



**HAL**  
open science

# Modélisation de l'hydrodynamique et des transferts de chaleur dans des microcanaux à parois rugueuses.

Gabriel Gamrat

► **To cite this version:**

Gabriel Gamrat. Modélisation de l'hydrodynamique et des transferts de chaleur dans des microcanaux à parois rugueuses.. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 2007. Français. NNT: . tel-00172333

**HAL Id: tel-00172333**

**<https://theses.hal.science/tel-00172333>**

Submitted on 14 Sep 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

N° attribué par la bibliothèque

\_\_/\_\_/\_\_/\_\_/\_\_/\_\_/\_\_/\_\_/\_\_/\_\_

**T H E S E**

pour obtenir le grade de

Docteur de l'INP Grenoble

Spécialité : Mécanique des fluides et des transferts

préparée au **Laboratoire des Ecoulements Géophysiques et Industriels**

dans le cadre de l'Ecole Doctorale Mécanique et Enegetique

présentée et soutenue publiquement

par

**Gabriel GAMRAT**

Le 12 septembre 2007

**Modélisation de l'hydrodynamique et des transferts de chaleur**

**dans des microcanaux à parois rugueuses**

Directeur de Thèse : Michel FAVRE-MARINET

Co-directeur de Thèse : Stéphane LE PERSON

**JURY**

M. Yves Fautrelle

M. Gian Luca Morini

M. Denis Maillet

M. Michel Favre-Marinet

M. Stéphane Le Person

M. Stanislaw Drobnik

Examinateur

Rapporteur

Rapporteur

Directeur de Thèse

Co-directeur de Thèse

Examinateur



## Remerciements

Je commencerai par remercier chaleureusement mon directeur de thèse, Michel Favre-Marinet. Ses conseils, ses encouragements et nos nombreuses discussions scientifiques m'ont aidé tout au long de cette thèse. J'exprime alors ma plus grande gratitude pour son aide, sa grande disponibilité et surtout pour la qualité de l'encadrement dont j'ai bénéficié pendant ces trois années. Je tiens à remercier Stéphane Le Person, pour son encadrement et ses encouragements qui ont fortement contribué à l'aboutissement de ce travail. J'ai eu la chance de profiter des ses larges compétences sur la problématique liée aux transferts convectifs et aux mesures expérimentales dans des microcanaux. Je voudrais également remercier Roland Bavière pour sa grande contribution à la partie expérimentale de cette thèse.

Mes remerciements vis-à-vis de Yves Fautrelle, qui m'a fait l'honneur de présider mon jury de thèse. Je suis aussi reconnaissant à Gian Luca Morini et à Denis Maïllet qui ont accepté d'être rapporteurs de ce travail. Leurs remarques et conseils ont été très constructives. Mes remerciements vis-à-vis de Stanislaw Drobnik qui a accepté d'examiner ce travail de thèse. Je voudrais aussi exprimer tout ma gratitude qui lui est due, de m'avoir encouragé dans le choix de mes études.

Je suis très reconnaissant au ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche, organisme financeur de ce travail de thèse.

Merci à ceux qui m'ont encouragé quotidiennement et à mes amis, d'ici et d'ailleurs, qui m'ont toujours soutenu. Enfin, un merci particulier à ceux sans qui je ne serai pas arrivé là où j'en suis, ma famille, pour leur confiance et leur amour.



## Résumé

### Modélisation de l'hydrodynamique et des transferts de chaleur dans des microcanaux à parois rugueuses

L'objectif de cette thèse était de cerner l'effet de la rugosité sur l'écoulement et les transferts de chaleur. Nous avons mené des calculs numériques tridimensionnels afin de caractériser les interactions entre l'écoulement du liquide en simple phase et les éléments rugueux. Ces calculs ont révélé que l'écoulement dans la région rugueuse peut être modélisé comme bidimensionnel. Par conséquent, les calculs 2D ont été employés afin de déterminer le coefficient de traînée et le coefficient d'échange de chaleur. Ces résultats ont été utilisés dans un modèle unidimensionnel baptisé RLM développé parallèlement et basé sur la méthode des éléments discrets. Le coefficient de frottement dans un microcanal rugueux issu du modèle a été comparé aux résultats

expérimentaux obtenus pour des microcanaux avec des rugosités de forme et de distribution contrôlées. Cette comparaison a montré un bon accord entre les deux approches. Ceci signifie que l'influence de la rugosité dans des microcanaux n'est pas changée par rapport à l'influence observée dans les conduits de taille conventionnelle. L'analyse des résultats a montré que l'influence de la rugosité dépend des paramètres géométriques caractéristiques locaux (porosité et fractionnement) lorsque la hauteur relative ( $k/0.5H$ ) des éléments est inférieure à 0.5. Nous avons aussi montré la possibilité d'employer le modèle RLM afin de déterminer la performance thermique des échangeurs munis de micro-ailettes.

### Modelling of hydrodynamics and heat transfer in rough wall microchannels

The objective of this thesis was to determine the effect of roughness on the flow and the heat transfers in microchannels. We carried out three-dimensional numerical simulations in order to characterize the interactions between the single-phase liquid flow and the rough elements. These calculations revealed that the flow in the rough near wall region can be modelled as two-dimensional. Consequently, 2D numerical simulations were employed in order to determine the drag and heat transfer coefficients. These results were used in a one-dimensional model RLM (Rough Layer Model) based on the discrete elements method. The friction coefficient in a rough microchannel resulting from the RLM model was compared with the experimental results obtained for microchannels with roughness elements of controlled form and distribution. This comparison showed a good agreement between the two approaches. This means that the influence of roughness in microchannels is not changed when compared to the influence observed in conventional size ducts. The analysis of the results showed that the influence of roughness depends on the local geometrical parameters (porosity and fractionation) when the relative height of the roughness elements ( $k/0.5H$ ) is lower than 0.5. We also showed the possibility to employ RLM model in order to determine the thermal performance of micro heat exchangers equipped with pin fins.









# Table des matières

|  |           |
|--|-----------|
| Table des matières                                     | 9         |
| Nomenclature   | 13        |
| <b>1 Introduction</b>                                  | <b>17</b> |
| 1.1 Introduction générale                              | 17        |
| 1.1.1 Contexte de l'étude                              | 17        |
| 1.1.2 Lois du frottement en régime turbulent           | 19        |
| 1.1.3 Loi du frottement en régime laminaire            | 22        |
| 1.2 Lois de référence                                  | 23        |
| 1.2.1 Caractérisation d'une surface rugueuse           | 23        |
| 1.2.2 Hauteur du canal                                 | 24        |
| 1.2.3 Hydrodynamique                                   | 25        |
| 1.2.4 Transfert thermique                              | 26        |
| 1.2.4.1 Flux de chaleur constant                       | 27        |
| 1.2.4.2 Température constante                          | 28        |
| 1.2.4.3 Conduction axiale                              | 29        |
| 1.3 Résultats bibliographiques                         | 31        |
| 1.3.1 Hydrodynamique                                   | 31        |
| 1.3.1.1 Expériences                                    | 31        |
| 1.3.1.2 Modélisations                                  | 35        |
| 1.3.2 Transfert thermique                              | 37        |
| 1.3.2.1 Expériences                                    | 38        |
| Augmentation de Nusselt avec Reynolds                  | 38        |
| Nusselt prévu par la loi conventionnelle               | 39        |
| Influence de la rugosité sur les transferts thermiques | 41        |

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| 1.3.2.2  | Modélisations . . . . .  | 44        |
| 1.4      | Démarche générale . . . . .  | 45        |
| <b>2</b> | <b>Résultats expérimentaux . . . . .</b>                                 | <b>47</b> |
| 2.1      | Rugosité contrôlée . . . . .   | 47        |
|          | Section d'essai . . . . .  | 47        |
|          | Boucle hydraulique . . . . .   | 48        |
|          | Incertitudes expérimentales . . . . .                                    | 49        |
|          | Résultats . . . . .  | 49        |
| 2.2      | Rugosité dispersée . . . . .   | 51        |
|          | section d'essais . . . . .   | 51        |
|          | Texturation des parois . . . . .   | 51        |
|          | Résultats . . . . .  | 52        |
| <b>3</b> | <b>Modélisation numérique tridimensionnelle . . . . .</b>                | <b>55</b> |
| 3.1      | Préambule . . . . .  | 55        |
| 3.2      | Modèle numérique . . . . .   | 56        |
|          | 3.2.1 Équations . . . . .  | 57        |
|          | 3.2.2 Modèle géométrique de rugosité et conditions aux limites . . . . . | 57        |
|          | Paramètres géométriques . . . . .  | 57        |
|          | Conditions aux limites . . . . .   | 60        |
|          | 3.2.3 Schéma numérique . . . . .   | 61        |
|          | 3.2.4 Précision numérique . . . . .                                      | 62        |
| 3.3      | Résultats . . . . .  | 62        |
|          | 3.3.1 Hydrodynamique . . . . .   | 62        |
|          | 3.3.2 Thermique . . . . .  | 70        |
| <b>4</b> | <b>Modélisation numérique par éléments discrets . . . . .</b>            | <b>77</b> |
| 4.1      | Préambule . . . . .  | 77        |
| 4.2      | Géométrie . . . . .  | 80        |
| 4.3      | Hydrodynamique . . . . .   | 81        |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 4.3.1    | Coefficient de traînée . . . . .   | 81         |
| 4.3.2    | Conditions aux limites . . . . .   | 85         |
| 4.4      | Thermique . . . . .  | 88         |
| 4.4.1    | Coefficient d'échange thermique . . . . .                                  | 88         |
| 4.4.2    | Conditions aux limites . . . . .   | 91         |
| 4.5      | Conclusions . . . . .  | 93         |
| <b>5</b> | <b>Approche bidimensionnelle des interactions fluide-rugosités . . . .</b> | <b>95</b>  |
| 5.1      | Préambule . . . . .  | 95         |
| 5.2      | Modèle numérique . . . . .   | 97         |
| 5.2.1    | Domaine de calcul, équations et conditions aux limites . . . . .           | 97         |
| 5.2.2    | Schéma numérique, maillage et précision des calculs . . . . .              | 100        |
| 5.2.3    | Validation du modèle . . . . .   | 100        |
| 5.3      | Résultats . . . . .  | 102        |
| 5.3.1    | Hydrodynamique . . . . .   | 102        |
| 5.3.2    | Chauffage à température uniforme . . . . .                                 | 106        |
| 5.3.3    | Chauffage à source volumique uniforme . . . . .                            | 111        |
| 5.3.3.1  | Influence des paramètres géométriques . . . . .                            | 111        |
| 5.3.3.2  | Influence du nombre de Prandtl . . . . .                                   | 113        |
| 5.3.3.3  | Influence des conditions aux limites thermiques . . . . .                  | 118        |
| 5.4      | Conclusions . . . . .  | 123        |
| <b>6</b> | <b>Modélisation du type paroi poreuse . . . . .</b>                        | <b>125</b> |
| 6.1      | Préambule . . . . .  | 125        |
| 6.2      | Équations . . . . .  | 126        |
| 6.2.1    | Couche poreuse hétérogène . . . . .  | 128        |
| 6.2.2    | Couche poreuse homogène . . . . .  | 129        |
| 6.3      | Validation du modèle RLM . . . . .   | 131        |
| 6.4      | Résultats du modèle RLM . . . . .  | 134        |
| 6.4.1    | Hydrodynamique . . . . .   | 135        |
|          | Éléments parallélépipédiques . . . . .                                     | 135        |

|   |            |
|---|------------|
| Éléments coniques . . . . .                             | 140        |
| Échangeurs de chaleur avec des micro-ailettes . . . . . | 142        |
| Distribution aléatoire des rugosités . . . . .          | 145        |
| 6.4.2 Transfert thermique . . . . .                     | 147        |
| Échangeurs de chaleur avec des micro-ailettes . . . . . | 151        |
| 6.5 Conclusions . . . . .                               | 153        |
| <b>7 Conclusions et perspectives . . . . .</b>          | <b>155</b> |
| <b>Annexe A . . . . .</b>                               | <b>159</b> |
| <b>Annexe B . . . . .</b>                               | <b>161</b> |
| <b>Bibliographie . . . . .</b>                          | <b>163</b> |

## Nomenclature

## Paramètres sans dimension

| Symboles  | Dénominations   |
|---|---|
| $C$   | constante de Kozeny   |
| $C_F$   | coefficient de Forchheimer  |
| $C_{x_f} = \frac{\delta F_f}{0.5u_D \mu Re_d \delta y}$ | coefficient de traînée d'une tranche de rugosité due à la force de frottement |
| $C_{x_p} = \frac{\delta F_p}{0.5u_D \mu Re_d \delta y}$ | coefficient de traînée d'une tranche de rugosité due à la force de pression   |
| $Cd = \frac{Po \varepsilon_v}{Re}$                      | coefficient de frottement dans un canal rugueux                               |
| $Da = \frac{K}{(0.5H)^2}$                               | nombre de Darcy   |
| $Nu = \frac{q_0'' 2H}{(T_0 - T_m)k_f}$                  | nombre de Nusselt dans un canal 2D  |
| $Nu_d = \frac{\bar{q}''(y)d}{(T_s(y) - T_D(y))k_f}$     | nombre de Nusselt local   |
| $Nu_{2e} = \frac{\bar{q}'' 2e}{(T_s - T_f)k_f}$         | nombre de Nusselt basé sur la largeur du canal                                |
| $F = \left(\frac{0.5H}{L}\right)^2$                     | paramètre de fractionnement   |
| $f = \frac{4\tau_0}{0.5\rho u_b^2}$                     | coefficient de frottement de Darcy-Weisbach                                   |
| $M = \frac{k_s H_s / 0.5H}{\rho c_p u_b L_c}$           | paramètre de conduction axiale dans la paroi                                  |
| $Po = \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx} \frac{2H^2}{u_b}$     | nombre de Poiseuille  |
| $Pe = Re_{2e} Pr$                                       | nombre de Peclet  |
| $P_{th} = \frac{H_r}{H_{r\theta}}$                      | performance thermique   |
| $Pr = \frac{\nu c_p}{k_f}$                              | nombre de Prandtl   |
| $Re = \frac{u_b 2H \rho}{\mu}$                          | nombre de Reynolds  |
| $Re_d = \frac{u_D d \rho}{\mu}$                         | nombre de Reynolds local  |
| $Re_{2e} = \frac{2Re_d}{\sqrt{1-\varepsilon}}$          | nombre de Reynolds basé sur la largeur du canal                               |
| $Re_D = \frac{u_D K_{max}^{0.5} \rho}{\mu}$             | nombre de Reynolds au sens de Darcy   |
| $St = \frac{Nu_d}{Re_d Pr}$                             | nombre de Stanton pour l'écoulement à travers le réseau de barres             |

## Lettres latines

| Symboles | Dénominations  | Unités   |
|----------|--|----------|
| $a_{sf}$ | interface entre solide et fluide par unité de longueur | $m$      |
| $c_p$    | chaleur spécifique                                     | $J/kg/K$ |
| $D$      | diamètre d'un tube                                     | $m$      |

|                               |   |           |
|-------------------------------|---|-----------|
| $D_h$                         | diamètre hydraulique  | $m$       |
| $d$                           | taille des éléments rugueux (côté ou diamètre)                            | $m$       |
| $e (= L - d)$                 | distance entre deux éléments  | $m$       |
| $H$                           | hauteur du canal rectangulaire  | $m$       |
| $H_{\text{eff}}$              | hauteur effective du canal rectangulaire                                  | $m$       |
| $H_r$                         | hauteur réduite du canal (hydrodynamique)                                 | $m$       |
| $H_{r\theta}$                 | hauteur réduite du canal (thermique)                                      | $m$       |
| $H_s$                         | épaisseur de la paroi solide  | $m$       |
| $h$                           | coefficient d'échanges thermiques   | $W/m^2/K$ |
| $K (= \frac{2L^2}{C_x Re_d})$ | perméabilité  | $m^2$     |
| $k$                           | hauteur des éléments de rugosité  | $m$       |
| $k_f$                         | conductivité du fluide  | $W/m/K$   |
| $k_s$                         | conductivité du solide  | $W/m/K$   |
| $k_r$                         | hauteur réduite de rugosité (hydrodynamique)                              | $m$       |
| $k_{r\theta}$                 | hauteur réduite de rugosité (thermique)                                   | $m$       |
| $L$                           | espacement des éléments de rugosité                                       | $m$       |
| $L_c$                         | longueur du canal   | $m$       |
| $l_e$                         | longueur d'entrée   | $m$       |
| $\dot{m}$                     | débit massique  | $kg/s$    |
| $p$                           | pression  | $N/m^2$   |
| $Q_v$                         | débit volumique   | $m^3/s$   |
| $q_v$                         | densité volumique de flux thermique                                       | $W/m^3$   |
| $q''$                         | densité de flux thermique   | $W/m^2$   |
| $q''_0$                       | densité de flux thermique à la paroi                                      | $W/m^2$   |
| $R_a$                         | écart moyen arithmétique du profil de rugosité                            | $m$       |
| $R_p$                         | hauteur maximale de saillie du profil de rugosité                         | $m$       |
| $R_v$                         | profondeur maximale de creux du profil de rugosité                        | $m$       |
| $R_t$                         | hauteur totale du profil de rugosité                                      | $m$       |
| $R_{\text{sm}}$               | largeur moyenne des éléments du profil de rugosité                        | $m$       |
| $R_c$                         | hauteur moyenne des éléments du profil de rugosité                        | $m$       |
| $r$                           | écart local entre la hauteur du profil de rugosité<br>et la ligne moyenne | $m$       |
| $S (= L^2)$                   | surface d'une maille  | $m^2$     |
| $S_f (= L^2 - d^2)$           | surface d'une maille ouverte à l'écoulement                               | $m^2$     |
| $S_s (= d^2)$                 | surface de la section du solide contenue<br>dans une maille               | $m^2$     |
| $S_n$                         | largeur d'un élément de rugosité  | $m$       |
| $T$                           | température   | $K$       |
| $T_0$                         | température de paroi  | $K$       |
| $T_m$                         | température de mélange  | $K$       |
| $u$                           | vitesse   | $m/s$     |
| $u_b$                         | vitesse débitante   | $m/s$     |
| $w$                           | envergure du canal  | $m$       |
| $Z_n$                         | hauteur d'un élément de rugosité  | $m$       |
| $x, y, z$                     |   |           |

## Lettres grecques

| Symboles        | Dénominations   | Unités   |
|-----------------|---|----------|
| $\beta$         | paramètre de discontinuité de gradient de vitesse sur l'interface milieux poreux / zone libre | —        |
| $\gamma$        | paramètre de pente d'élément rugueux conique  | —        |
| $\delta F$      | force dans un volume de contrôle  | $N$      |
| $\varepsilon$   | porosité  | —        |
| $\varepsilon_v$ | porosité volumique  | —        |
| $\theta$        | température adimensionnée   | —        |
| $\lambda$       | longueur d'onde   | $m$      |
| $\mu$           | viscosité dynamique moléculaire   | $kg/m/s$ |
| $\mu_R$         | viscosité rugueuse  | $kg/m/s$ |
| $\nu$           | viscosité cinématique   | $m/s^2$  |
| $\rho$          | densité   | $kg/m^3$ |
| $\tau_0$        | frottement pariétal   | $N/m^2$  |

## Indices

|       |   |
|-------|---|
| 0     | pariétal  |
| a     | axiale  |
| app   | apparent  |
| c     | latéral   |
| D     | au sens de Darcy  |
| eff   | effective   |
| exp   | expérimental  |
| f     | fluide, frontal, frottement                             |
| lat   | latéral   |
| lm    | logarithmique   |
| m     | mélange   |
| max   | maximal   |
| min   | minimal   |
| N     | valeur dans un volume de contrôle supplémentaire $CV_N$ |
| p     | paroi, pression   |
| r     | arrière, rugosité                                       |
| s     | solide, supérieur                                       |
| lisse | valeurs caractéristiques dans un canal lisse            |
| th    | théorique   |





# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 Introduction générale

#### 1.1.1 Contexte de l'étude

L'intérêt des microcanaux se justifie par le phénomène de miniaturisation des systèmes actuellement observé dans une multitude de secteurs industriels. Un exemple caractéristique est celui du domaine de l'électronique où Gordon Moore, un des deux fondateurs d'Intel, a suggéré en 1965 que la puissance des semi-conducteurs doublait tous les 18 mois à coût constant depuis 1959, date de leur invention. Cette augmentation exponentielle fut rapidement nommée Loi de Moore. Bien qu'il ne s'agisse pas d'une vraie loi physique, cette prédiction s'est révélée assez exacte. En conséquence, les machines électroniques sont devenues de moins en moins coûteuses et de plus en plus puissantes. Pourtant, la densité des transistors double pratiquement tous les 2 ans. Ceci montre que la croissance prévue par Gordon Moore souffre d'un léger ralentissement lié à des difficultés de dissipation thermique. Ceci a entraîné la recherche de nouvelles conceptions d'échangeurs de la chaleur adaptés à la taille réduite des composants électroniques. C'est évidemment dans cette perspective que, dans les années 1981, [Tuckerman and Pease, 1981] ont développé la notion de microcanaux appliquée au domaine des échangeurs thermiques.

Suite au développement des micro-technologies (1959) basées sur la lithographie et directement dérivées de la fabrication de semi-conducteurs pour les puces micro-électroniques, des sondes de pression [Massey and Kavrak, 1966] ont pu être réalisées. En raison du développement ultérieur de ces processus, un ensemble d'outils est devenu disponible pour créer des structures mécaniques en silicium à l'échelle du micromètre ; l'ère des systèmes micro-électro-mécaniques (MEMS) était alors lancée.

À côté des sondes de pression, des sondes d'airbags, des micro-structures mécaniques, des dispositifs susceptibles de manipuler des fluides ont été développés. Nous pouvons citer : canaux (raccordements capillaires), mélangeurs, valves, pompes, dispositifs de dosage. Enfin, le premier système d'analyse par chromatographie en phase gazeuse a été développé en 1975 par [Terry, 1975]. Cependant, à la fin des années 1980, des groupes de recherche ont commencé à développer des concepts de traitement de liquides intégrés aux systèmes d'analyse. Ces concepts ont démontré que l'intégration des étapes de traitement préparatoire, habituellement réalisées en laboratoire, pourrait élargir la fonctionnalité des sondes vers une analyse complète de laboratoire, comprenant aussi les étapes de nettoyage et de séparation. Le terme "Laboratoire-sur-puce" a été associé à ces développements.

Le "Laboratoire-sur-puce" présente les avantages suivants :

- i. la faible consommation des fluides qui est essentielle pour lutter contre la pollution environnementale et qui réduit le coût de réactifs
- ii. une vitesse plus élevée de commande de la puce
- iii. une meilleure efficacité liée aux périodes de mélange réduites (distances courtes de diffusion)
- iv. une rapidité de chauffage (surface élevée par rapport au volume, petite capacité calorifique)
- v. un meilleur contrôle du processus en raison d'une réponse plus rapide du système (par exemple commande thermique pour des réactions chimiques exothermiques)
- vi. une plate-forme plus sécurisée pour les études de produits chimiques, radioactives ou biologiques en raison des faibles volumes de liquide et d'énergie stockés.

Ces systèmes complexes sont toujours en phase de développement afin de caractériser certains phénomènes tels que les effets physiques liés au rapport de surface élevée. Ainsi, par exemple, les forces capillaires deviennent plus importantes et contribuent à ce que un "laboratoire-sur-puce" se comporte différemment et parfois de façon plus complexe qu'un équipement conventionnel de laboratoire. Afin de comprendre l'hydrodynamique et les transferts thermiques dans ces micro-échelles, un grand nombre d'études concernant les microcanaux ont été effectuées. De nombreux auteurs ont publié des résultats qui diffèrent de ceux trouvés pour la taille conventionnelle. Parmi les explications les plus mentionnées, à part les incertitudes de mesure, on peut citer les effets de la double couche électrique, de la dissipation visqueuse et de l'état de surface dans un microcanal. Cependant, une étude rigoureuse effectuée récemment par [Phares and Smedley, 2004] montre qu'on n'observe pas d'effets électro-visqueux dans des microcanaux de  $150 \mu m$  de diamètre. Ces auteurs ont examiné également l'effet de la rugosité et ils ont conclu que ce dernier joue un rôle important sur un écoulement laminaire dans des microconduits. Toutefois, peu d'études concernant l'influence des rugosités ont été effectuées aux micro-échelles. L'étude présente menée au LEGI a eu pour objectif de caractériser ces effets par des modélisations numériques en s'appuyant simultanément sur les résultats des mesures expérimentales obtenus par l'équipe TCM "Transferts de chaleur et de matière" du LEGI.

### 1.1.2 Lois du frottement en régime turbulent

Les lois du frottement jouent un rôle primordial pour l'écoulement dans des conduites. Bien que le régime turbulent n'ait pas été étudié dans cette thèse, nous présentons quelques notions générales sur le frottement pariétal en paroi rugueuse dans ce régime, en raison de son importance pratique dans les cas industriels usuels.

Le frottement pariétal est défini par le coefficient de frottement de Darcy-Weisbach

$$f = \frac{8 \tau_0}{\rho u_b^2} \quad (1.1)$$

ou  $u_b$  est la vitesse débitante dans le conduit. Ce frottement peut se déduire du profil des vitesses moyennes.

Pour l'écoulement turbulent à travers un conduit lisse, le profil de vitesse moyenne peut être approché par la loi logarithmique

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + B \quad (1.2)$$

où, selon [White, 1988], les constantes  $\kappa$  et  $B$  sont respectivement égales à 0.41 et 5.0. L'intégration du profil de vitesse ci-dessus pour un profil circulaire mène à ([White, 1988]) :

$$\frac{1}{f^{1/2}} = 1.99 \log(f^{1/2} Re) - 1.02 \quad (1.3)$$

En présence de rugosités, la même démarche permet, par intégration du profil de vitesse moyenne, de relier le coefficient de frottement aux caractéristiques de l'écoulement. La démarche classique s'appuie sur le travail expérimental mené par [Nikuradse, 1933], qui constitue une contribution essentielle pour la compréhension des effets de rugosité. Dans ses expériences, [Nikuradse, 1933] a obtenu l'état de surface désiré par un dépôt de grains de sable sur la paroi lisse d'une conduite. Il a développé la loi de similitude de frottement décrite ultérieurement par [Schlichting, 1936]. Ces auteurs ont proposé que l'effet de rugosité soit exprimé par une fonction  $\Delta B$  qui caractérise les rugosités. Le profil de vitesse moyenne s'exprime alors par :

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + B - \Delta B \quad (1.4)$$

Dans les études ci-dessus, la rugosité de surface, comme le paramètre  $\Delta B$ , ont été exprimés par une seule dimension : la taille des grains de sable ou autrement dit, la hauteur de rugosité  $k_s$ . [White, 1991] a suggéré l'approximation suivante :

$$\Delta B = 2.5 \ln(1 + 0.3 k_s^+) \quad (1.5)$$

Dans ces conditions, l'intégration du profil de vitesse moyenne conduit à ([White, 1991]) :

$$\frac{1}{f^{1/2}} = 2.0 \log\left(\frac{Re f^{1/2}}{1 + 0.1 \frac{k_s}{D} Re f^{1/2}}\right) - 0.8 \quad (1.6)$$

Par ailleurs, le diagramme de [Moody, 1944] est basé sur la corrélation de [Colebrook, 1939] :

$$\frac{1}{f^{1/2}} = -2.0 \log\left(\frac{k_s/D}{3.7} + \frac{2.51}{Re f^{1/2}}\right) \quad (1.7)$$

qui a une forme légèrement différente de l'équation 1.6.

Nikuradse a montré que la loi de similitude de frottement (équation 1.5) est valable pour des grains de sable serrés, c'est à dire lorsque la rugosité peut être représentée par un seul paramètre de longueur.

Dans la littérature, depuis le travail de [Nikuradse, 1933], des efforts ont été entrepris par les chercheurs pour exprimer les autres paramètres géométriques caractéristiques des rugosités (la forme et la distribution) en terme de hauteur de

grains de sable équivalente. Entre autres, nous pouvons citer les articles de [Patel, 1998] qui a fait une revue de résultats expérimentaux et de [Sigal and Danberg, 1990]. Par exemple, [Sigal and Danberg, 1990] ont proposé un nouveau paramètre de rugosité  $\Lambda_s = (\frac{S}{S_f})(\frac{A_f}{A_s})^{-1.6}$  qui tient compte de la densité ( $\frac{S}{S_f}$  étant le rapport entre la surface de base et la surface rugueuse mouillée) et la forme des rugosités ( $\frac{A_f}{A_s}$  étant le rapport entre la surface totale d'une rugosité et la surface exposée au courant). Ce paramètre doit être corrélé empiriquement avec la hauteur des grains de sable équivalente  $k_s/k = f(\Lambda_s)$ . Bien que le rôle de ce paramètre ne soit pas démontré de façon rigoureuse, cela indique que la hauteur de rugosité n'est pas le seul paramètre à considérer et que l'on a besoin d'informations complémentaires sur la géométrie pour formuler la loi du frottement de façon plus complète que l'équation 1.7.

La loi de similitude pour le transfert de chaleur a été aussi développée par [Dipprey and Sabersky, 1963]. Par analogie avec la loi de similitude de frottement, ces auteurs ont obtenu la corrélation :

$$St = \frac{f/8}{1 + \sqrt{f/8}(g(k_s/D, Pr) - A(k_s/D))} \quad (1.8)$$

où  $St$  est le nombre de Stanton et les fonctions  $g(k_s/D, Pr)$  et  $A(k_s/D)$  caractérisent la rugosité. Ces fonctions empiriques sont restreintes à des rugosités géométriquement semblables. De nouvelles expériences doivent alors être effectuées pour chaque type de rugosité. De nombreuses études avec des formes de rugosité variées ont été effectuées et leurs résultats ont été synthétisés et présentés par [Webb, 1994].

[Taylor et al., 1985] proposent une approche complémentaire basée sur la méthode des éléments discrets. Ces auteurs effectuent une modélisation de l'écoulement dans laquelle l'effort exercé par les rugosités sur l'écoulement est directement inclus dans l'équation de quantité de mouvement. Les auteurs ont adapté la corrélation entre le coefficient de traînée et le nombre de Reynolds basé sur la dimension de rugosité, pour égaler leurs résultats à ceux de [Schlichting, 1936] réévalués par [Coleman et al., 1984]. La même approche pour le transfert thermique a été développée par [Taylor et al., 1989]. Dans ce cas, la source de chaleur due aux rugosités est incluse directement dans l'équation de l'énergie. Le coefficient d'échanges thermiques entre les rugosités et l'écoulement a été corrélé aux résultats expérimentaux pour des rugosités en réseau serré. [Webb, 1994] souligne que ces corrélations ignorent la distribution des rugosités et en indique ainsi les limites.

### 1.1.3 Loi du frottement en régime laminaire

Moins répandus dans les applications industrielles actuelles, les écoulements en régime laminaire ont fait l'objet de moins d'études. De plus, le diagramme de Moody [Moody, 1944] montre qu'en régime laminaire, l'influence des rugosités sur l'écoulement est négligeable lorsque la hauteur relative de rugosité  $k_s/D < 0.05$ . Les effets de rugosité n'ont par suite pas été particulièrement étudiés dans les conduits de taille conventionnelle. Cependant, de nombreuses études sur les écoulements en microcanaux (voir la section 1.3) ont trouvé que même une rugosité relative inférieure à 5% peut modifier significativement le coefficient de frottement. Certains auteurs ont attribué cela à l'augmentation importante de surface par rapport au volume qui favorise les effets de rugosité. En s'appuyant sur ces constatations, nous pouvons nous demander :

- i. Si les micro-échelles accentuent véritablement les effets de rugosité? Ou plus généralement, est-ce que la loi conventionnelle de frottement pour une paroi lisse est toujours applicable aux micro-échelles?
- ii. Dans les conduites de taille conventionnelle, quelle est la dimension minimum des rugosités qui influence l'écoulement en régime laminaire?

Seules des études expérimentales, numériques ou analytiques sur :

- i. l'écoulement laminaire avec rugosité contrôlée incluant l'effet des paramètres géométriques caractéristiques (hauteur, espacement, forme des rugosités)
- ii. le transfert thermique pour les conditions mentionnées ci-dessus

peuvent apporter des réponses aux questions précitées.

C'est dans ce contexte que s'inscrit ce travail de thèse mené au sein de l'équipe "Transferts de chaleur et de matière" du LEGI.

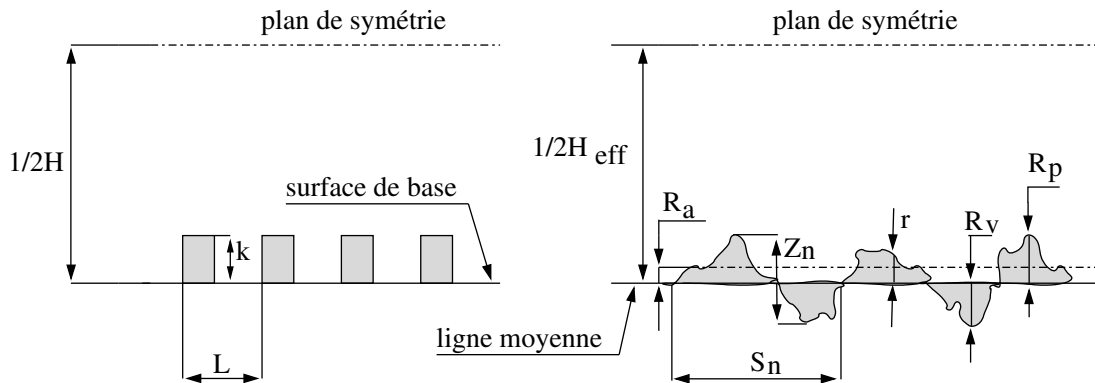
## 1.2 Lois de référence

### 1.2.1 Caractérisation d'une surface rugueuse

La figure 1.1 représente en coupe la rugosité d'une surface. Deux types de rugosité sont présentés, à savoir des rugosités contrôlées et disposées de façon périodique et des rugosités disposées de façon aléatoire. Cette dernière disposition résulte généralement du procédé de fabrication et constitue un paramètre de la qualité d'une surface, dépendant du procédé choisi. Généralement, on évalue les paramètres géométriques d'une rugosité du type aléatoire par rapport à la ligne moyenne du profil. Cette ligne est définie telle que la somme des aires (entre profil et ligne) situées au dessus soit égale à la somme des aires situées au dessous. Ayant déterminé la ligne moyenne, nous pouvons définir l'écart moyen arithmétique  $R_a$  du profil, qui est le paramètre le plus utilisé. Il correspond à la moyenne arithmétique sur une longueur d'évaluation  $L$  de toutes les distances absolues  $r$  entre la ligne moyenne et le profil.

$$R_a = \frac{1}{L} \int_0^L |r(x)| dx \quad (1.9)$$

D'autres critères utilisés dans les microcanaux pour caractériser la rugosité d'une surface sont : hauteur maximale de saillie du profil  $R_p = |\max(r(x))|$ , profondeur maximale de creux du profil  $R_v = |\min(r(x))|$ , hauteur totale du profil  $R_t = R_p + R_v$  et les paramètres moyens comme largeur moyenne des éléments du profil  $R_{sm} = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M S_n$  et hauteur moyenne des éléments du profil  $R_c = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M Z_n$  où  $M$  est un élément du profil.



**Figure 1.1.** Coupe longitudinale de canal rugueux. A gauche, rugosité contrôlée. A droite, rugosité aléatoire.



Pour des raisons d'exploitation des résultats, la rugosité contrôlée est souvent utilisée dans le cadre d'études expérimentales en mécanique des fluides. Cette dernière est généralement obtenue par la déposition d'éléments de taille connue. Dans le cas de microcanaux réalisés sur la plaque de silicium, le motif de rugosité peut être gravé sur la paroi en silicium par attaque ionique. Dans le cas où des éléments sont serrés ( $k/L \gtrsim 1$ ), la hauteur des éléments  $k$  est choisie comme seul paramètre de rugosité. Lorsque les rugosités sont plus écartées, nous tiendrons compte de l'espacement  $L$  entre les éléments.

### 1.2.2 Hauteur du canal

L'exactitude des mesures dans les microcanaux joue évidemment un rôle crucial dans l'incertitude expérimentale. Il est à noter que la chute de pression à travers un conduit dépend du diamètre de tube à la puissance quatrième et de la hauteur du canal à la puissance troisième. Ainsi, les incertitudes sur ces dimensions influencent fortement la chute de pression mesurée. Pour un canal à parois lisses, la hauteur  $H$  du canal est évidemment définie comme la distance entre ses parois. Cette définition peut être conservée quand la rugosité est obtenue par déposition de particules sur la paroi lisse comme, par exemple, dans les expériences de [Nikuradse, 1933]. Cependant, [Kandlikar et al., 2005] et [Taylor et al., 2006] ont récemment discuté la difficulté de caractériser des surfaces rugueuses. En particulier, la question se pose de savoir où la surface de référence est localisée pour des microcanaux gravés par attaque ionique réactive, dans certaines conditions. En effet, contrairement aux expériences maîtrisées dans les tubes conventionnels, la surface des microcanaux peut apparaître alors comme une surface irrégulière et striée au lieu d'une surface lisse couverte de grains de sable. Il en résulte évidemment une incertitude sur le diamètre hydraulique de la section d'essai. Dans ce cas, la section effective de passage dans un microcanal pourrait être mesurée par le porosimètre à mercure. On remplit complètement le canal et après la vidange, on connaît le volume réel d'un microcanal. En considérant que l'on dispose de la longueur et de l'envergure du microcanal, on calcule la hauteur effective  $H_{\text{eff}}$ . Pourtant, il n'y a aucune raison que deux canaux avec la même hauteur  $H_{\text{eff}}$  donnent la même résistance à l'écoulement. Cela signifie que les autres paramètres géométriques des rugosités doivent être considérés. De plus, utiliser  $H_{\text{eff}}$  comme une surface de base revient à faire l'hypothèse que l'écoulement au-dessous de cette surface est négligeable. Ceci peut constituer une bonne approximation mais ne peut pas être démontré de façon rigoureuse. Dans le cas

où la surface de base du canal est inconnue, [Kandlikar et al., 2005] et [Taylor et al., 2006] ont défini la surface de base moyenne comme la moyenne arithmétique de toutes les protubérances situées au-dessous de la hauteur  $R_a$ .

Puisque nous avons mené des études où les éléments de rugosité sont distribués sur une surface plane, nous avons choisi la hauteur  $H$  du canal entre les deux surfaces planes qui le délimitent comme la dimension pertinente et qui est définie sans ambiguïté. Cela nous a permis de définir la vitesse moyenne et le nombre de Reynolds dans un canal, respectivement par :

$$u_b = \dot{m} / \rho w H \quad (1.10)$$

$$Re = \frac{u_b D_h \rho}{\mu} \quad (1.11)$$

où  $\dot{m}$ ,  $\rho$ ,  $w$ ,  $D_h$  et  $\mu$  sont respectivement : le débit massique, la densité du fluide, l'envergure du canal, le diamètre hydraulique et la viscosité moléculaire.

### 1.2.3 Hydrodynamique

Par intégration de l'équation de Stokes avec une section de passage arbitraire, on obtient le nombre de Poiseuille pour un conduit à parois lisses. Par exemple, lorsque l'on considère l'écoulement laminaire pleinement développé dans un canal plan, cette intégration mène à :

$$Po = - \frac{1}{\mu} \cdot \frac{dp}{dx} \cdot \frac{2\rho w H^3}{\dot{m}} \quad (1.12)$$

où le membre de gauche représente le nombre de Poiseuille, qui pour le canal à surface lisse est égal à 24 ( $Po_{\text{lisse}} = 24$ ). Il s'ensuit que le nombre de Poiseuille est le paramètre de proportionnalité entre le flux de masse  $\dot{m}$  et le gradient de pression  $\frac{dp}{dx}$ . Dans un canal lisse, le gradient de pression est équilibré par le frottement à la paroi. La rugosité de la surface introduit une force de résistance additionnelle ; ainsi on peut compter que, pour une hauteur de canal rugueux  $H$  donnée, le nombre de Poiseuille augmentera avec la rugosité. Dans le cas des parois rugueuses, le gradient de pression est équilibré par le frottement apparent à la paroi, qui comprend la force de traînée sur les rugosités. En écoulement laminaire, la vitesse est faible dans la région proche des rugosités. On peut alors estimer que la force de traînée due aux rugosités est proportionnelle à la vitesse ; ainsi on peut s'attendre à ce que le nombre de Poiseuille reste indépendant du nombre de Reynolds. Ce point sera discuté à partir des résultats de notre étude.

Dans la pratique, pour déterminer le nombre de Poiseuille on mesure la perte de pression sur une longueur donnée du canal et pour un débit donné.

La rugosité peut être vue comme une réduction de la hauteur du canal. Alors, pour les canaux avec parois rugueuses, on peut introduire une hauteur réduite  $H_r$  de canal lisse qui donne le même débit que le canal rugueux pour le même gradient de pression. L'équation 1.12 s'écrit alors :

$$Po_{\text{lisse}} = -\frac{1}{\mu} \cdot \frac{dp}{dx} \cdot \frac{2\rho w H_r^3}{\dot{m}} \quad (1.13)$$

La comparaison entre les deux cas (lisse et rugueux) mène à la relation :

$$Po = Po_{\text{lisse}}(H/H_r)^3 \quad (1.14)$$

On peut définir de manière équivalente une hauteur réduite des rugosités  $k_r$  :

$$k_r = \left(1 - \left(\frac{Po_{\text{lisse}}}{Po}\right)^{1/3}\right) \frac{H}{2} \quad (1.15)$$

C'est une grandeur qui, à l'évidence, dépend de la hauteur moyenne des rugosités, mais aussi de leur forme et de leur espacement. La hauteur réduite  $H_r$  est alors égale à la hauteur  $H$  diminuée de  $2k_r$ . Le cas extrême survient pour une structure des rugosités très dense, donc imperméable à l'écoulement. Dans ce cas et pour la rugosité contrôlée, la hauteur apparente des rugosités  $k_r$  est maximale et peut atteindre la hauteur totale des rugosités  $k$ . On peut déterminer ainsi le nombre de Poiseuille maximal pour la structure dense et la hauteur de rugosité donnée :

$$Po_{\text{max}} = Po_{\text{lisse}}(H/(H - 2k))^3 \quad (1.16)$$

## 1.2.4 Transfert thermique

Nous supposons que l'écoulement est laminaire, les propriétés physiques sont constantes et la conduction axiale est négligeable. L'équation de l'énergie s'écrit alors :

$$\rho c_p u \frac{\partial T}{\partial x} = k_f \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (1.17)$$

Nous considérons l'écoulement entièrement développé (hydrodynamiquement et thermiquement) dans un canal bidimensionnel. Cela signifie que la température adimensionnée  $\theta$  garde le même profil le long de l'écoulement :

$$\theta = \frac{T_0(x) - T(x, y)}{q_0'' D_h / k_f} \quad (1.18)$$

où  $T_0$  est la température de surface de base (figure 1.1).

L'intégration de cette température donne la température de mélange adimensionnée qui sert à définir le nombre de Nusselt

$$\theta_m = \frac{1}{u_b H} \int_0^H \theta u dH = \frac{T_0(x) - T_m(x)}{q_0'' D_h / k_f} = \frac{1}{Nu} \quad (1.19)$$

Le nombre de Nusselt exprime alors le rapport entre la densité de flux thermique apparente  $q_0''$  et la densité de flux de chaleur dû à la conduction pure  $\frac{(T_0 - T_m)k_f}{D_h}$ . La rugosité de surface en augmentant l'effet conductif diminue la différence de température  $T_0 - T_m$ , contribuant ainsi à la croissance du  $Nu$ . Cependant, elle réduit la convection dans la région proche à la paroi. Ces deux effets se concurrencent et le résultat final dépend alors du rapport des conductivités du solide et du fluide  $k_s/k_f$ .

Comme pour le nombre de Poiseuille, la rugosité peut être analysée comme la réduction de la hauteur du canal (pour les valeurs élevées de  $k_s/k_f$  (=195) au regard des matériaux utilisés). Nous pouvons alors définir le nombre de Nusselt maximal pour des rugosités très serrées de hauteur  $k$  :

$$Nu_{\max} = Nu_{\text{lisse}} \left( \frac{H}{H - 2k} \right) \quad (1.20)$$

Alors, en première approximation, nous constatons que la rugosité influence plus  $Po$  que  $Nu$ .

#### 1.2.4.1 Flux de chaleur constant

Lorsque la densité de flux de chaleur  $q_0''$  est constante le long de l'écoulement, la différentiation de l'équation 1.18 selon la direction d'écoulement mène à :

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT_0}{dx} \quad (1.21)$$

et d'après l'équation 1.19, il suit :

$$\frac{dT_0}{dx} = \frac{dT_m}{dx} \quad (1.22)$$

En négligeant tout effet de conduction axiale, l'écriture du bilan d'énergie dans un canal 2D conduit à :

$$\frac{dT_m}{dx} = \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{2}{H} \frac{q_0''}{\rho c_p u_b} \quad (1.23)$$

Cela signifie que la variation de température en chaque point de l'écoulement est linéaire en  $x$  avec une pente proportionnelle à la densité de flux de chaleur. Pour un canal bidimensionnel à parois lisses et pour les conditions mentionnées ci-dessus, le nombre de Nusselt est égal à 8.24.

Dans ce cas, la détermination expérimentale du nombre de Nusselt global s'appuie en pratique sur la mesure de la température du fluide  $T_m$  à l'entrée et à la sortie d'un canal et sur la mesure de température de paroi par des thermocouples distribués symétriquement selon la direction  $x$ . La température du fluide et de la paroi est alors la moyenne arithmétique de chaque valeur respective. L'équation 1.23 est utilisée pour la détermination de la densité de flux de chaleur moyen  $q_0''$ .

#### 1.2.4.2 Température constante

Lorsque la température de paroi  $T_0$  est indépendante de  $x$ , nous noterons que dans une certaine section du canal  $x = x_1$ , la température du fluide  $T_m = T_{m1}$ . D'après l'équation 1.19 la densité de flux peut s'écrire :

$$q_0''(x) = Nu \frac{k_f}{D_h} (T_0 - T_m(x)) \quad (1.24)$$

où  $Nu$  est constant. En éliminant  $q_0''$  entre les équations 1.23 et 1.24 et après intégration en utilisant la condition aux limites  $x = x_1$ , on obtient :

$$\frac{T_0 - T_m(x)}{T_0 - T_{m1}} = \exp\left(-\frac{k_f Nu}{\rho c_p H^2 u_b} (x - x_1)\right) \quad (1.25)$$

La différence de température  $\Delta T(x) = T_0 - T_m(x)$  diminue, ainsi que la densité de flux de chaleur échangée dans la direction de l'écoulement.

Dans ce cas, l'équation 1.23 est toujours exacte pour déterminer la densité de flux de chaleur effective sur la longueur du canal  $L_c$  :

$$\Delta T_m = \frac{2L_c}{H} \frac{\bar{q}_0''}{\rho c_p u_b} \quad (1.26)$$

Sous forme différentielle, la différence entre la température du fluide et la température de la paroi  $\Delta T$  s'écrit :

$$d(\Delta T) = -dT_m = -\frac{2}{H} \frac{q_0''(x)}{\rho c_p u_b} dx \quad (1.27)$$

En éliminant  $q_0''(x)$  entre les équations 1.24 et 1.27 et après intégration entre  $x_1$  et  $x_2$  on obtient :

$$\ln \frac{\Delta T_{x_2}}{\Delta T_{0x_1}} = -Nu \frac{k_f}{D_h} \frac{\Delta T_m}{\bar{q}_0''} \quad (1.28)$$

d'où :

$$Nu = \frac{\bar{q}_0'' D_h}{\Delta T_{lm} k_f} \quad (1.29)$$

avec :

$$\Delta T_{\text{lm}} = \frac{(T_{02} - T_{m2}) - (T_{01} - T_{m1})}{\ln\left(\frac{T_{02} - T_{m2}}{T_{01} - T_{m1}}\right)} \quad (1.30)$$

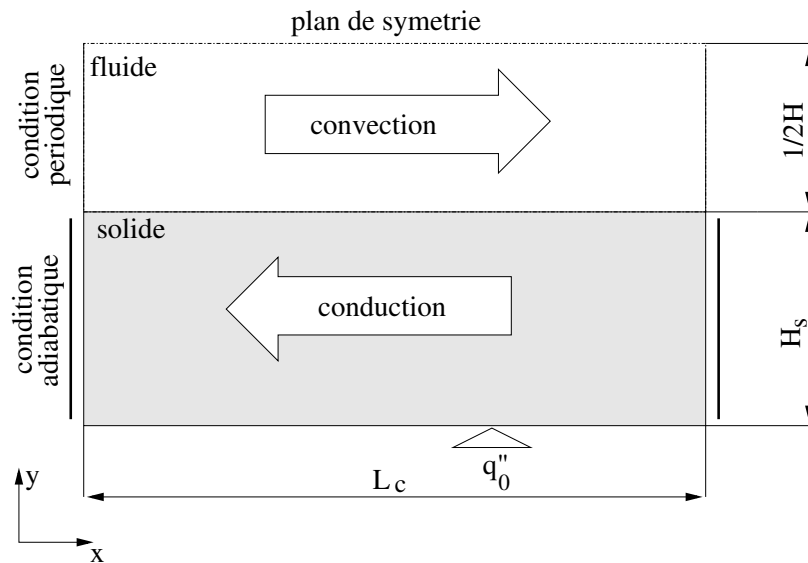
L'équation 1.29 représente le nombre de Nusselt moyen dans un canal lorsque la température est constante à la paroi. Pour un canal bidimensionnel aux parois lisses, la valeur de  $Nu$  est 7.54. Cette équation exige l'utilisation de la différence de température logarithmique moyenne où les température  $T_{m1}$  et  $T_{m2}$  sont les températures du fluide, respectivement mesurées à l'entrée et à la sortie d'un canal.

### 1.2.4.3 Conduction axiale

La conduction axiale dans la paroi, souvent négligeable aux macro-échelles, peut intervenir lorsque la dimension du conduit  $H$  est comparable à l'épaisseur de paroi  $H_s$ . La conduction axiale intervient lorsque la condition de flux constant est appliquée sur les côtés opposés du solide (voir figure 1.2). Les effets de conduction axiale sont quantifiés par un paramètre adimensionnel :

$$M = \frac{k_s \frac{dT}{dx} H_s}{\rho c_p u_b \frac{dT}{dx} L_c 0.5H} \quad (1.31)$$

où  $H_s$  et  $\frac{dT}{dx}$  sont respectivement l'épaisseur de la paroi et le gradient moyen de température, approximativement égal pour les phases solide et fluide.



**Figure 1.2.** Schéma de principe des transferts thermiques en présence de conduction axiale.

Proposé initialement par [Peterson, 1999], ce paramètre constitue le rapport entre la conduction axiale de chaleur dans la paroi et le transfert de chaleur par convection dans l'écoulement. [Maranzana et al., 2004] ont conclu que, pour les valeurs de  $M$  supérieures à 0.01, on ne peut pas considérer que le flux de chaleur est unidirectionnel dans la paroi. Cela altère la distribution de densité de flux de chaleur à la paroi et donc la distribution de température.

Afin de caractériser les effets de la conduction axiale nous avons effectué un calcul numérique bidimensionnel avec les conditions aux limites correspondant à la figure 1.2 pour le cas où la valeur de  $M$  est assez élevée ( $= 0.72$ ). Les résultats sont présentés sur la figure 1.3. Sur cette dernière est tracée la distribution de la différence entre la température à la paroi  $T_0$  et la température de mélange  $T_m$  par rapport à la même différence à l'entrée d'un canal. Les résultats sont comparés à l'évolution exponentielle (équation 1.25) que l'on obtient pour le cas où la température sur l'interface fluide/solide est constante. Bien évidemment, pour le chauffage à densité de flux thermique uniforme, le rapport considéré est égal à l'unité. La différence de température  $\Delta T = T_0 - T_m$  diminue le long de l'écoulement. Cette diminution est surtout marquée à l'entrée du canal et elle est proche du cas à température constante. Par contre, la différence  $\Delta T$  reste presque constante dans la partie centrale du canal ainsi que la densité de flux thermique échangée. La conduction axiale conduit ainsi à considérer deux régions dans le canal, caractérisées respectivement par des conditions de température et de densité de flux thermique constants à l'interface solide/fluide. Évidemment, le nombre de Nusselt global, calculé à partir des mesures de température à l'entrée  $T_{m_1}$  et à la sortie  $T_{m_2}$ , est sous-estimé en présence de conduction axiale. L'utilisation de l'interpolation linéaire de température n'est pas justifiée et sous-évalue significativement le nombre de  $Nu$ .

[Herwig and Hausner, 2003] et plus récemment [Maranzana et al., 2004] ont présenté les effets considérables de la conduction axiale sur l'interprétation des résultats expérimentaux, où l'évolution de la température de mélange est très souvent supposée linéaire (voir paragraphe 1.2.4.1). Effectivement, la distribution de température de mélange est très affectée par le transfert de chaleur conjugué souvent présent dans les études expérimentales. Dans ces cas, [Herwig and Hausner, 2003] ont recommandé d'effectuer des calculs numériques avec les conditions aux limites cohérentes avec l'expérience pour l'interprétation des résultats.

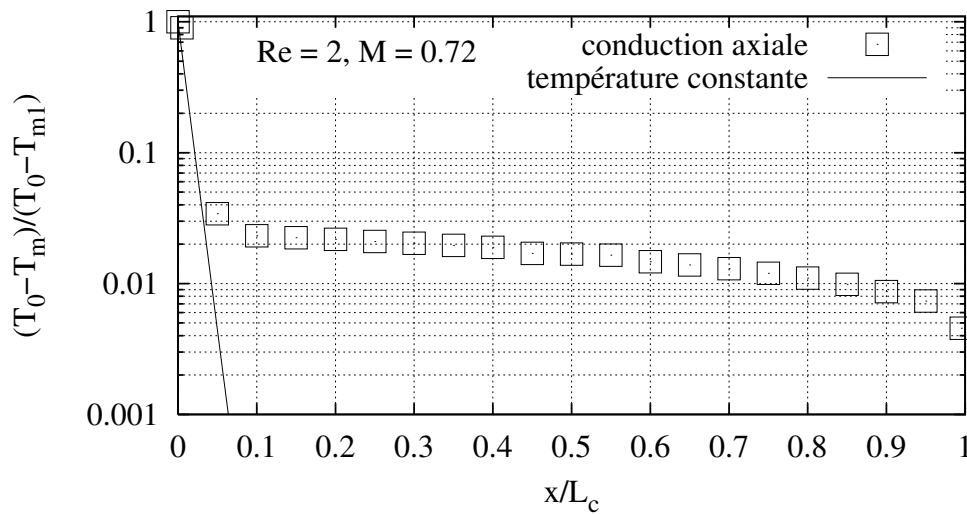


Figure 1.3. Les distributions de température en présence de conduction axiale

## 1.3 Résultats bibliographiques

Depuis plusieurs années, le thème des écoulements et des transferts thermiques dans les microconduits est bien présent dans la littérature scientifique. Afin de faciliter la compréhension du problème, la revue bibliographique présentée ci-dessous se focalise sur les articles consacrés à l'influence de la rugosité sur les pertes de charge. Cependant, pour le cas du transfert thermique, nous avons élargi le contenu de cette synthèse bibliographique aux canaux lisses pour clarifier les résultats et expliquer la difficulté des mesures. L'objectif de cette revue, focalisée sur la comparaison et la discussion d'articles publiés, est de comprendre la dispersion des différents résultats.

### 1.3.1 Hydrodynamique

#### 1.3.1.1 Expériences

Les études récentes ont considéré les effets spécifiques de la rugosité sur le coefficient de frottement dans les microconduits. Certains auteurs ont mené des expériences pour essayer de séparer l'influence de la rugosité d'autres effets comme ceux de la longueur d'entrée, de la forme de section de passage et des propriétés des liquides.



