



HAL
open science

La structure par terme des prix des matières premières

Delphine Lautier

► **To cite this version:**

Delphine Lautier. La structure par terme des prix des matières premières. Gestion et management. Université Paris Dauphine - Paris IX, 2004. tel-00152993

HAL Id: tel-00152993

<https://theses.hal.science/tel-00152993>

Submitted on 8 Jun 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE PARIS IX DAUPHINE

HABILITATION A DIRIGER LES RECHERCHES

<p>LA STRUCTURE PAR TERME DES PRIX DES MATIERES PREMIERES</p>
--

Delphine LAUTIER

MAITRE DE CONFERENCES

LABORATOIRE D'ACCUEIL : CEREG

Coordinateur des travaux :

Yves SIMON, Professeur, Université Paris-IX

Rapporteurs :

Michel ALBOUY, Professeur, Université Pierre Mendès-France

Pierre BATTEAU, Professeur, Université Aix-Marseille

Membres du jury :

Edith GINGLINGER, Professeur, Université Paris-IX

Jacques HAMON, Professeur, Université Paris-IX

Michel LEVASSEUR, Professeur, Université de Lille-II.

11 FEVRIER 2004

TABLE DES MATIERES

Introduction	4
---------------------------	----------

Première partie. Analyse théorique de la structure par terme	11
---	-----------

1. L'origine de l'analyse de la structure par terme des prix des matières premières : les théories traditionnelles	11
1.1. La théorie du déport normal	11
1.2. La théorie du stockage.....	12
2. « <i>Segmentation in the crude oil term structure</i> »	14
2.1. L'adaptation des théories traditionnelles au long terme	14
2.2. Les tests de l'hypothèse de segmentation.....	16
2.3. Les résultats empiriques	17
3. L'analyse dynamique de la structure par terme des prix	18
3.1. L'effet Samuelson	19
3.2. Le déport sur le marché du pétrole brut.....	20
3.3. « <i>Term structure models of commodity prices: elaboration and improvement</i> ».....	21
3.4. « <i>La volatilité des prix des matières premières</i> »	23

Deuxième partie. Modèles de structure par terme des prix des matières premières	26
--	-----------

1. L'état des recherches sur les modèles de structure par terme des prix des matières premières	26
1.1. Les modèles à un facteur	27
1.1.1 Le mouvement brownien géométrique.....	27
1.1.2. Le processus de retour vers une valeur moyenne	29
1.1.3. Les hypothèses relatives au <i>convenience yield</i>	30
1.2. Les modèles à deux facteurs.....	30
1.2.1. Le <i>convenience yield</i>	30
1.2.2. Le prix à long terme	32
1.3. Les modèles à trois facteurs	34
2. Le modèle asymétrique	35
2.1. Un modèle à deux facteurs	35
2.2. Un modèle avec le <i>convenience yield</i> pour second facteur	36
2.3. L'hypothèse d'asymétrie du <i>convenience yield</i>	38
2.4. La modélisation retenue	41

Troisième partie. Performances empiriques des modèles de structure par terme	44
1. « <i>Trois modèles de structure par terme des prix du pétrole brut : une comparaison</i> »	44
1.1. Les simulations du modèle de Brennan et Schwartz (1985)	45
1.2. Les simulations du modèle de Schwartz (1997)	46
1.3. Les simulations du modèle asymétrique.....	47
2. Les performances empiriques des modèles de structure par terme	50
2.1. Les travaux de nature méthodologique.....	50
2.1.1. « <i>Simple and extended Kalman filters : an application to term structures of commodity prices</i> »	51
2.1.2. « <i>Filtering in finance</i> »	53
2.2. Les résultats des tests empiriques.....	54
2.2.1. Les caractéristiques communes aux tests des modèles de structure par terme	55
2.2.2. « <i>Un modèle des prix à terme des matières premières avec rendement d'opportunité asymétrique</i> »	55
 Quatrième partie. Les applications des modèles de structure par terme.....	61
1. Les stratégies de couverture dynamique.....	61
1.1. « <i>Les opérations de Metallgesellschaft sur les marchés à terme de produits pétroliers : spéculation ou couverture ?</i> »	62
1.2. « <i>Liquidity in the commodity futures markets and the efficiency of hedging strategies</i> »	64
1.3. « <i>Dynamic hedging strategies and commodity risk management</i> »	65
2. La valorisation.....	65
2.1. « <i>Les options réelles : une idée séduisante – un concept utile et multiforme – un instrument facile à créer mais difficile à valoriser</i> ».....	66
2.2. « <i>Valuation of an oil field using real options and the information provided by term structures of commodity prices</i> »	66
2.3. « <i>Valuation of commodity stocks using the theory of real options</i> »	68
 Conclusion.....	69
 Bibliographie.....	71
 Publications.....	77

INTRODUCTION

Les travaux présentés dans ce mémoire d'habilitation à diriger les recherches ont pour objet de répondre aux besoins et aux questionnements de certains acteurs : les grandes entreprises, plus particulièrement celles du secteur énergétique. Ils offrent à ces entreprises des outils ou des méthodes leur permettant de se protéger contre les risques auxquels elles sont exposées, de gérer leurs stocks et de valoriser des projets d'investissement. Par extension, ces recherches ont un intérêt pour toutes les entreprises qui produisent, vendent ou utilisent des matières premières et pour les institutions financières qui les financent.

Ces travaux sont centrés sur l'étude de la structure par terme des prix des matières premières. Cet objet de recherche présente deux caractéristiques. En premier lieu, il s'intéresse aux relations de prix inter-temporelles, ce qui implique le recours à des concepts spécifiques de la finance. En second lieu, il est appliqué à des marchés bien caractéristiques, les marchés de matières premières, ce qui suppose d'adapter l'analyse menée à ce contexte particulier.

Temps et risque

La structure par terme est la relation associant, à un instant donné, des prix correspondant à des maturités différentes. Cette notion apparaît en finance dès que coexistent, pour un même actif, des valorisations pour plusieurs échéances. Elle se manifeste ainsi dans de nombreux domaines : taux d'intérêt, taux de change, prix des matières premières, indices boursiers, marges de crédit...

Quel que soit l'actif concerné, certains concepts interviennent nécessairement dans l'analyse de la structure par terme. Le premier de ces concepts est naturellement le temps. A travers la structure par terme, c'est en effet un processus d'allocation temporelle des biens qui est exploré. Ce processus dépend du comportement adopté par les agents face à une contrainte qui les affecte tous : la rareté de la ressource temps. Dès lors interviennent d'autres notions, telle que l'actualisation et l'évaluation des investissements ainsi que, dans un monde caractérisé par l'incertitude, le risque. S'intéresser à la notion de structure par terme, c'est donc, d'une certaine manière, explorer les deux concepts fondamentaux de la finance que sont le temps et le risque.

Ces concepts sont abordés au moyen d'instruments que sont les prix (que ces derniers se présentent en tant que tels ou sous la forme de taux de change, de taux d'intérêt, de marges de crédit... ce sont toujours des prix). Les prix présentent deux avantages indéniables : ils synthétisent à eux seuls un important volume d'information et ils autorisent les comparaisons. A ce titre, naturellement, ils peuvent également apparaître comme réducteurs. Bien des variables autres que les prix seraient en effet susceptibles d'être intégrées dans des recherches en gestion. Pour ne prendre que l'exemple du pétrole, au cœur des travaux présentés dans ce mémoire, il est clair que les modèles de prix, pour un horizon éloigné, dépendent vraisemblablement de variables telles que l'évolution des technologies, les

équilibres géopolitiques, le taux de croissance du produit intérieur brut des principaux pays consommateurs.... Or, toutes ces variables sont absentes des modèles qui vont être présentés. J'espère cependant montrer que s'en tenir aux seuls prix n'est pas toujours simple, et que cette approche « réductrice » apporte des résultats très intéressants.

Prix au comptant, prix à terme et prix *forward*

Les prix considérés dans ces travaux se répartissent en trois grandes catégories : les prix au comptant, les prix à terme (*futures prices*) et les prix *forward*. Il est utile de définir ces trois catégories, de justifier leur rôle respectif, et d'expliquer les relations qui les unissent.

Le prix au comptant est une représentation de l'état du marché pour une transaction déterminée, en un lieu géographique et à un instant donnés. Il reflète donc de façon ponctuelle et locale les conditions du marché, sans présager des conditions futures, dans la mesure où une transaction au comptant a un caractère unique et aléatoire.

Le prix à terme (*futures price*) fait quant à lui immédiatement intervenir la notion de temps, car il représente la valeur d'une transaction fixée à une date antérieure à la livraison de la marchandise. De ce fait, il est souvent considéré comme une anticipation du prix au comptant futur. Naturellement, cette anticipation est formulée compte tenu de l'information disponible à une date donnée. Elle est donc susceptible d'évoluer dans le temps, au fur et à mesure que de nouvelles informations surgissent, et ce d'autant plus que l'horizon d'analyse est éloigné. Ainsi, un prix à terme apporte une estimation du prix au comptant futur d'autant plus fiable que l'échéance du contrat est rapprochée. En effet, plus l'échéance d'un contrat à terme approche, et plus diminue l'incertitude concernant les conditions de l'offre et de la demande lors de la livraison. Ce phénomène est dû à la présence d'une passerelle entre le marché du sous-jacent et le marché *futures*, qui crée un lien entre le prix au comptant et le prix à terme, et rend de ce fait possibles des phénomènes de propagation de chocs d'un marché à l'autre, le long de la courbe des prix.

Selon les auteurs, l'information apportée par un prix à terme est considérée ou non comme une anticipation biaisée. Ce débat, présent dans la littérature dès 1930, puisque Keynes s'en fit l'une des parties prenantes, n'a pas encore été résolu à ce jour. Dans ce domaine, les recherches sont en effet rendues difficiles par plusieurs facteurs : elles suscitent des difficultés sur le plan économétrique, car elles font intervenir des variables anticipées, donc non observables ; elles reposent à la fois sur les conditions de fonctionnement du marché (si le marché est efficace, le prix à terme reflètera toute l'information disponible) et sur les hypothèses formulées quant au comportement des opérateurs (si les investisseurs sont rationnels, seule l'information utile transparaîtra dans les transactions et donc dans les prix).

Que l'anticipation soit biaisée ou non (à condition que le biais éventuel soit stable), dans la mesure où un prix à terme est un indicateur du prix au comptant futur, il serait légitime de s'attendre à ce que les travaux présentés dans ce mémoire, centrés sur les prix à terme, évoquent la notion de prévision. Ce n'est pourtant pas le cas. Vouloir utiliser le prix à terme à des fins de prévision, ce serait oublier que ce prix est une anticipation en fonction de l'information *disponible*, cette information étant susceptible de changer très fortement d'une période à l'autre.

Il ne s'agit donc pas de prévoir. Dans ce cas, la question de l'utilité des prix à terme se pose. La réponse est qu'ils offrent bien des services. Ils permettent une valorisation des livraisons futures conditionnelle à l'information disponible, ils améliorent la gestion des stocks, et surtout ils autorisent les opérations de couverture. L'efficacité de ces dernières repose sur le fait que la base, définie comme la différence entre le prix à terme et le prix au comptant, tend à devenir nulle lorsque l'on s'approche de l'échéance du contrat. Par conséquent, il est possible de mettre en place des positions telles qu'en cas de pertes sur le marché de l'actif support, ces pertes soient compensées par un gain sensiblement égal sur le marché à terme et inversement.

Bien que le prix *forward* fasse lui aussi intervenir des considérations de nature inter-temporelles, c'est le prix à terme qui se trouve au centre des recherches sur la structure par terme. Deux raisons expliquent ce phénomène. Premièrement, contrairement au prix *forward*, le prix à terme se réfère à des transactions standardisées en termes de volume, d'échéance, de date de livraison, etc. Par conséquent, les comparaisons inter-temporelles s'en trouvent facilitées. Deuxièmement, le prix à terme est publiquement et gratuitement disponible, et impossible à manipuler faute de quoi le marché à terme correspondant risquerait de s'éteindre. Or, de telles garanties ne peuvent être obtenues pour les prix *forward* : rien n'oblige en effet les opérateurs d'un marché de gré à gré à divulguer toutes les transactions qu'ils effectuent, de telle sorte que la transparence n'est pas assurée.

Bien souvent, le prix *forward* est assimilé au prix à terme. Pourtant, le contrat *forward* est le contrat non standardisé négocié sur le marché de gré à gré, tandis que le contrat *futures* est celui échangé sur les marchés boursiers dotés d'une chambre de compensation. Cette identification est donc effectuée au prix d'une approximation, car les contrats à terme (*futures*) sont soumis à des mécanismes d'appel de marge qui les distinguent des contrats *forward*. La distinction entre les deux instruments s'établit lors de leur valorisation¹. Même si les deux catégories de contrats ont la même fonction économique, celle d'assurer une protection contre le risque de prix, les *futures* peuvent être analysés comme une série de contrats *forward* d'une journée. A travers le mécanisme des appels de marge, les *futures* donnent lieu, entre la conclusion du contrat et son échéance, à des versements monétaires qui sont absents des contrats *forward*. L'assimilation ne peut donc être faite qu'en présence de taux d'intérêt constants. Si les taux fluctuent, le montant des appels de marge s'en trouve affecté, et ceci introduit une différence entre la valeur des deux instruments.

De par l'uniformisation des contrats sur lesquels ils portent, de par leur caractère public et non manipulable, les prix à terme servent souvent de base à la valorisation des contrats sur les marchés physiques, qu'il s'agisse de transactions immédiates (prix au comptant) ou différées (prix *forward*). Ils se trouvent également au cœur de toutes les recherches entreprises sur les marchés dérivés.

Les charmes et les inconvénients des marchés de matières premières

Pourquoi s'intéresser à la structure par terme tout particulièrement dans le domaine des matières premières ? Plusieurs raisons expliquent ce choix.

En premier lieu, si l'on distingue les actifs selon deux grandes familles, les actifs réels et les actifs financiers, il apparaît que non seulement les premiers ont précédé les seconds, mais ils restent

¹ Cox, Ingersoll, Ross, (1981).

aujourd'hui très important. Les actifs financiers n'ont acquis une véritable importance que depuis 1980 environ. Avant cette date, ils étaient beaucoup moins importants que les actifs réels. Les économistes s'intéressaient beaucoup plus à l'investissement qu'aux actifs financiers. Quand ils ne se consacraient pas à l'étude des actifs réels, c'était à la monnaie qu'ils accordaient leur attention. Fisher (1896), par exemple, s'intéresse au taux d'intérêt réel. Keynes (1930) parle quant à lui de l'efficacité marginale du capital et la compare au taux d'intérêt résultant de l'offre et de la demande de monnaie. Par ailleurs, ce même auteur mentionne le taux d'intérêt implicite des actifs réels dans le contexte de l'immobilier.

Aujourd'hui encore, en dépit de l'extraordinaire développement des marchés financiers, les actifs réels constituent encore plus de 50% de la richesse mondiale. Quant aux marchés de matières premières proprement dits, s'ils sont devenus moins importants, en valeur relative, que les marchés dérivés sur instruments financiers, ils sont cependant loin d'être une quantité négligeable, et les volumes de transaction enregistrés ne cessent de progresser. Quelques chiffres² illustrent cette affirmation : en 2002, les transactions enregistrées sur l'ensemble des marchés de contrats à terme de matières premières représentaient 22% des échanges recensés sur les marchés à terme américains, la moitié étant assurée par les contrats sur produits énergétiques. Sur les marchés organisés situés en dehors du territoire américain, l'importance des matières premières reste très significative : en 2002, près de 18,5% des transactions de contrats à terme avaient en effet des matières premières pour sous-jacent. Sur les marchés de gré à gré en revanche, l'importance des dérivés sur matières premières est aujourd'hui marginale. Elle est cependant comparable, contrairement à une idée fréquemment admise, à celle des actions et des indices boursiers.

En deuxième lieu, les matières premières ont longtemps ouvert la voie en terme de recherche puisque ce sont les premiers marchés sur lesquels se sont développées les transactions à terme, en réponse à l'instabilité « naturelle » affectant les produits agricoles, du fait des conditions climatiques. De grands auteurs (Keynes, Kaldor, Weymar, Brennan, Hicks, ...), dans des textes très célèbres, (*Treatise on Money* (1930), *Value and Capital* (1946) ...) se sont très tôt penchés sur ce sujet et la littérature est donc particulièrement riche et intéressante. C'est par exemple dans le domaine des matières premières que Keynes a formulé en 1930, pour la première fois, la notion de structure par terme des prix. Quant à Hicks, dans les chapitres 11 à 13 de *Value and Capital*, il traite simultanément des structures par terme des prix des matières premières et de taux d'intérêt.

En troisième lieu, les marchés de matières premières sont d'une extrême variété : du jus d'orange congelé aux marchés de l'électricité, bien des passages peuvent être réalisés auprès de secteurs présentant leurs caractéristiques et leurs histoires propres. Cette variété est un fameux antidote à l'ennui que pourrait susciter, par exemple, des titres très abstraits tels que les obligations assimilables du Trésor français. En s'intéressant aux matières premières, l'on se trouve confronté aux problèmes de différentiels de qualité, de délais de transport, de coûts de stockage, de capacité d'accueil des ports, de craintes de rupture de l'approvisionnement (pour des raisons aussi diverses qu'un ouragan particulièrement dévastateur, une crise politique dans un pays producteur, ou la rupture accidentelle d'un pipeline), l'on apprend que dans le marché du pétrole les stocks peuvent s'évaporer en route (au sens propre, du fait de la chaleur au cours du transport par bateau, ou au sens figuré car

² Source : Banque des Règlements internationaux, *Quarterly review*.

certaines pays producteurs ont des stocks cachés ou stocks fantômes), qu'une livraison n'a pas pu avoir lieu à temps car deux marins sont tombés à l'eau... On s'aperçoit que le troc existe toujours, et qu'il fait parfois transiter les marchandises par des voies *a priori* incroyablement compliquées... Les exemples de ce type abondent pour donner vie à un monde riche en expériences diverses et pour donner corps à des entreprises variées, allant du « petit » producteur américain de soja au négociant de matières premières implanté sur tous les continents, en passant par les gigantesques firmes de production d'électricité. Tout un pan de l'économie mondiale peut ainsi être abordé. S'intéresser à la structure par terme des matières premières, c'est un des moyens d'associer deux mondes, celui de l'industrie et celui de la finance.

En quatrième lieu, au fur et à mesure de l'évolution des marchés de matières premières, le concept de structure par terme gagne en importance. La maturité des contrats augmente. Pour le marché à terme américain du pétrole brut, ce processus évolutif est allé particulièrement loin car depuis 1997, il existe des contrats à terme pour des maturités allant jusqu'à sept ans. C'est aujourd'hui le plus développé des marchés de matières premières, aussi bien du point de vue de la maturité des transactions que de leur volume. Il fournit des prix publiquement disponibles – c'est-à-dire des signaux potentiellement informatifs et gratuits – là où, dans la plupart des marchés de matières premières, la seule information pour des maturités éloignées est privée et fournie par des prix *forward*. L'existence de ces contrats *futures* à long terme rend donc possible des études empiriques sur les courbes de prix qui n'étaient possibles auparavant qu'avec des prix *forward*. Or, le contenu informationnel des prix *forward* n'est pas toujours exploitable et/ou fiable, (absence de standardisation, particularités du mécanisme de *reporting* des prix). Cette spécificité du marché à terme du pétrole brut explique pourquoi tous les travaux présentés dans ce mémoire se réfèrent à cette matière première. Par ailleurs, même s'il existe aujourd'hui, dans tous les marchés de matières premières, des produits dérivés et des instruments de couverture très variés, les recherches entreprises s'intéressent uniquement aux contrats à terme, afin d'étudier la relation unissant le marché physique au marché papier. Il est néanmoins possible d'étendre l'analyse présentée ici à d'autres marchés et produits dérivés, car la valorisation d'instruments compliqués repose toujours sur la détermination de la structure par terme des prix.

Naturellement, ce qui constitue le charme des matières premières est également à l'origine des difficultés spécifiques à ce domaine. Les marchés de matières premières sont en effet entachés d'imperfections inconnues ailleurs. Celles-ci sont dues aux difficultés liées à la disponibilité et à la fiabilité des données autres que les prix à terme, à l'absence de fongibilité des actifs négociés, laquelle implique la présence d'opportunités d'arbitrage et rend le cadre d'analyse des marchés complets délicat à exploiter. Par ailleurs, les matières premières sont soumises à des phénomènes de saisonnalité dont sont exempts les actifs financiers ... Toutes ces problématiques requièrent une approche adaptée au monde des matières premières, que ce mémoire a pour objectif de présenter, tout en établissant des parallèles entre le monde des matières premières et celui des autres actifs.

Je suis donc intéressée par des problèmes relativement peu traités aujourd'hui, en particulier dans le contexte européen. S'ils sont quelque peu délaissés, c'est sans doute parce qu'ils peuvent s'avérer difficiles à traiter, les matières premières n'offrant pas, loin s'en faut, la même standardisation que les actifs financiers. Pourtant, les actifs réels restent au moins aussi importants que les actifs

financiers et, si l'on considère le cas du seul pétrole, ils le sont certainement plus dans le domaine de la géostratégie.

Organisation du mémoire

Les travaux retenus dans ce mémoire ne sont pas exposés dans leur ordre de parution car j'ai préféré les situer dans un contexte plus général, celui de l'état des recherches actuelles sur la structure par terme des prix des matières premières. Par ailleurs, à l'examen de la liste de mes publications, il est possible de voir que tous les travaux n'ont pas été repris ici. L'idée était de centrer ce mémoire sur les recherches entreprises dans le domaine des matières premières. C'est la raison pour laquelle n'apparaissent pas d'autres publications, en particulier celles de nature pédagogique réalisées dans le champ de la finance internationale et dans le cadre de mon activité d'enseignement. Cela ne signifie pas pour autant que j'accorde moins d'importance à ces travaux. Ils m'ont au contraire permis, à travers les thèmes de la structure par terme et de la gestion des risques, de mieux identifier les passerelles conceptuelles et techniques reliant les matières premières aux autres actifs financiers.

Ce mémoire expose les travaux effectués depuis la thèse de doctorat en les replaçant dans un cadre offrant une vue générale de la littérature sur la structure par terme des prix des matières premières. Il commence par une première partie consacrée à l'analyse théorique de la structure par terme. Pour comprendre la relation entre le prix au comptant et le prix à terme, je me suis tout d'abord intéressée aux théories traditionnelles des prix des matières premières – celle du déport normal et celle du stockage. Développées à l'origine dans un contexte où la notion de structure par terme était moins importante, car la maturité des contrats à terme n'était pas très éloignée, ces théories apparaissent cependant comme limitées lorsque l'horizon d'analyse augmente et que l'on souhaite prendre en considération la totalité de la structure par terme. Un certain nombre de mes travaux a donc pour objectif d'étendre au long terme les théories traditionnelles. Ils visent également à améliorer la compréhension du comportement dynamique de la courbe des prix dans un marché de matières premières.

L'analyse théorique de la structure par terme des prix des matières premières étant effectuée, il était intéressant de se pencher sur la façon d'exploiter ses enseignements à des fins de modélisation. C'est l'objet de la deuxième partie du mémoire, qui présente un nouveau modèle de structure par terme – qualifié de modèle asymétrique – justifie les hypothèses qui le sous-tendent, et le positionne par rapport aux autres modélisations.

La troisième partie a pour objectif d'apprécier la qualité de la modélisation effectuée : elle s'intéresse aux résultats des tests empiriques réalisés à partir des modèles de structure par terme. Des simulations me permettent tout d'abord de souligner l'influence des hypothèses concernant le processus stochastique retenu pour les variables d'état et celle du nombre de variables d'état, dans trois modèles différents. Sont ensuite présentés des travaux de nature méthodologique, développés en réponse aux difficultés d'estimation spécifiques que présentent les modèles de structure par terme des prix des matières premières. Enfin, l'exposé des performances des modèles, c'est-à-dire de leur capacité à reproduire la courbe des prix observée, permet de présenter les résultats empiriques obtenus avec le modèle asymétrique.

Deux applications ont été envisagées dans la littérature pour les modèles de structure par terme des prix des matières premières : la couverture dynamique et la valorisation. En ce qui concerne la couverture, la réflexion relative à l'utilisation de modèles de structure par terme est motivée par la volonté de couvrir des engagements à long terme sur le marché physique à l'aide de contrats à terme d'échéance rapprochée. Les travaux portent alors sur la détermination de la stratégie de couverture à mettre en œuvre et sur l'analyse de son efficacité. Dans le domaine de la valorisation, les modèles de structure par terme ont été utilisés en s'appuyant sur la théorie des options réelles. La plupart des recherches entreprises portent sur la décision d'investissement dans le cadre de matières premières minérales, car le caractère irréversible de l'investissement est particulièrement prononcé pour ces dernières. Mes travaux de recherche se sont intéressés à chacune de ces deux applications. Celles-ci ont fait l'objet de plusieurs publications. Elles sont également le sujet de recherches en cours et sont à l'origine de plusieurs projets.

Cette organisation en quatre parties – analyse théorique, modélisation, tests empiriques et applications – s'inspire de celle de la revue de la littérature intitulée « *Term structure models of commodity prices : a review* » (Lautier, 2003 c). C'est en effet à partir de ce schéma que cet article recense les principales contributions actuelles sur les modèles de structure par terme des prix des matières premières.

PREMIERE PARTIE. ANALYSE THEORIQUE DE LA STRUCTURE

PAR TERME

Les théories traditionnelles des prix des matières premières – la théorie du déport normal et la théorie du stockage – et l'explication qu'elles offrent de la relation entre les prix au comptant et à terme, constituent le point de départ de l'analyse théorique de la structure par terme des prix des matières premières. Ces deux théories apportent en effet des éléments d'explication essentiels de la relation de prix, lesquels seront ensuite réemployés lors de l'élaboration de modèles de structure par terme. Les travaux de recherche que j'ai entrepris m'ont cependant amenée à les critiquer, car elles proposent une analyse à court terme. Pour prendre en considération l'ensemble de la structure par terme, il est en effet nécessaire d'étendre au long terme les théories traditionnelles. C'est dans ce contexte que s'inscrit l'article intitulé « *Segmentation in the crude oil term structure* ».

L'extension au long terme de l'analyse de la relation de prix permet de mettre en évidence que tous les prix à terme ne sont pas déterminés par les mêmes facteurs et, par conséquent, ne se comportent pas de la même façon. Face à un tel phénomène, il est légitime de s'interroger sur les causes expliquant la dynamique de la structure par terme. C'est à cette question que s'intéresse le travail publié en octobre 2002 en collaboration avec Alain Galli et intitulé « *Term structure models of commodity prices : elaboration and improvement* ». Enfin, il est possible de s'interroger sur l'évolution des mouvements des prix dans le temps. C'est sur ce thème qu'est centré l'article rédigé en 2003 avec Yves Simon, ayant pour titre : « *La volatilité des prix des matières premières* ».

1. L'ORIGINE DE L'ANALYSE DE LA STRUCTURE PAR TERME DES PRIX DES MATIERES

PREMIERES : LES THEORIES TRADITIONNELLES

Les théories du déport normal et du stockage sont traditionnellement utilisées pour expliquer la relation entre le prix au comptant et le prix à terme dans les marchés de matières premières. Tandis que première est centrée sur l'analyse des positions de couverture et sur la fonction de transfert de risque du marché à terme, la seconde propose une explication basée sur les coûts de stockage. Les différents déterminants du prix à terme, dans le contexte de la théorie du stockage, sont le prix au comptant, le *convenience yield* et le coût de stockage. Ce dernier inclut le coût de stockage pur et le coût de financement.

1.1. La théorie du déport normal

Keynes a introduit la théorie du déport normal en 1930. Brièvement résumée, cette thèse précise que dans des conditions normales de fonctionnement, le marché à terme de matière première est caractérisé par un prix *forward* inférieur au prix au comptant :

"...in normal conditions the spot price exceeds the forward price i.e. there is backwardation. In other words, the normal supply price on the spot includes

remuneration for the risk of price fluctuation during the period of production, whilst the forward price excludes this.”³

La relation associant ces deux prix est due à l'importance relative des positions longues et courtes dans le marché à terme. La première hypothèse de la théorie est que les positions courtes sont inférieures aux positions longues. La présence de spéculateurs est alors nécessaire pour pallier ce déséquilibre. Cependant, pour que les spéculateurs interviennent, il faut qu'il y ait une différence entre le prix à terme et le prix au comptant futur anticipé à la date de livraison du contrat. C'est la seconde hypothèse de la théorie. La présence d'une prime de risque positive associée au prix au comptant futur explique la différence entre le prix au comptant et le prix à terme. Cette prime rémunère les spéculateurs pour les risques qu'ils supportent dans le cadre de leur activité.

A ce jour, la théorie du déport normal n'a jamais pu être catégoriquement validée ni rejetée. Dusak (1973), Bodie et Rosansky (1980), Richard et Sudaresan (1981), ainsi que Bessembinder (1993) ont par exemple employé le modèle d'équilibre des actifs financiers, dans sa version statique ou intertemporelle, pour examiner la prime de risque associée aux contrats à terme. Ils ont tous obtenu des résultats contradictoires. Plus généralement, les critiques soulevées à l'encontre de la théorie du déport normal soutiennent que si elle existe, il y a peu de chances pour que la prime soit positive et constante. En effet, la position de couverture nette dans un marché à terme de matière première n'est pas toujours une position courte. De plus, l'aversion au risque des opérateurs n'est pas nécessairement constante. Par conséquent, les tests empiriques réalisés pour valider la théorie sont contradictoires : pour le même marché, mais sur des périodes différentes, ils peuvent conclure à la présence d'un déport normal ou, à l'inverse, d'un « report normal ».

