HAL
open science

Modélisation de l'écoulement polyphasique à l'intérieur et en sortie des injecteurs Diesel

Jean-Baptiste Moreau

To cite this version:

Jean-Baptiste Moreau. Modélisation de l'écoulement polyphasique à l'intérieur et en sortie des injecteurs Diesel. Energie électrique. Institut National Polytechnique de Toulouse - INPT, 2005. Français. NNT : . tel-00153336

HAL Id: tel-00153336

https://theses.hal.science/tel-00153336

Submitted on 10 Jun 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : 2306

INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE TOULOUSE

INSTITUT FRANÇAIS DU PÉTROLE

THÈSE

pour obtenir le grade de
DOCTEUR DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE TOULOUSE

Spécialité : **Dynamique des fluides**

présentée par

Jean-Baptiste MOREAU

Sujet de la thèse :

MODÉLISATION DE L'ÉCOULEMENT POLYPHASIQUE À L'INTÉRIEUR ET EN SORTIE DES INJECTEURS DIESEL

Soutenue le 14 décembre 2005 devant le jury composé de :

Gérard LAVERGNE, Professeur, ENSAE, Toulouse	*Président*
Éric DANIEL, Professeur, IUSTI, Marseille	*Rapporteur*
Jean-Luc REBOUD, Professeur, Université Joseph Fourier, Grenoble	*Rapporteur*
Bruno ARGUEYROLLES, Docteur, Renault SA, Lardy	*Examinateur*
Jean-Claude CHAMPOUSSIN, Professeur, École Centrale de Lyon, Écully	*Examinateur*
Chawki HABCHI, Docteur, IFP, Rueil-Malmaison	*Examinateur*
Olivier SIMONIN, Professeur, INP, Toulouse	*Directeur de thèse*

Résumé

Les normes d'émission de polluants concernant les véhicules poussent les constructeurs automobiles à s'intéresser à l'injection Diesel haute pression et au phénomène de cavitation qui y tient un rôle prépondérant. En ce domaine, la simulation numérique est un moyen d'investigation puissant et économique. Un modèle polyphasique homogène a été développé : il considère un mélange de carburant (constitué de liquide et/ou de vapeur) et de gaz. Il est basé sur une équation d'état construite par tabulation entre une loi barotrope pour le carburant et la loi des gaz parfaits pour le gaz. La validité de l'approche est testée sur un cas d'implosion de bulle et sur des cas 2D classiques d'injection. Des calculs 3D d'injecteurs réalistes mettent en évidence l'influence de la cavitation et des écoulements secondaires, à l'intérieur de l'orifice de l'injecteur, sur la déstabilisation du jet et l'atomisation primaire du cœur liquide.

Mots-clés
cavitation – atomisation – injection Diesel – cœur liquide – modèle diphasique – équation d'état – interpolation.

Abstract

Because of pollutant emission requirements for individual vehicles, engine designers are very concerned about high pressure Diesel injection and the related cavitation phenomenon. Computational fluid dynamics is a powerful and cheap tool to investigate such complex systems. A homogeneous multiphase model has been developed : it consists in a mixture of fuel – that may be either liquid or vapor – and gas. It is based on an equation of state that was tabulated between a barotropic law for the fuel and the ideal gas equation for the gas. This model is validated on a bubble collapse test and on classical 2D injection cases. 3D computations on realistic injectors highlight the influence of cavitation and secondary flows, inside the injector nozzle, on jet destabilization and liquid core primary atomization.

Key words
cavitation – atomization – Diesel injection – liquid core – multiphase flow model – equation of state – interpolation.

Est bien peu sage qui n'a que sa propre sagesse, et peu savant qui ne l'est que de sa science.
Joseph Joubert, *Carnets – tome 2*

Remerciements

En premier lieu, je souhaite adresser mes remerciements les plus chaleureux à Chawki Habchi qui m'a encadré, au jour le jour, avec une grande disponibilité, tout au long de cette thèse réalisée à l'IFP. Sa sympathie, son enthousiasme et ses encouragements m'ont été infiniment précieux au cours de ces années.

Mes remerciements vont également à Olivier Simonin qui m'a apporté son expertise scientifique et dont j'ai pu apprécier les conseils avisés, malgré l'éloignement géographique.

Merci à Gérard Lavergne d'avoir assumé la présidence du jury. J'exprime de même toute ma reconnaissance à Éric Daniel et Jean-Luc Reboud d'avoir accepté d'être les rapporteurs de ce travail et d'en avoir amélioré le contenu par la qualité de leurs remarques.

Je remercie Jean-Claude Champoussin d'avoir participé à ce jury, quelques années après m'avoir enseigné les secrets du moteur à piston, lors de mon DEA à l'École Centrale de Lyon. Bruno Argueyrolles m'a également fait le plaisir de participer au jury, confirmant ainsi tout l'intérêt que porte l'industrie automobile envers de telles études.

Merci à Stéphane Henriot de m'avoir accueilli au sein du département Recherche de Base en Combustion et Moteurs de l'IFP, ainsi qu'à Christian Angelberger pour avoir apporté son dynamisme au projet, en fin de thèse. J'associe à ces remerciements l'ensemble des ingénieurs du département : la qualité scientifique de l'équipe a été l'occasion d'échanges riches et de haut niveau.

Merci aussi à Sylvie Henry d'avoir assuré les tâches administratives et d'avoir participé à l'édition du manuscrit. J'en profite pour exprimer toute ma gratitude au personnel administratif de l'INP de Toulouse et de l'IMFT, pour avoir su régler divers problèmes, malgré les contraintes de l'éloignement.

Je remercie évidemment mes collègues doctorants, apprentis et post-docs que j'ai côtoyés au jour le jour. J'ai particulièrement apprécié le soutien mutuel qui régnait au troisième étage et l'ambiance plutôt détendue du premier. Je n'oublierai pas les biscuits de Gladys, le thé de Juliette, les angoisses de Ouafae, les pâtisseries algériennes de Mourad, les virées à la piscine avec Thierry, les bidouilles informatiques de Vincent et ses démonstrations alambiquées au tableau (dignes de Picasso ou Dali), les critiques cinématographiques de Florent aussi objectives que ses analyses politiques, le diamant brut d'Étienne toujours prêt à se poser les bonnes questions (« alors, ça cavite ? », « où est Marinette ? », « qui a killé le cluster ? »), la course à

pied en compagnie de Benjamin et Stéphane, la chanson de Ganesan, les parties de foot du jeudi midi, avec le noyau dur de l'équipe : Gilles, Gaëtan, Olivier et Fabrice. Tous ces instants partagés ont contribué à instaurer un climat de travail agréable, au cours de ces années passées à l'IFP.

J'associe également Julien Moulières à ces remerciements pour avoir assumé la lourde tâche d'utiliser le code CAVIF juste après mes développements, au cours de son stage, et je souhaite bon courage aux "petits nouveaux" Dorothée, Cédric et Jérémy.

Comment oublier mes amis qui, par leur reconnaissance et leurs encouragements, m'ont soutenu jour après jour. Mille mercis à tous ceux dont j'ai partagé le toit au cours de ces années. A ceux qui se sont mariés (ou pas), plein de bonheur et de bébés !

Enfin, merci à toute ma famille et particulièrement à mes parents de m'avoir permis d'effectuer ces études "au long cours" et de m'avoir toujours accueilli à bras ouverts lors de mes escales bretonnes. Merci à Anne-Cé et Julien pour leur support logistique lors de l'accouchement de ce manuscrit : à chacun son bébé... et longue vie à Maëlys !

Table des matières

Liste des symboles **11**

Introduction **13**
1 L'injection directe Diesel 14
2 Le système d'injection *Common Rail* 15
3 L'injecteur 16
4 Les conditions d'injection et caractéristiques globales du jet 19
5 La simulation numérique de l'injection 20
6 Objectif de la thèse 23
7 Les phases de travail 23

1 Phénoménologie et modélisation de l'atomisation **25**
1.1 Instabilité et pulvérisation d'un jet liquide 25
1.1.1 Les grandeurs caractéristiques 25
1.1.2 Les régimes de fractionnement 26
1.1.3 Les phénomènes physiques influençant l'atomisation 29
1.1.4 Les échelles caractéristiques des différents phénomènes 36
1.2 Modélisation lagrangienne de l'atomisation 40
1.2.1 Modèle de Reitz et Diwakar 40
1.2.2 Modèle TAB 41
1.2.3 Modèle de Pilch et Erdman 43
1.2.4 Modèle *Wave* 43
1.2.5 Modèle *Wave*-FIPA 44
1.2.6 Modèle CLE 45
1.2.7 Modèle de Huh et Gosman 47
1.2.8 Modèle de Gavaises et Arcoumanis 48
1.2.9 Bilan 49
1.3 Méthodes de modélisation diphasique 51
1.3.1 Méthodes basées sur la dynamique moléculaire 52
1.3.2 Méthodes basées sur la mécanique des milieux continus 52
1.3.3 Méthodes de traitement de l'interface 57
1.3.4 Bilan 61

2 Modélisation d'un écoulement multiphasique homogène **63**
2.1 Établissement des équations diphasiques 64
2.1.1 Conservation de la masse 64
2.1.2 Conservation de la quantité de mouvement 65

2.2 Opérateurs de moyenne 66
2.3 Le modèle HEM 67
2.3.1 Conservation de la masse 67
2.3.2 Conservation de la quantité de mouvement 68
2.3.3 La tension de surface 68
2.3.4 La viscosité 69
2.4 Modélisation de l'écoulement à l'intérieur d'un injecteur 70
2.5 Équation d'état pour un écoulement homogène diphasique 71
2.5.1 Vitesse du son d'un mélange diphasique 71
2.5.2 Intégration d'une équation d'état basée sur la vitesse du son . 74
2.5.3 Les phases pures 76
2.5.4 Cas particuliers 77
2.5.5 Bilan 78
2.6 Modélisation de l'écoulement en sortie d'un injecteur 79
2.7 Équation d'état pour le mélange carburant-gaz 81
2.7.1 Cas du gaz pur 81
2.7.2 Détermination de la relation $p_m = \mathsf{f}(\rho_m, Y_f)$ 81
2.8 Conclusion 86

3 Le code CAVIF 87
3.1 Description générale du code 87
3.1.1 Système d'équations résolu 88
3.1.2 Structure numérique 88
3.1.3 Discrétisation spatiale 88
3.1.4 Les volumes de contrôle 90
3.1.5 Les conditions aux limites 90
3.2 Les schémas numériques 91
3.2.1 Avancement en temps 91
3.2.2 Schéma de convection 92
3.2.3 Bilan 94
3.3 Étude de la précision des schémas numériques du code 96
3.3.1 Comparaison avec les schémas numériques du code IFP-C3D . 96
3.3.2 Étude sur le critère de stabilité *CFL* 96
3.3.3 Étude de sensibilité à la résolution spatiale 97
3.4 Implantation de la phase gazeuse g 100
3.4.1 Système d'équations résolu 100
3.4.2 Implantation de l'équation d'état 100
3.4.3 Modification des conditions aux limites 108
3.4.4 Conclusion 109

4 Validations 113
4.1 Rotation d'un carré de liquide 113
4.1.1 Rotation solide 114
4.1.2 Rotation avec déformation 117
4.2 Implosion d'une bulle au voisinage d'une surface libre 121
4.2.1 Les études antérieures 121

4.2.2 La simulation avec CAVIF 122
4.3 Cas bidimensionnel d'un injecteur réel 127
4.4 Conclusion 134

5 Résultats de calculs 137
5.1 Effet de la cavitation sur le jet 137
5.2 Étude paramétrique sur les conditions d'injection 145
5.2.1 Influence de la pression 146
5.2.2 Influence de la géométrie du trou 147
5.3 Calculs tridimensionnels 153
5.3.1 Injecteur mono-trou 153
5.3.2 Injecteur multi-trou 155

Conclusion 163
Résumé du travail réalisé 163
Le code CAVIF 165
Perspectives 165

Annexes 167

A Le modèle de Vallet et Borghi 169
A.1 Calcul de la dispersion du jet : les équations moyennées 169
A.2 L'équation d'état 169
A.3 Calcul de la taille des gouttes 170
A.4 Fermetures des équations moyennées 170
A.4.1 Le flux de diffusion $\overline{\rho}\widetilde{u_i'Y'}$ 170
A.4.2 Le tenseur de Reynolds $\overline{\rho}\widetilde{u_i'u_j'}$ 171
A.5 Fermetures du second ordre 172
A.5.1 Le flux de diffusion $\overline{\rho}\widetilde{u_i'Y'}$ 172
A.5.2 Le tenseur de Reynolds $\overline{\rho}\widetilde{u_i'u_j'}$ 173

B Approche triphasique du mélange m 175

Table des figures 177

Liste des tableaux 183

Bibliographie 185

Liste des symboles

Lettres grecques

α	Fraction volumique
α_f	Fraction volumique de carburant f dans le mélange m
α_g	Fraction volumique de gaz g dans le mélange m
α_l	Fraction volumique de liquide dans le carburant f
α_v	Fraction volumique de vapeur dans le carburant f
χ_k	Fonction indicatrice de phase
Δt	Pas de temps de calcul
Δx	Taille caractéristique d'une maille du domaine de calcul
δ	Distribution de Dirac associée à l'interface
δ_{ij}	Symbole de Kronecker
ε	Taux de dissipation d'énergie cinétique turbulente
μ	Viscosité dynamique
Ω	Volume de contrôle
ρ	Masse volumique
Σ	Densité d'aire interfaciale
σ	Tension de surface
τ	Échelle caractéristique de temps
τ_{ij}	Tenseur des contraintes visqueuses
θ	Angle de cône du spray

Lettres latines

a	Taille caractéristique des gouttes
c	Célérité ou vitesse du son
C_d	Coefficient de perte de charge
d	Diamètre d'une goutte
D_0	Diamètre de l'orifice de l'injecteur
D_{ch}	Diamètre de la chambre de combustion
f_s	Force de tension de surface par unité d'aire interfaciale
g	Gravité
K	Facteur de conicité de l'orifice de l'injecteur
k	Énergie cinétique turbulente
L	Échelle caractéristique de longueur
L_0	Longueur de l'orifice de l'injecteur

L_{jet} Longueur de pénétration liquide
m Masse
n Nombre de gouttes
n_k Normale à l'interface dirigée vers l'extérieur de la phase k
p Pression
P^{sat} Pression de vapeur saturante
P_{ch} Pression dans la chambre de combustion
P_{inj} Pression d'injection
R Constante universelle des gaz parfaits
r Rayon de goutte
SMD Diamètre moyen de Sauter
T Température
t Temps
T_{ch} Température dans la chambre de combustion
u Composante du vecteur vitesse dans la direction x
u_I Vitesse locale de propagation de l'interface
u_i Vecteur vitesse
u_0 Vitesse d'injection
u_{inj} Vitesse du carburant à l'intérieur de l'injecteur
v Composante du vecteur vitesse dans la direction y
W Masse molaire
w Composante du vecteur vitesse dans la direction z
x_i Coordonnées d'un point dans l'espace
Y Fraction massique

Nombres sans dimension

CFL Nombre de Courant-Friedrichs-Lewy
CN Nombre de cavitation
Oh Nombre d'Ohnesorge
Pr Nombre de Prandtl
Re Nombre de Reynolds
Ta Nombre de Taylor
We Nombre de Weber

Exposants

κ Numéro du sous-cycle de la méthode de Runge-Kutta
ν Numéro du sous-cycle convectif
n Numéro du pas de temps

Indices

f carburant sous forme liquide ou vapeur ($f = l + v$)
g ensemble des espèces gazeuses (air) dans la chambre
k phase k
l carburant liquide
m pseudo-fluide considéré dans le modèle de mélange ($m = f + g$)
v carburant vaporisé

La science ne cherche pas à énoncer des vérités éternelles ou de dogmes immuables ; loin de prétendre que chaque étape est définitive et qu'elle a dit son dernier mot, elle cherche à cerner la vérité par approximations successives.
Bertrand Russell, *ABC de la relativité*

Introduction

Face à l'accroissement du nombre de véhicules dans le monde (figure 1), la réduction de la consommation des moteurs alternatifs à combustion interne est actuellement un problème crucial pour les constructeurs automobiles. Les moteurs du futur devront en effet répondre à des normes anti-pollution de plus en plus draconiennes (figure 2), tout en conservant des performances élevées. Afin d'améliorer le rendement des moteurs, il convient donc de maîtriser la combustion à l'intérieur du cylindre.

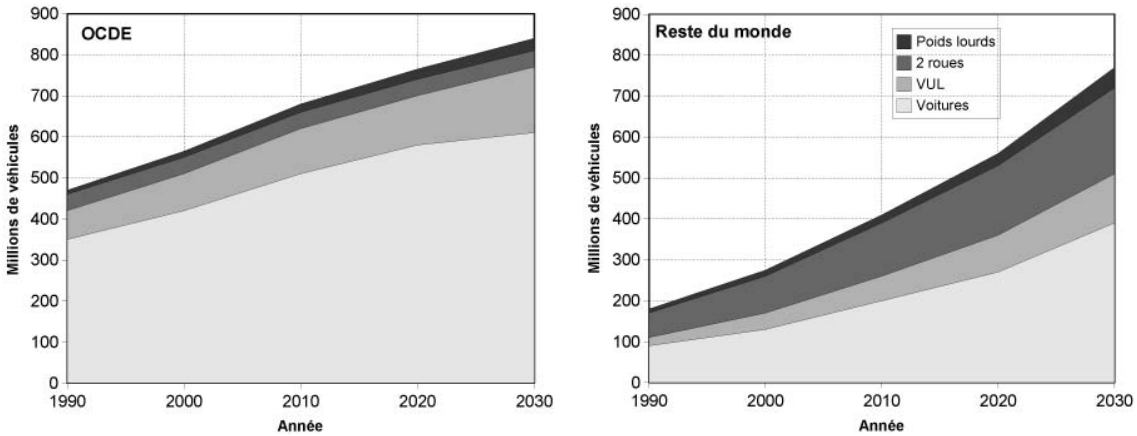


Fig. 1 – Évolution du parc automobile mondial (source : OCDE)

Ces dernières années, les moteurs Diesel ont connu un engouement grandissant au point d'arriver, en 2005, à représenter près de la moitié des véhicules particuliers neufs en Europe de l'Ouest (tableau 1). Avec ce type de moteurs, le système d'injection du carburant est déterminant pour la combustion qui va suivre. Il permet en effet de fournir très précisément la quantité nécessaire de carburant sous forme liquide, de manière à optimiser l'oxydation des gaz lors de la combustion et à réduire ainsi les émissions polluantes. Les différents systèmes d'injection directe sont un réel progrès en permettant une meilleure répartition du carburant et un allumage plus efficace, mais ils ne sont pas encore optimisés : les conditions d'injection sont telles (très haute pression, géométrie confinée, vitesses élevées, durée d'injection très courte, régime transitoire) que l'expérimentation, dans les conditions réelles, est très délicate et coûteuse. Le développement d'outils de simulation numérique est

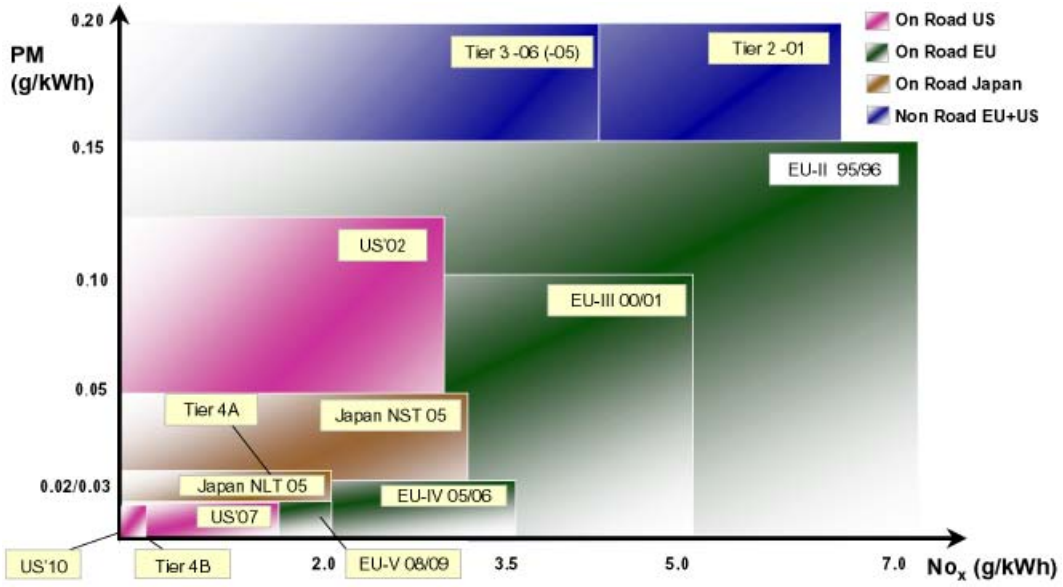


FIG. 2 – Normes d'émission de particules PM et d'oxydes d'azote NO_x pour les véhicules poids lourds [23]

donc privilégié, tout en gardant à l'esprit que banc d'essai expérimental et simulation numérique sont deux moyens d'investigation complémentaires et qu'il faut être conscient des limites de chacun d'eux.

Année	**1985**	**1990**	**1995**	**2000**	**2001**	**2002**	**2003**	**2004**
France	15,0	33,0	46,5	49,0	56,2	63,2	67,4	70
Allemagne	22,1	9,8	14,6	30,3	34,5	37,9	39,9	43
Italie	25,1	7,8	10,3	33,6	36,5	43,5	48,7	51
Espagne	21,7	14,2	33,0	53,1	52,5	57,3	60,9	62
Royaume-Uni	3,6	6,4	20,2	14,1	17,8	23,5	27,3	29
Europe (17 pays)	15,6	13,9	22,1	32,1	36,0	40,3	43,7	46

TAB. 1 – Évolution du taux de véhicules Diesel en Europe de l'Ouest, en % des véhicules particuliers immatriculés (source : CCFA)

1 L'injection directe Diesel

Le système d'injection Diesel contribue directement à la distribution du carburant qui détermine les caractéristiques de la combustion. Il a ainsi un impact évident sur la consommation de carburant ainsi que sur les émissions polluantes et sonores des moteurs.

Dans les véhicules Diesel particuliers, les moteurs à injection directe ont supplanté, il y a quelques années, les moteurs à injection indirecte. Ces derniers présentent en effet deux inconvénients préjudiciables à leur rendement énergétique :

d'une part, la combustion est initiée dans une chambre annexe, augmentant ainsi les pertes thermiques, et d'autre part, les gaz chauds passent de cette petite chambre au cylindre à travers un étroit canal, générateur de pertes de charge. Dans un moteur à injection directe, ces pertes thermo-mécaniques sont évitées car le carburant est introduit directement dans la chambre de combustion au-dessus du piston (figure 3).

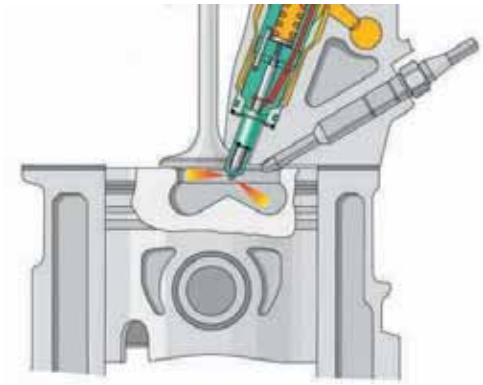


FIG. 3 – L'injection directe et le bol du piston

La pulvérisation, le réchauffage et la vaporisation du carburant de même que le mélange avec l'air doivent donc se dérouler le plus rapidement possible. La forme particulière du canal d'admission ainsi que la forme du bol du piston participent à la génération du mouvement tourbillonnaire de l'air à la fin du temps de compression. Outre une bonne turbulence de l'air, l'introduction du carburant dans la chambre de combustion doit être bien répartie afin de garantir la rapidité du mélange. Le procédé d'injection directe fait donc appel à un injecteur à trous multiples. L'angle des jets doit être optimisé en fonction de la forme du bol du piston.

2 Le système d'injection *Common Rail*

Les véhicules particuliers à moteur Diesel ID [1] exigent un système d'injection flexible. Dans ce but, les équipementiers de l'industrie automobile ont développé le système d'injection *Common Rail* (figure 4), aujourd'hui très largement utilisé. Outre la variation du débit et du début d'injection, il est possible de choisir librement une pression d'injection dans une plage de 250 à 2 000 bar, actuellement, et de fractionner l'injection de carburant [10]. Ce système est, en outre, contrôlable électroniquement, en fonction des paramètres moteur (température et pression de chambre, régime, suralimentation, conditions à l'échappement) et permet d'effectuer des pré-injections (ou injections pilotes) ainsi que des post-injections qui ont pour effet de réduire l'émission de polluants et de bruit.

Sur le système *Common Rail* (figure 5), une pompe à haute pression comprime le carburant et le refoule vers l'accumulateur de haute pression appelé *Rail* (rampe). Le carburant est injecté dans les chambres de combustion en temps et en quantité exacts par les injecteurs pilotés par des électrovalves. Le *Common Rail* est le seul

[1] ID : Injection Directe

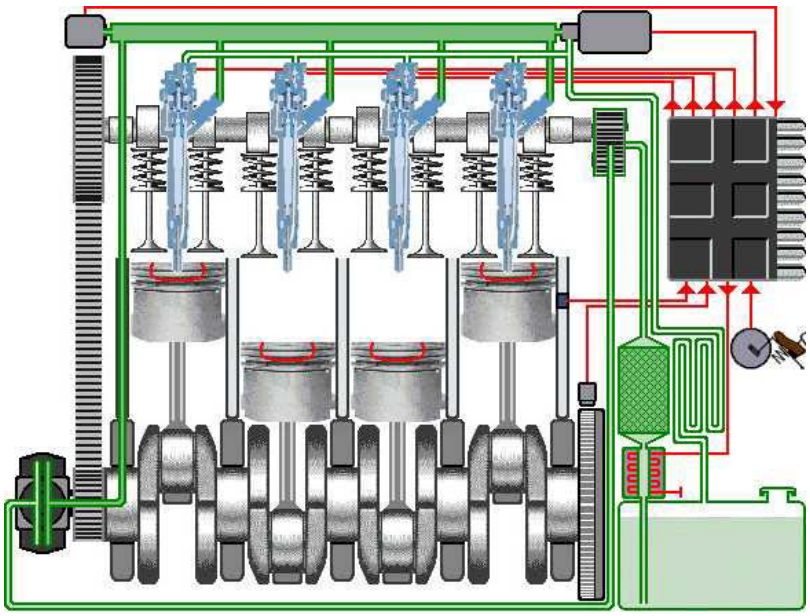


FIG. 4 – Implantation du système *Common Rail* dans un moteur Diesel

système d'injection dans lequel la mise sous pression est indépendante de l'injection, de sorte que la pression d'injection peut être choisie librement sur la plage définie par la cartographie. La pression est mesurée dans la rampe par un capteur et elle est appliquée en permanence à l'injecteur. L'ouverture et la fermeture des injecteurs sont commandées de manière hydraulique, par la mise en circuit et hors circuit des électrovalves. La pré-injection et l'injection principale sont réalisées par la mise en circuit cyclique de l'électrovalve. Des débits minimums d'injection de 1 à 2 mm^3/coup sont obtenus pour des temps de commande inférieurs à 200 μs.

Mais la technologie *Common Rail* n'en est pas pour autant à son dernier stade d'évolution. En effet, le nouveau *Common Rail* à actuateurs piézo-électriques [87] permet d'atteindre des vitesses de travail bien supérieures à celles des électrovalves utilisées jusqu'ici. D'autre part, les progrès technologiques concernant la fabrication des injecteurs aboutissent à l'augmentation de la pression d'injection (jusqu'à 2 000 bar). Ces technologies ouvrent de nouvelles perspectives pour répondre aux normes de dépollution de demain et participent à fabriquer des moteurs Diesel toujours plus économiques, plus propres, plus silencieux et plus puissants.

3 L'injecteur

L'énergie utilisée lors du mélange du combustible avec l'air vient de la quantité de mouvement délivrée par l'injecteur au carburant. Quel que soit le régime, il convient donc d'avoir une pression d'injection élevée et ainsi un mélange rapide et efficace. Le système *Common Rail*, en mettant en parallèle les différents injecteurs sur une rampe d'alimentation en gazole, permet de conserver, à tout moment, une pression d'injection élevée.

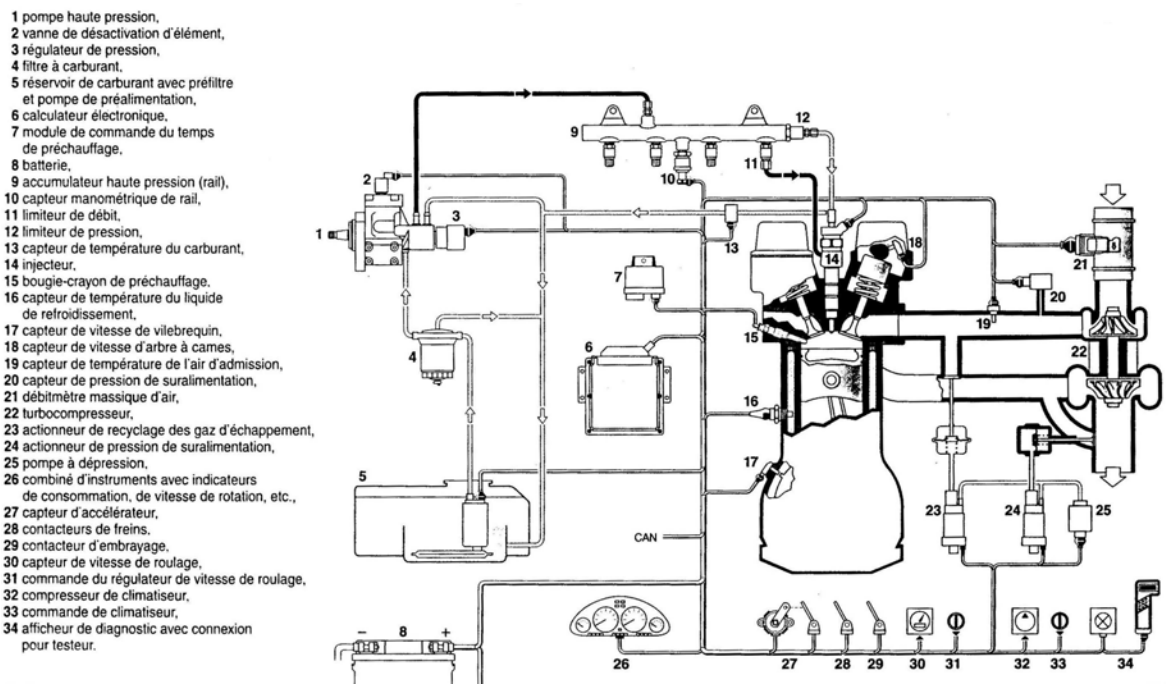


FIG. 5 – Vue d'ensemble du système *Common Rail* et de ses différents composants [10]

De plus, le fractionnement du jet en fines gouttelettes permet d'accroître la surface d'échange entre liquide et gaz. Pour autant, celles-ci ne doivent pas atteindre les parois sous peine d'accroître les émissions de polluants et de voir le rendement chuter. Le carburant vaporisé doit, par contre, pénétrer suffisamment loin dans la chambre de combustion afin de bénéficier du maximum d'air disponible. Smallwood et Guilder [155] mettent en évidence les conséquences des rapides évolutions technologiques d'injection, au cours des dernières années, sur la taille des gouttes de carburant (figure 6).

La valeur de la pression d'injection ainsi que la taille et la forme de la buse des injecteurs (figure 7) influent énormément sur les vitesses au sein des orifices d'injection et des zones de recirculation ; ces vitesses sont elles-mêmes déterminantes quant à l'écoulement en aval (dans la chambre de combustion). Les études expérimentales ont en effet montré depuis longtemps que l'écoulement dans un orifice a une grande influence sur le comportement du liquide à la sortie de celui-ci [17].

La maîtrise de l'écoulement en sortie d'injecteur impose donc une bonne connaissance des conditions d'arrivée du carburant dans la chambre de combustion, car elles vont guider, en aval, de nombreux phénomènes complexes et interdépendants, tels que la formation des gouttelettes de carburant à l'intérieur de la chambre (figure 8), la pénétration du spray et sa vaporisation, l'interaction avec les parois (formation d'un film liquide qui s'évapore). Tous ces phénomènes sont bien sûr déterminants au regard du rendement de la combustion et de la formation des polluants.

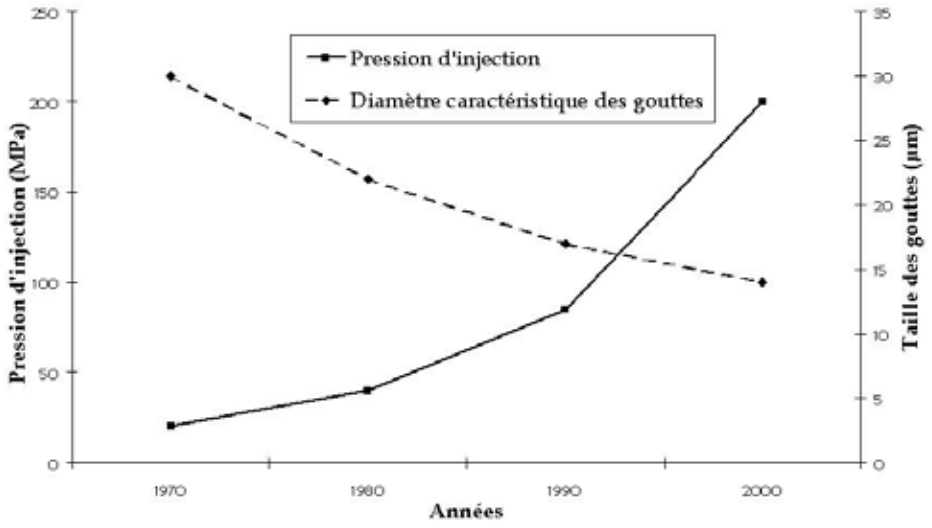
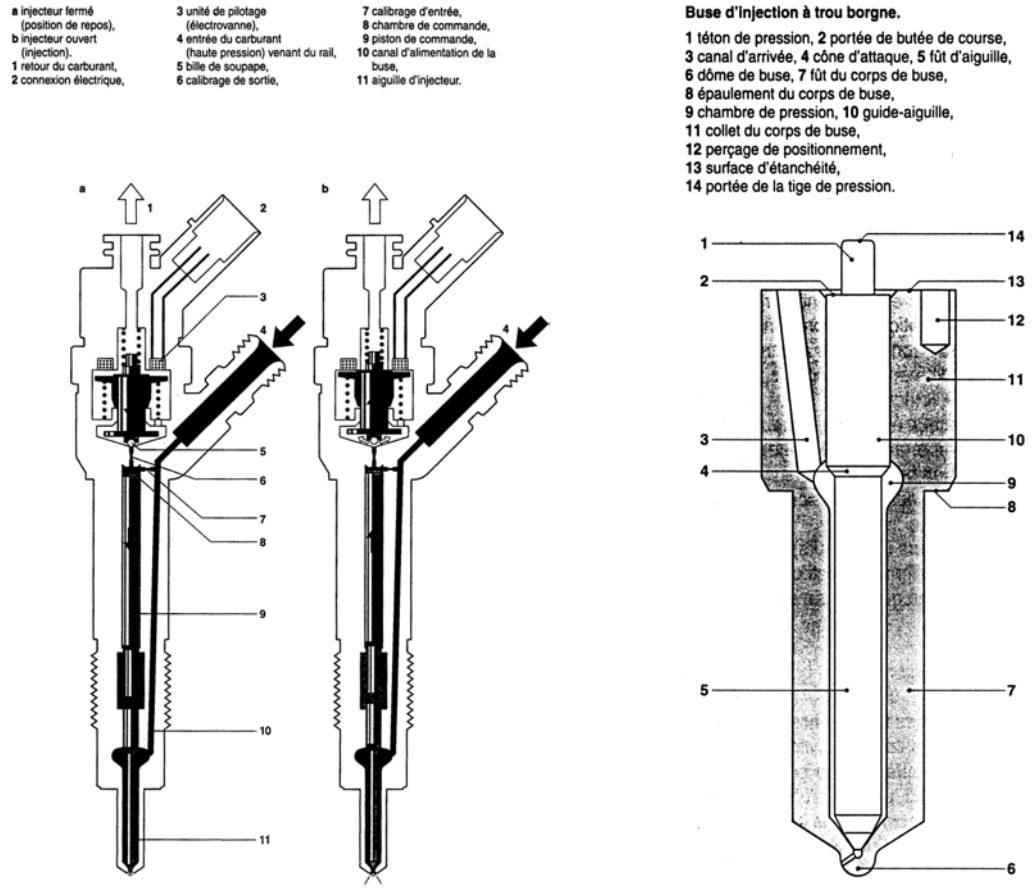


FIG. 6 – Évolution de l'injection Diesel au cours des trente dernières années (d'après Smallwood et Guilder [155])



(a) Coupe d'un injecteur électromagnétique (b) Buse (ou nez) de l'injecteur

FIG. 7 – L'injecteur *Common Rail* et sa buse [10]

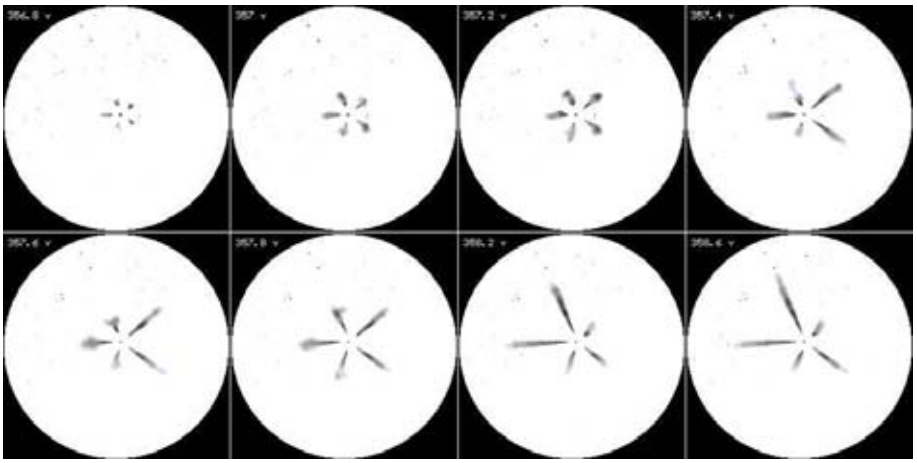


FIG. 8 – Visualisation de la phase liquide (P_{inj} = 65 MPa, P_{ch} = 5 MPa) [117]

4 Les conditions d'injection et caractéristiques globales du jet

Les tableaux 2 et 3 regroupent les paramètres géométriques et physiques typiques pour un moteur Diesel *Common Rail*. Il convient de signaler également le caractère transitoire de l'écoulement et la durée caractéristique d'injection de l'ordre de la milliseconde.

Diamètre de la buse	D_0	120 à 200 μm
Longueur de la buse	L_0	0,6 à 1 mm
Masse volumique du carburant liquide	ρ_l	850 kg/m^3
Pression d'injection	P_{inj}	$\sim$ 150 MPa
Vitesse du carburant	u_{inj}	400 à 600 m/s
Débit massique de carburant	$\dot{m}_{inj}$	20 g/s
Nombre de Reynolds du carburant	Re_l	15 000 à 20 000

TAB. 2 – Paramètres géométriques et physiques à l'intérieur de l'injecteur

Les propriétés physiques des carburants utilisés dans les moteurs Diesel ont également une influence sur le phénomène d'atomisation : la viscosité du liquide a un impact sur l'atomisation primaire du jet et la formation des premiers fragments liquides (ou *blobs*), tandis que les effets de tension superficielle sont primordiaux quand on a affaire à la désintégration de ces *blobs* en gouttelettes plus fines. Les propriétés d'un gazole typique sont présentées dans le tableau 4.

Les observations expérimentales, et notamment celles réalisées à l'IFP [26, 171], montrent que les jets Diesel peuvent être décomposés en deux parties (figure 9) :

– une partie dense et effilée, près du nez de l'injecteur, qui semble constituée principalement de liquide et d'un peu de vapeur.

Diamètre de la chambre	D_{ch}	85 mm
Longueur de pénétration	L_{jet}	20 mm
Masse volumique de l'air dans la chambre	ρ_g	25 kg/m^3
Pression dans la chambre	P_{ch}	6 MPa
Vitesse d'injection	u_0	400 m/s
Taille caractéristique des gouttes	a	< 10 μm
Température dans la chambre	T_{ch}	800 K

Tab. 3 – Paramètres géométriques et physiques à l'intérieur de la chambre de combustion

Masse volumique	ρ_l	850 kg/m^3
Viscosité dynamique	μ_l	$2,676.10^{-3}$ kg/(m.s)
Tension de surface	σ	28.10^{-3} kg.s^{-2}
Pression de vapeur saturante	P_{sat}	$\sim 2.10^4$ Pa

Tab. 4 – Propriétés physiques d'un gazole dans les conditions de température standards (300 K)

– une partie en forme de panache, plus en aval de l'injecteur, qui semble être essentiellement constituée de vapeur mélangée au gaz ambiant.

5 La simulation numérique de l'injection

La simulation numérique en mécanique des fluides permet de tester différentes conditions et configurations d'injection sans pour autant en venir systématiquement à un prototypage coûteux. La simulation "0D", ne prenant en compte que les termes temporels dans la résolution des équations, donne uniquement l'évolution globale de l'écoulement dans le temps. Ce genre de modèle ne permet pas d'obtenir des informations telles que les vitesses ou pressions instantanées en un point particulier d'un fluide. Une simulation "1D" ou "2D", en incluant une composante spatiale dans les équations, renseigne sur un champ de vitesse ou de pression, mais ne tient pas compte du caractère tridimensionnel de l'écoulement. La simulation "3D" est donc la seule issue possible pour pouvoir résoudre correctement l'écoulement, tout en conservant des informations sur les champs de vitesse et de pression. Mais il faut bien garder à l'esprit que la finesse de la discrétisation spatiale est fonction de la taille caractéristique des entités que l'on veut résoudre et que le pas de temps de calcul doit être en accord avec les échelles de temps des phénomènes que l'on souhaite mettre en lumière.

De nombreux travaux ont déjà été consacrés à la modélisation de l'injection Diesel, afin d'améliorer sans cesse la compréhension des phénomènes complexes qui entrent en jeu. Gosman et Clerides [66] y consacrent par exemple une revue bibliographique. Ici, nous nous proposons donc plutôt de rappeler brièvement l'historique

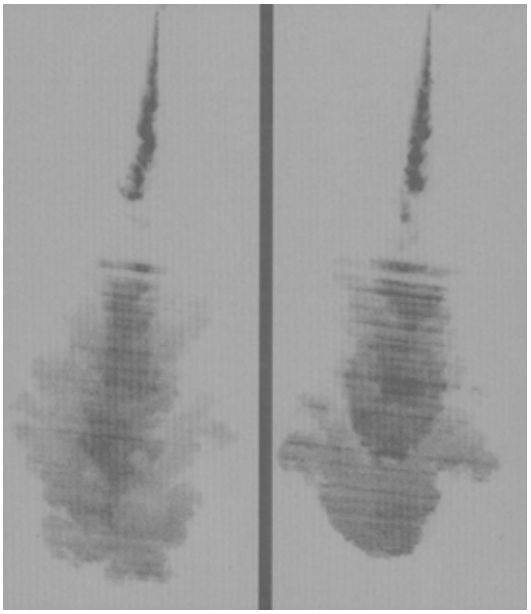


FIG. 9 – Visualisation simultanée de la phase liquide (partie supérieure) et vapeur (partie inférieure) dans un spray Diesel [171]

de la modélisation de l'injection à l'IFP.

C'est notamment par le biais de KIVA-II [3] que la simulation tridimensionnelle dans les moteurs à combustion interne s'est développée à l'IFP. Ce code résout les équations eulériennes monophasiques tridimensionnelles d'un milieu vapeur/gaz réactif couplées aux équations lagrangiennes décrivant la dynamique d'un jet de gouttelettes en évaporation. Le modèle de jet de KIVA-II divise la quantité de carburant à injecter artificiellement en paquets discrets incluant des gouttelettes de rayon, de température et de masse spécifiés. Ces paquets (particules) sont ensuite injectés dans la chambre à une vitesse donnée et dans une direction déterminée arbitrairement à l'intérieur de l'angle du cône donné par l'utilisateur. Leur trajectoire est ensuite suivie de façon lagrangienne. Les gouttes peuvent se fractionner ou entrer en collision les unes avec les autres, avant de s'évaporer complètement.

Le modèle de fractionnement (ou *breakup*) de gouttes TAB (*Taylor Analogy Breakup*) appliqué dans KIVA-II à l'origine a été proposé par O'Rourke et Amsden [128]. Il est basé sur une analogie entre une goutte oscillante et un système masse/ressort. Ils considèrent alors un seul mode d'oscillation qui correspond à celui dont l'ordre est le plus petit et dont l'axe est aligné avec celui de la vitesse relative. Ce modèle, après comparaison avec les résultats expérimentaux de Liu *et al.* [104], s'avère médiocre en ce qui concerne la prédiction de la pénétration liquide et vapeur pour de fortes pressions d'injection [74].

En prenant en compte la croissance des instabilités de Kelvin-Helmholtz à la surface du jet, Reitz [138] développe le modèle d'atomisation primaire *Wave*. Il met en évidence un taux de croissance d'onde maximal et sa longueur d'onde corres-

pondante dont on peut déduire le temps caractéristique d'atomisation et le rayon initial des gouttes issues de ces instabilités. Mais la détermination des différentes constantes utilisées par ce modèle est incertaine. Reitz et Diwakar [141] mettent au point un modèle de *breakup* de gouttes, au moyen de critères de stabilité et de corrélations empiriques, basé sur des données expérimentales de fractionnement de gouttes et considérant que les particules formées n'ont pas d'interaction les unes avec les autres. Cette hypothèse est cependant grossière et limite donc la prédictivité du modèle.

Un nouveau modèle de *breakup* FIPA (Fractionnement Induit Par Accélération) [99], basé sur les corrélations expérimentales de Pilch et Erdman [130], a été couplé au modèle *Wave* et intégré par Habchi *et al.* [74] dans KMB[2] [73], un code dérivé de KIVA-II. Le modèle *Wave* prédit le fractionnement primaire des fragments liquides alors que le modèle FIPA calcule le fractionnement des gouttes. Mais l'injection demeure mal représentée, même s'il est tenu compte de l'espacement entre les gouttes, car la taille du trou d'injection est très faible par rapport à la discrétisation spatiale des maillages couramment utilisés. En effet, comme l'ont mis en lumière McKinley et Primus [114], les méthodologies employées jusqu'ici ne permettent pas de prendre en compte les forts gradients de vitesse et de concentration de la phase vapeur de carburant au voisinage du liquide, en particulier près du nez de l'injecteur. Les simulations ont alors une grande sensibilité à la finesse du maillage et la diffusion de la quantité de mouvement et de carburant vaporisé est surestimée : la pénétration vapeur est ainsi sous-estimée par rapport aux résultats expérimentaux de Verhoeven *et al.* [171] (figure 10). Cette diffusion latérale est due à une sous-résolution devant le nez de l'injecteur. Cependant, un raffinement du maillage n'est pas possible car il violerait le principe d'une description lagrangienne de la phase liquide (hypothèse d'une phase liquide dispersée) [66].

Un modèle de Couplage Lagrangien-Eulérien (CLE) est alors développé par Béard *et al.* [12] : il s'agit d'un moyen efficace et rapide pour améliorer le transport de la phase vapeur et sa pénétration tout en réduisant la sensibilité du modèle de jet au maillage (figure 10). Il consiste à conserver la vapeur et la quantité de mouvement suivant la trajectoire des fragments liquides tant que le maillage n'est pas suffisant pour résoudre des gradients élevés.

Néanmoins, ce genre d'approche suscite des questions concernant les conditions limites d'injection : le cœur liquide ne semble pouvoir être représenté correctement que par une méthodologie purement eulérienne, tenant compte des conditions de l'écoulement en amont du nez de l'injecteur, c'est-à-dire à l'intérieur de celui-ci. C'est l'approche que Dumont [54] a suivie en développant le code CAVIF [3] [56] qui permet la simulation tridimensionnelle de l'écoulement à l'intérieur de l'injecteur. Ce type de traitement eulérien et multiphasique nécessite des maillages plus raffinés et donc des ressources informatiques plus importantes, ce qui peut être envisagé à relativement court terme.

[2]KMB : KIVA Multi-Blocs
[3]CAVIF : *Cavitating Internal Flow*

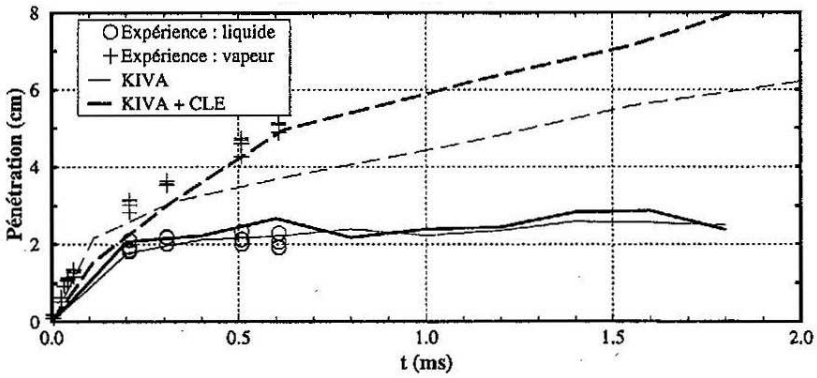


FIG. 10 – Comparaison des pénétrations liquide et vapeur calculées avec l'expérience (P_{inj}=150 MPa, T_{ch}=800 K) [12]

6 Objectif de la thèse

La présente étude a pour objectif la compréhension du phénomène d'atomisation (en sortie des injecteurs Diesel) par la mise en évidence des structures caractéristiques de l'écoulement de carburant et des différents paramètres qui l'influencent. Malgré les nombreuses études expérimentales [57, 30, 36, 11], les phénomènes mis en cause dans la zone de sortie de l'injecteur demeurent méconnus du fait que cette région est très petite et optiquement dense, ce qui limite les analyses expérimentales. Les visualisations sont moins difficiles plus en aval dans le jet, mais le spray a déjà subi des changements dus aux phénomènes tels que le fractionnement primaire, ce qui ne renseigne pas directement sur la modélisation de l'atomisation.

L'objectif de cette thèse est donc le couplage de l'écoulement cavitant à l'intérieur de l'injecteur avec l'atomisation du carburant liquide dans la chambre de combustion.

7 Les phases de travail

Le chapitre 1 est consacré à une étude bibliographique sur l'injection Diesel haute pression et sa modélisation. Les différents phénomènes physiques influençant l'atomisation sont d'abord mis en évidence afin de déterminer les échelles caractéristiques correspondantes. Après un retour détaillé sur des modèles d'atomisation déjà utilisés à l'IFP (évoqués plus haut, au paragraphe 5) ou ailleurs, différentes méthodes de modélisation diphasique sont analysées et comparées afin de déterminer la plus adaptée au traitement eulérien de l'écoulement en sortie de l'injecteur, au regard de l'étude phénoménologique préliminaire.

Les équations complètes du modèle développé sont alors détaillées dans le chapitre 2, ainsi que les relations de fermeture. Une grande partie de ce chapitre est notamment consacrée à la détermination d'une équation d'état adaptée à la modélisation choisie.

Ensuite, la discrétisation et les méthodes numériques employées pour l'implantation de ce modèle dans un code de calcul font l'objet du chapitre 3. Des tests d'évaluation de la précision numérique du code y sont également détaillés. La fin de

ce chapitre est consacrée au choix d'une méthodologie d'interpolation de la nouvelle équation d'état tabulée.

Le chapitre 4 concerne la validation du modèle implanté. La rotation d'un carré de liquide, à l'intérieur d'un gaz, est d'abord présentée. Puis, des simulations de *collapse* de bulle, au voisinage d'une surface libre, sont comparées à l'expérience. Les résultats d'un calcul sur un injecteur réel permettent également d'évaluer le code par rapport à sa version de base.

Enfin, le chapitre 5 présente des simulations sur des géométries réalistes, dans le but de mettre en avant l'influence de l'écoulement cavitant, à l'intérieur de l'injecteur, sur l'atomisation du jet de carburant. Des calculs 2D et 3D sont réalisés, de manière à mieux comprendre les phénomènes guidant le fractionnement primaire.

Lorsque les sciences dévoilent les secrets de la nature, ce que celle-ci perd de mystérieux, elle le gagne en merveilleux.
Paul Carvel, *Mots de tête*

Chapitre 1

Phénoménologie et modélisation de l'atomisation

Afin de mieux appréhender la relation entre l'écoulement à l'intérieur de l'injecteur et la formation du spray dans la chambre de combustion, ce chapitre est d'abord consacré à l'introduction des principes fondamentaux concernant la déstabilisation d'un jet de liquide et à l'étude des différents phénomènes qui peuvent l'influencer. Les terminologies employées au cours de notre étude y seront notamment exposées.

Ensuite, une revue des principaux modèles d'atomisation développés jusqu'ici rend compte des avantages et lacunes de chacun d'eux.

Enfin, l'analyse des différentes méthodes de modélisation d'écoulements diphasiques est l'occasion de choisir l'approche la plus adaptée à l'étude du couplage entre l'écoulement en amont et en aval de la buse d'injection.

1.1 Instabilité et pulvérisation d'un jet liquide

Le jet de carburant liquide en sortie d'un injecteur Diesel peut être considéré comme un jet plein, sortant d'un orifice cylindrique (extrémité de la buse), injecté dans un milieu gazeux au repos. Ce jet va d'abord subir un fractionnement primaire, qui correspond à la formation de fragments liquides, sphériques ou non, à la surface du jet, puis un fractionnement secondaire, qui se traduit par une désintégration ultérieure de ces éléments liquides déjà détachés du jet.

1.1.1 Les grandeurs caractéristiques

Dans un premier temps, il est important de définir précisément des grandeurs pouvant servir à caractériser un jet liquide.

En régime stationnaire, on distingue deux longueurs caractéristiques pour un jet liquide. A basse vitesse d'injection, la colonne liquide issue de l'injecteur reste intacte en surface sur une certaine distance, appelée longueur de surface intacte (L_1 sur la figure 1.1), avant de donner naissance à des gouttes plus en aval. Pour de fortes vitesses d'injection (comme dans le cas des moteurs Diesel ID), cette distance est

quasiment nulle. En aval de cette première longueur caractéristique, le scénario le plus connu considère que la colonne liquide se rétrécit par arrachements de fragments liquides en surface : la longueur de cœur liquide (L_2 sur la figure 1.1) est, en général, définie comme la distance sur laquelle le jet est continu sur son axe.

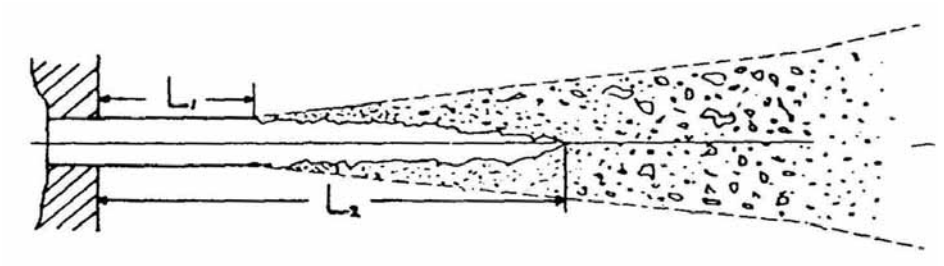


FIG. 1.1 – Longueurs caractéristiques du jet : L_1 est appelée longueur de surface intacte et L_2 longueur de cœur liquide [98]

En régime instationnaire, la longueur de pénétration d'un spray est définie comme la distance maximale entre le nez de l'injecteur et le front liquide. Pour les sprays à haute pression, cette distance est bien souvent approximative car il convient de fixer un critère sur les gouttes dont on va tenir compte ou pas. Lambert [99] considère par exemple la longueur de pénétration comme la distance, sur l'axe du jet, entre le point d'injection et la particule liquide qui précède 95 % de l'ensemble des fragments liquides.

On définit l'angle du spray θ comme l'angle du plus petit cône contenant tous les fragments représentatifs du spray. Il s'agit, là encore, d'une grandeur approximative qui nécessite de fixer un critère de sélection des particules liquides.

Enfin, le diamètre des gouttes liquides est évidemment une grandeur à considérer. Le *SMD* [1] [78] est couramment utilisé pour caractériser les jets en évaporation :

$$SMD = \frac{\int a^3 dn}{\int a^2 dn} \tag{1.1}$$

où dn est le nombre de gouttes dont le diamètre a est inclus entre $a - da/2$ et $a + da/2$.

1.1.2 Les régimes de fractionnement

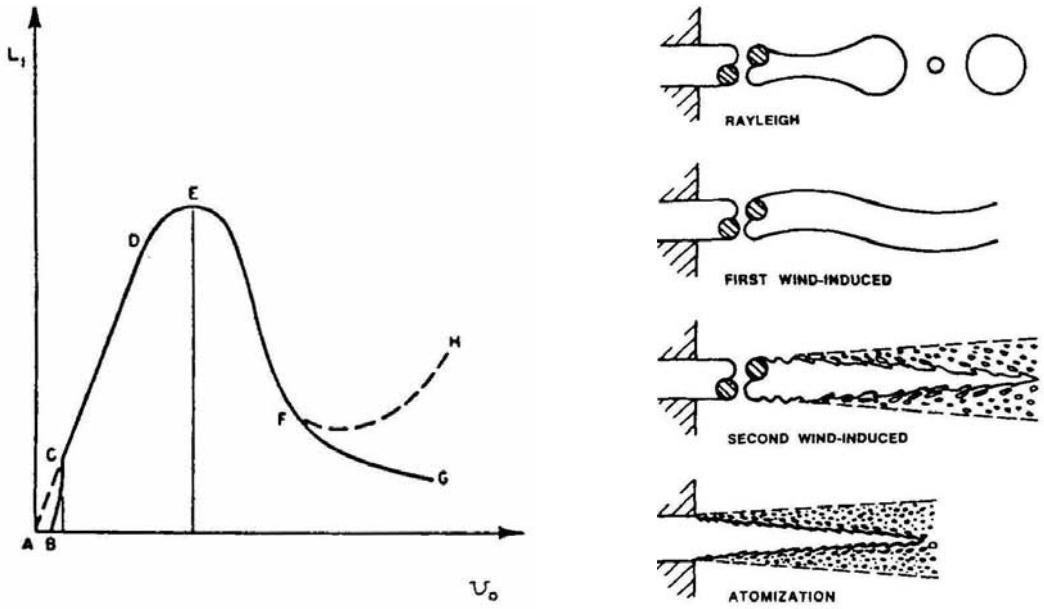
D'après Reitz [137], le fractionnement d'un jet liquide injecté dans du gaz est fonction de sa vitesse d'injection u_0. Une très faible vitesse conduit à la formation de gouttes à la sortie immédiate de l'injecteur (régime goutte-à-goutte). A mesure que la vitesse d'injection croît, Reitz identifie quatre régimes de fractionnement (figure 1.2) :

- Régime de **Rayleigh** : pour de faibles vitesses d'injection, le fractionnement a lieu à une très grande distance du nez de l'injecteur et des gouttes de diamètre supérieur à celui de la buse apparaissent.

[1] *SMD* : *Sauter Mean Diameter*

- Premier régime induit par l'aérodynamique (ou ***First wind-induced breakup***) : lorsque la vitesse d'injection est plus forte, le fractionnement du jet a lieu à une distance plus faible, mais encore assez grande par rapport au diamètre d'injection, et les gouttelettes ont un diamètre voisin de celui de la buse.
- Second régime induit par l'aérodynamique (ou ***Second wind-induced breakup***) : le fractionnement apparaît alors à une distance très faible, de l'ordre de quelques diamètres d'injection, et les gouttelettes sont plus petites que l'orifice de l'injecteur.
- Régime d'**atomisation** : à forte vitesse d'injection (nombre de Reynolds supérieur à 3000, selon Mansour et Chigier [108]), le jet est fractionné très près de la sortie de l'injecteur et les gouttelettes sont très fines.

Pour les deux premiers régimes (Rayleigh et *First wind-induced breakup*), les longueurs de surface intacte et de cœur liquide coïncident. Reitz [137] trace la longueur de surface intacte en fonction de la vitesse d'injection (figure 1.2a), tandis que les différents régimes de fractionnement sont représentés par Faeth [58] (figure 1.2b). La fragmentation d'un jet Diesel injecté à haute pression appartient au régime d'atomisation proprement dit.



(a) Longueur de surface intacte (L_1) en fonction de la vitesse d'injection (u_0) : écoulement goutte-à-goutte (ABC), régime de Rayleigh (CD), régime du *First wind-induced breakup* (EF), régime du *Second wind-induced breakup* (FG ou FH), régime d'atomisation (au-delà de G ou H) [137]

(b) Régimes caractéristiques de fractionnement de jet en fonction de la vitesse d'injection [58]

FIG. 1.2 – Classification des régimes de fractionnement d'un jet liquide en fonction de la vitesse d'injection

Si la vitesse d'injection joue un rôle déterminant dans le fractionnement d'un jet liquide, d'autres paramètres, comme la viscosité μ_l ou la tension superficielle σ du liquide, entrent également en jeu, de même que les masses volumiques du gaz ρ_g et du liquide ρ_l.

Afin de tenir compte de ces effets, Faeth [58] propose ainsi, sur la figure 1.3a, de classer les régimes de fractionnement en fonction des nombres sans dimension de Weber du gaz We_g (équation 1.2) et d'Ohnesorge Oh (équation 1.3). Le nombre de Weber est défini comme le rapport entre les forces aérodynamiques et la tension capillaire [174], alors que le nombre d'Ohnesorge [127] s'écrit en fonction de We_l et du nombre de Reynolds Re_l (rapport des termes dus à l'inertie sur ceux dus aux forces visqueuses [143]) :

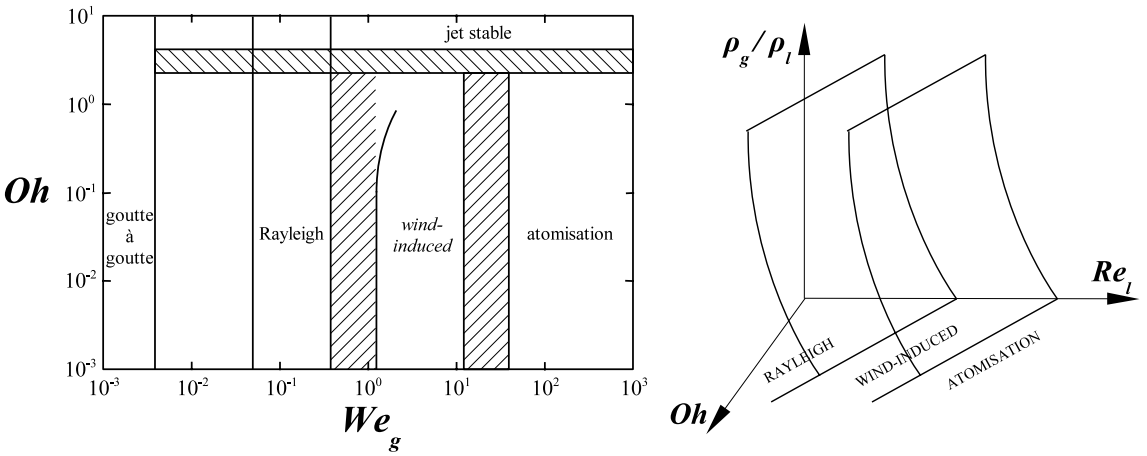
$$We_g = \frac{\rho_g u^2 a}{\sigma} \tag{1.2}$$

$$Oh = \frac{We_l^{0,5}}{Re_l} = \frac{\mu_l}{\sqrt{\sigma \rho_l a}} \tag{1.3}$$

$$Re_l = \frac{\rho_l u a}{\mu_l} \tag{1.4}$$

où a est la taille caractéristique du jet (typiquement le diamètre).

Reitz [137], quant à lui, propose une représentation, sur la figure 1.3b, incluant le rapport des masses volumiques des deux fluides ainsi que Oh et Re_l.



(a) Régimes de fractionnement en fonction de We_g et Oh (d'après [58])

(b) Limites qualitatives des trois régimes de fractionnement (d'après [137])

FIG. 1.3 – Classification des régimes de fractionnement d'un jet liquide en fonction de la viscosité, de la tension superficielle et du rapport de densités gaz / liquide

Toutefois, les différentes terminologies et classifications utilisées jusqu'ici ne tiennent pas compte de la perturbation initiale (due à la géométrie interne de l'injecteur, par exemple) sur le comportement du jet.

1.1.3 Les phénomènes physiques influençant l'atomisation

Pour le régime d'atomisation, plusieurs phénomènes physiques interviennent et sont étroitement liés les uns aux autres [99, 54]. C'est au sein même du liquide que se trouve l'origine du fractionnement du jet. Les structures tourbillonnaires qui s'y développent (perturbations initiales) créent des instabilités dans la couche de mélange, à l'interface liquide-gaz. Le gaz ambiant, en participant à l'amplification de ces instabilités, influence également l'atomisation.

Dans le liquide

Dès 1959, Bergwerk [17] constate que la cavitation, qui se développe à l'intérieur des injecteurs Diesel, influence fortement l'aspect du jet. Dumont *et al.* [55] consacrent à ce phénomène une étude bibliographique très complète et estiment qu'il s'agit du phénomène prépondérant apparaissant dans le liquide : la cavitation est une vaporisation du liquide sous l'effet de dépressions, généralement dues à de grandes vitesses d'écoulement [101]. Autrement dit, une rupture du milieu continu de liquide est amorcée sous l'effet de contraintes excessives [61]. L'écoulement est en effet soumis à un rétrécissement brusque à l'entrée de l'injecteur (rayon de la buse de l'ordre du dixième de millimètre) et il y a décollement de la couche limite le long de la paroi, créant une zone de recirculation [157] (figure 1.4). Si la dépression locale engendrée devient inférieure à la pression de vapeur saturante du carburant, le liquide est vaporisé et des poches gazeuses de carburant apparaissent.

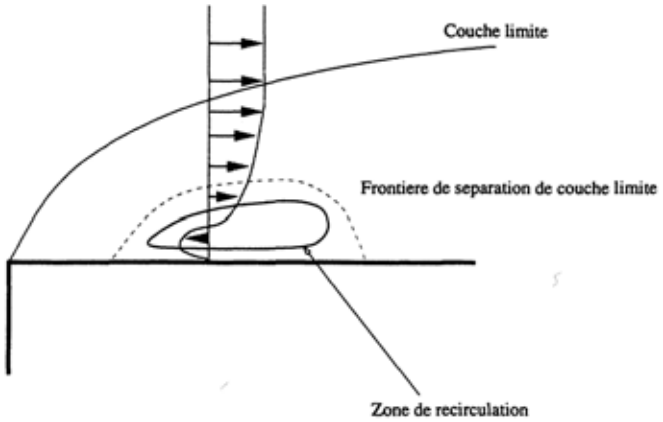


FIG. 1.4 – Mécanisme de formation de poches cavitantes près de l'arête vive d'entrée du trou de l'injecteur [54]

Nombre d'auteurs (Chaves *et al.* [30], Soteriou *et al.* [157], Arcoumanis et Gavaises [4]) caractérisent les écoulements cavitants en définissant un nombre de cavitation CN tel que :

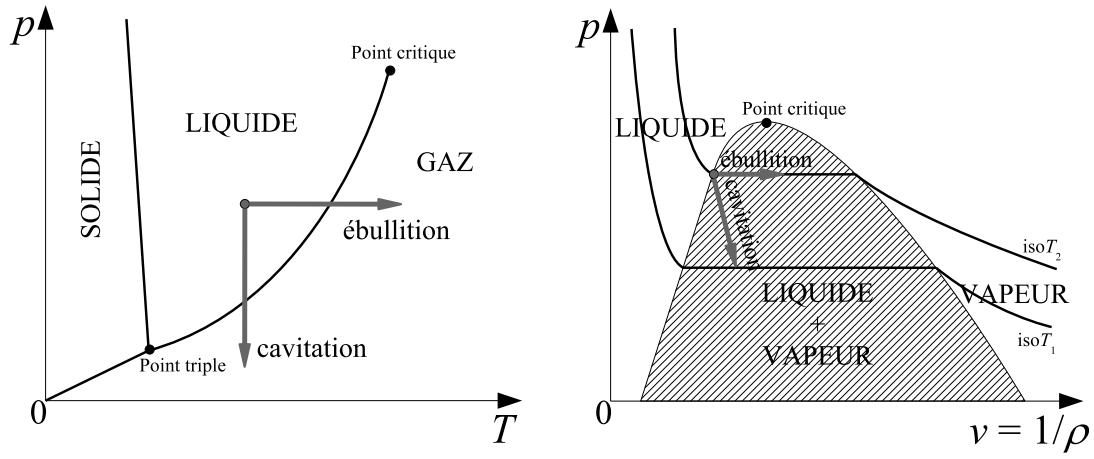
$$CN = \frac{P_{inj} - P_{ch}}{P_{ch} - P^{sat}} \tag{1.5}$$

qui peut, en injection Diesel, se simplifier de la manière suivante :

$$CN = \frac{P_{inj} - P_{ch}}{P_{ch}} \tag{1.6}$$

tant la pression de vapeur saturante P^{sat} est négligeable devant la pression d'injection P_{inj} et la pression de la chambre P_{ch}. Pour une injection typique ($P_{inj} = 150$ MPa, $P_{ch} = 6$ MPa), ce nombre sans dimension prend une valeur de 24.

D'un point de vue thermodynamique, le diagramme de phase d'un corps pur (figure 1.5a) représente les deux voies simplifiées permettant le changement de phase d'un liquide en vapeur : soit on élève la température, à pression constante, par un apport de chaleur extérieur (ébullition), soit on abaisse la pression, à température constante, jusqu'à atteindre la courbe de vaporisation (cavitation). En réalité, la transformation permettant l'apparition de cavitation est globalement adiabatique, sans apport de chaleur extérieure ; il est alors nécessaire de refroidir le liquide environnant la cavité de vapeur, afin d'obtenir l'apport de chaleur nécessaire pour vaincre la chaleur latente de changement de phase, ce qui se traduit sur la figure 1.5b par le fait que l'on change d'isotherme. Cependant, pour une température ordinaire, la production d'un volume important de vapeur ne nécessite que très peu de chaleur, à tel point que l'on néglige le plus souvent ces transferts de chaleur [101]. Le phénomène de cavitation est donc dû à la réduction de pression imposée localement par la dynamique de l'écoulement, le caractère isotherme de la transformation résultant de la très petite quantité de chaleur nécessaire à la formation d'un volume significatif de vapeur ($T_1 \simeq T_2$ sur la figure 1.5b).



(a) Diagramme (p, T) (d'après Franc *et al.* [61]) (b) Diagramme (p, v), v étant le volume spécifique (d'après Lecoffre [101])

FIG. 1.5 – Modes de vaporisation d'un liquide

Outre un rétrécissement brusque de section dû à la géométrie de l'écoulement, le caractère fortement instationnaire à l'intérieur de l'injecteur ainsi que la rugosité et les mouvements vibratoires des parois ont également pour effet de créer des zones de cisaillement très important, qui provoquent une dépression engendrant des poches cavitantes. Ces poches peuvent disparaître si elles se situent dans des zones d'écoulement subsonique de plus forte pression locale ou être advectées par le liquide jusqu'à la sortie de l'injecteur. La figure 1.6 montre ainsi que le passage de poches cavitantes à travers la section de sortie de l'injecteur diminue sa section débitante de liquide, induisant une augmentation locale de la vitesse d'injection. Mais le profil

de vitesse débitante est également affecté dans le cas où les poches ne parviennent pas jusqu'à la sortie de l'orifice d'injection. Dans ces deux cas, la modulation de vitesse occasionnée par la cavitation est mesurée par Chaves *et al.* [29], en sortie de l'injecteur.

