définie par :

$$\sin \psi = \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_q}, \quad (1.4)$$

où le signe négatif est lié à la convention de signe telle que les contraintes compressives et les raccourcissements (et donc diminution de volume) sont comptés positivement.

2. La résistance au cisaillement  $q/p$ , également caractérisée par un angle appelé *angle de frottement interne*  $\varphi$  du matériau défini par :

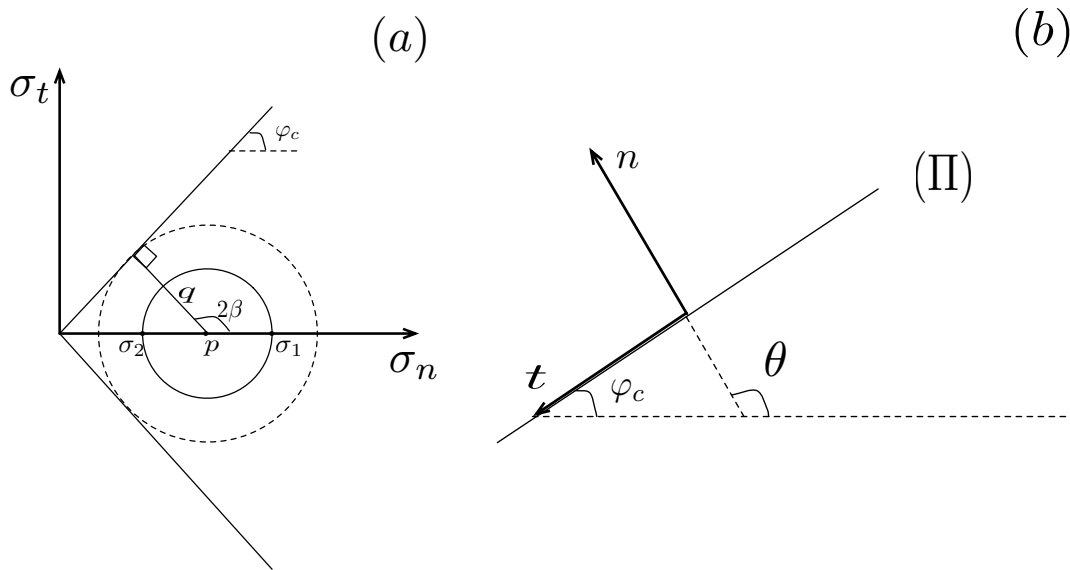
$$\sin \varphi = \frac{q}{p}, \quad (1.5)$$

En mécanique des sols, on s'intéresse généralement à la valeur de  $\varphi$  au pic et dans l'état critique. De même, on détermine  $\psi$  au pic, sachant que la valeur de  $\psi$  dans l'état critique est nulle (ce qui correspond à un écoulement plastique sans changement de volume).

L'existence d'un angle de frottement interne maximal ou résiduel, correspond au critère classique de « Mohr-Coulomb ». Le critère de Mohr-Coulomb correspond à un cône dans l'espace des contraintes. Pour représenter l'état des contraintes et le critère de Mohr-Coulomb, on considère un plan  $\Pi$  d'orientation  $\mathbf{n}$  dans le milieu. Les contraintes appliquées agissant sur ce plan sont  $\sigma_n$  et  $\sigma_t$ , avec :

$$\sigma_n = \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} \cdot \mathbf{n}, \quad (1.6)$$

$$\sigma_t = \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} \cdot \mathbf{t}, \quad (1.7)$$



**Figure 1.32:** (a) Cercle de Mohr : le cercle représente l'ensemble des états de contrainte  $(\sigma_n, \sigma_t)$  stables. L'angle  $\varphi$  est l'angle de frottement interne du matériau. (b) Plan de glissement associé.

Les contraintes normale et tangentielle,  $\sigma_n$  et  $\sigma_t$ , varient avec la direction de  $\mathbf{n}$  ; figure 1.32(b). L'ensemble des états de contraintes pour différentes direction de  $\mathbf{n}$  est représentée par le cercle de Mohr de rayon  $q = (\sigma_1 - \sigma_2)/2$  et centré sur le point  $\sigma_n = p$  et  $\sigma_t = 0$  (état isotrope) ; figure 1.32(a). Sur le même plan, le critère de Mohr-Coulomb est représenté par un cône dont le sommet est situé à l'origine (dans le cas non cohésif) et fait un angle  $\varphi$  avec l'axe  $\sigma_n$ . Il s'agit de l'angle de frottement interne maximal ou résiduel. On a la relation suivante :

$$\sigma_t = \mu \sigma_n, \quad (1.8)$$

avec  $\mu = \tan \varphi$ . Le cercle de Mohr est à l'intérieur du cône de Coulomb. Le seuil plastique est atteint lorsque le cercle de Mohr touche le cône de Coulomb [79, 114]. On peut voir géométriquement que cet état correspond bien à la condition  $q/p = \sin \varphi$ , où  $\sigma_t/\sigma_n = \tan \varphi$ . Il est facile à voir que le plan II pour lequel cette condition est satisfaite, fait un angle égale à  $\beta = \pi/4 + \varphi/2$  avec la direction principale majeure des contrainte. C'est donc un plan de glissement ou plus généralement un plan de localisation des déformations. Remarquons que, l'angle de frottement  $\mu$  au pic est dépendant de la compacité initiale, tandis que l'angle de frottement résiduel peut être considéré comme une propriété du matériau et varie de  $20^\circ$  pour un empilement de billes de verre, jusqu'à  $50^\circ$  pour des graviers non traités [72].

Le modèle de Mohr-Coulomb ne prend pas en compte les variations de volume et la dilatance. Il s'agit en fait d'un modèle rigide plastique caractérisé par un seul paramètre. Or, le pic de contrainte est lié aux variations de volume et à la densité initiale. De même, les variations de volume déterminent l'importance des contraintes générées dans un matériau granulaire confiné ou cinématiquement contraint. Par exemple, dans un sol lâche et saturé d'eau, le cisaillement induit par une vibration peut entraîner la liquéfaction du sol. Une approche plus complète, connue sous le nom de « Théorie des états critiques » inclut un écrouissage gouverné par la déformation volumique [115]. Ce modèle est en partie validé par l'expérience [131].

Les aspects discutés plus haut ne concernent que le comportement d'un matériau granulaire pour une sollicitation monotone. Or, une propriété fondamentale des milieux granulaires est justement la dé-

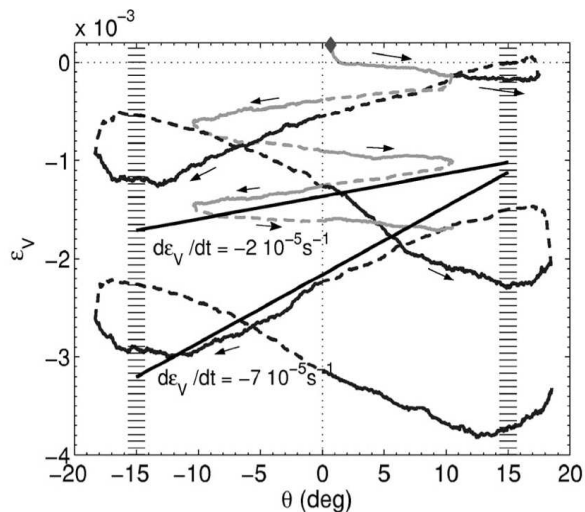


Figure 1.33: Déformation volumique  $\varepsilon_v$  en fonction de l'inclinaison  $\theta$  du système [35].

pendance de la réponse par rapport à la direction de sollicitation. Par exemple, sous l'effet de sollicitations cycliques la compacité augmente progressivement si l'amplitude des déformations est suffisamment faible ; figure 1.33. Actuellement il n'existe aucun modèle phénoménologique satisfaisant permettant de décrire la rhéologie quasi-statique d'un milieu granulaire prenant en compte l'anisotropie et les variations de volume [124]. De même, de nombreux travaux sur la micromécanique des systèmes granulaire depuis 20 ans montrent qu'une modélisation réaliste prenant en compte les mécanismes locaux implique la caractérisation fine de la microstructure. Une telle modélisation devrait, entre autres, permettre de calculer les grandeurs macroscopiques associées à l'état critique (dilatance, déviateur de contrainte, pression...) sur la base uniquement des particules et de leurs interactions et de permettre de calculer l'évolution du système en termes des variables internes telles que  $\alpha$ , la coordinance et l'anisotropie [107, 124]. Ce point est discuté dans la section suivante.

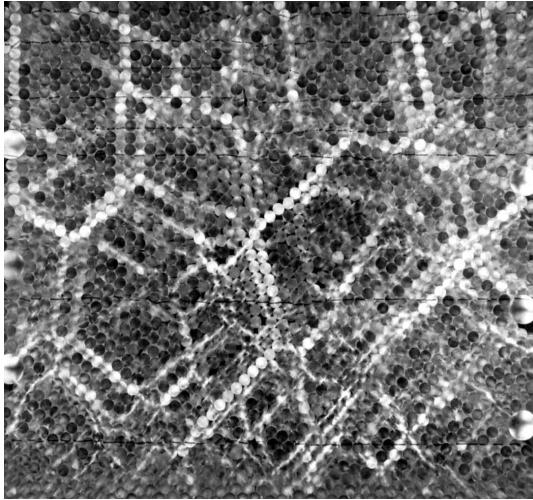
### 1.3.3. Échelle microscopique

L'échelle microscopique dans un milieu granulaire est caractérisée par l'organisation des particules et de leurs contacts dans l'espace. Cette microstructure évolue avec les déformations et elle peut prendre des morphologies très variables en termes de connectivité des particules (réseau de contacts) et des orientations des plans de contacts (anisotropie). Sans entrer dans les détails, nous allons présenter ici les propriétés majeures de la microstructure granulaire telle que les hétérogénéités (via la distribution des forces) et les anisotropies (contacts et forces).

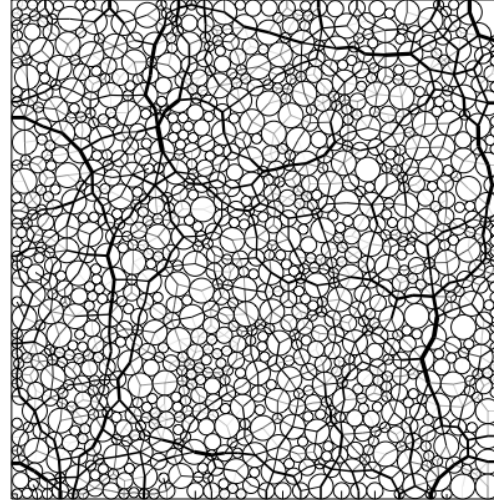
#### Distribution des efforts

Indépendamment des lois d'interaction entre les particules dans un système granulaire en déformation quasi-statique, les particules sont des objets plus ou moins rigides d'une taille typique définissant par conséquent une échelle de longueur naturelle dans le système. Cependant, à la différence de beaucoup

de systèmes statiques classiques, il apparaît également dans les matériaux granulaires une échelle de longueur mésoscopique essentiellement en raison des contraintes cinématiques et géométriques. Cette échelle apparaît très clairement sur la transmission des efforts dans le milieu. Pour visualiser les efforts, on utilise entre autres la photoélasticité. La figure 1.34 représente la section d'un empilement de cylindres de plexiglass soumis à une compression. La propriété de photo-élasticité des cylindres, placés entre deux polariseurs et éclairés par une lumière homogène, permet d'observer les contraintes qui apparaissent d'autant plus clairement que la contrainte est plus forte. La distribution des contraintes des particules apparaît ainsi être très hétérogène avec notamment des chaînes de forces observées initialement par Dantu [34].



**Figure 1.34:** Empilement de cylindres de Schneebeli biréfringents laissant apparaître les chaînes de forces par une luminosité plus intense (Cliché fournis par le laboratoire GMCM de l'université Rennes I).



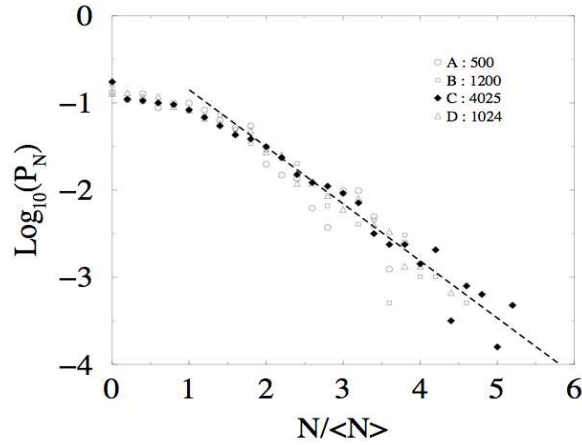
**Figure 1.35:** Carte des forces normales entre les particules obtenue par simulation numérique par la méthode de Dynamique des Contacts. L'épaisseur des traits est proportionnelle à la grandeur de la force [97].

Ces chaînes mettent ainsi en évidence une échelle de longueur plus grande que la taille des particules. Parmi les propriétés remarquables des milieux granulaires, la transmission des efforts a suscité un intérêt tout particulier durant la dernière décennie. La distribution des efforts a été étudiée expérimentalement mais également numériquement par plusieurs auteurs [61, 97, 29, 78, 64, 17, 7, 68, 116]. La figure 1.35 représente le réseau des forces normales aux contacts obtenu par simulation numérique [97, 98]. Une étude statistique de la densité de probabilité des forces (pdf) montre que les forces de contacts se distribuent différemment suivant qu'elles sont supérieures ou non à la force moyenne des efforts présents dans l'échantillon ; figure 1.36 :

$$\begin{cases} P(f_n) \propto e^{-\alpha f_n / \langle f_n \rangle} & \text{si } f_n > \langle f_n \rangle, \\ P(f_n) \propto (f_n / \langle f_n \rangle)^{-\beta} & \text{si } f_n < \langle f_n \rangle, \end{cases} \quad (1.9)$$

avec  $f_n$  la force normale à chaque contact,  $\langle f_n \rangle$  la moyenne des forces normales. De nombreuses études montrent que  $\beta \simeq 0$  et  $\alpha \simeq 1.4$  [97, 78].

La distribution des efforts permet de définir ce que l'on appelle « le réseau fort de contacts » et le « le réseau faible de contacts ». Comme nous le verrons, ces deux réseaux ont des géométries différentes et

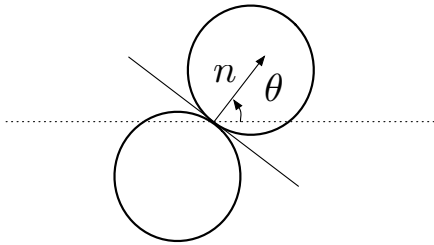


**Figure 1.36:** Distributions des efforts normaux en échelle log-linéaire réalisé à partir d'échantillons de tailles différentes.

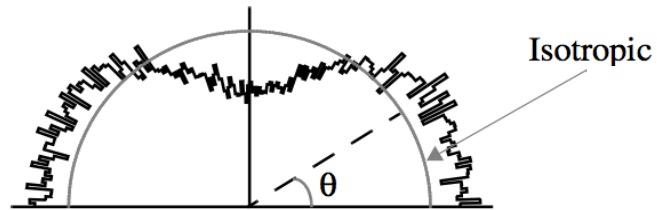
contribuent de manières complémentaire aux propriétés mécaniques du milieu [98].

### Texture granulaire

Dans un milieu granulaire cisailé, les normales  $\mathbf{n}$  aux plans de contact ont une orientation privilégiée moyenne qui coïncide souvent avec la direction principale majeure du tenseur des contraintes. Mais, les contacts peuvent s'orienter dans toutes les directions de l'espace. La distribution de ces orientations est donc caractérisée par la densité de probabilité  $P(\mathbf{n})$  [109, 83].



**Figure 1.37:** Représentation 2D, du plan de contact.



**Figure 1.38:** Représentation polaire de  $P_\theta(\theta)$  lors d'un essai biaxial de direction de compression horizontale [106].

En 2D, le vecteur  $\mathbf{n}$  est paramétré par un seul angle  $\theta$  tel que  $\mathbf{n} \equiv (\cos \theta; \sin \theta)$  avec  $\theta \in [0, \pi[$ ; figure 1.37. On définit alors  $P_\theta(\theta)$  la distribution des directions  $\theta$  des normales aux contacts telle que  $\int_0^\pi P_\theta(\theta) = 1$ . La fonction  $P_\theta(\theta)$  peut prendre des formes plus ou moins complexes. Dans un empilement préparé par dépôt de particules elle présente deux pics de part et d'autres de la direction verticale ( $\theta = \pi/2$ ). Dans l'état critique (après un cisaillement suffisant) elle est relativement simple est plutôt bien définie; figure 1.38. Elle peut être approchée par un développement de Fourier d'ordre 2 :

$$p(\theta) \simeq \frac{1}{\pi} [1 + a \cos 2(\theta - \theta_c)] \quad (1.10)$$



L'amplitude  $a$  définit l'anisotropie structurelle du réseau de contacts. Elle est nulle pour un milieu isotrope, et sa valeur maximale est 1. L'angle  $\theta_c$  représente la direction privilégiée des contacts.

En particulier, dans le 2D, un développement tronqué à l'ordre 2 ; équation 1.10, nous donne une indication importante sur l'anisotropie des contacts à un instant donné. Une méthode pour accéder à l'anisotropie du système consiste à calculer le tenseur de texture (ou encore tenseur de fabrique)  $F$  défini par [109, 83] :

$$F_{\alpha\beta} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi n_\alpha(\theta)n_\beta(\theta)P_\theta(\theta)d\theta \equiv \frac{1}{N_c} \sum_{c \in V} n_\alpha^c n_\beta^c, \quad (1.11)$$

ou  $\alpha$  et  $\beta$  désignent les composantes dans le repère de référence et  $N_c$  le nombre total de contacts dans un volume  $V$ . Par définition  $tr(\mathbf{F}) = 1$ . L'anisotropie du réseau de contact est alors donnée par la différence des valeurs propres  $F_1$  et  $F_2$  :

$$a = 2(F_1 - F_2), \quad (1.12)$$

Pour un système de coordonnées fixes avec l'axe des ordonnées (axe  $x$ ) pointant suivant une direction  $\theta'$ , on peut définir également une anisotropie « signée »  $a'$  par :

$$a' = 2(F_1 - F_2) \cos 2(\theta_F - \theta'), \quad (1.13)$$

avec  $\theta_F$  la direction principale du tenseur de fabrique. Si  $\theta' = \theta_F$  alors  $a' = a$ . L'anisotropie signée est généralement utilisée lorsque la direction de l'anisotropie est non constante.

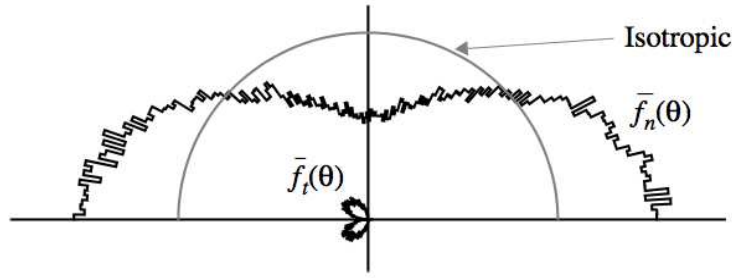
Les expériences et simulations numériques indiquent que l'anisotropie  $a$  varie au cours du cisaillement et d'une manière corrélée avec la contrainte de cisaillement [83, 106, 100]. Ces résultats suggèrent que la résistance au cisaillement d'un matériau granulaire est liée à l'aptitude du milieu à s'organiser en un réseau anisotrope. Néanmoins, cet aspect a été surtout étudié pour des milieux à particules sphériques ou circulaires. Nous verrons dans le chapitre 3 que pour des particules à facettes le lien entre les propriétés géométriques et la résistance au cisaillement est plus complexe.

## Anisotropie des forces

De la même manière, la distribution angulaire des forces aux contacts dans un système granulaire peut être représentée par la force moyenne  $\langle f \rangle(\mathbf{n})$ . Nous distinguons la force moyenne normale  $\langle f_n \rangle$  de la force moyenne tangentielle  $\langle f_t \rangle$  définies par les équations suivantes [106] :

$$\begin{cases} \langle f_n \rangle(\theta) &= \frac{1}{N_c(\theta)} \sum_{c \in \mathcal{S}(\theta)} f_n^c, \\ \langle f_t \rangle(\theta) &= \frac{1}{N_c(\theta)} \sum_{c \in \mathcal{S}(\theta)} f_t^c, \end{cases} \quad (1.14)$$

avec respectivement,  $f_n^c$  et  $f_t^c$ , la force normale et la force tangentielle, agissant au contact  $c$ . Alors,  $\mathcal{S}(\theta)$  représente l'ensemble des contacts qui ont pour direction  $\theta \in [\theta - \Delta\theta/2, \theta + \Delta\theta/2]$  pour un incrément  $\Delta\theta$ , et  $N_c(\theta)$  est le nombre de contacts dans l'ensemble  $\mathcal{S}(\theta)$ . La figure 1.39 montre les diagrammes polaires de  $\langle f_n \rangle(\theta)$  et  $\langle f_t \rangle(\theta)$  dans un système soumis à une compression horizontale. On voit que la force moyenne normale est maximale dans la direction de sollicitation et minimale dans la direction de l'extension. En ce qui concerne la force tangentielle, elle est maximale à 45° de la direction de compression.



**Figure 1.39:** Représentation polaire de  $\langle f_n \rangle(\theta)$  et de  $\langle f_t \rangle(\theta)$  pour une compression axiale de direction  $x$  [106].

Par définition, les deux fonctions  $\langle f_n \rangle$  et  $\langle f_t \rangle$  sont  $\pi$ -périodiques. Il est possible d'approcher ces deux fonctions par leur développement de Fourier à l'ordre 2 :

$$\begin{cases} \langle f_n \rangle(\theta) = \langle f \rangle \{1 + a_n \cos 2(\theta - \theta_n)\} \\ \langle f_t \rangle(\theta) = \langle f \rangle a_t \sin 2(\theta - \theta_t), \end{cases} \quad (1.15)$$

ou  $\langle f \rangle$  est la force moyenne,  $a_n$  et  $a_t$  représentent les anisotropies des forces normales et tangentielles, et  $\theta_n$  et  $\theta_t$  sont les directions principales.

Cependant, afin de pouvoir suivre l'évolution des anisotropies au cours de la déformation, il est préférable d'exprimer les anisotropies via les « tenseurs de forces » définis par :

$$\begin{cases} H_{\alpha\beta}^{(n)} = \int_0^\pi \langle f_n \rangle(\theta) n_\alpha n_\beta d\theta, \\ H_{\alpha\beta}^{(t)} = \int_0^\pi \langle f_t \rangle(\theta) t_\alpha n_\beta d\theta. \end{cases} \quad (1.16)$$

On constate que  $tr(\mathbf{H}^{(n)}) = tr(\mathbf{H}^{(t)}) = \langle f \rangle$  et par identification avec l'équation 1.15 nous avons :

$$\begin{cases} a_n = 2 \frac{H_1^{(n)} - H_2^{(n)}}{H_1^{(n)} + H_2^{(n)}}, \\ a_t = 2 \frac{H_1^{(t)} - H_2^{(t)}}{H_1^{(n)} + H_2^{(n)}}, \end{cases} \quad (1.17)$$

avec  $H_1^{(n)}$  et  $H_2^{(n)}$  les valeurs propres du tenseur  $H_n$  et  $H_1^{(t)}$  et  $H_2^{(t)}$  les valeurs propres du tenseur  $H_t$ .

L'hétérogénéité et l'anisotropie des forces et des contacts pose le problème de la définition d'une échelle représentative pour le milieu. Comme l'état microscopique est caractérisé par les distributions  $P_\theta(\theta)$ ,  $\langle f_n \rangle(\theta)$  et  $\langle f_t \rangle(\theta)$ , on peut définir qu'un volume représentatif doit être suffisamment grand pour que ces distributions soient bien représentées [95]. En pratique, les simulations numériques montrent que ces distributions sont bien définies pour des systèmes de taille linéaire minimum d'environ 40 diamètres de grains.

## Relation contrainte-texture

Le tenseur de contrainte dans un milieu granulaire résulte des interactions entre les grains. Il implique donc nécessairement les forces de contacts et la géométrie à travers les directions des contacts. Comme



le milieu est discret, une expression du tenseur des contraintes prend la forme d'une moyenne statistique faisant intervenir tout les contacts ou particules dans le volume considéré. Divers auteurs ont proposés des expressions plus ou moins exactes pour le tenseur de contrainte [25]. Nous allons considérer ici une approche introduite par Moreau [75, 119]. Pour chaque particule  $i$  on définit le moment tensoriel  $M^i$  des forces :

$$M_{\alpha\beta}^i = \sum_{c \in i} f_{\alpha}^c r_{\beta}^c, \quad (1.18)$$

où,  $f_{\alpha}^c$  la composante suivant  $\alpha$  de la force exercée sur la particule  $i$  et  $r_{\beta}^c$  est la composante  $\beta$  du vecteur position du contact  $c$ . La sommation porte sur tout les contacts de la particules  $i$  (noté  $c \in i$ ). Ce moment tensoriel a la propriété intéressante d'être indépendant du choix de l'origine et additif. Ainsi, le moment tensoriel des forces pour un volume de particule est simplement la somme des moments tensoriels individuel des particules. On peut alors montrer que le tenseur de contrainte de Cauchy, pour un volume élémentaire représentatif  $V$ , est la densité volumique du moment tensoriel de toutes les particules [75] :

$$\sigma = \frac{1}{V} \sum_{i \in V} M^i, \quad (1.19)$$

Ce tenseur, en tant que moyenne statistique, est d'autant mieux défini que le volume de contrôle  $V$  est grand. Mais cette expression a encore un sens (en tant que moment tensoriel) pour un système mésoscopique, et le volume de contrôle peut être aussi petit qu'un grain avec ses voisins. En effet, la condition d'équilibre, qui est à l'origine de l'équation 1.18 est vérifiée à l'échelle d'un grain avec ses voisins de contact. La même approche permet de prendre en compte également des effets inertiels et des contraintes cinétiques liées au transport de quantité de mouvement par les particules. Mais, ces effets sont souvent très faibles dans les situations qui nous intéressent dans cette thèse, ou les contraintes sont souvent d'origines statiques.

De part son caractère discret, on peut considérer la contribution à cette somme, de chaque contact  $c$  entre les particules  $i$  et  $j$  donnée par :

$$S_{\alpha\beta}^c = f_{\alpha}^c r_{\beta}^c - f_{\alpha}^c r_{\beta}^c = f_{\alpha}^c \ell_{\beta}^c, \quad (1.20)$$

avec  $r^{c_i} = \mathbf{O}_i \mathbf{C}$  et  $r^{c_j} = \mathbf{O}_j \mathbf{C}$  les vecteurs joignant le centre  $O_i$  de la particule  $i$  au point de contact  $C$  et  $O_j$  de la particule  $j$  au point de contact  $C$  et  $f_{\alpha}^{ij} = -f_{\alpha}^{ji}$  la force au contact  $c$  de  $i$  sur  $j$ . Le vecteur  $\ell$  est le vecteur intercentre des particules  $i$  et  $j$  au contact  $C$ , ou « vecteur branche ». Ainsi, on montre que le tenseur de contrainte peut prendre la forme suivante :

$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{1}{V} \sum_{c=1}^{N_c} f_{\alpha}^c \ell_{\beta}^c = n_c \langle f_{\alpha} \ell_{\beta} \rangle, \quad (1.21)$$

où  $N_c$  est le nombre total de contact et  $n_c = N_c/V$  la densité numérique des contacts (nombre de contacts par unité de volume). En 2D, le vecteur  $\mathbf{n}$  n'est paramétré que par son angle  $\theta$ , et dans le cas des disques, comme on peut supposer que  $\ell$  est de norme constante et  $\ell^c = \ell \mathbf{n}^c$ . Il est possible d'exprimer le tenseur de contrainte  $\sigma$  par la forme intégrale suivante :

$$\sigma_{\alpha\beta} = n_c \ell \int_0^{\pi} P(\theta) [ \langle f_n(\theta) \rangle n_{\alpha} n_{\beta} + \langle f_t(\theta) \rangle t_{\alpha} n_{\beta} ] d\theta \quad (1.22)$$

Ainsi, en partant de l'expression micromécanique du tenseur des contraintes ; équation 1.19 et en tenant compte des équations 1.12, 1.17, il est possible d'exprimer le déviateur des contraintes en fonction des anisotropies des contacts et des forces [56, 19, 106, 98] de la manière suivante :

$$\frac{q}{p} \sim \frac{1}{2}(a + a_n + a_t). \quad (1.23)$$

C'est l'expression la plus simple qui relie la texture granulaire aux contraintes. Il faut noter que, pour obtenir cette expression les produits croisés des anisotropies ( $aa_n$  et  $aa_t$ ) ont été négligées. L'équation 1.23 montre clairement que la résistance d'un milieu granulaire au cisaillement est directement liée aux mécanismes qui lui permettent de former une structure anisotrope et de transmettre les forces d'une manière anisotrope.

### Réseau fort et réseau faible

L'organisation fine des forces de contact dans les milieux granulaires, impliquant chaînes d'effort, réseau fort et réseau faible, a été étudié par Radjai et al au moyen de simulations numériques en dynamique des contacts pour des grains circulaires et sphériques [98]. D'autres travaux réalisés sur cette base ont confirmé les résultats de cette étude [119, 57, 15]. L'idée de cette analyse est de considérer l'ensemble de contacts ou la force est inférieure à une force  $\xi$  normalisée par la force moyenne. Ce réseau sera nommé «  $\xi$ -réseau ». Par exemple,  $\xi = 1$  correspond à l'ensemble des contacts ou la force est inférieure à la force moyenne. On évalue différentes quantités telles que le tenseur de contrainte, ou le tenseur de fabrique sur le  $\xi$ -réseau. La dépendance de ces grandeurs par rapport à un  $\xi$  permet ainsi de rendre compte de la corrélation qui existe entre les réseaux de forces et ces grandeurs. Cette analyse montre notamment que

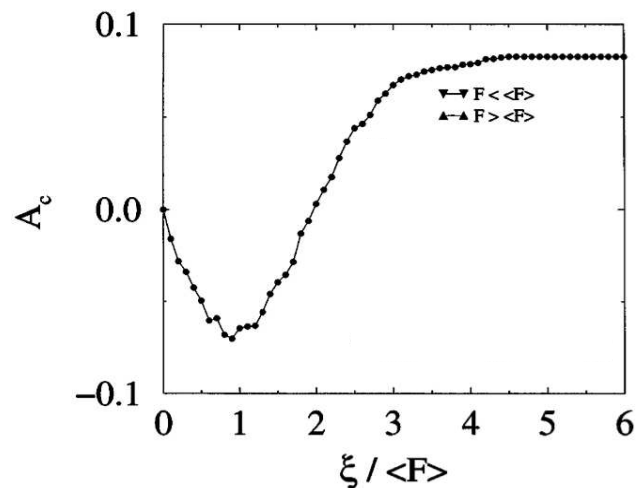
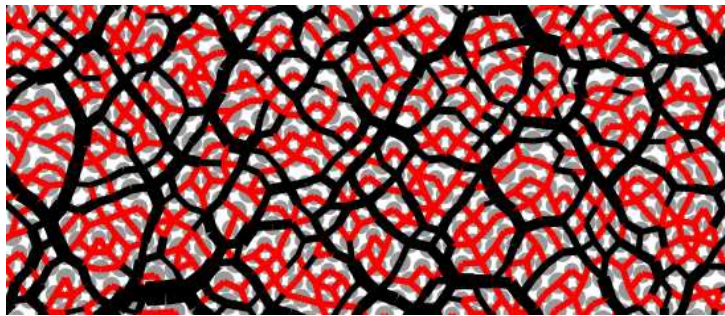


Figure 1.40: Variation de l'anisotropie signée des contacts  $a_c$  en fonction de  $\xi$ .

l'anisotropie de contact varie d'une manière non linéaire avec  $\xi$ . En particulier, le tenseur de fabrique pour  $\xi \leq 1$  s'oriente perpendiculairement à la direction principale majeure des contraintes. C'est ce qu'on observe sur la figure 1.40. Sur cette figure,  $A_c$  est l'anisotropie des contacts et le signe négatif correspond à la direction  $\pi/2$  par rapport à la direction principale majeure. De même, il apparaît que

le tenseur de contrainte pour  $\xi \leq 1$  est isotrope. Ces observations indiquent que le réseau de contact s'organise en deux sous-réseaux, l'un constitué par le  $\xi$ -réseau  $\xi = 1$  et l'autre, son complémentaire. Ils sont appelés respectivement « faible » et « fort ».

Le réseau faible représente environ 60% des contacts et la direction privilégiée des contacts y est perpendiculaire à la direction privilégiée des contacts du réseau fort. Le réseau fort supporte presque la totalité de la contrainte déviatorique du système tandis que le réseau faible contribue essentiellement à la contrainte moyenne à la hauteur de 30%. Il est aussi remarquable que le réseau faible est le siège des glissements et donc de la dissipation par frottement. Cette organisation bi-modale correspond donc à une structuration bi-phasique du milieu granulaire où le réseau fort constitue une phase solide (le squelette solide) et le réseau faible une phase « liquide » (mobile et isotrope en contrainte) ; figure 1.41 [98, 119].



**Figure 1.41:** Représentation du réseau fort (noir) et du réseau faible (rouge) dans un échantillon composé de disques [118]. L'épaisseur du trait dans le réseau fort est proportionnelle à l'intensité de la force.

## Effet de forme

Les propriétés microstructurales et la transmission des efforts dans un milieu granulaire ont été pour la plupart étudiées dans le cas de particules isométriques (disques ou sphères). Néanmoins, dans de nombreux domaines de recherche ou d'applications industrielles, les particules réelles ne sont jamais si « parfaites ». Des particules plates ou allongées existent dans le cas de bio-matériaux où dans le domaine pharmaceutique. Les géomatériaux impliquent souvent des particules angulaires. Il en est de même dans le domaine des poudres où l'on rencontre souvent des particules sous forme de cristalite en forme de polyèdre convexe ou non convexe. La forme des particules peut modifier quantitativement le comportement macroscopique d'un système granulaire [85, 8, 26, 81]. Par exemple, dans le cas de particules ovoïdales, Ouadfel et Rothenburg ont montré que la résistance au cisaillement d'un milieu granulaire, en plus d'être liée à l'anisotropie des contacts et des forces ; équation 1.23, implique également l'anisotropie due à la forme des particules [85].

D'une manière générale, les particules arrondies permettent d'augmenter la capacité d'écoulement, tandis que la forme angulaire est susceptible d'augmenter la résistance au cisaillement [81, 6, 87], ce qui constitue un facteur essentiel en ce qui concerne les constructions du génie civil. Les grains de ballast, constituants essentiels des voies de chemins de fer, répondent à cette même logique ; figure 1.42. Le ballast a un rôle très important dans la transmission et la répartition des efforts à la plate-forme, dans l'absorption des vibrations mécaniques et acoustiques et dans l'ancrage latéral et longitudinal de la voie. L'ensemble de ces fonctions a nécessité de définir des critères de qualité, qui sont définis dans la norme



*Figure 1.42: Photographies de grains de ballast.*

européenne « NF EN 13450 » (août 2003) [1] (granulométrie, propreté, angularité, homogénéité de la forme des grains, absence de formes de grains trop allongées ou aplaties). Les règles sont très strictes et il a été montré que la forme des particules de ballast est un atout majeur pour la résistance de la voie [69, 132, 112]. Dans de telles circonstances, une analyse fine sur la manière dont se répartissent les efforts dans un milieu granulaire composé par des grains non sphériques est l'une des clefs pour comprendre et augmenter la résistance des voies de chemins de fer.

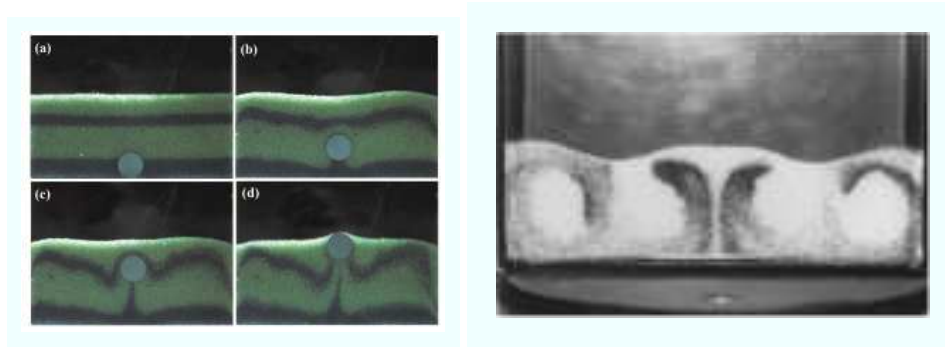
#### 1.3.4. Matériaux granulaires vibrés

Un milieu granulaire peut se trouver dans un état « gazeux » si le taux d'énergie injecté dans le système est supérieur au taux de dissipation entre les particules. Dans un tel état, le comportement est régi par des collisions inélastiques entre les particules, contrairement au cas quasi-statique, où les contacts sont persistants. Mais il existe un large spectre de cas où le système granulaire est à la fois très dense et très agité. C'est notamment le cas des milieux granulaires soumis à des vibrations. Dans ce cas, l'effet des vibrations est analogue à un thermostat comme source d'agitation dynamique ou thermodynamique. Cette agitation, dans le cas des grains a pour conséquence d'empêcher le blocage (« jamming » en anglais) des grains et donc de faciliter l'écoulement, un phénomène qui est largement utilisé dans les applications industrielles (écoulement dans un silo, transport pneumatique, bourrage du ballast, ...) [48, 23].

La méthode la plus employée pour agiter un système granulaire est d'imposer un déplacement cyclique d'un mur ou de la boîte. De nombreux essais ont déjà été réalisés par cette méthode [66, 21, 20, 45, 58, 51]. Les deux paramètres qui pilotent le comportement sous vibration sont l'amplitude  $a$  et la fréquence  $\nu$  des vibrations, ce qui correspond à une accélération  $a\omega^2$  ou  $\omega = 2\pi\nu$ . Cette accélération est à comparer à l'accélération de la gravité  $g$ . On définit le nombre sans dimension :

$$\Gamma = a\omega^2/g, \quad (1.24)$$

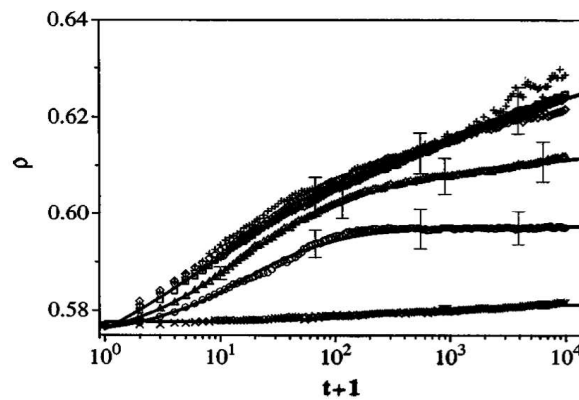
qui permet de rendre compte de l'état d'agitation d'un système granulaire vibré [70, 71]. Si  $\Gamma < 1$ , les particules sont agitées mais elles restent en contact entre elles et le socle [129, 128]. Au contraire, pour  $\Gamma > 1$ , l'accélération imposée est suffisamment forte pour permettre la séparation entre les particules. Suivant l'épaisseur de la couche de grains, et l'amplitude, on observe alors divers phénomènes tels que la convection et la ségrégation de taille, la mise en tas (formation spontanée d'un tas), schémas périodiques de formes à la surface ou encore, des ondes paramétriques [10, 60, 54, 9, 11, 28]. Certains exemples sont présentés sur les figures 1.43 et 1.44.



**Figure 1.43:** A gauche, exemple d'essai réalisé par Liffman [60], avant et après ségrégation. A droite, phénomène de convection, essai réalisé par Aoki [10].



**Figure 1.44:** Les vibrations sont appliquées verticalement au milieu granulaire. Des vagues apparaissent et sont comparables aux vagues que formerait un liquide [108].



**Figure 1.45:** Évolution de la compacité  $\rho$  en fonction du temps  $t$  pour un milieu granulaire vibré verticalement. Plus la fréquence de vibration est élevée et plus le matériau se compacte [53].

La compaction sous vibration est un aspect bien connu et important des milieux granulaires vibrés. Expérimentalement, il a été observé que les vibrations à fréquence élevée et à amplitude faible entraînent une augmentation progressive mais longue de la compacité [54]. La figure 1.45 montre l'évolution de la compacité en fonction du temps pour un système granulaire vibré verticalement pour différentes valeurs de la fréquence de vibration. On voit que, après un transitoire, la compacité augmente d'après une loi logarithmique en fonction du temps ou du nombre de secousses [82] :

$$\rho = \rho_{\infty} - \frac{\rho_{\infty} - \rho_0}{1 + B \ln(1 + t/\tau)} \quad (1.25)$$

avec  $\rho_{\infty}$  et  $\rho_0$  les compacités finale et initiale, et  $\tau$  correspond à un temps caractéristique. Des modèles statistiques et des analogies avec des matériaux moléculaires amorphes ont été proposés pour expliquer cette compaction lente sous vibrations [55, 54, 102, 103, 89]. La croissance logarithmique semble être très robuste vis-a-vis de la forme des grains [67]. Il faut toutefois souligner que le phénomène de compaction a surtout été étudié pour des matériaux à surfaces libres et soumis à des vibrations verticales. L'évolution d'un système à la fois confiné et vibré passe nécessairement par des phases de blocages (« jamming »). Dans un tel système la compaction dépend de la pression de confinement et de l'amplitude puisque la compaction est tributaire de la possibilité de réarrangement des grains [14].

## 1.4. Méthodes numériques

### 1.4.1. Méthodes de résolution

Les méthodes par éléments discrets (ou Discret Element Method, DEM en anglais) ont pour objectif de modéliser le comportement collectif d'un milieu constitué d'éléments distincts en interaction. Ces méthodes sont couramment utilisées pour la modélisation des milieux granulaires, par exemple le sable, les roches, les milieux condensés comme les gels ou les suspensions, les tissus vivants comme les cellules osseuses, les milieux fracturés ou enfin dans le domaine de la robotique. Le dénominateur commun des méthodes par éléments discrets est de considérer les degrés de libertés associés aux éléments (les grains) considérés comme objets rigides et d'intégrer les équations du mouvement pour ces degrés de libertés.

Les principales méthodes en éléments discrets peuvent être classées en deux grandes familles : 1) les approches *Non Smooth* basées sur la mécanique non régulière qui prennent en compte les chocs sans interpénétration des grains ; 2) les approches *Smooth* autorisant l'interpénétration des grains.

Les méthodes de type « Smooth » (régulière) sont basées sur l'approche Molecular Dynamics (MD) qui consiste à intégrer les interpénétrations à la description des lois de contact en considérant qu'une déformation locale des grains est possible (contact déformable et particules rigides). Ces approches sont utilisées pour l'étude de liquides, de cristaux, ou encore de macro-molécules à l'échelle des atomes. Cundall et Strack ont étendu cette approche au cas de corps solides par l'adjonction de lois de contact et de frottement [31, 4]. Aujourd'hui, cette approche est la plus employée et elle fait l'objet d'un grand nombre d'extensions [47], en particulier par l'adjonction de lois de cohésion [90, 36, 104].

Les approches de type « Non Smooth » (non régulière) sont basées sur l'hypothèse de rigidité des contacts (contacts indéformables ; corps rigide ou déformable). Une non-régularité apparaît alors dans le traitement du contact et du frottement et dans l'évolution des vitesses au cours d'une collision entre deux particules. Ainsi, toute interpénétration pouvant apparaître avec une approche de type non-régulière est considérée comme une « violation », et est donc indésirable. Parmi les méthodes de type « Non Smooth »,



on peut citer la méthode Event Driven (ED) qui ne gère qu'une seule interaction à la fois avec une discrétisation irrégulière du temps. Elle est réservée à la simulation de gaz ou de systèmes de corps articulés. Pour les systèmes de corps où plusieurs interactions interviennent simultanément (systèmes denses), la méthode Contact Dynamics (CD), ou Non Smooth Contact Dynamics (NSCD) initiée par Moreau [74, 49, 98] est mieux adaptée.

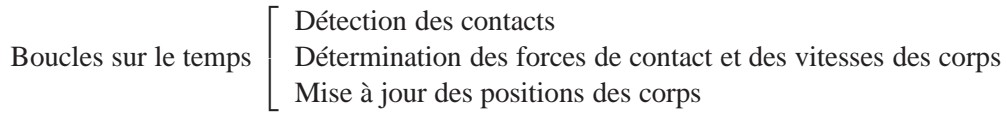
Le degré de déformabilité au point de contact est le premier critère pour le choix de la méthode à employer. Le module d'Young du ballast est de l'ordre de  $10^8$  Pa [3], ainsi dans le cadre de la Dynamique Moléculaire, la raideur au contact doit être choisie suffisamment grande pour assurer une faible interpénétration, cela implique également une réduction du pas de temps jusqu'à presque  $10^{-10}$  s. Ainsi, avec la Dynamique Moléculaire il faut réduire la valeur de la raideur au contact pour ne pas avoir des pas de temps bien trop petits. La Dynamique des Contacts permet ainsi d'éviter ce genre d'artefacts.

Ainsi, l'étude du comportement d'un échantillon de granulats soumis à diverses sollicitations, nécessite la prise en compte de plusieurs milliers de grains. Le système à étudier sera le plus souvent compact, le nombre de contacts pouvant être important. L'approche CD permet d'employer des pas de temps plus grands, et surtout la prise en compte de l'unilatéralité au contact se fait sans approximation. Il est important de préciser aussi que la résolution des équations du mouvement, par la méthode CD est indépendante de la forme des particules. La forme de particules n'intervient que dans la détection des contacts [111, 38].

Nous allons présenter dans la suite l'ensemble des éléments constituant cette méthode développée en particulier dans le code de calcul **LMGC90** et que nous utiliserons par la suite. Les parties suivantes sont largement inspirées des travaux de M. Jean [49], L. Staron [118], M. Renouf [101] et G. Saussine [111].

### 1.4.2. La Dynamique des Contacts

Le principe général de la méthode de Dynamique des Contacts peut être résumé simplement grâce au diagramme suivant :



L'équation de la dynamique peut se mettre sous la forme suivante :

$$\mathbb{M}\ddot{q}(t) = \mathbb{Q}(q, \dot{q}, t) + \mathbb{P}(t) + r, \quad (1.26)$$

où  $q$ ,  $\dot{q}$ ,  $\ddot{q}$  correspondent respectivement à la position, la vitesse, et l'accélération des corps à un instant donné.  $\mathbb{M}$  représente la matrice de masse du système,  $\mathbb{Q}(q, \dot{q}, t)$  représente les « termes gyroscopiques et centrifuges », et  $\mathbb{P}(t)$  les efforts extérieurs explicitement connus en l'absence de contact et  $r$  les forces de contacts. En présence de conditions unilatérales, il se produit des chocs entre particules, des discontinuités du champ de vitesse peuvent alors apparaître et l'accélération n'est ainsi pas définie. Pour prendre en compte ces considérations, on préfère alors écrire l'équation 1.26 en termes de mesures différentielles. Le système différentiel s'écrit :

$$\mathbb{M}dq(t) = \mathbb{Q}(q, \dot{q}, t)dt + \mathbb{P}(t)dt + r d\nu, \quad (1.27)$$

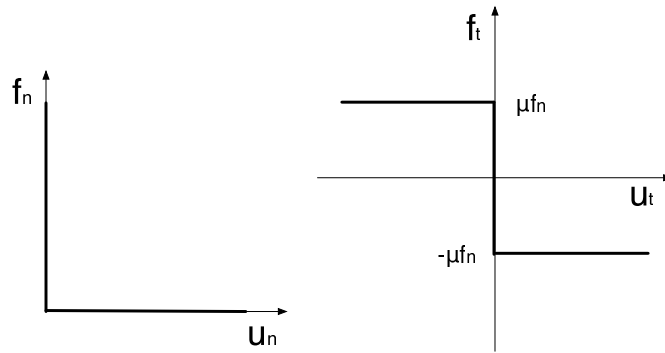
où  $dt$  est une mesure de Lebesgue,  $d\nu$  est une mesure réelle positive et  $dq$  représente la mesure différentielle de  $q$ . Le terme  $r$  représente la densité d'impulsions de contact, c'est-à-dire la contribution locale

des impulsions exercées lors de la présence de contacts [74, 49]. La description du mouvement ne peut se faire que si des conditions sur les contacts sont posées.

Dans ce sens, les particules sont considérées comme rigides et exercent des forces normales et tangentielles,  $f_n$  et  $f_t$  respectivement, l'une sur l'autre. Par convention, les forces normales de compression sont positives. De même, la vitesse relative normale  $u_n$  entre deux particules en contact est comptée comme positive lorsqu'elles s'éloignent l'une de l'autre. Ainsi, la condition de contact (d'un point de vue géométrique) entre deux particules s'exprime comme la réalisation de l'une des alternatives suivantes ; équation 1.28 :

$$\begin{aligned} f_n &\geq 0 \quad \text{et} \quad u_n = 0 \\ f_n &= 0 \quad \text{et} \quad u_n > 0. \end{aligned} \quad (1.28)$$

La figure 1.46 représente la forme graphique de cette condition, appelée condition de Signorini-Coulomb.



**Figure 1.46:** Graphe de la condition de complémentarité en vitesse (Signorini) à gauche, et Graphe de la loi de Coulomb à droite.

De la même manière, la loi de frottement de Coulomb implique trois alternatives possibles ; équation 1.29 :

$$\begin{aligned} f_t &= -\mu f_n \quad \text{et} \quad u_t > 0, \\ -\mu f_n &\leq f_t \leq \mu f_n \quad \text{et} \quad u_t = 0, \\ f_t &= \mu f_n \quad \text{et} \quad u_t < 0, \end{aligned} \quad (1.29)$$

où  $u_t$  est la vitesse de glissement au point de contact et  $\mu$  est le coefficient de frottement. Pendant une collision, les vitesses  $u_n$  et  $u_t$  correspondent aux vitesses après la collision. En d'autres termes, il est nécessaire que la solution du problème à chaque pas respecte la condition de non interpénétration entre les particules à la fin du pas. Mais, Moreau a montré qu'il était possible également de remplacer  $u_n$  et  $u_t$  dans les graphes de Signorini et de Coulomb par une combinaison linéaire des vitesses avant et après le choc :

$$\begin{aligned} u_n &= \frac{u_n^+ + \rho_n u_n^-}{1 + \rho_n} \\ u_t &= \frac{u_t^+ + \rho_t u_t^-}{1 + \rho_t}, \end{aligned} \quad (1.30)$$

où  $u_n^+$ ,  $u_n^-$ ,  $u_t^+$  et  $u_t^-$  sont les vitesses relatives normales et tangentielles des particules au contact au début et à la fin de chaque pas. La condition de contact ou de collision correspond alors à  $u_n = 0$ , ce qui correspond à  $u_n^+ = -\rho_n u_n^-$ . Ainsi, les paramètres  $\rho_n$  et  $\rho_t$  introduits dans l'équation 1.30 coïncident avec les coefficients de restitution normal et tangentiel définis habituellement pour le choc binaire. La



dynamique des contacts permet ainsi de généraliser les coefficients de restitution du cas des collisions binaires au cas des collisions multiples ou aux systèmes multi-contacts [74, 94].

Remarquons aussi que ces lois de contacts et de frottements peuvent être modifiées ou complétées par la prise en compte d'autres interactions comme la cohésion entre les particules. Par exemple, les forces normales aux contacts peuvent alors prendre des valeurs négatives jusqu'à un certain seuil correspondant à la rupture. Cela équivaut à une translation du graphe de Signorini vers les  $f_n$  négatifs.

Pour la résolution, on utilise un solveur basé sur la méthode de Gauss-Seidel non linéaire [74, 49]. De manière générale, l'unicité de la solution n'est pas garantie pour les particules parfaitement rigides. Cependant, en initialisant chaque étape de calcul avec les forces calculées dans l'étape précédente, l'ensemble de solutions admissibles se rétrécit aux seules fluctuations autour de la solution numérique.

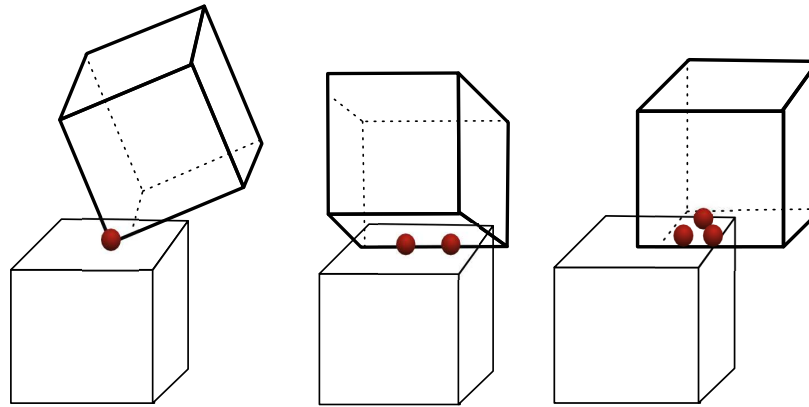
### 1.4.3. Détection du contact : cas de grains polygonaux ou polyédriques

Un algorithme de recherche est appliqué à un ensemble de contacts potentiels, identifiés ou mis à jour dans chaque étape. La détection de contact entre deux corps consiste à rechercher les superpositions des parties de l'espace qu'elles occupent. Le traitement de l'interaction mécanique entre deux corps exige une étape supplémentaire qui consiste en l'identification d'un plan commun tangent au deux corps (une ligne dans le cas 2D). Naturellement, le contact peut avoir lieu par une ou plusieurs grandes zones de contact (c'est-à-dire en un point, ou deux,...). Plusieurs algorithmes existent pour la détermination de superposition entre les polygones et polyèdres convexes [32, 38, 112].

L'objectif de l'algorithme de détection est de déterminer s'il y a contact entre deux corps et dans ce cas de donner des informations nécessaires et suffisamment précises afin de pouvoir résoudre le problème. Ces informations sont : les coordonnées dans l'espace des points de contacts, du repère local de contact et de l'interpénétration géométrique que nous appellerons recouvrement. Dans le cas d'objets ayant une géométrie complexe, comme une enveloppe polygonale ou polyédrique, il faut d'abord déterminer si il y a contact, et dans ce cas calculer la position de points de contact. Une contrainte majeure est le temps de calcul puisque, en général, il faut traiter des interactions entre plusieurs milliers de grains. Deux méthodes permettent de répondre à ces questions : 1) méthode de type *Shadow Overlap* introduite par J.J Moreau [112] et généralisée au cas tridimensionnel par G. Saussine [111] ; 2) la méthode du type *Common Plane* introduite par P.A. Cundall [32, 80]. Dans tous les cas, afin de limiter les tests, une première détection dite « grossière » est réalisée : partant d'informations géométriques grossières, comme par exemple une distance d'alerte qui consistent à estimer la proximité de deux grains, des situations où il n'y a pas de contacts sont éliminées rapidement. Sinon, il faut tester au cas par cas les situations où il pourrait y avoir contact. En annexe A sont présentés les deux principaux algorithmes programmés dans le code LMGC90.

Lorsqu'une situation de contact est détectée, une étape supplémentaire consiste à déterminer de quel type de contact il s'agit. Concrètement, en 2D seules deux possibilités sont envisagées : soit un contact côté-sommet, soit un contact côté-côté. Dans le cas tri-dimensionnel trois possibilités existent : face-sommet, face-arête et face-face. Suivant le cas, la stratégie adoptée dans LMGC90 est de considérer des points de contacts :

- Si un sommet s'avère rencontrer une face ; figure 1.47 à gauche, le plan de contact est le plan qui passe par la face. En projetant orthogonalement le sommet sur ce plan, on détermine la profondeur de pénétration. On choisit le point de contact « effectif » comme étant le point au centre de cette



*Figure 1.47: Représentation des contacts simple (sommets-face), double (arête-face) et triple (face-face).*

distance. Par la suite, ce type de contact « sommet - face » sera également appelé contact simple.

- Dans le cas où une arête rencontre une face ; figure 1.47 au centre, le plan de contact est donné par la face, et la tangente commune est fixée comme étant un segment de la ligne formée par l'intersection de l'arête et du plan en question. L'impénétrabilité entre les deux particules qui ont un tel contact est assurée en appliquant les lois de contact ; équations 1.28 et 1.29, sur seulement deux points de contact situés aux extrémités du segment commun aux deux polyèdres. Pour cette raison, les contacts arête-face seront aussi appelés contacts « doubles ».
- Dans le cas où une face rencontre une face d'un autre polyèdre ; figure 1.47 à droite, le plan de contact est donné par la face commune. Comme précédemment, l'impénétrabilité entre les deux particules qui ont un tel contact est assurée en appliquant les lois de contact ; équations 1.28) et 1.29, sur seulement trois points appartenant au plan de contact. Ces points de contacts sont choisis de telle sorte à être le plus représentatif de la zone de contact. Pour cette raison, les contacts face-face seront appelés contacts « triples ».

Pour nos études statistique, dans le cas des contacts doubles et triples, la force de contact est la résultante des forces calculées aux points communs. Cette force est appliquée au barycentre de ces points qui, pour un contact non cohésif, se situe dans la zone de contact. De ce point de vue, le choix de deux points ou trois points pour représenter les contacts arête-face, ou face-face n'affecte en aucune manière les forces de contacts.

## 1.5. Conclusions

L'étude du comportement des milieux divisés est actuellement un enjeu scientifique important, et l'amélioration de la compréhension scientifique à la fois par des expériences modèles ou par des simulations numériques révèle une richesse et surtout des difficultés. En effet, ces milieux ont des comportements variés selon les sollicitations auxquels ils sont soumis. Nous avons vu que le comportement d'un milieu granulaire dépend cruciallement de la compacité, de la pression de confinement, et du taux d'injection d'énergie. Ce point à son importance étant donné le domaine d'application que nous désirons étudier : ici le ballast. Il n'existe aujourd'hui que très peu d'expériences modèles reprenant le type de

sollicitation ainsi que la configuration du procédé de bourrage afin de mettre en évidence les mécanismes physiques à l'origine du réarrangement et de la compaction des grains sous le blochet.

Dans cette première partie, nous avons montré que les expériences du domaine ferroviaire voulant reproduire le procédé de bourrage sont difficiles à mettre en oeuvre et surtout que le comportement du ballast en voie est fluctuant et difficile à quantifier. La configuration particulière du ballast sous le blochet implique que la dynamique des grains soit très particulière. En effet le ballast est comprimé entre la sous-couche et la traverse sur une épaisseur ne dépassant pas la dizaine de diamètres de grains. Ce volume ne correspond pas à un Volume Élémentaire Représentatif.

Dans un premier temps un ensemble d'études essentiellement numériques se rapportant au tassement du ballast en voie ont été présentées. Le caractère purement discret du matériau a été modélisé grâce aux méthodes numériques granulaires. Ces approches par éléments discrets se sont de plus en plus démocratisées, généralisées et complexifiées afin de rendre notamment compte des effets microstructuraux. Tout d'abord, les approches 2D avec des grains polygonaux ou circulaires ont permis de rendre compte de la non-homogénéité de la répartition des efforts sous le blochet. En particulier certains grains peuvent être emmenés à supporter de grandes charges. De là, découle alors deux problématiques que sont la transmission des efforts jusqu'à la sous-couche, ainsi que l'importance de la dureté du matériau ballast. Le couplage élément discrets-fini a permis de proposer des éléments de réponse sur la manière dont peut réagir la sous-couche. De même, l'effet de la fracturation des grains sur la résistance globale de la voie a été analysée en considérant des grains comme un assemblage de grains collés susceptibles de se détacher (rompre) suivant le type d'effort auquel ils sont soumis. Ces travaux ont naturellement un objectif premier commun, qui est de modéliser jusqu'à la forme même des grains et comprendre le vrai rôle de la forme des particules sur l'évolution macroscopique. Dans ce sens, deux types d'approches semblent prometteuses : la première consiste à modéliser un grain de forme quelconque comme une union de sphères. Dans ce cas, le grain est représenté par l'enveloppe extérieure des sphères le formant. Une autre approche consiste à modéliser les grains par des polyèdres. Cette approche a été utilisée et montre des résultats pertinents dans l'analyse de la résistance verticale et latérale de la voie. Dans les deux cas, la forme des particules (polyèdres, ou clusters) influence de manière très nette la répartition des efforts sous le blochet et la résistance de la voie. La forme des particules est donc un critère essentiel.

Nous avons également présenté les approches classiques et des résultats récents concernant les milieux granulaires. Il ressort de cela que les milieux granulaires présentent un comportement riche. Certains aspects tels que l'anisotropie et la transmission des efforts ont fait l'objet de nombreuses études. Les concepts issus de ces études sont applicables à tous les matériaux granulaires et notamment des matériaux composés de particules polyédriques tels que le ballast. Il s'avère que la grande majorité d'étude et de concepts concernent surtout les matériaux composés de particules isométriques. C'est pourquoi il nous apparaît important d'analyser de manière précise le rôle de la forme des particules dans le comportement mécanique d'un système granulaire afin de pouvoir l'appliquer au cas ferroviaire.

L'intérêt de la modélisation numérique est de permettre de maîtriser les paramètres locaux et d'avoir accès aux actions microscopiques comme aux phénomènes macroscopiques. La méthode choisie est la Dynamique des Contacts développée sur la plateforme logicielle LMGC90, permettant de modéliser des grains polygonaux en 2D ou polyédriques en 3D.

L'ensemble des essais numériques ou expérimentaux présentés dans ce chapitre comportent des simplifications du procédé de bourrage, soit en ne regardant que l'effet des vibrations, soit en découplant les actions de serrage des actions de vibrations, soit en se ramenant à un système plus petit. Notre objectif est de simuler le cycle de bourrage à l'échelle réelle, avec des ingrédients et des conditions aux limites

aussi réalistes que possibles. Le bourrage peut être décomposé en deux grandes phases. Une première phase où les bourroirs vibrent horizontalement et plongent dans le lit granulaire. Puis les sollicitations horizontales des bourroirs viennent compacter la partie granulaire sous le blochet. Dans le chapitre suivant on présente l'ensemble des développements numériques réalisés afin de modéliser complètement le procédé. Les chapitres qui suivront le chapitre 2 seront plus particulièrement consacrés à une analyse plus détaillées de chaque étape du procédé de bourrage en considérant des conditions aux limites plus simples. Ces analyses auront ainsi une portée plus vaste que le procédé industriel, mais qui permettront d'obtenir un cadre quantitatif solide pour la description du procédé en dernier chapitre.



# Modélisation numérique du procédé de bourrage

## Sommaire

---

<b>2.1. Introduction</b>	<b>56</b>
<b>2.2. Caractéristiques de la configuration d'étude</b>	<b>56</b>
2.2.1. Grains de ballast facettés	56
2.2.2. Modèle de voie	58
2.2.3. Paramètres numériques	59
<b>2.3. Phase d'enfoncement</b>	<b>60</b>
2.3.1. Evolution de la compacité	61
2.3.2. Les contraintes pendant l'enfoncement	62
2.3.3. Évolution de la texture	65
<b>2.4. Phase de serrage</b>	<b>69</b>
2.4.1. Description du déplacement	70
2.4.2. Compaction	72
2.4.3. Contraintes et texture	74
<b>2.5. Phase de retrait</b>	<b>76</b>
2.5.1. Compacité	76
2.5.2. Contraintes et texture	77
<b>2.6. Etat de la voie après un cycle de bourrage</b>	<b>80</b>
2.6.1. Bilan d'un cycle complet	80
2.6.2. Influence des paramètres de chargement sur la compaction	82
<b>2.7. Conclusion</b>	<b>85</b>

---

## 2.1. Introduction

« **N**OUS avons vu que l'opération de bourrage du ballast ferroviaire est une opération importante, qui se fait couramment sur les voies ferrées. Jusqu'à récemment, très peu d'études expérimentales ou numériques ont été réalisées pour une meilleure compréhension des mécanismes physiques qui interviennent lors des différentes phases du procédé de bourrage. Il n'existe donc actuellement aucun modèle permettant de prédire l'influence de divers paramètres du procédé sur le résultat du bourrage. A priori, l'objectif du bourrage consiste à remettre la voie à niveau à la suite des tassements différentiels produits durant la vie de la voie. Le procédé de bourrage a été dimensionné pour répondre à cet objectif de « base ». Or, aujourd'hui le niveau d'attente par rapport à la « qualité » du bourrage dépasse largement cette exigence de base. En effet, les recherches actuelles sont destinées à permettre d'assurer une stabilité durable de la voie qui doit supporter une circulation de plus en plus dense et rapide des trains. Cet objectif ne peut être atteint sans entrer dans les détails des interactions et de la dynamique du matériau ballast soumis au procédé de bourrage.

L'objectif que nous nous sommes fixé consiste à modéliser de manière la plus réaliste possible l'opération de bourrage telle qu'elle est réalisée en voie, avec une phase de pénétration, une phase de serrage et une phase de retrait. Il s'agit notamment de simuler le procédé à l'échelle réelle et avec une configuration aussi proche que possible du cas réel, avec un blochet, quatre bourroirs situés de part et d'autre du blochet et des bourroirs de forme réaliste (en forme de  $T$ ), mais également avec des particules ayant des formes et une granulométrie proches de celles du ballast. L'un des principaux avantages de l'approche numérique que nous souhaitons exploiter, est de permettre l'accès direct à l'évolution microscopique du matériau ballast. Des outils de post-traitements adéquats sont donc nécessaires afin d'évaluer avec précision les grandeurs géométriques, cinématiques ou dynamiques au cours du temps et à divers échelles, du grain jusqu'à la structure. Dans ce chapitre, nous présentons en détail l'ensemble des procédures numériques que nous avons mis en place pour simuler un cycle complet de bourrage. Nous présentons également les résultats des analyses réalisées sur différentes phases du procédé en appliquant le modèle de bourrage ainsi mis en place. L'influence de divers paramètres liés au matériau ou au procédé sera étudiée et interprétée par rapport à des paramètres (compacité, anisotropie...) censés contrôler la qualité du bourrage. Certains éléments de ces études seront repris en chapitre 5 à la lumière des analyses de ce chapitre et des chapitres 3 et 4.

## 2.2. Caractéristiques de la configuration d'étude

### 2.2.1. Grains de ballast facettés

Le ballast employé pour les lignes ferroviaires françaises actuelles est un granulats concassé 25-50 mm dont les fuseaux de spécification et de refus sont représentés sur la figure 2.1. Les deux fuseaux représentent respectivement la spécification du ballast préconisé par la norme et les valeurs limites au-delà desquelles le ballast est refusé. Le deuxième fuseau est établi suite à des contrôles de conformité à la norme.

Les grains de ballast ont une forme polyédrique, avec des arêtes vives, que l'on caractérise par la longueur, la grosseur et l'épaisseur. Il est important de connaître la proportion des éléments pouvant nuire à la stabilité des assemblages. Ces grains, que l'on dénomme plats ou aiguilles, ne doivent pas dépasser 92 mm et leur proportion ne doit pas excéder 7% de la masse totale des matériaux passant



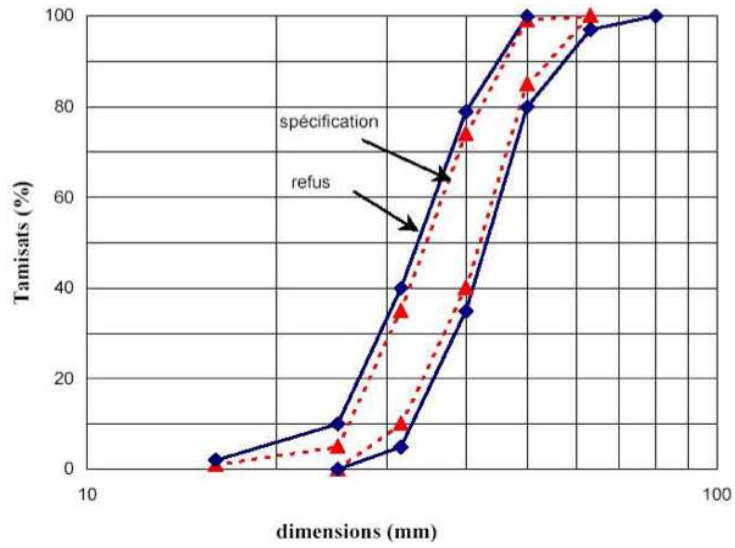


Figure 2.1: Courbe granulométrique utilisée par la SNCF [1].

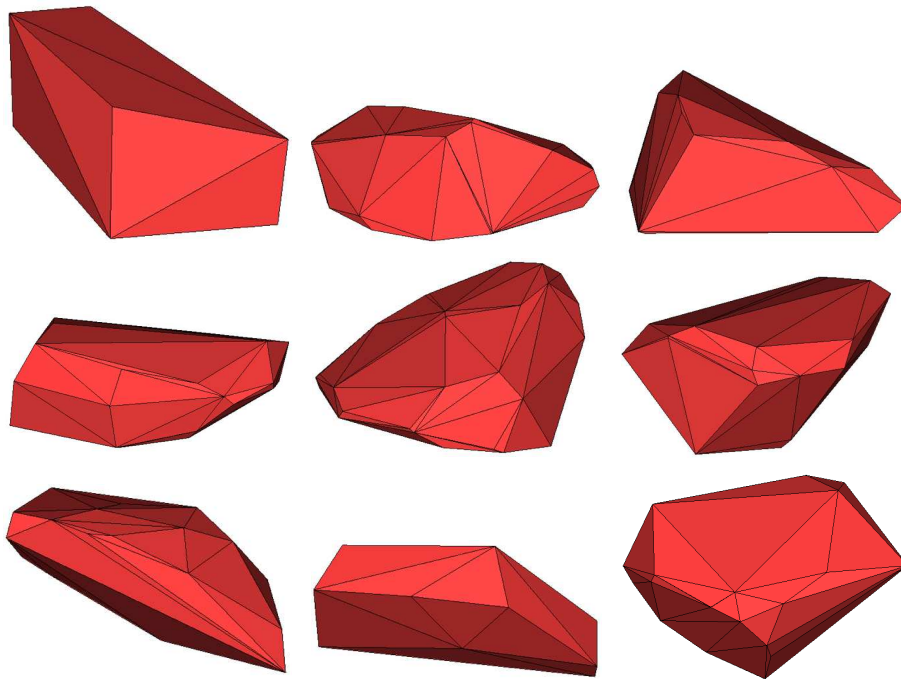


Figure 2.2: Exemple non exhaustif de grains de ballast facetés tirés aléatoirement dans la bibliothèque de grains.

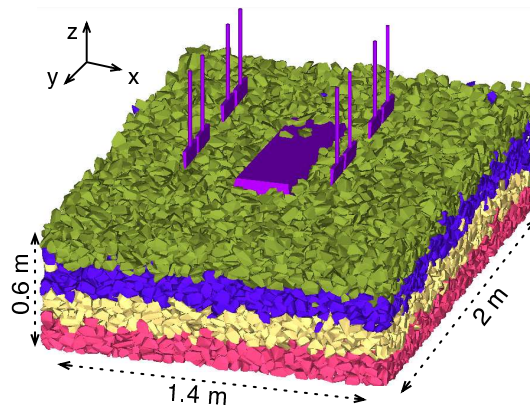
au tamis de 50 mm. Les éléments plats sont caractérisés par un coefficient d'aplatissement global qui représente le pourcentage total en masse de passant à l'ensemble des grilles et ne doit pas dépasser 12%. L'homogénéité du ballast est définie par la proportion d'éléments friables ou altérés qui ne doit pas dépasser 3% [1]. Les grains polyédriques que nous utiliserons sont issus d'une digitalisation de grains de ballast réel (près de 1 000 grains ont été digitalisés) puis, ces mêmes grains ont été facettés afin d'obtenir des objets plus simples convexes ; figure 2.2. Nous disposons ainsi d'une bibliothèque de grains polyédriques de forme et de taille assez proche des grains de ballast ; par exemple, dans notre bibliothèque un grain peut avoir au maximum 70 faces pour 37 sommets et au minimum 12 faces pour 8 sommets.