1.2. La théorie du stockage

Pour comprendre les relations unissant le prix au comptant aux prix à terme dans les marchés de matières premières, la théorie du stockage s'intéresse aux raisons expliquant la détention de stocks physiques. L'analyse des opérations d'arbitrage entre le marché physique et le marché à terme permet de comprendre les mécanismes à l'origine de situations de déport ou de report. Elle montre également que la base évolue différemment lorsqu'elle est positive ou négative. En effet, le report est limité aux coûts de stockage entre la date actuelle et celle d'expiration du contrat. Une telle limite n'existe pas pour le déport.

Lorsque les stocks physiques sont invoqués pour expliquer la relation entre le prix au comptant et le prix à terme, l'interprétation du déport devient délicate. Si le prix à terme correspond au prix au comptant augmenté de coûts de stockage, comment expliquer que parfois, le prix à terme est inférieur au prix au comptant ? Le concept de *convenience yield*, introduit par Kaldor en 1939, apporte une réponse à cette question. Le *convenience yield* peut être brièvement défini comme le revenu implicite associé à la détention de stocks. Posséder des marchandises permet en effet d'éviter les coûts associés à des commandes fréquentes et évite le coût d'attente de la livraison :

“In normal circumstances, stocks of all goods possess a yield, measured in terms of themselves, and this yield which is a compensation to the holder of stocks, must be

³ Keynes (1930).

deducted from carrying costs proper in calculating net carrying cost. The latter can, therefore, be negative or positive.”⁴

De plus, comme l’a souligné Brennan (1958), les stocks donnent la possibilité de tirer parti de hausses non anticipées de la demande :

“The convenience yield is attributed to the advantage (in terms of less delay and lower costs) of being able to keep regular customers satisfied or of being able to take advantage of a rise in demand and price without resorting to a revision of the production schedule.”

Ces définitions montrent que le *convenience yield* est élevé lorsque les stocks sont rares, parce que la détention de stocks est alors plus appréciée. Inversement, le *convenience yield* est faible lorsque les stocks sont abondants. Enfin, le *convenience yield* est positivement corrélé au prix au comptant, qui est lui-même élevé lorsqu’il y a pénurie de stocks, et vice versa.

Une partie importante de la recherche sur la théorie du stockage a été consacrée à définir et à analyser le *convenience yield*. Ce concept est central pour l’analyse de la structure par terme des prix des matières premières. Dans le contexte d’autres marchés financiers, le *convenience yield* correspond au coupon associé aux obligations, ou aux dividendes apportés par une action.

La théorie du déport normal, et plus particulièrement la théorie du stockage, constituent la base théorique nécessaire à l’élaboration de modèles de structure par terme des prix des matières premières. En effet, elles apportent des conclusions utiles pour la construction d’un tel modèle. Premièrement, l’étude de la relation entre le prix au comptant et le prix à terme permet l’identification d’au moins trois variables influençant le prix à terme : le prix au comptant, le *convenience yield* net des coûts de stockage, et le taux d’intérêt implicitement inclus dans les coûts de financement. Deuxièmement, le *convenience yield* et le prix au comptant sont positivement corrélés : tous deux sont une fonction inverse du niveau des stocks. Troisièmement, l’examen des relations d’arbitrage entre les marchés physique et papier montre que la base a un comportement asymétrique : en report, son niveau est limité aux coûts de stockage. Ce n’est pas le cas en report. Par ailleurs, la base est stable en report et volatile en déport car dans ce cas, les stocks ne peuvent absorber les fluctuations de prix, comme le montrera la deuxième partie de ce mémoire. Ces différents éléments ont été exploités dans le cadre de modèles de structure par terme.

Les principaux développements concernant les théories traditionnelles des prix des matières premières ont été introduits à une époque où l’horizon des transactions sur les marchés à terme de matières premières était rarement supérieur à un an. Par conséquent, l’analyse de la relation de prix ayant été conçue pour le court terme, il faut l’adapter pour permettre une analyse à long terme.

⁴ Kaldor (1939).

2. « *SEGMENTATION IN THE CRUDE OIL TERM STRUCTURE* » LAUTIER (2003 B)

La première analyse globale de la structure par terme des prix des matières premières est attribuable à Gabillon (1995). Cette analyse purement théorique se réfère implicitement à la théorie de l'habitat préféré et aux problèmes de segmentation temporelle proposés à l'origine dans le cadre des marchés de taux d'intérêt. Mon travail se situe dans le prolongement direct de celui de Gabillon. Il apporte trois contributions. En premier lieu, tout en mettant en perspective l'analyse de cet auteur par rapport aux travaux réalisés antérieurement, dans le domaine des taux comme dans celui des matières premières, l'article montre la filiation unissant cette analyse de la structure par terme et les théories traditionnelles des prix des matières premières. En deuxième lieu, la théorie de Gabillon suggérant que des forces de marchés différentes déterminent les prix à court et à long terme, l'article s'interroge quant à l'éventuelle présence d'une segmentation temporelle de la structure par terme et offre une méthode permettant de tester empiriquement cette hypothèse. En troisième lieu, à l'aide d'une étude empirique réalisée sur le marché du pétrole brut, ce travail permet de valider l'hypothèse de segmentation, tout en mettant en évidence un processus de maturation des marchés, et une évolution vers une plus grande intégration inter temporelle du marché.

Cet article constitue à ma connaissance la première tentative d'exploration de la dimension temporelle de l'intégration dans un marché de matières premières. D'autres travaux relatifs à l'intégration avaient en effet été réalisés au préalable dans ce domaine (Kleit (2001), Milonas et Henker (2001)), mais ils s'intéressaient toujours à la dimension spatiale du problème.

2.1. L'adaptation des théories traditionnelles au long terme

L'article se pose tout d'abord la question des modifications à apporter aux théories traditionnelles pour les rendre compatibles avec un horizon de long terme. Cette extension de l'analyse s'avère relativement naturelle dans le cas de la théorie du déport normal, à condition de se libérer du cadre d'analyse keynésien, trop rigide. En revanche, l'extension n'est pas aussi simple pour la théorie du stockage car dans ce cas, il ne suffit pas de lever des hypothèses simplificatrices. De nouveaux facteurs explicatifs de la relation de prix doivent être introduits.

L'analyse keynésienne peut être étendue assez simplement. Lorsque l'ensemble de la courbe des prix est considéré, l'éventuelle présence simultanée de reports et de déports le long de la courbe peut en effet être expliquée par un surplus d'offre ou de demande de contrats à terme pour des maturités spécifiques. Afin de pallier ces déséquilibres, une prime de risque est offerte aux spéculateurs acceptant de prendre une position sur le marché à terme compensant, pour chaque maturité, la position nette des autres opérateurs. Comme dans la théorie de l'habitat préféré développée pour les taux d'intérêt (Modigliani et Sutch (1966)), la structure par terme des prix des matières premières peut alors être considérée comme une succession de segments de différentes maturités. Une telle extension de l'analyse keynésienne revient bien sûr à lever les hypothèses concernant le signe et le niveau de la prime de risque. Dans ce contexte, il existe alors plusieurs déséquilibres entre l'offre et la demande de contrats à terme et chaque segment de la courbe des prix est supposé satisfaire un besoin économique spécifique. Par conséquent, toutes les catégories d'opérateurs n'interviennent pas nécessairement sur toutes les maturités. Le niveau de la prime qu'ils

sont prêts à payer et le sens du déséquilibre entre position longue et position courte peuvent différer selon les segments. Ainsi, la prime de risque devient une fonction de la maturité. Enfin, pour prendre en compte les éventuelles distorsions de la courbe des prix, cette prime doit pouvoir varier en fonction de la période, lorsque les anticipations et l'aversion au risque des opérateurs évoluent. Ici, toute la question est de savoir si les primes de risque sont suffisamment volatiles pour expliquer la fréquence et l'ampleur de certaines modifications de courbes.

Quant à la théorie du stockage, celle-ci prend *a priori* en considération l'existence d'une structure par terme constituée de reports et de déports. Ce phénomène est dû à la présence d'une saisonnalité de l'offre ou de la demande pour certaines matières premières. Par exemple, la coexistence d'un déport sur les échéances rapprochées avec un report sur les maturités éloignées peut être interprétée de la façon suivante, dans le cas des matières premières agricoles. A la fin de l'année de récolte, les stocks atteignent leur niveau le plus bas et les prix à terme pour une livraison avant et après la récolte reflètent alors deux situations différentes : puisqu'il y a peu de stocks pour les livraisons prévues avant la récolte, les prix à terme correspondant à ces maturités sont en déport. En revanche, les prix pour les livraisons après la récolte sont simultanément en report. Ainsi, la théorie du stockage se prête *a priori* aisément à une analyse inter-temporelle des relations de prix. Cependant, lorsque la date d'expiration du contrat excède un ou deux cycles de production, on peut se demander si les facteurs explicatifs de cette théorie restent valables. En effet, de nouvelles questions émergent. Lorsque l'horizon d'analyse augmente, peut-on considérer les pénuries de stocks comme autre chose qu'un accident imprévisible ? N'est-il pas possible d'invoquer, pour le long terme, des facteurs autres que les coûts de stockage et le *convenience yield* pour expliquer la forme et le comportement de la structure par terme des prix ?

Gabillon (1995) fut le premier à apporter une réponse positive à cette dernière question. La richesse de son analyse réside dans le fait qu'elle repose à la fois sur la théorie du déport normal et sur la théorie du stockage. L'auteur propose de séparer la structure par terme des prix du pétrole brut en deux segments distincts, reflétant chacun un comportement économique spécifique de la part des opérateurs. Le premier segment, correspondant aux maturités les plus courtes (du 1^{er} au 18^{ème} mois) serait surtout utilisé pour la couverture. Par conséquent, la production, la consommation, le niveau des stocks et la crainte des ruptures d'approvisionnement seraient les facteurs explicatifs les plus importants de la relation de prix. Pour des maturités plus éloignées, au contraire, les facteurs explicatifs changeraient. Les taux d'intérêt, l'inflation anticipée et les prix des énergies concurrentes détermineraient les prix à terme. Dans ce cas, l'information apportée par les prix serait utilisée pour l'investissement.

Ainsi, sans le mentionner, Gabillon se réfère implicitement à la théorie de l'habitat préféré : dans ce contexte, les agents sont en effet spécialisés dans la détention de certains sous-ensembles de maturités et ils sont réticents à modifier leur portefeuille pour tirer profit d'éventuelles opportunités d'arbitrage. Ces dernières ne sont donc pas exploitées. Par ailleurs, en suggérant que des forces de marchés différentes déterminent les prix à court et à long terme, l'auteur suscite une interrogation quant à la présence d'une éventuelle segmentation de la structure par terme.

Mon article soulève cette hypothèse et propose de la tester, en explorant la dimension temporelle du marché du pétrole brut et en examinant le contenu informationnel de la structure par

terme. Sur le plan pratique, l'intérêt d'un tel travail est d'améliorer l'efficacité des opérations reposant sur l'existence d'une relation entre des prix à terme de maturité différente. Deux types d'opérations sont concernées : en premier lieu, les stratégies de couvertures « en pile » recourant à des contrats à terme de maturité rapprochée pour protéger contre le risque de prix des positions à long terme sur le marché physique ; en second lieu, les opérations de valorisation des réserves pétrolières ou minières. L'efficacité de telles opérations, qui seront présentées plus en détail en quatrième partie de ce mémoire, est en effet affectée par l'existence de différences dans le contenu informationnel des prix.

2.2. Les tests de l'hypothèse de segmentation

Pour tester l'hypothèse de segmentation du marché du pétrole brut, il était nécessaire de commencer par proposer une définition de la segmentation reposant sur une approche informationnelle du problème. J'ai défini la segmentation comme une situation dans laquelle différentes parties de la structure par terme sont totalement déconnectées les unes des autres. Du fait de la segmentation, la courbe des prix doit être séparée en plusieurs parties – deux si l'analyse de Gabillon s'avère exacte, mais peut-être plus – et l'information apportée par un prix doit changer de nature avec la maturité du contrat. La validation de cette hypothèse est utile pour la compréhension du comportement des prix et pour l'utilisation des modèles de structure par terme comme outils de management.

Pour étudier le degré d'intégration temporelle du marché du pétrole brut, l'étude s'appuie sur une base de données particulièrement riche, puisqu'elle inclut des prix à terme pour des échéances de livraison très éloignées (allant jusqu'à sept ans). A ma connaissance, à ce jour, seuls Cortazar et Schwartz (2003) ont eu recours à de telles données. Pour estimer la valeur informationnelle des prix à terme du pétrole brut en fonction de leur maturité, les tests empiriques s'appuient sur le modèle de structure par terme développé par Schwartz en 1997. La qualité de ce modèle, largement mise en évidence à l'occasion de plusieurs études réalisées sur des marchés et des périodes différentes, et sa (relative) simplicité d'utilisation en font, à ce jour, une référence. L'étude suppose que les performances de ce modèle (c'est-à-dire sa capacité à reproduire la courbe des prix observée) dépendent de la valeur informationnelle des prix retenus pour l'estimation de ses paramètres. En d'autres termes, les paramètres du modèle sont supposés capter la valeur informationnelle des prix utilisés pour les obtenir. Ces paramètres sont obtenus à l'aide d'un filtre de Kalman. Cette méthode, qui est présentée en deuxième partie de ce mémoire, permet de résoudre le problème posé par la présence de variables non observables dans le modèle de structure par terme utilisé.

Afin de mesurer leur contenu informationnel, plusieurs ensembles de prix à terme de maturités diverses sont sélectionnés puis utilisés pour l'estimation des paramètres. Chaque ensemble réunit quatre maturités⁵. Les paramètres obtenus sont ensuite utilisés pour déterminer, à chaque date d'observation, les prix à terme correspondants (d'abord pour les quatre maturités sélectionnées, ensuite pour les autres prix à terme). Ces prix à terme constituent une courbe théorique associée à un ensemble informationnel donné. A partir de critères de performances préalablement définis, cette courbe est enfin comparée à celle observée empiriquement à la même date. Une telle comparaison, réalisée sur l'ensemble de la période d'étude, permet de voir si le groupe de maturités retenu contient

⁵ Ce nombre a été choisi parce qu'il accroît la stabilité de la procédure d'estimation des paramètres.

suffisamment d'information pour reconstituer correctement la courbe. La répétition de ce test avec différents ensembles de maturités permet de voir si certaines maturités conduisent à de meilleures performances que d'autres, donc si certaines maturités fournissent plus d'information que d'autres.

Pour estimer les paramètres, sept groupes de prix à terme de maturités différentes sont retenus. Le premier regroupe l'extrémité courte de la courbe des prix (un à quatre mois), tandis que le second s'intéresse aux maturités les plus éloignées (quatre à sept ans). Le troisième rassemble quant à lui ces deux extrémités, en retenant des prix régulièrement distribués le long de la courbe. Les quatre autres groupes se rapportent enfin à des maturités différemment réparties, en retenant l'extrémité courte de la courbe, et des prix de maturités plus ou moins éloignées. Chacun des sept jeux de paramètres issus de ces groupes est ensuite utilisé pour reconstituer une courbe de prix théorique, pour des maturités allant de un mois à sept ans. Chaque courbe théorique peut alors être comparée à celle observée empiriquement.

2.3. Les résultats empiriques

Les tests montrent que chaque extrémité de la courbe des prix a un contenu à la fois utile et spécifique. Les différences observées entre ces extrémités sont telles que l'information concentrée sur les maturités les plus proches est totalement inutile pour reconstituer les prix à terme ayant un horizon éloigné. Cette première observation permet de conclure que la courbe des prix du pétrole brut est segmentée. De plus, l'étude montre que d'un point de vue informationnel, il y a trois groupes cohérents de prix à terme : le premier correspond aux maturités allant de 1 à 28 mois ; le deuxième est situé entre 29 et 47 mois ; quant au dernier, il regroupe les maturités comprises entre 4 et 7 ans. Parmi ces trois groupes, deux seulement, le premier et le troisième, ont un contenu informationnel. Par conséquent, la structure par terme des prix est segmentée en trois parties, et la segmentation évolue dans le temps : en 1995, selon Gabillon, elle était située au niveau du 18^{ème} mois, et il n'y avait que deux segments. Depuis cette date cependant, l'intégration du marché a progressé jusqu'au 28^{ème} mois.

Cette évolution peut être expliquée par le processus de maturation du marché du pétrole brut. Depuis 1995, le volume des transactions sur le New York Mercantile Exchange (Nymex) s'est accru, repoussant vers des maturités plus éloignées la frontière des contrats activement échangés. Ce type de phénomène est caractéristique du processus de maturation d'un marché dérivé, et l'on peut s'attendre à ce que la segmentation se déplace vers des maturités plus éloignées dans le futur. Les opérations de swaps initiées dans le marché du gré à gré auront certainement un impact non négligeable dans ce processus. En effet, lorsque des institutions financières vendent ce type de produit, elles commencent par gérer le risque dont leurs clients ont voulu se débarrasser à l'aide d'un livre de swaps, puis transfèrent sur les marchés à terme le risque résiduel. Or, les opérations de swaps impliquent toujours plusieurs maturités successives.

En terme de segmentation, ce qui est spécifique au marché du pétrole, c'est l'introduction, depuis 1997, de contrats à long terme. Ceci a créé un nouveau segment dans la courbe des prix, séparé du segment le plus court par des maturités intermédiaires n'ayant pas de contenu informationnel. Cette extrémité longue de la structure par terme est faiblement connectée aux maturités les plus proches. Ainsi, en dépit de progrès non négligeables vers l'intégration temporelle, cette dernière n'est pas encore acquise dans le cas du marché du pétrole brut.

Les raisons expliquant cette segmentation peuvent probablement être trouvées dans la présence de différentes catégories de participants localisés aux deux extrémités de la courbe : les opérateurs en demande de couverture, agissant sur les maturités courtes, et les investisseurs intervenant sur les prix à long terme. Une liquidité insuffisante empêche vraisemblablement ces opérateurs de quitter leur habitat préféré et d'entreprendre des opérations d'arbitrage entre maturités. La difficulté à initier des opérations *reverse cash and carry*, due au manque de stocks physiques caractérisant les marchés en situation de déport, est un autre facteur explicatif, particulièrement important dans le cas du pétrole. De plus, les règles de fonctionnement du Nymex imposent des restrictions sur les transactions qui peuvent également freiner l'intégration temporelle. Elles stipulent, par exemple, que la position d'un opérateur sur le marché à terme du pétrole brut ne doit pas excéder 20 000 contrats.

La segmentation du marché à terme du pétrole brut a des implications pour la gestion des entreprises. En effet, les modèles de structure par terme sont utilisés pour des besoins de couverture et d'investissement. Cet article montre cependant qu'il faut être extrêmement prudent lorsque l'on utilise un tel modèle pour étendre la courbe des prix. Le modèle ne doit pas seulement être bien adapté aux applications à long terme. L'information utilisée pour son estimation est également cruciale, parce qu'elle altère significativement les performances du modèle. Lorsque le jeu de maturités adéquat est choisi – c'est-à-dire les deux extrémités de la courbe – la capacité du modèle de Schwartz à reproduire les prix à terme pour des maturités longues est excellente. Cependant, le même modèle peut conduire à des prix n'ayant pas de sens sur le plan économique, si les prix à court terme sont employés à la détermination de prix à long terme.

L'analyse théorique de la structure par terme permet de conclure que, n'étant pas tous déterminés par les mêmes facteurs, les prix à terme ont un comportement différent selon leur maturité. Une telle conclusion conduit donc naturellement à l'analyse dynamique de la structure par terme.

3. L'ANALYSE DYNAMIQUE DE LA STRUCTURE PAR TERME DES PRIX

L'analyse dynamique de la structure par terme des prix peut être appréhendée de différentes façons. Le recours à l'« effet Samuelson » est sans doute le moyen plus fréquemment employé. En réalité, cet effet est une conséquence directe du fait que les prix ne sont pas tous affectés par les mêmes facteurs. Par ailleurs, pour comprendre le fonctionnement du marché du pétrole, qui constitue notre champ d'application privilégié, il est nécessaire de mentionner que ce marché est, la majorité du temps, en situation de déport. L'utilisation d'une analyse en composantes principales constitue un autre moyen d'appréhender la dynamique des prix à terme, de façon plus empirique cette fois. Cette méthode statistique permet en effet de réduire les dimensions d'un ensemble de données en contractant l'information qu'il contient, et conduit à l'identification des types de mouvements caractérisant la courbe des prix. L'étude réalisée avec Alain Galli (2002) se réfère à cette méthode. Enfin, dans une perspective historique, il peut être intéressant de montrer comment le comportement dynamique des prix évolue dans le temps. C'est l'objet d'un article rédigé avec Yves Simon (2003).

3.1. L'effet Samuelson

La caractéristique la plus importante de la dynamique de la courbe des prix des matières premières réside probablement dans la différence entre le comportement des prix à court terme et celui des prix à long terme. Les premiers connaissent des fluctuations erratiques, de grande ampleur, alors que les seconds sont relativement stables. Ceci se traduit par une structure décroissante des volatilités le long de la courbe des prix, et par une corrélation entre le prix à terme rapproché et les autres prix qui décline avec la maturité. Le tableau 1 illustre ce phénomène pour les prix du pétrole brut, sur une période de treize ans comprise entre 1989 et 2001, et pour des maturités s'étageant de un à douze mois. Il montre que, quelle que soit l'année retenue, les corrélations entre les prix à terme décroissent régulièrement au fur et à mesure que la maturité augmente.

Tableau 1. Corrélations entre le prix à 1 mois et les prix à terme de 2 à 12 mois, 1989-2001

Corrélations	1/2mois	1/3mois	1/4mois	1/5mois	1/6mois	1/7mois	1/8mois	1/9mois	1/10mois	1/11mois	1/12mois
1989	0,917	0,832	0,758	0,710	0,673	0,639	0,606	0,577	0,551	0,526	0,501
1990	0,993	0,992	0,987	0,980	0,973	0,966	0,959	0,952	0,946	0,940	0,933
1991	0,979	0,929	0,874	0,824	0,782	0,752	0,726	0,708	0,692	0,676	0,661
1992	0,998	0,997	0,995	0,993	0,991	0,989	0,986	0,983	0,979	0,974	0,968
1993	0,998	0,996	0,994	0,992	0,990	0,989	0,987	0,986	0,984	0,981	0,979
1994	0,992	0,980	0,968	0,958	0,948	0,939	0,928	0,917	0,907	0,897	0,887
1995	0,991	0,978	0,966	0,953	0,936	0,917	0,898	0,878	0,856	0,831	0,809
1996	0,967	0,931	0,907	0,895	0,891	0,888	0,885	0,882	0,880	0,876	0,873
1997	0,997	0,993	0,989	0,983	0,974	0,962	0,943	0,914	0,874	0,827	0,776
1998	0,986	0,968	0,951	0,936	0,924	0,916	0,911	0,907	0,903	0,900	0,896
1999	0,999	0,996	0,993	0,991	0,988	0,984	0,982	0,979	0,976	0,973	0,969
2000	0,986	0,966	0,945	0,925	0,904	0,885	0,868	0,853	0,839	0,825	0,811
2001	0,991	0,980	0,973	0,968	0,962	0,958	0,953	0,949	0,946	0,943	0,940
Moyenne	0,984	0,964	0,946	0,931	0,918	0,906	0,895	0,883	0,872	0,859	0,846

Lautier & Simon (2003)

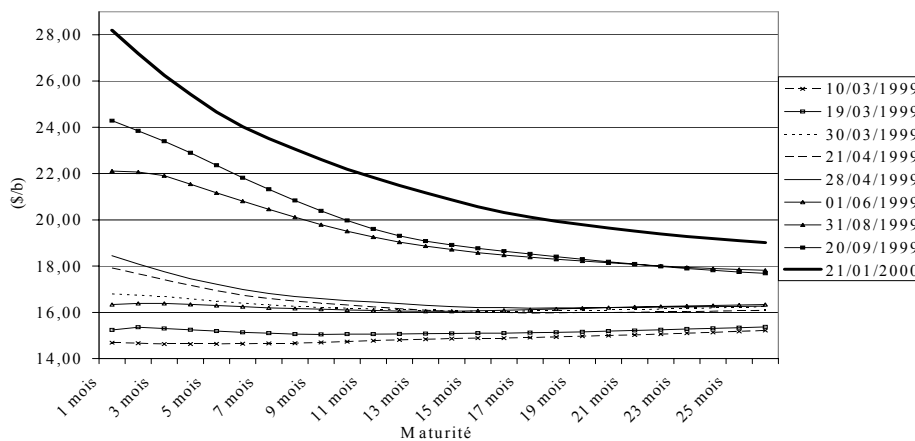
Ce phénomène de décroissance des corrélations est souvent qualifié d'« effet Samuelson ». Intuitivement, il est dû au fait qu'un choc affecte d'autant plus intensément un prix à terme que la maturité du contrat considéré est faible (Samuelson, (1965)). En effet, lorsqu'un contrat à terme parvient à expiration, du fait de la convergence entre le prix au comptant et le prix à terme, le prix de ce contrat réagit beaucoup plus fortement aux chocs informationnels. Ces fluctuations, influençant avant tout la partie à court terme de la courbe, sont dues au marché physique et à des modifications de l'offre et de la demande.

Anderson (1985), Milonas (1986), et Fama et French (1987) ont mis en évidence la présence d'un effet Samuelson pour un nombre important de marchés de matières premières et d'actifs financiers. Deaton et Laroque (1992, 1996) d'une part, Chambers et Bailey (1996) d'autre part, ont quant à eux montré que l'effet Samuelson est une fonction des coûts de stockage. Plus précisément, lorsque le coût de stockage est élevé, les chocs se transmettent assez faiblement par le biais des stocks. Par conséquent, la volatilité des prix à terme diminue rapidement avec la maturité. Enfin, en 1988, Fama et French ont montré que l'effet Samuelson peut parfois être violé sur les maturités les plus proches lorsque les stocks sont abondants. Dans ce cas en effet, les volatilités des prix à terme peuvent

initialement augmenter avec la maturité du contrat, car aucune rupture de stocks n'est envisageable à court terme. L'étude publiée par Lautier et Simon en 2003 montre l'absence d'une telle violation pour le marché du pétrole brut au cours de la période d'étude. Ce résultat est cependant peu surprenant car ce marché, comme nous allons bientôt l'expliquer, est structurellement en situation de déport. De plus, les coûts de stockage du pétrole brut sont élevés.

La figure 1 propose une seconde illustration de l'effet Samuelson. Elle montre en effet comment la courbe des prix du pétrole brut se déforme, à différentes dates situées entre les mois de mars 1999 et de janvier 2000. Les prix à terme sont ceux du contrat West Texas Intermediate (WTI) négocié sur le Nymex. Sur la figure 1, les prix à court terme apparaissent comme nettement plus volatils que les prix à long terme. Ce phénomène est particulièrement clair entre les mois de mars et d'avril 1999, lorsque le report disparaît et que les prix passent en déport. Clairement, cette modification affecte avant tout les prix rapprochés.

Figure 1. Fluctuation des courbes de prix du contrat WTI



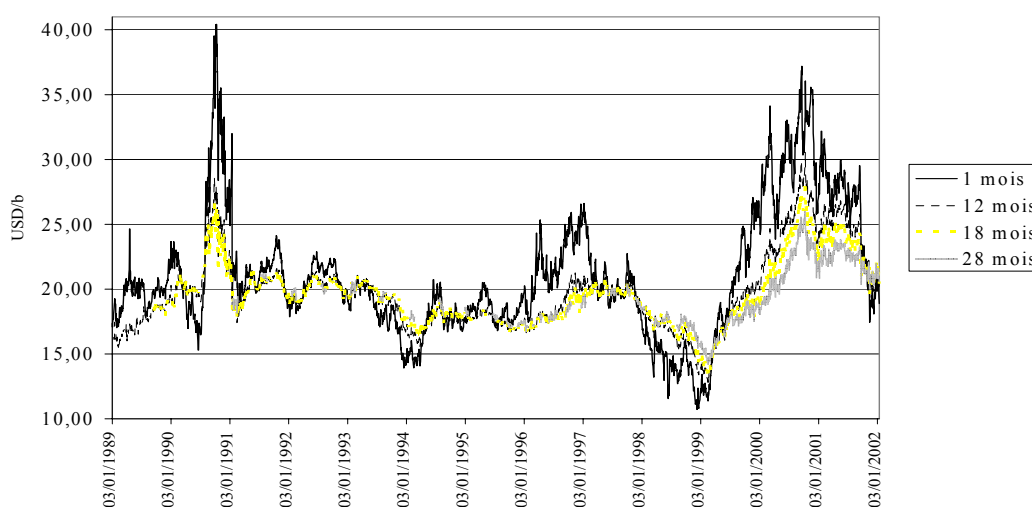
Lautier (2003, c)

3.2. Le déport sur le marché du pétrole brut

Par rapport à d'autres marchés de matières premières, celui du pétrole brut présente la caractéristique d'être la plupart du temps en déport. Ce phénomène est bien connu et de nombreuses études en témoignent (Litzenberg et Rabinowitz (1995), Edwards et Canters (1995), Lautier et Galli (2002, b)). Cette caractéristique explique que le marché du pétrole brut ait été intensivement utilisé pour tester la théorie du déport normal. Cependant les recherches effectuées n'ont pas permis d'expliquer cette prédominance d'une structure inverse sur les marchés pétroliers.