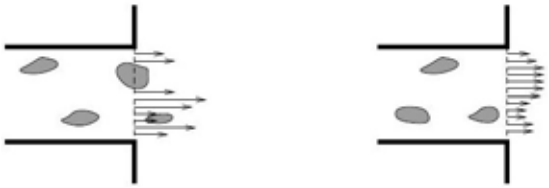


FIG. 1.6 – Influence de la cavitation sur le profil de vitesse d'injection [54]

De nombreux auteurs (Eifler [57], Soteriou *et al.* [157], Chaves *et al.* [30], Compagnon *et al.* [36]) montrent expérimentalement que ce phénomène de cavitation se produit dans les injecteurs Diesel et contribue à l'atomisation du jet, d'une part, par la fluctuation de la vitesse d'injection résultant du rétrécissement de la section de sortie (figure 1.7) et, d'autre part, par l'implosion (ou *collapse*) et l'éclatement de bulles au voisinage de la surface libre du jet, en aval du nez de l'injecteur [57]. Ces phénomènes ont, en outre, un caractère fortement tridimensionnel.

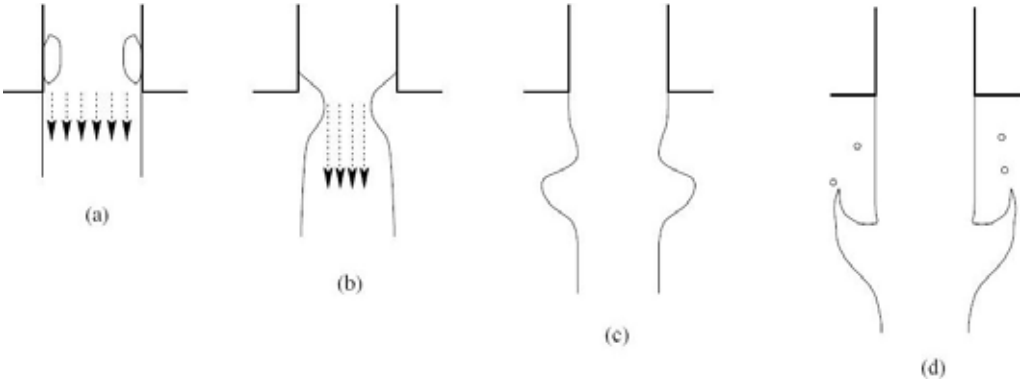
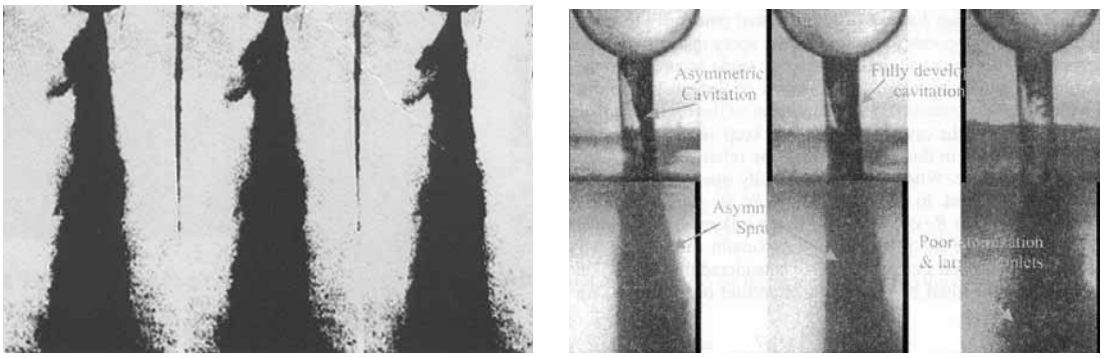


FIG. 1.7 – Création d'instabilités de surface par la sortie de poches cavitantes [54]

Les visualisations réalisées par Eifler [57] (figure 1.8a) montrent l'effet de l'implosion d'une bulle de cavitation, avec la formation d'un jet à haute vitesse en périphérie du spray. Plus récemment Saliba *et al.* [149] (figure 1.8b) observent l'écoulement cavitant, à l'intérieur d'un injecteur mono-trou, et la formation du spray correspondante, à l'intérieur de la chambre.

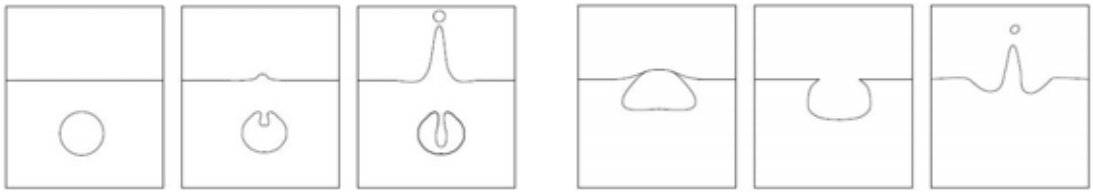
L'implosion d'une bulle au sein de la phase liquide occasionne une surpression très importante au niveau de la surface libre [75]. Un jet rentrant, dans une direction opposée à la surface libre, traverse la bulle et un autre jet, dont l'énergie cinétique est énorme, se forme simultanément au niveau de la surface libre, dans la direction opposée (figure 1.9a). Lorsqu'une bulle atteint la surface du jet, la pellicule de liquide séparant la vapeur, contenue dans la bulle, de l'air ambiant se rompt et un jet est alors formé en surface (figure 1.9b).



(a) Effet de l'implosion d'une bulle de cavitation sur le spray (Eifler [57])

(b) Écoulement à l'intérieur et en sortie de l'injecteur (Saliba *et al.* [149])

FIG. 1.8 – Visualisations expérimentales de la cavitation et de son effet sur le spray



(a) *Collapse* d'une bulle au voisinage d'une surface libre

(b) Éclatement d'une bulle au voisinage d'une surface libre

FIG. 1.9 – Effets des poches de cavitation sur la surface libre du jet [54]

Cependant, selon Wu *et al.* [176], la cavitation ne peut pas être seule responsable de la désintégration du jet. A l'intérieur du liquide, on constate également des fluctuations de pression correspondant à la réponse du système de lignes hydrauliques comprises entre le nez de l'injecteur et le rail haute pression [59, 71]. Il en résulte une succession de contractions et de renflements du dard liquide en aval de l'orifice d'injection, affectant l'interface liquide-gaz. Mais les niveaux de fréquence de ces modulations de pression sont peu élevés, de telle sorte que leur influence n'est notoire que pendant la phase stationnaire de l'injection (injection principale).

La figure 1.10 représente des visualisations de Chaves *et al.* [31] illustrant ce phénomène. Le spray est injecté dans un milieu ambiant à pression atmosphérique. Sa vitesse de sortie est d'environ 300 m/s et il s'est écoulé environ 30 μs entre l'image (1) et l'image (10).

Une fluctuation de la pression d'alimentation est imposée en entrée et crée une structure cavitante à l'intérieur du canal d'injection, visible sur l'image (1) en blanc, puis un renflement du jet plus en aval. Le lâcher de cette poche cavitante a bien sûr un impact sur le profil de vitesse en sortie d'injecteur, mais ce n'est pas la cause primaire du renflement observé. Selon Chaves, même dans le cas d'injection sans apparition de cavitation dans le canal, ce type de structure peut être observé, en raison des modulations de pression d'alimentation de l'injecteur.

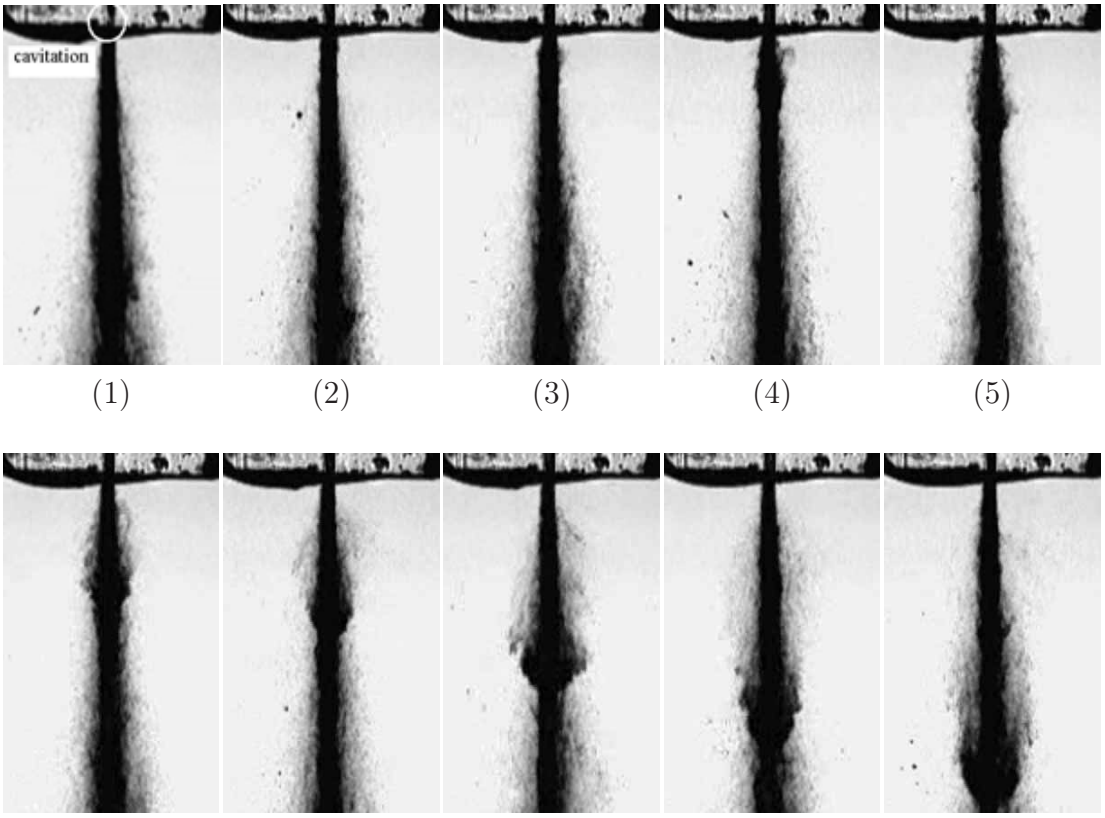


FIG. 1.10 – Visualisations expérimentales ($L_0/D_0 = 5$) de Chaves *et al.* [31]

Dans la couche de mélange

On parle de couche de mélange pour désigner la zone où deux écoulements de vitesses différentes, et éventuellement de densités différentes, s'interpénètrent [136] (figure 1.11a) : on suppose qu'il existe une région de raccord de vitesse infiniment mince. Si l'on considère une perturbation, due aux effets de la cavitation et de la turbulence du liquide, qui ondule légèrement l'interface liquide-gaz (figure 1.11b), formant des creux (c) et des sommets (s), le fluide est accéléré sur les parties convexes (s) et l'effet inverse se produit sur les parties concaves (c). Ce changement local de la vitesse va engendrer, par conservation de l'énergie (équation de Bernoulli), une dépression au sommet des perturbations et une surpression dans les creux. Le nouveau champ de pression déformé a donc tendance à amplifier ce mouvement et l'écoulement est instable. On parle d'instabilité de Kelvin-Helmholtz [77, 92].

On peut également expliquer ce mécanisme en suivant l'évolution du champ de vorticité, $\omega = \frac{du}{dy}$ (y étant la direction transversale à l'écoulement). Batchelor [9] montre en effet que la vorticité se concentre peu à peu dans les zones de fortes pentes de l'interface, comme autour du point A, et disparaît des zones analogues à celles entourant le point B. Cette concentration de vorticité est responsable de

l'enroulement autour d'elles-mêmes des structures générées par l'instabilité (figure 1.11c).

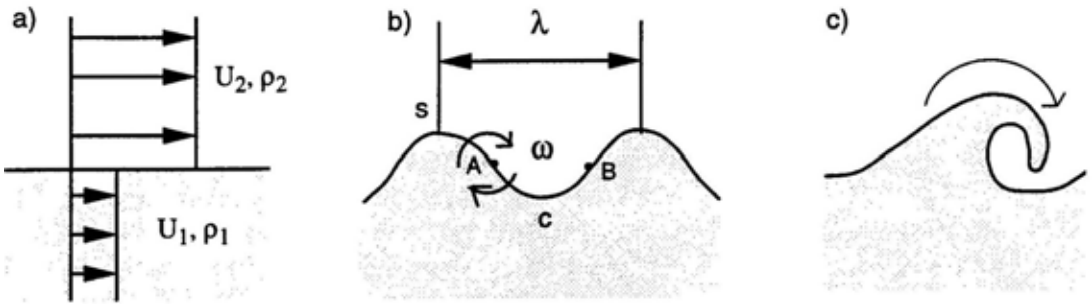


Fig. 1.11 – Mécanisme de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz [136]

Dans le cas du jet Diesel, le cisaillement important entre les couches fluides, dans la zone de proche sortie, conduit à ce genre d'instabilité. La taille des gouttes issues de l'atomisation correspond à la taille des ligaments formés à la surface du jet. Selon Wu *et al.* [179], un tourbillon, dont l'énergie est supérieure à l'énergie superficielle nécessaire pour former une goutte, crée un ligament qui jaillit à la surface du jet. L'énergie nécessaire à l'expulsion d'une goutte est fournie par l'énergie cinétique des tourbillons amplifiée par le saut de pression associé à une protubérance à la surface du liquide (figure 1.12a).

Faeth [58], quant à lui, estime qu'à l'intérieur d'un injecteur Diesel standard (petit rapport L_0/D_0), la turbulence ne devrait pas être fortement développée et qu'elle ne peut être un facteur prépondérant dans l'atomisation. Wu *et al.* [178] proposent ainsi un autre mécanisme d'atomisation basé sur la croissance d'une couche limite à l'interface liquide-gaz, la taille caractéristique des gouttes ou ligaments correspondant à l'épaisseur de cette couche limite (figure 1.12b).

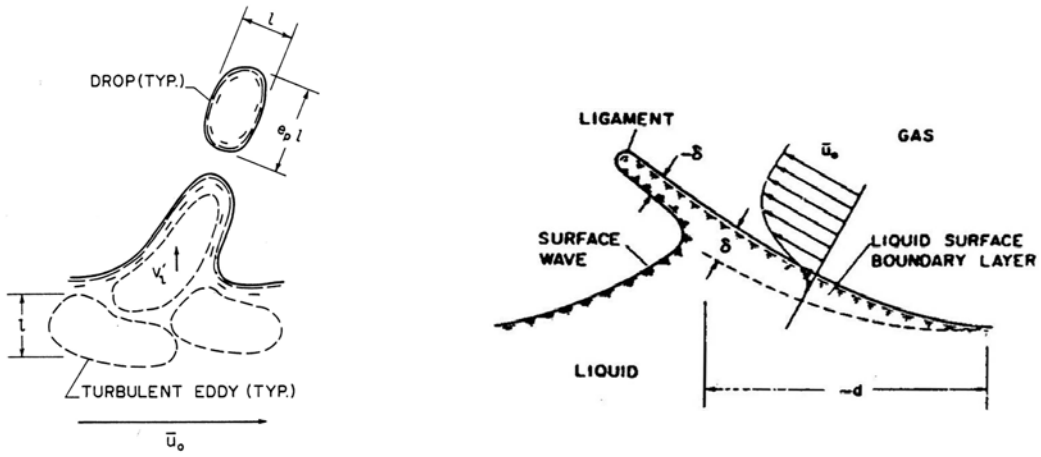
Enfin, les anneaux tourbillonnaires formés grossissent au fur et à mesure qu'ils se déplacent vers l'aval, par l'entraînement du fluide extérieur et par fusion avec les anneaux voisins. Ce phénomène d'appariement des anneaux tourbillonnaires constitue un mécanisme essentiel dans l'élargissement du jet : l'épaisseur effective de la couche de mélange du jet est doublée après appariement [45].

Dans le gaz

Les effets aérodynamiques du gaz dans lequel le liquide est injecté sont également primordiaux dans le phénomène d'atomisation. Reitz et Bracco [139, 140] ainsi que Wu *et al.* [176] constatent expérimentalement que l'angle du jet augmente à masse volumique croissante dans la chambre et il diminue quand la viscosité du liquide ou la vitesse d'injection croissent.

D'après Wu et Faeth [177], une augmentation de la masse volumique du gaz, donc de sa pression, amplifie l'arrachement des gouttes à la surface du jet : elle provoque, d'une part, l'accroissement de la densité de gouttes, au voisinage de la surface, et de l'angle de cône du spray ainsi que, d'autre part, la diminution de la

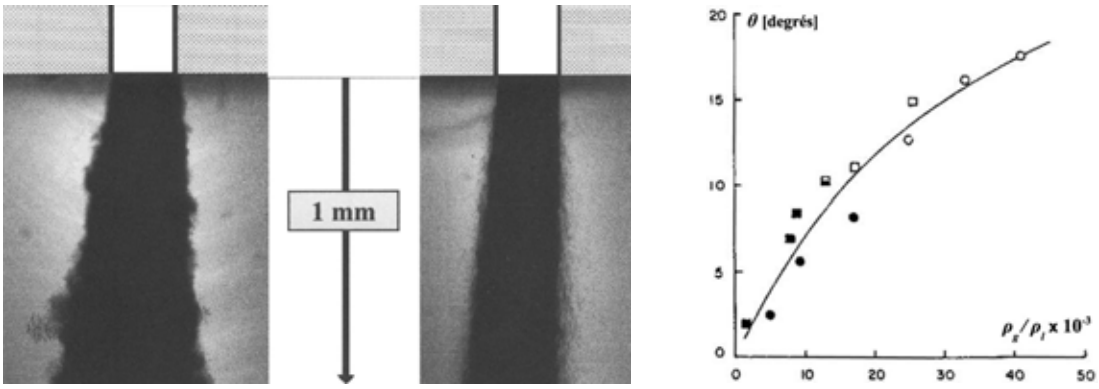
longueur du cœur liquide du jet et de la taille des gouttes. De même, l'angle de cône sera fortement affecté par le gaz dans lequel on injecte (figure 1.13).



(a) Fractionnement dû à la turbulence liquide [179]

(b) Fractionnement dû à la croissance d'une couche limite à l'interface [178]

FIG. 1.12 – Hypothèses de formation de ligaments dans la couche de mélange



(a) Visualisation de sprays pour $P_{inj} = 100$ MPa (à gauche : $P_{ch} = 6$ MPa, à droite : $P_{ch} = 0{,}1$ MPa) [35]

(b) Influence du rapport des densités gaz/liquide sur l'angle de cône du spray [137, 176]

FIG. 1.13 – Influence sur un jet liquide de la densité du gaz dans lequel il est injecté

Synthèse

En fait, il semble qu'aucun de ces phénomènes ne conduise seul à l'atomisation du jet mais que chacun y contribue [139]. Ruiz et Chigier [145] insistent sur le fait que turbulence et cavitation ne peuvent être séparés et ils proposent un modèle d'atomisation basé sur leurs expériences avec un injecteur coaxial (figure 1.14).

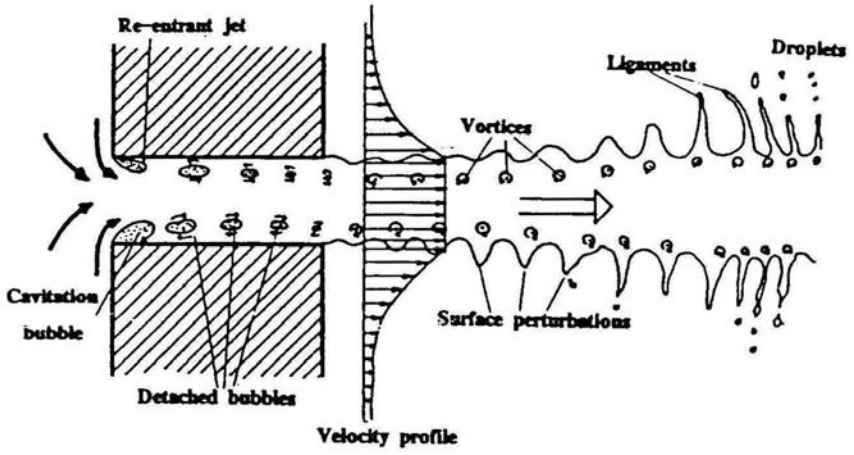


FIG. 1.14 – Schéma du mécanisme d'atomisation proposé par Ruiz et Chigier [145]

Notons, de plus, que les variations de vitesse en régime instationnaire peuvent également jouer un rôle dans l'atomisation. Au début de l'injection, par exemple, les fragments liquides de faible inertie sont freinés par le gaz, alors que les fragments injectés ultérieurement pénètrent plus facilement dans le gaz du fait de leur plus grande inertie et de l'entraînement de gaz généré par les gouttes précédentes. De même, la géométrie intérieure a une influence sur l'angle du jet : des coins arrondis à l'entrée du nez de l'injecteur mènent à un jet moins divergent que des arêtes vives [140, 176]. Les dissymétries dues aux imperfections d'usinage des injecteurs participent également à donner un caractère fortement tridimensionnel au jet.

1.1.4 Les échelles caractéristiques des différents phénomènes

Il convient à présent d'évaluer les échelles caractéristiques (spatiales et temporelles) de chacun des phénomènes décrits plus haut (tableau 1.1) afin d'identifier les phénomènes physiques que l'on peut se permettre de résoudre par le maillage dans une approche eulérienne.

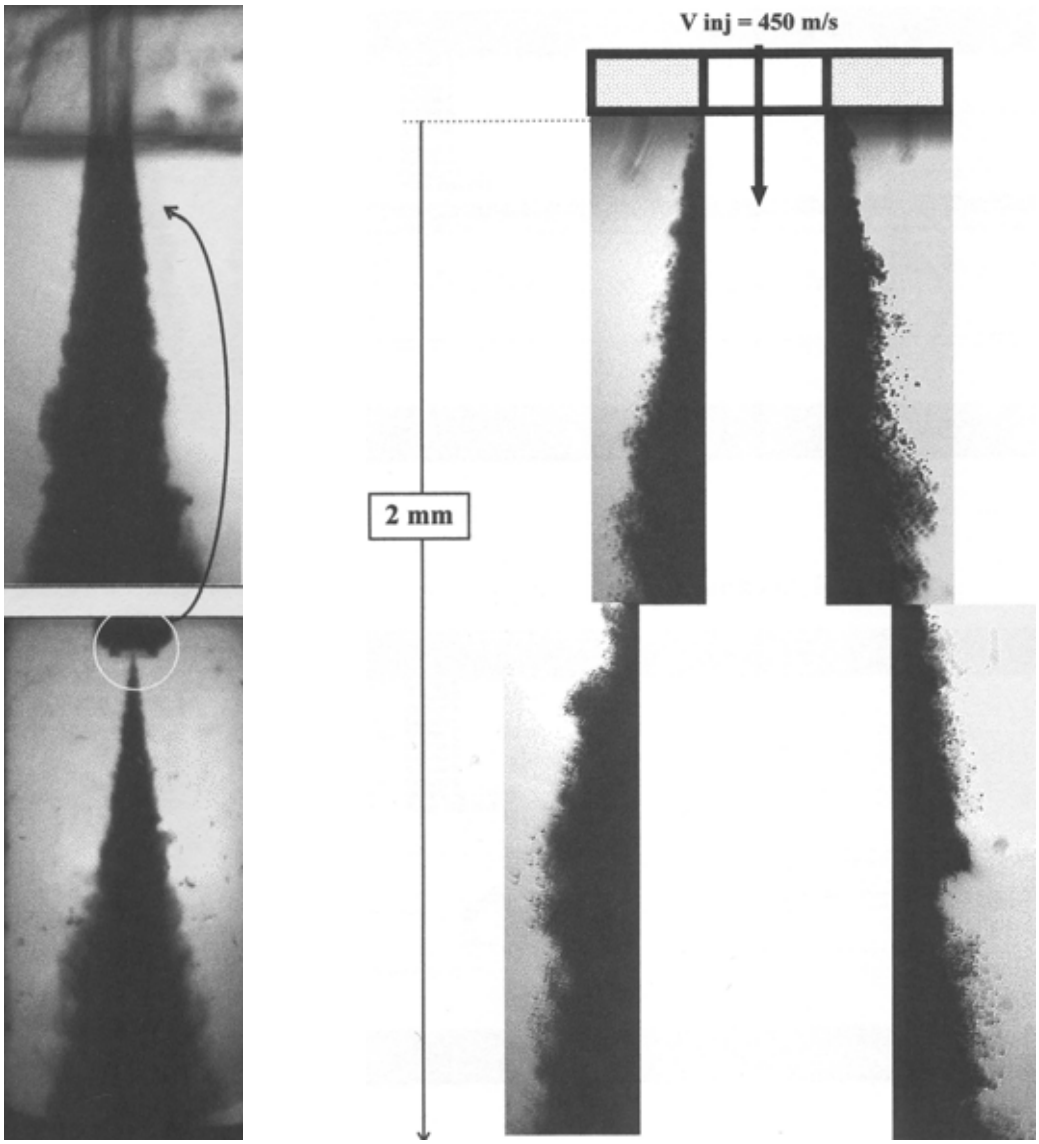
Les visualisations de Compagnon *et al.* [36] du CRMT [2] permettent de déterminer globalement trois échelles caractéristiques pour le fractionnement du jet, classées de la plus grande à la plus petite (figure 1.15) :

- A l'échelle du jet, on constate une dispersion qui peut être caractérisée par son angle, son diamètre initial (diamètre du trou de l'injecteur) et sa longueur de pénétration.
- A l'échelle des perturbations à la surface du jet, on relève des oscillations dont on peut mesurer l'évolution de l'amplitude et la longueur d'onde, à mesure que le jet se développe.
- A l'échelle de ces oscillations, on distingue des filaments et des gouttelettes qui se détachent du jet.

[2] CRMT : Centre de Recherche en Machines Thermiques

Phénomène	**Échelle considérée**	**Ordre de grandeur**	**Référence**
Poches de cavitation	Taille caractéristique Temps d'advection sur L_0 Fréquence de lâcher	20 μm 5 μs 25 à 50 kHz	Obermeier *et al.* [126], Marcer *et al.* [110]
Fluctuations de vitesse	Fréquence mesurée	50 kHz	Chaves *et al.* [28]
Influence de la ligne d'injection	Fréquence caractéristique	1 kHz	Guigues [71]
Collapse de poches de cavitation	Fréquence Temps d'implosion	10 à 100 kHz 1 à 3 μs	Winklhofer [175] Lecoffre [101]
Instabilité de Kelvin-Helmholtz	Longueur d'onde mesurée Fréquence théorique Amplitude mesurée	0,4 à 1 mm 0,5 à 1 MHz $\sim$ 0,2 mm	CRMT [35] Danaila [45] Obermeier *et al.* [126]
Appariement de tourbillons	Fréquence théorique	$\sim$ 100 kHz	Danaila [45]
Filaments	Diamètre caractéristique Longueur caractéristique	20 à 50 μm 20 à 30 μm	CRMT [34]
Gouttelettes	Diamètre caractéristique	1 à 15 μm	CRMT [34], Smallwood [155]
Acoustique	Vitesse du son (vapeur) Vitesse du son (liquide) Vitesse du son (air)	$\sim$ 150 m/s 1 200 m/s 300 m/s	pour $T = 373$ K pour $T = 300$ K

TAB. 1.1 – Échelles caractéristiques des différents phénomènes en sortie d'un injecteur Diesel



(a) Échelle de la chambre de com-bustion (en bas) et zoom sur zone dense en sortie d'injecteur (en haut)

(b) Zone de sortie du jet agrandie avec les instabilités et les goutlatelettes se formant en périphérie

FIG. 1.15 – Visualisation des différentes échelles du jet Diesel (P_{inj} = 100 MPa, P_{ch} = 6 MPa, D_0 = 200 μm) [36]

On ne peut bien sûr se contenter de résoudre uniquement la première échelle caractéristique du jet, car elle ne permettrait pas de mieux représenter le cœur liquide du jet. La résolution des instabilités se formant à la périphérie du spray semble nécessaire également à une représentation correcte de l'atomisation. Quant aux filaments et gouttelettes formés, il est envisageable de capter les plus gros grâce au maillage, mais il sera évidemment nécessaire d'en prévoir une modélisation en sous-maille.

Ce choix d'échelles résolues par le maillage ou modélisées nous conduit à prendre des mailles de taille caractéristique Δx de l'ordre de la dizaine de micromètres dans la zone de proche sortie de l'injecteur et des pas de temps Δt de l'ordre de 10^{-9} seconde pour un schéma numérique explicite. La zone maillée sera donc restreinte à la zone de proche sortie de l'injecteur, dans un premier temps.

1.2 Modélisation lagrangienne de l'atomisation

Comme on a pu le voir en introduction, les modèles d'atomisation de jets liquides implantés dans les codes industriels actuels, notamment KIVA, sont essentiellement de type lagrangien. Ainsi, la phase liquide est modélisée par un ensemble discret de particules dont la position et les caractéristiques physiques sont calculées à chaque instant. En réalité, pour éviter des calculs trop lourds, chaque particule numérique représente un nombre donné de gouttes ayant des caractéristiques identiques. La phase gazeuse est calculée de façon eulérienne. Les échanges de masse, de quantité de mouvement et d'énergie entre les deux phases sont pris en compte par des termes sources dans les équations de conservation du gaz.

Dans ce type de modèles, le liquide n'est donc pas considéré comme un jet continu en sortie de l'injecteur, mais est déjà sous forme de gouttes qui vont être encore fractionnées par interaction avec le gaz environnant. Plusieurs modèles lagrangiens d'atomisation, développés au cours des vingt dernières années, sont résumés dans cette partie.

1.2.1 Modèle de Reitz et Diwakar

Ce modèle de fractionnement [141] est fondé sur les travaux de Nicholls [123] qui a étudié le *breakup* d'une goutte dans un écoulement de gaz à grande vitesse, suivant une onde de choc, et a identifié principalement deux régimes de fractionnement.

Le fractionnement en sac (*bag breakup*) a lieu quand $We_g > 12$. La partie centrale de la goutte, de diamètre a, se gonfle vers l'aval de l'écoulement, formant un sac creux et fin, entouré d'un bord épais. Le sac explose ensuite pour donner naissance à de nombreux petits fragments. Le bord se désintègre plus tard et il y a formation de quelques fragments de plus grande taille (figure 1.16a). Le temps de rupture t_{bb} (ou durée de vie d'une goutte instable) associé à ce processus vaut :

$$t_{bb} = C_{bb} \sqrt{\frac{\rho_l \; a^3}{8\sigma}} \tag{1.7}$$

Le fractionnement par arrachement (*stripping breakup*) a lieu pour $We_g > \sqrt{Re_g}$, où Re_g est le nombre de Reynolds du gaz ($Re_g = \rho_g u a / \mu_g$). Dans ce régime, il n'y a ni sac, ni bord, mais des fragments liquides formés à la périphérie de la goutte déformée et cisaillée. Dans ces conditions, la goutte est épluchée sur son contour par l'écoulement. On assiste à une diminution progressive de la taille de la goutte mère et à la formation de gouttes filles de diamètre bien inférieur (figure 1.16b). On associe également à ce phénomène un temps de rupture t_{sb} défini ainsi :

$$t_{sb} = C_{sb} \; \frac{a}{2u} \sqrt{\frac{\rho_l}{\rho_g}} \tag{1.8}$$

Dans le modèle, les deux critères de formation de gouttes (en sac ou par arrachement) sont appliqués à chaque particule. Quand l'un ou l'autre est vérifié pendant un temps égal au temps de rupture correspondant, on associe un nouveau diamètre à la particule, afin de satisfaire l'égalité de ce critère. La masse de la particule est conservée par augmentation du nombre de gouttes, l'énergie par diminution de l'énergie

(a) *Bag breakup* ($We_g > 12$) (b) *Stripping breakup* ($We_g > \sqrt{Re_g}$)

FIG. 1.16 – Classement des scénarios de *breakup* selon We_g [130]

cinétique afin de prendre en compte l'énergie superficielle nécessaire à la formation de nouvelles surfaces.

Pour O'Rourke et Amsden [128], le second critère est critiquable car il implique que l'arrachement des gouttes est lié à la viscosité du gaz (intervenant dans l'expression de Re_g) alors que celle-ci n'apparaît pas dans l'expression de t_{sb} et que les temps de rupture déterminés expérimentalement n'en dépendent pas. D'autre part, la détermination des constantes C_{bb} et C_{sb} diffère selon les auteurs.

Reitz et Diwakar ont ensuite amélioré ce modèle [142] en supposant que le diamètre a des particules diminue de façon continue dans le temps pour le fractionnement par arrachement (le plus fréquent, d'après eux) :

$$\frac{da}{dt} = -\frac{a - d_{stable}}{t_{sb}} \tag{1.9}$$

où $d_{stable} = \sigma^2/(\rho_g u^3 \mu_g)$. L'interaction entre les gouttes et l'air ambiant est prise en compte en déviant leur trajectoire d'un angle θ calculé de la manière suivante :

$$\tan\frac{\theta}{2} = C_\theta \sqrt{\frac{\rho_g}{\rho_l}} \tag{1.10}$$

avec C_θ constante généralement fixée a $0,7$ mais dépendant des caractéristiques géométriques de l'injecteur ainsi que des caractéristiques physiques du liquide.

Les critères de stabilité et les corrélations empiriques utilisés sont basés sur des données expérimentales de désintégration d'une goutte. L'hypothèse fondamentale est donc qu'une particule du jet se comporte comme une goutte et n'est pas affectée par les particules qui l'entourent. Les principaux problèmes de cette approche sont liés à la discrétisation initiale des jets, près du trou d'injection, qui est arbitraire (*SMD* donné par l'utilisateur alors que les visualisations mettent en évidence un cœur liquide continu) et au fait qu'une goutte affecte forcément la désintégration de sa voisine dans la zone dense du spray.

1.2.2 Modèle TAB

O'Rourke et Amsden [128] ont implanté le modèle TAB[3] dans KIVA en 1987. Il est fondé sur une analogie, proposée par Taylor [160], entre l'oscillation d'une goutte et l'oscillation d'un système {masse + ressort} de masse m et de raideur k. La tension de surface est assimilée à la force de rappel du ressort, la force aérodynamique

[3]TAB : *Taylor Analogy Breakup*

du gaz à la force extérieure F et les efforts visqueux à l'amortissement b.

Soit x le déplacement de l'équateur de la goutte de rayon r par rapport à sa position d'équilibre. On pose $q = 2x/r$. Il y a fractionnement si et seulement si le déplacement de l'équateur de la goutte est supérieur à $r/2$, soit pour $q > 1$. La modélisation de l'oscillation forcée conduit à l'équation suivante :

$$\frac{d^2q}{dt^2} = \frac{2C_F\rho_g u^2}{\rho_l r^2} - \frac{C_k\sigma}{\rho_l r^3}q - \frac{C_d\mu_l}{\rho_l r^2}\frac{dq}{dt} \tag{1.11}$$

avec $C_F = 1/3$, $C_k = 8$ et $C_d = 5$.

L'analogie de Taylor est mise en évidence quand on compare l'équation 1.11 avec celle de l'oscillateur harmonique forcé et amorti :

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{F}{m} - \frac{k}{m}x - \frac{b}{m}\frac{dx}{dt} \tag{1.12}$$

En résolvant l'équation 1.11, on retrouve les temps de rupture de Reitz et Diwakar (équations 1.7 et 1.8) en fonction des mêmes critères sur We_g :

$$t_{bb} = \frac{\pi}{\sqrt{8}}\sqrt{\frac{\rho_l\ r^3}{\sigma}} \tag{1.13}$$

$$t_{sb} = \sqrt{3}\ \frac{r}{u}\sqrt{\frac{\rho_l}{\rho_g}} \tag{1.14}$$

L'angle du spray est modélisé en introduisant une déviation de la trajectoire des gouttes de la manière suivante :

$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = C_v\frac{\sqrt{3}}{3}\sqrt{\frac{\rho_g}{\rho_l}} \tag{1.15}$$

où C_v est proche de 1. Cette équation ne prend pas en compte les effets de la géométrie de l'injecteur dans le calcul de l'angle du spray, mais il est possible de faire varier l'angle initial en donnant une oscillation aux grosses gouttes mères injectées.

Pour déterminer le nouveau rayon des gouttes formées, on considère que l'énergie oscillante de la goutte mère, de rayon r, avant rupture est transformée en énergie superficielle et cinétique des gouttes filles, de rayon moyen de Sauter r_{32}, ce qui conduit à l'équation suivante :

$$\frac{r}{r_{32}} = 1 + \frac{C_k K}{20}q^2 + \frac{\rho_l r^3}{\sigma}\dot{q}^2\left(\frac{6K-5}{120}\right) \tag{1.16}$$

où K est pris égal à 10/3 et une distribution du type χ^2 détermine la taille des gouttes filles.

1.2.3 Modèle de Pilch et Erdman

Pilch et Erdman [130] apportent des modifications au modèle de Reitz et Diwakar [142]. Tout d'abord, dans l'expression du nombre de Weber critique We_c (en-dessous duquel il n'y a pas fractionnement), la viscosité est prise en compte par le biais du nombre d'Ohnesorge Oh $(= We_l^{0,5} Re_l^{-1})$:

$$We_c = 12\left(1 + 1,077\, Oh^{1,6}\right) \tag{1.17}$$

De plus, le temps de rupture s'écrit de la manière suivante :

$$t_{pe} = T_{bu}\, \frac{a}{u} \sqrt{\frac{\rho_l}{\rho_g}} \tag{1.18}$$

où T_{bu} est une fonction de We_g et non une constante comme dans les modèles précédents :

$$T_{bu} = \begin{cases} 6\,(We_g - 12)^{-0,25} & \text{si } 12 \leq We_g < 18 \\ 2,45\,(We_g - 12)^{0,25} & \text{si } 18 \leq We_g < 45 \\ 14,1\,(We_g - 12)^{0,25} & \text{si } 45 \leq We_g < 351 \\ 0,766\,(We_g - 12)^{0,25} & \text{si } 351 \leq We_g < 2\,670 \\ 5,5 & \text{si } We_g \geq 2\,670 \end{cases} \tag{1.19}$$

Enfin, la variation de vitesse relative u_r goutte-gaz après fractionnement est prise en compte dans le calcul du diamètre stable des gouttes après fractionnement d_{st} :

$$d_{st} = We_c\, \frac{\sigma}{\rho_g (u - u_r)^2} \tag{1.20}$$

Mais la détermination de cette vitesse relative u_r pose problème pour l'implantation de ce modèle. En outre, cette approche ne résout pas le problème de la discrétisation initiale du jet qui ne reflète pas les observations expérimentales.

1.2.4 Modèle *Wave*

Reitz [138], dans son modèle *Wave*, prend une approche différente en considérant la croissance des instabilités de Kelvin-Helmholtz à la surface d'un jet de diamètre a et de vitesse relative gaz-liquide u_r (figure 1.17).

Une analyse de stabilité linéaire, décrite en détails par Reitz et Bracco [140], permet d'obtenir la longueur d'onde la plus instable Λ et son taux de croissance Ω :

$$\begin{cases} \dfrac{2\Lambda}{a} & = & 9,02\, \dfrac{(1 + 0,45\, Oh^{0,5})(1 + 0,4\, Ta^{0,7})}{\left(1 + 0,87\, We_g^{1,67}\right)^{0,6}} \\ \Omega \left(\dfrac{\rho_l a^3}{8\sigma}\right)^{0,5} & = & \dfrac{0,34 + 0,38\, We_g^{1,5}}{(1 + Oh)(1 + 1,4\, Ta^{0,6})} \end{cases} \tag{1.21}$$

où We_g et Oh sont définis avec le rayon du jet et $Ta = Oh\, We_g^{0,5}$.

Reitz [138] utilise ces résultats pour calculer le *breakup* des gouttes ou *blobs*, de diamètre a, modélisant le cœur liquide. Le rayon de ces *blobs* décroît linéairement (pendant un temps t_{bu}), pour donner naissance à des gouttes filles de rayon r défini comme suit :

$$r = B_0\, \Lambda \tag{1.22}$$

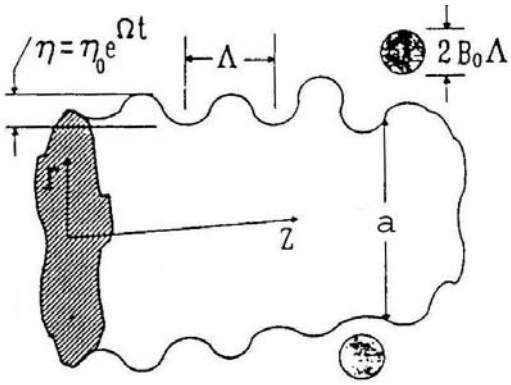


FIG. 1.17 – Représentation schématique des ondes se formant en surface du jet, donnant naissance à des gouttes [138]

où B_0 est une constante prise égale à $0,61$. On suppose que le rayon r des gouttes créées est proportionnel à la longueur de l'onde la plus instable. Le temps de *breakup* t_{bu} est exprimé de la manière suivante :

$$t_{bu} = 3,726\, B_1 \frac{a}{2\Lambda\,\Omega} \tag{1.23}$$

où B_1, dépendant de la géométrie de l'injecteur, est de l'ordre de 10. Enfin, ce modèle simule l'angle du spray θ de la manière suivante :

$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = 0,188\,\frac{\Lambda\,\Omega}{u_r} \tag{1.24}$$

1.2.5 Modèle *Wave*-FIPA

Pour distinguer l'atomisation du cœur liquide devant l'orifice du fractionnement des gouttes, Habchi *et al.* [74] réalisent un couplage, dans KMB [73], entre le modèle *Wave* [138], décrit au paragraphe précédent, et un modèle de *breakup* de gouttes FIPA [4] mis au point par Lambert [99] et basé sur les corrélations expérimentales de Pilch et Erdman (cf. paragraphe 1.2.3). Ce modèle FIPA est préalablement validé par Habchi *et al.* [74] en utilisant les résultats expérimentaux de Liu et Reitz [105]. Pour le fractionnement des gouttes de diamètre a, le temps de *breakup* du modèle FIPA est défini comme suit :

$$t_{bu} = C_1\, T_{bu} \frac{a}{u_r} \sqrt{\frac{\rho_l}{\rho_g}} \tag{1.25}$$

où C_1 est une constante analogue à B_1 du modèle *Wave* [138], T_{bu} est fonction de We_g comme dans le modèle de Pilch et Erdman [130] et u_r est la vitesse relative entre les *blobs* et la phase gazeuse qui les baigne.

Comme dans le modèle *Wave*, le diamètre a de la goutte mère instable, donnant naissance à des gouttes filles plus fines de diamètre d, varie continûment dans le

[4] FIPA : Fractionnement Induit Par Accélération

temps :

$$\frac{da}{dt} = -\frac{a-d}{(t_{bu}-\tau_s)^{\beta}} \tag{1.26}$$

avec β une constante qui permet d'adapter le comportement du modèle aux résultats expérimentaux et τ_s le temps écoulé depuis le début du *breakup*.

Les effets de densité locale du spray sont aussi pris en compte pour déterminer les constantes intervenant dans le calcul du temps de rupture, en considérant de manière différente les *blobs* et les gouttes. Dans la zone dense, près de l'orifice d'injection, la vitesse relative u_r est faible. Les ondes d'instabilité de surface sont par conséquent atténuées. Pour modéliser ces effets, Habchi *et al.* [74] font varier B_1 (équation 1.23) en fonction de la densité du spray.

Deux distances relatives critiques de gouttes sont définies : $(x/d)_1 = 3$ et $(x/d)_2 = 50$. Dans le cas où $x/d > (x/d)_2$, on considère que les gouttes ne sont pas influencées par leurs voisines : la constante B_1 est fixée à une valeur $B_{12} = 10$ et la constante C_1 à $C_{12} = 1$. Si $x/d < (x/d)_1$, le spray est alors très dense et on choisit $B_1 = B_{11}$, fixé par l'utilisateur, tandis que C_1 est pris égal à $C_{11} = C_{12}B_{11}/B_{12}$. Enfin, pour le cas intermédiaire, les constantes B_1 et C_1 sont obtenues par interpolation linéaire.

La pénétration liquide calculée avec le modèle *Wave*-FIPA est conforme aux résultats expérimentaux, mais la pénétration de la phase gazeuse est assez nettement sous-estimée (figure 1.19).

1.2.6 Modèle CLE

Afin de pallier au problème de sous-estimation de la pénétration de vapeur mis en évidence ci-dessus, Béard *et al.* [12] développent alors, dans KMB, le modèle CLE [5] qui permet de réduire la diffusion numérique de la quantité de mouvement des gouttes injectées. Son principe est de conserver la vapeur et la quantité de mouvement suivant la trajectoire des fragments liquides tant que le maillage n'est pas suffisant pour résoudre des gradients de vitesse et de concentration de vapeur de carburant. Le transport de la vapeur de carburant est ainsi modifié, de même que le couplage aérodynamique entre le jet et l'écoulement.

On suppose que, près de l'injecteur, la vapeur accompagne le liquide dans son mouvement. Puis elle diffuse progressivement pour former le panache de la seconde partie du jet. Cette hypothèse est représentée en associant à chaque particule liquide p la vapeur qu'elle produit. En confinant cette vapeur dégagée par les gouttes autour de celles-ci dans des particules gazeuses, on peut en calculer le transport de manière lagrangienne, afin d'éviter la diffusion numérique exagérée due à la non-résolution des gradients de concentration par le maillage (figure 1.18). On procède de la même manière pour la quantité de mouvement afin de mieux résoudre les gradients de vitesse.

[5] CLE : Couplage Lagrangien-Eulérien

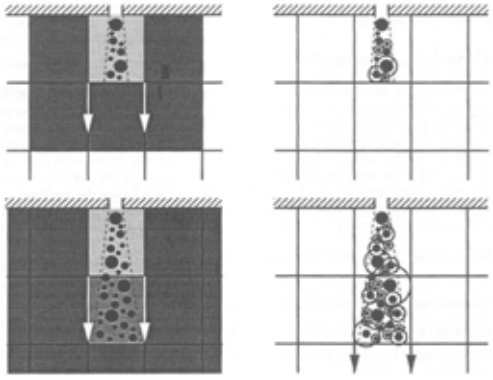


FIG. 1.18 – Entraînement du gaz et diffusion de la vapeur sans (à gauche) et avec (à droite) le modèle CLE [12]

Si on considère que les particules ne sont soumises ni au *breakup*, ni à des collisions, les caractéristiques des particules gazeuses au temps $t + \Delta t$ sont données par :

$$\begin{cases} m_g^{n+1} = m_g^n - \dot{m}_p \Delta t - m_{ex} \\ T_g^{n+1} = T^{n+1} \\ r_g^{n+1} = \min\left(r_g^n + \sqrt{D_v \Delta t}\,,\, \bar{X}\right) \end{cases} \tag{1.27}$$

avec m_{ex} la masse de vapeur relâchée dans le gaz et $\bar{X}$ la distance moyenne de la particule aux 8 nœuds de la maille.

L'échange de vapeur entre la particule gazeuse et la phase continue est déterminé selon trois critères :

- un critère géométrique selon lequel, si la masse de vapeur dans la particule est "visible" à l'échelle de la maille, une partie de cette masse m_{ex} est transmise à l'écoulement.
- deux critères physiques basés sur la partie dense de la particule gazeuse (définie comme la sphère contenant 10 % de la masse de vapeur de carburant). D'une part, si la fraction massique moyenne de vapeur de cette partie dense est inférieure à la fraction massique locale, alors toute la vapeur contenue dans la particule gazeuse est transmise à la phase gazeuse continue. D'autre part, si la particule est uniquement composée de vapeur et si sa fraction massique de vapeur est comparable avec la masse volumique de la maille, alors la particule est supprimée et toute la vapeur est larguée dans le gaz.

En ce qui concerne le couplage de la quantité de mouvement, l'évolution du rayon d'influence r_{inf} de la particule est traitée de la même manière :

$$r_{inf}^{n+1} = \min\left(r_{inf}^n + \sqrt{\frac{\mu}{\rho}\Delta t}, \parallel \vec{X}_p - \vec{X}_{mom} \parallel\right) \tag{1.28}$$

Là encore, la transmission de la quantité de mouvement est soumise à deux critères :

- un critère physique selon lequel, si la vitesse relative de la particule vaut moins de 1 % de celle du gaz local, tout le terme source de quantité de mouvement transporté par la particule est largué dans la phase eulérienne.
- un critère géométrique basé sur le rayon d'influence de la particule. Celui-ci est comparé à la distance de la particule au nœud du maillage le plus proche

pour calculer le terme source de quantité de mouvement transmis à la phase gazeuse.

La pénétration de la phase gazeuse, dans le cas d'une injection directe Diesel, est beaucoup mieux représentée avec ce modèle (figure 1.19). Toutefois, pour de faibles temps d'injection (injection pilote par exemple) ou à faible pression dans la chambre de combustion (HCCI[6] par exemple), les pénétrations calculées par ce modèle ne sont pas conformes aux données expérimentales. En effet, dans une telle approche, il n'est toujours pas tenu compte, dans les conditions aux limites, de la géométrie de l'injecteur et de l'écoulement à l'intérieur de celui-ci (cavitation, turbulence du liquide), ce qui semble limiter sa prédictivité.

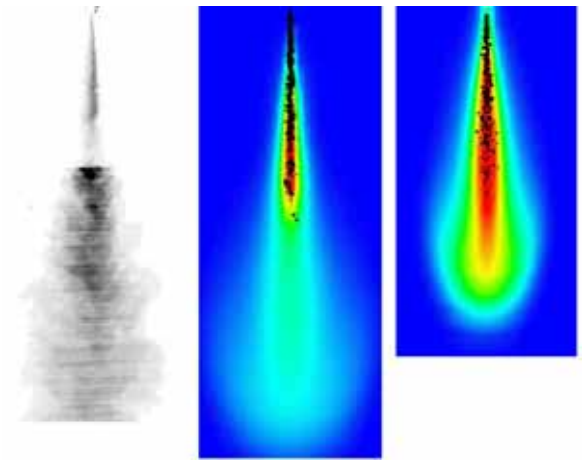


FIG. 1.19 – Comparaison de la pénétration vapeur mesurée (à gauche) et calculée avec *Wave*-FIPA + CLE (au milieu) et avec *Wave*-FIPA sans le modèle CLE (à droite) [12]

1.2.7 Modèle de Huh et Gosman

Dans ce modèle, Huh *et al.* [86] tentent de lier de façon explicite l'écoulement dans l'injecteur Diesel au processus d'atomisation. Ils considèrent que la turbulence du jet et l'inertie du gaz sont les facteurs prépondérants dans le processus d'atomisation [85]. Une perturbation initiale est créée à la surface du jet en sortie d'injecteur. Les ondes de surface se développent ensuite dans le gaz selon la théorie de Kelvin-Helmholtz, ce qui aboutit à l'arrachement des gouttes. Le diamètre a des gouttes mères décroît de la manière suivante :

$$\frac{da}{dt} = -K\frac{L_A}{\tau_A} \tag{1.29}$$

avec K ajusté pour correspondre aux résultats expérimentaux et L_A et τ_A la longueur et le temps caractéristiques de l'atomisation (L_A est égale à deux fois l'échelle intégrale de la turbulence alors que τ_A est une combinaison linéaire des échelles de

[6]HCCI : *Homogeneous-Charge Compression-Ignition*

temps de la turbulence et des ondes de surface). Les échelles caractéristiques de la turbulence sont déterminées par le biais du modèle $k - \varepsilon$:

$$\begin{cases} k = \dfrac{u_0^2}{8L_0/D_0}\left[\dfrac{1}{C_d^2} - 1,45\right] \\ \varepsilon = \dfrac{u_0^3}{L_0/D_0}\left[\dfrac{1}{C_d^2} - 1,45\right] \end{cases} \tag{1.30}$$

k étant l'énergie cinétique turbulente, ε le taux de dissipation d'énergie et C_d le coefficient de perte de charge dans le nez de l'injecteur.

L'angle θ du spray est donné par :

$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{L_A/\tau_A}{u_0} \tag{1.31}$$

Ce modèle prend donc bien en compte la géométrie de l'injecteur et permet de déterminer son influence sur l'écoulement en aval, mais le nombre de constantes à caler en limite l'aspect prédictif. De plus, les effets instationnaires, tels que la cavitation, ne sont pas considérés dans les conditions aux limites.

1.2.8 Modèle de Gavaises et Arcoumanis

Gavaises et Arcoumanis [5, 62] tentent de prendre en compte les effets de la cavitation sur la désintégration du jet liquide. Les bulles issues de la cavitation et émergeant de l'injecteur interagissent avec la turbulence du jet et éclatent à sa surface avant la fin de leur *collapse*.

On calcule un temps caractéristique de *collapse* $\tau_{collapse}$ et un temps caractéristique d'éclatement τ_{burst} d'une bulle de rayon R_{cav} à la périphérie du jet de rayon r :

$$\begin{cases} \tau_{collapse} &= 0,915\ R_{cav}\sqrt{\dfrac{\rho_l}{P_{ch} - P_{sat}}} \\ \tau_{burst} &= \dfrac{r - R_{cav}}{u_{turb}} \end{cases} \tag{1.32}$$

en faisant l'hypothèse que la bulle se déplace radialement avec une vitesse égale à la fluctuation de vitesse u_{turb}. Le minimum de ces deux temps caractéristiques permet de déterminer l'échelle de temps du processus d'atomisation τ_A et ainsi l'échelle de longueur des perturbations créées par ces effets sur la surface du jet. On a donc :

$$\tau_A = \min\left\{\tau_{collapse}, \tau_{burst}\right\} \tag{1.33}$$

et l'échelle caractéristique de longueur L_A des perturbations sur la surface du jet est définie ainsi :

$$L_A = 2\pi R_{cav} \tag{1.34}$$

L'angle de sortie du spray θ est calculé comme suit :

$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{L_A}{\tau_A u_0} \tag{1.35}$$

Afin de déterminer la taille des gouttes, Gavaises [62] émet l'hypothèse d'une iso-probabilité de formation des gouttes, quelle que soit leur taille (d'une valeur de diamètre nulle à la valeur du diamètre stable). La distribution radiale θ_i des gouttes de masse m_i est inversement proportionnelle à leur masse :

$$\theta_i = C_{profil} \frac{\theta}{2} \left(1 - \frac{m_i}{m_{max}} \right) \tag{1.36}$$

avec m_{max} la masse maximale d'un fragment liquide formé et C_{profil}, un coefficient qui dépend du profil de vitesse en sortie de l'injecteur, défini tel que :

$$C_{profil} = XX \frac{Q(\theta_i)}{Q_{total}} \tag{1.37}$$

où XX est un nombre pris au hasard entre 0 et 1, $Q(\theta_i)$ est le débit de liquide à l'angle θ_i et Q_{total} est le débit total.

Ce type d'approche, couplé à un modèle de conduite [62], prend en compte les effets aérodynamiques, la turbulence contenue dans le jet liquide et la cavitation. Les auteurs mettent en évidence que les effets de la cavitation sur le jet sont primordiaux dans le processus de désintégration du jet puisqu'ils sont au moins deux fois supérieurs à ceux dus à l'aérodynamique ou à la turbulence. Les résultats de ce modèle permettent d'approcher les courbes expérimentales de manière satisfaisante, principalement dans la zone de mesure proche de l'injecteur (grâce au modèle de *collapse*), là où les autres modèles donnent des résultats médiocres. Cependant, il nécessite un nombre élevé de constantes empiriques qui ne permettent pas une réelle meilleure compréhension du phénomène de *breakup*. Finalement, son originalité réside dans le fait qu'il propose un couplage intéressant entre l'écoulement à l'intérieur de l'injecteur et l'atomisation du liquide.

1.2.9 Bilan

D'une façon générale, les modèles lagrangiens donnent des résultats en corrélation avec l'expérience pour de faibles vitesses d'injection. En revanche, pour des pressions élevées comme dans le cas de l'injection directe Diesel, ces méthodes ne semblent pas adaptées car elles ne permettent pas de représenter le caractère instationnaire de l'écoulement. En effet, un ajustement à chaque cas particulier est en général nécessaire (constantes et paramètres d'entrée à déterminer). Quant au calcul de l'angle du spray, il reste en général assez rudimentaire.

L'atomisation primaire d'un jet Diesel semble plus proche d'un phénomène chaotique, avec des fragments liquides de formes et de tailles diverses, que d'un fractionnement en gouttes sphériques : le jet liquide doit donc être considéré comme un jet continu à la sortie de l'injecteur, ce qui n'est pas le cas dans une approche lagrangienne. Pour les faibles vitesses d'injection, ce type de modélisation demeure relativement satisfaisant car, en suivant le régime de Rayleigh, la cassure du jet produit une série de gouttes dont la taille est de l'ordre de grandeur du diamètre du jet. Mais, quand la vitesse d'injection augmente (régime d'atomisation), les gouttes

ou fragments liquides sont formés directement, tandis qu'un cœur liquide existe encore au voisinage de l'injecteur (fraction volumique liquide proche de 1). En outre, un raffinement du maillage ne peut être envisagé sous peine de ne plus respecter l'hypothèse de base du traitement lagrangien (une phase dispersée dans une phase porteuse).

On attend donc d'une nouvelle approche de modélisation de permettre un couplage de l'atomisation avec les effets de la cavitation en sortie de l'injecteur et de la turbulence naissant dans la buse d'injection : les effets instationnaires doivent être pris en compte pour une représentation correcte de l'écoulement en sortie d'un injecteur, notamment pour les faibles durées d'injection. Ainsi, les variations de section débitante et de la direction d'injection du liquide devront être considérées, au même titre que les fluctuations de la pression, du débit et des profils de vitesse en sortie de l'injecteur. De plus, il est nécessaire d'utiliser des maillages assez fins pour résoudre les forts gradients, notamment de vitesse, devant le trou d'injection. Seul un traitement eulérien de la phase liquide offre la possibilité de répondre à de telles exigences. Il nous faut donc choisir la méthode de modélisation diphasique la plus adaptée à notre problème.

1.3 Méthodes de modélisation diphasique

Dans le contexte de la modélisation d'un jet de carburant dans un moteur Diesel, les gouttes résultant de l'atomisation sont souvent représentées par des particules transportées dans l'écoulement de manière lagrangienne, comme dans le code KIVA. D'après les enseignements du début de ce chapitre, un tel traitement n'est pas représentatif des conditions réelles d'injection : une discrétisation initiale de la phase liquide en gouttelettes ou en *blobs*, comme dans le modèle *Wave* de Reitz [138], ne correspond pas aux visualisations expérimentales attestant d'un cœur liquide dense près du nez de l'injecteur.

Une modélisation multiphasique de ce cœur liquide est nécessaire pour amener à une meilleure représentation de l'atomisation, en sortie de l'injecteur, et également pour permettre de prendre en compte l'écoulement à l'intérieur de l'injecteur, notamment les effets de la cavitation et de la turbulence du liquide. Wallis [172] définit un écoulement multiphasique comme l'écoulement simultané de plusieurs phases, une phase étant simplement un état de la matière (gaz, liquide ou solide). Un écoulement diphasique est le cas le plus simple des écoulements multiphasiques.

A la lumière des phénomènes observés dans le cas de l'écoulement à l'intérieur et en sortie des injecteurs Diesel, les phases suivantes sont mises en évidence (figure 1.20) :

- une phase de carburant vaporisé, sous forme d'inclusions de forme quelconque (dues à la cavitation), dans la phase liquide continue.
- une phase de carburant liquide, formant le cœur dense du spray à la sortie de l'orifice d'injection et un spray de gouttelettes plus en aval.
- une phase gazeuse, représentant l'air dans la chambre de combustion.

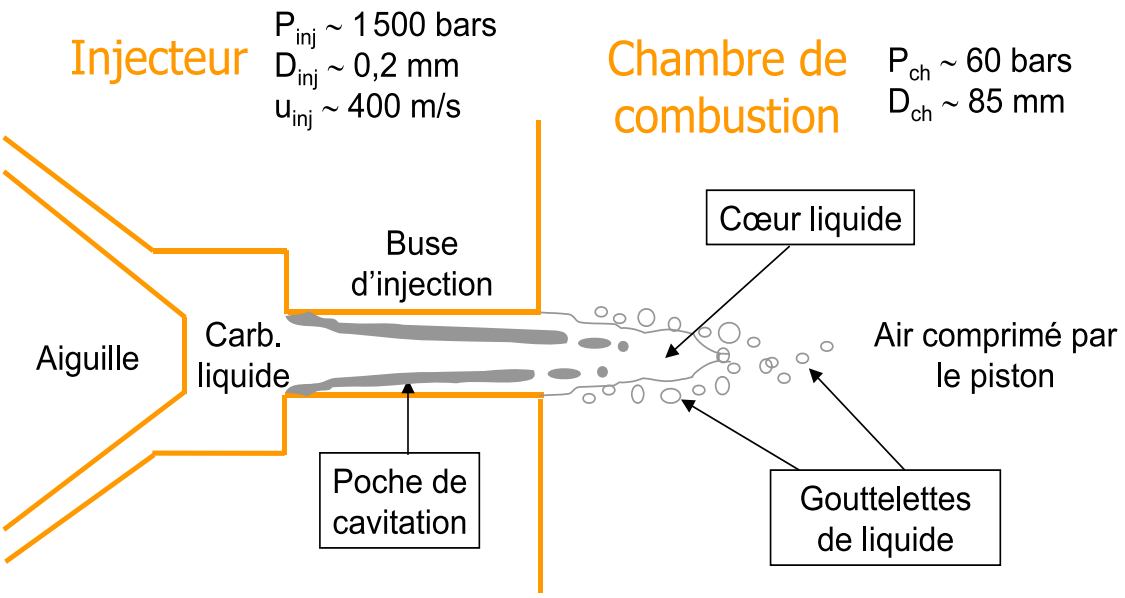


FIG. 1.20 – Injection directe Diesel : les phases en présence

La modélisation des écoulements diphasiques a fait l'objet de développements constants depuis quarante ans. Il existe actuellement toute une hiérarchie de mo-

dèles qui s'étend du modèle homogène adapté aux écoulements où les phases sont fortement couplées au modèle à deux fluides où les phases sont *a priori* faiblement couplées. Différents modèles diphasiques tridimensionnels instationnaires sont présentés ici et comparés. Un paramètre crucial est le traitement de l'interface entre les deux phases. Le classement utilisé ci-après s'inspire de celui effectué par Jamet [89].

1.3.1 Méthodes basées sur la dynamique moléculaire

Une première possibilité est de suivre individuellement un ensemble de molécules soumises à un potentiel d'interaction physique (de type Lennard-Jones), comme par exemple dans les travaux de Maruyama *et al.* [112]. Très peu d'hypothèses sont alors nécessaires et l'on résout quasiment le système physique réel, c'est-à-dire à l'échelle moléculaire. Mais l'échelle spatiale typique de résolution est de l'ordre du nanomètre, ce qui est bien sûr beaucoup trop faible pour une application à notre problème.

Une autre méthode consiste à déplacer des particules de fluide d'un nœud à l'autre d'un maillage du domaine physique considéré. L'échelle spatiale considérée est agrandie puisqu'on passe de l'échelle d'une molécule à celle d'une particule fluide (grande devant l'échelle d'une molécule et petite devant celle du domaine physique calculé). Les caractéristiques physiques du fluide sont introduites par l'intermédiaire d'une table de collision. On résout une équation de Boltzmann pour chaque famille de particules (liquide et gaz, par exemple) et l'interface est localisée à l'endroit où les gradients de densité sont les plus importants. Mais la prise en compte de la tension superficielle reste assez floue, sans compter que les échelles spatiales sont, là encore, trop petites pour une application industrielle telle que l'injection Diesel.

1.3.2 Méthodes basées sur la mécanique des milieux continus

Deux approches sont possibles : d'une part, les méthodes qui résolvent deux systèmes d'équations pour décrire un fluide binaire, en faisant intervenir la fraction volumique α_k de la phase k (modèles à deux fluides) et, d'autre part, les méthodes qui résolvent les équations pour un pseudo-corps pur dont la densité varie entre celle du fluide 1 et celle du fluide 2 (modèles de mélange).

Modèles à deux fluides

Les modèles à deux fluides sont abondamment utilisés dans les codes de calcul thermohydraulique du fait de leur potentiel à décrire de nombreuses situations différentes. Ils sont basés sur les équations de bilan de masse, de quantité de mouvement et d'énergie, moyennées dans un certain sens, et exprimées pour chacune des deux phases ainsi que pour les interfaces entre phases. La difficulté d'utilisation de ce type de modèle provient des relations de fermeture requises pour obtenir un système complet d'équations aux dérivées partielles permettant de décrire l'évolution de l'écoulement. Ces relations de fermeture doivent fournir les informations perdues lors de l'application des opérateurs de moyenne aux équations de bilan locales instantanées (en particulier les échanges de masse, quantité de mouvement et énergie entre phases) [48].

Néanmoins, ce genre d'approche permet de prendre en compte de manière explicite le glissement entre phases, puisqu'une vitesse pour chaque phase est définie. De plus, dans le cas d'écoulements turbulents, ce type de modèle est capable de traiter la turbulence spécifiquement à l'intérieur de chaque phase, moyennant cependant des relations de fermeture supplémentaires.

Nous rappelons ici brièvement les équations du modèle à deux fluides. Ce modèle est présenté de manière détaillée par Ishii [88] et le cheminement employé pour parvenir à cette formulation (notamment les opérations de moyenne) sera rappelé au début du chapitre 2. Les équations moyennées sont établies, pour un écoulement réactif turbulent, sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \alpha_k \rho_k}{\partial t} + \dfrac{\partial \alpha_k \rho_k u_{k,j}}{\partial x_j} = \Gamma_k + \alpha_k \dot{\omega}_k \\ \dfrac{\partial \alpha_k \rho_k u_{k,i}}{\partial t} + \dfrac{\partial \alpha_k \rho_k u_{k,i} u_{k,j}}{\partial x_j} = M_{k,i} - \alpha_k \dfrac{\partial p_k}{\partial x_i} + \alpha_k \dfrac{\partial \tau_{k,ij}}{\partial x_j} + \alpha_k \rho_k g_i - \dfrac{\partial \Sigma_{k,ij}}{\partial x_j} \\ \dfrac{\partial \alpha_k \rho_k e_k}{\partial t} + \dfrac{\partial \alpha_k \rho_k u_{k,j} e_k}{\partial x_j} = \Pi_k - \alpha_k \dfrac{\partial q_k}{\partial x_j} + \alpha_k \dot{\Omega}_k - \dfrac{\partial \Psi_{k,i}}{\partial x_j} \end{cases}$$

avec α_k la fraction volumique de la phase k dans le volume total et e_k l'énergie interne liée à cette phase. Les termes Γ_k, $M_{k,i}$ et Π_k représentent les transferts interfaciaux de masse, de quantité de mouvement et d'énergie, $\Sigma_{k,ij}$ et $\Psi_{k,i}$ les corrélations turbulentes de la quantité de mouvement et de l'énergie de la phase k, $\dot{\omega}_k$ et $\dot{\Omega}_k$ les termes sources de masse et d'énergie dus à la combustion.

Simonin [154] propose une approche appliquée aux écoulements turbulents diphasiques à inclusions dispersées. Les inclusions sont supposées être des sphères rigides de diamètre petit devant les échelles caractéristiques moyennes de la phase continue. Ce travail a pour but de décrire de façon précise les interactions entre phases, concernant la turbulence (par le biais d'un modèle $k-\varepsilon$) et la quantité de mouvement (par un bilan des forces s'exerçant sur les particules). Soulas [158] applique notamment ce type de méthodes à la simulation d'un jet de carburant pour l'injection directe essence, sans prise en compte de l'évaporation (pas d'équation de l'énergie).

L'approche de Saurel et Abgrall [150, 151] est appliquée aux écoulements avec ondes de choc. Ils utilisent une mise en équation complète (modèle à sept équations), écrite sous forme hyperbolique. Il s'agit d'un modèle compressible dans lequel les changements de phase et les transferts de quantité de mouvement sont pris en compte. Pour chaque phase sont écrites une équation de continuité, trois équations de quantité de mouvement et une équation d'énergie, auxquelles s'ajoutent une équation de conservation pour la fraction volumique de gaz et une relation entre les fractions volumiques des deux phases.

Le modèle à deux fluides d'Alajbegovic *et al.* [2] est implanté dans le code FIRE de la société autrichienne AVL. Des simulations d'écoulements cavitants à l'intérieur d'injecteurs haute pression sont réalisées [2] et un couplage avec un modèle d'atomisation est implanté [15]. La turbulence est représentée au moyen d'un modèle $k-\varepsilon$. A l'intérieur de l'injecteur et près de la buse, la phase liquide est considérée comme

continue et la phase vapeur comme dispersée, alors que plus en aval, la phase gazeuse est considérée comme la phase continue et plusieurs phases dispersées sont prises en compte, chacune représentant une classe de gouttes de taille donnée [16]. Cependant le modèle comporte de nombreux termes modélisés faisant intervenir des coefficients qui sont ajustés.

Enfin, Truchot [164] développe à l'IFP, depuis 2003, une modélisation des jets turbulents de carburant liquide dans les moteurs par une approche eulérienne à deux fluides.

En conclusion, malgré les avantages de précision qu'offrent ces modèles à deux fluides (notamment par la prise en compte de la vitesse de glissement entre phases et par la possibilité de choisir une équation d'état adaptée à chaque phase), le nombre d'équations à résoudre demeure important et leur difficulté principale réside dans la modélisation des termes d'échanges interfaciaux, lors de l'atomisation. D'autre part, la résolution numérique de ce type de modèle semble plus délicate dans les zones où α_k tend vers 0.

Modèles de mélange

Le modèle de mélange (ou modèle à un fluide) prend en compte un seul "pseudo-fluide" diphasique dont la masse volumique ρ_m varie entre les extrêmes liquide et gaz (l'interface n'est donc pas explicitement définie, mais elle peut être déterminée *a posteriori*). On écrit alors les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie pour ce fluide. Il s'agit en fait de la somme des équations instantanées, établies pour chacun des fluides, sur les deux phases (l'établissement de ces équations est détaillé dans la partie 2.3).

La masse volumique suit les lois des fluides purs dans le domaine liquide pur comme dans le domaine gaz pur. Une équation d'état particulière est utilisée lorsque le mélange est réellement diphasique (proximité de l'interface) : elle décrit l'évolution de la pression en fonction de la masse volumique du mélange. La principale difficulté pour ces modèles est de faire correspondre cette équation d'état, ainsi que les propriétés physiques du mélange, au phénomène physique étudié.

Concernant les écoulements cavitants, Dumont [54] regroupe différentes équations d'état utilisées dans la littérature. Schmidt [152] a notamment développé un code bidimensionnel (Cavalry) spécialement adapté aux écoulements dans les injecteurs *Common Rail* en mode instationnaire. C'est l'approche que Dumont [56] a retenue pour l'élaboration du code CAVIF (cf. partie 2.4) calculant l'écoulement diphasique tridimensionnel à l'intérieur des injecteurs Diesel.

