



HAL
open science

Contribution à la caractérisation multi-échelle de l'anisotropie des images texturées

Christian Germain

► **To cite this version:**

Christian Germain. Contribution à la caractérisation multi-échelle de l'anisotropie des images texturées. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université Sciences et Technologies - Bordeaux I, 1997. Français. NNT: . tel-00166497

HAL Id: tel-00166497

<https://theses.hal.science/tel-00166497>

Submitted on 6 Aug 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : 1808

THÈSE

Présentée à

L'UNIVERSITÉ BORDEAUX I

Par Monsieur Christian GERMAIN

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR

SPÉCIALITÉ : AUTOMATIQUE

**Contribution à la caractérisation multi-échelle
de l'anisotropie des images texturées**

Soutenue le 7 Décembre 1997

Après avis de MM. Murat KUNT
Henri MAITRE

Rapporteurs

Devant la Commission d'examen formée de :

MM. Binder Gérard
Baylou Pierre
Bourgeon Michel
Kunt Murat
Maitre Henri
Najim Mohamed
Grenier Gilbert

Président
Rapporteur
Examineurs

-- 1997 --

Avant propos

L'origine de ce mémoire repose sur un projet de recherche industriel dirigé par le Professeur Baylou et réalisé en partenariat avec la Société Européenne de Propulsion. Ce projet consiste à caractériser la structure atomique de matériaux composites par l'analyse de la texture d'images provenant d'un Microscope Électronique à Transmission. Nous tenons, à cette occasion, à remercier vivement la Société Européenne de Propulsion pour nous avoir fourni les images nécessaires.

Cette étude a été menée au sein de l'équipe Traitement du Signal et des Images de l'ENSERB, dirigée par le Professeur Najim. Une partie de l'équipe s'intéresse plus particulièrement aux problèmes texturaux. Dans ce groupe, on trouve O. Alata qui se consacre aux problèmes de modélisation des textures et plus spécifiquement aux modèles Auto Régressifs. Il collabore avec C. Mandridake qui étudie la décomposition de Wold bidimensionnelle. M. Sayadi applique les statistiques d'ordre supérieur à deux à l'analyse des images. S. Guillon et M. Donias travaillent sur le filtrage et la caractérisation des textures observées dans les images sismiques. M. Dai s'est consacré à la caractérisation des textures à l'aide des fractales.

Pour ma part, après avoir abordé les Champs de Markov appliqués au traitement des images, j'ai étudié les problèmes liés à la mesure de l'orientation et de l'anisotropie des images texturées.

C'est dans ce contexte que je me suis consacré à l'étude de ce projet industriel avec la S.E.P., en synergie avec les autres membres de l'équipe.

Table des matières

<i>Avant propos</i>	4
<i>Table de symboles et notations</i>	8
<i>Introduction</i>	10
<i>I Caractérisation des textures</i>	13
I.1 Définition de la notion de texture	14
I.1.1 Notion de texture	14
I.1.2 Cas déterministe.	16
I.1.3 Cas stochastique	17
I.1.4 Notion d'échelle	18
I.1.5 Proposition d'une nouvelle définition de la texture	19
I.1.6 Texture et perception visuelle	20
I.2 Attributs texturaux usuels	21
I.2.1 Attributs statistiques	22
I.2.2 Attributs issus d'une transformation orthogonale de l'image	28
I.2.3 Attributs issus des paramètres de modèles texturaux	34
I.2.4 Autres attributs texturaux	44
I.3 Critères de choix d'un attribut textural	47
<i>II Mesure de l'orientation dominante d'une texture</i>	49
II.1 Panorama des outils de mesure des orientations	50
II.1.1 Matrices de cooccurrences	50
II.1.2 Histogramme des différences des niveaux de gris étendues	51
II.1.3 Méthodes projectives	52
II.1.4 Méthodes basées sur l'orientation locale des contours	54
II.1.3 Méthodes à base de transformations orthogonales	57
II.1.4 Méthodes basées sur un modèle.	60

II.2 Construction d'un estimateur multi-échelle de l'orientation d'une texture	63
II.2.1 Objectifs de la méthode	64
II.2.2 Choix d'un opérateur de gradient	65
II.2.3 Principe de construction d'un Vecteur Directionnel Moyen	66
II.2.4 Problématique des données circulaires	67
II.2.5 Calcul de la direction dominante	69
II.2.6 Moyenne directionnelle pondérée par un indice de confiance	72
II.2.7 Autres approches possibles	73
II.3 Résultats de calculs du Vecteur Directionnel Moyen	74
II.3.1 Immunité au bruit	75
II.3.2 Caractérisation multi-échelle de l'orientation des textures	77
II.3.3 Application à des textures <i>réelles</i>	79
II.4 Conclusion	84
III Estimation de l'anisotropie de la texture d'une image	85
III.1 Méthodes de mesure de l'anisotropie d'une texture	86
III.1.1 Indicateur d'anisotropie basé sur le filtrage d'ordre.	86
III.1.2 Estimation de l'anisotropie basée sur les méthodes d'extraction d'attributs texturaux	87
III.1.3 Classes d'anisotropie obtenues à partir d'un modèle textural AR	88
III.1.4 Anisotropie et distribution des orientations locales	89
III.2 Dispersion d'une distribution de directions	89
III.2.1 Variance circulaire	90
III.2.2 Indice de dispersion circulaire	90
III.2.3 Ouverture du lobe dans l'espace de Fourier	92
III.2.4 Limites de ces méthodes	92
III.3 Construction d'un indicateur d'anisotropie du 2^o ordre	93
III.3.1 Objectifs de cet indicateur du second ordre	93
III.3.2 Formulation de l'indicateur I_{so}	94
III.3.3 Valeurs extrêmes des indicateurs I_{so} et I_{sa}	95
III.3.4 Comparaison des indicateurs d'isotropie I_{sa} et I_{dc}	98
III.4 Résultats de simulations	102
III.4.1 Images de synthèses	103
III.4.2 Textures naturelles	104
III.4.3 Cas extrêmes (textures isotropes)	106
III.5 Conclusion	107
IV Etude multi-échelle du comportement anisotropique des textures	108

IV.1 Comportement multi-échelle des indicateurs d'anisotropie	109
IV.1.1 Cas des textures simples	109
IV.1.2 Cas des textures isotropes et antiordonnées	110
IV.1.3 Robustesse d' I_{so} et I_{sa} en présence de porosité	113
IV.2 Modélisation des textures complexes	114
IV.2.1 Objectif de cette modélisation	114
IV.2.2 Partitionnement de l'image en régions texturales	115
IV.2.3 Coloriage des pavés	118
IV.3 Etude de l'indicateur I_{sa} dans le cas d'un pavage rectangulaire	119
IV.3.2 Construction du champ de phaseurs	119
IV.3.3 Formulation et propriétés de l'indicateur I_{sa2Dh}	121
IV.3.4 Application à deux exemples de champs de phaseurs	129
IV.4 Application de l'indicateur I_{so} à la caractérisation de textures synthétiques	131
IV.4.1 Textures sur <i>pavement rectangulaire</i>	131
IV.4.2 Textures <i>pavage de Voronoï</i>	133
IV.4.3 Cas d'une texture sinusoidale déterministe	137
IV.4.4 Textures "pavage de Voronoï avec coloriage sinusoïdal"	138
IV.5 Etude multi-échelle de l'anisotropie de textures naturelles	138
IV.5.1 Perfectionnement de l'algorithme de calcul d' I_{so}	138
IV.5.2 Textures de Brodatz	140
IV.5.3 Images de type matériaux composites	141
IV.6 Conclusion	144
<i>V Conclusion et perspectives</i>	145
<i>Annexes</i>	148
A.1 Matrices de cooccurrences et attributs usuels associés	148
A.2 Matrice des longueurs de plages	149
A.3 Spectre textural [HE91]	151
A.4 Calcul de l'argument du vecteur propre principal d'un champ de vecteurs	153
<i>Bibliographie</i>	155

Table de symboles et notations

Symbole	Signification
\otimes	Produit de convolution
$\langle \cdot \rangle$, $\langle \cdot \rangle_c$	Espérance mathématique, espérance mathématique circulaire
\bar{x} , $\bar{\theta}$	Moyenne (moyenne circulaire si la variable représente un angle)
$P(\cdot)$, $p(\cdot)$	Probabilité, densité de probabilité
σ	Ecart type d'une variable aléatoire ou d'une série statistique
$z = a + j.b = r.e^{j\theta}$	Nombre complexe, notation cartésienne et polaire
SNR	Signal to Noise Ratio (rapport signal sur bruit)
I	Image
N_x , N_y	Largeur et hauteur de l'image (N dans le cas d'une image carrée)
Γ	Nombre de niveaux de gris de l'image
x , y	Coordonnées horizontale et verticale d'un site (pixel) de l'image
$F(C_0)$	Fenêtre d'observation centrée autour du point C_0
n_x , n_y n	Largeur et hauteur de la fenêtre d'observation Idem, dans le cas d'une fenêtre carrée (également nommée échelle)
η	Système de voisinage
θ	Direction dominante (tendance centrale)
VDM	Vecteur Directionnel Moyen
S_0 , s_0	Variance Circulaire, écart type circulaire
I_{sa} I_{sa1D} , I_{sa2D}	Indicateur d'anisotropie (version non pondérée par les modules) Valeurs théoriques d' I_{sa} dans les contextes 1D et 2D
I_{so}	Indicateur d'anisotropie (version pondérée par les modules)
I_{dc}	Indice (global) de dispersion circulaire
$C_{i,j}$ $C_{H(i,j)}$, $C_{V(i,j)}$ N_c , N_{CH} , N_{CV}	Clique Clique horizontale, verticale Nombre de cliques (respectivement : total, horizontales, verticales)
$\Delta(\theta_i, \theta_j)$	$\min\left(\pi - (\theta_i - \theta_j), \max(\theta_i - \theta_j, -\pi - \theta_i + \theta_j)\right)$
A , α Θ , θ Ω , ω	Processus " <i>angle moyen d'une fenêtre d'observation</i> " Processus " <i>coloriage directionnel</i> " Processus " <i>pavage</i> " <i>majuscule = variable aléatoire, minuscule = une réalisation</i>

Symbole	Signification
$R_{XX}(\tau)$	Autocorrélation de la variable X à la distance τ
$R_{XX1Dh}(\tau)$	Idem pour une variable 2D, dans la direction horizontale
$R_{XX2D}(\tau_1, \tau_2)$	Autocorrélation bidimensionnelle d'une variable 2D
ρ, ρ_h, ρ_v t	Fréquence des pavés (fréquence horizontale, verticale) Taille moyenne des pavés ($t=1/\rho$)
$rect(x)$	$\begin{cases} rect(x) = 1 \text{ si } x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right] \\ rect(x) = 0 \text{ sinon} \end{cases}$

Introduction

Peut-on quantifier l'anisotropie de la texture d'une image numérique sans prendre en considération l'échelle à laquelle cette mesure a été effectuée? C'est à cette question que ce mémoire tente d'apporter une réponse. Pour y parvenir, les problèmes suivants seront abordés : la caractérisation des textures, l'estimation d'une direction dominante, la mesure de l'anisotropie d'un champ de vecteurs et la prise en compte de l'échelle d'observation.

Les images numériques ont d'abord été traitées en termes de luminance (niveaux de gris) et de formes (ensembles connexes de pixels). Puis l'étude d'images provenant de scènes naturelles (télédétection, robotique...) a conduit les chercheurs à prendre en compte les phénomènes texturaux, c'est à dire les arrangements spatiaux des niveaux de gris des pixels.

Les caractéristiques texturales d'une image (contraste, granularité, rugosité,...) sont généralement liées aux propriétés des objets qu'elle contient. L'analyse d'images est ainsi largement utilisée en contrôle de qualité (destructif ou non), pour mesurer une ou plusieurs propriétés physiques, biologiques ou autres d'un objet quelconque [GER95] [MAR96].

Certaines textures, fréquemment rencontrées dans la nature, présentent un caractère directionnel. C'est le cas par exemple des textures de type *longiformes*, c'est à dire formées d'éléments structuraux linéaires plus ou moins parallèles (Fig. 1).

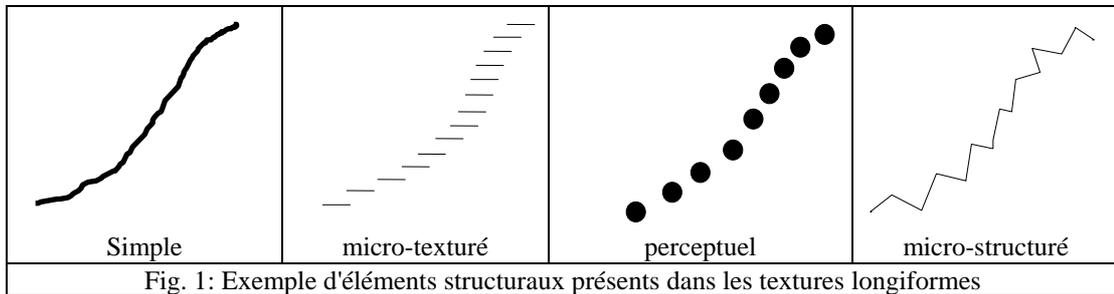


Fig. 1: Exemple d'éléments structuraux présents dans les textures longiformes

Dans les cas où ce type de textures conserve la direction privilégiée du motif de base sur l'ensemble de l'image, alors l'image peut être qualifiée d'anisotrope. La caractérisation de cette anisotropie a fait l'objet de peu d'études. On en trouvera des exemples dans [CHE95b] et [ZAM92].

Pourtant cette propriété texturale est fondamentale dans le cadre d'applications comme par exemple la caractérisation de certains matériaux composites [ALA96], l'identification de points remarquables dans les images sismiques ou l'étude de phénomènes de houle par télédétection satellitaire [ALP96] [WAC96] [DEL92].

Comme c'est le cas pour d'autres propriétés texturales, l'étude de l'anisotropie des textures est indissociable de l'échelle à laquelle elle est évaluée. En effet, pour une texture considérée comme un assemblage plus ou moins régulier de motifs élémentaires, l'anisotropie à petite échelle caractérise l'homogénéité directionnelle à l'intérieur même de ces motifs, alors que l'anisotropie à *grande échelle* caractérise plutôt la cohérence à long terme de l'agencement des motifs.

Ces deux propriétés - échelle et anisotropie - étudiées conjointement, sont le principal objet du travail ici présenté.

Ainsi, l'approche développée dans le cadre de cette thèse consiste :

- à définir un opérateur de caractérisation de la tendance angulaire d'une texture directionnelle à une échelle donnée. Cet opérateur fournira une famille de champs de vecteurs montrant l'évolution spatiale de cette orientation sur l'ensemble d'une image et pour des échelles d'observation différentes.

- à construire un opérateur exploitant le champ de vecteurs précédemment élaboré afin d'en estimer l'anisotropie (à une échelle donnée). Il sera basé sur des statistiques d'ordres deux du champ vectoriel multi-échelle précédent.
- à exploiter les résultats fournis par cet opérateur d'anisotropie en faisant varier l'échelle d'étude du pixel jusqu'à l'image entière.

Ce document est composé de la façon suivante :

Le premier chapitre abordera différents modèles et approches liés à la notion de texture.

Le second chapitre traitera des méthodes permettant d'estimer l'orientation des textures d'une image. Nous y présenterons une nouvelle méthode multi-échelle de mesure de la direction principale des textures (le Vecteur Directionnel Moyen).

Le troisième chapitre portera sur la construction et la comparaison de différents indicateurs d'anisotropie.

Le quatrième chapitre présentera les résultats de l'étude multi-échelle de l'anisotropie sur des images de synthèse et sur des images réelles d'origines diverses.

En conclusion, nous présenterons des perspectives d'utilisation et d'amélioration de ces outils.

Chapitre I

Caractérisation des textures

L'étude des textures rencontrées dans les images est un thème qui suscite beaucoup d'intérêt dans la communauté du traitement du signal et des images. Il s'agit d'un domaine de recherche encore largement ouvert, si l'on en croit le nombre de publications récentes portant sur ce sujet que l'on peut trouver dans les revues scientifiques.

Il existe une grande diversité dans les approches utilisées pour décrire ou identifier une texture. Certaines méthodes s'appuient sur des modèles stochastiques ou de prédiction linéaire. D'autres approches sont basées sur des calculs statistiques ou des transformations orthogonales.

Dans ce chapitre, après avoir défini la notion de texture, les méthodes les plus courantes pour l'extraction des paramètres texturaux seront présentées. Leur aptitude à permettre l'estimation d'une direction dominante sera évoquée. La possibilité (ou l'impossibilité) de mettre en oeuvre ces méthodes ou modèles pour différentes échelles d'observation sera brièvement discutée.

Nous aborderons enfin le problème du choix d'une méthode et d'un attribut textural pour un usage donné.

1.1 Définition de la notion de texture

1.1.1 Notion de texture

Plusieurs définitions de la notion de texture ont été présentées au cours des 20 dernières années. Ces définitions sont rarement génériques et portent plutôt sur un aspect ou une application de la notion de texture.

Toutefois, on peut réaliser une synthèse de ces définitions en introduisant les deux concepts qui sont à la base de la notion de texture : les statistiques portant sur les pixels et la répartition spatiale de motifs plus ou moins réguliers.

Statistiques

Soit une image comportant un unique objet quelconque. La présence d'un seul objet ne peut pas être a priori considérée comme une texture.

Par contre, si une autre image est constituée d'une population d'objets ayant des caractéristiques (de forme, de luminance...) similaires à l'objet décrit précédemment, alors cette population peut être considérée comme une texture.

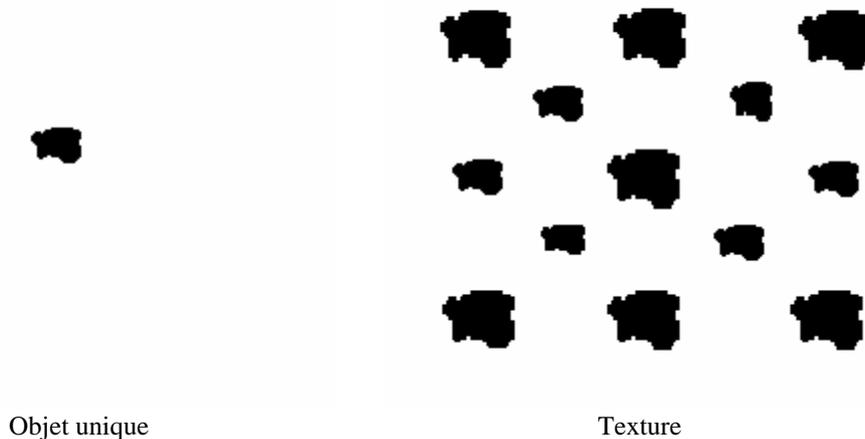


Fig. 2 : De l'objet à la texture

La nature des objets évoqués jusqu'ici importe peu. Ce qui assure l'existence d'une texture c'est la présence d'une population (par rapport à un unique objet). Ce sont donc les propriétés statistiques de cette population qui décriront la texture.

Dans l'exemple de la Fig. 2, nous avons construit un objet noir sur fond blanc de forme quelconque. Une texture a ensuite été construite en plaçant dans l'image différentes occurrences de cet objet à des échelles distinctes.

Dans cet exemple, la population des objets représentés dans l'image est statistiquement décrite par leur granulométrie.

Répartition spatiale

Les caractéristiques de la distribution de cette population suffisent-elles à décrire la texture? On peut montrer que cela n'est pas le cas en reprenant l'exemple de la Fig. 2 et en construisant une deuxième texture d'apparence visuelle distincte mais basée sur la même granulométrie et le même objet de référence (Fig. 3).

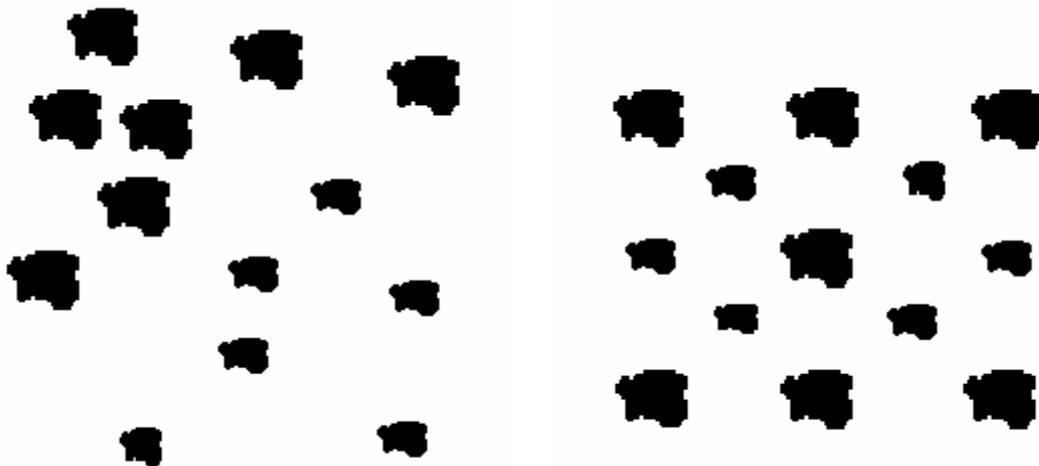


Fig. 3 : Textures différentes ayant la même granulométrie

Il convient donc d'introduire un nouvel élément pour compléter la définition de la notion de texture : la répartition spatiale. En effet, c'est l'agencement spatial des objets qui est la cause des différences d'impression visuelles observées sur la Fig. 3.

La combinaison : agencement spatial + statistique d'une population d'objets permet ainsi de définir la notion de texture.

Cette combinaison peut être exploitée dans le cadre de texture déterministes ou stochastiques comme le montre les paragraphes suivants.

Remarques

- L'expression *apparence visuelle* a été employée pour identifier ou distinguer les textures. En effet, les impressions visuelles sont à la base de la notion de texture. Toutefois, rien n'empêche d'étendre cette notion à des expériences plus complètes basées sur des outils mathématiques.
- Les *objets* évoqués précédemment peuvent être pris au sens le plus large. Il peut s'agir de motifs bien définis ou de régions de l'image dont les niveaux de gris ont

des propriétés statistiques particulières, ou même de pixels isolés (texture formée d'un "bruit blanc" par exemple).

Unser [UNS84] donne également une définition perceptuelle (et pragmatique) de la texture, inspirée des travaux de Gagalowicz [GAG83] :

Définition 1 :

"Une texture est une région d'une image pour laquelle il est possible de définir une fenêtre de dimensions minimales, telle qu'une observation au travers de celle-ci se traduit par une perception (impression) visuelle identique pour toutes les translations possibles de cette fenêtre à l'intérieur de la région considérée".

Cette définition sera discutée au paragraphe I.1.5.

I.1.2 Cas déterministe

La texture peut être définie comme la répartition spatiale *régulière* d'un motif géométrique *constant* (appelé *texton* par Julesz [JUL75]). On parle dans ce cas de texture déterministe.

Une région texturée est alors constituée par la répétition d'un motif originel selon un réseau bidimensionnel caractérisé par une direction et une période particulières. La description du motif élémentaire (appelé *texton*), les dimensions du réseau et son orientation suffisent alors à décrire complètement la texture. Cette définition ne convient qu'à des textures parfaitement régulières que l'on ne rencontre que rarement dans la réalité. Il est évident que l'image de la trame d'un textile et celle d'un champ de blé ne revêtent pas le même caractère de régularité géométrique dans la disposition des motifs texturaux.

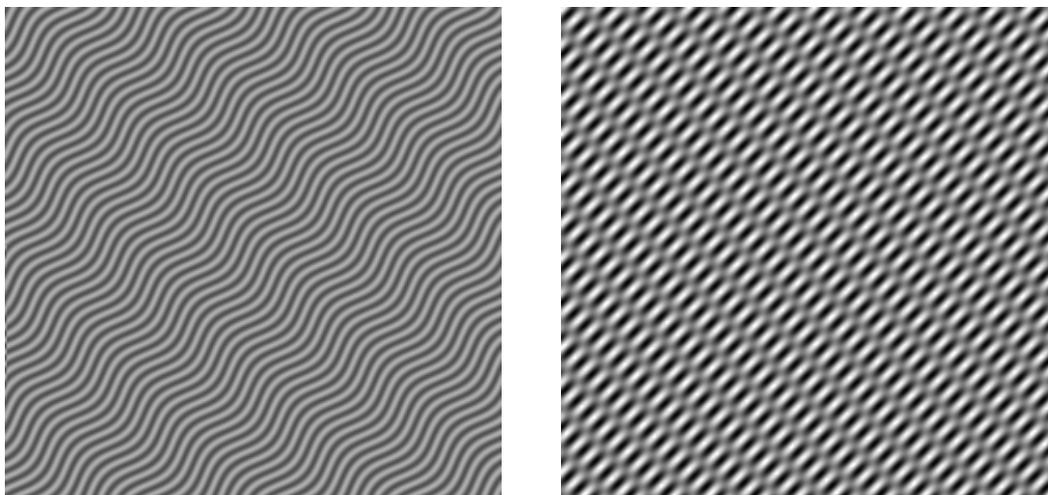


Fig. 4 : Exemples de textures déterministes

I.1.3 Cas stochastique

A l'inverse du cas précédent, on peut considérer des textures composées de motifs différents appartenant à une population dont seules les propriétés statistiques sont définies et dont la répartition spatiale suit également une grille irrégulière. La définition de la texture est alors totalement stochastique.

Une texture pourra alors être considérée comme une réalisation d'un champ aléatoire bidimensionnel.

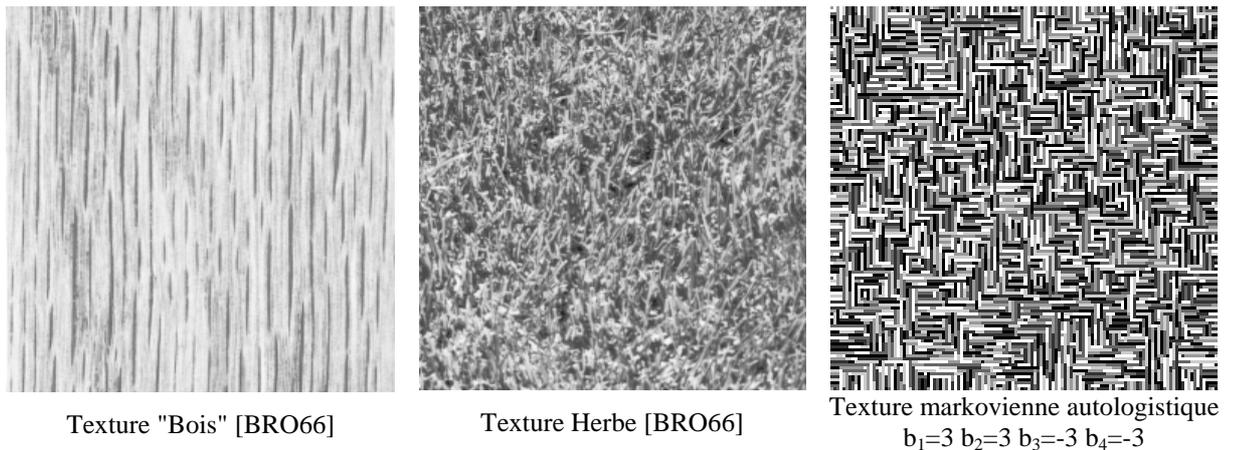
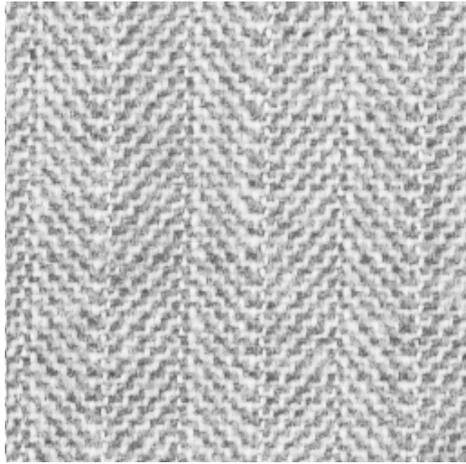


Fig. 5 : Exemples de textures stochastiques naturelles et de synthèse

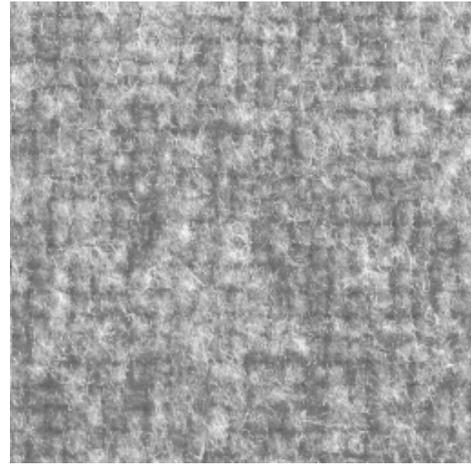
Les propriétés statistiques des niveaux de gris des pixels de l'image ou les paramètres du modèle stochastique dont elle est censée être une réalisation fourniront les caractéristiques de la texture.

Remarques :

- La plupart des textures observées étant "irrégulières", la caractérisation stochastique de la texture est souvent la plus appropriée et c'est donc sur celle-ci que nous nous appuyerons.
- On peut également construire des textures intermédiaires par rapport aux deux cas précédents [GAG83] [COQ95] et définir la texture comme une répartition aléatoire de motifs déterministes, ou à l'inverse comme une structure spatiale fixe constituée de motifs aléatoires. Cette dernière approche est parfois utilisée pour identifier les paramètres de la répartition spatiale des motifs élémentaires (angle et dimension du réseau) [ZUK80].



Texture "Canevas" [BRO65]



Texture "Laine" [BRO65]

Fig. 6 : Exemples de textures quasi déterministes

I.1.4 Notion d'échelle

Certaines propriétés des textures sont indissociablement liées à l'échelle à laquelle l'observation a été effectuée. Nous en donnerons comme exemple le cas de textures composées de l'association d'une micro-texture avec une macro-texture, (voir Fig. 7) qui nécessite l'observation à deux échelles différentes pour prendre en compte tous les aspects de la texture.

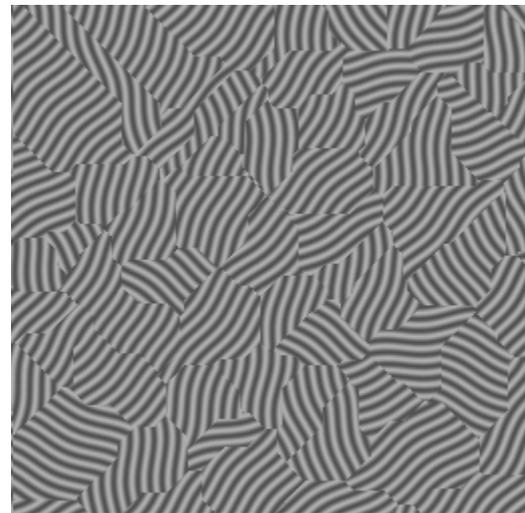


Fig. 7 : Exemple d'image comportant une micro-texture *ligne* et une macro-texture *pavés*

La notion d'échelle d'observation peut se définir de la façon suivante.

Définition 2 :

L'échelle d'observation n d'une texture est la taille de la zone sur laquelle les paramètres de la textures sont mesurés (dans le cas d'une mesure objective) ou sur laquelle l'expérience visuelle est conduite (dans un contexte perceptuel).

La prise en compte de l'échelle telle qu'elle vient d'être définie a les conséquences suivantes :

Pour une échelle donnée n et pour chaque zone de l'image, des caractéristiques statistiques sont évaluées pour l'ensemble de la zone. La zone devient un individu textural à l'échelle n .

Par exemple, dans le cas où l'on effectue des observations sur des fenêtres carrées de taille $n \times n$ (échelle n) sur une image de taille $N \times N$, une nouvelle grille de résultats de taille $\frac{N}{n} \times \frac{N}{n}$ est construite. Deux individus voisins sur cette nouvelle grille correspondent à des fenêtres dont la distance moyenne était n sur l'image initiale.

Remarques

L'étude des propriétés texturales d'une image à une échelle donnée prend donc simultanément en compte deux aspects :

1°) Le passage d'une image de taille $N \times N$ à une grille de taille $\frac{N}{n} \times \frac{N}{n}$ produit un effet de changement de résolution qui tend à moyenniser l'hétérogénéité de l'image (effet que l'on retrouve dans les approches multirésolution présentées dans la suite).

2°) L'étude des variations locales de la grille résultante correspond, sur l'image originale, à l'évaluation de statistiques d'ordre 2 à la distance n .

L'observation d'une texture à l'échelle n permet donc à la fois de prendre en compte les caractéristiques dominantes d'une zone de taille n puis d'observer la corrélation des ces caractéristiques entre des zones dont la distance (ramenée à l'image initiale) est n .

1.1.5 Proposition d'une nouvelle définition de la texture

La définition 1 présentée au début de ce chapitre a le mérite de prendre en compte implicitement la notion d'échelle d'observation. Toutefois elle est restrictive sur trois points :

1. Elle assimile la notion de texture à celle de région. C'est une vision bien adaptée à un objectif de segmentation, mais d'une manière plus générale, la texture est plutôt considérée comme une règle d'arrangement spatial des niveaux de gris des pixels.
2. Cette définition est attachée à la notion de perception ou d'impression visuelle identique. Or cette notion très subjective est également limitative en particulier dans un contexte d'analyse des propriétés physiques d'un objet. Certains arrangements spatiaux non discernables à l'oeil ne peuvent-ils pas être significatifs de la nature de l'objet observé?

3. Cette définition prend en compte la notion d'échelle d'observation comme si, pour une texture donnée, cette échelle était unique. Or, sur certaines images, comme nous l'avons vu précédemment, on observe simultanément une micro-texture superposée à une macro-texture (Fig. 7). Les propriétés texturales de la région sont alors indissociables de l'échelle d'observation adoptée.

Aussi proposons-nous une nouvelle version de cette définition, prenant en compte ces trois restrictions.

Définition 3 :

Une texture, définie à une échelle donnée n , est une règle d'arrangement spatial des niveaux de gris des pixels qui, appliquée à une région R de taille supérieure à l'échelle n , se traduit par l'obtention de résultats identiques lors de la réalisation d'une expérience (visuelle ou mathématique) limitée à n'importe quelle fenêtre de taille n incluse dans la région R .

1.1.6 Texture et perception visuelle

La conjecture de Julesz [JUL62] suppose que la vision humaine utilise principalement les statistiques d'ordre 2 des niveaux de gris pour percevoir les textures. C'est en fait une hypothèse pratique à considérer car elle se vérifie pour la plupart des textures naturelles.

Toutefois, en toute rigueur, il faut noter que Julesz lui-même puis Gagalowicz [GAG81] ont trouvé des contre-exemples à cette affirmation. En effet, il est possible de construire des textures dont les statistiques d'ordre inférieures ou égales à deux sont identiques et que l'on peut néanmoins discerner à l'oeil après une observation attentive.

Malgré cette restriction, certaines approches texturales très populaires exploitent cette conjecture (matrices de cooccurrences [HAR81] par exemple).

De même, on peut conjecturer que le traitement numérique des images permet de distinguer des textures indifférenciées par l'œil humain. Cela peut s'avérer extrêmement utile pour caractériser les propriétés physiques d'un objet à travers l'identification de sa texture.

1.2 Attributs texturaux usuels

L'étude de la texture des objets d'une image peut avoir des objectifs très divers : obtenir des informations sur la nature d'un objet, segmenter l'image en régions homogènes, améliorer la qualité de l'image (restauration), identifier la texture afin de la réduire à ses paramètres (compression d'images)...

Dans tous les cas, ces objectifs nécessitent l'extraction d'un ou plusieurs paramètres caractéristiques de cette texture. Nous désignerons ces paramètres sous le terme d'attributs texturaux (en anglais : *textural features*).

Certains de ces paramètres correspondent à une propriété visuelle de la texture (comme la directionnalité ou la rugosité). D'autres correspondent à des propriétés purement mathématiques auxquelles il est difficile d'associer une qualification perceptive.

Un recensement ainsi qu'une classification des termes de description des textures les plus fréquemment employés dans les publications pourra être trouvée dans [RAO93a] et [RAO93b].

Les attributs texturaux peuvent être obtenus par différentes méthodes. Citons notamment :

- Les attributs fondés sur des calculs statistiques effectués sur les niveaux de gris des pixels de l'image. C'est le cas des statistiques classiques et des matrices de cooccurrences ou de longueurs de plages.
- Les attributs obtenus à la suite de transformations orthogonales des images (Transformées de Fourier, Ondelettes...). Les attributs texturaux seront alors calculés dans des domaines différents de celui de la grille spatiale des luminances (domaine spectral par exemple).
- Les attributs provenant de l'identification des paramètres d'un modèle de texture. Un modèle (Champ de Markov, modèle Auto Régressif bidimensionnel, etc.) est construit pour définir un ou plusieurs types de textures. Les paramètres extraits de ce modèle seront alors autant d'attributs texturaux.

D'autres méthodes, basées par exemple sur l'application de filtres ou sur la théorie des fractales peuvent également être employées pour obtenir des attributs texturaux.

Parmi toutes ces approches, nous nous intéresserons principalement à celles qui permettent l'estimation de la direction principale ou de l'anisotropie d'une texture.

Présentons maintenant les approches texturales les plus fréquemment rencontrées.

I.2.1 Attributs statistiques

I.2.1.1 Statistiques descriptives classiques

Il est possible de caractériser une texture par la distribution des niveaux de gris des pixels dont elle est composée.

Le calcul statistique des paramètres de cette distribution permet par exemple d'estimer la dynamique ou la rugosité de la texture.

Les paramètres usuels de description de la distribution résultent de la statistique d'ordre 1 et notamment des moments d'ordre 1 à 4 :

- la moyenne (ou plus rarement la médiane),
- la variance ou l'écart type,
- le skewness et le kurtosis (ou les coefficients de Fisher).

Ces derniers paramètres sont beaucoup moins fréquemment employés (surtout parce qu'ils sont très sensibles au bruit présent dans l'image).

Remarque :

L'utilisation de la distribution des niveaux de gris d'une texture (statistiques d'ordre 1) présente toutefois un inconvénient important : cette approche ne prend pas en compte la disposition spatiale relative de ces niveaux de gris. Or, cette disposition spatiale est à la base de la notion de texture.

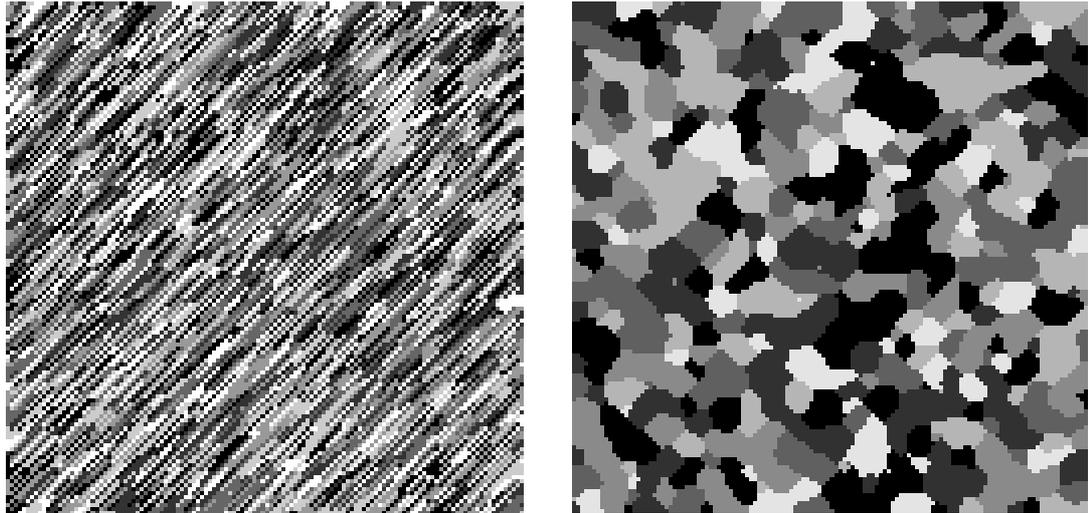


Fig. 8 : Textures de distribution des niveaux de gris identiques
(distribution uniforme, modèle markovien autologistique)

En effet, deux textures visuellement distinctes peuvent avoir des distributions de niveau de gris absolument identiques . Tel est le cas des textures présentées à la Fig. 8. C'est pourquoi des méthodes statistiques d'ordre 2 (comme le calcul de l'autocorrélation ou les matrices de cooccurrences) s'appuyant sur la géométrie des arrangements des niveaux de gris sont apparues.

I.2.1.2 Matrices de cooccurrence

Les matrices de cooccurrence constituent l'outil le plus populaire pour l'identification et la classification de textures [HAR73] [HAR79] [HAR81] [COQ95].

Elles sont fondées sur l'étude de statistiques d'ordre 2 qui mesurent la distribution des couples de niveaux de gris (i,j) présents dans une image en fonction de l'éloignement des sites. Cette étude donne généralement lieu au calcul d'une matrice M pour une direction définie par un angle θ et pour une distance d séparant les sites du couple.

Définition 4 :

Soient $L_x = \{1,2,\dots, N_x\}$ et $L_y = \{1,2,\dots, N_y\}$ les domaines spatiaux verticaux et horizontaux de l'image et soit $G = \{0,1,2,\dots,\Gamma - 1\}$ les niveaux de gris.

L'image numérique $I: L_x \times L_y \rightarrow G$ affecte un niveau de gris $I(x,y)$ à chaque pixel (x,y) .

Considérons les quatre directions ($\theta = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ et 135°) le long desquelles les couples de pixels seront étudiés. Ainsi, pour une distance d , les fréquences (non normalisées) $P(i,j,\theta,d)$ peuvent être calculées.

$$P(i,j,\theta,d) = \text{Card} \left\{ \left[(x_u, y_u); (x_v, y_v) \right] / \left[\begin{array}{l} I((x_u, y_u)) = i \\ I(x_v, y_v) = j \\ x_v = x_u + d \sin \theta \\ y_v = y_u + d \cos \theta \end{array} \right] \right\} \quad (1)$$

Par exemple, $P(i,j,0^\circ,d)$ représente la cardinalité de l'ensemble des paires de pixels

$$\text{ayant les caractéristiques suivantes : } \begin{cases} I(x, y) = i \text{ et } I(x', y') = j \\ |x - x'| = d, y = y' \end{cases}$$

Pour les autres angles, les fréquences correspondantes sont calculées de façon identique.

Le plus souvent, c'est la distance $d=1$ qui est choisie. Les couples considérés sont alors constitués de voisins mutuels. Si de plus, l'aspect directionnel de la texture présente peu d'intérêt (texture isotrope par exemple), une sommation des résultats obtenus pour les quatre directions principales est alors réalisée.

$$\text{On note alors } P(i, j) = \sum_{\theta} P(i, j, \theta, 1).$$

On définit également $p(i,j)$ comme étant un élément de la matrice de cooccurrence normalisée de l'image.

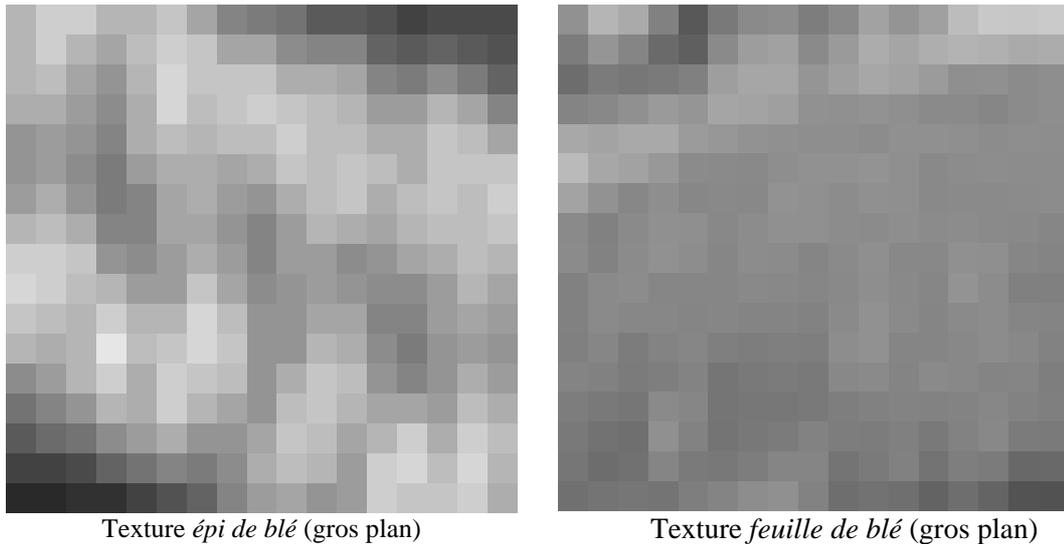
$$p(i, j) = \frac{P(i, j)}{\sum_{i, j} P(i, j)} \quad (2)$$

Remarque :

Pour une image ayant Γ niveaux de gris distincts la matrice de cooccurrence admet Γ^2 éléments pour chaque direction θ . Même si l'on constate que cette matrice est symétrique (le nombre de transitions du niveau de gris a vers le niveau b est égal au nombre de transitions du niveau b vers le niveau a), le nombre d'éléments utiles de la matrice ($\Gamma \cdot (\Gamma+1)/2$) est généralement beaucoup trop important pour que la matrice soit directement utilisée pour caractériser la texture. Une première réduction de ce nombre consiste par

exemple à réduire le nombre de niveaux de gris de l'image par une égalisation d'histogramme (en passant par exemple de 256 à 8).

Pour remédier à cette difficulté, Haralick et al. [HAR73] ont proposé un ensemble de 14 attributs texturaux calculés à partir des matrices de cooccurrence pour caractériser les textures de façon plus efficace et surtout plus concise. On trouvera la description de ces attributs en annexe 1.



Texture	Contraste	Energie	Entropie	Moment des différences inverses
épis de blé	8.1	0.04	4.9	0.3
feuille de blé	2.5	0.22	3.6	0.6

Fig. 9 : Exemples de textures naturelles et attributs correspondants [ROU96]

Certains de ces coefficients sont très fortement corrélés. D'autres sont d'un usage peu fréquent. Les attributs les plus souvent employés sont le contraste, l'énergie, l'entropie et le moment des différences inverses.

Pour un problème donné, ou pour une classe de texture, il conviendra d'utiliser une méthode préalable de choix des attributs les plus pertinents (voir paragraphe I.3).

Echelle et orientation

La définition même des matrices de cooccurrence prend en compte l'orientation des textures (angle θ de la Définition 4). Aussi, l'extraction d'une direction principale et même l'étude de l'anisotropie d'une texture sont facilitées par le calcul des matrices de cooccurrences. Toutefois, le nombre d'angles à tester pour obtenir une bonne résolution rend cette approche délicate à mettre en œuvre. Cet aspect sera analysé dans le chapitre suivant (paragraphe II.1.1).

Par ailleurs, la notion de distance d dans les couples de pixels permet également de prendre en compte la taille des primitives texturales. Mais elle ne permet pas de prendre en compte l'échelle d'observation telle que nous l'avons définie au paragraphe I.1.4. En effet, en changeant d'échelle d'observation, on n'a plus accès à l'information d'origine (image initiale), mais seulement à une "moyenne" sur une fenêtre plus grande.

Mais les matrices de cooccurrences ont également le défaut de permettre difficilement de suivre *localement* l'évolution d'un attribut textural (en particulier directionnel), puisqu'elles prennent en compte *globalement* l'image ou la fenêtre (généralement de taille importante) à laquelle elles sont appliquées.

I.2.1.3 Matrices des longueurs de plages

Les matrices des longueurs de plages [GAL75], également appelées matrices des isosegments, procèdent de la même démarche que les matrices de cooccurrence. En effet il s'agit là encore de décrire la distribution des arrangements spatiaux des niveaux de gris des pixels.

Ici, l'attribut spatial analysé est la taille des segments de droite ayant le même niveau de gris, dans une direction donnée θ .

Soient $L_x = \{1, 2, \dots, N_x\}$ et $L_y = \{1, 2, \dots, N_y\}$ les domaines spatiaux verticaux et horizontaux de l'image et soit $G = \{0, 1, 2, \dots, \Gamma - 1\}$ les niveaux de gris.

L'image numérique $I: L_x \times L_y \rightarrow G$ affecte un niveau de gris $I(x,y)$ à chaque pixel (x,y) .

Considérons une direction θ quelconque, le long de laquelle les pixels seront étudiés. Ainsi, les occurrences j des plages de niveau de gris i dans la direction θ , notés $Q(i, j, \theta)$, peuvent être dénombrées.

Par exemple, $Q(i, j, 0^\circ)$ représente le nombre de plages horizontales de longueur j formées de pixels de luminance i .

On définit $q(i,j)$ comme étant un élément de la matrice normalisée (fréquences d'occurrences) des longueurs de plages de l'image :

$$q_{\theta}(i, j) = \frac{Q_{\theta}(i, j)}{\sum_{i, j} Q_{\theta}(i, j)} \quad (3)$$

Remarques :

Les matrices de longueurs de plages ne sont généralement pas carrées. En effet, leur taille est (Γ, L_{θ}) , Γ étant le nombre de niveaux de gris et L_{θ} le nombre de pixels de la plus grande ligne de direction θ pouvant être trouvée dans l'image.

Comme dans le cas des matrices de cooccurrences, différents attributs texturaux peuvent alors être extraits des matrices isosegments (voir annexe n°2).

De même, la caractérisation de l'orientation d'une texture par les matrices de longueurs de plages suit un schéma similaire à celui décrit pour les matrices de cooccurrences au paragraphe précédent. De plus, ces matrices offrant une caractérisation globale de la texture, la prise en compte de l'échelle d'observation est problématique.

I.2.1.4 Statistiques d'ordre supérieur à 2

Dans des travaux récents [COR96] se basant sur le caractère non-gaussien de la plupart des textures réelles, l'utilisation de nouveaux attributs fondés sur les statistiques d'ordre supérieur à deux a été étudiée.

Les bicorrélations et leur transformée, le bicorspectre qui sont des statistiques d'ordre 3, ont été proposés comme attributs de textures.

De très bons résultats (meilleurs que ceux obtenus avec les matrices de cooccurrence) ont été obtenus avec cette approche. Néanmoins, le calcul des corrélations d'ordre élevé nécessite un nombre d'échantillons suffisamment grand si l'on veut conserver une variance d'estimation acceptable, c'est à dire relativement faible. Les résultats ne sont meilleurs que ceux obtenus avec les statistiques d'ordre 2 que pour des imageries de taille supérieure à 64x64.

De plus, l'application de ces outils nécessite de poser comme hypothèse préalable la séparabilité statistique des lignes et des colonnes de l'image afin de limiter le nombre d'attributs issus des bicorrélations ou du bicorspectre. De ce fait, la structure bidimensionnelle des textures ne peut pas être prise en compte.

I.2.2 Attributs issus d'une transformation orthogonale de l'image

Les transformations orthogonales permettent de représenter et d'étudier les signaux et les images dans un autre espace que celui dans lequel elles sont obtenues. Certaines de ces transformations sont à valeur dans des espaces qui peuvent être propices à l'extraction d'attributs texturaux. C'est le cas notamment de la transformée de Fourier et de la transformée en ondelettes.