[Mala and Li, 1999] ont effectué un travail expérimental en utilisant de l'eau déionisée s'écoulant dans des microtubes en acier inoxydable ou en silice fondue avec des diamètres  $D$  s'étendant de 50 à 254  $\mu m$ . Les deux types de tubes utilisées ont été caractérisés par une hauteur moyenne de rugosité  $k$  égale à 1.75  $\mu m$ , donnant une rugosité relative moyenne  $k/D_h$  dans la gamme 0.007 à 0.035. Les auteurs n'ont pas précisé la définition de la hauteur moyenne de rugosité  $k$ . Les auteurs ont éliminé les pertes de pression à l'entrée et à la sortie par la méthode expérimentale, qui a consisté à mesurer la chute de pression en gardant le débit constant pour deux tubes identiques mais de longueurs différentes. Les auteurs ont vérifié que l'écoulement était entièrement développé à la sortie du tube le plus court. De plus, ils ont supposé que les pertes locales de pression à l'entrée et à la sortie étaient identiques pour les deux microtubes. Ils ont soustrait la chute de pression mesurée dans le tube le plus court de celle mesurée dans le tube le plus long. En conséquence, le résultat obtenu correspond à une longueur de tube égale à la différence de longueur entre les deux tubes. Cette étude a trouvé que  $Po$  dépend significativement de  $Re$ , particulièrement pour  $Re > 1000$ . Les auteurs ont attribué ce comportement à une transition anticipée à la turbulence ou aux effets de la rugosité. Il est à noter qu'aucun résultat n'a été donné pour les microtubes à parois lisses. Dans ce cas, aucune comparaison avec cet écoulement de référence n'a été réalisée dans la même boucle expérimentale lors de cette étude.

[Li et al., 2003] ont également effectué des expériences avec de l'eau déionisée dans des microtubes en verre, en silice et en acier inoxydable. Ils ont trouvé, que, pour l'écoulement laminaire entièrement développé dans les microtubes lisses (en verre et en silice)  $Po$  était conforme à la valeur conventionnelle trouvée dans les macrotubes. Au contraire, les microtubes rugueux en acier inoxydable (diamètres: 128.8, 136.5 et 179.8  $\mu m$ , hauteur moyenne des éléments du profil  $R_c$  égale à 5.5  $\mu m$ ) ont donné des valeurs de  $Po$  jusqu'à 37% plus élevées que celles prévues par la théorie classique. Les résultats ont également indiqué que le nombre de Poiseuille augmente avec le nombre de Reynolds.

[Pfund et al., 2000] ont mesuré la chute de pression dans un écoulement d'eau déionisée à travers des microcanaux rectangulaires d'envergure très élevée fabriqués selon une structure en plusieurs couches (deux blocs constituent les parois du canal séparés par un feuillard ajouré). Comme la section d'essai pouvait être facilement assemblée et démontée, les auteurs ont pu faire varier la hauteur du microcanal en changeant le feuillard séparant les deux blocs. Cette construction permettait également d'effectuer la profilométrie de la surface du canal. Lorsque la surface du canal de hauteur 257  $\mu m$  était rugueuse (hauteur moyenne des éléments du profil  $R_c = 3.80 \mu m$  et la hauteur maximale de saillie-creux  $R_t \approx 14.7 \mu m$ ) le nombre de Poiseuille présentait une augmentation d'environ 25% au-dessus

de la valeur théorique pour le canal lisse. La légère augmentation de  $Po$  avec  $Re$  dans cette étude est probablement due aux effets d'entrée. En fait, le capteur de pression en amont était situé à  $3.048\text{ cm}$  de l'entrée du canal. D'après la corrélation standard ( $l_e = 0.06 Re D_h$ ), pour une hauteur de canal égale à  $257\ \mu\text{m}$  et lorsque  $Re > 1000$ , la longueur d'entrée dépassait sans doute la position du capteur de pression. La faible variation de  $Po$  avec  $Re$  a pu être causée par le développement de l'écoulement entre les capteurs. D'autre part, les auteurs ont souligné qu'une source importante d'erreur dans la détermination des coefficients de frottement était due aux incertitudes relativement élevées sur la hauteur de canal.

La figure 1.4 rassemble les données des trois études expérimentales citées ci-dessus, qui correspondent à une section transversale rectangulaire du canal ([Mala and Li, 1999], [Pfund et al., 2000], [Li et al., 2003]). Les résultats convergent pour montrer que la présence de rugosité augmente la résistance à l'écoulement. Puisque les effets d'inertie à l'entrée et la sortie des canaux ont été éliminés dans ces mesures, on pourrait conclure que la variation de nombre de Poiseuille avec  $Re$  est due aux effets de rugosité. Cependant, l'influence de la rugosité et du nombre de Reynolds n'est pas clairement élucidée, comme le montre la dispersion des résultats sur la figure 1.4.

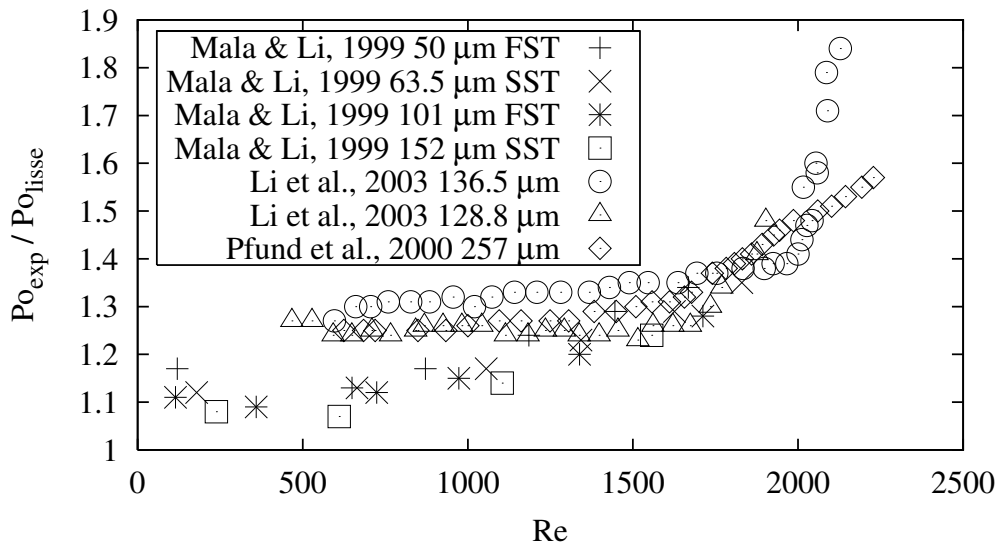


Figure 1.4.  $Po$  en fonction de  $Re$  - résultats bibliographiques.

[Bavière, 2005] a fait des mesures dans des microcanaux rectangulaires avec des surfaces rugueuses. La rugosité a été fabriquée par procédé électrochimique. La hauteur de rugosité  $k$  était d'environ  $5\ \mu\text{m}$ . Ce qui conduit à une rugosité relative  $k/D_h$  égale à 0.026, 0.013 et 0.008 pour trois canaux de hauteurs égales respectivement à 96, 196 et  $296\ \mu\text{m}$ . De plus amples détails sur la rugosité utilisée

par [Bavière, 2005] seront présentés dans le chapitre 2. Les résultats ont montré une augmentation de  $Po$  égale à 37% , 17% et 5% respectivement pour les trois canaux. De plus, les résultats ont révélé que  $Po$  ne change pas avec  $Re$  ( $50 < Re < 100$ ) lorsque l'écoulement est laminaire et pleinement développé.

[Weilin et al., 2000] ont effectué des mesures dans des microcanaux trapézoïdaux rugueux. Ces canaux ont été obtenus par gravure humide d'un substrat en silicium qui a été couvert avec un verre en Pyrex pour fermer le canal. Les résultats ont indiqué une augmentation du nombre de Poiseuille avec le nombre de Reynolds. Pour la gamme basse de  $Re$ , l'augmentation des pertes de pression a varié de 8 % à 30 % pour une rugosité relative  $k/D_h$  s'étendant de 0.01 à 0.017. Ces résultats ont suggéré l'idée d'une transition accélérée à la turbulence à cause de la rugosité. [Wu and Cheng, 2003] ont entrepris des expériences avec une grande gamme de microcanaux trapézoïdaux de silicium avec diverses rugosités. Les résultats publiés montrent une augmentation étonnante de  $Po$  pour de petites valeurs de la rugosité (de 8% jusqu'à 20% pour une rugosité relative  $k/D_h$  aussi basse que 0.005 ou même inférieure à cette valeur et  $Re$  dans la gamme 100 – 1000). Il est possible que les données aient été influencées par des incertitudes de mesures des dimensions de canal ou contiennent d'autres effets, qui brouillent le rôle de la rugosité. [Shen et al., 2006] ont également obtenu une augmentation de  $Po$  pour les microcanaux rectangulaires ( $300 \mu m \times 800 \mu m$ , rugosité relative  $k/D_h = 0.04$ ). L'effet d'entrée est probablement la cause de cette augmentation.

[Kandlikar et al., 2005] et [Taylor et al., 2006] ont mené des expériences dans un canal rectangulaire de largeur  $10.03 \text{ mm}$  avec hauteur variable (diamètres hydrauliques  $D_h = 325 - 1819 \mu m$ ,  $Re = 200 - 2700$  pour l'air,  $Re = 200 - 5700$  pour l'eau). Les éléments rugueux en forme d'arêtes parallèles de hauteur  $k = 73 \mu m$ , ont été placés à l'espacement  $L = 500 \mu m$  les uns des autres dans la direction de l'écoulement. Deux configurations ont été étudiées, à savoir la configuration où les rugosités sur le dessus et le fond du canal étaient alignées et la configuration avec les rugosités décalées. Le retraitement de leurs courbes publiées montre une variation significative de  $Po$  avec  $Re$  dans la gamme 210 – 630 ( $Po = 63 - 84$  pour la configuration alignée et  $51 - 72$  pour la configuration décalée). Ces constatations sont en contradiction avec les conclusions des auteurs, qui ont affirmé retrouver la loi conventionnelle pour  $Po$  en régime laminaire quand le diamètre hydraulique et le coefficient de frottement sont calculés avec la section restreinte de l'écoulement.

Les résultats cités ci-dessus sont synthétisés dans le tableau 1.1. Il est à noter que peu d'auteurs donnent des informations complètes et précises sur la géométrie des rugosités.

| Auteur  | Géométrie du canal  | Rugosité relative   | Résultats  | Remarques   |
|---|---|---|--|---|
| Mala et Li, 1999                              | microtubes en acier inoxydable et silice fondue<br>$D_h = 50 - 254 \mu m$           | $k/D_h = 0.007 - 0.035$   | $Po_{exp}/Po_{lisse} = 1.1$<br>pour $Re < 1000$<br>$Po_{exp}$ augmente<br>pour $Re > 1000$                           | écoulement pleinement développé, $k$ – pas mesuré, donné par fabricant        |
| Li et al., 2003                               | microtubes en acier inoxydable<br>$D_h = 128.8 - 179.8 \mu m$                       | $R_c/D_h = 0.03-0.043$  | $Po_{exp}/Po_{lisse}$<br>jusqu'à 1.37<br>$Po_{exp}$ augmente<br>avec $Re$  | $R_c$ – hauteur moyenne des éléments du profil                                |
| Pfund et al., 2000                            | microcanaux rectangulaires<br>$D_h = 256 - 1042 \mu m$<br>$D_h/w = 0.0256 - 0.1042$ | $R_c/D_h = 0.0075$<br>$R_t/D_h = 0.028$   | $Po_{exp}/Po_{lisse} = 1.25$   | $R_c, R_t$ – hauteurs moyenne et maximale des éléments du profil              |
| Bavière, 2005                                 | microcanaux rectangulaires<br>$D_h = 192 - 592 \mu m$<br>$D_h/w = 0.008 - 0.025$    | $k/D_h = 0.008 - 0.026$   | $Po_{exp}/Po_{lisse} = 1.05 - 1.37$  | $k$ – taille des grains de $S_iC$ (utilisés pour revêtement de surface lisse) |
| Weilin et al., 2000                           | microcanaux trapézoïdaux  | $k/D_h = 0.01 - 0.017$<br>canaux semi-rugueux                                       | $Po_{exp}/Po_{lisse} = 1.08 - 1.3$   | $k$ - non spécifié  |
| Wu et Cheng, 2003                             | microcanaux trapézoïdaux (N° 9,10)<br>$D_h = 70 - 143 \mu m$                        | $k/D_h = 0.006 - 0.01$<br>canaux semi-rugueux                                       | $Po_{exp}/Po_{lisse} = 1.08 - 1.2$   | $k$ – non spécifié, écoulement en développement                               |
| Shen et al., 2006                             | microcanaux rectangulaires<br>$D_h = 436 \mu m$<br>$D_h/w = 0.54$                   | $k/D_h = 0.04$  | $Po_{exp}/Po_{lisse} = 1 - 3$<br>$Re = 200 - 1300$   | $k$ - non spécifié  |
| Kandlikar et al., 2005<br>Taylor et al., 2006 | microcanaux rectangulaires<br>$D_h = 325 - 1819 \mu m$<br>$D_h/w = 0.032 - 0.18$    | arêtes 2D en configuration alignée ou décalée<br>$k/D_h = 0.073$<br>$L = 500 \mu m$ | alignée :<br>$Po_{exp}/Po_{lisse} = 2.65 - 3.5$<br>décalée :<br>$Po_{exp}/Po_{lisse} = 2.12 - 3$<br>$Re = 210 - 630$ | $L$ – espacement entre les éléments   |

**Tableau 1.1.** Synthèse sur les études expérimentales menées dans des microcanaux rugueux avec condition adiabatique imposée sur les parois.

### 1.3.1.2 Modélisations

La revue ci-dessus indique les difficultés rencontrées dans la recherche sur les effets de rugosité sur les écoulements dans les microcanaux. C'est pourquoi la simulation numérique peut constituer un moyen efficace pour analyser ces effets. La géométrie bien définie du modèle numérique élimine l'incertitude inhérente aux mesures. De plus, on peut facilement éliminer les phénomènes secondaires comme l'effet d'entrée ou la dissipation visqueuse. Plusieurs calculs numériques des écoulements en canal rugueux (tableau 1.2) ont été faits en modélisant les rugosités comme des éléments discrets placés de manière périodique sur une paroi plane.

Ainsi, des calculs numériques tridimensionnels ont été effectués par [Hu et al., 2003] pour les écoulements d'eau dans des microcanaux bidimensionnels avec des éléments rugueux parallélépipédiques périodiquement distribués sur une surface lisse. Ces calculs ont été faits dans des canaux dont la hauteur  $H$  s'est étendue de 5 à 50  $\mu m$  et avec un nombre de Reynolds dans la gamme 0.002 à 20. Les auteurs ont trouvé que  $Po$  augmente avec la hauteur relative de rugosité et que  $Po$  était indépendant de  $Re$ . Ils ont exprimé l'effet de rugosité à l'aide d'une hauteur réduite de canal et ont présenté la réduction relative de la hauteur du canal en fonction de la géométrie des rugosités.

[Croce et al., 2005] ont effectué des calculs du même type pour des éléments rugueux coniques placés sur la paroi lisse. Ils ont également trouvé une augmentation significative de  $Po$  avec la rugosité, qui s'est avérée presque indépendante de  $Re$ .

Plus récemment, [Bavière et al., 2006c] ont employé la modélisation numérique et une approche analytique pour étudier les effets de rugosité avec la même configuration géométrique que celle de [Hu et al., 2003]. Ils ont analysé la contribution des forces de traînée et des efforts visqueux dus aux éléments rugueux à la chute de pression dans un microcanal. Ils ont constaté que  $Po$  était indépendant de  $Re$  dans la gamme 1 – 200.

Plusieurs travaux numériques considèrent des éléments bidimensionnels de rugosité de forme et de taille différentes. [Wang et al., 2005], [Croce and D'Agaro, 2004] et [Croce and D'Agaro, 2005] ont effectué les simulations numériques de l'écoulement et calculé la chute de pression associée. Les résultats précisent la dépendance du nombre de Poiseuille avec la hauteur, l'espacement et la forme des rugosités. Le champ d'écoulement est caractérisé par une région de recirculation se développant derrière les éléments rugueux. Les résultats indiquent que  $Po$  augmente légèrement avec  $Re$ , particulièrement pour les valeurs les plus élevées de la hauteur de rugosité.

| Auteur                            | Géométrie du canal     | Géométrie des rugosités  | Reynolds   |
|-----------------------------------|------------------------|--|------------|
| Hu et al., 2003                   | canaux plan            | éléments tridimensionnels<br>parallélépipédiques<br>$k/D_h = 0 - 0.2$                                  | 0.002 – 20 |
| Croce et al., 2005                | canaux plan            | éléments tridimensionnels<br>coniques<br>$k/D_h = 0 - 0.0265$  | 100 – 1500 |
| Bavière et al., 2006b             | canaux plan            | éléments tridimensionnels<br>parallélépipédiques<br>$k/D_h = 0 - 0.15$                                 | 1 – 200    |
| Wang et al., 2006                 | canaux plan            | éléments bidimensionnels<br>en forme rectangulaire,<br>triangulaire et elliptique<br>$k/D_h = 0 - 0.1$ | 0 – 300    |
| Croce et D'Agaro,<br>2004 et 2005 | canaux plan<br>et tube | éléments bidimensionnels<br>en forme rectangulaire<br>et triangulaire<br>$k/D_h = 0 - 0.053$           | 100 – 1600 |

**Tableau 1.2.** Synthèse sur les études numériques menées dans des microcanaux rugueux avec condition adiabatique imposée sur les parois.

### 1.3.2 Transfert thermique

Si les résultats expérimentaux présentent une certaine dispersion pour le nombre de Poiseuille, le désaccord entre les résultats publiés est encore plus grand pour les transferts thermiques (tableau 1.3). Ainsi, selon les auteurs, la rugosité mène à l'augmentation ou à la diminution du nombre de Nusselt en écoulement laminaire dans les microcanaux. L'influence de la rugosité sur les variations de Nusselt avec  $Re$  n'est pas précisée. On peut remarquer également que l'influence des effets d'échelle sur les transferts thermiques en microcanaux lisses n'est pas encore clarifiée à ce jour. En ce qui concerne les variations de  $Nu$  avec  $Re$ , la revue récente de [Morini, 2004] distingue trois cas :

- i. le nombre de Nusselt augmente avec  $Re$
- ii. le nombre de Nusselt est prévu par la loi conventionnelle
- iii. le nombre de Nusselt diminue lorsque  $Re$  est augmenté

Cependant, certains articles classés par [Morini, 2004] dans ce dernier cas ne correspondent pas réellement à une diminution de Nusselt, comme par exemple [Gao et al., 2002] et [Peng and Peterson, 1996]. D'autres, comme [Qu et al., 2000a], présentent une légère diminution de  $Nu$ , mais cette dernière est inférieure aux incertitudes expérimentales.

Cette revue montre aussi que peu d'auteurs ont considéré les effets de rugosité sur les transferts thermiques dans les microcanaux. Nous présentons dans la suite les articles qui nous semblent les plus significatifs pour le transfert thermique dans les microcanaux.

### 1.3.2.1 Expériences

#### Augmentation de Nusselt avec Reynolds

Afin de rendre la figure 1.5 plus lisible, nous avons présenté seulement certaines études. Plus d'exemples avec un comportement semblable de  $Nu$  sont présentés, entre autres, dans les revues de [Sobhan and Garimella, 2001] et [Obot, 2002].

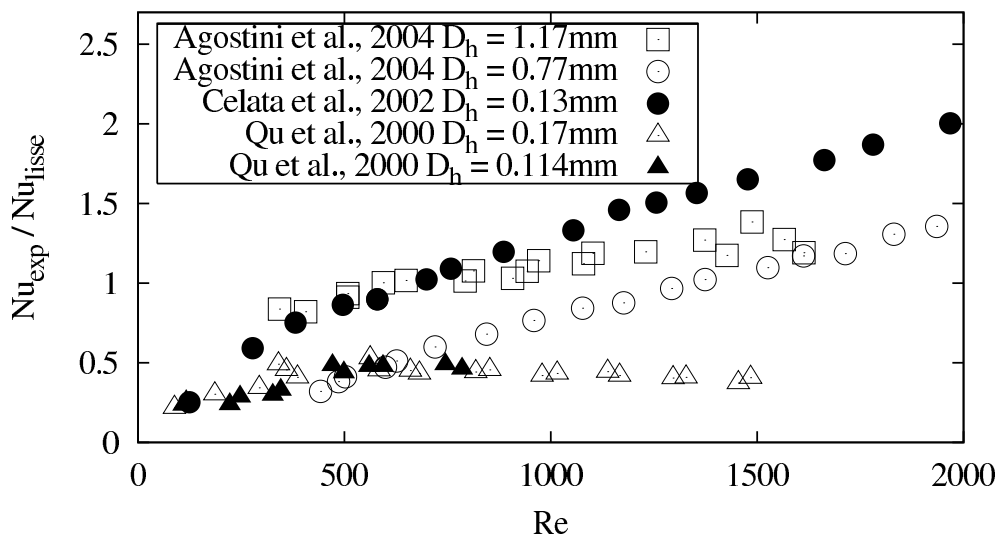


Figure 1.5.  $Nu$  en fonction de  $Re$  - résultats bibliographiques

[Qu et al., 2000a] ont effectué des mesures dans des canaux trapézoïdaux de diamètre hydraulique  $D_h$  compris entre 60 et 170  $\mu m$  et de longueur  $L_c = 3\text{ cm}$ . Un chauffage à flux de chaleur constant a été utilisé et la distribution linéaire de température du fluide a été supposée. Les résultats montrent que  $Nu$  est plus petit que la valeur prévue par la théorie conventionnelle. Les auteurs ont attribué la diminution de  $Nu$  à la rugosité. Ils n'ont pas comparé les résultats aux cas lisses correspondants. En s'appuyant sur leurs résultats et en attribuant la décroissance de  $Nu$  à l'influence de la rugosité, ils ont interprété cette diminution de  $Nu$  à l'aide de leur modèle de viscosité apparente.

[Agostini et al., 2004] ont réalisé des mesures dans des conduits à section rectangulaire avec un rapport hauteur/profondeur à peu près égal à 1. Les diamètres hydrauliques examinés ont été  $D_h = 0.77\text{ mm}$  et  $D_h = 1.17\text{ mm}$  donnant respectivement les rapports  $L_c/D_h = 900$  et  $590$ . Deux électrodes ont assuré une densité de flux de chaleur supposée constante. Les auteurs ont supposé une croissance linéaire de température du liquide le long de l'écoulement. Cependant, ils ont utilisé la différence logarithmique de température (équation 1.30) dans la définition de Nusselt global (équation 1.29) sans justification. Leurs résultats présentés sur

la figure 1.5 montrent la croissance de  $Nu$  avec  $Re$ . La croissance est plus prononcée pour  $D_h$  plus faible. Cela peut s'expliquer par le fait que la conduction axiale intervient.

[Celata et al., 2002] ont effectué des mesures dans des microtubes de diamètre  $D = 130 \mu m$ . Une condition de température de paroi constante, égale à  $100^\circ C$ , a été assurée par la condensation d'eau à la pression atmosphérique, le liquide réfrigérant étant R114. La longueur chauffée était égale à  $12 mm$ . En appliquant l'équation 1.25, on peut constater que pour  $Re = 200$ , la différence de température  $\Delta T = T_0 - T_{m_2}$  à la sortie du canal est à peu près  $3^\circ C$ . Lorsque la condition de température constante est appliquée, les mesures exigent une très haute précision à bas  $Re$  où la différence  $\Delta T$  approche zéro. La loi logarithmique (équation 1.30) est très sensible aux erreurs dans ces conditions. Cela peut contribuer aux larges incertitudes lorsque  $Re$  est faible. D'un autre côté, les auteurs n'ont pas indiqué la manière dont ils ont estimé la différence de température dans la définition de  $Nu$  global. Cependant, les résultats indiquent que la moyenne arithmétique  $\Delta T = T_0 - (T_{m_1} + T_{m_2})/2$  a été utilisée. La comparaison entre deux définitions de la différence de température, à savoir la différence arithmétique et la différence logarithmique, indique que l'utilisation de la différence arithmétique de température mène à la diminution de  $Nu$  lorsque  $Re$  est diminué, atteignant  $Nu_{exp}/Nu_{lisse} \approx 0.5$  pour  $Re = 200$  et  $\approx 0.25$  pour  $Re = 100$ . La croissance de  $Nu$  avec  $Re$  ( $>1000$ ) peut être attribuée à la longueur d'entrée considérable ( $2/3$  de longueur pour  $Re = 1000$ ).

[Harms et al., 1999] ont effectué des mesures dans des microcanaux rectangulaires de diamètre hydraulique  $D_h = 404 \mu m$ . Les auteurs ont constaté que le transfert thermique peut être prévu raisonnablement par la loi conventionnelle quoique les résultats montrent clairement que  $Nu$  augmente avec  $Re$ . Il est à noter que la section d'essai utilisée promeut grandement la conduction axiale.

### Nusselt prévu par la loi conventionnelle

[Lee et al., 2005] ont effectué des mesures dans les microcanaux rectangulaires de diamètre hydraulique  $D_h = 318 - 903 \mu m$ . Quatre cartouches électriques ont été montées pour chauffer un bloc en cuivre. La chaleur échangée par convection par le fluide a été calculée en s'appuyant sur le premier principe de la thermodynamique et la densité de flux de chaleur a été supposée constante sur la surface des canaux. La température de paroi a été mesurée au milieu du canal et la température du fluide a été moyennée entre la température à l'entrée et à la sortie. Les conditions d'écoulement ( $Re > 500$ ) correspondent dans ces expériences à des régimes thermiquement non établis. Des calculs numériques 3D ont été effectués simultanément avec des conditions aux limites correspondant à l'expérience. La



comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques montre que le modèle continu est applicable aux dimensions étudiées. Les auteurs n'ont pas trouvé que les échanges de chaleur conjugués influencent les mesures lorsque  $Re$  est supérieur à 500.

Les travaux successifs de [Gao et al., 2002], [Gamrat et al., 2005] et [Bavière et al., 2006b] montrent l'importance de l'interprétation précise des résultats. Le travail initial de [Gao et al., 2002], conduit dans des canaux rectangulaires de hauteur comprise entre  $1 - 0.1 \text{ mm}$ , a indiqué que la loi conventionnelle de l'hydrodynamique est applicable sans restriction sur la hauteur examinée, alors que pour le transfert thermique, la loi conventionnelle n'est applicable que pour les canaux de hauteur supérieure à  $0.4 \text{ mm}$ . Pour chaque canal étudié, plusieurs comportements de Nusselt peuvent être distingués. Il a été trouvé que  $Nu$  augmente avec  $Re$  soit pour des basses valeurs de  $Re$  et soit pour des valeurs élevées de  $Re$ . Entre ces deux extrémités, nous pouvons observer que  $Nu$  est indépendant de  $Re$ . La conduction axiale pourrait être l'explication possible du première comportement alors que les effets d'entrée ou la transition à la turbulence sont responsables de l'augmentation de  $Nu$  pour les valeurs élevées de  $Re$ . Pour l'ensemble des canaux, nous observons que  $Nu$  diminue avec la hauteur du canal. Aucune explication physique n'a pu être émise pour analyser ce résultat. Le travail de [Gao et al., 2002] a donc été repris dans la démarche numérique de [Gamrat et al., 2005] afin de vérifier les hypothèses utilisées dans l'interprétation des résultats expérimentaux. Les calculs numériques, basées sur les équations classiques du milieu continu, ont montré que la densité de flux de chaleur n'est pas uniforme à cause de la conduction dans le solide et qu'elle est environ 25% plus petite que celle qui a été supposée par [Gao et al., 2002]. Toutefois, cette diminution ne pouvait pas expliquer les diminutions de  $Nu$  observées. La distribution linéaire de température du fluide a été confirmée par les calculs numériques 3D menés avec  $Re$  compris entre 506 – 2076. Cependant, les calculs numériques ont indiqué que la température du solide est fortement surestimée par les mesures dans les canaux de plus petite hauteur ce qui, par conséquent, mène à la diminution de  $Nu$ . Plus récemment, [Bavière et al., 2006b] ont effectué des mesures de  $Nu$  dans une section d'essais améliorée par rapport à celle de [Gao et al., 2002]. Les cartouches chauffantes ont été installées transversalement à l'écoulement et isolés thermiquement les uns des autres grâce à des fentes remplies de résine époxyde ; ainsi les effets de transferts conjugués ont été réduits rendant le flux de chaleur plus homogène. De plus, l'étalonnage des mesures de température dans une expérience annexe avec une configuration proche de celle des microcanaux a permis une évaluation améliorée de la température de paroi. Avec les précautions prises, les résultats trouvés ont montré que la loi conventionnelle est applicable au transfert thermique dans les microcanaux jusque  $D_h = 200 \mu\text{m}$ .

### Influence de la rugosité sur les transferts thermiques

[Wu and Cheng, 2003] ont effectué des mesures dans des microcanaux trapézoïdaux de diamètre hydraulique  $D_h$  compris entre 83 et 160  $\mu m$  et de longueur  $L_c = 3 cm$ . Rapportée au diamètre hydraulique ( $L_c/D_h$ ) la longueur était vraisemblablement grande pour pouvoir négliger la longueur d'entrée. Une densité de flux de chaleur constante a été supposée sur la paroi en silicium et les auteurs ont supposé une croissance linéaire de la température du fluide. Deux canaux rugueux ( $k/D_h = 5.9 \times 10^{-3}$  et  $1.1 \times 10^{-2}$ ) ont été étudiés ainsi que deux canaux lisses ayant les mêmes dimensions. Les deux échantillons rugueux ont révélé que  $Nu$  augmentait en présence de la rugosité lorsque l'on compare les résultats avec les résultats des canaux lisses. Les auteurs ont trouvé que  $Nu$  augmente avec  $Re$  particulièrement pour les valeurs basses de  $Re$  (voir la figure 1.6). Les variations de  $Nu$  indiquent que le nombre de Nusselt global est probablement influencé par la conduction axiale.

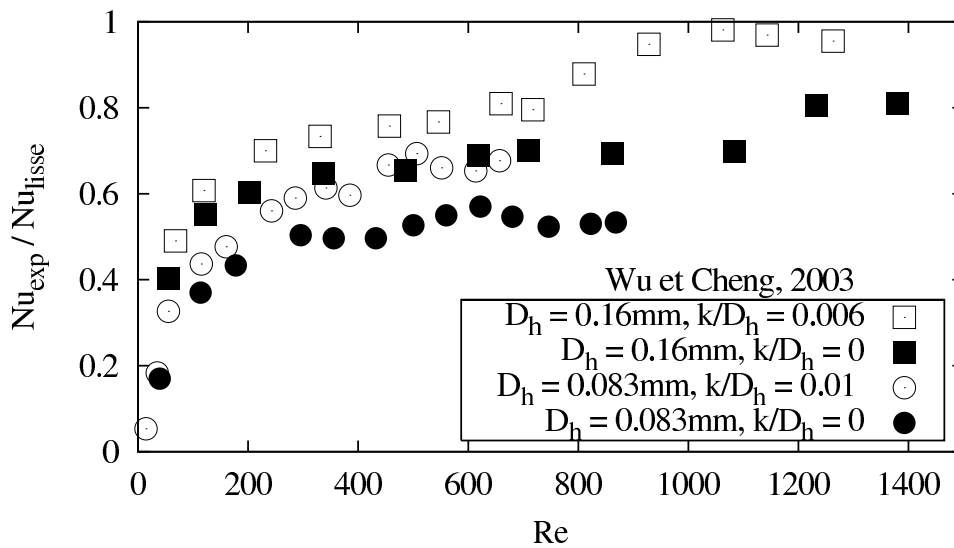
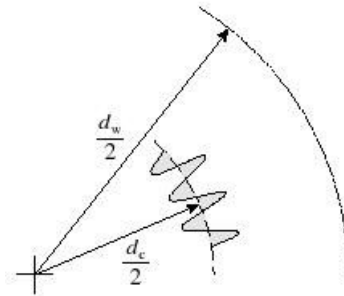


Figure 1.6.  $Nu$  en fonction de  $Re$  - résultats de [Wu and Cheng, 2003]

[Kandlikar et al., 2003] ont examiné des tubes de faible écart moyen arithmétique du profil  $R_a$  donnant la rugosité relative  $R_a/D_h$  : (0.0018 – 0.0028) pour les tubes de diamètre  $D_h = 1.067 mm$  et (0.0016 – 0.0036) pour les tubes de diamètre  $D_h = 0.62 mm$ . Les résultats ont montré qu'il n'y a pas d'influence de la rugosité pour les tubes de diamètre 1.067  $mm$  alors que la rugosité contribue à l'augmentation de Nusselt pour les tubes de diamètre 0.62  $mm$ .

[Grohmann, 2005] a effectué les mesures dans des microtubes de 250 et 500  $\mu\text{m}$  de diamètre avec une hauteur moyenne arithmétique du profil  $R_a$  égale à 9 et 7  $\mu\text{m}$  respectivement. Les résultats montrent que le nombre de Nusselt pour l'écoulement pleinement développé correspond à la valeur prévue par la loi conventionnelle tandis que pour l'écoulement en développement,  $Nu$  expérimental est supérieur à la prédiction. L'auteur a attribué cela à la rugosité. Il a indiqué que dans un tube de diamètre  $d_c$  la rugosité contribue à l'augmentation du périmètre mouillé. Il a introduit un tube lisse de diamètre effectif  $d_w$  qui donne le périmètre mouillé correspondant à celui d'un tube rugueux (voir la figure 1.7). Il a constaté que le diamètre  $d_c$  détermine le flux de masse tandis que le diamètre effectif  $d_w$  devrait être utilisé dans la définition de  $Nu$  et  $Re$ . La condition nécessaire pour l'introduction de ce modèle est l'hypothèse que la densité de flux de chaleur et le frottement sont constants sur toute la surface mouillée. Pourtant, pour un écoulement laminaire il n'est pas certain que la densité de flux de chaleur et le frottement soient constants le long d'une rugosité dans la direction radiale. Une difficulté émerge aussi lorsque l'on veut implémenter ce modèle pour une forme différente du conduit (par exemple pour un canal rectangulaire).



**Figure 1.7.** Détermination de diamètre effective  $d_w$ .

[Bavière, 2005] a également examiné l'effet de rugosité sur le transfert de chaleur dans des microcanaux rectangulaires de grande envergure. Les parois du canal en laiton des blocs chauffants ont été texturées localement par voie électrochimique. La rugosité relative  $k/D_h$  obtenue variait entre 0.005 – 0.025 avec la hauteur du canal comprise entre 500 et 100  $\mu\text{m}$ . Les détails sur la rugosité seront présentés au cours du chapitre 2. D'après les résultats, il apparaît que l'influence de la rugosité sur le transfert thermique est moindre comparée aux augmentations du frottement apparent. Cela est en accord avec les définitions présentées (équations 1.16 et 1.20).

| Auteur                 | Géométrie du canal   | État de surface   | Résultats  | Remarques  |
|------------------------|--|---|--|--|
| Qu et al., 2000        | microcanaux trapézoïdaux<br>$D_h = 114$ et $168 \mu m$         | $k/D_h = 0.012 - 0.017$   | $Nu_{exp}/Nu_{lisse} \simeq 0.5$<br>$Re = 100 - 1500$  | $k$ – non spécifié   |
| Agostini et al., 2004  | microcanaux rectangulaires<br>$D_h = 770$ et $1170 \mu m$      | surface lisse   | $Nu_{exp}/Nu_{lisse}$ jusqu'à 1.4<br>$Nu_{exp}$ augmente avec $Re$   | conduction axiale considérable   |
| Celata et al., 2002    | microtubes<br>$D_h = 130 \mu m$                                | surface lisse   | $Nu_{exp}/Nu_{lisse}$ jusqu'à 2<br>$Nu_{exp}$ augmente avec $Re$   | détermination de température du fluide non spécifiée                             |
| Harms et al., 1999     | microcanaux rectangulaires<br>$D_h = 404 \mu m$                | $k/D_h = 0.02$  | $Nu_{exp}$ augmente avec $Re$  | $k$ – non spécifié   |
| Lee et al., 2005       | microcanaux rectangulaires<br>$D_h = 318 - 903 \mu m$          | surface lisse   | $Nu_{exp}/Nu_{th} \simeq 1$<br>$Re = 500 - 1100$   |  |
| Gao et al., 2002       | mini et microcanaux rectangulaires<br>$D_h = 200 - 2000 \mu m$ | surface lisse   | $Nu_{exp} < Nu_{th}$ pour $D_h \leq 600 \mu m$   |  |
| Bavière et al., 2006a  | mini et microcanaux rectangulaires<br>$D_h = 200 - 2000 \mu m$ | surface lisse   | $Nu_{exp}/Nu_{th} \simeq 1$  |  |
| Wu et Cheng, 2003      | microcanaux trapézoïdaux<br>$D_h = 83 - 160 \mu m$             | $k/D_h = 0.006$ et $0.011$  | rugosité augmente le nombre de $Nu$  | $k$ – non spécifié, conduction axiale considérable                               |
| Kandlikar et al., 2003 | minitubes<br>$D_h = 620$ et $1067 \mu m$                       | $D_h = 1067 \mu m$<br>$R_a/D_h = 0.0018 - 0.0028$<br>$D_h = 620 \mu m$<br>$R_a/D_h = 0.0016 - 0.0036$ | pour $D_h = 620 \mu m$ rugosité augmente le nombre de $Nu$   | écoulement thermique en développement  |
| Grohmann, 2005         | microtubes<br>$D_h = 250$ et $500 \mu m$                       | $R_a/D_h = 0.036$ et $0.014$  | écoulement développé<br>$Nu_{exp}/Nu_{th} \simeq 1$<br>écoulement en développement<br>$Nu_{exp}/Nu_{th} > 1$ |  |
| Bavière, 2005          | microcanaux rectangulaires<br>$D_h = 200 - 1000 \mu m$         | $k/D_h = 0.005 - 0.025$   | $Nu_{exp}/Nu_{lisse} = 1.17 - 1.6$<br>$\frac{L}{D_h Re Pr} = 0.02$   | $k$ – taille des grains de $S_iC$ (utilisés pendant revêtement de surface lisse) |

**Tableau 1.3.** Synthèse sur les études expérimentales menées dans des microcanaux rugueux avec transferts thermiques.

### 1.3.2.2 Modélisations

[Croce and D’Agaro, 2004] et [Croce and D’Agaro, 2005] ont effectué des calculs numériques dans des canaux 2D aussi bien que dans des canaux de forme cylindrique. La rugosité en forme de nervure 2D était dans la gamme  $k/D_h = 0.005 - 0.053$ . Ils ont trouvé que  $Nu$  augmente avec la hauteur de rugosité pour les canaux 2D alors qu’il diminue pour les canaux de forme cylindrique. Les auteurs ont expliqué cela par le fait que l’augmentation de  $Nu$  sur les rugosités ne compensent pas la diminution de  $Nu$  dans les creux. Les résultats indiquent que les variations de  $Nu$  avec  $Re$  sont négligeables pour la plupart des cas sauf pour la rugosité la plus grande.

[Croce et al., 2005] ont réalisé les calculs numériques dans les canaux 2D dont la rugosité a été modélisée par des cônes distribués périodiquement sur la paroi lisse du canal. Les éléments en forme de cône introduisent une obstruction moindre pour l’écoulement et par conséquent, génèrent une augmentation du  $Nu$  moins importante que les nervures 2D. Comme pour le cas précédent, la variation de  $Nu$  avec  $Re$  est négligeable. Les résultats indiquent que la croissance de  $Nu$  avec la hauteur des rugosités est moins importante que celle de  $Po$  parce que la présence des rugosités diminue la convection dans la région rugueuse.

Les auteurs des articles ci-dessus ont examiné plusieurs paramètres géométriques de la rugosité tels que la hauteur et la taille de cette dernière, la forme des éléments et leur distribution. Pourtant l’influence des paramètres géométriques sur l’écoulement et le transfert thermique n’a pas été décrite par une relation fonctionnelle entre les paramètres géométriques et la résistance à l’écoulement ou le coefficient d’échange thermique.

| Auteur                         | Géométrie du canal  | Géométrie des rugosités  | Reynolds   |
|--------------------------------|---------------------|--|------------|
| Croce et D’Agaro, 2004 et 2005 | canaux plan et tube | éléments bidimensionnels de forme rectangulaire ou triangulaire<br>$k/D_h = 0 - 0.053$ | 100 – 1600 |
| Croce et al., 2005             | canaux plan         | éléments tridimensionnels coniques<br>$k/D_h = 0 - 0.0265$                             | 100 – 1500 |

**Tableau 1.4.** Synthèse sur les études numériques menées dans les microcanaux rugueux avec transferts thermiques.

## 1.4 Démarche générale

La revue ci-dessus prouve que les effets de rugosité sur des écoulements dans des microcanaux ne sont actuellement pas bien caractérisés. Il y a peu d'études expérimentales où la rugosité est bien décrite. Les effets de rugosité peuvent être obscurcis par des incertitudes très grandes dans les mesures et les autres effets présents dans les microcanaux. Quelques questions demeurent ouvertes, comme de savoir si le nombre de Poiseuille ou le nombre de Nusselt évoluent avec le nombre de Reynolds. Le travail présent se focalise sur l'écoulement laminaire pleinement développé à travers les microcanaux rugueux. Il combine des approches numériques et expérimentales afin de clarifier les effets de rugosité. Une section d'essai avec une distribution périodique et tridimensionnelle des éléments rugueux a été construite et étudiée dans des conditions adiabatiques (chapitre 2). La même géométrie a été considérée dans les calculs numériques tridimensionnels de l'écoulement et du transfert thermique (chapitre 3). En s'appuyant sur les résultats des calculs 3D, le modèle de couche rugueuse a été établi (chapitre 4). Les études de [Taylor et al., 1985] et [Taylor et al., 1989] ont servi comme base de ce modèle. Nous avons effectué des calculs bidimensionnels concernant les interactions fluide-rugosité (chapitre 5). Les résultats de ces calculs sont utilisés dans le modèle dont les résultats sont montrés dans le chapitre 6.

À notre connaissance, c'est la première fois qu'une surface rugueuse si bien définie a été employée dans une approche expérimentale en microcanaux et comparée à un modèle numérique.



# Chapitre 2

## Résultats expérimentaux

L'objectif de ce travail de thèse est d'étudier les effets des rugosités sur les écoulements et les transferts thermiques. Cette approche est menée principalement par voie numérique mais elle s'appuie sur des résultats expérimentaux. Ces derniers ont été obtenus à l'aide des dispositifs utilisés par R. Bavière au cours de sa thèse au sein de l'équipe TCM du LEGI [Bavière, 2005].

Ce chapitre présente donc de façon synthétique les sections d'essais ainsi que les principaux résultats expérimentaux obtenus qui serviront à valider les modèles développés dans cette thèse.

### 2.1 Rugosité contrôlée

#### Section d'essai

Les techniques de microfabrication du silicium ont été employées pour produire deux microcanaux avec rugosité contrôlée. La technique utilisée, décrite en détail par [Bavière, 2005], repose sur la gravure des éléments rugueux en silicium dans un bâti d'attaque ionique réactive profonde (étape réalisée au CIME à Grenoble). Comme on peut le voir sur la figure 2.1, les sections d'essai se composent d'un côté en silicium et d'un côté en pyrex, scellés anodiquement, formant des microcanaux semi-rugueux. Les rugosités de hauteur  $k$  ont été gravées du côté silicium. La forme carrée et la configuration en quinconce des rugosités ont été déterminées par le masque (voir la figure 2.2) sur lequel était imprimé le motif à reproduire. Le même motif de rugosité a été gravé pour les deux microcanaux à deux profondeurs différentes de gravure  $k$  (8.6 et 10.6  $\mu m$ ). La gravure a ainsi donné naissance à des éléments parallélépipédiques de côté  $d$  ( $= 8 \mu m$ ) séparés par une longueur  $L$  ( $= 16 \mu m$ ). La hauteur  $H$  des microcanaux a été obtenue en gravant chimiquement une plaque de pyrex à la profondeur  $H - k$ . Deux trous cylindriques ont été percés dans la plaque de pyrex pour les raccords hydrauliques. Les deux microcanaux étudiés avaient une largeur de 3.5 mm et une longueur de 50 mm. La hauteur de rugosité donne la rugosité relative  $k^* = k/0.5H$  égale à 0.14 ( $=10.6/0.5/153.6$ ) et 0.16 ( $=8.6/0.5/107$ ) pour la hauteur  $H$  des microcanaux respectivement égale à 153.6  $\mu m$  et 107  $\mu m$ .



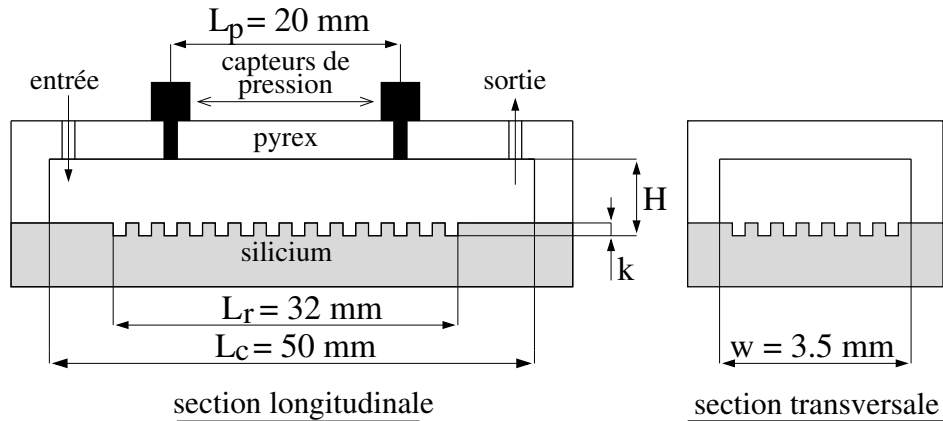


Figure 2.1. Section d'essais. Microcanal avec la rugosité de forme contrôlée.

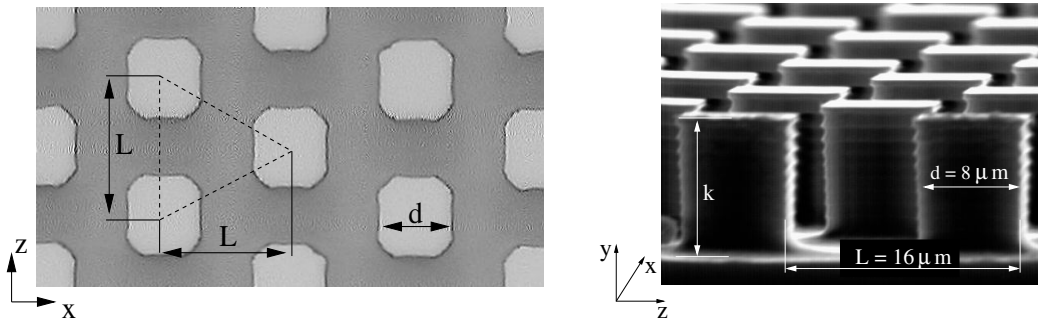


Figure 2.2. A gauche, vue du dessus du masque. A droite, Vue micro-graphique des rugosités.

## Boucle hydraulique

Les deux microcanaux ont été étudiés avec de l'eau déminéralisée dans une boucle hydraulique fermée (voir la figure 2.3), qui inclut une pompe (Movichrom N CN 3/12, 10 bars,  $20 l.min^{-1}$ ), un filtre de particules avec un diamètre de pore de  $1 \mu m$ , trois débitmètres (Kobold PEL L45, Kobold PEL LO1 et Bronkhorst LFM L2, gammes  $6 l.min^{-1}$ ,  $0.2 l.min^{-1}$  et  $0.017 l.min^{-1}$ ), deux capteurs de pression (MBS 3000, 16 bars) et deux thermocouples de type K pour la détermination de la température d'entrée et de sortie. Les détails sur l'installation peuvent être trouvés dans la thèse de [Bavière, 2005] et dans l'article de [Gao et al., 2002]. La chute de pression a été mesurée en utilisant deux capteurs de pression placés du côté lisse d'un microcanal (paroi en Pyrex). Le capteur de pression en amont a été situé à  $15 mm$  de l'entrée. Afin de s'assurer que l'écoulement était pleinement développé dès le premier capteur.

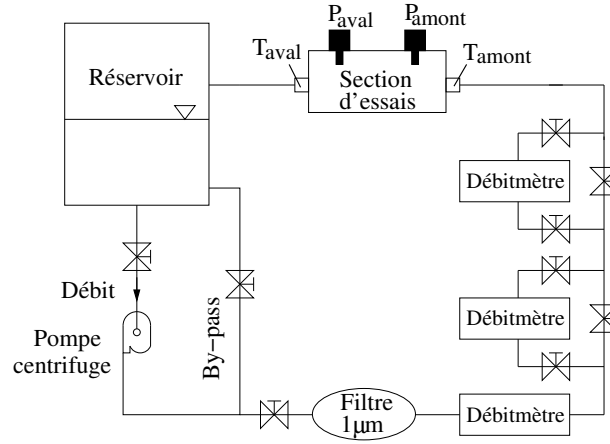


Figure 2.3. Boucle hydraulique.

### Incertitudes expérimentales

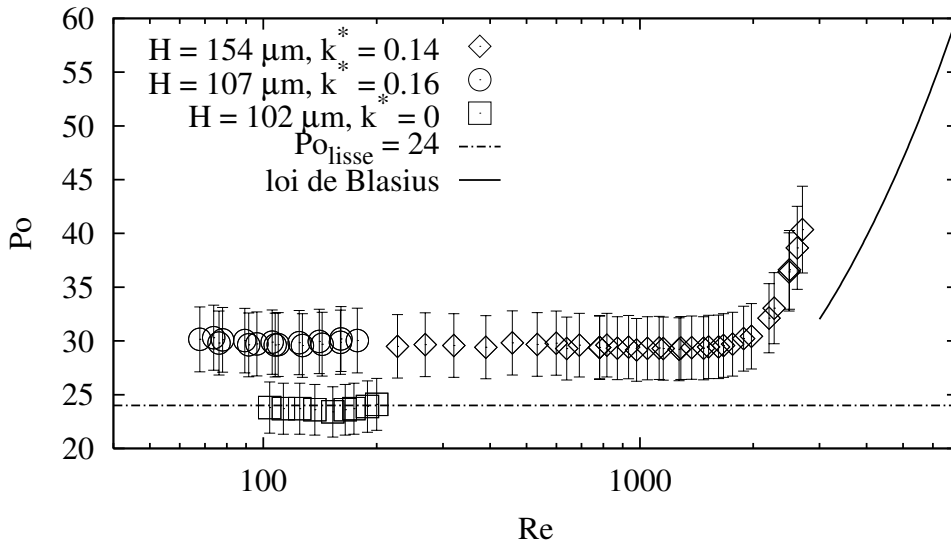
Expérimentalement la détermination du nombre de Poiseuille ( $Po = \frac{1}{\mu} \frac{\Delta p}{L_p} \frac{2H^3 w}{Q_v}$  où  $Q_v$  est le débit volumique d'écoulement), s'appuie sur les mesures de la chute de pression et le débit volumique de l'écoulement. Les incertitudes sur la mesure de  $Po$  sont égalées à la somme des incertitudes des toutes les grandeurs inclus dans la définition de  $Po$  :

$$\left| \frac{dPo}{Po} \right| = 3 \left| \frac{dH}{H} \right| + \left| \frac{dw}{w} \right| + \left| \frac{dL_p}{L_p} \right| + \left| \frac{d\Delta p}{\Delta p} \right| + \left| \frac{dQ_v}{Q_v} \right| + \left| \frac{d\mu}{\mu} \right| \quad (2.1)$$

La hauteur a été mesurée avec une précision de  $0,1\mu m$  alors la contribution de cette grandeur est égal environ à 0.3%. Les incertitudes sur la longueur  $L_p$  et sur l'envergure  $w$  sont faibles ( $\sim 1\%$ ) dues aux valeurs importantes de ces dimensions. Les incertitudes sur la chute de pression et le débit volumique ont été estimées respectivement à 4% et 2% en considérant une précision de  $\pm 5mbar$  pour les capteurs de pression et une incertitude de  $\pm 0.17ml/min$  sur le débit volumique. La viscosité dynamique varie beaucoup avec la température. En considérant une erreur de  $1K$  sur l'estimation de température du fluide le coefficient de dérive en température  $\alpha(20^\circ C) = \frac{1}{\mu} \frac{d\mu}{dT} = -0.02K^{-1}$  mène à une incertitude de 2% sur la viscosité dynamique. Ainsi les incertitudes sur le nombre de Poiseuille sont égales à environ 10%.

### Résultats

Les expériences ont été également effectuées avec un microcanal aux parois lisses, fabriqué avec la même méthode que les microcanaux semi-rugueux sauf que le substrat en silicium n'a pas été gravé. L'écoulement dans les microcanaux est caractérisé par la vitesse débitante  $u_b (= Q_v/Hw)$ , le nombre de Reynolds  $Re (= \frac{u_b 2H}{\nu})$  et le nombre de Poiseuille  $Po (= -\frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx} \frac{2H^2}{u_b})$ .



**Figure 2.4.** Nombre de Poiseuille pour les microcanaux semi-rugueux et lisse.

Les résultats, présentés sur la figure 2.4, montrent que :

- i.  $Po$  est indépendant de  $Re$  en régime laminaire ( $Re \lesssim 2000$ ) pour les microcanaux semi-rugueux et le canal lisse
- ii. Pour le microcanal lisse,  $Po$  est en bon accord avec la loi théorique de l'écoulement développé entre plaques parallèles ( $Po_{\text{lisse}} = 24$ ). Ceci confirme que les écoulements d'eau déminéralisé ne sont pas altérés par les effets de micro-échelle, comme cela a déjà été présenté par [Gao et al., 2002] et [Bavière et al., 2006a] pour les dimensions de microcanal de l'ordre de  $100 \mu\text{m}$ . Ce résultat a aussi été confirmé par d'autres auteurs comme [Judy et al., 2002] et [Kohl et al., 2005]
- iii. Les résultats obtenus pour les microcanaux semi-rugueux se rassemblent sur une courbe unique. Les pertes de pression sont augmentées significativement (environ 20%) pour la rugosité relative d'environ 0.15
- iv. La chute de pression augmente brusquement lorsque  $Re$  dépasse 2000 indiquant la transition à la turbulence. L'augmentation de  $Po$  est plus rapide que celle qui est donnée par la loi de Blasius.

## 2.2 Rugosité dispersée

### section d'essais

D'autres expériences ont été effectuées par [Bavière, 2005] dans les microcanaux rectangulaires obtenus par la technologie d'usinage classique. Les surfaces actives (mouillées) d'un canal (longueur  $L_c = 82 \text{ mm}$ , largeur  $w = 25 \text{ mm}$ ) consistent en deux blocs en laiton, séparés par une cale d'épaisseur  $100 \div 1000 \mu\text{m}$ , qui fixe la hauteur du canal. La cale est évidée dans la partie centrale de la largeur  $w$  égale à  $25 \text{ mm}$  (la figure 2.5). Les deux blocs sont arrondis à l'amont afin de former une entrée convergente de canal. La boucle hydraulique est celle qui a été décrite dans la section précédente sauf que pour les chutes de pression plus faibles, un capteur inductif de pression différentiel (Hottinger Baldwin Messtechnik GMBH) a été utilisé.

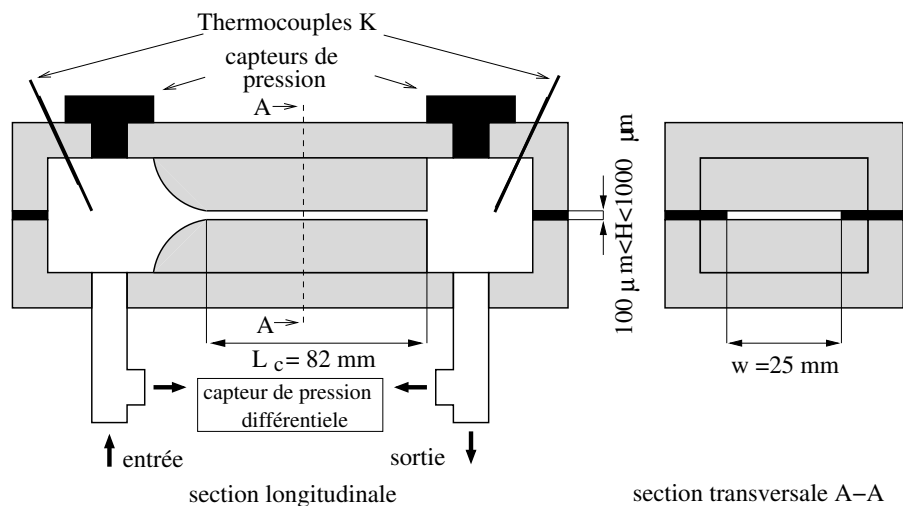
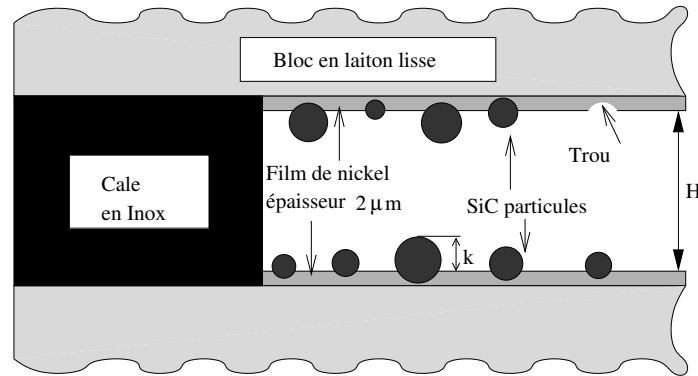


Figure 2.5. Section d'essais. Microcanaux avec la rugosité dispersée.