La figure 2 illustre cette caractéristique du marché du pétrole brut. Elle représente les prix à terme quotidiens, au cours de la période 1989-2002, pour quatre maturités s'étageant entre le 1^{er} et le 28^{ème} mois. Le graphique montre une alternance de déports et de reports, mais le déport est la situation la plus fréquente, avec des pics particulièrement importants en 1990, 1997 et 2000.

Figure 2. Prix à terme quotidiens du contrat WTI, 1989-2002



Lautier & Galli (2002, b)

3.3. « Term structure models of commodity prices: elaboration and improvement », Lautier & Galli (2002, b).

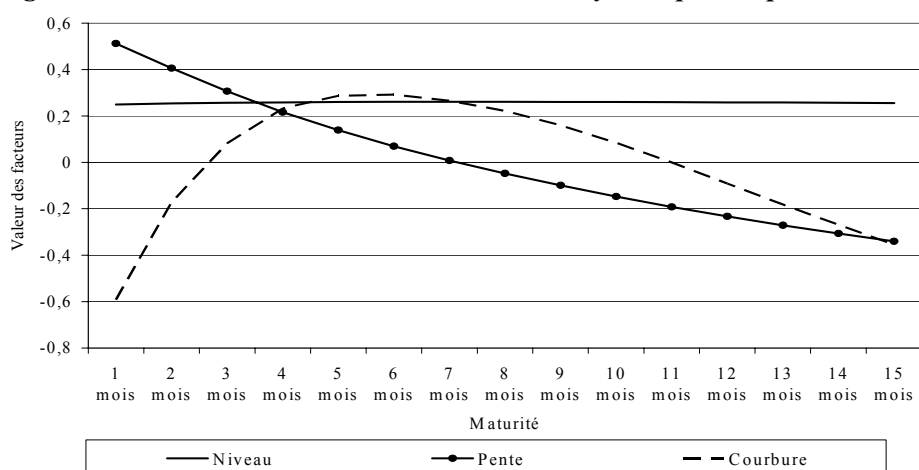
L'analyse en composantes principales est une autre façon d'appréhender empiriquement la dynamique des prix à terme. Cette méthode statistique permet en effet de réduire les dimensions d'un ensemble de données en contractant l'information qu'il contient. Dans un système incluant de nombreuses variables, la plupart du temps, certaines d'entre elles évoluent de concert parce qu'elles sont influencées par les mêmes forces directrices. Et le plus souvent, l'analyse en composantes principales permet de montrer que ces forces sont peu nombreuses.

L'application de l'analyse en composantes principales au marché à terme du pétrole brut nous conduit à trois conclusions. La première confirme les résultats obtenus par d'autres auteurs dans d'autres marchés. Les deuxième et troisième, portant respectivement sur l'évolution de la dynamique des prix sur longue période et sur l'influence de la maturité sur la dynamique, forment en revanche un apport totalement original et constituent les contributions majeures de notre travail.

La première conclusion de notre étude permet de confirmer ce que d'autres avaient observé sur des marchés différents. Dans le domaine des matières premières, l'analyse en composantes principales a en effet été employée par Cortazar et Schwartz en 1994 ainsi que par Tomalsky et Hindanov en 2002. Les premiers de ces auteurs se sont intéressés à la structure par terme des prix du cuivre. Les seconds se sont consacrés au caractère saisonnier du marché des produits pétroliers. Ces études, tout comme la notre, ont conduit à identifier les différents mouvements caractérisant la courbe des prix. Ces derniers, comme le montre la figure 3, sont au nombre de trois. Ils sont relativement simples à décrire : ils correspondent à des déplacements parallèles de la courbe (facteur de niveau), à des déplacements relatifs (facteur de pente), et à des déformations de la courbe (facteur de courbure)⁶.

⁶ Ces types de mouvements ont également été identifiés dans le domaine des taux d'intérêt, en particulier par Litterman et Scheinkman (1991) et par Kueez, Litterman et Scheinkman (1994).

Figure 3. Les trois mouvements caractérisant la dynamique des prix à terme



Lautier & Galli (2002, b)

L'analyse en composantes principales a ensuite permis de déterminer la contribution de chacun de ces facteurs à la volatilité de l'ensemble de la courbe des prix. Dans le cas du pétrole brut, un tel calcul montre que les deux premiers facteurs (niveau et pente) expliquent 99% de la variance totale des prix à terme. Par conséquent, au lieu de prendre en compte tous les prix à terme pour expliquer les mouvements de la courbe des prix, il suffit de s'intéresser à ces deux facteurs.

La deuxième conclusion de notre étude porte sur l'évolution de la dynamique des prix sur longue période. C'est la première étude qui couvre une période aussi longue (treize années, de 1989 à 2001), et qui s'interroge sur le caractère éventuellement structurel des mouvements de la courbe des prix. Les tests montrent que toutes choses égales par ailleurs, les mêmes facteurs (niveau, pente et courbe) se retrouvent tout au long de la période et que leur intensité respective varie peu d'une année à l'autre. Même une période *a priori* particulière, comme celle de la première Guerre du Golfe, ne se distingue pas des autres. Ainsi, même si les corrélations (voir le tableau 1) entre les prix et leur volatilité évoluent dans le temps, il se dégage une structure permanente de la dynamique des prix.

La troisième conclusion est relative à l'impact de la maturité sur la dynamique des prix. L'étude porte également sur des maturités très éloignées : jusqu'à sept ans pour la période 1999-2002. Deux analyses en composantes principales sont comparées sur cette période : la première porte sur des maturités allant de 1 à 18 mois, la seconde comporte toutes les maturités disponibles, de 1 à 84 mois. Les tests montrent que l'allongement de la courbe des prix a un impact significatif sur leur dynamique : le premier facteur (de niveau) perd en importance, principalement en faveur du deuxième facteur (de pente) ainsi que, plus marginalement du troisième facteur (de courbe). Par conséquent, le processus de maturation du marché du pétrole brut a un impact sur la dynamique des prix, et la gestion des positions de couverture à long terme est plus compliquée que ne l'est celle des positions à court terme.

Les conclusions issues de cette étude présentent plusieurs intérêts. En premier lieu, ce travail constitue un préalable important pour l'élaboration de modèles de structure par terme appliqués au marché du pétrole brut. En effet, si deux facteurs permettent d'expliquer plus de 99% de la variabilité des prix, et ce même lorsque la totalité des maturités est prise en considération, alors il semble pertinent de se limiter à deux facteurs explicatifs (deux sources d'incertitudes) dans un modèle de structure par terme. En deuxième lieu, si le facteur de pente a un impact significatif, en particulier pour

les maturités longues, cela implique que, pour une analyse à long terme, il est particulièrement intéressant d'utiliser une modélisation reproduisant un comportement de retour vers une valeur moyenne. En troisième lieu, la compréhension de la dynamique des prix peut avoir des conséquences en termes de gestion des risques. En particulier, l'analyse en composantes principales peut être utilisée comme un outil pour quantifier les risques associés à un portefeuille, dans le cadre d'une analyse de type *Value At Risk* par exemple. Et un tel outil sera d'autant plus intéressant que les facteurs dynamiques de la courbe des prix sont stables.

3.4. « La volatilité des prix des matières premières » Lautier & Simon (2003)

L'objectif de cet article est de mieux comprendre l'évolution du marché du pétrole brut, son processus de maturation, ainsi que la dynamique des prix à terme. Après avoir exposé de façon simple la problématique de la volatilité des prix des matières premières, il propose une étude de l'évolution de la volatilité des prix à terme du pétrole brut au cours de la période 1989-2001. L'idée est de tester l'hypothèse d'un éventuel accroissement de la volatilité de ces prix, en parallèle avec des analyses menées dans les marchés d'actions⁷. Cet accroissement pourrait être dû, par exemple, à l'utilisation de certains produits dérivés sophistiqués, à des interventions intempestives et inopportunes de spéculateurs, ou enfin, plus simplement, à une diminution des marges de manœuvre des opérateurs sur le marché physique.

L'étude de la volatilité des prix à terme du pétrole brut constitue le principal apport de cet article. Elle est effectuée à partir de trois indicateurs, l'écart type des prix à terme, leurs fluctuations maximales et leurs corrélations. Elle permet d'aboutir à quatre conclusions.

Première conclusion, à l'aune du critère de l'écart type des prix à terme, il semble effectivement que la volatilité des prix s'accroît, au cours de la période, sur le marché du pétrole brut. Le tableau 2 reproduit les écart-type des prix à terme entre 1989 et 2001, en éliminant l'année de la Guerre du Golfe, considérée comme exceptionnelle. Les chiffres en gras représentent les écarts supérieurs à la moyenne de la période. Au vu de ces chiffres, la volatilité augmente en effet sur le marché du pétrole brut depuis 1999.

Tableau 2. Ecart type des prix à terme du pétrole brut, 1989-2001 (ex 1990)

Année	1 mois	2 mois	3 mois	4 mois	5 mois	6 mois	7 mois	8 mois	9 mois	10 mois	11 mois	12 mois
1989	1,20	1,08	1,06	1,06	1,06	1,05	1,04	1,03	1,02	1,01	1,02	1,02
1991	1,88	1,78	1,63	1,54	1,44	1,35	1,26	1,18	1,12	1,07	1,03	1,00
1992	1,28	1,20	1,13	1,07	1,02	0,97	0,91	0,86	0,81	0,77	0,74	0,70
1993	1,71	1,64	1,57	1,50	1,43	1,36	1,30	1,24	1,18	1,12	1,06	1,01
1994	1,69	1,52	1,39	1,28	1,18	1,10	1,03	0,96	0,90	0,85	0,80	0,76
1995	0,88	0,87	0,80	0,73	0,67	0,63	0,59	0,56	0,54	0,51	0,49	0,48
1996	2,23	2,22	2,19	2,10	1,98	1,84	1,71	1,60	1,50	1,41	1,32	1,25
1997	4,03	3,62	3,18	2,76	2,38	2,06	1,79	1,56	1,33	1,15	1,01	0,90
1998	1,55	1,50	1,47	1,45	1,43	1,41	1,38	1,35	1,31	1,27	1,22	1,18
1999	4,50	4,33	4,10	3,85	3,61	3,38	3,17	2,98	2,80	2,64	2,50	2,36
2000	2,91	2,78	2,69	2,62	2,57	2,53	2,49	2,45	2,41	2,38	2,35	2,33
2001	3,53	3,34	3,20	3,03	2,86	2,69	2,54	2,40	2,26	2,14	2,03	1,92
Moy.	2,28	2,16	2,03	1,91	1,80	1,70	1,60	1,51	1,43	1,36	1,30	1,24

Lautier & Simon (2003)

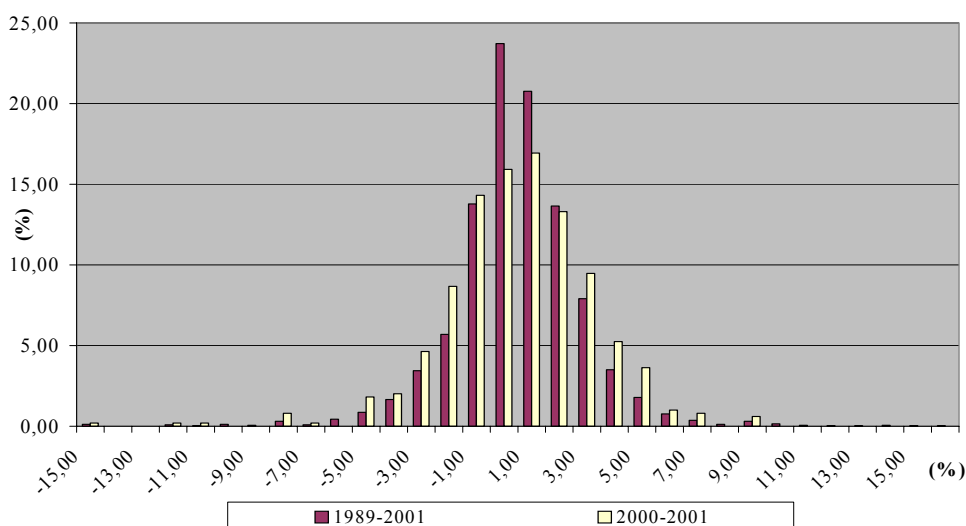
⁷ Sur ce thème, il est par exemple possible de consulter l'étude publiée en décembre 2002 par le Conseil des Marchés Financiers.

Une observation plus précise de ces résultats indique que cet accroissement de volatilité n'affecte pas certaines maturités plus que d'autres. Par conséquent, il nous est impossible de savoir si cet accroissement de volatilité est plutôt imputable à une hausse de la volatilité sur le marché physique ou, au contraire, à une augmentation indépendante de la volatilité sur le marché à terme.

Le second critère retenu pour mesurer la volatilité du marché est la variation de prix maximale quotidienne observée au cours de la période, pour chaque année et chaque maturité. Le calcul des variations montre qu'elles sont maximales pour les années 1990, 1991, 1998, 2000 et 2001. Ainsi, la période de la Guerre du Golfe étant là encore exclue, un accroissement de l'ampleur des fluctuations au cours des années 2000-2001 est constaté. Ces dernières sont en effet situées assez largement au-dessus de la moyenne de la période. C'est là notre deuxième conclusion.

La troisième est obtenue en se référant, non plus aux seules variations maximales observées, mais à la fréquence et à l'ampleur des variations quotidiennes. La figure 4 représente la fréquence de distribution des variations quotidiennes, en pourcentage, pour les prix à terme à un mois et pour deux périodes différentes : de 1989 à 2001 et pour les années 2000-2001. Sur l'ensemble de la période 1989-2001, 23,7% des fluctuations sont comprises entre 0 et 1%. Pour les années 2000-2001, la proportion diminue à 15,93%. La fréquence des fluctuations de faible ampleur diminue donc au cours de la période la plus récente. En revanche, les fluctuations de taille plus importante, de 5% par exemple, deviennent plus nombreuses.

Figure 4. Fréquence de distribution des variations quotidiennes des prix à un mois, pour deux périodes : 1989 à 2001, et 2000-2001



Lautier & Simon (2003)

Parce que certaines fluctuations de grande ampleur affectent parfois certaines maturités plutôt que d'autres, il est légitime de se demander si ces fluctuations n'entraînent pas une diminution de la corrélation entre prix à terme de différentes maturités. L'accroissement de la volatilité pourrait en effet avoir un impact sur la façon dont se transmettent les chocs le long de la courbe des prix et se traduire

par une moindre efficacité des relations d'arbitrage inter temporelles. Le tableau 1, présenté précédemment, reproduit les corrélations, au cours de la période, entre le prix à terme à un mois et les prix à terme d'une maturité de deux à douze mois. Il ne laisse pas apparaître – et c'est le quatrième résultat de notre étude – d'évolution significative entre les corrélations pour différentes années. En particulier, aucune diminution de la corrélation entre la partie courte et la partie longue de la courbe n'est observée. Au regard des corrélations entre prix à terme, aucune évolution sensible ne peut donc être mise en évidence entre 1989 et 2001.

Cette présentation théorique de la structure par terme des prix des matières premières et l'exposé de son comportement dynamique étant établis, il est possible de s'intéresser à la façon dont cette analyse des relations entre prix à terme de différentes maturités a pu être modélisée, c'est-à-dire aux modèles de structure par terme des prix des matières premières.

DEUXIEME PARTIE. MODELES DE STRUCTURE PAR TERME DES PRIX DES MATIERES PREMIERES

Les modèles de structure par terme des prix des matières premières ont pour objectif de reproduire, le plus fidèlement possible, les prix observés sur le marché. Ils offrent également un moyen de découvrir les prix pour un horizon excédant celui des maturités négociées. La modélisation de la structure par terme occupe une part importante de mes travaux de recherche. Ils m'ont conduite à proposer un nouveau modèle. Présenté dans l'article intitulé « *Trois modèles de structure par terme des prix du pétrole brut : une comparaison* » (2002), ce modèle comporte deux facteurs : le prix au comptant et le *convenience yield*. Son originalité provient du comportement asymétrique du *convenience yield*. De ce fait, ce modèle est qualifié d'asymétrique.

Cette seconde partie du mémoire permet de situer ce modèle par rapport aux autres, en partant des plus simples – modèles à un facteur – pour aboutir aux plus compliqués – modèles à trois facteurs – et en comparant leurs hypothèses fondatrices. Il est en effet important d'expliquer et de justifier les choix relatifs au nombre, à la nature, et au comportement des facteurs d'un modèle de structure par terme, car ces derniers constituent les éléments clés de son élaboration. Dans le contexte des matières premières, ces facteurs représentent les sources d'incertitudes susceptibles d'affecter le comportement du prix à terme.

1. L'ETAT DES RECHERCHES SUR LES MODELES DE STRUCTURE PAR TERME DES PRIX DES MATIERES PREMIERES

Cette présentation de la littérature a pour objectif de montrer quelles leçons ont pu être retirées des modèles de structure par terme existants pour élaborer le modèle asymétrique.

Avant d'aborder cet exposé, les modèles de structure par terme des prix des matières premières étant inspirés de la méthodologie de l'évaluation relative développée pour les options et les taux d'intérêt, il n'est pas inutile d'en rappeler les principes fondamentaux.

Ces modèles partagent tout d'abord trois hypothèses. Premièrement, le marché est exempt de frictions, de taxes, ou de coûts de transaction. Deuxièmement, les échanges ont lieu en continu. Troisièmement, les taux de prêt et d'emprunt sont égaux et il n'y a pas de contraintes sur les ventes à découvert. Quatre étapes caractérisent la méthode présidant à l'élaboration des modèles. En premier lieu, les variables d'état (c'est-à-dire les sources d'incertitudes affectant la valeur de l'actif dérivé) sont sélectionnées et leur dynamique est spécifiée. En deuxième lieu, sachant que le prix de l'actif dérivé est une fonction des variables d'état, du temps, et de l'échéance, l'application du lemme d'Itô permet d'obtenir le comportement dynamique du prix de l'actif dérivé. En troisième lieu, un raisonnement d'arbitrage et l'élaboration d'un portefeuille de couverture conduisent à la prime de terme et à l'équation fondamentale de valorisation caractérisant le modèle. En dernier lieu, lorsque c'est possible, la solution du modèle est obtenue.

La transposition aux matières premières de ce cadre d'analyse n'est cependant pas évidente. Le raisonnement est en effet basé sur l'hypothèse selon laquelle le marché est complet : dans un tel marché, un actif dérivé peut être dupliqué par la combinaison d'autres actifs existants. Si ces derniers sont suffisamment échangés pour être évalués en l'absence d'opportunité d'arbitrage, ils peuvent constituer un portefeuille de couverture dont le comportement réplique celui de l'actif dérivé. Leurs proportions sont fixées de sorte qu'il n'y ait pas d'opportunité d'arbitrage et que la stratégie soit non risquée. Par conséquent, à l'équilibre, le rendement du portefeuille doit être le taux sans risque. Etant réalisée en univers risque-neutre, l'évaluation ne devrait pas dépendre de l'attitude par rapport au risque des opérateurs. Le problème de transposition du domaine des taux d'intérêt à celui des matières premières provient du fait que les marchés de matières premières ne sont pas complets. Les marchés d'actifs réels sont, en effet, loin d'être exempts de toute opportunité d'arbitrage, comme c'est le cas pour la plupart des marchés financiers. Par conséquent, la valorisation en univers risque-neutre est délicate, car plusieurs probabilités risque-neutre peuvent coexister.

La littérature permet de recenser quatre facteurs sous-jacents différents dans les modèles de structure par terme des prix des matières premières : le prix au comptant, le *convenience yield*, le taux d'intérêt, et le prix à long terme. Lorsqu'un modèle ne comporte qu'un seul facteur, le choix se porte presque systématiquement sur le prix au comptant⁸. La raison en est simple : le prix à terme étant défini comme l'anticipation du prix au comptant futur, conditionnellement à l'information disponible à une date donnée, le prix au comptant est considéré comme le principal déterminant du prix à terme. L'homogénéité dans le choix des variables d'état disparaît en revanche lorsqu'une seconde variable stochastique est introduite. La plupart du temps, le second facteur est alors le *convenience yield*. Cependant, des modèles utilisant le prix à long terme ont également été développés. Quelques modèles à trois facteurs ont été proposés, mais ils sont plus rares. Dans ce cas, le troisième facteur est soit le taux d'intérêt, soit le prix à long terme.

1.1. Les modèles à un facteur

Plusieurs modèles à un facteur ont été proposés dans la littérature. Ces modèles peuvent tout d'abord être distingués les uns des autres selon le comportement dynamique qu'ils retiennent pour le prix au comptant : le mouvement brownien géométrique ou le processus de retour vers une valeur moyenne. Par ailleurs, une autre distinction peut être établie en fonction du rôle accordé au *convenience yield*.

1.1.1 Le mouvement brownien géométrique

Les modèles à un facteur retenant un mouvement brownien géométrique pour le prix au comptant sont ceux de Brennan et Schwartz (1985), de Gibson et Schwartz (1989 et 1990), de Brennan (1991), et de Gabillon (1992 et 1995). Parmi ces modèles, le plus célèbre est clairement celui de Brennan et Schwartz (1985). Il a été intensément utilisé dans les recherches ultérieures portant sur les prix des matières premières (voir par exemple Schwartz (1998), Schwartz et Smith (2000), Nowman et Wang (2001), Cortazar, Schwartz et Casassus (2001), Veld-Merkoulova et de Roon (2003)).

⁸ Le modèle à un facteur reposant sur le *convenience yield*, développé par Veld-Merkoulova et de Roon (2003), constitue une exception.

Le mouvement brownien géométrique est une dynamique couramment utilisée pour représenter le comportement des prix des actions. Dans le cas des matières premières, le processus du prix au comptant est le suivant :

$$dS(t) = \mu S(t)dt + \sigma_s S(t)dz \quad [1]$$

où: - S est le prix au comptant,

- μ est la tendance du prix au comptant,
- σ_s est la volatilité du prix au comptant,
- dz est un incrément du mouvement brownien standard associé au prix au comptant.

L'utilisation de cette représentation implique que les variations du prix au comptant en t sont supposées être indépendantes des variations antérieures, et que la tendance μ guide l'évolution du prix. L'incertitude affectant cette évolution est proportionnelle au niveau du prix au comptant : lorsque les stocks sont rares, S est élevé ; dans cette situation, toute modification de la demande a un impact important sur le prix, car les stocks ne sont pas suffisamment abondants pour absorber ces fluctuations.

Un raisonnement d'arbitrage et la construction d'un portefeuille de couverture conduisent à l'équation fondamentale de valorisation des prix à terme, qui est :

$$\frac{1}{2}\sigma_s^2 S^2 F_{ss} + (r - c)SF_s - F_\tau = 0 \quad [2]$$

où c est la *convenience yield* et r est le taux d'intérêt sans risque. Ces deux paramètres sont supposés être constants. L'équation montre que la *convenience yield* joue ici le rôle d'un dividende stochastique dans le processus du prix au comptant.

La condition frontière associée à cette équation est :

$$F(S, T, T) = S(T)$$

Elle représente le processus de convergence des prix au comptant et à terme à l'expiration du contrat. Cette convergence est due à la possibilité de livrer la marchandise à l'échéance. Elle est assurée par les opérations d'arbitrage entre le marché physique et le marché papier.

La solution du modèle⁹ exprime la relation en t entre un prix à terme observable F pour une livraison en T et la variable d'état S :

$$F(S, t, T) = S e^{(r-c)\tau} \quad [3]$$

où τ est la maturité du contrat : $\tau = T - t$.

Le modèle de Brennan et Schwartz est très populaire car il constitue probablement la version la plus simple de modèle de structure par terme des prix des matières premières. Cependant, une critique majeure peut lui être adressée. En effet, le mouvement brownien géométrique n'est certainement pas le meilleur moyen de représenter la dynamique du prix au comptant. La théorie du stockage, l'effet Samuelson et l'analyse en composantes principales des courbes de prix indiquent que le processus de retour vers une valeur moyenne est probablement plus pertinent.

⁹ La solution des modèles peut être obtenue en utilisant une solution de type Feynman-Kac.

1.1.2. Le processus de retour vers une valeur moyenne

Les modèles à un facteur retenant un processus de retour vers une valeur moyenne pour le prix au comptant sont ceux de Schwartz (1997), de Cortazar et Schwartz (1997), et de Routledge, Seppi and Spatt (2000). Parmi eux, celui de Schwartz (1997), inspiré de Ross (1995), est le plus connu¹⁰. Dans ce cas, la dynamique du prix au comptant est la suivante :

$$dS = S\kappa(\mu - \ln S)dt + \sigma_S S dz_S$$

- où:
- S est le prix au comptant,
 - κ est la force de rappel agissant sur le prix au comptant,
 - μ est la valeur moyenne à long terme du logarithme du prix au comptant,
 - σ_S est la volatilité du prix au comptant,
 - dz_S est un incrément du mouvement brownien standard associé au prix au comptant.

Dans cette situation, le prix au comptant fluctue autour de sa valeur moyenne à long terme. La présence d'une force de rappel κ assure que la variable d'état retournera vers cette valeur. Par conséquent, le comportement du prix au comptant est soumis à deux tendances : il a une propension à revenir vers sa valeur à long terme, mais simultanément, des chocs aléatoires peuvent l'en éloigner.

L'utilisation d'un processus de retour vers une valeur moyenne pour le prix au comptant autorise une analyse plus réaliste des marchés de matières premières que le mouvement brownien géométrique, car elle permet de prendre en considération le comportement des opérateurs sur le marché physique. Ce comportement est le suivant. Lorsque le prix au comptant est inférieur à sa valeur moyenne à long terme, les industriels, s'attendant à une hausse du prix au comptant, reconstituent leurs stocks, tandis que les producteurs réduisent leur production. La demande croissante sur le marché au comptant et la réduction simultanée de l'offre ont un impact haussier sur le prix au comptant. Inversement, lorsque le prix au comptant est plus élevé que sa valeur moyenne à long terme, les industriels cherchent à réduire leurs stocks excédentaires et les producteurs augmentent leur production, poussant ainsi le prix au comptant vers des niveaux plus faibles.

Si cette représentation du comportement du prix est préférable au mouvement brownien géométrique, elle n'est toutefois pas parfaite. On peut tout d'abord lui reprocher le fait que le processus de retour vers une valeur moyenne n'exclut pas la possibilité que la variable d'état devienne négative (la même critique a été formulée dans le cas des taux d'intérêt). Ensuite, cette représentation ignore que dans les marchés de matières premières, comme la théorie du stockage a permis de le montrer, la base ne se comporte pas à l'identique selon que le marché est en déport ou en report. En effet, le processus de retour vers une moyenne, tel qu'il est employé ici, ne prend pas en considération cette caractéristique. Il est pourtant possible de conserver l'idée du retour vers une valeur moyenne tout en introduisant celle d'asymétrie du comportement de la base, comme cela a été fait pour le modèle asymétrique.

¹⁰ Ce modèle a également été utilisé par Schwartz et Smith, en 2000.

1.1.3. Les hypothèses relatives au *convenience yield*

Parmi les autres modèles à un facteur, ceux étudiés par Brennan en 1991 présentent un intérêt particulier, parce que chacun repose sur une hypothèse spécifique concernant le *convenience yield*, qui est dans ce cas une variable endogène.

Le premier modèle étudié par Brennan correspond à celui développé avec Schwartz en 1985. Dans ce cas, le *convenience yield* C est une simple fonction linéaire du prix au comptant S :

$$C(S) = cS$$

Le second modèle exprime le *convenience yield* comme une fonction non linéaire du prix :

$$C(S) = a + bS + cS^2$$

Cette formulation est retenue parce qu'elle est plus flexible que celle utilisée en 1985. Elle a ensuite été oubliée, la troisième formulation, qui introduit elle aussi une non linéarité, lui ayant été préférée.

Par rapport au précédent, l'avantage du troisième modèle est de souligner que lorsque le *convenience yield* est faible, il ne peut être inférieur à l'opposé des coûts de stockage. Ces derniers sont supposés être constants pour une large fourchette de niveaux de prix, tant que les capacités de stockage ne sont pas saturées. La non linéarité provient ici du fait que le *convenience yield* est soit égal à l'opposé des coûts de stockage, soit proportionnel au prix au comptant :

$$C(S) = \max(a, b + cS)$$

Cette étude de différentes modélisations du *convenience yield* est très intéressante car elle est porteuse de recherches futures. A travers ces modèles en effet, Brennan ouvre pour la première fois la voie à une modélisation non linéaire du *convenience yield*, qui sera reprise ensuite dans le cadre de modèles à deux facteurs – entre autres dans le modèle asymétrique. Elle bute cependant sur la limite intrinsèque des modèles monofactoriels. Comme nous le verrons avec plus de détail en troisième partie de ce mémoire, de tels modèles ne peuvent offrir qu'une représentation sommaire de la courbe des prix.

