



**HAL**  
open science

# Etude statistique du champ de pression à proximité des jets axisymétriques turbulents à haut nombre de Reynolds

Francois Coiffet

► **To cite this version:**

Francois Coiffet. Etude statistique du champ de pression à proximité des jets axisymétriques turbulents à haut nombre de Reynolds. Acoustique [physics.class-ph]. Université de Poitiers, 2006. Français. NNT: . tel-00144345

**HAL Id: tel-00144345**

**<https://theses.hal.science/tel-00144345>**

Submitted on 2 May 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE

Pour l'obtention de Grade de

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE POITIERS**

(Faculté des Sciences Fondamentales et Appliquées)

(Diplôme National - Arrêté du 7 août 2006)

*École Doctorale* : Sciences Pour l'Ingénieur & Aéronautique

*Secteur de Recherche* : Mécanique des Milieux Fluides

*Présentée par*

**François COIFFET**

## **Étude statistique du champ de pression à proximité des jets axisymétriques turbulents à haut nombre de Reynolds**

*Directeurs de Thèse*

J.-C. VALIÈRE

J. DELVILLE

Thèse soutenue le 13 Décembre 2006

*devant la commission d'Examen*

<b>H.-C. BOISSON</b>	Directeur de Recherche	CNRS,IMF, Toulouse	Rapporteur
<b>G. ÉLIAS</b>	Directeur de Recherche	ONERA, Châtillon	Rapporteur
<b>D. JUVÉ</b>	Professeur	École Centrale de Lyon	Examineur
<b>J.-C. VALIÈRE</b>	Professeur	Université de Poitiers	Examineur
<b>P. JORDAN</b>	Chargé de Recherche	CNRS, CEAT/LEA Poitiers	Examineur
<b>J. DELVILLE</b>	Ingénieur de Recherche	CNRS, CEAT/LEA Poitiers	Examineur
<b>H. LAMBARÉ</b>	Ingénieur de Recherche	CNES, Every	Examineur









# THÈSE

Pour l'obtention de Grade de

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE POITIERS**

(Faculté des Sciences Fondamentales et Appliquées)

(Diplôme National - Arrêté du 7 août 2006)

*École Doctorale : Sciences Pour l'Ingénieur & Aéronautique*

*Secteur de Recherche : Mécanique des Milieux Fluides*

*Présentée par*

**François COIFFET**

## **Étude statistique du champ de pression à proximité des jets axisymétriques turbulents à haut nombre de Reynolds**

*Directeurs de Thèse*

J.-C. VALIÈRE

J. DELVILLE

Thèse soutenue le 13 Décembre 2006

*devant la commission d'Examen*

<b>H.-C. BOISSON</b>	Directeur de Recherche	CNRS,IMF, Toulouse	Rapporteur
<b>G. ÉLIAS</b>	Directeur de Recherche	ONERA, Châtillon	Rapporteur
<b>D. JUVÉ</b>	Professeur	École Centrale de Lyon	Examineur
<b>J.-C. VALIÈRE</b>	Professeur	Université de Poitiers	Examineur
<b>P. JORDAN</b>	Chargé de Recherche	CNRS, CEAT/LEA Poitiers	Examineur
<b>J. DELVILLE</b>	Ingénieur de Recherche	CNRS, CEAT/LEA Poitiers	Examineur
<b>H. LAMBARÉ</b>	Ingénieur de Recherche	CNES, Every	Examineur



# Avant-propos

*L'Étude présentée ici a été effectuée au sein du Laboratoire d'Études Aérodynamiques (LEA), au Centre d'Études Aérodynamiques et Thermiques (CEAT) de Poitiers, sous la direction conjointe de Messieurs Jean-Christophe Valière, Professeur des Universités SFA, et de Joël Delville, Ingénieur de Recherche au CNRS.*

*Je remercie Jean-Paul Bonnet, Directeur de Recherche CNRS, de m'avoir accueilli au sein du LEA.*

*Je remercie Jean-Christophe Valière d'une part, pour avoir accepté la direction de cette thèse, et d'autre part, pour sa disponibilité, son aide et ses conseils.*

*Je tiens tout particulièrement à remercier Joël Delville pour avoir encadré ce travail. Qu'il trouve en ces quelques mots ma profonde reconnaissance pour ses contributions, ses conseils toujours avisés, son enthousiasme et son soutien ainsi que pour le savoir qu'il a su me communiquer.*

*J'exprime ma gratitude à Peter Jordan, Chargé de Recherche CNRS, pour son intérêt et son enthousiasme pour cette étude, son aide et ses apports.*

*Mes remerciements vont également à Erwan Collin et Steve Girard pour leur aide, aussi bien matérielle que scientifique, pour la réalisation des expériences.*

*Je remercie également Henri Foulon, Patrice Braud, Carine Fourment, Henri Garem et l'ensemble des techniciens du CEAT sans qui ces expériences n'auraient pu exister.*

*Je voudrais remercier Henri-Claude Boisson et Georges Élias ainsi que les autres membres du jury qui ont accepté de prendre sur leur temps pour juger de ce travail.*

*Je remercie également Julien, Nicolas, Sébastien qui ont partagé ces années ainsi que Laurent, Estelle, Caroline, Fabienne, Malick et James grâce à qui notre "hall" est un lieu agréable, de bonne humeur et d'échange, sans oublier bien sûr Romain, Itham, Alex, Christophe, Jean-Marc, Anton, Michel, Samuel et toutes les personnes du LEA.*

*J'adresse mes remerciements à Hadrien Lambaré, Ingénieur de Recherche au Centre National d'Études Spatiales, et à la région Poitou-Charentes pour leur contribution au financement de cette étude ainsi qu'à Georges Élias et Denis Gély de l'Office National d'Études et de Recherche Aérospatiales, pour leur confiance.*

*Ma reconnaissance va également à Farrukh Alvi, Anjaneyulu Krothapalli, Brent Greska et l'ensemble du personnel du Fluid Mechanics Research Laboratory de Florida State University entre autres pour les discussions concernant cette étude et pour m'avoir accordé le temps nécessaire pour la terminer.*



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	Contexte . . . . .	3
1.2	Organisation du mémoire . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Étude Bibliographique</b>	<b>7</b>
2.1	Description aérodynamique du jet . . . . .	9
2.1.1	Définition du jet . . . . .	9
2.1.2	Lois de similitude . . . . .	13
2.1.3	Structures et fréquences caractéristiques . . . . .	14
2.2	Description acoustique du jet . . . . .	17
2.2.1	Les analogies acoustiques . . . . .	17
2.2.2	Rayonnement acoustique du jet . . . . .	19
2.2.3	Calculs numériques en aéroacoustique . . . . .	29
2.3	Structures cohérentes et outils stochastiques . . . . .	35
2.3.1	Structures cohérentes . . . . .	35
2.4	Champ de pression proche des jets turbulents . . . . .	38
2.4.1	Champ proche, champ lointain : Quelle frontière ? . . . . .	38
2.4.2	Évolution spectrale et analyses POD du champ de pression proche . . . . .	44
2.4.3	Étude de Picard . . . . .	48
2.4.4	Étude de Ricaud . . . . .	50
2.5	Synthèse : Bilan et stratégie . . . . .	54
2.5.1	Bilan des études antérieures . . . . .	54
2.5.2	Questions ouvertes, problématiques soulevées . . . . .	55
2.5.3	Stratégie de l'étude . . . . .	56
<b>3</b>	<b>Outils stochastiques</b>	<b>59</b>
3.1	Deux outils stochastiques . . . . .	62
3.1.1	Estimation stochastique linéaire . . . . .	62
3.1.2	Décomposition orthogonale aux valeurs propres . . . . .	65
3.2	Tenseur de corrélation . . . . .	71
3.2.1	Définitions . . . . .	71
3.2.2	Symétries . . . . .	73
3.3	Calculs des tenseurs de corrélations . . . . .	74
3.3.1	Corrélations Pression-pression . . . . .	74
3.3.2	Corrélations Pression-vitesse . . . . .	76
3.3.3	Conclusions . . . . .	78
3.4	La POD, un outil de normalisation . . . . .	79
3.4.1	Introduction . . . . .	79
3.4.2	Procédure de renormalisation par POD . . . . .	80
3.4.3	Matrice de transfert . . . . .	82

3.4.4	Conclusions . . . . .	83
3.5	Estimation stochastique spectrale . . . . .	83
3.5.1	Introduction . . . . .	83
3.5.2	Estimation stochastique linéaire à temps décalés . . . . .	83
3.5.3	Estimation stochastique linéaire spectrale . . . . .	84
3.5.4	Conclusions . . . . .	86
3.6	Synthèse . . . . .	86
<b>4</b>	<b>Le champ proche : Une zone d'interactions</b>	<b>89</b>
4.1	Observations expérimentales . . . . .	91
4.1.1	Configuration expérimentale . . . . .	91
4.1.2	Spectres de pression . . . . .	92
4.1.3	Fonctions de cohérence . . . . .	93
4.2	Modèle d'interactions . . . . .	96
4.2.1	Hypothèses . . . . .	96
4.2.2	Description du modèle . . . . .	96
4.2.3	Confrontations aux résultats expérimentaux . . . . .	98
4.3	Contributions azimutales . . . . .	100
4.4	Conclusions . . . . .	102
<b>5</b>	<b>Analyse du champ proche subsonique</b>	<b>105</b>
5.1	Introduction . . . . .	107
5.2	Analyse POD spectrale monodimensionnelle . . . . .	109
5.2.1	Distributions spatiale et fréquentielle d'énergie . . . . .	109
5.2.2	Approche POD spectrale 1D : Notations . . . . .	110
5.2.3	Valeurs propres et convergences . . . . .	111
5.2.4	Fonctions propres . . . . .	112
5.2.5	Conclusions . . . . .	113
5.3	Analyse modale azimutale . . . . .	114
5.4	Estimation des pressions instantanées 3D . . . . .	115
5.4.1	Méthodologie . . . . .	116
5.4.2	Estimations instantanées . . . . .	118
5.4.3	Conclusions . . . . .	120
5.5	Analyse POD spectrale bidimensionnelle . . . . .	120
5.5.1	Approche POD spectrale 2D : Notations . . . . .	120
5.5.2	Valeurs propres et convergences . . . . .	121
5.5.3	Fonctions propres . . . . .	122
5.5.4	Contributions instantanées . . . . .	125
5.5.5	Synthèse de l'analyse POD-2D . . . . .	131
5.6	Séparation hydrodynamique/acoustique . . . . .	133
5.6.1	Configuration 1D . . . . .	134
5.6.2	Configuration 2D . . . . .	135
5.6.3	Synthèse . . . . .	136
5.7	Conclusions . . . . .	139
<b>6</b>	<b>Analyse d'une configuration supersonique</b>	<b>141</b>
6.1	Configuration expérimentale . . . . .	143
6.1.1	Environnement . . . . .	144
6.1.2	Définition de la tuyère . . . . .	146
6.1.3	Moyens de mesures . . . . .	149
6.1.4	Campagnes de mesures réalisées . . . . .	153

6.1.5	Synthèse . . . . .	159
6.2	Qualifications . . . . .	159
6.2.1	Détermination du point de fonctionnement en régime adapté . . . . .	159
6.2.2	Vitesses moyennes . . . . .	160
6.2.3	Champ turbulent . . . . .	165
6.2.4	Acoustique . . . . .	169
6.2.5	Conclusions . . . . .	174
6.3	Interactions hydrodynamique/acoustique . . . . .	174
6.3.1	Analyses spectrales . . . . .	174
6.3.2	Fonctions de cohérences et modèle d'interactions . . . . .	175
6.3.3	Conclusions . . . . .	176
6.4	Analyses POD . . . . .	176
6.4.1	POD spatiale . . . . .	177
6.4.2	POD spectrale . . . . .	183
6.4.3	Séparation . . . . .	196
6.4.4	Conclusions . . . . .	200
6.5	Propagation en champ lointain . . . . .	201
6.5.1	Estimation des pressions champ proche . . . . .	201
6.5.2	Estimation des pressions champ lointain . . . . .	207
6.5.3	Conclusions . . . . .	211
6.6	Estimation du champ de vitesses du jet . . . . .	212
6.6.1	Corrélations pression/vitesse . . . . .	212
6.6.2	Estimations du champ de vitesses instantanées . . . . .	214
6.6.3	Conclusions . . . . .	220
6.7	Conclusions . . . . .	221
<b>7</b>	<b>Conclusions et Perspectives</b>	<b>223</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>229</b>
<b>A</b>	<b>Moyens de mesures</b>	<b>241</b>
A.1	Sonde Triple . . . . .	243
A.1.1	Description . . . . .	243
A.1.2	Traitement . . . . .	244
A.2	Anémométrie Laser à effet Doppler . . . . .	245
A.2.1	Principe . . . . .	245
A.2.2	Avantages et limitations . . . . .	248
A.2.3	Validité des mesures : Notions de biais . . . . .	248
A.3	Mesures synchrones pression/vitesse . . . . .	251
A.3.1	Signal générique . . . . .	251
A.3.2	Procédure de détermination de la synchronisation . . . . .	253
<b>B</b>	<b>Expériences subsoniques</b>	<b>255</b>
B.1	Configuration conique . . . . .	257
B.2	Configuration cylindrique . . . . .	258
<b>C</b>	<b>Interprétation des modes POD</b>	<b>261</b>
C.1	Introduction . . . . .	263
C.2	Étude de la POD spatiale . . . . .	263
C.2.1	Introduction . . . . .	264
C.2.2	Antenne circulaire . . . . .	264



C.2.3	Antenne linéique . . . . .	266
C.2.4	Conclusions . . . . .	268
C.3	Étude de la POD spectrale . . . . .	268
C.3.1	Introduction . . . . .	268
C.3.2	Source unique . . . . .	269
C.3.3	Sources multiples . . . . .	270
C.3.4	Conclusion . . . . .	272
C.4	Synthèse . . . . .	272
<b>D</b>	<b>Analyses subsonique cylindrique</b>	<b>275</b>
D.1	Analyses POD monodimensionnelle . . . . .	277
D.1.1	Distributions spatiale et fréquentielle d'énergie . . . . .	278
D.1.2	Valeurs propres et convergence . . . . .	279
D.1.3	Fonction propres . . . . .	281
D.1.4	Conclusions . . . . .	281
D.2	Analyses modale azimutale . . . . .	281
D.3	Estimation des pressions instantanées 3D . . . . .	283
D.3.1	Estimation dans la direction longitudinale . . . . .	283
D.3.2	Estimation sur la surface complète . . . . .	286
D.3.3	Choix des mesures de référence . . . . .	287
D.3.4	Résultats de l'estimation . . . . .	288
D.4	Analyses POD spectrale bidimensionnelle . . . . .	289
D.4.1	Valeurs propres et convergence . . . . .	289
D.4.2	Fonctions propres . . . . .	292
D.4.3	Contributions modales POD instantanées . . . . .	294
D.4.4	Conclusions . . . . .	296
D.5	Séparation hydrodynamique/acoustique . . . . .	299
D.5.1	Configuration 1D . . . . .	299
D.5.2	Configuration 2D . . . . .	300
D.6	Conclusions . . . . .	302
<b>E</b>	<b>Propagation des pressions champ proche</b>	<b>303</b>
E.1	Introduction . . . . .	305
E.2	Identification des paramètres . . . . .	306
E.2.1	Paramètres de surface . . . . .	306
E.2.2	Paramètres de dérivation . . . . .	307
E.3	Quantification de l'influence des paramètres . . . . .	307
E.3.1	Définition de l'étude des paramètres . . . . .	307
E.3.2	Étude de la surface . . . . .	309
E.3.3	Étude des dérivées . . . . .	312
E.4	Synthèse . . . . .	315
<b>F</b>	<b>Base de données OPHÉLIE</b>	<b>317</b>

## Table des figures

2.1	Représentation schématique d'un jet subsonique. . . . .	10
2.2	Représentation schématique d'un jet supersonique. . . . .	11
2.3	Évolution de la pression le long d'une tuyère convergente-divergente . . . . .	12
2.4	Visualisation des cellules de chocs dans un jet sur-détendu . . . . .	12
2.5	Représentation de l'épaisseur de vorticité de la couche de mélange. . . . .	14
2.6	Visualisations des structures cohérentes d'un jet bas Reynolds . . . . .	15
2.7	Iso-contours de corrélations de vitesse dans les repères fixe et mobile . . . . .	22
2.8	Directivité des composantes de bruit propre et de bruit de cisaillement . . . . .	24
2.9	Directivité et niveau de puissance acoustique pour les jets subsoniques froids . . . . .	25
2.10	Spectres de pression acoustique normalisés pour un jet subsonique . . . . .	25
2.11	Densité spectrale de puissance acoustique d'un jet supersonique non-adapté . . . . .	26
2.12	Ondes de Mach : Mécanisme de génération et visualisation . . . . .	27
2.13	Iso-contours instantanés de vorticité et de dilatation, DNS Mitchell . . . . .	31
2.14	Schéma et notations de la formulation intégrale de Kirchhoff . . . . .	32
2.15	Iso-contours du terme source de Lighthill, DNS de jet $M_j=0,9$ , Freund [70] . . . . .	34
2.16	Ombroscopie de couche de mélange Hélium/Azote, Brown et Roshko [33]. . . . .	37
2.17	Représentation schématique des divers champs de pression d'un jet . . . . .	39
2.18	Évolution des niveaux relatifs du pseudo-son et du champ acoustique . . . . .	41
2.19	Spectres et cartographie iso-niveau de pression en champ proche d'un jet . . . . .	43
2.20	Spectres de pression champ proche en fonction de $kr$ . . . . .	45
2.21	Fonction propre du mode POD $n=1$ du mode azimutal $m=0$ à $St_D=0,5$ . . . . .	47
2.22	Maximum et minimum des événements caractéristiques POD de pression . . . . .	47
2.23	Dispositif expérimental fils chauds/microphones, Picard . . . . .	48
2.24	Vecteurs propres et contribution modale instantanée POD, Picard . . . . .	49
2.25	Module du premier vecteur propre de POD spectrale, Picard . . . . .	49
2.26	Estimation champ de vitesse et directivité du jet subsonique, Picard . . . . .	50
2.27	Spectres et directivités estimés de la couche de mélange plane numérique . . . . .	51
2.28	Iso-phases de la première fonction propre de POD spectrale, Ricaud . . . . .	52
2.29	Coefficients de corrélation pression-vitesse en similitude, Ricaud . . . . .	53
2.30	Champ de vitesses estimé à partir de pression proche, Ricaud . . . . .	54
3.1	Dispositif expérimental d'antennes linéique et azimutale de microphones . . . . .	74
3.2	Accroissement d'énergie induit par le filtrage des interspectres de pression . . . . .	77
3.3	Dispositif expérimental d'antennes linéique et de LDV . . . . .	77
3.4	Pressions mesurées et estimées en $x/D=4,0$ et $r/D=1,8$ , jet subsonique . . . . .	86
4.1	Dispositif expérimental, antenne inclinée champ proche, jet subsonique . . . . .	92
4.2	Spectres de pression adimensionnés en champ proche du jet subsonique . . . . .	93
4.3	Fonctions de cohérence champ proche pour plusieurs positions radiales, jet subsonique . . . . .	95

4.4	Mécanisme d'interférence hydrodynamique et acoustique : Représentation schématique du modèle . . . . .	97
4.5	Mécanisme d'interférence hydrodynamique et acoustique : Iso-contours des phases hydrodynamique et acoustique . . . . .	98
4.6	Superposition des iso-contours des fonctions de cohérence et des conditions d'annulations des contributions de pression du modèle d'interaction . . . . .	99
4.7	Localisation spatio-fréquentielle adimensionnée des pertes de cohérence . . . . .	99
4.8	Fonctions de cohérence en $r/D=1,8$ , jet subsonique . . . . .	100
4.9	Fonctions de cohérence par modes azimutaux en $r/D=1,8$ , jet subsonique . . . . .	101
5.1	Dispositif expérimental cône subsonique . . . . .	108
5.2	Spectres et RMS champ proche, cône subsonique . . . . .	109
5.3	Interspectres pression champ proche, cône subsonique . . . . .	110
5.4	Valeurs propres et convergences POD-1D, cône subsonique . . . . .	111
5.5	Intégrale des valeurs propres et convergences POD-1D, cône subsonique . . . . .	112
5.6	Module des 3 premières fonctions propres POD-1D, cône subsonique . . . . .	113
5.7	Coefficients de corrélation azimutales de pression, cône subsonique . . . . .	114
5.8	Spectres azimutaux de pression, cône subsonique . . . . .	115
5.9	Spectres azimutaux de pression, Ponton <i>et al.</i> [164] . . . . .	115
5.10	Coefficients de corrélation spatio-temporelle de pression, cône subsonique . . . . .	116
5.11	Rapport des densités surfaciques de pression RMS mesurées et estimées par LSE spectrale et temporelle, cône subsonique . . . . .	117
5.12	Rapport des niveaux de pression RMS mesurés et estimés par LSE spectrale, cône subsonique . . . . .	119
5.13	Pression instantanée estimée par LSE spectrale, cône subsonique . . . . .	119
5.14	Valeurs propres et convergence POD-2D ( $m_\theta=0-4$ ), cône subsonique . . . . .	123
5.15	Valeurs propres et convergence POD-2D ( $m_\theta=5-9$ ), cône subsonique . . . . .	124
5.16	Intégrale des valeurs propres POD-1D et POD-2D, cône subsonique . . . . .	125
5.17	Intégrale des convergences de valeur propre POD-2D, cône subsonique . . . . .	125
5.18	Module des 3 premières fonctions propres POD-2D, cône subsonique . . . . .	126
5.19	Contributions modales instantanées POD-2D d'ordre 1 pour $m_\theta=0$ à 2, cône subsonique . . . . .	128
5.20	Cartographie spatio-temporelle de pression et des 3 premières contributions modales instantanées POD-2D pour $m_\theta=0$ , cône subsonique . . . . .	129
5.21	Cartographie spatio-temporelle de pression et des 3 premières contributions modales instantanées POD-2D pour $m_\theta=1$ , cône subsonique . . . . .	130
5.22	Cartographie spatio-temporelle de pression et des 3 premières contributions modales instantanées POD-2D pour $m_\theta=2$ , cône subsonique . . . . .	132
5.23	Coefficients de corrélation spatio-temporelle des contributions modales POD-1D d'ordre 1 à 4, cône subsonique . . . . .	135
5.24	Coefficients de corrélation spatio-temporelle des contributions modales POD-2D d'ordre 1 à 4, $m_\theta=0-2$ , cône subsonique . . . . .	137
5.25	Schéma antenne linéique, jet et frontière champ proche . . . . .	138
6.1	Vue aérienne du banc Martel au CEAT de Poitiers . . . . .	144
6.2	Pupitre de contrôle du banc MARTEL . . . . .	145
6.3	Bâti JEAN dans le hall d'essais . . . . .	146
6.4	Représentation schématique à l'échelle de la tuyère adaptée $M_j=1,4$ . . . . .	148
6.5	Sonde triple : Pression statique, Pression d'arrêt, température . . . . .	149
6.6	Dispositif expérimental et points de mesures : Grande antenne . . . . .	156
6.7	Dispositif expérimental et points de mesures : Antenne courte droite . . . . .	156

6.8	Dispositif expérimental et points de mesures : Antenne courte inclinée . . . . .	157
6.9	Antenne linéique et circulaire en configuration expérimentale conique . . . . .	158
6.10	Antenne linéique et circulaire en configuration expérimentale cylindrique . . . . .	159
6.11	Vitesse longitudinale moyenne sur la section $x/D=3,0$ , mesures sonde-triple . . . . .	161
6.12	Profils de vitesse longitudinale moyenne sonde triple . . . . .	161
6.13	Distribution de vitesse longitudinale moyenne LDV et sonde triple . . . . .	162
6.14	Évolution longitudinale de la vitesse sur l'axe . . . . .	162
6.15	Évolution longitudinale de la Position $r_0$ de l'axe de la couche de mélange . . . . .	163
6.16	Évolution longitudinale de l'épaisseur de vorticité locale $\delta_\omega$ . . . . .	164
6.17	Profils de vitesses longitudinales moyennes adimensionnés . . . . .	164
6.18	Distribution des vitesses RMS et des tensions turbulentes . . . . .	166
6.19	Profils adimensionnés des vitesses RMS et des tensions turbulentes . . . . .	167
6.20	Coefficients d'asymétrie $S_u$ et $S_v$ en fonction de $r^*$ . . . . .	168
6.21	Coefficients d'aplatissement $T_u$ et $T_v$ en fonction de $r^*$ . . . . .	169
6.22	Cartographie des niveaux de pression champ proche à semi-lointain . . . . .	170
6.23	Niveaux de pression global à un mètre ( $20D$ ) . . . . .	170
6.24	Spectres de pression à $30^\circ$ , $60^\circ$ et $90^\circ$ à une distance d'un mètre ( $r/D=20$ ) . . . . .	171
6.25	Densités spectrales de pression avec et sans le bâti JEAN . . . . .	172
6.26	Niveaux de pression globale sur antenne inclinée et droite . . . . .	173
6.27	Spectres de pression sur antenne inclinée et droite . . . . .	173
6.28	Spectres de pression champ proche en $kr$ , antenne inclinée . . . . .	175
6.29	Lignes Iso-cohérences de pression en champ proche et modèle interaction . . . . .	176
6.30	Valeurs propres et convergences POD-1D spatiale champ semi-lointain . . . . .	177
6.31	Vecteurs propres POD-1D spatiale champ semi-lointain . . . . .	179
6.32	Valeurs propres et convergences POD-1D spatiale antenne droite . . . . .	180
6.33	Vecteurs propres POD-1D spatiale antenne droite . . . . .	181
6.34	Valeurs propres et convergence POD-1D spatiale antenne inclinée . . . . .	182
6.35	Vecteurs propres POD-1D spatiale antenne inclinée . . . . .	182
6.36	évolution radiale de l'intégrale fréquentielle des valeurs propres et convergences POD-1D spectrale en champ semi-lointain . . . . .	184
6.37	évolution spatio-fréquentielle des 2 premières valeurs propres POD-1D spectrale en champ semi-lointain . . . . .	185
6.38	Module des fonctions propres d'ordre 1 et 2 POD-1D spectrale, champ semi-lointain . . . . .	186
6.39	évolution radiale de l'intégrale fréquentielle des valeurs propres et convergence POD-1D spectrale, antenne droite . . . . .	187
6.40	évolution spatio-fréquentielle des valeurs propres d'ordre 1 et 2 POD-1D spectrale, antenne droite . . . . .	188
6.41	Module de la fonction propre d'ordre 1 POD-1D spectrale, antenne droite . . . . .	189
6.42	Module de la fonction propre d'ordre 2 POD-1D spectrale, antenne droite . . . . .	190
6.43	Intégrale fréquentielle des valeurs propres et convergences POD-1D spectrale, antenne inclinée . . . . .	191
6.44	Valeurs propres et convergence POD-1D spectrale, antenne inclinée . . . . .	191
6.45	Module des 2 premières fonctions propres POD-1D spectrale, antenne inclinée . . . . .	192
6.46	évolution longitudinale des coefficients de corrélations et des spectres azimutaux de pression en champ proche, configuration conique, jet $M_j=1,4$ . . . . .	193
6.47	évolution modale azimutale et POD de l'intégrale fréquentielle des valeurs propres et convergences de la pression en champ proche, configuration conique, jet $M_j=1,4$ . . . . .	193
6.48	Valeurs propres et convergences POD-2D spectrale, cône supersonique . . . . .	194

6.49	Module des 2 premières fonctions propres POD-2D spectrale, cône subsonique	195
6.50	Coefficients de corrélation spatio-temporelle des contributions modales POD-1D spectrale d'ordre 1 à 3, antenne inclinée $r_1/D=0,8$ supersonique	197
6.51	Coefficients de corrélation spatio-temporelle des contributions modales POD-1D spectrale d'ordre 1 à 3, antenne inclinée $r_1/D=4,0$ supersonique	198
6.52	Coefficients de corrélation spatio-temporelle des contributions modales POD-2D spectrale d'ordre 1 à 4, $m_\theta=0-2$ , cône supersonique	199
6.53	Processus d'estimation par LSE des pressions instantanées, cylindre supersonique	202
6.54	Rapport des densités surfaciques de pression RMS mesurées et estimées par LSE spectrale, cylindre supersonique	203
6.55	Rapport des niveaux de pression RMS mesurés et estimés par LSE spectrale, cylindre supersonique	204
6.56	Coefficients de corrélation et rapport des niveaux de RMS estimés et mesurés, antenne droite $r/D=1,7$ supersonique	205
6.57	Coefficients de corrélation et rapport des niveaux de RMS estimés et mesurés, antenne droite $r/D=1,9$ supersonique	206
6.58	Rapport des niveaux RMS de pressions mesurées et estimées sur l'antenne en $r/D=1,9$ à partir de l'antenne en $r/D=1,7$	206
6.59	Pression instantanée estimée par LSE spectrale, cylindre subsonique	207
6.60	Convergence des valeurs RMS des pressions calculées par formulation de Kirchhoff à 1 m sous $30^\circ$ et $90^\circ$	208
6.61	Niveaux de pression RMS globaux calculés par formulation de Kirchhoff	209
6.62	Décroissance radiale des niveaux de pression RMS mesurées et calculées par formulation de Kirchhoff à $90^\circ$ ( $x/D=0$ )	209
6.63	Spectres de pression mesurée et estimée par formulation de Kirchhoff	210
6.64	Coefficients de corrélation pression-vitesse à retard nul, pression en $x/D=3$ , jet $M_j=1,4$	213
6.65	Coefficients de corrélation pression-vitesse à retard nul, pression en $x/D=6$ , jet $M_j=1,4$	213
6.66	Coefficients de corrélation pression-vitesse à retard nul, pression en $x/D=3$ , jet $M_j=0,3$	214
6.67	Coefficients de corrélation spatio-temporelle pression-vitesse, vitesse en $x/D=3$ , jet $M_j=1,4$	215
6.68	Champ de vecteurs des vitesses estimées par LSE en $x/D=3$ , jet $M_j=1,4$	216
6.69	Rapport des niveaux RMS des fluctuations de vitesse estimées par LSE, jet $M_j=1,4$	216
6.70	Rapport des niveaux de pression RMS mesurés et estimés par LSE spectrale, cône supersonique	217
6.71	Pression instantanée estimée par LSE spectrale, cône supersonique	218
6.72	Champ de vecteurs des vitesses estimées en plusieurs positions angulaires, jet $M_j=1,4$	219
6.73	Représentation tridimensionnelle d'iso-surfaces de vitesse radiale estimée par LSE en $x/D=3$ , jet $M_j=1,4$	220
A.1	Photographie de la sonde triple	244
A.2	Représentation schématique de principe du système LDV	246
A.3	Illustration du réseau d'inter-franges au point de focalisation de deux lasers	247
B.1	Dispositif expérimental cône subsonique	258
B.2	Dispositif expérimental cône subsonique	258
B.3	Dispositif expérimental antenne droite subsonique	259



C.1	POD spatiale sur source acoustique académique : Antenne circulaire . . . . .	265
C.2	Résultats POD spatiale sur source acoustique académique : Antenne circulaire .	265
C.3	POD spatiale sur source acoustique académique : Antenne linéique . . . . .	266
C.4	Résultats POD spatiale sur source acoustique académique : Antenne linéique .	267
C.5	Résultats POD spectrale sur source acoustique académique unique . . . . .	269
C.6	Résultats POD spectrale sur deux sources académique de fréquences différentes	271
C.7	Résultats POD spectrale sur deux sources académique de même fréquence . . .	272
D.1	Spectres et RMS champ proche, cylindre subsonique . . . . .	278
D.2	Comparaison d'un spectre de pression commun aux configuration cône et cy- lindre subsonique . . . . .	279
D.3	Interspectres pression champ proche, cylindre subsonique . . . . .	279
D.4	Valeurs propres et convergence POD-1D, cylindre subsonique . . . . .	280
D.5	Intégrale des valeurs propres et convergence POD-1D, cylindre subsonique . .	281
D.6	Module des 3 premières fonctions propres POD-1D, cylindre subsonique . . . .	282
D.7	Coefficients de corrélation azimutales de pression, cylindre subsonique . . . .	282
D.8	Spectres azimutaux de pression, cylindre subsonique . . . . .	283
D.9	Coefficients de corrélation spatio-temporelle de pression, cylindre subsonique .	285
D.10	Distribution longitudinale de pression RMS mesurée et estimée, cylindre sub- sonique . . . . .	285
D.11	Pressions mesurée et estimée en un point de la surface cylindre subsonique . . .	286
D.12	Rapport des densités surfaciques de pression RMS mesurées et estimées, cy- lindre subsonique . . . . .	287
D.13	Rapport des niveaux de pression RMS mesurés et estimés par LSE spectrale, cylindre subsonique . . . . .	288
D.14	Pression instantanée estimée par LSE spectrale, cylindre subsonique . . . . .	288
D.15	Valeurs propres et convergence POD-2D ( $m_\theta=0-4$ ), cylindre subsonique . . . .	290
D.16	Valeurs propres et convergence POD-2D ( $m_\theta=5-9$ ), cylindre subsonique . . . .	291
D.17	Intégrale des valeurs propres POD-1D et POD-2D, cylindre subsonique . . . .	292
D.18	Intégrale des convergences de valeur propre POD-2D, cylindre subsonique . . .	292
D.19	Module des 3 premières fonctions propres POD-2D, cylindre subsonique . . . .	293
D.20	Contributions modales instantanées POD-2D d'ordre 1 pour $m_\theta=0$ à 2, cylindre subsonique . . . . .	295
D.21	Cartographie spatio-temporelle de pression et des 3 premières contributions mo- dales instantanées POD-2D pour $m_\theta=0$ , cylindre subsonique . . . . .	296
D.22	Cartographie spatio-temporelle de pression et des 3 premières contributions mo- dales instantanées POD-2D pour $m_\theta=1$ , cylindre subsonique . . . . .	297
D.23	Cartographie spatio-temporelle de pression et des 3 premières contributions mo- dales instantanées POD-2D pour $m_\theta=2$ , cylindre subsonique . . . . .	298
D.24	Coefficients de corrélation spatio-temporelle des contributions modales POD-1D d'ordre 1 à 4, cylindre subsonique . . . . .	300
D.25	Coefficients de corrélation spatio-temporelle des contributions modales POD-2D d'ordre 1 à 4, $m_\theta=0-2$ , cylindre subsonique . . . . .	301
E.1	Représentation schématique du cas test. . . . .	307
E.2	Évolution de l'erreur en fonction de la position radiale des points d'observation.	309
E.3	Influence de la discrétisation $\lambda_s/\Delta x$ de la surface de contrôle. . . . .	310
E.4	Influence du rapport des dimensions forme $L/\lambda_s$ . . . . .	311
E.5	Influence du rapport des dimensions forme $L/\lambda_s$ , surface de contrôle tronquée.	311
E.6	Influence du rapport de forme $L/l$ . . . . .	312
E.7	Influence du rapport de forme $L/l$ , surface de contrôle tronquée. . . . .	313

E.8	Influence de la dérivée spatiale de la pression . . . . .	313
E.9	Influence de la dérivée spatiale de la pression, schéma d'ordre 1 . . . . .	314
E.10	Influence de la dérivée spatiale de la pression, schéma d'ordre 3 . . . . .	315

## Liste des tableaux

6.1	Valeurs des conditions d'éjections désirées pour le jet supersonique . . . . .	146
6.2	Valeurs des conditions génératrices de pression et température pour le jet supersonique . . . . .	147
6.3	Valeurs des conditions de pression, température et diamètre au col de la tuyère du jet supersonique . . . . .	147
6.4	Récapitulatif des expériences réalisées sur le jet supersonique . . . . .	154
6.5	Nombres de Mach caractéristiques du jet supersonique . . . . .	160
6.6	Caractéristiques de la couche de mélange du jet supersonique . . . . .	163
6.7	Comparatif des valeurs maximales des tensions de Reynolds de plusieurs jets supersoniques . . . . .	167
C.1	Positions des points de calcul en phase avec le point d'indice 0 . . . . .	268
F.1	Données tabulées calculées avec OPHÉLIE par Dessornes (ONERA OE) pour combustion Air/Hydrogène . . . . .	319
F.2	Paramètres du jet interpolées pour une température génératrice $T_i=406^\circ$ K . . .	319





# Notations

## Constantes et variables

- $(O, x, y, z)$  : Système de coordonnées cartésiennes  
 $A_x(x_i)$  : Coefficient complexe de l'estimation stochastique en  $x$  se rapportant au signal conditionneur en  $x_i$   
 $a^{(n)}$  : Coefficient de projection d'ordre  $n$   
 $c_0$  : Célérité du son  
 $c_p$  : Chaleur spécifique à pression constante  
 $d$  : Distance entre un microphone et une source  
 $D$  : Diamètre de la section de la buse d'éjection  
 $D_a$  : Diamètre de sortie de tuyère de jet équivalent adapté  
 $dM_c$  : Déviation au nombre de Mach convectif symétrique  
 $e^{(n)}$  : Énergie par bande de fréquence associée aux  $n$  premiers modes propres POD  
 $E^{(n)}$  : Énergie associée aux  $n$  premiers modes propres POD  
 $f$  : fréquence  
 $f_e$  : Fréquence d'échantillonnage  
 $f_s$  : Fréquence du bruit de raie de jet supersonique  
 $I$  : Intensité acoustique  
 $k$  : Nombre d'onde  
 $L_c$  : Longueur de cône potentiel  
 $L_i$  : Longueur de la  $i^{\text{e}}$  cellule de choc  
 $L_s$  : Longueur du noyau sonique du jet  
 $m_\omega$  : Mode azimuthal  
 $M_a$  : Nombre de Mach du jet équivalent adapté  
 $M_c$  : Nombre de Mach convectif  
 $M_{c_a}$  : Nombre de Mach convectif rapide  
 $M_{c_b}$  : Nombre de Mach convectif lent  
 $M_{c_{sym}}$  : Nombre de Mach convectif symétrique  
 $M_j$  : Nombre de Mach  
 $U_e$  : Vitesse du milieu ambiant  
 $U_c$  : Vitesse de convection  
 $U_0$  : Vitesse sur l'axe du jet  
 $U_a$  : Vitesse haute de couche de mélange  
 $U_b$  : Vitesse basse de couche de mélange  
 $U_j$  : Vitesse d'éjection  
 $r_0$  : Rayon de la section de la buse d'éjection  
 $r$  : Position radiale  
 $\mathbf{r} = r - r_0$  : Position radiale réduite  
 $\mathcal{R}_e$  : Nombre de Reynolds  
 $r_{pp}$  : Coefficients de corrélations spatio-temporelle pression-pression

**Constantes et variables (suite)**

$R_{pp}$	: Corrélations spatio-temporelle pression-pression
$R_{up}$	: Corrélations spatio-temporelle pression-vitesse
$r^*$	: Position radiale adimensionnée
$s$	: Entalpie
$S_{pp}$	: Interspectres spatio-fréquentiel pression-pression
$S_p$	: Source de fluctuation de pression
$St_D$	: Nombre de Strouhal basé sur l'échelle spatiale $D$
$T_{ij}$	: Terme source de Lighthill
$W$	: Puissance acoustique
$\gamma_{pp}$	: Fonction de cohérence spatio-temporelle pression-pression
$\Gamma_{pp}$	: Fonction de cohérence pression-pression par mode azimutal
$\delta$	: Fonction de Dirac
$\delta_{ij}$	: Symbole de Kronecker
$\Delta x$	: Distance entre deux microphones dans la direction longitudinale du jet
$\Delta\theta$	: Séparation azimutale
$\delta_\omega$	: Épaisseur de vortacité locale
$\eta$	: Variable spatiale de similitude de couche de mélange
$\theta$	: Position angulaire
$\lambda_a$	: Longueur d'onde de la contribution acoustique au champ de pression proche
$\lambda_h$	: Longueur d'onde de la contribution hydrodynamique au champ de pression proche
$\lambda^{(n)}$	: Valeurs propres d'ordre $n$ d'une décomposition orthogonale
$\nu$	: Viscosité cinématique
$\rho$	: Masse volumique
$\sigma$	: Paramètre d'expansion de la couche de mélange
$\sigma_0$	: Taux d'expansion universelle de couche de mélange
$\sigma_i$	: $i^e$ racine de la fonction de Bessel d'ordre 0
$\sigma_u^2$	: Variance du signal $u$ au point $x$
$\tau$	: Délai temporelle
$\tau_{ij}$	: Tenseur des contraintes visqueuses
$\varphi_a$	: Phase de la contribution acoustique au champ de pression proche
$\varphi_h$	: Phase de la contribution hydrodynamique au champ de pression proche
$\phi^{(n)}$	: Vecteur propre d'ordre $n$ d'une décomposition orthogonale
$\Phi^{(n)}$	: Fonction propre d'ordre $n$ d'une décomposition orthogonale
$\Psi_{pp}$	: Interspectres pression-pression par mode azimutal
$\omega$	: Pulsation angulaire

**Fonctions**

$D/Dt$	: Dérivation particulière
$\text{erf}(x)$	: Fonction erreur
$H(x)$	: Fonction de Heaviside
$J_0(x)$	: Fonction de Bessel d'ordre 0
$\text{rect}_T(x)$	: Fonction fenêtre rectangle
$\text{sinc}(x)$	: Sinus cardinal
$\text{Si}(x)$	: Fonction sinus intégral

## Symboles et Opérateurs

$\overline{(\cdot)}$	: Opérateur de moyenne temporelle
$(\cdot)^*$	: Complexe conjugué
$(\cdot)^T$	: Opérateur de transposée complexe
$\widetilde{(\cdot)}$	: Estimation
$(\cdot)_\tau$	: Filtré passe-bas
$\otimes$	: Produit de convolution
$ z $	: Module d'une variable complexe $z$
$\arg[z]$	: Argument, ou phase, d'une variable complexe $z$
$\langle \cdot \rangle$	: Opérateur de moyenne d'ensemble
$\times$	: Produit vectoriel
$\langle (\cdot)   (\cdot) \rangle$	: Opérateur de moyenne conditionnelle
$\nabla$	: Opérateur nabla
$\Delta$	: Laplacien ( $\Delta = \nabla^2$ )
$\widehat{(\cdot)}$	: Transformée de Fourier
$\langle \cdot \rangle$	: Opérateur de moyenne d'ensemble

## Abréviations

AEID	: Acoustique et Environnement Induits au Décollage
BOD	: Bi-Orthogonal Decomposition
CAA	: Computational AeroAcoustics
CACTUS	: CALCuls des Caractéristiques de TUyère Supersonique
CEAT	: Centre d'Études Aérodynamique et Thermique
CFD	: Computational Fluid Dynamics
CNES	: Centre National d'Études Spatiales
DNS	: Direct Numerical Simulation
JEAN	: Jet Exhaust Aerodynamics and Noise
LDV	: Laser Doppler Velocimetry ;
LEA	: Laboratoire d'Études Aérodynamique
LEE	: Linearized Euler's Equations
LES	: Large-Eddy Simulation
LIF	: Laser-Induced Fluorescence
LMFA	: Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique
LSE	: Linéar Stochastic Estimation
MARTEL	: Moyen A'eroacoustique de Recherche et Technologie sur l'Environnement des Lanceurs
ODE	: Ordinary Differential Equation
ONERA	: Office National d'Études et de Recherche Aérospatiales
PIV	: Particle Image Velocimetry ;
POD	: Proper Orthogonal Decomposition
QSE	: Quadratic Stochastic Estimation
RANS	: Reynolds Averaged Navier-Stokes
SNGR	: Stochastic Noise Generation and Radiation
SPOD	: Sequential Proper Orthogonal Decomposition



# **Chapitre 1**

## **Introduction**



# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 Contexte

La génération de bruit par les écoulements turbulents complexes constitue, de par ses implications industrielles, une problématique importante faisant l'objet de nombreuses études tant techniques que fondamentales. Le rayonnement acoustique engendré par les réacteurs et turbo-réacteurs de l'aviation militaire et civile est à l'origine de bruit occasionnant non seulement des nuisances environnementales importantes, pouvant être dangereuses pour l'homme, mais aussi des contraintes mécaniques sur les structures aux abords immédiats de ces moteurs.

Le domaine du transport aérospatial rencontre également ces contraintes. Les moteurs-fusées ainsi que les propulseurs auxiliaires des lanceurs, tel que le lanceur Européen ARIANE, sont source de fluctuations vibro-acoustiques de niveau très élevé. Celles-ci ont un coût non négligeable. Par exemple, la charge utile doit être en mesure de supporter ces efforts. Cela entraîne dès lors des contraintes techniques lors de sa conception<sup>1</sup>. De ce fait, dès 1991, le Centre National des Études Spatiales (CNES) a constitué un groupe de travail, réunissant industriels et universitaires, sur la thématique du bruit de jet complexe. Portant la désignation de pôle AEID (Acoustique et Environnement Induits au Décollage), les objectifs de ce consortium sont multiples, allant de l'adaptation de l'environnement du lanceur (études des pas de tir, des carneaux d'évacuation), à la détermination de dispositifs de protection de la charge utile (résonateurs de Helmholtz dans la coiffe du lanceur) et de réduction des émissions acoustiques (injection d'eau dans les carneaux). Il se concentre également sur l'étude et la caractérisation des sources acoustiques des écoulements complexes. A ces fins, il dispose d'un moyen expérimental unique en Europe avec le banc d'essais MARTEL (Moyen Aéroacoustique de Recherche et Technologie sur l'Environnement des Lanceurs). Ces installations sont à même de reproduire l'environnement acoustique des lanceurs. La simulation des jets de ses propulseurs permet la mise en œuvre d'études aussi bien techniques que fondamentales.

L'aéroacoustique moderne trouve ses fondements avec les travaux précurseurs de Lighthill dans les années 1950. Celui-ci propose une formulation mathématique de la génération de bruit par les écoulements grâce à un remaniement des équations de conservation (de masse et de quantité de mouvement) en une équation d'onde non homogène. Le domaine fluide est alors vu comme un domaine source rayonnant dans un espace libre au repos. Cette formulation constitue une analogie acoustique. Depuis lors, elle a été largement étudiée et appliquée et est, encore aujourd'hui, à la base de nombreuses études portant sur la compréhension et la caractérisation des mécanismes de génération de bruit. Présentant toutefois certaines lacunes, cette modélisation est également controversée. En outre, divers auteurs ont pu apporter des corrections à l'opérateur de propagation utilisé afin d'extraire du terme source des phénomènes purement liés à

---

<sup>1</sup>certification à 160 dB



la propagation du son au sein de l'écoulement. Cependant, la complexité de mise en œuvre de ces versions fait que la formulation originale de l'analogie de Lighthill reste l'approche la plus largement usitée.

Une autre lacune, commune à ces diverses analogies, consiste à considérer l'ensemble du domaine extérieur à l'écoulement comme un espace au repos. Bien que cette hypothèse soit vérifiée dans la zone généralement considérée pour l'étude du rayonnement acoustique, à savoir le champ lointain, cela n'est pas le cas dans la zone d'entraînement proche de l'écoulement. À défaut d'être une zone source génératrice de bruit, elle est traversée par le rayonnement acoustique et peut, de ce fait, avoir une influence sur la propagation du rayonnement. Or, cette zone reste encore aujourd'hui assez mal connue.

La présente étude s'intéresse donc à la zone proche d'écoulements turbulents qui sont ici, du fait de leurs applications, des jets libres axisymétriques à haut nombre de Reynolds. L'étude de cette zone particulière revêt de multiples intérêts. En effet, la définition même de celle-ci n'est pas unanimement déterminée. De ce fait, ses frontières diffèrent en fonction du point de vue adopté. Un effort de caractérisation des phénomènes inhérents à cette zone est alors requis afin d'en clarifier la définition.

De plus, du fait de sa dualité, cette zone est particulièrement attrayante pour l'étude des mécanismes de génération de bruit par l'écoulement. En effet, elle est le siège de deux contributions de pression de nature fondamentalement différente. L'une, de nature hydrodynamique, est induite par le phénomène d'entraînement du milieu ambiant par l'écoulement. Elle est à ce titre fortement liée à la dynamique de ce dernier. La seconde, de nature propagative, constitue le rayonnement acoustique de l'écoulement. Ainsi, sont accessibles en cette zone, deux contributions distinctes, reliant à la fois la cause et la conséquence. Il est alors possible de s'intéresser au rayonnement acoustique de l'écoulement, à sa propagation et à l'influence, si elle existe, du champ de pression hydrodynamique sur celui-ci. De même, le lien entre ces champs de pression et la dynamique de l'écoulement est important. Il permet d'aborder le problème d'identification et de caractérisation des sources acoustiques par le biais d'une approche non intrusive. Ce type d'approche est particulièrement attrayant dans le cadre d'écoulements complexes, chauds et rapides, pour lesquels les moyens métrologiques intrusives classiques sont mises à défaut. De plus, les structures cohérentes jouent un rôle important dans la dynamique de l'écoulement. De ce fait, cette approche est particulièrement adaptée à l'étude du rôle que peuvent avoir ces structures dans les mécanisme de génération de bruit.

Une difficulté majeure réside toutefois dans l'étude des champs de pression proche de l'écoulement. En effet, il n'est pas possible, à première vue, de distinguer chacune de ses contributions dans une seule et même grandeur scalaire qu'est la pression. Cependant, celles-ci présentent des comportements statistiques différents. En particulier, celles-ci peuvent être associées à des gammes de fréquences distinctes. La présente étude du champ proche sera donc abordée d'un point de vue stochastique. Des outils d'analyses, tels que la décomposition orthogonale aux valeurs propres, sont mis en œuvre dans le domaine spectral. Une attention particulière sera également portée sur la prise en compte des contributions azimutales du champ de pression dans ces analyses.

Cette étude fait suite aux travaux de Picard [162] et de Ricaud [171] portant sur la caractérisation des sources acoustiques de jets à partir de mesures de pressions en champ proche. Fort de l'expérience acquise sur le champ proche, cette thématique est étendue à une configuration d'écoulement plus rapide. Deux types de jets turbulents à haut nombre de Reynolds sont ainsi étudiés :

- configuration subsonique,  $M_j=0,3$  : Re-visite et complément des données de Ricaud [171] (intégration des contributions azimutales) ;

- configuration supersonique,  $M_j=1,4$  : Création d'une nouvelle base de données et extension des analyses à un écoulement supersonique compressible.

Quatre types d'approches sont abordés dans l'étude de ces écoulements :

- Analyses stochastiques des pressions champ proche ;
- Analyses stochastiques des pressions champ lointain ;
- Étude du couplage pression champ proche/champ de vitesse ;
- Détermination du rayonnement acoustique du jet par propagation des pressions champ proche.

## 1.2 Organisation du mémoire

En plus de ce chapitre introductif, ce document se divise en six autres chapitres.

Le **Chapitre 2** rapporte un état de l'art sur les caractéristiques aérodynamique et aéroacoustique des jets aussi bien subsoniques que supersoniques. La notion de bruit de mélange y est abordée au travers de sa modélisation par analogie acoustique. La notion de structures cohérentes, jouant un rôle important dans la dynamique des écoulements cisaillés, est également discutée et les techniques permettant leur détection sont introduites. Ce chapitre se termine par un état de l'art plus spécifiquement dédié au champ de pression proche des jets. Quelques études antérieures importantes y sont développées, menant à la description des problématiques et stratégies adoptées dans la présente étude.

Le **chapitre 3** porte sur les outils stochastiques sur lesquels s'appuie la présente étude. A ce titre, les définitions et propriétés de l'Estimation Stochastique (LSE) et de la Décomposition Orthogonale aux valeurs Propres (POD) sont rappelées. Ces techniques sont basées sur le tenseur des corrélations en deux points. Les méthodes spécifiques mises en œuvre pour l'obtention expérimentales de ces grandeurs sont alors détaillées. Pour terminer, des extensions des techniques POD et LSE ont dues être développées pour les besoins de cette études. Celles-ci sont alors exposées.

Le **chapitre 4** s'intéresse à la définition de la frontière du champ de pression proche. Les fonctions de cohérence y sont analysées dans le cadre de la configuration subsonique. Celles-ci mettent en évidence un phénomène d'interaction entre les contributions hydrodynamique et acoustique du champ de pression se manifestant par des pertes de cohérence très localisées. Un modèle de ce phénomène est proposé permettant de définir précisément la frontière du champ proche.

Le **chapitre 5** se concentre sur l'analyse du champ de pression proche d'un jet subsonique au sens de la POD. Cette étude constitue la suite des analyses déjà menées par Ricaud [171] sur le même écoulement. L'aspect tridimensionnel du champ de pression est pris en compte par l'intégration des contributions azimutales. Ces analyses sont alors menées sur un domaine formant une surface conique entourant le jet. Une approche instantanée de ces analyses est également abordée grâce à la mise en œuvre d'une estimation stochastique des pressions sur la surface d'analyse. Finalement, l'aptitude de la POD à identifier et séparer les contributions hydrodynamique et acoustique du champ de pression proche est étudiée.

Le **chapitre 6** aborde l'extension de ces analyses à une configuration de jet supersonique. Après la présentation des moyens expérimentaux et métrologiques mis en œuvre, les qualifications aérodynamique et acoustique de ce nouvel écoulement sont exposées. Les approches développées en configuration subsonique sont portées sur cette configuration. Le phénomène d'interaction entre les contributions hydrodynamique et acoustique du champ de pression proche est en premier lieu abordé. S'en suit l'analyse POD, spatiale et spectrale, des champs de pression proche et lointain, d'un point de vue monodimensionnel et tridimensionnel (contributions azimutales). Deux approches, s'appuyant sur la connaissance des fluctuations instantanées de pression en

champ proche, sont par la suite développées. La première est relative à la possibilité d'en déterminer le champ acoustique lointain rayonné, basée sur une application expérimentale de la formulation intégrale de Kirchhoff. La seconde approche a trait à l'estimation du champ de vitesse interne de l'écoulement à partir des mesures de pression champ proche. Celle-ci a pour intérêt de permettre l'étude de la relation pouvant exister entre le champ acoustique et la dynamique de l'écoulement et en particulier avec sa structuration cohérente.

Le **Chapitre 7** termine ce document en présentant les conclusions générales de cette étude ainsi que les perspectives pouvant être envisagées pour poursuivre l'analyse et la caractérisation du champ de pression proche des jets turbulents axisymétriques.

Plusieurs documents annexes sont joints au présent manuscrit.

En premier lieu, une description des moyens de mesures de vitesse et de pression mis en œuvre lors de cette étude est exposée dans l'**annexe A**.

Les campagnes d'essais réalisées sur le jet subsonique de nombre de Mach  $M_j=0,3$  sont détaillées dans l'**annexe B**.

Les difficultés rencontrées dans l'interprétation des résultats d'analyses POD des champs de pression proche et lointain des jets turbulents ont conduit à l'étude d'une application de cet outil à un champ de pression bien déterminé, numériquement généré par des sources harmoniques. Cette étude est présentée dans l'**annexe C**.

Dans le cadre des analyses POD en configuration subsonique, l'influence de la répartition des points de mesures a été traitée par l'étude d'une seconde géométrie. Celle-ci est de forme cylindrique et fait l'objet de l'**annexe D**.

Une nouvelle approche dans l'analyse du champ de pression proche a été développée dans cette étude. Celle-ci s'appuie sur la formulation intégrale de Kirchhoff, bien connue en calculs numériques aéroacoustiques. Or, l'application expérimentale de cette méthode fait apparaître des contraintes supplémentaires par rapport à son application numérique et ayant pour principal inconvénient le nombre réduit de points de mesures accessibles. Une étude de faisabilité de cette méthode sur une configuration expérimentale réelle est alors exposée en **annexe E**. Celle-ci permet d'optimiser les schémas numériques utilisés ainsi que les répartitions de points de mesures. Finalement, une tuyère supersonique destinée au banc d'essais MARTEL ayant été développée pour les besoins de la présente étude, une base de données des caractéristiques thermodynamiques d'un mélange air-hydrogène en fonction du rapport entre ces gaz est donnée en **annexe F**. En effet, ce mélange est utilisé pour alimenter l'écoulement sur ce banc d'essais, permettant ainsi d'obtenir par combustion un jet dont la température est fonction de ce ratio. Ces caractéristiques sont alors nécessaires au dimensionnement des tuyères destinées à ce banc.

# **Chapitre 2**

## **Étude Bibliographique**



# Chapitre 2

## Étude Bibliographique

Cette étude s'intéresse à l'acoustique des jets libres subsoniques et faiblement supersoniques à haut nombre de Reynolds. Elle repose plus particulièrement sur la caractérisation du champ de pression dans la zone proche du jet. Le rôle éventuel de celui-ci dans les phénomènes de propagation du "bruit" de jet est également abordé, ainsi que la possibilité, de par sa mesure, d'identifier les sources acoustiques de ce dernier.

La première partie de ce chapitre est ainsi consacrée à la définition du jet d'un point de vue aérodynamique. Est présenté par la suite, un état de l'art des connaissances actuelles du bruit généré par les jets libres. Une troisième partie introduit la notion de structures cohérentes et présente une revue de la structuration se développant dans la couche de mélange de la zone initiale du jet, reconnue comme jouant un rôle dans la génération de bruit. Finalement, les champs de pression remarquables du milieu ambiant, induits par l'écoulement, sont introduits et la notion de champ proche est abordée. Certaines études antérieures, ayant apporté une contribution significative à la caractérisation du champ proche, sont exposées puis la problématique et la stratégie de la présente étude sont présentées.

### 2.1 Description aérodynamique du jet

Dans cette partie, les principales caractéristiques aérodynamiques du jet seront abordées. Le jet libre axisymétrique est donc défini et les différentes zones le constituant sont décrites. Les lois de similitude auxquelles obéissent les champs de vitesse moyenne et quadratique seront explicitées ainsi que les fréquences caractéristiques du jet. Cette partie se termine en considérant la structuration principale naissant au sein de ce type d'écoulement.

#### 2.1.1 Définition du jet

Un jet libre axisymétrique est obtenu par un rapport de pression entraînant l'éjection d'un fluide à une vitesse  $U_j$  à travers une buse, généralement circulaire de diamètre  $D$ , dans un milieu au repos ou lui-même animé d'un mouvement uniforme de vitesse  $U_e$ . Ce type d'écoulement a largement été étudié tant expérimentalement (par exemple par Davies *et al.* [52] ou par Bradshaw *et al.* [30]) qu'analytiquement (par exemple par Hinze [92], Townsend [185]).

##### 2.1.1.a Le jet subsonique

Dans le cas de l'air, lorsque le rapport de la pression ambiante  $P$  à la pression génératrice  $P_T$  (également appelée pression totale ou encore pression de stagnation) reste supérieur à une valeur de  $P/P_T=0,528$ , l'écoulement engendré est subsonique (vitesse d'éjection inférieure à

la célérité du son dans le milieu ambiant). Celui-ci est décomposé en trois zones présentant des caractéristiques distinctes. Ces zones, nommées *zone de mélange*, *zone de transition* et *zone pleinement développée*, sont reportées sur la représentation schématique d'un jet subsonique en figure 2.1.

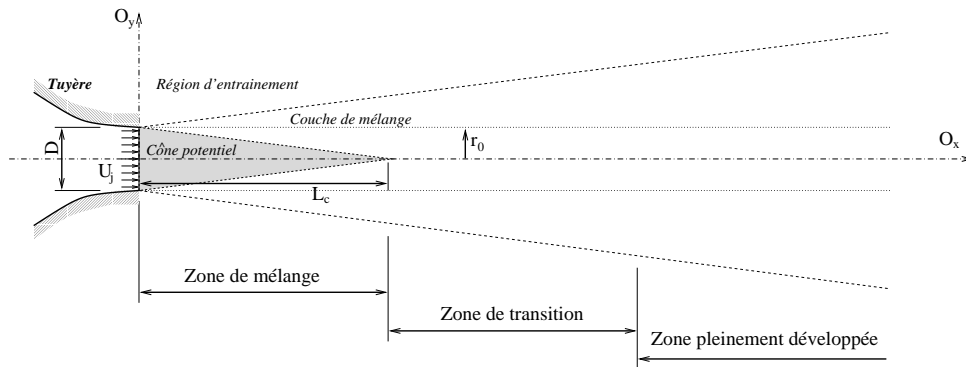


FIG. 2.1 – Représentation schématique d'un jet subsonique.

**La zone de mélange** Elle est située immédiatement à l'aval de la section d'éjection. Elle couvre une longueur de quelques diamètres et a fait l'objet de nombreuses études. Également appelée *zone potentielle*, elle est constituée de trois parties : le *cône potentiel*, la *couche de mélange* et la *région d'entraînement*.

Dans le cône potentiel, l'écoulement est laminaire et possède les mêmes caractéristiques que celles du jet à sa sortie de la tuyère (vitesse, température, densité,...). L'épanouissement de la couche de mélange l'entourant entraîne sa diminution. La fin de cette zone, où se referme la couche de mélange, est définie comme étant le lieu où la vitesse moyenne  $U$  est égale à  $0,99U_j$ . Sa longueur suivant la direction longitudinale, notée  $L_c$ , est fonction du nombre de Mach de l'écoulement  $M_j = U_j/c_j$ , où  $c_j$  est la célérité du son dans le fluide. Elle peut être approchée par la relation empirique de Lau *et al.* [111] :

$$L_c/D = 4,2 + 1,1M_j^2 \quad (2.1)$$

Le cône potentiel est entouré par une couche de mélange annulaire. Cette zone, séparant le cône potentiel du milieu ambiant, est le siège d'un fort cisaillement radial de la vitesse longitudinale moyenne. Son épaisseur évolue linéairement avec la position longitudinale  $x$ . Au-delà de  $0,5D$  du plan d'éjection, l'écoulement devient rapidement turbulent. Le maximum d'énergie turbulente se situe alors sur l'axe de la couche de mélange où le gradient de vitesse longitudinale moyenne est le plus élevé. Dans cette zone, l'écoulement est semblable à celui de la couche de mélange plane. Les profils radiaux de vitesse moyenne et de l'écart type de la vitesse (ou RMS pour *Root Mean Square*) y suivent les mêmes lois de similitude.

La région d'entraînement se situe dans la zone extérieure au jet. Il s'agit du milieu ambiant. La frontière entre cette région et la couche de mélange forme, en moyenne, un angle de l'ordre de 10 degrés avec l'axe du jet (§2.4.1). Elle est une région particulière d'échanges entre le jet lui-même et le milieu ambiant.

**La zone de transition** Elle s'étend de la fin du cône potentiel jusqu'à approximativement  $8D$ . Dans cette zone, la couche de mélange annulaire occupe tout le jet. La décroissance axiale de

la vitesse longitudinale peut y être modélisée par la relation de Lau *et al.* [111] :

$$\frac{U_0}{U_j} = 1 - \exp\left(\frac{C}{1 - x/L_c}\right) \quad (2.2)$$

où la constante empirique  $C=1,35$ .

**La zone pleinement développée** Également appelée champ lointain, elle se trouve en aval de la zone de transition. Les champs de vitesse moyenne et RMS y suivent une loi de similitude différente de celle de la zone de mélange (§2.1.2). Leur décroissance y est inversement proportionnelle à la position longitudinale  $x$  (Lau [108]). L'épanouissement de cette zone est également une fonction linéaire de la position longitudinale  $x$ , présentant une pente plus forte qu'en zone de mélange.

### 2.1.1.b Le jet supersonique

Lorsque le rapport de pression  $P/P_T$  est inférieur à 0,528, l'écoulement engendré est supersonique. Une tuyère de type convergent-divergent, dite tuyère de Laval, est généralement employée. Celle-ci permet l'obtention du jet parfaitement adapté. Dans ce cas, la pression statique en sortie de tuyère est égale à la pression ambiante. Le jet est alors similaire au jet subsonique, arborant toutefois une zone supplémentaire. Celle-ci correspond à la zone où la vitesse longitudinale est supérieure à la célérité du son. Nommée noyau ou cône sonique, celle-ci est représentée sur la description schématique de ce type d'écoulement en figure 2.2. Le noyau sonique s'étend sur une longueur  $L_s$  plus grande que le cône potentiel et pouvant être estimée par la relation empirique :

$$L_s/D = 0,8 + 5M_j^2$$

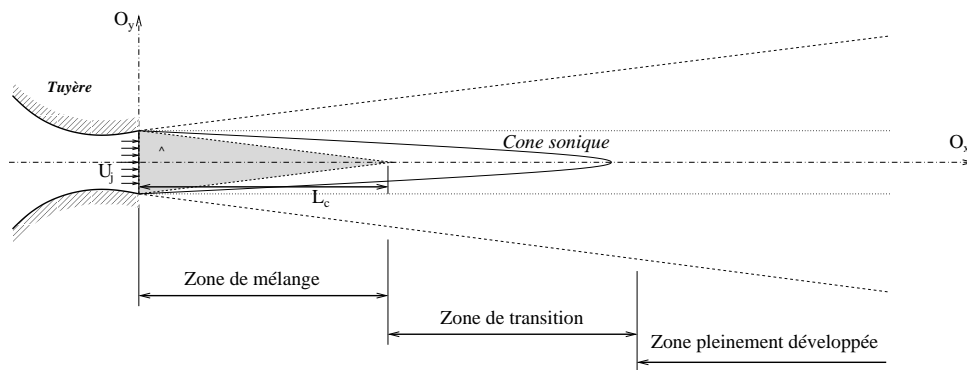


FIG. 2.2 – Représentation schématique d'un jet supersonique.

Lorsque le rapport de pression ne correspond pas au régime de la tuyère utilisée, l'écoulement obtenu est non adapté. La pression statique en sortie de tuyère peut alors être inférieure ( $g$ ) ou supérieure ( $e$ ) à la pression ambiante ( $f$ , fig. 2.3). Ces écoulements sont respectivement qualifiés de sur-détendus ou sous-détendus.

Dans ce cas, un réseau d'ondes de choc se superpose à la structure aérodynamique du jet parfaitement détendu (fig. 2.4). Sa formation est la conséquence du nécessaire retour à l'équilibre de la pression avec celle du milieu ambiant. Ce réseau d'ondes de choc, uniquement présent dans le noyau sonique, se forme par réflexion de la première onde sur la couche de mélange subsonique en une onde opposée. Dans le cas d'un jet sous-détendu, cette première onde de



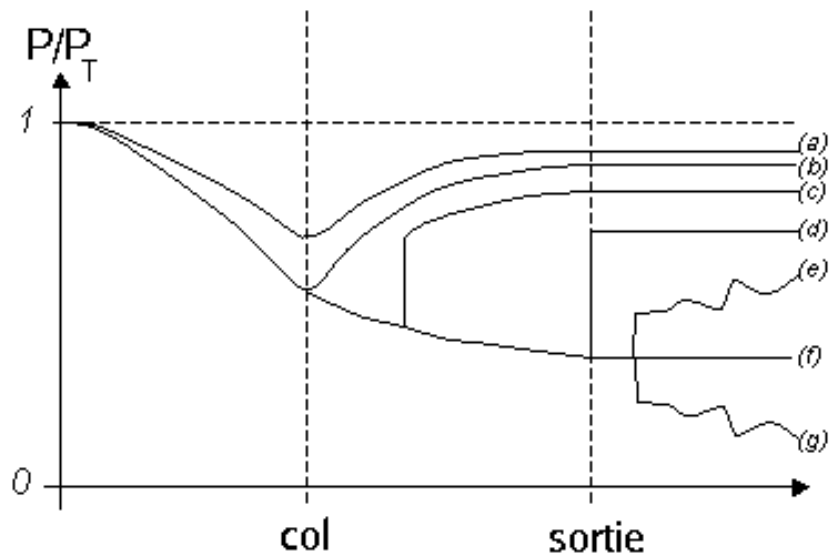


FIG. 2.3 – Évolution de la pression le long d'une tuyère convergente-divergente, Anderson [6].

choc est une onde de détente et le jet s'élargit en sortie de tuyère. Pour un jet sur-détendu, la première onde est une onde de compression et l'écoulement se contracte. Le réseau d'ondes de choc ainsi formé est constitué de chocs obliques, reliés par des disques de Mach transverses à l'axe du jet. Il s'étend sur une longueur difficilement estimable et s'arrête lorsque l'équilibre des pressions est atteint. La distance  $L_i$  séparant deux cellules dépend à la fois du diamètre de sortie de la tuyère et du nombre de Mach du jet. Cette distance peut être déterminée par la relation empirique de Pack [153] :

$$L_i/D = 1,1(M_j^2 - 1)^{1/2}$$

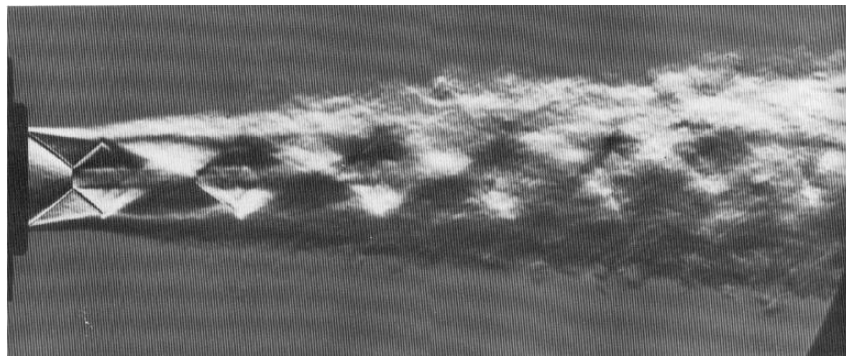


FIG. 2.4 – Visualisation des cellules de chocs dans un jet sur-détendu, Oertel [150].

Il est également à noter que la longueur du cône potentiel est importante pour ces configurations de jet et qu'elle peut être approchée par la relation :

$$L_c/D = 3,45(1 + 0,38M_j)^2$$

Intéressé par l'évolution de ce type d'écoulement, le lecteur pourra se rapporter, entre autre, au livre d'Anderson [6].

## 2.1.2 Lois de similitude

L'état de similitude est considéré lorsqu'une seule échelle de longueur et une seule échelle de vitesse sont suffisantes à la caractérisation du profil de vitesse moyenne (ou toute autre quantité). L'utilisation de variable adéquate permet alors la coïncidence de l'ensemble des profils par un simple facteur d'échelle.

### 2.1.2.a Dans la couche de mélange

La zone de mélange du jet présente une similitude comme Davies *et al.* [52] ont pu le démontrer. Dans cette zone, la similitude de couche de mélange est retrouvée et le champ de vitesse moyenne longitudinale adimensionnée peut s'exprimer de la manière suivante (Townsend [185]) :

$$\frac{\bar{U}(r) - U_b}{U_a - U_b} = \frac{1}{2} \{1 + \operatorname{erf}[\sigma(\eta - \eta_0)]\} \quad (2.3)$$

où :

- $U_a$  et  $U_b$  sont respectivement les vitesses haute et basse de la couche de mélange ( $U_a=U_j$  et  $U_b=0$  pour un jet débouchant dans un milieu ambiant au repos) ;
- $\operatorname{erf}()$  est la fonction erreur définie par :

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2) dt$$

- $\eta$  est la variable de similitude spatiale et s'exprime :  $\eta = \frac{r-r_0}{x-x_0}$  avec  $(x_0, r_0)$  la position de l'origine virtuelle de la couche de mélange, notée  $\eta_0$  sur l'axe de la couche de mélange ;
- $\sigma$  est le paramètre d'expansion de la couche de mélange.

Un autre taux d'expansion, noté  $\sigma_0$ , est également défini. Il correspond au taux d'expansion lorsque l'un des côtés de la couche de mélange est au repos et vaut  $\sigma_0 = \lambda\sigma$ .

Le paramètre  $\lambda$  est un paramètre essentiel gouvernant le développement de la couche de mélange, donnant une représentation universelle de ces échelles caractéristiques. Celui-ci s'exprime :

$$\lambda = \frac{U_a - U_b}{U_a + U_b} = \frac{1 - r}{1 + r}$$

où  $r$  est le rapport des vitesses  $U_b/U_a$ . D'après Liepmann et Laufer [118], le taux d'expansion universel  $\sigma_0$  vaut 11.

Deux autres dimensions remarquables de la couche de mélange sont également définies :

- l'épaisseur de vorticité  $\delta_\omega$  qui est représentative de la taille des structures primaires de la couche de mélange. Schématisée sur la figure 2.5, elle est définie par :

$$\delta_\omega = (U_a - U_b) \left( \frac{\partial \bar{U}}{\partial r} \right)_{max}$$

- l'épaisseur de quantité de mouvement :

$$\theta = \int_{+\infty}^{-\infty} \frac{\bar{U}(r) - U_b}{U_a - U_b} \left( 1 - \frac{\bar{U}(r) - U_b}{U_a - U_b} \right) dr$$

Dans la zone de similitude, ces deux épaisseurs évoluent de manière linéaire avec la distance longitudinale. À partir de l'expression 2.3 de la vitesse moyenne longitudinale et de la définition de l'épaisseur de vorticité, cette dimension peut être reliée au taux d'expansion  $\sigma$  de la couche

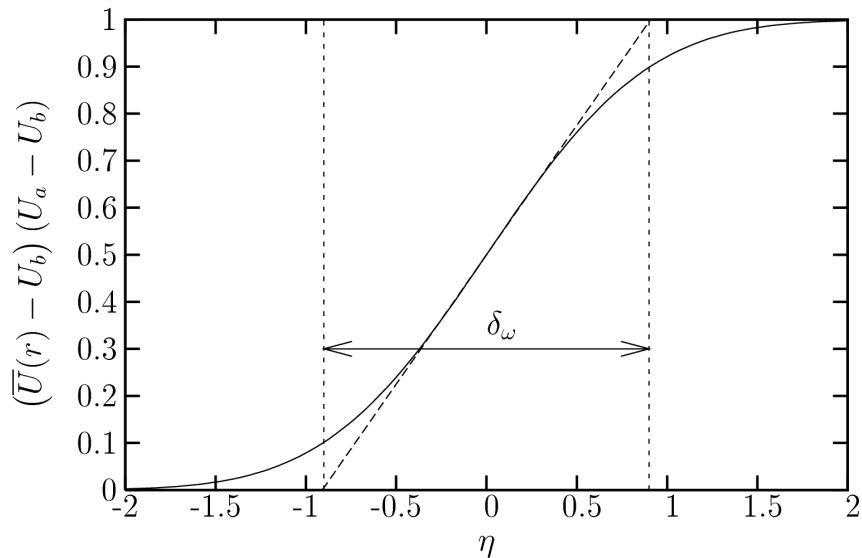


FIG. 2.5 – Représentation de l'épaisseur de vorticité de la couche de mélange.

de mélange par la relation suivante :

$$\delta_\omega = \frac{\sqrt{\pi}}{\sigma}(x - x_0)$$

Le rapport entre cette dimension et l'épaisseur de quantité de mouvement  $\theta$  peut également être obtenu analytiquement à partir de l'expression 2.3 et vaut  $\delta_\omega/\theta \approx 5$ .

### 2.1.2.b La zone pleinement développée

La zone pleinement développée du jet turbulent présente également une similitude. Déterminée bien avant celle de la zone de mélange, elle a été l'objet de nombreuses études aussi bien d'un point de vue analytique qu'expérimental (voir les revues de Monin et Yaglom [145], Hinze [92]). En cette zone, les profils de vitesse moyenne et turbulente se réduisent à une fonction de la position radiale adimensionnée :

$$\overline{U}(r, x) = \overline{U}_0(x) f(\eta) \quad \overline{u'^2}^{1/2}(r, x) = \overline{U}_0^2(x) g(\eta)$$

où  $\overline{U}_0(x)$  est la vitesse longitudinale moyenne sur l'axe.

Pendant longtemps, cet état asymptotique a été considéré comme indépendant des conditions initiales de l'écoulement, induisant un état de similitude universel. George [78] a démontré analytiquement que de multiples états de similitude pouvaient exister en fonction des conditions initiales. Ceci fut expérimentalement conforté, entre autres, par les travaux de Hussein *et al.* [98] ou plus récemment par Mi *et al.* [140].

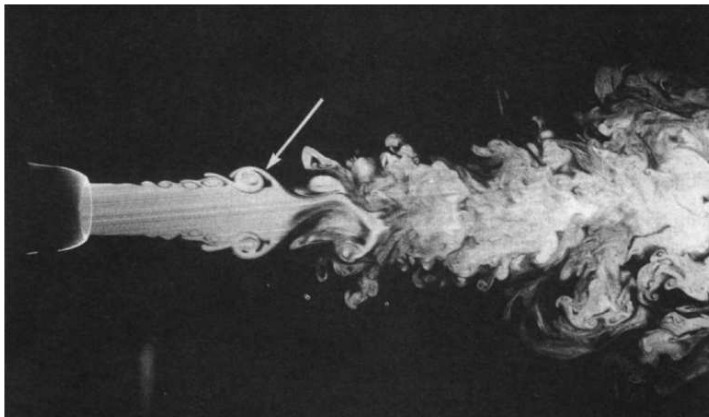
### 2.1.3 Structures et fréquences caractéristiques

Comme l'ensemble des écoulements cisailés turbulents, les jets présentent une structuration grandes échelles (dont la définition sera abordée ultérieurement au §2.3). Celle-ci n'est encore aujourd'hui que partiellement connue et fait toujours l'objet de nombreuses études.

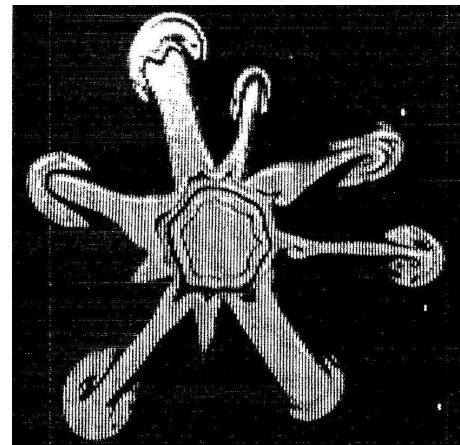
### 2.1.3.a Dans la zone de mélange

Dans la zone potentielle, cette structuration s'apparente à celle des couches de mélange planes, arborant des structures de type primaire et secondaire. Néanmoins, des différences importantes existent entre ces deux écoulements.

**Structuration primaire** L'existence d'une structuration, aujourd'hui appelée primaire, dans les jets à haut nombre de Reynolds est suggérée par Mollo-Christensen [144] puis par Crow et Champagne [50]. Ces derniers définissent le nombre de Strouhal  $St_D=0,3$  comme le mode le plus instable ou mode préféré (*preferred mode*). Lau *et al.* [110] et Lau et Ficher [109] montrent que ces structures, identifiées par Brown et Roshko [33] dans la couche de mélange plane turbulente, sont également présentes dans le jet non excité et définissent un modèle d'allée de tourbillons décrivant leur évolution. Quasi-bidimensionnelles pour la couche de mélange, axisymétriques pour le jet, ces structures sont générées par une instabilité de type Kelvin-Helmholtz au bord de fuite de la buse d'éjection. Une visualisation LIF (*laser-induced fluorescence*) de ces structures est donnée en figure 2.6(a) pour un jet à bas nombre de Reynolds (Liepmann et Gharib [117]). Qu'il s'agisse de la couche de mélange plane ou du jet, ces structures sont dominantes et jouent un rôle essentiel dans les phénomènes d'entraînement, de mélange et d'expansion de l'écoulement. Ce dernier est induit par l'appariement de ces structures, mis en évidence par Yule [195] au moyen de mesures conditionnelles. L'appariement des structures primaires est également étudié par Zaman et Hussain [197] qui définissent le mode de cisaillement et le mode colonne du jet, correspondant respectivement aux nombres de Strouhal  $St_\theta=0,012$  et  $St_D=0,85$ , comme les modes préférentiels des appariements.



(a) Structures primaires (Liepmann et Gharib [117])



(b) Structures secondaires (Liepmann [116])

FIG. 2.6 – Visualisations LIF des structures cohérentes d'un jet bas Reynolds ( $Re=5500$ )

La vitesse de convection de ces structures cohérentes dans la couche de mélange annulaire est de l'ordre de  $0,6U_j$  pour un jet subsonique (Mollo-Christensen [144] ou encore Lau *et al.* [110]). Dans le cas supersonique, Papamoschou et Bunyajitradulya [155] distinguent deux nombres de Mach de convection,  $M_{c_a}$  et  $M_{c_b}$ , respectivement relatifs à la vitesse rapide  $U_a$  et lente  $U_b$  de la couche de cisaillement :

$$M_{c_a} = \frac{U_a - U_{c_{sym}}}{c_a} \quad M_{c_b} = \frac{U_{c_{sym}} - U_b}{c_b}$$

Ces modes, nommés rapide et lent, apparaissent lorsque le nombre de Mach convectif symé-

trique  $M_{c_{sym}}$  :

$$M_{c_{sym}} = \frac{U_a - U_b}{c_a + c_b}$$

est supérieur à 0,3.

Le mode de convection des structures cohérentes est fonction de la configuration. Dans une configuration “supersonique-supersonique”, lorsque la vitesse des deux écoulements de la couche de mélange est supérieure à la célérité du son de chaque milieu ( $c_a$  et  $c_b$ ), les structures sont convectées selon le mode rapide  $M_{c_a}$ . Dans une configuration “subsonique-supersonique”, celles-ci sont convectées selon le mode lent  $M_{c_b}$ .

Ces auteurs définissent également la déviation du nombre de Mach convectif  $dM_c$  par rapport au nombre de Mach convectif symétrique  $M_{c_{sym}}$  :

$$dM_c = \sqrt{(M_{c_a} - M_{c_{sym}})^2 + (M_{c_b} - M_{c_{sym}})^2}$$

telle que les nombres de Mach convectif se définissent :

$$M_{c_a} = M_{c_{sym}} \pm \frac{dM_c}{\sqrt{1 + (c_a/c_b)^2}} \quad M_{c_b} = M_{c_{sym}} \pm \frac{dM_c}{\sqrt{1 + (c_b/c_a)^2}}$$

où le signe + est employé en mode rapide (supersonique-supersonique) et le signe – en mode lent (subsonique-supersonique).

**Structuration secondaire** La couche de mélange annulaire de la zone potentielle du jet turbulent présente, comme la couche de mélange plane, une autre structuration dite secondaire. S’appuyant sur une analyse de stabilité, Michalke et Fuchs [141] suggèrent en 1975 que la structuration du jet peut être plus complexe qu’une simple allée de tourbillons axisymétriques. Ce résultat est confirmé quelques années plus tard par les travaux expérimentaux de Chan [39] montrant l’importance des contributions modales d’ordre supérieur ou égal à 1. Cette structuration est induite par des paires de tourbillons contra-rotatifs, d’axe longitudinal, se formant dans la zone de fortes contraintes située entre deux structures primaires successives. Ces structures sont identifiées par Bernal et Roshko [21] dans la couche de mélange plane turbulente ainsi que par Agüí et Hesselink puis [4] (présentant une visualisation holographique originale) ou encore Monkewitw *et al.* [146] pour les jets à bas nombre de Reynolds (fig. 2.6(b)). Celles-ci seront par la suite identifiées dans les jets turbulents par Paschereit *et al.* [157].

Alors que ces structures jouent un rôle minime dans la dynamique de la couche de mélange plane (Lin et Corcos [123]), celles-ci sont essentielles dans le cadre du jet (Citriniti et George [40]). Leurs évolutions et interactions avec les structures primaires sont encore aujourd’hui largement étudiées. Grâce à une approche POD (§3.1.2), Glauser [81, 82] a montré le caractère dominant des modes azimutaux d’ordre 4, 5 et 6. Ce résultat est également obtenu par Jung [104] et Jung *et al.* [105] qui montrent que le mode azimutal dominant, après le mode axisymétrique, passe de l’ordre 6 en sortie de tuyère (correspondant au mode théoriquement le plus instable [192] sous certaines conditions de tailles et rayon des tourbillons) à un mode d’ordre 2, induit par une structuration hélicoïdale issue de l’interaction des structures primaires et secondaires. En fin de zone potentielle, ce mode azimutal d’ordre 2 devient prépondérant et plus important que le mode axisymétrique.

### 2.1.3.b Dans la zone pleinement développée

La zone pleinement développée du jet turbulent présente également une structuration cohérente. Le caractère dominant du mode hélicoïdal  $y$  est retrouvé par plusieurs auteurs (Tso et Hussain [187], Gamard [75, 77, 76], Freund et Colonius [68]).

Les structures cohérentes du jet turbulent jouent un rôle essentiel dans le développement de la dynamique et dans le développement de l'écoulement mais également, comme ont pu le montrer Moore [147] ou encore Armstrong *et al.* [8], dans le mécanisme de génération de bruit.

## 2.2 Description acoustique du jet

Les travaux précurseurs de Lighthill [119] ainsi que ceux de ses successeurs permettent d'assimiler un écoulement à une source de bruit par la définition d'une analogie acoustique. Ces travaux ont été, et sont encore aujourd'hui, largement exploités afin d'étudier les mécanismes responsables de la génération de bruit d'origine aérodynamique et afin de caractériser le rayonnement acoustique des jets.

### 2.2.1 Les analogies acoustiques

Une analogie acoustique peut se définir comme la réduction du problème de génération de bruit d'un écoulement en un simple problème de propagation des perturbations de pression émises par une source. Pour se faire, les équations de Navier-Stokes, régissant le mouvement des fluides, sont réorganisées en une équation d'onde non homogène faisant apparaître un opérateur de propagation acoustique et un terme source. Ce dernier permet de caractériser les phénomènes entrant en ligne de compte dans le processus de génération de bruit.

L'opérateur de propagation peut être plus ou moins complexe suivant les auteurs, permettant une description plus ou moins stricte des sources acoustiques.

#### 2.2.1.a Lighthill (1952)

L'analogie de Lighthill [119] consiste en une réorganisation des équations de conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0$$

et de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}$$

en une équation d'onde non homogène pour la masse volumique  $\rho$  :

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - c_0^2 \Delta \rho = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} [\rho u_i u_j + (p - c_0^2 \rho) \delta_{ij} - \tau_{ij}]$$

où  $p$  désigne la pression,  $u_i$  la composante de vitesse suivant la direction  $x_i$ ,  $\tau_{ij}$  le tenseur des contraintes visqueuses,  $c_0$  la célérité du son dans le milieu au repos et  $\delta_{ij}$  le symbole de Kronecker (égal à 1 si et seulement si  $i=j$ ).

Les quantités acoustiques sont généralement définies comme des fluctuations par rapport à la valeur constante de la variable dans le milieu. Soient  $\rho_0$  et  $p_0$  respectivement la masse volumique



et la pression ambiante, les fluctuations de la masse volumique  $\rho' = \rho - \rho_0$  vérifieront :

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - c_0^2 \Delta \rho' = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \quad (2.4)$$

où  $T_{ij} = \rho u_i u_j + [(p - p_0) - c_0^2(\rho - \rho_0)] \delta_{ij} - \tau_{ij}$

Lighthill propose ainsi d'isoler un opérateur de propagation d'ondes en milieu au repos dans le membre de gauche et un terme source acoustique dans le terme de droite. Trois processus de génération de bruit se distinguent successivement dans ce terme source associé :

- à l'instantanéité des forces convectives non linéaires ;
- aux fluctuations d'entropie, liées aux échanges de chaleur turbulents ;
- aux fluctuations du tenseur des contraintes visqueuses.

La génération et la propagation du bruit émis par un écoulement sont ainsi remplacées par un problème classique de propagation d'une distribution de sources acoustiques dans un milieu au repos. Là est la force mais aussi la faiblesse de cette analogie. En effet, les phénomènes tels que la convection, la réfraction ou encore la diffusion des ondes acoustiques par la turbulence, qui ne constituent pas des sources de bruit en eux-même, sont intégrés dans le terme source. Ces interactions des champs acoustique et aérodynamique interviennent dans la propagation des ondes. Ils doivent alors être pris en compte non pas dans le terme source mais dans l'opérateur de propagation, nécessitant la modification de cette analogie.

### 2.2.1.b Phillips (1960)

Afin d'isoler les termes sources pures en prenant en compte l'interaction entre un écoulement moyen et la propagation des ondes acoustiques, Phillips [161] reformule l'analogie acoustique en proposant un opérateur de propagation dans un milieu en mouvement. Partant des équations de Navier-Stokes, il introduit la variable  $\Pi = \frac{1}{\gamma} \ln \frac{p}{p_0}$  pour aboutir à la formulation suivante :

$$\frac{D^2 \Pi}{Dt^2} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left( c^2 \frac{\partial \Pi}{\partial x_i} \right) = \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{D}{Dt} \left( \frac{1}{c_p} \frac{Ds}{Dt} \right) - \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \right) \quad (2.5)$$

où  $c_p$  est la chaleur spécifique à pression constante et  $s$  est l'entropie.  $D/Dt$  désigne la dérivation particulière (i.e. en suivant le mouvement :  $\frac{\partial}{\partial t} + u_i \frac{\partial}{\partial x_i}$ ).

Dans cette formulation, les termes de gauche constituent l'opérateur de propagation dans un écoulement en mouvement où la célérité du son  $c$  est variable. Le terme source, terme de droite, est là aussi composé de trois contributions. Les contributions de fluctuations de vitesse de l'écoulement sont retrouvées dans le premier terme, ainsi que les contributions dues aux fluctuations d'entropie puis aux fluctuations de contraintes visqueuses.

Cependant, comme le souligne Bile [122] et Doak [54], le membre de gauche de cette formulation ne contient pas l'ensemble des termes d'une propagation d'onde en écoulement. Une partie de l'interaction entre l'écoulement moyen et les ondes acoustiques subsiste alors dans le terme source.

### 2.2.1.c Lilley (1972)

Dans le but d'obtenir une équation dans laquelle tous les effets liés à la propagation apparaissent dans l'opérateur d'onde, Lilley [122] définit une équation du troisième ordre dérivée de

l'équation de Phillips (éq. 2.5) :

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt} \left[ \frac{D^2 \Pi}{Dt^2} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left( c^2 \frac{\partial \Pi}{\partial x_i} \right) \right] + 2 \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( c^2 \frac{\partial \Pi}{\partial x_i} \right) = -2\gamma \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \\ + \frac{D^2}{Dt^2} \left[ \frac{1}{c_p} \frac{Ds}{Dt} \right] + 2 \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{ik}}{\partial x_k} \right) - \frac{D}{Dt} \left[ \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \right) \right] \end{aligned}$$

Le membre de gauche de cette analogie représente un opérateur de propagation pour des sources mobiles dans un écoulement moyen cisailé et unidirectionnel. Le membre de droite, quant à lui, peut être considéré comme une description complète des sources purement acoustiques comportant les effets de fluctuations de vitesse (1<sup>er</sup> terme), les effets de fluctuations d'entropie (2<sup>e</sup>) ainsi que les effets de fluctuations des contraintes visqueuses (derniers termes). Toutefois, comme pour la formulation de Phillips, la limitation de cette approche réside dans la complexité du système différentiel obtenu, rendant sa résolution difficile.

### 2.2.1.d Powell (1964) et Howe (1975)

Une alternative à l'analogie de Lighthill est proposée par Powell [166], puis Howe [96], dans le but de relier plus explicitement la génération de bruit et la dynamique de l'écoulement. La thèse défendant l'idée que les structures tourbillonnaires présentes dans les écoulements cisailés sont à l'origine de son rayonnement acoustique conduit Powell à faire apparaître le rotationnel du vecteur vitesse dans les termes sources acoustiques à partir d'une reformulation des équations de Navier-Stokes. Utilisant l'enthalpie totale comme variable acoustique, cette alternative à l'analogie de Lighthill est connue sous le terme générique de *vortex sound*.

Ce modèle, très utilisé pour les études de phénomènes aéroacoustiques, se limite néanmoins aux écoulements à faible nombre de Mach pour lesquels le terme source est facilement identifiable.

## 2.2.2 Rayonnement acoustique du jet

Les analogies acoustiques qui ont été développées ont permis, et permettent encore aujourd'hui, une meilleure compréhension et modélisation des phénomènes physiques régissant la génération de bruit de nature hydrodynamique. En particulier, l'analogie de Lighthill, de par sa simplicité, a été largement exploitée afin de comprendre et caractériser le rayonnement acoustique des jets turbulents. On se propose ici d'exposer ces considérations ainsi que les différentes contributions intervenant dans le rayonnement acoustique des jets supersoniques.

### 2.2.2.a Application de Lighthill au jet

L'analogie de Lighthill (éq. 2.4) permet de réduire le problème de prédiction de l'émission acoustique d'un écoulement instationnaire en un problème classique de prédiction du champ acoustique émis par un volume source supposé connu. Une solution analytique de ce problème peut être exprimée en utilisant la fonction de Green en espace libre associée à l'opérateur de propagation :

$$\rho'(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi c_0^2} \int_{\mathcal{V}} \frac{1}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|} \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial y_i \partial y_j}(\mathbf{y}, t - \tau) d\mathbf{y} \quad (2.6)$$

où  $\rho'$  désigne les fluctuations de masse volumique instationnaires en un point  $\mathbf{x}$  du milieu ambiant, dues aux fluctuations du terme source  $\frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial y_i \partial y_j}$  dans le volume source  $\mathcal{V}$ . Le retard  $\tau$  exprime le temps de propagation des fluctuations du point d'émission  $\mathbf{y}$  au point d'observation  $\mathbf{x}$  :

$$\tau = \frac{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|}{c_0}$$



Du fait de la difficulté à déterminer la dérivée spatiale du terme source  $\frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial y_i \partial y_j}$ , la relation 2.6 peut être remaniée de manière à en simplifier le calcul. Ainsi, la dérivation par rapport au point du volume source est transposée en une dérivation par rapport au point d'observation (Goldstein [85]) :

$$\rho'(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_{\mathcal{V}} \frac{\partial^2 T_{ij}}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|} \left( \mathbf{y}, t - \frac{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|}{c_0} \right) d\mathbf{y}$$

D'autre part, si le point d'observation se situe en champ lointain, certaines simplifications peuvent être apportées. Dans cette région, définie par une distance du volume source largement supérieure à la longueur d'onde caractéristique (§2.4.1), les approximations suivantes sont vérifiées :

$$\begin{aligned} |\mathbf{x} - \mathbf{y}| &\approx |\mathbf{x}| \\ \frac{\partial}{\partial x_i} &\approx -\frac{x_i}{|\mathbf{x}|} \frac{1}{c_0} \frac{\partial}{\partial t} \end{aligned}$$

De ce fait, la solution de l'analogie de Lighthill peut être approximée de la manière suivante :

$$\rho'(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi c_0^4} \frac{x_i x_j}{|\mathbf{x}|^3} \int_{\mathcal{V}} \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial t^2} \left( \mathbf{y}, t - \frac{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|}{c_0} \right) d\mathbf{y} \quad (2.7)$$

Ainsi, ces trois variantes de la solution de l'analogie de Lighthill, les plus courantes, sont basées sur le même terme source  $T_{ij}$ . Or ce tenseur est lui même composé de trois contributions rendant sa détermination délicate. Toutefois, dans le cadre des écoulements turbulents à haut nombre de Reynolds (jet subsonique haute vitesse, jet supersonique), les effets de génération de bruit associés aux contraintes visqueuses sont faibles et peuvent généralement être négligés. De plus, dans le cas des jets à température ambiante, les fluctuations de pression peuvent être considérées isentropiques. Finalement, pour les écoulements à nombre Mach restreint ( $M_j < 0,6$ ), les effets de compressibilité sont suffisamment faibles pour considérer la masse volumique du terme des fluctuations de vitesses comme constante. Cette hypothèse, levant l'indétermination du système, est généralement supposée vérifiée même en configuration supersonique. Dans le cadre d'une configuration de jet vérifiant l'ensemble de ces conditions, le terme source de l'analogie de Lighthill se résume à la contribution unique des fluctuations de vitesses :

$$T_{ij} \approx \rho_0 u_i u_j \quad (2.8)$$

Bien que le terme source puisse souvent être réduit à cette seule composante, sa connaissance exacte sous forme instantanée sur l'ensemble du volume de l'écoulement est problématique. Pour pallier cette indétermination, Lighthill suggère d'adopter une approche statistique.

### 2.2.2.b Approche statistique

L'analogie proposée par Lighthill permet d'accéder à une formulation analytique des fluctuations de masse volumique. Celle-ci nécessite toutefois la connaissance complète du terme source instationnaire  $T_{ij}$  sur l'ensemble du volume de l'écoulement. Lighthill propose alors une approche statistique en introduisant la fonction d'auto-corrélation de ce tenseur. Cela permet alors de travailler non plus sur les fluctuations instantanées des sources de bruit mais directement sur leur distribution spatio-temporelle. De plus, cette approche introduit la notion d'énergie acoustique produite, où intensité acoustique :

$$I(\mathbf{x}) = \frac{\overline{p'^2(\mathbf{x}, t)}}{\rho_0 c_0}$$

Cette intensité peut être déterminée à partir de la fonction d'auto-corrélation normalisée des fluctuations de pression :

$$\Gamma(\mathbf{x}, \tau) = \frac{\overline{p'(\mathbf{x}, t)p'(\mathbf{x}, t + \tau)}}{\rho_0 c_0}$$

en considérant un retard nul :

$$I(\mathbf{x}) = \Gamma(\mathbf{x}, 0)$$

Étant donné la solution de l'analogie de Lighthill en champ lointain (éq. 2.7) et la relation entre la pression et la masse volumique en cette région ( $p' = c_0^2 \rho$ ), la fonction d'auto-corrélation normalisée peut analytiquement s'exprimer :

$$\Gamma(\mathbf{x}, \tau) = \frac{1}{16\pi^2 c_0^5 \rho_0} \frac{x_i x_j x_k x_l}{|\mathbf{x}|^6} \iint_{\mathcal{V}} \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial t^2}(\mathbf{y}', t') \frac{\partial^2 T_{kl}}{\partial t^2}(\mathbf{y}'', t'') d\mathbf{y}' d\mathbf{y}''$$

où  $t'$  et  $t''$  sont les temps de propagation des ondes issues des points sources respectivement localisés en  $\mathbf{y}'$  et  $\mathbf{y}''$  pour parvenir au point d'observation  $\mathbf{x}$  :

$$t' = t - \frac{|\mathbf{x} - \mathbf{y}'|}{c_0} \quad t'' = t - \frac{|\mathbf{x} - \mathbf{y}''|}{c_0}$$

L'introduction de la variable de séparation des points sources  $\boldsymbol{\eta} = \mathbf{y}'' - \mathbf{y}'$  permet, en considérant la turbulence comme stationnaire, de reformuler l'expression de l'intensité acoustique en champ lointain :

$$\Gamma(\mathbf{x}, \tau) = \frac{\rho_0}{16\pi^2 c_0^5} \frac{x_i x_j x_k x_l}{|\mathbf{x}|^6} \frac{\partial^4}{\partial \tau^4} \iint_{\mathcal{V}} \mathcal{R}_{ijkl} \left( \mathbf{y}, \boldsymbol{\eta}, \tau + \frac{\boldsymbol{\eta} \cdot \mathbf{x}}{c_0 |\mathbf{x}|} \right) d\mathbf{y} d\boldsymbol{\eta} \quad (2.9)$$

où  $\mathcal{R}_{ijkl}$  représente la fonction d'auto-corrélation spatio-temporelle du terme source de Lighthill :

$$\mathcal{R}_{ijkl}(\mathbf{y}, \boldsymbol{\eta}, \tau) = \frac{\overline{T_{ij}(\mathbf{y}, t) T_{kl}(\mathbf{y} + \boldsymbol{\eta}, t + \tau)}}{\rho_0^2}$$

La présence du temps de retard  $\frac{\boldsymbol{\eta} \cdot \mathbf{x}}{c_0 |\mathbf{x}|}$  rend l'estimation de la fonction d'auto-corrélation normalisée  $\Gamma$  délicate. Le rapport  $\boldsymbol{\eta}/c_0$  représente le temps de propagation des ondes entre les points sources  $\mathbf{y}'$  et  $\mathbf{y}''$ . Ce retard correspond alors au retard perçu au point d'observation  $\mathbf{x}$  entre les ondes émises en  $\mathbf{y}'$  et  $\mathbf{y}''$ . Considérons  $l$  et  $\tau_\eta$  les échelles caractéristiques de la turbulence respectivement spatiale et temporelle telles que :

$$\begin{aligned} \frac{\mathcal{R}_{ijkl}(\mathbf{y}', \boldsymbol{\eta}, \tau)}{\mathcal{R}_{ijkl}(\mathbf{y}', \mathbf{0}, \tau)} &\approx 0 \quad , \text{ avec } |\boldsymbol{\eta}| > l \\ \frac{\mathcal{R}_{ijkl}(\mathbf{y}', \boldsymbol{\eta}, \tau_\eta)}{\mathcal{R}_{ijkl}(\mathbf{y}', \boldsymbol{\eta}, 0)} &\approx 0 \end{aligned}$$

Si l'échelle caractéristique temporelle est largement supérieure au temps de propagation dans un volume fluide cohérent, définie par  $l/c_0$ , alors le tenseur  $\mathcal{R}_{ijkl}$  ne variera que faiblement en fonction du retard  $\tau$  et l'approximation suivante pourra être posée :

$$\mathcal{R}_{ijkl} \left( \mathbf{y}', \boldsymbol{\eta}, \tau + \frac{\boldsymbol{\eta} \cdot \mathbf{x}}{c_0 |\mathbf{x}|} \right) = \mathcal{R}_{ijkl}(\mathbf{y}', \boldsymbol{\eta}, \tau) \quad , \text{ si } \tau_\eta \gg \frac{l}{c_0}$$

En présence d'un écoulement moyen, cette hypothèse n'est toutefois pas vérifiée car, en raison de l'effet d'entraînement, les sources sont convectées. L'hypothèse d'un temps caractéristique supérieur au temps de propagation n'est alors pas validée. Ces échelles sont reportées sur la représentation dans le plan  $(\eta_1, \tau)$  des iso-contours de l'auto-corrélation des vitesses longitudinales de la couche de mélange d'un jet subsonique en fig. 2.7(a) (Davies *et al.* [52]). Dans cette configuration d'écoulement, cette fonction de corrélation correspond au terme source de Lighthill. Celle-ci montre clairement la convection de la turbulence à la vitesse  $U_c = c_0 M_c$  représentée par une ligne en pointillés.

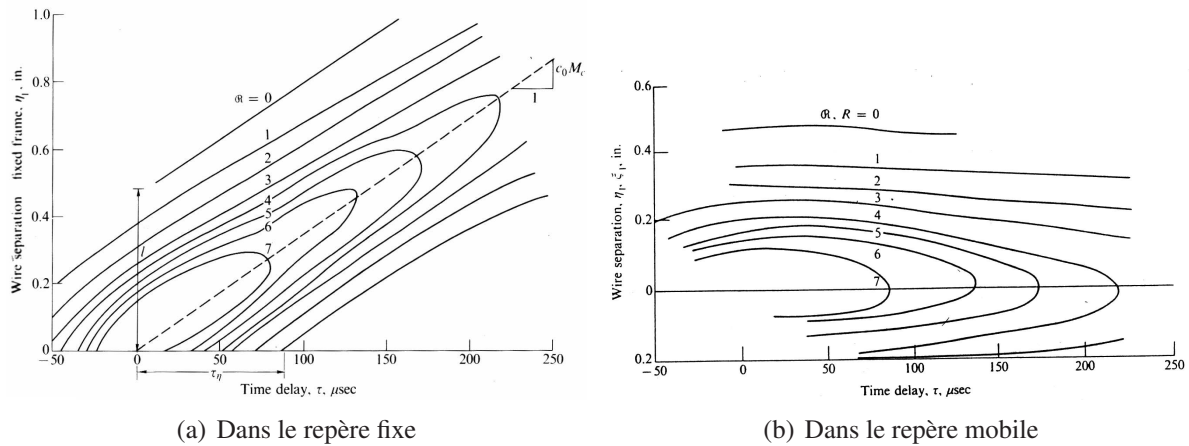


FIG. 2.7 – Iso-contours de corrélations spatio-temporelles de vitesse longitudinale dans le repère fixe (gauche) et mobile (droite) d'un jet subsonique, d'après Davies *et al.* [52]

En faisant l'hypothèse d'un écoulement moyen quasi-unidirectionnel suivant l'axe  $y_1$ , il est possible de se placer dans un repère mobile, convecté avec l'écoulement à cette vitesse  $U_c$ , en introduisant le changement de variable  $\xi = \eta - U_c \tau \mathbf{y}_1$  (Ffowcs-Williams [64], Ribner [168]). Cette variable correspond à une séparation spatiale dans le repère mobile entre les points  $y'$  et  $y''$  respectivement aux instants  $t$  et  $t + \tau$ . La fonction d'auto-corrélation du tenseur de Lighthill s'exprime alors dans ce repère :

$$\mathcal{R}(\mathbf{y}, \boldsymbol{\eta}, \tau) = R(\mathbf{y}, \boldsymbol{\xi}, \tau)$$

L'équivalence de la fonction d'auto-corrélation des vitesses longitudinales du jet donnée en fig. 2.7(a) est représentée en fig. 2.7(b) dans le plan  $(\xi_1, \tau)$ .

En introduisant l'angle  $\theta$  entre la direction de l'écoulement  $y_1$  et la direction d'observation  $\mathbf{x}$ , l'application de ce changement de variable à la relation 2.9 permet d'exprimer l'auto-corrélation normalisée de la pression en champ lointain en fonction du tenseur d'auto-corrélation des sources de Lighthill explicité dans le repère lié à la turbulence :

$$\Gamma(\mathbf{x}, \tau) = \frac{\rho_0}{16\pi^2 c_0^5} \frac{x_i x_j x_k x_l}{|\mathbf{x}|^6} \frac{1}{(1 - M_c \cos \theta)^5} \times \iint_{\mathcal{V}} \frac{\partial^4 \mathcal{R}_{ijkl}}{\partial t^4} \left( \mathbf{y}', \boldsymbol{\xi}, t + \frac{x}{|\mathbf{x}|} \cdot \frac{\boldsymbol{\xi}}{c_0(1 - M_c \cos \theta)} \right) \Big|_{t = \frac{\tau}{(1 - M_c \cos \theta)}} d\xi d\mathbf{y}' \quad (2.10)$$

L'effet principal de la convection des sources est donc une amplification de l'intensité acoustique rayonnée par un facteur  $(1 - M_c \cos \theta)^5$ . Celui-ci est caractéristique d'une distribution de sources quadratiques mobiles avec pondération par un facteur d'effet Doppler  $(1 - M_c \cos \theta)$ .