### 2.2.2. Modèle de voie

La figure 2.4 montre un échantillon représentant une portion de voie dont on peut voir une photographie sur la figure 2.3. La préparation se fait en plusieurs étapes. D'abord on dépose de manière géométrique<sup>1</sup> environ 30 000 grains de ballast facettés dans une boîte de longueur 2 m et de largeur 1,40 m. La hauteur atteinte en fin de dépôt est de 60 cm. Les polyèdres utilisés sont issus d'une bibliothèque de près de 1 000 grains de ballast digitalisés. En moyenne, le nombre de faces est de 34 pour un nombre moyen de sommets de 20. Une fois l'échantillon stabilisé, on creuse à la surface un trou de la taille d'un blochet de longueur 84 cm, de largeur 30 cm et de hauteur 26 cm. Le blochet est positionné à un 1 cm au dessus du fond du trou, soit exactement à 28 cm du fond de la boîte. On positionne également les huit bourroirs à une distance de 15 cm du blochet et à une hauteur de 0,5 cm à la surface du lit de ballast. Le calcul de dépôt est alors relancé afin de laisser l'échantillon se stabiliser dans cette nouvelle configuration. Cette méthode de préparation nous permet d'obtenir une configuration géométrique très proche de la réalité, mais elle ne permet de contrôler l'état de compacité du matériau sous et autour du blochet.



**Figure 2.3:** Voie ballastée réelle. En trait noir on représente la portion de voie qui sera modélisée.



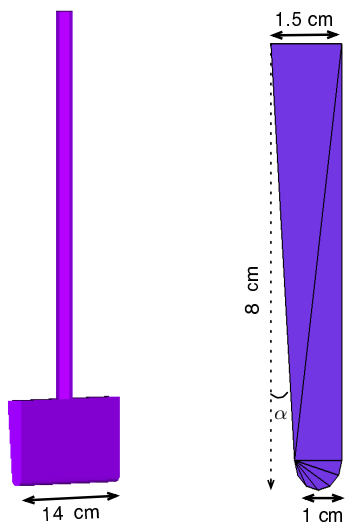
**Figure 2.4:** Géométrie de l'essai simulé. Les parois ne sont pas représentées pour une meilleure visibilité.

Une modélisation du procédé implique également la prise en compte de la géométrie des bourroirs qui

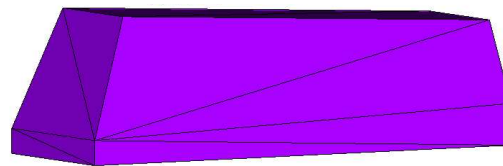
<sup>1</sup>La méthode de dépôt géométrique est décrite en annexe B. Grâce à cette méthode il faut moins de 10h de calculs sur un Xserve G5 pour obtenir un échantillon stable mécaniquement contre presque une journée dans le cas d'un dépôt « classique » sur réseau.

seront utilisés ; figure 2.5. Le « bras » du bourroir, est modélisé par un cylindre de hauteur de 34 cm, de diamètre 1,5 cm et facetté en 20 faces égales (c'est-à-dire un polygone régulier comportant 20 côtés si on considère une coupe horizontale). Le « pied » du bourroir, est modélisé par une pyramide, dont la hauteur est de 8 cm, la plus grande longueur de 14 cm, la largeur et de 1.5 cm au niveau de la partie haute et de 1 cm sur la partie basse. Cette même partie a été remplacée par un demi-cylindre facetté par 6 faces de diamètre 10 cm. Enfin, on ménage une ouverture d'un angle  $\alpha$  du bras vers le haut du pied ; figure 2.5. Les deux parties (bras et pied) forment un corps rigide. Numériquement, dans le logiciel *LMGC90* les corps rigides composés sont gérés à travers une loi de cohésion sans critère de rupture. La loi de cohésion s'applique à trois points en vis-à-vis sur la partie inférieure du bras et sur la partie supérieure du pied de telle sorte à transmettre à la fois les efforts mais également les moments du pied sur le bras.

On modélise le blochet par un polyèdre régulier. La base a pour longueur 84 cm, et pour largeur 30 cm. La hauteur de ce polyèdre est au maximum de 26 cm et décroît légèrement jusqu'à 23 cm. La partie supérieure du blochet a pour longueur 74 cm et pour largeur 20 cm ; figure 2.6.



**Figure 2.5:** Géométrie des bourroirs utilisés. Deux corps convexes sont « collés », l'un en forme de cylindre et l'autre en forme de pyramide à bout arrondi.



**Figure 2.6:** Géométrie du blochet utilisé.

### 2.2.3. Paramètres numériques

Dans cette section, on précise tous les choix numériques que nous avons fait pour nos simulations. Le coefficient de frottement entre les grains est fixé à 0,5 ainsi que celui entre les particules et le blochet [111]. La masse volumique des grains et du blochet est fixée à  $2\,800\text{ kg/m}^3$ . Le frottement entre les grains et les bourroirs est fixé à 0,3, et la masse volumique des bourroirs est de  $6\,000\text{ kg/m}^3$ . Le pas de temps sera de  $2 \cdot 10^{-4}\text{ s}$ , sauf indication contraire. Le nombre d'itération dépend de la précision souhaitée. Cette précision porte à la fois sur l'erreur relative à chaque itération et sur le cumul des erreurs notamment en ce qui concerne les interpénétrations dans le temps. Pour des calculs de bonne qualité avec 30 000 particules, un nombre minimal de 300 itérations est nécessaire.

Plusieurs paramètres règlent le cycle de bourrage et donc sa qualité ainsi que son efficacité dans le

temps. Ces paramètres sont définis en règle générale par le constructeur. Néanmoins l'agrément de la SNCF est nécessaire pour autoriser la circulation des machines sur les voies du réseau français. Le tableau 2.1 montre les valeurs des paramètres physiques employés lors d'une opération de bourrage [40, 91, 62, 86] :

Paramètres	Plage de variation
Fréquence des signaux	35 - 45 Hz
Force de serrage	16 - 19 kN
Amplitude des signaux	5 - 10 mm
Temps de serrage	0,8 - 1,8 s
Distance de plongée (sous le blochet)	15 - 30 mm
Vitesse de plongée	1 - 2 m/s

*Tableau 2.1: Paramètres qui pilotent le bourrage avec leurs valeurs utilisées en France.*

Tous les calculs sont effectués sur des serveurs de calculs bi-processeurs Xserve G5 Apple, cadencées à 2,5 Ghz. Le post-traitement des données n'est pas effectué durant les calculs. Pour post-traiter les données convenablement, on sauvegarde à intervalles de temps réguliers l'état du système : position des particules dans l'espace, vitesse des centres, coordonnées des sommets dans l'état de référence, coordonnées des points de contacts, forces de contacts, normales aux contacts. Ces données représentent le minimum d'information nécessaire pour connaître complètement l'état du système à un instant donné. Mais il faut savoir qu'en 3D, la quantité d'information devient très vite prohibitive avec le nombre de grains. Par exemple, dans nos simulations, un pas de temps correspond à plus de 140 000 contacts, l'écriture des données dans des fichiers provoque une diminution importante dans le temps de calcul. Une simulation complète du procédé de bourrage nécessite environ 1 semaine de calcul sans cette manière de post-traiter alors qu'il ne faut pas moins de 3 semaines en sauvant régulièrement (ce qui représente environ 12 GO de données à écrire).

On rappelle également que dans l'état initial le blochet est soulevé de 1 cm. On place une jauge parallélépipédique allant du fond de la boîte jusqu'à la surface inférieure du blochet et d'une largeur égale à celle du blochet, dans laquelle sera calculée l'ensemble des grandeurs macroscopiques (compacité, nombre de contact avec le bourroir) comme des grandeurs microscopiques (anisotropie, coordination...). Pour le calcul de la compacité, nous avons mis au point une méthode permettant de calculer avec précision la compacité en tenant compte des intersections des polyèdres avec les bords de la jauge. Cette méthode est présentée en annexe C. Dans ce cas, la compacité dans la jauge est de  $\rho_0 \sim 0,618$ .

## 2.3. Phase d'enfoncement

L'enfoncement des bourroirs est une étape cruciale dans la phase de bourrage car c'est dans cette phase que les bourroirs se mettent en place sous le blochet. Plusieurs problèmes sont soulevés par cette étape : dans quelle mesure les vibrations vont faciliter l'enfoncement ? Comment se restructure le ballast sous le blochet ? De quelle nature sont les efforts subis par les grains ?... Dans cette section on propose d'analyser avec précision la phase d'enfoncement des bourroirs.

On prendra la vitesse d'enfoncement  $v$  égale à 1 m/s et l'amplitude  $a$  des vibrations horizontales égale

à 1 cm. Comme dans le procédé réel, l'enfoncement sera arrêté lorsque l'extrémité inférieure du bourroir atteint une profondeur de 23,8 cm ce qui correspond à une distance de 2,2 cm entre le blochet et le pied du bourroir ; figure 2.7. Un déplacement harmonique horizontal sera appliqué sur les bourroirs avec une fréquence de vibration  $\nu$  allant de 5 Hz à 50 Hz et une amplitude de vibration  $a$  de 1 cm,  $x$  ; figure 2.4. Ces sollicitations seront appliquées en même temps sur chacune des parties constituant le bourroir afin d'assurer un déplacement d'un seul tenant de la totalité du bourroir.

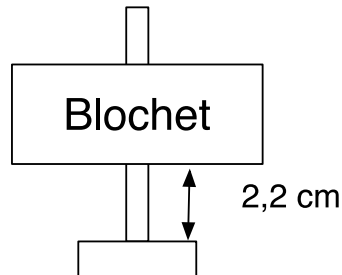


Figure 2.7: Situation de fin d'enfoncement.

### 2.3.1. Evolution de la compacité

Les vitesses employées durant cette phase sont très rapides et par conséquent le temps de pénétration est très court. Dans le cas présent où la vitesse  $v$  est égale à 1 m/s, il ne faut qu'environ 0,41 s pour atteindre la profondeur souhaitée. La figure 2.8, montre une tranche de l'échantillon durant l'enfoncement. On constate que l'intrusion des bourroirs provoque des mouvements de convection de particules essentiellement situées de part et d'autre des bourroirs. Les particules qui sont directement en contact avec les bourroirs sont accélérées très rapidement et tombent littéralement sous l'effet du choc. Les grains entre le blochet et les bourroirs ne participent pas à ces mouvements de convection. L'apport de matériau granulaire sous le blochet est pour la majeure partie dû aux grains situés entre les bourroirs et le blochet.

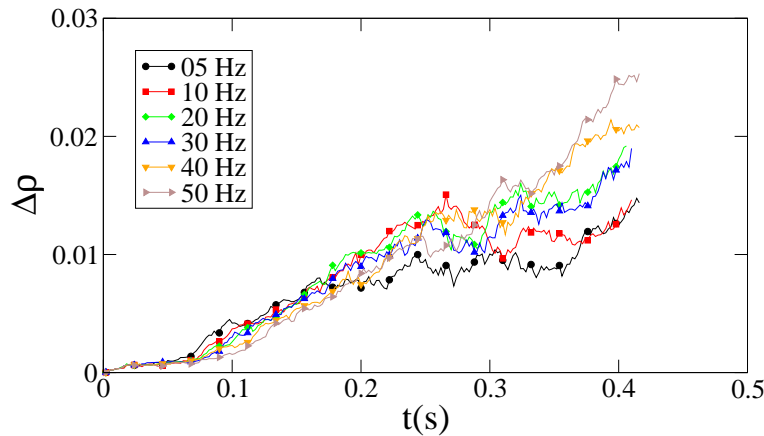


Figure 2.8: Représentation des vitesses des particules dans une tranche du système. Les bourroirs, le blochet et les grains ne sont pas représentés. Les couleurs vont du foncé (bleu) au clair (orange) proportionnellement à la vitesse variant de 0,01 m/s à 1,2 m/s, respectivement.

L'agitation provoquée par l'enfoncement des bourroirs va avoir pour conséquence une nette augmentation de la compacité sous le blochet. Sur la figure 2.9 on observe l'évolution du gain de compaction



$\Delta\rho$  sous le blochet, en fonction du temps et pour différentes fréquences de vibrations. La compaction commence réellement aux alentours de 0,1s ; c'est le temps qu'il faut pour que plus de la moitié du pied des bourroirs soit dans le ballast (remplissage du gap). Les bourroirs continuent leur progression, c'est-à-dire que les bras rentrent à leur tour et s'enfoncent. Le gain de compaction augmente alors linéairement avec la profondeur. Le gain de compaction est quasiment identique pour toutes les fréquences, jusqu'aux environs de 0,3 s. Au delà, le pied de chaque bourroir dépasse le fond du blochet. Dans ce cas, les vibrations induites par les bourroirs vont pouvoir se propager plus facilement sous le blochet. En moyenne le gain de compaction finale augmente avec la fréquence ; en effet, pour 50 Hz, le bourroir effectue environ 20 périodes, contre moins de 2 périodes pour 5 Hz.



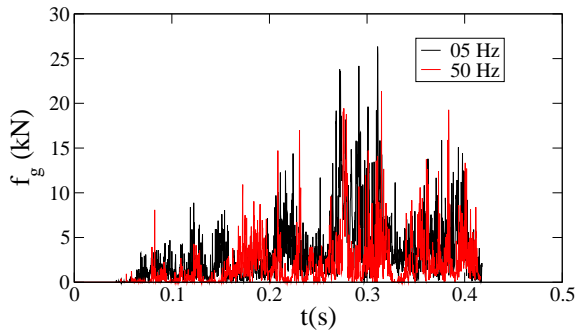
**Figure 2.9:** Variation du gain de compaction  $\Delta\rho$  sous le blochet en fonction du temps pour différentes fréquences de vibrations.

### 2.3.2. Les contraintes pendant l'enfoncement

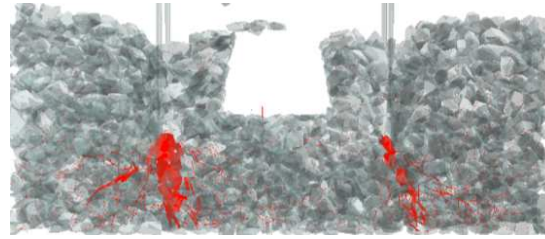
#### Résistance à l'enfoncement

Les vibrations appliquées sur les bourroirs auraient pour effet d'agiter suffisamment la matière granulaire dans le but d'enfoncer les bourroirs en limitant la fracture des particules. Les grains de ballast sont susceptibles de se briser s'ils ont à supporter des efforts trop importants. En ce sens, la structure ballastée réagit à l'intrusion des bourroirs par une force de réaction  $f_g$ . La figure 2.10 montre l'évolution de  $f_g$  en fonction du temps pour les fréquences de 5 Hz et de 50 Hz, calculées sur un seul bourroir. On constate de grandes fluctuations, la réaction  $f_g$  variant de 0 N à près de 20 kN, et ce quelle que soit la fréquence. Les variations de  $f_g$  sont marquées par l'alternance de pics.

La figure 2.11 montre les forces normales dans la structure et avec les bourroirs. Des chaînes de forces les plus fortes sont orientées verticalement avec une concentration importante sous les bourroirs. La mobilisation des contraintes sous les bourroirs montre que la résistance à la progression des bourroirs est en grande partie due à la présence d'un fond rigide. Ces chaînes d'efforts particulièrement chargées reflètent la formation des Structures Rigides Localisées (SRL) constituées par un faible nombre de grains supportant de grandes charges [111]. Cet effet est plus particulièrement marqué pour les grains polyédriques, mais on peut les observer également avec les sphères notamment dans les zones d'interactions entre un outil et un milieu granulaire. Les pics observés sur les courbes de la figure 2.10 répercutent la dynamique des ces SRL sous les bourroirs. Grossièrement, le nombre de pics de contraintes observés sur la figure



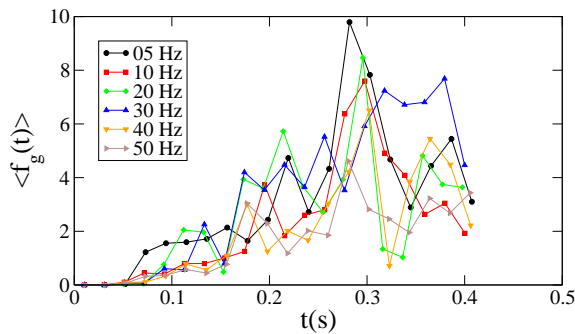
**Figure 2.10:** Évolution de la résistance  $f_g$  des grains sur un bourroir en fonction du temps pour deux fréquences différentes.



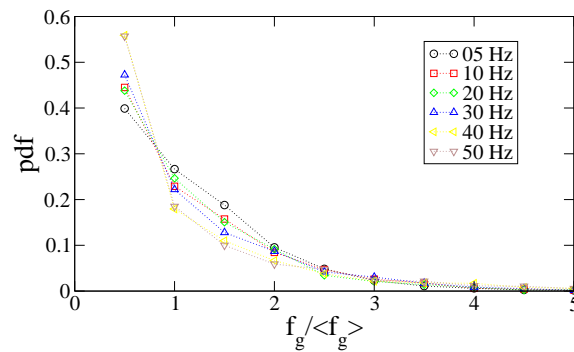
**Figure 2.11:** Représentation des forces normales sur les bourroirs (en rouge) et dans une tranche pour une fréquence de vibration de 20 Hz.

2.10 par unité de temps représente la densité des SRL.

Afin de mieux quantifier l'effet de la fréquence sur l'enfoncement, il faut considérer la densité des SRL mais aussi leur intensité durant l'enfoncement. En raison de l'évolution de la moyenne avec le temps, il est nécessaire d'abord d'évaluer la tendance donnée par la moyenne glissante<sup>2</sup>  $\langle f_g(t) \rangle$  en fonction du temps. La figure 2.12 montre la courbe de  $\langle f_g(t) \rangle$  pour l'ensemble des fréquences. La moyenne augmente



**Figure 2.12:** Évolution de la moyenne glissante  $\langle f_g(t) \rangle$  en fonction du temps pour l'ensemble des fréquences.



**Figure 2.13:** Densité de probabilité de distribution des forces de réaction en fonction du temps. Les forces  $f_g$  sont normalisées par la moyenne glissante  $\langle f_g(t) \rangle$ .

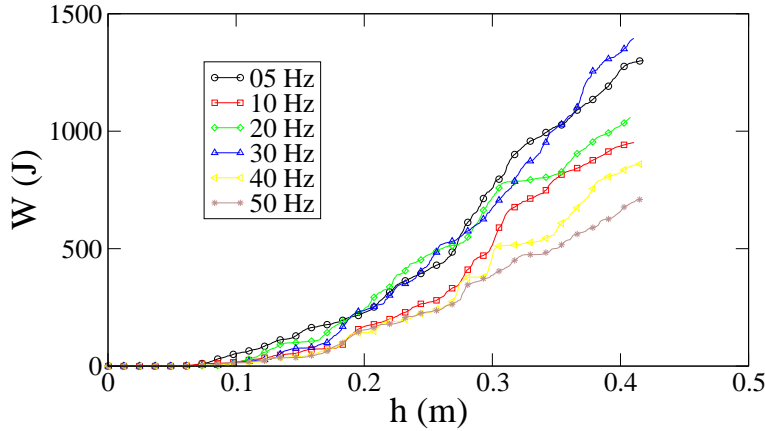
globalement avec le temps pour toutes les fréquences. Cela montre qu'avec l'enfoncement, les efforts de réaction sur les bourroirs sont de plus en plus importants. Etant donné les tendances affichées par la moyenne glissante, on peut donc estimer les fluctuations de  $f_g$  autour de la valeur moyenne en les normalisant par cette moyenne glissante. La figure 2.13 montre la densité de probabilité des forces (pdf) de réaction  $f_g / \langle f_g(t) \rangle$ . Les pdf décroissent exponentiellement avec  $f_g / \langle f_g(t) \rangle$  pour toutes les fréquences. L'impact de la fréquence est visible au niveau des faibles valeurs des efforts où le pdf est d'autant plus élevé que la fréquence est élevée. Inversement pour des efforts plus importants, le pdf diminue avec la fréquence. Ce comportement marqué, en fonction de la fréquence, reflète l'agitation croissante du milieu à des fréquences élevées favorisant les petites forces au détriment des grandes chaînes de forces.

La figure 2.14 représente l'évolution du travail  $W = \int f_g(h)dh$  (énergie injectée cumulée) en fonc-

<sup>2</sup>La moyenne glissante consiste simplement à moyenniser les données sur des intervalles de temps plus petits et nous donne une idée plus précise des efforts moyens qui s'exercent tout au long de l'enfoncement



tion de la profondeur atteinte par les bourroirs ( $h = vt$ , avec  $v$  la vitesse et  $t$  le temps). On voit que  $W$  augmente de façon non linéaire avec la profondeur  $h$ . Globalement, l'énergie déployée diminue avec la fréquence. Ainsi pour 50 Hz,  $W \simeq 500kJ$  à  $h = 0.4$  m alors que pour 5 Hz,  $W \simeq 1500kJ$ . En d'autres termes, la puissance nécessaire pour l'enfoncement des bourroirs diminue avec la fréquence. On notera cependant que, dans ce système, l'énergie déployée pour 5 Hz est proche de celle déployée pour 30 Hz. Ceci indique que pour l'énergie des moyennes d'ensemble sont nécessaires afin de faire apparaître plus clairement les tendances (plus clairement affichées dans le cas des forces ; figure 2.13). Pour ce système de 8 bourroirs et 30 000 particules, la réalisation de plusieurs simulations avec des configurations indépendantes exige beaucoup plus de temps de calcul. C'est pourquoi des études statistiquement valables seront réalisées dans les chapitres ultérieurs avec des systèmes simplifiés.



**Figure 2.14:** Évolution du travail  $W$  injecté par les bourroirs en fonction de la profondeur  $h$  pour l'ensemble des fréquences testées.

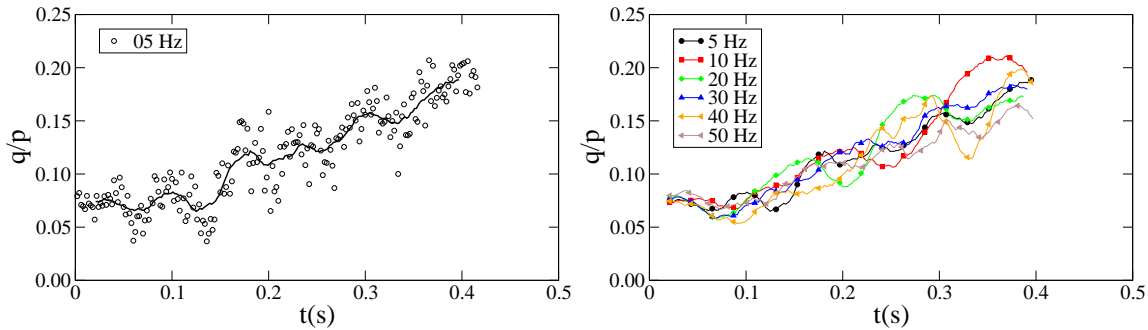
### Contraintes sous le blochet

L'enfoncement des bourroirs modifie également l'état des contraintes sous le blochet. Pour les quantifier, il suffit de calculer le tenseur de contrainte moyen  $\sigma$  dans le volume sous le blochet (chapitre 1), puis d'en extraire la pression moyenne définie en 3D par  $p = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$  et les déviateurs de contraintes suivant les trois plans de projection  $\mathcal{P}_{xy}$ ,  $\mathcal{P}_{xz}$ ,  $\mathcal{P}_{yz}$ , qui sont définis par :

$$\begin{cases} q_{xy} = \frac{1}{3}(\sigma_2 - \sigma_3) & \text{dans le plan } \mathcal{P}_{xy} \\ q_{xz} = \frac{1}{3}(\sigma_1 - \sigma_3) & \text{dans le plan } \mathcal{P}_{xz} \\ q_{yz} = \frac{1}{3}(\sigma_1 - \sigma_2) & \text{dans le plan } \mathcal{P}_{yz}, \end{cases} \quad (2.1)$$

avec  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$  les valeurs propres du tenseur  $\sigma$ . On peut considérer la moyenne quadratique de ce déviateur, mais nous allons nous contenter ici d'étudier le déviateur normalisé  $q_{xz}/p$  dans le plan  $\mathcal{P}_{xz}$  qui contient la direction des vibrations des bourroirs. Ce rapport est tracé sur la figure 2.15 en fonction du temps. La figure de gauche montre l'évolution de  $q_{xz}/p$  pour une fréquence de 5 Hz (cercle) ainsi qu'un lissage par la moyenne glissante des données (trait noir) sur plusieurs points. On peut constater de très grandes fluctuations autour de la moyenne, mais la tendance globale montre une augmentation de  $q_{xz}/p$  pendant l'enfoncement. Les oscillations observées sur cette figure ont une période moyenne de 0,1 s, soit la moitié de la période d'oscillation des bourroirs. Ces oscillations ne correspondent donc pas aux vibrations des bourroirs. Ces oscillations s'observent également avec des fréquences plus élevées et

elles pourraient être liées au temps de relaxation des grains (voir chapitre 4). La figure de droite, montre l'évolution de la moyenne glissante de  $q_{xz}/p$  en fonction du temps et pour l'ensemble des fréquences. Les tendances sont similaires pour les autres déviateurs  $q_{xy}/p$  et  $q_{yz}/p$ , à ceci près que  $q_{xz} > q_{yz} > q_{xy}$ . Cette augmentation franche du déviateur des contraintes sous le blochet est cohérente avec l'augmentation de la compacité, mais la dépendance par rapport à la fréquence à la fin de l'enfoncement est moins marquée que dans le cas de la compacité ; figure 2.9.



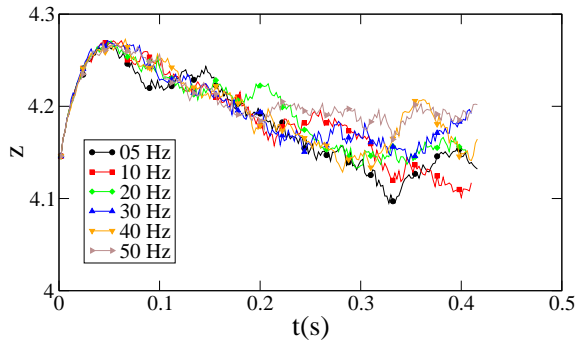
**Figure 2.15:** Variation du déviateur de contrainte  $q$  normalisé par la pression  $p$  sous le blochet en fonction du temps. A gauche pour une fréquence de 5 Hz ou les données sont approchées par une moyenne glissante et à droite pour l'ensemble des fréquences approchées également par une moyenne glissante.

### 2.3.3. Évolution de la texture

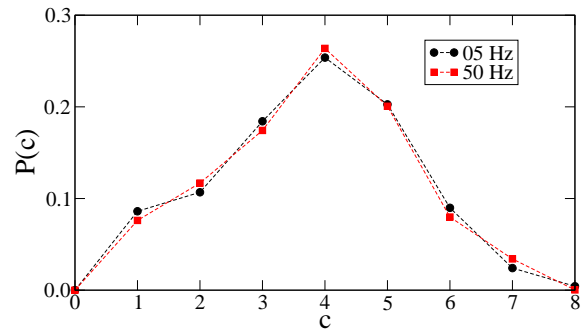
Nous nous intéressons dans cette section à l'organisation des particules et à son évolution dans la phase d'enfoncement. En particulier, il est important d'évaluer l'effet de l'enfoncement sur la connectivité des grains et sur les orientations et la nature des contacts, dans la mesure où la résistance verticale dépend très directement de ces paramètres (chapitre 1, section 1.3.3).

A l'ordre le plus bas, la connectivité du système est décrite par le nombre de coordination  $z$ . Comme pour la compacité, le nombre  $z$  est un descripteur relatif à la compacité du système, mais à l'échelle locale. En d'autres termes, en général,  $z$  augmente avec la compacité. La figure 2.16 montre l'évolution de  $z$  en fonction du temps, sous le blochet, pour l'ensemble des fréquences de vibration. A fluctuations près,  $z$  varie globalement de la même manière quelle que soit la fréquence. Dans l'état initial,  $z \simeq 4,1$ . Il augmente ensuite jusqu'à  $z \simeq 4,25$ , et diminue linéairement avec le temps pour atteindre une valeur proche du niveau initial. Ces variations de  $z$  indiquent que les réarrangements sont induits par l'enfoncement dans la zone sous le blochet. Remarquons que la valeur de  $z$  n'est pas corrélée avec la compacité. En effet, après la première face d'enfoncement, la compacité augmente ; figure 2.9, alors que  $z$  diminue. Cette diminution de  $z$  peut être attribuée à l'avancement des bourroirs et donc une agitation croissante des grains sous le blochet. Cette agitation favorise la compaction mais elle défavorise la formation des contacts persistants.

La connectivité des grains peut être analysée plus en détail en considérant la fraction des particules  $P(c)$  avec exactement  $c$  contacts. La figure 2.17 montre  $P(c)$  à la fin de l'enfoncement pour les fréquences de 5 Hz et de 50 Hz. Il est à noter que son allure reste globalement identique pendant l'enfoncement et quelle que soit la fréquence. On peut voir que la valeur maximale de  $P(c)$  a lieu pour  $c = 4$ , ce qui correspond approximativement au nombre de coordination moyen. La distribution est approximativement symétrique autour de  $c = 4$ .

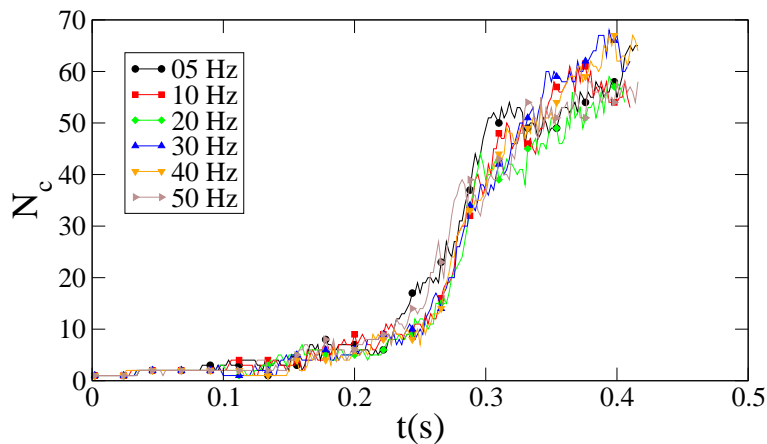


**Figure 2.16:** Évolution du nombre de coordination moyen  $z$  dans le système en fonction du temps pour l'ensemble des fréquences testées.



**Figure 2.17:** Diagramme représentant la probabilité  $P(c)$  d'avoir exactement  $c$  contact en fin d'enfoncement pour 5 Hz et 50 Hz.

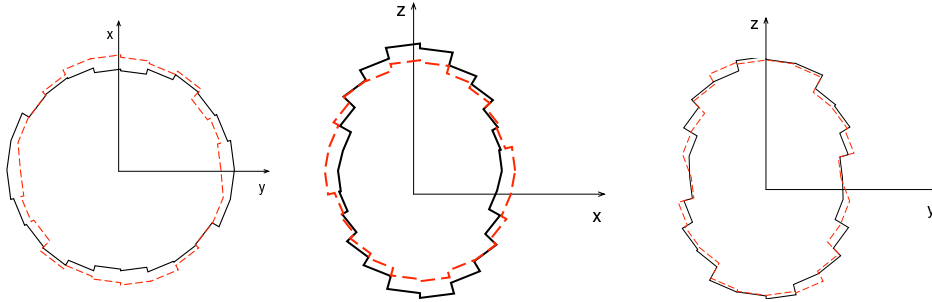
On peut penser que la connectivité du ballast avec le blochet est un facteur significatif pour la stabilité du blochet au même titre que la connectivité des grains dans le volume [86]. En particulier, pour que les efforts soient transmis de manière homogène à la structure, il faut que le nombre de grains  $N_c$  en contacts avec le blochet soit maximum. La figure 2.18 représente l'évolution du nombre  $N_c$  de grains en contacts avec le blochet en fonction du temps. Dans l'état initial,  $N_c$  vaut 0 car le blochet est surélevé. Puis le nombre de grains en contact augmente suivant trois régimes différents. Une première augmentation très lente qui dure environ 0,2 s :  $N_c$  reste faible quelle que soit la fréquence. C'est le temps qu'il faut pour que la totalité du pied de chaque bourroir rentre dans le ballast. Puis une augmentation très rapide jusqu'à près de 50 grains en contact avec le blochet entre 0,2 s et 0,3 s. C'est le temps qu'il faut aux bourroirs pour atteindre le niveau du fond du blochet. Et enfin, lorsque les bourroirs dépassent le blochet,  $N_c$  augmente légèrement puis se stabilise aux alentours de 60 contacts. Il est à noter que, quelle que soit la fréquence de vibration, l'évolution de  $N_c$  reste identique. De plus, près de 80% des contacts entre la structure et le blochet sont des contacts simples (face-sommet), et 20% des contacts sont des contacts doubles (face-arêtes). Il n'y a aucun contacts triples (face-face). L'absence des contacts triples est probablement liée à l'agitation des grains, ce qui empêche le système d'atteindre un état d'équilibre stable. Ainsi, la compacité sous le blochet et le nombre de grains en contacts avec le blochet sont des bons indicateurs de l'évolution de l'état du ballast.



**Figure 2.18:** Variation du nombre  $N_c$  de grains en contact avec le blochet en fonction du temps pour l'ensemble des fréquences.

A un ordre plus élevé, la texture granulaire peut être caractérisée en termes de l'anisotropie du réseau de contacts. En toute rigueur, l'analyse statistique de la microstructure et son lien avec le comportement macroscopique exige un volume homogène et représentatif, ce qui n'est pas le cas du volume sous le bloc. Néanmoins, il est intéressant d'évaluer l'impact de chaque phase du bourrage sur les grandeurs liées à la structure afin de mieux distinguer les grandeurs sensibles au procédé de celles liées au matériau. Par exemple, on vient de voir que  $P(c)$  varie peu pendant l'enfoncement ce qui indique que la connectivité ne représente pas une variable d'état intéressante pour les sollicitations induites par le bourrage.

Dans le chapitre 1 nous avons introduit la fonction  $P_\theta(\theta)$  qui, dans un cas 2D, décrit la distribution des normales aux contacts. En 3D, on considère  $P(\mathbf{n})$  où le vecteur  $\mathbf{n}$  est le vecteur unitaire normal au contact et il est paramétré par deux angles  $\theta$  et  $\phi$ , tels que  $\mathbf{n} \equiv (\sin \theta \cos \phi; \sin \theta \sin \phi; \cos \theta)$ . Nous considérons ici les densités de probabilité  $P_\phi^{xy}(\phi)$ ,  $P_\theta^{xz}(\theta)$ ,  $P_\theta^{yz}(\theta)$ , respectivement de  $\mathbf{n}$  projeté sur les trois plans de référence :  $\mathcal{P}_{xy}$ ,  $\mathcal{P}_{xz}$  et  $\mathcal{P}_{yz}$ . Rappelons que dans notre système, les bourroirs sont alignés en deux rangées constituées de 4 bourroirs suivant l'axe des  $y$ . Les vibrations sont horizontales et suivant l'axe des  $x$ ; figure 2.4.



**Figure 2.19:** Représentation polaire des densités de probabilité  $P_\phi^{xy}(\theta)$  (gauche),  $P_\theta^{xz}(\theta)$  (centre) et  $P_\theta^{yz}(\theta)$  (droite) projeté sur les trois plans  $\mathcal{P}_{xy}$ ,  $\mathcal{P}_{xz}$ ,  $\mathcal{P}_{yz}$ , pour une fréquence de 20 Hz. Le trait noir continue représente l'état initial, et en le trait rouge hachuré l'état final.

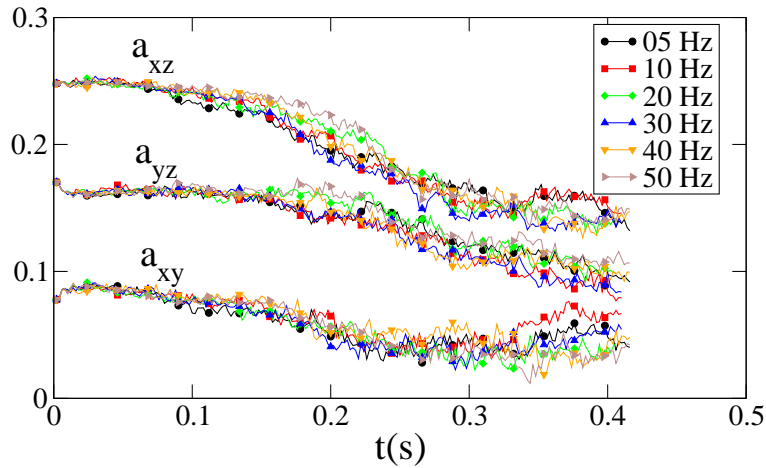
La figure 2.19 montre les représentations polaires de ces distributions pour une  $\nu = 20$  Hz, dans l'état initial et dans l'état final. On observe une distribution plus ou moins anisotrope sur tous les plans avec une légère évolution pendant l'enfoncement. Pour le calcul de l'anisotropie, il est commode d'utiliser le tenseur de fabrique  $\mathbf{F}$ . En 3D la définition de  $\mathbf{F}$  reste identique au cas 2D :

$$F_{\alpha\beta} = \frac{1}{N} \sum_{c \in V} n_\alpha^c n_\beta^c, \quad (2.2)$$

où  $\alpha$  et  $\beta$  désignent les composantes du vecteur  $\mathbf{n}$  et  $N$  est le nombre total de contacts dans le volume  $V$ . Avec un développement de Fourier d'ordre 2 de la distribution sur chacun des plans, comme en 2D, on peut montrer que, si la direction principale majeure de  $\mathbf{F}$  est verticale (suivant l'axe des  $z$ ), alors l'anisotropie dans chaque plan est donnée par :

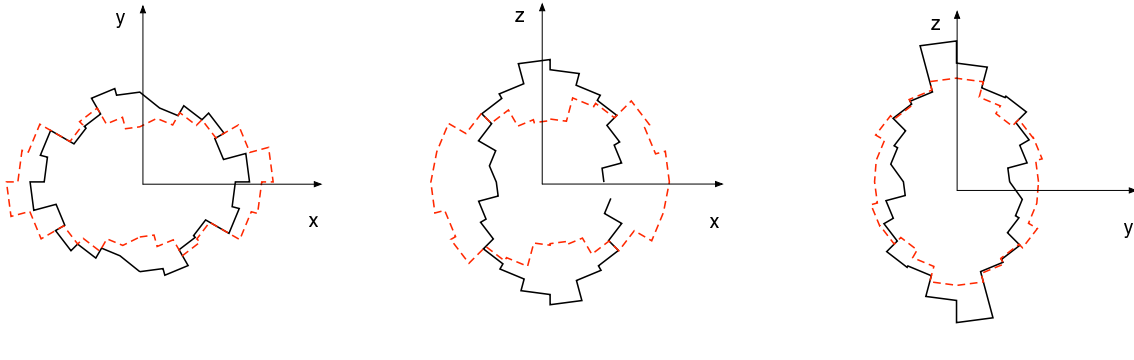
$$\begin{cases} a_{xy} = 2(F_2 - F_1) & \text{dans le plan } \mathcal{P}_{xy} \\ a_{xz} = 2(F_3 - F_1) & \text{dans le plan } \mathcal{P}_{xz} \\ a_{yz} = 2(F_3 - F_2) & \text{dans le plan } \mathcal{P}_{yz}, \end{cases} \quad (2.3)$$

avec  $F_1 < F_2 < F_3$  les valeurs propres du tenseur  $\mathbf{F}$ .



**Figure 2.20:** Évolution de l'anisotropie de contact dans chacun des plans en fonction du temps, pour l'ensemble des fréquences testées.

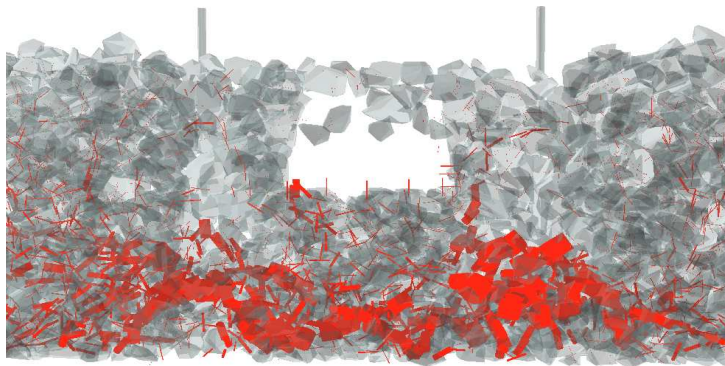
La figure 2.20 montre l'évolution des anisotropies dans les trois plans en fonction du temps. L'anisotropie sous le blochet diminue avec l'enfoncement pour l'ensemble des fréquences. Mais, ces variations semblent dépendre peu de la fréquence. Par ailleurs, la plus grande anisotropie concerne le plan  $\mathcal{P}_{xz}$ , c'est-à-dire le plan qui contient la direction de la vibration et la direction de l'enfoncement. La diminution de l'anisotropie dans ce plan est une conséquence de l'enfoncement. L'anisotropie est faible dans le plan  $\mathcal{P}_{xy}$  (plan horizontal). La diminution de l'anisotropie dans ce plan est liée aux vibrations horizontales du bourroir.



**Figure 2.21:** Représentation polaire des forces normales  $\langle f_n \rangle^{xy}(\phi)$  (gauche),  $\langle f_n \rangle^{xz}(\theta)$  (centre) et  $\langle f_n \rangle^{yz}(\theta)$  (droite), par secteurs angulaires projeté suivant les trois plans  $\mathcal{P}_{xy}$ ,  $\mathcal{P}_{xz}$ ,  $\mathcal{P}_{yz}$ , respectivement pour une fréquence de 20 Hz. En trait noir continu on représente l'état initial, et en trait rouge hachuré en fin de l'enfoncement. Dans chaque état, les forces sont normalisées par la force moyenne correspondante.

Une analyse similaire peut être réalisée avec la distribution des forces normales aux contacts projetées suivant les trois mêmes plans. On considère ici les forces normales moyennes  $\langle f_n \rangle^{xy}(\phi)$ ,  $\langle f_n \rangle^{xz}(\theta)$  et  $\langle f_n \rangle^{yz}(\theta)$  par secteurs angulaires projetées sur les plans  $\mathcal{P}_{xy}$ ,  $\mathcal{P}_{xz}$ ,  $\mathcal{P}_{yz}$ . La figure 2.21 montre les diagrammes polaires de ces fonctions pour  $\nu = 20$  Hz, dans l'état initial et dans l'état final de l'enfoncement. Précisons que la force moyenne dans l'état initial sous le blochet résulte du poids des grains alors que, en fin d'enfoncement, elle est liée à la fois à la gravité et aux efforts dynamiques appliqués

par les bourroirs. Pour comparer les distributions angulaires des forces entre ces deux états, nous avons normalisé les forces moyennes angulaires par la valeur moyenne dans chaque état. Dans le plan  $\mathcal{P}_{xy}$ , contrairement au cas de l'anisotropie des contacts, on observe une augmentation nette de l'anisotropie des forces suivant l'axe des  $x$  qui correspond à la direction de vibration des bourroirs. De même, dans le plan  $\mathcal{P}_{xz}$ , où l'on observe une anisotropie des forces avec une direction privilégiée verticale à l'état initial, mais avec l'enfoncement, cette anisotropie présente un gain de force net orienté suivant l'axe des  $x$  (direction de la vibration). Sur la figure 2.22 sont représentés, dans une tranche parallèle au plan  $\mathcal{P}_{xz}$ , les efforts normaux dans le milieu à la fin de l'enfoncement. Mais les efforts les plus forts liés à la progression des bourroirs n'ont pas été représentés (celles représentées sur la figure 2.11) afin de mieux visualiser les forces sous le blochet. On observe que les forces normales sont horizontales. Enfin, dans le plan  $\mathcal{P}_{yz}$ , autrement dit suivant la direction latérale au blochet, on observe une nette diminution de l'anisotropie des forces entre l'état initial et l'état final. Dans tous les cas, l'enfoncement a pour effet principal de réduire l'anisotropie de force normale sous le blochet comme pour l'anisotropie de contact.



**Figure 2.22:** Représentation des forces normales dans une tranche suivant le plan  $\mathcal{P}_{xz}$  sous le blochet durant l'enfoncement et pour une fréquence de 20 Hz.

Cette diminution des anisotropies est en contradiction avec la conception habituelle de l'origine de la résistance au cisaillement. En effet, la diminution des anisotropies devraient s'accompagner d'une diminution de la contrainte de cisaillement  $q/p$  sous le blochet, ce qui n'est pas le cas. Pour comprendre l'origine de ce paradoxe, il est nécessaire d'étudier les liens qui existent entre ces grandeurs dans le cas de particules polyédriques. Mais une telle étude implique un volume homogène représentatif du matériau. Nous verrons au chapitre 3 que la contrainte de cisaillement avec des grains polyédriques implique très fortement la forme des grains. Nous reviendrons ensuite dans le chapitre 5 sur ce point délicat dans le cas du bourrage.

## 2.4. Phase de serrage

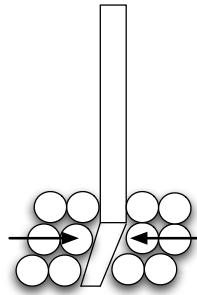
Une fois les bourroirs en place dans le lit granulaire, la phase de serrage démarre. On applique une force harmonique horizontale  $f$  sur le bras du bourroir :

$$f(t) = \frac{(f_{max} + f_{min})}{2} - \frac{(f_{max} - f_{min})}{2} \sin \omega t, \quad (2.4)$$

où  $\omega = 2\pi\nu$  avec  $\nu$  la fréquence de vibration, et  $f_{max}$  et  $f_{min}$  sont les valeurs maximum et minimum de la force appliquée sur chaque bourroir. Dans cette expression, le premier terme représente l'effort de



confinement (ou de serrage) et le terme  $(f_{max} - f_{min})/2$  est l'amplitude de la force. Dans cette série d'essais, la force maximale  $f_{max}$  est fixée à 6 kN. Pour des raisons d'efficacité numérique, cette valeur est inférieure aux efforts de serrage pratiqués dans les opérations de bourrage ( $\sim 16$  kN). La force  $f_{min}$  sera choisie de manière à permettre le recul des bourroirs dans la phase de desserrage. En effet, comme on peut le voir sur la figure 2.23, les grains exercent des efforts tout autour du bourroir de telle sorte que pour le desserrage il faut un effort au moins égal à l'effort appliqué sur la face opposée de chaque bourroir. Le recul des bourroirs fixe l'amplitude des déplacements ; le mouvement ayant lieu suivant l'axe  $x$ , par la suite nous ferons référence à cette amplitude par  $\Delta x_{max}$ . Dans tous les cas, la force maximale  $f_{max}$  doit rester nettement supérieure à la force minimale  $f_{min}$  pour un serrage effectif et pour limiter  $\Delta x_{max}$ . En effet, nous verrons dans le chapitre 4 que  $\Delta x_{max}$  est inversement proportionnelle  $f_{max}$  dans le cas où  $f_{min} = 0$ .



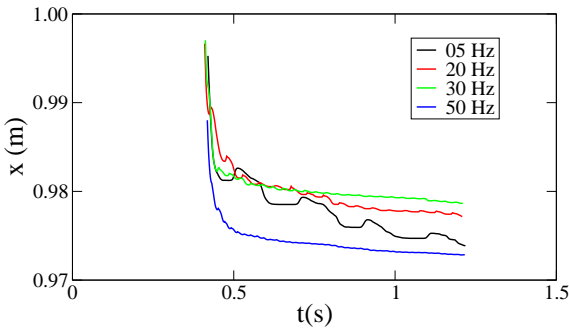
*Figure 2.23: Mobilisation des grains autour d'un bourroir suivant l'axe des  $x$ .*

Dans les simulations, nous avons un temps de serrage de 0,8 s comme dans les opérations de bourrage. Les fréquences varient de  $\nu = 5$  Hz à  $\nu = 50$  Hz. Nous avons posé  $f_{min} = 100$  N, ce qui entraîne un maximum de déplacement horizontal des bourroirs de 1 mm (voir plus bas figure 2.29).

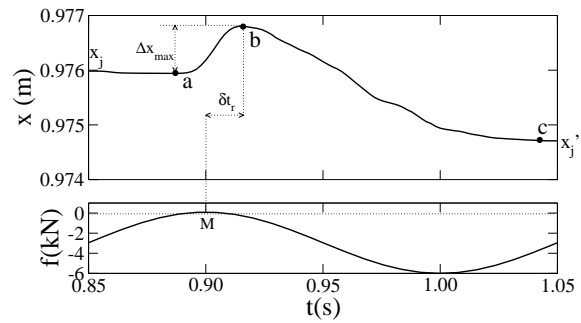
### 2.4.1. Description du déplacement

Etant donné les forces appliquées sur les bourroirs, ceux-ci se déplacent suivant l'axe des  $x$  ; figure 2.4. On s'intéresse ici au déplacement  $x(t)$  d'un bourroir situé à la droite du blochet. La figure 2.24 montre le déplacement  $x(t)$  en fonction du temps. Le serrage commence juste après le phase de pénétration, à  $t = 0,42$  s. On distingue une première phase rapide de contraction ( $x$  décroît), d'environ 0,1s qui ne dépend que légèrement de la fréquence employée. Ce déplacement est important du fait que les grains sont encore dans un état agité dû à la pénétration rapide des bourroirs. Cette première phase est suivie d'une seconde phase : bloqué ( $x$  est constant), extension ( $x$  augmente) et contraction ( $x$  décroît). La suite de notre étude a pour objectif l'analyse du mouvement périodique des bourroirs après la première phase de contraction.

Sur la figure 2.25 on représente un agrandissement de la figure 2.24 sur une période et pour une fréquence de 5 Hz. La période commence par un blocage pour  $x = x_j$  qui correspond à la position de blocage atteinte dans la période précédente. Le déplacement des bourroirs (point a sur la figure 2.25) commence seulement lorsque la force  $f$  appliquée est proche de sa valeur minimale  $f_{min} = -100$  N. Le déplacement maximum  $\Delta x_{max}$  arrive à un temps  $\delta t$  après le minimum atteint par la force  $f$  (point b

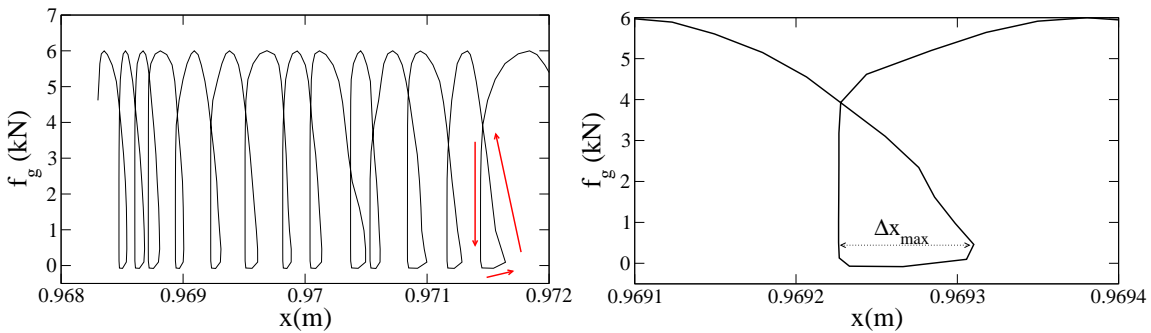


**Figure 2.24:** Évolution du déplacement  $x$  d'un bourroir en fonction du temps pour différentes fréquences.



**Figure 2.25:** Agrandissement sur une seule période et pour une fréquence de 5 Hz de la figure 2.24 (haut) ainsi que la force harmonique appliquée (bas).

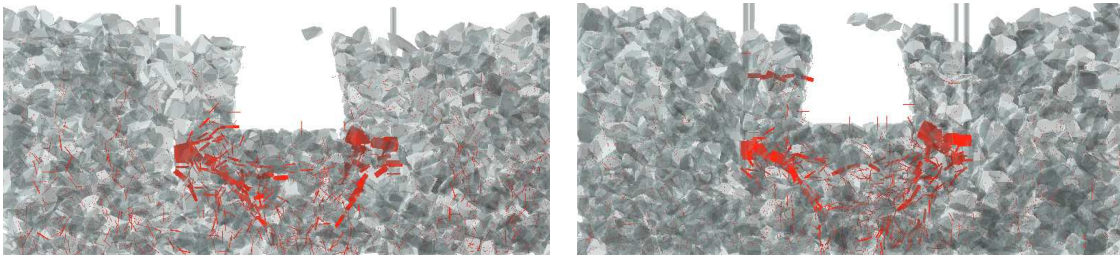
sur la figure 2.25). Ainsi de a vers b, la force de résistance exercée par les grains sur les bourroirs est supérieure à la force appliquée. Alors les bourroirs reculent (extension). Dans ce cas on dira que le système rentre dans une phase active. Puis, la situation s'inverse entre b et c, c'est-à-dire que l'ensemble des grains est alors poussé vers le centre (sous le blochet). Le système rentre dans une phase passive. La nouvelle position de blocage est  $x'_j$  inférieure à l'ancienne position  $x_j$  suite à une compaction du matériau sur une période.



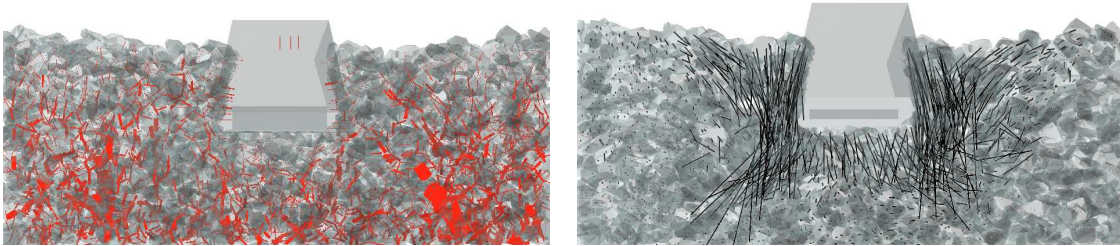
**Figure 2.26:** Évolution de la force de réaction  $f_g$  des grains sur un bourroir en fonction de son déplacement  $x$  pour une fréquence de 20 Hz. La courbe de droite représente un agrandissement sur une période.

La figure 2.26 montre la variation de la force de réaction  $f_g$  des grains sur un bourroir en fonction de son déplacement  $x$  et pour une fréquence de 20 Hz. On voit que la variation de  $f_g$  se réalise en trois grandes étapes. Dans la phase active,  $f_g$  croît lentement avec  $x$ . Dans la phase passive,  $f_g$  croît fortement alors que  $x$  décroît. Et enfin, une phase de blocage où  $x$  est constant alors que  $f_g$  décroît. On retrouve également l'amplitude  $\Delta x_{max}$  entre le passage de l'état actif vers l'état passif et on peut considérer que  $\Delta x_{max}$  reste constant de cycle en cycle. On note alors deux transitions : 1) le déblocage, qui correspond au passage de l'état passif vers l'état actif et 2) le blocage qui correspond au passage de l'état actif vers l'état passif. Il est remarquable également que bien que nous ayons vu que  $x_j$  décroît à la fin de chaque période, la dynamique que nous décrivons sur un cycle reste applicable à l'ensemble des cycles et des fréquences.

La figure 2.27 représente les efforts normaux dans la phase de blocage et dans une tranche du système. Les chaînes de forces sont majoritairement horizontales et localisées sous le blochet. Ces chaînes de



**Figure 2.27:** Deux exemples des cartes des forces normales dans une phase passive durant le serrage, dans une tranche du système.



**Figure 2.28:** Un exemple de cartes des forces normales dans une phase active durant le serrage, dans une tranche du système (gauche); déplacement des grains sur une période de serrage/desserrage (droite).

forces s'appuient sur les pieds des bourroirs (figure de gauche) ou alors entre les bras des bourroirs et le blochet (figure de droite). En revanche dans l'état actif, comme on peut le voir sur la figure 2.28, les chaînes d'efforts sont verticales sous le blochet et on peut observer des mouvements de convections autour des bourroirs sur une période de vibration. On remarque aussi que dans l'espace sous le blochet, les grains tombent sous l'effet de leur propre poids.

La figure 2.29 montre la variation de  $\Delta x_{max}$  en fonction de la fréquence de vibration  $\nu$ . On voit que  $\Delta x_{max}$  varie comme l'inverse de la fréquence au carrée. Ce qui signifie que l'accélération sur une période est indépendante de la fréquence. Par conséquent, on peut estimer que certaines grandeurs qui ne sont sensibles qu'à l'accélération ne seront pas influencées par la fréquence des vibrations. Donc pour un jeu de paramètre donné ( $f_{max}$  et  $f_{min}$ ) il est possible d'estimer le recul en fonction de la fréquence grâce à cette mise à l'échelle. Dans le chapitre 4 nous montrerons que cette mise à l'échelle peut être généralisée pour prendre en compte l'influence des autres paramètres tels que  $f_{max}$ ,  $g$  et les masses des grains et des bourroirs. dans le cas d'un exemple simplifié mais équivalent.

## 2.4.2. Compaction

La phase de serrage, en présence des vibrations entraîne une compaction du ballast sous le blochet. La figure 2.30 montre l'évolution du gain de compacité  $\Delta\rho$  en fonction du temps et pour l'ensemble des fréquences. La même figure montre également l'allure du gain de compacité durant la phase d'enfoncement. On désignera le gain de compacité à la fin de l'enfoncement (donc au début de la phase de serrage) par  $\Delta\rho_1$  pour chaque fréquence. Quelle que soit la fréquence, on observe un léger gain de compaction rapide dans les premiers instants du serrage, suivi d'un gain moins important jusqu'à la fin de la phase de serrage (inférieur à 1%). Le gain moyen de compacité dans la phase de serrage, sera noté  $\Delta\rho_2$ . Nous

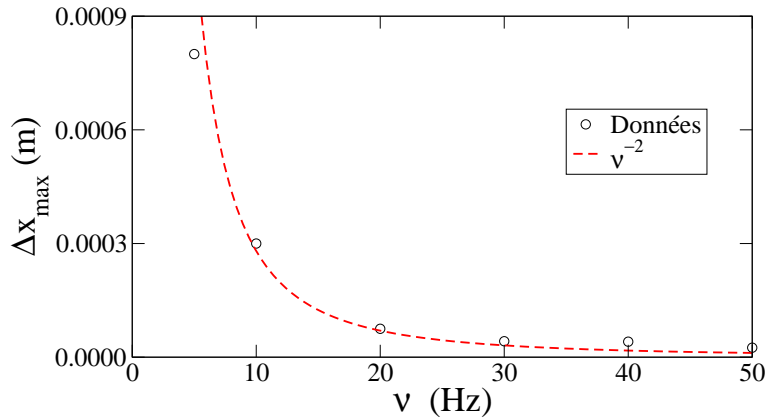


Figure 2.29: Le déplacement maximal  $\Delta x_{max}$  en fonction de la fréquence  $\nu$ .

définissons également le taux de compaction  $\eta$  sur la durée de serrage  $\Delta t_2$  par la relation suivante :

$$\eta \equiv \frac{1}{\rho_1} \frac{\Delta \rho_2}{\Delta t_2}, \tag{2.5}$$

ou,  $\rho_1$  est la valeur de la compacité en fin d'enfoncement. La figure 2.31 montre le taux de compaction  $\eta$  en fonction de la fréquence  $\nu$  de vibration. Le taux de compaction décroît avec la fréquence. Ainsi, le taux de compaction le plus élevé semble correspondre à la fréquence  $\nu= 5$  Hz. Il faut néanmoins préciser que ces données ne sont pas statistiquement représentatives et il nous manque des données pour des fréquences plus faibles. Comme nous le verrons dans le chapitre 4, il existe une fréquence caractéristique de l'ordre de 10 Hz en dessous de laquelle le taux de compaction, pendant le serrage (et dans une géométrie plus simple), augmente en fonction de la fréquence, alors qu'il diminue pour des fréquences plus élevées. Il faut remarquer que le gain total de compacité  $\Delta \rho_1 + \Delta \rho_2$  depuis le début de l'enfoncement augmente globalement avec la fréquence en raison de l'effet d'enfoncement.

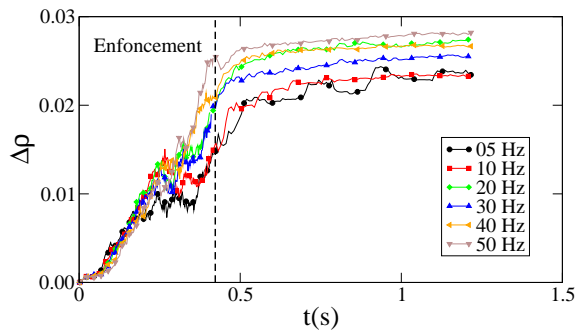


Figure 2.30: Évolution du gain de compaction  $\Delta \rho$  en fonction du temps pour les différentes fréquences testées.

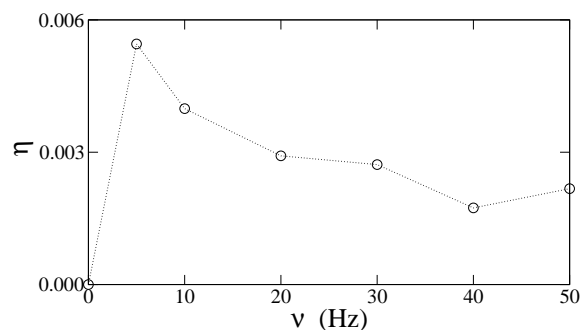
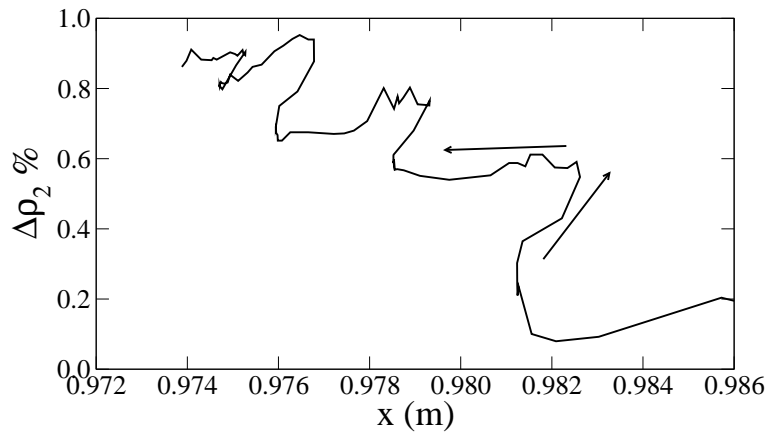


Figure 2.31: Évolution de la vitesse de compaction  $\eta$  en fonction de la fréquence de vibration  $\nu$ .

La figure 2.32 montre l'évolution du gain de compacité  $\Delta \rho_2$  pendant le serrage, pour une fréquence de 5 Hz, et en fonction du déplacement  $x$  des bourroirs. Le système se compacte de cycle en cycle suivant un principe simple : une première compaction à lieu durant la phase active (extension) suivie d'une légère décompaction durant la phase passive (contraction). Ainsi, le gain de compacité se réalise

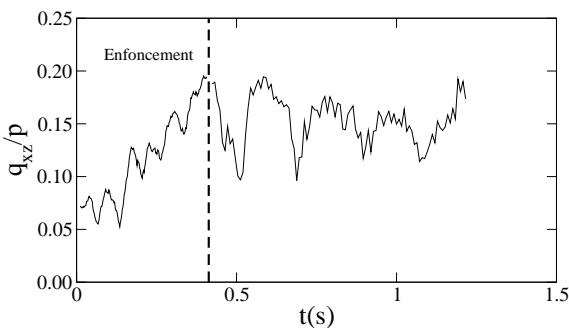
essentiellement pendant le recul des bourroirs (extension), c'est-à-dire juste après la phase de blocage. C'est pourquoi le choix de la valeur  $f_{min}$  est important pour contrôler l'amplitude de recul et donc la compaction. De même, la compaction la plus importante dans la phase de serrage, pour des fréquences plus faibles, est due à l'extension  $\Delta x_{max}$  plus importante pour ces fréquences.



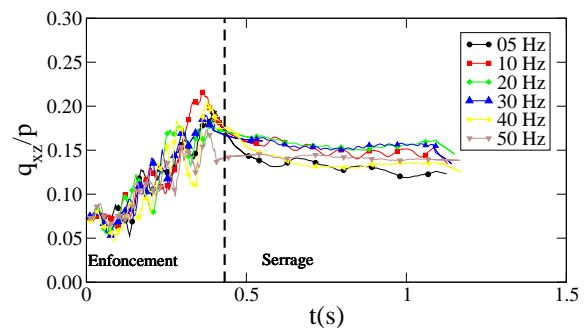
**Figure 2.32:** Évolution du gain de compaction  $\Delta\rho_2$  en fonction du déplacement  $x$  pour une fréquence de 5 Hz.

### 2.4.3. Contraintes et texture

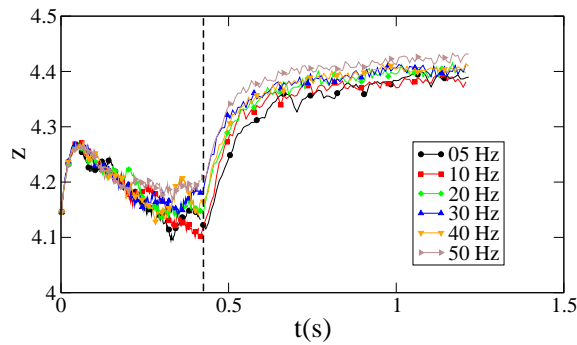
Les contraintes de cisaillement sous le blochet évoluent avec la force appliquée sur les bourroirs. La figure 2.33 montre la variation de  $q_{xz}/p$  en fonction du temps, et pour  $\nu = 5$  Hz en fonction du temps. On voit que le déviateur normalisé varie globalement comme  $f$ . Il faut remarquer que la direction principale majeure du tenseur de contrainte est verticale dans la phase active et horizontale dans la phase passive, et la contrainte moyenne ( $p$ ) est due à la gravité dans la phase active et à la force de serrage dans la phase passive. La figure 2.34 montre la moyenne par période du déviateur normalisé  $q_{xz}/p$  en fonction du temps pour différentes fréquences. Comme attendu, le niveau du déviateur normalisé est indépendant de la fréquence et reste constant pendant le serrage étant donné que la force de serrage est identique pour toutes les fréquences.



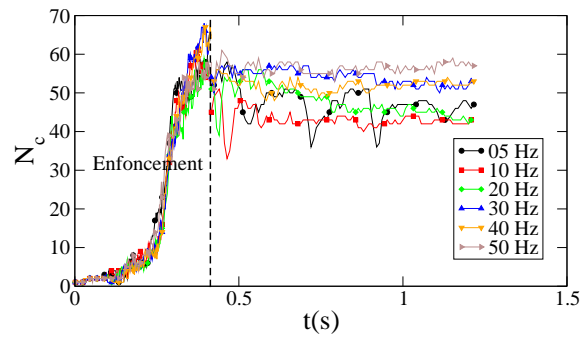
**Figure 2.33:** Variation du déviateur de contrainte normalisé  $q_{xz}/p$  en fonction du temps pour une fréquence de 5 Hz.



**Figure 2.34:** Moyenne par période du déviateur de contrainte normalisé  $q_{xz}/p$  en fonction du temps pour toutes les fréquences.



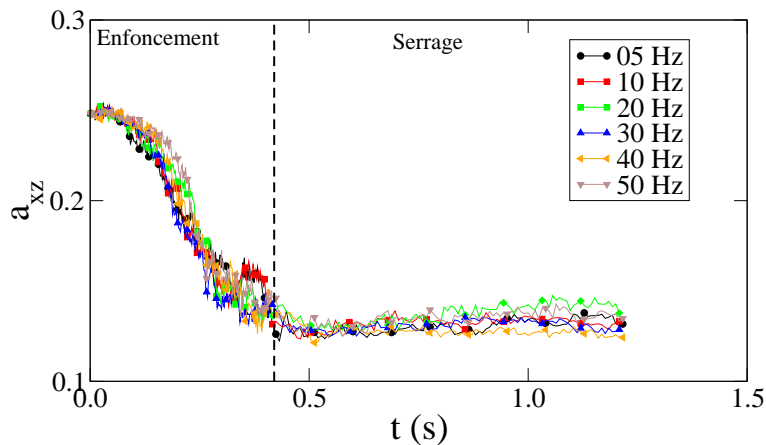
**Figure 2.35:** Évolution du nombre de coordination  $z$  en fonction du temps pour l'ensemble des fréquences.



**Figure 2.36:** Évolution du nombre  $N_c$  de grains en contact avec le blochet en fonction du temps pour l'ensemble des fréquences.

La figure 2.35 montre l'évolution de  $z$  en fonction du temps dans la phase de serrage, à la suite de la phase d'enfoncement. On peut observer une nette augmentation dans les premiers instants due au premier cycle de serrage suivie d'une augmentation plus faible jusqu'à la fin de cette phase. Les tendances sont pratiquement les mêmes que pour la compacité en fonction de la fréquence.

Sur la figure 2.36 est représentée l'évolution du nombre  $N_c$  de grains en contact avec le blochet en fonction du temps et pour l'ensemble des fréquences, pendant la phase de serrage. On observe que ce nombre de contacts diminue dans la transition de l'enfoncement au serrage, et reste ensuite compris entre 40 et 60. Les valeurs les plus élevées correspondent aux fréquences de 40 et 50 Hz. En d'autres termes, il semble que les fréquences plus élevées, dans cette phase de serrage, sont bénéfiques pour la stabilité du blochet. Il faut remarquer que le recul des bourroirs n'entraîne pas une perte totale de contacts entre le ballast et le blochet. Par ailleurs, comme dans la phase d'enfoncement, 80% des contacts avec le blochet sont des contacts simples et 20% sont des contacts doubles.



**Figure 2.37:** Évolution de l'anisotropie  $a_{xz}$  des contacts sous le blochet en fonction du temps et pour l'ensemble des fréquences.

La figure 2.37 montre l'évolution de l'anisotropie  $a_{xz}$  des contacts sous le blochet en fonction du temps, sous le blochet et lors de la phase de serrage. Cette anisotropie calculée à partir des normales aux plans de contacts est faible et, comme le déviateur moyen normalisé, ne varie pas durant la phase



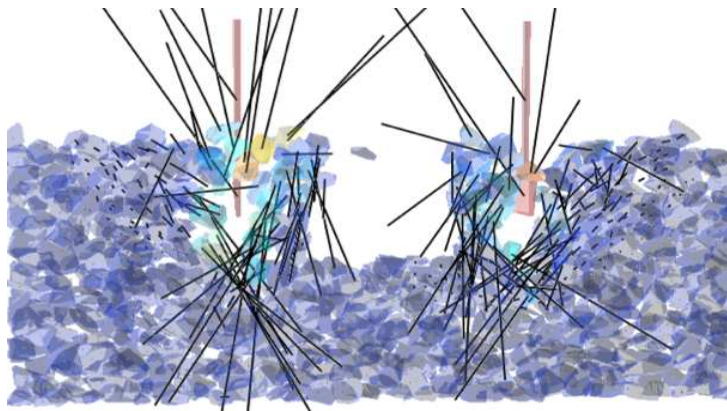
de serrage. De même, elle ne dépend pas de la fréquence. Dans le chapitre 3, nous verrons que pour les grains de ballast, il est plus pertinent de considérer l'anisotropie liée au vecteur joignant les centres des particules en contact.

## 2.5. Phase de retrait

Nous simulons une vitesse de retrait de 1 m/s à partir de la fin du serrage ce qui correspond à la même vitesse d'enfoncement. Tous les paramètres sont identiques à ce dans les phases précédentes. La simulation est arrêtée lorsque les bourroirs atteignent la hauteur initiale avant l'enfoncement. Comme dans les phases d'enfoncement, un déplacement harmonique horizontal sera appliqué sur les bourroirs avec une fréquence de vibration  $\nu$  allant de 5 Hz à 50 Hz et une amplitude de vibration  $a = 1$  cm, suivant la direction  $x$  ; figure 2.4.