I.2.2.1 Transformée de Fourier

La texture, comme cela a été indiqué au début de ce chapitre, peut être :

- soit définie comme un agencement *plus ou moins périodique* de motifs (textons),
- soit formée de micro-textures de fréquences spatiales élevées comme la texture herbe (Fig. 5).

Dans les deux cas, il est plus efficace d'étudier cette texture dans le domaine spectral (le domaine des fréquences) que dans le domaine spatial (où les coordonnées d'un point précisent simplement sa position).

La transformée de Fourier permet le passage d'un domaine vers l'autre [COQ95] :

Soient $L_x = \{1, 2, \dots, N_x\}$ et $L_y = \{1, 2, \dots, N_y\}$ les domaines spatiaux verticaux et horizontaux de l'image et $G = \{0, 1, 2, \dots, \Gamma - 1\}$ les niveaux de gris.

Soient $I: L_x \times L_y \rightarrow G$ l'image originale (domaine spatial) et $F: L_u \times L_v \rightarrow C$ la transformée de Fourier de I .

On a alors :

$$F(u, v) = \frac{1}{N_x N_y} \sum_{x=0}^{N_x-1} \sum_{y=0}^{N_y-1} I(x, y) \cdot \exp \left[-j2\pi \cdot \left(\frac{ux}{N_x} + \frac{vy}{N_y} \right) \right] \quad (4)$$

La valeur complexe de la réponse fournie par la transformée de Fourier rend délicate son interprétation. La représentation du module ou du carré du module (périodogramme) de F , plus commodes, permettent de visualiser le spectre de l'image. Il est en outre intéressant de noter qu'il s'agit là d'opérateurs se ramenant à des statistiques du second ordre.

Les périodicités de la texture apparaissent alors sous la forme de taches sombres sur cette représentation spectrale.

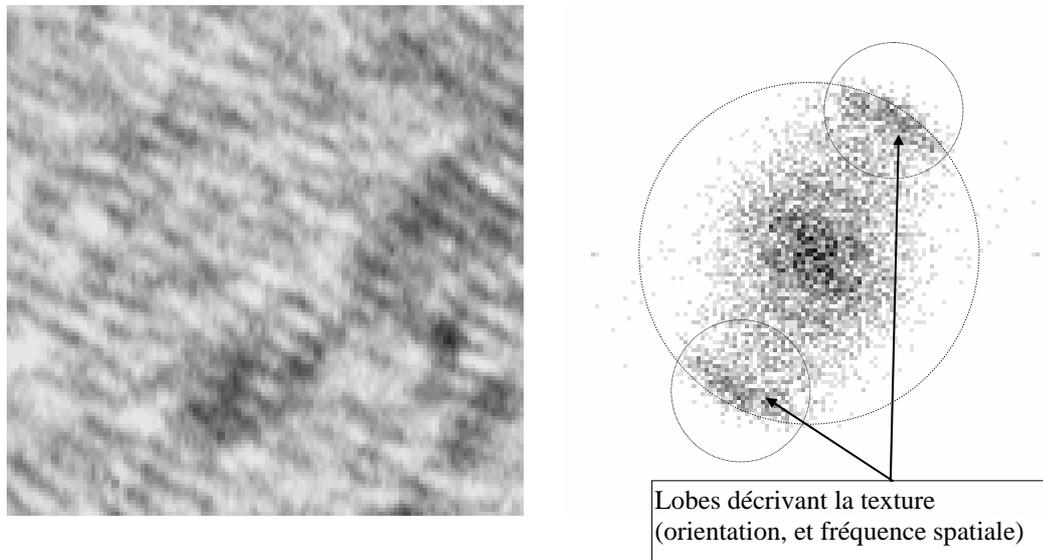


Fig. 10 : Exemple de texture et le module de sa transformée de Fourier

Les coordonnées polaires de ces pics informent sur la période et l'orientation du motif textural [AZE97] [WAC96]. L'application de cette technique à la mesure de l'orientation et de l'anisotropie d'une texture sera présentée dans les chapitres suivants.

Toutefois, là encore, la transformée de Fourier est une transformation globale de l'image ou de la texture. Elle nous informe donc globalement sur la présence d'une ou plusieurs orientations privilégiées, mais sans pour autant permettre de savoir si des orientations distinctes correspondent à des zones proches ou éloignées, ce qui est a priori incompatible avec la prise en compte de l'échelle d'observation.

I.2.2.2 Ondelettes

La transformée en ondelettes a été introduite par Jean Morlet en 1983 pour faciliter l'étude des signaux sismiques. Cette transformée permet la représentation de l'évolution temporelle d'un signal mono-dimensionnel. Adaptée au traitement de données bi-dimensionnelles [MAL89], la transformée en ondelettes donne accès à une représentation spectrale multi-résolution de l'image initiale. Cette représentation est utilisée en analyse de textures dans [LOU96] [AYD96] [LU97].

Notion d'ondelette:

Le principe général de la transformée en ondelettes est le suivant.

Une famille de fonctions $\psi_{a,b}$ d'ondelettes est construite par translation (paramètre a) et dilatation (paramètre b) d'une fonction mère Ψ .

$$\psi_{a,b}(x) = b \cdot \Psi(b \cdot x - a) \quad (5)$$

La fonction mère doit respecter la condition d'admissibilité suivante.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\hat{\Psi}(w)|^2}{|w|} dw < \infty \text{ avec } \hat{\Psi} : \text{transformée de Fourier de } \Psi. \quad (6)$$

La transformée en ondelettes d'une fonction f est alors le produit de convolution entre la fonction f et les fonctions d'ondelettes $\psi_{a,b}$.

$$d_{a,b}(\tau) = (f \otimes \psi_{a,b})(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cdot \psi_{a,b}(\tau - x) \cdot dx \quad (7)$$

Si les coefficients a et b sont de la forme $a = 2^{-k}$ et $b = m \cdot 2^{-k}$, alors la famille de fonctions $\psi_{a,b}$ constitue une base de décomposition orthogonale.

Cette propriété permet de calculer les coefficients d'ondelettes $d_{a,b}$ et elle autorise également la reconstruction de la fonction f à partir des coefficients $d_{a,b}$.

Fonction d'échelle.

La décomposition en ondelettes repose également sur le principe de l'analyse multi-résolution dyadique. Il s'agit de décomposer l'espace vectoriel des fonctions de carré intégrable $L^2(\mathbb{R})$ en une suite croissante de sous-espaces vectoriels fermés et emboîtés V_j vérifiant :

- $\bigcap_{j \in \mathbb{Z}} V_j = 0, \bigcup_{j \in \mathbb{Z}} V_j = L^2(\mathbb{R})$
- $S(t) \in V_j \Leftrightarrow S(2t) \in V_{j+1}$
- Il existe une fonction $\phi(t) \in V_0$ telle que $\{\phi(t - k)\}_{k \in \mathbb{Z}}$ constitue une base orthonormée de V_0 .

On définit une famille de fonction d'échelles $\phi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \phi(2^j \cdot T - k)$. Les $\phi_{j,k}$ constituent une base orthonormale pour chaque sous espace V_j .

La notion de fonction d'échelle et celle de fonction d'ondelette sont ensuite liées par les relations suivantes :

$$\Psi(t) = \sqrt{2} \sum_k g_k \phi(2t - k) \text{ avec } g_k = (-1)^k h_{1-k} \quad (8)$$

Les h_k sont les coefficients d'un filtre $H(\omega)$ défini par :

$$H(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h_k e^{-ik\omega} \quad (9)$$

Les g_k sont les coefficients d'un filtre $G(\omega)$ défini par :

$$G(\omega) = H^*(\omega + \pi).e^{-i\omega} \quad (10)$$

La décomposition orthogonale d'un signal $S(t)$ sera donc obtenue par la projection de ce signal sur les bases orthonormales des fonctions d'échelles $\phi_{i,j}$ et d'ondelettes $\psi_{i,j}$.

Décomposition en ondelettes dyadiques.

La transformée en ondelettes discrètes suit le principe suivant. On considère le signal S_n comme étant la suite des coefficients $s_{0,n}$ de la fonction d'échelle au niveau 0.

Les coefficients d'ondelette $s_{i-1,n}$ et $d_{j-1,n}$ sont alors définis par :

$$s_{i-1,n} = \sum_k h_{k-2n} s_{i,k} \text{ et } d_{i-1,n} = \sum_k g_{k-2n} s_{i,k} \quad (11)$$

Ces coefficients peuvent être calculés par l'application d'un banc de filtres miroirs en quadrature (QMF). H sera un filtre passe bas et G un passe haut.

On aboutit au schéma suivant:

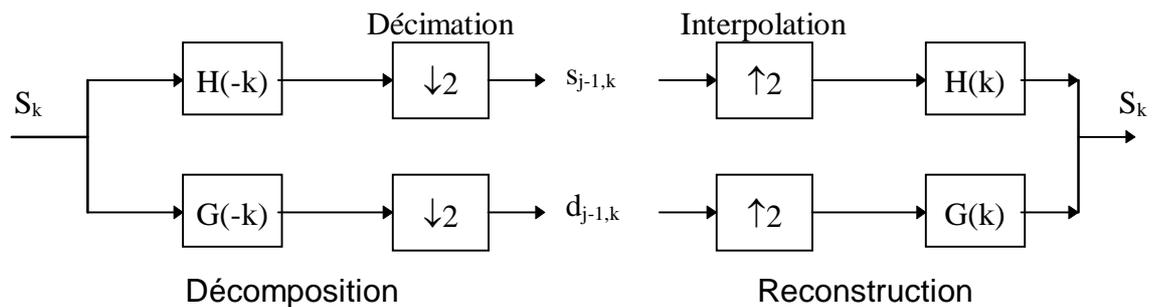


Fig. 11 : Décomposition en ondelettes et reconstruction

Chaque itération de l'algorithme de décomposition fournit un jeu de coefficients d'ondelettes pour une résolution donnée $j-1$. Les $s_{j-1,k}$ refléteront la composante basse fréquence du signal à l'échelle $j-1$ et les coefficients $d_{j-1,k}$ représenteront sa composante haute fréquence.

L'adaptation de cette méthode au cas bidimensionnel est immédiate. Les filtres H et G sont appliqués verticalement puis horizontalement. Quatre combinaisons sont alors

obtenues, HH , HG , GH , GG . Cela revient donc à appliquer quatre filtres. Le filtre HH extraira la composante basse fréquence de l'image. Le filtre HG accentuera les détails dans la direction 0° , GH privilégiera la direction 90° et GG la direction 45° .

Les coefficients obtenus par l'application à différentes échelles des filtres HG , GH et GG constitueront alors un vecteur d'attributs texturaux.

Orientation et échelle

L'application croisée des filtres H et G permet d'obtenir des informations pertinentes sur l'orientation des textures présentes dans l'image. Des détails sur la façon d'en extraire l'orientation seront présentés au chapitre suivant (paragraphe II.1.3.2).

De plus, certains auteurs ajoutent la rotation au couple {dilatation, translation} pour générer les fonctions d'ondelettes. On parle alors d'ondelettes directionnelles [ANT96]. Ces ondelettes permettent de mieux identifier les mélanges d'ondulations ayant des directions différentes.

La transformée en ondelettes est fréquemment qualifiée d'opérateur multi-échelle, en raison de la décomposition spectrale à différentes résolutions qu'elle réalise.

Par exemple, la transformée en ondelettes peut être efficacement utilisée pour étudier la granulométrie d'une image, les attributs texturaux issus des différents niveaux de résolutions, chacun étant caractéristique d'une taille de primitive différente.

Mais cette application est difficilement transposable à l'étude de l'orientation de la texture à différentes échelles d'observation. En effet, dans le cas d'une texture longiforme de fréquence spatiale fixe, l'ensemble des propriétés liées aux différentes orientations présentes dans l'image apparaîtront à un seul et même niveau de résolution du fait de l'unicité de la fréquence spatiale de la texture. En diminuant la résolution (échelle plus grossière), la texture disparaît et les variations angulaires aussi.

Dans ce cas, des variations angulaires *rapides* (petite échelle) ou *lentes* (grande échelle) ne seront pas différenciées.

I.2.2.3 Filtres de Gabor

Nous présentons ici brièvement une utilisation des filtres de Gabor pour la représentation de textures [WAN94]. Ces filtres ont également été appliqués à d'autres types de traitements, notamment à la compression de données [DAU88].

Un filtre de Gabor possède une fréquence pour lequel il est sensible, définie dans le domaine spectral par un angle θ et un rayon ω (fréquence normalisée). Un paramètre σ règle la résolution et λ (en général $\lambda=2$) assure la forme elliptique de la zone de réponse du filtre.

$$h(x, y / \sigma, \lambda, \theta, \omega) = g_{\sigma, \lambda, \theta}(x, y) \exp(2\pi i \omega x') \quad (12)$$

$$\text{où } g_{\sigma, \lambda, \theta} \text{ est une fonction de la forme } g_{\sigma, \lambda, \theta}(x, y) = \frac{1}{2\pi\lambda\sigma^2} \exp\left(-\frac{(x'/\lambda)^2 + y'^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$\text{et } (x', y') = (x \cos \theta + y \sin \theta, -x \sin \theta + y \cos \theta) \text{ (rotation d'angle } \theta \text{).}$$

A partir de cette définition et du constat que les textures n'ont en général qu'un nombre restreint de composantes d'orientations dominantes, Wang émet le postulat qu'un petit nombre de filtres Gabor suffit à caractériser les textures.

A une échelle σ donnée, il reste alors à choisir une ensemble Θ d'angles θ et un ensemble Ω de fréquences ω pour constituer la banque de filtres nécessaire à l'étude d'une image. Soit l le nombre de filtres de cette banque ($l = \text{card}(\Theta) \times \text{card}(\Omega)$). Le nombre de coefficients de Gabor résultant de l'application de la banque de filtres est alors égal à l multiplié par le nombre de pixels.

Ce nombre de coefficients étant très élevé, il convient de le réduire afin de constituer un descripteur de texture pratique.

Wang propose alors d'approcher les textures par des fonctions de la forme :

$$f(x, y) = \sum_{k=0}^K \alpha_k \cos(2\pi(a_k x + b_k y + c_k)) \quad (13)$$

avec $a_0 = b_0 = 0$, pour que α_0 représente le niveau de gris moyen et où $\forall k \neq k'$, $(a_k, b_k) \neq (a_{k'}, b_{k'})$ et $(a_k, b_k) \neq -(a_{k'}, b_{k'})$

Les coefficients de Gabor de f associés à un filtre sont :

$$\tilde{f}(u, v) = \sum_{k=0}^K \alpha_k \left(\tau(a_k, b_k, \theta, \omega) e^{2\pi j(a_k u + b_k v + c_k)} + \tau'(a_k, b_k, \theta, \omega) e^{-2\pi j(a_k u + b_k v + c_k)} \right) \quad (14)$$

avec $\tau(a,b,\theta,\omega) = \frac{1}{2} \exp\left(-2\pi^2\sigma^2\left((a'-\omega)^2\lambda^2 + b'^2\right)\right)$

et $\tau'(a,b,\theta,\omega) = \frac{1}{2} \exp\left(-2\pi^2\sigma^2\left((a'+\omega)^2\lambda^2 + b'^2\right)\right)$, (a',b') étant l'image de (a,b) par la rotation d'angle θ .

Ces filtres sont sensibles à une onde de fréquence spatiale (a,b) , d'orientation proche de θ et de valeur proche de ω . De plus, ils sont invariants par translation de l'image et $\forall k \neq 0$, α_k^2 est invariant par translation de phase. Leur obtention se fait par la définition d'une énergie.

$$d_{\sigma,\theta,\omega}(f) = T^{-2} \int_{-T/2}^{T/2} \int_{-T/2}^{T/2} \|\tilde{f}_T(u,v) - \bar{f}_T\|^2 dudv \quad (15)$$

avec $\bar{f}_T = T^{-2} \int_{-T/2}^{T/2} \int_{-T/2}^{T/2} \tilde{f}_T(u,v) dudv$, \tilde{f}_T les coefficients de Gabor extraits de l'image, en supposant que l'image est carrée de côté T .

Quand T tend vers l'infini, cette énergie s'écrit en fonction des coefficients :

$$d_{\sigma,\theta,\omega}(f) = \sum_{k=1}^K \alpha_k^2 \left(\tau(a_k, b_k, \theta, \omega)^2 + \tau'(a_k, b_k, \theta, \omega)^2 \right) \quad (16)$$

Le vecteur $d_{Gabor,\sigma}(f) = (d_{\sigma,\theta,\omega}(f); \theta \in \Theta, \omega \in \Omega)$ est alors appelé schéma d'énergie de la texture au niveau σ . Chaque valeur de ce vecteur est associée à un filtre de Gabor. Il constitue ainsi un descripteur de la texture.

De plus, la définition du schéma d'énergie offre la possibilité, en jouant sur σ , de réaliser une analyse multi-échelle de la texture. Cette approche a notamment été employée pour la segmentation de textures complexes dans [DU86], [BIG91] et [BIG94]

1.2.3 Attributs issus des paramètres de modèles texturaux

Les modèles, contrairement aux méthodes purement descriptives vues précédemment, permettent de synthétiser des textures. Identifier une texture consiste alors à trouver la combinaison de paramètres qui engendre une texture similaire à l'observation (selon un critère approprié)

Les modèles stochastiques, comme les champs de Markov ou les modèles Auto-Régressifs, sont très souvent employés en analyse d'images et ce dans des domaines

très variés. Ils ont été appliqués avec succès, dès les années 1980, à la modélisation des textures.

I.2.3.1 Modèles Markoviens

Les champs de Markov sont largement utilisés aussi bien comme outils de débruitage [BES86] [GEM84] [GER93] ou de segmentation [BOU91] [MAR95] que comme modèles de texture [CRO83] [HU92]. Cross & al. [CRO83] ont présenté dès 1983 un modèle de texture basé sur un champ de Markov binomial. Ce modèle permet aussi bien de synthétiser des textures artificielles que d'identifier les paramètres d'une texture naturelle à des fins de segmentation ou de classification.

Formalisons tout d'abord la modélisation d'une image par un Champ de Markov [GEM84] :

Soit S , une grille de sites : $S = \{s_1, \dots, s_N\}$ avec N : nombre de pixels de l'image.

Soit η , un système de voisinage sur la grille des sites S (4 ou 8 connexité par exemple).

Une image X est considérée comme un ensemble de variables aléatoires indexées par S : $X = \{X_s, s \in S\}$.

Soit $G = \{0, \dots, T-1\}$ l'ensemble des valeurs (labels) que peut prendre un site.

Soit Ω l'ensemble des images possibles: $\Omega = \{\omega = (x_{s_1}, \dots, x_{s_N}), \text{ avec } x_{s_i} \in G, i \in [1, N]\}$

Le champ X est dit markovien si et seulement si :

1°) Toutes les configurations ω sont possibles (*positivité*)

$$P(X = \omega) > 0, \forall \omega \in \Omega \quad (17)$$

2°) La probabilité qu'un site s soit associé à l'étiquette x_s , connaissant les étiquettes x_r de l'ensemble des autres sites, ne dépend que du voisinage η_s de s (*Markovienité*).

$$P(X_s = x_s | X_r = x_r, r \neq s) = P(X_s = x_s | X_r = x_r, r \in \eta_s) \quad (18)$$

3°) La probabilité $P(X_s = x_s | X_r = x_r, r \in \eta_s)$ est invariante par rapport au site s (*Homogénéité*).

Ce type de définition permet de construire assez facilement un champ de texture, en précisant, par la description d'un modèle de voisinage, les interactions à court terme entre les pixels.

Un algorithme approprié permet alors de construire différentes réalisations du champ ainsi constitué et donc de synthétiser des textures conformes à ce champ.

A l'inverse, un algorithme d'identification (moindres carrés, gradient conjugué, etc.) [PRE92] permettra, à partir d'une texture réelle, de retrouver les paramètres du modèle qui correspond le mieux à cette texture.

Le modèle de prise en compte du voisinage d'un pixel le plus simple à construire est le modèle autologistique. Il est basé sur la minimisation d'une fonction d'énergie d'interaction des pixels, qui encourage certains assemblages de pixels et en pénalise certains autres [GUY93]. Toutefois, ce type de modèle d'interactions conduit à des textures de synthèse assez éloignées de la réalité (voir Fig. 8).

Des modèles plus sophistiqués, comme le modèle markovien binomial, permettent par contre d'obtenir des textures de synthèse beaucoup plus "vraisemblables".

Cas du modèle markovien Binomial

Le champ à étudier est le champ des niveaux de gris et on se limite à l'étude d'une image comportant une seule texture homogène. Pour cela, on utilise le modèle binomial [CRO83] [MAR95], qui est un cas particulier du modèle markovien général (voir définition précédente). Il est basé sur la loi statistique binomiale classique.

Formulation

On emploie la formulation bien connue de la loi binomiale, avec la probabilité λ (qui dépend du voisinage) et un nombre de « tirages » égal à $\Gamma-1$ (où Γ est le nombre total de niveaux de gris). Ainsi on peut écrire que la probabilité conditionnelle d'avoir un niveau de gris n dans le site s est :

$$p(x_s = n | x_t, \forall t \in \eta_s) = \binom{\Gamma-1}{n} \cdot \lambda^n \cdot (1-\lambda)^{\Gamma-1-n} \quad (19)$$

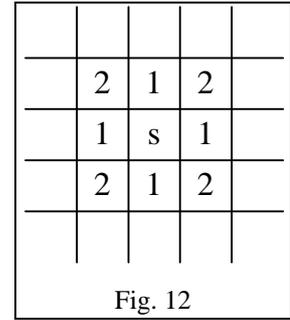
η_s représente le voisinage du site s .

En fait, λ n'est pas une constante. C'est une fonction du voisinage η :

$$\lambda = \frac{\exp(\Psi)}{1 + \exp(\Psi)} \quad (20)$$

Ψ est une fonction (linéaire ou non) calculée sur les niveaux de gris des pixels appartenant au voisinage du site considéré et qui prend des expressions différentes selon l'ordre du modèle.

Dans la figure ci-contre, on montre les pixels pris en compte pour les ordres 1 et 2 (le voisinage d'ordre 2 comprend les sites de l'ordre 1 et ceux numérotés "2").



Plus l'ordre du modèle est grand, plus la taille de la primitive de la texture est grande.

Ainsi pour un modèle d'ordre 2, on pose :

$$\Psi = a + b_1(x_{i,j-1} + x_{i,j+1}) + b_2(x_{i-1,j} + x_{i+1,j}) + b_3(x_{i-1,j-1} + x_{i+1,j+1}) + b_4(x_{i+1,j-1} + x_{i-1,j+1}) \quad (21)$$

Une réalisation du processus textural est donc caractérisée par le vecteur de paramètres $\vec{\omega} = [a \ b_1 \ b_2 \ b_3 \ b_4]^T$.

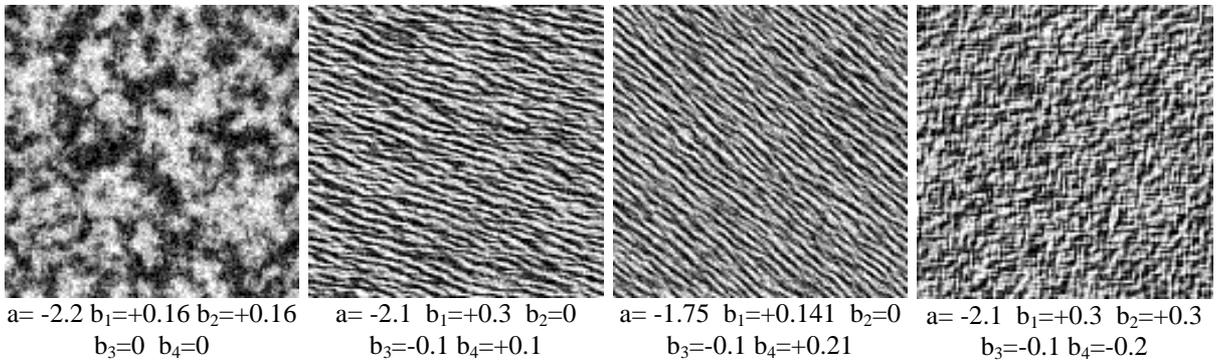
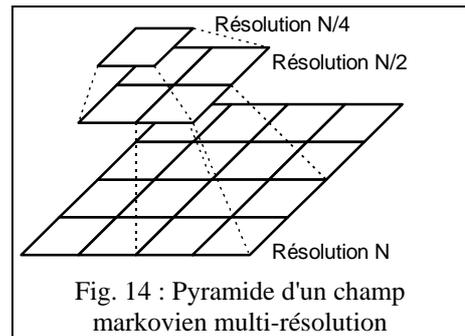


Fig. 13 : Exemples de textures markoviennes binomiales de synthèse

Les coefficients a, b_1, b_2, b_3, b_4 du vecteur $\vec{\omega}$ peuvent être assimilés à des attributs texturaux (Fig. 13). De plus, il est possible de leur associer une signification perceptuelle. Le paramètre a est lié au niveau de gris moyen de la texture, les coefficients b_1, b_2, b_3, b_4 décrivent respectivement l'homogénéité horizontale (b_1), verticale (b_2) et diagonale (b_3 et b_4) de la texture. Cet aspect sera par ailleurs développé au chapitre suivant, dans le cadre de l'estimation de l'orientation des textures.

De nombreux travaux récents [BOU91] [PER92] ont étudié la construction de champs markoviens pyramidaux (multi-résolutions) principalement dans le domaine de la segmentation. Cette démarche s'apparente à la décimation déjà présentée dans le cadre des ondelettes, en ce sens qu'il s'agit de représenter l'image à des résolutions allant du plus grossier au plus fin (*coarse to fine*).



L'objectif essentiel de cette construction pyramidale est de limiter le temps de calcul extrêmement pénalisant de certains algorithmes comme le MAP¹, tout en évitant de converger vers des solutions très nettement sous-optimales comme l'ICM².

Pour les mêmes raisons que celles évoquées lors de la présentation de la transformée en ondelettes (paragraphe I.2.2.2), la représentation du champ de pixels à différents niveaux de résolution n'est pas directement exploitable pour la représentation multi-échelle d'un champ d'orientation.

I.2.3.2 Modèle Auto Régressif bidimensionnel

Depuis une vingtaine d'années, les modèles Auto-Régressifs bidimensionnels (AR 2D) causaux et non causaux sont utilisés pour traiter des signaux bidimensionnels [MAR80]. Ces modèles sont en particulier appliqués avec succès à la représentation de textures [CHE85]. Par exemple, dans [KAS86] un modèle non causal bidimensionnel (NCAR) a été défini et permet de fournir un ensemble d'attributs texturaux insensibles à l'orientation générale de la texture qu'ils décrivent.

En modélisant une image texturée comme la réalisation d'un processus stochastique bidimensionnel, la texture peut également être caractérisée par les coefficients en treillis 2D obtenus par identification d'un modèle AR 2D à l'aide de l'algorithme en

¹ Maximum A Posteriori : méthode stochastique convergeant vers un minimum global de la fonction d'énergie.

² Iterated Conditional Mode : méthode déterministe convergeant vers le premier minimum local rencontré. Son efficacité dépend de la qualité de la configuration initiale.

treillis de type moindres carrés récursifs 2D *Fast Lattice Recursive Least Squares* ou TDFLRLS [THE81] [ALA95b].

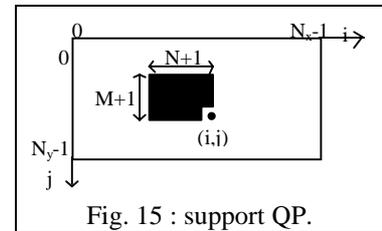
Principe du Modèle AR 2D.

Dans un espace discret bidimensionnel, le modèle linéaire Auto Régressif bidimensionnel (AR 2D) permet de décrire un processus stochastique stationnaire et de moyenne nulle [ALA95b].

$$x(i, j) = \sum_{(m,n) \in D} a(m,n)x(i-n, j-m) + e(i, j) \quad (22)$$

La valeur du niveau de gris $x(i,j)$ en un point (i,j) de l'image, est considérée comme la sortie d'un filtre 2D excité par un bruit blanc gaussien de moyenne nulle $e(i,j)$. Ce filtre réalise la convolution des pixels contenus dans le support D avec les coefficients AR transverses 2D $\{a(m,n)/(m,n) \in D\}$.

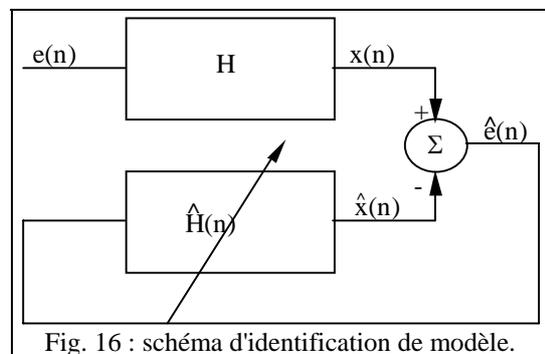
Pour l'image, il existe différents types de supports qui peuvent être causaux, semi-causaux ou non-causaux. La définition du support Quart de Plan (QP) (Fig. 15) d'ordre (M,N) est la suivante :



$$D_{QP} = \{(m,n) / 0 \leq m \leq M, 0 \leq n \leq N, (m,n) \neq (0,0)\}$$

L'utilisation d'un tel support permet de donner de manière arbitraire une causalité à l'image en décidant d'un ordre de parcours de type lexicographique des pixels (de gauche à droite et de haut en bas par exemple). En effet, les pixels contenus dans ce support appartiennent alors tous au passé du pixel courant. Les conditions aux limites de l'image pour la définition du support sont résolues en supposant que l'image a une connexité cylindrique

La causalité et le parcours de l'image étant définis, les algorithmes de filtrage adaptatif récursif développés en 1D [STR90] sont extensibles au cas bidimensionnel. A l'aide des algorithmes de type moindres carrés récursifs, les coefficients transverses 2D sont obtenus



en minimisant récursivement de manière quadratique l'erreur de prédiction linéaire (Eq. (23)).

$$\hat{e}(i, j) = x(i, j) - \hat{x}(i, j) \text{ avec } \hat{x}(i, j) = \sum_{(m,n) \in D_{QP}} a(m, n)x(i - n, j - m) \quad (23)$$

En posant $n=j \times L+i$ (avec L : taille horizontale de l'image), le schéma d'identification du modèle AR 2D pour un processus stochastique 2D $x(n)$ est donné Fig. 16.

Seulement, les algorithmes d'identification de modèle AR peuvent conduire à des modèles instables. En outre, ces modèles AR sont extrêmement sensibles aux erreurs de troncatures et d'arrondis. Néanmoins, les filtres en treillis [STRO90] qui minimisent l'erreur de prédiction de l'équation de prédiction linéaire à l'aide des coefficients de réflexion permettent de palier ces inconvénients. Une autre propriété des filtres en treillis est la modularité sur l'ordre. Cette propriété est particulièrement intéressante lorsque l'ordre du processus à modéliser est inconnu. Ce qui est souvent le cas avec des images "naturelles".

Anisotropie et échelle

- Une application montrant la classification de textures selon leur anisotropie sera présentée au chapitre III. L'appartenance d'une image à une classe de texture y est déterminée par Analyse Factorielle Discriminante (AFD) des coefficients transverses 2D obtenus par la méthode présentée ci-dessus.
- Le caractère global de ce modèle et le nombre de pixel nécessaires à la convergence du filtre de prédiction rendent délicate l'adaptation de ce modèle à une caractérisation multi-échelle des textures.

I.2.3.3 Modèles Fractals

La géométrie fractale [MAN95] [PEN84] a connu un large succès pour la modélisation de systèmes complexes (voir chaotiques) et ce dans de très larges domaines (allant de l'économie à la physique). Certains aspects de la géométrie fractale peuvent également être exploités afin de caractériser les textures présentes dans les images. C'est notamment le cas de la dimension fractale et de la lacunarité.

La dimension fractale d'une image ou d'une courbe est l'expression de sa *dimension non entière*. Elle mesure sa rugosité et caractérise le désordre qui règne sur cette image ou sur cette courbe [VOS98]. Intuitivement, une courbe étant considérée comme ayant une dimension intermédiaire entre celle de la droite (dimension 1) et celle du plan (dimension 2), sa dimension fractale sera comprise entre 1 et 2.

Une image peut être assimilée à une surface 3D en utilisant la luminance comme une altitude (axe z). Elle aura donc une dimension fractale comprise entre 2 et 3. Autrement dit, plus la rugosité de cette image sera importante, plus sa dimension fractale sera proche de 3 (Fig. 17). A l'inverse, une image très "régulière" aura une dimension fractale proche de 2 (Fig. 18).

La dimension fractale se formalise de la façon suivante.

Supposons qu'une image I soit composée d'une seule texture et que la surface S décrite par cette texture soit auto-similaire à une échelle r (c'est à dire que cette surface S soit partitionnable en N parties disjointes toutes identiques à rS par translation ou rotation). Dans ce cas, la dimension fractale de S est $D = \frac{\ln N}{\ln \frac{1}{r}}$.

La simulation d'un mouvement brownien fractionnaire de dimension fractale D quelconque permet de synthétiser des courbes ou des images fractales. On peut donc assimiler les fractales à un modèle textural minimal (un seul paramètre : la dimension fractale).

Les Fig. 17 et Fig. 18 donnent des exemples de textures fractales, et montrent les surfaces 3D associées.

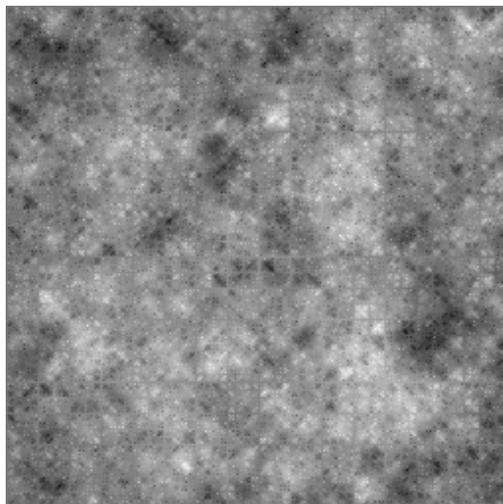
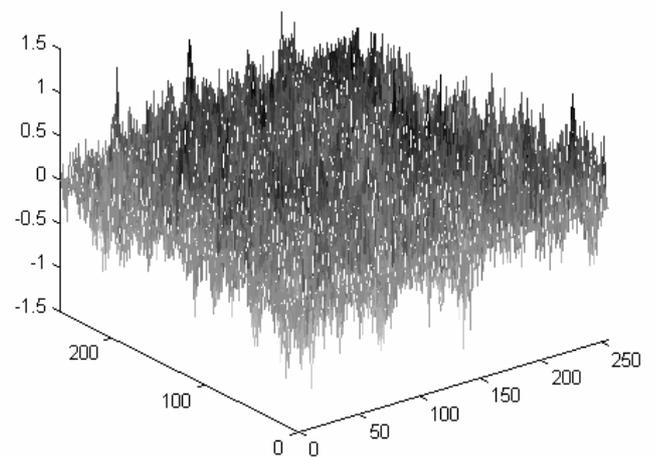


Image de synthèse
dimension fractale $D=2.8$



Surface 3D correspondante

Fig. 17 : Textures fractales à faible et forte rugosité

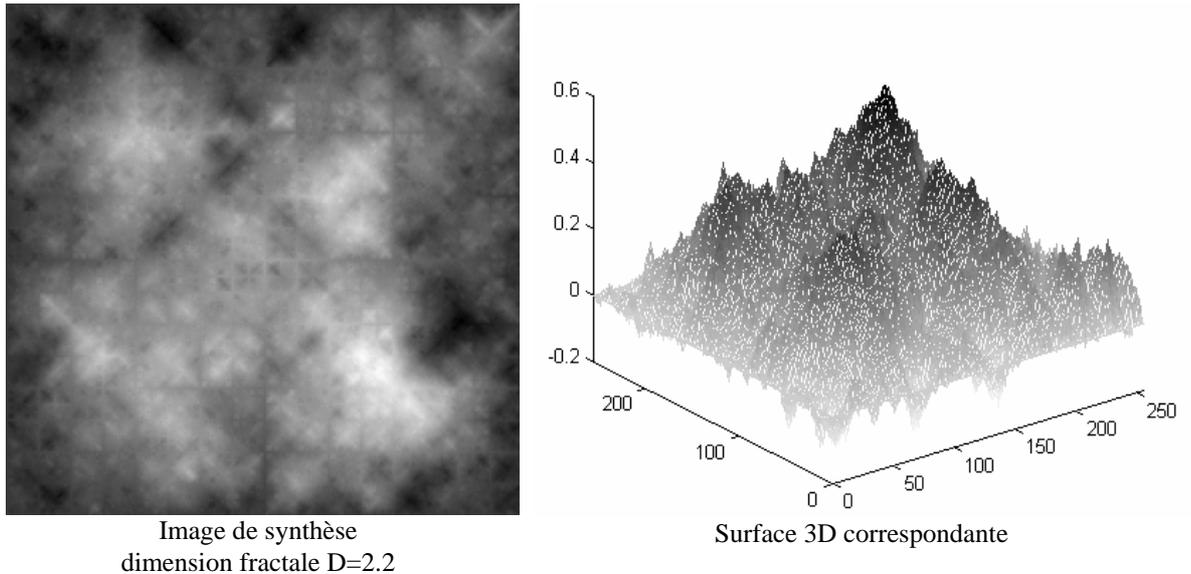


Fig. 18 : Textures fractales à faible et forte rugosité

Il est évident que, mises à part les surfaces de synthèse créées selon un modèle fractal, les images naturelles ne sont en général pas auto-similaires. On considère toutefois qu'un ensemble est statistiquement auto-similaire si les partitions évoquées plus haut sont statistiquement identiques. En général, on se contente de vérifier cette similarité statistique (moins contraignante) sur les deux premiers moments statistiques.

La dimension fractale D peut être estimée de plusieurs façons. Citons notamment :

- Le box-counting [VOS86]. Cette technique consiste, pour une taille donnée L , à compter le nombre N_{box} de boîtes cubiques d'arêtes L contenant au moins un pixel de la surface 3D représentant l'image. Soit L_{max} la taille (horizontale et verticale) de l'image (supposée carrée). La dimension fractale est alors donnée par la relation : $N_{box}(L) = \left(\frac{L_{max}}{L}\right)^D$. Cette valeur N_{box} est calculée pour différentes valeurs de L . Ensuite, une régression linéaire dans le plan logarithmique $[\ln(N_{box}), \ln(L)]$ est conduite pour estimer D .
- Mandelbrot [MAN95], Sarkar et Chaudury [SAR92] proposent une méthode un peu différente basée sur le calcul de $P(m,L)$, la probabilité d'avoir m pixels dans une boîte cubique de taille L .

Cette dernière méthode permet également de calculer différents moments basés sur $P(m,L)$, notés $M^q(L)$ et définis comme suit :

$$M^q(L) = \sum_{m=1}^N m^q P(m, L) \text{ avec } q = \dots -2, -1, 1, 2 \dots (q \neq 0 \text{ car } M^0(L) = 1, \forall L).$$

Une dimension multifractale D_q peut alors être définie par :

$$D_q = \frac{1}{q} \times \frac{\partial \ln M^q(L)}{\partial \ln L} \text{ pour } q \neq 0$$

$$D_0 = \frac{1}{q} \times \frac{\partial \left(\sum_{m=1}^N \ln m P(m, L) \right)}{\partial \ln L} \text{ pour } q=0$$

Un vecteur d'attributs texturaux peut ainsi être constitué pour différentes valeurs de q pré-définies. Une application de cette méthode à la caractérisation des textures peut être trouvée dans [FIO95]. D'autres méthodes multifractales sont développées dans [COQ95] et [LEV96]

Dans ces deux références bibliographiques, on trouvera également la description d'un autre attribut textural basé sur les fractales : la lacunarité. Cette propriété décrit la dispersion de la mesure de la dimension fractale. La lacunarité $\Lambda[L]$ peut se définir

de différentes façons, notamment par l'expression : $\Lambda(L) = \frac{\langle M^2(L) \rangle - \langle M(L) \rangle^2}{\langle M(L) \rangle^2}$

Echelle et orientation

- Une application de la dimension fractale à l'estimation de l'orientation des textures par association avec une méthode de projection angulaire sera présentée dans le chapitre suivant (paragraphe II.1.3).
- Certains auteurs ont introduit la notion de *signature fractale multi-échelle* d'une texture [RIC95]. Il s'agit d'évaluer (en fonction de l'échelle) les variations d'une mesure permettant l'estimation de la dimension fractale. La notion d'échelle n'est toutefois pas la même que celle définie au début de ce chapitre. Elle représente la taille des boîtes utilisées par la méthode d'estimation choisie (comme le box-counting par exemple). Or cette taille s'exprime autant dans les dimensions habituelles de l'image (axes x et y) que dans l'axe z (niveaux de gris). Cette méthode représente en fait une alternative au spectre multi-fractal.
- La géométrie fractale est, par essence, multi-échelle. En effet, le fondement des fractales est l'autosimilarité c'est à dire la conservation des mesures après toute

opération de dilatation. Cette propriété peut permettre de modéliser des textures qui conservent une anisotropie constante à toute échelle. Elle ne peut évidemment pas être généralisée à toutes les textures directionnelles, qui elles, ne sont pas systématiquement auto-similaires.

I.2.4 Autres attributs texturaux

I.2.4.1 Spectre Textural

He et Wang ont défini une mesure très locale de la texture nommée *unité texturale* (textural unit). La distribution de ces unités texturales sur l'ensemble d'une image est appelée Spectre Textural (Texture Spectrum) [HE91].

Le calcul de statistiques sur le spectre textural d'une image permet de construire de nouveaux indicateurs texturaux selon une démarche un peu similaire à celle employée par Haralick et Galloway (voir paragraphes I.2.1.2 et I.2.1.3).

Les principes de base de cette méthode sont les suivants.

Soit V_0 un pixel d'une image (en dehors des bords) et soient V_i ($i \in \{1, 2, \dots, 8\}$) les voisins de V_0 .

L'unité texturale U_0 de V_0 est basée sur l'ensemble des 8 éléments E_1 à E_8 définis par :

$$E_i = \begin{cases} 0 & \text{si } V_i < V_0 \\ 1 & \text{si } V_i = V_0 \\ 2 & \text{si } V_i > V_0 \end{cases} \quad \text{avec}$$

V_1	V_2	V_3
V_8	V_0	V_4
V_7	V_6	V_5

$$\text{et } U_0 = \sum_{i=1}^8 E_i \times 3^{i-1}$$

U_0 prend une valeur dans l'ensemble $\{0, 1, \dots, 6560\}$.

Ensuite, à partir des fréquences des valeurs des U_0 calculées sur toute l'image, les auteurs proposent huit indicateurs texturaux nommés :

- BWS (Black and White Symmetry),
- GS (Geometric Symmetry)
- DD (Degree of Direction)
- MHS, MVS, MDS1, MDS2 (Micro Horizontal, Vertical, Diagonal Structure)
- CS (Central Symmetry)

Les formulations de ces indicateurs sont données en annexe 3.

Comme leur nom l'indique, ces indicateurs décrivent particulièrement les aspects *symétrie* et *directionnalité* des textures. Toutefois, leur prise en compte de la direction se limite aux angles (0°, 45°, 90°, 135°) ce qui ne permet pas de fournir une mesure précise de l'orientation d'une texture.

Par contre, les indicateurs peuvent être calculés sur des fenêtres de taille paramétrable, ce qui permet de choisir l'échelle d'observation de la texture.

1.2 4.2 Morphologie Mathématique

La morphologie mathématique, introduite par Matheron et Serra [SER82] dans les années 60, est une théorie ensembliste qui prend en considération la forme des objets présents dans une image. Elle est principalement fondée sur la topologie et les lois de la probabilité. La morphologie mathématique est à l'origine de nombreux traitements très populaires en analyse d'images binaires (noir et blanc), comme l'érosion, la dilatation ou la squelettisation [COS89]... Les techniques issues de cette théorie sont transposables aux images en niveaux de gris. On parle alors de morphologie en niveau de gris.

Certaines de ces techniques sont applicables à l'extraction d'attributs texturaux. On citera notamment la granularité et l'anisotropie (cette dernière propriété étant détaillée dans le chapitre suivant).

Présentons, à titre d'exemple, l'opérateur de *covariance morphologique* et son application à la caractérisation de la granularité des textures.

Tout d'abord, définissons rapidement la notion d'érosion.

Erosion [COS89]

Nous nous situons dans \mathbb{E}^2 . Soit X l'ensemble initial (les points noirs de l'image par exemple). Soit B un élément structurant formé d'une figure géométrique simple et repéré par son centre. Soit B_x la transposition de cet élément au point x .

Soit Y la transformation de X en utilisant l'opérateur d'érosion par l'élément B_x .

Alors $Y = E^B(X) = \{x: B_x \subset X\}$.

Covariance morphologique [COS89] [SER82]

Soit $B_{h\theta}$ l'élément structurant constitué des extrémités du vecteur de module h et d'argument θ . La covariance de l'image X (relativement à h et θ) est la mesure de Lebesgue de X érodé par $B_{h\theta}$: $C(X, h, \theta) = Mes(E^{B_{h\theta}}(X))$

Pour les images numériques, la mesure de Lebesgues sera assimilée au nombre de pixels de l'image érodée.

Dans le cas d'une texture isotrope, on choisit une valeur arbitraire θ , puis on fait varier h . Dans le cas d'une texture directionnelle, l'étude de θ devient primordiale. Une étude locale (c'est à dire limitée à une fenêtre glissante) est également possible.

Les valeurs obtenues pour différents couples (h, θ) peuvent alors constituer des attributs texturaux liés à la taille des primitives selon différentes directions.

On retrouve une approche un peu similaire à celle de la covariance morphologique dans [GRA94].

On note que l'étude du résultat obtenu en faisant varier la distance h permet de prendre de compte des objets de tailles diverses. C'est un des principes qui permet de mesurer la granulométrie des objets d'une image. Il autorise donc la prise en compte de l'échelle d'observation dans la mesure de propriétés dimensionnelles ou angulaires.

L'application de modèles morphologiques pour la synthèse de textures et la mesure de paramètres texturaux sur des images en niveaux de gris peut également être trouvée dans [PRE88]. Dans [SIV94], un opérateur de granulométrie morphologique est appliqué à la caractérisation de textures Markoviennes de synthèse (comme celles de la Fig. 7).

La rose des intercepts et la rose des directions sont fréquemment employées pour déterminer l'orientation et l'anisotropie d'objets ou de textures [COS89]. Ces méthodes sont détaillées dans le chapitre II.

1.2.4.3 Intégrales curvilignes

Il est possible d'obtenir une famille d'attributs texturaux par le calcul d'intégrales curvilignes sur une image. Cette approche consiste, en chaque point M de l'image, à

calculer pour une direction θ donnée, l'intégrale curviligne de la courbe des niveaux de gris le long des deux demi-droites d'angle θ passant par M .

Dans chaque sens, le nombre $N(M, \theta, \mu)$ de pixels nécessaires pour que cette intégrale curviligne atteigne un seuil μ permet d'obtenir un attribut textural. Pour l angles θ distincts, on obtient ainsi un vecteur de $2 \times l$ attributs texturaux. Ces attributs ont été utilisés le cadre de la segmentation d'images texturées dans [BAR84].

1.2.4.4 Utilisation de filtres

D'autres attributs texturaux peuvent également être obtenus par l'application de filtres comme les filtres de Sobel ou Prewitt pour le gradient, les filtres directionnels (steerable filters). Ils seront détaillés dans le chapitre suivant dans le cadre de l'estimation de l'orientation d'une texture.

1.3 Critères de choix d'un attribut textural

Les approches présentées dans les paragraphes précédents ont chacune leurs caractéristiques propres. Certaines sont quasi-génériques et peuvent s'appliquer à n'importe quel type d'images. C'est le cas par exemple des matrices de cooccurrence (si l'on fait abstraction des limites de la conjecture de Julesz concernant les textures définies par des statistiques d'ordre supérieur à 2).

D'autres méthodes sont plus spécifiques à un type de textures ou d'attributs particuliers. C'est ainsi que les approches basées sur un modèle (fractal, markovien ou autre) seront particulièrement appropriées aux textures semblables à celles que ces modèles peuvent synthétiser.

Il convient de noter que les matrices de cooccurrences constituent toutefois l'outil de caractérisation texturale le plus populaire, même dans les applications récentes. L'engouement manifesté pour cet outil est sans doute dû au fait qu'il est fondé sur des statistiques d'ordre deux et donc bien adapté à la description des propriétés texturales auxquelles l'oeil humain est le plus sensible.

Dans la plupart des méthodes génériques présentées précédemment, une des premières difficultés que l'on rencontre est le choix d'une approche, et au sein de cette approche, le choix du - ou des - bons attributs texturaux, aptes à résoudre le problème posé.

Des études comparatives ont été menés pour confronter approches et indicateurs pour une classe particulière d'images [BAR95] [DUB90] [GOT90].

Différentes démarches ont été proposés pour la sélection des attributs adéquats.

Les solutions généralement rencontrées sont les suivantes :

- Choix arbitraire d'un ou plusieurs attributs en fonction de l'adéquation entre la propriété texturale décrite par l'attribut et la caractéristique à identifier. Cette approche (empirique) peut par exemple convenir pour caractériser la qualité d'un matériau par l'estimation de la rugosité de sa texture.
- Utilisation d'un réseau de neurones avec de multiples attributs texturaux en entrée avec une phase d'apprentissage pour permettre au réseau d'affecter des poids significatifs aux attributs appropriés [RIC95]. Cette méthode manque peut être d'élégance mais simplifie l'analyse en éludant le problème posé.
- Etude préalable des textures présentes dans les images à traiter par une Analyse Factorielle Discriminante, pour déterminer, parmi un ensemble d'attributs, ceux qui sont les plus pertinents. Si l'ensemble d'apprentissage est correctement choisi, cette approche permettra de sélectionner l'attribut ou la combinaison linéaire d'attributs la plus efficace pour distinguer les textures à étudier [LAV97].

D'autres algorithmes de choix ont été proposés et comparés dans [JAI97b]

Chapitre II

Mesure de l'orientation dominante d'une texture

La "directionnalité" et son corollaire l'orientation sont des paramètres fondamentaux des textures. L'oeil humain y est d'ailleurs particulièrement sensible. Aussi, l'estimation de l'orientation des textures présentes dans les images suscite l'intérêt de nombreux chercheurs, que ce soit dans les domaines de la segmentation, de la reconnaissance de formes ou du filtrage des images.

Dans le domaine de la segmentation, deux cas peuvent se produire.

- Soit les variations de l'orientation d'une texture sont considérées comme des perturbations dont il convient de s'affranchir [COH91b]. Dans ce cas, deux textures identiques, à un facteur de rotation près, sont considérées comme les réalisations de processus non discernables.
- Soit, au contraire, l'orientation est une caractéristique texturale à part entière, et dans ce cas des textures ne différant que par leur orientation doivent être distinguées.

Certains auteurs analysent les modifications d'orientation des textures liées à des phénomènes de déformation projective [COH91b] [COL96]. C'est ainsi que les motifs texturaux apparents sur des objets 3D sont alors exploités pour permettre la reconstruction de leur forme (tridimensionnelle) [COH91a].