Dans le repère mobile, le temps caractéristique  $\tau_\xi$  de décroissance de la turbulence (l'équivalent du temps  $\tau_\eta$  dans le repère fixe) est maximal. Dans le cas des écoulements subsoniques et

faiblement supersoniques, celui-ci est largement supérieur au temps caractéristique de propagation  $l/c_0$ . Le retard  $\frac{x}{|\mathbf{x}|} \cdot \frac{\xi}{c_0(1-M_c \cos \theta)}$  peut alors être négligé dans l'expression 2.10. Cela revient à considérer les structures en tant que sources compactes, c'est à dire ayant des dimensions caractéristiques spatiales suffisamment petites devant la longueur caractéristique de l'onde émise.

Il peut également être noté que dès 1954, Lighthill [120] suggère l'existence de deux composantes de bruit distinctes : l'une associée à la turbulence fine et contribuant aux hautes fréquences, et l'autre ayant pour origine l'interaction entre le champ turbulent et l'écoulement moyen, contribuant aux basses fréquences. Nommées respectivement "bruit propre" et "bruit de cisaillement", ces contributions seront mathématiquement décrites par Ribner [169].

Ce dernier utilise la décomposition de Reynolds du champ de vitesse en une composante moyenne  $U_i$  et une composante fluctuante  $u'_i$ . Considérant le terme source de Lighthill  $T_{ij}$  dans sa version simplifiée (éq. 2.8), sa fonction d'auto-corrélation devient :

$$\mathcal{R}_{ijkl}(\mathbf{y}', \boldsymbol{\eta}, \tau) = \overline{(U_i + u'_i)'(U_j + u'_j)'(U_k + u'_k)''(U_l + u'_l)''}$$

où les exposants ' et '' indiquent des grandeurs respectivement relatives aux positions spatio-temporelles  $(y', t)$  et  $(y' + \boldsymbol{\eta}, t + \tau)$ .

Dans le cas d'un écoulement parallèle de direction  $y_1$ , ce tenseur de corrélation d'ordre 4 du champ de vitesse prend la forme :

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_{ijkl}(\mathbf{y}', \boldsymbol{\eta}, \tau) &= \overline{u'_i u'_j u''_k u''_l} \\ &+ U'_1 U''_1 (\overline{\delta_{ik} u'_j u''_l} + \overline{\delta_{jl} u'_i u''_k} + \overline{\delta_{jk} u'_i u''_l} + \overline{\delta_{il} u'_j u''_k}) \\ &+ U'_1 (\overline{\delta_{1i} u'_j u''_k u''_l} + \overline{\delta_{1j} u'_i u''_k u''_l}) \\ &+ U''_1 (\overline{\delta_{1k} u'_i u'_j u''_l} + \overline{\delta_{1l} u'_i u'_j u''_k}) \end{aligned}$$

où les termes quadratiques du champ moyen sont retirés car constants dans le temps et ne contribuant donc pas au rayonnement (du fait de la dérivation temporelle  $\partial^4/\partial\tau^4$  dans l'expression 2.9).

Le premier terme est la corrélation d'ordre 4 des fluctuations de vitesse. C'est le bruit propre engendré par l'interaction de la turbulence avec elle-même. Le second terme, en corrélation d'ordre 2, constitue le bruit de cisaillement induit par l'interaction de l'écoulement moyen avec la turbulence. Les deux derniers termes sont des corrélations d'ordre 3. Dans l'hypothèse d'une turbulence isotrope, ceux-ci ne contribuent pas au rayonnement acoustique, leur intégration sur l'ensemble du volume source  $\mathcal{V}$  étant nulle.

Pour un jet axisymétrique, Ribner [169] montre que seules les corrélations définies par des paires d'indice  $(i, j, k, l)$  égales contribuent au rayonnement acoustique. Il est alors possible de définir la directivité des contributions de bruit propre et cisailé. Celles-ci sont reportées sur les figures 2.8(a) et 2.8(b) respectivement dans le cas d'une turbulence isotrope et axisymétrique. Dans le premier cas, le bruit propre est omnidirectionnel alors que la directivité du bruit de cisaillement est identique à celle d'un dipôle orienté suivant l'axe du jet. Pour une turbulence axisymétrique, la directivité du bruit propre devient celle d'un dipôle orienté suivant la direction normale à l'axe de l'écoulement, le bruit de cisaillement reste identique à un dipôle orienté suivant l'axe du jet.

Cette décomposition du bruit de mélange en bruit propre et cisailé est cependant quelque peu contestée (Tam [178]), suggérant que ces contributions ne peuvent correspondre à des mécanismes différents et ne sont que des contributions mathématiques.

L'ensemble de ces considérations théoriques concernant le rayonnement acoustique d'écoulements turbulents permet de déterminer les caractéristiques du bruit de jet.

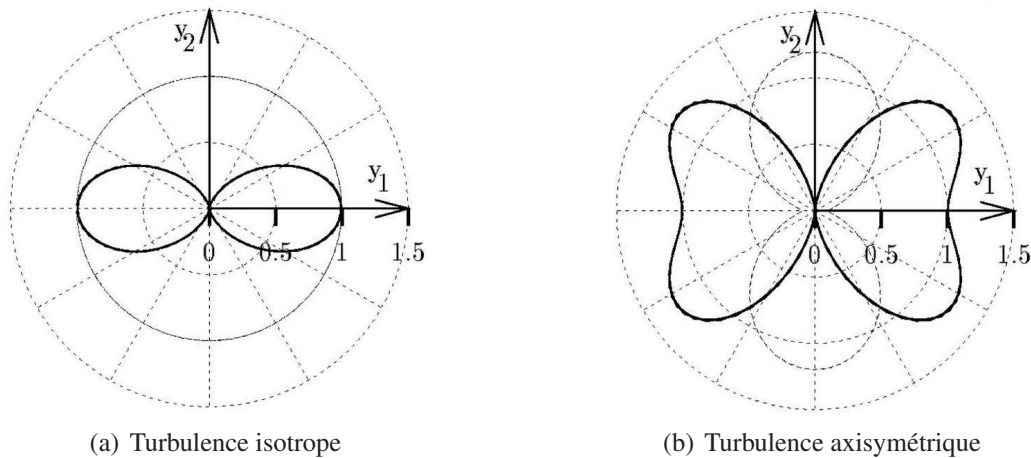


FIG. 2.8 – Directivité des composantes de bruit propre (---) et de bruit de cisaillement (—), Bailly [12]

### 2.2.2.c Rayonnements des jets subsoniques

**Directivité** Le rayonnement acoustique d'un jet subsonique peut être caractérisé par le biais d'une analyse dimensionnelle de l'expression analytique de la fonction d'auto-corrélation de pression normalisée 2.10. En supposant une distribution de sources quadripolaires compactes (non prise en compte du temps de retard), une loi d'évolution de l'intensité acoustique rayonnée en champ lointain peut être formulée :

$$I(|\mathbf{x}|, \theta) \propto \frac{D^2 U_j^8}{|\mathbf{x}| c_0^5} \frac{1}{(1 - M_c \cos \theta)^5}$$

Cette relation montre que la directivité du rayonnement est principalement caractérisée par un facteur  $(1 - M_c \cos \theta)^5$  dû au mouvement des structures turbulentes de l'écoulement. Cette évolution n'est que partiellement validée expérimentalement (fig. 2.9(a)). En effet, l'intensité acoustique du jet subsonique est maximale pour des angles de  $20^\circ$  à  $30^\circ$  (Lush [130], Tanna [180]). Pour les angles faibles, les effets de réfraction des ondes acoustiques dans la couche de mélange du jet induisent une décroissance de l'intensité (Ribner [167]). Or, ce phénomène n'est pas pris en compte par le facteur de directivité. Considérant un temps fini de désagrégation des tourbillons, Ffowcs-Williams [64] apporte une correction à cette directivité définissant un facteur de la forme :

$$C^{-5} = [(1 - M_c \cos \theta)^2 + \alpha^2 M_c^2]^{\frac{-5}{2}}$$

où le coefficient empirique  $\alpha=0,55$ .

La puissance acoustique du jet  $W$  est déterminée par l'intégration de l'intensité acoustique  $I$  rayonnée sur une sphère de rayon  $|\mathbf{x}|$  :

$$W = \int_0^\pi 2\pi |\mathbf{x}|^2 I(\mathbf{x}, \theta) \sin \theta d\theta$$

D'un point de vue dimensionnel, elle vérifie l'expression suivante (Lush [130]) :

$$W \propto \rho_0 D^2 \frac{U_j^8}{c_0^5} \frac{1 + M_c^2}{(1 - M_c^2)^4}$$

Il s'agit de la fameuse loi en  $U_j^8$  du bruit de jet de Lighthill qui fut *a posteriori* bien validée

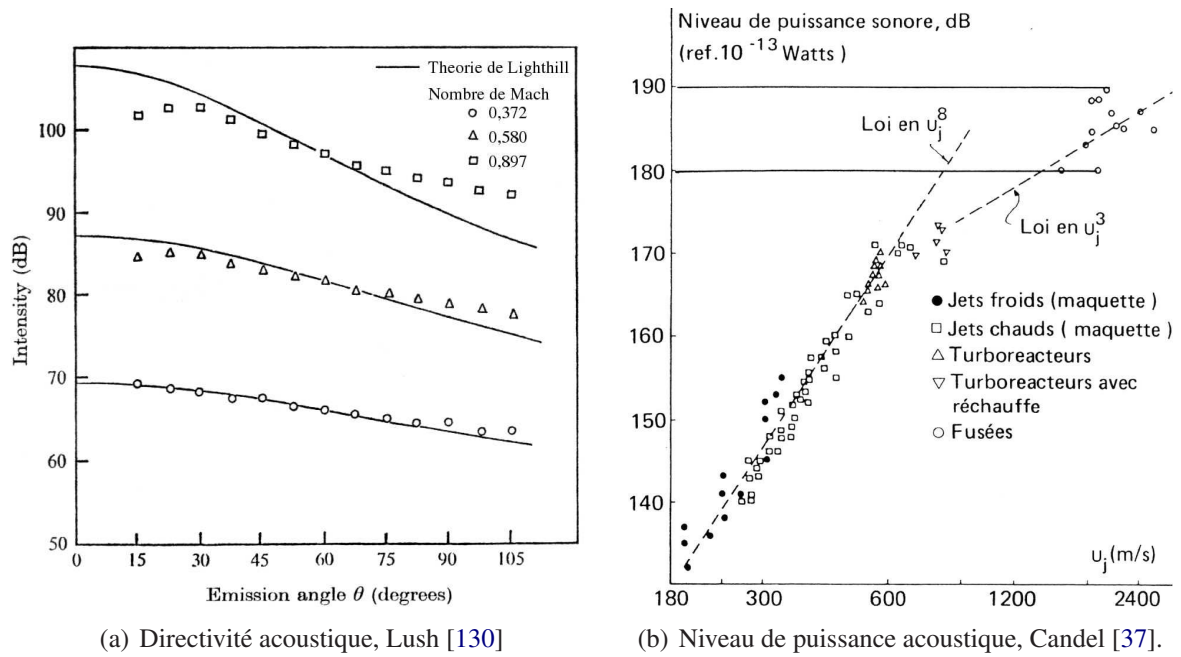


FIG. 2.9 – Directivité et niveau de puissance acoustique rayonnée par les jets subsoniques froids expérimentalement (fig. 2.9(b)).

**Répartition spectrale d'énergie** Les résultats expérimentaux montrent que le rayonnement acoustique émis par un jet turbulent subsonique présente une distribution spectrale large bande. S'appuyant sur la transformée de Fourier de la fonction d'auto-corrélation 2.10 en champ lointain, il peut être montré que le spectre tiers d'octave est uniquement fonction du nombre de Strouhal par l'application d'un facteur de normalisation  $\rho_0^2 U_j^8 (D/x)^2 / c_0^4$ . À 90°, ce spectre présente un maximum pour un nombre de Strouhal  $St_D$  unitaire (fig. 2.10). Il est à noter que les contributions hautes fréquences sont généralement associées à la turbulence fine de l'écoulement et les basses fréquences aux structures grandes échelles. Ces structures se déplaçant dans l'écoulement, la fréquence centrale du spectre acoustique diminue avec l'angle d'observation  $\theta$  (effet Doppler).

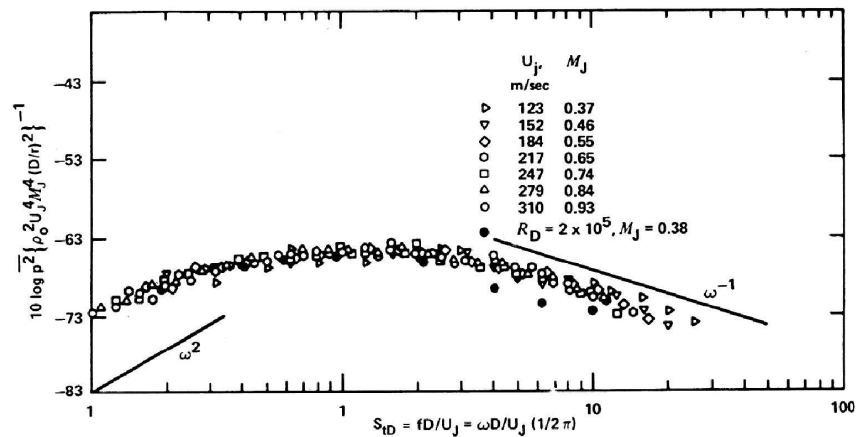


FIG. 2.10 – Spectres de pression acoustique normalisés mesurés à 90° pour un jet subsonique, Blake [22]



### 2.2.2.d Rayonnements des jets supersoniques

Dans le cadre des jets supersoniques, le bruit de mélange n'est pas la seule contribution au rayonnement acoustique. Une seconde famille de mécanismes de génération de bruit peut être distinguée, associée aux structures cohérentes de la couche de mélange et à leurs interactions avec le réseau d'ondes de choc éventuellement présent. Ces diverses contributions acoustiques présentent des caractéristiques différentes et peuvent être identifiées dans le spectre de puissance acoustique d'un jet non adapté (fig. 2.11).

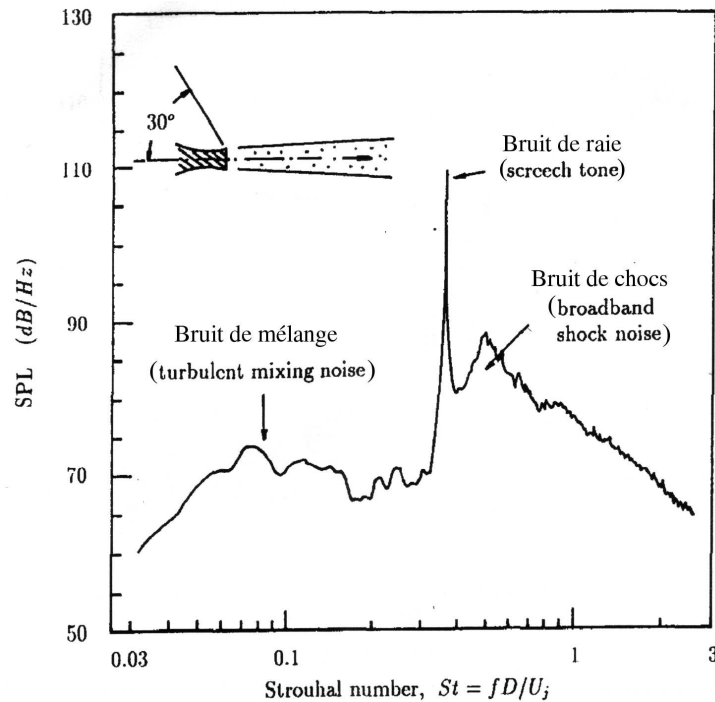


FIG. 2.11 – Exemple de densité spectrale de puissance acoustique d'un jet supersonique non-parfaitement détendu mesuré à  $\theta=30^\circ$  (Tam [178])

**Bruit de mélange** Le bruit de mélange est la seule composante acoustique commune aux jets subsoniques et supersoniques. Résultant des fluctuations de vitesses au sein de l'écoulement, ces sources acoustiques sont de nature quadripolaire. Ce rayonnement est constitué des deux contributions, nommées bruit propre et bruit de cisaillement, respectivement induites par l'interaction des fluctuations turbulentes avec elles-mêmes et avec l'écoulement moyen. Il est principalement dirigé dans la direction aval du jet, prédominant dans le secteur angulaire de  $20^\circ$  à  $60^\circ$  (par rapport à l'axe du jet), présentant un maximum généralement autour de  $30^\circ$ . Sa répartition spectrale d'énergie est large bande, centrée sur un nombre de Strouhal  $St_D$  d'autant plus faible que l'angle d'observation considéré est faible. En amont de l'écoulement ( $\theta > 90^\circ$ ), le spectre de pression acoustique est quasiment indépendant de l'angle pouvant alors être associé à un bruit de fond. Il est à noter que le rapport de ce bruit de fond au rayonnement acoustique dans la direction aval est d'autant plus faible que le nombre de Mach du jet  $M_j$  est élevé.

Quand la vitesse de convection des structures turbulentes du jet devient supersonique, une autre contribution vient s'ajouter au bruit de mélange. Celle-ci est induite par le déplacement d'ondes d'instabilités à une vitesse supérieure à la vitesse du son (*wavy wall*). Un réseau d'ondes planes de fort niveau est alors généré, constituant une contribution dominante du bruit de mélange. L'angle de propagation de ces ondes est appelé l'angle de Mach  $\theta_c$  (fig. 2.12(a)). Il vérifie

la relation :

$$\theta_c = \text{acos} (M_c^{-1}) \quad (2.11)$$

Il est possible d'identifier ces ondes acoustiques au moyen de visualisation strioscopique comme sur la figure 2.12(b) réalisée par Panda et Seasholtz [154] sur un jet supersonique adapté de nombre de Mach  $M_j=1,8$ .

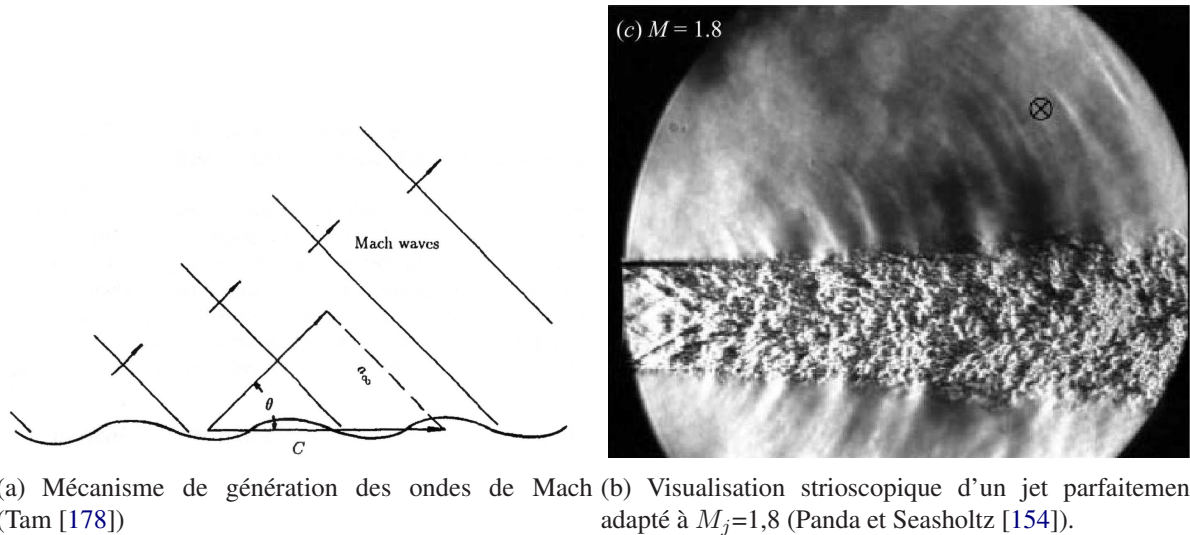


FIG. 2.12 – Mécanisme de génération et visualisation strioscopique des ondes de Mach d'un jet supersonique

S'appuyant sur la solution de l'analogie de Lighthill en champ lointain (éq. 2.10), une analyse dimensionnelle permet de définir une loi d'évolution de l'intensité acoustique rayonnée. Cette relation présente une singularité en  $M_c = \text{acos} (M_c^{-1})$  correspondant à la mise en défaut de l'hypothèse de compacité des sources lorsque le nombre de Mach convectif est supersonique. De ce fait, conservant l'information de retard dans l'expression, la loi d'évolution de l'intensité s'écrit (Ffowcs-Williams [64]) :

$$I(\mathbf{x}) \propto \rho_0 \frac{D^2}{|\mathbf{x}|^2} U_j^3$$

La puissance acoustique de l'écoulement est alors proportionnelle au cube de la vitesse d'éjection, vérifiant la loi adimensionnelle suivante :

$$W \propto \rho_0 D^2 U_j^3$$

Cette évolution est retrouvée expérimentalement (fig. 2.9(b)).

Lorsque le jet n'est pas adapté (i.e. que la pression statique en sortie de tuyère n'est pas égale à la pression du milieu ambiant), un réseau de cellules de chocs se forme dans l'écoulement permettant d'assurer le nécessaire retour à l'équilibre. Dans ce cas, deux nouvelles contributions au rayonnement acoustique du jet apparaissent.

**Bruit de choc large bande** Identifiée par Harper-Bourne et Fisher [91], l'une de ces composantes est nommée bruit de choc large bande (*broadband shock noise*). Elle est due à l'interaction des structures grandes échelles du jet avec les cellules de choc. En effet, ces structures sont suffisamment énergétiques pour déformer les cellules de choc, occasionnant une instabilité des ondes de chocs. Des perturbations acoustiques sont alors générées.



Ce rayonnement est large bande, centré sur une fréquence supérieure à la fréquence du maximum d'énergie du bruit de mélange. L'espacement régulier des cellules de chocs, le caractère quasi-périodique des structures grandes échelles et leur vitesse de convection constante induisent une directivité bien marquée de ce rayonnement lié à un effet Doppler. Tam [178] définit la fréquence centrale de ce rayonnement à l'aide de la relation empirique :

$$f_b = \frac{U_c}{L_i [1 + M_c \cos(\theta)]} \quad (2.12)$$

où  $U_c$  et  $M_c$  sont respectivement la vitesse et le nombre de Mach convectif de l'écoulement.  $L_i$  est la longueur des cellules de choc. Pour un jet légèrement non adapté, elle est définie par la relation suivante basée sur la réflexion des ondes de choc sur la couche de mélange entourant la zone irrotationnelle :

$$L_i = \pi (M_j^2 - 1)^{1/2} \frac{D_a}{\sigma_i}$$

où  $M_j$  est le nombre de Mach du jet et  $D_a$  est le diamètre équivalent adapté (i.e. nécessaire à l'obtention d'un jet adapté de même vitesse avec le même diamètre de col).  $\sigma_i$  est la  $i^e$  racine de la fonction de Bessel d'ordre zéro  $J_0(\sigma_i)=0$ .

Ce rayonnement est principalement observé dans la zone amont du jet ( $\theta > 90^\circ$ ). Expérimentalement, son intensité acoustique est observée comme fonction du nombre de Mach du jet adapté équivalent  $M_a$  à la puissance 4 (Tanna [180]) :

$$I \propto (M_a^2 - 1)^2$$

**Bruit de raie** La seconde contribution acoustique pouvant apparaître pour les jets supersoniques non-adaptés est le bruit de raie, également nommé bruit de bouclage (*Screech tone*). Powell [165] fut l'un des premiers à étudier ce phénomène. Il montre que ce rayonnement acoustique est induit par un mécanisme de contre-réaction associant les ondes d'instabilités, les cellules de chocs et les ondes acoustiques.

Ce bruit, dit de raie car correspondant à une fréquence pure, est dû aux ondes d'instabilités prenant naissance au bord de fuite de la tuyère. Convectées dans l'écoulement, leur niveau énergétique augmente jusqu'à être suffisant pour interagir avec le choc oblique généralement de la troisième ou quatrième cellule de choc. Cela occasionne la génération d'ondes acoustiques. Ces perturbations de pression se propagent alors en amont de l'écoulement jusqu'à venir exciter les instabilités en sortie de tuyère qui seront, de ce fait, amplifiées et pourront, à leur tour, interagir avec les cellules de choc, fermant ainsi la boucle de ce mécanisme.

Ce mécanisme est fortement influencé par le nombre de Reynolds du jet, l'état et l'épaisseur de la couche limite à la sortie de la tuyère ainsi que la température de l'écoulement (cette dernière ayant tendance à en atténuer le niveau). La géométrie au voisinage proche de la tuyère peut également influencer ce phénomène. Ainsi, une lèvre de tuyère épaisse, propice aux réflexions acoustiques, pourra favoriser le bruit de raie (Norum [149]). Cet effet reste toutefois controversé, Shen and Tam [175] montrant dans leur étude numérique de jets non-adaptés faiblement supersoniques que l'intensité du bruit de raie ne varie que faiblement en fonction de l'épaisseur de la lèvre de la tuyère.

De par sa nature, le bruit de jet est un phénomène très directif, se propageant principalement dans la direction amont de l'écoulement suivant un angle dépendant de sa fréquence fondamentale  $f_s$ . Cette fréquence est liée aux caractéristiques de l'onde d'instabilité et peut être

déterminée par la relation suivante établie par Tam *et al.* [179] :

$$\frac{f_s D}{U_j} = 0,67 (M_j^2 - 1)^{-1/2} \left[ 1 + 0,7 M_j \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_j^2 \right)^{-1/2} \left( \frac{T_s}{T_a} \right)^{-1/2} \right]^{-1}$$

où  $M_j$  est le nombre de Mach du jet de diamètre d'éjection  $D$ ,  $T_s$  et  $T_a$  sont respectivement les températures du jet et du milieu ambiant.

Le bruit de raie peut présenter des niveaux très élevés pouvant entraîner des oscillations (toroïdales ou hélicoïdales) de l'écoulement de jet lui-même.

La littérature traitant de l'aéroacoustique est vaste. Toutefois, le lecteur voulant approfondir le sujet concernant la génération et la caractérisation du rayonnement acoustique des écoulements cisailés trouvera en Goldstein [85], Ribner [170] ou encore Crighton [49] d'excellentes revues. Une revue détaillée du rayonnement acoustique du jet supersonique sera également trouvée dans les travaux de Tam [178]. Il est également à noter que les effets de température sur le rayonnement acoustique des jets n'ont pas été abordés ici car dépassant le cadre de cette étude. Cependant, une revue complète pourra être trouvée dans les travaux de Marchesse [135].

De nombreuses études théoriques et expérimentales ont été et sont menées sur les mécanismes de génération de bruit par les écoulements, entre autres turbulents. Avec l'avènement des moyens de calculs de plus en plus puissants, de nouvelles possibilités se sont ouvertes.

### 2.2.3 Calculs numériques en aéroacoustique

Récemment, la communauté aéroacoustique s'est dotée de nouveaux outils en l'utilisation des calculs numériques. En effet, l'avancement des méthodes numériques développées dans le cadre des calculs aérodynamiques (CFD pour *Computational Fluid Dynamics*) ainsi que l'augmentation de la puissance de calculs disponibles (Loi de Moore toujours vérifiée au jour d'aujourd'hui<sup>1</sup>) ont rendu possible la réalisation de calculs numériques d'aéroacoustique (communément nommé CAA pour *Computational AeroAcoustics*). L'objectif de ces nouveaux outils se veut double en favorisant la compréhension des mécanismes physiques responsables de la génération de bruit des écoulements turbulents d'une part, et en permettant la prédiction de ces rayonnements acoustiques d'autre part.

Numériquement, plusieurs approches du problème peuvent être envisagées. Celles-ci peuvent être classées en trois catégories (Lighthill [121]) :

- résolution des équations de Navier-Stokes de manière à déterminer l'écoulement ainsi que sa composante acoustique sur l'ensemble du domaine ;
- résolution similaire des champs dynamique et acoustique mais sur un domaine restreint ne comprenant que l'écoulement. Le champ acoustique lointain est calculé à partir des conditions aux frontières de ce domaine par des modèles de propagation ;
- détermination de l'écoulement en champ proche de sorte à en déterminer les sources acoustiques à l'aide d'une analogie acoustique permettant de calculer le champ acoustique lointain.

La première catégorie est généralement qualifiée de "méthode directe" car déterminant directement l'ensemble des données. Les autres approches sont appelées "méthodes hybrides". La première de ces méthodes simplifie les calculs en découplant la génération de bruit et son

<sup>1</sup>Co-inventeur du transistor, en 1965 Gordon E. Moore prévoyait le doublement du nombre de transistors pour une même surface tous les 18 mois. Actuellement, ce facteur s'effectue sur une période moyenne de 2 ans et devrait encore se vérifier jusqu'en 2015

rayonnement acoustique par l'utilisation de calculs de propagation. La seconde méthode considère séparément la dynamique de l'écoulement et le phénomène de génération de bruit.

Pour chacune de ces catégories, les principales méthodes utilisées sont introduites dans cette section. L'ensemble des techniques abordées est loin de constituer une liste exhaustive des techniques existantes, ce qui dépasserait largement le cadre de cette étude, mais permet l'introduction des méthodes les plus utilisées, de leurs avantages et restrictions. Une sensibilisation aux contraintes propres aux calculs aéroacoustiques sera trouvée dans la revue de Wells et Renaut [191] et plus récemment dans celle de Wang *et al.* [190].

### 2.2.3.a Calculs Directs

Cette famille de méthodes est directement issue des applications purement aérodynamiques. Ce type d'approche peut être qualifié de calcul direct dans le sens où l'ensemble des champs, hydrodynamique et acoustique, sont simultanément calculés par résolution complète des équations de Navier-Stokes compressibles instationnaires. Deux techniques sont classiquement développées et employées en laboratoire.

La première de ces techniques est appelée "simulation numérique directe" ou DNS (*Direct Numerical Simulation*). Ce type de calculs est considéré comme le plus exact car résolvant intégralement les équations régissant le mouvement des fluides en ne faisant intervenir aucune modélisation. Toutes les échelles spatiales et temporelles sont ainsi déterminées. Cet avantage constitue également un inconvénient, restreignant son application à des écoulements ayant un nombre de Reynolds modéré. En effet, le nombre de Reynolds, rapport des forces d'inertie aux effets visqueux, est représentatif de la gamme des échelles présentes au sein de l'écoulement et conditionne la taille des mailles de calculs nécessaires à leur résolution. Le nombre de points de calculs augmente alors fortement avec le nombre de Reynolds se heurtant à des limitations techniques en terme de moyen de calculs. Le nombre de point nécessaire est généralement considéré proportionnel au nombre de Reynolds suivant la relation  $N^3 \propto Re^{9/4}$ .

L'application de cette méthode en aéroacoustique présente également des contraintes spécifiques du fait du calcul simultané sur un grand domaine de deux champs aux caractéristiques distinctes. Ainsi, les échelles spatiales caractéristiques d'un écoulement subsonique sont très inférieures aux longueurs d'ondes acoustiques, imposant une résolution fine du domaine et conduisant à un nombre de points de calculs élevé. De même, les fluctuations de vitesses acoustiques sont largement inférieures aux vitesses hydrodynamiques. Des schémas numériques de haute précision sont alors requis. Il est également à noter que les erreurs numériques liées à la discrétisation du problème peuvent aussi agir comme sources de bruit artificiel. On notera également que les échelles temporelles sont inversement proportionnelles au nombre de Mach de l'écoulement. Leur résolution peut alors nécessiter un pas de temps de calculs faible, conduisant à des coûts de calculs élevés. Finalement, une vigilance particulière est exigée quant au traitement des conditions aux frontières du domaine de calculs, nécessitant l'imposition de conditions d'absorption modélisant un espace libre en supprimant les réflexions acoustiques (voir Givoli [80]). L'ensemble de ces exigences explique la difficulté de réalisation de ce type de calculs et justifie son apparition récente et le fait qu'il ne soit encore que peu répandu.

Les premiers calculs directs du rayonnement acoustique d'écoulements cisailés libres sont l'œuvre de Colonius *et al.* [47] pour la couche de mélange, de Mitchell *et al.* [142] pour le jet axisymétrique dont un résultat est donné en figure 2.13. Ils ont montré la faisabilité de ce type d'approche, obtenant des résultats similaires à ceux d'autres techniques. Les travaux de Freund *et al.* [72, 70] sur des jets tridimensionnels subsonique et supersonique peuvent également être cités.

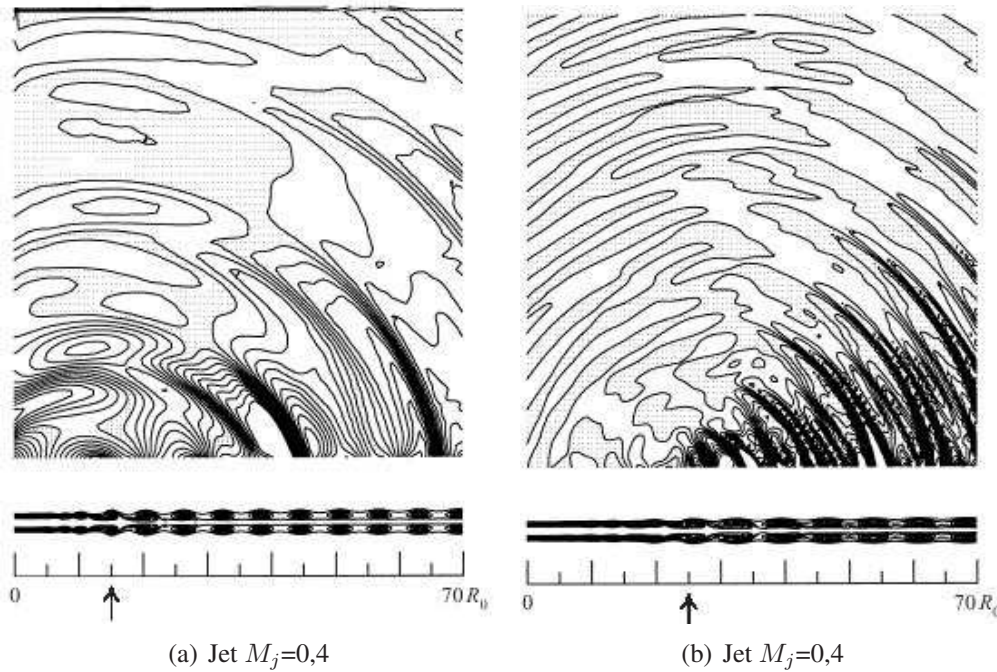


FIG. 2.13 – Iso-contours instantanés de vorticité dans la zone hydrodynamique et dilatation en champ lointain, DNS Mitchell *et al* [142]

L'une des alternatives à l'utilisation des DNS, en particulier pour pallier la limitation en terme de nombre de Reynolds, peut être la simulation aux grandes échelles (LES pour *Large-Eddy Simulation*). En effet, cette technique permet de diminuer la résolution spatiale du domaine, et donc de réduire la puissance de calculs nécessaire, en se bornant à la résolution des grandes échelles de l'écoulement. Les effets de dissipation visqueuse aux petites échelles non-résolues sont modélisés par un modèle "sous-maille" (voir par exemple Lesieur et Metais [114]). Une application récente de cette méthode au cas du rayonnement acoustique d'un jet sera trouvée dans Bogey *et al.* [23].

### 2.2.3.b Méthodes de propagation

Les méthodes directes sont des techniques lourdes en terme de calcul. L'ensemble des grandeurs physiques est déterminé sur un large domaine, s'étendant jusqu'au champ lointain. Hors, en cette zone, seul le rayonnement acoustique est présent. Des méthodes plus simples peuvent y être utilisées. C'est le principe des méthodes de propagations pour lesquelles les calculs en champ proche, englobant l'écoulement, et le champ lointain, sont découplés.

Ainsi, le champ proche est calculé par une méthode directe. Les conditions aux frontières de ce domaine sont propagées en champ lointain par résolution numérique ou analytique de l'équation d'onde.

**Équation des ondes convectées** Cette méthode fut introduite par Freund [69]. Elle se propose de calculer la propagation acoustique dans la région située en dehors de la zone source par résolution de l'équation des ondes convectées :

$$\Delta p - \frac{1}{c_0^2} \frac{D^2 p}{Dt^2} = 0$$

Le couplage entre la région de l'écoulement, où sont résolues les équations de Navier-Stokes incompressibles, et la région de calcul de propagation linéaire par l'équation des ondes convectées

nécessite un chevauchement des domaines de calcul. Cette interface joue le rôle de zone d'entrée du calcul de propagation et remplace les conditions aux limites nécessaires aux équations de Navier-Stokes. Or, l'équation des ondes convectées ne porte que sur le terme de pression et le transfert des données d'un domaine à l'autre n'est donc pas immédiat. Ceci peut alors entraîner l'apparition d'instabilités dans l'utilisation du modèle de propagation.

Cette méthode présente toutefois un avantage majeur en terme de coût de calcul. Elle est appliquée par Freund [69] pour calculer le rayonnement acoustique d'un jet axisymétrique de nombre de Mach  $M_j=0,9$  obtenu par DNS.

**Formulation intégrale de Kirchhoff** Au lieu de résoudre numériquement l'équation de propagation, la formulation intégrale de Kirchhoff permet d'en déterminer directement la solution en un point quelconque de l'espace où l'équation d'onde linéaire homogène est vérifiée.

En effet, considérant un volume fini ( $V_s$ ) contenant l'ensemble des sources et effets non linéaires, on se propose de déterminer la solution de propagation acoustique en un point  $M$  du volume ( $V_0$ ) où l'équation d'onde linéaire homogène est vérifiée (fig. 2.14) :

$$\Delta p(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = 0$$

Pour se faire, une solution est définie par convolution avec la fonction de Green en espace libre, solution de l'équation :

$$\Delta G(\mathbf{r}, t | \mathbf{r}_0, t_0) - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 G(\mathbf{r}, t | \mathbf{r}_0, t_0)}{\partial t^2} = -\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \delta(t - t_0)$$

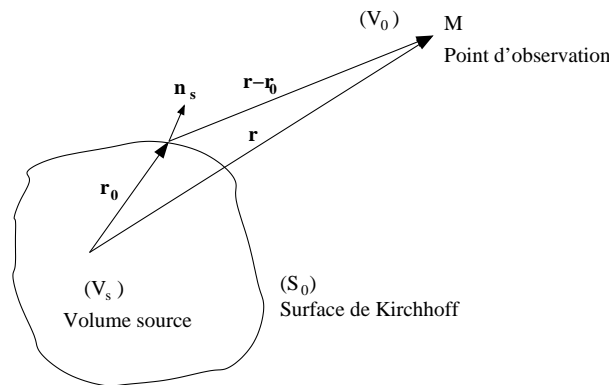


FIG. 2.14 – Représentation schématique et notations de la formulation intégrale de Kirchhoff

Les perturbations acoustiques en un point quelconque du domaine linéaire ( $V_0$ ) peuvent alors s'exprimer par l'intégration des fluctuations de pression sur une surface fermée ( $S_0$ ) quelconque de ce domaine, contenant le volume source ( $V_s$ ) (Bruneau [34]) :

$$p(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{4\pi} \iint_{S_0} \left[ \frac{1}{R} \frac{\partial p(\mathbf{r}_0, t_0)}{\partial n_s} + \frac{p(\mathbf{r}_0, t_0)}{R^2} \frac{\partial R}{\partial n_s} + \frac{1}{Rc_0} \frac{\partial p(\mathbf{r}_0, t_0)}{\partial t_0} \frac{\partial R}{\partial n_s} \right]_{t_0=t-\tau} dS_0$$

où  $\mathbf{n}_s$  est la normale extérieure à la surface ( $S_0$ ),  $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|$  est la distance du point de calcul au point de la surface et  $\tau = R/c_0$  est le temps de propagation entre ces points.



Dans le cadre de calculs aéroacoustiques, la zone source ( $V_s$ ) correspond à l'écoulement. Les équations de Navier-Stokes incompressibles y sont résolues, permettant l'obtention du champ de pression sur une surface ( $S_0$ ). Le choix de cette surface constitue la limitation majeure de cette méthode. En effet, celle-ci doit se situer dans le domaine acoustique linéaire. Cela pose deux difficultés. La première est qu'il est compliqué de déterminer la limite à partir de laquelle cette hypothèse est vérifiée. La position de cette surface est alors délicate à définir. De plus, cette formulation est exacte pour une surface ( $S_0$ ) fermée. Or, il n'est pas possible de fermer cette surface sans tronquer l'écoulement où l'hypothèse de linéarité n'est plus valable. Cette surface est donc généralement ouverte, la section aval étant négligée.

Des résultats conformes aux résultats de calculs directs ont été obtenus en utilisant cette méthode par Freund *et al.* [71], Colonius *et al.* [47], Mitchell *et al.* [142], où encore plus récemment par Uzun *et al.* [189]. Lyrantzis [131] propose une revue des applications de cette méthode aux calculs aéroacoustiques.

Ne nécessitant que la connaissance du champ de pression, cette méthode sera utilisée dans la présente étude où le rayonnement acoustique d'un jet supersonique est estimé à partir de mesures expérimentales (§6.5 et annexe E).

### 2.2.3.c Analogies acoustiques

Les méthodes directes ainsi que les méthodes hybrides permettent de déterminer le rayonnement acoustique d'un écoulement. Toutefois, elles ne permettent pas d'en distinguer les sources acoustiques. Elles se prêtent donc bien aux calculs du rayonnement acoustique mais elles restent limitées en terme d'analyse des mécanismes de génération de bruit.

Basée sur les analogies acoustiques, la troisième catégorie des méthodes employées en calcul aéroacoustique permet cette distinction. L'écoulement est calculé par résolution des équations de Navier-Stokes. Des sources acoustiques sont alors déterminées à partir du champ hydrodynamique permettant ainsi l'analyse des mécanismes de génération de bruit ainsi que du rayonnement acoustique. L'expression de ces sources dépend de l'opérateur de propagation choisi.

**Lighthill et ses dérivées** L'analogie la plus classiquement employée est l'analogie de Lighthill introduite au §2.2.1.a. Le rayonnement acoustique de l'écoulement est défini par l'intégration d'un terme source sur l'ensemble de son volume. Ce terme source est défini à partir du champ hydrodynamique. Celui-ci peut être obtenu par la résolution numérique des équations de Navier-Stokes compressibles, mais aussi et plus paradoxalement, des équations de Navier-Stokes incompressibles dans le cas d'écoulement à faible nombre de Mach ou encore des équations moyennées de type RANS (*Reynolds Averaged Navier-Stokes*) couplées à un modèle de turbulence synthétique s'appuyant sur l'énergie cinétique  $k$  et la dissipation  $\epsilon$  (modèle SNGR, *Stochastic Noise Generation and Radiation*, Béchara *et al.* [16]).

Comme cela a été développé précédemment, les effets de convection et de réfraction des perturbations acoustiques par le champ hydrodynamique sont compris dans le terme source de Lighthill. Ces interactions ne constituent pourtant pas une source de bruit à proprement parlé et ne devraient par conséquent pas être considérées comme telle. Les analogies de Phillips (§2.2.1.b) ou encore de Lilley (§2.2.1.c) peuvent alors être utilisées pour définir le terme source. Celui-ci est plus simple mais le prix en est un opérateur de propagation plus complexe (car intégrant ces interactions entre les champs hydrodynamique et acoustique). La solution de ces équations n'est généralement pas triviale et se limite à des configurations d'écoulement simple.

Les travaux effectués par Colonius *et al.* [47] ainsi que par Mitchell *et al.* [142], réalisés à

partir de calculs DNS de la zone hydrodynamique et s'appuyant respectivement sur les analogies acoustiques de Lilley et de Lighthill, ont pu montrer un très bon accord avec leurs résultats issus de simulations directes. Utilisant également des données issues de calculs DNS, Freund [70] montre que les niveaux maximaux du tenseur de Lighthill sont situés de part et d'autre de l'axe du jet, en fin de zone potentielle (fig. 2.15).

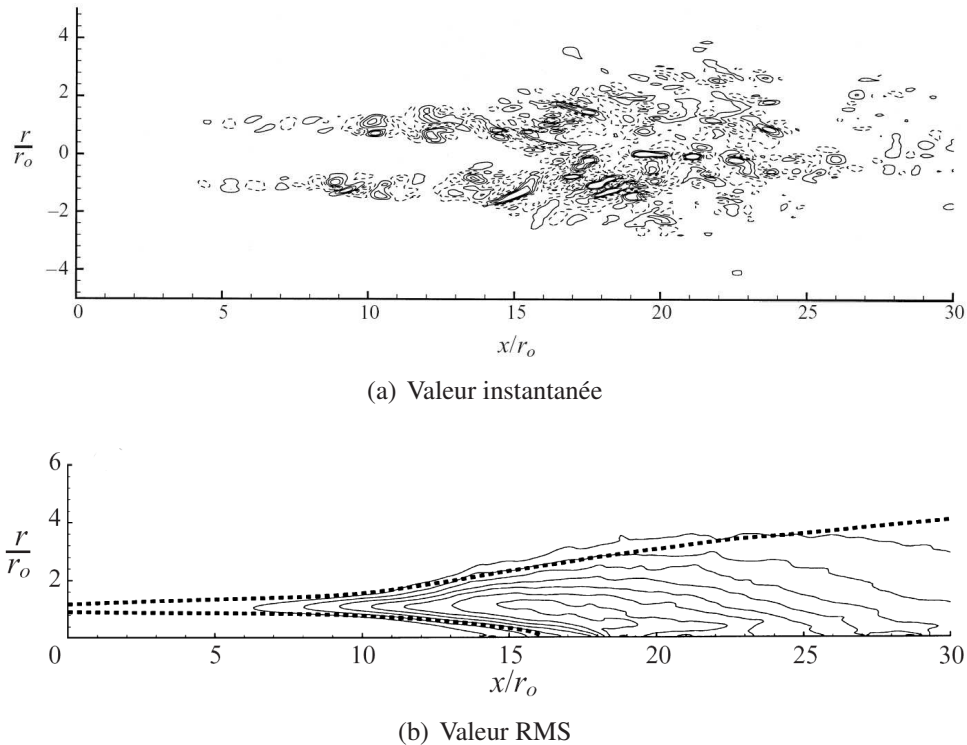


FIG. 2.15 – Iso-contours du terme source de Lighthill, DNS de jet  $M_j=0,9$ , Freund [70]

**Équation d'Euler linéarisées** En pratique, les écoulements moyens rencontrés sont rarement bidimensionnels ou unidirectionnellement cisailés et ne correspondent donc pas aux hypothèses de l'analogie de Lilley (§2.2.1.c). Un opérateur de propagation exact pour tout type d'écoulement doit donc être défini. Celui-ci peut être trouvé en l'utilisation des équations d'Euler linéarisées (LEE pour *Linearized Euler's Equations*). Ces équations supportent à la fois les ondes acoustiques et les fluctuations aérodynamiques de nature tourbillonnaire ou entropique. De ce fait, elles prennent en compte toutes les interactions linéaires entre les fluctuations acoustiques et un champ aérodynamique moyen quelconque. Elles peuvent être appliquées dans le cas de géométries complexes, en particulier dans les configurations d'écoulements confinés, car il n'y a pas à connaître la fonction de Green associée aux problèmes. De plus, ces équations sont faciles à résoudre car formant un système différentiel du premier ordre.

Afin d'assurer la génération du bruit dans les équations, un terme source doit y être introduit. Celui-ci est associé aux seules équations de quantité de mouvement. Déterminé à partir des données du calcul aérodynamique, il prend la forme suivante (Bogey *et al.* [24]) :

$$S^u = -\frac{\partial \rho^{(0)} u_i^{(0)} u_j^{(0)}}{\partial x_j}$$

Ce terme source contient les contributions de bruit propre et de bruit de cisaillement de la turbulence. Un second terme source peut être ajouté afin de prendre en compte les effets anisothermes

pour les écoulements chauds (Golansky [84]) :

$$S^t = -\frac{\partial \rho^{(0)} u_i^{(0)}}{\partial t}$$

Celui-ci correspond au bruit d'entropie dans les analogies de Lighthill, Phillips et Lilley.

Depuis ces 10 dernières années, cette méthode est très utilisée et fait l'objet de nombreuses études. Deux thématiques sont principalement développées. La première porte sur les méthodes numériques de résolution des LEE et sur le traitement des conditions aux frontières du domaine qui, comme pour les méthodes directes, doivent présenter des propriétés de non réflexion des ondes acoustiques. La seconde thématique s'intéresse au couplage des LEE avec les méthodes CFD utilisées pour le calcul du champ aérodynamique. La définition des sources introduites dans les LEE en est un aspect déterminant.

Il est également à noter que les LEE peuvent également être utilisées comme méthode de propagation, permettant de propager les conditions aux frontières du calcul aérodynamique en champ lointain. Contrairement à la méthode des ondes convectées précédemment introduite, les LEE traitent les même grandeurs physiques que le calcul aérodynamique. L'interfaçage des données est alors immédiat.

Au cours des précédentes synthèses sur la dynamique et l'acoustique des jets, les structures turbulentes de l'écoulement ont été mentionnées à plusieurs reprises. Leur définition n'ayant toutefois pas encore été abordée, celle-ci fait l'objet de la section suivante.

## 2.3 Structures cohérentes et outils stochastiques

La mise en évidence dans les années 60 de la structuration grande échelle des écoulements cisailés turbulents a su faire naître l'espoir d'identifier un déterminisme dans le chaos apparent de ce type d'écoulements. L'existence de ces structures cohérentes est maintenant largement reconnue par l'ensemble de la communauté de turbulence et leur rôle dans les phénomènes de mélange, d'entraînement ou encore de génération de bruit a été clairement démontré. De ce fait, elles constituent un enjeu majeur pour la caractérisation, modélisation et pour le contrôle de ce type d'écoulements et représentent, encore aujourd'hui, un sujet d'étude largement exploré.

Nous nous attacherons donc dans cette section à introduire la notion de structures cohérentes et ses diverses définitions. Les méthodes les plus classiquement mises en œuvre pour la détection de ces structures dans les écoulements turbulents sont présentées.

### 2.3.1 Structures cohérentes

Les structures cohérentes sont généralement faciles à identifier en écoulements transitoires ou en écoulements turbulents artificiellement excités à une fréquence correspondant à un mode d'instabilité. En revanche, en écoulements pleinement turbulents, celles-ci sont cachées dans un milieu chaotique, rendant leur identification plus ardue. Il est alors délicat d'en déterminer les caractéristiques moyennes et statistiques. Ainsi, ces structures peuvent être qualifiées indifféremment de mouvements organisés, de structures grandes échelles ou encore de tourbillons cohérents. Leur définition même est sujet à controverse, variant en fonction des auteurs.

Le choix d'une méthode de détection de ces structures cohérentes est directement lié à la définition adoptée des événements recherchés. Ce choix est également conditionné par les moyens techniques à disposition. Les récentes avancées en terme de techniques de mesures et moyens d'acquisitions, couplées à la démultiplication des ressources numériques en terme de



stockages, traitements et visualisations de données, ont conduit au développement de nombreuses méthodes de détection des structures cohérentes et à une forte augmentation de leurs applications.

Désireux d’approfondir le sujet, le lecteur pourra se référer aux travaux de Hussain [97], de Fiedler [65] ou de Bonnet et Delville [26].

### 2.3.1.a Définitions des structures cohérentes

L’une des difficultés majeures de l’approche de la turbulence des écoulements cisailés du point de vue des grandes échelles est le manque patent d’une définition universelle des structures cohérentes. Plusieurs définitions peuvent être trouvées dans la littérature en fonction des auteurs. Ainsi, en se limitant aux définitions les plus classiques, une structure cohérente c’est :

- Selon Hussain [97], une masse de fluide à grande échelle dont la vorticité evolue en corrélation de phase sur l’ensemble de son évolution spatiale ;
- Selon Lesieur [113], un domaine contenant une concentration de vorticité locale conservant une forme reconnaissable pendant un temps suffisamment long devant son temps de retournement ;
- Selon Lumley [129], un objet spatio-temporel dont la projection sur le champ de vitesse de l’écoulement est maximale au sens des moindres carrés.

En revanche, tous admettent leur sensibilité aux conditions initiales de l’écoulement, conditionnant leur évolution et appariement. Celles-ci sont aussi souvent dénommées “structures grandes échelles” car leur taille est généralement de l’ordre de grandeur du cisaillement. Ho et Huerre [93] dénotent également le lien remarquable entre les structures cohérentes et les prédictions de stabilité linéaire laissant à penser que ces grandes échelles représentent les modes d’instabilité les plus amplifiés. Un exemple illustrant ce lien est l’origine des structures primaires des écoulements cisailés, se trouvant dans une instabilité de type Kelvin-Helmholtz. Cette approche des structures cohérentes est également celle développée par Liu [126] dans une optique de contrôle des écoulements turbulents.

### 2.3.1.b Détection des structures cohérentes

Cette absence d’une définition unique des structures cohérentes conduit à l’existence de nombreuses méthodes de détection. Celles-ci sont généralement associées aux choix de la définition des structures recherchées. Une liste de ces techniques peut être dressée qui, à défaut d’être exhaustive, en introduit les plus usitées.

Historiquement parlant, les premières techniques employées ont été les visualisations. Réalisées avec un ensemencement de l’écoulement par des particules de fumée (par exemple visualisations LIF, fig. 2.6) ou en mesurant les gradients de densité (strioscopie ou ombroscopie, Brown et Roshko [33], fig. 2.16), celles-ci permettent leur identification et une bonne description de leur génération, trajectoire, évolution ou encore de leurs appariements. D’un point de vue quantitatif, elles permettent la définition des échelles spatiale et temporelle des structures identifiées ainsi que leur vitesse de convection.

Une seconde méthode très employée, car expérimentalement simple à mettre en œuvre, est le traitement de mesures en un point. Des analyses de type statistiques et spectrales peuvent être menées. Des analyses temps-fréquence peuvent aussi être réalisées par le biais de transformées en ondelettes (Farge [63]). De ces mesures peuvent être extraits la taille et séparation moyennes ainsi que les fréquences caractéristiques des structures (Crow et Champagne [50]).

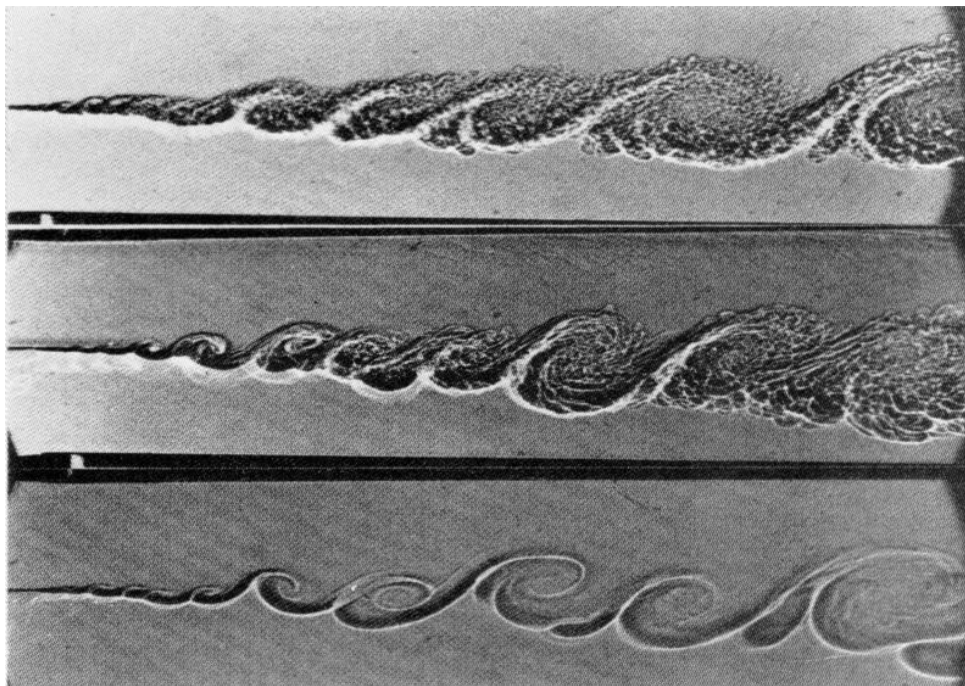


FIG. 2.16 – Ombroscopie de couche de mélange Hélium/Azote, Brown et Roshko [33].

Le développement des moyens techniques et numériques actuels a généralisé la mise en œuvre des mesures simultanées en deux points et plus. Celles-ci peuvent être à haute résolution temporelle (peigne et brosse de fils chauds : Druault [55], Gamard [75], Perret [158], et LDV : Tinney [183]) ou spatiale (PIV : Perret [158], Braud [31], Mathis [136]). Ce type de mesures permet la détermination du tenseur des corrélations spatio-temporelles donnant accès, entre autres, aux échelles intégrales, aux vitesses de phases ainsi qu’aux cohérences caractéristiques.

Les mesures multi-points permettent de fonder la détection des structures cohérentes sur la notion de moyenne conditionnelle. Celle-ci peut être appliquée *a priori*, conditionnant l’acquisition à un événement associé au passage d’une structure (vitesse, pression,..., Antonia [7]). La moyenne conditionnelle peut également être réalisée *a posteriori*, basée entre autre sur une analyse de la vorticité  $\nabla \times \mathbf{u}$  (Hussain [97]) ou sur le tenseur du gradient de vitesse  $\nabla \mathbf{u}$  (Jeong et Hussain [99]).

L’une des difficultés de ces méthodes est leur dépendance à des critères souvent subjectifs (localisation de capteur, seuil de détection, etc). Celle-ci peut être réduite par l’utilisation d’outils stochastiques.

### 2.3.1.c Outils stochastiques

Deux outils mathématiques sont aujourd’hui largement employés pour déterminer les structures cohérentes.

L’un d’eux est l’estimation stochastique. Introduite par Adrian [1, 2], cette technique est basée sur le tenseur de corrélation en deux points. Elle est équivalente à une moyenne conditionnelle et permet d’accéder à une estimation de la dynamique de signaux à partir de l’histoire temporelle de signaux de références, dit conditionneurs.

Une seconde méthode, encore plus objective car ne nécessitant pas de modélisation *a priori* des structures cohérentes, peut être employée. Introduite en turbulence par Lumley [129], la décomposition aux valeurs propres (POD) permet de déterminer la structuration dominante de

l'écoulement au sens de l'énergie à partir des statistiques en deux points. Dans le cas de mesures multi-points simultanées, la POD autorise une reconstruction dynamique de ces structures. Elle peut également être utilisée pour la détection de structures répondant à la définition de Hussain en s'appuyant non pas sur la décomposition du champ de vitesses mais sur celle du champ de vorticité (Kostas *et al.* [106]).

La présente étude s'appuyant majoritairement sur ces techniques, elles sont approfondies dans le chapitre 3. Celui-ci est dédié à ces approches et aux développements particuliers qui leur ont été apportés dans le cadre de cette étude.

Il est à noter que bien qu'il existe de nombreuses approches très différentes du problème de détection des structures cohérentes, l'étude comparative de ces méthodes menée par Bonnet *et al.* [27] révèle des résultats très proches, aussi bien qualitativement et quantitativement.

## 2.4 Champ de pression proche des jets turbulents

Le champ de pression proche des jets, sur lequel porte cette étude, n'a pas encore été évoqué. Celui-ci constitue une zone spécifique du milieu extérieur à l'écoulement mais n'est toutefois pas clairement défini. On se propose d'introduire ici les différentes zones du champ de pression induites par le jet, ainsi que les caractéristiques les définissant, puis la notion de champ proche est abordée au travers des différentes définitions formulées. La plus complète de celles-ci est issue des travaux de Arndt *et al.* [9] qui sont présentés plus en détails. De plus, ces auteurs s'intéressent à la caractérisation du champ de pression proche d'un jet subsonique par le biais d'analyses POD dont les principaux résultats sont exposés. Cette étude fut également à l'origine de précédents travaux sur le champ proche menés au sein du LEA. Ceux-ci sont chronologiquement l'œuvre de Picard [162] puis de Ricaud [171]. Les objectifs, démarches et principaux résultats de ces travaux, constituant la base de départ de la présente étude, sont exposés. Ceux-ci ont ouvert un certain nombre de questions et problématiques qui sont explicitées avant d'introduire la stratégie alors adoptée pour la présente étude.

### 2.4.1 Champ proche, champ lointain : Quelle frontière ?

Le champ de pression d'un jet libre peut être divisé en plusieurs zones distinctes. En fonction du point de vue adopté, hydrodynamique ou acoustique, celles-ci seront considérées différemment, faisant référence à un champ lointain, proche ou encore interne ou source. Cette situation est résumée sur la figure 2.17 présentant le schéma d'un jet libre ainsi que les différentes zones de son champ de pression. De part et d'autre de celles-ci, sont reportés les champs auxquels elles sont associées en fonction du point de vue adopté. Les caractéristiques et les frontières de ces zones sont plus ou moins bien déterminées, motivant la présente étude.

#### 2.4.1.a Le champ lointain

Du point de vue de l'hydrodynamicien, le champ lointain est le domaine de l'espace où le champ de vitesse est nul. La célérité du son  $y$  est la célérité du son dans le milieu au repos  $c_0$  et la décroissance spatiale de l'amplitude des perturbations acoustiques est inversement proportionnelle à la distance de la source (i.e. le jet). Toutefois, le jet constituant une source étendue, l'acousticien y différencie deux zones aux caractéristiques différentes.

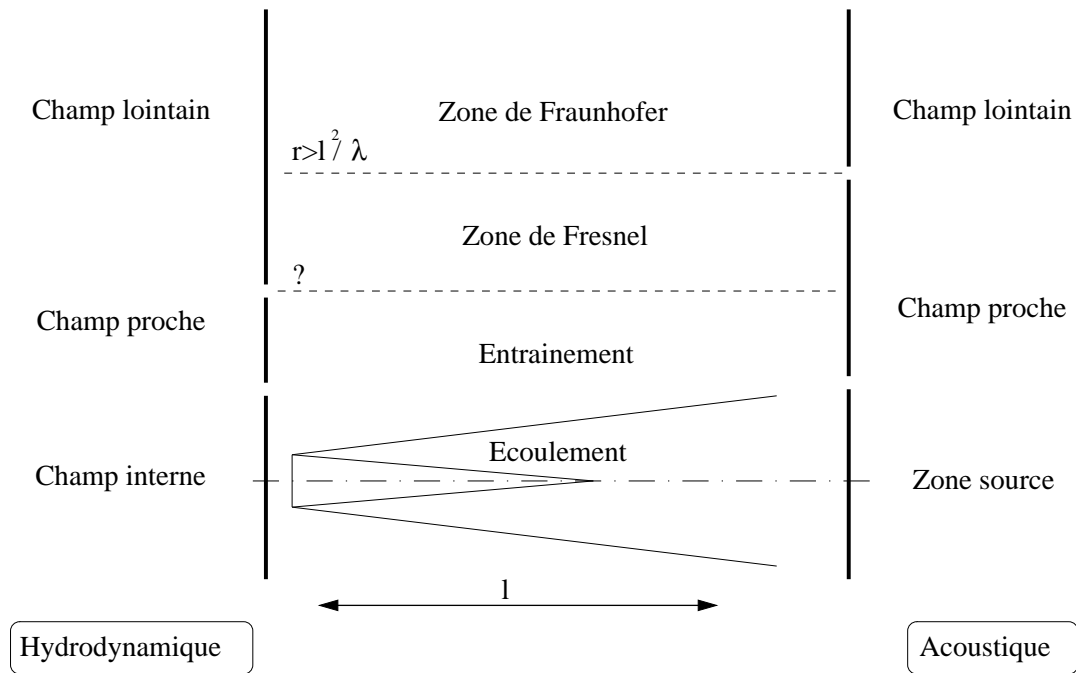


FIG. 2.17 – Représentation schématique des divers champs de pression d'un jet

**Zone de Fraunhofer** Ainsi, au plus loin de l'écoulement se trouve la zone de Fraunhofer. Dans cette zone, la directivité du rayonnement acoustique est indépendante de la distance  $r$  de la source, laquelle apparaît comme ponctuelle du point de vue de la phase. La frontière de cette zone est définie par la condition :

$$r > l^2/\lambda$$

où  $\lambda$  est la longueur d'onde  $2\pi f/c_0$  et  $l$  la taille de la source. Cette taille est, selon les auteurs, associée à la longueur de corrélation des vitesses longitudinales [115] (de l'ordre du diamètre d'éjection  $D$ ), ou à la taille de la zone source [51] (de l'ordre de la longueur du cône potentiel).

À cette condition, Lewy [115] en ajoute deux autres :

1. Une condition acoustique :  $r \gg \lambda$ , permettant de négliger les termes de champ proche ;
2. Une condition géométrique :  $r \gg l$ , permettant d'assimiler la source étendue à une source ponctuelle.

La première de ces conditions, ainsi que la condition de zone de Fraunhofer, dépendent toutes les deux de la fréquence. Elles peuvent être regroupées afin de définir une gamme fréquentielle :

$$\frac{c_0}{r} \left( \frac{r}{l} \right)^2 \gg f \gg \frac{c_0}{r}$$

En considérant un jet de nombre de Mach  $M_j = U_j/c_0$  et le nombre de Strouhal  $St_D = fD/U_j$ , la frontière de la zone de Fraunhofer sera définie par la validité des hypothèses :

$$\frac{r}{D} \gg \frac{l}{D} \quad \text{et} \quad \frac{r}{D} \left( \frac{D}{l} \right) \gg M_j St_d \gg \frac{D}{r}$$

Une distance  $r/D=100$  est généralement retenue pour effectuer des mesures acoustiques en champ lointain. À cette distance, la gamme de fréquence pour laquelle ces relations sont vérifiées est suffisamment étendue et ce, pour une large gamme d'écoulement.

**Zone de Fresnel** Les points d'observations plus proches de l'écoulement, pour lesquels les conditions de champ lointain ne sont pas vérifiées, se situent dans la zone de Fresnel. Pour l'hydrodynamicien, cette zone fait également partie du champ lointain (milieu au repos). Pour l'acousticien, elle fait partie du champ proche car la source étendue ne peut plus être considérée comme ponctuelle. De ce fait, elle est le siège d'interférences provoquant une oscillation du champ acoustique. La source étendue peut dès lors être caractérisée par la phase mesurée en un point. L'analyse de la courbure des surfaces de phase peut conduire à une méthode de localisation des sources acoustiques.

### 2.4.1.b L'écoulement

Une autre zone immédiatement remarquable est la zone de l'écoulement en lui-même. Les fluctuations de pression statique y représentent une caractéristique importante pour la description de la structure et de la dynamique du champ turbulent au même titre que les fluctuations de vitesse. Elles peuvent, en outre, aider à la compréhension des mécanismes de génération de bruit.

La mesure de ce champ de pression s'est longtemps heurtée à des difficultés techniques telles que la génération de bruit induite par l'intrusion de la sonde, des phénomènes de vibrations parasites de celle-ci ou encore un effet d'intégration spatiale lié à la taille de la sonde, introduisant un biais de mesures. Les spectres spatiaux de pression ont toutefois pu être étudiés sur l'axe de la couche de mélange d'un jet par Jones *et al.* [100] puis par George *et al.* [79]. D'un point de vue théorique, trois types d'interactions entre les vitesses moyennes et fluctuantes sont identifiées comme étant à l'origine de ce champ de pression :

- Interaction des fluctuations de vitesses à l'ordre 4 présentant une décroissance spectrale en  $k^{-7/3}$  ;
- Interaction entre le cisaillement moyen d'ordre 1 et les fluctuations de vitesse à l'ordre 3, présentant une décroissance en  $k^{-9/3}$  ;
- Interaction entre le cisaillement moyen à l'ordre 2 et les fluctuations de vitesse à l'ordre 2, présentant une décroissance en  $k^{-11/3}$  .

Dans ces interactions,  $k$  est le nombre d'ondes spatiales dans la direction longitudinale de l'écoulement. Les mesures expérimentales sont en bon accord avec ces valeurs et montrent le caractère dominant de l'interaction entre le champ moyen et les fluctuations de vitesse d'ordre 2 dans la partie énergétique du spectre. La mise en évidence d'un facteur de pondération inversement proportionnel au nombre d'ondes (à la puissance 4) montre également que le spectre total est dominé par les plus grandes échelles de la turbulence.

Ribner [168] s'intéresse aux aspects physiques de la génération de bruit par la turbulence et identifie trois mécanismes aérodynamiques pouvant être associés à trois types de source acoustique :

1. Les dilatations locales d'un élément fluide de rayonnement monopolaire ;
2. La vorticité de rayonnement dipolaire ;
3. Les tensions de Reynolds de rayonnement quadripolaire.

Une distribution de sources quadripolaires peut toujours être remplacée par une distribution de sources dipolaires, pouvant elle-même être remplacée par une distribution de sources monopolaires. Ribner se concentre donc sur le mécanisme de dilatation d'un élément fluide. Il propose d'exclure du mécanisme de génération acoustique, associé à l'accélération des fluctuations de masse volumique  $\partial^2 \rho / \partial t^2$ , les fluctuations induites par la propagation acoustique. Il décompose alors les fluctuations de pression en une partie purement acoustique  $p^{(1)}$  et une partie produisant



la dilatation, appelée “pseudo-son” et notée  $p^{(0)}$ . Ce pseudo-son est solution de l'équation :

$$\Delta p^{(0)} = -\frac{\partial^2(\rho u_i u_j)}{\partial x_i \partial x_j}$$

traduisant la quasi-incompressibilité de l'écoulement et qui, introduit dans l'équation de Lighthill 2.4 écrite en terme de pression ( $p' = c_0^2 \rho$ ) avec un terme source simplifié  $T_{ij} = \rho_0 u_i u_j$ , conduit à la formulation suivante :

$$\frac{\partial^2 p^{(1)}}{\partial t^2} - c_0^2 \Delta p^{(1)} = -\frac{\partial^2 p^{(0)}}{\partial t^2},$$

Le terme source de cette équation d'onde non homogène traduit ainsi les fluctuations de masse, liées aux dilatations d'un élément fluide, à l'origine de la génération de perturbations de pression acoustique  $p^{(1)}$  se propageant à la célérité  $c_0$ . Le champ de pseudo-son possède virtuellement les caractéristiques du champ de pression dans un écoulement incompressible, plutôt dominé par les effets inertiels que par les effets de compressibilité. Il est dominant à l'intérieur ainsi qu'aux abords de la zone de turbulence, possédant une décroissance spatiale de son amplitude en  $r^{-3}$ . Au-delà de la zone turbulente, le champ acoustique rayonné  $p^{(1)}$ , présentant une décroissance en  $r^{-1}$ , est dominant (fig. 2.18). La différence de niveau et d'évolution spatiale de ces contributions

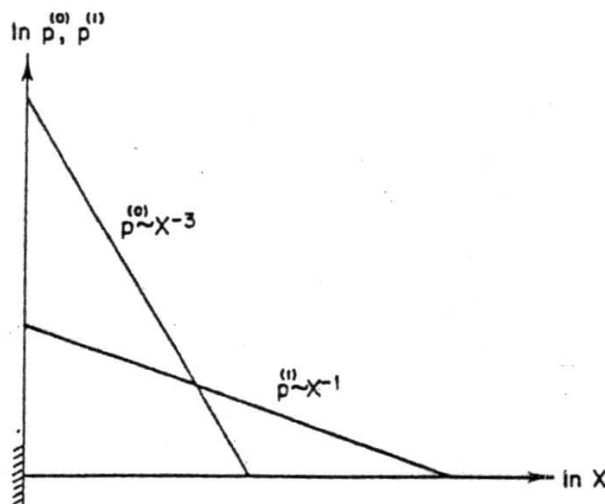


FIG. 2.18 – Niveau relatif du pseudo-son  $p^{(0)}$  et du champ acoustique  $p^{(1)}$  en fonction de la distance de l'écoulement, Ribner [168]

de natures distinctes du champ de pression font apparaître un point particulier de l'espace où celles-ci sont d'égale énergie. Cette position, traduisant le passage d'un champ hydrodynamique dominant à un champ purement acoustique, définit la limite d'une autre zone du champ de pression.

### 2.4.1.c Le champ proche

Une autre zone particulière du champ de pression est située à la frontière immédiate de l'écoulement. Cette région est désignée par le terme de champ proche. Elle comprend la zone d'entraînement (fig. 2.17) qui est le siège de mouvements fluides induits par les transferts de masse entre le jet et le milieu ambiant, phénomène fortement lié aux grandes échelles de la couche de mélange annulaire du jet [116]. Mais ce champ proche ne saurait se réduire à cette seule zone. En effet, le champ de pression en cet endroit présente une dualité particulière du fait de la présence simultanée de perturbations de nature hydrodynamique mais aussi de perturbations de nature acoustique (i.e. purement propagatives). Les caractéristiques de cette zone sont

assez mal connues et en particulier, diverses définitions de sa frontière peuvent être explicitées en fonction du point de vue adopté.

**Approche hydrodynamique** D'un point de vue purement aérodynamique, l'écoulement est irrotationnel à l'extérieur de la zone de mélange et peut donc être décrit par un potentiel de vitesse. Pouvant également être considéré incompressible (faible vitesse), ce potentiel est à Laplacien nul. S'intéressant à la description de l'écoulement dans cette zone en fonction de la distance radiale  $r$  à l'axe du jet, Phillips [160] prédit une décroissance de l'énergie cinétique turbulente en  $r^{-4}$ . Au-delà de cette zone, sa décroissance est plus faible, évoluant en  $r^{-2}$ . Ces comportements sont vérifiés expérimentalement [29, 134]. La frontière du champ proche, au-delà de laquelle l'équation d'onde homogène est "raisonnablement" bien vérifiée, est déterminée par l'intersection de ces deux lois de décroissance, définissant un angle de l'ordre de  $15^\circ$  par rapport à l'axe du jet.

Une autre façon de déterminer cette limite est de mesurer le taux d'intermittence lié au processus de mélange aux abords de l'écoulement. La dynamique des grosses structures turbulentes est à l'origine d'incursions de "paquets" fluides dans le milieu au repos, et inversement. La succession de ces deux états du fluide en un point permet de définir le rapport des temps caractéristiques pour lesquels le fluide est turbulent et non turbulent, appelé taux d'intermittence. Ce rapport varie progressivement de l'unité à l'intérieur du jet à zéro à l'extérieur de celui-ci. La définition de la frontière de champ proche comme correspondant à un taux d'intermittence de 0,1 conduit à un angle de développement de  $9^\circ$  par rapport à l'axe du jet [134]. Cette limite reste toutefois arbitraire. En effet, le choix d'une autre valeur du taux d'intermittence détermine un angle différent de la frontière. Ainsi, une valeur 0,01 décrit un angle de  $11^\circ$  [134]. Toutefois, cette définition correspond plus à la limite à partir de laquelle le champ de pression peut être considéré comme irrotationnel. Celle-ci définit donc la frontière entre l'écoulement et le champ proche.

**Approche acoustique** Ollerhead [152] adopte une stratégie différente, basée sur le champ de pression, en considérant la formulation de l'analogie de Lighthill 2.6 qu'il développe pour le champ proche (i.e. sans appliquer les approximations vérifiées en champ lointain). Il introduit le vecteur  $\mathbf{r}$  définissant la séparation entre le point d'observation et le point source ( $\mathbf{r} = \mathbf{x} - \mathbf{y}$ ) pour aboutir à la formulation suivante :

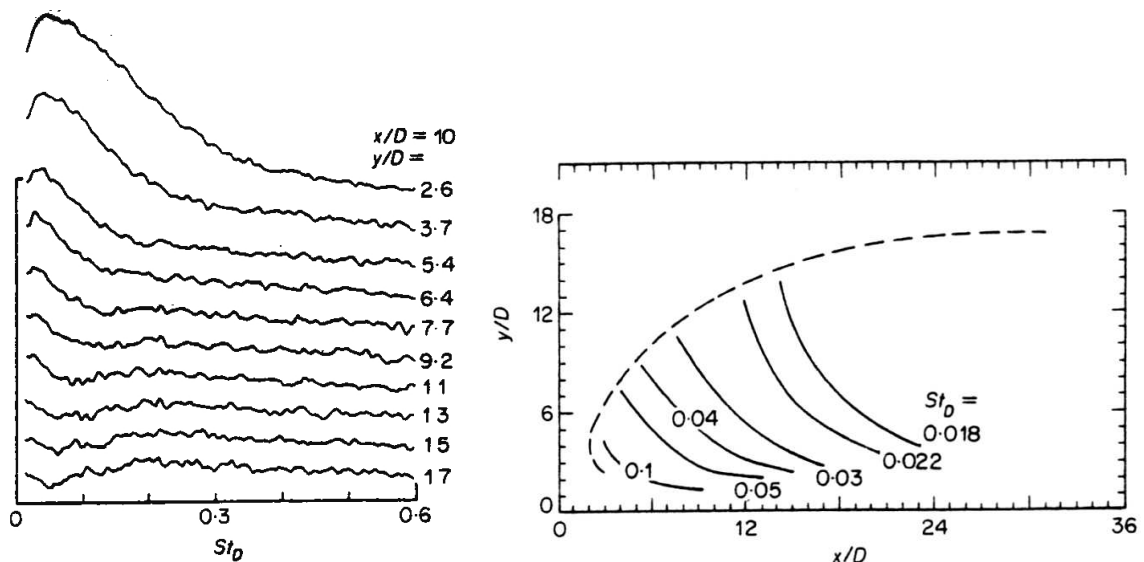
$$p(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi} \int_{\mathcal{V}} \frac{r_i r_j}{|\mathbf{r}|^2} \left[ \frac{\ddot{T}_{ij}}{c_0^2 |\mathbf{r}|} + \frac{3\dot{T}_{ij}}{c_0 |\mathbf{r}|^2} + \frac{3T_{ij}}{|\mathbf{r}|^3} \right]_{(\mathbf{y}, t - \frac{|\mathbf{r}|}{c_0})} - \delta_{ij} \left[ \frac{\dot{T}_{ij}}{c_0 |\mathbf{r}|^2} + \frac{T_{ij}}{|\mathbf{r}|^3} \right]_{(\mathbf{y}, t - \frac{|\mathbf{r}|}{c_0})} d\mathbf{y}$$

où  $\dot{T}_{ij}$  et  $\ddot{T}_{ij}$  font respectivement référence à la simple et à la double dérivation temporelle du terme source instantané de Lighthill. On observe immédiatement qu'avec les hypothèses de champ lointain  $|\mathbf{x}| \gg 1$  et  $|\mathbf{x}| \gg |\mathbf{y}|$ , on obtient  $\mathbf{r} \approx \mathbf{x}$  et les termes en  $1/|\mathbf{r}|^2$  et  $1/|\mathbf{r}|^3$  peuvent être négligés. La formulation 2.7 du rayonnement acoustique en champ lointain est alors retrouvée (considérant  $p = c_0^2 \rho$ ). Les termes  $\dot{T}_{ij}$  et  $\ddot{T}_{ij}$  représentent les sources de rayonnement acoustique venant s'ajouter en champ proche au rayonnement  $T_{ij}$  du champ lointain, dans le cas d'une distribution étendue de sources quadripolaires.

Basée sur la formulation de Lighthill, les mêmes reproches peuvent être attribués à cette approche : non prise en compte des effets de diffusion et de diffraction des perturbations acoustiques par l'écoulement. Elle laisse toutefois entrevoir l'évolution complexe de la pression en champ proche du jet, mettant en évidence une décroissance spatiale sous forme d'une combi-

raison de puissances inverses de la distance ( $r^{-1}$ ,  $r^{-2}$  et  $r^{-3}$ ). Il est également à noter que le champ proche est ici supposé au repos (formulation de Green en espace libre) et les mouvements du milieu ambiant induits par les effets d'entraînement aux abords de l'écoulement ne sont pas pris en compte.

**Approche spectrale** En champ lointain, le spectre de pression acoustique est large bande et présente un maximum pour une valeur du nombre de Strouhal  $St_D \approx 0,25$ . En se rapprochant de l'écoulement, un second maximum apparaît dans le spectre pour des fréquences inférieures. Le niveau et la fréquence de ce second maximum, qui est associé aux contributions hydrodynamiques du champ de pression, augmentent avec la décroissance de la position radiale (fig. 2.19(a)). Zaman [196] considère l'ambivalence de la pression en définissant le champ proche comme la région de l'espace où les contributions hydrodynamiques sont dominantes. Sa frontière est définie par les positions de l'espace où les deux maxima du spectre (acoustique et hydrodynamique) sont de même niveau. Cette frontière, représentée par une ligne en pointillés sur la figure 2.19(b) pour un jet de nombre de Mach  $M_j=0,5$ , dépend de la position longitudinale considérée.



(a) Spectres de pression en fonction de la position radiale

(b) Frontière de champ proche (- - -) et lignes iso-fréquences du pic de pression hydrodynamique (—)

FIG. 2.19 – Mesures de pression en champ proche d'un jet de nombre de Mach  $M_j=0,5$  et de nombre de Reynolds  $Re=3 \times 10^5$ , Zaman [196]

Cet auteur présume également de l'importance de l'effet d'entraînement en relevant la ressemblance des lignes iso-fréquences du maximum hydrodynamique des spectres avec des lignes de courant dans cette zone. Ces iso-fréquences sont reportées sur la figure 2.19(b) par des lignes continues dans le champ proche où les contributions hydrodynamiques sont dominantes.

Une autre approche, basée sur l'équation de Bernoulli instationnaire, est développée par Arndt *et al.* [9]. Dans ces travaux, la frontière du champ proche s'appuie également sur la notion d'égalité énergétique des contributions hydrodynamique et acoustique. Ces travaux étant à l'initiative de la présente étude, une section particulière lui est dédiée en 2.4.2.

**Autres tentatives** De nombreuses études ont été réalisées en champ proche des jets turbulents, en particulier dans les années 60, afin d'étudier la structuration de ces écoulements. Des



difficultés techniques rendaient alors délicates les mesures au sein même des écoulements à haut nombre de Reynolds (fragilité des fils chauds, ...). Cette démarche était justifiée car les pressions en champ proche du jet sont fortement liées aux structures grandes échelles de la couche de mélange du jet (Lau *et al.* [110, 109], Zaman [196]). En effet, les structures grandes échelles conditionnent les transferts de masse entre l'écoulement et le milieu ambiant, conduisant au phénomène d'entraînement. Cette structuration du champ de pression proche est également dominée par des modes azimutaux d'ordre bas, typiquement d'ordre 0 à 3 (Mollo-Christensen [144], Michalke et Fuchs [141], Ponton *et al.* [164]).

Ces caractéristiques du champ de pression proche des jets ont conduit certains auteurs à développer des modèles basés sur une allée de tourbillons axisymétriques convectés, modélisant les structures primaires de l'écoulement, pour en déterminer les niveaux (Liu [125], Fung *et al.* [74]). Le maximum d'énergie du spectre de pression obtenu, ainsi que les niveaux de pression globaux (ou OASPL pour *Over All Sound Pressure*), sont en bon accord avec les mesures expérimentales sur la zone correspondant à la première moitié du cône potentiel. Au-delà, les niveaux de pression sont sous-estimés. Cet écart est probablement dû à la décroissance du mode axisymétrique du champ de vitesse et l'augmentation de l'importance des modes azimutaux d'ordre supérieur, non pris en compte par le modèle.

D'autres types de modélisation, plus empiriques, peuvent aussi être trouvés dans la littérature. Ainsi, Bassetti [15] utilise pour le champ proche un modèle initialement développé pour le calcul du rayonnement en champ lointain en s'appuyant sur la détermination empirique de sources quadripolaires dans l'écoulement.

Haper-Bourne [88, 90], quant à lui, s'attache à définir le comportement spectral de chaque contribution au champ de pression en se basant sur le développement de l'analogie de Lighthill en champ proche (Ollerhead [152]) et sur des modèles empiriques de contributions hydrodynamiques.

## 2.4.2 Évolution spectrale et analyses POD du champ de pression proche

Afin de caractériser le champ de pression proche d'un jet, Long [127] et Arndt *et al.* [9] adoptent deux approches. Ils s'appuient sur le caractère irrotationnel de la zone d'entraînement pour en définir le comportement spectral. Puis ils mènent une analyse POD (§3.1.2) pour en déterminer les caractéristiques dominantes.

### 2.4.2.a Approche spectrale

À l'extérieur de l'écoulement, le champ de vitesse de la zone d'entraînement est considéré irrotationnel. Il peut donc être décrit au moyen de l'équation de Bernoulli :

$$\frac{p - p_0}{\rho_0} = \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{\nabla \Phi \cdot \nabla \Phi}{2} \quad (2.13)$$

où  $p$  est la pression statique et  $\Phi$  est le potentiel des vitesses. Le champ de pression décrit par cette relation peut être divisé en deux contributions :

- Une partie propagative, ou acoustique, qui est en phase avec les fluctuations de vitesses (premier terme du membre de droite) ;
- une partie non propagative, ou hydrodynamique, déphasée de 90° avec les fluctuations de vitesse (second terme du membre de droite).

En introduisant le potentiel de vitesse engendré par une source de type quadripolaire de taille  $R_0$  et de vitesse acoustique  $U_0$  dans l'équation 2.13, ces auteurs aboutissent à l'expression

suivante de l'intensité acoustique :

$$I(r) = \frac{(p - p_0)^2}{\rho_0 c_0} = \rho_0 c_0 U_0^2 (kR_0)^2 \left( \frac{R_0}{r} \right)^6 \left| \frac{2 - (kr)^2 + i2kr}{6 - 3(kR_0)^2 + i[6kR_0 - (kR_0)^3]} \right|^2 \quad (2.14)$$

où  $r$  est la distance du point d'observation à la source. En considérant les perturbations de grandes longueurs d'ondes associées à des sources de grandes tailles, et inversement, le produit  $kR_0$  peut être considéré constant. L'analyse dimensionnelle de la relation 2.14 permet de déduire le comportement spectral des fluctuations de pression :

**Lorsque**  $kr \gg 1$  le comportement en champ lointain ( $r \gg 1$ ) est retrouvé :

$$I \propto \rho_0 c_0 U_0^2 (kr)^{-2}$$

montrant une décroissance de l'énergie en  $r^{-2}$  à fréquence constante et une pente spectrale en  $\omega^{-2}$  à position constante (considérant  $\omega = c_0 k$ ) ;

**Lorsque**  $kr \ll 1$  (en conservant  $r > R_0$ ), le comportement en champ proche est obtenu :

$$I \propto \rho_0 c_0 U_0^2 (kr)^{-6}$$

Le carré de la vitesse acoustique de la source peut être assimilé à une intensité turbulente en couche de mélange si bien que  $U_0^2 \approx kE(k)$ , où  $E(k)$  est le spectre de l'énergie turbulente dont la décroissance en zone inertielle varie comme  $k^{-5/3}$ . Par conséquent, à  $r$  constant, l'intensité acoustique possède une décroissance spectrale en  $k^{-2/3} k^{-6} = k^{-6,67}$  dans la zone inertielle (fig. 2.20(a)). De même, à  $k$  constant tel que  $kr \ll 1$ , l'énergie acoustique varie en  $r^{-6}$ .

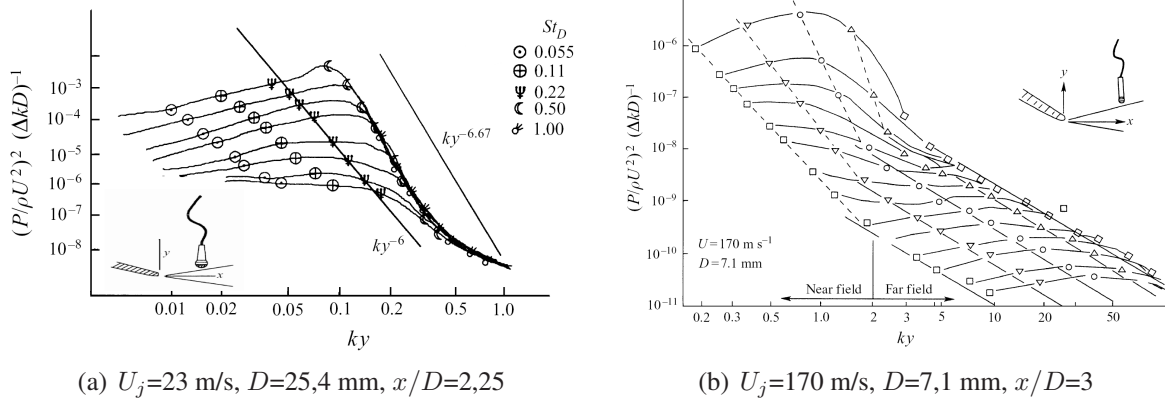


FIG. 2.20 – Évolution spectrale des pressions champ proche adimensionnées en fonction de la position radiale réduite  $kr$ , Arndt *et al.* [9]

Arndt *et al.* [9] distinguent ainsi deux évolutions distinctes dans le spectre de pression en champ proche associées à des contributions de nature différente (i.e. acoustique et hydrodynamique). Ils vérifient ces comportements expérimentalement dans plusieurs configurations d'écoulement en introduisant la distance radiale à l'axe de la couche de mélange :

$$r = r - r_0$$

Cette variable revient à considérer le champ de pression comme engendré par des sources quadrupolaires situées sur l'axe de la couche de mélange.

De plus, ce modèle montre que la contribution hydrodynamique, qui présente des niveaux élevés dans l'écoulement comparativement à la contribution acoustique<sup>2</sup>, s'atténue plus rapidement avec la position radiale ( $r^{-6}$  contre  $r^{-2}$ ). De ce fait, ces contributions sont de même niveau en un point donné de l'espace. Ce point est également fonction de la fréquence (i.e. distance relative à la taille de la source). Il se manifeste alors dans le spectre de pression par un changement de pente entre la partie basses fréquences, associée aux fluctuations hydrodynamiques, et les hautes fréquences, associées aux fluctuations acoustiques.

Ainsi, définissant le champ proche comme la zone dominée par les perturbations hydrodynamiques, sa frontière est fonction de l'espace et de la fréquence. Introduisant la variable adimensionnelle  $kr$ , ces auteurs constatent que le changement de pente apparaît pour une valeur quasi-constante de  $kr \approx 2$  qu'ils considèrent alors comme la démarcation entre le champ proche et lointain.

Toutefois, cette valeur n'est pas définie précisément et on notera par exemple que Harper-Bourne [90], qui s'appuie sur une même définition du champ proche, considère cette frontière comme effective pour une valeur de  $kr=1$ .

### 2.4.2.b Approche POD

Long [127] et Arndt *et al.* [9] poursuivent leurs travaux sur le champ de pression proche avec une étude de sa structuration par le biais d'une analyse POD. La décomposition est réalisée sur une surface conique entourant un jet subsonique  $U_j=23$  m/s, formant un angle de  $10^\circ$  par rapport à l'axe de ce dernier. Ce cône s'étend de  $x/D=0,5$  à  $x/D=3$  avec 8 positions longitudinales et couvre les angles de  $0$  à  $6\pi/7$  avec 4 positions de manière à, compte tenu des symétries, accéder aux modes azimutaux d'ordre  $0$  à  $3$ .

La décomposition orthogonale est réalisée dans le domaine spectral, indépendamment pour chaque mode azimutal. Le champ proche apparaît alors comme fortement dominé par un mode axisymétrique très cohérent confirmant la forte relation entre ce champ de pression et la structuration de la zone de mélange de l'écoulement. La valeur propre du premier ordre POD de ce mode azimutal contient à elle seule 50% de l'énergie totale sur l'ensemble du domaine. L'énergie contenue dans les modes azimutaux et POD d'ordre supérieur chute très rapidement. De plus, les fonctions propres obtenues, quelque soit la fréquence ou le mode azimutal considéré, ont une morphologie semblable à une onde d'instabilité. Elles présentent une augmentation de leur amplitude, une saturation puis une décroissance suivant la direction longitudinale de l'écoulement (fig. 2.4.2.b). La position de saturation est fonction de la fréquence : Près de la tuyère où se trouvent les petites échelles de la couche de mélange pour les hautes fréquences, plus en aval pour les basses fréquences associées à des structures de taille plus importante. La vitesse de phase des modes propres, déterminée en utilisant leur longueur d'onde  $\lambda$  au point de saturation,  $U_c = f\lambda$  est égale à la vitesse de convection des structures cohérentes du jet soit  $U_c = 0,58U_j$ .

Les événements de pression caractéristiques sont définis par retour dans le domaine spatio-temporel des vecteurs propres à l'aide d'une transformée de Fourier inverse avec une méthode *shot-noise*. Ceux-ci mettent en évidence l'appariement et le déchirement des structures cohérentes de la couche de mélange annulaire, respectivement matérialisés par la coalescence et la disparition des lignes de maximum et minimum de pression tracées dans le domaine spatio-temporel (fig. 2.22(a)). Ces événements montrent également un phénomène d'interaction triple lors duquel l'appariement de structures axisymétriques engendre leur dégénérescence en structures d'ordre azimutal supérieur (point 1,2 et 3 sur les fig. 2.22(a) et fig. 2.22(b)).

<sup>2</sup>Le rendement acoustique d'un écoulement turbulent libre est de l'ordre de 0,01%

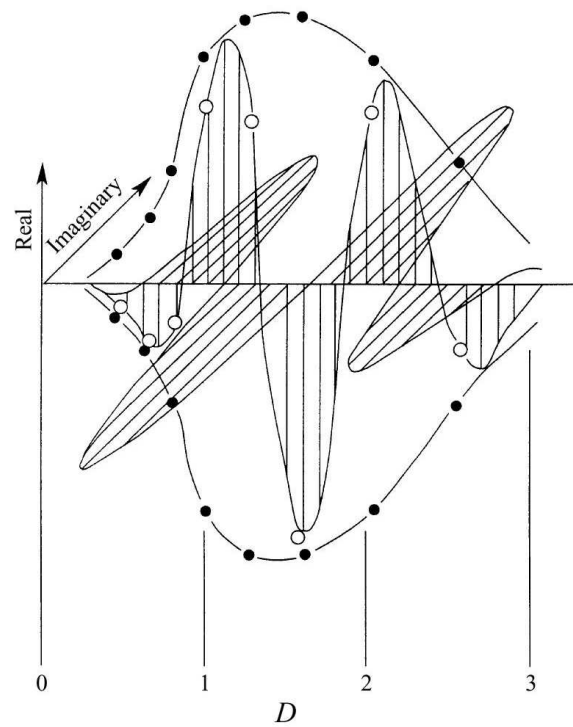
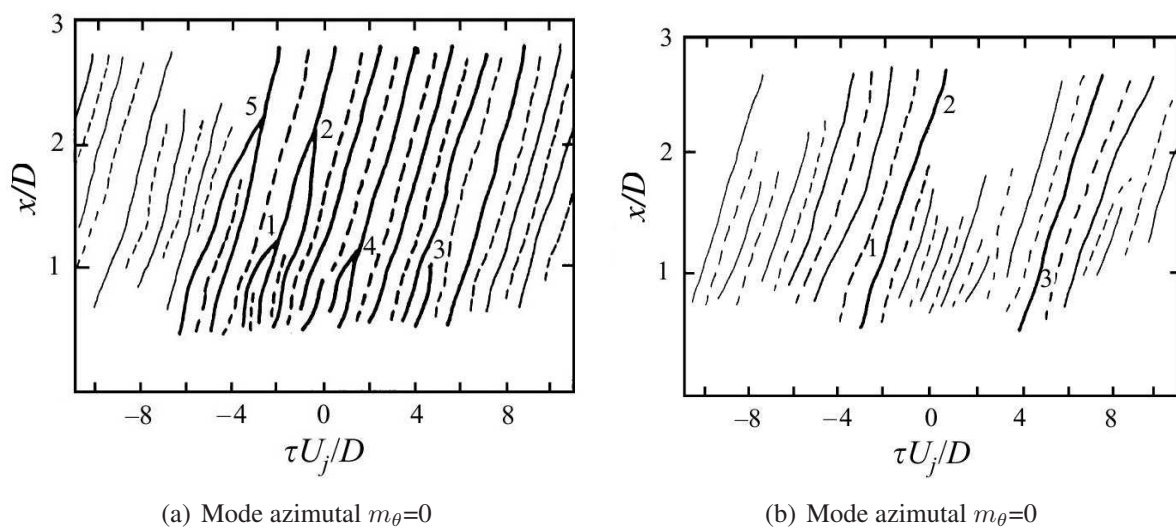


FIG. 2.21 – Fonction propre du premier ordre POD du mode azimutal axisymétrique ( $m=0$ ,  $n=1$ ) pour le nombre de Strouhal  $St_D=0,5$ , Arndt *et al.* [9]



(a) Mode azimutal  $m_\theta=0$

(b) Mode azimutal  $m_\theta=0$

FIG. 2.22 – Maximum (—) et minimum (---) des événements caractéristiques POD de pression, Arndt *et al.* [9]

Ces études du champ de pression proche des jets turbulents axisymétriques libres ont été à l'origine de plusieurs travaux, antérieurs à la présente étude, au sein du LEA de Poitiers. Remémorons-nous en les points forts et les principaux résultats.

### 2.4.3 Picard : Étude expérimentale de l'identification des sources acoustiques dans les jets par l'analyse de la fluctuation de pression en champ proche

La première étude sur le champ de pression proche des jets turbulents fut menée dans le cadre de la thèse de Picard [162]. Elle se propose d'étudier le rôle des structures cohérentes de ce type d'écoulement dans le mécanisme de génération de bruit. Basée sur le champ de pression proche des jets, l'approche développée présente un caractère non intrusif important. En effet, le tenseur de corrélations des fluctuations de vitesse constitue la base de l'approche du rayonnement acoustique d'un jet par l'analogie de Lighthill. Or, dans les configurations de jets rapides et chauds, proches des préoccupations industrielles (transport aérien, spatial,...), l'accessibilité à ces corrélations est réduite du fait de contraintes techniques importantes. Picard [162] s'intéresse alors à 3 points :

- La structuration du champ de pression proche du jet ;
- Le lien entre cette structuration et la structuration de l'écoulement ;
- Le rayonnement acoustique des structures cohérentes du champ de vitesse associées au champ de pression proche.

Son étude porte sur un écoulement subsonique de faible vitesse ( $M_j=0,05$ ). Une antenne linéique de 16 microphones est utilisée pour mesurer le champ de pression immédiatement à l'extérieur du jet. Cette antenne est couplée à un peigne de sondes à fils chauds permettant la mesure des vitesses longitudinale et radiale simultanément aux mesures de pression (fig. 2.23). Le choix de cette configuration basse vitesse fut retenue car ne générant pas de bruits parasites (bruit de sillage, ...).

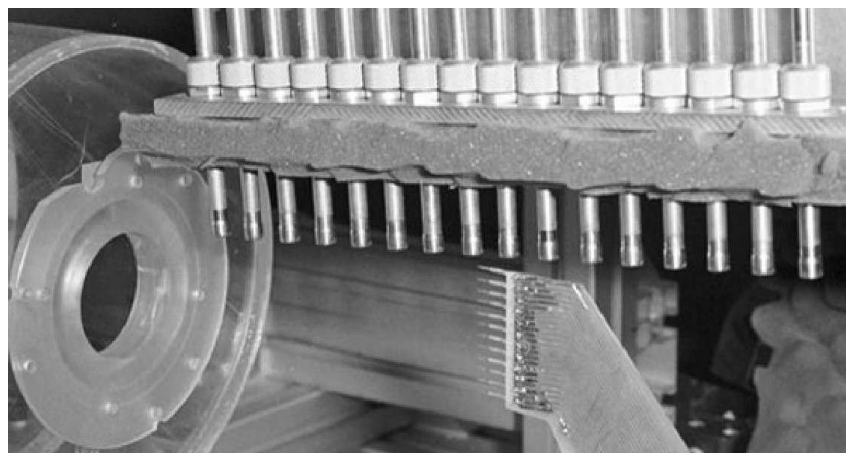


FIG. 2.23 – Dispositif expérimental avec peigne de fils chauds croisés et antenne de microphones, jet  $M_j=0,05$ , Picard [162]

La structuration du champ de pression proche est étudiée par le biais d'analyses POD réalisées dans le domaine spatial ainsi que dans le domaine spectral. Les résultats obtenus confortent ceux obtenus par Arndt *et al.* [9] sur une configuration de jet proche ( $M_j=0,07$ ). Le champ de pression apparaît très structuré, arborant une morphologie présumant de la forte influence des



structures cohérentes de l'écoulement sur ces pressions. Ainsi, les vecteurs propres de la POD spatiale présentent une augmentation de leur longueur d'onde avec la position longitudinale (fig. 2.24(a)). 50% de ces modes sont nécessaires à la restitution de 75% de l'énergie. Toutefois les deux premiers modes POD permettent de capturer l'organisation principale du champ de pression (fig. 2.24(b)).

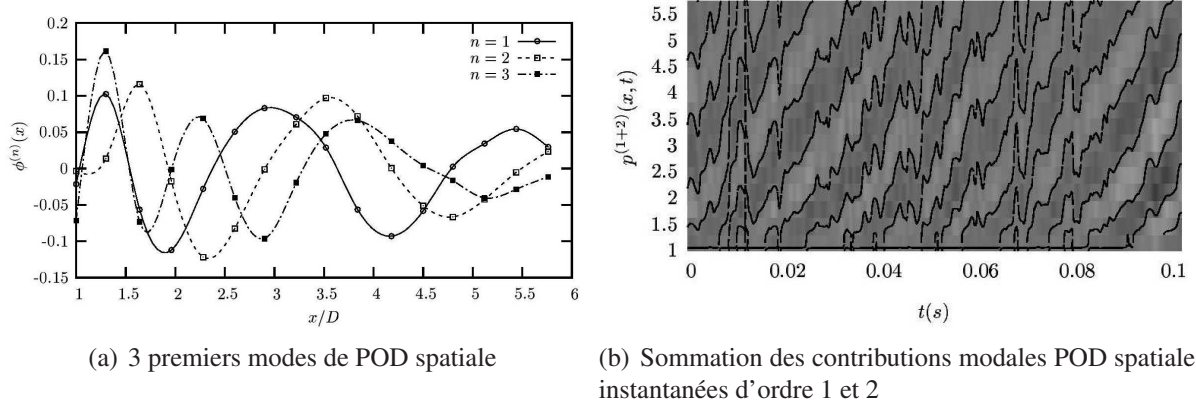


FIG. 2.24 – Vecteurs propres et contribution modale instantanée de POD spatiale du champ de pression proche du jet subsonique par Picard [162]

La décomposition orthogonale du champ de pression proche dans le domaine spectral traduit son organisation haute fréquence en sortie de tuyère, associée aux structures cohérentes de petite taille dans la zone de mélange du jet, et la diminution de cette fréquence avec la position longitudinale, due à l'augmentation de la taille de ces structures (fig. 2.25).

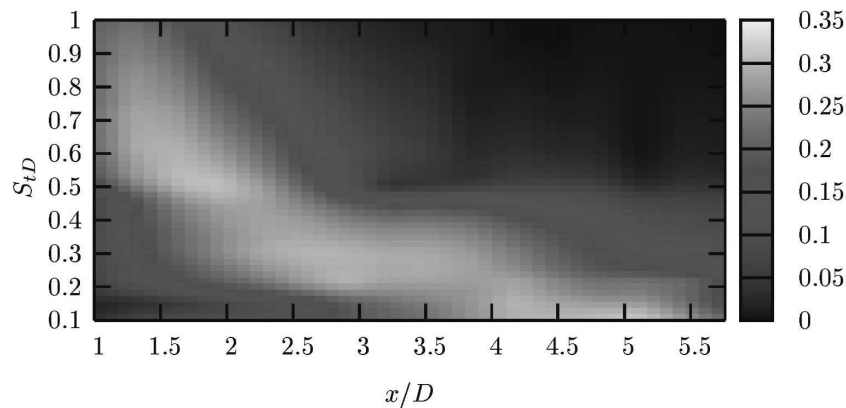
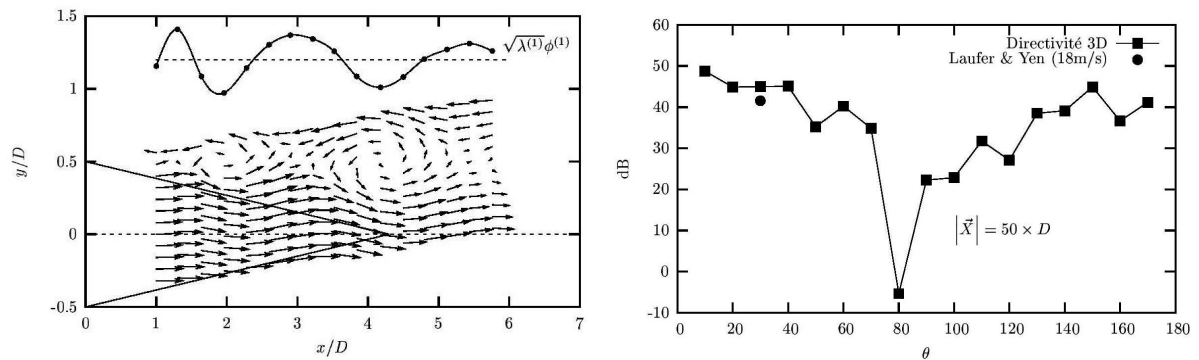


FIG. 2.25 – Module du vecteur propre de POD spectrale du premier ordre du jet subsonique d'après Picard [162]

Tout comme Arndt *et al.* [9], Picard [162] se heurte au problème d'interprétation de ces modes propres. Il s'intéresse alors aux fluctuations de vitesses qui leur sont associées. Celles-ci sont estimées par le biais d'une estimation stochastique (LSE), basée sur la connaissance du tenseur de corrélations entre les champs de pression proche et le champ de vitesse. Il montre ainsi que les premiers vecteurs propres sont associés aux structures cohérentes de la couche de mélange du jet [163]. Situées sur l'axe de la couche de mélange, les structures estimées sont convectées à une vitesse de  $U_c = 0,6U_j$ . Leurs centres correspondent aux minima de pression (fig. 2.26(a)).