1.2. Les modèles à deux facteurs

Les modèles à deux facteurs peuvent être séparés en deux catégories : ceux qui, s'appuyant sur la théorie du stockage, retiennent le *convenience yield* comme second facteur et ceux qui, sur la base de l'effet Samuelson, choisissent le prix à terme pour une échéance éloignée. Les premiers sont beaucoup plus nombreux que les seconds.

1.2.1. Le *convenience yield*

Considérer le *convenience yield* comme une source d'incertitude affectant le prix à terme, c'est supposer, contrairement à ce qui est fait dans la plupart des modèles monofactoriels, qu'il apporte une information non intégralement contenue dans la première variable d'état qu'est le prix au comptant. En d'autres termes, le *convenience yield* n'est pas totalement corrélé au prix au comptant. Cette corrélation imparfaite peut être expliquée de la façon suivante : dans un marché de matières premières, une variation du rythme de transport ou de transformation d'une marchandise peut avoir un impact sur le revenu implicite associé à la détention de stocks (le *convenience yield*) sans pour autant se traduire immédiatement par une transaction sur le marché physique et donc par une modification du prix au comptant.

Parmi les modèles à deux facteurs retenant le *convenience yield* comme variable d'état, celui de Schwartz (1997) est le plus célèbre. Il a été utilisé comme référence pour développer plusieurs modèles plus sophistiqués (Hilliard et Reis (1998), Schwartz (1998), Neuberger (1999), Schwartz et Smith (2000), Lautier (2002 a), Yan (2002), Richter et Sorensen (2002), Veld-Merkoulova et de Roon (2003), Cortazar et Schwartz (2003) ...).

Le modèle de Schwartz (1997) est inspiré de celui proposé par Gibson et Schwartz en 1990. Comparé à sa version antérieure, le dernier modèle est plus simple d'utilisation car il possède une solution analytique. Ce modèle suppose que le prix au comptant S et le *convenience yield* C expliquent le comportement du prix à terme F . La dynamique de ces variables d'état est :

$$\begin{cases} dS = (\mu - C)Sdt + \sigma_S S dz_S \\ dC = [\kappa(\alpha - C)]dt + \sigma_C dz_C \end{cases} \quad [4]$$

avec : $\kappa, \sigma_S, \sigma_C > 0$

- où :
- μ est la tendance du prix au comptant,
 - σ_S est la volatilité du prix au comptant,
 - dz_S est un incrément du mouvement brownien standard associé à S ,
 - α est la valeur moyenne à long terme du *convenience yield*,
 - κ est la force de rappel agissant sur le *convenience yield*,
 - σ_C est la volatilité du *convenience yield*,
 - dz_C est un incrément du mouvement brownien standard associé à C .

Dans ce modèle, Schwartz reprend l'idée d'un comportement de retour vers une valeur moyenne, mais l'applique cette fois au *convenience yield*. Ce choix n'est pas incohérent avec ce qui avait été fait dans le cadre de modèles monofactoriels, car le *convenience yield* intervient dans la dynamique du prix au comptant, imprimant à son tour à ce dernier – de façon marginale toutefois – un comportement de retour vers une valeur moyenne. Le *convenience yield* devient alors un dividende *stochastique* affectant la dynamique du prix au comptant. Une telle représentation illustre bien le fait que le *convenience yield* est un revenu implicite associé aux stocks. Elle autorise par ailleurs des comparaisons avec d'autres actifs financiers, tels que les actions ou les obligations.

Le processus d'Ornstein-Uhlenbeck, appliqué au *convenience yield*, suppose que les stocks ont une capacité à se régénérer, et qu'il existe un niveau de stocks satisfaisant les besoins de l'industrie dans des conditions de fonctionnement normales. C'est, là encore, le comportement des opérateurs sur le marché physique qui garantit le maintien de ce niveau. Ainsi, lorsque le *convenience yield* est faible, les stocks sont abondants et les opérateurs supportent un coût de stockage élevé au regard des bénéfices associés à la détention de la marchandise. Par conséquent, s'ils sont rationnels, ils vont chercher à réduire ces stocks excédentaires. Inversement, en cas de pénurie, les opérateurs tendent à reconstituer les stocks.

Par ailleurs, conformément aux enseignements de la théorie du stockage, le modèle suppose que le prix au comptant et le *convenience yield* sont corrélés. En effet, ces variables d'état sont toutes deux une fonction inverse du niveau des stocks. Néanmoins, comme l'ont montré Gibson et Schwartz (1990), la corrélation entre ces deux variables n'est pas parfaite. Leurs mouvements browniens géométriques sont donc corrélés, avec :

$$E[dz_S \times dz_C] = \rho dt$$

où ρ est le coefficient de corrélation.

Un raisonnement d'arbitrage et la construction d'un portefeuille de couverture conduisent à la solution du modèle. Elle exprime la relation en t entre un prix à terme observable F pour une livraison en T et les variables d'état S et C :

$$F(S, C, t, T) = S(t) \times \exp \left[-C(t) \frac{1 - e^{-\kappa\tau}}{\kappa} + B(\tau) \right] \quad [5]$$

$$\text{avec : } - B(\tau) = \left[\left(r - \hat{\alpha} + \frac{\sigma_C^2}{2\kappa^2} - \frac{\sigma_S \sigma_C \rho}{\kappa} \right) \times \tau \right] + \left[\frac{\sigma_C^2}{4} \times \frac{1 - e^{-2\kappa\tau}}{\kappa^3} \right] + \left[\left(\hat{\alpha}\kappa + \sigma_S \sigma_C \rho - \frac{\sigma_C^2}{\kappa} \right) \times \left(\frac{1 - e^{-\kappa\tau}}{\kappa^2} \right) \right]$$

$$- \hat{\alpha} = \alpha - (\lambda / \kappa)$$

où : - r est le taux d'intérêt sans risque, supposé constant,

- λ est la prime de risque du *convenience yield*,

- $\tau = T - t$ est la maturité du contrat à terme.

Le modèle de Schwartz a l'avantage d'être relativement simple d'utilisation. Il présente cependant une limite importante. Il ignore en effet que, dans les marchés de matières premières, il existe des différences entre les situations de report et de déport, dues aux difficultés de l'arbitrage sur de tels marchés. Contrairement à ce qui se produit sur les marchés financiers, les opérations d'arbitrage, dans les marchés de matières premières, sont longues à mettre en œuvre – il faut transporter la marchandise – et elles peuvent être difficiles à entreprendre – du fait de l'existence de différentiels de qualité, de la nécessité d'avoir des capacités de transport et de stockage disponibles – voire impossibles à réaliser en cas de pénurie de stocks. Ce phénomène, très tôt analysé dans la littérature à travers la théorie du stockage, a ensuite été largement établi et commenté, sur différents marchés de matières premières (voir par exemple Williams et Wright (1991), Ng et Pirrong (1994), Litzenberg et Rabinowitz (1995)...). C'est pour prendre en considération ce phénomène que le modèle asymétrique a été développé.

1.2.2. Le prix à long terme

Une autre approche de la structure par terme des prix des matières premières consiste à mettre l'accent, dans l'analyse de la courbe des prix, sur la structure décroissante des volatilités. Dans ce contexte, il est naturel de considérer que les deux extrémités de la courbe, c'est-à-dire le prix au comptant et le prix à long terme, constituent les facteurs explicatifs du comportement des prix à terme. Ces deux facteurs deviennent de ce fait les variables d'état des modèles. Cette approche, moins répandue que la précédente, a été suivie par Gabillon (1992) et Schwartz et Smith (2000).

Gabillon (1992) utilise les prix au comptant et à long terme comme variables d'état. Dans ce modèle, le *convenience yield* est une variable endogène, qui dépend de ces deux facteurs. L'utilisation du prix à long terme comme seconde variable d'état est justifiée par le fait que ce prix peut être influencé par des éléments exogènes au marché physique, tels que l'inflation anticipée, les taux d'intérêt ou les prix des énergies concurrentes. Ainsi, associer le prix au comptant et le prix à long terme permet de rassembler tous les facteurs explicatifs des mouvements de la structure par terme. L'auteur retient un mouvement brownien géométrique pour représenter le comportement du prix à long terme. De plus, les deux variables d'état sont positivement corrélées.

Schwartz et Smith (2000) proposent un modèle à deux facteurs, où les variables d'état résultent d'une décomposition du prix au comptant, pour distinguer les variations à court terme des prix au comptant, et leur niveau d'équilibre à long terme :

$$\ln(S_t) = \chi_t + \xi_t$$

- où :
- S_t est le prix au comptant en t ,
 - χ_t est la variation à court terme du prix au comptant,
 - ξ_t est le niveau d'équilibre à long terme.

Ces deux facteurs ne sont pas directement observables, mais ils sont estimés à partir de prix à terme de différentes maturités. Plus précisément, ce sont les mouvements des prix des contrats ayant une échéance éloignée qui apportent une information sur le niveau d'équilibre à long terme, tandis ce que sont les différences entre les prix à court et à long terme qui fournissent l'information relative aux variations à court terme. Ce modèle ne prend pas en compte explicitement la possibilité d'un *convenience yield* stochastique, mais il se ramène cependant au modèle à deux facteurs proposé par Gibson et Schwartz en 1990, car les variables d'état d'un modèle peuvent être exprimées comme des combinaisons linéaires des variables d'état de l'autre modèle.

Le premier facteur a un comportement de retour vers une valeur moyenne, et le second suit un mouvement brownien géométrique. Ainsi, il existe une incertitude quant au niveau d'équilibre à long terme vers lequel reviennent les prix. La dynamique des variables d'état est la suivante :

$$\begin{cases} d\chi_t = -\kappa\chi_t dt + \sigma_\chi dz_\chi \\ d\xi_t = \mu dt + \sigma_\xi dz_\xi \end{cases} \quad [6]$$

- où :
- κ est la force de rappel agissant sur les déviations à court terme,
 - σ_χ est la volatilité des variations de prix à court terme,
 - dz_χ est un incrément du mouvement brownien standard associé à χ_t ,
 - μ est la tendance du niveau de prix d'équilibre,
 - σ_ξ est la volatilité du niveau de prix d'équilibre,
 - dz_ξ est un incrément du mouvement brownien standard associé à ξ_t .

Les variations à court terme représentent des fluctuations temporaires de prix causées par des modifications brutales des conditions climatiques, par des interruptions de l'offre, etc. Elles ne sont pas supposées persister, et sont tempérées par la capacité des opérateurs du marché à ajuster le niveau de leurs stocks en réponse aux changements des conditions de fonctionnement du marché. Les variations du niveau de prix à long terme représentent quant à elles des modifications fondamentales et durables. L'équilibre à long terme est déterminé par le nombre de producteurs présents dans l'industrie, les anticipations relatives à la date d'épuisement des réserves, l'évolution des technologies de production, la découverte éventuelle de nouvelles réserves, ainsi que par l'inflation et l'impact de mesures politiques et réglementaires.

Deux critiques peuvent être émises à l'égard de la modélisation reposant sur le prix à long terme. Premièrement, rien ne permet, dans les travaux proposés, de déterminer à quel horizon se situe l'équilibre à long terme du marché. Deuxièmement, ces modèles considèrent comme stochastique une variable qui, *a priori*, est stable. Admettons par exemple que l'on peut approcher le prix à long terme du pétrole brut à l'aide des contrats d'une maturité de sept ans négociés sur le marché américain. Le volume d'échange moyen pour ces contrats, depuis leur lancement en 1997, est de 35 par jour.... Il est

fréquent que plusieurs semaines s'écoulent sans qu'aucun échange n'ait lieu. Par comparaison, il est intéressant de noter que le volume quotidien moyen sur la maturité de un mois, au cours de la même période (janvier 1997 – octobre 2003), est de 63 153 contrats (Lautier & Riva (2004)).

Pour offrir une vue exhaustive des modèles à deux facteurs, notons enfin que dans ce domaine, certaines recherches ont été réalisées sur la saisonnalité des prix des matières premières. Gabillon a une fois de plus ouvert la voie en 1992 avec un modèle incluant une fonction de saisonnalité, laquelle résultait d'une combinaison de fonctions sinus et cosinus. Le même type de formalisation a été retenu par Richter et Sorensen (2002). Cependant, ces derniers utilisent le prix au comptant et le *convenience yield* comme variables d'état, alors que Gabillon retient le prix au comptant et le prix à long terme.

1.3. Les modèles à trois facteurs

Jusqu'en 1997, tous les modèles de structure par terme des prix des matières premières supposaient le taux d'intérêt constant. Une telle hypothèse revient cependant à considérer la structure par terme des taux d'intérêt comme plate, ce qui est d'autant plus réducteur que l'horizon d'analyse est éloigné. Schwartz, en 1997, propose un modèle incluant trois variables d'état : le prix au comptant, le *convenience yield*, et le taux d'intérêt. Ce dernier a un comportement de retour vers une valeur moyenne. Plus précisément, la dynamique des variables d'état est la suivante :

$$\begin{cases} dS = S(r - C)dt + \sigma_s dz_s \\ dC = \kappa(\alpha - C)dt + \sigma_c dz_c \\ dr = a(m - r)dt + \sigma_r dz_r \end{cases} \quad [7]$$

- où :
- μ est la tendance du prix au comptant,
 - α est la valeur moyenne à long terme du *convenience yield*,
 - κ est la force de rappel du *convenience yield*,
 - a est la force de rappel du taux d'intérêt,
 - m est la valeur moyenne à long terme du taux d'intérêt,
 - σ_i est la volatilité de la variable i ,
 - dz_i est un incrément du mouvement brownien standard associé à la variable i .

L'introduction d'un taux d'intérêt stochastique dans l'analyse de la relation de prix est importante d'un point de vue théorique : l'hypothèse d'un taux d'intérêt constant revient à considérer comme identiques les prix à terme (*futures*) et les prix *forward*, ce qui n'est pourtant pas le cas. Avec un taux d'intérêt stochastique, il est possible de prendre en considération le mécanisme des appels de marges du marché à terme. Par conséquent, deux structures de paiement distinctes peuvent être prises en compte pour les contrats à terme (*futures*) et les contrats *forward*. Enfin, la présence du taux d'intérêt comme troisième facteur explicatif du prix à terme est cohérent avec la théorie du stockage.

Depuis 1997, plusieurs modèles à trois facteurs ont été proposés. En 1998, Hilliard et Reis ont modifié les trois modèles proposés par Schwartz en 1997, en introduisant des sauts dans la dynamique du prix au comptant, afin de prendre en considération les variations brusques et fortes, dues à des chocs sur l'offre et sur la demande, qui affectent certains marchés, en particulier ceux des matières premières énergétiques utilisées pour le chauffage. En 2000, Schwartz et Smith ont proposé une extension de leur modèle dans laquelle le taux de croissance du niveau de prix d'équilibre est stochastique. Cette modification augmente la capacité du modèle à reproduire les prix à long terme.

Enfin, en 2003, Cortazar et Schwartz ont proposé un modèle à trois facteurs inspiré de celui de Schwartz (1997), où tous les facteurs sont estimés uniquement à partir des prix des matières premières¹¹. Dans ce modèle, le troisième facteur de risque est le rendement à long terme du prix au comptant. Ce dernier est stochastique et a une tendance à revenir vers une valeur moyenne à long terme. Les deux autres variables sont le prix au comptant et le *convenience yield*. Ce dernier représente les variations temporaires de prix dues à des modifications des niveaux de stocks, tandis que le rendement à long terme est dû à des modifications de technologie, à l'inflation, ou à la structure de la demande.

La principale critique que l'on peut adresser à ces modèles est que, à ce jour, l'intérêt de l'introduction d'une troisième variable stochastique dans un modèle de structure par terme des prix des matières premières n'a pas été prouvé. En particulier, les résultats empiriques obtenus par Schwartz en 1997 avec son modèle à trois facteurs soulèvent la question de la pertinence de tels modèles. En effet, à partir de prix *forward* à long terme fournis par Enron, l'auteur montre que les modèles à deux et à trois facteurs sont très similaires d'un point de vue empirique. Ce résultat est cohérent avec les analyses en composantes principales réalisées sur les marchés du cuivre et du pétrole brut. En revanche, ces modèles sont, de façon sûre, complexes et d'une manipulation peu aisée.

2. LE MODELE ASYMETRIQUE

Au vu de l'analyse critique des modèles proposés par la littérature, le modèle asymétrique repose sur la réalisation de trois choix : retenir un modèle à deux facteurs, choisir le *convenience yield* pour second facteur, et introduire une asymétrie dans le comportement du *convenience yield*. Pour comprendre l'intérêt de ce modèle, il est nécessaire d'expliquer ces choix.

2.1. Un modèle à deux facteurs

Le choix d'un modèle à deux facteurs repose sur des considérations pratiques. C'est tout d'abord la volonté d'avoir un outil permettant une représentation satisfaisante de la courbe des prix qui m'a incitée à rejeter les modèles monofactoriels. Comme cela sera précisé en troisième partie de ce mémoire, malgré l'attrait que présente leur simplicité, ces modèles offrent une représentation sommaire de la structure par terme des prix des matières premières, sauf pour des maturités très courtes et pour certaines matières premières (qui ne comprennent pas le pétrole). Cette limite des modèles à un facteur n'est pas spécifique aux marchés de matières premières. Elle se manifeste également dans le domaine des taux d'intérêt.

Quant à la décision de retenir un modèle à deux plutôt qu'à trois facteurs, elle repose sur deux raisons. La première est liée à l'introduction de l'hypothèse d'asymétrie du *convenience yield*. Pour tester cette hypothèse, nul n'était besoin, dans un premier temps au moins, d'un modèle à trois facteurs. Il était au contraire préférable de simplifier le problème pour centrer l'analyse sur l'asymétrie du *convenience yield*. Une fois prouvé l'intérêt d'une telle hypothèse, il serait toujours temps d'insérer une troisième variable.

¹¹ En 1997, Schwartz estimait le troisième facteur de son modèle (le taux d'intérêt) à partir de prix d'obligations.

La seconde raison est que, à ce jour, l'intérêt de l'introduction d'un troisième facteur dans un modèle de structure par terme des prix des matières premières n'est pas prouvé. L'argument majeur en faveur d'une telle introduction est de nature théorique. Il consiste à soutenir que, lorsque l'horizon d'analyse s'éloigne, il devient gênant de considérer la structure par terme des taux d'intérêt comme plate. Par conséquent, il serait pertinent d'intégrer un facteur stochastique correspondant au taux d'intérêt ou à une variable le représentant de façon plus ou moins directe. Cet argument, au demeurant parfaitement justifié, se révèle cependant être de peu de poids sur le plan pratique. En premier lieu, l'analyse en composantes principales a montré que même en prenant en considération des maturités allant jusqu'à sept ans, la part du troisième facteur dans la variabilité totale des prix à terme est marginale. En second lieu, des tests empiriques (Lautier, 2003 b) réalisés avec le modèle à deux facteurs de Schwartz (1997) montrent que ses performances peuvent être excellentes même pour les maturités les plus longues. Enfin, Cortazar et Schwartz, lorsqu'ils proposent en 2003 un modèle à trois facteurs, précisent bien que ce dernier n'a d'intérêt que pour quelques cas spécifiques observés empiriquement. Ainsi, le gain en réalisme obtenu en introduisant un troisième facteur semble faible au regard de l'accroissement de la complexité de l'analyse. Par ailleurs, comme le montre la quatrième partie de ce mémoire, la simplicité est préférable si l'on souhaite utiliser un modèle de structure par terme à la valorisation de produits dérivés plus complexes que les contrats à terme.

2.2. Un modèle avec le *convenience yield* pour second facteur

L'exposé des différents modèles de structure par terme des prix des matières premières proposés dans la littérature soulève non seulement des questions relatives au nombre des variables introduites dans ces modèles, mais également des interrogations quant à leur nature.

S'agissant de modèles d'équilibre partiel¹², le choix de la nature des facteurs peut sembler quelque peu arbitraire, car les variables d'état sont supposées être exogènes. L'examen des modèles et leur mise en perspective par rapport à la littérature sur les relations de prix dans les marchés de matières premières montre cependant que ces choix s'appuient, d'une part sur la théorie du stockage, et d'autre part sur l'étude du comportement dynamique de la courbe des prix (effet Samuelson). De ce fait, un modèle avec un prix au comptant, un *convenience yield* et/ou un prix à long terme exogènes peut être considéré comme la forme réduite d'un modèle plus général dans lequel ces variables seraient déterminées de façon endogène par la production, la consommation et les décisions de stockage. Par ailleurs, l'idée d'un équilibre de long terme est cohérente avec des travaux récents sur la mémoire longue¹³ dans les marchés à terme de matières premières. La mémoire longue du *convenience yield* a par exemple été étudiée par Mazaheri (1999). Barkoulas, Labys et Onochie (1999) ont quant à eux mis en évidence une mémoire longue des prix à terme.

¹² Pour apporter une vision exhaustive des modèles de structure par terme, il faut également mentionner les travaux réalisés par Cortazar et Schwartz (1994) et par Miltersen et Schwartz (1998). Ces auteurs ont proposé, pour la valorisation des matières premières, un cadre d'analyse reposant sur la méthodologie développée par Heath, Jarrow and Morton (1992) (approche probabiliste). Dans ce cas, la structure par terme des prix est considérée comme une donnée, un *input* du modèle.

¹³ La mémoire longue décrit la structure de corrélation entre des séries de données pour des périodes de temps importantes. Si un processus de mémoire longue est mis en évidence pour une série, cela signifie qu'il existe, pour cette série, des dépendances temporelles persistantes entre des observations éloignées.

Dans le cadre d'un modèle à deux facteurs, il s'avère nécessaire d'accorder la préséance soit au *convenience yield*, soit au prix à long terme. A ce jour cependant, bien que le *convenience yield* ait été largement préféré par les auteurs, il n'existe pas d'élément quantifiable justifiant de choisir l'une plutôt que l'autre de ces deux variables. En effet, aucune comparaison entre modèles n'a été réalisée à ce sujet. Ainsi, s'il est certain que chacun de ces deux facteurs apporte une information importante, qui n'est pas totalement contenue dans la première variable d'état qu'est le prix au comptant, il n'est pas possible de savoir si l'un apporte plus que l'autre.

Le choix du prix à long terme peut être considéré comme intéressant en ce qu'il évite les questions relatives au *convenience yield* et à sa signification économique. En effet, bien que ce concept date de 1939, il a été, à certaines occasions, l'objet de remises en cause. Il me semble cependant qu'il serait regrettable de leur accorder un trop grand écho, pour les raisons suivantes.

Les difficultés associées au concept de *convenience yield* proviennent tout d'abord de la lenteur de son processus de définition. Différents auteurs se sont en effet succédés pour proposer, chacun à son tour, une définition partielle. Kaldor (1939) s'est principalement intéressé à la fonction d'approvisionnement des stocks et a vu dans le *convenience yield* un moyen de répondre aux coûts liés à la répétition et à l'attente des approvisionnements. Working (1949) s'est quant à lui penché sur les caractéristiques des opérations de transformation des matières premières et sur le fait que ces activités sont caractérisées par la présence de coûts fixes élevés. Dans ce contexte, les stocks apparaissent comme un moyen de maintenir la continuité de l'exploitation et de couvrir une partie des coûts fixes. Enfin, Brennan (1958) s'est plutôt focalisé sur la demande de matières premières et a surtout vu dans les stocks un moyen de profiter d'une évolution favorable et inattendue de la demande. Il a fallu attendre plusieurs dizaines d'années pour que ces définitions soient rassemblées en un tout cohérent par Brennan et Schwartz, en 1985. Depuis cette date en effet, tous les auteurs se réfèrent à ce texte :

“The convenience yield is the flow of services that accrues to an owner of the physical commodity but not to the owner of a contract for future delivery of the commodity. [...] Recognizing the time lost and the costs incurred in transporting a commodity from one location to another, the convenience yield may be thought of as the value of being able to profit from temporary local shortages of the commodity through ownership of the physical commodity. The profit may arise either from local price variations or from the ability to maintain a production process as a result of ownership of an inventory of raw material”.

Au-delà de ces problèmes de définition, le *convenience yield* a été critiqué pour les difficultés d'estimation qu'il présente. Deux catégories d'objections ont été soulevées. La première, à l'initiative de Williams et Wright (1989), soutient que le *convenience yield*, lorsqu'il est estimé à partir de données de stocks, peut être surévalué. En effet, les stocks regroupent parfois, en un ensemble homogène sur le plan statistique, des matières premières qui ne sont pas réellement substituables car elles présentent un différentiel de qualité et/ou sont situées dans des lieux géographiques éloignés les uns des autres. Cette objection est parfaitement justifiée. Elle aurait pu, à la limite, remettre en cause l'existence du *convenience yield*, si cette dernière n'avait ensuite été fermement établie, en tenant compte de cet éventuel biais de mesure, entre autres par Brennan, Williams et Wright (1997), et par Frechette et Fackler (1999). La seconde catégorie d'objections tient au caractère non observable du

convenience yield. En effet, s'il est possible d'approcher la valeur du *convenience yield* à l'aide de données relatives aux stocks ou aux prix, il n'existe pas d'actif réellement traité sur le marché correspondant à cette variable. S'il est indéniable que cette caractéristique rend délicate l'estimation du *convenience yield*, l'objection n'en est pourtant pas plus recevable. Toutes les variables anticipées, dans le domaine de la finance, ne sont pas directement observables. Faut-il pour autant remettre en cause, par exemple, la notion d'inflation anticipée ?

En poussant plus avant les comparaisons avec d'autres domaines de la finance, il est également possible de remarquer que, lorsqu'elle est appliquée aux obligations, aux devises, aux actions ou aux indices boursiers, la notion de structure par terme comporte un certain nombre de facteurs communs. Ces facteurs sont le taux d'intérêt sans risque, la prime de risque, et le rendement associé à la détention de l'actif support. Pourquoi cette belle cohérence disparaîtrait-elle soudain, pourquoi ce dernier facteur perdrait-il son sens ou son intérêt, lorsque l'on passe des titres financiers au domaine des matières premières ?

Ainsi, choisir par défaut le prix à long terme, dans le but d'éviter une prétendue difficulté liée au *convenience yield*, ne paraît guère pertinent. Peut-être est-ce même aller de Charybde en Scylla, car le prix à long terme présente lui aussi des difficultés d'estimation : il n'est pas plus observable que le *convenience yield*. De plus, il est supposé être relativement stable. Or, ce n'est pas nécessairement ce qui est le plus attendu d'une variable stochastique...

Peut-être le choix pourrait-il être guidé par l'usage que l'on souhaite avoir d'un modèle de structure par terme. Il semble en effet, *a priori*, que retenir la théorie du stockage et le *convenience yield* conduit plutôt à des applications à moyen terme, tandis que l'introduction d'un prix à long terme porte vers une analyse pour un horizon plus éloigné.

2.3. L'hypothèse d'asymétrie du *convenience yield*

Le troisième choix effectué dans le cadre de ce modèle est relatif à l'hypothèse d'asymétrie du *convenience yield*. Ce choix est naturellement crucial puisqu'il constitue l'originalité du modèle. Il a été effectué pour répondre aux lacunes des modèles précédemment développés dans la littérature, en intégrant dans l'analyse de la structure par terme des matières premières ce qui caractérise ces dernières, c'est-à-dire le caractère imparfait des opérations d'arbitrage.

Les sources d'imperfection et les difficultés de l'arbitrage qui en résultent sont nombreuses dans les marchés de matières premières. Il est possible d'en dénombrer au moins six.

L'arbitrage est tout d'abord imparfait parce que les produits ne sont pas homogènes. Un pétrole brut de qualité soufrée n'offrira par exemple pas du tout le même rendement pour un raffineur, en terme d'essence produite, qu'un brut léger. Ce n'est pas le cas pour un actif financier. Qui se pose la question de la qualité d'un indice boursier ? Et le fait qu'une qualité bien spécifique de matière première soit associée à un contrat à terme peut susciter des phénomènes d'étranglement (*squeeze*) et avoir un impact sur les prix, d'autant plus complexe que peuvent également jouer des difficultés liées à la localisation des points de livraison. Autre conséquence de ces différentiels de qualité, le phénomène de la marchandise la moins chère à livrer, ou *cheapest to deliver*. Lors de la livraison, l'acheteur peut rationnellement s'attendre à ce que le vendeur cherche à livrer la marchandise de la moins bonne qualité possible (ce qui n'est pas toujours possible pour ce vendeur, s'agissant de

matières premières). Ce problème, très souvent mentionné dans le cas des contrats à terme sur titres notionnels, a toujours existé dans le domaine des matières premières. Et l'on ne résout pas la question du *cheapest* sur le seigle ou sur l'avoine grâce au simple calcul d'un facteur de concordance.

L'arbitrage peut par ailleurs être freiné par des difficultés liées à la localisation des points de livraison de la matière première. Pour réaliser un arbitrage entre le marché physique et le marché papier (*cash and carry*), il est en effet nécessaire de procéder à une livraison à l'échéance du contrat à terme. Mais pour livrer le blé servant de sous-jacent au contrat à terme négocié au Chicago Board of Trade, il n'y a que deux possibilités : Duluth ou Chicago. Or, ces deux villes sont suffisamment éloignées l'une de l'autre pour qu'il ne soit pas du tout équivalent, pour un acheteur, de réceptionner la marchandise en l'un ou l'autre de ces deux points. En revanche, les métaux non ferreux utilisés comme support des contrats négociés au London Metal Exchange (LME) peuvent être livrés en plus de 60 destinations réparties dans la plupart des régions du monde... ceci donne a priori plus de flexibilité. La livraison n'en est cependant pas évidente pour autant. Que dirait un acheteur français se voyant proposer une livraison à Gdansk ? La question de la livraison ne se pose donc pas du tout de la même façon pour les matières premières et pour une obligation du Trésor, même sans accorder une importance démesurée à des cas un peu particuliers comme celui du bétail vivant, que la chambre de compensation doit pouvoir accueillir, nourrir plusieurs fois par jour, abreuver et nettoyer.... processus un peu lourd sachant qu'un contrat à terme correspond à une quantité de 40 bœufs.