### Texturation des parois

Après une première série de mesures faites avec des parois lisses, les sections d'essais ont été texturées localement pour obtenir des microcanaux à parois rugueuses. La texturation des parois a été obtenue par un dépôt électrochimique d'une couche de Nickel d'épaisseur  $2 \mu\text{m}$  ( $+ / - 0.5 \mu\text{m}$ ) avec des particules de SiC (de taille  $5$  à  $7 \mu\text{m}$ ) sur les surfaces actives du canal. Ce procédé permet de former des films composites à particules émergentes (voir la figure 2.6). De plus amples détails sur la texturation des parois sont décrits par [Bavière, 2005].



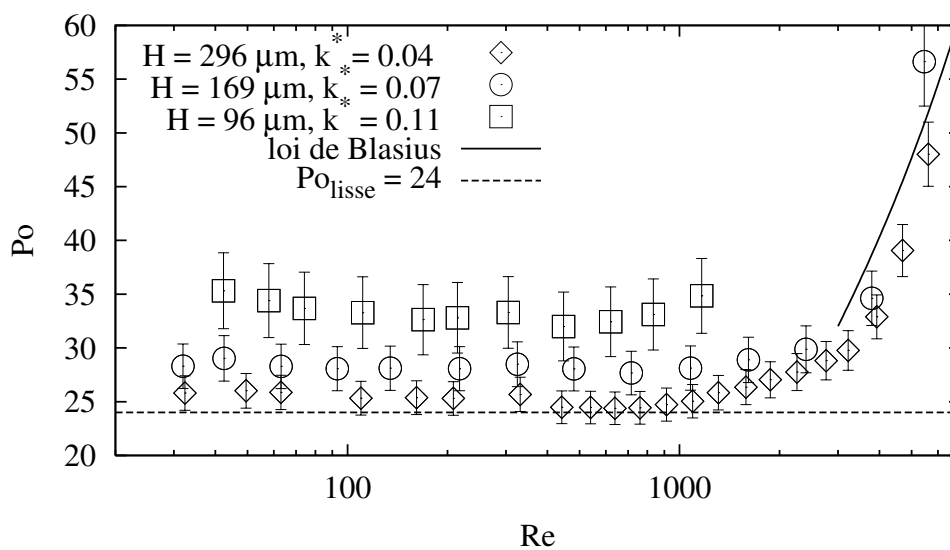
**Figure 2.6.** Coupe transversale d'un microcanal avec la rugosité dispersée.

Pour le cas lisse, l'épaisseur de la cale a donné directement la hauteur  $H$  de canal. Pour le cas rugueux, la valeur  $H$  a été déduite de l'épaisseur de la cale en soustrayant l'épaisseur totale des couches de Ni. Ceci exige une analyse topologique approfondie des parois.

Les surfaces rugueuses ont été soigneusement analysées. Dans une première étape, des photos numériques des surfaces rugueuses ont été prises par un microscope. Les photos ont indiqué des tâches noires représentant les particules, sur un fond clair correspondant à la couche de nickel. L'extension planaire des tâches noires était typiquement de 5 à 10  $\mu\text{m}$ . Le rapport de la surface occupée par les pixels noirs sur la surface totale était environ de 37%. Ces travaux ont été complétés par des mesures bidimensionnelles au profilomètre optique. Les mesures de topographie ont été faites après la série de mesures hydrodynamiques dans plusieurs endroits différents de la section d'essai. Les films rugueux se sont avérés transversalement uniformes. L'épaisseur de la couche de nickel s'est révélée en bon accord avec celle qui a été déduite des caractéristiques (durée et intensité du courant) du dépôt électrochimique. La hauteur maximale entre la couche de nickel et le sommet d'une particule (le paramètre  $k$  sur la figure 2.6) a été mesurée légèrement supérieure à 5  $\mu\text{m}$ . Trois cales d'épaisseur 300, 200 et 100  $\mu\text{m}$  ont été utilisées pour les mesures donnant des microcanaux de hauteurs  $H$  respectives 296, 196 et 96  $\mu\text{m}$ . La rugosité relative  $k^* = k/0.5H$  était comprise entre 0.04 à 0.11.

## Résultats

Les mesures (figure 2.7) confirment les résultats trouvés avec les microcanaux texturés périodiquement, à savoir que  $Po$  est indépendant de  $Re$  jusqu'à une valeur de transition d'environ 2000 et que  $Po$  augmente significativement avec la hauteur relative de rugosité. Les détails sur les incertitudes de ces résultats peuvent être trouvés dans [Bavière, 2005].



**Figure 2.7.** Nombre de Poiseuille pour les microcanaux avec la rugosité dispersée.

Une série de mesures pour les échanges convectifs entre l'écoulement et les parois rugueuses a été également effectué par [Bavière, 2005]. Nous ne présentons pas ces résultats car ils présentaient de trop grandes incertitudes de mesure.



# Chapitre 3

## Modélisation numérique tridimensionnelle

### 3.1 Préambule

L'approche numérique peut être très utile afin d'étudier les phénomènes physiques qui ont lieu dans les écoulements en microcanaux. En ajustant les conditions aux limites appropriées, on peut facilement séparer la contribution à l'écoulement et aux échanges thermiques des facteurs d'influence comme par exemple : les dimensions géométriques, les pertes à l'entrée et à la sortie, la compressibilité, la variation des propriétés physiques et le couplage de transfert thermique convection/conduction. Cependant, les parois rugueuses constituent un défi pour les calculs numériques parce qu'elles sont difficiles à discrétiser et nécessitent un maillage très dense. Cela explique pourquoi les chercheurs approchent la rugosité par des configurations périodiques présumant que ces configurations représentent les mécanismes physiques et les caractéristiques essentiels de l'écoulement. Les configurations périodiques permettent évidemment de faire des économies par réduction des domaines de calcul et par suite du temps de calcul.

Quelques articles parus récemment [Croce and D'Agaro, 2004], [Wang et al., 2005] et [Valdés et al., 2006] concernent les écoulements laminaires en canal 2D rugueux. Dans ces approches, les rugosités sont représentées par des nervures bidimensionnelles de différentes formes, distribuées sur une paroi lisse. Les résultats indiquent que le nombre de Poiseuille dépend de la hauteur, de la forme et de l'espacement des rugosités. L'écoulement est caractérisé par une région de recirculation qui se développe derrière les nervures. Les résultats de [Croce and D'Agaro, 2004] montrent que l'augmentation de  $Po$  avec  $Re$  est négligeable, spécialement pour les rugosités petites ( $k/0.5H \leq 0.1$ ). Ces modélisations bidimensionnelles correspondent à des tubes corrugués plutôt qu'à des canaux



rugueux. Par ailleurs, des modélisations ont été effectuées pour des rugosités tridimensionnelles, qui présentent l'avantage pratique d'offrir une résistance à l'écoulement inférieure à celle des rugosités bidimensionnelles. Dans ces cas, le fluide peut facilement circuler autour d'un élément rugueux (voir figure 3.5) donnant un effet de résistance relativement faible. [Hu et al., 2003] puis [Croce et al., 2005] ont effectué des simulations numériques 3D afin d'examiner l'influence des rugosités sur l'écoulement. Les rugosités ont été représentées par des éléments en forme de parallélépipède et de cône, respectivement pour les deux études. Les auteurs ont déterminé l'influence des paramètres géométriques sur l'augmentation de  $Po$ . Ils ont trouvé que  $Po$  est indépendant de  $Re$  jusqu'à  $Re = 20$  et augmente très faiblement pour les valeurs de  $Re$  jusqu'à  $Re = 1500$ . [Croce and D'Agaro, 2004] et [Croce et al., 2005] ont élargi les calculs aux transferts de chaleur. De manière analogue à l'augmentation de  $Po$ , ils ont présenté l'augmentation de  $Nu$  due aux rugosités.

## 3.2 Modèle numérique

L'étude menée dans ce travail, consacrée à l'analyse numérique, a pour objectif d'explorer l'influence de la rugosité des surfaces sur l'écoulement produit par différence de pression dans les microcanaux rectangulaires.

Les propriétés du fluide et du solide correspondent à l'eau et au laiton respectivement et sont données dans le tableau 3.1. Le laiton a été choisi parce que c'est un métal de forte conductivité thermique (application aux substrats de silicium). On a supposé que le fluide est incompressible et que les propriétés des matériaux ne changent ni avec la température ni avec la pression. L'écoulement a été considéré comme laminaire avec le nombre de Reynolds compris dans la gamme  $0.1 < Re < 200$ .

| propriétés physiques                           | fluide | solide |
|--|--------|--------|
| densité $\rho [kg.m^{-3}]$                     | 1000   | 8400   |
| chaleur spécifique $c_p [J.kg^{-1}.K^{-1}]$    | 4182   | 376.5  |
| conductivité $k [W.m^{-1}.K^{-1}]$             | 0.6    | 117    |
| viscosité moléculaire $\mu [kg.s^{-1}.m^{-1}]$ | 0.001  | —      |

**Tableau 3.1.** Propriétés des matériaux.

### 3.2.1 Équations

En supposant l'écoulement laminaire et stationnaire, les équations de base forment le système suivant:

équation de continuité

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (3.1)$$

équation de conservation de quantité de mouvement

$$\rho(\vec{u} \cdot \nabla \vec{u}) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{u} \quad (3.2)$$

Une simplification supplémentaire consiste à négliger la dissipation visqueuse ; ainsi l'équation de la chaleur pour la phase liquide est donnée comme suit :

$$\rho c_p (\vec{u} \cdot \nabla T) = k_f \nabla^2 T \quad (3.3)$$

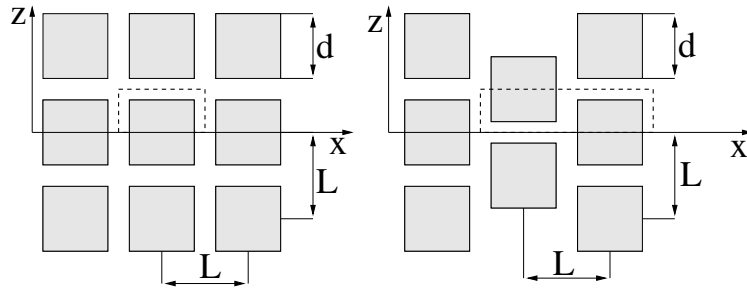
et pour la phase solide :

$$\nabla^2 T = 0 \quad (3.4)$$

### 3.2.2 Modèle géométrique de rugosité et conditions aux limites

#### Paramètres géométriques

Comme dans le modèle physique présenté au chapitre 2, les rugosités considérées sont des parallélépipèdes distribués périodiquement sur une paroi lisse. La figure 3.1 montre deux configurations planaires de rugosités, à savoir le réseau aligné et le réseau en quinconce. Ces configurations sont caractérisées par la taille  $d$  des éléments solides et par le même écartement  $L$  dans les directions longitudinale  $x$  et transversale  $z$ . En supposant que la longueur et la largeur de canal sont très grandes devant la taille des rugosités et leur espacement, on peut considérer que le domaine de calcul (figure 3.1, lignes en pointillés) couvre une longueur d'onde  $\lambda$  ( $\lambda = L$  et  $2L$  pour les réseaux aligné et en quinconce respectivement) dans la direction principale ( $x$ ) de l'écoulement et un demi-écartement ( $L/2$ ) dans la direction  $z$ . Ainsi, la figure 3.2 représente une rugosité de hauteur  $k$  posée sur une paroi plane repérée par  $y = 0$ .

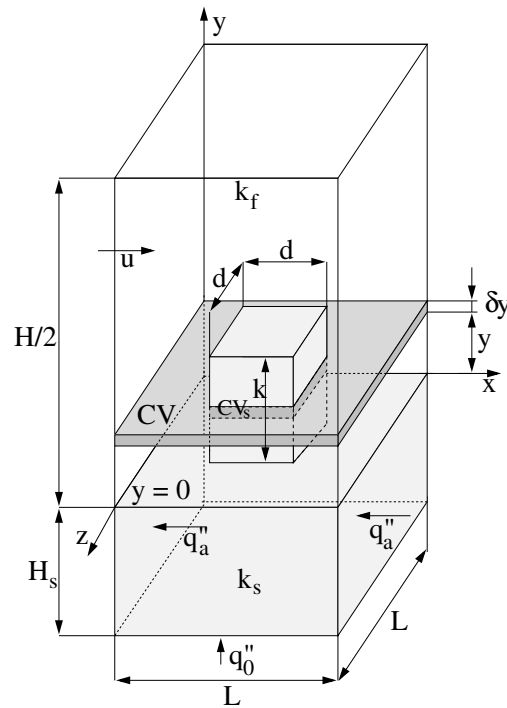


**Figure 3.1.** Disposition planaire des rugosités en réseau aligné ou en quinconce

Par symétrie, on peut limiter le domaine de calcul à une demi-hauteur de canal ( $H/2$ ) dans la direction  $y$  normale à la paroi, comme le présente la figure 3.2 dans le cas de la configuration alignée. Pour la géométrie déterminée ainsi, on peut définir la porosité de la couche rugueuse ( $y \leq k$ ). Cette porosité est définie comme la surface offerte à l'écoulement ( $L^2 - d^2$ ) rapportée à la surface totale d'une période ( $L^2$ ), ainsi elle est écrite :

$$\varepsilon = 1 - \frac{d^2}{L^2} \quad (3.5)$$

Pour la géométrie présentée sur la figure 3.2, la porosité est discontinue à l'interface couche rugueuse/écoulement libre, passant d'une valeur constante dans la couche rugueuse à 1 en dehors.



**Figure 3.2.** Domaine de calcul (demi-canal, réseau aligné).

Quatre paramètres géométriques caractérisent le problème étudié : trois paramètres pour les rugosités et la hauteur du canal. On peut choisir : la surface totale d'une maille  $L^2$ , la surface offerte à l'écoulement  $L^2 - d^2$ , la hauteur des rugosités  $k$  et bien évidemment la hauteur du canal  $H$ . Ces paramètres dépendent d'une seule dimension (dimension de longueur  $m$ ) ; alors selon la théorie de Buckingham, nous pouvons les remplacer par trois paramètres adimensionnels. Deux paramètres sont déjà apparus, à savoir la hauteur relative des rugosités  $k^* = k/0.5H$  et la porosité de la région rugueuse  $\varepsilon$ . Nous avons choisi comme troisième paramètre  $F = \frac{(H/2)^2}{L^2}$  qui rapporte la surface  $(H/2)^2$  à la surface  $L^2$ . Pour les petites valeurs de  $k^*$ , on a aussi utilisé un paramètre  $k/L$ , qui se relie d'une manière élémentaire aux nombres sans dimension précédemment définis par :

$$\frac{k}{L} = k^* \sqrt{F} \quad (3.6)$$

$F$  présente l'intérêt d'une interprétation simple : c'est le nombre de rugosités présentes sur une surface de référence, tracée sur la paroi, égale à  $(\frac{H}{2})^2$ . Nous avons nommé cette grandeur paramètre de fractionnement des rugosités. Notons que la même porosité peut être atteinte par des rugosités de petite section, très élancées (grand fractionnement des rugosités  $F \gg 1$ ) ou par des rugosités de grande section et très aplaties (petit fractionnement des rugosités  $F < 1$ ). Les paramètres géométriques ainsi adimensionnés, qui ont été modifiés au cours des calculs, sont indiqués dans le tableau 3.2.

| paramètres    | réseau aligné  | réseau en quinconce |
|---------------|--|---------------------|
| $k^*$         | 0.04, 0.08, 0.12, 0.16, 0.2, 0.24, 0.28, 0.32 0.4, 0.8 | 0.1, 0.2, 0.4       |
| $\varepsilon$ | 0.94, 0.75, 0.44                                       | 0.75                |
| $F$           | 1.56, 6.25   | 1.56, 6.25, 25      |

**Tableau 3.2.** Ensemble des paramètres géométriques

Les paramètres utilisés pour le réseau en quinconce couvrent alors les paramètres géométriques ( $\varepsilon = 0.75$ ,  $F \approx 11 - 23$ ,  $k^* \approx 0.15$ ) des canaux rugueux gravés dans le silicium et présentés dans le chapitre 2.

Un maillage orthogonal a été utilisé pour tous les cas présentés dans le tableau 3.2 sauf pour les cas avec  $F$  élevé (6.25 et 25). Dans ces cas, le maillage était orthogonal dans le plan  $x - z$  et dans la direction normale ( $y$ ) à la paroi lisse, le maillage a été dilaté au-dessus de la région rugueuse afin de limiter le nombre de mailles. Malgré tout, la différence élevée entre les dimensions géométriques mène généralement à l'augmentation considérable du nombre de mailles et du temps de calcul. Par exemple, pour le réseau en quinconce et pour  $F = 1.56$  le nombre de mailles a été égal à 126720 et pour  $F = 25$  ce nombre a augmenté à 184320. En

débit de la différence pas très importante, le temps de calcul a augmenté d'environ cinq fois (de  $2h$  à  $10h$ ). Ceci explique pourquoi pour les calculs 3D, nous avons privilégié le paramètre  $F$  pas trop élevé.

### Conditions aux limites

En supposant l'écoulement pleinement développé, on peut appliquer des conditions aux limites périodiques sur les côtés opposés du domaine de calcul dans la direction principale de l'écoulement. Les conditions aux limites périodiques pour la densité de n'importe quel flux (de masse : vitesse  $\vec{U}$  et de chaleur  $\vec{q}$ ) peuvent être écrites :

$$\vec{\Theta}(x + \lambda, y, z) = \vec{\Theta}(x, y, z) \quad (3.7)$$

Les variables d'état (la pression  $p$  et la température  $T$ ) sont exprimées comme la somme de composantes linéaire et périodique :

$$\phi(x + \lambda, y, z) = \frac{d\phi}{dx}x + \tilde{\phi}(x, y, z) \quad (3.8)$$

Le gradient de pression  $\frac{dp}{dx}$  est évidemment relié seulement à la phase liquide et il est posé pour assurer le débit massique d'écoulement  $\dot{m}$  tandis que le gradient de température  $\frac{dT}{dx}$  se relie simultanément aux phases liquide et solide.

On suppose que le chauffage est effectué de chaque côté du canal à densité de flux thermique uniforme  $q''_0$  sur la face externe d'un bloc de hauteur  $H_s$  ( $H_s^* = H_s/0.5H$ ) et de conductivité  $k_s$  élevée. Dans le cas d'une paroi extrêmement mince ( $H_s^* \rightarrow 0$ ) soumise à une densité de flux thermique uniforme et pour l'écoulement pleinement développé, le gradient  $\frac{dT}{dx}$  est identique pour les phases solide et liquide et il est donné par l'équation 1.23, comme cela est présenté dans la section 1.2.4.1. Cependant, dans la réalisation pratique de microcanaux, l'épaisseur de la paroi solide  $H_s^*$  peut être importante. Un effet de conduction axiale considérable peut en résulter et contribuer à une forte déformation du flux thermique à l'interface fluide/solide, en particulier à proximité des régions d'entrée et de sortie.

Par exemple, pour la géométrie d'un microcanal de hauteur  $107\mu m$  montré sur la figure 2.1 (l'épaisseur de la paroi solide  $H_s^* = 8$ ) et pour  $Re = 100$ , le paramètre  $M$  ( $= \frac{k_s 0.5 H_s^*}{\rho c_p u_b L_c}$ ) est égal environ à 0.006. Cette faible valeur du paramètre  $M$  ( $< 0.01$ ) signifie, selon [Maranzana et al., 2004], que la conduction axiale dans la paroi solide est négligeable. Par conséquent, nous pouvons nous attendre à ce que la densité du flux thermique à l'interface fluide/solide soit presque uniforme dans un canal lorsque  $Re > 100$ . Cette condition est indispensable afin d'assurer la périodicité du champ thermique du domaine de calcul. En satisfaisant la condition de périodicité, on impose le même flux de chaleur axial  $q''_a$  sur les faces laté-

rales du bloc solide dans le sens opposé à la direction principale d'écoulement. Ce flux constant est proportionnel à  $\frac{dT_m}{dx}$  et s'écrit d'après l'équation 1.23 :

$$q_a'' = k_s \frac{2q_0''}{\rho C_p u_b H} \quad (3.9)$$

Puisque le gradient de température  $\frac{dT}{dx}$  intervient également dans les phases solide et liquide, on peut écrire que la température adimensionnelle pour le fluide et le solide se répète identiquement de longueur d'onde à longueur d'onde

$$\theta(x + \lambda, y, z) = \theta(x, y, z) \quad (3.10)$$

où  $\theta(x, y, z)$  est définie par l'équation 1.18.

En raison de la symétrie, les gradients de vitesse, de température et de pression dans la direction normale à la surfaces latérale et à la surface supérieure sont égales à zéro

$$\nabla \vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \quad \nabla T \cdot \vec{n} = 0 \quad \text{et} \quad \nabla p \cdot \vec{n} = 0 \quad (3.11)$$

De plus, la vitesse dans la direction normale au plan de symétrie est égale à zéro

$$\vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \quad (3.12)$$

Les conditions aux limites sont complétées par la condition d'adhérence sur toutes les parois et la continuité de la température et de la densité de flux à toutes les interfaces fluide/solide.

### 3.2.3 Schéma numérique

Les calculs numériques ont été effectués à l'aide du logiciel commercial Fluent 6.1.22. Les équations de continuité, de quantité de mouvement et de chaleur sont discrétisées par une méthode de volumes finis du second ordre. Afin de coupler les équations de continuité et de quantité de mouvement, nous avons utilisé un algorithme SIMPLEC. Cet algorithme, proposé par [Van Doormal and Raithby, 1984], est basé sur la méthode prédicteur-correcteur, laquelle permet aux équations d'être linéarisées et résolues itérativement. Le facteur de sous-relaxation de pression a été réglé à 0.5. Un schéma du second ordre a été employé pour l'interpolation de pression. Les calculs ont été exécutés par le solveur de double précision jusqu'à ce que le niveau des résidus atteigne la valeur  $10^{-12}$ . En supposant que les propriétés du fluide sont indépendantes de la température, on peut séparer l'équation de quantité de mouvement de l'équation de l'énergie. Dans une telle approche, l'équation d'énergie est résolue après que la solution pour l'équation de quantité de mouvement ait été obtenue.

### 3.2.4 Précision numérique

Afin de vérifier la précision du maillage, des tests de convergence ont été effectués pour les paramètres géométriques  $\varepsilon = 0.75$ ,  $k^* = 0.4$ ,  $F = 1.56$  et pour trois dimensions de maille, correspondant à des nombres de noeuds de maille égaux respectivement à  $32 \times 40 \times 32$  (maillage  $h_1$ ),  $48 \times 60 \times 48$  (maillage  $h_2$ ) et  $64 \times 80 \times 64$  (maillage  $h_3$ ) dans les directions  $x$ ,  $y$ ,  $z$  (pour le domaine de calcul présenté sur la figure 3.2). Le même débit massique d'écoulement ( $Re = 200$ ) a été conservé pour les trois maillages et le gradient de pression a été examiné après que la solution convergente ait été obtenue. La différence entre les maillages  $h_1$  et  $h_2$  a été trouvée égale à 1.5% et 0.7% entre les maillages  $h_2$  et  $h_3$ . En conséquence, on peut constater que les résultats convergent quand la taille de maillage diminue.

La précision des calculs a été mieux évaluée au moyen de l'extrapolation de Richardson, recommandée par [Roache, 1997]. Pour les maillages  $h_2$  et  $h_3$  cette extrapolation s'écrit :

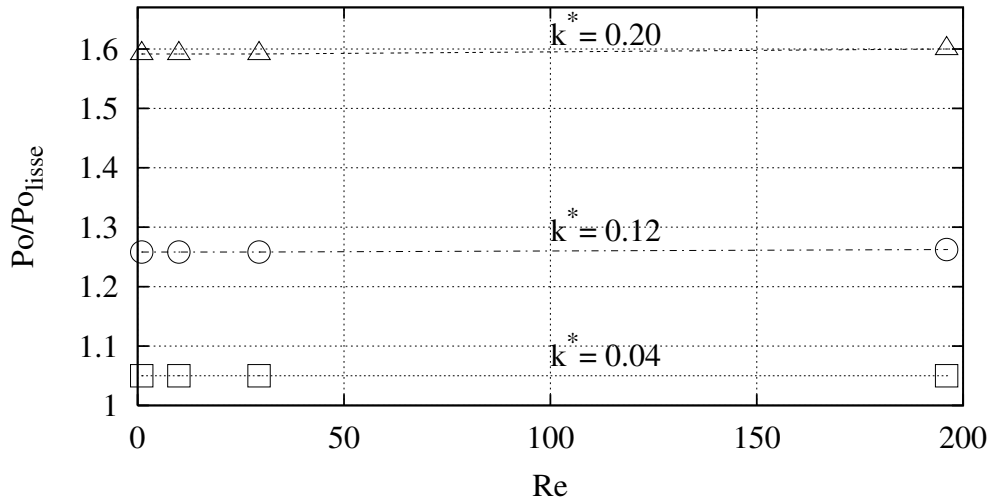
$$g = g_{h_3} + \frac{g_{h_3} - g_{h_2}}{(h_2/h_3)^2 - 1} \quad (3.13)$$

où  $g$  est une variable globale (gradient de pression dans l'étude présente). En disposant des résultats de calculs  $g_{h_2}$  et  $g_{h_3}$ , on peut estimer une troisième approximation  $g$  dont le terme principal de l'erreur est d'ordre supérieur à celui des approximations  $g_{h_2}$  et  $g_{h_3}$  (c-à-d. le terme d'ordre principal dans le développement en séries de Fourier autour de la valeur exacte pour  $g$  est d'un ordre supérieur à celui de leur homologue pour  $g_{h_2}$  ou  $g_{h_3}$ ). Les calculs montrent que le gradient de pression  $g_{h_2}$  obtenu pour le maillage intermédiaire  $h_2$  diffère de 1.6% de la valeur obtenue d'après l'extrapolation de Richardson ( $g$ ). Ces observations permettent d'assurer que les calculs numériques sont suffisamment précis pour le maillage  $h_2$ , qui a été sélectionné pour les calculs présentés dans le présent travail.

## 3.3 Résultats

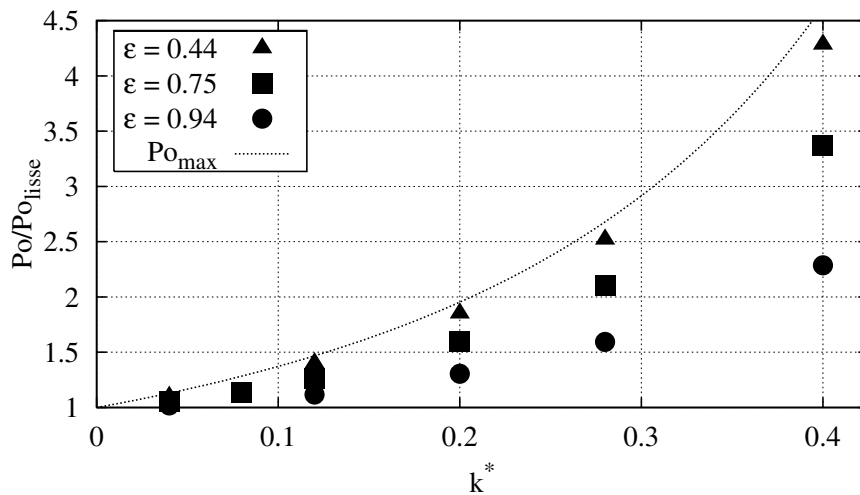
### 3.3.1 Hydrodynamique

Ce paragraphe analyse l'influence des éléments de rugosité sur les pertes de pression. Les simulations numériques présentées confirment les résultats rapportés par [5] et [Croce et al., 2005] et montrent que les variations du nombre de Poiseuille avec le nombre de Reynolds sont négligeables. Par exemple, la variation la plus grande présentée sur la figure 3.3 est égale à 0.5% pour la hauteur relative des rugosités ( $k^* = k/0.5H$ ) égale à 0.2. La figure 3.3 montre aussi l'augmentation de  $Po$  avec la hauteur des rugosités pour une porosité  $\varepsilon$  donnée.  $Po$  est rapporté à la valeur théorique pour les parois parallèles lisses  $Po_{\text{lisse}} = 24$ .



**Figure 3.3.** Nombre de Poiseuille en fonction du nombre de Reynolds  
( $\varepsilon = 0.75$ ,  $F = 1.56$ )

La figure 3.4 montre l'accroissement régulier de  $Po$  avec la hauteur des rugosités, pour trois porosités différentes. On peut observer que l'accroissement de  $Po$  est plus prononcé pour une porosité plus petite et s'approche de l'évolution maximale de  $Po$  ( $Po_{\max}$  est donné par équation 1.16), comme on pouvait s'y attendre. On peut noter la forte augmentation de  $Po$  par rapport à  $Po_{\text{lisse}}$  pour  $k^* = 0.2$  entre 30% et 100%. Les calculs ont été prolongés au-delà de  $k^* = 0.2$ , ce qui correspond plus à une structure d'ailettes qu'à des rugosités.

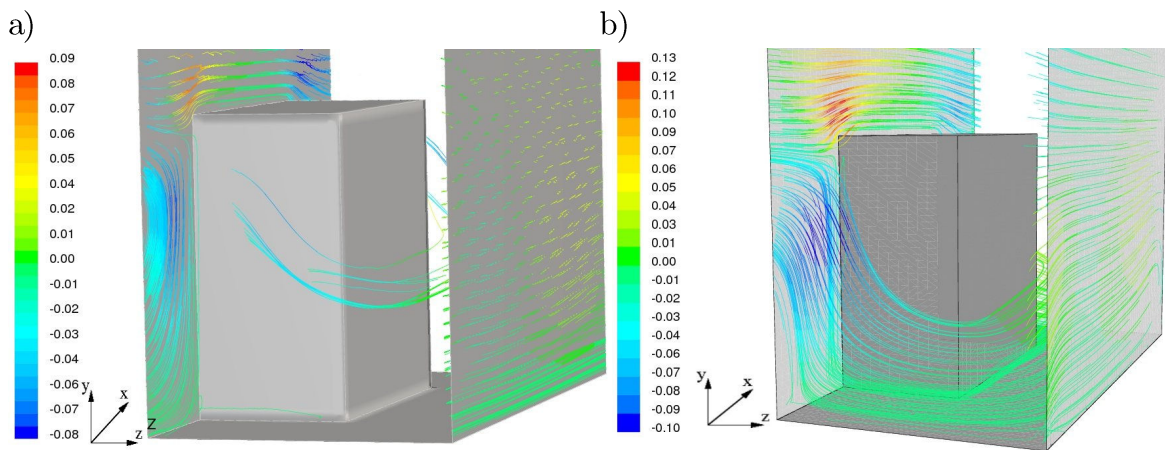


**Figure 3.4.** Influence de la hauteur des rugosités et de la porosité sur le nombre de Poiseuille à nombre de Reynolds donné ( $F = 1.56$  et  $Re = 10$ ).



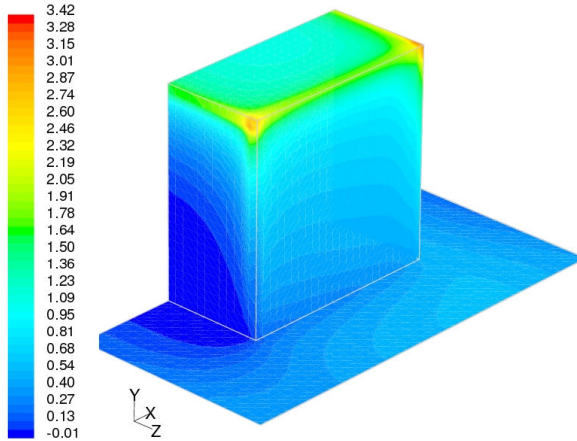
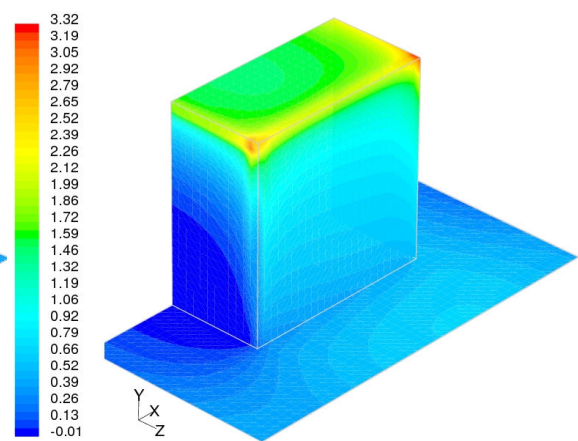
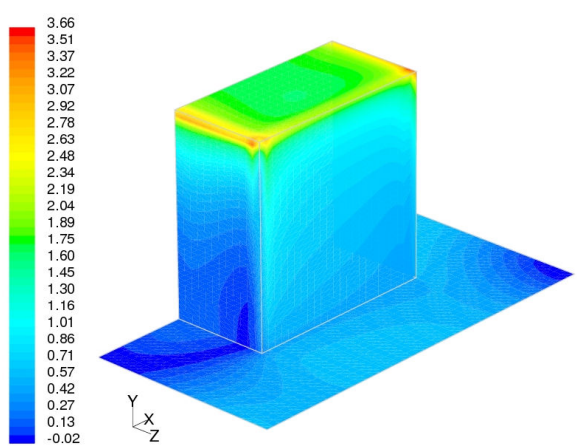
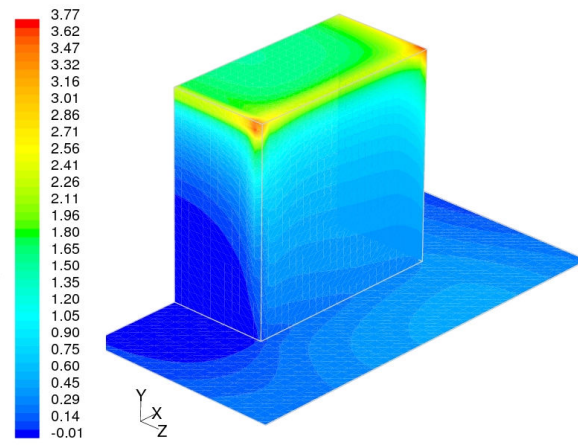
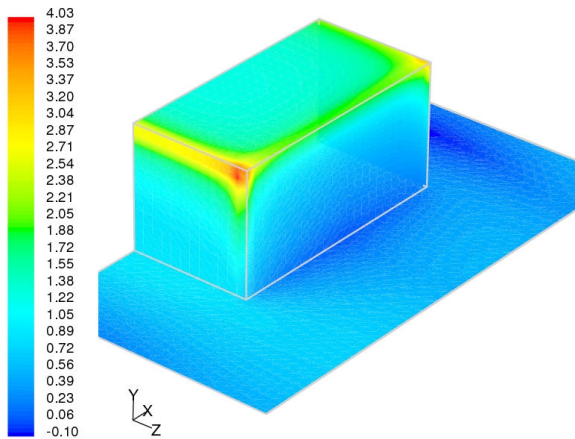
Jusqu'à maintenant, l'influence de trois paramètres sur le nombre de Poiseuille a été présentée, notamment: le nombre de Reynolds, la hauteur relative des rugosités  $k^*$  et la porosité  $\varepsilon$  de la couche rugueuse. A cause du manque de résultats (dû au temps considérable de calculs), l'influence du paramètre  $F$  sur l'écoulement sera présentée dans le chapitre 6 concernant la modélisation du type paroi poreuse. Dans ce qui suit, nous détaillons les interactions entre l'écoulement et les rugosités à partir des résultats de ces simulations tridimensionnelles.

La figure 3.5 montre les trajectoires de particules fluides pour une très forte valeur de rugosité et une porosité modérée. Les lignes sont colorées par la vitesse normale à la paroi  $u_y$  adimensionnée par la vitesse débitante  $u_b$  de l'écoulement. Les particules ont été initialement introduites dans les plans de symétrie. Pour le réseau aligné, le cheminement des particules révèle que l'écoulement forme des recirculations dans une zone limitée en amont et en aval entre les éléments de rugosité. Au contraire, pour le réseau en quinconce, l'écoulement contourne les rugosités et ne forme pas de recirculation.



**Figure 3.5.** Trajectoires des particules en suspension initialement introduites dans les plans de symétrie. Les couleurs correspondent à la vitesse normale à la surface de base adimensionnée par la vitesse débitante de l'écoulement a) réseau aligné b) réseau en quinconce ( $\varepsilon = 0.75$ ,  $k^* = 0.4$ ,  $F = 1.56$ ,  $Re = 200$ ).

La figure 3.6 montre les distributions des contraintes (valeur absolue de la composante périodique de pression  $\tilde{p}$  et composante de frottement dans la direction longitudinale  $\tau_{0_x}$ ) exercées sur les surfaces des rugosités. Les contraintes sont adimensionnées par le gradient de pression multiplié par la demi-hauteur du canal. Pour un canal lisse, la force de frottement sur la paroi du canal ainsi adimensionnée est égale à 1. Dans tous les cas, l'effort exercé par l'écoulement sur les rugosités augmente lorsque nous nous approchons de la surface supérieure des éléments. A remarquer des valeurs élevées du frottement près des sommets amont des éléments rugueux, comme on pouvait s'y attendre.

a) aligné  $\varepsilon = 0.75, k^* = 0.4, F = 1.56, Re = 10$ b) aligné  $\varepsilon = 0.75, k^* = 0.4, F = 1.56, Re = 200$ c) en quinconce  $\varepsilon = 0.75, k^* = 0.4, F = 1.56, Re = 200$ d) aligné  $\varepsilon = 0.75, k^* = 0.2, F = 6.25, Re = 200$ e) aligné  $\varepsilon = 0.75, k^* = 0.2, F = 1.56, Re = 200$ 

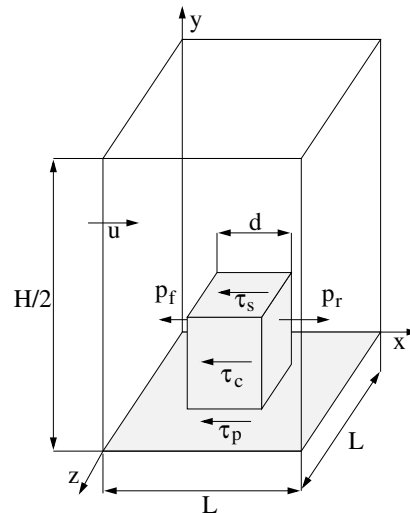
**Figure 3.6.** Distribution des contraintes adimensionnées sur les surfaces des rugosités (les contraintes sont adimensionnées par le gradient de pression multiplié par la demi-hauteur du canal)

La comparaison entre les figures 3.6 a) et 3.6 b) révèle que l'influence du nombre de Reynolds est négligeable dans la gamme étudiée ( $Re \leq 200$ ). En effet,

pour ces deux cas, la valeur moyenne de la contrainte exercée sur les faces supérieures des rugosités est identique et est environ égale à 1.14. Cette valeur est retrouvée aussi pour la configuration présentée sur la figure 3.6 c) bien que ce cas représente un réseau en quinconce. Une différence significative peut être notée en étudiant la figure 3.6 e). Dans ce cas, la hauteur relative  $k^*$  a été diminuée par rapport au cas présenté sur la figure 3.6 b). La valeur moyenne de la contrainte sur la face supérieure des rugosités a augmenté à 1.3. Ceci peut être expliqué par la diminution du gradient de pression avec la hauteur de rugosité.

La figure 3.6 d) correspond aux conditions de la figure 3.6 e) et à une augmentation du paramètre  $F$ . Noter que l'élanement  $k/d$  est également augmenté en  $\sqrt{F}$ , c'est-à-dire dans un rapport 2, d'après la relation 3.6. On trouve une augmentation de contrainte sur la surface supérieure (valeur moyenne de la contrainte égale à 1.44). L'augmentation du paramètre  $F$  signifie que les rugosités sont plus fractionnées ; leur surface mouillée est ainsi augmentée, contribuant à la diminution de vitesse dans la région rugueuse. Ceci conduit à l'augmentation du gradient de vitesse à l'interface milieu rugueux/écoulement libre et par suite, à l'augmentation de la contribution de la surface supérieure.

Il est intéressant de connaître la contribution des éléments de rugosité à la chute de pression. Afin de distinguer la force de traînée due aux rugosités de la force liée au frottement sur la paroi lisse, un bilan des forces a été écrit dans le domaine de calcul présenté sur la figure 3.7 et conduit à l'équation 3.14.



**Figure 3.7.** Forces exercées par la rugosité sur l'écoulement.

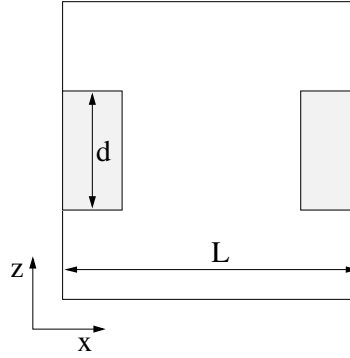
$$-\frac{dp}{dx} 0.5L^2H = (\bar{p}_f - \bar{p}_r + 2\bar{\tau}_c)(dk) + \bar{\tau}_p(L^2 - d^2) + \bar{\tau}_s d^2 \quad (3.14)$$

où:

- $\bar{p}_f$  = pression moyenne exercée sur les faces amont des rugosités
- $\bar{p}_r$  = pression moyenne exercée sur les faces aval des rugosités
- $\frac{dp}{dx}$  = gradient de pression
- $\bar{\tau}_p$  = frottement moyen exercé sur la paroi lisse du canal
- $\bar{\tau}_s$  = frottement moyen exercé sur les faces supérieures des rugosités
- $\bar{\tau}_c$  = frottement moyen exercé sur les faces latérales des rugosités

Ce bilan est vrai pour le domaine de calcul représenté par la figure 3.7. Pourtant, si on déplace ce domaine de contrôle le long de la direction  $x$  suivant la demi-longueur d'onde, comme cela est montré sur la figure 3.8, le bilan s'écrit alors :

$$-\frac{dp}{dx} 0.5L^2H \left(1 - \frac{dk}{0.5LH}\right) = (\bar{p}_f - \bar{p}_r + 2\bar{\tau}_c)(dk) + \bar{\tau}_s d^2 + \bar{\tau}_p(L^2 - d^2) \quad (3.15)$$



**Figure 3.8.** Domaine de calcul décalé de  $L/2$  par rapport au domaine présenté sur la figure 3.7. Vue du dessus.

Afin d'unifier les équations 3.14 et 3.15, nous avons décomposé la pression exercée sur les rugosités en sa composante périodique et sa composante due au gradient global de pression en appliquant l'équation 3.8. Après cette opération, les équations 3.14 et 3.15 s'écrivent de manière identique :

$$-\frac{dp}{dx} 0.5L^2H \left(1 - \frac{d^2}{L^2} \frac{k}{0.5H}\right) = (\tilde{p}_f - \tilde{p}_r + 2\bar{\tau}_c)(dk) + \bar{\tau}_s d^2 + \bar{\tau}_p(L^2 - d^2) \quad (3.16)$$

Dans l'équation 3.16, la composante des pressions exercées sur les rugosités due au gradient de pression global est regroupée avec le membre de gauche. La force due au gradient de pression représentée par le membre de gauche dans l'équation 3.16 correspond à la force moyenne exercée sur les faces à l'entrée et à la sortie quelle que soit la position du domaine de contrôle. Le terme  $\left(1 - \frac{d^2}{L^2} \frac{k}{0.5H}\right)$  peut être considéré comme la porosité volumique  $\varepsilon_v$  d'une maille.

Les différentes forces présentées au membre de droite de l'équation 3.16 forment les coefficients sans dimension suivants, liés respectivement

aux forces exercées sur les faces verticales des rugosités

$$C d_r = \frac{(\tilde{p}_f - \tilde{p}_r + 2\bar{\tau}_c)(dk)}{0.5u_b^2 \rho L^2} \quad (3.17)$$

aux forces de frottement sur les faces supérieures

$$C d_s = \frac{\bar{\tau}_s d^2}{0.5u_b^2 \rho L^2} \quad (3.18)$$

à la force de frottement sur la paroi de base du canal

$$C d_p = \frac{\bar{\tau}_p (L^2 - d^2)}{0.5u_b^2 \rho L^2} \quad (3.19)$$

Compte tenu de sa définition et de l'équation 3.16, le nombre de Poiseuille peut être écrit :

$$Po = - \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx} \frac{2H^2}{u_b} = Cd Re \frac{1}{\varepsilon_v} \quad (3.20)$$

où  $Cd = Cd_r + Cd_s + Cd_p$

Nous avons décidé de distinguer la force de frottement sur les faces supérieures de la force de traînée parce que la première n'existe que pour des rugosités caractérisées par la discontinuité de la porosité à l'interface région rugueuse/écoulement libre. Cette interface pose un problème particulier, car la force exercée par une rugosité sur le fluide met en jeu la couche limite qui se développe sur la face supérieure des rugosités. Ce problème sera détaillé dans le chapitre 4 consacré à la modélisation par éléments discrets.

La figure 3.9 présente la contribution des différentes forces représentées par les équations 3.17 – 3.19. Afin d'interpréter les résultats, on peut analyser les deux cas extrêmes :

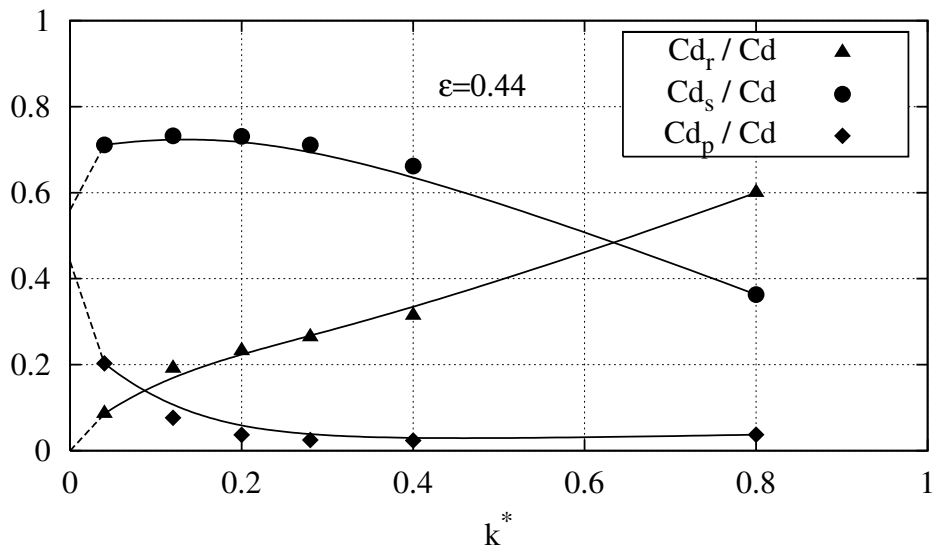
cas 1)  $k^*$  tend vers zéro

On observe que l'influence de la rugosité disparaît. La contribution du frottement sur les faces supérieures se rapproche du rapport des surfaces  $(1 - \varepsilon)$  et par conséquent la contribution du frottement sur la paroi lisse est égal à  $\varepsilon$ .

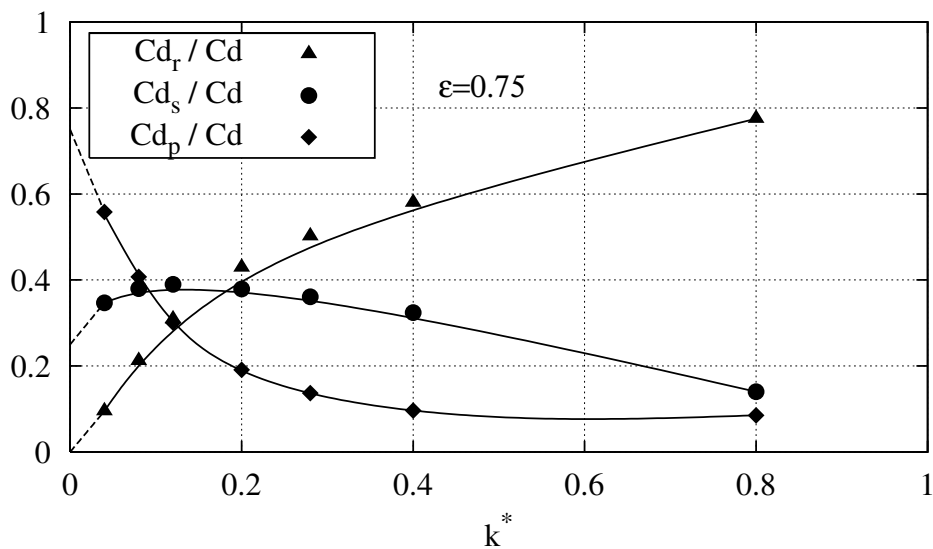
cas 2)  $k^*$  tend vers 1

Pour  $k^* = 1$ , on obtient la configuration d'ailettes traversant complètement le canal. L'influence de la rugosité est dominante. La contribution du frottement sur les faces supérieures diminue et doit tendre vers 0 (le fluide a tendance à passer entre les rugosités et la vitesse devient très faible dans l'interstice restant dans la partie libre du canal). La contribution de la force de frottement sur la paroi lisse tend vers une valeur asymptotique qui dépend de la porosité  $\varepsilon$  (la contribution augmente avec  $\varepsilon$ ). Cette asymptote est obtenue pour  $k^* \simeq 0.4$ .

a)



b)



**Figure 3.9.** Contributions des forces sans dimension sur les faces du canal ( $F = 1.56$ ,  $Re = 10$ ).

Entre ces deux cas, on peut observer l'accroissement régulier de la contribution de la force exercée sur les rugosités représentée par  $Cd_r$  avec la hauteur de celles-ci. Cette augmentation plus au moins linéaire correspond à une augmentation de la surface latérale exposée à l'écoulement. Par contre, la contribution de la force sur les faces supérieures passe par un maximum. En effet, lorsque  $k^*$  augmente, le haut des rugosités se trouve dans une région de plus forte vitesse et la contrainte exercée sur la face supérieure augmente également. Cet effet est plafonné car la surface de la face supérieure reste constante, alors que la surface des faces latérales augmente avec  $k^*$ . La contribution de  $Cd_r$  augmente au détriment de  $Cd_s$ . Il est à noter que le paramètre de fractionnement  $F$  peut jouer un rôle important, mais nous ne disposons pas des résultats numériques 3D qui permettent de le montrer. Nous reviendrons sur cette question dans le chapitre 6.

### 3.3.2 Thermique

Le transfert thermique résulte du couplage entre la conduction dans les rugosités et la convection autour des rugosités.

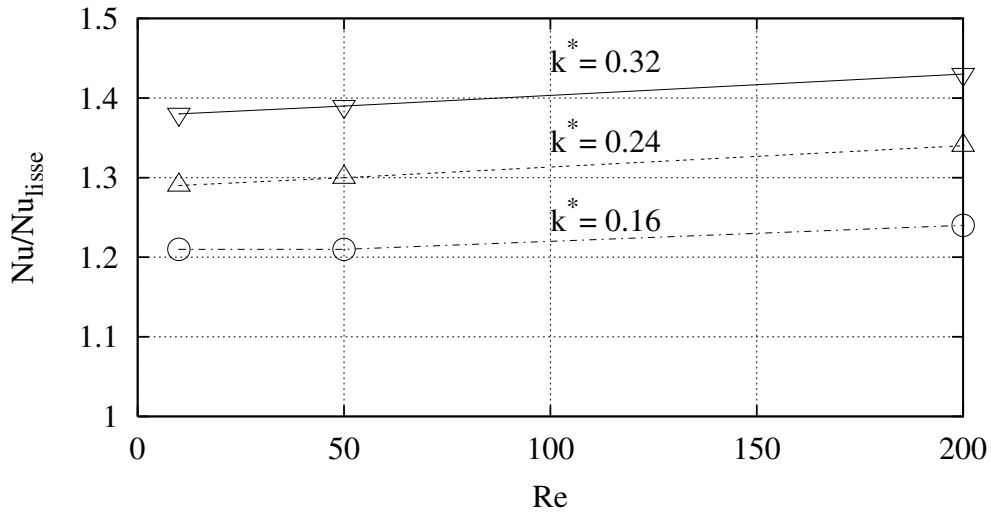
A une distance  $y$  de la paroi donnée, le terme de convection  $\rho c_p(\vec{u} \cdot \nabla T)$  agit comme un puit de chaleur pour le transfert thermique dans une ailette. Cet effet convectif est d'autant plus prononcé que la vitesse est élevée et est donc maximale en haut d'ailette. Les conditions choisies sont celles d'un métal de forte conductivité thermique (application aux substrats de silicium) de sorte que les ailettes conduisent bien la chaleur vers le centre du canal. La présence des ailettes amplifie la conductivité thermique moyenne de la région rugueuse. Elle est alors bénéfique pour le transfert global de chaleur.

Cependant la rugosité détruit la couche limite près de la paroi lisse ce qui diminue l'effet de convection. En particulier, si le réseau devient très dense (faible porosité) la vitesse de l'écoulement devient faible dans la région rugueuse et l'effet convectif s'atténue très fortement dans cette région. Pour compenser cet effet négatif sur le nombre de Nusselt, les éléments doivent avoir une conductivité thermique supérieure à celle du fluide.

La figure 3.10 présente l'accroissement faible mais régulier de  $Nu^{3.1}$  avec  $Re$  (égal au maximum à 5%). La variation de  $Nu$  en fonction de  $Re$  est plus remarquable que l'évolution analogue de  $Po$  (figure 3.3). Ceci peut être attribué au nombre de Prandtl qui est égal à 7 diminuant ainsi l'épaisseur des couches thermiques par rapport aux couches hydrodynamiques.

---

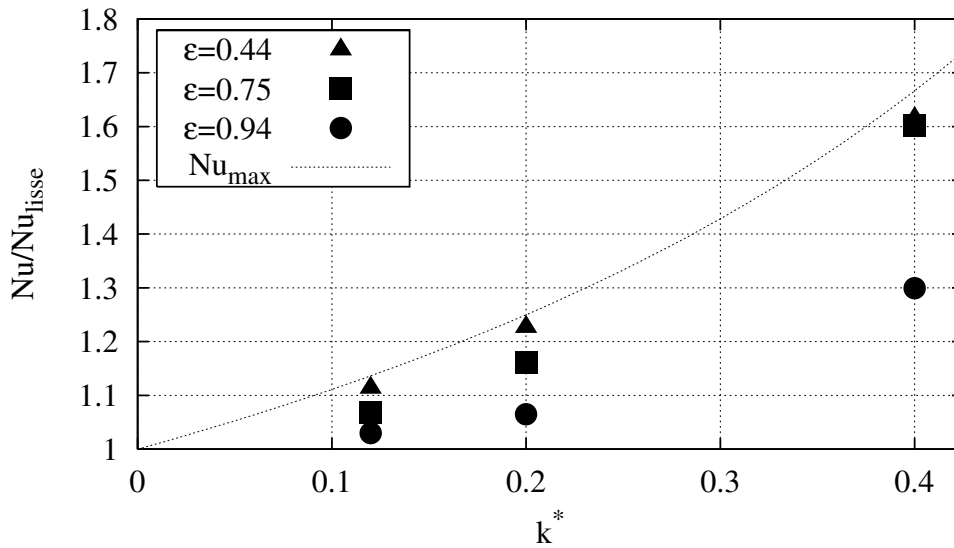
3.1.  $Nu = \frac{\bar{q}_0'' 2H}{(T_0 - T_m)k_f}$  où  $\bar{q}_0''$  et  $T_0$  sont les valeurs moyennées sur la surface de base (au pied des ailettes :  $y=0$ )



**Figure 3.10.** Nombre de Nusselt en fonction du nombre de Reynolds ( $F = 1.56$ ,  $\varepsilon = 0.75$ ).

La figure 3.11 montre l'accroissement régulier de  $Nu$  avec la hauteur des rugosités, pour trois porosités différentes. Par analogie avec le nombre de Poiseuille montré sur la figure 3.4, on aurait pu penser que l'accroissement de  $Nu$  serait plus prononcé pour une porosité plus petite. Cependant la figure 3.11 montre que l'évolution du nombre de Nusselt avec  $k^*$  est très proche pour  $\varepsilon = 0.44$  et  $0.75$ . Cela peut être attribué à la contribution des éléments rugueux au transfert de chaleur. En fait, lorsque les éléments atteignent une certaine taille, le bénéfice provenant de la conductivité élevée est affaibli par la diminution des effets convectifs. Comme pour le nombre de Poiseuille (figure 3.4), on peut observer que l'accroissement de  $Nu$  est généralement plus prononcé pour une porosité plus petite et s'approche de l'évolution maximale de  $Nu$  ( $Nu_{\max} = Nu_{\text{lisse}} \frac{H}{H-2k}$ ). L'augmentation de  $Nu$  avec  $k^*$  est bien inférieure à celle de  $Po$ . Par exemple, on peut noter un accroissement de  $Nu$  de 5 à 20% pour  $k^* = 0.2$ , alors que l'accroissement de  $Po$  était de 30 à 100% (figure 3.4).