Recherchant à qualifier l'influence des structures cohérentes du jet dans son rayonnement acoustique, Picard [162] calcule le tenseur source de Lighthill du champ de vitesses estimées



(a) LSE de vitesse à partir du premier mode POD spatial (b) Directivité à  $50D$  par Lighthill à partir du champ de pression

FIG. 2.26 – Estimation champ de vitesse et directivité du jet subsonique, Picard [162]

à partir de la partie cohérente du champ de pression proche. Le rayonnement est déterminé par une solution de Lighthill (éq. 2.7) dans une configuration 2D (plan d'estimation des vitesses) puis 3D en supposant des contributions uniquement axisymétriques par duplication des vitesses estimées dans la direction azimutale. Un problème de qualification des résultats obtenus se pose alors du fait des très faibles niveaux du rayonnement acoustique de ce jet. Un bon accord est toutefois obtenu en configuration tridimensionnelle avec une mesure expérimentale sous un angle de  $30^\circ$  par rapport à l'axe du jet (fig. 2.26(b)).

Il est également à noter que des tentatives d'analyses POD du champ de pression proche d'un jet transsonique ( $M_j = 0,95$ ) et d'un jet supersonique ( $M_j = 1,5$ ) ont été menées par Picard [162]. Malheureusement, celles-ci ont été réalisées en début d'étude et pénalisées par la méconnaissance du champ de pression proche de ces écoulements conduisant à des choix non optimum de domaine d'analyses et à des difficultés d'interprétations importantes des résultats obtenus.

#### 2.4.4 Ricaud : Étude de l'identification des sources acoustiques à partir du couplage de la pression en champ proche et de l'organisation instantanée de la zone de mélange de jet

À la suite des travaux de Picard, une seconde étude fut réalisée dans le cadre de la thèse de Ricaud [171]. Elle s'intéresse, elle aussi, à la quantification de la contribution des structures cohérentes des jets turbulents à leur rayonnement acoustique.

Forte de l'expérience acquise sur le champ de pression proche, Ricaud [171] complète et perfectionne l'approche de Picard [162] sur une configuration de jet plus rapide et donc plus bruyant. Ainsi, la démarche adoptée se compose d'une analyse des champs de pression proche et semi-lointain d'un jet turbulent. Une estimation stochastique des structures cohérentes de l'écoulement est définie par le biais d'une modélisation d'ordre bas des pressions en champ proche. Finalement, le rayonnement acoustique de ces structures est calculé grâce à l'application de l'analogie de Lighthill.

Deux volets sont développés parallèlement dans cette étude avec une approche numérique d'un côté, permettant la validation des méthodes et techniques développées, et une approche expérimentale de l'autre, sur laquelle ces méthodes sont appliquées.

### 2.4.4.a Étude numérique

Pour la partie numérique, une couche de mélange plane bidimensionnelle incompressible ( $Re = 200$ ,  $\lambda = 0,39$ ) est calculée avec le code de simulations directes (DNS) hautes précisions Incompact3D développé au LEA de Poitiers. Un avantage des simulations numériques est de fournir toute variable désirée sur l'ensemble du domaine de calculs. Ainsi, une position optimale d'antenne de microphones est déterminée de manière à optimiser l'estimation du champ de vitesse par LSE. Celle-ci doit être placée au plus près de la frontière de l'écoulement de manière à maximiser les niveaux de corrélations pression-vitesse (sur lesquelles est basée la LSE). Pour cela, elle doit être inclinée pour suivre l'expansion du jet et pour que les microphones ne soient pas situés dans l'écoulement, ce qui occasionnerait la génération de bruit "parasites".

Plusieurs méthodes d'extraction des structures cohérentes de cette couche de mélange sont testées. Basées sur la POD, elles sont appliquées soit directement sur le champ de vitesse, soit sur le champ de pression proche à partir duquel le champ de vitesse est estimé. Le rayonnement acoustique des structurations obtenues est déterminé par l'application de l'analogie de Lighthill. Celui-ci présente un rayonnement essentiellement basses fréquences dû au filtrage des grandes échelles du champ de vitesse (fig. 2.27(a)). De plus, la contribution du bruit propre au rayonnement acoustique, associée aux interactions de la turbulence fine avec elle-même, apparaît fortement négligée dans toutes les configurations. Bien que les niveaux globaux de pression soient sous-estimés, la directivité du rayonnement est généralement assez représentative de la directivité du champ de vitesse non filtré (fig. 2.27(b)). Toutefois, l'atténuation du bruit de cisaillement se produisant à  $90^\circ$  par rapport à l'axe de la couche de mélange n'est pas obtenue.

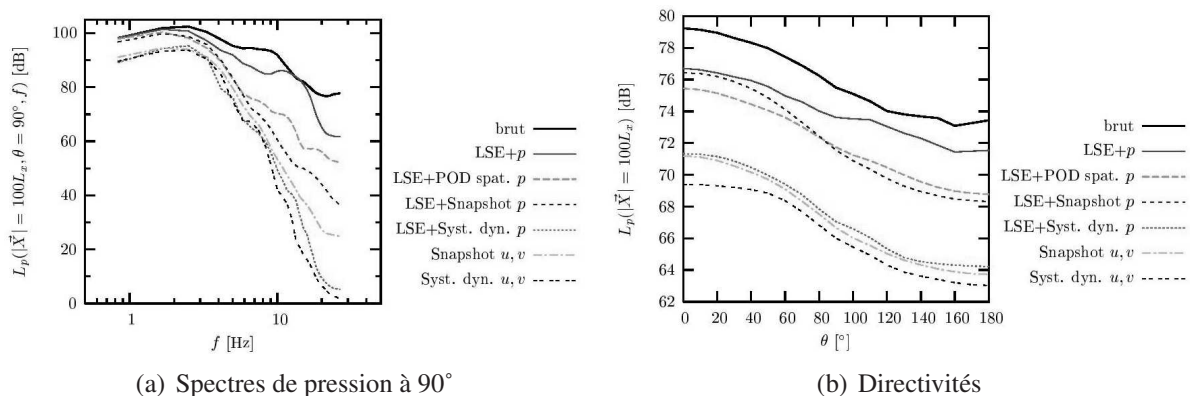


FIG. 2.27 – Spectres et directivités des champs de pression lointains ( $100L$ ) calculés par l'analogie de Lighthill appliquée à diverses contributions du champ de vitesse d'une couche de mélange plane obtenue numériquement, d'après Ricaud [171]

### 2.4.4.b Étude expérimentale

Une approche expérimentale a également été développée dans cette étude pour laquelle une soufflerie spécifique a été conçue et fabriquée (voir Ricaud [171]). Le nombre de Reynolds  $Re$  choisi est supérieur à  $3 \cdot 10^5$ , pour une buse d'éjection de diamètre  $D=50$  mm et une vitesse d'éjection de 100 m/s. Cet écoulement présente l'avantage d'être suffisamment bruyant pour en mesurer le rayonnement acoustique et confronter les résultats d'estimation à ces mesures. Les champs de pression proche et semi-lointain de ce jet sont systématiquement explorés et analysés jusqu'à la position radiale  $r/D=20$ .



Un résultat notable retenu de l'analyse POD concerne la dualité du champ de pression proche. En effet, en champ lointain, la phase du premier mode propre issue d'une POD spectrale présente les caractéristiques d'un champ propagatif pouvant être déterminé théoriquement (fig. 2.28(a)). En champ proche, une démarcation flagrante apparaît entre les contributions hautes et basses fréquences (fig. 2.28(b)). En effet, les contributions hautes fréquences présentent une évolution spatiale de la phase similaire au champ lointain (contributions propagatives) alors que l'évolution des basses fréquences, associée à des contributions hydrodynamiques convectées, est totalement différente.

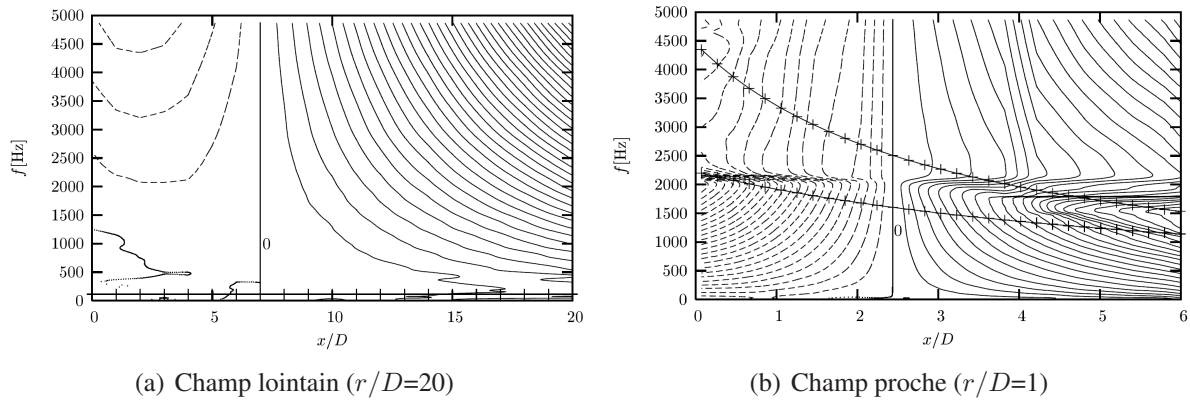


FIG. 2.28 – Lignes iso-phases (incrément de  $\pi/4$ , valeurs positives en trait plein) de la première fonction propre de POD spectrale des pressions en champ lointain (gauche) et proche (droite), d'après Ricaud [171]

Afin de quantifier le rôle des structures cohérentes du jet turbulent dans son rayonnement acoustique, celles-ci sont estimées à partir des mesures de pression en champ proche. Pour cela, une estimation du champ de vitesse est réalisée, nécessitant la connaissance du tenseur de corrélation pression-vitesse. L'écoulement étant plus rapide que celui de Picard [162], les mesures de vitesse sont effectuées par vélocimétrie laser LVD (l'introduction de sondes dans ce type d'écoulement engendrant trop de bruit). Cette technique de mesure, aléatoirement échantillonnée, a imposé le développement d'une méthode de calculs spécifique des corrélations également employée dans la présente étude (§3.3.2). Les coefficients de corrélations pression-vitesse obtenus présentent des maxima de l'ordre de  $\pm 30\%$ , inférieurs à ceux obtenus par Picard [162] sur un jet de nombre de Reynolds beaucoup plus faible (corrélations de l'ordre  $\pm 50\%$ ). Ces maxima sont situés côté haute vitesse de la couche de mélange, à une demi longueur du cône potentiel.

Une importante loi de similitude de ces corrélations est mise en évidence. Celle-ci montre leurs dépendances aux paramètres suivants :

- La vitesse de convection  $U_c$  ;
- La distance entre les points de mesures de pression et de vitesse  $x_v - x_p$  ( $x_v$  : point de mesure de vitesse ;  $x_p$  : point de mesure de pression) ;
- L'épaisseur de vorticité à la position longitudinale du microphone  $\delta_\omega(x_p)$ .

D'où la définition des variables adimensionnelles de position longitudinale  $x^*$ , de position radiale  $r^*$  et temporelle  $\tau^*$  :

$$x^* = \frac{x_v - x_p}{D} \quad r^* = \frac{r_v - r_0}{\delta_\omega(x_p)} \quad \tau^* = \frac{(\tau - \tau_c)U_c}{\delta_\omega(x_p)}$$

avec la position radiale de l'axe de la couche de mélange  $r_0 = D/2$  et le retard de convection  $\tau_c = (x_v - x_p)/U_c$ . Un exemple de superposition de 14 coefficients de corrélation pression-

vitesse est donné en figure 2.29 en fonction de ces paramètres pour une séparation nulle des points de mesures de pression et de vitesse.

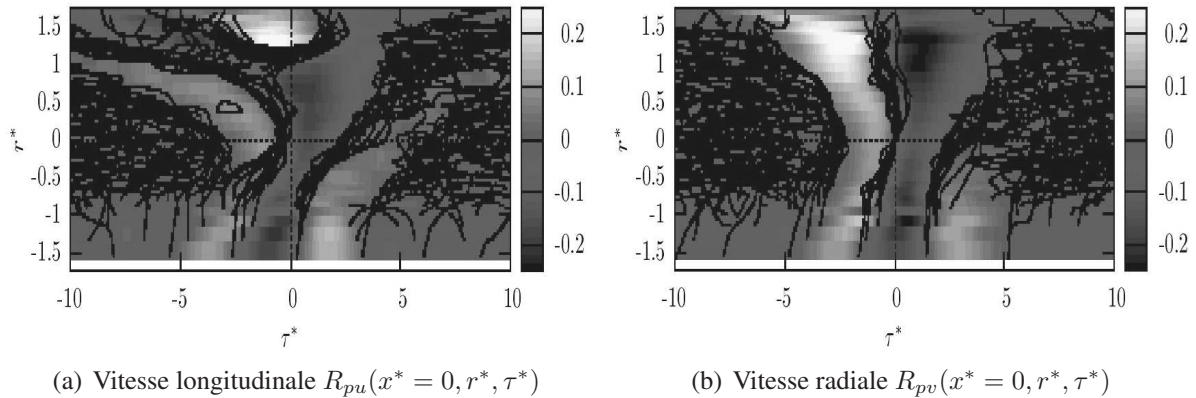


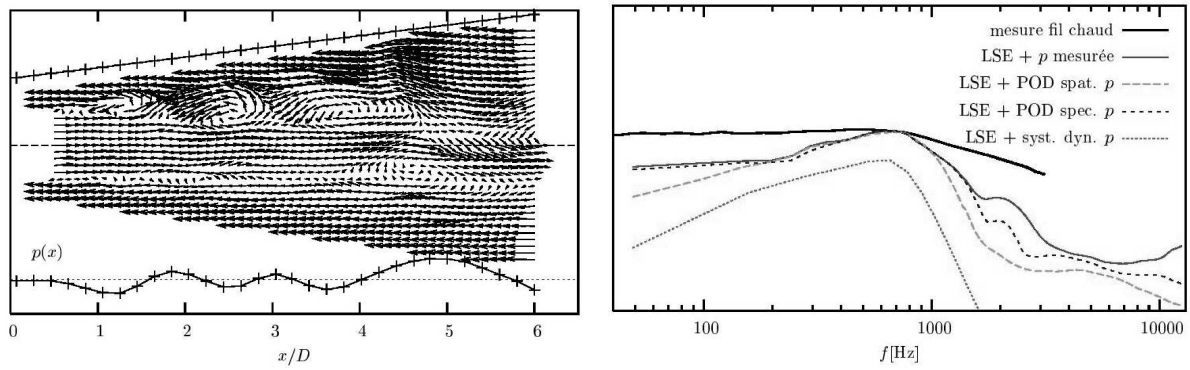
FIG. 2.29 – Superposition de 14 coefficients de corrélations spatio-temporelle pression-vitesse pour une séparation nulle des points de mesures en fonction des variables adimensionnées, d’après Ricaud [171]

Les structures cohérentes du jet sont obtenues par une estimation stochastique du champ de vitesse dans un plan longitudinal. Les mesures de pression champ proche sont utilisées comme signaux conditionneurs. Cette modélisation d’ordre bas de l’écoulement présente de bons résultats. Les structures cohérentes sont clairement identifiables. Un exemple de champ de vitesses instantanées 2D2C (bidimensionnel et bicomposante) est donné sous forme de champ de vecteur en figure 2.30(a). La répartition des points de mesures de pression (croix en partie supérieure) ainsi que la distribution des pressions instantanées à partir de laquelle est réalisée l’estimation des vitesses (partie inférieure) sont également reportées sur cette illustration. Différentes méthodes de filtrage des signaux conditionneurs (pression champ proche) sont alors mises en œuvre. L’estimation de vitesse est réalisée directement à partir des mesures de la pression, à partir de la contribution des 8 premiers modes de POD spatiale, des 4 premiers modes de POD spectrale, ou encore à partir d’une modélisation d’ordre bas de la pression obtenue par un système dynamique (§3.1.2.c). Dans tous les cas, la structuration de l’écoulement est prédominante dans le champ de vitesses estimées. Les spectres de ces vitesses présentent un maximum énergétique pour une fréquence de 700 Hz ( $St_D=0,35$ ) correspondant à la fréquence caractéristique de l’écoulement (fig. 2.30(b)).

Le rayonnement acoustique de la partie cohérente de l’écoulement ainsi extraite est calculé suivant le même procédé que Picard (analogie de Lighthill). Il en ressort que le rayonnement acoustique des structures cohérentes estimées au sein de l’écoulement n’est pas représentatif du bruit de jet global. En effet, ce rayonnement acoustique des champs de vitesses reconstruits est plus directif que le rayonnement acoustique de l’écoulement global mesuré et les spectres de pression sont principalement basses fréquences, présentant un maximum au nombre de Strouhal  $St_D < 0,2$ . La sous-estimation des contributions haute fréquence du rayonnement acoustique recoupe les résultats obtenus par Liu *et al.* [124] et par Fung *et al.* [74] qui estiment le rayonnement acoustique d’un jet en modélisant celui-ci par une allée de vortex axisymétriques distribués selon l’axe de la couche de mélange annulaire.

On peut alors se demander quelle est l’origine de cette sous-estimation :

- Est-ce la méthode de détermination de ces structures qui est en cause du fait d’un niveau de corrélation trop faible entre le champ de vitesse et le champ de pression, conduisant à une sous-estimation du niveau énergétique des structures extraites ?



(a) Exemple de distribution des mesures de pression instantanées (en bas) et champ de vitesses estimées (b) Spectres de vitesse longitudinale mesurée et estimée sur l'axe de la couche de mélange en  $x/D=2,8$

FIG. 2.30 – Estimation stochastique linéaire du champ de vitesses du jet à partir de mesures de pression en champ proche, d'après Ricaud [171]

- Est-ce la méthode mise en œuvre pour calculer le champ de pression lointain du fait du nombre réduit de points de vitesse considérés, du fait de la non-prise en compte des contributions azimutales (même si la littérature s'accorde à considérer que les modes d'ordre bas, et en particulier le mode axisymétrique, sont les plus importants), ou bien encore du fait de l'application même de l'analogie de Lighthill qui est une méthode sujette à controverses ?
- Finalement, est-ce le fait que les structures cohérentes du jet ne contribuent véritablement qu'aux basses fréquences du rayonnement acoustique de l'écoulement et que leur prise en compte n'est pas suffisante à la modélisation du bruit engendré par le jet turbulent ?

## 2.5 Synthèse : Bilan et stratégie

La présente étude porte sur l'analyse des champs de pression des jets à haut nombre de Reynolds ainsi que sur la structuration de ce type d'écoulement. Elle s'appuie sur l'expérience acquise au sein du laboratoire sur ces sujets au travers des travaux antérieurs précédemment détaillés. Un bilan succinct de ces études et des questions qu'elles ont pu soulever est maintenant dressé. Ces questions définissent la problématique de la présente étude dont la stratégie est exposée.

### 2.5.1 Bilan des études antérieures

Trois thèmes distincts sont abordés dans les travaux antérieurs de Picard [162] et de Ricaud [171] portant sur le champ de pression proche des jets. Dans le cadre d'écoulements subsoniques, ces auteurs s'intéressent à :

- la caractérisation des champs de pression proche et lointain ;
- l'extraction des structures cohérentes du jet à partir de la pression en champ proche ;
- la quantification de la contribution de ces structures au rayonnement acoustique du jet.

#### 2.5.1.a Caractérisation des champs de pression

La caractérisation des champs de pression est abordée avec une approche stochastique. La décomposition orthogonale aux valeurs propres, qui s'avère être un outil bien adapté à ces analyses, est employée. Ainsi, il est montré que les premiers modes propres du champ de pression lointain capturent l'essentiel du champ acoustique et permettent de caractériser les sources de

bruit dans l'écoulement. Une différence importante est relevée entre le comportement des modes propres en champ lointain et ceux du champ proche. Cette différence se manifeste également en champ proche entre les hautes fréquences, associées à des contributions propagatives, et les basses fréquences. Cette différence laisse entrevoir la possibilité de caractériser la délimitation champ proche/champ lointain plus précisément grâce à ce type d'approche.

### **2.5.1.b Extraction des structures cohérentes**

Les contributions basses fréquences, énergétiquement dominantes aux positions très proches du jet, sont montrées être associées aux structures cohérentes de la zone de cisaillement de l'écoulement. Les corrélations spatio-temporelles entre le champ de pression proche et le champ de vitesse présentent, du fait de cette relation, une morphologie bien particulière. Une loi d'adimensionnement de ces corrélations, intégrant les échelles caractéristiques spatiale et temporelle des structures cohérentes, peut même être définie. De plus, l'estimation stochastique du champ de vitesse du jet à partir des mesures, ou bien des premières contributions modales POD, du champ de pression proche permet d'obtenir une bonne représentation de ces structures. Une méthode d'extraction non intrusive des structures cohérentes de l'écoulement est ainsi développée. Basée sur une grandeur scalaire, cette méthode est d'autant plus simple et efficace.

### **2.5.1.c Rayonnement acoustique des structures cohérentes**

Pour terminer, ces études se sont intéressées à la quantification du rayonnement acoustique des structures cohérentes du jet turbulent. Pour cela, une application de l'analogie de Lighthill est mise en œuvre pour calculer les perturbations acoustiques engendrées par ces structures. Il s'avère que leur contribution au rayonnement acoustique global du jet est moins importante que ce qui était présumé. Le bruit engendré par ces dernières n'est pas représentatif du champ acoustique effectif mesuré expérimentalement. Plusieurs hypothèses peuvent alors être formulées pour justifier ce résultat. Le niveau énergétique des structures cohérentes extraites est faible comparé à leur niveau réel. Cette sous-estimation (induite par un niveau de corrélation vitesse/pression champ proche relativement faible) pourrait être à l'origine de ce résultat. La non-prise en compte des contributions azimutales du champ de vitesse dans ces études peut également être une explication. En effet, la structuration azimutale du jet joue un rôle important dans les mécanismes de développement de l'écoulement et l'extension des calculs d'une configuration bidimensionnelle à une configuration tridimensionnelle par simple duplication azimutale du champ de vitesse (mode axisymétrique artificiel) améliore nettement les résultats. Finalement, la méthode de calcul du rayonnement des structures peut aussi être remise en cause. La formulation de Lighthill est peut être inadaptée à l'application expérimentale mise en œuvre (du fait du nombre réduit de points de vitesse par exemple).

## **2.5.2 Questions ouvertes, problématiques soulevées**

Les études antérieures sur le champ de pression proche des jets subsoniques ont permis de démontrer un certain nombre de propriétés et de valider certaines hypothèses mais elles ont également ouvert diverses questions et soulevé plusieurs problématiques.

En premier lieu, il est à noter que la décomposition orthogonale aux valeurs propres s'avère être un outil adapté à l'étude du champ de pression des jets turbulents. Des résultats probants permettent de converger vers une meilleure compréhension des caractéristiques de cette zone particulière. Toutefois, les résultats obtenus, et en particulier les modes propres issus de ces POD, posent un problème d'interprétation majeur, rendant difficile leur association à des phénomènes physiques concrets.

Bien que ces analyses aient mis en évidence un certain nombre de propriétés du champ de pression proche, les frontières de cette zone restent mal déterminées. De plus, de part sa dualité, le champ proche est une zone de confrontation de contributions de pression de nature différente (convectives/propagatives). Or, l'influence de cette zone sur la propagation acoustique du bruit de jet n'est pas précisée. En particulier, on peut se poser la question de la validité, en cette zone, de l'hypothèse de propagation en champ libre généralement admise pour l'obtention de solutions analytiques décrivant le rayonnement acoustique des jets.

Une autre question soulevée concerne la prise en compte des contributions azimutales du champ de pression dans les analyses et méthodologies développées. En effet, bien que le rayonnement acoustique des jets turbulents soit principalement d'ordre azimutal bas, les modes d'ordre élevé jouent un rôle important au sein de la couche de mélange annulaire de l'écoulement. Ils interagissent avec la structuration cohérente d'ordre azimutal bas et conditionnent l'évolution spatiale de cette dernière. Le champ de pression proche étant montré fortement lié à la structuration cohérente du jet : comment les modes azimutaux d'ordre élevé interviennent dans ce champ de pression, leur prise en compte est-elle nécessaire, comment interviennent-ils dans les phénomènes de rayonnement acoustique ?

Concernant la relation entre le champ de pression proche du jet et son champ de vitesse, une loi d'adimensionnement des corrélations pression/vitesse est mise en évidence. Faisant intervenir les échelles caractéristiques spatiale et temporelle des structures cohérentes de l'écoulement, ainsi que leur vitesse de convection, cette loi est valable en tout point de vitesse de la zone de cisaillement de l'écoulement subsonique. Cependant, est-ce que celle-ci est encore valable dans le cadre d'écoulements supersoniques, fondamentalement différents, pour lesquels les effets de compressibilité ne sont plus négligeables.

Une autre problématique soulevée lors des études antérieures porte sur la méthode d'estimation des structures cohérentes du jet qui est basée sur les corrélations spatiales pression/vitesse. En effet, le faible niveau énergétique de ces estimations pourrait être à l'origine de la non représentativité du rayonnement acoustique du jet estimé à partir de ces structures. Cette sous-estimation est due au fait que, comme le montre la loi d'adimensionnement des corrélations pression/vitesse, il existe un temps de retard optimal différent de zéro pour lequel le niveau de ces corrélations est maximal. L'estimation stochastique des structures à partir des pressions champ proche n'intègre pas cette notion de retard. La prise en compte de cette information dans la méthode d'extraction des structures pourrait alors en améliorer le résultat.

Une autre hypothèse formulée dans l'analyse des résultats de calculs du rayonnement acoustique des structures cohérentes du jet est l'emploi inapproprié de l'analogie de Lighthill. En effet, du fait des contraintes expérimentales, le nombre de point de vitesse est réduit, pouvant être conduit à des erreurs alors trop importantes. L'utilisation d'une méthode différente pourrait permettre de confirmer les résultats obtenus et ainsi de valider l'utilisation de l'analogie de Lighthill dans ce contexte.

Les nombreuses questions soulevées lors des travaux antérieurs menés sur le champ proche au sein du LEA ont conduit à la formulation des thèmes à aborder dans la présente étude ainsi qu'à la définition d'une problématique et d'une stratégie à tenir pour y répondre.

### 2.5.3 Stratégie de l'étude

La présente étude reprend en partie les outils et stratégies développés dans les études antérieures. Fort de l'expérience acquise sur le champ proche, une attention plus particulière sera toutefois portée sur la caractérisation de ce champ de pression et sur son organisation tridimensionnelle.



La thématique du champ de pression proche des jets est étendue à une configuration d'écoulement plus rapide. Deux types de jets turbulents à haut nombre de Reynolds sont ainsi étudiés :

- configuration subsonique,  $M_j=0,3$  : Re-visite et complément des données de Ricaud [171] (intégration des contributions azimutales) ;
- configuration supersonique,  $M_j=1,4$  : Création d'une nouvelle base de données et extension des analyses à un écoulement supersonique compressible.

Quatre types d'approches sont abordés dans l'étude de ces écoulements :

- Analyses stochastiques des pressions champ proche ;
- Analyses stochastiques des pressions champ lointain ;
- Étude du couplage pression champ proche/champ de vitesse ;
- Détermination du rayonnement acoustique du jet par propagation des pressions champ proche.

Ainsi, les analyses du champ de pression proche sont poursuivies en configuration subsonique. En particulier, les fonctions de cohérences sont analysées en vue de caractériser le champ de pression proche. Les données existantes sont également complétées par l'apport de mesures intégrant les contributions azimutales. Les corrélations spatio-temporelles sont ainsi déterminées sur une surface conique et sur une surface cylindrique entourant le jet. Leur analyse est alors menée par mode azimutal.

Les résultats issus des approches POD précédemment mises en œuvre ont posé des problèmes d'interprétation. Une étude s'intéressant à la décomposition orthogonale d'un champ acoustique simple et parfaitement connu, engendré par des sources harmoniques, est alors réalisée dans le but de clarifier l'interprétation physique des modes propres obtenus.

Les analyses et méthodes développées sont portées à une configuration d'écoulement supersonique plus complexe. Une nouvelle base de données est créée pour un jet adapté à un nombre de mach  $M_j=1,4$ . Plusieurs raisons, portant sur la vitesse de convection des structures cohérentes de l'écoulement, justifient le choix de cette vitesse d'éjection. La première tient à l'obtention d'une vitesse de convection inférieure à la célérité du son. Ainsi, aucun rayonnement d'onde de Mach n'est présent. De même, l'écoulement est choisi parfaitement adapté afin de se concentrer sur la composante de bruit de mélange du jet sans ajouter d'autres contributions acoustiques telles que le bruit de choc ou le bruit de couplage. La seconde raison tient à la volonté de tester la robustesse de l'analyse POD. En effet, la vitesse de convection est désirée proche de la célérité du son de manière à obtenir des contributions hydrodynamiques du champ de pression, liées aux structures cohérentes, se déplaçant à une vitesse proche de celle des contributions propagatives.

La base de données générée se doit d'être complète, comprenant le balayage systématique des champs de pression semi-lointain et proche. Le champ proche en amont de la section d'éjection est également exploré en vue de s'intéresser aux "remontées" de fluctuations de pression dans cette direction. Cette remontée constitue une problématique industrielle importante concernant, entre autres, le phénomène de fatigue des matériaux proche moteur. En champ proche, les contributions azimutales sont prises en compte par des mesures de pression réalisées sur une surface entourant le jet. Des mesures de vitesses instantanées sont également réalisées en synchrone avec des mesures de pression champ proche en vue de s'intéresser aux liens entre ces quantités par le biais de l'étude de leur corrélation.

Cette base de données est exploitée pour l'extension à une configuration supersonique des méthodes et analyses développées en subsonique. Ainsi, les analyses des champs de pression proche et lointain sont menées et comparées aux résultats subsoniques. Les corrélations pression/vitesse sont déterminées et analysées puis elles sont exploitées pour estimer les structures cohérentes de l'écoulement. Finalement, une nouvelle approche basée sur la formulation intégrale de Kirchhoff est appliquée afin d'estimer le rayonnement acoustique du jet en calculant la

propagation des pressions mesurées en champ proche du jet.

Un intérêt particulier sera également porté à l'optimisation de la méthode d'extraction des structures cohérentes du jet. Pour se faire, la notion de temps décalés (notion de retard dans les corrélations spatio-temporelles) sera intégrée dans l'estimation stochastique.

Cette étude s'appuie largement sur la POD et la LSE pour analyser le champ de pression proche des jets. Ces outils sont présentés dans le chapitre suivant qui leur est dédié. Des extensions de ces techniques, développées dans le cadre de la présente étude, y sont également proposées.

# **Chapitre 3**

## **Outils stochastiques**





# Chapitre 3

## Outils stochastiques

Cette étude du champ de pression proche des jets est essentiellement fondée sur la manipulation et l'analyse des corrélations en deux points.

Elle fait appel à deux outils maintenant devenus classiques que sont la décomposition orthogonale (POD) et l'estimation stochastique linéaire (LSE). Dans un premier temps, les définitions et propriétés essentielles de ces approches sont rappelées. On se place ici dans le contexte particulier des expériences réalisées dans le cadre de l'étude : mesures en configuration axisymétrique. Précisons à ce niveau que les expériences mises en œuvre auront pour but d'estimer des corrélations spatio-temporelles pouvant être utilisées dans ces approches. Deux types de corrélations devront être établis :

- Type pression-pression sur une surface de révolution entourant le jet (distribution linéique et azimutale conjointes de microphones) ;
- Type pression-vitesse (distribution linéique de microphones et mesures de vitesse ponctuelles LDV synchrones).

Dans les deux cas, les contraintes expérimentales ont imposé l'utilisation de méthodes particulières pour accéder à ces grandeurs.

Après un rappel des propriétés générales vérifiées par ce type de tenseur, la mise en œuvre pratique et la méthode de calcul adaptée pour la détermination des corrélations pression-pression, notées  $R_{pp}$ , et des corrélations pression-vitesse, notées  $R_{vp}$ , sont détaillées.

Des erreurs, liées à cette procédure, ont conduit à l'obtention d'un tenseur mal conditionné dont l'inversion est impossible. Or, cette opération est requise pour la résolution du système linéaire permettant la définition des coefficients d'une estimation stochastique. Ce problème est corrigé par l'annulation des valeurs propres négatives du tenseur. Toutefois, un inconvénient apparaît alors : les mesures ayant servi à la détermination du tenseur ne vérifient plus exactement ce dernier. Bien que la différence soit minime, celle-ci est pénalisante pour l'utilisation de ces données comme signaux conditionneurs d'une estimation stochastique basée sur le tenseur corrigé. Une méthode a donc été développée en vue de renormaliser les mesures. Celle-ci est particulière dans le sens où elle permet non seulement l'imposition des niveaux de variances voulues aux signaux mais également l'imposition des niveaux de covariance, ou inter-corrélations. Basée sur une décomposition orthogonale des signaux, cette technique est présentée ici.

Finalement, les analyses menées sur le champ proche ont impliqué l'utilisation d'estimations stochastiques. Cette technique, largement employée dans le domaine de l'analyse des structures cohérentes en écoulement turbulent, s'est avérée ne pas être optimale dans le cadre de la présente étude. En effet, du fait du caractère convectif et/ou propagatif des champs fluctuants analysés, les corrélations présentent des maxima pour des retards temporels non nuls. Or, cette notion de retard n'est pas intégrée dans la formulation classique de cet outil. Pour y remédier,

son extension au domaine spectral est proposée.

## 3.1 Deux outils stochastiques

### 3.1.1 Estimation stochastique linéaire

L'estimation stochastique a été introduite en turbulence par Adrian [1] en 1977. Grâce à cette technique, il se propose d'estimer l'écoulement, à partir d'une information conditionnelle en un ou plusieurs points, sur un domaine où les statistiques en deux points sont connues. Un des principaux intérêts de l'estimation stochastique est de ne faire intervenir que des moments non conditionnels, donc indépendants des signaux conditionneurs utilisés pour la reconstruction du champ complet. Ainsi, d'un point de vue expérimental, seules deux sondes sont suffisantes pour bâtir l'ensemble des statistiques nécessaires à l'application de l'estimation stochastique, quelle que soit l'étendue du domaine de reconstruction envisagé.

#### 3.1.1.a Formalisme

L'identification d'un événement  $\mathbf{E}$  (i.e. champ de vitesses associé à une structure qu'Adrian [3] préfère nommer conditionnelle plutôt que cohérente) constituant une variable aléatoire dans un champ de données aléatoires  $\mathbf{u}$  (i.e. champ de vitesse), peut être envisagée comme l'estimation de ce champ en fonction de  $\mathbf{E}$  :

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{F}[\mathbf{E}(\mathbf{y}, t)]$$

où  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{y}$  sont des positions respectivement de l'espace  $\mathcal{D}$  et  $\mathcal{D}'$  de  $\mathbb{R}^3$ . La fonction d'estimation  $\mathbf{F}$  optimale au sens des moindres carrés, minimisant l'erreur  $\langle [\mathbf{u} - \mathbf{F}(\mathbf{E})]^2 \rangle$ , est l'opérateur de moyenne conditionnelle  $\langle \mathbf{u} | \mathbf{E} \rangle$ . Celui-ci correspond à la moyenne des occurrences de la variable  $\mathbf{u}$  lorsque l'événement, ou condition,  $\mathbf{E}$  est vérifié(e). L'application de cet opérateur à un champ turbulent est problématique car il ne permet pas la description des phénomènes fortement non-linéaires et introduit de très larges erreurs quand la grandeur estimée et la condition sont décorréliées (ce qui est généralement le cas en turbulence pour des séparations spatiale ou temporelle importantes).

Ces considérations conduisent Adrian à ne pas rechercher une estimation  $\mathbf{F}$  du champ  $\mathbf{u}$  en fonction de  $\mathbf{E}$  mais à rechercher une estimation de sa moyenne conditionnelle :

$$\tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) = \langle \mathbf{u} | \mathbf{E} \rangle$$

Cette approche est mathématiquement identique mais l'interprétation qui en est faite est différente.

En supposant que cet opérateur de moyenne conditionnelle soit une fonction continue de  $\mathbf{u}$ , son développement de Taylor autour de la valeur moyenne de  $\mathbf{E}$  donne :

$$\tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) = \sum_{i=1}^N \mathbf{A}_x(\mathbf{y}_i) \mathbf{E}(\mathbf{y}_i, t) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \mathbf{B}_x(\mathbf{y}_i, \mathbf{y}_j) \mathbf{E}(\mathbf{y}_i, t) \mathbf{E}(\mathbf{y}_j, t) + \dots \quad (3.1)$$

où  $N$  est la dimension de l'événement conditionneur  $\mathbf{E}$ .

Lorsque la densité de probabilité jointe entre le champ moyenné  $\mathbf{u}$  et le champ conditionneur  $\mathbf{E}$  est gaussienne, la moyenne conditionnelle est linéaire (Papoulis [156]). Ainsi, Adrian propose de ne considérer que le premier terme du développement de Taylor et montre expé-

rimentalement que la contribution des ordres plus élevés du signal conditionneur  $\mathbf{E}$  est généralement faible (Adrian [2]). L'estimation de la moyenne conditionnelle, tronqué à l'ordre un, devient l'estimation stochastique linéaire :

$$\tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) = \sum_{i=1}^N \mathbf{A}_{\mathbf{x}}(\mathbf{y}_i) \mathbf{E}(\mathbf{y}_i, t)$$

Les coefficients d'estimation  $\mathbf{A}_{\mathbf{x}}$  sont déterminés de manière à minimiser l'erreur quadratique moyenne  $\epsilon$  entre le champ  $\mathbf{u}$  et sont estimés  $\tilde{\mathbf{u}}$  :

$$\begin{aligned} \epsilon(\mathbf{x}) &= \langle |\tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) - \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)|^2 \rangle \\ &= \left\langle \left| \sum_{i=1}^N \mathbf{A}_{\mathbf{x}}(\mathbf{y}_i) \mathbf{E}(\mathbf{y}_i, t) - \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \right|^2 \right\rangle \end{aligned}$$

où l'opérateur de moyenne d'ensemble  $\langle \cdot \rangle$  représente ici une moyenne temporelle du fait du choix délibéré d'une notation spatio-temporelle  $(\mathbf{x}, t)$  se rapprochant de l'application concrète de cet outil.

Cette minimisation est effective lorsque la fonction d'erreur est indépendante des coefficients d'estimation, soit :

$$\frac{\partial \epsilon(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{A}_{\mathbf{x}}(\mathbf{y}_i)} = 0$$

La vérification de cette condition conduit à l'obtention du système linéaire suivant, traduisant l'orthogonalité de la fonction d'erreur  $\epsilon$  aux jeux de données  $\mathbf{u}$  :

$$\left\langle 2 \left[ \sum_{i=1}^N \mathbf{A}_{\mathbf{x}}(\mathbf{y}_i) \mathbf{E}(\mathbf{y}_i, t) - \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \right] \mathbf{E}(\mathbf{y}_j, t) \right\rangle = 0, \quad \forall j = 1, 2, \dots, N$$

Ce système traduit l'orthogonalité entre la fonction d'erreur et l'événement conditionnel et peut être remanié sous la forme suivante :

$$\langle \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \mathbf{E}(\mathbf{y}_j, t) \rangle = \sum_{i=1}^N \mathbf{A}_{\mathbf{x}}(\mathbf{y}_i) \langle \mathbf{E}(\mathbf{y}_i, t) \mathbf{E}(\mathbf{y}_j, t) \rangle, \quad \forall j = 1, 2, \dots, N$$

La résolution de ce système linéaire permet ainsi la détermination des coefficients nécessaires à l'estimation de la moyenne conditionnelle du champ  $\mathbf{u}$ . Celle-ci ne nécessite que la connaissance du tenseur d'auto-corrélation du champ conditionneur  $\mathbf{E}$  et du tenseur de corrélation de ce champ avec le champ estimé  $\mathbf{u}$ .

L'estimation stochastique possède l'avantage d'être non homogène dans le sens où des signaux de nature différente peuvent être combinés permettant, par exemple, d'estimer un champ de vitesse à partir de mesures de pression. Ce type d'application a été mis en œuvre par Picard [163, 162], Ricaud [171] ou encore Tinney [183] dans le cadre d'un jet, mais également par Naguib *et al.* [148] et Murray [188] à partir de pressions pariétales respectivement en couche limite et en écoulement de cavité ouverte.

Lorsque les variables aléatoires estimée  $\mathbf{u}$  et conditionnelle  $\mathbf{E}$  sont de même nature, issues par exemple d'un même champ de vitesses, la LSE vérifie les propriétés :

- de coïncidence : l'estimation à la position du signal conditionneur est exacte (i.e. si  $\mathbf{E}=\mathbf{u}$ , alors  $\tilde{\mathbf{u}}=\mathbf{u}$ );
- de conservation : les échelles intégrales temporelle et spatiale du champ original sont

- conservées ;
- de linéarité : le champ estimé satisfait l'équation de continuité si elle est respectée par le champ original.
  - de séparation : quand le signal conditionneur  $\mathbf{E}$  s'éloigne du signal estimé  $\tilde{\mathbf{u}}$ , celui-ci tend vers la moyenne du signal estimé  $\langle \mathbf{u} \rangle$  (nulle quand l'estimation porte sur des fluctuations) ;

Cette dernière propriété revêt un caractère très important. En effet, basée sur le tenseur de corrélation, la LSE définit une structuration en réponse à un état local lié à l'échelle intégrale. Un signal non corrélé avec les signaux conditionneurs ne pourra pas être estimé. Le choix des signaux conditionneurs, de leur nombre et de leur position, est par conséquent crucial. Ce point est développé par Perret [158] sur la base d'analyses couplant la LSE et la POD. Il montre que l'estimation LSE agit comme un filtre dans le spectre POD, le nombre de modes estimés étant égal au plus, au nombre de signaux conditionneurs utilisés.

La LSE a été utilisée par de nombreux auteurs dans diverses configurations d'écoulements afin d'identifier des structurations caractéristiques, d'en étudier l'évolution ou encore d'estimer des champs de vitesse à partir d'un nombre réduit de mesures. Une revue d'applications de la LSE peut être trouvée dans les travaux d'Adrian [3].

### 3.1.1.b Estimation d'ordre supérieur

L'estimation stochastique est classiquement utilisée sous sa forme linéaire. Or, sous certaines conditions, les ordres supérieurs des signaux conditionneurs peuvent contribuer de manière non négligeable à estimer la moyenne conditionnelle. En effet, celle-ci est un opérateur linéaire dans le cas où la distribution de probabilité jointe du signal estimé et des signaux conditionneurs est normale (Papoulis [156]). Cependant, dans nombre d'écoulements turbulents, cette hypothèse n'est pas valide (Bardorf-Nielsen [13]). Dans ces conditions, la conservation d'ordres supérieurs à 1 dans le développement de Taylor de la moyenne conditionnelle (éq. 3.1) apporte un gain à l'estimation (Brereton [32]). En conservant l'ordre 2, l'estimation stochastique est qualifiée de quadratique (QSE pour *Quadratic Stochastic Estimation*). Suivant la démarche de la LSE, l'annulation des dérivations de l'erreur quadratique moyenne  $\epsilon$  par les coefficients linéaire  $\mathbf{A}_x$  et quadratique  $\mathbf{B}_x$  conduit au système linéaire :

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{u}_i \mathbf{E}_j \rangle &= \mathbf{A}_l^i \langle \mathbf{E}_l \mathbf{E}_j \rangle + \mathbf{B}_{mn}^i \langle \mathbf{E}_m \mathbf{E}_n \mathbf{E}_j \rangle \\ \langle \mathbf{u}_i \mathbf{E}_j \mathbf{E}_k \rangle &= \mathbf{A}_l^i \langle \mathbf{E}_l \mathbf{E}_j \mathbf{E}_k \rangle + \mathbf{B}_{mn}^i \langle \mathbf{E}_m \mathbf{E}_n \mathbf{E}_j \mathbf{E}_k \rangle \end{aligned}$$

Où la sommation implicite du double indice est utilisée ainsi que les simplifications suivantes :

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_i &= \mathbf{u}(\mathbf{x}_i, t) \\ \mathbf{E}_i &= \mathbf{E}(\mathbf{y}_i, t) \\ \mathbf{A}_j^i &= \mathbf{A}_{x_i}(\mathbf{y}_j) \\ \mathbf{B}_{jk}^i &= \mathbf{B}_{x_i}(\mathbf{y}_j, \mathbf{y}_k) \end{aligned}$$

Plusieurs auteurs ont noté un apport considérable de cette formulation, particulièrement en utilisant des mesures de pression pariétales comme signaux conditionneurs pour estimer le champ de vitesse en couche de mélange turbulente (Guezennec [87], Naguib *et al.* [148]) ou encore en écoulement de cavité ouverte (Ukeiley et Murray [188]).

### 3.1.1.c Estimation à Temps Décalés

La LSE permet l'estimation d'une variable à un instant donné à partir d'événements conditionneurs pris au même instant. Afin de pouvoir étudier la structuration d'une couche limite à différentes échelles, Guezennec [87] introduit une extension de la formulation intégrant une notion de retard temporel. Considérant le retard  $\tau$ , l'estimation correspond à la moyenne conditionnelle :

$$\tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t; \mathbf{r}, \tau) = \langle \mathbf{u}(\mathbf{x} + \mathbf{r}, t + \tau) | \mathbf{E}(\mathbf{y}, t) \rangle$$

Le développement en série de Taylor et la minimisation de l'erreur quadratique moyenne conduit au système linéaire suivant :

$$\langle \mathbf{u}(\mathbf{x}_i + \mathbf{r}, t + \tau) \mathbf{E}(\mathbf{y}_j, t) \rangle = \sum_{i=1}^N \mathbf{A}_{(\mathbf{r}; \tau)}(\mathbf{y}_i) \langle \mathbf{E}(\mathbf{y}_i, t) \mathbf{E}(\mathbf{y}_j, t) \rangle, \quad \forall j = 1, 2, \dots, N$$

La détermination des coefficients d'estimations nécessite la connaissance du tenseur des corrélations spatio-temporelles en deux points. Cette notation est reprise par de nombreux auteurs et s'étend aisément à une estimation d'ordre supérieure (QSE).

Toutefois, celle-ci ne constitue pas à proprement parlé une généralisation de l'estimation stochastique. En effet, la notion de retard étant intégrée par le signal estimé et non par les signaux conditionneurs, il n'est pas possible de faire intervenir différentes échelles temporelles dans l'estimation. Cette simple inversion de point de vue permet de formuler une estimation plus générale, s'étendant alors jusqu'au domaine spectral. Cette formulation est proposée au §3.5.

Un autre outil dédié à la détection des structures cohérentes a été précédemment cité. Nommée décomposition orthogonale aux valeurs propres, cette méthode est également basée sur le tenseur de corrélations en deux points et fait l'objet du paragraphe suivant.

### 3.1.2 Décomposition orthogonale aux valeurs propres

Afin de pallier le caractère subjectif des méthodes conditionnelles d'identification de structures cohérentes, Lumley [129] propose une définition de ces dernières en s'appuyant sur un critère énergétique. Il décrit les structures cohérentes d'un écoulement comme un objet spatio-temporel dont la projection sur le champ de vitesse est maximale au sens des moindres carrés. Il introduit alors l'expansion de Karhunen-Love en turbulence, renommée POD pour *Proper Orthogonal Decomposition*.

Par décomposition du tenseur de corrélation en deux points, cet outil permet de définir une base orthogonale intrinsèque de l'écoulement qui est optimum au sens de l'énergie. Les modes obtenus sont déterministes et indépendants. Leur projection sur le champ de vitesse est maximale et ils correspondent aux modes préférentiels des fluctuations.

L'évolution des moyens actuels de mesures et de traitements des données a systématisé les acquisitions de nombre élevé de mesures simultanées et généralisé ce type d'analyse. De nombreux auteurs l'ont appliqué à diverses configurations d'écoulement telles que des écoulements cisailés libres, écoulement de paroi ou encore de convection libre. Pour plus de détails sur les applications et interprétations, le lecteur pourra se référer aux revues de Berkooz *et al.* [20], ou encore Holmes *et al.* [94].

### 3.1.2.a Formulation

Considérant un ensemble  $\mathcal{D}$  de variables aléatoires  $\mathbf{u}$  complexe, l'approche POD consiste à en déterminer une base de fonctions  $\phi$  optimale permettant sa représentation sous la forme :

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \sum_{n=1}^{\infty} a^{(n)} \phi^{(n)}(\mathbf{x})$$

Cette base est optimale au sens de l'énergie pour des fonctions complexes  $\phi$  sur lesquelles la projection de la variable  $\mathbf{u}$  est maximale. Pour déterminer cette projection, un produit scalaire doit être défini sur le domaine  $\mathcal{D}$  ( $\mathbb{R}^3$  dans le cas le plus général). En se restreignant à l'espace de Hilbert  $L_2$  des fonctions de carré intégrable (i.e. énergie finie), le produit scalaire suivant est introduit :

$$(\mathbf{u}, \phi) = \int_{\mathcal{D}} \mathbf{u}(\mathbf{x}) \phi^*(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = \sum_{i=1}^{N_c} \int_{\mathcal{D}} u_i(\mathbf{x}) \phi_i^*(\mathbf{x}) d\mathbf{x}$$

où  $N_c$  représente le nombre de composantes utilisées pour la décomposition. La notation  $\phi^*$  désigne le complexe conjugué de la variable  $\phi$ .

Le problème d'optimisation revient alors à déterminer les fonctions  $\phi$  maximisant la projection de la variable  $\mathbf{u}$  et pouvant se formuler :

$$\frac{\langle |\mathbf{u}, \phi| \rangle^2}{\|\phi\|^2} \quad (3.2)$$

où  $\langle \cdot \rangle$  dénote la moyenne d'ensemble,  $|\cdot|$  le module et  $\|\cdot\|$  la norme  $L_2$  :  $\|\phi\|^2 = (\phi, \phi)$ .

Ce problème de maximisation conduit à la résolution d'un problème aux valeurs propres qui se présente sous la forme d'une équation intégrale de Fredholm :

$$\sum_{j=1}^{N_c} \int_{\mathcal{D}} R_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \phi_j^{(n)}(\mathbf{x}') d\mathbf{x}' = \lambda^{(n)} \phi_i^{(n)}(\mathbf{x})$$

dont le noyau  $R_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$  est le tenseur des corrélations en deux points qui, sous les hypothèses de stationnarité et d'hergodicité, prend la forme :

$$R_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \frac{1}{T} \int_T u_i(\mathbf{x}, t) u_j(\mathbf{x}', t) dt, \quad T \rightarrow \infty$$

Selon la théorie de Hilbert-Schmidt, le domaine d'intégration  $\mathcal{D}$  doit être borné et le noyau doit appartenir à l'espace des fonctions à carré sommable et être hermitien. De plus, s'il existe une direction d'homogénéité ou de stationnarité, la POD dégénère en décomposition harmonique dans cette direction et ne peut y être appliquée (§3.1.2.b).

Sous ces conditions, l'équation de Fredholm admet une infinité dénombrable de solutions  $\phi^{(n)}$ . Celles-ci peuvent être choisies orthogonales, propriété se traduisant par la relation :

$$(\phi^{(m)}, \phi^{(n)}) = \delta_{mn}$$

où  $\delta_{mn}$  est le symbole de Kronecker.

Ainsi, toute réalisation  $u_i(\mathbf{x}, t)$  peut se décomposer dans cette base :

$$u_i(\mathbf{x}, t) = \sum_{n=1}^{\infty} a^{(n)}(t) \phi_i^{(n)}(\mathbf{x}) \quad (3.3)$$

où les coefficients de projection  $a^{(n)}$ , également appelés coefficients instantanés, sont définis par :

$$a^{(n)}(t) = (\mathbf{u}, \boldsymbol{\phi}^{(n)}) = \sum_{i=1}^{N_e} \int_{\mathcal{D}} u_i(\mathbf{x}, t) \phi_i^{(n)}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (3.4)$$

Ces coefficients sont non corrélés entre eux :

$$\langle a^{(n)} a^{(m)} \rangle = \delta_{nm} \lambda^{(n)}$$

Les valeurs propres  $\lambda^{(n)}$  sont représentatives de l'énergie globale dans le domaine  $\mathcal{D}$  contenue dans le mode auquel elles sont associées. Le tenseur de corrélation étant défini positif, elles sont par définition positives. Elles sont généralement classées par niveau décroissant :

$$\lambda^{(1)} \geq \lambda^{(2)} \geq \lambda^{(3)} \geq \dots \geq 0$$

De plus, le noyau  $R_{ij}$  peut être reconstruit à partir de ces valeurs propres et des fonctions propres :

$$R_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda^{(n)} \phi_i^{*(n)}(\mathbf{x}) \phi_j^{(n)}(\mathbf{x}')$$

Les fonctions propres  $\phi^{(n)}$  obtenues par POD sont des fonctions intrinsèques de l'écoulement considéré. Elles sont uniquement optimum pour cette configuration donnée et ne peuvent pas être généralisées. Les premiers de ces modes, les plus énergétiques, sont associés à la structuration dominante de l'écoulement et ainsi représentatifs des structures cohérentes.

Par ailleurs, il peut être relevé qu'étant donné l'existence d'une relation linéaire entre les modes POD et les réalisations instantanées (éq. 3.3), ces modes vérifient les mêmes relations linéaires. En particulier, dans le cas de décomposition d'un champ de vitesses incompressible, la divergence des modes POD est nulle.

L'orthogonalité des modes propres constitue également une propriété importante de cette décomposition. Elle en facilite l'application et le maniement (d'où la profusion d'extensions et adaptations, cf.§3.1.2.c) mais ajoute des contraintes à leur détermination et en rend l'interprétation délicate. En outre, celle-ci impose un nombre de passage par zéro croissant avec l'ordre des modes.

Il peut également être noté que le caractère décorréolé des coefficients de projection a été exploité lors de cette étude pour développer une méthode de normalisation des signaux à base de décomposition orthogonale. Celle-ci est détaillée au §3.4.

### 3.1.2.b POD et analyse harmonique

La mise en œuvre de la POD nécessite que le domaine d'intégration soit borné. Les directions d'homogénéité, de stationnarité ou de périodicité nécessitent donc un traitement particulier. Nous traiterons ici uniquement du cas d'une seule direction d'homogénéité, l'extension à d'autres directions, spatiale ou temporelle, étant directe. Si l'on suppose que l'écoulement est homogène en moyenne suivant la direction  $O_{x_3}$ , le tenseur des corrélations ne dépend plus de la position effective  $x_3$  mais uniquement de la distance  $r_3 = x'_3 - x_3$ . En distinguant la variable  $x_3$  et en introduisant une nouvelle variable  $\boldsymbol{\chi}$ , la variable d'espace  $\mathbf{x}$  devient  $\mathbf{x} = (\boldsymbol{\chi}, x_3)$ . On peut alors écrire l'équation de Fredholm sous la forme suivante :

$$\sum_{j=1}^{N_e} \int_{\mathcal{D}} \int_{-\infty}^{\infty} R_{ij}(\boldsymbol{\chi}, \boldsymbol{\chi}'; x_3 - x'_3) \phi_j^{(n)}(\boldsymbol{\chi}'; x'_3) d\boldsymbol{\chi}' dx_3 = \lambda^{(n)} \phi_i^{(n)}(\boldsymbol{\chi}; x_3) \quad (3.5)$$



Compte tenu de l'homogénéité, on peut procéder à une décomposition harmonique des fonctions propres  $\phi_l^{(n)}$  suivant la direction  $O_{x_3}$ . Sa décomposition en série de Fourier  $\widehat{\phi}_l^{(n)}$  est définie par :

$$\phi_l^{(n)}(\boldsymbol{\chi}; x_3) = \sum_{k_3=-\infty}^{\infty} \widehat{\phi}_l(\boldsymbol{\chi}; k_3) e^{j2\pi k_3 x_3}$$

En introduisant la transformée de Fourier  $\Psi_{ij}$  du noyau  $R_{ij}$  suivant la direction  $O_{x_3}$  :

$$R_{ij}(\boldsymbol{\chi}, \boldsymbol{\chi}'; x_3 - x'_3) = \sum_{k_3=-\infty}^{\infty} \Psi_{ij}(\boldsymbol{\chi}, \boldsymbol{\chi}'; k_3) e^{j2\pi k_3(x_3 - x'_3)}$$

et en tenant compte des propriétés d'unicité des coefficients de Fourier, le problème aux valeurs propres à résoudre devient :

$$\sum_{j=1}^{N_c} \int_{\mathcal{D}} \Psi_{ij}(\boldsymbol{\chi}, \boldsymbol{\chi}'; k_3) \widehat{\phi}_j^{(n)}(\boldsymbol{\chi}'; k_3) d\boldsymbol{\chi}' = \lambda^{(n)}(k_3) \widehat{\phi}_i^{(n)}(\boldsymbol{\chi}; k_3) \quad (3.6)$$

Cette forme revient à admettre que l'équation est indépendante pour chaque nombre d'onde  $k_3$ . De plus, la suite des fonctions harmoniques devient solution de l'intégrale de Fredholm. Dans ces directions, la POD dégénère donc en une décomposition harmonique. Les fonctions propres, solutions de 3.6, constituent une base optimale pour la décomposition de la transformée de Fourier dans la direction  $O_{x_3}$  du champ aléatoire :

$$\widehat{u}_i(\boldsymbol{\chi}; k_3) = \sum_{n=1}^{\infty} \widehat{a}^{(n)}(k_3) \widehat{\phi}_i^{(n)}(\boldsymbol{\chi}; k_3)$$

Cette propriété de la POD a été exploitée par Coiffet [41], Coiffet *et al.* [42] et Druault *et al.* [58, 56, 57] pour extrapoler les fonctions propres d'une couche de mélange turbulente dans la direction transversale, permettant l'utilisation des contributions instantanées expérimentales des premiers modes, représentatives de la structuration dominante, comme conditions d'entrées de simulations numériques.

La seule différence avec le problème initial 3.5 réside dans le fait que toute fonction de la forme  $\widehat{\phi}_i^{(n)}(\boldsymbol{\chi}; k_3) e^{j\theta_i(k_3)}$  est également solution de la décomposition, quelque soit la fonction  $\theta_i(k_3)$ . Il en résulte une indétermination de phase qui ne peut donc pas être déterminée à partir des seules corrélations en deux points.

Cette indétermination pose un problème pour le retour au domaine physique des fonctions propres obtenues. Par exemple, dans le cas de direction d'homogénéité  $O_{x_3}$  traité ici, la position  $x_3$  de transformée de Fourier inverse des fonctions propres ne peut pas être définie. Pour pallier cette incertitude, la décomposition du *shot-noise* peut être employée. Celle-ci permet le retour au domaine physique de la fonction propre du premier ordre par définition d'une fonction de phase  $\theta_1(k_3)$ . Trois méthodes peuvent être utilisées pour déterminer cette fonction :

- Mise en œuvre de corrélations en trois points (Moin et Moser [143]);
- Utilisation de la continuité de la représentation dans le domaine de Fourier de la structure dominante (Moin et Moser [143], Delville [53]);
- Utilisation de la compacité spatiale de la structure dominante (Moin et Moser [143]).

### 3.1.2.c Autres formulations

Depuis l'introduction de la POD en turbulence par Lumley, de nombreux auteurs ont employé cette technique. Celle-ci a ainsi évolué et diverses extensions ont été proposées.

**Snapshot POD** Proposée par Sirovich [176], la méthode dite *Snapshot POD* consiste à considérer l'opérateur de moyenne d'ensemble  $\langle \cdot \rangle$  dans la formulation du problème de maximisation de la projection des variables aléatoires sur les fonctions propres (éq. 3.2) comme une moyenne temporelle et non spatiale. Cela conduit à l'obtention d'une équation de Fredholm dont le noyau est le tenseur de corrélations temporelles :

$$C(t, t') = \frac{1}{TV} \int_{\mathcal{D}} u_i(\mathbf{x}, t) u_i(\mathbf{x}, t') d\mathbf{x}$$

où  $T$  est la dimension temporelle de l'échantillon et  $V$  est le volume d'intégration du domaine  $\mathcal{D}$ . La résolution de l'équation de Fredholm, alors formulée suivant la variable temporelle, permet d'obtenir les coefficients instantanés  $a^{(n)}(t)$ . Les modes propres spatiaux  $\phi^{(n)}(\mathbf{x})$  sont déterminés par projection de la variable aléatoire sur ces coefficients.

Cette approche, qui présente les mêmes propriétés que la formulation classique, est employée dans le cas de données spatialement bien résolues mais présentant un faible nombre d'échantillons temporels comme par exemple les mesures de vélocimétrie par imagerie de particules (PIV) où les résultats de simulations numériques.

**Décomposition bi-orthogonale** Une généralisation de la POD est introduite par Aubry *et al.* [10]. La décomposition bi-orthogonale (BOD pour *Bi-Orthogonal Decomposition*) peut être réalisée sans *a priori* sur la nature de la distribution statistique des signaux considérés (stationnarité, ergodicité), la seule restriction étant leur appartenance à l'espace des fonctions à carré intégrable. Ceux-ci se décomposent alors sous la forme suivante :

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha^{(n)} \psi^{(n)}(t) \phi^{*(n)}(\mathbf{x})$$

Les fonctions  $\phi^{(n)}$  et  $\psi^{(n)}$ , nommées "topos" et "chronos", sont les valeurs propres respectivement du tenseur des corrélations spatiales et des corrélations temporelles :

$$R_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha^{(n)} \phi_i^{(n)}(\mathbf{x}) \phi_j^{*(n)}(\mathbf{x}')$$

$$C_{ij}(t, t') = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha^{(n)} \psi_i^{(n)}(t) \psi_j^{*(n)}(t')$$

et vérifient la propriété d'orthogonalité :

$$\int_{\mathcal{D}} \phi^{(m)}(\mathbf{x}) \phi^{*(n)}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = \int_T \psi^{(m)}(t) \psi^{*(n)}(t) dt = \delta_{mn}$$

Les fonctions propres spatiales "topos" sont déterminées par POD classique du tenseur de corrélations en deux points. Les fonctions propres temporelles "chronos" sont ensuite définies soit à partir de la projection des variables aléatoires sur les fonctions spatiales (i.e. coefficients instantanés), soit par décomposition orthogonale du tenseur des corrélations temporelles (ces résultats étant identiques).

**POD-Galerkin** La complexité des écoulements turbulents a conduit au développement de modèles d'ordre réduit plus aisés à décrire et à analyser. Pour se faire, une projection de Ga-

lerkin des équations régissant le système analysé (i.e. Navier-Stokes en mécanique des fluides) est réalisée sur une base orthogonale. Un ordre réduit du système est alors considéré en ne conservant qu'un faible nombre de modes (modèle d'ordre bas). Les premiers travaux utilisant un système dynamique en mécanique des fluides furent réalisés par Lorenz [128] en 1963.

Les fonctions propres issues de la POD se prêtent bien à cette application car optimum au sens de l'énergie : Elles permettent alors de capter un maximum d'énergie en un minimum de modes. La première application de la projection POD-Galerkin est due à Aubry *et al.* [11]. Le système d'ordre bas est obtenu en injectant la décomposition POD du vecteur vitesse 3.3 dans le système d'équations différentielles du mouvement. Dans le cas des équations de Navier-Stokes, le système dynamique d'équations différentielles ordinaires obtenu est de forme polynomiale au plus cubique dont l'expression générale est la suivante :

$$\frac{da^{(i)}}{dt}(t) = D_i + \sum_{j=1}^{N_{Tr}} L_{ij}a^{(j)}(t) + \sum_{j,k=1}^{N_{Tr}} Q_{ijk}a^{(j)}(t)a^{(k)}(t) + \sum_{j,k,l=1}^{N_{Tr}} C_{ijkl}a^{(j)}(t)a^{(k)}(t)a^{(l)}(t)$$

où  $N_{tr}$  est la dimension du problème soit le nombre de modes POD retenus pour décrire le système.

L'expression analytique des termes constants, linéaires, quadratiques et cubiques ( $D_i$ ,  $L_{ij}$ ,  $Q_{ijk}$ ,  $C_{ijkl}$ ) est généralement délicate à obtenir. Diverses méthodes ont été développées pour les déterminer de manière empirique (moindres carré, modèle auto-régressif, ...).

Pour plus de détails sur cette technique, le lecteur pourra se rapporter aux travaux Braud [31], Perret [158], Holmes *et al.* [95] ou encore aux ouvrages de Bergé *et al.* [19] ou de Holmes *et al.* [94].

**Méthode complémentaire** La POD peut être utilisée comme un filtre à structures en considérant les premières contributions modales instantanées :

$$\mathbf{u}^{(n)}(\mathbf{x}, t) = a^{(n)}(t)\phi^{(n)}(\mathbf{x})$$

Toutefois, l'obtention de ces contributions nécessite la connaissance simultanée de l'ensemble du champ instantané pour déterminer les coefficients  $a^{(n)}(t)$  (par projection du champ de vitesse sur le mode propre considéré, éq. 3.4). Or, la POD est basée sur le seul tenseur de corrélations en deux points qui peut être défini sur un grand domaine à partir d'un nombre réduit de sondes. L'obtention de mesures simultanées sur le domaine peut s'avérer délicate, voir impossible (i.e. nombre de points de mesures trop important). Cela a conduit Bonnet *et al.* [25] à introduire la technique complémentaire. Cette technique combine la LSE (§3.1.1) et la POD, deux techniques linéaires basées sur le même tenseur de corrélations. Elle permet l'accès à une information temporelle de la structuration dominante de l'écoulement, partout où le tenseur de corrélations est connu à partir d'un nombre réduit d'informations (i.e. des points de mesures simultanées).

Cette méthode comprend classiquement trois étapes. Premièrement, les vecteurs propres POD de l'écoulement  $\phi^{(n)}(\mathbf{x})$  sont déterminés à partir du tenseur de corrélation. Deuxièmement, l'ensemble du champ de vitesse  $\tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t)$  est estimé par une LSE, basée sur ce même tenseur de corrélations, à partir d'un nombre réduit de mesures simultanées du domaine. Finalement, le champ estimé est projeté sur les vecteurs propres de la première étape, donnant ainsi accès à

une estimation temporelle des coefficients de projection POD :

$$\tilde{a}^{(n)}(t) = \sum_{i=1}^{N_c} \int_{\mathcal{D}} \tilde{u}(\mathbf{x}, t) \phi^{(n)}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (3.7)$$

On notera toutefois que le recours à l'estimation du champ de vitesse complet  $\tilde{u}(\mathbf{x}, t)$  n'est pas indispensable. En effet, la seconde étape peut être éludée en définissant la matrice  $\mathbf{A}^{(n)}(\mathbf{x}')$  de projection des coefficients LSE dans la base des vecteurs propres :

$$\mathbf{A}^{(n)}(\mathbf{x}') = \int_{\mathcal{D}} \mathbf{A}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \phi^{(n)}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}$$

où  $\mathbf{A}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$  sont les coefficients d'estimation stochastique au point  $\mathbf{x}$  (i.e. domaine complet) à partir des données aux points  $\mathbf{x}'$  (i.e. domaine restreint des mesures simultanées). Les coefficients de projections estimés 3.7 sont ainsi obtenus directement à partir des mesures simultanées :

$$\tilde{a}^{(n)}(t) = \sum_{i=1}^{N_c} \int_{\mathcal{D}'} \mathbf{A}^{(n)}(\mathbf{x}') \mathbf{u}(\mathbf{x}') d\mathbf{x}'$$

où  $\mathcal{D}'$  dénote le domaine restreint des mesures simultanées. Notons que, du fait de la linéarité des opérateurs, l'estimation complète du champ de vitesses est obtenue par sommation de l'ensemble des contributions modales estimées.

**POD étendue** D'autres méthodes se proposent de combiner les approches LSE et POD. Ainsi, Maurel et Borée [137] introduisent la POD étendue (*extended POD*). Celle-ci permet l'extraction pour un signal quelconque (vitesse, pression, concentration) de sa partie corrélée avec les modes POD d'une autre grandeur connue sur le même domaine ou sur un domaine différent. Borée [28] montre le lien entre cette méthode et l'estimation stochastique. Il montre qu'elle est équivalente à l'application de Picard et Delville [163] qui estiment des contributions du champ de vitesse d'un jet en injectant les contributions modales POD de pression en champ proche dans une LSE. Ils démontrent également l'équivalence avec la méthode proposée par Taylor et Glauser [181], lesquels réalisent une estimation LSE des contributions modales POD  $\tilde{a}^{(n)}$  du champ de vitesse d'un écoulement de rampe à partir de mesures de pression pariétales.

## 3.2 Tenseur de corrélation

Les techniques précédemment exposées sont basées sur la connaissance du tenseur de corrélation en deux points. Rappelons ses définitions et propriétés dans le cadre spécifique de cette étude.

### 3.2.1 Définitions

Dans le cas de processus aléatoires stationnaires ergodiques  $\{x(t)\}$  et  $\{y(t)\}$ , l'inter-corrélation peut être définie comme la moyenne temporelle de leur produit :

$$R_{xy}(\tau) = \overline{x(t)y(t+\tau)} = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)y(t+\tau) dt$$

L'application de cette définition au champ de pression bidimensionnel  $p(x, \theta, t)$  entourant un jet conduit à la définition suivante :

$$R_{pp}(x, x', \theta, \theta', \tau) = \overline{p(x, \theta, t)p(x', \theta', t + \tau)} \quad (3.8)$$

où  $x$  désigne la position longitudinale et  $\theta$  désigne la position angulaire.

Si on postule de l'homogénéité azimutale du jet axisymétrique, seule la séparation angulaire doit être prise en compte :

$$R_{pp}(x, x', \Delta\theta, \tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \overline{p(x, \theta, t)p(x', \theta + \Delta\theta, t + \tau)} d\theta$$

La moyenne temporelle du produit étant constante quelque soit la position angulaire  $\theta$ , une seule position de référence peut être considérée :  $\theta=0$ .

$$R_{pp}(x, x', \Delta\theta, \tau) = \overline{p(x, 0, t)p(x', \Delta\theta, t + \tau)} \quad (3.9)$$

Nous serons également amenés à considérer les coefficients de corrélation spatio-temporelle :

$$r_{pp}(x, x', \Delta\theta, \tau) = \frac{R_{pp}(x, x', \Delta\theta, \tau)}{\sigma_p(x)\sigma_p(x')} \quad (3.10)$$

où  $\sigma_p^2(x)$  est la variance de la pression en  $x$  (indépendante de  $\theta$  du fait de l'homogénéité azimutale).

L'homogénéité azimutale permet de considérer la décomposition en série de Fourier de ces coefficients, représentant la contribution énergétique relative de chaque mode azimutal de la pression :

$$\widehat{r}_{pp}(x, x, m_\theta, \tau) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} r_{pp}(x, x, \Delta\theta, \tau) \cos(m_\theta \Delta\theta) d\Delta\theta \quad (3.11)$$

Le passage dans le domaine spectral permet également de définir les interspectres par transformée de Fourier des inter-corrélations suivant la variable temporelle  $\tau$  :

$$S_{pp}(x, x', \Delta\theta; \omega) = \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} R_{pp}(x, x', \Delta\theta, \tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (3.12)$$

et les fonctions de cohérence par adimensionnement de ces interspectres :

$$\gamma_{pp}(x, x', \Delta\theta; \omega) = \frac{S_{pp}(x, x', \Delta\theta; \omega)}{\sqrt{S_{pp}(x, x, \Delta\theta = 0; \omega)} \sqrt{S_{pp}(x', x', \Delta\theta = 0; \omega)}} \quad (3.13)$$

L'homogénéité azimutale permet de la même manière de représenter les inter-corrélations de la forme :

$$\Psi_{pp}(x, x'; m_\theta, \omega) = \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} \int_{-\pi}^{\pi} R_{pp}(x, x', \Delta\theta, \tau) e^{-j(m_\theta \Delta\theta + \omega\tau)} d\Delta\theta d\tau$$

ainsi que les fonctions de cohérences associées :

$$\Gamma_{pp}(x, x'; m_\theta, \omega) = \int_{-\pi}^{\pi} \gamma_{pp}(x, x', \Delta\theta, \tau) e^{-jm_\theta \Delta\theta} d\Delta\theta \quad (3.14)$$

### 3.2.2 Symétries

De par sa définition, le tenseur des inter-corrélations spatio-temporelles vérifie un certain nombre de symétries. Celles-ci peuvent être exploitées afin de simplifier la détermination de ce tenseur. Dans cette partie, ces propriétés sont détaillées ainsi que leurs équivalents dans le domaine spectral.

#### 3.2.2.a Symétrie hermitienne

Les mesures à partir desquelles sont calculées les corrélations sont des signaux réels purs. Il en est donc de même pour les corrélations :

$$R_{pp}(x, x', \Delta\theta, \tau) \in \mathbb{R}$$

Sa transformée de Fourier temporelle vérifie donc la symétrie hermitienne :

$$S_{pp}(x, x', \Delta\theta ; \omega) = S_{pp}^*(x, x', \Delta\theta ; -\omega)$$

Sa transformée de Fourier selon la direction azimutale vérifie alors :

$$\Psi_{pp}(x, x' ; m_\theta, \omega) = \Psi_{pp}^*(x, x' ; -m_\theta, -\omega)$$

#### 3.2.2.b Réciprocité

Le changement de variable  $\tau' = t - \tau$  dans le produit de corrélations 3.8 permet de montrer que celui-ci vérifie la propriété de réciprocité qui se traduit par :

$$R_{pp}(x, x', \Delta\theta, \tau) = R_{pp}(x', x, -\Delta\theta, -\tau)$$

Les interspectres vérifient alors :

$$S_{pp}(x, x', \Delta\theta ; \omega) = S_{pp}^*(x', x, -\Delta\theta ; \omega)$$

et la transformée bidimensionnelle du tenseur de corrélations vérifie :

$$\Psi_{pp}(x, x' ; m_\theta, \omega) = \Psi_{pp}^*(x', x ; m_\theta, \omega)$$

#### 3.2.2.c Homogénéité azimutale

L'homogénéité azimutale du jet se traduit par une symétrie supplémentaire du tenseur de corrélations :

$$R_{pp}(x, x', \Delta\theta, \tau) = R_{pp}(x, x', -\Delta\theta, \tau)$$

Les interspectres vérifient alors :

$$S_{pp}(x, x', \Delta\theta ; \omega) = S_{pp}(x, x', -\Delta\theta ; \omega)$$

et la transformée bidimensionnelle du tenseur de corrélations vérifie :

$$\Psi_{pp}(x, x' ; m_\theta, \omega) = \Psi_{pp}(x, x' ; -m_\theta, \omega)$$

L'ensemble de ces symétries est exploité pour réduire le calcul des tenseurs de corrélations spatio-temporelles. Toutefois, les contraintes expérimentales, telles que le nombre de microphones disponibles ou encore l'échantillonnage aléatoire des mesures de vitesse par LDV, nous ont conduit à adopter des démarches particulières pour obtenir les tenseurs de corrélations pression-pression et pression-vitesse.

### 3.3 Calculs des tenseurs de corrélations

#### 3.3.1 Corrélations Pression-pression

Du fait des contraintes expérimentales, les méthodes de calcul des corrélations spatio-temporelles, mises en œuvre dans cette étude, possèdent un caractère particulier. Bien que le nombre de capteurs de pression utilisés soit important (jusqu'à 56 microphones), il reste insuffisant pour obtenir des mesures de pression simultanées sur l'ensemble d'une surface entourant le jet. C'est pourquoi le calcul des corrélations pression-pression est fractionné et est réalisé par "morceaux" en utilisant les mesures de pression issues d'expériences distinctes. Dans cette partie, le processus expérimental est brièvement décrit puis la démarche mise en place pour le calcul des corrélations est détaillée.

##### 3.3.1.a Moyens expérimentaux

Afin de prendre en compte la contribution azimutale du champ de pression proche des jets, cette étude est menée dans l'espace bidimensionnel  $(x, \theta)$ . Les corrélations spatio-temporelles  $R_{pp}(x, x', \Delta\theta, \tau)$  ont ainsi été calculées sur une surface entourant le jet. Ce calcul nécessite la mesure simultanée des pressions sur l'ensemble de cette surface. Si l'on considère des points de mesures espacés de 10 mm dans la direction longitudinale sur une distance couvrant une fois et demi la longueur du cône potentiel, soit  $x/D \in [0 : 6]$  dans le cas du jet subsonique, pour 18 positions angulaires, ce calcul nécessite l'utilisation de plus de 550 microphones et l'utilisation d'autant de voies d'acquisition. Le coût d'une telle installation serait exorbitant (à titre indicatif, le coût d'un microphone conditionné est de l'ordre de 1500 Euros). C'est pourquoi les données nécessaires aux calculs de ces corrélations sont obtenues par l'intermédiaire d'une série de plusieurs configurations de mesures.

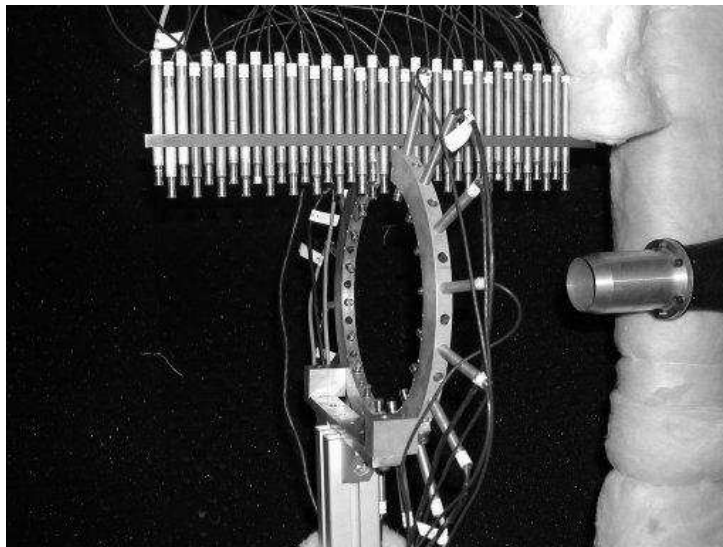


FIG. 3.1 – Dispositif expérimental d'antennes linéique et azimutale de microphones couplées pour configuration cylindrique sur jet subsonique



Ces mesures sont réalisées à l'aide de deux antennes de microphones. La première antenne, linéique, est alignée avec l'axe du jet, inclinée ou non en fonction du type de configuration réalisée (conique ou cylindrique). De position fixe, elle permet d'accéder à la répartition longitudinale des pressions dans la direction de l'écoulement. La deuxième antenne, de forme circulaire, est placée dans un plan normal à l'axe du jet et permet d'accéder à la répartition azimutale de pression en différente position longitudinale. L'utilisation conjointe de ces antennes permet l'acquisition de l'ensemble des données nécessaires à l'estimation de toutes les corrélations sur la surface décrite par la position des microphones. Une photographie de ces antennes de microphones en configuration cylindrique autour du jet subsonique est donnée en figure 3.1.

### 3.3.1.b Détails des calculs

Tous les calculs de corrélations pression-pression sont réalisés à partir d'une approche spectrale. En considérant les définitions 3.9 et 3.12, les interspectres de pression, exprimés en densité spectrale d'énergie, sont estimés par la moyenne d'ensemble du produit des transformées de Fourier temporelle des pressions réalisées sur un intervalle de temps de taille  $T$  :

$$S_{pp}(x, x', \Delta\theta ; \omega) = \frac{1}{T} \langle \widehat{p}^*(x, 0 ; \omega) \widehat{p}(x', \Delta\theta ; \omega) \rangle_T$$

où  $\widehat{(\cdot)}$  désigne la transformée de Fourier dans la direction temporelle. La variable  $T$  est la dimension des blocs sur lesquels sont réalisées les transformées de Fourier. Sa valeur est fixée à  $T=4096dt$ , où  $dt$  est l'intervalle de temps, inverse de la fréquence d'échantillonnage de l'acquisition des mesures.  $\langle \cdot \rangle$  désigne l'opérateur de moyenne d'ensemble qui est appliqué à l'ensemble des blocs de dimension  $T$  constituant les signaux.

**Prise en compte des symétries** De par la symétrie azimutale supposée du jet, la séparation azimutale  $\Delta\theta$  pourra être portée par le point de référence :

$$S_{pp}(x, x', \Delta\theta ; \omega) = \frac{1}{T} \langle \widehat{p}^*(x, \Delta\theta ; \omega) \widehat{p}(x', 0 ; \omega) \rangle_T$$

Chaque série de mesures, correspondant à une position longitudinale  $x$  de la couronne de microphones, conduit aux calculs des interspectres pour une position longitudinale de référence donnée.

Les symétries détaillées dans la section 3.2.2 sont imposées aux interspectres :

- La symétrie hermitienne est inhérente aux calculs dans le domaine spectral ;
- La réciprocité est imposée en ne considérant, pour chaque essai, que les microphones de l'antenne linéique situés en aval de la couronne de microphones ;
- La symétrie azimutale est imposée en décomposant les interspectres en série de cosinus et donc en occultant sa partie impaire, i.e. non symétrique.

En effet, cette dernière propriété se traduit par la parité des interspectres dans la direction azimutale. Ils se décomposent donc en une série de cosinus dans cette direction :

$$\Psi_{pp}(x, x' ; m_\theta, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} S_{pp}(x, x', \Delta\theta ; \omega) \cos(m_\theta \Delta\theta) d\Delta\theta$$

**Filtrage des interspectres** Le processus d'obtention fractionnée des interspectres entraîne toutefois quelques problèmes. En effet, les mesures provenant d'essais différents, le tenseur final, malgré l'imposition des diverses symétries, n'est pas forcément défini positif. Or, l'utilisation d'outils tels que l'estimation stochastique nécessite ce caractère. Cette propriété, qui se traduit par des valeurs propres strictement positives du tenseur des interspectres, doit donc



être exactement vérifiée. Une approche est alors menée pour résoudre ce problème, basée sur la POD (§3.1.2) qui est utilisée ici comme un outil de filtrage et non d'analyse. Les valeurs propres du tenseur des interspectres sont donc calculées pour chaque fréquence et chaque mode azimutal par la résolution de l'équation de Fredholm :

$$\int_{\mathcal{D}} \Psi_{pp}(x, x' ; m_\theta, \omega) \phi^{(n)}(x' ; m_\theta, \omega) dx' = \lambda^{(n)}(m_\theta, \omega) \phi^{(n)}(x ; m_\theta, \omega)$$

Certaines des  $N_{pod}$  valeurs propres obtenues peuvent alors être négatives. Le tenseur est donc reconstruit en n'utilisant que les  $N_+ \leq N_{pod}$  valeurs propres strictement positives :

$$\tilde{\Psi}_{pp}(x, x' ; m_\theta, \omega) = \sum_{n=1}^{N_+} \lambda^{(n)}(m_\theta, \omega) \phi^{*(n)}(x ; m_\theta, \omega) \phi^{(n)}(x' ; m_\theta, \omega). \quad (3.15)$$

La notation  $\tilde{(\cdot)}$  est utilisée ici pour préciser l'estimation des interspectres ainsi obtenus. Celle-ci sera omise dans les autres chapitres.

Un retour au domaine physique est réalisé afin d'obtenir le tenseur des corrélations spatio-temporelles. Le tenseur des interspectres exprimé en fonction de la séparation azimutale  $\Delta\theta$  est obtenu par sommation de la série de cosinus :

$$\tilde{S}_{pp}(x, x', \Delta\theta ; \omega) = \sum_{m_\theta=-\frac{M}{2}}^{+\frac{M}{2}} \tilde{\Psi}_{pp}(x, x' ; m_\theta, \omega) \cos(m_\theta \Delta\theta)$$

où  $M$  est le nombre de positions azimutales.

Le tenseur des corrélations spatio-temporelles  $\tilde{R}_{pp}$  est obtenu par transformée de Fourier inverse de ces derniers dans la direction temporelle, en tenant compte de la pondération induite par le calcul dans le domaine spectral (Bendat et Piersol [18]) :

$$\tilde{R}_{pp}(x, x', \Delta\theta, \tau) = \frac{T}{T - \tau} \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{F_e}{2}}^{+\frac{F_e}{2}} \tilde{S}_{pp}(x, x', \Delta\theta ; \omega) e^{j\omega\tau} d\omega$$

où  $F_e$  est la fréquence d'échantillonnage des acquisitions.

Il est à noter que l'annulation des valeurs propres négatives des interspectres (éq. 3.15) n'est pas sans conséquence sur les données. Ce traitement a pour effet d'augmenter le niveau global d'énergie. En effet, si l'on compare la variance  $\sigma_p(x)$  obtenue sans ce traitement à celui obtenu en appliquant le filtrage  $\tilde{\sigma}_p(x) = \tilde{R}_{pp}(x, x, \Delta\theta = 0, \tau = 0)$ , une variation de l'ordre de quelques pourcents est observée (fig. 3.2).

### 3.3.2 Corrélations Pression-vitesse

Au cours de cette étude, les corrélations entre le champ de pression proche du jet et son champ de vitesses ont été mesurées. Les moyens expérimentaux mis en place pour obtenir ces corrélations sont ici succinctement décrits. Les détails de la procédure de calcul sont ensuite présentés.

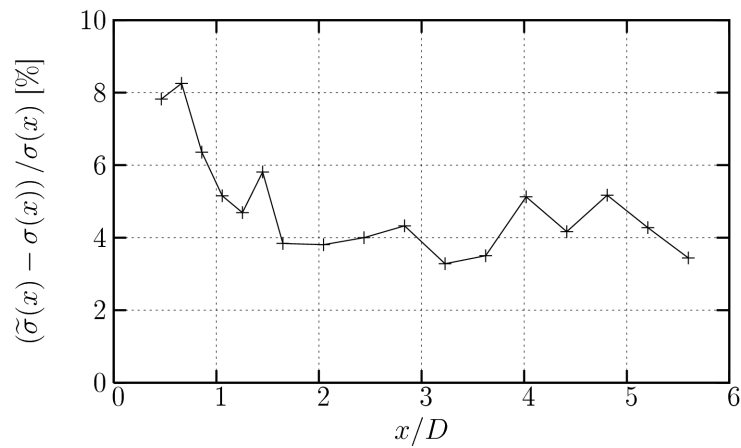


FIG. 3.2 – Répartition longitudinale de la modification de variance de pression en champ proche du jet subsonique induite par l’annulation des valeurs propres négatives des interspectres

### 3.3.2.a Moyens expérimentaux

Le calcul des corrélations spatio-temporelles de pression en champ proche du jet avec le champ de vitesse nécessite la connaissance simultanée de ces deux grandeurs. Pour se faire, les pressions sont mesurées à l’aide d’une antenne de microphones placée dans le plan de l’axe du jet. Inclivée de 9 degrés par rapport à ce dernier, de manière à suivre l’expansion du jet, elle peut être placée au plus près de la frontière du jet avec le milieu ambiant. Les mesures de vitesse sont réalisées par vélocimétrie laser à effet Doppler (LDV) deux composantes (fig. 3.3). Les composantes longitudinale et radiale de la vitesse sont mesurées simultanément en un point. Un maillage des points de mesures est alors constitué de profils de plusieurs points, dans le plan de l’axe du jet contenant l’antenne. L’ensemble de ces profils couvre l’intégralité de la zone de mélange du jet.

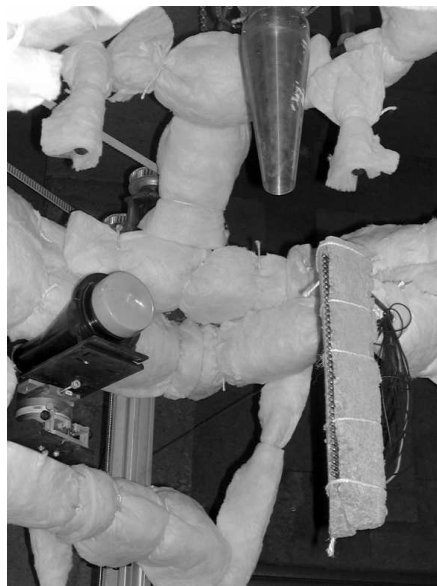


FIG. 3.3 – Dispositif expérimental d’antennes linéique et système LDV (tête de réception à gauche) sur jet supersonique

Les mesures de vitesses et de pressions étant assurées par deux systèmes d’acquisitions distincts, une synchronisation de ces moyens de mesures est nécessaire. Une voie supplémentaire

du système d'acquisition dédié aux mesures de pression est donc consacrée à l'acquisition d'un signal de synchronisation issu du système d'acquisition LDV. La procédure de détermination de cette synchronisation est détaillée en annexe A.3.

### 3.3.2.b Détails des calculs

Le principe de la LDV est de mesurer la vitesse d'une particule portée par l'écoulement. Pour se faire, l'écoulement est ensemencé et une mesure de la vitesse est obtenue lorsqu'une particule traverse le volume de mesure. L'échantillonnage temporel des mesures obtenues par ce procédé est alors aléatoire (annexe A.2). De ce fait, les méthodes classiques de calculs de corrélations, dans le domaine temporel ou spectral, ne peuvent pas être utilisées.

Une méthode mise en place par F. Ricaud [171] a donc été employée. Pour cette méthode de calcul, les corrélations spatio-temporelles sont calculées dans le domaine physique. L'information de retard est portée par les mesures de pression, régulièrement échantillonnées, et la formulation de ces corrélations peut alors prendre la forme suivante :

$$R_{up}(X_{ldv}, X_m, \tau) = \frac{1}{N_{ldv}} \sum_{t_k=1}^{N_{ldv}} u'(X_{ldv}, t_k) p'(X_m, t_k + \tau),$$

où  $X_{ldv}$  et  $X_m$  sont respectivement les points de mesures de vitesses par LDV et de mesures de pression par microphones. Cette moyenne est réalisée sur l'ensemble des  $N_{ldv}$  événements de mesures de vitesses au point  $X_{ldv}$ . Les valeurs fluctuantes sont classiquement définies par la valeur du signal à laquelle est retirée sa moyenne, soit pour la vitesse :

$$u'(X_{ldv}, t_k) = u(X_{ldv}, t_k) - U(X_{ldv}),$$

et pour la pression :

$$p'(X_m, t_k) = p(X_m, t_k) - P(X_m).$$

La valeur moyenne de la vitesse est définie par sa moyenne d'ensemble :

$$U(X_{ldv}) = \langle u(X_{ldv}, t_k) \rangle_{N_{ldv}}.$$

La valeur moyenne de la pression est définie par la moyenne des mesures de pression utilisées pour le calcul des corrélations, soit :

$$P(X_m) = \left\langle \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} p(X_m, t_k + \tau) d\tau \right\rangle_{N_{ldv}}$$

où  $[-T/2 : T/2]$  définit l'intervalle des retards  $\tau$  considérés.

Les interspectres pression-vitesse sont alors obtenus par transformation de Fourier de ces corrélations dans la direction temporelle, soit :

$$S_{up}(X_{ldv}, X_m, \omega) = \int_{-T/2}^{T/2} R_{up}(X_{ldv}, X_m, \tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$$

### 3.3.3 Conclusions

Les procédures de calculs présentées ici ont été appliquées pour le calcul des corrélations pression-vitesse et pression-pression dans le cadre de jets supersonique et subsonique.

Concernant le calcul des corrélations pression-vitesse, on notera que, du fait de la propriété d'ergodicité, la formulation employée est exacte. Elle ne fait appel à aucune technique d'estimation pour ré-échantillonner le signal LDV comme cela peut être le cas, par exemple, dans les techniques d'estimation de spectre par l'utilisation de *sampling and hold* sur ce type de mesure.

Le calcul des corrélations pression-pression s'est heurté à des difficultés liées aux contraintes expérimentales. La procédure par "morceaux" employée pour leur détermination nous a conduit à une perte d'énergie et l'obtention d'un tenseur global vérifiant bien l'ensemble des propriétés physiques mais n'étant finalement pas exactement vérifié par tous les essais ayant été combinés pour son calcul.

Cela nous a amené à considérer un traitement particulier afin de compenser les pertes d'énergie liée à l'imposition de la définition positive de ce tenseur de corrélation. Il s'agit d'une procédure de renormalisation des données faisant l'objet du paragraphe suivant.

## 3.4 La POD, un outil de normalisation

Dans le cadre de cette étude expérimentale, une approche stochastique est adoptée pour étudier le champ de pression proche. Ainsi, ses corrélations spatio-temporelles sont considérées. Cependant, l'obtention de ces dernières nécessite la mise en œuvre d'une méthodologie particulière, combinant plusieurs séries de mesures, puis imposant artificiellement certaines propriétés. De ce fait, chaque série, considérée individuellement, ne vérifie pas exactement ces statistiques globales. Cela peut s'avérer problématique. Par exemple, l'utilisation de l'une de ces séries de mesures en tant que signaux conditionneurs d'une estimation stochastique basée sur les corrélations globales peut introduire des erreurs non négligeables. Une procédure de renormalisation de ces données a donc dû être employée. Cependant, devant l'inexistence d'une technique adaptée à ce problème (i.e. imposition des statistiques croisées), une méthode spécifique basée sur la décomposition orthogonale des signaux a été développée.

### 3.4.1 Introduction

La normalisation en amplitude, telle qu'employée par exemple par Delville [53], est une procédure classique de traitement du signal. Une variance dite de référence, que l'on notera  $\sigma_P$ , est imposée au signal  $p(t)$ , de variance  $\sigma_p$ , pour obtenir le signal renormalisé que l'on notera  $\tilde{P}(t)$ . Celui-ci sera défini par la relation suivante :

$$\tilde{P}(t) = p(t) \sqrt{\sigma_P / \sigma_p}$$

L'un des inconvénients de cette technique, notamment lorsque l'on traite une série de signaux, est la non prise en compte de la covariance. En effet, si l'on considère la série de signaux  $p_i(t)$  de variances  $\sigma_{p_i}$ , à laquelle on impose les variances  $\sigma_{P_i}$  de la série de signaux de références  $P_i(t)$ , le produit croisé des signaux normalisés est :

$$\begin{aligned} R_{\tilde{P}_i \tilde{P}_j} &= \overline{\tilde{P}_i(t) \tilde{P}_j(t)} \\ &= \overline{p_i(t) p_j(t) \sqrt{\sigma_{P_i} \sigma_{P_j}} / \sqrt{\sigma_{p_i} \sigma_{p_j}}} \end{aligned}$$

Dans le cas où la covariance des signaux normalisés  $p_i$  est non nulle, celle-ci diffère du produit croisé des signaux de références  $P_i(t)$  :

$$R_{\tilde{P}_i \tilde{P}_j} \neq \overline{P_i(t) P_j(t)}$$

Le cas particulier où les deux séries  $p_i(t)$  et  $P_i(t)$  sont des séries de signaux décorrélés, est le seul cas pour lequel l'égalité est vérifiée. La nullité des produits croisés est alors conservée.

Pour imposer les corrélations en deux points à une série de signaux non décorrélés, l'idée est de se ramener à ce cas particulier par une décomposition orthogonale des signaux à normaliser.

### 3.4.2 Procédure de renormalisation par POD

Cette normalisation se décompose en trois temps. Une POD des produits croisés des signaux à normaliser est réalisée afin d'obtenir une série de coefficients instantanés orthogonaux. Une normalisation en amplitude de ces derniers est appliquée. Finalement, les signaux normalisés sont reconstruits grâce aux vecteurs propres issus de la décomposition des produits croisés des signaux de références que l'on désire imposer.

Puisque, dans cette étude, la majorité des traitements sont réalisés dans le domaine spectral, la présente procédure de normalisation est développée dans ce domaine, ses implications au domaine physique étant triviales.

La position du problème est la suivante : La série de signaux  $p(\mathbf{x}; \omega)$ , d'interspectres  $S_{pp}(\mathbf{x}, \mathbf{x}'; \omega)$ , doit être normalisée en une série de signaux  $\tilde{P}(\mathbf{x}; \omega)$  vérifiant les interspectres dits de références  $S_{PP}(\mathbf{x}, \mathbf{x}'; \omega)$ .

#### 3.4.2.a Première étape

Dans un premier temps, la série de signaux  $p(\mathbf{x}; \omega)$  est décomposée en une série de signaux orthogonaux. Pour se faire, une POD de leurs interspectres  $S_{pp}(\mathbf{x}, \mathbf{x}'; \omega)$  est réalisée afin d'en définir les modes propres complexes  $\phi^{(n)}(\mathbf{x}; \omega) \in \mathbb{C}$  et leurs valeurs propres réelles associées  $\lambda^{(n)}(\omega) \in \mathbb{R}$  par résolution de l'équation de Fredholm suivante :

$$\int_{\mathcal{D}} S_{pp}(\mathbf{x}, \mathbf{x}'; \omega) \phi^{(n)}(\mathbf{x}'; \omega) d\mathbf{x}' = \lambda^{(n)}(\omega) \phi^{(n)}(\mathbf{x}; \omega)$$

Les modes propres obtenus sont orthonormés sur le domaine  $\mathcal{D}$ , vérifiant la relation suivante :

$$\int_{\mathcal{D}} \phi^{(n)}(\mathbf{x}; \omega) \phi^{(m)*}(\mathbf{x}; \omega) d\mathbf{x} = \delta_{nm}$$

Les coefficients instantanés complexes  $a^{(n)}(\omega) \in \mathbb{C}$  sont obtenus par projection des signaux  $p(\mathbf{x}; \omega)$  sur le mode propre d'ordre  $(n)$  considéré :

$$a^{(n)}(\omega) = \int_{\mathcal{D}} p(\mathbf{x}; \omega) \phi^{(n)*}(\mathbf{x}; \omega) d\mathbf{x} \quad (3.16)$$

Ces coefficients sont orthogonaux et leurs variances, par fréquence, sont égales aux valeurs propres  $\lambda^{(n)}$  :

$$a^{(n)}(\omega) a^{(m)*}(\omega) = \lambda^{(n)}(\omega) \delta_{nm} \quad (3.17)$$

#### 3.4.2.b Deuxième étape

Ces coefficients instantanés constituent une série de signaux décorrélés auxquels une normalisation en amplitude peut être appliquée sans détériorer leur cohérence, celle-ci étant nulle. Leur variance par fréquence est connue. Elle est égale à leur valeur propre associée. Mais quelle

valeur leur imposer par renormalisation ?

Les statistiques à imposer aux signaux  $p(\mathbf{x}; \omega)$  sont les interspectres  $S_{PP}(\mathbf{x}, \mathbf{x}'; \omega)$ . Une décomposition orthogonale de ces derniers est réalisée, définissant les modes propres et valeurs propres associés de ce tenseur :

$$\int_{\mathcal{D}} S_{PP}(\mathbf{x}, \mathbf{x}'; \omega) \Phi^{(n)}(\mathbf{x}'; \omega) d\mathbf{x}' = \Lambda^{(n)}(\omega) \Phi^{(n)}(\mathbf{x}; \omega) \quad (3.18)$$

Les coefficients  $a^{(n)}(\omega)$  précédents (éq. 3.16), sont normalisés en leur imposant les valeurs propres du tenseur des interspectres à imposer aux signaux. De nouveaux coefficients  $\tilde{A}^{(m)}(\omega)$  sont ainsi définis :

$$\tilde{A}^{(m)}(\omega) = a^{(n)}(\omega) \sqrt{\Lambda^{(m)}(\omega)} / \sqrt{\lambda^{(n)}(\omega)} \quad (3.19)$$

Une estimation (notation  $\tilde{\sim}$ ) des coefficients  $A^{(m)}$  d'ordre  $(m)$ , associés aux valeurs propres  $\Lambda^{(m)}$ , est exprimée en fonction des coefficients  $a^{(n)}$  d'ordre  $(n) \neq (m)$ , associés aux valeurs propres  $\lambda^{(n)}$ .

### 3.4.2.c Troisième étape

Finalement, les signaux normalisés sont reconstruits en associant ces coefficients instantanés normalisés  $\tilde{A}^{(m)}$  aux vecteurs propres  $\Phi^{(m)}$  des interspectres de références  $S_{PP}$  par la sommation de ces contributions :

$$\tilde{P}(\mathbf{x}; \omega) = \sum_m \tilde{A}^{(m)}(\omega) \Phi^{(m)}(\mathbf{x}; \omega) \quad (3.20)$$

L'ensemble de ces opérations peut se résumer en exprimant les signaux normalisés de la manière suivante :

$$\tilde{P}(\mathbf{x}; \omega) = \sum_m \sqrt{\frac{\Lambda^{(m)}(\omega)}{\lambda^{(n)}(\omega)}} \left( \int_{\mathcal{D}} p(\mathbf{x}'; \omega) \phi^{(n)*}(\mathbf{x}'; \omega) d\mathbf{x}' \right) \Phi^{(m)}(\mathbf{x}; \omega)$$

où la valeur  $(n)$  est une fonction de l'ordre  $(m)$ .

### 3.4.2.d Remarques

La relation entre les ordres  $(n)$  et  $(m)$  des modes propres à associer reste à être définie. Celle-ci peut être, par exemple, établie sur la base de critères topologiques entre les modes propres.

Dans le cadre de la présente étude, cette procédure de normalisation est appliquée à des signaux dont les interspectres diffèrent peu des interspectres de références. La morphologie des vecteurs propres de mêmes ordres de ces deux tenseurs est donc semblable et ceux-ci sont associés deux à deux ( $m=n$ ).

Indépendamment du choix de cette relation d'association des modes, les signaux normalisés obtenus vérifient toujours les conditions imposées, à savoir les interspectres de références  $S_{PP}$ . En effet, les interspectres des signaux normalisés s'expriment :

$$S_{\tilde{P}\tilde{P}}(\mathbf{x}, \mathbf{x}'; \omega) = \left\langle \tilde{P}(\mathbf{x}; \omega) \tilde{P}^*(\mathbf{x}'; \omega) \right\rangle$$

Soit en injectant l'expression 3.20 des signaux normalisés :

$$S_{\tilde{P}\tilde{P}}(\mathbf{x}, \mathbf{x}'; \omega) = \left\langle \sum_n \tilde{A}^{(n)}(\omega) \Phi^{(n)}(\mathbf{x}; \omega) \cdot \sum_m \tilde{A}^{(m)*}(\omega) \Phi^{(m)*}(\mathbf{x}'; \omega) \right\rangle$$

Cette expression se simplifie de part l'orthogonalité des vecteurs propres  $\Phi^{(n)}$  :

$$S_{\tilde{P}\tilde{P}}(\mathbf{x}, \mathbf{x}'; \omega) = \sum_m \left\langle \tilde{A}^{(m)}(\omega) \tilde{A}^{(m)*}(\omega) \right\rangle \Phi^{(m)}(\mathbf{x}; \omega) \Phi^{(m)*}(\mathbf{x}'; \omega)$$

La définition 3.19 des coefficients instantanés  $\tilde{A}^{(m)}$  et la propriété d'orthogonalité 3.17 des coefficients  $a^{(n)}$  conduisent alors à la relation suivante :

$$S_{\tilde{P}\tilde{P}}(\mathbf{x}, \mathbf{x}'; \omega) = \sum_m \Lambda^{(m)}(\omega) \Phi^{(m)}(\mathbf{x}; \omega) \Phi^{(m)*}(\mathbf{x}'; \omega)$$

Finalement, la définition même des vecteurs propres  $\Phi^{(m)}(\mathbf{x}; \omega)$  (éq. 3.18) conduit à l'égalité suivante montrant que les interspectres des signaux renormalisés sont bien égaux aux interspectres de référence que l'on voulait imposer :

$$S_{\tilde{P}\tilde{P}}(\mathbf{x}, \mathbf{x}'; \omega) = S_{PP}(\mathbf{x}, \mathbf{x}'; \omega)$$

### 3.4.3 Matrice de transfert

Afin de simplifier la procédure de normalisation par utilisation de la POD, une matrice de transfert de normalisation peut être définie. Cette normalisation se formule alors :

$$\tilde{P}(\mathbf{x}; \omega) = H(\mathbf{x}, \mathbf{x}'; \omega) p(\mathbf{x}'; \omega)$$

où  $H(\mathbf{x}, \mathbf{x}'; \omega)$  est la matrice de transfert complexe de normalisation. Celle-ci peut être explicitée en reprenant les détails de calculs précédents.

Pour chaque fréquence  $\omega$ , les coefficients instantanés adimensionnés des signaux à normaliser s'expriment :

$$\alpha(n; \omega) = \underline{\underline{\phi}}^*(n, \mathbf{x}'; \omega) p(\mathbf{x}'; \omega)$$

où la matrice  $\underline{\underline{\phi}}$  est la matrice complexe constituée des vecteurs et valeurs propres des interspectres des signaux à normaliser :

$$\underline{\underline{\phi}}(n, \mathbf{x}'; \omega) = \phi^{(n)}(\mathbf{x}'; \omega) / \sqrt{\lambda^{(n)}(\omega)}$$

Les signaux normalisés s'expriment alors sous forme matricielle :

$$P(\mathbf{x}; \omega) = \underline{\underline{\Phi}}^T(n, \mathbf{x}; \omega) \alpha(n; \omega)$$

où  $(.)^T$  désigne l'opérateur de transposée complexe et la matrice  $\underline{\underline{\Phi}}$  est la matrice complexe constituée des vecteurs et valeurs propres des interspectres de références :

$$\underline{\underline{\Phi}}(n, \mathbf{x}; \omega) = \sqrt{\Lambda^{(n)}(\omega)} \Phi^{(n)}(\mathbf{x}; \omega)$$



La matrice de normalisation  $H$  est le produit de ces deux matrices :

$$H(\mathbf{x}, \mathbf{x}'; \omega) = \underline{\underline{\Phi}}^T(n, \mathbf{x}; \omega) \underline{\underline{\phi}}^*(n, \mathbf{x}'; \omega)$$

### 3.4.4 Conclusions

S'agissant d'une procédure de renormalisation des données, la technique présentée ici n'est pas anodine et doit être employée avec précaution.