### 2.5.1. Compacité

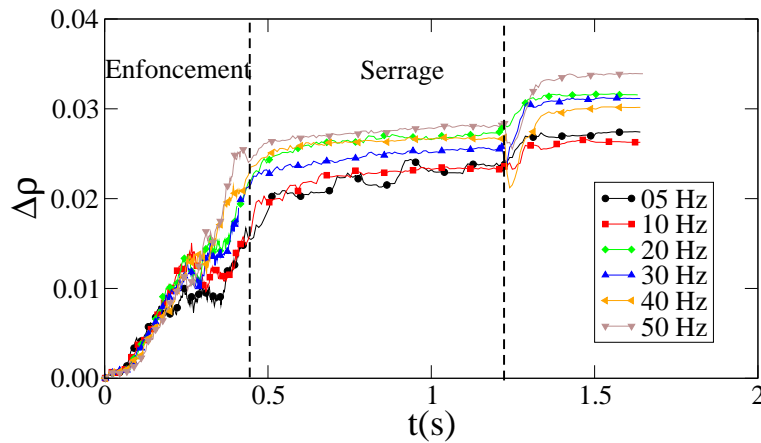
La figure 2.38 représente l'état du système à un instant donné lors du retrait des bourroirs. Le retrait des bourroirs s'accompagne d'une expulsion violente des grains à la surface libre, laissant de nombreux trous dans la structure. Ces cavités seront néanmoins comblées par la chute des grains autour des bourroirs sans pour autant être compactées. On peut penser que les trous causés par le retrait des bourroirs autour du blochet peuvent nuire à la stabilité de la voie. Comme nous le verrons plus loin de tels trous se forment réellement en voie.



**Figure 2.38:** Image du milieu lors du retrait des bourroirs, pour une fréquence de 20 Hz. L'intensité de la couleur (du plus foncé au plus clair) est proportionnelle à la vitesse des grains. Les vecteurs déplacements des particules sont également représentés.

La figure 2.39 montre l'évolution du gain de compacité  $\Delta\rho$  en fonction du temps, pour l'ensemble des fréquences pendant la phase de retrait et tout en rappelant le gain de compaction dans les phases d'enfoncement et de serrage sous le blochet. Après une légère chute observée pour les fréquences supérieures à 20 Hz, le gain de compacité augmente et se stabilise autour d'une valeur seuil. Ce gain supplémentaire de compacité au début du retrait traduit très probablement le changement de la direction de la sollicitation. On voit apparaître trois groupes qui se distinguent avec l'augmentation de la fréquence : pour  $\nu \in [5, 10]$





**Figure 2.39:** Évolution du gain de compacité  $\Delta\rho$  en fonction du temps et pour l'ensemble des fréquences dans la phase de retrait. On rappelle également le gain de compacité dans les phases d'enfoncement puis de serrage.

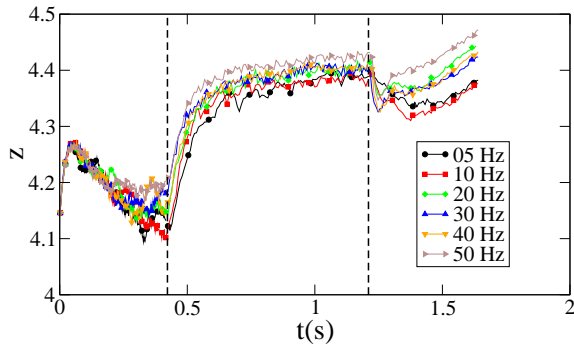
Hz, on a  $\Delta\rho \simeq 0.25$  ; pour  $\nu \in [20, 40]$  Hz, on a  $\Delta\rho \simeq 0.3$  et pour  $\nu = 50$  Hz,  $\Delta\rho \simeq 0.33$ . Ces valeurs correspondent au gain de compacité cumulé depuis le début. Il faut remarquer aussi que le gain de compacité  $\Delta\rho_3$  depuis la fin du serrage suit la même tendance. Ainsi, globalement une fréquence de 50 Hz mène à une compacité sous le blochet plus importante dans cette phase, et ceci malgré la forte diminution de la compacité autour des bourroirs en présence des trous laissés par le retrait.

## 2.5.2. Contraintes et texture

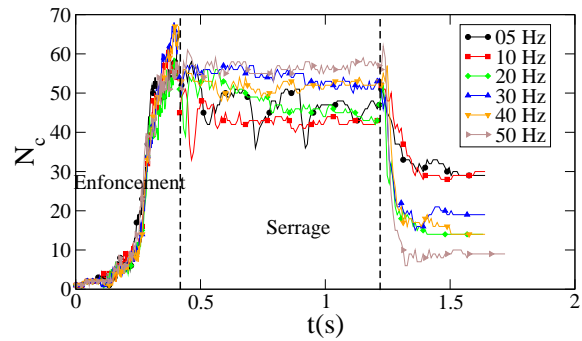
Comme nous l'avons dit plus haut, la variation de la compacité est liée à la variation du nombre de coordination  $z$ . La figure 2.40 montre la variation de  $z$  sous le blochet, en fonction du temps et pour l'ensemble des fréquences. Globalement on voit que les tendances sont identiques à celles de l'évolution de la compacité ; figure 2.39. En particulier on identifie les trois mêmes groupes de fréquences :  $\nu \in [5, 10]$  Hz, on a  $z \simeq 4, 3$  ; pour  $\nu \in [20, 40]$  Hz, on a  $z \simeq 4, 42$  et pour  $\nu = 50$  Hz,  $z \simeq 4, 5$ .

De même, la figure 2.41 représente l'évolution du nombre  $N_c$  de grains en contact avec le blochet en fonction du temps, tout en rappelant l'évolution de  $N_c$  dans la phase d'enfoncement et de serrage. On peut voir encore les trois mêmes catégories : pour les fréquences inférieures à 10 Hz,  $N_c$  est proche de 30, pour les fréquences entre 10 Hz à 40 Hz,  $N_c$  est proche de 20 et enfin  $N_c$  est proche de 10 pour 50 Hz. Cette diminution de  $N_c$  avec la fréquence peut paraître en contradiction le gain de  $\Delta\rho$  et de  $z$ . La perte de contact avec le blochet sans perte de compacité ou de  $z$  est une signature de l'écoulement des grains. En d'autres termes, les grains dans le voisinage des trous laissés par le retrait tendent à combler ces trous et donc entraîner une migration latérale des grains sous le blochet vers l'extérieur.

Le retrait des bourroirs implique également une importante variation du déviateur des contraintes sous le blochet représenté sur la figure 2.42 en fonction du temps. On peut noter une légère chute de  $q_{xz}/p$  durant la phase de retrait et pour l'ensemble des fréquences. On voit cependant une tendance avec la fréquence identique à celle de  $\Delta\rho$  et  $z$  au sens où plus  $\nu$  est élevée et plus grand sera  $q_{xz}/p$  en fin d'enfoncement. Ceci est toujours en très bon accord avec l'augmentation de la compacité et du nombre de coordination sous le blochet. Dans tous les cas, la valeur de  $q_{xz}/p$  dans l'état final est légèrement plus élevée que dans l'état initial. En ce qui concerne la résistance latérale  $q_{yz}/p$ , les tendances sur les



**Figure 2.40:** Évolution du nombre de coordination  $z$  en fonction du temps pour l'ensemble des fréquences. On rappelle l'évolution de  $z$  dans les phases d'enfoncement et de serrage.



**Figure 2.41:** Évolution du nombre  $N_c$  de grains en contact avec le blochet en fonction du temps et pour l'ensemble des fréquences. On rappelle également l'évolution de  $N_c$  dans la phase d'enfoncement puis dans la phase de serrage.

trois phases du bourrages sont similaires à celles de  $q_{xz}/p$  ; figure 2.42(b). On remarque que le déviateur latéral  $q_{yz}/p$  est nettement plus faible que le déviateur  $q_{xz}/p$  dans la phase de serrage. Par ailleurs, après le retrait des bourroirs, le déviateur latéral (par exemple pour 50 Hz ; figure 2.42(b)) est plus faible que le déviateur  $q_{xz}/p$  dans la direction de serrage. Ce résultat est cohérent avec des observations faites sur le terrain<sup>3</sup>.

La figure 2.43 représente les évolutions de  $a_{xz}$  en fonction du temps et pour l'ensemble des fréquences. Après une chute de presque 40% de l'anisotropie des normales dans la phase d'enfoncement, sa valeur reste globalement constante dans la phase de serrage. Le retrait des bourroirs provoque alors une légère augmentation de l'anisotropie. Cette augmentation est fonction de la fréquence, et on peut y déceler les mêmes trois groupes de fréquences. Globalement, pour  $\nu \leq 10$  Hz, les anisotropies baissent d'environ 40%, pour  $20 \leq \nu \leq 40$  Hz, les anisotropies baissent d'environ 30 % et pour  $\nu = 50$  Hz, les anisotropies baissent de 20% par rapport à l'état initial. Mais ces valeurs sont fortement entachées de fluctuations, et une étude statistique plus poussée sur un ensemble d'échantillon est nécessaire.

Après avoir décrit la dynamique du bourrage, dans la phase d'enfoncement, de serrage et de retrait, plusieurs tendances sont apparues en ce qui concerne : la compaction, la dynamique de serrage, le mouvement des particules, et l'évolution de la texture. Afin de compléter cette étude, dans la section suivante on compare plus particulièrement l'état du ballast sous le blochet avant et après le bourrage. On se propose également de réaliser une étude paramétrique supplémentaire, en variant la vitesse d'enfoncement des bourroirs dans la première phase car nous avons pu constater que l'essentiel du gain de compaction est obtenu dans cette phase, et en variant la valeur de la force minimale  $f_{min}$  dans la phase de serrage car nous avons vu que l'essentiel du gain de compaction est réalisé durant l'extension du massif.

<sup>3</sup>Gilles Saussine, communication privée.

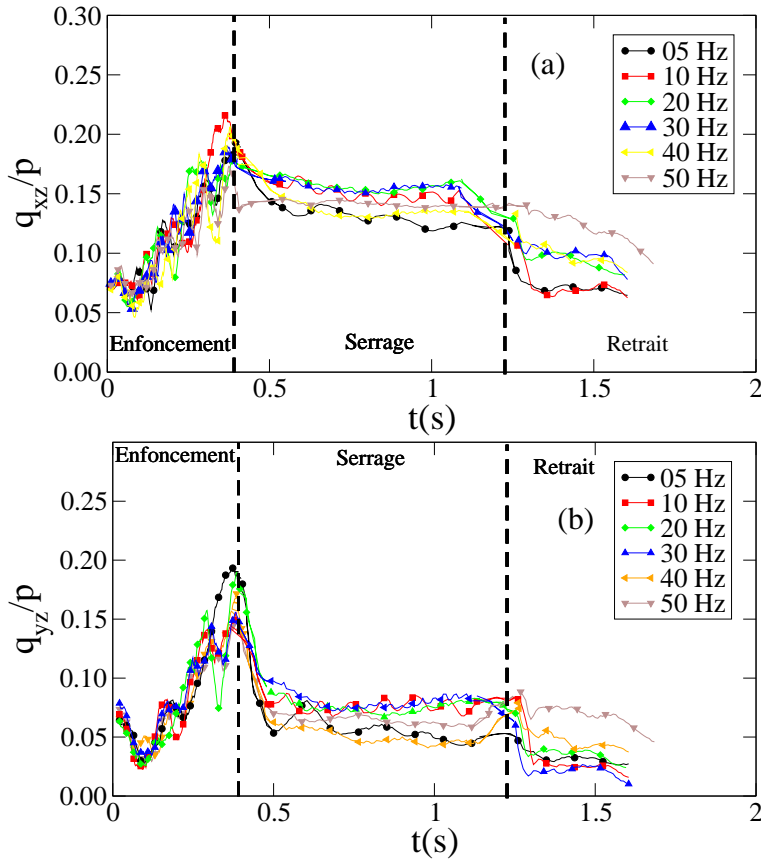


Figure 2.42: Variation du déviateur des contraintes normalisé  $q_{xz}/p$  (a) et  $q_{yz}/p$  (b) en fonction du temps durant tout un cycle de bourrage et pour l'ensemble des fréquences.

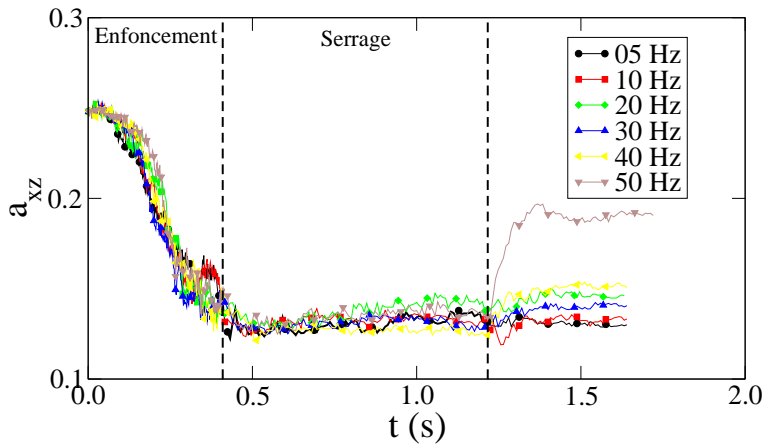


Figure 2.43: Anisotropies  $a_{xy}$  et  $a_{xz}$  des normales aux contacts en fonction du temps pour l'ensemble des fréquences et durant toute l'opération (enfoncement, serrage, retrait).

## 2.6. Etat de la voie après un cycle de bourrage

### 2.6.1. Bilan d'un cycle complet

La figure 2.44 montre la variation du gain de compaction total  $\Delta\rho_f = \Delta\rho_1 + \Delta\rho_2 + \Delta\rho_3$  sous le blochet à la fin de l'opération en fonction de la fréquence de vibration  $\nu$ . Nous pouvons voir qu'en moyenne,  $\Delta\rho_f$  semble augmenter avec la fréquence. On remarque également, que cette augmentation reste à confirmer, mais il faut signaler qu'elle correspond à un seul cycle de bourrage et pour une configuration bien précise avec une compacité donnée. Pour une compacité initiale moins élevée, le gain de compacité pourrait être plus important et l'influence de la fréquence plus marquée.

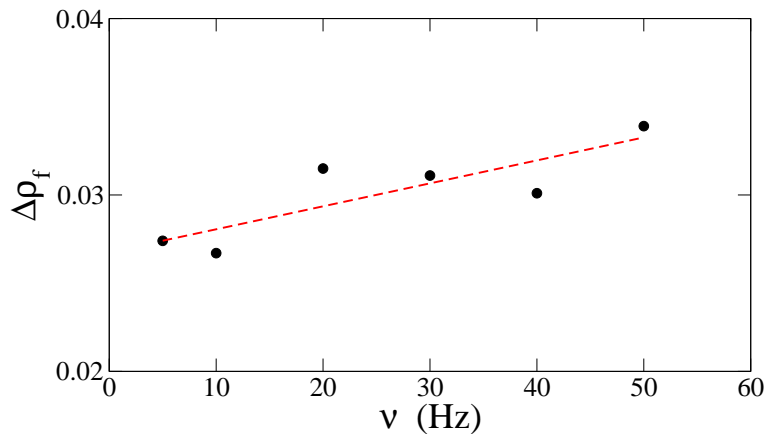


Figure 2.44: Variation du gain de compaction final  $\Delta\rho_f$  sous le blochet en fonction de la fréquence  $\nu$ .

La densification de la structure sous le blochet, s'accompagne d'une désorganisation de la structure qui peut être importante autour du blochet, plus particulièrement causée par le retrait des bourroirs. La figure 2.45 montre une image du système au repos, après un cycle de bourrage. Comme on peut le voir, des cavités sont creusées autour du blochet entraînant alors une décompaction de la structure autour et donc pouvant nuire à la stabilité de la voie.

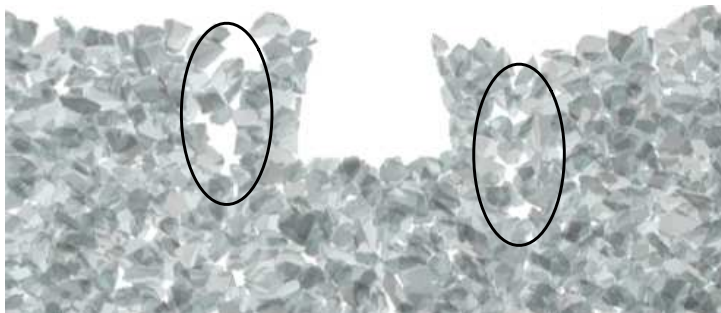
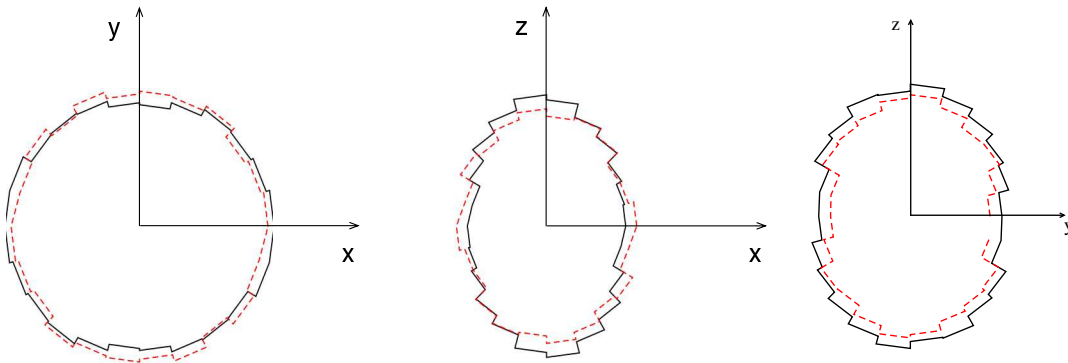


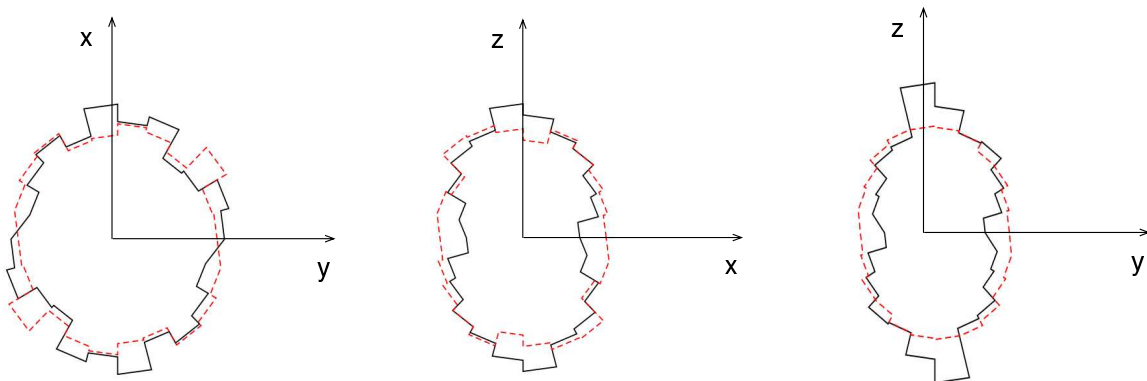
Figure 2.45: Image du milieu au repos, après un cycle de bourrage.

Le bourrage influence également la microstructure sous le blochet. La figure 2.46 représente les diagrammes polaires des distributions des normales aux contacts suivant les trois plans  $\mathcal{P}^{xy}$ ,  $\mathcal{P}^{yz}$  et  $\mathcal{P}^{xz}$

pour une fréquence de 20 Hz pour les états initial et final. On peut observer une diminution de l'anisotropie des normales aux contacts dans les plans  $\mathcal{P}^{yz}$  et  $\mathcal{P}^{xz}$ . Le système reste néanmoins anisotrope avec une direction privilégiée suivant l'axe des  $z$ . On note aussi une légère anisotropie des contacts dans le plan  $\mathcal{P}^{xy}$  mais la différence entre le début et la fin du bourrage est très faible.



**Figure 2.46:** Représentation polaire de l'orientation des normales au contact projetées suivant les trois plans  $\mathcal{P}_{xy}$ ,  $\mathcal{P}_{xz}$ ,  $\mathcal{P}_{yz}$ , respectivement pour une fréquence de 20 Hz. En trait noir continue on représente l'état initial, et en trait rouge hachuré l'état final.



**Figure 2.47:** Représentation polaire de l'orientation des forces normales au contact projetées suivant les trois plans  $\mathcal{P}_{xy}$ ,  $\mathcal{P}_{xz}$ ,  $\mathcal{P}_{yz}$ , respectivement pour une fréquence de 20 Hz. En trait noir continue on représente l'état initial, et en trait rouge hachuré l'état final.

Sur la figure 2.47 sont tracés les diagrammes polaires des distributions des forces normales aux contacts suivant les trois mêmes plans. Comme pour les distributions des normales aux contacts dans les plans  $\mathcal{P}^{yz}$  et  $\mathcal{P}^{xz}$ , on observe une diminution de l'anisotropie des forces normales à la fin du bourrage. Dans le plan  $\mathcal{P}^{xy}$  la distribution des forces normales semble rester globalement isotrope entre l'état final et l'état initial. La diminution de l'anisotropie des contacts et des forces normales est d'autant plus surprenante que globalement, nous avons vu que le déviateur des contraintes normalisées augmente après un cycle de bourrage. Nous revisterons ce problème dans le chapitre 3.

D'un point de vue expérimental, il est difficile de calculer la compacité ou le nombre de coordination sous le blochet après une opération de maintenance « réelle ». Néanmoins, nous avons pu constater l'ampleur d'une telle opération, suite à maintenance réalisée aux abords de Nîmes. La figure 2.48 montre une



**Figure 2.48:** Grains de ballast brisés et état du ballast sous le blochet suit au passage de la bourreuse. Photographie prise lors d'une opération de maintenance près de Nîmes. Dans ce cas, la fréquence de vibration des bourroirs est de 35 Hz.

photographie du ballast sous le blochet juste après le passage d'une bourreuse. On peut observer le faible nombre de grains en contact avec la structure bien que le blochet ait été relevé puis reposé. La même figure montre un grain de ballast brisé trouvé sous le même blochet. Ces observations sont conformes avec nos observations numériques, qui montrent d'une part une forte désorganisation du ballast notamment dans la phase de retrait et, d'autre part, la forte hétérogénéité des efforts induits par l'enfoncement. Des ruptures de grains entraînent un changement dans la granulométrie et donc dans les propriétés de résistance du matériau à long terme.

### 2.6.2. Influence des paramètres de chargement sur la compaction

L'étude d'un cycle complet de bourrage nous a permis de montrer que l'essentiel du gain de compaction grâce à l'opération est dû essentiellement à la phase d'enfoncement. Dans cette phase, le gain est d'autant plus élevé que la fréquence est grande. Cette première phase est dictée par la fréquence et l'amplitude des bourroirs, mais également par la vitesse de chute des bourroirs. Il en est de même dans la phase de serrage où nous avons vu que l'ensemble des grains sous le blochet se compacte lors de la phase d'extension (recul des bourroirs). Ainsi, afin d'analyser la sensibilité de la compaction aux paramètres de sollicitations, nous avons réalisé une série d'études complémentaires : 1) en variant la vitesse d'enfoncement des bourroirs et 2) en variant l'amplitude de la force appliquée.

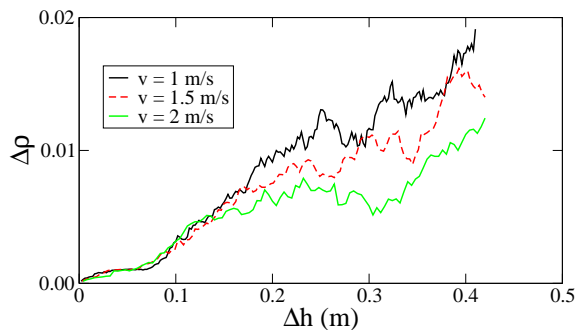
#### Durant la phase d'enfoncement

Dans la série d'essais présentée ici, la fréquence de vibration est 30 Hz et trois vitesses d'enfoncements sont testées : 1 m/s, 1,5 m/s et 2 m/s, le pas de temps étant modifié dans les mêmes proportions ( $2 \cdot 10^{-4}$  s,  $1,5 \cdot 10^{-4}$  s et  $1 \cdot 10^{-4}$  s respectivement). Dans tous les cas, les calculs sont stoppés lorsque le haut des pieds des bourroirs a une profondeur de 2,2 cm sous le blochet. Donc pour pouvoir comparer l'ensemble des résultats, les données seront tracées en fonction de la variation de profondeur  $\Delta h = z - z_0$ , où  $z_0$  est

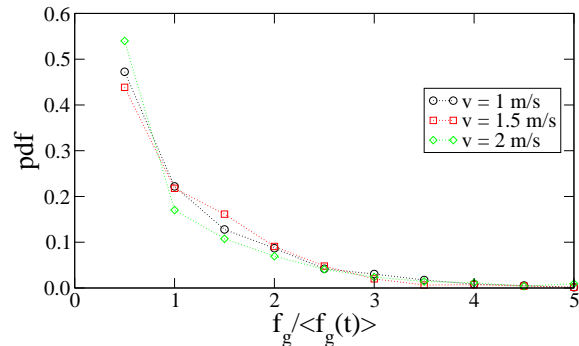


la position initiale des bourroirs.

La figure 2.49 représente l'évolution du gain de compaction en fonction de la variation de la profondeur, pour les trois vitesses d'enfoncement. L'allure globale des courbes de compaction reste identique. On note néanmoins que la compacité finale est plus faible avec des vitesses d'enfoncements plus élevées. L'augmentation de la vitesse d'enfoncement implique une diminution du nombre de cycles de vibration réalisé par les bourroirs. Il y a alors une bonne concordance avec les résultats obtenus précédemment, à savoir que la compaction est maximale avec un grand nombre de cycles. On précise que le nombre  $N_c$  de contacts entre la structure et le blochet suit la même augmentation quelle que soit la vitesse, ici, pour 30 Hz,  $N_c \simeq 60$  quelle que soit  $v$ .



**Figure 2.49:** Évolution du gain de compaction  $\Delta\rho$  en fonction de la variation de profondeur  $\Delta h$ , pour trois vitesses d'enfoncement différentes. Dans ce cas, la fréquence de vibration est de 30 Hz.



**Figure 2.50:** Densité de probabilité de distribution des forces de réaction normalisées par la moyenne glissante  $\langle f_g(t) \rangle$  sur les bourroirs.

Sur la figure 2.50 est représentée la densité de probabilité des efforts de réactions sur les bourroirs normalisées par la moyenne glissante  $\langle f_g(t) \rangle$  des efforts. On retrouve une forme exponentielle décroissante pour les trois vitesses d'enfoncement. Néanmoins, on ne note pas de grandes différences entre ces distributions. Ainsi, il apparaît que la vitesse d'enfoncement influence principalement la compaction du ballast sous le blochet. Une grande vitesse d'enfoncement ne permet pas d'obtenir une compaction maximale dès le début.

### Durant la phase de serrage

Le serrage du ballast par les bourroirs est un procédé complexe car, comme nous l'avons dit, il faut allier la force de serrage avec une vibration. Nous avons alors modélisé ce signal par une force harmonique qui fait intervenir la vibration  $\nu$ , une force maximale de serrage  $f_{max}$  et une force minimale  $f_{min}$  de recul ; équation 2.4. Dans la série de simulations qui suit, on fait varier  $\nu$  de 5 Hz à 40 Hz, la force maximale  $f_{max}$  est fixée à 6 000 N et la force minimale  $f_{min}$  à 300 N. Nous avons montré que durant un cycle de vibration le système passe successivement par une phase d'extension (= desserrage = recul des bourroirs) suivie d'une phase de contraction (= serrage = avancée des bourroirs) et d'une phase de blocage. La phase d'extension - contraction définit de manière nette une grandeur  $\Delta x_{max}$  représentant l'amplitude du déplacement des bourroirs. Dans le cas où la force  $f_{min}$  est faible nous avons montré que  $\Delta x_{max}$  varie comme  $\nu^{-2}$  ; figure 2.29. La figure 2.51 représente la variation de  $\Delta x_{max}$  en fonction de la fréquence de vibration  $\nu$  dans le cas où  $f_{min} = -300$  N. On peut voir que  $\Delta x_{max}$  diminue avec



la fréquence. Mais, l'approximation de  $\Delta x_{max}$  par  $\nu^{-2}$  proposée précédemment semble moins claire. Plusieurs raisons à cela : les essais ont été réalisés sur un seul échantillon, mais une étude statistique sur plusieurs échantillons où les résultats seraient moyennés, permettrait peut-être d'affiner la mise à l'échelle lorsque les efforts sont importants. De plus, lorsque la force  $f_{min}$  est nulle ou très faible, l'extension du système est essentiellement causée par la relaxation des grains sous le blochet. Autrement dit, par l'intermédiaire de leur poids, les grains poussent les bourroirs. Alors que si la force  $f_{min}$  est suffisamment forte, l'effet du poids des grains est occulté. Ce point sera très largement discuté dans les chapitres 4.

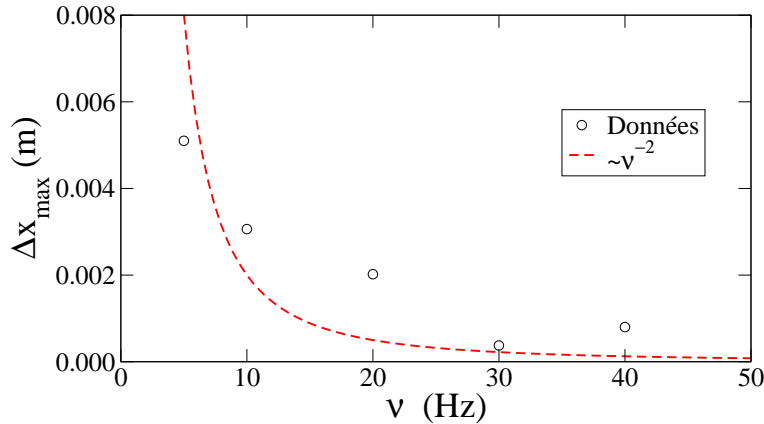


Figure 2.51: Évolution du déplacement maximal  $\Delta x_{max}$  en fonction de la fréquence  $\nu$ .

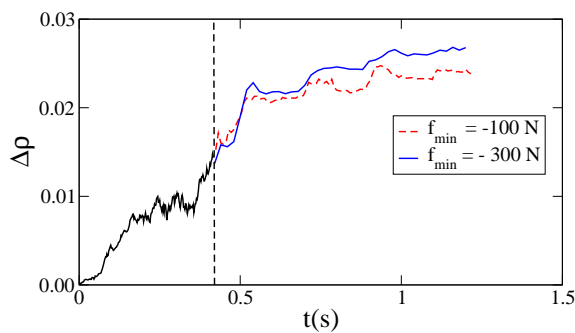


Figure 2.52: Évolution du gain de compaction  $\Delta\rho$  en fonction du temps. Dans ce cas, la fréquence de vibration est de 5 Hz.

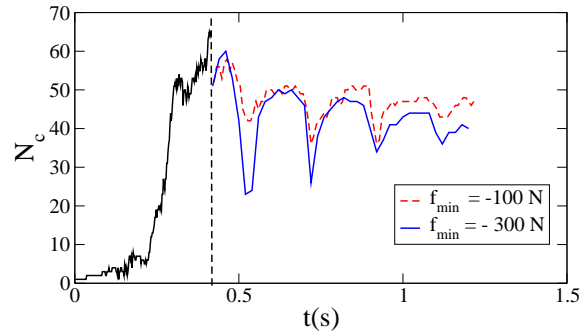


Figure 2.53: Évolution du nombre  $N_c$  de contacts avec le blochet en fonction du temps. La fréquence de vibration est de 5 Hz.

La figure 2.52 représente le gain de compaction  $\Delta\rho$  en fonction du temps pour  $f_{min} = 300$  N et  $f_{min} = 100$  N. On remarque qu'un recul plus important des bourroirs implique un gain de compaction plus élevé. À la fin du serrage,  $\Delta\rho \simeq 2\%$  si  $f_{min} = 100$  N alors  $\Delta\rho \simeq 2,5\%$  si  $f_{min} = 300$  N. Ces calculs confirment que l'essentiel de la compaction se réalise durant la phase d'extension du système. Une extension ( $\Delta x_{max}$ ) élevée implique une meilleure compaction du système. Cependant, et comme nous l'avons déjà souligné plus haut, avec la compaction du système, le nombre de contacts entre la structure et le blochet diminue. La figure 2.53 montre l'évolution du nombre  $N_c$  de contacts entre le et le blochet en fonction du temps. Globalement,  $N_c$  diminue en fonction du nombre de cycle de serrage ;  $N_c$  diminue d'autant plus que le recul est important. En fin de serrage,  $N_c \simeq 30$  pour une force minimale  $f_{min} = 300$  alors que  $N_c \simeq 40$  pour une force minimale  $f_{min} = 100$ .

## 2.7. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons rappelé les principales caractéristiques techniques et industrielles du procédé de bourrage du ballast ferroviaire. Puis nous avons proposé une manière de modéliser ce procédé en considérant chaque élément : les grains, le blochet et les bourroirs comme des éléments distincts en contact dans une configuration ferroviaire à l'échelle 1. Les grains sont modélisés par des polyèdres de granulométrie et de formes calquées sur celles du ballast. L'objectif était de modéliser le procédé de bourrage de la manière la plus réaliste possible. Nous avons ainsi simulé les phases de pénétration, de serrage et de retrait, avec un blochet et huit bourroirs. Nous avons analysé la dynamique de chacune des étapes du procédé pour différentes valeurs des paramètres et nous nous sommes intéressés plus particulièrement à l'évolution du ballast situé sous le blochet car c'est de lui que dépendra en grande partie la résistance future de la voie.

Nous avons montré que durant la phase de pénétration des bourroirs dans le ballast, des efforts importants sont mis en jeu. Dans ce cas, plus la vitesse de pénétration est grande et moins le système se compacte. Une observation systématique est que la majeure partie du gain de compaction pendant le bourrage est due à la phase d'enfoncement. En particulier, plus la fréquence sera élevée et plus le gain de compaction le sera également (pour 50 Hz,  $\Delta\rho \simeq 0,25$  et pour 5 Hz,  $\Delta\rho \simeq 0,2$ ). Durant cette phase, le nombre de contacts entre le blochet et la structure peut atteindre 60 quelle que soit la fréquence. C'est également dans cette phase, que ce nombre augmente de manière conséquente. La structure granulaire réagit à l'intrusion des bourroirs par la formation de chaînes de forces particulièrement fortes dans la zone située sous les bourroirs. Cette force de réaction est fluctuante et implique des blocages et déblocages successifs des grains situés exactement sous les bourroirs et formant ainsi des chaînes d'efforts. L'intensité de ces efforts de réaction est très variable et ce quelle que soit la fréquence. Nous avons vu aussi que le nombre de ces chaînes d'efforts diminue avec la fréquence. Une analyse des anisotropies des contacts et des efforts sous le blochet ne révèle pas de différences majeures suivant la fréquence employée. Dans tous les cas, une nette diminution des anisotropies des forces dans le plan verticale est observée. Ces résultats suggèrent qu'utiliser des fréquences de vibration plus élevées dans la phase d'enfoncement doit faciliter l'enfoncement des bourroirs et permet d'obtenir un fort gain de compaction en comparaison à des fréquences plus basses. Combinée à cela, la vitesse d'enfoncement influence de manière nette le gain de compaction durant cette phase ; à fréquence égale, une vitesse plus faible induit un meilleur gain de compaction.

Durant la phase de serrage, une force harmonique est employée afin de simuler le serrage et sa vibration. Différentes valeurs de la force ainsi que différentes fréquences de vibrations ont été utilisées. On a montré que le déplacement des bourroirs comporte plusieurs phases. La première phase qui correspond à une avancée brutale due à l'état d'agitation des grains suite à l'enfoncement des bourroirs. La suite du mouvement est composée des cycles suivants : blocage (les bourroirs ne bougent pas), extension (les bourroirs reculent) et contraction (les bourroirs avancent). Ce cycle définit une amplitude de vibration  $\Delta x_{max}$  qui reste globalement constante de cycles en cycles. Dans le cas où la force de recul des bourroirs ( $f_{min}$ ) est faible,  $\Delta x_{max}$  varie comme l'inverse du carré de la fréquence. La compaction du matériau sous le blochet se produit durant la phase d'extension (recul des bourroirs). Ainsi, l'amplitude  $\Delta x_{max}$  des vibrations conditionne la compaction du ballast : à fréquence égale, une amplitude  $\Delta x_{max}$  plus grande induit une compaction plus grande. Dans cette phase, on définit alors un taux de compaction qui semble être maximal pour des fréquences faibles (<10 Hz). On a montré également que durant cette phase le nombre de contacts entre le ballast et le blochet diminue avec le nombre de cycles. Ces résultats suggèrent qu'il semble que l'amplitude des vibrations des bourroirs soit un facteur plus important, pour

la compaction, que la vibration en elle-même. Donc, il est donc possible de diminuer la fréquence tout en augmentant l'amplitude (recul des bourroirs) pour obtenir une meilleure compaction.

Le retrait des bourroirs implique de fortes expulsions de matière granulaire, ce qui entraîne des « trous » dans la structure autour des blochets. La compacité sous le blochet augmente alors légèrement, mais le nombre de contacts avec le blochet diminue en raison de l'étalement du matériau placé sous le blochet vers les cavités laissées par le retrait. Cette chute du nombre de contact entre le blochet et le ballast est d'autant plus importante que la fréquence est importante. En effet, avec des fréquences faibles lors du retrait des bourroirs, le « moule » granulaire confectionné lors du serrage sera moins agité et donc moins fluide que si les fréquences sont fortes.

Une des conséquences du bourrage, est de laisser le ballast sous le blochet dans un état de contrainte différent de son état initial. La contrainte de cisaillement dans la direction du serrage se trouve être supérieure à celle dans la direction latérale. Du point de vue de la microstructure, la différence majeure entre l'état initial (avant bourrage) et l'état final (après bourrage) est la chute de l'anisotropie des forces normales qui, nous l'avons dit plus haut, est une conséquence de l'enfoncement des bourroirs.

Les tendances énumérées ici doivent bien évidemment faire l'objet d'une étude paramétrique et statistique complète, en considérant plusieurs configurations indépendantes avec une gamme de paramètres plus large, dans le but d'affirmer, d'infirmer ou d'affiner les observations qui sont faites plus haut. En particulier, une question qui reste toujours en suspens est la « qualité du bourrage », c'est-à-dire la résistance future de la voie vis-à-vis du tassement. Rappelons que les calculs effectués sont des calculs lourds, à la fois en temps de calcul et en gestion de données. Simuler avec précision un cycle complet de bourrage, nécessite presque trois semaines de calcul sur une machine de type Xserve G5. Pour ce qui concerne l'analyse et l'interprétation des données, la difficulté majeure vient des inhomogénéités et des gradients liés à la géométrie et aux conditions aux limites particulières de la voie. Pour cette raison, afin d'accéder à la physique du problème, aussi bien à l'échelle microscopique qu'à l'échelle de la structure, des simplifications sont nécessaires. Par exemple, l'analyse de la rhéologie d'un système granulaire confiné par une force harmonique horizontale doit nous permettre de décrire plus finement la dynamique qui s'opère lors du serrage du ballast. Il en est de même de la phase d'enfoncement qui soulève la question du déplacement d'un intrus dans un milieu granulaire. Par ailleurs, une étude dédiée à la rhéologie quasi-statique du ballast s'impose puisque le procédé très dynamique de bourrage intervient sur du ballast qui se trouve initialement dans un état statique. Dans ce contexte, la forme polyédrique des grains joue un rôle dans le tassement du ballast et dans l'optimisation du procédé de bourrage encore mal identifié.

Pour ces raisons, les chapitres 3 et 4 proposent un ensemble d'études numériques et d'analyses qui permettent de poser les bases d'une meilleure compréhension physique du comportement du ballast et du procédé de bourrage. Nous reviendrons ensuite, dans le chapitre 5, sur le procédé de bourrage.

# Rhéologie quasi-statique et effet de forme

## Sommaire

---

<b>3.1. Introduction</b>	<b>88</b>
<b>3.2. Un système 2D de pentagones</b>	<b>88</b>
3.2.1. Paramètres numériques	89
3.2.2. Comportement mécanique global	90
3.2.3. Textures	92
3.2.4. Transmission des efforts	94
3.2.5. Contacts simples et contacts doubles	101
3.2.6. Résumé	105
<b>3.3. Un système 3D à grains polyédriques</b>	<b>106</b>
3.3.1. Paramètres numériques	106
3.3.2. Comportement mécanique global	107
3.3.3. Connectivité des particules	110
3.3.4. Relation Contrainte - Texture	112
3.3.5. Distribution des forces	118
3.3.6. Contacts simples, doubles et triples	119
<b>3.4. Conclusion</b>	<b>124</b>

---

### 3.1. Introduction

« **D**E manière générale, la caractérisation des matériaux employés dans des procédés industriels est une étape indispensable pour une meilleure maîtrise du procédé. Les propriétés macroscopiques et microscopiques des matériaux granulaires ont été pour la plupart étudiées dans le cas où les particules étaient isométriques simples (disques ou sphères). Néanmoins, on sait pertinemment que dans de nombreux domaines de recherches ou d'applications, les particules ne sont jamais si « parfaites » ; le ballast en est un bel exemple. De telles particules peuvent avoir des formes très variées et induire ainsi des modes de structurations modifiant le comportement macroscopique global d'un système granulaire. Par exemple, la présence des contacts face-face, affecte naturellement la microstructure et le comportement global dans le cas de particules facettées. Ces contacts ne transmettent pas de couples, mais ils peuvent former de longues lignes de force qui sont habituellement instables dans un empilement de disques.

Nous présentons dans ce chapitre une étude détaillée du comportement d'un matériau granulaire composé de grains facettés avec des conditions aux limites homogènes. Ce chapitre comporte 2 grandes sections. Une première section est consacrée à des simulations 2D avec un système à grains pentagonaux réguliers qui sera comparé à un assemblage similaire mais composé de disques. La seconde section concerne des polyèdres irréguliers respectant la granulométrie du ballast. De même que dans le cas 2D, l'effet de la forme des particules sera mis en avant en comparant un tel système à un système en tout point identique à ceci près qu'il sera formé de particules sphériques. L'ensemble des analyses présentées dans ce chapitre permettront de proposer une caractérisation précise du matériau ballast. Nous allons notamment nous intéresser aux différents types de contacts et leurs rôles dans la transmission des efforts, l'anisotropie du réseau des contacts et des forces, ainsi que le lien avec la résistance au cisaillement et la dilatance.

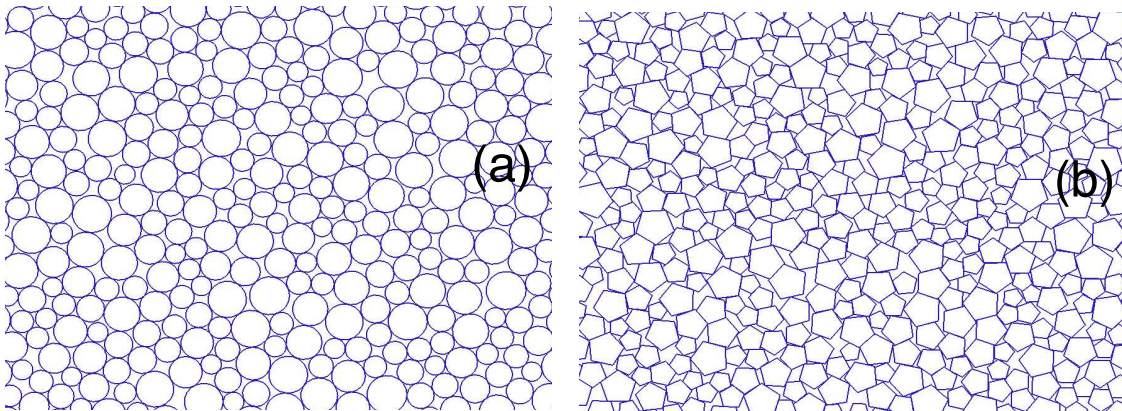
### 3.2. Un système 2D de pentagones

« **P**OUR tenir compte de la forme des particules dans la description du comportement ou de la microstructure des milieux granulaires, de nombreux paramètres morphologiques peuvent être introduits. Dans le cas de particules polygonaux régulières en 2D, le seul paramètre de forme est le nombre de côtés (en plus du diamètre). En revanche, dans le cas de particules polygonaux irrégulières en plus du nombre de côtés, il est nécessaire de rendre compte de la position des sommets dans un repère attaché à chaque particule. En mécanique des sols, l'angularité et/ou la « rondeur » des particules sont des paramètres classiquement utilisés pour décrire la forme des particules [72]. En ce qui concerne la transmission des forces, au moins deux paramètres de forme sont nécessaires : 1) l'anisotropie des particules (anisométrie) laquelle contribue à l'anisotropie générale de la transmission des efforts [85] ; 2) la « facettisation » des particules qui influence le type de contacts : face-face, face-arête et face-sommet, et qui permet de former des structures en colonnes plus rigides que dans le cas des disques ou des sphères.

Dans cette section nous considérons une forme très simple de particules : pentagone régulier. En effet, si on exclut les triangles et les carrés (avec un remplissage pathologique de l'espace), le pentagone est le polygone régulier le plus angulaire et le plus éloigné du disque. Nous allons étudier le comportement des systèmes composés de pentagones réguliers avec une granulométrie variable dans le but d'isoler l'effet des contacts côté-côté, en comparant les résultats à ceux obtenus pour un assemblage constitué de particules circulaires qui est identique en tous points (préparation, coefficients de frottement, distribution des rayons) au système de pentagones. Les deux systèmes sont soumis à une compression biaxiale.

### 3.2.1. Paramètres numériques

On prépare deux échantillons numériques distincts. Le premier échantillon, appelé S1, se compose de 14 400 pentagones réguliers de trois diamètres différents : 50% de diamètre égal à 2,5 cm, 34% de diamètre égal à 3,75 cm, et 16% de diamètre égal à 5 cm. Le deuxième échantillon, appelé S2, se compose de 10 000 disques avec la même polydispersité que S1. Les deux échantillons ont été préparés selon le même protocole que nous avons présenté dans le chapitre 2. Les échantillons préparés sont ensuite soumis à une compaction isotrope sous un effort constant de  $\sigma_0 = 10^4$  Pa appliqué sur la paroi supérieure et la paroi de droite. La gravité est fixée à 0 pour toutes les simulations afin d'éviter les gradients de forces dans les échantillons. Le coefficient de frottement est fixé à 0,4 entre les grains et à 0 avec les parois. A l'équilibre, les deux échantillons numériques sont dans un état isotrope en effort et en directions de contacts. La compacité initiale est de  $\phi_0 = 0.80$  pour S1 et  $\phi_0 = 0.82$  pour S2. En effet, il est plus difficile d'obtenir un système compact avec des pentagones qu'avec des disques, car avec des particules angulaires il peut se former plus de grands pores (vides) qu'avec des particules arrondies. L'allongement des deux systèmes est  $h/l \approx 2$ , où  $h$  et  $l$  sont la hauteur et largeur de l'échantillon, respectivement. La figure 3.1 montre une représentation (zoom) des deux systèmes à la fin de la compression isotrope.



**Figure 3.1:** Représentation d'une portion de l'échantillon S2 (a) et S1 (b) composés de disques et de pentagones respectivement.

Les échantillons isotropes ainsi préparés sont ensuite soumis à une compression verticale en imposant un déplacement à vitesse constante de 1 cm/s de la paroi supérieure et en imposant un effort de confinement  $\sigma_0$  sur les parois latérales, la paroi de base étant immobile. Les simulations sont menées jusqu'à obtenir une déformation verticale de 20 %. Le pas de temps est de  $5 \cdot 10^{-4}$  s. Le temps « CPU » est de  $7 \cdot 10^{-4}$  s pour S1 et  $5 \cdot 10^{-4}$  s pour S2 par particule et par pas de temps sur un serveur de type Apple G5. Puisque nous nous intéressons au comportement quasi-statique, le taux de déformation doit être assez faible pour que l'énergie cinétique induite par la déformation soit négligeable comparée à la pression statique. En d'autres termes, le paramètre d'inertie «  $I$  » [42] que nous avons défini dans le chapitre 1 doit être petit devant 1 :

$$I = \dot{\varepsilon} \sqrt{\frac{m}{p}} \ll 1, \quad (3.1)$$

où  $\dot{\varepsilon} = \dot{y}/y$  est le taux de déformation verticale,  $m$  la masse totale, et  $p$  la pression moyenne. Dans nos simulations,  $I$  est inférieur à  $10^{-3}$ .



### 3.2.2. Comportement mécanique global

On se propose ici d'analyser et de comparer l'évolution macroscopique des deux matériaux. Les deux grandeurs macroscopiques qui nous intéressent, sont la dilataance et la résistance au cisaillement. En général, l'évolution de la dilataance permet de mettre en évidence les phases de compaction et de décompaction durant la déformation, alors que la courbe contrainte-déformation du matériau croît jusqu'à une valeur seuil puis se stabilise autour d'une valeur critique [72]. Ces deux grandeurs peuvent dépendre de la forme des particules.

Rappelons d'abord la définition du tenseur de contrainte (voir chapitre 1). Il faut dans un premier temps considérer le moment tensoriel  $M^i$  pour chaque particule  $i$  défini par [75, 119] :

$$M_{\alpha\beta}^i = \sum_{c \in i} f_{\alpha}^c r_{\beta}^c, \quad (3.2)$$

où  $f_{\alpha}^c$  est la composante de la force exercée sur la particule  $i$  suivant  $\alpha$  et  $r_{\beta}^c$  est la composante  $\beta$  du vecteur position sur le même contact  $c$ . La sommation est effectuée sur toutes les particules en contacts avec la particule  $i$ . Comme ici  $I \ll 1$ , nous pouvons négliger les effets inertiels. On montre alors que le moment tensoriel sur tout le volume considéré est égal à la somme des moments tensoriels de toutes les particules. Le tenseur de contrainte  $\sigma$  sur un volume  $V$  est alors donné par la relation suivante :

$$\sigma = \frac{1}{V} \sum_{i \in V} M^i, \quad (3.3)$$

La pression moyenne est donnée par  $p = (\sigma_1 + \sigma_2)/2$  et la contrainte déviatorique moyenne par  $q = (\sigma_1 - \sigma_2)/2$ , avec  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  les valeurs propres du tenseur  $\sigma$ . Le rapport  $q/p$  est le déviateur normalisé des contraintes et il caractérise l'état moyen des contraintes dans le matériau.

Les paramètres de déformations sont : les déformations verticales, horizontales et volumétriques,  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  et  $\varepsilon_p$ , respectivement. Par définition, nous avons :

$$\varepsilon_1 = \int_{h_0}^h \frac{dh'}{h'} = \ln \left( 1 + \frac{\Delta h}{h_0} \right), \quad (3.4)$$

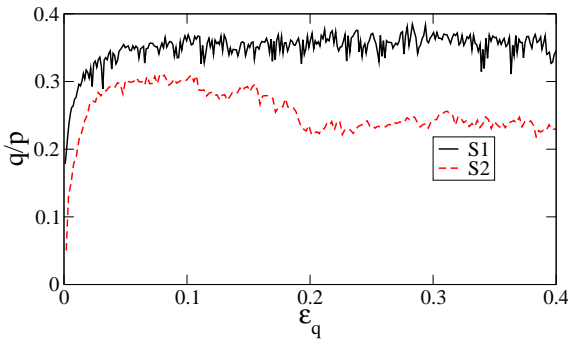
$$\varepsilon_2 = \int_{l_0}^l \frac{dl'}{l'} = \ln \left( 1 + \frac{\Delta l}{l_0} \right), \quad (3.5)$$

$$\varepsilon_p = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \int_{V_0}^V \frac{dV'}{V'} = \ln \left( 1 + \frac{\Delta V}{V_0} \right), \quad (3.6)$$

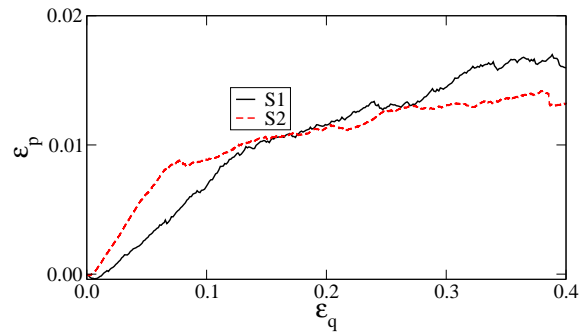
où  $h_0$  est la hauteur initiale et  $\Delta h = h_0 - h$  le déplacement total de la paroi supérieur,  $l_0$  est la largeur initiale de la boîte et  $\Delta l = l - l_0$  la variation de largeur, et  $V_0$  est le volume initial et  $\Delta V = V - V_0$  la variation de volume. La déformation de cisaillement  $\varepsilon_q$  est donnée par :

$$\varepsilon_q \equiv \varepsilon_1 - \varepsilon_2. \quad (3.7)$$

La figure 3.2 montre l'évolution de la contrainte déviatorique normalisée  $q/p$ , pour les systèmes S1 et S2, en fonction de la déformation cumulée globale  $\varepsilon_q$ . Pour S2 (disques), nous observons un comportement classique caractérisé par une résistance croissante durant les premiers instants de la déformation,



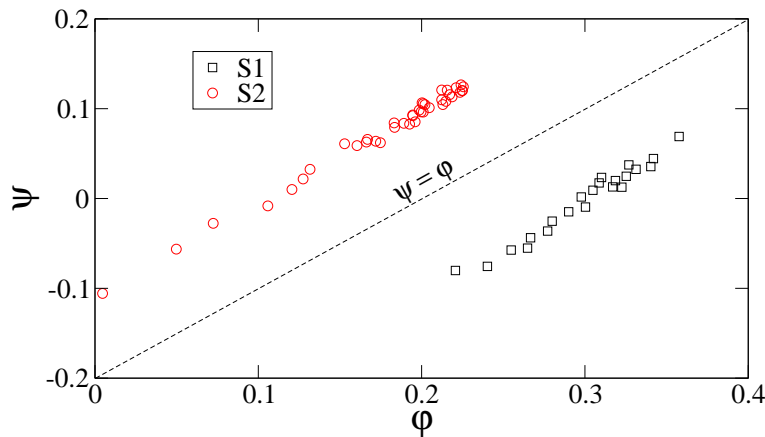
**Figure 3.2:** Évolution du déviateur de contrainte normalisé ( $q/p$ ) en fonction de la déformation cumulée globale  $\varepsilon_q$  pour S1 et S2.



**Figure 3.3:** Évolution de la dilataance  $\varepsilon_p$  en fonction de la déformation cumulée globale  $\varepsilon_q$  pour S1 et S2.

suivi par un léger adoucissement vers un plateau d'effort qui correspond à ce que l'on nomme « l'état résiduel » où « l'état critique » propre à un matériau granulaire [72]. Pour S1 (pentagones), nous n'observons aucun pic d'effort marqué. L'état résiduel est plus haut pour les polygones ( $\simeq 0.35$ ) que pour les disques ( $\simeq 0.28$ ). Ceci signifie que le système de pentagones a un angle de frottement interne  $\varphi = \arcsin q/p$  plus élevé.

La figure 3.3 montre l'évolution de la dilataance  $\varepsilon_p$  en fonction de  $\varepsilon_q$  pour les pentagones et pour les disques. Les deux échantillons se dilatent et tendent vers un volume constant à grandes déformations ( $\dot{\varepsilon}_p \sim 0$ ). Il est à noter que le système S1 de pentagones se dilate moins que le système S2 de disques dans les premiers instants de la déformation. Néanmoins, ce comportement est inversé à de plus grandes déformations, et on observe que les courbes de dilataance se croisent même dès le début de l'état critique observé sur la figure 3.2. La déformation volumique peut également être exprimée en termes d'angle de dilataance  $\psi = \arcsin \varepsilon_p / \varepsilon_q$  défini par [131] : L'angle de dilataance est légèrement plus élevé pour le système de pentagones que pour le système de disques. La variation de  $\psi$  en fonction de  $\varphi$ , appelée



**Figure 3.4:** Courbe « contrainte-dilataance » liant l'angle de frottement interne  $\varphi$  à l'angle de dilataance  $\psi$ , pour les systèmes S1 et S2.

courbe de « contrainte-dilataance » dans la littérature [131, 96] est représentée sur la figure 3.4 pour les

disques et pour les polygones. Les deux droites sont presque parallèles à la droite  $\varphi = \psi$  :

$$\varphi \simeq \varphi_0 + \psi. \quad (3.8)$$

La constante  $\varphi_0$  représente l'angle de frottement dans le cas où il n'y a pas de dilatance. Nous avons  $\varphi_0 \simeq 0.12$  pour les disques et  $\varphi_0 \simeq 0.3$  pour les pentagones. Cette observation remarquable, est en accord avec l'argument de Taylor basé sur les bilans d'énergie et récemment revisité dans le cas de matériau granulaires cohésifs [131, 96, 122]. Le niveau plus élevé de  $\varphi$  pour le système de pentagones reflète l'organisation microstructurale ainsi que la manière dont se transmettent les efforts suivant les formes de particules utilisées. Ce point est discuté plus en détail dans la section suivante.

### 3.2.3. Textures

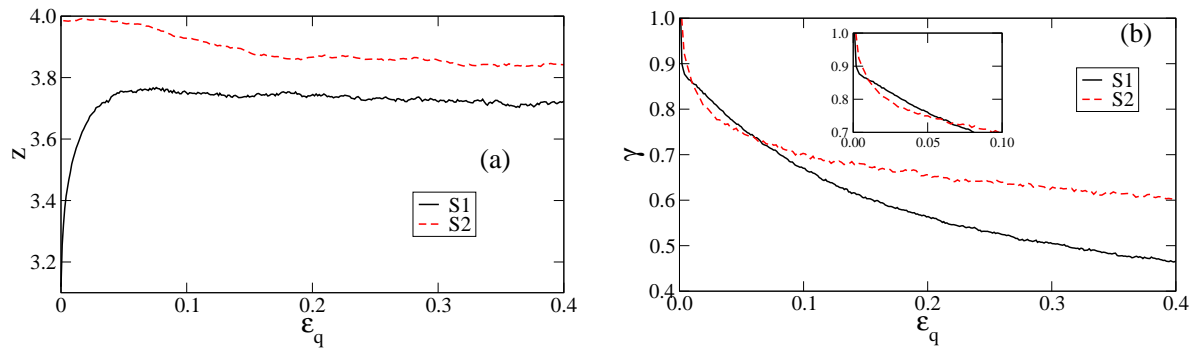
Le comportement macroscopique trouve son origine dans les arrangements microscopiques de la structure granulaire. En particulier, pour un assemblage de grains indéformables, la texture granulaire (c'est-à-dire l'organisation des particules, de leurs contacts et des forces dans l'espace) est fondamentalement dictée par la géométrie des grains (forme, granulométrie) ainsi que par les états d'équilibres des forces [125]. Divers descripteurs statistiques permettent de rendre compte de la texture. A l'ordre le plus bas, l'état de compacité peut être décrit soit par la compacité  $\rho$ , soit par le nombre de coordination  $z$  (nombre de voisins) des particules. Pour aller plus loin, la connectivité des particules peut être analysée en termes de probabilité  $P(c)$  des particules ayant exactement  $c$  contacts. A des ordres supérieurs, la texture peut être décrite par différents « tenseurs de fabrique » reflétant l'organisation de la texture en termes de contacts et de forces. Dans ce qui suit, nous introduisons ces descripteurs géométriques afin d'identifier la signature de l'effet de la forme de particules.

### Connectivité

La connectivité des particules est décrite à l'ordre le plus bas par le nombre de coordination  $z$  représentant le nombre moyen de voisins de contacts par particule. Il faut préciser que des particules peuvent être voisines à une autre sans pour autant transmettre de forces ni de moments. Ces contacts représentent 15% du nombre total des contacts pour S1 et 5% pour S2. Cette fraction élevée de contacts sans force dans le cas de S1 révèle les effets d'arches plus nombreux pour les pentagones. Nous considérons ici, les contacts « actifs », c'est-à-dire les contacts effectivement impliqués dans la transmission des efforts. Dans les études présentées ci-dessous, les contacts sans force seront donc exclus de la statistique.

La figure 3.5(a) montre l'évolution du nombre de coordination  $z$  pour le système S1 de pentagones et pour le système S2 de disques en fonction de la déformation  $\varepsilon_q$ . Le nombre de coordination tend dans les deux cas vers une valeur stationnaire qui est légèrement plus haute pour S2 ( $\simeq 3.85$ ) que pour S1 ( $\simeq 3.75$ ). Néanmoins, cette différence est beaucoup moins grande que dans la configuration initiale ( $\simeq 3.95$  pour S2 comparé à  $\simeq 3.20$  pour S1) préparée dans les mêmes conditions.

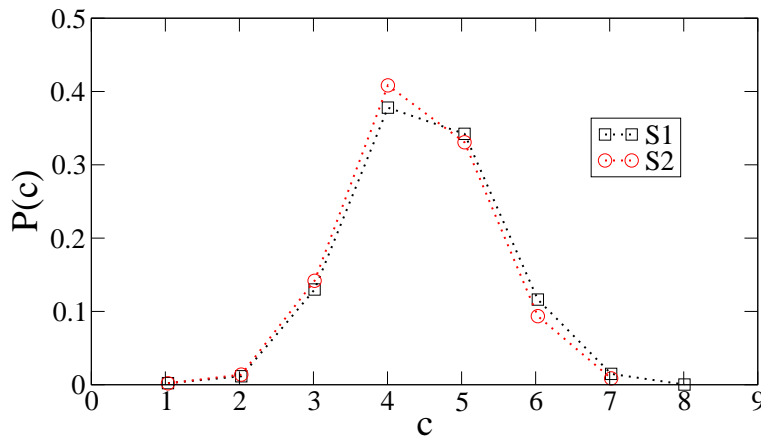
Il est intéressant également de comparer les deux échantillons en terme de « contacts persistants » ou, en terme de durée de « vie des contacts ». Par exemple, considérons une configuration de référence telle que l'état initial. Une liste complète de tous les contacts est établie. On définit alors  $\gamma$  comme étant la fraction des contacts persistants (« qui restent ») dans la liste suite à la déformation. Alors,  $\gamma$  diminue de 1 vers 0 en raison de la perte progressive des contacts par réarrangement des particules.



**Figure 3.5:** Évolution de nombre de coordination  $z$  (a) et du nombre de contact persistants  $\gamma$  en fonction de la déformation  $\varepsilon_q$ .

La figure 3.5(b) montre l'évolution de  $\gamma$  en fonction de  $\varepsilon_q$  pour S1 et S2. Nous constatons la décroissance de  $\gamma$ . Une première chute rapide est suivie d'une décroissance plus lente dans les deux échantillons. Le taux de perte des contacts est globalement plus élevé pour les pentagones que pour les disques. On remarque cependant que même pour une grande déformation d'environ  $\varepsilon_q = 0.4$ , la liste des contacts est renouvelée seulement à 50%.

Une comparaison plus poussée entre les deux systèmes S1 et S2, est possible en considérant la connectivité des particules. La figure 3.6 montre la probabilité  $P(c)$  d'avoir une particule avec exactement  $c$  contacts. On observe en particulier que les deux distributions sont quasiment identiques avec un pic pour  $c = 4$ . Par ailleurs, la probabilité de  $c = 5$  est plus grande que la probabilité de  $c = 3$ . Ces observations nous semblent indiquer que la connectivité des particules (en termes de  $z$ ,  $\gamma$  ou  $P(c)$ ) permettant de décrire la connectivité des particules dans les systèmes S1 et S2 n'est pas suffisamment discriminante et ne reflète pas l'effet de forme. Pour mettre en évidence cet effet, il est donc nécessaire de passer à un ordre plus élevé en considérant les tenseurs de fabrique et la transmission des efforts.



**Figure 3.6:** Représentation de la connectivité des particules pour S1 et S2. Le nombre sans dimension  $P(c)$  représente la probabilité d'avoir dans l'échantillon une particule ayant exactement  $c$  contacts.

## Anisotropie de contact

La résistance au cisaillement des matériaux granulaires secs est généralement attribuée à l'organisation en structures anisotropes des particules granulaires liées principalement à la forme des grains et au frottement entre les grains [84, 24, 99]. Plusieurs méthodes sont employées afin de mesurer l'anisotropie (structurale où de contact) dans les matériaux granulaires [109, 106, 83]. Dans le chapitre 1 nous avons introduit le tenseur de « fabrique » qui permet de caractériser l'anisotropie structurale du système. Ce tenseur est défini par [109] :

$$F_{\alpha\beta} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi n_\alpha(\theta)n_\beta(\theta)P_\theta(\theta)d\theta \equiv \frac{1}{N_c} \sum_{c \in V} n_\alpha^c n_\beta^c, \quad (3.9)$$

où  $\alpha$  et  $\beta$  désignent les composantes dans le repère de référence,  $N_c$  est le nombre total de contacts dans un volume  $V$ ,  $\mathbf{n}$  est le vecteur normal faisant un angle  $\theta$  par rapport à l'horizontale et  $P_\theta(\theta)$  est la densité de probabilité des orientations des normales aux contacts. Par définition,  $tr(\mathbf{F}) = 1$ . L'anisotropie  $a$  du réseau de contact est alors donnée par la différence des valeurs propres  $F_1$  et  $F_2$  :

$$a = 2(F_1 - F_2). \quad (3.10)$$

Pour un système de coordonnées fixes avec l'axe des ordonnées (axe  $x$ ) orienté suivant une direction  $\theta'$ , on peut définir également une anisotropie « signée »  $a'$  par :

$$a' = 2(F_1 - F_2) \cos 2(\theta_F - \theta'), \quad (3.11)$$

avec  $\theta_F$  la direction principale du tenseur de fabrique. Si  $\theta' = \theta_F$ , alors  $a' = a$ . L'anisotropie « signée » est en général utilisée lorsque la direction de l'anisotropie est non constante.

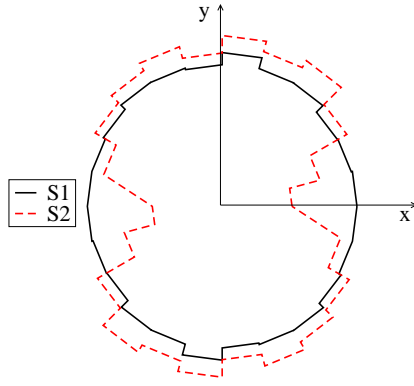
La figure 3.7 montre une représentation polaire de  $P_\theta(\theta)$  pour les échantillons S1 et S2 et pour une déformation  $\varepsilon_q = 0,3$ . Dans le cas du système composé de pentagones, on observe une distribution presque isotrope (en cercle) malgré la déformation alors que le système composé de disques présente une anisotropie marquée. Cette observation est d'autant plus étonnante que la résistance au cisaillement est clairement plus élevée dans le cas du système de pentagones ; figure 3.2. Cette observation est encore d'autant plus contre-intuitive du fait que les contacts doubles présents dans S1 « devraient » facilement permettre la formation de structures rigides hautement anisotrope.

La figure 3.8 montre l'évolution de l'anisotropie  $a'$  en fonction de la déformation  $\varepsilon_q$  pour S1 et S2. La direction privilégiée des contacts ( $\theta_F$ ) reste verticale dans les deux systèmes. Dans les deux cas, on observe une augmentation de  $a'$  de 0 (dû à la compression isotrope initiale) vers une valeur résiduelle maximale. Dans le cas des pentagones, l'anisotropie des contacts reste faible alors que dans le cas des disques elle peut monter jusqu'à presque 0,3 et descend vers une valeur légèrement plus basse dans l'état résiduel.

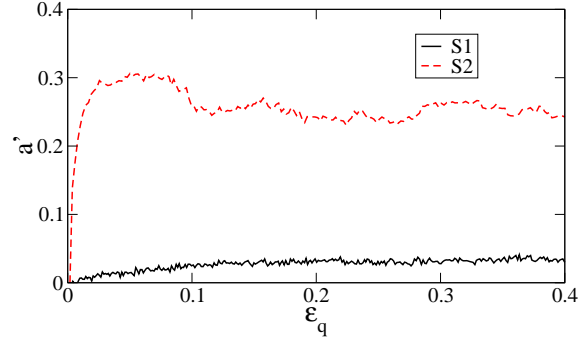
La raison pour laquelle l'anisotropie du réseau des contacts est très faible dans le cas des pentagones se trouve dans les exclusions stériques en présence des contacts simples et doubles. Dans la section suivante, nous allons montrer que la résistance au cisaillement plus élevée pour les pentagones est le résultat d'une forte anisotropie des forces aux contacts.

### 3.2.4. Transmission des efforts

La résistance au cisaillement supérieure d'un empilement de pentagones ne peut donc pas être expliquée par la seule organisation structurale des contacts. Il est donc nécessaire d'examiner également la



**Figure 3.7:** Représentation polaire de la densité de probabilité  $P_\theta$  des normales au contact de direction  $\theta$  pour les systèmes S1 et S2 dans l'état résiduel.



**Figure 3.8:** Évolution de l'anisotropie  $a'$  en fonction de la déformation  $\varepsilon_q$  pour les systèmes S1 et S2.

distribution des efforts et comparer les deux échantillons S1 et S2 au niveau de l'anisotropie et l'inhomogénéité des réseaux de forces.

### Anisotropie de force

La distribution angulaire des forces aux contacts dans un système granulaire peut être représentée par la force moyenne  $\langle \mathbf{f} \rangle(\mathbf{n})$  en fonction de la direction normale au contact  $\mathbf{n}$ . Nous distinguons la force moyenne normale  $\langle \mathbf{f}_n \rangle$  de la force moyenne tangentielle  $\langle \mathbf{f}_t \rangle$  définie par les équations suivantes [106] :

$$\begin{cases} \langle \mathbf{f}_n \rangle(\theta) = \frac{1}{N_c(\theta)} \sum_{c \in \mathcal{S}(\theta)} f_n^c, \\ \langle \mathbf{f}_t \rangle(\theta) = \frac{1}{N_c(\theta)} \sum_{c \in \mathcal{S}(\theta)} f_t^c, \end{cases} \quad (3.12)$$

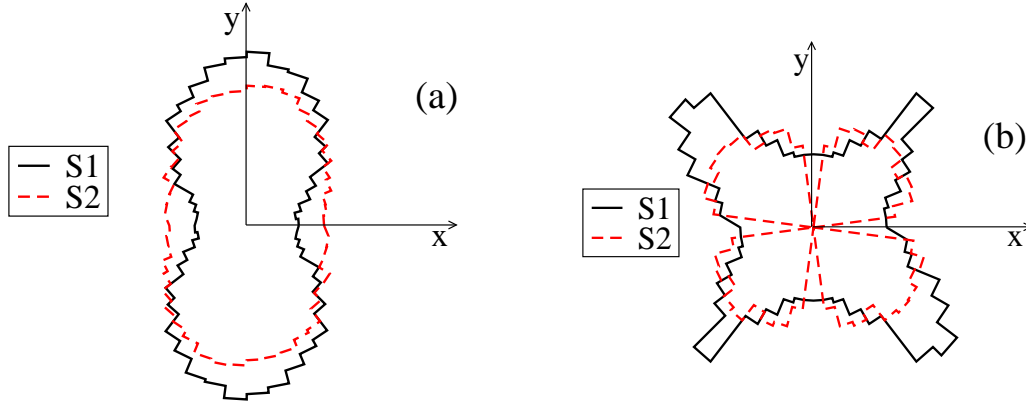
où  $f_n^c$  et  $f_t^c$  sont la force normale et la force tangentielle, respectivement, agissant au contact  $c$ ,  $\mathcal{S}(\theta)$  représente l'ensemble des contacts qui ont pour direction  $\theta \in [\theta - \Delta\theta/2, \theta + \Delta\theta/2]$  pour un incrément  $\Delta\theta$ , et  $N_c(\theta)$  est le nombre de contacts dans l'ensemble  $\mathcal{S}(\theta)$ . Ainsi, par définition, les deux fonctions  $\langle \mathbf{f}_n \rangle$  et  $\langle \mathbf{f}_t \rangle$  sont  $\pi$ -périodiques. Il est possible alors d'approcher ces deux fonctions par leur développement de Fourier à l'ordre 2 [106, 99] :

$$\begin{cases} \langle \mathbf{f}_n \rangle(\theta) = \langle \mathbf{f} \rangle \{1 + a_n \cos 2(\theta - \theta_n)\} \\ \langle \mathbf{f}_t \rangle(\theta) = \langle \mathbf{f} \rangle a_t \sin 2(\theta - \theta_t), \end{cases} \quad (3.13)$$

avec  $\langle \mathbf{f} \rangle$  la force moyenne,  $a_n$  et  $a_t$  représentent les anisotropies des forces normales et tangentielles, et  $\theta_n$  et  $\theta_t$  sont les directions privilégiées.