Le modèle de mélange, développé par Vallet et Borghi [22, 167, 168], est dédié à l'atomisation des jets : il calcule l'écoulement d'un pseudo-fluide, dont la masse volumique est constante lorsqu'il est constitué de liquide pur, alors qu'elle varie quand le mélange est diphasique, en fonction de sa composition. Il s'agit d'une modélisation eulérienne, proche de celle des écoulements turbulents avec grandes disparités de

densité et d'énergie. Ce modèle est clairement réservé au régime d'atomisation (Re_l et We_l élevés). Les effets de la gravité et de l'évaporation du liquide sont négligés. Une approche moyennée des équations est adoptée car le maillage ne permet pas de résoudre toutes les échelles.

Pour calculer le transport de la phase liquide, une nouvelle grandeur physique est introduite : la fraction massique liquide Y qui vaut 1 dans le liquide et 0 dans le gaz. Une équation de transport moyennée pour cette grandeur est écrite. L'accès à la taille des gouttes se fait par l'intermédiaire d'une nouvelle grandeur Σ qui représente la densité d'aire interfaciale dans chaque maille de calcul et qui est également transportée. Morel [120] fait un historique des différentes approches déjà utilisées pour l'écriture de l'équation de transport de Σ.

L'équation de la densité d'aire interfaciale, couplée avec celle de la fraction massique moyenne, conduit à une expression de la taille moyenne des gouttes formées. Un effort tout particulier est porté sur la fermeture de ces équations moyennées, en utilisant un modèle de turbulence du type $k-\varepsilon$ dans un premier temps [167], puis une fermeture du second ordre du type $\overline{u_i'u_j'}-\varepsilon$ [21]. Cette formulation nous semble convenir au type d'approche envisagée dans notre cas, même si les différentes fermetures testées ne donnent pas entière satisfaction pour représenter l'atomisation. Les équations intervenant dans le modèle sont détaillées dans l'annexe A.

Le modèle développé par Jay *et al.* [90], pour représenter le spray d'un injecteur coaxial, décrit un écoulement en fluide homogène avec une modélisation du différentiel de vitesse et, là encore, une équation de transport de la densité d'aire interfaciale Σ, sans évaporation. Le processus de déstabilisation entraîne, dans la région de proche sortie de l'injecteur, une augmentation de la densité d'interface représentée de la manière suivante :

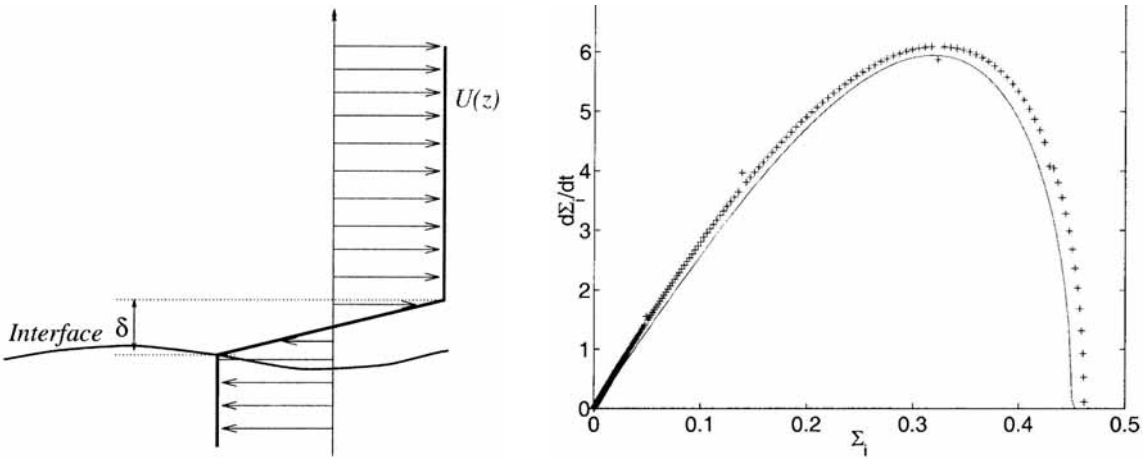
$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} = \underbrace{\frac{\rho_g}{\rho_l}\frac{|u_g-u_l|}{\delta}}_{\beta}\Sigma \tag{1.38}$$

avec δ l'épaisseur de la couche de cisaillement (figure 1.21a) et β le taux d'amplification linéaire. Plus en aval, l'instabilité primaire est saturée par des phénomènes non-linéaires (figure 1.21b). Le taux de croissance est alors réduit à mesure que la densité d'aire interfaciale augmente :

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} = \beta\left(1-\eta^2\Sigma^2\right)^{1/2}\Sigma \tag{1.39}$$

où η est le paramètre de saturation non-linéaire, déterminé en fonction des conditions d'injection et de la taille des structures issues de l'atomisation primaire : il existe une condition critique sur la vitesse de cisaillement à l'interface pour le développement de l'instabilité. Dans le cas d'une injection instationnaire comme dans un moteur Diesel, la difficulté réside dans la détermination de la longueur du cœur liquide.

Les fragments liquides créés par l'atomisation primaire se fractionnent ensuite en gouttelettes plus fines : il s'agit du *breakup* qui donne lieu à la prise en compte d'un second terme de production d'interface (équilibré par les forces de cohésion interne du liquide, essentiellement les forces de tension superficielle). Un rayon critique r_c,



(a) Écoulement de base pour l'analyse de stabilité de Rayleigh

(b) Évolution de Σ dans l'espace des phases

FIG. 1.21 – Modélisation de l'atomisation primaire par Jay *et al.* [90]

au-delà duquel il y aura fractionnement secondaire, est déterminé en fonction d'un nombre de Weber critique. Le terme de production lié au fractionnement secondaire prend donc la forme suivante :

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} = \left(2^{1/3} - 1\right) \frac{H(r - r_c)}{\tau_{bu}} \Sigma \tag{1.40}$$

où τ_{bu} est calculé comme le temps de *breakup* du modèle TAB (paragraphe 1.2.2) et H est la fonction de Heaviside ($H(x) = 0$ si $x \leq 0$ et 1 sinon) qui permet de stopper l'augmentation de la surface totale quand le rayon des gouttes atteint la valeur r_c.

L'équation bilan pour la densité d'interface liquide-gaz s'exprime donc de la manière suivante :

$$\frac{\partial \widetilde{\Sigma}}{\partial t} + \frac{\partial u_{m,j} \widetilde{\Sigma}}{\partial x_j} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j}\left(D_\Sigma \frac{\partial \widetilde{\Sigma}}{\partial x_j}\right)}_{\text{diffusion}} + \underbrace{\beta \left(1 - \eta^2 \widetilde{\Sigma}^2\right)^{1/2} \widetilde{\Sigma}}_{\text{atomisation}} + \underbrace{\frac{H(r - r_c)}{\tau_{bu}} \widetilde{\Sigma}}_{\textit{breakup}} \tag{1.41}$$

où u_m est la vitesse du mélange.

Cette approche est intéressante car elle permet la prise en compte des deux mécanismes de fractionnement d'un jet de carburant : l'atomisation primaire, puis le *breakup* secondaire. De plus, malgré une approche du type "mélange", la vitesse de glissement entre phases est considérée par le biais d'une modélisation.

En résumé, la principale difficulté de ces modèles de mélange consiste à définir une équation d'état adaptée au cas étudié et n'entraînant pas de diffusion trop importante du front (schéma numérique précis). Il convient également de veiller à la prise en compte des interactions entre phases (prise en compte possible de la vitesse de glissement). L'accès à la taille des structures n'est pas immédiat, mais l'introduction d'une équation pour l'aire interfaciale permet de s'affranchir de cette

difficulté. Enfin, la simplicité et le nombre restreint des équations à résoudre, y compris pour une approche tridimensionnelle, en font une méthode attrayante pour la modélisation de l'atomisation en sortie des injecteurs Diesel.

1.3.3 Méthodes de traitement de l'interface

Dans les différentes approches décrites au paragraphe précédent, le problème majeur est la diffusion des interfaces. Une interface est théoriquement une surface de discontinuité, mais la résolution numérique implique la diffusion de celle-ci sur plusieurs cellules élémentaires de calcul. Des méthodes appropriées aux fluides non miscibles de densités différentes ont été développées afin de suivre ces interfaces de manière plus précise.

Méthodes à maillage mobile

Le maillage du domaine physique considéré comporte une surface qui suit la frontière d'une inclusion (bulle ou goutte) au cours du temps. Ce type de méthodes a été utilisé pour la première fois par Ryskin et Leal [148] et, plus récemment, par Legendre [102] (figure 1.22) pour modéliser la déformation d'une bulle.

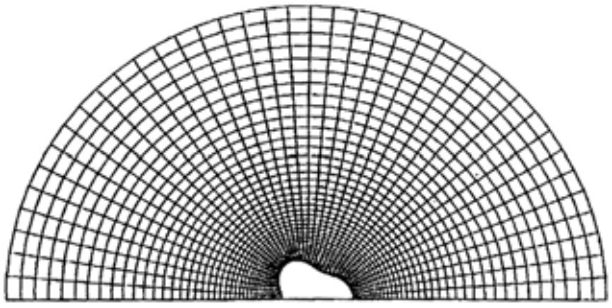


Fig. 1.22 – Maillage mobile destiné à l'étude de la déformation d'une bulle [102]

Ce mouvement de maillage apporte l'avantage, malgré un surcoût en temps de calcul, de pouvoir résoudre exactement les bilans à l'interface, ce qui rend ces méthodes très précises. Mais, lorsque l'on souhaite suivre le mouvement de plusieurs inclusions, il est nécessaire de prévoir une reconnexion des maillages entourant chaque inclusion, à chaque pas de temps, ce qui peut s'avérer très rapidement compliqué. Dans le cas de la représentation d'un jet liquide dans un milieu gazeux, ces méthodes sont inapplicables car la position de l'interface est inconnue *a priori*. De plus, on peut s'attendre à avoir de nombreux recollements et ruptures d'interfaces, qui pénaliseraient lourdement le temps de calcul.

Méthodes à maillage fixe (ou méthodes de capture d'interface)

Les équations d'évolution du fluide, ainsi que celles des interfaces, sont résolues sur un maillage fixe. Afin de garder un maillage de taille raisonnable, il nous faut donc travailler au niveau macroscopique : on ne résout pas les détails de l'interface plus petits que la taille de la maille.

Les méthodes MAC[7], mises au point par Harlow et Welch [76] (figure 1.23c), sont d'abord développées pour traiter les problèmes de surface libre. L'utilisation de marqueurs permet de déterminer la position du fluide et il n'est pas nécessaire d'utiliser d'algorithme de rupture ou de reconnexion d'interface. Cependant, la nécessité d'un grand nombre de marqueurs (par rapport au nombre de nœuds du maillage) pose des problèmes de stockage de données pour des interfaces complexes, comme Daly [44] le met en évidence.

L'idée d'une fonction volumique, qui serait convectée par l'écoulement, est alors introduite. On distingue principalement deux types de méthodes de représentation de l'interface : les méthodes VOF[8] et les méthodes *Level Set*.

a) Méthodes VOF

Ces méthodes ont été décrites dès 1975 par Nichols et Hirt [124], puis complétées par Hirt et Nichols [81]. Avec ce type de méthodes, on définit en général une fonction caractéristique α, convectée par l'écoulement, qui représente, pour chaque cellule, la fraction volumique occupée par un des deux fluides (figure 1.23) :

$$\alpha(x,t) = \begin{cases} 1 & \text{dans le fluide 1} \\ 0 & \text{dans le fluide 2} \end{cases} \tag{1.42}$$

Cette fonction caractéristique est ensuite convectée à une vitesse u qui est la vitesse relative d'une phase par rapport à l'autre :

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + u\,.\nabla\alpha = 0 \tag{1.43}$$

Comme la fonction caractéristique n'est pas continue à l'interface (saut de 0 à 1), une représentation linéaire par morceaux de l'interface est utilisée. Après advection de α, il faut reconstruire l'interface dans les mailles où $0 < \alpha < 1$. Il existe de nombreuses méthodes de reconstruction (figure 1.23) parmi lesquelles la reconstruction constante par morceaux, la reconstruction en escalier et la reconstruction affine par morceaux (méthodes CIAM[9] ou PLIC[10] [103], FLAIR[11] [6], SL-VOF [70, 18], etc.). Récemment, Theodorakakos et Bergeles [161] ont proposé une méthode VOF, utilisant un raffinement local automatique du maillage à proximité de l'interface, permettant ainsi d'améliorer la précision numérique ou de diminuer le temps de calcul. Ces méthodes de type VOF sont largement appliquées, dans la littérature, à l'étude de phénomènes tels que le fractionnement et la coalescence (Lafaurie *et al.* [97], Gueyffier et Zaleski [69]) ou encore la cavitation (Marcer et Le Gouez [111] dans le code EOLE).

b) Méthodes *Level Set*

Ces méthodes ont été développées dans un premier temps par Osher et Sethian [129], pour résoudre des problèmes à interface mobile. Ici, une fonction

[7]MAC : *Marker And Cell*
[8]VOF : *Volume Of Fluid*
[9]CIAM : Calcul d'Interface Affine par Morceaux
[10]PLIC : *Piecewise Linear Interface Calculation*
[11]FLAIR : *Flux Line-segment model for Advection and Interface Reconstruction*

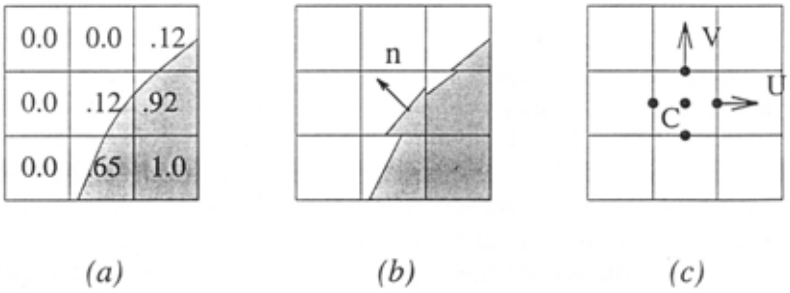


FIG. 1.23 – (a) Interface réelle et fractions volumiques correspondantes ; (b) Reconstruction par CIAM (Calcul d'Interface Affine par Morceaux) ; (c) Grille de calcul MAC [180]

continue Φ "distance à l'interface" est définie et advectée par l'écoulement :

$$\begin{cases} \Phi(x,t) & < & 0 & \text{dans le fluide 1} \\ \Phi(x,t) & > & 0 & \text{dans le fluide 2} \\ \Phi(x,t) & = & 0 & \text{à l'interface} \end{cases} \tag{1.44}$$

L'interface se déplaçant avec les particules fluides, Φ évolue selon l'équation suivante :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + u\,.\nabla\Phi = 0 \tag{1.45}$$

Comme pour les méthodes VOF, il est nécessaire de procéder à la reconstruction de l'interface dans les mailles où la fonction Φ change de signe. La masse volumique et la viscosité sont supposées constantes dans les deux fluides et prennent donc des valeurs dépendant du signe de Φ. Sussman *et al.* [159] sont parmi les premiers à appliquer cette méthode à un problème de mécanique des fluides diphasique. Smereka [156] ou Kokh *et al.* [94] présentent également des exemples d'implantation numérique de ce type de méthodes.

c) Remarque : méthode de prise en compte de la tension interfaciale

Les équations étant résolues sur les nœuds du maillage fixe, la tension de surface, qui est une grandeur concentrée à l'interface, est difficile à prendre en compte ; en effet, la localisation de cette interface est incertaine à l'échelle de sous-maille. L'idée est donc de distribuer cette tension superficielle sur les nœuds du maillage en utilisant une tension interfaciale continue, dénommée CSF[12] par Brackbill *et al.* [24], qui agit sur les nœuds voisins de l'interface.

Ces méthodes de capture d'interface ont pour principal avantage de localiser de manière assez précise l'interface. Il est notamment aisé de considérer un écoulement à plusieurs inclusions. La fonction caractéristique de phase (α ou Φ) est transportée sans difficulté supplémentaire et la coalescence (ou la rupture) a lieu lorsque deux interfaces se situent à l'intérieur de la même maille. En contrepartie, ces phénomènes de coalescence et de rupture sont donc dépendants de la finesse du maillage choisi

[12]CSF : *Continuum Surface Force*

(les structures inférieures à la taille de la maille sont difficilement résolues). De plus, les algorithmes de reconstruction, inhérents à ce genre d'approche, alourdissent les calculs et deviennent compliqués en trois dimensions. Enfin, la prise en compte de changements de phase s'avère délicate, car il faut alors considérer une fonction caractéristique cinématique et une autre thermodynamique comme le font Marcer et Le Gouez [111]. Dans le contexte de l'injection Diesel haute pression, ces méthodes de capture d'interface, avec reconstruction, ne semblent donc pas les plus efficaces pour la résolution tridimensionnelle de l'atomisation du jet.

Méthodes à maillage mixte (ou méthodes de suivi d'interface)

Dans ces méthodes, encore dénommées *Front Tracking*, un maillage fixe est utilisé pour la discrétisation du domaine, tandis qu'un maillage mobile est appliqué à chaque interface de ce domaine. L'interface est définie explicitement (représentée par une série de points) et est advectée selon son équation d'évolution (vitesse locale). On peut ainsi reconstruire la frontière physique par interpolations et donc déterminer les structures à l'échelle de sous-maille. L'interface est géométriquement mieux décrite que par les méthodes VOF ou *Level Set* ; en effet, le maillage d'une interface est plus raffiné que le maillage fixe, ce qui conduit à une meilleure approximation de la courbure de l'interface et donc à une meilleure représentation des effets de la tension superficielle et des contraintes visqueuses. D'autre part, avec ces méthodes, plusieurs interfaces peuvent coexister à l'intérieur d'une même maille sans que la coalescence n'ait lieu. Un modèle adapté peut alors fournir un critère pour décider de la coalescence ou de la rupture [125]. Un exemple d'application de suivi d'interface est donné par Unverdi et Tryggvason [166] : ils définissent une fonction distance qui permet de calculer la position des différents points de l'interface par rapport à une surface d'origine (figure 1.24).

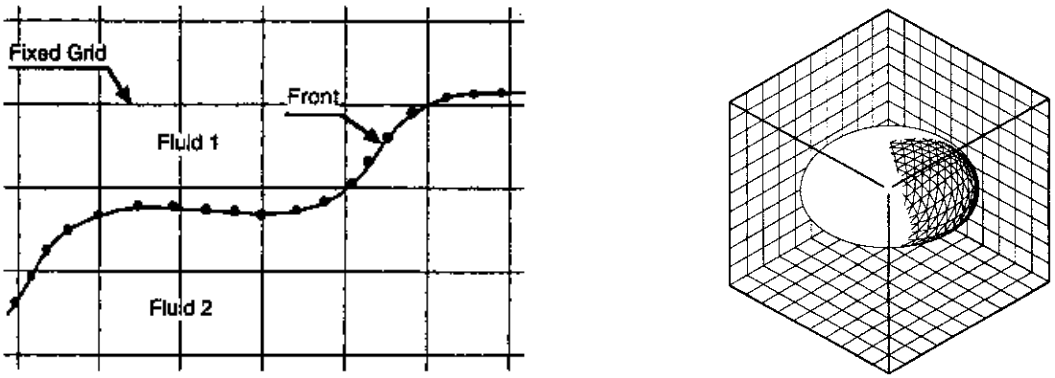


Fig. 1.24 – Méthode de suivi d'interface en 2D (à gauche) et 3D (à droite) [165, 166]

Ces méthodes ont donc l'avantage de représenter avec précision l'interface, sans pour autant discrétiser le domaine de calcul trop finement. Mais il est possible de voir apparaître des oscillations numériques dues aux brusques variations des propriétés physiques du mélange diphasique. De plus, pour des interfaces à longueur changeante, des problèmes de concentration des points, définissant la frontière entre

les deux fluides, peuvent conduire à une sous-résolution de certaines parties de l'interface par rapport à d'autres. En outre, les changements de topologie, avec reconnexion des maillages surfaciques, sont loin d'être simples en trois dimensions. Ces méthodes ne sont donc pas envisageables dans le cas d'une simulation tridimensionnelle de l'atomisation d'un jet de carburant, au cours de laquelle les interfaces sont susceptibles de subir des étirements et des changements de topologie fréquents.

1.3.4 Bilan

Le tableau 1.2 regroupe les avantages et inconvénients des différentes méthodes présentées plus haut. Au regard du nombre de mailles à utiliser, les méthodes les plus appropriées à une application industrielle sont les modèles à deux fluides et les modèles de mélange, sans reconstruction d'interface. Ce sont les modèles à deux fluides qui permettent la modélisation la plus fine des interactions entre phases, mais le nombre d'équations et de termes ouverts s'avère rebutant.

Dans cette étude, notre ambition se limite à la compréhension de l'influence de l'écoulement à l'intérieur de l'injecteur, notamment du phénomène de cavitation, sur l'atomisation immédiatement en sortie du trou de l'injecteur. On ne prétend donc pas représenter en détails les phénomènes secondaires de formation d'un spray. Si la vitesse relative entre phases est déterminante lorsqu'on s'intéresse à l'atomisation totale d'un jet et à la formation de gouttelettes en aval de l'injecteur, son influence est en revanche beaucoup plus faible lors de la formation du cœur liquide immédiatement en sortie du trou.

Comme la prise en compte du glissement entre phases ne semble pas une priorité, les modèles de mélange sont bien adaptés à notre application, tant pour leur simplicité de mise en œuvre en 3D que pour le nombre restreint d'équations à résoudre. Cette approche nous donne également la possibilité de capitaliser le travail déjà effectué par Dumont [54] sur les écoulements à l'intérieur des injecteurs. Il faudra toutefois garder à l'esprit les limites de cette méthode, notamment concernant la vitesse relative entre phases, et apporter une attention particulière au choix d'une équation d'état adaptée à notre système.

Méthode	Avantages	Inconvénients
Dynamique moléculaire	Précision (tous les phénomènes sont résolus)	Échelle de résolution trop petite pour un cas industriel
Modèles à deux fluides	Équation d'état pour chaque fluide ; Prise en compte implicite de la vitesse de glissement ; Généralisation facile en 3D	Nombreuses équations à résoudre et nombreux termes d'échanges interfaciaux à modéliser ; Stabilité des schémas numériques lorsque α_k tend vers 0
Modèles de mélange	Nombre raisonnable d'équations ; Prise en compte implicite des changements de phase ; Application aisée en 3D et implantation simple dans un code	Choix d'une équation d'état adaptée au problème ; Pas de résolution explicite de la vitesse de glissement ; Diffusion numérique de l'interface ; Hypothèse d'homogénéité des phases
Maillage mobile	Résolution exacte des bilans à l'interface	Position et forme des inclusions définie *a priori* ; Surcoût de calcul dû aux reconnexions de maillages lors de changements de topologie
Capture d'interface (VOF, *Level Set*)	Localisation explicite de l'interface ; Traitement aisé de plusieurs inclusions et des changements de topologie ; Efficace et pratique en 2D	Utilisation d'algorithmes de reconstruction gourmands et compliqués en 3D ; Précision dépendant du raffinement du maillage (diffusion numérique du front) ; Difficilement utilisable pour les cas de forts gradients entre phases ; Prise en compte difficile du changement de phase
Suivi d'interface	Bonne précision pour la représentation de l'interface, sans besoin d'un maillage fin du domaine (résolution à l'échelle de la sous-maille)	Représentation en 3D ; Problèmes pour les changements de topologie (introduction de critères de rupture ou de coalescence) ; Gestion difficile de la concentration des marqueurs d'interface ; Possibilité d'oscillations numériques pour les forts gradients

TAB. 1.2 – Comparaison des différentes méthodes de modélisation diphasique

La science antique portait sur des concepts, tandis que la science moderne cherche des lois.
Henri Bergson, *L'évolution créatrice*

Chapitre 2

Modélisation d'un écoulement multiphasique homogène

L'hypothèse d'écoulement homogène (dit modèle de mélange) fournit la théorie la plus simple d'analyse d'écoulements diphasiques. Des propriétés physiques moyennes adaptées sont déterminées et le fluide est traité comme un pseudo-fluide qui obéit aux équations classiques d'un écoulement monophasique. Toutes les méthodes utilisées en mécanique des fluides peuvent alors être utilisées. Les propriétés moyennes requises sont la vitesse, les propriétés thermodynamiques (température, densité) et les propriétés de transport (viscosité).

Des différences de vitesse, de température et de potentiel chimique entre phases vont engendrer des transferts mutuels de quantité de mouvement, ainsi que de chaleur et de masse. Comme ces échanges se font souvent par le biais d'un processus très rapide, particulièrement lorsqu'une phase est bien dispersée dans une autre, on peut supposer que l'équilibre est atteint. Dans ce cas précis, les valeurs moyennes de vitesse, température et potentiel chimique sont les mêmes que les valeurs pour chacune des phases composant l'écoulement et on a donc un **écoulement en équilibre homogène** [172].

Dans le type d'écoulement multiphasique que l'on se propose d'étudier, les phénomènes thermiques ne semblent pas prépondérants (la cavitation, notamment, est un phénomène purement dynamique). Nous avons fait le choix de nous intéresser précisément à l'effet de l'écoulement à l'intérieur de l'injecteur sur l'atomisation primaire du jet, aussi ne traiterons-nous pas des problèmes de changement de phase liés aux variations de température (phénomènes d'évaporation et de condensation) que l'on rencontre dans une chambre de combustion. La modélisation correspondante ne nécessite donc pas la résolution d'une équation de conservation de l'énergie : nous travaillerons à température constante.

Enfin, le traitement de la turbulence n'apparaît pas explicitement dans notre modèle puisque les équations utilisées sont laminaires. L'interaction entre cavitation et turbulence est pourtant réelle, mais on préfère se concentrer dans cette étude sur les écoulements secondaires très complexes (et fortement couplés avec la cavitation), considérant qu'ils sont prépondérants. Ruiz et He [146] ont montré que la turbulence dans les écoulements cavitants ne peut pas être modélisée comme une turbulence classique et estiment que des études complémentaires sont nécessaires à ce sujet.

Coutier-Delgosha *et al.* [39, 40, 41] ont par exemple tenté d'adapter un modèle de type Baldwin-Lomax et un modèle $k-\varepsilon$ aux écoulements cavitants. Basuki *et al.* [8] ont également introduit un modèle de turbulence, de type $k-\omega$. Mais les résultats obtenus ne montrent pas vraiment une meilleure adéquation avec l'expérience et une phase de calage du modèle est préalablement nécessaire.

2.1 Établissement des équations diphasiques

On considère un écoulement diphasique pour lequel on note l'une des phases par l'indice $k = 1$ et l'autre par l'indice $k = 2$. Ces différentes phases sont des fluides purs non-miscibles. Dans le cas d'une approche eulérienne, on introduit la fonction indicatrice de phase, notée χ_k, qui est définie telle que :

$$\chi_k(M,t) = \begin{cases} 1 & \text{si la phase } k \text{ est présente à l'instant } t \text{ au point } M \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{2.1}$$

La fonction χ_k vérifie, au sens des distributions, les égalités suivantes :

$$\frac{\partial \chi_k}{\partial t} + u_{I,j}\frac{\partial \chi_k}{\partial x_j} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial \chi_k}{\partial x_j} = -n_{k,j}\,\delta_k \tag{2.2}$$

où $u_{I,j}$ est la vitesse locale de propagation de l'interface, $n_{k,j}$ la normale à l'interface dirigée vers l'extérieur du domaine occupé par la phase k ($n_{1,j} = -n_{2,j}$) et δ_k la distribution de Dirac associée à l'interface vue de la phase k.

On peut alors subdiviser ce mélange diphasique en régions purement monophasiques continues, séparées par des interfaces supposées infiniment minces et sans masse. On écrit ensuite les équations locales instantanées de la mécanique des fluides pour chaque phase k, comme le fait Ishii [88].

2.1.1 Conservation de la masse

L'équation de conservation de la masse pour la phase k s'écrit alors :

$$\frac{\partial \rho_k}{\partial t} + \frac{\partial \rho_k u_{k,j}}{\partial x_j} = 0 \tag{2.3}$$

Afin de rendre valable cette équation quelle que soit la phase, on la multiplie par la fonction indicatrice de phase χ_k :

$$\chi_k\frac{\partial \rho_k}{\partial t} + \chi_k\frac{\partial \rho_k u_{k,j}}{\partial x_j} = 0 \tag{2.4}$$

ce qui peut aussi s'écrire sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \chi_k\rho_k}{\partial t} - \rho_k\frac{\partial \chi_k}{\partial t} + \frac{\partial \chi_k\rho_k u_{k,j}}{\partial x_j} - \rho_k u_{k,j}\frac{\partial \chi_k}{\partial x_j} = 0 \tag{2.5}$$

et en utilisant la relation 2.2, on a la forme locale du bilan de masse pour un écoulement diphasique :

$$\frac{\partial \chi_k\rho_k}{\partial t} + \frac{\partial \chi_k\rho_k u_{k,j}}{\partial x_j} = -\rho_k\left(u_{k,j} - u_{I,j}\right)n_{k,j}\,\delta_k \tag{2.6}$$

Le terme de droite correspond au flux de matière traversant l'interface. Puisque cette dernière est supposée sans masse, le bilan total des échanges surfaciques est nul :

$$\sum_{k=1}^{2} \rho_k \left(u_{k,j} - u_{I,j}\right) n_{k,j}\, \delta_k = 0 \tag{2.7}$$

2.1.2 Conservation de la quantité de mouvement

De même, l'équation instantanée de conservation de la quantité de mouvement à l'intérieur de la phase k peut être écrite sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \rho_k u_{k,i}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_k u_{k,i} u_{k,j}}{\partial x_j} = -\frac{\partial p_k}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{k,ij}}{\partial x_j} + \rho_k g_i \tag{2.8}$$

où p_k est la pression dans la phase k et $\tau_{k,ij}$ est le tenseur des contraintes visqueuses, g_i étant une composante de la gravité.

En introduisant la fonction indicatrice de phase χ_k comme dans l'équation 2.4, on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \chi_k \rho_k u_{k,i}}{\partial t} - \rho_k u_{k,i} \frac{\partial \chi_k}{\partial t} + \frac{\partial \chi_k \rho_k u_{k,i} u_{k,j}}{\partial x_j} - \rho_k u_{k,i} u_{k,j} \frac{\partial \chi_k}{\partial x_j} = \\ -\frac{\partial \chi_k p_k}{\partial x_i} + p_k \frac{\partial \chi_k}{\partial x_i} + \frac{\partial \chi_k \tau_{k,ij}}{\partial x_j} - \tau_{k,ij} \frac{\partial \chi_k}{\partial x_j} + \chi_k \rho_k g_i \end{aligned} \tag{2.9}$$

ce que l'on peut également écrire :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \chi_k \rho_k u_{k,i}}{\partial t} + \frac{\partial \chi_k \rho_k u_{k,i} u_{k,j}}{\partial x_j} = \underbrace{\rho_k u_{k,i} \frac{\partial \chi_k}{\partial t} + \rho_k u_{k,i} u_{k,j} \frac{\partial \chi_k}{\partial x_j}}_{(1)} \\ + \underbrace{p_k \frac{\partial \chi_k}{\partial x_i} - \tau_{k,ij} \frac{\partial \chi_k}{\partial x_j}}_{(2)} - \frac{\partial \chi_k p_k}{\partial x_i} + \frac{\partial \chi_k \tau_{k,ij}}{\partial x_j} + \chi_k \rho_k g_i \end{aligned} \tag{2.10}$$

où les termes (1) et (2) représentent respectivement le transfert de quantité de mouvement lié au transfert de masse et celui lié aux forces extérieures exercées par l'autre phase au niveau de l'interface.

Finalement, comme on l'a fait plus haut, la relation 2.2 permet d'écrire le bilan local de quantité de mouvement pour un écoulement diphasique :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \chi_k \rho_k u_{k,i}}{\partial t} + \frac{\partial \chi_k \rho_k u_{k,i} u_{k,j}}{\partial x_j} = \underbrace{\left[-\rho_k u_{k,i} \left(u_{k,j} - u_{I,j}\right) - p_k\, \delta_{ij} + \tau_{k,ij}\right] n_{k,j}\, \delta_k}_{(1)+(2)} \\ -\frac{\partial \chi_k p_k}{\partial x_i} + \frac{\partial \chi_k \tau_{k,ij}}{\partial x_j} + \chi_k \rho_k g_i \end{aligned} \tag{2.11}$$

où δ_{ij} est le symbole de Kronecker ($\delta_{ij} = 1$ quand $i = j$ et $\delta_{ij} = 0$ quand $i \neq j$).

Les interfaces étant supposées sans inertie, mais soumises à des tensions interfaciales, l'équation de bilan surfacique exprimant l'équilibre des forces s'exerçant sur l'interface peut s'écrire :

$$\sum_{k=1}^{2} \left[-\rho_k u_{k,i} \left(u_{k,j} - u_{I,j}\right) - p_k \, \delta_{ij} + \tau_{k,ij}\right] n_{k,j} \, \delta_k = f_{s,i} \, \delta_s \tag{2.12}$$

où $f_{s,i}$ est la force de tension de surface par unité d'aire interfaciale (cf. paragraphe 2.3.3) et δ_s est une distribution de Dirac associée à l'interface.

2.2 Opérateurs de moyenne

Des opérateurs de moyenne sont utilisés de longue date en écoulements diphasiques [170, 47, 68, 84]. L'opérateur mathématique choisi, noté $\langle . \rangle$, doit vérifier un certain nombre de propriétés indispensables à la mise en équation du problème (connues sous le nom d'axiomes de Reynolds [118]) : linéarité, idempotence et commutativité avec les opérateurs de dérivation temporelle et spatiale.

En pratique, les seules moyennes utilisables sont les moyennes spatio-temporelles qui ne satisfont aux axiomes de Reynolds qu'à la condition que l'écoulement vérifie certaines hypothèses d'homogénéité ou de stationnarité :

$$\langle f \rangle = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} f d\omega \quad \text{et} \quad \langle f \rangle = \frac{1}{\Delta t} \int_{t}^{t+\Delta t} f d\tau \tag{2.13}$$

Ces opérateurs de moyenne sont équivalents, à condition qu'ils vérifient les axiomes de Reynolds. Il est donc inutile de préciser le type d'opérateur retenu pour l'établissement des équations moyennées.

On peut alors définir α_k comme le taux de présence de la phase k tel que :

$$\alpha_k = \langle \chi_k \rangle \tag{2.14}$$

On définit ensuite la moyenne eulérienne de phase [49] d'une grandeur quelconque f, notée $\langle f \rangle^k$:

$$\langle f \rangle^k = \frac{1}{\alpha_k} \langle \chi_k f \rangle \tag{2.15}$$

soit, pour le cas où $f = \rho_k$:

$$\langle \chi_k \rho_k \rangle = \alpha_k \langle \rho_k \rangle^k \tag{2.16}$$

De même, pour toute grandeur f quelconque, on peut écrire :

$$\langle \chi_k \rho_k f \rangle = \alpha_k \langle \rho_k f \rangle^k \tag{2.17}$$

Il est alors pratique de définir une moyenne pondérée par la masse volumique, pour les problèmes à masse volumique variable. Pour une grandeur quelconque f, cette moyenne, appelée moyenne de Favre [60, 88] et notée $\widetilde{f}^k$, est définie comme suit :

$$\langle \rho_k \rangle^k \widetilde{f}^k = \langle \rho_k f \rangle^k = \frac{1}{\alpha_k} \langle \chi_k \rho_k f \rangle \tag{2.18}$$

2.3 Le modèle HEM

Quand on considère un écoulement en équilibre homogène, on écrit les équations du modèle HEM [1] en sommant sur les deux phases les équations diphasiques locales instantanées.

2.3.1 Conservation de la masse

Partons de la forme locale de l'équation de conservation de la masse 2.6 et, en sommant sur les deux phases présentes dans le mélange, on obtient :

$$\sum_{k=1}^{2} \frac{\partial \chi_k \rho_k}{\partial t} + \sum_{k=1}^{2} \frac{\partial \chi_k \rho_k u_{k,j}}{\partial x_j} = -\sum_{k=1}^{2} \rho_k \left(u_{k,j} - u_{I,j}\right) n_{k,j}\, \delta_k \tag{2.19}$$

le terme de droite s'annulant, d'après l'équation 2.7 du bilan à l'interface. En appliquant l'opérateur de moyenne défini au paragraphe 2.2, l'équation 2.19 devient :

$$\sum_{k=1}^{2} \frac{\partial \langle \chi_k \rho_k \rangle}{\partial t} + \sum_{k=1}^{2} \frac{\partial \langle \chi_k \rho_k u_{k,j} \rangle}{\partial x_j} = 0 \tag{2.20}$$

ce qui, en utilisant les relations 2.16 et 2.18 sur les moyennes, équivaut à :

$$\sum_{k=1}^{2} \frac{\partial \alpha_k \langle \rho_k \rangle^k}{\partial t} + \sum_{k=1}^{2} \frac{\partial \alpha_k \langle \rho_k \rangle^k \widetilde{u_{k,j}}^k}{\partial x_j} = 0 \tag{2.21}$$

où $\widetilde{u_k}^k$ est la vitesse moyenne, au sens de Favre, de la phase k.

On simplifie l'écriture en notant $\sum$ pour $\sum_{k=1}^{2}$. Il résulte de l'équation 2.21 que :

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\sum \alpha_k \langle \rho_k \rangle^k\right] + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\sum \alpha_k \langle \rho_k \rangle^k \widetilde{u_{k,j}}^k\right] = 0 \tag{2.22}$$

On peut alors définir les grandeurs de mélange, en supposant que l'interface est infiniment mince :

$$\begin{cases} \rho_m = \sum \alpha_k \langle \rho_k \rangle^k \\ \rho_m u_{m,j} = \sum \alpha_k \langle \rho_k \rangle^k \widetilde{u_{k,j}}^k \end{cases} \tag{2.23}$$

ce qui nous amène naturellement à l'équation de conservation de la masse pour le mélange :

$$\boxed{\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \frac{\partial \rho_m u_{m,j}}{\partial x_j} = 0} \tag{2.24}$$

[1] HEM : *Homogeneous Equilibrium Model*

2.3.2 Conservation de la quantité de mouvement

Comme précédemment, on part de l'équation locale de conservation de la quantité de mouvement 2.11, puis en utilisant le bilan à l'interface 2.12 et en sommant sur les deux phases, on obtient :

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{2}\frac{\partial\chi_k\rho_k u_{k,i}}{\partial t}+\sum_{k=1}^{2}\frac{\partial\chi_k\rho_k u_{k,i}u_{k,j}}{\partial x_j}&=f_{s,i}\,\delta_s\\ -\sum_{k=1}^{2}\frac{\partial\chi_k p_k}{\partial x_i}+\sum_{k=1}^{2}\frac{\partial\chi_k\tau_{k,ij}}{\partial x_j}+\sum_{k=1}^{2}\chi_k\rho_k g_i\end{aligned}\tag{2.25}$$

L'application de l'opérateur de moyenne conduit alors à réécrire l'équation 2.25 de la manière suivante :

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{2}\frac{\partial\langle\chi_k\rho_k u_{k,i}\rangle}{\partial t}+\sum_{k=1}^{2}\frac{\partial\langle\chi_k\rho_k u_{k,i}u_{k,j}\rangle}{\partial x_j}&=\langle f_{s,i}\,\delta_s\rangle\\ -\sum_{k=1}^{2}\frac{\partial\langle\chi_k p_k\rangle}{\partial x_i}+\sum_{k=1}^{2}\frac{\partial\langle\chi_k\tau_{k,ij}\rangle}{\partial x_j}+\sum_{k=1}^{2}\langle\chi_k\rho_k g_i\rangle\end{aligned}\tag{2.26}$$

ce qui, d'après les relations sur la moyenne, aboutit à :

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}\left[\sum\alpha_k\langle\rho_k\rangle^k\widetilde{u_{k,i}}^k\right]+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\sum\alpha_k\langle\rho_k\rangle^k\widetilde{u_{k,i}}^k\widetilde{u_{k,j}}^k\right]&=\langle f_{s,i}\,\delta_s\rangle\\ -\frac{\partial}{\partial x_i}\left[\sum\alpha_k\langle p_k\rangle^k\right]+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\sum\alpha_k\langle\tau_{k,ij}\rangle^k\right]+\sum\alpha_k\langle\rho_k\rangle^k g_i\end{aligned}\tag{2.27}$$

En introduisant les grandeurs de mélange suivantes :

$$\begin{cases}\rho_m u_{m,i}u_{m,j}=\sum\alpha_k\langle\rho_k\rangle^k\widetilde{u_{k,i}}^k\widetilde{u_{k,j}}^k\\ p_m=\sum\alpha_k\langle p_k\rangle^k\\ \tau_{m,ij}=\sum\alpha_k\langle\tau_{k,ij}\rangle^k\end{cases}\tag{2.28}$$

on peut alors écrire l'équation de conservation de la quantité de mouvement du mélange diphasique :

$$\boxed{\frac{\partial\rho_m u_{m,i}}{\partial t}+\frac{\partial\rho_m u_{m,i}u_{m,j}}{\partial x_j}=\langle f_{s,i}\,\delta_s\rangle-\frac{\partial p_m}{\partial x_i}+\frac{\partial\tau_{m,ij}}{\partial x_j}+\rho_m g_i}\tag{2.29}$$

2.3.3 La tension de surface

A l'interface entre deux fluides, il existe des interactions moléculaires, en général de répulsion : les milieux n'étant pas miscibles, l'existence d'une force à la surface de contact permet de séparer les deux fluides et éviter leur imbrication ou leur mélange. On appelle tension de surface ou tension capillaire cette force surfacique permettant de maintenir deux fluides en contact le long d'une interface commune. On la note σ et elle a la dimension [Pa.m].

Le bilan de la quantité de mouvement à l'interface permet d'écrire une fermeture pour l'équation 2.29 :

$$\langle f_{s,i}\,\delta_s\rangle = -\sigma\,(\nabla_s.n)\,n\,\delta_s \tag{2.30}$$

où σ est supposée constante et la divergence surfacique de la normale n à l'interface $\nabla_s.n$ représente sa courbure locale moyenne.

2.3.4 La viscosité

Dans l'équation 2.29, le terme $\tau_{m,ij}$ représente le tenseur des contraintes visqueuses pour le mélange diphasique. Dans le cas d'un fluide isotrope et newtonien, il s'écrit :

$$\tau_{m,ij} = \mu_m \left(\frac{\partial u_{m,i}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_{m,j}}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\frac{\partial u_{m,k}}{\partial x_k}\delta_{ij} \right) \tag{2.31}$$

Le calcul de la viscosité laminaire μ_m du mélange diphasique est un problème qui a été étudié par de nombreux auteurs : de manière intuitive, il est possible de l'évaluer par une moyenne appropriée des viscosités des phases 1 et 2, supposées constantes, ce qui permet de tendre, quand le mélange devient monophasique, vers la valeur de la viscosité couramment admise pour chacune des phases. Le tableau 2.1 regroupe certaines de ces expressions issues de la littérature.

Expression utilisée	**Référence**
$\dfrac{1}{\mu_m} = \dfrac{Y_1}{\mu_1} + \dfrac{1-Y_1}{\mu_2}$	McAdams *et al.* [113]
$\mu_m = Y_1\mu_1 + (1-Y_1)\mu_2$	Cicchitti *et al.* [33]
$\mu_m = \dfrac{\alpha_1 u_1\mu_1 + (1-\alpha_1)u_2\mu_2}{\alpha_1 u_1 + (1-\alpha_1)u_2}$	Dukler *et al.* [53]
$\mu_m = \dfrac{\mu_1\mu_2}{(1-\alpha_1)\mu_1 + \alpha_1\mu_2}$	Benkenida [14]
$\mu_m = \alpha_1\mu_1 + (1-\alpha_1)\mu_2$	Kubota *et al.* [95]

TAB. 2.1 – Expressions répertoriées dans la littérature pour le calcul de la viscosité d'un mélange diphasique

La relation établie par Kubota *et al.* [95] paraît être la plus cohérente avec la définition 2.28 du tenseur des contraintes visqueuses du mélange $\tau_{m,ij}$.

2.4 Modélisation de l'écoulement à l'intérieur d'un injecteur

A l'intérieur d'un injecteur s'écoule le carburant, à la fois sous forme liquide l et sous forme vapeur v due au phénomène de cavitation. On considère le carburant (ou fuel) comme un mélange homogène f constitué des phases l et v. De nombreux auteurs [46, 95, 32, 7, 153, 42] utilisent de telles méthodes pour la modélisation d'écoulements cavitants et Dumont [54] propose une synthèse bibliographique très complète à ce sujet.

Le modèle à résoudre pour traiter ce type d'écoulement comporte donc une équation de conservation de la masse qui s'écrit à l'instar de l'équation 2.24 :

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \frac{\partial \rho_f u_j}{\partial x_j} = 0 \tag{2.32}$$

où la vitesse de mélange est notée u pour alléger l'écriture. On considère donc que la vitesse de la phase liquide et de la phase vapeur sont les mêmes localement (pas de glissement entre phases). La densité du carburant ρ_f est déterminée en fonction des densités des phases liquide et vapeur pures :

$$\rho_f = (1 - \alpha_v)\rho_l + \alpha_v \rho_v \tag{2.33}$$

De même, à partir de l'équation 2.29, on déduit l'équation de quantité de mouvement, en négligeant les effets capillaires et ceux dus à la gravité :

$$\frac{\partial \rho_f u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho_f u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial p_f}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{f,ij}}{\partial x_j} \tag{2.34}$$

Le calcul de $\tau_{f,ij}$ nécessite la détermination de la viscosité μ_f du mélange liquide-vapeur. En suivant l'exemple de Kubota *et al.* [95] qui considèrent des écoulements cavitants, on choisit simplement une moyenne arithmétique des viscosités des phases vapeur et liquide supposées constantes :

$$\mu_f = (1 - \alpha_v)\mu_l + \alpha_v \mu_v \tag{2.35}$$

2.5 Équation d'état pour un écoulement homogène diphasique

Comme on l'a vu plus haut, la difficulté principale d'une modélisation de type mélange réside dans l'écriture d'une équation d'état adaptée, basée sur la thermodynamique, pour la détermination de la pression. Avva *et al.* [7] écrivent une équation de conservation de l'enthalpie du mélange, en faisant une hypothèse d'équilibre thermique localement. Plus simplement, comme le font par exemple Cooper [37], Delannoy et Kueny [46] ou plus récemment Schmidt *et al.* [153], on va chercher à trouver une relation barotrope du type $p_f = \mathsf{f}(\rho_f)$ pour fermer notre système.

Pour cela, Schmidt [152] part néanmoins du bilan sur l'enthalpie du mélange établi par Avva *et al.* [7]. Il montre que, dans les conditions classiques d'un injecteur Diesel, le terme de conduction thermique et le terme visqueux sont négligeables, ce qui réduit le bilan d'énergie à une accumulation d'enthalpie et un travail dû à la pression. Ces termes décrivant une transformation réversible, Schmidt suggère alors d'utiliser plutôt une hypothèse isentropique qui se traduit par :

$$dp = c_f^2 d\rho \tag{2.36}$$

Il nous faut donc déterminer la vitesse du son c_f du mélange diphasique de carburant liquide-vapeur avant de procéder à l'intégration de cette relation 2.36.

2.5.1 Vitesse du son d'un mélange diphasique

A l'image de Wallis [172], on considère un écoulement diphasique ($k = 1$ et 2) stationnaire et sans changement de phase dont on se propose de faire une analyse unidimensionnelle. On applique une vitesse $-U$ à l'ensemble du système, afin de ne conserver que les ondes de pression. Dans le nouvel espace de référence, on a alors la vitesse u'_k pour la phase k :

$$u'_k = u_k - U \tag{2.37}$$

On considère un écoulement homogène à l'équilibre, c'est-à-dire que la vitesse relative entre phases est nulle et que les deux phases ont une seule et même vitesse $u'_m = \widetilde{u'_1}^{\,1} = \widetilde{u'_2}^{\,2}$. D'autre part, dans cet écoulement homogène, les forces de tension superficielle sont négligées ($\langle f_s\, \delta_s \rangle = 0$).

Pour un tel écoulement stationnaire, en ne prenant pas en compte les forces dues à la viscosité et à la gravité, le bilan de quantité de mouvement de l'équation 2.29 devient simplement :

$$\frac{d\rho_m u'_m u'_m}{dx} = -\frac{dp_m}{dx} \tag{2.38}$$

et peut se développer comme suit :

$$u'_m \frac{d\rho_m u'_m}{dx} + \rho_m u'_m \frac{du'_m}{dx} = -\frac{dp_m}{dx} \tag{2.39}$$

Pour le même écoulement stationnaire, le bilan de masse (équation 2.24) s'écrit alors :

$$\frac{d\rho_m u'_m}{dx} = 0 \tag{2.40}$$

permettant ainsi d'éliminer le premier terme dans la relation 2.39 :

$$\rho_m u'_m \frac{du'_m}{dx} = -\frac{dp_m}{dx} \tag{2.41}$$

D'autre part, la définition 2.23 donne la masse volumique du pseudo-fluide m :

$$\rho_m = \alpha_1 \rho_1 + \alpha_2 \rho_2 \tag{2.42}$$

en notant $\langle \rho_k \rangle^k = \rho_k$ pour alléger l'écriture. Sachant que, par définition, $\alpha_1 = 1 - \alpha_2$, l'équation 2.41 devient :

$$\left[(1-\alpha_2)\rho_1 + \alpha_2 \rho_2\right] u'_m \frac{du'_m}{dx} = -\frac{dp_m}{dx} \tag{2.43}$$

Intéressons-nous maintenant au bilan de masse 2.6 pour la phase k, en considérant que les échanges de masse à l'interface sont nuls (écoulement homogène sans changement de phase). Pour un tel écoulement stationnaire, il se simplifie de la manière suivante :

$$\frac{d\chi_k \rho_k u_k}{dx} = 0 \tag{2.44}$$

En appliquant l'opérateur de moyenne et en conservant les mêmes conventions d'écriture ($\langle \rho_k \rangle^k = \rho_k$ et $\widetilde{u'_k}^{\,k} = u'_m$), on a :

$$\frac{d\alpha_k \rho_k u'_m}{dx} = 0 \tag{2.45}$$

Cette équation se développe de la manière suivante :

$$\rho_k u'_m \frac{d\alpha_k}{dx} + \alpha_k u'_m \frac{d\rho_k}{dx} + \alpha_k \rho_k \frac{du'_m}{dx} = 0 \tag{2.46}$$

Par ailleurs, on peut relier la masse volumique ρ_k à la pression du mélange ($p_m = p_1 = p_2$) et, en utilisant une hypothèse isentropique, on introduit la vitesse du son c_k dans la phase k :

$$\frac{d\rho_k}{dx} = \frac{\partial \rho_k}{\partial p_m} \frac{dp_m}{dx} = \frac{1}{c_k^2} \frac{dp_m}{dx} \tag{2.47}$$

L'équation 2.46 se transforme alors comme suit :

$$\frac{d\alpha_k}{dx} + \frac{\alpha_k}{\rho_k c_k^2} \frac{dp_m}{dx} + \frac{\alpha_k}{u'_m} \frac{du'_m}{dx} = 0 \tag{2.48}$$

Sachant que $\alpha_1 = 1 - \alpha_2$, en sommant cette relation sur les deux phases, on obtient :

$$-\frac{d\alpha_2}{dx} + \frac{d\alpha_2}{dx} + \left[\frac{(1-\alpha_2)}{\rho_1 c_1^2} + \frac{\alpha_2}{\rho_2 c_2^2}\right] \frac{dp_m}{dx} + \left[\frac{(1-\alpha_2)}{u'_m} + \frac{\alpha_2}{u'_m}\right] \frac{du'_m}{dx} = 0 \tag{2.49}$$

ce qui se simplifie de la manière suivante :

$$\frac{1}{u'_m} \frac{du'_m}{dx} = -\left[\frac{(1-\alpha_2)}{\rho_1 c_1^2} + \frac{\alpha_2}{\rho_2 c_2^2}\right] \frac{dp_m}{dx} \tag{2.50}$$

Le gradient de pression peut être remplacé en utilisant l'équation 2.43 et il vient :

$$\frac{1}{u'_m}\frac{du'_m}{dx} = \left[\frac{(1-\alpha_2)}{\rho_1 c_1^2} + \frac{\alpha_2}{\rho_2 c_2^2}\right]\left[(1-\alpha_2)\rho_1 + \alpha_2\rho_2\right] u'_m \frac{du'_m}{dx} \tag{2.51}$$

ce qui se simplifie en :

$$\frac{1}{u'^2_m} = \left[\frac{(1-\alpha_2)}{\rho_1 c_1^2} + \frac{\alpha_2}{\rho_2 c_2^2}\right]\left[(1-\alpha_2)\rho_1 + \alpha_2\rho_2\right] \tag{2.52}$$

Les ondes de compressibilité se déplacent dans le domaine à la vitesse $c_m = u'_m$, si bien qu'une relation permettant le calcul de la vitesse du son c_m d'un mélange diphasique homogène peut finalement être écrite :

$$\frac{1}{c_m^2} = \left[(1-\alpha_2)\rho_1 + \alpha_2\rho_2\right]\left[\frac{(1-\alpha_2)}{\rho_1 c_1^2} + \frac{\alpha_2}{\rho_2 c_2^2}\right] \tag{2.53}$$

Pour le cas du mélange diphasique de carburant f (cf. partie 2.4) constitué de liquide l et de vapeur v, la vitesse du son c_f est donc donnée par :

$$\boxed{\frac{1}{c_f^2} = \left[(1-\alpha_v)\rho_l + \alpha_v\rho_v\right]\left[\frac{(1-\alpha_v)}{\rho_l c_l^2} + \frac{\alpha_v}{\rho_v c_v^2}\right]} \tag{2.54}$$

Brennen [25] établit également la relation 2.53, pour un écoulement diphasique sans changement de phase (liquide 1 et gaz 2). En supposant que le gaz est parfait et a un comportement polytropique (la pression est proportionnelle à ρ_2^K), il remarque que, lorsqu'une des deux phases considérées est beaucoup plus compressible que l'autre, on peut réécrire l'équation 2.53 sous la forme :

$$\frac{1}{c_m^2} = \left[(1-\alpha_2)\rho_1 + \alpha_2\rho_2\right]\left[\frac{(1-\alpha_2)}{\rho_1 c_1^2} + \frac{\alpha_2}{K p_m}\right] \tag{2.55}$$

où p_m est la pression du mélange des composants 1 et 2, K étant le coefficient de détente polytropique du gaz ($K = 1,4$ dans le cas d'une transformation adiabatique, K tend vers 1 dans le cas isotherme).

Minnaert [115] le premier identifia une des caractéristiques les plus notables d'un tel mélange liquide-gaz : la vitesse du son du mélange peut être beaucoup plus faible que celle de chacun des constituants pris séparément. Les données expérimentales de Karplus [91] ainsi que Gouse et Brown [67] sont venues plus tard corroborer ces observations (figure 2.1). En outre, les mesures de l'expérience correspondent à la théorie isotherme, ce qui signifie que les transferts de chaleur entre les bulles et le liquide sont suffisants pour maintenir le gaz des bulles à une température pratiquement constante.

En utilisant les caractéristiques typiques d'un gazole commercial, la célérité dans le carburant f, calculée par la relation 2.54, est représentée sur la figure 2.2. Le mélange f a, lui aussi, une vitesse du son c_f plus faible que celle de la vapeur et du

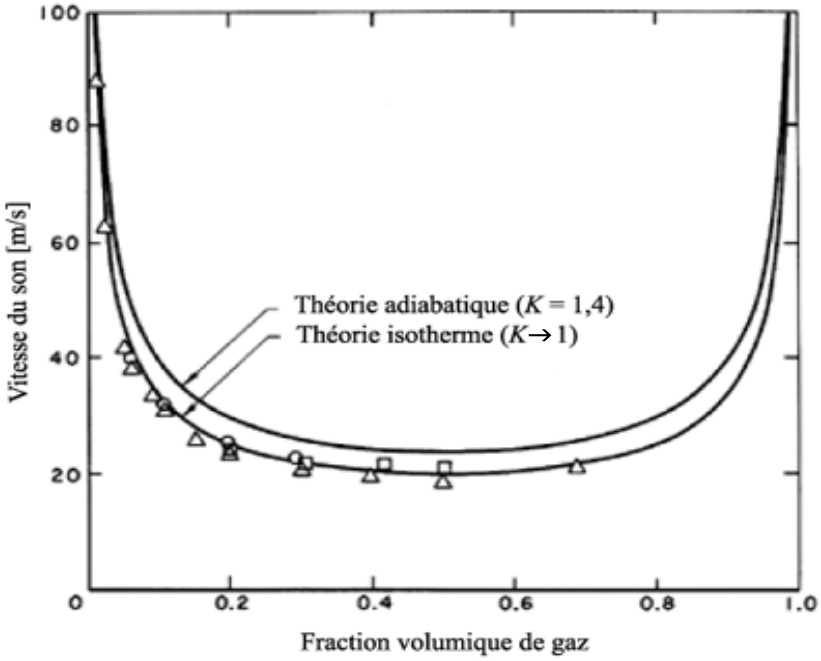


FIG. 2.1 – Vitesse du son d'un mélange diphasique composé d'eau liquide et de bulles d'air à la pression atmosphérique pour $K = 1,4$ et $K \to 1$: comparaison avec les données expérimentales de Karplus ainsi que celles de Gouse et Brown [25]

liquide, puisque c_f chute même jusqu'à une valeur de 2 m/s environ. Dumont [54] explique cet état de fait par les multiples réflexions des ondes de pression, dues aux nombreuses interfaces traversées, dans un milieu liquide comportant des bulles réparties de façon homogène, ce qui fait chuter la vitesse de propagation. Le nombre de Mach de l'écoulement indique alors des conditions supersoniques, avec des transitions brusques aux frontières des régions cavitantes [43].

Rappelons enfin que la relation 2.54 a été établie pour un mélange homogène sans changement de phase, ce qui pourrait être une explication supplémentaire aux faibles vitesses du son obtenues.

2.5.2 Intégration d'une équation d'état basée sur la vitesse du son

Lorsque l'on prend en considération le changement de phase, pour le cas du mélange purement diphasique f (constitué de carburant sous forme vapeur et liquide) à une température T_f fixée, la pression du mélange p_f va varier entre deux points : le "point de rosée", c'est-à-dire la valeur de la pression, notée P_v^{sat}, à partir de laquelle les premières gouttes de liquide apparaissent dans la vapeur, et le "point de bulle", c'est-à-dire la pression, notée P_l^{sat}, à partir de laquelle apparaissent les premières bulles de vapeur dans le liquide. On note alors ρ_v la densité du mélange pour le cas limite où la pression atteint P_v^{sat} et ρ_l pour le cas où la pression atteint P_l^{sat}. Ainsi, dans le mélange diphasique considéré où $P_v^{sat} < p_f < P_l^{sat}$, on a $\rho_v < \rho_f < \rho_l$.

Pour déterminer une relation du type $p_f = \mathsf{f}(\rho_f)$, il nous faut partir de l'hypothèse

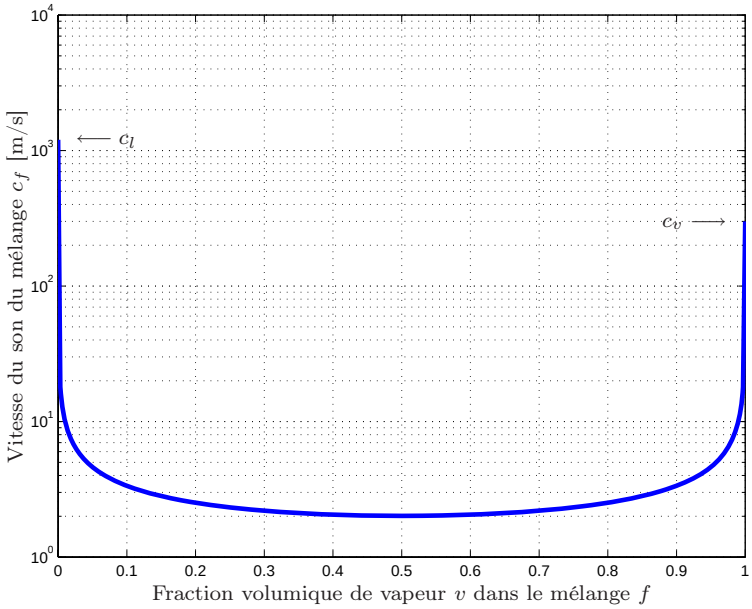


FIG. 2.2 – Vitesse du son c_f d'un mélange diphasique composé de carburant sous forme vapeur v de vitesse du son $c_v = 300$ m/s et de carburant sous forme liquide l de vitesse du son $c_l = 1200$ m/s

isentropique pour le mélange diphasique (équation 2.36) et, en utilisant l'expression de la vitesse du son c_f établie plus haut (équation 2.54), il vient que :

$$dp = [(1-\alpha_v)\rho_l + \alpha_v\rho_v]^{-1}\left[\frac{(1-\alpha_v)}{\rho_l c_l^2} + \frac{\alpha_v}{\rho_v c_v^2}\right]^{-1} d\rho \tag{2.56}$$

où ρ_l, ρ_v, c_l et c_v sont considérées constantes.

On intègre alors l'équation 2.56 pour $\rho_v < \rho_f < \rho_l$:

$$\int_{P_v^{sat}}^{p_f} dp = \int_{\rho_v}^{\rho_f}\left[\frac{1}{(1-\alpha_v)\rho_l + \alpha_v\rho_v}\right]\left[\frac{\rho_l c_l^2 \rho_v c_v^2}{(1-\alpha_v)\rho_v c_v^2 + \alpha_v \rho_l c_l^2}\right] d\rho \tag{2.57}$$

Cette intégration peut se simplifier par le biais d'un changement de variable. D'après la relation 2.33 il vient que :

$$d\rho = (\rho_v - \rho_l)d\alpha \tag{2.58}$$

Ainsi l'intégration précédente devient, après changement de variable :

$$\int_{P_v^{sat}}^{p_f} dp = \int_1^{\alpha_v}\left[\frac{\rho_v - \rho_l}{(1-\alpha)\rho_l + \alpha\rho_v}\right]\left[\frac{\rho_l c_l^2 \rho_v c_v^2}{(1-\alpha)\rho_v c_v^2 + \alpha \rho_l c_l^2}\right] d\alpha \tag{2.59}$$

soit, après intégration :

$$p_f - P_v^{sat} = P_{vl}\ln\left[\frac{\rho_v c_v^2\left(\rho_l + \alpha_v(\rho_v - \rho_l)\right)}{\rho_l\left(\rho_v c_v^2 - \alpha_v(\rho_v c_v^2 - \rho_l c_l^2)\right)}\right] - P_{vl}\ln\left[\frac{\rho_v^2 c_v^2}{\rho_l^2 c_l^2}\right] \tag{2.60}$$

avec P_{vl} une constante telle que :

$$P_{vl} = \frac{\rho_v c_v^2 \rho_l c_l^2(\rho_v - \rho_l)}{(\rho_v^2 c_v^2 - \rho_l^2 c_l^2)} \tag{2.61}$$

La figure 2.3 représente la partie purement diphasique de l'équation d'état établie ci-dessus.

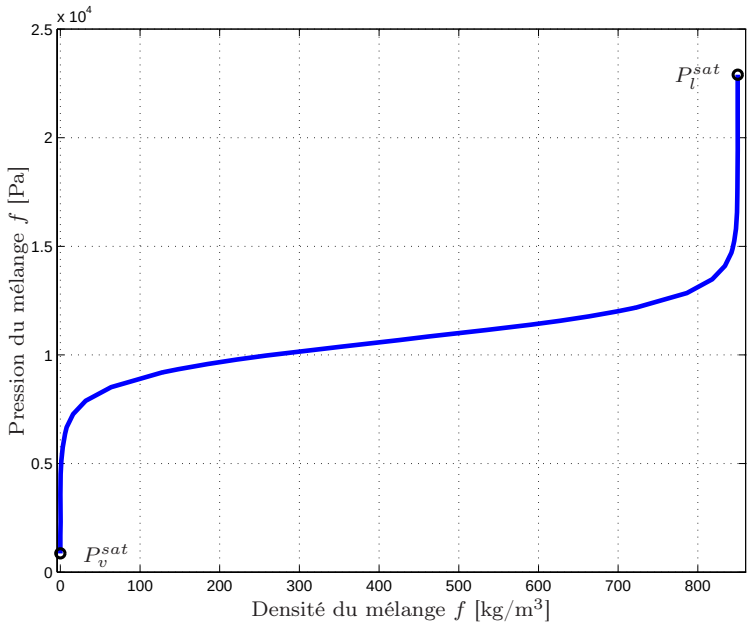


FIG. 2.3 – Partie purement diphasique (mélange de carburant liquide et vapeur) de l'équation d'état barotrope $p_f = \mathsf{f}(\rho_f)$ ($\rho_v = 9,58.10^{-3}$ kg/m^3, $\rho_l = 850$ kg/m^3, $c_v = 300$ m/s et $c_l = 1200$ m/s)

2.5.3 Les phases pures

L'une des originalités du modèle de cavitation développé par Schmidt [152] réside dans le fait de prendre en compte la compressibilité des deux phases pures, alors que les études antérieures les considéraient comme incompressibles. La compressibilité est connue pour être significative en phase terminale du *collapse* d'une bulle, comme l'expliquent Knapp *et al.* [93] au moyen de modèles unidimensionnels.

Cas de la vapeur pure

Dans de telles conditions, on a $\rho_f < \rho_v$ et $p_f < P_v^{sat}$. On considère la vitesse du son c_v constante à l'intérieur de la vapeur pure et, à l'instar de Schmidt [152], on utilise comme précédemment une hypothèse isentropique :

$$\int_0^{p_f} dp = \int_0^{\rho_f} c_v^2 d\rho \tag{2.62}$$

soit :

$$\boxed{p_f = \rho_f c_v^2} \tag{2.63}$$

Cas du liquide pur

Pour le cas purement liquide, où $\rho_f > \rho_l$, l'hypothèse isentropique dans le liquide nous permet là encore d'écrire :

$$\int_{P_l^{sat}}^{p_f} dp = \int_{\rho_l}^{\rho_f} c_l^2 d\rho \tag{2.64}$$

en considérant, comme pour le cas de la vapeur pure, la vitesse du son c_l constante. Après intégration, on obtient :

$$p_f - P_l^{sat} = (\rho_f - \rho_l)c_l^2 \tag{2.65}$$

soit :

$$\boxed{p_f = P_l^{sat} + (\rho_f - \rho_l)c_l^2} \tag{2.66}$$

2.5.4 Cas particuliers

Cas du point de rosée

Au point de rosée où α_v vaut 1, l'équation 2.60 devient :

$$p_f = P_v^{sat} + P_{vl} \ln\left[\frac{\rho_v^2 c_v^2}{\rho_l^2 c_l^2}\right] - P_{vl} \ln\left[\frac{\rho_v^2 c_v^2}{\rho_l^2 c_l^2}\right] = P_v^{sat} \tag{2.67}$$

ce qui est conforme à l'hypothèse du point de rosée. Afin d'assurer la continuité de l'équation d'état en ce point particulier, les relations 2.63 et 2.67, nous amènent à poser :

$$p_f = P_v^{sat} = \rho_v c_v^2 \tag{2.68}$$

Cas du point de bulle

Dans le cas où α_v vaut 0 (point de bulle), l'équation 2.60 devient :

$$p_f = P_v^{sat} + P_{vl} \ln\left[\frac{\rho_v \rho_l c_v^2}{\rho_v \rho_l c_v^2}\right] - P_{vl} \ln\left[\frac{\rho_v^2 c_v^2}{\rho_l^2 c_l^2}\right] = P_v^{sat} - P_{vl} \ln\left[\frac{\rho_v^2 c_v^2}{\rho_l^2 c_l^2}\right] \tag{2.69}$$

Au point de bulle, on a par définition $p_f = P_l^{sat}$ ce qui revient à écrire que :

$$P_l^{sat} = P_v^{sat} - P_{vl} \ln\left[\frac{\rho_v^2 c_v^2}{\rho_l^2 c_l^2}\right] \tag{2.70}$$

On peut alors réécrire la relation 2.60 valable dans le cas où $\rho_v \leq \rho_f \leq \rho_l$:

$$\boxed{p_f = P_l^{sat} + P_{vl} \ln\left[\frac{\rho_v c_v^2 \left(\rho_l + \alpha_v(\rho_v - \rho_l)\right)}{\rho_l \left(\rho_v c_v^2 - \alpha_v(\rho_v c_v^2 - \rho_l c_l^2)\right)}\right]} \tag{2.71}$$

2.5.5 Bilan

La pression p_f du mélange de carburant liquide et vapeur est donc déterminée de la manière suivante (figure 2.4) :

$$p_f = \begin{cases} \rho_f c_v^2 & \text{si } \rho_f < \rho_v \\ P_l^{sat} + P_{vl} \ln \left[\frac{\rho_v c_v^2 (\rho_l + \alpha_v (\rho_v - \rho_l))}{\rho_l \left(\rho_v c_v^2 - \alpha_v (\rho_v c_v^2 - \rho_l c_l^2) \right)} \right] & \text{si } \rho_v \leq \rho_f \leq \rho_l \\ P_l^{sat} + (\rho_f - \rho_l) c_l^2 & \text{si } \rho_f > \rho_l \end{cases} \tag{2.72}$$

avec ρ_v, ρ_l, c_v et c_l constantes fixées en fonction des caractéristiques physiques des fluides considérés. P_{vl} et P_l^{sat} sont respectivement déterminées par les équations 2.61 et 2.70.

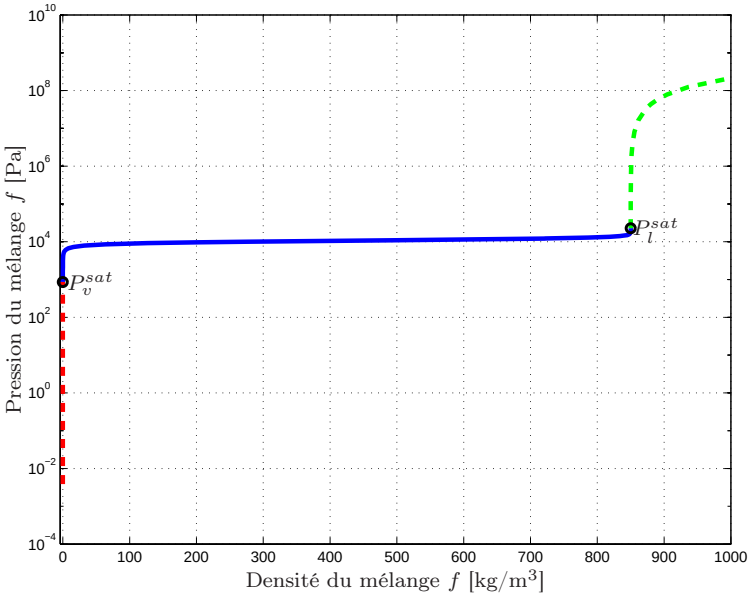


FIG. 2.4 – Équation d'état barotrope $p_f = \mathsf{f}(\rho_f)$ utilisée pour le mélange de carburant liquide et vapeur ($\rho_v = 9,58.10^{-3}$ kg/m^3, $\rho_l = 850$ kg/m^3, $c_v = 300$ m/s et $c_l = 1200$ m/s)

Cette relation est continue (de classe $\mathcal{C}^0$), y compris pour les cas limites du point de rosée et du point de bulle.

2.6 Modélisation de l'écoulement en sortie d'un injecteur

On souhaite maintenant prendre en compte également le gaz (air) de la chambre de combustion. Pour cela, ce gaz est considéré comme une nouvelle phase g que l'on ajoute à la modélisation proposée dans la section 2.4. Ainsi, le mélange homogène f va être associé au gaz g pour former un nouveau mélange m homogène d'un point de vue dynamique (sans glissement).