De quelque manière que ce soit, les signaux obtenus vérifient exactement les cohérences que l'on souhaite leur imposer. Cependant, ceux-ci peuvent être totalement dénaturés, en particulier du fait de l'indétermination de la correspondance entre les différents modes propres (relation 3.19 entre  $m$  et  $n$ ).

Dans cette étude, la méthode de normalisation par décomposition a été mise en œuvre dans le cadre des champs de pression proche du jet subsonique uniquement. Cela a permis l'application d'estimations stochastiques du champ de pression proche.

## 3.5 Estimation stochastique spectrale

L'estimation stochastique linéaire est utilisée en vue d'estimer un certain nombre de signaux temporels à une position  $\mathbf{x}$  donnée à partir de l'état instantané de  $N$  paramètres de position  $\mathbf{y}$  (§3.1.1) :

$$\tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) = \sum_{i=1}^N \mathbf{A}_{\mathbf{x}}(\mathbf{y}_i) \mathbf{p}(\mathbf{y}_i, t)$$

Une amélioration de cette estimation est proposée ici. Elle permet d'introduire l'influence des retards temporels et donc de prendre en compte l'histoire des paramètres conditionneurs.

### 3.5.1 Introduction

Dans l'exemple concret d'une distribution de capteurs suivant une "direction" de convection, il peut exister des niveaux de corrélation très faibles à retard nul entre des positions longitudinales différentes. En revanche, ces niveaux peuvent être très élevés pour un retard lié à la vitesse de convection et à la distance séparant les points de mesure. Sur ce type de données, l'utilisation de la LSE classique, estimant un signal en utilisant l'information des signaux conditionneurs au même instant, se révèle donc non optimale.

Afin d'optimiser ces estimations, il s'avère nécessaire de prendre en compte les informations des signaux conditionneurs à des temps décalés par rapport au temps d'estimation pour se placer dans une situation de corrélation maximale.

La distribution linéique de microphones le long du jet est un cas où cela s'avère nécessaire.

### 3.5.2 Estimation stochastique linéaire à temps décalés

Il est possible d'introduire la notion de décalage temporel dans la LSE comme par exemple, Guezennec [87] a pu le faire (§3.1.1.c). Cependant, en introduisant ce décalage sur les signaux conditionneurs plutôt que sur le signal estimé, il est possible de considérer un, voire plusieurs, retards temporels  $\tau_j$  différents pour chaque signal conditionneur. Ainsi, l'expression du signal estimé devient :

$$\tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) = \sum_{i,m} \mathbf{A}_{\mathbf{x}}(\mathbf{y}_i, \tau_m) \mathbf{p}(\mathbf{y}_i, t + \tau_m) \quad (3.21)$$

Les coefficients  $\mathbf{A}_x$  d'estimation au point  $\mathbf{x}$  sont alors fonction de deux paramètres que sont la de position du signal conditionneur  $\mathbf{y}_i$  ainsi que l'ensemble de ses retards considérés  $\tau_m$ .

Le système linéaire à résoudre fait alors intervenir les corrélations spatio-temporelles :

$$\langle \tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) \mathbf{p}(\mathbf{y}_j, t + \tau_n) \rangle = \sum_{i,m} \mathbf{A}_x(\mathbf{y}_i, \tau_m) \langle \mathbf{p}(\mathbf{y}_i, t + \tau_m) \mathbf{p}(\mathbf{y}_j, t + \tau_n) \rangle$$

soit :

$$R_{\mathbf{u}\mathbf{p}}(\mathbf{x}, \mathbf{y}_j, \tau_n) = \sum_{i,m} \mathbf{A}_x(\mathbf{y}_i, \tau_m) R_{\mathbf{p}\mathbf{p}}(\mathbf{y}_i, \mathbf{y}_j, \tau_n - \tau_m)$$

### 3.5.3 Estimation stochastique linéaire spectrale

Lorsque les relations entre les signaux conditionneurs et le signal estimé sont compliquées, le choix d'un ou plusieurs retards optimaux peut s'avérer délicat. De plus, l'utilisation de retards "discrets" peut introduire un phénomène de "convection" artificiel.

S'appuyant sur une formulation de la LSE à temps décalé, il peut alors s'avérer intéressant de passer d'une sommation discrète à une sommation continue, intégrant ainsi l'ensemble des retards possibles.

#### 3.5.3.a Formalisme

Le passage d'une sommation discrète sur quelques retards 3.21, à une sommation continue couvrant l'ensemble des retards possibles conduit à la formulation suivante de l'estimation stochastique :

$$\tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) = \sum_i \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{A}_x(\mathbf{y}_i, \tau) \mathbf{p}(\mathbf{y}_i, t - \tau) d\tau \quad (3.22)$$

De la sorte, l'ensemble des retards est considéré et si un ou des retards optimaux sont présents, ils seront "sélectionnés" automatiquement de par leur niveau de cohérence plus élevé. Un passage dans le domaine de Fourier permet de transformer cette relation en un simple produit :

$$\widehat{\tilde{\mathbf{u}}}(\mathbf{x}; \omega) = \sum_i \widehat{\mathbf{A}}_x^*(\mathbf{y}_i; \omega) \widehat{\mathbf{p}}(\mathbf{y}_i; \omega)$$

Comme pour l'estimation stochastique temporelle classique, la résolution du système passe par la minimisation d'une erreur quadratique moyenne. Cette minimisation est ici réalisée indépendamment pour chaque fréquence :

$$\begin{aligned} \widehat{e}(\mathbf{x}; \omega) &= \left\langle \left| \widehat{\tilde{\mathbf{u}}}(\mathbf{x}; \omega) - \widehat{\mathbf{u}}(\mathbf{x}; \omega) \right|^2 \right\rangle \\ &= \left\langle \left[ \widehat{\tilde{\mathbf{u}}}(\mathbf{x}; \omega) - \widehat{\mathbf{u}}(\mathbf{x}; \omega) \right] \left[ \widehat{\tilde{\mathbf{u}}}(\mathbf{x}; \omega) - \widehat{\mathbf{u}}(\mathbf{x}; \omega) \right]^* \right\rangle \end{aligned}$$

L'expression de l'estimation  $\widehat{\tilde{\mathbf{u}}}(\mathbf{x}; \omega)$  est injectée dans cette relation, laquelle est dérivée par rapport aux coefficients  $\widehat{\mathbf{A}}_x^*(\mathbf{y}_i; \omega)$ . Imposer l'annulation de ces dérivées, pour minimiser l'erreur quadratique, conduit au système linéaire suivant :

$$\left\langle \left[ \sum_i \widehat{\mathbf{A}}_x^*(\mathbf{y}_i; \omega) \widehat{\mathbf{p}}(\mathbf{y}_i; \omega) - \widehat{\mathbf{u}}(\mathbf{x}; \omega) \right] \widehat{\mathbf{p}}^*(\mathbf{y}_j; \omega) \right\rangle = 0, \forall j$$

Soit en permutant la sommation  $\sum$  et l'opérateur de moyenne  $\langle \cdot \rangle$  :

$$\langle \widehat{\mathbf{u}}(\mathbf{x}; \omega) \widehat{\mathbf{p}}^*(\mathbf{y}_j; \omega) \rangle = \sum_i \widehat{\mathbf{A}}_{\mathbf{x}}^*(\mathbf{y}_i; \omega) \langle \widehat{\mathbf{p}}(\mathbf{y}_i; \omega) \widehat{\mathbf{p}}^*(\mathbf{y}_j; \omega) \rangle, \forall j$$

Soit encore en terme d'interspectres :

$$S_{\mathbf{u}\mathbf{p}}(\mathbf{x}, \mathbf{y}_j; \omega) = \sum_i \widehat{\mathbf{A}}_{\mathbf{x}}(\mathbf{y}_i; \omega) S_{\mathbf{p}\mathbf{p}}(\mathbf{y}_i, \mathbf{y}_j; \omega) \quad (3.23)$$

Un système linéaire, semblable à celui d'une LSE temporelle classique, est alors obtenu. Sa résolution est réalisée fréquence par fréquence et permet ainsi d'obtenir les coefficients  $\widehat{\mathbf{A}}_{\mathbf{x}}(\mathbf{y}_i; \omega)$ .

Pondérant la transformée de Fourier instantanée des signaux conditionneurs, ces coefficients permettent l'estimation de la transformée de Fourier instantanée du signal  $\widehat{\mathbf{u}}(\mathbf{x}; \omega)$  par la relation 3.22. Une transformée de Fourier inverse du signal estimé est utilisée pour revenir au domaine physique :

$$\widetilde{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-F_e/2}^{+F_e/2} \widehat{\mathbf{u}}(\mathbf{x}; \omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (3.24)$$

### 3.5.3.b Propriétés

Comme pour la LSE temporelle classique, les statistiques spectrales en deux points des signaux estimés peuvent être directement calculées à partir des interspectres des signaux de références et des coefficients LSE. En effet :

$$S_{\widetilde{\mathbf{u}}\widetilde{\mathbf{u}}}(\mathbf{x}, \mathbf{x}'; \omega) = \langle \widehat{\mathbf{u}}^*(\mathbf{x}; \omega) \widehat{\mathbf{u}}(\mathbf{x}'; \omega) \rangle$$

Soit, en injectant l'expression des signaux estimés 3.22 :

$$S_{\widetilde{\mathbf{u}}\widetilde{\mathbf{u}}}(\mathbf{x}, \mathbf{x}'; \omega) = \sum_{i,j} \widehat{\mathbf{A}}_{\mathbf{x}}(\mathbf{y}_i; \omega) \widehat{\mathbf{A}}_{\mathbf{x}'}^*(\mathbf{y}_j; \omega) \langle \widehat{\mathbf{p}}^*(\mathbf{y}_i; \omega) \widehat{\mathbf{p}}(\mathbf{y}_j; \omega) \rangle \quad (3.25)$$

$$= \sum_{i,j} \widehat{\mathbf{A}}_{\mathbf{x}}(\mathbf{y}_i; \omega) \widehat{\mathbf{A}}_{\mathbf{x}'}^*(\mathbf{y}_j; \omega) S_{\mathbf{p}\mathbf{p}}(\mathbf{y}_i, \mathbf{y}_j; \omega) \quad (3.26)$$

Le spectre d'un signal estimé est alors :

$$S_{\widetilde{\mathbf{u}}}(\mathbf{x}; \omega) = \sum_{i,j} \widehat{\mathbf{A}}_{\mathbf{x}}(\mathbf{y}_i; \omega) \widehat{\mathbf{A}}_{\mathbf{x}}^*(\mathbf{y}_j; \omega) S_{\mathbf{p}\mathbf{p}}(\mathbf{y}_i, \mathbf{y}_j; \omega)$$

Le tenseur de corrélations en deux points peut également être calculé par la transformée de Fourier inverse de l'interspectre estimé 3.25 :

$$\begin{aligned} R_{\widetilde{\mathbf{u}}\widetilde{\mathbf{u}}}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \tau) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_{\widetilde{\mathbf{u}}\widetilde{\mathbf{u}}}(\mathbf{x}, \mathbf{x}'; \omega) d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{i,j} \widehat{\mathbf{A}}_{\mathbf{x}}(\mathbf{y}_i; \omega) \widehat{\mathbf{A}}_{\mathbf{x}'}^*(\mathbf{y}_j; \omega) S_{\mathbf{p}\mathbf{p}}(\mathbf{y}_i, \mathbf{y}_j; \omega) d\omega \end{aligned}$$

### 3.5.4 Conclusions

De par sa formulation, l'estimation stochastique spectrale est équivalente à l'application d'une estimation classique mais réalisée pour chaque fréquence. A ce titre, elle vérifie les mêmes propriétés que cette dernière.

Cette technique est utilisée dans cette étude pour l'estimation de la pression sur une surface entourant le jet. Un exemple de comparaison de fluctuation de pression mesurée proche du jet subsonique et de son estimation est donnée en figure 3.4(a). Ces signaux sont semblables. La répartition spectrale d'énergie représentée sur la figure 3.4(b) est parfaitement estimée jusqu'à une certaine fréquence de coupure  $f_c$  liée à la géométrie de la distribution des signaux conditionneurs (voir en p.284 pour plus de détails).

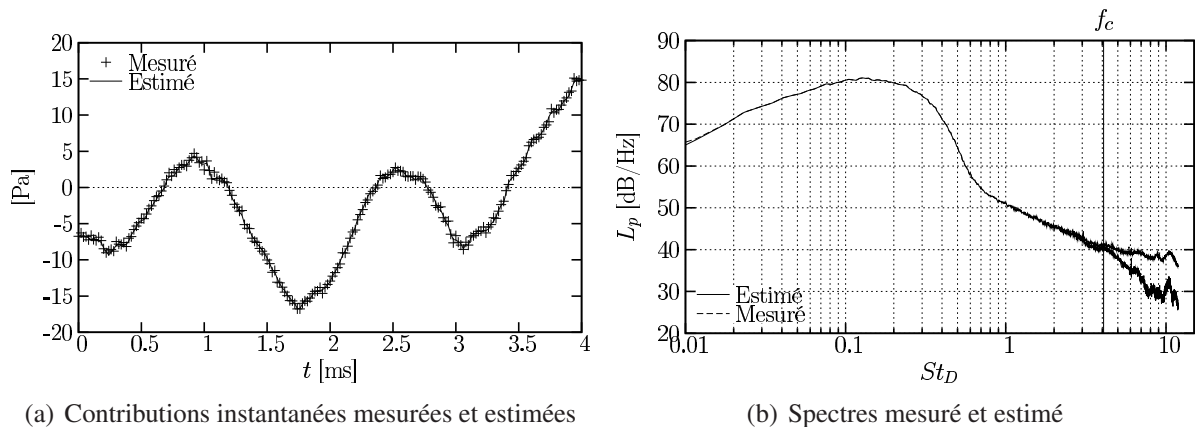


FIG. 3.4 – Pressions mesurées et estimées en  $x/D=4,0$  et  $r/D=1,8$ , jet subsonique

S'appuyant sur la formulation présentée ici, cette méthode peut aisément être étendue à des estimations d'ordre supérieur. Ainsi, son application sous forme quadratique (QSE) pourrait être envisagée dans des configurations pour lesquelles une estimation à l'ordre deux est conseillée.

Il est à noter que l'emploi de l'estimation stochastique dans le domaine spectral a déjà été réalisé par Ewing et Citriniti [62]. Toutefois, ces auteurs n'en détaillent pas la formulation et en particulier, le lien avec la notion de retards de corrélation n'est pas abordé. Or, cette notion est particulièrement importante. Elle montre l'intérêt de cette technique et son caractère optimum dans le cadre d'écoulement présentant un phénomène physique mobile tel que, par exemple, la convection des structures cohérentes au sein d'un écoulement cisailé.

Le formulation proposée ici pourra être retrouvée dans Coiffet *et al.* [43] ainsi que dans Tinney *et al.* [184, 182].

## 3.6 Synthèse

Dans cette étude, l'approche adoptée pour l'analyse du champ de pression proche des jets passe par une analyse statistique. Les niveaux d'énergie effectivement rencontrés dans cette zone ainsi que les niveaux de cohérence sont alors implicitement pris en compte. Une attention particulière est donc portée à la définition et à l'obtention expérimentale des tenseurs de corrélation en deux points dans le domaine physique ainsi que dans le domaine spectral. La prise en compte de la composante azimutale de ce champ de pression place cette étude dans une configuration bidimensionnelle  $(x, \theta)$ , rendant délicate la détermination expérimentale de

ces grandeurs. Ainsi, nombre de symétries sont considérées afin d'en simplifier l'obtention.

Toutefois, le recours à la combinaison de plusieurs séries de mesures reste inévitable pour l'obtention pratique de tels tenseurs. Dans ce contexte, les aléas expérimentaux peuvent conduire à un certain nombre d'erreurs et en particulier à l'obtention de tenseurs mal conditionnés. Bien que ce problème puisse être résolu aisément par l'annulation des valeurs propres négatives du tenseurs, l'exploitation des mesures dans le cadre d'une analyse stochastique reste problématique, celle-ci ne vérifiant plus le tenseur corrigé. Une méthode de renormalisation des signaux a donc été développée afin de pallier ce problème. Celle-ci permet l'imposition des variances et covariances sur une série de signaux non décorrélés et son application peut être envisagée dans de nombreux cas dépassant le contexte de la présente étude.

Finalement, l'estimation stochastique sera utilisée sous sa forme linéaire. Or, l'application de cette technique sous sa formulation classique s'avère non optimale dans le cadre de nos analyses portant sur des grandeurs présentant un caractère convectif et/ou propagatif. En effet, cette formulation ne prend pas en compte les corrélations de retards non nuls qui sont, dans ce cas, prédominantes. Une extension au domaine spectral a donc été développée afin de combler cette lacune. Les résultats de l'application de cette formulation pour l'estimation du champ de pression, à partir de seulement quelques points de mesures, sur une surface entourant complètement le jet sont présentées dans les chapitres suivants. Le gain apporté par cette formulation est alors considérable.



## **Chapitre 4**

### **Le champ proche : Une zone d'interactions**





# Chapitre 4

## Le champ proche : Une zone d'interactions

Le champ de pression proche des jets est constitué de deux composantes. La première, compressible, qui se propage à la célérité du son, est la partie acoustique. C'est le bruit produit par le jet. La seconde, irrotationnelle, est une fluctuation hydrodynamique. Elle est engendrée par les transferts de masse entre le milieu ambiant et la couche de mélange turbulente du jet. Les interactions qui peuvent exister entre ces contributions sont méconnues et font l'objet de ce chapitre.

Un phénomène particulier a été observé dans les fonctions de cohérence des pressions mesurées dans le champ proche d'un jet subsonique  $M_j=0,3$ . L'interprétation de ce phénomène, non retrouvé dans la littérature, a conduit au développement d'un modèle d'interactions entre ces contributions. Après une analyse des mesures réalisées, ce modèle est présenté et confronté aux résultats expérimentaux.

### 4.1 Observations expérimentales

La configuration expérimentale dans laquelle les mesures de pression proche du jet subsonique ont été réalisées est sommairement présentée.

Une confrontation des spectres obtenus, avec les propositions formulées par Arndt et *al.* [9], permet une discussion sur la répartition spectrale d'énergie, parallèlement à une discussion sur l'évolution spatiale de cette répartition.

Enfin, les fonctions de cohérence obtenues expérimentalement sont décrites. En effet, le modèle d'interaction proposé dans ce chapitre repose sur l'interprétation de ces fonctions.

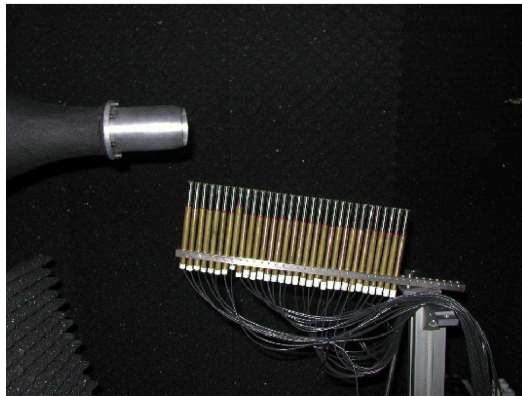
#### 4.1.1 Configuration expérimentale

Afin d'étudier les interactions possibles entre les deux composantes de la pression, une série de mesures a été réalisée par F. Ricaud [171] dans le champ proche d'un jet subsonique  $M_j=0,3$  (cf. Annexe B).

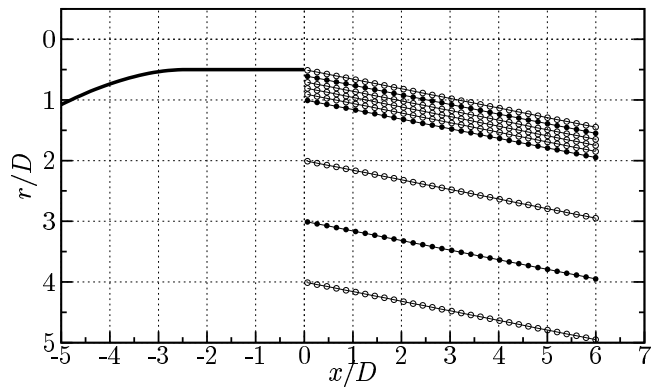
Une antenne constituée de 31 microphones 1/4 de pouce, espacés de 10 mm, a été placée dans le champ proche du jet. L'antenne est alignée avec l'axe du jet et sa position radiale est repérée par la position  $r_1/D$  du premier microphone qui se situe dans le plan de la section d'éjection. Elle est inclinée de  $9^\circ$  par rapport à l'axe du jet de manière à suivre l'expansion de l'écoulement. Les microphones se répartissent entre les positions  $x/D=0$  et  $x/D=5,92$ , couvrant ainsi une fois et demi la longueur du cône potentiel, qui a été trouvée être de longueur  $L_c=4,2D$ .

Les mesures ont été réalisées pour 9 positions radiales de l'antenne, représentées sur le schéma 4.1(b), comprenant 6 positions allant de  $r_1/D=0,5$  à  $r_1/D=1$  par pas de  $0,1D$  puis 3 positions allant de  $r_1/D=2$  à  $r_1/D=4$  par pas de  $1D$ . La photographie 4.1(a) représente cette

antenne en configuration de mesures. Pour chaque position, une acquisition synchrone des 31 mesures microphoniques est effectuée à une fréquence d'échantillonnage de 50 kHz pendant 50 secondes.



(a) Montage



(b) Points de mesure

FIG. 4.1 – Dispositif expérimental, antenne inclinée champ proche, jet subsonique (Ricaud [171])

#### 4.1.2 Spectres de pression

Ces données ayant déjà fait l'objet d'une précédente étude [171], nous ne reprendrons pas ici l'ensemble des résultats mais porterons notre attention sur une analyse des mesures dans le domaine spectral. On se place ici dans le contexte des analyses d'Arndt *et al.* [9] portant sur la séparation entre les contributions hydrodynamique et acoustique (§2.4.2).

Pour illustrer cette analyse, on s'appuie sur les spectres de pression représentés sous forme adimensionnée, pour chaque microphone de l'antenne aux positions radiales  $r_1/D=1$  et  $r_1/D=3$  sur les figures 4.2(a) et 4.2(b) respectivement. Ces spectres sont tracés en fonction de la variable  $kr$  où  $k=\omega/c_0$  est le nombre d'onde et où  $r=r-0,5D$  est la position radiale réduite (i.e. la distance du microphone au centre de la couche de mélange du jet). Dans ces spectres, un changement de pente caractéristique du champ proche apparaît pour une valeur de  $kr$  voisine de 2. Arndt *et al.* [9] proposent cette valeur comme point de démarcation entre les basses et les hautes fréquences, respectivement dominées par des fluctuations de nature hydrodynamique et des fluctuations de nature acoustique. Ces deux contributions, dont la répartition spectrale d'énergie diffère, sont donc en ce point de niveau équivalent. Dans leur étude, ils proposent des lois d'évolution du spectre de pression en champ proche décrivant une pente en  $(kr)^{-6,66}$  pour la zone inertielle et  $(kr)^{-2}$  pour la partie acoustique. Ces pentes sont reportées sur les figures 4.2(a) et 4.2(b).

Les résultats obtenus dans notre configuration de jet respectent globalement ces lois mais présentent quelques différences. En effet, on constate que pour la zone inertielle, l'évolution fréquentielle des spectres ne vérifie pas exactement la pente en  $(kr)^{-6,66}$ . Cette valeur a été obtenue par Arndt *et al.* [9] en considérant l'analyse du champ de pression proche, solution de l'équation de Bernoulli instationnaire, en considérant  $kr \ll 1$  dans la zone inertielle du spectre de pression en champ proche. Or, cette zone se situe à des valeurs de  $kr$  comprises entre 0,8 et 2 et ce critère n'est donc pas vérifié. Les simplifications opérées pour l'obtention de cette évolution spectrale ne peuvent donc plus ici être considérées comme valables.

En ce qui concerne la zone du spectre dite acoustique, pour  $kr > 2$ , la pente en  $(kr)^{-2}$  est retrouvée mais seulement pour les microphones les plus en aval de l'antenne. En effet, les mi-

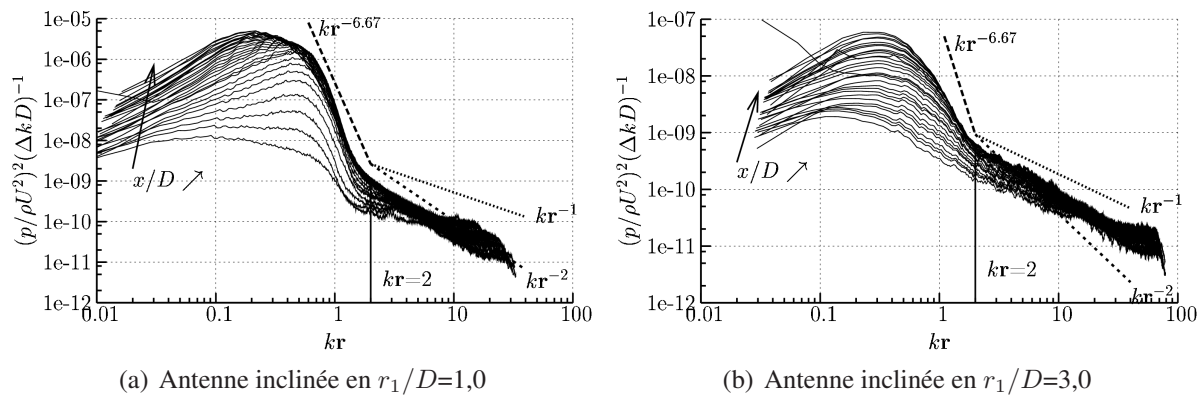


FIG. 4.2 – Spectres de pression adimensionnés en champ proche du jet subsonique

crophones près de la sortie du jet présentent une pente en  $(kr)^{-1}$ , également tracée sur la figure. Cette variation de la pente en fonction de la position longitudinale considérée peut s'expliquer par la différence de caractéristiques du champ acoustique. En effet, le nombre de Strouhal dans la couche de mélange d'un jet décroît avec l'augmentation de la position longitudinale. Il en résulte une fréquence du maximum d'énergie du spectre acoustique de plus en plus basse (O'Hara [151]). Si l'on considère les spectres de pression en deux positions longitudinales différentes, une même plage de fréquences correspond donc à une partie plus ou moins éloignée de la fréquence du maximum de ce spectre large bande, présentant alors des pentes différentes.

L'influence de l'éloignement radial de l'antenne par rapport au jet, illustré par la figure 4.2(b), conduit à deux constats :

- Les spectres présentent une pente similaire pour les fréquences telles que  $kr > 2$  sur l'ensemble des microphones. Effectivement, l'antenne étant plus éloignée, les mesures n'ont plus un effet aussi localisé et sont dominées, quelque soit leur position longitudinale, par les fluctuations générées en fin de cône potentiel où les niveaux de turbulence sont les plus élevés. La distance radiale  $r$  augmentant, la fréquence telle que  $kr=2$  est plus basse. A titre indicatif, cette fréquence est de l'ordre de 800 Hz ( $St_D=0,4$ ) en  $r/D=3,0$ . Elle se rapproche donc de la fréquence de pic des fluctuations de vitesse obtenue en fin de cône potentiel qui est de l'ordre de 600 Hz ( $St_D=0,3$ ), Ricaud [171] ;
- La pente de la zone inertielle ne vérifie pas la loi en  $(kr)^{-6,66}$ , la décroissance spectrale d'énergie étant ici moins forte.

Pour terminer cette confrontation des spectres de pression obtenus pour notre configuration de jet subsonique avec les propositions formulées par Arndt *et al.* [9], le point de changement d'évolution des spectres, marquant la séparation entre les basses et hautes fréquences de comportement différent, est bien observé ici aussi pour des valeurs de  $kr$  voisines de 2. Une valeur plus précise reste toutefois difficile à déterminer du fait de la méconnaissance des phénomènes se produisant dans le champ proche des jets. Néanmoins, il est possible d'affirmer que cette valeur, pour laquelle les contributions hydrodynamiques et acoustiques sont de même niveau d'énergie, est bien comprise entre  $kr=1$  et  $kr=2$ .

### 4.1.3 Fonctions de cohérence

Afin d'étudier les possibles interactions entre les composantes hydrodynamique et acoustique de la pression en champ proche, nous nous intéressons aux fonctions de cohérence  $\gamma_{pp}$  (éq. 3.13). Les interspectres sont donc calculés et adimensionnés pour chaque position radiale de l'antenne.

Les fonctions de cohérence pour les configurations d'antenne en position radiale  $r_1/D=0,6$ ,

1,0 et 3,0, repérées par des cercles pleins sur la figure 4.1(b), sont reportées respectivement sur les colonnes *a*, *b* et *c* de la figure 4.3. Chaque ligne, de 1 à 6, correspond à un microphone de référence différent dont la position longitudinale  $x'$  est représentée par la ligne droite verticale correspondant à un niveau de cohérence de 1. Les iso-contours de cohérence sont tracés par incrément de 0,2 dans le plan spatio-fréquentiel. La position longitudinale est repérée par la variable adimensionnée  $x/D$  et la variable représentant les fréquences est ici le nombre d'onde  $k$  adimensionné par la racine carré du produit de la position radiale réduite  $r'$  du microphone de référence par celle du microphone considéré  $r$  :  $k\sqrt{rr'}$ . L'antenne étant inclinée, les microphones ne sont pas tous à la même position radiale. Cette normalisation prend alors en compte la position radiale de chacun d'eux.

Cette figure permet alors d'avoir une vue d'ensemble de l'évolution radiale du comportement spatio-fréquentiel des fonctions de cohérence par rapport à différentes positions longitudinales de référence. Globalement, comme pour les spectres de pression, une démarcation est observable entre les zones de basses et de hautes fréquences au voisinage de la valeur  $k\sqrt{rr'}=2$ . Dominées respectivement par des contributions hydrodynamique et acoustique, ces zones présentent un comportement différent.

En effet, la première zone présente de forts niveaux de cohérence sur une grande étendue spatiale. Cela signifie qu'une perturbation en une position axiale du jet, dans la gamme de fréquences concernées, aura une influence sur l'ensemble de l'étendue du jet. La fréquence maximale délimitant cette zone va en diminuant avec l'éloignement radial. Ainsi, pour une antenne en position  $r_1/D=0,6$  (col. *a*), cette zone s'étend jusqu'à des fréquences de l'ordre de 4 kHz ( $St_D=2,0$ ), largement supérieures à la fréquence de pic du jet. Pour une antenne en position  $r_1/D=3$  (col. *c*), ces fréquences sont alors de l'ordre de 800 Hz ( $St_D=0,4$ ) pour lequel le niveau d'énergie acoustique est maximal.

Contrairement à cette première zone, la partie "hautes fréquences" de ces cohérences, telle que  $k\sqrt{rr'}>2$ , est dominée par des perturbations de nature acoustique. Pour les positions radiales très proches de la frontière du jet, les mécanismes générant les perturbations acoustiques dans cette gamme de fréquences sont vus comme une distribution longitudinale de sources non-corrélées. En effet, l'étendue spatiale des zones de fortes cohérences est ici de l'ordre de  $D/2$  pour la configuration d'antenne en position  $r_1/D=0,6$  (col. *a*). L'étendue spatiale de la cohérence augmente avec l'éloignement du jet (col. *b* et *c*). On peut avancer deux arguments pour expliquer ce comportement :

- Premièrement, la fréquence correspondant au critère  $k\sqrt{rr'}=2$  diminue avec l'augmentation des positions radiales  $r$ , se rapprochant ainsi de la zone contenant l'énergie du spectre. Elle correspond alors aux fréquences des structures grandes échelles de la couche de mélange du jet qui sont fortement corrélées sur un large domaine ;
- De plus, avec cette augmentation de la position radiale, et donc de la distance au jet, la zone source n'est alors plus perçue comme une distribution longitudinale de sources non-corrélées mais comme une seule source s'étendant sur l'ensemble du domaine, dominée par les perturbations situées à la fin et en aval du cône potentiel.

Un phénomène particulier est observable en amont et en aval du microphone de référence. Il s'agit de pertes de cohérence fortement marquées et localisées dans le domaine spatio-fréquentiel. Quelque soit la position longitudinale  $x'/D$  de ce point, il se manifeste à une valeur constante de  $k\sqrt{rr'}=1,3$  tracée en pointillés sur la figure 4.3. Très prononcé pour la configuration d'antenne  $r_1/D=1,0$  (col. *b*), ce phénomène apparaît également pour les configurations d'antenne plus proche (col. *a*) et plus éloigné (col. *c*) du jet mais de manière moins importante. Pour une position plus éloignée ( $r_1/D=4$ ), non représentée ici, il disparaît alors complètement.

D'une manière surprenante, ces importantes pertes de cohérence ne sont pas retrouvées dans la littérature. La suite de ce chapitre est une tentative d'explication de ce phénomène.

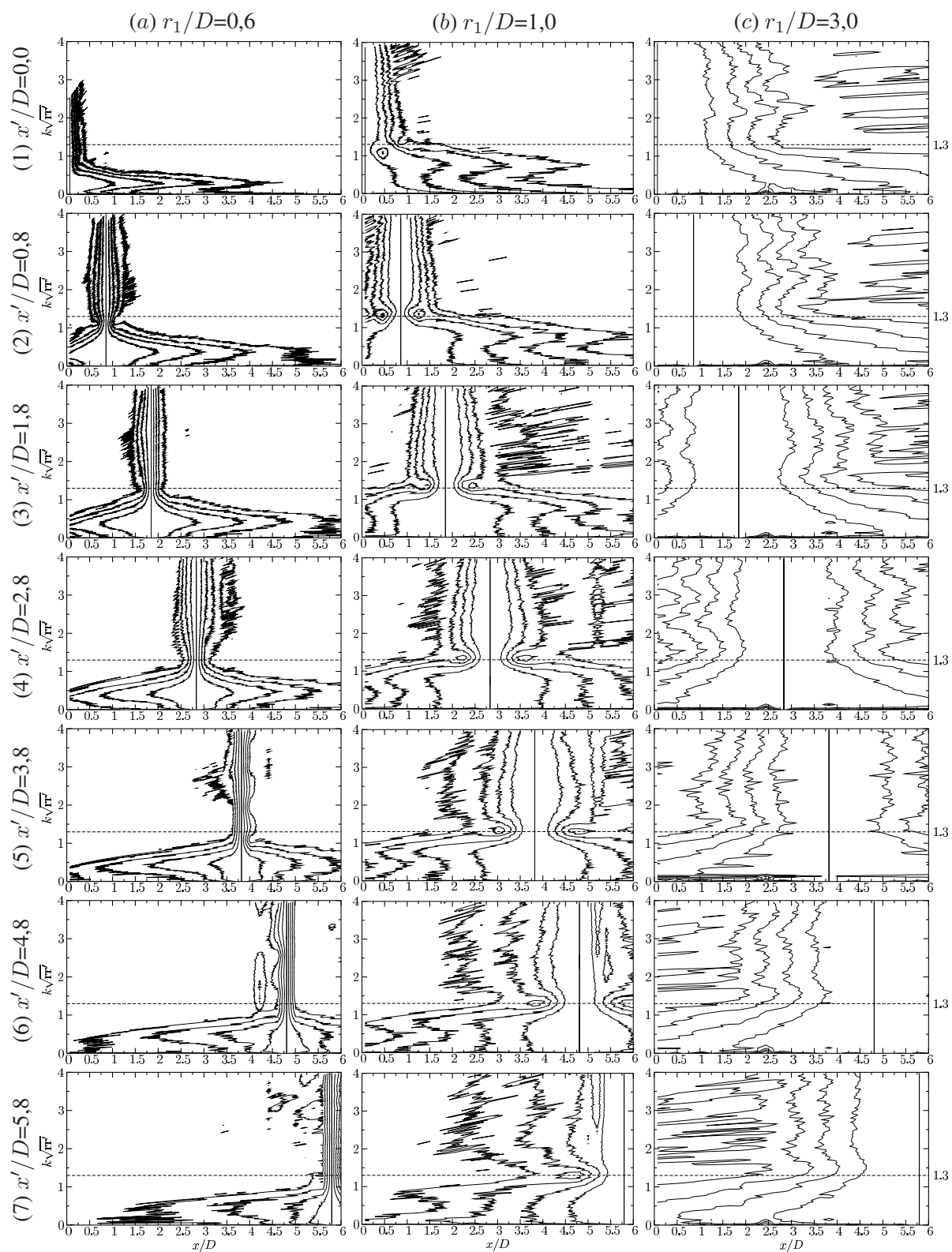


FIG. 4.3 – Fonctions de cohérence pour les configurations d'antenne en  $r_1/D=0,6, 1,0$  et  $3,0$  (Col. *a, b* et *c*), pour plusieurs points de références (fig. 1 à 7).



## 4.2 Modèle d'interactions

Une explication aux pertes de cohérence observées sur les fonctions de cohérence de pression en champ proche du jet subsonique peut être l'annulation mutuelle des contributions hydrodynamique et acoustique de ce champ en ces points particuliers du domaine spatio-fréquentiel. Pour qu'une telle interaction soit possible, ces contributions doivent vérifier deux conditions en ces points :

- elles doivent être en opposition de phase (déphasées de  $\pi$ ) ;
- et également être de même niveau d'énergie.

Afin de vérifier la première de ces conditions, un modèle a été développé pour définir la phase de chaque contribution. De plus, l'évolution du niveau de ces contributions est fonction de la position radiale et de la fréquence considérée. La vérification de la seconde condition passe par la détermination d'une valeur du paramètre  $kr$  pour laquelle ce critère est valable.

### 4.2.1 Hypothèses

Afin d'exprimer la phase de chaque contribution de pression, quelques hypothèses doivent être posées :

- Les sources de fluctuations de pression (hydrodynamique et acoustique) sont supposées être situées sur l'axe de la couche de mélange, engendrées par des événements se déplaçant à la vitesse de convection du jet ( $U_c=0,6U_j$ , valeur généralement admise) ;
- Les perturbations enregistrées par un microphone sont directement associées au point situé en face de celui-ci, à la même position longitudinale  $x/D$  (cf. §2.4.4, corrélations vitesse-pression champ proche en similitude de Ricaud) ;
- Les perturbations acoustiques se propagent à la célérité du son ;
- Le transport des perturbations hydrodynamiques est instantané dans le champ proche ;
- Les fluctuations hydrodynamiques et acoustiques sont en quadrature, déphasées de  $\pi/2$  (cf. Arndt au §2.4.2).

La définition de la valeur du paramètre  $kr$  telle que les contributions hydrodynamique et acoustique soient de même niveau pose un problème important. En effet, Arndt *et al.* [9] définissent cette valeur à  $kr=2$  par simple observation des spectres de pression mesurés en champ proche (cf. §2.4.2). Or, il semble difficile de définir une valeur précise de cette manière. Il apparaît toutefois que celle-ci est comprise entre  $kr=1$  et  $kr=2$  (cf. §4.1.2).

Cette valeur est ici choisie dans cet intervalle à  $k\sqrt{rr'}=1,3$ . En effet, cette valeur est celle à laquelle apparaissent les pertes de cohérence marquant la séparation fréquentielle entre les zones hydrodynamique et acoustique sur les fonctions de cohérence. La vérification de l'opposition des phases hydrodynamique et acoustique permettra alors de confirmer l'hypothèse d'une interaction entre ces contributions et, de ce fait, de confirmer l'égalité de leur niveau pour cette valeur de  $k\sqrt{rr'}=1,3$ .

### 4.2.2 Description du modèle

S'appuyant sur ces hypothèses, une expression de la phase de chacune de ces contributions peut être définie. La figure 4.4 représente une vue schématique du jet et du modèle physique proposé. Trois microphones, notés  $m_r$ ,  $m_u$  et  $m_d$ , représentent des points de mesures. Ils sont alignés sur un axe formant un angle de  $9^\circ$  avec l'axe du jet, conformément au dispositif expérimental, et représentent respectivement le microphone de référence ainsi que les microphones situés aux positions où apparaissent les pertes de cohérence en amont et en aval, espacés de  $\Delta x$



du point de référence suivant la direction longitudinale. Une distribution de sources de fluctuations de pression est située sur l'axe de la couche de mélange. Les sources faisant face respectivement aux microphones  $m_r$ ,  $m_u$  et  $m_d$  sont notées  $S_r$ ,  $S_u$  et  $S_p$ . La distance des microphones à la source  $S_r$  est notée  $d$ .

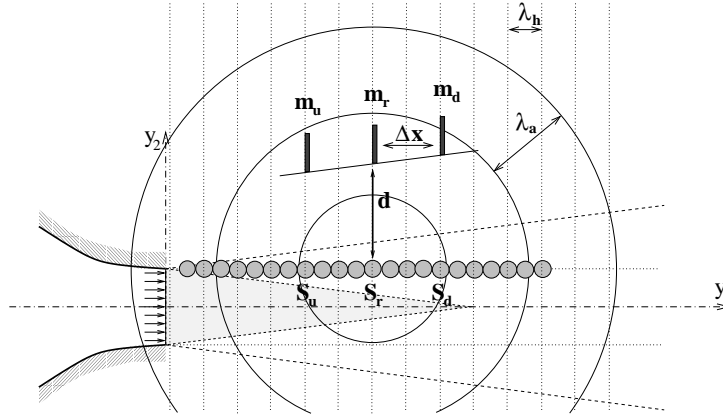


FIG. 4.4 – Mécanisme d'interférence hydrodynamique et acoustique : Représentation schématique du modèle

Les fluctuations de pression de ces sources étant liées à une onde de pression convectée par l'écoulement, la phase entre celles-ci est fonction de leur longueur d'onde, notée  $\lambda_h$  pour longueur d'onde hydrodynamique, et fonction de la distance les séparant. Ainsi, la phase hydrodynamique entre le point de référence  $m_r$  et un point distant de  $\Delta x$  s'exprimera :

$$\varphi_h = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda_h} = \frac{\omega}{U_c} \Delta x \quad (4.1)$$

Selon l'hypothèse de projection instantanée des perturbations hydrodynamiques dans le champ proche, la notion de distance entre les sources et les points n'intervient pas dans cette expression de la phase.

Cette distance intervient en fait dans l'expression de la phase des fluctuations acoustiques. Supposant un rayonnement sphérique des perturbations acoustiques émises par les sources, en un point quelconque de l'espace, la phase d'une perturbation engendrée par la source  $S_r$  sera fonction de la distance  $d$  entre ce point et la source, et fonction de sa longueur d'onde, notée  $\lambda_a$  pour longueur d'onde acoustique :

$$\varphi_a = 2\pi \frac{d}{\lambda_a} + \frac{\pi}{2} \quad (4.2)$$

$$= \frac{\omega}{c_0} \sqrt{r^2 + \Delta x^2} + \frac{\pi}{2} \quad (4.3)$$

où  $r$  est la position radiale réduite du point, égale à la distance radiale au centre de la couche de mélange ( $r = 0, 5D$ ), et  $\Delta x$  sa position longitudinale par rapport à la source (faisant face au point de référence  $m_r$ ). Un déphasage de  $\pi/2$  est ajouté à la phase de propagation pure pour tenir compte de l'orthogonalité entre les contributions hydrodynamique et acoustique (Arndt *et al.* [9]).

On s'intéresse alors ici aux points  $m_u$  et  $m_d$  de l'espace où les perturbations acoustiques engendrées par la source  $S_r$  sont en opposition de phase avec les perturbations hydrodynamiques engendrées par les sources  $S_u$  et  $S_d$  leur faisant face. Cette opposition de phase se traduit par l'égalité :

$$\varphi_h - \varphi_a = \pi + 2n\pi$$

Une répartition linéaire de points inclinée le long du jet, correspondant à la configuration expérimentale d'antenne en position radiale  $r_1/D=1$ , est alors considérée. Les lignes iso-valeurs vérifiant cette opposition de phase ont été représentées dans le plan spatio-fréquentiel  $(x, f)$  par des traits pleins sur la figure 4.5 pour un point de référence  $m_r$  situé en  $x'/D=3$ . Pour chaque point de la distribution considérée, il existe alors une ou plusieurs fréquences pour lesquelles cette première condition à l'interaction des perturbations est vérifiée.

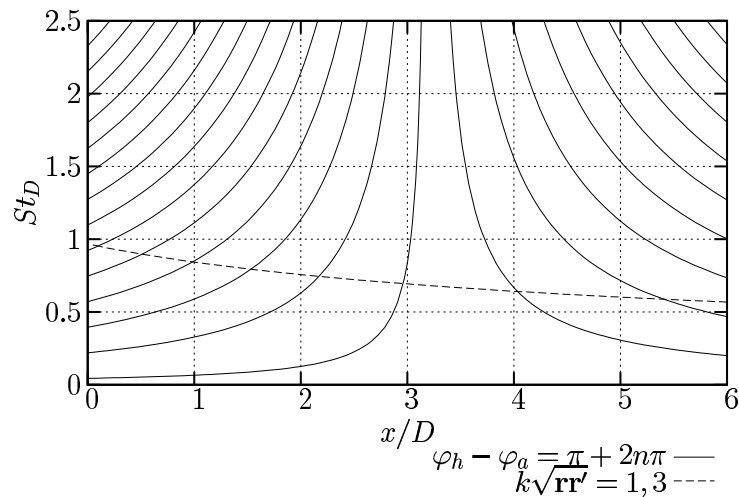


FIG. 4.5 – Mécanisme d'interférence hydrodynamique et acoustique : Iso-contours des phases hydrodynamique et acoustique

Pour que l'annulation mutuelle des contributions hydrodynamique et acoustique de pression puisse avoir effectivement lieu, il faut également que celles-ci soient en outre de même niveau. Cette condition sera vraie pour les points vérifiant la relation  $k\sqrt{r_r}=1,3$ , définie précédemment comme point de séparation entre ces contributions. Cette condition est reportée sur la figure 4.5 par des tirets.

Finalement, les positions possibles d'annulation des contributions de pression sont les points d'intersection de ces deux courbes.

### 4.2.3 Confrontations aux résultats expérimentaux

Afin de vérifier la validité du précédent modèle, celui-ci est confronté aux mesures expérimentales. La figure 4.6 regroupe un ensemble de tracés de fonctions de cohérence sur lesquelles le modèle a été superposé. Les colonnes *a*, *b* et *c* correspondent à une antenne placée respectivement en positions radiales  $r_1/D$  de 0,8, 1 et 2. Les lignes 1, 2 et 3 correspondent à des points de références distincts respectivement situés en une position  $x'/D$  de 0,8, 2,8 et 4,8. Les iso-contours de cohérence sont tracés avec un pas 0,2 en fonction de la fréquence et de la position longitudinale  $x/D$  des points de mesure. Les courbes iso-valeurs correspondant à chacun des deux critères d'annulations des contributions de pression ont également été reportées sur cette figure.

Les points d'interactions définis par le modèle se superposent de manière très satisfaisante avec les zones de pertes de cohérence observées. Cette superposition n'est pas "exacte" mais le comportement global du phénomène est très bien respecté quelque soit la position  $x'/D$  du point de référence considéré et quelque soit la position radiale  $r_1/D$  de l'antenne (voir fig. 4.6).

L'évolution spatio-fréquentielle de ce phénomène, en fonction de la position radiale de l'antenne et de la position longitudinale du point de référence, fait donc ressortir un caractère déterministe. Une loi d'adimensionnement peut être définie. Pour se faire, les positions et

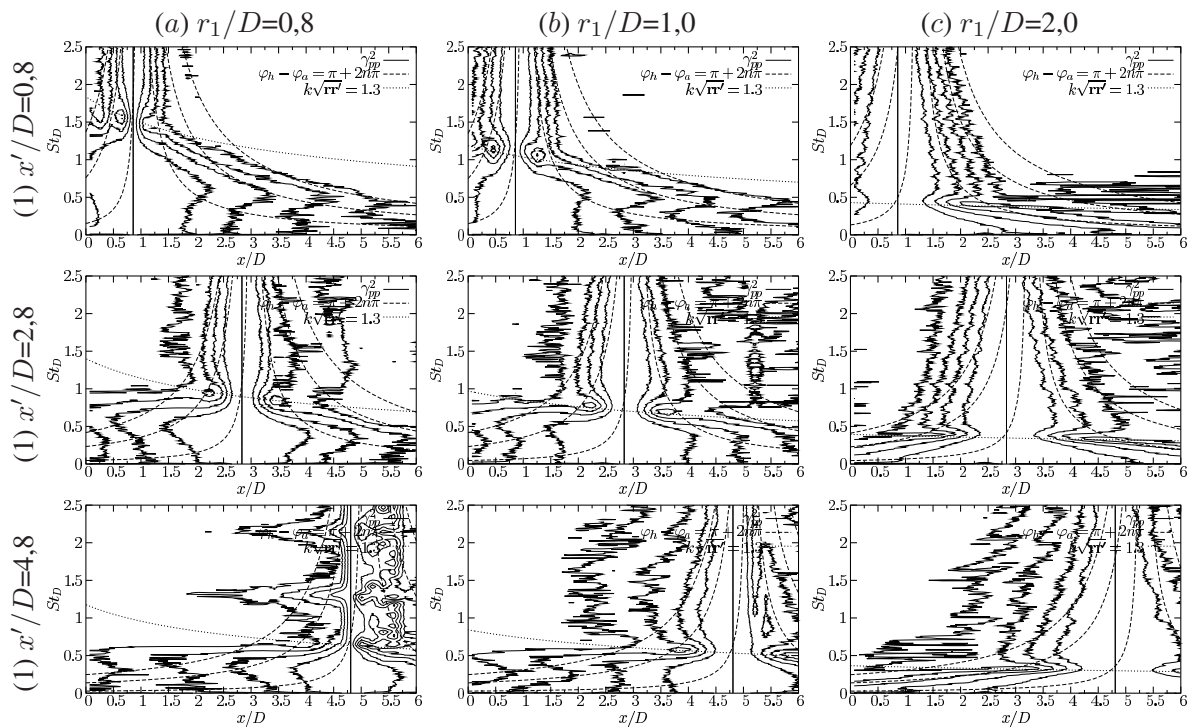


FIG. 4.6 – Superposition des iso-contours des fonctions de cohérence et des conditions d’annulations des contributions de pression du modèle d’interaction pour plusieurs configurations d’antenne  $r_1/D$  et plusieurs points de référence  $x'/D$

fréquences des pertes de cohérence ont été relevées pour les 4 configurations d’antenne en positions  $r_1/D = \{0,8; 0,9; 1; 2\}$  pour lesquelles ces points sont les mieux discernables. L’ensemble de ces points est reporté sur la figure 4.7 où l’on trace la position longitudinale correspondant à ces zones de perte de cohérence par rapport au point de référence ( $\Delta x$ ) en fonction de la fréquence. La fréquence est représentée par le paramètre  $k\sqrt{r r'}$ .

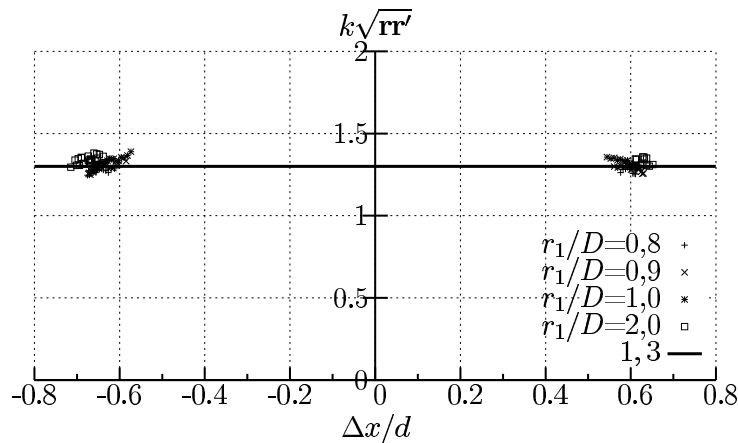


FIG. 4.7 – Positions spatio-fréquentielles des zones de perte de cohérence, par rapport au point de référence, pour plusieurs configurations radiales d’antenne

Pour chaque configuration d’antenne considérée, le regroupement des points de perte de cohérence est alors flagrant sur la ligne  $k\sqrt{r r'} = 1,3$  représentant le critère iso-énergie des contributions à la pression. Les positions relatives des pertes de cohérence amont et aval sont de l’ordre de  $\Delta x = 0,6d$ .

### 4.3 Contributions azimutales

Le modèle développé jusqu'ici est basé sur des mesures de pression réalisées en champ proche à l'aide d'une antenne linéique placée dans le plan de l'axe du jet. Ces mesures intègrent donc l'ensemble des contributions azimutales du champ de pression. Une question se pose alors : quelle est la contribution individuelle de chacun de ces modes azimutaux à cette annulation de cohérence ?

Pour répondre à cette question, une série de mesures de pression, réalisées à l'aide d'une antenne linéique couplée à une antenne azimutale, a été exploitée. Décrite en annexe B.2, ces données permettent de déterminer les interspectres pression-pression  $S_{pp}$  en fonction de la séparation azimutale sur un cylindre de rayon  $r/D=1,8$  entourant le jet sur la zone  $x/D=[1 : 8]$  (voir le §3.3.1 pour plus de détails sur le calcul de ces interspectres).

Les fonctions de cohérence par mode azimutaux  $\Gamma_{pp}(x, x'; m_\theta, \omega)$  sont obtenues par adimensionnement de la double transformée de Fourier de ces interspectres (éq. 3.14). Elles sont représentatives de l'énergie corrélée associée à chaque contribution modale azimutale pour la fréquence considérée, puisque :

$$\gamma_{pp}(x, x', \Delta\theta = 0; \omega) = \sum_{m_\theta=-\infty}^{+\infty} \Gamma_{pp}(x, x'; m_\theta, \omega)$$

Dans cette configuration, l'antenne de microphones se situe à une position radiale où les pertes de cohérence sont fortement marquées. Ainsi, pour une séparation azimutale nulle, intégrant l'ensemble des contributions azimutales, ces pertes de cohérence se retrouvent bien dans les fonctions de cohérence  $\gamma_{pp}$  pour une valeur de  $kr=1,3$  (fig. 4.8).

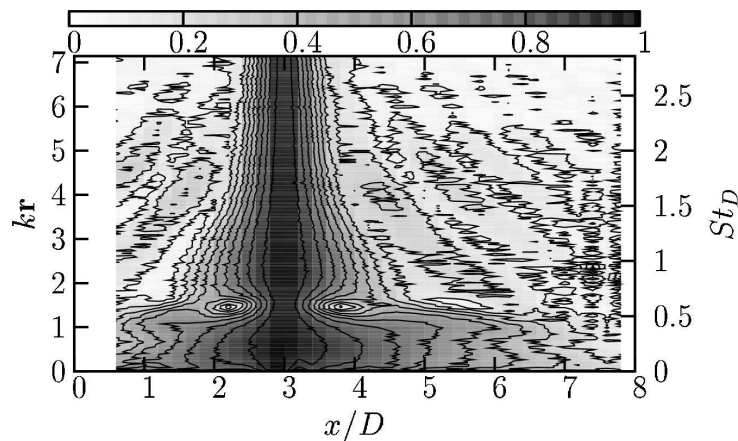


FIG. 4.8 – Fonctions de cohérence pour une séparation azimutale nulle à  $r/D=1,8$  pour une référence en  $x'/D=3,0$ , jet subsonique

Les contributions azimutales peuvent dès lors être considérées indépendamment. La figure 4.9 regroupe ces fonctions de cohérence pour les modes azimutaux  $m_\theta$  allant de 0 à 4 (respectivement sur les lignes 1 à 5) par rapport à un point de référence situé en  $x/D=3,0$  et  $x/D=7,0$  (respectivement sur les colonnes a et b). Ces fonctions de cohérence sont tracées dans un repère spatio-fréquentiel par rapport au paramètre  $kr$ . La distribution des points de mesures étant cylindrique, la position radiale est constante et ce paramètre peut être directement relié à une fréquence également reportée sur cette figure sous la forme du nombre de Strouhal  $St_D$ . Ces fonctions de cohérence sont tracées en niveau de gris avec une échelle adaptée à chaque

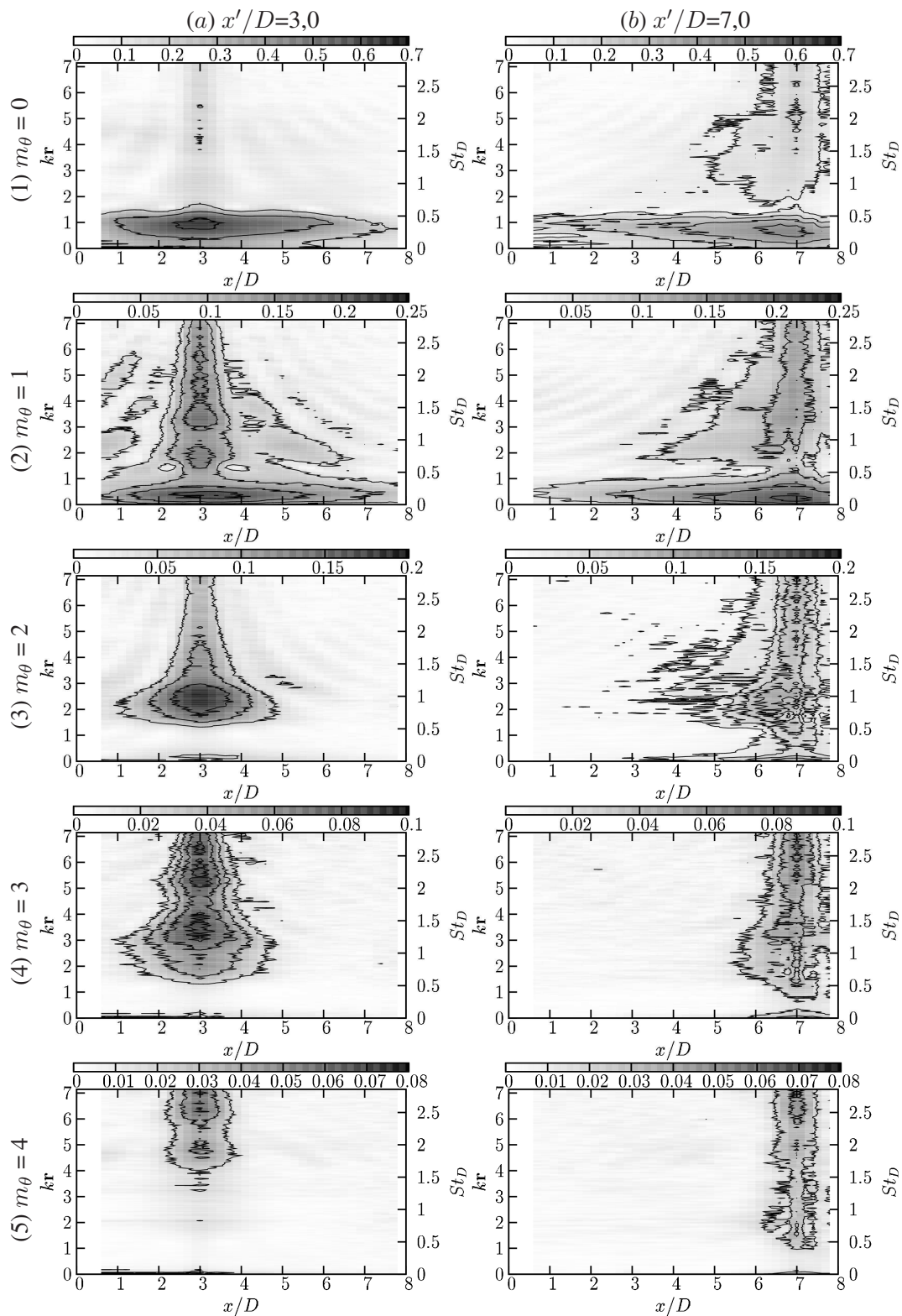


FIG. 4.9 – Fonctions de cohérence par modes azimutaux pour les points de référence en  $x/D=3,0$  (col. a) et  $x/D=7,0$  (col. b),  $r/D=1,8$



mode azimutal. Des lignes iso-valeurs de niveau arbitraire ont également été tracées sur ces figures.

Les points de référence pour lesquels ont été tracées ces figures ont été choisis au trois quart du cône potentiel pour la colonne  $a$ , et à quelques diamètres en aval de celui-ci pour la colonne  $b$ . Le comportement pour ces points étant représentatif du comportement global pour ces deux zones, ceux-ci permettent de mettre en évidence l'évolution des fonctions de cohérence avec l'évolution longitudinale du point de référence.

Cette représentation spectrale de la répartition d'énergie corrélée par mode azimutal met en évidence qu'au niveau du cône potentiel (col.  $a$ ), les basses fréquences, telles que  $kr < 1,3$ , sont dominées par les modes azimutaux 0 et 1 et que l'apport des modes d'ordre plus élevé est quasiment nul.

Pour les fréquences plus élevées, la contribution corrélée du mode axisymétrique 0 est très faible. Plus l'ordre du mode est élevé, plus les fréquences auxquelles sa contribution est significative sont élevées. On remarque en particulier la contribution dominante du mode azimutal  $m_\theta=2$  au nombre de Strouhal  $St_D=1$ .

Par ailleurs, le phénomène de perte de cohérence, modélisé au paragraphe précédent, apparaît uniquement pour le mode antisymétrique  $m_\theta=1$  qui est le seul mode dont les contributions à l'énergie sont non négligeables aux valeurs à la fois inférieures et supérieures à  $kr=1,3$ .

Passé le cône potentiel (col.  $b$ ), la répartition spatio-fréquentielle de cohérence par mode azimutal diffère. Pour les fréquences telles que  $kr < 1,3$ , l'énergie corrélée se répartie sur les deux premiers modes azimutaux 0 et 1, comme précédemment (col.  $a$ ), présentant des niveaux de cohérence élevés sur une grande étendue spatiale. En revanche, pour les fréquences supérieures, cette cohérence se répartie sur l'ensemble des modes pour toutes les fréquences.

## 4.4 Conclusions

L'analyse des fonctions de cohérence du champ de pression proche du jet subsonique met en évidence une forte différence de comportement entre les perturbations basses fréquences de nature hydrodynamique, qui présentent de fort niveaux de cohérence le long du jet, et les perturbations hautes fréquences de nature acoustique. La frontière entre ces deux zones est nettement marquée par l'apparition de pertes de cohérence importantes. Celles-ci sont issues d'une interaction forte entre les contributions hydrodynamique et acoustique, s'annulant en ces points particuliers. Cette annulation n'étant possible que si ces contributions présentent un même niveau d'énergie, elle nous permet de définir avec précision la frontière du champ proche à la valeur de  $kr=1,3$ .

De plus, ce phénomène d'interaction peut être modélisé, montrant ainsi un déterminisme fort dans les mécanismes de génération de bruit de ce type de jet. Le modèle défini ici souffre toutefois de quelques imperfections du fait de sa simplicité (tel que par exemple la non prise en compte de l'évolution spatiale de la phase hydrodynamique induite par la géométrie de l'écoulement entraîné à l'extérieur du jet, fig. 2.19(b) en p. 43).

L'importance de la prise en compte des contributions azimutales dans l'analyse du champ de pression proche est également démontrée. Considérés individuellement, les modes azimutaux présentent des caractéristiques distinctes. En outre, il est montré que que les interactions hydrodynamique/acoustique sont de nature antisymétrique, associées au mode azimutal  $m_\theta=1$ . De plus, le mode axisymétrique  $m_\theta=0$  du champ de pression est montré être majoritairement de

nature hydrodynamique, alors que les modes azimutaux d'ordre supérieur à  $m_\theta=1$  sont montrés être majoritairement de nature acoustique.

Ce modèle et ces implications peuvent être retrouvés dans Coiffet *et al.* [45] ou encore Jordan *et al.* [102, 101, 103].





## **Chapitre 5**

# **Analyse tridimensionnelle du champ proche subsonique**



# Chapitre 5

## Analyse tridimensionnelle du champ proche subsonique

Ce chapitre s'intéresse à l'analyse du champ de pression proche d'un jet en configuration subsonique  $M_j=0,3$ . La structuration et la dynamique du champ de pression y sont étudiées par le biais d'une analyse POD. Le chapitre 4 ayant montré un comportement différent du champ de pression en fonction de la fréquence considérée ainsi que l'importance de la prise en compte des contributions azimutales, une approche spectrale de la POD est adoptée sur un domaine d'analyse de géométrie conique, entourant l'écoulement.

La complexité des approches mises en œuvre est exposée dans un ordre croissant. Ainsi, une approche de type monodimensionnelle est d'abord mise en place (§5.2). L'analyse est réalisée suivant la direction longitudinale de l'écoulement selon une génératrice de la surface conique. On s'attachera alors à retrouver les résultats obtenus par Ricaud [171] sur une configuration d'antenne inclinée équivalente.

Les contributions azimutales du champ de pression sont ensuite introduites par une première analyse modale considérant les répartitions azimutales d'énergie (§5.3). Une analyse POD tridimensionnelle réalisée ultérieurement nécessite la connaissance de la pression instantanée sur l'ensemble du domaine. Inaccessible expérimentalement, cette base de données est obtenue par une estimation stochastique dont la procédure et les résultats sont exposés (§5.4).

Les contributions azimutales du champ de pression proche sont ensuite intégrées à l'analyse POD. Une approche de type statistique est proposée (§5.5) à laquelle une approche instantanée est ensuite associée (§5.5.4).

Les résultats obtenus nous ont conduit à tenter d'utiliser la POD comme un outil pouvant identifier et extraire les contributions acoustiques du champ de pression proche du jet. Cette application fait l'objet du dernier paragraphe (§5.6).

### 5.1 Introduction

Afin de prendre en compte les contributions azimutales dans l'analyse du champ de pression proche du jet subsonique, des mesures ont été spécifiquement réalisées. Une antenne linéique de microphones est placée le long du jet. De position fixe, elle permet d'accéder à la distribution longitudinale de pression. Cette antenne est couplée à une seconde antenne de forme circulaire. De position longitudinale mobile, celle-ci permet d'accéder aux contributions azimutales du champ de pression le long de l'écoulement. Une photographie de ce montage expérimental est donné en figure 5.1 et l'ensemble des détails relatifs à cette campagne de mesures (géométrie et positions des antennes, nombres de capteurs, ...) est donné en annexe B.1.

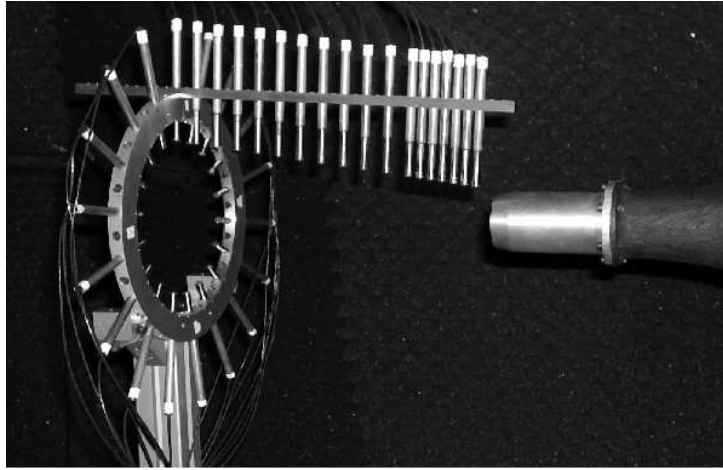


FIG. 5.1 – Dispositif expérimental cône subsonique : antennes linéique et azimutale de microphones

Ces expériences permettent de déterminer le tenseur des interspectres sur la surface conique complète décrite par l'ensemble des positions de capteur réalisé. Regroupant plusieurs séries de mesures (i.e. pour différente position longitudinale de l'antenne circulaire), la méthode de calcul des interspectres dite "par morceaux" (§3.3.1, p. 74) est employée.

L'analyse des valeurs et vecteurs propres de ce tenseur nous permet d'identifier les contributions de pression maximales au sens de l'énergie et d'en étudier la morphologie. L'interprétation de ces résultats dans le domaine spectral n'est toutefois pas toujours aisée et l'indétermination de la phase inhérente à ce type d'approche en interdit le retour au domaine physique (§3.1.2.b). La méthode complémentaire (§3.1.2.c) est alors utilisée pour étudier la dynamique de ces événements. Celle-ci nécessite l'utilisation de l'extension au domaine spectral de l'estimation stochastique linéaire (§3.5) dont les résultats seront présentés indépendamment. Les statistiques en deux points de ces événements sont également déterminées et ramenées dans le domaine physique sous forme de corrélation. L'évolution spatio-temporelle moyenne de chaque contribution modale POD peut ainsi être considérée.

Il est à noter que les analyses présentées dans ce chapitre peuvent être influencées par la géométrie de la distribution des points de mesures. Pour étudier cette influence, ces analyses ont également été appliquées à une configuration différente pour laquelle la position radiale des points de mesure est constante. Le domaine d'analyse constitue ainsi une surface cylindrique entourant l'écoulement.

Cette géométrie particulière a été définie en considérant les résultats précédemment exposés (chap. 4). En effet, la délimitation entre les zones dominées par des perturbations de pression de nature hydrodynamique et acoustique se situe à une valeur constante de  $kr=1,3$ . Pour cette géométrie, chaque fréquence est donc dominée par des perturbations d'un seul et même type sur l'ensemble du domaine d'analyse. Toutefois, les résultats de la décomposition orthogonale spectrale sur cette géométrie ne présentent pas un intérêt décisif dans la qualification du champ de pression proche. Ceci est principalement dû au fait que la POD est optimale au sens de l'énergie qui, pour cette configuration, présente un fort degré d'inhomogénéité dans la direction de l'écoulement. L'analyse privilégie alors la fin du domaine où ces niveaux sont élevés (capteurs plus proche de l'écoulement). L'analyse de cette configuration est détaillée en annexe D.

## 5.2 Analyse POD spectrale monodimensionnelle

Dans cette partie, nous nous intéressons à l'analyse POD suivant la direction longitudinale du jet. En effet, avant de considérer les contributions azimutales du champ de pression, il est bon d'aborder ce type d'analyse dans une configuration plus simple. Cela nous permet d'introduire et de discuter le type de résultats obtenus et de fixer une référence pour l'analyse des contributions azimutales. L'analyse des interspectres pression-pression  $S_{pp}(x, x', \Delta\theta = 0; \omega)$  en champ proche est ainsi discutée pour une séparation azimutale nulle intégrant toutes les contributions azimutales.

### 5.2.1 Distributions spatiale et fréquentielle d'énergie

L'analyse POD étant basée sur une décomposition optimale au sens de l'énergie, elle est fortement influencée par la répartition spatiale, et spatio-fréquentielle dans le cadre d'une analyse dans le domaine de Fourier, d'énergie. Avant de présenter les résultats de ce type d'analyse, les distributions de valeurs RMS de pression ainsi que les interspectres mesurés en champ proche du jet subsonique doivent être examinés.

Considérant la répartition spatiale de valeurs RMS de pression, deux zones peuvent être distinguées dans le domaine d'analyse. En effet, sur la première moitié du cône potentiel, les fluctuations de pression augmentent fortement avec la position longitudinale (fig. 5.2(a)). Au-delà de la position  $x/D=2,8$ , les niveaux RMS sont quasiment constants, de l'ordre de 120 dB. Il est donc probable que les premiers modes POD, contenant un maximum d'énergie, pointent sur cette seconde zone. Nous pourrions voir ultérieurement que cela se vérifie (§5.2.4).

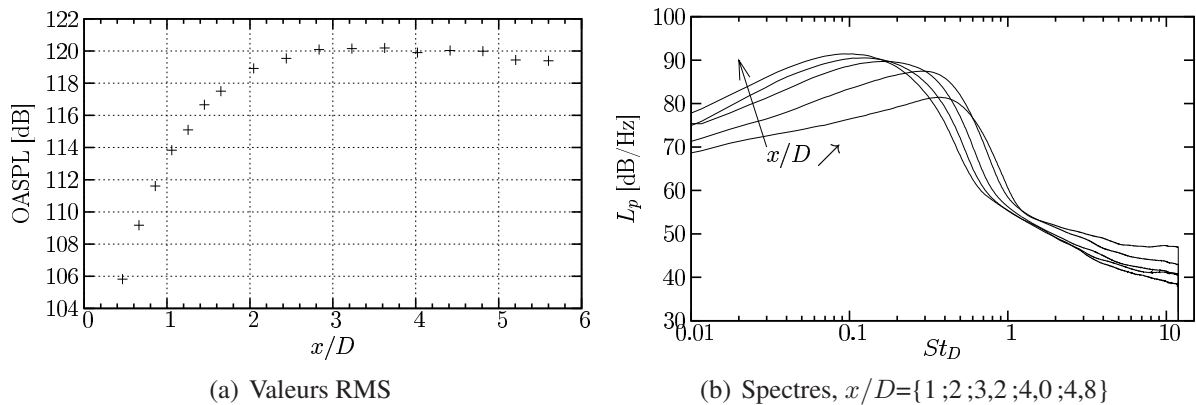


FIG. 5.2 – Répartition longitudinale et spectrale d'énergie du champ de pression proche du jet subsonique, configuration conique

Cette distinction se retrouve également dans les spectres de pression en champ proche du jet subsonique. En effet, ceux-ci présentent un maximum d'énergie qui peut être associé aux structures cohérentes de la couche de mélange dont la fréquence diminue avec la position longitudinale (du fait de l'expansion de la couche de mélange du jet induite par l'élargissement de ces structures). Jusqu'à la position  $x/D=2,8$ , son niveau augmente avec  $x$ . Au-delà de cette position, dans la seconde zone, son niveau est quasi-constant. La forme généralement du spectre est même conservée, celle-ci se décalant vers les basses fréquences avec  $x$  (fig. 5.2(b)).

Le changement de pente discuté au chapitre 4 (cf. §4.1.2) apparaît sur les spectres de pression mesurés. Celui-ci se produisant pour une valeur constante du paramètre  $kr$ , sa fréquence varie avec la position longitudinale (la position radiale variant avec  $x$ , i.e. surface conique).

Ce changement de pente entre les zones de hautes et de basses fréquences des spectres marque également la délimitation entre deux zones distinctes des interspectres (fig. 5.3) :

- Une zone basses fréquences de forts niveaux d'énergie sur l'ensemble de l'étendue longitudinale du domaine ;
- Une zone hautes fréquences où les niveaux d'énergie chutent rapidement de part et d'autre du point de référence.

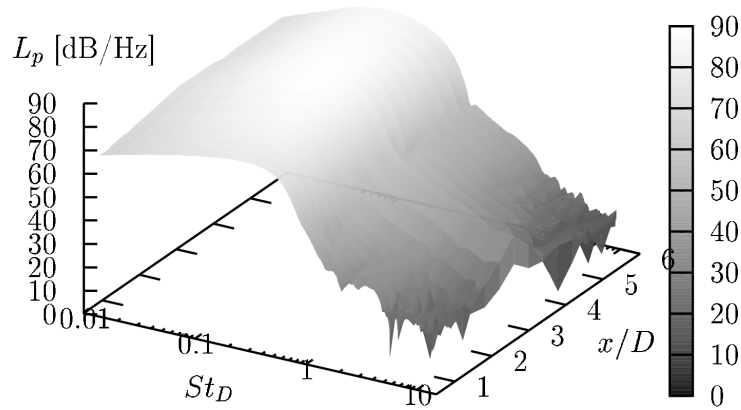


FIG. 5.3 – Interspectres pression-pression en champ proche du jet subsonique,  $x_{ref}/D=2,8$

La limite fréquentielle entre ces deux zones de comportement différent est la trace de la séparation entre les contributions de nature hydrodynamique et acoustique notée au chapitre 4 se produisant pour une valeur constante du paramètre  $kr$  de 1,3. La question est alors de savoir comment les résultats de la POD sont influencés par ce phénomène.

### 5.2.2 Approche POD spectrale 1D : Notations

Dans cette démarche monodimensionnelle, les interspectres sont décomposés par analyse POD en valeurs et vecteurs propres, dans le domaine spectral, par résolution du système (cf. §3.1.2) :

$$\int_{\mathcal{D}} S_{pp}(x, x', \Delta\theta = 0; \omega) \phi^{(n)}(x'; \omega) dx' = \lambda^{(n)}(\omega) \phi^{(n)}(x; \omega)$$

où  $\mathcal{D}$  est le domaine d'analyse, suivant la direction longitudinale de l'écoulement, constitué par l'antenne de microphones.

Les valeurs propres  $\lambda^{(n)}(\omega)$  obtenues sont représentatives de l'énergie, par bandes de fréquences, associée à la contribution modale d'ordre  $n$  sur l'ensemble du domaine d'analyse. Leur convergence est définie comme le rapport entre l'énergie  $\hat{E}^{(n)}(\omega)$  portée par les  $n$  premiers modes POD :

$$\hat{E}^{(n)}(\omega) = \sum_{i=1}^n \lambda^{(i)}(\omega)$$

et de l'énergie globale  $\hat{E}^{(N_{pod})}$ , portée par l'ensemble des modes propres obtenus. Cette convergence traduit le degré de structuration de champ analysé pour la fréquence considérée.

Une information plus globale peut être obtenue en considérant l'intégration fréquentielle des valeurs propres :

$$e^{(n)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda^{(n)}(\omega) d\omega \quad (5.1)$$



ainsi que leur convergence  $E^{(n)}/E^{(N_{pod})}$  :

$$E^{(n)} = \sum_{i=1}^n e^{(i)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \widehat{E}^{(n)}(\omega) d\omega$$

Ces informations, intégrant l'ensemble du domaine d'analyse, sont complétées par la prise en compte de la localisation grâce au caractère spatial des vecteurs propres. Ceux-ci étant ortho-normés, la répartition spatio-fréquentielle de l'énergie associée à chaque contribution modale est obtenue en considérant les fonctions propres complexes définies par :

$$\Phi^{(n)}(x; \omega) = \sqrt{\lambda^{(n)}(\omega)} \phi^{(n)}(x; \omega) \quad (5.2)$$

Le module de la fonction propre permet ainsi de visualiser non seulement l'enveloppe des vecteurs propres mais également l'importance relative de chaque fréquence.

### 5.2.3 Valeurs propres et convergences

Le premier constat qui peut être fait à la vue des résultats obtenus est la localisation de l'énergie dans une gamme de fréquences restreintes ainsi que le caractère très organisé du champ de pression pour ces fréquences.

En effet, la première valeur propre présente un niveau élevé pour les basses fréquences (fig. 5.4(a)) avec un maximum à 200 Hz ( $St_D=0,1$ ). Cette fréquence, également obtenue par Ricaud [171], correspond à la fréquence du maximum d'énergie du spectre de pression mesuré en fin de cône potentiel, en  $x/D=4$  (fig. 5.2(b)). Le niveau des valeurs propres d'ordre supérieur chute rapidement pour les basses fréquences tout en conservant un maximum centré à 200 Hz.

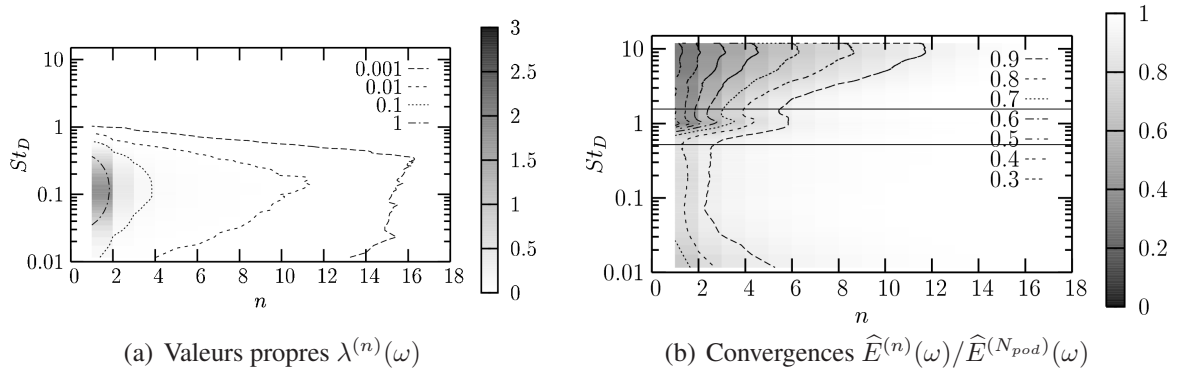


FIG. 5.4 – Valeurs propres et convergence de la POD-1D sur configuration conique subsonique

Le caractère très organisé du champ de pression aux basses fréquences est mis en évidence par la convergence des valeurs propres. Pour toutes les fréquences inférieures à 1 kHz ( $St_D=0,5$ ), cette convergence est très rapide (fig. 5.4(b)). L'énergie contenue par la première valeur propre y est supérieure à 70%. Au-delà de cette fréquence, le champ de pression présente un caractère beaucoup moins structuré avec une convergence de plus en plus lente avec l'augmentation de la fréquence et un rapport d'énergie associée à la première valeur propre de plus en plus faible.

Au-delà de 1 kHz ( $St_D=0,5$ ), la diminution de la convergence des valeurs propres est continue en fréquence. Toutefois, un point particulier de convergence nettement plus lente apparaît.

Il est centré sur des fréquences de l'ordre de 2,1 kHz ( $St_D=1,0$ ). L'interprétation de ce phénomène n'est pas aisée. Sa gamme de fréquence correspond à celle du changement de pente des spectres (fig. 5.2(b)) et laisse à penser qu'il pourrait s'agir de la trace de l'interaction entre les contributions hydrodynamique et acoustique identifiée au chapitre 4. De plus, dans le cadre de l'analyse d'un domaine de position radiale constante (voir l'analyse en configuration cylindrique en annexe D) pour lequel la décomposition est réalisée indépendamment pour chaque valeur de  $kr$ , ce phénomène est plus marqué, clairement centré sur une fréquence unique, renforçant l'idée que cette moindre convergence se produit pour une valeur fixe du produit  $kr$ , tout comme le phénomène d'interaction. Toutefois, cette moindre convergence est centrée sur une valeur de  $kr=1,75$  dans cette configuration. Celle-ci diffère de la valeur de  $kr=1,3$  à laquelle ces interactions ont été précédemment identifiées dans les fonctions de cohérence (chap. 4).

L'information plus globale, pouvant être obtenue en considérant l'évolution de l'intégration fréquentielle des valeurs propres 5.1, met en évidence deux types d'évolutions en fonction de l'ordre POD considéré. En effet, jusqu'à l'ordre 4, le niveau des premières valeurs propres diminue rapidement (fig. 5.5(a)). Ces valeurs propres, de niveau élevé (dominées par les basses fréquences), présentent une convergence rapide et la quasi-totalité de l'énergie globale leur est associée (plus de 95%, fig. 5.5(b)). L'évolution des valeurs propres d'ordre supérieur est beaucoup plus lente. Ce comportement traduit celui des hautes fréquences, supérieures à 1 kHz ( $St_D=0,5$ ), et peut être associé au comportement de la partie acoustique du champ de pression proche.

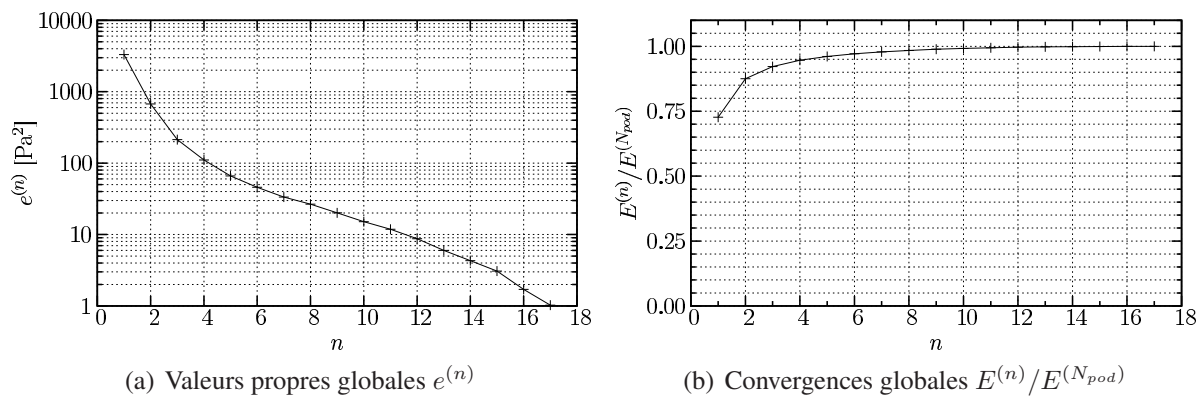


FIG. 5.5 – Intégrale des valeurs propres et convergences de la POD-1D sur configuration conique subsonique

Ces premiers résultats indiquent que la POD opère comme un détecteur permettant de faire ressortir l'organisation dominante du champ de pression. En particulier, elle fait ressortir une différence importante de comportement entre les hautes et basses fréquences, dominées respectivement par des contributions hydrodynamique ou acoustique, ainsi qu'une fréquence singulière à l'interface de ces deux zones.

Toutefois, ces valeurs propres ne sont représentatives que d'une information globale valable pour l'étendue du domaine d'analyse. Il est donc nécessaire de compléter cette analyse par celle des fonctions propres qui leur sont associées et qui possèdent un caractère spatial.

## 5.2.4 Fonctions propres

Nous considérons ici l'évolution spatio-fréquentielle du module des fonctions propres POD 5.2 :  $|\Phi^{(n)}(x; \omega)|$ . Seuls les trois premiers modes, les plus énergétiques, sont ici considérés. Ils représentent plus de 90% de l'énergie du champ de pression mesuré.

Le module de ces fonctions propres est reporté sur la figure 5.6. Des résultats similaires à ceux obtenus par Ricaud [171] pour une même position d'antenne sont retrouvés. La première fonction propre présente des niveaux d'énergie non négligeables pour la gamme des basses fréquences inférieures à 2 kHz ( $St_D=1,0$ ) avec un maximum pointant sur une fréquence de 200 Hz ( $St_D=0,1$ ). L'étendue spatiale de cette fonction propre est importante, couvrant l'ensemble du domaine d'analyse. La zone de niveau d'énergie maximale pointe sur la partie en aval de la fin du cône potentiel avec un maximum en  $x/D$  de l'ordre de 5,0.

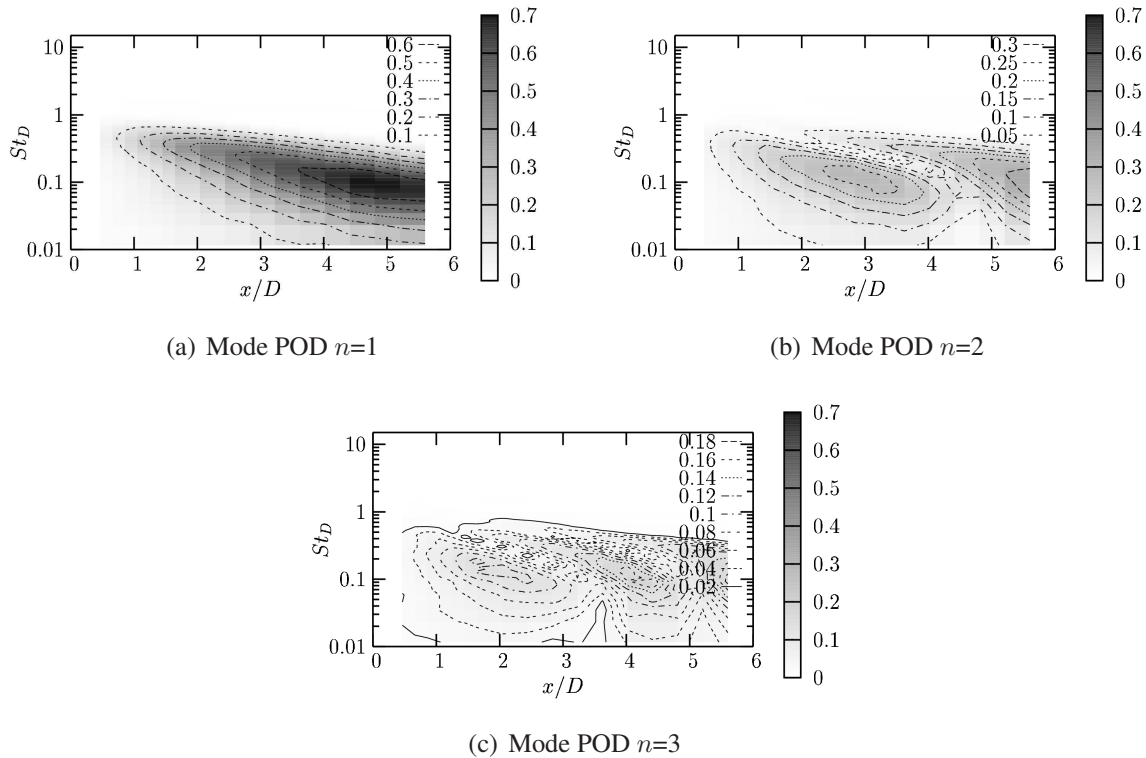


FIG. 5.6 – Module des trois premières fonctions propres  $|\Phi^{(n)}(x; \omega)|$  POD-1D sur configuration conique subsonique

Les fonctions propres d'ordre 2 et 3 présentent également une grande étendue spatiale pour une gamme de fréquences similaire. Ces fonctions présentent plusieurs maxima, respectivement au nombre de 2 et 3, pointant également sur une fréquence de 200 Hz ( $St_D=0,1$ ) mais de positions longitudinales distinctes. Le nombre croissant de maxima des modules des fonctions propres est induit par le nombre croissant de passages par zéro des vecteurs propres eux-mêmes avec l'augmentation de l'ordre du mode POD. Cette propriété de la décomposition est liée à l'orthogonalité de ses modes propres (cf. §3.1.2).

### 5.2.5 Conclusions

L'application de la décomposition orthogonale avec une approche monodimensionnelle nous permet ici de retrouver les résultats de Ricaud [171] dans le cadre de la configuration conique.

De manière générale, l'analyse POD spectrale met en évidence la nature différente du champ de pression en fonction de la fréquence considérée. La majeure partie de l'énergie est associée aux basses fréquences pour lesquelles le champ de pression est très structuré et peut être considéré comme dominé par des contributions de nature hydrodynamique. De plus, la séparation fréquentielle entre ces zones est marquée par une moindre convergence, signe d'une altération importante de la structuration du champ de pression.

L'étude réalisée ici porte sur des mesures réparties le long du jet pour une seule position angulaire. L'ensemble des contributions azimutales du champ de pression est alors intégré. Dans la suite de ce chapitre, ces contributions sont considérées indépendamment.

### 5.3 Analyse modale azimutale

Avant de prendre en compte les contributions azimutales du champ de pression proche du jet subsonique dans son analyse POD, nous nous intéressons aux niveaux de corrélation suivant cette direction ainsi qu'à la répartition d'énergie dans les différents modes azimutaux. Les coefficients de corrélations  $r_{pp}$  (éq. 3.10) sont considérés en toute position longitudinale  $x$  de la surface conique en fonction de la séparation azimutale  $\Delta\theta$  ainsi que leur décomposition  $\hat{r}_{pp}$  en modes azimutaux  $m_\theta$  (éq. 3.11).

Quelque soit la position longitudinale  $x$  considéré, le champ de pression présente de grandes longueurs de corrélation suivant la direction azimutale. Celles-ci diminuent avec l'augmentation de la séparation angulaire  $\Delta\theta$  des points. L'évolution longitudinale de ces corrélations nous amène à distinguer deux zones dans ce champ de pression. En effet, le long de la zone de mélange du jet, les longueurs de corrélation diminuent avec la position  $x$  (fig. 5.7(a)). Passé la limite de fin de cône potentiel, le long de la zone de transition du jet, les niveaux de corrélation azimutale restent constant, présentant une indépendance à la position  $x$  (fig. 5.7(b)).

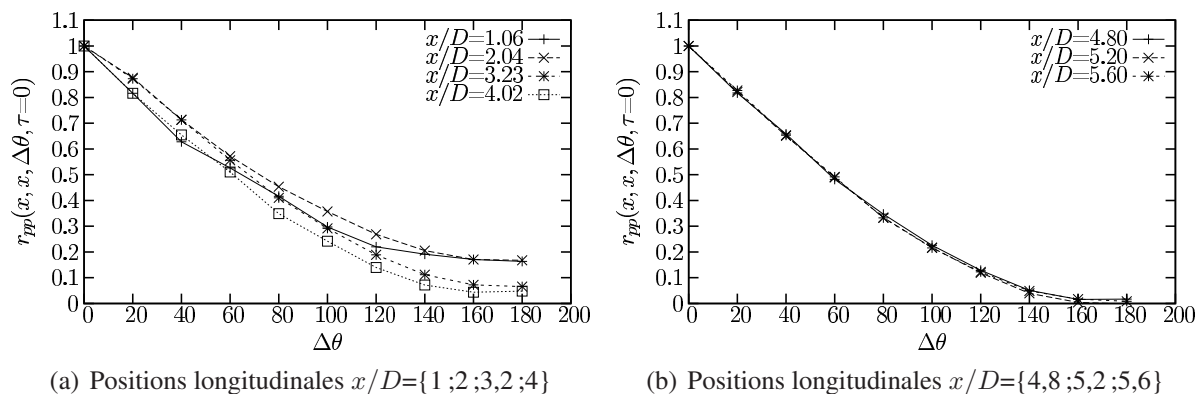


FIG. 5.7 – Coefficients de corrélation azimutale de pression en configuration conique subsonique

Cette distinction se retrouve également sur les répartitions d'énergie en modes azimutaux. Ainsi, sur l'ensemble du domaine d'analyse, les modes axisymétrique et antisymétrique sont largement dominants, contenant à eux seuls 75% de l'énergie (modes 0, 1 et -1). En s'éloignant de la section d'éjection du jet, un transfert d'énergie du mode  $m_\theta=0$  au mode  $m_\theta=1$  s'opère le long de la zone de mélange (fig. 5.8(a)). Passé le cône potentiel, la similitude est atteinte (fig. 5.8(b)).

Ce type de répartition azimutale, dominée par les modes azimutaux d'ordre bas, est retrouvé dans la littérature (Mollo-Christensen [144], Lau & Ficher [109], Fuchs et Michel [73], Arndt *et al.* [9], Ponton *et al.* [164], fig. 5.9). Majoritairement axisymétrique, la structuration du champ de pression proche du jet subsonique présente ainsi une caractéristique similaire au champ de vitesse de l'écoulement qui est dominé par une instabilité type Kelvin-Helmholtz (§2.1.3). Cette similarité renforce l'idée du rôle important joué par ce type d'instabilité dans le phénomène d'entraînement du milieu extérieur par le jet. Ces considérations ont également conduit Liu *et al.* [124] puis Fung *et al.* [74] à déterminer le champ de pression proche d'un jet en calculant la pression induite par une distribution axiale de vortex axisymétriques localisés dans la couche

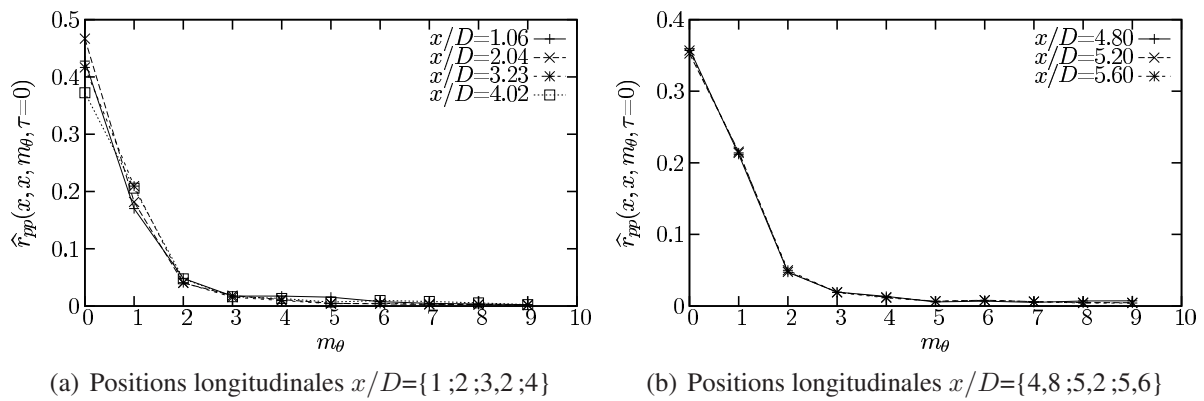
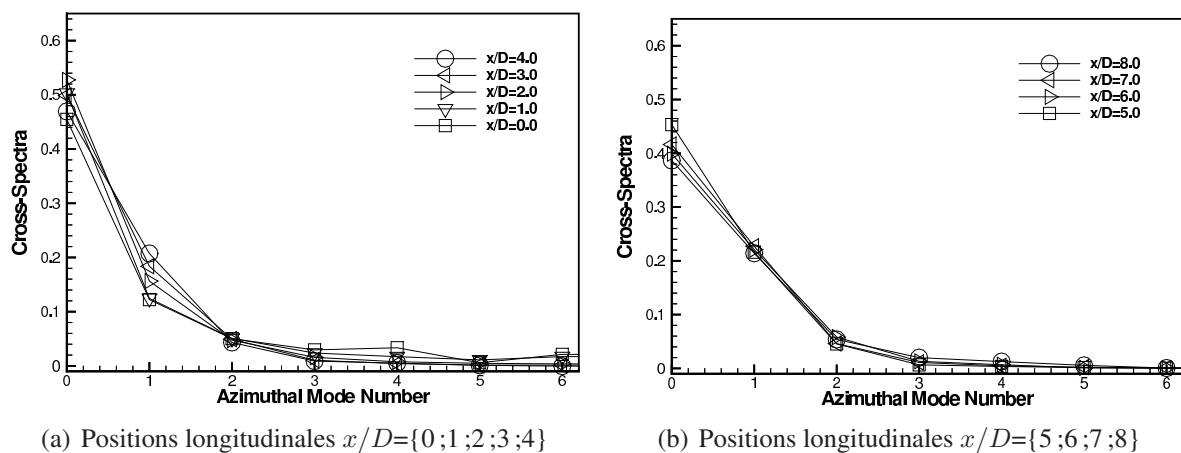


FIG. 5.8 – Spectres azimutaux de pression en configuration conique subsonique

de mélange. Les résultats obtenus donnent des niveaux satisfaisants par rapport à l'expérience mais sous-estimés en haute fréquence.

Le champ de pression proche est fortement lié aux fluctuations de vitesses au sein de l'écoulement, toutefois leurs structurations diffèrent. Bien qu'une remontée du niveau des modes 4 et 5 soit observée en sortie de tuyère (fig. 5.8(a)), le transfert d'énergie de ces modes jusqu'au mode d'ordre 2 le long de la zone de mélange (§2.1.3) n'est pas mesuré dans le champ de pression proche. Ce mode d'ordre 2 est quasiment constant le long du jet et reste largement supérieur aux modes d'ordre plus élevé.

La remontée d'énergie observée sur le mode 5 en sortie de tuyère constitue toutefois un résultat important. En effet, ce mode azimutal est considéré comme l'un des modes préférentiels du champ de vitesse du jet subsonique par Glauser [81].

FIG. 5.9 – Spectres azimutaux du champ de pression proche d'un jet subsonique  $M_j=0,3$ , rayon constant  $r/D=2,0$ , Ponton *et al.* [164]

## 5.4 Estimation des pressions instantanées 3D

Cette étude sur le champ de pression proche des jets est menée avec une approche de type stochastique. Il est toutefois important de disposer des signaux instantanés de pression dans cette zone pour pouvoir, par exemple, appliquer un filtrage POD (voir §5.5.4) et étudier la dynamique de ces contributions modales.

Les contributions azimutales de la pression étant prises en compte dans cette étude, nous sommes amenés à travailler sur des répartitions bidimensionnelles des points de mesures for-

mant une surface entourant le jet. Or, il n'est matériellement pas envisageable de disposer d'un nombre de capteurs suffisant pour couvrir un maillage de points de mesures simultanées de ce type. Les propriétés de symétrie des corrélations spatio-temporelles (§3.2.2) permettent de décomposer cette distribution de points de mesures en plusieurs parties et de calculer le tenseur de corrélation par "morceaux" suivant la procédure introduite au §3.3.1. Les pressions instantanées ne sont alors pas simultanément accessibles sur l'ensemble du domaine. Afin d'avoir accès à ces pressions à partir d'un nombre réduit de mesures, une estimation stochastique linéaire (i.e. au premier ordre, notée LSE) est appliquée.

Dans cette partie, les raisons du choix de la formulation spectrale de cette technique ainsi que la méthodologie mise en œuvre sont détaillées. En particulier, le choix des signaux de référence, qui est un point crucial de l'estimation stochastique, est discuté. Le champ proche de pression instantanée obtenu est alors discuté.

### 5.4.1 Méthodologie

Afin d'estimer les pressions instantanées sur une surface entourant l'écoulement à partir de seulement quelques points de mesures, une méthode d'estimation stochastique est employée. L'extension au domaine spectral de cette technique, développée dans le cadre de cette étude, est utilisée ici. En effet, comme cela a été détaillé lors de sa présentation au §3.5, cette extension est particulièrement bien adaptée à des signaux présentant un caractère convectif. Ceci est le cas du champ de pression proche du jet subsonique, comme le montre le tenseur de corrélation spatio-temporelle mesuré sur l'antenne inclinée (fig. 5.10).

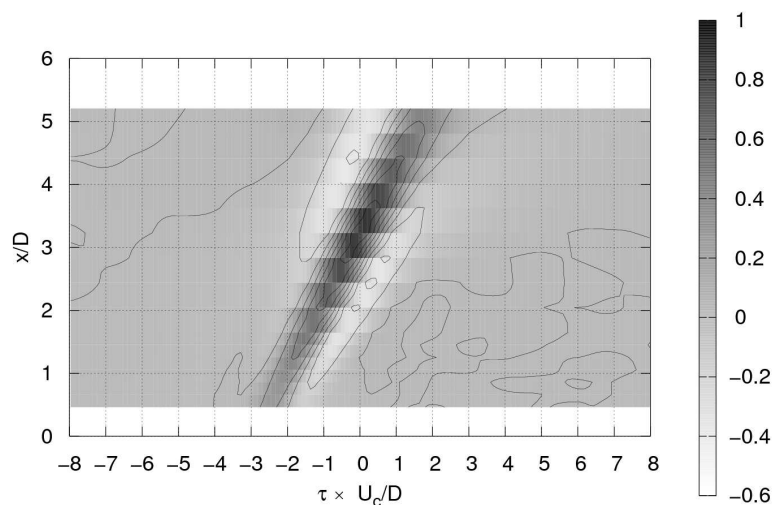


FIG. 5.10 – Coefficients de corrélation spatio-temporelle de pression en champ proche le long du jet subsonique, antenne inclinée

Quelque soit la formulation de l'estimation stochastique adoptée, le choix des signaux de référence reste un point essentiel. En effet, le résultat d'une estimation stochastique étant la contribution du signal vérifiant une moyenne conditionnelle avec les signaux de références, dits signaux conditionneurs, le choix de ces derniers influence fortement le résultat obtenu.

Dans l'application menée ici, les mesures de pression sont réalisées grâce à une antenne linéique de position fixe, placée dans le plan de l'axe du jet, et d'une couronne de microphones de position longitudinale variable en fonction de l'essai réalisé. L'antenne linéique nous permet d'accéder aux échelles des différentes positions longitudinales et la couronne nous permet



d'obtenir les différentes contributions azimutales de la pression. Comment peut-on alors choisir l'essai, et donc la position longitudinale des mesures azimutales de pressions, à utiliser pour estimer les pressions sur la surface complète ? Notre choix s'est porté sur une estimation du maximum d'énergie, c'est à dire sur l'essai pour lequel l'énergie estimée sur l'ensemble de la surface est maximale.

Pour chaque essai, les coefficients d'estimation stochastique sont calculés dans le domaine spectral à partir des interspectres, en utilisant la relation 3.23. La valeur RMS  $\overline{p^2(x_i, \theta_j)}^{1/2}$  des signaux estimés est obtenue directement pour chaque point de la surface en utilisant la relation 3.27. Ces valeurs sont moyennées sur l'ensemble des points de la surface afin de déterminer la densité moyenne d'énergie estimée :

$$\tilde{P}_{surf} = \frac{1}{N_x N_\theta} \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_\theta} \overline{p^2(x_i, \theta_j)}^{1/2}$$

où  $N_x$  est le nombre de microphones de l'antenne linéique et  $N_\theta$  est le nombre de microphones de l'antenne azimutale.

La valeur ainsi obtenue est comparée à la densité moyenne d'énergie théorique  $P_{surf}$  obtenue par sommation de la valeur RMS mesurée  $\overline{p^2(x_i, \theta_j)}^{1/2}$  en supposant celle-ci constante en azimuth (du fait de l'homogénéité azimutale du jet) et donc égale à la valeur RMS mesurée par l'antenne linéique en  $\theta_1=0$ , soit :

$$\overline{p^2(x_i, \theta_j)}^{1/2} = \overline{p^2(x_i, \theta_1)}^{1/2} \quad \forall i, j$$

Cette quantité s'exprime alors :

$$P_{surf} = \frac{1}{N_x} \sum_{i=1}^{N_x} \overline{p^2(x_i, \theta_1)}^{1/2}$$

Le rapport  $\tilde{P}_{surf}/P_{surf}$  est maximal pour la position  $x/D=3,2$  de la couronne (fig. 5.11(a)). L'utilisation des mesures de pression instantanée de l'antenne linéique couplée à l'antenne azimutale en cette position permet d'estimer plus de 85% de l'énergie sur l'ensemble de la surface.