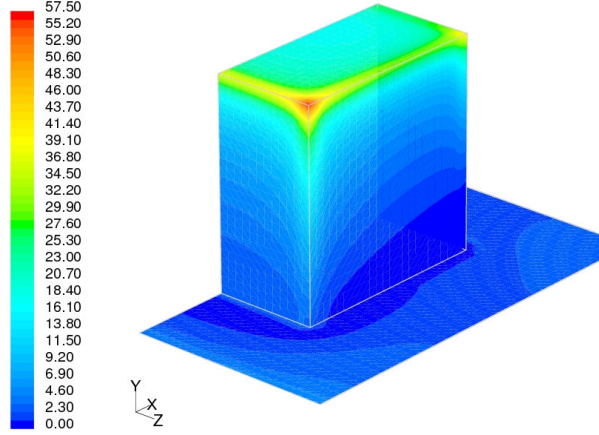




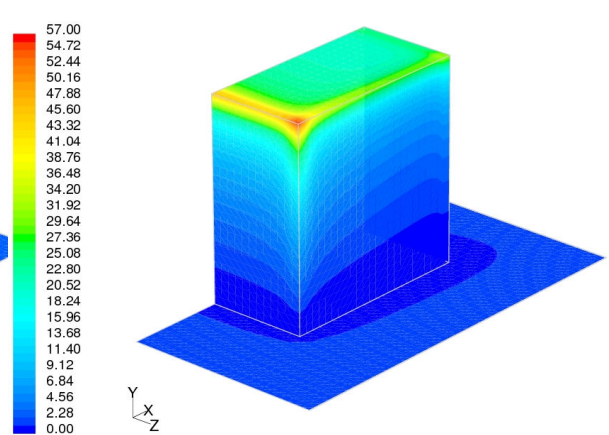
**Figure 3.11.** Influence de la hauteur des rugosités et de la porosité sur le nombre de Nusselt à nombre de Reynolds donné ( $F = 1.56$ ,  $Re = 10$ ).

Les figures 3.12 a) – e) montrent la distribution de la densité de flux thermique sur les différentes surfaces des éléments rugueux. La densité de flux thermique surfacique est adimensionnée comme dans la définition du nombre de Nusselt local ( $Nu_{loc}(x, y, z) = \frac{q''(x, y, z)2H}{(T_s(x, y, z) - T_m(x))k_f}$ ) à l'aide de la température locale du solide  $T_s(x, y, z)$  et la température de mélange  $T_m(x)$  dans le domaine de calcul. Les figures 3.12 a), b) et c) révèlent que le nombre de Reynolds et la configuration des rugosités influencent faiblement la distribution du flux surfacique dans la gamme de  $Re$  étudiée ( $Re \leq 200$ ) quelle que soit la configuration des éléments. Une différence significative peut être notée lorsque la hauteur de rugosité est diminuée (figures 3.12 e)). Dans ce cas, la valeur du flux surfacique adimensionné est diminuée et elle doit tendre vers la valeur asymptotique 8.235, observée dans un canal lisse. La comparaison entre les figures 3.12 e) et d) révèle que la contribution de la face supérieure augmente avec le paramètre de fractionnement  $F$  au détriment de la contribution des surfaces latérales et de celle de la surface de base. Ceci est expliqué par la convection affaiblie dans la région rugueuse par des rugosités qui sont plus serrées (plus fractionnées) lorsque  $F$  est augmenté.

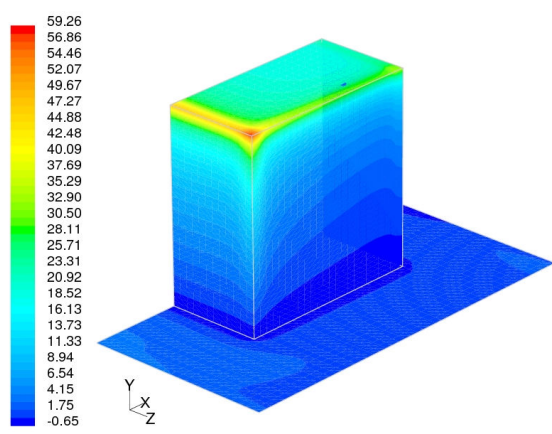
a) aligné  $\varepsilon = 0.75, k^* = 0.4, F = 1.56, Re = 10$



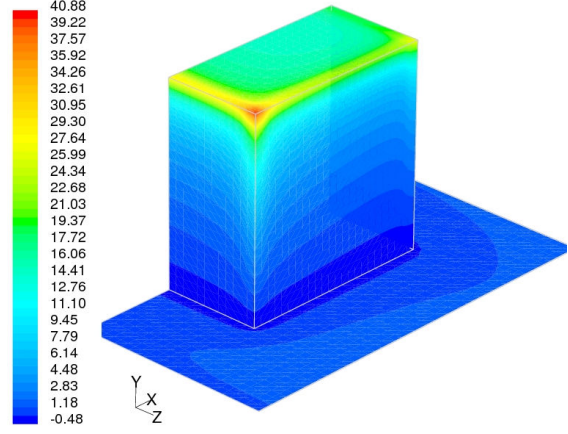
b) aligné  $\varepsilon = 0.75, k^* = 0.4, F = 1.56, Re = 200$



c) en quinconce  $\varepsilon = 0.75, k^* = 0.4, F = 1.56, Re = 200$



d) aligné  $\varepsilon = 0.75, k^* = 0.2, F = 6.25, Re = 200$



e) aligné  $\varepsilon = 0.75, k^* = 0.2, F = 1.56, Re = 200$

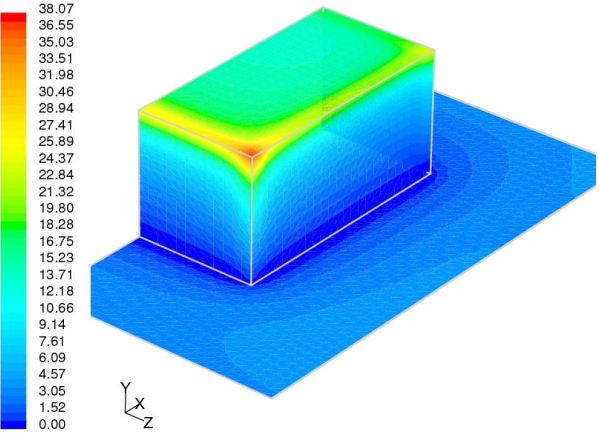
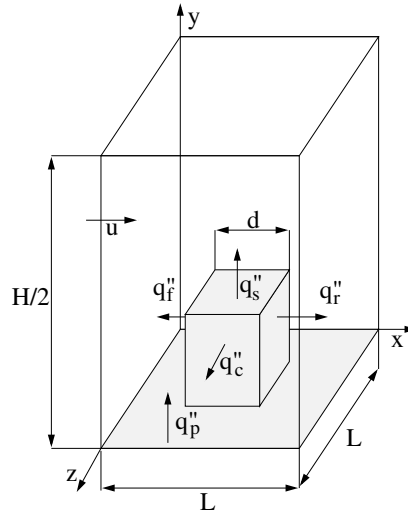


Figure 3.12. Distribution de  $N_{u_{loc}}$  sur les surfaces des rugosités.

De manière similaire à l'hydrodynamique, nous avons fait un bilan thermique (équation 3.21) dans le domaine de calcul (figure 3.13).



**Figure 3.13.** Flux thermique surfacique.

$$u_b \rho c_p \frac{dT}{dx} 0.5L^2H = \bar{q}_p'' (L^2 - d^2) + \bar{q}_s'' d^2 + \bar{q}'' 4dk \quad (3.21)$$

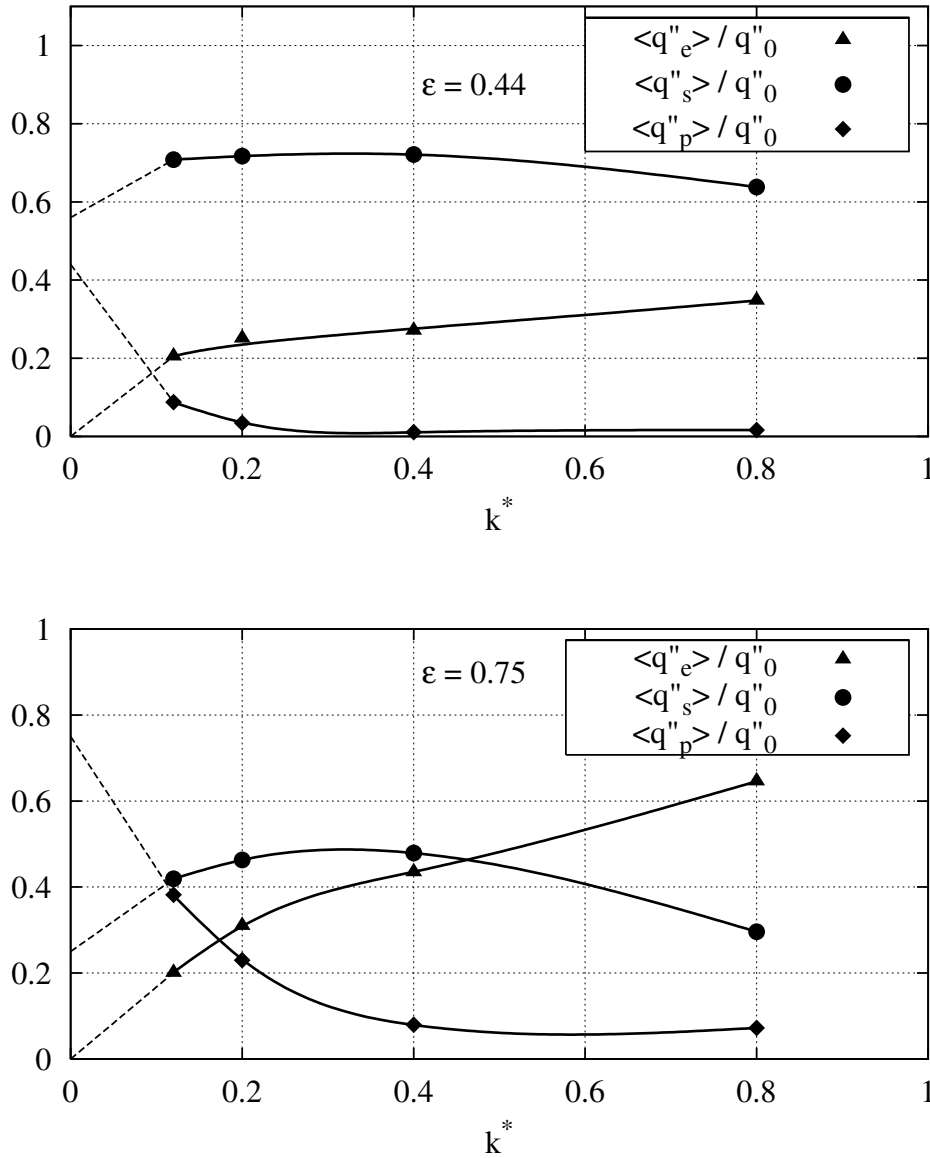
où :

$\bar{q}_p''$  = densité de flux thermique moyenne sur la paroi lisse du canal entre les rugosités

$\bar{q}_s''$  = densité de flux thermique moyenne sur les faces supérieures des rugosités

$\bar{q}''$  = densité de flux thermique moyenne sur quatre faces latérales des rugosités :  $\bar{q}'' = (2\bar{q}_c'' + \bar{q}_r'' + \bar{q}_f'')/4$

Notons que la difficulté due à l'influence du gradient de pression dans le bilan de forces hydrodynamiques n'existe pas pour le problème thermique. La figure 3.14 présente la contribution des différentes surfaces au flux de chaleur total. Deux porosités différentes sont examinées. Comme pour la contribution des différentes forces au bilan de quantité de mouvement, la contribution du fond de canal diminue et tend vers une valeur asymptotique quand la hauteur des rugosités augmente. Une différence avec la répartition des forces apparaît quand on considère la contribution des rugosités par leurs faces latérales et leurs faces supérieures. On observe l'accroissement régulier de la contribution des faces latérales des rugosités mais pour la porosité la plus grande l'évolution est plus accentuée. Par comparaison avec la figure 3.9, la contribution des faces supérieures au transfert de chaleur est plus grande que sa contribution au bilan des forces et elle diminue moins quand  $k^*$  augmente surtout pour la porosité la plus petite. Effectivement, quand la porosité de la couche rugueuse diminue, l'écoulement se fait principalement au centre du canal et l'échange thermique est assuré surtout par les faces supérieures des rugosités. Cela mène sûrement à l'augmentation du flux de chaleur par les faces supérieures des rugosités.



**Figure 3.14.** Contributions des faces au bilan thermique ( $F = 1.56$ ,  $Re = 10$ ).

La différence entre l'hydrodynamique et la thermique est liée aux mécanismes qui produisent l'écoulement et le transfert thermique. Le moteur de l'écoulement est le gradient de pression indépendant de  $y$  quelle que soit de la distribution des rugosités. Pour le transfert thermique, il y a un couplage entre la convection et la conduction dans les rugosités. Le terme de convection (dans l'équation 3.3) résulte du champ de vitesse et est donc très sensible à l'arrangement des rugosités. Les rugosités amplifient la conduction vers le milieu du canal mais en même temps elles détruisent la couche limite à la paroi lisse et limitent la convection dans la région rugueuse. Cela se traduit par un accroissement du nombre de  $Po$  plus prononcé que celui de  $Nu$  comme le montrent les figures 3.4 et 3.11.



# Chapitre 4

## Modélisation numérique par éléments discrets

### 4.1 Préambule

Les résultats des calculs numériques 3D présentés dans le chapitre 3 sont limités à quelques cas, à cause de temps de calculs relativement longs. Afin d'examiner l'influence des nombreux paramètres géométriques qui définissent les rugosités dans un temps raisonnable, on a besoin d'un modèle plus simple qui incorpore autant que possible la physique des interactions entre le fluide et les éléments de rugosité, aussi bien pour l'hydrodynamique que pour le transfert thermique.

Divers modèles ont été proposés pour prendre en compte les effets de la rugosité dans des microcanaux. La présence des parois rugueuses peut être considérée comme une diminution du diamètre hydraulique qui, en conséquence, contribue à l'augmentation de  $Po$ .  $Po$  et  $Re$  peuvent être calculés avec le modèle d'un écoulement de Stokes et une aire effective de passage déterminée en fonction de la hauteur des rugosités. La démarche est donc alors de calculer un écoulement de Stokes avec une condition aux limites d'adhérence sur une paroi fictive obtenue en décalant la paroi réelle d'une certaine longueur liée à la géométrie des rugosités. Le problème reste d'évaluer cette aire effective de passage pour des caractéristiques géométriques des rugosités données. La situation extrême correspond au cas où les rugosités sont très serrées. Dans ce cas, la région rugueuse peut être considérée comme imperméable pour l'écoulement ; alors l'aire effective de passage est obtenue en soustrayant la hauteur des rugosités de la hauteur du canal. Par exemple, [Kandlikar et al., 2005] et [Taylor et al., 2006] ont conduit des expériences dans des minicanaux rectangulaires d'envergure  $10.03\text{ mm}$  et de diamètre hydraulique compris entre  $325$  et  $1819\ \mu\text{m}$  tandis que la gamme de  $Re$  examinée a été  $200 - 2700$  pour l'air et  $200 - 5700$  pour l'eau. Dans cette étude, des rugosités 2D en forme de dents de scie de hauteur  $k = 72.9\ \mu\text{m}$  sont disposées dans la configuration alignée ou décalée sur les deux parois d'un canal avec une distance entre les nervures de  $500\ \mu\text{m}$ . Les auteurs ont proposé l'hypothèse que les forces exercées sur l'écoulement sont proportionnelles à la vitesse débitante et que le canal

aux parois rugueuses peut être remplacé par un canal aux parois lisses avec une section de passage effective. Cependant, le retraitement de leurs courbes publiées montre une variation significative de  $Po$  avec  $Re$  dans la gamme 210 – 630 ( $Po = 63 – 84$  pour la configuration alignée et 51 – 72 pour la configuration décalée).

[Valdés et al., 2006] ont mené des calculs bidimensionnels d'écoulement dans des canaux annulaires ayant des rugosités en forme de nervures triangulaires axi-symétriques sur la paroi du cylindre interne. Ils ont examiné six cas de rugosités correspondant à différentes valeurs de la hauteur relative moyenne  $k_{av}/0.5H$  (dans la gamme 0.024 – 0.28) et de la densité des nervures (60 – 180 nervures/mm). Les calculs ont été menés pour des nombres de Reynolds très faibles afin d'éliminer l'influence des forces d'inertie. Les auteurs ont proposé d'utiliser un diamètre hydraulique apparent en considérant l'augmentation de surface mouillée due aux rugosités ( $D_{h_r} = \frac{4V_{\text{fluide}}}{S_{\text{mouillée}}}$ ) où  $V_{\text{fluide}}$  représente le volume réel occupé par le fluide. Le nombre de Poiseuille calculé dans des canaux lisses avec ce diamètre modifié a été comparé au résultat numérique trouvé pour des canaux rugueux. La différence observée était d'environ 20% dans les cas les plus défavorables. Cependant, la configuration des rugosités en forme de parallélépipèdes présentée dans le chapitre 3 est caractérisée par une grande surface mouillée. Par exemple, pour le cas ( $F = 1.56$ ,  $\varepsilon = 0.75$ ,  $k^* = 0.2$ ), l'application de ce modèle mène à la détermination d'une hauteur apparente du canal ( $H_r = D_{h_r}/2$ ) plus petite que la hauteur apparente estimée en soustrayant la hauteur  $k$  des rugosités ( $H_r = H - 2k$ ). Cela mène à une erreur d'environ 300% sur l'augmentation du nombre de Poiseuille. Cette différence est encore plus importante lorsque le paramètre  $F$  est augmenté.

[Mala and Li, 1999] puis [Qu et al., 2000b] ont proposé un modèle reposant sur le concept de viscosité rugueuse  $\mu_R$ . L'augmentation du transfert de quantité de mouvement due à la rugosité a été modélisée par l'ajout d'une viscosité rugueuse à la viscosité moléculaire du liquide ( $0 = -\frac{dp}{dx} + (\mu + \mu_R)\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ ). Les auteurs ont supposé que  $\mu_R$  décroît graduellement d'une valeur maximal près de la paroi à zéro vers le centre du canal. Dans ce modèle, la viscosité rugueuse dépend du nombre de Reynolds afin de pouvoir expliquer les effets inertiels observés pendant les expériences. La relation  $\mu_R = f(y, k, Re)$  a été établie empiriquement afin que le modèle reproduise les résultats expérimentaux, mais les auteurs n'ont pas donné un développement rigoureux du modèle. Le calage de  $\mu_R$  sur les résultats expérimentaux est nécessaire pour une configuration de rugosités différente. Bien que les résultats globaux sur  $Po$  soient retrouvés par ce modèle sur les exemples étudiés par les auteurs, il semble que cette approche n'estime pas correctement les interactions entre les rugosités et le fluide, car la loi proposée pour  $\mu_R$  donne des valeurs non nulles en dehors de la couche rugueuse et même jusqu'à l'axe de symétrie du canal. [Qu et al., 2000a] ont repris le concept de viscosité rugueuse afin de modé-

liser le transfert de chaleur par la convection forcée. Les auteurs ont supposé que la rugosité diminue la convection de la chaleur comme la vitesse près de la paroi. Cependant, dans leur modèle, les auteurs n'ont pas clarifié les effets du couplage entre la conduction dans les rugosités et la convection. Le modèle est assez paradoxal puisqu'il prévoit une viscosité supplémentaire qui donne lieu, en même temps, à une augmentation du frottement et à une diminution du coefficient d'échange thermique.

[Koo and Kleinstreuer, 2003] et [Kleinstreuer and Koo, 2004] ont modélisé la région proche de la paroi comme une couche poreuse. Ils ont pu reproduire les résultats des mesures de [Mala and Li, 1999] et [Guo and Li, 2003] en ajustant la perméabilité de cette couche (ou d'une manière équivalente le nombre de Darcy). Ce modèle mérite plus d'attention et sera repris dans le chapitre 6 consacré à la modélisation du type paroi poreuse.

Plus récemment [Bavière et al., 2006c] ont présenté un modèle analytique de l'écoulement en canal 2D rugueux. Ce modèle est basé sur l'approche par éléments discrets développée initialement par [Taylor et al., 1985] pour prévoir le coefficient de frottement turbulent sur les parois rugueuses. Les corrélations empiriques proposées par [Taylor et al., 1985] relient le coefficient de traînée des éléments rugueux au nombre local de Reynolds mais ignorent les autres paramètres géométriques, comme par exemple la porosité. Cela constitue le point faible de leur méthode, comme l'a indiqué [Webb, 1994]. Dans le modèle de [Bavière et al., 2006c], la force exercée par les rugosités sur l'écoulement prend en compte certains de leurs paramètres géométriques en s'appuyant sur l'expression utilisée pour les ellipsoïdes très allongés en écoulement visqueux. Le modèle a été validé à partir des résultats numériques de [Hu et al., 2003]. Dans notre travail présenté dans ce chapitre, nous avons continué à développer l'approche par éléments discrets avec l'objectif d'améliorer la modélisation de l'effort exercé par les rugosités sur l'écoulement.

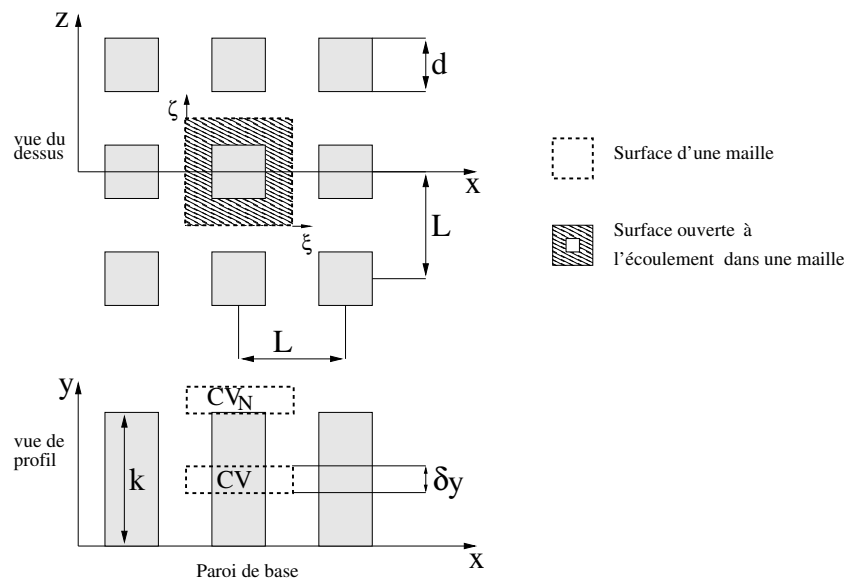
En s'appuyant sur le modèle de [Taylor et al., 1989] pour la prédiction du transfert de chaleur en écoulement turbulent sur des parois rugueuses, nous avons élaboré un modèle représentant le transfert thermique convectif dans les canaux rugueux. La corrélation décrivant les échanges thermiques entre les éléments rugueux et l'écoulement proposé par [Taylor et al., 1989] ne tient pas compte des paramètres géométriques des rugosités. Notre objectif a été d'établir des corrélations pour le nombre de Nusselt plus appropriées à la géométrie des rugosités et qui puissent être intégrées dans le modèle.

L'approche adoptée consiste à représenter la couche rugueuse comme un milieu poreux, comme dans le modèle de [Kleinstreuer and Koo, 2004], tout en prenant en compte les interactions entre le fluide et les éléments rugueux de manière explicite. L'approche "milieu poreux" utilise les notions de moyenne, bien développées



dans la théorie [Whitaker, 1986] en considérant qu'il existe une échelle de longueur, à la fois très petite devant une échelle caractéristique globale de l'écoulement (longueur d'un canal) et très grande devant les dimensions caractéristiques des rugosités. Cette approche amène à modéliser les conditions aux limites à l'interface milieu poreux – milieu libre. Les interactions entre le fluide et les rugosités sont modélisées à l'aide de coefficient de traînée et de coefficient d'échange de chaleur dont la détermination s'appuie sur les modélisations tri-dimensionnelles, puis comme nous le justifierons par la suite, sur des modélisations bidimensionnelles. Pour distinguer notre modèle de celui de [Kleinstreuer and Koo, 2004] (PML= porous medium layer), nous l'appellerons RLM (= rough layer model).

## 4.2 Géométrie



**Figure 4.1.** Disposition planaire des rugosités en réseau aligné (parallélépipèdes de section carrée de côté  $d$  et de hauteur  $k$ ) avec un exemple de volume de contrôle.

La figure 4.1 présente le réseau aligné des rugosités avec un volume de contrôle  $CV$  utile au développement du modèle. Puisque dans l'écoulement entièrement développé, les gradients les plus importants sont perpendiculaires à la paroi, on considère un volume  $CV$  s'appuyant sur une surface  $S$  parallèle à la paroi et de hauteur  $\delta y$  infinitésimale. Grâce à la périodicité du réseau rugueux, la longueur et l'envergure de  $CV$  peuvent être limitées à la longueur d'une période  $L$ . Trois surfaces sont distinguées :

- i. surface d'une maille  $S = L^2$

ii. surface ouverte à l'écoulement  $S_f = L^2 - d^2 = L^2(1 - \frac{d^2}{L^2}) = L^2\varepsilon$

iii. surface de la section du solide contenue dans une maille  $S_s = d^2 = L^2(1 - \varepsilon)$

Ces trois surfaces permettent de définir des moyennes pour les grandeurs physiques. Les grandeurs sont moyennées au sens effectif et au sens de Darcy :

$$\text{moyenne effective: } \langle \phi \rangle (y) = \frac{1}{L^2 - d^2} \int_{S_f} \phi(\xi, y, \zeta) d\xi d\zeta \quad (4.1)$$

$$\text{moyenne de Darcy: } \phi_D(y) = \frac{1}{L^2} \int_S \phi(\xi, y, \zeta) d\xi d\zeta \quad (4.2)$$

où  $\phi$  exprime une quantité scalaire quelconque (composantes de la vitesse et les températures). Les moyennes au sens de Darcy sont inférieures aux moyennes effectives, d'après leurs définitions :

$$\phi_D = \langle \phi \rangle \varepsilon \quad (4.3)$$

La vitesse moyennée au sens de Darcy (vitesse de filtration  $u_D(y)$ ) est plus appropriée à la modélisation parce qu'elle est représentative du débit de l'écoulement<sup>4.1</sup>.

La surface du solide  $S_s$  permet de définir une température moyenne effective de la température du solide  $T_s$

$$T_s(y) = \frac{1}{d^2} \int_{S_s} T(\xi, y, \zeta) d\xi d\zeta \quad (4.4)$$

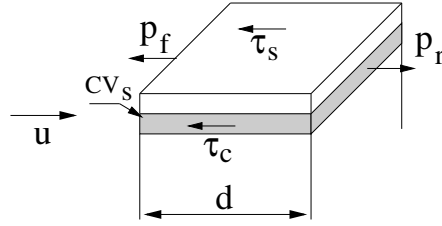
Lorsque la rugosité est approchée par des parallélépipèdes, la porosité  $\varepsilon$  est discontinue sur l'interface parallèle à l'écoulement, entre la région rugueuse et le milieu libre. Les couches limites qui se développent sur les faces supérieures des rugosités sont responsables de la discontinuité du cisaillement et du flux thermique à travers l'interface entre ces régions dans le modèle adopté. Un volume de contrôle  $CV_N$  a été considéré pour tenir compte de ces effets sur l'interface.

## 4.3 Hydrodynamique

### 4.3.1 Coefficient de traînée

Dans le cas d'un écoulement pleinement développé en canal lisse, l'équation de quantité de mouvement constitue un bilan entre les forces de pression et le cisaillement. Les rugosités influencent ce bilan parce qu'elles exercent un effort sur l'écoulement et modifient la surface ouverte à l'écoulement. La figure 4.2 représente les forces de frottement et les forces de pression exercées sur le fluide par les faces  $CV_s$  contenues dans un volume de contrôle.

4.1.  $\int_0^H u_D(y) dy = \dot{Q}_v$  où  $\dot{Q}_v$  est le débit volumique par unité de longueur



**Figure 4.2.** Forces exercées par les différentes surfaces des éléments rugueux sur l'écoulement :  $p_f(y)$  – pression moyenne exercée sur la face amont de la tranche de rugosité,  $p_r(y)$  – pression moyenne exercée sur la face aval de la tranche de rugosité,  $\tau_c$  – contrainte moyenne exercée sur la face latérale de la tranche de rugosité,  $\tau_s$  – contrainte moyenne exercée sur la face supérieure de la rugosité

Le bilan des forces sur le volume de contrôle  $CV$  situé à la distance  $y$  de la paroi de base s'écrit <sup>4.2</sup> :

$$\begin{aligned}
 & -\frac{dp}{dx}L^2\delta y - (p_f - p_r)d\delta y - \bar{\tau}_c 2d\delta y + \mu \frac{d}{dy} \left( \frac{du_D}{dy} + \frac{\mu_k}{\mu} \frac{du_D}{dy} \right) L^2\delta y = 0 \quad (4.5) \\
 & \quad (I) \qquad \quad (II) \qquad \quad (III) \qquad \quad (IV)
 \end{aligned}$$

Le terme  $(I)$  représente la résultante des forces de pression sur les surfaces amont et aval du volume de contrôle  $CV$ . Ce terme est équilibré par le cisaillement  $(IV)$  sur les surfaces inférieure et supérieure de  $CV$  et les forces de pression  $(II)$  et de frottement  $(III)$  exercées sur les surfaces des éléments de rugosité. Il faut souligner que le terme  $(IV)$  tient compte des composantes fluctuant spatialement, qui sont dues à l'écoulement tridimensionnel et qui sont représentées par la viscosité apparente  $\mu_k$ .

La force de pression sur les faces avant et arrière des rugosités dans l'équation 4.5 inclut le gradient de pression global  $\frac{dp}{dx}$  et dépend donc de tous les paramètres géométriques d'un canal. Après la décomposition des forces de pression, selon l'équation 3.7, le terme  $(II)$  dans le bilan 4.5 s'écrit :  $(\tilde{p}_f - \tilde{p}_r - \frac{dp}{dx} d)d\delta y$ . Afin de distinguer la force de pression due seulement aux paramètres géométriques locaux des rugosités, c-à-d la force hydrodynamique liée au champ local de vitesse, on détache la composante due au gradient de pression global de la force de pression sur les rugosités, comme cela a été fait pour l'équation 3.16. L'équation 4.5 est alors écrite :

$$-\frac{dp}{dx}\varepsilon L^2\delta y = (\tilde{p}_f - \tilde{p}_r)d\delta y + \bar{\tau}_c 2d\delta y - \mu \frac{d}{dy} \left( \frac{du_D}{dy} + \frac{\mu_k}{\mu} \frac{du_D}{dy} \right) L^2\delta y \quad (4.6)$$

4.2. La dérivation est présentée en annexe A

On introduit les coefficients adimensionnés de frottement  $C_{x_f}$  et de pression  $C_{x_p}$  :

$$C_{x_f} = \frac{2\bar{\tau}_c(y)}{0.5 \rho u_D(y)^2} \quad (4.7)$$

$$C_{x_p} = \frac{\tilde{p}_f(y) - \tilde{p}_r(y)}{0.5 \rho u_D(y)^2} \quad (4.8)$$

Les forces de frottement et les forces de pression modifiées, exercées par la tranche de rugosité sur le fluide, sont ainsi exprimées par ces coefficients :

$$\delta F_f(y) = 0.5 \rho u_D(y)^2 C_{x_f} d\delta y \quad (4.9)$$

$$\delta F_p(y) = 0.5 \rho u_D(y)^2 C_{x_p} d\delta y \quad (4.10)$$

Après l'introduction du nombre de Reynolds défini sur la vitesse de Darcy locale et sur la taille des rugosités  $d$

$$Re_d(y) = \frac{u_D(y)d\rho}{\mu} \quad (4.11)$$

les forces peuvent être réécrites:

$$\delta F_f = 0.5 u_D \mu C_{x_f} Re_d \delta y \quad (4.12)$$

$$\delta F_p = 0.5 u_D \mu C_{x_p} Re_d \delta y \quad (4.13)$$

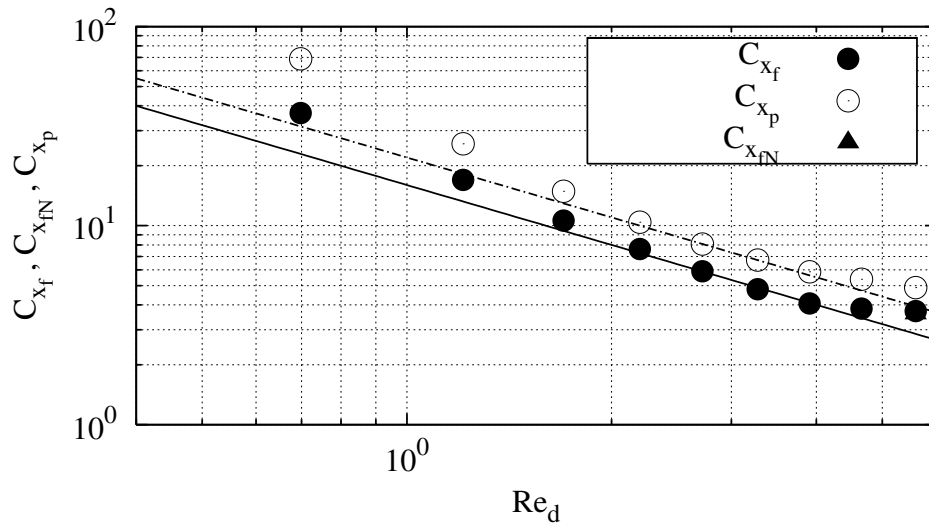
En introduisant les forces ci-dessus dans l'équation 4.6, on obtient :

$$-\varepsilon \frac{dp}{dx} - \frac{1}{2L^2} u_D \mu (C_x Re_d) + \mu \frac{d}{dy} \left( \frac{du_D}{dy} + \frac{\mu_k}{\mu} \frac{du_D}{dy} \right) = 0 \quad (4.14)$$

où  $C_x$  est la somme  $C_{x_p} + C_{x_f}$ .

La figure 4.3 montre la variation des coefficients de traînée en fonction du nombre de Reynolds  $Re_d$  obtenus dans un cas typique avec la modélisation 3D. Les points correspondent à différentes positions le long d'une rugosité, puisque  $Re_d$  est défini à partir de la vitesse locale  $u_D(y)$ . Les résultats sont bien approchés par des lois de la forme  $C_x = \frac{C}{Re_d}$  représentées par des droites de pente  $-1$  en échelles logarithmiques. Ce résultat est assez surprenant, étant donné les effets tridimensionnels constatés sur la figure 3.5. Par conséquent, nous pouvons négliger l'influence des composantes fluctuantes exprimées par  $\mu_k$  dans l'équation 4.14. On peut voir que les résultats s'écartent des droites quand on se rapproche de la paroi lisse du canal (c'est-à-dire pour les plus petites valeurs de  $Re_d$ ). Cet écart est attribué au frottement sur la paroi lisse et au ralentissement de l'écoulement correspondant. Nous avons vérifié que les écarts notés ci-dessus ont disparu quand on a changé la condition aux limites à la paroi lisse et que l'on a laissé l'écoulement glisser librement sur la paroi. En effet, le frottement sur la paroi lisse rend l'écoulement fortement tridimensionnel près de la base des rugosités et altère

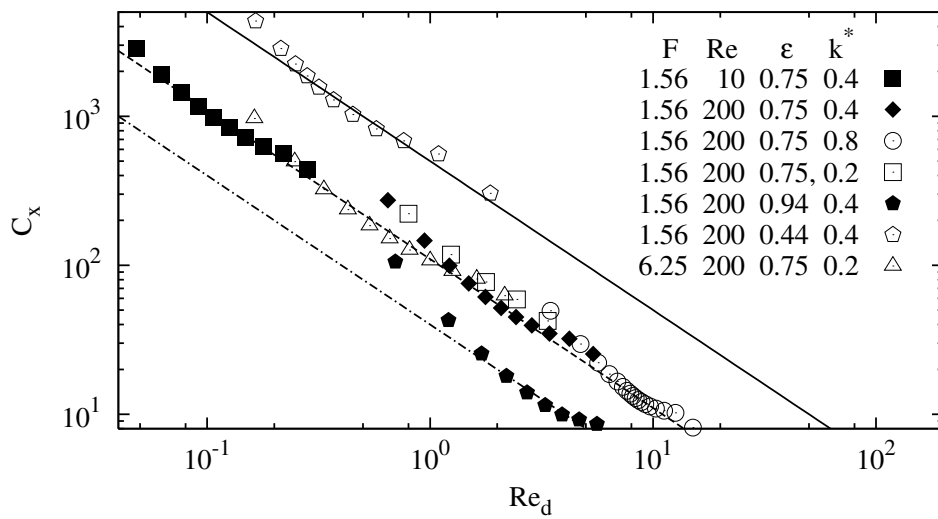
le champ de vitesse local donc aussi les valeurs des coefficients  $C_x$ . Cependant, du fait des vitesses faibles près de la paroi lisse, la contribution de la rugosité à la perte de charge globale du canal est négligeable dans cette région. Par suite, nous avons constaté qu'en négligeant les variations de  $C_x$  le long des éléments, on n'introduit pas d'erreurs significatives. Le coefficient  $C_{x_{fN}}$  est lié à la modélisation de la condition aux limites à l'interface milieu rugueux-milieu libre et la figure 4.3 sera commentée plus loin sur ce point.



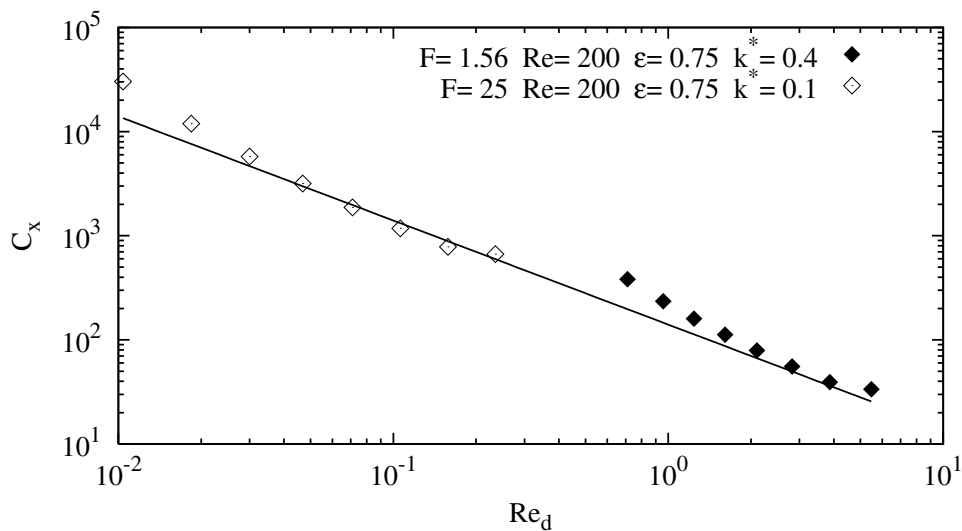
**Figure 4.3.** Distribution des coefficients de traînée le long d'un élément rugueux ( $\varepsilon = 0.94, k^* = 0.4, F = 1.56, Re = 200$ ). Modélisation tri-dimensionnelle. Réseau aligné.

Dans le domaine de contrôle, l'effort exercé par la rugosité sur l'écoulement est égal à la somme des forces de frottement et des forces de pression. La figure 4.4 présente la distribution du coefficient de traînée totale  $C_x = C_{x_f} + C_{x_p}$  pour différentes caractéristiques géométriques de rugosité en réseau aligné. En séparant le gradient de pression moyen de la force de traînée, on a isolé un coefficient de traînée qui est pratiquement indépendant de certaines conditions géométriques. Ainsi, la figure 4.4 montre que  $C_x$  ne dépend pas du débit, ni de la hauteur des rugosités, ni du paramètre de fractionnement  $F$ . En particulier, on voit qu'il y a un bon regroupement des résultats sur une seule droite pour  $\varepsilon$  donné. La porosité  $\varepsilon$  est le seul paramètre qui influence le coefficient de traînée pour la gamme des paramètres considérée. Le même comportement est observé sur la figure 4.5 où deux courbes représentent les résultats obtenus pour le réseau en quinconce.

En conclusion, on peut dire que les simulations numériques bidimensionnelles sont appropriées pour relier le coefficient de traînée à la géométrie du réseau de rugosités qui intervient principalement par sa porosité.



**Figure 4.4.** Coefficient de traînée en fonction des paramètres géométriques. Réseau aligné.



**Figure 4.5.** Coefficient de traînée en fonction des paramètres géométriques. Réseau en quinconce.

### 4.3.2 Conditions aux limites

Le modèle RLM considère deux milieux adjacents. Un choix des conditions aux limites appropriées entre ces milieux est essentiel afin de calculer l'écoulement et les transferts associés. Physiquement, l'interface entre ces deux milieux peut être décrite par un film d'épaisseur  $\delta y$  faible où, du côté poreux, le cisaillement

visqueux microscopique est très important, et du côté écoulement libre, le cisaillement visqueux macroscopique est grand. Dans ce film hétérogène, la porosité change continûment depuis la valeur prise au sein de la couche poreuse jusqu'à l'unité dans la région libre. En cas d'écoulement parallèle à l'interface, le gradient de pression ne change pas à travers ce film, tandis que la variation de vitesse est grande. Parce que la solution exacte de l'écoulement dans ce film est très coûteuse et qu'elle nécessiterait de connaître précisément les caractéristiques géométriques de la région proche de l'interface, les modèles utilisés en milieux poreux considèrent une couche d'épaisseur nulle ( $\delta y \rightarrow 0$ ). Cette hypothèse introduit un saut de la porosité et conduit évidemment à la discontinuité du gradient de vitesse effective.

L'équation 4.14 et l'équation de Stokes sont toutes les deux d'ordre deux et ont besoin de deux conditions aux limites à l'interface faisant intervenir la vitesse. L'hypothèse suivante a été proposée par [Neale and Nader, 1974] :

1. continuité de la vitesse au sens de Darcy

$$u_D|_{k-} = u|_{k+} \quad (4.15)$$

2. continuité du cisaillement

$$\mu \frac{du_D}{dy}|_{k-} = \mu \frac{du}{dy}|_{k+} \quad (4.16)$$

Cependant, si la viscosité du fluide est utilisée dans l'équation 4.16, les solutions ne sont pas cohérentes avec les résultats expérimentaux. Afin de résoudre ce problème, [Neale and Nader, 1974] ont utilisé une viscosité effective  $\mu_{\text{eff}}$  qui dépend de la viscosité du fluide et de la structure du milieu poreux. En considérant la viscosité effective, la continuité du cisaillement s'écrit :  $\mu_{\text{eff}} \frac{du_D}{dy}|_{k-} = \mu \frac{du}{dy}|_{k+}$ . Néanmoins, la forte viscosité effective  $\mu_{\text{eff}}/\mu = O(10)$ , trouvée expérimentalement par [Gilver and Altobelli, 1994], réduit le gradient de vitesse à l'interface du côté poreux. Cela entraîne que les couches limites développées sur l'interface pénètrent plus dans le milieu poreux.

Une approche alternative a été proposée par [Ochoa-Tapia and Whitaker, 1995a] et [Ochoa-Tapia and Whitaker, 1995b] qui ont analysé les transferts de quantité de mouvement à l'interface et développé une condition de saut du gradient de vitesse afin d'assurer une cohérence au modèle dans le milieu poreux et l'écoulement libre. La condition aux limites que ces auteurs ont proposée prend la forme suivante pour un écoulement unidirectionnel :

$$\frac{du}{dy}|_{k+} = \frac{1}{\varepsilon} \frac{du_D}{dy}|_{k-} - \frac{\beta}{\sqrt{K}} u \quad (4.17)$$

où  $\beta$  est un paramètre adimensionnel de l'ordre de l'unité, fonction des paramètres géométriques de la région proche de l'interface. Ainsi, afin de trouver la relation explicite entre  $\beta$  et la structure de la région transitoire proche de l'interface, les auteurs ont proposé un modèle de porosité variable dans un film entre le milieu poreux et l'écoulement libre. Toutefois, ce modèle présente des inconsistances notables avec des résultats expérimentaux obtenus dans un milieu de forte perméabilité ([Ochoa-Tapia and Whitaker, 1995b]).

Dans le cas, où les rugosités sont approchées par des éléments parallélépipédiques, il y a un saut de porosité à l'interface entre les deux milieux. A cause des couches limites qui se développent sur les faces supérieures des rugosités, on s'attend à une discontinuité de la vitesse effective  $u$  à proximité de l'interface. La vitesse au sens de Darcy est pourtant continue à l'interface. Pour traiter cette question, on considère un volume de contrôle  $CV_N$  situé en haut des rugosités ( $k \leq y \leq k + \delta y$ ) comme il est représenté sur la figure 4.1. La conservation de la quantité de mouvement pour ce volume de contrôle s'écrit :

$$-\frac{dp}{dx}L^2\delta y - (L^2 - d^2)\mu\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y}\bigg|_{y=k} + L^2\mu\frac{\partial u}{\partial y}\bigg|_{y=k+\delta y} - \bar{\tau}_s d^2 = 0 \quad (4.18)$$

$\bar{\tau}_s$  étant la contrainte de frottement qui s'exerce sur la surface supérieure d'une rugosité. Sachant que, pour  $y > k$ , la vitesse au sens de Darcy  $u_D$  est égale à la vitesse effective  $\langle u \rangle$  et que  $u_D = \varepsilon \langle u \rangle$  pour  $y = k$ , on peut écrire :

$$-\frac{dp}{dx}L^2\delta y = -\mu\frac{\partial^2 u_D}{\partial y^2}L^2\delta y + \bar{\tau}_s d^2 \quad (4.19)$$

On introduit un coefficient sans dimension homologue du coefficient défini par l'équation 4.7 et lié à la force de frottement.

$$C_{x_{fN}} = \frac{2\bar{\tau}_s}{0.5\rho u_D(k)^2} \quad (4.20)$$

La force de frottement exercée sur la surface supérieure d'un élément de rugosité s'écrit :

$$\delta F_{fN}(k) = \frac{d}{4}u_D\mu C_{x_{fN}}Re_d \quad (4.21)$$

L'équation 4.19 devient alors :

$$-\frac{dp}{dx} = -\mu\frac{\partial^2 u_D}{\partial y^2} + \frac{d}{4L^2\delta y}u_D\mu C_{x_{fN}}Re_d \quad (4.22)$$

L'intégration de l'équation 4.19 montre que la force exercée par la face supérieure sur l'écoulement ne dépend pas de la hauteur du volume de contrôle  $\delta y$ . Cela sera montré au chapitre 6.

La figure 4.3 montre que la valeur du coefficient  $C_{x_{fN}}$  peut être approchée par la même droite que  $C_{x_f}$ . Pour le cas le plus défavorable envisagé dans cette étude ( $F = 6.25$ ,  $\varepsilon = 0.75$  et  $k^* = 0.2$ ), le coefficient  $C_{x_{fN}}$  est sous-estimé d'environ 20%



par cette droite. Cela nous a conduit à utiliser l'approximation que les couches limites se développent de manière semblable sur les faces supérieures et latérales d'une rugosité. En conséquence, le coefficient de frottement  $C_{x_{fN}} (= \frac{2\bar{\tau}_s}{0.5\rho u_d^2})$  sur la face supérieure d'une rugosité est supposé égal à son homologue des faces latérales. Cette hypothèse nous a permis d'utiliser les calculs bidimensionnels afin de déterminer le coefficient de frottement sur les faces supérieures des rugosités. Des calculs bidimensionnels (chapitre 5) menés pour les réseaux aligné et en quinconce et avec une porosité dans la gamme  $\varepsilon = 0.44 \div 0.98$ , ont révélé que le coefficient de frottement  $C_{x_f}$  vaut environ la moitié ( $\pm 5\%$ ) du coefficient de traînée  $C_x$ . On en déduit  $C_{x_{fN}} = C_x/2$ .

## 4.4 Thermique

### 4.4.1 Coefficient d'échange thermique

La conservation de l'énergie dans le volume de contrôle  $CV$  de la figure 4.1 mène à 4.3 :

$$-\rho c_p u_D \frac{dT_m}{dx} + k_s \frac{d^2 T_{sD}}{dy^2} + k_f \frac{d}{dy} \left( \frac{dT_{fD}}{dy} + \frac{k_{fk}}{k_f} \frac{dT_{fD}}{dy} \right) = 0 \quad (4.23)$$

(I)
(II)
(III)

où  $\frac{dT_m}{dx} (= \frac{2q_0''}{H\rho c_p u_b})$  est le gradient de température de mélange donné par l'équation 1.23.

Le terme (I) représente le débit d'enthalpie convecté par l'écoulement. Puisque le flux convectif augmente avec la vitesse, la valeur maximale est atteinte dans la région centrale d'un canal. Alors, la chaleur doit être conduite vers la partie centrale d'un canal par les rugosités (II) et par le fluide (III). Le terme (III) tient compte de la dispersion thermique dans la direction transversale due à l'écoulement tridimensionnel. Ce phénomène est représenté par le coefficient de conductivité thermique apparente  $k_{fk}$  qui est représenté par [Koo and Kleinstreuer, 2005] comme une fonction complexe de  $k_f$ ,  $Pr$  et  $Re_d$ . Néanmoins, les mêmes auteurs ont indiqué que la dispersion thermique peut être négligée dans l'écoulement contournant la rugosité dans les microcanaux pour les valeurs modérées du nombre de Prandtl et du nombre de Reynolds. Dans l'étude présente,  $k_{fk}$  peut être négligé. Le rapport entre le flux conduit par les rugosités et par le fluide dépend des paramètres géométriques des rugosités et du rapport des conductivités du solide et du fluide  $\frac{k_s}{k_f}$ . Ce rapport, généralement très élevé dans les applications pratiques, est égal à 195 dans cette étude, vu les matériaux utilisés.

---

4.3. La dérivation est présentée en annexe B

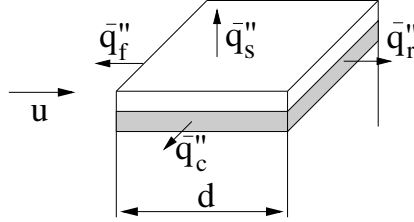
Le flux thermique de conduction dans les éléments rugueux diminue quand  $y$  augmente à cause des pertes par les faces latérales des rugosités. L'équation de l'énergie dans la partie solide du volume de contrôle  $CV$  résulte de l'équilibre entre la transmission de la chaleur vers le fluide et la diminution du flux thermique le long des rugosités (théorie des ailettes).

$$k_s \frac{d^2 T_s}{d y^2} d^2 \delta y = \bar{q}''(y) 4 d \delta y \quad (4.24)$$

où  $\bar{q}''(y)$  représente la densité de flux échangée entre la tranche de rugosité et le fluide

$$\bar{q}''(y) = \frac{1}{4 d \delta y} \int_0^{\delta y} \int_0^p (q_f'' + q_r'' + 2 q_c'') d y d p \quad (4.25)$$

où  $p (= 4d)$  est le périmètre délimité par une tranche de solide. Les flux transmis à l'écoulement sont représentés sur la figure 4.6.



**Figure 4.6.** Flux thermiques échangés entre l'élément de rugosité et l'écoulement.

La substitution de l'équation 4.24 dans l'équation 4.23 et de  $\frac{dT_m}{dx}$  par son expression conduit à :

$$k_f \frac{d^2 T_{fD}}{d y^2} = \frac{u_D}{u_b} \frac{2 q_0''}{H} - \bar{q}''(y) \frac{4 d}{L^2} \quad (4.26)$$

A cause des couches limites thermiques qui se développent sur les faces supérieures, la température effective du fluide  $T_f$  sur la surface située immédiatement au-dessus de l'interface rugueuse – libre est plus grande que la température effective située juste au-dessous de l'interface ( $T_f|_{k+} > T_f|_{k-}$ ). Ce point sera détaillé plus loin dans le §4.4.2 sur les conditions aux limites. Pour assurer la continuité de la température à travers l'interface, on introduit la température d'ensemble moyennée au sens de Darcy et on exprime les équations de conservation à l'aide de cette température :

$$T_D(y) = \frac{1}{S} \int_S T(\xi, y, \zeta) d \xi d \zeta \quad (4.27)$$

L'équation 4.27 indique que  $T_D = T_s(1 - \varepsilon) + T_f \varepsilon$ . En éliminant la température  $T_f \varepsilon$  au profit de la température  $T_D$ , l'équation 4.26 s'écrit :

$$k_f \frac{d^2 T_D}{d y^2} = \frac{u_D}{u_b} \frac{2 q_0''}{H} - \bar{q}''(y) \frac{4 d}{L^2} \left(1 - \frac{k_f}{k_s}\right) \quad (4.28)$$

On introduit le nombre de Nusselt local<sup>4.4</sup>

$$Nu_d(y) = \frac{\bar{q}''(y)d}{(T_s(y) - T_D(y))k_f} = \frac{\bar{q}''(y)d}{(T_s(y) - T_f(y))k_f \varepsilon} \quad (4.29)$$

Les équations 4.28 et 4.24 deviennent :

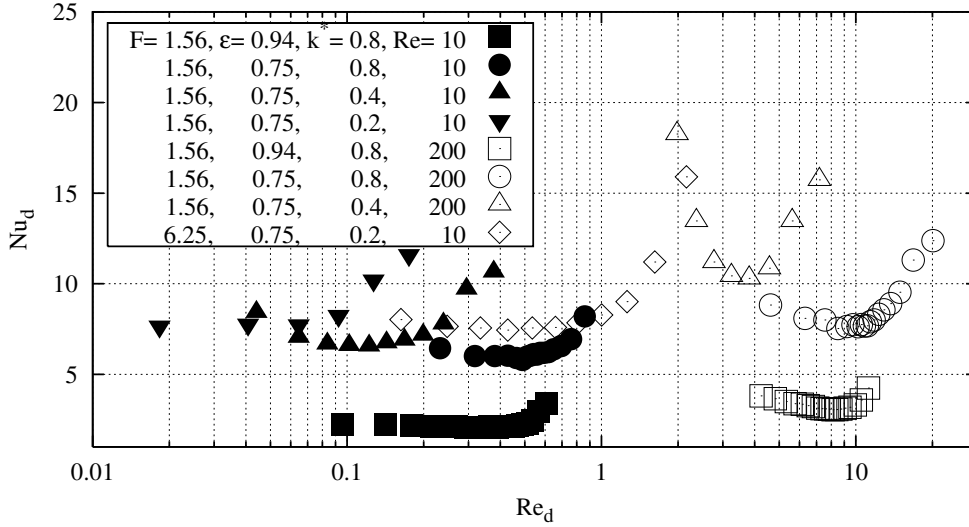
$$k_f \frac{d^2 T_D}{dy^2} = \frac{u_D 2q_0''}{u_b H} - Nu_d \frac{4(T_s - T_D)k_f}{L^2} \left(1 - \frac{k_f}{k_s}\right) \quad (4.30)$$

$$k_s \frac{d^2 T_s}{dy^2} = Nu_d \frac{4(T_s - T_D)k_f}{d^2} \quad (4.31)$$

La modélisation numérique tridimensionnelle fournit la distribution du nombre de Nusselt  $Nu_d(y)$  en fonction du nombre de Reynolds local  $Re_d(y)$  défini par l'équation 4.11 (Figure 4.7). Le transfert thermique convectif dû à l'écoulement contournant les rugosités dépend fortement des interactions locales entre les rugosités et l'écoulement. On peut alors supposer que c'est principalement la porosité qui influence  $Nu_d$ . Ceci est en partie confirmé par la figure 4.7 où l'on observe que  $Nu_d$  augmente quand  $\varepsilon$  est diminuée. La relation entre  $Nu_d$  et la hauteur relative de rugosité  $k^*$  n'est pas aussi claire. Néanmoins,  $Nu_d$  est plus grand pour une hauteur  $k^*$  plus petite. Cela peut être expliqué par les effets tridimensionnels. Notamment, on peut observer que  $Nu_d$  varie localement avec  $Re_d$  le long des rugosités. Près de la paroi de base,  $Nu_d$  est élevé à cause du flux thermique sur cette paroi qui influence le champ de température en contribuant à la diminution de la différence entre la température du fluide et celle du solide. Par contre, près de l'interface rugueuse – libre, l'écoulement au-dessus des rugosités tire le flux thermique vers le centre du canal, donnant un flux thermique échangé plus élevé que celui qu'on attendrait de la différence locale de température (pour la distance  $y$  donnée). Pour les rugosités de hauteur  $k^*$  faible, ces deux comportements interfèrent, causant l'augmentation du nombre  $Nu_d$  par rapport aux rugosités de hauteur plus élevée. La figure 4.7 révèle aussi des variations de  $Nu_d$  avec le nombre de Reynolds global  $Re$ . Ceci peut être attribué au nombre de Prandtl élevé ( $Pr = 7$ ) utilisé pendant cette étude. Dans ce cas, les couches thermiques sont plus minces que les couches cinématiques contribuant alors à l'augmentation de la convection avec le nombre de  $Re$ . Les effets 3D sont plus prononcés pour le transfert thermique que pour l'hydrodynamique comme ceci est montré par la comparaison entre les figures 4.4 et 4.7. Ces effets résultent de la dispersion thermique dans la direction transversale due à l'écoulement tridimensionnel.