Ce nouveau modèle peut donc être considéré comme une "sur-couche" du modèle décrit jusqu'ici : **le fluide m est ainsi un mélange "diphasique" dont l'un des constituants, le carburant f, est lui-même un mélange diphasique**. Dans ces conditions, on fait l'hypothèse qu'il n'y a pas de transfert direct de vapeur de cavitation vers le gaz de la chambre : cette vapeur demeure sous la forme de poches strictement incluses dans la phase liquide du carburant.

Ce type de modélisation "triphasique" peut surprendre car la vapeur v des bulles de cavitation est également un gaz. On pourrait donc imaginer se ramener à un mélange purement diphasique, constitué de liquide l, d'une part, et d'un mélange gazeux $\{v+g\}$, d'autre part. Si cette approche serait utile pour la prise en compte de l'évaporation des gouttes de liquide formées, elle nous conduirait en revanche à une impasse quant au traitement de la cavitation par une équation d'état barotrope telle que décrite dans la partie 2.5. On fait donc l'hypothèse que l'intégralité de la vapeur présente dans l'écoulement est due uniquement aux effets dynamiques (cavitation), et non à l'évaporation.

L'équation de conservation de la masse pour le mélange m s'écrit alors :

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \frac{\partial \rho_m u_j}{\partial x_j} = 0 \tag{2.73}$$

avec u la vitesse du mélange m (qui est également la vitesse du mélange f, car on suppose qu'il n'y a pas de glissement entre phases). Le bilan de quantité de mouvement devient :

$$\frac{\partial \rho_m u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho_m u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial p_m}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{m,ij}}{\partial x_j} \tag{2.74}$$

Un traceur permettant de déterminer la présence de carburant f dans le mélange m devient alors nécessaire. On choisit d'introduire, comme le fait Vallet [167] (cf. annexe A), la fraction massique de carburant Y_f (à l'intérieur du mélange m) définie comme suit :

$$\frac{1}{\rho_m} = \frac{Y_f}{\rho_f} + \frac{(1-Y_f)}{\rho_g} \tag{2.75}$$

avec le terme $(1-Y_f)$ qui représente la fraction massique de gaz dans le mélange m. On peut relier la fraction massique de carburant Y_f à sa fraction volumique α_f par la relation suivante :

$$\rho_m Y_f = \alpha_f \rho_f \tag{2.76}$$

La résolution du système d'équations de la mécanique des fluides nécessite donc l'ajout d'une équation de transport de la grandeur Y_f, qui revient à écrire un bilan de masse pour le mélange f :

$$\frac{\partial \rho_m Y_f}{\partial t} + \frac{\partial \rho_m Y_f u_j}{\partial x_j} = 0 \tag{2.77}$$

Enfin, la viscosité μ_m du mélange est déterminée par une moyenne arithmétique des viscosités du carburant f et du gaz g :

$$\mu_m = \alpha_f \mu_f + (1 - \alpha_f)\mu_g \tag{2.78}$$

où μ_f est issue du calcul de l'équation 2.35 et μ_g est la viscosité du gaz considéré.

Par rapport à une écriture triphasique plus conventionnelle décrite en annexe B, l'approche adoptée offre la possibilité de n'utiliser que le sous-modèle concernant le mélange f, dans un cas sans gaz. Quoi qu'il en soit, cette annexe B montre que les deux formulations possibles ($f + g$ ou $l + v + g$) sont équivalentes.

2.7 Équation d'état pour le mélange carburant-gaz

Nous faisons l'hypothèse que l'équation d'état barotrope 2.72 est raisonnable pour traiter l'équilibre liquide-vapeur $(l + v)$ de l'écoulement cavitant, qui est complètement piloté par la pression locale. En revanche, cette équation d'état n'a plus de sens pour prendre en compte le mélange carburant-gaz $(f + g)$, qui est piloté par des phénomènes de mélange. Imaginons une boîte, remplie initialement de gaz et de carburant liquide, dont on diminue la pression : on observera la formation de vapeur à l'intérieur du liquide, mais les fractions massiques de carburant Y_f et de gaz g (à l'intérieur de l'ensemble du mélange m) demeureront indépendantes de la pression.

Le mélange m carburant-gaz est donc lui-même constitué d'un mélange f de carburant régi par l'équation d'état établie dans la partie 2.5 et d'un gaz que l'on va considérer comme parfait et isotherme. Le comportement du mélange m est ainsi défini pour les deux cas limites où l'on est en présence de carburant pur $(Y_f = 1)$ ou de gaz pur $(Y_f = 0)$. Mais qu'en est-il quand toutes ces phases coexistent ? L'objet de cette partie est donc de proposer une méthode permettant de déterminer une relation continue du type $p_m = \mathsf{f}(\rho_m, Y_f)$.

2.7.1 Cas du gaz pur

Le gaz de la chambre de combustion est traité comme un gaz parfait :

$$p_g = \rho_g r_g T_g \tag{2.79}$$

où p_g est la pression du gaz, T_g sa température, considérée comme constante, et $r_g = \frac{R}{W_g}$ avec R la constante universelle des gaz parfaits et W_g la masse molaire du gaz.

On peut également considérer que le gaz g subit des transformations polytropiques : la pression du gaz p_g est alors proportionnelle à ρ_g^K, avec K le coefficient de détente polytropique. Une hypothèse isentropique nous conduirait à fixer $K = 1,4$. Mais pour une hypothèse isotherme $(K \to 1)$, la relation obtenue $(p_g = C\rho_g$, avec C une constante) est conforme à la loi des gaz parfaits.

2.7.2 Détermination de la relation $p_m = \mathsf{f}(\rho_m, Y_f)$

Le cas du carburant pur ayant été traité dans la partie 2.5, il reste à définir l'équation d'état du mélange m, lorsque celui-ci est constitué à la fois de carburant f et de gaz g.

L'établissement de cette relation se base sur l'hypothèse principale d'équilibre thermodynamique à l'interface entre les phases f et g. Considérant qu'il n'y a pas d'échanges thermiques entre phases pour le phénomène considéré (cavitation), cela revient à poser $p_f = p_g$. Nous verrons plus loin que cette hypothèse, classique pour un écoulement diphasique, doit cependant être précisée, pour le cas où la phase de carburant f est constituée uniquement de vapeur.

Connaissant ρ_m d'après la résolution de l'équation 2.73 et Y_f grâce à l'équation 2.77, il reste à déterminer une relation du type $p_m = \mathsf{f}(\rho_m, Y_f)$ pour fermer

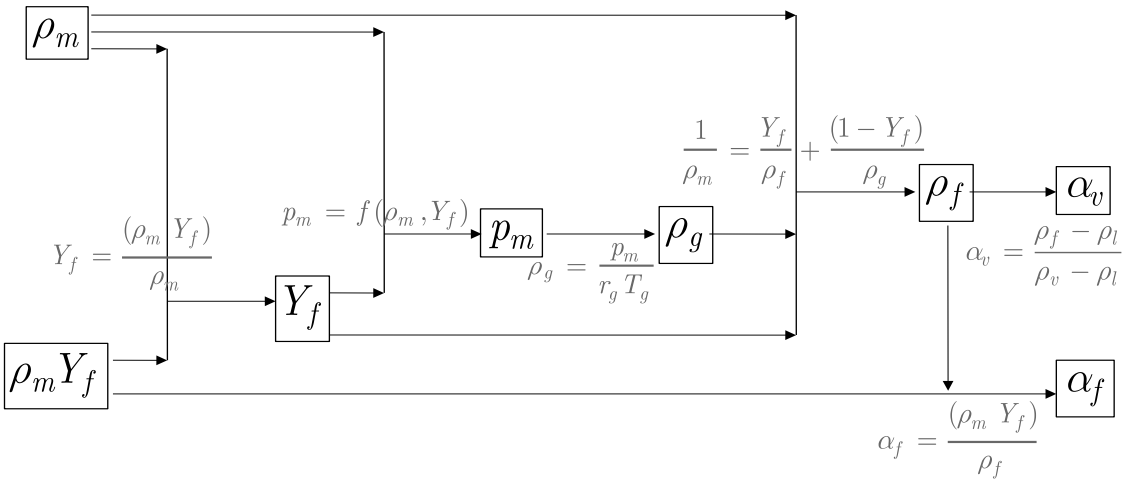


FIG. 2.5 – Schéma de résolution du modèle prenant en compte les phases carburant (à la fois liquide et vapeur) et gaz

le système d'équations du modèle présenté dans la partie 2.6, comme le montre le schéma de la figure 2.5.

Pour la détermination de la fonction $p_m = \mathsf{f}(\rho_m, Y_f)$, l'équation 2.75 est la seule disponible pour relier ρ_m et Y_f. Mais elle ne permet pas le calcul de la pression directement, car il reste deux inconnues : ρ_f et ρ_g. Finalement, l'unique moyen de relier les grandeurs p_m, ρ_m et Y_f est de calculer $\rho_m = \mathsf{f}(p_m, Y_f)$, puis de tabuler cette relation afin de pouvoir l'utiliser sous la forme souhaitée : $p_m = \mathsf{f}(\rho_m, Y_f)$. Pour cela, la condition nécessaire est que la relation tabulée soit bijective[2], c'est-à-dire que :

$$\forall\, p_m \text{ et } Y_f \text{ fixés}, \exists \text{ une seule valeur de } \rho_m \text{ telle que } \rho_m = \mathsf{f}(p_m, Y_f)$$

Les relations 2.72 et 2.79 sont strictement croissantes et, quelle que soit Y_f fixée entre 0 et 1, la fonction $\rho_m = \mathsf{f}(p_m, Y_f)$ est également strictement croissante. La condition précédente est ainsi vérifiée et la bijectivité de la relation est démontrée. Cette relation strictement croissante permet aussi d'assurer, en tout point, une vitesse du son du mélange c_m réelle, en vérifiant que :

$$\frac{1}{c_m^2} = \frac{d\rho_m}{dp_m} > 0 \tag{2.80}$$

La méthode de tabulation, résumée par le schéma de la figure 2.6, consiste tout d'abord à fixer un couple de valeurs (ρ_f, Y_f). Il est possible de déterminer la pression du carburant p_f, correspondant à la valeur de la masse volumique ρ_f choisie, au moyen de l'équation d'état 2.72 régissant le carburant (rappelons que, dans cette relation, α_l et α_v désignent respectivement la fraction volumique de liquide et de vapeur à l'intérieur du carburant f, soit $\alpha_l + \alpha_v = 1$). Grâce à l'hypothèse d'équilibre

[2]L'intérêt de la bijection est qu'à tout élément de l'ensemble de départ (antécédent), correspond exactement un élément de l'ensemble d'arrivée (image) ; on dit donc qu'un antécédent admet une unique image par f. On peut ainsi définir une application f^{-1} appelée application réciproque de f, qui va "dans l'autre sens" (associant à toute image son unique antécédent), et telle que $f \circ f^{-1}$ et $f^{-1} \circ f$ soient les applications identique des ensembles respectifs. f^{-1} est aussi une bijection.

thermodynamique à l'interface carburant-gaz, on peut alors supposer $p_g = p_f$ ($= p_m$), ce qui conduit à la détermination de la masse volumique du gaz ρ_g, ce gaz étant considéré comme parfait (équation 2.79). Le calcul de la masse volumique ρ_m du mélange correspondant est alors rendu possible par la relation 2.75, la fraction massique de carburant Y_f ayant été fixée au préalable.

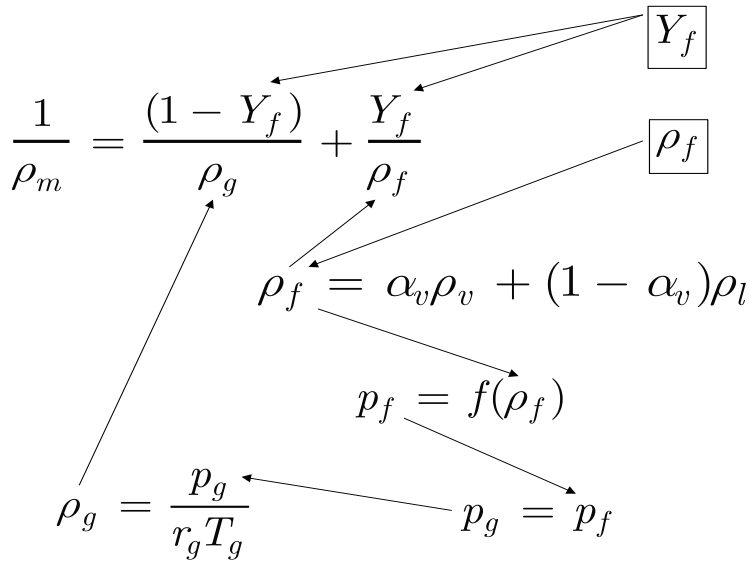


FIG. 2.6 – Schéma de construction de la relation $\rho_m = \mathsf{f}(p_m, Y_f)$

On va alors réaliser cette opération pour un certain nombre de valeurs du couple (ρ_f, Y_f), situées à l'intérieur de la plage de valeurs pouvant être atteintes au cours d'un calcul (typiquement $0 \leq \rho_f \leq 1000$ kg/m^3 et $0 \leq Y_f \leq 1$). Le résultat est la construction d'une grille dont le support est la surface d'équation $\rho_m = \mathsf{f}(\rho_f, Y_f)$, c'est-à-dire $\rho_m = \mathsf{f}(p_m, Y_f)$ puisque fixer ρ_f revient à fixer p_m.

La grille obtenue est une surface continue, comportant trois parties qui correspondent aux trois parties de l'équation d'état du mélange f (équation 2.72).

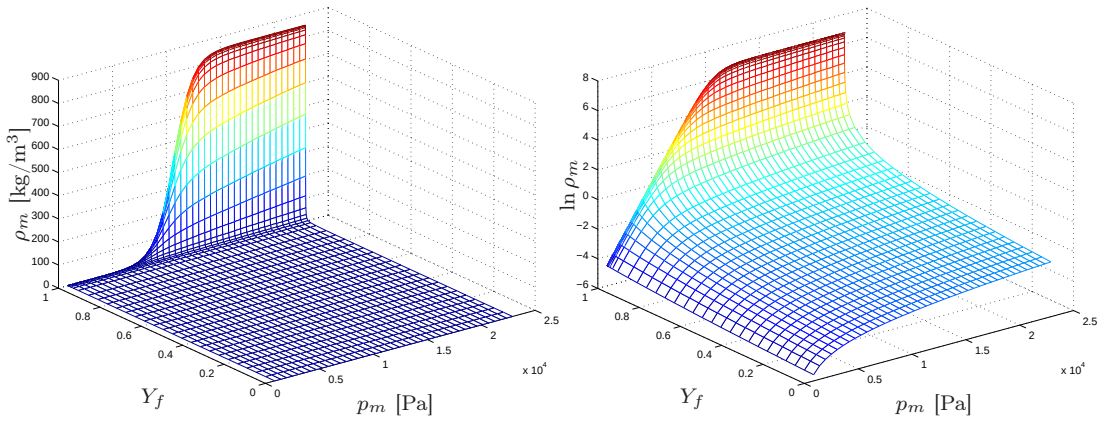
Cas d'un carburant diphasique (constitué de vapeur et de liquide)

Pour le cas où la cellule élémentaire de calcul comprendrait simultanément les phases carburant diphasique $(l + v)$ et gaz (g), l'équation d'état est une surface représentée sur la figure 2.7.

Cette surface présente de très forts gradients, dus principalement au rapport de densités élevé entre le liquide et le gaz et également à la raideur de l'équation d'état du carburant f (figure 2.3, page 76). Le raffinement de la grille est donc primordial de manière à bien représenter numériquement ces sauts violents, lors de l'implantation dans le code de calcul.

Cas d'un carburant constitué de liquide pur

La figure 2.8 représente la partie de l'équation d'état pour laquelle le liquide et le gaz seulement coexistent. Là encore, de forts gradients incitent à raffiner la grille de tabulation aux endroits les plus critiques.



(a) $\rho_m = \mathsf{f}(p_m, Y_f)$ (b) $\ln \rho_m = \mathsf{f}(p_m, Y_f)$

FIG. 2.7 – Équation d'état du mélange $m = (l + v) + g$, pour le cas où $\rho_v < \rho_f < \rho_l$

Cas d'un carburant constitué de vapeur pure

Comme pour les cas précédents, on pourrait construire une surface correspondant à une partie de l'équation d'état. Mais étant donné que le mélange contient uniquement du gaz g et de la vapeur v, celui-ci n'est plus diphasique et l'hypothèse selon laquelle $p_g = p_f$ à l'interface carburant-gaz n'est plus valable (un mélange gazeux devrait au contraire tenir compte des pressions partielles de chaque constituant).

Toutefois, d'après ce qui a été établi plus haut, la présence de bulles de cavitation (donc de la phase vapeur) à l'intérieur du carburant est dépendante de la pression. Le carburant est constitué de vapeur pure pour une plage de pressions s'étendant de 0 à P_v^{sat} ($\simeq 10^3$ Pa d'après l'équation 2.68, avec des caractéristiques physiques classiques pour un gazole) et peut contenir de la vapeur jusqu'à une pression P_l^{sat} ($\simeq 2.10^4$ Pa d'après l'équation 2.70).

Dès la sortie de l'orifice d'injection, l'écoulement n'est plus confiné et le cisaillement à l'intérieur du liquide est moins important, surtout en périphérie du jet. Les dépressions locales ayant engendré la cavitation disparaissent et la pression tend alors à dépasser le seuil de présence de vapeur pure (P_v^{sat}). La résolution numérique dans le code CAVIF implique donc que le contact direct entre vapeur et gaz est hautement improbable : la fraction volumique de vapeur dans le carburant, à proximité du gaz, demeure strictement inférieure à 1 ce qui signifie qu'un film liquide demeure entre le gaz et la vapeur.

Physiquement, cela a pour effet de provoquer le *collapse* des bulles de cavitation à proximité de l'interface avec l'air. Autrement dit, la vapeur de carburant ne viendra jamais au contact direct du gaz g pour se mélanger avec lui car elle sera toujours recondensée à l'intérieur de la phase f, ce qui est conforme aux observations expérimentales de Miranda *et al.* [116] par exemple.

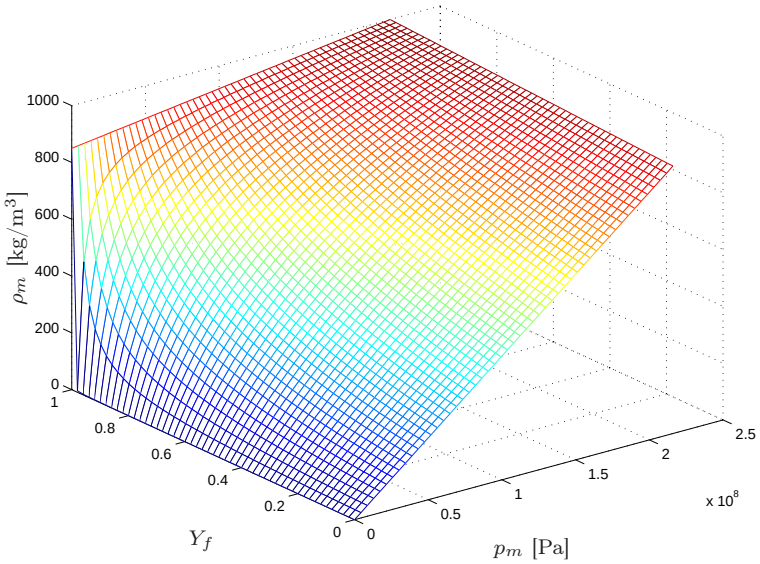


FIG. 2.8 – Équation d'état du mélange $m = l + g$

2.8 Conclusion

Pour la représentation des écoulements multiphasiques auxquels on s'intéresse, un modèle de mélange a été choisi, c'est-à-dire que l'on considère les différentes phases en présence comme étant un seul pseudo-fluide, noté m, dont les propriétés physiques varient en fonction de sa constitution. Une attention particulière doit en outre être portée au modèle puisqu'on souhaite observer le phénomène de cavitation qui semble surpasser de nombreux autres effets présents. Les principales hypothèses du modèle adopté sont résumées ci-après :

- Bien que l'écoulement soit turbulent, la cavitation est considérée comme le phénomène prépondérant et les équations résolues supposent un écoulement laminaire. L'hypothèse consiste donc à résoudre les écoulements secondaires et recirculations en même temps que la cavitation, en négligeant les effets de la turbulence.
- La tension de surface ainsi que les forces dues à la gravité sont considérées comme négligeables au regard des phénomènes violents résolus.
- Le glissement entre phases n'est pas pris en compte : on suppose qu'il existe une seule et même vitesse u_m pour le mélange des différentes phases.
- Le "macro-modèle" diphasique, constitué d'une phase carburant f et d'une phase gazeuse g, contient un "sous-modèle" diphasique puisque le carburant f peut aussi bien se présenter sous forme liquide l que vapeur v due à la cavitation.
- Le comportement du carburant f est gouverné par une équation d'état barotrope, comme fréquemment lorsque l'on traite d'écoulements cavitants.
- L'équation d'état régissant le mélange m est basée sur une hypothèse d'équilibre thermodynamique à l'interface entre les phases f et g : la pression p_m représente donc la pression du mélange m.

Enfin, la stabilité numérique de la méthode utilisée pour modéliser les phénomènes de cavitation et d'atomisation apparaît primordiale dans le contexte de la simulation numérique. Dans le chapitre suivant, nous nous intéressons à l'implantation du modèle présenté ici dans un code de calcul tridimensionnel.

La mathématique est une science dangereuse : elle dévoile les supercheries et les erreurs de calcul.
Galilée

Chapitre 3

Le code CAVIF

Après avoir fait le choix d'une modélisation de type mélange homogène pour aborder le problème du fractionnement primaire d'un jet de carburant dans un moteur Diesel, il convient à présent d'implanter ce modèle dans le code de calcul le plus adapté à nos besoins.

Le code CAVIF (*Cavitating Internal Flow*), développé à l'IFP par Dumont *et al.* [56, 54], traite déjà de manière eulérienne l'écoulement cavitant à l'intérieur de l'injecteur. C'est un code diphasique tridimensionnel, dérivé du code KMB [73], qui utilise un modèle de mélange pour représenter une phase notée l (carburant liquide) et une phase notée v (vapeur représentant les poches de cavitation). En outre, ce code permet, par la prise en compte de maillages multi-blocs, de calculer des géométries complexes analogues à la réalité, avec également la possibilité de simuler la levée et descente d'aiguille de l'injecteur grâce à un module de mouvement de maillage.

Si l'on considère ce qui a été mis en lumière dans la partie 1.1, il est primordial de prendre en compte les phénomènes intervenant à l'intérieur de l'injecteur pour pouvoir représenter de manière satisfaisante la formation du spray. Une approche eulérienne utilisant un modèle de mélange peut être envisagée simplement dans le code CAVIF. De plus, en étudiant l'atomisation des jets directement avec CAVIF, le couplage avec l'écoulement sortant de l'injecteur sera effectué implicitement.

La première partie de ce chapitre est consacrée à la description du code CAVIF et de ses schémas numériques. Ensuite, quelques tests numériques, visant à évaluer la diffusion numérique des méthodes utilisées, sont présentés, avant de détailler les modifications apportées au code afin de permettre la prise en compte de la phase gazeuse g.

3.1 Description générale du code

Une présentation succincte du code CAVIF est préalablement nécessaire. Dans la version originale du code, développé par Dumont [54], les équations de Navier-Stokes tridimensionnelles sont résolues avec les termes de compressibilité et de viscosité (équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement), selon une architecture numérique proche de celle du code KMB [73].

3.1.1 Système d'équations résolu

On rappelle le système d'équations à résoudre, détaillé à la partie 2.4, pour un mélange de carburant f :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \rho_f}{\partial t} + \dfrac{\partial \rho_f u_j}{\partial x_j} = 0 \\ \dfrac{\partial \rho_f u_i}{\partial t} + \dfrac{\partial \rho_f u_i u_j}{\partial x_j} = -\dfrac{\partial p_f}{\partial x_i} + \dfrac{\partial \tau_{f,ij}}{\partial x_j} \\ p_f = \mathsf{f}(\rho_f) \end{cases} \tag{3.1}$$

Le système 3.1 est résolu en exprimant, pour tout point du maillage, la variation temporelle de la masse volumique du mélange f $\left(\frac{\partial \rho_f}{\partial t}\right)$, celle de la quantité de mouvement dans les trois directions de l'espace $\left(\frac{\partial \rho_f u}{\partial t}\right)$, $\left(\frac{\partial \rho_f v}{\partial t}\right)$ et $\left(\frac{\partial \rho_f w}{\partial t}\right)$. On en déduit alors aisément les grandeurs physiques ρ_f, u, v, w et ensuite la pression p_f grâce à l'équation d'état $p_f = \mathsf{f}(\rho_f)$.

3.1.2 Structure numérique

Comme dans le code KMB [73], CAVIF utilise une formulation ALE[1] [80, 134] pour laquelle les éléments fluides se déplacent avec une vitesse arbitraire, dite "vitesse de grille". Outre sa capacité à traiter des domaines déformables, cette méthode présente l'avantage de décomposer l'opérateur différentiel temporel en trois étapes :

- Étape A : contribution des termes sources (chimie, évaporation du spray).
- Étape B : résolution du gradient de pression et de la diffusion visqueuse.
- Étape C : prise en compte des termes convectifs.

Les étapes A et B sont purement lagrangiennes, puisque le maillage suit le fluide avec sa vitesse (les termes convectifs n'interviennent pas). En revanche, l'étape C est eulérienne car le maillage se déplace avec sa vitesse propre et les termes convectifs, résultant de la différence de vitesse entre le fluide et le maillage, sont pris en compte dans le calcul de la solution.

Le modèle diphasique, présenté au chapitre précédent, traite un seul "pseudo-fluide" dont les caractéristiques physiques évoluent. Ainsi, quand bien même l'écoulement présenterait des changements de phase physiques ("vaporisation" du carburant liquide, par cavitation, ou "recondensation" de la vapeur de carburant, par implosion), le code ne prendrait en compte qu'un seul et même fluide, du fait que les changements de phase sont simplement déduits des variations de la masse volumique du fluide f. L'étape A se limite donc dans CAVIF au calcul de $p_f = \mathsf{f}(\rho_f)$.

3.1.3 Discrétisation spatiale

La méthode de discrétisation spatiale utilisée est de type volumes finis. On suppose alors que toute grandeur a une valeur uniforme à l'intérieur d'une maille (ou cellule élémentaire de calcul). On résout donc les équations de grandeurs moyennées

[1] ALE : *Arbitrary Lagrangian-Eulerian*

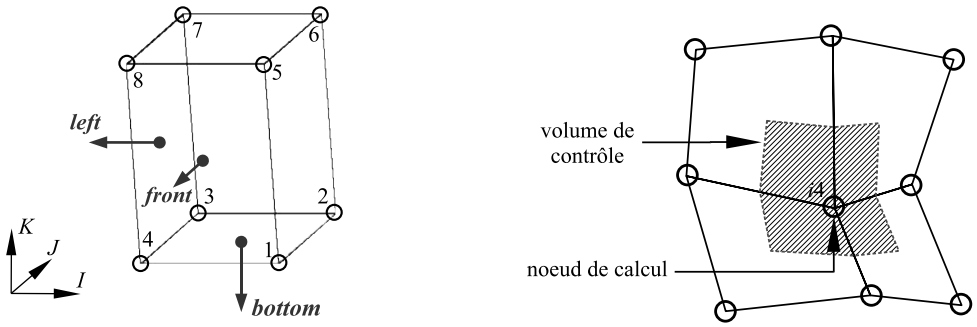
sur un volume de contrôle donné, noté Ω, comme on a pu le voir dans la partie 2.2. Ainsi, pour calculer la divergence d'une grandeur Φ en un point, on utilise le théorème de Gauss-Ostrogradski :

$$\int_{\Omega} \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \, d\omega = \int_{\partial\Omega} \Phi . n \; dS \tag{3.2}$$

avec n la normale unitaire à la surface délimitant le volume Ω et dirigée vers l'extérieur. CAVIF utilise des maillages structurés, constitués d'hexaèdres (mailles à six faces), de sorte que l'on peut décomposer cette relation comme la somme des flux traversant chaque face, comme on le verra dans la partie 3.2.2.

Repérage local des nœuds et faces

Afin de repérer les huit nœuds (ou sommets) de chaque maille, on associe à chacun un numéro, conformément à la figure 3.1a. Pour les calculs de flux, il est également utile de repérer chacune des six faces de la maille : la face l (*left*) est la face délimitée par les nœuds 4378, la face r (*right*) par les nœuds 1265, la face b (*bottom*) par les nœuds 4123, la face t (*top*) par les nœuds 8567, la face f (*front*) par les nœuds 4158 et enfin la face d (derrière) par les nœuds 3267. Étant donné que la face r, par exemple, est aussi la face l de la maille voisine de droite, et que le même raisonnement peut être appliqué aux faces t et d, on n'utilise finalement que les trois faces caractéristiques l, b et f pour calculer les flux.



(a) Numérotation locale des nœuds d'une maille et repérage des faces utilisées pour le calcul des flux

(b) Volume de contrôle de quantité de mouvement pour le nœud `i4`, dans une configuration 2D

FIG. 3.1 – Discrétisation spatiale dans CAVIF

Repérage des mailles et des nœuds

Les maillages utilisés étant structurés, on repère une maille par l'indice correspondant à son nœud local n° 4, noté `i4`. Les indices de maille sont incrémentés d'abord selon l'axe I, puis selon J et enfin K. L'indice `i4` d'une maille quelconque est donc déterminé de la manière suivante :

```
i4 = (k-1)*nyp + (j-1)*nxp + i
```

où les indices `i`, `j` et `k` sont les indices du nœud `i4` selon les axes I, J et K, `nxp` et `nyp` sont les nombres de nœuds du maillage dans les directions I et J.

Flagage des nœuds et mailles

A chaque nœud du maillage correspond un certain nombre de *flags* : il s'agit d'indices prenant des valeurs qui renseignent sur la nature de ce nœud. Ainsi, le *flag* de maille, noté `f`, prend une valeur différente selon que le nœud considéré désigne une maille réelle ou fictive. Le flag `f` renseigne également sur les conditions limites appliquées. Le *flag* de nœud, noté `ifv`, spécifie la nature du nœud (fluide, paroi, entrée, sortie). Enfin, le *flag* de repère, noté `ifrez`, sert essentiellement à gérer les interfaces entre maillages, en multi-blocs [73].

3.1.4 Les volumes de contrôle

Les vitesses sont localisées aux nœuds, alors que les quantités scalaires (ρ_f, p_f, μ_f) sont définies au centre des mailles. On utilise donc deux volumes de contrôle différents : pour les scalaires il s'agit de la maille elle-même (hexaèdre à 6 faces), alors que le volume de contrôle de la quantité de mouvement est en fait constitué des huit parties d'hexaèdres entourant le nœud concerné (cf. figure 3.1b). Ce volume de contrôle possède donc 24 faces en 3D.

3.1.5 Les conditions aux limites

L'étude d'écoulements fortement instationnaires et le modèle implanté dans le code CAVIF impliquent, lors des simulations, la propagation de fortes ondes de pression (l'équation d'état considère une phase liquide compressible). Dans le cas du calcul de l'écoulement à l'intérieur de l'injecteur seulement [54], il était alors indispensable de choisir des conditions aux limites capables de prendre en considération les différentes ondes traversant les frontières du domaine de calcul.

Conditions aux limites en entrée

En entrée du domaine de calcul, les conditions limites imposées doivent représenter correctement les oscillations de pression qui ont lieu dans le système d'injection. Une étude numérique unidimensionnelle de l'écoulement en amont de l'injecteur [71] a montré l'existence de fluctuations de pression ($\sim$ 10 MPa avec une fréquence de l'ordre de 1 kHz). Ce paramètre est à prendre en compte dans la simulation d'injections de longue durée. On considère donc un modèle de relaxation entre une pression loin en amont de l'entrée de l'injecteur, considérée comme constante, et la pression dans les mailles d'entrée du domaine de calcul. La vitesse d'entrée est alors calculée par la relation de Bernoulli, en la supposant perpendiculaire à la section d'entrée [56].

Conditions aux limites en sortie

Les conditions de sortie implantées dans le code CAVIF sont celles de la formulation NSCBC [2] [162, 133], afin d'avoir des conditions limites non réfléchissantes et de permettre le passage des poches de cavitation à travers la sortie du domaine de calcul, lorsque celui-ci s'arrête à la sortie de l'orifice d'injection. L'implantation de cette formulation est détaillée par Dumont *et al.* [56]. En revanche, quand on tient compte de la chambre de combustion dans le calcul, on peut considérer celle-ci comme fermée, ce qui permet de s'affranchir du problème des conditions limites en sortie.

Conditions aux limites aux parois

Les parois sont supposées imperméables à l'écoulement : les flux de toutes les grandeurs scalaires sont donc nuls à travers les parois. De plus, des conditions limites d'adhérence sont prises en compte, de sorte que la vitesse du fluide au voisinage de la paroi est fixée égale à celle de la paroi (c'est-à-dire qu'elle est nulle quand les parois sont fixes). Aucune loi de paroi n'est spécifiée, car le maillage est supposé suffisamment fin pour résoudre la couche limite. En outre, la cavitation pouvant se développer au voisinage des parois, l'utilisation d'une loi de paroi n'est pas adaptée à notre problème, car elle pourrait amener à des erreurs.

3.2 Les schémas numériques

Le schéma numérique de convection utilisé dans le code CAVIF est le même que celui développé dans KIVA-II [3]. En revanche, pour l'avancement temporel, on utilise un schéma explicite d'ordre 3, à l'instar de Schmidt dans le code bidimensionnel CAVALRY [152].

3.2.1 Avancement en temps

Contrairement aux codes KIVA-II ou KMB, un schéma de Runge-Kutta [147, 96] d'ordre 3 (RK3) est utilisé pour l'avancement en temps. Ce type de schéma présente de bonnes qualités de précision et de stabilité numérique [79] et a notamment été utilisé avec succès sur des écoulements à nombre de Reynolds élevé par Le et Moin [100].

Abramowitz et Stegun [1] ainsi que Gear [63] donnent différentes formulations de la méthode de Runge-Kutta. Elle consiste à diviser le pas de temps Δt en trois sous-cycles, notés $\kappa = 1, 2, 3$. On affecte alors aux variables calculées à chaque sous-cycle un certain poids (par le biais de coefficients γ et ψ), de manière à calculer la valeur de ces variables physiques à la fin du pas réel. Pour une grandeur scalaire Φ quelconque (ρ_f par exemple) :

$$\Phi^{\kappa} = \gamma^{\kappa} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} \right)^{\kappa} \Delta t + \psi^{\kappa} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} \right)^{\kappa-1} \Delta t + \Phi^{\kappa-1} \tag{3.3}$$

[2] NSCBC : *Navier-Stokes Characteristic Boundary Conditions*

Pour le bilan de quantité de mouvement, le calcul de la vitesse aboutit à une formulation quelque peu différente :

$$u_i^\kappa = \frac{1}{{}^*\rho_f^\kappa}\left[\gamma^\kappa\left(\frac{\partial \rho_f u_i}{\partial t}\right)^\kappa \Delta t + \psi^\kappa\left(\frac{\partial \rho_f u_i}{\partial t}\right)^{\kappa-1}\Delta t + {}^*\rho_f^{\kappa-1}u_i^{\kappa-1}\right] \tag{3.4}$$

avec ${}^*\rho_f^\kappa$ la masse volumique dans le volume de contrôle de quantité de mouvement, calculée au sous-cycle κ.

Les conditions initiales du premier sous-cycle ($\kappa = 1$) tiennent compte du mouvement de maillage lagrangien, alors qu'aux autres sous-cycles, le maillage est considéré fixe, à la position définie pour le pas de temps réel suivant. Les conditions initiales ont donc la forme suivante :

$$\begin{cases} \rho_f^0 = \rho_f^{n-1}\dfrac{\Omega_{ijk}^n}{\Omega_{ijk}^{n+1}} \\ \left(\dfrac{\partial \rho_f}{\partial t}\right)^0 = 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} {}^*\rho_f^0 u_i^0 = {}^*\rho_f^{n-1}u_i^{n-1}\dfrac{{}^*\Omega_{ijk}^n}{{}^*\Omega_{ijk}^{n+1}} \\ \left(\dfrac{\partial \rho_f u_i}{\partial t}\right)^0 = 0 \end{cases} \tag{3.5}$$

où on note avec l'exposant n les grandeurs calculées au n-ième pas de temps réel (physique), c'est-à-dire au dernier sous-cycle ($\kappa = 3$). Ω_{ijk} et ${}^*\Omega_{ijk}$ sont respectivement le volume de contrôle des scalaires et le volume de contrôle de quantité de mouvement.

Les valeurs des coefficients γ et ψ sont fixées de manière analogue à ce qui est fait dans le code CAVALRY [152] et sont consignées dans le tableau 3.1.

Sous-cycle	$\kappa = \mathbf{1}$	$\kappa = \mathbf{2}$	$\kappa = \mathbf{3}$
γ	$\frac{8}{15}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{3}{4}$
ψ		$-\frac{17}{60}$	$-\frac{5}{12}$

Tab. 3.1 – Coefficients du schéma Runge-Kutta d'ordre 3 utilisés dans le code CAVIF [54]

3.2.2 Schéma de convection

Le schéma QSOU[3] [3], qui est le schéma utilisé pour la convection dans le code CAVIF, est une modification d'un schéma proposé par Van Leer [169]. Ce type de schéma est monotone et aurait pu être appelé "méthode du gradient minimal". En effet, pour la convection unidimensionnelle d'une grandeur quelconque Φ, dans le cas où Φ_i est compris entre Φ_{i-1} et Φ_{i+1}, la pente est calculée comme suit :

$$\left.\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right|_i = \frac{\text{sign}(\Phi_i - \Phi_{i-1})}{\Delta x}\min\left(|\Phi_i - \Phi_{i-1}|, |\Phi_{i+1} - \Phi_i|\right) \tag{3.6}$$

[3]QSOU : *Quasi-Second-Order Upwind*

avec Φ_i la valeur de la grandeur Φ, au point d'indice i. En revanche, si Φ_i n'est pas compris entre Φ_{i-1} et Φ_{i+1}, la pente est supposée nulle.

Considérons maintenant un cas unidimensionnel, avec tailles de cellules variables ; on pose $\Delta x_i = x_{i+1} - x_i$ et $\Delta\Phi_i = \Phi_{i+1} - \Phi_i$. La pente est alors déterminée par :

$$\left.\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right|_i = \begin{cases} \mathrm{sign}(\Delta\Phi_i) \min\left(\dfrac{|\Delta\Phi_i|}{\Delta x_i}, \dfrac{|\Delta\Phi_{i-1}|}{\Delta x_{i-1}}\right) & \text{si } \Delta\Phi_i \Delta\Phi_{i-1} > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{3.7}$$

Ainsi, en notant ν le numéro du sous-cycle convectif (étape B ou C), la valeur de $\Phi^\nu_{i+\frac{1}{2}}$, utilisée pour le calcul des flux entre les cellules i et $i+1$, est donnée par la relation :

$$\Phi^\nu_{i+\frac{1}{2}} = \begin{cases} \Phi^\nu_i + \left.\dfrac{\partial \Phi}{\partial x}\right|^\nu_i \left(x_{i+\frac{1}{2}} - x_i\right)\left(1 - \dfrac{\delta\Omega}{\Omega^\nu_i}\right) & \text{si } \delta\Omega > 0 \\ \Phi^\nu_{i+1} - \left.\dfrac{\partial \Phi}{\partial x}\right|^\nu_i \left(x_{i+1} - x_{i+\frac{1}{2}}\right)\left(1 + \dfrac{\delta\Omega}{\Omega^\nu_{i+1}}\right) & \text{sinon} \end{cases} \tag{3.8}$$

où $x_{i+\frac{1}{2}}$ est la coordonnée de la face à travers laquelle passent les flux (entre les cellules i et $i+1$), $\delta\Omega$ est le volume de flux et Ω^ν_i est le volume de la cellule i. La grandeur $\delta\Omega$ est positive si le volume de la cellule $i+1$ augmente par le mouvement de la face notée $i+\frac{1}{2}$ (dans ce cas, la cellule i est la maille *upwind*), alors qu'elle est négative si le volume de la maille $i+1$ diminue (la cellule $i+1$ est alors la maille *upwind*).

Aux frontières du domaine de calcul, près d'une paroi, la condition suivante est imposée :

$$\left.\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right|^\nu_i = 0 \tag{3.9}$$

Pour le cas du voisinage des conditions limites d'entrée, la relation 3.7 est utilisée, en considérant la valeur de Φ imposée en entrée.

Cette méthode est généralisée aux cas tridimensionnels en considérant simplement que les flux dans chaque direction dépendent seulement des gradients dans cette même direction.

Étape B

Cette étape concerne uniquement l'équation de conservation de la quantité de mouvement. Les termes de gradient de pression et de diffusion sont déterminés selon la relation suivante :

$$^*\Omega^\kappa_{ijk}\left(\frac{\partial \rho_f u_i}{\partial t}\right)^{\kappa,B} = -\sum_{\beta=1}^{24} p_f^{\kappa-1} A_\beta^{\kappa-1} + \sum_{\beta=1}^{24} \tau_{f,ij}^{\kappa-1} A_\beta^{\kappa-1} \tag{3.10}$$

avec A l'aire de la face concernée et l'indice β se rapportant aux faces du volume de contrôle de quantité de mouvement. La pression p_f est déterminée par l'équation d'état :

$$p_f^\kappa = \mathsf{f}(\rho_f^\kappa) \tag{3.11}$$

Étape de convection C

Dans le cas de l'équation de transport d'une quantité scalaire Φ quelconque (ρ_f par exemple), la discrétisation suivante est utilisée :

$$\Omega_{ijk}^{\kappa}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial t}\right)^{\kappa,C} = -\sum_{\alpha=1}^{6}\Phi_{\alpha}^{\kappa-1}\delta V_{\alpha}^{\kappa-1} \tag{3.12}$$

où l'indice α se rapporte à l'une des faces du volume de contrôle et δV est défini comme suit :

$$\delta V_{\alpha}^{\kappa} = u_{\alpha}^{\kappa}A_{\alpha}^{\kappa} \tag{3.13}$$

Concernant le bilan de quantité de mouvement, la partie relative à la convection est calculée par la relation :

$$^{*}\Omega_{ijk}^{\kappa}\left(\frac{\partial\rho_f u_i}{\partial t}\right)^{\kappa,C} = -\sum_{\beta=1}^{24}u_{i,\beta}^{\kappa-1}\delta M_{\beta}^{\kappa-1} \tag{3.14}$$

La grandeur δM est donnée par :

$$\delta M_{\beta}^{\kappa-1} = \frac{1}{8}\left(\rho_{ext}^{\kappa-1}\delta V_{ext} - \rho_{int}^{\kappa-1}\delta V_{int}\right) \tag{3.15}$$

avec δV_{ext} et δV_{int} définis par la relation 3.13 et les indices *ext* et *int* se rapportant aux faces des volumes de contrôle de masse situées de part et d'autre de la face β du volume de contrôle de quantité de mouvement.

3.2.3 Bilan

Le schéma de la figure 3.2 résume la résolution numérique dans le code CAVIF (n est le pas de temps physique alors que κ est le sous-cycle du schéma RK3).

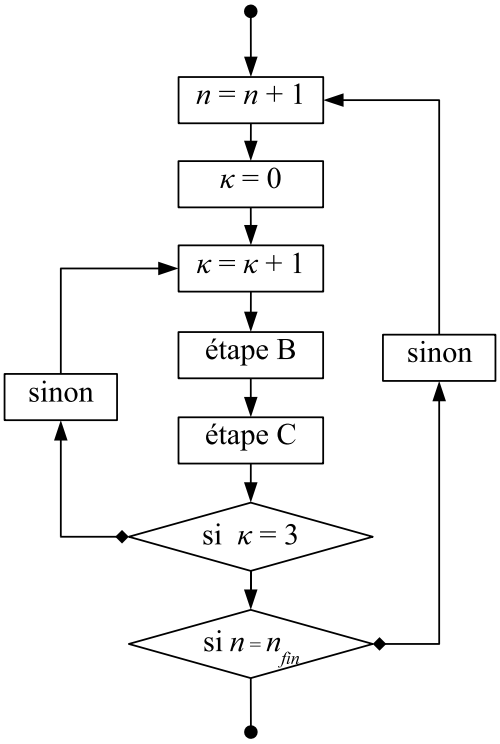


FIG. 3.2 – Résolution numérique dans le code CAVIF

3.3 Étude de la précision des schémas numériques du code

Pour utiliser ce code dans la chambre de combustion, en sortie de l'injecteur, une bonne résolution de l'écoulement nécessite des schémas numériques précis. En effet, les tourbillons pouvant se former en surface du jet doivent être correctement résolus par le maillage, mais on doit également disposer de schémas numériques capables d'éviter leur dissipation prématurée. Des tests d'advection de vortex, similaires à ceux réalisés par Moureau [122] avec le code IFP-C3D [182], sont mis en œuvre avec CAVIF, en résolvant les équations d'Euler (effets de la viscosité négligés), afin de comparer la dissipation numérique de ses schémas d'advection à celle d'autres codes.

Ces tests consistent à advecter un tourbillon gazeux (vapeur de carburant, en l'occurrence) bidimensionnel de 2 centimètres de diamètre dans une boîte de même largeur. On initialise donc un champ de vitesses tourbillonnant sur lequel on superpose un champ convectif constant. Le champ de pression initial est déterminé en fonction de l'équation d'état du modèle ($p_f = \rho_f c_v^2$ dans la vapeur). Le tourbillon initial comprend 21 nœuds dans les deux directions (mailles régulières de taille caractéristique $\Delta x = 1$ mm). Le profil de vitesses initial est gaussien (figure 3.3a), avec une vitesse maximale de 10 m/s. La vitesse d'advection du tourbillon est constante et égale à 20 m/s. Quant au champ de pression initial, il prend alors des valeurs très faibles (de l'ordre de 50 Pa), de manière à conserver les conditions de présence de la phase vapeur seule tout au long du test. Le tourbillon est advecté sur 4 centimètres, soit pendant 2 millisecondes.

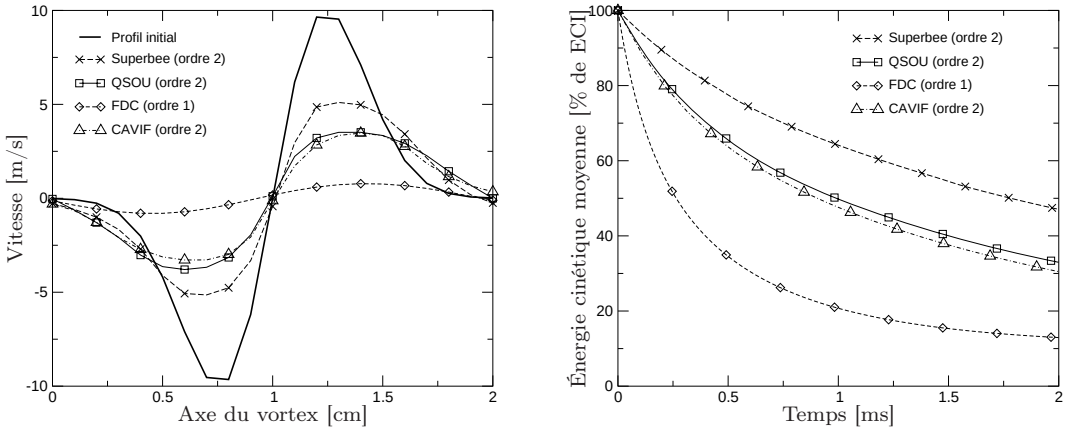
3.3.1 Comparaison avec les schémas numériques du code IFP-C3D

La figure 3.3 montre que les schémas de CAVIF (QSOU + RK3) ont le même comportement que le schéma QSOU, implanté dans le code IFP-C3D, accompagné d'un schéma explicite pour l'avancement temporel des termes convectifs. Les profils de vitesse sont identiques et l'énergie cinétique du tourbillon, après advection, est de l'ordre de 30 % de l'ECI (Énergie Cinétique Initiale) dans les deux cas, alors que l'utilisation de limiteurs de pente Superbee-Van Leer [79] (toujours ordre 2 en espace) dans IFP-C3D réduit la dissipation numérique et que le schéma FDC [4] d'ordre 1 dissipe plus d'énergie cinétique. Ce test met donc en évidence que l'utilisation d'un schéma Runge-Kutta d'ordre 3 n'a pas d'incidence sur la dissipation numérique du schéma spatial.

3.3.2 Étude sur le critère de stabilité *CFL*

Une autre série d'essais porte sur la stabilité du schéma vis-à-vis de l'augmentation du pas de temps de calcul. Pour cela, on fait varier le critère de stabilité *CFL*[5] [38], qui représente le rapport de la distance parcourue par l'onde la plus

[4] FDC : *Full Donor Cell*
[5] *CFL* : nombre de Courant-Friedrichs-Lewy



(a) Profils de vitesse (b) Décroissance de l'énergie cinétique

FIG. 3.3 – Comparaison de la diffusion numérique de différents schémas d'advection

rapide de l'écoulement, durant le pas de temps Δt, sur la taille caractéristique Δx d'une maille représentative :

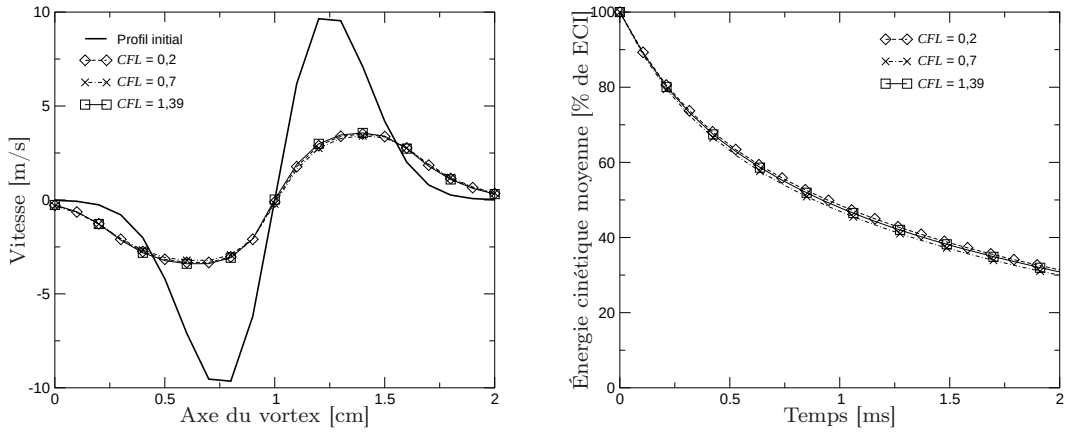
$$CFL = \frac{(|u| + c)\ \Delta t}{\Delta x} \tag{3.16}$$

où $|u|$ est la norme de la vitesse maximale et c est la vitesse du son dans le fluide considéré. Les tests effectués (figure 3.4) montrent que la précision des schémas numériques de CAVIF reste la même pour différentes valeurs de CFL et que l'on peut augmenter ce critère jusqu'à une valeur limite de 1,39 au-delà de laquelle le calcul diverge. Le schéma RK3 permet donc d'augmenter le pas de temps d'une manière significative sans altérer la précision des résultats (les tests d'advection avec IFP-C3D ont été réalisés pour un CFL de 0,7).

3.3.3 Étude de sensibilité à la résolution spatiale

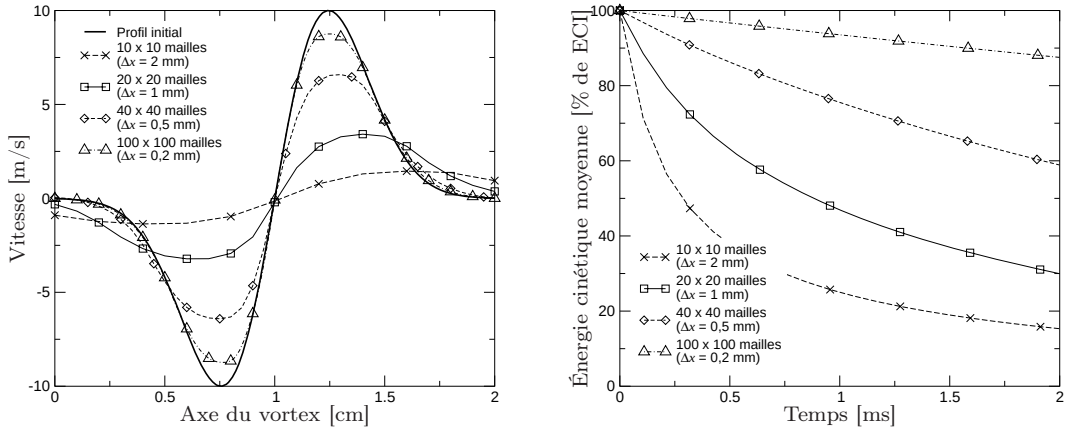
La sensibilité des schémas de CAVIF au raffinement des maillages est éprouvée, afin d'en évaluer l'ordre de convergence (figure 3.5). Les résultats font état de la dissipation la plus faible pour le tourbillon le mieux résolu par le maillage (100×100 mailles). Comme prévu, la dissipation numérique diminue à mesure que le maillage est plus fin, tout en gardant à l'esprit que le profil initial de vitesses résolu n'est pas le même en fonction du raffinement du maillage.

Il est alors possible de calculer la norme L^2 de l'erreur relative E_{L^2}, qui est fonction de la discrétisation spatiale utilisée. Si $E_{L^2} = \mathcal{O}(\Delta x^p)$, on dit que la méthode numérique est d'ordre p ou encore que l'ordre de convergence de la méthode est p. La figure 3.6 permet ainsi de vérifier que le schéma numérique du code CAVIF est d'ordre compris entre 1 et 2 en espace, pour un mélange purement gazeux.



(a) Profils de vitesse (b) Décroissance de l'énergie cinétique

FIG. 3.4 – Étude sur la condition *CFL* du calcul



(a) Profils de vitesse (b) Décroissance de l'énergie cinétique

FIG. 3.5 – Étude sur la sensibilité à la résolution spatiale

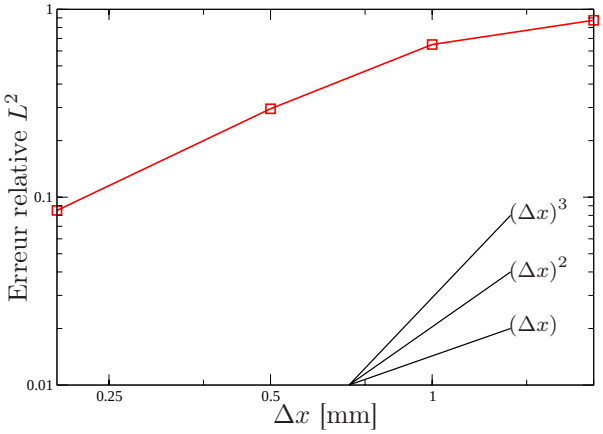


FIG. 3.6 – Ordre de convergence du schéma numérique de CAVIF : variation de l'erreur relative en fonction de la taille caractéristique des mailles de calcul

Les schémas numériques de CAVIF mettent donc en lumière des problèmes de précision, mais ne présentent pas un obstacle majeur à la poursuite de l'étude de l'atomisation. En effet, le présent test est très discriminatoire et met en évidence volontairement les faiblesses des schémas numériques afin de les comparer aisément.

3.4 Implantation de la phase gazeuse g

Au regard des tests numériques précédents, on se propose d'utiliser CAVIF pour ajouter une phase g qui représente le gaz de la chambre de combustion. On traite donc désormais un mélange m constitué du carburant f et du gaz g.

3.4.1 Système d'équations résolu

Le nouveau système d'équations à résoudre pour un mélange m, détaillé dans la partie 2.6, est rappelé :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \rho_m}{\partial t} + \dfrac{\partial \rho_m u_j}{\partial x_j} = 0 \\ \dfrac{\partial \rho_m u_i}{\partial t} + \dfrac{\partial \rho_m u_i u_j}{\partial x_j} = -\dfrac{\partial p_m}{\partial x_i} + \dfrac{\partial \tau_{m,ij}}{\partial x_j} \\ \dfrac{\partial \rho_m Y_f}{\partial t} + \dfrac{\partial \rho_m Y_f u_j}{\partial x_j} = 0 \\ p_m = \mathsf{f}(\rho_m, Y_f) \end{cases} \tag{3.17}$$

De manière analogue à ce qui est présenté plus haut, le système 3.17 est résolu en exprimant, pour tout point du maillage, la variation temporelle de la masse volumique du mélange $\left(\frac{\partial \rho_m}{\partial t}\right)$, celle de la quantité de mouvement dans les trois directions de l'espace $\left(\frac{\partial \rho_m u}{\partial t}\right)$, $\left(\frac{\partial \rho_m v}{\partial t}\right)$ et $\left(\frac{\partial \rho_m w}{\partial t}\right)$, ainsi que celle de la quantité transportée $\left(\frac{\partial \rho_m Y_f}{\partial t}\right)$. On en déduit alors les grandeurs physiques ρ_m, u, v, w et Y_f, et ensuite la pression p_m grâce à l'équation d'état $p_m = \mathsf{f}(\rho_m, Y_f)$.

Toutes les relations liées à la discrétisation dans le code CAVIF et établies dans la partie 3.2 restent donc valables, en remplaçant les indices f (comme pour ρ_f, p_f, μ_f) par des indices m. La relation 3.11, quant à elle, devient simplement :

$$p_m^\kappa = \mathsf{f}(\rho_m^\kappa, \frac{(\rho_m Y_f)^\kappa}{\rho_m^\kappa}) \tag{3.18}$$

La quantité $\rho_m Y_f$ est traitée comme une grandeur scalaire (donc comme ρ_m). Concrètement, cela consiste à ajouter une espèce fictive dans le code CAVIF, comme il en existe dans le code KMB. Numériquement, les relations 3.3 et 3.12 sont donc appliquées, comme pour toute autre grandeur scalaire, avec $\Phi = \rho_m Y_f$.

3.4.2 Implantation de l'équation d'état

La plus grande partie des modifications à apporter au code CAVIF concerne l'implantation de l'équation d'état $p_m = \mathsf{f}(\rho_m, Y_f)$. Comme il a été décrit dans la partie 2.7.2, il s'agit en fait d'une grille de valeurs discrètes qu'il faut exploiter pour un calcul précis de la pression p_m du mélange, pour un couple de valeurs données (ρ_m, Y_f) quelconques.

Plusieurs solutions s'offrent à nous, parmi lesquelles une régression directe de la surface, sur toute la plage de valeurs de ρ_m et Y_f, qui permettrait l'établissement d'une relation $p_m = \mathsf{f}(\rho_m, Y_f)$ continue. Une autre approche consiste à utiliser les

réseaux de neurones pour, là encore, établir une relation analytique. Enfin, une troisième méthode prend en considération chaque maille de la grille tabulée, en réalisant une interpolation bilinéaire pour chacune d'elles.

Dans tous ces cas de figure, la distribution initiale des valeurs, servant à l'approximation de la surface $p_m = \mathsf{f}(\rho_m, Y_f)$, doit être particulièrement soignée, de manière à bien représenter les zones à forts gradients (par une discrétisation plus fine).

Avant tout, l'intuition pourrait mener à envisager de diviser l'équation d'état en trois sous-parties, selon que le carburant est constitué de liquide pur, de vapeur pure ou bien du mélange diphasique $l + v$ (cf. paragraphe 2.7.2), ce qui présenterait l'avantage de faciliter l'approximation en traitant séparément chacune de ces sous-parties. Mais l'utilisation de la relation $p_m = \mathsf{f}(\rho_m, Y_f)$ nécessiterait dans ce cas de connaître la nature de la pseudo-phase carburant f, afin d'utiliser la sous-partie concernée, ce qui n'est pas possible avec la seule connaissance de ρ_m et Y_f.

La régression polynomiale directe

Dans un premier temps, une régression polynomiale est réalisée, à Y_f fixé, pour les différentes courbes d'équation $p_m = \mathsf{f}(\rho_m)$. La pression p_m peut alors être écrite en fonction des différents coefficients de régression A_j :

$$p_m = A_0 + A_1\,\rho_m + A_2\,\rho_m^2 + \ldots + A_j\,\rho_m^j + \ldots + A_n\,\rho_m^n = \sum_{j=0}^{n} A_j\,\rho_m^j \tag{3.19}$$

La courbe présentant les pentes et irrégularités les plus fortes est celle pour laquelle $Y_f = 0$ (cette courbe correspond en fait à l'équation d'état régissant le carburant, détaillée dans la partie 2.5). La stratégie consiste donc à trouver le degré de régression minimal n permettant de bien représenter cette courbe. Ce degré de polynôme devrait ainsi s'avérer suffisant pour la régression des autres courbes d'équation $p_m = \mathsf{f}(\rho_m)$, correspondant au reste des valeurs de Y_f.

Ensuite, la méthode choisie consiste à approcher les différentes valeurs des coefficients A_j, par une régression polynomiale selon Y_f, de sorte que l'on puisse reconstruire la surface d'équation $p_m = \mathsf{f}(\rho_m, Y_f)$ complètement :

$$A_j = B_{0j} + B_{1j}\,Y_f + B_{2j}\,Y_f^2 + \ldots + B_{ij}\,Y_f^i + \ldots + B_{mj}\,Y_f^m = \sum_{i=0}^{m} B_{ij}\,Y_f^i \tag{3.20}$$

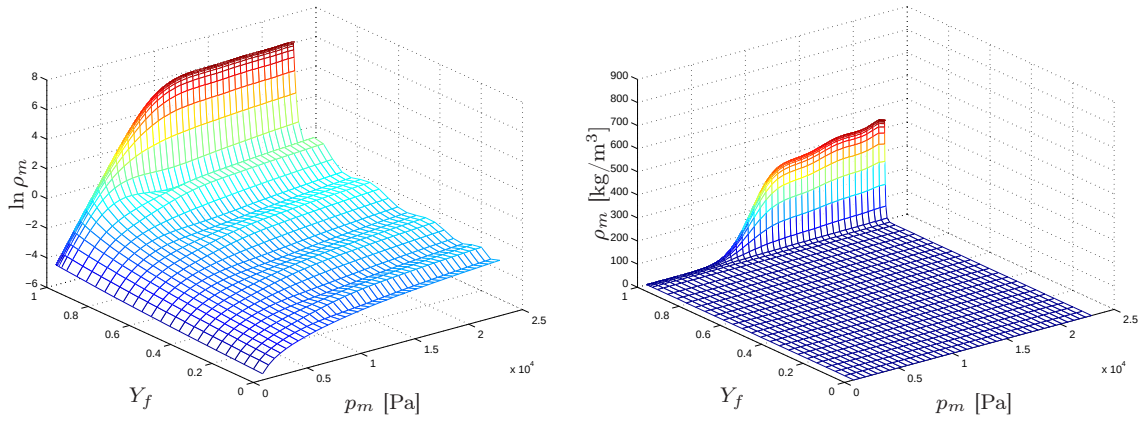
où les coefficients de régression B_{ij} forment une matrice de taille $(m+1) \times (n+1)$.

La relation de régression de la surface représentative de l'équation d'état complète s'écrit alors comme la somme de polynômes :

$$p_m = \sum_{j=0}^{n} \left(\sum_{i=0}^{m} B_{ij}\,Y_f^i \right) \rho_m^j \tag{3.21}$$

Cependant, la surface à interpoler présente de très fortes pentes (selon l'axe ρ_m, mais également selon l'axe Y_f lorsque le carburant est liquide) ce qui rend une régression directe difficile, même à des ordres élevés. Plutôt que chercher directement une approximation de la surface d'équation $p_m = \mathsf{f}(\rho_m, Y_f)$, il peut alors s'avérer

judicieux d'opérer des transformations adéquates sur la surface, de manière à en faciliter la régression. Ainsi, l'équation $p_m = \mathsf{f}(\ln \rho_m, Y_f)$ a par exemple une forme moins contraignante pour l'interpolateur (la figure 3.7a en représente une partie), mais des "vaguelettes", caractéristiques de la régression polynomiale, apparaissent néanmoins. En outre, lors de l'application de la transformation inverse pour revenir à l'équation d'origine $\rho_m = \mathsf{f}(p_m, Y_f)$, les niveaux ne sont pas les mêmes que ceux de la surface d'origine (figure 3.7b à comparer avec la figure 2.7a). Cet exemple met en évidence les limites de cette méthode, d'autant plus qu'il ne concerne qu'une partie de l'équation d'état (cas où $\rho_v < \rho_f < \rho_l$), alors qu'il est nécessaire de l'appliquer à la plage de valeurs complète, accentuant les difficultés d'approximation.



(a) Échelle logarithmique (b) Passage à l'échelle linéaire

FIG. 3.7 – Résultat de la régression polynomiale de la surface représentant l'équation d'état du mélange $m = (l + v) + g$, pour le cas où $\rho_v < \rho_f < \rho_l$

L'ajout de points dans la distribution initiale, visant à améliorer la précision de la régression, a aussi pour effet pervers de la rendre plus difficile, car le système peut s'avérer "sur-contraint". De même, l'augmentation de l'ordre de régression ne fait qu'accroître l'apparition de "vaguelettes". La surface d'équation $p_m = \mathsf{f}(\rho_m, Y_f)$ est donc trop irrégulière pour une régression polynomiale de ce type.

Les réseaux de neurones

Les réseaux de neurones sont une classe d'algorithmes d'apprentissage statistique qui offrent des perspectives intéressantes pour la régression de courbes mathématiques. En effet, ils permettent la prédiction de valeurs inconnues *a priori* à partir d'un ensemble de valeurs connues, dites d'apprentissage. Il s'agit d'une fonction mathématique comprenant, comme toute fonction, des variables et un résultat ; elle comprend de plus des paramètres ajustables appelés poids. Les poids sont initialisés aléatoirement avant l'apprentissage, puis modifiés de manière itérative jusqu'à l'obtention d'un compromis satisfaisant entre la précision de l'approximation sur l'ensemble d'apprentissage et sur un ensemble de validation disjoint du précédent [51].

Considérant un ensemble de données, on peut ainsi ajuster un réseau de neurones à ces données en calculant convenablement les paramètres du réseau : il s'agit donc d'une méthode de régression, analogue aux méthodes de régression linéaire ou

polynomiale [50]. Mais pour obtenir un modèle non-linéaire de précision donnée, un réseau de neurones a besoin de moins de paramètres ajustables que les méthodes de régression classiques. Cette parcimonie des réseaux de neurones résulte du fait que le nombre de poids ajustables varie linéairement avec le nombre de variables du processus à modéliser, alors qu'il varie exponentiellement pour la plupart des autres approximateurs [83]. En règle générale, toute fonction bornée suffisamment régulière peut être approchée avec une précision arbitraire, dans un domaine fini de l'espace de ses variables, par un réseau de neurones comportant une couche de neurones cachés en nombre fini, possédant tous la même fonction d'activation, et un neurone de sortie linéaire [82].

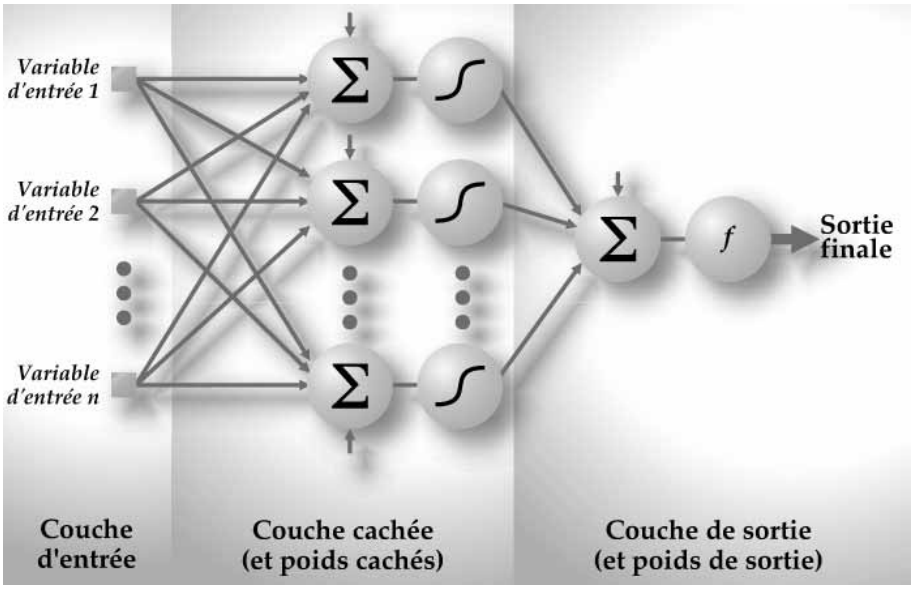


FIG. 3.8 – Topologie d'un réseau de neurones : dans chaque unité de la couche cachée, les variables sont combinées de façon linéaire, puis le réseau de neurones applique une transformation non-linéaire à chacune de ces combinaisons et finalement, les valeurs résultant des unités cachées sont combinées de façon linéaire pour obtenir la valeur prédite [52]

Le calcul de la valeur prédite par un réseau de neurones se compose de quelques étapes simples (figure 3.8). Premièrement, on calcule une série de combinaisons linéaires des variables explicatives (ρ_m et Y_f dans notre cas) :

$$\phi_i = A_i + B_i\rho_m + C_iY_f \tag{3.22}$$

où A_i, B_i et C_i sont les coefficients de la $i^{\text{ème}}$ combinaison linéaire. La seconde étape consiste à appliquer une transformation non-linéaire à chacune des combinaisons linéaires (on parle de fonction d'activation) afin d'obtenir les valeurs de ce que l'on appelle les unités cachées ou neurones qui forment ensemble la couche cachée. La fonction d'activation couramment utilisée est la tangente hyperbolique [51] :

$$h_i = \tanh(\phi_i) = \frac{e^{\phi_i} - e^{-\phi_i}}{e^{\phi_i} + e^{-\phi_i}} \tag{3.23}$$

où h_i est la $i^{\text{ème}}$ unité cachée. L'utilisation d'une telle fonction de transfert avec une expansion infinie dans ses termes joue un rôle fondamental dans la capacité d'un réseau de neurones de capter les dépendances de haut niveau entre les variables explicatives [52]. Finalement, les unités cachées sont recombinées linéairement afin de calculer la valeur prédite par le réseau de neurones :

$$p_m = \beta_0 + \sum_{i=1}^{n} \beta_i h_i \tag{3.24}$$

où n est le nombre d'unités cachées du réseau et les coefficients β_0 et β_i sont ceux de la combinaison linéaire.

La figure 3.8 résume le fonctionnement d'un réseau de neurones et, dans le cas qui nous intéresse, la fonction recherchée a la forme suivante :

$$\begin{aligned} p_m = \beta_0 &+ \beta_1 \tanh\left(A_1 + B_1\rho_m + C_1 Y_f\right) \\ &+ \beta_2 \tanh\left(A_2 + B_2\rho_m + C_2 Y_f\right) \\ &+ \dots \\ &+ \beta_n \tanh\left(A_n + B_n\rho_m + C_n Y_f\right) \\ = \beta_0 &+ \sum_{i=1}^{n} \beta_i \tanh\left(A_i + B_i\rho_m + C_i Y_f\right) \end{aligned} \tag{3.25}$$

L'architecture optimale est obtenue en choisissant un nombre de neurones n suffisant pour que le réseau reproduise la partie déterministe de la fonction à interpoler (pas trop "rigide"), sans pour autant présenter des oscillations non-significatives dues à un nombre de neurones trop élevé (on parle alors de "surajustement").