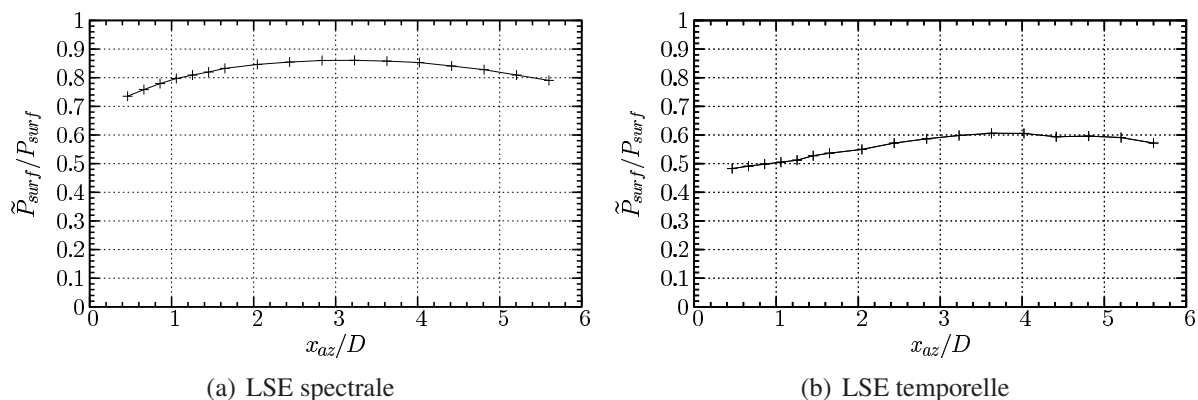


FIG. 5.11 – Rapports des densités de niveaux RMS des pressions estimées et mesurées sur la surface conique, en fonction de la position  $x_{az}$  de l'antenne azimutale

Il est à noter que le caractère fortement convectif du champ de pression proche permet d'obtenir de tels niveaux d'estimation par l'utilisation de la LSE dans le domaine spectral. Une



LSE classique, donc sans prise en compte des temps décalés, produit des résultats nettement inférieurs pour ce type de configuration. A titre d'exemple, l'application de cette méthode sur la configuration conique ne permet d'estimer que 60% de l'énergie globale pour une position optimale de l'antenne azimutale  $x_{az}/D=3,6$  (fig. 5.11(b)).

La mise en œuvre de l'estimation stochastique spectrale s'est toutefois heurtée à quelques difficultés. En effet, une mesure ne pouvant être parfaite, la procédure de calcul par "morceaux" du tenseur des corrélations spatio-temporelles a conduit à l'imposition artificielle de certaines propriétés telles que des symétries ou encore la définition positive du tenseur global (voir la méthode de détermination de ce tenseur au §3.3.1). Les statistiques en deux points des signaux utilisés comme signaux de référence ne sont alors plus strictement égales à celles du tenseur global. Or, ce dernier étant utilisé pour la détermination des coefficients d'estimation stochastique, cela peut entraîner des erreurs et aberrations non négligeables (telle que la restitution par le système de signaux conditionneurs différents des signaux originaux). Pour corriger ce problème, une normalisation est appliquée aux signaux conditionneurs de sorte que leurs statistiques vérifient le tenseur global. Face à l'inexistence de méthode de normalisation susceptible d'imposer les statistiques en deux points, une technique spécifique a été développée. Celle-ci est basée sur une décomposition orthogonale des signaux et a été introduite au §3.4.

Pour récapituler, la démarche suivie pour estimer les signaux de pression sur une surface complète entourant le jet est la suivante :

1. Un tenseur de corrélation spatio-temporelle global est déterminé par la méthode exposée au §3.3.1 à partir d'un ensemble de séries de mesures judicieusement placées ;
2. Pour chacune de ces séries de mesures, les coefficients de LSE spectrale permettant d'estimer les pressions sur toute la surface sont calculés à partir du tenseur global ;
3. Les mesures de la série maximisant l'énergie restituée sur l'ensemble de la surface sont normalisées par la méthode POD exposée au §3.4 ;
4. Ces signaux normalisés sont utilisés pour générer la base de données finale.

## 5.4.2 Estimations instantanées

La LSE spectrale, employée pour estimer les signaux de pression instantanée sur l'ensemble de la surface entourant le jet, est basée sur la cohérence entre les signaux estimés et les signaux de référence. Du fait des propriétés des corrélations en deux points, plus le point d'estimation est éloigné des signaux conditionneurs, plus leurs cohérences sont faibles, et donc moins l'estimation est performante. Cette propriété de la LSE se retrouve ici dans les valeurs RMS  $\overline{\tilde{p}^2(x, \theta)}^{1/2}$  des signaux estimés sur l'ensemble de la surface représentées sur la figure 5.12(a). Fonctions de la position longitudinale et azimutale du point d'estimation, ces valeurs sont adimensionnées par l'écart-type  $\overline{p^2(x, \theta = 0)}^{1/2}$  mesuré par les microphones de l'antenne linéique, supposant ces valeurs constantes en azimut (axisymétrie du jet). Ce rapport est représenté en niveau de gris et des iso-contours sont tracés par incrément de 0,1. Les signaux conditionneurs apparaissent avec un rapport de 1 en  $\theta=0^\circ$  (antenne linéique) et en  $x/D=3,2$  (antenne azimutale). Plus les points d'estimation sont éloignés des signaux conditionneurs, plus le rapport d'énergie est bas. Le niveau reste toutefois élevé avec des valeurs minimales supérieures à 50%. Une remontée du niveau RMS estimé est observée pour les points situés à l'opposé de l'antenne linéique ( $\theta=180^\circ$ ). Cette remontée est due à la prédominance du mode azimutal antisymétrique  $m_\theta=1$  (§5.3).

D'un point de vue fréquentiel, la dynamique des pressions estimées est proche de celle mesurée. L'allure générale du spectre est conservée avec toutefois une sous-estimation plus im-

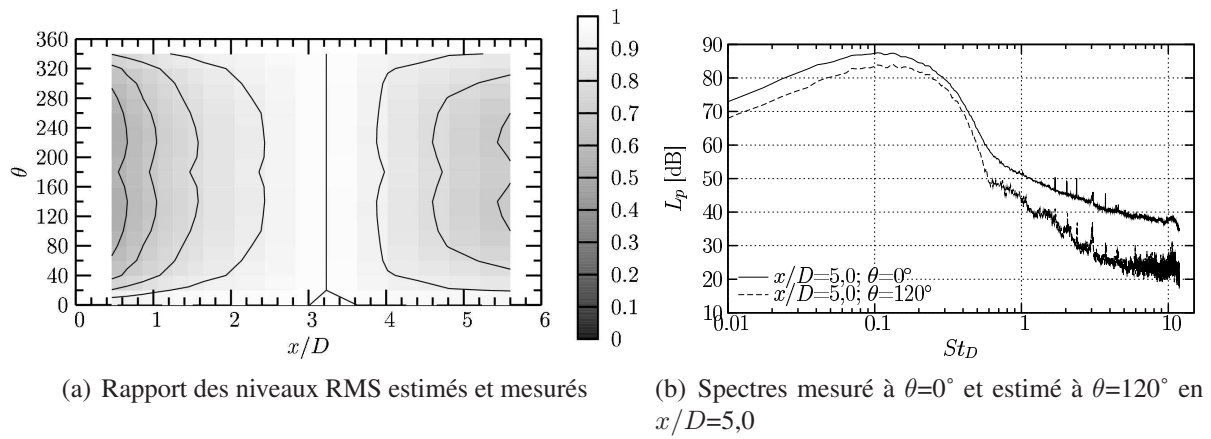


FIG. 5.12 – Comparaison des statistiques des signaux de pression estimée par LSE spectrale et mesurée sur la surface entourant le jet subsonique

portante des hautes fréquences comparativement à la zone d'énergie du spectre (fig. 5.12(b)).

L'estimation stochastique linéaire spectrale permet d'estimer la transformée de Fourier instantanée des pressions en tout point de la surface. Une transformée de Fourier inverse est utilisée pour revenir dans le domaine temporel et obtenir les pressions instantanées (éq. 3.24).

Une représentation tridimensionnelle des pressions instantanées estimées est donnée sur la figure 5.13 à un instant arbitraire quelconque. La plan de la section d'éjection du jet est représenté par les axes  $y$  et  $z$ , l'écoulement se dirigeant de la gauche vers la droite. Un quadrillage matérialise les points d'estimation. Les pressions estimées sont représentées en niveau de gris sur une surface se déformant en fonction de sa valeur.

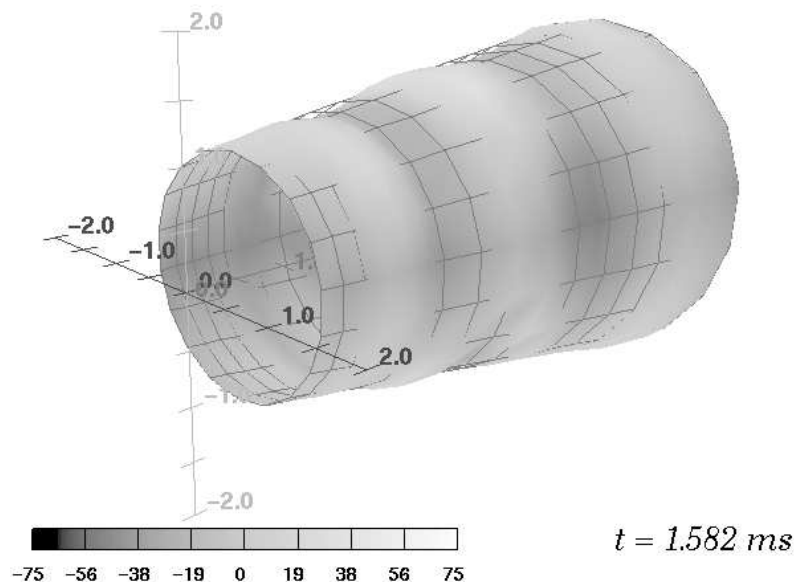


FIG. 5.13 – Représentation tridimensionnelle de la pression estimée par LSE spectrale sur la surface conique entourant le jet subsonique

Les modes azimutaux axisymétrique et antisymétrique se distinguent nettement. En considérant plusieurs instants successifs, la convection de ces modes dans la direction de l'écoulement apparaît clairement.

### 5.4.3 Conclusions

Afin d'obtenir des pressions instantanées simultanées sur une surface entourant le jet, inaccessible expérimentalement, une estimation stochastique linéaire a été mise en œuvre dans le domaine spectral. Le caractère fortement convectif de ce champ de pression permet, grâce à cette approche, de disposer d'une estimation de bon niveau sur l'ensemble de la surface à partir de seulement quelques points de mesures. En effet, à partir de seulement 11% de l'information, plus de 85% de l'énergie est estimée.

Il est à noter que cette estimation est basée sur les interspectres de pression et donc, les pressions obtenues sont des contributions corrélées avec les mesures de références utilisées. En outre, le choix de ces références reste une question essentielle et ouverte. En effet, le critère choisi ici, basé sur l'obtention du maximum d'énergie sur la surface considérée, semble convenable. Hors, la distribution longitudinale d'énergie est quasi-constante sur une grande partie du domaine (fig. 5.2(a)). Dans le cas d'une géométrie différente telle que celle de la configuration cylindrique exposée en annexe D, ce critère peut s'avérer ne plus être adéquat. En effet, pour cette configuration, le niveau élevé des valeurs RMS sur la partie aval du domaine (fig. D.1(a)) nous a conduit à utiliser des pressions de références (i.e. mesures pour une position longitudinale donnée de l'antenne azimutale) situé dans cette zone. Dès lors, l'estimation des pressions sur la partie amont du domaine n'est pas optimale. Peut être aurait-il alors été préférable de définir un autre critère, pour ce choix des références, basé par exemple sur l'obtention d'une valeur maximale du niveau minimal d'énergie estimée. Un autre type de critère aurait également pu être de nature topologique avec le choix d'une configuration permettant une estimation maximale de l'énergie associée aux contributions modales POD par utilisation de la méthode complémentaire (cf. §5.5.4).

## 5.5 Analyse POD spectrale bidimensionnelle

L'un des objectifs de cette étude est l'analyse de la structuration du champ de pression proche des jets du point de vue de la décomposition orthogonale. Les résultats de cette décomposition suivant la direction longitudinale ont été présentés au paragraphe 5.2. Cette partie s'intéresse alors à la prise en compte des contributions azimutales du champ de pression dans cette décomposition, s'inscrivant ainsi dans la continuité des études réalisées par Picard [162] et par Ricaud [171].

Chaque mode azimutal du champ de pression proche du jet subsonique est indépendamment décomposé par POD spectrale. Les valeurs et vecteurs propres sont systématiquement analysés puis utilisés pour filtrer la base de données de pressions instantanées générée par LSE sur la surface entourant l'écoulement pour analyser la dynamique de ces contributions.

### 5.5.1 Approche POD spectrale 2D : Notations

Pour cette démarche bidimensionnelle, les interspectres sont calculés par "morceaux" à partir des mesures de pression décrites en annexes B.1 suivant la méthode exposée au §3.3.1. Leur décomposition par analyse POD en valeurs et vecteurs propres, dans le domaine spectral, est réalisée indépendamment pour chaque mode azimutal par la résolution du système suivant (cf. POD au §3.1.2) :

$$\int_{\mathcal{D}} \Psi_{pp}(x, x'; m_\theta, \omega) \phi^{(n)}(x'; m_\theta, \omega) dx' = \lambda^{(n)}(m_\theta, \omega) \phi^{(n)}(x; m_\theta, \omega)$$

Le pendant des grandeurs définies dans le cadre de l'analyse POD 1D (cf. §5.2.2) peut être considéré pour chaque mode azimutal. Ainsi, la convergence des valeurs propres est définie par

le rapport entre l'énergie  $\widehat{E}^{(n)}(m_\theta, \omega)$  portée par les  $n$  premiers modes POD du mode azimutal  $m_\theta$  considéré :

$$\widehat{E}^{(n)}(m_\theta, \omega) = \sum_{i=1}^n \lambda^{(i)}(m_\theta, \omega)$$

et de l'énergie globale  $\widehat{E}^{(N_{pod})}(m_\theta, \omega)$  portée par l'ensemble des  $N_{pod}$  modes.

Une information globale peut également être obtenue pour chaque mode azimutal en considérant l'intégration fréquentielle des valeurs propres :

$$e^{(n)}(m_\theta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda^{(n)}(m_\theta, \omega) d\omega \quad (5.3)$$

ainsi que leur convergence  $E^{(n)}(m_\theta)/E^{(N_{pod})}(m_\theta)$  où :

$$E^{(n)}(m_\theta) = \sum_{i=1}^n e^{(i)}(m_\theta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \widehat{E}^{(i)}(m_\theta, \omega) d\omega$$

De même, la répartition spatio-fréquentielle de l'énergie des contributions modales de chaque mode azimutal est obtenue en considérant le module des fonctions propres complexes définies par :

$$\Phi^{(n)}(x; m_\theta, \omega) = \sqrt{\lambda^{(n)}(m_\theta, \omega)} \phi^{(n)}(x; m_\theta, \omega) \quad (5.4)$$

## 5.5.2 Valeurs propres et convergences

Nous nous intéressons ici à la répartition fréquentielle des valeurs propres issues de la POD-2D. Les résultats obtenus pour chaque mode azimutal comportent globalement les mêmes caractéristiques que ceux obtenus par la POD-1D (cf. 5.2.3), présentant une répartition fréquentielle des valeurs propres en deux zones de comportement différent. Pour chaque mode azimutal, l'énergie est concentrée sur les basses fréquences, inférieures à 2,1 kHz ( $St_D=1,0$ ), présentant une convergence rapide. Pour les fréquences supérieures à cette valeur, le niveau des valeurs propres est nettement inférieur et leur convergence est plus lente.

Le niveau des premières valeurs propres et leur convergence varient toutefois, pour les basses fréquences, en fonction du mode azimutal considéré (fig. 5.14 et fig. 5.15). Ainsi, les modes azimutaux 0 et 1 présentent une convergence plus rapide que les modes azimutaux d'ordre plus élevé. Le champ proche étant dominé par ces deux contributions azimutales (cf. §5.3), il n'est pas surprenant de retrouver sur ces modes le résultat de la POD-1D.

Le pic de moindre convergence, obtenu pour la configuration 1D, se retrouve également dans cette analyse bidimensionnelle. On notera que celle-ci est présente sur tous les modes azimutaux. Cela renforce alors l'idée que ce phénomène ne peut être le résultat de l'interaction entre les contributions hydrodynamique et acoustique exposée au chapitre 4. En effet, cette interaction est uniquement associée au mode antisymétrique  $m_\theta=1$  (§4.3) et n'apparaît pas dans les fonctions de cohérence des autres modes azimutaux.

Un autre résultat frappant est obtenu par la décomposition individuel des modes azimutaux de pression. En effet, le mode  $m_\theta=5$ , qui est le mode préféré de la dégénérescence azimutale des structures cohérentes de la couche de mélange du jet (Glaser [81]), présente une convergence singulière très rapide à la fréquence de 1 kHz ( $St_D=0,5$ ). Bien que celui-ci ne soit pas dominant d'un point de vue énergétique, sa structuration pour un nombre de Strouhal proche de celui du jet est obtenu par l'analyse POD.

Une information globale est obtenue en considérant l'intégration fréquentielle des valeurs propres (éq. 5.3) ainsi que leur convergence pour chaque mode azimutal.

Le traitement individuel de chaque mode azimutal du champ de pression met en évidence la domination d'une structuration axisymétrique et antisymétrique, montrant que les niveaux élevés et la décroissance rapide des valeurs propres d'ordre bas obtenues en configuration monodimensionnelle sont dus aux modes azimutaux d'ordre 0 et 1 présentant ces mêmes caractéristiques (fig. 5.16(a)). Pour ces modes azimutaux, les valeurs propres d'ordre supérieur à 4 présentent une décroissance plus lente, similaire à celle des valeurs propres des modes azimutaux d'ordre supérieur.

Une dégénérescence de la structuration azimutale du champ de pression est également mise en évidence par cette décomposition bidimensionnelle. En effet, celle-ci montre qu'un transfert d'énergie s'opère entre les modes azimutaux d'ordre bas vers les modes  $m_\theta=2$  et  $m_\theta=3$  qui sont alors dominants pour les modes POD d'ordre supérieur à 10 (fig. 5.16(b)). On retrouve alors ici un mécanisme similaire à celui obtenu sur le champ de vitesse de l'écoulement (cf. §2.1.3).

Le comportement aux modes POD d'ordre bas permet de distinguer deux catégories de modes azimutaux. D'une part, les modes azimutaux 0 et 1 présentent un niveau élevé des premières valeurs propres (80%) et une convergence rapide (95% de l'énergie globale en seulement 2 modes POD, fig. 5.17). D'autre part, les modes azimutaux d'ordre supérieur présentent un niveau nettement plus faible (60%) des premières valeurs propres et une convergence plus lente (95% de l'énergie globale en 4 modes POD).

### 5.5.3 Fonctions propres

Nous considérons ici l'évolution spatio-fréquentielle du module des fonctions propres POD 5.4 :  $|\Phi^{(n)}(x ; m_\theta, \omega)|$ . Ces grandeurs permettent de prendre en compte la localisation spatiale de l'énergie associée aux modes propres issus de la POD pour chaque mode azimutal, apportant ainsi une information complémentaire à l'analyse de leurs valeurs propres.

Comme dans le cadre de la configuration 1D (cf. §5.2.4), l'évolution spatio-fréquentielle des modules des fonctions propres des trois premiers modes POD est considérée. Reportées sur la figure 5.18 (col. a à c), ces fonctions sont ici détaillées pour les modes azimutaux d'ordre 0 à 5 (lig. 1 à 6).

Dans un premier temps, la similitude entre les résultats obtenus pour les deux premiers modes azimutaux (fig. 5.18, lig. 1 et 2) et les résultats obtenus en configuration 1D (fig. 5.6(a) à 5.6(c)) peut être relevée. En particulier, la grande étendue spatiale de la zone contenant l'énergie est retrouvée pour ces deux modes azimutaux. La focalisation du maximum d'énergie du mode POD d'ordre 1 (fig. 5.18, col. a) sur la zone en aval du cône potentiel ainsi que la diminution de la fréquence du maximum local d'énergie avec l'éloignement de la sortie de la tuyère sont également retrouvées. Les modes d'ordre supérieur présentent la même morphologie avec respectivement 2 et 3 maxima locaux pour les modes POD d'ordre 2 et 3 (fig. 5.18, col. b et c). Ces deux modes azimutaux dominant le champ de pression proche du jet (cf. §5.3), il n'est donc pas surprenant que l'on retrouve ici des résultats similaires à ceux de la configuration 1D pour laquelle l'ensemble des contributions azimutales sont intégrées.

Intéressons-nous aux modes azimutaux d'ordre supérieur, et plus particulièrement à l'évolution spatio-fréquentielle du module de la fonction propre du premier mode POD (fig. 5.18, col. a, lig. 3 à 6). Les valeurs propres de ces modes azimutaux présentent un comportement différent de celui des modes azimutaux d'ordres 0 et 1 (cf. §5.5.2). Les localisations spatiales de l'énergie diffèrent également puisque ces répartitions se restreignent alors à la zone en aval du

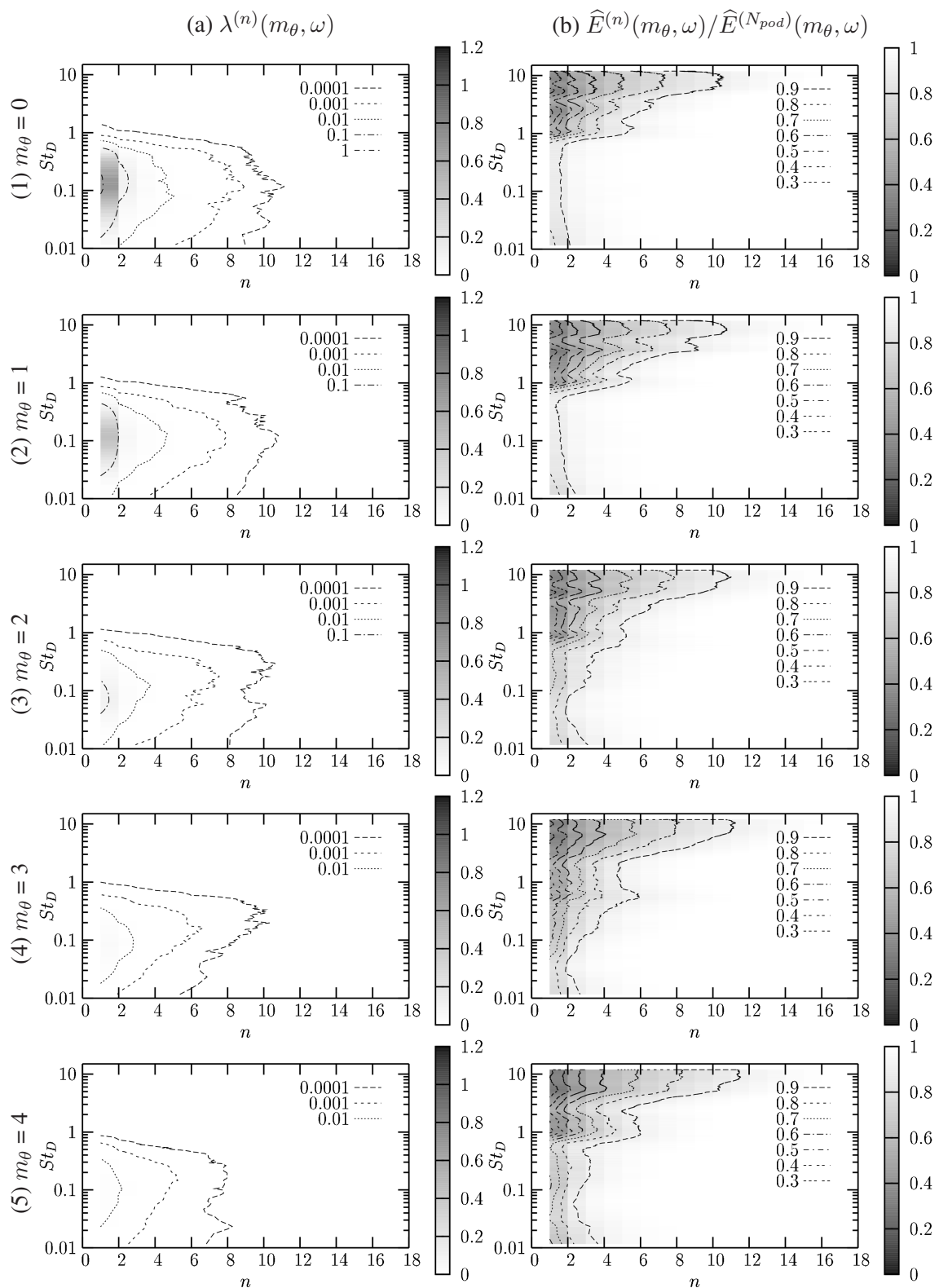


FIG. 5.14 – Valeurs propres (col. a) et convergence (col. b), par mode azimutal d'ordre 0 à 4 (fig. 1 à 5) sur configuration conique subsonique



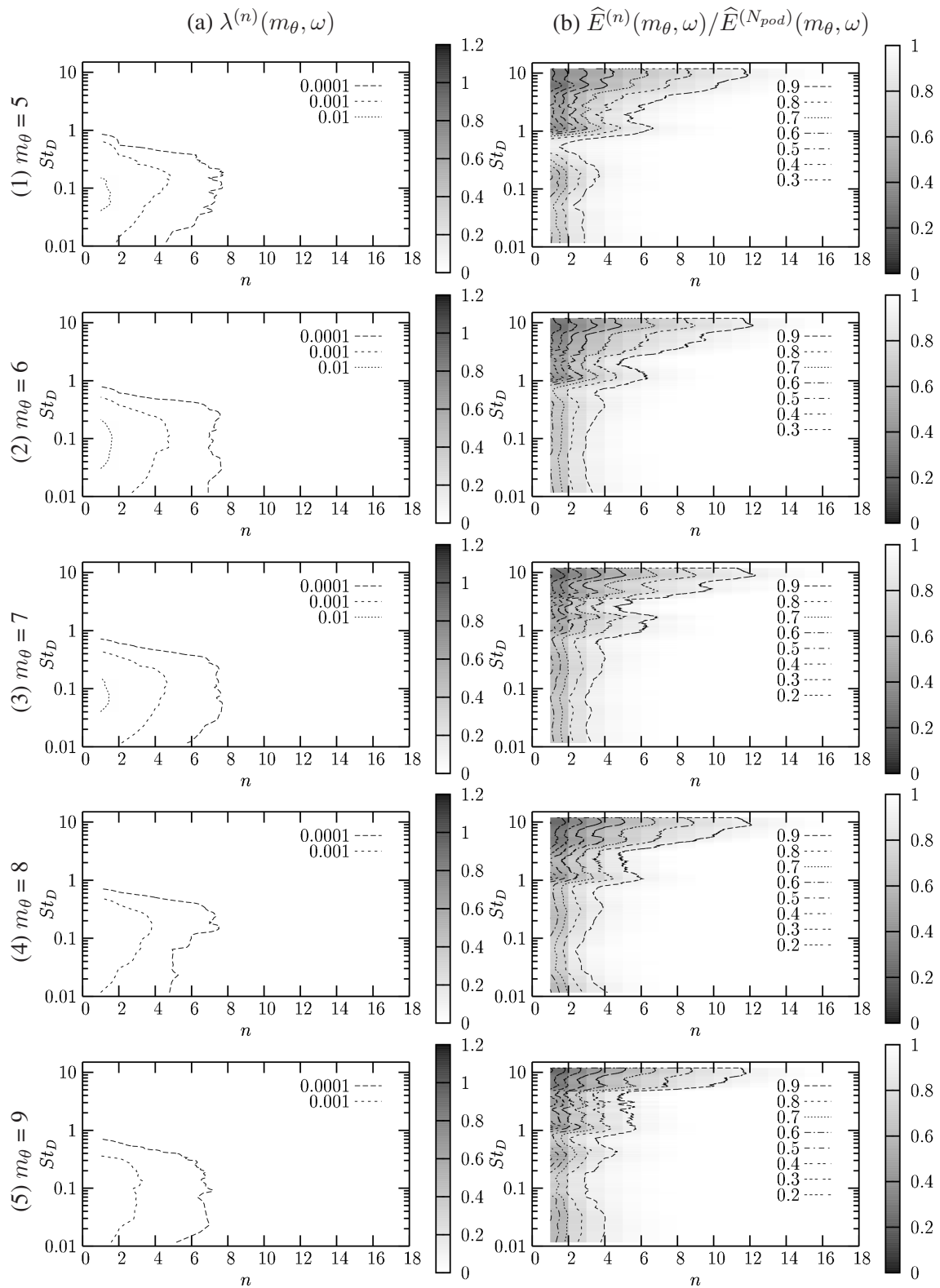


FIG. 5.15 – Valeurs propres (col. a) et convergence (col. b), par mode azimutal d'ordre 5 à 9 (fig. 1 à 5) sur configuration conique subsonique



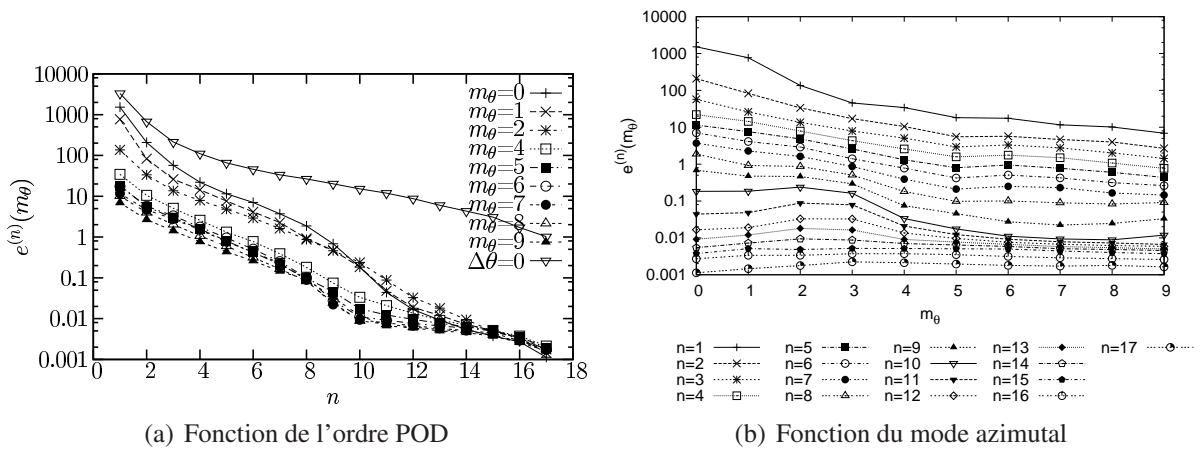


FIG. 5.16 – Intégrale des valeurs propres POD-1D et POD-2D en configuration conique subsonique

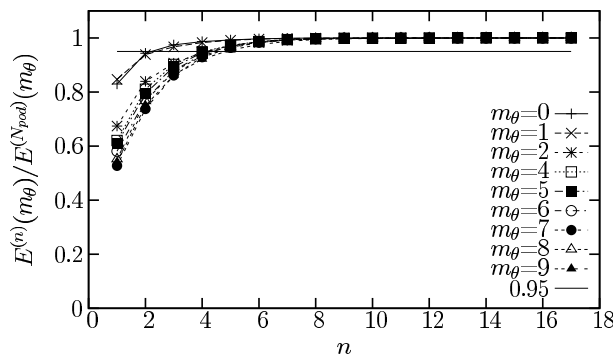


FIG. 5.17 – L'intégrale des convergences POD-2D sur configuration conique subsonique

cône potentiel. Plus précisément, plus l'ordre du mode azimutal est élevé, plus la contribution du premier mode POD est réduite au niveau du cône potentiel et se concentre sur la zone en aval.

De manière générale, il est difficile d'extraire une information pertinente des modes POD d'ordre supérieur à 1 du fait de la complexité de leur morphologie. En revanche, pour le mode POD d'ordre 1, la partie dominante de l'énergie est contenue dans une gamme de fréquences dominée par des contributions de nature hydrodynamique. On notera alors la diminution de la fréquence du maximum local d'énergie avec l'éloignement longitudinal, traduisant l'évolution des structures cohérentes de la couche de mélange du jet. De plus, la contribution des modes azimutaux d'ordre élevé est minime au niveau du cône potentiel pour être essentiellement concentrée en aval de cette zone. Ainsi, la dégénérescence azimutale des structures cohérentes de la couche de mélange du jet est mise en évidence de manière plus prononcée que par l'analyse de Fourier (cf. §5.3).

#### 5.5.4 Contributions instantanées

Dans le cadre de cette étude, la décomposition orthogonale aux valeurs propres est conduite dans le domaine spectral, indépendamment pour chaque fréquence. La perte de phase alors induite interdit le retour au domaine physique des fonctions propres obtenues (cf. POD au §3.1.2.b). L'étude dans ce domaine est toutefois importante pour une meilleure compréhension des phénomènes mis en évidence par cette décomposition.

Pour se faire, nous nous intéressons donc aux contributions modales instantanées de la

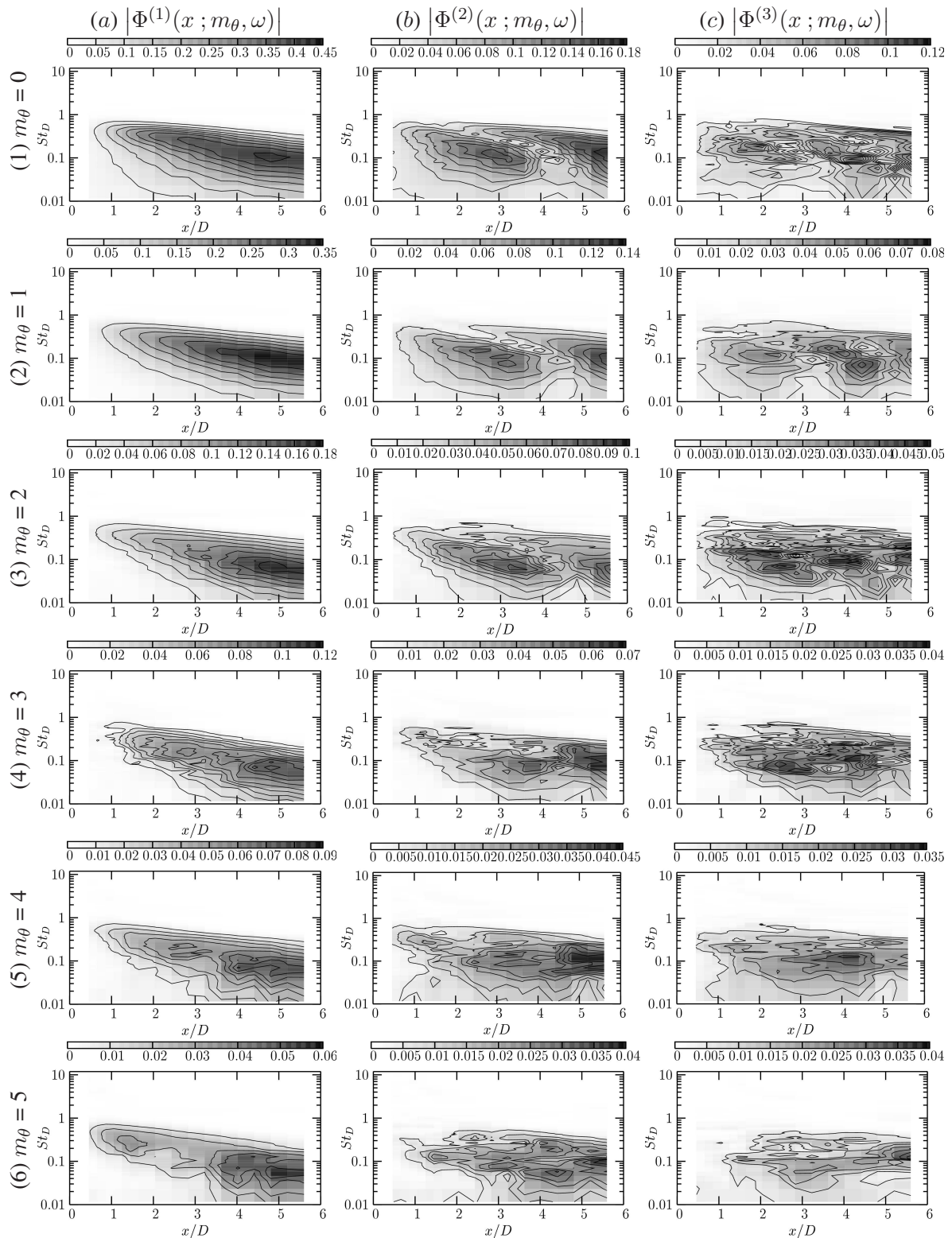


FIG. 5.18 – Module des fonctions propres POD-2D d'ordre 1, 2 et 3 (col. *a*, *b* et *c*) pour les modes azimutaux d'ordre 0 à 5 (fig. 1 à 6) sur configuration conique subsonique

pression. Celles-ci sont obtenues par filtrage du champ de pression instantanées par les modes propres issus de la POD.

### 5.5.4.a Introduction

Les modes propres issus de la décomposition orthogonale des interspectres, présentés au paragraphe précédent, sont utilisés pour filtrer le champ de pression proche du jet afin d'en extraire la partie cohérente. Ces contributions modales instantanées sont calculées, dans le domaine de Fourier, par pondération des modes propres par des coefficients instantanés :

$$\widehat{\widetilde{p}}^{(n)}(x; m_\theta, \omega) = \widehat{a}^{(n)}(x; m_\theta, \omega) \phi^{(n)}(x; m_\theta, \omega) dx \quad (5.5)$$

Ces coefficients sont obtenus par projection du champ de pression sur le mode propre considéré :

$$\widehat{a}^{(n)}(x; m_\theta, \omega) = \int_{\mathcal{D}} \widehat{\widetilde{p}}(x; m_\theta, \omega) \phi^{(n)*}(x; m_\theta, \omega) dx \quad (5.6)$$

où  $\mathcal{D}$  est le domaine d'analyse.

Ne disposant pas de mesures simultanées de pression sur l'ensemble de la surface d'analyse, la méthode dite complémentaire (Bonnet *et al.* [25]) est ici mise en œuvre. Le champ de pression projeté sur les modes propres est alors le champ de pression estimé par LSE, noté  $\widetilde{p}$ , présenté au paragraphe 5.4.

Cette projection est réalisée dans le domaine spectral. Les pressions instantanées filtrées sont obtenues dans le domaine physique par transformée de Fourier inverse dans la direction temporelle pour chaque mode azimutal :

$$\widehat{\widetilde{p}}^{(n)}(x, t; m_\theta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \widehat{\widetilde{p}}^{(n)}(x; m_\theta, \omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (5.7)$$

La projection dans le domaine spatio-temporel peut alors être considérée indépendamment pour chacun des modes azimutaux par la projection suivante :

$$\widetilde{p}^{(n, m_\theta)}(x, \theta, t) = \widehat{\widetilde{p}}^{(n)}(x, t; m_\theta) e^{jm_\theta \theta} \quad (5.8)$$

La projection complète de la contribution modale POD instantanée est obtenue par sommation des contributions de l'ensemble des modes azimutaux :

$$\widetilde{p}^{(n)}(x, \theta, t) = \sum_{m_\theta=-M}^M \widetilde{p}^{(n, m_\theta)}(x, \theta, t) = \sum_{m_\theta=-M}^M \widehat{\widetilde{p}}^{(n)}(x, t; m_\theta) e^{jm_\theta \theta}$$

où  $M$  est le nombre de modes azimutaux moins un, égal à la moitié du nombre de microphones disposés sur la circonférence du jet, soit  $M=9$ .

### 5.5.4.b Contributions modales POD instantanées

Une illustration des contributions modales POD d'ordre 1 est donnée sur la figure 5.19 pour les modes azimutaux d'ordre 0, 1 et 2. Représentées dans un espace tridimensionnel  $(x, r, \theta)$  pour un instant arbitraire quelconque, ces fluctuations de pression sont matérialisées par un niveau de gris sur une surface se déformant en fonction de l'amplitude de la fluctuation. Le centre de la tuyère d'éjection est matérialisé par l'origine d'un repère cartésien.

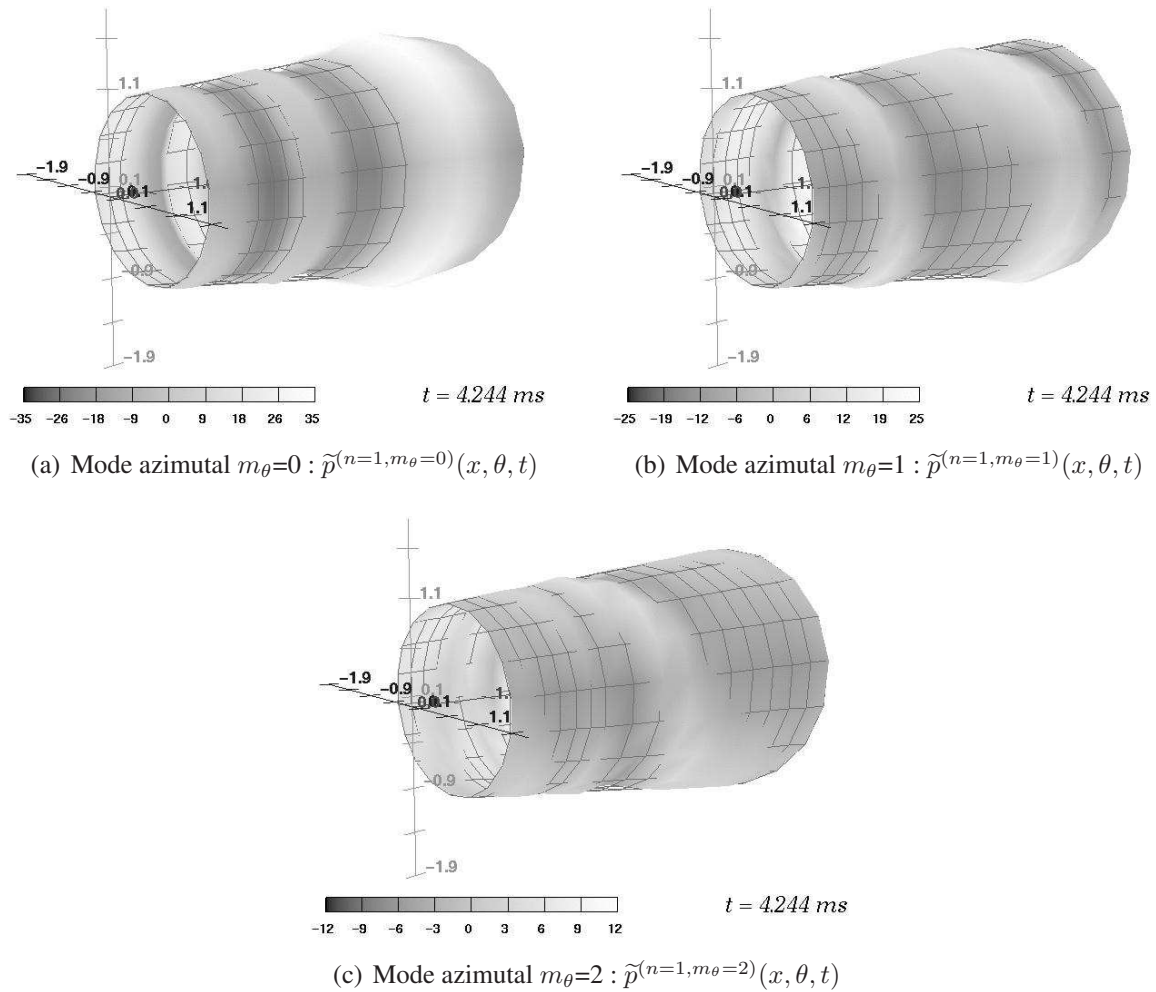


FIG. 5.19 – Représentation 3D des contributions modales POD instantanées d’ordre 1 du champ de pression proche en configuration conique pour les modes azimutaux d’ordre 0, 1 et 2

L’analyse des valeurs propres (cf. 5.5.2) et modes propres (cf. 5.5.3) a révélé une différence de comportement importante entre les deux premiers modes azimutaux et les modes azimutaux d’ordre plus élevé ainsi qu’une différence de comportement entre les modes POD d’ordre bas et les modes POD d’ordre élevé. Une différence dans le comportement de ces modes est également mise en lumière par l’observation des contributions modales POD qui leur sont associées. En effet, l’évolution temporelle des deux premiers modes POD des modes azimutaux 0 et 1 fait apparaître des “événements” de pression se déplaçant de l’amont vers l’aval du jet à une vitesse semblant proche de la vitesse de convection de l’écoulement. La taille de ces “événements” augmente en fonction de leur position longitudinale. Les modes POD d’ordre supérieur font apparaître des “événements” se déplaçant également dans la direction de l’écoulement mais à une vitesse bien plus élevée.

Ces comportements sont mis en évidence en considérant le module des transformées de Fourier instantanées du champ de pression dans la direction azimutale. En effet, plusieurs points peuvent être relevés dans l’évolution spatio-temporelle de ces coefficients pour le mode azimutal d’ordre 0 (fig. 5.20(a)). Dans un premier temps, une augmentation des échelles temporelles avec l’éloignement de la section d’éjection est clairement identifiable. Cette augmentation est due à la diminution de la fréquence caractéristique des structures cohérentes de la couche de mélange occasionnant ces fluctuations de pression. De plus, le caractère convectif de ces structures, et donc du champ de pression induit, est remarquable par l’évolution des événements de

pression dans le domaine spatio-temporel, présentant une pente égale à celle de la vitesse de convection de l'écoulement, représentée ici par une ligne continue (fig. 5.20(a) à fig. 5.20(c)).

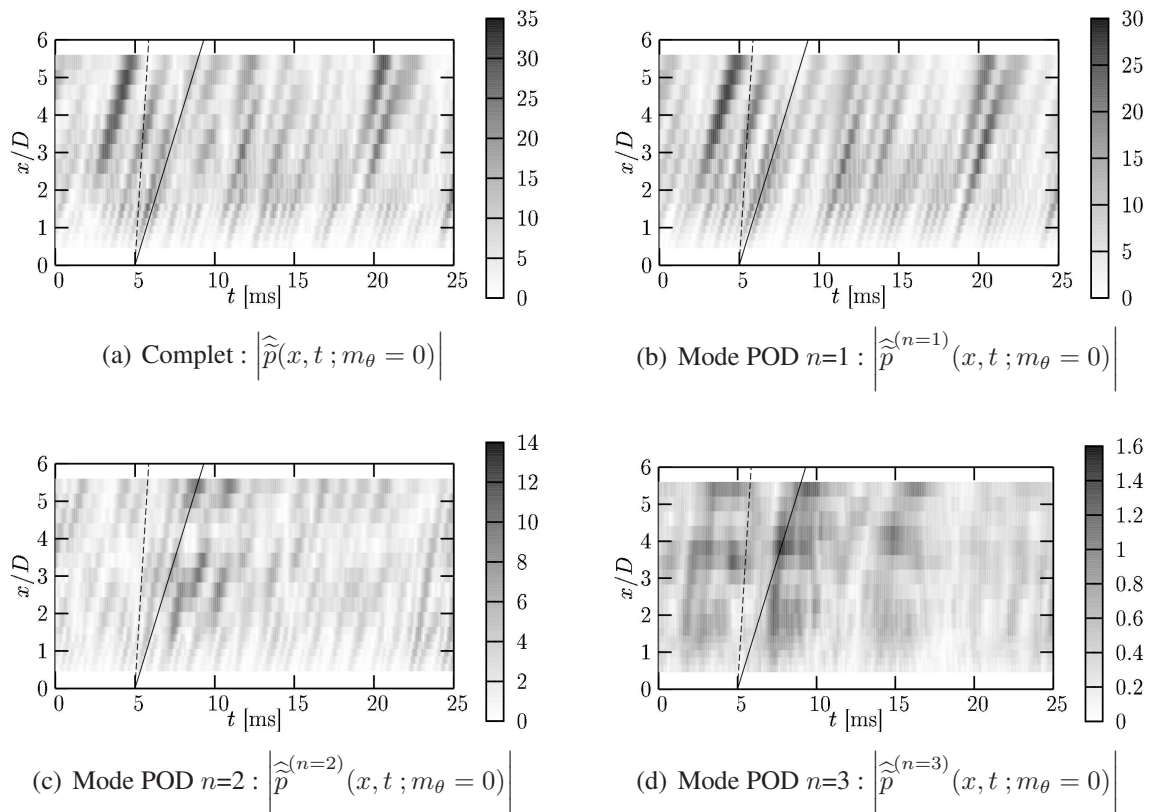


FIG. 5.20 – Cartographie spatio-temporelle du module du mode azimutal d'ordre 0 du champ de pression estimé par LSE (a) et de ses contributions modales instantanées aux modes POD d'ordre 1, 2 et 3 (respectivement b, c et d). Configuration conique du jet subsonique

Le comportement de la contribution modale POD d'ordre 3 diffère de celui des contributions modales d'ordre inférieur (fig. 5.20(d)). En effet, l'augmentation des échelles temporelles est nettement moins marquée pour cette contribution modale et la pente des événements de pression est égale à celle de la vitesse du son, représentée ici par des tirets. La vitesse du son est, pour cette configuration de jet, plus de 3 fois supérieure à la vitesse d'éjection. Des perturbations se déplaçant à cette vitesse ne peuvent donc pas être associées à des perturbations de nature hydrodynamique. Cette contribution modale semble permettre d'identifier la partie acoustique du champ de pression proche du jet se propageant dans la direction aval de l'écoulement. Le paragraphe suivant se proposera de discuter la possible identification des différentes contributions de pression.

Le même type de comportement est retrouvé sur le mode  $m_\theta=0$  (fig. 5.21(a)) ainsi que sur ses contributions modales POD d'ordre 1, 2 et 3 (fig. 5.21(c), 5.21(e) et 5.21(g)). Pour ce mode azimutal, nous disposons d'une information supplémentaire constituée par sa phase. Cette information est importante car traduisant l'orientation azimutale du mode de pression.

La rotation de cette phase suivant la direction longitudinale met en évidence la forme hélicoïdale du mode axisymétrique (fig. 5.21(b)). Celui-ci tourne autour du jet comme le montre sa rotation temporelle de phase se traduisant par un déplacement des iso-phases suivant une direction correspondant à la vitesse de convection du jet.

L'augmentation des échelles temporelles se retrouve également dans ces cartographies de phase. L'appariement d'événements se distingue également par le regroupement de plusieurs



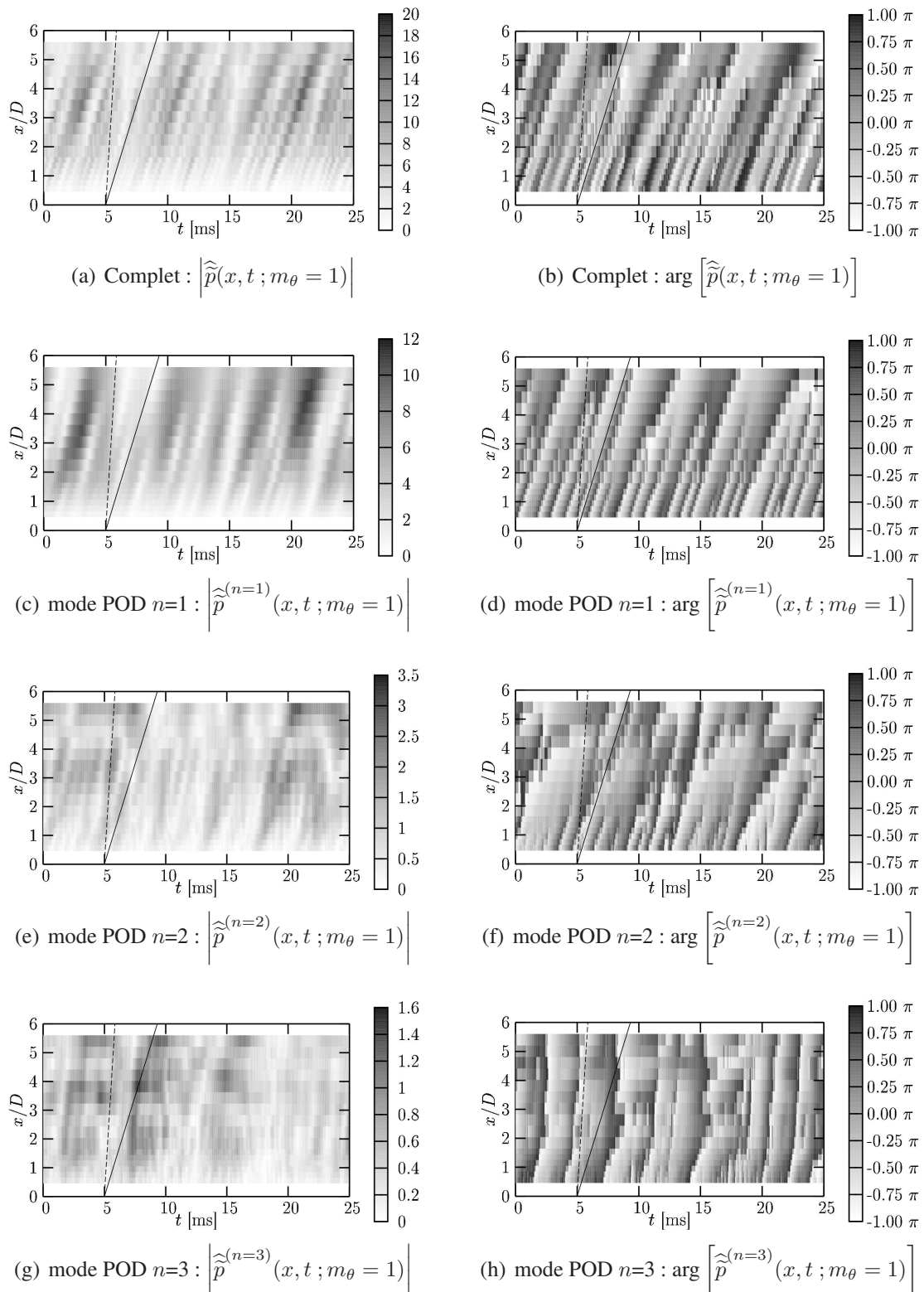


FIG. 5.21 – Cartographie spatio-temporelle des module et phase du mode azimutal d'ordre 1 du champ de pression estimé par LSE (a et b) et de ses contributions modales instantanées aux modes POD d'ordre 1, 2 et 3 (respectivement c et d, e et f, g et h). Configuration conique du jet subsonique.

“branches” de phase conduisant à l’augmentation des échelles temporelles et apparaissant généralement à la fin du cône potentiel ( $x/D=4$ ). La prédominance du premier mode POD apparaît avec une structuration importante de sa phase (fig. 5.21(d)), très proche de celle du champ complet (fig. 5.21(b)). La phase de la contribution modale POD d’ordre 2 (fig. 5.21(f)) est beaucoup moins organisée alors que celle de la contribution modale d’ordre 3 (fig. 5.21(h)) présente une organisation dont le rapport espace-temps des lignes isophases correspond à la vitesse du son (représentée par des tirets).

L’analyse des valeurs propres a montré qu’il existe, pour cette configuration expérimentale, une différence de comportement entre les modes azimutaux d’ordre 0 et 1 et les modes azimutaux d’ordre supérieur. A ce titre, il est intéressant de considérer l’analyse des contributions instantanées de ces modes. Celle-ci est illustrée ici par l’analyse du mode azimutal d’ordre 2.

Le module, ainsi que la phase, de la transformée de Fourier instantanée dans la direction azimutale du champ de pression complet (fig. 5.22(a) et 5.22(b)) ne présentent pas de différence notable avec ceux des modes azimutaux d’ordre inférieur. Ils présentent le même type de caractéristiques (augmentation des échelles temporelles et convection à la vitesse de convection de l’écoulement). En revanche, bien que présentant également ces caractéristiques, la contribution modale POD d’ordre 1 est ici moins représentative du champ de pression complet (fig. 5.22(c) et 5.22(d)). L’apparente désorganisation de la contribution modale POD d’ordre 3 est également relevée (fig. 5.22(g) et 5.22(h)) et en particulier, on notera l’absence de direction de propagation obtenue pour cette contribution modale POD des modes azimutaux d’ordre inférieur.

#### 5.5.4.c Conclusion

Le champ de pression proche du jet subsonique est fortement lié aux structures cohérentes de la couche de mélange de l’écoulement. En effet, les contributions modales azimutales de ce champ de pression sont nettement marquées par une vitesse de convection égale à la vitesse de convection de ces structures. De plus, leurs échelles temporelles et spatiales augmentent avec la position longitudinale.

Ainsi, ce champ de pression présente un degré de structuration important. Il est quasiment entièrement décrit par une seule contribution modale POD, dans le cas de la configuration conique, pour tous les modes azimutaux.

Or, les fréquences caractéristiques des structures cohérentes sont relativement basses et appartiennent à la zone contenant l’énergie du spectre. Un phénomène propagatif, lié à la vitesse du son, et correspondant donc à des fréquences plus élevées, a également pu être mis en évidence dans le champ de pression proche par la contribution modale POD d’ordre 3 des deux premiers modes azimutaux. L’identification de ce phénomène laisse entrevoir la possibilité de distinguer les deux composantes, hydrodynamique et acoustique, du champ de pression proche par l’utilisation de la POD.

#### 5.5.5 Synthèse de l’analyse POD-2D

Une analyse POD a été mise en œuvre dans le domaine spectral. Celle-ci a été réalisée indépendamment pour tous les modes azimutaux d’un domaine d’analyse dont la position radiale des points de mesures varie dans la direction longitudinale, formant une surface conique entourant la zone de mélange du jet.

Cette décomposition POD a mis en évidence le caractère structuré de l’ensemble des modes azimutaux pour les fréquences inférieures à une valeur de l’ordre de 1,5 kHz ( $St_D=0,7$ ). Pour ces fréquences, le champ de pression est dominé par des contributions de nature hydrodynamique et ses fluctuations sont fortement liées aux structures cohérentes de l’écoulement. Cette



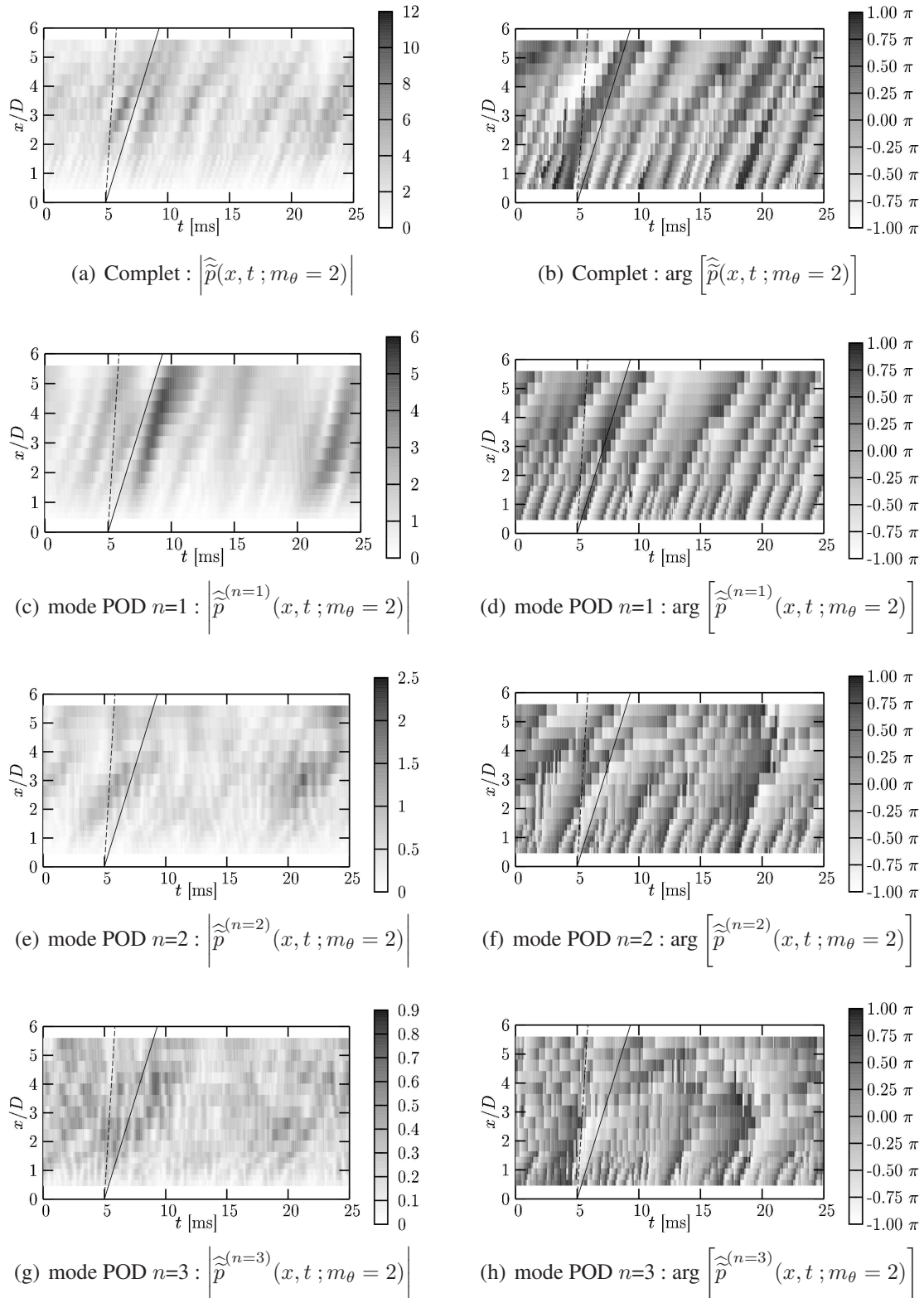


FIG. 5.22 – Cartographie spatio-temporelle des module et phase du mode azimutal d'ordre 2 du champ de pression estimé par LSE (a et b) et de ses contributions modales instantanées aux modes POD d'ordre 1, 2 et 3 (respectivement c et d, e et f, g et h). Configuration conique du jet subsonique.

plage de basses fréquences s'étend jusqu'aux fréquences correspondant au changement de pente des spectres (dénotant le passage entre les basses fréquences dominées par des fluctuations de pression de nature hydrodynamique et les hautes fréquences dominées par des fluctuations de pression de nature acoustique, cf. §4.1.2) pour lesquelles une altération de la structuration du champ de pression est observée.

De manière générale, une différence de comportement a été relevée entre les contributions des modes azimutaux d'ordre 0 et 1 et les contributions des modes azimutaux d'ordre supérieur. En particulier, ces deux premiers modes azimutaux présentent un degré de structuration plus important. Toutefois, une très forte structuration a été relevée à la fréquence correspondant au nombre de Strouhal du jet pour le mode azimutal d'ordre 5. Pour cette configuration, les fonctions propres des modes azimutaux d'ordre élevé montrent des maxima d'énergie pointant sur la zone aval du cône potentiel. Les fonctions propres des modes azimutaux d'ordre 0 et 1 présentent un caractère beaucoup plus local avec une répartition longitudinale des maxima sur l'ensemble du domaine d'analyse pointant sur des fréquences dont la valeur est fonction de la position longitudinale.

Un filtrage POD du champ de pression a également permis une analyse instantanée des fonctions propres spectrales. Cette procédure a mis en évidence la structuration spatio-temporelle des contributions modales POD. Des événements de pression apparaissent alors pour les premiers ordres POD, convectés à la vitesse de convection de l'écoulement. Des événements se déplaçant à la vitesse du son ont également pu être identifiés pour les modes POD d'ordre 3. La possibilité d'identifier et de séparer les composantes hydrodynamique et acoustique du champ de pression proche par utilisation de la POD a alors été soulevée.

## 5.6 Séparation des contributions hydrodynamique et acoustique

Le champ de pression proche des jets est constitué de deux composantes. Comme cela a été discuté au §2.4.1 et dans le chapitre 4, l'une de ces contributions est de nature hydrodynamique et l'autre, de nature acoustique. Les modèles de prédictions des niveaux acoustiques sont donc inadaptés à la prédiction des niveaux rencontrés dans cette zone.

La méconnaissance des mécanismes de génération de bruit des jets couplée aux fortes interactions existant entre ces composantes du champ de pression engendrent une difficulté d'identification de ces mêmes contributions. Disposer d'un outil permettant de séparer ces contributions offrirait la possibilité de les étudier indépendamment l'une de l'autre et d'observer l'évolution de chacune. Cela pourrait alors apporter une aide importante à la compréhension des mécanismes en jeu et à la définition d'un modèle de prédiction des niveaux effectivement rencontrés en champ proche basé sur la modélisation de chacune de ces composantes à la manière, par exemple, du modèle empirique développé par Harper-Bourne [89] modélisant la pression par sommation de plusieurs modèles semi-empiriques correspondant chacun à une contribution particulière de la pression (§2.4.1.c).

Les contributions modales instantanées de la décomposition orthogonale du champ de pression font apparaître, dans certains cas, des événements se déplaçant à la vitesse du son (cf. §5.5.4). De plus, cette décomposition a révélé un comportement très différent entre les domaines fréquentiels qui peuvent être considérés comme dominés par des contributions de nature hydrodynamique ou de nature acoustique. Cette section s'intéresse donc à la possibilité d'utiliser cet outil pour séparer les composantes de la pression en champ proche.

Pour se faire, il faut être en mesure d'identifier ces différentes composantes. Leur vitesse de déplacement respective est une différence aisément identifiable. En effet, la composante

acoustique du champ de pression est un phénomène propagatif. Ces fluctuations de pression se propagent à la célérité du son dans le milieu ambiant. Le caractère convectif du champ de pression peut, quant à lui, être associé à sa composante hydrodynamique, fortement liée aux structures cohérentes de la couche de mélange qui se déplacent à la vitesse de convection de l'écoulement. L'identification de ces composantes peut alors être fondée sur la détection de ces vitesses, lesquelles présentent un rapport  $1/M_c$  de l'ordre de 5 et sont donc clairement dissociables dans le cadre de la configuration de jet subsonique étudié ici. Cette recherche peut être réalisée par l'analyse des corrélations spatio-temporelles de tout ou partie du champ de pression.

Dans un premier temps, la configuration monodimensionnelle portant sur une seule répartition longitudinale de microphones inclinée par rapport à l'axe du jet est examinée. L'importance de la prise en compte des contributions azimutales du champ ayant précédemment été démontrée, l'ensemble des points de mesure décrivant une surface conique entourant le jet est alors exploité.

### 5.6.1 Configuration 1D

Nous nous intéressons ici à la configuration monodimensionnelle. Seuls les microphones de l'antenne linéique sont considérés. Les valeurs et vecteurs propres issus de la décomposition orthogonale de cette répartition longitudinale de pression, présentées au paragraphe §5.2, sont utilisées pour déterminer le comportement de chaque contribution modale POD par l'analyse de leurs coefficients de corrélation spatio-temporelle.

#### 5.6.1.a Notations

Les corrélations spatio-temporelles de chaque contribution modale POD peuvent être calculées à partir de leurs interspectres. Pour un mode POD d'ordre  $n$ , ces interspectres sont reconstruits directement à partir des valeurs et vecteurs propres (cf. §3.1.2) :

$$\Psi_{pp}^{(n)}(x, x' ; \omega) = \lambda^{(n)}(\omega) \phi^{(n)}(x ; \omega) \phi^{(n)*}(x' ; \omega)$$

Les corrélations spatio-temporelles sont obtenues par transformée de Fourier inverse :

$$R_{pp}^{(n)}(x, x', \tau) = \frac{T}{T - \tau} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_{pp}^{(n)}(x, x' ; \omega) e^{j\omega\tau} d\omega$$

Afin de s'affranchir des variations d'énergie sur le domaine, pour ne considérer que le comportement spatio-temporel, les coefficients de corrélations sont obtenus en normalisant les corrélations par cette répartition d'énergie :

$$r_{pp}^{(n)}(x, x', \tau) = \frac{R_{pp}^{(n)}(x, x', \tau)}{\sqrt{R_{pp}^{(n)}(x, x, \tau = 0) R_{pp}^{(n)}(x', x', \tau = 0)}}$$

#### 5.6.1.b Coefficients de corrélation modale POD

Les coefficients de corrélation spatio-temporelle de la contribution modale POD du premier ordre permettent de montrer que ce mode présente un caractère convectif fortement marqué. Dans le domaine spatio-temporel, ses maxima suivent une ligne dont la pente est égale à celle de la vitesse de convection de l'écoulement, représentée par une ligne en pointillés sur la figure 5.23(a). La vitesse du son est également reportée sur cette figure. Elle est représentée par

deux lignes en pointillés, de pentes positive et négative, illustrant respectivement une propagation dans la direction aval et dans la direction amont de l'écoulement. Or, aucun motif de ces coefficients de corrélation ne présente une telle pente. Le premier mode POD de cette configuration semble donc capturer essentiellement des perturbations de nature hydrodynamique, fortement corrélées sur l'ensemble du domaine d'analyse et convectées dans la direction de l'écoulement.

Le second mode POD, figure 5.23(b), montre un comportement relativement semblable dans le sens où seule la vitesse de convection est identifiable. Toutefois, suivant cette direction, les maxima sont marqués par un passage par zéro. Celui-ci est dû au passage par zéro du vecteur propre (cf. §5.2.4).

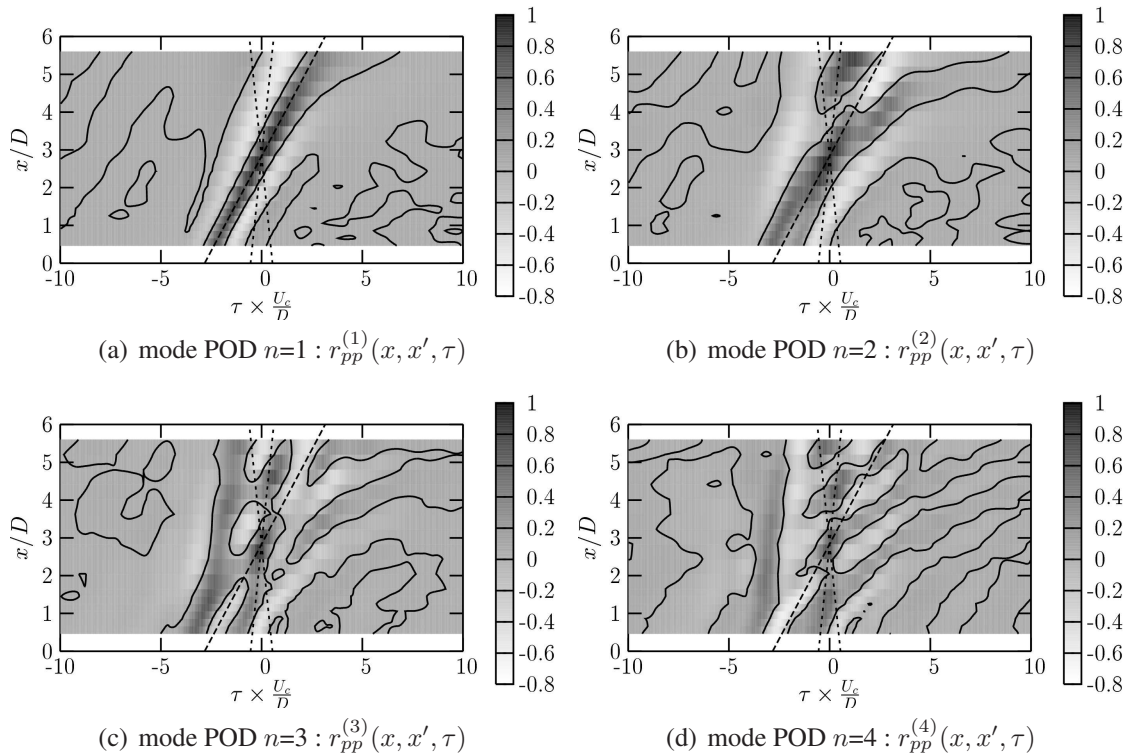


FIG. 5.23 – Coefficients de corrélation spatio-temporelle  $r_{pp}^{(n)}(x, x', \tau)$  des contributions modales POD-1D d'ordre 1 à 4 par rapport au point de référence  $x'/D=2,8$ , configuration conique subsonique

L'augmentation du nombre de passage par zéro des vecteurs propres en fonction de l'ordre POD se retrouve naturellement dans les coefficients de corrélation d'ordre supérieur. Ainsi, les maxima des coefficients de corrélation des contributions modales POD d'ordre 3 et 4 présentent respectivement 2 et 3 passages par zéro (fig. 5.23(c) et fig. 5.23(d)). On notera alors que la succession de ces maxima semble suivre la direction de propagation. Ces modes POD ne permettent pas l'identification d'une contribution purement propagative, toutefois les coefficients de corrélation spatio-temporelle de ces contributions modales POD présentent un motif encourageant laissant présumer qu'il pourrait être possible d'identifier les contributions acoustiques par ce type d'approche. L'analyse par contribution modale azimuthale permet-elle alors cette identification ?

## 5.6.2 Configuration 2D

L'analyse POD individuelle des modes azimuthaux de pression a montré une différence de comportement notable entre ces derniers (§5.5). Comment cette différence se traduit-elle dans

le domaine physique ?

### 5.6.2.a Notations

Les corrélations spatio-temporelles des différentes contributions modales POD sont obtenues, pour chaque mode azimutal, en reconstruisant leurs interspectres à partir de leurs valeurs et vecteurs propres :

$$\Psi_{pp}^{(n)}(x, x'; m_\theta, \omega) = \lambda^{(n)}(m_\theta, \omega) \phi^{(n)}(x; m_\theta, \omega) \phi^{(n)*}(x'; m_\theta, \omega)$$

En définissant ces interspectres à partir des vecteurs propres de la POD, et non en les calculant à partir des contributions modales instantanées précédemment présentées, on s'affranchit de la dégradation des pressions par l'estimation stochastique de la méthode complémentaire nécessaire à leur obtention.

Les corrélations spatio-temporelles sont obtenues par la transformée de Fourier inverse des interspectres :

$$R_{pp}^{(n)}(x, x', \tau; m_\theta) = \frac{T}{T - \tau} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_{pp}^{(n)}(x, x'; m_\theta, \omega) e^{j\omega\tau} d\omega$$

Les coefficients de corrélations sont alors obtenus en normalisant ces corrélations par l'écart-type du mode azimutal  $m_\theta$  considéré :

$$r_{pp}^{(n)}(x, x', \tau; m_\theta) = \frac{R_{pp}^{(n)}(x, x', \tau; m_\theta)}{\sqrt{R_{pp}^{(n)}(x, x, 0; m_\theta) R_{pp}^{(n)}(x', x', 0; m_\theta)}}$$

### 5.6.2.b Coefficients de corrélations modale POD

L'analyse se limite ici aux seuls modes POD et azimutaux les plus énergétiques. Ainsi, seuls les trois premiers modes azimutaux, d'ordre 0, 1 et 2, pour lesquels seuls les quatre premiers modes POD, sont considérés (fig. 5.24).

Une différence importante de comportement peut être relevée entre les modes azimutaux d'ordre 0 et 1, aux comportements similaires (fig. 5.24, col. *a* et *b*), et le mode azimutal d'ordre 2 (col. *c*). En particulier, les contributions modales POD d'ordre 0 et 1 (lig. 1 et 2) des modes azimutaux d'ordre 0 et 1 sont caractérisés par des fluctuations de pression convectées à la vitesse de convection de l'écoulement (tirets). Les contributions modales POD du mode azimutal d'ordre 2 présentent également un caractère convectif mais à une vitesse inférieure à la vitesse de convection de l'écoulement.

En revanche, les traces d'une propagation à la vitesse du son marquent nettement les contributions modales POD d'ordre 3 et 4 des modes azimutaux d'ordre 0 et 1 (fig. 5.24, lig. 3 et 4). Celles-ci ne sont pas observées pour les modes azimutaux d'ordre supérieur. Cela n'indique pas qu'il n'y ait pas de fluctuation de pression de nature acoustique pour ces modes azimutaux mais que le filtrage par la POD n'est pas à même de les identifier.

## 5.6.3 Synthèse

Le filtrage POD du champ de pression proche du jet subsonique permet d'identifier des traces de propagation acoustique qui ne sont pas décelables directement sur le champ de pression mesuré. Cette identification peut aller jusqu'à la séparation des composantes hydrodynamique et acoustique. Or, cette séparation n'est obtenue que pour les modes azimutaux d'ordre 0

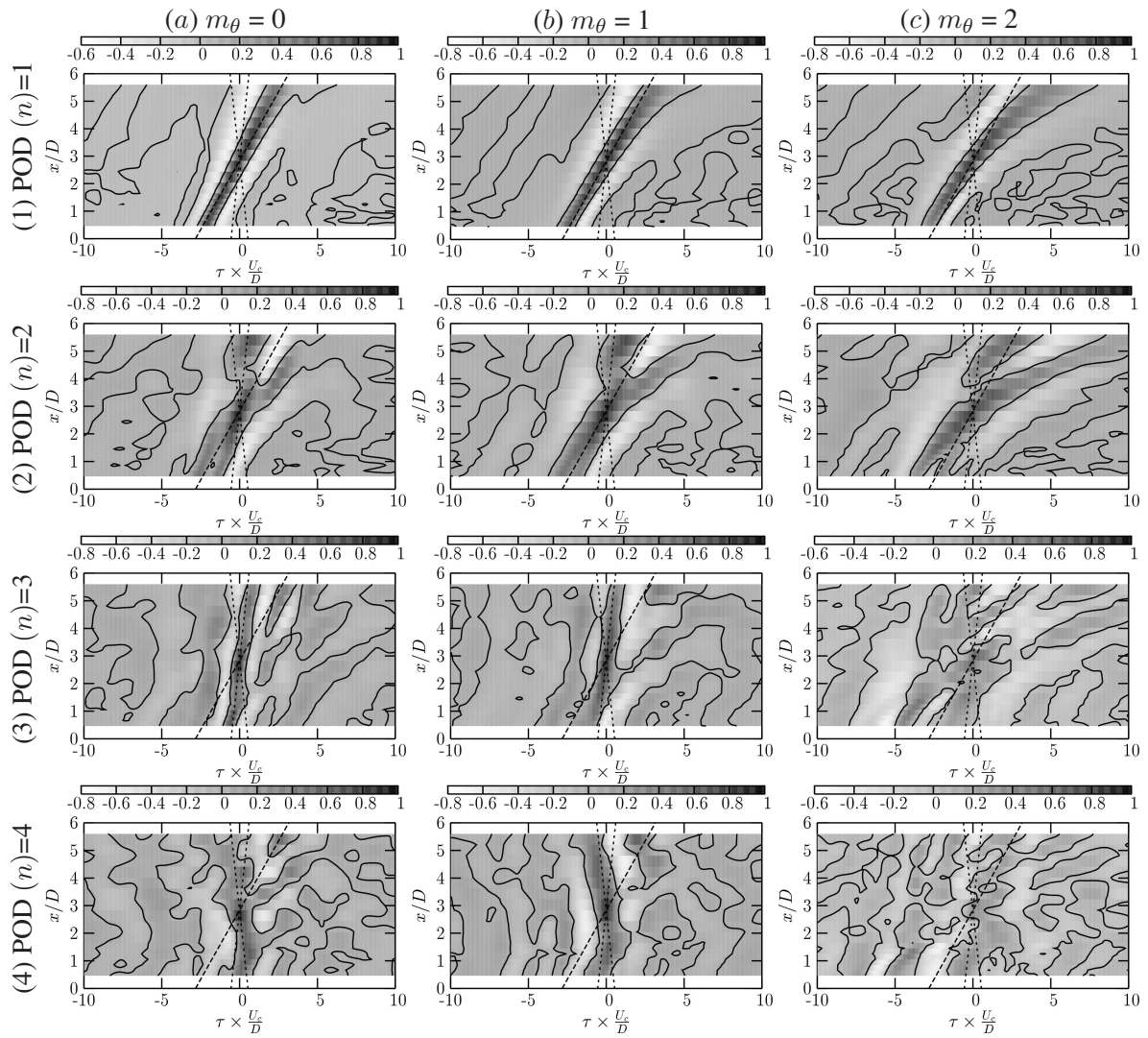


FIG. 5.24 – Coefficients de corrélation spatio-temporelle  $r_{pp}^{(n)}(x, x', \tau ; m_\theta)$  des contributions modales POD-2D d'ordre 1 à 4 (fig. 1 a 4) pour les modes azimutaux  $m_\theta$  d'ordre 0, 1 et 2 (col. a, b et c) de la configuration subsonique conique, référence en  $x'/D=2,8$



et 1 de la configuration conique. Cela montre entre autres l'importance de la prise en compte des contributions azimutales dans l'analyse du champ de pression proche des jets. Il est à noter que la disposition des points du domaine d'analyse est également importante. En effet, l'analyse des corrélations spatio-temporelles des contributions modales POD sur un domaine cylindrique (i.e. dont la position radiale des points est constante) ne permet pas l'obtention de la séparation des contributions hydrodynamique et acoustique de manière aussi nette que pour la configuration conique présentée ici (les analyses de cette seconde géométrie ont été reportées en annexe D.5).

Il est alors intéressant de se demander comment le filtrage POD opère cette séparation ? La variation des positions radiales des microphones est un élément de réponse. En effet, cette séparation est probablement due au fait que, pour chaque microphone, la fréquence correspondant au critère  $kr=1,3$  séparant les fréquences dominées par des contributions de nature hydrodynamique et les fréquences dominées par des contributions de nature acoustique, évolue en fonction de sa position longitudinale (du fait de la géométrie conique). Ainsi, pour certaines fréquences, le champ de pression est dominé par des perturbations de nature différente en fonction de la zone du domaine d'analyse considérée. A une fréquence pour laquelle la partie amont du domaine est dominée par des perturbations de nature hydrodynamique, la partie aval peut être dominée par des perturbations de nature acoustique (fig. 5.25). De ce fait, la POD est à même d'extraire une partie hydrodynamique du champ de pression cohérente sur l'ensemble du domaine d'analyse, à partir des pressions de la zone amont de ce dernier. De même, la partie acoustique peut être identifiée à partir des fluctuations de la zone aval. Dans ces conditions, le filtrage des composantes de la pression peut être réalisé quelque soit l'inclinaison de l'antenne à partir du moment où celle-ci n'est pas parallèle à l'axe du jet (i.e. configuration cylindrique).

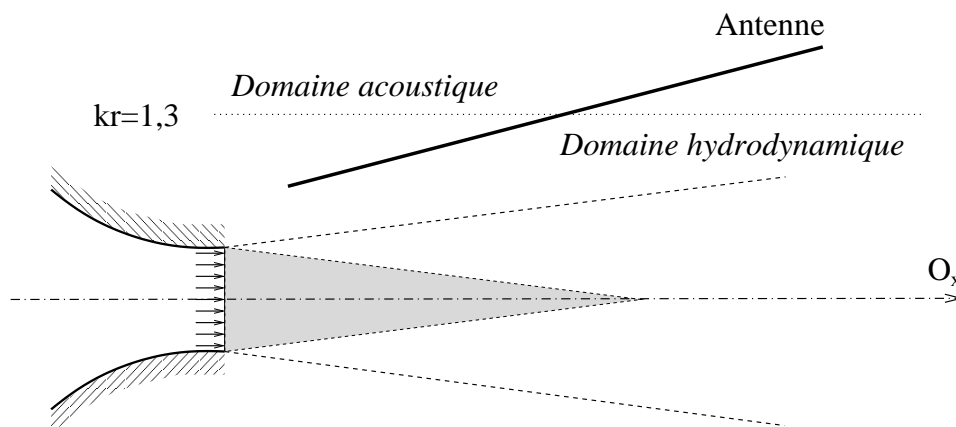


FIG. 5.25 – Représentation schématique du jet subsonique, de l'antenne de microphones et de la frontière  $kr=1,3$  de délimitation entre les zones dominées par des contributions de pression de nature hydrodynamique et de nature acoustique

Il est à noter que pour les deux configurations (conique et cylindrique présentée en annexe D), les premiers modes POD obtenus sont caractérisés par une vitesse de convection égale à celle de l'écoulement. Les fluctuations issues du filtrage du champ de pression par ces modes POD sont de nature hydrodynamique. La POD étant une décomposition optimale au sens de l'énergie, cela signifie que ces perturbations sont les plus énergétiques. En effet, pour les positions radiales des microphones considérés ici, la fréquence au-delà de laquelle les fluctuations de pression sont dominées par des fluctuations de nature acoustique est de l'ordre de 1,5 kHz à 2,1 kHz ( $St_D=0,7$  à  $St_D=1,0$ ). Cette valeur est supérieure à la fréquence du Strouhal du jet. Ce résultat est différent pour des positions plus éloignées de l'écoulement ou encore dans une configuration de jet plus rapide telle que celle traitée au chapitre suivant (les fréquences caractéristiques étant plus élevées, la frontière  $kr=1,3$  du champ proche se situe plus près de



l'écoulement). La hiérarchie des modes POD est alors bouleversée, faisant apparaître des modes acoustiques comme dominants.

## 5.7 Conclusions

Dans ce chapitre, l'analyse par POD spectrale du champ de pression proche du jet subsonique a été traitée sur un domaine d'analyse décrivant une surface conique entourant l'écoulement. Il ressort de l'ensemble des résultats obtenus que cette configuration est la plus appropriée à la qualification du champ de pression proche.

Elle s'avère également être la plus adaptée à l'étude de la relation entre le champ de pression proche et les structures cohérentes de l'écoulement. En effet, les mesures de pression en champ proche possèdent un caractère local dans le sens où elles sont caractérisées par les échelles locales de l'écoulement aux mêmes positions longitudinales que les capteurs. Il est alors important que l'ensemble des mesures soit pris en compte. Or, la répartition d'énergie sur le domaine d'analyse est plus homogène pour cette configuration que pour la configuration cylindrique. De ce fait, pour cette dernière, la POD se focalise sur la zone aval du domaine où les niveaux d'énergie sont très élevés (fig. D.1(a)).

Pour ces deux configurations, le champ de pression proche apparaît très structuré au sens de la POD et ce, plus particulièrement pour les basses fréquences, inférieures au nombre de Strouhal du jet. Ce caractère montre que pour ces fréquences, le champ de pression proche du jet est dominé par des contributions induites par les structures de l'écoulement. La limite spatio-fréquentielle à partir de laquelle les contributions acoustiques deviennent prédominantes se démarque grâce à l'analyse POD par une structuration fortement altérée.

La prise en compte des contributions azimutales du champ de pression dans cette analyse a également révélé des différences notables de comportement entre ces contributions. En particulier, les modes azimutaux d'ordre 0 et 1, qui dominent le champ de pression d'un point de vue énergétique, apparaissent également bien plus structurés que les modes azimutaux d'ordre supérieur.

Une procédure d'estimation stochastique a également été mise en œuvre afin d'estimer le champ de pression instantané complet, expérimentalement inaccessible. Le fort degré de cohérence du champ de pression proche, couplé à l'utilisation d'une extension spectrale de la LSE, a permis d'obtenir une estimation de bon niveau, de l'ordre de 80% de l'énergie totale, à partir de quelques mesures judicieusement choisies ne représentant que 10% de l'information restituée. En effet, l'utilisation de signaux conditionneurs placés en différentes positions le long du jet permet d'avoir accès à l'ensemble des échelles de l'écoulement (du fait du caractère local de ces mesures). De plus, le caractère convectif du champ de pression fait de cette extension spectrale de la LSE, un outil parfaitement adapté à cette configuration de par sa prise en compte des retards (cf. §3.5.3).

Ces estimations ont permis une analyse POD des réalisations instantanées de pression montrant la structuration du champ de pression et tout particulièrement des modes azimutaux d'ordre 0 et 1. Ainsi, une convection de ces modes à la vitesse de convection de l'écoulement a été mise en évidence.

Une vitesse de propagation a également pu être identifiée pour ces modes azimutaux par les modes POD d'ordre 3 et 4. Dans le cadre de la configuration conique, un filtrage du champ de pression par ces modes POD permet l'obtention de contributions de pression dominées par des fluctuations de nature acoustique. Celles-ci constituent la partie du champ de pression qui est

rayonnée en champ lointain.

Le chapitre suivant s'intéresse à l'analyse d'une configuration de jet supersonique plus complexe, intégrant les effets de compressibilité et pour laquelle les vitesses de convection de structures cohérentes sont de l'ordre de la célérité du son.

## **Chapitre 6**

# **Analyse d'une configuration supersonique**



# Chapitre 6

## Analyse d'une configuration supersonique

Les analyses réalisées sur le champ de pression proche d'un jet subsonique ont mené cette étude à une configuration d'écoulement plus complexe. En effet, la compréhension des mécanismes de génération de bruit de jet a pour principale motivation la réduction du bruit des moteurs d'avion et de fusée. Ainsi, ce chapitre s'intéresse à l'application des outils, précédemment développés, à un jet supersonique. L'objectif est en effet d'étendre ces analyses à une configuration se rapprochant des applications réelles.

Afin de ne pas cumuler les difficultés, notre choix s'est porté sur un jet supersonique de nombre de Mach  $M_j=1,4$  permettant d'obtenir un écoulement pour lequel les effets de la compressibilité ne sont plus négligeables. Les fréquences caractéristiques de cet écoulement sont élevées et la vitesse de convection de structures cohérentes se rapproche de la vitesse du son. Par ailleurs, le choix d'un jet parfaitement adapté évite l'introduction de "sources" de bruit multiples telles que le *screech* ou le bruit de choc.

Cette partie de l'étude a été financée par le CNES sous le contrat référence : *ONERA-AEID S-10.933 DARRAG*.

Après une description de la configuration expérimentale et des moyens mis en œuvre, la qualification de l'écoulement est abordée. Le phénomène d'interaction entre les différentes composantes du champ de pression proche, mis en évidence dans le cas du jet subsonique, est alors reconsidéré dans le cadre de cet écoulement. Par la suite, des analyses POD des champs de pression semi-lointain puis proche sont réalisées afin, entre autres, d'en comparer les résultats à ceux obtenus en configuration subsonique.

Du fait de la nature particulière de la pression en champ proche, sa connaissance permet de disposer d'informations non seulement sur le champ de pression acoustique rayonné par l'écoulement mais également sur son champ de vitesse. Ainsi, nous nous intéressons à la possibilité de déterminer le champ de pression lointain à partir des pressions mesurées en champ proche par le biais d'une formulation de Kirchhoff dont les résultats sont présentés ici. Nous examinons également la relation entre le champ de pression proche et le champ de vitesse de l'écoulement. Ainsi, des mesures de corrélation pression-vitesse sont présentées et l'estimation stochastique du champ de vitesses instantanées à partir des pressions en champ proche est abordée.

### 6.1 Configuration expérimentale

Afin de pouvoir étendre notre analyse du champ de pression proche d'un jet à une configuration supersonique, une base de données expérimentales a été constituée. Celle-ci comprend des mesures de pression en champ proche et semi-lointain ainsi que des mesures de vitesses instantanées au sein de l'écoulement.

Dans cette partie, les installations expérimentales du banc MARTEL au CEAT de Poitiers

(sur lesquelles ces mesures ont été réalisées) sont décrites. Les caractéristiques de la tuyère du jet supersonique, spécialement développée pour cette étude, sont alors données avant une description des moyens de mesure mis en œuvre et une revue détaillée de l'ensemble des campagnes d'essais menées.

### 6.1.1 Environnement

Lors du développement d'ARIANE 5, dans les années 90, le CNES a prêté un intérêt particulier au confort de la charge utile afin d'en réduire les contraintes de conception. En effet, le satellite est sujet à de nombreuses nuisances dans la coiffe, partie supérieure du lanceur. Ces contraintes sont principalement de nature acoustique et vibratoire, occasionnées par les propulseurs auxiliaires lors de la phase de décollage. Dès 1991, la conception d'un moyen d'essai expérimental capable de reproduire l'environnement acoustique des lanceurs, par simulation des jets de ses propulseurs, a été entrepris. Ainsi est né en 1996 le banc MARTEL, Moyen Aéroacoustique de Recherche et Technologie sur l'Environnement des Lanceurs. Située sur le site du CEAT de Poitiers, cette installation est le fruit d'une collaboration entre l'ONERA, le LMFA de Lyon et le LEA de Poitiers. Son objectif est double, à la fois fondamental et technologique, permettant l'étude des mécanismes physiques générateurs de bruit et la définition de solutions concrètes pour la réduction du bruit directement applicables à ARIANE ou à son pas de tir.

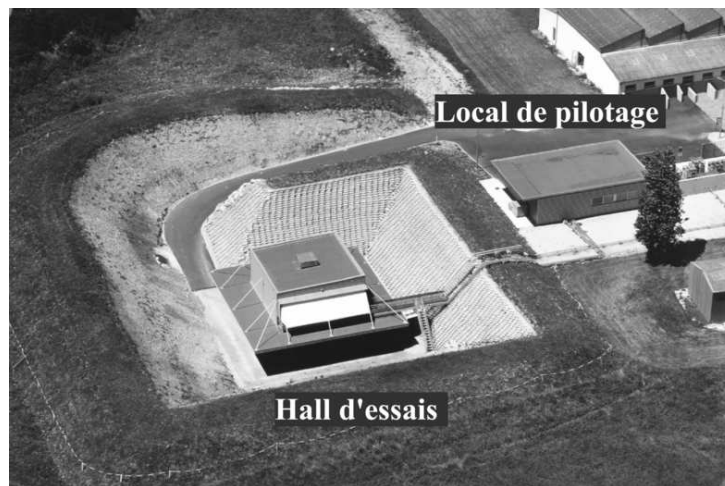


FIG. 6.1 – Vue aérienne du banc Martel au CEAT de Poitiers

Le cœur de ce dispositif est constitué d'un foyer-brûleur, chambre de combustion d'un mélange gazeux air-hydrogène, permettant d'atteindre des conditions génératrices de 30 bars sous une température de 1850° C pour un débit moyen de 1,2 kg/s. Utilisant une tuyère supersonique de diamètre 50 mm, les vitesses d'éjection peuvent atteindre 1800 m/s. Cette dernière est placée verticalement, orientée vers le sol, à une hauteur de 3 m, au centre d'un hall d'essais semi-ouvert de 9 m×9 m et d'environ 7 m de hauteur. Celui-ci est traité acoustiquement de manière à assurer une semi-anéchoïcité (fréquence de coupure à 200 Hz). Du fait des niveaux acoustiques émis très élevés, jusqu'à 160 dB, le hall est retranché derrière un talus destiné à limiter le bruit propagé à proximité de l'installation. De plus, pour des raisons évidentes de sécurité liées à l'emploi d'hydrogène, gaz hautement inflammable, le contrôle du jet ainsi que l'ensemble des acquisitions, conditionnements et traitements de mesures sont pilotées depuis un local distant de sorte qu'aucun personnel ne soit à proximité de l'écoulement durant les essais (photographies 6.1 et 6.2).

Ces installations peuvent être équipées de moyens métrologiques importants pour la réalisation de mesures acoustique, aérodynamique et aérothermique ainsi que pour des visualisations. Divers dispositifs et structures sont également disponibles tels que des obstacles ou

des maquettes (pour l'étude des pas de tir d'ARIANE et plus particulièrement des "carneaux" d'évacuation des gaz) ainsi que pour l'étude d'injection d'eau dans l'écoulement. Les études menées sur ces installations ont permis la mise en œuvre de solutions concrètes sur le pas de tir d'ARIANE 5 permettant une réduction significative, de 6 et 8 dB dans les tiers d'octave 63 et 31,5 Hz, dans les premiers instants du décollage respectivement en injectant de l'eau dans les jets des propulseurs et en rallongeant les carneaux.



FIG. 6.2 – Pupitre de contrôle du banc MARTEL

Dans le cadre de la présente étude, les essais supersoniques ont été réalisés dans une configuration différente de la configuration d'origine du banc MARTEL. Un foyer-brûleur utilisé a été développé et financé par MARTEL et par le LEA dans le cadre du programme Européen JEAN (*Jet Exhaust Aerodynamics and Noise*). Il permet d'engendrer des conditions génératrices de 5 bars pour des températures de plus de 700° C. Ce foyer a été équipé d'une tuyère supersonique de type convergente-divergente conçue pour la présente étude et faisant l'objet de la section suivante (§6.1.2).

Afin de permettre l'instrumentation de l'écoulement, un châssis, également développé dans le cadre du programme Européen JEAN, a été utilisé. Formant un cube d'environ 1,5 m de côté en poutres Norcan de section 100 mm<sup>2</sup>, celui-ci est suspendu aux poutres du hall d'essais et est maintenu en position par des câbles d'acier (photo 6.3). Initialement conçue pour la réalisation de mesures par vélocimétrie laser à effet Doppler (LDV pour *Laser Doppler Velocimetry*) d'une composante en deux points, cette architecture est équipée de trois axes motorisés permettant de supporter des instrumentations de poids important à proximité de l'écoulement. Le système de commande des moteurs pas-à-pas est piloté par ordinateur personnel en utilisant un programme LabView.

Pour l'ensemble des mesures acoustiques pour lesquelles cette structure était présente (mesures de pression champ proche et LDV), elle a été recouverte de laine de Roche afin d'atténuer les réflexions et réfractions acoustiques sur ces parties métalliques. Ainsi, cette structure n'a pas affecté les mesures acoustiques réalisées en champ proche. La comparaison de mesures effectuées avec et sans ce bâti est présentée au paragraphe 6.2.4.b des qualifications.

Pour plus d'informations concernant les équipements JEAN (foyer-brûleur et bâti), le lecteur pourra se reporter à Kerhervé [67].



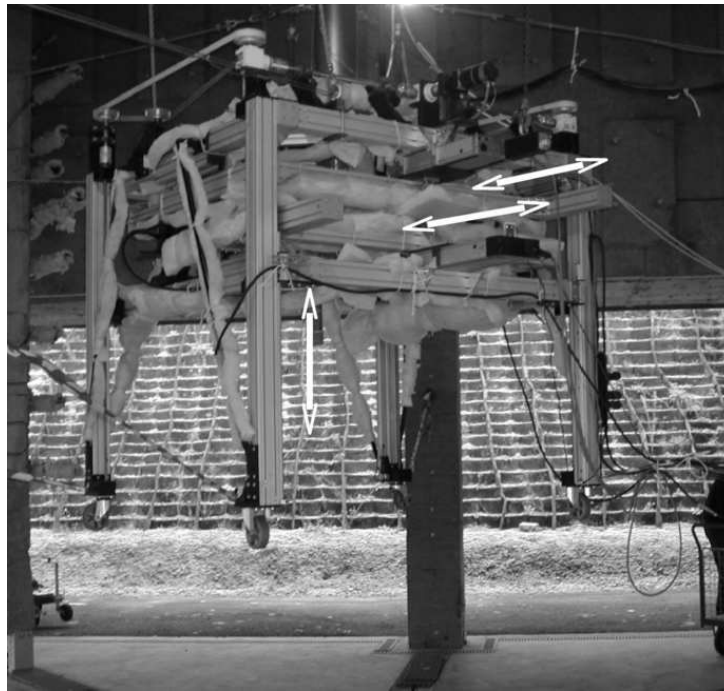


FIG. 6.3 – Bâti JEAN dans le hall d’essais, recouvert de laine de Roche (limitation des réflexions acoustiques) et position autour de la tuyère supersonique

### 6.1.2 Définition de la tuyère

Le banc MARTEL était en mesure de fournir un environnement adapté et les conditions génératrices requises pour l’obtention de l’écoulement choisi pour cette étude mais ne disposait pas d’une tuyère à même de générer cet écoulement. La conception d’une tuyère supersonique s’est donc avérée nécessaire pour l’extension de notre étude à une configuration supersonique.

Le paramètre principal pour notre jet supersonique est son nombre de Mach. Celui-ci a été choisi égal à une valeur de  $M_j=1,4$ . La raison essentielle de ce choix réside dans la différence de nature des contributions à la pression en champ proche et dans notre volonté d’expérimenter l’outil POD dans une configuration “extrême”. En effet, considérant une vitesse de convection des instabilités dominantes dans la couche de mélange du jet de l’ordre de 0,6 fois sa vitesse d’éjection, cette configuration nous permet d’obtenir des contributions propagative et réactive se déplaçant de manière totalement différente mais à des vitesses très proches, de l’ordre de la vitesse du son. Un autre paramètre primordial est la pression statique en sortie de tuyère. Celle-ci a été choisie égale à la pression atmosphérique de sorte que le jet obtenu soit parfaitement adapté, exempt de toute trace de choc, source de bruit supplémentaire, dépassant le cadre de cette étude. De la même manière, la température d’éjection, autre source de bruit, est choisie égale à la température ambiante. Finalement, afin de générer un écoulement adapté aux installations expérimentales et métrologiques (antennes de microphones, sonde-triple,...), le diamètre d’éjection est défini à 50 mm. L’ensemble de ces conditions d’éjection sont regroupées dans le tableau 6.1 et permettent la définition des conditions génératrices.

Diamètre d’éjection	$D = 50 \text{ mm}$
Pression Statique	$P_s = 1,0133 \times 10^5 \text{ Pa}$
Température statique	$T_s = 20^\circ \text{ C} = 293,15^\circ \text{ K}$
Nombre de Mach	$M_j=1,4$

TAB. 6.1 – Valeurs des conditions d’éjections désirées pour le jet supersonique

Pour cela, l'écoulement est considéré comme étant unidimensionnel (variation lente de la section telle que les variables sont uniformes sur une section et ne sont pas fonction de la position suivant la direction normale à la section) et isentropique (adiabatique et réversible) au sein de la tuyère. L'ensemble des équations nécessaires à ces calculs peut être retrouvé dans le rapport NACA [177] sur les écoulements incompressibles.

Ainsi, à partir du nombre de Mach, les rapports de pression statique et totale  $P_s/P_0$  :

$$\frac{P_s}{P_0} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_j^2\right)^{\frac{-\gamma}{\gamma - 1}} \quad (6.1)$$

ainsi que le rapport de température statique et totale  $T_s/T_0$  :

$$\frac{T_s}{T_0} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_j^2\right)^{-1} \quad (6.2)$$

peuvent être déterminés. Les conditions de pression et température génératrices sont reportées dans le tableau 6.2.

Pression totale	$P_0 = 3,2156 \times 10^5 \text{ Pa} = 3,17 P_s$
Température statique	$T_0 = 139,9^\circ \text{ C} = 406,0^\circ \text{ K}$

TAB. 6.2 – Valeurs des conditions génératrices de pression et température pour le jet supersonique

De même, les pression (éq. 6.3) et température (éq. 6.4) statiques peuvent être définies au col (où la vitesse est sonique  $M_j=1$ ) ainsi que le rapport de section de sortie et du col (éq. 6.5). Ces valeurs sont regroupées dans le tableau 6.3.

$$\frac{P^*}{P_T} = \left(\frac{2}{\gamma + 1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (6.3)$$

$$\frac{T^*}{T_T} = \frac{2}{\gamma + 1} \quad (6.4)$$

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M_j} \left[ \frac{2}{\gamma + 1} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_j^2\right) \right]^{\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}} \quad (6.5)$$

Pression statique	$P^* = 1,3326 \times 10^5 \text{ Pa}$
Température statique	$T^* = 43,5^\circ \text{ C} = 316,7^\circ \text{ K}$
Diamètre au col	$D_{col} = 47,34 \text{ mm}$

TAB. 6.3 – Valeurs des conditions de pression, température et diamètre au col de la tuyère du jet supersonique

La valeur du rapport de capacité thermique est ici de  $\gamma=1,393$ . Cette valeur diffère légèrement de la valeur  $\gamma=1,4$  des gaz bi-atomiques. En effet, le gaz employé au banc MARTEL est un mélange d'air et d'hydrogène dont la combustion permet, par ajustement du mélange, d'obtenir la température génératrice désirée. Le rapport de capacité thermique de ce mélange diffère de celui d'un gaz bi-atomique généralement associé à l'air, et dépend du pourcentage d'hydrogène utilisé, dépendant lui-même de la température désirée. Pour déterminer sa valeur, une base de données calculées par le code thermo-chimique de l'ONERA nommé OPHÉLIE (valeurs reportées en annexe F) est utilisée. Partant d'une valeur de  $\gamma=1,4$ , le nombre de Mach désiré nous

permet de définir une température génératrice. Celle-ci nous fournit alors la richesse du mélange air-hydrogène à employer ainsi que la valeur du rapport de capacité thermique. Cette valeur peut alors être ajustée en recalculant une température génératrice en utilisant la relation 6.2.

Le débit massique théorique de ce jet peut être calculé en utilisant les conditions au col du tableau 6.3 :

$$q_m^{th} = \rho^* c_0^* \pi D_{col}^2$$

Cette relation peut également s'exprimer en fonction des caractéristiques génératrices du tableau 6.2 :

$$q_m^{th} = \pi D_{col}^2 \sqrt{\gamma} \frac{P_0}{\sqrt{rT_0}} \left( \frac{2\gamma - 1}{\gamma} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} = 0,9150 \text{ kg.s}^{-1}$$

où la constante de gaz parfait  $r=289 \text{ J/Kg.K}$  est également obtenue grâce à la base de données OPHÉLIE.

Afin de prendre en compte les pertes de charges dans la tuyère, un coefficient de correction d'une valeur  $C_{ch}=0,975$  peut être appliqué à cette valeur théorique, conduisant à un débit massique de :

$$q_m = C_{ch} q_m^{th} = 0,8921 \text{ kg.s}^{-1}$$

L'ensemble des paramètres du jet étant déterminé, il est possible de définir le profil interne de la tuyère. Cette tuyère ne peut pas être de type simplement convergente car la vitesse d'éjection de ces tuyères, également appelées tuyères soniques, ne peut pas être supérieure à la vitesse du son (vitesse sonique atteinte en section minimale de la tuyère). Afin d'obtenir un écoulement supersonique adapté, un profil de tuyère de type convergent-divergent est donc choisi. Ce type de tuyère est aussi appelé tuyère de Laval, en hommage à son inventeur à la fin du XIXe siècle.