Le coût de stockage et la nécessité de disposer de capacités peuvent eux aussi entraver, au moins de façon momentanée, les opérations d'arbitrage. A cet égard, tous les opérateurs ne sont pas égaux face aux opportunités qui peuvent se manifester. En effet, si pour les actifs financiers le coût de stockage ne varie pas d'un opérateur à l'autre, et se résume bien souvent en un simple coût de financement de la position, tel n'est pas le cas pour les matières premières. Le coût de stockage n'est par exemple pas du tout le même, pour le blé, selon que l'on dispose de capacités automatisées ou non. Il diffère fortement, pour le pétrole, selon que l'on se trouve dans une région à climat froid ou chaud. Dans le premier cas en effet, il faudra chauffer le pétrole pour éviter qu'il ne gèle. Enfin, tous les opérateurs ne disposent pas de capacités de stockage.

Le problème du transport, des capacités et des structures nécessaires à sa réalisation est un autre obstacle éventuel aux opérations d'arbitrage. Là encore, tous les opérateurs ne sont dans une situation identique car tous ne possèdent pas nécessairement de capacités de transport. Et, outre le fait que pour louer un bateau il faut s'assurer que celui-ci se trouve dans un état de fonctionnement satisfaisant, les bateaux ne se trouvent pas nécessairement au bon endroit au bon moment, quand il y en a de libres ! Une pénurie de bateau peut par exemple se transformer en un déport immédiat et extrêmement prononcé (on a assisté, dans ce type de situation, à des hausses de 40% sur le prix à terme rapproché de l'aluminium) sur les métaux du LME. Une grève interdisant l'utilisation de l'unique voie ferrée utilisée pour transporter les marchandises peut rendre une livraison impossible en l'absence d'autres moyens de transport disponibles. Et le vendeur annonçant alors à la chambre de compensation qu'il ne peut répondre à son engagement de livraison risque de se voir signifier qu'une grève ne constitue pas un cas de force majeure et qu'il est dans son tort. De même, une grève affectant la production peut avoir un impact très important sur les prix... Il n'y a pas de grève dans la production des bons du Trésor ou des OAT.

L'arbitrage peut également être rendu particulièrement délicat par le caractère non stockable de la marchandise considérée. C'est le cas de l'électricité. Dans ce contexte, pour profiter d'une situation de prix non justifiée économiquement, il faut disposer de capacités de production qui soient à la fois non utilisées et suffisamment flexibles pour pouvoir produire rapidement face à une évolution donnée des prix. L'hydraulique est sans doute, dans ce contexte, l'outil le plus utile. Mais il faut supporter les coûts fixes de cette capacité d'appoint pendant toute la période où elle n'est pas utilisée...

Enfin, pour réaliser des opérations d'arbitrage, dans la plupart des marchés financiers, il est possible de réaliser des emprunts de titres et d'effectuer des ventes à découvert. Tel n'est pas le cas dans le domaine des matières premières. Qui, en situation de déport, prendra le risque de se délaissier de ses marchandises pendant quelques semaines ou quelques mois, au risque de subir une interruption de production ?

Toutes ces sources d'imperfection ont naturellement un impact sur le comportement des prix, lequel mérite d'être pris en considération.

Les difficultés de l'arbitrage, dans les marchés de matières premières, ont pour conséquence un comportement asymétrique de la base, définie comme la différence entre le prix à terme et le prix au comptant. Ce phénomène résulte de ce que les arbitrages entre le marché physique et le marché à terme, simples à mettre en œuvre en situation de report, lorsque les stocks sont abondants, deviennent plus difficiles à initier en déport, lorsque les stocks sont rares. Par conséquent, alors que la base est stable en situation de report, elle devient volatile en situation de déport, lorsque les stocks ne suffisent plus à absorber les fluctuations de prix. Comme le souligne Gerda Blau, dès 1944 :

“Arbitrage can always be relied upon to prevent the forward price from exceeding the spot price by more than net carrying cost... [but] can not be equally effective in preventing the forward price from exceeding the spot price by less than net carrying cost.”

De cette asymétrie de la base, il est possible de déduire celle du *convenience yield*, en s'appuyant sur le raisonnement suivant. Le prix au comptant et le *convenience yield* sont positivement corrélés et sont tous deux une fonction inverse du niveau des stocks. Par conséquent, le *convenience yield*, tout comme le prix au comptant, devrait être élevé et volatil en déport, et plus faible et plus stable en report.

Le prix au comptant est en effet élevé en cas de pénurie de stocks, car les opérateurs sont soucieux de s'approvisionner pour assurer la continuité de leurs opérations d'exploitation. Parce que l'intérêt accordé à la détention de stocks est alors prononcé, le *convenience yield* est élevé. De plus, le prix au comptant est volatil lorsque les stocks ne sont pas suffisamment abondants pour absorber les fluctuations de la demande. Et lorsque les prix au comptant sont volatils, le bénéfice retiré de la vente de stocks l'est tout autant. Ces différents éléments étant liés à la faiblesse du niveau des stocks, ils disparaissent en situation de report, ce qui confère un comportement asymétrique au *convenience yield* : celui-ci est faible et stable en situation de report, lorsque les stocks sont abondants ; inversement, il est élevé et volatil lorsque les stocks sont rares, en situation de déport.

Cette asymétrie du *convenience yield* a trouvé un écho dans la littérature. Certains chercheurs (Heinkel, Howe et Hughes (1990), Milonas et Tomadakis (1997), Milonas et Henker (2001)) ont

proposé de représenter le *convenience yield* comme une option, actif asymétrique par excellence. Dans la lignée des travaux de Brennan (1991), et de ceux de Routledge, Seppi, et Spatt (2000), j'ai introduit cette hypothèse dans un modèle de structure par terme des prix des matières premières.

Brennan (1991) introduit un *convenience yield* asymétrique pour prendre en compte une contrainte de non négativité sur les stocks. Cependant, il suppose que le *convenience yield* est déterministe et travaille dans le cadre d'un modèle monofactoriel, limité par construction (ce modèle est présenté au paragraphe 1.1.3). Dans le modèle présenté par Routledge *et alii*, l'asymétrie dans le comportement du *convenience yield* est introduite dans la corrélation associant le prix au comptant et le *convenience yield*. Cette corrélation est plus élevée en déport qu'en report. Le *convenience yield*, tout en étant stochastique, est une variable endogène, déterminée par le processus de stockage. Les deux facteurs, dans le modèle de Routledge *et alii*, sont le prix au comptant et des chocs exogènes transitoires affectant l'offre et la demande. Par rapport à ces différents travaux, le modèle asymétrique présente l'avantage d'autoriser une comparaison entre deux situations : celle où l'imperfection des marchés de matières premières est ignorée, et celle où, au contraire, elle est prise en considération.

2.4. La modélisation retenue

Dans ce modèle, le *convenience yield* a également un comportement de retour vers une valeur moyenne et joue le rôle d'un dividende stochastique. Une asymétrie est cependant introduite dans la dynamique du *convenience yield*. Elle est exprimée par la relation suivante, unissant \tilde{C} et C , les *convenience yields* respectifs du modèle asymétrique et du modèle de Schwartz (1997) :

$$\tilde{C}(t) = (1 - \beta)C(t) + \beta \exp(C(t)) \quad [8]$$

L'asymétrie est ici représentée par le paramètre β . Lorsque ce dernier est égal à zéro, le modèle asymétrique se réduit à celui de Schwartz. Cette formulation permet ainsi de comparer deux modèles de structure par terme, ce qui a rarement été effectué dans ce domaine.

L'introduction de l'asymétrie a pour but d'apprécier dans quelle mesure l'imperfection de l'arbitrage, sur les marchés de matières premières, peut avoir un impact sur les prix à terme. Tout en exploitant la méthodologie de l'évaluation relative, tout en se servant de concepts utilisés dans d'autres domaines de la finance, il s'agit ici de mesurer, d'apprécier les caractéristiques des matières premières en termes de délais de transport, de différentiel de qualité, de nécessité d'assurer la continuité de l'exploitation.

A partir de la relation [8], il est possible d'obtenir la dynamique des états du modèle :

$$\begin{cases} dS = (\mu - \tilde{C})Sdt + \sigma_s Sdz_s \\ d\tilde{C} = \left(\kappa(\alpha - C)(1 - \beta + \beta e^C) + \frac{1}{2} \beta e^C \sigma_c^2 \right) dt + (1 - \beta + \beta e^C) \sigma_c dz_c \end{cases} \quad [9]$$

avec :

$$E[dz_s \times dz_c] = \rho dt$$

$$\kappa, \sigma_s, \sigma_c > 0$$

- où :
- μ est le rendement instantané anticipé pour le prix au comptant,
 - α est la moyenne à long terme du *convenience yield*,
 - κ est la force de rappel de C vers α ,
 - σ_s est la volatilité du prix au comptant,

- σ_c est la volatilité du *convenience yield*,
- dz_s est l'incrément du mouvement brownien associé au prix au comptant,
- dz_c est l'incrément du mouvement brownien associé au *convenience yield*,
- ρ est le coefficient de corrélation unissant les deux browniens.

A partir de la dynamique des états, l'application du lemme d'Itô permet d'obtenir l'équation fondamentale de valorisation du modèle :

$$\frac{1}{2}\sigma_s^2 S^2 F_{SS} + \frac{1}{2}\sigma_c^2 \eta^2 F_{\tilde{C}\tilde{C}} + \rho\sigma_s\sigma_c S\eta F_{S\tilde{C}} + (r - \tilde{C})SF_S + \left[\eta\kappa(\hat{\alpha} - C) + \frac{1}{2}\sigma_c^2 \beta e^C \right] F_{\tilde{C}} - F_\tau = 0 \quad [10]$$

avec :

$$\eta = 1 - \beta(1 - e^C)$$

$$\hat{\alpha} = \alpha - (\lambda / \kappa)$$

$$\lambda = \lambda_c \sigma_c$$

où λ est la prime de risque associée au *convenience yield*.

Comme pour les modèles précédents, la condition frontière associée à cette équation, $[F(S, \tilde{C}, T, T) = S(T)]$, représente le processus de convergence du prix à terme vers le prix au comptant à l'expiration du contrat.

L'application d'une solution de type Feynman-Kack permet d'obtenir la solution du modèle :

$$F(S, \tilde{C}, t, T) = S(t) \times A(\tau) \times e^{H(\beta-1)C(t)} \times E_t^Q \left[e^{\left(\sigma_s \int_t^T dz_s(v) - (1-\beta) \int_t^T B(v)dv - \beta \int_t^T e^{D(v)+B(v)} dv \right)} \right] \quad [11]$$

avec :

$$H = (1 - e^{-\kappa\tau}) / \kappa$$

$$A(\tau) = e^{(r-0,5\sigma_s^2)\tau + \hat{\alpha}(1-\beta)(H-\tau)}$$

$$B(v) = \sigma_c e^{-\kappa v} \int_t^v e^{\kappa y} dz_c(y)$$

$$D(v) = \hat{\alpha} + (C(t) - \hat{\alpha})e^{-\kappa(v-t)}$$

Une partie de l'expression ci-dessus se trouvant sous la forme d'une espérance, la solution du modèle asymétrique est donc semi-analytique, ce qui peut avoir des implications importantes en termes de complexité de l'analyse, de temps de calcul, et de précision des résultats.

La complexité de l'analyse provient de la nécessité de recourir à des méthodes numériques pour calculer les prix à terme issus du modèle asymétrique. L'absence de solution analytique étant fréquente en finance, de nombreuses méthodes permettent d'y remédier, et la complexité n'est donc pas une réelle difficulté. En revanche, elle suppose que le supplément de performance obtenu avec le modèle asymétrique est suffisamment important pour compenser l'accroissement de la difficulté de sa mise en application et donc pour concurrencer les modèles avec solution analytique.

Le temps de calcul, lié à la nécessité de simuler les prix à terme, aurait pu se révéler être une difficulté. L'application du modèle asymétrique a cependant montré que tel n'était pas le cas, en particulier pour des échéances rapprochées, même en recourant à des outils informatiques d'usage quotidien. Or, comme nous le verrons en troisième partie de ce mémoire, c'est avant tout sur les maturités courtes que le modèle se distingue des autres.

Enfin, la question de la précision est sans doute la plus importante, car c'est à cette aune que l'on juge de la valeur d'un modèle. Or, la précision va de pair avec le temps de calcul. De ce point de vue, le fait que les paramètres du modèle n'aient pas à être calculés trop fréquemment (Lautier, 2003 b) est un avantage certain.

Si l'intégration de l'hypothèse d'asymétrie du *convenience yield* ne semble pas contestable *a priori* sur le plan théorique, une telle entreprise pourrait être perçue comme un raffinement excessif sur le plan pratique..... Les performances du modèle asymétrique, présentées en troisième partie de ce mémoire, montrent que tel n'est pas le cas.

TROISIEME PARTIE. PERFORMANCES EMPIRIQUES DES MODELES DE STRUCTURE PAR TERME

Cette partie aborde une question essentielle, celle relative à la pertinence des modèles de structure par terme des prix des matières premières. Pour apprécier la valeur d'un modèle, il est possible de s'appuyer sur sa capacité à répliquer la courbe des prix empiriquement observée.

Des travaux de simulation soulignent tout d'abord l'influence, dans un modèle de structure par terme des prix, des hypothèses concernant le processus stochastique retenu pour les variables d'état ainsi que celle du nombre de variables. Sont ensuite présentés des travaux de nature méthodologique. Le premier, écrit en collaboration avec Alain Galli en 2002, vise à améliorer les méthodes économétriques utilisées pour estimer les paramètres des modèles de structure par terme des prix des matières premières et pour tester leurs performances. Le second, réalisé avec Alireza Javaheri et Alain Galli en 2003, élargit le domaine d'analyse et montre que de telles méthodes peuvent être utiles dans d'autres domaines de la finance. Les performances des modèles sont enfin présentées, ce qui permet d'exposer les résultats empiriques obtenus à l'aide du modèle asymétrique, publiés dans un article cosigné avec Alain Galli en 2001.

1. « TROIS MODELES DE STRUCTURE PAR TERME DES PRIX DU PETROLE BRUT : UNE COMPARAISON » LAUTIER (2002, A)

Cet article permet d'étudier et de comparer le modèle de Brennan et Schwartz (1985), celui de Schwartz. (1997), et le modèle asymétrique. Il commence par rappeler les fondements théoriques des deux premiers modèles, qui constituent chacun une référence dans la littérature. Il expose ensuite les raisons conduisant à formuler l'hypothèse d'asymétrie du *convenience yield* et présente le nouveau modèle.

Les simulations permettent de comparer les courbes de prix extraites des différents modèles et d'apprécier leur réalisme. Les valeurs retenues pour les variables d'état et les paramètres, présentées au tableau 3, sont inspirées de tests empiriques réalisés sur le marché du pétrole brut. Elles représentent les valeurs minimales et maximales obtenues sur différentes périodes par Schwartz (1997) et par Lautier & Galli (2001).

Tableau 3. Valeurs retenues pour les variables d'état et les paramètres¹⁴

	<i>S</i>	<i>C</i>	<i>r</i>	α	κ	σ_S	σ_C	ρ	λ	β
<i>Min</i>	12	-0,3	0,02	-0,1	0,5	0,1	0,3	0	-1	0
<i>Max</i>	20	0,2	0,06	0,1	2	0,5	0,7	1	1	1

Lautier (2002 a)

¹⁴ Dans cette section, lorsqu'il est identifié à une variable d'état – c'est-à-dire pour le modèle de Schwartz et pour le modèle asymétrique – le *convenience yield* est représenté par une majuscule et noté C. En revanche, lorsqu'il correspond à un paramètre comme dans le modèle de Brennan et Schwartz, il est représenté par une minuscule et noté c.

1.1. Les simulations du modèle de Brennan et Schwartz (1985)

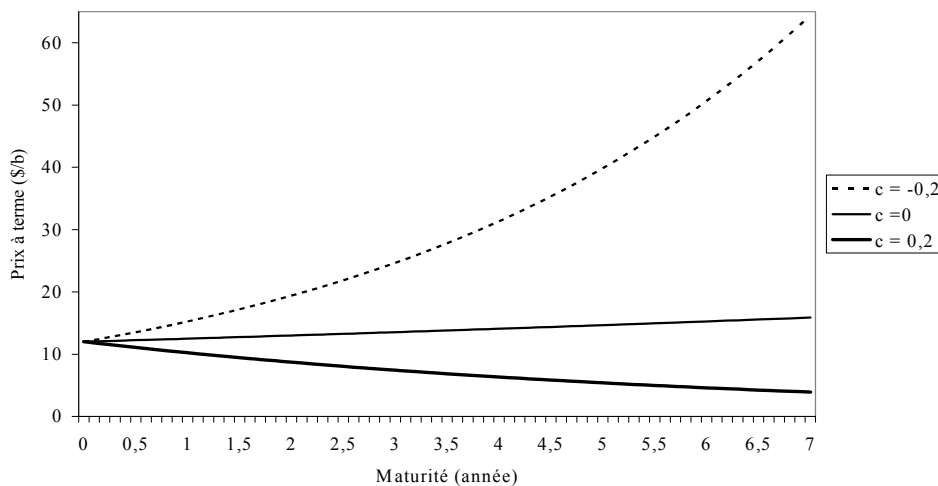
Dans le modèle de Brennan et Schwartz, la valeur relative des deux paramètres que sont le taux d'intérêt r et la *convenience yield* c détermine la forme de la structure par terme des prix. Lorsque le taux d'intérêt est supérieur au *convenience yield*, la courbe est en report. Dans le cas inverse, elle est en déport. La figure 5 montre qu'avec ce modèle, les courbes de prix ne peuvent qu'être croissantes monotones, décroissantes monotones, ou plates. Le taux de croissance du prix à terme est en effet une constante :

$$\partial F / (F \delta \tau) = r - c$$

Lorsque la différence $(r-c)$ est positive (comme c'est le cas lorsque c est fixé à $-0,2$), les prix sont croissants et ils peuvent atteindre un niveau sans réelle signification économique : près de 65 dollars par baril pour une livraison située à un horizon de sept ans. Lorsque inversement le taux de croissance des prix est négatif, la courbe est en déport et les prix tendent vers zéro.

Figure 5. Modèle de Brennan et Schwartz, impact d'une variation du *convenience yield*

$$S = 12 ; r = 4\%$$



Lautier (2002 a)

De plus, ce modèle considère le *convenience yield* comme constant, et il suppose que la volatilité des rendements est la même pour toutes les maturités :

$$\delta F / F = \sigma_s dz$$

Ainsi, bien que sa simplicité rende son usage facile et bien qu'il soit toujours utilisé aujourd'hui, le modèle de Brennan et Schwartz présente des inconvénients non négligeables, en particulier pour l'analyse à long terme. C'est là le lot de la plupart des modèles monofactoriels.

Comme ces simulations peuvent le laisser imaginer, les différents tests empiriques réalisés dans la littérature à partir de modèles à un facteur ont généralement conduit à la conclusion selon laquelle que leurs performances sont mauvaises. Notons cependant que ce résultat ne s'applique pas systématiquement à toutes les matières premières. En 1991, comparant les résultats empiriques obtenus avec trois modèles à un facteur pour plusieurs marchés de matières premières, Brennan montre en effet que le *convenience yield* est positif pour les matières premières industrielles, mais proche de zéro pour les métaux précieux. Il interprète ce phénomène comme le résultat de différences dans les motivations des opérateurs détenant des métaux précieux et des matières premières industrielles. Les métaux précieux sont essentiellement détenus pour des raisons spéculatives. Leurs

stocks sont élevés et ils constituent une réserve de valeur plutôt que l'intrant d'un processus de production. Dans cette situation, le coût de stockage est vraiment faible au regard de la valeur des stocks. Par conséquent, le *convenience yield* joue un rôle marginal pour cette catégorie spécifique de matières premières, et les modèles à un facteur leur sont adaptés.

Schwartz, en 1997, confirme ce résultat empirique. Il valide également l'hypothèse selon laquelle le comportement de retour vers une valeur moyenne est préférable au mouvement brownien géométrique pour représenter la dynamique du prix au comptant : il montre en effet que, sur les marchés du cuivre et du pétrole brut, le paramètre représentant la vitesse de convergence est statistiquement significatif. De plus, une telle dynamique est tout à fait valable pour les matières premières industrielles, mais elle ne permet pas de représenter correctement le comportement du prix au comptant dans le cas de l'or.

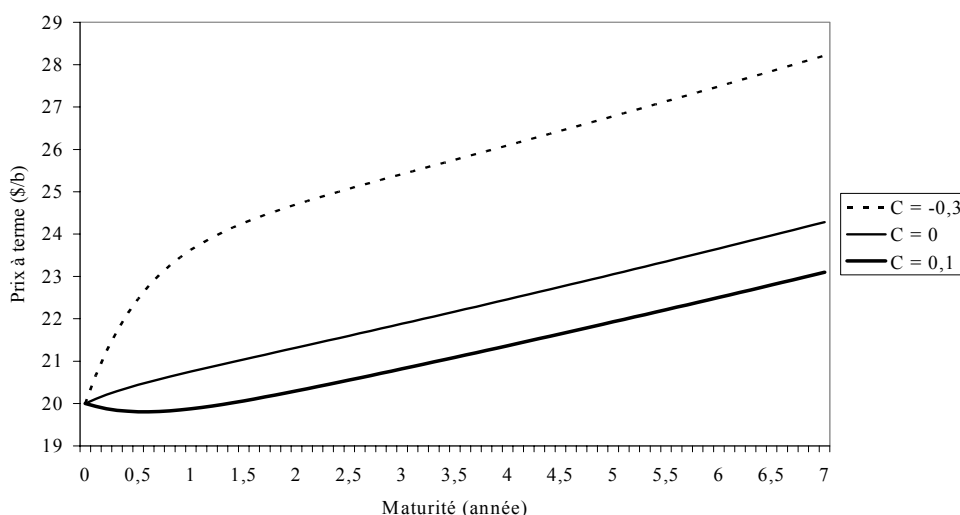
1.2. Les simulations du modèle de Schwartz (1997)

Avec le modèle de Schwartz, il est possible d'obtenir des courbes de formes variées, comme le montre la figure 6, qui présente des simulations effectuées avec différentes valeurs du *convenience yield*. En effet, les courbes peuvent être creuses ($C = 0,1$), en forme de bosse ($C = -0,3$), ou plates ($C = 0$). Le niveau des prix à terme est une fonction décroissante du *convenience yield* : plus ce dernier augmente, plus les prix diminuent.

Les simulations montrent aussi que l'écart entre le *convenience yield* et sa valeur moyenne à long terme α a un impact sur la forme des courbes de prix. Lorsque le *convenience yield* est éloigné de sa valeur de long terme ($C = -0,3$ et $\alpha = 0$), il faut 3,4 ans pour que la courbe se stabilise. Inversement, lorsque le *convenience yield* est égal à sa valeur de long terme ($C = \alpha = 0$), le taux de croissance des prix à terme devient stable dès 1,8 an.

Figure 6. Modèle de Schwartz, impact d'une variation du convenience yield

$S = 20$; $r = 6\%$; $\alpha = 0$; $\kappa = 2$; $\rho = 0,9$; $\sigma_S = 0,3$; $\sigma_C = 0,4$; $\lambda = 0$



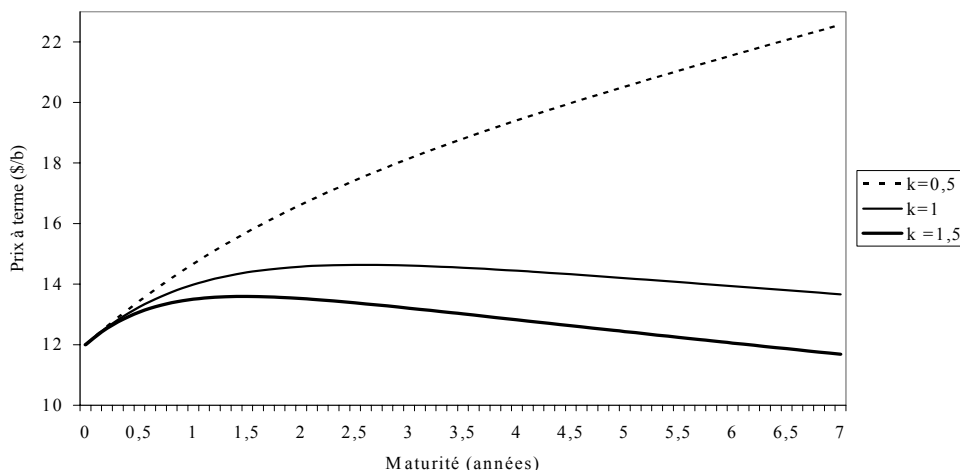
Lautier (2002 a)

Une autre série de simulations intéressantes peut être réalisée avec la force de rappel agissant sur le *convenience yield*. Illustrées par la figure 7, elles montrent que le taux de croissance des prix à

terme augmente lorsque la force de rappel diminue. L'écart entre les maturités proches et éloignées augmente lorsque diminue la tendance à revenir vers une valeur moyenne.

Figure 7. Modèle de Schwartz, impact d'une variation de la force de rappel

$$S = 12 ; C = -0,2 ; r = 6\% ; \alpha = 0,1 ; \rho = 0 ; \sigma_S = 0,1 ; \sigma_C = 0,2 ; \lambda = 0$$



Lautier (2002 a)

Ainsi, l'introduction d'une seconde variable d'état permet d'obtenir des courbes de prix plus riches que ne l'autorise un modèle à un facteur. Au-delà de cette remarque, qui est également valable dans le domaine des taux d'intérêt, le modèle de Schwartz est plus réaliste que celui de Brennan et Schwartz, parce que dans le modèle à deux facteurs, la volatilité des prix à terme diminue avec la maturité τ :

$$\sigma_F^2(\tau) = \sigma_S^2 + \sigma_C^2 \left(\frac{1 - e^{-\kappa\tau}}{\kappa} \right)^2 - \left[2 \times \frac{1 - e^{-\kappa\tau}}{\kappa} \times \rho \sigma_S \sigma_C \right]$$

Lorsque le contrat atteint sa date d'expiration, la volatilité du prix à terme converge vers celle du prix au comptant. Inversement, lorsque la maturité tend vers l'infini, la volatilité du prix à terme tend vers une valeur fixe :

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \sigma_F^2 = \sigma_S^2 + \frac{\sigma_C^2}{\kappa^2} - \frac{2\rho\sigma_S\sigma_C}{\kappa}$$

Revers de la médaille, le modèle à deux facteurs est plus complexe, parce qu'il comporte sept paramètres, alors que le modèle à un facteur en a seulement deux.

1.3. Les simulations du modèle asymétrique

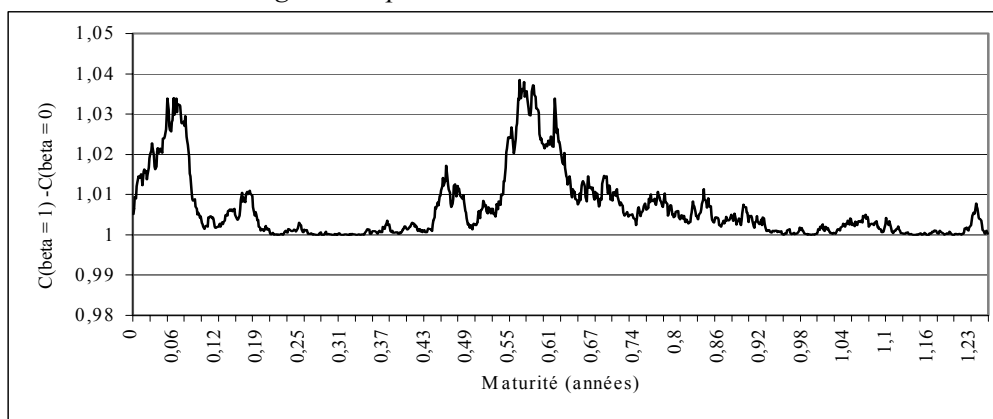
Le modèle asymétrique étant inspiré de celui de Schwartz, les simulations sont centrées sur l'asymétrie du *convenience yield*. En l'absence de solution analytique pour ce modèle, les prix à terme sont simulés à l'aide d'une méthode Monte Carlo. Elles portent sur la dynamique du *convenience yield*, et sur l'impact de son asymétrie sur les prix à terme.

La dynamique du *convenience yield*, dans ce modèle, présente deux caractéristiques : en premier lieu, comme dans le modèle de Schwartz, le *convenience yield* a tendance à revenir vers sa moyenne à long terme ; en second lieu, comme l'illustre la figure 8, la volatilité du *convenience yield* est proportionnelle à son niveau, cette asymétrie étant d'autant plus prononcée que le degré d'asymétrie β est élevé.