Sur la figure 3.9 les fonctions  $\langle \mathbf{f}_n \rangle(\theta)$  et  $\langle \mathbf{f}_t \rangle(\theta)$  sont représentées sous forme de diagramme polaire pour une déformation  $\varepsilon_q = 0,3$ . Dans les deux cas, le système S1 de pentagones et S2 de disques présentent une forte anisotropie de force qui est plus marquée dans le cas des pentagones. Ce genre de diagrammes peut être approché par des fonctions harmoniques ; équation 3.13 dont le but est d'estimer la valeur des l'anisotropies  $a_n$  et  $a_t$ . Afin d'évaluer  $a_n$  et  $a_t$ , il est possible de les extraire des deux tenseurs





**Figure 3.9:** Représentation polaire de la distribution angulaire des forces normales  $\langle f_n \rangle(\theta)$  (a) et tangentielle  $\langle f_t \rangle(\theta)$  (b) pour S1 et S2 dans l'état résiduel.

définis ci-dessous, que nous appellerons « tenseurs de force » :

$$\begin{cases} H_{\alpha\beta}^{(n)} &= \int_0^\pi \langle f_n \rangle(\theta) n_\alpha n_\beta d\theta, \\ H_{\alpha\beta}^{(t)} &= \int_0^\pi \langle f_t \rangle(\theta) t_\alpha n_\beta d\theta, \end{cases} \quad (3.14)$$

où,  $\mathbf{t}$  est le vecteur unitaire tangent. Nous avons  $tr(\mathbf{H}^{(n)}) = tr(\mathbf{H}^{(t)}) = \langle f \rangle$  et par identification avec l'équation 3.13 nous avons :

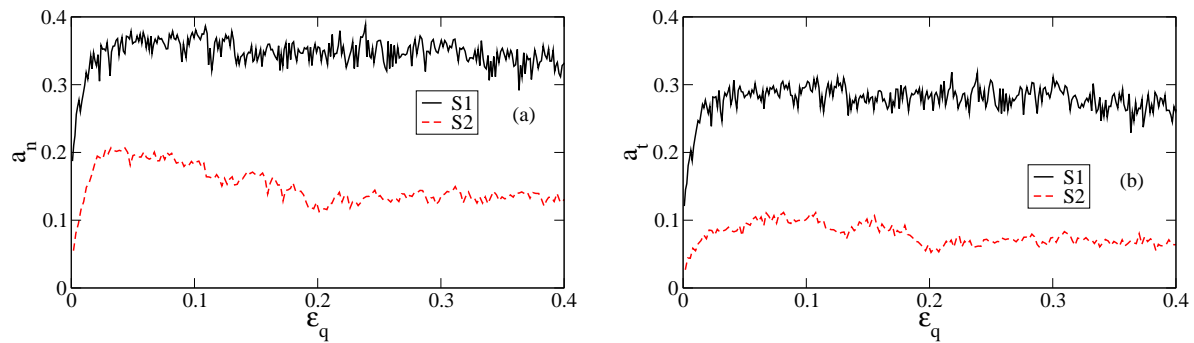
$$\begin{cases} a_n &= 2 \frac{H_1^{(n)} - H_2^{(n)}}{H_1^{(n)} + H_2^{(n)}}, \\ a_t &= 2 \frac{H_1^{(t)} - H_2^{(t)}}{H_1^{(n)} + H_2^{(n)}}, \end{cases} \quad (3.15)$$

avec  $H_1^{(n)}$  et  $H_2^{(n)}$  les valeurs propres du tenseur  $H_n$ , et  $H_1^{(t)}$  et  $H_2^{(t)}$  les valeurs propres du tenseur  $H_t$ .

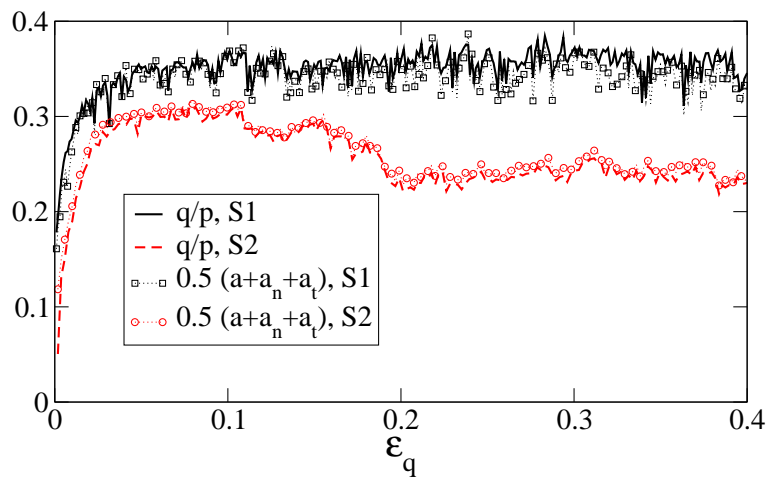
La figure 3.10 montre l'évolution des anisotropies  $a_n$  et  $a_t$  en fonction de la déformation  $\varepsilon_q$ . Contrairement à l'évolution de l'anisotropie structurale ; figure 3.8, l'anisotropie de force dans le système S1 de pentagones, reste toujours nettement supérieure à celle du système du système S2. Cela signifie qu'un système composé de pentagones est capable de développer de grandes chaînes de forces qui ne dépendent pas uniquement de l'anisotropie globale des orientations des contacts. Il faut remarquer que ces chaînes de forces apparaissent alors même que, en raison de la géométrie des pentagones, c'est-à-dire en l'absence de cotés parallèles, les contacts côté-côté (doubles) ne peuvent pas se structurer en colonnes. Pour cette raison, les chaînes de fortes forces sont la plupart du temps en zig-zag, comme on peut le voir sur la figure 3.12b. La stabilité de telles structures exige une activation importante des forces tangentielles. Ceci explique en partie la grande valeur de  $a_t$  (proche de celle de  $a_n$ ) pour les pentagones, alors que dans le cas des disques  $a_t$  est presque moitié moindre que  $a_n$ .

Les anisotropies  $a$ ,  $a_n$  et  $a_t$  sont des descripteurs d'autant plus pertinents pour un milieu granulaires qu'elles contrôlent directement la contrainte au cisaillement supportée par le milieu. En effet, d'après l'équation 1.22, le déviateur normalisé des contraintes s'écrit [106, 99] :

$$\frac{q}{p} \simeq \frac{1}{2}(a + a_n + a_t), \quad (3.16)$$



**Figure 3.10:** Évolution de l'anisotropie des forces normale  $a_n$  (a) et tangentielle  $a_t$  (b) en fonction de la déformation  $\epsilon_q$  pour les pentagones (S1) et pour les disques (S2).



**Figure 3.11:** Évolution du déviateur de contrainte  $q/p$  en fonction de la déformation pour les pentagones S1 et pour les disques S2. On représente également l'évolution de l'expression donnée par l'équation 3.16 pour les deux systèmes.

La figure 3.11 montre l'évolution de  $q/p$  en fonction de la déformation  $\varepsilon_q$  pour les systèmes S1 et S2, ainsi que l'expression donnée par l'équation 3.16. Remarquons d'abord que l'expression 3.16 constitue une excellente approximation à la fois pour les pentagones et pour les disques.

Une conséquence remarquable de cette prédiction est de mettre en évidence la différence entre les systèmes de pentagones et de disques en ce qui concerne les origines de la résistance macroscopique. En effet, c'est l'anisotropie de contact qui fournit la plus grande partie de la résistance macroscopique au système de disques, alors que dans le cas des pentagones, l'origine de la résistance se trouve dans les anisotropies des forces :

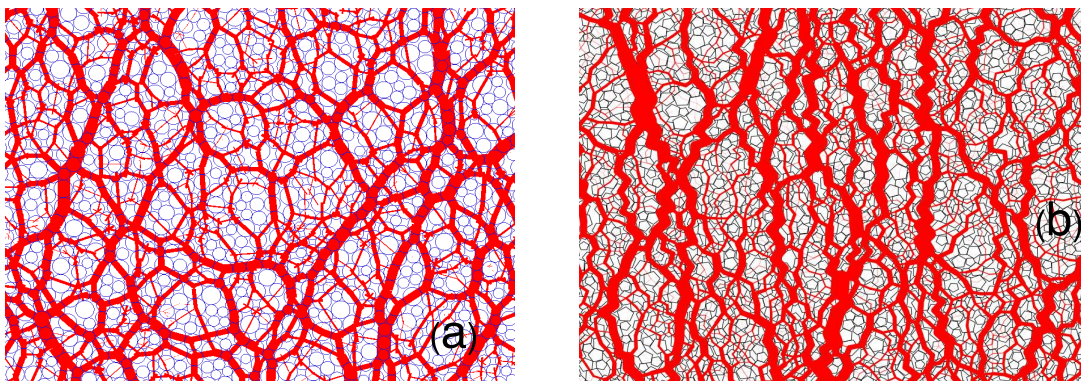
$$a_n(S2) < a_n(S1) \quad (3.17)$$

$$a(S2) > a(S1). \quad (3.18)$$

Ainsi, malgré une faible anisotropie de contact, la très grande valeur des anisotropies de force, permettent au système de pentagones d'atteindre une valeur de résistance  $q/p$  supérieure à celle d'un système de disques. Cette anisotropie plus élevée de forces, dans le cas des pentagones s'explique par la présence de contacts côté-côté qui sera analysée plus bas.

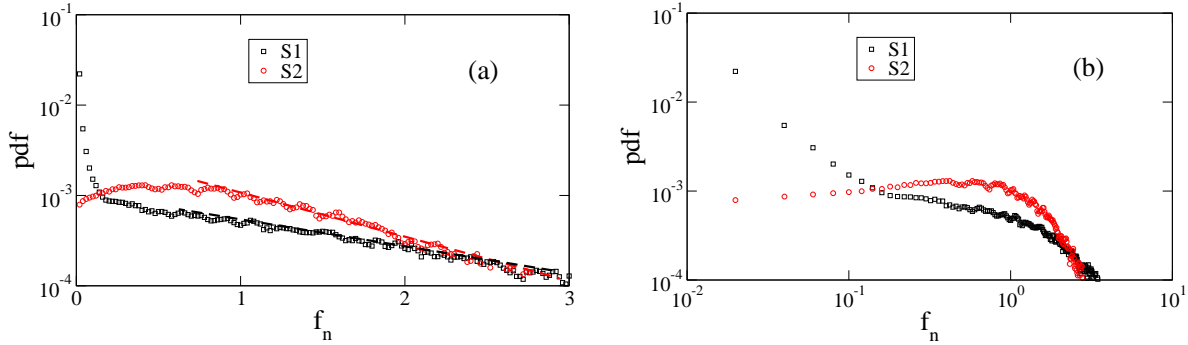
### Distributions des forces

La forte inhomogénéité des forces de contact est une particularité bien connue des milieux granulaires. Elle a été étudiée principalement pour des particules sphériques ou circulaires à la fois par expériences et simulations numériques [7, 61, 68, 78, 97, 64, 116, 17]. La fonction de densité de probabilité (pdf) des forces normales comporte deux aspects intéressants : 1) le pdf diminue comme une fonction presque exponentielle pour les forces supérieures à la force moyenne, 2) pour les forces inférieures à la force moyenne, le pdf est presque constant et ne semble tendre vers 0 aux faibles forces. Dans ce cas, plusieurs auteurs ont montré que la distribution des forces faibles est en partie liée à la microstructure du système. Cependant, une observation commune est qu'il y a un très grand nombre de forces qui transmettent des forces faibles, ce qui est une signature de l'effet d'arches. De ce point de vue, on peut penser que la forme angulaire des particules influencera de manière significative la distribution des forces faibles, à travers un effet d'arches plus marqué.



**Figure 3.12:** Carte des forces normales dans une portion de chacun des systèmes S1 de pentagones (b) et S2 de disques (a). L'épaisseur du trait est proportionnelle à la valeur de la force.

La figure 3.12 représente les forces normales dans une partie de chacun de nos systèmes S1 et S2 à la fin du cisaillement. Pour le système de pentagones, on observe une forte hétérogénéité et anisotropie très marquée des forces normales. Etant donné la forme pentagonale des particules, les chaînes de forces se présentent avec un aspect en zig-zag comportant essentiellement des contacts doubles. Par rapport à ce système de pentagones, le système de disques paraît moins anisotrope et plus homogène.



**Figure 3.13:** La distribution (pdf) des forces normales en échelle log-linéaire (a) et en échelle log-log (b) pour les systèmes S1 et S2.

Le pdf des forces est représenté sur la figure 3.13 en échelle log-linéaire et log-log pour une déformation  $\varepsilon_q = 0,3$ . Les forces sont normalisées par la force normale moyenne  $\langle f_n \rangle$ . Dans les deux systèmes S1 et S2, le nombre de forces fortes (supérieures à la force moyenne  $\langle f_n \rangle$ ) décroît de manière exponentielle :

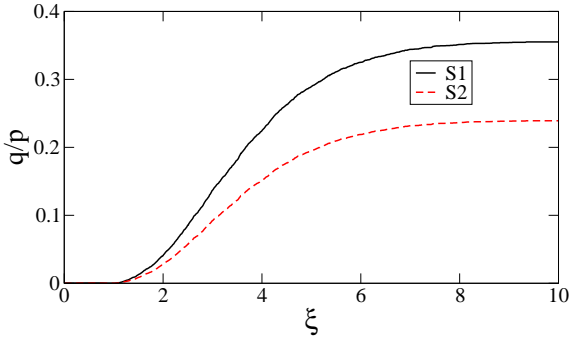
$$\begin{cases} P(f_n) \propto e^{-\alpha_1 f_n / \langle f_n \rangle} & \text{dans S1,} \\ P(f_n) \propto e^{-\alpha_2 f_n / \langle f_n \rangle} & \text{dans S2,} \end{cases} \quad (3.19)$$

avec  $\alpha_1 \simeq 0,74$  et  $\alpha_2 \simeq 1,4$ . La faible valeur de  $\alpha_1$  signifie que la distribution des efforts est plus étendue pour les pentagones que pour les disques. Comme on peut le constater, la distribution est presque uniforme pour les forces faibles ( $f_n < \langle f_n \rangle$ ) dans S2. Dans le système S1 de pentagones, on observe une distribution uniforme uniquement pour les forces comprises entre un dixième de la force moyenne est la force moyenne ( $0,1\langle f_n \rangle < f_n < \langle f_n \rangle$ ). Environ 30% des forces sont dans cet intervalle. On distingue une classe de contacts très faibles dans S1 ( $f_n < 0,1\langle f_n \rangle$ ) dont le nombre décroît plus rapidement qu'une loi puissance avec  $f_n$ . Environ 30% des contacts du réseau faible sont dans cette catégorie. La présence d'un grand nombre de « forces très faibles » dans S1 est une signature claire de l'effet d'arches présent dans le système. Comme nous le verrons dans la suite, ces arches peuvent être caractérisées par le rôle des contacts simples et doubles dans la transmission des efforts. Dans la section suivante, on montre comment ces réseaux de forces participent de manière complémentaire dans l'organisation structurale et dans la résistance globale du matériau.

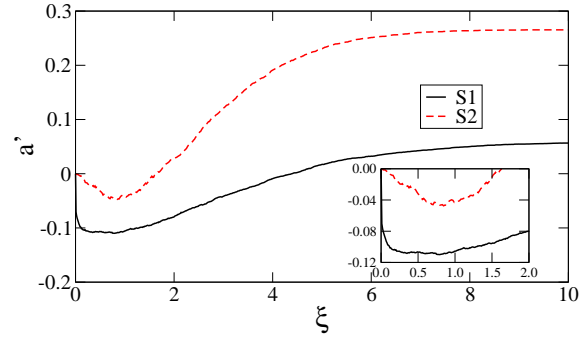
### Caractère bimodal des efforts

L'organisation fine des forces de contacts dans les milieux granulaires, impliquant chaînes d'effort, réseaux fort et faible, a été réellement montré pour la première fois par [98] au moyen de simulations numériques en dynamique des contacts pour des grains circulaires et sphériques. Cette analyse se fait en considérant le sous-réseau de contacts constitué uniquement de contacts portant une force inférieure à  $\xi\langle f_n \rangle$ , appelé «  $\xi$ -réseau ». Lorsque  $\xi$  varie de 0 à  $\infty$ , ce réseau s'élargit des forces les plus faibles vers tout le réseau de force en passant par la force moyenne. Le comportement de  $\xi$ -réseau (anisotropie,

déviateur des contraintes, etc...) en fonction  $\xi$ , permet de rendre compte de la corrélation qui existe entre les forces et la texture. Ici, nous appliquons cette approche aux systèmes S1 de pentagones et S2 de disques pour le calcul du rapport  $q(\xi)/p$  défini comme le déviateur de contrainte partiel  $q(\xi)$  du  $\xi$ -réseau normalisé par la pression moyenne totale  $p$ , mais également pour le calcul de l'anisotropie signée partielle  $a'(\xi)$  définie comme étant l'anisotropie signée du  $\xi$ -réseau.



**Figure 3.14:** Le déviateur de contrainte partiel  $q(\xi)/p$  en fonction du seuil  $\xi$  (normalisé par la force moyenne) pour les systèmes S1 et S2.

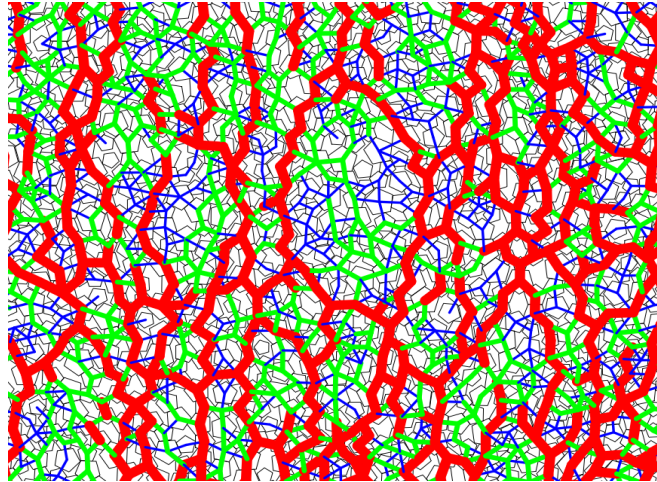


**Figure 3.15:** Évolution de l'anisotropie signée partielle  $a'(\xi)$  en fonction du seuil  $\xi$  (normalisé par la force moyenne) pour les systèmes S1 et S2.

La variation  $q(\xi)/p$  en fonction de  $\xi$  est représentée pour une déformation  $\varepsilon_q = 0,3$  sur la figure 3.14 et pour S1 et S2. Dans les deux systèmes, le déviateur de contrainte est quasiment nul pour  $\xi < 1$ , c'est-à-dire pour l'ensemble des contacts dont la force normale est inférieure à la force moyenne. Cela montre effectivement que l'effort de cisaillement est entièrement distribué dans le réseau fort de contacts  $\xi > 1$  pour les disques comme pour les pentagones. La figure 3.15 montre l'anisotropie signée  $a'(\xi)$  en fonction de  $\xi$  pour les systèmes de disques et de pentagones. On rappelle, par définition, une valeur positive de l'anisotropie signée correspond à la direction principale des efforts, alors qu'une anisotropie signée négative correspond à une direction orthogonale à la direction principale des contraintes. On observe que la direction de l'anisotropie est orthogonale à la direction principale des contraintes pour les forces faibles ( $\xi < 1$ ). Qui plus est, dans le système S1 de pentagones, cette anisotropie des forces faibles est beaucoup plus importante que dans le cas du système S2 de disques. Comme nous pouvons également le constater sur l'agrandissement montré sur la figure 3.15, cette différence plus importante est due essentiellement aux forces très faibles. Quand  $\xi$  augmente, c'est-à-dire que l'on tient compte de forces de plus en plus élevées, l'anisotropie devient de moins en moins négative jusqu'à devenir finalement positive quand  $\xi > 1$ , c'est-à-dire dès qu'on compte les contacts dont la force normale est supérieure à la force moyenne. Ces contacts forts représentent environ 40% de tous les contacts, mais leur contribution positive à  $a'$  compense fortement l'anisotropie négative des contacts faibles. Lorsque  $\xi$  est très grand, l'anisotropie partielle tend vers l'anisotropie globale de tout le système.

Cette procédure pour compter les contacts permet de mettre en avant le caractère bimodal de la transmission des efforts dans le système de disques mais également dans le système de pentagones, et ce malgré une géométrie au niveau des particules clairement différente. La force moyenne joue un rôle privilégié dans les deux cas en différenciant les contacts forts des contacts faibles. Cependant, le pdf ; figure 3.13, ainsi que l'anisotropie partielle des faibles forces ; figure 3.15 mettent en évidence l'existence d'une classe de contacts supportant des forces très faibles (à l'intérieur du réseau faible), correspondant approximativement à l'ensemble des forces telle que  $f_n < 0.1\langle f_n \rangle$ . Cette classe de force est fortement anisotrope avec comme direction privilégiée orthogonale à la direction principale des efforts. Sur la figure 3.16 on représente une carte des contacts dans une portion du système S1 de pentagones. De grandes





*Figure 3.16:* Carte du réseau de contact pour une déformation  $\varepsilon = 0,3$ . On représente en rouge les contacts du réseau fort, en vert les contacts du réseau faible et en bleu les contacts du réseau très faible.

« cellules » de contacts forts se composent de chaînes de contacts en zig-zag. L'anisotropie des contacts forts est reflétée dans la forme ovale que peut prendre de telles cellules, de direction la direction principale des contraintes. Les contacts faibles et très faibles, quant à eux, viennent apporter leur soutien à de telles structures. Dans la section suivante, l'attention se porte uniquement sur le système S1 de pentagones où nous analysons en détail la contribution des contacts simples (sommet-côté) et des contacts doubles (côté-côté) sur l'ensemble des paramètres macroscopiques et microscopiques du système.

### 3.2.5. Contacts simples et contacts doubles

Dans cette section, on se focalise sur les contributions des contacts simples et doubles. Les contacts doubles, c'est-à-dire les contacts côté-côté entre deux polygones, sont vraisemblablement supposés être à l'origine d'une résistance plus grande des polygones. Pour étudier cet aspect, nous allons considérer la proportion des contacts simples et doubles, ainsi que la contribution respective de chaque type de contact dans la distribution des efforts ou dans l'anisotropie.

L'expression générale ; équation 3.3, du tenseur de contrainte  $\sigma$  peut être décomposée de manière additive en deux parties reflétant la contribution des contacts simples et doubles :

$$\sigma = \sigma_s + \sigma_d, \quad (3.20)$$

ou  $\sigma_s$  est donné par l'équation 3.2 en ne comptant que les contacts simples, et  $\sigma_d$  en ne comptant que les contacts doubles. Les déviateurs,  $q_s$  et  $q_d$ , de ces deux tenseurs peuvent être calculés puis normalisés par la pression moyenne  $p$ . Avec cette normalisation, nous avons  $q/p = q_s/p + q_d/p$ . La figure 3.17 montre ces deux déviateurs en fonction de la déformation. On voit que  $q_d/p$  est toujours plus élevé que  $q_s/p$  et la différence augmente avec  $\varepsilon_q$ . Dans l'état critique,  $q_d \simeq 3q_s$ . En d'autres termes, l'essentiel de la contrainte de cisaillement est transmise par les contacts doubles.

La figure 3.18 représente les proportions  $k_s$  et  $k_d$  des contacts simples et doubles, respectivement, en fonction de  $\varepsilon_q$ . Sur la même figure sont tracées également les forces relatives moyennes supportées par

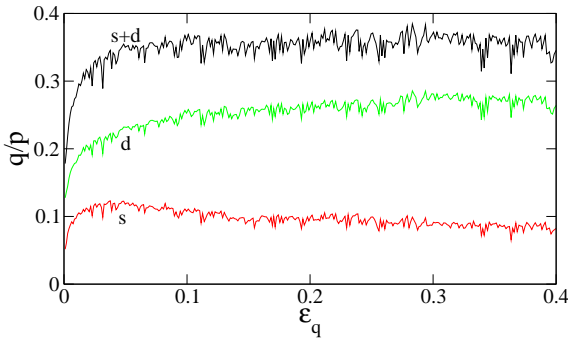


les contacts simples et doubles, définie par :

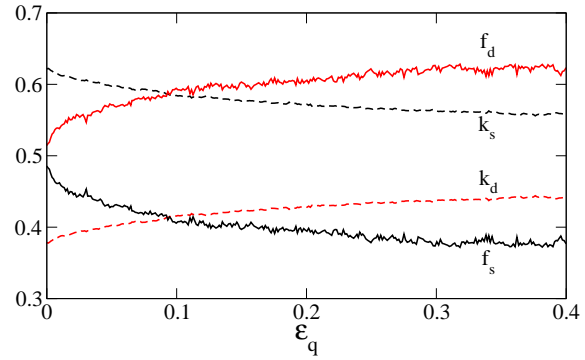
$$f_s = k_s \langle f_n \rangle_s / \langle f_n \rangle \quad (3.21)$$

$$f_d = k_d \langle f_n \rangle_d / \langle f_n \rangle \quad (3.22)$$

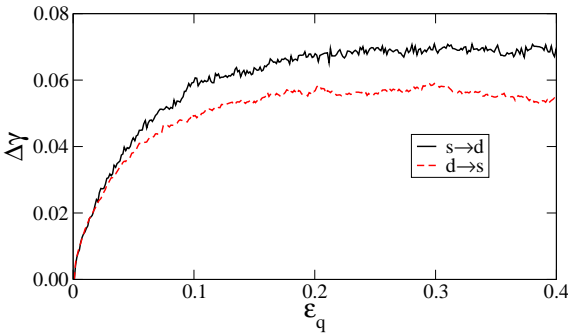
où  $\langle f_n \rangle_s$  et  $\langle f_n \rangle_d$  sont la force moyenne normale des contacts simples et doubles. On peut voir que  $k_d$  augmente avec la déformation mais reste nettement inférieur à  $k_s$ . D'autre part, dans l'état initial on a  $f_d = f_s = 0.5$  ce qui reflète bien l'état isotrope du système préparé par compaction isotrope. Cependant,  $f_d$  augmente avec la déformation jusqu'à presque 1,5 fois  $f_s$  ( $f_d \simeq 1.5 f_s$ ) dans l'état résiduel. Ceci signifie que l'effort de cisaillement important supporté par les contacts doubles dans l'état résiduel est dû en majeure partie aux efforts normaux transmis à ces mêmes contacts et ce malgré le faible nombre de contacts doubles.



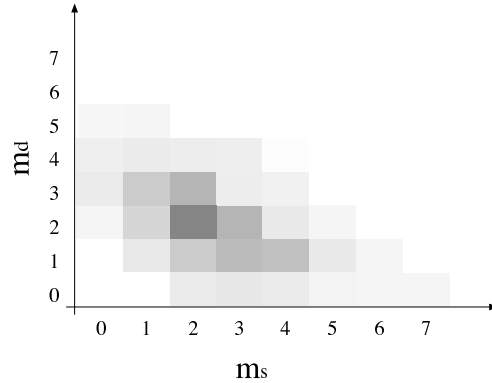
**Figure 3.17:** Le déviateur de contrainte  $q/p$  en fonction de la déformation, pour les contacts simples ( $s$ ), pour les contacts doubles ( $d$ ) et pour tous les contacts ( $s+d$ ).



**Figure 3.18:** Proportion des contacts simples  $k_s$  et doubles  $k_d$  ainsi que la force relative moyenne  $f_s$  et  $f_d$ ; équation 3.22, en fonction de la déformation  $\epsilon_q$ .



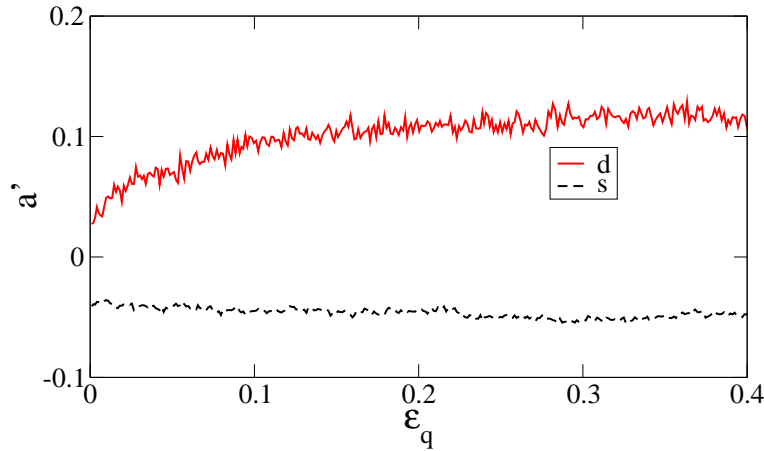
**Figure 3.19:** Représentation de l'évolution cumulée de la proportion des contacts simples qui deviennent doubles ( $s \rightarrow d$ ) et vice versa  $d \rightarrow s$ .



**Figure 3.20:** Carte de la connectivité des particules  $P(m_s, m_d)$ , en niveaux de gris, dans l'état résiduel.

La croissance du nombre de contacts doubles montrée sur la figure 3.18 représente une consolidation progressive de l'échantillon. La figure 3.19 montre les proportions  $\Delta\gamma_{s \rightarrow d}$  et  $\Delta\gamma_{d \rightarrow s}$  des contacts simples

se transformant en contacts double et vice-versa. On voit en effet que, la consolidation du système implique, en moyenne, une nette augmentation de la fraction des contacts doubles. Plus généralement, la connectivité du système S1 de pentagones, peut être représentée par la proportion  $P(m_s, m_d)$  des particules ayant exactement  $m_s$  contacts simples et  $m_d$  contacts doubles. La figure 3.20 montre une carte en niveau gris de  $P(m_s, m_d)$  dans l'état résiduel. La rangée  $m_d = 0$  correspond aux particules ayant seulement des contacts simples (presque 2% du nombre total des particules) tandis que la colonne  $m_s = 0$  représente les particules avec seulement des contacts doubles (presque 6%). En moyenne, une particule a plus de contacts simples que de contacts doubles mais le maximum se produit pour  $m_s = m_d = 2$ . Rappelons que, d'après la figure 3.18, une proportion  $k_s = 0.56$  des contacts sont simples.



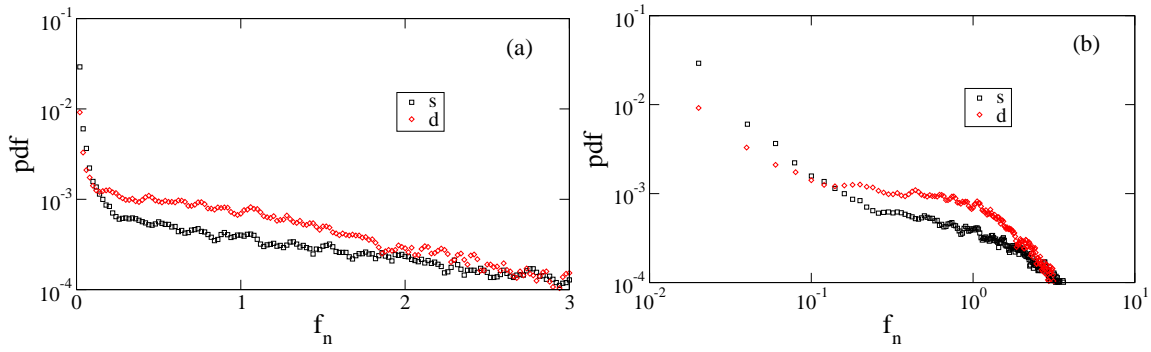
**Figure 3.21:** Anisotropie  $a'$  des contacts simples ( $s$ ) et des contacts doubles ( $d$ ) en fonction de la déformation cumulée globale  $\varepsilon_q$ .

On considère maintenant le tenseur de fabrique ; équation 3.9, mais décomposé de la même manière que le tenseur de contrainte ; équation 3.20 :

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_s + \mathbf{F}_d, \quad (3.23)$$

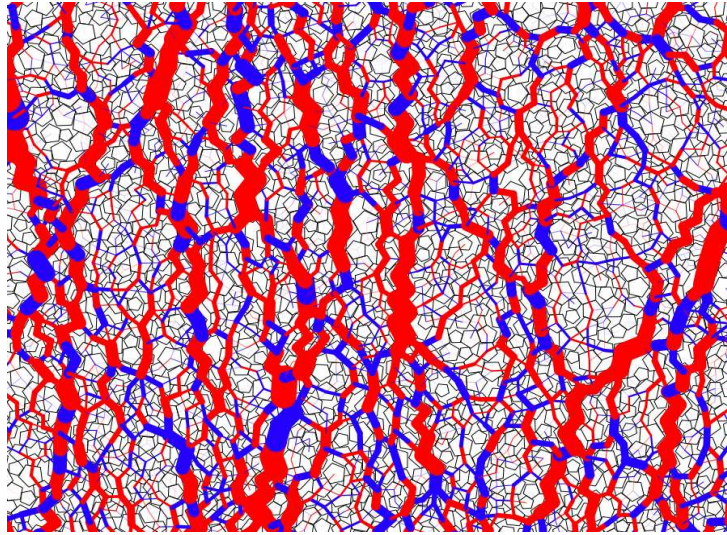
où  $\mathbf{F}_s$  et  $\mathbf{F}_d$  sont définis comme  $\mathbf{F}$  ; équation 3.9, en limitant simplement la sommation respectivement aux contacts simples et aux contacts doubles, et en divisant la somme par le nombre total de contacts  $N_c$ . Les anisotropies respectives  $a'_s$  et  $a'_d$  des contacts simples et doubles sont tracées sur la figure 3.21 en fonction de  $\varepsilon_q$ . L'observation intéressante ici est que les contacts simples ont une anisotropie négative qui, selon l'équation 3.11, signifie que les contacts simples sont en grande partie orientés perpendiculairement à la direction principale  $\theta_F$  du tenseur de fabrique. En d'autres termes, la plupart des contacts simples appartiennent au réseau faible. En revanche, les contacts doubles révèlent une augmentation positive de leur anisotropie qui est plus grande que l'anisotropie moyenne  $a$  calculée sur tout l'échantillon. Ceci est conforme au fait que les contacts doubles supportent un plus grand nombre de forces fortes et contribuent plus à l'effort de cisaillement que les contacts simples.

Les pdf des forces normales, pour les contacts simples et doubles, sont tracées sur la figure 3.22. Les deux types de contact sont impliqués dans les réseaux faibles et forts car les pdf ont la même forme. Néanmoins, la contribution des contacts simples est plus importante dans la gamme des forces très faibles. De nouveau, comme pour l'anisotropie, les contacts très faibles semblent être liés à la géométrie particulière des pentagones. Pour de grandes déformations, environ 32% de tous les contacts appartiennent au réseau de forces très faibles. Plus particulièrement, 25% des contacts simples du réseau faible sont dans le réseau



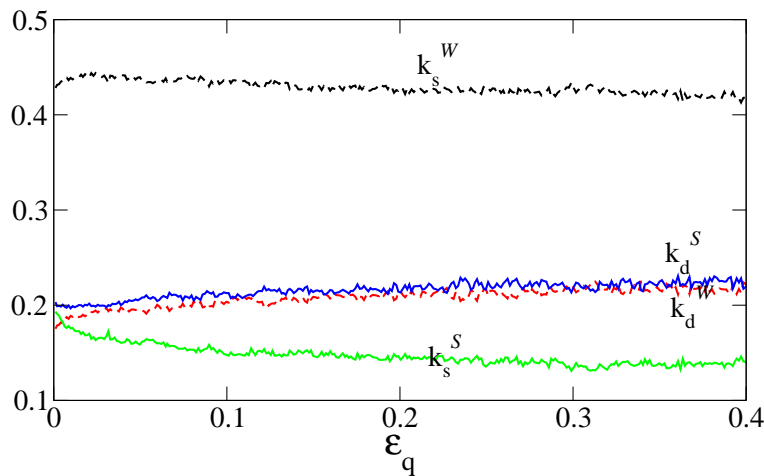
**Figure 3.22:** Densité de probabilité des forces normales aux contacts simples (s) et aux contacts doubles (d), pour le système de pentagones, en échelles log-linéaire (a) et log-log (b).

très faible contre 7% pour les contacts doubles. Un instantané du réseau de forces normales est montré sur la figure 3.23 où chaque ligne a une épaisseur proportionnelle à la force normale, avec différentes couleurs (ou niveaux gris) pour les contacts simples et doubles. Le dispositif remarquable de cette carte est le réseau des chaînes très fortes en zigzag composées la plupart du temps de contacts doubles et de temps en temps coupées par les contacts simples.



**Figure 3.23:** Carte du réseau de forces normales dans l'état résiduel, avec les contacts simples en bleu (gris clair) et les contacts doubles en rouge (noir).

Les proportions  $k_s^S$  et  $k_s^W$  des contacts simples (s), forts (S) et faibles (W), ainsi que les proportions  $k_d^S$  et  $k_d^W$  des contacts doubles, (d) forts (S) et faibles (W) sont tracées sur la figure 3.24 en fonction de  $\varepsilon_q$ . À l'état initial (état isotrope), la proportion  $k_d^S$  des contacts doubles du réseau fort ( $f_n > \langle f \rangle$ ) est presque identique à la proportion  $k_s^S$  des contacts simples du réseau fort, mais durant le cisaillement  $k_s^S$  diminue de sorte que  $k_s^S \simeq 0.5k_d^S$  dans l'état résiduel. Nous avons une situation inverse pour le réseau faible composé par deux fois plus de contacts simples que de contacts doubles, c'est-à-dire que  $k_s^W \simeq 2k_d^W$  dans l'état résiduel. Il est intéressant également de remarquer que la fraction du nombre de contacts faibles, c'est-à-dire  $k_s^W + k_d^W \simeq 0.56$  dans l'état résiduel est proche de la fraction du nombre de contacts faibles dans le cas du système S2 de disques (0.62).



**Figure 3.24:** Proportions  $k_s^S$  et  $k_s^W$  des contacts simples (s), fort (S) et faibles (W), ainsi que les proportions  $k_d^S$  and  $k_d^W$  des contacts doubles (d), fort (S) et faible (W), en fonction de la déformation cumulée globale  $\varepsilon_q$ .

### 3.2.6. Résumé

L'objectif de cette section était d'isoler l'effet de la forme des particules par rapport à la transmission des forces dans le cas d'un système granulaire simple de pentagones, comparé à un système de disques. Nous résumons ici les principaux résultats de cette étude :

1. Nous observons une grande résistance au cisaillement ainsi qu'une forte inhomogénéité des forces dans le système composé de pentagones.
2. Contre toute attente, le système de pentagones développe une anisotropie structurale nettement inférieure à celle développée par un système équivalent composé de disques.
3. La faiblesse de l'anisotropie des contacts est compensée par une forte anisotropie des forces, qui est de ce fait, à la base de sa résistance au cisaillement. Cette forte anisotropie est induite par les contacts doubles (côté-côté).
4. Les contacts doubles participent à la formation de grandes chaînes en zig-zag de fortes forces dans le sens du cisaillement.
5. Les contacts simples (côté-sommet) appartiennent essentiellement au réseau de force faible ou « très faible ». Ce réseau de force très faible est la signature de l'effet d'arches présents dans le système de pentagones.

Les pentagones analysés dans ce travail fournissent ainsi le premier contre-exemple d'un système où le rôle de l'anisotropie des contacts dans la résistance au cisaillement est marginal. Ces résultats ont été publiés dans [15, 105]. On précise que des résultats en tous points identiques ont été également trouvés dans le cas de grains triangulaires, hexagonaux et heptagonaux (résultats préliminaires).

En se concentrant sur des systèmes de pentagones, nous avons pu démontrer la non trivialité phénoménologique résultant de la forme spécifique des particules par rapport à un système de disques. Bien que les dispositifs généraux de la transmission des forces (pdf, caractère bimodal, etc...) semblent être robustes, les détails de la transmission des forces (importance de l'anisotropie de forces et de contacts, le rôle des contacts côté-côté, etc...) semblent être fortement dépendants de la forme. Les concepts présentés dans cette section peuvent être appliqués à un cas 3D. Dans la section suivante nous présentons,

une étude tout aussi détaillée en modélisant les grains de ballast par des polyèdres convexes mais non réguliers, soumis à une compression verticale. Ce système sera comparé à un assemblage de sphères.

### 3.3. Un système 3D à grains polyédriques

« L'ANALYSE de la transmission des efforts dans un système de pentagones nous a permis de mettre en évidence l'influence de la forme des grains, et notamment l'effet des contacts doubles entre grains, sur le comportement, la texture et la transmission des efforts. Les grains de ballast présentent une forme très particulière avec un grand nombre de faces, d'arêtes et de sommets, et sont très souvent irréguliers (présence d'éléments plus plats que d'autres). L'objectif de cette section est de caractériser ce matériau avec des grains polyédriques de forme et de granulométrie proches de celles des grains de ballast. Pour cela, un assemblage de grains polyédriques sera soumis à une compression tri-axiale, et comparé à un assemblage en tous points identiques de sphères.

#### 3.3.1. Paramètres numériques

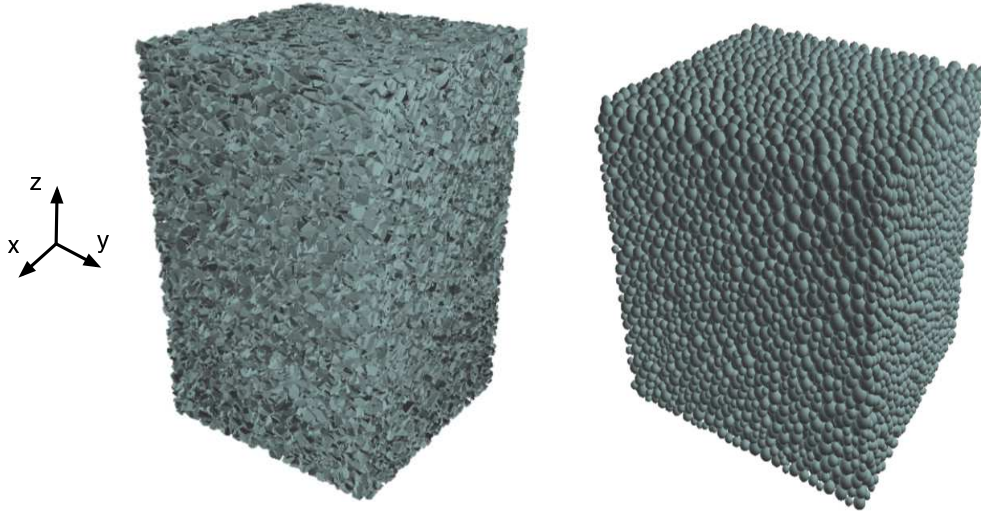
Nous générons deux échantillons numériques distincts. Le premier échantillon, appelé S1, est composé de 36 933 polyèdres respectant la granulométrie du ballast ; figure 2.1. Les grains employés sont rigoureusement identiques à ceux utilisés dans le chapitre 2. Ils sont issus d'une digitalisation puis d'une facettisation d'un ensemble représentatif de grains de ballast réels ; figure 2.2. Les grains ont au maximum 70 faces pour 37 sommets et au minimum 12 faces pour 8 sommets. Le nombre total de sommets est de l'ordre de 710 000 pour plus de 1 million de faces. Néanmoins, le nombre moyen de sommets est de 20 alors que le nombre moyen de faces est de 35. Le deuxième échantillon, appelé S2, se compose de 19 998 sphères avec exactement la même polydispersité que l'échantillon S1 de polyèdres ; figure 3.25.

Les deux échantillons sont préparés selon le même protocole que nous avons décrit dans le chapitre 2, c'est-à-dire par un dépôt géométrique (voir également l'annexe B). Il faut environ 20 minutes pour déposer géométriquement les 19 998 sphères de l'échantillon S2 et environ 50 minutes pour déposer les 36 933 sphères dans lesquelles seront incluses les polyèdres de l'échantillon S1. Les échantillons préparés sont ensuite compactés isotropiquement sous une contrainte constante de  $\sigma_0 = 10^4$  Pa appliquée sur la paroi supérieure, la paroi latérale et la paroi frontale. La gravité est fixée à 0 pour toutes les simulations afin d'éviter des gradients de force dans les échantillons. Le coefficient de frottement est fixé à 0,5 entre les grains et à 0 avec les parois. À l'équilibre, les deux échantillons numériques sont dans un état isotrope en orientation de contacts. La compacité initiale est de  $\rho_0 = 0.60$  pour S1 et S2. Les deux systèmes ont une base carrée de telle sorte que  $l \approx L$  avec  $l$  la largeur et  $L$  la longueur. L'allongement des deux systèmes est  $h/l \approx 2$ , où  $h$  est la hauteur. La figure 3.25 montre une représentation des deux systèmes à la fin de la compression isotrope.

Ces échantillons isotropes sont ensuite soumis à une compression verticale en imposant un déplacement à vitesse constante de 10 cm/s sur la paroi supérieure et en imposant un effort de confinement  $\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_0$  sur les parois latérales. Les simulations sont menées jusqu'à obtenir une déformation verticale de presque 30 %.

Le pas de temps est de  $2 \cdot 10^{-4}$  s. Le temps « CPU » est de  $2 \cdot 10^{-3}$  s pour S1 et  $1 \cdot 10^{-3}$  s pour S2, par particule et par pas de temps, sur un processeur Apple G5. Puisque nous nous intéressons au comportement quasi-statique, le taux de déformation doit être de telle sorte que l'énergie cinétique induite par la





**Figure 3.25:** Représentation de l'échantillon S1 de ballast (polyèdres) et de l'échantillon S2 de sphères. Les parois ne sont pas représentées.

déformation soit négligeable comparée à la pression statique. Ceci peut être formulé en terme du paramètre d'inertie «  $I$  » [42] que nous avons défini dans le chapitre 1 et qui s'écrit de la manière suivante en 3D :

$$I = \dot{\varepsilon} \sqrt{\frac{m}{Dp}}, \quad (3.24)$$

où  $\dot{\varepsilon} = \dot{z}/z$  est le taux de déformation vertical,  $m$  la masse totale,  $p$  la pression moyenne et  $D$  le diamètre moyen des particules. Dans nos simulations,  $I$  est de l'ordre de  $10^{-3}$ , ce qui correspond à une limite quasi-statique. On rappelle également que dans le cas de grains polyédriques, les contacts doubles (côté-face) et triples (face-face) seront comptés comme un seul contact dans les études statistiques bien que numériquement les contacts doubles et triples soient traités avec deux points et trois points de contacts appartenant à un même segment (face) (voir chapitre 1).

### 3.3.2. Comportement mécanique global

Le comportement macroscopique peut être analysé en termes de dilatance et de résistance. Dans le cas particulier de l'essai triaxial, où  $\sigma_2 = \sigma_3$ , on utilise la représentation dite de Cambridge [2] avec la contrainte moyenne  $p = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$  et le déviateur des contraintes  $q = (\sigma_1 - \sigma_3)/3$ . Dans un cas plus général, cette méthode permet entre autre de prendre en compte le rôle de la contrainte principale intermédiaire  $\sigma_2$ . Pour caractériser les déformations verticales et volumétriques (dilatance), on introduit



les paramètres  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ ,  $\varepsilon_3$  et  $\varepsilon_p$ , respectivement, par :

$$\varepsilon_1 = \int_{h_0}^h \frac{dh'}{h'} = \ln \left( 1 + \frac{\Delta h}{h_0} \right), \quad (3.25)$$

$$\varepsilon_2 = \int_{L_0}^L \frac{dL'}{L'} = \ln \left( 1 + \frac{\Delta L}{L_0} \right), \quad (3.26)$$

$$\varepsilon_3 = \int_{l_0}^l \frac{dl'}{l'} = \ln \left( 1 + \frac{\Delta l}{l_0} \right), \quad (3.27)$$

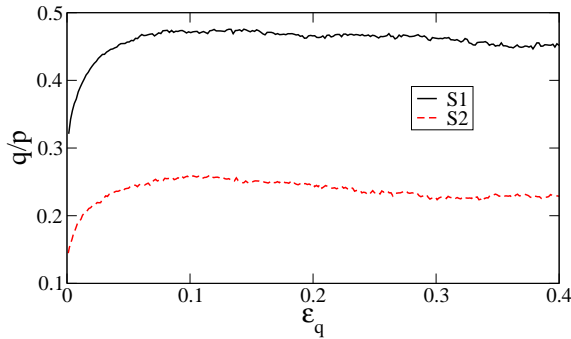
$$\varepsilon_p = \int_{V_0}^V \frac{dV'}{V'} = \ln \left( 1 + \frac{\Delta V}{V_0} \right), \quad (3.28)$$

où  $h_0$ ,  $l_0$ ,  $L_0$  sont la hauteur, la largeur et la longueur initiale et  $\Delta h = h_0 - h$ ,  $\Delta l = l_0 - l$ ,  $\Delta L = L_0 - L$  sont les déplacements totaux de chacune des parois,  $V_0$  est le volume initial et  $\Delta V = V - V_0$  la variation de volume. La déformation cumulée plane est donnée par  $\varepsilon_q \equiv \varepsilon_1 - \varepsilon_2$ .

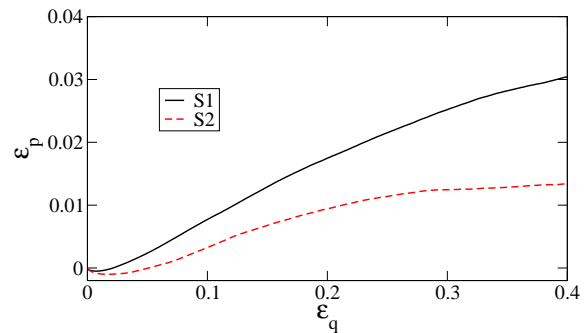
La figure 3.26 montre l'évolution de  $q/p$  pour les systèmes S1 et S2, en fonction de la déformation de cisaillement cumulée  $\varepsilon_q$ . Comme dans le cas 2D des pentagones, nous observons un comportement classique caractérisé par une résistance croissante durant les premiers instants de la déformation. Les courbes passent par un léger pic de contrainte puis se stabilisent autour d'une valeur résiduelle. La valeur résiduelle est plus grande pour les polyèdres ( $\simeq 0,46$ ) que pour les sphères ( $\simeq 0,25$ ). Cela signifie que le système de polyèdres a un angle de frottement interne  $\varphi$  plus élevé. En 3D, et avec la représentation de Cambrige, cet angle est donné par :

$$\sin \varphi = \frac{3q}{2p + q}, \quad (3.29)$$

pour des grains modèles de ballast,  $\varphi \sim 34^\circ$  et pour des sphères de même granulométrie,  $\varphi \sim 18^\circ$ . Comme nous le verrons plus bas, par le biais d'essais expérimentaux, des angles similaires ont été trouvés pour le matériau ballast.



**Figure 3.26:** Le déviateur  $q$  normalisé par la pression moyenne  $p$  en fonction de la déformation  $\varepsilon_q$  pour S1 et S2.



**Figure 3.27:** La dilatance  $\varepsilon_p$  en fonction de la déformation  $\varepsilon_q$  pour S1 et S2.

La figure 3.27 représente la variation de la déformation volumétrique  $\varepsilon_p$  en fonction de la déformation de cisaillement  $\varepsilon_q$  pour le système S1 de polyèdres et pour le système S2 de sphères. Alors que le système S2 tend vers un volume constant à grandes déformations ( $\dot{\varepsilon}_p \sim 0$ ), le système S1 de polyèdres se dilate encore à  $\varepsilon_q = 0,4$ . On note également que S2 se dilate moins rapidement que S1, mais il atteint plus rapidement un état isochorique ( $\varepsilon_p \simeq 0,2$ ). Le système S1, quant à lui, se dilate plus vite sans pour

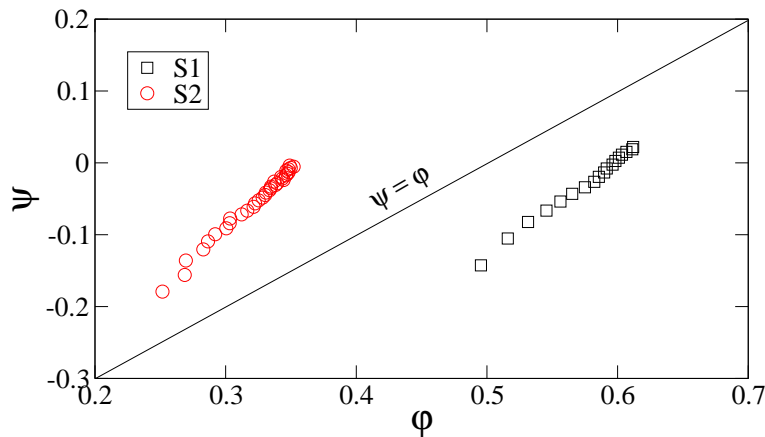
autant atteindre un état isochorique. Comme nous l'avons déjà dit, la déformation volumique peut être exprimée en termes d'angle de dilatance  $\psi$  :

$$\sin \psi = \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_q}. \quad (3.30)$$

L'angle de dilatance, qui correspond plus précisément à la description de l'état macroscopique jusqu'à l'état critique, est seulement légèrement plus élevé pour le S1 que pour S2. La variation de  $\psi$  en fonction de  $\varphi$ , c'est-à-dire le diagramme « contrainte-dilatance » est représentée sur la figure 3.28 pour les sphères et pour les polyèdres. Cette relation s'écrit approximativement :

$$\varphi \simeq k \varphi_0 + \psi. \quad (3.31)$$

où  $k$  est une constante proche de 1. La constante  $\varphi_0$  représente l'angle de frottement dans l'état résiduel. Nous avons  $\varphi_0 \simeq 0.33$  pour les sphères et  $\varphi_0 \simeq 0.6$  pour les polyèdres.



**Figure 3.28:** Courbe « contrainte-dilatance » liant l'angle de frottement interne  $\varphi$  (en radian) à l'angle de dilatance  $\psi$  (en radian), pour les systèmes S1 et S2.

Nous avons réalisé des expériences avec des grains de ballast pour mesurer l'angle de frottement interne du matériau par des essais expérimentaux réalisés en laboratoire à l'IUT de Nîmes [13, 111, 117]. Si un matériau granulaire est déversé à partir d'un seul point, il se forme un cône avec un angle qui varie entre l'angle d'avalanche, qui correspond à l'angle de frottement interne au pic de contrainte, et l'angle de repos qui correspond à l'angle de frottement interne  $\varphi$  dans l'état résiduel.

Le ballast utilisé pour cette étude est fourni par la « Société des Carrières de Vignats ». Il s'agit d'un matériau composé de grains rocheux polyédriques dont la granulométrie correspond aux spécifications de la SNCF, à savoir une gamme de tailles comprises entre 25 et 50 mm ; figure 2.1. Dans une première série de tests, les grains de ballast sont enfermés dans une boîte. Puis l'une des parois est enlevée, laissant alors s'écouler le matériau. L'une des parois est en verre laissant ainsi apparaître le profil du talus. Une seconde série de tests consiste à faire tomber les grains d'une certaine hauteur et ainsi former un tas ; figure 3.29. De nombreuses campagnes d'essais ont été réalisées suivant ces deux protocoles, avec des grains de ballast neufs ou usés (l'usure du ballast est forcée et obtenue par l'utilisation d'une bétonnière de grande capacité qui permet un brassage continu du ballast pendant des cycles de 3h30). Pour étudier



**Figure 3.29:** Mise en évidence de l'angle de repos du matériau ballast. A gauche les grains sont déposés dans une boîte et s'écoulent suite au relevage d'une des parois ; à droite, les grains tombent d'une hauteur donnée [13, 117].

la sensibilité au frottement de la couche de ballast avec le sol de fondation, une assise interchangeable rugueuse est utilisée.

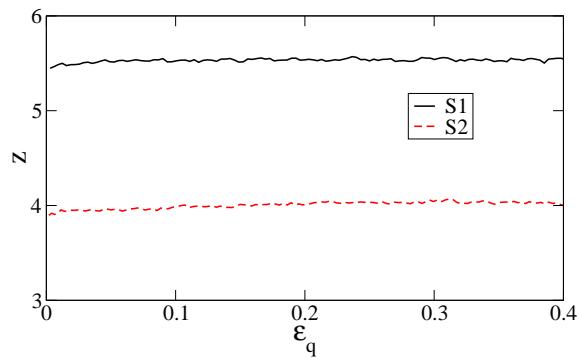
En moyenne, l'angle de repos  $\varphi$  du ballast varie très peu, que les grains soient neufs ou usés, et cet angle est de l'ordre de  $34^\circ$ , ce qui est en très bon accord avec les résultats de nos essais tri-axiaux. L'usure des grains enlève les arêtes vives mais conserve la forme des grains. L'insensibilité de l'angle de frottement à cette usure indique que l'angle de frottement interne est moins lié à l'aspect angulaire des particules qu'à son aspect facetté.

Ainsi, à granulométrie identique, les grains de ballast développent une résistance au cisaillement plus élevé que des grains « modèles » de sphères. Comme nous allons le voir dans la section suivante, le niveau plus élevé de  $\varphi$  pour le système de polyèdres est une conséquence directe de la forme des grains et non pas de l'anisotropie de l'arrangement. Les analyses qui sont faites dans la section suivante, suivent la même méthodologie mise en place précédemment dans le cas simple des polygones réguliers en 2D.

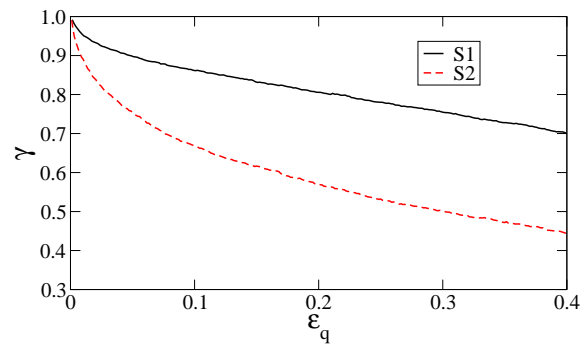
### 3.3.3. Connectivité des particules

La figure 3.30(a) montre l'évolution du nombre de coordination  $z$  pour le système S1 de polyèdres et pour le système S2 de sphères en fonction de la déformation  $\varepsilon_q$ . Le nombre de coordination reste autour d'une valeur seuil qui est plus haute pour S1 ( $\simeq 5.5$ ) que pour S2 ( $\simeq 4$ ). Une valeur de  $z$  plus élevée pour le système S1 est une signature de l'imbrication plus intime des grains de ballast en comparaison des grains complètement isométriques que sont les sphères de S2. Il est clair qu'un nombre élevé de contacts par particule implique une diminution du nombre de degrés de liberté. La structure est donc plus stable et plus résistante.

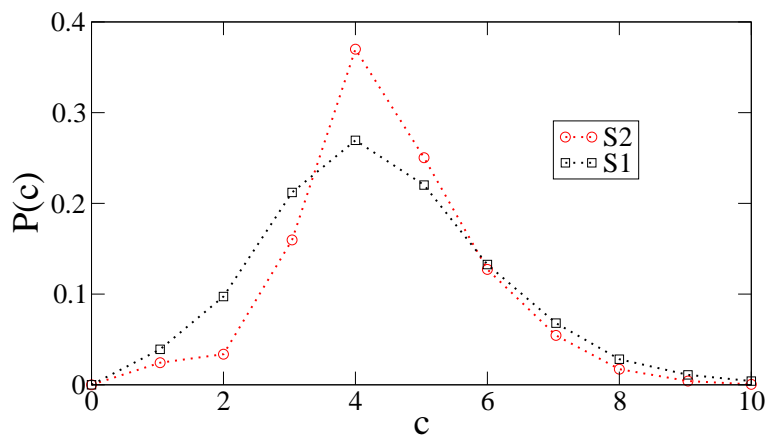
La figure 3.31 montre l'évolution de la proportion  $\gamma$  du nombre de contacts persistants en fonction de  $\varepsilon_q$  pour S1 et S2 (voir la définition de  $\gamma$  dans la section 3.2.3). Une première chute, plus rapide pour les sphères que pour les polyèdres, est suivie d'une décroissance plus lente dans les deux échantillons. Le taux de perte de contacts est globalement identique dans les deux cas. On remarque cependant que même pour une grande déformation d'environ  $\varepsilon_q = 0.4$ , la liste des contacts est renouvelée à 50% pour les sphères et seulement à 30% pour les polyèdres.



**Figure 3.30:** Évolution de nombre de coordination  $z$  en fonction de la déformation  $\varepsilon_q$  pour les systèmes S1 et S2.



**Figure 3.31:** Évolution du nombre de contacts persistants  $\gamma$  en fonction de la déformation  $\varepsilon_q$  pour les systèmes S1 et S2.



**Figure 3.32:** Représentation de la connectivité des particules pour S1 et S2. Le nombre sans dimension  $P(c)$  représente la probabilité d'avoir une particule ayant exactement  $c$  contacts.

La figure 3.32 montre la probabilité  $P(c)$  d'avoir une particule avec exactement  $c$  contacts, pour S1 et S2. On observe en particulier que les deux distributions ont une forme identique avec un pic pour  $c = 4$  contacts. La probabilité d'avoir  $c = 4$  est néanmoins plus importante pour le système S2 de sphères que pour le système S1 de polyèdres. Dans le cas de S1, la probabilité d'avoir 5 ou 3 contacts est identique contrairement au cas de S2.

Comme dans le cas 2D, les grandeurs  $z$ ,  $\gamma$  et  $P(c)$  permettent de décrire la connectivité des particules dans les systèmes S1 et S2, mais la différence entre les deux systèmes n'apparaît pas d'une manière flagrante à cet ordre de description. Pour cela, il faut considérer un ordre supérieur en analysant les transmissions d'efforts et les tenseurs de fabriques.

### 3.3.4. Relation Contrainte - Texture

Dans le cas de particules isométriques, la résistance au cisaillement est en général attribuée à l'organisation en structures anisotropes des particules [84, 24, 99]. Néanmoins, nous avons pu constater que dans le cas de particules polygonales régulières c'est essentiellement l'anisotropie des forces au contact, induite par la forme des grains, qui est responsable d'une résistance au cisaillement plus grande [15]. Dans cette section, nous cherchons à savoir si cette même conclusion s'applique également au ballast représenté par des particules polyédriques, ce qui nous conduit à analyser les anisotropies du système en 3D. Nous allons donc partir de l'expression générale du tenseur des contraintes en statique, l'écrire sous la forme intégrale et enfin approximer les différents termes qui y apparaissent par des développements sur des bases en harmoniques sphériques. Nous évaluerons ces différents termes numériquement et les comparerons entre les sphères et les polyèdres.

### Décomposition du tenseur des contraintes en 3D

L'expression discrète du tenseur de contrainte est donnée par :

$$\sigma_{\alpha\beta} = n_c \langle \ell_\alpha^c f_\beta^c \rangle_c \quad (3.32)$$

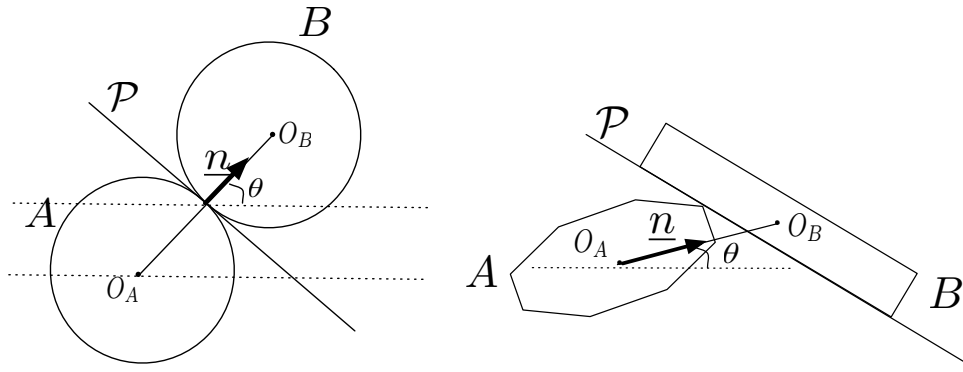
où  $n_c$  est le nombre de contacts par unité de volume,  $\ell_\alpha^c$  est la composante  $\alpha$  du vecteur intercentre  $\ell$  entre deux particules en contact au point  $c$  et  $f_\beta^c$  est la composante  $\beta$  du vecteur force  $\mathbf{f}$  au point  $c$ . Dans le cas général de particules de forme quelconque, il faut remarquer que le vecteur  $\ell$  ne coïncide pas avec le vecteur normal au contact. C'est notamment le cas des particules polyédriques ; figure 3.33.

Soit  $\mathbf{n}$  le vecteur unitaire dans la direction de  $\ell$ . Nous avons :

$$\ell = \ell \mathbf{n}, \quad (3.33)$$

où  $\ell$  est la norme de  $\ell$ . Dans le cas des sphères,  $\mathbf{n}$  est le vecteur normal au contact et on fait également l'hypothèse que  $\ell$  est constant ou faiblement variable et décorréolé des forces. Dans ce cas, il peut être intégré et sa valeur moyenne  $\langle \ell \rangle$  sortie de l'intégrale. Dans le cas des polyèdres, cette approximation est moins évidente et  $\ell$  peut dépendre de la direction du contact ou du vecteur intercentre. Par ailleurs, dans le cas des sphères la force  $\mathbf{f}$  de contact est projetée sur le repère local attaché au contact. Dans le cas des polyèdres, nous restons dans un cadre plus général, et nous considérons la projection de la force de contact sur le vecteur unitaire  $\mathbf{n}$  suivant le vecteur intercentre et sur  $\mathbf{t}$  défini comme un vecteur unitaire perpendiculaire à  $\mathbf{n}$  :

$$\mathbf{f} = f_n \mathbf{n} + f_t \mathbf{t}, \quad (3.34)$$



**Figure 3.33:** Situation de contact dans le cas de grains sphériques ou polyédriques. Le vecteur  $\ell = O_A O_B$  est le vecteur intercentre et le vecteur  $\mathbf{n}$  un vecteur unitaire.

où  $f_n$  est la composante « intercentre » et  $f_t$  la composante orthogonale. C'est uniquement dans le cas des sphères que  $f_n$  et  $f_t$  coïncident avec la force normale et la force tangentielle au contact, respectivement. En 3D, le choix de  $\mathbf{t}$  n'est pas unique sur le plan géométrique. Mais d'un point de vue mécanique, la direction du vecteur  $\mathbf{t}$  correspond à la direction de la force tangentielle. En d'autres termes, l'équation 3.34 constitue une définition du vecteur  $\mathbf{t}$ .

Pour écrire une expression intégrale du tenseur de contrainte 3.32, il est nécessaire d'introduire la densité de probabilité conjointe  $P_{\Omega f}(\mathbf{n}, \mathbf{f})$  des forces et des directions  $\mathbf{n}$ . Alors, nous avons :

$$\sigma_{\alpha\beta} = n_c \int \int P_{\Omega f}(\mathbf{n}, \mathbf{f}) \ell(\mathbf{n}, \mathbf{f}) f_\beta n_\alpha d\mathbf{f} d\Omega \quad (3.35)$$

où  $d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$  et  $d\mathbf{f}$  sont les mesures de  $\mathbf{n}$  et  $\mathbf{f}$ , respectivement. Comme on s'intéresse à la dépendance angulaire de ces grandeurs, on intègre d'abord sur les forces. On pose :

$$\int P_{\Omega f}(\mathbf{n}, \mathbf{f}) \ell(\mathbf{n}, \mathbf{f}) f_\beta d\mathbf{f} = P_\Omega(\mathbf{n}) \langle \ell f_\beta \rangle(\mathbf{n}) = P_\Omega(\mathbf{n}) \langle \ell \rangle(\mathbf{n}) \{ \langle f_n \rangle(\mathbf{n}) n_\beta + \langle f_t \rangle(\mathbf{n}) t_\beta \} \quad (3.36)$$

où  $\langle f \rangle(\mathbf{n})$  est la valeur moyenne de  $\mathbf{f}$  en fonction la direction  $\mathbf{n}$ , et on a fait l'hypothèse que les longueurs  $\ell$  et les forces  $\mathbf{f}$  sont décorréliées. Cette hypothèse est numériquement vérifiée dans le cas d'une granulométrie homogène (sans ségrégation [19, 106, 85]). En introduisant l'équation 3.36 dans l'équation 3.35, on obtient l'expression intégrale du tenseur de contrainte qui fait intervenir les fonctions  $P_n$ ,  $f_n$  et  $f_t$  :

$$\sigma_{\alpha\beta} = n_c \int_S P_\Omega(\mathbf{n}) \langle \ell \rangle(\mathbf{n}) n_\alpha \{ \langle f_n \rangle(\mathbf{n}) n_\beta + \langle f_t \rangle(\mathbf{n}) t_\beta \} d\Omega \quad (3.37)$$

où  $S$  est la sphère unité.

Comme dans le cas 2D, il est possible d'obtenir une évaluation de cette intégrale en approximant les fonctions  $P_n$ ,  $\langle f_n \rangle$ ,  $\langle f_t \rangle$  et  $\ell$  par leurs développements de Fourier. En 3D, une base orthonormée convenable est fournie par les harmoniques sphériques à valeurs réelles  $Y_m^l(\theta, \phi)$  où  $\theta$  et  $\phi$  sont l'angle polaire et azimutal respectivement ; figure 3.34. A l'ordre 2, il y a 9 fonctions de base. Or, une compression tri-axial avec l'axe de compression orienté suivant l'axe des  $z$  présente une symétrie de révolution autour de l'axe des  $z$ . Cette symétrie implique que les seules fonctions de base pertinentes sont celles qui ne dépendent pas de  $\phi$  et qui sont  $\pi$ -périodiques en fonction de  $\theta$ . Les seules fonctions qui respectent ces



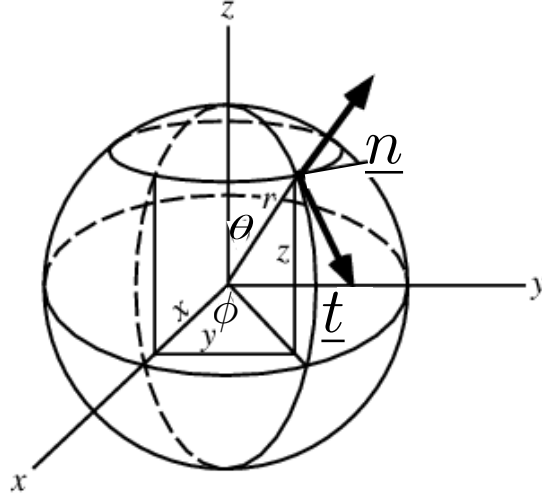


Figure 3.34: Représentation des différentes grandeurs en coordonnées sphériques.

symétries sont 1 et  $(3 \cos^2 \theta - 1)$ . A cet ordre d'approximation, les fonctions  $P_\Omega(\theta)$  et  $\langle f_n \rangle(\theta)$  s'écrivent :

$$P_\Omega(\theta) = \frac{1}{4\pi} \{ 1 + a (3 \cos^2 \theta - 1) \}, \quad (3.38)$$

$$\langle f_n \rangle(\theta) = \langle f \rangle \{ 1 + a_n (3 \cos^2 \theta - 1) \}, \quad (3.39)$$

$$\langle \ell \rangle(\theta) = \ell_0 \{ 1 + a_l (3 \cos^2 \theta - 1) \}, \quad (3.40)$$

où  $a$  est l'anisotropie des contacts avec  $\theta = 0$  (axe vertical) comme la direction privilégiée des contacts,  $a_n$  est l'anisotropie des forces intercentres avec la même direction privilégiée,  $a_l$  est l'anisotropie des distances intercentres,  $\langle f \rangle$  est la force normale moyenne sur toutes les directions et  $\ell_0$  est la distance intercentre moyenne. Le facteur  $1/4\pi$  a été introduit pour la normalisation de  $P_\Omega$  ( $\int_S P_\Omega d\Omega = 1$ ). Pour ce qui concerne la composante tangentielle de la force  $f_t \underline{t}$ , la symétrie du problème implique que  $\underline{t}$  est dans le plan qui contient  $\underline{n}$  et l'axe des  $z$ ; figure 3.34. Ainsi, les coordonnées de  $\underline{n}$  et  $\underline{t}$  sont données par :

$$\underline{n} = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta), \quad (3.41)$$

$$\underline{t} = (\cos \theta \cos \phi, \cos \theta \sin \phi, -\sin \theta). \quad (3.42)$$

Pour la fonction  $\langle f_t \rangle(\theta)$  on pose :

$$\langle f_t \rangle(\theta) = \langle f \rangle a_t \sin 2\theta \quad (3.43)$$

où  $a_t$  représente l'anisotropie des forces orthogonales. La fonction  $\langle f_t \rangle(\theta)$  a un développement de Fourier à l'ordre le plus bas, tout en imposant que  $\int_S \langle f_t \rangle(\theta) d\Omega = 0$  en raison de l'équilibre des moments des forces.