Le profil interne a été calculé par S. Girard à l'aide du code de calcul CACTUS (CALculs des Caractéristiques de TUyère Supersonique). Partant des conditions génératrices, des conditions de sortie et du diamètre au col, ce code détermine le profil du divergent permettant d'obtenir un écoulement interne exempt de tout choc et un profil de vitesse homogène en section de sortie. Ce code utilise la méthode des caractéristiques (Saad [174]). Les calculs, effectués en fluide parfait, sont complétés par un calcul de couche limite venant épaissir le profil d'Euler obtenu afin de définir le profil final. Il est à noter que le rapport des capacités thermiques  $\gamma$  est supposé constant au sein de l'écoulement.

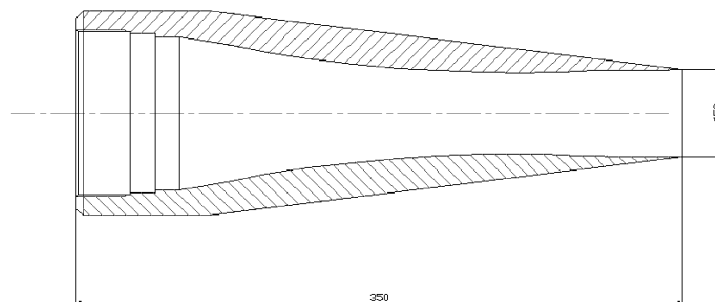


FIG. 6.4 – Représentation schématique à l'échelle de la tuyère adaptée  $M_j=1,4$

Le profil obtenu est défini par un ensemble de points séparés de 0,8 mm suivant l'axe de la tuyère. Sa longueur, du col à la section d'éjection, est de 90 mm. La tuyère, à proprement parlé, a été dessinée autour de ce profil. Une représentation de celle-ci est donnée en figure 6.4. Sa longueur totale est de 350 mm. Sa partie amont, de diamètre extérieur 1200 mm, est filetée de manière à être fixée en sortie de la chambre de combustion. N'ayant pas à subir de contraintes thermiques importantes, elle est constituée d'un inox à usinabilité améliorée (inox 304). Le

nombre de Mach étant faible, le rapport entre la section d'éjection et la section au col est faible. Le profil interne est alors réalisé avec une précision de 2,5/100 mm et une rugosité de type R1.

On notera également la forme du bord de fuite de cette tuyère. Celui-ci a été réalisé aussi fin que possible. En effet, un bord de fuite épais est propice aux réflexions acoustiques pouvant alors amplifier l'effet de *feed-back* du *screech* de plusieurs décibels (Norum [149]). Dans le cadre de notre étude, celui-ci n'est toutefois pas d'une importance primordiale puisque la tuyère sera utilisée dans ces conditions de conception avec un jet adapté et donc exempt de chocs. De plus, cet effet reste controversé, Shen and Tam [175] montrent dans leur étude numérique de jets non-adaptés faiblement supersoniques que l'intensité du *screech* ne varie que faiblement en fonction de l'épaisseur de la lèvre de la tuyère.

L'ensemble de la conception et de la fabrication de cette tuyère a été financé par le CNES. Elle fait désormais partie du parc de tuyères disponibles au banc MARTEL et a été utilisée pour la génération d'un jet supersonique adapté sur lequel porte la présente étude.

### 6.1.3 Moyens de mesures

Afin de constituer une base de données complète, comprenant des mesures du champ de vitesse ainsi que des mesures des champs de pression, divers moyens métrologiques ont été mis en œuvre dans le cadre des expériences réalisées sur la configuration de jet supersonique.

#### 6.1.3.a Sonde triple

Afin de permettre la qualification de l'écoulement ainsi que la validation des mesures instantanées LDV, le champ des vitesses longitudinales moyennes a été exploré (cf.§6.2.2.b). Une sonde triple, permettant la mesure simultanée des pressions totale et statique ainsi que de la température totale, a été employée. Cette sonde, représentée sur la photographie 6.5, et le traitement des mesures réalisées, sont décrits en annexe A.1.

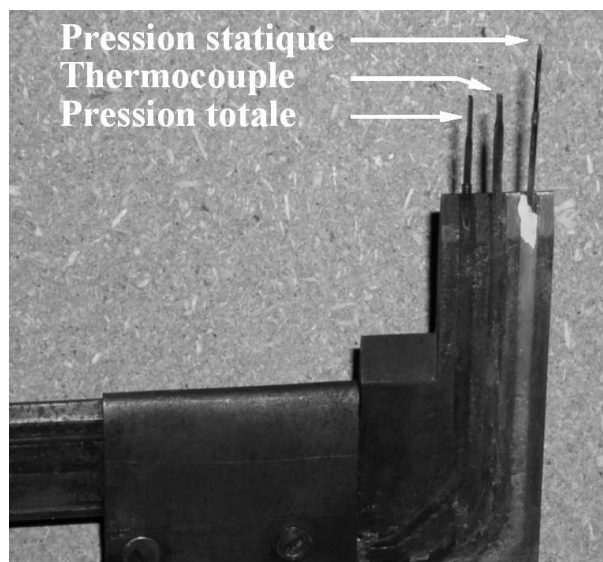


FIG. 6.5 – Sonde triple : Pression statique, Pression d'arrêt, température

Le thermocouple employé pour les mesures de température totale est un modèle K (chromel-Alumel) relié à un module de compensation. Les sondes de pression (totale et absolue) sont reliées à des capteurs de pression absolue GE NovaSensor de 2 bars (NPH-8 200A). La pression génératrice du jet étant supérieure à 3 bars, celle-ci se situe en dehors de la gamme de

fonctionnement des capteurs. Or, ceux-ci peuvent, selon les paramètres constructeurs, supporter une pression 4 fois supérieure à leur pression nominale. De plus, leur étalonnage a montré une réponse parfaitement linéaire jusqu'à 4 bars.

La sonde se situe à l'extrémité d'une lame de sabre fixée à l'un des moteurs pas-à-pas transversaux du châssis JEAN. Ce bâti étant équipé de trois axes de déplacement, la sonde peut explorer l'intégralité du jet jusqu'à la section de position longitudinale  $x/D=10$ .

### 6.1.3.b Anémométrie Laser à effet Doppler

Un système d'Anémométrie Laser à effet Doppler (LDV) a été utilisé en configuration de diffusion avant pour la mesure des vitesses instationnaires du jet supersonique. Le principe de cette technique est décrit en annexe A.2.

**Banc LDV** Le banc LDV employé est de marque Aerometrics. Il permet la mesure de deux composantes de vitesse simultanément en un point (2C1D). La source lumineuse est un laser Argon de 10 Watts toutes raies visibles. Le faisceau émis est collecté par un séparateur décomposant celui-ci en deux paires de faisceaux de longueurs d'ondes différentes, correspondant aux couleurs bleue (488nm) et verte (514,5nm). Ce séparateur comprend la cellule de Bragg 40 MHz permettant de décaler l'un des deux faisceaux de chaque paire. Ces faisceaux sont transmis à la tête d'émission au moyen de fibres optiques mono-bande haute pureté à conservation de polarisation. La tête d'émission est constituée d'une lentille de 80 mm de diamètre et de focale 1000 mm. La séparation des faisceaux émis est de 30 mm, formant alors un demi-angle  $0,86^\circ$ .

Le diamètre du volume sonde est de 0,44 mm dans le plan  $(x,y)$  de mesure, pour une longueur de 15 mm dans la direction  $z$ . L'inter-frange  $i$  est de  $16,3 \mu\text{m}$  pour la composante bleue et de  $17,2 \mu\text{m}$  pour la composante verte. Le volume de mesure comprend alors 27 franges pour chaque composante. La puissance lumineuse au point de mesure est de l'ordre de 140 mW pour une puissance 1,2 W de la source laser. La puissance par composante en sortie du séparateur est de l'ordre de 80 mW pour les verts (2x40 mW) et de l'ordre de 60 mW pour les bleus (2x60 mW).

La tête de réception est constituée d'une lentille de 106 mm de diamètre pour une focale 500 mm. La lumière collectée est conduite au module de réception par une fibre optique multi-modes. Le module de réception est composé d'une séparation des longueurs d'ondes, de trois photo-multiplieurs (PM) et de pré-amplificateurs faibles bruits et large bande.

**Conditionnement des signaux** Les signaux analogiques issus des PM sont traités avec un système d'acquisition de type DSA (*Doppler Signal Analyser*) Aerometrics. Cet analyseur est doté d'un processeur qui utilise l'analyse de Fourier câblée pour la détection des *bursts* et l'extraction de la fréquence Doppler. La bouffée Doppler est d'abord détectée par son amplitude puis mélangée à une fréquence fixée par l'utilisateur pour réduire sa fréquence (mixage). La bouffée est ensuite numérisée avec une fréquence d'échantillonnage et un nombre d'échantillons choisis.

La validation des bouffées a lieu par comparaison de l'amplitude du pic de la FFT avec l'amplitude des pics secondaires et, par la suite, comparée à un seuil fixé par l'utilisateur. Le résultat est stocké en mémoire (type FIFO). Le dialogue s'établit alors entre le DSA et un micro-ordinateur de type PC. Enfin, par le biais du logiciel spécifique d'exploitation (*Digital Signal Processor*), une Transformée de Fourier Discrète est appliquée à ce signal afin de déterminer sa fréquence. Les informations de fréquence et de phase sont données sous forme d'histogrammes de vitesse dont l'interprétation peut servir à valider les résultats acquis.



**Reception** La quantité de lumière diffusée par une particule étant plus grande dans la direction des faisceaux incidents (théorie de Mie), le mode de diffusion avant est adopté pour cette configuration expérimentale. Celui-ci permet d'assurer un meilleur rapport signal sur bruit ainsi qu'un taux d'échantillonnage (*Data Rate*) plus élevé qu'en mode de diffusion arrière, ou rétro-diffusion (récolte de la lumière dans la direction inverse des faisceaux laser incidents). Les composantes de vitesses sont mesurées dans un repère incliné de  $45^\circ$  par rapport au repère principal de l'écoulement de manière à limiter le biais angulaire (voir §A.2).

Les têtes d'émission et de réception sont placées de part et d'autre du jet. La tête de réception forme un angle  $\alpha$  de l'ordre de  $20^\circ$  avec l'axe optique de la tête d'émission (fig. A.2). Leur déplacement est assuré par le bâti JEAN (§6.1.1) sur lequel celles-ci sont installées. Seuls deux des trois axes de déplacement de ce bâti sont utilisés pour réaliser des mesures de vitesses sur des profils radiaux du jet en différentes positions longitudinales. La commande de puissance des moteurs pas-à-pas des axes de déplacement du bâti est pilotée par le logiciel d'acquisition des données du système LDV.

**Ensemencement** Le choix des particules utilisées pour ensemençer l'écoulement est un choix délicat. La nature des traceurs, ainsi que la manière de les injecter dans l'écoulement, influencent directement les résultats de mesures et peuvent introduire un biais important (annexe A.2). Des particules de  $\text{SiO}_2$  (dioxyde de silicium) ont été employées pour cette configuration. Ce choix découle de l'étude paramétrique menée par Lammari [107] ainsi que des résultats des travaux de Bellaud [17] et Kerhervé [67] portant sur une configuration de jet supersonique froid (température génératrice  $T_0=263\text{K}$ ) de nombre de Mach  $M_j=1,3$ . Ces particules ont un diamètre garanti de  $0,04 \mu\text{m}$ . Lammari [107] a montré une certaine propension à la formation d'agglomérat en mesurant un diamètre moyen de l'ordre de  $0,3 \mu\text{m}$ . Cependant, ce même auteur montre que ces particules suivent bien l'écoulement et que les effets d'entraînement peuvent être négligés.

La technique d'ensemencement employée est mixte. Les particules sont injectées à la fois à l'intérieur et à l'extérieur du jet afin d'obtenir une répartition la plus homogène possible. Ainsi, deux pots d'ensemencement sont utilisés. Leur alimentation en air comprimé est délivrée par une réserve extérieure à la ligne du circuit d'alimentation du jet. Un premier pot est utilisé pour ensemençer l'écoulement principal en injectant les particules directement dans le "bidon" JEAN (après la chambre de combustion). Ce pot est muni d'un cyclone moyenne pression afin de réduire le risque de colmatage des particules à l'intérieur du pot sous l'effet de l'humidité ambiante et de la pression (fixée à 10 bars). Un second pot est utilisé pour ensemençer la partie extérieure du jet grâce à une couronne placée autour de la tuyère. Celui-ci est pressurisé à 2 bars. L'ensemencement est piloté à distance grâce à deux électro-vannes contrôlant l'alimentation en air comprimé de ces pots.

**Taux d'échantillonnage** L'utilisation d'un double ensemençement a permis d'obtenir un taux d'échantillonnage de l'ordre de 10 kilo-échantillons par seconde dans le jet. Toutefois, ce taux d'échantillonnage tombe à des valeurs très faibles en frontière d'écoulement pour les positions longitudinales supérieures à  $5D$  (ensemencement extérieur trop faible à ces distances).

Dans le cadre des mesures LDV, ce taux d'échantillonnage est important. En effet, celui-ci conditionne la résolution temporelle des mesures. Un phénomène physique rapide nécessitera donc des taux d'échantillonnage élevés. Considérant un nombre de Strouhal caractéristique de  $St_D=0,3$  pour un jet, correspondant à une fréquence de l'ordre de 3 kHz pour notre configuration, notre taux d'échantillonnage est suffisant à la description temporelle de l'écoulement.

Un autre facteur, également influencé par le taux d'échantillonnage, est à considérer. Il s'agit de la convergence statistique des données. En effet, un nombre d'échantillons suffisamment im-

portant est requis pour cette convergence. Il doit être d'autant plus grand que l'ordre du moment statistique considéré est élevé. Or, celui-ci est conditionné par le taux d'échantillonnage et par la durée d'acquisition qui, dans le cadre de cette étude, est limitée. En effet, les mesures instantanées de vitesse sont utilisées, entre autres, pour déterminer le niveau de corrélation entre le champ de vitesse et le champ de pression proche. Le calcul de ces corrélations nécessite alors des acquisitions synchrones de ces deux grandeurs (voir§3.3). Celles-ci étant réalisées par deux systèmes d'acquisitions indépendants, l'information temporelle relative aux mesures doit donc être connue avec précision. Les données LDV sont stockées sous forme de fichiers au format ASCII. L'instant de chaque mesure est enregistré sous forme exponentielle utilisant un nombre fixe de 6 nombres après la virgule. La précision temporelle est alors fonction de la durée de l'acquisition. Elle est d'autant plus faible que le temps d'acquisition est long. Afin que celle-ci reste inférieure à l'intervalle de temps d'échantillonnage des mesures de pression (fixé à 100 kHz, voir§6.1.3.c), le temps de mesures est limité à 10 secondes. Dans la zone interne de l'écoulement, présentant un ensemencement important et un taux d'échantillonnage élevé, ce temps est suffisant à l'obtention d'un nombre d'échantillons permettant la convergence des statistiques. En revanche, cette convergence est compromise pour les points de mesure de la couche de mélange en position aval, éloignées de la section d'éjection, où le taux d'échantillonnage est faible (voir§6.2).

### 6.1.3.c Chaîne de mesures acoustiques

Les mesures de pression acoustique ont été réalisées grâce à des microphones regroupés sur des antennes. Des configurations importantes, comptant jusqu'à 56 microphones simultanément, ont été mises en œuvre. Les caractéristiques de l'ensemble des éléments de cette chaîne de mesures sont détaillées ici.

**Microphones et conditionnement** Les mesures de pression acoustique ont été réalisées au moyen de microphones pression 1/4" de marque GRAS. Les cellules microphoniques sont de type 40PB. Elles sont couplées à des pré-amplificateurs de type 26AC-T. La bande passante des cellules va de 4 Hz à 70 kHz avec une réponse constante en fréquence et en phase. Le niveau sonore maximal que peuvent supporter ces microphones est de 170 dB.

Les microphones sont alimentés par trois alimentations de 16 voies conçues au laboratoire (voir-Ricaud [171]). Elles délivrent une tension continue de 15 V aux pré-amplificateurs ainsi qu'une tension de polarisation des cellules microphoniques qui peut être de 200 V (polarisation standard) ou de 24 V. La sensibilité des microphones est de 1,6 mV/Pa avec une tension de polarisation standard. Pour les mesures de pression en champ proche, les niveaux acoustiques étant élevés, la polarisation de 24 V a été utilisée. La sensibilité des microphones est alors de 0,2 mV/Pa, permettant d'obtenir des tensions de sortie adaptées à la chaîne d'acquisition.

**Acquisition** Deux chaînes d'acquisition ETEP possédant 40 voies chacune (5 cartes de 8 voies) ont été utilisées pour numériser les tensions délivrées par les microphones. Ces chaînes possèdent chacune les caractéristiques suivantes :

- 40 voies synchrones d'une résolution de 16 bits ;
- Filtre passe-haut commutable à 3 Hz de 6 dB/octave ;
- Dynamique des signaux d'entrée  $\pm 5$  Volts ;
- Les voies sont paramétrables indépendamment en gain : 1, 10, 20, 50, 100, 128 ;
- Conversion analogique-numérique (CAN) de type  $\Sigma\Delta$  avec filtrage anti-repliement ;
- Rapport signal sur bruit et distorsion harmonique : 78 dB ;
- La fréquence d'échantillonnage est ajustable indépendamment pour chaque carte de 400 kHz à 3,125 kHz ;



- L'échantillonnage des voies est indépendant et synchrone ;
- L'échantillonnage est synchrone sur l'ensemble des cartes ;
- Possibilité de "chaîner" plusieurs chaînes d'acquisition (permettant d'obtenir jusqu'à 80 voies synchrones avec 2 chaînes d'acquisition dans notre cas) ;
- Pilotage distant par réseau ethernet ;
- Des durées d'acquisition très longues peuvent être obtenues par un stockage en temps réel (DMA) sur un disque dur .

Ces chaînes d'acquisition, en mode synchrone, ont été placées à l'extérieur du hall d'essai MARTEL afin de limiter la pollution par les particules d'ensemencement. Des câbles BNC de 10 m ont été employés pour connecter les sorties des boîtiers d'alimentation/conditionnement des microphones. Durant les essais, les acquisitions étaient pilotées à distance depuis le local de contrôle MARTEL. La fréquence d'échantillonnage de données est de 100 kHz sur toutes les voies.

**Étalonnage** Avant les campagnes d'essais, les chaînes d'acquisitions sont étalonnées. Pour se faire, une tension continue est délivrée par une alimentation étalonnée sur l'ensemble des voies. Pour chaque gain, l'acquisition de dix tensions balayant la plage de mesure est réalisée. Ainsi, un gain et un décalage sont déterminés pour chaque voie.

Les sensibilités de chaque microphone sont également déterminées en fonction de leur polarisation (200 V et 24 V). La réponse des microphones étant constante en fréquence, seul un étalonnage en niveau est réalisé. Pour cela, un pistonphone B&K est employé (124 dB à 250 Hz). La variance du signal obtenu est calculée sur 3 secondes d'acquisition à 50 kHz permettant de définir la sensibilité du microphone, connaissant le niveau de la source.

**Antennes de microphones** Trois types d'antennes sont utilisés dans le cadre de ces expériences :

**Grande antenne** Les mesures de pression en champ semi-lointain sont réalisées grâce à une grande antenne linéique. D'une longueur totale de  $L=2$  m, elle supporte 51 microphones espacés de  $\Delta=50$  mm ( $1D$ ). Les fréquences de coupure haute et basse de cette antenne sont respectivement  $f_h=c/2\Delta=3,4$  kHz et  $f_b=c/L=170$  Hz.

**Antenne courte** Les mesures de pression champ proche sont réalisées grâce à deux antennes. La première est une antenne linéique courte. D'une longueur totale de  $L=0,38$  m, elle supporte 39 microphones espacés de  $\Delta=0,01$  m ( $D/5$ ). Ses fréquences de coupure sont  $f_h=c/2\Delta=17$  kHz et  $f_b=c/L=900$  Hz.

**Antenne circulaire** Cette antenne linéique est couplée à une antenne circulaire d'un diamètre intérieur de  $\phi=0,25$  m ( $5D$ ). Celle-ci peut supporter 17 microphones espacés de  $20^\circ$  et est ouverte de manière à placer un  $18^\circ$  microphone appartenant à l'antenne linéique ((fig 6.9(a)). La position radiale des microphones peut être ajustée de  $0,5D$  à  $2D$ .

La grande antenne est placée verticalement dans le hall d'essai MARTEL, fixée à l'un de quatre pylônes mobiles (photo 6.6(a)). Les antennes courte et circulaire sont utilisées en champ proche du jet, fixées au bâti JEAN (voir§6.1.1).

#### 6.1.4 Campagnes de mesures réalisées

Afin d'aborder l'analyse du champ de pression proche d'un jet en configuration supersonique, une base de données complète a été créée. Les moyens métrologiques précédemment exposés sont mis en œuvre. Les grandeurs physiques auxquelles on s'intéresse sont :

- Vitesses moyennes  $\bar{U}$  et instationnaires  $u'$  ;
- Niveaux de pression en champ proche et semi-lointain  $\sigma_p$  ;

- Corrélation linéique pression-pression en champ proche  $R_{pp}(x)$  ;
- Corrélation azimutale pression-pression en champ proche  $R_{pp}(\Delta\theta)$  ;
- Gradient instantané de pression en champ proche  $\partial p/\partial n$  ;
- Corrélation linéique vitesse-pression en champ proche  $R_{up}(x)$ .

Les campagnes de mesures réalisées sont résumées dans le tableau 6.4. La constitution de cette base de données a été financée par le CNES (*ONERA-AEID S-10.933 DARRAG*). Elle représente quelques 75Go de données brutes et a nécessité 400 minutes de tir.

Configuration	Nom	Grandeurs	Buts
Sonde Triple	V1 (6.1.4.a)	$\bar{U}$	Qualification de la tuyère (§6.2.1)
Sonde Triple	V2 (6.1.4.a)	$\bar{U}$	Qualification jet (§6.2.2.a)
Sonde Triple	V3 (6.1.4.a)	$\bar{U}$	Qualification jet et validation LDV (§6.2.2)
Pression Grande Antenne	Pga (6.1.4.c)	$\sigma_p$	Qualification jet (§6.2.4), POD (§6.4), Kirchhoff (6.5)
Pression Antenne Droite	Pad (6.1.4.d)	$R_{pp}(x)$	POD (§6.4)
Pression Antenne Incliné	Pai (6.1.4.e)	$R_{pp}(x)$	POD (§6.4), interaction (§6.3), séparation (6.4.3)
Pression surface conique	Pcn (6.1.4.f)	$R_{pp}(\Delta\theta)$	POD (§6.4), séparation (6.4.3), estimation vitesse (6.6)
Pression surface cylindrique	Pcl (6.1.4.g)	$R_{pp}(\Delta\theta)$ , $\partial p/\partial n$	POD (§6.4), kirchhoff (6.5)
Antenne inclinée - LDV	Vp (6.1.4.b)	$u'$ , $R_{up}(x)$	qualification jet (6.2.3), estimation vitesse (6.6)

TAB. 6.4 – Récapitulatif des expériences réalisées sur le jet supersonique

#### 6.1.4.a Vitesses stationnaires : Sonde triple

Les premières séries de mesures réalisées sur le jet supersonique sont des mesures de vitesses stationnaires. Celles-ci sont utilisées pour :

1. Vérifier le point de fonctionnement de l'écoulement en régime adapté ;
2. Vérifier le bon alignement des systèmes de déplacement avec l'axe du jet ;
3. Qualifier le champ de vitesse moyenne du jet et vérifier son homogénéité azimutale ;
4. Valider les mesures instationnaires réalisées par vélocimétrie laser à effet Doppler.

Plusieurs séries de mesures sont réalisées avec la sonde triple présentée au paragraphe 6.1.3.a :

**V1 : Point de fonctionnement tuyère** Dans un premier temps, la sonde triple est placée à 8 mm de la section de sortie de la tuyère, la sonde de pression statique se trouvant en son centre, afin de comparer la pression statique de sortie avec la pression atmosphérique en fonction des conditions génératrices.

**V2 : Homogénéité** Afin de vérifier l'axisymétrie du jet ainsi que l'alignement du système de déplacement, des mesures sont réalisées en deux sections transversales de positions longitudinales différentes. Un maillage de 872 points de mesures, répartis en 15 profils, a été

réalisé en  $x/D=3,0$ . Équidistants de 3 mm, l'ensemble de point décrit un disque de rayon  $r/D=1$  (deux fois plus large que le jet en cette position). Une seconde section normale a été explorée en  $x/D=6$ . Deux profils de 33 points régulièrement répartis sont réalisés aux positions  $z/D=\pm 0,5$ , traversant l'écoulement sur une distance de  $y/D=\pm 2$ .

**V3 : Champs de vitesse moyenne** Pour qualifier l'écoulement et valider les mesures LDV, 10 profils sont réalisés de  $x/D=1$  à  $x/D=10$ . L'étendue des profils augmente linéairement de  $y/D=\pm 0,72$  à  $y/D=\pm 1,9$  afin de suivre l'expansion du jet. La répartition des points est constante pour chaque profil et augmente avec la position  $x$  de  $\Delta y=2$  mm à  $\Delta y=5$  mm.

#### 6.1.4.b Vitesses instationnaires : Vélocimétrie à effet Doppler (Vp)

Ces mesures ont deux buts :

1. Qualifier les champs turbulents de vitesse du jet ;
2. Déterminer les niveaux de corrélation pression champ proche-vitesse.

Pour se faire, les vitesses instantanées longitudinales et radiales ont été mesurées par vélocimétrie à effet Doppler sur 11 demi-profil, régulièrement espacés de  $\Delta x=1D$  entre  $x/D=1$  et  $x/D=5$ , puis espacés de  $\Delta x=0,5D$  entre  $x/D=5$  et  $x/D=8$ . Les profils sont constitués de 31 points de mesures de séparation radiale  $r/D$  constante. L'étendue des demi-profil croît linéairement avec l'éloignement de la section d'éjection, de  $r/D=0,72$  en  $x/D=1$ , à  $r/D=1,2$  en  $x/D=10$ .

Afin de permettre la détermination des corrélations pression champ proche-vitesse, des mesures acoustiques sont réalisées systématiquement et simultanément aux mesures de vitesses. L'antenne courte inclinée décrite en §6.1.4.e est utilisée en position radiale  $r/D=0,8$ .

Cette position a été déterminée par une série de mesures préliminaires. Les corrélations pression-vitesse ont été mesurées pour un point de mesure LDV situé sur le côté haute vitesse de la couche de mélange en  $x/D=4$  (correspondant à la position du maximum de corrélation en configuration subsonique). Pour des positions d'antenne allant de  $r/D=0,8$  à  $r/D=1,4$ , ces corrélations ce sont révélées être maximales pour la position la plus proche de l'écoulement.

#### 6.1.4.c Acoustique : Champ semi-lointain (Pga)

Afin de permettre la qualification acoustique du jet, des mesures acoustiques sont réalisées en champ lointain. Ces données seront utilisées pour :

1. La qualification acoustique du jet ;
2. L'analyse POD du champ de pression semi-lointain du jet supersonique ;
3. La vérification des résultats de propagation de la pression champ proche par la formulation de Kirchhoff.

Ces mesures sont réalisées avec la grande antenne linéique de 2 m. Elle est positionnée de manière à couvrir la zone  $x/D=[-10 : 30]$  (fig. 6.6(a)). Une série de 15 positions radiales est explorée allant de  $r/D=7$  à  $r/D=40$  (fig. 6.6(b)).

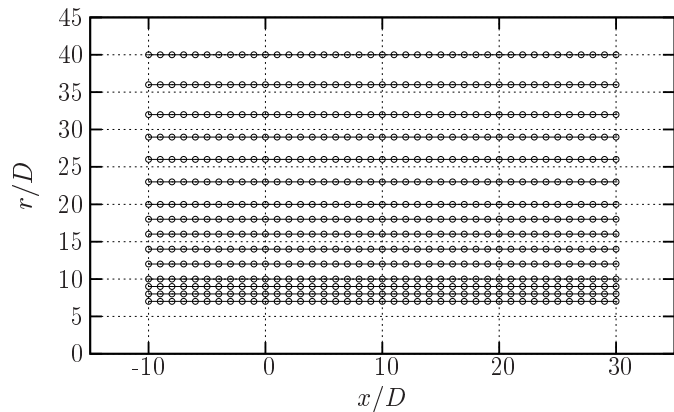
#### 6.1.4.d Acoustique : Champ proche, antenne droite (Pad)

Des mesures sont réalisées avec l'antenne courte placée parallèlement à l'axe du jet (fig 6.7(a)). Elles seront utilisées pour :

1. La qualification du champ de pression proche en terme de niveau de pression ;
2. L'analyse POD du champ proche amont et aval ;



(a) Dispositif expérimental



(b) Maillage des points de mesure

FIG. 6.6 – Dispositif expérimental et points de mesures en champ semi-lointain par grande antenne

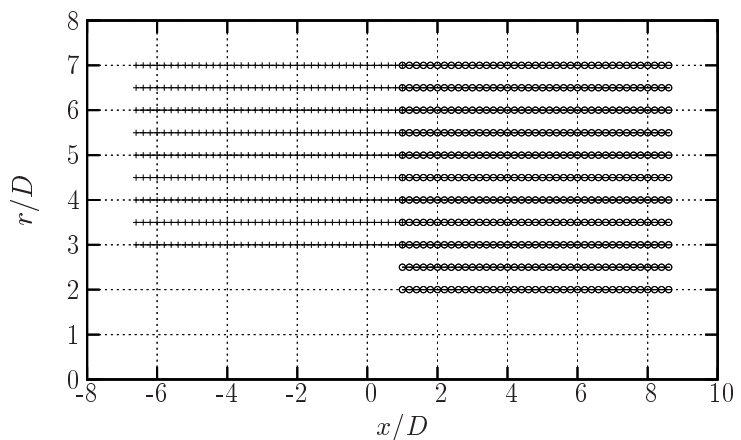
Deux séries de mesures sont effectuées (fig. 6.7(b)) :

- en amont de la section d'éjection :  $x/D = [-7 : 1]$ ,  $r/D = [3 : 7]$  ;
- en aval de la section d'éjection :  $x/D = [1 : 9]$ ,  $r/D = [2 : 7]$ .

Les positions les plus éloignées ( $r/D=7$ ) permettent le recouvrement des données avec les mesures en champ semi-lointain.



(a) Dispositif expérimental



(b) Maillage des points de mesure

FIG. 6.7 – Dispositif expérimental et points de mesures champ proche en configuration d'antenne courte droite

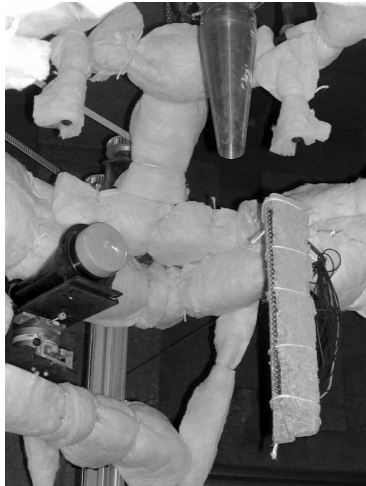
#### 6.1.4.e Acoustique : Champ proche, antenne inclinée (Pai)

L'antenne courte est également utilisée en configuration inclinée. Elle forme un angle de  $9^\circ$  avec l'axe du jet de manière à en suivre l'expansion et à pouvoir être placée au plus près de la zone de mélange (fig.6.8(a)). Ces données seront utilisées pour :

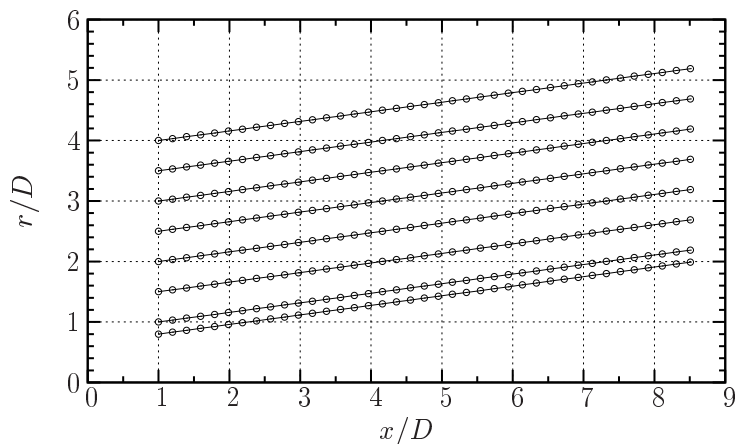
1. L'analyse POD du champ proche ;
2. La validation de la séparation hydrodynamique/acoustique par la POD en configuration supersonique ;

3. La validation du modèle d'interaction hydrodynamique/acoustique en configuration supersonique.

L'antenne inclinée couvre la zone  $x/D=[1 : 8,5]$ . Plusieurs positions radiales sont réalisées. Repérées par la position  $r_1/D$  du premier microphone ( $x_1/D=1$ ), celles-ci vont de  $r_1/D=4$  à  $r_1/D=1$ , par pas de  $\Delta r/D=0,5$ , plus la position  $r_1/D=0,8$  (fig. 6.8(b)). Cette dernière position correspond à la position pour laquelle sont réalisées les mesures LDV de vitesse.



(a) Dispositif expérimental



(b) Maillage des points de mesure

FIG. 6.8 – Dispositif expérimental et points de mesures champ proche en configuration d'antenne courte inclinée

#### 6.1.4.f Acoustique : Champ proche, conique (Pcn)

Tel que cela a pu être fait dans le cadre de la configuration subsonique, des mesures de pression sont réalisées sur une surface de forme conique, entourant le jet. Celles-ci seront utilisées pour la prise en compte des contributions azimutales du champ de pression proche dans :

1. L'analyse POD ;
2. La validation de la séparation hydrodynamique/acoustique par la POD en configuration supersonique ;
3. La validation du modèle d'interaction hydrodynamique/acoustique en configuration supersonique ;
4. L'estimation tridimensionnelle du champ de vitesse.
5. La vérification de la non-influence du bâti supportant les antennes de microphones sur les mesures de pression champ proche ;

L'antenne courte est utilisée en configuration inclinée ( $9^\circ$  par rapport à l'axe du jet). Elle couvre la zone  $x/D=[1 : 8,5]$  pour les positions radiales  $r/D=0,8$  à  $r/D=2$ . Cette antenne linéique est couplée à l'antenne circulaire. Celle-ci est orientée dans un plan normal à l'axe du jet. Elle est placée successivement à la position longitudinale de l'un des microphones de l'antenne linéique (de sorte que celui-ci en constitue le 18<sup>e</sup> microphone nécessaire à la description d'un cercle complet). L'antenne linéique étant inclinée, la position radiale des microphones de la couronne est ajustée pour chaque essai à celle du microphone commun (fig. 6.9(a)).

Un total de 13 essais est réalisé pour différentes positions longitudinales de l'antenne circulaire. Celle-ci est placée aux positions allant de  $x/D=1$  à  $x/D=3,76$  par incrément de  $\Delta x/D=0,39$



(microphones 1 à 15, un microphone sur deux), puis aux positions  $x/D=4,36$  à  $x/D=6,73$  par incrément de  $\Delta x/D=0,59$  (microphones 18 à 30, un microphone sur trois).

Une série de mesures supplémentaires est réalisée dans cette configuration afin de vérifier la non-influence du bâti sur les mesures de pression champ proche. Pour se faire, les antennes sont non plus fixées au bâti (qui est retiré), mais aux pilônes du hall d'essai (fig. 6.9(b)). Cette configuration permet de vérifier la non-influence sur les mesures longitudinales mais également sur les mesures azimutales.

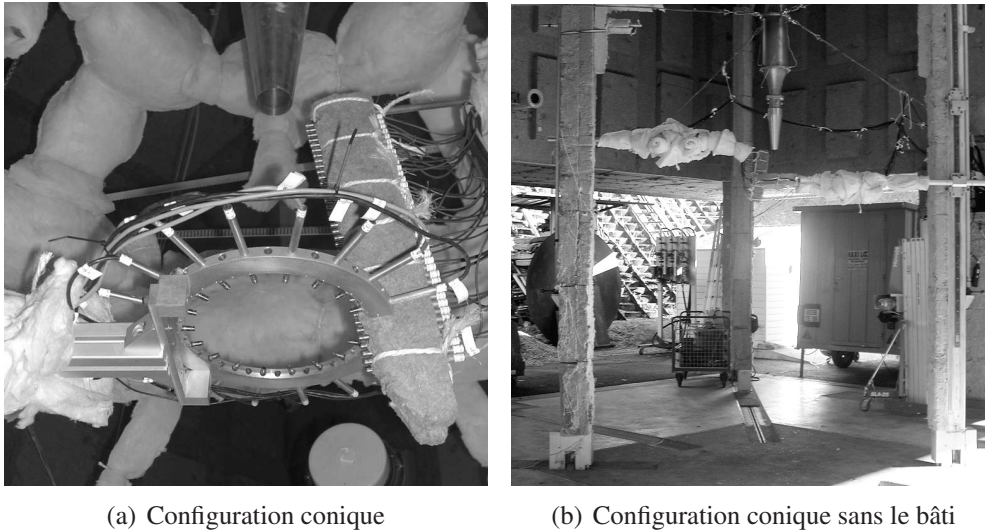


FIG. 6.9 – Dispositifs expérimentaux de mesures champ proche en configuration conique

#### 6.1.4.g Acoustique : Champ proche, cylindre (Pcl)

Dans cette étude du champ proche, l'estimation du champ de pression acoustique rayonné par le jet est abordée avec une formulation de Kirchhoff (voir 2.2.3.b) utilisant ce type de données. Une configuration optimale a été définie pour la mise en œuvre expérimentale de cette technique. Cette étude de faisabilité est détaillée en annexe E. Une base de données expérimentales spécifique est donc constituée. Les mesures sont effectuées de manière à pouvoir réaliser une estimation des pressions instantanées sur deux surfaces cylindres concentriques entourant le jet.

Les antennes courte et circulaire sont utilisées pour cette série de mesures. L'antenne linéique est fixe, placée parallèle à l'axe du jet, couvrant le domaine  $x/D=[1 : 8,6]$ . Les 39 microphones la constituant sont placés alternativement aux positions radiales  $r/D=1,7$  et  $r/D=1,9$ . Le premier microphone, en  $x/D=1$ , se situe en  $r/D=1,7$  (fig 6.10(b)). L'antenne circulaire est orientée dans un plan normal à l'écoulement (fig. 6.10(b)). Elle décrit un cercle de rayon  $r/D=1,7$ , centré sur l'axe du jet, et est placée successivement face aux microphones de l'antenne linéique de même position radiale couvrant ainsi la zone  $x/D=[1 : 8,6]$  par pas de  $\Delta x/D=0,4$ .

Cette série de mesures a été précédée des mesures nécessaires à la procédure d'estimation stochastique des pressions sur les cylindres (voir 6.5). En effet, les interspectres de pression sont requis aux positions radiales  $r/D=1,7$  et  $r/D=1,9$  de mesures sur l'ensemble du domaine  $x/D=[1 : 8,6]$ . Pour cela, l'antenne linéique est utilisée, seule, en chacune de ces positions radiales. Les 39 microphones sont alignés (i.e. de même position radiale).

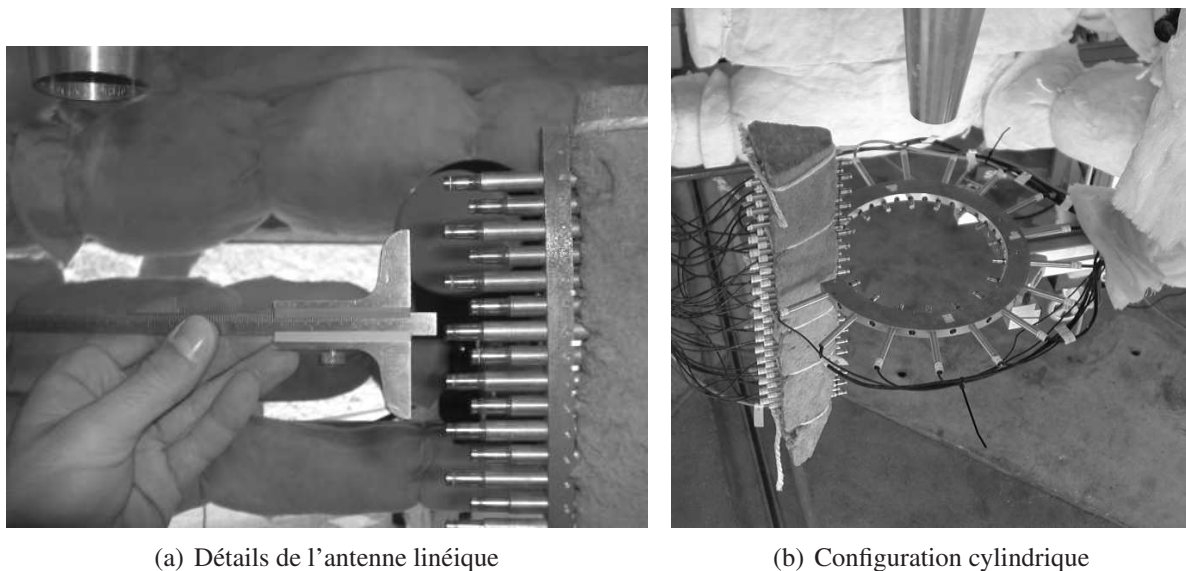


FIG. 6.10 – Dispositif expérimental de mesures champ proche en configuration cylindrique

### 6.1.5 Synthèse

Pour le passage de cette étude à une configuration supersonique, les installations MARTEL du CEAT de Poitiers ont été exploitées. La configuration JEAN est mise en œuvre (foyer brûleur et bâti) avec une nouvelle tuyère, spécialement conçue au LEA, pour l'obtention d'un jet adapté à température ambiante, de nombre de Mach  $M_j=1,4$ .

Des moyens métrologiques importants sont employés, comprenant une sonde triple, un banc de vélocimétrie laser à effet Doppler, ainsi qu'une batterie de microphones comportant jusqu'à 56 microphones en simultané.

Ces moyens de mesures sont utilisés pour générer une base de données complète comptant des mesures de vitesses, stationnaires et instationnaires, ainsi que des mesures acoustiques en champ lointain et de nombreuses mesures de pression en champ proche sur une et deux dimensions. Des mesures synchrones de vitesse et pression champ proche sont également réalisées.

L'exploitation de cette base de données est développée dans ce chapitre, en commençant par la qualification de ce nouvel écoulement.

## 6.2 Qualifications

### 6.2.1 Détermination du point de fonctionnement en régime adapté

La tuyère utilisée pour engendrer le jet supersonique a été conçue pour délivrer un écoulement homogène adapté, de nombre de Mach  $M_j=1,4$ , à température ambiante fixée à  $20^\circ\text{C}$  (§6.1.2 relatif à la conception de cette tuyère).

Afin de vérifier expérimentalement le point de fonctionnement adapté de la tuyère, des essais sont réalisés en plaçant une sonde de pression statique à la sortie de cette dernière (essais **V1**, §6.1.4.a). Pour une température génératrice fixée à la température définie lors de la conception de la tuyère, soit  $T_g=405\text{K}$ , une pression statique d'éjection égale à la pression atmosphérique est obtenue pour un rapport entre la pression génératrice et la pression atmosphérique de  $P_g/P_a=3,24$ .



Cette valeur diffère de 2% de la valeur théorique de  $P_g/P_a=3,17$  définie lors de la conception. Cet écart reste faible et est acceptable. Celui-ci peut être dû à plusieurs facteurs. En premier lieu, le rapport des capacités thermiques  $\gamma$  a été supposé constant dans la tuyère lors de sa conception. Or, bien que faible (de l'ordre de 1%, tab. F.1), cette hypothèse est erronée. Cette variation peut également être induite par une erreur sur la mesure de pression statique due à un alignement non parfait de la sonde avec l'axe de l'écoulement. En effet, si tel est le cas, l'écoulement n'est pas parallèle au tube où se situe la prise de pression, conduisant alors à un biais de la mesure.

Il est à noter que des contraintes, liées au dispositif expérimental du banc MARTEL, ne nous ont pas permis de réaliser des visualisations strioscopiques de l'écoulement. La non présence de choc, confirmant le régime adapté du jet, n'a donc pas pu être validée.

En utilisant la relation isentropique du rapport des pressions d'un écoulement compressible (éq. 6.1), le nombre de Mach est déterminé à  $M_j=1,41$ . La vitesse d'éjection est alors de  $U_j=485,2 \text{ ms}^{-1}$ , considérant la vitesse du son en section d'éjection  $c=\sqrt{\gamma_j r T_j}=344 \text{ ms}^{-1}$ . Basés sur les définitions de Papamoschou et Bunyajitradulya [155] (§2.1.3), les nombres de Mach caractéristiques de l'écoulement sont regroupés dans le tableau 6.5. L'écoulement lent,

$M_j$	$M_{c_{sym}}$	$dM_c$	$M_{c_a}$	$M_{c_b}$
1,41	0,7	0,67	0,23	1,18

TAB. 6.5 – Nombres de Mach caractéristiques du jet supersonique

d'indice  $b$  est ici subsonique. Le nombre de Mach convectif est donc celui correspondant au mode lent, soit  $M_{c_b}$ . Celui-ci est alors supersonique.

Les valeurs de température et pression génératrice définies ici constituent le point de fonctionnement du jet utilisé pour l'ensemble des tirs.

## 6.2.2 Vitesses moyennes

### 6.2.2.a Axisymétrie

Afin de vérifier l'axisymétrie de l'écoulement, des mesures de vitesses stationnaires sont réalisées sur une section complète du jet de position  $x/D=3$  (essai **V2**, §6.1.4.a). Les mesures, représentées sur la figure 6.11(a) en niveau de gris et lignes iso-vitesse, sont réalisées sur un maillage cartésien. S'intéressant à l'invariance azimutale du champ de vitesse, ces données sont interpolées (interpolation cubique) sur un maillage cylindrique, en 12 profils radiaux espacés de  $\Delta\theta=30^\circ$ , représentés sur la figure 6.11(b).

L'homogénéité de la zone potentielle du jet est vérifiée. En effet, pour les positions radiales inférieures à  $r/D=0,3$ , la variation radiale de la vitesse moyenne est inférieure à 3% (voir fig. 6.11(b)), et sa variation azimutale est inférieure à 0,2%. L'axisymétrie de la couche de mélange est également vérifiée. Les mesures de vitesse présentent une variation azimutale faible, inférieure à 5%. L'ensemble des mesures de vitesse sont alors réalisées dans un plan parallèle à l'axe du jet.

### 6.2.2.b Distribution spatiale

Les mesures sonde triple **V3** montrent que le jet obtenu n'est pas parfaitement adapté. En effet, les deux premiers profils, en  $x/D=1,0$  et  $x/D=2,0$ , présentent une vitesse moyenne sur l'axe plus élevée qu'aux positions plus en aval ainsi qu'une augmentation de l'ordre de 2% sur les extrémités de la zone irrotationnelle (fig. 6.12). Le jet est donc légèrement sous-détendu.

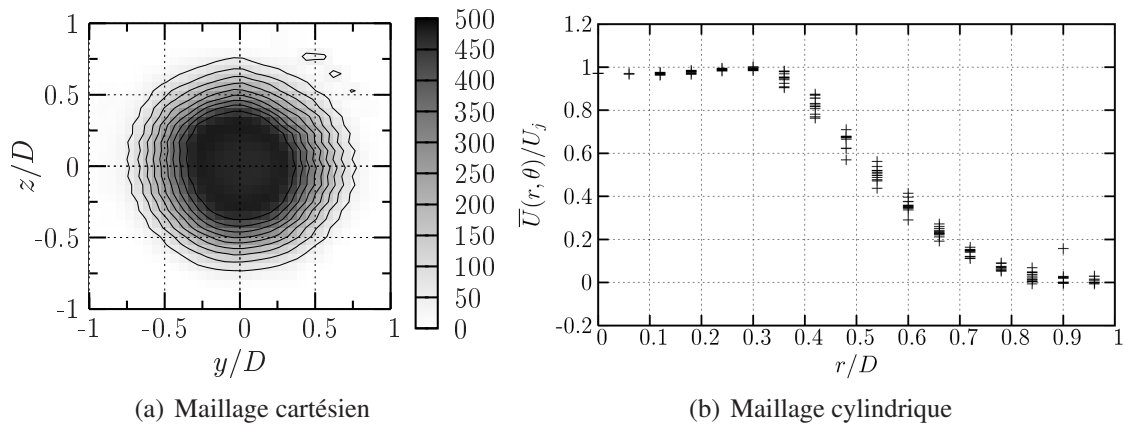


FIG. 6.11 – Vitesse longitudinale moyenne sur la section  $x/D=3,0$ , mesures sonde-triple

La pression statique de sortie est supérieure à la pression ambiante (pression atmosphérique). Le jet s'élargit à la sortie de la tuyère et des ondes de détente apparaissent, conduisant à une accélération locale de l'écoulement (bosses sur la périphérie de la zone irrotationnelle des profils de vitesse). Ce résultat est consistant avec le rapport des pressions de fonctionnement fixé à une valeur supérieure à la valeur de conception de la tuyère, confirmant un problème sur la mesure de pression statique réalisée pour la détermination de ce rapport (alignement de la sonde avec l'axe du jet, voir §6.2.1). On notera que les profils mesurés à la sonde triple sont également

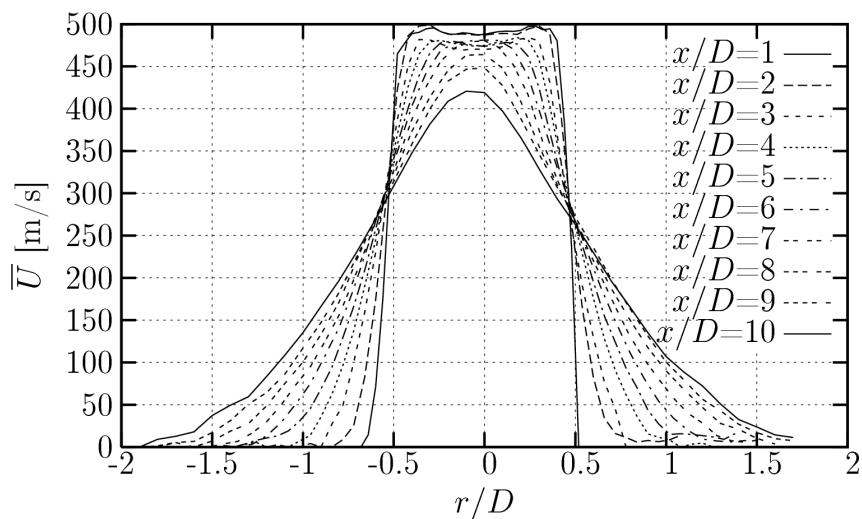


FIG. 6.12 – Profils de vitesse longitudinale moyenne sonde triple

décalés par rapport à l'axe du jet. Cet effet est dû à une mauvaise prise en compte du temps d'intégration de la ligne de mesure de la sonde conduisant à cette dissymétrie (fonction de la direction de pénétration ou d'extraction de la sonde dans l'écoulement).

Le champ de vitesse de l'écoulement est également mesuré par vélocimétrie laser à effet Doppler (essai **Vp**, §6.1.4.b). Une correction du biais a été appliquée en pondérant ces mesures par l'inverse de la norme de la vitesse (annexe A.2.3.c). La distribution spatiale des demi-profiles de vitesse longitudinale moyenne est représentée sur la figure 6.13 (lignes continues). Celles-ci sont en très bon accord avec les mesures sonde triple (tirets), au biais d'intégration temporelle près de ces dernières.

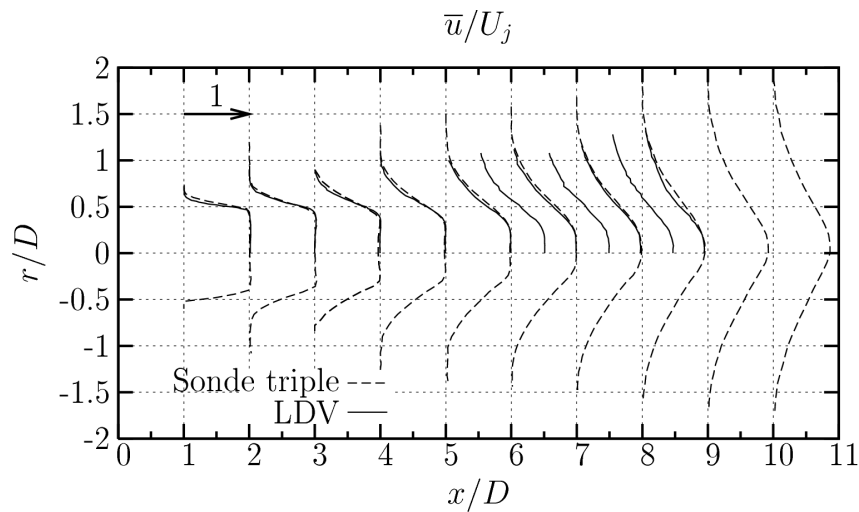


FIG. 6.13 – Distribution de vitesse longitudinale moyenne LDV et sonde triple

### 6.2.2.c Longueur du cône potentiel

Afin de déterminer la longueur du cône potentiel, les mesures de vitesses longitudinales moyennes réalisées avec la sonde triple et avec la LDV sont considérées sur l'axe du jet. La non adaptation parfaite de l'écoulement induit une variation de ces vitesses de l'ordre 4% (fig. 6.14) due aux détentes et recompressions pour s'adapter à la pression ambiante. La détermination de la longueur du cône potentiel ne peut donc pas être effectuée en considérant la position longitudinale de décroissance de 1% de la vitesse sur l'axe.

Cette longueur est alors déterminée grâce à la relation empirique 2.2 (pp. 11) traduisant la décroissance axiale de la vitesse longitudinale moyenne en aval du cône potentiel de longueur  $L_c$ . Les mesures LDV étant limitées aux positions longitudinales inférieures à  $x/D=8$  (du fait du système de déplacement), une régression linéaire est réalisée sur les mesures sonde triple. La décroissance théorique de la vitesse axiale est représentée en trait continu sur la figure 6.14. La longueur de cône potentiel ainsi obtenue est  $L_c=6D$ .

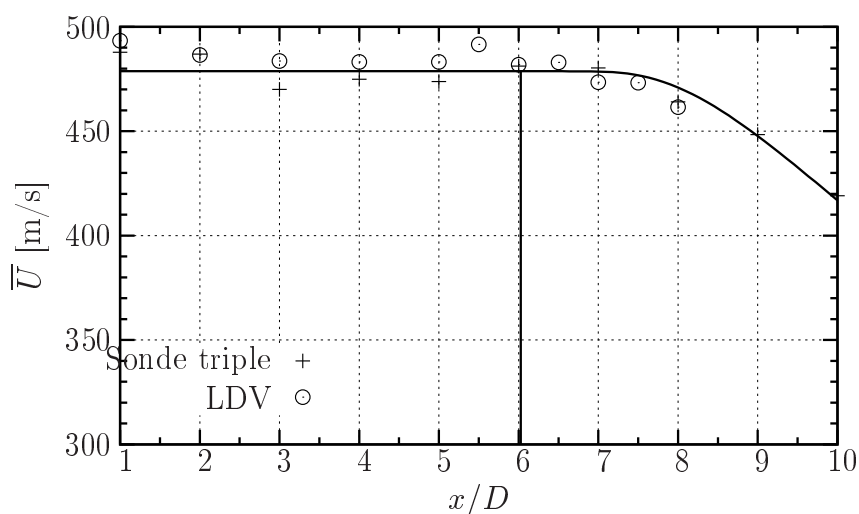


FIG. 6.14 – Évolution longitudinale de la vitesse sur l'axe du jet, mesures sonde triple (+) et LDV •, relation empirique (—)

Bien que la régression ne porte que sur un nombre très réduit de mesures points, la valeur déterminée est comparable à celle obtenue par Fourquette *et al.* [66] sur un jet de nombre de

Mach  $M_j=1,5$  ainsi que celle obtenue par Lau *et al.* [111] dans leur étude portant sur plusieurs configurations de jet. La relation empirique 2.1 proposée par ces derniers donne une longueur de cône potentiel de  $L_c=6,4D$ , soit une valeur légèrement supérieure à la valeur trouvée.

#### 6.2.2.d Épaisseurs caractéristiques et similitude

L'axe de la couche de mélange annulaire, représenté par la position radiale  $r_0$  de demi-vitesse, n'est pas de position radiale constante dans cet écoulement. Elle dévie vers le milieu extérieur au jet avec une pente  $dr_0/dx=0,015$ , valeur comparable à celle obtenue par Bellaud [17] (voir fig. 6.15).

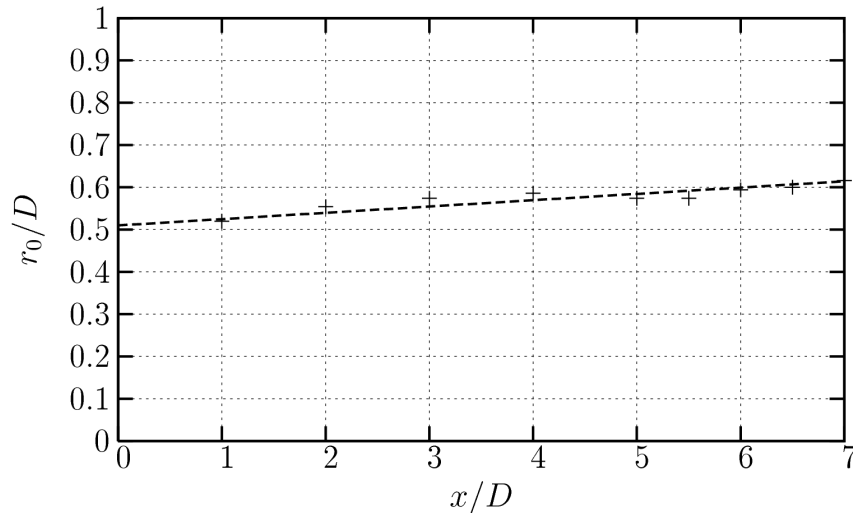


FIG. 6.15 – Évolution longitudinale de la position  $r_0$  de l'axe de la couche de mélange, mesures LDV

La décroissance radiale de la vitesse moyenne au sein de la couche de mélange est plus importante pour les mesures LDV que pour les mesures par sonde triple. Discuté précédemment, ce résultat se retrouve sur l'évolution longitudinale de l'épaisseur de vorticité locale représentée sur la figure 6.16. Le taux d'expansion de la couche de mélange  $d\delta_\omega/dx$  obtenu par les mesures LDV est alors retenu (problème de temps d'intégration sonde triple). Sa valeur, ainsi que les autres grandeurs caractéristiques de la couche de mélange, sont regroupées dans le tableau 6.6.

$r = \frac{U_2}{U_1}$	0
$\Lambda = \frac{1-r}{1+r}$	1
$\frac{d\delta_\omega}{dx}$	0,091
$\sigma = \frac{\sqrt{\pi}}{\delta_\omega}(x - x_0)$	19,47
$\sigma_0 = \sigma\Lambda$	19,47

TAB. 6.6 – Caractéristiques de la couche de mélange du jet supersonique

A partir de la position longitudinale  $x/D=1$ , la similitude des profils radiaux de vitesse longitudinale moyenne est vérifiée. Ces profils peuvent être représentés en fonction de la position radiale adimensionnée :

$$r^* = \frac{(r - r_0)}{\delta_\omega}$$

Cette similitude est vérifiée jusqu'aux positions  $x/D=7,0$  (fig. 6.17), montrant que la longueur du cône potentiel de  $L_c/D=6$  définie précédemment est sous-estimée.

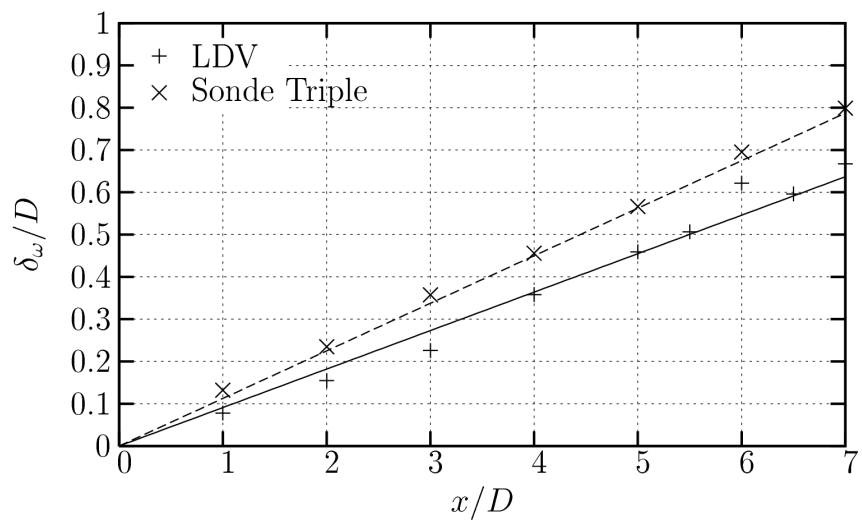


FIG. 6.16 – Évolution longitudinale de l'épaisseur de vorticité locale  $\delta_\omega$ , mesures sonde triple et LDV

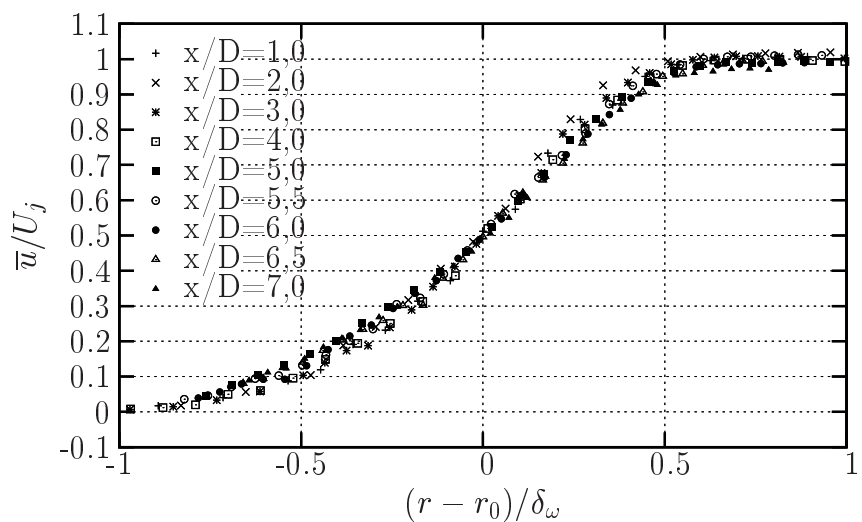


FIG. 6.17 – Superposition des profils de vitesses longitudinales moyennes adimensionnés, mesures LDV

Une dissymétrie importante apparaît du côté basse vitesse de ces profils adimensionnés. Ce type de dissymétrie est également obtenue par Lau [108] dans le cas de jet chaud. Cet auteur explique ce phénomène par une décroissance plus rapide de la température que de la vitesse, justifiant alors une similitude vérifiée sur le nombre de Mach mais pas sur la vitesse moyenne. Les mesures par sonde triple étant biaisées, et ne disposant pas de la répartition de température, il ne nous est pas possible de vérifier cette similitude en nombre de Mach. Quoi qu'il en soit, la variation de température est faible dans l'écoulement et ne justifie pas une telle dissymétrie. Celle-ci ne semble pas non plus être induite par un biais des mesures LDV faussant l'opérateur de moyenne vers des valeurs supérieures puisqu'une correction du biais est réalisée. La non convergence possible des mesures de vitesses sur la partie extérieure de la couche de mélange, due aux difficultés d'entraînement de l'ensemencement dans le milieu ambiant, n'est pas non plus à l'origine de cette dissymétrie car elle apparaît dès les premières positions longitudinales où les taux d'échantillonnage obtenus sont élevés. Cette dissymétrie se retrouve également sur les moments statistiques d'ordre plus élevés analysés au paragraphe suivant.

Une dispersion assez importante des profils adimensionnés est obtenue en zone de similitude. Celle-ci provient de la difficulté de reproduire des conditions génératrices strictement équivalentes pour tous les essais. Le rapport des pressions est faible et une légère variation de ces valeurs se répercute sur l'écoulement.

#### 6.2.2.e Synthèse

Grâce aux mesures stationnaires par sonde triple, l'axisymétrie de l'écoulement a été validée. Bien que ces mesures présentent un léger biais, dû à un temps d'intégration trop court, elles ont permis de valider les mesures LDV.

La longueur du cône potentiel du jet est de l'ordre de  $L_c/D=7$ . La non adaptation parfaite du jet et les contraintes matérielles limitant le domaine de mesure rendent la détermination de cette longueur délicate. Toutefois, une extrapolation des mesures de vitesse axiale et la vérification d'une loi de similitude des profils de vitesse moyenne permettent d'apprécier celle-ci.

La couche de mélange du jet dérive vers le milieu ambiant (basse vitesse) et le taux d'expansion  $d\delta_\omega/dx$  est faible (0,091) pour ce type d'écoulement (valeur généralement supérieure à 0,1).

Les profils moyens présentent une dissymétrie entre les côtés supersonique et subsonique de la couche de mélange. Cette dissymétrie caractérise également la distribution des moments statistiques d'ordre plus élevé présentés au paragraphe suivant.

### 6.2.3 Champ turbulent

#### 6.2.3.a Tension de Reynolds

Les distributions des moments d'ordre 2 des vitesses longitudinales et radiales ainsi que les termes croisés sont représentés respectivement sur les figures 6.18(a) à 6.18(c). On peut noter un effet de déplacement des maxima des tensions de Reynolds vers les basses vitesses avec une pente comparable à celle de l'axe de la couche de mélange (§6.2.2.d).

Ces profils sont représentés en fonction de la position radiale adimensionnée sur les figures 6.19(a) à 6.19(c). On remarque que les profils se superposent assez bien et qu'un état de similitude est donc atteint pour les grandeurs turbulentes. Toutefois, une dispersion importante apparaît côté haute vitesse de la couche de mélange, très claire à partir de  $x/D=5$ . Cette dispersion est très probablement induite par un manque de convergence des données statistiques en ces positions éloignées de la section d'éjection où l'ensemencement est moins important. Cette

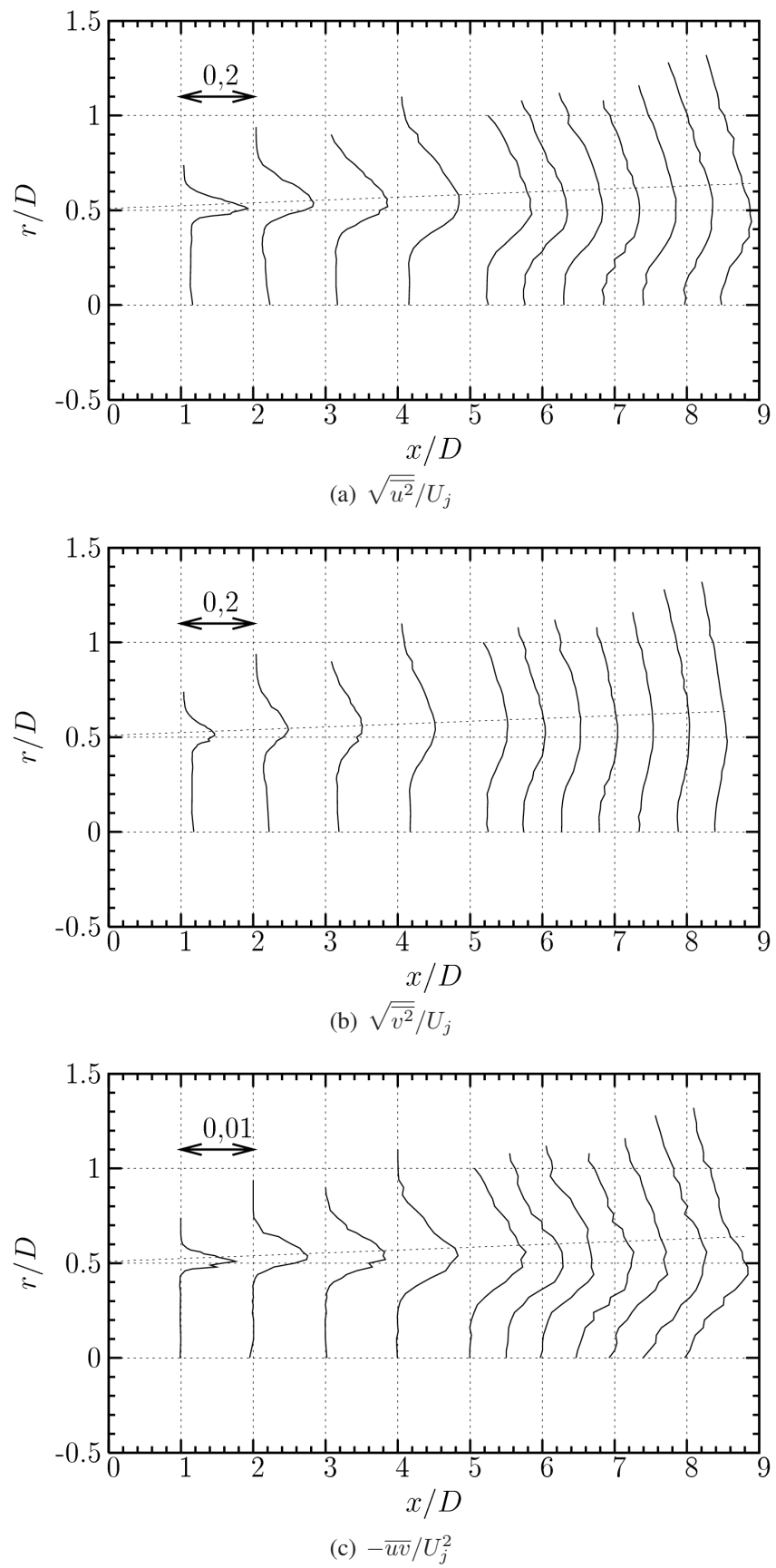


FIG. 6.18 – Distribution des vitesses RMS et des tensions turbulentes, mesures LDV



dispersion n'apparaît pas sur les tensions croisées  $\overline{uv}$ .

Le maximum de turbulence ne se trouve pas sur l'axe de la couche de mélange mais en  $r^* \approx 0,1$  et ces profils ne sont pas symétriques. Cette dissymétrie a déjà été observée pour des couches de mélange planes supersoniques, voir Chambres [38].

Dans la zone irrotationnelle, les taux de turbulence sont de l'ordre de 4%. Cette valeur paraît élevée mais la LDV est assez imprécise pour estimer les taux de turbulence faibles (<4% dans les écoulements supersoniques, Robinson *et al.* [172], Bellaud [17]).

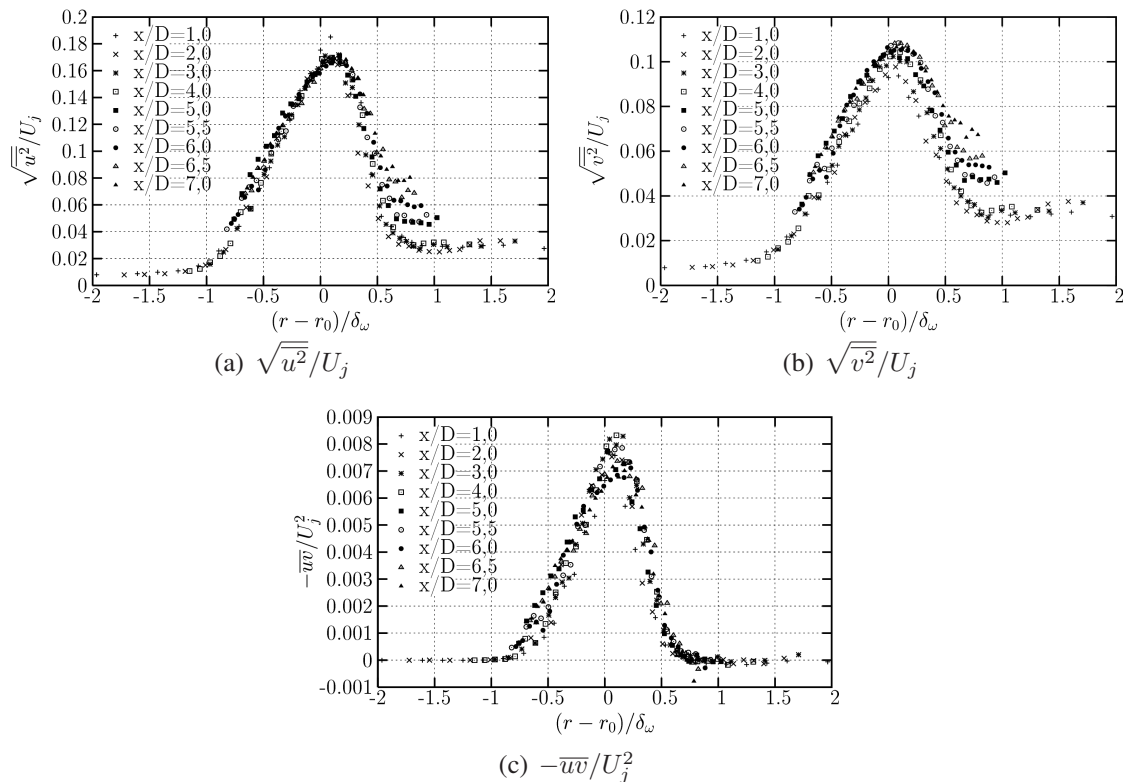


FIG. 6.19 – Profils adimensionnés des vitesses RMS et des tensions turbulentes, mesures LDV

Les valeurs maximales des tensions de Reynolds mesurées au sein de l'écoulement sont compilées dans le tableau 6.7 et comparées aux résultats obtenus par quelques autres auteurs. Les taux de turbulence dans la direction longitudinale ainsi que le terme croisé sont en bon accord avec la littérature. En revanche, on notera la valeur élevée de la composante transversale relative aux autres études. Le rapport entre les composantes longitudinale et transversale est compris dans la valeur de la littérature. On notera toutefois que, du fait de la dispersion des données statistiques, cette valeur varie de 1,6 à 2 en fonction de la position longitudinale considérée.

Etude	$U_c/U_j$	$\frac{\sigma_u}{\Delta U}  _{max}$	$\frac{\sigma_v}{\Delta U}  _{max}$	$\frac{-\overline{uv}}{\Delta U}  _{max}$	$\frac{\sigma_u}{\sigma_v}$
Présente étude	0,84	0,17	0,11	0,008	2
Bellaud [17]	0,84	0,15	0,09	0,0066	1,55
Zeman [198]	0,84	0,15	0,10	0,0077	1,51
Goebel & Dutton [83]	0,86	0,18	0,065	0,0066	2,74
Gruber <i>et al.</i> [86]	0,80	0,17	0,072	0,0065	2,5

TAB. 6.7 – Comparatif des valeurs maximales des tensions de Reynolds de plusieurs jets supersoniques

### 6.2.3.b Moments d'ordre élevé

Les moments d'ordres 3 et 4, adimensionnés par les moments d'ordre 2 (éq. 6.6 et 6.7), sont représentés sur les figures 6.20 et 6.21 respectivement.

$$S_{u_i} = \frac{\overline{u_i^3}}{\overline{u_i^2}^{3/2}} \quad (6.6)$$

$$T_{u_i} = \frac{\overline{u_i^4}}{\overline{u_i^2}^2} \quad (6.7)$$

En premier lieu, comme dans le cadre des moments d'ordre 2, une forte dispersion est observée pour le côté haute vitesse de la couche de mélange. La convergence statistique étant d'autant plus lente que le moment considéré est élevé, ce résultat n'est pas surprenant.

De plus, la dissymétrie relevée sur les vitesses moyennes et RMS est également retrouvée sur les coefficients d'asymétrie  $S_u$  et  $S_v$ . Ainsi, les frontières de la couche de mélange se situent en  $r^*=-1$  et  $r^*=0,6$ . Cette dissymétrie se retrouve également dans les niveaux maximaux atteints par ces coefficients. Du même ordre de grandeur que ceux obtenus par Bellaud [17], leurs niveaux varient en valeur absolue entre le côté subsonique et supersonique de la couche de mélange. Le passage par zéro de ces coefficients, quant à lui, a lieu sur l'axe de la couche de mélange pour la composante longitudinale et en  $r^*=0,1$  pour la composante transversale.

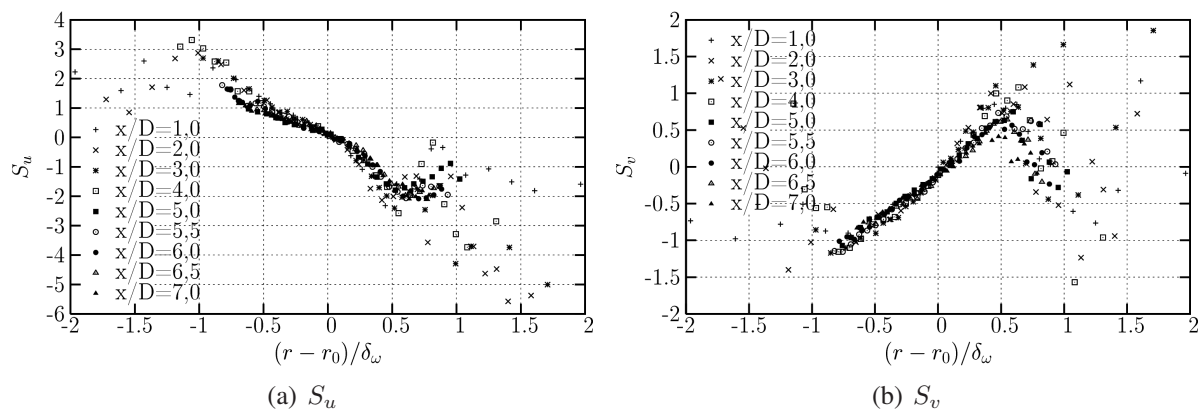


FIG. 6.20 – Évolution des coefficients d'asymétrie  $S_u$  et  $S_v$  en fonction de  $r^*$ , mesures LDV

La dispersion côté hautes vitesses est également retrouvée pour les coefficients d'aplatissement. Ces coefficients sont également dissymétriques. Les positions des valeurs maximales, caractéristiques de l'intermittence des frontières de la couche de mélange, ainsi que le niveau de ces valeurs maximales diffèrent entre les côtés subsonique et supersonique de la couche de mélange. Une valeur de 3, caractéristique d'un comportement Gaussien, est atteinte sur l'axe de la couche de mélange, aussi bien pour la composante longitudinale que pour la composante radiale. Une valeur proche de 3 est mesurée sur la zone  $-0,4 < r^* < 0,2$ , correspondant au centre de la couche de mélange, de comportement quasi-gaussien.

### 6.2.3.c Synthèse

Au cœur de la zone de mélange, une dispersion apparaît sur les moments statistiques d'ordre élevé du fait du faible nombre de Mach de l'écoulement, le rendant particulièrement sensible aux fluctuations de conditions génératrices. Une forte dispersion de ces données est également relevée du côté supersonique de la couche de mélange, pour les positions supérieures à  $x/D=5$ .

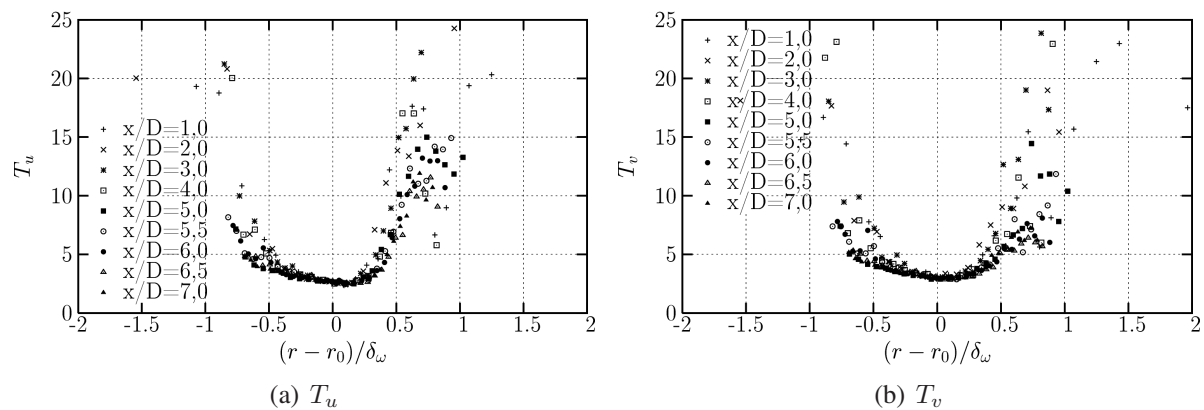


FIG. 6.21 – Évolution des coefficients d’aplatissement  $T_u$  et  $T_v$  en fonction de  $r^*$ , mesures LDV

Cette dispersion est due à un manque de convergence des statistiques induit par l’effet conjoint de l’ensemencement réduit en ces positions aval et du temps limité d’acquisition. Un phénomène d’entraînement mal contrôlé de l’ensemencement peut aussi influencer cette dispersion. Toutefois, les profils répondent assez bien à une loi de similitude et le niveau des maxima de turbulence est dans les mêmes ordres de grandeur que ceux de la littérature.

La dissymétrie entre les côtés supersonique et subsonique de la couche de mélange se retrouve dans les moments statistiques tant au niveau de leurs valeurs maximales qu’au niveau de la position de ces dernières.

## 6.2.4 Acoustique

Nous nous intéressons ici à la qualification du champ acoustique du jet. Il est délicat de valider de telles mesures sur un écoulement de ce type. En effet, la littérature sur ce point reste pauvre et la comparaison avec d’autres auteurs est donc délicate. Des considérations physiques, portant sur la connaissance du rayonnement acoustique des jets supersoniques, sont alors utilisées pour valider nos mesures.

On vérifie par ailleurs la non-influence sur les mesures champ proche du bâti métallique supportant les antennes acoustiques et le système LDV à proximité du jet.

### 6.2.4.a Champ semi-lointain

**Niveaux de pression globale** La répartition spatiale des niveaux de pression globale  $L_p$  :

$$L_p(x) = 20 \times \log_{10} \left( \frac{\overline{p^2(x)}^{1/2}}{P_{ref}} \right)$$

est considérée<sup>1</sup>. Proche du jet, de forts niveaux de pression sont mesurés, de l’ordre de 140 dB à une distance de  $2D$ . Ces niveaux sont représentés sur la cartographie 6.22 sous forme de lignes isobares. La décroissance radiale est forte en ces positions proche du jet puis s’atténue avec l’éloignement. Une décroissance importante est également observée avec l’éloignement dans la direction amont de l’écoulement. Inversement, allant vers l’aval, les niveaux restent plus stables.

Une direction de fort niveaux de pression est mise en évidence dans cette direction, correspondant à la ligne de crête des iso-valeurs. Celle-ci correspond au bruit large bande induit par convection supersonique des structures grandes échelles de la couche de mélange. C’est la

<sup>1</sup>  $P_{ref}=2,10^{-5}$  Pa

composante dominante du rayonnement acoustique en aval des jets supersoniques (cf.§2.2.2.d). L'angle de propagation de cette contribution est fonction du nombre de Mach convectif des structures cohérentes. Considérant le nombre de Mach convectif précédemment défini de  $M_c=1,18$  (cf.§6.2.1), la relation 2.11 donne un angle de  $\theta_c=32^\circ$ . Cette valeur est retrouvée dans les mesures (fig. 6.22, tirets). On notera que le prolongement de cette ligne de crête pointe sur la zone du cône potentiel où l'amplitude des instabilités est la plus élevée. Ce point de saturation est noté comme origine privilégiée de ce rayonnement par Laufer *et al.* [112] ainsi que par Troutt et McLaughlin [186].

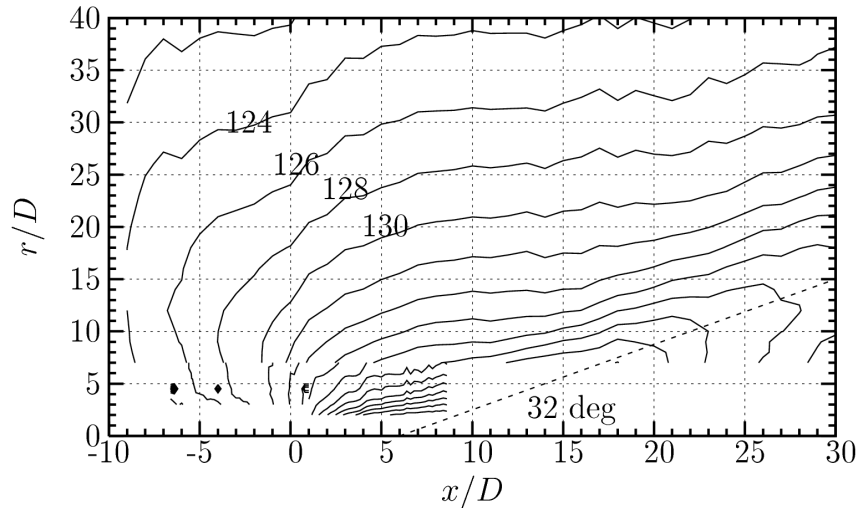


FIG. 6.22 – Cartographie des niveaux de pression  $L_p$  du champ proche à semi-lointain (iso-contour par incréments de 2 dB)

La directivité à un mètre du jet est donnée sur la figure 6.23. Dans la zone dominée par le bruit de turbulence fine, à  $90^\circ$ , le niveau de pression est de l'ordre de 130 dB. Plus en aval, à  $30^\circ$ , dans la zone dominée par le bruit large bande, ce niveau est de l'ordre de 140 dB. La loi de Lighthill en  $[1 - M_c \cos(\theta)]^{-5}$  (§2.2.2.c), décrivant l'évolution angulaire des niveaux de pression, ne s'applique pas ici. En effet, le nombre de Mach supérieur à 1 introduit une discontinuité de cette directivité et, de plus, la composante dominante du bruit de jet supersonique est générée par la convection supersonique des grandes échelles, non prise en compte dans cette loi modélisant le bruit de la turbulence fine.

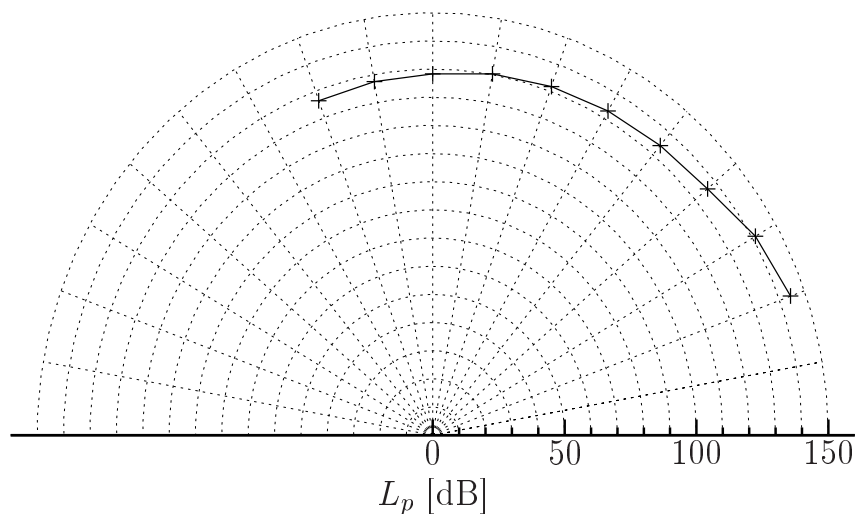


FIG. 6.23 – Niveaux de pression global à un mètre ( $20D$ )

**Densité spectrale d'énergie** En aval du jet, la densité spectrale d'énergie mesurée est large bande, présentant un maximum au nombre de Strouhal classique pour un jet de  $St_D=0,3$ . Les densités spectrales d'énergie mesurées à un mètre sont reportées sur la figure 6.24 pour les positions angulaires de  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  et  $90^\circ$ .

Aux positions angulaires de  $60^\circ$  et  $90^\circ$ , le niveau d'énergie est nettement plus faible (-30 dB). Le bruit large bande associé à la convection des structures cohérentes laisse place au bruit de turbulence fine. A l'aplomb de la section d'éjection, à  $90^\circ$  degrés, la trace de bruit de choc apparaît à haute fréquence. En effet, lorsque des chocs/ondes de détente sont présents, du fait d'une non adaptation du jet, les structures cohérentes interagissent avec ces derniers, produisant un rayonnement acoustique dominant en amont du jet. S'appuyant sur le modèle monodimensionnel de Tam [178], la fréquence de rayonnement de ces interactions est définie par la relation 2.12 en fonction de l'angle d'observation  $\theta$ . Pour un angle de  $90^\circ$ , cette relation donne une fréquence de 6,2 kHz, soit un nombre de Strouhal de  $St_D=0,65$ . Cette valeur est très proche de la valeur centrale  $St_D=0,6$  de la première bosse haute fréquence du spectre de pression en cette position angulaire. Elle confirme la non adaptation parfaite du jet étudié et la présence d'ondes de détente ainsi que la valeur du nombre de Mach convectif  $M_c=1,18$ .

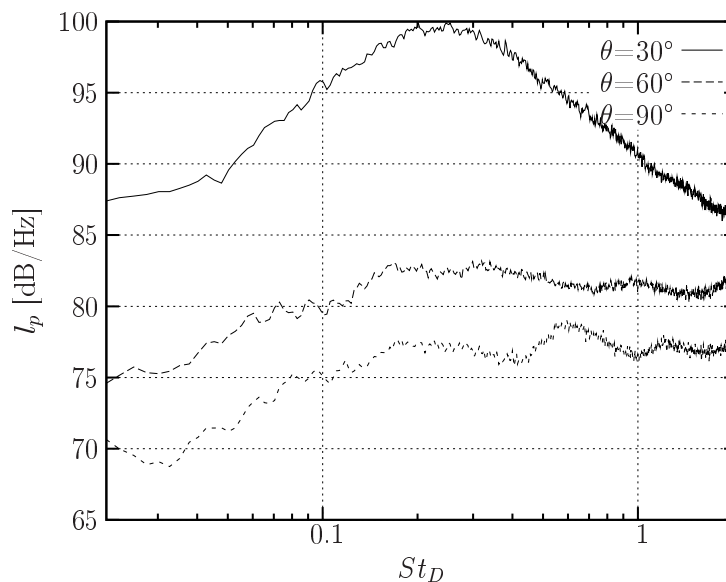


FIG. 6.24 – Spectres de pression à  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  et  $90^\circ$  à une distance d'un mètre ( $r/D=20$ )

#### 6.2.4.b Influence du bâti JEAN

Une structure métallique est employée pour supporter le système LDV ainsi que les antennes de microphones (§6.1.1). On peut se poser la question de son influence sur les mesures acoustiques.

Les mesures de pression en champ proche du jet sont trouvées être insensibles à la présence de ce bâti. Un essai de la série de mesures en "cône" (essais **Pcn**, §6.1.4.f) est répété après retrait du bâti. Le positionnement des antennes de microphones est alors assuré par des tiges métalliques (une par antenne) fixées aux pylônes du hall d'essais MARTEL.

Pour tous les points de mesures, la répartition spectrale de l'énergie est trouvée identique dans les deux configurations. Sans entrer dans le détail, développé au paragraphe suivant, les densités spectrales d'énergie sont reportées sur la fig. 6.25(a) pour quelques positions longitudinales suivant l'expansion du jet. Elles se recoupent parfaitement, que le bâti soit présent ou non. Le même résultat est obtenu pour les distributions azimutales des densités spectrales de position

$x/D=5,54$  qui sont représentées sur la figure 6.25(b).

On peut donc en conclure que le bâti JEAN n'a pas d'incidence sur les mesures de pression en champ proche. Son utilisation n'est pas limitative, n'imposant aucune restriction comme la réduction de la gamme fréquentielle d'étude par exemple. L'ensemble des mesures de pression en champ proche est réalisé en utilisant ce bâti. La qualification de celles-ci est maintenant abordée.

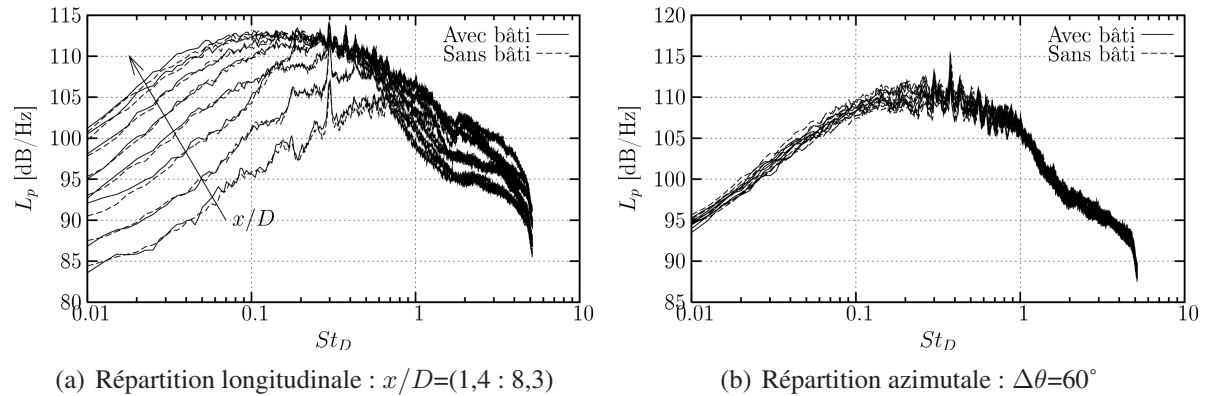


FIG. 6.25 – Répartitions longitudinale et azimutale des densités spectrales de pression avec et sans le bâti JEAN, antenne inclinée  $9^\circ$   $r_1/D=0,8$  et couronne  $x/D=5,54$

### 6.2.4.c Champ proche

Les niveaux de pression globale  $L_p$  et les densités spectrales d'énergie sont examinées. Deux cas particuliers retiendront notre attention : En premier lieu, les mesures réalisées avec l'antenne courte inclinée en configuration cône (i.e. position  $r_1/D=0,8$ ) ; En second lieu, la configuration d'antenne droite en configuration cylindre (i.e. position  $r/D=1,7$ )

**Niveaux de pression globale** Les niveaux de pression rencontrés en champ proche du jet supersonique étudié sont élevés, de l'ordre de 150 dB. Comme dans le cadre du jet subsonique, la répartition des niveaux de pression sur une ligne suivant l'expansion de la couche de mélange (antenne inclinée) est plus homogène (fig. 6.26(a)) que celle parallèle à l'axe du jet (fig. 6.26(b)). La première configuration est donc plus adaptée à une analyse de type POD. En effet, celle-ci permet de privilégier l'analyse des cohérences du champ fluctuant en limitant l'importance qui pourrait être donnée à une partie du domaine où les niveaux d'énergie sont élevés.

**Analyses spectrales** Les densités spectrales d'énergie en champ proche sont représentées sur la figure 6.27, en différentes positions longitudinales, pour les deux configurations d'antennes (inclinée et droite). De la même manière que dans le cadre de la configuration de jet subsonique, l'augmentation du niveau global, et la diminution de la fréquence du maximum d'énergie, avec la position longitudinale sont retrouvées.

Une différence fondamentale apparaît toutefois dans cette configuration supersonique. En effet, le changement de pente des spectres, délimitant les gammes fréquentielles dominées par des contributions de nature hydrodynamique en basses fréquences ou des contributions de nature acoustique en hautes fréquences (voir chapitre 4), n'a pas lieu.

Une démarcation est observée en haute fréquence ( $St_D \approx 1,6$ , fig. 6.27(a)), mais celle-ci est induite par la géométrie de l'antenne et correspond à sa fréquence de coupure. Ces fréquences,



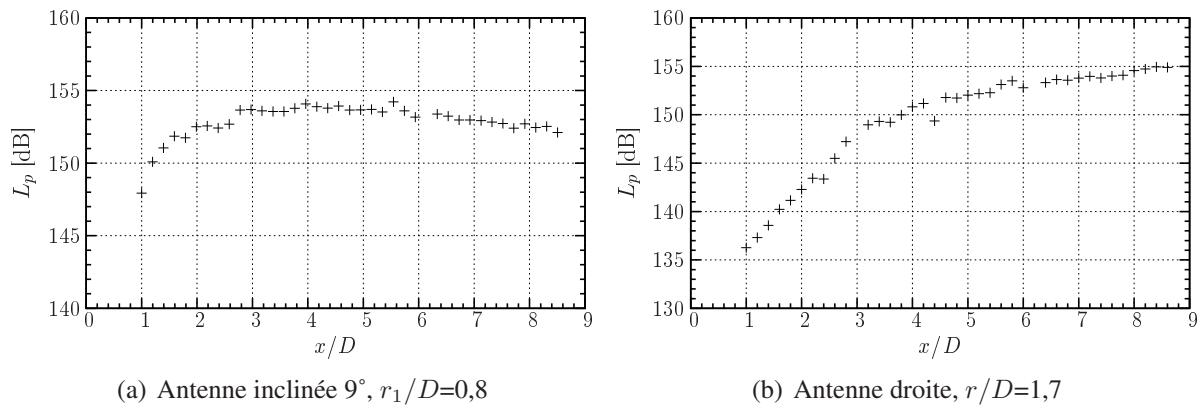


FIG. 6.26 – Distribution des niveaux de pression globale  $L_p$  en champ proche : a) Antenne inclinée de  $9^\circ$  ; b) Antenne droite

pour lesquelles des phénomènes de résonance et de repliement ont lieu, seront par la suite ignorées.

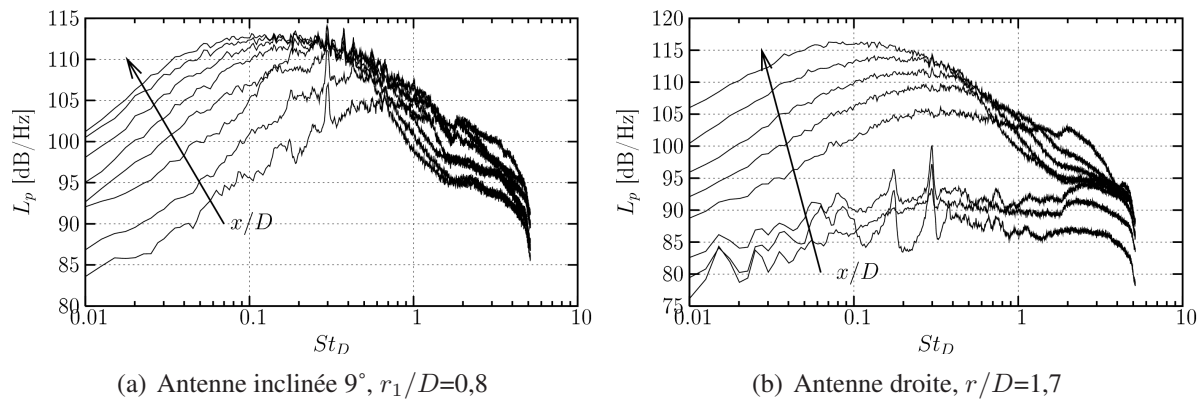


FIG. 6.27 – Distribution des spectres de pression en champ proche en fonction du nombre de Strouhal : a) Antenne inclinée de  $9^\circ$  ; b) Antenne droite

Les spectres obtenus sont large bande dans la partie aval de l'antenne. Ceux-ci présentent une morphologie similaire au spectre mesuré à 1m sous  $30^\circ$  (fig. 6.24). Les ondes de Mach, présentant une forte directivité, sont dominantes ici. En effet, sur la configuration d'antenne droite (fig. 6.27(b)), les microphones les plus en amont ont un niveau très inférieur et un spectre de morphologie différente. Ceux-ci forment un angle de plus de  $60^\circ$  avec l'axe du jet, supérieur à l'angle de propagation des ondes de Mach (de l'ordre de  $30^\circ$ ). Dans les deux configurations, la présence d'un maximum d'énergie est également relevé au nombre de Strouhal privilégié du jet  $St_D=0,3$ .

#### 6.2.4.d Synthèse

Une base de données telle que celle constituée pour cette étude sur le jet supersonique est importante car inexistante dans la littérature. Celle-ci est complète, comprenant des mesures acoustiques en champ semi-lointain et en champ proche.

Certaines caractéristiques de l'écoulement ont pu être confirmées par ces mesures. Ainsi, la vitesse de convection supersonique des grandes échelles du jet est mise en évidence par la directivité du champ de pression semi-lointain. De plus, la non adaptation parfaite du jet est confirmée par un regain d'énergie dans le plan de la section d'éjection pour des fréquences correspondantes à celles données par les modèles théoriques de bruit de choc.



Le champ de pression mesuré pour cet écoulement diffère fondamentalement de celui de la configuration subsonique. En effet, celui-ci est dominé par un rayonnement d'ondes de Mach, fortement directionnel, de niveaux d'énergie élevés.

Les spectres sont large bande. En champ proche, ils présentent une fréquence de pic évolutive, linéairement proportionnelle à l'épaisseur locale de la couche de mélange. La démarcation entre basses et hautes fréquences par un changement de pente n'est pas observée sur cette configuration.

### 6.2.5 Conclusions

Des qualifications du jet supersonique ont été effectuées. Globalement, d'un point de vue aérodynamique, les résultats obtenus sont similaires à ceux de la littérature. Cependant, le jet recherché était un jet parfaitement adapté, or celui-ci ne l'est pas. Il s'en suit un bruit de choc apparaissant sur les spectres de pression dans le plan de la section d'éjection. D'un point de vue acoustique, les ondes de Mach, dues à une vitesse de convection supersonique des structures cohérentes de la couche de mélange, sont observées. Leur directivité forme un angle de  $32^\circ$  avec l'axe du jet.

En ce qui concerne le champ de pression proche du jet, le changement de pente des spectres observé en configuration subsonique n'est pas retrouvé. En effet, les pressions sont ici dominées par le rayonnement acoustique des ondes de Mach de niveau élevé.

La démarcation entre les hautes et les basses fréquences trouvée subsonique n'est pas retrouvée dans cette configuration. De ce fait, existe-t-il toujours une interaction entre les contributions hydrodynamique et acoustique de la pression en champ proche telle que celle discutée au chapitre 4 pour la configuration subsonique ?

## 6.3 Interactions hydrodynamique/acoustique

Dans le cadre de la configuration subsonique, l'existence d'une interaction entre les composantes hydrodynamique et acoustique du champ de pression proche du jet a été mise en évidence (chap. 4). Ces perturbations, issues d'un même phénomène physique, évoluent différemment dans l'espace. Celles-ci peuvent alors être de même niveau et en opposition de phase en certains points particuliers, conduisant à de fortes interactions se manifestant par des pertes de cohérence. La localisation spatio-fréquentielle de ces interactions a été caractérisée par un modèle théorique basé sur la phase de chacune de ces contributions.

Afin de vérifier l'éventuelle validité de la loi d'évolution spectrale en  $kr$  proposée par Arndt *et al.* [9] ainsi que l'éventuelle validité du modèle d'interaction proposé en configuration supersonique, des mesures de pression sont réalisées en champ proche du jet supersonique (essai **Pai**, §6.1.4.e).

### 6.3.1 Analyses spectrales

Le modèle proposé par Arndt *et al.* [9] a permis d'identifier les contributions hydrodynamique et acoustique du champ de pression proche d'un jet subsonique de par leurs évolutions spectrales distinctes (§2.4.2). Ces auteurs définissent un nombre d'onde adimensionné  $kr$  où  $k$  est le nombre d'onde et  $r$  est la position radiale réduite (i.e. relative à l'axe de la couche de mélange). Ils observent une démarcation entre les contributions hydrodynamique et acoustique pour une valeur de  $kr=2$ , celles-ci présentant respectivement des pentes  $kr^{-6,67}$  et  $kr^{-2}$ . Ce résultat est également retrouvé par Ricaud [171] et est discuté au paragraphe 4.1.2 pour la

configuration subsonique.

Dans le cadre de la configuration supersonique étudiée ici, une évolution spectrale d'énergie en  $kr^{-2}$ , associée aux contributions acoustiques, est bien retrouvée (fig. 6.28). En revanche, aucune évolution en  $kr^{-6,67}$  n'est obtenue. En effet, pour déterminer cette valeur, Arndt *et al.* [9] ont posé l'hypothèse que  $kr \ll 1$  dans la zone inertielle du spectre. Or, la gamme de fréquence de cette zone est, par définition, supérieure à la fréquence du maximum d'énergie du spectre (appartenant à la zone contenant l'énergie). Ce maximum est de l'ordre de  $St_D=0,3$  pour un jet. Dans la présente configuration, celui-ci correspond à une fréquence de l'ordre de 7 kHz. Le paramètre  $kr$  serait donc égal à 1 pour une position radiale de 0,007 m (soit  $< D/6$ ). En toute position plus éloignée que 0,007 m ou pour toute fréquence supérieure à 7 kHz, le produit  $kr$  est supérieur à 1. L'hypothèse formulée par Arndt *et al.* [9] n'est donc pas valide pour cette configuration et la loi en  $kr^{-6,67}$  ne peut pas s'appliquer.