Figure 8. Ecart entre convenience yields¹⁵ lorsque $\beta=1$ et $\beta=0$

$C(t_0) = 0,1$; $\kappa = 2$; $\alpha = 0$; $\sigma_C = 0,3$; maturité : 1,25 an ;

nombre de trajectoires simulées : 800 ; nombre d'intervalles de discrétisation : 1000 ;
longueur du pas de discrétisation : 1/800 an ;



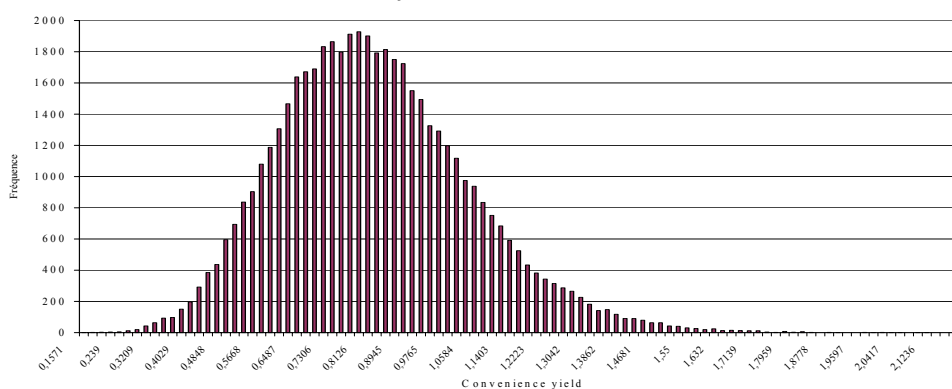
Lautier (2002 a)

L'étude de la fréquence de distribution du *convenience yield* (figure 9) montre par ailleurs que cette dernière devient rapidement asymétrique lorsque β augmente, ce qui permet de supposer que la valeur estimée de β sera relativement faible, de l'ordre de 0,1 à 0,2.

Figure 9. Fréquence de distribution du *convenience yield* \tilde{C} pour $\beta=0,8$

$C(0) = 0$; $\kappa = 1,6$; $\alpha = 0,1$; $\lambda = 0,09$; $\sigma_C = 0,6$; maturité : 2 mois ;

longueur du pas de discrétisation : 1/800 ; nombre d'intervalles de discrétisation : 133 ;
nombre de trajectoires simulées : 50 000 ;



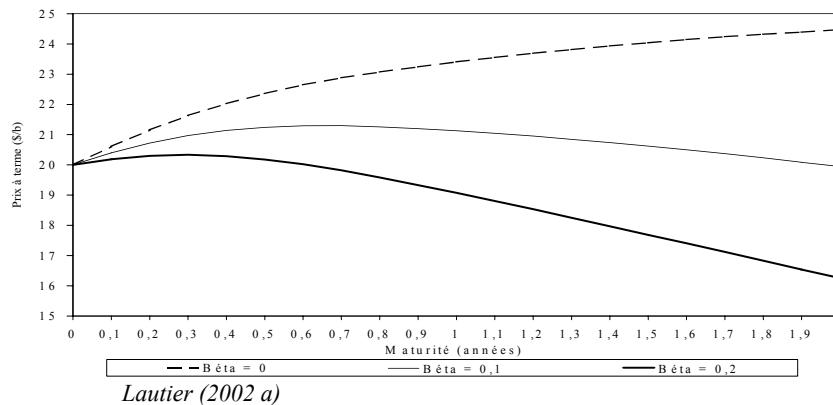
Lautier (2002 a)

Enfin, l'étude de l'impact d'une variation du niveau d'asymétrie sur les prix à terme montre que, pour un jeu de paramètres identiques, le *convenience yield* du modèle asymétrique ($0 < \beta < 1$) est supérieur à celui du modèle de Schwartz ($\beta=0$). L'écart entre ces deux variables est proportionnel à la valeur de β . Or, dans les deux modèles, le *convenience yield* intervient dans la dynamique du prix au comptant comme un dividende stochastique. Par conséquent, sachant que dans ces modèles le prix à terme est défini comme l'espérance du prix au comptant, plus le coefficient d'asymétrie β est élevé, et plus le prix à terme du modèle asymétrique diminue, toutes choses égales par ailleurs (figure 10).

¹⁵ Pour la clarté de l'illustration, nous avons représenté non pas plusieurs dynamiques du *convenience yield*, obtenues avec différentes valeurs de β , mais plutôt la différence entre les valeurs obtenues pour le *convenience yield* avec les valeurs extrêmes du coefficient d'asymétrie.

Figure 10. Modèle asymétrique, impact d'une variation du coefficient d'asymétrie

$$S = 20 ; C = -0,3 ; r = 0,06 ; \alpha = 0 ; \rho = 0,9 ; \sigma_S = 0 ; 3 ; \sigma_C = 0,4 ; \kappa = 2 ;$$



La similarité du modèle de Schwartz et du modèle asymétrique implique que les principaux résultats des simulations réalisées à partir du premier sont également valables pour le second. En particulier, les structures par terme simulées à partir des deux modèles présentent des caractéristiques communes : elles peuvent avoir une forme de cuvette, de bosse, ou être stables. Deux éléments séparent cependant ces modèles l'un de l'autre. Le premier est de nature théorique : le modèle asymétrique intègre dans le comportement du *convenience yield* une asymétrie que le modèle de Schwartz ignore. Le second élément est d'ordre pratique : le modèle de Schwartz possède une solution analytique et comporte un paramètre de moins que le modèle asymétrique. L'utilisation du premier est donc plus aisée que ne l'est celle du second.

A l'aide de simulations issues de trois modèles différents, cet article permet d'aboutir à trois conclusions. Première conclusion, dans le domaine de la structure par terme des prix des matières premières, la simplicité n'est pas nécessairement bonne conseillère. Les représentations graphiques obtenues avec le modèle de Brennan et Schwartz sont sur ce point éloquentes : elles montrent que les possibilités de présentation sont réduites et peuvent aboutir à des prix économiquement aberrants. Les autres résultats sont obtenus à partir des simulations effectuées avec le modèle de Schwartz et le modèle asymétrique. La deuxième conclusion est que, pour ces deux derniers, les courbes de prix peuvent prendre des formes variées, et qu'elles se stabilisent d'autant plus vite que le *convenience yield* est initialement proche de sa valeur moyenne et que la force de rappel est intense. Troisième conclusion, c'est sur les échéances les plus courtes que les modèles diffèrent l'un de l'autre. L'asymétrie du *convenience yield* et les difficultés de l'arbitrage entre le marché physique et le marché papier affectent en effet surtout les échéances les plus courtes du marché à terme. Les chocs affectant les prix à terme sont ensuite progressivement amortis et c'est alors le comportement de retour vers une valeur moyenne qui domine. Ce phénomène est bien illustré par les performances empiriques des modèles.

2. LES PERFORMANCES EMPIRIQUES DES MODELES DE STRUCTURE PAR TERME

Les performances d'un modèle mesurent sa capacité à reproduire la structure par terme des prix. Pour établir ces performances, il est nécessaire d'avoir les valeurs des paramètres des modèles, ainsi que des critères de performance. Les valeurs des paramètres servent à calculer les prix à terme estimés et à les comparer avec les données empiriques. L'estimation des paramètres n'est cependant pas évidente, car de nombreux modèles de structure par terme reposent sur des variables d'état non observables.

Les travaux de nature méthodologique présentés dans cette section ont été initiés pour répondre aux difficultés de validation des modèles de structure par terme des prix des matières premières. Deux articles, portant sur les méthodes de filtrage, ont été réalisés dans ce contexte. Le premier est intitulé « *Simple and extended Kalman filters : an application to term structures of commodity prices* » (Lautier et Galli, 2002 a). Le second a pour titre : « *Filtering in finance* » (Javaheri, Lautier et Galli, 2003).

Une fois résolues les difficultés de l'estimation, des tests empiriques ont pu être entrepris. C'est l'article portant sur les résultats du modèle asymétrique, publié avec Alain Galli et intitulé « *Un modèle des prix à terme des matières premières avec rendement d'opportunité asymétrique* » (2001). De tels tests sont peu nombreux dans la littérature, compte tenu des difficultés de validation empirique que présentent les modèles de structure par terme.

2.1. Les travaux de nature méthodologique

Les travaux sur les méthodes de filtrage ont été initiés en réponse à une double difficulté : le caractère non observable du *convenience yield*, variable d'état du modèle asymétrique, et la non linéarité de ce modèle.

Pour déterminer les prix à terme théoriques et pour estimer les paramètres du modèle en présence d'une ou de plusieurs variables non observables, il faut reconstituer des séries temporelles pour ces variables. Les méthodes de filtrage, utilisées depuis longtemps en contrôle automatique et en traitement du signal, peuvent être employées à cet effet. Le filtrage est un processus itératif permettant d'estimer les paramètres d'un modèle lorsque ce dernier repose sur une grande quantité de variables, observables ou non.

En réponse au caractère non observable du *convenience yield*, il était possible d'utiliser, comme l'avait fait Schwartz en 1997, un filtre de Kalman simple. Malheureusement, un tel filtre ne pouvait être appliqué dans le cas d'un modèle non linéaire comme le modèle asymétrique. Nous avons donc été conduits à développer un filtre de Kalman étendu, adapté à cette particularité. C'est l'objet de l'article publié avec Alain Galli sur ce thème. En collaboration avec Alireza Javaheri, nous avons ensuite étendu l'analyse à d'autres applications en finance (les marchés d'actions) et à d'autres types de variables (non gaussiennes).

2.1.1. « *Simple and extended Kalman filters : an application to term structures of commodity prices* » Lautier & Galli (2002, a)

Cet article s'intéresse à l'impact du choix d'une méthode de filtrage – filtre de Kalman simple ou filtre de Kalman étendu – sur les performances d'un modèle de structure par terme des prix des matières premières et à la mise en œuvre de moyens permettant de surmonter les difficultés d'application de ces filtres. Il rappelle tout d'abord les principes généraux du filtre de Kalman, pour montrer ensuite quelle peut être son utilité dans le domaine de la finance, et plus particulièrement celui des matières premières. Puis il propose des moyens pour résoudre les difficultés pratiques de mise en œuvre du filtre de Kalman. Enfin, il présente le filtre de Kalman étendu et le compare au filtre simple.

2.1.1.1 *Le principe du filtre de Kalman*¹⁶

Le principe du filtre de Kalman est d'utiliser des séries temporelles de variables observables pour reconstituer les valeurs des variables non observables. L'utilisation d'un filtre de Kalman requiert d'exprimer le modèle sous la forme espace-états¹⁷ (*state-space*). Pour ce faire, il faut associer au modèle une équation de mesure et une équation de transition. La première est issue de la relation unissant les variables observables \tilde{y}_t et les variables non observables $\tilde{\alpha}_t$, à laquelle sont ajoutées des erreurs non corrélées de moyenne nulle. La seconde exprime en temps discret la dynamique des variables d'état, pour lesquelles il n'y a pas de données empiriques. Si les erreurs du modèle et les variables d'état sont normalement distribuées, une fonction de vraisemblance peut être calculée, et sa maximisation permet d'estimer les paramètres optimaux du modèle.

Le filtre de Kalman est un processus itératif. Durant le premier pas de l'itération – la phase de prédiction – l'équation de transition est utilisée pour calculer les valeurs des variables non observables en t , conditionnellement à l'information disponible en $(t-1)$. Les valeurs prédites $\tilde{\alpha}_{t/t-1}$ sont ensuite introduites dans l'équation de mesure pour déterminer les valeurs des mesures \tilde{y}_t . Au cours de la seconde phase de l'itération – ou phase d'innovation – l'innovation v_t , qui est la différence, en t , entre les mesures \tilde{y}_t et les données empiriques y_t , est calculée. L'innovation est utilisée, dans la troisième phase de l'itération – ou phase de mise à jour – pour obtenir les valeurs de $\tilde{\alpha}_t$ conditionnellement à l'information disponible en t . Une fois ce calcul effectué, $\tilde{\alpha}_t$ est utilisé pour débiter une nouvelle itération. Ainsi, le filtre de Kalman permet d'évaluer les variables non observables $\tilde{\alpha}$, et il met à jour leurs valeurs à chaque pas compte tenu de l'information nouvelle.

Cette brève présentation explique pourquoi le filtre de Kalman est une méthode très rapide. En effet, pour reconstituer les séries temporelles des variables non observables, seuls deux éléments sont nécessaires : l'équation de transition et l'innovation v . Grâce à la présence d'une phase de mise à jour dans l'itération, l'information nécessaire est très réduite.

2.1.1.2 *L'utilité du filtre de Kalman dans le domaine des matières premières*

L'utilité du filtre de Kalman pour l'estimation des modèles de structure par terme des prix des matières premières provient du caractère non observable de la plupart des variables d'état retenues

¹⁶ Pour une présentation du filtre de Kalman, voir par exemple Harvey (1989).

¹⁷ Il y a plus d'une représentation espace-états pour certains modèles. Parce que certaines sont plus stables que d'autres, le choix d'une représentation spécifique est important.

dans ces modèles. Cette caractéristique concerne en effet le prix au comptant, le *convenience yield*, et le prix à long terme.

Le caractère non observable du prix au comptant intéresse tous les modèles ou presque. Pour contourner cette difficulté, lorsqu'elle se présente uniquement pour cette variable, le prix à terme le plus proche est parfois utilisé comme approximation. Le prix au comptant est considéré comme non observable car, dans la plupart des marchés de matières premières, il n'y a pas de séries temporelles fiables pour cette variable : les marchés physiques sont géographiquement dispersés, les transactions ne sont pas standardisées, le mécanisme de collecte des prix n'oblige pas les opérateurs à dévoiler le cours de leurs transactions, etc. De plus, dans le cas du marché américain du pétrole brut, les prix au comptant sont affectés par d'autres problèmes spécifiques. Le volume des transactions pour la qualité West Texas Intermediate servant de support aux contrats à terme est très faible, de telle sorte que les prix au comptant fournissent une information relative aux seules offre et demande locales. Par ailleurs, le système de livraison des produits physiques est entaché de difficultés. Des sauts de prix peuvent être suscités par une sous-capacité temporaire du système de pipeline, et les variations de prix n'ont alors rien à voir avec les conditions générales du marché pétrolier. Ce phénomène, commenté par Horsnell et Mabro (1993) est connu sous le terme de « coussin de Cushing » parce que, la plupart du temps, les difficultés se manifestent à Cushing (Oklahoma), point de livraison du contrat à terme sur le pétrole brut du Nymex.

Le *convenience yield* n'est pas davantage observable car il ne correspond à aucun actif échangé. A moins d'employer un filtre de Kalman, la méthode d'approximation généralement retenue consiste à utiliser la solution du modèle de Brennan et Schwartz (1985). Le calcul requiert l'utilisation de deux prix : le prix à terme le plus proche et celui qui le suit immédiatement. Si l'on note les maturités de ces prix T_1 et T_2 , le *convenience yield* c est alors :

$$c = r - \frac{\ln(F(S, t, T_1)) - \ln(F(S, t, T_2))}{T_1 - T_2}$$

Naturellement, cette seconde méthode, plus simple, soulève les mêmes critiques que le modèle sur lequel elle repose.

Quant au prix à long terme, il présente la même caractéristique que le *convenience yield* : ce n'est pas un actif échangé. Pour surmonter cette difficulté, il est possible, depuis 1997 et pour le marché du pétrole brut uniquement, d'utiliser des prix de contrats à terme ayant une échéance de sept ans. Cependant, les volumes de transaction pour ces contrats sont faibles, et l'on peut douter de la qualité de cette information. Par ailleurs, il n'est pas évident qu'un prix à sept ans soit représentatif des équilibres à long terme de l'industrie pétrolière, où la plupart des investissements ont un horizon supérieur à vingt ans. La seule solution paraît donc être le filtre de Kalman.

2.1.1.3. L'application des filtres de Kalman

L'application des filtres de Kalman présente un certain nombre de difficultés. Bien qu'elles se manifestent presque systématiquement, elles ne sont pas mentionnées dans la littérature. Notre article permet de combler ce manque.

La première difficulté de mise en œuvre du filtre de Kalman survient à l'amorce de la procédure d'itération. Elle provient du fait qu'il est nécessaire, pour initier l'itération, de détenir les

valeurs des variables d'état et leur matrice de covariance. Ces dernières étant non observables, nous proposons une méthode d'approximation adéquate. La seconde difficulté est liée à l'instabilité éventuelle du filtre. Une méthode de stabilisation du processus itératif est donc exposée. Celle-ci repose sur la modification de la matrice contenant les erreurs de l'équation de mesure du modèle. Elle permet, par ailleurs, d'améliorer les performances du modèle. Ce résultat est illustré à l'aide de simulations. La troisième difficulté est associée à l'utilisation du filtre de Kalman simple. Nous soulignons en effet que les performances du modèle associées à ce filtre devraient être corrigées lorsque le modèle est exprimé en logarithme. Les performances obtenues avec et sans corrections sont donc comparées. Il s'avère que l'introduction de la correction améliore légèrement les performances. Par conséquent, dans le cas étudié, le biais associé aux logarithmes a une influence mineure sur les résultats, probablement parce que la variance des résidus est faible pour des valeurs raisonnables des paramètres.

2.1.1.4. L'impact de la méthode de filtrage sur les performances du modèle

L'article se consacre enfin à l'impact du choix d'une méthode de filtrage sur les performances d'un modèle de structure par terme. Tout en reposant sur les principes généraux du filtre de Kalman, le filtre étendu présente l'avantage de rendre possible l'étude de modèles non linéaires. Ce résultat est cependant obtenu en introduisant une approximation dans le modèle étudié : ce dernier est en effet linéarisé à l'aide d'un développement de Taylor. L'intérêt de notre travail réside en premier lieu dans son caractère novateur : c'est en effet la première fois, à notre connaissance, que cette méthode est utilisée en finance. En second lieu, il permet de mesurer l'importance de l'approximation réalisée en comparant les résultats obtenus à partir des filtres simple et étendu pour un même modèle (en l'occurrence celui de Schwartz, 1997, comportant deux facteurs).

L'étude est réalisée sur trois périodes de durées différentes : 1995-1998, 1998-2001 et 2001-2002. Elle permet de montrer de quelle façon l'approximation introduite dans le filtre étendu influence les paramètres du modèle de structure par terme utilisé et, par conséquent, ses performances. Ces dernières s'avèrent légèrement moins bonnes que celles obtenues avec le filtre simple. Néanmoins, les différences observées entre les deux filtres sont suffisamment faibles pour que l'on puisse considérer comme acceptable l'approximation faite dans le filtre étendu, et pour retenir ce filtre dans le cadre d'études empiriques sur le marché du pétrole brut.

2.1.2. « *Filtering in finance* » Javaheri, Lautier & Galli (2003)

Cet article prolonge le précédent en étendant la recherche à la fois dans le domaine des filtres et dans celui de leurs applications. En finance, le problème des variables non observables ne concerne pas les seules matières premières. Il se manifeste également dans le cas des modèles de structure par terme des taux d'intérêt, pour le portefeuille de marché du modèle d'équilibre des actifs financiers, pour le risque de crédit, etc.

Dans cet article, nous introduisons plusieurs algorithmes de filtrage et certaines de leurs applications en finance. Le cas fondamental des variables gaussiennes, auquel correspond le filtre de Kalman, est tout d'abord mentionné. Pour prendre en considération l'existence de relations non linéaires entre variables observables et non observables, le filtre de Kalman étendu ainsi que le filtre

de Kushner sont également présentés. Enfin, le cas des variables non gaussiennes est abordé grâce au filtre à particules. Pour chaque filtre, les équations de mesure et de transition sont présentées, ainsi qu'une méthode d'estimation des paramètres. Ces différents filtres sont ensuite appliqués à des modèles de structure par terme des prix des matières premières et à des modèles à volatilité stochastique utilisés dans le contexte des marchés d'actions. La première de ces applications est centrée sur les problèmes de non linéarité que les modèles peuvent présenter. La seconde application s'intéresse, quant à elle, au caractère non gaussien que peuvent avoir les modèles. Pour toutes les applications, les méthodes de mesure de la performance sont les mêmes. Les critères retenus sont l'erreur de prix moyenne (MPE) et l'écart type des erreurs de prix (RMSE). Ces deux critères sont présentés au paragraphe 2.2.

Par rapport aux travaux précédents, l'application des filtres aux modèles de structure par terme des prix des matières premières permet d'illustrer ce qui se produit lorsque la non linéarité du modèle devient trop forte. Deux modèles sont en effet comparés : celui de Schwartz (1997) et un modèle plus simple, dont la non linéarité est exprimée à l'aide d'un paramètre. Les tests réalisés montrent que lorsque la non linéarité devient forte, les limites du filtre de Kalman étendu sont atteintes, car les performances associées se dégradent fortement. Le filtre de Kushner constitue alors un moyen de répondre à ces difficultés. Cependant, ce filtre devient rapidement gourmand en temps de calcul, en particulier lorsque plusieurs maturités doivent être retenues pour l'estimation des paramètres d'un modèle de structure par terme.

Les filtres sont enfin appliqués au marché des actions, et plus particulièrement à des données portant sur l'indice S&P500 couvrant une période de cinq ans. Dans cette application, c'est la volatilité qui constitue la variable non observable. Les performances de trois modèles à volatilité stochastique sont étudiées et comparées : le modèle à racine carrée de Heston (1993), le modèle Garch (General Auto-Regressive Conditional Heteroskedasticity), et le modèle 3/2. Ces trois modèles, décrits et comparés par Lewis (2000), supposent que la volatilité suit un processus de retour vers une valeur moyenne. Ils diffèrent au niveau de la composante aléatoire de cette dynamique. Les performances des modèles sont comparées en ignorant ou, au contraire, en prenant en considération le caractère non gaussien des variables. Une amélioration des performances est obtenue avec le filtre à particule. Ce résultat est conforme à l'intuition car, contrairement aux autres, ce filtre prend en considération le caractère non gaussien des variables. Par ailleurs, les tests permettent de montrer que le modèle de Heston, malgré sa popularité, n'est pas le plus performant.

Ces différentes applications permettent enfin de comparer les temps de calcul associés à chacun de ces filtres. De ce point de vue, celui de Kushner, ainsi que le filtre à particule, apparaissent comme les plus coûteux.

2.2. Les résultats des tests empiriques

Compte tenu de leurs difficultés d'estimation, les modèles de structure par terme des prix des matières premières n'ont pas été souvent testés. Contrairement à la plupart de ces tests, ceux que nous avons réalisés à partir du modèle asymétrique permettent de comparer les différents modèles de structure par terme des prix des matières premières sur la base de leurs performances

Deux critères sont retenus pour mesurer les performances d'un modèle de structure par terme : l'erreur de prix moyenne (*Mean Pricing Error*), et l'écart des erreurs (*Root Mean Squared Error*). L'erreur de prix moyenne (*MPE*) est définie de la façon suivante :

$$MPE = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (\tilde{F}(n, \tau) - F(n, \tau))$$

où N est le nombre d'observations, $\tilde{F}(n, \tau)$ est le prix à terme de maturité τ estimé à la date n , et $F(n, \tau)$ est le prix à terme observé. L'erreur de prix moyenne mesure le biais d'estimation pour une maturité donnée. Si l'estimation est correcte, ce critère doit être très proche de zéro. En retenant les mêmes notations, l'écart des erreurs (*RMSE*) est, pour une maturité donnée τ :

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (\tilde{F}(n, \tau) - F(n, \tau))^2}$$

Le *RMSE* mesure la stabilité de l'estimation. Ce second critère est considéré comme le plus représentatif parce que les erreurs de prix peuvent se compenser et l'erreur de prix moyenne peut être faible même en présence de fortes erreurs.

2.2.1. Les caractéristiques communes aux tests empiriques des modèles de structure par terme

Les modèles de structure par terme partagent deux caractéristiques générales. En premier lieu, leurs paramètres changent avec la période d'étude (Schwartz, 1997). Par conséquent, lorsque l'on utilise les modèles de structure par terme, les paramètres doivent être recalculés régulièrement. Ceci peut devenir un problème si le modèle n'a pas de solution analytique, à cause du temps de calcul. En second lieu, les paramètres changent avec la maturité (Schwartz 1997, Lautier 2003 b). Lorsque le *convenience yield* est stochastique et caractérisé par un processus de retour vers une valeur moyenne, sa force de rappel est une fonction décroissante de la maturité. En effet, le processus de retour vers une valeur moyenne s'applique aux stocks, dont l'impact est faible pour les maturités longues. Le même type d'explication peut être évoqué pour la volatilité du prix au comptant et celle du *convenience yield* : leur niveau diminue avec la maturité parce que les chocs sur l'offre et sur la demande ont un impact plus faible sur les prix à long terme. Ces variations des paramètres conduisent à la conclusion selon laquelle, idéalement, les paramètres des modèles de structure par terme devraient dépendre de la maturité.

2.2.2. « Un modèle des prix à terme des matières premières avec rendement d'opportunité asymétrique », Lautier & Galli (2001)

Cet article permet d'établir l'intérêt que peut avoir l'introduction de l'hypothèse d'asymétrie du *convenience yield* dans un modèle de structure par terme des prix des matières premières. Avant de présenter les performances empiriques du modèle asymétrique, il est intéressant, à des fins de comparaison, de s'intéresser à celles du modèle de Schwartz.

2.2.2.1. Les performances du modèle de Schwartz

Les résultats obtenus à partir du modèle de Schwartz sont particulièrement riches d'enseignements. Ce modèle est en premier lieu un bon exemple de la fidélité à la réalité offerte par un modèle à deux facteurs, comme l'illustre le tableau 4, qui reproduit les performances du modèle sur le

marché du pétrole brut, entre 1998 et 2001, pour des prix à terme de différentes maturités : un, trois, six et neuf mois. Les performances peuvent même être excellentes : l'erreur de prix moyenne s'établit autour de 6 cents par baril sur la période. De plus, elles restent très bonnes lorsque la maturité des contrats est étendue jusqu'à sept ans (Lautier, 2003 b).

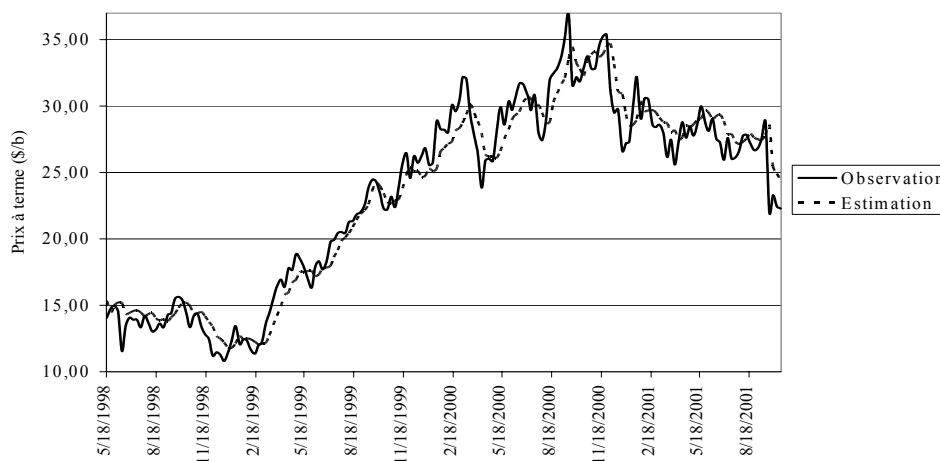
Tableau 4. Performances du modèle de Schwartz sur le marché du pétrole brut, 1998-2001

Maturité	MPE	RMSE
1 mois	-0.0604	2.3197
3 mois	-0.1078	1.9894
6 mois	-0.0545	1.7152
9 mois	-0.0073	1.5675
Moyenne	-0.0575	1.8980

Lautier & Galli (2002, a)

Le modèle est en deuxième lieu capable de reproduire assez précisément la dynamique des prix, et ce même lorsque ces derniers fluctuent fortement, comme ce fut le cas pour la période 1998-2001. La figure 11 présente les résultats obtenus pour les prix à terme à un mois. Au cours de la période d'étude, ils passent de 11 à 37 dollars par baril.

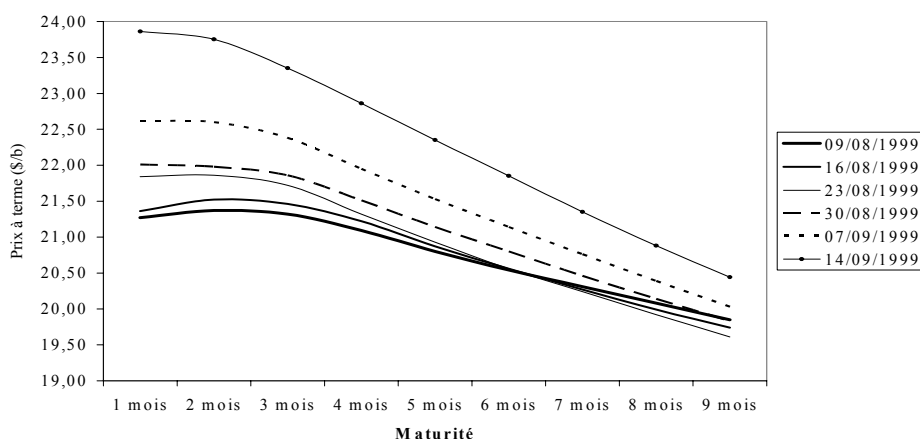
Figure 11. Prix à terme estimés et observés pour la maturité de un mois, 1998-2001



Lautier & Galli (2002, a)

En troisième lieu, les capacités du modèle à reproduire la dynamique des courbes de prix sont satisfaisantes, comme le montre la comparaison des figures 12 et 13. La première représente six structures par terme des prix du pétrole brut observées sur le Nymex entre le 9 août et le 14 septembre 1999. Au cours de cette période, les courbes sont toujours en déport. De plus, l'intensité du déport s'accroît au fur et à mesure que les courbes de prix se déplacent vers le haut.