Comme dans le cas 2D, on peut calculer les anisotropies  $a$ ,  $a_n$ ,  $a_t$  et  $a_l$  à partir des tenseurs  $\mathbf{F}$ ,  $\mathbf{H}^{(n)}$ ,

$\mathbf{H}^{(t)}$  et  $\mathbf{H}^{(l)}$  définis par :

$$\mathbf{F}_{\alpha\beta} = \int_{\mathcal{S}} P_{\Omega}(\theta) n_{\alpha} n_{\beta} d\Omega, \quad (3.44)$$

$$\mathbf{H}_{\alpha\beta}^{(n)} = \int_{\mathcal{S}} \langle f_n \rangle(\theta) n_{\alpha} n_{\beta} d\Omega, \quad (3.45)$$

$$\mathbf{H}_{\alpha\beta}^{(t)} = \int_{\mathcal{S}} \langle f_t \rangle(\theta) n_{\alpha} t_{\beta} d\Omega, \quad (3.46)$$

$$\mathbf{H}_{\alpha\beta}^{(l)} = \int_{\mathcal{S}} \langle \ell \rangle(\theta) n_{\alpha} n_{\beta} d\Omega, \quad (3.47)$$

on peut alors montrer que les anisotropies sont données par :

$$a = \frac{5}{2} \frac{F_3 - F_1}{tr \mathbf{F}}, \quad (3.48)$$

$$a_n = \frac{5}{2} \frac{H_3^{(n)} - H_1^{(n)}}{tr \mathbf{H}^{(n)}}, \quad (3.49)$$

$$a_t = \frac{5}{2} \frac{H_3^{(t)} - H_1^{(t)}}{tr \mathbf{H}^{(n)}}, \quad (3.50)$$

$$a_l = \frac{5}{2} \frac{H_3^{(l)} - H_1^{(l)}}{tr \mathbf{H}^{(l)}}, \quad (3.51)$$

où  $tr \mathbf{H}^{(n)} = \langle f \rangle$ ,  $tr \mathbf{F} = 1$  et  $tr \mathbf{H}^{(l)} = \ell_0$ .

Enfin, on introduit les expressions de  $P_{\Omega}$ ,  $\langle f_n \rangle$ ,  $\langle f_t \rangle$  et  $\langle \ell \rangle$  à partir des équations 3.38, 3.39, 3.43 et 3.40 dans l'expression intégrale du tenseur de contrainte 3.37 pour calculer le déviateur de contrainte  $q = (\sigma_3 - \sigma_1)/3$  normalisé par la pression  $p = tr \boldsymbol{\sigma}/3$  en fonction de ces différentes anisotropies :

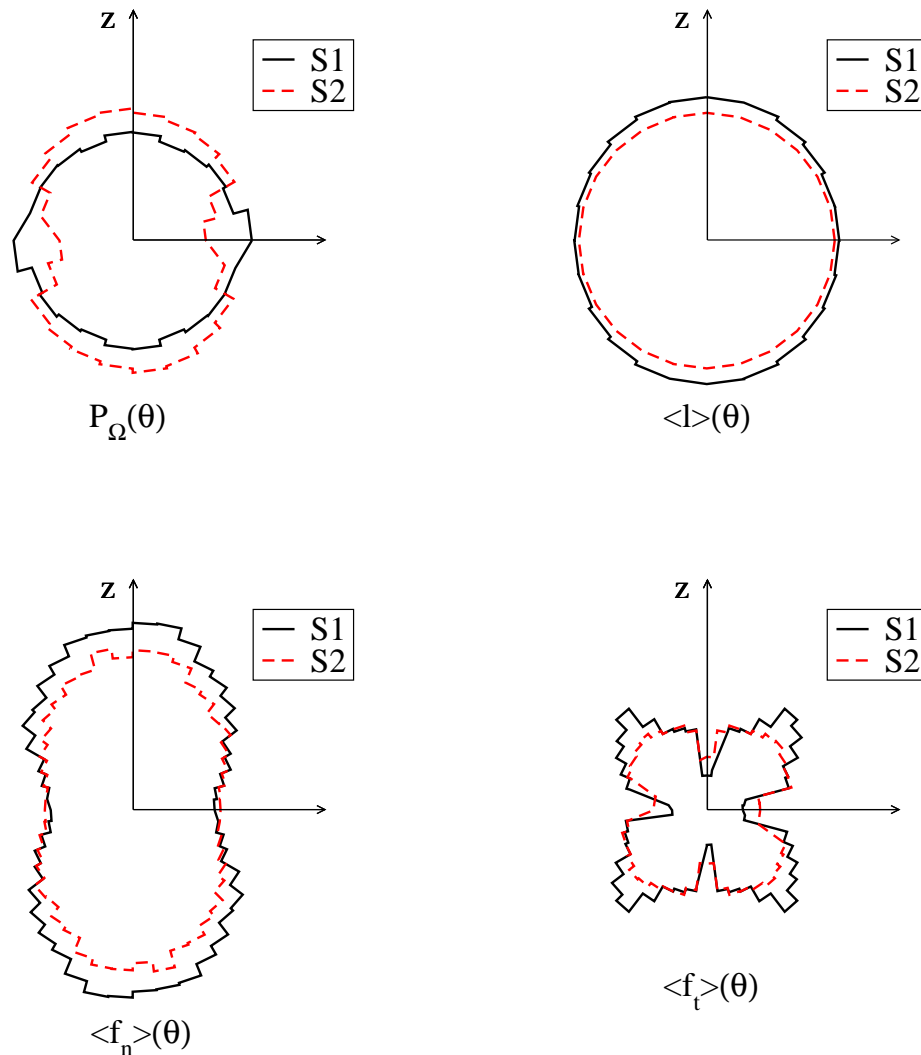
$$\frac{q}{p} \simeq \frac{2}{5} (a + a_n + a_t + a_l), \quad (3.52)$$

où les produits croisés  $aa_n$ ,  $aa_t$  et  $aa_l$  ont été négligés. Cette expression généralise celle présentée dans l'étude 2D des pentagones réguliers au cas 3D. Elle est également plus générale puisque elle comporte le terme d'anisotropie des distances intercentres  $a_l$  qui, comme nous le verrons plus bas, est essentielle dans le cas de grains polyédriques. Une dernière remarque est que cette décomposition en termes d'anisotropies n'est pas unique. Une approche alternative consiste à projeter tous les vecteurs sur le repère attaché au contact. En d'autres termes, dans cette approche on exprime à la fois la force  $\mathbf{f}$  et le vecteur intercentre  $\ell$  avec leurs composantes dans le repère de contact [85]. Nous avons étudié numériquement cette approche mais pour éviter toutes confusions les résultats ne seront pas présentés dans ce manuscrit.

## Validation numérique

La validité de l'expression 3.52 repose sur les approximations harmoniques à l'ordre 2 (équations 3.38, 3.39, 3.43 et 3.40). La figure 3.35 montre les diagrammes polaires de  $P_{\Omega}(\theta)$ ,  $\langle f_n \rangle(\theta)$ ,  $\langle f_t \rangle(\theta)$  et  $\langle \ell \rangle(\theta)$  pour les systèmes de polyèdres S1 et de sphères S2 et pour  $\varepsilon_q = 0, 3$ . Globalement l'allure de ces diagrammes correspond bien à un développement à l'ordre 2. Par ailleurs, l'axe des  $z$  apparaît bien comme étant la direction privilégiée pour ces fonctions, ce qui fixe  $\theta = 0$  comme la phase. En effet, on voit que le maximum de la force intercentre est à  $\theta = 0$  et le maxima des forces orthogonales se situent

à  $\theta = \pi/4$  et  $\theta = 3\pi/4$ . De même, la distance intercentre est plus grande dans la direction de l'axe  $z$ . L'anisotropie  $a$  des contacts est plus élevée pour S2 que pour S1. En d'autres termes, comme dans le cas 2D et pour les vecteurs intercentres, l'empilement des polyèdres présente une anisotropie structurale plus faible que l'empilement des sphères. En revanche, l'empilement des polyèdres présente une anisotropie plus importante au niveau des forces intercentres et orthogonales. Enfin, la distribution des distances intercentres est presque isotrope pour les sphères alors qu'elle présente un pic suivant la direction  $z$  pour les polyèdres.



**Figure 3.35:** Représentation polaire des densités de probabilité  $P_{\Omega}(\theta)$ ,  $\langle f_n \rangle(\theta)$ ,  $\langle f_t \rangle(\theta)$  et  $\langle \ell \rangle(\theta)$  pour les systèmes S1 et S2 dans l'état résiduel. En trait plein on représente S1 et en trait hachuré S2.

La figure 3.36 montre l'évolution des anisotropies  $a$ ,  $a_l$ ,  $a_n$  et  $a_t$  en fonction de  $\varepsilon_q$ . L'anisotropie  $a$  augmente avec  $\varepsilon_q$  et tend vers une valeur résiduelle en passant par un pic. Elle est presque deux fois moins importante dans le cas de S1 par rapport à S2. L'anisotropie  $a_n$  des forces intercentres suit la même tendance à ceci près qu'elle est plus forte dans le cas des polyèdres. Il en est de même pour  $a_t$

mais il est intéressant de remarquer que sa valeur est très faible pour les sphères mais assez grande (ordre de grandeur de  $a_n$ ) pour les polyèdres. Comme l'anisotropie  $a_t$  des forces orthogonales contribue d'après la relation 3.52 à la contrainte de cisaillement, ce résultat signifie que les forces de frottement (même projetées sur le vecteur orthogonal) jouent un rôle à part entière dans la résistance au cisaillement. L'anisotropie  $a_l$  des polyèdres décroît légèrement à partir de l'état initial, avant d'augmenter avec la déformation  $\varepsilon_q$ . Pour les sphères, sa valeur reste inférieure à 0,02, ce qui justifie dans ce cas l'approximation qui consiste à négliger sa variation angulaire.

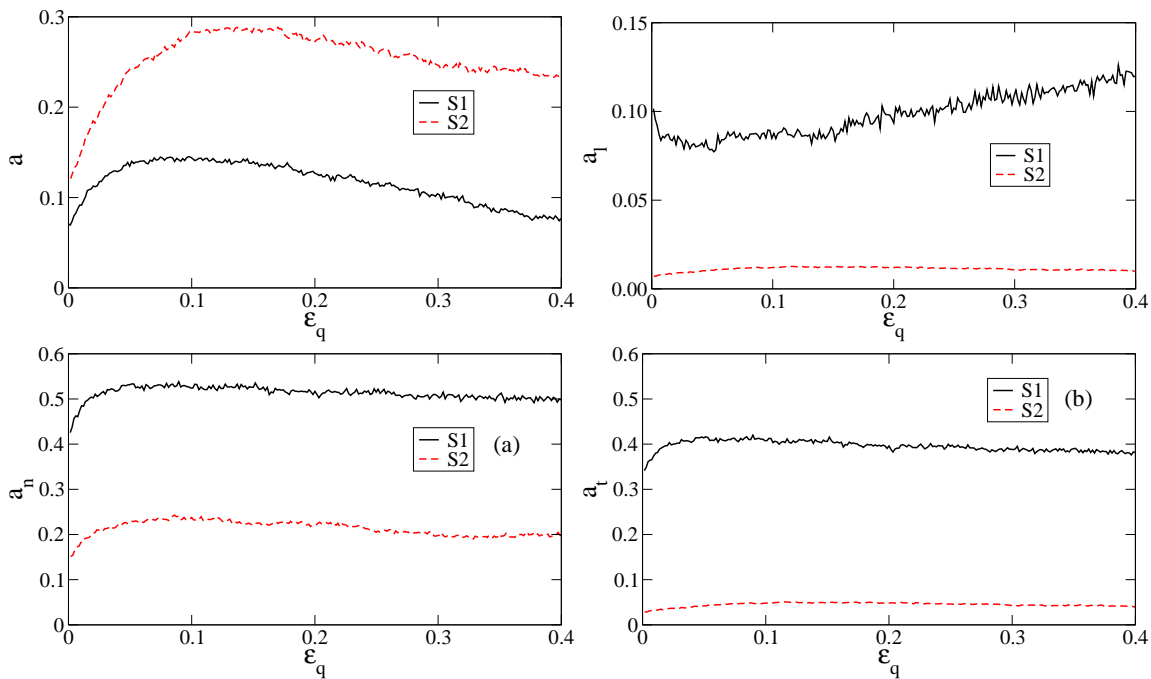
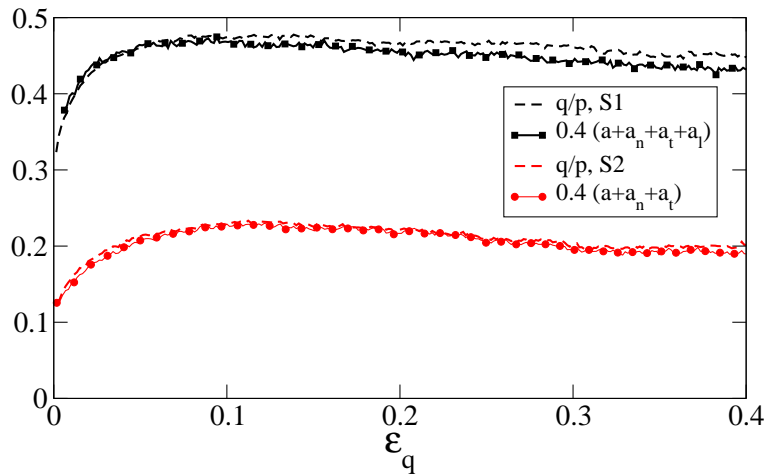


Figure 3.36: Variation des anisotropies  $a$ ,  $a_l$ ,  $a_n$  et  $a_t$  en fonction de la déformation  $\varepsilon_q$  pour S1 et S2.

Pour valider la prédiction de la valeur de  $q/p$  à partir des anisotropies suivant la relation 3.52, nous avons tracé sur la figure 3.37 l'évolution de  $q/p$  en fonction de  $\varepsilon_q$  pour S1 et S2 ainsi que la prédiction théorique. Cette prédiction est très bonne dans les deux cas et notamment dans le cas des sphères. Le décalage observé entre la prédiction et le résultat numérique de  $q/p$  pour les polyèdres peut être attribué au fait que l'équation 3.37 néglige les produits croisés des anisotropies. Remarquons aussi que, si on avait négligé l'anisotropie  $a_l$  pour S1, on aurait un décalage plus important entre la prédiction et la mesure numérique à la fois au début et à la fin de la courbe déformation-contrainte.

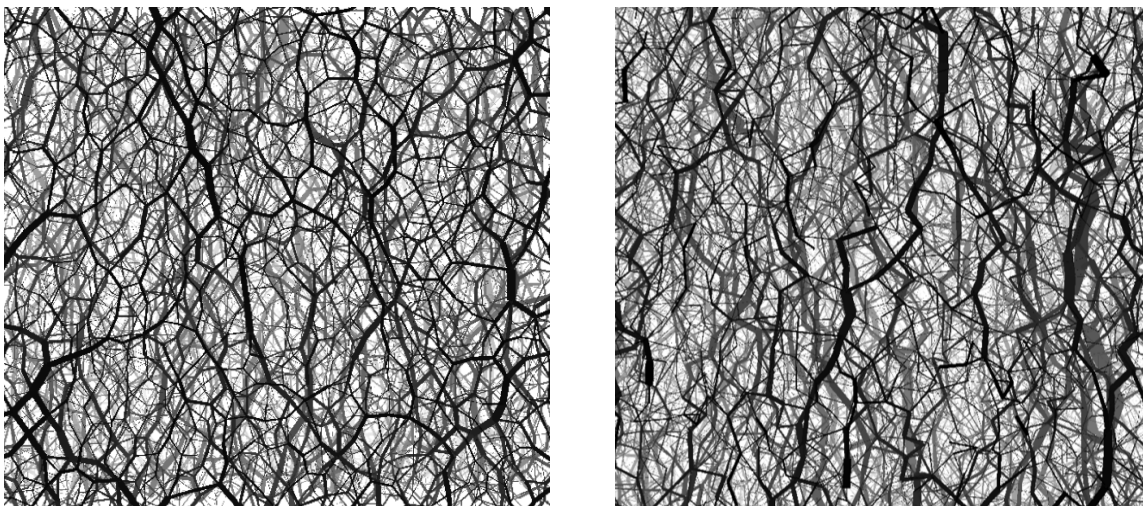
En résumé, comme dans le cas des pentagones, l'origine principale de la résistance au cisaillement dans un empilement de polyèdres est l'anisotropie des forces. Dans l'état résiduel de notre système qui représente le ballast, nous avons  $a_n + a_t \simeq 0,9$  tandis que  $a + a_l \simeq 0,2$ . Ceci indique que la contribution des forces est au moins 4 fois plus importante que la contribution de la texture géométrique. L'anisotropie élevée des forces résulte très probablement, comme dans le cas 2D de pentagones, de la formation de grandes chaînes stables de force par l'effet de contacts face-face ou face-arête. C'est ce point que nous étudierons dans la suite de ce chapitre.



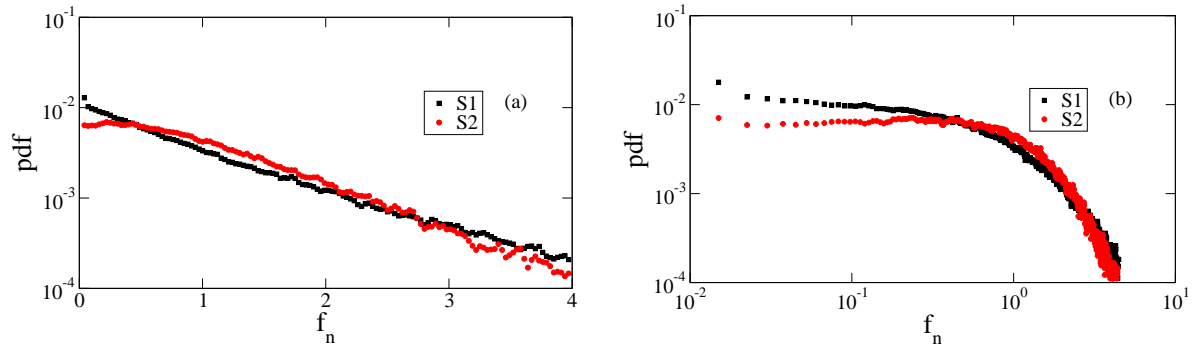
**Figure 3.37:** Le déviateur de contrainte  $q/p$  en fonction de la déformation  $\varepsilon_q$  pour S1 et S2 à partir des données numériques directes (trait hachuré) et la prédiction théorique de l'équation 3.52.

### 3.3.5. Distribution des forces

Dans cette section nous allons étudier les densités de probabilité  $P(f_n)$  pour S1 et S2. La figure 3.38 montre des cartes des forces normales au contact pour ces deux systèmes dans l'état résiduel. L'épaisseur des traits est proportionnelle à l'intensité de la force, alors que les niveaux de gris correspondent à la profondeur du champs. Il faut remarquer que, aussi bien que dans le cas des polyèdres que dans le cas des sphères, les traits relient les centres des particules, même si l'épaisseur du trait représente la force normale au contact. Dans cette tranche ou les forces sont visibles, le caractère inhomogène des forces et la présence des chaînes les plus chargées, ressemble beaucoup à ce qu'on observe dans les systèmes 2D. Ces chaînes semblent plus marquées dans le cas des polyèdres.



**Figure 3.38:** Représentation des efforts dans une portion de chacun des systèmes, S1 à droite et S2 à gauche. L'épaisseur du trait est proportionnelle à la force, tandis que les niveaux de gris correspondent à la profondeur du champs.



**Figure 3.39:** Probabilité de distribution des efforts (pdf) en échelle log-linéaire (a) et en échelle log-log (b) pour les systèmes S1 et S2. Les forces sont normalisées par la force moyenne.

Les densités de probabilité (pdf) des forces normales dans S1 et S2 sont représentées sur la figure 3.39 en échelle log-linéaire et en échelle log-log pour la déformation  $\varepsilon_q = 0,3$ . Dans les deux cas, la distribution des forces supérieures à la force moyenne  $\langle f_n \rangle$  est très bien ajustée par une fonction exponentielle décroissante :

$$P(f_n) \propto e^{-\beta f_n / \langle f_n \rangle}, \quad (3.53)$$

avec un exposant  $\beta = 0,90$  pour S1 et  $\beta = 1,1$  pour S2 dans la limite de la précision statistique disponible pour les grandes forces :

En ce qui concerne les faibles forces ( $f_n < \langle f_n \rangle$ ) pour les sphères, on observe que la distribution ne tend pas vers zéro lorsque  $f_n$  tend vers zéro, et il y a un petit pic à une valeur de  $f_n$  légèrement inférieure à  $\langle f_n \rangle$ . C'est un trait caractéristique des distributions telles qu'on les observe aussi dans les expériences et dans les simulations numériques [61, 97, 29, 78, 64, 17, 7, 68, 116]. Dans le cas des polyèdres, au contraire, on observe un comportement décroissant pour les forces faibles. Dans les deux cas, dans le domaine faible, les distribution peuvent être approcher par une loi puissance :

$$P(f_n) \propto \left[ \frac{f_n}{\langle f_n \rangle} \right]^\alpha, \quad (3.54)$$

avec  $\alpha = -0.24$  pour S1 et  $\alpha = 0.05$  pour S2. Cette différence au niveau de la distribution des forces entre les deux systèmes résulte de la forme des particules. La forme polyédrique favorise l'effet de voûte et donc entraîne un nombre beaucoup plus important de faible force. Cet effet peut être comparé à l'effet du coefficient de frottement sur la distribution des forces normales [116]. Mais dans les deux systèmes, les forces faibles ( $f_n < \langle f_n \rangle$ ) constituent environ 60% des contacts.

### 3.3.6. Contacts simples, doubles et triples

L'objectif de cette section est d'analyser la manière dont les grains de ballast s'organisent en termes de contacts simples, doubles et triples. On souhaite connaître la proportion de chaque type de contact ainsi que sa contribution à l'anisotropie ou encore la transmission des efforts. En effet, comme nous l'avons vu dans la première partie de ce chapitre avec un système 2D de pentagones réguliers, idéalement les contacts face-face sont amenés à supporter l'essentiel des efforts. Nous allons étudier cet aspect avec les grains de ballast qui présentent une forme non régulière ainsi qu'un très grand nombre de facettes.

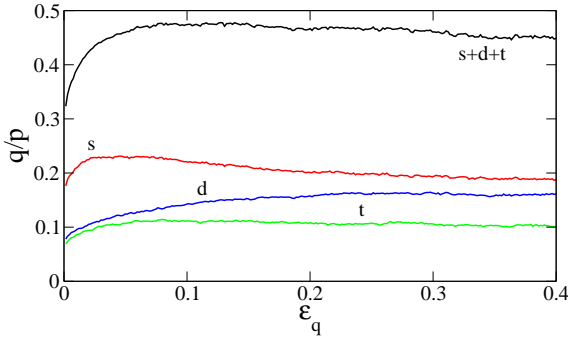
L'expression discrète 3.32 du tenseur de contrainte  $\sigma$  permet de décomposer de manière additive les contraintes en trois parties en restreignant la sommation, respectivement aux contacts simples (s) ,



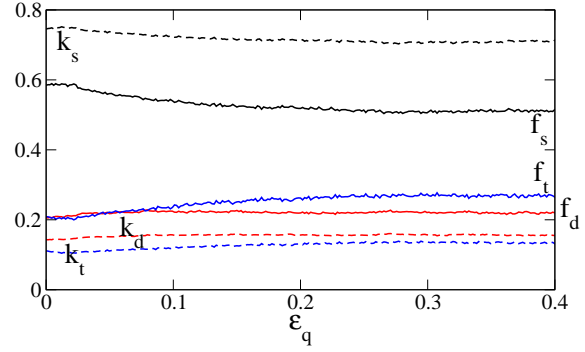
doubles (d) et triples (t) :

$$\sigma = \sigma_s + \sigma_d + \sigma_t \quad (3.55)$$

Ces trois tenseurs  $\sigma_s$ ,  $\sigma_d$  et  $\sigma_t$  sont ensuite normalisés par la pression moyenne  $p$ . La figure 3.40 montre l'évolution des déviateurs de ces tenseurs normalisés par la pression moyenne  $p$  en fonction de la déformation. Contrairement à notre attente, les contacts simples supportent la part la plus importante du déviateur et ce dès le début du cisaillement ( $q_s/p > q_d/p$  et  $q_s/p > q_t/p$ ). Néanmoins, il faut tout de même remarquer que la somme des contributions des contacts double et triple dépasse celle des contacts simples. Rappelons que dans le cas 2D de pentagones, la contribution des contacts doubles dépassait celle des contacts simples. Le niveau du déviateur dépend à la fois du nombre de contacts de chaque type et de l'importance de la force sur ces contacts.



**Figure 3.40:** Évolution du déviateur de contrainte  $q/p$  en fonction de la déformation, pour les contacts simples (s), pour les contacts doubles (d), pour les contacts triples (t) et pour tous les contacts (s+d+t).



**Figure 3.41:** Proportions des contacts simples  $k_s$ , doubles  $k_d$  et triples  $k_t$  (en trait hachuré) ainsi que la force relative moyenne  $f_s$ ,  $f_d$  et  $f_t$  (en trait plein) supportée en fonction de la déformation  $\varepsilon_q$ .

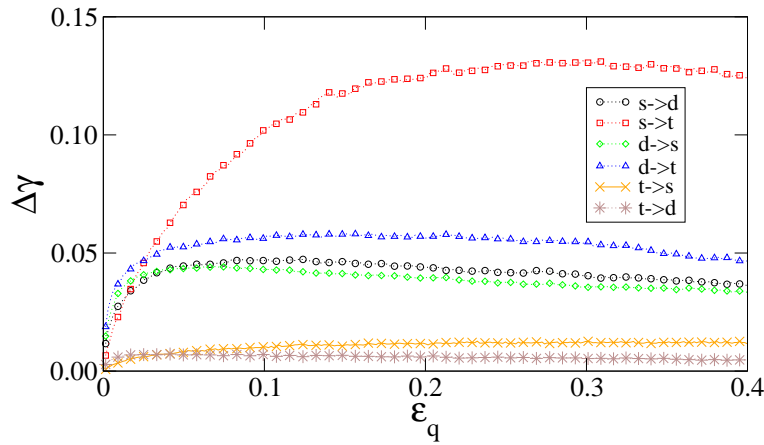
La figure 3.41 montre les proportions  $k_s$ ,  $k_d$ ,  $k_t$  des contacts simples doubles et triples en fonction de la déformation. On observe que la proportion des contacts simples  $k_s$  diminue légèrement de 0,75 à 0,71 et qu'en revanche, celle des contacts doubles  $k_d$  et triples  $k_t$  augmente légèrement de 0,14 à 0,15 et de 0,11 à 0,14. Dans l'état stationnaire, nous avons  $k_s \simeq 0,7$  et  $k_t \simeq k_d \simeq 0,15$ . Sur la même figure on représente la force relative moyenne supportée par les contacts simples, doubles et triples définie par :

$$f_s = k_s \langle f_n \rangle_s / \langle f_n \rangle, \quad (3.56)$$

$$f_d = k_d \langle f_n \rangle_d / \langle f_n \rangle, \quad (3.57)$$

$$f_t = k_t \langle f_n \rangle_t / \langle f_n \rangle, \quad (3.58)$$

où  $\langle f_n \rangle_s$ ,  $\langle f_n \rangle_d$  et  $\langle f_n \rangle_t$  sont la force normale moyenne des contacts simples, doubles et triples. Ces forces relatives représentent l'importance de la force supportée par chaque type de contact indépendamment du nombre de contacts de ce type. On peut voir que  $f_s$  diminue légèrement avec la déformation mais reste globalement presque 2 fois supérieur à  $f_t$  ( $f_s \simeq 2f_t$ ) et presque 2,3 fois supérieur à  $f_d$  ( $f_s \simeq 2,3f_d$ ) dans l'état résiduel. On a approximativement  $f_s \simeq f_d + f_t$ . Ce qui signifie que la participation des contacts simples est comparable à celle des autres contacts (t+d). Par conséquent, le rôle moins marqué des contacts triples peut être attribué à la fois à leur nombre ( $< 15\%$ ) et à la force moyenne supportée par ce type de contacts ( $f_t < 0,3$ ). Il résulte sûrement du fait que, contrairement au cas des pentagones, les grains de ballast comporte beaucoup plus de faces, de telle sorte que les surfaces disponibles pour les contacts triples sont petites par rapport à la section moyenne des particules.



**Figure 3.42:** Représentation de l'évolution cumulée des contacts simples qui deviennent doubles ( $s \rightarrow d$ ), simples qui deviennent triples ( $s \rightarrow t$ ), doubles qui deviennent simples ( $d \rightarrow s$ ), doubles qui deviennent triples ( $d \rightarrow t$ ), triples qui deviennent simples ( $t \rightarrow s$ ) et triples qui deviennent doubles ( $t \rightarrow d$ ).

La figure 3.42 montre les proportions des contacts simples qui se transforment en contacts doubles et triples ( $\Delta\gamma_{s \rightarrow d}$  et  $\Delta\gamma_{s \rightarrow t}$ ), des contacts doubles qui se transforment en contacts simples et triples ( $\Delta\gamma_{d \rightarrow s}$  et  $\Delta\gamma_{d \rightarrow t}$ ) et des contacts triples qui se transforment en contacts simples et doubles ( $\Delta\gamma_{t \rightarrow s}$  et  $\Delta\gamma_{t \rightarrow d}$ ). On peut voir une nette augmentation de  $\Delta\gamma_{s \rightarrow t}$ , ce qui traduit donc une consolidation du système par la formation grandissante de contacts triples. Très peu de contacts triples se transforment en un contact simple ou double ( $\Delta\gamma_{t \rightarrow s} < 0.02$  et  $\Delta\gamma_{t \rightarrow d} < 0.02$ ). La proportion des contacts simples qui se transforment en contacts doubles est égale à celle des contacts doubles qui se transforment en simples ( $\Delta\gamma_{d \rightarrow s} = \Delta\gamma_{s \rightarrow d}$ ).

On considère maintenant le tenseur de fabrique  $\mathbf{F}$  (équation 3.47) décomposé comme le tenseur de contrainte (équation 3.32) en somme de trois termes :

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_s + \mathbf{F}_d + \mathbf{F}_t, \quad (3.59)$$

$$(3.60)$$

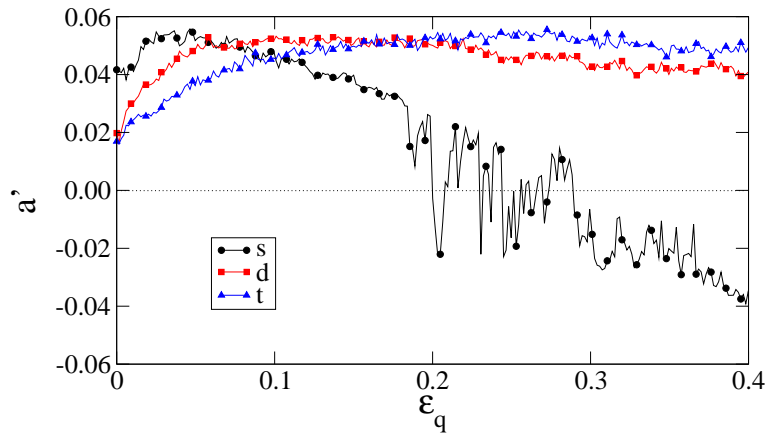
où  $\mathbf{F}_s$ ,  $\mathbf{F}_d$ ,  $\mathbf{F}_t$  sont des restrictions aux contacts simples, doubles et triples du tenseur de fabrique. A partir de ces tenseurs de fabrique, on extrait les anisotropies associées à chaque type de contact. Comme les directions privilégiées de ces tenseurs partiels ne sont pas nécessairement identiques à la direction du tenseur de fabrique total, on introduit les anisotropies « signées » en multipliant ces anisotropies par les facteurs de phase  $\cos(2\theta_F - \theta_{F_s})$ ,  $\cos(2\theta - \theta_{F_d})$  et  $\cos(2\theta - \theta_{F_t})$  respectivement :

$$a'_i = a_i \cos 2(\theta_F - \theta_{F_i}), \quad (3.61)$$

$$(3.62)$$

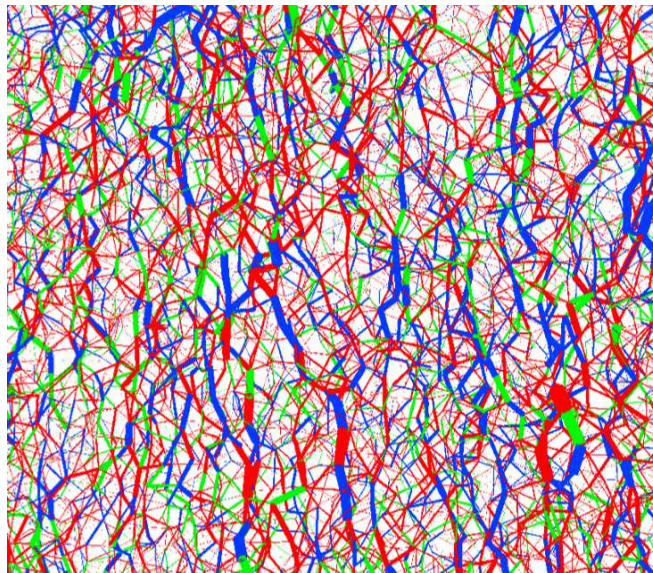
ou  $i \equiv s, d, t$ . L'anisotropie signée est généralement utilisée pour montrer que la direction de l'anisotropie est non constante.

La figure 3.43 montre l'évolution de l'anisotropie signée des vecteurs  $\mathbf{n}$  aux contacts simples, doubles et triples. On peut voir que les anisotropies aux contacts doubles et triples augmentent légèrement ensemble puis se stabilisent autour d'une valeur limite d'environ 0,04. En revanche, en ce qui concerne l'anisotropie aux contacts simples, après une légère augmentation initiale, on observe une diminution



**Figure 3.43:** Évolution de l'anisotropie « signée »  $a'$  des vecteurs  $\mathbf{n}$  aux contacts simples (s), doubles (d) et triples (t) en fonction de la déformation cumulée  $\varepsilon_q$ .

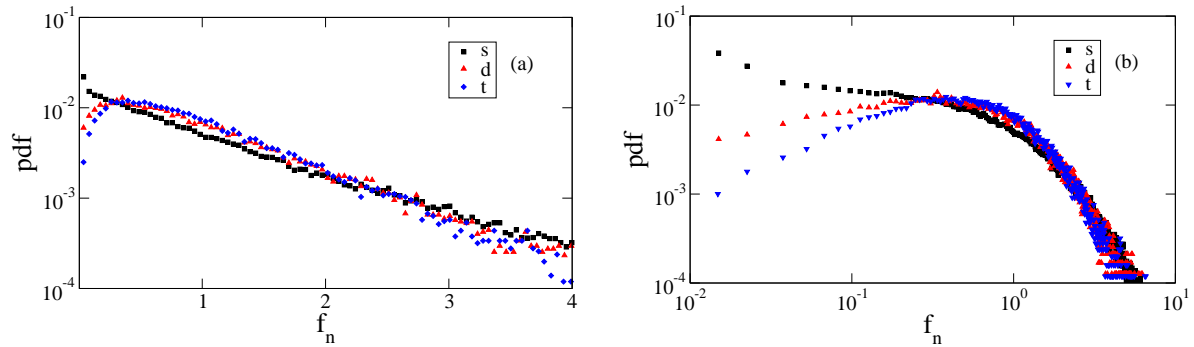
rapide et même un changement de signe de  $a'_s$  pour  $\varepsilon_q \simeq 0,2$ . Ceci indique que pour les particules partageant un contact double ou triple, leur vecteur intercentre reste orienté dans le sens du cisaillement alors que, les particules ayant un contact simple voient leur vecteur intercentre s'orienter perpendiculairement à la compression et pour une déformation  $\varepsilon_q \simeq 0,2$ . Ceci indique que des contacts simples orientés perpendiculairement à la direction de la compression, sont de plus en plus nombreux.



**Figure 3.44:** Carte des forces projetées sur les vecteurs intercentres pour une déformation  $\varepsilon_q = 0,4$ , l'épaisseur du trait est proportionnelle à l'intensité de la force. Les contacts simples sont en rouge (gris foncé), doubles en vert (gris clair) et triples en bleu (noir).

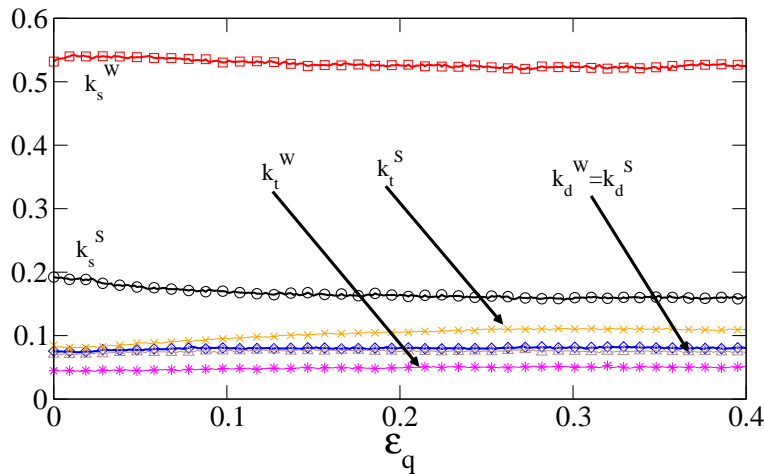
Une carte des forces projetées sur les vecteurs intercentres pour les contacts simples (rouge), doubles (vert) et triples (bleu) est représentée sur la figure 3.44. On y voit clairement les contacts triples, même s'ils ne sont pas très nombreux, qui apparaissent essentiellement sous la forme de chaînes corrélées dans l'espace. Ces chaînes de forces sont très souvent verticales, parallèles à la direction de compression. On

observe également le grand nombre de force très faibles essentiellement aux contacts simples.



**Figure 3.45:** Probabilité de distribution des efforts (pdf) des contacts simples (s), doubles (d) et triples (t) en échelle log-linéaire (a) et en échelle log-log (b).

Ceci nous conduit à considérer la densité de probabilité des forces normales aux contacts simples, doubles et triples ; figure 3.45. On peut constater que les trois types de contact sont impliqués dans les réseaux faible et fort étant donné que les pdf ont globalement la même allure. Une différence importante apparaît au niveau des faibles forces où la proportion des contacts simples est plus marquée que celle des contacts doubles ou triples. La distribution des contacts simples est décroissante et c'est elle qui dicte l'allure générale de la distribution des forces pour les polyèdres.



**Figure 3.46:** Proportions  $k_s^S$ ,  $k_d^S$  et  $k_t^S$  des contacts simples (s), doubles (d) et triples (t) du réseau fort (S) ainsi que les proportions  $k_s^W$ ,  $k_d^W$  et  $k_t^W$  des contacts simples, doubles et triples du réseau faible (W) en fonction de la déformation cumulée globale  $\epsilon_q$ .

Pour situer les contacts simples, doubles et triples par rapport aux réseaux de forces, les proportions  $k_s^S$ ,  $k_d^S$  et  $k_t^S$  des contacts simples (s), doubles (d) et triples (t) du réseau forts (S) et  $k_s^W$ ,  $k_d^W$  et  $k_t^W$  du réseau faible (W) sont représentées sur la figure 3.46 en fonction de la déformation  $\epsilon_q$ . Le fait intéressant est que la proportion  $k_s^W$  des contacts simples faibles est très importante, environ 0,55. Les proportions  $k_d^W$  et  $k_d^S$  des contacts doubles faibles et forts sont identiques ( $\simeq 0,07$ ). Et enfin, bien que la proportion des contacts triples dans le système soit déjà faible, on peut voir qu'environ deux fois plus de contacts triples sont dans le réseau fort ( $k_t^S \simeq 2k_t^W$ ).

### 3.4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons analysé la transmission des efforts dans des systèmes granulaires à grains non sphériques. L'objectif était de préciser l'influence de la forme des particules sur le comportement quasi-statique. Pour comprendre l'interaction du procédé de bourrage avec le matériau ballast, il est en effet essentiel de caractériser précisément la spécificité de ce matériau due en grande partie à la forme polyédrique des grains de ballast

Comme la forme facetté des grains se traduit à l'échelle d'un empilement à travers le réseau des contacts entre les surfaces ou entre les sommets et les surfaces, nous avons d'abord étudié la compression bi-axiale des assemblages de disques et de pentagones réguliers. Nous avons pu observer chez les pentagones une résistance au cisaillement nettement supérieure à celle des disques. Dans ce cas, cette résistance est due à une forte anisotropie des forces aux contacts induites par la présence de contacts côté-côté alors que l'anisotropie des normales aux contacts (souvent désignée comme responsable de la résistance) se trouve être faible et inférieure à celle des disques. De grandes chaînes de forces en forme de zig-zag se créent et peuvent même traverser toute la structure, ce qui définit l'essentiel du réseau fort de contact. Une nouvelle classe de contacts très faible apparaît alors formée par essentiellement des contacts côté-sommet et mettant en évidence les effets d'arches ou de voûtes présents dans le système. Le système de pentagones analysés dans ce travail fournit ainsi le premier contre-exemple d'un système où le rôle de l'anisotropie de contact, dans la résistance au cisaillement, est marginal. Bien que les résultats ne soient pas présentés dans ce manuscrit, on précise que nous avons trouvé un résultat similaire pour d'autres types de grains de forme polygonale.

Nous avons ensuite étudié un assemblage de grains polyédriques irréguliers de forme et de granulométrie la plus proche possible des grains de ballast soumis à une compression tri-axiale et comparé à un assemblage de sphères. Nous avons cherché d'une part de préciser le rôle des contacts face-face en 3D pour les polyèdres et, d'autre part, d'apporter une caractérisation la plus complète possible du matériau ballast. Dans un premier temps, nous avons pu observer avec les polyèdres une résistance au cisaillement nettement supérieure à celle des sphères. Ceci se traduit par un angle de frottement interne de l'ordre de  $34^\circ$  qui a pu être également validé par des essais expérimentaux reproduisant l'angle de repos naturel du matériau ballast. De part leur forme nous avons pu constater que la connectivité des grains de ballast est plus importante que celle des sphères. Les réarrangements sont plus lents et les contacts ont une durée de vie plus grande que dans le cas des sphères. Par une décomposition du tenseur des contraintes, nous avons montré que, comme dans le cas des pentagones, les contacts face-face entraînent une anisotropie importante des forces qui constitue la contribution la plus importante au déviateur des contraintes. Nous avons aussi observé que bien que l'essentiel des contacts face-face soit dans le réseau fort, ces contacts restent minoritaires

D'un point de vue industriel, une conclusion importante est que, contrairement à ce qu'on aurait pu penser, les contacts simples dominent la microstructure du ballast. A partir de nos analyses, on peut dire qu'il serait possible d'améliorer la résistance du ballast au cisaillement avec une forme plus optimale des grains, c'est-à-dire, par exemple avec moins de faces ou avec des surfaces plus importantes par rapport à la section des grains. C'est probablement un élément qui distingue le ballast neuf du ballast usé. Ces effets de forme sont d'autant plus importants qu'ils peuvent être amplifiés par la géométrie de la voie (faible épaisseur de la couche de grains sous le blochet).

# Dynamique vibratoire

## Sommaire

---

<b>4.1. Introduction</b>	<b>126</b>
<b>4.2. Vibro-compaction d'un milieu granulaire confiné. Géométrie 2D</b>	<b>126</b>
4.2.1. Paramètres numériques	126
4.2.2. Phase active et phase passive	128
4.2.3. Un modèle simple	130
4.2.4. Compaction	133
4.2.5. Mise à l'échelle	134
4.2.6. Vitesse de compaction	137
4.2.7. Effet de la taille du système	138
4.2.8. Résumé	141
<b>4.3. Vibro-compaction en 3D</b>	<b>141</b>
4.3.1. Paramètres numériques	141
4.3.2. Dynamique et mise à l'échelle	142
4.3.3. Compaction et vitesse de compaction	146
4.3.4. Résumé	148
<b>4.4. Essai pénétrométrique 3D, pieu vibrant</b>	<b>149</b>
4.4.1. Paramètres numériques	149
4.4.2. Dynamique du système à faible vitesse	150
4.4.3. Mise à l'échelle du mouvement diffusif	153
4.4.4. Dynamique du système à grande vitesse	155
4.4.5. Résistance à l'enfoncement	157
4.4.6. Résumé	160
<b>4.5. Conclusion</b>	<b>161</b>

---



## 4.1. Introduction

« L'ANALYSE que nous proposons repose sur la décomposition du procédé de bourrage en deux grandes phases : l'enfoncement des bourroirs dans le lit de ballast puis l'application d'un effort harmonique horizontal afin de serrer les grains sous le blochet. Dans ce cas, on peut supposer que les grains sous le blochet et entre les bourroirs, sont enfermés dans une boîte. Ainsi, ce chapitre est divisé en trois sections :

1) on s'intéresse à l'évolution d'un système granulaire soumis à une force harmonique sur une paroi verticale d'une boîte. La force  $f$  varie entre 0 et une force maximale. On s'intéresse à la dynamique du système, on montre comment il se compacte et comment la fréquence influence la compacité finale. On montre également comment le comportement se met à l'échelle avec les paramètres (force maximum, fréquence...). Dans un premier temps, une étude 2D est réalisée, car les calculs sont plus simples et plus rapides et ils permettront de mieux préparer le 3D. Il nous est alors possible d'effectuer une étude paramétrique complète avec un grand jeu de paramètres et sur plusieurs configurations indépendantes afin d'obtenir une compréhension globale et fine du comportement moyen d'un système granulaire soumis à des vibrations horizontales.

2) Dans un second temps, on montrera que les phénomènes mis en avant grâce à l'étude 2D sont vérifiés en 3D. On retrouve les tendances établies dans le cas 2D, tant sur la dynamique, que sur la compaction et la mise à l'échelle. Cette étude en trois dimensions est essentielle tout d'abord pour montrer la pertinence et la validité du modèle numérique développé dans LMGC90 avec des polyèdres et surtout cela nous permet de coller d'encore plus près au comportement réel.

3) Enfin, on s'intéresse à la chute d'un objet vibré dans un sol granulaire. À l'état initial un pieu est déposé sur un ensemble granulaire. Les simulations consistent à analyser la manière dont le pieu se déplace de la surface jusque dans le sol granulaire suite à l'application d'un déplacement harmonique constant horizontal. On montre que le déplacement se fait en deux grandes étapes : une première assimilable à une chute libre alors que la seconde est plus proche d'un mouvement diffusif. Dans ce cas les déplacements se mettent à l'échelle avec les paramètres (force, amplitude, fréquence...). La vitesse initiale de l'objet influence de manière nette le déplacement. L'ensemble des calculs est réalisé grâce à la modélisation 3D avec des grains polyédriques.

## 4.2. Vibro-compaction d'un milieu granulaire confiné. Géométrie 2D

### 4.2.1. Paramètres numériques

Les échantillons sont composés de pentagones, hexagones et heptagones irréguliers dans les proportions suivantes :

- 50% de diamètre  $d_{min} = 2.5$  cm
- 34% de diamètre 3.75 cm
- 16% de diamètre  $d_{max} = 5$  cm

Ces proportions se veulent aussi proche que possible de la courbe granulométrique du ballast, alors que des formes de grains différentes sont adoptées afin d'éviter toutes particularités induites par une forme régulière.

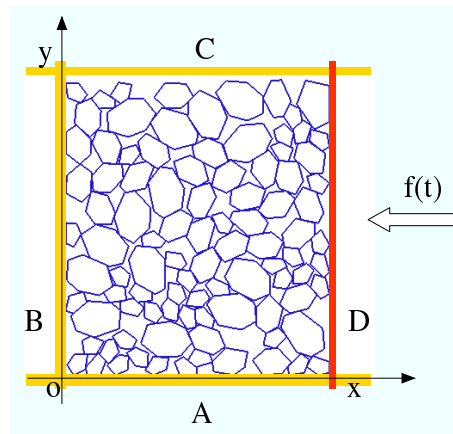


Figure 4.1: Géométrie du système.

Les particules sont placées initialement sur un réseau carré dans une boîte rectangulaire et compressées en imposant une force sur la paroi supérieure pour une gravité nulle. Puis la gravité est rétablie à  $g = 9.81$  et la paroi supérieure ; mur C sur la figure 4.1, est relevée de 1 cm et ne bouge plus. La paroi de droite ; mur D sur la figure 4.1, ne peut se déplacer que horizontalement (suivant  $x$ ) et est soumise à la force suivante :

$$f(t) = \frac{(f_{max} + f_{min})}{2} - \frac{(f_{max} - f_{min})}{2} \sin \omega t, \quad (4.1)$$

ou  $f_{max}$  et  $f_{min}$  sont les valeurs maximum et minimum de la force appliquée sur la paroi. Si  $f_{min}$  est supérieure à la force exercée par les grains, due à leur poids, sur la paroi libre,  $f$  sera assez grande pour empêcher la paroi de faire marche arrière pendant l'ensemble des cycles. En d'autres termes, le système est dans un « état passif », au sens de Rankine, et la valeur principale du tenseur de contrainte est horizontale [79]. Dans ces conditions, aucune **extension** ne se produit après la première **contraction**. D'autre part, si  $f_{max}$  est inférieure à la force exercée par les grains,  $f$  ne sera jamais assez forte pour empêcher l'extension du système. Ce qui correspond à « l'état actif » où la direction principale du tenseur de contrainte demeure verticale. Dans tous les cas, contraction et extension du système se produisent durant chaque période, et le déplacement  $\Delta x$  de la paroi libre est contrôlée par  $f_{min}$ . Dans les simulations qui seront réalisées, on impose alors  $f_{min} = 0$ . Ceci assure le plus grand déplacement possible pour la paroi dans l'état actif. On utilise quatre valeurs de  $f_{max}$  allant de  $5.10^3$  à  $2.10^4$  N.

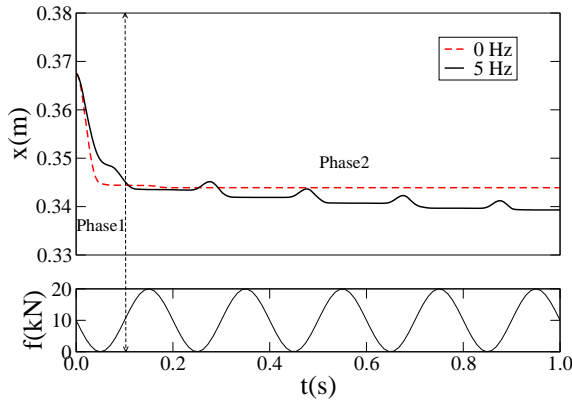
Les simulations sont réalisées avec  $N_p = 95$  grains dans une boîte et chaque simulation est répétée 7 fois sur des configurations indépendantes. Le comportement moyen pour chaque jeu de paramètres est obtenu en faisant la moyenne sur les sept échantillons indépendant. Des échantillons composés de beaucoup plus de grains peuvent être simulés, néanmoins cela exige un temps de calcul prohibitif pour réaliser une étude paramétrique aussi complète que possible sur un grand nombre de cycles. Cependant dans la suite, on montrera rapidement que la dynamique et la mise à l'échelle du comportement sont vérifiées sur un système comportant quatre fois plus de particules. Enfin, nous nous intéressons globalement ici aux petits systèmes qui intéressent plus particulièrement l'opération de bourrage.

Ainsi, notre système représente plutôt une couche granulaire mince. Le coefficient de frottement entre les grains et avec les murs horizontaux a été fixé à 0,4, et il était de 0 avec les murs verticaux. Avec un pas de temps égale à  $2,5.10^{-4}$  s nous pouvons effectuer des simulations de haute qualité dans lesquelles

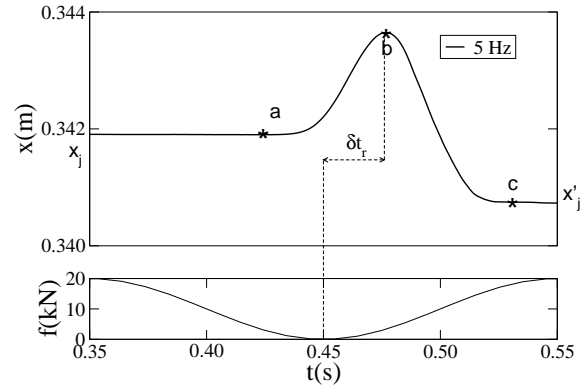
les interpénétrations entre grains sont inférieures à 1 %.

#### 4.2.2. Phase active et phase passive

On considère le déplacement  $x(t)$  de la paroi libre (mur D sur la figure 4.1) qui reflète la dynamique des grains dans la boîte en réponse à la force harmonique. La figure 4.2 montre  $x(t)$  (moyenné sur sept simulations indépendantes) pour une fréquence  $\nu = 5$  Hz sur un intervalle de temps  $\Delta t = 1$  s.



**Figure 4.2:** Evolution du déplacement  $x$  de la paroi libre (au dessus) en réponse à la force harmonique appliquée (au dessous).



**Figure 4.3:** Zoom sur une période de la figure 4.2. Le déplacement maximal  $\Delta x_{max}$  se produit au point b.

On peut distinguer une première phase rapide de contraction ( $t < 0.1$  s) suivie de plusieurs petites contractions ( $x$  décroît) sur quatre périodes. La première grande contraction est une conséquence directe du vide laissé à l'état initial entre les grains et la paroi supérieure. Ce changement initial de volume est indépendant de la fréquence. Nous allons étudier le mouvement périodique du mur après cette première phase.

Un zoom sur une période est tracé sur la figure 4.3. La période commence sur une position bloquée  $x = x_j$ , ce qui correspond à la position bloquée atteinte durant la période précédente. La paroi commence à se déplacer ; point a sur la figure 4.3, seulement quand la force appliquée  $f$  décroît vers son minimum  $f_{min} = 0$ . Le déplacement maximal  $\Delta x_{max}$  se produit pour un temps  $\delta t_r$  (point b) dès que la force  $f$  a atteint son minimum. De a vers b, la force exercée par les grains sur la paroi libre est supérieure à la force  $f$  appliquée. En conséquence, le mur recule (extension). Durant cette période, le système est dans une phase active. On obtient une situation contraire lorsqu'on va de b vers c, les grains sont poussés de l'autre coté (contraction). Le système est dans une phase passive. La nouvelle position de blocage est  $x'_j$  qui est inférieure à la position de blocage  $x_j$  du cycle d'avant. La différence  $x_j - x'_j$  représente la compaction du système pour une fréquence  $\nu$  donnée, la différence de phase  $\delta t_r$  est la même pour toutes les périodes, et le déplacement  $\Delta x_{max}$  est fonction de  $f_{max}$  et de  $\nu$  comme nous allons le voir plus bas. Le déplacement de la paroi est régi par l'équation de la dynamique,

$$f - f_g = m_w \ddot{x}, \quad (4.2)$$

ou  $f_g$  est la force de réaction horizontale exercée par les grains sur la paroi et  $m_w$  est la masse de la paroi. Sur la figure 4.4 on trace  $f_g$  en fonction du temps pour  $f_{max} = 2 \cdot 10^4$  N. On voit que  $f_g$  colle aux

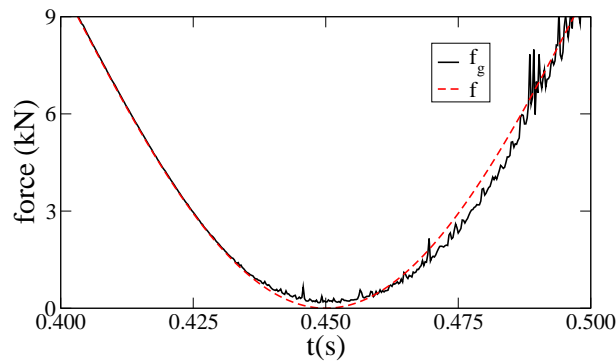


Figure 4.4: force  $f_g$  exercée par les grains et force  $f$  appliquée sur la paroi en fonction du temps  $t$ .

variations de  $f$ . En particulier dans l'état bloqué nous avons  $f = f_g$  ce qui implique que  $\ddot{x} = 0$  dans cet état.

La figure 4.5(a) représente  $f_g$  en fonction de  $x$  sur 4 périodes. Dans la phase active,  $f_g$  croît légèrement avec  $x$ . Puis, dans la phase passive,  $f_g$  croît rapidement presque linéairement alors que  $x$  décroît. La droite verticale que l'on peut observer sur la figure représente l'état bloqué du système où  $f_g$  décroît avec  $f$  jusqu'à  $x = x_j$ . On observe également sur la figure 4.5(a) deux transitions : une première qui correspond à une phase de déblocage correspondant au début de la phase active et une deuxième correspondant à une phase de blocage à la fin de la phase passive. Il est remarquable également que bien que  $x_j$  décroît à la fin de chaque période, la dynamique reste à peu près similaire à une translation près d'un cycle à l'autre.

Sur la figure 4.5(b) on trace  $f_g$  en fonction de la vitesse  $v \equiv \dot{x}$ . On observe également les états actifs ( $v > 0$ ) et passif du système ( $v < 0$ ) du système avec les transitions d'un état bloqué vers un état non bloqué. Pour chaque période, les variations semblent identiques exceptées peut être pour les phases de transitions vers l'état bloqué, où pour chaque période on observe une légère diminution de  $v_{max}$ .

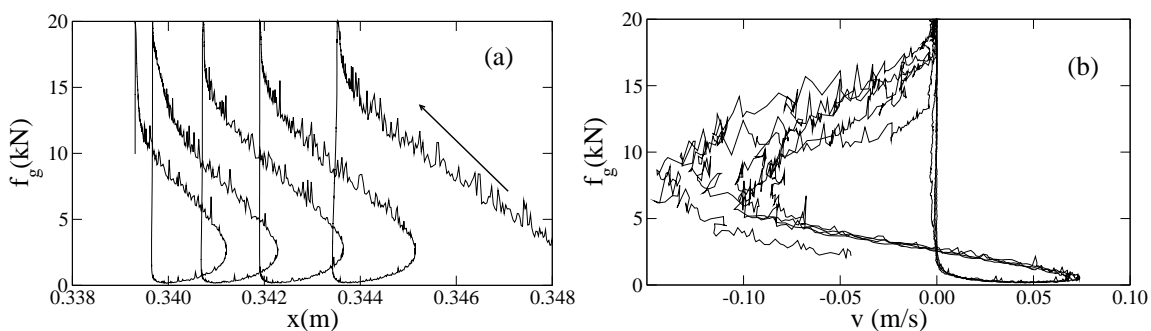


Figure 4.5: force  $f_g$  exercée par les grains sur la paroi en fonction du déplacement  $x$  (a) et de la vitesse  $v$  (b).

Bien qu'on s'intéresse ici à la dynamique moyenne du système, c'est-à-dire le déplacement de la paroi libre, il est important de noter que les grains n'oscillent pas autour d'une position moyenne initiale. En effet, les grains subissent un mouvement de convection dans le sens des aiguilles d'une montre comme on peut le voir sur la figure 4.6. De plus, les forces de contact dans le matériau évoluent d'un état entièrement bloqué, où les chaînes de forces horizontales dominent durant la phase passive ; figure 4.7(a), vers un état

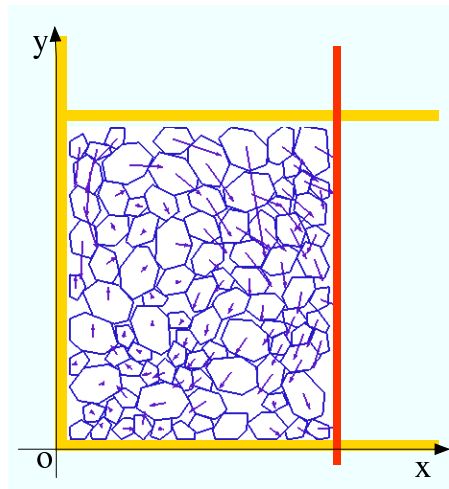


Figure 4.6: Déplacement des particules sur une période.

ou les chaînes de force deviennent verticales, dans la phase active qui est contrôlée par la gravité ; figure 4.7(b)

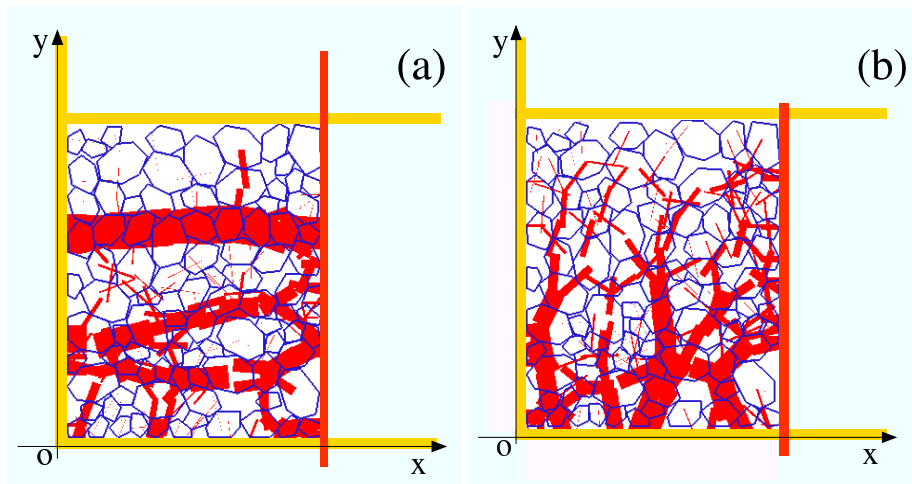


Figure 4.7: Forces normales dans l'état passif (a) et dans l'état actif (b).

### 4.2.3. Un modèle simple

Afin de prédire le déplacement de la paroi à partir de l'équation 4.2, il est nécessaire d'exprimer la force de réaction  $f_g$  en fonction de  $x$  et/ou de  $v$ . Dans un premier temps, il est clair que si on est dans la phase bloquée, c'est-à-dire pour  $x = x_j$ , la force  $f_g$  est alors rigoureusement identique à la force appliquée  $f$ , ce qui signifie que  $v = 0$ . D'un autre coté, les effets d'inerties sont faibles comparés aux

efforts statiques. Cet effet est mis en avant grâce au nombre sans dimension  $I$  défini par [42] :

$$I = \dot{\varepsilon} \sqrt{\frac{m}{p}}, \quad (4.3)$$

ou  $\dot{\varepsilon} = \dot{x}/x$  est le taux de déformation,  $m$  est la masse totale du système et  $p$  est la pression moyenne. L'évolution de  $I$  est représentée sur la figure 4.8.

Les deux pics dans chaque période correspondent au maximum de vitesse relative en valeur absolue que nous avons vu sur la figure 4.5(b). On a que  $I < 0.02$  ce qui implique alors que  $f$  ne dépend pas, ou alors de manière négligeable, de  $v$ . Ainsi la figure 4.5(b) ne représente pas la dépendance *explicite* de  $v$  sur  $f_g$ , mais plutôt une conséquence de l'équation de la dynamique, comme nous allons le voir plus bas. Cette courbe peut être reproduite en montrant que  $f_g$  est indépendante de  $v$ . À partir de la figure 4.5(b), on introduit maintenant un modèle simple en exprimant  $f_g$  en fonction de  $x$ . Comme on peut le voir sur la figure 4.10, il est possible de considérer deux « fit » permettant d'approcher la force  $f_g$  en fonction de  $x$  suivant que l'on regarde la phase active ou la phase passive du système.

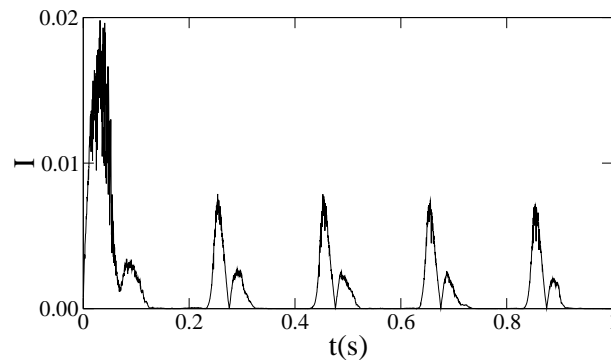


Figure 4.8: Evolution du nombre d'inertie sur cinq périodes.

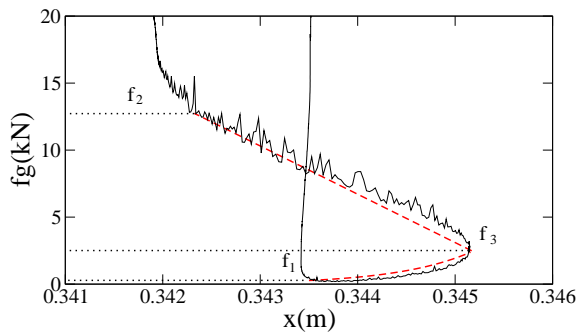


Figure 4.9: Evolution de la force de réaction  $f_g$  en fonction de  $x$  sur une période (trait plein) et une forme approchée ; Eq 4.4 (trait haché).

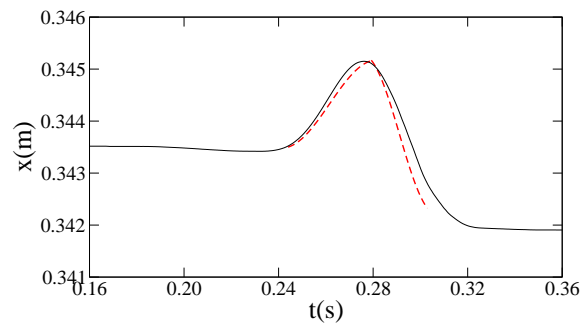


Figure 4.10: Déplacement  $x$  de la paroi en fonction du temps (trait plein) et le modèle analytique (trait haché).

Si on ne considère pas les phases de transition, une forme exponentielle nous donne une assez bonne approximation de la phase active, alors qu'une forme linéaire semble mieux convenir dans la phase passive. Formellement, on peut écrire :



$$f_g = \begin{cases} \alpha + \beta e^{k(x-x_j)} & \text{active,} \\ \alpha' + \beta' \{1 + k'(x-x_j)\} & \text{passive} \end{cases} \quad (4.4)$$

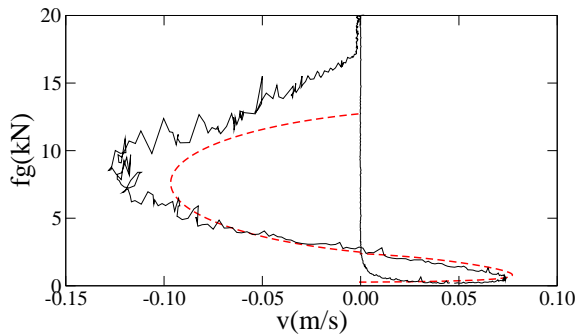
avec

$$\begin{aligned} \alpha &= (f_3 - f_1 e^{k\Delta x_{max}}) / (1 - e^{k\Delta x_{max}}), \\ \beta &= (f_1 - f_3) / (1 - e^{k\Delta x_{max}}), \\ \alpha' &= (f_2(1 + k'\Delta x_{max}) - f_3) / (k'\Delta x_{max}), \\ \beta' &= (f_3 - f_2) / (k'\Delta x_{max}). \end{aligned} \quad (4.5)$$

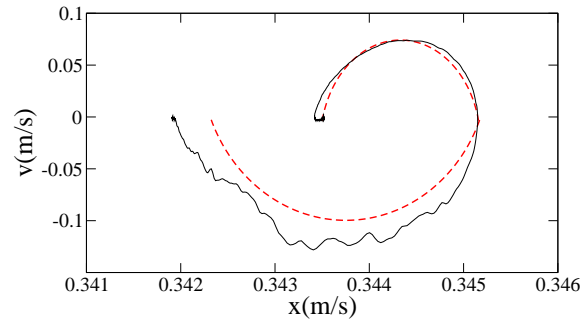
La constante  $f_1$  correspond à la valeur de  $f_g$  durant la transition entre la phase de blocage vers la phase de déblocage,  $f_2$  correspond à la valeur de  $f_g$  durant la phase de transition vers le blocage, et enfin  $f_3$  correspond au changement de phase, de l'état actif vers l'état passif ; figure 4.10. Nous avons également  $f_1 > f_{min}$  et  $f_2 < f_{max}$  en raison de l'action de la gravité ainsi que de la transition vers l'état bloqué.

Mathématiquement, il suffit de porter l'équation 4.4 dans l'équation 4.2 et de résoudre pour  $x$ . Une solution analytique peut être obtenue dans la phase passive. En revanche, pour la phase active, on peut donner une approximation de la solution analytique en développant au premier ordre la fonction exponentielle. Sur la figure 4.9, on trace l'évolution de la position  $x$  de la paroi, pour une période en fonction du temps, ainsi que la solution du modèle. Les paramètres  $k$ ,  $k'$  sont ajustés dans le but d'obtenir la meilleur approximation sur la figure.

Bien que nous n'ayons pas pris en compte dans cette modélisation les phases de transition, on observe une assez bonne corrélation entre le modèle analytique et l'essai numérique. De la même manière, sur la figure 4.11 on trace  $f_g$  en fonction de  $v$  pour une période avec la solution analytique. On observe également, aux phases de transitions près, que le modèle proposé donne une bonne approximation de l'essai numérique bien que durant la phase passive on sous-estime légèrement les grandes vitesses.



**Figure 4.11:** Force  $f_g$  exercée par les grains sur la paroi en fonction de  $v$  (trait plein) et le modèle analytique provenant de l'intégration de l'équation 4.4.

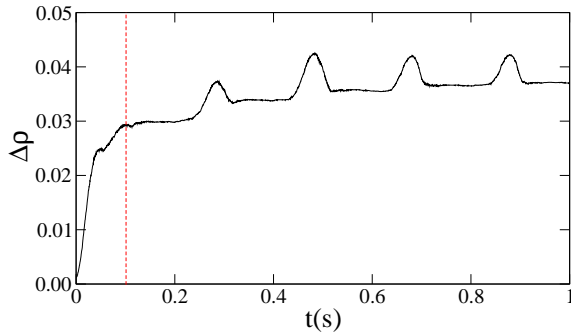


**Figure 4.12:** Espace des phases : vitesse  $v$  du déplacement  $x$  de la paroi sur une période en trait continu et la trajectoire prédite par le modèle analytique en trait hachuré.

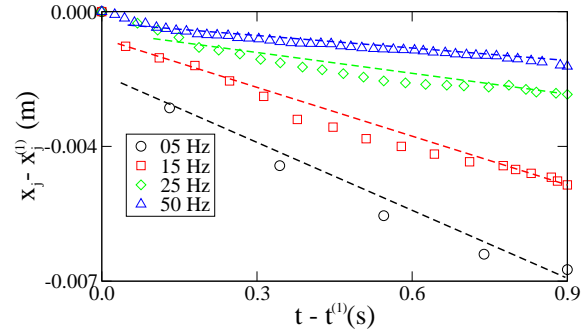
Enfin pour conclure sur la pertinence du modèle proposé, on trace sur figure 4.12 l'évolution de la vitesse en fonction du déplacement : l'espace de phase  $(\dot{x}, x)$  pour une période, à la fois à partir du modèle et de l'essai numérique. Globalement l'approximation, est acceptable bien que la phase active soit légèrement sous-estimée. Les paramètres du modèle  $k$  et  $k'$  restent sensiblement les mêmes d'une période à l'autre. Ce ci signifie que la dynamique du système pour un temps court ( $\Delta t < 1$  s) est dépendante de l'état de compaction initial du système. Néanmoins, les paramètres  $k$  et  $k'$  changent en fonction des paramètres d'entrée ( $\nu$ ,  $f_{max}$ , ...).

#### 4.2.4. Compaction

Dans cette partie, on s'intéresse à l'évolution de la compacité  $\rho$  du système. Pour cela on considère un volume fixe, fermé, à l'intérieur du système. Ce volume ne contient pas l'espace laissé au préalable entre la paroi supérieure et le haut du milieu granulaire. La valeur initiale de la compacité est 0,75 et comme les grains sont des polygones, la variation  $\Delta\rho$  par rapport à l'état initial est importante.



**Figure 4.13:** Evolution de la compacité  $\Delta\rho$  à partir de l'état initial, en fonction du temps, sur quelques périodes et pour 5 Hz.