On retrouve également des aspects directionnels dans les problèmes d'étude du mouvement dans une séquence d'images (flot optique) [BIG91] et dans le cadre de l'identification des empreintes digitales [JAI97b].

La mesure de l'orientation dominante est généralement basée sur des approches statistiques. La notion explicite d'objet n'est généralement pas indispensable. Présentons donc différentes approches possibles pour l'estimation d'une orientation dominante et étudions comment les adapter à l'étude d'un motif textural. Les méthodes plus particulièrement mises en œuvre dans le cadre de cette thèse seront ensuite détaillées.

II.1 Panorama des outils de mesure des orientations

La mesure de l'orientation principale d'une texture ou d'un objet peut être abordée de deux façons.

- La première voie consiste à appliquer un algorithme spécifique le long d'une direction donnée, puis à faire varier cette direction selon un ensemble d'angles prédéfinis. Les matrices de cooccurrences, les algorithmes projectifs, les filtres directionnels et les approches morphologiques appartiennent à ce groupe de méthodes.
- D'autres outils, comme le calcul du gradient ou la transformée de Hough (dans le cas binaire), fournissent directement une mesure angulaire de l'objet étudié. Ces dernières méthodes permettent de ne pas avoir à définir a priori quels sont les angles à étudier.

Les principales méthodes d'estimation de la direction d'une texture sont présentées ci-après.

II.1.1 Matrices de cooccurrences

Les matrices de cooccurrences d'une image [HAR73] fournissent une description très riche de la texture qu'elle contient. Comme nous l'avons vu au chapitre précédent (paragraphe I.2.1.2), les paramètres qui déterminent une matrice de cooccurrence $P(i,j,\theta,d)$ sont l'angle θ et la distance d . En général, ces matrices sont calculées pour des angles $\theta \in \{0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ\}$.

Pour les textures isotropes, une moyenne des quatre matrices ainsi obtenues est ensuite effectuée. Au contraire, dans le cas d'une texture directionnelle, les différences révélées par les quatre matrices sont sources d'informations quant à l'orientation de la texture et sa périodicité.

Par exemple, Zucker et Terzopoulos ont montré dans [ZUC80] qu'il était possible de retrouver la structure de placement des primitives d'une texture, c'est à dire d et θ en exploitant judicieusement les différentes matrices obtenues. La méthode suggérée repose sur l'idée que si une texture est constituée par la répétition d'un motif suivant une règle de placement bien définie, alors il existe une relation de dépendance entre les lignes et les colonnes des matrices de cooccurrence. Un indicateur fondé sur le χ^2 est alors construit pour mesurer le degré de dépendance entre les lignes et colonnes des matrices de cooccurrence de l'image et ce pour différentes valeurs de d et θ .

Cette idée est à la base de la méthode proposée par Kim et Park dans [KIM92] (voir paragraphe II.1.3).

Remarques :

Pour fournir des résultats précis, il convient de construire les matrices de cooccurrence pour un grand nombre d'angles distincts. Le coût calculatoire d'une telle approche devient alors prohibitif.

II.1.2 Histogramme des différences des niveaux de gris étendues

Parallèlement aux matrices de cooccurrence, il existe une autre forme de statistiques d'ordre deux qui a été conçue pour fournir de nouveaux descripteurs de textures, comme la symétrie ou l'anisotropie. Il s'agit des histogrammes des différences des niveaux de gris étendues [CHE95a]. Cette statistique consiste simplement à calculer la distribution des différences de niveaux de gris entre toutes les paires de sites s_i et s_j séparées par un vecteur V de coordonnées polaires (ρ, θ) .

Les différences de niveaux de gris sont dites étendues car les angles θ sont quelconques (et non des multiples de 45°) et les rayons ρ sont réels (et non entiers).

Les localisations définies à partir des vecteurs V ne correspondent pas exactement à des sites de la grille des pixels de l'image. Dans ce cas, une interpolation est effectuée sur les sites voisins.

A l'instar des matrices de cooccurrences, des indicateurs peuvent être calculés pour chaque histogramme associé à un vecteur V . En faisant varier le couple (ρ, θ) , on peut construire, pour un indicateur donné, une représentation polaire de l'évolution de cet indicateur. La matrice $M(\rho, \theta)$ ainsi obtenue est appelée *carte polaire des interactions* ou encore *carte polaire des symétries* selon l'indicateur utilisé.

La transformation de cette carte en coordonnées cartésiennes (abscisses θ , ordonnées ρ) permet d'obtenir une *carte des symétries* (ou des *interactions*). Sur cette représentation, les symétries que présentent généralement les textures apparaissent sous la forme de pics verticaux de forte intensité aux abscisses correspondant à l'orientation du ou des axes de symétrie éventuels de la texture. Les orientations principales des textures apparaissent donc très nettement sur ces cartes.

Remarques

- L'obtention de l'angle d'orientation principal d'une texture à partir de cette méthode reste encore un problème délicat. Cette méthode fournit (au prix d'un coût calculatoire élevé) une carte (quelle soit de symétrie ou d'interaction) comportant un grand volume d'informations. En effet, si l'on veut mesurer l'angle avec précision, de nombreuses valeurs de θ et ρ doivent être envisagées. Ensuite, cette carte doit être réduite afin de fournir (par projection par exemple) une courbe $C(\theta)$ dont on pourra extraire un maximum.
- En outre, si l'orientation dominante varie selon les régions de l'image, cette méthode étant globale, il n'est pas possible de prendre en compte la position des différentes orientations.

II.1.3 Méthodes projectives

La projection des pixels d'une image selon une direction donnée (et sa réciproque la rétroprojection) sont des outils fondamentaux en analyse d'images, particulièrement en imagerie médicale. La transformée de Radon ([RAD17] cité dans [GUE95]) est l'outil le plus populaire pour effectuer ce type d'opérations. Le principe de la projection d'une image suivant un angle θ est le suivant.

L'image $f(x,y)$ est considérée comme une fonction de $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$. Soit (θ, r) le couple (angle, rayon) définissant l'équation polaire d'une droite D .

Alors la projection de l'image f dans la direction θ (Fig. 19) est l'intégrale $g_\theta(r)$ de la fonction f le long de la droite D , définie par:

$$g_\theta(r) = \iint f(x,y) \cdot \delta(x \cdot \cos\theta + y \cdot \sin\theta - r) dx \cdot dy \text{ avec } \delta(u) \text{ distribution de Dirac.}$$

Cette expression continue se transpose au cas discret en sommant les valeurs des niveaux de gris des pixels rencontrés le long de chaque droite D .

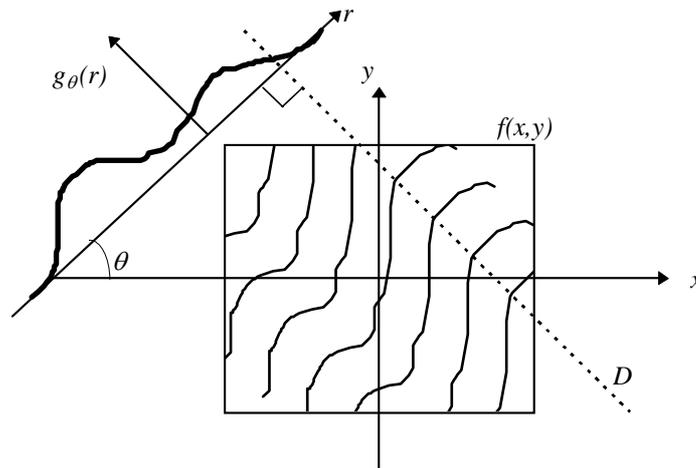


Fig. 19 : Principe de la projection

On trouvera dans [GUE95] et [NOR96] une version exacte de la transformée de Radon, applicable à un support discret (image numérique) et calculée pour des angles θ choisis pour éviter le calcul de l'interpolation les pixels *partiellement coupés* par la droite D .

La projection ainsi définie fournit donc un ensemble de valeurs discrètes $G_{j\theta}(r)$ caractéristiques de la projection θ d'une image. L'ensemble de ces projections pour différents angles θ pris dans l'intervalle $[0, \pi[$ permet d'estimer le ou les angles caractéristiques de la texture (s'ils existent). Pour ce faire, différentes méthodes peuvent être employées. Elles portent soit sur la recherche des vallées et pics les plus marqués, soit sur la rugosité de la courbe $G_{j\theta}(r)$ obtenue.

Dans [KIM92], des indicateurs de pics et de vallées de la courbe $G_{j\theta}(r)$ sont définis. Lorsque ces valeurs sont maximales, l'angle θ correspondant est retenu.

Dans [DAI95] et [CUG95], la dimension fractale (voir paragraphe I.2.3.3) de chaque courbe est estimée. La plus petite dimension fractale obtenue pour l'ensemble des courbes correspond à l'angle principal de la texture.

Remarques :

Ces méthodes donnent des résultats intéressants en codage et en segmentation de textures, particulièrement lorsque l'on est confronté à des images composées d'un motif textural unique avec des orientations différentes. Toutefois l'obligation de déterminer *a priori* l'ensemble des angles de rotation possibles limite la précision de l'évaluation de la mesure.

II.1.4 Méthodes basées sur l'orientation locale des contours

II.1.2.1 Gradient

Le vecteur gradient, dans ses différentes formes algorithmiques, est l'un des opérateurs de base pour l'extraction des contours des objets d'une image.

Son principe consiste à mesurer, pour un pixel donné, l'amplitude et la direction de la plus forte transition entre ce pixel et ses voisins.

Cette technique est donc également applicable à l'estimation de l'orientation d'une texture, particulièrement dans le cas des textures directionnelles longiformes (c'est à dire formées d'éléments linéaires plus ou moins parallèles).

Présentons le principe général du vecteur gradient en traitement des images.

Principe général

On peut assimiler une image (Fig. 20. Image de synthèse) à une surface 3D continue $z=f(x,y)$ (Fig. 21) où les axes horizontaux x et y représentent le plan de l'image et où l'axe vertical z représente le niveau de gris.

Les structures linéaires de la texture deviennent des crêtes et les séparations entre les lignes deviennent des vallées.

Le gradient $\vec{G}_{x,y}$ en un point P de la surface est alors un vecteur situé dans le plan horizontal (xy) qui caractérise (en amplitude et en orientation) la plus grande pente de la surface z au point (x,y) .

Le vecteur gradient s'obtient par :
$$\vec{G}_{x,y} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \\ \frac{\partial f(x,y)}{\partial y} \end{pmatrix} \quad (24)$$

Le module du gradient est maximum sur les flancs des crêtes et son orientation est alors normale aux "courbes de niveaux" donc à la texture. Il est nul au sommet des crêtes et au fond des vallées.

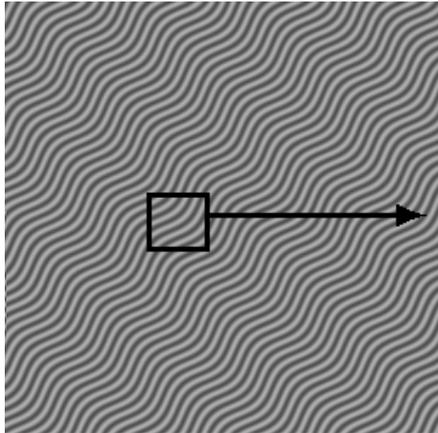


Fig. 20. Image de synthèse

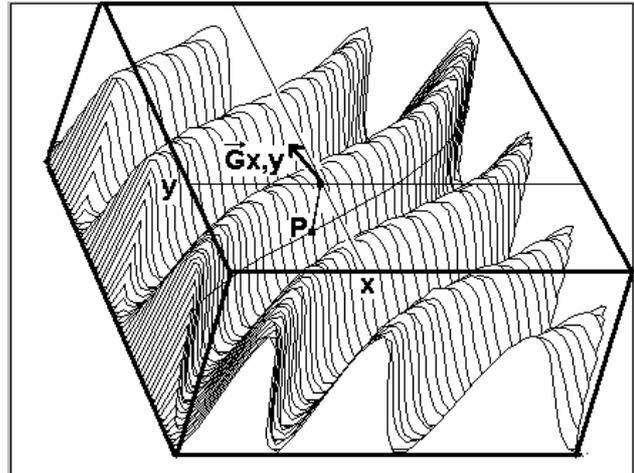


Fig. 21. Représentation du gradient de l'image

L'orientation du vecteur gradient indique donc l'orientation de la texture en un point donné, à $\pi/2$ près.

Les images numériques ne sont pas des surfaces continues mais des champs discrets de valeurs entières. Il convient donc de discrétiser la formulation donnée en (24).

Les filtres de Prewitt, Sobel, Canny, Deriche etc. permettent d'obtenir une approximation du gradient dans un contexte discret. Les formulations de ces filtres peuvent être trouvées dans [COQ95].

Nous reviendrons sur l'opérateur gradient dans le paragraphe II.2, pour l'étendre à l'estimation multi-échelle de l'orientation générale d'une texture.

II.1.2.2 Filtres orientés

Il est possible de déterminer l'orientation d'un objet par l'utilisation de filtres orientés, c'est à dire de filtres préservant les contours orientés dans une direction donnée.

Parmi les familles de filtres répondant à cette définition, on trouvera par exemple :

- les filtres gradients directionnels de Kirsh,
- les filtres orientables (steerable filters).

Le principe est toujours le même : il s'agit de modifier un filtre de référence (horizontal par exemple), par rotation, dérivation partielle ou tout autre moyen, pour obtenir un nouveau filtre opérant dans la direction θ .

Gradient directionnel de Kirsh

Il s'agit d'une famille d'opérateurs basés sur différentes rotations d'un filtre gradient classique.

Les directions θ sont prises dans l'ensemble $\{0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ, 225^\circ, 270^\circ, 315^\circ\}$. Le faible nombre d'angles possibles limite considérablement l'intérêt de cet opérateur.

Des exemples de ces filtres sont donnés dans [COQ95].

Filtres orientables

Les filtres orientables (steerable filters) [FRE91] sont construits à partir d'un filtre de référence généralement basé sur les dérivées partielles G d'une fonction gaussienne bidimensionnelle.

$$\begin{aligned} G_0(r, \alpha) &= \cos(\alpha)(-r.e^{-\rho^2/2}) \\ G_{\pi/2}(r, \alpha) &= \sin(\alpha)(-r.e^{-\rho^2/2}) \end{aligned} \quad \text{en coordonnées polaires}$$

A partir de ces fonctions de référence, on en déduit la formulation pour une direction θ quelconque :

$$G_\theta(r, \alpha) = \cos(\theta).G_0(r, \alpha) + \sin(\theta).G_{\pi/2}(r, \alpha)$$

Les résultats obtenus par l'application successive de ces différents filtres permettent d'obtenir localement (c'est à dire pour un petit groupe de pixels) des courbes polaires des orientations détectées, appelées cartes d'orientation.

D'autres formulations plus sophistiquées (et plus délicates à mettre en œuvre) pourront être trouvées (par exemple dans [SIM96]), afin d'éviter certains biais observés lors de l'application de ce type d'opérateur.

Remarque

Ces méthodes appartiennent au groupe des approches basées sur la mesure d'un attribut pour un ensemble discret (et limité) de directions. Elles souffrent donc d'une certaine imprécision, sauf à mettre en œuvre un nombre important de filtres pour des angles θ variés.

II.1.2.2 Rose des directions

Cette méthode est issue de la morphologie mathématique et peut être considérée comme la restriction du gradient au cas binaire.

La rose des directions [COS89] $R_d(X, \theta)$ d'un ensemble X (une image) est une courbe polaire qui mesure la somme des longueurs des segments orientés dans une direction θ que l'on peut trouver dans l'image X .

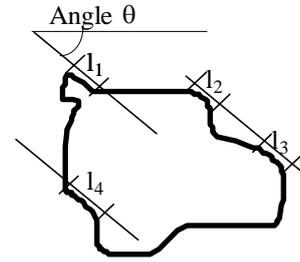


Fig. 22 : Rose des directions

Le résultat obtenu n'est autre que la distribution circulaire des orientations des contours pondérés par leur longueur. Le ou les modes de cette distribution indiquent alors les directions privilégiées de la texture ou des objets étudiés.

II.1.3 Méthodes à base de transformations orthogonales

II.1.3.1 Transformée de Fourier

L'analyse spectrale dans le domaine de Fourier permet également de retrouver l'orientation principale d'une texture. En effet, les éléments structurants qui forment la texture sont répartis à intervalles plus ou moins réguliers sur l'image (les variations de périodicité sont faibles si la texture est quasi-déterministe et elles sont d'autant plus importantes que la texture est désordonnée). Cette périodicité se manifestera par un pic d'énergie dans le domaine de Fourier.

Dans la cas d'une texture directionnelle, la distance entre deux éléments texturaux (microscopiques ou macroscopiques) et leur orientation sont à déterminer. Le périodogramme [ALA95a] révèle alors une concentration d'énergie sur la circonférence de rayon r_0 , représentant la fréquence spatiale r_0 caractéristique de l'écart entre deux textons (Fig. 23). L'analyse de la distribution de la densité d'énergie en coordonnées polaires $F(\theta, r_0)$ au voisinage de cette circonférence indique la position angulaire de cette concentration.

Ainsi, à partir du périodogramme, on obtient la courbe $g(\alpha)$ (Fig. 23)

$$g(\alpha) = |F(\alpha, r_0)|^2 \quad (25)$$

avec $\alpha=2\theta$, $\theta \in [0, 2\pi]$ et $F(\theta, r_0)$ correspondant à la densité d'énergie sur une circonférence de rayon r_0 (période π).

Comme l'énergie se concentre dans la direction orthogonale à l'orientation des structures directionnelles qui forment la texture, le calcul de l'orientation principale θ_0 se fait à l'aide du vecteur moyen V [ALA95a]

$$V = \frac{\int_0^{2\pi} g(\alpha) e^{j\alpha} d\alpha}{\int_0^{2\pi} g(\alpha) d\alpha} \quad (26)$$

$$\theta_0 = \begin{cases} \pi + \text{Arg}(V), & \text{Re}(V) \leq 0 \\ \text{Arg}(V), & (\text{Re}(V) \geq 0) \ \& \ (\text{Arg}(V) \geq 0) \\ 2\pi + \text{Arg}(V), & (\text{Re}(V) \geq 0) \ \& \ (\text{Arg}(V) \leq 0) \end{cases} \quad (27)$$

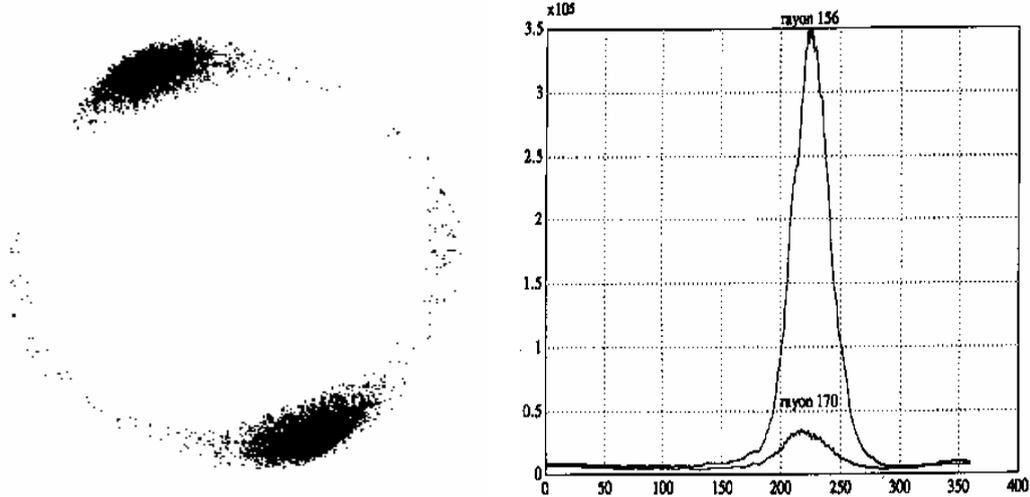


Fig. 23: Exemple de périodogramme d'une texture et courbe $g(\alpha)$ correspondante.

L'étude du périodogramme nous fournit donc l'orientation moyenne de la texture dans l'image.

L'étalement du pic d'énergie autour de la circonférence de rayon r_0 est également significatif de l'anisotropie de la texture dans l'image. Cet aspect sera détaillé dans le chapitre suivant.

II.1.3.2 Transformations en ondelettes

Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, la transformée en ondelettes d'une image consiste schématiquement en l'application, à une résolution donnée, de deux filtres, l'un dans le sens horizontal, l'autre dans le sens vertical.

La directionnalité de la transformée en ondelette résulte donc de cette décomposition [AYD96].

Les filtres étant l'un passe-bas et l'autre passe-haut on obtient les configurations suivantes :

Horizontal/Vertical	Passe Bas	Passe Haut
Passe Bas	Image de référence pour la résolution suivante	Détails verticaux
Passe Haut	Détails horizontaux	Détails diagonaux

En fait, à une résolution donnée, les images des détails horizontaux et verticaux sont obtenues de façon tout à fait comparable à la méthode décrite précédemment pour le calcul du gradient d'une image : pendant que l'on effectue un filtrage passe haut dans la direction souhaitée (horizontale par exemple), on effectue simultanément un filtrage passe-bas dans la direction normale (donc verticale) pour limiter l'influence du bruit.

Pour chaque site de la grille, une composante verticale et une composante horizontale peuvent donc être obtenues. L'estimation d'une direction peut donc être effectuée par un simple calcul trigonométrique.

L'autre supplément de la transformée en ondelettes est l'approche multi-résolution. En effet, le fait d'exploiter le résidu obtenu à un niveau de résolution n pour l'exploiter comme base au niveau de résolution $n/2$ permet de caractériser l'image à différentes échelles. Mais il s'agit dans ce cas de différentes échelles obtenues par décimation de la grille initiale des niveaux de gris.

Or, si l'orientation d'une texture évolue dans l'espace tout en conservant une taille de primitive constante, une approche multi-échelles ne saura pas distinguer les différences d'orientation à long terme des différences d'orientation à court terme. Elles seront mélangées dans le même niveau de résolution puisque elles sont basées sur des primitives texturales ayant la même taille.

Aussi, dans une approche multi-échelle de l'orientation des textures, il nous semble préférable de prendre pour base la grille des directions élémentaires de la texture plutôt que la grille des niveaux de gris des pixels. Nous présenterons une telle approche au paragraphe II.2.

II.1.3.3 Transformée de Hough

La transformée de Hough [KLE96] est un moyen performant pour détecter des segments de droites dans une image binaire. Cet outil peut être adapté à la détection de l'orientation d'une texture (après une binarisation de l'image), pourvu que celle-ci comporte des éléments texturaux de formes plus ou moins linéaires (textures longiformes par exemple). Le principe de base de cette méthode est de transformer tous les pixels situés sur une même droite en un point unique (ou pic) dans l'espace de Hough.

Soit une ligne droite D de l'image originale. L'équation paramétrique de la droite D est donné par $r = x.\cos\theta + y.\sin\theta$, avec θ l'angle entre la droite et l'axe horizontal et r la distance entre la droite et l'origine du repère.

Cette droite D ainsi que tout sous-ensemble de D aura pour transformée de Hough un point H de coordonnées cartésiennes (θ, r) .

Soit un point P de coordonnées cartésiennes (x, y) dans l'espace image. Les coordonnées polaires de P sont $\theta_0 = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$ et $r_0 = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Par le point P passe un ensemble infini de droites $\{D_{\theta, r}\}$ d'équation $r = x.\cos\theta + y.\sin\theta$.

Dans l'espace de Hough, ce point P aura donc pour transformée une courbe sinusoïdale $S(r, \theta)$ d'équation $r = r_0.\cos(\theta - \theta_0)$.

La présence d'un segment dans l'image originale se caractérisera par l'apparition d'un pic brillant à l'intersection des sinusoïdes correspondant aux points qui forment ce segment. Les pics seront d'autant plus brillants que le segment sera long.

Un attribut directionnel peut alors être extrait de la transformée de Hough, soit en effectuant une analyse de la position des pics, soit en partitionnant l'espace de Hough en bandes verticales correspondant à des secteurs angulaires pour former un vecteur d'attributs texturaux directionnels [MAR97].

II.1.4 Méthodes basées sur un modèle

Nous prendrons ici l'exemple d'une modélisation markovienne binomiale des textures, telle qu'elle a été présentée au chapitre précédent (paragraphe I.2.3.1).

D'autres modèles (comme les modèles AR) peuvent être utilisés de façon analogue pour déterminer l'orientation principale d'une texture.

Rappelons que la texture est décrite par une fonction Ψ paramétrée par le vecteur $\vec{\omega} = [a \ b_1 \ b_2 \ b_3 \ b_4]^T$

$$\Psi = a + b_1(x_{i,j-1} + x_{i,j+1}) + b_2(x_{i-1,j} + x_{i+1,j}) + b_3(x_{i-1,j-1} + x_{i+1,j+1}) + b_4(x_{i+1,j-1} + x_{i-1,j+1})$$

Le paramètre a est en relation directe avec le niveau de gris moyen de la texture [MAR95].

Les paramètres b_k déterminent le degré de regroupement des pixels : une grande valeur positive de b_1 (par rapport au reste des paramètres b_i) va encourager un regroupement de pixels dans le sens horizontal. Il en est de même avec b_2 pour la verticale et b_3 (resp. b_4) pour la diagonale à 45° (resp. 135°).

Les paramètres du vecteur $\vec{\omega}$ peuvent être utilisés pour estimer une information directionnelle sur la texture. En effet la différence $b_1 - b_2$ exprime *l'horizontalité* de la texture. Si cette différence est fortement positive, la texture admet une orientation fortement horizontale. Si elle est fortement négative, elle admet une orientation principale verticale. De même, la différence $b_3 - b_4$ exprime la *diagonalité de la texture*. Si cette valeur est positive l'angle est proche de 45° , si elle est fortement négative, l'angle est proche de 135° .

L'orientation de la texture sur l'une des quatre directions définies par les quatre paramètres s'obtient donc simplement. Quant aux directions intermédiaires, elles conduisent à des variations (plus ou moins) sinusoïdales des grandeurs $b_1 - b_2$ et $b_3 - b_4$ comme le montre la Fig. 24. Le diagramme représenté par cette figure est obtenu par l'estimation des coefficients du vecteur $\vec{\omega}$ sur une texture réelle ayant subi un ensemble de rotations de 0° à 180° .

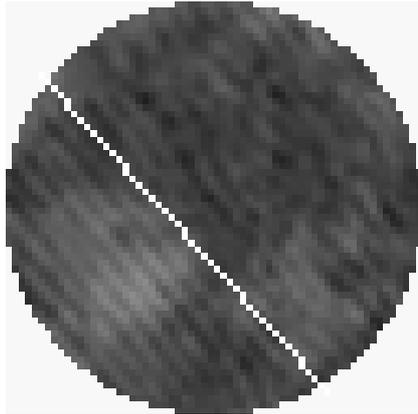
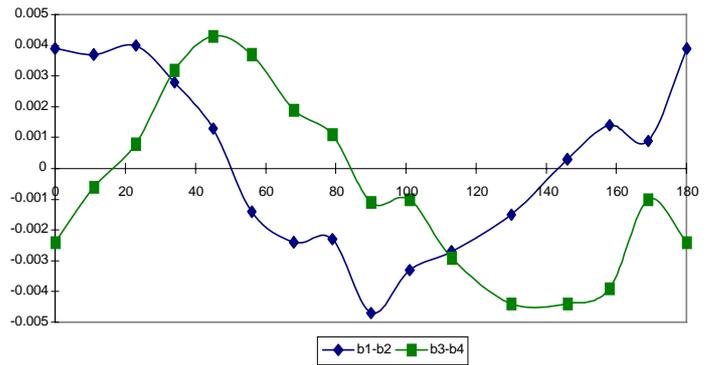


Image originale
Angle mesuré à 130°



Variation des grandeurs $b_1 - b_2$ et $b_3 - b_4$
pour différentes rotations de la texture ci-contre

Fig. 24 : Estimation des paramètres du vecteur $\vec{\omega}$ pour différents angles de rotation

L'estimation de l'angle d'une texture avec une orientation quelconque s'obtient par un simple calcul trigonométrique:

Posons:

$$H = b_1 - b_2, D = b_3 - b_4, Z = \sqrt{H^2 + D^2}$$

Les signes de D et H indiquent le quadrant. On en déduit que :

$$\text{Si } D \geq 0 \text{ alors } \text{Angle} = 2 \times \arccos\left(\frac{H}{Z}\right)$$

$$\text{Si } D < 0 \text{ et } H < 0 \text{ alors } \text{Angle} = \frac{\pi}{2} - 2 \times \arcsin\left(\frac{D}{Z}\right)$$

$$\text{Si } D < 0 \text{ et } H \geq 0 \text{ alors } \text{Angle} = \pi - 2 \times \arccos\left(\frac{H}{Z}\right) \text{ (angle exprimé en radian)}$$

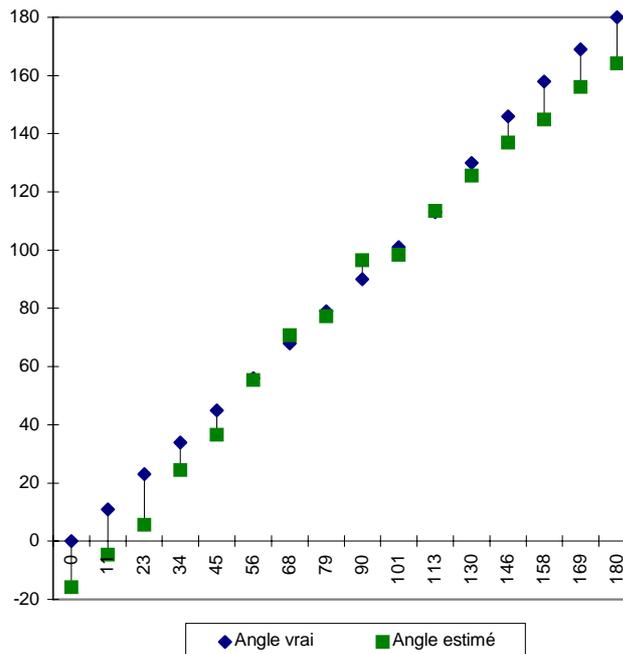


Fig. 25 : Exemples de résultats obtenus pour différentes rotations de la texture de la Fig. 24

Remarques :

- Les résultats obtenus sont présentés à la Fig. 25. On notera la présence d'un biais pouvant atteindre jusqu'à 20 degrés lors de cette expérience.
- Cette méthode manque de sensibilité pour des images bruitées et en dehors des quatre directions privilégiées. L'obtention d'une direction précise nécessite une texture homogène sur une fenêtre d'observation de taille relativement importante (64x64 pixels).

II.2 Construction d'un estimateur multi-échelle de l'orientation d'une texture

Estimer les paramètres d'une texture comme sa rugosité ou son orientation n'a de sens que si cette texture possède des propriétés uniformes sur la totalité de l'image (stationnarité). Bien souvent, sur les images naturelles, les propriétés texturales évoluent suivant la zone examinée ou suivant l'échelle d'observation.

L'exemple le plus "flagrant" - et par ailleurs le plus étudié - de cette affirmation est celui de la taille des primitives texturales. Pour certains travaux [ZUC80] [KIM92], cette mesure est considérée comme unique sur toute l'image. Dans d'autres études, comme [COL96], portent sur l'évolution et la distribution de la taille des primitives texturales. C'est notamment dans le cas de la mesure de la granulométrie [LAV97].

Mais si la granulométrie illustre effectivement la nécessité de prendre en compte l'échelle d'observation ou de mesure, cette remarque s'applique tout autant à l'estimation de l'orientation de la texture.

Pour le montrer de façon flagrante, nous prendrons deux exemples d'images de synthèse formées d'une texture directionnelle longiforme, sinusoïdale pour la première et circulaire pour la seconde.

A petite échelle (fenêtres d'observation 1 et 3), la texture est orientée à 45°. Par contre, la fenêtre n°2 montre une orientation moyenne de 80° et la fenêtre n°4 ne permet de déterminer aucune direction générale!

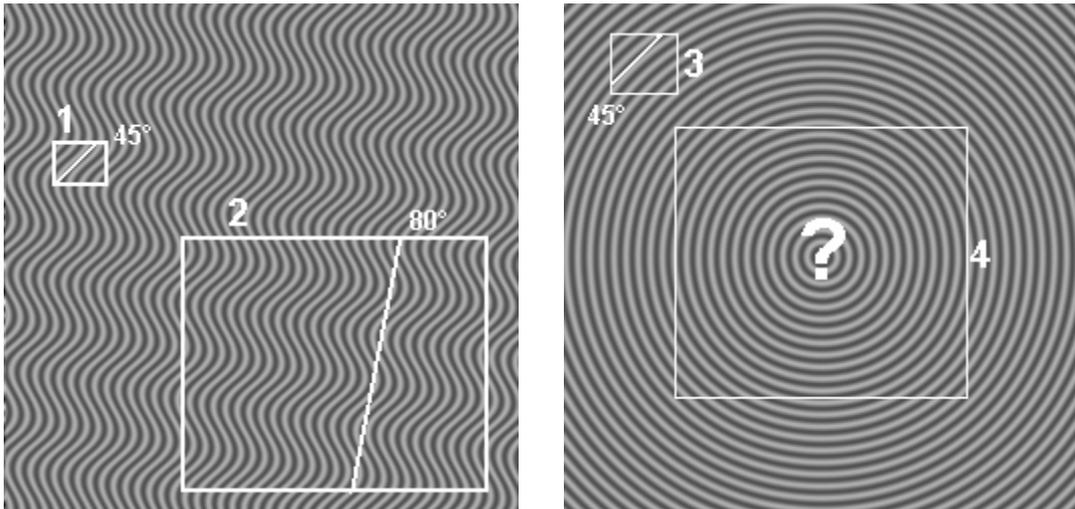


Fig. 26 : Exemples de textures dont l'orientation dépend de l'échelle d'observation

Aussi, notre approche consiste à construire un opérateur d'estimation de l'orientation principale d'une texture dans une fenêtre de taille donnée n (l'échelle d'observation) afin de pouvoir faire ensuite varier n de 1 pixel jusqu'à la taille N de l'image, pour disposer d'une caractérisation multi-échelle de l'orientation de la texture.

Notre opérateur, nommé Vecteur Directionnel Moyen ou VDM (en anglais : Directional Mean Vector ou MDV), est fondé sur le calcul d'un vecteur gradient local en chaque pixel.

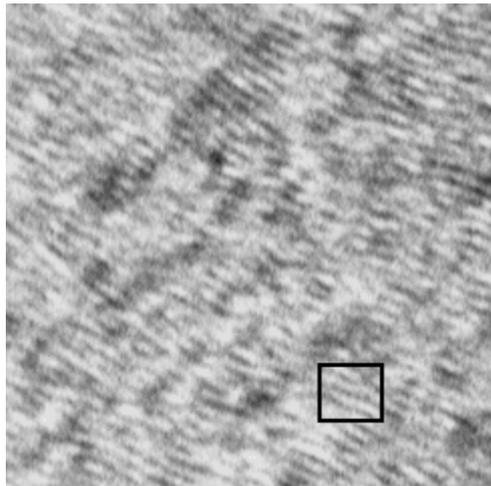
II.2.1 Objectifs de la méthode

L'objectif qui a conduit à la construction de ce Vecteur Directionnel Moyen est quadruple.

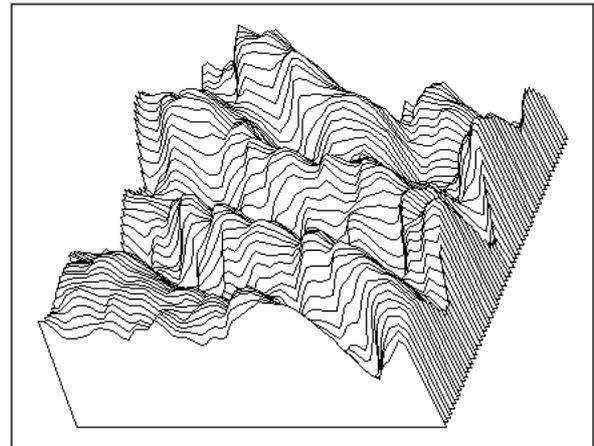
Cet opérateur doit tout d'abord estimer la tendance directionnelle centrale de la texture.

Comme nous l'avons vu au paragraphe précédent, il est essentiel que cet opérateur directionnel prenne en compte l'échelle d'observation. Cette raison suffirait à elle seule à justifier la construction du VDM.

Mais de plus, comme le montre la Fig. 27, les lignes qui forment les textures longiformes ont rarement des niveaux de gris uniformes sur toute leur longueur. Il en résulte des perturbations sur la mesure locale du gradient.



Texture naturelle
(structure atomique d'un matériau composite)



Surface 3D associée (z=niveau de gris)

Fig. 27 : Exemple de profil 3D d'une texture longiforme naturelle

Enfin le bruit qui entache généralement les images naturelles conduit à des estimations erronées du gradient local par l'opérateur de Sobel.

Il convient donc de procéder à une mesure qui, à une échelle variable, soit plus fiable que le gradient local de Sobel.

II.2.2 Choix d'un opérateur de gradient

Comme nous l'avons vu précédemment (paragraphe II.1.2), il existe plusieurs estimateurs discrets du vecteur gradient. Citons notamment les filtres de Sobel et le gradient de Deriche.

Le choix de l'opérateur de Deriche pourrait sembler naturel. Le caractère "optimal" de ce filtre est en effet séduisant. Il s'avère toutefois que cette optimalité ne s'exerce que dans le contexte précis de la détection d'un contour de type échelon, noyé dans un bruit blanc, ce qui n'est pas le cas des images étudiées. L'objectif de notre étude est différent puisque nous souhaitons estimer l'orientation moyenne d'une texture à différentes échelles.

Par ailleurs, la relative immunité au bruit du filtre de Deriche lui permet de fournir une mesure du vecteur gradient plus fiable que celle obtenue par l'application de l'opérateurs de Sobel. Mais, pour conserver un avantage par rapport à Sobel, le paramètre α de réglage du filtrage passe-bas oblige à prendre en compte dans le calcul, des pixels relativement éloignés du site cible.

Or, cette contrainte s'oppose à un des objectifs présentés en introduction, à savoir l'étude de l'échelle d'évaluation de l'orientation de la texture **du niveau le plus local** (quelques pixels), **au niveau le plus global** (l'image entière), puisque ce filtre introduit une forte corrélation sur une large plage entre des gradients voisins.

Notre choix s'est donc porté sur l'opérateur de Sobel, qui conserve un caractère plus "local" que celui de Deriche, avec un coût calculatoire très faible. Cette estimation n'a qu'une valeur très locale, avec une corrélation (due au recouvrement du masque) limitée aux plus proches voisins compte tenu de la taille du filtre (3x3).

Les composantes horizontales (G_x) et verticales (G_y) du gradient en tout point (x,y) sont estimées à l'aide des deux masques M_x et M_y de l'opérateur de Sobel [COQ95].

Les coordonnées cartésiennes du vecteur gradient fournissent ensuite l'orientation et le module de ce vecteur :

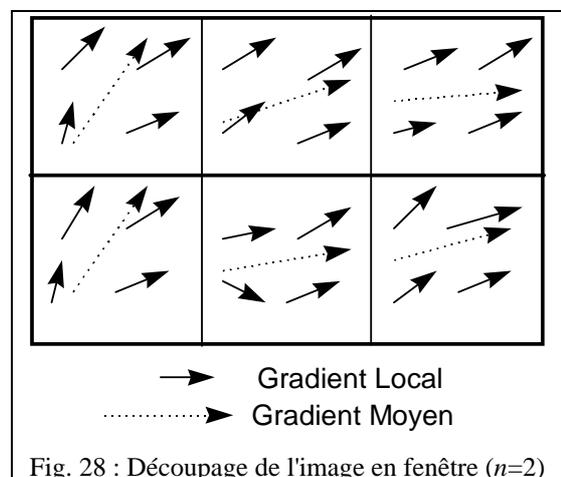
$$\vec{Grad} F_{xy} = \begin{pmatrix} G_x \\ G_y \end{pmatrix}; \quad \|\vec{Grad} F_{xy}\| = \sqrt{G_x^2 + G_y^2};$$

$$Arg(\vec{Grad} F_{xy}) = \begin{cases} \arctan\left(\frac{G_y}{G_x}\right) & \text{si } G_x \neq 0 \text{ et } G_y > 0 \\ \arctan\left(\frac{G_y}{G_x}\right) + \pi & \text{si } G_x < 0 \text{ et } G_y > 0 \\ \pi / 2 & \text{si } G_x = 0 \text{ et } G_y > 0 \\ -\pi / 2 & \text{si } G_x = 0 \text{ et } G_y < 0 \\ \text{indéterminé} & \text{si } G_x = 0 \text{ et } G_y = 0 \end{cases} \quad (28)$$

II.2.3 Principe de construction d'un Vecteur Directionnel Moyen

La méthode employée ici consiste à partitionner l'image à analyser en fenêtres carrées de côté n et à calculer ensuite pour chaque fenêtre un Vecteur Directionnel Moyen basé sur le champ des vecteurs gradients locaux (obtenus par Sobel par exemple).

En faisant varier n de 1 jusqu'à la taille de l'image, on pourra ainsi estimer



l'orientation de la texture pour des échelles partant du pixel jusqu'à l'estimation du gradient moyen de l'ensemble de l'image.

Cette méthode présente ainsi les avantages souhaités :

- A mesure que n croît, la mesure de l'orientation de la texture devient plus fiable. En outre, une étude de l'échelle optimale de mesure devient possible.
- L'influence des variations de pentes dues à la modulation d'amplitude des lignes de crêtes diminue considérablement avec l'utilisation d'un Vecteur Directionnel Moyen.
- La construction d'un vecteur moyen produit un effet de filtrage passe-bas identique à celui du gradient de Deriche tout en réduisant le nombre d'informations à prendre en compte et leur corrélation.

II.2.4 Problématique des données circulaires

Les statistiques descriptives classiques comme la moyenne, la médiane, ou la variance ne se calculent pas de la même façon pour des données périodiques (comme c'est le cas des données angulaires) que pour les données *classiques* (au sens *non circulaires*). L'étude d'une distribution angulaire comporte en effet deux particularités :

- les angles s'expriment modulo 2π (et les directions s'expriment modulo π) ;
- il y a continuité de la mesure angulaire entre les valeurs extrêmes 0 et 2π (et entre 0 et π pour les directions).

entre 0 et π pour les directions).

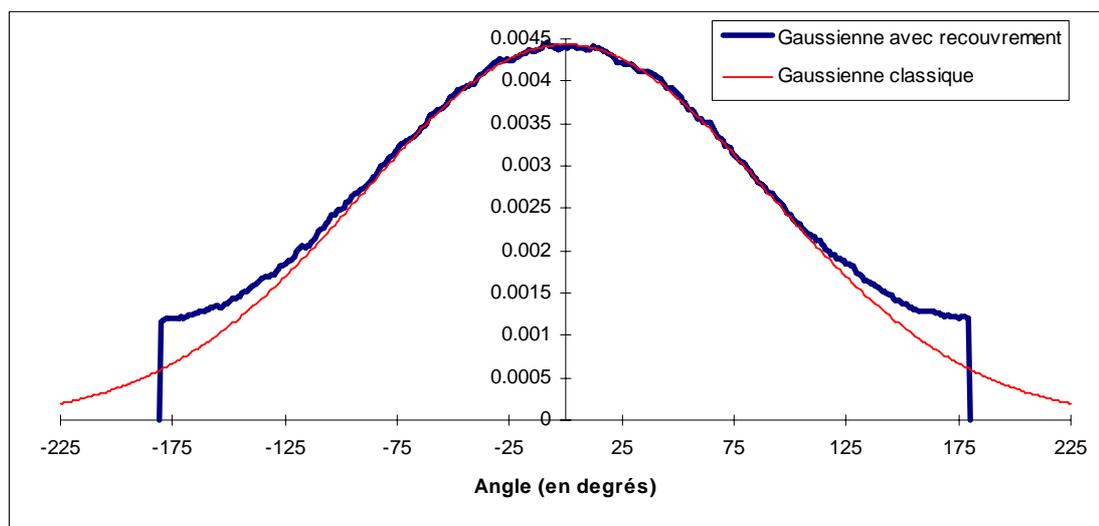


Fig. 29 : Distribution d'une loi normale de moyenne nulle et de variance $\sigma = 90^\circ$ avec et sans recouvrement

Aussi, pour prendre en compte ces particularités, des indicateurs statistiques spécifiques ont été construits [MAR72] [BAT81].

Prenons l'exemple d'une distribution "en cloche" comme celle de la loi normale. Appliquée à des données angulaires (donc modulo 2π) cette loi devient la loi normale avec recouvrement (gaussian overlapped).

La Fig. 30 présente l'histogramme en coordonnées cartésiennes de ces deux lois. On peut observer des différences entre ces deux distributions, notamment aux extrémités.

La représentation polaire des distributions circulaires peut parfois s'avérer plus pratique (Fig. 30).

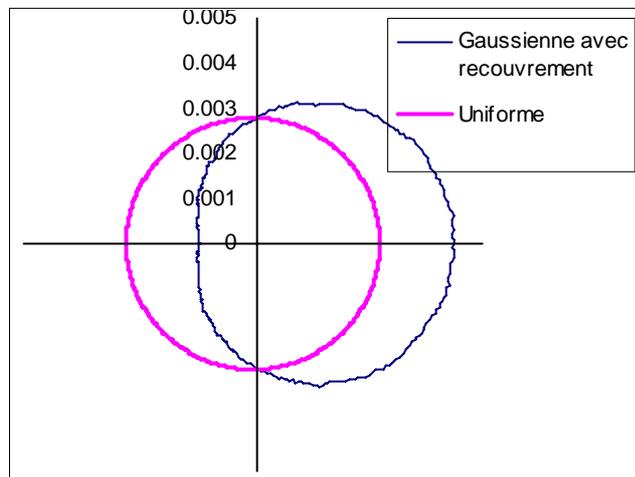


Fig. 30 : Distribution d'une loi normale avec recouvrement (moyenne nulle, écart type 90°) et d'une loi circulaire uniforme

Pour ce type de distributions, comme le montre la Fig. 31, l'anisotropie de la loi se manifeste soit par la largeur du pic (en coordonnées cartésiennes), soit par l'allongement de la courbe fermée (coordonnées polaires). La mesure de cette caractéristique sera abordée au chapitre suivant.

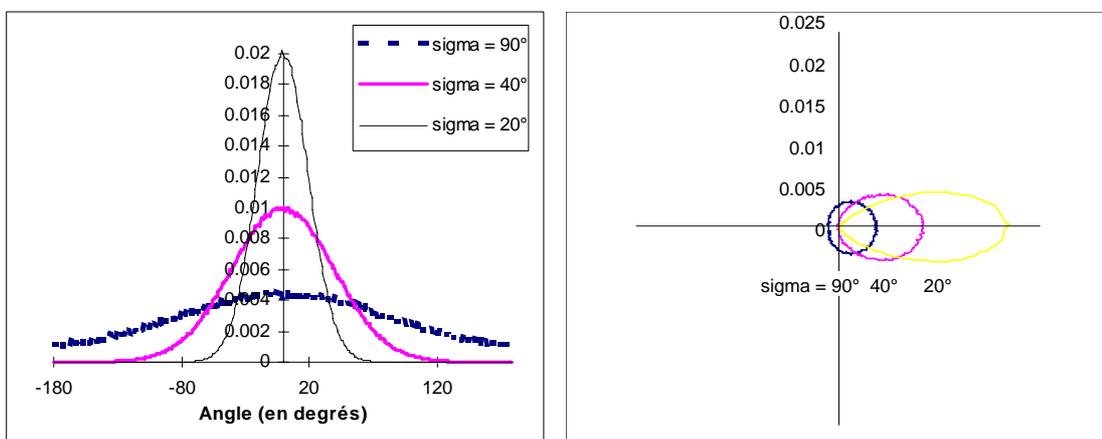


Fig. 31 : Distribution d'une loi normale avec recouvrement (moyenne nulle)

pour différentes variances

D'autres lois classiques sont transposables aux données circulaires. Citons en particulier la distribution uniforme entre 0 et 2π (Fig. 30). Elle correspond à l'état isotrope et comporte une particularité : elle n'admet aucune tendance centrale, que celle-ci soit caractérisée par la moyenne, la médiane ou encore la présence d'un mode.

Lors de l'étude modulo 2π des angles des gradients d'une texture, on obtient des distributions bimodales symétriques peu commodes à exploiter, le passage au modulo π permet de résoudre ce problème (voir paragraphe II.2.5.2).

II.2.5 Calcul de la direction dominante

II.2.5.1 Variables aléatoires modulo 2π

Prenons le cas d'une variable aléatoire X prenant des valeurs dans $[0, 2\pi]$. Pour des données classiques (non circulaires), l'espérance mathématique de cette variable est :

$$\langle X \rangle = \int x \cdot p_X(x) \cdot dx = \int_0^{2\pi} x \cdot p_X(x) \cdot dx \quad (29)$$

Or, du fait de la circularité des données angulaires, cet opérateur n'est pas utilisable pour déterminer la tendance centrale d'une variable aléatoire angulaire. Prenons par exemple deux variables aléatoires V_1 et V_2 dont les distributions suivent une loi gaussienne avec recouvrement d'écart type 90° et de moyenne 0° pour l'une et 180° pour l'autre (Fig. 32). Dans les deux cas, l'espérance mathématique des deux variables aléatoire, calculée d'après (29), est égale à 0° , à cause de la rupture existant entre 180° et -180°

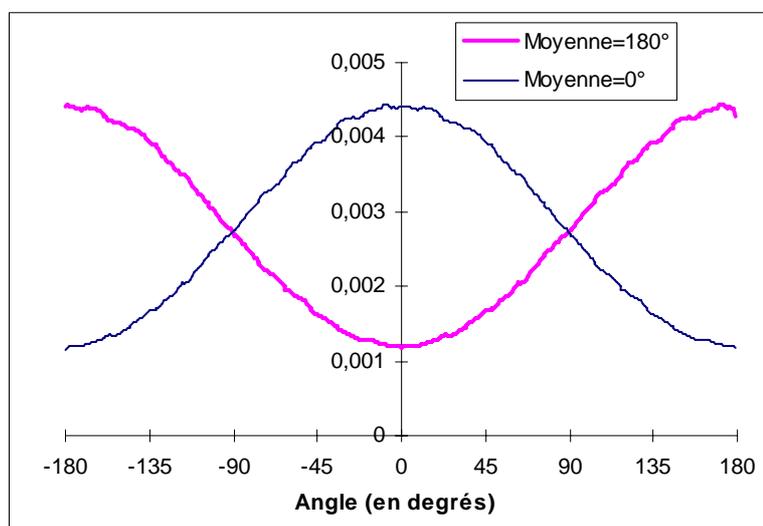


Fig. 32 : Exemples de distributions circulaires ayant la même espérance mathématique

Remarquons toutefois que l'espérance mathématique coïncide avec la tendance centrale pour les variables aléatoires dont la dispersion est faible et dont la moyenne est suffisamment éloignée de la zone de rupture (180° dans les exemples précédents).

Il convient donc d'utiliser une autre approche pour déterminer de façon générale la tendance centrale d'une variable aléatoire circulaire.