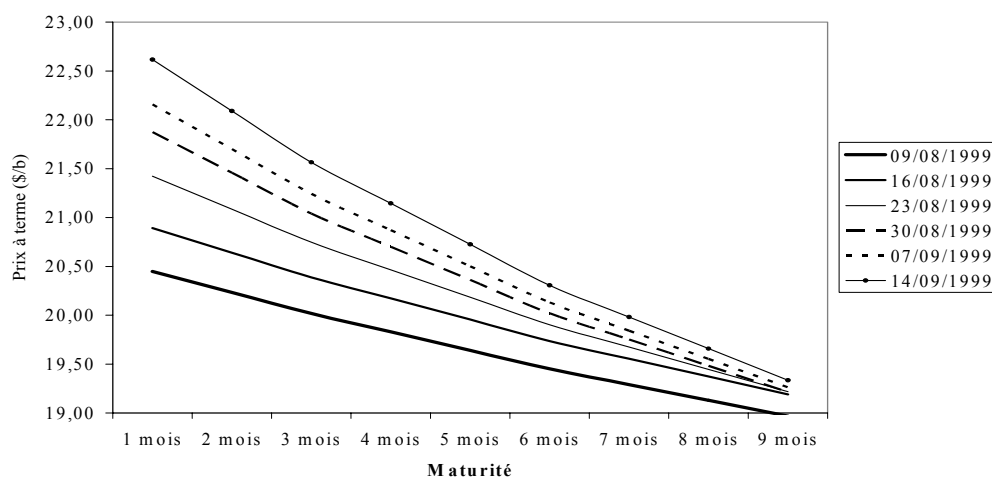
Figure 12. Structures par terme des prix du pétrole brut observées



Lautier & Galli (2002, b)

La figure 13 montre de quelle façon le modèle reproduit cette évolution. Elle représente, pour les mêmes dates d'observation, les structures par terme des prix estimées. Le modèle s'avère capable de reproduire correctement non seulement le déplacement vers le haut, mais également l'intensification de la pente. Malgré tout, les courbes de prix estimées sont dans cet exemple plus régulières qu'elles ne le sont dans la réalité.

Figure 13. Structures par terme des prix du pétrole brut estimées



Lautier & Galli (2002, b)

Ainsi, les performances du modèle de Schwartz sont excellentes. D'autres tests empiriques (Brennan (1991), Schwartz et Smith (2000)), réalisés à partir de modèles à deux facteurs, ont par ailleurs confirmé la supériorité de ces modèles sur ceux ne comprenant qu'un facteur : les performances sont en effet considérablement améliorées par l'introduction d'une seconde variable d'état. Les tests confirment également que le processus de retour vers une valeur moyenne est adapté à la représentation du comportement dynamique du *convenience yield* (Brennan (1991), Schwartz (1997)), car le paramètre représentant la force de rappel est significativement différent de zéro, tout

comme la valeur moyenne à long terme du *convenience yield*. Par rapport à ces différents travaux, ceux réalisés à partir du modèle asymétrique permettent de confirmer la validité de l'hypothèse d'asymétrie du *convenience yield*.

2.2.2.2. Les performances du modèle asymétrique

Avant d'exposer les performances du modèle asymétrique, l'article commence par proposer une version améliorée de ce modèle. La précédente datait de 2000¹⁸. Il montre ensuite que le coefficient d'asymétrie est non nul. Il établit enfin que la prise en considération de l'asymétrie améliore les performances du modèle.

L'amélioration du modèle asymétrique est de nature technique. Elle consiste à effectuer un changement de probabilité dans l'expression de la dynamique des variables d'état, et à utiliser la probabilité risque-neutre. Jusqu'alors, c'était la probabilité historique qui était retenue. Le passage de l'une à l'autre est acceptable car, les variables d'état du modèle n'étant pas observables, aucune série empirique ne leur est associée. Ce changement de probabilité est de nature technique mais il a des conséquences importantes sur le modèle asymétrique. Il permet en effet de réduire de huit à six le nombre de paramètres associés à ce modèle (et de sept à cinq ceux du modèle de Schwartz). Il facilite de ce fait la procédure d'optimisation, qui peut être menée simultanément sur tous les paramètres (ce n'était pas le cas pour la version antérieure du modèle). Certes, cette amélioration est obtenue au prix d'une moindre information quant aux estimations de la prime de risque et de la valeur moyenne à long terme du *convenience yield*, car ces deux éléments n'apparaissent désormais que de manière implicite. En revanche, elle présente un double avantage : tout d'abord, elle permet de confirmer la validité de l'hypothèse d'asymétrie du *convenience yield*. Ensuite, elle contribue à améliorer les performances du modèle asymétrique.

La réalisation de tests empiriques sur le marché du pétrole brut, entre 1995 et 1998, permet d'estimer le coefficient d'asymétrie du *convenience yield* et de montrer que celui-ci est non nul, quoique de valeur relativement faible, comme l'avaient laissé anticiper les simulations (voir le paragraphe 1.3. de cette partie). Le tableau 5 reproduit les valeurs des paramètres obtenues, pour cette période, pour le modèle de Schwartz et pour le modèle asymétrique.

Tableau 5. Paramètres optimaux

	Modèle de Schwartz	Modèle asymétrique
Force de rappel : κ	2,9424	0,4463
Volatilité de S : σ_S	0,2854	0,1946
Valeur moyenne corrigée du risque $\hat{\alpha}$	0,0363	-0,2611
Volatilité de C : σ_C	0,6241	0,1251
Coefficient de corrélation : ρ	0,9999	0,7271
Coefficient d'asymétrie : β	–	0,0858

Lautier & Galli (2001)

¹⁸ Lautier (2000). La structure par terme des prix des commodités : analyse théorique et applications au marché du pétrole brut.

Ces tests sont également intéressants au regard des estimations obtenues pour le coefficient de corrélation entre le prix au comptant et le *convenience yield*. Pour le modèle de Schwartz en effet, ce paramètre est très élevé. Tous les tests empiriques réalisés à partir de ce modèle (Schwartz 1997, Lautier & Galli 2001, Lautier & Galli 2002 a et b, Lautier 2003 b) confirment ce résultat, par ailleurs commenté par Schwartz et Smith en 2000. Une si forte corrélation pourrait conduire à s'interroger sur la pertinence du choix du *convenience yield* comme seconde variable d'état. De ce point de vue, l'introduction de l'asymétrie du *convenience yield* apporte une amélioration, puisque la corrélation entre les deux variables d'état s'en trouve réduite. Ainsi, l'impact de chacun des deux facteurs peut être distingué plus clairement. Avec leur modèle long terme/court terme, en sélectionnant d'autres variables d'état, Schwartz et Smith apportent une autre solution à ce problème. Dans ce cas, les variations à court et à long terme ont en effet des dynamiques plus « orthogonales », selon l'expression des auteurs. La corrélation entre les deux variables d'état est en effet évaluée à 0,189 et 0,3 pour deux bases de données différentes.

La comparaison des performances des deux modèles permet enfin de montrer que le modèle asymétrique est plus précis, sur toutes les maturités étudiées (un, trois, six et neuf mois), comme le montre le tableau 6, bien que l'écart se réduise pour la maturité de neuf mois.

Tableau 6. Performances des modèles, 1995-1998

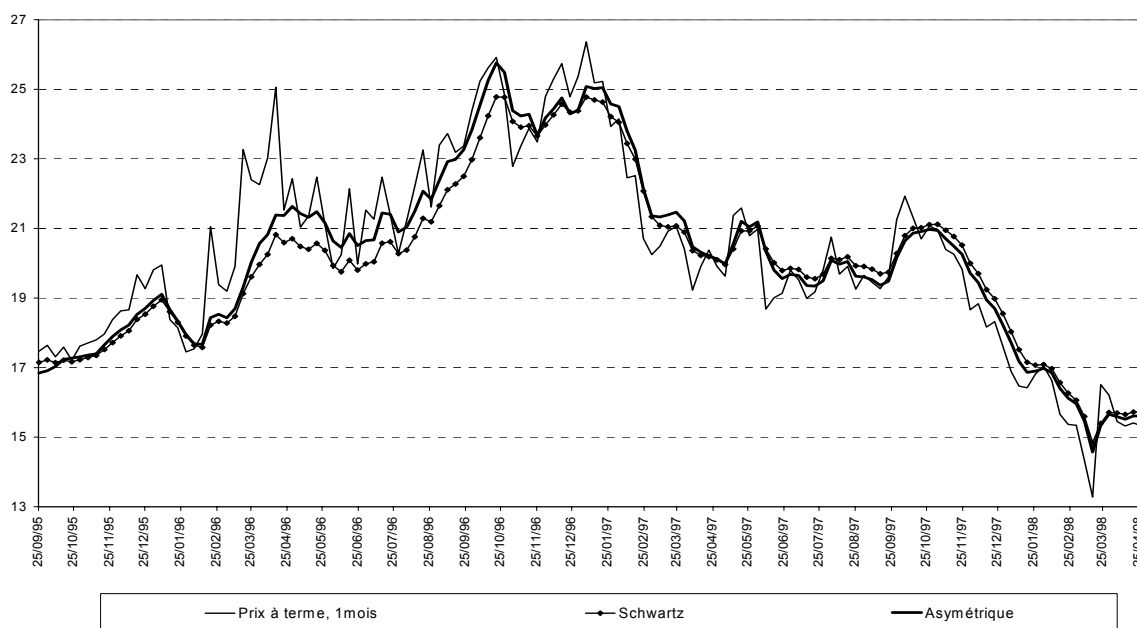
Maturité	Modèle de Schwartz		Modèle asymétrique	
	MPE	RMSE	MPE	RMSE
1 mois	-0,2976	1,0895	-0,1257	0,8865
3 mois	-0,1625	0,7447	-0,0386	0,5193
6 mois	-0,0889	0,5451	-0,0784	0,3511
9 mois	-0,0269	0,4018	-0,0717	0,4010
Moyenne	-0,1440	0,6953	-0,0786	0,5395

Lautier & Galli (2001)

Les résultats exposés confirment la grande précision des modèles : dans le pire des cas, l'erreur de prix moyenne est de 30 cents (maturité d'un mois) sur la période d'estimation. L'erreur de prix représente alors moins de 1,5% du prix à terme moyen de la période. Par ailleurs, ils montrent que les performances s'améliorent lorsque la maturité augmente, et que l'estimation comporte un léger biais, l'erreur de prix moyenne étant toujours légèrement négative pour les deux modèles.

La principale conclusion de cet article est naturellement relative au caractère asymétrique du comportement du *convenience yield*, qui est ici mis en évidence, et aux performances satisfaisantes du modèle asymétrique, illustrées par la figure 14. Ces meilleures performances ont été obtenues malgré deux approximations agissant en la défaveur du modèle asymétrique. La première de ces approximations est due au fait que le modèle asymétrique ne comporte qu'une solution semi-analytique. Par conséquent, il est nécessaire de simuler numériquement les prix à terme issus de ce modèle. La seconde approximation provient de la procédure d'optimisation des paramètres utilisée pour le modèle asymétrique, et de l'utilisation d'un filtre de Kalman étendu.

Figure 14. Prix à terme observés / prix à terme estimés, période 1995-1998



Lautier & Galli (2001)

Parmi les différents modèles existant dans la littérature, un nombre relativement réduit a fait l'objet de validations empiriques. Les tests réalisés mettent en évidence l'excellence des résultats obtenus à partir de modèles à deux facteurs, ce qu'une analyse en dynamique de la courbe des prix pouvait laisser anticiper. C'est parmi les modèles à deux facteurs que se range le modèle asymétrique. Les tests effectués à partir de ce dernier montrent qu'il est intéressant de prendre en considération le caractère imparfait des opérations d'arbitrage dans les marchés de matières premières.

Les modèles de structure par terme et leurs performances étant présentés, il est possible de s'intéresser, en quatrième partie de ce mémoire, à leurs applications pratiques.

QUATRIEME PARTIE. LES APPLICATIONS DES MODELES DE STRUCTURE PAR TERME

Deux importantes applications, reposant sur l'analyse de la relation entre prix à terme de différentes maturités, ont été explorées pour les modèles de structure par terme des prix des matières premières : les stratégies de couverture dynamique et la valorisation. Ces deux domaines d'application ont fait l'objet de plusieurs publications. Ils constituent toujours un champ d'investigation et sont à l'origine de plusieurs projets.

Dans le domaine de la couverture, l'un de mes premiers articles a été consacré à l'étude du cas Metallgesellschaft. C'est en effet à partir de cette affaire que la recherche portant sur la couverture dynamique a été initiée dans le domaine des matières premières. Plus récemment, en collaboration avec Fabrice Riva, les investigations se sont dirigées vers l'analyse de la liquidité sur les marchés à terme de matières premières. Tous les contrats ne sont pas caractérisés par le même volume de transaction dans les marchés à terme de matières premières. Généralement, la liquidité est concentrée sur les échéances les plus proches et ceci peut avoir une influence sur les stratégies de couverture dynamique. Enfin, dans le cadre d'un nouveau projet de recherche avec Alain Galli, l'objectif est de comparer les stratégies de couverture dynamique issues de différents modèles de structure par terme, et, pour chaque modèle, d'apprécier l'efficacité des stratégies en fonction du coût du renouvellement de la position de couverture et du choix des échéances retenues sur le marché à terme.

Dans le domaine de la valorisation, les modèles de structure par terme des prix des matières premières ont été utilisés dans le cadre de la théorie des options réelles. Un article a donc été consacré à une revue de la littérature sur ce sujet. Pour ce qui est des applications des modèles de structure par terme, je me suis intéressée à l'impact que pouvait avoir l'information apportée par les prix à terme sur la décision d'investissement. Enfin, nous avons le projet, avec Alain Galli, de prolonger nos recherches en appliquant la théorie des options réelles au *convenience yield*.

1. LES STRATEGIES DE COUVERTURE DYNAMIQUE

La première application des modèles de structure par terme est la couverture dynamique, qui apporte une réponse à certaines limites associées aux stratégies de couverture classiques. Ces dernières suggèrent en effet de prendre une position courte (longue) sur le marché à terme pour couvrir une position longue (courte) sur le marché physique, les deux positions ayant la même taille et la même échéance. De telles stratégies ne peuvent cependant être mises en œuvre lorsque la position à couvrir a un horizon supérieur à celui des contrats négociés sur le marché. Dans ce cas, une approche plus dynamique de la couverture s'impose, puisque l'on couvre, par exemple, un engagement à long terme sur le marché physique à l'aide de contrats à plus court terme. Cela implique, d'une part, de déterminer un ratio de couverture adéquat et d'autre part, de renouveler la position sur le marché à terme lorsque celle-ci parvient à expiration. Bien que ce type de problème ait déjà été abordé par

Ederington (1979), il acquiert une dimension nouvelle avec les modèles de structure par terme. En effet, ces modèles reposent sur un raisonnement d'arbitrage et sur la construction d'un portefeuille de couverture. Par conséquent, leur élaboration conduit naturellement à l'étude de stratégies de couverture.

La réflexion relative à l'utilisation de modèles de structure par terme pour la couverture a été motivée par l'expérience de Metallgesellschaft¹⁹. Il est donc intéressant de commencer par présenter ce cas, pour ensuite exposer les différents travaux auxquels il a donné naissance.

1.1. « Les opérations de Metallgesellschaft sur les marchés à terme de produits pétroliers : spéculation ou couverture ? » Lautier (1998)

L'étude du cas Metallgesellschaft occupe une place importante dans mes recherches. Elle vise en effet à s'assurer de la pertinence et de l'intérêt que peuvent avoir les modèles de structure par terme pour la gestion des firmes.

L'affaire Metallgesellschaft peut être brièvement résumée de la façon suivante. Au début des années 1990, cette entreprise a tenté de couvrir des engagements *forward* à long terme sur le marché physique avec des contrats *futures* à court terme. Cette tentative s'est soldée par un échec retentissant et une perte de 2,4 milliards de dollars, mais elle a suscité des recherches ayant pour objectif de savoir si ce type d'opération peut être réalisée sans danger.

L'intérêt du cas Metallgesellschaft est double. En premier lieu, être capable d'avoir des positions à long terme sur le marché physique et de couvrir le produit de ces ventes constitue un enjeu non négligeable. En témoigne le succès rencontré par l'entreprise lorsqu'elle a proposé des ventes *forward* pour un horizon de 5 à 10 ans. En second lieu, Metallgesellschaft a tenté de couvrir ses engagements à long terme (plusieurs années) sur le marché physique avec des positions courtes (quelques mois) sur le marché à terme. Ce type de stratégie est particulièrement intéressant lorsque la maturité des contrats les plus activement échangés est limitée à quelques mois. L'utilisation des maturités les plus courtes suppose cependant que le portefeuille de couverture est renouvelé régulièrement lorsque la date d'expiration des contrats approche, afin de maintenir en permanence une position sur le marché papier. Ainsi, cette stratégie expose à un risque de renouvellement de la position qui, associé à un mauvais ratio de couverture, a contribué à la ruine de Metallgesellschaft.

L'étude de ce cas a permis de formuler trois conclusions essentielles pour la suite de mes recherches. Premièrement, les modèles de structure par terme sont très utiles pour la gestion du risque de prix, car leurs performances sont supérieures à celles des méthodes classiques que sont le *short hedging* et le *long hedging*. Deuxièmement, la capacité d'un modèle à représenter correctement la structure par terme des prix est un élément crucial de la performance d'une stratégie de couverture. Troisièmement, il peut être dangereux de négliger les flux financiers (appels de marge et coûts de renouvellement de la position à terme) induits par la stratégie de couverture.

Les modèles de structure par terme sont très utiles pour la gestion du risque de prix lorsqu'il existe un décalage entre les échéances des positions détenues sur le marché physique et sur le marché à

¹⁹ L'affaire Metallgesellschaft a donné lieu à de nombreuses publications. Les articles de Culp et Miller (1994, 1995), et de Edwards et Canter (1995) sont particulièrement bien documentés.

terme. La couverture de stocks ou d'engagements de livraison à long terme sur le marché physique par des positions à court terme sur le marché des contrats nécessite un ratio de couverture inférieur à l'unité. Dans ce contexte, les modèles de structure par terme permettent non seulement de valoriser les positions sur le marché physique, mais également de déterminer le ratio de couverture. Une grande attention doit cependant être accordée à la capacité de ces modèles à représenter correctement la structure par terme des prix. L'efficacité des opérations de couverture peut être totalement remise en question par l'usage d'un mauvais modèle. C'est une erreur de ce type qui explique en partie la débâcle de Metallgesellschaft.

La stratégie mise en place par la firme allemande, étudiée à l'aune des enseignements des modèles de structure par terme, comportait deux faiblesses²⁰. Tout d'abord, le portefeuille de couverture, constitué d'une position d'achat unique sur les contrats à terme rapprochés, ne pouvait assurer une couverture satisfaisante. Ensuite, le ratio de couverture de 100% choisi par l'entreprise était bien supérieur à ce qu'il aurait dû être.

L'article souligne cependant que ces faiblesses ne suffisent pas à expliquer l'ampleur de la débâcle subie par la firme : d'autres facteurs doivent en effet être considérés. En premier lieu, même si le ratio de couverture avait été correctement estimé, la position initiée sur le marché à terme était susceptible d'engendrer des flux financiers considérables à court terme. Les dirigeants de Metallgesellschaft et les actionnaires de la maison mère n'étaient certainement pas conscients du montant que ces flux pouvaient atteindre, par manque d'informations ou parce que ces sommes avaient été sous-estimées. En deuxième lieu, la position sur les marchés à terme était d'une envergure telle qu'elle pouvait influencer l'évolution des prix ; cette éventualité n'a sans doute pas non plus été envisagée par les opérateurs de Metallgesellschaft.

En ce qui concerne les flux financiers à court terme engendrés par la stratégie, une analyse des coûts de renouvellement de la couverture a été réalisée par Edwards et Canter (1995). L'article complète cette étude par l'analyse, grâce à la méthode des *Worst Case Scenario (WCS)*, des appels de marge quotidiens et des cumuls d'appels de marge maximaux auxquels Metallgesellschaft pouvait être confronté sur une période donnée. L'analyse en termes de *WCS* est similaire à un test de cas limite ou à une analyse de scénario : le *WCS* est la pire situation qui puisse survenir au cours d'une période de temps donnée. Cette valeur est estimée à partir de l'observation des prix passés. L'application de cette méthode permet de montrer que sur les trois marchés à terme pétroliers américains, les appels de marge maximaux de l'année 1993 n'ont pas été supérieurs à ceux des années précédentes. Le même résultat est obtenu pour les cumuls d'appels de marge sur une période de 20 jours. A l'aide d'une méthode adaptée à l'analyse des cas extrêmes, les concepteurs de la stratégie de Metallgesellschaft auraient donc pu anticiper, au moins de façon approximative, le montant des appels de marge et les coûts de renouvellement qu'ils risquaient d'avoir à financer.

Ainsi, au-delà de la question portant sur la nature spéculative ou non de la stratégie envisagée, Metallgesellschaft constitue un cas d'école unique : il permet non seulement de poser la question de la couverture de positions à long terme à partir d'instruments à court terme, mais aussi d'illustrer le fait

²⁰ Certains observateurs ont suggéré que ces faiblesses n'en sont pas réellement car elles résulteraient, non pas d'une ignorance technique de la part de ceux ayant initié la stratégie de Metallgesellschaft, mais d'une volonté de spéculer à l'abri d'une pseudo couverture.

que le risque de prix n'est pas le seul facteur à prendre en considération lors de la conception d'une stratégie de couverture.

Les différentes stratégies de couverture basées sur les modèles de structure par terme étudiées dans le prolongement de l'affaire Metallgesellschaft (Brennan et Crew (1997), Schwartz (1997), Neuberger (1999), Routledge, Seppi et Spatt (2000), Veld-Merkoulova et de Roon (2003)) diffèrent principalement les unes des autres quant aux hypothèses relatives au comportement des prix à terme. Toutes ces études partagent cependant un certain nombre de points communs.

En premier lieu, le problème de la couverture est toujours abordé à partir de la construction d'un portefeuille dont le comportement réplique celui de l'actif à couvrir. Ce portefeuille est une combinaison de contrats à terme de différentes maturités. Le nombre de positions à terme au sein du portefeuille est au moins égal au nombre de facteurs sous-jacents (c'est-à-dire de variables d'état) inclus dans le modèle de structure par terme. En deuxième lieu, ces travaux ont montré que pour couvrir correctement un engagement *forward*, il faut que la sensibilité de la valeur présente de l'engagement par rapport à chacun des facteurs sous-jacents soit égale à celle du portefeuille de couverture. Par conséquent, les ratios de couverture dépendent des variables d'état et leur valeur diminue lorsque la maturité de la position *forward* augmente. En troisième lieu, à ce jour, les maturités des contrats à terme composant le portefeuille de couverture sont toujours choisies de façon arbitraire, tout comme la date du renouvellement du portefeuille. Enfin, peu de travaux ont été réalisés sur les coûts de transaction et sur les coûts de financement associés aux positions détenues sur le marché à terme. Par ailleurs, les comparaisons entre modèles, là encore, sont rares. C'est à ces lacunes que souhaitent répondre d'une part, le travail en cours réalisé avec Fabrice Riva et d'autre part, le projet de recherche sur les stratégies de couverture, en collaboration avec Alain Galli.

1.2. « *Liquidity in the commodity futures markets and the efficiency of hedging strategies* » Lautier & Riva (2004)

Les travaux sur la couverture dynamique ont à ce jour négligé l'étude de l'impact que pouvait avoir le choix de la maturité des contrats à terme sur la performance d'une stratégie de couverture. L'idée d'utiliser des contrats de maturité plus courte, donc plus liquides, était pourtant au centre de la stratégie initiée par Metallgesellschaft. Si elle a inspiré tous les travaux dans ce domaine, elle n'a jamais été explorée en tant que telle. Ce travail se donne donc pour objectif d'étudier la liquidité sur les marchés à terme de matières premières afin d'analyser son impact sur l'efficacité des stratégies de couverture dynamique et d'élaborer des ratios de couverture prenant en considération ce phénomène.

A partir d'une base de données constituée à cet effet, les travaux se concentrent d'abord sur le marché à terme américain du pétrole brut et montrent comment évolue la liquidité des contrats sur longue période (1989-2003), au fur et à mesure que le marché progresse en maturité. Ce processus de maturation se traduit par la croissance des volumes échangés et par l'augmentation de la maturité des contrats. Une attention particulière est apportée aux périodes de crises – la guerre du Golfe (1991-1992) et la guerre d'Irak (2003) – en supposant que des transferts de liquidité s'effectuent, en période de forte volatilité, en faveur des contrats ayant les maturités les plus courtes. Un tel phénomène devrait avoir un impact sur l'efficacité des stratégies de couverture des opérateurs ; or, c'est justement en période de crise que les performances de ces stratégies deviennent cruciales. Cette influence sera

étudiée dans le but d'élaborer des ratios de couverture tenant compte de la liquidité des contrats. Ce travail sera prolongé par une comparaison du marché américain et du marché anglais du pétrole brut.

1.3. « *Dynamic hedging strategies and commodity risk management* » Lautier & Galli (2004, a)

A ce jour, exceptés les travaux de Brennan et Crew (1997), aucune vision d'ensemble de la problématique de la couverture dynamique n'est disponible. Les comparaisons entre les performances des modèles sont quasiment inexistantes. Par ailleurs, l'aspect opérationnel de ces stratégies a été négligé. L'objectif de ce projet est de comparer les stratégies de couverture dynamique issues de différents modèles de structure par terme des prix, et, pour chaque modèle, d'apprécier l'efficacité des stratégies en fonction du coût du renouvellement de la position de couverture et du choix d'une échéance plutôt que d'une autre pour la position de couverture.

Le développement, depuis 1997, de nouveaux modèles de structure par terme plus performants que ceux étudiés par Brennan et Crew, élargit le champ des stratégies possibles. Une comparaison de différentes stratégies de couverture, chacune correspondant à un modèle, sera donc entreprise afin de cibler la plus efficace. Par ailleurs, des préoccupations d'ordre opérationnel seront intégrées dans l'étude. Nous prendrons par exemple en considération le coût du renouvellement d'une couverture, qui n'est bien sûr pas identique selon que le marché se trouve en déport ou en report. De plus, nous nous proposons de déterminer la couverture optimale correspondant à une position donnée sur le marché physique. Pour cela, nous testerons la sensibilité de la stratégie à la fréquence des modifications des engagements sur le marché à terme, ainsi qu'à la maturité des positions de couverture choisies. Enfin, nous intégrerons les coûts de transaction dans l'analyse.

Ce travail doit être l'occasion de déterminer une stratégie de couverture optimale, qui minimise le risque de prix tout en évitant des coûts de mise en œuvre trop élevés.

2. LA VALORISATION

La seconde application des modèles de structure par terme des prix des matières premières est la valorisation, principalement à des fins d'investissement. L'utilisation d'un modèle de structure par terme, dans la décision d'investissement, est assez intuitive : avec un tel modèle, il est possible de déterminer un prix à terme pour n'importe quelle date d'expiration, même si cette dernière est très éloignée. Par conséquent, le modèle permet la valorisation des flux de trésorerie nets associés à un projet d'investissement.

Toutes les études utilisant les modèles de structure par terme pour la valorisation et l'investissement sont conçues dans le cadre théorique des options réelles. C'est pour cette raison qu'il est apparu important de réaliser une revue de la littérature sur ce thème. Par ailleurs, dans le domaine des matières premières, tous les travaux portant sur la décision d'investissement sont centrés sur les réserves minérales. Dans cette industrie en effet, le caractère irréversible de la décision d'investissement est très prononcé, ce qui accroît l'intérêt d'une analyse menée à l'aide des options réelles. L'article s'intéressant au cas du pétrole brut et à l'impact que peut avoir l'information apportée par la structure par terme des prix sur la décision d'investissement ne déroge pas à cette règle. Enfin,

un second projet de recherche aura lui aussi recours à la théorie des options réelles, dans le but de déterminer une politique optimale de gestion des stocks et /ou de la production pour les opérateurs intervenant dans les marchés de matières premières énergétiques.

2.1. « Les options réelles : une idée séduisante – un concept utile et multiforme – un instrument facile à créer mais difficile à valoriser » Lautier (2003, a)

La théorie des options réelles, basée sur une analogie avec les options financières, a pour objectif d'identifier la composante optionnelle comprise dans la plupart des projets d'investissement, et de l'évaluer lorsque c'est possible²¹. Son principal avantage est que, contrairement aux méthodes traditionnellement utilisées pour la sélection des projets d'investissement – comme la valeur actuelle nette – elle prend en considération la flexibilité d'un projet. C'est d'autant plus important que le projet est entaché d'irréversibilité, comme c'est le cas de la plupart des investissements miniers.