**Figure 4.14:** Evolution de la position bloquée  $x_j$  à partir de la position  $x^{(1)}$  atteinte à  $t = t^{(1)} = 0, 1$  s pour quatre fréquences différentes

Sur la figure 4.13 on représente l'évolution  $\Delta\rho$  sur quelques périodes. On observe une compaction initiale de presque 3% avant 0,1 s. En effet dans l'état initial le système n'est pas compacté mais juste déposé. Dans la suite, l'évolution de la compacité se fait en fonction d'un état un peu plus compacté à chaque fin de cycle. On utilise  $\rho_0 = 0,77$ , à la fin du premier cycle comme compacité de référence. On précise également que  $\rho_0$  est identique quelle que soit la fréquence de vibration. La compaction relative du système est donnée par  $\Delta\rho/\rho_0$ . La vitesse de compaction est définie pour chaque cycle par :

$$\dot{\eta} \equiv \frac{1}{\rho_0} \frac{\Delta\rho}{\Delta t}. \quad (4.6)$$

La figure 4.14 montre la position bloquée  $x_j$  en fonction du temps, pour différentes fréquences et pour  $\Delta t < 1$  s. Ainsi, pour un temps court, on peut affirmer, avec une assez bonne approximation, que la compacité décroît de manière linéaire en fonction du temps. Ce qui n'est pas vrai pour des temps longs, ou généralement le comportement d'un matériau décroît de manière logarithmique [21].

Ceci signifie que, pour des temps courts, la vitesse de compaction est presque constante et nous avons alors :

$$\dot{\eta} = \frac{\Delta\rho_1}{\rho_0} \nu, \quad (4.7)$$

où  $\Delta\rho_1$  est la compaction par période. Par exemple, pour  $\nu = 5$  Hz et  $f_{max} = 2.10^4$  N, on obtient  $\dot{\eta} \simeq 0.009$  s<sup>-1</sup>. Remarquons que la compaction se produit durant la phase d'extension et non durant la phase de contraction ! En d'autres termes, « pour compacter il faut desserrer ». On observe d'autant mieux cela si on trace l'évolution de la compacité en fonction du déplacement  $x$  ; figure 4.15. La compacité augmente en même temps que le déplacement augmente ( $x$  croît), c'est-à-dire durant l'extension du système ; de la même manière, la compacité décroît avec le déplacement. En fait, la compaction se produit lorsqu'il y a une inversion dans la sollicitation [72]. La répétition de sollicitation de cisaillement à faibles amplitudes provoque donc

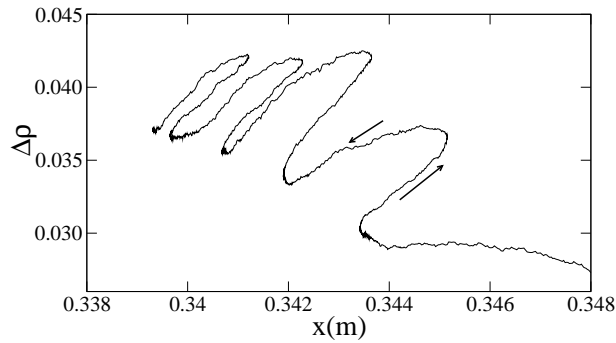


Figure 4.15: Variation  $\Delta\rho$  de la compacité en fonction du déplacement  $x$  de la paroi.

une compaction de cycle en cycle. En revanche, pour des amplitudes élevées la compaction du matériau est suivie de décompaction. On observe alors aucune compaction importante. Dans notre système, la situation est légèrement différente, car nous avons des états bloqués. La compaction est une conséquence du déblocage du système qui se poursuit durant toute la phase active. La décompaction a lieu durant la phase passive, mais elle est rapidement arrêtée à cause du blocage du système. Ainsi sur un cycle entier on obtient une compaction globale du système.

#### 4.2.5. Mise à l'échelle

Dans les sections précédentes, on a analysé la dynamique du système et la compaction pour une seule fréquence de 5 Hz et une seule force maximale de  $2 \cdot 10^4$  N. Les mêmes simulations ont été réalisées pour différentes fréquences variant de 1 Hz à 60 Hz, ainsi que pour différentes forces maximales  $f_{max}$ . Bien qu'il y ait des différences sur les longueurs mesurées ou sur les différents temps de compaction

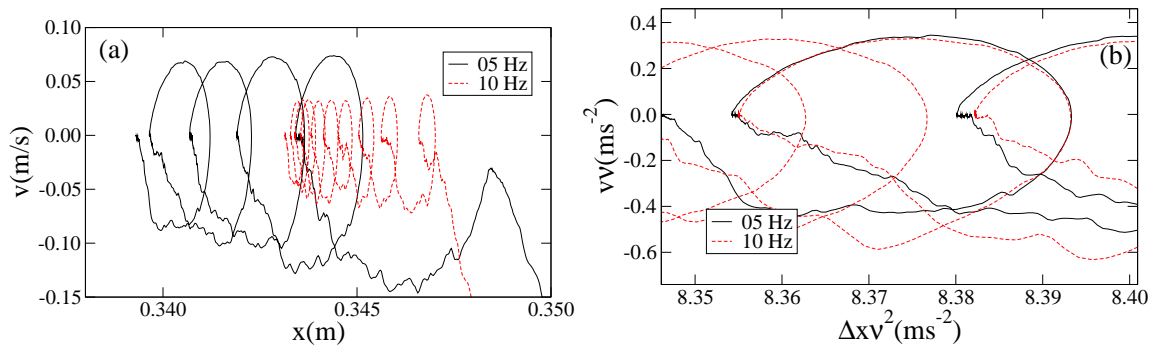


Figure 4.16: Espace de phase des déplacements et des vitesses pour deux fréquences sans mise à l'échelle (a) et avec mise à l'échelle (b).

ou de durée de phase, toutes les simulations donnent des résultats semblables tant sur la dynamique que sur la compaction du système et ce indépendamment de la fréquence de vibration appliquée. Sur la figure 4.16(a), on représente l'espace de phase des trajectoires pour  $\nu = 5$  Hz et  $\nu = 10$  Hz. On observe clairement que les tendances sont les mêmes. Le modèle que nous avons établi dans la section précédente, était ajusté pour une fréquence de 5 Hz et pour une force maximale  $f_{max}$  donnée. L'idée

est de généraliser ce modèle quelle que soit la fréquence, ou la force imposée. Sur la figure 4.16(b) on montre que l'on peut mettre facilement les données à l'échelle en multipliant le déplacement  $\Delta x$  par  $\nu^{-2}$  et la vitesse  $v$  par  $\nu^{-1}$ .

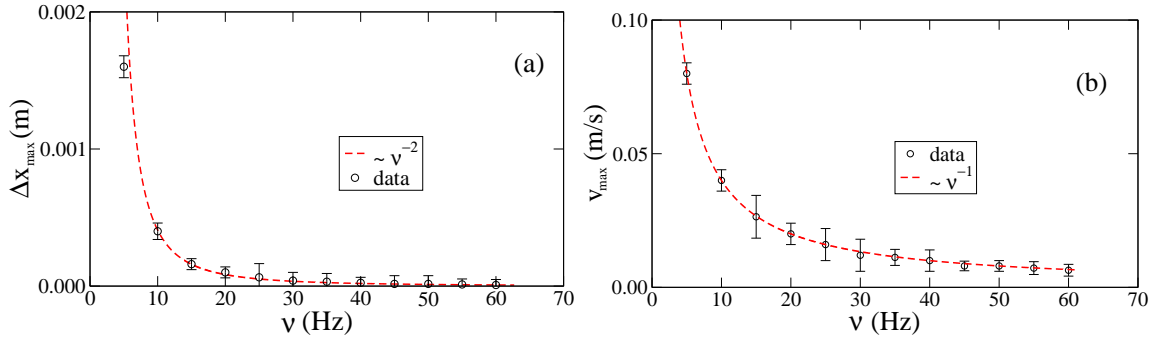


Figure 4.17: Déplacement maximal  $\Delta x_{max}$  (a) et vitesse maximale  $v_{max}$  (b) en fonction de  $\nu$ .

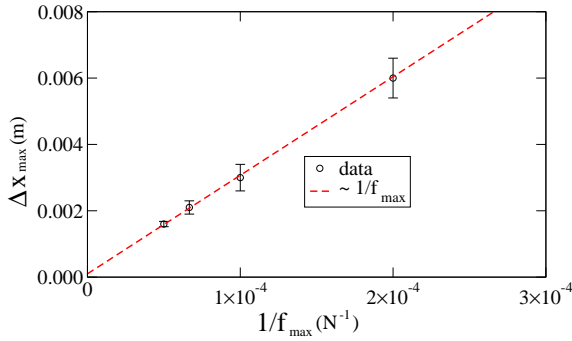
Cette mise à l'échelle est suggérée par une étude dimensionnelle sur la dynamique moyenne du système. La fréquence  $\nu$  nous donne une échelle de temps  $\tau = \nu^{-1}$ . La mise à l'échelle des forces est dictée par la force maximale appliquée  $f_{max}$  dans l'état passif, par le poids des grains  $mg$  et la force minimale  $f_{min}$  dans la phase active. Ainsi, dimensionnellement, pour des valeurs fixées de  $f_{max}$ ,  $f_{min}$  et  $mg$ , tous les déplacements se mettent à l'échelle avec  $\nu^{-2}$  et les vitesses avec  $\nu^{-1}$ . Une autre manière de voir directement cette propriété est de considérer une valeur particulière telle que le déplacement maximal  $\Delta x_{max}$  dans la phase active ou alors  $v_{max}$  valeur de la vitesse maximale, dans la phase passive comme fonction de  $\nu$ . L'approximation de  $\Delta x_{max}$  par  $\nu^{-2}$  et de  $v_{max}$  par  $\nu^{-1}$  est tout simplement excellente ; figure 4.17.

L'influence des paramètres  $f_{max}$ ,  $f_{min}$  et  $mg$  de la force peut être analysée séparément pour chaque régime. Dans la phase passive,  $f_{max}$  est la partie dominante de la force et est exactement équilibrée par la force  $f_g$  de réaction des grains sur la paroi durant la transition vers l'état bloqué. D'un autre côté, dans la phase active, c'est  $mg$  qui est la force dominante du fait que  $f$  devient faible face à  $mg$  dans cet état. Ainsi, le déplacement maximum  $\Delta x_{max}$  durant la transition entre état actif et état passif, est guidé de manière subtile par la « compétition » entre les deux forces  $f_{max}$  et  $mg$ . Si la pesanteur était la seule force présente durant l'état actif, on aurait que  $\Delta x_{max}$  se mettrait alors à l'échelle simplement par  $g\nu^{-2}$  indépendamment de  $f_{max}$ . Mais, si on regarde la figure 4.18 on voit que le déplacement maximal  $\Delta x_{max}$  varie comme l'inverse de l'amplitude de la force  $f_{max}^{-1}$ .

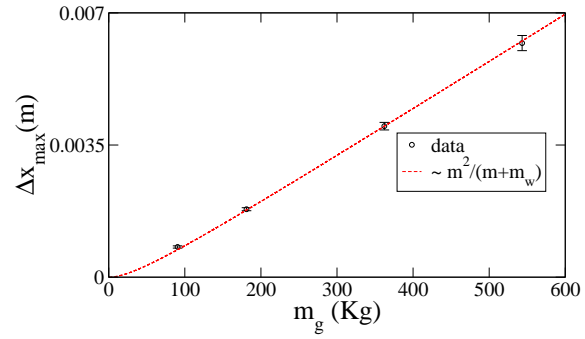
Une interprétation possible de ce phénomène est de dire que  $\Delta x_{max}$  est contrôlé par le rapport  $mg/f_{max}$  représentant la « compétition » entre la force exercée par la gravité sur les grains ( $mg$ ) et l'amplitude maximale de la force appliquée ( $f_{max}$ ). De même, la masse de la paroi  $m_w$  et la masse  $m$  des grains jouent un rôle dans la dynamique. Ainsi l'inertie est contrôlée par le rapport des masses  $m_w/m$ . En faisant varier  $m_w$  dans nos simulations, on montre sur la figure 4.19 que  $\Delta x_{max}$  varie comme  $m/(m + m_w)$ .

De manière plus générale, il nous est alors possible de proposer une mise à l'échelle du déplacement en fonction de tous les paramètres imposés à notre système :

$$\Delta x_{max} = C \left( \frac{m}{m + m_w} \right) \left( \frac{mg}{f_{max}} \right) \left( \frac{g}{\nu^2} \right), \quad (4.8)$$

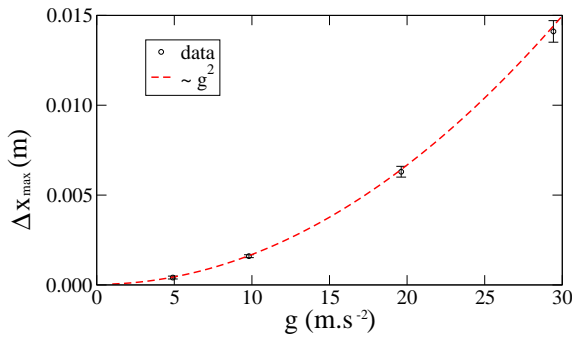


**Figure 4.18:** Le déplacement maximal  $\Delta x_{max}$  en fonction de l'amplitude  $f_{max}$  de la force.

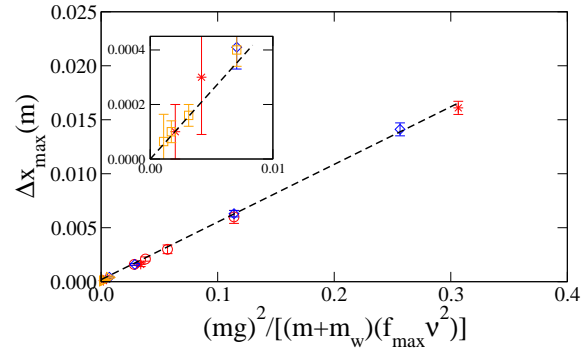


**Figure 4.19:** Le déplacement maximal  $\Delta x_{max}$  en fonction des masses  $m$  et  $m_w$  des grains et de la paroi respectivement.

où  $C$  est un nombre sans dimension. Cette équation comprend la mise à l'échelle exacte de  $\Delta x_{max}$  avec la fréquence  $\nu$  ; figure 4.17(a), avec la force  $f_{max}$  ; figure 4.18 ainsi qu'avec la masse des grains et de la paroi ; figure 4.19. En particulier, l'équation 4.8 prédit que  $\Delta x_{max}$  varie comme  $g^2$ . Si on se réfère à la figure 4.20, où l'évolution de  $\Delta x_{max}$  en fonction de  $g$  est tracée pour quatre valeurs de  $g$ , on se rend compte que cette prédiction est une fois de plus en excellent accord avec nos simulations numériques.



**Figure 4.20:** Le déplacement maximal  $\Delta x_{max}$  en fonction de la gravité  $g$ .



**Figure 4.21:** Mise à l'échelle du déplacement maximal  $\Delta x_{max}$  avec la fréquence  $\nu$  (carré), l'amplitude de la force  $f_{max}$  (cercles), la gravité  $g$  (losange), et la masse de la paroi  $m_w$  (étoile).

L'équation 4.8 implique que le préfacteur  $C$  est une constante matérielle qui reste identique quelle que soit les paramètres imposés au système comme  $\nu$ ,  $f_{max}$  ou  $m$ . Sur la figure 4.21 on trace  $\Delta x_{max}$  en fonction de  $(mg)^2 / [(m + m_w)(f_{max} \nu^2)]$  pour différentes simulations avec différentes valeurs de  $\nu$ ,  $f_{max}$ ,  $g$  et  $m_w$ . Les données sont en excellent accord avec la mise à l'échelle proposée par l'équation 4.8 et nous avons  $C \simeq 0.05$ .

Ainsi, la mise à l'échelle de  $\Delta x_{max}$  présentée plus haut peut être incorporé dans la modélisation de  $f_g$  en fonction de  $x - x_j$  et des trois forces  $f_1$ ,  $f_2$  et  $f_3$ , proposée dans l'équation 4.4. Sous cette forme, les déplacements doivent être divisés par  $\Delta x_{max}$ . Nous n'étudierons pas ici en détail la dépendance de  $f_1$ ,  $f_2$  et ni  $f_3$  en fonction des paramètres de force tels que  $mg$ ,  $f_{min}$  ou  $f_{max}$ . Seulement sur l'ensemble des simulations réalisées on peut dire que  $f_3$  dépend en partie de  $f_{max}$  et de  $mg$ . En théorie, cet état correspond à la limite entre l'état actif et l'état passif. Plus clairement,  $f_2$  semble ne dépendre que de  $f_{max}$  et enfin  $f_1$  dépend à la fois de  $f_{min}$  et de  $mg$ . Dans nos simulations, comme  $f_{min} = 0$ ,  $f_1$  est

proche de 0 également.

Nous avons vu dans cette partie l'influence de l'ensemble des paramètres sur la dynamique du système soumis à une force harmonique, et nous avons pu mettre à l'échelle l'ensemble des données. Dans la partie suivante on propose de montrer l'influence de la fréquence de vibration sur l'état de compaction final du système.

#### 4.2.6. Vitesse de compaction

La définition 4.7 proposée dans la section précédente pour la vitesse de compaction pour une fréquence de 5 Hz, et que l'on rappelle ici :

$$\dot{\eta} = \frac{\Delta\rho_1}{\rho_0} \nu, \quad (4.9)$$

suggère que le taux de compaction  $\dot{\eta}$  doit varier linéairement avec la fréquence  $\nu$  si la compaction totale par période  $\Delta\rho_1$  est indépendante de  $\nu$ . Sur la figure 4.22 on représente l'évolution de  $\dot{\eta}$  en fonction de

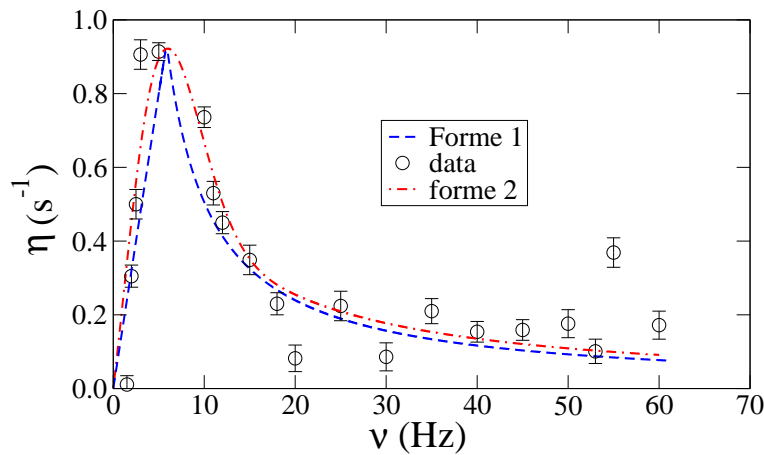


Figure 4.22: Taux de compaction  $\dot{\eta}$  en fonction de la fréquence (cercles) approché par deux fonctions.

la fréquence  $\nu$ . On peut observer que seulement pour les faibles fréquences  $\dot{\eta}$  croît linéairement avec la fréquence  $\nu$ . Pour des fréquences plus élevées, c'est-à-dire pour des fréquences supérieures à une fréquence caractéristique  $\nu_c$ , le taux de compaction  $\dot{\eta}$  décroît. Le plus grand taux de compaction  $\dot{\eta}_{max}$  est pour  $\nu = \nu_c$ . Ceci implique, si on se réfère à l'équation 4.7, que  $\Delta\rho_1$  est indépendant de  $\nu$  pour  $\nu < \nu_c$ . Ainsi le temps caractéristique  $\tau_c \equiv \nu_c^{-1}$  peut être interprété comme le minimum de temps nécessaire pour la relaxation des grains. En effet, dans l'état actif, le système a besoin d'un temps fini  $\tau_c$  pour se stabiliser et atteindre un niveau de compaction supérieur à l'état précédent. Ainsi, tant que  $\tau = \nu^{-1}$  est plus grand que le temps de relaxation  $\tau_c$ , le système a du temps pour se relaxer et atteindre un état plus compact. Alors la compaction par cycle  $\Delta\rho_1$  atteint son maximum à  $\Delta\rho_{max}$ . En revanche, si la période  $\tau$  est inférieure à la période  $\tau_c$  la relaxation du système ne pourra se faire complètement et alors  $\Delta\rho_1 < \Delta\rho_{max}$ .

Mais, puisque le changement de volume  $\Delta V$  est proportionnel à  $\Delta x$ , on a forcément que  $\Delta\rho_1$  suit la même mise à échelle avec la fréquence que le déplacement de la paroi. C'est-à-dire que  $\Delta\rho_1 \propto$



$\Delta\rho_{max} \nu^{-2}$ . Ainsi, à partir de l'équation 4.7 et en imposant la continuité pour  $\nu = \nu_c$  on obtient :

$$\dot{\eta} = \begin{cases} \frac{\Delta\rho_{max}}{\rho_0} \nu & \nu < \nu_c, \\ \frac{\Delta\rho_{max}}{\rho_0} \nu_c^2 \nu^{-1} & \nu > \nu_c. \end{cases} \quad (4.10)$$

Cette forme (forme 1) est représentée sur la figure 4.22 avec les points expérimentaux. Il est remarquable que, bien que  $\nu_c$  soit le seul paramètre à ajuster, le taux de compaction  $\dot{\eta}$  est assez bien représenté par l'équation 4.10. Dans ces conditions, le préfacteur est  $\Delta\rho_{max}/\rho_0$  et vaut environ  $\simeq 1.5 \times 10^{-3}$ , ce qui correspond à  $\Delta\rho_{max} \simeq 1.1 \times 10^{-3}$ .

Les arguments proposés à partir de l'équation 4.10 implique une transition forte pour  $\nu = \nu_c$ . Ceci est tout à fait plausible vu les résultats présentés sur la figure 4.22. Néanmoins, il serait également « pratique » de construire une expression unique contenant le comportement exact à la fois pour les faibles fréquences et pour les fortes fréquences. La forme approchée suivante (forme 2) donne une bonne approximation du taux de compaction en fonction de la fréquence :

$$\dot{\eta} = \frac{\Delta\rho_{max}}{\rho_0} \frac{1 + e^{-\left(\frac{\nu}{\nu_c} - 1\right)^2}}{1 + \left(\frac{\nu}{\nu_c}\right)^2} \nu. \quad (4.11)$$

Nous avons  $\nu_c \simeq 6$  Hz ce qui correspond à un temps caractéristique  $\tau_c = 0.17$  s. Ce temps est long comparé au temps nécessaire à un seul grain pour tomber d'une hauteur égale à son propre diamètre. En effet, avec notre granulométrie, le temps nécessaire pour un grain de tomber d'une distance égale à son diamètre est de 0.002 s. Mais ceci peut s'expliquer par le fait que le réarrangement collectif des grains est souvent un processus lent [35].

#### 4.2.7. Effet de la taille du système

Comme nous l'avons dit brièvement dans l'introduction de ce chapitre, le fait d'utiliser un très petit nombre de grains ( $N_p = 95$ ) mais de moyennner sur 7 échantillons différents, est numériquement plus efficace qu'une simple simulation avec sept fois plus de grains. D'autre part, les barres d'erreurs dans plusieurs figures prouvent que la variabilité d'une simulation à l'autre est plutôt faible et les données moyennes sont suffisamment bien définies pour la compaction comme pour les déplacements et pour le taux de compaction. Ainsi, ceci nous permet d'effectuer un très grand nombre de simulations en un minimum de temps tout en utilisant des pas de temps relativement petit et donc avoir des résultats précis. Par exemple, sur une machine de type Xserve G5, un calcul dure moins de 10 minutes. Ainsi nous avons pu réaliser près de 500 simulations et réaliser une étude paramétrique complète en faisant varier tous les paramètres plusieurs fois avec des valeurs différentes.

Néanmoins, une question légitime que l'on peut se poser, est de savoir si cette méthodologie est la meilleure. En effet, on sait que les conditions aux limites peuvent influencer, voire changer complètement la dynamique du système. C'est pour cela que dans cette partie on construit un échantillon de 400 particules en respectant exactement la même granulométrie que dans les essais précédents ; figure 4.23, à savoir :

- 50% de diamètre  $d_{min} = 2.5$  cm (pentagones)
- 34% de diamètre 3.75 cm (hexagones)
- 16% de diamètre  $d_{max} = 5$  cm (heptagones)

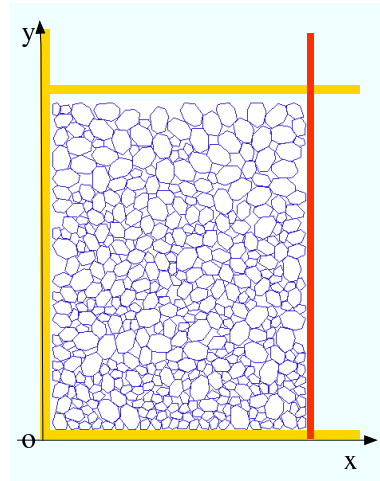


Figure 4.23: Géométrie du système avec 400 particules.

Les conditions de préparation de cet échantillon sont rigoureusement les mêmes que les conditions dans le cas de 95 particules. Le signal appliqué sur la paroi de droite est également le même ; on utilise une fréquence  $\nu = 5$  Hz et on impose une force maximale de 100 kN. Le temps simulé est également de 1 s.

### Le modèle

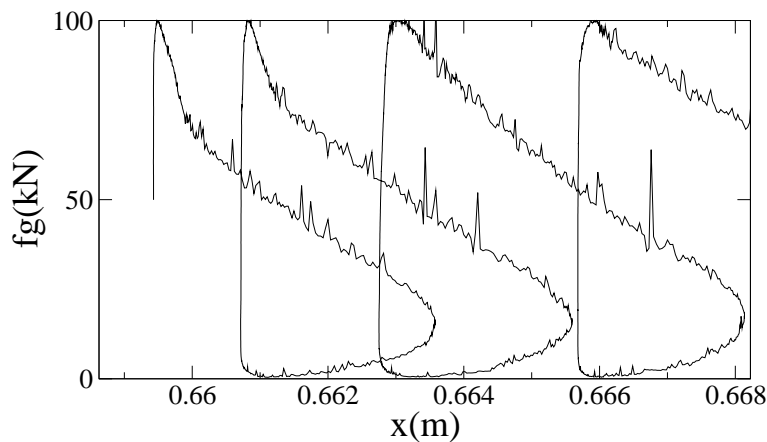


Figure 4.24: Force  $f_g$  exercée par les grains sur la paroi en fonction du déplacement  $x$ .

Le modèle présentant la dynamique du système a été établie uniquement grâce à la modélisation de la force  $f_g$  de réaction des grains sur la paroi en fonction du déplacement  $x$  de celle-ci. La figure 4.24 prouve que le comportement est rigoureusement le même avec un système composé par près de 4 fois plus de particules. On retrouve la phase active, ou le système subit une extension due aux poids des grains sur la paroi. Dans cette première phase,  $f_g$  varie comme une exponentielle du déplacement  $x$ , puis dans

une seconde phase où le système se contracte,  $f_g$  varie alors linéairement avec  $x$  et enfin, une dernière phase de blocage.

### Evolution de la compacité

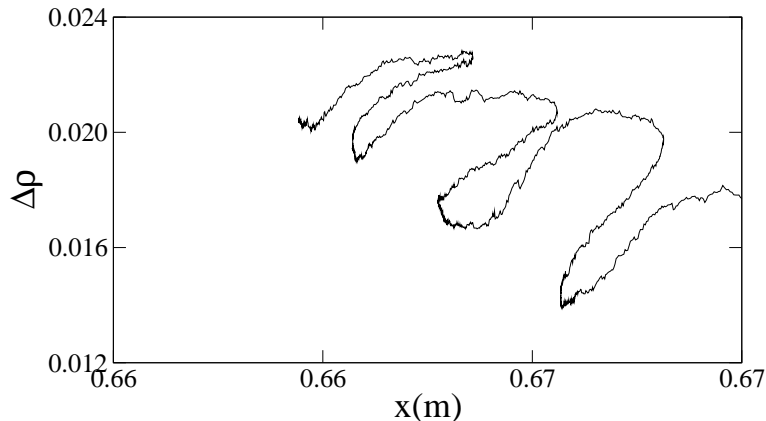


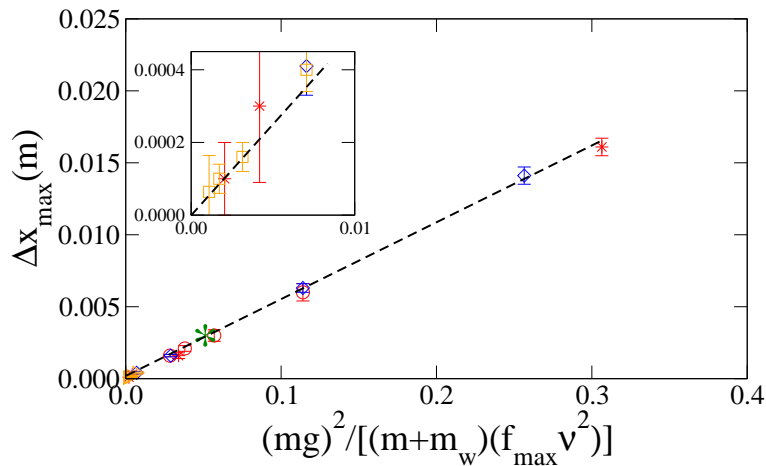
Figure 4.25: Variation  $\Delta\rho$  de la compacité en fonction du déplacement  $x$ .

On représente sur la figure 4.25 l'évolution de la compacité en fonction du déplacement  $x$  de la paroi. On considère, comme précédemment un volume fixe à l'intérieur du système ne comprenant pas l'espace laissé entre la paroi supérieure et la surface libre du haut du milieu granulaire. On retrouve également le même type de comportement que précédemment. La compaction a lieu durant l'extension du système. Globalement on peut dire que l'évolution de la compacité sur un gros échantillon est donc peu dépendante de la taille du système.

### Mise à l'échelle

Un autre aspect important concerne la mise à l'échelle du système. Dans l'essai réalisé avec 400 particules, nous avons pris rigoureusement la même granulométrie et le même type de particules dans les mêmes proportions que dans le cas de 95 particules. A priori, dans la mise à l'échelle de  $\Delta x_{max}$  que nous avons proposé, la seule constante « matériau » est le nombre sans dimension  $C$ , qui dans ce cas est de 0,05 environ.

Ainsi un nouveau point a été ajouté sur la figure 4.21 (figure 4.26) correspondant à une simulation avec beaucoup plus de particules afin de prouver que les résultats ne sont pas sensibles à la taille du système. Ce point se trouve sur la même droite que tous les autres points, prouvant que le comportement et la mise à l'échelle ne dépendent pas crucialement de la taille du système et que la transition de blocage est fondamentalement commandée par la présence des murs rigides et ce dans tous les cas. La mise à l'échelle est une fois de plus excellente.



**Figure 4.26:** Mise à l'échelle du déplacement  $\Delta x_{max}$  en fonction de tous les paramètres (voir la figure 4.21). On rajoute ici la mise à l'échelle pour 400 particules, symbole (\*).

#### 4.2.8. Résumé

Dans cette partie nous avons présenté un ensemble très exhaustif de simulations numériques, en deux dimensions, sur les différentes étapes de la compaction d'un milieu granulaire suivant une certaine sollicitation. De l'énergie est fournie aux particules en imposant une force harmonique horizontale sur l'une des parois. La dynamique du matériau a été étudiée tant en termes de compaction que de déplacement. Ainsi, par une étude dimensionnelle, on a proposé une expression simple du maximum de déplacement de la paroi mobile en fonction de la gravité  $g$ , de la fréquence  $\nu$ , du maximum d'amplitude  $f_{max}$  de la force et enfin de la masse des grains et de la paroi respectivement. En outre, un modèle simple de la force de réaction des grains sur la paroi mobile a été proposé, ce qui permet de reproduire correctement la dynamique du système sur une période de vibration. L'ensemble de ces résultats a été publié dans la revue *Physical Review E* [14].

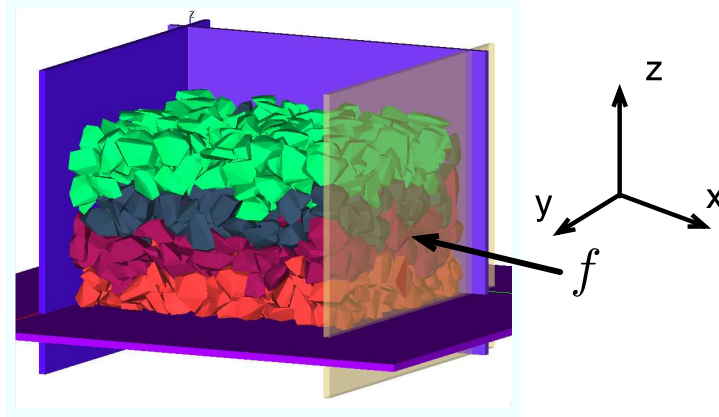
### 4.3. Vibro-compaction en 3D

« **D**ANS cette section, on analyse également la dynamique vibratoire d'un système confiné mais cette fois-ci dans un cas tridimensionnel. Les grains seront modélisés par des polyèdres et déposés dans une boîte. Ainsi, grâce à l'analyse statistique et détaillée réalisée dans le cas 2D nous allons voir comment l'ensemble des résultats se généralise au 3D avec des grains polyédriques de granulométrie et de forme proche de ceux du ballast.

#### 4.3.1. Paramètres numériques

L'échantillon considéré est construit à partir de grains de ballast digitalisés puis facétisés (voire le chapitre 2). On dépose 1168 particules dans une boîte parallélépipédique ; figure 4.27.

Initialement, les particules sont placées sur un réseau cubique puis compressées en appliquant une



**Figure 4.27:** Géométrie du système. Les parois supérieure et frontale sont cachées pour une meilleure visualisation.

force constante sur la paroi supérieure pour une gravité nulle. Puis la gravité est rétablie à  $g = 9,81$  et la paroi supérieure est relevée de 1 cm et bloquée. Le mur de droite ne peut se déplacer que suivant la direction  $x$  et il est soumis à la force suivante :

$$f(t) = \frac{(f_{max} + f_{min})}{2} - \frac{(f_{max} - f_{min})}{2} \sin \omega t, \quad (4.12)$$

où, comme précédemment  $f_{max}$  et  $f_{min}$  sont les valeurs maximum et minimum (positive) de la force appliquée sur la paroi. Si  $f_{min}$  est supérieure à la force exercée par les grains sur la paroi libre,  $f$  sera assez grande pour empêcher la paroi de faire marche arrière pendant l'ensemble des cycles. En conséquence  $f_{min}$  est fixée à zéro. Tous les autres murs sont immobiles. La plupart des résultats présentés par la suite concerne l'évolution du comportement du matériau pour un temps court de 1 s. On utilise quatre valeurs de  $f_{max}$  pour nos simulations, allant de  $2 \cdot 10^3$  N à  $1 \cdot 10^4$  N. De même, on balaie un ensemble de fréquence allant de 1 Hz à 60 Hz.

Le frottement entre les grains et les murs est fixé à 0,4. Le pas de temps choisi est de  $2,5 \cdot 10^{-4}$  N. Avec un tel pas de temps nous pouvons effectuer des simulations de haute qualité dans lesquelles les interpénétrations entre grains sont inférieures à 1 %.

### 4.3.2. Dynamique et mise à l'échelle

Dans un premier temps, on montre que bien que nous soyons en 3D, la dynamique du système reste globalement la même qu'en 2D.

La figure 4.28 montre l'évolution de la force de réaction  $f_g$  des grains sur la paroi en fonction du déplacement  $x$  de celle-ci. On retrouve avec similitude les tendances observées dans le cas 2D. Une phase d'extension (phase active), la force appliquée est en deçà de la force de réaction des grains. Une phase de contraction (phase passive), la force appliquée est supérieure à la force de réaction des grains sur la paroi et enfin une phase de blocage où la force appliquée est égale à la force de réaction. La transition entre phase active et phase passive s'accompagne de mouvement de convection comme on peut le voir sur la figure 4.29.

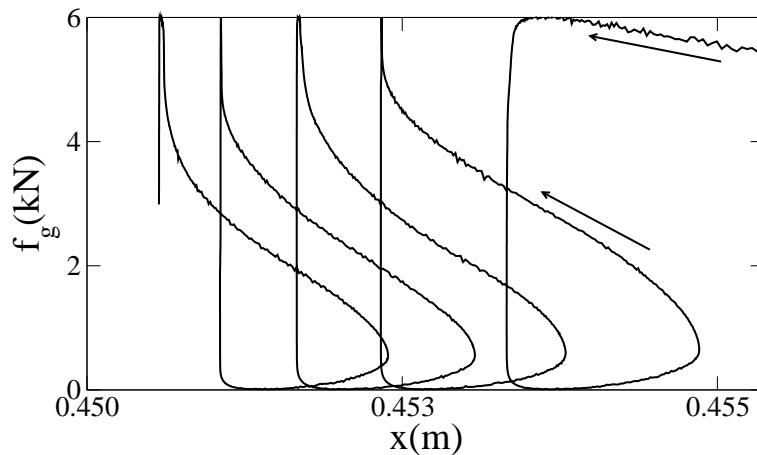


Figure 4.28: Evolution de la force  $f_g$  réaction des grains sur la paroi en fonction du déplacement  $x$ .

De plus, les forces de contact dans le matériau évoluent d'un état entièrement bloqué, où les chaînes de forces horizontales dominent durant la phase passive ; figure 4.30(a), vers un état où les chaînes de forces deviennent verticales, dans la phase active, ceci due à l'effet de la gravité ; figure 4.30(b).

En se focalisant sur un cycle de vibrations, on montre que le modèle du mouvement pressentie dans le cas 2D est adapté au cas tridimensionnel. Sur la figure 4.31 est représenté sur un cycle de vibrations avec le modèle proposé dans la première partie de ce chapitre ; équation 4.4 . Dans la phase active on suppose que  $f_g$  varie de manière exponentielle avec le déplacement  $x$ , en revanche, durant la phase passive, la force  $f_g$  est linéaire en  $x$  ; voir l'équation 4.4.

On retrouve les constantes  $f_1$ ,  $f_2$  et  $f_3$  qui correspondent respectivement à la valeur de  $f_g$  durant la transition entre la phase de blocage vers la phase de déblocage, à la valeur de  $f_g$  durant la phase de transition vers le blocage, et enfin au changement de phase, de l'état actif vers l'état passif. Nous avons également  $f_1 > f_{min}$  et  $f_2 < f_{max}$  en raison de l'action de la gravité et de la transition vers l'état bloqué.

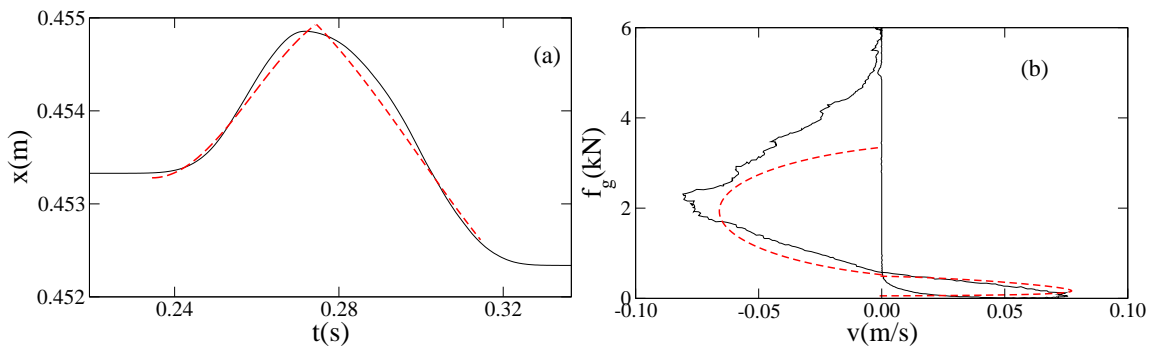


Figure 4.32: Déplacement  $x$  de la paroi en fonction du temps (a), force  $f_g$  exercée par les grains sur la paroi en fonction du déplacement  $x$  (b). En trait hachuré est représenté le modèle mathématique.

Sur la figure 4.32(a) on trace le déplacement  $x$  de la paroi en fonction du temps, et sur la figure 4.32(b) on trace l'évolution de la force de réaction  $f_g$  en fonction de la vitesse de la paroi. Bien que l'on n'intègre



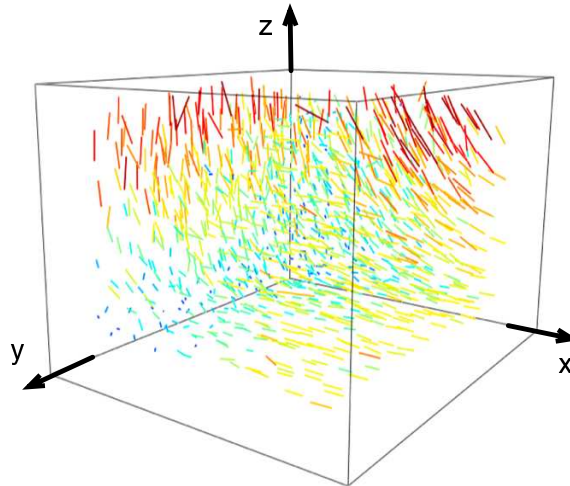


Figure 4.29: Mouvements de convections entre les phases.

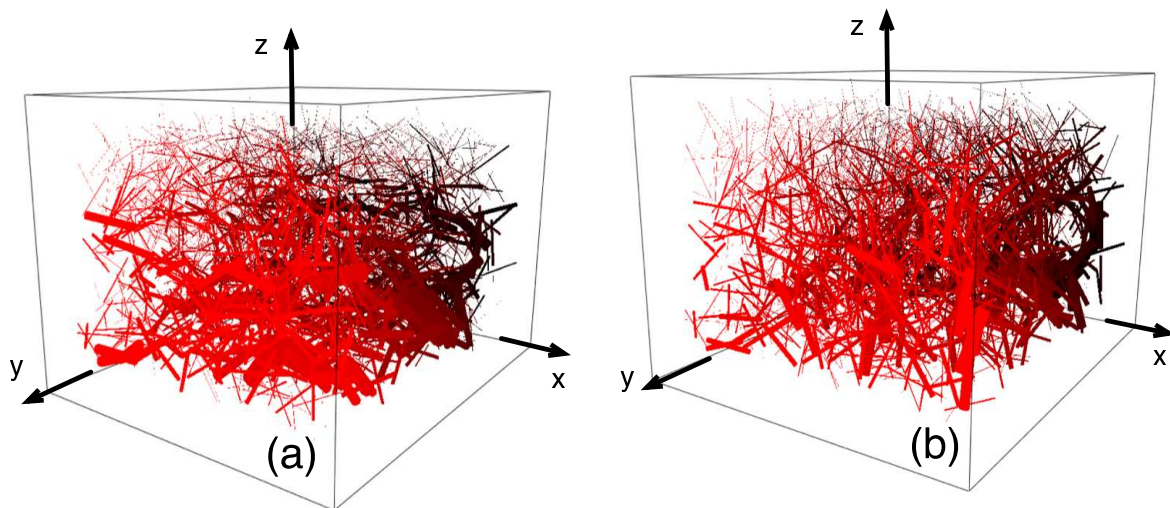
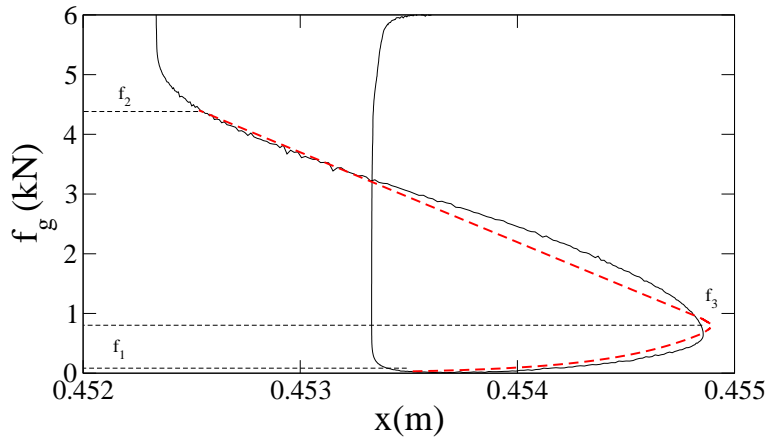


Figure 4.30: Représentation des forces normales, dans l'état passif (a), et dans l'état actif (b). L'épaisseur des traits est proportionnelle à l'intensité de la force alors que les niveaux de rouges correspondent à la profondeur du champs.

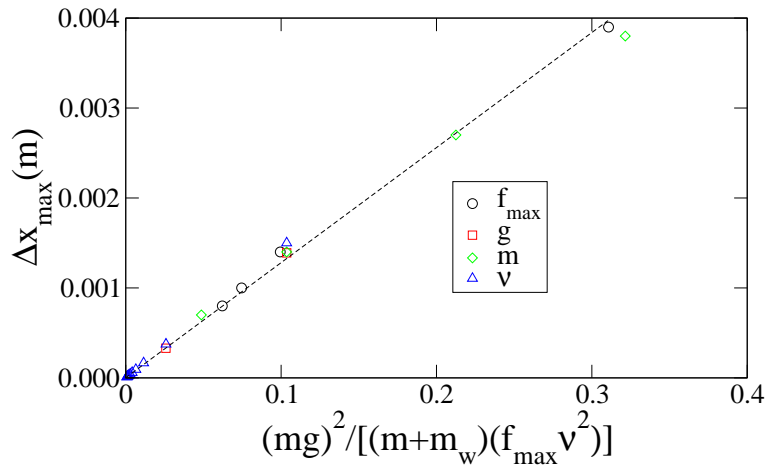


**Figure 4.31:** Evolution de la force de réaction  $f_g$  des grains sur la paroi en fonction du déplacement  $x$ , sur une période (trait plein) ainsi que le modèle proposé dans la première partie ; équation 4.4 (trait hachuré).

toujours pas les phases de transition dans notre modèle, la solution analytique obtenue est très acceptable et en bon accord avec le comportement moyen du système. Ce modèle a été proposé pour une fréquence de 5 Hz, mais il est adaptable quelle que soit la fréquence. En effet, la mise à l'échelle proposée dans la section précédente et que l'on rappelle ici ; équation 4.13 est une fois de plus excellemment vérifiée comme on peut le voir sur la figure 4.33.

$$\Delta x_{max} = C \left( \frac{m}{m + m_w} \right) \left( \frac{mg}{f_{max}} \right) \left( \frac{g}{\nu^2} \right), \tag{4.13}$$

avec C un nombre sans dimension.



**Figure 4.33:** Mise à l'échelle du déplacement maximal  $\Delta x_{max}$  avec la fréquence  $\nu$  (triangle), l'amplitude de la force  $f_{max}$  (cercles), la gravité  $g$  (carrée) et la masse  $m$  (losange).

Ainsi, grâce à l'étude d'un exemple très simple, en deux dimensions, avec un faible nombre de grains, il nous est possible cette fois-ci avec moins d'effort prédire la dynamique du système dans un cas bien plus complexe, en trois dimensions avec des polyèdres. Dans ce qui suit, on montre comment le système

va se compacter et qu'il existe une fréquence de vibration caractéristique propre au matériau ballast qui permettrait d'obtenir une compaction maximale.

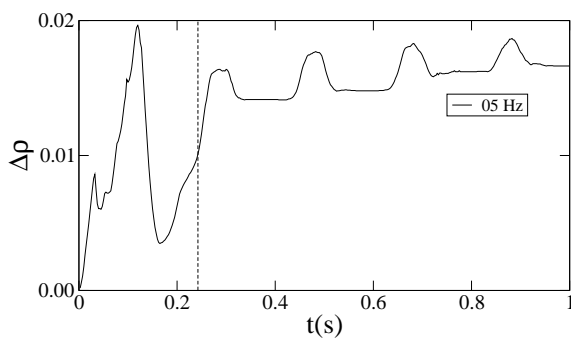
### 4.3.3. Compaction et vitesse de compaction

Dans cette partie, on s'intéresse à l'évolution de la compacité  $\rho$  du système. Pour cela on considère un volume fixe, fermé, à l'intérieur du système. Ce volume ne contient pas l'espace laissé au préalable entre la paroi supérieure et le haut du milieu granulaire. La valeur initiale de la compacité est 0,51. Comme précédemment on considérera la variation  $\Delta\rho$  par rapport à l'état initial. Nous avons vu dans la précédente partie que, en 2D, dans le cas où l'on applique une force harmonique horizontale, la compaction du matériau granulaire a lieu durant la phase d'extension du système.

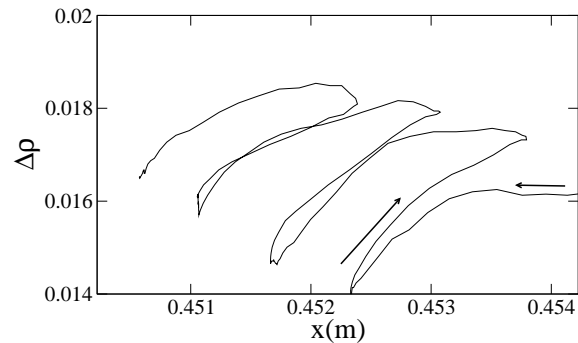
Sur la figure 4.34 on trace l'évolution de la compacité en fonction du temps. On observe une première phase de compaction - décompaction rapide. Cette première phase dure environ 0,25 s pour tous les essais. C'est le temps nécessaire au matériau pour se « mettre en place » face à la sollicitation appliquée, dans l'état initial le matériau étant juste déposé et non compacté. Durant cette période, on observe une compaction initiale de l'ordre de 1,2%. On utilisera par la suite  $\rho_0 \sim \rho = 0,51$  comme référence de la compacité. On utilise la définition de la vitesse de compaction par cycle introduite précédemment et que l'on rappelle ici :

$$\dot{\eta} \equiv \frac{1}{\rho_0} \frac{\Delta\rho}{\Delta t}. \quad (4.14)$$

Par exemple, pour  $\nu = 5$  Hz et  $f_{max} = 6 \cdot 10^3$  N, on a  $\dot{\eta} \simeq 0.058 \text{ s}^{-1}$ .



**Figure 4.34:** Variation  $\Delta\rho$  de la compacité en fonction du temps  $t$ , pour l'ensemble des fréquences.

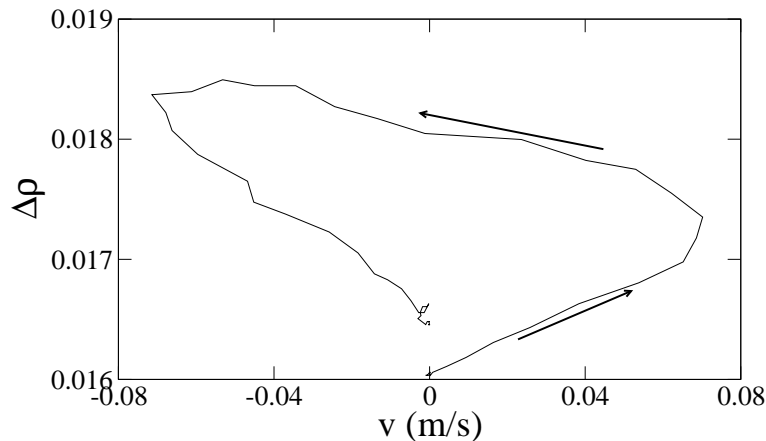


**Figure 4.35:** Variation  $\Delta\rho$  de la compacité en fonction du déplacement  $x$  de la paroi, pour une fréquence de 5 Hz.

Sur la figure 4.35 on trace l'évolution de la compacité en fonction du déplacement  $x$  de la paroi. À première vue, il semble que le système 3D se compacte comme le système 2D. À savoir que la compaction se produit durant la phase d'extension du système alors que la décompaction quant à elle a lieu lors de la contraction du système. Si on regarde d'un peu plus près sur la figure 4.34(b), on observe qu'il y a encore un léger gain de compacité, alors que la direction de cisaillement a changée, et ce sur chacun des cycles.

La figure 4.36 représente, pour une période, la variation de compacité  $\Delta\rho$  en fonction de la vitesse de déplacement de la paroi mobile. Lorsque la vitesse est positive, le système est en phase d'extension (phase active), alors que si la vitesse est négative, le système se contracte (phase passive). Dans tous les

cas, on distinguera des temps d'accélération où la vitesse augmente en valeur absolue et de décélérations où la vitesse diminue en valeur absolue. Clairement, le système se compacte durant la phase active (extension,  $v > 0$ ) et cela quelle que soit l'accélération de la paroi. Néanmoins, la compaction se poursuit durant une partie de la phase passive (contraction,  $v < 0$ ). Plus précisément le système se compacte durant la phase passive tant que l'accélération est positive (ie  $|v|$  augmente). Puis l'accélération devient négative (ie  $|v|$  diminue), alors le système se décompacte.



**Figure 4.36:** Variation  $\Delta\rho$  de la compacité en fonction de la vitesse  $v$  de la paroi sur une période.

L'argument que nous avons proposé dans le cas 2D en disant que de la compaction d'un milieu granulaire se produit lors de l'inversion de la sollicitation de cisaillement [72], est toujours applicable ici mais doit être précisé. En effet, toujours de manière générale, l'inversion de la sollicitation de cisaillement sur un système confiné est automatiquement suivie d'une ré-orientation du tenseur de contrainte dans le sens de la sollicitation. Dans le cas 3D que nous étudions, la situation est légèrement différente ; le changement de sollicitation n'implique pas de manière instantané un changement d'orientation du tenseur de contrainte. L'inversion de la contrainte dans le matériau est essentiellement causée par les conditions aux limites imposées par les parois de la boîte. En effet, le fait qu'il y ait compaction dans la phase passive, est due à la « compétition » entre la force appliquée et le poids des grains. On a envie de dire que la masse  $m$  des grains joue encore un rôle car en 3D il y a beaucoup plus de degrés de libertés. Dans ce cas, la contrainte reste encore majoritairement verticale. Puis au-delà d'une certaine valeur de la force  $f_g$ , des blocages apparaissent. C'est à ce moment-là très précisément que la contrainte dans le matériau change de sens et devient horizontale, ce qui implique automatiquement une décompaction du système. En 3D les blocages apparaissent beaucoup plus tardivement. Ce phénomène est difficilement observable dans les simulations numériques 2D de part justement leur caractère bidimensionnel qui, dans le cas d'un petit système, implique des conditions de blocage aux bords immédiatement atteintes.

La figure 4.37 montre l'évolution du taux de compaction en fonction de la fréquence de vibration. On confirme une fois de plus les résultats obtenus en 2D. On voit que le taux de compaction croît linéairement pour les fréquences faibles. Pour des fréquences supérieures à une fréquence caractéristique  $\nu_c$ , le taux de compaction décroît. Le modèle proposé en 2D (équation 4.7) est applicable également dans le cas 3D (forme 1 sur la figure). De même le modèle continu proposé par l'équation 4.10, est une fois de plus vérifié. Ici la fréquence caractéristique est  $\nu_c \sim 10$  Hz

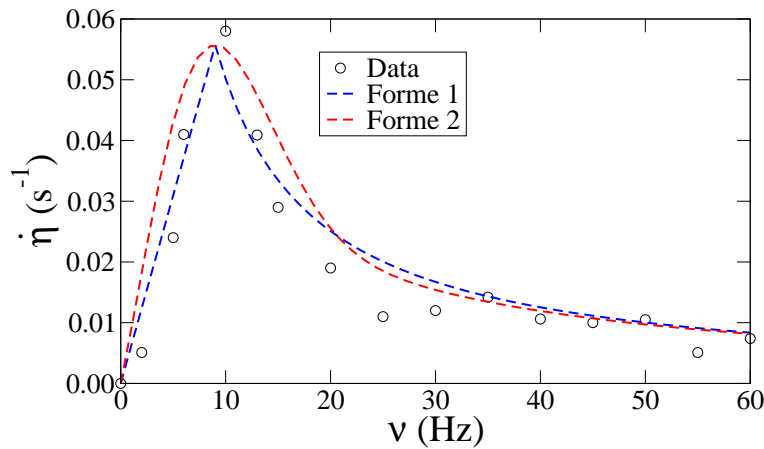


Figure 4.37: Vitesse de compaction  $\dot{\eta}$  en fonction de la fréquence approché par deux fonctions.

#### 4.3.4. Résumé

Pour rendre compte de la phase de serrage, nous avons supposé que les grains sous le blochet sont enfermés dans une boîte dont l'une des parois est libre de se déplacer horizontalement. Les vibrations ont été imposées par une force exercée sur cette paroi. Les simulations ont été réalisées dans un premier temps grâce à un modèle 2D simple afin de pouvoir réaliser une étude statistique complète. Puis une analyse 3D, avec des grains de ballast modèles, est venue conforter les résultats 2D.

Le système évolue suivant une dynamique simple. D'une phase bloquée, le système évolue d'une phase « active », vers une phase « passive ». Dans une première partie les simulations numériques ont été effectuées sur un faible nombre de grains polygonaux afin de permettre une étude paramétrique rapide et précise de la dynamique et de la compaction du système, en faisant varier la fréquence, l'amplitude de la force, etc... . Puis dans une seconde partie, le même genre de simulation a été réalisé en trois dimensions, avec des grains polyédriques.

Durant la phase passive, la force de réaction des grains sur la paroi croît de manière linéaire avec le déplacement, mais décroît de manière forte à la fin de cette phase vers un état bloqué. Puis durant l'état bloqué, la force de réaction décroît exactement de la même manière que la force appliquée, de sorte à équilibrer le système jusqu'au moment où cette même force n'est plus assez grande pour retenir les grains qui poussent la paroi par l'intermédiaire de leur propre poids. Cette phase de déblocage n'est pas brutale, au contraire, et la force de réaction croît alors de manière exponentielle avec le déplacement. Ceci nous donne une très bonne prédiction de la dynamique du système que l'on soit en deux 2D ou en trois 3D.

Par une étude dimensionnelle nous avons montré que que le déplacement se met à l'échelle avec l'inverse de la fréquence au carré, l'inverse de l'amplitude maximale de la force, la masse des grains, de la paroi et de la gravité au carré. Cette mise à l'échelle fonctionne à la fois en 2D et en 3D.

On a analysé également l'effet des vibrations sur un cycle de vibration. Un début de compaction se produit durant la phase active, c'est-à-dire durant la phase d'extension du système. Puis une légère décompaction du matériau se produit lors de la phase passive (compression du système). Le taux de compaction augmente linéairement avec la fréquence jusqu'à une fréquence caractéristique puis décroît

inversement proportionnel à la fréquence. La fréquence caractéristique est interprétée comme étant le temps nécessaire pour que le système se relaxe, sur chaque période, vers un état de compacité plus grande. Au-delà de cette fréquence caractéristique, le système ne peut pas atteindre une relaxation complète.

#### 4.4. Essai pénétrométrique 3D, pieu vibrant

« L'OBJECTIF des simulations qui sont proposées dans cette section est d'analyser le rôle des vibrations induites sur les bourroirs dans le but de fluidiser la matière environnante pour faciliter l'enfoncement. Comme nous avons pu le voir dans le chapitre 1, l'ensemble des essais en laboratoire suggèrent qu'une fréquence allant de 25 Hz à 35 Hz est idéale pour fluidiser une structure granulaire telle que le ballast. Néanmoins, on rappelle que dans l'ensemble des essais en laboratoire les vibrations sont appliquées en général sur toute la structure et non pas de manière ponctuelle comme c'est réellement le cas avec des bourroirs. Qui plus est, au-delà des vibrations horizontales, la chute brutale (qui peut atteindre 2 m/s) des bourroirs doit nécessairement avoir un rôle sur l'état de fluidisation. Afin d'analyser l'impact d'un tel enfoncement (vibration horizontale, vitesse de chute importante), nous proposons deux types de simulations. Tout d'abord un pieu sans vitesse est posé sur un sol. Des vibrations horizontales vont lui permettre de se déplacer dans le sol. Puis la seconde série de simulation consistera à tester différentes vitesses de chute.

##### 4.4.1. Paramètres numériques

L'échantillon considéré est construit à partir de près de 14 000 grains polyédriques de granulométrie et de forme de celle du ballast (voir le chapitre 2). Les grains sont déposés géométriquement dans une boîte de longueur et de largeur de 80 cm. En fin de dépôt la hauteur atteinte est de 70 cm. Un pieu à base carrée représenté par un polyèdre régulier est déposé sur la surface supérieure du sol. Ces dimensions sont de 4 cm de côté et de 35 cm de longueur. L'une des extrémités a été modifiée de telle sorte à obtenir un bout légèrement pointu.

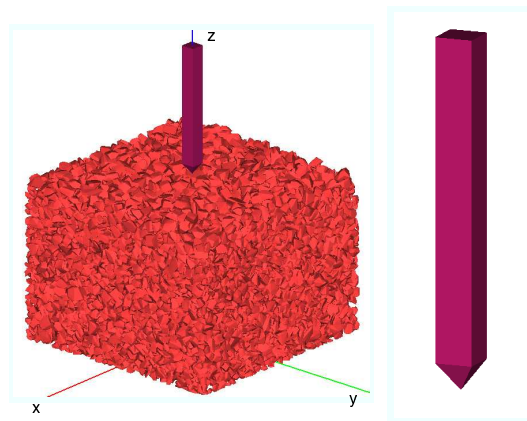


Figure 4.38: Géométrie du système simulé.

Des vibrations horizontales allant de 5 Hz à 60 Hz sont appliquées sur le pieu. De même, différentes

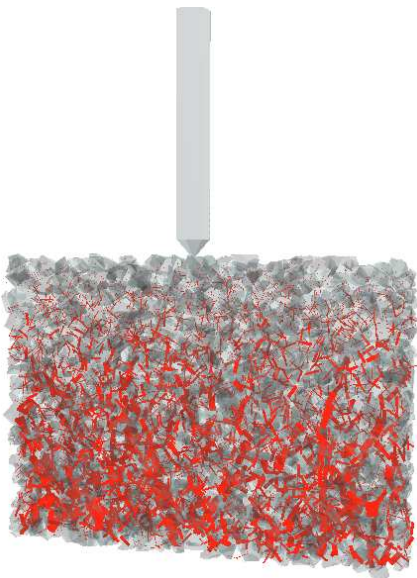


amplitudes de vibration allant de 0,1 cm à 0,7 cm seront utilisées. Dans un premier temps, une faible force verticale  $F$  sera appliquée sur le pieu allant de 20 N à 60 N. Puis, afin d'étudier l'effet de la vitesse de chute, des forces beaucoup plus grandes seront utilisées. Au total, la force verticale réelle qui s'exerce sur le pieu est  $F' = F + m_b g$  avec  $m_b \sim 1,5$  kg étant la masse du pieu et  $g$  l'accélération de la gravité. Le frottement entre les grains et entre les grains et le pieu est fixé à 0,5. Le frottement entre les parois latérales et les grains est fixé à 0, et enfin le frottement entre le sol et les grains est fixé à 0,5. Le pas de temps choisi est de  $2 \cdot 10^{-4}$  s, et on simule jusqu'à 1 s de temps réel. Au total, il faut environ trois jours pour simuler un essai complet sur une machine de type Xserve G5.

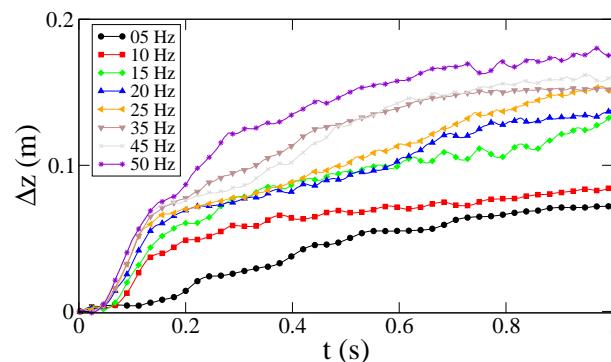
#### 4.4.2. Dynamique du système à faible vitesse

Dans cette partie on s'intéresse à l'effet de la fréquence ( $\nu, a$ ) sur la chute du pieu dans le lit granulaire. Dans ce cas, on utilisera dans un premier temps une force verticale  $F$  très faible.

Sur la figure 4.39 sont représentés, dans une tranche, les efforts normaux dans l'échantillon pour l'état initial (avant enfoncement). Les efforts sont dirigés verticalement, la seule et unique force agissant dans ce cas là étant la force de gravité. En particulier nous constatons qu'à la surface les efforts présents dans les deux premières couches de grains sont très faibles. Puis, plus on descend dans l'échantillon et plus les efforts sont importants. Les forces aux contacts sont les plus importantes dans le fond de la boîte. En effet, chaque couche de grain doit supporter le poids de la couche qui lui est au dessus alors qu'aucun effort en particulier n'est appliqué sur les deux premières couches de grains.



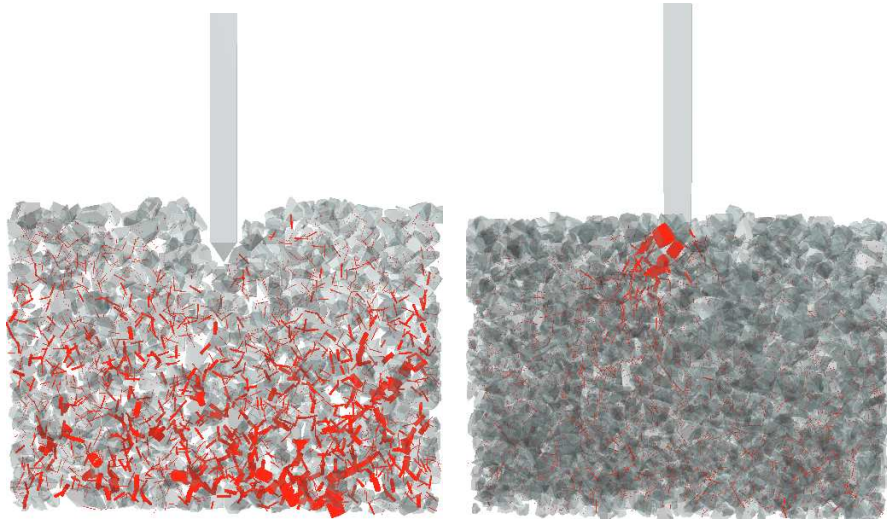
**Figure 4.39:** Représentation des forces normales dans une tranche à l'état initial. L'épaisseur des traits est proportionnelle à l'intensité de la force.



**Figure 4.40:** Profondeur  $\Delta z$  de la tête du pieu en fonction du temps, pour les fréquences de 5 Hz à 50 Hz et pour une amplitude de 0,7 cm.

La figure 4.40 montre l'évolution de la profondeur  $z(t)$  atteinte par le pieu, en fonction du temps, pour un ensemble de fréquences à amplitude constante 0,7 cm. Une première constatation est que la profondeur augmente avec la fréquence. Le déplacement du pieu dans le sol est une alternance de situations de

blochage et de chute libre comme illustré sur la figure 4.41.



**Figure 4.41:** Représentation, dans une tranche des deux situations majeures présentes dans le système. À gauche le pieu « tombe » car les grains ne le bloquent pas et les efforts sont répartis équitablement dans le système, en revanche à droite on observe une situation de blocage, les efforts les plus forts sont situés sous le pieu et sont plus importants que l'ensemble des efforts dans le système.

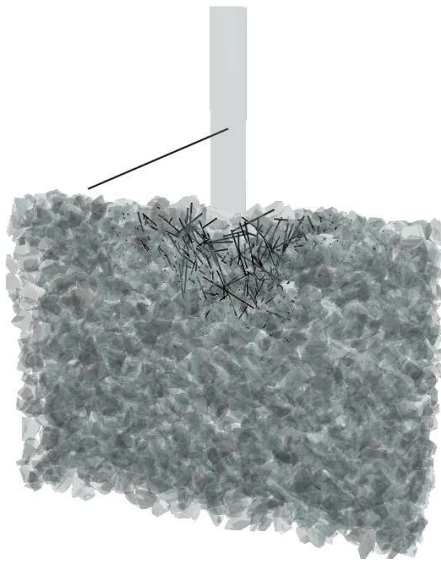
Une situation de blocage est le cas où l'avancée du pieu est stoppée. Des efforts importants apparaissent au niveau de la pointe dues essentiellement au manque de réorganisation des grains autour du pieu. Les efforts sont alors très importants et nettement supérieurs aux efforts présents naturellement dans le système. Une situation de chute libre est le cas où le pieu tombe littéralement sous l'effet de la force  $F$  sans rencontrer une résistance importante. Les efforts dans le milieu sont alors essentiellement verticaux mais à peu près tous de même intensité (cf. épaisseurs des traits sur la figure 4.41). En revanche, dans ce cas là seule une faible zone autour du pieu est agitée comme on peut le voir sur la figure 4.42.

Pour analyser cela, on trace sur la figure 4.40 l'évolution de  $z$  en fonction du temps pour la fréquence de 50 Hz. Durant les premières secondes de l'enfoncement le pieu tombe dans le milieu presque comme une *chute libre*. Le déplacement peut être approché par une fonction en loi de puissance :

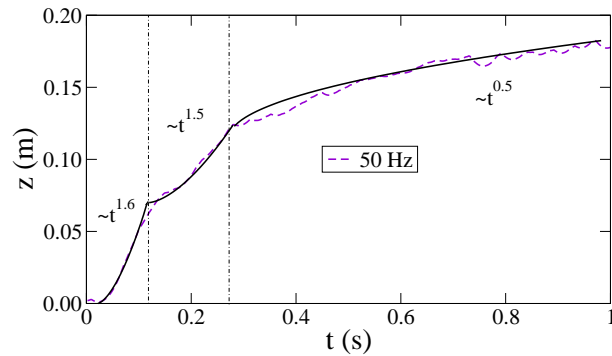
$$z \propto t^\alpha, \quad (4.15)$$

on a  $\alpha = 1,6$  puis après un premier blocage très rapide un second calage nous donne  $\alpha = 1,5$ . Néanmoins les situations de blocages vont être de plus en plus importantes jusqu'à devenir prédominantes et modifier la nature du déplacement. La transition s'opère lorsque  $\alpha \simeq 1/2$ . Dans ce cas, et ce jusqu'à la fin de l'enfoncement le déplacement du pieu sera en racine du temps, ce qui suggère un mouvement *diffusif*.

Alors, quelle que soit la fréquence de vibration et l'amplitude utilisée, il est possible de résumer le déplacement du pieu en ces deux mouvements bien distincts. Une première phase où le déplacement est assimilable à une chute libre du pieu dans le matériau ( $z(t) \simeq t^2$ ), puis au fur et à mesure que le pieu s'enfonce, les blocages sont de plus en plus nombreux jusqu'à modifier le déplacement en un mouvement diffusif ( $z(t) \simeq t^{\frac{1}{2}}$ ). Suivant la fréquence employée, la transition entre les deux états intervient à une profondeur  $z_t$  (correspondant à un temps  $t_1$ ) particulière pour chaque jeu de paramètres.

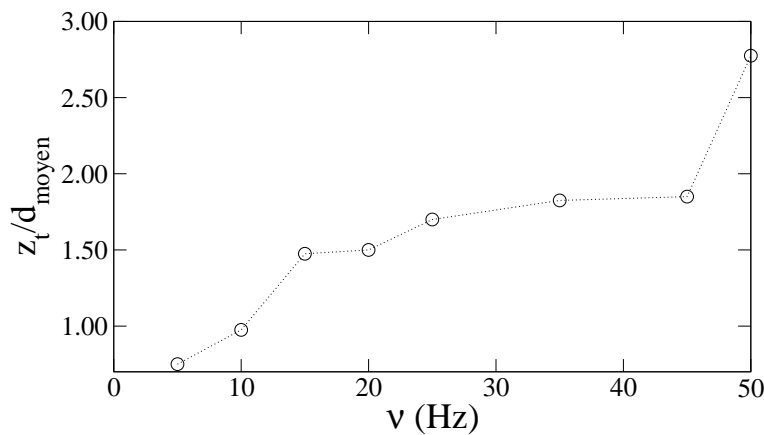


**Figure 4.42:** Représentation, dans une tranche du cas où le pieu est en chute sans blocage. Seuls les grains autour du pieu sont agités.



**Figure 4.43:** Profondeur  $\Delta z$  de la pointe atteinte en fonction du temps, pour la fréquence de 50 Hz, ainsi que les ajustements en  $t^\alpha$  pour chaque intervalle.

La figure 4.44 montre la variation de la profondeur  $z_t$  moyennée par le diamètre moyen des grains ( $d_{moyen}$ ) en fonction de la fréquence  $\nu$  de vibration. Si on suppose que la profondeur totale de l'échantillon peut être découpée en couches de hauteur  $d_{moyen}$ , le rapport  $z_t/d_{moyen}$  est un nombre sans dimension qui nous renseigne alors sur le nombre de couche de grains mises en jeu lors de la chute libre du pieu. Pour des fréquences faibles, inférieures à 10 Hz, seulement la première couche de grains est suffisamment agitée pour permettre la chute libre. Pour les fréquences plus élevées, jusqu'à 40 Hz, les vibrations permettent d'agiter les deux premières couches de grains et enfin, pour 50 Hz, le pieu peut mettre en mouvement jusqu'à la troisième couche de grains.