---

4.4. Habituellement, le nombre de Nusselt est défini avec la température de mélange. Dans la définition 4.29, nous utilisons la température moyennée dans le volume de contrôle  $T_D$  au lieu de la température de mélange calculée dans la phase fluide du volume de contrôle. Cela est dicté par le fait que l'équation 4.28 est établie avec la température  $T_D$ .



**Figure 4.7.** Variations du nombre de Nusselt le long des rugosités en fonction du débit d'écoulement.

#### 4.4.2 Conditions aux limites

La définition correcte des conditions d'interface joue un rôle important pour le transfert de quantité de mouvement, mais aussi pour le transfert thermique. Les conditions thermiques sur l'interface existant dans la littérature peuvent être trouvées dans la revue de [Alazmi and Vafai, 2001]. L'équilibre thermique est souvent supposé dans le milieu poreux de sorte qu'un modèle à une équation y est appliqué. La température du fluide (égale à celle du solide dans le milieu poreux) est ainsi continue à travers l'interface ( $T_f|_{k_-} = T_f|_{k_+}$ ). Lorsqu'on considère un saut abrupt de porosité, c-à-d. lorsque  $\delta y \rightarrow 0$ , la continuité du flux thermique traversant l'interface ( $k_{\text{eff}} \frac{dT_f}{dy}|_{k_-} = k_f \frac{dT_f}{dy}|_{k_+}$ ) implique la discontinuité du gradient de température à l'interface. Ceci est dû à la différence entre la conductivité effective du milieu poreux  $k_{\text{eff}}$  et celle du fluide  $k_f$ . Lorsque l'hypothèse d'équilibre thermique n'est pas applicable, nous avons la continuité de température au sens de Darcy définie par l'équation 4.24 ( $T_D|_{k_-} = T_D|_{k_+}$ ) et nous sommes obligés de modéliser le saut du flux thermique. Plusieurs modèles ont été proposés dans la littérature [Alazmi and Vafai, 2001]. Nous avons utilisé, pour la thermique, la même approche que pour l'hydrodynamique et introduit une couche d'épaisseur  $\delta y$  à l'interface milieu rugueux- milieu libre. La condition d'équilibre thermique pour cette couche s'écrit alors :

$$k_f \frac{d \langle T_f \rangle}{dy} \Big|_{k_-} \varepsilon + \bar{q}_s'' (1 - \varepsilon) = k_f \frac{dT_f}{dy} \Big|_{k_+} \quad (4.32)$$

où  $\bar{q}_s''$  est le flux thermique réellement transféré à l'écoulement dans le film transitoire d'épaisseur  $\delta y$ . Dans le cas des éléments parallélépipédiques, le flux thermique échangé dans le film transitoire est celui qui traverse la surface supérieure des éléments.

Le bilan d'énergie dans le volume de contrôle  $CV_N$  s'écrit :

$$\rho c_p u_D \frac{dT_m}{dx} L^2 \delta y = \bar{q}_s'' d^2 - L^2 \varepsilon k_f \left. \frac{d \langle T_f \rangle}{dy} \right|_k + L^2 k_f \left. \frac{dT_f}{dy} \right|_{k+\delta y} \quad (4.33)$$

Sachant que, pour  $y < k$ , la température du fluide peut être représentée par :  $\langle T_f \rangle = T_D - T_s(1 - \varepsilon)$  et que pour  $y > k$  la température du fluide est égale à la température au sens de Darcy  $\langle T_f \rangle = T_f = T_D$ , on peut écrire :

$$\rho c_p u_D \frac{dT_m}{dx} L^2 \delta y = \bar{q}_s'' d^2 \left(1 - \frac{k_f}{k_s}\right) + k_f \frac{d^2 T_D}{dy^2} L^2 \delta y \quad (4.34)$$

et après l'introduction du nombre de Nusselt :

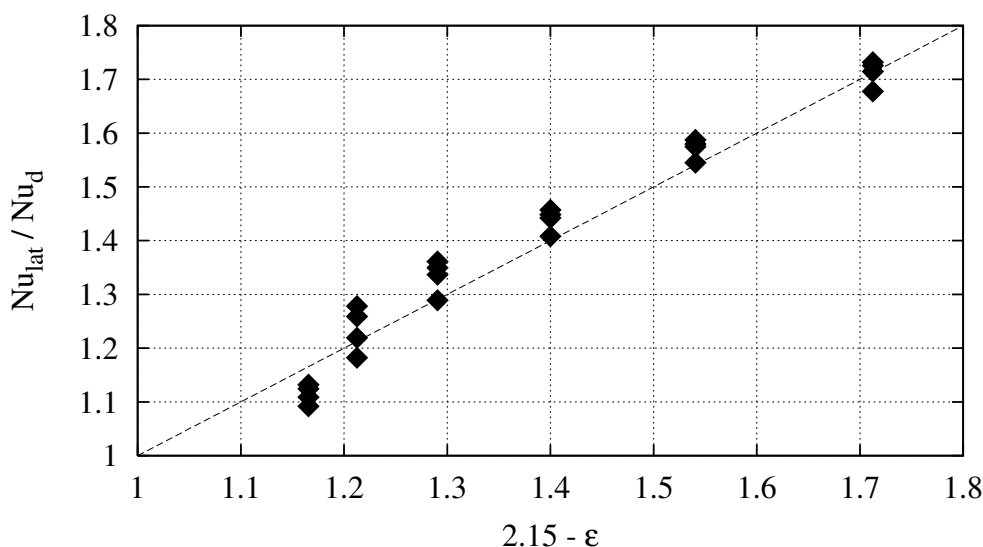
$$\rho c_p u_D \frac{dT_m}{dx} L^2 \delta y = Nu_N (T_s - T_D) k_f d \left(1 - \frac{k_f}{k_s}\right) + k_f \frac{d^2 T_D}{dy^2} L^2 \delta y \quad (4.35)$$

avec  $Nu_N = \frac{\bar{q}_s'' d}{(T_s - T_D) k_f}$ .

Dans la théorie des ailettes, on suppose usuellement que l'extrémité d'une ailette possède un coefficient d'échange thermique moyen égal à celui qui apparaît sur les faces latérales. Cela peut être correct quand on considère l'écoulement à travers le réseau d'ailettes dispersées ou autour d'un cylindre isolé, caractérisé par la porosité  $\varepsilon \rightarrow 1$ . Cependant quand la porosité diminue, l'écoulement présente des zones mortes à cause de l'effet "d'ombre" qui apparaît entre les ailettes. Ces régions, au coefficient d'échange thermique affaibli, diminuent la convection de la chaleur. Dans ce cas, le coefficient d'échange thermique est plus important sur les faces supérieures des ailettes. Comme cela a été présenté pour l'hydrodynamique, nous avons supposé que les couches limites thermiques sur les faces supérieures des éléments se développent de la même manière que sur les faces latérales parallèles à l'écoulement. En conséquence, le nombre de Nusselt  $Nu_N$  sur les faces supérieures a été supposé égal à son homologue des faces latérales. Cette hypothèse nous a permis d'utiliser les calculs bidimensionnels afin de déterminer le coefficient d'échanges thermiques sur les faces supérieures des rugosités.

Les calculs bidimensionnels de transfert thermique, qui seront présentés dans le chapitre 5, ont révélé que, pour le réseau en quinconce, la contribution des différentes faces des rugosités au transfert thermique est assez également répartie, c'est-à-dire que les faces latérales contribuent à peu près pour 50% au transfert thermique total. Cela mène à la valeur de  $Nu_{\text{lat}}$  égale à  $Nu_d$ . Au contraire, les mêmes calculs, menés pour le réseau aligné, ont montré que la densité de flux thermique sur les faces latérales est sensiblement plus grande que celle trouvée sur

les faces amont et aval des rugosités. Ceci peut sûrement être attribué à l'effet "d'ombre" survenant entre deux éléments. Par conséquent, en égalant la densité de flux sur la face supérieure à celle des faces latérales, on trouve  $Nu_N$  supérieur à la valeur moyenne  $Nu_d$ . Cet écart est d'autant plus marqué que le réseau est serré, comme on peut le voir sur la figure 4.8, qui présente le rapport  $Nu_{lat}/Nu_d$  donné par les calculs bidimensionnels avec rugosité en réseau aligné, où le nombre de Reynolds  $Re_d$  était dans la gamme 5 – 40. Les résultats montrent que dans la gamme de  $Re_d$  précitée et de  $\varepsilon$  (0.44 – 0.98) étudiée, le nombre de Nusselt sur les faces latérales peut être approché par  $Nu_{lat} = (2.15 - \varepsilon)Nu_d$ . C'est la corrélation que l'on utilise pour  $Nu_N$  dans le cas du réseau aligné.



**Figure 4.8.** Nombre de Nusselt calculé sur la face latérale rapporté au nombre de Nusselt sur les faces verticales. Réseau aligné.

## 4.5 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons présenté les principes de la modélisation par éléments discrets. Les distributions des contraintes et du flux thermique le long des éléments rugueux ont été calculées à partir des modélisations tridimensionnelles. Les résultats indiquent que les interactions entre les éléments et l'écoulement peuvent être considérées en première approximation comme bidimensionnelles. Pourtant, cette hypothèse doit être employée avec précaution pour le transfert thermique où les effets tridimensionnels sont amplifiés par le couplage entre conduction et convection. Dans ce cas, la condition d'écoulement à bas nombre de Reynolds doit être satisfaite.

Cette approche locale bidimensionnelle nous a permis de considérer la porosité comme le principal paramètre contrôlant les interactions entre les éléments et l'écoulement. En fait, l'équation 4.14 (hydrodynamique) et les équations 4.30 et 4.31 (transfert thermique) développées en utilisant une approche des éléments discrets incluent les termes empiriques qui dépendent principalement de la porosité. Nous avons introduit dans le modèle une couche mince à l'interface entre la région rugueuse et l'écoulement libre. Les équations 4.22 et 4.35, écrites pour cette couche, tiennent compte des couches limites hydrodynamique et thermique qui se développent sur les faces supérieures des rugosités. Ces équations remplacent ainsi les conditions aux limites entre la région rugueuse et la région libre.

# Chapitre 5

## Approche bidimensionnelle des interactions fluide-rugosités

### 5.1 Préambule

Un travail considérable a été effectué dans le passé sur le transfert de chaleur convectif dans les écoulements à travers des faisceaux de tubes ou de barres. La référence la plus reconnue dans le domaine des échangeurs de chaleur est celle de [Zukauskas, 1987], qui a proposé des corrélations entre les nombres de Nusselt, Reynolds et Prandtl pour différentes configurations de faisceaux de tubes. Ces corrélations sont valables pour les valeurs moyennes et élevées du nombre de Reynolds.

D'autre part, des faisceaux de tubes ou de barres ont été très souvent employés comme modèle géométrique pour l'écoulement traversant des milieux poreux à bas nombre de Reynolds. Des modèles avec des distributions périodiques ont été considérés afin de calculer la perméabilité du milieu poreux en fonction de la porosité et du nombre de Reynolds. Des exemples de ces approches se trouvent dans : [Edwards et al., 1990], [Nagelhout et al., 1995], [Koch and Ladd, 1997], [Firdaouss et al., 1997], [Zhong et al., 2006], [Papathanasiou et al., 2001], [Markicevic and Papathanasiou, 2002] et [Graham and Higdon, 2002]. Ces modèles sont très pratiques pour des simulations numériques puisque le domaine des calculs peut être restreint à une maille simple extraite de la structure périodique. Dans ce contexte des milieux poreux, le rôle de l'écoulement à nombre de Reynolds fini et les écarts à la loi de Darcy provenant des non-linéarités ont été largement discutés dans la littérature. En revanche, le problème du transfert thermique dans des faisceaux de tubes à bas nombre de Reynolds n'a été que peu traité par des modélisations numériques. La littérature relative à cette thématique montre des résultats contradictoires, par exemple : [Martin et al., 1998], [Kuwahra et al., 2001], [Nakayama et al., 2004], [Mandhani et al., 2002],



[Ghosh Roychowdhury and Sundararaj, 2002] et [Saito and de Lemos, 2005]. Les paramètres et les conditions aux limites utilisés dans les articles ci-dessus sont présentés dans le tableau 5.1. Ce problème est beaucoup plus complexe qu'avec des conditions adiabatiques puisque le transfert thermique dépend non seulement de la porosité et du nombre de Reynolds, mais également du nombre de Prandtl et des conditions thermiques sur les surfaces solides.

| référence                                | section transversale | configuration           | $Re_d$           | $Pr$                   | porosité     | conditions de chauffage                 |
|--|----------------------|-------------------------|------------------|------------------------|--------------|---|
| [Martin et al., 1998]                    | cylindrique          | alignée                 | 3 – 160          | 0.72                   | 0.8 – 0.99   | température ou flux thermique uniformes |
| [Kuwahra et al., 2001]                   | carrée               | en quinconce            | $2e^{-3} - 10^3$ | $\frac{10^{-2}}{10^2}$ | 0.36 – 0.91  | température uniforme                    |
| [Ghosh-Roychowdhury et Sundararaj, 2002] | cylindrique          | alignée et en quinconce | 40 – 1000*       | pas donné              | 0.5 – 0.8    | température uniforme                    |
| [Mandhani et al., 2002]                  | cylindrique          | en quinconce            | 1 – 500          | 0.1 – 10               | 0.4 – 0.99   | température ou flux thermique uniformes |
| [Nakayama et al., 2004]                  | carrée               | alignée                 | $10^{-2} - 6000$ | 1                      | 0.25 – 0.875 | température uniforme                    |
| [Saito and de Lemos, 2005]               | carrée               | en quinconce            | 4 – 400          | 1                      | 0.44 – 0.9   | température uniforme                    |

**Tableau 5.1.** Conditions pour les calculs du transfert thermique dans les réseaux périodiques de tubes. \* $Re_d$  est basé sur la vitesse moyenne pour le passage minimal.

Dans le contexte des milieux poreux, une des questions posées est celle de l'équilibre thermique local entre le fluide et la matrice solide constituant le milieu poreux. L'objectif de notre travail a été d'établir une base de données pour le coefficient d'échange thermique dans des faisceaux de tubes ou de barres. Comme source de chaleur, nous avons généralement appliqué les conditions aux limites de source volumique uniforme, néanmoins le cas de parois isothermes a été aussi examiné. Les calculs ont été concentrés sur la gamme des bas nombres de  $Re_d (< 40)$ .

Les motivations de notre étude étaient les suivantes :

- i. Dans la pratique, la condition thermique imposée sur les surfaces dans des échangeurs de chaleur n'est habituellement ni la densité de flux uniforme ni la température uniforme. L'influence de cette condition sur le coefficient de transfert thermique est négligeable pour des écoulements turbulents, mais peut être significative pour les écoulements à bas  $Re$ , qui prédominent dans les micro-échangeurs. Il est alors important d'examiner la sensibilité de ce coefficient sur l'évolution thermique des surfaces pour la conception des micro-échangeurs.
- ii. La condition de source volumique de chaleur uniforme correspond aux travaux expérimentaux sur le refroidissement convectif des faisceaux de tubes chauffés électriquement [Stanescu et al., 1996].

iii. Nous avons développé un modèle numérique pour les effets de rugosité sur des écoulements laminaires dans les microcanaux en utilisant une méthode d'éléments discrets (chapitre 4). Cette approche a été d'abord proposée par [Taylor et al., 1985] et [Taylor et al., 1989] pour prévoir le coefficient de frottement et le transfert thermique associés des surfaces rugueuses dans des écoulements turbulents. La fermeture des équations du problème dans l'approche des éléments discrets consiste à utiliser des corrélations empiriques pour les coefficients de traînée et d'échange thermique en fonction du nombre de Reynolds et de la configuration des rugosités. Les calculs tridimensionnels présentés dans le chapitre 3 montrent que ces coefficients peuvent être effectivement estimés en considérant l'écoulement et le transfert thermique dans la situation simplifiée des réseaux de cylindres bidimensionnels.

Il est à noter que les calculs bidimensionnels avec leurs résultats ont été publiés par [Gamrat et al., 2007a].

## 5.2 Modèle numérique

### 5.2.1 Domaine de calcul, équations et conditions aux limites

Le modèle géométrique considéré dans cette étude se compose de barres infiniment longues périodiquement distribuées selon un réseau aligné ou en quinconce (figure 5.1). La section transversale des barres est carrée ou ronde. Cette configuration est caractérisée par la taille  $d$  des éléments solides et par l'écartement transversal  $L$  ou longitudinal  $L$  pris égaux entre eux. La porosité des deux réseaux s'écrit :

$$\varepsilon = 1 - \frac{S_s}{L^2} \quad (5.1)$$

où  $S_s$  est la section égale à  $d^2$  et à  $\frac{\pi d^2}{4}$  pour les éléments carrés et ronds respectivement. L'écoulement est considéré comme bidimensionnel avec une direction principale le long de l'axe  $x$ . Les directions  $x$  et  $z$  seront nommées directions longitudinale et transversale ci-après. L'axe  $x$  a été choisi suivant un axe de symétrie du réseau. La valeur maximale du nombre de Reynolds basé sur la vitesse de Darcy  $u_D$  (chapitre 4) et la taille  $d$  des barres est égale à 40. Nous avons alors estimé que des instabilités n'apparaissent pas pour de telles valeurs de  $Re_d$ . En conséquence, l'écoulement autour des barres a été supposé symétrique par rapport à l'axe  $x$ . Compte tenu de cette hypothèse, le domaine de calcul, représenté sur la figure 5.1, s'étend sur une longueur d'onde  $\lambda$  ( $= L$  et  $2L$  pour les réseaux aligné et en quinconce respectivement) dans le sens de l'écoulement principal ( $x$ ) et sur une demi-longueur d'onde dans la direction transversale  $z$ .

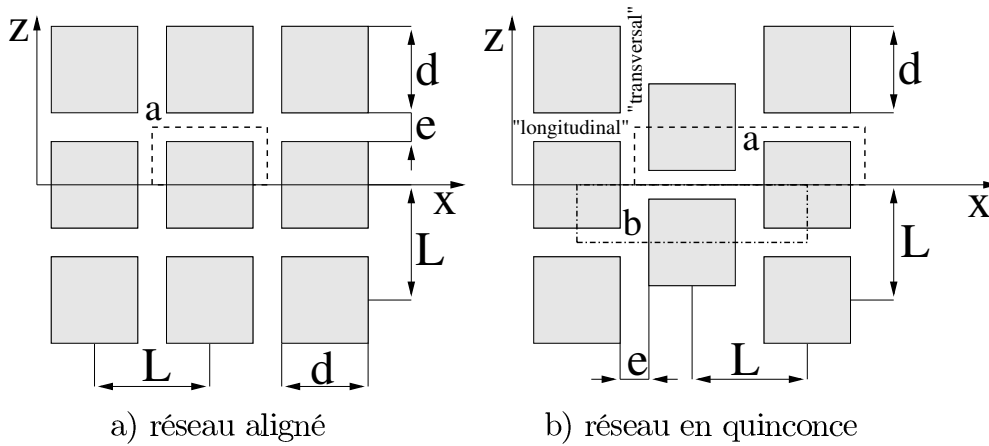


Figure 5.1. Disposition des barres

L'écoulement est supposé laminaire, incompressible et à propriétés physiques constantes. La dissipation visqueuse a été négligée. Avec les simplifications ci-dessus, les équations de conservation dans le domaine fluide s'écrivent pour :

la masse

$$\nabla \cdot \vec{U} = 0 \quad (5.2)$$

la quantité de mouvement

$$\rho(\vec{U} \cdot \nabla \vec{U}) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{U} \quad (5.3)$$

l'énergie

$$\rho c_p (\vec{U} \cdot \nabla T) = k_f \nabla^2 T \quad (5.4)$$

La plupart des calculs ont été effectués avec une condition de source de chaleur de densité volumique  $q_v$  uniforme dans les barres. Dans ce cas, l'équation de l'énergie pour la phase solide s'écrit :

$$\nabla^2 T + \frac{q_v}{k_s} = 0 \quad (5.5)$$

L'écoulement a été supposé entièrement développé à l'échelle macro du réseau de barres. Cela a permis d'appliquer des conditions périodiques pour le champ de vitesse dans la direction  $x$ . Le chauffage volumique uniforme permet également d'appliquer des conditions périodiques pour le problème de transfert thermique.

Les conditions de périodicité s'écrivent :

$$\vec{\Theta}(x, z) = \vec{\Theta}(x + \lambda, z) \quad (5.6)$$

pour n'importe quel flux (vitesse, flux de chaleur). Toutefois, cette condition ne peut pas être appliquée pour la phase solide par le logiciel utilisé (Fluent 6.1.22) dans cette étude. Le domaine de calcul a été alors défini avec des conditions périodiques d'entrée et de sortie pour le fluide (domaine "a" sur la figure 5.1). En

raison de la périodicité, des variables d'état comme la pression et la température peuvent être écrites comme la somme d'un gradient et d'une composante périodique

$$\phi(x, z) = \frac{d\phi}{dx}x + \tilde{\phi}(x, z) \quad (5.7)$$

avec

$$\tilde{\phi}(x, z) = \tilde{\phi}(x + \lambda, z) \quad (5.8)$$

Le gradient de pression  $\frac{dp}{dx}$  est déduit des calculs tandis que le gradient de température  $\frac{dT}{dx}$  est déterminé par un bilan thermique dans le domaine liquide ( $\frac{dT}{dx} = \frac{q_v S_s / 2}{\dot{m} c_p L}$  où  $\dot{m}$  est le débit massique par unité de longueur dans la direction  $z$ ). En s'appuyant sur le principe donné dans le paragraphe 1.2.4.1, nous avons supposé que le gradient de température est égal dans les phases solide et liquide.

Des conditions aux limites symétriques ont été écrites sur les surfaces parallèles à la direction d'écoulement  $x$  :

$$\vec{\Theta} \cdot \vec{n} = 0 \text{ et } \nabla \phi \cdot \vec{n} = 0 \quad (5.9)$$

où  $\vec{n}$  est le vecteur normal à la surface de symétrie. La condition d'adhérence et la continuité de température ont été assurées sur toutes les interfaces solide-fluide.

Dans le cas de chauffage à température uniforme,  $q_v$  a été fixé à zéro et la température uniforme a été imposée sur les interfaces fluide/solide. En conséquence, les conditions périodiques thermiques ont été changées, comme cela est expliqué ultérieurement.

L'écoulement peut être défini par la vitesse de Darcy  $u_D$ , moyenne sur toute la surface  $L^2$  d'une maille. Alors, le nombre de Reynolds basé sur  $u_D$  et la taille des barres  $d$  s'écrit :

$$Re_d = \frac{u_D d}{\nu} \quad (5.10)$$

Traditionnellement, le nombre de Reynolds au sens de Darcy est défini par :

$$Re_D = \frac{u_D K_{max}^{0.5}}{\nu} \quad (5.11)$$

où  $K_{max}$  est la perméabilité maximale dans la limite de l'écoulement à bas Reynolds qui sera précisée ultérieurement.

Le nombre de Nusselt s'écrit :

$$Nu_d = \frac{\bar{q}'' d}{(T_s - T_f) k_f} \quad (5.12)$$

où  $\bar{q}''$ ,  $T_s$  et  $T_f$  sont respectivement la densité de flux de chaleur moyenne sur l'interface solide-fluide, la température moyenne dans la phase solide et dans la phase fluide.

## 5.2.2 Schéma numérique, maillage et précision des calculs

Les calculs numériques ont été effectués à l'aide du logiciel commercial Fluent 6.1.22. Les équations de conservation 5.2, 5.3 et 5.4 ont été discrétisées par une méthode de volumes finis du second ordre et résolues en utilisant l'algorithme SIMPLEC. Les calculs ont été effectués en double précision et la convergence a été considérée comme établie lorsque le gradient de pression et le flux moyen de chaleur ont atteint une valeur constante (la valeur de ces paramètres était constante pour cent itérations). Le niveau typique des résidus a diminué en-dessous de  $10^{-10}$  pour l'équation de conservation de la masse et de  $10^{-12}$  pour l'équation de conservation de l'énergie. Un maillage orthogonal produit par Gambit 2.1.2, a été utilisé avec la taille des mailles égale à  $L/200$ . Ainsi, pour la configuration en quinconce, le maillage a compris  $400 \times 100$  mailles dans les directions  $x$  et  $y$  respectivement. Cette taille de maille a été déduite des tests effectués pour trois maillages différents, à savoir :  $A$ ,  $B$  et  $C$  comprenant respectivement  $200 \times 50$ ,  $400 \times 100$  et  $800 \times 200$  mailles. Ces maillages ont été utilisés avec une porosité égale à 0.985 et  $Re_d$  égal à 20. Le gradient de pression et le nombre de Nusselt ont convergé vers des valeurs limites lorsque la taille des mailles a été diminuée. La différence relative pour le gradient de pression a été trouvée égale à 0.5% entre les maillages  $B$  et  $C$  et est montée à 0.7% entre les maillages  $B$  et  $A$ . Pour le nombre de Nusselt, la différence a été de 0.5% entre les maillages  $B$  et  $C$  et est montée jusqu'à 2% entre les maillages  $B$  et  $A$ . Le maillage  $B$  a donc été adopté pour les calculs.

## 5.2.3 Validation du modèle

Les calculs ont été effectués dans le cas de l'écoulement isotherme à travers des réseaux de tubes avec différentes porosités. La perméabilité a été trouvée en parfait accord avec les résultats de [Martin et al., 1998] pour les cylindres en réseau aligné et avec les résultats de [Nakayama et al., 2004] pour les barres en réseau aligné. Ces derniers auteurs ont considéré des écoulements d'inclinaison variable par rapport au réseau. C'est bien sûr le cas où l'angle d'inclinaison est égale à zéro qui a été retenu pour des comparaisons. La comparaison avec les résultats de [Martin et al., 1998] est présentée au paragraphe 5.3.1.

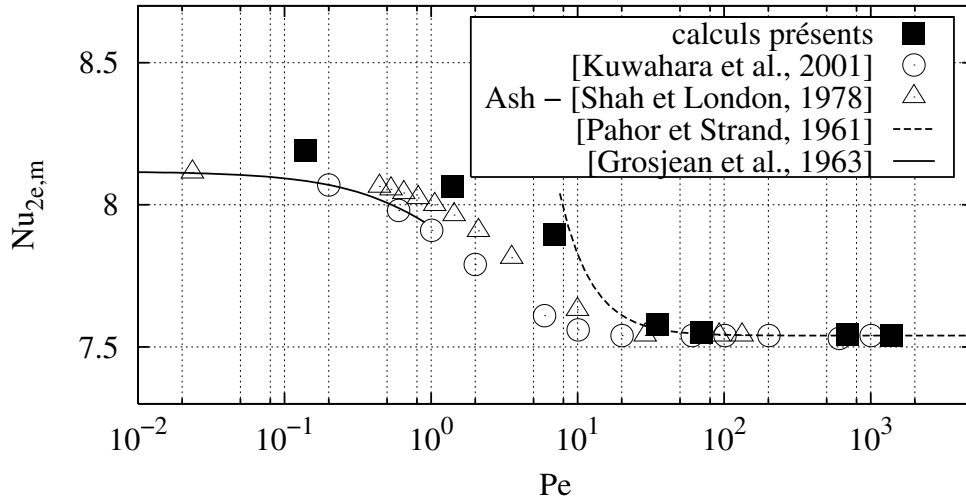
Le modèle numérique a été testé dans les conditions d'écoulement laminaire, thermiquement et hydrauliquement pleinement développé, le long d'un canal bidimensionnel de hauteur  $e$  et de longueur  $2L$ . Les surfaces du canal ont été maintenues à température uniforme. Dans ce cas de chauffage, la condition périodique pour l'équation de conservation de l'énergie ne peut pas être gardée sous la forme des équations 5.7 et 5.8. Selon le procédé recommandé par [Kuwahara et al., 2001], nous l'avons remplacé par la condition de profils identiques de la température adimensionnée à l'entrée et à la sortie du domaine de calcul.

$$\theta(z) = \frac{T - T_0}{T_m - T_0} \Big|_{x=0} = \frac{T - T_0}{T_m - T_0} \Big|_{x=2L} \quad (5.13)$$

où  $T_m$  et  $T_0$  sont respectivement la température de mélange et la température des parois.

Les calculs itératifs ont consisté à déterminer le profil de température à la sortie et le réinjecter à l'entrée du canal jusqu'à ce que la convergence soit obtenue. Le nombre de Nusselt  $Nu_{2e,m}$  a été normalisé avec le diamètre hydraulique  $2e$ .

$$Nu_{2e,m} = \frac{\bar{q}'' 2e}{(T_0 - T_m)k_f} \quad (5.14)$$



**Figure 5.2.** Échange de chaleur dans un canal en régime laminaire développé. Influence de la conduction axiale.

La figure 5.2 compare les résultats des calculs présents à ceux de Ash cités par [Shah and London, 1978] et à ceux de [Kuwahra et al., 2001]. Les tendances asymptotiques, données par [Pahor and Strand, 1961] et [Grosjean et al., 1963] également citées par [Shah and London, 1978] sont tracées sur la même figure. La tendance générale de la variation  $Nu_{2e,m} = f(Pe)$  est bien retrouvée par les calculs présents. L'accord avec la valeur constante de  $Nu_{2e,m}$  ( $= 7.54$ ) attendue dans la gamme des valeurs élevées de  $Pe$  est excellent. La conduction axiale dans le fluide affecte le transfert de chaleur convectif dans le canal lorsque le nombre de Peclet est diminué.  $Nu_{2e,m}$  s'éloigne de la valeur théorique 7.54 pour  $Pe \approx 10 \div 40$ , selon les auteurs et augmente jusqu'à environ 8.1 pour les plus faibles valeurs de  $Pe$ . Les résultats présents sont légèrement supérieurs que ceux de la littérature. Cependant, la différence est seulement de 1.2 % pour  $Pe = 0.14$ . On observe la plus grande différence avec les résultats de Ash (+ 3.5 %) pour  $Pe = 7$ . Nos résultats sont cependant en bon accord avec les formules de [Pahor and Strand, 1961] et [Grosjean et al., 1963]. Notez que l'ordonnée de la figure 5.2 est dilatée entre 7.5 et 8.5.

## 5.3 Résultats

### 5.3.1 Hydrodynamique

Pour un écoulement bidimensionnel à travers un réseau de barres, l'équation de conservation de quantité de mouvement (équation 4.14) se réduit à :

$$0 = \frac{dp}{dx} + \frac{\mu}{\varepsilon K} u_D \quad (5.15)$$

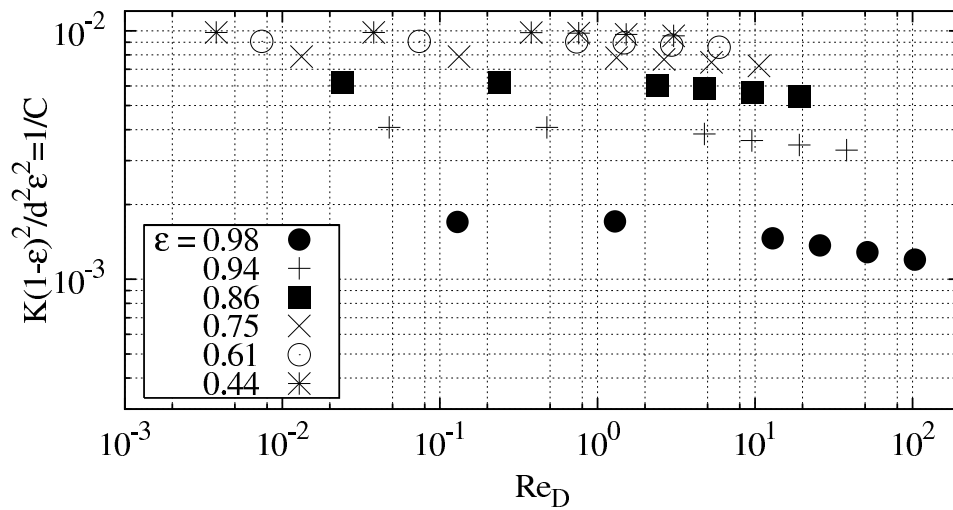
où  $K (= \frac{2L^2}{C_x Re_d})$  est la perméabilité du réseau.

Lorsque l'inertie est négligée, l'équation 5.15 ressemble à l'équation de DARCY en milieu poreux sauf que le terme de gradient de pression est modifié lorsqu'on utilise la décomposition de pression comme donnée par l'équation 5.7. La définition habituelle de la perméabilité est retrouvée lorsque l'on considère le produit  $\varepsilon K$ . Dans la limite de l'écoulement visqueux c-à-d. à très bas  $Re$ , la perméabilité

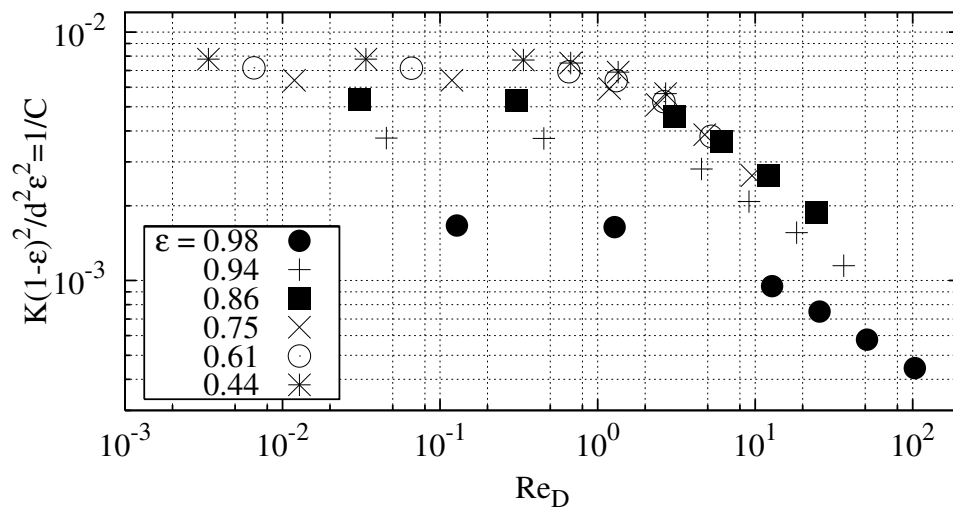
ne dépend pas de la vitesse d'écoulement et peut être reliée à la porosité  $\varepsilon$  par l'équation de CARMAN - KOZENY, qui selon [Scheidegger, 1963] s'écrit :

$$K = \frac{d^2 \varepsilon^2}{C(1 - \varepsilon)^2} \quad (5.16)$$

[Bejan, 2004] a précisé que la constante de KOZENY  $C = 150$  pour l'écoulement à travers un réseau de tubes en quinconce.



**Figure 5.3.** Perméabilité normalisée en fonction du nombre de Reynolds au sens de Darcy pour le réseau aligné.



**Figure 5.4.** Perméabilité normalisée en fonction du nombre de Reynolds au sens de Darcy pour le réseau en quinconce.

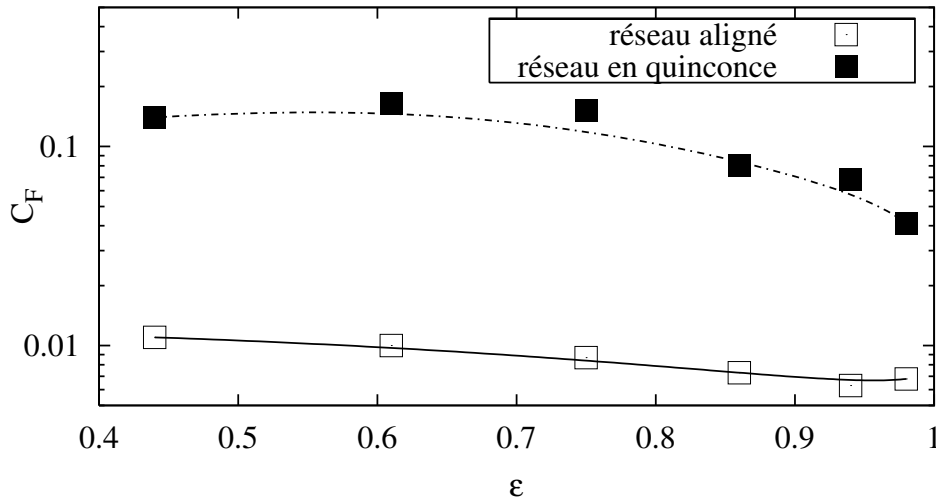


Les valeurs de  $1/C$  déduites des calculs présents sont tracées sur la figure 5.3 pour la configuration aligné et sur la figure 5.4 pour la configuration en quinconce de barres à section carrée (figure 5.1). On peut remarquer que les courbes présentent un plateau pour les basses valeurs de  $Re$ , quelle que soit la porosité. Cela signifie que la loi linéaire de DARCY est satisfaite pour les écoulements à bas  $Re_D$ , comme on pouvait s'y attendre. Pour la gamme basse de  $Re_D$ , la constante de KOZENY  $C$  est égale à 130 pour la configuration en quinconce et pour la porosité  $\varepsilon = 0.44$ . Cette valeur est proche de celle qui est indiquée par [Bejan, 2004] et citée précédemment. Cependant,  $1/C$  diminue significativement lorsque  $\varepsilon$  est augmentée au-delà de 0.8. On observe la même tendance pour le réseau aligné tout en notant que la perméabilité est généralement plus élevée pour cette configuration. La différence entre les deux configurations, en termes de perméabilité, change seulement d'environ 2% pour  $\varepsilon = 0.98$  mais augmente jusqu'à 24% pour  $\varepsilon = 0.4$ . D'un autre côté, les variations de  $C$  avec la porosité montrent que la formule de CARMAN - KOZENY n'est pas adaptée pour les valeurs de  $\varepsilon$  élevées. C'est la raison pour laquelle le coefficient de traînée (ou de manière équivalente la perméabilité) utilisé pour le modèle des éléments discrets a été déterminé en employant les résultats représentés sur les figures 5.3 et 5.4 et non avec la formule 5.16.

Les figures 5.3 et 5.4 montrent que l'inertie influence l'écoulement lorsque  $Re_D$  est augmenté. Avec le choix de  $K_{\max}^{0.5}$  (équation 5.11) comme longueur pour le nombre de Reynolds, cet effet apparaît à une valeur de  $Re_D$  ( $\approx 1 - 10$ ) approximativement indépendante de  $\varepsilon$ . Cette valeur limite de  $Re_D$  est légèrement plus petite pour la configuration en quinconce. Cela indique que pour les valeurs de  $Re_D$  modérées et élevées, la modification de FORCHHEIMER doit être appliquée à la loi de DARCY

$$0 = \frac{dp}{dx} \varepsilon + \frac{\mu}{K} u_D + \frac{C_F}{K^{0.5}} \rho u_D^2 \quad (5.17)$$

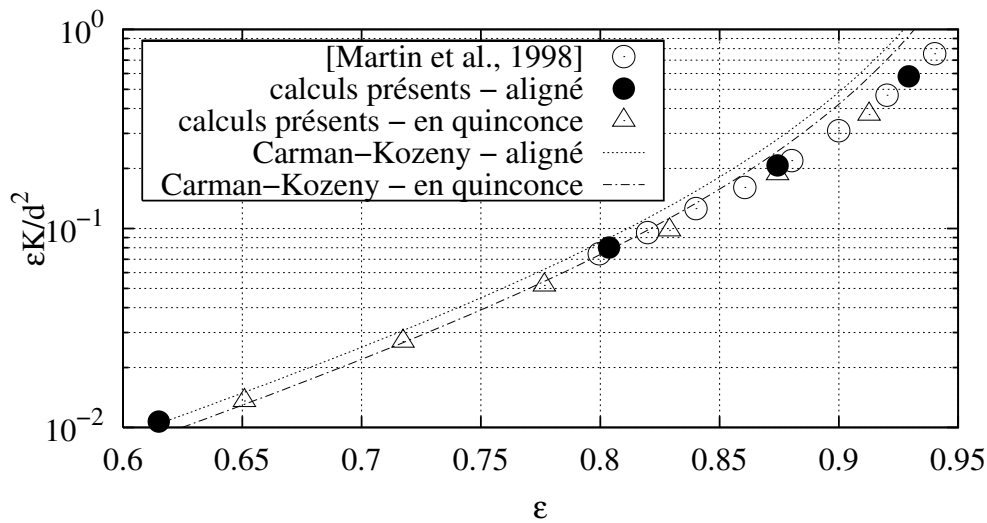
où  $C_F$  est le coefficient de FORCHHEIMER. La figure 5.5 présente les variations du coefficient de FORCHHEIMER en fonction de la porosité pour les configurations aligné et en quinconce. Pour ces deux cas, le coefficient de FORCHHEIMER augmente légèrement quand la porosité est diminuée. La figure 5.5 prouve que les effets d'inertie sont plus prononcés pour le réseau en quinconce. Cela est évidemment dû aux nombreux changements de direction du courant dans cette configuration.



**Figure 5.5.** Coefficient de Forchheimer en fonction de la porosité pour le réseau aligné et en quinconce.

En fait, pour un écoulement laminaire à travers des microcanaux à parois rugueuses, on peut s'attendre à des valeurs très petites de  $Re_D$  qui n'excèdent pas 1. Ainsi, on s'attend à ce que les forces de résistance à l'écoulement dues à la rugosité soient proportionnelles à la vitesse débitante. Ceci est conforme aux résultats numériques rapportés par [Bavière et al., 2006c] et à l'étude numérique de [Croce et al., 2005] où les variations de  $Po$  avec  $Re$  étaient négligeables.

D'autres calculs ont été effectués pour des réseaux de tubes à section circulaire dans le régime visqueux d'écoulement (à  $Re_D$  bas). Les résultats sont comparés aux données de [Martin et al., 1998] sur la figure 5.6. La perméabilité est normalisée comme dans le travail de ces auteurs. Un accord excellent est trouvé avec leurs résultats. Les données ont été approximées par la formule de CARMAN - KOZENY pour la gamme basse de  $\varepsilon$  en utilisant une méthode des moindres carrés (tracés en lignes pointillées sur la figure 5.6). La constante  $C$  a été trouvée égale à 150 ( $\pm 4\%$ ) et 175 ( $\pm 4\%$ ) pour les configurations aligné et en quinconce, respectivement. Ces derniers résultats sont dans la gamme des valeurs rapportées par [Papathanasiou et al., 2001] pour les milieux poreux fibreux. Conformément aux résultats précédents, la formule du type de CARMAN - KOZENY surestime la perméabilité pour les valeurs élevées de  $\varepsilon$ .



**Figure 5.6.** Perméabilité normalisée en fonction de la porosité dans la limite de l'écoulement à bas  $Re_D$ .

En conclusion, le coefficient de traînée associé à des éléments rugueux peut être déterminé par des calculs bidimensionnels de l'écoulement à travers des réseaux de barres. Une formule du type de CARMAN-KOZENY peut être appliquée pour prévoir la perméabilité pour des valeurs basses et modérées de la porosité et pour les conditions de nombres bas de  $Re_D$ . Cependant, la constante  $C$  doit être adaptée aux diverses configurations géométriques.

### 5.3.2 Chauffage à température uniforme

Les échanges thermiques convectifs à travers un réseau de barres à section carrée disposées en quinconce dont les parois sont maintenues à température constante ont été examinés et comparés aux résultats publiés par [Kuwahra et al., 2001]. La méthode de calcul et la condition de périodicité du champ thermique, décrites par ces auteurs et présentées dans la section 5.2.3 (équation 5.13), ont été adoptées pour les calculs présents. Le domaine de calcul a donc été décalé de  $L/2$  dans la direction  $x$  comme représenté sur la figure 5.1 (domaine de calcul "b"). Dans le cas d'une faible porosité, la surface ouverte à l'écoulement peut être considérée comme une succession de canaux bidimensionnels étroits de largeur  $e (= L - d)$  donnant une forme globale en "S-Z" sur une longueur totale d'environ  $3d$  (figure 5.7).

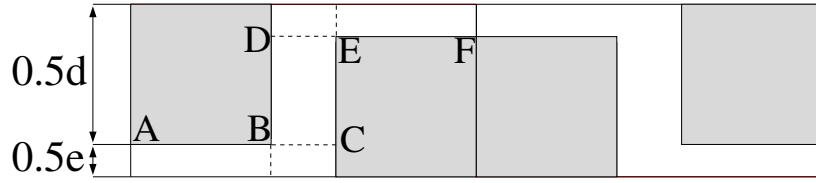


Figure 5.7. canaux successifs bidimensionnels en forme "S-Z".

Ceci suggère d'introduire le nombre de Nusselt  $Nu_{2e}$  et le nombre de Reynolds  $Re_{2e}$  basés sur le diamètre hydraulique  $2e$  d'un canal bidimensionnel et de comparer les résultats obtenus pour la structure complète à ceux d'un canal bidimensionnel de longueur adimensionnelle  $d/e$ .  $Re_{2e}$  est défini avec la vitesse débitante dans un canal. Les nouveaux nombres adimensionnels sont liés à  $Nu_d$  et à  $Re_d$  par :

$$Nu_{2e} = Nu_d \frac{2e}{d} \quad (5.18)$$

$$Re_{2e} = \frac{2Re_d}{\sqrt{1-\varepsilon}} \quad (5.19)$$

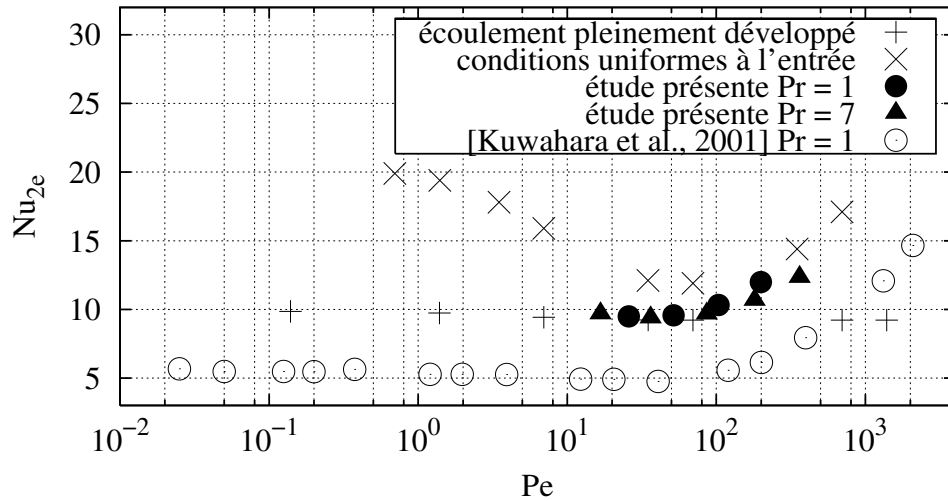
et le nombre de Peclet est défini :

$$Pe = Re_{2e} Pr \quad (5.20)$$

$Nu_d$  défini par l'équation 5.12, fait intervenir la densité de flux  $\bar{q}''$  moyennée sur la surface totale de l'interface solide-fluide dans le domaine de calcul.

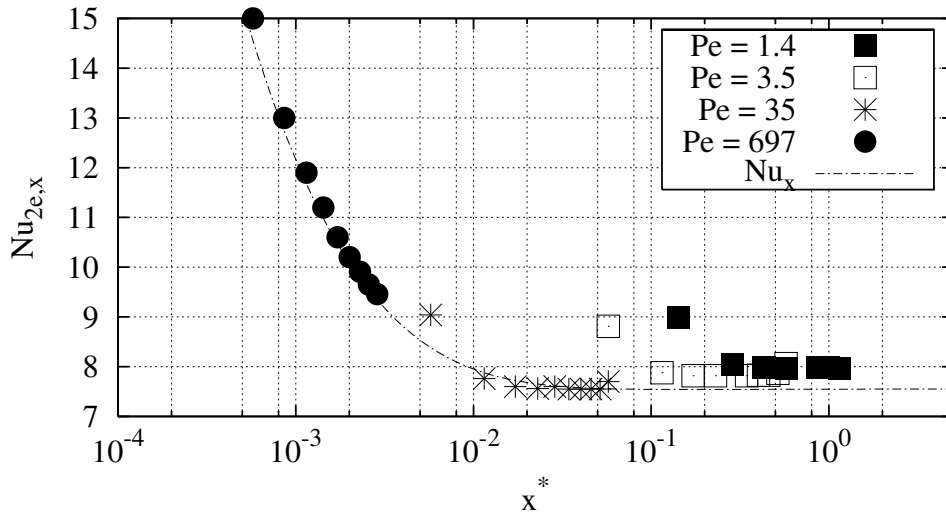
Afin de faire la comparaison avec [Kuwahra et al., 2001],  $Nu_{2e}$  est normalisé par  $T_s - T_f$ , comme précisé dans équation 5.12. Les résultats de [Kuwahra et al., 2001] pour  $Pr = 1$ , ont été traités à l'aide de la normalisation ci-dessus, et tracés ainsi que les résultats de l'étude présente sur la figure 5.8. Bien qu'on observe la même tendance pour la variation de  $Nu_{2e}$  en fonction de  $Pe$ , les résultats présents (points en noir de la figure 5.8) sont nettement plus élevés (d'environ 40%) que ceux de [Kuwahra et al., 2001]. La petite valeur de  $\varepsilon$  ( $=0.36$ ) utilisée pour cette comparaison correspond à une longueur adimensionnée  $d/e = 4$ , qui n'est pas assez grande pour éliminer un effet d'entrée qui se manifeste pour chaque canal formé entre les éléments solides. Pour comparaison, nous avons alors effectué des calculs dans un canal plan de longueur adimensionnée  $d/e = 4$ . Deux conditions extrêmes ont été étudiées, à savoir :

- i. écoulement hydrauliquement et thermiquement pleinement développé le long d'un canal (cas A)
- ii. profils de vitesse et de température uniformes à l'entrée du canal (cas B)



**Figure 5.8.** Échange de chaleur dans le réseau. Chauffage à température uniforme. Comparaison avec deux cas extrêmes d'écoulement, à savoir écoulement pleinement développé et écoulement avec conditions uniformes à l'entrée.

Les résultats de ces calculs (figure 5.8) montrent, que pour le cas B,  $Nu_{2e}$  passe par un minimum pour  $Pe \simeq 50 \div 100$ . En effet, pour des nombres de  $Pe$  élevés, une diminution de  $Pe$  correspond à un élargissement plus rapide des couches limites et donc à une diminution de  $Nu_{2e}$ . On constate que  $Nu_{2e}$  réaugmente pour des valeurs de  $Pe$  inférieures à  $\simeq 50$ . Cette augmentation correspond vraisemblablement à un effet de conduction axiale comme pour le régime établi (figure 5.2) sauf que pour les conditions présentes d'écoulement cet effet est augmenté par la présence des couches limites minces à l'entrée du canal comme cela est montré sur la figure 5.9. La comparaison du nombre de Nusselt local avec la courbe théorique révèle que, pour les valeurs faibles de  $Pe$ , la contribution de l'effet d'entrée est plus prononcée. Les résultats pour l'écoulement entièrement développé sont légèrement plus élevés que ceux présentés sur la figure 5.2 parce que  $Nu_{2e}$  utilise comme température de référence, la moyenne  $T_f$  sur la surface ouverte à l'écoulement au lieu de la température de mélange  $T_b$  utilisée pour tracer la figure 5.2. La situation réelle du réseau complet est évidemment intermédiaire entre les cas A et B parce que les distributions de vitesse et de température sont plus ou moins réarrangées dans l'espace entre deux canaux consécutifs du domaine des calculs. Les résultats des calculs effectués pour l'ensemble du réseau avec la configuration en quinconce sont en bon accord avec le cas A pour les valeurs basses de  $Pe$  et suivent la tendance du cas B lorsque  $Pe > 100$ . Au contraire, les résultats de [Kuwahara et al., 2001] sont sensiblement inférieurs à ceux des deux cas extrêmes. Suite à cette discussion, nous avons conclu que ces auteurs sous-estiment le nombre de Nusselt pour les valeurs faibles de la porosité pour des raisons que nous n'avons pas pu déterminer.



**Figure 5.9.** Nusselt local en fonction de la longueur d'entrée. ( $Nu_{2e,x} = \frac{q''_{2e}}{(T_0 - T_m)k_f}$ )

L'exécution des calculs n'a pas été possible aux valeurs très basses de  $Pe$  pour des problèmes de précision. Pour l'écoulement pleinement développé à travers un canal bidimensionnel à parois à température uniforme, il est bien connu (voir par exemple, [Bejan, 2004]) que la différence entre la température de paroi et la température de mélange du fluide diminue exponentiellement le long de l'écoulement

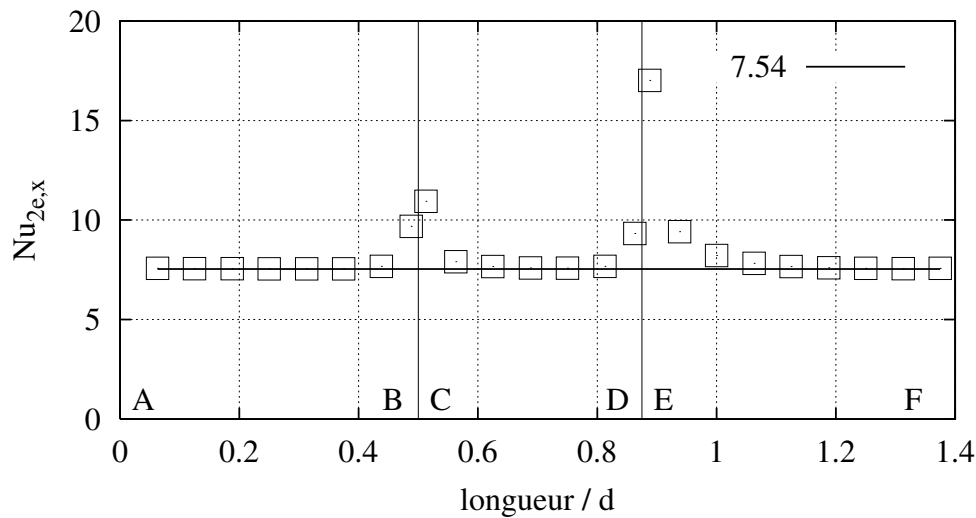
$$\sigma_0 = \frac{T_0 - T_m(x)}{T_0 - T_m(0)} = \exp(-4x^* Nu_{0-x}) \quad (5.21)$$

où  $x^* = \frac{x}{2e Pe}$  est la distance sans dimension depuis l'entrée du canal et  $Nu_{0-x} = 7.54$ . La température adimensionnée  $\sigma_0$  à la sortie du domaine de calcul peut être estimée par l'équation 5.21 avec  $x = 3d$ .  $\sigma_0$  diminue donc très fortement et devient extrêmement petit lorsque  $Pe$  est diminué. Par conséquent, il est très difficile d'effectuer les calculs pour des valeurs basses de  $Pe$  parce que l'équation 5.13 ne peut pas être vérifiée avec la précision suffisante. Plus précisément, la valeur obtenue pour  $\sigma_0$  est trop proche de 0 dès la première itération. Ainsi en supposant que les calculs sont effectués avec une précision de l'ordre de  $\alpha$ , nous pouvons calculer d'après l'équation 5.21 la valeur de  $Pe$  qui donne  $\sigma_0 = \alpha$ . Nous pouvons alors estimer l'ordre de grandeur de  $Pe$  minimal pour lequel les calculs sont possibles

$$Pe_{\min} = \frac{-6 \times 7.54}{\ln(\alpha)} \frac{\sqrt{1-\varepsilon}}{1 - \sqrt{1-\varepsilon}} \quad (5.22)$$

Les résultats ne sont pas très sensibles à  $\alpha$ . Les calculs numériques présents suggèrent de prendre  $\alpha \approx 10^{-5}$ . A titre d'exemple, pour cette valeur, l'équation 5.21 donne  $Pe_{\min} = 15$  pour  $\varepsilon = 0.36$ .