Les premiers tests montrent des résultats plus prometteurs pour l'approximation de la courbe après transformations appropriées ($\ln p_m = \mathsf{f}(\ln \rho_m, Y_f)$), plutôt que directement pour la surface $p_m = \mathsf{f}(\rho_m, Y_f)$ qui comporte de trop fortes irrégularités. Le réglage optimal est obtenu pour l'utilisation de 20 neurones cachés, mais les résultats demeurent assez médiocres pour des valeurs de Y_f proches de 1 (figure 3.9), d'autant plus que l'erreur est amplifiée lorsqu'on applique la transformation inverse (exponentielle) qui ramène à la fonction de départ ($p_m = \mathsf{f}(\rho_m, Y_f)$).

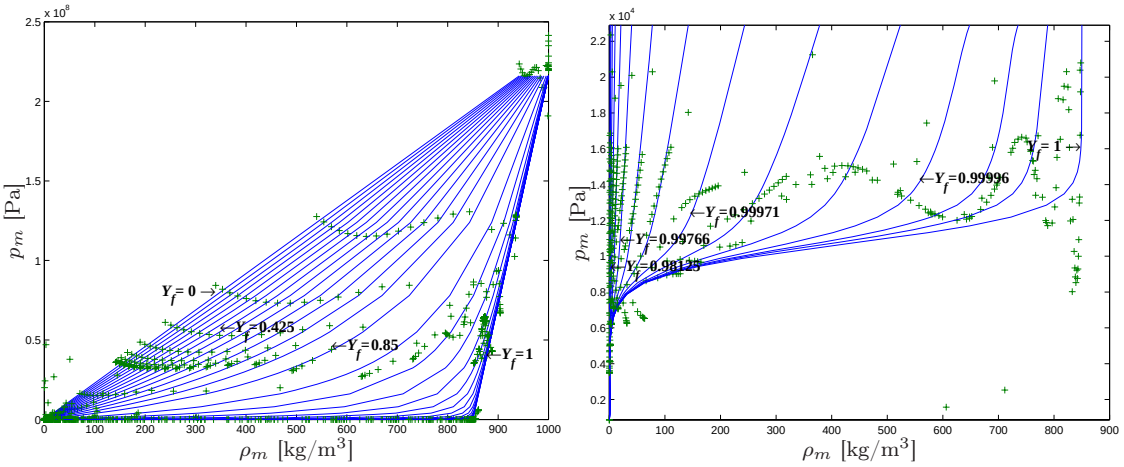
L'augmentation du nombre de points d'apprentissage, même dans les zones de fort gradient, ne corrige pas sensiblement ce manque de précision. Les très fortes irrégularités de la courbe ne permettent donc pas à cette méthode de satisfaire à notre problématique.

L'interpolation bilinéaire par morceaux

L'interpolation bilinéaire d'une surface d'équation $p_m = \mathsf{f}(\rho_m, Y_f)$ consiste à trouver les coefficients A, B, C et D tels que :

$$p_m = A + B\rho_m + CY_f + D\rho_m Y_f \tag{3.26}$$

Compte tenu de la forme irrégulière de cette surface et des fortes pentes (figures 2.7 et 2.8), une interpolation bilinéaire par morceaux est nécessaire. Concrètement, il s'agit de déterminer les coefficients A_{ij}, B_{ij}, C_{ij} et D_{ij} pour chacune des



(a) $p_m = \mathsf{f}(\rho_m)$ pour différentes valeurs de Y_f (b) $p_m = \mathsf{f}(\rho_m)$ pour des valeurs de Y_f proches de 1

FIG. 3.9 – Interpolation de l'équation d'état $p_m = \mathsf{f}(\rho_m, Y_f)$ par un réseau de neurones (trait continu — : courbe théorique ; croix + : valeurs ponctuelles, choisies arbitrairement, calculées par la relation analytique issue du réseau de neurones)

mailles (i, j) de la grille (figure 3.10), délimitée par les quatre points de coordonnées $[Y_f(i)\,,\,\rho_m(i,j)]$, $[Y_f(i{+}1)\,,\,\rho_m(i{+}1,j)]$, $[Y_f(i)\,,\,\rho_m(i,j{+}1)]$ et $[Y_f(i{+}1)\,,\,\rho_m(i{+}1,j{+}1)]$. La surface obtenue par interpolation est un paraboloïde hyperbolique, puisqu'elle doit passer par les quatre points définis ci-dessus.

On cherche donc à résoudre le système linéaire suivant pour chaque couple (i, j) :

$$\begin{cases} p_m(j) &= A_{ij} + B_{ij}\,\rho_m(i,j) + C_{ij}\,Y_f(i) + D_{ij}\,\rho_m(i,j)\,Y_f(i) \\ p_m(j) &= A_{ij} + B_{ij}\,\rho_m(i{+}1,j) + C_{ij}\,Y_f(i{+}1) + D_{ij}\,\rho_m(i{+}1,j)\,Y_f(i{+}1) \\ p_m(j{+}1) &= A_{ij} + B_{ij}\,\rho_m(i,j{+}1) + C_{ij}\,Y_f(i) + D_{ij}\,\rho_m(i,j{+}1)\,Y_f(i) \\ p_m(j{+}1) &= A_{ij} + B_{ij}\,\rho_m(i{+}1,j{+}1) + C_{ij}\,Y_f(i{+}1) + D_{ij}\,\rho_m(i{+}1,j{+}1)\,Y_f(i{+}1) \end{cases}$$

qui peut également s'écrire sous forme matricielle :

$$[P] = [M]\,[Q] \tag{3.27}$$

en posant :

$$[P] = \begin{bmatrix} p_m(j) \\ p_m(j) \\ p_m(j{+}1) \\ p_m(j{+}1) \end{bmatrix} \text{ et } [Q] = \begin{bmatrix} A_{ij} \\ B_{ij} \\ C_{ij} \\ D_{ij} \end{bmatrix} \tag{3.28}$$

ainsi que :

$$[M] = \begin{bmatrix} 1 & \rho_m(i,j) & Y_f(i) & \rho_m(i,j)\,Y_f(i) \\ 1 & \rho_m(i{+}1,j) & Y_f(i{+}1) & \rho_m(i{+}1,j)\,Y_f(i{+}1) \\ 1 & \rho_m(i,j{+}1) & Y_f(i) & \rho_m(i,j{+}1)\,Y_f(i) \\ 1 & \rho_m(i{+}1,j{+}1) & Y_f(i{+}1) & \rho_m(i{+}1,j{+}1)\,Y_f(i{+}1) \end{bmatrix} \tag{3.29}$$

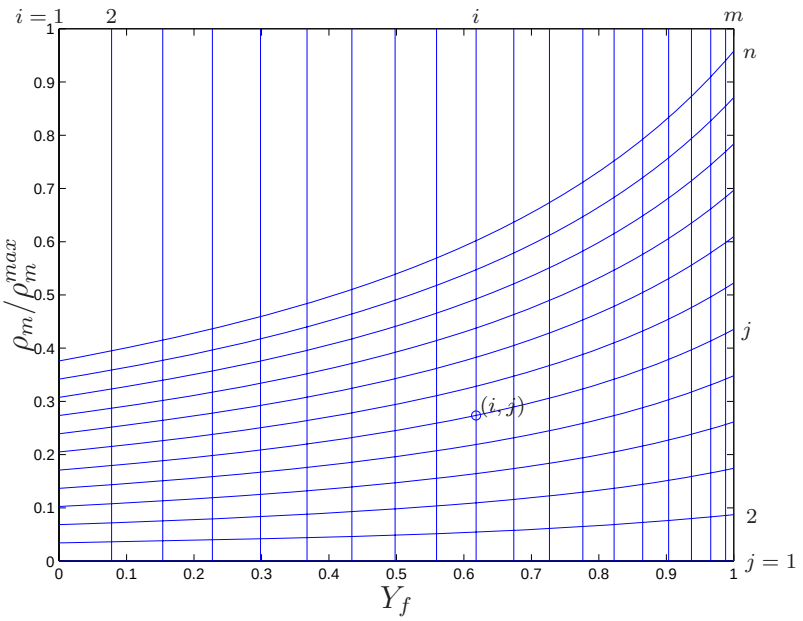


FIG. 3.10 – Grille d'interpolation dans le plan (Y_f, ρ_m)

En utilisant la méthode des moindres carrés pour la résolution du système, on calcule les coefficients de la fonction de régression comme suit [131] :

$$[Q] = \left([M]^T [M]\right)^{-1} [M]^T [P] \tag{3.30}$$

où $[M]^T$ est la matrice transposée de $[M]$. Cependant, afin d'éviter des matrices singulières (dont le déterminant serait nul, c'est-à-dire non-inversibles), il est nécessaire d'opérer préalablement une normalisation, pour chaque maille (i, j), du type :

$$\Phi^{norm} = \frac{2\Phi - (\Phi^{max} + \Phi^{min})}{(\Phi^{max} - \Phi^{min})} \tag{3.31}$$

où Φ représente aussi bien ρ_m que Y_f, et Φ^{norm} varie donc entre -1 et 1.

Les différents coefficients A_{ij}, B_{ij}, C_{ij} et D_{ij} ayant été calculés et tabulés dans le code CAVIF, un algorithme particulier doit alors permettre de déterminer, pour tout couple (ρ_m, Y_f) issu de la résolution du système de Navier-Stokes, la maille (i, j) correspondante, et les coefficients à utiliser pour le calcul de la pression p_m. Comme le résume la figure 3.11, on considère d'abord la valeur de Y_f et l'on parcourt, par itérations successives sur i, les différentes valeurs tabulées de $Y_f(i)$. Lorsque la condition $Y_f(i) < Y_f < Y_f(i{+}1)$ est vraie, on parcourt alors les valeurs tabulées de $\rho_m(i, j)$, par itérations successives sur j, jusqu'à ce que $\rho_m(i, j) < \rho_m < \rho_m(i, j{+}1)$.

Cependant, la condition précédente sur ρ_m n'est pas suffisante pour conclure quant à l'appartenance du point O, défini par le couple (ρ_m, Y_f), à la maille (i, j). Une ambiguïté subsiste du fait que la grille d'interpolation n'est pas orthogonale (figure 3.12).

Il est alors nécessaire de prendre en compte une condition supplémentaire, pour connaître la position de ce point O par rapport au segment défini par les points E (de coordonnées $[Y(i),\ \rho_m(i, j)]$) et F (de coordonnées $[Y(i{+}1),\ \rho_m(i{+}1, j)]$). Ainsi,

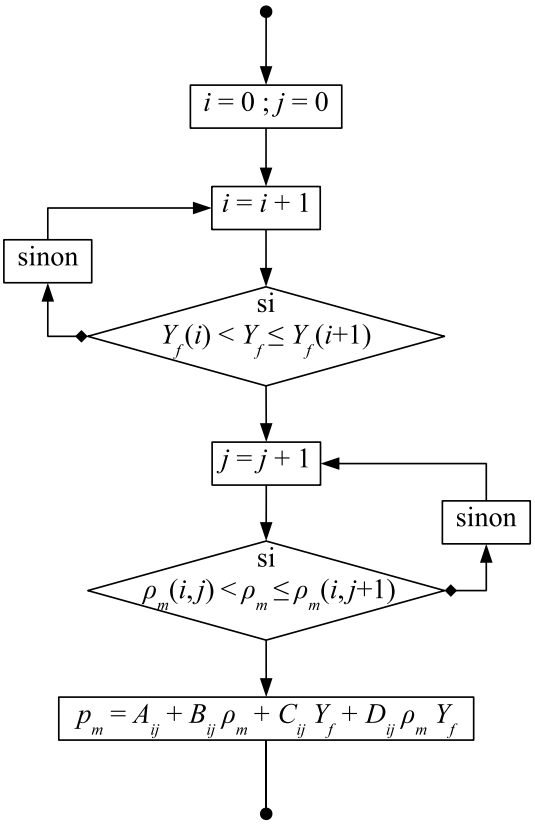


FIG. 3.11 – Algorithme de calcul de la pression p_m pour un couple (ρ_m, Y_f), d'après la grille d'interpolation

le point O appartient à la maille (i, j) (c'est-à-dire qu'il se situe "au-dessus" du segment EF) si et seulement si :

$$\left(\overrightarrow{EF} \wedge \overrightarrow{EO}\right) . \left(\overrightarrow{EH} \wedge \overrightarrow{FG}\right) > 0 \tag{3.32}$$

Dans le cas où cette condition n'est pas vérifiée, le point O se situe à l'intérieur d'un plan dont l'indice j est inférieur. L'algorithme permet alors de parcourir les mailles à i constant et en faisant décroître j afin de repérer la maille (i, j) contenant le couple (ρ_m, Y_f), en prenant toujours comme condition la relation 3.32.

En choisissant une distribution suffisamment fine dans les zones où les gradients sont les plus forts (91 points selon Y_f et 129 selon ρ_m, soit un tableau de 11 739 valeurs), on obtient des résultats d'interpolation très satisfaisants. D'autre part, cet algorithme est relativement efficace puisqu'il affecte très peu le temps de calcul.

La figure 3.13 compare les courbes théoriques $p_m = \mathsf{f}(\rho_m)$ pour différentes valeurs de Y_f, avec des valeurs ponctuelles choisies aléatoirement et calculées grâce à l'algorithme d'interpolation décrit ci-dessus.

Les figures 3.14 et 3.15 présentent les mêmes résultats, en focalisant sur la partie de l'équation d'état qui concerne un carburant f constitué à la fois de liquide l et de vapeur v et qu'on ne peut discerner sur la figure 3.13 compte tenu de l'échelle de l'axe représentant la pression p_m. La figure 3.14 présente les courbes $p_m = \mathsf{f}(\rho_m)$

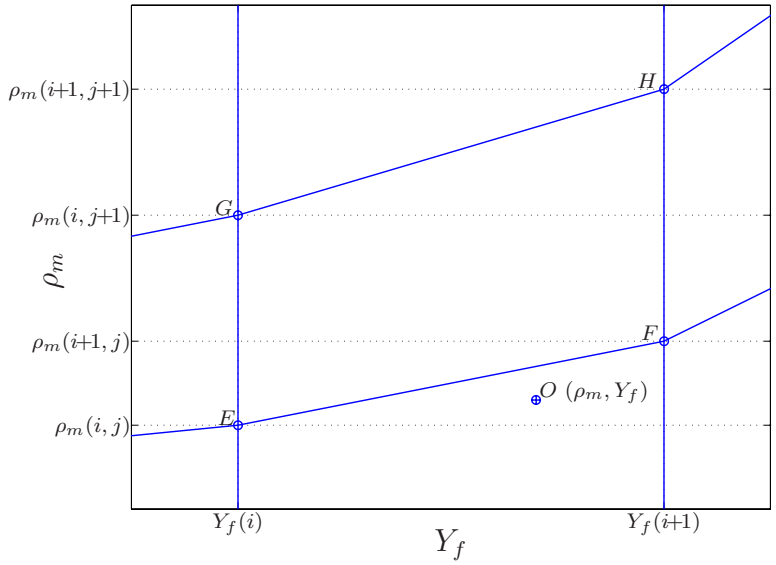


FIG. 3.12 – Zoom sur la grille d'interpolation : cas d'un couple (ρ_m, Y_f) qui respecte les conditions $Y_f(i) < Y_f < Y_f(i{+}1)$ et $\rho_m(i,j) < \rho_m < \rho_m(i, j{+}1)$, mais qui n'appartient pourtant pas à la maille (i, j)

pour des valeurs de Y_f comprises entre 0 et $0,85$ alors que la figure 3.15 concerne les valeurs de Y_f proches de 1.

Enfin, pour les mêmes raisons d'échelle, on représente sur la figure 3.16 la partie de l'équation d'état qui assure la transition entre un carburant diphasique ($f = l{+}v$) et un carburant purement liquide.

3.4.3 Modification des conditions aux limites

Une dernière modification à apporter au code concerne les conditions aux limites ; en effet, l'emploi des conditions NSCBC nécessite la connaissance de la vitesse du son du mélange dans toute maille de sortie. Dans le cas où $Y_f = 1$, la vitesse du son est déterminée par la relation établie par Wallis (relation 2.54 et figure 2.2). En revanche, quand on n'est plus en présence de carburant pur ($Y_f < 1$), la valeur de cette vitesse demeure inconnue. Cette indétermination est levée en faisant la même hypothèse que précédemment, à savoir une hypothèse isentropique :

$$c_m^2 = \frac{\partial p_m}{\partial \rho_m} \tag{3.33}$$

On cherche donc à calculer $\left(\frac{\partial p_m}{\partial \rho_m}\right)$ pour tout couple (ρ_m, Y_f), afin de déterminer la vitesse du son. La discrétisation utilisée est la suivante :

$$\left.\frac{\partial p_m}{\partial \rho_m}\right|_i = \frac{p_m(i, j{+}1) - p_m(i,j)}{\rho_m(i, j{+}1) - \rho_m(i,j)} \tag{3.34}$$

ce qui permet alors d'écrire pour Y_f donné :

$$c_m^2 = \left.\frac{\partial p_m}{\partial \rho_m}\right|_{Y_f} = \left(\frac{Y_f(i{+}1) - Y_f}{Y_f(i{+}1) - Y_f(i)}\right) \left.\frac{\partial p_m}{\partial \rho_m}\right|_i + \left(\frac{Y_f - Y_f(i)}{Y_f(i{+}1) - Y_f(i)}\right) \left.\frac{\partial p_m}{\partial \rho_m}\right|_{i+1} \tag{3.35}$$

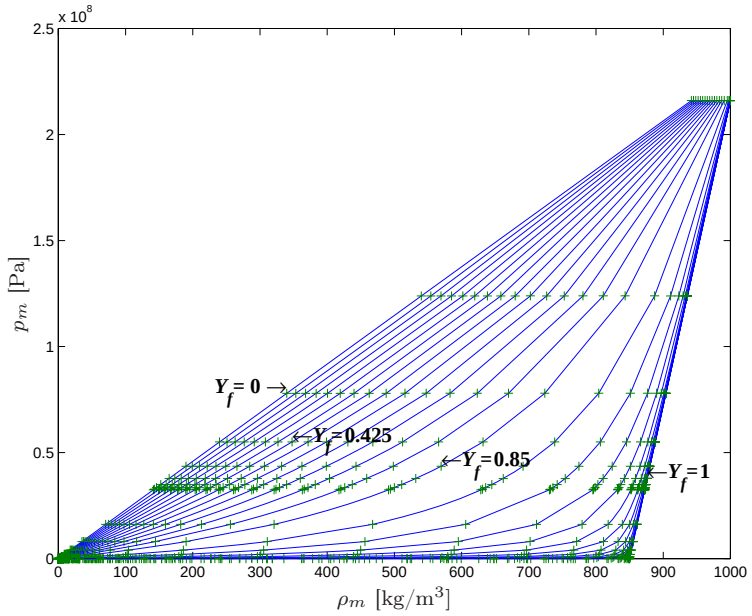


FIG. 3.13 – Interpolation sur l'ensemble de l'équation d'état (trait continu — : courbe théorique ; croix + : valeurs ponctuelles, choisies arbitrairement, calculées par l'algorithme présenté à la figure 3.11)

Notons toutefois que, lorsqu'on est en présence d'une chambre remplie de gaz, il n'est le plus souvent pas nécessaire d'utiliser ces conditions aux limites de sortie puisqu'on considère alors que la chambre est fermée, comme dans un moteur réel.

3.4.4 Conclusion

Nous disposons désormais d'un code capable de gérer un carburant f, pouvant être lui-même partiellement sous forme vapeur v ou liquide l, et un gaz g, ce qui permet de simuler une injection en prenant en compte l'écoulement cavitant à l'intérieur de l'injecteur et l'atomisation primaire du jet à l'intérieur de la chambre de combustion. L'étape suivante consiste donc à évaluer numériquement et valider le nouveau modèle implanté.

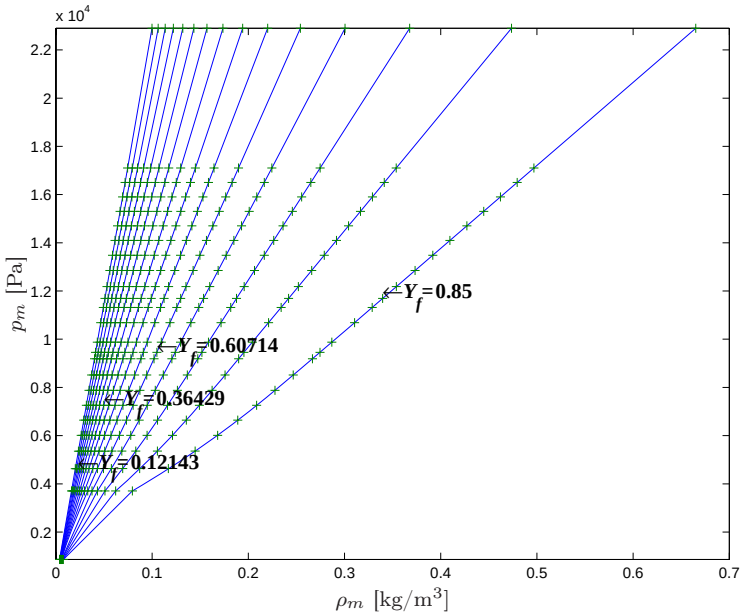


FIG. 3.14 – Interpolation par morceaux sur la partie de l'équation d'état du mélange $m = (l+v)+g$, pour le cas où $\rho_v < \rho_f < \rho_l$ et $0 < Y_f < 0,85$ (trait continu — : courbe théorique ; croix + : valeurs ponctuelles calculées par l'algorithme)

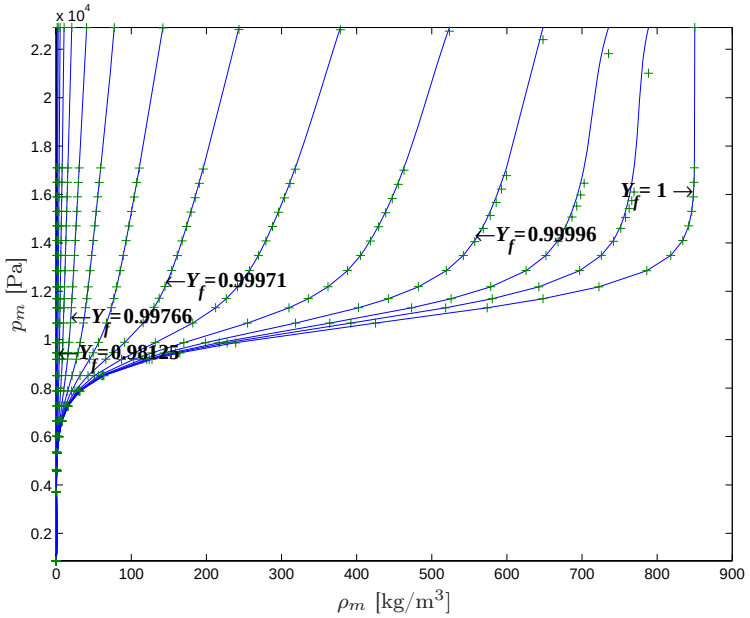


FIG. 3.15 – Interpolation par morceaux sur la partie de l'équation d'état du mélange $m = (l + v) + g$, pour le cas où $\rho_v < \rho_f < \rho_l$ et $Y_f \to 1$ (trait continu — : courbe théorique ; croix + : valeurs ponctuelles calculées par l'algorithme)

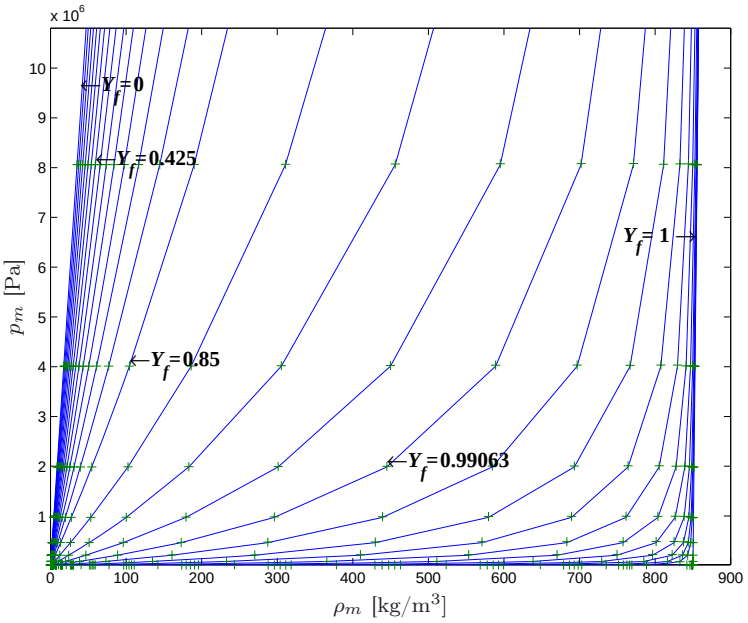


FIG. 3.16 – Interpolation par morceaux sur la partie de l'équation d'état assurant la transition entre le mélange $m = l + g$ et $m = (l + v) + g$ (trait continu — : courbe théorique ; croix + : valeurs ponctuelles calculées par l'algorithme)

La véritable science enseigne, par-dessus tout, à douter et à être ignorant.
Miguel de Unamuno, *Le sens tragique de la vie*

Chapitre 4

Validations

Le modèle présenté au chapitre 2 a été implanté dans le code CAVIF au moyen des méthodes numériques détaillées dans le chapitre 3. La validation de cette implantation numérique est maintenant nécessaire avant de pouvoir utiliser notre code sur des calculs d'injection réalistes.

La première des ces validations est purement numérique : il s'agit de la rotation d'un carré de liquide à l'intérieur d'un champ gazeux dont la vitesse est imposée. La validation suivante est un cas-test académique concernant le *collapse* d'une bulle de cavitation (vapeur v) au voisinage d'une surface libre (interface liquide-gaz l-g). Enfin, un test de non-régression sera réalisé sur un injecteur réel bidimensionnel, déjà calculé par Dumont [54] au moyen des conditions aux limites NSCBC de sortie, en utilisant cette fois une chambre fermée remplie d'air.

4.1 Rotation d'un carré de liquide

Ce premier test nous permet de vérifier la convection de la masse volumique ρ_m et de la fraction massique de carburant Y_f, qui sert de traceur pour la pseudo-phase f dans le code CAVIF. Il s'agit de la rotation d'un carré, constitué de carburant purement liquide ($f = l$), à l'intérieur d'un domaine bidimensionnel plan rempli de gaz (g). On résout alors les équations d'Euler (la viscosité n'est pas prise en compte) et on impose un champ de vitesse constant, à la manière de Benkenida [14] ou Truchot [163].

Un domaine carré de $L = 2$ cm de côté est utilisé et le carré de liquide, de côté $\frac{L}{4}$, est initialement centré sur le point de coordonnées $\frac{x^c}{2}$ et z^c (figure 4.1), l'exposant c désignant le centre du domaine de calcul. Le champ de ρ_m est initialisé à une valeur ρ_m^0 typique d'un gazole liquide, à l'intérieur du carré de liquide. Ailleurs dans le domaine, ρ_m est initialement fixé à la valeur de la masse volumique de l'air. Le champ initial de Y_f vaut 1 à l'intérieur du carré de liquide et 0 en dehors.

Ce carré de liquide va subir une rotation solide, puis une rotation avec déformation. Le champ de vitesse appliqué sur le domaine, selon le cas, est représenté sur la figure 4.2.

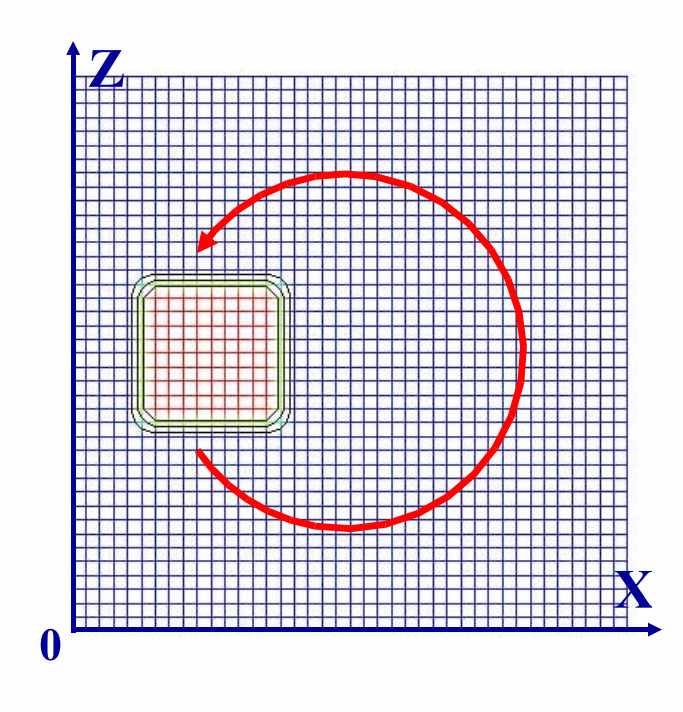


FIG. 4.1 – Initialisation du champ de densité ρ_m sur le maillage carré

4.1.1 Rotation solide

Conformément à la figure 4.2, le champ de vitesse imposé pour une rotation solide est de la forme suivante :

$$\begin{cases} u = -C\,(z - z^c) \\ v = 0 \\ w = C\,(x - x^c) \end{cases} \tag{4.1}$$

où la grandeur C est une constante fixée à 3.10^3 s^{-1}.

Le carré de liquide réalise donc un tour du domaine de calcul en un temps $t_{rot} = \frac{2\pi}{C}$. La norme de la vitesse maximale dans le domaine vaut $U^{max} = 42,4$ m/s (dans les quatre coins du maillage) et on fixe le CFL à 1. Les résultats de cette rotation solide sont regroupés sur la figure 4.4, pour une discrétisation spatiale de 40×40 mailles.

La sensibilité à la finesse du maillage est testée sur ce cas, en utilisant différentes grilles régulières :

- 20×20 mailles, soit $\Delta x = 1$ mm.
- 40×40 mailles, soit $\Delta x = 0,5$ mm.
- 80×80 mailles, soit $\Delta x = 0,25$ mm.

La figure 4.3 compare le profil de masse volumique ρ_m initial avec le profil obtenu après un tour de rotation, pour chacun de ces maillages.

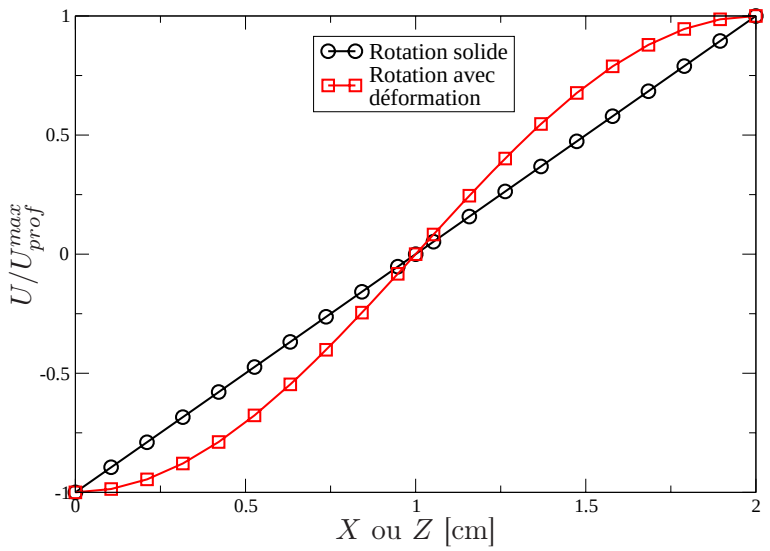


FIG. 4.2 – Profil de vitesse (U_{prof}^{max} est la norme de la vitesse maximale sur le profil considéré), selon la direction X ou Z, passant par le centre du domaine (point de coordonnées x^c et z^c)

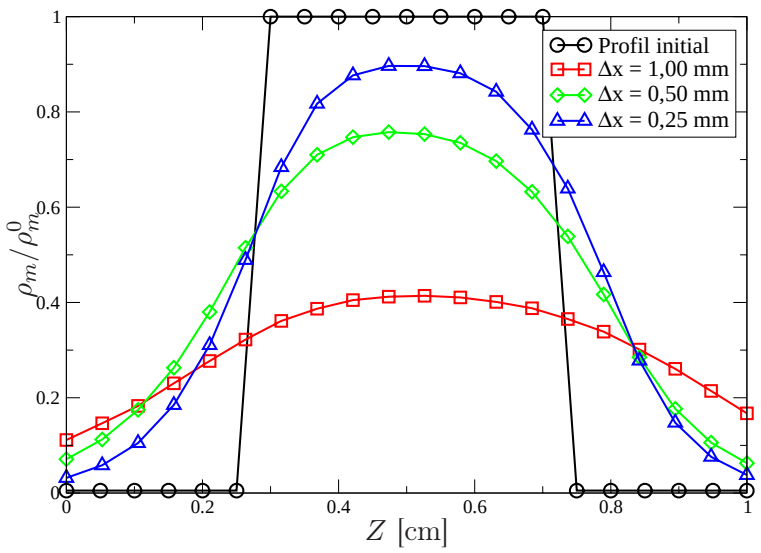


FIG. 4.3 – Sensibilité au maillage de la convection du liquide : profils de masse volumique ρ_m, selon la direction Z, passant par le centre du carré de liquide (point de coordonnées $\frac{x^c}{2}$ et z^c), en début et fin de simulation

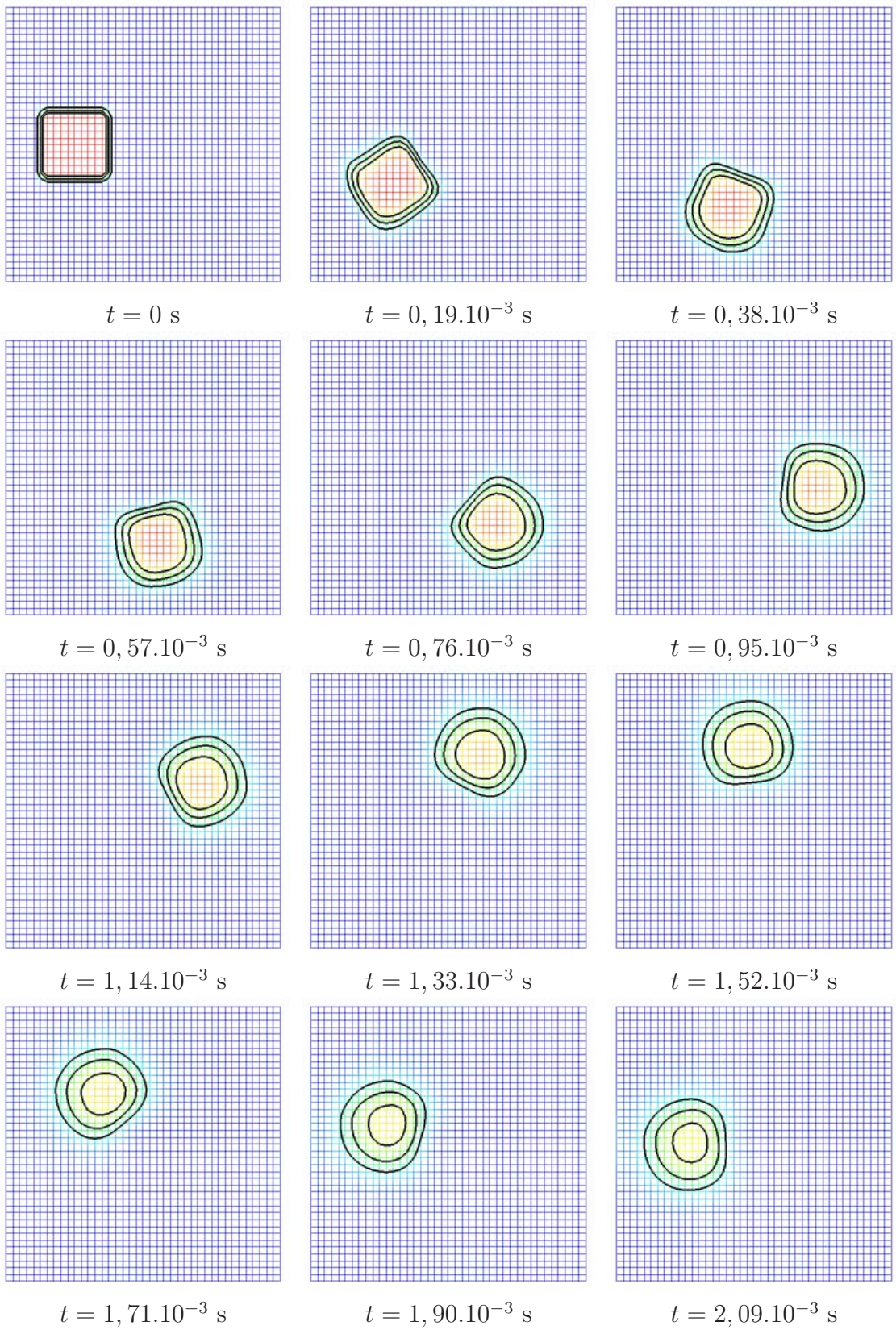


FIG. 4.4 – Rotation solide, dans le sens trigonométrique, d'un carré de liquide : champ de ρ_m (les iso-lignes correspondent aux valeurs : 0,3 ρ_m^0 - 0,5 ρ_m^0 - 0,7 ρ_m^0)

4.1.2 Rotation avec déformation

Afin d'avoir une rotation avec compression et étirement, on utilise le champ de vitesse suivant (figure 4.2) :

$$\begin{cases} u = C \sin\left(\dfrac{\pi x}{L}\right) \cos\left(\dfrac{\pi z}{L}\right) \\ v = 0 \\ w = -C \cos\left(\dfrac{\pi x}{L}\right) \sin\left(\dfrac{\pi z}{L}\right) \end{cases} \tag{4.2}$$

avec C une constante fixée à 10 m/s.

Quand le carré de liquide a réalisé un tour complet du domaine de calcul ($t_{rot} = \frac{\sqrt{2}\pi x^c}{C}$), le champ de vitesse est inversé et on poursuit la simulation pendant une seconde période t_{rot} afin que le carré de liquide retrouve sa position d'origine. Le maximum de vitesse dans le domaine vaut $U^{max} = 10$ m/s et le CFL est fixé à 1. La figure 4.5 représente les résultats de la rotation avec déformation.

L'étude sur la sensibilité à la finesse du maillage est menée comme précédemment et la figure 4.6 regroupe les résultats des profils obtenus après un tour dans le sens trigonométrique et un autre dans le sens horaire.

Après une période de convection (t_{rot} pour la rotation solide, $2\,t_{rot}$ pour la rotation avec déformation), les champs sont théoriquement identiques aux champs initiaux. On peut alors calculer la norme L^2 de l'erreur relative E_{L^2}, comme au paragraphe 3.3.3. La figure 4.7 permet de vérifier que l'ordre du schéma numérique de la version modifiée du code CAVIF est compris entre 1 et 2 en espace.

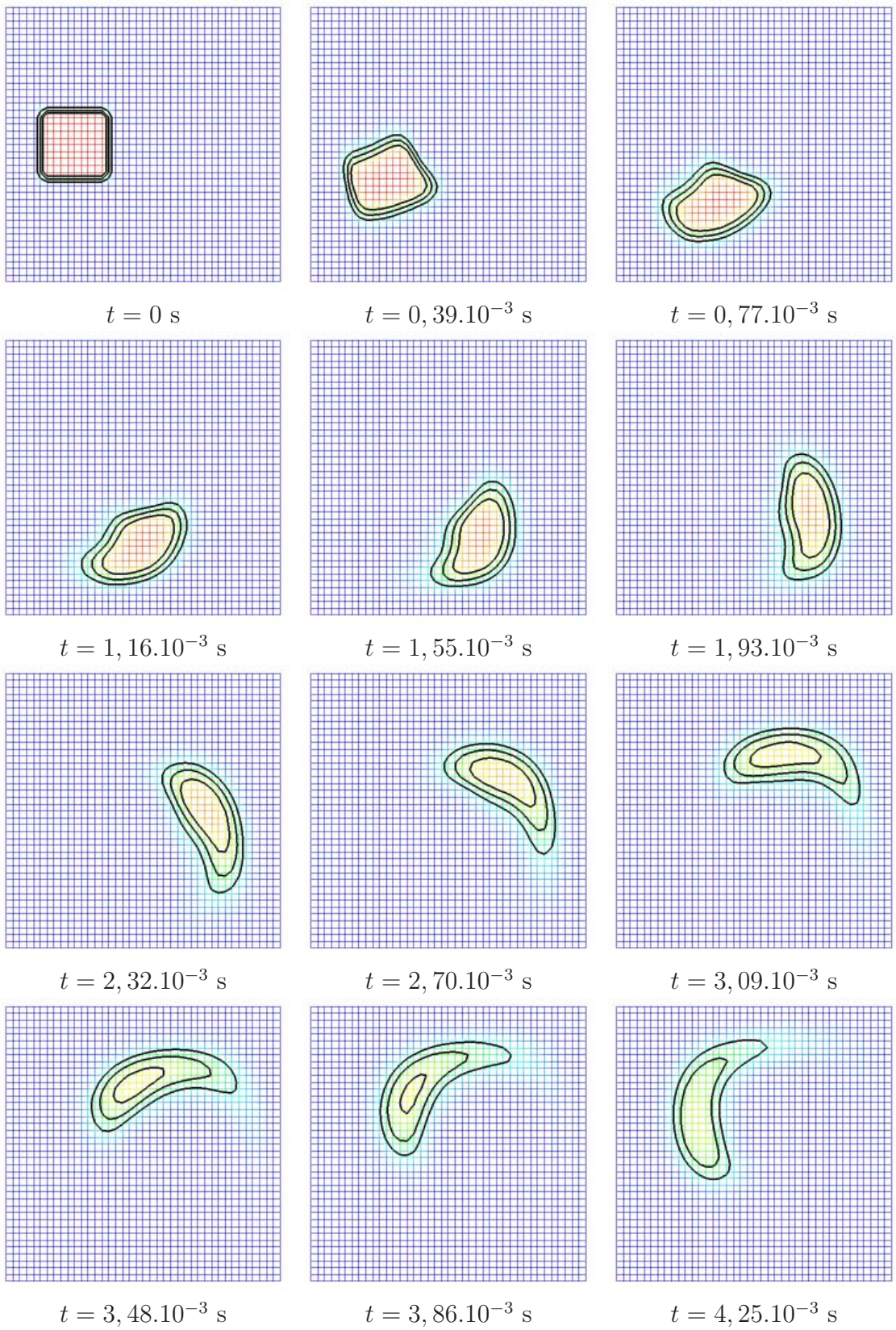


FIG. 4.5 – Rotation avec déformation, dans le sens trigonométrique : champ de ρ_m (les iso-lignes correspondent aux valeurs : 0,3 ρ_m^0 - 0,5 ρ_m^0 - 0,7 ρ_m^0)

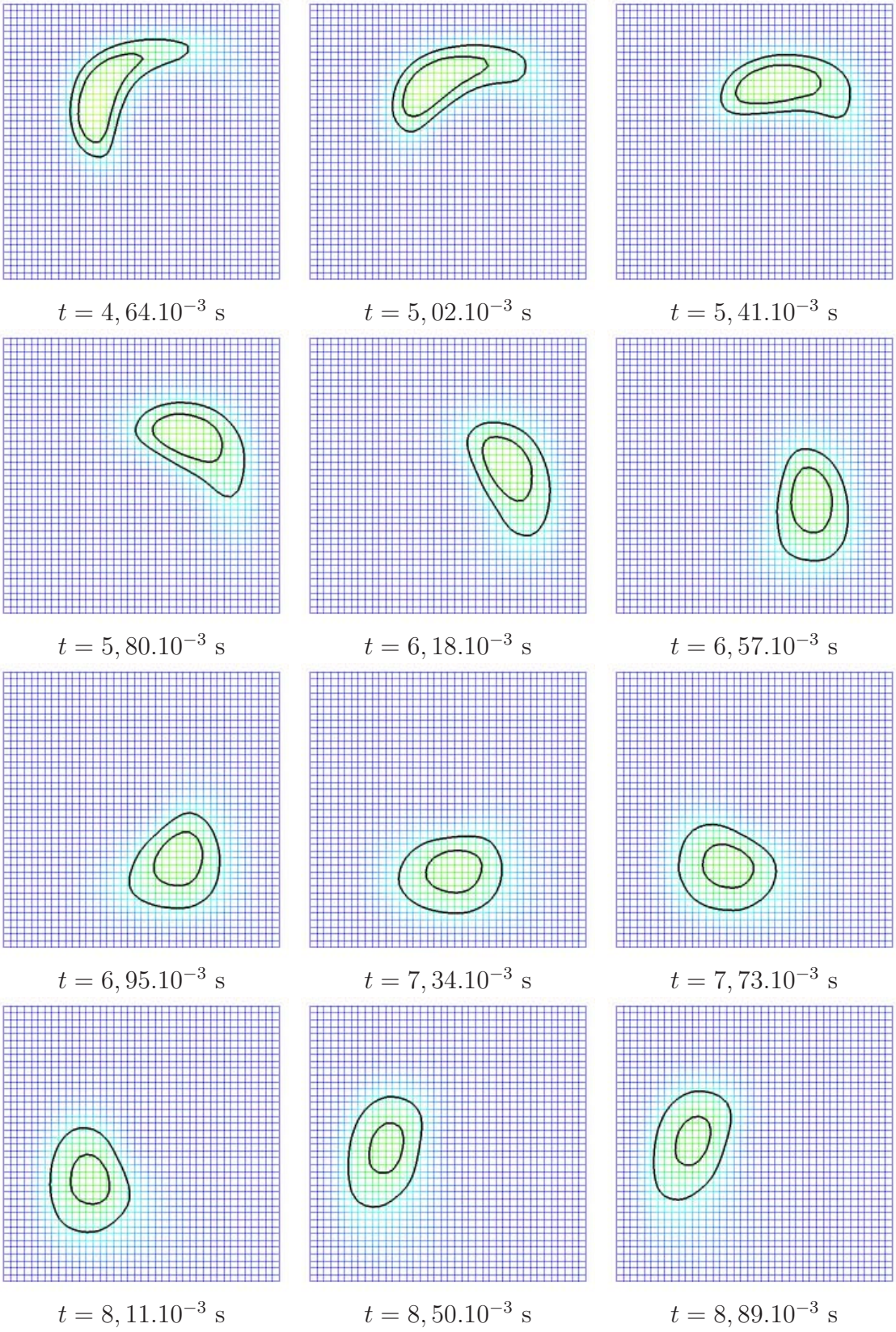


FIG. 4.5 – (suite) Rotation avec déformation, dans le sens horaire

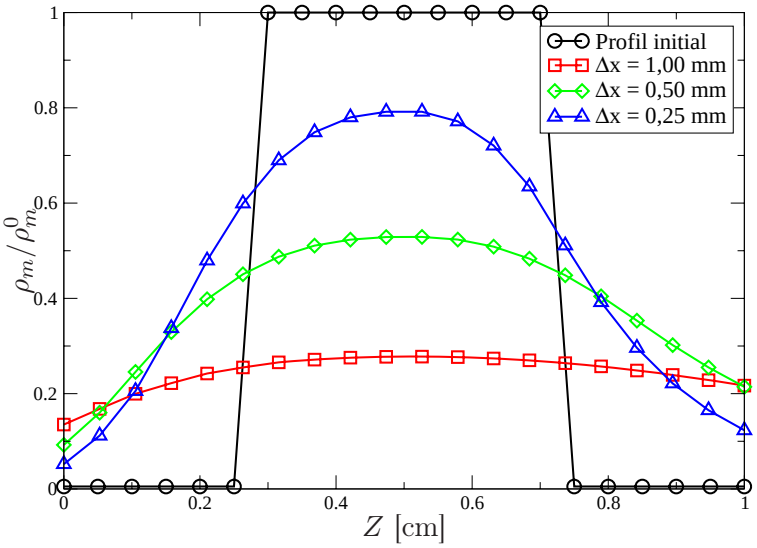


FIG. 4.6 – Sensibilité au maillage de la convection du liquide : profils de masse volumique ρ_m, selon la direction Z, passant par le centre du carré de liquide (point de coordonnées $\frac{x^c}{2}$ et z^c), en début et fin de simulation

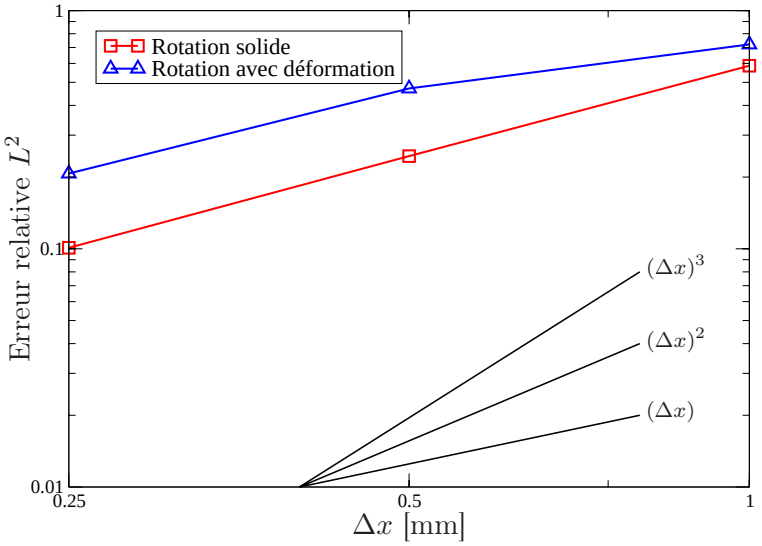


FIG. 4.7 – Ordre de convergence des schémas numériques : variation de l'erreur relative en fonction de la taille caractéristique des mailles de calcul

4.2 Implosion d'une bulle au voisinage d'une surface libre

On se propose à présent de simuler le phénomène de *collapse* d'une bulle au voisinage d'une surface libre, grâce au code CAVIF. L'intérêt d'un tel cas est que l'on dispose de plusieurs études expérimentales et numériques. De plus, le phénomène de *collapse* des bulles de cavitation est connu pour avoir un rôle dans l'atomisation des sprays Diesel (cf. partie 1.1.3) : il s'agit donc d'un cas directement en rapport avec notre application. Le comportement physique des différentes phases, dans notre code, va ainsi pouvoir être évalué, par comparaison avec les études antérieures.

4.2.1 Les études antérieures

Sous l'effet d'une augmentation de pression, une bulle de vapeur (cavitante) est susceptible d'imploser : c'est le *collapse*. Ce phénomène a d'abord été étudié par Rayleigh [135], en milieu infini, de manière analytique. Plus tard, les observations de Benjamin et Ellis [13] mettent en évidence une asymétrie dans le *collapse* d'une bulle au voisinage d'une paroi rigide (un jet de liquide, rentrant à l'intérieur de la bulle et dirigé vers la paroi) et l'étude numérique de Plesset et Chapman [132] corrobore ces observations.

De la même façon, au voisinage d'une surface libre initialement plate (interface liquide-gaz au repos), lorsque les forces de gravité sont négligeables (cas des bulles de cavitation, du fait de leur petite taille), une bulle de vapeur implose de manière asymétrique, en produisant un jet rentrant à l'intérieur de la bulle (dû aux forces de Bjerknes[1]), dans la direction opposée à cette surface libre. Ce phénomène a été observé expérimentalement par Gibson [64], Chahine [27] ainsi que Blake et Gibson [65, 19]. Ils initient la cavitation dans le liquide par une décharge électrique entre deux électrodes, vaporisant ainsi le liquide ; la bulle formée connaît alors une phase de croissance, avant d'arriver à sa taille maximale et de subir le *collapse* sous l'effet de la pression ambiante. Blake et Gibson [19] constatent également que, si la bulle de vapeur est initialement située suffisamment près de la surface libre, un filament de liquide se développe au niveau de l'interface liquide-gaz, durant le *collapse* (figure 4.8).

Blake *et al.* [20] développent une méthode numérique permettant de simuler correctement ces observations expérimentales. Ils considèrent l'écoulement incompressible et irrotationnel autour de la bulle, négligeant la tension de surface et la viscosité. Le champ de vitesse peut alors être traité comme le gradient d'un potentiel qui satisfait l'équation de Laplace. Le potentiel initial sur la surface libre est fixé à zéro, alors que, sur la surface de la bulle, il est obtenu à partir de l'équation de Rayleigh. Des problèmes numériques subsistent cependant quand la bulle est initialisée très près de la surface libre, mais les améliorations apportées par Wang *et al.* [173] permettent de surmonter ces difficultés. Enfin, des simulations tridimensionnelles sont menées par Zhang *et al.* [181] et celles-ci n'offrent pas de réel intérêt

[1] La force de Bjerknes est une force d'Archimède généralisée : c'est la force que subirait le volume de fluide qui remplacerait la particule. Elle résulte des différences de pression appliquées aux bornes de ce volume de fluide.

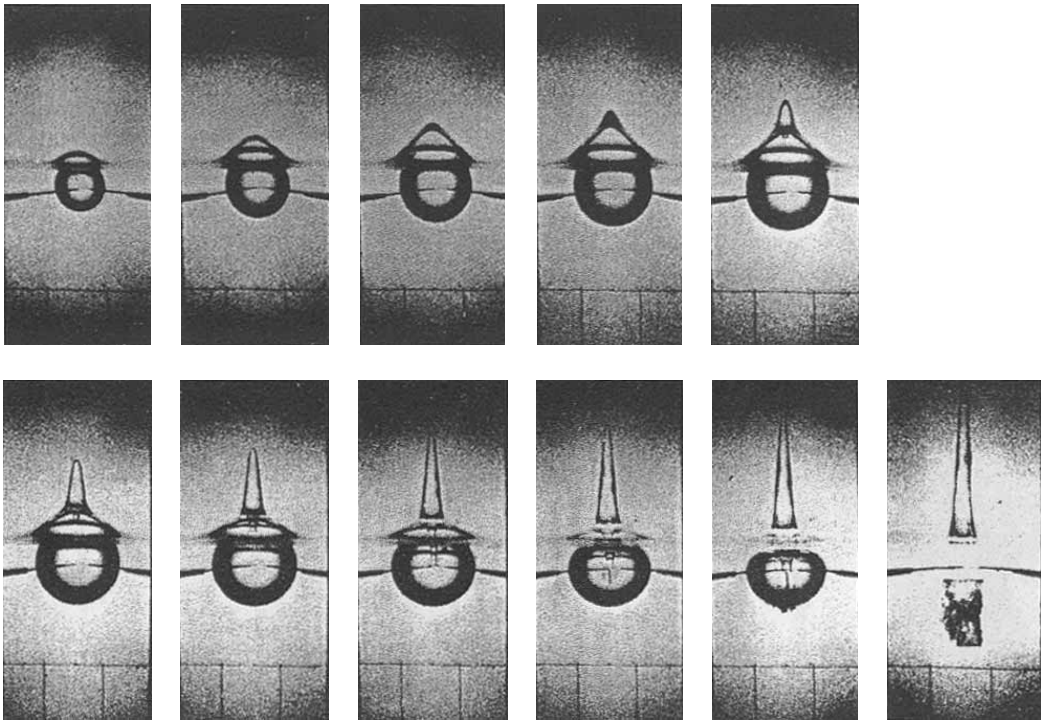


FIG. 4.8 – Visualisations de la croissance (en haut) et du *collapse* (en bas) d'une bulle de vapeur au voisinage d'une surface libre [19]

supplémentaire par rapport aux cas bidimensionnels précédents.

4.2.2 La simulation avec CAVIF

La simulation qui suit concerne un carburant (liquide et vapeur), alors qu'il s'agissait d'eau dans les études antérieures de la littérature. Au temps initial, on considère une bulle, constituée de vapeur v, située à l'intérieur de la phase liquide l. La surface libre est représentée par une interface l-g. Contrairement aux études précédentes, dans notre cas l'initialisation est réalisée pour une bulle sphérique déjà formée, la vitesse étant nulle dans tout le domaine. On ne calcule donc pas de phase de croissance de bulle et le *collapse* commence dès le début de la simulation. Il est également important de noter que la gravité n'a pas d'influence sur les données expérimentales (mesures réalisées dans un réservoir en chute libre), ce qui est conforme aux hypothèses du modèle implanté dans CAVIF.

La simulation est réalisée avec un maillage régulier bidimensionnel cartésien de 100×300 mailles sur un domaine de largeur L et de hauteur $H = 3L$ (figure 4.9). L'interface liquide-gaz (l-g) est située initialement à une hauteur $z = \frac{2}{3}H$. Le centre de la bulle de vapeur, de rayon initial $R_m = 0,2L$, est situé à une distance h de la surface libre. La pression dans le liquide et le gaz est initialisée à 1 MPa, alors que l'intérieur de la bulle est à la pression de vapeur saturante. La comparaison avec les données expérimentales de Blake et Gibson [19] est rendue possible par

l'introduction d'un temps adimensionné t^* tel que :

$$t^* = \frac{t}{R_m}\left(\frac{\Delta p}{\rho_l}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{4.3}$$

où Δp est la différence de pression entre la surface libre et l'intérieur de la bulle.

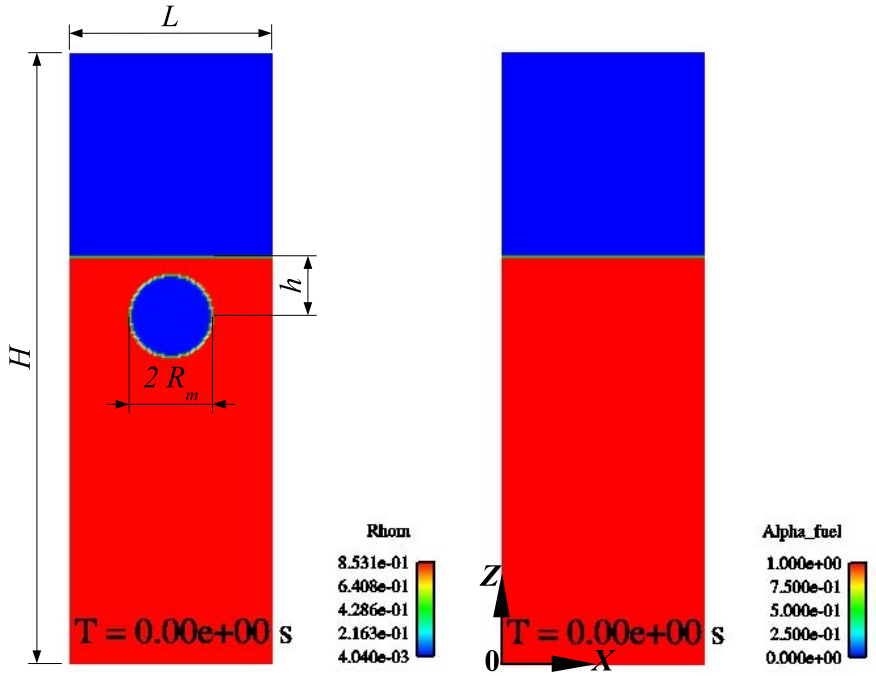


FIG. 4.9 – Initialisation du test de *collapse* (à gauche : champ de ρ_m (en g/cm^3) ; à droite : champ de α_f)

Comme dans les études précédentes, l'influence du paramètre $\gamma = \frac{h}{R_m}$ est mise en évidence à travers deux simulations différentes : la première avec $\gamma = 1$ (figure 4.10) et la seconde avec $\gamma = 1,5$ (figure 4.12). Blake et Gibson [19] ont montré que la légère élévation de la surface libre due à la phase de croissance de la bulle est un phénomène négligeable par rapport au mouvement violent induit par le *collapse* (figures 4.11 et 4.13). Les résultats obtenus par le code CAVIF, même sans simulation de la croissance de bulle, sont donc qualitativement comparables aux observations expérimentales.

Expérimentalement, le cas $\gamma = 1$ (figure 4.11) montre un allongement significatif de la bulle le long de l'axe Z, au cours de la phase d'expansion, accompagné de la formation d'une bosse sur la surface libre. Au cours du *collapse*, la bosse formée se contracte à sa base pour devenir un filament fin qui continue à se développer le long de l'axe Z, pendant que la bulle subit l'effet de la surpression, située sur l'axe de symétrie entre la surface libre et la bulle, avec la formation d'un jet qui la traverse dans la direction opposée à l'interface liquide-gaz. La simulation avec CAVIF (figure 4.10) montre que le *collapse* provoque dans un premier temps un creusement de la surface libre avec, simultanément, la formation d'un jet traversant la bulle. Pendant la dislocation de la bulle avec la formation de micro-bulles, un filament

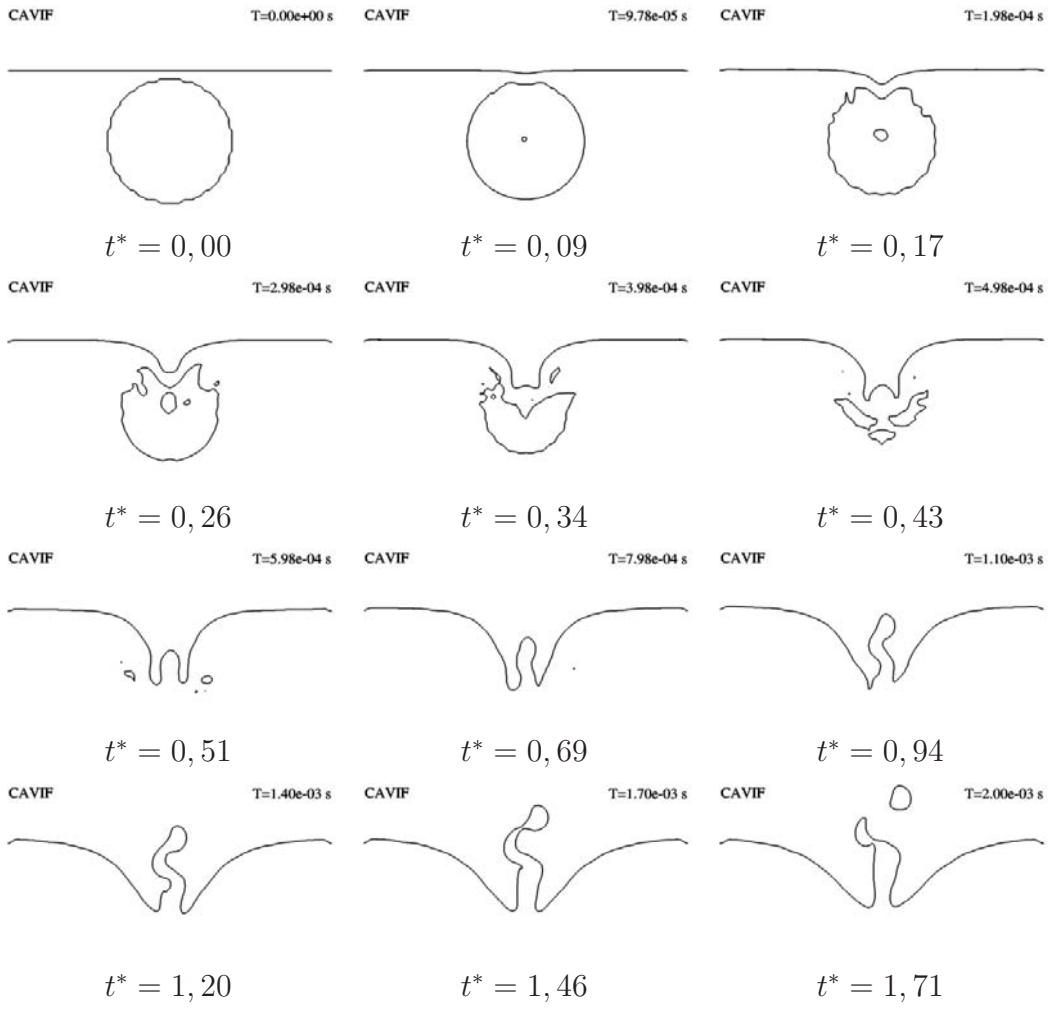
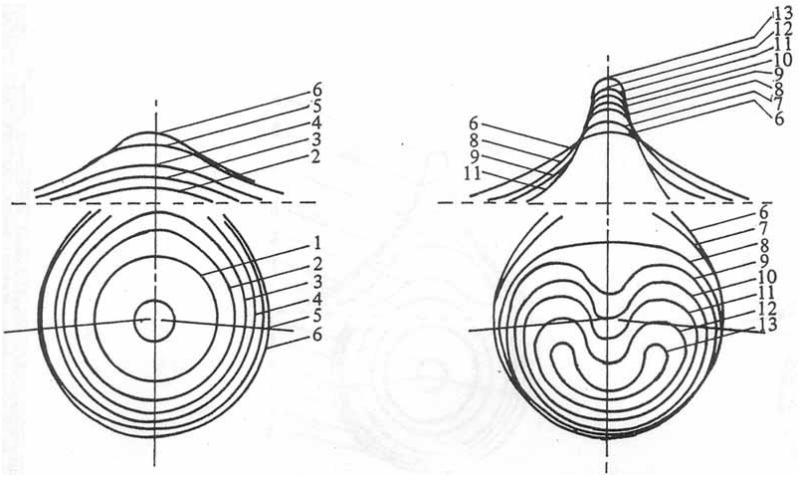


FIG. 4.10 – Simulation (code CAVIF) du *collapse* d'une bulle de vapeur au voisinage d'une surface libre ($\gamma = 1$) : iso-contour de $\rho_m = 100$ kg/m^3



n°	t^*	n°	t^*
1	0,09	7	0,87
2	0,17	8	1,04
3	0,26	9	1,21
4	0,35	10	1,30
5	0,52	11	1,39
6	0,60	12	1,47
		13	1,51

FIG. 4.11 – Croissance de bulle (à gauche) et *collapse* (à droite) : résultats expérimentaux ($\gamma = 1$) de Blake et Gibson [19]

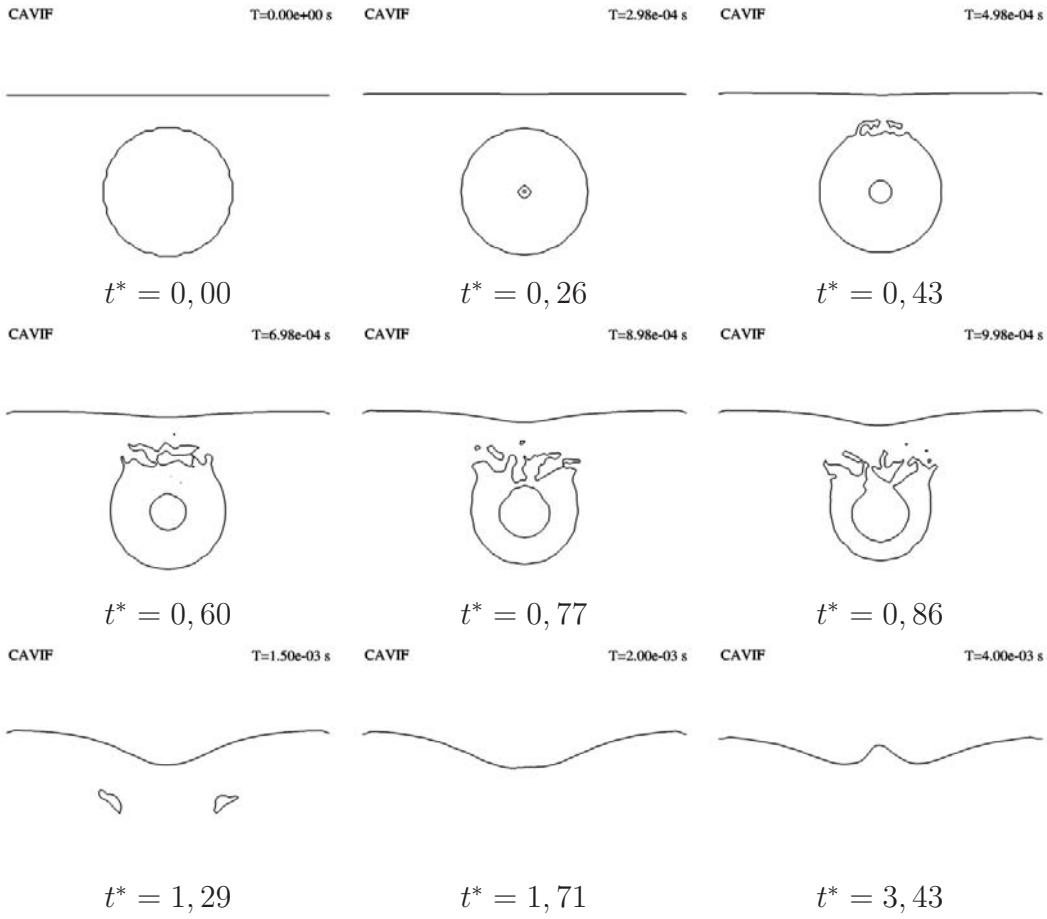
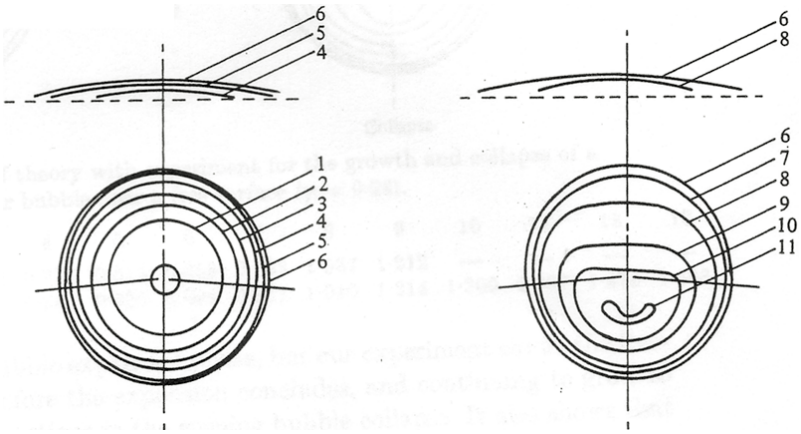


FIG. 4.12 – Simulation (code CAVIF) du *collapse* d'une bulle de vapeur au voisinage d'une surface libre ($\gamma = 1,5$) : iso-contour de $\rho_m = 400$ kg/m^3



n°	t^*	n°	t^*
1	0,10	7	1,03
2	0,21	8	1,23
3	0,31	9	1,43
4	0,41	10	1,54
5	0,62	11	1,61
6	0,82		

FIG. 4.13 – Croissance de bulle (à gauche) et *collapse* (à droite) : résultats expérimentaux ($\gamma = 1,5$) de Blake et Gibson [19]

liquide se développe au niveau de la surface libre. La comparaison avec les observations expérimentales est rendue difficile par l'absence de phase de croissance de la bulle, dans notre cas, mais la tendance obtenue par l'expérience est bien retrouvée : l'effet du *collapse* sur la surface libre est donc la formation d'un filet de liquide se développant le long de l'axe Z.

Pour le cas $\gamma = 1,5$ les visualisations expérimentales (figure 4.13) montrent que la bulle reste pratiquement sphérique au cours de sa phase de croissance et la surface libre n'est déformée que par une légère bosse. La phase de *collapse* voit la surface supérieure de la bulle s'aplatir peu à peu, jusqu'à sa disparition, alors que la surface libre n'est quasiment pas perturbée. Conformément à ces observations, la simulation de ce cas (figure 4.12) rend compte d'un aplatissement de la surface supérieure de la bulle, sans perturbation importante de la surface libre.

4.3 Cas bidimensionnel d'un injecteur réel

En reprenant le cas bidimensionnel plan d'un injecteur mono-trou calculé par Dumont [54], on va être en mesure de comparer les résultats du code CAVIF prenant en compte le gaz de la chambre de combustion avec ceux obtenus en appliquant les conditions aux limites de sortie NSCBC directement à l'extrémité du trou d'injection. Les résultats de Dumont ont été validés par comparaison avec des études expérimentales menées par le CRMT [36] ainsi qu'avec des calculs numériques effectués au moyen du code EOLE [110].