Considérons donc une variable aléatoire angulaire Θ (modulo 2π) dont on veut calculer l'espérance mathématique. Associons à chaque réalisation θ de la variable Θ , un vecteur unitaire (ou phaseur) \vec{v}_θ dont l'argument est la valeur de θ : $\vec{v}_\theta \Leftrightarrow e^{j\theta}$

L'espérance mathématique circulaire (ou plus simplement espérance circulaire) $\langle \Theta \rangle_c$ de la variable aléatoire Θ est donnée par l'argument de l'espérance mathématique des phaseurs associés à Θ .

$$\langle \Theta \rangle_c = \text{Arg}(\langle e^{j\Theta} \rangle) = \text{Arg}\left(\int e^{j\theta} p_\Theta(\theta) d\theta\right) \quad (30)$$

Remarque

Dans le cas d'une distribution uniforme, $\langle e^{j\Theta} \rangle$ est le vecteur nul et donc son argument est indéterminé, ce qui est conforme à la réalité puisqu'il n'existe aucune tendance centrale dans le cas d'une distribution uniforme.

Cette approche vectorielle peut être étendue à la notion de moyenne circulaire, c'est à dire à l'estimation de l'espérance mathématique angulaire de la variable aléatoire Θ connaissant un ensemble d'observations des réalisations $\{\theta_i\}_{i=1 \text{ à } n}$ de Θ :

Soient \vec{v}_i les phaseurs associés aux angles θ_i .

La moyenne circulaire de l'ensemble $\{\theta_i\}_{i=1 \text{ à } n}$ est donnée par :

$$\bar{\theta} = \arg\left(\sum_{i=1}^n \vec{v}_i\right). \quad (31)$$

II.2.5.2 Variables aléatoires modulo π

Une difficulté subsiste toutefois. Cette méthode permet de calculer un angle moyen. Or ce qui nous intéresse, c'est de calculer une direction moyenne.

Dans notre cas, le sens du vecteur étant indifférent, nous travaillons sur des données π périodiques et non 2π périodiques : une texture orientée à π radians désigne la même direction qu'une texture orientée à 0 radian et la direction la plus différenciée possible de 0 radian est $\pi/2$ radians.

Or, lorsque l'on fait la somme de deux phaseurs d'arguments opposés, le résultat est un vecteur nul, alors qu'ils indiquent la même direction! La solution, pour éviter cet écueil, consiste à doubler les arguments des vecteurs avant d'effectuer la somme vectorielle, puis à diviser par deux l'argument du vecteur résultant [MAR72].

L'effet produit par cet artifice de calcul est illustré sur la Fig. 33.

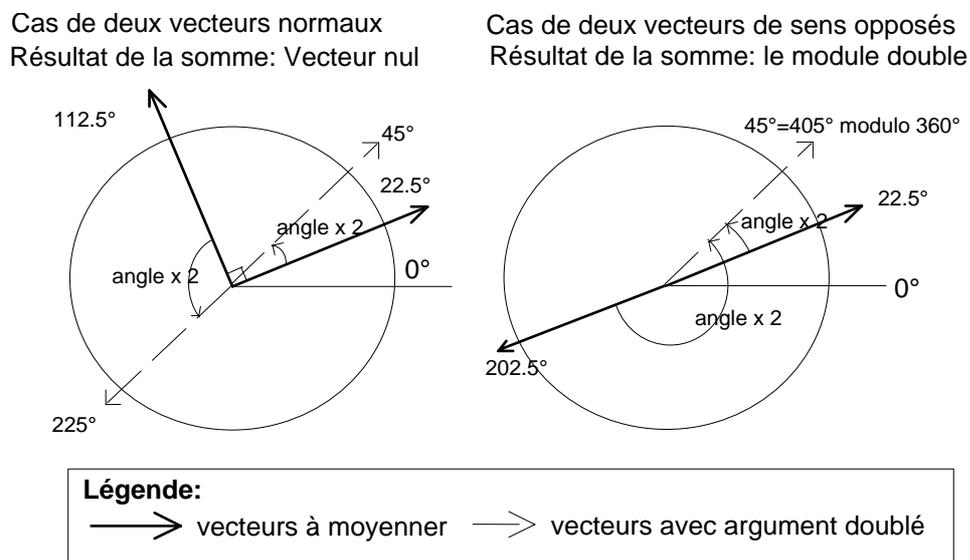


Fig. 33 : Prise en compte de la direction et non du sens

D'une manière plus générale, Mardia [MAR72] montre que lorsqu'une variable aléatoire circulaire Θ est définie modulo $(2\pi/k)$, l'espérance mathématique de l'orientation $\langle \Theta \rangle_c$ s'obtient par :

$$\langle \Theta \rangle_c = \frac{1}{k} \text{Arg}[\langle e^{jk\Theta} \rangle] \quad (32)$$

Dans le cas de données définies modulo π , l'espérance mathématique directionnelle sera donnée par :

$$\langle \Theta \rangle_c = \frac{1}{2} \text{Arg}[\langle e^{j2\Theta} \rangle] \quad (33)$$

II.2.6 Moyenne directionnelle pondérée par un indice de confiance

Jusqu'alors, les réalisations θ de la variable aléatoire Θ ont été considérées comme des phaseurs.

En appliquant un opérateur comme Sobel à l'image initiale, nous disposons pourtant d'un champ de vecteurs dont le module est une information significative. En effet, le module du gradient nous informe sur l'intensité de la pente rencontrée au niveau du pixel. Si celle-ci est faible, la pertinence de l'argument du gradient est sujette à caution. Le module du gradient est donc un bon indicateur de la confiance que l'on peut accorder à la mesure.

Pour le prendre en compte nous étendons la définition de la direction moyenne (cas π -périodique) à la notion de Vecteur Directionnel Moyen (VDM) déjà introduit au paragraphe II.2.3.

Définition 5 :

Soit $Z = R.e^{j\Theta}$ la variable aléatoire complexe dont les vecteurs directionnels $z = r.e^{j\theta}$ sont des réalisations.

Le Vecteur Directionnel Moyen associé à la variable Z est alors déterminé par le nombre complexe z_M :

$$z_M = VDM(Z) = \left(\left\langle \frac{Z^2}{\|Z\|} \right\rangle \right)^{1/2} \cdot \left\| \left\langle \frac{Z^2}{\|Z\|} \right\rangle \right\|^{1/2} \quad (34)$$

Remarques :

- Pratiquement, le VDM se calcule en trois étapes :
 1. doubler les arguments des vecteurs du champ (assuré par le terme $\frac{Z^2}{\|Z\|}$)
 2. estimer l'espérance mathématique du nouveau champ ainsi obtenu (calcul de la moyenne circulaire),
 3. diviser l'argument obtenu par 2 (terme en $(X)^{\frac{1}{2}} \cdot \|X\|^{\frac{1}{2}}$).
- D'après Mardia [MAR72], le module du vecteur résultant est également un indicateur de la dispersion des orientations des gradients élémentaires. Dans notre

cas, ce module est donc un paramètre permettant d'apprécier la pertinence de la direction obtenue pour une fenêtre donnée.

La Fig. 34 illustre cette remarque : les segments blancs représentent les normales aux Vecteurs Directionnels Moyens, en argument et en module.

Ces VDM sont établis dans des fenêtres de 32x32 pixels à partir de gradients locaux calculés à l'aide de l'opérateur de Sobel. Ils ont la même orientation et une longueur proportionnelle au module des Vecteurs Directionnels Moyens correspondant. Dans les zones dites *marécageuses*, les lignes (et donc leur orientation) sont peu perceptibles. Le module des VDM correspondant est alors très faible.

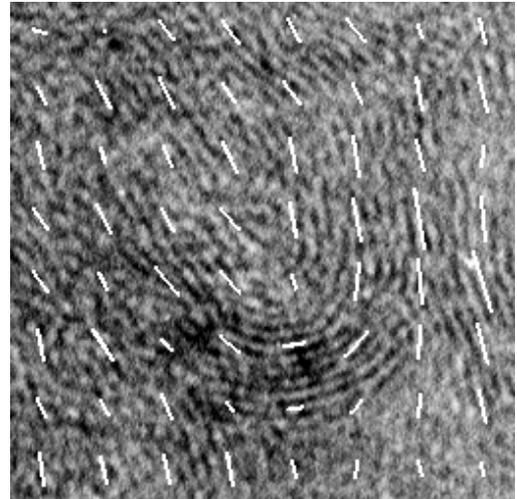


Fig. 34 : Exemple de résultat avec $n=32$ sur une image réelle .

II.2.7 Autres approches possibles

Le calcul d'une direction dominante à partir d'un champ de vecteurs gradients pourrait également être entrepris en utilisant d'autres approches.

On peut par exemple effectuer l'**Analyse en Composantes Principales** (ACP) du nuage de points constitué des extrémités des vecteurs gradients. L'origine est supposée munie d'une masse infinie pour imposer un centre de gravité du nuage en (0,0). L'axe d'inertie associé à la plus grande valeur propre de la matrice d'inertie fournit alors la direction dominante du champ (sans qu'il soit nécessaire d'utiliser la technique de l'angle double) alors que le rapport entre les deux valeurs propres fournit un indicateur de la dispersion des orientations des vecteurs de ce champ (si les valeurs propres sont identiques alors il n'y a pas de direction dominante).

En fait, l'orientation dominante calculée par l'ACP se formule de la façon suivante.

Définition 6 :

Soit $C = \{z_i\}$ pour $i \in \{1, \dots, n\}$, le champ de vecteurs dont on veut estimer la tendance directionnelle centrale.

Soit V_{p_1} le vecteur propre associé à la plus grande valeur propre du champ

C.

La direction moyenne estimée par l'ACP est alors donnée par : (35)

$$\bar{\theta}_{acp} = Arg(V_{p1})$$

On démontre que :

$$Arg(V_{p1}) = \frac{1}{2} Arg(\overline{z_i^2}) \text{ (voir annexe A.5)}$$

En comparant cette formulation à celle du VDM (34), on observe que les arguments estimés par les deux méthodes diffèrent uniquement par la pondération des modules des vecteurs dans la pondération : l'ACP accorde moins de poids aux vecteurs de faibles modules (pondération quadratique) alors que le VDM en accorde un peu plus (pondération linéaire).

On peut trouver dans [JAI97b] une utilisation de l'ACP pour estimer l'orientation locale d'empreintes digitales à partir d'un champ de gradients locaux. Jain et al. utilisent un indicateur basé sur la comparaison des angles θ obtenus sur des fenêtres voisines pour décider si la valeur mesurée est pertinente ou pas. On peut donc regretter que la dispersion des angles des vecteurs initiaux (information de base) ne soit pas exploitée dans ce cas.

On pourrait également prendre en compte d'autres indicateurs statistiques, transposés aux données circulaires, comme le **mode**, ou la **médiane**. Toutefois, dans le cas des données circulaires, la médiane n'est pas forcément unique [MAR72] et ne fournit pas de grandeur permettant d'affirmer la qualité de l'estimation. Il en va de même pour le mode qui, de plus, est très sensible au bruit (notamment en présence d'un vecteur ayant un module beaucoup plus grand que les autres).

II.3 Résultats de calculs du Vecteur Directionnel Moyen

Nous allons montrer certaines propriétés du Vecteur Directionnel Moyen (VDM) à travers l'application de cet opérateur :

- sur des images de synthèse dans un premier temps,
- puis sur des images réelles.

Toutes les images utilisées dans ces essais comportent 256 niveaux de gris et ont une taille de 256x256 pixels.

II.3.1 Immunité au bruit

Pour vérifier la sensibilité du VDM en présence de bruit, une texture directionnelle de synthèse a été construite. Cette texture est composée d'une juxtaposition de lignes droites orientées à 80° . Le profil de ces lignes est sinusoïdal (Fig. 35a).

Cette texture a été soumise à un bruit blanc gaussien additif avec un rapport signal sur bruit (SNR) de +5dB (Fig. 35 b) puis 0dB (Fig. 35 c)

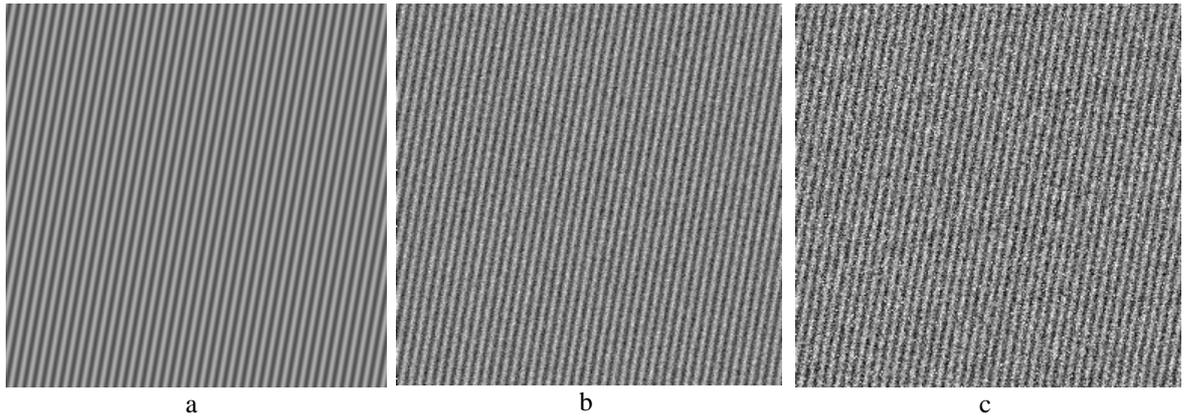


Fig. 35 : Texture longiforme anisotrope

Sur ces différentes images, l'opérateur de Sobel a été appliqué (cela correspond au calcul du VDM à l'échelle 1). Les VDM ont ensuite été calculés sur toute l'image, pour des tailles de fenêtres de 8×8 , 16×16 et 32×32 (échelles $n=8$, $n=16$ et $n=32$).

Les champs de VDM obtenus sur l'image bruitée avec un SNR de 0 dB, pour les échelles 16 et 32 sont présentés à la Fig. 36. Les segments blancs sont tracés dans les directions normales aux VDM pour vérifier visuellement la pertinence du champ obtenu par rapport à la direction initiale de la texture. Leur longueur est proportionnelle au module du VDM qu'ils représentent.

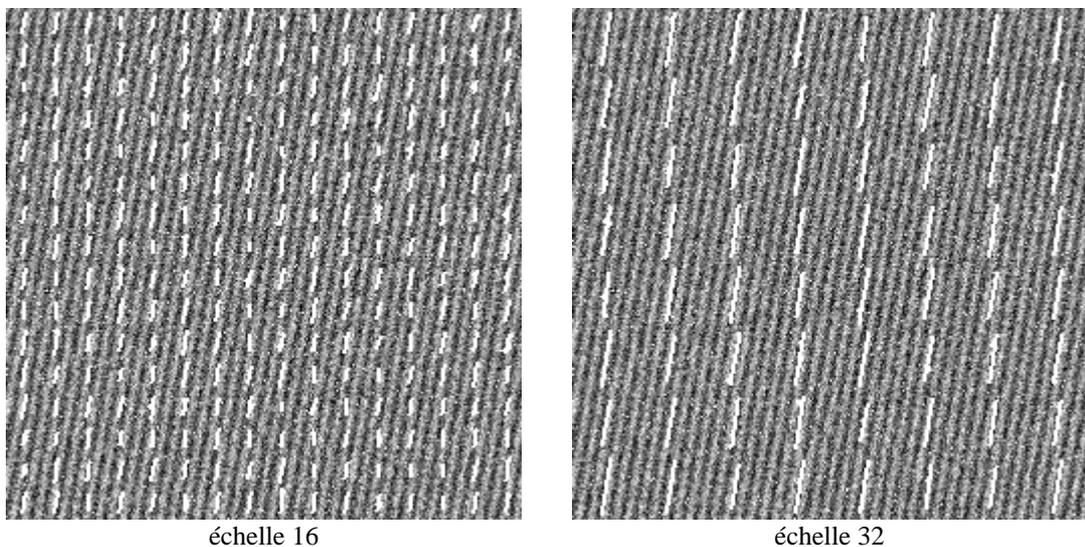


Fig. 36 : Représentation des normales aux VDM à différentes échelles (Bruit blanc, SNR=0dB)
 On peut constater que les directions sont correctement trouvées dès l'échelle $n=16$, mais avec des modules (donc une confiance dans la mesure) parfois faibles. Par contre, les résultats s'améliorent nettement à l'échelle $n=32$.

La distribution des arguments des gradients de Sobel (échelle 1) est présentée Fig. 37a. L'abscisse exprime (en degrés) l'orientation de la texture, c'est à dire la normale au gradient. L'ordonnée indique la somme des modules des gradients obtenus pour une direction donnée. La grande sensibilité de cet opérateur au bruit se traduit ici par une forte dispersion des orientations mesurées.

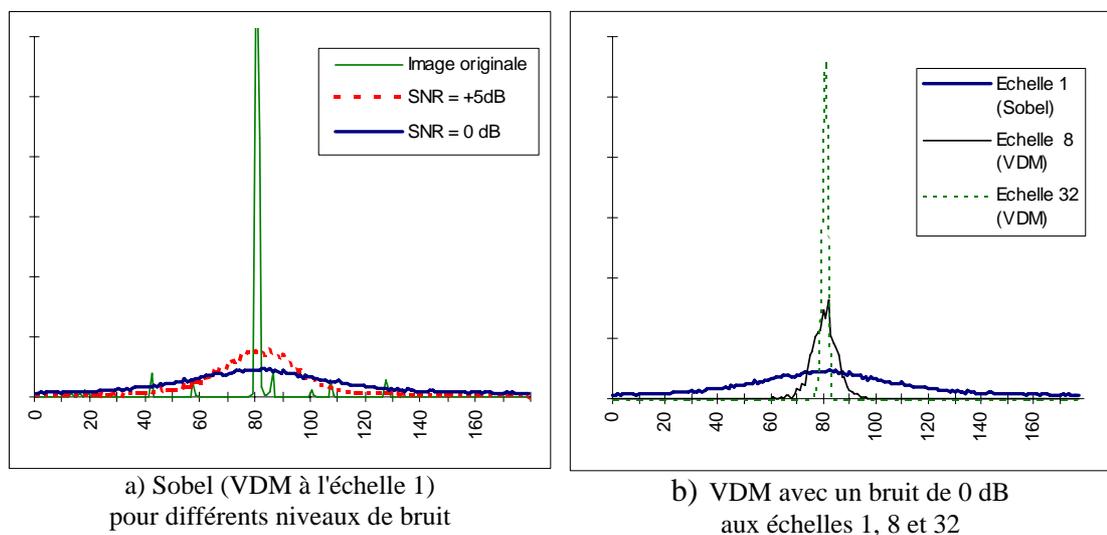


Fig. 37 : Mesure de la dispersion des mesures d'orientation

On peut constater que les résultats obtenus à l'échelle $n=32$ pour l'image bruitée avec un SNR égal à 0 dB se rapprochent de ceux obtenus avec le gradient de Sobel sur l'image originale.

La Fig. 37b montre là encore l'efficacité de l'opérateur VDM, qui limite fortement la dispersion angulaire.

La Fig. 38 exprime en coordonnées polaires (ou rose des vents) la dispersion des orientations mesurées par le VDM sur l'image bruitée à 0 dB pour des échelles n égales à 1, 8 et 32.

Le module n'est pas pris en compte dans ce graphique et les amplitudes des courbes sont normalisées par le mode pour une interprétation plus commode.

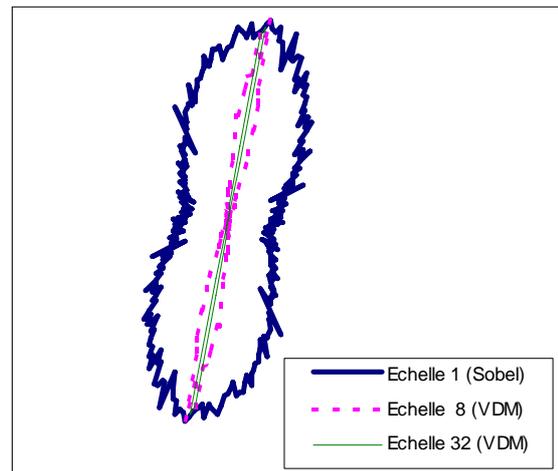


Fig. 38 : Dispersion angulaire des arguments des VDM (image bruitée à -1dB)

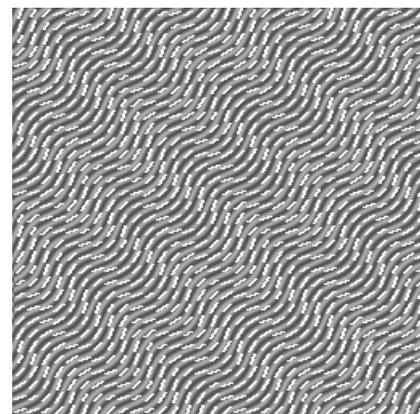
II.3.2 Caractérisation multi-échelle de l'orientation des textures

Pour montrer l'efficacité du Vecteur Directionnel Moyen dans un contexte d'estimation multi-échelle de l'orientation de la texture, nous reprenons ici les images présentées précédemment (Fig. 26 a et b).

Elles sont constituées du même type de texture longiforme au profil sinusoïdal que les images du paragraphe précédent, mais avec une orientation modulée selon une fonction sinus le long d'un l'axe à 45° pour la première et structurées de façon circulaire pour la seconde.



Image originale



Champ des VDM pour $n=8$

Fig. 39 a et b : Représentation du champ des VDM à l'échelle $n=8$ pour une texture sinusoïdale

Pour la **texture "sinusoïdale"**, le champ des VDM a été calculé pour les échelles allant de $n=1$ (Sobel), à $n=64$. Les résultats obtenus sont présentés aux Fig. 39b, Fig. 40 a et b.

Comme précédemment, les segments représentent les normales aux VDM, en argument et en amplitude.

On observe qu'à l'échelle $n=8$, les vecteurs permettent de suivre les sinusôides.

A l'échelle $n=32$, on constate un certain désordre selon la position des fenêtres par rapport à la texture (déphasage).

Enfin, à l'échelle $n=64$, la direction générale de l'axe de la texture (45°) est parfaitement détectée.

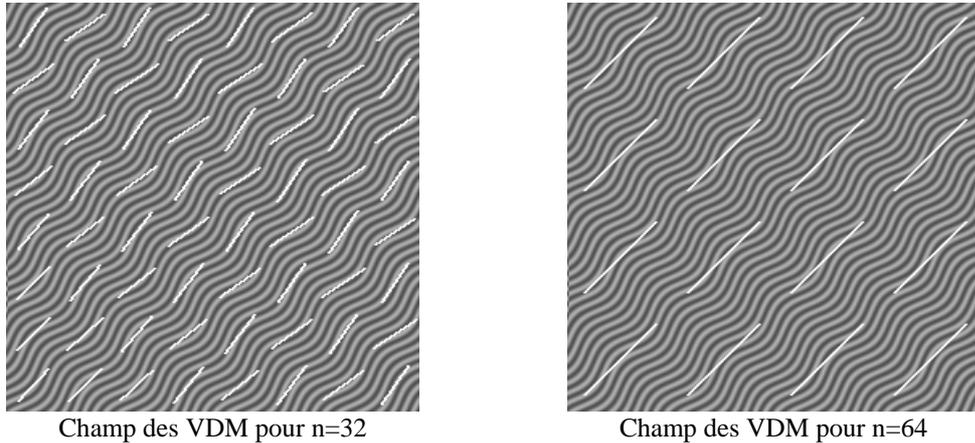


Fig. 40 a et b : Représentation du champ des VDM aux échelles 32 et 64 pour une texture sinusôidale

La dispersion des orientations est représentée à la Fig. 41. Pour les petites échelles, on observe deux pics d'orientation correspondant aux deux directions extrêmes de la sinusôide.

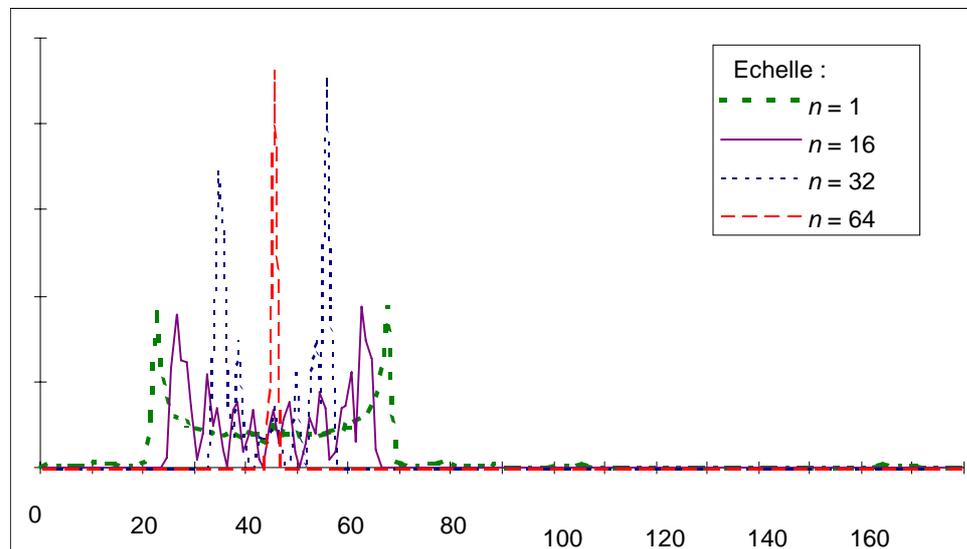


Fig. 41 : Mesure de la dispersion des mesures d'orientation d'une texture sinusôidale

Ces pics tendent à se rapprocher à mesure que l'échelle augmente, jusqu'à n'obtenir qu'une seule direction pour $n=64$.

Note : à l'échelle $n=1$ on retrouve approximativement la distribution en amplitude d'un signal sinusôidal dont l'expression est $\frac{1}{\pi\sqrt{x^2 - A^2}}$ avec A : amplitude de la

sinusoïde.

Pour la texture circulaire, en l'absence de bruit, on constate que les VDM calculés à l'échelle $n=8$ suivent parfaitement la texture. A l'échelle 128 (quart d'image) on obtient 4 vecteurs représentant des directions antagonistes (au sens modulo, soit 45° et 135°). Le Vecteur Directionnel Moyen de l'ensemble de l'image (échelle 256) serait donc nul (texture isotrope).

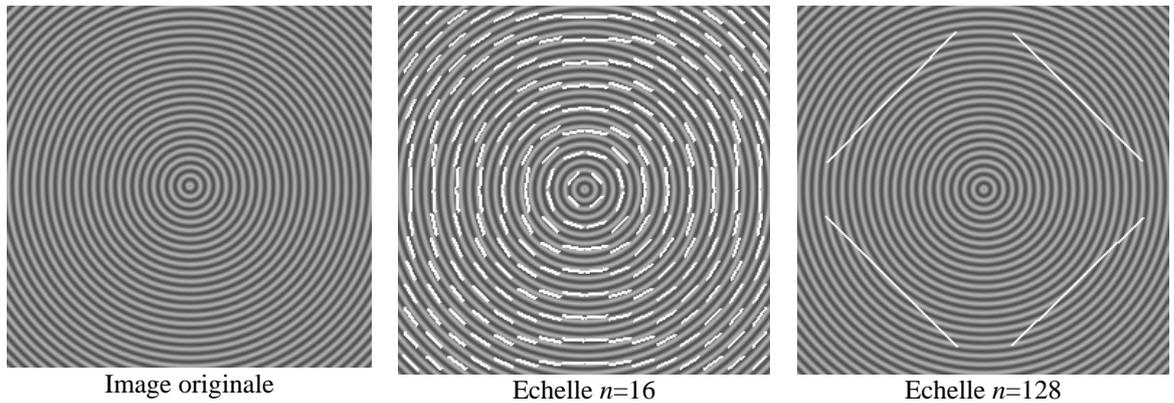


Fig. 42 : Champ des VDM pour une texture circulaire

La distribution des orientations pour cette texture montre que les directions prépondérantes de 45° et 135° se manifestent avec d'autant plus d'acuité que l'échelle augmente.

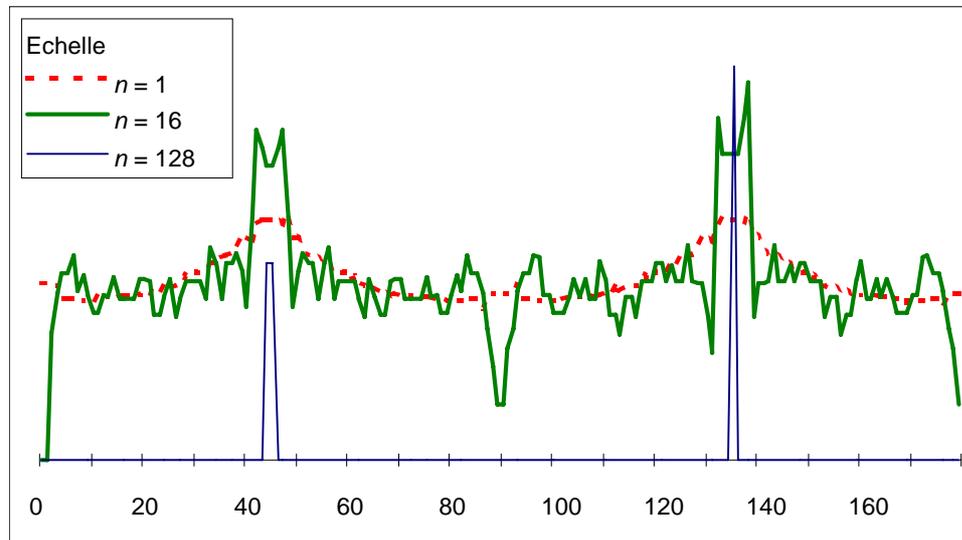


Fig. 43 : Distribution des orientations des VDM pour la texture *cercle*

II.3.3 Application à des textures *réelles*

L'opérateur VDM a été appliqué à des textures directionnelles naturelles extraites de l'album de Brodatz [BRO66] : la texture *bois*, la texture *herbe* et la texture *canevas* .

Texture Bois :

Cette texture présente une très forte direction privilégiée pour $\theta=90^\circ$. Des champs de VDM ont été construits pour des échelles allant de $n=8$ à $n=32$ (voir Fig. 44 pour $n=32$).

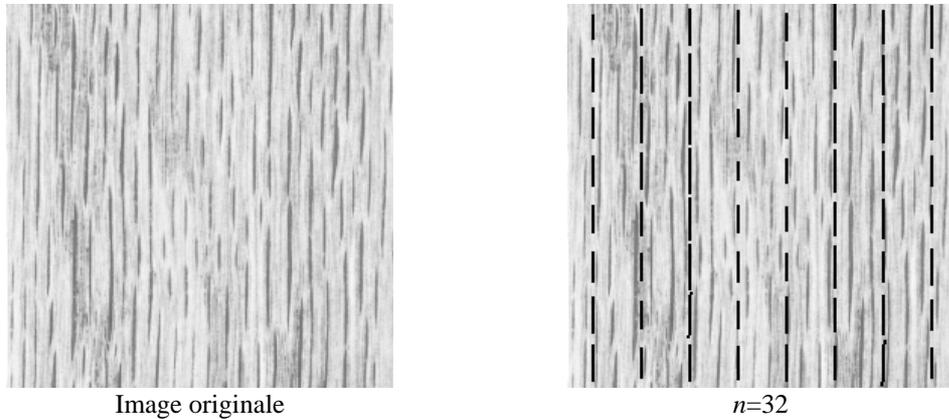


Fig. 44 : Champ des VDM pour la texture *bois*

La distribution des arguments des VDM montre un pic assez net dès l'échelle $n=1$ (Sobel), mais ce pic devient beaucoup plus marqué à l'échelle $n=32$ (Fig. 45).

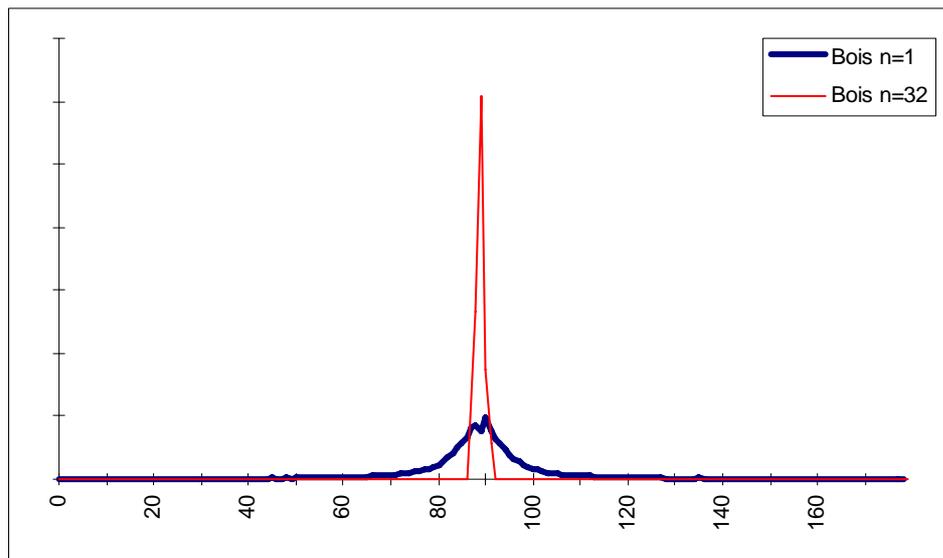


Fig. 45 : Distribution des orientations des VDM pour la texture *bois*

Texture Herbe :

La texture *herbe* est composée d'éléments structuraux assez désordonnés mais montrant tout de même une direction privilégiée à $\theta=90^\circ$, compte tenu de l'effet de perspective (Fig. 46).

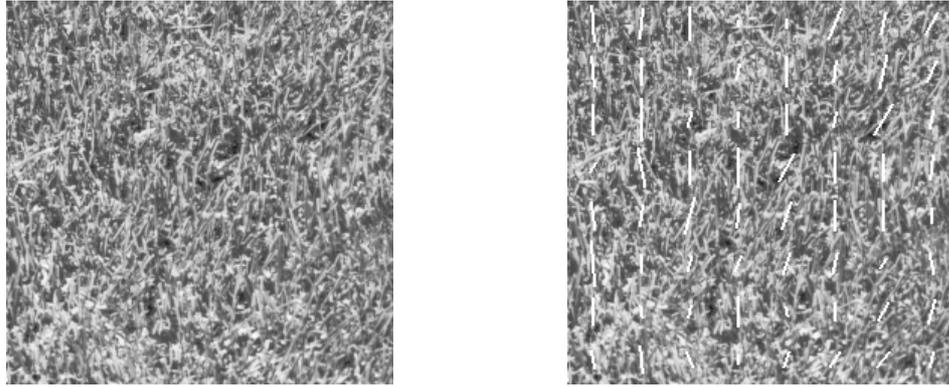


Fig. 46 : Champ des VDM pour la texture *herbe*

Le champ des VDM obtenus à l'échelle $n=32$ est visible sur la Fig. 46. On peut effectivement noter un certain désordre dans les directions mesurées. Comme on peut le constater sur la distribution circulaire présentée sur la Fig. 47, la direction principale de la texture est très peu marquée à l'échelle 1 (ellipse). Mais par contre, plusieurs directions dominantes s'affirment nettement à l'échelle $n=32$.

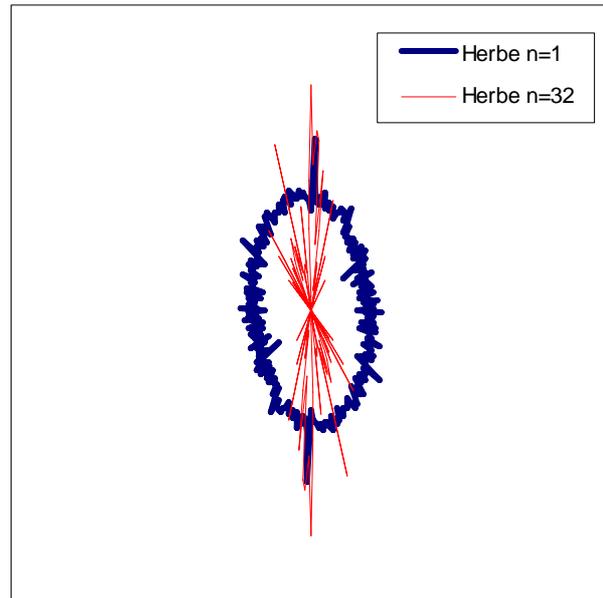


Fig. 47 : Distribution des directions des VDM pour la texture *herbe*

Texture canevas

La texture *canevas* représente un textile à chevrons. Les orientations dominantes immédiatement perçues sont à 45° et 135° (Fig. 48). Des lignes verticales de séparation entre les chevrons peuvent également être observées.

Les VDM ont été calculés sur cette image pour les échelles $n=1$, $n=8$ et $n=25$ (demi largeur des chevrons).

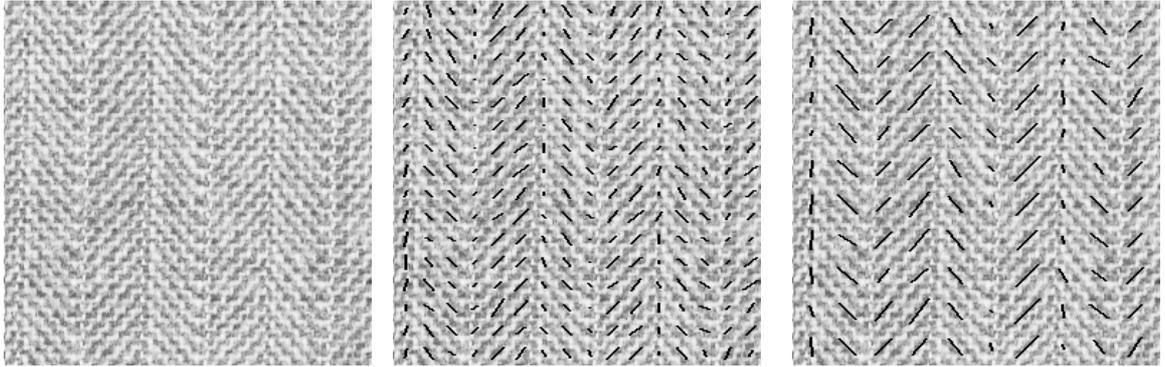


Fig. 48 : Champ des VDM pour la texture canevas

La Fig. 49 montre que les orientations des chevrons sont correctement mesurées. A l'échelle 25, le module de certains vecteurs situés entre deux chevrons devient très faible. En effet, les directions des deux chevrons étant opposées (45° et 135°), la résultante est nulle. L'échelle augmentant ($n=50$), les VDM deviennent nuls.

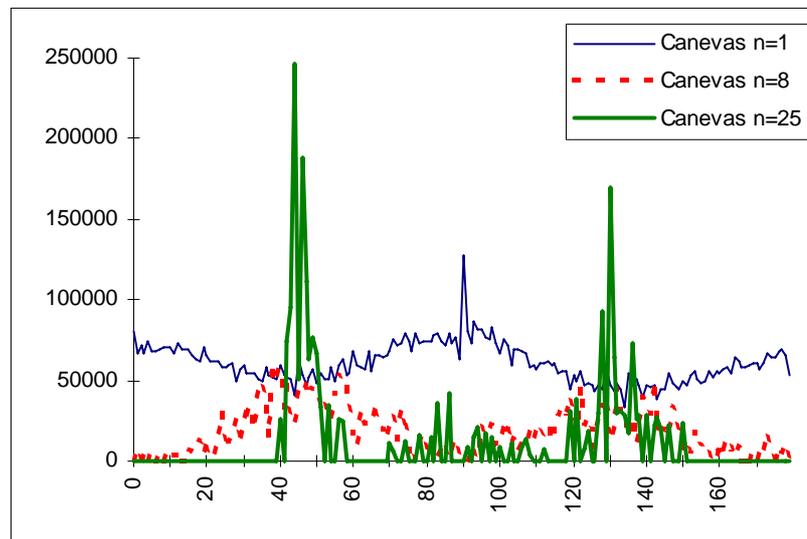


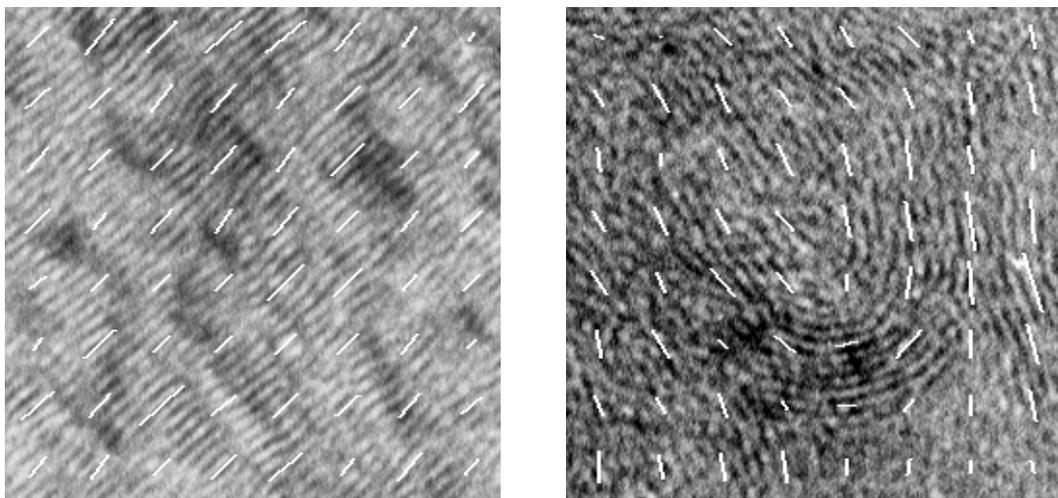
Fig. 49 : Distribution des orientations des VDM pour la texture "canevas"

La distribution des vecteurs gradients élémentaires (échelle $n=1$) montre un comportement qui peut sembler "étrange". Alors que, comme prévu, les directions dominantes 45° et 135° sont nettement marquées aux échelles $n=8$ et surtout $n=25$, la distribution à l'échelle $n=1$ montre des directions principales aux angles 0° et 90° . En fait, ce comportement n'est nullement dû à un dysfonctionnement de l'opérateur de Sobel. En effet, une observation attentive de l'image *canevas* montre que cette texture est formée de deux éléments structurants horizontaux et verticaux de très petite taille correspondant aux mailles du tissu.

Matériaux composites

Les images présentées à la Fig. 50 montrent la structure de matériaux composites appartenant à des catégories distinctes et observées à l'aide d'un microscope électronique à transmission (MET). Ces classes de matériaux serviront d'application à l'étude multi-échelle de l'anisotropie des textures présentées au chapitre IV.

On observe sur la Fig. 50 que les Vecteurs Directionnels Moyens pour $n=32$, suivent correctement les ondulations de la texture. Pour le matériau I, on constate que lorsque la texture devient moins discernable, le module du VDM diminue effectivement.



VDM de la texture A avec $n=32$

VDM de la texture I avec $n=32$

Fig. 50 : Exemples de matériaux composites observés avec un microscope MET

La Fig. 51 montre également que la dispersion du champ des VDM pour la texture A est beaucoup plus faible que celle de la texture I.

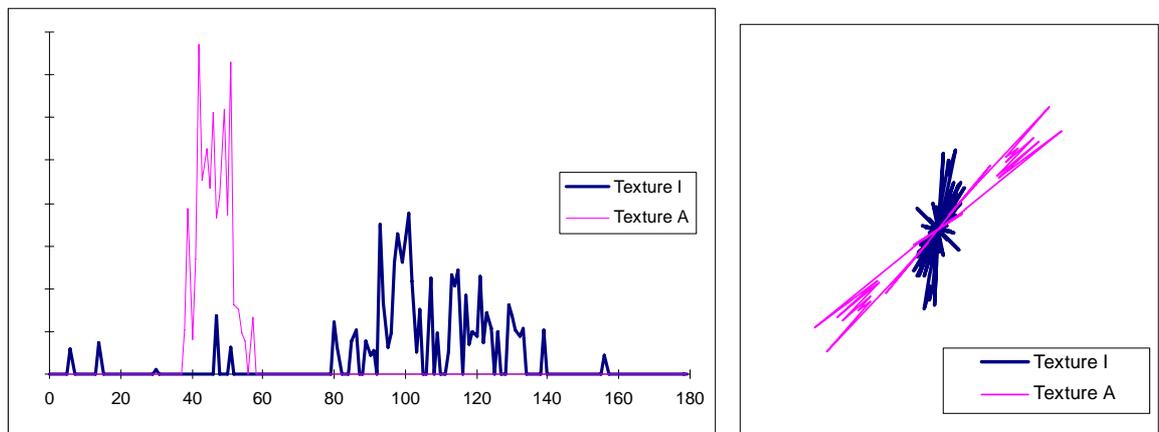


Fig. 51 : Distribution des champs de VDM des images de la Fig. 50 pour $n=32$ (représentations cartésienne et polaire)

II.4 Conclusion

Les outils de caractérisation texturale et les modèles texturaux permettent, pour la plupart d'entre eux, de mesurer l'orientation dominante d'une texture. Toutefois, cette mesure est généralement globale et donc peu propice à une caractérisation multi-échelle.

Un opérateur spécifique, le Vecteur Directionnel Moyen, a donc été mis au point. Il est basé sur une moyenne des vecteurs gradients locaux et fait appel aux statistiques circulaires qui prennent en compte l'originalité des données directionnelles : leur valeur définie modulo π .

Ainsi, comme le confirment les résultats des simulations réalisées sur des images de synthèse et sur des images réelles, l'opérateur Vecteur Directionnel Moyen remplit les objectifs assignés, à savoir :

- une mesure fiable de l'orientation dominante des textures directionnelles, pour des échelles allant du pixel jusqu'à l'image entière ;
- une bonne immunité au bruit, particulièrement lorsque l'échelle d'observation dépasse quelques pixels.

L'étude de l'anisotropie des textures, basée sur la dispersion des VDM est donc maintenant possible. Elle fait l'objet du prochain chapitre.

Chapitre III

Estimation de l'anisotropie

de la texture d'une image

L'isotropie de la texture d'une image peut se définir comme étant l'absence d'une direction privilégiée dans son organisation spatiale. A l'inverse, l'anisotropie de la texture d'une image sera une grandeur mesurant la présence prépondérante d'une direction par rapport aux autres. L'isotropie est dans ce cas considérée comme une valeur limite de l'anisotropie.

L'estimation de l'anisotropie d'une texture a été peu étudiée jusqu'ici, si ce n'est dans un contexte plus général où elle apparaît comme une caractéristique texturale parmi d'autres [HE91]. Elle est alors généralement nommée *directionnalité*.

On retrouve également l'exploitation d'indicateurs d'anisotropie en dehors du champ de l'analyse des textures, notamment dans les domaines comme le rehaussement des contours [ZAM92], le débruitage d'images [GRE93], le filtrage d'images couleurs [NIK94] ou la détection de lignes de crêtes [JAI97b].

On peut toutefois classer les approches d'estimation de l'anisotropie des textures en trois catégories :

- les outils intégrés, partant du pixel pour arriver jusqu'à l'indicateur d'anisotropie, comme les filtres d'ordre [ZAM92], les méthodes génériques d'extraction d'attributs texturaux [HE91] [CHE95], ou les méthodes dérivées de la transformée de Fourier ou du modèle AR 2D [ALA95].
- les méthodes basées sur l'étude de la distribution des orientations locales de la texture, quel que soit l'outil permettant d'obtenir cette distribution. Les indicateurs issus des statistiques directionnelles du premier ordre en font partie [MAR72].
- les indicateurs exploitant un champ de vecteurs représentatif des orientations de la texture, à une échelle donnée.

C'est dans cette dernière classe que se situe l'indicateur I_{so} que nous proposerons.

Présentons quelques outils appartenant à ces trois classes d'approches.

III.1 Méthodes de mesure de l'anisotropie d'une texture

III.1.1 Indicateur d'anisotropie basé sur le filtrage d'ordre.

Zamperoni [ZAM92] [KLE96] a proposé un indicateur d'anisotropie dans un contexte de construction d'un filtre d'ordre destiné au rehaussement de contours. Le principe en est le suivant.

Soit une fenêtre de $n \times n$ pixels. On peut distinguer $T=2(n-1)$ segments de droites discrets différents dans cette fenêtre. Pour chaque segment t , on calcule la somme M_t des niveaux de gris des pixels qui le composent.

Ensuite, pour chaque fenêtre, on calcule :

$$MI = \min_{t=1 \rightarrow T} \{M_t\} \text{ et } MA = \max_{t=1 \rightarrow T} \{M_t\}$$

L'indicateur d'anisotropie de la fenêtre est alors donné par :

$$\alpha = \begin{cases} \frac{MA - MI}{MA + MI} & \text{si } MA \neq 0 \\ 0 & \text{si } MA = 0 \end{cases} \quad (36)$$

$\alpha = 0$ indique que la texture est isotrope.

$\alpha \approx 1$ indique la présence d'une structure très anisotrope.

Cette méthode présente l'intérêt de pouvoir être exploitée quelle que soit l'échelle d'observation, en faisant simplement varier la taille de la fenêtre n . Toutefois, cette possibilité n'est vraiment envisageable que pour de petites valeurs de n . En effet, pour que l'opérateur soit efficace, il faut que les éléments texturaux soient formés de structures rectilignes. La moindre courbure perturbe fortement cet estimateur. Or pour les textures stochastiques, plus la taille de la fenêtre augmente, plus les chances que les éléments texturaux soient parfaitement rectilignes sont faibles.

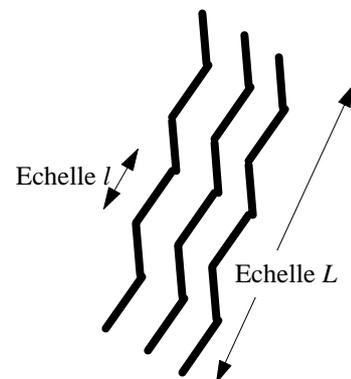


Fig. 52 : L'indicateur α détecte l'anisotropie à l'échelle l mais pas à l'échelle L

De ce fait, l'utilisation de cet outil en dehors du contexte du filtrage, pour lequel il a été conçu, s'avère délicate.

III.1.2 Estimation de l'anisotropie basée sur les méthodes génériques d'extraction d'attributs texturaux

La plupart des méthodes génériques d'extraction d'attributs texturaux permettent la construction d'estimateurs de la directionnalité de la texture. On en trouvera notamment des exemples dans [RAO93a et b].

La plupart de ces indicateurs sont globaux, en ce sens qu'ils s'appuient sur la supposition que l'anisotropie de la texture est homogène sur toute l'image, ce qui dans la réalité n'est pas toujours le cas. On retrouvera d'ailleurs cette difficulté dans d'autres approches.

Les travaux de He & al. [HE91] présentés dans le chapitre I (paragraphe I.2.4.1) en fournissent un contre-exemple à travers l'indicateur DD (Degree of Direction) dont la formulation est donnée en annexe 3. Cet indicateur peut être calculé à différentes échelles. Il pourra donc être appliqué à la mesure de l'anisotropie de textures non homogènes à différentes échelles d'observation.