Cette analyse prouve que les calculs sont limités à une gamme de  $Pe$  supérieure à 10 environ, particulièrement pour les valeurs basses de  $\varepsilon$ . Par conséquent, il est étonnant que [Kuwahra et al., 2001] aient pu obtenir des résultats pour des valeurs de  $Pe$  aussi basses que  $10^{-2}$  puisque l'équation 5.21 donne déjà  $\sigma_0 = 2.6 \times 10^{-79}$  pour  $x = 3d$ ,  $Pe = 1$  et  $\varepsilon = 0.36$ .



**Figure 5.10.** Chauffage à température uniforme. Distribution du nombre de Nusselt local ( $Pr = 7$ ,  $Re_{2e} = 5$ ,  $\varepsilon = 0.36$ )

La figure 5.10 montre la distribution du nombre de Nusselt local  $Nu_{2e,x}$  le long des parois dans la première moitié du domaine de calcul (pour la description des symboles A, B, C, D, E et F voir la figure 5.7). Comme expliqué ci-dessus, l'entrée du domaine de calcul (point A) correspond au milieu d'un canal. Pour le canal transversal,  $Nu_{2e,x}$  a été obtenu avec la densité de flux thermique moyennée sur les côtés opposés BD et CE du canal. La figure 5.10 confirme que l'effet d'entrée est faible dans des canaux consécutifs pour une valeur modérée de  $Pe$  ( $= 35$ ) puisque le nombre de Nusselt diminue rapidement des valeurs élevées, observées près des coins B et E à la valeur théorique 7.54 constante du régime pleinement développé.

### 5.3.3 Chauffage à source volumique uniforme

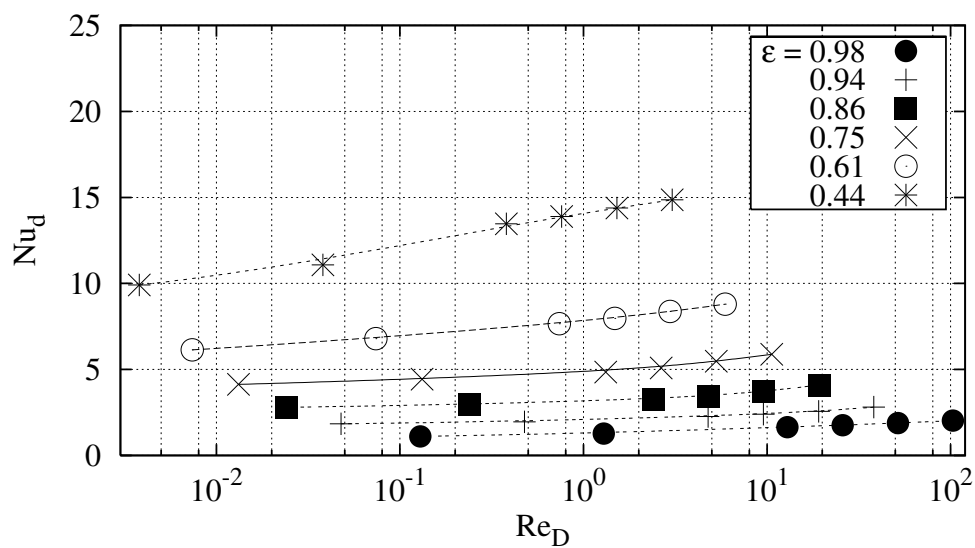
La méthode de chauffage par source de chaleur volumique dans les éléments solides évite les difficultés de calcul rencontrées dans le cas précédent. Au lieu d'une différence entre la température du fluide et de la paroi décroissante le long de l'écoulement, le bilan d'enthalpie, appliqué au fluide dans un volume de contrôle correspondant au domaine de calcul, entraîne maintenant un gradient linéaire de la température dans la direction  $x$ . Le champ de température se compose alors de ce gradient moyen superposé aux variations locales dans le domaine de calcul. La condition de périodicité implique le même flux thermique longitudinal dans le fluide et dans le solide. Cependant, dans les conditions que nous avons envisagées la température est presque uniforme dans chaque barre du domaine de calcul car la conductivité du solide est beaucoup plus élevée que celle du fluide ( $k_s/k_f = 195$ ). Le réseau des barres se compose alors des éléments solides presque isothermes avec un saut de température d'un élément au suivant dans la direction  $x$ . En conséquence, cette différence de température entre deux éléments successifs provoque un taux significatif de transfert thermique entre les blocs et le fluide dans les canaux transversaux. Contrairement au cas précédent, cette région contribue largement aux échanges thermiques. Les paragraphes suivants présentent les résultats sur le nombre de Nusselt global  $Nu_d$  défini par l'équation 5.12.

#### 5.3.3.1 Influence des paramètres géométriques

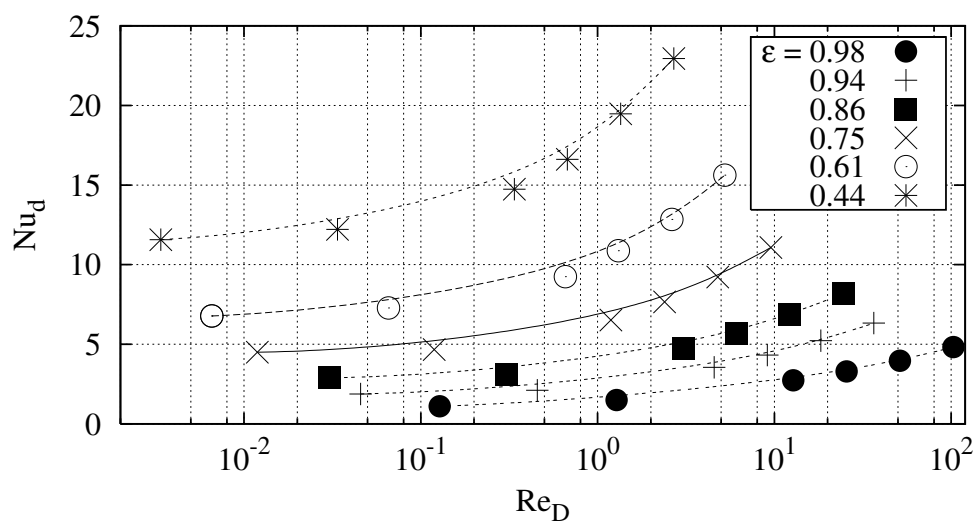
Afin de faciliter l'analyse, la même définition du nombre de Reynolds  $Re_D$  (l'équation 5.11) que dans la section précédente a été employée pour tracer les résultats des transferts thermiques.

Les figures 5.11 et 5.12 montrent que, pour les deux configurations, les variations de  $Nu_d$  sont faibles pour les valeurs basses de  $Re_D$  et s'intensifient quand  $Re_D$  est augmenté. Cette augmentation de  $Nu_d$  est évidemment due à un effet convectif plus conséquent lié à des couches thermiques plus fines quand  $Re_D$  augmente. On observe que le nombre de Nusselt  $Nu_d$ , comme la perméabilité en ce qui concerne l'effet inertiel, est influencé davantage par cet effet convectif pour la configuration en quinconce.





**Figure 5.11.** Variations du nombre de Nusselt en fonction de  $Re_D$  pour le réseau aligné.



**Figure 5.12.** Variations du nombre de Nusselt en fonction de  $Re_D$  pour le réseau en quinconce.

### 5.3.3.2 Influence du nombre de Prandtl

Il est important de considérer l'influence du nombre de Prandtl à cause de la large gamme de valeurs rencontrée pour ce paramètre dans les écoulements à travers des faisceaux de tubes. L'analyse dimensionnelle permet de montrer que, en convection forcée, le nombre de Nusselt s'exprime en fonction du nombre de Reynolds et du nombre de Prandtl et les corrélations couramment utilisées sont de la forme :

$$Nu_d = b Re_d^m Pr^n \quad (5.23)$$

où pour des valeurs basses de  $Re_d$  l'exposant du nombre de Prandtl  $n$  est voisin de  $1/3$  qui est la valeur théorique pour une couche thermique laminaire sur une plaque plat. [Zukauskas, 1987] a proposé  $n = 0.36$  pour des réseaux de tubes dans divers arrangements. Pour les bas nombres de Reynolds, la formule 5.23 doit être légèrement modifiée en ajoutant une valeur constante

$$Nu_d = a + b Re_d^m Pr^n \quad (5.24)$$

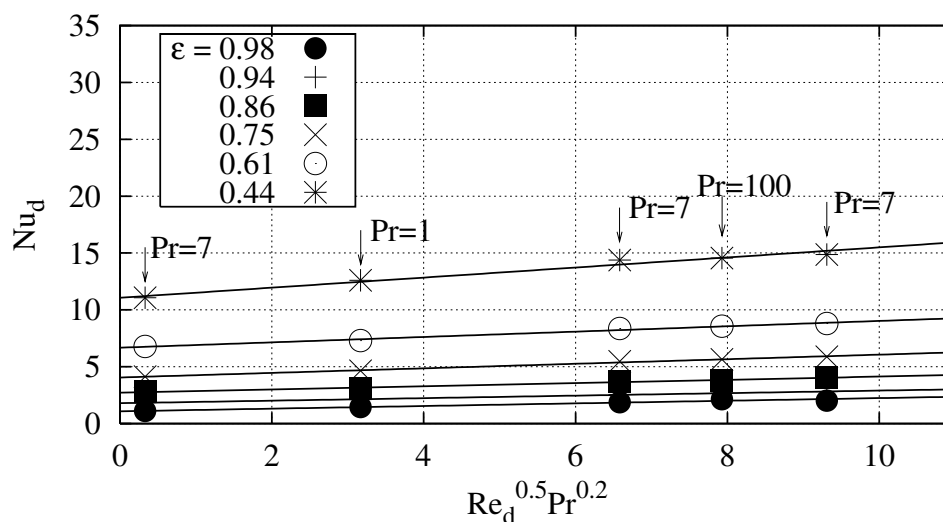
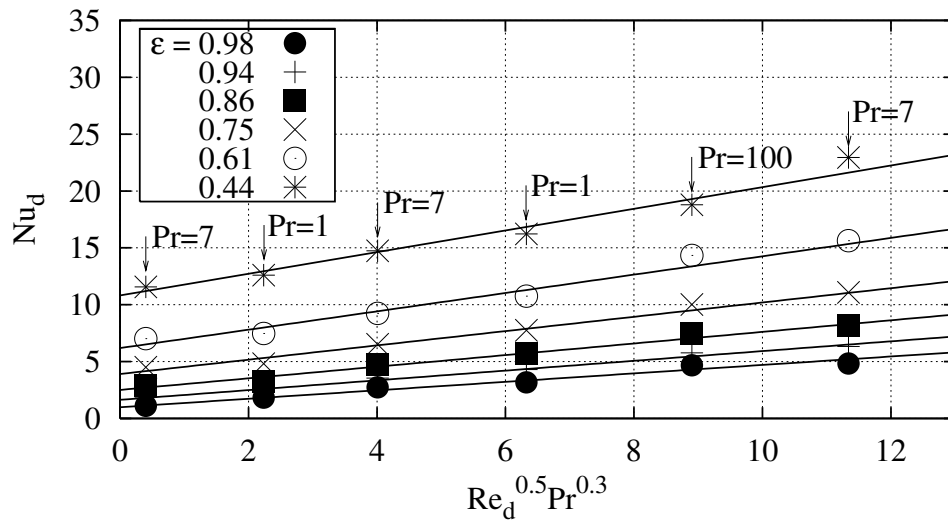
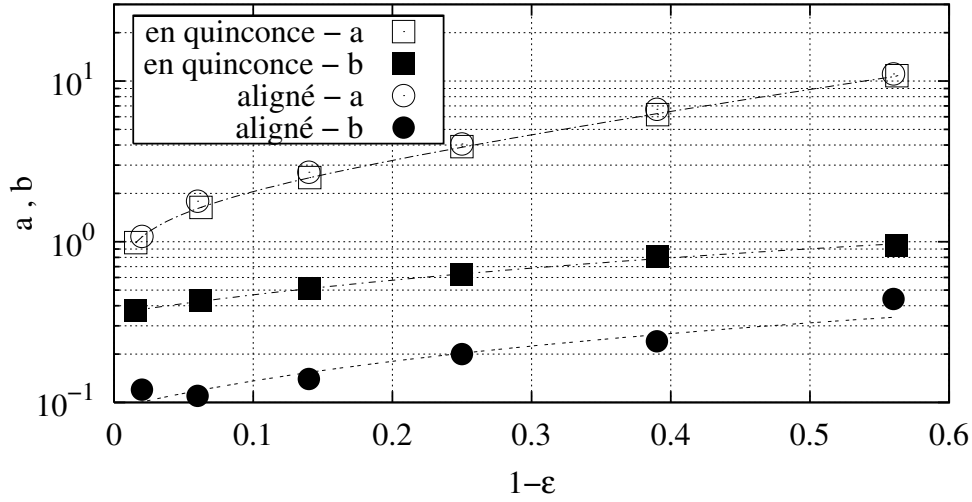


Figure 5.13. Influence de  $Re_d$  et de  $Pr$  sur le nombre de Nusselt pour le réseau aligné.



**Figure 5.14.** Influence de  $Re_d$  et de  $Pr$  sur le nombre de Nusselt pour le réseau en quinconce.

Des calculs ont été effectués pour  $Pr$  dans la gamme  $1 \div 100$ . Les figures 5.13 et 5.14 montrent les variations de  $Nu_d$  en fonction de  $Re_d^m Pr^n$  pour des configurations alignée et en quinconce, respectivement et pour différentes valeurs de la porosité. Les calculs ont été faits pour des séries de valeurs de  $Re_d$  et Prandtl, qui correspondent à plusieurs verticales sur les figures 5.13 et 5.14, repérées par la valeur de  $Pr$  choisie pour les calculs. Pour les deux dispositions, l'exposant de  $Re_d$ ,  $m = 0.5$  s'est avéré le mieux à même de représenter les résultats. D'autre part, le meilleur accord avec les données calculées a été trouvé pour différentes valeurs de l'exposant de  $Pr$ , à savoir : pour le réseau aligné  $n = 0.2$  et pour le réseau en quinconce  $n = 0.3$ . Pour la configuration alignée, les couches thermiques se forment seulement sur les parois longitudinales parallèles à l'écoulement d'ensemble alors que le transfert thermique sur les parois transversales d'une structure solide est partiellement supprimé par un effet "d'ombre". Ceci pourrait expliquer la valeur inférieure de l'exposant du nombre de Prandtl pour cet arrangement.



**Figure 5.15.** Constantes de l'équation 5.24 en fonction de la porosité

Il est intéressant de noter, que les constantes  $a$  et  $b$  de l'équation 5.24 dépendent de la porosité du réseau comme cela est montré sur la figure 5.15. Dans la limite de l'écoulement visqueux, la différence entre les valeurs de  $Nu_d$  se réduit puisque la constante  $a$  est presque la même pour les deux configurations. Les constantes  $a$  et  $b$  de la relation 5.24 ont été approximées par la méthode des moindres carrés et sont données par les expressions empiriques suivantes :

i. réseau aligné

$$a = 3.02(1 - \varepsilon)^{0.278} \exp(2.54(1 - \varepsilon)) \quad (5.25)$$

$$b = (1 - \varepsilon)0.44 + 0.092 \quad (5.26)$$

$$m = 0.5, n = 0.2 \quad (5.27)$$

ii. réseau en quinconce

$$a = 3.02(1 - \varepsilon)^{0.278} \exp(2.54(1 - \varepsilon)) \quad (5.28)$$

$$b = (1 - \varepsilon)1.09 + 0.357 \quad (5.29)$$

$$m = 0.5, n = 0.3 \quad (5.30)$$

Afin d'évaluer la performance énergétique des réseaux, il est intéressant de relier le coefficient d'échange thermique à la résistance hydraulique. L'analogie de Colburn entre le frottement pariétal et le coefficient d'échange thermique peut être écrite :  $\frac{2St}{C_d} = Pr^{-2/3}$ . En considérant l'écoulement sur une plaque plane maintenue à température uniforme mais différente de celle du fluide, l'analogie est liée au flux de chaleur échangé par unité de puissance de pompage. Cette analogie est applicable pour les couches laminares et turbulentes sur la plaque plane en l'absence des forces de pression. Les phénomènes de convection dans les réseaux de tubes diffèrent de ceux qui se produisent sur une plaque plane parce que la partie principale de la résistance hydraulique est due aux forces de pression dans le premier cas. Dans ce cas, l'analogie de Colburn n'est pas valable, néanmoins elle peut être utilisée pour comparer la performance thermo-hydraulique des réseaux par rapport aux autres réseaux.

Pour l'écoulement à travers des réseaux de tubes, le nombre de Stanton peut être écrit :  $St = \frac{Nu_d}{Re_d Pr}$  tandis que  $C_x$  est la force de résistance adimensionnée exercée sur les cylindres donnée par l'équation 4.14. En écrivant la perméabilité  $K = \frac{2L^2}{C_x Re_d}$ , on obtient l'expression :

$$\frac{Nu_d \varepsilon K}{L^2 Pr^{1/3}} = 1 \quad (5.31)$$

où  $\varepsilon K$  est apparu afin de représenter la forme habituelle de perméabilité.

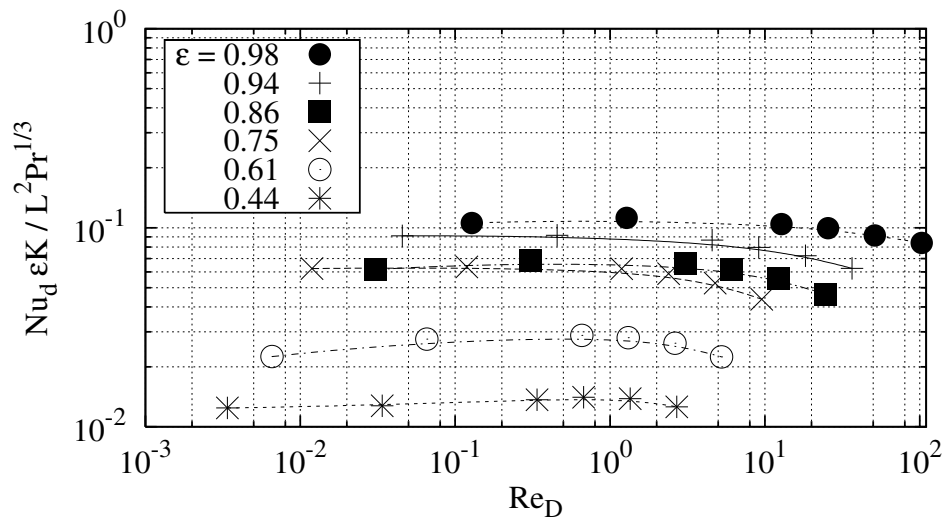


Figure 5.16. Performance thermique du réseau en quinconce pour  $Pr = 1$ .

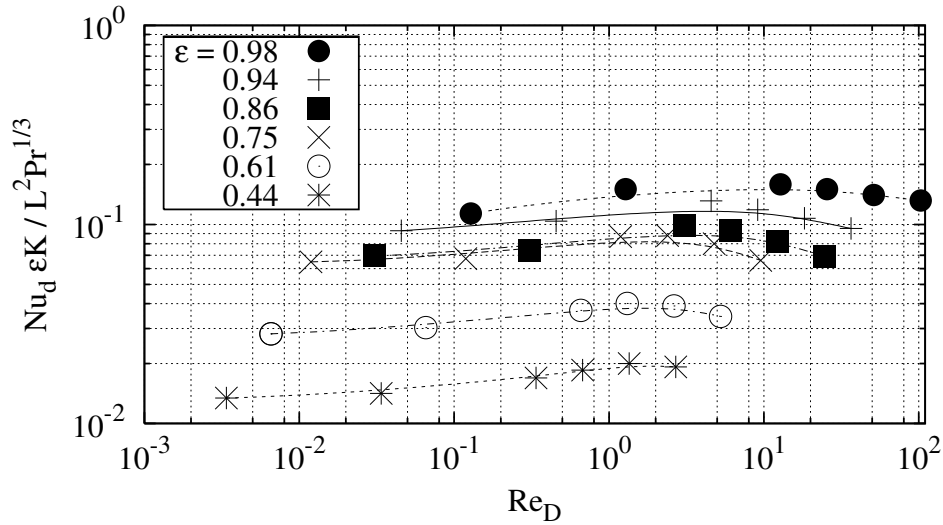
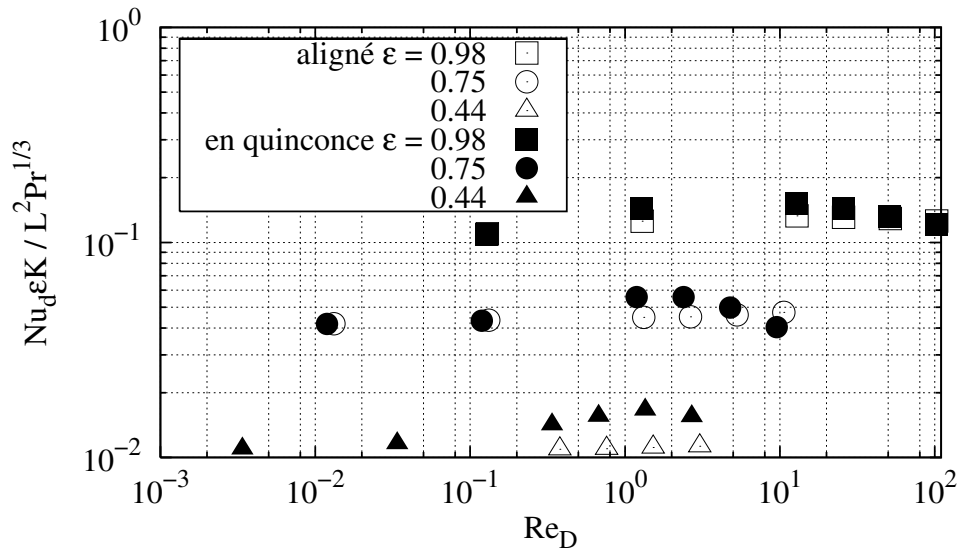


Figure 5.17. Performance thermique du réseau en quinconce pour  $Pr = 7$ .

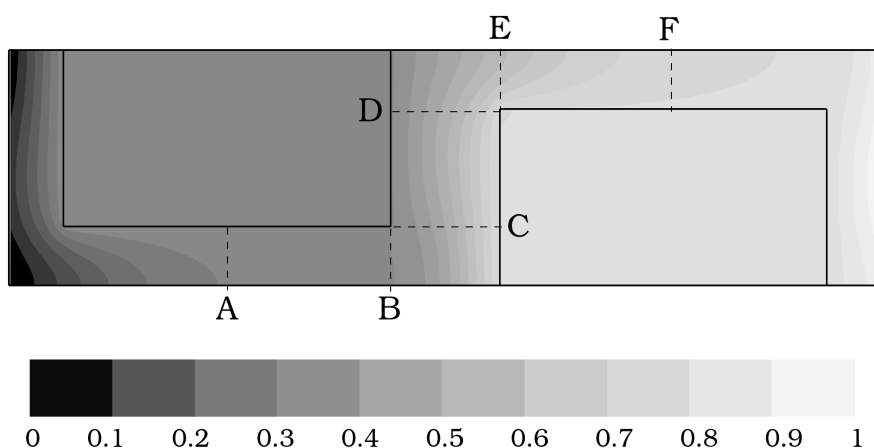
Comme cela est présenté sur les figures 5.16 et 5.17, les courbes de performance énergétique présentent un maximum peu prononcé. Ce maximum se produit dans la gamme de  $Re_D$  où la force inertielle est encore négligeable (voir figures 5.3 et 5.4) mais le transfert thermique est déjà sensiblement affecté par l'effet des couches thermiques plus fines. Pour  $Pr = 7$ , la longueur d'entrée hydraulique pour chaque canal est considérablement plus courte que la longueur thermique correspondante. Cela explique l'augmentation de la performance thermique avec le nombre de  $Re_D$ . On observe la performance maximale lorsque les couches thermiques se rejoignent à la sortie de chaque canal, c'est-à-dire lorsque la longueur d'entrée thermique est égale à la longueur d'un canal. Cette situation favorable est décrite dans les travaux [Bejan, 2004] et [Bejan and Sciubba, 1992] sur l'optimisation du transfert thermique. Pour  $Pr = 1$ , le maximum est moins prononcé que dans l'autre cas. La figure 5.18 présente la comparaison entre les configurations aligné et en quinconce pour  $Pr = 7$ . La performance thermique est légèrement plus élevée pour le réseau en quinconce. Cet effet est plus prononcé pour les petites valeurs de la porosité.



**Figure 5.18.** Performance thermique. Comparaison entre le réseau aligné et en quinconce ( $Pr = 7$ ).

### 5.3.3.3 Influence des conditions aux limites thermiques

Dans la plupart des situations industrielles, le transfert thermique convectif pour des écoulements à nombre de Reynolds modéré ou élevé dans des réseaux de tubes peut être effectivement modélisé par une condition de température uniforme à la paroi. En fait, la distribution de température dans la section transversale des tubes est presque uniforme et la valeur élevée du débit de capacité thermique du fluide de refroidissement entraîne un gradient faible de la température dans le sens de l'écoulement. Cette situation change cependant lorsque l'écoulement est caractérisé par un faible nombre de Reynolds. Dans un tel cas, la faible valeur du débit de capacité thermique de l'écoulement est responsable d'un fort gradient de température dans le sens de l'écoulement. De plus, dans les conditions de l'étude présente, le temps de séjour du fluide dans un canal est assez long pour que le fluide atteigne la température du solide, c'est-à-dire que le fluide atteigne l'équilibre thermique local avec le solide. Cette situation est illustrée par la figure 5.19, qui montre que le fluide atteint rapidement la température du solide dans chaque canal longitudinal. On notera sur la figure 5.19 la différence de température entre deux blocs successifs, notée plus haut.

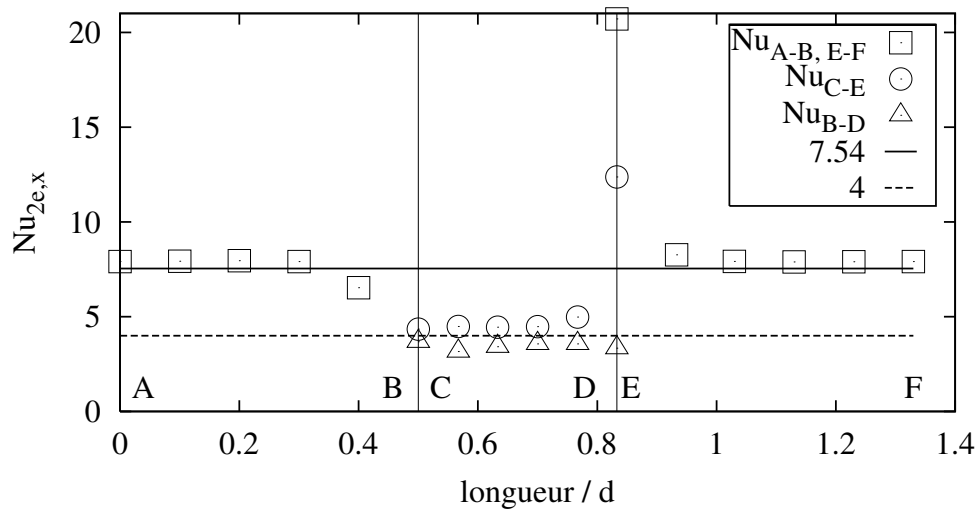


**Figure 5.19.** Chauffage à source volumique uniforme dans les barres. Champ de température adimensionnée.  $Pr = 7$ ,  $Re_d = 0.5$ ,  $\varepsilon = 0.44$ .

En conséquence de l'équilibre thermique local, le gradient moyen de température (comme dans l'équation 5.7) est le même pour les phases solide et liquide. Cependant, le gradient local de température du fluide change sensiblement le long de l'écoulement. Comme cela a été mentionné précédemment, la figure 5.19 montre que le champ thermique est constitué des blocs, à la température presque uniforme, séparés par des régions où le gradient de température du fluide est important.

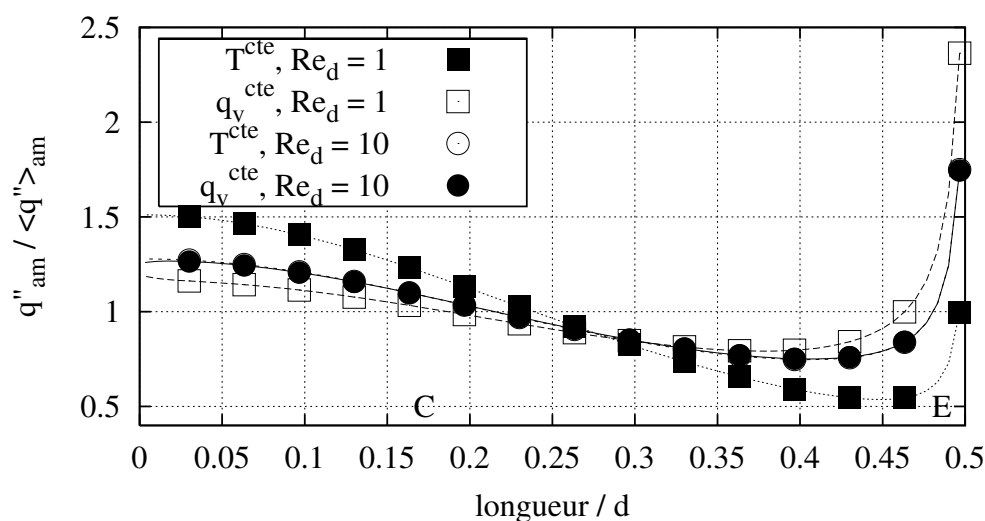
La distribution du Nombre de Nusselt local  $Nu_{2e,x}$  le long des canaux délimités par les éléments solides est tracée sur la figure 5.20. Comme dans le cas du chauffage à température uniforme, précédemment présenté,  $Nu_{2e,x}$  approche rapidement d'une valeur constante dans les canaux longitudinaux. Comme la condition sur les parois du canal n'est pas exactement celle d'une température constante, la valeur asymptotique de  $Nu_{2e,x}$  est légèrement au-dessus de 7.54.





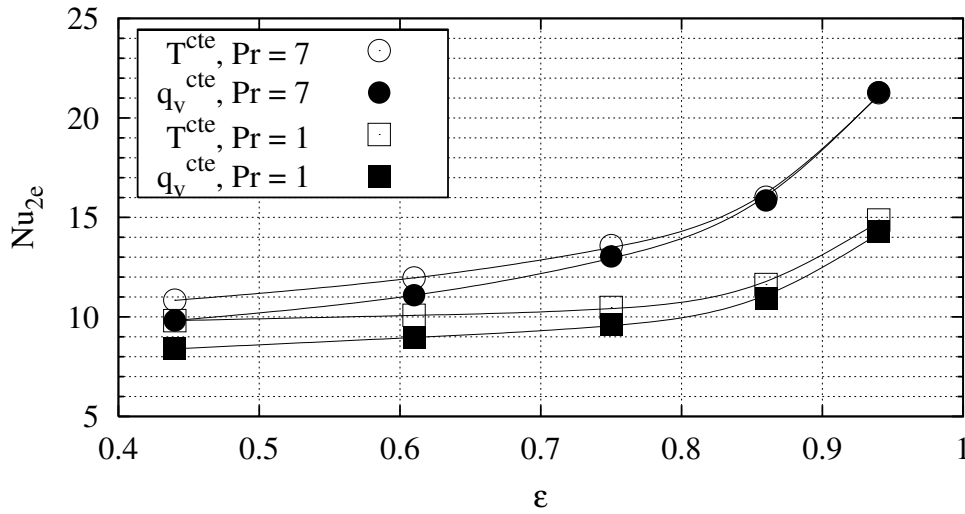
**Figure 5.20.** Chauffage à source volumique uniforme dans les barres. Distribution du nombre de Nusselt local.  $Pr = 7$ ,  $Re_d = 5$ ,  $\varepsilon = 0.44$ .

Dans les canaux transversaux, deux nombres de Nusselt locaux ont été définis à partir de la densité de flux échangée sur chaque paroi, de la température de paroi et de la température de mélange du fluide. Dans ces canaux,  $Nu_{2e,x}$  est proche de 4, la constante associée au transfert par conduction dans un canal bordé par des parois à température uniforme, mais différentes l'une de l'autre [Shah and London, 1978]. Ceci signifie que le flux thermique principal est dû à la conduction axiale et non que l'effet convectif est négligeable. Dans ce cas, le flux conductif entre les deux murs privilégie les échanges thermiques dans le canal transversale. Ceci est représenté sur la figure 5.21 où, pour le nombre de Reynolds le plus faible, on observe que le flux thermique est augmenté dans la partie située entre les points C-E lorsque la source volumique de chauffage est appliquée. Pourtant pour  $Re_d$  plus élevé la différence entre deux modes de chauffage est négligeable.



**Figure 5.21.** Distribution du flux thermique surfacique sur la face amont des éléments pour deux nombres de Reynolds.

La figure 5.22 présente le nombre de Nusselt global  $Nu_{2e}$  obtenu pour les deux conditions thermiques considérées dans cette étude et pour  $Re_d = 5$ . Dans le cas du chauffage à température constante (figure 5.10),  $Nu_{2e,x}$  local tend rapidement vers la valeur asymptotique égale à 7.54, correspondant à l'écoulement hydrauliquement et thermiquement pleinement développé. Ce résultat s'observe également dans le canal transversal B-D C-E. Dans le cas de la source volumique constante (figure 5.20), le transfert thermique entre les murs et l'écoulement dans un canal transversal est privilégié par la conduction entre ces deux murs, comme remarqué auparavant. Ceci peut expliquer pourquoi  $Nu_{2e}$  global est légèrement plus élevé pour le mode de chauffage à température uniforme que dans l'autre cas. Cette différence due au mode de chauffage disparaît pour la gamme élevée du nombre de Reynolds lorsque le fluide est toujours plus froid que la phase solide adjacente et que la convection joue un rôle dominant dans le canal B-D C-E. Au contraire, les écoulements à bas nombre de Reynolds sont caractérisés par l'équilibre thermique local dans les canaux successifs. Comme le montre la figure 5.19 pour le chauffage à source volumique constante, la température du liquide est alors égale à celle du solide à la sortie d'un canal longitudinal et change fortement entre les températures de deux éléments solides successifs dans un canal transversal. Nous avons conclu que la différence dans le transfert thermique pour les deux modes de chauffage est directement liée à l'état d'équilibre thermique local.



**Figure 5.22.** Influence de la condition aux limites thermique sur le transfert de chaleur.  $Re_d = 5$ .

Puisqu'une matrice solide compacte favorise un équilibre thermique local, il est évident que la différence de  $Nu_{2e}$  pour les deux conditions de chauffage sera plus prononcée pour les petites valeurs de la porosité. Ce que confirme la figure 5.22. Cette figure montre également que la différence entre les résultats pour les deux conditions de chauffage est plus élevée lorsque  $Pr$  est diminué.

[Kim and Jang, 2002] ont proposé un critère de l'équilibre thermique local sous la forme :

$$\frac{\dot{m}c_p}{ha_{sf}} \ll 1 \quad (5.32)$$

où  $h$  et  $a_{sf}$  sont respectivement le coefficient d'échange thermique et la surface de l'interface solide/fluide par unité de longueur. L'équation 5.32 peut être écrite d'une manière équivalente sous la forme adimensionnée suivante

$$\frac{Re_d Pr}{Nu_{2e}} \frac{1}{2\sqrt{1-\varepsilon}} \left( \frac{1}{\sqrt{1-\varepsilon}} - 1 \right) \ll 1 \quad (5.33)$$

ce qui prouve que l'équilibre thermique local est favorisé par des valeurs basses de  $Re_d$ , de  $Pr$ , et des valeurs élevées de  $Nu_{2e}$ . En fait, les résultats présents (correspondant à la figure 5.22) prouvent que les nombres de Nusselt obtenus pour les deux modes de chauffage différent lorsque le membre de gauche de l'équation 5.33 devient inférieur à environ 1.5.

Finalement, on peut remarquer que le nombre de Nusselt  $Nu_d$  (ou  $Nu_{2e}$ ) est normalisé avec la température du solide moyennée dans le cas de la source volumique constante. Elle inclut ainsi la résistance thermique due à la conduction interne à l'intérieur des éléments solides. Nous pouvons donc prévoir que  $Nu_d$

diminue avec la conductivité du solide. Une diminution de la conductivité du solide pourrait également entraîner une modification du coefficient d'échange thermique mais nous avons vérifié que ceci a un effet mineur sur le nombre de Nusselt quand on le compare à l'effet de la résistance thermique dans les éléments solides.

## 5.4 Conclusions

Le chapitre présent est consacré aux calculs numériques bidimensionnels de l'écoulement et du transfert thermique associés dans des réseaux de tubes. Le travail s'est concentré sur la résistance hydrodynamique et de manière approfondie sur le coefficient d'échange thermique à bas nombre de Reynolds. Cette condition est très intéressante parce que peu de données sont disponibles sur ce problème dans la littérature. La résistance hydrodynamique, présentée au sens de la perméabilité, s'est avérée être conforme aux résultats déjà publiés. Nos résultats montrent qu'un réseau dense de barres, c'est-à-dire pour de petites valeurs de porosité peut être modélisé comme une succession de canaux étroits pour estimer le nombre de Nusselt.

Deux modes de chauffage ont été étudiés, à savoir température uniforme de paroi et source volumique de chaleur uniforme dans les barres. Le coefficient d'échange thermique obtenu avec la condition de température uniforme a été trouvé nettement plus élevé que le résultat publié par [Kuwahra et al., 2001]. Cependant les résultats présents sont en bon accord avec le modèle capillaire que nous avons utilisé pour un réseau dense des barres. Enfin, les différences entre les deux modes de chauffage ont été discutées. Nous avons montré que le transfert thermique dans des réseaux de barres est peu sensible à la condition de chauffage pour les valeurs élevées de  $Re_d$ ,  $Pr$  et  $\varepsilon$ . Nous avons proposé une équation empirique afin de représenter les résultats obtenus pour la condition de source de chaleur volumique uniforme. Cette approximation qui prend en compte trois paramètres, à savoir  $Re_d$ ,  $Pr$  et  $\varepsilon$  a été utilisée pour la modélisation des effets de rugosité dans l'écoulement laminaire en canal.



# Chapitre 6

## Modélisation du type paroi poreuse

### 6.1 Préambule

[Koo and Kleinstreuer, 2003] ont proposé un modèle du type paroi poreuse (en anglais Porous Medium Layer, désigné par PML ci-après) afin de prendre en compte les effets de la rugosité sur l'écoulement dans des microcanaux. Ils ont avancé et mis en oeuvre l'idée que la rugosité pouvait être représentée comme une couche poreuse homogène, caractérisée par la perméabilité  $K$  et la hauteur  $k$ . Dans cette démarche, le canal est divisé en deux régions homogènes, à savoir la zone libre où l'écoulement est en régime de Poiseuille dans le cas laminaire et la région poreuse où la résistance à l'écoulement est intensifiée. Ils ont examiné l'écoulement stationnaire et entièrement développé dans un canal 2D pour lequel l'équation de quantité de mouvement dans la région poreuse s'écrit :

$$0 = -\frac{dp}{dx} + \mu \frac{d^2 u_D}{dy^2} - \left\{ \frac{\mu}{K} u_D + \frac{\rho C_F}{K^{1/2}} u_D^2 \right\}_{\text{PML}} \quad (6.1)$$

Dans cette équation,  $u_D$  représente la vitesse moyenne au sens de Darcy. Le terme entre parenthèses est propre aux écoulements en milieu poreux. On reconnaît respectivement le terme linéaire de la loi de Darcy et le terme quadratique de Forchheimer. Ce dernier représente les interactions dynamiques entre l'écoulement et les rugosités.

Cette équation doit être complétée par l'équation de Stokes appliquée à la conduite libre. La continuité du gradient de vitesse à travers l'interface entre le milieu poreux et la région libre est assurée. Le modèle PML présente l'inconvénient d'introduire un facteur empirique lié à la résistance à l'écoulement. En ajustant la perméabilité  $K$  homogène dans une couche poreuse et en fixant le coefficient  $C_F = 0.55$ , [Koo and Kleinstreuer, 2003] ont pu reproduire les résultats expé-

rimentaux de [Guo and Li, 2003] et [Mala and Li, 1999]. En raison du manque d'informations sur la géométrie et la distribution des rugosités, les auteurs ne pouvaient pas relier la perméabilité à l'état de surface de la paroi. Ils ont alors déterminé la perméabilité en ajustant les résultats du modèle aux résultats expérimentaux. D'autre part, nous pensons que la condition de continuité du gradient de vitesse utilisée par les auteurs à l'interface n'est pas correcte. En fait, les conditions aux limites à l'interface entre un milieu poreux et un écoulement libre ont fait l'objet d'une attention considérable dans la littérature des écoulements en milieu poreux comme cela a été décrit dans le chapitre 4. Plus récemment, [Gamrat et al., 2007b] ont proposé une approche basée sur la méthode des éléments discrets afin d'estimer la perméabilité à partir des paramètres géométriques de la rugosité à condition que la structure rugueuse reste périodique.

Plus récemment [Koo et Kleinstreuer, 2005] ont élargi le modèle PML au problème de transfert thermique. Les effets de rugosité sur le nombre de Poiseuille et le nombre de Nusselt ont été exprimés en terme de conductivité thermique effective de PML et en terme de perméabilité.

Les auteurs ont proposé un modèle à une équation en supposant l'équilibre thermique entre les phases fluide et solide dans la couche poreuse. Le modèle PML peut être amélioré en établissant un modèle à deux équations séparées, une pour le solide et l'autre pour le fluide comme cela a été présenté par [Kim and Kim, 1999]. Notre étude repose sur cette approche.

## 6.2 Équations

Dans notre étude, nous avons considéré deux approches simplifiées d'une couche rugueuse. Dans un premier cas, nous avons modélisé les rugosités comme une couche hétérogène formée d'éléments coniques placés sur une surface plane. Dans ce cas, la porosité varie d'une valeur minimale à la paroi jusqu'à l'unité à l'interface. Dans un deuxième cas, nous avons considéré une couche homogène formée d'éléments parallélépipédiques et nous avons modélisé un saut de gradient (vitesse, température) à l'interface. La porosité est alors constante dans la couche rugueuse. Dans les deux cas, les éléments rugueux sont disposés de façon périodique sur une surface plan. Le premier cas n'a pas besoin de conditions aux limites particulières entre les deux régions. En revanche, pour le deuxième cas,

les gradients de vitesse et de température sont discontinus à l'interface. Les limites du modèle pour ces deux cas sont les suivantes :

- i. afin de modéliser la perméabilité en utilisant les calculs 2D, nous avons supposé que les forces exercées par les rugosités sur l'écoulement sont disposées dans un plan  $xz$  parallèle à la paroi lisse. Cette hypothèse implique l'utilisation d'éléments coniques pointus, pour cette structure de rugosité.
- ii. les couches limites se développant sur les faces supérieures des rugosités parallélépipédiques sont supposées identiques à celles des faces latérales. Cependant, elles sont fonction des paramètres géométriques  $\varepsilon$ ,  $k^*$ ,  $F$ . Au regard du temps considérable des calculs pour  $F$  grand, comme ceci a été souligné dans le chapitre 3, la modélisation directe 3D de ces couches limites n'a été faite que dans le cas où le paramètre  $F$  est faible. Cette hypothèse risque d'être mise en défaut pour les petites valeurs de  $k^*$  ou  $\varepsilon$ .

La modélisation du type paroi poreuse est basée sur les principes développés dans l'approche des milieux poreux ([Whitaker, 1986]) où les gradients de vitesse ou de température au niveau microscopique de l'écoulement sont très importants. Dans une démarche adaptée au milieu poreux, on moyenne ces gradients microscopiques dans un volume de contrôle et ainsi filtrés, on les inclut dans les équations macroscopiques comme terme source.

En nous appuyant sur les résultats des calculs tridimensionnels, nous avons supposé que les efforts exercés par les rugosités sur l'écoulement ainsi que les échanges thermiques associés peuvent être modélisés comme bidimensionnels, c'est-à-dire que la moyenne des gradients microscopiques dus aux rugosités est située dans un plan  $xz$  parallèle à la paroi de base. Par conséquent, les gradients macroscopiques dans la direction  $y$  normale à la paroi sont correctement discrétisés lorsque l'épaisseur d'un volume de contrôle  $\delta y$  est infiniment petite comme dans l'approche du milieu continu.

La structure des rugosités est limitée au cas périodique, par conséquent les champs de vitesse et de température adimensionnées se répètent périodiquement avec la longueur d'onde  $\lambda$  (équations 3.7 et 3.8). Cette condition nous a permis de relier les termes source à la porosité d'un réseau. Cela différencie notre méthode de l'approche de [Koo and Kleinstreuer, 2003] où la source de quantité de mouvement a été déterminée de manière ad hoc afin d'accorder les résultats de la modélisation aux résultats expérimentaux. Dans ce sens, notre méthode est prédictive à condition de pouvoir approcher la rugosité réelle par un motif périodique. Afin de distinguer ces deux approches, nous proposons d'utiliser le nom RLM (de l'anglais Roughness Layer Model) pour notre modélisation.



On introduit les variables adimensionnées suivantes :

$$\text{température adimensionnée du solide : } \theta_s = \frac{(T_s - T_0)k_f}{q_0''2H}$$

$$\text{température adimensionnée du fluide : } \theta_f = \frac{(T_f - T_0)k_f}{q_0''2H}$$

$$\text{température adimensionnée du fluide au sens de Darcy : } \theta_D = \frac{(T_D - T_0)k_f}{q_0''2H}$$

Les longueurs sont normalisées par  $H/2$  et la vitesse est normalisée à l'aide de la vitesse débitante  $u^* = u_D/u_b$ . Rappelons que  $T_0$  est la température du solide au niveau de la surface de base.

Les nombres adimensionnels utilisés sont :

$$\text{le nombre de Poiseuille : } Po = -\frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx} \frac{2H^2}{u_b}$$

$$\text{le nombre de Darcy local : } Da = \frac{2}{(C_{x_p} + C_{x_f})Re_d F}$$

$$\text{le nombre de Nusselt local : } Nu_d = \frac{\bar{q}''(y)d}{(T_s(y) - T_D(y))k_f}$$

Les différents paramètres qui interviennent dans les relations ci-dessus sont définis au chapitre 4.

Il est à noter que le paramètre de fractionnement  $F (= (\frac{0.5H}{L})^2)$  intervient via le nombre de Darcy.

Les conditions aux limites considèrent :

- i. l'adhérence à la paroi en  $y^* = 0$ ,
- ii. la continuité de vitesse et de température au sens de Darcy en  $y^* = k^*$ ,
- iii. la condition de symétrie sur l'axe du canal.

Dans le cas d'une couche poreuse homogène, la discontinuité du gradient de vitesse et du gradient de température est modélisée dans un film  $\delta y^*$  par la composante de frottement du nombre de Darcy  $Da_f = \frac{2}{C_{x_f N} Re_d F}$  et par le nombre de Nusselt  $Nu_N = \frac{\bar{q}_s'' d}{(T_s - T_D)k_f}$ .

### 6.2.1 Couche poreuse hétérogène

Dans ce cas, la porosité change continûment jusqu'à l'unité dans l'écoulement libre et le saut de gradient n'apparaît pas à l'interface. La seule hypothèse utilisée est que l'écoulement autour des éléments prismatiques peut être modélisé comme bidimensionnel. Par conséquent, les calculs bidimensionnels ont été utilisés pour déterminer la résistance et le coefficient d'échanges thermiques des rugosités en fonction de la porosité.

Dans ce cas, les équations de quantité de mouvement s'écrivent :

- région poreuse ( $0 \leq y^* < k^*$ )

$$\frac{d^2 u^*}{dy^{*2}} + \frac{1}{\varepsilon} \frac{du^*}{dy^*} \frac{d\varepsilon}{dy^*} = -\frac{\varepsilon Po}{8} + \frac{u^*}{Da} \quad (6.2)$$

- conduit libre ( $k^* \leq y^* \leq 1$ )

$$\frac{d^2 u^*}{dy^{*2}} = -\frac{Po}{8} \quad (6.3)$$

Et pour les équations d'énergie :

- région poreuse ( $0 \leq y^* < k^*$ )

$$\text{fluide} \quad \frac{d^2 \theta_f}{dy^{*2}} \varepsilon + \frac{d\theta_f}{dy^*} \frac{d\varepsilon}{dy^*} = \frac{u^*}{4} - Nu_d(\theta_s - \theta_f)4F \quad (6.4)$$

$$\text{solide} \quad \frac{d^2 \theta_s}{dy^{*2}} (1 - \varepsilon) - \frac{d\theta_s}{dy^*} \frac{d\varepsilon}{dy^*} = Nu_d(\theta_s - \theta_f) \frac{k_f}{k_s} 4F \quad (6.5)$$

- conduit libre ( $k^* \leq y^* \leq 1$ )

$$\frac{d^2 \theta_f}{dy^{*2}} = \frac{u^*}{4} \quad (6.6)$$

Conditions aux limites :

$$\begin{aligned} y^* = 0 & \quad u^* = 0, \theta_f = 0, \theta_s = 0 \\ y^* = k^* & \quad u^*|_{k^{*-}} = u^*|_{k^{*+}}, \frac{du^*}{dy^*}|_{k^{*-}} = \frac{du^*}{dy^*}|_{k^{*+}}, \theta_f|_{k^{*-}} = \theta_f|_{k^{*+}}, \frac{d\theta_f}{dy^*}|_{k^{*-}} = \frac{d\theta_f}{dy^*}|_{k^{*+}}, \\ & \quad \frac{d\theta_s}{dy^*} = 0 \\ y^* = 1 & \quad \frac{du^*}{dy^*} = 0, \frac{d\theta_f}{dy^*} = 0 \end{aligned}$$

### 6.2.2 Couche poreuse homogène

Un saut du gradient de vitesse à l'interface milieu poreux / écoulement libre provient de la force de frottement exercée sur les faces supérieures des rugosités. Dans le chapitre 4 consacré à l'approche par éléments discrets, nous avons présenté la détermination du coefficient de frottement  $C_{x_{fN}}$  qui résulte des couches

limites hydrodynamiques développées sur les faces supérieures des rugosités. Suivant le modèle des éléments discrets, nous avons modélisé un saut du gradient de vitesse en ajoutant un film d'épaisseur  $\delta y$  entre deux régions homogènes. La force modélisée dans cette couche correspond au changement du gradient de vitesse. La couche d'épaisseur  $\delta y^*$  rend compte de la discontinuité du gradient de vitesse  $\frac{du^*}{dy^*}$ . Finalement, dans ce cas, le modèle du type paroi poreuse en forme adimensionnelle s'écrit pour l'équation de quantité de mouvement :

- région poreuse ( $0 \leq y^* < k^*$ )

$$\frac{d^2 u^*}{dy^{*2}} = -\frac{\varepsilon Po}{8} + \frac{u^*}{Da} \quad (6.7)$$

- film d'épaisseur  $\delta y^*$  ( $k^* \leq y^* < k^* + \delta y^*$ )

$$\frac{d^2 u^*}{dy^{*2}} = -\frac{Po}{8} + \frac{u^*}{Da_f} \frac{0.5d}{\delta y^*} \quad (6.8)$$

- conduit libre ( $k^* + \delta y^* \leq y^* \leq 1$ )

$$\frac{d^2 u^*}{dy^{*2}} = -\frac{Po}{8} \quad (6.9)$$

La perméabilité de la couche poreuse ( $K = \frac{2L^2}{(C_{x_p} + C_{x_f})Re_d}$ ) est de l'ordre de  $L^2$  tandis que la perméabilité du canal ( $K = \frac{2H^2}{Po}$ ) est de l'ordre de  $H^2$  (lorsque  $k^*$  est petite). Lorsque  $H^2 \gg L^2$ , la couche poreuse est presque imperméable à l'écoulement (paramètre  $F = (\frac{0.5H}{L})^2$  grand et le nombre de Darcy petit). Comme il sera montré plus loin sur la figure 6.3, la contribution des faces supérieures est égale 50% ( $\pm 5\%$ ) de la contribution des faces latérales. Le nombre  $Da_f$  qui représente cette contribution est donc également très petit. Dans ce cas, les équations 6.7 et 6.8 montrent respectivement que l'écoulement dans la couche rugueuse ne dépend que des paramètres locaux de la surface (le premier terme du membre de droite de ces équations est négligeable devant le second terme). Par conséquent, une discontinuité de gradient peut être attribuée aux paramètres géométriques du milieu poreux (paramètres locaux des rugosités qui ne dépendent pas de  $H$ , tels que la porosité et la forme des éléments) comme ceci est donné par l'équation 4.17. En revanche, lorsque  $F$  est petit ou  $k^*$  assez grand ( $\gtrsim 0.5$ ), le premier terme du membre de droite des équations 6.7 et 6.8 est relativement grand et les contributions des différentes forces à la dynamique de l'écoulement dépendent des paramètres globaux (paramètres rapportés à la hauteur du canal).