Cette théorie connaît un vif succès. Non seulement ce concept est appliqué dans des domaines extrêmement variés, depuis l'industrie lourde jusqu'aux nouvelles technologies, mais de plus les méthodes utilisées pour l'appréhender sont très diverses. Des analyses strictement qualitatives côtoient en effet des modélisations extrêmement poussées. Le foisonnement est tel qu'il soulève des interrogations quant à la pertinence du concept : est-il possible de l'employer effectivement dans tous les domaines ? Si oui, quelle est son utilité ? Une trop grande généralité ne nuit-elle pas à son pouvoir explicatif ? Enfin, que faut-il attendre de cette notion : un outil de réflexion ou, comme pourrait le laisser croire la terminologie « options réelles », une méthode quantitative ? C'est pour répondre à ces questions que cet article a été rédigé.

Ce travail permet de définir la notion d'option réelle et d'établir une typologie faisant apparaître la diversité des options rencontrées dans la littérature et dans la gestion de l'entreprise. Il montre également que la plupart des projets d'investissement incluent plusieurs options. L'utilité du concept pour la décision d'investissement est établie à travers un cas simplifié et une comparaison avec les critères plus traditionnels. L'étude des méthodes de valorisation des options réelles conduit à identifier les conditions de leur existence et les déterminants de leur valeur. La principale conclusion de cette étude est que si le concept est attrayant et *a priori* utile, la quantification de tels instruments présente en revanche de réelles difficultés, en particulier lorsqu'un projet comporte plusieurs options.

2.2. « Valuation of an oil field using real options and the information provided by term structures of commodity prices » Lautier (2002, b)

Toutes les études réalisées dans le domaine de la décision d'investissement (Brennan et Schwartz (1985), Cortazar et Schwartz (1997), Schwartz (1997), Schwartz (1998), Smith et McCardle (1998), Schwartz et Smith (2000), Cortazar, Schwartz et Casassus (2001)) partagent un certain nombre de points communs. Premièrement, le cadre d'analyse choisi est souvent assez simple, parce que la valorisation d'une option est généralement beaucoup plus compliquée que la valorisation d'un contrat à terme. Par conséquent, les auteurs recourent la plupart du temps à des modèles simples, inspirés de

²¹ Une présentation de la théorie des options réelles peut être trouvée dans Copeland et Antikarov (2001), Grinblatt et Titman (2001), Trigeorgis (1999).

ceux développés dans le contexte des contrats à terme et présentés en deuxième partie du mémoire. Deuxièmement, les travaux empiriques dans ce domaine sont rares, tout simplement parce que l'estimation des paramètres devient une question délicate lorsque l'horizon d'analyse dépasse celui des contrats échangés sur le marché.

La recherche dans le domaine de la décision d'investissement a donc commencé par explorer des cadres d'analyse assez idéalistes : au début, tout, sauf le prix de la matière première, était supposé connu dans la mine. Par la suite, une seconde source d'incertitude a parfois été prise en considération. Par rapport à ces différents travaux, mes propres investigations se situent dans le contexte le plus simple, celui où la seule incertitude est celle associée au prix. Ce choix est effectué dans le but de se concentrer sur l'information qu'apporte la structure par terme des prix et sur son impact sur la décision d'investissement.

Cette étude applique au marché du pétrole le cadre d'analyse proposé par Schwartz en 1997, pour le marché du cuivre. L'étude ne prend en considération qu'une seule option réelle – celle de reporter l'exploitation, par ailleurs la plus simple (et la plus utilisée) des options réelles – et une seule source d'incertitude – le prix du pétrole brut. Ainsi, le volume et la qualité des réserves en sous-sol sont supposés connus, de même que les coûts de développement et d'extraction. Quant au progrès technique et au risque d'expropriation, ils sont ignorés.

Ce cadre d'analyse est donc simple, excepté en ce qui concerne la représentation du comportement dynamique du prix et la méthode d'évaluation de l'option réelle associée à la détention des réserves souterraines. En effet, les modèles de structure par terme retenus dans cet article (il s'agit de celui de Brennan et Schwartz (1985) et de celui de Schwartz (1997)) ne sont pas simplifiés comme ils le sont très souvent dans ce type de travaux. Tout l'intérêt de l'étude réside dans la comparaison des résultats obtenus avec chacun de ces deux modèles.

Quant à l'idée de transposer ce travail à un autre cadre empirique, elle repose sur le fait que le marché du pétrole brut et celui du cuivre ne présentent pas les mêmes caractéristiques. Or, il s'avère que ce changement de champ d'investigation permet d'aboutir à des conclusions importantes pour la décision d'investissement, qui sont de portée tout à fait générale, mais qui n'avaient pas été vues par Schwartz.

Ces conclusions concernent l'analyse des signaux d'investissement associés à la méthode optionnelle. Les simulations effectuées sur le marché du pétrole brut montrent en effet que les décisions d'investissement doivent être prises avec prudence lorsqu'elles s'appuient sur des modèles de structure par terme. En effet, la méthode optionnelle ne semble pas être plus intéressante que celle de la valeur actuelle nette pour les marchés de matières premières lorsque la structure par terme des prix est en déport. Dans ce cas, le choix de l'investisseur se résume à investir maintenant ou jamais, ce qui est précisément le critère de décision associé à la méthode de la valeur actuelle nette. Pourtant, le déport peut être la situation la plus fréquente pour certains marchés, comme celui du pétrole brut. De plus, l'article souligne que la structure par terme des prix peut évoluer fortement et rapidement, donnant ainsi lieu à des signaux d'investissement tout à fait différents à des dates rapprochées. Ce travail soulève donc des interrogations quant à la pertinence du recours à des modèles de structure par terme pour valoriser des options réelles.

2.3. « *Valuation of commodity stocks using the theory of real options* » Lautier & Galli (2004, b)

Ce projet a pour objectif de déterminer une politique optimale de gestion des stocks et/ou de la production pour les opérateurs intervenant dans les marchés de matières premières énergétiques. Les stocks considérés peuvent être soit insérés dans un processus de production ou de commercialisation, soit voués à la réalisation d'opérations d'arbitrage et de spéculation. Ce travail sera réalisé dans le cadre de la théorie du stockage en se référant au concept de *convenience yield*. La méthodologie employée pour valoriser ce revenu implicite et déterminer à quels niveaux de prix il est optimal, pour un opérateur, d'acheter, de vendre ou encore de maintenir ses stocks et/ou sa production, sera celle des options réelles.

Plusieurs travaux de recherche ayant mis en évidence le comportement asymétrique du *convenience yield* dans les marchés de matières premières (voir le paragraphe 2.3. de la deuxième partie de ce mémoire), le *convenience yield* peut être valorisé comme une option, car le prix d'un tel actif se caractérise lui aussi par un comportement asymétrique. Plus précisément, parce que le *convenience yield* est associé à la détention de stocks physiques, il est possible de l'identifier à une option réelle.

L'identification du *convenience yield* à une option n'est pas une nouveauté. Heinkel, Howe et Hughes (1990), Milonas et Tomadakis (1997), Milonas et Henker (2001) nous ont précédés dans cette voie. Cependant, aucun de ces travaux n'a mis en évidence à quoi pouvait servir une telle modélisation. Il nous semble pourtant qu'en déterminant quel est le prix d'exercice de cette option, il sera possible de préciser à quels niveaux de prix il est optimal, pour un opérateur, d'acheter, de vendre ou de maintenir ses stocks à leur niveau d'origine. Dans ce contexte, le *convenience yield* pourra tout aussi bien être une option d'achat qu'une option de vente. Ceci distinguera, là encore, nos travaux des précédents. Ces derniers considèrent tous, en effet, le *convenience yield* comme une option d'achat. Or, modéliser le *convenience yield* comme une option d'achat, c'est supposer implicitement que les stocks n'ont qu'une destination : la transformation en produits finis. Pourtant, ils peuvent être échangés en l'état, avant toute transformation. Il leur est donc également associé une option de vente qu'il convient d'intégrer dans l'analyse si l'on veut représenter une politique de gestion des stocks réaliste.

Par ailleurs, bien qu'ils reposent sur la notion de *convenience yield* et donc sur le bénéfice associé à la détention de stocks, l'intérêt de ces travaux ne devrait pas se limiter aux matières premières stockables. En effet, bien que cela n'ait pas encore été réalisé, le concept de *convenience yield* peut tout à fait être exploité dans le contexte de matières premières non stockables, telle que l'électricité. Dans ce cas, l'option réelle ne serait pas associée aux stocks proprement dits, mais aux capacités de production.

CONCLUSION

Au terme de cette présentation, il peut être intéressant de proposer une vue plus synthétique des travaux exposés. Ceux-ci couvrent un large éventail. Il est en effet possible de les répartir en cinq catégories différentes, sans que chaque article ne se restreigne pour autant à une seule de ces catégories : les travaux théoriques, de modélisation, méthodologiques, empiriques et de synthèse.

La contribution des travaux théoriques est d'améliorer la compréhension de la structure par terme des prix des matières premières. Ils précisent la définition d'un concept ou le modifient. C'est à cette catégorie qu'appartiennent le texte suggérant une définition de la segmentation temporelle d'un marché à terme (Lautier (2003 b)), celui proposant l'hypothèse d'asymétrie du *convenience yield* (Lautier (2002 a)) et le projet de recherche visant à considérer le *convenience yield* comme une combinaison d'option d'achat et d'option de vente (Lautier & Galli (2004 b)).

Les travaux de modélisation se situent dans le prolongement direct des précédents. Ils ont en effet pour objectif d'exprimer l'analyse théorique sous une forme empiriquement testable. C'est à cet ensemble qu'appartiennent les articles proposant d'introduire l'hypothèse d'asymétrie du *convenience yield* dans un nouveau modèle de structure par terme (Lautier & Galli (2001) et Lautier (2002 a)). Le projet ayant pour objectif de représenter le *convenience yield* comme une option d'achat et de vente (Lautier & Galli (2004 b)) appartient au même ensemble. Quant à l'hypothèse de segmentation (Lautier (2003 b)), il n'a pas été nécessaire de mettre en œuvre une modélisation nouvelle pour la tester.

Les travaux méthodologiques ont d'abord été initiés, comme cela fut souligné plus tôt, en vue de résoudre des difficultés de validation propres au modèle asymétrique. En effet, le filtre de Kalman étendu a été proposé, pour la première fois en finance, afin de répondre au caractère non linéaire du modèle asymétrique (Lautier & Galli (2001), et Lautier & Galli (2002, a)). Les avancées réalisées dans le domaine des méthodes de filtrage nous ont incités à pousser les investigations un peu plus loin pour approfondir le problème de la non linéarité et pour aborder celui des variables non gaussiennes (Javaheri, Lautier & Galli (2003)). Ce fut d'ailleurs l'occasion d'élargir le champ de nos investigations, puisque nous avons réalisé à cette occasion des tests sur le marché américain des actions.

Les travaux de nature empirique ont, quant à eux, été réalisés pour différentes raisons. Ils se sont tout d'abord fait l'écho des recherches théoriques, à travers la validation des hypothèses d'asymétrie du *convenience yield* (Lautier & Galli (2001)) et de segmentation temporelle du marché du pétrole brut (Lautier (2003 b)). Les autres travaux ont pris pour point de départ l'analyse empirique, dans le but initial d'améliorer la compréhension du fonctionnement du marché du pétrole brut, et ont finalement abouti à des conclusions théoriques ou d'ordre général. Ainsi, la recherche centrée sur l'option réelle de reporter l'exploitation d'un gisement a été entreprise au départ pour tester sur un nouveau marché des résultats précédemment obtenus par Schwartz (1997). Elle a finalement montré que l'analyse par les options réelles n'était sans doute pas (ou peu) pertinente dans un marché en déport (Lautier (2002 b)). De même, l'analyse en composantes principales sur longue période a mis en évidence le caractère structurel de la dynamique des prix à terme (Lautier & Galli (2002 b)). L'étude de l'évolution de la volatilité des prix à terme (Lautier & Simon (2003)) conduit à s'interroger sur l'impact que peut avoir l'accroissement des fluctuations de prix sur l'efficacité des stratégies de

couverture. L'étude du cas Metallgesellschaft (Lautier (1998)) permet de retirer des enseignements cruciaux quant à l'utilisation adéquate des modèles de structure par terme à des fins de couverture et quant à l'efficacité de ces stratégies. Le projet d'étude de la liquidité du marché à terme américain du pétrole brut (Lautier & Riva (2004)) ainsi que la comparaison des stratégies de couverture dynamiques associées à différents modèles de structure par terme (Lautier & Galli, 2004 a) doivent contribuer à une meilleure appréciation de l'utilité et de l'efficacité des outils que constituent ces modèles, en intégrant des considérations pratiques telles que les coûts de transaction associés aux portefeuilles de couverture ou le rééquilibrage de ces portefeuilles.

Ces recherches ont bien souvent été rendues possibles grâce à des travaux de synthèse. Ces derniers ont abouti à la rédaction de deux revues de la littérature, l'une sur les options réelles (Lautier (2003 a)), l'autre sur les modèles de structure par terme (Lautier (2003 c)).

C'est sans aucun doute la cohésion apportée par le choix d'un champ d'investigation bien précis qui m'a permis d'avoir, en un temps relativement restreint, une appréhension assez complète du problème de la structure par terme des prix des matières premières. Ceci s'est traduit par des travaux relativement variés, situés tout au long de chaînes logiques allant des travaux théoriques aux recherches empiriques, ou inversement. Malgré cette relative exhaustivité, il reste (heureusement) bien des champs à découvrir, une fois terminés les travaux en cours et les projets mentionnés dans ce mémoire. Je n'ai, à ce jour, pas abordé la question de la saisonnalité, pourtant importante dans le marché du pétrole puisqu'elle affecte significativement le comportement des prix des produits pétroliers. L'étude de ces marchés constitue donc une extension naturelle des travaux que j'ai réalisés. De plus, face à l'importance qu'acquiert d'autres marchés énergétiques, tel celui de l'électricité, il me paraît intéressant de se pencher sur la problématique des matières premières non stockables. L'attrait de telles recherches est d'autant plus fort que le concept de *convenience yield* me semble pouvoir être parfaitement adapté au caractère non stockable de cette matière première, à condition toutefois de prendre en considération son caractère asymétrique et, plus précisément, de le modéliser comme une option réelle. Ce projet devrait donc naturellement s'inscrire dans la suite de celui consacré à la gestion des stocks de matières premières (2004 b).

BIBLIOGRAPHIE

- Anderson R. (1985). Some determinants of the volatility of futures prices. *Journal of Futures Markets*, 5, 331-348.
- Babbs S.H. & Nowman K.B. (1999). Kalman filtering of generalized Vasicek term structure models. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 34(1), 115-130.
- Barkoulas J.T., Labys W.C. & Onochie J.I. (1999). Long memory in futures prices. *Financial Review*, 34(1), 91-100.
- Bessembinder H. (1993). An empirical analysis of risk premia in futures markets, *Journal of Futures Markets*, 13(6), 611-630.
- Blank S.C. (1989). Research on futures markets: issues, approaches and empirical findings. *Western Journal of Agricultural Economics*, 14 (1), 126-139.
- Blau G. (1944). Some aspects of the theory of futures trading. *Review of Economic Studies*, vol. 12, 1-30.
- Bodie Z. & Rosansky V.I. (1980). Risk and return in commodity futures. *Financial Analyst Journal*, 36(3), 27-39, May-June.
- Brennan M.J. (1958). The supply of storage. *American Economic Review*, 47, 50-72.
- Brennan M.J., & Schwartz E.S. (1985). Evaluating natural resource investments. *Journal of Business*, 58, 135-157.
- Brennan M.J. (1991). The price of convenience and the valuation of commodity contingent claims, *in* D. Land, B. Øksendal (Ed.), *Stochastic Models and Options Values*, Elsevier Science Publishers.
- Brennan M.J. & Crew N. (1997). Hedging long maturity commodity commitments with short-dated futures contracts, *in* M. Dempster & S. Pliska (Eds), *Mathematics of derivatives securities*, pp 165-190, Cambridge: Cambridge University Press.
- Brennan D., Williams J. & Wright B.D. (1997). Convenience yield without the convenience: a spatial-temporal interpretation of storage under backwardation. *Economic Journal*, 107(443), 1009-1022.
- Cabedo J.D. & Moya I. (2003). Estimating oil price « Value at Risk » using the historical simulation approach. *Energy Economics*, 25, 239-253.

- Carter C.A. (1999). Commodity futures markets: a survey. *Australian Journal of Agricultural & Resource Economics*, June, 43(2), 209-248.
- Chambers M.J. & Bailey R.E. (1996). A Theory of commodity price fluctuations. *Journal of Political Economy*, 104(5), 924-957.
- Conseil des Marchés Financiers (2002). L'augmentation de la volatilité du marché des actions, décembre, 54 p.
- Copeland T. & Antikarov V. (2001). *Real options : a practitioner's guide*, Texere, 372 p.
- Cortazar G. & Schwartz E.S. (1994). The valuation of commodity contingent claims, *Journal of Derivatives*, 1(4), 27-39.
- Cortazar G. & Schwartz E.S. (1997). Implementing a real option model for valuing an undeveloped oil field. *International Transactions in Operational Research*, March, 4(2), 125-137.
- Cortazar G. & Schwartz E.S. (1998). Monte-carlo evaluation model of an undeveloped oil field. *Journal of Energy Finance and Development*, 3, 73-84.
- Cortazar G. & Schwartz E.S. (2003). Implementing a stochastic model for oil futures prices. *Energy Economics*, 25, 215-238.
- Cortazar G., Schwartz E.S., & Casassus J. (2001). Optimal exploration investments under price and geological-technical uncertainty: a real options model. *R & D Management*, 31, 181-189.
- Cox J.C., Ingersoll J.E. & Ross S.A. (1981). A re-examination of traditional hypotheses about the term structure of interest rates. *Journal of Finance*, 36(4), 769-799.
- Culp C.L. & Miller M.H. (1994). Hedging a flow of commodity deliveries with futures: lessons from Metallgesellschaft. *Derivatives Quarterly*, 1(1), 7-15.
- Culp C.L. & Miller M.H. (1995). Metallgesellschaft and the economics of synthetic storage. *Journal of Applied Corporate Finance*, 7(4), 62-76.
- Deaton A. & Laroque G. (1992). On the behaviour of commodity prices. *Review of Economic Studies*, 59(198), 1-24.
- Deaton A. & Laroque G. (1996). Competitive storage and commodity price dynamics. *Journal of Political Economy*, 104(5), 896-923.
- Dusak K. (1973). Futures trading and investor returns: an investigation of commodity market risk premiums. *Journal of Political Economy*, 81(6), 1387-1406.

Ederington L. (1979). The hedging performance of the new futures markets, *Journal of Finance*, 34, 157-170.

Edwards F.R. & Canter M.S. (1995). The collapse of Metallgesellschaft: unhedgeable risks, poor hedging strategy, or just bad luck? *Journal of Futures Markets*, 15(3), 221-264.

Fama E.F. & French K.R. (1987). Commodity futures prices: some evidence of forecast power, premiums, and the theory of storage, *Journal of Business*, 60(1), 55-74.

Fama E.F. & French K.R. (1988). Business cycles and the behavior of metals prices, *Journal of Finance*, 43(5), 1075-1093.

Fisher I. (1896). Appreciation and Interest. *Publications of the American Economic Association*, 9(4), 331-442.

Frechette D.L. & Fackler P.L. (1999). What causes commodity price backwardation? *American Journal of Agricultural Economics*, 81(4), 761-771.

Gabillon J. (1992). The term structure of oil futures prices, Working Paper, Oxford Institute for Energy Studies.

Gabillon J. (1995). Analysing the forward curve, in *Risk Books* (1st ed.), *Managing Energy Price risk*, London.

Gibson R. & Schwartz E.S. (1989). Valuation of long-term oil-linked assets. Working Paper, Anderson Graduate School of Management, UCLA.

Gibson R. & Schwartz E.S. (1990). Stochastic convenience yield and the pricing of oil contingent claims. *Journal of Finance*, 45, 959-975.

Goss B.A. & Yamey B.S. (1978). *The economics of futures trading*. 2nd ed, John Wiley and Sons, New York.

Gray R.W. & Rutledge D.J.S. (1971). The economics of commodity futures markets: a survey. *Review of Marketing and Agricultural Economics*, 39(4), 57-108.

Grinblatt M. & Titman S. (2001). *Financial markets and corporate strategy*, 2nd edition, Mc Graw Hill, 880 p.

Harvey A.C. (1989). *Forecasting, structural time series models and the Kalman filter*, Cambridge, England: Cambridge University Press.

Heath D., Jarrow R., & Morton A. (1992). Bond pricing and the term structure of interest rates: a new

methodology for contingent claims valuation, *Econometrica*, 60(1), 77-106.

Heinkel R., Howe M.E. & Hughes J.S. (1990). Commodity convenience yields as an option profit, *Journal of Futures Markets*, 10(5), 519-533.

Heston S. (1993). A closed form solution for options with stochastic volatility with applications to bonds and currency options. *Review of financial studies*, 6(2), 327-343.

Hicks J.R. (1946). *Value and Capital*, 2d ed., Oxford University Press, London.

Hilliard J.E. & Reis J. (1998). Valuation of commodity futures and options under stochastic convenience yield, interest rates, and jump diffusions in the spot. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 33, 61-86.

Horsnell P. & Mabro R. (1993) *Oil markets and prices*, Oxford University Press.

Kaldor, N. (1939). A note on the theory of the forward market. *Review of Economic Studies*, 8, 196-201.

Kaldor N. (1939). Speculation and economic stability, *Review of Economic Studies*, 8(1), October.

Kamara A. (1982). Issues in futures markets: a survey. *Journal of Futures Markets*, 2(3), 261-294.

Keynes J.M. (1930). *A Treatise on Money: The applied Theory of Money*, Londres, Macmillan, vol. 2.

Kleit, A.N. (2001). Are regional oil markets growing closer together? An arbitrage cost approach. *Energy Journal*, 22, 1-15.

Knez P.J., Litterman R. & Scheinkman J. (1994). Explorations into factors explaining money market returns, *Journal of Finance*, 49(5), 1861-1882.

Kushner H.J. (1967). Approximations to optimal non linear filters, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 12.

Lewis A. (2000). *Option valuation under stochastic volatility*. Finance Press.

Litterman R. & Scheinkman S., (1991). Common factors affecting bond returns, *Journal of Fixed Income*, 1(1), 54-61.

Litzenberger H.R. & Rabinowitz N. (1995). Backwardation in oil futures markets: theory and empirical evidence, *Journal of Finance*, 50(5), 1517-1545, December.

Malliaris A.G. (1997). *Futures markets: 3 vols*. Elgar Reference Collection International Library of

Critical Writings in Financial Economics, Cheltenham and Lyme, NH: Elgar.

Mazaheri A. (1999). Convenience yield, mean reverting prices, and long memory in the petroleum market. *Applied Financial Economics*, 9(1), 31-50.

Milonas N. (1986). Price variability and the maturity effect, *Journal of futures markets*, 6, 443-460.

Milonas N.T. & Thomadakis S.B. (1997). Convenience yields as call options: an empirical analysis, *Journal of Futures Markets*, 17(1), 1-15.

Milonas T.N. & Henker T. (2001). Price spread and convenience yield behaviour in the international oil market. *Applied financial economics*, 11, 23-36.

Miltersen K.R. & Schwartz E.S. (1998). Pricing of options on commodity futures with stochastic term structures of convenience yields and interest rates », *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 33(1), 33-59, March.

Modigliani F. & Sutch, R. (1966). Innovations in interest rate policy. *American Economic Review*, 56, 178-197

Neuberger A. (1999). Hedging long-term exposures with multiple short-term futures contracts, *The Review of Financial Studies*, Fall, 12(3), 429-459.

Ng V.K. & Pirrong S.C. (1994). Fundamentals and volatility: storage, spreads, and the dynamics of metals prices. *Journal of Business*, 67(2), 203-230.

Nowman K. B & Wang H. (2001). Modelling commodity prices using continuous time models, *Applied Economics Letters*, 8(5), 341-345.

Richard S. F. & Sundaresan M. (1981). A continuous time equilibrium model of forward prices and future prices in a multigood economy. *Journal of Financial Economics*, 9(4), 347-371.

Richter M.C. & Sorensen C. (2002). Stochastic volatility and seasonality in commodity futures and options: the case of soybeans. Working paper, Copenhagen Business School, 47 p

Ross S.A. (1995). Hedging long run commitments: exercises in incomplete market pricing, Working Paper, Yale school of management.

Routledge B.R., Seppi D.J. & Spatt C.S. (2000). Equilibrium Forward Curves for Commodities, *Journal of Finance*, 55(3), 1297-1338.

Samuelson P.A. (1965). Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly. *Industrial Management Review*, 6, 41-49, Spring.

- Schwartz E.S. (1997). The stochastic behavior of commodity prices: implications for valuation and hedging. *Journal of Finance*, 52, 923-973.
- Schwartz E.S. (1998). Valuing long-term commodity assets. *Journal of Energy Finance and Development*, 3, 85-99.
- Schwartz E.S. & Smith J.E. (2000). Short-term variations and long-term dynamics in commodity prices. *Management Science*, 46, 893-911.
- Smith J.E. & McCardle K.F. (1998). Valuing oil properties: integrating option pricing and decision analysis approaches. *Operations Research*, 46(2), 198-217.
- Tolmasky C. & Hindanov D. (2002). Principal component analysis for correlated curves and seasonal commodities: the case of the petroleum market. *Journal of Futures Markets*, 22 (11), 1019-1035.
- Tomek W.G. & Robinson K.L. (1977). Agricultural price analysis and outlook *in* Martin L.R. (ed.) *A survey of agricultural economics literature*, vol. 1, University of Minnesota, Minneapolis.
- Trigeorgis L., (1999). *Real options*, MIT Press.
- Veld-Merkoulova Y.V. & de Roon F.A. (2003). Hedging long-term commodity risk. *Journal of Futures Markets*, 23(2), 109-133.
- Wright B.D. & Williams J.C. (1989). A theory of negative prices for storage. *Journal of Futures Markets*, 9(1), 1-14.
- Williams J. & Wright B. (1991). *Storage and commodity markets*, Cambridge University Press.
- Working H. (1949). The Theory of the Price of Storage. *American Economic Review*, n°31, December, 1254-1262.
- Yan X., (2002). Valuation of commodity derivatives in a new multi-factor model. *Review of Derivatives Research*, 5, 251-271.

PUBLICATIONS

RECHERCHES CITEES DANS LE MEMOIRE

Lautier D. (1998). Les opérations de Metallgesellschaft sur les marchés à terme de produits pétroliers : spéculation ou couverture ? Finance - Contrôle - Stratégie, 1, septembre.

Lautier D. & Galli A. (2001). Un modèle des prix à terme des matières premières avec rendement d'opportunité asymétrique. Finéco, 11, 73-95, décembre.

Lautier D. (2002 a). Trois modèles de structure par terme des prix du pétrole : une comparaison. Banque et Marchés, 57, 46-57, mars.

Lautier D. (2002 b). Valuation of an oil field using real options and the information provided by term structures of commodity prices. Cahier de recherche du Cereg n°2002-06.

Lautier D. & Galli A. (2002 a). Simple and extended Kalman filters : an application to term structures of commodity prices. Cahier de recherche du Cereg n°2002-11.

Lautier D. & Galli A. (2002 b). *Term structure models of commodity prices : elaboration and improvement*. Rapport, Institut Français de l'Energie, 70 p, octobre.

Lautier D. (2003 a). Les options réelles : une idée séduisante - un concept utile et multiforme - un instrument facile à créer mais difficile à valoriser. Economies et sociétés, EN 9(2-3), 403-432, février-mars.

Lautier D. (2003 b). Segmentation in the crude oil term structure. Cahier de recherche du Cereg n°2003-06.

Lautier D. (2003 c). Term structure models of commodity prices: a review. Cahier de recherche du Cereg n°2003-09, 36 p.

Javaheri A., Lautier D. & Galli A. (2003). Filtering in finance. Wilmott magazine, 5, 67-83, May.

Lautier D. & Simon Y. (2003). La volatilité des prix des matières premières, Cahier de recherche du Cereg n°2003-15.

RECHERCHES EN COURS ET PROJETS CITES DANS LE MEMOIRE

Lautier D. & Riva F. (2004). Liquidity in the commodity futures markets and the efficiency of hedging strategies.

Lautier D. & Galli A. (2004 a). Dynamic hedging strategies and commodity risk management.

Lautier D. & Galli A. (2004 b). Valuation of commodity stocks using the theory of real options.

AUTRES RECHERCHES NON CITEES DANS LE MEMOIRE

Lautier D. (2000). La structure par terme des prix des commodités : analyse théorique et applications au marché pétrolier. Thèse, Université Paris IX, 420 p.

Lautier D. (2003). Les performances des entreprises électriques européennes. *Economies et sociétés*, EN 9(2-3), 257-287.

AUTRES PUBLICATIONS

Simon Y. & Lautier D. (2001). *Marchés dérivés de matières premières et gestion du risque de prix*, 2^{ème} édition, Economica, 341 p.

Simon Y. & Lautier D. (2001). *Finance internationale et gestion des risques. Questions et exercices corrigés*, 3^{ème} édition, Economica, 314 p.

Simon Y. & Lautier D. (2003). *Finance internationale et gestion des risques. Questions et exercices corrigés*, 4^{ème} édition, Economica, 384 p.

Simon Y. & Lautier D. (2003). *Techniques financières internationales*, 8^{ème} édition, Economica, 816 p.