Le maillage 2D utilisé par Dumont comporte 46×230 mailles ainsi qu'un axe de symétrie (figure 4.14). Il s'agit d'un injecteur mono-trou dont l'aiguille est fixée en position de levée maximale (450 μm). L'orifice de l'injecteur a un diamètre D_0 de 200 μm et une longueur L_0 de 1 mm ($L_0/D_0 = 5$). Afin de résoudre correctement l'apparition de la cavitation, une discrétisation spatiale de 20×50 mailles est utilisée dans l'orifice ($\Delta x = 5$ μm et $\Delta z = 20$ μm).

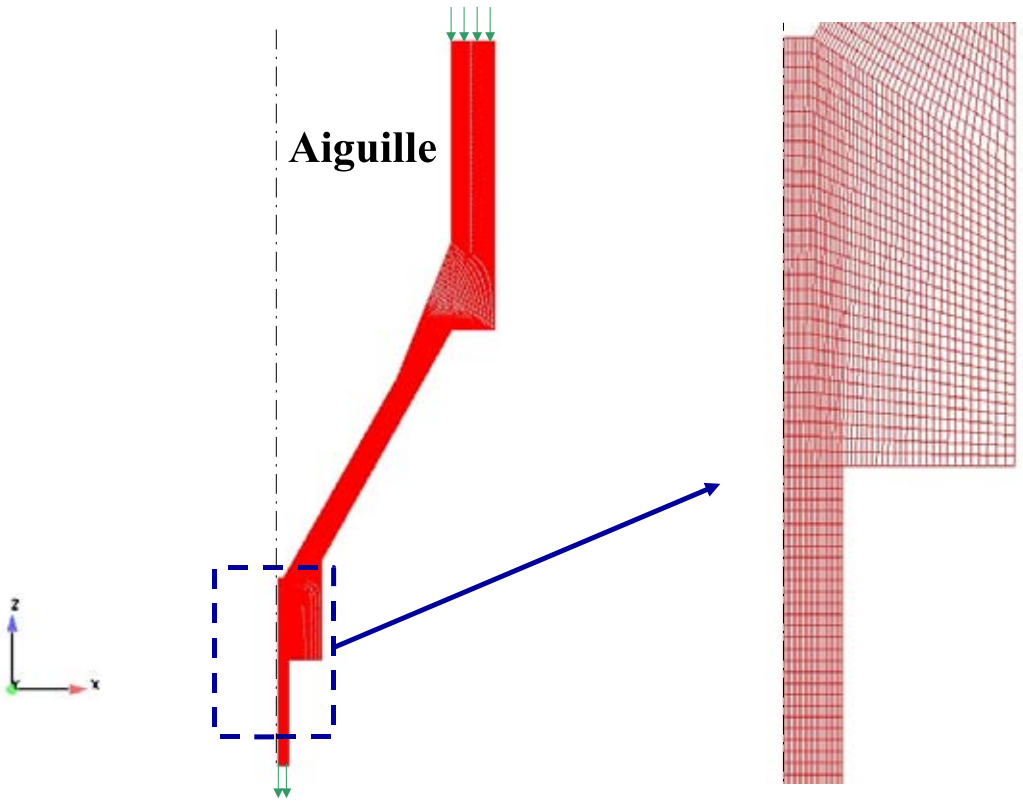


FIG. 4.14 – Maillage 2D de l'injecteur mono-trou utilisé par Dumont [54]

On ajoute alors la chambre de combustion au maillage de l'injecteur utilisé par Dumont. La structure multi-blocs du code CAVIF permet de traiter l'injecteur et la chambre par deux blocs distincts, comme le montre la figure 4.15. Le bloc représentant la chambre comporte 200×400 mailles et pas de sortie (cas d'une chambre fermée).

La pression d'alimentation, en entrée du domaine, est fixée à 100 MPa. Dans le cas où les conditions limites NSCBC sont utilisées, la pression en aval de l'injecteur

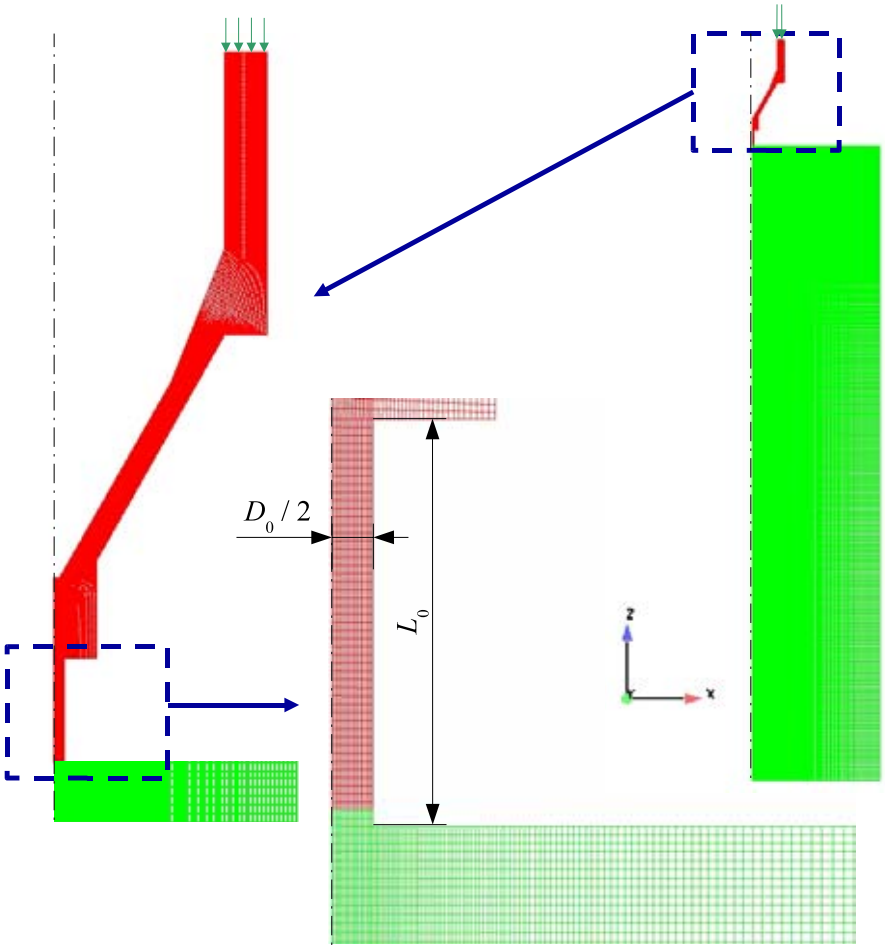


Fig. 4.15 – Maillage 2D de l'injecteur et de la chambre de combustion

est fixée à $P_{ch} = 6$ MPa. De même, quand la chambre est prise en compte explicitement dans le calcul, la pression dans celle-ci est initialisée à $P_{ch} = 6$ MPa. Le nombre de cavitation vaut ainsi $CN = 15,6$. En début de simulation, l'injecteur est déjà rempli de carburant liquide, alors que la chambre de combustion est constituée de gaz. La pression dans l'injecteur est initialisée à la valeur de la pression de chambre et va augmenter progressivement sous l'effet de la pression d'alimentation.

Les figures 4.16 et 4.17 présentent les résultats des calculs effectués avec les conditions limites NSCBC en sortie du trou d'injection. Conformément aux observations expérimentales, la cavitation est initiée à partir de l'arête d'entrée du trou d'injection et se développe en se décollant de la paroi. On retrouve également des oscillations dans le profil de vitesse du fluide en sortie de l'injecteur, du fait des conditions instationnaires en amont de l'orifice (au niveau du siège de l'aiguille) et du passage de poches de cavitation à travers la section de sortie.

Toutefois, on observe également dans la section de sortie une faible formation de cavitation qui n'est pas physique, surtout au voisinage de la paroi. En effet, les conditions de sortie NSCBC étirent le fluide vers l'extérieur, ce qui occasionne une dépression aboutissant à la formation de cavitation. C'est au voisinage de la paroi que ce phénomène est le plus important car le gradient de vitesse y est maximal (entre la vitesse nulle imposée à la paroi et la vitesse du fluide dans la maille voisine). Une simulation sans prise en compte de la chambre de combustion nécessite donc le réglage du coefficient de relaxation impliqué dans la formulation NSCBC utilisée [54], afin de minimiser ces effets indésirables.

Lorsque la chambre de combustion est prise en compte, les résultats à l'intérieur de l'injecteur sont qualitativement comparables à ceux obtenus précédemment, tant sur le champ de ρ_m (figure 4.18) que sur celui de α_v (figure 4.19).

En revanche, contrairement à précédemment, il y a parfaite continuité entre l'écoulement à l'intérieur de l'injecteur et dans la chambre fermée remplie d'air (figure 4.20), car l'écoulement au niveau de la section de sortie de l'injecteur est calculé explicitement (pas de recours à un coefficient de relaxation).

L'évolution temporelle de certaines grandeurs caractéristiques de l'écoulement permet une comparaison quantitative des résultats précédents. Ainsi, quelle que soit l'option choisie en sortie d'injecteur, le coefficient de décharge C_d (défini comme le rapport entre le débit massique réel et le débit théorique calculé par la relation de Bernoulli) évolue sensiblement à l'identique (figure 4.21). Sorti du régime transitoire, le coefficient de décharge tend vers une même valeur de $0,69$. La différence observée sur les champs de ρ_m et α_v dans la section de sortie d'injecteur n'apparaît donc pas à travers l'analyse du seul C_d.

En effet, avec ou sans chambre de combustion, le débit massique passant à travers la section de sortie de l'injecteur doit être sensiblement le même. Pourtant, la masse volumique ρ_m du fluide, dans cette section de sortie, est assez nettement inférieure, avec l'utilisation des conditions aux limites NSCBC. C'est donc une augmentation de la vitesse du fluide, en sortie d'injecteur, qui vient compenser cette apparition non-physique de cavitation (figure 4.22). La figure 4.23 représente, quant à elle,

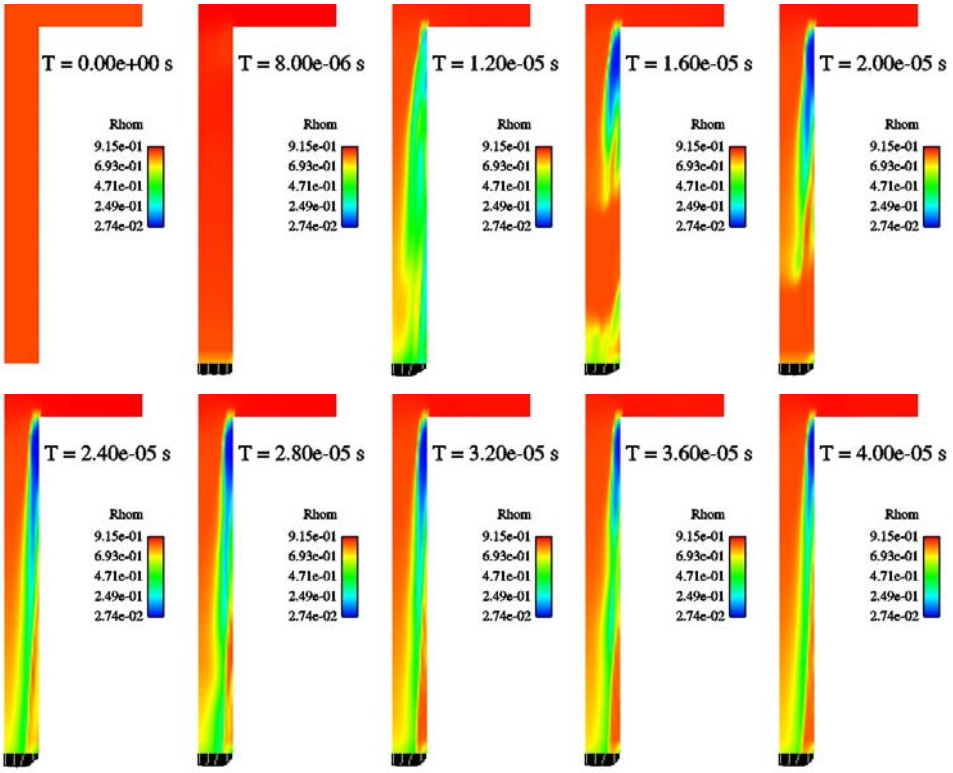


FIG. 4.16 – Zoom sur l'orifice d'injection avec NSCBC : champ de ρ_m (en g/cm^3)

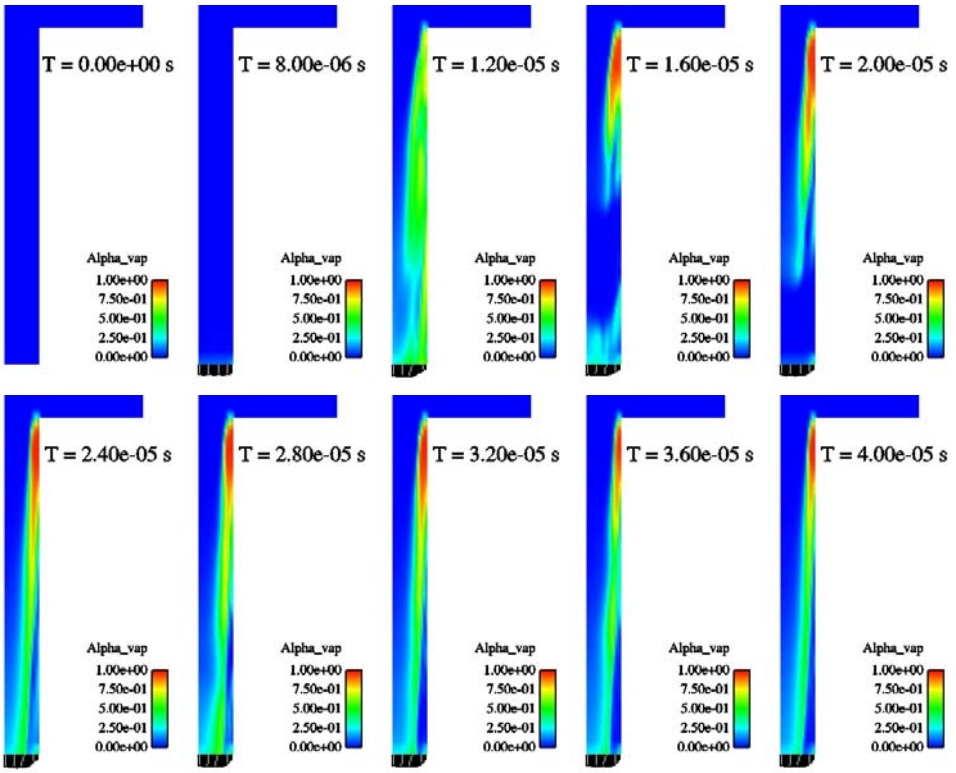


FIG. 4.17 – Zoom sur l'orifice d'injection avec NSCBC : champ de α_v

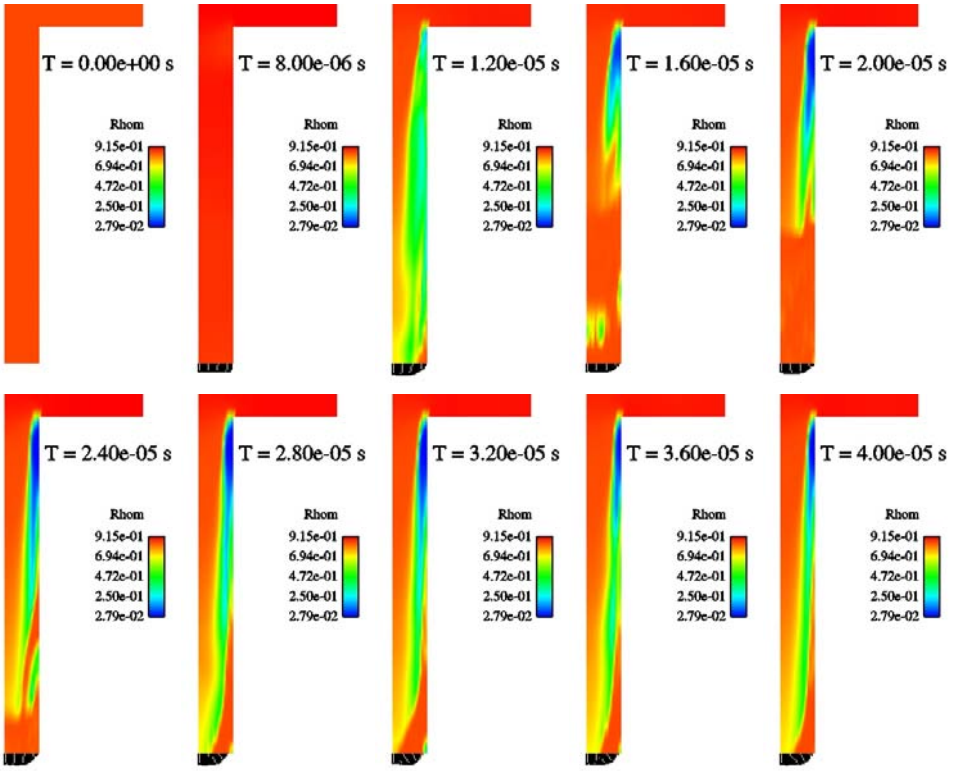


FIG. 4.18 – Zoom sur l'orifice d'injection avec chambre : champ de ρ_m (en g/cm^3)

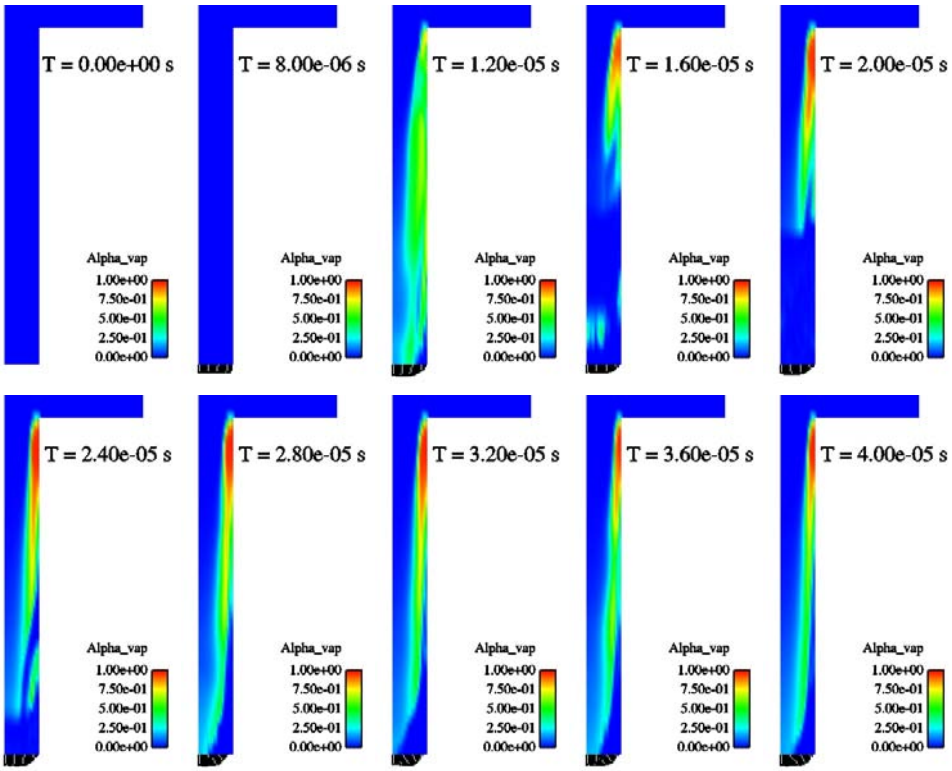


FIG. 4.19 – Zoom sur l'orifice d'injection avec chambre : champ de α_v

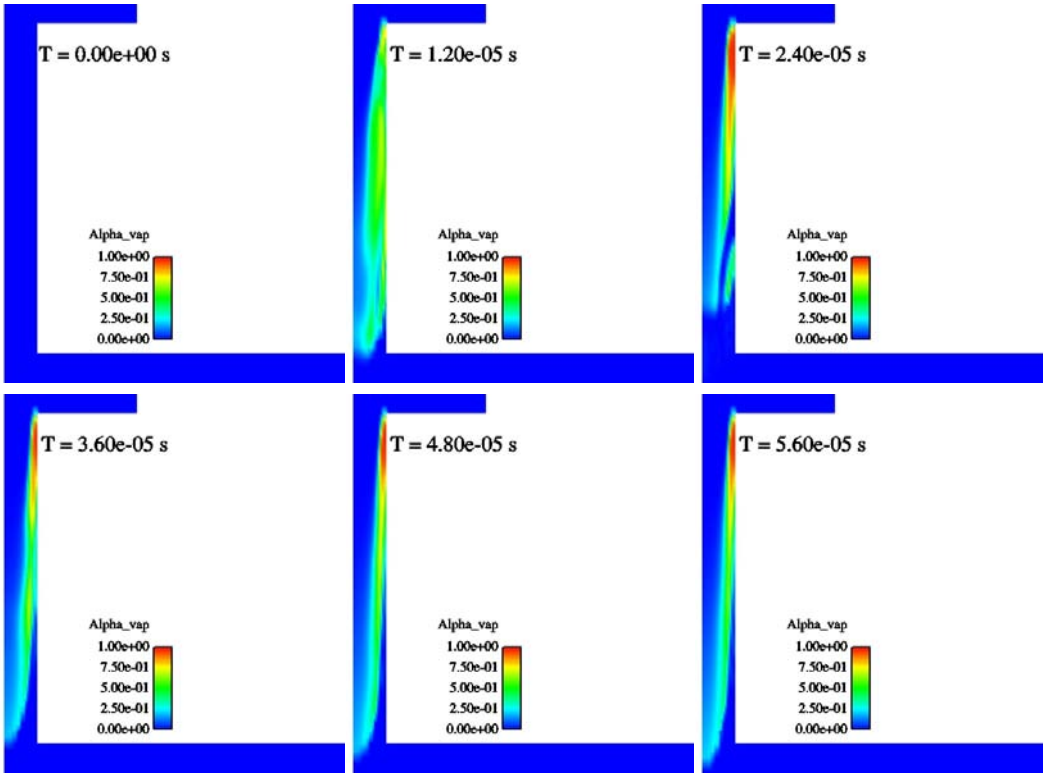


FIG. 4.20 – Zoom sur l'orifice d'injection avec chambre : champ de α_v

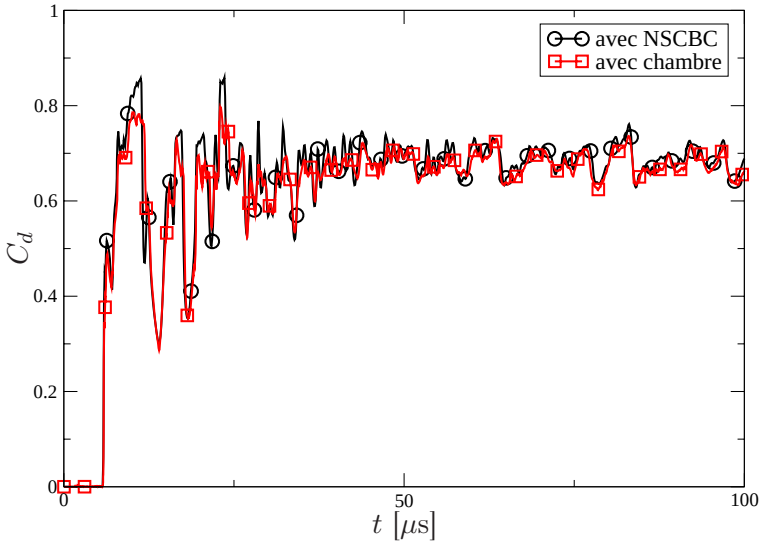


FIG. 4.21 – Évolution temporelle du coefficient de décharge

l'évolution dans le temps de la proportion de liquide, dans une section donnée. Elle rend ainsi compte de la présence de vapeur plus importante au niveau de la section de sortie, avec les conditions aux limites NSCBC, alors qu'il n'y a pas de différence notoire dans une section située plus en amont, à l'intérieur de l'orifice d'injection.

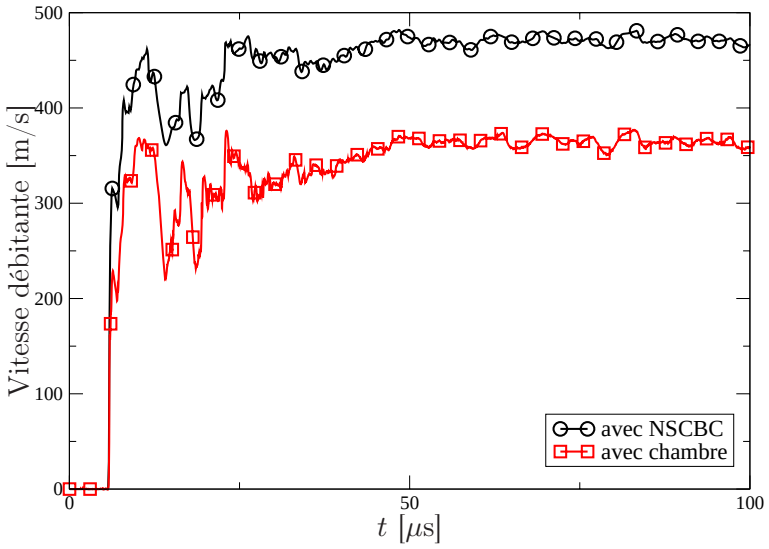


FIG. 4.22 – Évolution temporelle de la vitesse moyenne débitante

La prise en compte de l'air de la chambre de combustion permet donc de simuler l'effet de l'écoulement cavitant à l'intérieur de l'injecteur sur la déstabilisation du jet liquide, à l'origine de l'atomisation. Les poches de cavitation, apparaissant à l'intérieur de l'injecteur, sont convectées à l'intérieur de la phase liquide, jusque dans la chambre de combustion. Ces structures cavitantes implosent alors à proximité de l'interface liquide-gaz, sous l'effet de la pression ambiante, induisant une déstabilisation de cette interface qui est ensuite amplifiée par les effets aérodynamiques (figure 4.24). L'analyse de ce phénomène sera précisée dans le chapitre suivant.

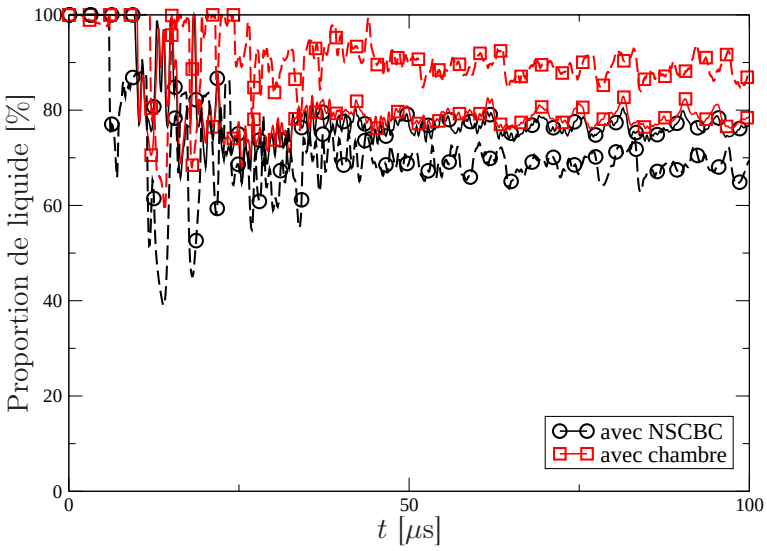


FIG. 4.23 – Évolution temporelle de la proportion de liquide dans une section donnée (traits continus : sur une section située à l'intérieur de l'orifice de l'injecteur, à $1,7D_0$ de la sortie ; traits pointillés : sur la section de sortie de l'injecteur)

4.4 Conclusion

Le premier test de rotation d'un carré de liquide à l'intérieur de la phase gazeuse g, nouvellement implantée dans le code CAVIF, nous permet d'évaluer l'erreur numérique du code et de vérifier l'ordre de convergence de son schéma numérique d'advection. Il en ressort la nécessité d'utiliser des maillages suffisamment fins pour limiter l'erreur inhérente à ces méthodes numériques.

Ensuite, la simulation de l'implosion d'une bulle de cavitation à l'intérieur du liquide, au voisinage d'une surface libre, indique que le comportement du code est qualitativement cohérent avec les observations expérimentales. Les simulations d'atomisation d'un jet Diesel permettront donc de prendre en compte ce phénomène très important.

Enfin, le calcul de l'écoulement sur une géométrie d'injecteur mono-trou 2D, déjà effectué par Dumont [54] en utilisant des conditions aux limites de sortie NSCBC, permet de comparer les anciens résultats avec ceux obtenus sur une géométrie complète (c'est-à-dire en prenant en compte, dans le calcul, la chambre de combustion). L'écoulement à l'intérieur de l'injecteur (notamment l'apparition des poches de cavitation) a un comportement sensiblement similaire, mais l'abandon des conditions aux limites NSCBC évite des problèmes numériques en sortie d'injecteur. Ces nouveaux résultats sont donc plus fiables d'un point de vue quantitatif, en particulier pour l'évolution de la vitesse moyenne débitante.

L'implantation de la phase gazeuse g dans le code CAVIF n'a donc pas modifié sensiblement son comportement, lorsque le seul fluide f est présent, et offre des

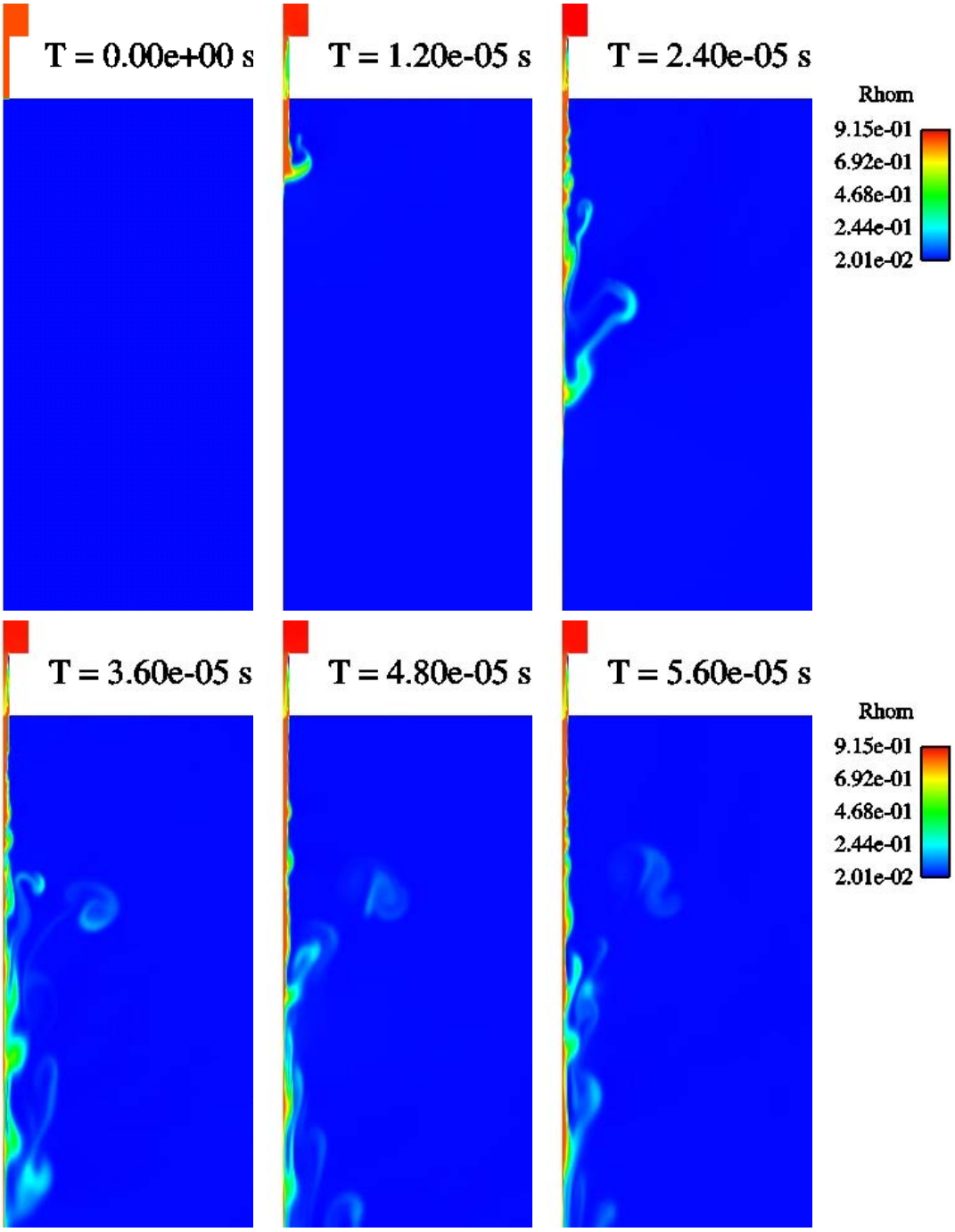


FIG. 4.24 – Injection 2D dans une chambre fermée : champ de ρ_m (en g/cm^3)

perspectives intéressantes pour la simulation de l'atomisation d'un jet Diesel tenant compte de l'écoulement à l'intérieur de l'injecteur.

La phrase la plus excitante à entendre en science, celle qui annonce de nouvelles découvertes, n'est pas «Eureka !», mais plutôt «Tiens, c'est marrant...»
Isaac Asimov

Chapitre 5

Résultats de calculs

Des résultats de calcul sur des géométries réalistes d'injecteurs Diesel sont présentés dans ce chapitre. En premier lieu, deux simulations bidimensionnelles, l'une d'un cas cavitant et l'autre non cavitant, mettent en évidence l'influence de la cavitation sur l'écoulement en aval de l'injecteur. Ensuite, l'influence de certains paramètres géométriques (L_0/D_0, facteur K) ou physiques (nombre de cavitation CN) est étudiée. Enfin, des calculs tridimensionnels sont présentés sur des géométries réelles d'injecteurs (mono et multi-trou), afin d'étudier les effets tridimensionnels liés à l'écoulement.

5.1 Effet de la cavitation sur le jet

On se propose ici de mettre en évidence l'effet de la cavitation sur la perturbation du cœur liquide du jet se développant immédiatement en aval de la sortie de l'orifice d'injection. A ce titre, deux simulations seront comparées, sur une géométrie réaliste d'injecteur mono-trou : l'une comporte une arête vive susceptible de donner naissance à des poches de cavitation, alors que, pour la seconde, on empêche l'apparition de cavitation en ne prenant pas en compte l'écoulement en amont du trou, et notamment les arêtes vives (la pression d'alimentation est imposée directement à l'entrée de l'orifice d'injection) [119].

Les maillages cartésiens bidimensionnels utilisés pour ces tests sont représentés à la figure 5.1. Pour le cas avec cavitation, le maillage comporte 100×400 mailles, alors que le cas non cavitant n'en contient que 100×300 car il ne nécessite pas la prise en compte de la géométrie en amont du trou. Néanmoins, la partie inférieure de ces deux domaines de calcul est strictement identique. Comme pour le cas de l'injecteur mono-trou étudié précédemment (paragraphe 4.3), l'orifice d'injection a un diamètre D_0 de 200 μm et une longueur L_0 de 1 mm ($L_0/D_0 = 5$). La résolution spatiale à l'intérieur de celui-ci est de 20×50 mailles ($\Delta x = 5$ μm et $\Delta z = 20$ μm). La chambre de combustion est prise en compte partiellement sous la forme d'un cylindre de diamètre $10D_0$ et de longueur $5L_0$, fermé à son extrémité (pas de sortie). Enfin, une condition de symétrie permet de ne calculer que la moitié de la géométrie complète 2D.

La pression d'alimentation, en entrée du domaine, est fixée à 100 MPa, alors que

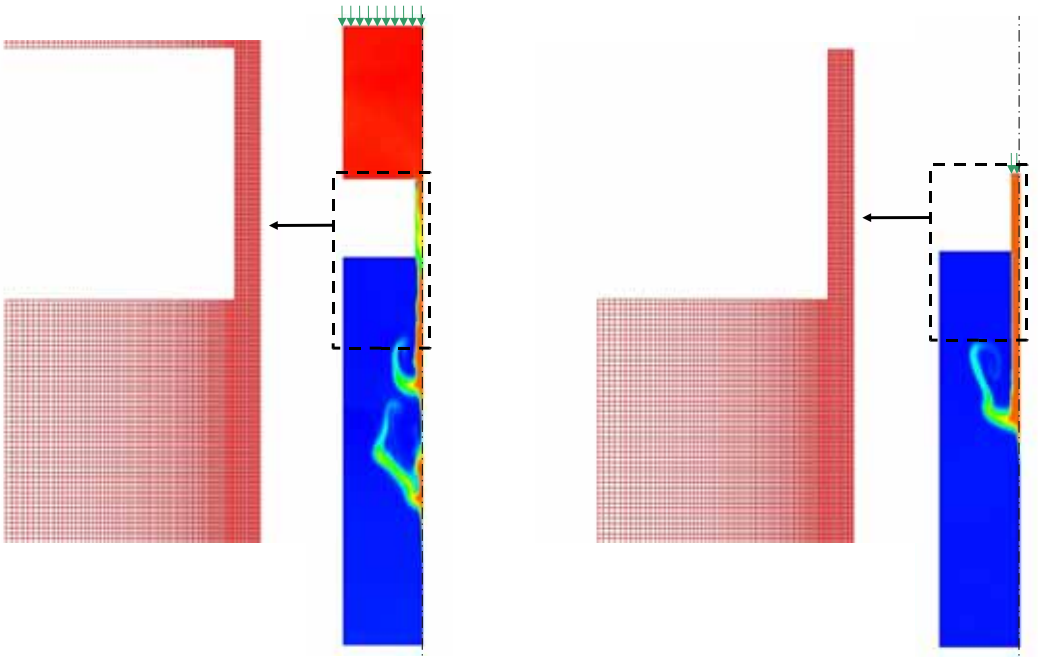


FIG. 5.1 – Maillage 2D d'un injecteur mono-trou, avec formation de cavitation (à gauche) et sans cavitation (à droite)

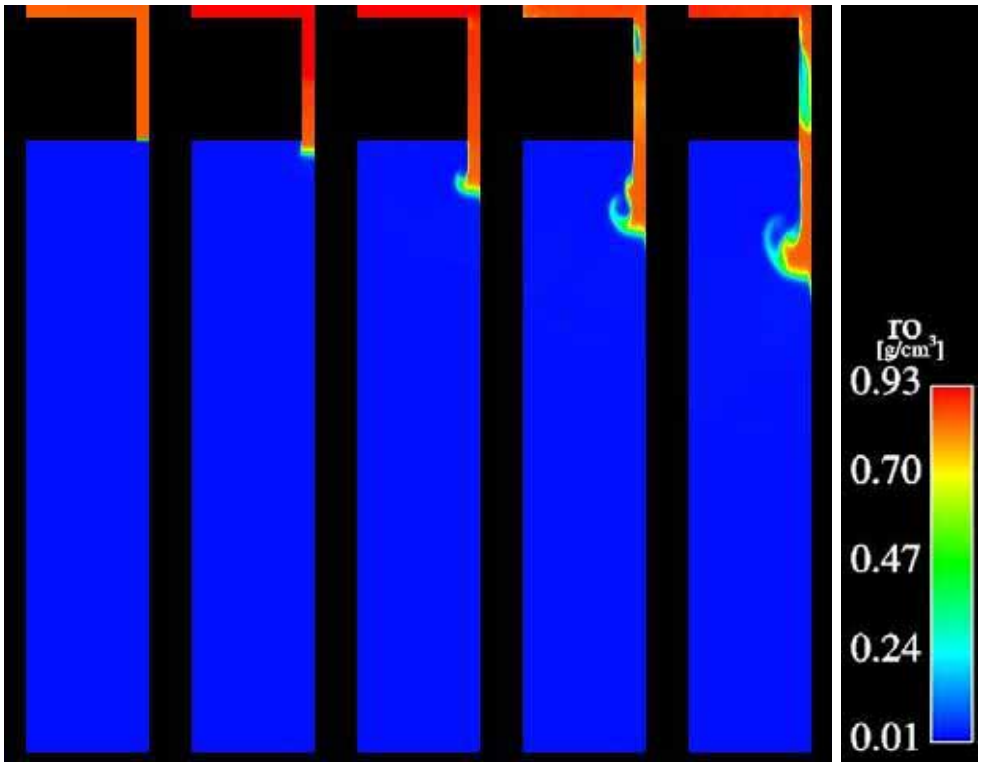
la pression dans le reste du domaine est initialisée à 5 MPa. En début de simulation, la chambre de combustion est constituée de gaz au repos (dont les propriétés physiques sont celles de l'air) et l'injecteur est déjà rempli de carburant liquide qui va progressivement monter en pression sous l'effet de la pression d'alimentation. On a ainsi $P_{inj} = 100$ MPa et $P_{ch} = 5$ MPa (soit $CN = 19$).

Les figures 5.2 et 5.3 montrent l'évolution du champ de masse volumique du mélange m, en présence et en l'absence de cavitation. Le temps $t = 0$ est pris à l'instant où le liquide commence à pénétrer à l'intérieur de la chambre. La simulation concerne le tout début d'injection, correspondant à l'ouverture de l'aiguille (à l'instant où les effets instationnaires sont les plus importants).

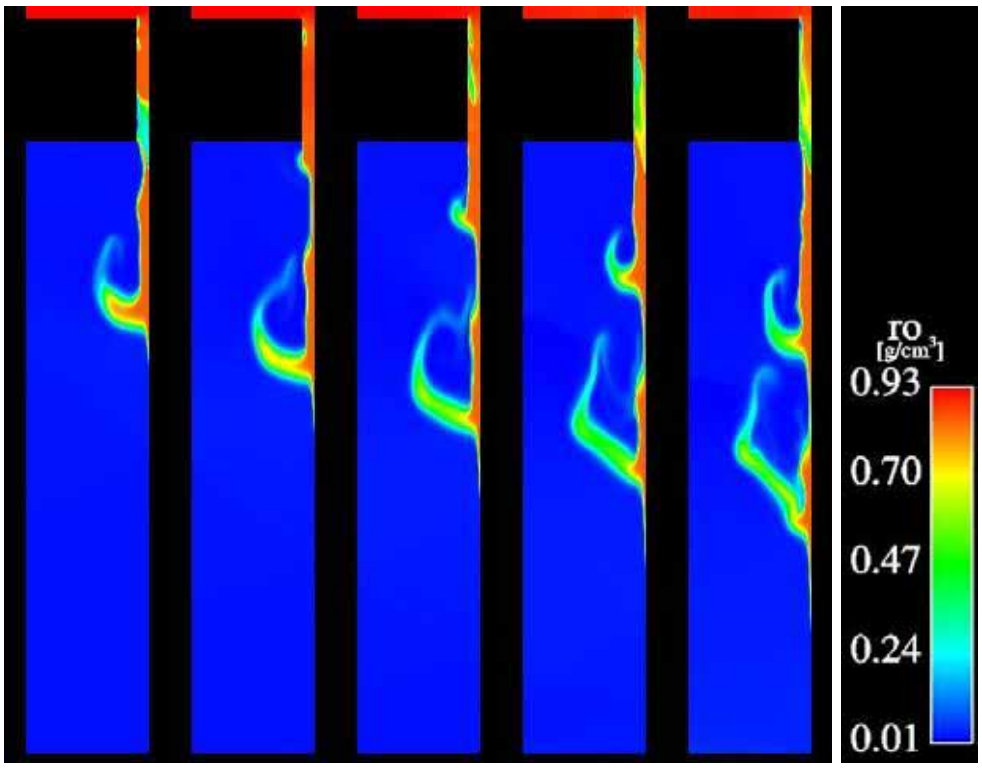
Le début d'injection est très similaire et la figure 5.3 montre que, sans cavitation, les forces de cohésion interne du liquide, ainsi que le faible rapport de densités $\frac{\rho_g}{\rho_l}$, stabilisent le jet. Les effets aérodynamiques apparaissent alors comme secondaires dans le processus d'atomisation.

En revanche, dès l'apparition de cavitation ($t = 4,2$ μs) sur la figure 5.2, au niveau de l'arête vive d'entrée du trou, les premières différences sont observées dans le développement du jet. Une *vena contracta* se forme à l'intérieur de l'orifice, entraînant une accélération de l'écoulement en aval, comme l'explique Dumont [54] (cf. schéma de la figure 1.7). La tête du jet liquide est immédiatement perturbée, avec l'accentuation de la formation du champignon caractéristique, ce qui se traduit par une augmentation de l'angle de spray, conformément aux observations de Eifler [57].

Entre $t = 4,2$ μs et $t = 7,1$ μs, la cavitation croît à l'intérieur du trou jusqu'à atteindre la section de sortie. Lorsque les poches de cavitation sont advectées à l'extérieur du trou, celles-ci subissent un *collapse* presque immédiat (cf. paragraphe 1.1.3).

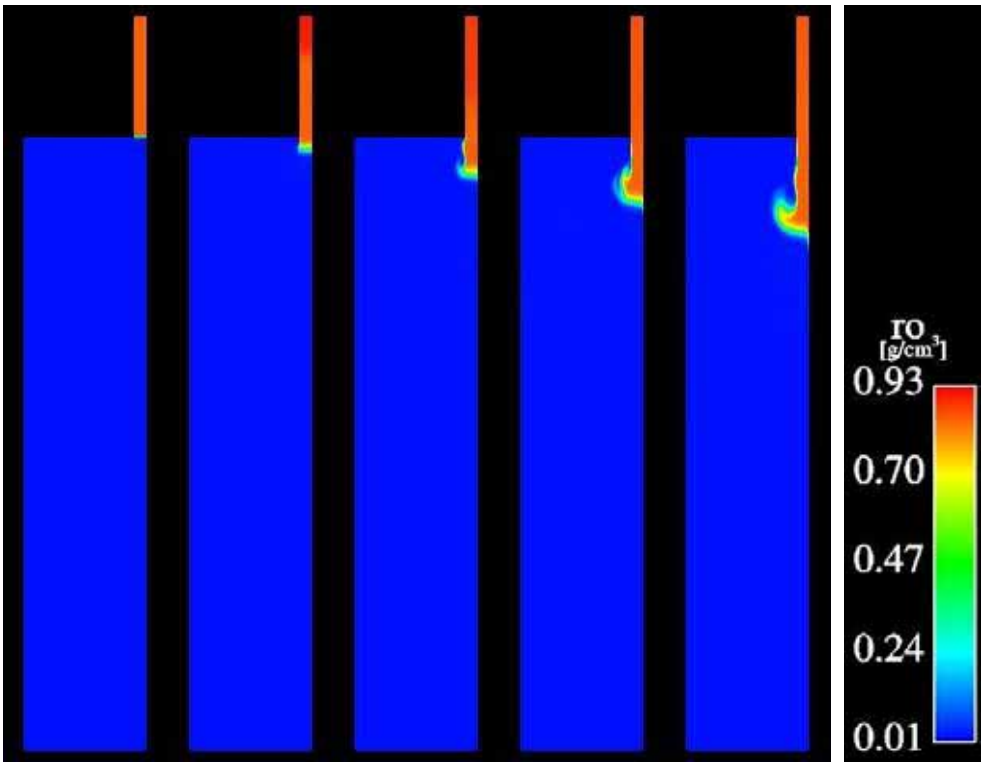


$t = 0,0\ \mu s$ $t = 1,4\ \mu s$ $t = 2,8\ \mu s$ $t = 4,2\ \mu s$ $t = 5,7\ \mu s$

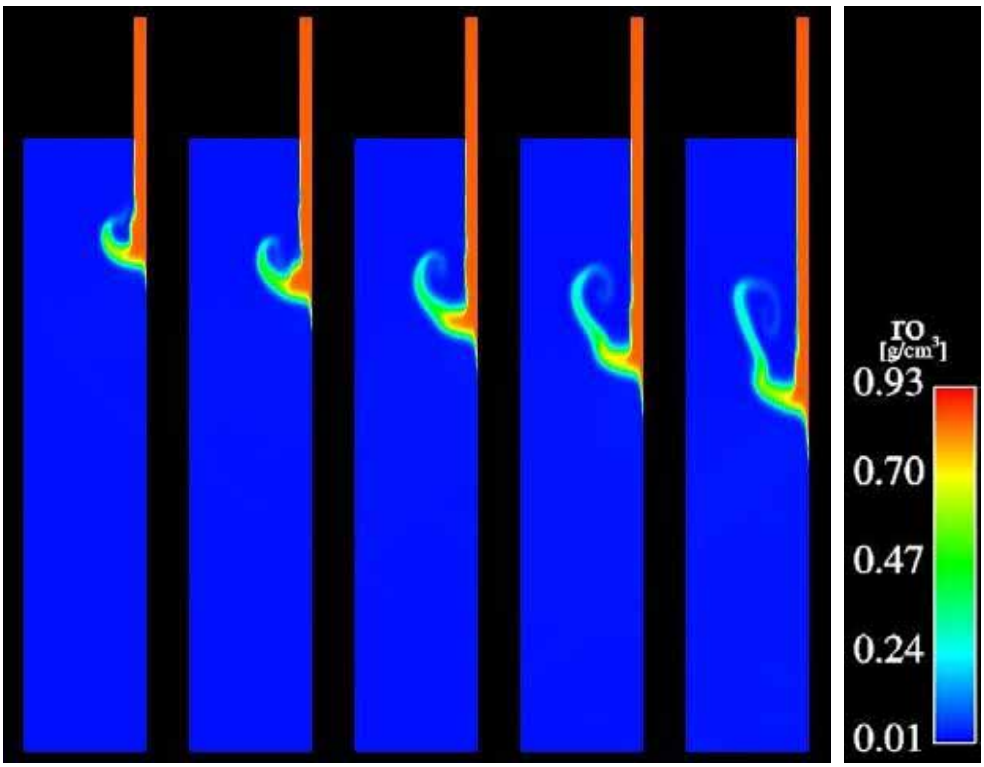


$t = 7,1\ \mu s$ $t = 8,5\ \mu s$ $t = 9,9\ \mu s$ $t = 11,3\ \mu s$ $t = 12,8\ \mu s$

FIG. 5.2 – Résultats du calcul cavitant : champ de ρ_m (en g/cm^3)



$t = 0,0\ \mu s$ $t = 1,5\ \mu s$ $t = 2,9\ \mu s$ $t = 4,3\ \mu s$ $t = 5,8\ \mu s$



$t = 7,2\ \mu s$ $t = 8,7\ \mu s$ $t = 10,1\ \mu s$ $t = 11,6\ \mu s$ $t = 13,0\ \mu s$

FIG. 5.3 – Résultats du calcul non cavitant : champ de ρ_m (en g/cm^3)

La section débitante est alors réduite temporairement (à cause du passage de la cavitation) et le jet subit un "pincement" ($t = 8,5$ μs) qui a une incidence sur sa déstabilisation. En amont de la zone de pincement, le jet est affecté par le *collapse* de ces poches de cavitation : on observe le développement d'un second champignon (à partir de $t = 9,9$ μs), similaire à celui des visualisations de Chaves *et al.* [31], présentées au chapitre 1 (figure 1.10). La même simulation que précédemment, réalisée sur la géométrie 2D complète sans condition de symétrie (figure 5.4), met en évidence les similitudes dans le comportement du jet.

Afin de s'assurer que les faibles valeurs de masse volumique ρ_m, apparaissant à l'intérieur du trou, correspondent bien à des régions cavitantes, le champ de la fraction massique de carburant Y_f est représenté sur la figure 5.5 et celui de la fraction volumique de vapeur à l'intérieur du carburant f sur la figure 5.6.

Si l'on s'intéresse à présent aux profils de vitesse obtenus en sortie du trou, les poches cavitantes advectées au sein de la phase liquide et sortant du trou impliquent des variations importantes de vitesse débitante (figure 5.7). Ces profils chahutés confirment le caractère instationnaire de ce type d'écoulement, la vitesse maximale oscillant entre 250 et 525 m/s localement. De plus, quand une bulle de cavitation atteint la sortie du trou ($t = 7,1$ μs), son *collapse* crée une dépression en sortie du trou, amenant une légère aspiration d'air à l'intérieur de cet orifice, le long de la paroi. D'autre part, lorsque les bulles de cavitation sont advectées au sein du liquide ($t = 7,8$ μs), le pincement du jet est là encore observé.

L'atomisation primaire du jet résultant d'un écoulement cavitant semble donc guidée par deux phénomènes combinés [119] :

- l'interface gaz-carburant et le profil de vitesse d'injection sont perturbés fortement par l'arrivée de poches cavitantes en sortie d'orifice d'injection.
- le *collapse* des bulles de cavitation induit un pincement du jet liquide, qui va amplifier la déstabilisation du jet.

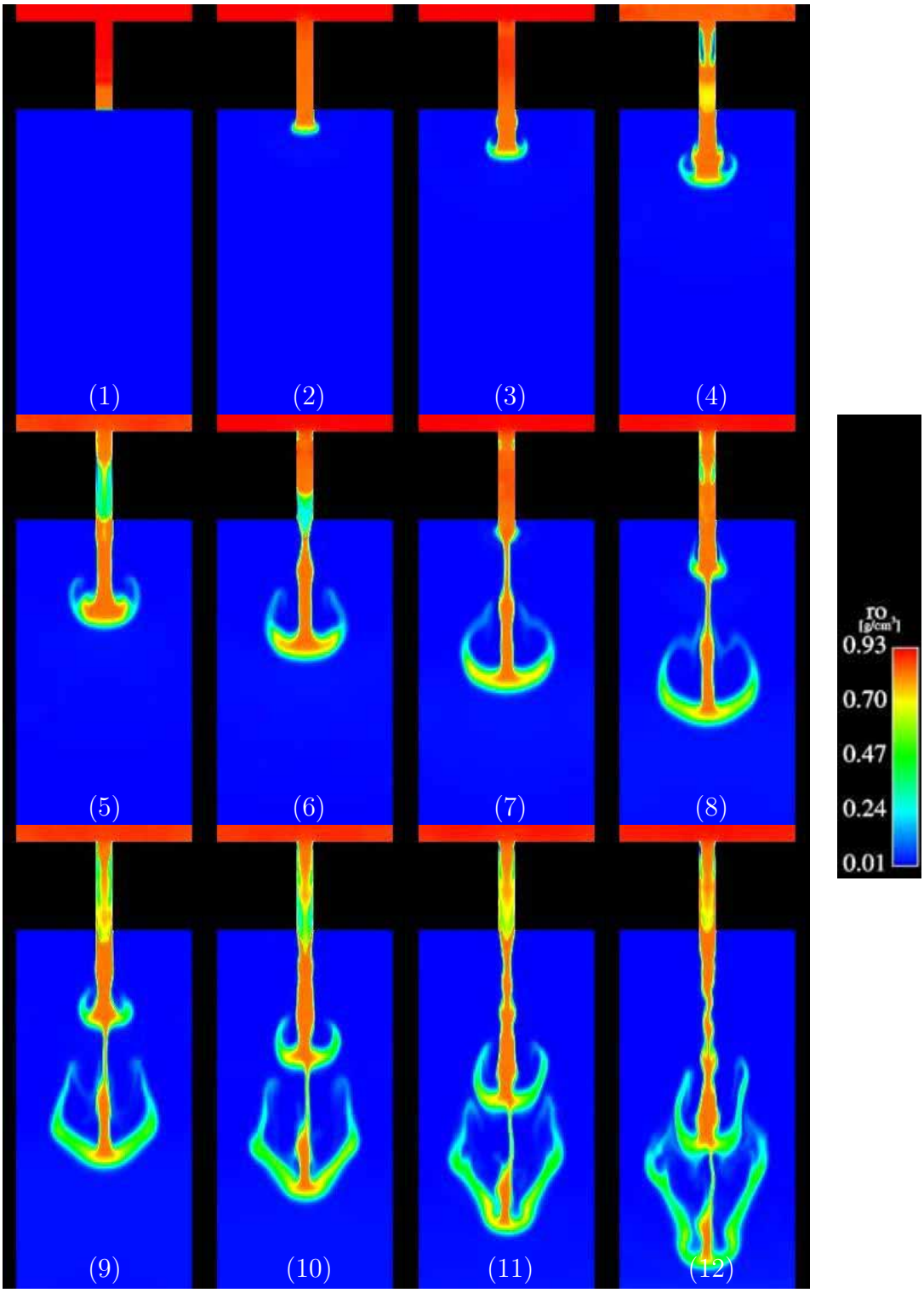
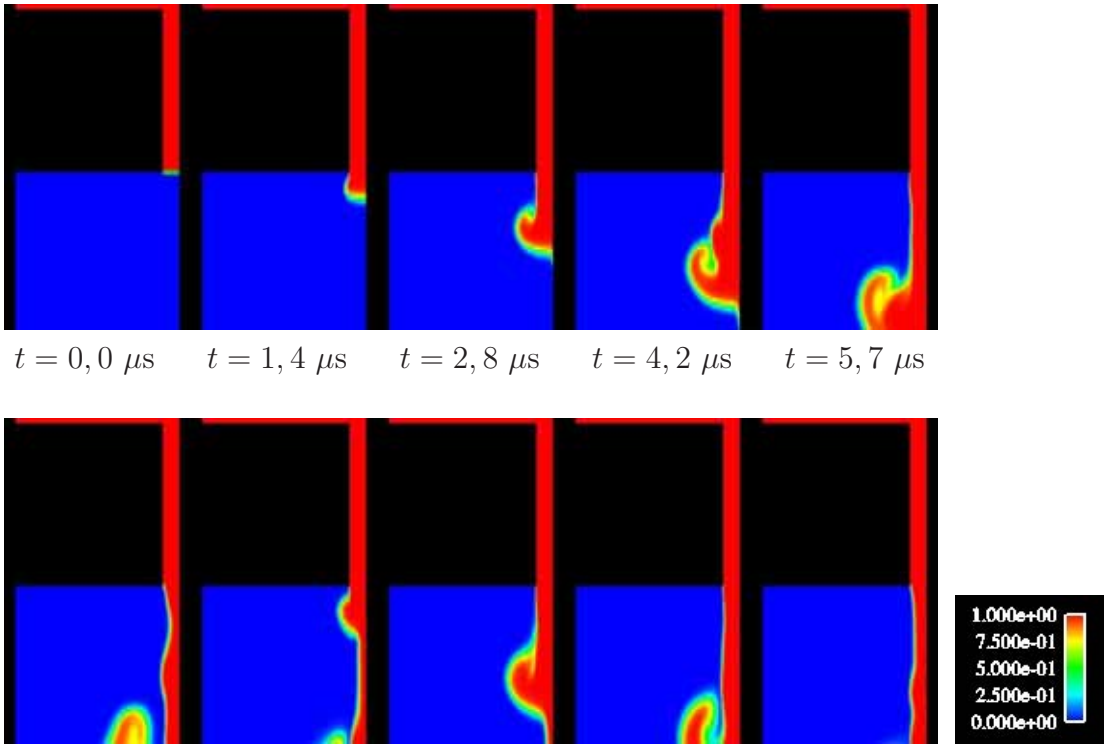


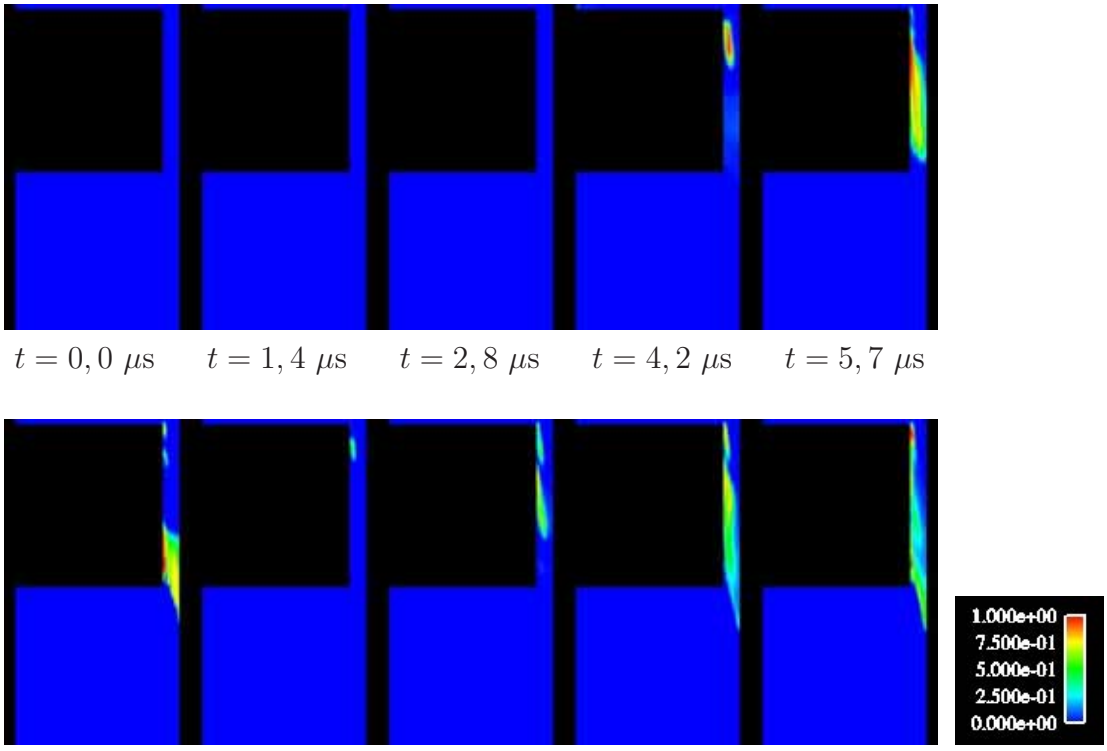
FIG. 5.4 – Simulation 2D de la géométrie complète : champ de ρ_m ($L_0/D_0 = 5$, $CN = 19$)



$t = 0,0\ \mu s$ $t = 1,4\ \mu s$ $t = 2,8\ \mu s$ $t = 4,2\ \mu s$ $t = 5,7\ \mu s$

$t = 7,1\ \mu s$ $t = 8,5\ \mu s$ $t = 9,9\ \mu s$ $t = 11,3\ \mu s$ $t = 12,8\ \mu s$

FIG. 5.5 – Résultats du calcul cavitant : champ de Y_f



$t = 0,0\ \mu s$ $t = 1,4\ \mu s$ $t = 2,8\ \mu s$ $t = 4,2\ \mu s$ $t = 5,7\ \mu s$

$t = 7,1\ \mu s$ $t = 8,5\ \mu s$ $t = 9,9\ \mu s$ $t = 11,3\ \mu s$ $t = 12,8\ \mu s$

FIG. 5.6 – Résultats du calcul cavitant : champ de α_v

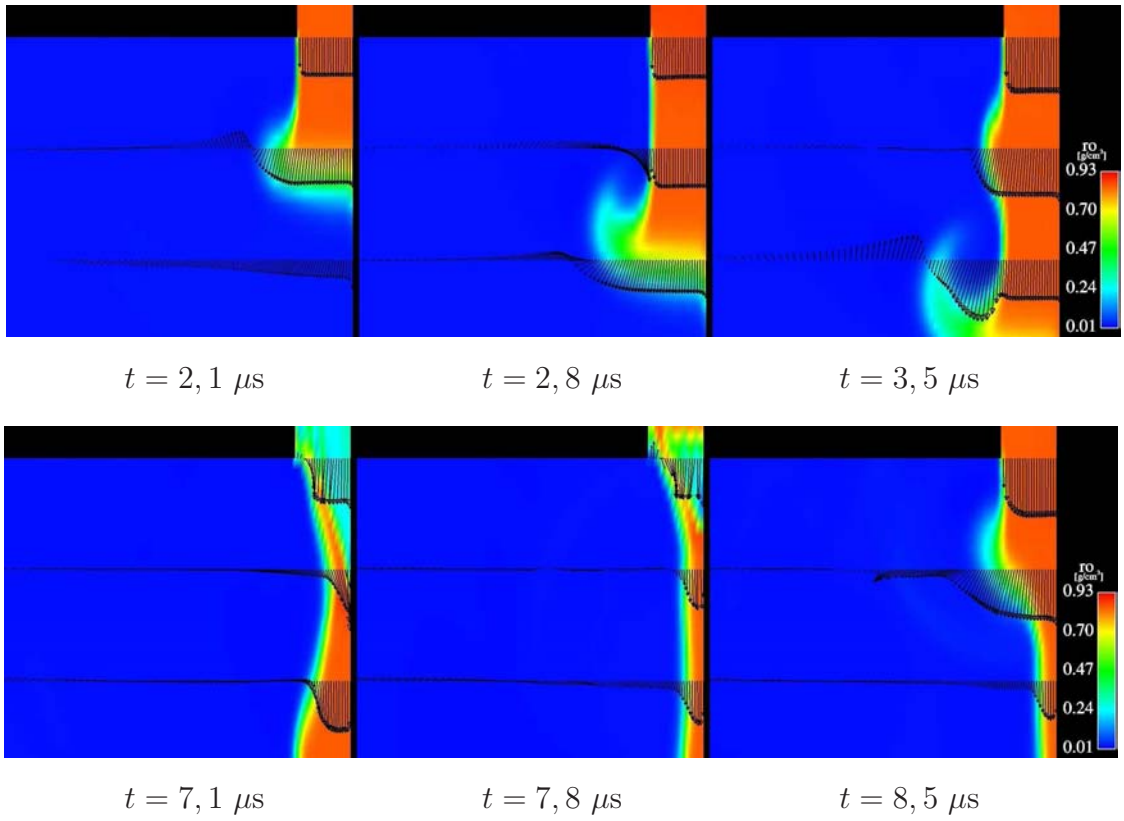


FIG. 5.7 – Résultats du calcul cavitant : champ de ρ_m (en g/cm^3) et profils de vitesse situés à 0, 1 et 2 diamètres D_0 de la sortie du trou

5.2 Étude paramétrique sur les conditions d'injection

L'influence de certains paramètres, susceptibles d'influer sur le jet, est étudiée, sur la base de la même forme d'injecteur que précédemment. Le tableau 5.1 regroupe les caractéristiques des différents essais menés. Les paramètres étudiés sont aussi bien physiques que géométriques :

- la pression d'injection P_{inj}.
- la pression de la chambre P_{ch}.
- le rapport L_0/D_0 entre la longueur et le diamètre du trou de l'injecteur.
- le facteur K de l'injecteur.

Le facteur K d'un injecteur représente la conicité du trou (en %) [107] et est défini tel que :

$$K = 100\frac{(D_{ent} - D_0)}{L_0} \tag{5.1}$$

Pour les essais qui suivent, ce facteur K est modifié en faisant varier le diamètre d'entrée D_{ent} de l'orifice d'injection (le diamètre D_0 de la section de sortie reste constant), tandis que c'est uniquement le changement de la longueur du trou L_0 qui modifie le rapport L_0/D_0.

Dénomination	REF	PINJ	PCH	L/D	K > 0	K < 0
P_{inj} [MPa]	150	30	150	150	150	150
P_{ch} [MPa]	5	5	1	5	5	5
CN	29	5	149	29	29	29
L_0/D_0	5	5	5	2,5	5	5
K	0	0	0	0	5	-5

TAB. 5.1 – Paramètres caractéristiques des cas étudiés

Par ailleurs, l'étude de la densité d'aire interfaciale (entre le carburant et le gaz), notée Σ_f, s'avère très intéressante car elle renseigne sur la formation du spray ; en effet, la fragmentation d'un jet n'est rien d'autre qu'une création d'interface carburant-gaz. Ainsi, l'évolution de la grandeur Σ_f dans le temps permet de distinguer des zones de création d'interface, à l'intérieur de la chambre de combustion, en fonction des différentes conditions d'injection testées.

Cette analyse de la grandeur Σ_f offre des perspectives très intéressantes pour le développement d'un modèle d'atomisation de jet basé sur une équation de transport de la densité d'aire interfaciale (à la manière de Vallet et Borghi [168]), notamment dans la détermination des termes sources liés à la cavitation.

Concrètement, un post-traitement adapté permet au code CAVIF de calculer la densité d'aire interfaciale Σ_f (entre le carburant et le gaz), à partir du champ de Y_f (ou α_f). On applique pour cela la méthode PLIC (cf. partie 1.3.3) développée par Li [103] en 2D et précisée par Biausser *et al.* [18] pour les cas tridimensionnels. Par le calcul du gradient de la fraction de carburant au niveau de chaque maille, cette

méthode permet une localisation de l'interface. La diffusion numérique nécessite toutefois de fixer un critère d'existence d'interface (ici $0,4 < \alpha_f < 0,6$). La densité d'aire interfaciale Σ_f est alors calculée comme le rapport entre l'aire interfaciale et le volume élémentaire de calcul considéré (ou, pour un cas bidimensionnel, le rapport entre la longueur d'interface et l'aire de la cellule élémentaire de calcul).

5.2.1 Influence de la pression

La figure 5.8 présente les champs de ρ_m et Σ_f obtenus en fin de simulation des différents cas. Le temps de simulation du cas PINJ est beaucoup plus long puisque la pression d'injection est plus faible que pour les autres cas. De même, pour le cas $\mathsf{K} < 0$, la modification de la conicité du trou d'injection réduit la section de passage de carburant : on a donc poursuivi la simulation un peu plus longtemps. Le cas de référence REF présente un champignon classique en tête de jet, ainsi qu'un second tourbillon, plus en amont, issu du *collapse* d'une poche de cavitation, à la manière de ce qui est détaillé au paragraphe 5.1.

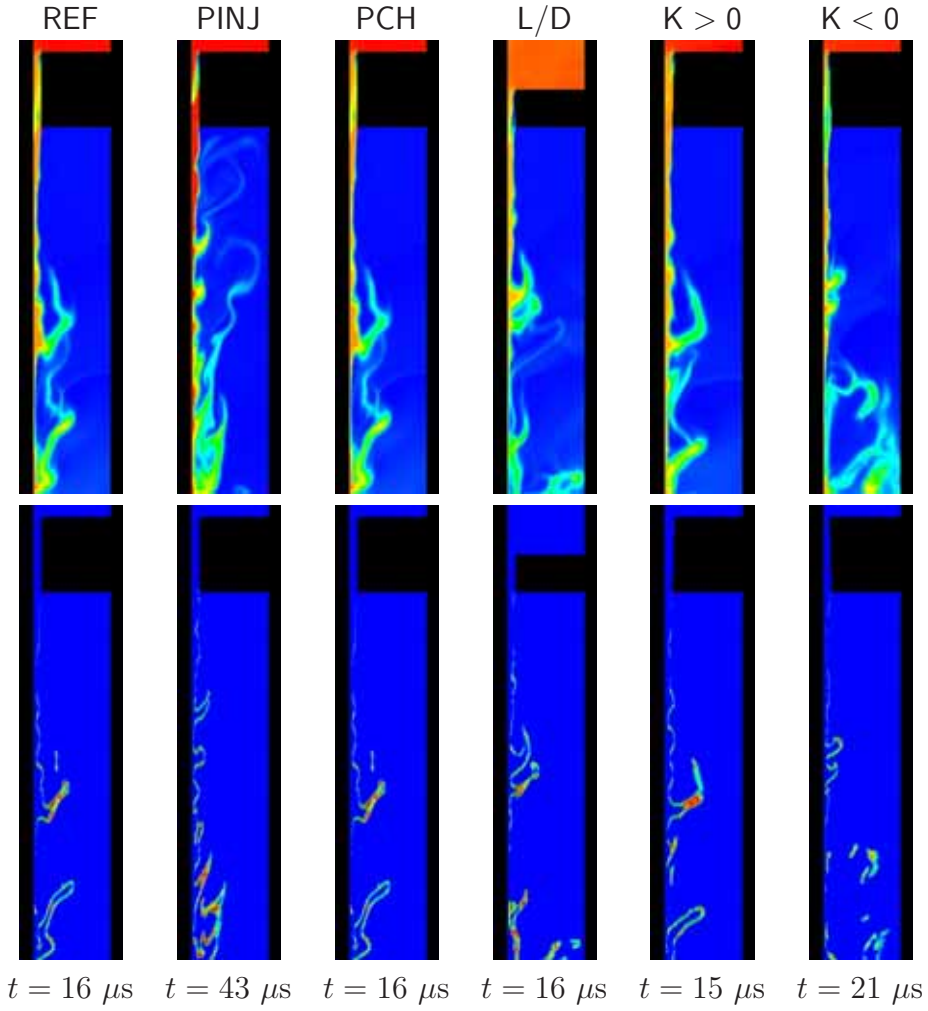


FIG. 5.8 – Les différents cas testés : champ de ρ_m (en haut) et Σ_f (en bas)

Lorsque la pression d'injection est réduite (cas PINJ), la vitesse du jet est plus faible et les poches cavitantes, apparaissant à l'intérieur du trou, ont une structure et une fréquence très différente ($CN = 5$), qui rend toute comparaison difficile. On constate simplement un effet très net de la pression d'injection sur la forme du jet.