Pour le transfert thermique, les équations s'écrivent :

- région poreuse ( $0 \leq y^* < k^*$ )

$$\text{fluide} \quad \frac{d^2\theta_D}{dy^{*2}} = \frac{u^*}{4} - Nu_d(\theta_s - \theta_D)4F\left(1 - \frac{k_f}{k_s}\right) \quad (6.10)$$

$$\text{solide} \quad \frac{d^2\theta_s}{dy^{*2}} = Nu_d(\theta_s - \theta_D)4F\frac{1}{1-\varepsilon}\frac{k_f}{k_s} \quad (6.11)$$

- film d'épaisseur  $\delta y^*$  ( $k^* \leq y^* < k^* + \delta y^*$ )

$$\frac{d^2\theta_D}{dy^{*2}} = \frac{u^*}{4} - Nu_N(\theta_s - \theta_D)\frac{d^*}{\delta y^*}F\left(1 - \frac{k_f}{k_s}\right) \quad (6.12)$$

- conduit libre ( $k^* + \delta y^* \leq y^* \leq 1$ )

$$\frac{d^2\theta_D}{dy^{*2}} = \frac{u^*}{4} \quad (6.13)$$

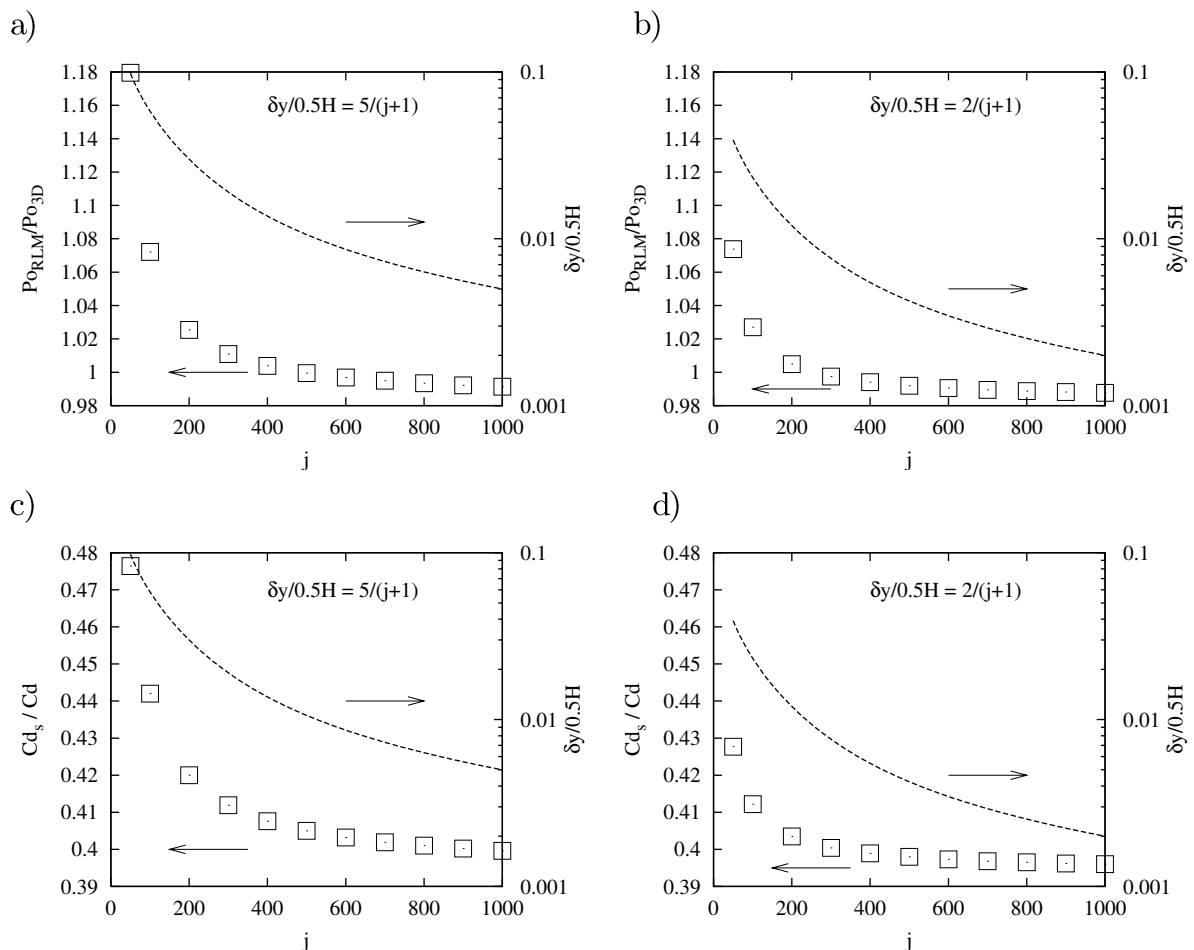
Conditions aux limites :

$$\begin{aligned} y^* = 0 & \quad u^* = 0, \quad \theta_D = 0, \quad \theta_s = 0 \\ y^* = k^* & \quad u^*|_{k^{*-}} = u^*|_{k^{*+}}, \quad \frac{du^*}{dy^*}|_{k^{*-}} = \frac{du^*}{dy^*}|_{k^{*+}}, \quad \theta_D|_{k^{*-}} = \theta_D|_{k^{*+}}, \\ & \quad \frac{d\theta_D}{dy^*}|_{k^{*-}} = \frac{d\theta_D}{dy^*}|_{k^{*+}}, \quad \frac{d\theta_s}{dy^*} = \frac{k_f}{k_s} \frac{Nu_N(\theta_s - \theta_D)}{d^*} \\ y^* = k^* + \delta y^* & \quad u^*|_{(k^*+\delta y^*)^-} = u^*|_{(k^*+\delta y^*)^+}, \quad \frac{du^*}{dy^*}|_{(k^*+\delta y^*)^-} = \frac{du^*}{dy^*}|_{(k^*+\delta y^*)^+}, \\ & \quad \theta_D|_{(k^*+\delta y^*)^-} = \theta_D|_{(k^*+\delta y^*)^+}, \quad \frac{d\theta_D}{dy^*}|_{(k^*+\delta y^*)^-} = \frac{d\theta_D}{dy^*}|_{(k^*+\delta y^*)^+} \\ y^* = 1 & \quad \frac{du^*}{dy^*} = 0, \quad \frac{d\theta_f}{dy^*} = 0 \end{aligned}$$

### 6.3 Validation du modèle RLM

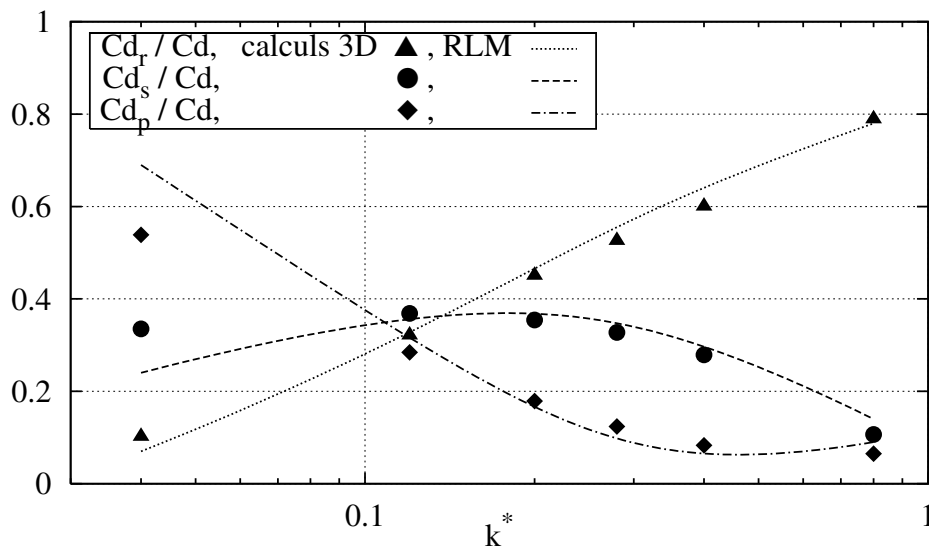
Les équations ont été discrétisées par la méthode des différences finies et résolues avec Matlab 7.0. Le nombre de points  $j$  de discrétisation a été choisi après avoir fait les tests du maillage. L'épaisseur  $\delta y$  du film était égale à  $n$  fois la taille d'une maille  $\delta y = n \frac{0.5H}{j+1}$ . Les figures 6.1 a) et b) montrent la sensibilité des résul-

tats au nombre de points du maillage. On peut observer que  $Po$ , ici normalisé par le résultat des calculs tridimensionnels, est insensible au maillage (1% d'écart) lorsque le nombre de points excède environ 500 pour  $n$  égal à 5 et 200 pour  $n$  égal à 2. La ligne en pointillé montre l'épaisseur normalisée du film  $\delta y^*$  en fonction du nombre de points. Les figures 6.1 c) et d) montrent la contribution de la contrainte sur la face supérieure des rugosités aux pertes de pression en fonction de l'épaisseur  $\delta y$ . Les résultats indiquent que la contribution devient insensible à l'épaisseur lorsque  $\delta y/0.5H$  est inférieure à 0.01. Cette valeur correspond environ à 200 et 500 points pour  $n = 2$  et  $n = 5$  respectivement. D'après la discussion ci-dessus, plus l'épaisseur  $\delta y$  est petite, plus les résultats sont insensibles au nombre de mailles. Finalement, nous avons choisi de fixer le paramètre  $n = 2$  et de discrétiser le domaine de calcul avec 500 points, ce qui assure une bonne résolution du système d'équations.



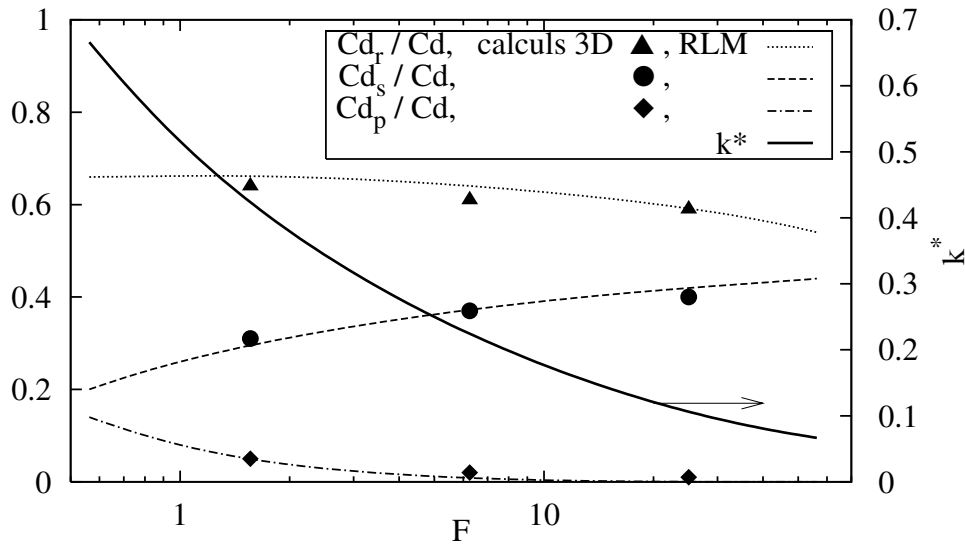
**Figure 6.1.** Sensibilité des résultats au maillage et à l'épaisseur  $\delta y$  ( $k^* = 0.2$ ,  $\varepsilon = 0.75$ ,  $F = 1.56$ ). Courbes du haut : nombre de Poiseuille, courbes du bas : contribution de la face supérieure aux pertes de pression.

La figure 6.2 présente la comparaison entre les calculs tridimensionnels et les prédictions du modèle RLM. Nous avons choisi de présenter la contribution des différentes faces agissant sur la surface rugueuse, qui est un aspect fin des résultats. On peut voir que le modèle RLM prédit bien la contribution due aux rugosités pour toute la gamme examinée ( $0.04 < k^* < 0.8$ ). Pourtant, la contribution du film visqueux au sommet des rugosités ( $Cd_s$ ) est sous-estimée par le modèle pour la valeur la plus basse de  $k^*$ . Ceci peut être dû à la disproportion entre les dimensions  $k^*$  et  $L^*(= 0.8)$  (les éléments de rugosité sont alors très aplatis). Pour ce cas extrême, les effets tridimensionnels sont très certainement importants. L'hypothèse que les couches hydrodynamiques sur les surfaces supérieures et latérales se développent de manière identique est vraisemblablement une approximation assez grossière. On peut observer que, pour le paramètre  $F$  examiné, les contributions dépendent grandement de la hauteur relative des rugosités.



**Figure 6.2.** Contribution des différentes forces agissant sur la surface du canal à la perte de pression pour le réseau aligné des rugosités ( $\varepsilon = 0.75, F = 1.56, Re = 10$ ).

Afin de tester l'applicabilité du modèle pour des conditions plus proches des conditions expérimentales, nous avons poursuivi la comparaison des résultats du modèle à ceux des calculs tridimensionnels. La figure 6.3 montre la contribution des différentes surfaces en fonction du fractionnement des rugosités  $F$  pour un réseau en quinconce. Les paramètres locaux de rugosité ( $L, d, k$ ) ont été gardés constants ( $\varepsilon = 0.75, k/L = 0.5$ ) et on a fait varier la hauteur  $H$  du canal. Les résultats des calculs tridimensionnels et du modèle sont en accord pour montrer que lorsque  $H$  augmente, les contributions de la surface de base ( $Cd_p$ ) et des surfaces latérales des rugosités ( $Cd_r$ ) diminuent et la contribution des surfaces supérieures ( $Cd_s$ ) augmente. Les valeurs limites de ces deux dernières contributions tendent vers la valeur de 0.47 qui est aussi le rapport entre  $Da_f$  et  $Da$ . On vérifie ainsi l'hypothèse formulée au chapitre 4 :  $Da_f = 0.5Da$ . On peut constater ainsi que, pour  $F$  grand, les contributions dépendent peu de la hauteur relative des rugosités.



**Figure 6.3.** Contribution des surfaces du canal sur la perte de pression pour le réseau des rugosités en quinconce ( $\varepsilon = 0.75, k/L = 0.5, Re = 10$ ). Influence du paramètre de fractionnement  $F$ .

## 6.4 Résultats du modèle RLM

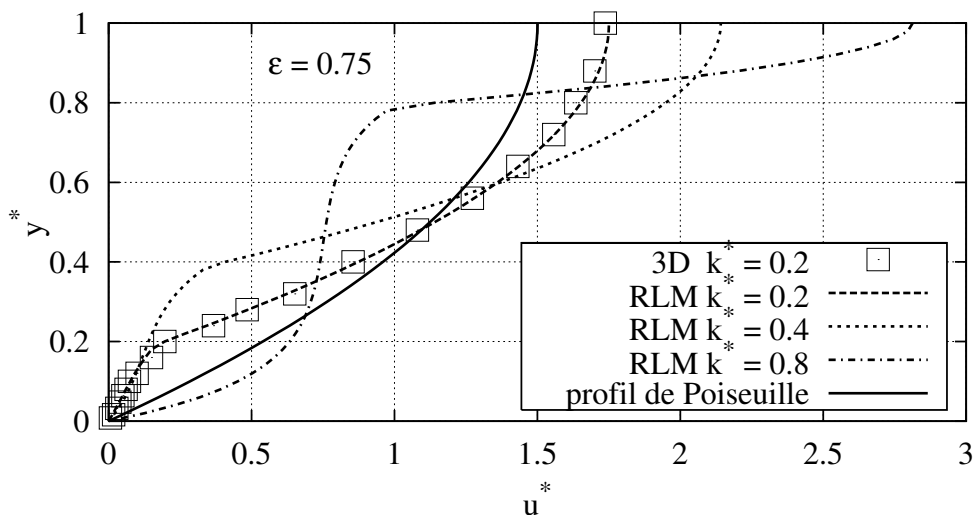
Les résultats présentés ici ont été obtenus pour des valeurs faibles ou modérées de la rugosité relative  $k^*$  ( $\leq 0.2$ ), ce qui correspond à des parois rugueuses pouvant être rencontrées lors de la réalisation de microcanaux ou pour des valeurs plus élevées de  $k^*$  (jusqu'à 1). Dans ce cas, le domaine d'application est celui d'échangeurs munis d'ailettes, destinées à améliorer les performances thermiques des appareils.

### 6.4.1 Hydrodynamique

La comparaison des résultats du modèle RLM avec différents résultats expérimentaux et les calculs 3D est faite pour différentes formes de rugosité (parallélépipédique, conique, microailettes).

#### Éléments parallélépipédiques

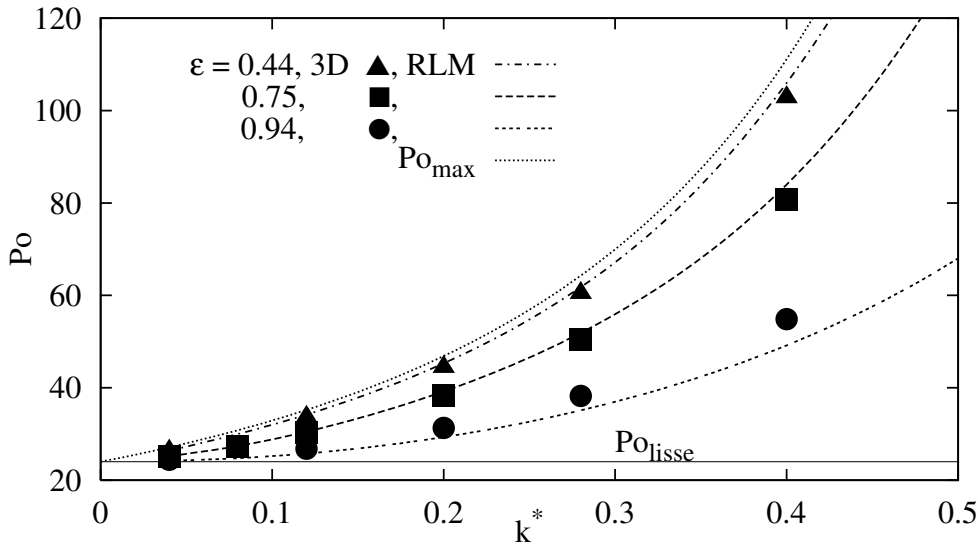
La figure 6.4 montre les profils de vitesse adimensionnée ( $u^* = \frac{uD}{u_b}$ ) obtenus pour le nombre de Reynolds global ( $Re = \frac{u_b 2H\rho}{\mu}$ ) constant et égal à 200, autrement dit, à débit fixé. La hauteur des rugosités  $k^*$  est le seul paramètre qui distingue les trois profils issus du modèle RLM. Le profil de Poiseuille est montré pour comparaison. Les profils se composent d'une partie conditionnée par la perméabilité de la couche rugueuse et d'une partie parabolique dans la zone centrale du canal. La figure 6.4 révèle que, pour les valeurs modérées de la hauteur ( $k^* \leq 0.4$ ), la distribution de vitesse est presque linéaire dans la couche rugueuse. Lorsque la hauteur des rugosités est très grande ( $k^* = 0.8$ ), ce qui correspond à un échangeur de chaleur avec ailettes, nous pouvons observer que la vitesse est presque uniforme dans la région rugueuse, sauf près de la surface de base où elle doit se raccorder à 0 pour satisfaire la condition d'adhérence. Il est aussi à noter que les résultats du modèle RLM et des calculs 3D, comparés pour  $k^* = 0.2$ , sont en excellent accord.



**Figure 6.4.** Profils de vitesse adimensionnée ( $\epsilon = 0.75$ ,  $F = 1.56$ ,  $Re = 200$ ). Éléments de rugosité parallélépipédiques. Comparaison à débit donné. Configuration alignée des rugosités.

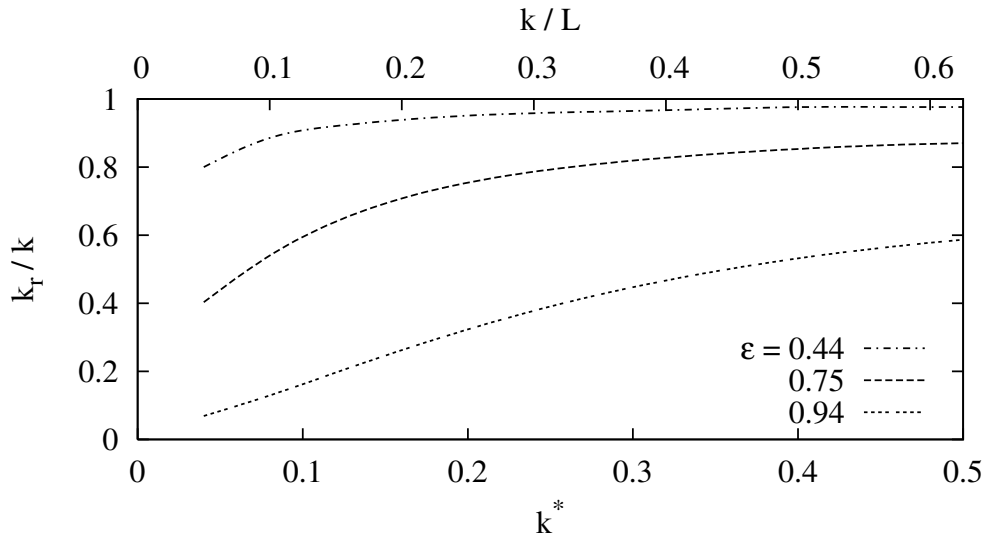


La figure 6.5 présente le nombre de Poiseuille en fonction de la hauteur relative pour trois valeurs de porosité. Les résultats du modèle et des calculs numériques 3D sont en excellent accord et montrent la croissance régulière de  $Po$  avec  $k^*$ . Comme prévu, la croissance est plus prononcée pour la petite valeur de la porosité. Dans ce cas ( $\varepsilon = 0.44$ ,  $F = 1.56$ ), la valeur maximale du nombre de Poiseuille ( $Po_{\max} = Po_{\text{lisse}} \left(\frac{H}{H-2k}\right)^3$ ) peut constituer une bonne approximation des résultats.



**Figure 6.5.** Augmentation du nombre de Poiseuille en fonction de la hauteur des rugosités. Comparaison des résultats du modèle RLM avec les résultats des calculs 3D. ( $F = 1.56$ ,  $Re = 200$ ). Réseau aligné.

Les résultats montrés ci-dessus (figure 6.5) peuvent être représentés comme une diminution du passage effectif à l'écoulement. La hauteur réduite  $H_r$  du canal lisse qui, pour le même débit, donne le même gradient de pression qu'un canal rugueux de hauteur  $H$  peut être déduite de l'équation 1.14. On peut aussi définir, de manière équivalente, une hauteur effective de rugosité  $k_r$  (équation 1.15), telle que :  $H_r = H - 2k_r$ , pour un canal délimité par deux parois rugueuses. La figure 6.6 représente le rapport  $k_r/k$  en fonction de  $k^*$  ou  $k/L (= k^*\sqrt{F})$  pour les mêmes conditions que la figure 6.5. Nous pouvons observer que, pour la faible porosité, le rapport  $k_r/k$  atteint plus vite sa valeur maximale lorsque la hauteur relative  $k^*$  augmente.

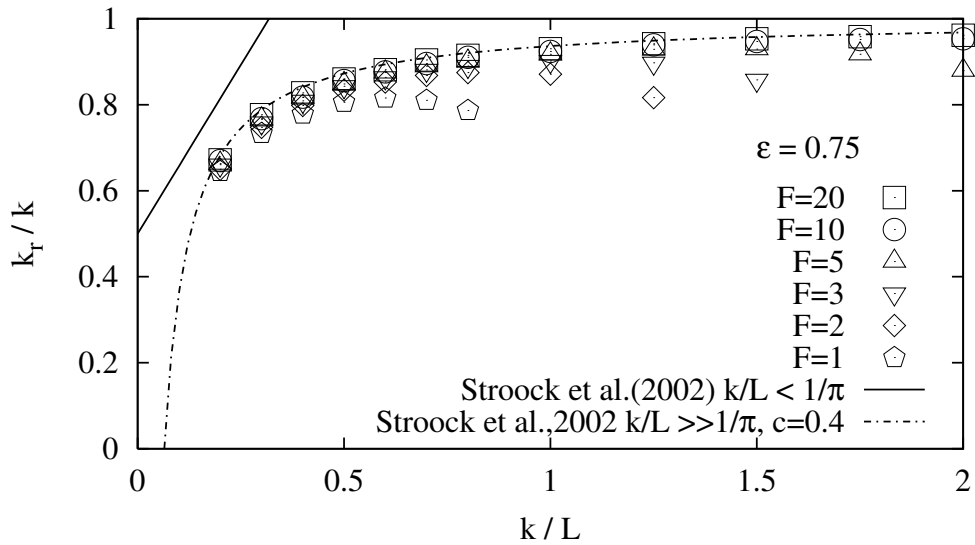


**Figure 6.6.** Hauteur réduite des rugosités ( $F = 1.56$ ,  $Re = 200$ ). Réseau aligné.

La figure 6.7 montre les résultats obtenus pour une porosité donnée et pour le paramètre de fractionnement qui varie entre 1 et 20. Bien que les configurations soient différentes, ces résultats ont été comparés au travail de [Stroock et al., 2002] qui a étudié l'écoulement sur une surface ondulée sinusoidalement avec une petite amplitude. En utilisant les notations adoptées dans notre travail, les tendances asymptotiques indiquées par [Stroock et al., 2002] peuvent être écrites :

$$k/L < 1/\pi \quad \frac{k_r}{k} = \frac{1}{2} \left( 1 + \pi \frac{k}{L} \right) \quad (6.14)$$

$$k/L \gg 1/\pi \quad \frac{k_r}{k} = 1 - \frac{c}{2\pi} \frac{L}{k} \quad (6.15)$$

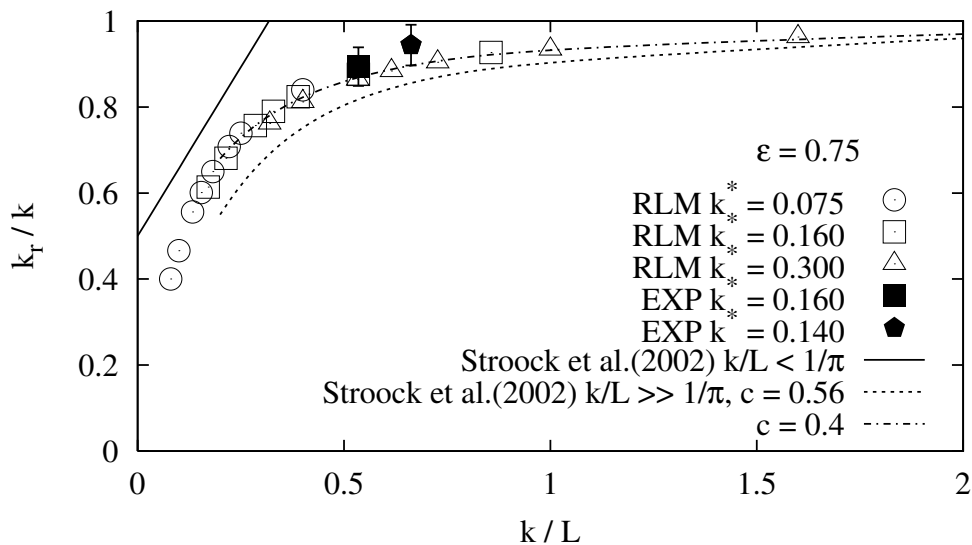


**Figure 6.7.** Hauteur réduite des rugosités. Réseau en quinconce.

Dans le cas où la longueur d'onde est grande ( $k/L < 1/\pi$ ), la figure 6.7 montre que les résultats du modèle RLM, obtenus pour les éléments tridimensionnels génèrent moins de résistance à l'écoulement que les ondulations bidimensionnelles caractérisant la paroi dans l'analyse de [Stroock et al., 2002]. Il est permis de penser qu'une répartition tridimensionnelle, peu dense, d'éléments rugueux, favorise le passage du fluide dans la couche rugueuse et, par conséquent, diminue la hauteur effective  $k_r$ . Dans la gamme de  $k/L \gg 1/\pi$ , [Stroock et al., 2002] a repris la valeur  $c = 0.56$  initialement proposée par [Hocking, 1976] dans la relation 6.15. Dans cette gamme de faibles longueurs d'onde, les résultats du modèle RLM en ce qui concerne  $k_r/k$  sont sous-estimés par la formule 6.15 lorsque  $c=0.56$ . La figure 6.7 montre que la valeur  $c = 0.4$  ajuste bien la formule 6.15 aux résultats du modèle. L'argument présenté plus haut, est sans doute moins fondé lorsque le réseau de rugosités est assez serré. En revanche, l'augmentation de  $k_r$  peut être favorisée par la forme parallélépipédique des rugosités qui, dans cette condition, entraîne plus de résistance à l'écoulement en réduisant la profondeur de pénétration du cisaillement. Il est étonnant de constater que la formule 6.15 représente aussi bien les résultats du modèle RLM pour des valeurs de  $k/L$  aussi basses que 0.2, alors que cela ne correspond plus au domaine d'application de la formule 6.15. La figure 6.7 montre aussi que pour les faibles valeurs du paramètre de fractionnement  $F$ , les résultats du modèle RLM sont sur-estimés par la formule asymptotique de [Stroock et al., 2002] lorsque  $k/L$  est augmenté. Cela peut être interprété par les interactions avec les rugosités de la surface opposée (ou par interaction avec la surface opposée lisse dans le cas d'un canal semi-rugueux) lorsque la hauteur réduite  $H_r$  est fortement diminuée. Il est à noter que le désaccord entre les résultats du modèle et la relation 6.15 intervient lorsque  $k^* > 0.5 - 0.6$  (résultat déduit de la figure 6.7). Les observations ci-dessus sont confirmées aussi par les profils de vitesse présentés sur la figure 6.4 où l'on peut voir que, pour la plus grande hauteur de rugosité (c'est-à-dire aussi la plus grande valeur de  $k/L$ ), la profondeur de pénétration du cisaillement est plus importante que pour les autres cas.

Le modèle RLM peut être appliqué pour la géométrie des microcanaux à rugosité contrôlée et comparé aux résultats expérimentaux présentés au chapitre 2. Dans ce cas, la condition de symétrie pour  $y^* = 1$  a été changée dans le modèle par la condition d'adhérence pour  $y^* = 2$  sur la paroi lisse opposée à la paroi rugueuse. La figure 6.8 montre la croissance du rapport  $k_r/k$  en fonction du para-

mètre  $k/L$  pour une porosité donnée ( $\varepsilon = 0.75$ ) et pour différentes valeurs de  $k^*$ . Il a été vérifié, que pour les paramètres de rugosité étudiés, les résultats mis sous cette forme ne dépendent pas de la condition sur la surface opposée, c'est-à-dire sont identiques pour un canal rugueux ou semi-rugueux. Nous avons aussi constaté que, dans les conditions présentées sur la figure 6.8, la configuration des éléments rugueux (réseau aligné ou en quinconce) n'influence pas les résultats. La différence maximale entre deux configurations a été trouvée égale à 5% lorsque les rugosités sont aplaties. La concentration des résultats sur une courbe unique montre que l'effet de rugosité peut se représenter à l'aide des paramètres locaux  $k/L$  et  $\varepsilon$  seulement et qu'il ne dépend pas directement de la hauteur du canal, dans les conditions de la figure 6.8.



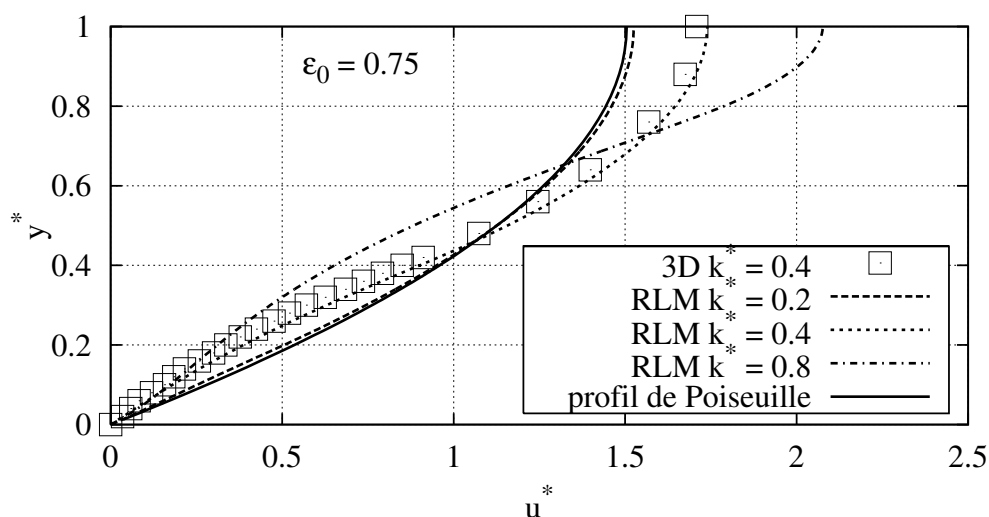
**Figure 6.8.** Hauteur réduite des rugosités. Comparaison avec les résultats expérimentaux et le modèle de [Stroock et al., 2002]. Réseau en quinconce. Symboles ouverts : modèle, symboles en noir : expérience.

Les résultats du modèle RLM sont en bon accord avec les résultats expérimentaux mais semblent légèrement sous-estimer la chute de pression mesurée. Cependant, pour les conditions expérimentales, le rapport  $k_r/k$  est proche de sa valeur maximale (de 5% à 10% pour les deux expériences décrites au chapitre 2). Ceci signifie que, pour ces conditions, les résultats du modèle ne sont probablement pas très sensibles aux hypothèses de départ. Des expériences avec des rugosités plus espacées, c'est-à-dire avec des valeurs de  $k/L$  plus petites et/ou des valeurs de  $\varepsilon$  plus grandes, devraient être plus probantes pour la validation du modèle RLM mais n'ont pu être réalisées.

## Éléments coniques

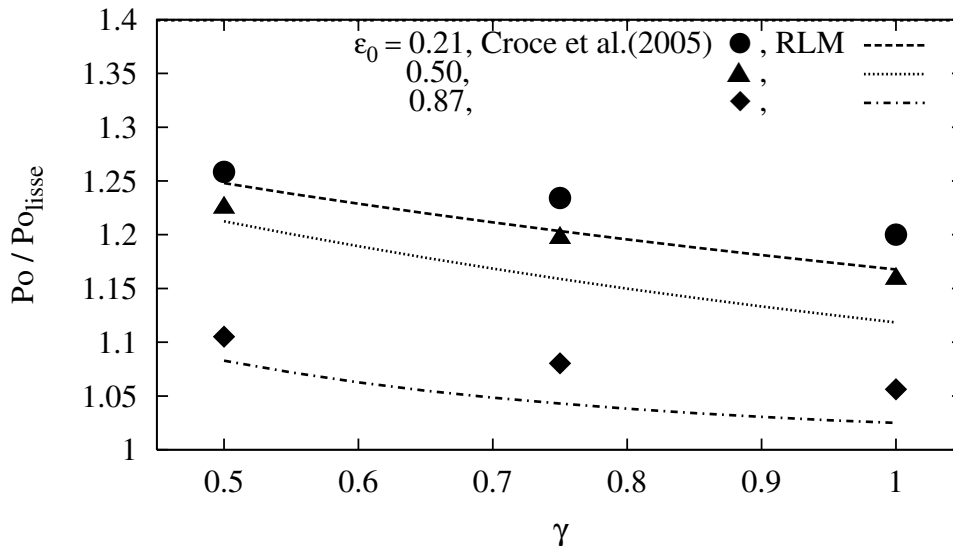
Le modèle RLM a été appliqué pour les microcanaux avec des rugosités de forme conique et les résultats ont été comparés aux calculs tridimensionnels menés par [Croce et al., 2005]. Comme cela a été mentionné auparavant, nous avons supposé que les effets d'écoulement tridimensionnels peuvent être négligés. Les interactions entre le fluide et les rugosités sont ainsi modélisées par les calculs bidimensionnels. La comparaison présentée sur les figures suivantes a pour but de tester l'hypothèse présentée ci-dessus et d'indiquer les limites d'application du modèle RLM. Pour cette configuration, la porosité change de la valeur minimale  $\varepsilon_0$  à la paroi à l'unité à l'interface entre les deux régions.

La figure 6.9 montre les profils de vitesse adimensionnée pour les éléments coniques de rugosité. La comparaison avec la figure 6.4 révèle que la résistance à l'écoulement introduit par les éléments coniques est très faible, comme on pouvait s'y attendre. Pour  $k^* = 0.2$ , le profil de vitesse se distingue à peine du profil de Poiseuille alors que la figure 6.4 montre un écart déjà très important pour cette valeur de  $k^*$  et des éléments parallélépipédiques. On note un assez bon accord entre le modèle RLM et les calculs tridimensionnels pour  $k^* = 0.4$ , ce qui tend à valider l'hypothèse de départ sur l'estimation des interactions écoulement/éléments rugueux.



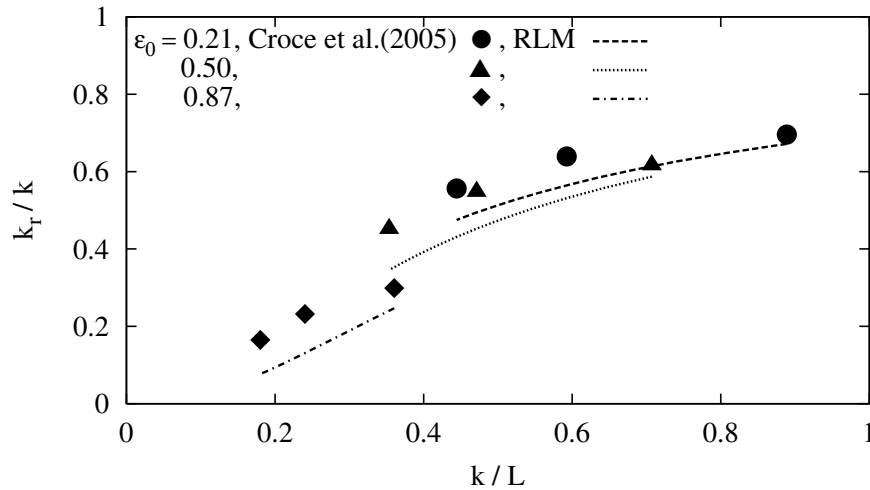
**Figure 6.9.** Profils de vitesse adimensionnée ( $\varepsilon = 0.75$ ,  $F = 1.56$ ,  $Re = 200$ ). Éléments de rugosité coniques. Comparaison à débit donné. Réseau aligné.

La hauteur relative  $k^*$  a été maintenue égale à 0.106 pour tracer la figure 6.10. Nous avons gardé en abscisse le paramètre  $\gamma$  ( $= \frac{d_0}{2k}$ , où  $d_0$  est le diamètre à la base du cône) défini par [Croce et al., 2005] pour caractériser la pente des éléments. A partir de cette représentation des résultats, on peut conclure que l'influence des rugosités est plus grande lorsque la porosité est diminuée et que  $Po$  est augmenté pour les éléments les plus pointus (faible  $\gamma$ ) à  $\varepsilon_0$  donné.



**Figure 6.10.** Éléments de forme conique. Comparaison avec les résultats de [Croce et al., 2005]. Influence de la pente des éléments coniques.

Les mêmes résultats représentés sur la figure 6.11 en fonction du paramètre  $k/L$  ( $k/L = \frac{\sqrt{1-\varepsilon_0}}{2\gamma}$ ) montrent cependant que la porosité et la forme des éléments ne sont pas les paramètres les plus significatifs et que les variations de  $Po$  résultent en fait principalement des variations de  $k/L$ . On constate, en effet un assez bon regroupement des données lorsque  $k_r/k$  est représenté en fonction de  $k/L$ . La comparaison entre les résultats du modèle et des calculs directs de [Croce et al., 2005] révèle que les écarts relatifs sont les plus importants (ils peuvent même atteindre 100%) pour les plus petites valeurs de  $k/L$  et pour les plus grandes valeurs de  $\gamma$  (figure 6.10). Le modèle RLM sous-estime systématiquement la hauteur réduite par rapport au modèle 3D. Le modèle RLM est plus adapté pour les éléments les plus pointus ( $\gamma$  petit) parce que cette forme allongée des éléments est plus favorable pour la modélisation bidimensionnelle des interactions entre l'écoulement et les rugosités. Les conclusions énoncées ci-dessus montrent que la sélection des paramètres de rugosité est essentielle pour l'analyse correcte des résultats.



**Figure 6.11.** Éléments de forme conique. Comparaison avec les résultats de [Croce et al., 2005]. Influence du facteur d'élongement.  $k^* = 0.106$ .

### Échangeurs de chaleur avec des micro-ailettes

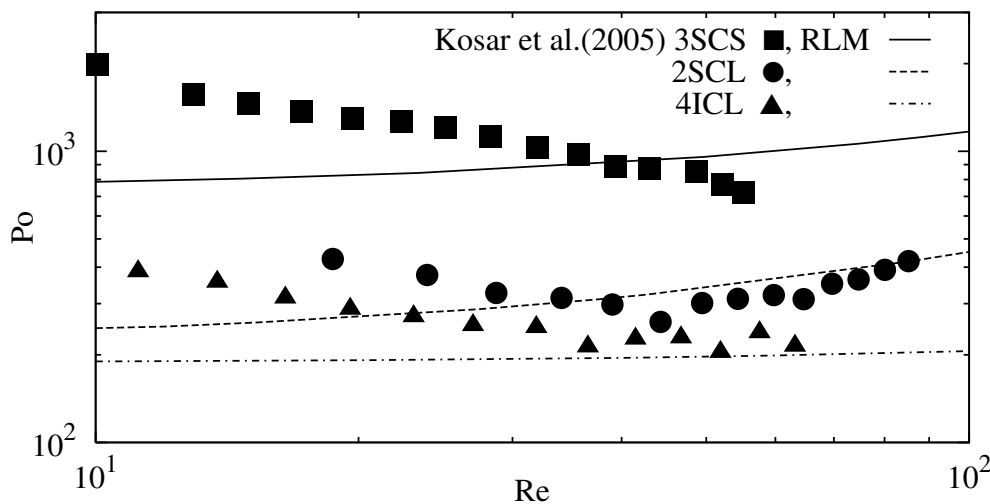
Le modèle RLM peut être facilement adapté pour prévoir la perte de pression et les transferts thermiques dans un échangeur thermique où la surface active est augmentée par des ailettes. Par exemple, [Koşar et al., 2005] ont mesuré les pertes de pression dans un échangeur de chaleur muni de micro-ailettes. Les micro-ailettes étaient des cylindres qui occupaient la hauteur totale du microcanal ( $k = 0.5H$ ) gravé dans un substrat de silicium sur la profondeur  $H = 100 \mu\text{m}$ . Les micro-ailettes cylindriques de 50 et 100  $\mu\text{m}$  de diamètre étaient distribuées périodiquement en réseau aligné ou en quinconce avec la distance  $L$  entre les éléments respectivement égale à 75 et 150  $\mu\text{m}$ .

Dans le tableau 6.1, nous présentons trois configurations étudiées par les auteurs qui donnent la même porosité. Lorsque le paramètre de fractionnement  $F$  est petit, on peut s'attendre à ce que la contribution du frottement sur les parois du canal ne soit pas négligeable dans ces expériences.

| dispositif | configuration | $d [\mu\text{m}]$ | $F (= (0.5H/L)^2)$ | $\varepsilon (= 1 - \frac{\pi d^2}{4L^2})$ |
|------------|---------------|-------------------|--------------------|--|
| 3SCS       | en quinconce  | 50                | 0.44               | 0.65                                       |
| 2SCL       | en quinconce  | 100               | 0.11               | 0.65                                       |
| 4ICL       | alignée       | 100               | 0.11               | 0.65                                       |

**Tableau 6.1.** Paramètres géométriques des micro-ailettes [Koşar et al., 2005].

Les résultats de [Koşar et al., 2005] ont été renormalisés afin de correspondre aux définitions de  $Po$  et de  $Re$  utilisées dans l'étude présente et qui sont données respectivement par les équations 1.11 et 1.12. La figure 6.12 montre les variations du nombre de Poiseuille en fonction de  $Re$  pour les trois configurations étudiées avec les prédictions du modèle RLM correspondantes. La comparaison révèle que l'ordre de grandeur des résultats expérimentaux est retrouvé par le modèle. Les résultats expérimentaux confirment que la résistance à l'écoulement augmente avec  $F$  (configuration 3SCS) c'est-à-dire lorsque le nombre de Darcy diminue ( $Da = \frac{2}{C_x Re_d F}$ ). Les résultats confirment aussi que la résistance ( $C_x Re_d$ ) à l'écoulement est plus grande pour la configuration en quinconce (2SCL) que pour la configuration alignée (4ICL) pour la même valeur de  $F$ . On peut noter que  $Po$  augmente avec  $Re$  pour les réseaux en quinconce (2SCL) à cause des forces inertielles plus importantes dans ce réseau, comme on a pu le constater au chapitre 5. Cette augmentation est également obtenue dans l'expérience de [Koşar et al., 2005] pour  $Re \gtrsim 50$ . En revanche, la décroissance de  $Po$  quand  $Re$  augmente mise en évidence par les résultats expérimentaux est peu explicable.



**Figure 6.12.** Micro-échangeur thermique équipé d'ailettes. Comparaison avec les résultats de [Koşar et al., 2005].

Pour le dispositif expérimental 3SCS, le nombre de Darcy est 4 fois plus grand que pour le dispositif 2SCL. Pourtant, pour le cas 3SCS, le nombre de Poiseuille est seulement 3.35 fois plus grand que pour le cas 2SCL. Ceci signifie que la contribution du frottement aux parois du canal est plus grande pour le cas 2SCL ( $F$  plus faible), comme on pouvait s'y attendre.

[Prasher et al., 2007] ont mené une étude similaire, dans les conditions présentées dans le tableau 6.2. On peut remarquer la valeur élevée de la porosité dans ce



tableau. Les résultats de [Prasher et al., 2007] ont été retraités et comparés avec les prédictions du modèle RLM. Sur la figure 6.13, on peut observer que les résultats expérimentaux sont situés dans la région inertielle de l'écoulement. Le modèle RLM retrouve bien la tendance générale des résultats malgré une sous-estimation systématique de  $Po$ . [Dybbs and Edwards, 1984], cités par [Kaviany, 1995], ont étudié l'écoulement dans des réseaux de sphères et de cylindres. Ils ont observé la transition à l'instabilité pour  $Re_p > 150$  où le nombre de Reynolds  $Re_p$  est basé sur la vitesse moyenne effective dans un réseau et sur la longueur caractéristique des pores ( $L - d$ ). Cette valeur du nombre de Reynolds  $Re_p$  correspond à  $Re$  compris entre 300 (dispositif RP1) et 400 (dispositifs SP3 et RP3) pour les résultats représentés sur la figure 6.13. L'augmentation de  $Po$  constatée sur les résultats expérimentaux est peut être due, au moins en partie, à des effets d'instabilité. La figure 6.13 montre que le réseau des cylindres intervient principalement par son paramètre de fractionnement  $F$ . [Prasher et al., 2007] trouvent comme [Koşar et al., 2005] une diminution de  $Po$  quand  $Re$  augmente à partir d'une faible valeur, mais le minimum se situe à des valeurs plus élevées ( $Re \sim 100 - 200$ ) que dans le cas de [Koşar et al., 2005]. Le modèle RLM ne rend pas compte de ce phénomène, qui resterait à explorer.

| dispositif | $H [\mu m]$ | $d [\mu m]$ | $L [\mu m]$ | $F (= (0.5H/L)^2)$ | $\varepsilon$ |
|------------|-------------|-------------|-------------|--------------------|---------------|
| SP3        | 310         | 125         | 303         | 0.26               | 0.83          |
| RP3        | 310         | 125         | 303         | 0.26               | 0.87          |
| RP1        | 155         | 55          | 200         | 0.15               | 0.94          |

Tableau 6.2. Paramètres géométriques des micro-ailettes ([Prasher et al., 2007])

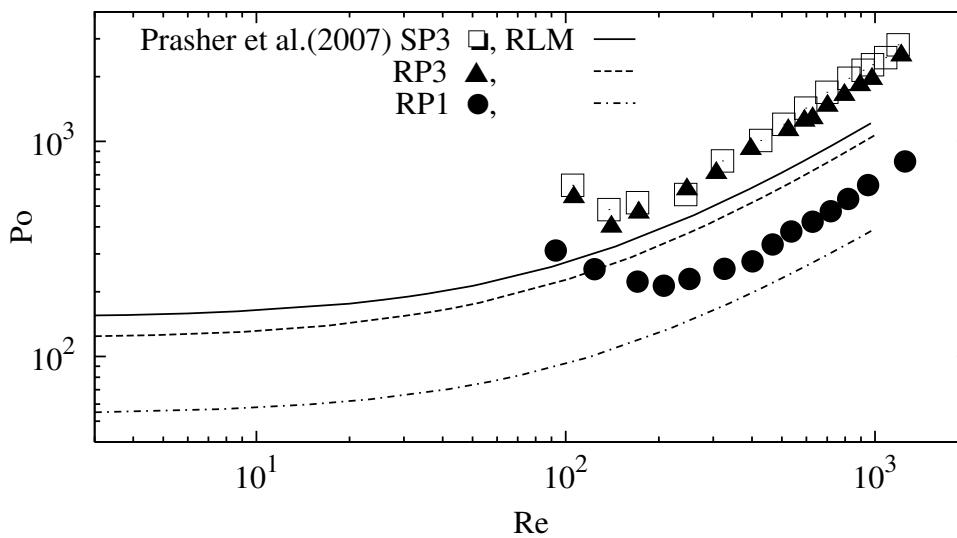
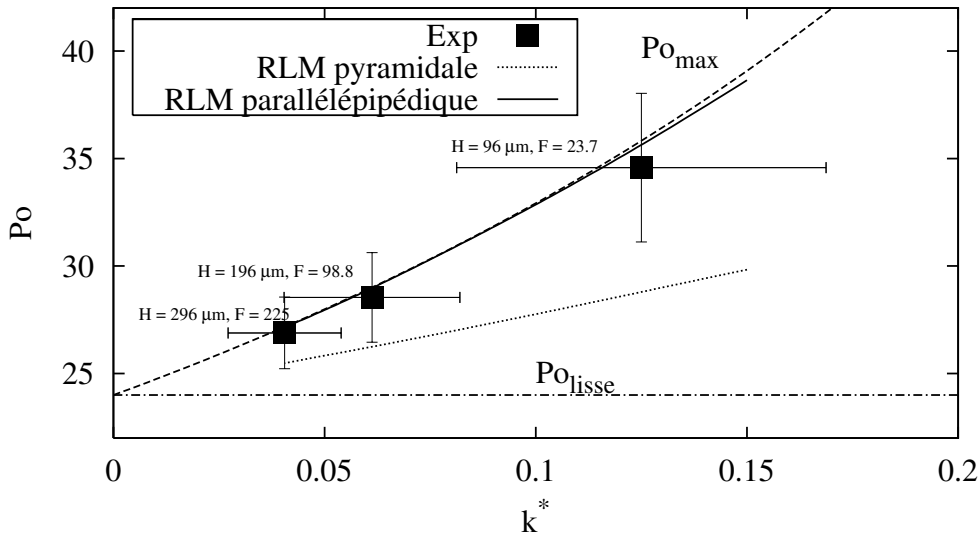


Figure 6.13. Micro-échangeur thermique équipé d'ailettes. Comparaison avec les résultats de [Prasher et al., 2007] pour l'hydrodynamique.

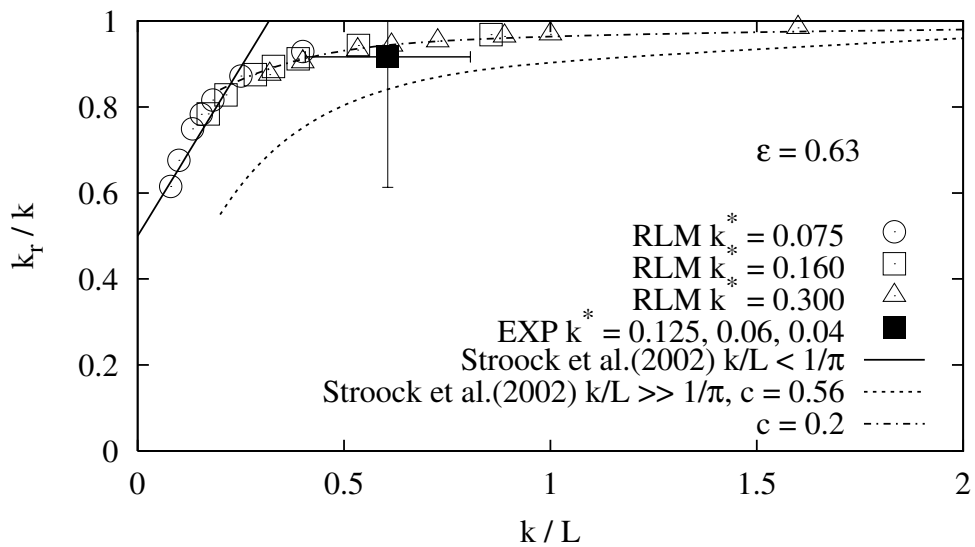
### Distribution aléatoire des rugosités

Pour une paroi avec des éléments de rugosité dispersés, présentée dans la section 2.2, la modélisation exacte des interactions entre fluide et solide n'est pas possible. Le modèle RLM constitue alors une approximation de la condition géométrique puisque la rugosité réelle est remplacée par une configuration périodique des éléments. Rappelons que la rugosité de la paroi est obtenue par dépôt de particules de  $S_iC$  dans une mince couche de nickel adhérent à la paroi d'origine. Dans ce cas, les mesures topographiques fournissent des informations concernant les paramètres géométriques des rugosités, à savoir : l'épaisseur de la couche de nickel, la hauteur et l'espacement des éléments rugueux. L'épaisseur de la couche de nickel détermine la localisation de la paroi de base comme cela été décrit précédemment dans la section 2.2. La hauteur des éléments rugueux a été définie à  $6 \mu m$  puisque la taille des particules était entre  $5 - 7 \mu m$ . La porosité de la couche rugueuse ( $\varepsilon_0 = 0.63$ ) a été déterminée par des observations à travers un microscope optique. Cela correspond à un espacement moyen  $L$  égal à  $9.9 \mu m$  pour la taille moyenne des éléments  $d$  égale à  $6 \mu m$ . Les calculs ont été effectués à l'aide du modèle RLM pour des éléments rugueux de forme parallélépipédique ou pyramidale en configuration en quinconce. Les résultats du modèle sont tracés sur la figure 6.14. Nous pouvons observer que la forme des éléments influence significativement la résistance à l'écoulement. Les trois points expérimentaux correspondent aux plateaux représentés sur la figure 2.7. Les barres d'erreurs horizontales ont été déterminées en utilisant les valeurs extrêmes de  $k$  :  $5 - 7 \mu m$ . La figure 6.14 montre que les résultats du modèle pour les éléments cylindriques sont compatibles avec ceux de l'expérience. La rugosité est caractérisée par une valeur assez faible de la porosité et par un paramètre de fractionnement élevé ( $F = 23.7 - 225$  pour  $H = 96 - 296 \mu m$ ). Ceci mène à des valeurs de  $Po$  très proches de la valeur maximale  $Po_{max}$  calculée avec la hauteur réduite  $H - 2k$ . Les résultats sont aussi représentés sur la figure 6.15 à l'aide de la hauteur effective et du rapport d'élanement moyen  $k/L$ . Les trois points expérimentaux sont confondus en un seul dans cette représentation (carré noir) puisqu'il s'agit d'une représentation locale et que les surfaces n'étaient pas modifiées dans l'expérience, lorsque l'on faisait varier la hauteur du canal  $H$ . La barre d'erreurs pour l'ordonnée combine les incertitudes sur  $k$  et sur  $k_r$  et est donc très importante. La relation de [Stroock et al., 2002] est aussi tracée sur cette figure avec une constante  $c = 0.2$  ajustée aux résultats du modèle RLM. La profondeur de pénétration du cisaillement est, bien entendu, réduite pour ce cas de faible porosité et le coefficient  $c$  de la loi 6.15 est plus faible que pour le cas des rugosités distribuées périodiquement ( $c = 0.4$  pour  $\varepsilon = 0.75$ ). La comparaison de la figure 6.14 suggère que la structure de la couche rugueuse est assez bien représentée par des éléments parallélépipédi-

ques. Nous n'avons pas mis en oeuvre un modèle d'éléments rugueux sphériques. Ce dernier aurait nécessité une modélisation spéciale près du sommet des sphères, où l'on s'attend à une mise en défaut du modèle bidimensionnel. Il faut noter que la rugosité dispersée n'est pas distribuée périodiquement dans la réalité. Dans ce cas, la disposition des éléments rugueux peut amener des obstructions à l'écoulement et à la présence de chemins fermés dans la couche rugueuse. Le nombre de Poiseuille peut alors être augmenté par rapport au cas d'un réseau régulier à cause d'une faible perméabilité.



**Figure 6.14.** Nombre de Poiseuille en fonction de hauteur des rugosités. Éléments de rugosité distribués de manière aléatoire ( $\varepsilon_0 = 0.63$ ). Comparaison avec les résultats expérimentaux.