**Figure 4.44:** Profondeur  $z_t$  rapportée au diamètre moyen des grains en fonction de la fréquence  $\nu$  de vibration.

Ces observations sont à relier au gradient des contraintes dans le système, comme on a pu le voir sur

la figure 4.39. Les efforts de contacts sont très faibles dans les deux premières couches de l'échantillon. Dans ce cas, les vibrations induites par le pieu sur le sol granulaire vont permettre de mettre les couches de grains faiblement contraintes en mouvement. Une fois les deux premières couches de grains traversées, le poids des grains ne peut plus être négligé. Le matériau ne peut donc plus être aussi simplement déplacé.

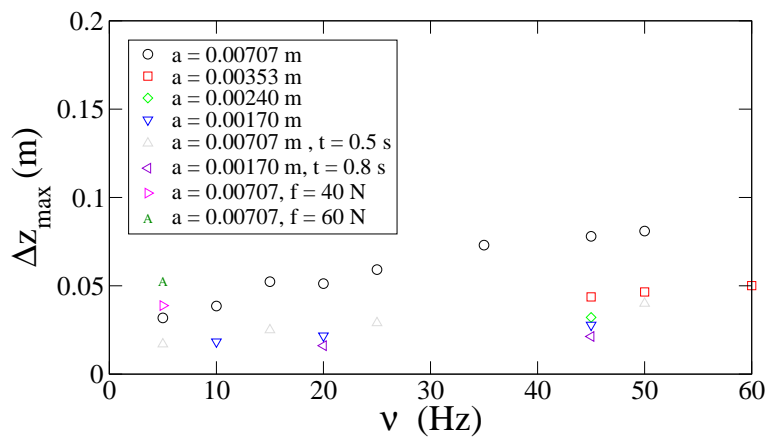
#### 4.4.3. Mise à l'échelle du mouvement diffusif

L'analogie avec un mouvement diffusif tel que nous l'avons évoqué plus haut s'écrit [33, 39] :

$$z^2(t) = 2D\Delta t \quad (4.16)$$

avec  $z(t)$  le déplacement vertical du pieu durant la phase diffusif et  $\Delta t = t - t_1$  le temps passé dans la phase diffusif,  $t_1$  est le temps correspondant à la transition entre la phase de chute libre et la phase de diffusion et enfin,  $D$  le coefficient de diffusion à déterminer.

De nombreuses autres simulations ont été réalisées pour différentes amplitudes variant de 0,1 cm à 0,7 cm, pour différentes valeurs de la force maximale  $F$  ainsi que pour différents temps  $t_{final}$  de simulations afin de déterminer, la valeur du coefficient  $D$  et de caractériser le mouvement. Bien qu'il y ait des différences sur les longueurs mesurées, toutes les simulations donnent des résultats semblables sur la dynamique d'enfoncement. La transition entre la phase de chute libre et la phase de mouvement diffusif est clairement identifiable à chaque fois. Sur la figure 4.45 on trace l'évolution de  $\Delta z_{max} = z_{final} - z_t$



**Figure 4.45:** Variation du déplacement maximal  $\Delta z_{max}$  atteinte par le pieu en fonction de la fréquence de vibration  $\nu$  pour différentes valeurs d'amplitude  $a$  et de force  $F$ .

en fonction de la fréquence de vibration  $\nu$ . On rappelle que  $z_{final}$  est la profondeur atteinte à la fin du temps  $t_{final}$  de simulation et  $z_t$  est la profondeur atteinte lors de la transition entre les deux phases. Ainsi  $\Delta z_{max}$  représente la profondeur maximale atteinte dans la seconde phase du mouvement pendant un temps  $\Delta t$ . La profondeur  $\Delta z_{max}$  est tracée pour différentes valeurs d'amplitude, de fréquence et de force. Une première constatation est que  $\Delta z_{max}$  diminue avec l'amplitude des vibrations pour une fréquence et une force fixe. Inversement,  $\Delta z_{max}$  augmente avec la force pour une amplitude et une fréquence fixe.

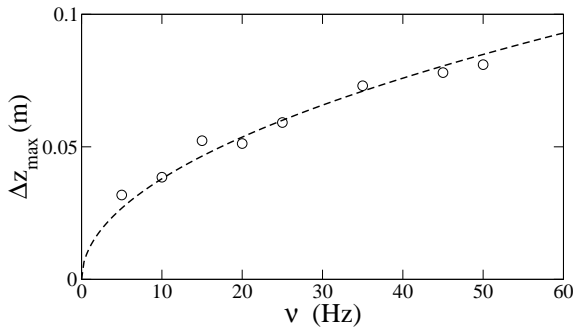
Ce mouvement résulte d'un déplacement constitué des phases d'arrêt et d'avancement comme montré sur la figure 4.43 pour plusieurs cycles. Les déplacements et les temps microscopiques (à l'échelle des grains),  $l$  et  $\tau$ , déterminent le coefficient de diffusion :

$$D = \frac{1}{2} \frac{l^2}{\tau} \quad (4.17)$$

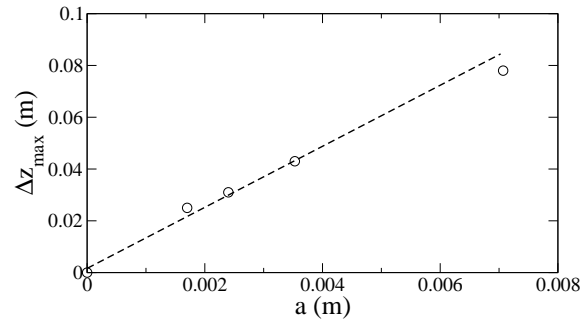
Or ces échelles de longueur et de temps sont directement liées aux réarrangements des grains et donc à la sollicitation appliquée. Ainsi dans notre système on peut supposer que  $l$  et  $\tau$  sont directement dictés par les valeurs des paramètres  $a$  et  $\omega$  de la vibration :

$$\begin{aligned} l^2 &\propto a^2 \\ \tau &\propto \omega^{-1} \end{aligned} \quad (4.18)$$

où  $\omega = 2\pi\nu$  et  $a$  est l'amplitude des vibrations. En particulier, cela suppose que le déplacement maximal est une fonction linéaire de l'amplitude  $a$ . De même, cela implique que le déplacement maximal varie comme la racine carré de la fréquence  $\nu$ .



**Figure 4.46:** Variation du déplacement maximal  $\Delta z_{max}$  en fonction de la fréquence de vibration  $\nu$  à amplitude fixe



**Figure 4.47:** Variation du déplacement maximal  $\Delta z_{max}$  en fonction de l'amplitude  $a$  et à fréquence fixe.

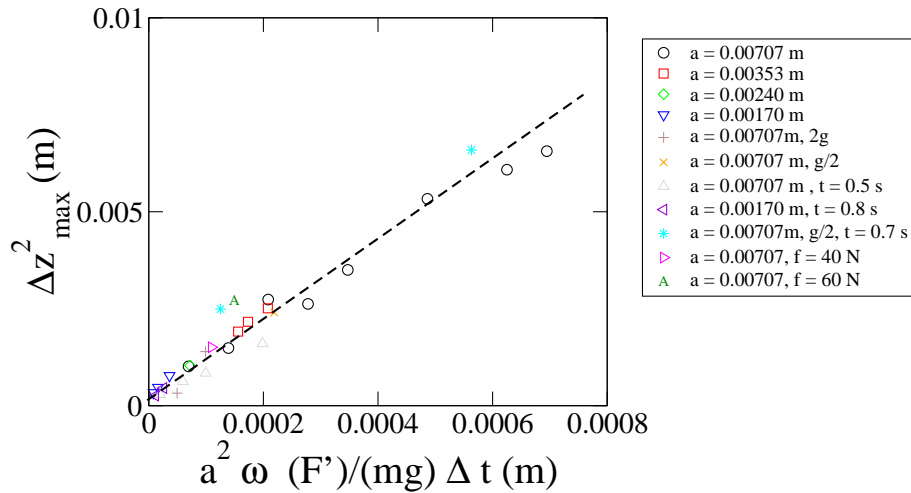
Sur les figures 4.46 et 4.47 sont représentées les évolutions du déplacement maximal  $\Delta z_{max}$  en fonction de la fréquence et de l'amplitude des vibrations respectivement. Comme on peut le constater, les prédictions avancées sur la nature du déplacement se vérifient assez bien. Néanmoins, dans chacun des cas le facteur de proportionnalité doit certainement dépendre de paramètres microscopique du système, en particulier on pense à la forme des particules où à la granulométrie. Le déplacement maximal dépend également de la valeur de la force  $F'$  appliquée sur le pieu (avec  $F' = F + m_b g$ , où  $F$  est la force effective appliquée et  $m_b$  la masse du pieu). On propose alors l'expression suivante :

$$D = \frac{1}{2} k \omega a^2 \frac{F'}{mg}, \quad (4.19)$$

où  $k$  est une constante dépendante de la granulométrie et de la forme des particules,  $m$  est la masse d'un grain. Ceci implique alors que :

$$z(t)^2 = k \omega a^2 \frac{F'}{mg} \Delta t, \quad (4.20)$$

Sur la figure 4.48 on trace l'évolution de  $\Delta z_{max}^2$  en fonction de l'ensemble des paramètres de sollicitation suivant l'équation 4.20. En particulier de nouvelles simulations ont été réalisées en variant la gravité



**Figure 4.48:** Variation du déplacement maximal  $\Delta z_{max}$  mis à l'échelle en fonction de tous les paramètres de charges : fréquence, amplitude et force. En particulier différentes valeurs  $g$  de gravité ont été testées et vérifiées.

$g$  et la force  $F$  appliquée. On voit que le déplacement du pieu dans le sol granulaire se met à l'échelle avec l'ensemble des paramètres de sollicitation du système. Ici nous avons que  $k \simeq 10$ .

En conséquence, il est possible de prévoir l'évolution du déplacement total  $\Delta z_{max}$  du pieu dans le massif granulaire. Comme nous l'avons vu, une première étape consiste à fluidifier la surface libre du système granulaire. Dans ce cas le pieu tombe d'une hauteur équivalente à deux couches de grains. Si on appelle  $\Delta z_{free}$  cette distance, dans le cas d'un matériau tel que le ballast nous avons  $\Delta z_{free} \simeq 10cm$ . Puis le pieu se déplace verticalement dans le sol par un mouvement diffusif. Nous avons identifié dans ce cas que la profondeur atteinte dans cette phase est une fonction de l'amplitude et de la fréquence des vibrations, mais également de la force appliquée sur le pieu et de la gravité ( $\Delta z_{max}(\omega, a, F', \Delta t)$ ). En conséquence nous avons clairement que le déplacement total du pieu dans le milieu est donnée par la relation suivante :

$$\Delta z_{total} = \Delta z_{free} + \Delta z_{max}(\omega, a, F', \Delta t) \quad (4.21)$$

Nous montrons dans la section suivante qu'en réalité l'état de chute libre initial dépend en très grande partie de la valeur de la force  $F$ , c'est-à-dire que  $\Delta z_{free}$  est une fonction  $F$ .

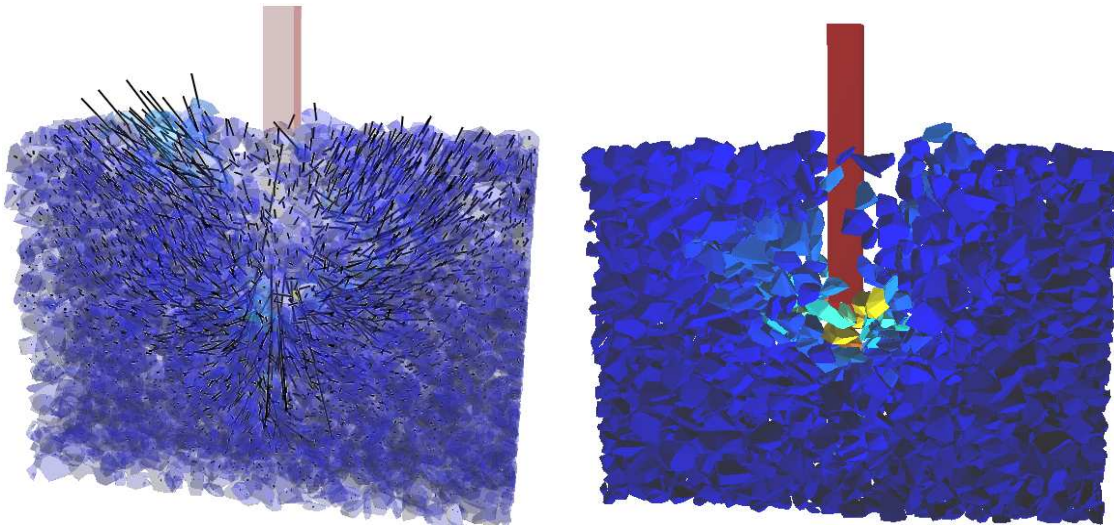
#### 4.4.4. Dynamique du système à grande vitesse

Comme nous l'avons vu précédemment, le déplacement du pieu dans le milieu se réalise en deux grandes étapes. Une première phase où le pieu suit un mouvement de chute libre et une seconde phase où le déplacement est assimilable à un déplacement diffusif. Nous avons montré, en particulier dans un cas presque statique au sens où la force verticale d'enfoncement est faible (quelque dizaines de Newton), que les vibrations induites par le pieu provoquent une fluidisation sur au maximum deux couches de grains. Dans cette section, on propose d'analyser l'influence sur la première phase de chute libre de la force verticale  $F$  appliquée sur le pieu. La force verticale va en particulier induire une vitesse verticale de chute. Plus la force sera grande et plus la vitesse de chute sera importante. Notre objectif ici est de rendre



compte du rapport des vitesses verticale et horizontale (vibration) sur la dynamique de l'enfoncement.

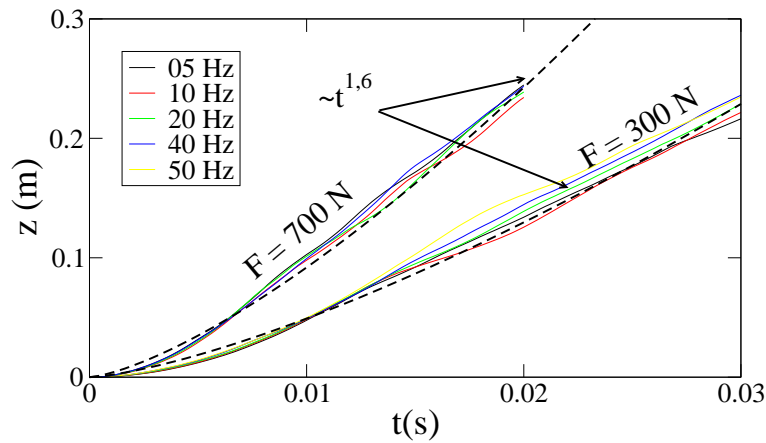
L'échantillon numérique considéré est toujours le même ; figure 4.38. Différentes fréquences de vibrations horizontales vont être testées (de 5 Hz à 50 Hz, et une amplitude de 0,7 cm). Dans chaque cas, nous utiliserons deux valeurs de la force  $F'$  : 300 N et 700 N. La force appliquée étant beaucoup plus importante que dans la première série d'essai, la vitesse le sera également. Il faut donc garantir une précision plus importante sur les calculs. Le pas de temps a donc été divisé par 4, et il vaut donc  $5 \cdot 10^{-5}$  s. Avec de tels efforts le fond de la boîte sera plus rapidement atteint. La durée de la simulation a donc été réduit jusqu'à environ 0,03 s.



**Figure 4.49:** Représentation du champs des vitesses dans une tranche verticale. Ici la force  $F$  est égale à 300 N et la fréquence de vibration est de 50 Hz pour une amplitude de 0,7 cm. Sur la figure de droite on voit bien le « trou » creusé par l'impact.

La figure 4.49 représente le champs des vitesses des particules dans la boîte pour une force d'enfoncement de 300 N et une fréquence de 50 Hz. Comme on peut le constater, le choc est très violent. L'ensemble des grains est expulsé sous l'effet du choc. Suite à l'enfoncement brutal du pieu, une zone « vide » est créée autour du pieu. Les grains autour du pieu seront expulsés alors que les grains sous le pieu seront poussés vers le bas.

La figure 4.50 montre l'évolution de la profondeur  $z(t)$  atteinte par le pieu pour un ensemble de fréquence allant de 5 Hz à 50 Hz, ainsi que pour les deux valeurs de la force d'enfoncement. Plusieurs points sont à remarquer. Tout d'abord, pour une force  $F$  d'enfoncement donnée, quelle que soit la fréquence de vibration, l'allure des déplacements reste rigoureusement identique. Qui plus est pour un temps  $\Delta t$  donnée d'enfoncement, la profondeur atteinte est toujours quasiment la même. Cette profondeur varie seulement avec la force  $F$  (pour une durée d'enfoncement). De plus, on peut voir que dans chacun des cas, le déplacement est proportionnel à  $t^{1,6}$  comme dans le cas où  $F$  est très faible. Dans ces conditions, nous pouvons dire que le pieu est également en chute libre. Néanmoins, alors que dans le cas où  $F$  est très faible la chute libre est due à l'état d'agitation des premières couches. Dans le cas de fortes valeurs de  $F$  la chute libre est due à l'explosion brutale du massif sous l'effet du choc. Dès lors nous pouvons affirmer que le déplacement du pieu dans le massif peut se décomposer de la manière suivante :



**Figure 4.50:** Profondeur  $z$  du pieu en fonction du temps, pour un ensemble de fréquence  $\nu$  ainsi que pour deux valeurs de forces  $F$  différentes.

$$\Delta z_{total}(\omega, a, F, t) = \Delta z_{free}(F, \Delta t_{free}) + \Delta z_{max}(\omega, a, F, \Delta t), \quad (4.22)$$

avec une première phase de chute libre  $\Delta z_{free}(F, \Delta t_{free})$  ne dépendant que de la force appliquée  $F$  et du temps  $\Delta t_{free} = t_1 - t_0$  et la deuxième phase où  $\Delta z_{max}(\omega, a, F, \Delta t)$  est fonction de l'ensemble des paramètres du système dans l'état « diffusif » avec  $\Delta t_{free} = t - t_1$  l'intervalle de temps passé dans la phase diffusive et  $t_1$  le moment où intervient la transition entre état de chute libre et état diffusif.

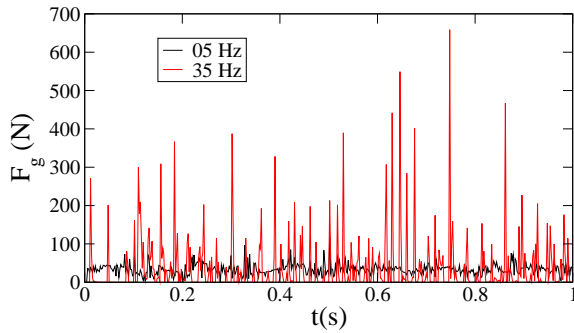
#### 4.4.5. Résistance à l'enfoncement

La dynamique d'enfoncement a été étudiée pour un ensemble de fréquences, d'amplitudes et de forces différentes. Dans cette partie, on propose d'analyser plus en détail les efforts subis par le matériau et en particulier par les grains durant l'enfoncement. La réaction du massif face à cette intrusion peut être mesurée grâce aux efforts verticaux de réaction des grains qui conduisent à des situations de blocages. On notera  $f_g$  la force de réaction des grains sur le pieu.

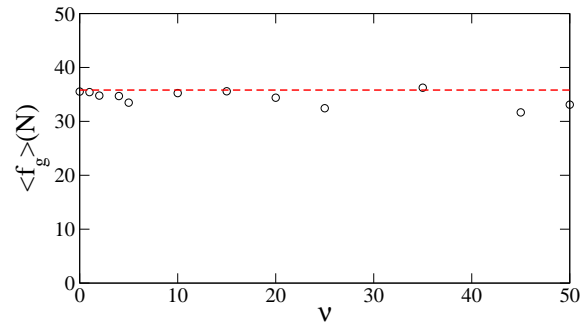
##### Cas où la force $F$ est faible ; $F=30$ N

A partir du moment où le pieu est en contact avec le sol, la réaction  $f_g$  des grains sur le pieu, équilibre la force exercée par le pieu. La figure 4.51 montre l'évolution de la résistance  $f_g$  en fonction du temps. Pour éviter de surcharger la figure on y représente l'évolution de  $f_g$  que pour les fréquences de 5 Hz et 35 Hz, dans le cas où la force  $F$  appliquée est de 30 N. On constate que pour une fréquence faible de 5 Hz, il n'y a que très peu d'oscillations de la force  $f_g$  pendant l'enfoncement. La réaction des grains sur le pieu est en moyenne de 37 N. En revanche, pour une fréquence de 35 Hz, de nombreuses oscillations de la résistance sont visibles allant de 0 N à près de 600 N. Ces oscillations augmentent avec la fréquence. Plus la fréquence de vibration est importante et plus les efforts de réaction peuvent osciller entre des valeurs extrêmes.

La réaction moyenne tout au long de la sollicitation, quelle que soit la fréquence, est d'environ 37 N,

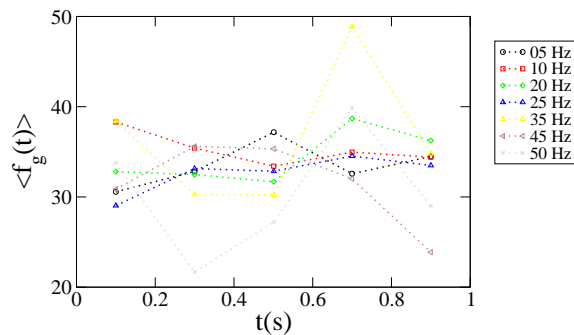


**Figure 4.51:** Evolution de la force de réaction verticale  $f_g$  des grains sur le pieu en fonction du temps pour les fréquences de 5 Hz et de 35 Hz.

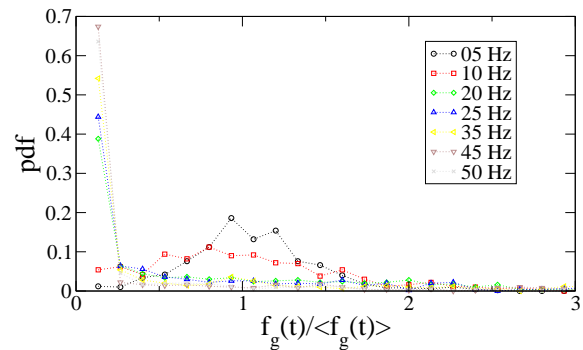


**Figure 4.52:** Evolution de la moyenne  $\langle f_g \rangle$  de la force de réaction verticale des grains sur le pieu en fonction de la fréquence  $\nu$  et pour une force appliquée  $F=30$  N. La moyenne est calculée sur le temps total d'enfoncement.

ce qui est très proche de la force  $F' = F + m_b g$  réellement appliquée ( $F=30$  N et  $m_b g=15$  N, soit  $F' = 45$  N) ; figure 4.52. Afin de faire apparaître les différences entre les courbes, on trace sur la figure 4.53 l'évolution de la moyenne glissante  $\langle f_g(t) \rangle$  pour l'ensemble des fréquences, en fonction du temps. Dans ce cas nous observons de légères fluctuations au cours du temps pour les fréquences inférieures à 25 Hz, alors que les fluctuations semblent plus importantes pour les fréquences plus élevées.



**Figure 4.53:** Evolution de la moyenne glissante  $\langle f_g(t) \rangle$  de la force de réaction verticale des grains sur le pieu en fonction du temps.



**Figure 4.54:** pdf des forces de réaction  $f_g$  normalisées par la moyenne glissante  $\langle f_g(t) \rangle$ .

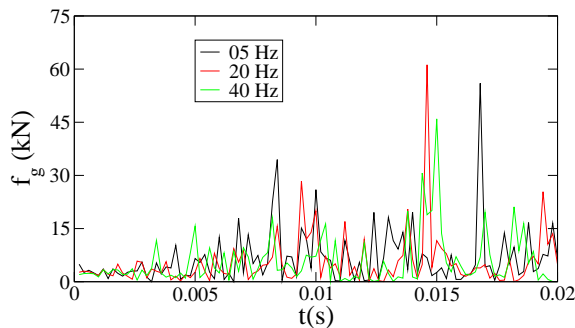
La figure 4.54 montre l'évolution de la densité de probabilité  $P(f_g)$  (pdf) des forces de réaction  $f_g$  normalisées par l'effort moyen  $\langle f_g(t) \rangle$ . On observe essentiellement deux types de comportements : 1) pour les fréquences inférieures à 20 Hz, les efforts sur le pieu se répartissent autour de la valeur moyenne et sont, au maximum, 3 fois la force moyenne ; 2) pour les fréquences supérieures à 20 Hz, l'essentiel des efforts de réactions est bien inférieure à la force moyenne. Les vibrations ont donc bien pour effet de réduire la résistance à l'enfoncement par l'agitation des particules. Mais il est remarquable que, avec les fréquences élevées, des efforts très forts peuvent apparaître sur le pieu pouvant atteindre presque 15 fois la force moyenne.

Une conséquence majeure de cette observation est que dans ce cas la, la rupture des grains due à des efforts trop grands, doit être plus fréquente avec des fréquences de vibrations élevées qu'avec des

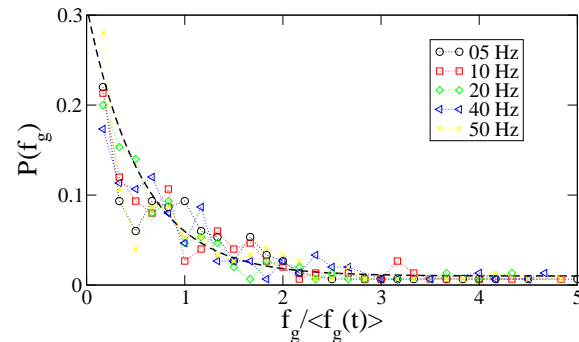
fréquences de vibrations faibles.

### Cas où la force $F$ est élevée ; $F=300$ N

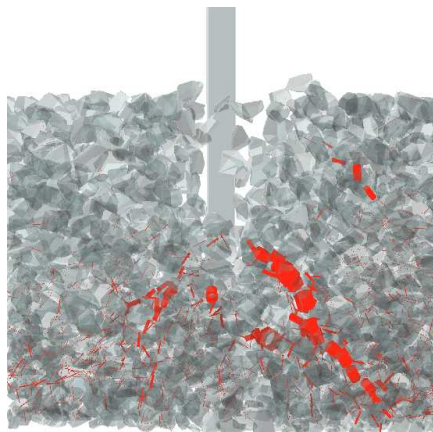
Dans cette partie on analyse la réaction du système dans le cas où la force  $F$  est élevée. On rappelle néanmoins, que le déplacement du pieu dans le milieu se réalise en deux grandes étapes, une première dépendant que de la force  $F$  et une seconde dépendant de l'ensemble des paramètres. Rappelons aussi que dans le cas d'une force  $F$  d'enfoncement élevée, le déplacement du pieu est uniquement fonction de cette force et non pas des autres paramètres de la sollicitation.



**Figure 4.55:** Evolution de la force de réaction  $f_g$  en fonction du temps, pour trois fréquences différentes ainsi que pour une force d'enfoncement  $F$  de 300 N.



**Figure 4.56:** Probabilité de distribution des efforts (pdf) normalisés par la moyenne glissante  $\langle f_g(t) \rangle$  pour l'ensemble des fréquences.



**Figure 4.57:** Exemple de situation où les grains forment une « Structure Rigide Localisée » constituée de plusieurs grains reliant le bout du pieu au sol.

La figure 4.55 montre la force de réaction  $f_g$  des grains sur le pieu en fonction du temps pour trois fréquences différentes. Les allures des courbes semblent assez similaires et ce malgré la différence entre les fréquences de vibrations. Certains pics de force peuvent atteindre presque 60 kN, ce qui signifie que les efforts supportés par les grains sont très importants. De tels efforts mettent en jeu un grand nombre de grains qui s'empilent et forment de grandes chaînes appelées « Structures Rigides Localisées » (SRL). Sur la figure 4.56 on représente la distribution de probabilité (pdf) des efforts  $f_g$  normalisés par  $\langle f_g(t) \rangle$ .

La représentation des efforts sous la forme du pdf nous confirme le rôle mineur voir inexistant de la fréquence dans cette phase. En effet, pour l'ensemble des fréquences de vibrations les pdf sont confondus et suivent une loi pratiquement exponentielle.

Enfin, on représente un exemple de ces SRL qui se forment suite à un impact trop brutal du pieu ne laissant pas le temps aux grains sous le pieu de se réarranger ; figure 4.57. On peut également observer sur cette image le vide créé autour du pieu suite au choc. Dans ce cas là, quelle que soit la fréquence de vibration, la profondeur maximale atteinte est d'environ 0,25 cm pour un temps de  $\Delta t \simeq 0,02s$ . De même, la moyenne des forces,  $\langle f_g \rangle$ , est quasiment identique quelle que soit la fréquence et vaut environ 5 600 N.

#### 4.4.6. Résumé

Dans cette section nous avons analysé l'enfoncement d'un pieu soumis à des vibrations horizontales dans un milieu granulaire. Nous avons soumis le pieu à différents types d'efforts verticaux à la fois très faibles (quelques dizaines de Newton) comme très forts (plusieurs centaines de Newton). Il se dégage de cette étude que le déplacement du pieu peut-être décomposé en deux grandes phases consécutives.

La première phase est une chute du pieu dans le sol. Cette chute est rendu possible grâce à la combinaison de 2 paramètres : soit la force appliquée est faible et dans ce cas les vibrations induites par le pieu vont permettre d'agiter les particules environnantes et donc de fluidiser la structure en surface. Dans ce cas le pieu tombe d'une hauteur équivalente à quelques couches de grains. Soit la force appliquée est très importante et sous l'effet du choc des grains sont expulsés, créant des vides autour du pieu et donc permettant également une chute libre de celui-ci. Néanmoins, dans tous les cas, le déplacement se réalise par alternance entre situations ponctuelles de blocages et de déblocages et durant cette période de chute, seule la force verticale appliquée détermine la profondeur maximale atteinte. En d'autres termes, ni la fréquence, ni l'amplitude des vibrations permettent de changer la profondeur atteinte dans cette phase. Lorsque les blocages deviennent suffisamment nombreux, le déplacement du pieu change de nature.

Dans la deuxième phase, le pieu se déplace de manière diffusive (en racine du temps). Dans ce cas l'ensemble des paramètres de chargement (force, amplitude, fréquence) détermine la profondeur maximale. En particulier plus la fréquence est grande et plus la profondeur atteinte au bout d'un temps  $\Delta t$  le sera également. Nous avons montré que dans cette phase, le déplacement se met à l'échelle avec l'amplitude et la racine de la fréquence.

Nous avons analysé également la résistance à l'enfoncement offerte par le système. Il ressort que l'effort de résistance moyen subit par le pieu reste quasiment le même quelle que soit la fréquence de vibration. Néanmoins, une étude plus fine sur les lois de probabilités de distribution des efforts tout au long d'une simulation révèle que plus la fréquence sera élevée et plus le risque d'endommager le matériau (les grains) est grande au sens où les efforts peuvent aller jusqu'à près de 10 fois la force moyenne. Néanmoins dans le cas où la force appliquée est faible la force moyenne est quasiment égale à la force appliquée ceci étant due très certainement à la courte durée de la phase de chute libre. En revanche, dans le cas où la force appliquée est élevée, car il n'existe pas de phase de diffusion, les efforts de résistance sont très nettement supérieurs à la force appliquée.



## 4.5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons analysé deux situations simplifiées du procédé de bourrage du ballast ferroviaire. L'opération se déroule essentiellement en deux grandes étapes, une première phase où les bourroirs s'enfoncent dans le lit de ballast en vibrant et une seconde phase, où par le biais d'une vibration horizontale les bourroirs viennent serrer la matière granulaire sous le blochet. La modélisation de chaque étape du procédé par une situation similaire « idéalisée » permet de rendre compte de phénomènes difficilement observables dans le cas réel, du fait de la complexité du procédé.

Nous avons étudié l'enfoncement d'un pieu vibrant dans un sol granulaire. Il se dégage de cette étude que la profondeur atteinte par le pieu est la somme de deux longueurs intermédiaires clairement définies. C'est-à-dire que le mouvement vertical peut être décomposé en deux grandes phases. Une première phase qui correspond à une chute du pieu dans la matière granulaire agitée soit par l'effet des vibrations (cas où la force verticale est faible) soit par l'effet du choc due à une force verticale trop importante. Dans tous les cas, la profondeur atteinte dans cette phase est uniquement fonction de la force appliquée. Dans une seconde phase, l'ensemble des paramètres du système vont agir de sorte à induire un mouvement diffusif du pieu dans le sol. Dans le cas où la force appliquée est faible le système réagit en moyenne de la même manière quelle que soit la fréquence. En revanche, de manière plus locale les efforts de réactions peuvent être d'autant plus forts que la fréquence est élevée (la distribution des efforts étant fonction de la fréquence). Dans le cas où la force appliquée est élevée on observe également que globalement la réaction du système est la même quelle que soit la fréquence. Néanmoins, dans ce cas là, y compris d'un point de vue local la réaction des efforts suit la même loi de probabilité et ce quelle que soit la fréquence. En conclusion, dans le cas où les efforts sont forts la fréquence de vibration n'a que très peu d'effet sur la dynamique du système.

Nous avons aussi analysé la dynamique vibratoire d'un système granulaire confiné. Cette étude a pour but de représenter l'effet du serrage lors du bourrage du ballast. La dynamique du système se résume en une succession de cycles identiques. Un cycle est caractérisé par une phase de blocage, une phase d'extension ou « active » et une phase de contraction ou « passive » du système. Les simulations ont été réalisées grâce à un modèle bidimensionnel et confirmé ensuite par un modèle 3D utilisant des grains polyédriques de granulométrie du ballast. Nous avons notamment montré que les déplacements se mettent à l'échelle avec l'ensemble des paramètres de sollicitation du système. Un début de compaction a lieu durant la phase active, suivi d'une légère décompaction dans la phase passive. Néanmoins, globalement on observe une nette compaction de cycles en cycles, ce qui permet de définir un taux de compaction. Dans le cas 3D, le taux de compaction maximal est atteint pour une fréquence voisine de 10 Hz.

Le chapitre suivant regroupe les principaux résultats obtenus depuis le chapitre 2 sur le procédé de bourrage afin de donner une vision globale et précise du procédé industriel et des phénomènes physiques qui sont en jeu lors du bourrage.





# Retour sur le procédé de bourrage

## Sommaire

---

<b>5.1. Introduction</b>	<b>164</b>
<b>5.2. Un modèle de bourrage</b>	<b>164</b>
5.2.1. Comparaison dans les phases d'enfoncement et de serrage	165
5.2.2. Du matériau vers la structure	167
<b>5.3. Essais de résistance après bourrage</b>	<b>170</b>
5.3.1. Réglage des paramètres	170
5.3.2. Test d'écrasement	172
<b>5.4. Conclusion</b>	<b>173</b>

---

## 5.1. Introduction

« **A**PRÈS avoir donné une modélisation du procédé de bourrage et décrit chacune des phases de l'opération au chapitre 2, il nous est apparu important de dissocier le matériau ballast du procédé de bourrage. Le ballast, en tant que matériau, possède des caractéristiques mécaniques qui n'avaient pas été étudiées numériquement jusqu'à maintenant. Le procédé de bourrage s'applique à ce matériau par l'intermédiaire d'un jeu de paramètres de fréquences et de forces, avec un objectif industriel qui consiste à organiser la voie (relevage, dressage, compaction...) de sorte qu'elle soit la plus résistante possible. Par rapport à cet objectif, les caractéristiques du matériau sont aussi importantes que les paramètres du procédé. Ainsi, le chapitre 3 était consacré à l'identification des caractéristiques rhéologiques et microscopiques du ballast en tant que matériau. En particulier, nous nous sommes concentrés sur l'effet de la forme des particules. Nous avons constaté alors qu'avec une telle forme, le nombre de contacts simples (face-sommet) représente plus de 70% des contacts, mais les 30% de contacts restants (doubles et triples) contribuent presque autant que les contacts simples à la transmission des contraintes. De même, nous avons montré que la forme facetté des particules est à l'origine de l'anisotropie élevée des forces qui joue ainsi un rôle plus important pour la transmission des contraintes de cisaillements que l'anisotropie de contacts.

Par la suite, nous avons réalisé une étude quantitative de chacune des phases du procédé de bourrage en considérant des conditions aux limites simplifiées permettant d'obtenir un système aussi homogène que possible. Le chapitre 4 était consacré à ces analyses pour chercher notamment à répondre à deux questions : 1) Que se passe-t-il quand un milieu granulaire est vibré horizontalement ? et 2) Comment se réarrange un matériau granulaire lorsqu'on y introduit un outil ?

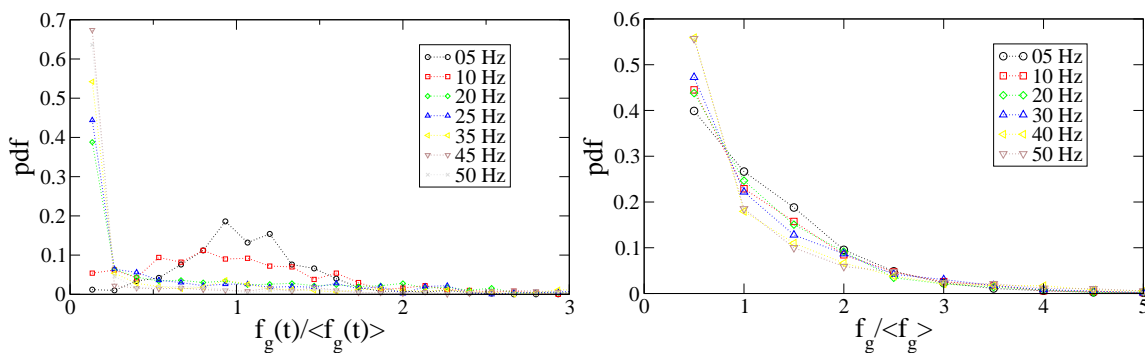
Riche de ces résultats, nous revenons dans le présent chapitre sur le procédé de bourrage. Ce chapitre permet ainsi de confronter les propositions théoriques qui ont été avancées dans les chapitres 3 et 4 au cas du bourrage du ballast. Dans une première section, nous montrons que les comportements modèles (à la boîte vibrante et au pieu du chapitre 4) décrivent assez fidèlement les mécanismes de l'opération de bourrage en termes de déplacements, de compaction et de résistance. Bien que les dimensions du matériau sous le blochet soient inférieures à celle d'un VER (moins de 2 000 grains sous le blochet), nous discutons de la pertinence du comportement « matériau » pour le ballast tel que nous l'avons présenté dans le chapitre 3. Dans une autre section, on précise l'influence des paramètres du procédé. En particulier, on propose un jeu de paramètres permettant d'obtenir une plus grande compaction sous le blochet à la suite d'un seul cycle de bourrage. Enfin, nous allons nous pencher sur les propriétés d'un « bon bourrage ».

## 5.2. Un modèle de bourrage

Afin d'analyser chacune des principales phases du bourrage, nous avons choisi de les simplifier en modèles plus homogènes et plus simples. La première phase du bourrage, où les 8 bourroirs rentrent violemment dans la structure ballastée, a été remplacée par l'étude d'un seul pieu vibrant pénétrant un milieu granulaire suivant différentes vitesses. La seconde phase du bourrage, le serrage, a consisté à faire vibrer horizontalement un système granulaire confiné dans une boîte. Dans cette section, on s'efforce de comparer ces systèmes simples au cas du bourrage, tout en marquant leurs limites. Puis on discute des paramètres de chargements ( $\nu$ ,  $f_{min}$ ,  $f_{max}$ ).

### 5.2.1. Comparaison dans les phases d'enfoncement et de serrage

Comme nous l'avons vu, l'intrusion d'un pieu ou d'un bourroir dans un milieu granulaire provoque de nombreux réarrangements. Que ce soit dans le cas du pieu ou dans le cas du bourrage, les efforts mis en jeu sont certes importants mais ponctuels. Par le biais des vibrations appliquées aux bourroirs, le déplacement se réalise en une succession de blocages et de chutes. Une situation de blocage implique que des grains s'agencent en chaînes granulaires rigides de forte force (Structure Rigide Localisée ; SRL). Dans les deux cas, bourroir et pieu, nous avons montré qu'une fréquence de vibration élevée permet de diminuer le nombre de ces chaînes d'efforts durant l'enfoncement, mais que cette diminution est à nuancer selon la vitesse d'enfoncement. La figure 5.1 montre la densité de probabilité des forces de réaction  $f_g$  sur le pieu et sur les bourroirs. Dans les deux cas, on voit une augmentation du nombre de forces faibles avec la fréquence, mais cette augmentation est d'autant plus marquée que la vitesse de plongée est faible.



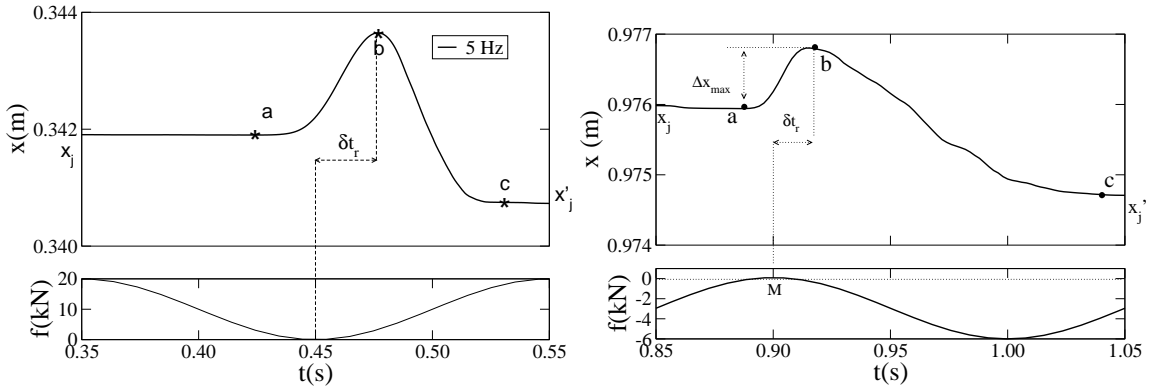
**Figure 5.1:** Les pdf des forces de réaction  $f_g$  normalisées par la moyenne glissante  $\langle f_g(t) \rangle$  dans le cas modèle de l'essai d'enfoncement (figure de gauche ; voir figure 4.54) et dans le cas du bourrage simulé (figure de droite ; voir figure 2.13)

Nous avons vu aussi que l'intensité de ces SRL augmente avec la fréquence ; figure 2.10 du chapitre 2. Autrement dit, elles sont moins nombreuses mais plus rigides. A cela, il faut ajouter la vitesse de plongée des bourroirs. En effet, les vibrations appliquées permettent de fluidiser la matière seulement sur les premières couches de grains ce qui se traduit par une chute balistique des bourroirs dans le milieu pendant l'enfoncement. Puis le mouvement du pieu devient un mouvement diffusif. Cette épaisseur de couche de grains est alors une fonction de la vitesse de plongée des bourroirs. On peut donc affirmer les points importants suivant :

1. Une fréquence élevée combinée à une vitesse lente réduit le nombre de SRL mais augmente leur intensité.
2. Pour une vitesse de plongée rapide le nombre de SRL diminue sensiblement avec la fréquence.
3. Pour une vitesse de plongée lente, la fréquence de vibration permet de fluidiser la matière à la surface.
4. Pour une vitesse de plongée rapide, la résistance du matériau à l'enfoncement est faible et les grains de ballast sont éjectés.

On a montré également qu'une vitesse de plongée lente entraîne un meilleur gain de compaction sous le blochet. Pour une plongée lente, l'effet des vibrations est important et une fréquence de vibration élevée induit une meilleure compaction sous le blochet.

Une fois en place, les bourroirs vont serrer le moule granulaire sous le blochet grâce à l'action d'un effort harmonique. Nous avons identifié cette phase à un ensemble granulaire inclus dans une boîte où le même signal serait appliqué sur une paroi de la boîte. La figure 5.2 compare l'évolution du déplacement suivant  $x$  de la paroi (dans le cas modèle) et des bourroirs (dans le cas du bourrage). On reconnaît aisément dans les deux cas, le même type de déplacement caractérisé par une phase d'extension (recul des bourroirs ou de la paroi, de a vers b), une phase de contraction (avancée des bourroirs/de la paroi, de b vers a) et de blocage (paroi/bourroir immobile) et qui définissent ainsi une amplitude de déplacement  $\Delta x_{max}$ .



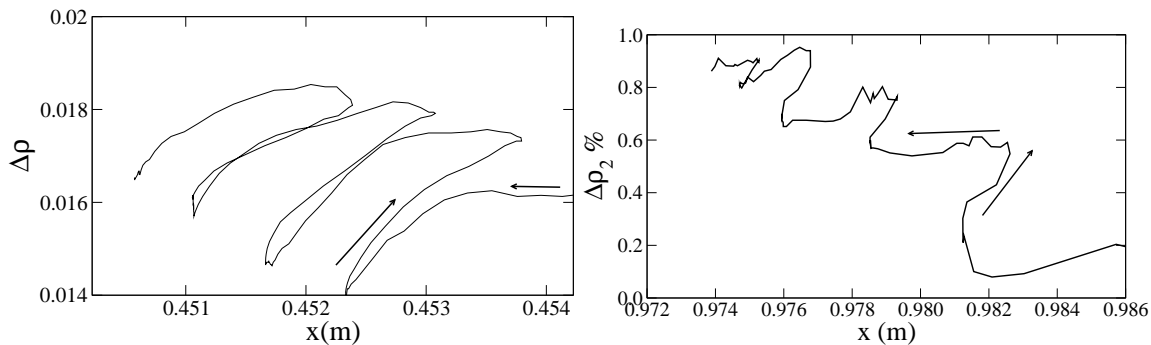
**Figure 5.2:** Déplacement  $x$  en fonction du temps sur une seule période et pour une fréquence de 5 Hz des bourroirs (figure de droite) ainsi que du modèle à la boîte vibrante (figure de gauche).

Pour obtenir des comportements identiques, il a été nécessaire d'appliquer une force  $f_{min}$  négative dans le cas du bourrage. Une force  $f_{min}$  positive ou nulle ne permet pas d'observer les cycles de contraction - extension étant donné que les grains agissent sur tous les côtés des bourroirs. Dans le cas modèle de la boîte, c'est la gravité qui contrôle l'amplitude  $\Delta x_{max}$  des bourroirs. Nous avons pu vérifier alors que  $\Delta x_{max}$  se met à l'échelle avec l'ensemble des paramètres ( $\nu$ ,  $f_{max}$ ,  $m$ ,  $m_w$  et  $g$ ). Dans le cas du bourrage, la force minimale  $f_{min}$  peut biaiser cette mise à l'échelle. Nous avons constaté que dans le cas où  $f_{min}$  est faible (de l'ordre de 100 N), les amplitudes du déplacement sont faibles également, mais  $\Delta x_{max}$  varie en  $\nu^{-2}$  comme dans le cas de la boîte. En revanche, cette mise à l'échelle semble être mise à défaut lorsque la force minimale  $f_{min}$  est plus grande. Ceci réside très certainement dans le fait que l'amplitude  $\Delta x_{max}$  des déplacements soit le résultat de la relaxation du système. En appliquant une force minimale négative on oblige la paroi à reculer et ce indépendamment de la quantité de grains sous le blochet. Autrement dit, si  $f_{min}$  est trop importante, ce ne sont plus les grains qui poussent la paroi. La mise à l'échelle est donc perdue. Dans le cadre du bourrage, une étude statistique plus précise doit être menée à ce niveau-là, en faisant varier le rapport  $f_{min}/f_{max}$ . Le cas « idéal », au sens où la mise à l'échelle est conservée, correspond à  $|f_{min}/f_{max}| = 0$ ; la mise à l'échelle semble encore valable pour  $|f_{min}/f_{max}| = 100/6000 = 0.016$ ; la mise à l'échelle semble être perdue pour  $|f_{min}/f_{max}| = 300/6000 = 0.05$ . Mais, dans le cadre du bourrage avec 8 bourroirs, un nombre beaucoup plus important de simulations est nécessaire pour conclure sur ces points.

La figure 5.3 montre le gain de compaction  $\Delta\rho$  en fonction du déplacement dans le cas modèle de la boîte vibrante et dans le cas du bourrage. On peut constater que les tendances sont identiques. La compaction se produit lors de l'extension. On confirme ainsi que « pour compacter il faut desserrer ». Dans le cas du modèle de la boîte vibrante, il est possible de définir avec précision une vitesse de compaction  $\dot{\eta}$  par cycle; la fréquence de 10 Hz fournit la plus grande vitesse de compaction. Dans le cas du bourrage,

il est possible d'identifier la vitesse de compaction  $\dot{\eta}$  à la régression linéaire de la courbe de compaction. En effet, de par les conditions aux limites sous le blochet (on rappelle que le postraitement est réalisé dans une jauge) les grandeurs sont beaucoup plus fluctuantes. Cependant, dans ce cas nous avons montré que la vitesse de compaction est maximale pour une fréquence de 5 Hz.

Le résultat important ici est que durant le serrage, une fréquence de vibration faible implique une amplitude du déplacement plus élevée ( $\Delta x_{max}$  grand) et implique alors une plus grande vitesse de compaction. On a alors que la compaction est plus sensible à l'amplitude des déplacements qu'à la fréquence. En particulier, dans le cas du modèle de boîte vibrante, étant donnée que  $\Delta x_{max}$  varie comme l'inverse de la force maximale  $f_{max}$ , une manière d'augmenter la compacité serait de diminuer la force maximale. Dans le cas du bourrage, il semble plutôt préférable d'augmenter le rapport  $|f_{min}/f_{max}|$  pour augmenter la compacité puisqu'il semble que ce rapport contrôle la mise à l'échelle ainsi que la compaction.



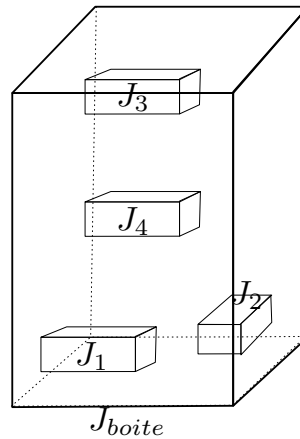
**Figure 5.3:** Variation  $\Delta\rho$  de la compacité en fonction du déplacement  $x$  de la paroi, pour une fréquence de 5 Hz. Figure de droite pour le bourrage et figure de gauche pour la boîte vibrante.

### 5.2.2. Du matériau vers la structure

Afin de s'affranchir des conditions aux limites, la caractérisation du matériau a été réalisée sur un très grand volume de ballast comportant environ 40 000 particules ; chapitre 3. Or, sous un blochet seulement 2000 grains sont présents. Dans ce cas, nous savons que l'hétérogénéité et l'anisotropie des forces et des contacts sont telles qu'elles posent le problème de la définition d'une échelle VER. Pour étudier cela, on reprend l'échantillon S1 de grains de ballast du chapitre 3 ; le volume total de S1 sera appelé  $J_{boite}$ . On considère également une jauge plus petite  $J$ , de dimension  $0.90 \times 0.30 \times 0.30$ . Cette jauge  $J$  à le même volume que le volume de grains de ballast sous un blochet ; chapitre 2, et sera placée à 4 endroits différents dans S1 :  $J_1$  sera placée dans le coin inférieur gauche de  $J_{boite}$ ,  $J_2$  sera placée à 10 cm de la paroi de droite et à une hauteur de 20 cm,  $J_3$  sera placée à 10 cm sous la paroi supérieure et  $J_4$  sera placée au centre de  $J_{boite}$  ; figure 5.4.

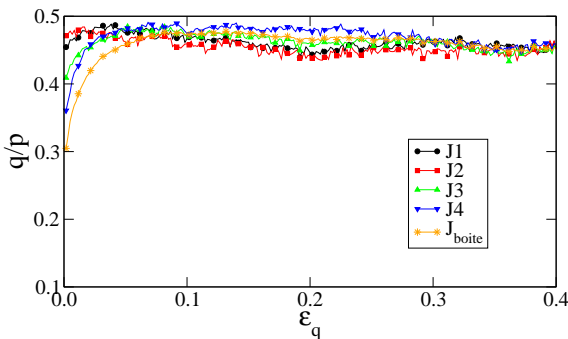
La figure 5.5 représente l'évolution de déviateur de contrainte  $q$  normalisé par la pression  $p$  en fonction de la déformation  $\varepsilon_q$ , et dans chacune des jauges. Le comportement « matériau » représenté par  $J_{boite}$ , où le déviateur augmente progressivement, passe par un pic et se stabilise autour d'une valeur seuil de 0,46. Mais, suivant l'emplacement de la jauge  $J$ , l'évolution de  $q/p$  montre des différences très nettes dans les premiers instants. Dans le cas des jauges  $J_1$  et  $J_2$ , on peut considérer que le système est dans un état parfaitement plastique, ceci est clairement dû à la position de ces deux jauges qui sont placées proches des parois. Néanmoins, bien que  $J_3$  soit également très proche de la paroi supérieure, on peut observer une croissance de la courbe puis un plateau. Dans ce cas l'évolution est assez proche de celle



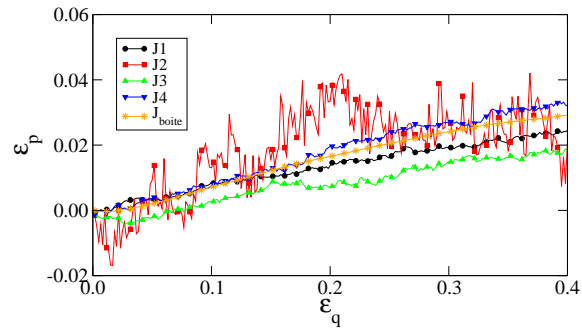


**Figure 5.4:** Calcul dans une jauge. Les jauges  $J_1$ ,  $J_2$ ,  $J_3$  et  $J_4$  sont placées à l'intérieure de la jauge  $J_{boite}$ .

avec la jauge  $J_4$  qui est loin de toutes conditions aux limites. On peut observer également que toutes les courbes tendent vers la même valeur critique ( $\sim 0.46$ ). La figure 5.6 représente l'évolution de la dilataance  $\varepsilon_p$  en fonction de la déformation  $\varepsilon_q$  dans chacune des jauges. Le résultat important est la grande variabilité que nous pouvons observer d'une courbe à l'autre. Les conditions aux limites affectent de manière significative l'évolution de la dilataance.



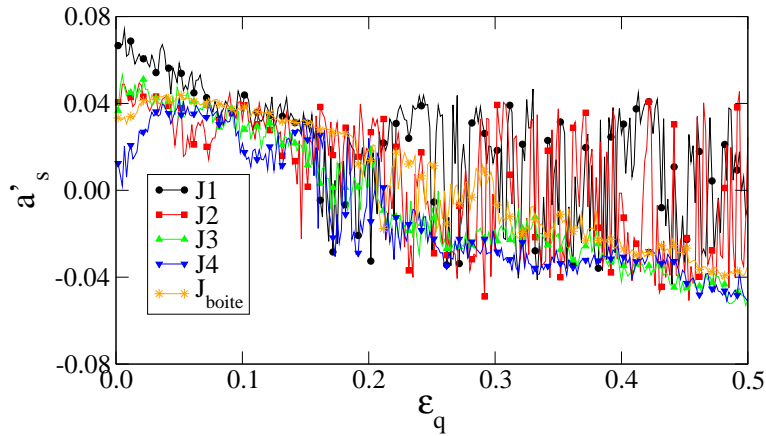
**Figure 5.5:** Évolution du déviateur de contrainte normalisé ( $q/p$ ) en fonction de la déformation  $\varepsilon_q$ , dans différentes jauges  $J$ .



**Figure 5.6:** Évolution de la dilataance  $\varepsilon_p$  en fonction de la déformation  $\varepsilon_q$ , dans différentes jauges  $J$ .

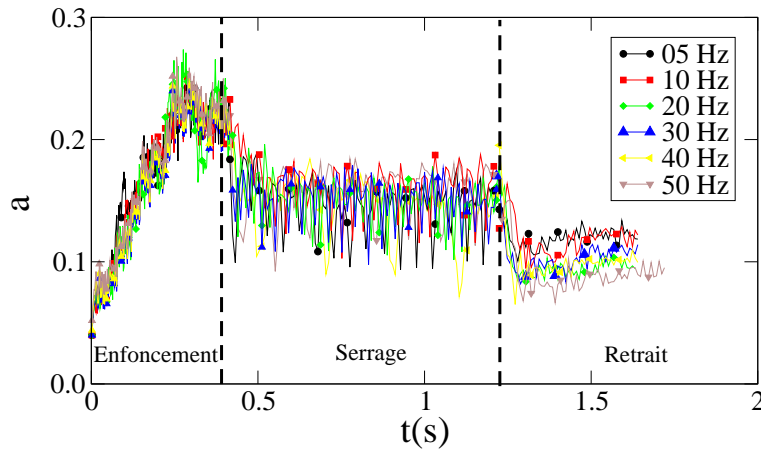
Il est souvent utile de caractériser un matériau par son module d'Young  $E$ . Dans le cas de grains rigides tels que le ballast, on peut considérer que tous les modules élastiques (en particulier  $E$ ) sont infinies. Cependant, dans un assemblage granulaire, bien que toutes les déformations soit de natures plastiques, il est possible de calculer des modules tangents ou sécants, qui seraient donnés à partir de la courbe déformation-contrainte. Or, plusieurs études montrent que ces modules dépendent crucialement de la compacité initiale, mais également du volume considéré (il dépendant également de la direction de sollicitation [72]).

Ces différences dans le comportement se trouvent également dans l'évolution de la microstructure. Pour illustrer cela, on trace sur la figure 5.7 l'évolution de l'anisotropie  $a'_s$  des orientations des vecteurs intercentres contacts simples, introduit dans le chapitre 3 en fonction de la déformation  $\varepsilon_q$ . On rappelle que dans le cas du matériau (pour  $J_{boite}$ ), après une légère augmentation de  $a'_s$ , on peut observer une forte



**Figure 5.7:** Evolution de l'anisotropie  $a'_s$  des branches, aux contacts simples, en fonctions de la déformation  $\varepsilon_q$  et dans toutes les jauges.

décroissance de l'anisotropie. On observe également un changement de signe à partir d'une déformation de 0,3. Dans le cas où  $a'_s$  est calculée dans les jauges  $J_1, \dots, J_4$ , on peut observer de fortes fluctuations, en particulier proche des parois. Que ce soit pour les paramètres macroscopiques ou microscopiques, de si grandes fluctuations pour de tels volumes montrent bien que les conditions de VER ne sont pas satisfaites sous le blochet. Les effets de structure peuvent influencer de manière significative la tenue de la voie et induire des fluctuations importantes d'un point à un autre. Ceci peut-être considéré comme un facteur important pour le tassement différentiel de la voie [5, 43, 22, 46].



**Figure 5.8:** Variation de l'anisotropie  $a$  des vecteurs intercentre au cours de l'opération de bourrage en fonction du temps, dans le plan  $\mathcal{P}^{xz}$ .

Dans le cas du procédé de bourrage, on trace sur la figure 5.8 la variation de l'anisotropie des vecteurs intercentres durant un cycle de bourrage, en fonction du temps et pour l'ensemble des fréquences. Comme on peut le voir, les variations de  $a$  dans le plan  $\mathcal{P}^{xz}$  sont identiques à celles de  $q_{xz}/p$  (figure 2.42). Dans la phase d'enfoncement  $a$  augmente quelle que soit la fréquence. Puis, en moyenne  $a$  oscille autour d'une valeur de 0,15, et enfin  $a$  diminue dans la phase de retrait. La valeur de  $a$  atteinte en fin d'essai est supérieure à celle dans l'état initial. Ce descripteur est lié à la forme même des particules. Augmenter la résistance au cisaillement passe donc par une optimisation de la forme des grains qui peut

maintenant être quantifiée par l'intermédiaire de cette anisotropie.

### 5.3. Essais de résistance après bourrage

Un critère « classique » de résistance d'un milieu granulaire est son niveau de compacité [72]. Plus le sol sera compact et plus il résistera au cisaillement. L'objectif de cette section est double : tout d'abord nous voulons fabriquer des moules granulaires denses sous le blochet en jouant sur les paramètres du bourrage, puis dans un second temps, appliquer un effort vertical sur le blochet afin de tester l'enfoncement et donc la résistance au tassement, sachant que celle-ci caractérise la qualité du bourrage à court terme.

#### 5.3.1. Réglage des paramètres

Nous voulons montrer qu'il est possible de « contrôler » l'état de compaction sous le blochet en jouant sur les paramètres dans chaque phase. Pour cela, on résume les différents paramètres qui permettent d'augmenter la compaction dans chaque phase :

1. Dans la phase d'enfoncement :  
Une vitesse d'enfoncement faible combinée à une fréquence élevée (nous n'avons pas testé l'effet de l'amplitude des vibrations).
2. Dans la phase de serrage :  
Une fréquence de vibration faible. Le rapport  $|f_{min}/f_{max}|$  contrôle également la compaction, il semble que plus il est élevé et plus grande est la compaction.
3. Dans la phase de retrait :  
Une fréquence de vibration élevée (nous n'avons pas testé l'effet de la vitesse de retrait).

En fonction de ces informations, nous réalisons un nouveau cycle de bourrage sur des échantillons simplement déposés pour plusieurs valeurs des paramètres. Les paramètres numériques, les conditions aux limites et les géométries utilisées sont en tout point identiques aux essais réalisés dans le chapitre 2. Seuls changent les paramètres de la sollicitation, qui sont résumés dans le tableau 5.1 :

Nom de l'essai	Enfoncement	Serrage	Retrait
E1	$v = 1 \text{ m/s}$ $\nu = 5 \text{ Hz}$	$f_{max} = 6 \text{ kN}$ $f_{min} = -100 \text{ N}$ $\nu = 5 \text{ Hz}$	$v = -1 \text{ m/s}$ $\nu = 5 \text{ Hz}$
E2	$v = 1 \text{ m/s}$ $\nu = 5 \text{ Hz}$	$f_{max} = 6 \text{ kN}$ $f_{min} = -300 \text{ N}$ $\nu = 5 \text{ Hz}$	$v = -1 \text{ m/s}$ $\nu = 5 \text{ Hz}$
E3	$v = 1 \text{ m/s}$ $\nu = 20 \text{ Hz}$	$f_{max} = 6 \text{ kN}$ $f_{min} = -100 \text{ N}$ $\nu = 20 \text{ Hz}$	$v = -1 \text{ m/s}$ $\nu = 20 \text{ Hz}$
E4	$v = 1 \text{ m/s}$ $\nu = 50 \text{ Hz}$	$f_{max} = 6 \text{ kN}$ $f_{min} = -100 \text{ N}$ $\nu = 50 \text{ Hz}$	$v = -1 \text{ m/s}$ $\nu = 50 \text{ Hz}$
E5	$v = 1 \text{ m/s}$ $\nu = 50 \text{ Hz}$	$f_{max} = 6 \text{ kN}$ $f_{min} = -300 \text{ N}$ $\nu = 5 \text{ Hz}$	$v = -1 \text{ m/s}$ $\nu = 5 \text{ Hz}$
E6	$v = 1 \text{ m/s}$ $\nu = 50 \text{ Hz}$	$f_{max} = 6 \text{ kN}$ $f_{min} = -300 \text{ N}$ $\nu = 5 \text{ Hz}$	$v = -1 \text{ m/s}$ $\nu = 50 \text{ Hz}$

Tableau 5.1: Paramètres des essais.

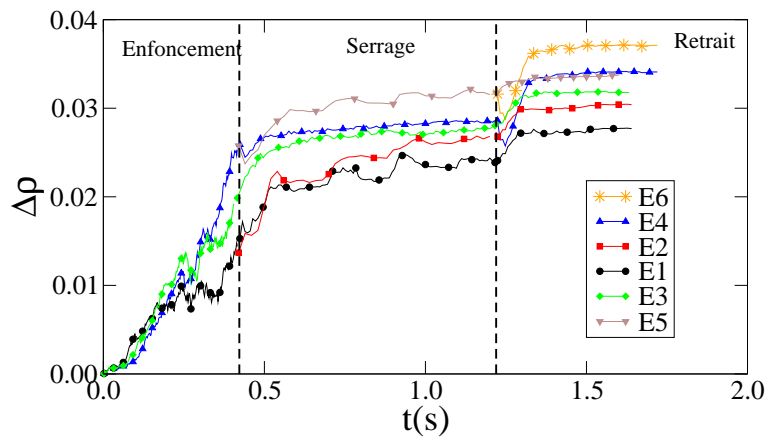


Figure 5.9: Variation du gain de compacité en fonction du temps, pour un cycle de bourrage et pour différents paramètres de la sollicitation.

L'évolution du gain de compacité  $\Delta\rho$  durant un cycle de bourrage est tracée sur la figure 5.9 en fonction du temps. On voit que durant la phase de serrage, une fréquence de 5 Hz combinée à une force minimale de recul de 300 N (donc une plus grande amplitude) permet d'augmenter de manière significative la compacité, et ceci indépendamment de l'état de compaction atteint en fin d'enfoncement (essais E2 et E5). De même, pour le retrait, une fréquence de vibration de 50 Hz durant cette phase permet d'obtenir un gain de compaction légèrement plus élevé que si on vibre à 5 Hz (essais E5 et E6). Ceci se confirme également avec les essais E4 et E5, où une fréquence de vibration de 50 Hz, dans le cas de E4, permet de rattraper le gain de compaction final de l'essai E5 vibré à 5 Hz. Ainsi, suivant la

combinaison des paramètres employés dans un cycle de bourrage, le gain de compaction final peut varier de 2.7% à près de 3.7%.

Ainsi, si l'objectif est d'atteindre un état plus dense sous le blochet, il semble judicieux alors de changer les paramètres entre les phases du bourrage, par exemple : une fréquence élevée combinée à une vitesse faible pour l'enfoncement, une fréquence faible combinée à une amplitude forte durant le serrage et enfin une fréquence élevée durant le retrait. Néanmoins, il est important de rappeler que ces résultats ont été obtenus à partir de la même configuration initiale. Pour les valider, il sera nécessaire de réaliser une étude statistique faisant intervenir plusieurs échantillons indépendants et comparer les tendances.

### 5.3.2. Test d'écrasement

Pour montrer l'efficacité du bourrage par rapport à la résistance verticale, on se propose de réaliser une série de simulations d'écrasement sur le blochet ; figure 5.10. Après le bourrage des essais E1, E3, E4 et E6 de la section précédente, le blochet est déposé par gravité jusqu'à la stabilisation totale de la structure. La compacité  $\rho$  n'est quasiment pas affectée par le repos du blochet. En revanche, le nombre de contacts  $N_c$  entre la structure et le blochet augmente de manière significative. Rappelons que, comme on l'a vu dans le chapitre 2, le retrait des bourroirs entraîne une chute du nombre de contacts entre le blochet et le ballast. Afin de comparer l'efficacité du bourrage, on considère également l'échantillon  $E_0$ , qui est tout simplement l'échantillon initial n'ayant subi aucun cycle de bourrage. Dans ce cas, la compacité est de  $\rho \sim 0.618$  et après le repos du blochet, le nombre  $N_c$  de contacts entre la structure et le blochet est de 53. Les données sont récapitulées dans le tableau 5.2 :

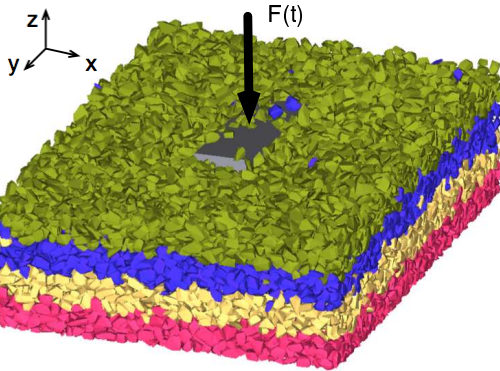


Figure 5.10: Essai d'écrasement.

Nom de l'essai	$\rho$	$N_c$
E0	0.618	53
E1	0.635	60
E3	0.638	38
E4	0.640	30
E6	0.642	27

Tableau 5.2: La compacité  $\rho$  et le nombre de contacts entre le blochet et le ballast  $N_c$  avant l'écrasement.

Pour l'essai d'écrasement nous avons appliqué une force  $F(t)$  croissante sur le blochet ; figure 5.10, telle que :

$$\Delta F(t) = -9.10^4 \Delta t \quad (5.1)$$

avec  $F(0) = 0$  N. Le pas de temps de chaque simulation est fixé à  $0.2 \times 10^{-3}$  s et on simule 0.4 s d'enfoncement. Dans ce cas, en fin d'essai la force appliquée est de 36 kN.

On désigne par  $\Delta h = h_{initial} - z$  la variation de profondeur du blochet, où  $h_{initial}$  est la hauteur initiale du blochet et  $z$  la hauteur du blochet au cours de la simulation. La figure 5.11 représente  $\Delta h$  en fonction de la force  $F(t)$  appliquée, pour les échantillons E0, E1, E3, E4 et E6. Dans tous les cas, on peut considérer que le déplacement du blochet dans la structure se fait de manière linéaire. En d'autres termes,

$\Delta h \propto F$ . Cependant, cette progression est plus ou moins rapide suivant les échantillons. Le résultat important est que l'échantillon E6, qui est le plus compact, est celui qui « résiste le mieux », au sens où son taux d'enfoncement est le plus faible. Puis, dans l'ordre, viennent l'échantillon E4 qui présente une compacité supérieure à celle de E1, E3 et E0. Mais remarquons que, bien que l'échantillon E3 soit légèrement plus compact que E1, les deux présentent un comportement similaire. Néanmoins, tous les essais qui ont subi un cycle de bourrage présentent une résistance nettement supérieure à l'essai E0, qui concerne un système qui n'a pas subi de bourrage. Ces essais semblent indiquer que le bourrage permet de réduire de manière sensible le tassement du matériau. Un critère pour le tassement du matériau en voie semble donc être l'état de compacité sous le blochet. Néanmoins, cette étude doit être systématisée en appliquant non pas une force croissante, mais plutôt une force cyclique, ce qui permettrait d'aborder la problématique réelle du tassement du matériau en voie.

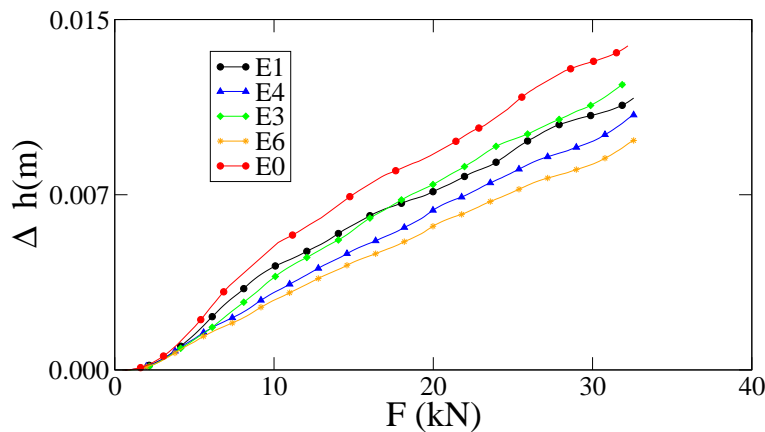


Figure 5.11: Variation de la profondeur  $\Delta h$  atteinte par le blochet en fonction de la force  $F$ .

## 5.4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons d'abord confronté les modèles simples de boîte vibrante et d'enfoncement d'un pieu au cas plus complexe du procédé de bourrage. La phase d'enfoncement laisse apparaître une « compétition » entre la vitesse de pénétration et la vitesse de vibration. En effet, nous avons pu constater, pour des vitesses d'enfoncement faibles, que plus la fréquence de vibration est élevée et plus le matériau sera dans un état de fluidisation. Les Structures Rigides Localisées diminuent en densité mais augmentent en intensité. Ces observations sont à nuancer en fonction de la vitesse de plongée des bourroirs. A grande vitesse, nous ne pouvons pas affirmer que le matériau soit dans un état fluidisé. En particulier, quelle que soit la fréquence, la densité de SRL reste sensiblement identique. En ce qui concerne à la compaction sous le blochet, deux résultats sont importants :

1. Une forte fréquence de vibration permet d'obtenir une compacité plus grande.
2. Une vitesse d'enfoncement faible permet également d'obtenir une compacité plus grande.