Le cas des cartes de symétries et d'interactions [CHE95], présentées dans le chapitre précédent (paragraphe II.1.2) est un peu particulier. Ces cartes sont construites par le calcul d'attributs texturaux à partir de l'histogramme des différences de niveaux de gris étendues (EGLDH). Elles permettent une représentation visuelle de l'anisotropie d'une texture, mais n'ont pas (à notre connaissance) donné lieu à la construction d'un indicateur d'anisotropie.

III.1.3 Classes d'anisotropie obtenues à partir d'un modèle textural AR

Au chapitre I (paragraphe I.2.3.2), nous avons décrit une méthode d'estimation des paramètres d'un modèle textural AR bidimensionnel. Les coefficients de réflexion 2D qui caractérisent ce modèle s'obtiennent en faisant converger un algorithme de type filtre en treillis comme le TDFLRLS [ALA96].

Pour des textures de type stochastique, on suppose qu'à chaque classe de textures correspond un ensemble de coefficients de réflexion 2D.

Les vecteurs de paramètres extraits par le filtre adaptatif en treillis sont sensibles à de nombreuses caractéristiques de la texture dont son orientation générale. Pour réduire la sensibilité des coefficients à la valeur de l'orientation dominante et aux autres phénomènes texturaux perturbateurs, on procède de la façon suivante.

Pour chaque image :

- 1- Détermination de l'orientation principale (dans l'espace de Fourier par exemple) ;
- 2- Rotation de l'image pour ramener cette orientation dominante à 0° ;
- 3- Filtrage en couronne dans l'espace de Fourier pour ne conserver que les informations pertinentes pour l'estimation de l'anisotropie ;
- 4- Extraction des coefficients de réflexion du modèle (filtrage TDFLRLS).

Toutefois, les coefficients obtenus ne sont pas porteurs d'une signification individuelle correspondant à une propriété perceptuelle. Une approche par apprentissage permet de construire une mesure de similarité permettant d'affirmer l'appartenance d'une image à une classe de texture déterminée.

Cet apprentissage peut être conduit par l'utilisation d'un algorithme comme l'AFD (Analyse Factorielle Discriminante) sur un ensemble d'images pré-classées par un expert. Une fonction de discrimination basée sur une combinaison linéaire des

coefficients de réflexion sera ainsi construite et pourra ensuite permettre de classer d'autres images.

Remarque

Cette méthode ne donne de résultats significatifs qu'avec des échantillons de taille importante (au moins 512x512 pixels). De plus, les coefficients obtenus ne sont exploitables que pour affirmer l'appartenance à une classe d'anisotropie déjà identifiée. Il est plus délicat de les utiliser pour fournir une mesure de cette orientation ou anisotropie.

Toutefois, dans un contexte de classification de l'anisotropie des images (en trois classes d'anisotropie par exemple) cette méthode fournit de bons résultats.

III.1.4 Anisotropie et distribution des orientations locales

L'anisotropie de la texture d'une image ayant été définie comme étant la grandeur mesurant la prépondérance d'une direction par rapport aux autres, il est naturel de l'estimer en utilisant un indicateur de dispersion appliqué à la distribution des orientations de la texture.

Cette idée peut ainsi s'appliquer à toute méthode fournissant un histogramme des directions comme la rose des directions en morphologie mathématique (paragraphe II.1.2.2) ou le champ des Vecteurs Directionnels Moyens basés sur les gradients locaux (paragraphe II.2).

Cette méthode peut également être appliquée à l'énergie de l'image, mesurée dans son périodogramme sur la circonférence de rayon r_0 , (r_0 représente la fréquence spatiale caractéristique de l'écart entre deux textons). En effet, comme nous l'avons vu au chapitre 2, la densité d'énergie en coordonnées polaires $F(\theta, r_0)$ au voisinage de cette circonférence indique la prépondérance de la direction correspondante dans la texture. Dans le paragraphe suivant, nous allons détailler plusieurs méthodes d'estimation de cette dispersion angulaire.

III.2 Dispersion d'une distribution de directions

Comme nous l'avons vu au chapitre précédent, les statistiques descriptives élémentaires calculées sur des données angulaires, n'utilisent pas les mêmes outils

que pour les données *linéaires* (au sens *non-circulaires*) à cause, principalement, de la discontinuité du support entre 2π et 0 [MAR72] [BAT81]. Une définition spécifique a été donnée pour la mesure de la direction moyenne (33). De manière analogue, Mardia [MAR72] propose de construire une variance circulaire S_0 .

III.2.1 Variance circulaire

Soit l'ensemble d'angles $\theta_1, \dots, \theta_n$.

Soient P_i les points du cercle unité de centre O correspondant aux angles θ_i .

Soit $\bar{\theta} = \text{Arg}\left(\sum_i \vec{OP}_i\right)$ la moyenne circulaire de l'ensemble $\theta_1, \dots, \theta_n$.

On appelle variance circulaire [MAR72] l'indicateur S_0 défini par :

$$S_0 = 1 - \frac{1}{n} \left\| \sum_i \vec{OP}_i \right\|. \quad (37)$$

Contrairement au cas *non circulaire*, la valeur de cet indicateur est toujours comprise dans l'intervalle $[0,1]$.

Dans l'hypothèse où la variable aléatoire circulaire résulte d'une loi gaussienne pour laquelle l'enroulement angulaire autour d'un point conduit à des recouvrements (loi *normal overlapped*), on peut estimer l'écart type (ici désigné par s_0) de la loi gaussienne à partir de la variance circulaire S_0 :

$$s_0 = \sqrt{-2 \cdot \ln(1 - S_0)} \quad (38)$$

avec \ln désignant le logarithme népérien.

Pour un ensemble de directions (c'est à dire pour des données de période π au lieu de 2π) la définition devient :

$$s_0 = \sqrt{-\frac{\ln(1 - S_0)}{2}} \quad (39)$$

L'indicateur s_0 est à valeur dans l'intervalle $[0, +\infty]$.

III.2.2 Indice de dispersion circulaire

Il existe une autre façon de calculer un écart type circulaire que nous nommerons *Indice de dispersion circulaire*, qui reprend la définition habituelle (*linéaire*) de l'écart type, mais prenant soin d'éviter les problèmes de discontinuité lors du franchissement de la barrière de $2\pi \leftrightarrow 0$ pour les angles ou $\pi \leftrightarrow 0$ pour des directions.

Le résultat obtenu s'exprimera dans les unités angulaires habituelles (radians ou degrés...).

Définissons tout d'abord un opérateur $\Delta(\cdot)$ permettant de mesurer la différence de direction de deux angles.

Soit θ_i, θ_j un couple de directions prises dans l'intervalle $[0, \pi[$

$\Delta(\theta_i, \theta_j)$ l'opérateur de différence directionnelle est défini de la façon suivante :

Selon la valeur de $(\theta_i - \theta_j)$:

$$\Delta(\theta_i, \theta_j) = \begin{cases} -\pi - (\theta_i - \theta_j) & \text{si } (\theta_i - \theta_j) \in [-\pi, -\pi/2[\\ (\theta_i - \theta_j) & \text{si } (\theta_i - \theta_j) \in [-\pi/2, \pi/2[\\ \pi - (\theta_i - \theta_j) & \text{si } (\theta_i - \theta_j) \in [\pi/2, \pi[\end{cases}$$

ou de façon plus compacte :

$$\Delta(\theta_i, \theta_j) = \text{Inf}\left(\pi - (\theta_i - \theta_j), \text{Sup}\left((\theta_i - \theta_j), -\pi - (\theta_i - \theta_j)\right)\right) \quad (40)$$

Soit l'ensemble d'angles $\theta_1, \dots, \theta_n$ pris dans l'intervalle $[0, \pi[$

Soit $\bar{\theta}$ la moyenne circulaire de ces angles calculée à partir de (33). On a $\bar{\theta} \in [0, \pi[$.

L'indice de dispersion circulaire I_{dc} s'obtient alors par :

$$I_{dc} = \sqrt{\frac{\sum_i \Delta^2(\theta_i, \bar{\theta})}{n-1}} \quad (41)$$

Remarques

- Dans le cas de faibles dispersions angulaires avec une direction moyenne suffisamment éloignée de 0 ou π pour garantir que $\left| \text{Arg}(\vec{G}_i) - \text{Arg}(\vec{G}_j) \right| < \frac{\pi}{2}$,

l'opérateur Δ se limite alors à une différence :

$$\Delta\left(\text{Arg}(\vec{G}_i), \text{Arg}(\vec{G}_j)\right) = \text{Arg}(\vec{G}_i) - \text{Arg}(\vec{G}_j).$$

L'opérateur Δ se ramène à une simple différence et l'indicateur I_{dc} s'écrit et s'exprime comme un écart type classique (pour des données non circulaires).

$$I_{dc} = \sqrt{\frac{\sum_i (\theta_i - \bar{\theta})^2}{n-1}} \quad (42)$$

- L'indicateur I_{dc} ne peut pas être calculé pour les distributions uniformes (textures isotropes) car, dans ce cas, la direction moyenne $\bar{\theta}$ n'existe pas. Toutefois, un calcul aux limites peut alors être effectué.

III.2.3 Ouverture du lobe dans l'espace de Fourier

Cette méthode a initialement été conçue pour estimer l'anisotropie d'une texture à partir de son périodogramme. Elle peut néanmoins être appliquée à toute distribution circulaire.

Comme le montre la Fig. 23 au chapitre II, l'étalement du pic d'énergie autour de la circonférence de rayon r_0 est significatif de l'anisotropie de la texture dans l'image.

En effet, dans le plan complexe, la fonction $g(\alpha) = |F(\alpha, r_0)|^2$, correspondant à la densité d'énergie sur une circonférence de rayon r_0 (voir paragraphe II.1.3.1), forme un lobe autour de θ_0 . L'évaluation de la demi-ouverture Φ du lobe de la courbe polaire nous donne la dispersion angulaire et ainsi l'évaluation de l'anisotropie dans l'image [ALA95].

$$\Phi = \left[\frac{\int_0^{2\pi} g(\alpha) \beta^p d\alpha}{\int_0^{2\pi} g(\alpha) d\alpha} \right]^{1/p} \quad \begin{aligned} \theta_1 &= |\theta_0 - \alpha| \\ \beta &= \text{Inf}[\theta_1, 2\pi - \theta_1] \end{aligned} \quad (43)$$

III.2.4 Limites de ces méthodes

Comme la ressemblance de leur principe de construction le laisse supposer, ces trois méthodes donnent des résultats similaires, même si la dernière est basée sur une unité de mesure différente des deux premières. On pourra le constater sur les résultats présentés en fin de chapitre. Seul le mode de calcul diffère légèrement.

Par ailleurs, ces mesures souffrent de la même lacune : elles mesurent l'écart à la moyenne des orientations présentes dans l'image sans se soucier si ces différences sont constatées sur des sites proches ou éloignés.

En fait, l'aspect répartition spatiale des orientations est négligé. Or cet aspect est un des fondements de la notion de texture.

Il convient donc de mettre en oeuvre un indicateur d'anisotropie basé sur des statistiques d'ordre deux (voire plus) qui, elles, prennent en compte la répartition spatiale des orientations.

III.3 Construction d'un indicateur d'anisotropie du 2° ordre

III.3.1 Objectifs de cet indicateur du second ordre

Comme nous venons de le voir, la principale carence que l'on rencontre avec les opérateurs de dispersion classiques présentés précédemment est qu'ils ne prennent pas en compte la position des échantillons en même temps que leur écart à la moyenne.

Par exemple, dans le cas de textures ayant une distribution des directions nettement bimodale, les indicateurs présentés jusqu'ici mesurent, quelle que soit l'échelle, l'écart angulaire entre les deux modes en même temps que l'anisotropie des motifs élémentaires représentée par l'étendue de chacun des lobes.

L'image de la Fig. 53 présente un exemple d'une telle texture. Les deux modes de la distribution des orientations proviennent de l'existence de deux régions distinctes avec, au sein de chaque région, une texture très anisotrope,

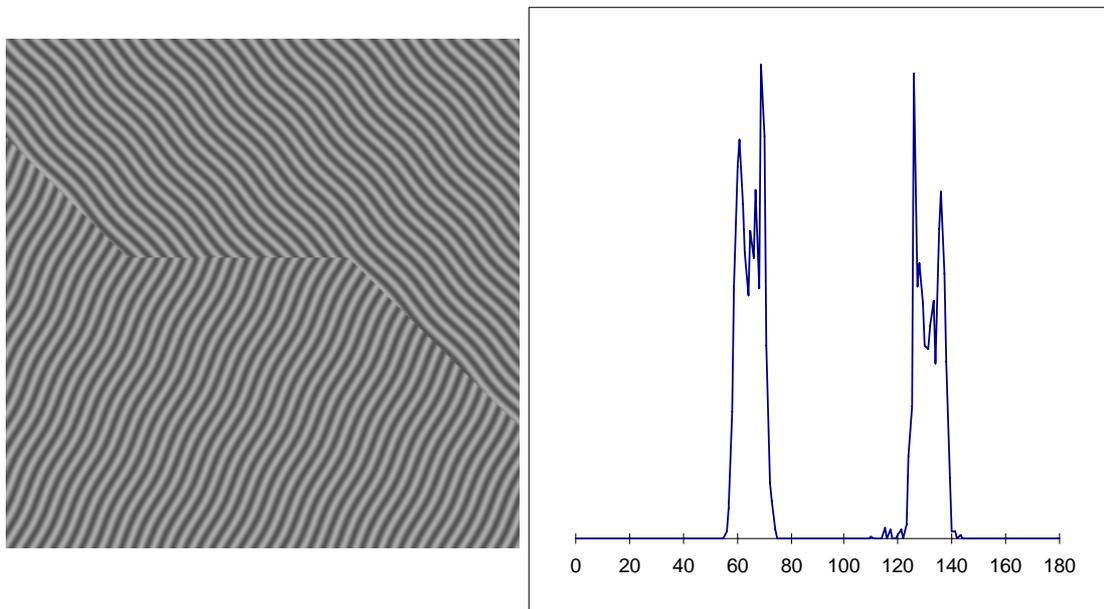


Fig. 53 : Texture localement anisotrope et bimodale et sa distribution angulaire

L'indicateur que nous proposons doit donc remplir les objectifs suivants :

- **localité**, c'est à dire capacité à exprimer des différences locales d'orientations, afin de pouvoir estimer l'anisotropie à différentes échelles.

- **précision**, pour discerner par exemple des différences d'orientation l'ordre du degré.
- **possibilité d'exploiter un champ de vecteurs**, en particulier de leur module qui exprime la confiance que l'on attribue à la mesure de l'orientation.

Nous montrerons dans la suite que l'indicateur d'anisotropie d'une texture I_{so} , décrit ci-dessous, satisfait ces objectifs.

III.3.2 Formulation de l'indicateur I_{so}

L'indicateur nommé I_{so} mesure les différences locales d'orientation des textures d'une image, c'est à dire les différences de directions moyennes mesurées entre des fenêtres voisines. Le système de voisinage retenu est le 4-voisinage. Les couples de fenêtres voisines (cliques) se partagent en cliques verticales et horizontales.

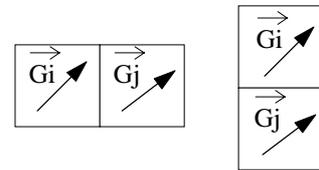


Fig. 54 : Exemple de cliques horizontales et verticales

Il est défini de la façon suivante.

Définition 7 :

Soit $\{s_1, \dots, s_n\}$, une grille bidimensionnelle de sites.

Soit $\{\vec{G}_{s_1}, \dots, \vec{G}_{s_n}\}$ le champ des vecteurs dont on veut estimer l'anisotropie.

Soit η un système classique de 4-voisinage sur cette grille.

Soit $C_{i,j} \in \eta$ la clique formée du couple vecteurs voisins (\vec{G}_i, \vec{G}_j) .

L'indicateur I_{so} est alors défini par :

$$I_{so}(p, q) = \sqrt{\frac{\sum_{C_{i,j}} \left[\left| \Delta \left(\text{Arg}(\vec{G}_i), \text{Arg}(\vec{G}_j) \right) \right|^p \times \left(\|\vec{G}_i\| \times \|\vec{G}_j\| \right)^q \right]}{\sum_{C_{i,j}} \left(\|\vec{G}_i\| \times \|\vec{G}_j\| \right)^q}}$$

L'opérateur $\Delta(\cdot)$ est défini en (40)

On peut noter que les différences locales d'argument sont pondérées par les modules des vecteurs du champ considéré. En effet, l'indicateur I_{so} a été conçu pour être appliqué à des champs de VDM. Or, comme nous l'avons indiqué au paragraphe II.2.6, le module des VDM est un indicateur de la pertinence de la direction

dominante désignée par son argument. Cette considération justifie donc la pondération effectuée.

Le paramètre q permet de faire varier l'influence de cette pondération. Ce paramètre permet de moduler la façon de prendre en compte les petits vecteurs. Une valeur $q < 1$ conduit à accorder davantage de confiance aux vecteurs de faible module alors qu'une forte valeur de q privilégie les vecteurs ayant un module important.

Des essais ont été réalisés pour $q=0$, $q=0.5$, $q=1$ et $q=2$.

Dans le cadre de nos expérimentations, le meilleur compromis a été obtenu avec $q=1$. Toutefois, les différences observées entre les résultats obtenus pour $q=1$ et $q=2$ ne sont significatives que pour des images très dégradées.

Quant au paramètre p , il exprime l'importance que l'on accorde aux petites variations angulaires. Les expériences réalisées sur des textures naturelles montrent que les résultats obtenus pour $p=0.5$, $p=1$ et $p=2$ sont similaires. Dans la suite nous avons choisi $p=2$.

Dans la suite, pour simplifier les notations, $I_{so}(2,1)$ (pour $p=2$ et $q=1$) sera simplement noté I_{so} .

Le cas particulier de $q=0$, c'est à dire l'absence de pondération par le module, peut s'avérer intéressant pour étudier mathématiquement le comportement de cet indicateur d'anisotropie. Nous désignerons sous le terme d'indicateur I_{sa} l'indicateur $I_{so}(2,0)$, c'est à dire lorsque $p=2$ et $q=0$.

Dans la définition 7, la pondération par le produit des modules apparaît au numérateur et au dénominateur. Ceci permet une normalisation de l'opérateur I_{so} . Ainsi, son ordre de grandeur est le même que celui de l'opérateur I_{sa} et la valeur obtenue est de dimension équivalente à un écart angulaire. Les indicateurs I_{so} et I_{sa} s'exprimeront donc en degrés ou en radians (ou toute autre unité angulaire selon l'unité de Δ). La comparaison entre les opérateurs I_{so} , I_{sa} , I_{dc} et s_0 sera donc possible et pertinente.

III.3.3 Valeurs extrêmes des indicateurs I_{so} et I_{sa}

Précisons les valeurs limites de ces indicateurs.

Cas parfaitement anisotrope

Lorsque une texture tend vers la parfaite anisotropie, il est évident que les différents indicateurs présentés jusqu'ici tendent vers zéro. Dans le cas de $I_{so}(p,q)$, le terme $\Delta\left(\text{Arg}(\vec{G}_i), \text{Arg}(\vec{G}_j)\right) \rightarrow 0$ et donc $I_{so}(p,q) \rightarrow 0$ quels que soient p et q ($p>0$).

Cas isotrope (désordre total)

Dans le cas d'un champ de vecteurs dont les orientations sont uniformément distribuées, indépendantes entre elles et indépendantes des modules, on obtient des textures dont les orientations sont parfaitement désordonnées. La texture est alors anisotrope.

On peut construire facilement un tel cas de figure en synthétisant une texture uniquement formée d'un bruit blanc.

Dans ce cas l'espérance mathématique de l'indicateur I_{sa} est de :

$$I_{sa} = \pi / \sqrt{12} \text{ radians (soit } I_{sa} = \sqrt{2700} \approx 52^\circ)$$

En effet, d'après la définition 7, on peut écrire :

$$I_{sa}^2 = \frac{\sum_{C_{i,j}} \Delta^2\left[\text{Arg}(\vec{G}_i), \text{Arg}(\vec{G}_j)\right]}{N_c} \quad (44)$$

avec N_c nombre de cliques $C_{i,j}$

Soient A_i et A_j les variables aléatoires associées aux arguments des VDM de la clique $C_{i,j}$ et α_i α_j des réalisations de ces deux variables.

Si les directions dominantes de tout couple de fenêtres voisines sont indépendantes (A_i et A_j statistiquement indépendantes) et uniformément distribuées entre 0 et π , alors les différences de directions $D_{i,j} = \Delta(A_i, A_j)$ au sein des cliques sont uniformément distribuées entre 0 et $\pi/2$.

Dans ce cas :

$$I_{sa}^2 = \langle D_{i,j}^2 \rangle = \int_0^{\pi/2} x^2 p_D(x) dx = \frac{1}{\pi/2} \int_0^{\pi/2} x^2 dx = \frac{1}{\pi/2} \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^{\pi/2} = \frac{\pi^2}{12} \text{rad}^2 \quad (45)$$

Cette valeur est obtenue en prenant la valeur $\pi/2$ pour direction moyenne. Mais la distribution étant circulaire et uniforme, toute autre valeur de la moyenne peut se ramener à $\pi/2$ par une simple rotation.

Cas anti-ordonné

Comme nous venons de le voir, une valeur de I_{sa} proche de 52° caractérise l'anisotropie d'une texture totalement désordonnée. Mais cette valeur de 52° ne constitue pas la valeur maximale de l'indicateur I_{sa} .

En effet, on peut obtenir des valeurs supérieures à 52° en construisant des textures spatialement ordonnées (voire même déterministes) formées de directions aussi antagonistes que possible les unes des autres. Ces textures font alors apparaître deux directions privilégiées mais n'admettent aucune tendance centrale (direction moyenne). La Fig. 55 en présente un exemple.

Pour une échelle correspondant à la taille du pavage, la valeur de I_{sa} obtenue atteint alors 90° ($\pi/2$ radians)

Notons que cette valeur est indépendante de l'origine du fenêtrage à l'exception du cas où les centres des fenêtres coïncident avec les sommets des pavés. Les VDM étant alors tous nuls, la valeur d' I_{sa} est indéterminée.

Nous qualifierons ces textures d'anti-ordonnées car elles correspondent à un assemblage ordonné de directions antagonistes.

Comme nous le montrerons à travers les résultats présentés plus loin, les valeurs extrêmes obtenues dans ces trois cas sont identiques pour les indicateurs I_{sa} et I_{so} .

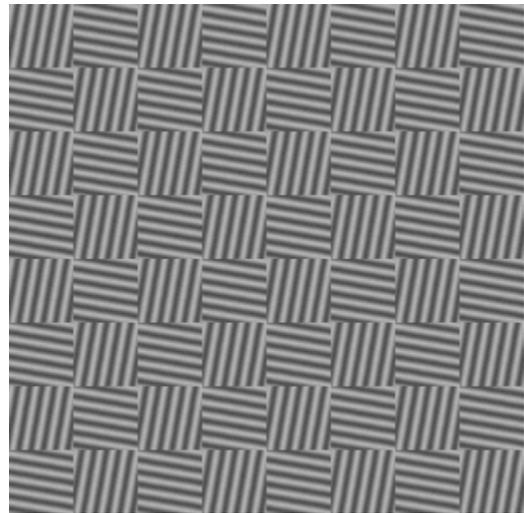


Fig. 55 : Exemple de texture de type *anti-ordonnée*

III.3.4 Comparaison des indicateurs d'isotropie I_{sa} et I_{dc}

Par une rapide manipulation de la définition de I_{sa} , il est possible de faire apparaître un lien entre cet indicateur et I_{dc} .

D'après (44), nous avons :

$$I_{sa}^2 = \frac{\sum_{C_{i,j}} \Delta^2 \left[Arg(\vec{G}_i), Arg(\vec{G}_j) \right]}{N_c} \quad (46)$$

avec N_c nombre de cliques $C_{i,j}$

Notre système de 4-voisinage η fait apparaître des cliques horizontales et verticales.

En les séparant, il vient:

$$I_{sa}^2(n) = \frac{\sum_{C_{H(i,j)}} \Delta^2 \left[Arg(\vec{G}_i), Arg(\vec{G}_j) \right] + \sum_{C_{V(k,l)}} \Delta^2 \left[Arg(\vec{G}_k), Arg(\vec{G}_l) \right]}{N_{CH} + N_{CV}} \quad (47)$$

avec $C_{H(i,j)}$ et $C_{V(k,l)}$, cliques horizontales et verticales et N_{CH} et N_{CV} nombre de cliques horizontales et verticales.

Supposons que la grille des sites soit carrée et posons N le nombre de sites par ligne et par colonne ($N_{CH} = N_{CV} = N_c/2 = N-1$).

III.3.4.1 Cas de dispersions faibles

Plaçons-nous dans le cas où toutes les cliques $C_{H(\alpha,\beta)}$ respectent les critères suivants :

- $\forall i, j \left| Arg(\vec{G}_i) - Arg(\vec{G}_j) \right| < \frac{\pi}{2}$, la dispersion est faible pour éviter les effets *modulo* ;
- $\forall i \ Arg(\vec{G}_i) \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \right]$, la moyenne est éloignée de 0 et de π pour éviter les effets de frontière.

On peut donc écrire : $\forall i, j \ \Delta \left(Arg(\vec{G}_i), Arg(\vec{G}_j) \right) = Arg(\vec{G}_i) - Arg(\vec{G}_j)$.

Soit $Arg(\vec{G}_k) = \theta_{x,y}$, x et y étant les rangs horizontaux et verticaux du site k sur la grille.

Détaillons séparément les deux termes du numérateur :

$$S_H(n) = \sum_{C_H(i,j)} \left(Arg(\vec{G}_i) - Arg(\vec{G}_j) \right)^2 = \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-2} (\theta_{x,y} - \theta_{x+1,y})^2$$

$$S_V(n) = \sum_{C_V(i,j)} \left(Arg(\vec{G}_i) - Arg(\vec{G}_j) \right)^2 = \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-2} (\theta_{x,y} - \theta_{x,y+1})^2$$

Faisons apparaître la direction moyenne à l'intérieur de l'équation de $S_H(n)$.

$$S_H(n) = \sum_{x=0}^{N-2} \sum_{y=0}^{N-1} (\theta_{x,y} - \bar{\theta} + \bar{\theta} - \theta_{x+1,y})^2 = \sum_{x=0}^{N-2} \sum_{y=0}^{N-1} ((\theta_{x,y} - \bar{\theta}) - (\bar{\theta} - \theta_{x+1,y}))^2$$

$$S_H(n) = \sum_{x=0}^{N-2} \sum_{y=0}^{N-1} (\theta_{x,y} - \bar{\theta})^2 + \sum_{x=0}^{N-2} \sum_{y=0}^{N-1} (\theta_{x+1,y} - \bar{\theta})^2 - 2 \sum_{x=0}^{N-2} \sum_{y=0}^{N-1} (\theta_{x,y} - \bar{\theta})(\theta_{x+1,y} - \bar{\theta})$$

En complétant les sommations on obtient :

$$S_H(n) = 2 \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} (\theta_{x,y} - \bar{\theta})^2 - 2 \sum_{x=0}^{N-2} \sum_{y=0}^{N-1} [(\theta_{x,y} - \bar{\theta})(\theta_{x+1,y} - \bar{\theta})] - \sum_{y=0}^{N-1} [(\theta_{0,y} - \bar{\theta})^2 + (\theta_{N-1,y} - \bar{\theta})^2]$$

A une constante multiplicative près, le premier terme correspond à I_{dc} (42), le second terme rappelle une covariance horizontale avec une distance unitaire et le troisième correspond à un effet de bord (cliques horizontales incomplètes sur les bords verticaux).

Ainsi on peut écrire :

$$S_H(n) = 2(N^2 - 1)I_{dc}^2 - 2N(N-1)R_{xsh} - Bords_v$$

$$S_V(n) = 2(N^2 - 1)I_{dc}^2 - 2N(N-1)R_{xsv} - Bords_h$$

$$\text{avec } R_{xsh} = \frac{\sum_{x=0}^{N-2} \sum_{y=0}^{N-1} (\theta_{x,y} - \bar{\theta})(\theta_{x+1,y} - \bar{\theta})}{N(N-1)} \quad R_{xsv} = \frac{\sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-2} (\theta_{x,y} - \bar{\theta})(\theta_{x,y+1} - \bar{\theta})}{N(N-1)}$$

$$Bords_H(n) = \sum_{x=0}^{N-1} [(\theta_{x,0} - \bar{\theta})^2 + (\theta_{x,N-1} - \bar{\theta})^2]$$

$$Bords_v(n) = \sum_{y=0}^{N-1} \left[(\theta_{0,y} - \bar{\theta})^2 + (\theta_{N-1,y} - \bar{\theta})^2 \right]$$

Finalement, lorsque $\left| Arg(\vec{G}_i) - Arg(\vec{G}_j) \right| < \frac{\pi}{2}$, on obtient :

$$I_{sa}^2(n) = \frac{2(N+1)}{N} I_{dc}^2(n) - (R_{xxh} + R_{xxv}) - Bords \quad (48)$$

$$\text{avec } Bords = \frac{Bords_h + Bords_v}{2N(N-1)}$$

Remarques :

- Dans le cas où la dispersion des directions est faible, mais avec une orientation moyenne proche de 0 ou π radians, on procède de la même façon en commençant toutefois par opérer une rotation de l'ensemble de vecteurs gradient (exemple d'angle de rotation : $\pi/2$).
- Lorsque la largeur N de la grille est suffisante, le terme de bord peut être négligé ; Lorsque les directions des gradients moyens des couples fenêtres voisines sont statistiquement indépendantes, les termes de covariance tendent vers 0.

Lorsque les deux conditions précédentes sont réunies, alors l'indicateur I_{sa} tend vers $\sqrt{2} \times I_{dc}$ (I_{dc} étant assimilable à un écart type).

III.3.4.2 Cas d'une distribution isotrope

Il reste à étudier le cas où la dispersion de l'orientation est telle qu'une ou plusieurs

cliques ne satisfont plus le critère $\left| Arg(\vec{G}_i) - Arg(\vec{G}_j) \right| < \frac{\pi}{2}$.

Le cas extrême d'une image parfaitement isotrope, avec une distribution circulaire uniforme des directions entre 0 et π radians, a déjà été étudié au paragraphe III.3.3.

Soient A_i et A_j les variables aléatoires associées aux arguments de la clique $C_{i,j}$ et

soit $D_{i,j} = \Delta(A_i, A_j)$ l'écart de directions au sein de cette clique.

La valeur obtenue est alors :

$$I_{sa}^2 = \langle D_{i,j}^2 \rangle = \int_0^{\pi/2} x^2 p_D(x) dx = \frac{1}{\pi/2} \int_0^{\pi/2} x^2 dx = \frac{1}{\pi/2} \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^{\pi/2} = \frac{\pi^2}{12} \text{rad}^2 \quad (49)$$

L'indicateur I_{dc} calculé dans les mêmes conditions donne :

$$I_{dc}^2 = \langle (A - \bar{A})^2 \rangle = \int_0^{\pi} (x - \bar{A})^2 p_A(x) dx = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} x^2 dx = \frac{1}{\pi} \left[\frac{x^3}{3} \right]_{-\pi/2}^{\pi/2} = \frac{\pi^2}{12} \text{rad}^2 \quad (50)$$

Dans ce cas extrême, on obtient $I_{sa} = I_{dc}$.

III.3.4.3 Cas intermédiaires

Prenons par exemple le cas d'une distribution uniforme des angles entre

$$\left[\frac{\pi}{2} - \frac{L}{2}, \frac{\pi}{2} + \frac{L}{2} \right], \text{ avec } L \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi \right].$$

Dans ce cas, I_{dc}^2 vaut :

$$I_{dc}^2 = \langle (A - \bar{A})^2 \rangle = \int_{-L/2}^{L/2} x^2 p_A(x) dx = \frac{1}{L} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} x^2 dx = \frac{1}{L} \left[\frac{x^3}{3} \right]_{-L/2}^{L/2} = \frac{L^2}{12} \quad (51)$$

Le calcul d' I_{sa} s'appuie sur la densité de probabilité $p_D(x)$ de la variable $D_{i,j}$.

Pour A_i et $A_j \in \left[\frac{\pi}{2} - L, \frac{\pi}{2} + L \right]$, $p_D(x)$ suit la distribution présentée à la Fig. 56,

par suite du repliement des angles excédant l'intervalle $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$.

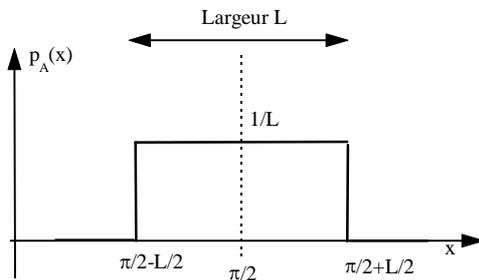


Fig. 56 : Distribution des A_i et A_j

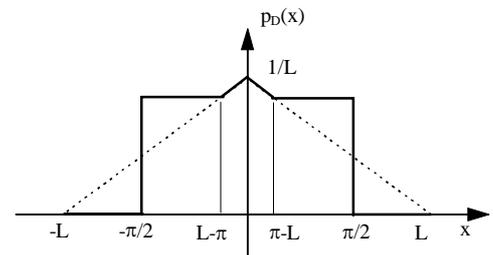


Fig. 57 : Distribution de $D_{i,j} = \Delta(A_i, A_j)$

- Pour $x \in [0, \pi - L]$, $p_D(x) = \frac{L-x}{L^2}$.

• Pour $x \in \left[\pi - L, \frac{\pi}{2} \right]$, $p_D(x) = \frac{2L - \pi}{L^2}$.

L'indicateur I_{sa} devient:

$$\begin{aligned}
 I_{sa}^2 &= \langle D^2 \rangle = 2 \times \int_0^{\pi/2} x^2 p_D(x) dx = 2 \times \left[\int_0^{\pi-L} x^2 \cdot \frac{L-x}{L^2} dx + \int_{\pi-L}^{\pi/2} 2 \cdot x^2 \cdot \frac{L-\pi/2}{L^2} dx \right] \\
 I_{sa}^2 &= 2 \times \left[\frac{(\pi-L)^3 \cdot L}{3L^2} - \frac{(\pi-L)^4}{4L^2} \right]_0^{\pi/2} + 2 \times \frac{2L-\pi}{L^2} \left[\frac{(\pi/2)^3}{3} - \frac{(\pi-L)^3}{3} \right] \\
 I_{sa}^2 &= \frac{1}{6} L^2 - \frac{2\pi}{3} L + \pi^2 - \frac{\pi^3}{2L} + \frac{\pi^4}{12L^2} = I_{dc}^2 \cdot \left[2 - 8 \frac{\pi}{L} + 12 \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 - \frac{1}{6} \left(\frac{\pi}{L} \right)^3 + \left(\frac{\pi}{L} \right)^4 \right] \quad (52)
 \end{aligned}$$

Aux limites, pour $L=\pi$, on obtient $I_{sa}^2 = \pi^2/12 = I_{dc}^2$ et pour $L=\pi/2$, $I_{sa}^2 = \pi^2/24 = 2 I_{dc}^2$, ce qui est conforme aux résultats obtenus précédemment.

Finalement, pour des distributions uniformes et dans le cas où les orientations sont statistiquement indépendantes, l'indicateur I_{sa} évolue entre $\sqrt{2} \times I_{dc}$ pour des dispersions faibles et $1 \times I_{dc}$ pour des dispersions maximales (Fig. 58).

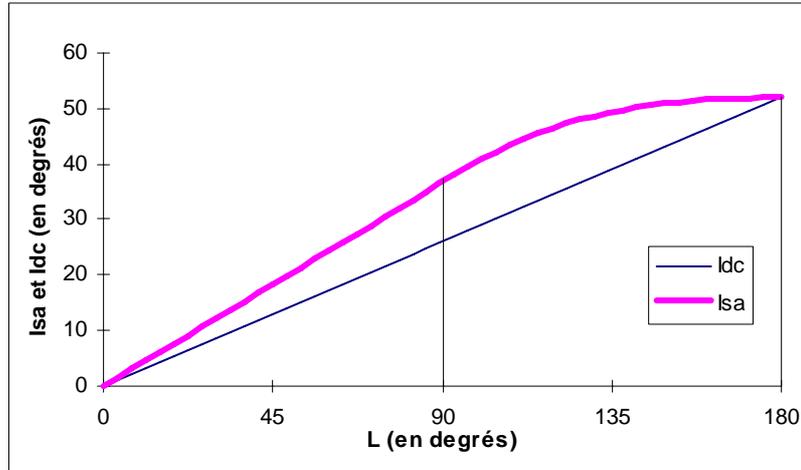


Fig. 58 : Evolution de I_{dc} et I_{sa} en fonction de la largeur L de la distribution des orientations (cas d'une distribution uniforme)

III.4 Résultats de simulations

Les résultats présentés dans la suite montrent les valeurs obtenues pour les indicateurs I_{so} , I_{sa} , I_{dc} , s_0 calculés sur des champs de Vecteurs Directionnels Moyens à une échelle $n=32$. La taille des imagettes employées est de 256x256 pixels

en 256 niveaux de gris. Pour plus de commodité, les résultats sont exprimés en degrés.

III.4.1 Images de synthèses

Les images de synthèse présentées ici sont de deux sortes.

a) Les premières correspondent à une texture longiforme sinusoidale pour laquelle l'amplitude de la sinusoïde est paramétrable. Les amplitudes choisies sont 0 (texture rectiligne), 3, 6 et 12 pixels pour une période de 24 pixels (Fig. 59).

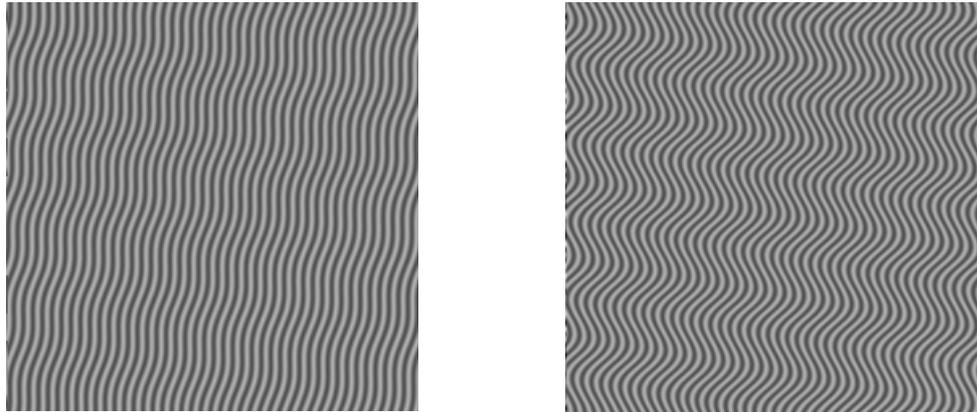


Fig. 59 : Exemples de textures *sinusoïdales*

Le tableau suivant présente les résultats obtenus pour les différents indicateurs. On constate que l'ensemble des indicateurs fournissent bien une réponse en rapport avec l'amplitude des ondulations.

Fig. 60 : Résultats obtenus pour les textures *sinusoïdales*

Amplitude	I_{so}	I_{sa}	I_{dc}	s_0
0	0	0	0	0
3	4	4	3	3
6	8	8	6	6
12	18	18	13	14

Il est également intéressant de constater que les écarts prévus par la théorie entre I_{sa} et I_{dc} dans le cas de dispersions comprises entre 0 et 90° sont effectivement observés dans la pratique ($I_{sa} > I_{dc}$).

b) La deuxième classe d'image de synthèse étudiée est construite sur la base de textures longiformes d'orientation variable appliquées sur un pavage de Voronoï [CHA91], sur un champ de germes poissonniens 2D.

La taille moyenne des pavés et la dispersion angulaire sont paramétrables.

La distribution des orientations de la texture dans les pavés suit une loi normale avec recouvrement [MAR72] dont l'écart type σ_θ est pris successivement à 0,10°,20° et 40°. La taille moyenne des pavés est fixée à 32 pixels en largeur et 32 pixels en hauteur.

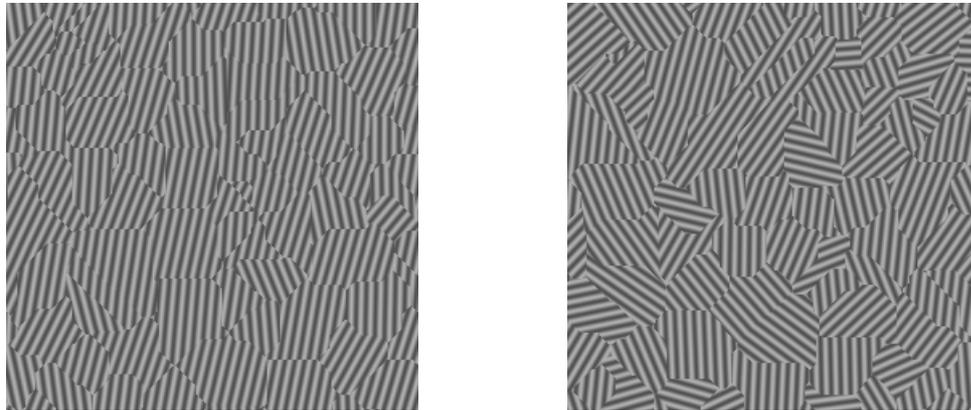


Fig. 61 : Exemples de textures *pavage de Voronoï sur champ poissonien 2D*

Deux exemples de ces textures sont présentés à la Fig. 61.

Le tableau de la Fig. 62 montre les résultats obtenus.

σ_θ	I_{so}	I_{sa}	I_{dc}	s_0
0	0	0	0	0
10	7.5	7.5	6.5	6.5
20	15.5	16.5	14	13.5
40	32.5	37	34.5	31.5

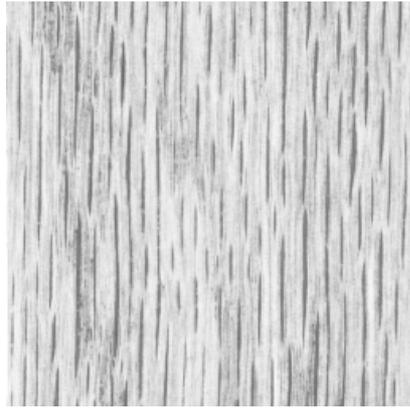
Fig. 62 : Résultats obtenus pour les textures *pavage*

Là encore, les résultats obtenus suivent la dispersion angulaire introduite dans les images. La forme du pavage étant aléatoire, plusieurs réalisations d'images de synthèse peuvent conduire à des résultats légèrement différents.

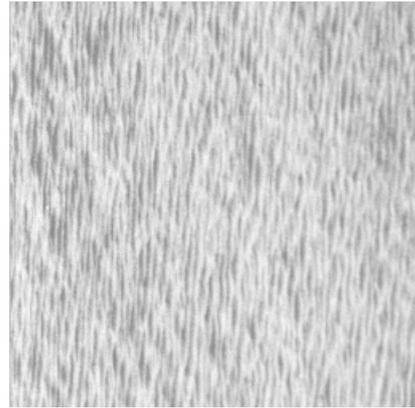
III.4.2 Textures naturelles

Les indicateurs I_{so} , I_{sa} , I_{dc} , s_0 ont également été calculés sur des images extraites de l'album de Brodatz et de photographies de structures de matériaux composites (Fig. 63). La taille des fenêtres est fixée à 32x32 pixels.

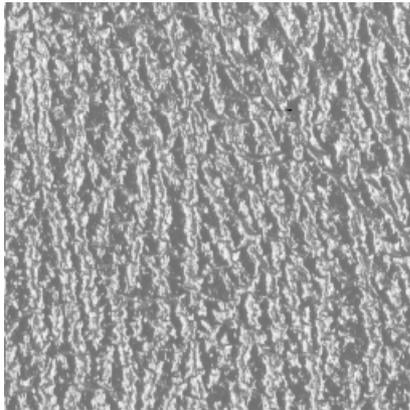
On obtient des résultats comparables avec les quatre indicateurs de dispersion circulaire. Les valeurs les plus élevées sont obtenues pour la texture *herbe* (qui est assez désordonnée, même si une direction privilégiée apparaît) et le *matériau I* (pour lequel une certaine circularité de la texture peut être observée).



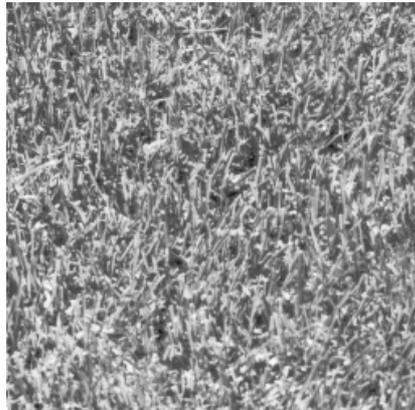
Texture *bois*



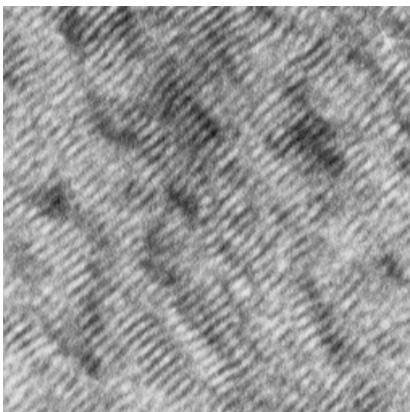
Texture *eau*



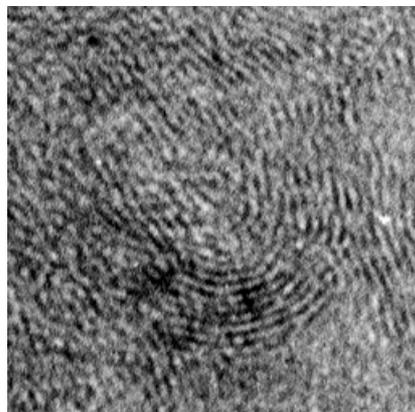
Texture *lierre*



Texture *herbe*



Texture *matériau A*



Texture *matériau I*

Fig. 63 : Textures naturelles (Brodatz et matériaux composites)

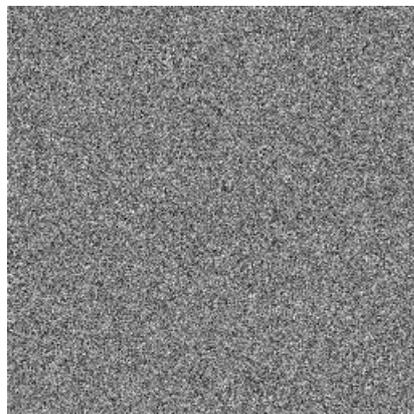
Par contre, comme le montre le tableau de la Fig. 64, pour les images *bois*, *eau*, *lierre* et le *matériau A*, la direction très largement prédominante que présentent ces textures entraîne une mesure très faible (quelques degrés) pour chacun des indicateurs.

Texture	I_{so}	I_{sa}	I_{dc}	s_0
Bois	1	1	1	1
Eau	2	2	2	2
Lierre	5	5	6	6
Herbe	16	15	13	13
Matériau A	7	7	5	5
Matériau I	24	18	26	20

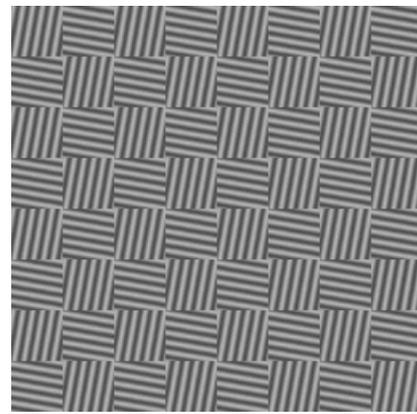
Fig. 64 : Résultats obtenus pour les textures naturelles

III.4.3 Cas limites

Les indicateurs d'anisotropie présentés dans ce chapitre ont également été testés dans les cas limites (textures isotropes et anti-ordonnées) étudiés au paragraphe III.3.3 (voir Fig. 65).



a) Texture *bruit blanc*



b) Texture *damier*

Fig. 65 : exemples de textures isotropes et anti-ordonnées

Cette fois ci, on constate des disparités importantes dans les valeurs obtenues. En ce qui concerne le bruit blanc, les valeurs d' I_{so} , I_{sa} et I_{dc} mesurées sur l'image de la Fig. 65a sont proches de la valeur théorique de $51,97^\circ$ établie précédemment. Une valeur moyenne mesurée sur un ensemble suffisamment grand de réalisations de cette texture conduit à une valeur encore beaucoup plus précise.

Par contre, la façon de calculer s_0 à partir de la variance d'une distribution normale fait tendre les valeurs mesurées vers $+\infty$, ce qui est justifié car une distribution uniforme des orientations correspond à une loi *gaussian overlapped* avec $\sigma = \infty$.

Pour la texture *damier*, l'indicateur I_{dc} montre lui aussi ses limites, puisqu'il ne permet pas de distinguer de différence d'organisation avec la texture précédente, alors que les indicateurs I_{sa} et I_{so} y parviennent sans difficulté.

Texture	I_{so}	I_{sa}	I_{dc}	s_0
Bruit blanc	54	54	48	71
Damier	90	90	54	101

Fig. 66 : Résultats obtenus pour les textures isotropes

III.5 Conclusion

Les résultats présentés jusqu'ici montrent que sur l'ensemble des textures testées, les indicateurs I_{sa} et I_{so} donnent des valeurs identiques. Les ordres de grandeurs de I_{dc} et s_0 sont similaires à ceux d' I_{sa} et I_{so} pour des textures directionnelles et homogènes.

Néanmoins, contrairement aux autres indicateurs pour les textures proches de l'isotropie, l'indicateur s_0 diverge vers $+\infty$.

L'indicateur I_{dc} ne semble pas capable de distinguer les textures désordonnées et les textures anti-ordonnées, telles qu'elles ont été définies précédemment.

Enfin, nous montrerons dans le prochain chapitre que seuls les indicateurs I_{sa} et I_{so} sont adaptés à une prise en compte des phénomènes directionnels multi-échelle.

Chapitre IV

Etude multi-échelle du comportement anisotrope des textures

Les indicateurs I_{so} , I_{sa} , I_{dc} et s_0 , présentés dans le chapitre précédent, fournissent chacun une mesure permettant de caractériser, à une échelle donnée, l'anisotropie de textures "simples", c'est à dire formées d'un motif directionnel arrangé selon une grille aux dimensions à peu près régulières.

Par contre, l'étude de textures plus complexes, comme celles comportant plusieurs niveaux d'arrangements texturaux à des échelles distinctes, nécessite de caractériser l'anisotropie par un ensemble de mesures aux échelles correspondantes et non plus par une mesure à une échelle unique.

Il est donc utile voire indispensable de mesurer la variation de ces indicateurs en fonction de l'échelle d'observation n . Ceci conduit à calculer pour chaque texture les courbes $I_{so}(n)$, $I_{sa}(n)$, $I_{dc}(n)$ et $s_0(n)$.

Nous proposons donc dans un premier temps un modèle correspondant à une classe particulière de textures complexes. Ce modèle est basé sur des combinaisons de pavements de taille décroissante sur lesquels sont appliqués divers coloriage (attributs directionnels ou texturaux). Le comportement théorique de l'indicateur I_{sa} sera étudié dans le cas du pavage séparable.