La diminution de la pression initiale à l'intérieur de la chambre (cas PCH) n'influe pas (ou très peu) sur la formation du jet.

5.2.2 Influence de la géométrie du trou

Pour les différentes géométries étudiées, les figures 5.9 et 5.10 permettent de corréler les fluctuations de vitesse en sortie d'injecteur, avec la présence de cavitation.

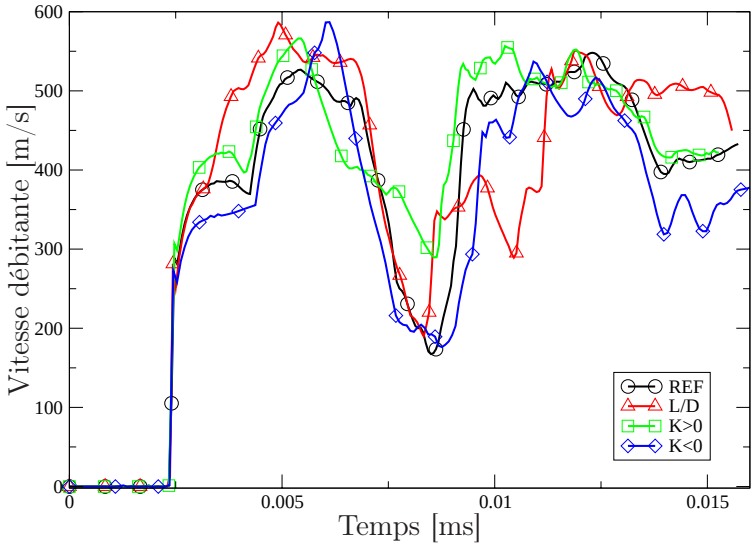


FIG. 5.9 – Évolution de la vitesse débitante

Pour le cas de référence (REF), la figure 5.11 présente également la relation étroite entre le débit et la présence de cavitation. La figure 5.11a montre que le débit massique de carburant chute fortement lorsqu'une poche de cavitation atteint la sortie du trou, du fait de la faible masse volumique de la vapeur. La figure 5.11b, quant à elle, met en relation la présence de cavitation dans l'ensemble du trou avec son arrivée au niveau de la section de sortie. On constate ainsi que la cavitation en sortie du trou a logiquement un léger retard sur sa présence à l'intérieur du trou.

La formation d'aire interfaciale correspondante est présentée par la figure 5.12. Sur la figure 5.12a sont rassemblées les courbes de densité d'aire interfaciale, au niveau de plusieurs profils situés à l'intérieur de la chambre, à différentes distances de la sortie du trou. La densité d'interface augmente ainsi à mesure que l'on s'éloigne de la section de sortie, sous l'effet des forces aérodynamiques qui amplifient la déstabilisation du jet. Le cumul de Σ_f (figure 5.12b) permet de distinguer deux périodes de création d'interface. La première est liée à la formation du champignon de tête

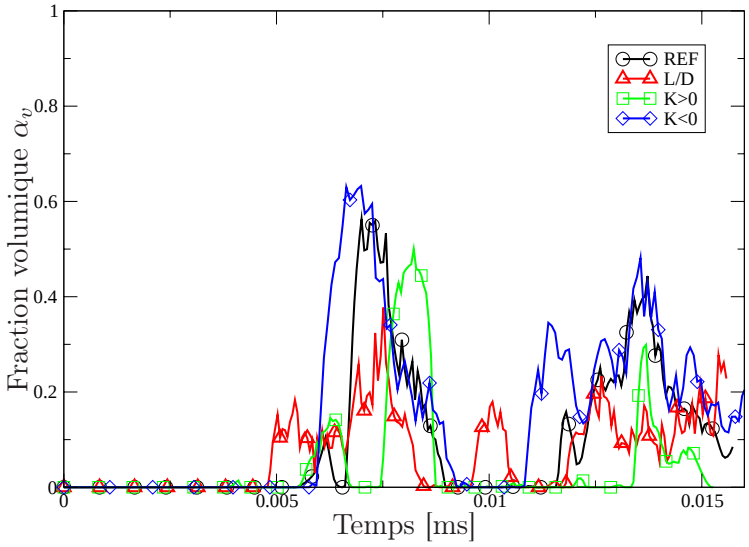


FIG. 5.10 – Évolution de la fraction volumique de vapeur dans la section de sortie

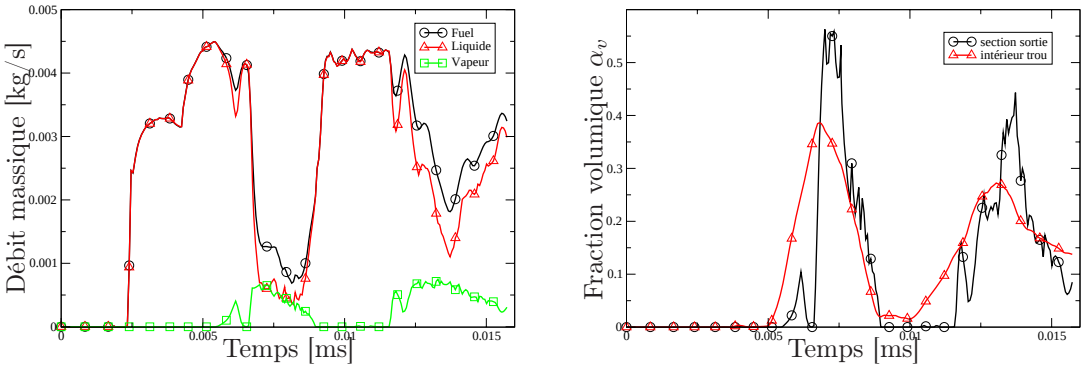
de jet, alors que la seconde correspond à l'instabilité se développant en surface de jet, sous l'effet du *collapse* d'une poche de cavitation.

La diminution du rapport L_0/D_0 (cas L/D) influe sur la formation et surtout le *collapse* des poches cavitantes. Dans la section de sortie, la cavitation diminue en intensité, mais reste présente plus longtemps (figure 5.13). En effet, la longueur plus faible du trou laisse moins de temps aux poches de cavitation pour se développer et celles-ci demeurent au cœur du jet liquide. Elles sont alors moins sensibles aux conditions extérieures, retardant ainsi leur *collapse*.

La création d'aire interfaciale est plus importante que pour le cas REF, mais les deux phases de création d'interface (champignon de tête et instabilité due à la cavitation) se distinguent là aussi nettement (figure 5.14).

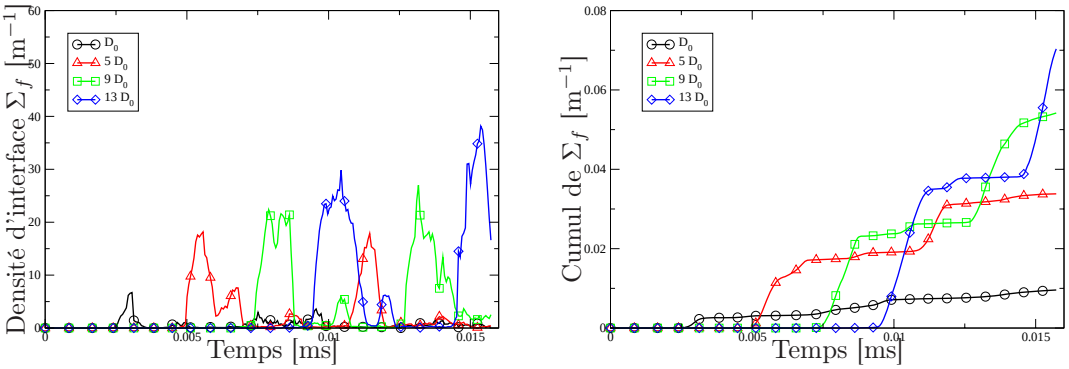
La conicité du trou d'injection est connue pour avoir une influence non négligeable sur la cavitation. Le premier cas ($\mathsf{K} > 0$) montre un léger infléchissement de la formation de cavitation (figure 5.15), tout en provoquant une augmentation de la création d'aire interfaciale (figure 5.16).

En revanche, pour le cas $\mathsf{K} < 0$, la conicité limite le débit de carburant en entrée du trou et, malgré l'apparition importante de cavitation (figure 5.17), conduit à une diminution de l'aire interfaciale créée (figure 5.18).



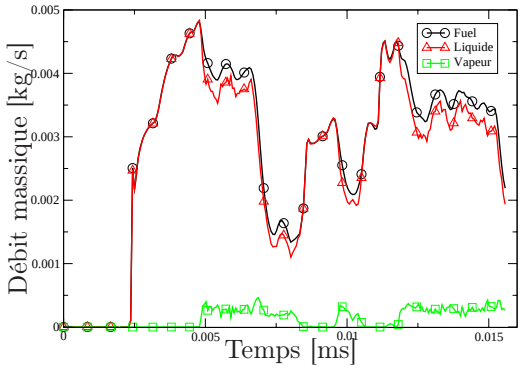
(a) Évolution du débit massique (b) Évolution de la fraction volumique α_v

FIG. 5.11 – Évolution temporelle du débit massique et de la fraction volumique de vapeur, pour le cas REF

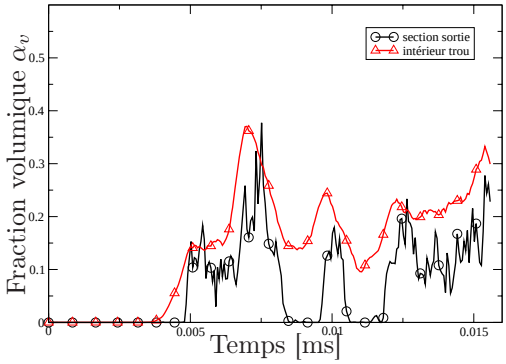


(a) Évolution de Σ_f (b) Cumul de Σ_f

FIG. 5.12 – Évolution temporelle de la densité d'aire interfaciale Σ_f, pour le cas REF

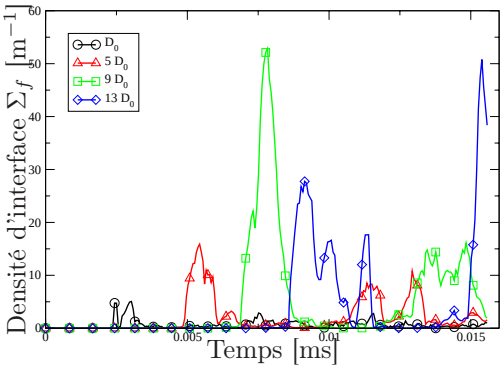


(a) Évolution du débit massique

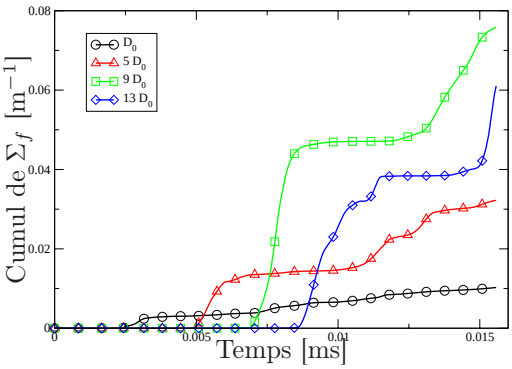


(b) Évolution de la fraction volumique α_v

FIG. 5.13 – Évolution temporelle du débit massique et de la fraction volumique de vapeur, pour le cas L/D

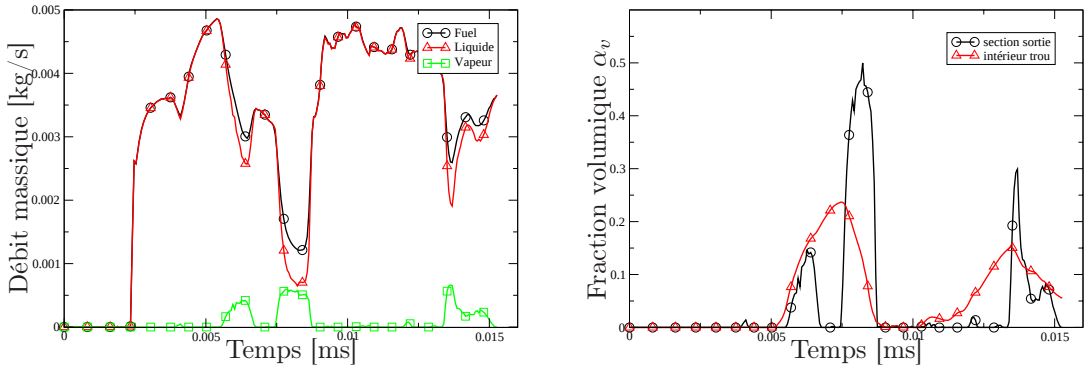


(a) Évolution de Σ_f



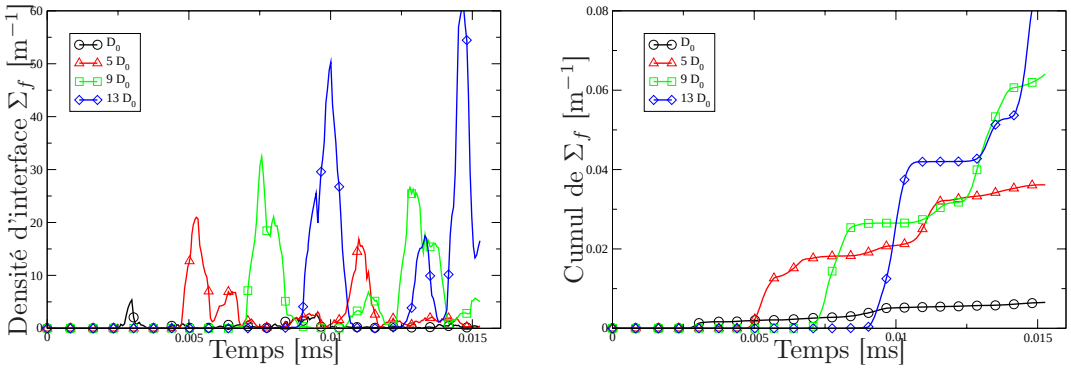
(b) Cumul de Σ_f

FIG. 5.14 – Évolution temporelle de la densité d'aire interfaciale Σ_f, pour le cas L/D



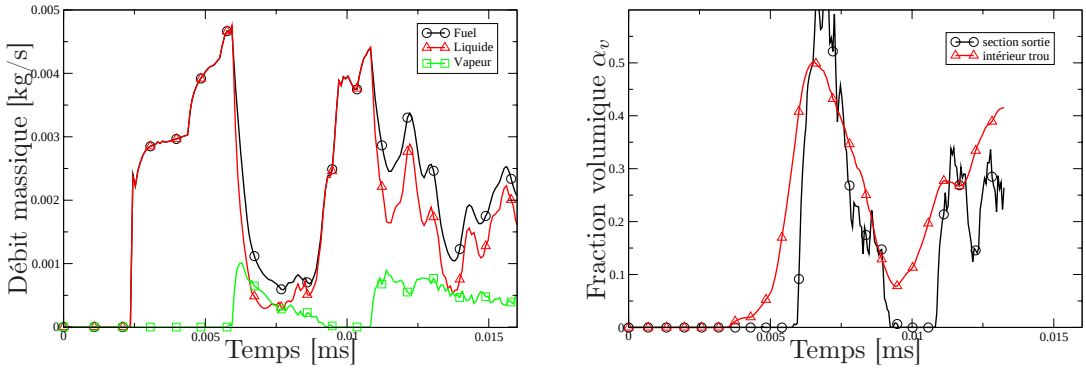
(a) Évolution du débit massique (b) Évolution de la fraction volumique α_v

FIG. 5.15 – Évolution temporelle du débit massique et de la fraction volumique de vapeur, pour $\mathsf{K} > 0$



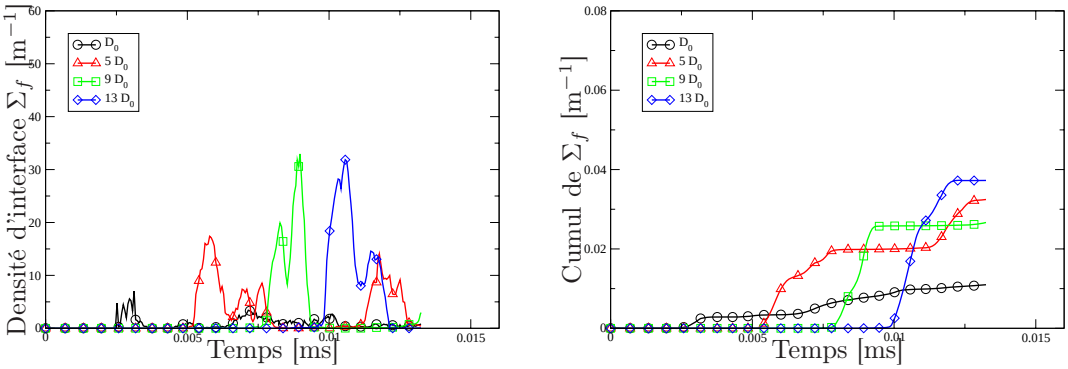
(a) Évolution de Σ_f (b) Cumul de Σ_f

FIG. 5.16 – Évolution temporelle de la densité d'aire interfaciale Σ_f, pour $\mathsf{K} > 0$



(a) Évolution du débit massique (b) Évolution de la fraction volumique α_v

FIG. 5.17 – Évolution temporelle du débit massique et de la fraction volumique de vapeur, pour $\mathsf{K} < 0$



(a) Évolution de Σ_f (b) Cumul de Σ_f

FIG. 5.18 – Évolution temporelle de la densité d'aire interfaciale Σ_f, pour $\mathsf{K} < 0$

5.3 Calculs tridimensionnels

En injection Diesel, le caractère tridimensionnel des écoulements est depuis longtemps reconnu, d'autant plus dans le cas de géométries asymétriques comme un injecteur multi-trou. La simulation 3D est donc un outil puissant d'aide à la compréhension des différents phénomènes. On étudie dans un premier temps un injecteur mono-trou, avant d'analyser plus en détails le cas d'un injecteur réel à six trous.

5.3.1 Injecteur mono-trou

Pour cette simulation, on utilise une géométrie 3D simplifiée d'injecteur mono-trou, sur le modèle des simulations bidimensionnelles du paragraphe 5.1 : le sac de l'injecteur est représenté par un cylindre et les dimensions caractéristiques de l'orifice d'injection prennent des valeurs classiques ($L_0 = 1$ mm et $D_0 = 200\ \mu$m). Le maillage cartésien utilisé (figure 5.19) comporte $60 \times 60 \times 250$ mailles (soit 900 000 mailles au total) et l'on veille à ce que l'intérieur du trou ait une résolution suffisante. Un soin tout particulier est apporté à la régularité et à la symétrie de ce maillage, dans le but d'optimiser le temps de calcul (en maximisant le pas de temps).

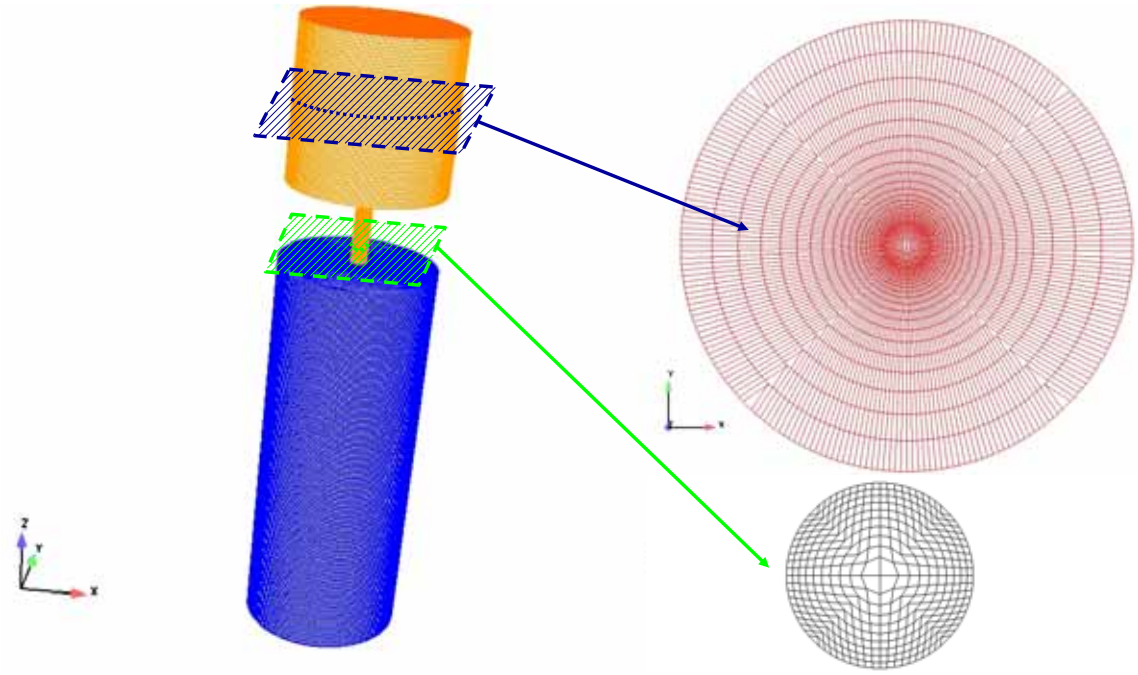


Fig. 5.19 – Maillage 3D d'un injecteur mono-trou simplifié

La figure 5.20 présente une vue globale du domaine de calcul avec, dans un premier temps, la formation du champignon en tête de jet. On retrouve ensuite, comme dans la simulation bidimensionnelle (paragraphe 5.1), l'apparition de cavitation à l'intérieur du trou, le *collapse* de ces bulles de vapeur à l'arrivée dans la chambre et le pincement du jet correspondant. Le second champignon se développe ensuite à l'intérieur de la chambre et l'ensemble du jet demeure relativement symétrique, montrant ainsi la précision numérique et la stabilité du modèle de cavitation implanté.

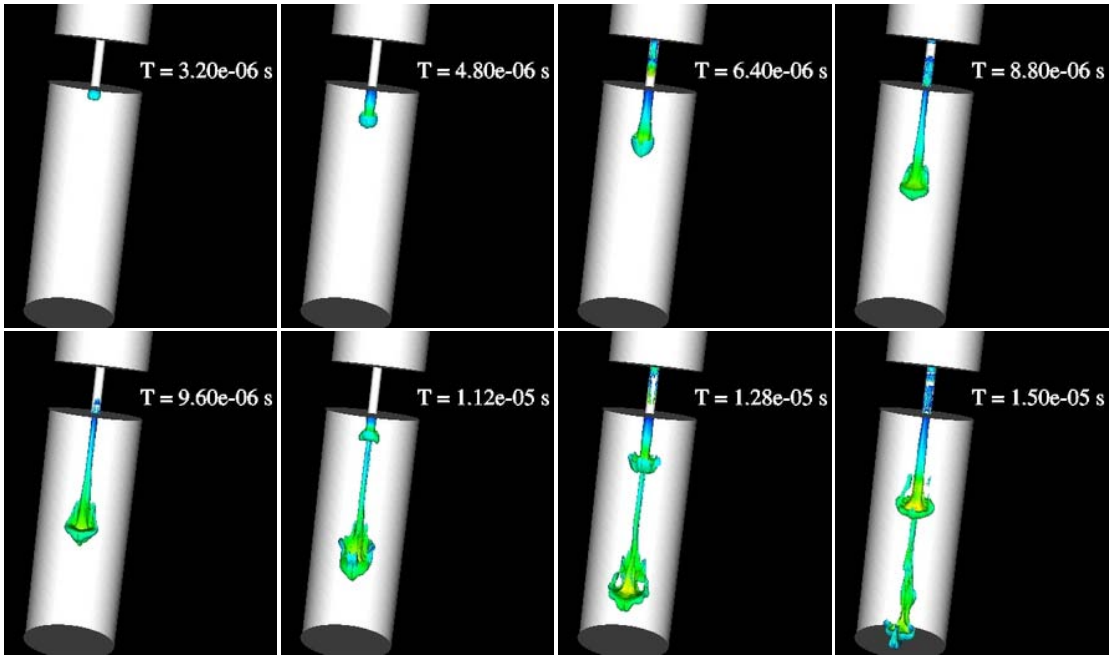


FIG. 5.20 – Géométrie 3D axisymétrique mono-trou : iso-surfaces de $\alpha_f = 0,5$ (dans la chambre) et $\alpha_v = 0,5$ (dans l'injecteur), colorées par la norme de la vitesse

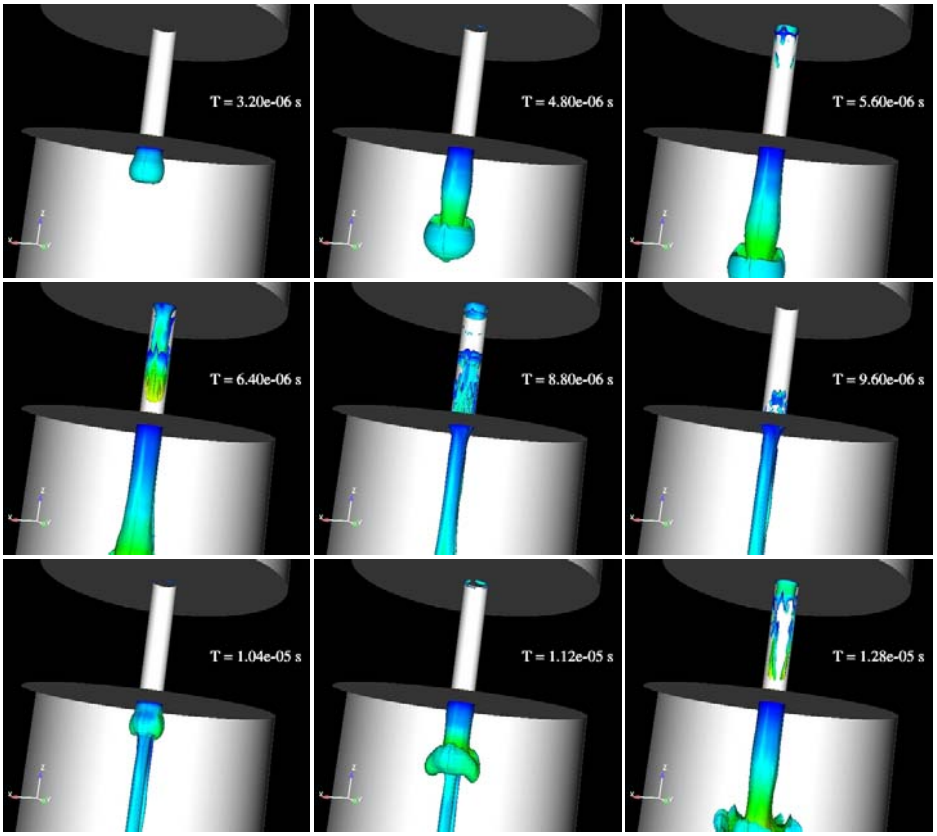


FIG. 5.21 – Zoom sur la sortie de l'injecteur : iso-surfaces de $\alpha_f = 0,5$ (dans la chambre) et $\alpha_v = 0,5$ (dans l'injecteur), colorées par la norme de la vitesse

Grâce à la figure 5.21, une corrélation peut être mise en évidence entre l'aire interfaciale créée par cavitation à l'intérieur du trou (interface liquide-vapeur) et celle qui se développe dans la chambre (interface liquide-gaz), à la suite du *collapse*. Il s'agit là d'une piste de réflexion pour l'établissement d'un modèle d'atomisation, du même type que celui de Vallet et Borghi [168], basé sur une équation de transport de la densité d'interface liquide-gaz.

5.3.2 Injecteur multi-trou

Le calcul 3D devient incontournable quand on s'intéresse à des géométries d'injecteurs asymétriques, les effets tridimensionnels devenant alors prépondérants.

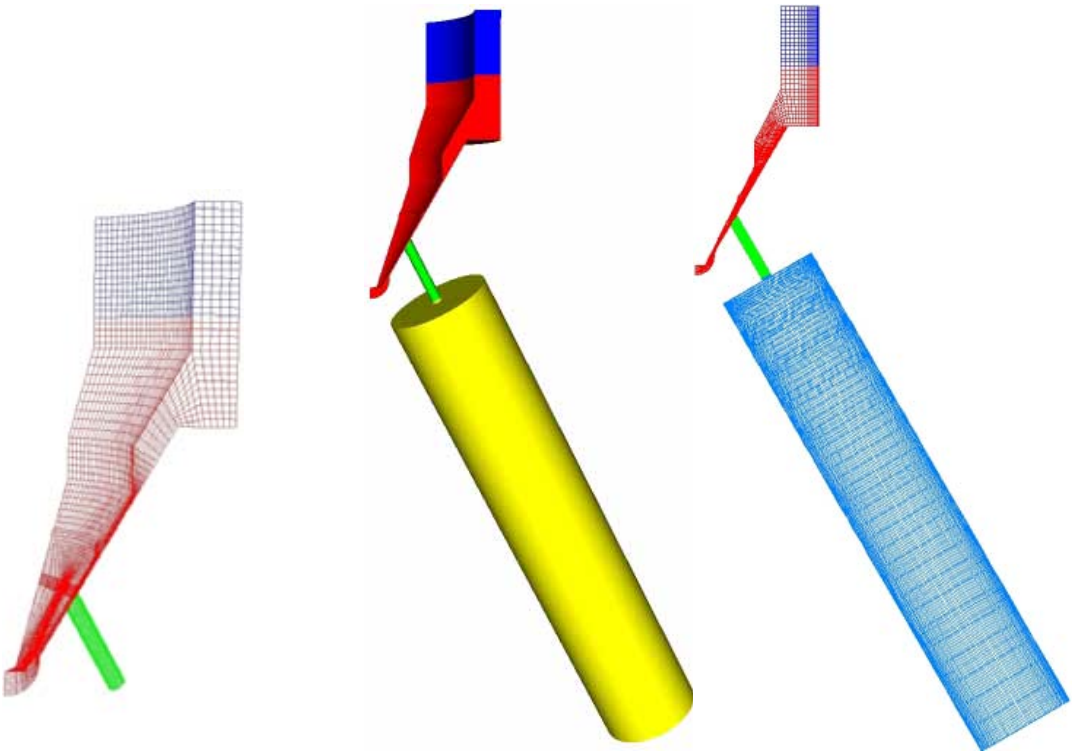
Les calculs présentés dans cette partie ont été réalisés dans le cadre d'un stage, par Moulières [121], sur un injecteur multi-trou, au moyen du code CAVIF. Le maillage représente 1/6e du nez d'un injecteur à six trous (figure 5.22a) avec faible angle de nappe (60 °) et il est identique à celui utilisé par Habchi *et al.* [72] pour des calculs sans prise en compte de la chambre de combustion (le nez de l'injecteur est représenté par 3 blocs, pour un total de 46 000 mailles).

Un bloc cylindrique a été ajouté en sortie de l'orifice d'injection (figure 5.22b), afin de représenter la chambre de combustion. Pour conserver un nombre de mailles raisonnable (90 000 mailles pour le bloc), les dimensions de cette chambre ont été délibérément réduites, sachant que le cadre des observations se situe dans le voisinage proche de la sortie du trou. En outre, les phénomènes observés sont si violents (vitesses élevées, *collapse*) que la proximité des parois de la chambre n'a que très peu d'influence sur le cœur liquide en sortie d'injecteur (ceci a notamment été vérifié sur la géométrie bidimensionnelle de la partie 4.3).

Le calcul est initialisé avec l'aiguille de l'injecteur en position basse (une levée résiduelle de 10 μm est conservée pour des raisons topologiques). Au cours du calcul, un mouvement de maillage permet à l'aiguille de monter et descendre, selon une loi de levée donnée : une phase d'ouverture de 95 μs, une phase statique à ouverture maximale de 15 μs et enfin une phase de fermeture de 130 μs (soit une durée totale d'injection de 240 μs). Le pas de temps n'excédant pas 10^{-9} seconde, les calculs se révèlent assez longs (10 jours de temps CPU sur un processeur AMD Opteron 2,2 Ghz d'un cluster Linux). La pression dans la chambre est fixée en début de simulation à 4 MPa, alors que la pression d'injection est de 160 MPa ($CN = 39$).

La série d'images de la figure 5.23 illustre la naissance de la cavitation au niveau de l'entrée du trou, essentiellement sur le bord inférieur de l'arête vive, et son développement jusqu'à la sortie du côté de la chambre de combustion. Le cœur liquide, en sortie du trou, est très perturbé par l'écoulement cavitant.

Les visualisations tridimensionnelles de la figure 5.24 permettent de préciser les choses : le cœur liquide se fractionne en filaments qui se détachent sous l'effet du caractère instationnaire et tridimensionnel de l'écoulement cavitant, conduisant à l'atomisation primaire du jet. Il est possible de mesurer une longueur de cœur liquide, d'après les visualisations, en fixant un critère sur la masse volumique du mélange m ($\rho_m > 0,8$ g/cm^3). Cette longueur, qui n'est bien sûr pas constante, oscille autour de 2 mm.



(a) Maillage du nez (b) Géométrie complète

FIG. 5.22 – Maillage 3D d'un injecteur multi-trou : 1/6e du nez d'un injecteur à six trous, prolongé par une chambre remplie d'air

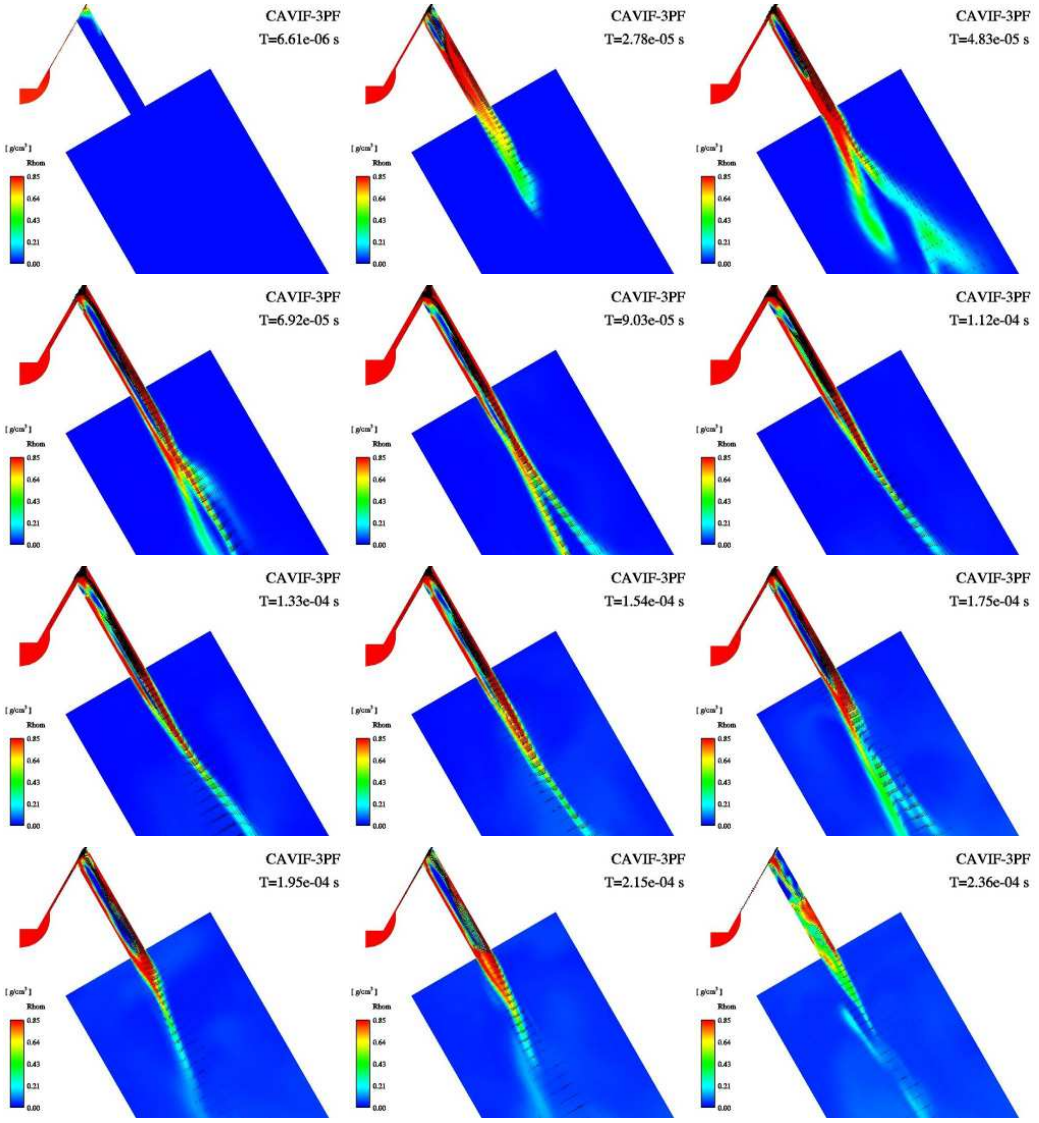


FIG. 5.23 – Simulation d'une injection multi-trou avec levée d'aiguille : champ de ρ_m et vecteurs vitesse ($CN = 39$)

La figure 5.25 présente l'écoulement secondaire qui s'enroule autour de l'axe du trou (vitesses tangentielles importantes), à l'intérieur de l'injecteur et jusque dans la chambre de combustion : la poche de cavitation s'étend bien en aval de la sortie du trou. L'enroulement des lignes de courant autour de la poche de cavitation apparaît clairement sur la figure 5.25a.

Une variation envisageable est d'agrandir l'angle de nappe de l'injecteur, le faisant passer de 60° à 145° (figure 5.26). Ce changement a pour effet de déplacer la cavitation, avec l'apparition d'une poche sur la partie supérieure de l'arête d'entrée du trou. Celle-ci se développe relativement lentement, puis semble se stabiliser à partir de 160 μs. De plus, une seconde poche prend naissance sur le bord inférieur, en raison de la partie de l'écoulement qui provient du sac et qui remonte avant de pénétrer dans le canal d'injection. La croissance de la poche supérieure, à l'intérieur

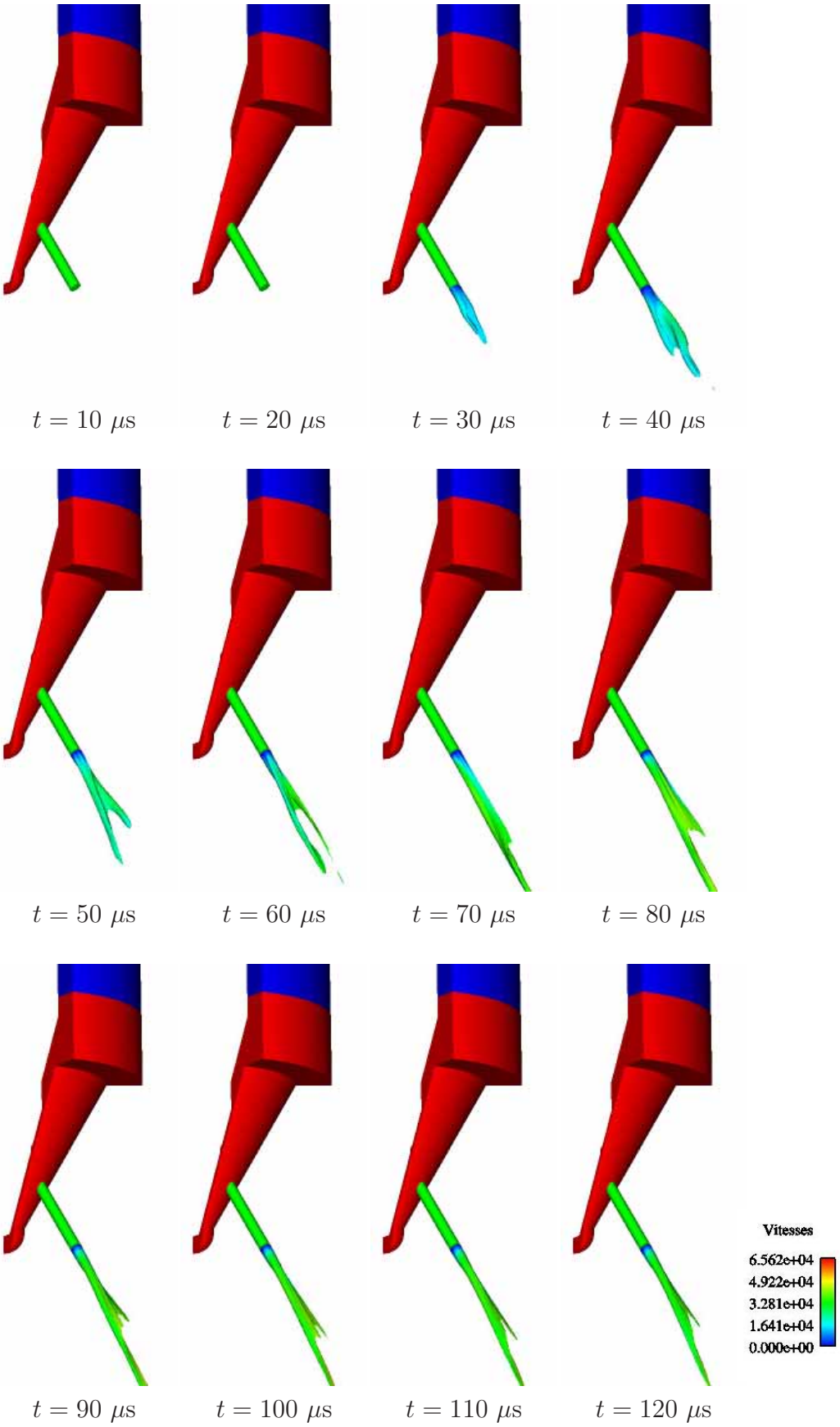
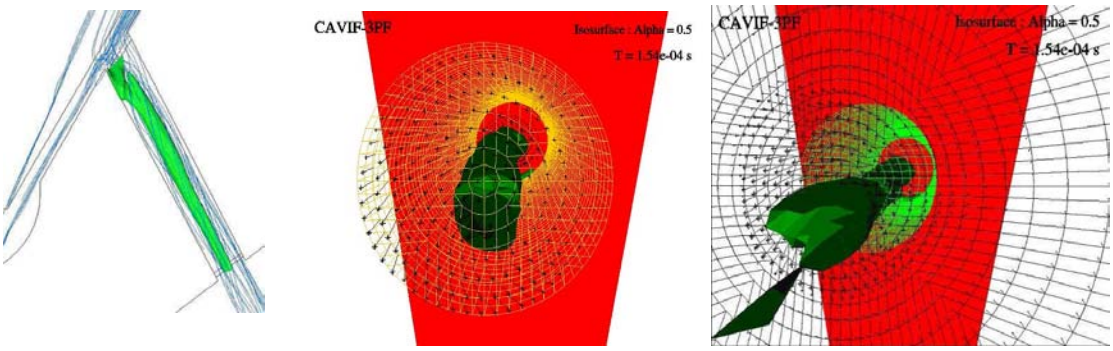


FIG. 5.24 – Vue 3D des iso-surfaces de $\rho_m = 0,8$ g/cm^3, colorées par la norme de la vitesse (en cm/s)



(a) Lignes de courant (b) Vitesse à l'intérieur et en sortie du trou

FIG. 5.25 – Mise en évidence des écoulements secondaires tourbillonnaires, à l'intérieur et en sortie de l'orifice d'injection, à $t = 154$ μs (iso-surfaces de $\alpha_v = 0,5$)

du trou, est plus lente que pour la configuration à faible angle de nappe : celle-ci atteint l'extrémité aval du trou à partir de 100 μs (et n'est pas advectée à l'intérieur de la chambre) alors que, dans la configuration précédente, elle commence à pénétrer dans la chambre à partir de 56 μs. Par ailleurs, un infléchissement vers le haut de la direction du jet est constaté, dès lors que la poche s'établit sur la partie supérieure de l'arête.

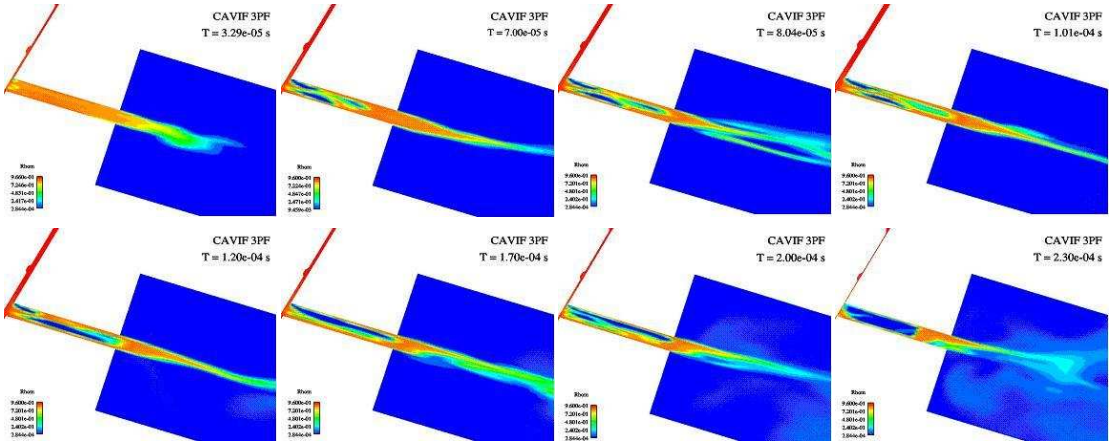


FIG. 5.26 – Influence de l'angle de nappe (145 °)

D'un point de vue quantitatif, les résultats obtenus par le code CAVIF, pour cette géométrie d'injecteur multi-trou, sont comparés à des mesures expérimentales sur banc d'essai (figure 5.27). Le taux d'introduction (débit volumique en sortie du trou) est représenté pour différentes configurations testées : la configuration de référence est celle qui correspond aux visualisations de la figure 5.23 ($CN = 39$). On constate un bon accord global entre l'expérience et la simulation : la valeur maximale est très légèrement inférieure à l'expérience, alors que le volume injecté calculé est conforme à celui mesuré (5,632 mm^3 pour la simulation et 5,6 mm^3 pour l'expérience). Toutefois, une différence de comportement est observée au cours de la phase de levée d'aiguille. En effet, il est possible que la loi de levée utilisée pour le calcul

ne soit pas identique à la loi réelle de l'injecteur du banc. De plus, un défaut de symétrie de l'injecteur, même minime, peut expliquer des différences sur les valeurs mesurées.

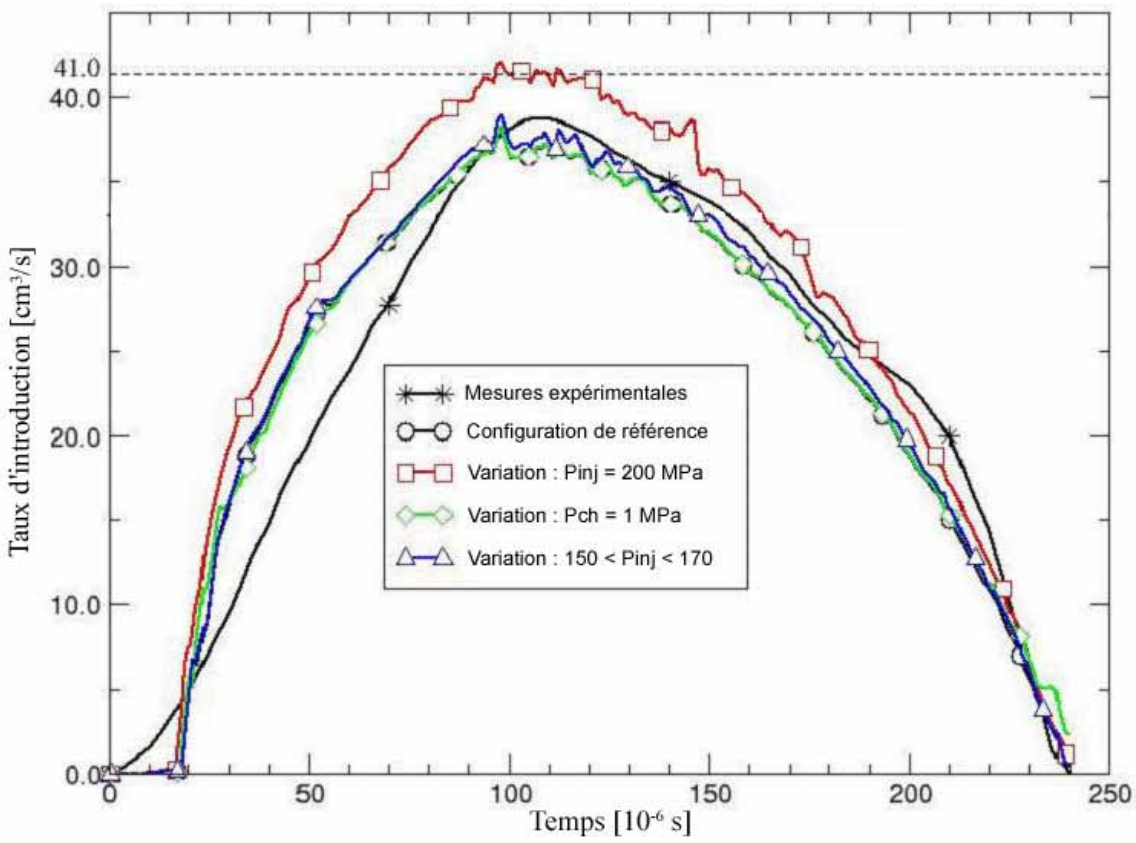


FIG. 5.27 – Comparaison entre le taux d'introduction expérimental et celui mesuré par le code CAVIF

En conclusion, la cavitation, de par son caractère fortement instationnaire, perturbe de manière importante la sortie du jet ainsi que son atomisation. Les poches de vapeur apparaissant ont un impact sur le débit entrant dans chacun des trous d'injection. Mais la géométrie d'un injecteur multi-trou explique également l'apparition d'écoulements secondaires, l'écoulement en entrée du trou n'étant pas parallèle à l'axe de symétrie. Ces écoulements parasites, observés dans nos simulations au sein des orifices d'injection, perturbent le jet jusqu'à la sortie du trou et même au-delà puisque des tourbillons sont parfois observés dans le spray, loin de l'orifice, avec au centre du jet une zone de cavitation (surtout pour les faibles levées d'aiguilles). Ainsi, il semble probable que l'implosion de bulles de vapeur à la sortie de l'orifice combinée à la rotation du fluide favorise l'augmentation de l'angle du jet au début et à la fin de l'injection.

Contrairement à certaines hypothèses d'atomisation, qui considèrent un arrachement progressif de fragments liquides en surface de jet (entraînant la réduction du diamètre de jet), en raison des instabilités qui se développent à l'interface liquide-gaz,

ces simulations semblent montrer que le jet subit un autre phénomène : la rotation du liquide, initiée à l'intérieur de l'injecteur, perdure au sein du cœur liquide et conduit à la formation de ligaments. L'inertie de ces ligaments et la direction très fluctuante du champ de vitesse en sortie d'injecteur les amènent à se détacher du cœur du jet pour, à leur tour, se fractionner en gouttes plus fines. Une fréquence caractéristique de détachement des ligaments a pu être mise en évidence (environ 30 kHz). De nouvelles investigations pourraient rapprocher cette fréquence de celle de lâcher de poches de cavitation.

Des tests avec faible présence de cavitation (en choisissant un facteur de conicité $K > 0$) montrent là encore un jet qui présente un battement caractéristique relativement similaire, prouvant ainsi que la cavitation n'est pas l'unique cause de ces oscillations.

Dans un injecteur réel, des imperfections d'usinage (centrage de l'aiguille) et l'usure des matériaux (hydroérosion) peuvent aussi expliquer la création et l'amplification de tels écoulements secondaires.

Conformément à ces observations, il semble judicieux d'introduire de nouvelles conditions d'injection sur les codes de calcul de combustion dans les moteurs. La prise en compte de l'écoulement à l'intérieur de l'injecteur est une condition nécessaire à une simulation correcte de l'atomisation des jets Diesel haute pression.

Savoir que l'on sait ce que l'on sait, et savoir que l'on ne sait pas ce que l'on ne sait pas : voilà la véritable science.
Confucius, *Lun Yu*

Conclusion

La connaissance précise des différents phénomènes intervenant à l'intérieur et en sortie des injecteurs Diesel est capitale pour la mise au point d'injecteurs performants et la maîtrise de la combustion à l'intérieur de la chambre. La simulation numérique est un moyen rapide et économique pour tester des configurations différentes. Le développement de codes de calculs est donc privilégié par les constructeurs et équipementiers automobiles.

L'objectif principal de ce travail était de comprendre le couplage entre l'écoulement cavitant à l'intérieur d'un injecteur Diesel et la formation de la partie dense du spray, immédiatement en aval de la buse d'injection.

Résumé du travail réalisé

Une bibliographie conséquente existe sur le sujet de l'atomisation des jets de carburant. Les phénomènes physiques qui la gouvernent sont très complexes et il est difficile de mettre en évidence un phénomène prépondérant, tant les interactions sont nombreuses.

C'est au sein du carburant liquide que l'on trouve l'origine du fractionnement du jet : la turbulence du liquide et la cavitation, naissant à l'intérieur des injecteurs Diesel, donnent au cœur liquide, se formant en sortie de l'injecteur, un caractère très instationnaire et tridimensionnel. Le jet subit en effet d'importantes fluctuations de vitesse débitante, dues essentiellement aux poches de cavitation atteignant la section de sortie du trou. Cette cavitation, dont l'apparition est conditionnée par la géométrie interne des injecteurs Diesel, a déjà été étudiée par de nombreux auteurs, mais peu de choses ont été écrites sur l'influence directe de l'écoulement à l'intérieur de l'injecteur sur la formation du cœur dense de liquide et l'atomisation primaire qui en résulte. La raison principale réside dans le confinement de tels écoulements (diamètre du trou d'injection de l'ordre de 200 μm) ainsi que dans les niveaux de vitesse (jusqu'à 500 m/s) et de pression (jusqu'à 200 MPa) atteints par le liquide, rendant les mesures expérimentales très difficiles.

Les premières perturbations du cœur liquide sont amplifiées, au niveau de l'interface liquide-gaz, donnant naissance, au sein de la couche de mélange, à des tourbillons desquels les premières gouttes ou filaments se détachent. Les propriétés du gaz jouent alors un rôle prépondérant dans le devenir de ces premiers filaments ainsi formés, puisque les effets aérodynamiques entraînent alors leur fragmentation en gouttelettes plus fines.

La simulation de l'atomisation d'un jet Diesel doit donc nécessairement prendre en compte les caractéristiques de l'écoulement à l'intérieur de l'injecteur, contrairement à la plupart des travaux menés jusqu'ici. La modélisation correspondante est cependant plus complexe, car elle nécessite la prise en compte du carburant liquide, du gaz de la chambre de combustion, mais également du carburant sous forme vapeur contenu à l'intérieur des bulles de cavitation.

De nombreuses méthodes de modélisation d'écoulements multiphasiques existent et le choix d'un modèle de mélange homogène (à un seul pseudo-fluide), sans reconstruction d'interface, a été guidé par la simplicité de mise en œuvre et par les travaux effectués précédemment (Dumont [54]) à l'IFP, dans le code CAVIF. Ce modèle permet de suivre de manière eulérienne chacune des phases en présence, mais les vitesses relatives ne sont pas prises en compte. Le problème principal consiste à déterminer une équation d'état continue, valable pour l'ensemble des phases potentiellement présentes.

Nous avons établi une équation d'état basée, d'une part, sur la relation donnant la vitesse du son dans un mélange de carburant liquide et vapeur établie par Wallis [172] et, d'autre part, sur la loi des gaz parfaits pour le gaz de la chambre de combustion. L'implantation numérique de cette relation a été réalisée au moyen d'une régression bilinéaire par morceaux, utilisant la méthode des moindres carrés.

Avant de tester le comportement de ce modèle sur un injecteur réel, quelques calculs de validation ont été menés avec cette version modifiée du code CAVIF. L'erreur numérique et l'ordre de convergence des schémas numériques ont été évalués et mettent en évidence une précision moyenne mais qui n'est pas dégradée par rapport à la version précédente du code. L'étude du *collapse* d'une bulle de cavitation au voisinage d'une surface libre a été l'occasion de comparer nos simulations avec des données expérimentales : les phénomènes observés sont globalement satisfaisants, au moins d'un point de vue qualitatif. Enfin, des calculs identiques à ceux menés précédemment par Dumont [54] sur une géométrie réaliste d'injecteur 2D ont mis en évidence les améliorations apportées par ce nouveau modèle, en sortie de l'orifice d'injection.

Enfin, plusieurs simulations ont été menées sur différentes configurations d'injecteurs réalistes. Le cas d'un injecteur mono-trou bidimensionnel a d'abord été étudié, dans le but de comprendre ce qu'il advient des poches de cavitation en sortie d'injecteur. Les résultats font état d'un *collapse* des bulles de vapeur, dès l'instant qu'elles ne sont plus à l'intérieur d'une géométrie confinée, où les cisaillements internes à l'écoulement sont importants. Ainsi, la poche de cavitation arrivant à proximité du gaz de la chambre va spontanément imploser, induisant une déstabilisation du jet par un pincement et le développement d'instabilités en surface du jet.

Une étude paramétrique met ensuite en évidence l'influence de la géométrie interne de l'injecteur et des conditions d'injection sur la fragmentation du jet. La corrélation entre le débit massique et la présence de cavitation dans la section de sortie est notamment montrée. En outre, l'analyse de la densité d'aire interfaciale ouvre des perspectives intéressantes pour les modélisations futures.

Des simulations tridimensionnelles sont alors menées, confirmant le caractère tri-

dimensionnel de la structure du jet formé, surtout pour des géométries d'injecteurs asymétriques. L'utilisation du mouvement de maillage offre même la possibilité de simuler la levée d'aiguille, de manière à laisser ou non passer le carburant. Le fractionnement du cœur liquide, en sortie d'un injecteur multi-trou, est fortement influencé par l'écoulement à l'intérieur de l'injecteur, notamment par les poches de cavitation et par les écoulements secondaires qui s'y développent. Le champ de vitesse en sortie d'injecteur est fortement instationnaire et un battement du cœur dense du jet est observé. Ces oscillations provoquent alors le détachement de fragments liquides : c'est l'atomisation primaire du jet.

Le code CAVIF

L'originalité de CAVIF réside dans le regroupement, au sein d'un même code de calcul, des caractéristiques suivantes :

- prise en compte d'écoulements multiphasiques (carburant liquide et vapeur + gaz).
- code tridimensionnel.
- maillages structurés multi-blocs.
- module de mouvement de maillage.
- résolution temporelle d'ordre 3 (Runge-Kutta), permettant de conserver un temps de calcul raisonnable.
- résolution spatiale du second ordre, suffisante pour résoudre les forts gradients de masse volumique et de pression.

Le code CAVIF peut ainsi être considéré comme un maillon de la chaîne visant à simuler un cycle moteur complet, avec combustion (figure 6.1). Un code 0D (ou 1D) peut éventuellement servir à la simulation du système d'injection complet (pompe, rail, tuyauteries), de manière à prendre en compte les fluctuations de pression intrinsèques à la géométrie du système et ainsi transmettre des conditions limites d'entrée en pression à CAVIF. La fraction massique de carburant Y_f et la densité d'aire interfaciale Σ, calculées par le code CAVIF, peuvent alors être réutilisées, soit directement en conditions aux limites d'entrée d'un code de combustion moteur eulérien, soit sous une forme modifiée comme un nombre n et un rayon moyen r de gouttelettes de liquide, toujours en conditions d'entrée, dans le cas d'une approche lagrangienne du spray.

Perspectives

Le code CAVIF, dans sa version actuelle, est un outil permettant de comprendre la phénoménologie la plus complète d'un système complexe et de mettre au point des modèles utilisables par d'autres codes de calcul, employés dans l'industrie. Si la compréhension des phénomènes menant à l'atomisation primaire est l'objectif principal, la simulation d'un processus d'atomisation complet n'est donc pas une finalité. Les forces de capillarité étant négligées, il n'est, en effet, pas question d'envisager le calcul de l'atomisation secondaire. Cependant, à la manière de nombreux auteurs [167, 120, 90], l'écriture d'une équation de transport pour la densité d'aire interfa-

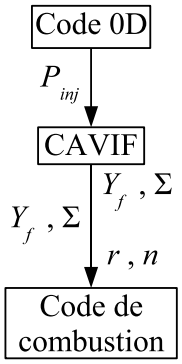


FIG. 6.1 – Couplage de CAVIF avec d'autres codes

ciale Σ offrirait notamment la possibilité de fixer des critères précis de coalescence ou de fractionnement de gouttes.

D'autre part, une vitesse relative entre la phase carburant et la phase gazeuse pourrait être prise en compte en ajoutant un second membre à l'équation de transport de la fraction massique de carburant Y_f. La vitesse de glissement est en effet nécessaire pour prendre en compte les effets aérodynamiques dans le modèle. Cependant, la détermination de cette vitesse serait assez difficile et agirait plutôt comme un paramètre de réglage du modèle.

En outre, comme certains auteurs ont tenté de le faire [39, 8], une étude concernant le traitement de la turbulence dans les écoulements cavitants se révélerait très instructive.

Une amélioration supplémentaire pourrait également être apportée à la relation barotrope établie pour le carburant f (équation 2.72), notamment en ce qui concerne le traitement numérique de la phase purement liquide l. La relation utilisée actuellement se montre parfois trop sensible à la compressibilité, nuisant ainsi à la robustesse du code. A ce sujet, les récents travaux de Liu *et al.* [106] semblent intéressants.

Enfin, l'implantation d'un modèle non isotherme offrirait la possibilité de coupler un modèle d'évaporation au modèle d'atomisation.

Annexes

Annexe A

Le modèle de Vallet et Borghi

Le modèle d'atomisation eulérien proposé par Vallet et Borghi [168, 167] est basé sur un modèle de mélange, entre une phase liquide incompressible l et une phase compressible gazeuse g. Ils choisissent de résoudre les équations de Navier-Stokes moyennées au sens de Reynolds (approche RANS[1]).

A.1 Calcul de la dispersion du jet : les équations moyennées

Les équations de base font apparaître des grandeurs moyennées au sens de Favre, c'est-à-dire que les paramètres du problème sont pondérés par la densité. On considère ainsi la fraction massique liquide moyenne $\widetilde{Y}$, telle que $\overline{\rho Y} = \overline{\rho}\widetilde{Y}$. De même, $\widetilde{u_i} = \overline{\rho u_i}/\overline{\rho}$. On a donc les équations de conservation moyennées suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dfrac{\partial \overline{\rho}\widetilde{Y}}{\partial t} + \dfrac{\partial \overline{\rho}\widetilde{u_i}\widetilde{Y}}{\partial x_i} = -\dfrac{\partial \overline{\rho}\widetilde{u_i'Y'}}{\partial x_i} \\ \dfrac{\partial \overline{\rho}\widetilde{u_i}}{\partial t} + \dfrac{\partial \overline{\rho}\widetilde{u_i}\widetilde{u_j}}{\partial x_j} = -\dfrac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} - \dfrac{\partial \overline{\rho}\widetilde{u_i'u_j'}}{\partial x_j} \end{array} \right. \tag{A.1}$$

avec A' la fluctuation de la grandeur A telle que $A' = A - \widetilde{A}$. L'équation de conservation de la masse totale s'écrit alors :

$$\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\rho}\widetilde{u_i}}{\partial x_i} = 0 \tag{A.2}$$

A.2 L'équation d'état

L'équation d'état moyennée (gaz supposé parfait) est choisie telle que :

$$\overline{p} = \frac{\overline{\rho}\left(1 - \widetilde{Y}\right)}{\left(1 - \frac{\overline{\rho}\widetilde{Y}}{\rho_l}\right)} \frac{R}{W_g} T_g \tag{A.3}$$

[1]RANS : *Reynolds-Averaged Navier-Stokes equations*

où R est la constante universelle des gaz parfaits, W_g la masse molaire du gaz et T_g la température moyenne du gaz considérée constante. Cette équation d'état est liée à la variation de masse volumique du mélange diphasique en fonction de la fraction massique liquide Y :

$$\frac{1}{\overline{\rho}} = \frac{\widetilde{Y}}{\rho_l} + \frac{(1-\widetilde{Y})}{\rho_g} \tag{A.4}$$

Dans le cas d'une zone purement liquide ($\widetilde{Y} = 1$), la masse volumique est considérée comme constante et égale à ρ_l.

A.3 Calcul de la taille des gouttes

Afin d'avoir accès à la taille des entités liquides fractionnées, on introduit la grandeur Σ qui représente la densité d'interface et peut être reliée à $\widetilde{Y}$ pour déterminer le rayon r des n gouttes formées (le ratio $\widetilde{Y}/\Sigma$ est proportionnel au SMD). Si on les suppose sphériques et toutes de même taille, alors : $r = \frac{3\overline{\rho}\widetilde{Y}}{\rho_l\overline{\Sigma}}$ et $n = \frac{\rho_l^2\overline{\Sigma}^3}{36\pi\overline{\rho}^2\widetilde{Y}^2}$. L'équation de transport de Σ s'écrit par analogie avec l'équation de transport de surface de flamme en combustion turbulente [109] :

$$\frac{\partial\Sigma}{\partial t} + \frac{\partial\Sigma\widetilde{u}_i}{\partial x_i} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i}\left(D_s\frac{\partial\Sigma}{\partial x_i}\right)}_{\text{(diffusion)}} \underbrace{+(A+a)\Sigma}_{\text{(production)}} \underbrace{-V_s\Sigma^2}_{\text{(destruction)}} \tag{A.5}$$

où D_s est un coefficient de diffusion approprié, $1/A$ et $1/a$ sont deux échelles de temps de production différentes et V_s est un coefficient de destruction ayant la dimension d'une vitesse. Le terme de production est dû à deux phénomènes distincts : la contribution macroscopique A provient de l'étirement de l'interface liquide-gaz dû aux gradients de vitesse moyenne (correspondant à l'instabilité de Kelvin-Helmholtz) et la contribution microscopique a des petites échelles de turbulence. Dans le terme de destruction, V_s est calculé dans les conditions d'équilibre au niveau des petites échelles, quand production et destruction se compensent.

A.4 Fermetures des équations moyennées

A.4.1 Le flux de diffusion $\overline{\rho}\widetilde{u_i'Y'}$

La fermeture du flux de diffusion $\overline{\rho}\widetilde{u_i'Y'}$ (équation A.1) pourrait être réalisée par analogie avec la loi de Fick, mais les auteurs privilégient une équation de transport pour ce flux, de manière à prendre en compte la vitesse de glissement. Cette formu-

lation fait apparaître les termes de diffusion, production et destruction suivants :

$$\begin{aligned}\frac{\partial\overline{\rho}\widetilde{u_i'Y'}}{\partial t}+\frac{\partial\overline{\rho}\widetilde{u_i'Y'}\widetilde{u}_j}{\partial x_j} &= \underbrace{-\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{\rho}\widetilde{u_i'u_j'Y'}+\overline{p'Y'}\delta_{ij}\right)}_{\text{(diffusion)}}\\ &\underbrace{-\overline{\rho}\widetilde{u_i'u_j'}\frac{\partial\widetilde{Y}}{\partial x_j}-(1-C_{Y_1})\overline{\rho}\widetilde{u_j'Y'}\frac{\partial\widetilde{u}_i}{\partial x_j}-(1-C_{Y_2})\frac{\partial\overline{\rho}}{\partial x_i}}_{\text{(production)}}\underbrace{-\overline{\rho}\frac{C_{Y_3}}{\tau_t}\widetilde{u_i'Y'}}_{\text{(destruction)}}\end{aligned} \tag{A.6}$$

avec $\tau_t=\widetilde{k}/\widetilde{\varepsilon}$ le temps caractéristique correspondant à l'échelle de turbulence intégrale et les valeurs usuelles suivantes pour les constantes $C_{Y_1}=0,5$, $C_{Y_2}=0,5$ et $C_{Y_3}=5$.

Si on suppose que les termes de production et destruction sont prépondérants, l'expression algébrique suivante est déterminée pour le flux turbulent :

$$\overline{\rho}\widetilde{u_i'Y'}=-\frac{\tau_t}{C_{Y_3}}\left[\overline{\rho}\widetilde{u_i'u_j'}\frac{\partial\widetilde{Y}}{\partial x_j}+(1-C_{Y_1})\overline{\rho}\widetilde{u_j'Y'}\frac{\partial\widetilde{u}_i}{\partial x_j}+(1-C_{Y_2})\overline{Y'}\frac{\partial\overline{p}}{\partial x_i}\right] \tag{A.7}$$

A.4.2 Le tenseur de Reynolds $\overline{\rho}\widetilde{u_i'u_j'}$

On pourrait utiliser une fermeture classique du type Boussinesq pour le tenseur de Reynolds $\overline{\rho}\widetilde{u_i'u_j'}$ (équation A.1) mais, là encore, les auteurs préfèrent utiliser un modèle algébrique du type ASM [2] [144] dans lequel sont introduits $\widetilde{k}$ l'énergie cinétique turbulente diphasique (qui tient compte de la turbulence du liquide, du gaz ainsi que de la vitesse de glissement entre phases) et $\widetilde{\varepsilon}$ son taux de dissipation :

$$\begin{aligned}\frac{\partial\overline{\rho}\widetilde{u_i'u_j'}}{\partial t}+\frac{\partial\overline{\rho}\widetilde{u}_k\widetilde{u_i'u_j'}}{\partial x_k} &= \underbrace{C_R\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\frac{\overline{\rho}\widetilde{k}}{\widetilde{\varepsilon}}\widetilde{u_k'u_l'}\frac{\partial\widetilde{u_i'u_j'}}{\partial x_l}\right)}_{(i)}\underbrace{-\overline{\rho}\widetilde{u_i'u_k'}\frac{\partial\widetilde{u}_j}{\partial x_k}-\overline{\rho}\widetilde{u_j'u_k'}\frac{\partial\widetilde{u}_i}{\partial x_k}}_{(ii)}\\ &\underbrace{-\overline{u_i'}\frac{\partial\overline{p}}{\partial x_j}-\overline{u_j'}\frac{\partial\overline{p}}{\partial x_i}}_{(iii)}\underbrace{-\frac{2}{3}\overline{\rho}\widetilde{\varepsilon}\delta_{ij}}_{(iv)}+\underbrace{\overline{p'\left(\frac{\partial u_i'}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j'}{\partial x_i}\right)}}_{(v)}\end{aligned} \tag{A.8}$$

où (i) est un terme de diffusion, (ii) la production par le mouvement moyen, (iii) l'interaction du champ de pression moyenne avec les fluctuations de masse volumique, (iv) le terme de destruction et (v) la redistribution de l'énergie de turbulence par les fluctuations de pression.