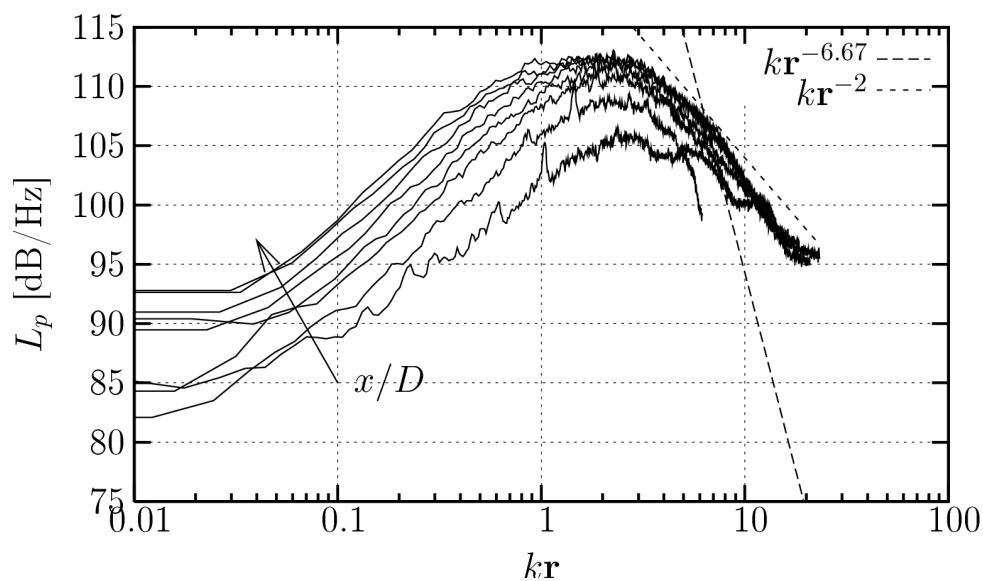


FIG. 6.28 – Distribution des spectres de pression en champ proche en fonction du nombre adimensionné  $kr$ , antenne inclinée à  $9^\circ$   $r_1/D=0,8$

De ce fait, le point définissant la frontière du champ proche par l'égalité du niveau d'énergie des contributions hydrodynamique ( $kr^{-6,67}$ ) et acoustique ( $kr^{-2}$ ) ne peut pas être identifié par le changement de pente du spectre.

Bien que ces contributions ne soient pas directement identifiables sur les spectres de pression, leurs interactions ont-elles toujours lieu et, dans l'affirmative, est-ce que celles-ci vérifient toujours le modèle développé en subsonique ? Pour répondre à cette question, les fonctions de cohérences sont considérées.

### 6.3.2 Fonctions de cohérences et modèle d'interactions

Les interactions entre les perturbations hydrodynamique et acoustique se manifestent en configuration subsonique par l'apparition de pertes de cohérences très marquées. La position spatio-fréquentielle de ces points particuliers a été modélisée en considérant les phases de chacune de ces perturbations, celles-ci étant issues d'une même et unique source située sur l'axe de la couche de mélange (§4.2).

Le champ de pression proche du jet supersonique ne présente pas ce phénomène de perte de cohérence. La représentation de la fonction de cohérence obtenue pour une configuration d'antenne inclinée très proche de l'écoulement ( $r_1/D=0,8$ ) est donnée sous forme de lignes iso-cohérences (fig. 6.29) pour deux positions de références distinctes. Le modèle d'interaction est également reporté sur ces figures. Les positions spatio-fréquentielles d'opposition de phase des contributions hydrodynamique (éq. 4.1) et acoustique (éq. 4.2) sont illustrées par des tirets et une ligne en pointillés démarque la valeur  $k\sqrt{rr'}=1,3$  pour laquelle ces contributions sont de même niveau d'énergie en subsonique. Aucune perte de cohérence n'apparaît aux intersections de ces deux lignes matérialisant les positions possibles d'interaction.

En effet, la valeur  $kr=1,3$  correspond dans cette configuration à des fréquences inférieures à la fréquence du maximum d'énergie des spectres pour laquelle les ondes de Mach prédominent. Les interactions, si elles ont lieu, entre les perturbations hydrodynamique et le bruit de mélange ne peuvent donc pas être décelées.

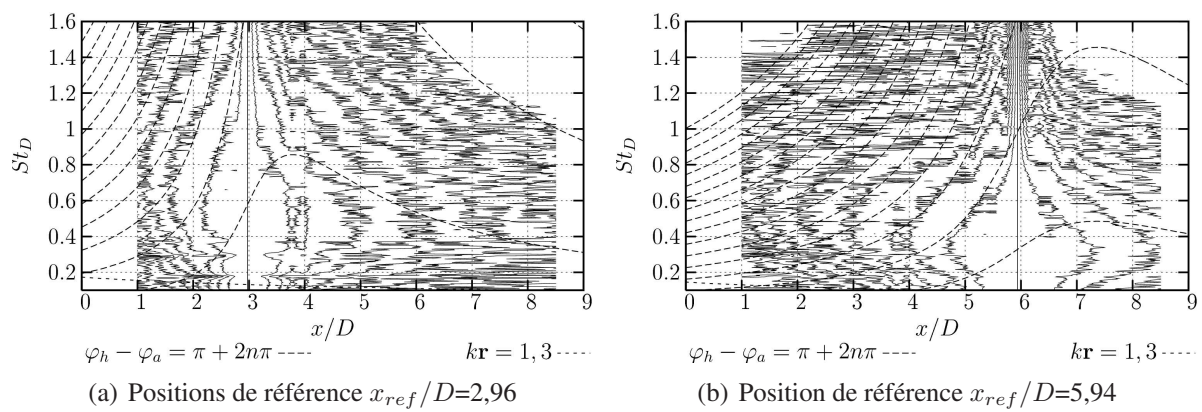


FIG. 6.29 – Lignes Iso-cohérences de pression en champ proche de niveaux 1 à 0,3 par incrément de 0,1 tracées en fonction de  $k\sqrt{rr'}$  (lignes continues). Superposition des lignes d'opposition des phases hydrodynamique et acoustique (tirets) et valeur  $k\sqrt{rr'}=1,3$  (pointillés), antenne inclinée aux positions  $r_1/D$  de 0,8

### 6.3.3 Conclusions

Le modèle développé par Arndt *et al.* [9] est inadapté aux configurations supersoniques. En effet, dans ce cas, l'hypothèse portant sur les ordres de grandeur de la variable  $kr$  conduisant à la détermination d'une évolution spectrale des contributions hydrodynamiques en  $kr^{-6,67}$  n'est plus vérifiée, même pour des positions très proche de la frontière du jet. De plus, dans le cas d'un jet de vitesse de convection supersonique, des ondes de Mach sont présentes. De niveau très élevé, cette contribution acoustique au champ de pression proche est dominante. Les contributions hydrodynamiques et les contributions propagatives liées au bruit de mélange, de niveau plus faible, ne peuvent alors plus être discernées. Le modèle d'interaction défini en configuration subsonique ne peut donc être confirmé en supersonique dès lors que des ondes de Mach sont présentes.

## 6.4 Analyses POD

Cette section s'intéresse à l'analyse aux valeurs propres du champ de pression engendré par un jet faiblement supersonique. En effet, les résultats obtenus en configuration subsonique ont

permis une meilleure compréhension de la nature du champ de pression proche. Ce type d'analyse est alors étendue à une configuration de jet plus proche des préoccupations industrielles.

Dans un premier temps, une analyse POD est réalisée dans le domaine spatial. Celle-ci porte sur le champ de pression semi-lointain ainsi que sur le champ proche en amont et en aval de la section d'éjection. Cette analyse est ensuite étendue, pour chacune de ces zones, au domaine spectral.

### 6.4.1 POD spatiale

En premier lieu, l'analyse POD est conduite dans le domaine spatial. Ainsi, les évolutions radiales des valeurs propres et des vecteurs propres sont considérées. On s'attachera à comparer les résultats obtenus avec ceux de Ricaud [171] sur le jet subsonique.

#### 6.4.1.a Champ semi-lointain

Nous nous intéressons ici à l'analyse POD du champ de pression semi-lointain. Une décomposition orthogonale est menée sur les mesures de pression pour chaque position radiale de la grande antenne de microphones (essai **Pga**, §6.1.4.c) allant de  $r/D=7,0$  à  $r/D=40,0$ .

La décroissance radiale des niveaux de pression globale (cf. §6.2.4.a) se retrouve ici de par la décroissance du niveau des valeurs propres obtenues. Celles-ci sont représentées sur la figure 6.30(a) pour chaque position radiale. La décroissance du niveau des valeurs en fonction de l'ordre POD est faible, quelque soit la position radiale considérée. Cela se traduit par une convergence lente de ces valeurs propres (voir fig. 6.30(b)). Cette dynamique traduit une non cohérence du champ de pression semi-lointain. On notera toutefois que cette convergence augmente avec le rapprochement du jet qui est la source du rayonnement acoustique analysé. Ainsi, alors que plus de 80% des modes POD sont nécessaires à la représentation de 90% de l'énergie pour la position la plus éloignée ( $r/D=40$ ), seulement 55% sont nécessaires pour représenter la même quantité d'énergie à la position  $r/D=7$ .

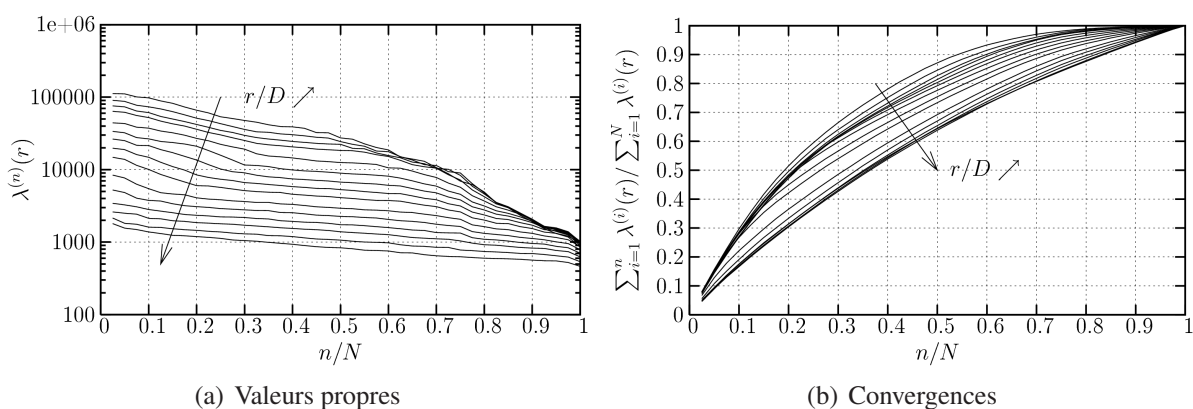


FIG. 6.30 – Valeurs propres et convergences POD-1D spatiale de la pression en champ semi-lointain,  $r/D=[7 : 40]$

Les vecteurs propres des 2 premiers mode POD issus de ces décompositions ont été reportés sur les figures 6.31(a) et 6.31(b). Les résultats obtenus diffèrent nettement de ceux obtenus en configuration subsonique. En effet, la vitesse de convection des structures cohérentes de l'écoulement étant supersonique, des ondes de Mach apparaissent. Celles-ci sont d'un niveau élevé suivant une direction de  $32^\circ$  par rapport à l'axe du jet (cf. §6.2.2.b). Cet angle est en

accord avec l'angle de propagation des ondes de Mach mesuré par Laufer *et al.* [112] sur un jet similaire  $M_j=1,45$ . Le prolongement de ces ondes de Mach pointe sur la zone de l'écoulement correspondant au cône potentiel du jet. Pour les positions radiales telles que ces ondes de Mach sont comprises dans la zone de mesure ( $x/D \in [-10 : 30]$ ), les deux premiers vecteurs propres pointent sur celles-ci. Ceux-ci présentent des extremums dont le rapport entre la position radiale et la position axiale forme un angle de  $32^\circ$  par rapport à l'axe du jet. Aux positions radiales supérieures à  $r/D=30$ , les ondes de Mach ne sont plus "visibles" par les microphones de l'antenne. Les résultats ressemblent plus ici aux résultats obtenus en configuration subsonique. Les vecteurs propres du premier mode POD présentent un maxima pointant sur la zone directement en aval de la fin du cône potentiel (fig. 6.31(a)). Les vecteurs propres du second mode POD (fig. 6.31(b)) pointent sur la partie aval du domaine de mesures où les niveaux de pression sont les plus élevés.

### 6.4.1.b Champ proche

Le champ de pression proche du jet est ici considéré. Une analyse par POD spatiale du champ de pression est réalisée indépendamment sur les zones en amont et en aval de la section d'éjection pour des positions radiales comprises respectivement entre  $r/D \in [3,0 : 7,0]$  et  $r/D \in [2,0 : 7,0]$  (essais **Pad**, §6.1.4.d).

Une forte décroissance des valeurs propres en fonction de la position radiale est obtenue pour la zone aval (fig. 6.32(b)) due à la décroissance rapide du niveau de pression globale. La dynamique de ces valeurs propres est faible (fig. 6.32(d)). Comme pour le champ semi-lointain, cette convergence est d'autant plus lente que la position radiale est importante. L'influence du domaine d'analyse est également observable ici. En effet, la position la plus éloignée  $r/D=7$ , correspondant à la position la plus proche de la grande antenne, présente une convergence plus lente que dans le cadre de cette dernière.

Les niveaux de pression globale en zone amont étant plus homogène qu'en zone aval (fig. 6.22), les valeurs propres le sont également. Ainsi, pour les différentes positions radiales, celles-ci sont du même ordre (fig. 6.32(a)). Néanmoins, leurs dynamiques varient en fonction de la position radiale (cf. fig. 6.32(c)). Celles-ci sont similaires à celles du champ proche amont, présentant les mêmes degrés de convergence pour le même nombre de modes POD en chaque positions radiales.

Afin de localiser l'énergie dans l'espace, les vecteurs propres issus de ces décompositions sont considérés. Pour les ordres POD 1 et 2, ces vecteurs sont reportés, pour chaque position radiale, respectivement sur les figures 6.33(b) et 6.33(d) pour la zone aval et sur les figures 6.33(a) et 6.33(c) pour la zone amont.

En ce qui concerne la zone amont, peu d'informations peuvent être extraites de ces vecteurs propres. En effet, quelque soit la position radiale considérée, ceux-ci pointent uniquement sur la partie la plus en aval de la zone (correspondant à la sortie du jet  $x/D=[0,0 : 1,0]$ ) où les niveaux de pression sont les plus élevés.

En revanche, pour la zone aval, les vecteurs propres du premier ordre POD pointent sur la partie aval du domaine d'analyse, correspondant à la zone en aval du cône potentiel (voir fig. 6.33(b)). Une évolution particulière de ces vecteurs propres est relevée. En effet, pour l'ensemble des positions radiales, les vecteurs propres présentent un maxima de position constante égale à  $x/D=8,2$ . Pour les positions les plus éloignées ( $r/D=7,0$ ), les vecteurs propres présentent une étendue spatiale allant jusqu'en amont de la fin du cône potentiel et ne présentent pas de passage par zéro. Cette longueur des vecteurs propres diminue avec la position radiale jusqu'en  $r/D=5$ . En-deçà de cette position, les vecteurs propres présentent un passage par zéro et leur longueur est quasiment constante jusqu'à la position la plus proche en  $r/D=2$ . Ce chan-

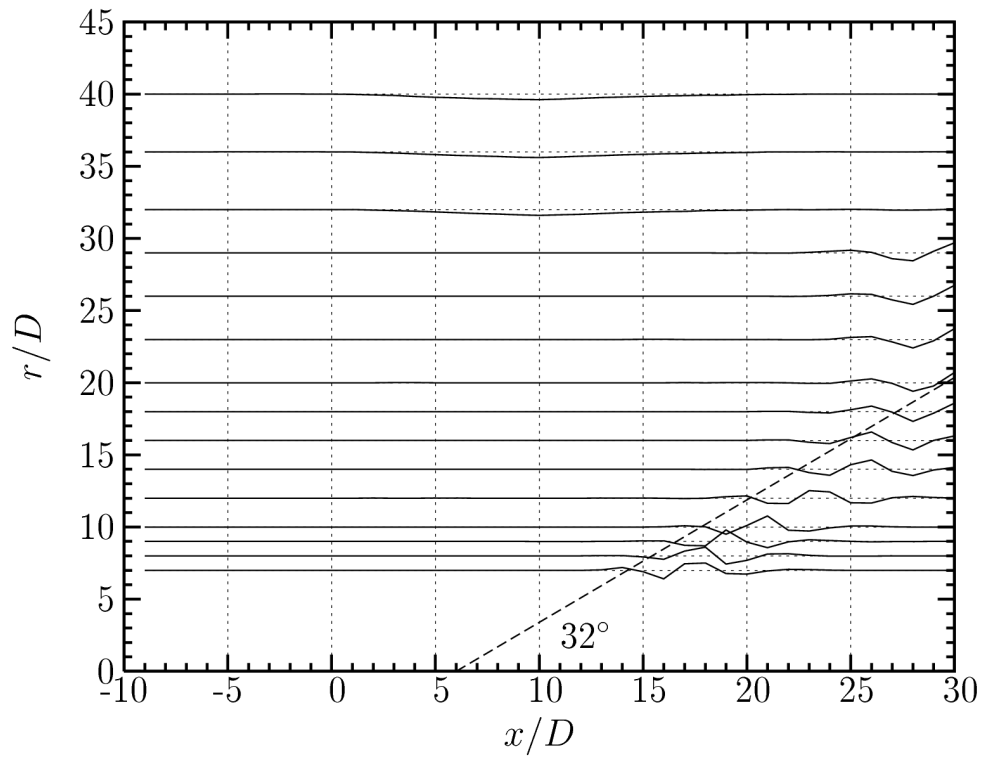
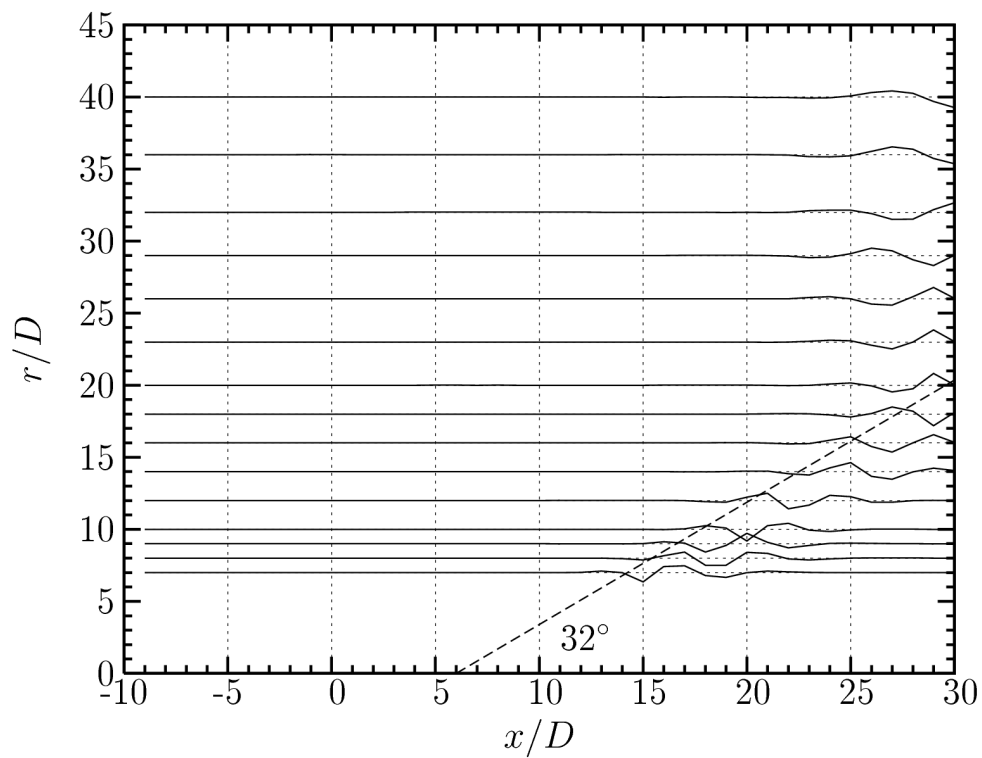
(a) mode POD  $n=1$ (b) mode POD  $n=2$ 

FIG. 6.31 – Vecteurs propres des 2 premiers modes POD-1D spatiale de la pression en champ semi-lointain,  $r/D=[7 : 40]$



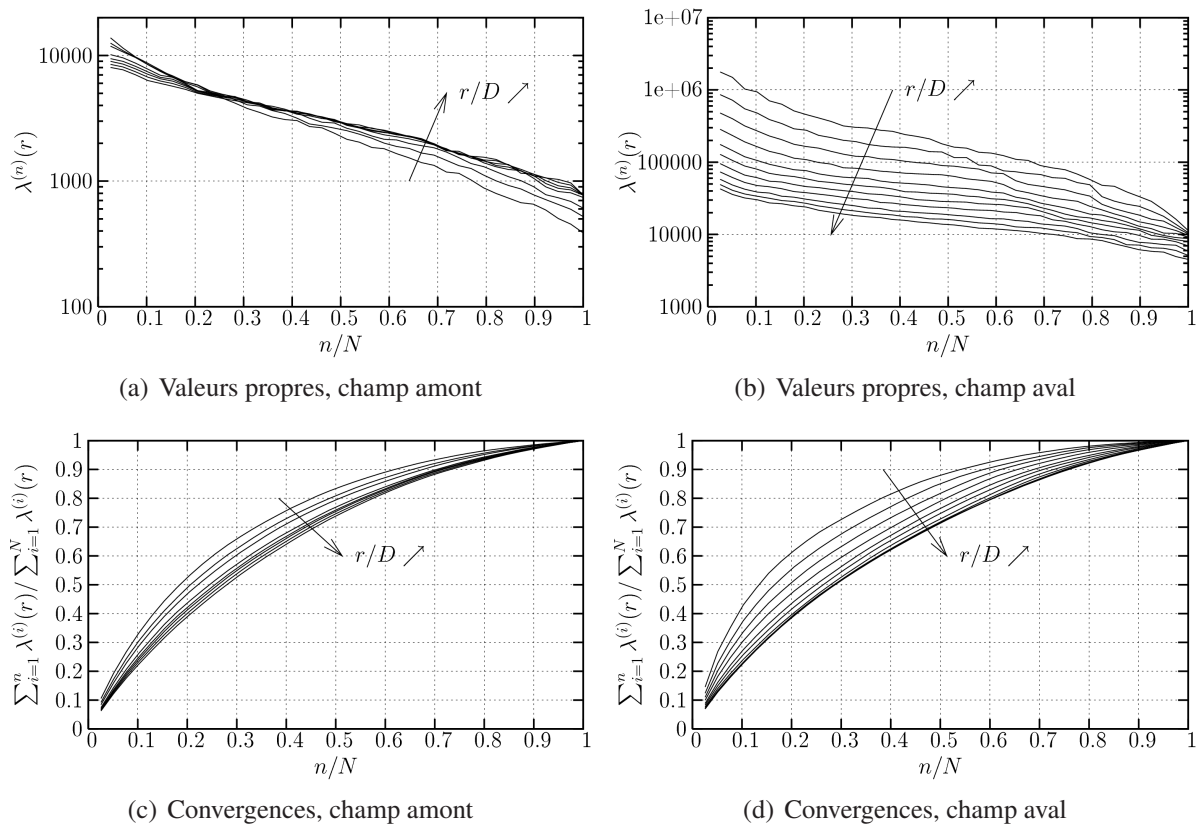


FIG. 6.32 – Évolution radiale des valeurs propres (en haut) et de leurs convergences (en bas) de la POD spatiale de la pression en champ proche amont (à gauche) et aval (à droite)

gement de comportement est induit par la présence, pour les positions les plus proches, des ondes de Mach dans le domaine d'analyses.

Les vecteurs propres d'ordre 2 de cette zone (fig. 6.33(d)) présentent le même type de caractéristiques. Ils présentent un passage par zéro supplémentaire du fait que l'ordre POD considéré soit supérieur.

Contrairement à la configuration subsonique, l'augmentation longitudinale des échelles spatiales des modes POD n'est pas retrouvée. Principalement deux raisons expliquent ce phénomène. La première est la répartition non homogène des niveaux de pression pour ces configurations d'antenne placées parallèlement à l'axe du jet. Les vecteurs propres pointent alors sur la zone aval du domaine d'analyse où les niveaux d'énergie sont les plus élevés. La seconde raison est la présence d'ondes de Mach de niveaux élevés et rayonnant dans la direction aval du jet.

Ainsi, la section suivante s'intéresse à l'analyse POD d'une distribution de pression proche de la frontière de l'écoulement, de répartition longitudinale d'énergie plus homogène.

### 6.4.1.c Frontière de jet

L'étude du champ de pression proche menée au chapitre 5 a été réalisée sur une configuration d'antenne de microphones placée à proximité de la frontière extérieure du jet. La configuration d'antenne courte, inclinée de  $9^\circ$  par rapport à l'axe du jet, est alors considérée en position radiale  $r_1/D=0,8$  (essais **Pai**, §6.1.4.e). Nous nous limiterons ici, dans le cadre de cette analyse par POD spatiale, à une configuration monodimensionnelle. Les contributions azimutales ne sont ici pas prises en compte et sont traitées ultérieurement dans le cadre de l'analyse spectrale du champ de pression proche (cf. §6.4.2.d).



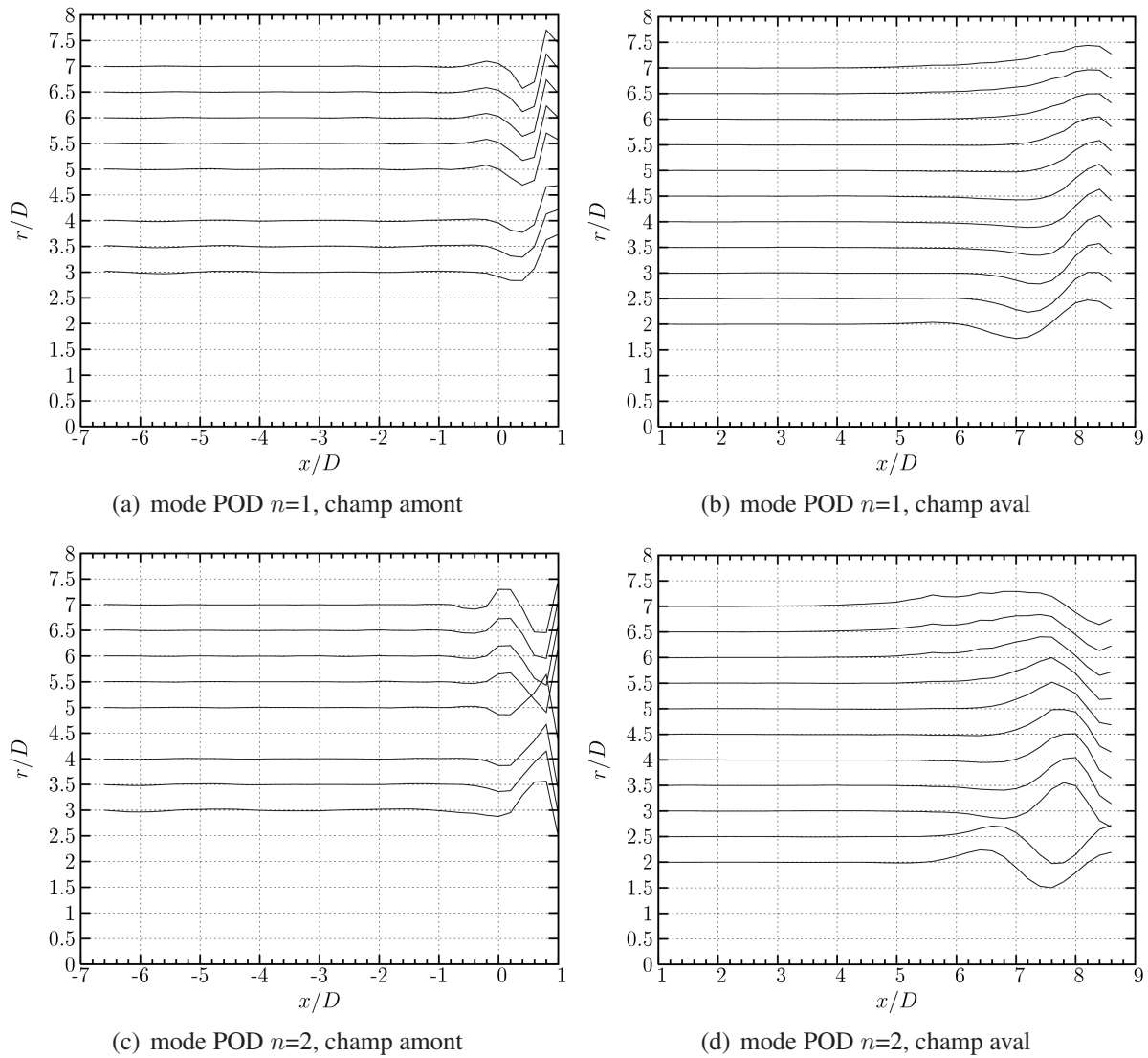


FIG. 6.33 – Évolution radiale des vecteurs propres des modes POD d'ordre 1 (en haut) et 2 (en bas) de la pression en champ proche en amont (à gauche) et en aval (à droite) de la section d'éjection

Les valeurs propres, ainsi que leur convergence, obtenues pour cette configuration expérimentale sont reportées respectivement sur les figures 6.34(a) et 6.34(b). La dynamique des valeurs propres est faible, présentant un faible taux de décroissance en fonction de l'ordre POD. Leur convergence est lente : plus 60% des modes POD sont nécessaires à la représentation de 90% de l'énergie sur le domaine d'analyse. Bien qu'en configuration d'antenne droite, la convergence augmente en se rapprochant du jet, elle est ici plus lente que celle obtenue en position plus éloignée (90% de l'énergie en 50% des modes POD en position  $r/D=2,0$  (voir fig. 6.32(d)).

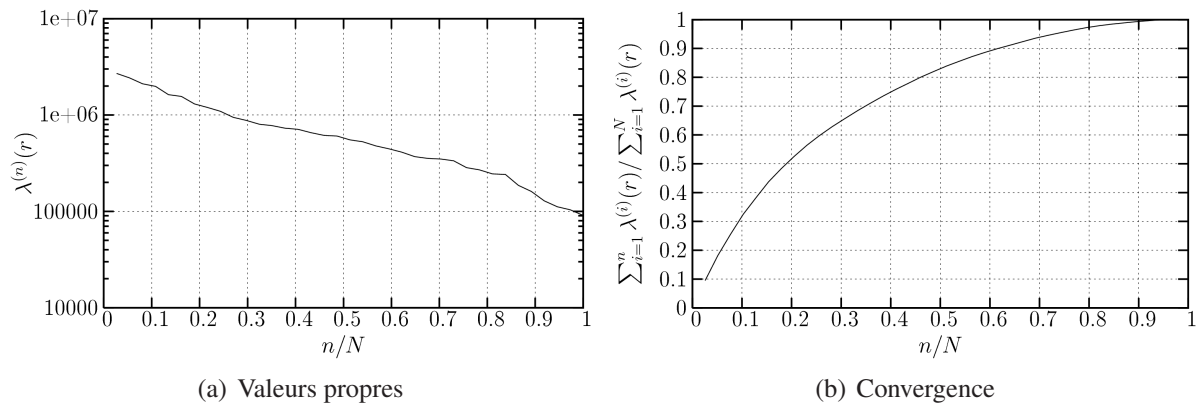


FIG. 6.34 – Valeurs propres et convergence POD-1D spatiale de la pression sur l'antenne inclinée en  $r_1/D=0,8$

Les vecteurs propres présentent une augmentation des échelles spatiales avec la position longitudinale. Ces vecteurs sont représentés sur la figure 6.35 pour les 4 premiers modes POD. La variation des échelles spatiales traduit l'augmentation des échelles spatiales du champ de pression dans cette direction. Elle est liée à la variation des échelles de la couche de mélange du jet qui sont les sources principales de ces fluctuations de pression. La position longitudinale des maxima de ces vecteurs propres diminue avec l'ordre POD. Ainsi, le vecteur propre du premier ordre pointe sur la fin du cône potentiel. Le maxima des modes d'ordre supérieur se déplace vers la section d'éjection.

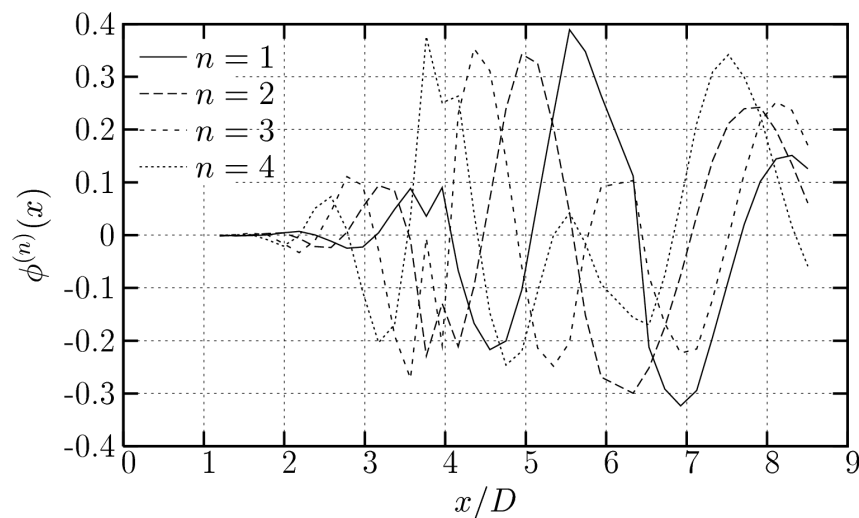


FIG. 6.35 – Vecteurs propres de la POD-1D spatiale de la pression sur l'antenne inclinée en  $r_1/D=0,8$

#### 6.4.1.d Synthèse

Les décompositions orthogonales des champs de pression proche et semi-lointain du jet supersonique ont été réalisées. De manière générale, ces champs de pression ont une structuration peu cohérente, présentant une convergence des valeurs propres lente. Toutefois, plus de 50% de l'énergie de ces champs de pression est contenue dans 20% des modes POD.

En champ semi-lointain, l'analyse POD montre que les ondes de Mach sont dominantes. Pour des positions radiales suffisamment éloignées pour ne plus être sous l'influence des ondes de Mach, les modes POD pointent sur une zone source en fin de cône potentiel du jet. Ce résultat confirme les conclusions de Laufer *et al.* [112]. En effet, ceux-ci montrent l'existence de deux zones source pour les jets supersoniques. La première correspond à la zone amont de l'écoulement, source des ondes de Mach qui sont la composante principale du rayonnement acoustique dans la direction aval de ce type de jet. La seconde correspond à la zone directement en aval du cône potentiel et est la zone source principale du bruit de mélange associé à la turbulence fine. Celle-ci est mise en évidence par les modes POD en position radiale suffisamment éloignée de l'écoulement pour lesquelles les modes propres obtenus sont identiques à ceux de la configuration subsonique (Ricaud [171]) pour laquelle ce type de rayonnement acoustique est dominant.

En champ proche, la non homogénéité du champ de pression analysé rend l'interprétation des résultats délicate. En effet, les modes POD pointent sur la fin du domaine d'analyse où les niveaux de pression sont les plus élevés. En revanche, pour une distribution de pression suivant l'expansion du jet, une augmentation longitudinale des échelles spatiales est clairement identifiée. Celle-ci est induite par l'augmentation des échelles de la couche de mélange du jet qui sont à l'origine des perturbations de pression. Il est alors à noter que le premier mode POD, le plus énergétique, présente un maximum en fin du cône potentiel. Les modes d'ordre supérieur, quand à eux, pointent sur des zones de plus en plus proche de la section d'éjection, et donc sur des échelles de plus en plus petite.

Afin de considérer indépendamment les différentes échelles temporelles, la section suivante se concentre sur la décomposition orthogonale de ces champs de pression dans le domaine spectral.

### 6.4.2 POD spectrale

Cette section s'intéresse à l'analyse du champ de pression, rayonné par le jet supersonique, par la décomposition orthogonale aux valeurs propres réalisée dans le domaine spectral (voir §3.1.2). Ainsi, les différentes échelles temporelles sont traitées indépendamment par la décomposition des interspectres, fréquence par fréquence. Le champ de pression proche supersonique est alors comparé à celui du jet subsonique par le biais de cette analyse.

A la manière de la section précédente (§6.4.1), le champ de pression semi-lointain puis le champ proche sont analysés en termes d'évolution radiale des valeurs propres et de leurs vecteurs propres associés. Finalement, la prise en compte des contributions azimutales au champ de pression proche est présentée avant de synthétiser les résultats.

#### 6.4.2.a Champ semi-lointain

L'analyse du champ de pression semi-lointain est ici considérée. Une décomposition orthogonale des interspectres est pratiquée sur les mesures de pression en différentes positions radiales. Les mesures de pression réalisées à l'aide de la grande antenne de microphones (essai **Pga**, §6.1.4.c) sont exploitées. Le domaine de mesure couvre  $40D$  dans la direction du jet

( $x/D=[-10 : 30]$ ) avec 41 microphones régulièrement espacés de  $1D$  et comprend 15 positions radiales allant de  $r/D=7,0$  à  $r/D=40$ .

D'une manière générale, l'intégration fréquentielle des valeurs propres, représentant l'énergie associée à chaque mode POD sur l'ensemble du domaine d'analyse, augmente avec la position radiale jusqu'à présenter une saturation en  $r/D=20$ . Au delà de cette position, l'énergie décroît en s'éloignant du jet. Une illustration de ces valeurs est donnée en figure 6.36(a) sous forme de lignes iso-valeur tracées en fonction de l'ordre du mode POD considéré et de la distance radiale  $r/D$ .

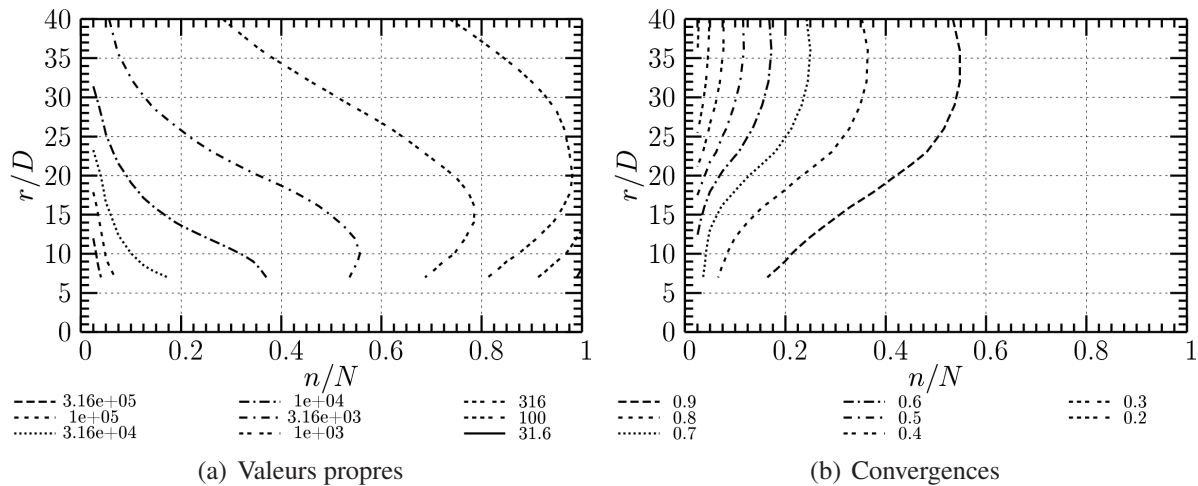


FIG. 6.36 – Évolution radiale de l'intégrale fréquentielle des valeurs propres et convergences POD-1D spectrale en champ semi-lointain

La convergence de ces valeurs propres, également représentée sous forme de lignes iso-valeurs sur la figure 6.36(b), est plus rapide que dans le cas de l'analyse par POD spatiale réalisée sur le même domaine (fig. 6.30(b)). En effet, les modes propres de la POD spectrale sont des grandeurs complexes, comprenant une amplitude et une phase. Un seul mode est alors suffisant à la description d'un phénomène se déplaçant dans l'espace. Les modes propres de la POD spatiale étant réels, au moins deux de ses modes sont nécessaires à la description d'un tel phénomène. Le champ de pression acoustique étant par nature propagatif, la convergence des valeurs propres de la POD spectrale est au moins deux fois plus rapide que celle des valeurs propres de la POD spatiale (voir annexe C). Ce résultat est retrouvé ici.

Ainsi, les valeurs propres présentent une forte convergence aux positions les plus proches du jet avec 90% de l'énergie du domaine contenue dans seulement 18% des modes POD en  $r/D=7,0$  (fig. 6.36(b)). En s'éloignant de l'écoulement, cette convergence ralentit et présente une saturation en  $r/D=30$ . Cette position correspond à la limite à partir de laquelle les ondes de Mach ne sont plus dans le domaine d'analyse.

Le champ de pression analysé est fortement marqué par le nombre de Strouhal du jet. En effet, quelque soit la position radiale considérée, la distribution spectrale de la première valeur propre présente un maximum pour le nombre de Strouhal  $St_D=0,3$  en chaque position radiale. Celle-ci est représentée sur la figure 6.37(a). La distribution spectrale de la seconde valeur propre, représentée sur la figure 6.37(b), montre une augmentation du nombre de Strouhal présentant un maximum avec l'éloignement radiale jusqu'au position  $r/D=25$ . Au-delà de cette position, ce comportement est inversé.

Comme dans le cadre de la POD spatiale, le premier vecteur propre présente un maximum se déplaçant vers la fin du domaine d'analyse avec l'éloignement radial (fig. 6.38, colonne de gauche). Celui ci correspond aux ondes de Mach émises par le jet. Il est à noter que ce dé-

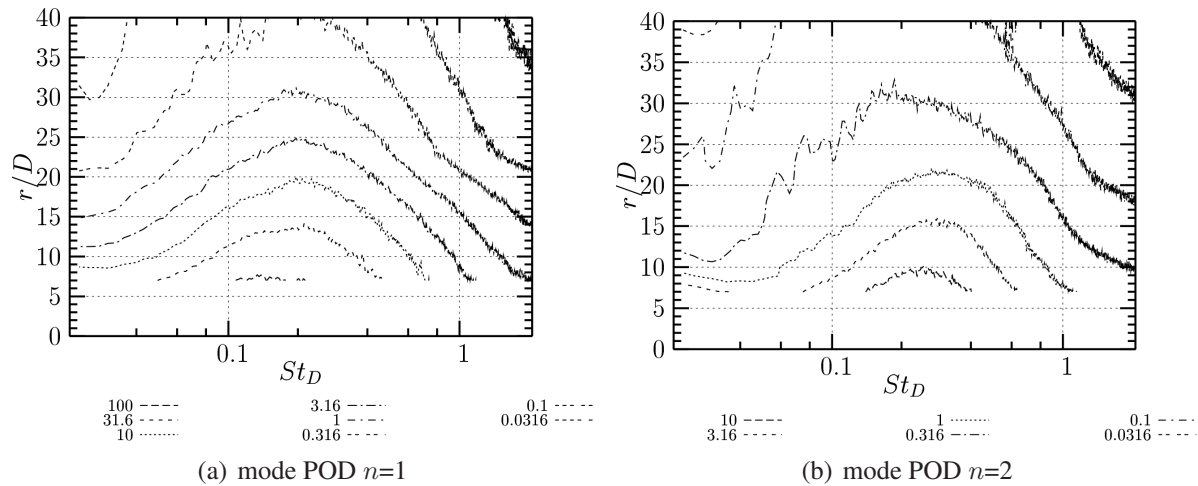


FIG. 6.37 – Évolution spatio-fréquentielle des 2 premières valeurs propres POD-1D spectrale en champ semi-lointain

calage est d'autant plus rapide que la fréquence considérée est élevée, montrant la différence d'angle de propagation en fonction de la fréquence. Ainsi, cet angle est d'autant plus faible que la fréquence est élevée.

Contrairement au premier mode de la POD spatiale, ce mode pointe sur la fin du domaine d'analyse pour les positions les plus éloignées, au-delà de  $25D$ , et non pas sur la zone source à l'aval immédiat du cône potentiel. La décomposition orthogonale réalisée dans le domaine spectral se focalise ici plus sur l'extraction d'une fréquence particulière, correspondant au nombre de Strouhal du jet, et son utilisation comme outils de localisation de source en est alors altérée.

Les vecteurs propres du second ordre POD présentent un passage par zéro supplémentaire. Jusqu'à une distance de  $r/D=25$ , ceux-ci pointent également sur la fin du domaine, présentant une augmentation de la position longitudinale du maximum avec la distance radiale (fig. 6.38, colonne de droite). Passé cette distance de  $r/D=25$ , l'étendue spatiale des modes augmente en basses fréquences couvrant alors la zone s'étendant de la fin du cône potentiel à la fin du domaine d'analyse.

Ainsi, l'influence des ondes de Mach est retrouvée ici jusqu'aux positions radiales  $r/D=25$ . Au-delà de cette position la POD spectrale n'apporte pas d'information quant à la localisation des sources de bruit du jet.

L'analyse par POD spectrale du champ de pression proche du jet supersonique est alors présentée au paragraphe suivant.

#### 6.4.2.b Champ proche

Le champ de pression proche du jet est ici considéré. Une analyse par POD spectrale est réalisée indépendamment sur les zones en amont et en aval de la section d'éjection pour des positions radiales comprises respectivement entre  $r/D \in [3,0 : 7,0]$  et  $r/D \in [2,0 : 7,0]$  respectivement (essais **Pad**, §6.1.4.d).

Sur la zone en amont du jet, l'intégration fréquentielle des valeurs propres montre une énergie totale sur le domaine d'analyse quasiment constante pour toutes les positions radiales (voir fig. 6.39(a)). Leurs convergences sont très rapides, comprenant 90% de l'énergie en moins de 20% des modes POD (fig. 6.39(c)).

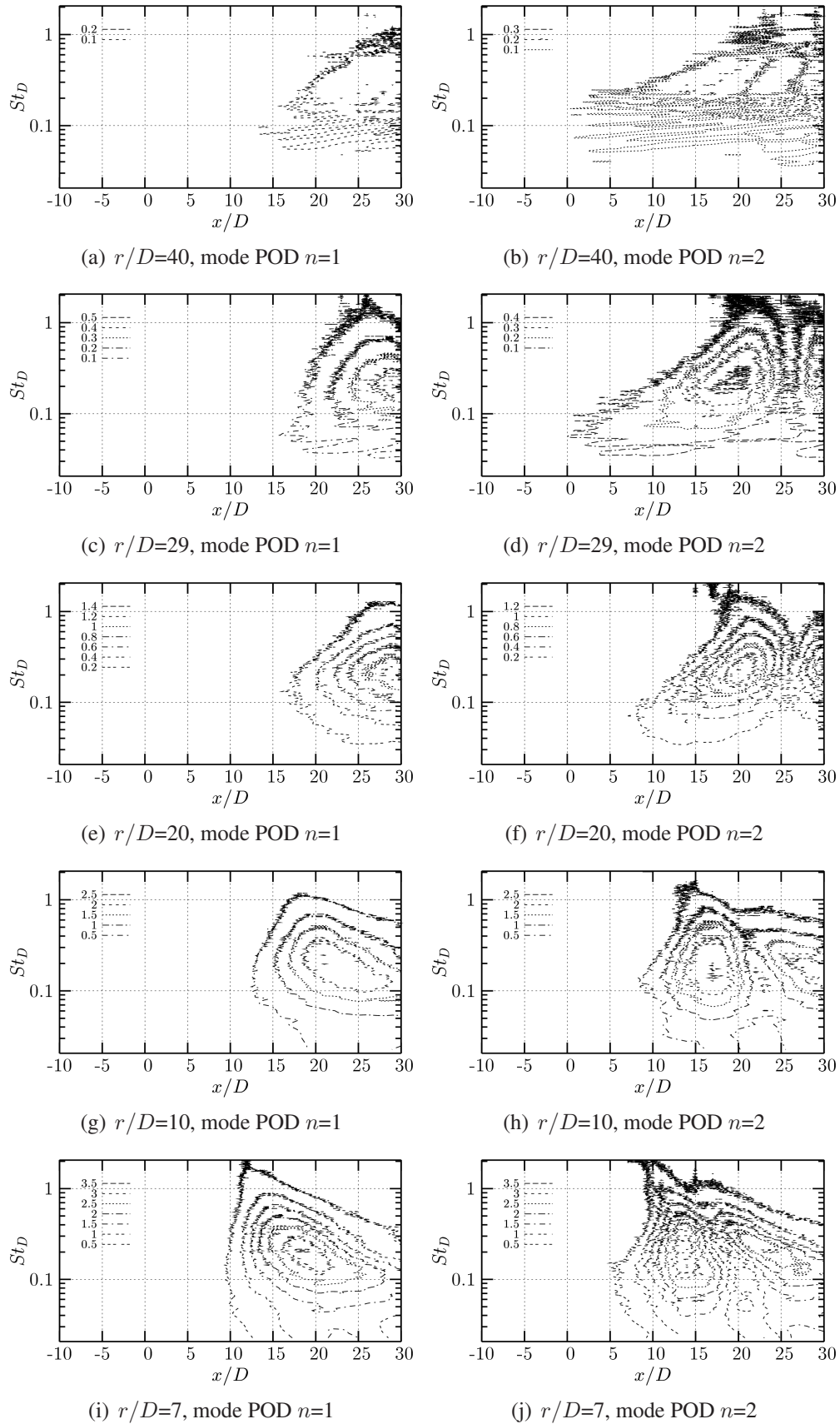


FIG. 6.38 – Module des deux premières fonctions propres POD-1D spectrale de la pression en champ semi-lointain pour plusieurs positions radiales



En revanche, sur la zone en aval, l'évolution de l'intégration fréquentielle des valeurs propres révèle une décroissance radiale rapide de l'énergie (fig. 6.39(b)). Le champ de pression est très cohérent, présentant une forte convergence des valeurs propres. Cette convergence est d'autant plus forte que la position radiale est faible. On notera également la non adaptation de l'antenne courte utilisée pour ce type d'analyse pour les positions les plus éloignées. En effet, en  $r/D=7$ , près de 50% des modes POD sont requis pour décrire 90% de l'énergie sur le domaine. En cette même position radiale, moins de 20% des modes sont nécessaires pour la restitution de cette même quantité d'énergie sur le domaine constitué par la grande antenne (fig. 6.36(b))

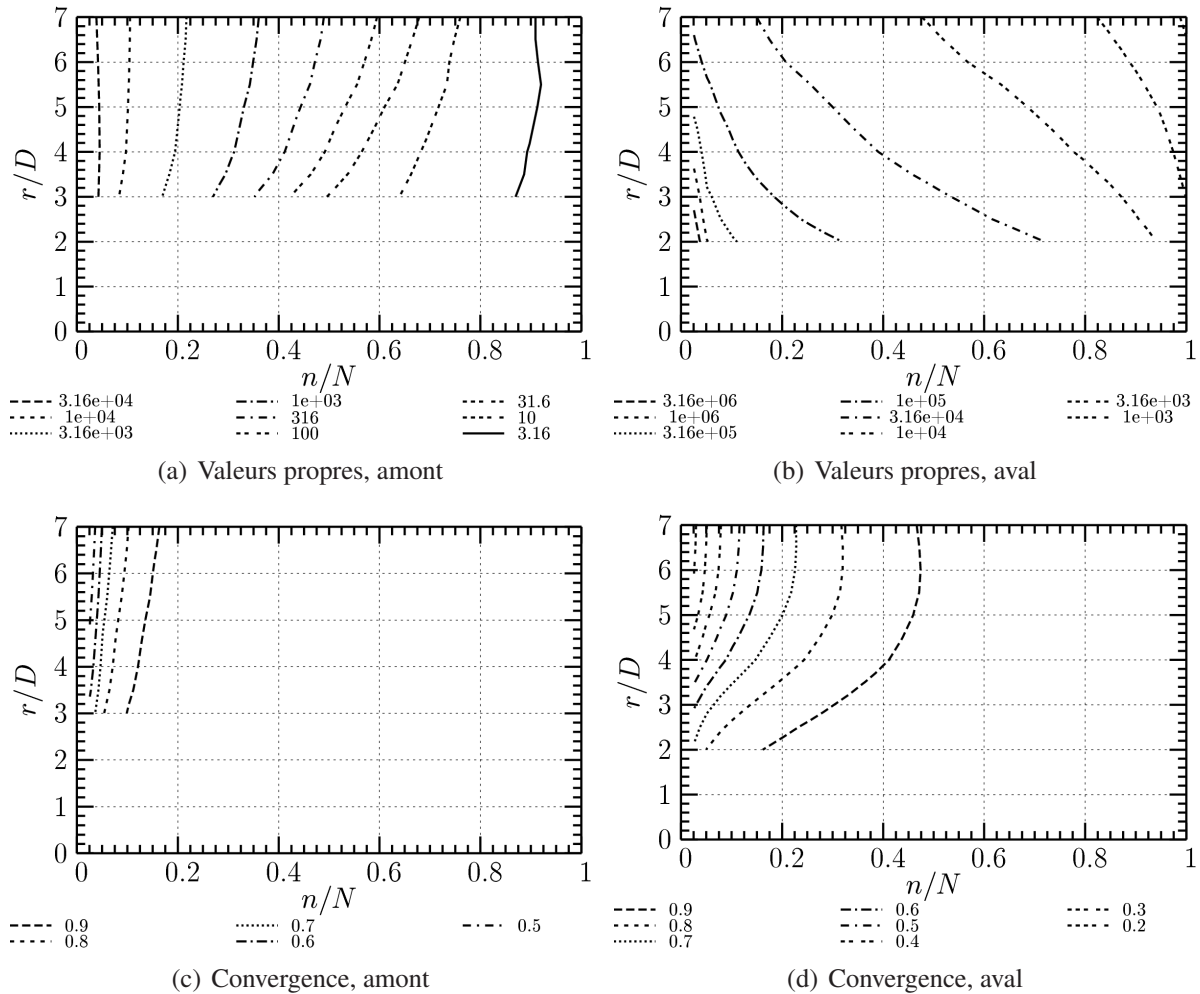


FIG. 6.39 – Évolution radiale de l'intégrale fréquentielle des valeurs propres et convergences de la POD-1D spectrale de la pression en champ proche amont (à gauche) et aval (à droite)

Les distributions spectrales des deux premières valeurs propres sont détaillées en figure 6.40 pour les différentes positions radiales en zones amont et aval.

Les valeurs propres sur la zone amont varient peu en fonction de la position radiale. Leurs distributions spectrales sont également très semblables et ce pour chaque mode POD (voir fig. 6.40(a) et 6.40(c)). De plus, aucune fréquence particulière ne peut être distinguée. L'énergie se répartit sur une large gamme fréquentielle comprise entre  $St_D=0,1$  et  $St_D=1$ .

Sur la zone aval, une décroissance radiale des valeurs propres est obtenue pour toutes les fréquences. Pour les positions les plus proches du jet, la première valeur propre présente un maximum en  $St_D=0,3$  (fig. 6.40(b)). En s'éloignant du jet, un regain d'énergie apparaît à haute fréquence ( $St_D=0,6$ ). Visible à partir de  $r/D=6$ , il s'agit du bruit de choc perçu par les microphones les plus en amont du domaine d'analyse (proche de la section d'éjection). Le domaine d'analyse (l'antenne courte) n'étant plus dans la direction de propagation des ondes de Mach,



le bruit de choc ressort comme le rayonnement le plus cohérent et de niveau le plus élevé. Pour les positions radiales plus proches, celui-ci apparaît sur la seconde valeur propre (fig. 6.40(d)).

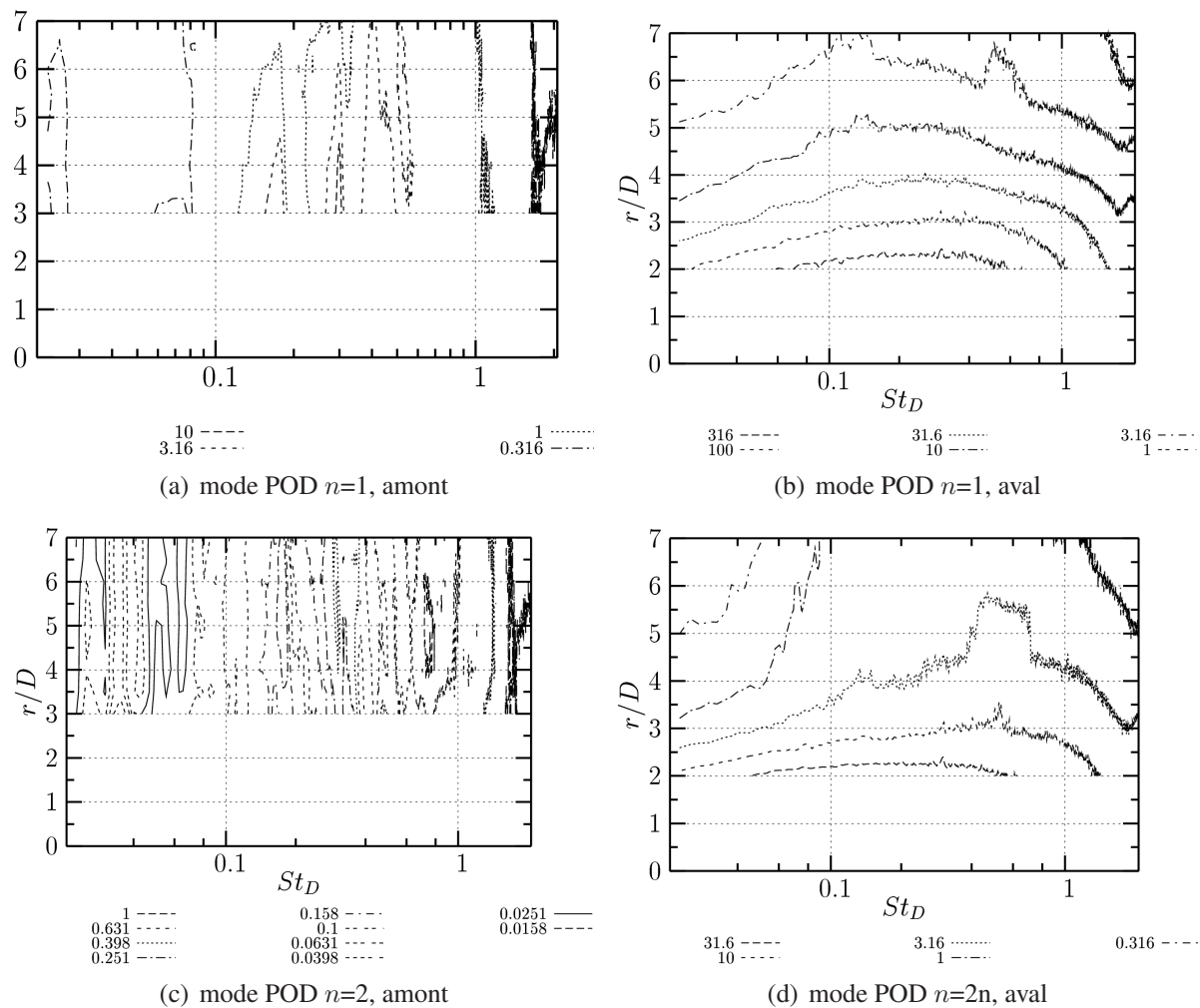


FIG. 6.40 – Évolution spatio-fréquentielle des deux premières valeurs propres de la POD spectrale de la pression en champ proche amont (à gauche) et aval (à droite)

Les fonctions propres de la POD spectrale du champ de pression en amont du jet ne permettent pas d'extraire d'information sur celui-ci. En effet, les deux premières fonctions propres sont respectivement représentées sur les figures 6.41 et 6.42 (colonne de gauche) sous la forme d'iso-contours dans un repère spatio-fréquentiel, pour les positions radiales  $r/D=4$  et  $r/D=6$ . Aucun comportement particulier ne peut en être dégagé.

En revanche, les fonctions propres en aval de la section d'éjection, également reportées sur les figures 6.41 et 6.42 (colonne de droite) pour les positions radiales  $r/D=2,4$  et 6, montrent un maximum en fin de domaine pour les nombres de Strouhal voisins de  $St_D=0,3$ . Toutefois, comme dans le cadre de la POD spatiale (§6.4.1.b), cette localisation est induite par la distribution des niveaux de pression présentant les valeurs les plus élevées sur cette partie du domaine d'analyse. Les contributions à plus hautes fréquences, quand à elles, évoluent avec la position radiale. Ainsi, le maximum pour un nombre de Strouhal de l'ordre de 1 pointe sur la fin de la zone potentielle du jet pour la position proche  $r/D=2$  et évolue rapidement vers la fin du domaine en  $r/D=4$ .

Les hautes fréquences sont également fortement marquées pour les positions éloignées. En  $r/D=6$ , la première fonction propre présente un niveau quasiment constant sur l'ensemble du domaine d'analyse au nombre de Strouhal  $St_D=0,6$ . Il s'agit du bruit de choc qui est alors ici dominant (voir fig. 6.41). Celui-ci apparaît également sur la fonction propre du seconde ordre

pour des positions radiales plus proche du jet ( $r/D=4$ , fig. 6.41). Il couvre là aussi l'ensemble du domaine d'analyse pour un nombre de Strouhal  $St_D=0,5$  légèrement inférieur. En effet, la fréquence du bruit de choc est, entre autre, fonction de l'angle d'observation qui est ici plus faible (l'antenne est plus près de l'écoulement). On pourra noter que ce bruit de choc apparaît ici uniquement sur le domaine d'analyse aval. Il n'est pas observable par l'analyse POD effectuée sur le domaine amont alors qu'il est théoriquement plus important dans cette direction.

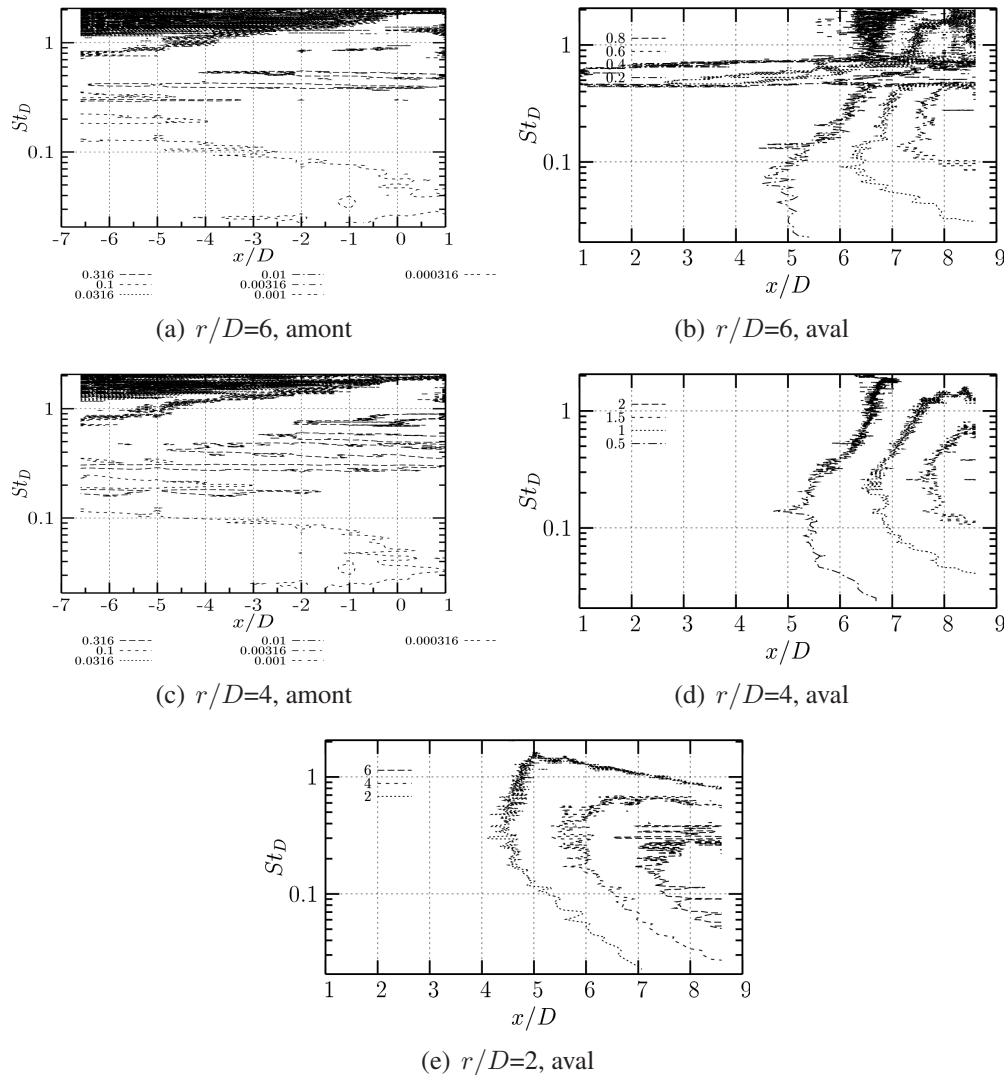


FIG. 6.41 – Module de la première fonction propre de la POD-1D spectrale de la pression en champ proche amont (à gauche) et aval (à droite) pour plusieurs positions radiales

Toujours en se rapprochant du jet, l'analyse du champ de pression suivant l'expansion du l'écoulement est exposée dans le paragraphe suivant.

### 6.4.2.c Frontière de jet

L'analyse par POD spectrale du champ de pression très proche de l'écoulement est menée sur une distribution longitudinale de points de mesures suivant l'expansion du jet. La configuration d'antenne inclinée de position radiale  $r_1/D=0,8$  est ainsi exploitée (essais **Pai**, §6.1.4.e).

Un comportement plus similaire à celui obtenu en configuration subsonique est alors retrouvé ici (voir §5.2). L'intégration fréquentielle des valeurs propres montre une forte décrois-

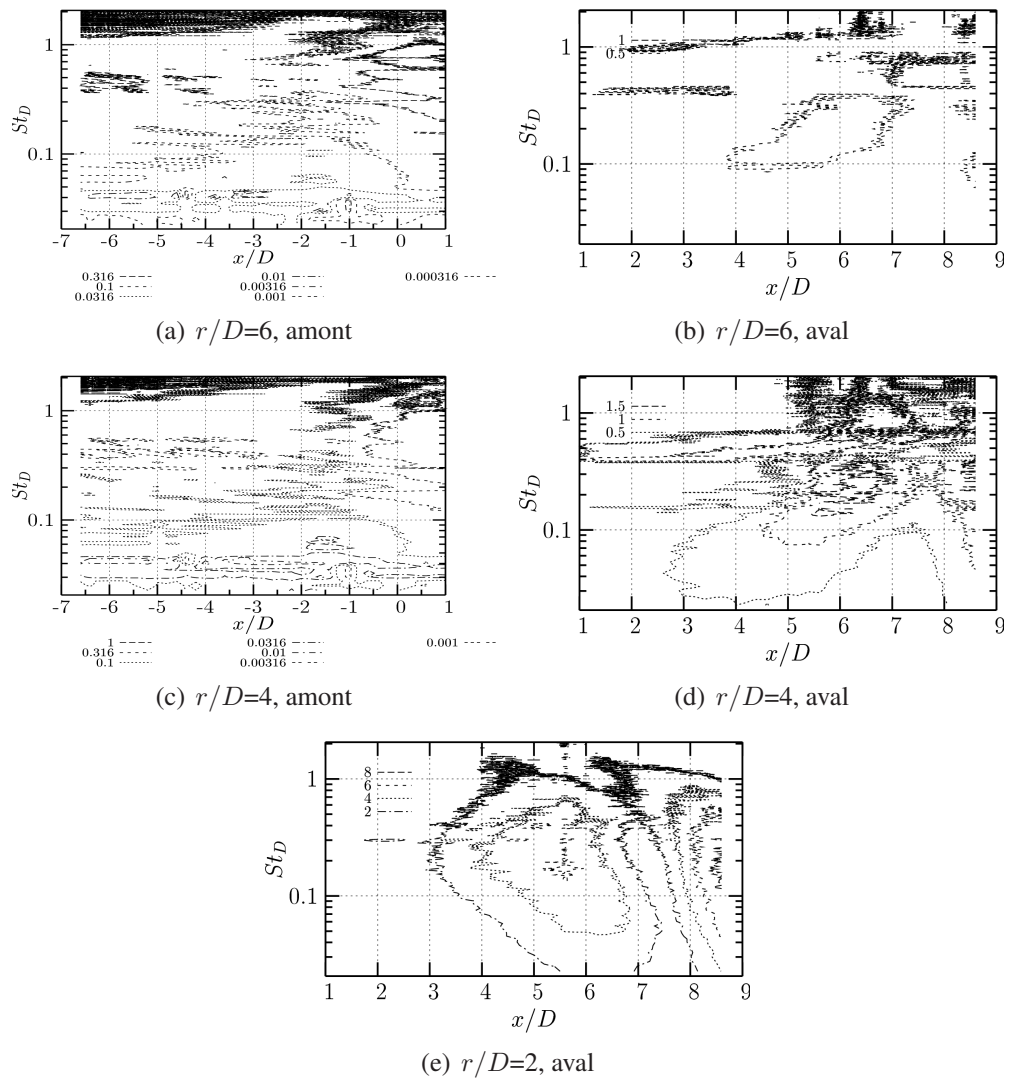


FIG. 6.42 – Module de la seconde fonction propre de la POD-1D spectrale de la pression en champ proche amont (à gauche) et aval (à droite) pour plusieurs positions radiales

sance de l'énergie avec l'ordre POD (fig. 6.43(a)). Leur convergence est rapide, 90% de l'énergie sur le domaine étant contenue dans 20% des modes POD (fig. 6.43(b)). Cette convergence est du même ordre de grandeur que celle obtenue en subsonique. L'importance de la première valeur propre pourra être relevée, représentant plus de 65% de l'énergie sur la domaine à elle seule.

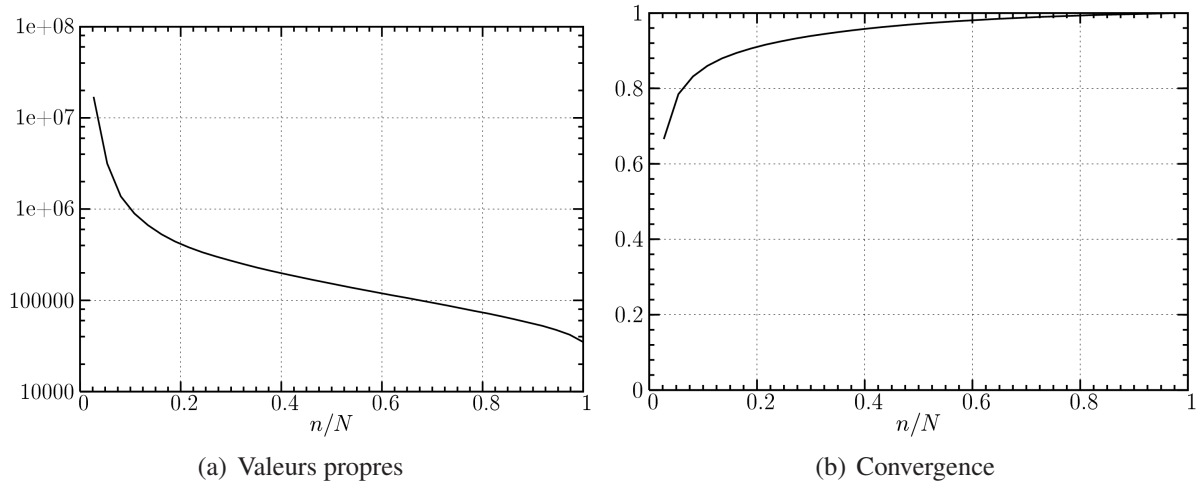


FIG. 6.43 – Intégrale fréquentielle des valeurs propres et de leurs convergences, POD spectrale de la pression sur l'antenne inclinée en  $r_1/D=0,8$

La distribution spectrale de ces valeurs propres, représentée en fonction de l'ordre POD sur la figure 6.44(a), présente un maximum au nombre de Strouhal  $St_D=0,3$  pour les premières valeurs propres. Cette valeur est supérieure à celle obtenue en subsonique ( $St_D=0,1$ ). La convergence de ces valeurs propres est très rapide pour les nombres de Strouhal inférieurs à  $St_D=0,6$  ( $St_D=0,5$  en subsonique). Sur cette gamme, 90% de l'énergie sur le domaine est contenue par moins de 10% des modes POD (fig. 6.44(b)). Aux nombres de Strouhal plus élevés, le champ de pression présente un caractère beaucoup moins organisé. Jusqu'à 60% des modes POD peuvent être nécessaire pour décrire la même quantité d'énergie.

Il est à noter que le point particulier de moindre convergence, relevé en configuration subsonique pour les nombres de Strouhal compris entre  $St_D=0,7$  et  $St_D=1$ , n'est pas retrouvé ici.

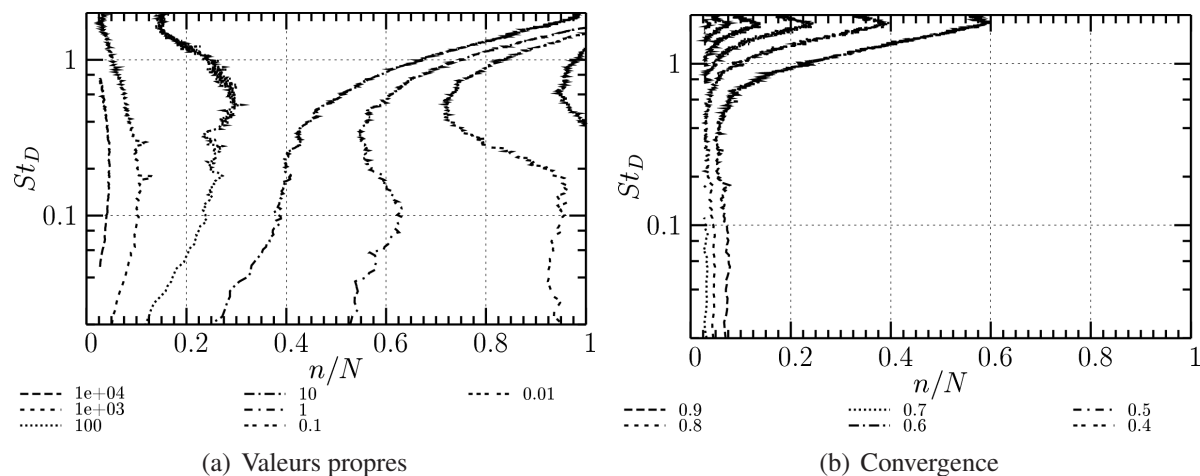


FIG. 6.44 – Valeurs propres et convergence POD-1D spectrale sur l'antenne inclinée en  $r_1/D=0,8$

De la même manière, les fonctions propres obtenues sur cette configuration supersonique sont similaires à celles obtenues sur le jet subsonique (voir §5.2.4). Le module de la fonction propre du premier ordre POD, représenté par des iso-contours spatio-fréquentiels sur la figure 6.45(a), présente un niveau élevé sur une étendue spatiale couvrant l'intégralité du cône potentiel. Le maximum pointe sur la fin du cône potentiel du jet pour un nombre de Strouhal de  $St_D=0,3$ . Une évolution des échelles temporelles suivant la direction longitudinale est obtenue. Le long de la couche de mélange du jet, le nombre de Strouhal du maximum local évolue de manière inversement proportionnelle à la position longitudinale. Ce champ de pression présente les caractéristiques des structures cohérentes de la zone de cisaillement de l'écoulement. Le module de la fonction propre d'ordre deux, reporté sur la figure 6.45(b), présente deux maxima pour le nombre de Strouhal  $St_D=0,3$ . Ceux-ci se situent en amont et en aval de la fin du cône potentiel du fait de l'orthogonalité sur le domaine avec le mode propre d'ordre inférieur.

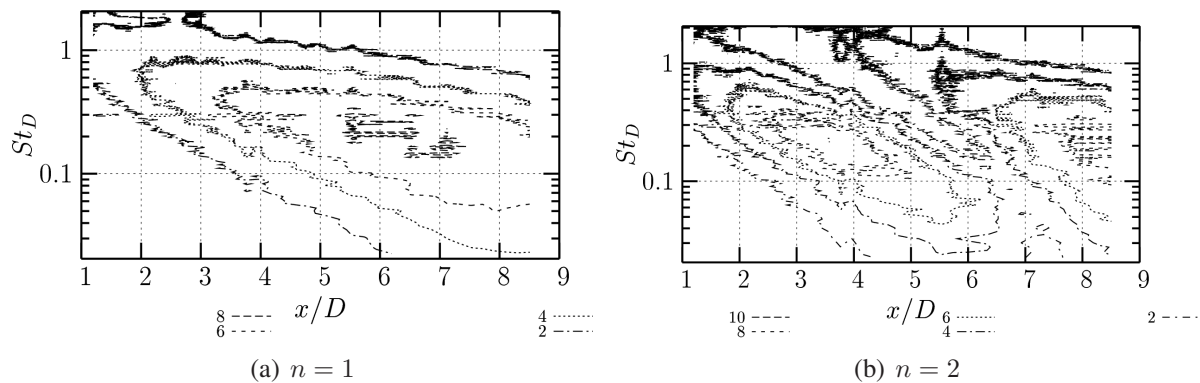


FIG. 6.45 – Module des deux premières fonctions propres issues de la POD-1D spectrale sur l'antenne inclinée en  $r_1/D=0,8$

Sur cette configuration très proche du jet, présentant une forte structuration et une évolution spatio-fréquentielle des modes propres directement liée aux caractéristiques de la couche de mélange de l'écoulement, il est intéressant de prendre en compte les contributions azimutales du champ de pression dans l'analyse.

#### 6.4.2.d Prise en compte des contributions azimutales

Afin de prendre en compte les contributions azimutales au champ de pression proche du jet supersonique, les mesures réalisées grâce à l'antenne courte inclinée couplée à l'antenne circulaire sont exploitées. Décrites au paragraphe 6.1.4.f, celles-ci permettent la détermination du tenseur de corrélations spatio-temporelles sur une surface conique entourant le jet. La méthode de calcul est décrite au paragraphe 3.3.1. Une analyse, similaire à celle menée en subsonique (voir §5.3), est alors réalisée par décomposition orthogonale des interspectres indépendamment pour chaque mode azimutal.

En premier lieu, les spectres de pression le long du jet sont considérés. Les coefficients de corrélations azimutales, représentés sur la figure 6.46(a) pour différentes positions longitudinales en fonction de la séparation angulaire, montrent une diminution de la longueur de corrélation avec l'éloignement de la section d'éjection. Contrairement à la configuration subsonique (§5.3), celle-ci est continue et ne présente pas de saturation au niveau de la fin du cône potentiel.

Ainsi, l'importance des deux premiers modes azimutaux en sortie de tuyère (contenant 80% de l'énergie en  $x/D=1$ ) s'atténue progressivement avec la position longitudinale, s'accompagnant

d'une remontée du niveau des modes d'ordre supérieur (voir fig. 6.46(b)). Il pourra également être noté qu'aucune remontée d'énergie particulière n'est mesurée sur les modes d'ordre 4 et 5 du champ de pression du jet supersonique.

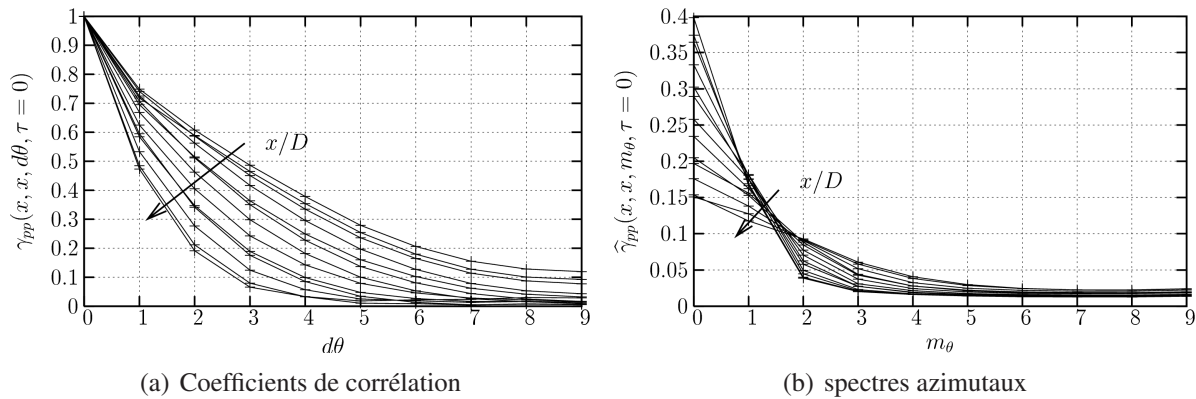


FIG. 6.46 – Évolution longitudinale des coefficients de corrélations et des spectres azimutaux de pression en champ proche, configuration conique, jet  $M_j=1,4$

L'intégration fréquentielle des valeurs propres issues de la POD spectrale, réalisée par mode azimutal, présente un niveau d'énergie important associé aux deux premiers modes azimutaux, décroissant rapidement avec l'ordre du mode POD (voir fig. 6.47(a)). Cette énergie diminue avec l'ordre du mode azimutal jusqu'au mode 5 au-delà duquel l'énergie par mode POD est quasiment constante.

La convergence de ces valeurs propres montre également le caractère très cohérent des deux premiers modes azimutaux sur le domaine d'analyse. En effet, pour ceux-ci, 90% de l'énergie est contenue dans seulement 20% des modes POD (voir fig. 6.47(b)). Cette valeur est toutefois inférieure à celle obtenue en configuration subsonique pour laquelle cette même quantité d'énergie est contenue par 10% des modes POD (§5.5.2). Cette convergence diminue avec l'augmentation de l'ordre du mode azimutal montrant une saturation au mode d'ordre 5. L'évolution de l'énergie par modes POD est alors quasiment constante pour les modes azimutaux d'ordre supérieur. Celle-ci est très faible et ces modes peuvent alors être négligés.

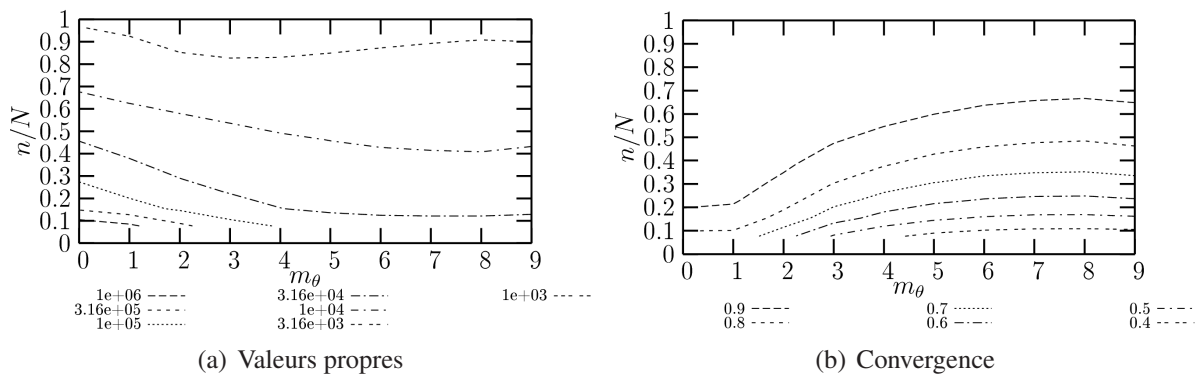


FIG. 6.47 – Évolution modale azimutale et POD de l'intégrale fréquentielle des valeurs propres et convergences de la pression en champ proche, configuration conique, jet  $M_j=1,4$

Les répartitions spectrales des valeurs propres des trois premiers modes azimutaux sont représentées en figure 6.48 (colonne de gauche) ainsi que leurs convergences (colonne de droite). Ces valeurs propres montrent un comportement similaire des deux premiers modes azimutaux. Elles présentent une décroissance rapide de l'énergie avec l'ordre des modes POD. Comme dans



le cadre de l'antenne linéique seule (fig. 6.44(a)), intégrant l'ensemble des modes azimutaux, celles-ci sont maximales pour un nombre de Strouhal  $St_D=0,3$ . La convergence de ces modes azimutaux est rapide avec 90% de l'énergie contenue en moins de 20% des modes POD pour les nombres de Strouhal inférieurs à  $St_D=1$ . Bien qu'inférieure à la convergence de ces mêmes modes azimutaux en configuration subsonique, la distinction avec les modes azimutaux d'ordre supérieur reste valable en supersonique. En effet, le mode azimutal d'ordre 2, représenté sur la figure 6.48 (colonne de gauche) nécessite plus de 20% des modes POD pour recouvrir cette même quantité d'énergie.

Le pic de moindre convergence relevé sur l'ensemble des modes azimutaux en configuration subsonique n'apparaît ici sur aucun mode.

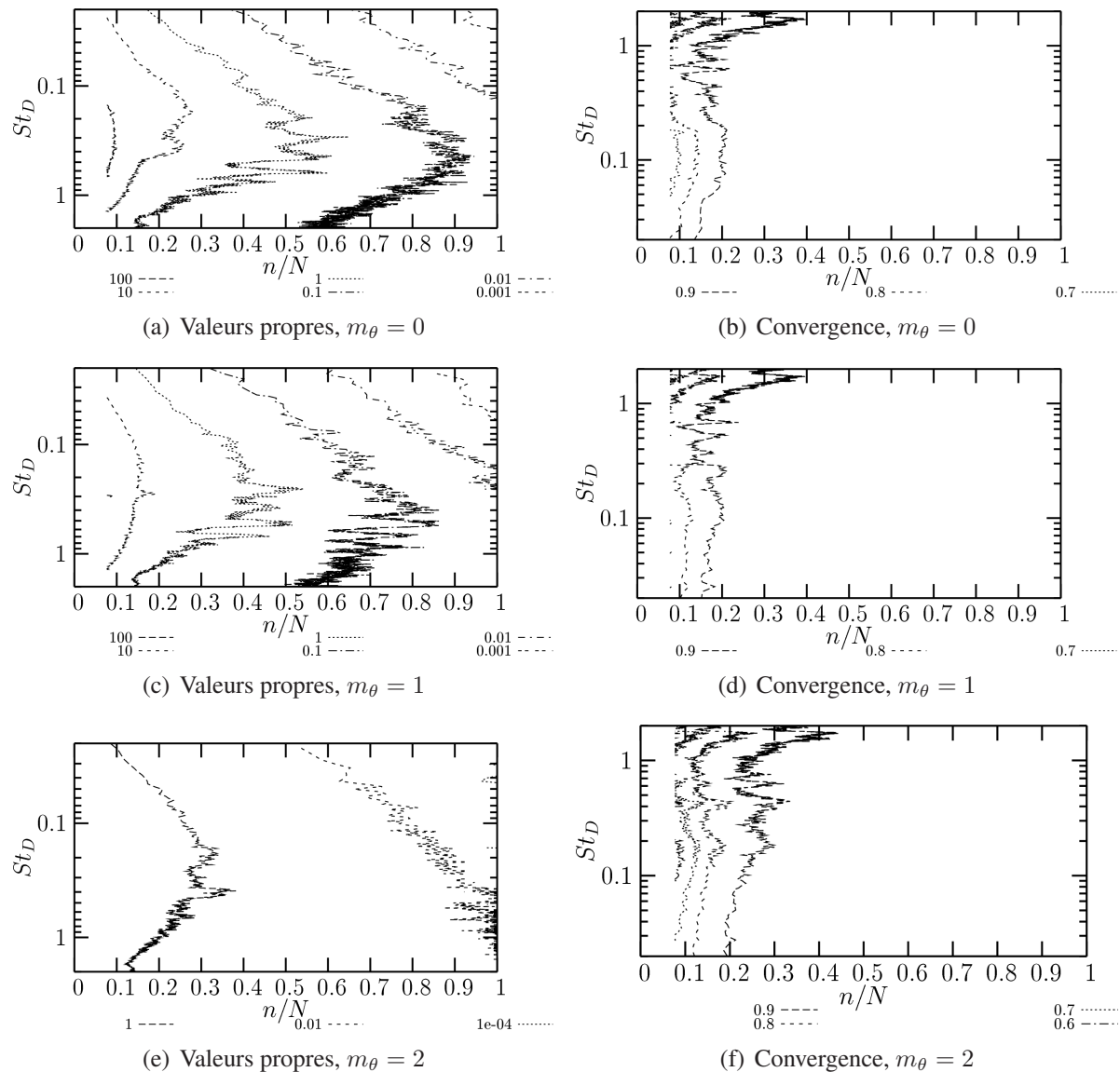


FIG. 6.48 – Valeurs propres et convergences POD-2D spectrale des 3 premiers modes azimutaux sur configuration conique supersonique

Une représentation spatio-fréquentielle du module des deux premières fonctions propres POD est donnée sous forme d'iso-contours pour les trois premiers modes azimutaux sur la figure 6.49. Bien que l'importance des deux premiers modes azimutaux s'atténue avec la position longitudinale (voir les spectres azimutaux fig. 6.46(b)), le module de leur première fonction propre POD pointe sur la fin du cône potentiel pour un nombre de Strouhal  $St_D=0,3$ . Cela s'explique par le niveau de pression plus élevé en ces positions. Leur étendue spatiale est importante.



Elle couvre l'ensemble du domaine d'analyse et présente une évolution longitudinale de la fréquence du maximum local. La première fonction propre de ces modes deux azimutaux sont alors très semblables à celles obtenues en configuration subsonique (voir §5.5.3). En revanche, les modes azimutaux d'ordre supérieur présentent un maximum en  $x/D=4$  contrairement à la configuration subsonique pour laquelle ceux-ci pointent également sur la fin du cône potentiel. Dès le second mode POD, la localisation de l'énergie devient délicate pour l'ensemble des modes azimutaux. Aucune structuration particulière ne se dégage de ceux-ci (fig. 6.49, colonne de droite).

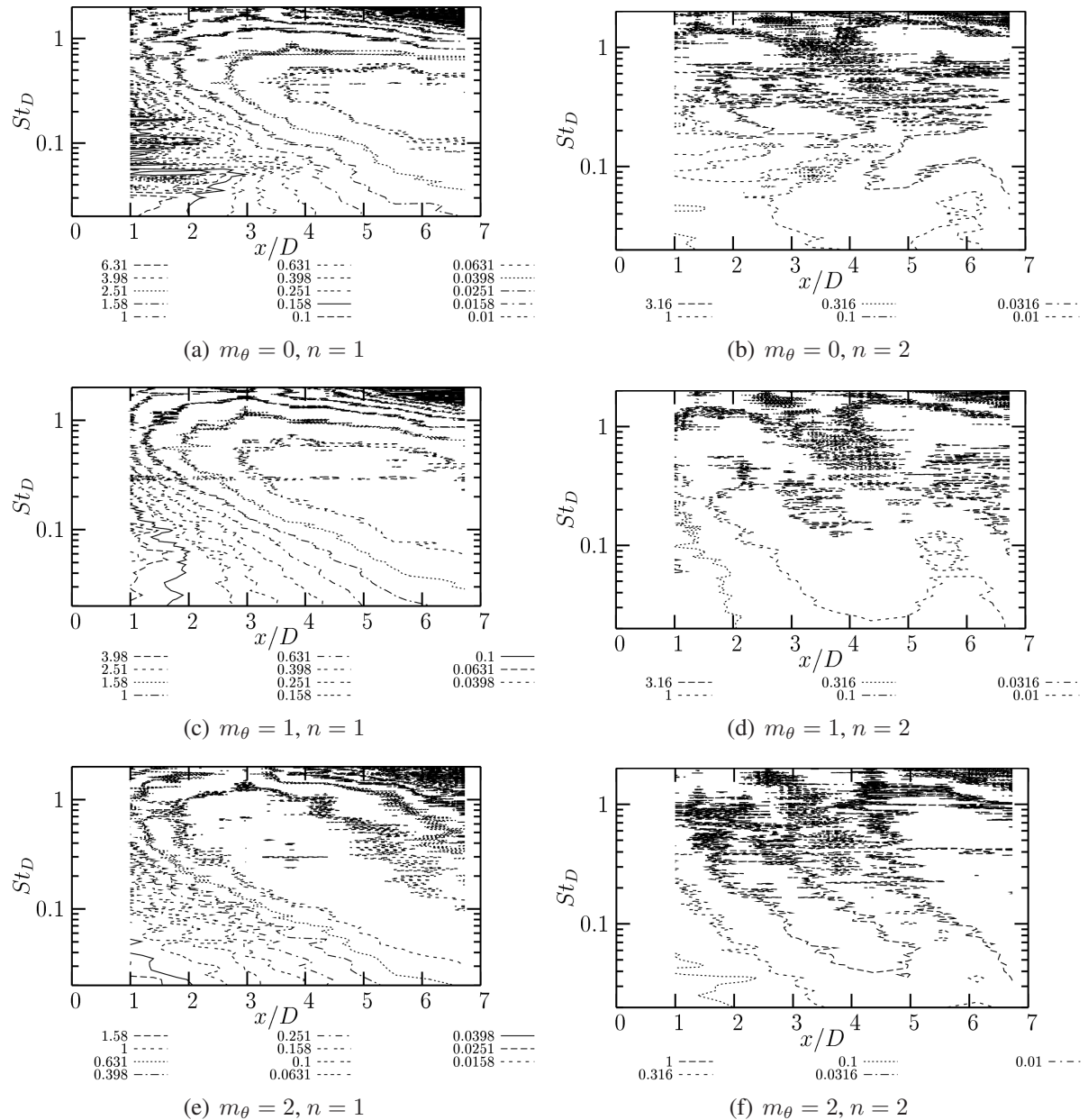


FIG. 6.49 – Module des 2 fonctions propres POD-2D des 3 premiers modes azimutaux sur configuration conique supersonique

#### 6.4.2.e Synthèse

De manière générale, l'interprétation des résultats issus de la décomposition orthogonale spectrale du champ de pression rayonné par le jet est délicate. Il peut également être noté que cet outil d'analyse n'est pas adapté à la location des zones sources de l'écoulement. En effet,

même pour des positions éloignées du jet, non influencées par les ondes de Mach, la zone en aval du cône potentiel n'est pas identifiée par les fonctions propres contrairement au cas de l'analyse par POD spatiale.

Proche du jet, le champ de pression en amont de la section d'éjection est très cohérent. Celui-ci ne présente aucune évolution radiale significative jusqu'à une distance de  $r/D=7$  et les fonctions propres ne permettent pas d'extraire d'information particulière sur cette zone. Le bruit de choc, dû à la non adaptation parfaite du jet et identifié sur les spectres de pression en champ lointain, n'y est pas plus mis en évidence par l'analyse POD spectrale que par l'analyse POD spatiale.

En revanche, cette composante du bruit de jet est clairement identifiée sur la zone en aval à la section d'éjection. En effet, pour les positions proches de l'écoulement, les ondes de Mach sont clairement identifiées comme composantes principales du champ de pression, d'un point de vue du niveau et de la cohérence. Le bruit de choc est alors capturé par un second mode POD. Celui-ci présente un niveau de cohérence élevé sur l'ensemble du domaine d'analyse couvrant l'intégralité du cône potentiel.

Les résultats obtenus sur une distribution de pression suivant l'expansion du jet sont très proches de ceux obtenus en configuration subsonique d'un point de vue de la convergence des valeurs propres, de leur répartition spectrale ainsi que de la répartition spatio-fréquentielle de l'énergie associée à chaque mode POD. Toutefois, il est à noter que le point particulier de moindre convergence des valeurs propres, obtenu en subsonique pour les fréquences correspondant au changement de pente de spectres de pression, n'apparaît pas ici.

Le champ de pression proche du jet est également dominé par les contributions azimutales d'ordre 0 et 1. Toutefois, l'importance de ces modes décroît avec la position longitudinale sans atteindre de saturation comme cela a pu être relevé en subsonique. Ces modes azimutaux sont très cohérents, pointant sur la zone en aval au cône potentiel.

L'interprétation des modes POD dans le domaine spectral est délicate. Il est alors intéressant de revenir au domaine physique en considérant les coefficients de corrélation spatio-temporelles de ces contributions modales.

### 6.4.3 Séparation

L'un des moyens aidant à l'interprétation des modes POD issus d'une décomposition spectrale est de revenir dans le domaine spatio-temporel en considérant les coefficients de corrélation des signaux filtrés par ces modes.

Dans le cadre de la configuration subsonique, ces coefficients ont permis de mettre en évidence un filtrage des contributions hydrodynamique et acoustique du champ de pression proche du jet par la POD spectrale (§5.6). Une approche similaire est menée sur les mesures de pression proche du jet supersonique. Ainsi, les coefficients de corrélation spatio-temporelle des premières contributions modales du champ de pression proche du jet supersonique sont considérés.

Dans un premier temps, une répartition monodimensionnelle est considérée en exploitant les données issues de la configuration d'antenne inclinée, suivant l'expansion du jet. Par la suite, les contributions azimutales de ce champ de pression sont prises en compte en considérant ces coefficients de corrélations pour différents modes azimutaux indépendamment.

#### 6.4.3.a Configuration 1D

Dans un premier temps, considérons le pendant en configuration supersonique de l'analyse menée au paragraphe 5.6.1. Ainsi, les coefficients de corrélation spatio-temporelle des contribu-

tions modales POD spectrale sont considérés pour la configuration d'antenne linéique inclinée seule (essais **Pai**, §6.1.4.e).

La notation détaillée en 5.6.1.a est ici reprise et les coefficients de corrélation  $r_{pp}^{(n)}(x, x'; \tau)$  des contributions modales POD d'ordre  $(n)$  exposées précédemment, au paragraphe 6.4.2.c, sont déterminés. Ceux-ci sont présentés, ainsi que les coefficients de corrélations complets (i.e. sans filtrage POD), sur la figure 6.50, sous forme de cartographie en niveaux de gris. Les isocontours de corrélation nulle sont reportés sur ces figures ainsi que les pentes correspondant à la vitesse de convection de l'écoulement et aux propagations acoustiques (célérité du son) dans les directions amont et aval.

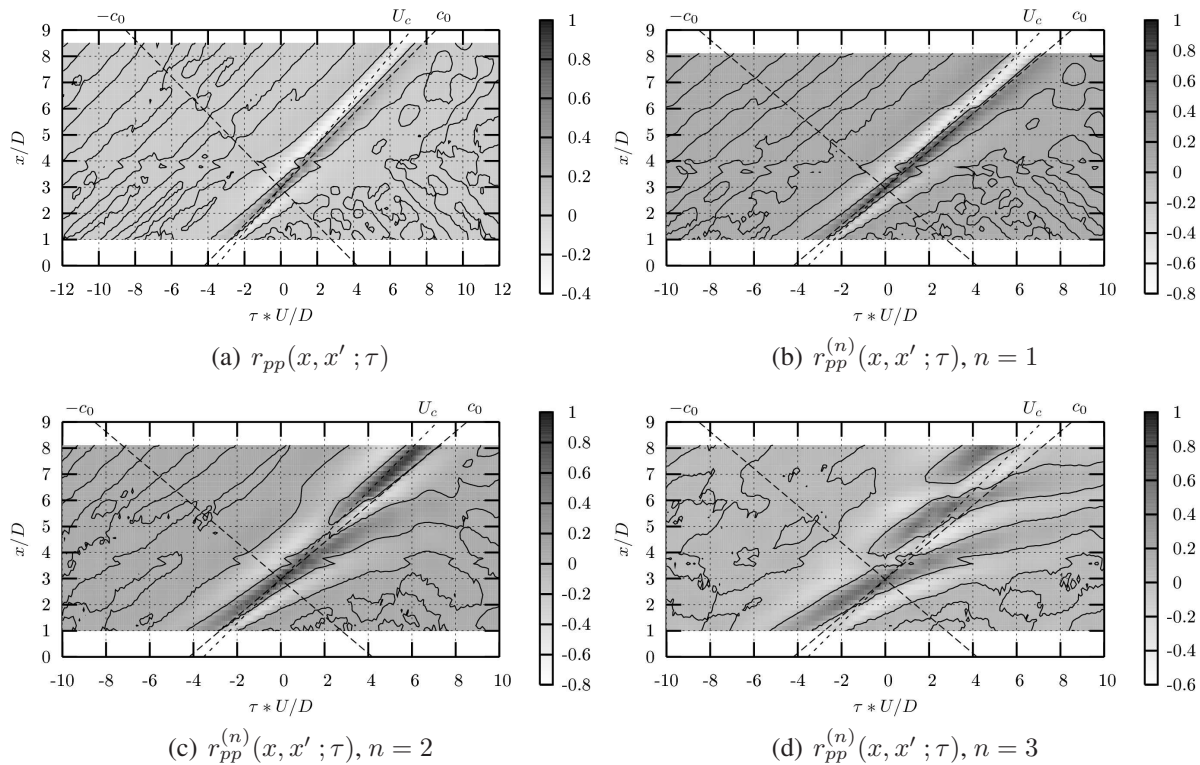


FIG. 6.50 – Coefficients de corrélation spatio-temporelle complets et des contributions modales POD-1D spectrale d'ordre 1 à 3, antenne inclinée  $r_1/D=0,8$ , configuration supersonique

Les coefficients de corrélation complets, figure 6.50(a) montrent un champ de pression proche présentant des niveaux de corrélations élevés sur une large étendue spatiale. Bien que la vitesse de convection des structures cohérentes de l'écoulement soit proche de la célérité du son, les maxima de ces corrélations suivent clairement cette dernière, confirmant la domination de pression de nature propagative, même en ces positions très proches de la frontière du jet. Cela est confirmé par la contribution modale POD du premier ordre dont les maxima suivent encore plus clairement la direction de propagation (fig. 6.50(b)). Cette contribution modale, de nature propagative, présente de grandes longueurs de corrélations sur l'ensemble du domaine d'analyse.

Les contributions modales POD d'ordre supérieur présentent également des longueurs de corrélation importantes. Du fait des passages par zéro des fonctions propres (voir §6.4.2.c), les coefficients de corrélation de ces contributions sont tronqués en deux ou trois zones sur le domaine (fig. 6.50(c) et fig. 6.50(d)). On ne pourra pas en revanche se prononcer ici sur la nature de type propagative ou connective de ces contributions par simple comparaison aux pentes théoriques tracées sur les figures.

Ces coefficients ne présentent quasiment aucune trace de remontée acoustique dans la direction amont de l'écoulement (seulement quelques très faible fluctuations autour de zéro des coefficients de corrélations). En revanche, si l'on considère une configuration d'antenne plus éloignée du jet, ces remontés sont parfaitement identifiables. En effet, les coefficients de corrélation spatio-temporelle de la configuration d'antenne inclinée en position  $r_1/D=4$  mettent en évidence ce type de comportement pour les positions de références les plus proche de la section d'éjection (voir fig. 6.51(a)). Ces contributions, associées au bruit de choc, sont ici dominantes et caractérisent les premières contributions modales POD (fig. 6.51(c) et fig. 6.51(e)). Par rapport aux positions aval du domaine d'analyse, encore influencées par les ondes de Mach, les coefficients de corrélations sont moins marqués par ce phénomène (fig. 6.51(b)). La contribution modale POD du premier ordre présente un caractère propagatif dominant dans la direction amont (fig. 6.51(d)).

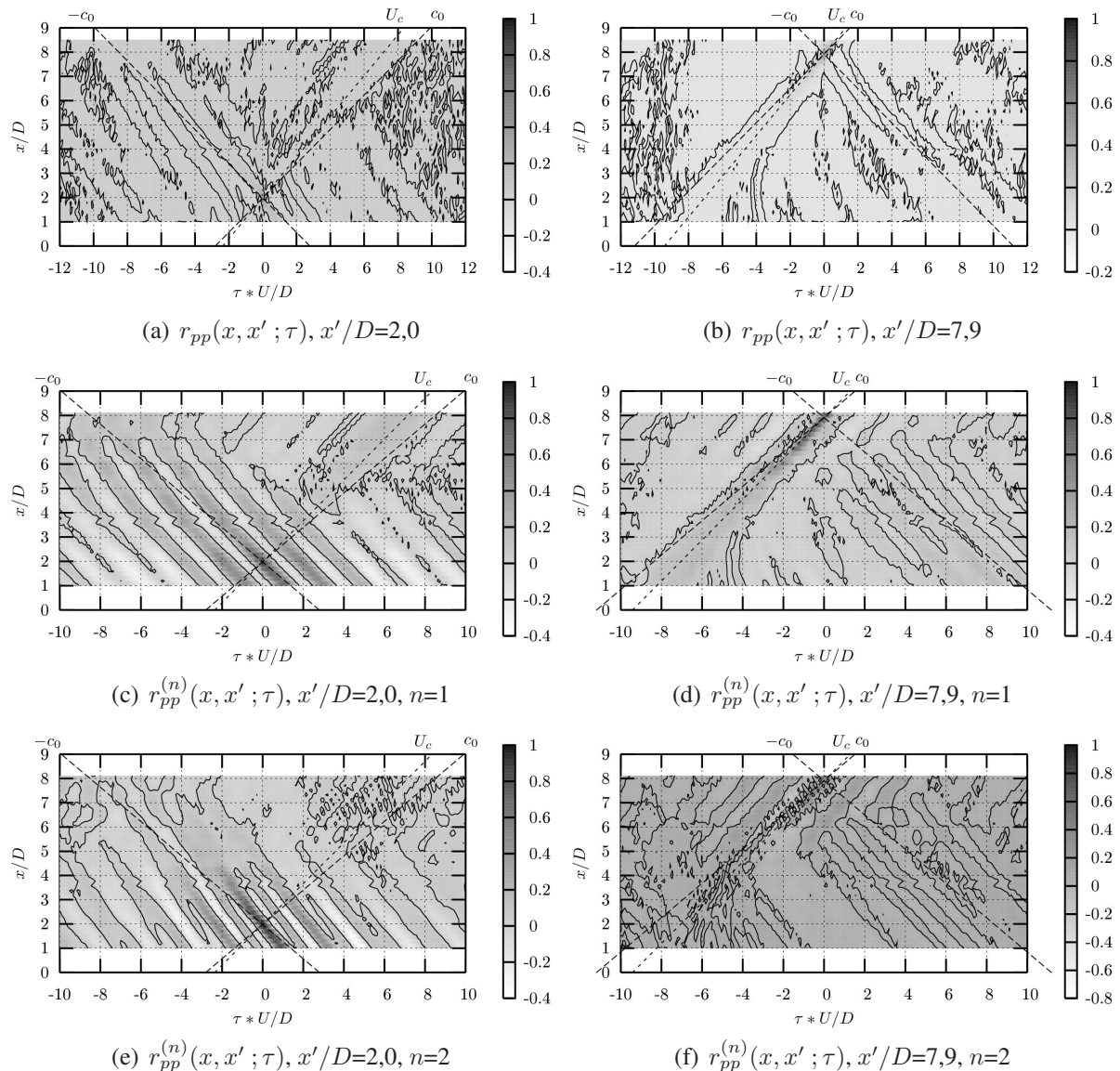


FIG. 6.51 – Coefficients de corrélation spatio-temporelle complets et des contributions modales POD-1D spectrale d'ordre 1 à 3, antenne inclinée  $r_1/D=4,0$ , configuration supersonique

Les contributions propagatives et convectives du champ de pression proche étant plus clairement identifiées en considérant chaque mode azimutal indépendamment sur la configuration de jet subsonique, les contributions azimutales sont prises en compte dans le paragraphe suivant.