Ensuite, les résultats tirés du modèle théorique seront confrontés aux courbes expérimentales obtenues pour des textures de synthèse et pour des textures réelles, certaines extraites de l'album de Brodatz et d'autres issues de l'observation de la structure atomique de matériaux composites.

IV.1 Comportement multi-échelle des indicateurs d'anisotropie

IV.1.1 Cas des textures simples

Nous appellerons textures simples les textures qui n'impliquent pas de composition multi-échelle d'éléments texturaux. Comme nous l'avons montré dans le chapitre précédent (paragraphe III.4.2), l'ensemble des indicateurs étudiés donne des résultats tout à fait comparables pour les textures "simples". La courbe d'anisotropie obtenue dans ce cas est décroissante, les variations autour de la direction principale de la texture devenant de plus en plus faibles à mesure que l'échelle d'observation augmente.

On peut par exemple observer ce phénomène sur la texture *eau* de l'album de Brodatz (taille de l'image $N \times N = 256 \times 256$), que l'on peut effectivement qualifier de texture simple dans le sens où la répartition spatiale de son motif directionnel est effectivement uniforme sur toute l'image. Les résultats obtenus pour l'ensemble des indicateurs étudiés sont présentés à la Fig. 67.

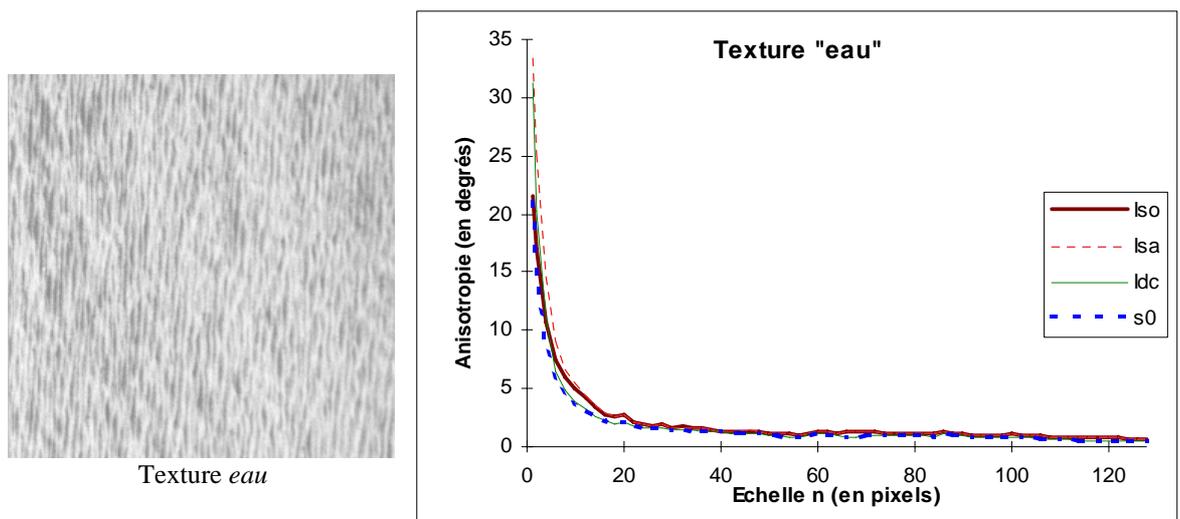


Fig. 67 : Courbes $I_{so}(n)$, $I_{sa}(n)$, $I_{dc}(n)$ et $s_0(n)$ pour la texture eau

On observe effectivement que les courbes produites par les quatre indicateurs sont quasi confondues.

IV.1.2 Cas des textures isotropes et antiordonnées

Le chapitre précédent a permis de faire apparaître des disparités dans les valeurs obtenues par les différents indicateurs sur des textures isotropes et anti-ordonnées. Ces différences vont être accentuées par une étude multi-échelle.

La texture *cercles* (taille de l'image 256x256) peut être considérée comme "très" anisotrope pour de petites échelles d'observation, alors qu'elle est isotrope (voire même anti-ordonnée) pour de grandes échelles d'observation. En effet, pour $n = N/2$ (avec N : largeur et hauteur de l'image), les textures des 4 quarts d'images sont perpendiculaires à leur voisines respectives.

Comme le montre la Fig. 68, cet effet est parfaitement illustré par les courbes $I_{so}(n)$ et $I_{sa}(n)$, qui croissent de façon quasi linéaire en partant de 0° pour $n=1$, pour atteindre 90° lorsque $n = N/2$.

Par contre, les indicateurs I_{dc} et s_0 ne permettent pas de rendre compte de l'anisotropie de la texture à petite et moyenne échelle (pour $n < 80$ pixels)

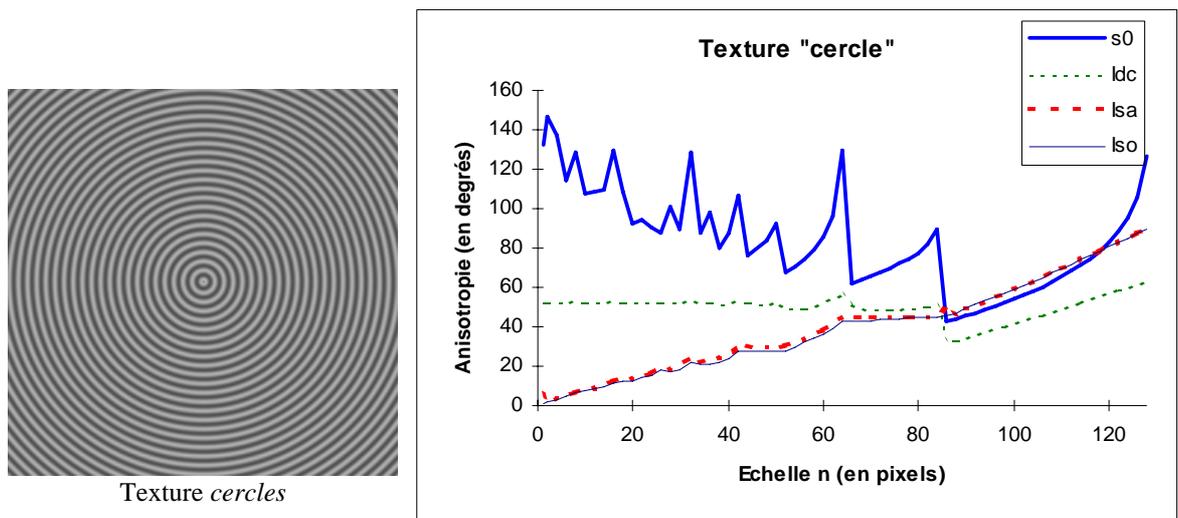


Fig. 68 : Courbes $I_{so}(n)$, $I_{sa}(n)$, $I_{dc}(n)$ et $s_0(n)$ pour la texture *cercles*

On remarque également que l'indicateur s_0 présente une courbe très perturbée. Les perturbations observées sont liées au rapport (N/n) entre la taille de la fenêtre d'observation et la taille de l'image. Lorsque ce rapport est entier ou lorsque $N \text{ modulo } n$ est faible, la totalité (ou presque) de l'image peut être traitée. Par contre, lorsque $N \text{ modulo } n$ est grand, une partie importante de l'image n'est pas prise en compte dans le calcul.

En fait, ce problème affecte tous les indicateurs, mais c'est s_0 qui y est le plus sensible. Une solution pour y remédier sera présentée dans le paragraphe IV.5.1.

La texture *damier* (taille de l'image 256x256) est anti-ordonnée. Elle est formée de pavés anisotropes à petite échelle, mais dont la texture est orientée à 90° de celles des pavés voisins.

Sur la Fig. 69, les indicateurs $I_{so}(n)$ et $I_{sa}(n)$ montrent effectivement une anisotropie très marquée pour $n < 10$ pixels, mais lorsque l'échelle d'observation approche la taille des pavés, la valeur maximale de 90° est atteinte. Ces indicateurs chutent à nouveau pour les multiples impairs de la taille des pavés et remontent pour des échelles correspondant à des multiples pairs de la taille des pavés.

Par contre, comme pour la texture *cercles*, les indicateurs I_{dc} et s_0 ne rendent pas compte de l'anisotropie de la texture à petite échelle (pour $n < 30$ pixels)

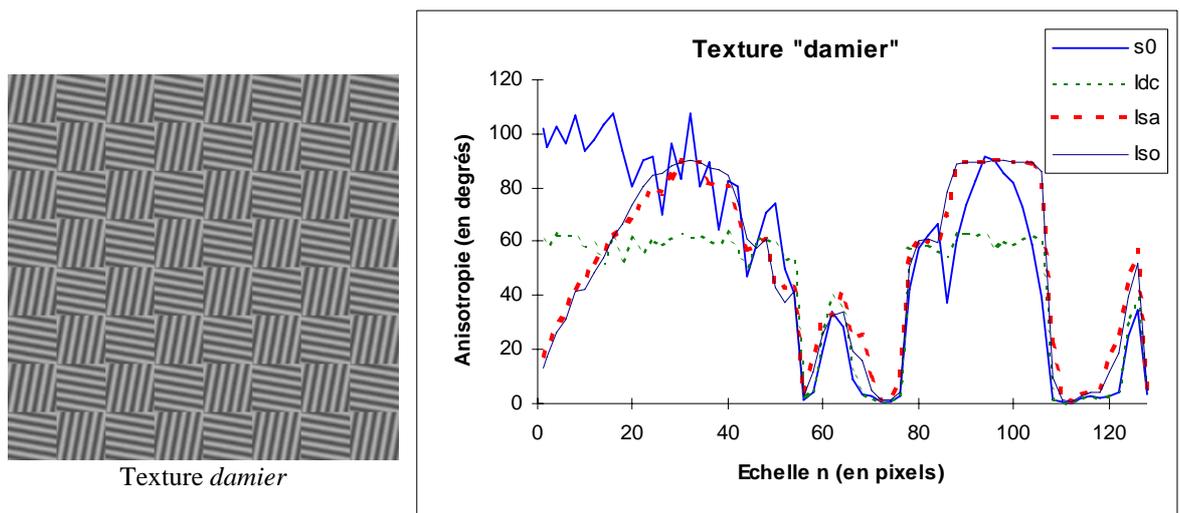


Fig. 69 : Courbes $I_{so}(n)$, $I_{sa}(n)$, $I_{dc}(n)$ et $s_0(n)$ pour la texture *damier*

Remarque :

Même s'ils constituent des extrêmes, ces deux exemples de textures (*cercles* et *damiers*) montrent l'incapacité des indicateurs I_{dc} et s_0 à rendre compte de l'évolution de l'anisotropie des textures complexes en fonction de l'échelle.

Dans la suite, pour plus de clarté dans la présentation des résultats, nous ne montrerons plus que les courbes obtenues pour les indicateurs I_{so} et I_{sa} .

La texture *bruit blanc* (taille de l'image 1024x1024) est un autre exemple de texture isotrope. Nous avons montré que l'indicateur I_{so} devait être égal à $\pi / \sqrt{12}$ radians (soit à peu près 52°) quelle que soit l'échelle d'observation n .

Sur la Fig. 70, on peut observer expérimentalement que c'est également le cas pour l'indicateur I_{so} . Cette figure montre les courbes $I_{so}(n)$ pour 100 images uniquement formées de bruit blanc. Elle présente également (en blanc) la courbe moyenne pour ces 100 réalisations.

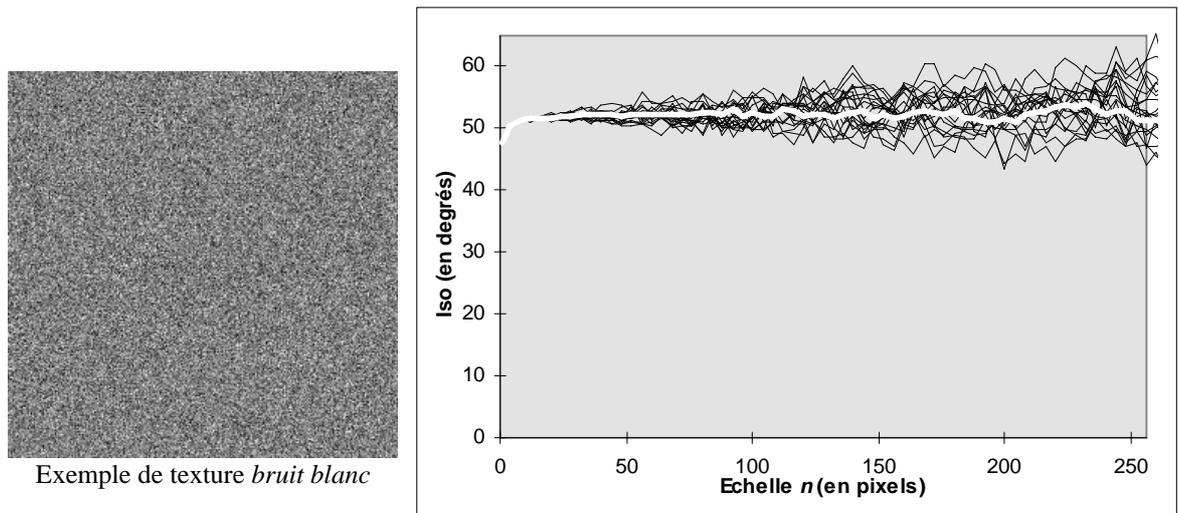


Fig. 70 : Courbes $I_{so}(n)$ pour des images de bruit blanc

Dès que $n > 4$, la courbe moyenne $I_{so}(n)$ reste effectivement proche de la valeur prévue. Pour $n < 4$, l'hypothèse d'indépendance des Vecteurs Directionnels Moyens n'est plus vérifiée puisque le gradient élémentaire de Sobel est calculé sur une fenêtre 3x3. Ceci explique les valeurs plus faibles obtenues en début de courbe.

Par ailleurs, on constate une forte dispersion autour de la courbe moyenne pour les résultats obtenus avec les 100 images. Ce phénomène prend d'autant plus d'importance que la variance du processus stochastique de distribution des angles est forte et que l'échelle d'observation est grande (et donc que le nombre de fenêtres prises en compte dans le calcul devient faible). Seules l'augmentation de la taille de l'image (augmentation du nombre d'échantillons pour le calcul d'une moyenne spatiale) et celle du nombre de réalisations (calcul d'une moyenne d'ensemble) permettent de s'affranchir de cette difficulté.

IV.1.3 Robustesse d' I_{so} et I_{sa} en présence de porosité

Dans des images formées principalement d'une texture directionnelle, il peut apparaître des zones perturbées (pores) ne laissant apparaître que du bruit. C'est notamment le cas de certaines images de matériaux composites présentées au paragraphe IV.5.3.

L'indicateur I_{sa} est très sensible à la présence de ces zones. C'est la raison pour laquelle l'indicateur I_{so} , qui prend en compte le module des VDM a été construit. En effet, dans ces zones isotropes, le module du VDM tend vers zéro et la contribution de l'argument (non significatif) du VDM de ces zones devient alors très faible.

La Fig. 71 présente un exemple de ce type d'images (taille 1024x1024), accompagné des courbes $I_{so}(n)$ et $I_{sa}(n)$ obtenues pour la texture comportant un pore, avec comme témoin la courbe $I_{so}(n)$ obtenue en l'absence de porosité.

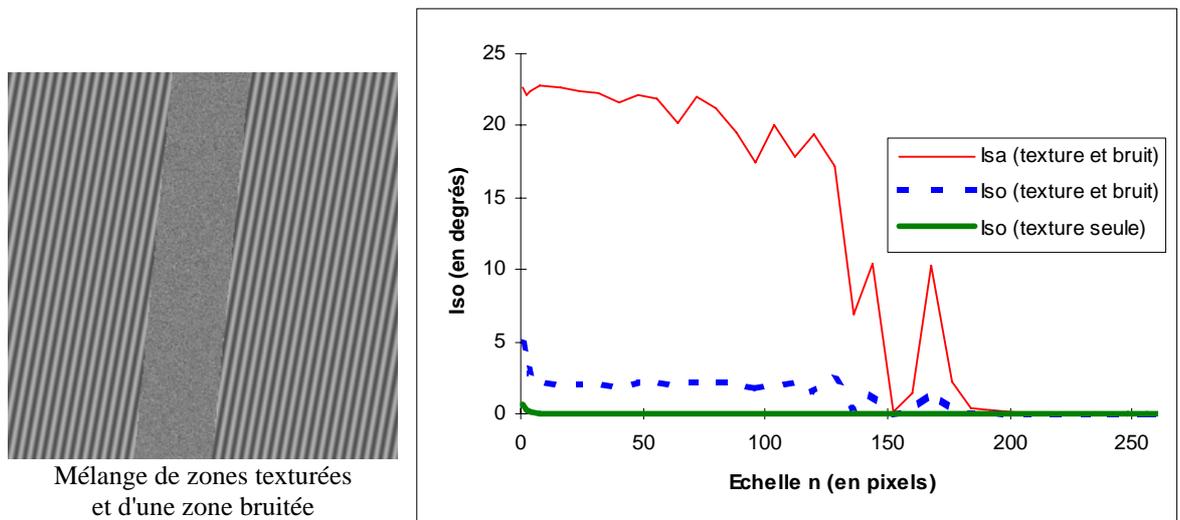


Fig. 71 : Courbes $I_{so}(n)$ et $I_{sa}(n)$ pour des images avec et sans zone bruitée

On constate effectivement que l'immunité de l'indicateur I_{so} à ce type de perturbation est très nettement améliorée par rapport à I_{sa} .

C'est pourquoi l'indicateur I_{so} sera privilégié pour le traitement des textures naturelles.

IV.2 Modélisation des textures complexes

IV.2.1 Objectif de cette modélisation

Comme nous l'avons évoqué dans l'introduction, certaines textures complexes sont formées en associant des primitives texturales qui sont elles même texturées (composition de micro-textures et de macro-textures).

La notion de texton devient alors ambiguë et se réfère à une échelle d'analyse jugée la plus appropriée par l'observateur. Il apparaît donc différents niveaux de partitionnement de la texture, avec des régions de taille décroissante.

La texture canevas, extraite de l'album de Brodatz en est un bon exemple.

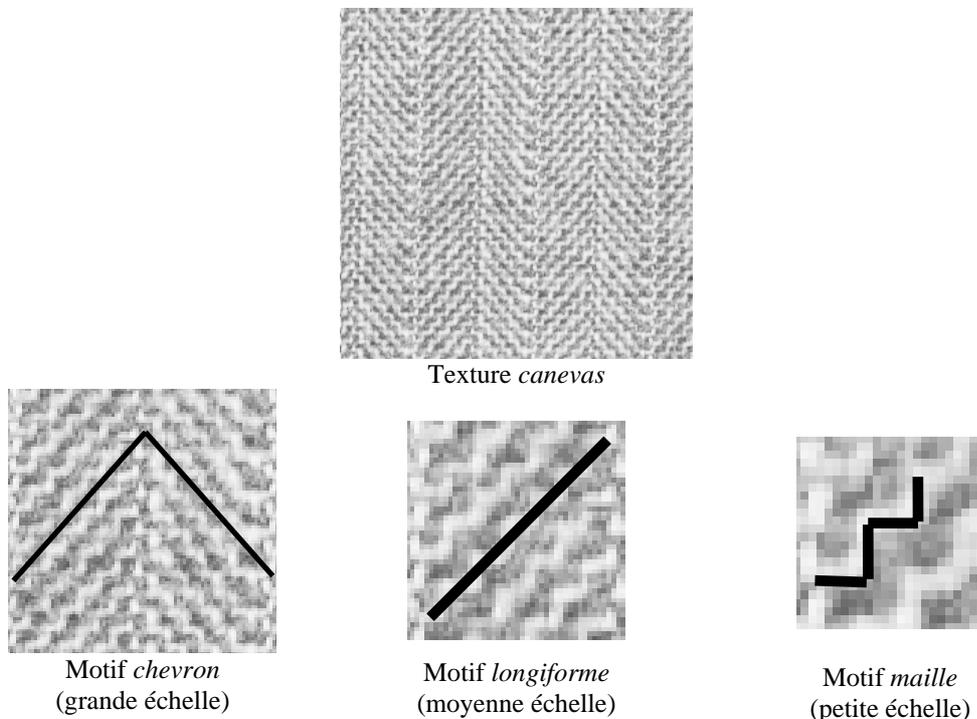


Fig. 72 : Exemple de texture naturelle complexe

Dans la tentative de modélisation que nous proposons, nous abandonnerons la notion de texton qui évoque la forme de la primitive, au profit de celle de région coloriée qui est plus appropriée.

La modélisation de ce type de textures peut alors être envisagée en deux phases :

- construction d'un pavage³ (par composition de pavements indépendants ou par constitution d'une pyramide de pavage)

³ On désignera par pavage, l'action de paver et par pavement le résultat du pavage.

- coloriage des pavés (par un scalaire ou un vecteur attribut)

La Fig. 73 donne un exemple de pavage hiérarchique s'inspirant de la texture présentée en Fig. 72.

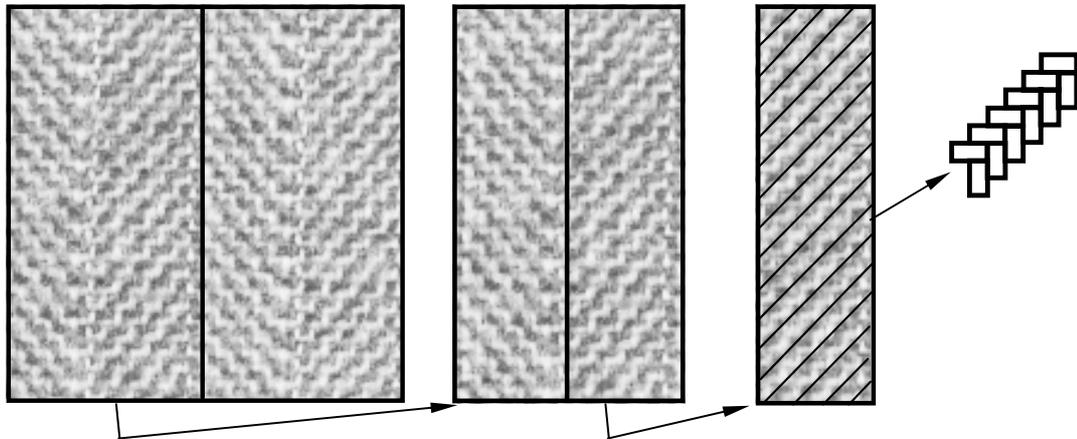


Fig. 73 : Exemple de construction d'un pavement hiérarchique

La mesure à différentes échelles de l'anisotropie de ce type de texture sera fortement dépendante des paramètres du modèle stochastique ainsi construit. Toutefois, l'estimation de l'indicateur, réalisée à différentes échelles d'observation permettra d'obtenir des informations sur les paramètres du modèle sans avoir besoin de procéder à une segmentation de l'image.

IV.2.2 Partitionnement de l'image en régions texturales

La première étape de la modélisation des textures complexes consiste à construire un ou plusieurs processus de pavage puis à les associer les uns aux autres. Donnons tout d'abord quelques définitions.

Définition 8 : Partition d'un espace

Soient Ω un espace connexe et $R_i \subset \Omega$ ($i=1$ à M) des parties connexes de Ω .

$\{R_i\}_{i=1 \rightarrow M}$ est une partition de Ω si et seulement si :

$$\forall i, R_i \neq \emptyset \text{ et } \bigcup_{i=1 \rightarrow N} R_i = \Omega \text{ et } \forall i \neq j, R_i \cap R_j = \emptyset$$

Définition 9 : Pavement ou tessellation

Partition munie de contraintes géométriques (frontières rectilignes, pavés hexagonaux...).

Dans le cas où les pavés sont tous de forme identique on parle de tessellation (et le pavé est nommé tesselle).

Remarque :

Ici, le découpage d'un espace est restreint à une image. En outre, des classes de découpages remarquables peuvent être élaborées, comme par exemple le pavement rectangulaire séparable ou le pavement de Voronoï.

Définition 10 : Pavement séparable

Soient un ensemble d'intervalles sur $x : [x_i, x_{i+1}]$, $i \in \mathcal{I}$ et un ensemble d'intervalles sur $y : [y_j, y_{j+1}]$, $j \in \mathcal{J}$

Le pavé (i,j) est défini par $[x_i, x_{i+1}] \times [y_j, y_{j+1}]$

Le pavement est alors constitué de pavés rectangulaires à sommets confondus

(le pavement séparable induit un pavement rectangulaire alors que la réciproque n'est pas vraie).

Définition 11 : Région de Voronoï [CHA91]

La région de Voronoï $V(M_0, \{M_i\})$ d'un point $M_0 \in \{M_i\}$ par rapport à un ensemble de points $\{M_i\}$ est l'ensemble de tous les points de \mathbb{E}^2 plus proches de M_0 que de tout élément de $\{M_i | i \neq 0\}$.

Définition 12 : Pavement de Voronoï [CHA91]

Le pavement de Voronoï $VOD(S)$ d'un ensemble de points (appelés germes) $S = \{M_i\}$ est la réunion de toutes les régions de Voronoï associées à chaque germe

$$M_i : VOD(S) = \bigcup_{M_i \in S} V(M_i, S - M_i).$$

Une région $V(M_i, S - M_i)$ est également nommée pavé.

Définition 13 : Pavement de Voronoï poissonien

Un pavement de Voronoï est dit poissonien si les germes des tesselles suivent une distribution de Poisson.

Dans le cas d'un pavement irrégulier (stochastique) on peut proposer la construction du modèle correspondant de la façon suivante :

Soient $\theta_1, \theta_2 \dots \theta_n$ des directions comprises entre 0 et π . Soient $l_1, l_2 \dots l_n$ les variables aléatoires désignant le diamètre d'un pavé dans la direction correspondante.

La distribution des pavés est alors complètement décrite par la loi :

$$P(l_1, l_2, \dots, l_n \mid \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) \forall n, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n.$$

Ces paramètres permettent en outre de prendre en compte l'anisotropie du pavage pour la mettre en relation avec l'anisotropie du coloriage.

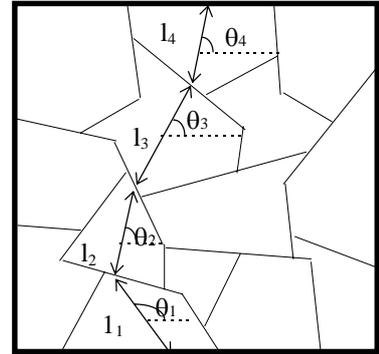


Fig. 74 : Paramètres du pavage

Pour pouvoir modéliser les textures faisant apparaître des primitives à différentes échelles, il suffit alors de composer itérativement les pavages. L'organisation mutuelle des différents pavages peut se considérer de deux façons.

- Pavages hiérarchiques : les pavages sont construits récursivement. Chaque pavé obtenu à un niveau donné fait l'objet d'un nouveau pavage (niveau inférieur).
- Pavages par superposition : Différents pavages de l'image de départ sont constitués (pavages initiaux). Chaque pavage initial donne lieu à un coloriage. Les pavages initiaux sont superposés. Les nouveaux pavés délimités par les contours de l'ensemble des pavages initiaux constituent le pavage final. Ils héritent chacun de l'ensemble des propriétés des pavés initiaux dont ils forment l'intersection.

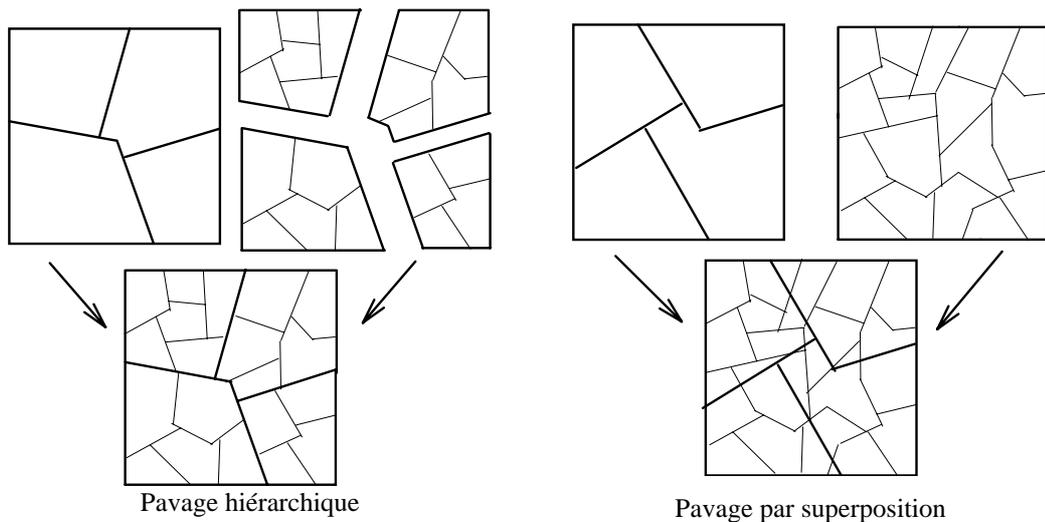


Fig. 75 : Processus de pavages hiérarchiques et superposés

Remarques :

- Les deux types de pavements résultants se distinguent essentiellement par le comportement des frontières des petits pavés au voisinage des limites des grands pavés (continuité des frontières ou non).
- L'ajout d'un bruit blanc à une texture de type pavement peut être considéré comme un cas extrême de superposition de pavages. Le bruit blanc est alors associé à un pavement dont la tesselle est un pixel.

IV.2.3 Coloriage des pavés

Les coloriages applicables aux pavages présentés ci-dessus sont très variés :

- coloriage par des scalaires, ou des scalaires bornés (niveaux de gris...).
- coloriage par des phaseurs ou des vecteurs (c'est le cas étudié ici)
- coloriage par une primitive texturale associé à une règle d'application (taille, angle, dynamique...)

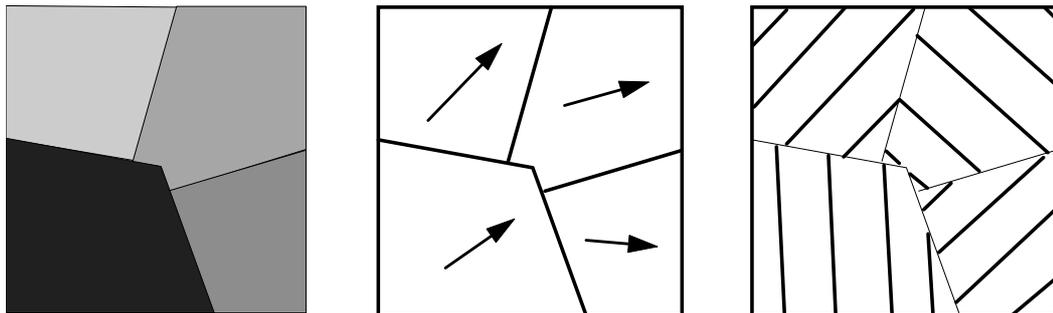


Fig. 76 : Exemples de coloriages

Le processus de coloriage consiste à attribuer à un pavé, à chaque échelle, une réalisation d'une variable aléatoire (les réalisations successives sont supposées indépendantes). Un pixel est finalement colorié en composant, selon une règle préétablie, les paramètres des différents pavés auquel ce pixel appartient.

Dans le cas d'un coloriage par des phaseurs directionnels (compris entre 0 et π), appliqué sur un pavage à M niveaux, nous adopterons le processus additif suivant :

Soient θ_0 la direction "moyenne" pour toute l'image (ou pavé initial) et $\theta_i(x, y)$ l'écart affecté au pavé contenant le point (x, y) lors du pavage n° i .

La direction θ au point (x,y) est alors obtenue par :

$$\theta(x,y) = \left(\theta_0 + \sum_{i=1}^M \theta_i(x,y) \right) \text{ modulo } \pi.$$

IV.3 Etude de l'indicateur I_{sa} dans le cas d'un pavage séparable

Nous allons étudier la valeur théorique de l'indicateur I_{sa} dans le contexte d'un champ continu bidimensionnel de phaseurs coloriant un pavement obtenu par un processus séparable en x et en y .

Notons que ce type de champ serait analogue à celui obtenu en étudiant, par exemple, une texture formée d'un pavage rectangulaire d'éléments longiformes dont l'orientation est constante au sein de chaque pavé (**Fig. 77a**).

De plus, nous supposons que les processus en x et en y dont la composition conduit à un pavement rectangulaire sont deux processus 1D statistiquement indépendants.

Enfin, toujours dans le souci de simplifier les calculs, on suppose que les dispersions angulaires sont suffisamment faibles, de façon à confondre les statistiques *circulaires* avec les statistiques *classiques*.

Malgré ces restrictions qui semblent très limitatives quant à la généralité des résultats, nous montrerons que les courbes issues de ce modèle ne diffèrent pas sensiblement de celles obtenues par des pavements de Voronoï poissonniens.

A partir de ces résultats, nous verrons comment analyser les courbes expérimentales pour en extraire des paramètres des processus de partitionnement et de coloriage sous-jacents.

IV.3.2 Construction du champ de phaseurs

Le champ étudié est construit par l'application successive de deux processus générateurs :

- un processus de pavage bidimensionnel séparable en x et en y . Il découpe le plan en pavés rectangulaires.
- un processus de coloriage. Il affecte une valeur unique à chaque pavé. Cette valeur est assimilable à une direction à condition toutefois que l'espérance

mathématique de cette variable aléatoire reste identique à son espérance circulaire.

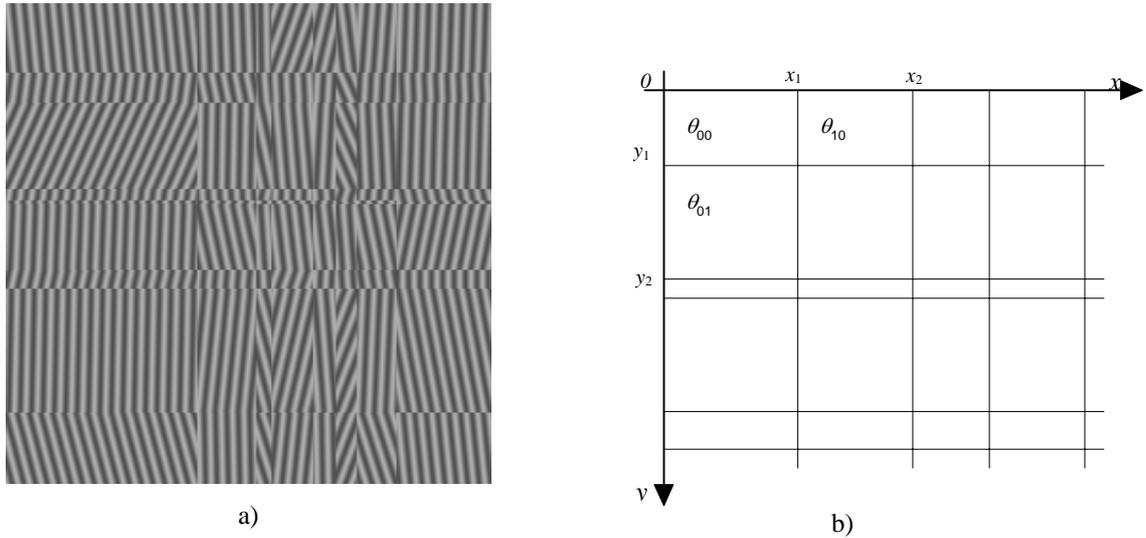


Fig. 77 : Texture de type *pavage rectangulaire* et modèle théorique correspondant

Processus *pavage* :

Le champ bidimensionnel est découpé en pavés rectangulaires selon un processus bidimensionnel séparable en x et en y (définition n°10 et Fig. 77b).

La fréquence des frontières entre les pavés est ρ_h pour les frontières horizontales. La largeur du pavé qui contient un point de coordonnées (x,y) est modélisée par la variable aléatoire $\Omega_h(x,y)$ et $\omega_h(x,y)$ en représente une réalisation. P_{Ω_h} est la loi de probabilité de ce processus. Sa moyenne est $1/\rho_h$. On notera ρ_v , $\Omega_v(x,y)$, $\omega_v(x,y)$ et P_{Ω_v} leur homologue pour la hauteur des pavés.

On suppose le processus horizontal indépendant du processus vertical.

Processus *coloriage* :

Soit $\Theta(x,y)$ la variable aléatoire modélisant l'argument du phaseur au point (x,y) . Notons que cette direction est identique pour l'ensemble des points du pavé auquel appartient le point (x,y) dans le cas d'un pavage simple.

La variable $\Theta(x,y)$ est à valeur dans $[-\pi/2, \pi/2[$. $\theta(x,y)$ représente une réalisation de ce processus. La loi de distribution de Θ est quelconque mais son espérance mathématique est supposée nulle et sa variance est désignée par σ_Θ^2

On supposera en outre que l'espérance mathématique de Θ est égale à son espérance circulaire, grâce à l'hypothèse des faibles dispersions angulaires.

IV.3.3 Formulation et propriétés de l'indicateur I_{sa2Dh}

Définition 14 : Fenêtre (d'observation)

Une fenêtre d'observation $F(x, y)$ est un sous-ensemble connexe de l'espace considéré, centré autour d'un point (x, y) .

Dans le cas bidimensionnel, ce sous ensemble est défini de la façon suivante :

Soit le point (x, y) , et soient n_h l'échelle horizontale d'observation et n_v l'échelle verticale d'observation.

$$\text{Alors } F(x, y) = \left[x - \frac{n_h}{2}, x + \frac{n_h}{2} \right] \times \left[y - \frac{n_v}{2}, y + \frac{n_v}{2} \right]$$

Dans le cas unidimensionnel, on a simplement :

$$F(x) = \left[x - \frac{n}{2}, x + \frac{n}{2} \right] \text{ avec } n : \text{ échelle d'observation.}$$

La variable aléatoire "angle moyen de la fenêtre $F(x, y)$ " est notée $\alpha(x, y)$.

$$\text{On a } \alpha(x, y) = \frac{1}{n_h \cdot n_v} \iint_{F(x, y)} \theta(u, v) \cdot du \cdot dv \quad (53)$$

L'expression de I_{sa}^2 décrite précédemment peut se réécrire :

$$\text{Soit } I_{sa2Dh}^2(n_h, n_v) = \left\langle \left(\alpha(x_0, y_0) - \alpha(x_0 + n_h, y_0) \right)^2 \right\rangle, \quad \forall (x_0, y_0) \in \mathbb{I}^2 \quad (54)$$

avec (x_0, y_0) : point d'observation

et n_h, n_v les échelles horizontale et verticale d'observation.

Les processus générateurs étant stationnaires, la valeur de $I_{sa2Dh}^2(n_h, n_v)$ ne dépend pas de la position du point (x_0, y_0) .

Dans son principe, cet indicateur est très proche de l'indicateur I_{sa} tel que nous l'avons présenté au paragraphe III.3.2. Les principales différences sont :

- la limitation du calcul aux cliques horizontales ;

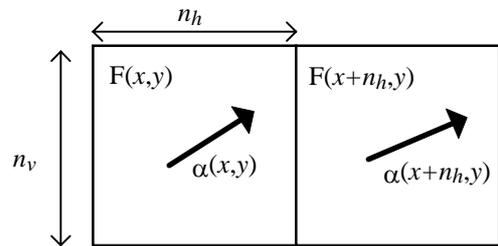


Fig. 78 : Clique utilisée pour le calcul de $I_{sa2Dh}^2(n_h, n_v)$

- le remplacement du calcul de l'argument du Vecteur Directionnel Moyen par une moyenne sur Θ . En fait, il suffit que la distribution des directions soit symétrique pour que les deux approches conduisent au même résultat ;
- le remplacement de la mesure sur l'ensemble des cliques par une espérance mathématique sur une clique calculée pour une infinité de réalisations du processus générateur. Cette hypothèse suppose l'ergodicité et la stationnarité des processus de partage et de coloriage ;

Nous allons maintenant montrer que, dans le cas d'un pavage bidimensionnel séparable en x et en y , I_{sa2Dh}^2 peut s'exprimer sous la forme d'un produit de grandeurs qui se calculent sur des champs unidimensionnels.

Théorème 1 :

Soit $R_{\alpha\alpha 2D}(x, y) = \langle \alpha(x_0, y_0) \cdot \alpha(x_0 + x, y_0 + y) \rangle$ l'autocorrélation de la variable aléatoire α pour les distances x à l'horizontale et y à la verticale.

Alors $I_{sa2Dh}^2(n_h, n_v) = 2(R_{\alpha\alpha 2D}(0,0) - R_{\alpha\alpha 2D}(n_h, 0))$

Démonstration :

En prenant l'expression (54) au point $x_0 = \frac{n_h}{2}, y_0 = \frac{n_v}{2}$, il vient :

$$I_{sa2Dh}^2(n_h, n_v) = \left\langle \alpha\left(\frac{n_h}{2}, \frac{n_v}{2}\right)^2 \right\rangle + \left\langle \alpha\left(\frac{3}{2}n_h, \frac{n_v}{2}\right)^2 \right\rangle - 2 \left\langle \alpha\left(\frac{n_h}{2}, \frac{n_v}{2}\right) \times \alpha\left(\frac{3}{2}n_h, \frac{n_v}{2}\right) \right\rangle$$

$$I_{sa2Dh}^2(n_h, n_v) = 2 \left\langle \alpha^2 \right\rangle - 2 \left\langle \alpha\left(\frac{n_h}{2}, \frac{n_v}{2}\right) \times \alpha\left(\frac{3}{2}n_h, \frac{n_v}{2}\right) \right\rangle$$

$$I_{sa2Dh}^2(n_h, n_v) = 2(R_{\alpha\alpha 2D}(0,0) - R_{\alpha\alpha 2D}(n_h, 0))$$

Dans un contexte unidimensionnel, on obtient de la même façon :

$$I_{sa1D}^2(n) = 2(R_{\alpha\alpha 1D}(0) - R_{\alpha\alpha 1D}(n)) \tag{ 55}$$

$R_{\alpha\alpha 1D}(d)$ désignant cette fois-ci l'autocorrélation de la variable aléatoire pour la distance d .

Lemme 1 :

Soient $A(x, y)$ et $B(x, y)$ deux variables aléatoires bidimensionnelles.

Soit C la variable aléatoire telle que $C = A \otimes B$, où \otimes est le produit de convolution.

Alors $R_{CC 2D}(x, y) = R_{AA 2D} \otimes R_{BB 2D}(x, y)$

avec R_{AA2D} , R_{BB2D} et R_{CC2D} , les autocorrélations bidimensionnelles des variables A , B et C .

Théorème 2:

Soient Θ la variable aléatoire décrivant le processus de coloriage et σ_{Θ}^2 sa variance.

Soit α la variable aléatoire décrivant l'angle moyen de la fenêtre d'observation.

Soient n_h, n_v les échelles horizontale et verticale d'observation.

Soit $R_{\alpha\alpha 1Dv}(d)$ l'autocorrélation unidimensionnelle de la variable α dans la direction verticale, pour la distance d .

Soit $I_{sa1D}(n)$ l'indicateur unidimensionnel d'anisotropie de la variable α dans la direction horizontale à l'échelle d'observation n .

Alors
$$I_{sa2Dh}^2(n_h, n_v) = \frac{1}{\sigma_{\Theta}^2} \times R_{\alpha\alpha 1Dv}(0) \times I_{sa1Dh}^2(n_h)$$

L'indicateur I_{sa2Dh}^2 se ramène donc à des calculs unidimensionnels effectués séparément en ligne et colonne

Démonstration :

L'équation (53) donne :

$$\alpha(x, y) = \frac{1}{n_h \cdot n_v} \int_{x-\frac{n_h}{2}}^{x+\frac{n_h}{2}} \int_{y-\frac{n_v}{2}}^{y+\frac{n_v}{2}} \theta(u, v) \cdot du \cdot dv$$

$$\alpha(x, y) = \frac{1}{n_h \cdot n_v} \iint_{\mathbb{R}^2} \theta(u, v) \cdot \text{rect}\left(\frac{u-x}{n_h}\right) \cdot \text{rect}\left(\frac{v-y}{n_v}\right) \cdot du \cdot dv$$

rect étant la fonction rectangle définie par $\begin{cases} \text{rect}(x) = 1 \text{ si } x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right] \\ \text{rect}(x) = 0 \text{ sinon} \end{cases}$

Soit $h(x, y) = \frac{1}{n_v \cdot n_v} \times \text{rect}\left(\frac{x}{n_h}\right) \times \text{rect}\left(\frac{y}{n_v}\right)$ (56)

Alors α peut se réécrire : $\alpha(x, y) = \iint_{\mathbb{R}^2} \theta(u, v) \cdot h(u-x, v-y) \cdot du \cdot dv$

$\alpha(x, y) = \iint_{\mathbb{R}^2} \theta(u, v) \cdot h(x-u, y-v) \cdot du \cdot dv$ car la fonction h est paire

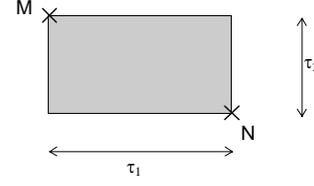
d'où $\alpha(x, y) = (\Theta \otimes h)(x, y)$, avec \otimes produit de convolution. (57)

En appliquant le lemme n°1, à l'équation (57), $R_{\alpha\alpha 2D}(\tau_1, \tau_2)$ s'écrit alors :

$$R_{\alpha\alpha 2D}(\tau_1, \tau_2) = R_{\Theta 2D} \otimes R_{hh 2D}(\tau_1, \tau_2). \quad (58)$$

Calculons le premier terme $R_{\Theta 2D}(\tau_1, \tau_2)$

Soit M et N deux points tels que $\vec{MN} = \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{pmatrix}$.



$$R_{\Theta 2D}(\tau_1, \tau_2) = \langle \theta^2(x_M, y_M) \rangle \times P_1 + \langle \theta(x_M, y_M) \rangle \langle \theta(x_N, y_N) \rangle \times (1 - P_1)$$

avec P_1 : probabilité de n'avoir aucune frontière entre le point M et le point N.

Le processus directionnel Θ étant par hypothèse stationnaire et à moyenne nulle,

$$\langle \theta(x_M, y_M) \rangle = \langle \theta(x_N, y_N) \rangle = 0 \text{ et variance } \sigma_\Theta^2, \text{ il vient :}$$

$$R_{\Theta 2D}(\tau_1, \tau_2) = \sigma_\Theta^2 \times P_1$$

On peut écrire $P_1 = P(A_{\tau_1} = 0 \wedge B_{\tau_2} = 0)$ avec A_{τ_1} variable aléatoire représentant le nombre de frontières horizontales dans un intervalle de largeur τ_1 et B_{τ_2} variable aléatoire représentant le nombre de frontières verticales dans un intervalle de hauteur τ_2 .

Le processus de pavage étant séparable (frontières horizontales et verticales indépendantes), on obtient $P_1 = P(A_{\tau_1} = 0) \times P(B_{\tau_2} = 0)$.

$$\text{D'où } R_{\Theta 2D}(\tau_1, \tau_2) = \sigma_\Theta^2 \times P(A_{\tau_1} = 0) \times P(B_{\tau_2} = 0) \quad (59)$$

De la même façon, dans un contexte unidimensionnel on obtient :

$$R_{\Theta 1Dh}(\tau) = \sigma_\Theta^2 \times P(A_\tau = 0) \quad (60)$$

$$\text{et } R_{\Theta 1Dv}(\tau) = \sigma_\Theta^2 \times P(B_\tau = 0). \quad (61)$$

En injectant (61) et (60) dans (59), on peut donc écrire

$$R_{\Theta 2D}(\tau_1, \tau_2) = \frac{1}{\sigma_\Theta^2} \times R_{\Theta 1Dh}(\tau_1) \times R_{\Theta 1Dv}(\tau_2) \quad (62)$$

L'autocorrélation du processus directionnel en 2D s'exprime donc en fonction des autocorrélations horizontale et verticale de processus 1D.

Procédons de la même manière pour l'autocorrélation de la fonction $h(x,y)$ (56).

$$R_{hh 2D}(\tau_1, \tau_2) = \iint_{\mathbb{R}^2} h(x, y) \cdot h(x - \tau_1, y - \tau_2) \cdot dx \cdot dy$$

$$R_{hh2D}(\tau_1, \tau_2) = \frac{1}{n_h \cdot n_v} \iint_{\mathbb{R}^2} h(x, y) \cdot h(x - \tau_1, y - \tau_2) \cdot dx \cdot dy$$

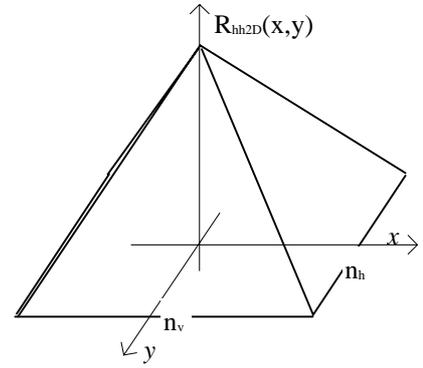
$$R_{hh2D}(\tau_1, \tau_2) = \frac{1}{(n_h \cdot n_v)^2} \iint_{\mathbb{R}^2} \text{rect}\left(\frac{x}{n_h}\right) \cdot \text{rect}\left(\frac{y}{n_v}\right) \cdot \text{rect}\left(\frac{x - \tau_1}{n_h}\right) \cdot \text{rect}\left(\frac{y - \tau_2}{n_v}\right) \cdot dx \cdot dy$$

$$R_{hh2D}(\tau_1, \tau_2) = \frac{1}{n_h^2} \int_{\mathbb{R}} \text{rect}\left(\frac{x}{n_h}\right) \text{rect}\left(\frac{x - \tau_1}{n_h}\right) dx \times \frac{1}{n_v^2} \int_{\mathbb{R}} \text{rect}\left(\frac{y}{n_v}\right) \cdot \text{rect}\left(\frac{y - \tau_2}{n_v}\right) dy$$

Et donc :

$$R_{hh2D}(\tau_1, \tau_2) = \frac{1}{n_h^2} (n_h - |\tau_1|) \times \frac{1}{n_v^2} (n_v - |\tau_2|) = R_{hh1Dh}(\tau_1) \times R_{hh1Dv}(\tau_2) \quad (63)$$

$R_{hh1Dh}(\tau)$ et $R_{hh1Dv}(\tau)$ étant les fonctions d'autocorrélation correspondant à $h(x, y)$ dans le cas unidimensionnel.



D'où, d'après (58),(62) et (63) :

$$R_{\alpha\alpha 2D}(\tau_1, \tau_2) = R_{\Theta\Theta 2D} \otimes R_{hh 2D}(\tau_1, \tau_2)$$

$$R_{\alpha\alpha 2D}(\tau_1, \tau_2) = \frac{1}{\sigma_{\Theta}^2} \times \iint_{\mathbb{R}^2} R_{\Theta\Theta 1Dh}(x) \cdot R_{\Theta\Theta 1Dv}(y) \cdot R_{hh1Dh}(\tau_1 - x) \cdot R_{hh1Dv}(\tau_2 - y) \cdot dx \cdot dy$$

$$R_{\alpha\alpha 2D}(\tau_1, \tau_2) = \frac{1}{\sigma_{\Theta}^2} \times \int_{\mathbb{R}} R_{\Theta\Theta 1Dh}(x) \cdot R_{hh1Dh}(\tau_1 - x) \cdot dx \times \int_{\mathbb{R}} R_{\Theta\Theta 1Dv}(y) \cdot R_{hh1Dv}(\tau_2 - y) \cdot dy$$

$$\text{et donc : } R_{\alpha\alpha 2D}(\tau_1, \tau_2) = \frac{1}{\sigma_{\Theta}^2} \times R_{\alpha\alpha 1D}(\tau_1) \times R_{\alpha\alpha 1D}(\tau_2) \quad (64)$$

Enfin, d'après le théorème 1 et l'équation (64) :

$$I_{sa 2Dh}^2(n_h, n_v) = \frac{1}{\sigma_{\Theta}^2} \times R_{\alpha\alpha 1Dv}(0) \times I_{sa 1Dh}^2(n_h) \quad (65)$$

ce qui correspond à l'expression présentée dans le théorème 2 et qui ramène effectivement le calcul d' I_{sa} horizontal dans un contexte bidimensionnel à celui d' I_{sa} unidimensionnel horizontal et de l'autocorrélation unidimensionnelle verticale.