Le terme de redistribution est modélisé de la manière suivante :

$$\begin{aligned}\overline{p'\left(\frac{\partial u_i'}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j'}{\partial x_i}\right)} &= -C_{r_1}\overline{\rho}\widetilde{\varepsilon}\left(\frac{\widetilde{u_i'u_j'}}{\widetilde{k}}-\frac{2}{3}\delta_{ij}\right)-C_{r_2}\overline{\rho}\left(P_{ij}-\frac{2}{3}P_k\delta_{ij}\right)\\ &+C_{r_3}\left(\overline{u_i'}\frac{\partial\overline{p}}{\partial x_j}+\overline{u_j'}\frac{\partial\overline{p}}{\partial x_i}-\frac{2}{3}\overline{u_k'}\frac{\partial\overline{p}}{\partial x_k}\delta_{ij}\right)\end{aligned} \tag{A.9}$$

[2] ASM : *Algebraic Stress Model*

avec $C_{r_1} = 1,8$, $C_{r_2} = 0,6$ et $C_{r_3} = 0,75$.

L'équation classique pour l'énergie cinétique turbulente $\widetilde{k} = \frac{1}{2}\widetilde{u_i'u_i'}$ prend en compte implicitement la variation de la densité :

$$\frac{\partial\overline{\rho}\widetilde{k}}{\partial t} + \frac{\partial\overline{\rho}\widetilde{k}\widetilde{u}_i}{\partial x_i} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{\mu_t}{Pr_k}\frac{\partial\widetilde{k}}{\partial x_i}\right)}_{\text{(diffusion)}} \underbrace{-\overline{\rho}\widetilde{u_i'u_j'}\frac{\partial\widetilde{u}_i}{\partial x_j} - \overline{u_i'}\frac{\partial\overline{p}}{\partial x_i}}_{\text{(production)}} \underbrace{-\overline{\rho}}_{\text{(dissipation)}} \tag{A.10}$$

Le coefficient de viscosité turbulente μ_t est défini tel que :

$$\mu_t = \overline{\rho}C_\mu\frac{\widetilde{k}^2}{\widetilde{\varepsilon}} \tag{A.11}$$

Par analogie avec un écoulement monophasique, on écrit l'équation du taux de dissipation $\widetilde{\varepsilon}$:

$$\frac{\partial\overline{\rho}\widetilde{\varepsilon}}{\partial t} + \frac{\partial\overline{\rho}\widetilde{\varepsilon}\widetilde{u}_i}{\partial x_i} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{\mu_t}{Pr_\varepsilon}\frac{\partial\widetilde{\varepsilon}}{\partial x_i}\right)}_{\text{(diffusion)}} \underbrace{+C_{\varepsilon_1}\frac{\widetilde{\varepsilon}}{\widetilde{k}}\left(-\overline{\rho}\widetilde{u_i'u_j'}\frac{\partial\widetilde{u}_i}{\partial x_j} - \overline{u_i'}\frac{\partial\overline{p}}{\partial x_i}\right)}_{\text{(production)}} \underbrace{-C_{\varepsilon_2}\frac{\overline{\rho}\widetilde{\varepsilon}^2}{\widetilde{k}}}_{\text{(dissipation)}} \tag{A.12}$$

où $C_{\varepsilon_1} = 1,44$, $C_{\varepsilon_2} = 1,92$ et $Pr_\varepsilon = 1,3$ sont les valeurs adoptées classiquement.

Les résultats obtenus par Vallet [167] sont encourageants puisque le modèle s'avère capable de se comporter de manière satisfaisante, dans des configurations d'injection différentes, en gardant les mêmes valeurs pour les constantes de modélisation. Mais la longueur de cœur liquide est mal représentée : la décroissance du *SMD* est trop rapide.

A.5 Fermetures du second ordre

Afin de représenter de manière plus fine la turbulence, Blokkeel *et al.* [21] utilisent ce modèle, mais avec une fermeture du second ordre (modèle $\overline{u_i'u_j'} - \varepsilon$) pour le calcul du flux de diffusion et du tenseur de Reynolds.

A.5.1 Le flux de diffusion $\overline{\rho}\widetilde{u_i'Y'}$

L'équation exacte est dérivée comme suit :

$$\begin{aligned}\frac{\partial\overline{\rho u_i'Y'}}{\partial t} + \frac{\partial\overline{\rho u_i'Y'}\widetilde{u}_j}{\partial x_j} = &\underbrace{-\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{\rho u_i'u_j'Y'} + \overline{p'Y'}\delta_{ij}\right)}_{\text{(diffusion)}} \\ &\underbrace{-\overline{\rho u_i'u_j'}\frac{\partial\widetilde{Y}}{\partial x_j} - \overline{\rho u_j'Y'}\frac{\partial\widetilde{u}_i}{\partial x_j}}_{\text{(production)}} - \overline{Y'}\frac{\partial\overline{p}}{\partial x_i} + \overline{p'\frac{\partial Y'}{\partial x_i}}\end{aligned} \tag{A.13}$$

Les deux derniers termes s'écrivent de la manière suivante :

$$\overline{Y'}\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} = \overline{\rho}\widetilde{Y}(1-\widetilde{Y})\left(\frac{1}{\rho_l}-\frac{1}{\rho_g}\right)\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} \tag{A.14}$$

$$\overline{p'\frac{\partial Y'}{\partial x_i}} = -C'_{Y_1}\overline{\rho u'_i Y'}\frac{\widetilde{\varepsilon}}{\widetilde{k}} + C'_{Y_2}\overline{\rho u'_j Y'}\frac{\partial \widetilde{u}_i}{\partial x_j} + C'_{Y_3}\overline{Y'}\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} \tag{A.15}$$

A.5.2 Le tenseur de Reynolds $\overline{\rho}\widetilde{u'_i u'_j}$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \overline{\rho}\widetilde{u'_i u'_j}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\rho}\widetilde{u}_k\widetilde{u'_i u'_j}}{\partial x_k} = &\underbrace{-\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\overline{\rho}\widetilde{u'_i u'_j u'_k} + \overline{p'u'_i}\delta_{jk} + \overline{p'u'_j}\delta_{ik}\right)}_{\text{(diffusion)}}\underbrace{-\overline{\rho}\widetilde{u'_i u'_k}\frac{\partial \widetilde{u}_j}{\partial x_k} - \overline{\rho}\widetilde{u'_j u'_k}\frac{\partial \widetilde{u}_i}{\partial x_k}}_{\text{(production)}}\\ &+\underbrace{\Phi_{ij} + C'_R\left(\overline{u'_i}\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_j} + \overline{u'_j}\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\overline{u'_k}\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_k}\delta_{ij}\right)}_{\text{(redistribution)}} + \underbrace{\overline{u'_j}\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \overline{u'_i}\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_j}}_{\text{(compressible)}} - \overline{\rho\varepsilon_{ij}}\end{aligned} \tag{A.16}$$

Malgré ces améliorations, les résultats du modèle sont décevants et Blokkeel *et al.* [21] proposent alors de le modifier en ajoutant une nouvelle contribution dans l'équation du flux turbulent due à la corrélation $\overline{p'\frac{\partial Y'}{\partial x_i}}$: un terme qui représente l'augmentation du flux de masse turbulent due à des phénomènes liés à l'instabilité de Rayleigh-Taylor et un autre qui représente l'accélération turbulente.

Les résultats attestent alors d'une prédiction meilleure du modèle. Les auteurs montrent que les modifications concernant la prise en compte de la turbulence entraînent une diminution du cœur liquide ainsi qu'une légère augmentation de l'angle de spray. La distribution de la taille des gouttes produites lors de l'atomisation est également modifiée : les auteurs constatent un nombre équivalent de gouttes peu élevé, ce qui laisse à penser que les fragments liquides se détachant du jet près du trou d'injection sont plus assimilables à de gros *blobs* qu'à des gouttes.

Annexe B

Approche triphasique du mélange m

L'approche choisie pour représenter le mélange m, constitué à la fois de carburant f (lui-même potentiellement constitué de liquide l ainsi que de vapeur v) et de gaz g peut être réécrite d'une manière plus classique, comme on le ferait pour un véritable mélange triphasique (même si, dans le cas présent, les phases v et g ne peuvent coexister, cf. paragraphe 2.7.2).

En effet, on peut établir une relation, donnant la vitesse du son c_m du mélange triphasique, analogue à l'équation 2.53. Pour ce type de mélange, en suivant le même raisonnement qu'au paragraphe 2.5.1, l'équation 2.43 devient :

$$[\alpha_1\rho_1 + \alpha_2\rho_2 + \alpha_3\rho_3]\, u'_m \frac{du'_m}{dx} = -\frac{dp_m}{dx} \tag{B.1}$$

avec α_k la fraction volumique de la phase k ($k = 1, 2, 3$) à l'intérieur du mélange m. La masse volumique de ce mélange m est définie, comme dans l'équation 2.42, par :

$$\rho_m = \alpha_1\rho_1 + \alpha_2\rho_2 + \alpha_3\rho_3 \tag{B.2}$$

De la même manière, l'écriture de l'équation 2.50 se transforme en :

$$\frac{1}{u'_m}\frac{du'_m}{dx} = -\left[\frac{\alpha_1}{\rho_1 c_1^2} + \frac{\alpha_2}{\rho_2 c_2^2} + \frac{\alpha_3}{\rho_3 c_3^2}\right]\frac{dp_m}{dx} \tag{B.3}$$

ce qui aboutit finalement à réécrire la relation 2.53 de la manière suivante :

$$\frac{1}{c_m^2} = [\alpha_1\rho_1 + \alpha_2\rho_2 + \alpha_3\rho_3]\left[\frac{\alpha_1}{\rho_1 c_1^2} + \frac{\alpha_2}{\rho_2 c_2^2} + \frac{\alpha_3}{\rho_3 c_3^2}\right] \tag{B.4}$$

Dans le cadre de l'approche proposée dans la partie 2.6 (mélange diphasique m constitué d'un carburant f et d'un gaz g), la célérité du mélange est donnée par :

$$\frac{1}{c_m^2} = [\alpha_f\rho_f + \alpha_g\rho_g]\left[\frac{\alpha_f}{\rho_f c_f^2} + \frac{\alpha_g}{\rho_g c_g^2}\right] \tag{B.5}$$

Notons que la vitesse du son du gaz c_g est une pseudo-célérité puisque le gaz est supposé isotherme et non isentropique (cf. la discussion du paragraphe 2.7.1 concernant l'équation d'état utilisée pour le gaz g).

De plus, l'équation 2.54, donnant la vitesse du son à l'intérieur du carburant f, est toujours valable :

$$\frac{1}{c_f^2} = [\alpha_l \rho_l + \alpha_v \rho_v] \left[\frac{\alpha_l}{\rho_l c_l^2} + \frac{\alpha_v}{\rho_v c_v^2} \right] \tag{B.6}$$

où α_l et α_v représentent respectivement la proportion de liquide et de vapeur à l'intérieur du mélange f, conformément aux notations de la partie 2.4. On note alors α_l^* et α_v^* les fractions volumiques dans le mélange total m, de sorte que $\alpha_f = \alpha_l^* + \alpha_v^*$. On écrit alors les relations suivantes :

$$\alpha_l = \frac{\alpha_l^*}{\alpha_f} \quad \text{et} \quad \alpha_v = \frac{\alpha_v^*}{\alpha_f} \tag{B.7}$$

avec $\alpha_l + \alpha_v = 1$. On sait par ailleurs, d'après la relation 2.33, que :

$$\rho_f = \alpha_l \rho_l + \alpha_v \rho_v = \frac{\alpha_l^* \rho_l + \alpha_v^* \rho_v}{\alpha_f} \tag{B.8}$$

D'après les relations B.7 et B.8, l'équation B.6 s'écrit alors :

$$\frac{1}{c_f^2} = \frac{\rho_f}{\alpha_f} \left(\frac{\alpha_l^*}{\rho_l c_l^2} + \frac{\alpha_v^*}{\rho_v c_v^2} \right) \tag{B.9}$$

Dans la relation B.5, on remplace $\alpha_f \rho_f$ grâce à l'équation B.8 et $\frac{1}{c_f^2}$ en utilisant l'équation B.9 ce qui aboutit finalement à :

$$\boxed{\frac{1}{c_m^2} = [\alpha_l^* \rho_l + \alpha_v^* \rho_v + \alpha_g \rho_g] \left[\frac{\alpha_l^*}{\rho_l c_l^2} + \frac{\alpha_v^*}{\rho_v c_v^2} + \frac{\alpha_g}{\rho_g c_g^2} \right]} \tag{B.10}$$

On retrouve ainsi la relation B.4, établie par Wallis [172] et écrite pour un mélange triphasique constitué de liquide l, de vapeur v et de gaz g, tout en utilisant une équation d'état barotrope pour le carburant f et la loi des gaz parfaits pour le gaz g.

Dans le même esprit, il est possible d'écrire la définition de ρ_m d'après les équations 2.75 et 2.76 :

$$\rho_m = \alpha_f \rho_f + \alpha_g \rho_g \tag{B.11}$$

qui devient simplement, en utilisant la relation B.8 :

$$\boxed{\rho_m = \alpha_l^* \rho_l + \alpha_v^* \rho_v + \alpha_g \rho_g} \tag{B.12}$$

De la même manière, la viscosité μ_f définie par la relation 2.35 devient, à l'image de l'équation B.8 :

$$\mu_f = \alpha_l \mu_l + \alpha_v \mu_v = \frac{\alpha_l^* \mu_l + \alpha_v^* \mu_v}{\alpha_f} \tag{B.13}$$

permettant ainsi de remplacer μ_f dans l'équation 2.78 :

$$\boxed{\mu_m = \alpha_l^* \mu_l + \alpha_v^* \mu_v + \alpha_g \mu_g} \tag{B.14}$$

Table des figures

1 Évolution du parc automobile mondial (source : OCDE) 13
2 Normes d'émission de particules PM et d'oxydes d'azote NO_x pour les véhicules poids lourds [23] 14
3 L'injection directe et le bol du piston 15
4 Implantation du système *Common Rail* dans un moteur Diesel 16
5 Vue d'ensemble du système *Common Rail* et de ses différents composants [10] 17
6 Évolution de l'injection Diesel au cours des trente dernières années (d'après Smallwood et Guilder [155]) 18
7 L'injecteur *Common Rail* et sa buse [10] 18
8 Visualisation de la phase liquide (P_{inj} = 65 MPa, P_{ch} = 5 MPa) [117] 19
9 Visualisation simultanée de la phase liquide (partie supérieure) et vapeur (partie inférieure) dans un spray Diesel [171] 21
10 Comparaison des pénétrations liquide et vapeur calculées avec l'expérience (P_{inj}=150 MPa, T_{ch}=800 K) [12] 23

1.1 Longueurs caractéristiques du jet : L_1 est appelée longueur de surface intacte et L_2 longueur de cœur liquide [98] 26
1.2 Classification des régimes de fractionnement d'un jet liquide en fonction de la vitesse d'injection 27
1.3 Classification des régimes de fractionnement d'un jet liquide en fonction de la viscosité, de la tension superficielle et du rapport de densités gaz / liquide 28
1.4 Mécanisme de formation de poches cavitantes près de l'arête vive d'entrée du trou de l'injecteur [54] 29
1.5 Modes de vaporisation d'un liquide 30
1.6 Influence de la cavitation sur le profil de vitesse d'injection [54] 31
1.7 Création d'instabilités de surface par la sortie de poches cavitantes [54] 31
1.8 Visualisations expérimentales de la cavitation et de son effet sur le spray 32
1.9 Effets des poches de cavitation sur la surface libre du jet [54] 32
1.10 Visualisations expérimentales ($L_0/D_0 = 5$) de Chaves *et al.* [31] . . . 33
1.11 Mécanisme de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz [136] 34
1.12 Hypothèses de formation de ligaments dans la couche de mélange . . 35
1.13 Influence sur un jet liquide de la densité du gaz dans lequel il est injecté 35
1.14 Schéma du mécanisme d'atomisation proposé par Ruiz et Chigier [145] 36

1.15 Visualisation des différentes échelles du jet Diesel (P_{inj} = 100 MPa, P_{ch} = 6 MPa, D_0 = 200 μm) [36] 39
1.16 Classement des scénarios de *breakup* selon We_g [130] 41
1.17 Représentation schématique des ondes se formant en surface du jet, donnant naissance à des gouttes [138] 44
1.18 Entraînement du gaz et diffusion de la vapeur sans (à gauche) et avec (à droite) le modèle CLE [12] 46
1.19 Comparaison de la pénétration vapeur mesurée (à gauche) et calculée avec *Wave*-FIPA + CLE (au milieu) et avec *Wave*-FIPA sans le modèle CLE (à droite) [12] 47
1.20 Injection directe Diesel : les phases en présence 51
1.21 Modélisation de l'atomisation primaire par Jay *et al.* [90] 56
1.22 Maillage mobile destiné à l'étude de la déformation d'une bulle [102] . 57
1.23 (a) Interface réelle et fractions volumiques correspondantes ; (b) Reconstruction par CIAM (Calcul d'Interface Affine par Morceaux) ; (c) Grille de calcul MAC [180] 59
1.24 Méthode de suivi d'interface en 2D (à gauche) et 3D (à droite) [165, 166] 60

2.1 Vitesse du son d'un mélange diphasique composé d'eau liquide et de bulles d'air à la pression atmosphérique pour $K = 1,4$ et $K \to 1$: comparaison avec les données expérimentales de Karplus ainsi que celles de Gouse et Brown [25] 74
2.2 Vitesse du son c_f d'un mélange diphasique composé de carburant sous forme vapeur v de vitesse du son $c_v = 300$ m/s et de carburant sous forme liquide l de vitesse du son $c_l = 1200$ m/s 75
2.3 Partie purement diphasique (mélange de carburant liquide et vapeur) de l'équation d'état barotrope $p_f = \mathsf{f}(\rho_f)$ ($\rho_v = 9,58.10^{-3}$ kg/m^3, $\rho_l = 850$ kg/m^3, $c_v = 300$ m/s et $c_l = 1200$ m/s) 76
2.4 Équation d'état barotrope $p_f = \mathsf{f}(\rho_f)$ utilisée pour le mélange de carburant liquide et vapeur ($\rho_v = 9,58.10^{-3}$ kg/m^3, $\rho_l = 850$ kg/m^3, $c_v = 300$ m/s et $c_l = 1200$ m/s) 78
2.5 Schéma de résolution du modèle prenant en compte les phases carburant (à la fois liquide et vapeur) et gaz 82
2.6 Schéma de construction de la relation $\rho_m = \mathsf{f}(p_m, Y_f)$ 83
2.7 Équation d'état du mélange $m = (l+v)+g$, pour le cas où $\rho_v < \rho_f < \rho_l$ 84
2.8 Équation d'état du mélange $m = l + g$ 85

3.1 Discrétisation spatiale dans CAVIF 89
3.2 Résolution numérique dans le code CAVIF 95
3.3 Comparaison de la diffusion numérique de différents schémas d'advection 97
3.4 Étude sur la condition *CFL* du calcul 98
3.5 Étude sur la sensibilité à la résolution spatiale 98
3.6 Ordre de convergence du schéma numérique de CAVIF : variation de l'erreur relative en fonction de la taille caractéristique des mailles de calcul 99

3.7 Résultat de la régression polynomiale de la surface représentant l'équation d'état du mélange $m = (l + v) + g$, pour le cas où $\rho_v < \rho_f < \rho_l$. 102
3.8 Topologie d'un réseau de neurones : dans chaque unité de la couche cachée, les variables sont combinées de façon linéaire, puis le réseau de neurones applique une transformation non-linéaire à chacune de ces combinaisons et finalement, les valeurs résultant des unités cachées sont combinées de façon linéaire pour obtenir la valeur prédite [52] . . 103
3.9 Interpolation de l'équation d'état $p_m = \mathsf{f}(\rho_m, Y_f)$ par un réseau de neurones (trait continu — : courbe théorique ; croix + : valeurs ponctuelles, choisies arbitrairement, calculées par la relation analytique issue du réseau de neurones) 105
3.10 Grille d'interpolation dans le plan (Y_f, ρ_m) 106
3.11 Algorithme de calcul de la pression p_m pour un couple (ρ_m, Y_f), d'après la grille d'interpolation 107
3.12 Zoom sur la grille d'interpolation : cas d'un couple (ρ_m, Y_f) qui respecte les conditions $Y_f(i) < Y_f < Y_f(i+1)$ et $\rho_m(i,j) < \rho_m < \rho_m(i,j+1)$, mais qui n'appartient pourtant pas à la maille (i,j) 108
3.13 Interpolation sur l'ensemble de l'équation d'état (trait continu — : courbe théorique ; croix + : valeurs ponctuelles, choisies arbitrairement, calculées par l'algorithme présenté à la figure 3.11) 109
3.14 Interpolation par morceaux sur la partie de l'équation d'état du mélange $m = (l + v) + g$, pour le cas où $\rho_v < \rho_f < \rho_l$ et $0 < Y_f < 0,85$ (trait continu — : courbe théorique ; croix + : valeurs ponctuelles calculées par l'algorithme) 110
3.15 Interpolation par morceaux sur la partie de l'équation d'état du mélange $m = (l + v) + g$, pour le cas où $\rho_v < \rho_f < \rho_l$ et $Y_f \to 1$ (trait continu — : courbe théorique ; croix + : valeurs ponctuelles calculées par l'algorithme) 110
3.16 Interpolation par morceaux sur la partie de l'équation d'état assurant la transition entre le mélange $m = l + g$ et $m = (l + v) + g$ (trait continu — : courbe théorique ; croix + : valeurs ponctuelles calculées par l'algorithme) 111

4.1 Initialisation du champ de densité ρ_m sur le maillage carré 114
4.2 Profil de vitesse (U_{prof}^{max} est la norme de la vitesse maximale sur le profil considéré), selon la direction X ou Z, passant par le centre du domaine (point de coordonnées x^c et z^c) 115
4.3 Sensibilité au maillage de la convection du liquide : profils de masse volumique ρ_m, selon la direction Z, passant par le centre du carré de liquide (point de coordonnées $\frac{x^c}{2}$ et z^c), en début et fin de simulation 115
4.4 Rotation solide, dans le sens trigonométrique, d'un carré de liquide : champ de ρ_m (les iso-lignes correspondent aux valeurs : 0,3 ρ_m^0 - 0,5 ρ_m^0 - 0,7 ρ_m^0) 116
4.5 Rotation avec déformation, dans le sens trigonométrique : champ de ρ_m (les iso-lignes correspondent aux valeurs : 0,3 ρ_m^0 - 0,5 ρ_m^0 - 0,7 ρ_m^0) 118
4.5 (suite) Rotation avec déformation, dans le sens horaire 119

4.6 Sensibilité au maillage de la convection du liquide : profils de masse volumique ρ_m, selon la direction Z, passant par le centre du carré de liquide (point de coordonnées $\frac{x^c}{2}$ et z^c), en début et fin de simulation 120
4.7 Ordre de convergence des schémas numériques : variation de l'erreur relative en fonction de la taille caractéristique des mailles de calcul . . 120
4.8 Visualisations de la croissance (en haut) et du *collapse* (en bas) d'une bulle de vapeur au voisinage d'une surface libre [19] 122
4.9 Initialisation du test de *collapse* (à gauche : champ de ρ_m (en g/cm^3) ; à droite : champ de α_f) 123
4.10 Simulation (code CAVIF) du *collapse* d'une bulle de vapeur au voisinage d'une surface libre ($\gamma = 1$) : iso-contour de $\rho_m = 100$ kg/m^3 . . . 124
4.11 Croissance de bulle (à gauche) et *collapse* (à droite) : résultats expérimentaux ($\gamma = 1$) de Blake et Gibson [19] 124
4.12 Simulation (code CAVIF) du *collapse* d'une bulle de vapeur au voisinage d'une surface libre ($\gamma = 1,5$) : iso-contour de $\rho_m = 400$ kg/m^3 . 125
4.13 Croissance de bulle (à gauche) et *collapse* (à droite) : résultats expérimentaux ($\gamma = 1,5$) de Blake et Gibson [19] 125
4.14 Maillage 2D de l'injecteur mono-trou utilisé par Dumont [54] 127
4.15 Maillage 2D de l'injecteur et de la chambre de combustion 128
4.16 Zoom sur l'orifice d'injection avec NSCBC : champ de ρ_m (en g/cm^3) 130
4.17 Zoom sur l'orifice d'injection avec NSCBC : champ de α_v 130
4.18 Zoom sur l'orifice d'injection avec chambre : champ de ρ_m (en g/cm^3) 131
4.19 Zoom sur l'orifice d'injection avec chambre : champ de α_v 131
4.20 Zoom sur l'orifice d'injection avec chambre : champ de α_v 132
4.21 Évolution temporelle du coefficient de décharge 132
4.22 Évolution temporelle de la vitesse moyenne débitante 133
4.23 Évolution temporelle de la proportion de liquide dans une section donnée (traits continus : sur une section située à l'intérieur de l'orifice de l'injecteur, à $1,7D_0$ de la sortie ; traits pointillés : sur la section de sortie de l'injecteur) 134
4.24 Injection 2D dans une chambre fermée : champ de ρ_m (en g/cm^3) . . 135

5.1 Maillage 2D d'un injecteur mono-trou, avec formation de cavitation (à gauche) et sans cavitation (à droite) 138
5.2 Résultats du calcul cavitant : champ de ρ_m (en g/cm^3) 139
5.3 Résultats du calcul non cavitant : champ de ρ_m (en g/cm^3) 140
5.4 Simulation 2D de la géométrie complète : champ de ρ_m ($L_0/D_0 = 5$, $CN = 19$) 142
5.5 Résultats du calcul cavitant : champ de Y_f 143
5.6 Résultats du calcul cavitant : champ de α_v 143
5.7 Résultats du calcul cavitant : champ de ρ_m (en g/cm^3) et profils de vitesse situés à 0, 1 et 2 diamètres D_0 de la sortie du trou 144
5.8 Les différents cas testés : champ de ρ_m (en haut) et Σ_f (en bas) . . . 146
5.9 Évolution de la vitesse débitante 147
5.10 Évolution de la fraction volumique de vapeur dans la section de sortie 148

5.11 Évolution temporelle du débit massique et de la fraction volumique de vapeur, pour le cas REF 149
5.12 Évolution temporelle de la densité d'aire interfaciale Σ_f, pour le cas REF 149
5.13 Évolution temporelle du débit massique et de la fraction volumique de vapeur, pour le cas L/D 150
5.14 Évolution temporelle de la densité d'aire interfaciale Σ_f, pour le cas L/D 150
5.15 Évolution temporelle du débit massique et de la fraction volumique de vapeur, pour $\mathsf{K} > 0$ 151
5.16 Évolution temporelle de la densité d'aire interfaciale Σ_f, pour $\mathsf{K} > 0$. 151
5.17 Évolution temporelle du débit massique et de la fraction volumique de vapeur, pour $\mathsf{K} < 0$ 152
5.18 Évolution temporelle de la densité d'aire interfaciale Σ_f, pour $\mathsf{K} < 0$. 152
5.19 Maillage 3D d'un injecteur mono-trou simplifié 153
5.20 Géométrie 3D axisymétrique mono-trou : iso-surfaces de $\alpha_f = 0,5$ (dans la chambre) et $\alpha_v = 0,5$ (dans l'injecteur), colorées par la norme de la vitesse 154
5.21 Zoom sur la sortie de l'injecteur : iso-surfaces de $\alpha_f = 0,5$ (dans la chambre) et $\alpha_v = 0,5$ (dans l'injecteur), colorées par la norme de la vitesse 154
5.22 Maillage 3D d'un injecteur multi-trou : 1/6e du nez d'un injecteur à six trous, prolongé par une chambre remplie d'air 156
5.23 Simulation d'une injection multi-trou avec levée d'aiguille : champ de ρ_m et vecteurs vitesse ($CN = 39$) 157
5.24 Vue 3D des iso-surfaces de $\rho_m = 0,8$ g/cm^3, colorées par la norme de la vitesse (en cm/s) 158
5.25 Mise en évidence des écoulements secondaires tourbillonnaires, à l'intérieur et en sortie de l'orifice d'injection, à $t = 154$ μs (iso-surfaces de $\alpha_v = 0,5$) 159
5.26 Influence de l'angle de nappe (145°) 159
5.27 Comparaison entre le taux d'introduction expérimental et celui mesuré par le code CAVIF 160
6.1 Couplage de CAVIF avec d'autres codes 166

Liste des tableaux

1 Évolution du taux de véhicules Diesel en Europe de l'Ouest, en % des véhicules particuliers immatriculés (source : CCFA) 14
2 Paramètres géométriques et physiques à l'intérieur de l'injecteur . . . 19
3 Paramètres géométriques et physiques à l'intérieur de la chambre de combustion 20
4 Propriétés physiques d'un gazole dans les conditions de température standards (300 K) 20

1.1 Échelles caractéristiques des différents phénomènes en sortie d'un injecteur Diesel 37
1.2 Comparaison des différentes méthodes de modélisation diphasique . . 62

2.1 Expressions répertoriées dans la littérature pour le calcul de la viscosité d'un mélange diphasique 69

3.1 Coefficients du schéma Runge-Kutta d'ordre 3 utilisés dans le code CAVIF [54] 92

5.1 Paramètres caractéristiques des cas étudiés 145

Bibliographie

[1] **ABRAMOWITZ** (M.) et **STEGUN** (I.A.). – *Handbook of Mathematical Functions.* – Washington D.C., U.S. Department of Commerce, National Bureau of Standards, 1964, volume 55. 91

[2] **ALAJBEGOVIC** (A.), **GROGGER** (H.A.) et **PHILIPP** (H.). – Calculation of nozzles using the two-fluid model. *Dans : 7th annual Conference Computational Fluid Dynamics Society of Canada.* – Canada, 1999. 53

[3] **AMSDEN** (A.A.), **O'ROURKE** (P.J.) et **BUTLER** (T.D.). – *KIVA–II : a computer program for chemically reactive flows with sprays.* – Rapport technique n° LA–11560–MS, Los Alamos National Laboratory, 1989. 21, 91, 92

[4] **ARCOUMANIS** (C.) et **GAVAISES** (M.). – Linking nozzle flow with spray characteristics in a Diesel fuel injection system. *Atomization and Sprays*, vol. 8, 1998, pp. 307–347. 29

[5] **ARCOUMANIS** (C.), **GAVAISES** (M.) et **FRENCH** (B.). – Effect of fuel injection processes on the structure of Diesel sprays. *SAE 970799*, 1997. 48

[6] **ASHGRIZ** (N.) et **POO** (J.Y.). – FLAIR : Flux Line-segment model for Advection and Interface Reconstruction. *J. Comp. Phys.*, vol. 93, n° 449, 1991. 58

[7] **AVVA** (R.K.), **SINGHAL** (A.K.) et **GIBSON** (D.H.). – An enthalpy based model of cavitation. *FED-ASME*, vol. 226, 1995. 70, 71

[8] **BASUKI** (W.), **SCHNERR** (G.H.) et **YUAN** (W.). – Single-phase and modified turbulence models for simulation of unsteady cavitating flows. *Dans : Proceedings German-Japanese Workshop on Multiphase Flow.* Forschungszentrum Karlsruhe, pp. F14–F29. – Karlsruhe, Allemagne, 2003. 64, 166

[9] **BATCHELOR** (G.K.). – *An introduction to fluid dynamics.* – Cambridge University Press, 1967. 33

[10] **BAUER** (H.), **DIETSCHE** (K.H.), **CREPIN** (J.), **DINKLER** (F.) et **BEER** (A.). – *Système d'injection Diesel à accumulateur Common Rail.* – Rapport technique, Robert Bosch GmbH, 1999. 15, 17, 18, 177

[11] **BAZ** (I.). – *Contribution à la caractérisation de la cavitation dans les injecteurs Diesel à haute pression.* – Thèse de Doctorat, École Centrale de Lyon, 2003. 23

[12] **BÉARD** (P.), **DUCLOS** (J.M.), **HABCHI** (C.), **BRUNEAUX** (G.), **MOKADDEM** (K.) et **BARITAUD** (T.). – Extension of lagrangian-eulerian spray modeling : Application to high pressure evaporating Diesel sprays. *SAE 2000–01–1893*, 2000. 22, 23, 45, 46, 47, 177, 178

[13] **BENJAMIN** (T.B.) et **ELLIS** (A.T.). – The collapse of cavitation bubbles and the pressures thereby produced against solid boundaries. *Phil. Trans. Roy. Soc.*, vol. A 260, 1966, pp. 221–240. 121

[14] **BENKENIDA** (A.). – *Développement et validation d'une méthode de simulation d'écoulements diphasiques sans reconstruction d'interfaces. Application à la dynamique des bulles de Taylor.* – Thèse de Doctorat, INP Toulouse, 1999. 69, 113

[15] **BERG** (E.v.), **ALAJBEGOVIC** (A.), **GREIF** (D.), **POREDOS** (A.), **TATSCHL** (R.), **WINKLHOFER** (E.) et **GANIPPA** (L.C.). – Primary breakup model for Diesel jets based on locally resolved flow field in the injection hole. *Dans : ILASS-Europe.* – Zaragoza, Espagne, 2002. 53

[16] **BERG** (E.v.), **ALAJBEGOVIC** (A.), **TATSCHL** (R.), **KRÜGER** (C.) et **MICHELS** (U.). – Multiphase modeling of Diesel sprays with the eulerian/eulerian approach. *Dans : ILASS-Europe.* – Zürich, Suisse, 2001. 54

[17] **BERGWERK** (W.). – Flow pattern in Diesel nozzle spray holes. *Proc. of the Inst. of Mech. Engineers*, vol. 173, n° 25, 1959, pp. 655–660. 17, 29

[18] **BIAUSSER** (B.), **GUIGNARD** (S.), **MARCER** (R.) et **FRAUNIÉ** (P.). – 3D two phase flows numerical simulations by SL-VOF method. *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, vol. 45, 2004, pp. 581–604. 58, 145

[19] **BLAKE** (J.R.) et **GIBSON** (D.C.). – Growth and collapse of a vapour cavity near free surface. *J. Fluid Mech.*, vol. 111, 1981, pp. 124–140. 121, 122, 123, 124, 125, 180

[20] **BLAKE** (J.R.), **TAIB** (B.B.) et **DOHERTY** (G.). – Transient cavities near boundaries. Part 2. Free surface. *J. Fluid Mech.*, vol. 181, 1987, pp. 197–212. 121

[21] **BLOKKEEL** (G.), **SILVANI** (X.), **DEMOULIN** (F.X.) et **BORGHI** (R.). – An eulerian model to improve the primary breakup modeling of atomizing jet. *Dans : ILASS-Europe.* – Zaragoza, Espagne, 2002. 55, 172, 173

[22] **BORGHI** (R.). – Turbulent combustion modelling. *Prog. Energy Combust. Sci.*, vol. 14, 1988, pp. 245–292. 54

[23] **BOUTHENET** (A.). – Le développement durable des transports. *Dans : The sustainable development of transport : which engines, which fuels ?*, éd. par IFP. Panorama 2005. – Lyon, France, 2005. 14, 177

[24] **BRACKBILL** (J.U.), **KOTHE** (D.B.) et **ZEMACH** (C.). – A continuum method for modeling surface tension. *J. Comp. Phys.*, vol. 100, 1992, pp. 335–354. 59

[25] **BRENNEN** (C.E.). – *Cavitation and bubble dynamics.* – Oxford University Press, 1995. 73, 74, 178

[26] **BRUNEAUX** (G.). – Liquid and vapor spray structure in high pressure Common Rail Diesel injection. *Atomization and Sprays*, 2000. 19

[27] **CHAHINE** (G.L.). – Interaction between an oscillating bubble and a free surface. *Trans. ASME Ser. I – Journal of Fluid Engineering*, vol. 99, 1977, pp. 709–716. 121

[28] **CHAVES** (H.). – Communication personnelle, 2002. 37

[29] **CHAVES** (H.), **KIRMSE** (C.) et **OBERMEIER** (F.). – *Velocity measurements with a standard Common Rail injection system.* – Rapport technique, Technische Universität Bergakademie Freiberg, Sachsen, Germany, 2002. 31

[30] **CHAVES** (H.), **KNAPP** (M.), **KUBITZEK** (A.), **OBERMEIER** (F.) et **SCHNEIDER** (T.). – Experimental study of cavitation in the nozzle hole of Diesel injectors using transparent nozzles. *SAE 950290*, 1995. 23, 29, 31

[31] **CHAVES** (H.), **MULHEM** (B.) et **OBERMEIER** (F.). – Comparison of high speed stroboscopic pictures of spray structures of a Diesel spray with numerical calculations based on a convective instability theory. *Dans : ILASS – Europe '99.* – Toulouse, France, 1999. 32, 33, 141, 177

[32] **CHEN** (Y.) et **HEISTER** (S.D.). – Two-phase modeling of cavitated flows. *Comp. Fluids*, vol. 24, n° 7, 1995, pp. 799–809. 70

[33] **CICCHITTI** (A.), **LOMBARDI** (C.), **SILVESTRI** (M.), **SOLDDAINI** (G.) et **ZAVALLUILLI** (R.). – Two-phase cooling experiments – Pressure drop, heat transfer and burnout measurement. *Energia Nucl.*, vol. 7, n° 6, 1960, pp. 407–425. 69

[34] **COMPAGNON** (B.), **HAUPAIS** (A.) et **LE COTTIER** (P.). – *Évaluation des mécanismes de fractionnement du jet dans une démarche modélisation - Rapport intermédiaire n° 2.* – Rapport technique n° B.C.C298.00640.A, CRMT, 1998. 37

[35] **COMPAGNON** (B.), **HAUPAIS** (A.) et **LE COTTIER** (P.). – *Effet de la géométrie du trou et de l'aération du gazole sur la cavitation et le fractionnement primaire du jet - Rapport intermédiaire.* – Rapport technique n° B.C.C314.00655A, CRMT, 1999. 35, 37

[36] **COMPAGNON** (B.), **HAUPAIS** (A.) et **LE COTTIER** (P.). – *Évaluation des mécanismes de fractionnement du jet dans une démarche modélisation - Rapport final.* – Rapport technique n° B.C.C298.00647.A, CRMT, 1999. 23, 31, 36, 39, 127, 178

[37] **COOPER** (P.). – Analysis of single and two-phase flows in turbopump inducers. *Journal of Engineering for Power*, 1967, pp. 577–588. 71

[38] **COURANT** (R.), **FRIEDRICHS** (K.) et **LEWY** (H.). – On the partial difference equations of mathematical physics. *IBM Journal*, vol. 11, 1967, pp. 215–234. 96

[39] **COUTIER-DELGOSHA** (O.), **FORTES-PATELLA** (R.) et **REBOUD** (J.L.). – Simulation of unsteady cavitation with a two-equation turbulence model including compressibility effects. *Journal of Turbulence*, vol. 3, n° 58, 2002, pp. 1–20. 64, 166

[40] **COUTIER-DELGOSHA** (O.), **FORTES-PATELLA** (R.) et **REBOUD** (J.L.). – Evaluation of the turbulence model influence on the numerical simulations of unsteady cavitation. *Journal of Fluid Engineering*, vol. 125, 2003, pp. 38–45. 64

[41] **COUTIER-DELGOSHA** (O.), **FORTES-PATELLA** (R.), **REBOUD** (J.L.), **HAKIMI** (N.) et **HIRSCH** (C.). – Numerical simulation of cavitating flow in 2D and 3D inducer geometries. *Int. J. Num. Meth. Fluids*, vol. 48, 2005, pp. 135–167. 64

[42] **COUTIER-DELGOSHA** (O.), **REBOUD** (J.L.) et **DELANNOY** (Y.). – Numerical simulation of unsteady cavitating flow. *Int. J. Num. Meth. Fluids*, vol. 42, n° 5, 2003, pp. 527–548. 70

[43] **D'AGOSTINO** (L.), **RAPPOSELLI** (E.), **PASCARELLA** (C.) et **CIUCCI** (A.). – A modified bubbly isenthalpic model for numerical simulation of cavitating flows. *Dans : 37th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference.* – Salt Lake City, UT, USA, 2001. 74

[44] **DALY** (B.J.). – Numerical study of two fluid Rayleigh-Taylor instability. *Phys. Fluids*, vol. 10, n° 2, 1967, pp. 297–307. 58

[45] **DANAILA** (I.). – *Étude des instabilités et des structures cohérentes dans la zone de proche sortie d'un jet axisymétrique.* – Thèse de Doctorat, Université Aix-Marseille II, 1997. 34, 37

[46] **DELANNOY** (Y.) et **KUENY** (J.L.). – Two phase flow approach in unsteady cavitation modeling. *ASME Cavitation and Multiphase flow forum*, vol. 98, 1990, pp. 153–158. 70, 71

[47] **DELHAYE** (J.M.). – *Contribution à l'étude des écoulements diphasiques eau-air et eau-vapeur.* – Thèse de Doctorat, Université de Grenoble, 1970. 66

[48] **DELHAYE** (J.M.). – Some issues related to the modeling of interfacial areas in gas-liquid flows. *C.R. Acad. Sci. Paris*, vol. IIb, n° 329, 2001, pp. 397–410. 52

[49] **DREW** (D.A.). – Mathematical modeling of two-phase flow. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, vol. 15, 1983, pp. 261–291. 66

[50] **DREYFUS** (G.). – Les réseaux de neurones : une technique opérationnelle pour le traitement des données industrielles, économiques et financières. *Mesures*, n° 699, 1997. 103

[51] **DREYFUS** (G.). – Les réseaux de neurones. *Mécanique Industrielle et Matériaux*, n° 51, 1998. 102, 103

[52] **DUGAS** (C.), **CHAPADOS** (N.) et **BENGIO** (Y.). – *Introduction aux réseaux de neurones.* – Rapport technique, ApSTAT Technologies, 2002. 103, 104, 179

[53] **DUKLER** (A.E.), **WICKS** (M.) et **CLEVELAND** (R.G.). – Pressure drop and hold-up in two-phase flow. *A.I.Ch.E. J.*, vol. 10, n° 1, 1964, pp. 38–51. 69

[54] **DUMONT** (N.). – *Modélisation de l'écoulement diphasique dans les injecteurs Diesel.* – Thèse de Doctorat, INP Toulouse, 2004. 22, 29, 31, 32, 54, 61, 70, 74, 87, 90, 92, 113, 127, 129, 134, 138, 164, 177, 180, 183

[55] **DUMONT** (N.), **SIMONIN** (O.) et **HABCHI** (C.). – Cavitating flows in Diesel injectors : a bibliographical review. *Dans : 8th International Conference on Liquid Atomization and Spray Systems ICLASS2000.* – Pasadena, CA, USA, 2000. 29

[56] **DUMONT** (N.), **SIMONIN** (O.) et **HABCHI** (C.). – Numerical simulation of cavitating flows in Diesel injectors by a homogeneous equilibrium modeling approach. *Dans : Fourth International Symposium on Cavitation CAV2001.* California Institute of Technology. – Pasadena, CA, USA, 2001. 22, 54, 87, 90, 91

[57] **EIFLER** (W.). – *Untersuchungen zur Struktur des instationären Dieselöleinspritzstrahles in Düsennahbereich mit der Methode der Hochfrequenz-Kinematografie.* – Thèse de Doctorat, Universität Kaiserslautern, Allemagne, 1990. 23, 31, 32, 138

[58] **FAETH** (G.M.). – Structure and atomization properties of dense turbulent sprays. *Dans : Twenty-third Symposium (International) Combustion.* The Combustion Institute, pp. 1345–1352. – Université d'Orléans, France, 1990. 27, 28, 34

[59] **FAVENNEC** (A.G.) et **LEBRUN** (M.). – Models for injector nozzles. *Dans : 6th Scandinavian International Conference on Fluid power.* SICF'99. – Tampere, Finlande, 1999. 32

[60] **FAVRE** (A.). – Équations statistiques de fluides turbulents compressibles. *Dans : Proc. Fifth Canadian Congress of Applied Mechanics.* – G3–G34, 1975. 66

[61] **FRANC** (J.P.), **AVELLAN** (F.), **BELAHADJI** (B.), **BILLARD** (J.Y.), **BRIANCON-MARJOLLET** (L.), **FRECHOU** (D.), **FRUMAN** (D.H.), **KARIMI** (A.), **KUENY** (J.L.) et **MICHEL** (J.M.). – *La cavitation.* – Presses Universitaires de Grenoble, 1995. 29, 30

[62] **GAVAISES** (M.). – *Modeling of Diesel fuel injection processes.* – Thèse de Doctorat, Imperial College, Londres, Royaume-Uni, 1997. 48, 49

[63] **GEAR** (C.W.). – *Numerical Initial Value Problems in Ordinary Differential Equations.* – Englewood Cliffs, NJ : Prentice-Hall, 1971. 91

[64] **GIBSON** (D.C.). – Cavitation adjacent to plane boundaries. *Dans : Proc. 3rd Austral. Conf. on Hydraulics and Fluid Mechanics.* Institution of Engineers, pp. 210–214. – Sydney, Australie, 1968. 121

[65] **GIBSON** (D.C.) et **BLAKE** (J.R.). – Growth and collapse of cavitation bubbles near flexible boundaries. *Dans : Proc. 7th Austral. Conf. on Hydraulics and Fluid Mechanics.* Institution of Engineers, pp. 283–286. – Brisbane, Australie, 1980. 121

[66] **GOSMAN** (A.D.) et **CLERIDES** (D.). – Diesel spray modeling : a review. *Dans : 13th annual International Conference on Liquid Atomization and Spray Systems*, pp. 12–21. – Florence, Italie, 1997. 20, 22

[67] **GOUSE** (S.W.) et **BROWN** (G.A.). – A survey of the velocity of sound in two-phase mixtures. *ASME Paper*, n° 64-WA/FE-35, 1964. 73

[68] **GRAY** (W.G.) et **LEE** (P.C.Y.). – On the theorems for local volume averaging of multiphase systems. *Int. J. Multiph. Flow*, vol. 3, 1977, pp. 333–340. 66

[69] **GUEYFFIER** (D.) et **ZALESKI** (S.). – Full Navier-Stokes simulations of droplet impact on thin liquid films. *Dans : Third International Conference on Multiphase Flow.* ICMF'98. – Lyon, France, 1998. 58

[70] **GUIGNARD** (S.), **MARCER** (R.), **REY** (V.), **KHARIF** (C.) et **FRAUNIÉ** (P.). – Solitary wave breaking on sloping beaches : 2D two phase flow numerical simulation by SL-VOF method. *European Journal of Mechanics B – Fluids*, vol. 20, 2001, pp. 57–74. 58

[71] **GUIGUES** (F.). – *Modélisation 1D du système d'injection Common Rail.* – Rapport technique, Institut Français du Pétrole, 2001. 32, 37, 90

[72] **HABCHI** (C.), **DUMONT** (N.) et **SIMONIN** (O.). – CAVIF : a 3D code for the modeling of cavitating flows in Diesel injectors. *Dans : 9th International Conference on Liquid Atomization and Spray Systems ICLASS 2003.* – Sorrento, Italie, 2003. 155

[73] **HABCHI** (C.) et **TORRES** (A.). – A 3D multi-block structured version of the Kiva-2 code. *Dans : First European CFD conference proceedings*, éd. par ELSEVIER, pp. 533–540. – Bruxelles, Belgique, 1992. 22, 44, 87, 88, 90

[74] **HABCHI** (C.), **VERHOEVEN** (D.), **HUYNH HUU** (C.), **LAMBERT** (L.), **VANHEMELRYCK** (J.L.) et **BARITAUD** (T.). – Modeling atomization and break-up in high-pressure Diesel sprays. *SAE 970881*, 1997. 21, 22, 44, 45

[75] **HANKE** (D.) et **BALLMANN** (P.). – Strong changes of state in collapsing bubbles. *Z. angew. Math. Mech.*, vol. 78, 1998, pp. 453–454. 31

[76] **HARLOW** (F.H.) et **WELCH** (J.E.). – The MAC method : a computing technique for solving viscous, incompressible, transient fluid flow problems involving free surfaces. *Phys. Fluids*, vol. 8, 1965, pp. 2182–2189. 58

[77] **HELMHOLTZ** (H.v.). – Über discontinuirliche Flüssigkeitsbewegungen. *Monats. Königl. Preuss. Akad. Wiss. Berlin*, vol. 23, 1868, pp. 215–228. 33

[78] **HEYWOOD** (J.B.). – *Internal combustion engine fundamentals.* – McGraw Hill, 1988. 26

[79] **HIRSCH** (C.). – *Numerical Computation of Internal and External Flows.* – John Wiley & Sons, 1988, volume 1. 91, 96

[80] **HIRT** (C.W.), **AMSDEN** (A.A.) et **COOK** (J.L.). – An Arbitrary Lagrangian-Eulerian computing method for all flow speeds. *J. Comp. Phys.*, vol. 14, 1974, pp. 227–253. 88

[81] **HIRT** (C.W.) et **NICHOLS** (B.D.). – Volume Of Fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. *J. Comp. Physics*, vol. 39, 1981, pp. 201–225. 58

[82] **HORNIK** (K.), **STINCHCOMBE** (M.) et **WHITE** (H.). – Multilayer feedforward networks are universal approximators. *Neural Networks*, vol. 2, 1989, pp. 359–366. 103

[83] **HORNIK** (K.), **STINCHCOMBE** (M.), **WHITE** (H.) et **AUER** (P.). – Degree of approximation results for feedforward networks approximating unknown mappings and their derivatives. *Neural Computation*, vol. 6, 1994, pp. 1262–1275. 103

[84] **HOWES** (F.A.) et **WHITAKER** (S.). – The spatial averaging theorem revisited. *Chem. Eng. Sci.*, vol. 40, n° 8, 1985, pp. 1387–1392. 66

[85] **HUH** (K.Y.) et **GOSMAN** (A.D). – A phenomenological model of Diesel spray atomization. *Dans : Proc. Int. Conf. on Multiphase Flow*, pp. 271–276. – Tsukuba, Japon, 1991. 47

[86] **HUH** (K.Y.), **LEE** (E.) et **KOO** (J.Y.). – Diesel spray atomization model considering nozzle exit turbulence conditions. *Atomization and Sprays*, vol. 8, 1998, pp. 453–469. 47

[87] **HUMMEL** (K.), **BOECKING** (F.), **GROSS** (J.), **STEIN** (J.O.) et **DOHLE** (U.). – Third-generation Common Rail system. *MTZ worldwide 3*, vol. 65, 2004, pp. 9–12. 16

[88] **ISHII** (M.). – *Thermo-fluid dynamic theory of two-phase flow.* – Édition Eyrolles, Paris, 1975. 53, 64, 66

[89] **JAMET** (D.). – *Étude des potentialités de la théorie du second gradient pour la simulation numérique directe des écoulements liquide-vapeur avec changement de phase.* – Thèse de Doctorat, École Centrale Paris, 1998. 52

[90] **JAY** (S.), **LACAS** (F.) et **CANDEL** (S.). – An eulerian modeling of primary atomization in coaxial injectors. *Dans : 17th Annual Conference on Liquid Atomization and Spray Systems.* ETH. – Zürich, Suisse, 2001. 55, 56, 165, 178

[91] **KARPLUS** (H.B.). – *The velocity of sound in a liquid containing gas bubbles.* – Rapport technique n° COO-248, Illinois Inst., 1958. 73

[92] **KELVIN** (Lord). – Hydrokinetic solutions and observations. *Phil. Mag.*, vol. 42, n° 4, 1871, pp. 362–377. 33

[93] **KNAPP** (R.T.), **DAILY** (J.W.) et **HAMMITT** (F.G.). – *Cavitation.* – McGraw-Hill, 1970. 76

[94] **KOKH** (S.), **ALLAIRE** (G.) et **CLERC** (S.). – Towards boiling crisis simulation : the Level Set method. *Dans : Ninth Int. Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal Hydraulics.* – San Francisco, CA, USA, 1999. 59

[95] **KUBOTA** (A.), **KATO** (H.) et **YAMAGUCHI** (H.). – A new modeling of cavitated flow : a numerical study of unsteady cavitation on a hydrofoil section. *J. Fluid Mech.*, vol. 240, 1992. 69, 70

[96] **KUTTA** (M.W.). – Beitrag zur Näherungsweisen Integration totaler Differentialgleichungen. *Z. angew. Math. Phys.*, vol. 46, 1901, pp. 435–453. 91

[97] **LAFAURIE** (B.), **NARDONE** (C.), **SCARDOVELLI** (R.), **ZALESKI** (S.) et **ZANETTI** (G.). – Modelling merging and fragmentation in multiphase flows with SURFER. *J. Comp. Physics*, vol. 113, 1994, pp. 134–147. 58

[98] **LAMBERT** (L.). – *Étude bibliographique sur les jets Diesel.* – Rapport technique n° 40709, Institut Français du Pétrole, 1993. 26, 177

[99] **LAMBERT** (L.). – *Modélisation des jets d'injection haute pression des moteurs Diesel et validation expérimentale.* – Thèse de Doctorat, École Centrale Paris, 1996. 22, 26, 29, 44

[100] **LE** (H.) et **MOIN** (P.). – An improvement of fractional step methods for the incompressible Navier-Stokes equations. *J. Comp. Phys.*, vol. 92, n° 2, 1991, pp. 369–379. 91

[101] **LECOFFRE** (Y.). – *La cavitation - Traqueurs de bulles.* – Hermes, 1994. 29, 30, 37

[102] **LEGENDRE** (D.). – *Quelques aspects des forces hydrodynamiques et des transferts de chaleur sur une bulle sphérique.* – Thèse de Doctorat, INP Toulouse, 1996. 57, 178

[103] **LI** (J.). – Calcul d'interface affine par morceaux. *C.R. Acad. Sci. Paris*, vol. IIb, n° 320, 1995, pp. 391–396. 58, 145

[104] **LIU** (A.B.), **MATHER** (D.) et **REITZ** (R.D.). – Modeling the effects of drop drag and breakup on fuel sprays. *SAE 930072*, 1993. 21

[105] **LIU** (A.B.) et **REITZ** (R.D.). – Mechanisms of air-assisted liquid atomization. *Atomization and Sprays*, vol. 15, 1993, pp. 55–75. 44

[106] **LIU** (T.G.), **KHOO** (B.C.) et **XIE** (W.F.). – Isentropic one-fluid modelling of unsteady cavitating flow. *J. Comp. Phys.*, vol. 201, 2004, pp. 80–108. 166

[107] **MACIAN** (V.), **BERMUDEZ** (V.), **PAYRI** (R.) et **GIMENO** (J.). – New technique for determination of internal geometry of a Diesel nozzle with the use of silicone methodology. *Experimental Techniques*, vol. 27, n° 2, 2003, pp. 39–43. 145

[108] **MANSOUR** (A.) et **CHIGIER** (N.). – Effect of turbulence on the stability of liquid jets and resulting droplet size distribution. *Atomization and Sprays*, vol. 4, 1994, pp. 583–604. 27

[109] **MANTEL** (T.) et **BORGHI** (R.). – A new model of premixed wrinkled flame propagation based on a scalar dissipation equation. *Combust. Flame*, vol. 96, 1994, pp. 443–457. 170

[110] **MARCER** (R.), **LE COTTIER** (P.), **CHAVES** (H.), **ARGUEY-ROLLES** (B.), **HABCHI** (C.) et **BARBEAU** (B.). – A validated numerical simulation of Diesel injector flow using a VOF method. *SAE 2000-01-2932*, 2000. 37, 127

[111] **MARCER** (R.) et **LE GOUEZ** (J.M.). – Simulation of unsteady cavitating flows in Diesel injector with an improved VOF method. *Dans : ILASS - Europe 2001.* – Zürich, Suisse, 2001. 58, 60

[112] **MARUYAMA** (S.), **KURASHIGE** (T.), **MATSUMOTO** (S.), **YAMAGUSHI** (Y.) et **KIMURA** (T.). – Liquid droplet in contact with a solid surface. *Microscale Thermophysical Engineering*, vol. 2, n° 1, 1998. 52

[113] **McADAMS** (W.H.), **WOOD** (W.K.) et **BRYAN** (R.L.). – Vaporization inside horizontal tubes. II. Benzene-oil mixtures. *Trans. ASME*, vol. 64, 1942, p. 193. 69

[114] **McKINLEY** (T.L.) et **PRIMUS** (R.J.). – Three-dimensional calculations of air motion, sprays, and combustion in a quiescent Direct-Injection Diesel engine. *ASME 90-ICE-2*, 1990. 22

[115] **MINNAERT** (M.). – Musical air bubbles and the sound of running water. *Phil. Mag.*, vol. 16, 1933, pp. 235–248. 73

[116] **MIRANDA** (R.), **CHAVES** (H.), **MARTIN** (U.) et **OBERMEIER** (F.). – Cavitation in a transparent real size VCO injection nozzle. *Dans : 9th International Conference on Liquid Atomization and Spray Systems ICLASS 2003.* – Sorrento, Italie, 2003. 84

[117] **MOKADDEM** (K.) et **LESSART** (P.). – *Base de données sur moteur transparent en injection directe Diesel Common Rail : visualisation des phases liquide et vapeur des jets.* – Rapport technique n° 45337, Institut Français du Pétrole, 1999. 19, 177

[118] **MONIN** (A.S.) et **YAGLOM** (A.M.). – *Statistical fluid mechanics.* – Ed. J.L. Lumley, Cambridge, MIT Press, 1971, volume 1 et 2. 66

[119] **MOREAU** (J.B.), **SIMONIN** (O.) et **HABCHI** (C.). – A numerical study of cavitation influence on Diesel jet atomisation. *Dans : ILASS - Europe '04*, pp. 302–307. – Nottingham, Royaume-Uni, 2004. 137, 141

[120] **MOREL** (C.). – *Modélisation multidimensionnelle des écoulements diphasiques gaz-liquide. Application à la simulation des écoulements à bulles ascendants en conduite verticale.* – Thèse de Doctorat, École Centrale Paris, 1997. 55, 165

[121] **MOULIÈRES** (J.). – *Modélisation 3D de l'injection Diesel.* – Rapport technique, Institut Français du Pétrole. 155

[122] **MOUREAU** (V.). – *Évaluation de codes moteur pour des applications LES.* – Rapport technique, IFP, 2001. 96

[123] **NICHOLLS** (J.A.). – Stream and droplet breakup by shock waves. *NASA SP-194*, 1972, pp. 126–128. 40

[124] **NICHOLS** (B.D.) et **HIRT** (C.W.). – Methods for calculating multidimensional, transient free surface flows past bodies. *Dans : Proc. First Intern. Conf. Num. Ship Hydrodynamics.* – Gaithersburg, ML, USA, 1975. 58

[125] **NOBARI** (M.R.), **JAN** (Y.J.) et **TRYGGVASON** (G.). – Head-on collision of drops : a numerical investigation. *Phys. Fluids*, vol. 8, 1996, pp. 29–42. 60

[126] **OBERMEIER** (F.), **CHAVES** (H.) et **KIRMSE** (C.). – *Study of cavitation in the nozzle hole for realistic Diesel injection conditions : VCO geometry and unsteady flow.* – Rapport technique, Technische Universität Bergakademie Freiberg, Sachsen, Allemagne, 2001. 37

[127] **OHNESORGE** (W.v.). – Die Bildung von Tropfen an Düsen und die Auflösung flüssiger Strahlen. *Z. angew. Math. Mech.*, vol. 16, 1936, pp. 355–358. 28

[128] **O'ROURKE** (P.J.) et **AMSDEN** (A.A.). – The TAB method for numerical calculation of spray droplet breakup. *SAE 872089*, 1987. 21, 41

[129] **OSHER** (S.) et **SETHIAN** (J.A.). – Fronts propagating with curvature-dependent speed : algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations. *J. Comp. Phys.*, vol. 79, 1988, pp. 12–49. 58

[130] **PILCH** (M.) et **ERDMAN** (C.A.). – Use of breakup time data and velocity history data to predict the maximum size of stable fragments for acceleration-induced breakup of a liquid drop. *Int. J. Multiph. Flow*, vol. 13, n° 6, 1987, pp. 741–757. 22, 41, 43, 44, 178

[131] **PIRES DA CRUZ** (A.). – Communication personnelle, juillet 2003. 106

[132] **PLESSET** (M.S.) et **CHAPMAN** (R.B.). – Collapse of an initially spherical vapour cavity in the neighbourhood of a solid boundary. *J. Fluid Mech.*, vol. 47, 1971, pp. 283–290. 121

[133] **POINSOT** (T.J.) et **LELE** (S.K.). – Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows. *J. Comp. Phys.*, vol. 101, 1992, pp. 104–129. 91

[134] **PRACHT** (W.E.). – Calculating three-dimensional fluid flows at all speeds with an Eulerian-Lagrangian computing mesh. *J. Comp. Phys.*, vol. 17, 1975, pp. 132–159. 88

[135] **RAYLEIGH** (Lord). – On the pressure developed in a liquid during the collapse of a spherical void. *Phil. Mag.*, vol. 34, 1917, pp. 94–98. 121

[136] **RAYNAL** (L.). – *Instabilité et entraînement à l'interface d'une couche de mélange liquide-gaz.* – Thèse de Doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble I, 1997. 33, 34, 177

[137] **REITZ** (R.D.). – *Atomization and other break-up regimes of a liquid jet.* – Thèse de Doctorat, Princeton University, USA, 1978. 26, 27, 28, 35

[138] **REITZ** (R.D.). – Modeling atomization processes in high-pressure vaporizing sprays. *Atomisation and Spray Technology*, vol. 3, 1987, pp. 309–337. 21, 43, 44, 51, 178

[139] **REITZ** (R.D.) et **BRACCO** (F.B.). – Mechanism of atomization of a liquid jet. *Phys. Fluids*, vol. 25, n° 10, 1982, pp. 1730–1742. 34, 35

[140] **REITZ** (R.D.) et **BRACCO** (F.V.). – Mechanisms of breakup of round liquid jets. *Dans : Encyclopedia of Fluid Mechanics.* pp. 233–249. – NJ, 1986. 34, 36, 43

[141] **REITZ** (R.D.) et **DIWAKAR** (R.). – Effect of drop break-up on fuel sprays. *SAE 860469*, 1986. 22, 40

[142] **REITZ** (R.D.) et **DIWAKAR** (R.). – Structure of high-pressure fuel sprays. *SAE 870598*, 1987. 41, 43

[143] **REYNOLDS** (O.). – An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels. *Phil. Trans.*, vol. 174, 1883, pp. 935–982. 28

[144] **RODI** (W.). – A new algebraic relation for calculating the Reynolds stress tensor. *Z. angew. Math. Mech.*, vol. 56, 1976, pp. 219–221. 171

[145] **RUIZ** (F.) et **CHIGIER** (N.). – The mechanics of high speed atomization. *Dans : ICLASS 85.* – Londres, Royaume-Uni, 1985. 35, 36, 177

[146] **RUIZ** (F.) et **HE** (L.). – Turbulence inside a cavitating injector orifice : a different kind. *Atomization and Sprays*, vol. 9, 1999, pp. 419–429. 63

[147] **RUNGE** (C.D.T.). – Über die numerische Auflösung von Differentialgleichungen. *Math. Annalen*, vol. 46, 1895, pp. 167–178. 91

[148] **RYSKIN** (G.) et **LEAL** (L.G.). – Numerical solution of free-boundary problems in fluid mechanics. *J. Fluid Mech.*, n° 148, 1984, pp. 1–43. 57

[149] **SALIBA** (R.), **BAZ** (I.), **CHAMPOUSSIN** (J.C.), **LANCE** (M.) et **MARIÉ** (J.L.). – Cavitation effect on the near nozzle spray development in high pressure Diesel injection. *Dans : ILASS - Europe '04*, pp. 302–307. – Nottingham, Royaume-Uni, 2004. 31, 32

[150] **SAUREL** (R.) et **ABGRALL** (R.). – A multiphase Godunov method for compressible multifluid and multiphase flows. *J. Comp. Phys.*, vol. 150, 1999, pp. 425–467. 53

[151] **SAUREL** (R.) et **ABGRALL** (R.). – A simple method for compressible multifluid flows. *SIAM J. Sci. Comput.*, vol. 21, n° 3, 1999, pp. 1115–1145. 53

[152] **SCHMIDT** (D.P.). – *Cavitation in Diesel fuel injector nozzles.* – Thèse de Doctorat, University of Wisconsin-Madison, WI, USA, 1997. 54, 71, 76, 91, 92

[153] **SCHMIDT** (D.P.), **RUTLAND** (C.J.) et **CORRADINI** (M.L.). – A fully compressible, two-dimensional model of small, high-speed, cavitating nozzles. *Atomization and Sprays*, vol. 9, 1999, pp. 255–276. 70, 71

[154] **SIMONIN** (O.). – Prediction of the dispersed phase turbulence in particle-laden jets. *Dans : Proc. Fourth International Symposium on gas-solid flows.* ASME FED, pp. 197–206. 53

[155] **SMALLWOOD** (G.J.) et **GUILDER** (O.L.). – Views on the structure of transient Diesel sprays. *Atomization and Sprays*, vol. 10, 2000, pp. 355–386. 17, 18, 37, 177

[156] **SMEREKA** (P.). – Level Set methods for two-fluid flows. *Dans : Méthodes numériques pour les écoulements diphasiques.* Écoles CEA-EDF-INRIA. – Rocquencourt, France, 1996. 59

[157] **SOTERIOU** (C.), **ANDREWS** (R.) et **SMITH** (M.). – Direct injection Diesel sprays and the effect of cavitation and hydraulic flip on atomization. *SAE 950080*, 1995. 29, 31

[158] **SOULAS** (J.). – *Modélisation et simulation de la pulvérisation d'un jet liquide. Application à l'injection directe essence.* – Thèse de Doctorat, INP Toulouse, 2002. 53

[159] **SUSSMAN** (M.), **SMEREKA** (P.) et **OSHER** (S.). – A Level Set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow. *J. Comp. Phys.*, vol. 114, 1994, pp. 146–159. 59

[160] **TAYLOR** (G.I.). – The shape and acceleration of a drop in a high speed air stream. *Dans : The scientific papers of G.I. Taylor – vol. III*, éd. par Batchelor (G.K.), pp. 457–464. – Cambridge University Press, 1963. 41

[161] **THEODORAKAKOS** (A.) et **BERGELES** (G.). – Simulation of sharp gas-liquid interface using VOF method and adaptative grid local refinement around the interface. *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, vol. 45, 2004, pp. 421–439. 58

[162] **THOMPSON** (K.W.). – Time dependent boundary conditions for hyperbolic systems. *J. Comp. Phys.*, vol. 68, 1987, pp. 1–24. 91

[163] **TRUCHOT** (B.). – *Modélisation des jets de carburants liquides dans les moteurs par une approche eulérienne.* – Rapport technique, IFP, 2004. 113

[164] **TRUCHOT** (B.), **BENKENIDA** (A.) et **MAGNAUDET** (J.). – An eulerian approach for spray modelling in internal combustion engines. *Dans : 19th International Conference on Liquid Atomization and Spray Systems.* pp. 350–355. – Nottingham, Royaume-Uni, 2004. 54

[165] **TRYGGVASON** (G.), **BUNNER** (B.), **ESMAEELI** (A.), **JURIC** (D.), **AL-RAWAHI** (N.), **TAUBER** (W.), **HAN** (J.), **NAS** (S.) et **JAN** (Y.J.). – A front-tracking method for the computations of multiphase flow. *J. Comp. Phys.*, vol. 169, 2001, pp. 708–759. 60, 178

[166] **UNVERDI** (H.) et **TRYGGVASON** (S.). – A front-tracking method for viscous, incompressible, multi-fluid flow. *J. Comp. Phys.*, vol. 100, 1992, pp. 25–37. 60, 178

[167] **VALLET** (A.). – *Contribution à la modélisation de l'atomisation d'un jet liquide haute pression.* – Thèse de Doctorat, Université de Rouen, 1997. 54, 55, 79, 165, 169, 172

[168] **VALLET** (A.) et **BORGHI** (R.). – An eulerian model of atomization of a liquid jet. *Dans : Third International Conference on Multiphase Flow.* – Lyon, France, 1998. 54, 145, 155, 169

[169] **VAN LEER** (B.). – Towards the ultimate conservative difference scheme. V. A second-order sequel to Godunov's method. *J. Comp. Phys.*, vol. 32, 1979, pp. 101–136. 92

[170] **VASILIEV** (O.F.). – Problems of two-phase flow theory. *Dans : Proc. Thirteenth Congress of the International Association for Hydraulic Research*, pp. 39–84. – Kyoto, Japon, 1969. 66

[171] **VERHOEVEN** (D.), **VANHEMELRYCK** (J.L.) et **BARITAUD** (T.). – Macroscopic and ignition characteristics of high-pressure sprays of single-component fuels. *SAE 981069*, 1998. 19, 21, 22, 177

[172] **WALLIS** (G.B.). – *One-dimensional two-phase flow.* – Mc Graw-Hill, 1969. 51, 63, 71, 164, 176

[173] **WANG** (Q.X.), **YEO** (K.S.), **KHOO** (B.C.) et **LAM** (K.Y.). – Strong interaction between a buoyancy bubble and a free surface. *Theoret. Comput. Fluid Dynamics*, vol. 8, 1996, pp. 73–88. 121

[174] **WEBER** (M.). – Die Grundlagen der Ähnlichkeitsmechanik und ihre Verwendung bei Modellversuchen. *Jahrbuch der Schiffbautechnischen Gesellschaft*, vol. 20, 1919, pp. 355–477. 28

[175] **WINKLHOFER** (E.). – Velocities and structure of atomizing Diesel sprays. *Dans : 13th ILASS Proceedings*, pp. 89–93. – Florence, Italie, 1997. 37

[176] **WU** (K.J.), **SU** (C.C.), **STEINBERGER** (R.L.), **STANTAVICCA** (D.A.) et **BRACCO** (F.V.). – Measurements of the spray angle of atomizing jets. *Journal of Fluid Engineering*, vol. 105, 1983. 32, 34, 35, 36

[177] **WU** (P.K.) et **FAETH** (G.M.). – Aerodynamic effects on primary breakup of turbulent liquids. *Atomization and Sprays*, vol. 3, 1993, pp. 265–289. 34

[178] **WU** (P.K.), **RUFF** (G.A.) et **FAETH** (G.M.). – Primary breakup in liquid/gas mixing layers. *AIAA–91–0285*, 1991. 34, 35

[179] **WU** (P.K.), **TSENG** (L.K.) et **FAETH** (G.M.). – Primary breakup in gas/liquid mixing layers for turbulent liquids. *Atomization and Sprays*, vol. 2, 1992, pp. 295–317. 34, 35

[180] **ZALESKI** (S.), **LI** (J.), **SUCCI** (S.), **SCARDOVELLI** (R.) et **ZAETTI** (G.). – Direct numerical simulation of flows with interfaces. *Dans : Second International Conference on Multiphase Flow.* – Kyoto, Japon, 1995. 59, 178

[181] **ZHANG** (Y.L.), **YEO** (K.S.), **KHOO** (B.C.) et **CHONG** (W.K.). – Three-dimensional computation of bubbles near a free surface. *J. Comp. Phys.*, vol. 146, 1998, pp. 105–123. 121

[182] **ZOLVER** (M.), **KLAHR** (D.), **BOHBOT** (J.), **LAGET** (O.) et **TORRES** (A.). – Reactive CFD in engines with new unstructured parallel solver. *Oil & Gas Science and Technology*, vol. 58, n° 1, 2003, pp. 33–46. 96