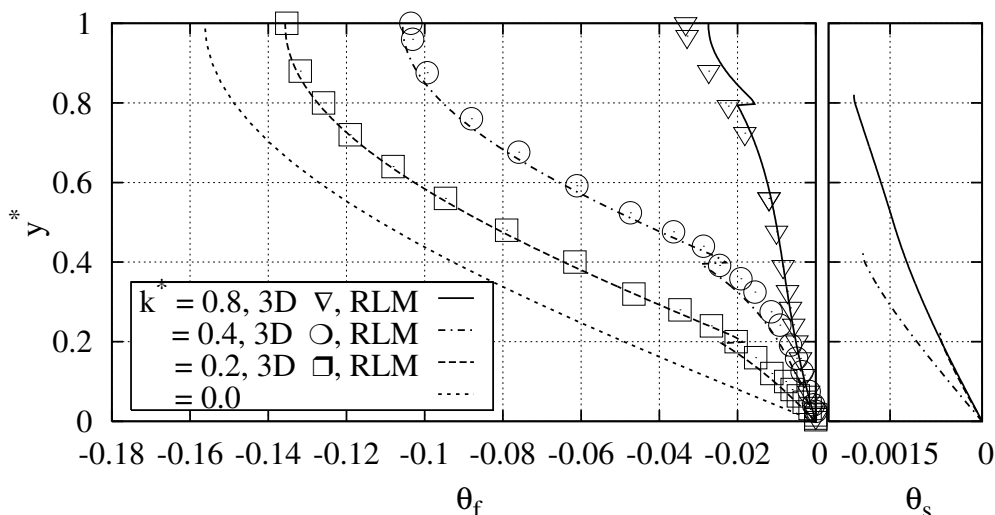


**Figure 6.15.** Hauteur réduite des rugosités. Comparaison avec les résultats expérimentaux.

### 6.4.2 Transfert thermique

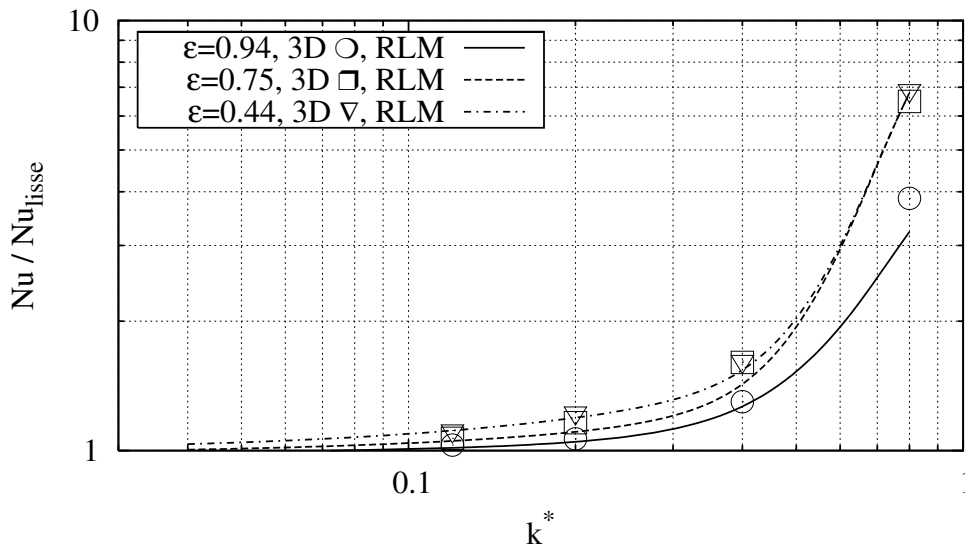
Les résultats suivants concernent une paroi à éléments rugueux parallélépipédiques, sauf indication contraire.

La figure 6.16 montre les profils de température adimensionnée du fluide  $\theta_f$  et du solide  $\theta_s$  pour trois hauteurs de rugosité. On a représenté également le cas d'un canal lisse pour comparaison. Les différents profils correspondent à un débit donné. La discontinuité observée pour  $y^* = k^*$  dans les résultats du modèle RLM apparaît après le changement de température de  $\theta_D$  (calculée par le modèle) à la température  $\theta_f$  ( $\theta_f = \frac{\theta_D}{\varepsilon} - \frac{\theta_s(1-\varepsilon)}{\varepsilon}$ ). Notez que l'abscisse est dilatée par un facteur 13 pour  $\theta_s$  par rapport à celle de  $\theta_f$ . Nous pouvons observer l'uniformisation du profil de température du fluide lorsque la hauteur des rugosités est augmentée. Ceci signifie que le flux thermique est distribué par les ailettes de forte conductivité et que la conduction dans le fluide est négligeable. La variation de température dans les éléments solides est négligeable devant celle du fluide. Par conséquent, l'hypothèse de l'équilibre thermique entre les rugosités et le fluide n'est pas valable dans le cas représenté. On note le bon accord entre les prévisions du modèle et les simulations tridimensionnelles. L'écart est principalement situé dans la partie libre du canal et provient de l'approximation de la condition aux limites à l'interface de la couche rugueuse avec le fluide libre.



**Figure 6.16.** Profils de température adimensionnée du fluide  $\theta_f$  et du solide  $\theta_s$  ( $\varepsilon = 0.75$ ,  $F = 1.56$ ,  $Re = 200$ ,  $k_s/k_f = 195$ ). Comparaison à débit donné. Réseau aligné.

La figure 6.17 montre l'augmentation de Nusselt en fonction de la hauteur des éléments pour trois valeurs de la porosité. Les résultats de la modélisation 3D sont en accord avec les prévisions du modèle et soulignent que l'influence des rugosités est plus grande lorsque la porosité diminue. Cependant, nous pouvons observer que cette tendance se vérifie principalement pour les valeurs de  $k^*$  petites et modérées ( $k^* \lesssim 0.2$ ). Pour les hauteurs élevées, les résultats montrent que  $Nu$  ne dépend pas de la porosité dans la gamme 0.44 – 0.75.

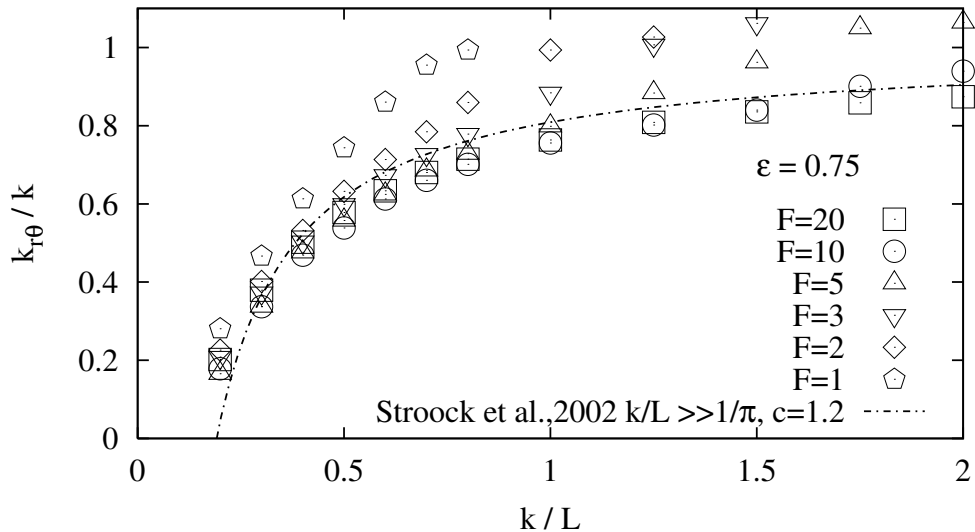


**Figure 6.17.** Augmentation du nombre de Nusselt en fonction de la hauteur des rugosités. Comparaison des résultats du modèle RLM avec les résultats des calculs 3D. ( $F = 1.56$ ,  $Re = 200$ ).

Nous pouvons définir la hauteur réduite qui donne le nombre de Nusselt théorique ( $Nu_{\text{lisse}} = \frac{q_0'' 2H_{r\theta}}{(T_0 - T_m)k_f} = 8.235$ ) ou de manière équivalente la hauteur réduite des rugosités  $k_{r\theta}$  qui est définie comme l'épaisseur d'une couche homogène de conductivité  $k_s$ , à travers laquelle passe la même densité de flux que dans le cas réel pour une différence entre la température de mélange du fluide et la température du solide donnée et pour un écoulement de Poiseuille à vitesse nulle pour  $y = k_{r\theta}$ . On trouve alors :  $k_{r\theta} = (1 - \frac{Nu_{\text{lisse}}}{Nu}) \frac{H}{2}$ . Cette définition de  $k_{r\theta}$  se heurte à la difficulté de définir un échange par convection avec un écoulement fictif de Poiseuille limité par une paroi plane située à  $y = k_{r\theta}$ . Or, les calculs d'hydrodynamique montrent que, pour le frottement, on peut remplacer l'écoulement réel par un écoulement de Poiseuille défini à partir de la hauteur réduite  $k_r$ . La définition de  $k_{r\theta}$  suppose donc un écoulement fictif différent de celui qui a servi à déterminer le frottement. Malgré cette difficulté, nous avons représenté les résultats en utilisant cette

hauteur réduite thermique  $k_{r\theta}$ .

La figure 6.18 montre la croissance de la hauteur réduite des rugosités  $k_{r\theta}$  en fonction du paramètre d'élanement  $k/L$  pour une porosité donnée. De la même manière que cela a été présenté sur la figure 6.7, les résultats présents sont comparés avec la relation de [Stroock et al., 2002]. Cette fois, la valeur  $c$  qui ajuste la relation 6.15 aux résultats du modèle RLM est égal à 1.2. Comme pour le cas présenté sur la figure 6.7, les résultats du modèle RLM s'éloignent de la formule asymptotique de [Stroock et al., 2002] pour les valeurs basses du fractionnement  $F$  ( $k^*$  grand) et lorsque  $k/L$  est augmenté. Cependant, dans le cas présent, les résultats du modèle sont sous-estimés par la loi de [Stroock et al., 2002]. Ceci s'explique par le phénomène de convection qui augmente avec la profondeur de pénétration du cisaillement. On constate que la valeur de  $k_{r\theta}/k$  peut être supérieur à 1. Cela peut se produire lorsque  $k^*$  est très grand ( $k^* \approx 0.8$ ) ; dans ces conditions, les valeurs du nombre de Nusselt sont aussi grandes, quel que soit le paramètre  $F$  utilisé. D'après la formule donnant les incertitudes ( $\frac{dk_{r\theta}}{k_{r\theta}} = \frac{Nu_{\text{lisse}} dNu}{Nu(Nu - Nu_{\text{lisse}})}$ ) où  $dNu$  est l'incertitude sur le nombre de Nusselt (par exemple  $dNu = 1$  pour  $F = 3$ ,  $k/L = 1.25$  et  $k^* = 0.72$ ), on trouve que, lorsque  $Nu$  est grand, les incertitudes sont petites (1% dans notre exemple). Dans ce cas, les valeurs de  $\frac{k_{r\theta}}{k}$  supérieures à 1 ne sont pas dues aux incertitudes, mais semblent avoir une cause physique. On constate que le réseau des ailettes de hauteur  $k$  avec échanges convectifs a un plus grand coefficient d'échanges thermiques ( $\frac{q_0''}{(T_0 - T_m)}$ ) que le canal réduit de  $2k$  ( $H_r = H - 2k$ ).

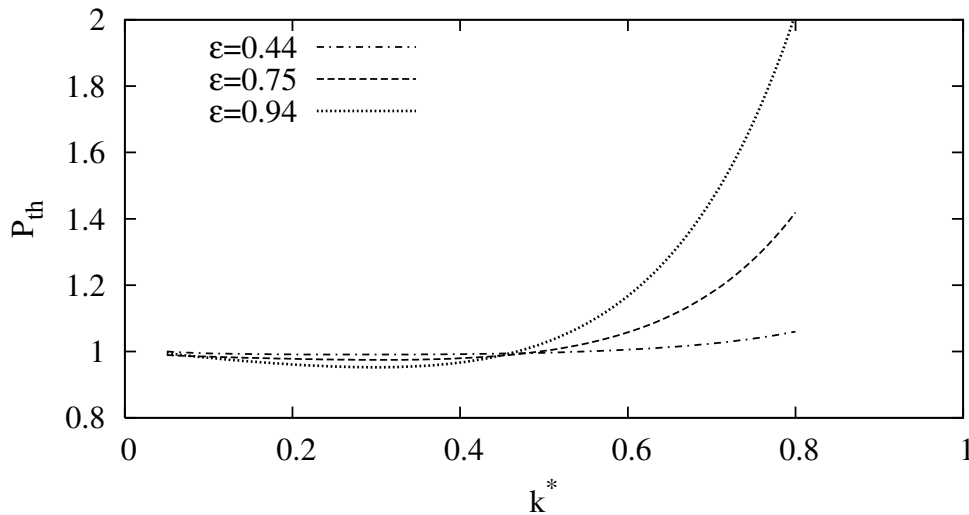


**Figure 6.18.** Hauteur réduite des rugosités pour les échanges thermiques. Réseau en quinconce.  $Re = 10$ .

Pour savoir si la rugosité augmente réellement la performance thermique  $P_{th}$  du canal, on peut étudier le rapport  $H_r/H_{r\theta}$ . D'après les définitions de  $H_r$  et  $H_{r\theta}$ , on trouve :

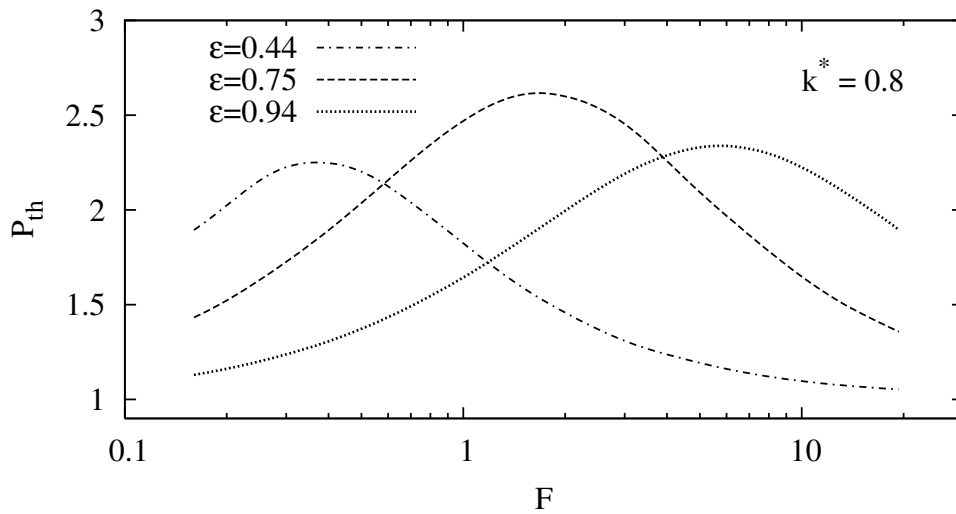
$$P_{th} = \frac{H_r}{H_{r\theta}} = \frac{Nu/Nu_{lisse}}{(Po/Po_{lisse})^{1/3}} \quad (6.16)$$

Si ce rapport est inférieur à 1, la rugosité augmente plus le frottement que le coefficient d'échange et n'apporte aucun avantage par rapport au cas lisse. En étudiant les figures 6.7 et 6.18, on peut constater que, pour les paramètres qui correspondent aux résultats représentés par la relation de [Stroock et al., 2002], la performance  $P_{th}$  est légèrement inférieure à 1. Cela est aussi confirmé par la figure 6.19 où l'on peut voir que, pour  $k^* \lesssim 0.5$ , la rugosité n'augmente pas la performance thermique. La figure 6.19 montre l'augmentation de  $P_{th}$  pour trois porosités différentes. On constate que les éléments fins ( $\varepsilon \sim 1$ ) favorisent la performance thermique du canal lorsque le paramètre  $F$  est grand ( $= 16$ ).



**Figure 6.19.** Variations du paramètre de performance thermique en fonction de hauteur relative des rugosités.  $F = 16$ ,  $Re = 10$ .

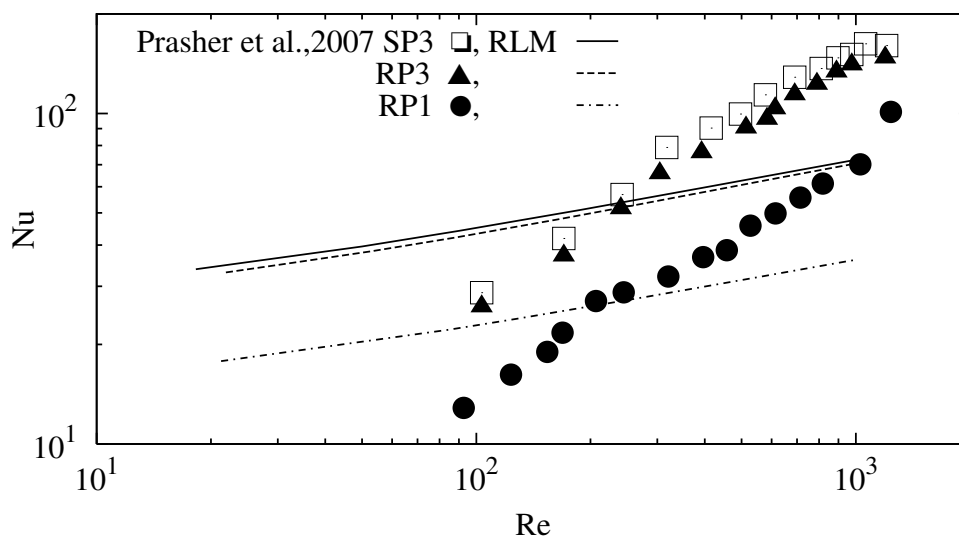
La figure 6.20 présente la performance thermique pour trois valeurs de porosité et pour la hauteur relative égale à 0.8. Cette figure montre que la porosité optimale augmente avec le paramètre  $F$ . Cependant, on peut constater que la plus haute performance thermique est atteinte pour les valeurs de la porosité et du paramètre  $F$  modérés ( $\varepsilon \approx 0.75$ ,  $F \approx 2$ ). Pour la porosité la plus élevée, le réseau est composé d'éléments fins qui ne conduisent pas efficacement le flux thermique vers le centre du canal lorsque  $F$  est faible. En revanche, la structure rugueuse de petite porosité diminue grandement les effets convectifs dans une couche rugueuse lorsque  $F$  est important. Ces deux effets conjugués montrent qu'il existe une porosité optimale pour le paramètre  $F$  modéré.



**Figure 6.20.** Variations du paramètre de performance thermique en fonction du paramètre de fractionnement  $F$ .  $Re = 10$ .

### Échangeurs de chaleur avec des micro-ailettes

[Prasher et al., 2007] ont effectué aussi une étude thermique expérimentale. Les paramètres géométriques des canaux et des micro-ailettes sont présentés dans le tableau 6.2. Une densité de flux de chaleur uniforme a été imposée sur une surface tandis que la surface opposée (couverture en pyrex) est adiabatique. Les conditions aux limites thermiques présentées ci-dessus ont été appliquées dans le modèle RLM et les résultats de [Prasher et al., 2007] ont été comparés aux prédictions de celui-ci.

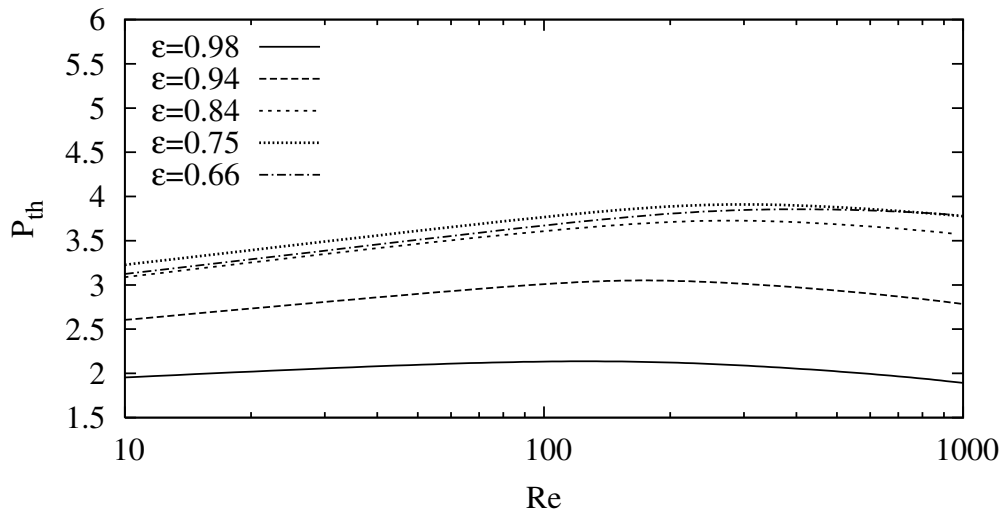


**Figure 6.21.** Micro-échangeur thermique équipé d'ailettes. Comparaison avec les résultats de [Prasher et al., 2007] pour l'échange thermique.



Sur la figure 6.21, on peut observer que la croissance de  $Nu$  avec  $Re$  est plus prononcée pour les résultats expérimentaux. En effet, les variations de  $Nu$  avec  $Re$  sont étonnantes parce qu'elles montrent que le nombre de Nusselt basé sur le diamètre des ailettes  $Nu_d$  (équation 5.12) est très influencé par la dynamique de l'écoulement. En effet, les auteurs ont précisé que  $Nu_d$  varie comme  $Re^{0.84}$  pour  $Re < 100$  et  $Re^{0.73}$  pour  $Re > 100$  ( $Re$  est basé sur le diamètre des ailettes et la vitesse maximale). Ces exposants sont très importants par rapport à l'exposant déterminé par [Zukauskas, 1987] pour cette gamme de  $Re$ , à savoir 0.4. Malheureusement, le manque d'information sur les résultats expérimentaux ne permet pas de donner une explication physique à cette divergence.

La figure 6.22 montre la performance thermique pour des micro-ailettes en réseau en quinconce. La hauteur  $H$  du canal et le paramètre  $F$  ont été maintenus constants et la porosité a été variée. Les conditions aux limites correspondent à celles imposées dans le dispositif expérimental de [Prasher et al., 2007]. Il est intéressant de noter que la performance thermique du réseau bidimensionnel présentée dans le chapitre 5 (figure 5.17) est plus grande lorsque la porosité est grande. Cependant, dans le cas présent, nous constatons que la porosité faible est plus favorable pour la performance. Ceci peut être expliqué par le fait que la conduction transversale dans les éléments intervient considérablement dans la performance thermique du canal muni des micro-ailettes. Dans ce cas, les éléments fins (porosité  $\approx 1$ ) ne sont pas bénéfiques parce qu'ils ne conduisent pas efficacement le flux thermique vers le centre du canal.



**Figure 6.22.** Variations du paramètre de performance thermique en fonction de la hauteur relative des rugosités.  $F = 0.26$ ,  $H = 303\mu m$ .

## 6.5 Conclusions

Dans ce chapitre nous avons présenté les résultats du modèle RLM. Les résultats ont été comparés avec les calculs tridimensionnels, montrant un excellent accord. Les effets de la porosité, de la hauteur relative des rugosités et du paramètre de fractionnement ont été discutés. Nous avons montré que l'effet de rugosité peut être représenté comme la diminution de la hauteur du canal. La comparaison des résultats du modèle RLM avec la relation de [Stroock et al., 2002] a révélé que, pour la hauteur relative des rugosités  $k^* < 0.5$ , l'effet de rugosité peut être représenté en fonction d'un paramètre local d'élancement ( $k/L$ ) aussi bien pour le cas adiabatique que pour le cas avec des transferts thermiques. Un bon accord a été aussi trouvé en comparant les résultats du modèle aux résultats expérimentaux obtenus pour les canaux à rugosité contrôlée et à rugosité dispersée. Nous avons montré que le modèle peut être aussi bien adapté pour les canaux avec d'autres formes de rugosités et pour les canaux munis de micro-ailettes.



# Chapitre 7

## Conclusions et perspectives

Les microcanaux obtenus par micro-usinage ou lithographie ne sont pas parfaits et peuvent présenter des états de surface irréguliers. L'objectif de cette thèse était de caractériser l'effet de ces irrégularités sur les écoulements et les transferts thermiques associés dans des microcanaux. La communauté scientifique est d'accord pour considérer que les rugosités créent du frottement additionnel en introduisant une force de traînée. Le rôle des rugosités sur le transfert thermique est moins claire. Au début de cette thèse, on pouvait penser que les rugosités augmentent le coefficient d'échange. Néanmoins, tous ces aspects méritaient d'être précisés. On pouvait énoncer les questions suivantes :

- i. Est-ce que les effets de rugosité, négligeables à plus grande échelle, peuvent être grandement augmentés aux micro-échelles ?
- ii. Dans quelles conditions les effets de rugosité peuvent être avantageux pour les transferts thermiques ?
- iii. Quelles sont les paramètres de contrôle des parois rugueuses ?

Au cours de cette thèse, nous avons essayé de répondre à ces questions en étudiant les effets de la rugosité par les voies expérimentale et numérique.

Nous avons d'abord recensé les difficultés rencontrées liées à l'approche expérimentale. Parmi les plus importantes, on peut noter la précision des mesures des dimensions géométriques des microcanaux. Bien évidemment, la caractérisation géométrique précise de la structure rugueuse est essentielle afin de mener des études probantes concernant son influence sur l'écoulement et les transferts thermiques. En s'appuyant sur la loi de similitude, développée par [Nikuradse, 1933] pour les rugosités en forme de grains de sable serrés, les auteurs se limitent très souvent à préciser seulement la hauteur relative des rugosités et négligent de spécifier d'autres paramètres comme la forme et la distribution des rugosités. Dans ce contexte, l'étude expérimentale que nous avons menée, décrite dans le chapitre 2, est à notre connaissance la première où les paramètres des rugosités sont contrôlés très précisément. Dans cette étude, les rugosités en forme de parallélépipède sont uniformément distribuées formant un réseau en quinconce.

Parallèlement aux études expérimentales, nous avons mené des calculs tridimensionnels avec des rugosités qui correspondent à la configuration expérimentale. Les calculs tridimensionnels présentent un grand intérêt pour étudier les effets de rugosité parce qu'on peut ainsi définir précisément les paramètres géométriques du canal et des rugosités et éliminer les phénomènes liés aux écoulements aux micro-échelles, qui peuvent intervenir pendant les essais expérimentaux. Les résultats des calculs tridimensionnels, menés pour le nombre de Reynolds  $Re < 200$ , ont montré que la résistance à l'écoulement est proportionnelle au débit, c'est-à-dire que les effets d'inertie sont négligeables dans cette gamme de  $Re$ . Ces résultats confirment ceux de [Croce et al., 2005] et sont en très bon accord avec nos constatations expérimentales. L'analyse des résultats des calculs 3D nous a fourni la distribution des forces de pression et de frottement sur les éléments rugueux ainsi que les distributions associées du flux thermique.

Le temps considérable nécessaire à la préparation du maillage et aux calculs constitue l'inconvénient majeur des calculs tridimensionnels. Nous avons défini trois paramètres géométriques sans dimensions caractéristiques des rugosités, à savoir la porosité du réseau des éléments rugueux, la hauteur relative des éléments et le paramètre de fractionnement  $(\frac{0.5H}{L})^2$  d'un canal rugueux (ou éventuellement le paramètre  $k/L$  des rugosités). Afin d'explorer une large gamme de ces paramètres, nous avons développé un modèle unidimensionnel, baptisé RLM, basé sur la méthode des éléments discrets, proposé initialement par [Taylor et al., 1985]. Les coefficients empiriques de traînée et d'échanges thermiques, nécessaires pour la mise en oeuvre du modèle RLM, peuvent être estimés à partir des calculs tridimensionnels. L'analyse des résultats de ces derniers montre cependant que la modélisation bidimensionnelle est pertinente pour estimer ces coefficients, ce qui a été montré au chapitre 5.

Les résultats issus du modèle RLM ont été comparés aux résultats des calculs 3D. La comparaison a révélé un très bon accord entre les deux types de modèle. On a vérifié ainsi que les conditions aux limites imposées sur l'interface entre l'écoulement libre et la région rugueuse sont correctement établies. Nous avons montré que, pour l'écoulement de Stokes, l'effet de la rugosité peut être représenté comme une diminution de passage effective. On a introduit ainsi la hauteur réduite d'un canal fictif aux parois lisses, qui pour le même débit, donne le même gradient de pression qu'un canal rugueux de hauteur donnée. L'analyse des résultats a montré que l'on pouvait introduire, en fait, une hauteur effective des rugosités  $k_r$ , dépendant des paramètres géométriques de celles-ci. Nous avons montré que, pour des éléments rugueux disposés périodiquement sur une surface plane (longueur d'onde  $L$ ),  $k_r$  dépend uniquement d'un paramètre local de rugosité  $k/L$  lorsque la hauteur relative des rugosités est inférieure à 0.5 ( $k^* = k/0.5H \lesssim 0.5$ ). Pour  $k^*$  supérieure à cette valeur, les interactions avec la surface opposée inter-

viennent et changent la dynamique de l'écoulement. Dans ce cas, la hauteur réduite dépend aussi des paramètres globaux d'un canal. Les résultats du modèle RLM ont été comparés aux résultats expérimentaux obtenus pour une section d'essais à rugosité contrôlée ainsi que pour le cas de rugosité dispersée. Un très bon accord a été trouvé entre le modèle numérique et les résultats expérimentaux. Cela signifie que pour les microcanaux rugueux de hauteur  $\simeq 100 \mu m$ , on n'observe pas expérimentalement de micro-effets liés à l'influence de la rugosité. Néanmoins, la rugosité relative pouvant être plus grande dans les microcanaux, l'influence de cette dernière sur l'écoulement peut être significativement plus importante que dans le canal de taille conventionnelle.

L'influence des rugosités sur le transfert thermique a été aussi représentée comme une diminution de hauteur du canal ou à l'aide d'une hauteur effective de rugosité  $k_{r\theta}$ . Dans ce cas,  $k_{r\theta}$  dépend aussi du paramètre local  $k/L$  pour  $k^* \lesssim 0.5$ . Dans cette gamme de  $k^*$ , les résultats ont montré que la présence des rugosités n'est pas bénéfique pour la performance thermique du canal par rapport au cas lisse. Les rugosités augmentent la performance thermique du canal seulement pour des valeurs de  $k^*$  supérieures à 0.5. Il est à noter que le modèle peut être facilement adapté pour les éléments rugueux de formes différentes de la forme parallélépipédique comme par exemple pour les éléments coniques ainsi que pour les canaux munis de micro-ailettes.

L'étude expérimentale des transferts thermiques dans des microcanaux à parois rugueuses est désormais nécessaire pour valider la partie thermique du modèle RLM. Le modèle peut cependant fournir les paramètres géométriques pertinents des rugosités pour un dispositif expérimental afin que ce dernier donne des résultats probants pour le transfert thermique et pour l'hydrodynamique.

Comme cela a été énoncé ci-dessus, les éléments rugueux sont bénéfiques pour la performance thermique des canaux lorsque  $k^* \gtrsim 0.5$ . Dans ce cas, un canal à parois rugueuses correspond plutôt à un échangeur thermique munis de micro-ailettes. Les échanges thermiques dans un tel dispositif résultent du couplage entre les effets de convection de chaleur dans le fluide et de conduction dans les ailettes. Le modèle RLM peut constituer une approche efficace pour l'optimisation de configurations et de formes des ailettes. La comparaison entre le modèle développé et le travail expérimental de [Prasher et al., 2007] a montré un accord qualificatif mais des tendances différentes lorsque le nombre de Reynolds augmente. De nouvelles études expérimentales sont à mener afin d'obtenir plus d'informations et de pouvoir donner des explications physiques de cette divergence.



# Annexe A

Nous considérons l'équation de quantité de mouvement selon la direction  $x$  pour l'écoulement incompressible, stationnaire et avec la viscosité constante :

$$\operatorname{div}(u \vec{u}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \operatorname{div} \operatorname{grad} u + S_{M_x} \quad (\text{A.1})$$

où  $S_{M_x}$  représente le terme source lié aux forces exercées par les rugosités.

Nous effectuons l'opération de moyenne spatiale sur cette équation dans le volume de contrôle situé à la distance  $y$  de la paroi de base et présenté sur la figure 4.1.

D'après l'équation 4.2, la quantité  $\phi(\xi, y, \zeta)$  peut être écrite comme la composante de la valeur moyennée au sens de Darcy  $\phi_D(y)$  et la composante fluctuant spatialement  $\phi'(\xi, y, \zeta)$  ; ainsi  $\phi(\xi, y, \zeta) = \phi_D(y) + \phi'(\xi, y, \zeta)$ .

Afin d'examiner l'effet de fluctuation (les effets dus à l'écoulement tridimensionnel) nous remplaçons  $\vec{u}$ ,  $u$  et  $p$  dans l'équation A.1 par la somme des composantes moyennées et fluctuantes :

$$\vec{u} = \vec{u}_D + \vec{u}'; \quad u = u_D + u'; \quad p = p_D + p'$$

Avant d'écrire l'équation A.1 sous forme moyennée, nous voudrions rappeler que :

- $\overline{\operatorname{div}(\phi \vec{\phi})} = \overline{\operatorname{div}(\phi \vec{\phi})} = \operatorname{div}(\phi_D \vec{\phi}_D) + \operatorname{div}(\phi' \vec{\phi}')$
- $\overline{\operatorname{div} \operatorname{grad} \phi} = \operatorname{div} \operatorname{grad} \phi_D$
- $\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x} = \frac{\partial \phi_D}{\partial x}$

où les barres représentent l'opération de moyenne spatiale dans le volume de contrôle.

Finalement, l'équation A.1 moyennée spatialement s'écrit :

$$\operatorname{div}(u_D \vec{u}_D) + \operatorname{div}(\overline{u' \vec{u}'}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_D}{\partial x} + \nu \operatorname{div} \operatorname{grad} u_D + \overline{S_{M_x}} \quad (\text{A.2})$$



Le premier terme de l'équation A.2 disparaît parce que le champ de vitesse est périodique selon l'abscisse  $x$  et la vitesse moyennée transversale est égale à zéro. Cependant le deuxième terme a une composante  $y$  qui est non nulle ( $\frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} \neq 0$ ). Pour l'écoulement pleinement développé, le gradient de pression  $\frac{\partial p_D}{\partial x}$  est égal à celui imposé dans le canal ( $\frac{dp}{dx}$ ). Le terme source moyenné dans l'équation correspond aux forces de pression et de frottement exercées sur les faces solides d'un élément rugueux ( $\overline{S_{M_x}} = -\frac{d}{\rho L^2}((p_f - p_r) - \bar{\tau}_c 2)$ ) comme cela est montré sur la figure 4.2. L'intégration de l'équation A.2 dans un volume de contrôle d'épaisseur  $\delta y$  mène à :

$$-\frac{dp}{dx}L^2\delta y - (p_f - p_r)d\delta y - \bar{\tau}_c 2d\delta y + \mu \frac{d^2 u_D}{dy^2}L^2\delta y + \left(-\rho \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y}\right)L^2\delta y = 0 \quad (\text{A.3})$$

Par analogie avec les modélisations en écoulement turbulente du type Boussinesq, nous écrivons que le cisaillement dû aux fluctuations est proportionnel au cisaillement visqueux :  $-\rho u'v' = \mu_k \frac{du_D}{dy}$ . Avec cette hypothèse, l'équation A.3 s'écrit :

$$-\frac{dp}{dx}L^2\delta y - (p_f - p_r)d\delta y - \bar{\tau}_c 2d\delta y + \mu \frac{d}{dy}\left(\frac{du_D}{dy} + \frac{\mu_k}{\mu} \frac{du_D}{dy}\right)L^2\delta y = 0 \quad (\text{A.4})$$

## Annexe B

L'équation de l'énergie s'écrit :

$$\rho c_p \operatorname{div}(T_f \vec{u}) = k_f \operatorname{div} \operatorname{grad} T_f + S_T \quad (\text{B.1})$$

En moyennant la température du fluide  $T_f$  dans le volume de contrôle (équation 4.2) et en appliquant les principes présentés au cours de la dérivation de l'équation de quantité de mouvement, nous pouvons écrire l'équation B.1 sous la forme :

$$\rho c_p u_D \frac{\partial T_{fD}}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{T_f'v'})}{\partial y} = k_f \frac{\partial^2 T_{fD}}{\partial y^2} + k_s \frac{d^2 T_{sD}}{dy^2} \quad (\text{B.2})$$

Le dernier terme dans l'équation B.2 correspond au terme source  $\overline{S_T} = \bar{q}''(y) \frac{4d}{L^2} = k_s \frac{d^2 T_{sD}}{dy^2}$  où  $T_{sD}$  est la température du solide  $T_s$  moyennée selon l'équation 4.2 et  $\bar{q}''(y)$  est définie par l'équation 4.25. Nous considérons que l'écoulement est pleinement développé (hydrodynamiquement et thermiquement), c'est-à-dire le gradient de température selon la direction  $x$  est égal au gradient de température de mélange ( $\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT_m}{dx}$ ).

Comme pour l'équation de quantité de mouvement, nous présumons que le terme de transport dû à la composante fluctuante est proportionnel au terme de diffusion. Cela nous permet d'écrire :

$$\rho c_p u_D \frac{dT_m}{dx} = k_f \frac{d}{dy} \left( \frac{dT_{fD}}{dy} + \frac{k_{fk}}{k_f} \frac{dT_{fD}}{dy} \right) + k_s \frac{d^2 T_{sD}}{dy^2} \quad (\text{B.3})$$



# Bibliographie

- [Agostini et al., 2004] Agostini, B., Watel, B., Bontemps, A., and Thonon, B. (2004). Liquid flow friction factor and heat transfer coefficient in small channels: an experimental investigation. *Exp. Thermal and Fluid Science*, 28:97–103.
- [Alazmi and Vafai, 2001] Alazmi, B. and Vafai, K. (2001). Analysis of fluid flow and heat transfer interfacial conditions between a porous medium and a fluid layer. *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, 44:1735–1749.
- [Bavière, 2005] Bavière, R. (2005). *Etude de l'hydrodynamique et des transferts de chaleur dans des microcanaux*. PhD thesis, Université Grenoble I – Joseph Fourier.
- [Bavière et al., 2006a] Bavière, R., Ayela, F., Le Person, S., and Favre-Marinet, M. (2006a). Experimental characterization of water flow through smooth rectangular microchannels. *Phys. Fluids*, 17(098105):1–4.
- [Bavière et al., 2006b] Bavière, R., Favre-Marinet, M., and Le Person, S. (2006b). Bias effects on heat transfer measurements in microchannels flows. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 49:3325–3337.
- [Bavière et al., 2006c] Bavière, R., Gamrat, G., Favre-Marinet, M., and Le Person, S. (2006c). Modeling of laminar flows in rough-wall microchannels. *Journal of Fluids Engineering*, 128.
- [Bejan, 2004] Bejan, A. (2004). *Convective Heat Transfer 3rd ed.* John Wiley and Sons.
- [Bejan and Sciubba, 1992] Bejan, A. and Sciubba, E. (1992). The optimal spacing of parallel plates cooled by forced convection. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 35:3259–3264.
- [Celata et al., 2002] Celata, G. P., Cumo, M., Guglielmi, M., and Zummo, G. (2002). Experimental investigation of hydraulic and single-phase heat transfer in 0.130-mm capillary tube. *Microscale Thermophysical Engineering*, 6:85–97.
- [Colebrook, 1939] Colebrook, F. C. (1939). Turbulent flow in pipes, with particular reference to the transition region between the smooth and rough pipe laws. *J. Inst. Civ. Eng. Lond.*, 11(113).

- [**Coleman et al., 1984**] Coleman, H. W., Hodge, B. K., and Taylor, R. P. (1984). A re-evaluation of schlichting's surface roughness experiment. *J. Fluids Engineering*, 106:60–65.
- [**Croce and D'Agaro, 2004**] Croce, G. and D'Agaro, P. (2004). Numerical analysis of roughness effect on microtube heat transfer. *Superlattices and Microstructures*, 35:601–616.
- [**Croce and D'Agaro, 2005**] Croce, G. and D'Agaro, P. (2005). Numerical simulation of roughness effect on microchannel heat transfer and pressure drop in laminar flow. *J. Physics D: Applied Physics*, 38:1518–1530.
- [**Croce et al., 2005**] Croce, G., D'Agaro, P., Nonino, C., and Zani, F. (2005). Three-dimensional roughness effect on microchannel heat transfer and pressure drop. *ECI Int. Conf. on Heat Transfer and Fluid Flow in Microscale, Castelvecchio Pascoli*.
- [**Dipprey and Sabersky, 1963**] Dipprey, D. F. and Sabersky, R. H. (1963). Heat and momentum transfer in smooth and rough tubes at various prandtl numbers. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 6:329–353.
- [**Dybbbs and Edwards, 1984**] Dybbbs, A. and Edwards, R. V. (1984). *A new look at porous media fluid mechanics - Darcy to turbulent*. Martinus Nijhoff publishers.
- [**Edwards et al., 1990**] Edwards, D. A., Shapiro, M., Bar-Yoseph, P., and Shapira, M. (1990). The influence of reynolds number upon the apparent permeability of spatially periodic arrays of cylinders. *Phys. Fluids A*, 2(1):45–55.
- [**Firdaouss et al., 1997**] Firdaouss, M., Guermond, J.-L., and Le Quere, P. (1997). Nonlinear corrections to darcy's law at low reynolds numbers. *J. Fluid Mech.*, 343:331–350.
- [**Gamrat et al., 2005**] Gamrat, G., Favre-Marinet, M., and Asendrych, D. (2005). Conduction and entrance effects on laminar liquid flow and heat transfer in rectangular microchannels. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 48:2943–2954.
- [**Gamrat et al., 2007a**] Gamrat, G., Favre-Marinet, M., and Le Person, S. (2007a). Numerical study of heat transfer over banks of rods in small reynolds number cross-flow. *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*.
- [**Gamrat et al., 2007b**] Gamrat, G., Favre-Marinet, M., Le Person, S., Bavière, R., and Ayela, F. (2007b). An experimental study and modelling of roughness effects on laminar flow in microchannels. *Journal of Fluid Mechanics*.
- [**Gao et al., 2002**] Gao, P., Le Person, S., and Favre-Marinet, M. (2002). Scale effects on hydrodynamics and heat transfer in two-dimensional mini and microchannels. *Int. J. Thermal Sciences*, 41:1017–1027.

- [**Ghosh Roychowdhury and Sundararaj, 2002**] Ghosh Roychowdhury, D. and Kumar Das, S. and Sundararaj, T. (2002). Numerical simulation of laminar flow and heat transfer over banks of staggered cylinders. *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 39:23–40.
- [**Gilver and Altobelli, 1994**] Gilver, R. C. and Altobelli, S. A. (1994). A determination of the effective viscosity for the brinkman-forchheimer flow model. *J. Fluid Mechanics*, 258:355–370.
- [**Graham and Higdon, 2002**] Graham, D. R. and Higdon, J. J. L. (2002). Oscillatory forcing of flow through porous media. part 1. steady flow. *J. Fluid Mech.*, 465:213–235.
- [**Grohmann, 2005**] Grohmann, S. (2005). Measurement and modeling of single-phase and flow-boiling heat transfer in microtubes. *Int.J.Heat Mass Transfer*, 48:4073–4089.
- [**Grosjean et al., 1963**] Grosjean, C. C., Pahor, S., and Strand, J. (1963). Heat transfer in laminar flow through a gap. *Appl.Sci.Res.,Sect.A*, 11:292–294.
- [**Guo and Li, 2003**] Guo, Z. and Li, Z. (2003). Size effect on microscale single-phase flow and heat transfer. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 46:149–159.
- [**Harms et al., 1999**] Harms, T. M., Kazmierczak, M. J., and Gerner, F. M. (1999). Developing convective heat transfer in deep rectangular microchannels. *Int.J.Heat Fluid Flow*, 20:149–157.
- [**Herwig and Hausner, 2003**] Herwig, H. and Hausner, O. (2003). Critical view on "new results in micro-fluid mechanics":an example. *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, 46:935–937.
- [**Hocking, 1976**] Hocking, L. M. (1976). A moving fluid interface on a rough surface. *J. Fluid Mech.*, 76:801–817.
- [**Hu et al., 2003**] Hu, Y., Werner, C., and Li, D. (2003). Influence of three-dimensional roughness on pressure-driven flow through microchannels. *Journal of Fluids Engineering*, 125:871–879.
- [**Judy et al., 2002**] Judy, J., Maynes, D., and Webb, B. (2002). Characterization of frictional pressure drop for liquid flows through microchannels. *Int.J. Heat Mass Transfer*, 45:3477–3489.
- [**Kandlikar et al., 2003**] Kandlikar, S. G., Joshi, S., and Tian, S. (2003). Effect of surface roughness on heat transfer and fluid flow characteristic at low reynolds numbers in small diameter tubes. *Heat Transfer Engineering*, 24(3):4–16.

- [**Kandlikar et al., 2005**] Kandlikar, S. G., Schmitt, D., Carrano, A. L., and Taylor, J. B. (2005). Characterization of surface roughness in single-phase flow in minichannels. *Physics of Fluids*, 17(100606).
- [**Kaviany, 1995**] Kaviany, M. (1995). *Principles of heat transfer in porous media, 2nd ed.* Springer-Verlag, New York.
- [**Kim and Jang, 2002**] Kim, S. J. and Jang, S. P. (2002). Effects of the darcy number, the prandtl number, and the reynolds number on local thermal non-equilibrium. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 45:3885–3896.
- [**Kim and Kim, 1999**] Kim, S. J. and Kim, D. (1999). Forced convection in microstructures for electronic cooling. *Journal of Heat Transfer*, 121.
- [**Kleinstreuer and Koo, 2004**] Kleinstreuer, C. and Koo, J. (2004). Computational analysis of wall roughness effects for liquid flow in micro-conduits. *Journal of Fluids Engineering*, 126.
- [**Koch and Ladd, 1997**] Koch, D. L. and Ladd, A. J. C. (1997). Moderate reynolds number flows through periodic and random arrays of aligned cylinders. *J.Fluid Mech.*, 349:31–66.
- [**Koşar et al., 2005**] Koşar, A., Mishra, C., and Peles, Y. (2005). Laminar flow across bank of low aspect ratio micro pin fins. *J. Fluids Engineering*, 127:419–430.
- [**Kohl et al., 2005**] Kohl, M. J., Abdel-Khalik, S. I., Jeter, S. M., and Sadowski, D. L. (2005). An experimental investigation of microchannel flow with internal pressure measurements. *Int.J. Heat Mass Transfer*, 48:1518–1533.
- [**Koo and Kleinstreuer, 2003**] Koo, J. and Kleinstreuer, C. (2003). Liquid flow in microchannels: experimental observations and computational analyses of microfluidics effects. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 13:568–579.
- [**Koo and Kleinstreuer, 2005**] Koo, J. and Kleinstreuer, C. (2005). Analysis of surface roughness effects on heat transfer in micro-conduits. *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, 48:2625–2634.
- [**Kuwahra et al., 2001**] Kuwahra, F., Shirota, M., and Nakayama, A. (2001). A numerical study of interfacial convective heat transfer coefficient in two-energy equation model for convection in porous media. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 44:1153–1159.
- [**Lee et al., 2005**] Lee, P.-S., Garimella, S. V., and Liu, D. (2005). Investigation of heat transfer in rectangular microchannels. *Int.J. Heat Mass Transfer*, 48:1688–1704.

- [**Li et al., 2003**] Li, Z., Du, D., and Guo, Z. (2003). Experimental study on flow characteristic of liquid in circular microtubes. *Microscale Thermophysical Engineering*, 7:253–265.
- [**Mala and Li, 1999**] Mala, G. M. and Li, Z. (1999). Flow characteristics of water in microtubes. *Int. Journal of Heat and Fluid Flow*, 20:142–148.
- [**Mandhani et al., 2002**] Mandhani, V. K., Chhabra, R. P., and Eswarn, V. (2002). Forced convection heat transfer in tube banks in cross flow. *Chemical Engineering*, 57:379–391.
- [**Maranzana et al., 2004**] Maranzana, G., Perry, I., and Maillet, D. (2004). Conjugated heat transfer in 2-dimensional mini and micro channels: influence of axial conduction in the walls. *Second Int. Conf. Microchannels and Minichannels, ICMM2004-2342*, pages 251–258.
- [**Markicevic and Papathanasiou, 2002**] Markicevic, B. and Papathanasiou, T. D. (2002). On the apparent permeability of regular arrays of nonuniform fibers. *Phys. Fluids*, 14:3347–3349.
- [**Martin et al., 1998**] Martin, A. R., Saltiel, C., and Shyy, W. (1998). Frictional losses and convective heat transfer in sparse, periodic cylinder arrays in cross flow. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 41(15):2383–2397.
- [**Massey and Kavrak, 1966**] Massey, B. and Kavrak, I. (1966). A miniature pressure transducer. *J. Sci. Instrum.*, 43:569–571.
- [**Moody, 1944**] Moody, L. F. (1944). Friction factors for pipe flow. *ASME trans.*, 66:671–683.
- [**Morini, 2004**] Morini, G. L. (2004). Single-phase convective heat transfer in microchannels: a review of experimental results. *Int. J. Thermal Sciences*, 43:631–651.
- [**Nagelhout et al., 1995**] Nagelhout, D., Bhat, M. S., Heinrich, J. C., and Poirier, D. R. (1995). Permeability for flow normal to a sparse array of fibers. *Materials Science and Engineering A1*, 91:203–208.
- [**Nakayama et al., 2004**] Nakayama, A., Kuwahara, F., and Hayashi, T. (2004). Numerical modelling for three-dimensional heat and fluid flow through a bank of cylinders in yaw. *J. Fluid Mech.*, 498:139–159.
- [**Neale and Nader, 1974**] Neale, G. and Nader, W. (1974). Practical significance of brinkman’s extension of darcy’s law: Coupled parallel flows within a channel and a bounding porous medium. *Can. J. Chem. Eng.*, 52:475–478.



- [**Nikuradse, 1933**] Nikuradse, J. (1933). Laws of flow in rough pipes, "strömungsgesetze in rauhen rohren". *VDI-Forschungsheft 361; Beilage zu "Forschung auf dem Gebiete des Ingenieurwesens" Ausgabe B Band 4, English translation NACA tech.Mem.1950*, 1292.
- [**Obot, 2002**] Obot, N. T. (2002). Toward a better understanding of friction and heat/mass transfer in microchannels-a literature review. *Microscale Thermophysical Engineering*, 6:155–173.
- [**Ochoa-Tapia and Whitaker, 1995a**] Ochoa-Tapia, J. A. and Whitaker, S. (1995a). Momentum transfer at the boundary between a porous medium and a homogeneous fluid-i. theoretical development. *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, 38(14):2635–2646.
- [**Ochoa-Tapia and Whitaker, 1995b**] Ochoa-Tapia, J. A. and Whitaker, S. (1995b). Momentum transfer at the boundary between a porous medium and a homogeneous fluid-ii. comparison with experiment. *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, 38(14):2647–2655.
- [**Pahor and Strand, 1961**] Pahor, S. and Strand, J. (1961). A note on heat transfer in laminar flow through a gap. *Appl.Sci.Res.,Sect.A*, 10:81–84.
- [**Papathanasiou et al., 2001**] Papathanasiou, T. D., Markicevic, B., and Dendy, E. D. (2001). A computational evaluation of the ergun and forchheimer equations for fibrous porous media. *Phys. Fluids*, 13:2795–2804.
- [**Patel, 1998**] Patel, V. C. (1998). Perspective: flow at high reynolds number and over rough surfaces-achilles heel of cfd. *J. Fluids Engineering*, 120.
- [**Peng and Peterson, 1996**] Peng, X. F. and Peterson, G. P. (1996). Convective heat transfer and flow friction for water flow in microchannel structures. *Int.J. Heat Mass Transfer*, 39(12):2599–2608.
- [**Peterson, 1999**] Peterson, R. B. (1999). Numerical modeling of conduction effects in microscale counterflow heat exchangers. *Microscale Thermophysical Engineering*, 3:17–30.
- [**Pfund et al., 2000**] Pfund, D., Rector, D., Shekarriz, A., Popescu, A., and Welty, J. (2000). Pressure drop measurements in a microchannel. *AICHE J.*, pages 1496–1507.
- [**Phares and Smedley, 2004**] Phares, D. J. and Smedley, G. T. (2004). A study of laminar flow of polar liquids through circular microtubes. *Physics of Fluids*, pages 1267–1272.
- [**Prasher et al., 2007**] Prasher, R. S., Dirner, J., Chang, J.-Y., Myers, A., Chau, D., He, D., and Prsitc, S. (2007). Nusselt number and friction factor of staggered arrays of low aspect ratio micropin-fins under cross flow for water as fluid. *J. Heat Transfer*, 129:141–153.

- [**Qu et al., 2000a**] Qu, W., Mala, G. M., and Li, D. (2000a). Heat transfer for water flow in trapezoidal silicon microchannels. *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, 43:3925–3936.
- [**Qu et al., 2000b**] Qu, W., Mala, G. M., and Li, D. (2000b). Pressure-driven water flows in trapezoidal silicon microchannels. *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, 43:353–364.
- [**Roache, 1997**] Roache, P. J. (1997). Quantification of uncertainty in computational fluid dynamics. *Ann. Rev. Fluid. Mech.*, 29:123–160.
- [**Saito and de Lemos, 2005**] Saito, M. B. and de Lemos, M. J. S. (2005). Interfacial heat transfer coefficient for nonequilibrium convective transport in porous media. *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 32:666–676.
- [**Scheidegger, 1963**] Scheidegger, A. E. (1963). *The physics of flow through porous media*. University of Toronto.
- [**Schlichting, 1936**] Schlichting, K. (1936). Experimentelle untersuchungen zum rauheitsproblem (experimental investigation of the problem of surface roughness-naca tm 823). *Ingenieur-Archive*, 7(1):1–34.
- [**Shah and London, 1978**] Shah, R. K. and London, A. L. (1978). *Laminar flow forced convection in ducts*, volume ch.6. Academic Press, New York.
- [**Shen et al., 2006**] Shen, S., Xu, J. L., Zhou, J. J., and Chen, Y. (2006). Flow and heat transfer in microchannels with rough wall surface. *Energy Conversion and Management*, 47:1311–1325.
- [**Sigal and Danberg, 1990**] Sigal, A. and Danberg, J. E. (1990). New correlation of roughness density effect on the turbulent boundary layer. *AIAA J.*, 28(3).
- [**Sobhan and Garimella, 2001**] Sobhan, C. B. and Garimella, S. V. (2001). A comparative analysis of studies on heat transfer and fluid flow in microchannels. *Microscale Thermophysical Engineering*, 5:293–311.
- [**Stanescu et al., 1996**] Stanescu, G., Flower, A. J., and Bejan, A. (1996). The optimal spacing of cylinders in free-stream crossflow forced convection. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 39(2):311–317.
- [**Stroock et al., 2002**] Stroock, A. D., Dertinger, S., Whitesides, G., and Adjari, A. (2002). Patterning flows using grooved surfaces. *Analytical Chemistry*, 74:5306–5312.

- [**Taylor et al., 2006**] Taylor, J. B., Carrano, A. L., and Kandlikar, S. G. (2006). Characterization of the effect of surface roughness and texture on fluid flow - past, present and future. *Int J. Thermal Sciences*, 45:962–968.
- [**Taylor et al., 1985**] Taylor, R. P., Coleman, H. W., and Hodge, B. K. (1985). Prediction of turbulent rough-wall skin friction using a discrete element approach. *Journal of Fluids Engineering*, 107:251–257.
- [**Taylor et al., 1989**] Taylor, R. P., Coleman, H. W., and Hodge, B. K. (1989). Prediction of heat transfer in turbulent flow over rough surfaces. *Journal of Heat Transfer*, 111:568–572.
- [**Terry, 1975**] Terry, S. (1975). *A gas chromatography system fabricated on a silicon wafer using integrated circuit technology*. PhD thesis, Department of Electrical Engineering, Stanford University, Stanford, California.
- [**Tuckerman and Pease, 1981**] Tuckerman, D. B. and Pease, R. F. W. (1981). High-performance heat sinking for vlsi. *IEEE Electron Device Letters EDL-2*, pages 126–129.
- [**Valdés et al., 2006**] Valdés, J. R., Miana, M. M., Pelegay, J. L., Núñez, J. L., and Pütz, T. (2006). Numerical investigation of the influence of roughness on the laminar incompressible fluid flow through annular microchannels. *Int.J. Heat Mass Transfer*.
- [**Van Doormal and Raithby, 1984**] Van Doormal, J. P. and Raithby, G. D. (1984). Enhancements of the simple method for predicting incompressible fluid flows. *Numer. Heat Transfer*, 7:147–163.
- [**Wang et al., 2005**] Wang, X., Yap, C., and Mujumdar, A. S. (2005). Effects of two-dimensional roughness in flow in microchannels. *J. Electronic Packaging*, 127.
- [**Webb, 1994**] Webb, R. L. (1994). *Principles of enhanced heat transfer*. John Wiley & Sons New York.
- [**Weilin et al., 2000**] Weilin, Q., Mala, G., and Li, D. (2000). Pressure-driven water flows in trapezoidal silicon microchannels. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 43:353–364.
- [**Whitaker, 1986**] Whitaker, S. (1986). Flow in porous media. *Transport in Porous Media*, 1:3–25.
- [**White, 1988**] White, F. M. (1988). *Fluid Mechanics*. McGraw Hill.
- [**White, 1991**] White, F. M. (1991). *Viscous fluid flow*. McGraw Hill.
- [**Wu and Cheng, 2003**] Wu, X. Y. and Cheng, P. (2003). An experimental study of convective heat transfer in silicon microchannels with different surface conditions. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 46:2547–2556.

- [**Zhong et al., 2006**] Zhong, W. H., Currie, I. G., and James, D. F. (2006). Creeping flow through a model fibrous porous medium. *Exp. in Fluids*, 40:119–126.
- [**Zukauskas, 1987**] Zukauskas, A. (1987). *Handbook of single-phase convective heat transfer. Chap.6. Convective heat transfer in cross flow*. Wiley, New York.