Dans un contexte unidimensionnel on obtient de la même façon :

$$R_{\alpha\alpha 1D}(\tau) = R_{\Theta\Theta 1D} \otimes R_{hh 1D}(\tau) \quad (66)$$

$$\text{avec } h(x) = \frac{1}{n} \times \text{rect}\left(\frac{x}{n}\right)$$

Théorème 3:

Soient (n_h, n_v) les échelles horizontales et verticales d'observation,

Soient P_{Ω_h} et P_{Ω_v} les lois de distribution de processus de pavage et ρ_h et ρ_v leur fréquences verticale et horizontale.

Soit σ_{Θ}^2 la variance du processus de coloriage directionnel.

Alors $I_{sa2D}^2(n_h, n_v)$ s'exprime :

$$I_{sa2D}^2(n_h, n_v) = \rho_h n_h \sigma_{\Theta}^2 \left[\frac{4}{3} + \int_0^{n_h} \left(\frac{4}{3} - 4 \frac{x}{n_h} + 4 \frac{x^2}{n_h^2} - \frac{4 x^3}{3 n_h^3} \right) p_{\Omega_h}(x) dx \right. \\ \left. - \int_0^{2n_h} \left(\frac{8}{3} - 4 \frac{x}{n_h} + 2 \frac{x^2}{n_h^2} - \frac{x^3}{3n_h^3} \right) p_{\Omega_h}(x) dx \right] \\ \times \left[1 - \frac{\rho_v n_v}{3} + \rho_v n_v \int_0^{n_v} \left(\frac{1}{3} - \frac{y}{n_v} + \frac{y^2}{n_v^2} - \frac{y^3}{3n_v^3} \right) p_{\Omega_v}(y) dy \right]$$

Démonstration :

Des formulations générales peuvent être obtenues pour $R_{\alpha\alpha1D}(0)$ et $I_{sa1D}^2(n)$:

L'équation (58) nous donne $R_{\alpha\alpha2D}(\tau_1, \tau_2) = R_{\Theta\Theta2D} \otimes R_{hh2D}(\tau_1, \tau_2)$

On sait par ailleurs (60) que $R_{\Theta\Theta1D}(\tau) = \sigma_{\Theta}^2 \times P(A_{\tau} = 0)$, A_{τ} étant la variable aléatoire "Nombre de frontières de pavés sur un intervalle de longueur τ ".

Soit η un point d'observation tiré au hasard sur l'axe considéré et soit L la variable aléatoire "taille du pavé contenant η ".

On a $p_L(x) = \frac{x \cdot p_{\Omega}(x)}{\int_0^{+\infty} x \cdot p_{\Omega}(x) dx}$ avec $p_Z(x)$

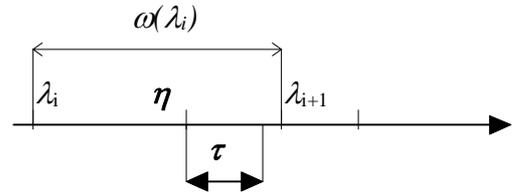


Fig. 79

densité de probabilité de la variable aléatoire L

En observant la Fig. 79 qui est la restriction de la Fig. 77b à une dimension, on peut écrire : $A_{\tau} = 0 \Leftrightarrow (\omega(\lambda_i) > \tau \wedge \eta \in [\lambda_i, \lambda_i + \omega(\lambda_i) - \tau])$.

$$\text{On en déduit que } P(A_{\tau} = 0) = \int_{\tau}^{+\infty} p_L(x) \frac{x - \tau}{x} dx = \frac{\int_{\tau}^{+\infty} p_{\Omega}(x)(x - \tau) dx}{\int_{\tau}^{+\infty} x \cdot p_{\Omega}(x) dx}$$

$$\text{or } \int_{\tau}^{+\infty} x \cdot p_{\Omega}(x) dx = \frac{1}{\rho} \text{ donc } P(A_{\tau} = 0) = \rho \int_{\tau}^{+\infty} p_{\Omega}(x)(x - \tau) dx$$

A l'échelle d'observation n , on aura donc :

$$R_{\Theta\Theta 1D}(n) = \rho\sigma_{\Theta}^2 \int_n^{+\infty} p_{\Omega}(x)(x-n)dx \quad (67)$$

$$\text{On a } R_{hh1D}(\tau) = \begin{cases} \frac{1}{n^2}(n-|\tau|) & \text{pour } \tau \in [-n, n] \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Donc

$$R_{\alpha\alpha 1D}(0) = R_{\Theta\Theta 1D} \otimes R_{hh1D}(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{\Theta\Theta 1D}(u).R_{hh1D}(-u)du = 2 \int_0^{+\infty} R_{\Theta\Theta 1D}(u).R_{hh1D}(u)du$$

car les deux fonctions sont paires.

$$\text{On obtient } R_{\alpha\alpha 1D}(0) = \frac{2}{n^2} \int_0^n R_{\Theta\Theta 1D}(u).(n-u)du \text{ et en injectant (67), il vient :}$$

$$R_{\alpha\alpha 1D}(0) = \frac{2\rho\sigma_{\Theta}^2}{n^2} \int_0^n (n-u)du \int_u^{+\infty} (x-u)p_{\Omega}(x)dx$$

En permutant les deux intégrales on obtient :

$$R_{\alpha\alpha 1D}(0) = \sigma_{\Theta}^2 \left[1 - \frac{\rho.n}{3} + \rho.n \int_0^n \left(\frac{1}{3} - \frac{x}{n} + \frac{x^2}{n^2} - \frac{x^3}{3n^3} \right) p_{\Omega}(x)dx \right] \quad (68)$$

Il reste maintenant à déterminer la valeur de $I_{sa1D}^2(n)$.

$$\text{D'après (55) on a : } I_{sa1D}^2(n) = 2(R_{\alpha\alpha 1D}(0) - R_{\alpha\alpha 1D}(n))$$

Le premier terme $R_{\alpha\alpha 1D}(0)$ est formulé en (68).

$$\text{Le second vaut } R_{\alpha\alpha 1D}(n) = R_{\Theta\Theta 1D} \otimes R_{hh1D}(n) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{\Theta\Theta 1D}(u).R_{hh1D}(n-u)du$$

$$R_{\alpha\alpha 1D}(n) = \frac{1}{d^2} \int_0^{2n} R_{\Theta\Theta 1D}(u).(n-|n-u|)du$$

$$R_{\alpha\alpha 1D}(n) = \frac{1}{d^2} \left[\int_0^n u.R_{\Theta\Theta 1D}(u)du + \int_n^{2n} (2n-u).R_{\Theta\Theta 1D}(u)du \right] \quad (69)$$

En injectant (68) et (69) dans (55), on obtient :

$$I_{sa1D}^2(n) = \frac{2}{n^2} \left[\int_0^n (2n-3u)R_{\Theta\Theta 1D}(u)du - \int_n^{2n} (2n-u)R_{\Theta\Theta 1D}(u)du \right]$$

En utilisant l'expression de $R_{\Theta \oplus 1D}(x)$ (67), il vient :

$$I_{sa1D}^2(n) = \frac{2\rho\sigma_{\Theta}^2}{n^2} \left[\int_0^n (2n-3u) \int_u^{+\infty} (x-u) p_{\Omega}(x) dx \cdot du - \int_n^{2n} (2n-u) \int_u^{+\infty} (x-u) p_{\Omega}(x) dx \cdot du \right]$$

En inversant l'ordre d'intégration des deux intégrales, on obtient :

$$I_{sa1D}^2(n) = \rho n \sigma_{\Theta}^2 \left[\frac{4}{3} + \int_0^n \left(\frac{4}{3} - 4 \frac{x}{n} + 4 \frac{x^2}{n^2} - \frac{4}{3} \frac{x^3}{n^3} \right) p_{\Omega}(x) dx \right. \\ \left. - \int_0^{2n} \left(\frac{8}{3} - 4 \frac{x}{n} + 2 \frac{x^2}{n^2} - \frac{x^3}{3n^3} \right) p_{\Omega}(x) dx \right] \quad (70)$$

Finalement, en incorporant (69) et (70) dans le résultat du théorème 2, on obtient :

$$I_{sa2D}^2(n_h, n_v) = \rho_h n_h \sigma_{\Theta}^2 \left[\frac{4}{3} + \int_0^{n_h} \left(\frac{4}{3} - 4 \frac{x}{n_h} + 4 \frac{x^2}{n_h^2} - \frac{4}{3} \frac{x^3}{n_h^3} \right) p_{\Omega_h}(x) dx \right. \\ \left. - \int_0^{2n_h} \left(\frac{8}{3} - 4 \frac{x}{n_h} + 2 \frac{x^2}{n_h^2} - \frac{x^3}{3n_h^3} \right) p_{\Omega_h}(x) dx \right] \quad (71) \\ \times \left[1 - \frac{\rho_v n_v}{3} + \rho_v n_v \int_0^{n_v} \left(\frac{1}{3} - \frac{y}{n_v} + \frac{y^2}{n_v^2} - \frac{y^3}{3n_v^3} \right) p_{\Omega_v}(y) dy \right]$$

Conséquences :

La formulation obtenue dans le théorème n°3 permet de déduire que I_{sa2Dh}^2 dépend uniquement :

- de l'échelle d'observation (n_h, n_v) ,
- des lois de distribution de processus de pavage P_{Ω_h} et P_{Ω_v} et notamment de leur fréquences verticale et horizontale ρ_h et ρ_v ,
- de la variance σ_{Θ}^2 du processus directionnel.

Le type de loi Θ du processus directionnel n'intervient pas.

Etudions maintenant le comportement de I_{sa2D} lorsque l'échelle d'observation tend vers l'infini.

Théorème 4 :

Si les processus horizontaux et verticaux du pavage sont identiques ($P_{\Omega_h} = P_{\Omega_v} = P_{\Omega}$ et $\rho_h = \rho_v = \rho$), et la fenêtre d'observation carrée ($n_h = n_v = n$), alors le comportement asymptotique de I_{sa2D} quand n tend vers l'infini est donné par :

$$I_{sa2D\infty} = \left(\sqrt{2} \cdot \sigma_{\Theta} \cdot \rho^2 \right) \frac{M_2}{n} \text{ avec } M_2 = \int_0^{\infty} x^2 P_{\Omega}(x) \cdot dx$$

Démonstration :

En remplaçant $P_{\Omega h}$, $P_{\Omega v}$, ρ_h , ρ_v , n_h , n_v par P_Ω , ρ et n dans (71) on obtient :

$$I_{sa2D}^2(n, n) = \rho \cdot n \cdot \sigma_\Theta^2 \left[\frac{4}{3} + \int_0^n \left(\frac{4}{3} - 4 \frac{x}{n} + 4 \frac{x^2}{n^2} - \frac{4}{3} \frac{x^3}{n^3} \right) p_\Omega(x) dx \right. \\ \left. - \int_0^{2n} \left(\frac{8}{3} - 4 \frac{x}{n} + 2 \frac{x^2}{n^2} - \frac{x^3}{3n^3} \right) p_\Omega(x) dx \right] \\ \times \left[1 - \frac{\rho \cdot n}{3} + \rho \cdot n \int_0^n \left(\frac{1}{3} - \frac{y}{n} + \frac{y^2}{n^2} - \frac{y^3}{3n^3} \right) p_\Omega(y) dy \right]$$

Si n est très grand devant $\frac{1}{\rho}$, on peut faire apparaître les moments statistiques de la

loi P_Ω :

$$I_{sa2D}^2(n, n) \approx \rho \cdot n \cdot \sigma_\Theta^2 \left[2 \frac{M_2}{n^2} - \frac{1}{3} \frac{M_3}{n^3} \right] \times \left[1 + -\rho \cdot M + \frac{\rho \cdot M_2}{n} - \frac{M_3}{3n^2} \right]$$

avec $M_1 = \int_0^\infty x \cdot p_\Omega(x) \cdot dx$, $M_2 = \int_0^\infty x^2 \cdot p_\Omega(x) \cdot dx$, $M_3 = \int_0^\infty x^3 \cdot p_\Omega(x) \cdot dx$

En remplaçant M_1 par $\frac{1}{\rho}$ puis en simplifiant, il vient :

$$I_{sa2D}^2(n, n) \approx \rho \cdot n \cdot \sigma_\Theta^2 \left[2 \frac{M_2}{n^2} - \frac{1}{3} \frac{M_3}{n^3} \right] \times \left[\frac{\rho \cdot M_2}{n} - \frac{M_3}{3n^2} \right] \quad (72)$$

En se limitant aux moments dont l'ordre est inférieur ou égal à 2, on obtient la tendance asymptotique de I_{sa2D} :

$$I_{sa2D}^2(n, n) \approx 2 \frac{\rho^2}{n^2} \cdot \sigma_\Theta^2 \cdot M_2^2 \text{ donc } I_{sa2D}(n, n) \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \sqrt{2} \rho \cdot \sigma_\Theta \cdot \frac{M_2}{n}$$

Donc, I_{sa2D} tend vers 0 avec un comportement hyperbolique quand n tend vers l'infini.

IV.3.4 Application à deux exemples de champs de phaseurs

Les résultats obtenus précédemment peuvent être appliqués à différents modèles respectant les prescriptions faites au début du paragraphe IV.3. C'est le cas par exemple du basculeur poissonnier 2D séparable et du modèle cyclostationnaire 2D

Basculeur poissonnien 2D

Pour ce modèle, en plus des contraintes fixées au paragraphe (III.4), les frontières des pavés suivent une loi de poisson de fréquence moyenne $\rho_h=\rho_v=\rho$. On choisit l'échelle d'observation $n_h=n_v=n$ et on pose $\gamma=\rho n$. Un exemple de texture se rapportant à ce modèle est présenté à la Fig. 77.

On obtient alors :

$$I_{sa2D}^2(n,n) = \frac{4\sigma_{\Theta}^2}{\gamma^4} \left[3 - 5\gamma + 2\gamma^2 - 7e^{-\gamma} + 6\gamma e^{-\gamma} + e^{-2\gamma} + 3\gamma e^{-2\gamma} - e^{-3\gamma} \right] \quad (73)$$

Des simulations ont été effectuées sur ce type de modèle pour déterminer la sensibilité de l'indicateur à la rotation des fenêtres d'observation et à l'angle moyen de la texture (processus *coloriage* Θ).

Les résultats obtenus (pour $n=50$, $\rho=0.025$ et pour 50000 observations) sont présentés à la Fig. 80.

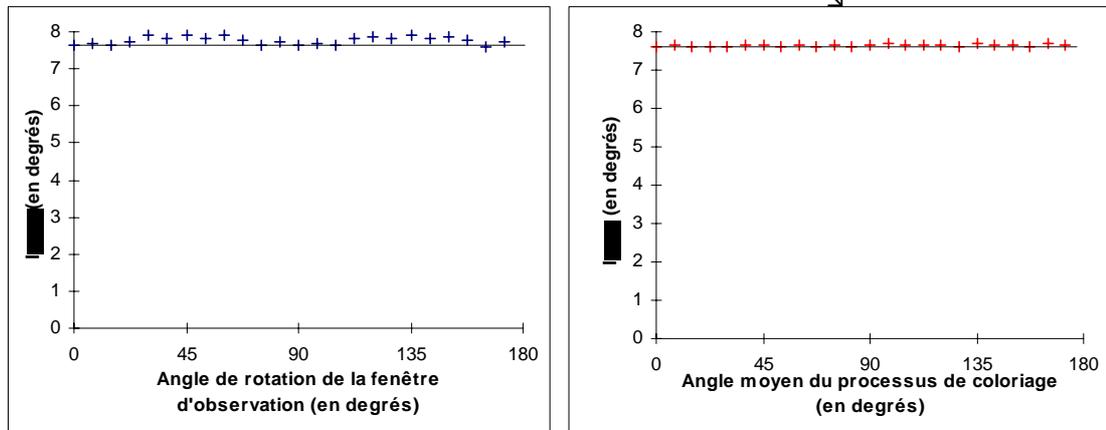
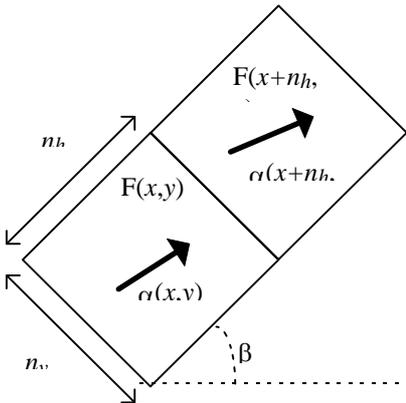


Fig. 80 : Valeur de I_{sa2D}^2 en fonction de l'angle de rotation de la fenêtre d'observation et en fonction de l'angle moyen du processus de coloriage.

On constate que malgré la forte anisotropie de l'observation (horizontale dans notre cas), le résultat obtenu lorsque l'on effectue une rotation de la clique des fenêtres varie peu par rapport au résultat obtenu pour une clique horizontale.

Quant à l'angle moyen du processus de coloriage, (pris à 0° dans les calculs précédents) son influence sur les résultats obtenus est négligeable.

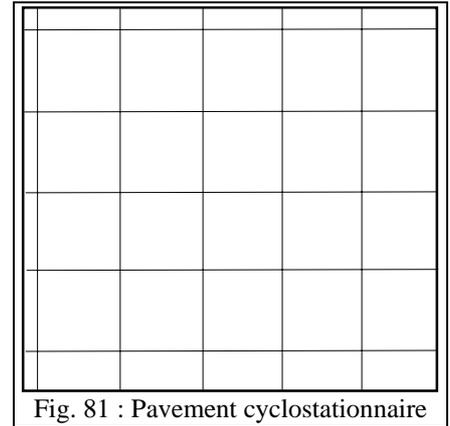
Les simplifications apportées au modèle par rapport à des textures plus complexes que l'on peut rencontrer dans la nature semblent donc pertinentes.

Modèle cyclostationnaire 2D

Dans ce modèle, les pavés sont de largeur constante

$\frac{1}{\rho_h} = \frac{1}{\rho_v} = \frac{1}{\rho}$. On choisit l'échelle d'observation

$n_h = n_v = n$ et on pose $\gamma = \rho \cdot n$. Seule l'origine du calcul est prise au hasard (la Fig. 81 présente un pavement correspondant à ce modèle).



On obtient alors :

$$I_{sa2D}^2(n, n) = \begin{cases} \frac{4}{3} \gamma \cdot \sigma_{\Theta}^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{3} \gamma\right) & \text{si } 2n < \frac{1}{\rho} \\ \frac{\sigma_{\Theta}^2}{9} \cdot \left(\frac{3}{\gamma^2} - \frac{19}{\gamma} + 42 - 24\gamma + 4\gamma^2\right) & \text{si } 2n \geq \frac{1}{\rho} \text{ et } n < \frac{1}{\rho} \\ \frac{\sigma_{\Theta}^2}{\gamma^2} \cdot \left(2 - \frac{5}{3\gamma} + \frac{1}{3\gamma^2}\right) & \text{si } n \geq \frac{1}{\rho} \end{cases} \quad (74)$$

Les résultats obtenus avec des textures se rapprochant de ces deux modèles sont présentés et comparés au paragraphe suivant.

IV.4 Application de l'indicateur I_{so} à la caractérisation de textures synthétiques

Afin de mieux comprendre le comportement théorique des indicateurs I_{sa} et I_{so} , des textures stochastiques de synthèse ont été élaborées.

Elles sont basées sur la construction d'un pavage et le coloriage de chaque pavé par une texture directionnelle homogène. Un bruit blanc (gaussien) a parfois été ajouté.

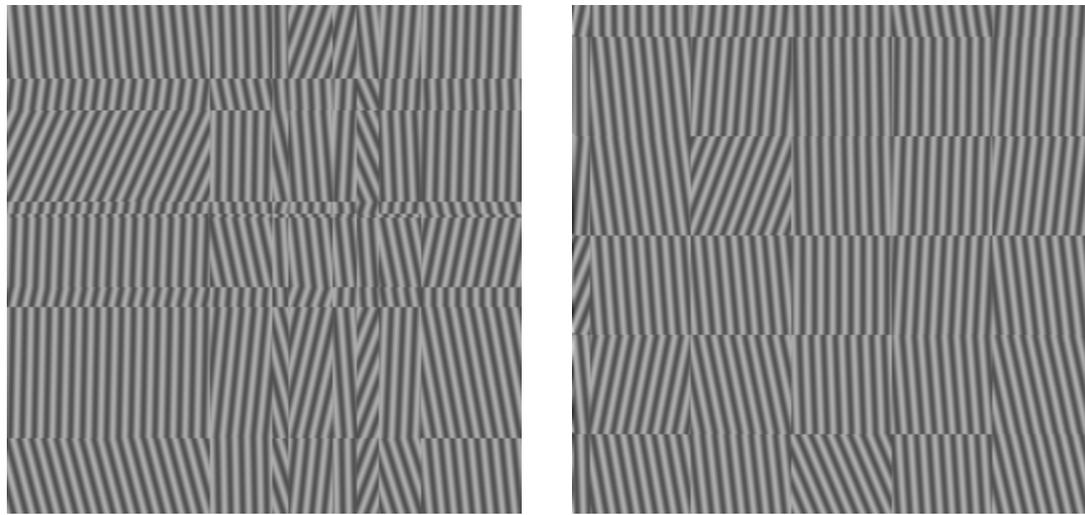
Les pavages testés sont rectangulaires (périodique ou stochastique) et correspondent aux processus exposés au paragraphe précédent. Des pavages non séparables (pavages de Voronoï [CHA91]) ont également été utilisés.

Les textures directionnelles de coloriage sont soit rectilignes, soit sinusoïdales.

IV.4.1 Textures sur pavement rectangulaire

Ces textures sont élaborées à partir d'un pavement rectangulaire associé à une texture rectiligne. Les largeurs et hauteurs des rectangles sont fixes (dans le cas du modèle

cyclostationnaire 2D) ou suivent une loi de Poisson (pour le basculeur poissonien 2D). Les angles au sein des pavés sont tirés selon une loi normale avec recouvrement (gaussian overlapped [MAR72]), avec un angle moyen de 0° et un écart type de 10° .



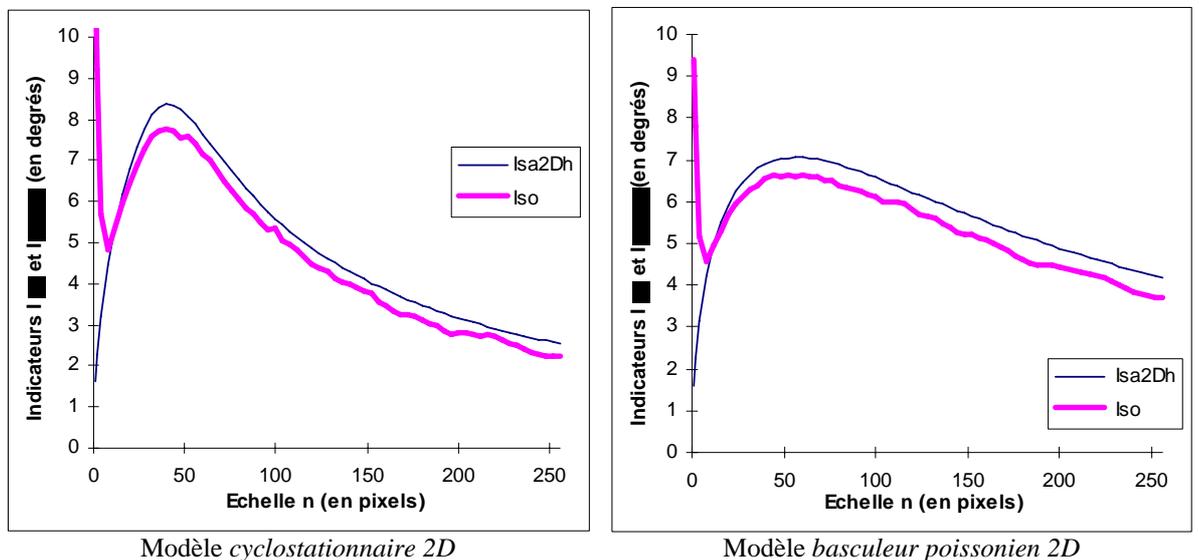
a) basculeur poissonien 2D séparable

b) Modèle cyclostationnaire 2D

Fig. 82 : Exemples de textures de synthèse de type *rectangle*

Les images générées ont une taille de 1024×1024 pixels (256 niveaux de gris). La largeur moyenne des pavés est fixée à $1/\rho = 50$ pixels. Pour chacun des modèles, l'indicateur I_{so} est calculé pour 100 réalisations du processus générateur. Sur la Fig. 83, les courbes moyennes obtenues par la simulation sont confrontées aux courbes théoriques issues des calculs réalisés pour l'indicateur I_{sa2Dh} (voir parag. précédent).

On constate sur cette figure que les courbes obtenues pour des images de synthèses sont très proches des courbes théoriques. Toutefois, deux différences apparaissent quel que soit le modèle utilisé :



Modèle cyclostationnaire 2D

Modèle basculeur poissonien 2D

Fig. 83 : Anisotropie de textures de synthèse et courbes théoriques correspondantes

- Les courbes obtenues pour les textures de synthèse ne passent pas par l'origine comme le prévoit la théorie. Ce comportement s'explique par le fait que les VDM sont très perturbés à proximité des bords de pavés. En effet, sur ces frontières, des contours parasites apparaissent et faussent le calcul des gradients de Sobel. Plus l'échelle augmente, plus ce comportement tend à disparaître, l'effet passe bas du VDM éliminant cette perturbation directionnelle.
- A partir de l'échelle $n=30$ (quand la perturbation précédente tend à disparaître), on remarque que la courbe mesurée est légèrement inférieure à la courbe théorique. Ce phénomène s'explique par une sous estimation de la variance directionnelle de la texture. En effet, les structures longiformes présentes dans l'image comportent des crêtes et des vallées sur lesquelles le gradient est nul. En ces points, aucune direction n'est calculée. L'anisotropie est donc considérée comme nulle ce qui provoque une réduction de la variance des directions (ce processus est équivalent à une porosité).

IV.4.2 Textures *pavage de Voronoï*

Construction de la texture

Il s'agit dans ce cas d'un pavage de Voronoï associé à une texture rectiligne. Les germes des pavés sont distribués selon une loi de Poisson. Les angles au sein des pavés sont distribués selon une loi normale avec recouvrement (gaussian overlapped [MAR72]), avec un angle moyen égal à 80° . Un bruit blanc gaussien a parfois été ajouté. Les images ont une taille de 1024x1024 pixels (256 niveaux de gris).

Des exemples de ces textures sont présentés sur la Fig. 84 (en l'absence de bruit).

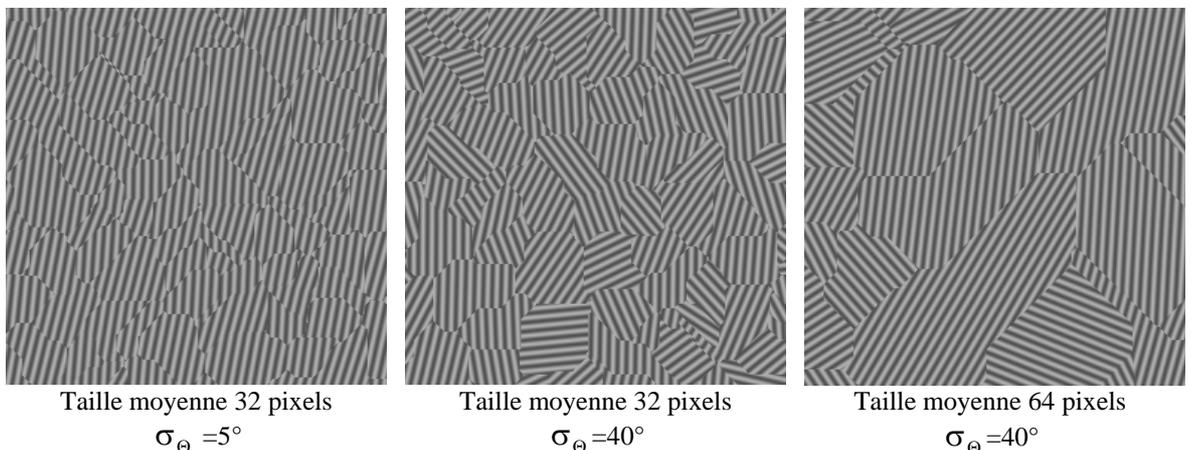


Fig. 84 : Exemple de textures de synthèse de type *pavage de Voronoï*

Les paramètres de ces textures sont :

- $t=1/\rho$, la taille moyenne (horizontale ou verticale) des pavés,
- σ_{θ} , la variance de la distribution des angles des textures,
- SNR , le rapport signal sur bruit (en cas de bruit ajouté).

Les effets de ces différents paramètres sur les courbes $I_{so}(n)$ vont donc être présentés (les courbes représentent les moyennes obtenues sur 25 réalisations).

Effet du bruit additif

Les images ont été générées avec $t=64$ et $\sigma_{\theta}=20^{\circ}$. Les bruits ajoutés conduisent à des SNR de 10dB, 0dB et -5dB. Les résultats sont présentés Fig. 85.

On remarque que l'indicateur I_{so} n'est sensible au bruit qu'à petite échelle. Pour des SNR faibles à modérés, l'influence du bruit disparaît au delà de $n=10$ pixels. Pour des bruits plus élevés ($SNR < -5dB$), il faut attendre $n=20$ pour retrouver des valeurs identiques à celles obtenues en l'absence de bruit. L'effet passe-bas de l'opérateur Vecteur Directionnel Moyen montre ici toute son efficacité.

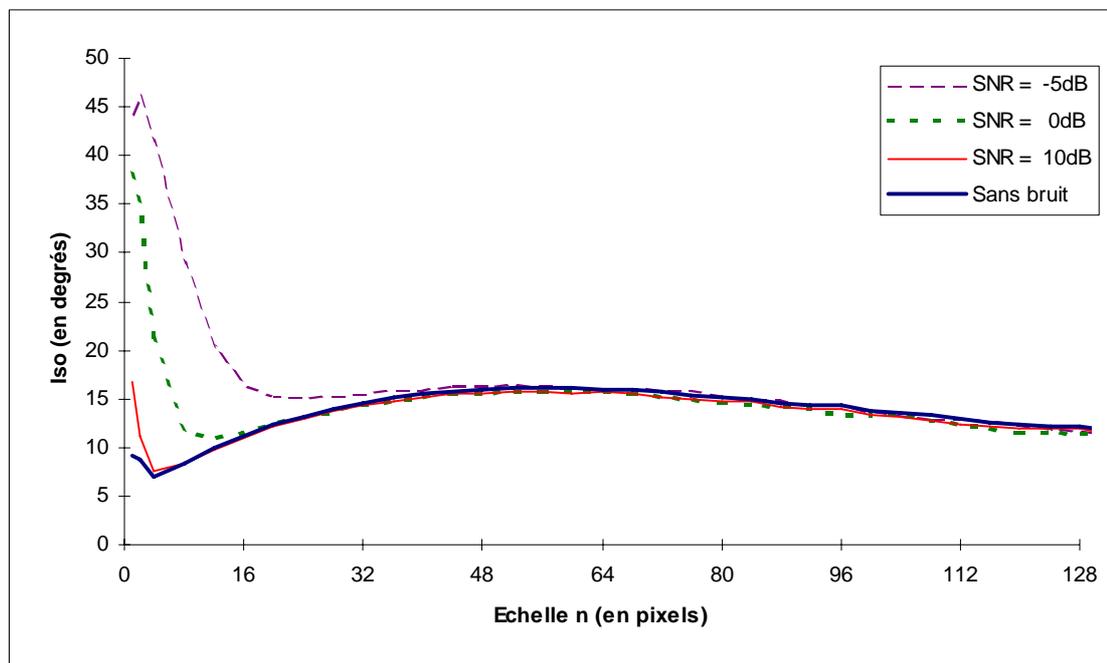


Fig. 85 : Textures *pavage de Voronoï*
Courbes $I_{so}(n)$ pour différents niveaux de bruit additif.

Effet de la taille moyenne des pavés

Les images ont été générées avec $\sigma_{\Theta}=20^{\circ}$ et en l'absence de bruit. Les tailles moyennes des pavés sont $t=32$, $t=64$, $t=128$. Les résultats sont présentés Fig. 86.

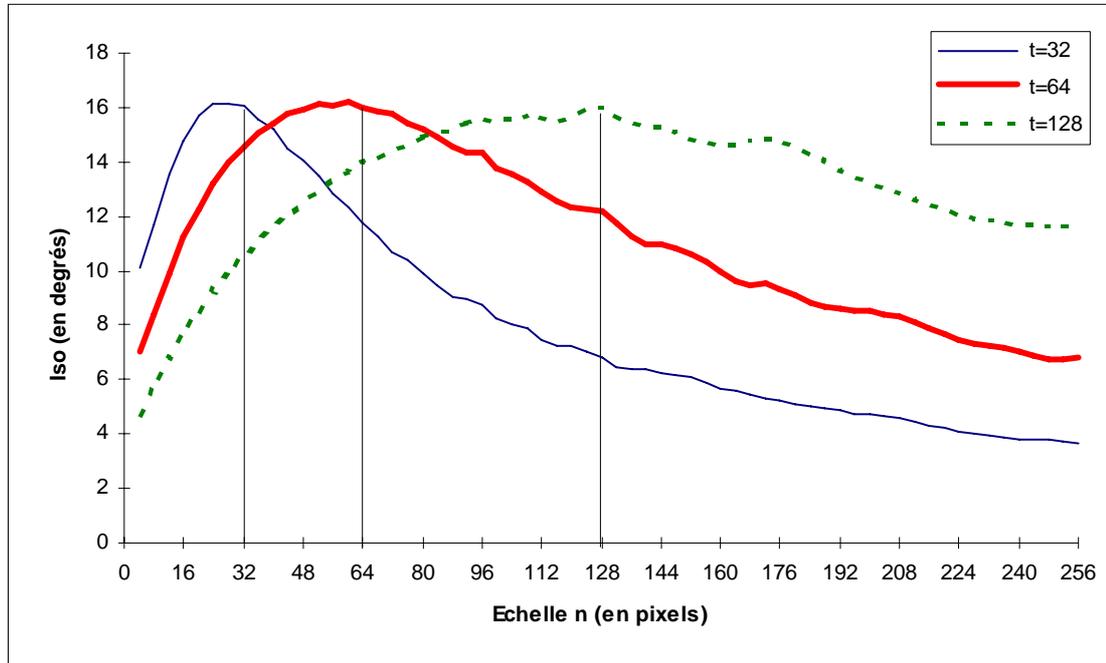


Fig. 86 : Textures *pavage de Voronoï*
Courbes $I_{so}(n)$ pour différentes tailles moyennes des pavés.

L'anisotropie interne des pavés se manifeste à petite échelle. $I_{so}(n)$ augmente ensuite jusqu'à ce que n soit proche de la taille moyenne des pavés. La valeur de $I_{so}(n)$ est alors de l'ordre de σ_{Θ} . Enfin, lorsque les fenêtres englobent plusieurs pavés, $I_{so}(n)$ décroît et tend vers 0.

Les principaux paramètres du modèle textural sont ainsi directement observables sur les courbes obtenues.

Effet de la variance de la distribution angulaire des pavés

Les images ont été générées avec $t=64$ et en l'absence de bruit. Les écarts-types de la distribution des angles ont été choisis à $\sigma_{\Theta}=5^{\circ}$, $\sigma_{\Theta}=10^{\circ}$, $\sigma_{\Theta}=20^{\circ}$, $\sigma_{\Theta}=40^{\circ}$. Les résultats sont présentés à la Fig. 87.

Pour $\sigma_{\Theta} \geq 10^{\circ}$, un maximum peut être observé pour n proche de la taille moyenne des pavés. La valeur de I_{so} est alors de l'ordre de σ_{Θ} .

Par contre pour les très faibles dispersions angulaires, aucun maximum n'est décelable et la courbe décroît continuellement vers 0.

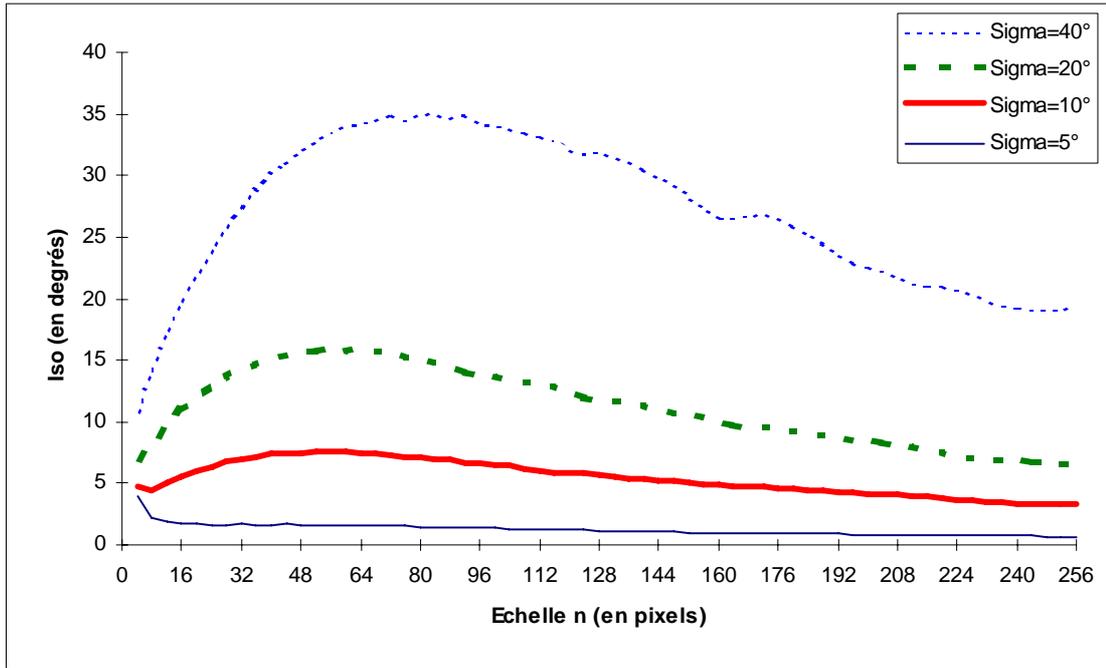


Fig. 87 : Textures pavage de Voronoï
 Courbes $I_{so}(n)$ pour différentes variances de la distribution angulaire

Comparaison des pavages séparables et du pavage de Voronoï

Les trois modèles de pavage étudiés jusqu'ici montrent des comportements très similaires en fonction de l'échelle d'observation. La Fig. 88 montre les résultats obtenus pour ces trois pavages dans les mêmes conditions expérimentales ($t=50$, $\sigma_{\theta} = 10^{\circ}$, moyennes de 25 réalisations). On observe toutefois sur cette figure que le pavage de Voronoï (non séparable) présente une courbe $I_{so}(n)$ plus proche du modèle cyclostationnaire que du basculeur poissonien.

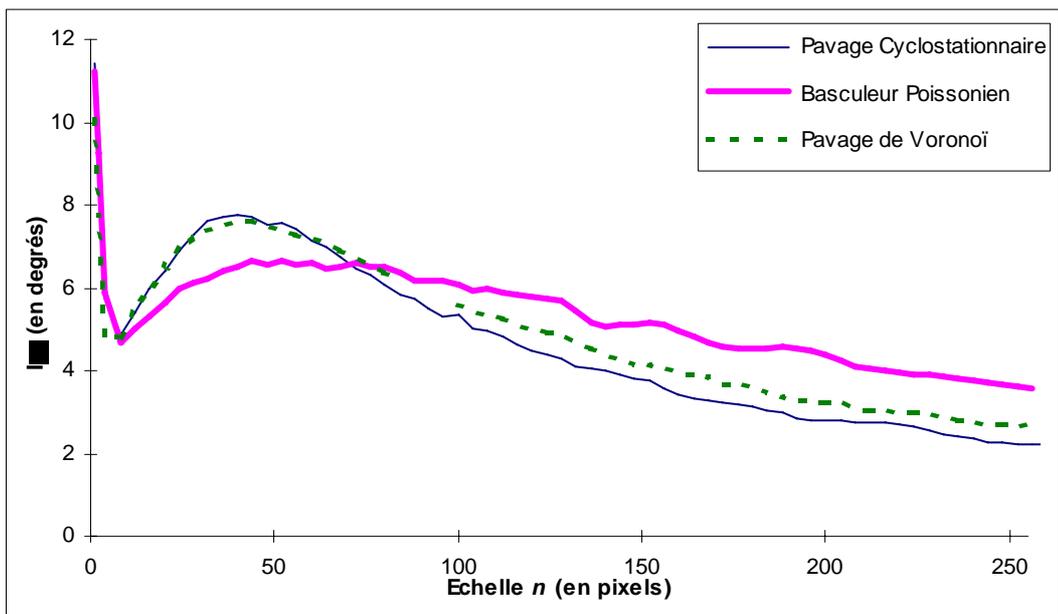


Fig. 88 : Courbes $I_{so}(n)$ pour différents type de pavage

IV.4.3 Cas d'une texture sinusoïdale déterministe

Construction de la texture

Cette texture est constituée par la modulation sinusoïdale le long de la direction principale de la texture rectiligne précédente en l'absence de pavage et de bruit. La période de la texture est de 48 pixels, son amplitude est de 6 pixels et son angle moyen vaut 45° .

Les images ont une taille de 1024x1024 pixels (256 niveaux de gris).

Cette texture est présentée à la Fig. 89 (accompagnée de la courbe $I_{so}(n)$ correspondante).

L'anisotropie de la texture à petite échelle se manifeste par une faible valeur initiale de l'indicateur I_{so} qui augmente ensuite jusqu'à ce que n atteigne la demi-période ($n=24$) de la texture. $I_{so}(n)$ chute ensuite pour atteindre la parfaite anisotropie pour les multiples impairs de la demi période de la texture et remonte pour les échelles égales aux multiples pairs de la demi période de la texture.

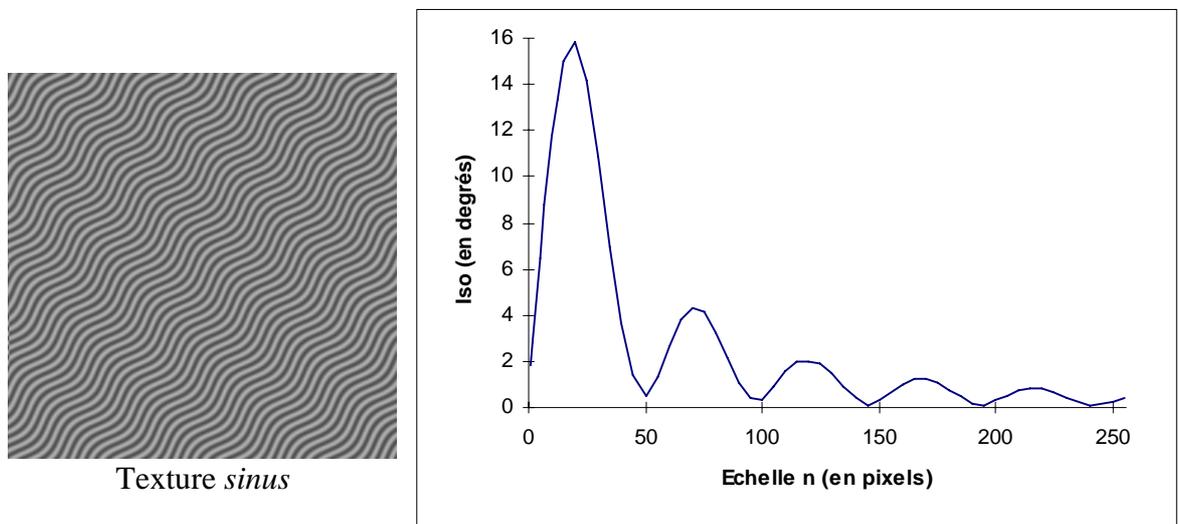


Fig. 89 : Courbe $I_{so}(n)$ pour la texture *sinus*

On retrouve ici le comportement pseudo périodique de la texture damier, mais accompagné cette fois d'une décroissance générale de la courbe $y=I_{so}(n)$ liée à la présence d'une direction dominante dans la texture.

IV.4.4 Textures "pavage de Voronoï avec coloriage sinusoïdal"

Cette texture est composée par l'association d'un coloriage par une texture sinusoïdale (comme la précédente) appliquée sur un pavage de Voronoï poissonnien. La période de la texture est de 48 pixels, son amplitude est de 6 pixels et son angle moyen vaut 45° . L'écart type de la distribution angulaire de la texture au sein des pavés vaut $\sigma_\Theta = 25^\circ$. La taille moyenne des pavés est $t=128$ pixels. Les images ont une taille de 1024x1024 pixels (256 niveaux de gris). Les calculs sont effectués sur 25 réalisations de ce processus aléatoire.

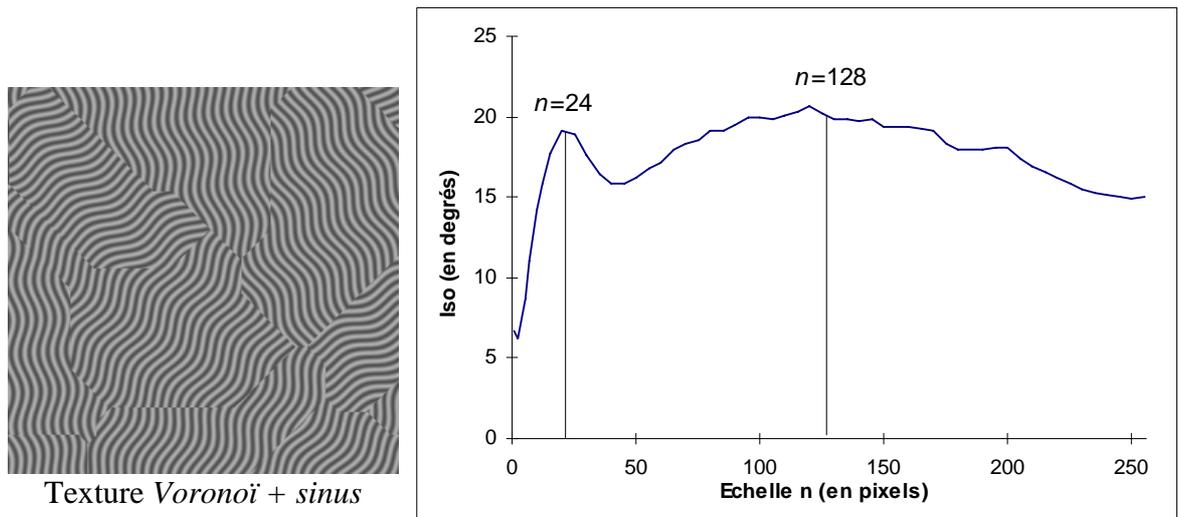


Fig. 90 : Courbe $I_{so}(n)$ la texture Voronoï + sinus

La courbe moyenne obtenue pour l'indicateur I_{so} montre deux pics pour des échelles correspondant :

- à la demi période de la texture sinusoïdale pour le premier,
- à la taille moyenne des pavés pour le second.

La courbe $I_{so}(n)$ fait donc apparaître très clairement les deux phénomènes texturaux présents dans l'image.

IV.5 Etude multi-échelle de l'anisotropie de textures naturelles

IV.5.1 Perfectionnement de l'algorithme de calcul d' I_{so}

Comme cela fut précisé au paragraphe IV.1.2, lorsque le rapport N/n est entier (avec N largeur ou hauteur de l'image et n échelle d'observation) ou lorsque $N \text{ modulo } n$ est faible, la totalité (ou presque) de l'image peut être traitée. Par contre, lorsque

$N \bmod n$ est grand, une partie importante de l'image n'est pas prise en compte dans le calcul (les bords droit et bas de l'image).

Par ailleurs, on constate une forte dispersion autour des courbes de chaque réalisation par rapport à la courbe moyenne, en particulier lorsque la variance du processus stochastique de distributions des angles est forte et que l'échelle d'observation est grande.

Ces deux considérations affectent la précision des courbes $I_{so}(n)$ et ont conduit, dans le cas de textures de synthèse, à calculer des courbes moyennes pour un nombre élevé de réalisations.

Cette solution n'est pas applicable dans le cas d'images réelles puisqu'on ne dispose généralement que d'un nombre réduit de réalisations du processus (souvent même une unique réalisation).

Aussi le mode de calcul de l'indicateur I_{so} a été perfectionné pour mieux prendre en compte les bords et augmenter le nombre de couple de fenêtres lorsque n est grand.

Le principe général de ce perfectionnement consiste :

- d'une part à effectuer plusieurs balayages de l'image avec des origines différentes. Par exemple, pour une échelle n donnée, on effectuera le balayage de l'image à quatre reprises, en partant successivement des origines $(0,0)$, $(0,n/2)$, $(n/2,0)$, $(n/2,n/2)$.
- d'autre part, lorsqu'un résidu de l'image ne peut pas être traité (car la taille du résidu est inférieure à n), de nouvelles cliques sont constituées en partant des bords (droit et bas) de l'image. Comme une partie de la clique a déjà été traitée (recouvrement avec les cliques classiques), la nouvelle clique est pondérée proportionnellement à l'innovation qu'elle apporte.

Ces deux améliorations permettent de régulariser les courbes $I_{so}(n)$ et de diminuer la variance des courbes pour les grandes valeurs de n , sans changer l'allure des courbes moyennes.

IV.5.2 Textures de Brodatz

Les courbes $I_{so}(n)$ ont été calculées avec le nouveau mode de calcul exposé ci-dessus, pour des textures directionnelles simples extraites de l'album de Brodatz. Il s'agit des textures *eau* (voir Fig. 67), *bois*, *lierre* et *herbe* (voir Fig. 91). La taille des images est $N \times N = 256 \times 256$ en 256 niveaux de gris.