En conséquence, dans la phase d'enfoncement, une proposition serait de diminuer la vitesse de chute des bourroirs tout en augmentant la fréquence de vibration. A priori, la diminution de la vitesse aura pour conséquence une diminution du nombre de situations de blocage lors de l'enfoncement (diminution des



SRL), alors qu'une augmentation de la fréquence doit augmenter l'intensité des SRL et donc soumettre les grains à plus d'effort.

Les phénomènes se produisant lors du serrage peuvent être assimilés, avec une bonne approximation, à ceux plus homogènes d'une boîte dont l'une des parois vibre en force. Nous avons montré qu'un cycle de serrage est une alternance de phases d'extensions et de contractions définissant alors une amplitude  $\Delta x_{max}$  de déplacement. En particulier nous avons montré que, pour que la compaction soit optimale, deux conditions sont nécessaires :

1. Une fréquence faible pour une plus grande vitesse de compaction.
2. Une amplitude de déplacement  $\Delta x_{max}$  plus élevée pour une compaction plus élevée.

Afin d'évaluer les effets de taille finie, une jauge  $J$  de volume identique au volume sous un blochet ( $V_{jauge}$ ), a été placée en différents endroits d'un grand volume VER, tel que  $V_{VER} \sim 30V_{jauge}$ . Nous avons montré la variabilité des grandeurs macroscopiques et microscopiques calculées dans les différentes jauges. Cela signifie qu'un seul test ne suffit pas à conclure sur l'influence des paramètres de bourrage, et qu'il est nécessaire de prendre en compte ces fluctuations qui sont à l'origine des tassements différentiels le long de la voie. L'origine de ces fluctuations se trouvent dans la microstructure dont une connaissance plus fine est nécessaire afin de pouvoir réduire ces fluctuations.

Nous avons montré également qu'en changeant les paramètres qui pilotent le bourrage entre les phases, il est possible d'augmenter de manière nette la compacité finale. En particulier, une vitesse d'enfoncement de 1 m/s combinée à une fréquence de 50 Hz, puis une fréquence de 5 Hz tout en imposant une force de recul de 300 N dans la phase de serrage et enfin, en retirant les bourroirs à une vitesse de 1 m/s et une fréquence de 50 Hz, permet d'obtenir le plus grand gain de compaction. Enfin, sur certains des échantillons ayant subi un cycle de bourrage une force croissante a été appliquée sur le blochet. Il ressort que l'échantillon présentant la plus forte compacité sous le blochet résiste d'avantage à l'écrasement que les autres.

## Conclusion & Perspectives

« LE point de départ de l'ensemble des études présentées dans ce mémoire a eu pour impulsion, en langage technique, la question suivante : « c'est quoi un bon bourrage ? ». D'un point de vue technologique, cette question se révèle être assez simple. Le « *bourrage* » est défini comme l'enchaînement des opérations de relevage du blochet, enfoncement des bourroirs dans le ballast, serrage des bourroirs et retrait. Un « *bon* » bourrage est alors réalisé lorsque la voie retrouve un niveau souhaité. Avec l'augmentation de la vitesse sur rails, la dégradation des voies s'accroît, imposant alors des cycles de maintenance de moins en moins espacés. De même, il a été observé que des portions de voies se dégradent plus ou moins rapidement malgré un bourrage identique sur toute la voie. Les moyens techniques et humains mis en jeu lors de ces opérations, demandent une logistique élaborée ainsi que de très gros moyens financiers. Dans ce contexte, nous nous sommes efforcé, dans le cadre de cette thèse, de décrire scientifiquement les phénomènes mis en jeu lors de ces opérations à l'aide d'une modélisation numérique aussi réaliste que possible.

Un résultat de base de ce travail, a été la mise en place d'un « procédé de bourrage virtuel » permettant d'imiter numériquement l'ensemble des phases d'un cycle complet de bourrage. Nous avons opté pour un modèle granulaire en Dynamique des Contacts sur la plateforme logicielle *LMGC90*. Au coeur de cette modélisation se trouve la prise en compte de la forme polyédrique des grains de ballast modélisés à partir d'un échantillon réel de grains numérisés. Nous avons reproduit une portion de voie comportant un peu moins de 30 000 grains de ballast ainsi qu'un blochet, le tout à échelle réelle. Les bourroirs ont été construits à base des polyèdres convexes afin de respecter au mieux leur forme en  $T$ . Pour l'analyse du procédé, nous avons également mis en place des outils de contrôle et d'analyse de post-traitement. Nous avons appliqué ce dispositif numérique pour étudier chaque phase du procédé de bourrage.

Nous avons montré que la réaction du système à l'enfoncement des bourroirs se traduit par la création de chaînes granulaires rigides sous les bourroirs. En particulier, nous avons observé qu'avec les vitesses qui sont en jeu (presque 2 m/s), une fréquence élevée réduit sensiblement le nombre de chaînes les plus chargées qui se créent durant l'enfoncement. Nous avons pu constater que le simple enfoncement des bourroirs conduit à une compaction importante du ballast sous le blochet. Une fréquence de vibration élevée ( $\nu = 50$  Hz) permet d'obtenir un plus grand gain de compacité du ballast sous le blochet, et

une augmentation de la vitesse d'enfoncement provoque une diminution du taux de compaction sous le blochet.

Sur le plan scientifique, la phase d'enfoncement soulève la question du déplacement d'un objet dans un milieu granulaire. Nous avons donc réalisé une série d'étude avec un objet de géométrie plus simple (un pieu) que les bourroirs soumis à une vibration horizontale. Nous avons montré que le déplacement du pieu se réalise en une première phase de déplacement balistique suivi d'un mouvement diffusif. Dans ce cas, le déplacement se met à l'échelle avec l'amplitude des vibrations et la racine carrée de la fréquence. Cette mise à l'échelle nous a permis de conclure que, dans le procédé de bourrage réel, le déplacement des bourroirs dans la phase d'enfoncement est essentiellement balistique.

L'analyse de la phase de serrage a permis de montrer l'influence des paramètres pendant la phase d'extension (ou desserrage) et la phase de contraction (ou serrage). Un cycle de serrage définit une amplitude de déplacement qui se met à l'échelle avec les paramètres de sollicitations, comme la fréquence, la force de serrage et la masse du système. Un résultat important est que la compaction sous le blochet se produit lors de la phase d'extension. Le taux de compaction diminue avec la fréquence.

Cette phase du procédé a été comparée à la dynamique plus générale d'un milieu granulaire confiné et soumis à une excitation harmonique, notamment dans le but de réaliser une analyse statistiquement plus représentative de la dynamique du système. Ce système rend très bien compte de la dynamique du bourrage pour les phases d'extension, de contraction et de blocage. Nous avons montré que le déplacement se met à l'échelle avec l'inverse carré de la fréquence, l'inverse de la force, le carré de la gravité et la masses des grains. Ces paramètres contrôlent le taux de compaction qui présente notamment un maximum pour une fréquence caractéristique de l'ordre de 10 Hz. En ce qui concerne le retrait des bourroirs, nous avons montré qu'il entraîne l'expulsion des grains et laisse des trous importants autour du blochet. Il entraîne également une faible compaction sous le blochet avec un nombre réduit de contacts entre le blochet et le ballast.

Tout au long de ces études du cycle de bourrage et des systèmes simplifiés plus homogènes, nous nous sommes intéressé plus particulièrement aux contraintes et à la résistance au cisaillement. Nous avons montré que le cycle complet de bourrage conduit à une légère augmentation de la contrainte de cisaillement sous le blochet et dans le plan de vibration, principalement due à la phase d'enfoncement. Il apparaît aussi que la contrainte de cisaillement dans le plan de serrage, à la fin du bourrage, est supérieure à celle dans le plan latéral. Comme la résistance au cisaillement trouve son origine dans l'organisation des grains, nous avons également analysé la microstructure et son évolution, aussi bien dans la géométrie du bourrage qu'avec des conditions aux limites homogènes. Un résultat important est que la résistance au cisaillement est due à une forte anisotropie des forces aux contacts, induites par la présence de contacts face-face alors que l'anisotropie géométrique (souvent désignée comme responsable de la résistance) se trouve être faible. Cet effet de forme résume bien la différence entre les assemblages de polyèdres et de sphères. Nous avons observé également que la microstructure du ballast est dominée par les contacts simples en raison du nombre élevé de faces et donc la surface réduite de chaque face. Comme l'usure et le tassement sont plus importants pour les contacts simples, cette présence prédominante des contacts simples constitue une faiblesse du matériau vis-à-vis de l'application ferroviaire. Par conséquent, une nette amélioration de la résistance à court terme et à long terme peut-être obtenue en jouant sur la forme des particules.

Nos études ont permis ainsi d'acquérir une vision à la fois globale et microscopique des principaux phénomènes qui interviennent pendant l'opération de bourrage. La sensibilité du bourrage vis-à-vis des paramètres a pu être étudiée en partie notamment en ce qui concerne la compacité et la contrainte de

cisaillement sous le blochet. En particulier, nous avons montré que la compacité sous le blochet est corrélée avec la résistance au cisaillement par des essais compression verticale appliquée après le bourrage. D'après nos résultats, il semble être possible de « contrôler » la compacité en jouant sur les paramètres de sollicitation. Une meilleure compaction est obtenue de la manière suivante :

1. enfoncement avec une faible vitesse de chute des bourroirs combinée à une fréquence de vibration élevée,
2. serrage avec une fréquence faible de vibration combinée à un recul plus important des bourroirs,
3. retrait avec une fréquence élevée.

Les études réalisées dans le cadre de cette thèse répondent à la base à une problématique industrielle particulière. Mais les résultats obtenus concernent plus généralement la rhéologie des milieux granulaires et à ce titre dépassent largement le cadre initial que nous avons défini avec cette problématique. Les milieux granulaires interviennent dans de nombreux domaines et font actuellement l'objet d'une recherche active à l'échelle internationale. Dans ce contexte, nous soulignons qu'un apport essentiel de ce travail de recherche est de considérer une forme facettée de grains la plus souvent observée dans la nature ou dans le contexte industriel.

Ces travaux constituent une première base pour la simulation numérique du procédé industriel de bourrage et pour une analyse microscopique et paramétrique des mécanismes physiques en jeu pendant le bourrage. Du point de vue de la méthodologie appliquée au cours de ces recherches, nous avons combiné une étude directe du procédé avec la géométrie réelle dans la configuration proche du cas réelle avec une étude plus académique en nous focalisant sur des configurations plus simples et homogènes et appliquant des concepts de la mécanique des milieux granulaires. Nous possédons donc actuellement un ensemble d'outils numériques et conceptuels qui devraient permettre de réaliser des études paramétriques plus ciblées. Plus particulièrement, dans ces travaux nous n'avons pas considéré l'influence de l'état initial et notamment la compacité initiale du ballast. De nombreux paramètres tels que la vitesse d'enfoncement, les forces de serrages, l'écartement des bourroirs, profondeur de plongée, hauteur de relevage, nombre de plongée et la forme des grains peuvent être également étudiés plus en détails dans ce contexte.

Par ailleurs, pour une évaluation réaliste de la qualité du bourrage une étude systématique du tassement sous l'effet d'un chargement cyclique appliqué sur le blochet après chaque bourrage virtuel pourrait permettre de mieux caractériser l'impact du bourrage et d'optimiser les paramètres. La qualité de bourrage dépend également de la résistance des grains de ballast aux efforts dus au bourrage. Nous avons observé les fortes concentrations des efforts dans les différentes phases du bourrage, mais nous n'avons pas analysé les conséquences de ces efforts sur la rupture éventuelle des grains. De même, à plus long terme il peut être intéressant d'inclure dans la modélisation numérique un modèle de rupture des grains. Un autre aspect qui mérite une analyse détaillée concerne la reproductibilité et les fluctuations liées au petit volume de ballast sous le blochet. Pour certaines de nos études avec des conditions aux limites homogènes, nous avons dû faire des moyennes sur plusieurs configurations indépendantes, mais nous n'avons pas étudié les fluctuations d'une configuration à une autre. Ce type d'étude demande un grand nombre de simulations et donc un coût de calcul élevé. Nos résultats permettent néanmoins d'optimiser ce genre d'études en choisissant les paramètres appropriés.



# Algorithmes de détection dans LMGC90

On présente ici les deux principaux algorithmes de détection du contact qui sont utilisés dans le code LMGC90

-*La méthode Common Plane* :

Le « Common plane », que l'on notera par la suite  $\mathcal{CP}$  est, l'unique plan qui permet de séparer l'espace entre deux particules en parties égales [32]. Si les particules sont en contact, alors elles intersectent  $\mathcal{CP}$ , sinon ni l'une ni l'autre ne l'intersectent. Ainsi, grâce à cette méthode, le problème de contact entre particules se résume en un problème de détection entre un plan et une particule.

La « distance »  $d^v$  de n'importe quel point  $v$  de l'espace par rapport à un plan  $\mathcal{P}$  est donnée par :

$$d^v = \mathbf{n} \cdot (v_0 - v) \quad (\text{A.1})$$

avec  $\mathbf{n}$  le vecteur normal au plan et  $v_0$  la projection orthogonale de  $v$  sur  $\mathcal{P}$ . On définit également la « distance »  $d_A$  d'un polygone ou d'un polyèdre  $A$  par rapport au plan  $\mathcal{P}$  par :

$$d_A = \begin{cases} \max(d^v) & \text{si } d^c < 0, \\ \min(d^v) & \text{si } d^c > 0 \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

avec  $d^c$  la distance du centre de la particule en question par rapport au plan, ce qui représente un critère afin de déterminer de quel côté du plan se situe la particule, et avec  $d^v$  qui représente la distance d'un sommet  $v$  de la particule sur le plan  $\mathcal{P}$ . Ainsi  $|d_A|$  représente la plus petite valeur prise par  $d^v$ .

Pour deux particules  $A$  et  $B$  potentiellement en contact, le  $\mathcal{CP}$  est défini de la manière suivante :

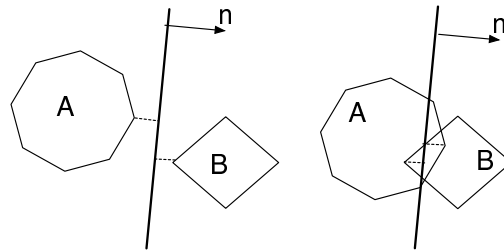
1. Le centre de chacune des particules doit être situé de part et d'autre du plan. On supposera alors



que la particule dont  $d^c$  sera négatif sera la particule  $A$ , et si  $d^c$  est positif, il s'agira de la particule  $B$ ,

2. la distance « gap » définie par  $d_B - d_A$  doit être maximale,
3. on impose  $d_A = -d_B$ ,

avec  $d_B$  et  $d_A$  les distances des particules  $B$  et  $A$  au  $\mathcal{CP}$ . Ainsi, comme illustrés sur la figure A.1, dans le cas où  $d_A < 0$ ,  $d_B > 0$  et  $d_B - d_A > 0$  les grains ne sont pas en contact, sinon si  $d_A > 0$ ,  $d_B < 0$  et  $d_B - d_A < 0$  les grains sont en contact. La difficulté majeure réside dans la détermination précise du « Common Plane »  $\mathcal{CP}$ .

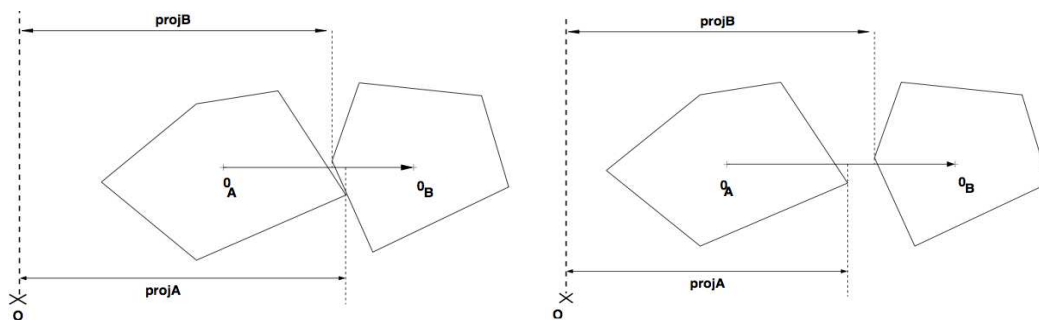


**Figure A.1:** Illustration du « Common plane » ainsi que des distances des particules au plan.

Pour cela, Cundall propose une méthode itérative afin de déterminer le  $\mathcal{CP}$ . Dans un premier temps, pour deux particules potentiellement en contact, on détermine les sommets les plus proches. En effet, Nezami [80] montre que le  $\mathcal{CP}$  passe par le milieu  $M$  du segment formé par ces deux sommets. La première étape de l'algorithme consiste à choisir, de manière arbitraire, un plan passant par  $M$ . La seconde étape, est une étape itérative qui consiste à calculer un « gap » ( $d_B - d_A$ ) maximum en effectuant des rotations autour du point de référence  $M$ . Pour cela des petites perturbations sont appliquées sur chacune des directions. Si une perturbation provoque un « gap » supérieur au « gap » actuel, alors le plan est choisi comme étant le potentiel  $\mathcal{CP}$ . Si les perturbations provoquent un « gap » inférieur au « gap » actuel, l'itération suivante est réalisée avec une perturbation inférieure. Dans tous les cas, durant l'itération si le « gap » est supérieur à la tolérance grossière ( $TOL$ ) fixée au préalable, il est certain que les particules ne sont pas en contact, donc l'itération est stoppée. Le nombre total d'itérations dépend alors de la pertinence du choix du premier plan et en général un grand nombre d'itérations est nécessaire avant d'obtenir le bon  $\mathcal{CP}$ . Une autre méthode qui permet de déterminer si deux corps sont en contact est la méthode du « shadow overlap » développée par J.J Moreau [112].

- La méthode *Shadow Overlap* :

L'algorithme proposé par J.J Moreau en deux dimensions est en quelque sorte une vision « duale » de la méthode de Cundall. En effet, dans un premier temps la méthode consiste à affiner la détection grossière en éliminant de manière plus fine les situations où il est certain qu'il n'y a pas de contact. Pour cela, pour deux particules potentiellement en contact (particules  $A$  et  $B$  sur la figure A.2) on projette sur le segment reliant les deux centres des particules les deux sommets les plus proches. Ces sommets sont dit « sommets critiques ». Comme on peut le voir sur la figure A.2, ces projections définissent donc des longueurs que l'on nomme  $proj_A$  et  $proj_B$  pour les particules  $A$  et  $B$  respectivement. Alors dans le cas où  $proj_A < proj_B$  il ne peut y avoir de contact. Cette situation est alors écartée. En revanche, dans le cas contraire une détection encore plus fine doit être réalisée. Ce principe de projection est itéré sur chacune des normales aux faces des particules en re-calculant à chaque fois les sommets critiques. Ainsi,



**Figure A.2:** Première étape du *Shadow overlap*, à gauche on identifie un contact potentiel, à droite il n'y a pas de contact.

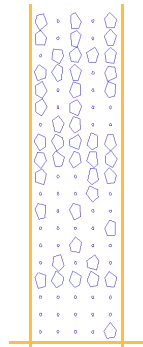
dans chaque cas on calcul la différence des projections  $proj_A - proj_B$  ; si cette différence est toujours positive, alors il y a contact. Si il existe un seul cas où la différence est négative alors il n'y a pas de contact. Cet algorithme a fait l'objet de développements et d'optimisations par F. Dubois et G. Saussine [111] et a été généralisé au cas tri-dimensionnel. Dans ce cas la, un polyèdre convexe est facétisé à l'aide de triangle. Pour déterminer si il y a contact il est nécessaire de déterminer si une facette d'une particule  $A$  intersecte une facette d'une particule  $B$ .

La méthode du *Common Plane* à fait l'objet de développement dans le code de calcul LMGC90 par R. Pérales et F. Dubois [88]. L'objectif premier étant de modéliser des granulats simples tels que des blocs de grains applicables à la maçonnerie a été rapidement généralisé au cas de granulats de formes plus complexes. La méthode du *Shadow Overlap* à été également développée sous LMGC90 sous forme d'une bibliothèque complémentaire sous le nom de *Ballast - 3D*.



# Méthode de dépôt géométrique

La création d'échantillons granulaires est un problème qui peut se révéler complexe, notamment lorsque l'on doit utiliser plusieurs milliers de grains. Une méthode classique très souvent utilisée consiste à déposer les grains sur un réseaux cubique ou triangulaire. Dans ce cas, suivant la granulométrie employée, ou la forme des particules, le vide autour des particules peut devenir très important comme on peut le voir sur la figure **B.1**. Des grains pentagonaux, de rayon  $r_{min} = 1$  cm et  $r_{max} = 5$  cm sont placés

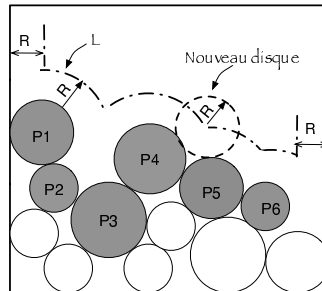


*Figure B.1: Exemple de préparation. Des grains pentagonaux sont déposés sur un réseau cubique.*

sur un réseau cubique. La différence de granulométrie importante provoque des vides importants. Dans ce cas la phase de préparation, c'est-à-dire le dépôt des particules devient une étape majeure du calcul et peut s'avérer d'autant plus longue que le nombre de grains est important. Ceci ce révèle être un problème

d'autant plus grand lorsqu'on passe au cas tridimensionnel avec des grains polyédriques. Pour une voie ballastée, telle que nous voulons la simuler, nous devons déposer pas moins de 30 000 polyèdres. De nombreux auteurs se sont penchés sur le problème de préparation d'échantillon, notamment pour étudier les phénomènes de compaction ou de ségrégation [30, 12, 130, 121, 127].

## Principe



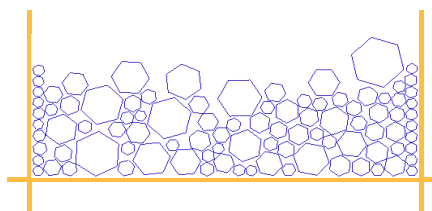
**Figure B.2:** Construction géométrique d'un échantillon. Le centre de chaque disque nouveau sera placé sur la courbe  $L$  en un point où le potentiel d'énergie est nul [121, 127].

Une observation commune est qu'en deux dimensions, un disque peut être en équilibre seulement avec deux contacts (trois contacts en trois dimensions). Les dimensions de la boîte dans laquelle les grains seront déposés sont fixées. Les particules  $y$  sont insérées les unes après les autres. Une liste  $L$  de rayon est générée de manière aléatoire de telle sorte à obtenir différents types de distributions granulométrique :

- Distribution équi-répartie en rayon.
- Distribution équi-répartie en volume.
- Distribution donnée en terme de proportion.

La position de chaque nouvelle particule est choisie de telle sorte à minimiser une fonction de « potentiel »  $U$  sur l'espace autorisé, c'est-à-dire le volume de la boîte privé du volume de l'ensemble des particules déjà déposées. Un exemple simple, est le cas où une particule de masse  $m$  tombe sous l'effet de la gravité  $g$ . Elle subit alors une force de la forme  $\vec{U} = -mg\vec{z}$  avec  $\vec{z}$  est un vecteur unitaire pointant vers le sommet de la boîte. Dans ce cas, la fonction de potentiel  $U = mgz$  est proportionnelle à la hauteur  $z$  de la particule. Par conséquent, la particule sera placée de telle sorte que les coordonnées  $z$  de son centre soit minimale dans le volume en question.

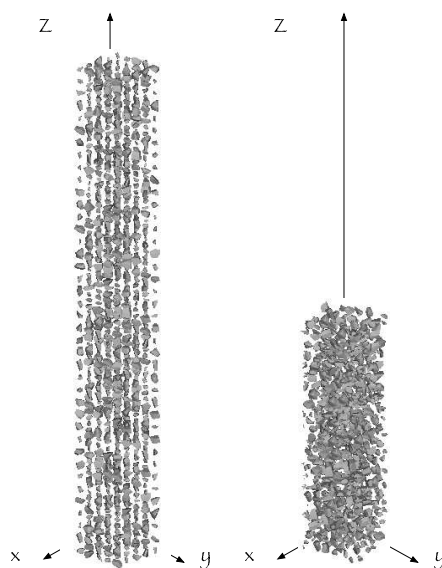
L'algorithme utilisé, dans le cas bidimensionnel, est illustré sur la figure B.2. On forme une chaîne composée de particules  $[P1, \dots, P_n]$  située le plus haut possible dans l'échantillon, et on considère une nouvelle particule de rayon  $R$  à déposer. On considère alors une courbe  $L$  située à une distance  $R$  de la chaîne de particules  $[P1, \dots, P_n]$ . Le centre de la nouvelle particule sera placée sur la courbe  $L$  de sorte que le potentiel  $U$  soit minimal. Ce point correspond en général à l'intersection entre deux ou plusieurs arcs de cercle. Mais en pratique, la position de chaque nouvelle particule sera toujours de telle sorte que la particule déposée possède deux points de contacts avec la chaîne  $[P1, \dots, P_n]$ . Si on souhaite déposer des polygones, il suffit juste de les inclure dans chacun des disques. Sur la figure B.3 on montre un système granulaire préparé suivant cette méthode. Dans le cas de polygones, les particules étant incluses dans les disques, elles ne sont donc plus en contact. Néanmoins, la différence avec une méthode de préparation classique (réseau carré ou triangulaire ; figure B.1) est nette. Il ne reste plus qu'à laisser l'échantillon se



**Figure B.3:** Grains polygonaux déposés suivant la méthode présentée plus haut.

relaxer sous l'effet de la gravité afin d'obtenir un dépôt granulaire mécaniquement stable.

Cette méthode a été généralisée au cas de grains sphériques en trois dimensions [59]. La difficulté réside dans le fait que la chaîne de particule  $[P_1, \dots, P_n]$  formée soit en fait une surface et qu'il soit nécessaire de minimiser le potentiel sur cette surface  $[P_1, \dots, P_n]$ . Concrètement cela signifie que la position de la particule à ajouter sera de telle sorte qu'elle soit en contact avec seulement trois particules de la surface  $[P_1, \dots, P_n]$ . Sur la figure B.4 on montre en illustration la mise en pratique de la méthode dans un cas tridimensionnel avec des polyèdres. A l'origine les sphères sont en contact, puis nous avons inséré des polyèdres dans chacune des sphères.



**Figure B.4:** 1000 grains polyédriques placés sur un réseau cubique, à gauche et suivant les règles géométriques évoquées plus haut, à droite.

La préparation d'échantillon composé d'un grand nombre de particule s'en trouve facilité. Par exemple, 15 000 polygones sont déposés « géométriquement » en quelques secondes, et il faut environ 15h pour déposer mécaniquement l'ensemble, contre presque 5 jours dans le cas où l'on utiliserait un dépôt classique. De même dans le cas de polyèdres il nous a fallu environ 30 minutes pour préparer un échantillon géométrique de 40 000 particules et presque 2 jours pour le déposer mécaniquement (voir chapitre 3), contre 2 semaines si on utilise un dépôt classique !!!





# Calcul de la compacité dans une jauge

Dans cette section on présente rapidement la méthode employée pour le calcul de la compacité sous le blochet. On entend par compacité la fraction  $\rho$  du volume  $V_p$  occupé par les grains sur le volume  $V_t$  total de l'échantillon :

$$\rho = \frac{V_p}{V_t} \quad (\text{C.1})$$

Cependant, dans le cas particulier qui nous intéresse, le bourrage du ballast, nous avons que  $V_t$  est un volume à considérer sous le blochet et donc dans le matériau. On introduit alors la notion de « jauge » à l'intérieure d'un matériau. Dans le cas particulier ou un grain est partagé entre les deux zones, nous devons estimer le plus finement possible la quantité de volume que représente la partie du grain dans la jauge. L'approche développée est résumée comme cela :

- soit le polyèdre est entièrement contenu dans la jauge. Dans ce cas, on rappelle que de manière générale, un polyèdre convexe peut être décomposé en une somme de tétraèdres de sommet le centre de gravité du polyèdre. Connaissant les coordonnées de chaque sommet, on peut calculer leur volume par la formule suivante :

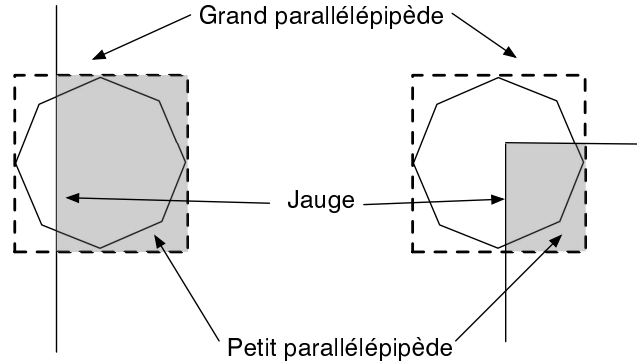
$$V_{polyedre} = \sum V_{tetraedre} = \sum \begin{vmatrix} x_1 - x_2 & y_1 - y_2 & z_1 - z_2 \\ x_1 - x_3 & y_1 - y_3 & z_1 - z_3 \\ x_1 - x_4 & y_1 - y_4 & z_1 - z_4 \end{vmatrix} \quad (\text{C.2})$$

où le triplet  $(x_i, y_i, z_i)$  représente les coordonnées des sommets d'un tétraèdre composant le polyèdre.

- soit le polyèdre coupe la jauge ; figure **C.1**. Il semble trop compliqué de calculer l'enveloppe convexe de l'intersection du polyèdre avec la jauge (trop de possibilités sont à envisager). Alors on propose d'approcher le volume du polyèdre par la méthode suivante :

1. Recherche des extrema du polyèdre, de sorte à l'inclure dans un "grand" parallélépipède.
2. Recherche des intersections entre la jauge et le "grand" parallélépipède, afin de former un "petit" parallélépipède, dont on connaîtra alors le volume.
3. Quadrillage plus ou moins fin de ce parallélépipède, et détermination du nombre de points intérieures au polyèdre.
4. Le volume de la partie du polyèdre dans la jauge sera alors :

$$V_{\text{polyèdre}} = \frac{\text{Nombre de points dans le polyèdre}}{\text{Nombre de points dans le parallélépipède}} \times V_{\text{petit parallélépipède}}$$



**Figure C.1:** Principe évoqué pour calculer le volume d'un polyèdre qui coupe une jauge. À gauche lorsque le polyèdre coupe une paroi et à droite lorsqu'il coupe un angle de la jauge.

Il reste alors à déterminer si un point donné est intérieur ou non à un polyèdre. Comme un polyèdre convexe est une somme de tétraèdres, la question de savoir si un point appartient ou non à un polyèdre devient alors plus simple, car il suffit de savoir si un point appartient à un tétraèdre ou non, et de faire ce test sur tous les tétraèdres composant le polyèdre. Cette détermination se fait en 3 étapes :

1. Chercher une normale à chaque face ; figure C.2 :

$$\vec{w}_1 = \vec{GA} \wedge \vec{GB} \quad (\text{C.3})$$

$$\vec{w}_2 = \vec{GB} \wedge \vec{GC} \quad (\text{C.4})$$

$$\vec{w}_3 = \vec{GC} \wedge \vec{GA} \quad (\text{C.5})$$

$$\vec{w}_4 = \vec{AB} \wedge \vec{AC} \quad (\text{C.6})$$

2. Orientation des normales

A priori, on ne sait pas comment sont orientées ces normales, à savoir pointant l'intérieur du tétraèdre ou l'extérieur. On va faire en sorte que toutes les normales pointent l'intérieur. Soit  $O$  le centre de gravité du tétraèdre ( $O$  est intérieur car le tétraèdre est convexe). On projette orthogonalement  $O$  sur chacune des faces en  $P_i$ , et on obtient une première condition ( $i$  étant le numéro des faces) :

$$\exists k_i \in \mathbb{R} / \vec{P_i O} = k_i \vec{w}_i, \forall i \in [1, 4]. \quad (\text{C.7})$$

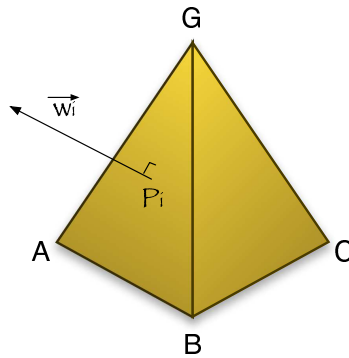


Figure C.2: Représentation d'une des normales à un tétraèdre.

De là on extrait les coordonnées  $(x_i^p, y_i^p, z_i^p)$  de  $P_i$  en fonction de celles de  $O$  et de  $\vec{w}_i$  (qui sont connues) et de  $k_i$ , à déterminer. Une autre condition est le fait que  $P_i$  appartient à chacun des plans  $F_i$  (faces du tétraèdre), on a alors que :

$$P_i \in F_i \implies x_i^p \times w_i^x + y_i^p \times w_i^y + z_i^p \times w_i^z + d = 0, \quad (\text{C.8})$$

où  $d$  est connu (cf. équation d'un plan) et  $w_i^x, w_i^y$  et  $w_i^z$  sont les trois coordonnées du vecteur  $\vec{w}_i$ . On en déduit alors la valeur de  $k_i$  pour  $i \in [1, 4]$  :

$$k_i = \frac{x_o \times w_i^x + y_o \times w_i^y + z_o \times w_i^z + d}{(w_i^x)^2 + (w_i^y)^2 + (w_i^z)^2}, \quad (\text{C.9})$$

avec  $x_o, y_o$  et  $z_o$  les coordonnées du point  $O$ .

Ainsi, si  $k^i > 0$  la normale est bien orientée (au sens où elle pointe vers l'intérieur du tétraèdre) sinon, il faut prendre  $-\vec{w}_i$  comme normale (et alors prendre  $-d$ ).

### 3. Pour un point quelconque

Une fois les normales orientées, on prend un point  $P(x, y, z)$  quelconque de l'espace. On projette  $P$  sur chacune des faces du tétraèdre parallèlement aux vecteurs  $\vec{w}_i$  de chaque face. De la même manière que précédemment, on calcule le rapport suivant pour toutes les faces :

$$k_i = \frac{x \times w_i^x + y \times w_i^y + z \times w_i^z + d}{(w_i^x)^2 + (w_i^y)^2 + (w_i^z)^2}, \quad \forall i \in [1, 4] \quad (\text{C.10})$$

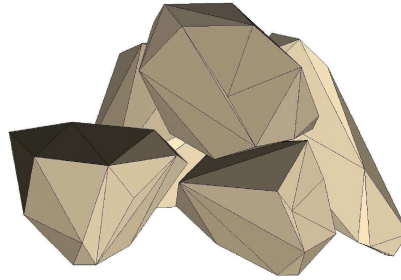
alors, on obtient la condition suivante, pour statuer sur la position du point  $P$  :

$$k_i > 0, \quad \forall i \in [1, 4] \implies P \in \text{Tétraèdre} \quad (\text{C.11})$$

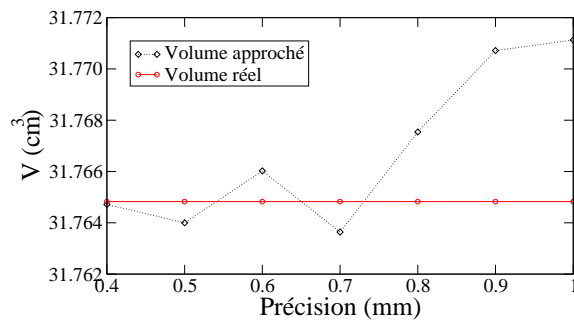
Une fois le test réalisé pour un tétraèdre, il suffit de le réitérer sur l'ensemble des tétraèdres formant le polyèdre.

Une analyse détaillée a été réalisée avec des grains de granulométrie et de formes proches de celle du ballast. Nous avons testé différentes valeurs de précision et nos investigations nous poussent à considérer une précision de l'ordre du millimètre afin de concilier propreté du calcul et temps de calcul. Pour tester la méthode calcul de compacité dans une jauge, on propose d'estimer le volume d'un grain polyédrique

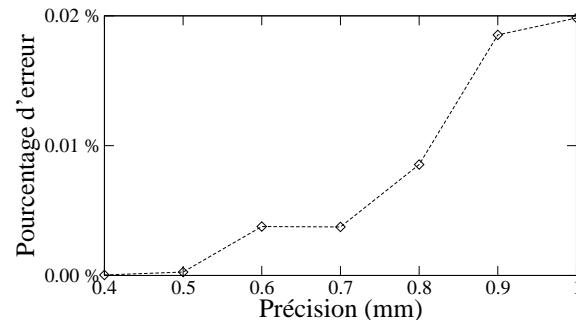
complet. Pour cela, on dispose d'une bibliothèque de près de 1000 grains de ballast digitalisés ; figure C.3. Le principe d'un essai est simple : grâce à l'équation C.2 on est capable de calculer, avec précision, le volume d'un grain donnée. On compare alors avec notre approche le volume obtenue suivant la précision du maillage.



**Figure C.3:** Grains de ballast digitalisés puis facétisés.



**Figure C.4:** Le volume calculé en fonction de la précision.



**Figure C.5:** L'erreur relative en fonction de la précision.

On tire aléatoirement un grain dans la bibliothèque. Sur la figure C.4 on trace le volume calculé d'un grain en fonction de la précision du quadrillage. On observe que l'estimation du volume par notre méthode est d'autant meilleure que le quadrillage est fin. Néanmoins, il est à souligner que le temps de calcul est d'autant plus grand que la précision est fine, par exemple pour une précision de 0,4 mm il faut presque 4 s sur un ordinateur G5 pour approcher ce volume ! Pour une meilleure visibilité, sur la figure C.5 on trace l'erreur relative en fonction de la précision du quadrillage. On se rend compte que pour un quadrillage de l'ordre du millimètre l'erreur faite sur l'estimation du volume est nettement inférieure à 0,5 %, ce qui semble être tout à fait acceptable.

# Bibliographie

- [1] AFNOR. Granulat pour ballast de voies ferrées. Technical report, 2003. [1.1.2](#), [1.3.3](#), [2.1](#), [2.2.1](#)
- [2] D.W. Airey and D.M. Wood. "*The Cambridge true triaxial apparatus*", *Advanced Triaxial Testing of Soil and Rock*. Rebert T. Donaghe, Ronald C. Chaney & Marshall L. Silver, 1988. [3.3.2](#)
- [3] A. Al-Shaer. *Analyse des déformations permanentes des voies ferrées ballastées - Approche dynamique*. PhD thesis, LCPC, 2005. [1.4.1](#)
- [4] M.P. Allen and D.J. Tildesley. *Computer simulations of liquids*. Oxford Science Publications, 1987. [1.4.1](#)
- [5] J. Allias. *La voie ferrée*. Eyrolles, 1984. [1.1.3](#), [5.2.2](#)
- [6] F. Alonso-Marroquin and H. J. Herrmann. Calculation of the incremental stress-strain relation of a polygonal packing. *Phys. Rev. E*, 66(2) :021301–, August 2002. [1.3.3](#)
- [7] S. J. Antony. Evolution of force distribution in three-dimensional granular media. *Phys Rev E*, 63 :011302, 2001. [1.3.3](#), [3.2.4](#), [3.3.5](#)
- [8] S.J Antony and M.R. Kuhn. Influence of particle shape on granular contact signatures and shear strength : new insights from simulations. *International Journal of Solids and Structures*, 41(21) : 5863–5870, October 2004. [1.3.3](#)
- [9] K. M. Aoki and T. Akiyama. Simulation studies of pressure and density wave propagations in vertically vibrated beds of granules. *Phys. Rev. E*, 52(3) :3288–3291, 1995. [1.3.4](#)
- [10] K. M. Aoki and T. Akiyama. Spontaneous wave patterns formation in vibrated granular materials. *Phys. Rev. Lett.*, 77(20) :4166–4169, 1996. [1.3.4](#), [1.43](#)
- [11] K. M. Aoki, T. Akiyama, Y. Maki, and T. Watanabe. Convective roll patterns in vertically vibrated beds of granules. *Phys. Rev. E*, 54(1) :874–883, 1996. [1.3.4](#)
- [12] T. Aste and D. Weare. The pursuit of perfect packing. In *Institute of Physics, Bristol*, 2000. [B](#)
- [13] E. Azéma. *Caractérisation expérimentale et numérique du ballast*. PhD thesis, Université Montpellier II, Rapport de DEA, 2004. [3.3.2](#), [3.29](#)
- [14] E. Azéma, F. Radjai, R. Peyroux, F. Dubois, and G. Saussine. Vibrational dynamics of confined granular materials. *Phys. Rev. E*, 74 :031302, 2006. [1.3.4](#), [4.2.8](#)
- [15] E. Azéma, F. Radjai, R. Peyroux, and G. Saussine. Force transmission in a packing of pentagonal particles. *Phys. Rev. E*, 76 :011301, 2007. [1.3.3](#), [3.2.6](#), [3.3.4](#)

- [16] M. Babic, H.H. Shen, and H.T. Shen. The stress tensor in granular shear flows of uniform, deformable disks at high solids concentrations. *J. Fluid Mech.*, 219 :81, 1990. [1.3.1](#)
- [17] S. G. Bardenhagen, J. U. Brackbill, and D. Sulsky. Numerical study of stress distribution in sheared granular material in two dimensions. *Phys. Rev. E*, 62 :3882–3890, 2000. [1.3.3](#), [3.2.4](#), [3.3.5](#)
- [18] M. Barquins. *Bulletin de l'Union des Physiciens (France)*, 88 :793–822 et 949–972, 1994. [1.3.1](#)
- [19] R. J. Bathurst and L. Rothenburg. Micromechanical aspects of isotropic granular assemblies with linear contact interactions. *J. Appl. Mech.*, 55 :17, 1988. [1.3.3](#), [3.3.4](#)
- [20] E. Ben-naim. Theoretical model of granular compaction. *APS Meeting Abstracts*, pages 104–, March 1998. [1.3.4](#)
- [21] E. Ben-Naim, J. B. Knight, and E. R. Nowak. Slow relaxation in granular compaction. *J. Chem. Phys.*, 100 :6778, 1996. [1.3.4](#), [4.2.4](#)
- [22] V. Bodin. *Comportement du ballast des voies ferrées soumises à un chargement vertical et latéral*. PhD thesis, LCPC, 2001. [1](#), [1.7](#), [1.8](#), [1.2.1](#), [5.2.2](#)
- [23] C.E. Brennen, S. Ghosh, and C.R. Wassgren. Vertical oscillation of a bed of granular material. In *Powders and Grains 93*, pages 247–252, Amsterdam, 1993. A. A. Balkema. [1.3.4](#)
- [24] B. Cambou. From global to local variables in granular materials. In C. Thornton, editor, *Powders and Grains 93*, pages 73–86, Amsterdam, 1993. A. A. Balkema. [3.2.3](#), [3.3.4](#)
- [25] B. Cambou and M. Jean. *Micromécanique des matériaux granulaires*. Hermes Sciences, 2001. [1.3.3](#)
- [26] B. Cambou, Ph. Dubujet, and C. Nougouier-Lehon. Anisotropy in granular materials at different scales. *Mechanics of Materials*, 36(12) :1185–1194, December 2004. [1.3.3](#)
- [27] C. Cholet, G. Saussine, P.E. Gautier, F. Dubois, C. Bohatier, G. Combe, and K. Sab. Application of discret element methods to the modelling of ballasted track. In *World Congress on Railway Research (WCRR)*, 2003. [1.2.1](#), [1.9](#)
- [28] E. Clement, L. Vanel, J. Rajchenbach, and J.Duran. Pattern formation in a vibrated granular layer. *Phys. Rev. E*, 53(3) :2972, 1996. [1.3.4](#)
- [29] S. N. Coppersmith, C.-h. Liu, S. Majumdar, O. Narayan, and T. A. Witten. Model for force fluctuations in bead packs. *Phys. Rev. E*, 53(5) :4673–4685, 1996. [1.3.3](#), [3.3.5](#)
- [30] D.J. Cumberland and R.J. Crawford. The packing of paricles. *Elsevier, Amsterdam*, 1987. [B](#)
- [31] P. A. Cundall and O.D.L. Strack. Discrete numerical model for granular assemblies. *geotechnique*, 29(1) :47–65, 1979. [1.2.1](#), [1.4.1](#)
- [32] P.A. Cundall. Formulation of a three-dimensionnal distinct element model-part i : a scheme to detect and represent contacts in a system composed of many polyhedral blocks. *Int. J. Rock Mech. Min Sci & Geomech. Abstr.*, 1988. [1.4.3](#), [A](#)
- [33] E. L. Cussler. Diffusion - mass transfer in fluid systems. In New York Cambridge, editor, *Cambridge University Press*, 1997. [4.4.3](#)
- [34] P. Dantu. In *4th Int. Conf. Soil. Mechanics and Foundations Engineering, London*, 1957. [1.3.3](#)
- [35] S. Deboeuf, O. Dauchot, L. Staron, A. Mangeney, and J.-P. Vilotte. Memory of the unjamming transition during cyclic tiltings of a granular pile. *Phys. Rev. E*, 72 :051305, 2005. [1.33](#), [4.2.6](#)
- [36] J. Y. Delenne, M. S. El Youssoufi, F. Cherblanc, and J. C. Bénet. Mechanical behaviour and failure of cohesive granular materials. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 28 :1577–1594, 2004. [1.2.1](#), [1.4.1](#)
- [37] R. Deluzarche and C. Cambou. Discrete numerical modelling of rockfill dams. *Int. J. Numer. Aal. Geomec.h*, 30 :1075–1096, 2006. [1.2.1](#)
- [38] F. Dubois and M. Jean. Lmgc90 une plateforme de développement dédiée à la modélisation des problèmes d'interaction. In *Actes du sixième colloque national en calcul des structures - CSMA-*



- AFM-LMS* -, volume 1, pages 111–118, 2003. [1.2.1](#), [1.2.1](#), [1.4.1](#), [1.4.3](#)
- [39] B. Duplantier. Le mouvement brownien, "divers et ondoyant". *Séminaire Poincaré*, 1 :155–212, 2005. [4.4.3](#)
- [40] ERRI. Projet d117 (adaptation optimale de la voie au trafic de l'avenir), les déformations du ballast sous chargement répétées. Technical report, Doc RP5, 1974. [1.1.4](#), [1.1.4](#), [2.2.3](#)
- [41] J. Fischer. Einfluss von frequenz und amplitude auf die stabilisierung von oberbauschotter. Technical report, Eingerreicht an der Technischen Universität Graz, 1983. [1.2.2](#), [1.2.3](#)
- [42] GDR-MiDi. On dense granular flows. *Eur. Phys. J. E*, 14 :341–365, 2004. [1.3.1](#), [3.2.1](#), [3.3.1](#), [4.2.3](#)
- [43] N. Guerin. *Approche expérimentale et numérique du comportement du ballast des voies ferrées*. PhD thesis, LCPC, 1996. [1](#), [1.7](#), [1.2.1](#), [5.2.2](#)
- [44] S. Hentz, F. V. Donze, and L. Daudeville. Discrete element modelling of concrete submitted to dynamic loading at high strain rates. *Computers and Structures*, 82 :2509–2524, 2004. [1.2.1](#)
- [45] M. L. Hunt, R. C. Weathers, A. T. Lee, and C. E. Brennen. Effects of horizontal vibration on hopper flows of granular materials. *Physics of fluids*, 11(1) :68 – 75, 1999. [1.3.4](#)
- [46] D. Indraratna and W. Salim. Deformation and degradation mechanics of recycled ballast stabilised with geosynthetics. *Soils and Foundations*, 43 :35–46, 2003. [1.2.1](#), [5.2.2](#)
- [47] K. Iwashita and M. Oda. Rolling resistance at contacts in simulation of shear band. development by dem. *Journal of Engineering Mechanics*, 124(3) :285–292, 1998. [1.4.1](#)
- [48] H. M. Jaeger, S. R. Nagel, and R. P. Behringer. Granular solids, liquids, and gases. *Reviews of Modern Physics*, 68(4) :1259–1273, 1996. [1.3.4](#)
- [49] M. Jean. The non smooth contact dynamics method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 177 :235–257, 1999. [1.4.1](#), [1.4.2](#), [1.4.2](#)
- [50] M. Jean and J. J. Moreau. Unilaterality and dry friction in the dynamics of rigid body collections. In *Proceedings of Contact Mechanics International Symposium*, pages 31–48, Lausanne, Switzerland, 1992. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes. [1.2.1](#)
- [51] C. Josserand, A. V. Tkachenko, D. M. Mueth, and H. M. Jaeger. Memory effects in granular materials. *Phys. Rev. Lett*, 85(17) :3632 – 3635, 2000. [1.3.4](#)
- [52] A. Jourdain. Le suivi de qualité de la voie. *Revue Générale des Chemins de Fer*, 1978. [1.1.4](#)
- [53] L. P. Kadanoff. Built upon sand : Theoretical ideas inspired by granular flows. *Rev. Mod. Phys.*, 71 :435–444, 1999. [1.45](#)
- [54] J. B. Knight, H. M. Jaeger, and S. R. Nagel. Vibration-induced size separation in granular media : The convection connection. *Phys. Rev. Lett*, 70(24) :3728, 1993. [1.3.4](#), [1.3.4](#)
- [55] J. B. Knight, C. G. Fandrich, C. N. Lau, H. Jaeger, and S. Nagel. Density relaxation in a vibrated granular material. *Phys. Rev. E*, 51(5) :3957, 1995. [1.3.4](#)
- [56] N. P. Kruyt and L. Rothenburg. Micromechanical definition of strain tensor for granular materials. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 118 :706–711, 1996. [1.3.3](#)
- [57] N.P. Kruyt and S.J. Antony. Force, relative-displacement, and work networks in granular materials subjected to quasistatic deformation. *Phys. Rev. E*, 75 :051308, 2007. [1.3.3](#)
- [58] A. Kudrolli. Size separation in vibrated granular matter. *Rep. Prog. Phys.*, 67 :209 – 247, 2004. [1.3.4](#)
- [59] R. Laniel. *Caractérisations numériques d'un géomatériau renforcé par fils*. PhD thesis, Université Montpellier II, 2007. [B](#)
- [60] K. Liffman, G. Metcalfe, and P. Cleary. Granular convection and transport due to horizontal shaking. *Phys. Rev. Lett.*, 79(23) :4574–4576, 1997. [1.3.4](#), [1.43](#)
- [61] C.-h. Liu, S. R. Nagel, D. A. Schecter, S. N. Coppersmith, S. Majumdar, O. Narayan, and T. A. Witten. Force fluctuations in bead packs. *Science*, 269 :513, 1995. [1.3.3](#), [3.2.4](#), [3.3.5](#)

- [62] Livret1-13. Cahier de prescriptions communes applicables aux marchés des travaux de voie. entretien du nivellement et du tracé des voies. bourrage, dressage et regarnissage mécanique lourds. Technical report, SNCF Equipement, 1991. [1.1.4](#), [1.1.4](#), [2.2.3](#)
- [63] S. Lobo-Guerrero and L. E. Vallejo. Discrete element method analysis of railtrack ballast degradation during cyclic loading. *Granular Matter*, 8 :195–2004, 2006. [1.2.1](#)
- [64] G. Lovol, K. Maloy, and E. Flekkoy. Force measurements on static granular materials. *Phys. Rev. E*, 60 :5872–5878, 1999. [1.3.3](#), [3.2.4](#), [3.3.5](#)
- [65] M. Lu and G.R. McDowel. The importance of modelling ballast particle shape in the discrete element method. *Granular Matter*, 9 :69–80, 2007. [1.2.1](#), [1.2.1](#), [1.16](#), [1.17](#), [1.19](#)
- [66] S. Luding. Granular materials under vibration : Simulations of rotating spheres. *Phys. Rev. E*, 52 (4) :4442 – 4457, 1995. [1.3.4](#)
- [67] F. Ludwig, F. Vandewalle, and S. Dorbolo. Compaction og granulat mixtures. *Granular Matter*, 8 :87–91, 2006. [1.3.4](#)
- [68] T. S. Majmudar and R. P. Behringer. Contact force measurements and stresse-induced anisotropy in granular materials. *Nature*, 435 :1079–1082, 2005. [1.3.3](#), [3.2.4](#), [3.3.5](#)
- [69] J.G.D Morgan E. Markland. The effect of vibration on ballast beds. *Geotechnique*, 31(3) :3,367–386, 1981. [1.3.3](#)
- [70] F. Melo, P. Umbanhowar, and H.L. Swinney. Transition to parametric wave patterns in a vertically oscillated granular layer. *Phys. Rev. Lett.*, 72 :172–175, 1994. [1.3.4](#)
- [71] F. Melo, P. Umbanhowar, and H.L. Swinney. Hexagons, kinks, and disorder in oscillated granular layers. *Phys. Rev. Lett.*, 75 :3838–3841, 1995. [1.3.4](#)
- [72] J.K. Mitchell and K. Soga. *Fundamentals of Soil Behavior*. Wiley, NY, 2005. [1.3.2](#), [3.2](#), [3.2.2](#), [3.2.2](#), [4.2.4](#), [4.3.3](#), [5.2.2](#), [5.3](#)
- [73] J. J. Moreau. Unilateral contact and dry friction in finite freedom dynamics. In *CISM*, pages 1–82, 1988. [1.2.1](#)
- [74] J. J. Moreau. New computation methods in granular dynamics. In *Powders & Grains 93*, page 227, Rotterdam, 1993. A. A. Balkema. [1.2.1](#), [1.4.1](#), [1.4.2](#), [1.4.2](#)
- [75] J. J. Moreau. Numerical investigation of shear zones in granular materials. In D. E. Wolf and P. Grassberger, editors, *Friction, Arching, Contact Dynamics*, pages 233–247, Singapore, 1997. World Scientific. [1.3.3](#), [3.2.2](#)
- [76] J.J. Moreau. Some numerical methods in multibody dynamics : application to granular. *Eur. J. Mech. A/Solids*, 13 :93–114, 1994. [1.3.1](#)
- [77] J.G.D Morgan and E. Markland. The effect of vibration on ballast beds. *Géotechnique*, 31(3) : 367–386, 1981. [1.21](#), [1.22](#), [1.2.2](#)
- [78] D. M. Mueth, H. M. Jaeger, and S. R. Nagel. Force distribution in a granular medium. *Phys. Rev. E.*, 57(3) :3164–3169, 1998. [1.3.3](#), [3.2.4](#), [3.3.5](#)
- [79] R. M. Nedderman. *Statics and Kinematics of Granular Materials*. Cambrige. University. Press, Cambridge, 1992. [1.3.2](#), [4.2.1](#)
- [80] E.G. Nezami, Y.M.A Hashash, D. Zaho, and J. Ghaboussi. A fast contact detection for 3-d discrete element method. *Computers and Geotechnics*, 31 :575–587, 2004. [1.4.3](#), [A](#)
- [81] C. Nougier-Lehon, B. Cambou, and E. Vincens. Influence of particle shape and angularity on the behavior of granular materials : a numerical analysis. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech*, 27 : 1207–1226, 2003. [1.3.3](#)
- [82] E R. Nowak, J. B. Knight, E Ben-Naim, H. M. Jaeger, and S.R. Nagel. Density fluctuations in vibrated granular materials. *Phys. Rev. E*, 57 :1971–1979, 1998. [1.3.4](#)
- [83] M. Oda and K. Iwashita, editors. *Mechanics of Granular Materials*. A. A. Balkema, Rotterdam, 1999. [1.3.3](#), [1.3.3](#), [3.2.3](#)

- [84] M. Oda, J. Koshini, and S. Nemat-Nasser. Some experimentally based fundamental results on the mechanical behavior of granular materials. *Geotechnique*, 30 :479–495, 1980. [3.2.3](#), [3.3.4](#)
- [85] H. Ouadfel and L. Rothenburg. ‘stress-force-fabric’ relationship for assemblies of ellipsoids. *Mechanics of Materials*, 33(4) :201–221, April 2001. [1.3.3](#), [3.2](#), [3.3.4](#), [3.3.4](#)
- [86] X. Oviedo. *Etude du comportement du ballast par un modèle micromécanique*. PhD thesis, LCPC, 2001. [1](#), [1.1.3](#), [1.1.4](#), [1.1.4](#), [1.2.1](#), [1.2.1](#), [1.2.2](#), [1.2.2](#), [1.25](#), [1.26](#), [1.27](#), [2.2.3](#), [2.3.3](#)
- [87] A.A. Pena, R. Garcia-Rojo, and H.J. Herrmann. Influence of particle shape on sheared dense granular media. *Granular Matter*, In Press, 2006. [1.3.3](#)
- [88] R. Pérales. *Contribution à la modélisation des structures maconnées par approche discrete. Intégration vers une application industrielle*. PhD thesis, Université Montpellier II (en cours), 2007. [A](#)
- [89] O. Pouliquen, O. Belzons, and M. Nicolas. Fluctuating particle motion during shear induced granular compaction. *Phys. Rev. Letters*, 91 :014301, 2003. [1.3.4](#)
- [90] I. Preechawuttipong. *Modélisation du comportement mécanique de matériaux granulaires cohésifs*. PhD thesis, Université Montpellier II, 2001. [1.4.1](#)
- [91] Procedure-IN-1896. Normes de maintenance de l’écartement et de la géométrie pour lignes grandes vitesses, ( $v_{\text{tg}} > 220$  km/h). Technical report, Direction de l’Infrastructure - SNCF -, 2000. [1.1.4](#), [1.1.4](#), [2.2.3](#)
- [92] J.P. Pronost and C. Billet. Mécanisation des travaux d’entretien de la voie. travaux de bourrage-dressage à l’aide d’engins mis à la disposition des brigades. Technical report, Revue Générale des Chemins de Fer, 1984. [1.1.4](#)
- [93] M. A. Prud’homme. Résistance de la voie aux efforts transversaux exercés par le matériel roulant. *Revue générale de chemin de fer*, 1970. [1.2.1](#)
- [94] F. Radjai. *Physics of dry granular media*, chapter Multicontacts dynamics, page 305. Kluwer Academic Publishers (Dordrecht/Boston/London), 1997. [1.4.2](#)
- [95] F. Radjai and S. Roux. Etats internes des milieux granulaires denses. In *14e Congres Francais de Mécanique*. Toulouse, 1999. [1.3.3](#)
- [96] F. Radjai and S. Roux. Contact dynamics study of 2d granular media : Critical states and relevant internal variables. In H. Hinrichsen and D. E. Wolf, editors, *The Physics of Granular Media*, pages 165–186, Weinheim, 2004. Wiley-VCH. [3.2.2](#)
- [97] F. Radjai, M. Jean, J.J. Moreau, and S. Roux. Force distributions in dense two dimensional granular systems. *Phys. Rev. Letter*, 77 :274–277, 1996. [1.35](#), [1.3.3](#), [3.2.4](#), [3.3.5](#)
- [98] F. Radjai, D. E. Wolf, M. Jean, and J.J. Moreau. Bimodal character of stress transmission in granular packings. *Phys. Rev. Letter*, 80 :61–64, 1998. [1.3.3](#), [1.3.3](#), [1.3.3](#), [1.3.3](#), [1.4.1](#), [3.2.4](#)
- [99] F. Radjai, H. Troadec, and S. Roux. Key features of granular plasticity. In S.J. Antony, W. Hoyle, and Y. Ding, editors, *Granular Materials : Fundamentals and Applications*, pages 157–184, Cambridge, 2004. RS.C. [3.2.3](#), [3.2.4](#), [3.2.4](#), [3.3.4](#)
- [100] F. Radjai, H. Troadec, and S. Roux. *Granular Materials : Fundamentals and Applications*, pages 157–184. The Royal Society of Chemistry, Cambridge, 2004. [1.3.3](#)
- [101] M. Renouf. *Optimisation numérique et calcul parallele pour l’étude des milieux divisés bi-et tridimensionnels*. PhD thesis, Université Montpellier II, 2004. [1.4.1](#)
- [102] P. Ribierre, P. Richard, P. Bideau, and R. Delannay. Experimental compaction of anisotropic granular media. *Eur. Phys. J. E*, 16 :415–420, 2005. [1.3.4](#)
- [103] P. Richard, P. Philippe, P. Barbe, F. Bourles . S. Thibault, and D. Bideau. Analysis by x-ray microtomography of a granular packing undergoing compaction. *Phys. Rev. E*, 68 :0203011, 2003. [1.3.4](#)
- [104] V. Richefeu, M.S. elYousoufi, and Farhang Radjaï. Shear strength properties of wet granular

- materials. *Phys. Rev. E*, 73 :051304, 2006. [1.4.1](#)
- [105] V. Richefeu, E. Azéma, F. Radjai, and S.EL Youssoufi. Force distribution in cohesive and non cohesive granular media. *Powder Technology*, Accepted, 2007. [3.2.6](#)
- [106] L. Rothenburg and R. J. Bathurst. Analytical study of induced anisotropy in idealized granular materials. *Geotechnique*, 39 :601–614, 1989. [1.38](#), [1.3.3](#), [1.3.3](#), [1.39](#), [1.3.3](#), [3.2.3](#), [3.2.4](#), [3.2.4](#), [3.3.4](#)
- [107] S. Roux and F. Radjai. Statistical approach to the mechanical behavior of granular media. In *Proceedings of the 20th International Congress of Theoretical and Applied Mechanics*, 2000. [1.3.2](#)
- [108] O. Sano. Dilatancy, buckling, and undulations on a vertically vibrating granular layer. *Phys. Rev. E.*, 72(5) :051307, 2005. [1.44](#)
- [109] M. Satake. Fabric tensor in granular materials. In P. A. Vermeer and H. J. Luger, editors, *Proceedings of the IUTAM symposium on deformation and failure of granular materials, Delft*, pages 63–68, Amsterdam, 1982. A. A. Balkema. [1.3.3](#), [1.3.3](#), [3.2.3](#)
- [110] Y. Sato. Experimental study on restoration works of settled ballast using scale models. In *4<sup>th</sup> International Heavy Haul Railway Conference*, 1989. [1.24](#), [1.2.2](#)
- [111] G. Saussine. *Contribution à la modélisation de granulats tridimensionnels : application au ballast*. PhD thesis, Université Montpellier II, 2004. [1.2.1](#), [1.10](#), [1.11](#), [1.2.1](#), [1.15](#), [1.2.1](#), [1.16](#), [1.18](#), [1.20](#), [1.2.1](#), [1.4.1](#), [1.4.3](#), [2.2.3](#), [2.3.2](#), [3.3.2](#), [A](#)
- [112] G. Saussine, C. Cholet, P.E. Gautier, F. Dubois, C. Bohatier, and J.J. Moreau. Modelling ballast behaviour under dynamic loading. part1 : A 2d polygonal discrete element method approach. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 195 :2841 – 2859, 2006. [1.3.3](#), [1.4.3](#), [A](#)
- [113] J. Schafer, S. Dippel, and D.E. Wolf. Force schemes in simulations of granular materials. *J. phys*, 6 :5 – 20, 1996. [1.3.1](#)
- [114] F. Schlosser. *Eléments de mécanique des sols. Presses Ponts et Chaussées*, 1988. [1.3.2](#)
- [115] A.N. Schofield and C.P. Wroth. *Critical state of soil mechanics*. Mc Graw Hill, 1968. [1.3.2](#)
- [116] L. E. Silbert, G. S. Grest, and J. W. Landry. Statistics of the contact network in frictional and frictionless granular packings. *Phys. Rev. E*, 66 :1–9, 2002. [1.3.3](#), [3.2.4](#), [3.3.5](#)
- [117] F. Soulié, J.Y. Delenne, C. Saix, and S. Elyoussoufi. Etude expérimentale de l’usure et de l’angle de repos d’un ballast ferroviaire. Technical report, SNCF-LMGC, 2004. [3.3.2](#), [3.29](#)
- [118] L. Staron. *Etude Numérique des Mécanismes de Déstabilisation des Pentes Granulaires*. PhD thesis, Institut du Globe de Paris, 2002. [1.41](#), [1.4.1](#)
- [119] L. Staron and F. Radjai. Friction versus texture at the approach of a granular avalanche. *Phys. Rev. E*, 72 :1–5, 2005. [1.3.3](#), [1.3.3](#), [1.3.3](#), [3.2.2](#)
- [120] L. Staron, F. Radjai, and J.P. Vilotte. Multi-scale analysis of the stress state in a granular slope in transition to failure. *Eur. Phys. J. E*, 18 :311–320, 2005. [1.3.2](#)
- [121] A. Taboada, K. J. Chang, F. Radjai, and F. Bouchette. Rheology, force transmission, and shear instabilities in frictional granular media from biaxial numerical test using the contact dynamics method. *Journal Of Geophysical Research*, 110 :1–24, 2005. [B](#), [B.2](#)
- [122] A. Taboada, N. Estrada, and F. Radjai. Additive decomposition of shear strength in cohesive granular media from grain-scale interactions. *Phys. Rev. Lett.*, 97(9) :098302, September 2006. [3.2.2](#)
- [123] P.A. Thompson and G.S. Grest. Granular flow : Friction and the dilatancy transition. *Phys. Rev. Lett.*, 67 :1751, 1991. [1.3.1](#)
- [124] H. Troadec. *Texture locale et plasticité des matériaux granulaires*. PhD thesis, Université Montpellier II, 2002. [1.3.2](#)
- [125] H. Troadec, F. Radjai, S. Roux, and J.-C. Charmet. Model for granular texture with steric exclu-

- sions. *Phys. Rev. E*, 66 :041305, 2002. [3.2.3](#)
- [126] E. Tutumluer, H. Huang, Y. Hashash, and J Ghaboussi. Aggregate shape effects on ballast tamping and railroad track lateral stability. In *AREMA, annual Conference*, 2006. [1.2.2](#), [1.28](#)
- [127] C. Voivret. *Influence de la polydispersité sur la texture et le comportement mécanique des milieux granulaire*. PhD thesis, Université Montpellier II (en cours), 2008. [B](#), [B.2](#)
- [128] C. R. Wassgren, M.L. Hunt, P.J. Freese, J. Palamara, and C.E. Brennen. Effects of vertical vibration on hopper flows of granular materials. *Physics of Fluids*, 14 :3439–3448, 2002. [1.3.4](#)
- [129] R. C. Weathers, M. L. Hunt, C. E. Brennen, A. T. Lee, and C. R. Wassgren. Effects of horizontal vibration on hopper flows of granular material. In *Mechanics of deformation and flow of particulate materials : proceedings of a symposium*, pages 349–360, ASCE, NY, 1997. C.S. Chang, A. Misra, R.Y. Liang, and M. Babic (eds.). [1.3.4](#)
- [130] S.R. Williams and A.P. Philipse. Random packings of spheres and spherocylinders simulated by mechanical contraction. *Phys. Rev. E*, 67 :051301, 2003. [B](#)
- [131] D.M. Wood. *Soil behaviour and critical state soil mechanics*. Cambridge University Press, Cambridge, England, 1990. [1.3.2](#), [1.3.2](#), [3.2.2](#), [3.2.2](#)
- [132] Wu and Thompson. The vibration behavior of railway track at high frequencies under multiple preloads and wheel interactions. *J Acoust Soc Am*, 108(3 Pt 1) :1046–1053, Sep 2000. [1.3.3](#)
- [133] M.S. El Youssoufi, J.Y. Delenne, and F. Radjai. Self-stresses and crack formation by particle swelling in cohesive granular media. *Phys. Review E*, 71 :051307, 2005. [1.2.1](#)



## *Maintenant, Tout Commence...*

« *L*e jeune homme alla dans sa chambre et rassembla tout ce qui lui appartenait. Cela faisait trois sacoches bien remplies. Juste au moment de partir, il remarqua que, dans un coin de la pièce, il y avait encore sa vieille besace de berger. Elle était en piteux état, et il avait bien failli oublier jusqu'à son existence. Dedans, il y avait toujours son bouquin, ainsi que le manteau. Lorsqu'il retira celui-ci, pensant en faire cadeau au premier garçon qu'il rencontrerait dans la rue, les deux pierres roulèrent par terre. Ourim et Toumim. Il se souvint alors du vieux roi et fut tout surpris de s'apercevoir qu'il n'avait plus pensé à cette rencontre depuis bien longtemps. Pendant toute une année, il avait travaillé sans répit, en se préoccupant seulement de gagner assez d'argent pour ne pas devoir retourner en Espagne la tête basse.

« Ne renonce jamais à tes rêves, avait dit le vieux roi. Sois attentif aux signes. »

Il ramassa par terre Ourim et Toumim, et eut à nouveau l'étrange sensation que le roi se trouvait à proximité. Il avait travaillé dur tout au long de cette année, et les signes indiquaient que le moment de partir était venu.

« Je vais me retrouver exactement tel que j'étais avant, pensa-t-il. Et les brebis ne m'ont pas enseigné à parler arabe. »

Et pourtant, les brebis avaient enseigné une chose autrement importante : qu'il y avait dans le monde un langage qui était compris de tous, et que lui-même avait employé pendant tout ce temps pour faire progresser la boutique. C'était le langage de l'enthousiasme, des choses que l'on fait avec amour, avec passion, en vue d'un résultat que l'on souhaite obtenir ou en quoi l'on croit. Tanger n'était maintenant plus pour lui une ville étrangère, et il eut le sentiment que, de même qu'il avait fait la conquête de ce lieu, de même il pourrait conquérir le monde.

« Lorsque tu veux vraiment une chose, tout l'univers conspire à te permettre de réaliser ton désir », avait dit le vieux roi.

*L'Alchimiste*, Paolo Coelho.







---

**Titre :** Etude numérique de milieux granulaires à grains polyédriques : rhéologie quasi-statique, dynamique vibratoire et application au procédé de bourrage du ballast.

**Résumé :** ce travail de thèse porte sur la modélisation numérique et l'analyse des mécanismes physiques en jeu lors du procédé de bourrage du ballast ferroviaire. Celui-ci consiste à remettre à niveau la voie suite aux tassements différentiels induits par les circulations des trains. Nous avons développé un modèle en éléments discrets par la méthode de dynamique des contacts qui permet de simuler un cycle complet du procédé composé de l'enfoncement des bras mécaniques, le serrage du ballast sous la traverse et le retrait des bras. Ces simulations prennent notamment en compte la forme polyédrique des grains, ce qui constitue un élément important pour une simulation réaliste de la dynamique du ballast. Une étude détaillée de la rhéologie quasi-statique des matériaux granulaires à grains polyédriques a été ainsi effectuée permettant de mettre en évidence l'origine de la résistance mécanique de ces matériaux liée à la forme facettée des grains. La dynamique vibratoire des grains a été explorée en interaction avec un outil vibrant et sous l'effet des vibrations horizontales. Ces études ont permis de proposer une mise à l'échelle de la dynamique en fonction des paramètres de chargement et de mettre en évidence une fréquence caractéristique pour une compaction optimale du milieu granulaire. Ces analyses et des études paramétriques ont permis de proposer des recommandations précises pour améliorer les performances du procédé de bourrage.

---

**Title :** Numerical study of granular material composed by polyedric grains : quasi-static rheology, vibrationnal dynamic and application to tamping process.

**Summary :** The present PhD work deals with numerical modelling of the tamping process on railway ballast, which is a common operation in order to restore the level of the rail tracks following differential settlement under dynamic loading, in view of micromechanical analysis of physical phenomena involved in different phases of this process. A discrete element model is developed in the framework of the contact dynamics method that allows us to simulate a full cycle of the process consisting of introducing vibrating metallic arms into the ballast, compressing the ballast under the sliders and pulling out the arms. These simulations take into account the polyhedral shape of the grains which is an important element for realistic simulations of ballast. A detailed investigation of the quasistatic rheology of granular materials with polyhedral particle shapes was performed allowing us to evidence the micromechanical origins of the shear strength of these materials closely related to the facetedness of the particles. The vibrational dynamics of the grains was studied in interaction with a vibrating intruder and under the action of horizontal vibrations of a retaining wall. A scaling of the dynamics as a function of loading parameters is proposed by dimensional analysis and validated by simulations, as well as a characteristic frequency for optimal compaction of the material. Finally, on the basis of these investigations and parametric studies, concrete recommendations are proposed in order to improve the performance of the tamping process.

---

**Mots clefs :** Milieux granulaires, grains polyédriques, simulation numérique, dynamique des contacts, textures, réseaux de forces, anisotropie, contraintes, rhéologie, compaction, dynamique vibratoire, bourrage, ballast.