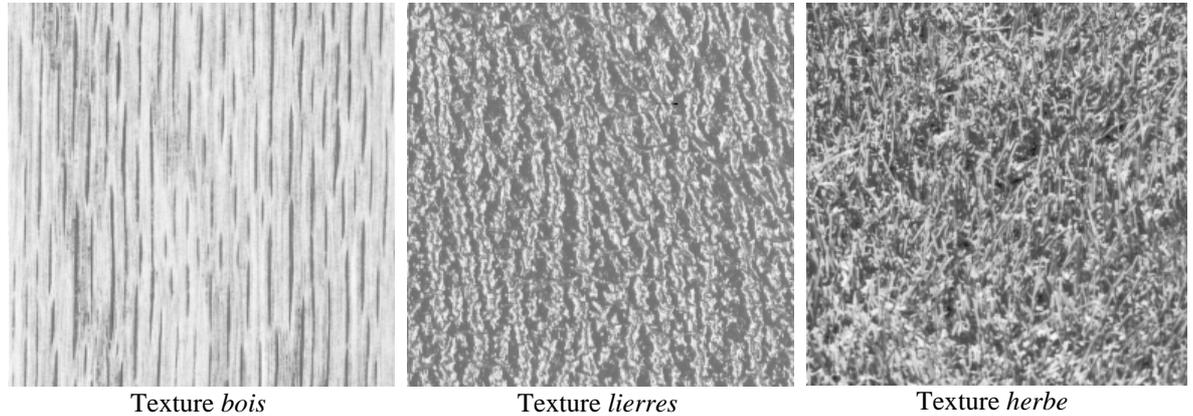


Fig. 91 : Textures *bois*, *lierre* et *herbe*

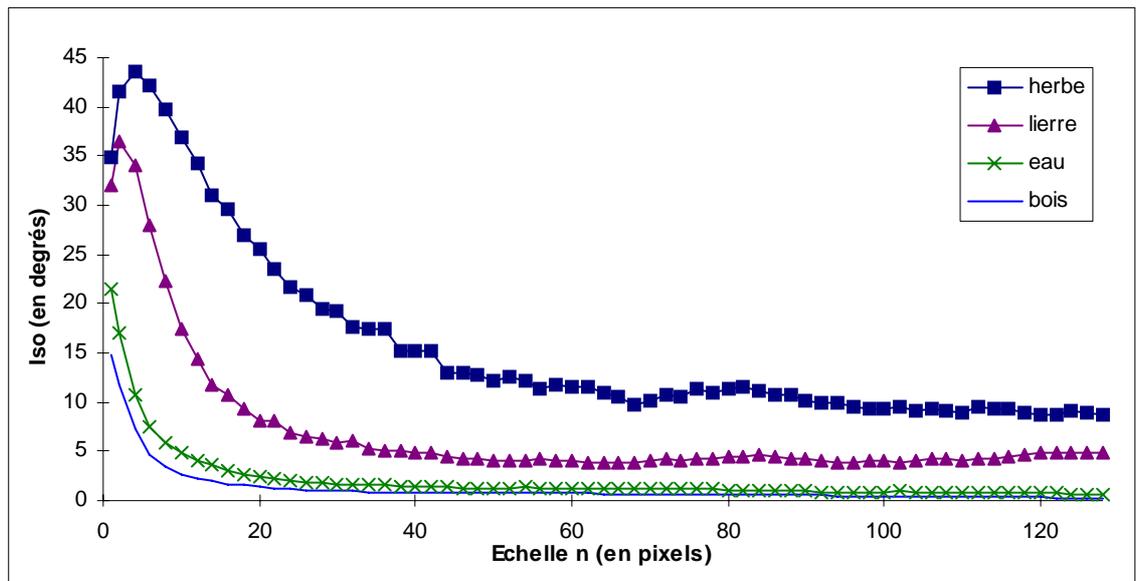


Fig. 92 : Courbes $I_{so}(n)$ pour les textures *bois*, *lierre* et *herbe*

Les courbes obtenues sont de la même forme que celles observées au paragraphe IV.1.1 pour la texture *eau*. Les valeurs asymptotiques obtenues (vers $n=128$) confirment l'impression visuelle de désordre directionnel observé sur les textures *herbe* et *lierre* par rapport aux textures *eau* et *bois*.

La texture *canevas* également issue de l'album de Brodatz présente un comportement différent. En effet, cette texture représente un textile composé de

mailles verticales et horizontales de très petite taille (6 ou 7 pixels) qui assemblées, forment des motifs en chevrons dont la taille moyenne est proche de 40 pixels.

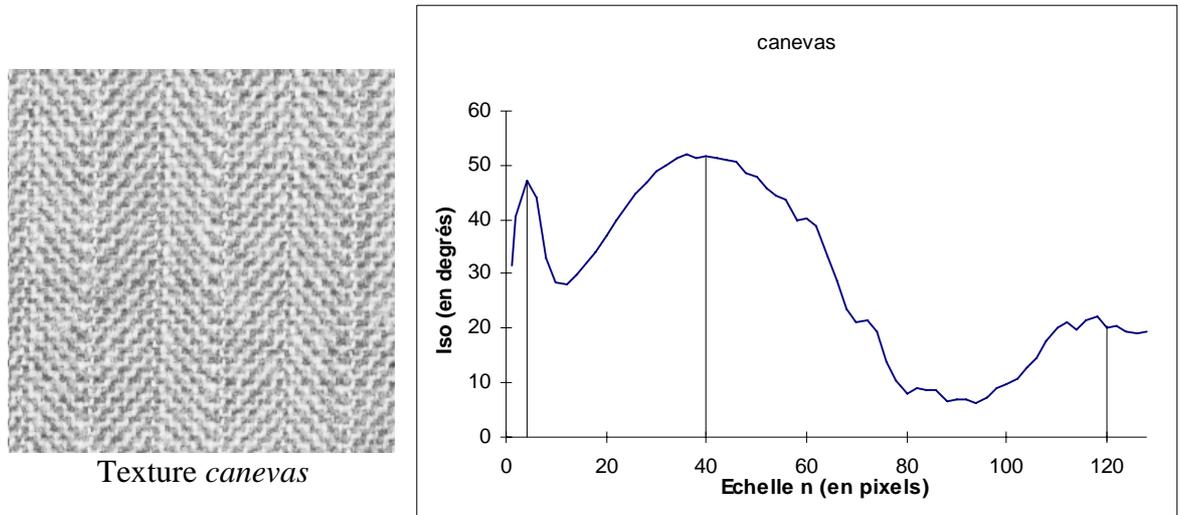


Fig. 93 : Texture *canevas* et courbe $I_{so}(n)$ associée

Cette texture se traduit sur la courbe $I_{so}(n)$ par un pic vers $n=6$ et un autre vers $n=40$ avec une harmonique vers $n=120$ (3×40). On observe également des creux vers $n=12$ et $n=80$. Ils correspondent à des échelles pour lesquelles les fenêtres regroupent des couples d'éléments texturaux (maille horizontale et verticale ou chevron complet)..

La courbe $I_{so}(n)$ reflète encore une fois le comportement de la texture aux différentes échelles.

IV.5.3 Images de type matériaux composites

Contexte

Ces images sont obtenues par Microscopie Electronique à Transmission de matériaux composites. La taille des images étudiées est de 1024×1024 pixels en 256 niveaux de gris. Elles font apparaître la structure atomique de ces matériaux. Les plans atomiques sont représentés par des structures longiformes. L'écart entre les plans atomiques est connu et correspond sur les images (en fonction du grandissement utilisé), à un écart entre les structures longiformes de l'ordre de 7 pixels.

Cette information est précieuse car elle permet d'effectuer un pré-traitement des images afin de ne conserver que la texture et de supprimer d'éventuels effets perturbateurs (franges de Bragg). Le pré-traitement employé est un filtrage en

couronne dans le domaine de Fourier, autour du cercle dont le rayon correspond à l'inverse de la période entre deux plans atomiques.

L'anisotropie de la texture observée sur ces images est une caractéristique physique importante du matériau. Aussi, trois catégories d'anisotropie ont été définies et peuvent être mesurées par microscopie optique (à une échelle considérablement supérieure à la taille de nos images).

Ces trois catégories sont nommées :

- A = plutôt anisotrope,
- I = plutôt isotrope,
- AI = classe intermédiaire.

De plus, à l'issue de leur fabrication, ces matériaux peuvent avoir été soumis à un traitement thermique (T) ou non (nT). L'effet de ce traitement est de réorganiser localement les plans atomiques en les réalignant (donc en diminuant le désordre local).

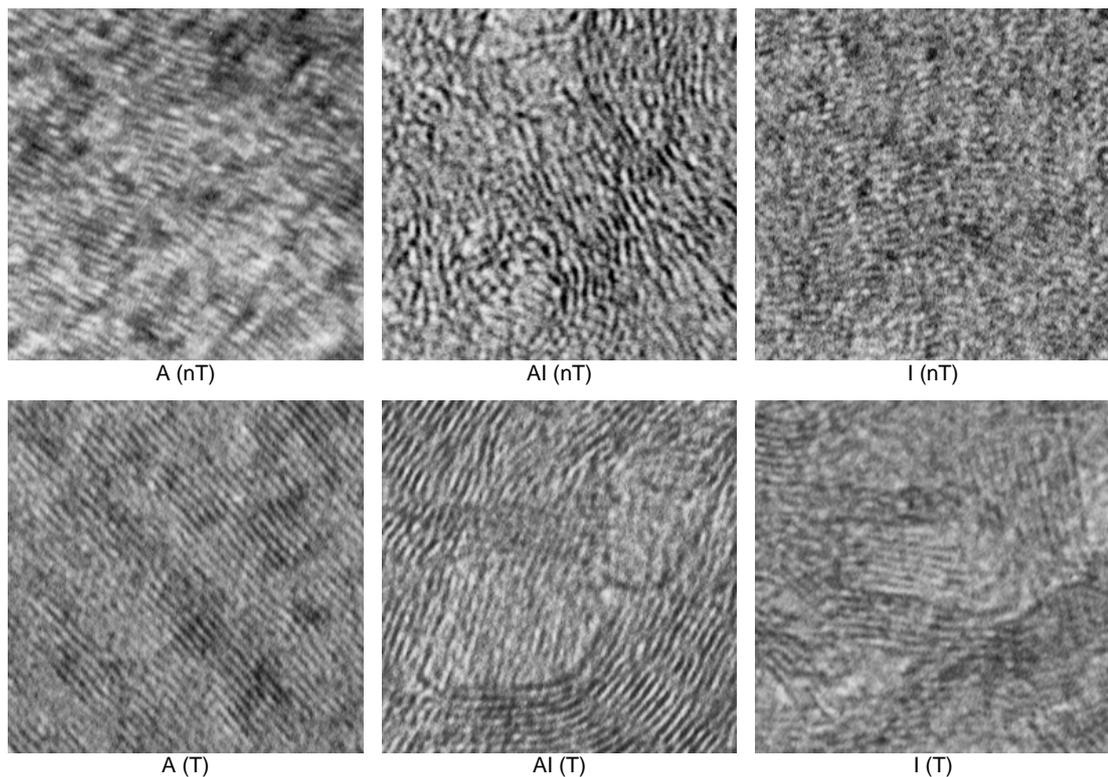


Fig. 94 : Exemples de textures des différentes classes de matériaux composites

On obtient ainsi 6 classes de matériaux (A.T, A.nT, AI.T, AI.nT, I.T, I.nT). Des exemples d'imagettes extraites des images des différentes classes sont présentés à la Fig. 94. On dispose pour chaque classe de 7 à 20 images différentes.

Résultats obtenus

L'étude de l'anisotropie des échantillons à différentes échelles (Fig. 95) montre que :

- à grande échelle, l'indicateur I_{so} permet de séparer très nettement les trois groupes A, I et AI indépendamment de la présence éventuelle d'un traitement thermique.
- à petite échelle, pour les matériaux de type AI et I, les courbes $I_{so}(n)$ présentent un minimum local nettement plus marqué en cas de traitement thermique, ce qui est conforme au comportement physique de ce type de matériaux .
- à petite échelle, pour les matériaux de type A, les courbes $I_{so}(n)$ montrent une anisotropie plus marquée pour les matériaux traités (A.T) que pour les matériaux non traités (A.nT) ce qui est également confirmé par le comportement théorique de ce type de matériaux .

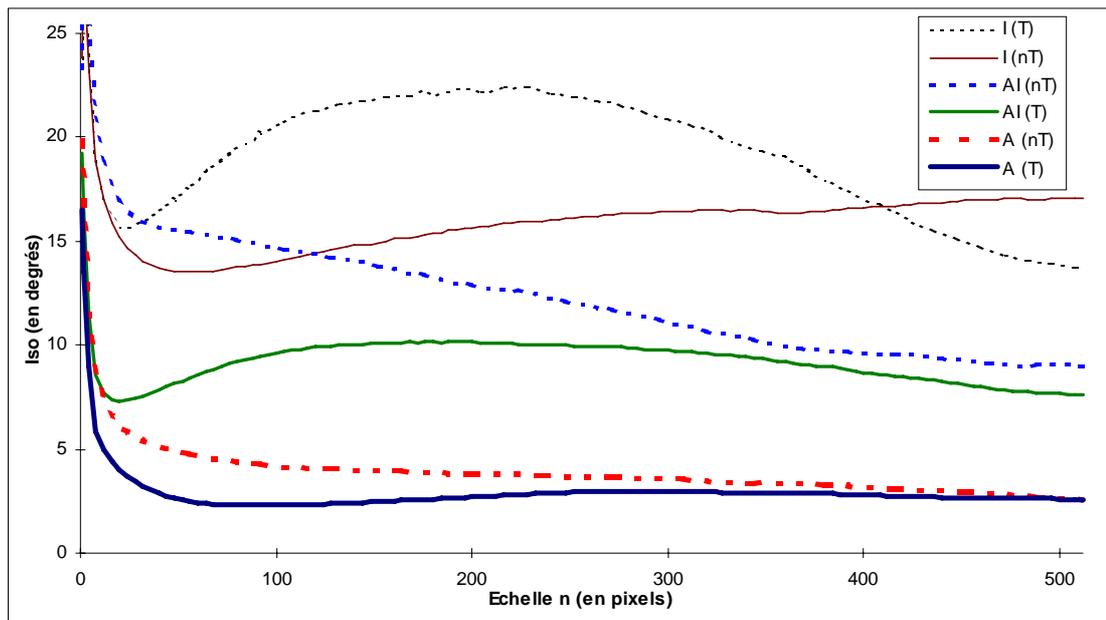


Fig. 95 : Courbe $I_{so}(n)$ pour les six classes de matériaux composites

On constate qu'il est facile de déterminer l'échelle la plus appropriée pour la détermination de l'anisotropie du matériau. C'est ainsi que, dans le cas des matériaux "I.nT", la courbe n'est pas encore stabilisée pour $n=512$, ce qui engendre la nécessité d'utiliser des images de plus grande taille.

IV.6 Conclusion

Les courbes d'évolution des différents indicateurs étudiés en fonction de l'échelle d'observation ont montré que seuls I_{sa} et I_{so} caractérisent correctement les textures présentant des caractéristiques multi-échelles.

Par ailleurs, l'étude d'images de synthèse permet d'affirmer que les courbes $I_{sa}(n)$ et $I_{so}(n)$ reflètent fidèlement certaines caractéristiques texturales "complexes", obtenues sans avoir à procéder à une segmentation préalable de l'image. En outre, on peut constater que l'indicateur I_{so} est moins sensible qu' I_{sa} aux perturbations causées par la juxtaposition de zones texturées et de zones de bruit (présence de porosités).

Enfin, les courbes $I_{so}(n)$ permettent de caractériser de façon très fidèle la structure atomique des matériaux composites qui ont fourni l'argument à ce travail.

Conclusion et perspectives

La notion d'échelle d'observation, telle qu'elle a été définie au chapitre I (paragraphe I.1.4) influe fortement sur la perception de l'orientation ou de l'anisotropie d'une texture. Ce phénomène apparaît de façon particulièrement nette sur des textures synthétiques comme *cercles* et *sinus* (Fig. 26) ou sur des images naturelles comme la texture Canevas de l'album de Brodatz [BRO66] (Fig. 93) ou les matériaux composites de structure atomique "isotrope" (Fig. 34 et Fig. 94).

Aussi, des indicateurs spécifiques, prenant en compte l'échelle d'observation, ont été élaborés et étudiés, pour estimer d'une part la direction dominante d'une texture (VDM) et d'autre part son degré d'anisotropie (I_{so}).

Le Vecteur Directionnel Moyen ou VDM (Définition 5 paragraphe II.2.6) est un opérateur qui, à partir d'un champ élémentaire de vecteurs représentatifs de la direction locale, construit un nouveau vecteur globalement représentatif de la direction dominante. En effectuant un découpage du champ initial en fenêtres contiguës de largeur et hauteur données n , puis en calculant le VDM de chaque fenêtre, on obtient un nouveau champ représentatif des directions observées à l'échelle n .

L'étude détaillée de la formulation du VDM a permis de montrer qu'il était de nature similaire à une Analyse en Composantes Principales. En fait, si les modules des vecteurs du champ sont tous égaux, ACP et VDM indiquent la même direction

dominante. Dans le cas contraire, l'ACP accorde plus d'importance aux vecteurs de faibles modules que le VDM.

De plus, le module du VDM est significatif de la confiance que l'on peut accorder à cette estimation. Lorsque le module est très faible, la direction indiquée par l'argument du vecteur est peu dominante. Cela permet de rendre plus robustes les indicateurs basés sur les champs de VDM.

Les résultats obtenus en appliquant l'opérateur VDM à des images naturelles et de synthèse ont montré :

- la grande robustesse de cet opérateur en présence de bruit (pour des échelles suffisantes),
- la précision de l'argument de l'opérateur (moins d'un degré d'erreur pour des images de synthèse peu bruitées).

L'indicateur I_{so} (définition 8 paragraphe III.3.2) mesure pour sa part la dispersion des arguments du champ de vecteur auquel il est appliqué. Il estime la moyenne des écarts angulaires constatés sur l'ensemble des couples de vecteurs voisins du champ, pondérés par le produit des modules des vecteurs de ces couples. Il est généralement appliqué à un champ de VDM à l'échelle n .

Contrairement à la plupart des indicateurs d'anisotropie étudiés jusqu'ici, I_{so} mesure des différences locales d'orientation. Il respecte ainsi l'échelle d'observation qui a conduit à l'élaboration du champ de vecteurs auquel il est appliqué. Cette caractéristique apparaît clairement lorsque l'on compare les résultats des indicateurs d'anisotropie obtenus à différentes échelles et appliqués à des textures "multi-échelles" comme la texture *cercle*. Dans ce contexte, seul l'indicateur I_{so} rend compte de la forte anisotropie de cette texture à petite échelle (Fig. 68). Par contre, pour des textures plus *élémentaires*, l'indicateur I_{so} fournit des résultats très semblables à ceux obtenus par les approches classiques.

Des valeurs théoriques extrêmes (isotropie) ont été établies de façon théorique pour le désordre directionnel absolu (distribution uniforme des directions) et pour les textures anti-ordonnées (damiers de textures à 90° les unes des autres par exemple). Ces valeurs (respectivement 57° et 90°) ont été vérifiées sur des images de synthèse.

Par ailleurs, le comportement théorique de l'indicateur I_{so} lorsqu'il est appliqué à un pavage séparable de textures homogènes, a pu être étudié. Le lien existant entre I_{so} et l'autocorrélation a ainsi été établi. Ceci a permis de définir la courbe typique de l'évolution de I_{so} en fonction de l'échelle d'observation, dans ce contexte particulier. Le calcul de l'opérateur I_{so} sur des images de synthèse de cette famille a confirmé ce comportement sur des exemples concrets.

Lors de son application à des images naturelles issues de l'album de Brodatz, la taille des primitives texturales a pu être déterminée, y compris dans des cas complexes comme celui de la texture *canevas* qui est un assemblage d'éléments structuraux à différentes échelles.

L'application à des images de structures de matériaux composites a permis de retrouver un comportement similaire à celui rencontré dans le contexte théorique du pavage séparable. L'étude de ces courbes $I_{so}(n)$ confirme les caractéristiques physiques de ces matériaux (classe d'anisotropie à grande échelle, présence éventuelle d'un traitement thermique). L'opérateur I_{so} appliqué à un champ de VDM a pu ainsi être exploité avec succès dans un contexte industriel.

Il reste maintenant à élargir les perspectives d'utilisation de ces opérateurs.

Le VDM a été employé jusqu'à présent sur des champs de vecteurs gradients élémentaires (Sobel). D'autres données vectorielles (provenant d'autres opérateurs) pourraient être employées.

Nous avons vu par ailleurs que la formulation du VDM ne différait de celle de l'ACP que par la puissance de pondération du module des vecteurs du champ initial. D'autres puissances de pondération pourraient être étudiées de façon plus systématique. Il en va de même pour l'indicateur générique $I_{so}(p,q)$, pour lesquelles les puissances de pondération p et q ont été fixées à (2,2) pour I_{so} et (2,0) pour I_{sa} .

Enfin, l'indicateur I_{so} a été appliqué ici à des données directionnelles. Son exploitation dans un contexte de données scalaires ou vectorielles d'autres origines (niveau de gris, couleur, ou autre attribut textural) est tout à fait envisageable. Son caractère local et son adaptabilité à un contexte multi-échelle rend cette perspective séduisante.

Annexes

Pour les prochaines définitions, les notations suivantes sont adoptées :

Soit $L_x = \{1, 2, \dots, N_x\}$ et $L_y = \{1, 2, \dots, N_y\}$ les domaines spatiaux verticaux et horizontaux de l'image et soit $G = \{0, 1, 2, \dots, \Gamma - 1\}$ les niveaux de gris.

L'image numérique $I: L_x \times L_y \rightarrow G$ affecte un niveau de gris à chaque pixel.

A.1 Matrices de cooccurrences et attributs usuels associés

Définition [HAR73] :

Soit θ une direction (généralement $\theta = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ et 135°) et une distance d d'étude.

Alors $P(i, j, \theta, d)$ représente la cardinalité de l'ensemble des paires de pixels ayant

les caractéristiques suivantes :
$$\begin{cases} I(x, y) = i \text{ et } I(x', y') = j \\ x - x' = d, y = y' \end{cases}$$

Les 13 attributs texturaux définis par Haralick sont alors donnés par :

<p>Second moment angulaire :</p> $f_1 = \sum_i \sum_j p(i, j)^2$ <p>également nommé homogénéité.</p>	<p>Entropie des sources :</p> $f_8 = \sum_{i=2}^{2Ng} p_{x+y}(i) \ln(p_{x+y}(i))$
<p>Contraste :</p>	<p>Entropie :</p>

$f_2 = \sum_i \sum_j (i-j)^2 p(i,j)$	$f_9 = - \sum_i \sum_j p(i,j) \ln(p(i,j))$
<p>Corrélation :</p> $f_3 = \frac{\sum_i \sum_j (ij) p(i,j) - \mu_x \mu_y}{\sigma_x \sigma_y}$ <p>avec $\mu_x \mu_y \sigma_x \sigma_y$: moyennes et écarts types des marginales horizontales et verticales.</p>	<p>Variance des différences :</p> $f_{10} = \text{variance des } p_{x-y}$ <p>avec $p_{x-y}(k) = \sum_{i-j=k} p(i,j)$</p>
<p>Variance :</p> $f_4 = \sum_i \sum_j (i-\mu)^2 p(i,j)$ <p>avec μ : moyenne des $p(i,j)$.</p>	<p>Entropie des différences :</p> $f_{11} = \sum_{i=0}^{Ng-1} p_{x-y}(i) \ln(p_{x-y}(i))$
<p>Moment des différences inverses :</p> $f_5 = \sum_i \sum_j \frac{1}{1+(i-j)^2} p(i,j)$	<p>Autres mesures de corrélation :</p> $f_{12} = \frac{H_{XY} - H_{XY1}}{\max(H_X, H_Y)}$
<p>Moyenne des sommes :</p> $f_6 = \sum_{i=2}^{2Ng} i p_{x+y}(i)$ <p>avec $p_{x+y}(k) = \sum_{i+j=k} p(i,j)$</p>	$f_{13} = \left[1 - \exp(-2(H_{XY2} - H_{XY})) \right]^{1/2}$ <p>avec $H_{XY} = f_9$</p> $H_{xy1} = - \sum_i \sum_j p(i,j) \ln(p_x(i) p_y(j))$ $H_{xy2} = - \sum_i \sum_j p_x(i) p_y(j) \ln g(p_x(i) p_y(j))$
<p>Variance des sommes :</p> $f_7 = \sum_{i=2}^{2Ng} (i - f_6)^2 p_{x+y}(i)$	<p>Coefficient de corrélation maximale :</p> $f_{14} = (\text{Seconde plus grande valeur propre de } Q)^{1/2}$ <p>avec $Q(i,j) = \sum_k \frac{p(i,k) p(j,k)}{p_x(i) p_y(k)}$</p>

A.2 Matrice des longueurs de plages

Définition [GAL75] :

La matrice des longueurs de plages $Q(i, j, \theta)$ dans la direction θ est définie les fréquences j (non normalisées) des plages de niveau de gris i dans la direction θ □.

Par exemple, $Q(i, j, 0^\circ)$ représente le nombre de plages horizontales de longueur j formées de pixels de luminance i .

Comme pour les matrices de cooccurrences, des attributs peuvent être calculés à partir de ces matrices :

<p>Nombre de longueur de plages</p> $g_1 = \sum_{i=0}^{\Gamma-1} \sum_{j=1}^{L_\theta} q_\theta(i, j)$	<p>Hétérogénéité des niveaux de gris des plages</p> $g_4 = \frac{1}{g_1} \sum_{i=0}^{\Gamma-1} \left(\sum_{j=1}^{L_\theta} q_\theta(i, j) \right)^2$
<p>Proportion de petites plages</p> $g_2 = \frac{1}{g_1} \sum_{i=0}^{\Gamma-1} \sum_{j=1}^{L_\theta} \frac{q_\theta(i, j)}{j^2}$	<p>Hétérogénéité des longueurs des plages</p> $g_5 = \frac{1}{g_1} \sum_{j=1}^{L_\theta} \left(\sum_{i=0}^{\Gamma-1} q_\theta(i, j) \right)^2$
<p>Proportion de grandes plages</p> $g_3 = \frac{1}{g_1} \sum_{i=0}^{\Gamma-1} \sum_{j=1}^{L_\theta} j^2 q_\theta(i, j)$	<p>Pourcentage de plages</p> $g_6 = \frac{g_1}{N_x \cdot N_y}$

A.3 Spectre textural [HE91]

Principe général

Soit V_0 un pixel d'une image (en dehors des bords) et soient V_i ($i \in \{1, 2, \dots, 8\}$) les voisins de V_0 .

L'unité texturale U_0 de V_0 est basée sur l'ensemble des 8 éléments $E1$ à $E8$ définis par :

$$E_i = \begin{cases} 0 & \text{si } V_i < V_0 \\ 1 & \text{si } V_i = V_0 \\ 2 & \text{si } V_i > V_0 \end{cases} \quad \text{avec}$$

$$\text{et } U_0 = \sum_{i=1}^8 E_i \times 3^{i-1}$$

V_1	V_2	V_3
V_8	V_0	V_4
V_7	V_6	V_5

U_0 prend une valeur dans l'ensemble $\{0, 1, \dots, 6560\}$.

Définition des indicateurs texturaux :

Soit $S(i)$ la fréquence de l'unité texturale numéro i dans l'image

- BWS (Black and White Symmetry)

$$BWS = \left[1 - \frac{\sum_{i=0}^{3279} |S(i) - S(3281+i)|}{\sum_{i=0}^{6560} S(i)} \right] \times 100$$

- GS (Geometric Symmetry)

$$GS = \left[1 - \frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 \frac{\sum_{i=0}^{6560} |S_j(i) - S_{j+4}(i)|}{2 \times \sum_{i=0}^{6560} S_j(i)} \right] \times 100$$

avec $S_j(i)$ = fréquence l'unité texturale numéro i calculée en numérotant les voisins du site V_0 à partir de la position j (rotation du voisinage)

- DD (Degree of Direction)

$$DD = \left[1 - \frac{1}{6} \sum_{m=1}^3 \sum_{n=m+1}^4 \frac{\sum_{i=0}^{6560} |S_m(i) - S_n(i)|}{2 \times \sum_{i=0}^{6560} S_m(i)} \right] \times 100$$

MHS, MVS, MDS1, MDS2 (Micro Horizontal, Vertical, Diagonal Structure)

$$MHS = \sum_{i=0}^{3279} S(i) \times P(V_1, V_2, V_3) \times P(V_5, V_6, V_7)$$

avec $P(V_i, V_j, V_k) =$ nombre d'éléments ayant des valeurs identiques pour E_i, E_j et E_k .

Les autres indicateurs directionnels s'obtiennent par rotation des indices dans les fonctions $P(\cdot)$

- CS (Central Symmetry)

$$CS = \sum_{i=0}^{3279} S(i) \times [K(i)]^2$$

avec $K(i) =$ nombre de couples de voisins parmi $\{(V_1, V_5); (V_2, V_6); (V_3, V_7); (V_4, V_8)\}$ ayant mêmes valeurs pour la fonction E .

A.4 Calcul de l'argument du vecteur propre principal d'un champ de vecteurs

Soit $C = \{z_i\}$ (avec $i \in \{1, \dots, n\}$), le champ de vecteur dont on veut estimer la direction moyenne par l'ACP. On pose $z_i = x_i + jy_i$.

Les valeurs propres λ associées au champ C sont les solutions de l'équation :

$$\det(A - \lambda \cdot Id) = 0$$

$$\text{avec } A = \frac{1}{n} \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ \sum_{i=1}^n x_i y_i & \sum_{i=1}^n y_i^2 \end{pmatrix} \text{ et } Id \text{ la matrice identité de dimension 2.}$$

On obtient :

$$\det(A - \lambda \cdot Id) = \lambda^2 - \frac{\lambda}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 + \sum_{i=1}^n y_i^2 \right) + \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot \sum_{i=1}^n y_i^2 - \sum_{i=1}^n x_i y_i \right) = 0$$

Le discriminant Δ de cette équation vaut :

$$\Delta = \frac{1}{n^2} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - \sum_{i=1}^n y_i^2 \right)^2 + \frac{4}{n^2} \left(\sum_{i=1}^n x_i y_i \right)^2$$

et les valeurs propres λ_1 et λ_2 (avec $\lambda_1 > \lambda_2$) :

$$\lambda_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 + \sqrt{\Delta} \right) \text{ et } \lambda_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 - \sqrt{\Delta} \right)$$

Le vecteur propre V_{p1} associé à la plus grande valeur propre λ_1 est donné par :

$$A \cdot V_{p1} = \lambda_1 \cdot V_{p1}$$

$$\text{d'où } V_{p1} = k \begin{pmatrix} -\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ -\lambda_1 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 \end{pmatrix} \text{ avec } k \text{ réel non nul.}$$

Soit $Z_{p1} = -\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i + j \left(-\lambda_1 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 \right)$ le complexe associé à V_{p1} avec k arbitrairement fixé à 1.

Pour prendre en compte la direction (doubler l'argument) on élève Z_{p1} au carré.

$$Z_{p1}^2 = \frac{1}{n^2} \left(\sum_{i=1}^n x_i y_i \right)^2 - \left(-\lambda_1 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 \right)^2 - 2j \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i \right) \left(-\lambda_1 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 \right)$$

$$Z_{p1}^2 = \frac{1}{n^2} \left(\sum_{i=1}^n x_i y_i \right)^2 - \frac{1}{4} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 - \sqrt{\Delta} \right)^2$$

$$- j \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i \right) \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 - \sqrt{\Delta} \right)$$

$$Z_{p1}^2 = \frac{1}{n^2} \left(\sum_{i=1}^n x_i y_i \right)^2 - \frac{1}{4} \left[\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 \right)^2 + \Delta - 2\sqrt{\Delta} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 \right) \right]^2$$

$$- j \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i \right) \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 - \sqrt{\Delta} \right)$$

En remplaçant Δ par sa valeur, on obtient :

$$Z_{p1}^2 = -\frac{1}{4} \left[\left(\frac{2}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 \right)^2 - 2\sqrt{\Delta} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 \right) \right]^2$$

$$- j \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i \right) \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 - \sqrt{\Delta} \right)$$

D'où :

$$Z_{p1}^2 = \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 - \sqrt{\Delta} \right] \left[\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 + 2j \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i \right) \right]$$

On en déduit que :

$$Arg(Z_{p1}) = \frac{1}{2} Arg(Z_{p1}^2) = \frac{1}{2} Arg \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 + 2j \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i \right) \right) = \frac{1}{2} Arg(\overline{Z^2})$$

$$\text{avec } \overline{Z^2} = \overline{(x_i + j \cdot y_i)^2}$$

Bibliographie

- [ALA95a] **O. Alata, C. Germain, P. Baylou, M. Chambon, F. Doux** ; *'Evaluation de l'anisotropie de textures, comparaison de méthodes appliquées à la caractérisation de matériaux.'*; in 15ème colloque GRETSI, Juan les Pins, pp. 1245-1249, 1995
- [ALA95b] **O. Alata, P. Baylou, M. Najim** ; *'Texture characterization based on 2-D reflexion coefficients'*; in Proc. of ICASSP-95, Vol. 4, pp. 2539-2542, 1995
- [ALA96] **O. Alata, C. Germain, P. Baylou, M. Chambon** ; *'Caractérisation de matériaux composites par analyse texturale en imagerie numérique'*; in Journées Automatique et Aéronautique et Spatial, GDR Automatique et TdSI du CNRS, Toulouse, France, 4 pages, 1996
- [ALA97] **O. Alata, P. Baylou, M. Najim** ; *'Texture characterization based on 2-D reflexion coefficients'*; soumis à IEEE Trans. on Image Processing, 1997
- [ALP96] **W. Alpers, P. Bandt, A. Rubino, J. O. Bakhaus** ; *'Recent contributions of remote sensing to the study of internal waves in the straits of Gibraltar and Messina'*; Bulletin de l'Institut Océanographique, Monaco, No. spécial 17, CIESM Science Series No. 2, Dynamic of mediterranean straits and channels, pp. 21-40, 1996
- [ANT96] **J.-P. Antoine, R. Murenzi** ; *'Two-dimensional directional wavelets and scale-angle representation'*; Signal Processing, Vol. 52, pp. 259-281, 1996

- [AYD96] **T. Aydin, Y. Yemez, E. Anarim, B. Sankur** ; '*Multidirectional and multiscale edge detection via M-Band wavelet transform*'; IEEE Trans. on Image Processing, Vol. 5, No. 9, pp. 1370-1376, 1996
- [AZE90] **R. Azencott, C. Graffigne, C. Labourdette** ; '*Edge detection and segmentation of textured plane images*'; Stochastic models, statistical method in image analysis, P. Baronne, A. Frigessi, M. Piccioni Editors, Springer Verlag, pp. 75-88, 1990
- [AZE97] **R. Azencott, J. P. Wang, L. Younes** ; '*Texture classification using windowed fourier filters*'; IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 19, No. 2, pp 148-153, 1997
- [BAR84] **D. Barba, J. Ronsin** ; '*Image segmentation using new measure of texture feature*'; Proc. Digital Signal Processing 84, pp. 749-753, 1984
- [BAR95] **A. P. Baraldi, F. Parmiggiani** ; '*An investigation of the textural characteristics associated with gray level cooccurrence matrix statistical parameters*'; IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing, Vol. 33, No. 2, pp. 293-316, 1995
- [BAT81] **E. Batschelet** ; '*Circular statistic in biology*'; New York: Academic Press, 1981
- [BES86] **J. Besag** ; '*On the statistical analysis of dirty pictures*'; Journal of Royal Statistical Society, series B, pp. 48 , 1986
- [BIG91] **J.-P. Bigün, G. Granlun, J. Wicklund** ; '*Multidimensional orientation estimation with application to texture analysis and optical flow*'; IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 13, No. 8, pp. 775-790, 1991
- [BIG94] **J.-P. Bigün, J. M. Hans du Buf** ; '*N-folded symmetries by complex moments in Gabor space and their application to unsupervised texture segmentation*'; IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 16, No. 1, pp. 80-87, 1994
- [BOU91] **C. Bouman, B. Liu** ; '*Multiple resolutions segmentation of textured images*'; IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 13, No. 2, pp 99-113, 1991

- [BRO66] **P. Brodatz** ; *'Texture : a photographic album for artists and designers'*;
New York: Dover, 1966
- [CAR91] **C. Carioux, J. M. Boucher, R. Garello** ; *'Estimation spectrale paramétrique 2-D, Application à la télédétection satellitaire'*; in 13ème colloque GRETSI, Juan les Pins, France, pp. 125-128, 1991
- [CHA91] **J. M. Chassery, A. Montanvert** ; *'Géométrie discrète en analyse d'images'*; Hermes, Paris, 1991
- [CHE85] **R. Chellappa, R. L. Kashiap** ; *'Texture synthesis using 2-D Non Causal Auto Regressive models'*; IEEE Trans. On Acoustic Speech Signal Processing, Vol. 33, pp. 194-203, 1985
- [CHE95a] **D. Chetverikov** ; *'Pattern orientation and texture symmetry'*; in Proc. of 6th Int. Conference on Computer Analysis of Images and Patterns, Prague, Czech Republic, pp. 222-229, 1995
- [CHE95b] **D. Chetverikov, R. M. Haralick** ; *'Texture anisotropy, symmetry, regularity : recovering structure and orientation from interaction maps'*; in Proc. of 6th British Machin Vision Conference, Birmingham, United Kingdom, pp. 57-66, 1995
- [COH91a] **F. S. Cohen, M. A. Patel** ; *'Shape from texture using Gaussian Markov Random Fields'*; MRF, Theory and application, R. Chellappa and A. Jain Editors, Academic Press, 1991
- [COH91b] **F. S. Cohen, Z. Fan, M. A. Patel** ; *'Classification of rotated and scaled textured images using Gaussian Markov Random Field models'*; IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 13, No. 2, pp 192-202, 1991
- [COL96] **B. Collin, B. Zavidovique** ; *'Deformation detection with frequency modulation'*; Pattern Recognition, Vol. 29, No. 8, pp. 1385-1399, 1996
- [COQ95] **J. P. Coquerez, S. Phillip** ; *'Analyse d'images : filtrage et segmentation'*;
Masson, Paris, 1995
- [COR96] **C. Coroyer** ; *'Apport des corrélations d'ordre élevé à l'analyse de textures non-gaussiennes'*; Thèse de Doctorat, Université de Cergy-Pontoise, France, 1996

- [COS89] **M. Coster, J. L. Chermant** ; '*Précis d'analyse d'images*'; Editions du CNRS, 1989
- [CRO83] **G. Cross, A. K. Jain** ; '*Markov Random Field texture models*'; IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 5, No. 1, pp 25-39, 1983
- [CUG95] **C. Cugnart** ; '*Segmentation de textures anisotropes*'; Rapport de DEA Automatique, ENSERB, 1995
- [DAI95] **M. Dai** ; '*Segmentation d'images par l'analyse de textures basée sur les fractals projectifs*'; in 15ème colloque GRETSI, Juan les Pins , France, pp. 673-676 , 1995
- [DAU88] **J. G. Daugman** ; '*Complete discrete 2-D Gabor transforms by neural networks for image analysis and compression*'; IEEE Trans. on Acoustic, Speech and Signal Processing, Vol. 36, No. 7, pp. 1169-1179, 1988
- [DEL92] **Y. Delignon, R. Garello, A. Hillion** ; '*Parametrisation of sea state from SAR images*'; in Proc. of ICASSP'93, San Fransisco, pp. III.29-III.32, 1992
- [DU 90] **J. Du Buf, M. Kardan, M. Spann** ; '*Texture feature performances for image segmentation*'; Pattern Recognition, Vol. 23, No. 3-4, pp. 291-309, 1990
- [DUN92] **J. S. Duncan, T. Birkhölzer** ; '*Reinforcement of linear structure using parametrized relaxation labeling*'; IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 14, No. 5, pp 502-515, 1992
- [FIO95] **S. Fioravanti, D. D. Giusto** ; '*Texture representation through multifractal analysis of optical mass distributions*'; in Proc. of ICASSP-95, Vol. 4, pp. 2463-2466, 1995
- [FRE91] **W. T. Freeman, E. H. Adelson** ; '*The design and use of steerable filters*'; IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 13, No. 9, pp 891-906, 1991
- [GAG81] **A. P. Gagalowicz** ; '*A new method for texture fields synthesis: Some applications to the study of human vision*'; IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 3, No. 5, pp 520-533, 1981
- [GAG83] **A. P. Gagalowicz** ; '*Vers un modèle de texture*'; Thèse d'état, Université Pierre et Marie Curie, Paris VI, 1983

- [GAL75] **M. M. Galloway** ; *'Texture analysis using gray level run lengths'*; Computer Graphics and Image Processing, Vol. 4, pp. 172-179, 1975
- [GEM84] **S. Geman, D. Geman** ; *'Stochastic relaxation, Gibbs distributions, and the Bayesian restoration of images'*; IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 6, No. 6, pp 721-741, 1984
- [GER93] **C. Germain** ; *'Champs de Markov cachés'*; Rapport de DEA Automatique, ENSERB, 1993
- [GER95] **C. Germain, R. Rousseaud, G.Grenier** ; *'Non destructive counting of wheatears with picture analysis'*; in 5th Int. Conf. on Image Processing and its Applications of the IEE, Edimburg, United Kingdom, 1995
- [GER97a] **C. Germain, P. Baylou** ; *'Caractérisation multi-échelle de l'anisotropie d'une texture'*; GRETSI97, Grenoble, France, 1997
- [GER97b] **C. Germain, P. Baylou** ; *'Multiscale characterisation of texture anisotropy'*; ICIP97, Santa Barbara, USA, 1997
- [GOT90] **C. C. Gotlieb, H. E. Kreyszig** ; *'Texture descriptors based on cooccurrence matrices'*; Computer Vision, Graphics and Image Processing, Vol. 51, pp. 70-86, 1990
- [GRA94] **C. Gratin, J. Vitria, F. Moreso, D. Seron** ; *'Texture classification using neural networks and local granulometries'*; Kluwer Academic Publishers, J.Serra & P. Soille Ed., pp. 309-317, 1994
- [GRE93] **P. H. Gregson** ; *'Using angular dispersion of gradient direction for detecting edge ribbons'*; IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 15, No. 7, pp 682-696, 1993
- [GUE95] **J. P. Guédon, D. Barba, N. Burger** ; *'Psychovisual image coding via an exact discrete Radon transform'*; in proc. of SPIE, VCIP-95, Vol. 2501, pp. 562-572, 1995
- [GUY93] **X. Guyon** ; *'Champs aléatoires sur un réseau. Modélisations statistiques et applications'*; Editions Masson, 1993

- [HAR73] **R. M. Haralick, K. Shanmugam, I. Dinstein** ; *'Textural features for image classification'*; IEEE Trans. on System Man and Cybernetic, Vol. 3, No. 6, pp. 610-621, 1973
- [HAR79] **R. M. Haralick** ; *'Statistical and structural approaches to texture'*; Proc. IEEE, vol. 67, pp786-804, 1979
- [HAR81] **R. M. Haralick** ; *'Image texture analysis'*; Plenum Press, New York, 1981
- [HE91] **D. C. He, L. Wang** ; *'Texture features based on texture spectrum'*; Pattern Recognition, Vol. 24, No. 5, pp. 391-399, 1991
- [HU92] **R. Hu, M. Fahmy** ; *'Texture segmentation based on a hierachical Markov Random Field model'*; Signal Processing, Vol. 26, No. 3, pp. 285-305, 1992
- [JAI97a] **A. Jain, D. Zongker** ; *'Feature selection : Evaluation, application and small sample performance'*; IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 19, No. 2, pp. 153-158, 1997
- [JAI97b] **A. Jain, I. Hong, R. Bolle** ; *'On-line fingerprint verification'*; IEEE Trans. on PAMI, Vol. 19, No. 4, pp. 302-313, 1997
- [JUL62] **B. Julesz** ; *'Visual pattern recognition'*; IEEE Trans. on Information theory, Vol. 8, 1962
- [JUL75] **B. Julesz** ; *'Experiments in the visual perception of texture'*; Scientific American, Vol. 232, No. 4, pp. 2-11, 1975
- [KAS86] **R. L. Kashyap, A. Khotanzad** ; *'A model-based method for rotation invariant texture classification'*; IEEE Trans. in PAMI, Vol. 8, No. 4, pp. 472-481, 1986
- [KIM92] **H. B. Kim, R-H Park** ; *'Extracting spatial arrangement of structural textures using projection information'*; Pattern Recognition, Vol. 25, No. 3, pp. 237-245, 1992
- [KLE96] **R. Klette, P. Zamperoni** ; *'Handbook of image processing operators'*; John Wiley & Sons, 1996
- [LAV97] **O. Lavialle, C. Germain, G. Grenier** ; *'Textural approach to estimate the size of clods on seed bed'* ; accepté pour BioRobotics97, Valencia, 1997

- [LEV96] **J. Lévy Véhel** ; *'Introduction to the multifractal analysis of images'*; in Fractal Image Encoding and Analysis, Yuval Fisher Ed., Springer Verlag, 1996
- [LOU96] **G. Loum** ; *'Segmentation pyramidale de textures par décomposition en ondelettes'*; Thèse de Doctorat de l'université de Paris XII-Val de Marne, 1996
- [LU97] **C. S. Lu, P. C. Chung, C. F. Chen** ; *'Unsupervised texture segmentation via wavelet transform'*; Pattern Recognition, Vol. 30, No. 5, pp. 729-742, 1997
- [MAL89] **S.G. Mallat** ; *'Multifrequency channel decompositions of images and wavelet models'*; IEEE Trans. on Acoustic, Speech and Signal Processing, Vol. 37, No. 12, pp. 2091-2110, 1989
- [MAN85] **B. B. Mandelbrot** ; *'The fractal geometry of nature'*; Freeman, New York, 1985
- [MAR72] **K. V. Mardia** ; *'Statistics of directional data'*; Academic Press, London and New York, 1972
- [MAR80] **T.L. Marzetta** ; *'Two-dimensional linear prediction: autocorrelation arrays, minimum-phase prediction error filters, and reflection coefficients arrays'*; IEEE Trans. on ASSP, Vol. 28, No. 6, pp. 725-733, 1980
- [MAR95] **C. Martinez de Guerenú** ; *'Analyse et segmentation d'images naturelles par Champs de Markov'*; Rapport de DEA Automatique, ENSERB, 1995
- [MAR96] **C. Martinez de Guerenú, C. Germain, O. Lavialle, G. Grenier** ; *'Designing of an automatic counting system for wheatears'*; International Conference on Agricultural Engineering AGENG, Madrid Spain, 8 pages, 1996
- [MAR97] **A.N. Marana, L. F. Costa, S. A. Velastin, R. A. Lotufo** ; *'Oriented texture classification based on self organizing neural network and Hough transform'*; in Proc. of ICASSP-97, Vol 4, pp. 2773-2776, 1997
- [NIK94] **N. Nikolaidis, I. Pitas** ; *'Directional statistics in nonlinear vector field filtering'*; Signal Processing, Vol. 38, pp. 299-316, 1994
- [NOR96] **N. Normand, J.P. Guédon, O. Philippé, D. Barba** ; *'Controlled redundancy for image coding and high-speed transmission'*; in Proc. of SPIE, VCIP-96, Vol. 2727, pp. 1070-1081, 1996

- [PEN84] **A. P. Pentland** ; *'Fractal-based description of natural scenes'*; IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 6, No. 6, pp 661-674, 1984
- [PER92] **P. Perez, F. Heitz** ; *'Une approche multiéchelle à l'analyse d'images par champs markovien'*; Traitement du signal, Vol. 9, No. 6, 1992
- [PRE88] **F. Preteux, M. Schmitt** ; *'Boolean texture analysis and synthesis'*; Academic Press, J. Serra Ed., Vol. 2, pp 377-400, 1988
- [PRE92] **W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery** ; *'Numerical recipes in C'*; Cambridge university Press, 996 pages, 1992
- [RAD17] **J. Radon** ; *'Über die bestimmung von functionen durch ihre Integralwerte langs gewisser mannigfaltigkeiten'*; Berichte Sachsische Academie der Wissenchaften, Leipzig, Math. Phys. K1, Vol. 69 PP. 262-267, 1917
- [RAO93] **A. R. Rao, G. L. Lohse** ; *'Towards a texture naming system : Identifying relevant dimension of texture'*; IBM Research report, RC 19140 (83352), 9/1/93, 29 pages, 1993
- [RAO93] **A. R. Rao, G. L. Lohse** ; *'Identifying high level features of texture perception'*; Computer Vision, Graphics and Image Processing : Graphic Models and Image Processing, Vol. 55, pp. 218-233, 1993
- [RIC95] **N. Richard, B. Augereau, F. Martin, M. Leard** ; *'Reconnaissance automatique de texture par analyse fractale'*; in 15ème colloque GRETSI, Juan les Pins, pp. 697-700, 1995
- [ROU96] **R. Roux, O. Laviolle, C. Germain, G. Grenier** ; *'Early yield sensing of wheat with picture analysis'*; in Proc. of IARP (Fourth Workshop on Robotics in Agriculture and the Food Industry), Toulouse, 10 pages, 1996
- [SAR92] **N. Sarkar, B. B. Chaudhuri** ; *'An efficient approach to estimate fractal dimension of textural images'*; Pattern Recognition, Vol. 25, No. 9, pp. 1035-1041, 1992
- [SER82] **J. Serra** ; *'Image analysis and mathematical morphology'*; Academic Press, London and New York, Vol. 1, 1982
- [SIM96] **E. P. Simoncelli, H. Farid** ; *'Steerable wedge filters for local orientation analysis'*; IEEE Trans. on Image Processing, Vol. 5, No. 9, pp. 1377-1382, 1996

- [SIV94] **K. Sivakumar, J. Goutsias** ; '*Monte Carlo estimation of morphological granulometric discrete size distributions*'; Kluwer Academic Publishers, J.Serra & P. Soille Ed., pp. 231-240, 1994
- [STR90] **P. Strobach** ; '*Linear prediction theory*'; Springer Verlag Ed., 1990
- [THE81] **C. W. Therrien** ; '*Relation between 2-D and multichannel linear prediction*'; IEEE Trans. on ASSP, Vol. 29, pp. 454-456, 1981
- [UNS84] **M. Unser** ; '*Description statistique de la texture. Application à l'inspection automatique*'; Thèse de Docteur es Sciences, EPFL, Lausanne, 1984
- [VOS86] **R. F. Voss** ; '*Random fractals : characterization and measurement*'; Scaling Phenomena in Disordered System (R. Pynn and A. Skjeltrop Ed.) Plenum Press, New York, 1986
- [VOS88] **R. F. Voss** ; '*Fractal in Nature*'; Springer Verlag, The science of fractal images, pp. 21-71, 1988
- [WAC96] **C. C. Wackerman, C. L. Ruffenach, R. A. Shuchman, J. A. Johannessen, K. L. Davidson** ; '*Wind vector retrieval using ERS-1 Synthetic Aperture Radar imagery*'; IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing, Vol. 34, No. 6, pp. 1343-1352, 1996
- [WAN94] **J. Wang** ; '*Champs Markoviens multi-échelles : applications à la segmentation d'images texturées et à la fusion multi-film*'; Thèse de Doctorat, Université de Paris XI - Centre d'Orsay, France, 1994
- [ZAM92] **P. Zamperoni** ; '*Adaptive rank order filters for image processing based on local anisotropy measures*'; Digital Signal Processing, Vol. 2, pp. 174-182 , 1992
- [ZUC80] **S. W. Zucker, D. Terzopoulos** ; '*Finding structure in cooccurrence matrices for texture analysis*'; Computer Graphics and Image Processing, Vol. 12, pp. 286-308, 1980