### 6.4.3.b Configuration 2D

Une analyse similaire à celle menée au paragraphe 5.6.2 sur la configuration subsonique est conduite ici. Les mesures de pression effectuées sur la surface conique entourant le jet, décrites au paragraphe précédant 6.4.2.d, sont exploitées afin de déterminer les coefficients de corrélation spatio-temporelle  $r_{pp}^{(n)}(x, x'; \tau)$ . Ainsi, conservant les notations détaillées en 5.6.2.a, les modes issus de la POD spectrale de ce tenseur, réalisée indépendamment pour chaque mode azimutal, sont analysés.

Sur cette configuration d'écoulement, contrairement à la configuration subsonique, la décomposition orthogonale ne permet pas l'identification de contributions de pression convectives et de contributions de pression propagatives. En effet, les contributions modales POD du premier ordre présentent bien des niveaux de corrélation élevés, s'étendant sur l'ensemble du domaine d'analyse, caractérisés par une vitesse de déplacement égale à celle du son et ce, pour tous les modes azimutaux. En revanche, la distinction d'une vitesse caractéristique des contributions modales POD d'ordre supérieur n'est pas possible. Celles-ci apparaissent très bruitées avec des niveaux de corrélation chutant rapidement en s'éloignant du point de référence. Une représentation de ces coefficients de corrélation est donnée sous forme de cartographie en niveau de gris sur la figure 6.52, pour les 4 premières contributions modales POD des 3 premiers modes azimutaux. Les iso-contours de corrélation nulle ainsi que les pentes correspondant à la célérité du son et la vitesse de convection de l'écoulement ont également été reportés sur ces figures.

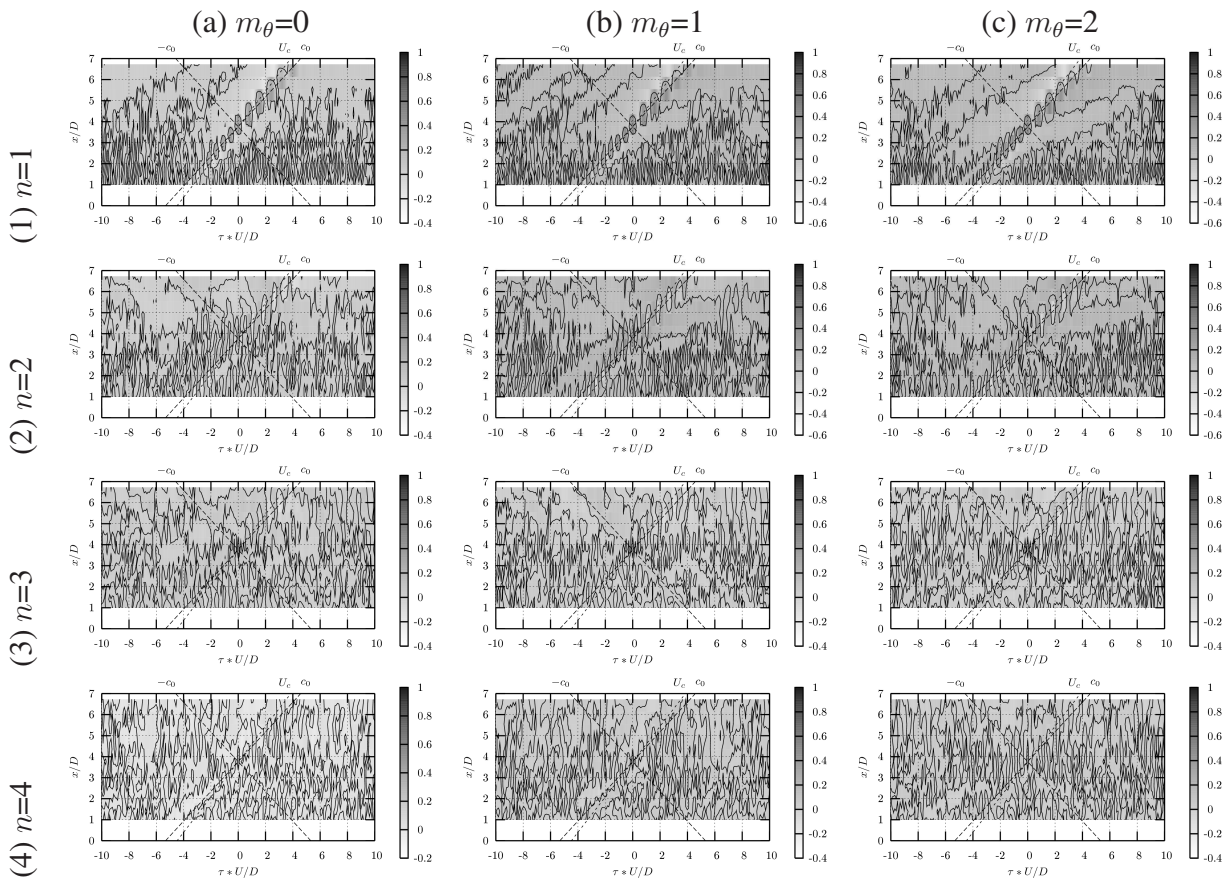


FIG. 6.52 – Coefficients de corrélation spatio-temporelle des contributions modales POD-2D spectrale d'ordre 1 à 4 pour les modes azimutaux  $m_\theta$  d'ordre 0, 1 et 2 de la configuration conique supersonique

### 6.4.3.c Synthèse

L'analyse des contributions modales de POD spectrale du champ de pression proche du jet supersonique ne permet pas de distinguer les contributions propagatives des contributions convectives aussi clairement que dans le cadre de la configuration subsonique. En effet, la vitesse de convection des structures cohérentes de l'écoulement étant légèrement supersonique, sa différence avec la célérité du son est faible. L'association de l'une de ces vitesses aux phénomènes extraits par la POD est alors délicate.

Toutefois, le caractère acoustique dominant du champ de pression proche est identifié par la première contribution modale POD.

Bien que très proche de la frontière extérieure du jet, l'identification de contributions de nature hydrodynamique du champ de pression n'est pas possible sur les contributions modales POD d'ordre supérieur. Contrairement à la configuration subsonique, cette distinction entre les contributions de nature différente n'est pas améliorée par l'analyse individuelle des modes azimutaux de pression.

Il peut également être noté qu'en s'éloignant suffisamment du jet pour que le domaine d'analyse ne soit plus sous l'influence dominante des ondes de Mach, le bruit de choc de l'écoulement, qui est non parfaitement adapté, apparaît comme composante principale du champ de pression. Il s'agit du propagation acoustique remontant dans la direction amont du jet.

## 6.4.4 Conclusions

Les champs de pression semi-lointain et proche du jet supersonique ont été analysés en considérant leur décomposition orthogonale dans le domaine spatial ainsi que dans le domaine fréquentiel.

Bien que permettant une localisation de la zone source du jet pour les positions éloignées du jet ( $r/D=40$ ), les résultats de POD spatiale des champs de pression diffèrent fortement des résultats obtenus en configuration subsonique. Cela tient en particulier à la présence d'ondes de Mach qui sont de niveaux élevés.

Dans le domaine spectral, ces analyses mettent également en évidence la contribution importante du bruit de choc au rayonnement acoustique de cet écoulement non parfaitement adapté. Celui-ci apparaît comme très cohérent sur l'ensemble du domaine d'analyse en aval de la section d'éjection.

Le comportement spatio-fréquentiel des valeurs propres et vecteurs propres du champ de pression proche est globalement assez similaire à celui obtenu en configuration subsonique. Les basses fréquences présentent un comportement fortement cohérent et une diminution de la fréquence du maximum local d'énergie est obtenue avec l'évolution longitudinale de la position considérée. Toutefois, le pic de moindre convergence obtenue pour les fréquences correspondant au changement de pente des spectres de pression, qui n'a pas lieu sur cette configuration supersonique, n'est pas retrouvé.

La considération des coefficients de corrélation spatio-temporelle montrent le caractère propagatif de la première contribution modale POD. Contrairement au champ de pression proche du jet subsonique, les contributions propagatives sont ici dominantes. En revanche, il n'est pas possible d'associer les contributions d'ordre supérieur à des phénomènes purement connectifs. Ces deux types de contributions du champ de pression ne sont pas aussi clairement distinguées que dans le cadre de la configuration subsonique. Ceci est dû à la faible différence entre la vitesse de convection du jet et la vitesse du son. En effet, l'association d'un phénomène (contribution modale POD) à l'une ou l'autre de ces vitesses en est alors délicate. De plus, la POD

peut également s'avérer inapte à dissocier ces deux types de contributions car elles sont très cohérentes (chap. 4) et caractérisées par une vitesse de déplacement similaire.

Contrairement à la configuration subsonique, dès les positions les plus proche de l'écoulement, le champ de pression est dominé par des contributions acoustiques. Une estimation du rayonnement en champ lointain de ces pressions est alors réalisée dans la section suivante.

## 6.5 Propagation en champ lointain

La détermination des niveaux de pression acoustique du jet supersonique en champ lointain est abordée dans cette section. Réalisée à partir de mesures de pression en champ proche, cette approche présente plusieurs intérêts. En effet, celle-ci pourrait être utile lorsque ces niveaux se révèlent inaccessibles directement, pour des raisons de confinement par exemple. Cela pourrait également permettre à un système de contrôle actif embarqué de mesurer immédiatement les effets de son action en champ lointain à partir de capteurs situés près du jet ou d'anticiper l'action à entreprendre. Pour la présente étude, l'intérêt de cette approche réside plus particulièrement dans l'idée de déterminer l'influence de tout ou partie du champ de pression proche sur le rayonnement acoustique en champ lointain.

Pour se faire, la démarche adoptée ici est fondée sur l'emploi d'une formulation intégrale de Kirchhoff (§2.2.3.b). Celle-ci nécessite la connaissance des pressions instantanées et de leurs dérivées normales sur une surface entourant la source, en l'occurrence l'écoulement. Une étude de faisabilité, développée en annexe E, a permis la validation des méthodes de calculs et la définition d'une configuration expérimentale propice à leur mise en œuvre.

Ainsi, une base de données des pressions instantanées en champ proche est constituée. Les résultats des estimations stochastiques indispensables à son obtention sont exposés. Les résultats du calcul des niveaux acoustiques sont ensuite détaillés avant de conclure.

### 6.5.1 Estimation des pressions champ proche

La formulation intégrale de Kirchhoff est fondée sur une solution de l'équation de propagation. La pression en un point quelconque de l'espace est obtenue par intégration des pressions instantanées et de leurs dérivées normales sur une surface entourant la source (§2.2.3.b). L'obtention expérimentale de ces grandeurs est problématique et ce, pour plusieurs raisons. En premier lieu, la surface de contrôle ne peut être fermée de part la présence du l'écoulement. Celle-ci est donc de forme cylindrique ouverte. De plus, les gradients de pression ne peuvent être mesurés directement sur cette surface. Ceux-ci sont alors estimés par différence finie en considérant une seconde surface cylindre, concentrique à la surface de contrôle et de rayon supérieur.

L'obtention de mesures de pression simultanées sur ces deux surfaces, avec une densité de points de mesures suffisamment élevée, est expérimentalement impossible. La création d'une base de données permettant l'emploi de cette formulation intégrale nécessite alors l'estimation préalable des pressions en champ proche.

La démarche mise en œuvre pour l'obtention des données champ proche est similaire à celle discutée en annexe D.3.1 dans le cadre de la configuration subsonique. Un schéma détaillant la procédure est donné en fig. 6.53. Cette procédure est constituée de trois estimations stochastiques successives pour lesquelles la formulation spectrale est adoptée. Les mesures de pression des essais **Pcl** (voir §6.1.4.g) sont utilisées.



Une antenne linéique, de position fixe, est couplée à une antenne circulaire, mobile le long du jet, permettant de déterminer expérimentalement l'ensemble des corrélations spatio-temporelles sur une surface cylindre de rayon  $r/D=1,7$ . Une première estimation stochastique des pressions instantanées sur cette surface peut alors être faite à partir de l'un des essais (i.e. pour une position donnée de la couronne de microphone).

Afin d'obtenir une estimation des pressions sur un second cylindre, les 39 microphones de l'antenne linéique sont placés en quinconce, alternativement aux positions radiales  $r/D=1,7$  et  $r/D=1,9$ . Une seconde estimation stochastique est alors réalisée en chaque position angulaire  $\theta$  du cylindre de rayon  $r/D=1,7$  pour estimer les pressions aux positions longitudinales des microphones se situant en  $r/D=1,9$ . Pour se faire, les coefficients d'estimation stochastique sont déterminés grâce à un essai indépendant réalisé avec l'antenne linéique seule et pour lequel les 39 microphones sont placés à la même position radiale  $r/D=1,7$ .

Finalement, afin d'estimer les pressions instantanées sur un deuxième cylindre (de rayon  $r/D=1,9$ ), une estimation stochastique est réalisée en chaque position angulaire à partir des pressions instantanées de même position angulaire sur le cylindre de contrôle  $r/D=1,7$ . Deux essais indépendants sont utilisés pour déterminer les coefficients de cette estimation. Ceux-ci sont réalisés avec l'antenne linéique seule pour laquelle tout les microphones sont à la même position radiale, successivement  $r/D=1,7$  et  $r/D=1,9$ . Les pressions instantanées sont alors estimées en ces deux positions radiales à partir des mesures de l'antenne linéique de l'essai de référence : antenne plus couronne. Ainsi, ces pressions permettent de déterminer les corrélations spatio-temporelles entre ces deux positions radiales, permettant le calcul de coefficients assurant l'estimation des pressions en  $r/D=1,9$  à partir des pressions en  $r/D=1,7$ .

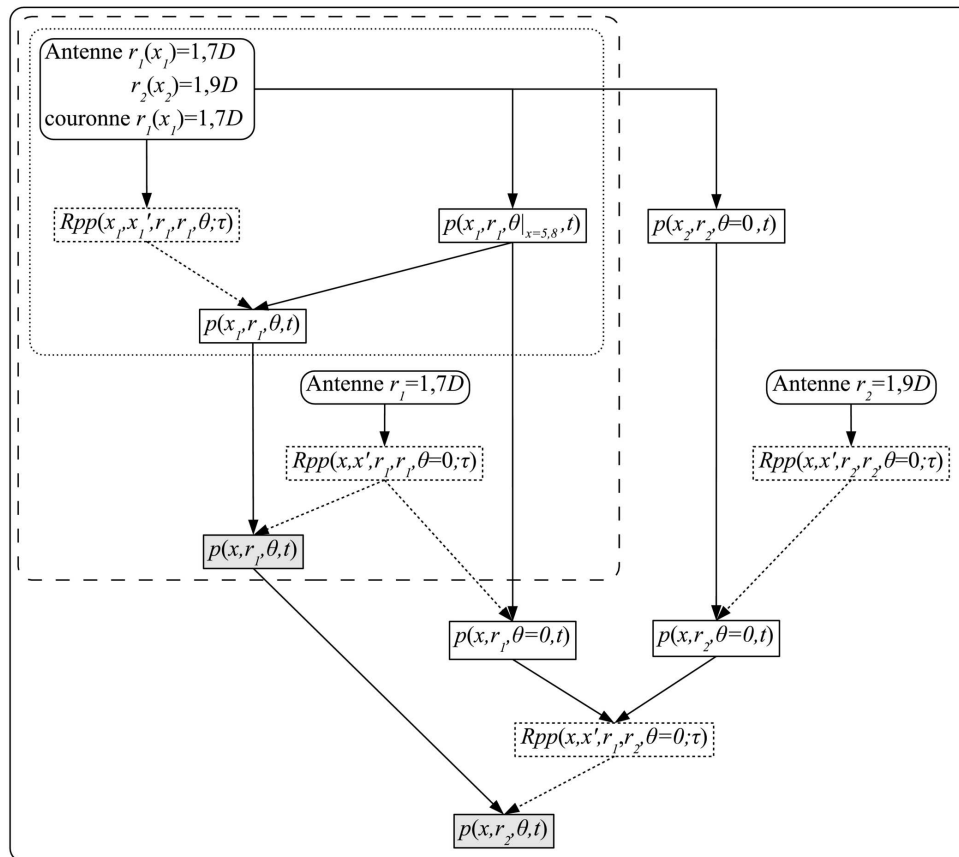


FIG. 6.53 – Schéma du processus d'estimations stochastiques des pressions instantanées par LSE spectrale sur deux cylindres concentriques entourant le jet supersonique

La génération de la base de données expérimentales nécessaire à l'application de la formu-

lation de Kirchhoff fait intervenir de nombreuses approximations pouvant fortement altérer le champ de pressions. Les résultats de ces estimations successives, montrant une sous-estimation des niveaux par rapport aux pressions réels, sont présentés pour chacune de ces étapes.

### 6.5.1.a Estimations 2D

La première estimation réalisée consiste en l'obtention des pressions instantanées sur l'ensemble de la surface cylindrique entourant le jet. Celle-ci est effectuée suivant la même démarche que l'estimation des pressions sur les surfaces conique en configuration subsonique (§5.4.1). Les pressions en tout point de la surface sont estimées à partir des mesures d'un seul essai pour lequel la couronne de microphones est en une position longitudinale donnée. Le choix de cette position est fait de manière à obtenir une densité d'énergie estimée ( $\tilde{P}_{surf}$ ) maximale sur la surface (voir §5.4.1 pour les notations).

Le pourcentage d'énergie estimée (rapport de cette densité à une valeur théorique  $P_{surf}$ ) est reportée sur la figure 6.54 en fonction de la position longitudinale  $x_{ac}$  de l'antenne azimutale. Celui-ci est maximal pour la position  $x_{ac}/D=5,8$  de l'antenne azimutale. L'utilisation des mesures de pressions de cet essai permet l'estimation de 55% de l'énergie totale sur la surface. Cette valeur est inférieure à celle obtenue en configuration cylindrique du jet subsonique pour laquelle 75% de l'énergie est estimée par LSE spectrale (voir fig. D.13). Cette différence est due à la présence de contributions hydrodynamiques dans le champ de pression du jet subsonique, absente de la configuration supersonique. Celles-ci présentent un niveau de cohérence élevé sur une grande étendue spatiale. Or, la LSE exploitant ces niveaux de cohérence, la quantité d'énergie estimée en est alors augmentée (i.e. nombre de signaux conditions de forte cohérence plus important).

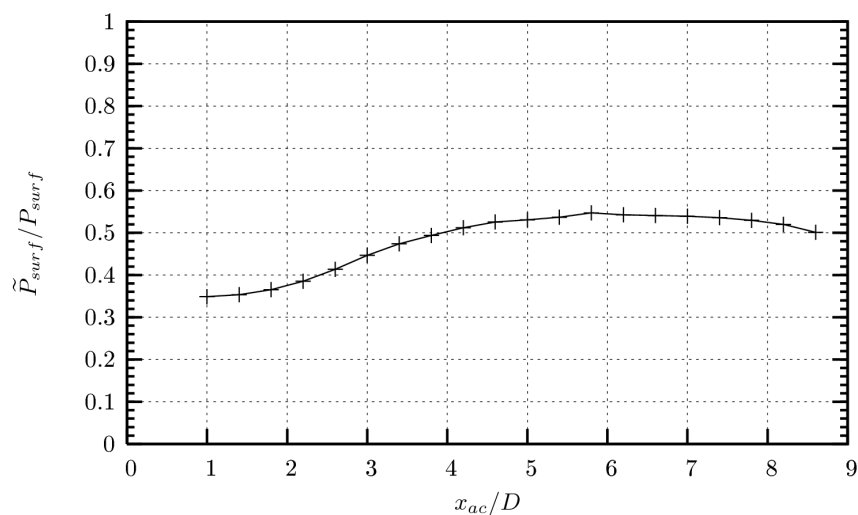


FIG. 6.54 – Rapports des densités de niveaux RMS des pressions estimées par LSE spectrale et mesurées sur la surface cylindrique  $r/D=1,7$  entourant le jet supersonique en fonction de la position  $x_{az}$  de l'antenne azimutale

Plus précisément, les longueurs de corrélation longitudinale sont nettement plus courtes en configuration supersonique (voir les coefficients de corrélations spatio-temporelles en configuration supersonique fig. 6.56(a)). Il en résulte une décroissance plus rapide des niveaux de RMS estimés sur la surface. Dans la direction longitudinale, pour les positions angulaires éloignées de l'antenne linéique et donc hors de son influence, ce niveau chute de 40% entre les signaux conditionneurs de l'antenne azimutale et les positions d'estimations les plus proches, espacées

de  $0,4D$ . Le rapport des niveaux de RMS estimés par rapport aux niveaux mesurés par l'antenne linéique, supposés constant en azimut, est représenté en niveau de gris pour chaque point d'estimation de la surface sur la figure 6.55. Des iso-contours d'incrément 0,1 sont également reportés sur cette figure. Dans la direction azimutale, ce niveau chute de 80% pour les positions longitudinales de l'ordre de  $x/D=2$  qui sont hors de l'influence des signaux conditionneurs de l'antenne azimutale.

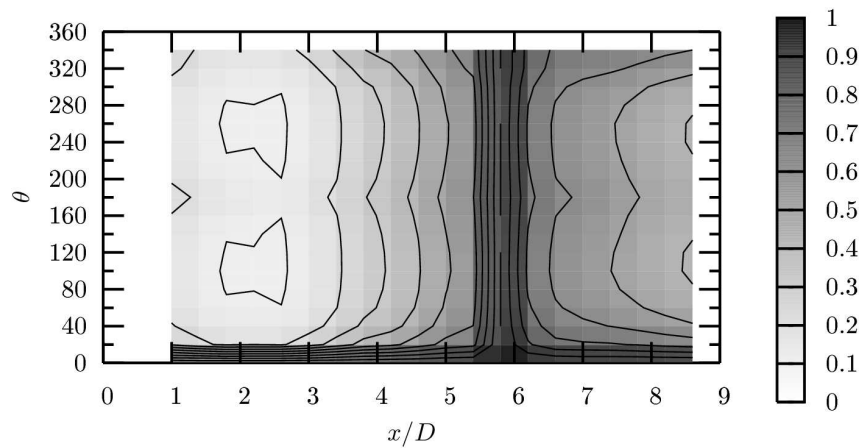


FIG. 6.55 – Comparaison des statistiques des signaux de pression estimée par LSE spectrale et mesurée sur la surface cylindrique  $r/D=1,7$  entourant jet subsonique

Bien qu'un regain de l'énergie estimée par LSE soit obtenu aux positions angulaire  $\theta=180^\circ$  dû, comme dans le cadre de la configuration subsonique, à une contribution importante du mode azimutal antisymétrique  $m_\theta=1$ , les niveaux obtenus sur la surface chutent rapidement et sont globalement beaucoup plus faibles qu'en configuration subsonique. Alors qu'un minimum de 50% de la valeur RMS est estimée en configuration subsonique, celle-ci chute ici à moins de 10%. La absence de perturbations hydrodynamiques, de niveau de cohérence élevé, conduit ici à une sous-estimation importante des fluctuations de pression instantanées par LSE spectrale sur la surface cylindrique.

### 6.5.1.b Estimations 1D cylindre $r/D=1,7$

La nécessité de disposer des pressions instantanées sur deux cylindres concentriques a imposé la disposition en quinconce, à deux positions radiales distinctes, des microphones de l'antenne linéique. Or, le raffinement de la surface de contrôle, ainsi que le rapport entre les longueurs d'ondes estimées et la distance séparant les points, sont des paramètres importants pour l'application d'une formulation intégrale de Kirchhoff (voir annexe E.3.2). Une estimation stochastique des pressions instantanées de la surface de contrôle  $r/D=1,7$  est alors réalisée aux positions longitudinales des microphones situés en  $r/D=1,9$ .

Du fait de la faible influence des signaux conditionneurs dans la direction azimutale (chute de 80% des niveaux RMS estimés pour une séparation azimutale de  $\Delta\theta=20^\circ$ , voir figure 6.55), l'estimation des microphones manquants est effectuée indépendamment pour chaque position angulaire  $\theta$ . Les coefficients de LSE spectrale sont obtenus grâce à une série de mesures indépendantes pour laquelle l'antenne linéique est employée seule. Les 39 microphones la constituant sont placés à la même position radiale  $r/D=1,7$  (essai **Pcl**, §6.1.4.g).

Le niveau de corrélation longitudinale entre les microphones est suffisamment élevé (fig. 6.56(a)) pour assurer l'estimation de plus de 95% de l'énergie d'un microphone sur deux par LSE spectrale (fig. 6.56(b)).

L'application de cette estimation en chaque position angulaire de la surface de contrôle  $r/D=1,7$ ,

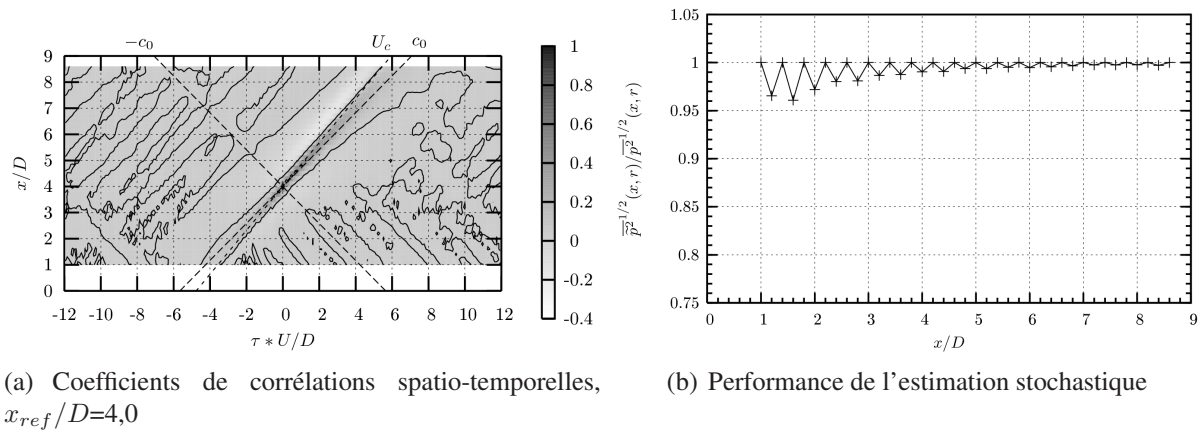


FIG. 6.56 – Coefficients de corrélation spatio-temporelle et rapport des niveaux de RMS mesurés et estimés sur l'antenne droite  $r/D=1,7$

utilisant les pressions précédemment estimées comme signaux conditionneurs, permet l'obtention de pressions instantanées en 702 points ( $\Delta x/D=0,2$  et  $\Delta\theta=20^\circ$ ), décrivant plus de 50% de l'énergie sur cette surface à partir de la connaissance (i.e. la mesure) de seulement 5% de l'information.

L'application de la formulation de Kirchhoff nécessite également la connaissance des gradients de pression sur cette surface. Pour obtenir ces derniers, une estimation des pressions est réalisée sur une seconde surface cylindrique de rayon supérieur. Les résultats de celle-ci sont détaillés dans le paragraphe suivant.

### 6.5.1.c Estimations 1D cylindre $r/D=1,9$

Les gradients de pression instantanés sur la surface de contrôle sont obtenus par différences finies. Pour permettre ce calcul, les pressions sont estimées sur un second cylindre, concentrique à la surface de contrôle, de rayon supérieur  $r/D=1,9$ . Ces estimations, effectuées par LSE dans le domaine spectral, sont réalisées en deux étapes.

En effet, cette distribution de pression est estimée à partir des pressions de la surface de contrôle. Les coefficients de cette estimation nécessitant la connaissance des corrélations spatio-temporelles entre les deux positions radiales  $r/D=1,7$  et  $r/D=1,9$ , une première étape est nécessaire afin de définir des pressions simultanément en ces deux positions. Pour se faire, l'antenne linéique des essais **Pcl**, disposant de microphones placés alternativement en ces positions, est employée. Une estimation stochastique est réalisée en chacune de ces positions radiales afin de passer d'une distribution de  $2 \times 19$  microphones à une distribution de  $2 \times 39$  microphones, de même position longitudinale. Les résultats de l'estimation réalisée en  $r/D=1,7$  sont détaillés au paragraphe précédent (§6.5.1.b). Des résultats similaires sont obtenus par l'estimation des pressions à la position  $r/D=1,9$ . Un exemple de corrélations spatio-temporelles en cette position radiale est donné en fig. 6.57(a). La quantité d'énergie estimée est ici aussi supérieure à 95% (voir fig. 6.57(b)).

Disposant ainsi de distributions de pression simultanées aux deux positions radiales, des coefficients de LSE sont déterminés, permettant l'estimation des pressions en position  $r/D=1,9$  à partir des pressions en position  $r/D=1,7$ . Le niveau des pressions estimées en  $r/D=1,9$  est supérieur à 70% de l'énergie mesurée (voir fig. 6.58). Cette estimation stochastique est alors appliquée en chaque position angulaire  $\theta$  en utilisant les pressions estimées sur la surface de contrôle comme signaux conditionneurs.

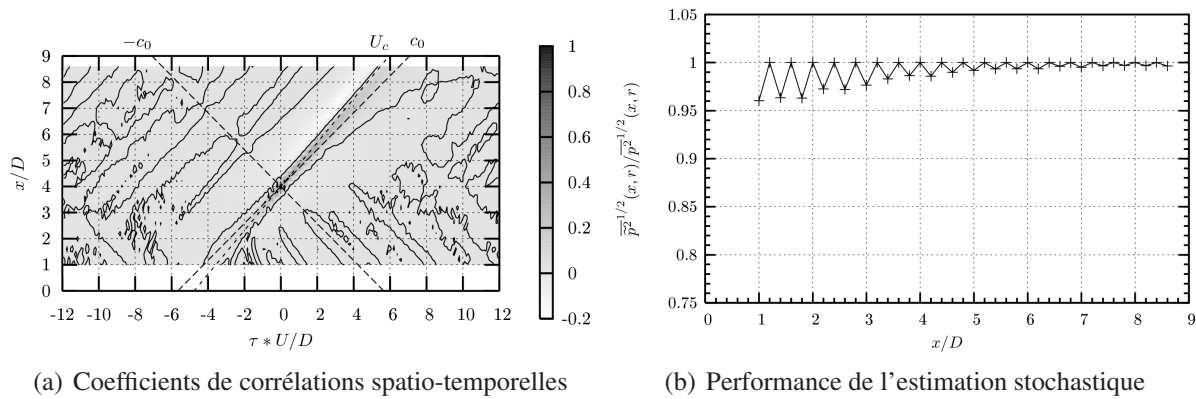


FIG. 6.57 – Coefficients de corrélation spatio-temporelle et rapport des niveaux de RMS mesurés et estimés sur l'antenne droite  $r/D=1,9$

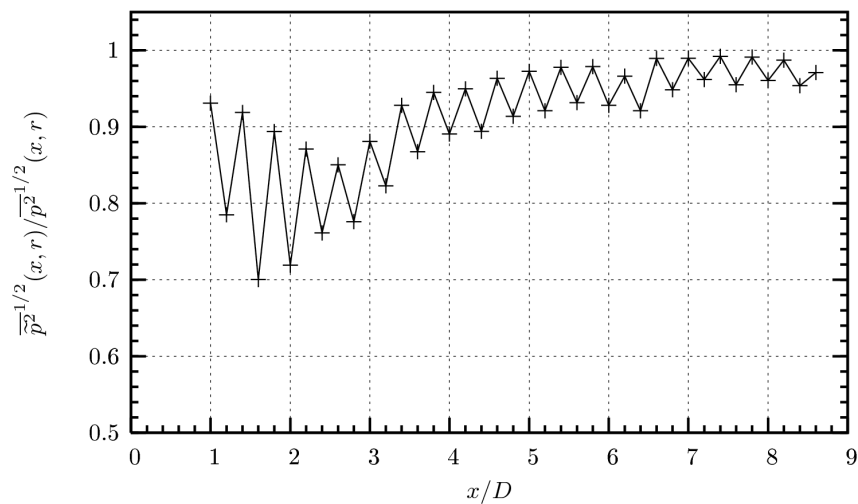


FIG. 6.58 – Rapport des niveaux RMS de pressions mesurées et estimées sur l'antenne en  $r/D=1,9$  à partir de l'antenne en  $r/D=1,7$

### 6.5.1.d Synthèse

Une base de données expérimentales a été générée pour la mise en œuvre une formulation intégrale de Kirchhoff permettant la détermination des niveaux de pression acoustiques en champ lointain à partir de la connaissance de mesures de pression en champ proche. Afin de pallier l'impossibilité d'obtenir l'ensemble des données nécessaires à cette approche, une estimation des pressions instationnaires est réalisée par le biais d'estimations stochastiques linéaires effectuées dans le domaine spectral.

La perte d'énergie occasionnée par cette procédure se révèle être importante. En effet, contrairement à la configuration subsonique, le champ de pression proche du jet supersonique est exempt de contributions convectives. Or, c'est l'importante étendue spatiale de la cohérence de ces contributions qui assurait l'obtention d'un fort niveau d'énergie estimée en subsonique.

Cette technique permet néanmoins l'obtention d'une partie des contributions instantanées de pression sur deux cylindres concentriques entourant le jet. Un exemple de représentation tridimensionnelle de ces contributions, pour un instant arbitraire, est donné en fig. 6.59. Ces contributions constituent une partie cohérente du champ de pression proche dont la propagation en champ lointain, discutée au paragraphe suivant, peut être déterminée.

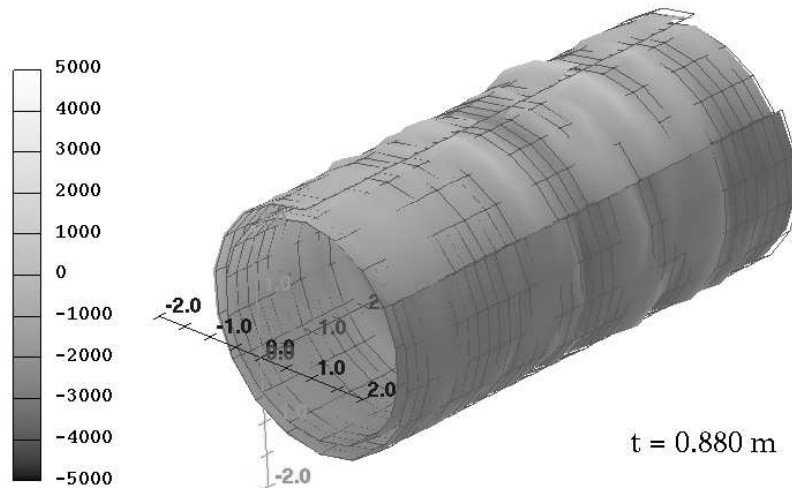


FIG. 6.59 – Représentation tridimensionnelle de la pression estimée par LSE spectrale sur les deux cylindres concentriques  $r/D=1,7$  et  $r/D=1,9$  entourant le jet supersonique

## 6.5.2 Estimation des pressions champ lointain

Pour rappel, l'idée générale développée dans cette section concerne l'estimation des pressions en champ lointain du jet. Cette approche est réalisée en vue d'étudier l'influence en cette zone de tout ou partie (i.e. contribution modale azimutale ou POD) des pressions proches de l'écoulement. Pour se faire, une formulation intégrale de Kirchhoff est employée pour calculer la propagation des pressions estimées en champ proche du jet (voir §6.5.1).

Avant de déterminer le rayonnement acoustique engendré par différentes contributions modales, cette approche doit être validée. Pour cela, le rayonnement du champ complet de pression proche est calculé. Après avoir détaillé les caractéristiques des calculs effectués, les niveaux de pression globale, puis les spectres, obtenus en champ lointain, sont présentés et comparés aux mesures expérimentales. Ces résultats montrant la non-validité de cette approche, l'application aux diverses contributions modales ne sera pas développée.

### 6.5.2.a Modalités des calculs

La propagation des pressions instantanées du champ proche est réalisée grâce à une formulation intégrale de Kirchhoff (§2.2.3.b). La détermination d'une géométrie optimale à son application dans le cadre de la présente étude, ainsi que le choix des techniques de calculs mises en œuvre, sont discutés dans l'étude de faisabilité développée en annexe E.

Tenant compte des contraintes expérimentales et techniques, la géométrie retenue pour la surface de contrôle est un cylindre ouvert dont le rapport de forme (longueur sur rayon) est de 4,5. Les points de pression sont espacés de 10 mm dans la direction longitudinale et d'un angle de  $20^\circ$  dans la direction azimutale.

Le pas de temps des calculs est celui des données expérimentales, à savoir  $10 \mu\text{s}$  (fréquence d'échantillonnage à 100 kHz). Le schéma employé pour le calcul des dérivées temporelles est un schéma explicite centré d'ordre 6. Une interpolation cubique est employée dans la direction temporelle pour déterminer les pressions instantanées sur la surface de contrôle. En effet, l'instant des pressions intervenant dans le calcul en un point de l'espace est fonction de la vitesse de propagation (célérité du son fixée à 345 m/s dans l'air à température ambiante) et de la distance



entre ces points. Ce temps ne peut alors pas coïncider aux instant précis de mesure en tout points de la surface de contrôle.

Les dérivées normales sont obtenues par un schéma explicite décentré d'ordre 1. Les points de pression sont espacés d'une distance de 10 mm dans la direction radiale (cylindre de rayon  $r/D=1,7$  et  $r/D=1,9$ ).

La convergence statistique des niveaux RMS des pressions est obtenue rapidement (fig. 6.60), toutefois la durée des échantillons calculés est fixée à une longueur supérieure à 2 seconde permettant également d'obtenir une description spectrale des données desquelles se dégage une tendance, à défaut de convergence, tout en conservant un temps de calcul acceptable (limité à quelques jours).

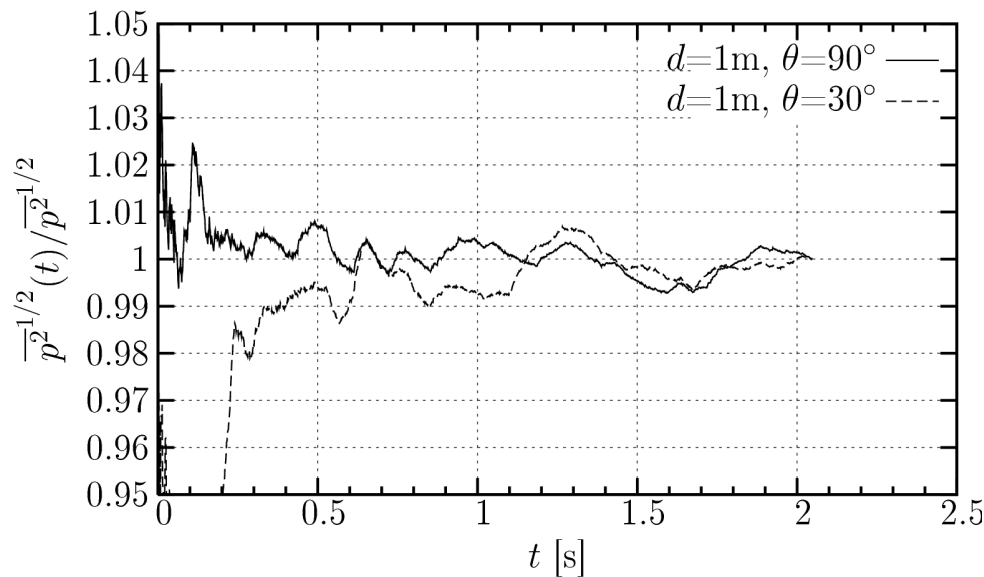


FIG. 6.60 – Convergence des valeurs RMS des pressions calculées par formulation de Kirchhoff à 1 m sous 30° et 90°

### 6.5.2.b Niveaux de pression globaux

Afin de confronter les résultats obtenus par la formulation de Kirchhoff aux mesures expérimentales réalisées sur le jet, les pressions instantanées sont calculées sur un maillage couvrant le domaine exploré avec la grande antenne droite (essais **Pga**, §6.1.4.c). Les points de calculs sont espacés de  $2,5D$  dans les directions longitudinale et radiale. Il est à noter que cette discrétisation spatiale n'a aucune influence sur les calculs, chaque point étant traité indépendamment.

Les niveaux RMS obtenus, reportés sur la figure 6.61(a), sont, dans certaines limites, en bon accord avec les mesures (fig. 6.22). À une distance supérieure à 1 m, ceux-ci ne sont inférieurs aux mesures que de 2 à 6 dB en fonction de la direction considérée. Cette sous-estimation est maximale sous 30° (voir fig. 6.61(b)). Or, cette direction est importante car elle correspond à la direction de propagation des ondes de Mach dont le rayonnement est dominant, d'un point de vue énergétique. Cette lacune est due à la géométrie de la surface de contrôle (cylindre ouvert de rapport de forme  $L/r=4,5$ ) entraînant de fortes erreurs sous ces angles (voir annexe E.3.2.c).

Lors de la procédure de génération de la base de données de pression champ proche (§6.5.1.c), les pressions ont été sous-estimées sur le second cylindre. Les gradients de pressions normaux à la surface de contrôle en sont alors sur-estimés. Cela induit une décroissance des niveaux RMS de pression obtenues par la formulation de Kirchhoff supérieure à celle mesurée pour les points



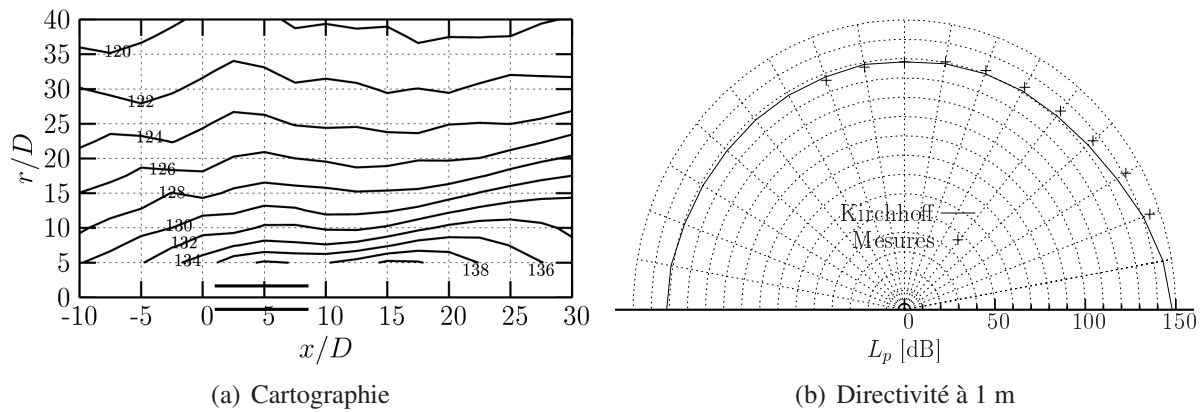


FIG. 6.61 – Niveaux de pression RMS globaux calculés par formulation de Kirchhoff

proches de la surface (voir fig. 6.62). Au-delà de  $r/D=15$ , l'évolution radiale de ces niveaux de pression est en accord avec celle mesurée expérimentalement.

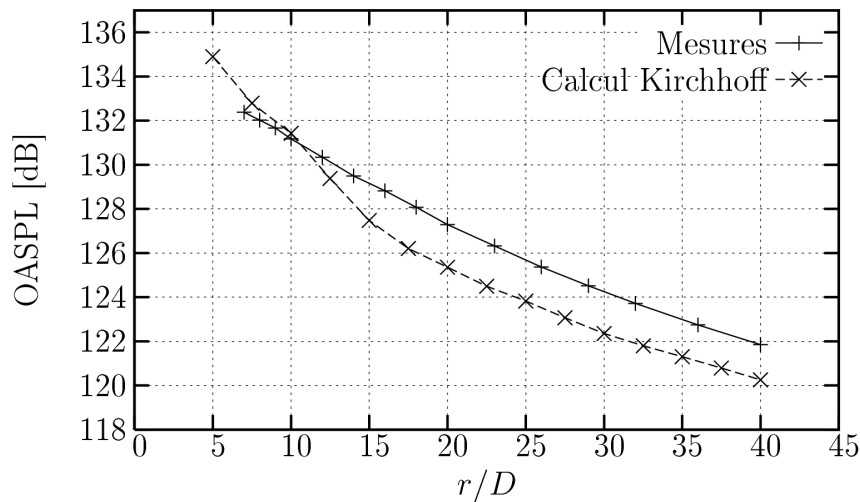


FIG. 6.62 – Décroissance radiale des niveaux de pression RMS mesurées et calculées par formulation de Kirchhoff à  $90^\circ$  ( $x/D=0$ )

En champ lointain, les niveaux RMS calculés à partir des mesures de pression en champ proche concordent bien avec les mesures. Bien que sous-estimés, leur évolution radiale suit celle des mesures.

En revanche, d'un point de vue spectrale, est-ce que ce calcul permet d'obtenir les fréquences caractéristiques du champ de pression lointain ?

### 6.5.2.c Spectres de pression

Afin d'examiner la distribution spectrale d'énergie obtenue à partir des pressions champ proche, les spectres sont calculés en quelques points du champ lointain. Ceux-ci sont donnés, ainsi que les spectres mesurés, sur la figure 6.63 pour des points situés à 1 m de la section d'éjection sous  $30$ ,  $60$  et  $90^\circ$ .

Ces spectres sont relativement assez bruités car calculés à partir des pressions instantanées et moyennés sur seulement 50 blocs (correspondant à la totalité des échantillons temporels calculés) du fait de la longueur des temps de calculs Kirchhoff.

Ceux-ci montrent toutefois un désaccord important avec les mesures. En effet, les basses fréquences, inférieures à  $St_D=0,3$ , sont fortement sur-estimées. Cette erreur est induite par un

rapport trop faible entre la longueur de la surface de contrôle ( $8D$ ) et la longueur d'onde de ces fréquences ( $\lambda/D > 2$ ) (voir l'influence de ce rapport en annexe E.3.2.b). De plus, dans la direction de propagation des ondes de Mach, la fréquence caractéristique de celles-ci n'apparaît nullement dans le spectre calculé (fig. 6.63(a)).

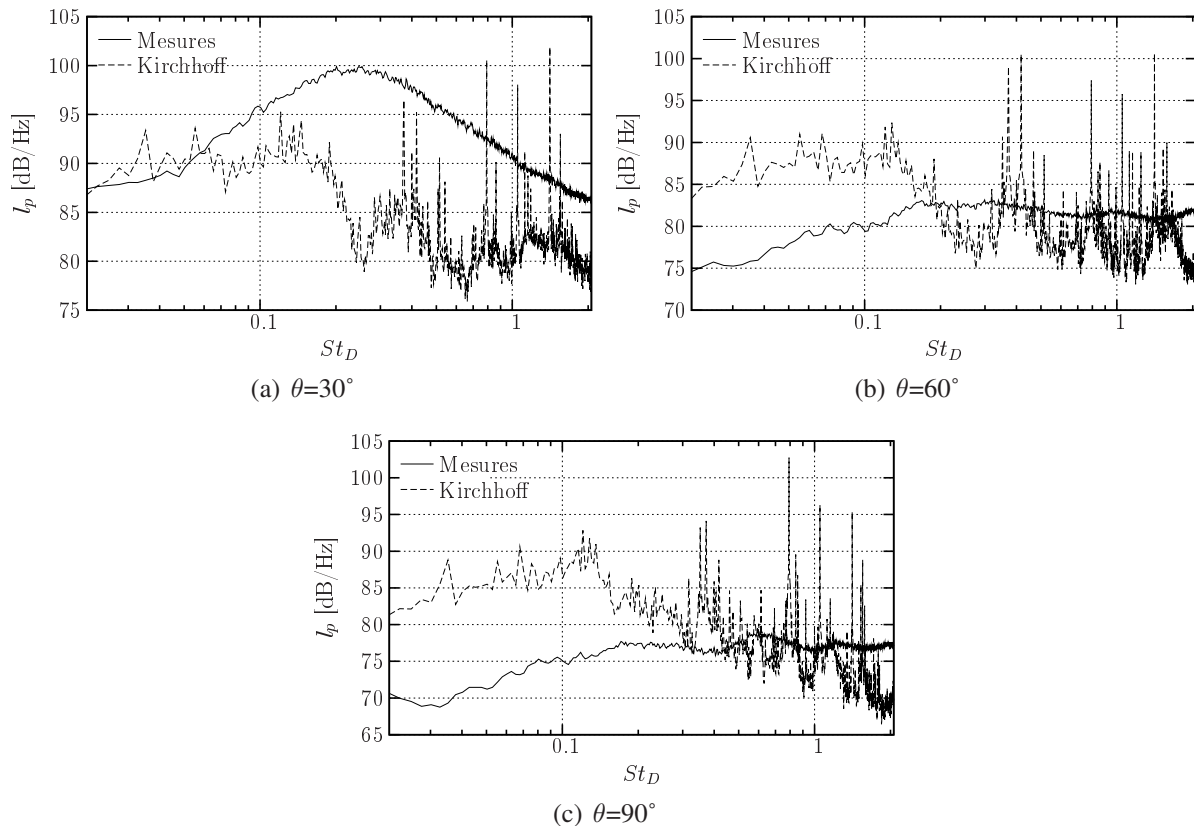


FIG. 6.63 – Spectres de pression mesurée et estimée par formulation de Kirchhoff  
Spectres de pression mesurée (ligne) et estimée par formulation de Kirchhoff (tirets) à 1 m.  
sous  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  et  $90^\circ$

Il en résulte donc que les spectres de pression calculés par la formulation de Kirchhoff ne peuvent aucunement, dans cette configuration, être utilisés pour caractériser le champ de pression acoustique lointain.

#### 6.5.2.d Synthèse

L'application de la formulation intégrale de Kirchhoff à la configuration expérimentale de jet supersonique permet d'obtenir des niveaux RMS de pression en champ lointain qui sont en relativement bon accord avec les mesures effectuées. Bien que ceux-ci soient sous-estimés, leur évolution radiale est similaire à celle des mesures et la différence de niveaux est faible (2 dB). Cet écart est d'autant plus faible que la mise en œuvre de cette technique sur des données expérimentales est pénalisée par de nombreuses contraintes.

La géométrie de la surface de contrôle, dont les dimensions sont fortement limitées par ces contraintes, conduit toutefois à une mauvaise description des pressions sous de faible angle. Le rayonnement des ondes de Mach ne peut alors pas être obtenu ici à partir des mesures de pression en champ proche. De plus, cette surface est trop courte pour permettre une bonne description des basses fréquences qui sont alors fortement sur-estimées.

De manière générale, bien que les niveaux de pression estimé soient en bon accord avec les mesures, la directivité ainsi que les densités spectrales d'énergie sont trop fortement biaisées

par les erreurs induites par cette approche, liées aux contraintes associées à l'application expérimentale. De ce fait, le rayonnement des contributions modales individuelles du champ de pression proche, telles que contributions POD ou azimutales, ne peut être étudié.

### 6.5.3 Conclusions

Au cours de cette étude, une nouvelle approche a été explorée en vue d'étudier le champ proche et plus particulièrement son rayonnement en champ lointain. La formulation intégrale de Kirchhoff, largement utilisée en modélisation numérique afin de simplifier le calcul du rayonnement acoustique, a été employée. Or, l'application expérimentale de cette technique est soumise à de nombreuses contraintes.

En premier lieu, contrairement aux applications numériques, il est impossible d'avoir une description complète du champ de pression entourant la source (i.e. le jet). Pour se faire, celui-ci peut être estimé par le biais de LSE. Toutefois, la perte d'information occasionnée est importante. Cela est d'autant plus vrai dans le cadre de la configuration supersonique présentée ici du fait de la faible étendue spatiale des corrélations spatio-temporelles sur lesquelles est basée cette estimation. Cela pose alors un problème important puisque les contributions de pression présentant de forts niveaux de corrélations sur une grande distance sont les contributions convectives. Or, celles-ci ne contribuent pas au rayonnement acoustique du jet et fausseraient les calculs alors réalisés. L'utilisation d'outils permettant le filtrage des contributions convectives et propagatives, tels que la POD dans le cadre du jet subsonique (§5.6) pourrait alors s'avérer indispensable.

Une seconde contrainte apparaît quant à la définition géométrique de la surface de contrôle utilisée pour calculer le rayonnement. En effet, la surface employée ici s'avère trop courte pour obtenir une bonne description du champ de pression dans la direction aval de l'écoulement, qui est une direction importante car présentant les niveaux les plus élevés. De plus, le calcul des basses fréquences est fortement biaisé du fait du rapport trop faible entre la longueur de la surface et la longueur d'onde de ces fréquences. Or, cette géométrie est conditionnée par des contraintes techniques fortes telles que le nombre de capteurs requis, le nombre de système d'acquisition, l'encombrement, etc.

En dépit de l'ensemble de ces contraintes et des erreurs en découlant, les résultats obtenus sont encourageants. En vue d'amélioration, la géométrie de la surface de contrôle peut être remise en cause. En effet, l'utilisation d'une surface de forme conique, telle que celle déjà employée dans cette étude pour l'analyse POD §6.4 et ultérieurement dans le cadre des estimations du champ de vitesse au §6.6.2, pourrait alors peut être permettre d'obtenir de meilleurs résultats. En effet, l'estimation des pressions champ proche constituant la base de données en serait améliorée. En revanche, la possible présence de contributions convectives risque de biaiser les calculs Kirchhoff. Le gain apporté quant à la description des pressions dans la direction aval de l'écoulement (directivité) n'étant quant à elle pas forcément assurée.

L'un des intérêts d'étudier le champ de pression proche des jets est sa dualité permettant, comme ici, de s'intéresser au rayonnement acoustique du jet d'une part, mais aussi à la dynamique de l'écoulement et, de par le fait, aux mécanismes régissant la génération de bruit aéroacoustique. La section suivante se concentre donc sur les liens existant entre le champ de pression proche et le champ de vitesse de l'écoulement.

## 6.6 Estimation du champ de vitesses du jet

Le champ proche des jets est une zone intéressante de par sa dualité. En effet, la présence de perturbations de pression de nature propagative et convective permet à la fois l'étude du rayonnement acoustique de l'écoulement, comme traité précédemment (voir §6.5) et l'étude des mécanismes de génération de bruit en "remontant", à partir de ces pressions, à la dynamique de l'écoulement.

Pour cela, les corrélations spatio-temporelles pression/vitesse sont analysées et utilisées pour estimer le champ de vitesse à partir de mesures de pression champ proche. Cette approche a été développée par Picard [162, 163], dans le cadre d'un jet à 15 m/s, en utilisant des mesures de pression réalisées en synchrone avec des mesures de vitesse par peigne de fils chauds. Ricaud [171] a étendu cette technique à une configuration de jet plus rapide, 100 m/s, en couplant des mesures microphoniques champ proche à des mesures de vitesse par vélocimétrie laser 2 composantes. C'est cette dernière technique qui a été employée dans le cadre de cette étude sur le jet supersonique. Le détail des mesures réalisées est exposé au §6.1.4.b.

Ces mesures ont permis la détermination de corrélations pression/vitesse qui sont analysées ici. Puis, les résultats d'estimations du champ de vitesses du jet, basées sur ces corrélations, sont présentés avant de conclure.

### 6.6.1 Corrélations pression/vitesse

La dynamique du jet est responsable de la génération de bruit. L'une des voies pour l'étude des mécanismes entrant en ligne de compte dans ce processus est l'analyse de celle-ci. Dans cette partie, le lien existant entre le champ de vitesses de l'écoulement et le champ de pression proche du jet est considéré. Pour se faire, le tenseur des corrélations spatio-temporelles entre ces deux quantités est déterminé expérimentalement.

L'obtention de ces données requiert la mesure synchrone des pressions et des vitesses. Un système de vélocimétrie laser à effet Doppler est employé pour la mesure des composantes longitudinale et radiale de vitesse en plusieurs points balayant l'intégralité d'un demi-plan longitudinal de l'écoulement. Des mesures instationnaires de pression sont réalisées simultanément à l'aide d'une antenne de 39 microphones, inclinée de  $9^\circ$  par rapport à l'axe du jet. Cette antenne, dont le premier microphone est placé en  $r/D=0,8$ , est très proche de la frontière de l'écoulement. Elle couvre plus que l'étendue du cône potentiel, allant de  $x/D=1$  à  $x/D=8,5$ . De plus amples détails concernant ces mesures seront retrouvés au §6.1.4.b. La simultanéité des mesures utilisant deux systèmes d'acquisitions indépendants, et plus particulièrement le traitement du référencement temporel des mesures LDV dans la base de temps des mesures de pression, est décrit en annexe A.3. Les mesures de vitesses par LDV, par nature aléatoirement échantillonnées, interdisent l'emploi d'une procédure classique pour le calcul des corrélations. Les détails de la méthode alors utilisée pourront être trouvés au paragraphe 3.3.2.

Les corrélations spatio-temporelles obtenues présentent des aspects similaires à celles obtenues en configuration subsonique tout en étant fondamentalement différentes. En effet, les maxima des niveaux de corrélations sont du même ordre de grandeur que ceux de la configuration de jet à 100 m/s (maximum de l'ordre de 25% contre 30% en subsonique, voir Ricaud [171]). Ces maxima sont également similaires, quelque soit la composante de vitesse, longitudinale ou radiale. En revanche, la répartition spatiale des niveaux de corrélation entre le champ de vitesse et la pression en un point proche du jet diffère. La formation quadripolaire de ces coefficients, signature de structures tourbillonnaires, n'est pas retrouvée en supersonique.

Pour un retard nul, ces répartitions sont même semblables pour chaque composante de vitesse (voir fig. 6.64 et fig. 6.65). Une représentation des coefficients de corrélations pression-vitesse en configuration subsonique, extraits de la thèse de Ricaud [171], est donnée en figure 6.66.

Il peut être noté que, comme dans le cadre du jet à 100 m/s, les perturbations de pression champ proche sont associées aux échelles caractéristiques leur faisant face (i.e. de même position longitudinale). Toutefois, leur étendue spatiale est ici beaucoup plus réduite.

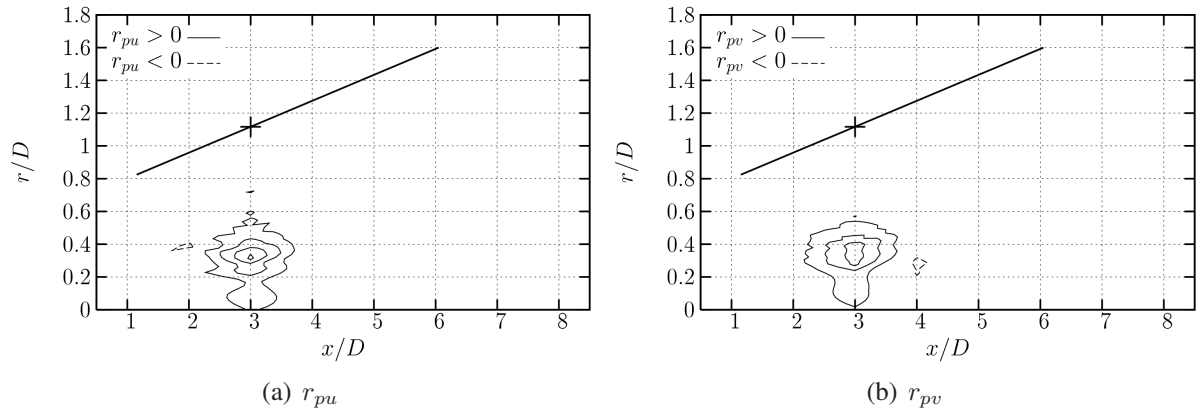


FIG. 6.64 – Iso-contours par incréments de 5% des coefficients de corrélation pression-vitesse à retard nul pour le point de mesure de pression  $x/D=3$

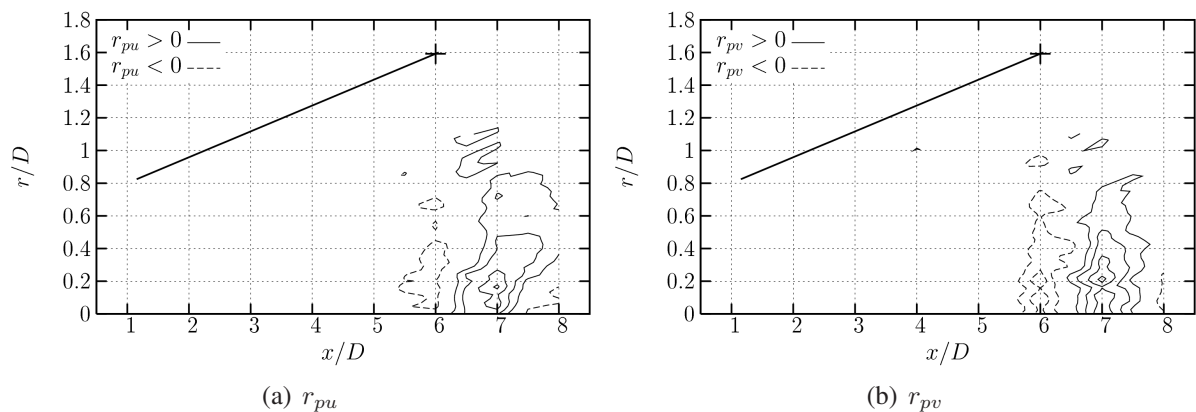


FIG. 6.65 – Iso-contours par incréments de 5% des coefficients de corrélation pression-vitesse à retard nul pour le point de mesure de pression  $x/D=6$

Une autre similarité entre les configurations subsonique et supersonique est la localisation du maximum de corrélations pression-vitesse. En effet, pour ces deux configurations, ce maximum est mesuré sur le côté haute vitesse de la couche de mélange, approximativement au milieu du cône potentiel ( $x/D=3$ ).

Cette partie de la couche de mélange est la plus cohérente sur l'étendue du jet. En effet, le champ de pression proche de l'écoulement conserve un niveau de corrélation élevé en cette zone, sur l'ensemble du domaine de mesures de pression, et ce pour les deux composantes de vitesse (fig. 6.67, ligne 1 et 2). En revanche, l'influence des fluctuations de vitesse de la partie extérieure du jet (côté basses vitesses) est plus localisée. Le niveau de corrélation entre le champ de pression proche et un point situé en cette zone chute rapidement avec leur séparation longitudinale (fig. 6.67, ligne 3 et 4).

La quasi-périodicité ainsi que l'augmentation des échelles temporelles avec la position longitudinale est également obtenue sur cette configuration supersonique (fig. 6.67).

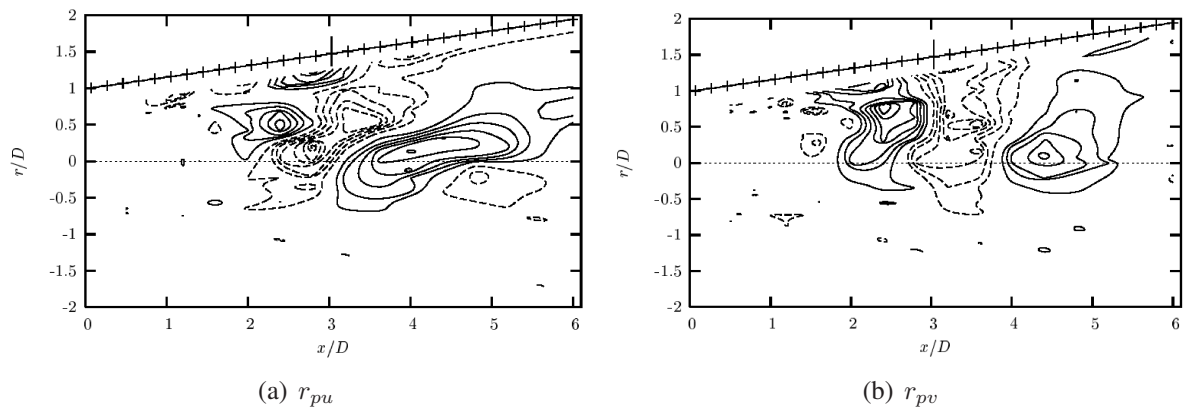


FIG. 6.66 – Iso-contours par incréments de 2,5% des coefficients de corrélation pression-vitesse à retard nul pour le point de mesure de pression  $x/D=3$ , jet  $M_j=0,3$  (Ricaud [171])

Les maxima de corrélations entre une distribution spatiale de mesures de pression et un point quelconque de mesures de vitesse forment une ligne dans le domaine spatio-temporel. Du fait de la faible différence entre la vitesse de convection du jet ( $U_c=407$  m/s) et la vitesse du son ( $c_0=345$  m/s), il n'est pas possible d'associer la pente de cette ligne à l'une ou l'autre de ces vitesses. Il n'est alors pas possible de se prononcer sur le caractère dominant convectif ou propagatif des perturbations de pression. Les lignes correspondant à ces deux vitesses ont été reportées sur la figure 6.67.

Une troisième ligne est également tracée sur ces cartographies. Celle-ci représente la vitesse du son dans la direction amont de l'écoulement. Le champ de pression proche comprend de telles "remontées" acoustiques, relevées sur les coefficients de corrélations pression-pression (voir §6.4.3.a). La présence de niveau de corrélations non négligeables dans cette direction aurait alors pu mettre en évidence l'implication d'interaction/couplage hydrodynamique-acoustique au sein de l'écoulement dans le mécanisme de génération des fluctuations de pression champ proche (tel que cela est le cas pour le phénomène de *screech*). Or, aucune tendance de la sorte n'apparaît dans les corrélations pression-vitesse de cette configuration de jet.

Lors de l'analyse du champ de pression proche du jet supersonique, aucune contribution de nature convective n'a pu être mise en évidence. L'analyse des corrélations spatio-temporelles pression-vitesse met alors en évidence le lien direct entre les perturbations acoustiques et le champ de vitesse. Il peut alors être noté que ces niveaux de corrélations sont plus importants dans la partie haute vitesse de la couche de mélange où les effets de compressibilité sont importants. De plus, la répartition spatiale de ces corrélations ne semble pas faire apparaître de prédominance forte des structures cohérentes de l'écoulement dans le mécanisme de génération des pressions champ proche.

## 6.6.2 Estimations du champ de vitesses instantanées

Dans les études précédemment menées au laboratoire sur le champ de pression proche (§2.4), des estimations du champ de vitesses instantanées de jets subsoniques ont été réalisées à partir de mesures de pression en champ proche. Cette approche est également développée dans la présente étude en vue de vérifier sa portabilité à une configuration supersonique. De plus, celle-ci est étendue à une configuration tridimensionnelle en prenant en compte les contributions azimutales du champ de pression.

Bien que les coefficients de corrélations pression-vitesse n'arborent pas de formation quadri-polaire, l'estimation stochastique du champ de vitesse du jet supersonique à partir de mesures



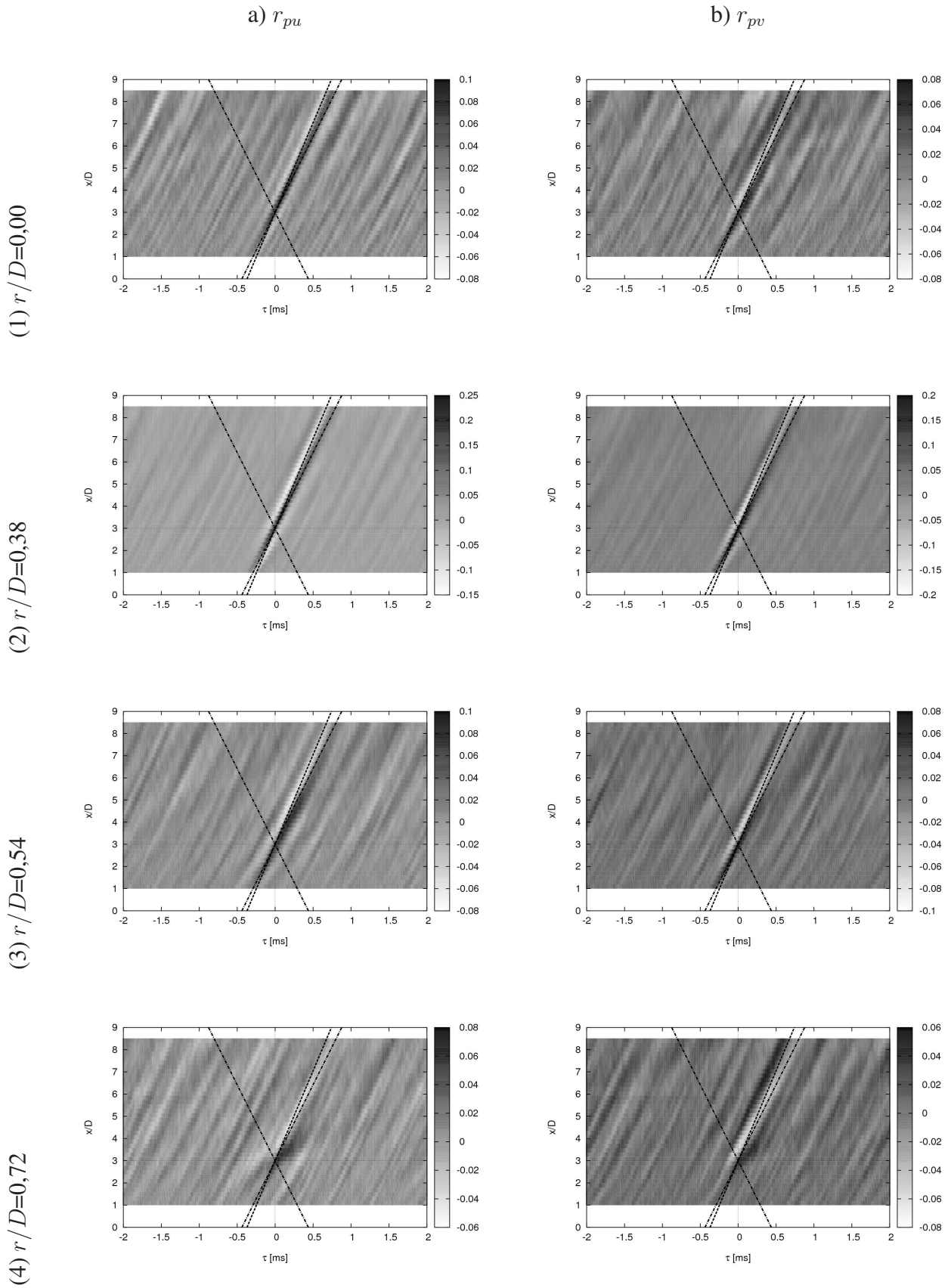


FIG. 6.67 – Coefficients de corrélation spatio-temporelle pression-vitesse longitudinale (col. a) et radiale (col. b) pour un point de mesures LDV en  $x/D=3$ ,  $r/D=0$  (lig. 1),  $r/D=0,38$  (lig. 2),  $r/D=0,54$  (lig. 3),  $r/D=0,72$  (lig. 4), jet  $M_j=1,4$



de pression en champ proche révèle une structuration tourbillonnaire au centre de la couche de mélange. La représentation d'une estimation des composantes de vitesses longitudinale et radiale est donnée sous forme de champ de vecteurs sur la figure 6.68. Cette estimation est réalisée par LSE classique (i.e. sans prise en compte des retards) en un profil  $x/D=3$  à partir de 13 mesures de pression (constituant une génératrice du cône de pression entourant le jet, voir **Pcn 6.1.4.f**). Le champ de vecteurs est tracé dans un repère convecté avec l'écoulement de manière à mettre en évidence les structures cohérentes.

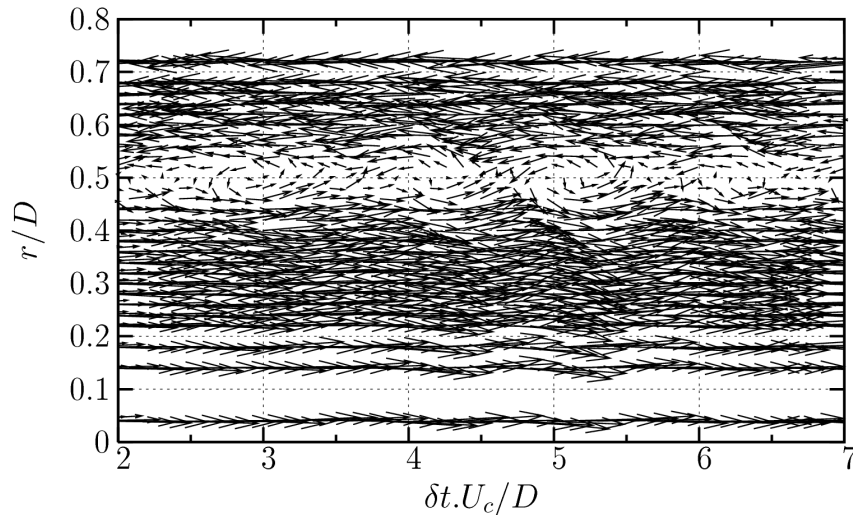


FIG. 6.68 – Champ de vecteurs des vitesses estimées en  $x/D=3$  par LSE temporelle à partir des mesures de pression champ proche dans un repère convecté avec l'écoulement, jet  $M_j=1,4$

Bien que de telles structures soient décelable, il est à noter que le niveau des fluctuations ainsi estimées reste bas. En effet, seul 25% de l'énergie mesurée est ainsi estimée dans le meilleur des cas (fig. 6.69). Deux raisons font que ce niveau est faible. Premièrement, le niveau de corrélations pression-vitesse est faible (25%). De ce fait, connaissant le champ de pression, il n'est possible d'estimer de manière stochastique qu'une petite partie des fluctuations de vitesse. De plus, l'estimation utilisée ici est l'estimation stochastique dans sa formulation classique. L'information à temps décalé n'est alors pas prise en compte. Or, à un instant donné, la portée d'une mesure de pression est faible (corrélée avec les fluctuations de vitesse lui faisant face). La prise en compte de ces retards pourrait alors permettre d'améliorer ces estimations. Ce point est développé ultérieurement dans cette section.

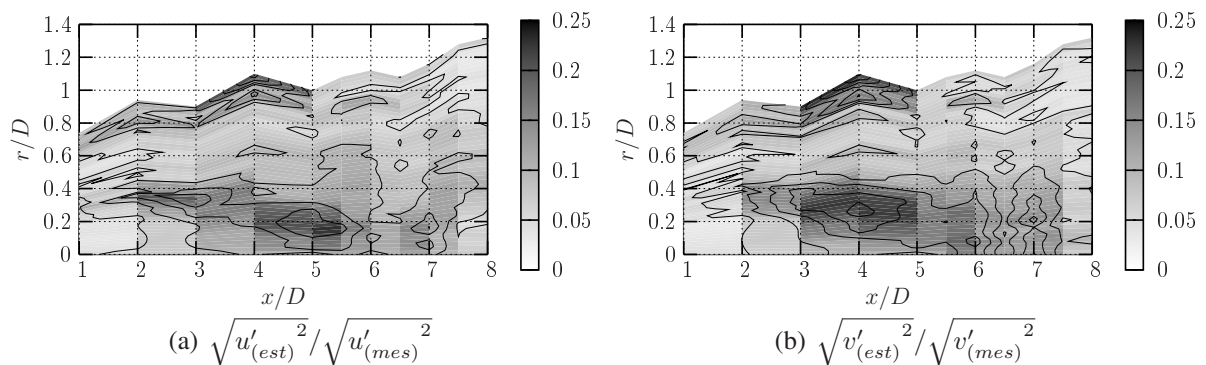
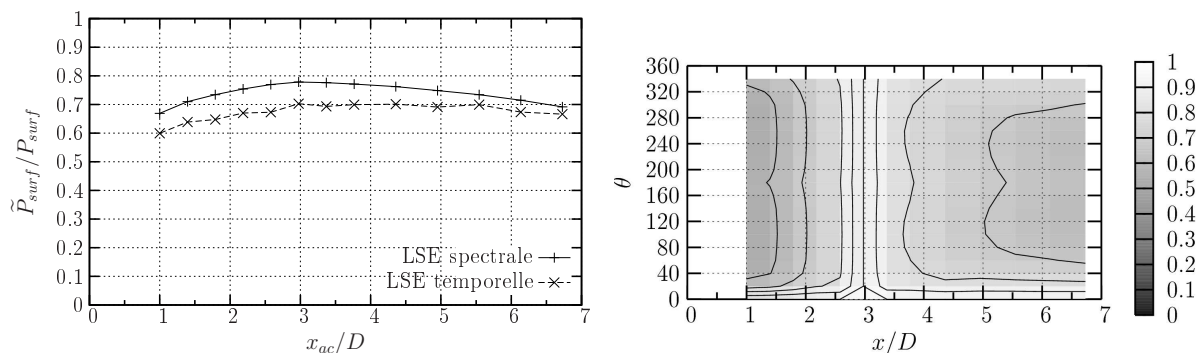


FIG. 6.69 – Cartographie et iso-contours (incrément de 5%) du rapport des niveaux RMS des fluctuations de vitesses estimées par LSE temporelle à partir des mesures de pression champ proche, jet  $M_j=1,4$

Afin de prendre en considération les contributions azimutales du champ de vitesse, une estimation complète de l'écoulement est réalisée. Pour se faire, une estimation stochastique temporelle bidimensionnelle, telle que précédemment décrite, est effectuée en plusieurs demi-plans de position angulaire différente.

Le champ des pressions proches utilisées comme signaux conditionneurs de ces estimations constitue une distribution de pression instantanée sur une surface conique entourant le jet. L'obtention simultanée de l'ensemble de ces mesures n'est expérimentalement pas possible (nombre de microphones, de voies d'acquisitions, ...). De ce fait, une série de mesures est effectuée avec une antenne linéique de 39 microphones, inclinée de  $9^\circ$  par rapport à l'axe du jet, couplée à une antenne circulaire de 17 microphones. La position longitudinale, ainsi que le diamètre de cette dernière, sont variables (essais **Pcn**, §6.1.4.f). De la sorte, l'ensemble des corrélations spatio-temporelles pression-pression peut être défini sur la surface conique décrite par l'ensemble des points de mesures.

L'utilisation d'une procédure d'estimation stochastique spectrale, telle que décrite au paragraphe §5.4.1 pour l'estimation des pressions sur une surface conique entourant le jet subsonique, est mise en œuvre. Suivant la discussion développée sur le choix des mesures de référence, le choix de l'essai utilisé pour estimer l'ensemble des données est basé sur un critère de restitution d'un maximum d'énergie  $\tilde{P}_{surf}$  sur l'ensemble de la surface (voir §5.4.1 pour les notations). L'essai pour lequel la couronne de microphones est située en position  $x/D=3$  vérifiant ce critère, fig. 6.70(a), est alors utilisé pour l'estimation des pressions instantanées sur l'ensemble de la surface. Il peut être noté sur cette même figure 6.70(a) que l'utilisation d'une formulation spectrale de l'estimation stochastique apporte un gain de près de 10% en terme d'énergie estimée sur la surface comparativement à l'utilisation d'une estimation stochastique réalisée dans le domaine temporel (i.e. sans prise en compte des retards liés à la convection/propagation des pressions). Cette procédure permet l'estimation des pressions instantanées sur la surface conique à hauteur de près de 80% de l'énergie totale (fig. 6.70(a)). Aux positions les plus critiques, i.e. les plus éloignées des signaux conditionneurs (les microphones), plus de 50% des fluctuations de pression sont estimées (fig. 6.70(b)). Une représentation tridimensionnelle du champ de pression estimée est donnée pour un instant quelconque arbitraire en figure 6.71.



(a) Intégration spatiale fonction de l'essai de référence (b) Répartition spatiale sur la surface, iso-contours 10%

FIG. 6.70 – Comparaison des statistiques des signaux de pression estimée par LSE spectrale et mesurée sur la surface entourant jet supersonique

Cette base de données est utilisée pour réaliser une estimation bidimensionnelle du champ de vitesses (longitudinale et radiale) en 18 demi-plans espacés de  $\delta\theta=20^\circ$  (correspondant à la position angulaire des microphones de l'antenne azimutale). Le niveau RMS des fluctuations de vitesses estimées est le même que précédemment (fig. 6.69) pour la position angulaire  $\theta=0^\circ$  correspondant au plan des signaux conditionneurs (position antenne linéique). Aux autres positions angulaires, vient s'ajouter la perte d'énergie des signaux conditionneurs lors de la phase

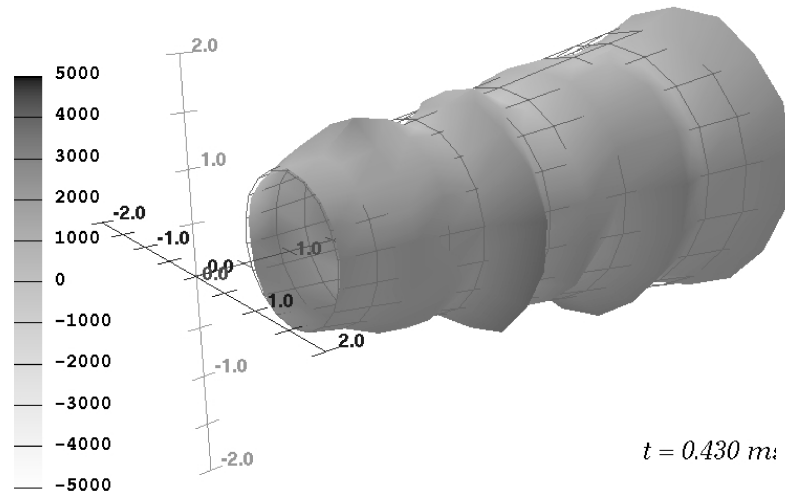


FIG. 6.71 – Représentation tridimensionnelle de la pression estimée par LSE spectrale sur la surface conique entourant le jet supersonique

d'estimation des pressions sur la surface conique, occasionnant des niveaux de fluctuations de vitesses estimées encore plus faibles. Il en résulte une structuration non clairement identifiable du champ de vitesses estimées. Une représentation sous forme de champ de vecteurs est donnée sur la figure 6.72. Deux instants consécutifs, correspondant à un déplacement de  $x/D=2$  d'une structure se déplaçant à la vitesse de convection de l'écoulement, sont reportés (en colonne) pour différentes positions angulaires (lignes). La distribution des pressions instantanées utilisées pour l'estimation des fluctuations de vitesse est également reportée sur chaque figure.

Le faible niveau des estimations de vitesses n'est pas le seul handicap auquel se heurte l'application tridimensionnelle de la LSE. En effet, un phénomène de non continuité spatiale des estimations apparaît. Pas forcément perceptible dans les représentations sur forme de champ de vecteurs, ce phénomène est clairement mise en évidence en considérant les iso-surfaces de vitesses radiales qui apparaissent alors "feuilletées". Une telle représentation est donnée en figure 6.73 pour l'estimation tridimensionnelle de cette composante de vitesse sur la section  $x/D=3$  du jet. Ce type de représentation est généralement employé en vue de révéler les structures tourbillonnaires de l'écoulement. Pour cela, les données sont tracées dans un repère convecté avec celui-ci.

Cet effet remet en cause soit la qualité des mesures utilisées pour réaliser ces estimations, soit l'application même de cette approche à une configuration supersonique. En effet, cette approche a montré de bons résultats en configuration subsonique (Picard [162], Ricaud [171]). Or, contrairement à ces configurations, le champ proche de pression du jet supersonique étudié ici est majoritairement de nature propagative. Ce résultat tend à démontrer que les structures cohérentes de la couche de mélange de ce jet ne sont pas la source principale de son rayonnement acoustique.

Il est également à noter qu'afin d'améliorer ces estimations de fluctuations de vitesse et d'augmenter le niveau énergie restituée, une approche par LSE spectrale a été tentée. Le gain apporté par cette méthode a pu être démontrée dans les procédures d'estimations de pression sur les surfaces cylindrique et conique entourant le jet, aussi bien subsonique que supersonique. Ce gain est non négligeable et cette méthode pourrait également s'avérer être bénéfique dans le cadre des estimations de vitesses. En effet, l'étendue spatiale des forts niveaux de corrélation pression-vitesse à retard nul est restreinte. Cela implique que peu de signaux de pression

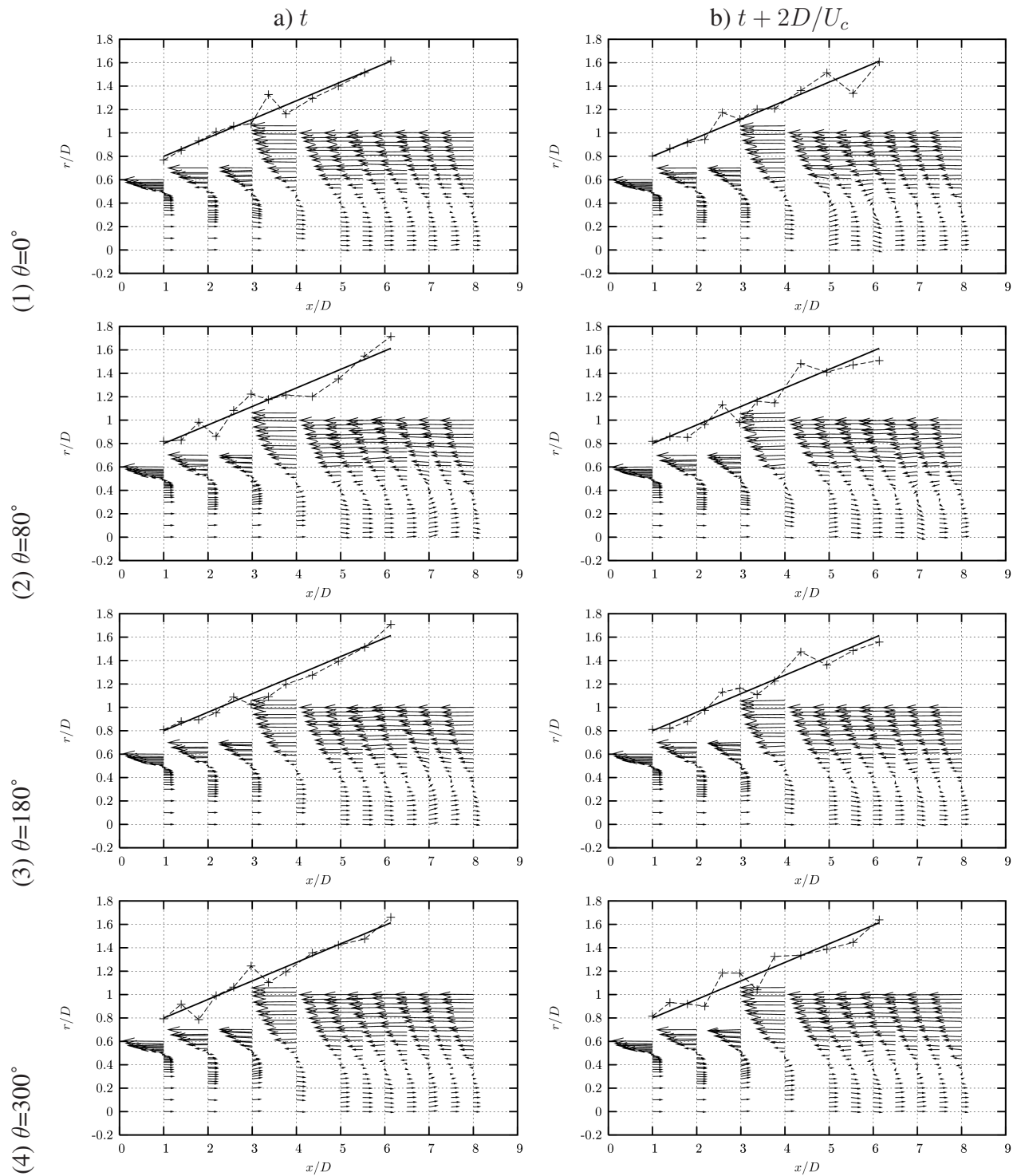


FIG. 6.72 – Champ de vecteurs des vitesses estimées par LSE temporelle à partir des estimations de pression champ proche en plusieurs positions angulaires (lignes 1 à 4), jet  $M_j=1,4$

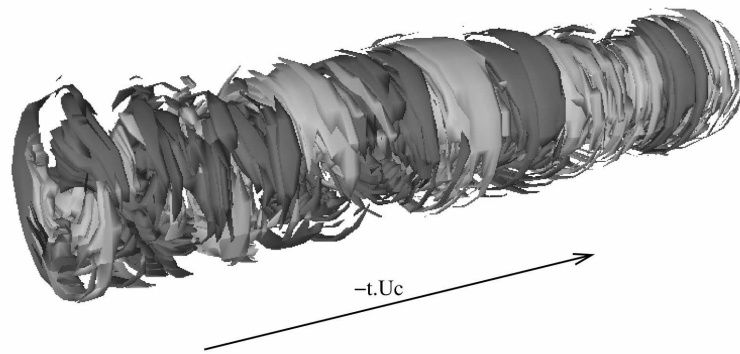


FIG. 6.73 – Représentation tridimensionnelle dans un repère convecté avec l'écoulement d'is-surfaces positive et négative de la vitesse radiale estimée par LSE temporelle en  $x/D=3$  à partir des pressions champ proche, jet  $M_j=1,4$

contribuent significativement à l'estimation par LSE temporelle des fluctuations de vitesse en un point. Or, le caractère convectif et/ou propagatif du champ de pression proche fait que, pour un retard donné, chaque mesure de pression peut apporter une contribution à cette estimation (niveau de corrélation élevé pour un retard temporel donné lié à la distance séparant le point d'estimation du signal conditionneur et de la vitesse de convection/propagation des perturbations). Les corrélations pression-vitesse, voir fig. 6.67, montrent par ailleurs que chaque microphone peut apporter des contributions d'échelles temporelles différentes à l'estimation des vitesses en un point (augmentation des échelles temporelles avec la position longitudinale).

Toutefois, l'expérience déjà acquise sur l'emploi de cette technique dans des configurations relativement assez complexes a montré sa sensibilité à l'égard des données utilisées. Ce caractère est particulièrement ressenti lorsque les données sont issues de la combinaison de plusieurs essais expérimentaux. Cela a par ailleurs imposé le développement et l'application d'une procédure de renormalisation des données dans le cadre de l'estimation des pressions sur la surface conique entourant le jet subsonique (voir §3.4).

Les tests d'estimation du champ de vitesse réalisés avec la LSE spectrale ont montré des résultats probants. Toutefois, bien que théoriquement rien ne s'oppose à l'application de cette méthode, des erreurs très importantes ont été obtenues en certains points d'estimation. La cause de ces erreurs n'ayant pu être identifiée, ces résultats ne sont pas présentés ici.

### 6.6.3 Conclusions

Dans cette étude du champ de pression proche d'un jet supersonique, la relation entre ce champ et le champ de vitesse de l'écoulement a été examiné d'un point de vue stochastique. A cette fin, des mesures de pression et de vitesses synchrones ont été réalisées et les corrélations spatio-temporelles pression-vitesse ont été déterminées.

Celles-ci présentent des niveaux du même ordre de grandeur, bien que légèrement inférieurs, à ceux obtenus en configurations subsoniques. En revanche, leurs répartitions spatiales diffèrent fondamentalement. Ainsi, leur étendue est beaucoup plus faible et elles ne présentent pas de formation quadripolaire contrairement au jet subsonique. De plus, le champ de pression proche étant ici majoritairement de nature propagative, ce résultat tend à montrer que les structures cohérentes ne sont pas la principale origine de rayonnement acoustique de ce type de jet.



Cette conclusion est renforcée par l'estimation stochastique du champ de vitesse réalisée à partir des mesures de pression champ proche. En effet, celle-ci permet la restitution de structures tourbillonnaires au sein de la couche de mélange. Toutefois, le niveau des fluctuations obtenues est très faible, montrant, encore ici, la faible contribution de ces structures au champ de pression proche. De plus, les fluctuations de vitesse ainsi estimées présentent une discontinuité spatiale (apparence "feuilleté") laissant à présumer l'importance de la turbulence fine et/ou non cohérente de l'écoulement au champ de pression.

Ce résultat n'est pas en contradiction avec les propos de Tam [178] lorsque celui-ci affirme que le mécanisme de génération de bruit par les structures grandes échelles de la couche de mélange constitue la principale contribution au bruit de mélange du rayonnement acoustique des jets supersoniques mais plutôt avec sa définition des dites structures. En effet, celui-ci les associe aux ondes d'instabilités de la couche de mélange. Ces ondes contribuent peut être majoritairement au bruit de mélange, en particulier du côté hautes vitesses de la couche de mélange, mais certainement pas les structures tourbillonnaires qui s'étendent sur l'ensemble de la couche de mélange, y compris le côté des basses vitesses qui sont subsonique et pour lesquelles la théorie de *wavy wall* ne peut pas s'appliquer (voir 2.2.2.d).

## 6.7 Conclusions

Cette étude du champ de pression proche des jets a été étendue à une configuration supersonique. Des moyens technologiques et métrologiques importants ont été mis en œuvre afin de constituer une base de données expérimentales complète. Les champs de pression proche et semi-lointain ont été systématiquement explorés ainsi que le champ de vitesses instationnaires de l'écoulement.

Afin d'intégrer graduellement la complexité du rayonnement acoustique de ce type d'écoulement dans l'étude et d'éviter certaines composantes du bruit de jet supersonique, le choix d'un jet froid parfaitement adapté a été fait. Hélas, ce régime de fonctionnement de la tuyère n'a pu être parfaitement obtenu du fait de l'indisponibilité de banc de visualisations par ombroscopie (ou strioscopie) sur les installations expérimentales. Un bruit de choc non désiré est alors généré par l'écoulement.

De plus, une autre composante du bruit de jet supersonique non désirée apparaît. Plus problématique car plus importante en terme de niveaux acoustiques, celle-ci est liée à la vitesse de l'écoulement. En effet, la vitesse d'éjection a été choisie de sorte que la vitesse de convection des structures cohérentes soit proche mais inférieure à la célérité du son. Or, celle-ci s'est révélée être légèrement supérieure, occasionnant un rayonnement d'ondes de Mach.

Le champ de pression est alors fortement marqué par ces ondes de Mach. Celles-ci sont clairement identifiées par les premiers modes POD montrant leur importance et fort niveau de cohérence. Le bruit de mélange et la localisation de sa zone source sont également obtenue par cette analyse lorsque celle-ci est réalisée sur un domaine spatial se situant en dehors du cône de rayonnement des ondes de Mach (limité à  $\theta \approx 30^\circ$ ).

En champ proche, cette analyse montre le caractère propagatif des pressions, très probablement, mais peut être pas seulement, du fait de la présence d'ondes de Mach qui constituent une contribution acoustique dominante. Le bruit de choc est également mis en évidence par ce type d'analyse. Cette seconde composante du bruit de jet supersonique apparaît alors comme très cohérente dans l'ensemble de l'espace et comme se propageant dans la direction amont du jet.

L'analyse spectrale du champ de pression en cette zone montre l'invalidité du modèle développé par Arndt *et al.* [9] dans cette configuration. La présence d'ondes de choc en est certainement la raison. En effet, le caractère dominant de ces contributions en terme de niveau de pression interdit l'analyse de l'antagonisme existant entre les contributions propagatives et convectives, de niveau bien inférieur.

De ce fait, leurs interactions, identifiées en configuration subsonique, ne peuvent pas non plus être observées ici. De même, leur séparation par les modes POD ne peut s'opérer dans cette configuration.

Des estimations du champ de pression par LSE spectrale ont été réalisées sur des surfaces cylindrique et conique entourant le jet. Celles-ci ont permis l'estimation d'une majeure partie des fluctuations instantanées de pression avec respectivement plus de 50 et 75% de l'énergie estimée sur chacune d'elle à partir de seulement 5 et 10% de l'information issue de mesures expérimentales. Ces estimations sont moins performantes que celles réalisées dans le cadre du jet subsonique du fait de l'absence, ou du moins de la moindre importance, des contributions convectives au champ de pression proche. En effet, celles-ci assuraient le niveau élevé de ces estimations de part leur grande longueur de corrélation. Toutefois, plusieurs applications s'appuyant sur ces estimations ont pu être entreprises.

L'une de ces applications a trait au rayonnement acoustique du jet supersonique. Pour cela, une utilisation de la formulation intégrale de Kirchhoff, non usuelle car adoptée dans une configuration expérimentale, est réalisée. Celle-ci permet alors de calculer la propagation du champ de pression proche expérimentalement mesuré.

Bien que l'application expérimentale de cette méthode soit pénalisée par de nombreuses contraintes techniques, les résultats obtenus sont en bon accord avec les mesures effectuées en champ lointain. Ces contraintes conduisent toutefois à l'utilisation d'une surface de contrôle (i.e. répartition spatiale des pressions champ proche rayonnées) dont la géométrie ne permet pas l'obtention d'une directivité réaliste du jet (problème pour les faibles angles et donc pour les ondes de Mach) ainsi que pour les basses fréquences. De ce fait, cet outil n'a pas pu être employé pour calculer la propagation en champ lointain des contributions modales POD et/ou azimutales du champ de pression proche du jet.

Au cours de cette étude, les relations entre le champ de pression proche du jet et son champ de vitesse ont également été étudiées d'un point de vue stochastique. Ainsi des mesures synchrones de ces deux quantités ont été effectuées et utilisées pour en déterminer les corrélations spatio-temporelles. L'analyse de ces corrélations a été peut être retrouvée dans Coiffet *et al.* [44].

Une estimation stochastique du champ de vitesses instantanées à partir de mesures de pression en champ proche à ainsi pu être mise en œuvre dans une configuration bidimensionnelle puis tridimensionnelle.

L'ensemble des résultats obtenus montre alors que, contrairement au cas de la configuration subsonique, les structures cohérentes de la couche de mélange du jet ne sont que peu impliquées dans la génération des pressions champ proche. De plus, celles-ci étant principalement de nature propagative, dominées par le rayonnement des ondes de Mach, ce résultat implique que la contribution dite de turbulence grande échelle au bruit de mélange des jets supersoniques n'est pas induite par ces structures tourbillonnaires.



# **Chapitre 7**

## **Conclusions et Perspectives**



# Chapitre 7

## Conclusions et Perspectives

### Conclusions

L'étude présentée s'est intéressée à l'analyse et à la caractérisation du champ de pression proche des jets axisymétriques turbulents dont la définition n'est encore aujourd'hui que partielle. L'un des nombreux intérêts de cette zone réside dans la possibilité d'étudier les mécanismes même de génération de bruit, permettant de s'intéresser à la fois au champ de pression acoustique rayonné mais aussi à la dynamique interne de l'écoulement. Cette étude a fait suite à de précédentes études réalisées au Laboratoire d'Études Aérodynamiques. Deux volets ont été donc abordés. L'un porte sur le prolongement de ces études en considérant les contributions azimutales dans l'analyse du champ de pression proche d'un jet subsonique de nombre de Mach  $M_j=0,3$ . L'autre consiste en une extension des approches développées et menées sur une configuration de jet supersonique, plus complexe et plus proche des préoccupations industrielles.

Au jour d'aujourd'hui, il n'existe pas de définition unanime du champ de pression proche. Sa dualité rend la caractérisation de ses propriétés délicate et la définition de sa frontière dépendante du point de vue adopté. La définition la plus précise de cette dernière est due aux travaux de Arndt *et al.* [9]. Basée sur l'égalité énergétique des contributions hydrodynamique et acoustique du champ de pression, ils montrent que celle-ci est non seulement dépendante de la distance à l'écoulement mais également du nombre d'onde considéré. En définissant une loi d'évolution spatio-fréquentielle des contributions hydrodynamique et acoustique du champ de pression proche d'un jet subsonique, ils observent expérimentalement que la distinction entre champ proche et champ lointain s'opère pour une valeur de l'ordre de  $kr=2$ . Cette valeur a pu être précisée au cours de la présente étude par la mise en évidence d'un phénomène d'interactions fortes existant entre les composantes de pression en champ proche. Se manifestant par une perte de cohérence, ce phénomène se produit à une valeur de  $kr=1,3$  pour laquelle les contributions de pression sont de même niveau énergétique et en opposition de phase. Un modèle définissant la position spatio-fréquentielle de ces interactions est proposé. Ce phénomène présente un caractère déterministe marqué, faisant intervenir les dimensions spatiale et temporelle caractéristiques de l'écoulement. Il est également montré que la séparation entre les champs proche et lointain se comporte différemment en fonction des modes azimutaux considérés. Ainsi, le mode axisymétrique présente les caractéristiques de contributions hydrodynamiques dominantes avec des niveaux élevés et de longues échelles de cohérence spatiale en basses fréquences. Le mode antisymétrique révèle la présence des deux contributions et de leurs interactions alors que les modes azimutaux d'ordre plus élevé sont dominés par des contributions de nature acoustique.

L'analyse par décomposition orthogonale du champ de pression proche du jet subsonique a également été menée. Suite à une analyse monodimensionnelle réalisée dans le domaine spec-

tral sur une distribution de pression longeant l'écoulement, permettant de retrouver et discuter les résultats d'études antérieures, cette analyse a été étendue à une configuration bidimensionnelle permettant la prise en compte des contributions azimutales du champ de pression. Ce type d'analyse permet l'extraction de fonctions intrinsèques du jeu de données analysées. De ce fait, deux distributions distinctes ont été exploitées. La première est de forme conique, entourant le jet en suivant son expansion. La seconde distribution analysée est de type cylindrique avec une génératrice parallèle à l'axe du jet.

Après une analyse de Fourier de ces distributions de pression, montrant le caractère dominant des modes azimutaux axisymétrique et antisymétrique, l'étude systématique des valeurs propres et vecteurs propres a été réalisée dans le domaine spectral, indépendamment pour chaque mode azimutal. Celle-ci révèle un comportement relativement assez similaire sur l'ensemble des modes azimutaux, semblable à celui de l'analyse monodimensionnelle dans le sens où une distinction entre les basses et hautes fréquences est clairement identifiée en terme de convergence des valeurs propres. Les basses fréquences, dominées par des perturbations de nature hydrodynamique associées aux structures cohérentes de l'écoulement, présentent un degré de structuration très élevé contrairement aux contributions hautes fréquences, dominées par des perturbations de nature acoustique. L'interface entre ces deux domaines est le siège de mécanismes complexes qui se traduisent par un pic de moindre convergence. Il a pu être noté que ce pic est plus large bande sur la configuration conique que sur la configuration cylindrique, montrant la dépendance linéaire entre la position radiale et la fréquence de séparation des domaines de champ proche et lointain. Quelques différences apparaissent toutefois entre les modes azimutaux. En particulier, pour la signature de la séparation champ proche/champ lointain, dont la fréquence diminue avec l'ordre du mode azimutal. Cet effet est probablement induit par la diminution du niveau des contributions hydrodynamiques basses fréquences dont le degré de structuration diminue également avec l'ordre azimutal. D'un point de vue plus global, considérant le domaine fréquentiel complet, les modes azimutaux axisymétrique et antisymétrique apparaissent plus structurés que les modes azimutaux d'ordre plus élevé, présentant une convergence plus rapide des valeurs propres. Toutefois, un pic de forte convergence apparaît pour un nombre de Strouhal de  $St_D=0,5$  sur le mode azimutal d'ordre 5. Bien que le niveau énergétique des contributions de pression de ce mode ne soit pas élevé, l'analyse POD permet d'identifier ces perturbations qui correspondent à la signature d'un mode d'excitation privilégié de l'écoulement.

Une dépendance au mode azimutal considéré est également observé dans la répartition spatio-fréquentielle de l'énergie associée aux modes POD. Ainsi, sur l'ensemble des modes POD, les vecteurs propres montrent un caractère local avec une diminution de la fréquence du maximum local avec l'augmentation de la position. Toutefois, alors que l'on s'attendrait à trouver une remontée vers la section d'éjection du jet du maximum des modes POD avec l'augmentation du mode azimutal (évolution de la structuration secondaire d'un mode d'ordre 6 à 2 de la sortie de la tuyère à la fin du cône potentiel), le phénomène inverse est observé. Ainsi, plus l'ordre azimutal est élevé, plus le maximum des modes POD se situe en aval.

D'autres caractéristiques intéressantes ont également pu être extraites de ces analyses POD. Un filtrage POD a permis de retrouver l'augmentation des échelles temporelles de ces contributions modales instantanées de pression avec la position longitudinale. De plus, les événements ainsi extraits présentent des vitesses de phase différentes en fonction du mode POD considéré. Dans le cadre de la configuration conique, l'analyse des coefficients de corrélation spatio-temporelle des contributions modales POD a pu montrer que les deux premiers modes POD des modes axisymétrique et antisymétrique sont caractérisés par une vitesse de phase correspondant à la vitesse de convection des structures cohérentes de l'écoulement. Leurs contributions modales POD d'ordre 3 et 4 présentent quant à elles une vitesse 5 fois supérieure, correspondant à la célérité du son. Ce résultat montre la capacité de la décomposition orthogonale à extraire les

contributions de nature différente du champ de pression proche du jet.

Dans le but de se rapprocher des configurations de jets complexes d'intérêts industriels, ces analyses ont été étendues à un jet supersonique. Une base de données expérimentales a été construite. Elle comprend aussi bien des mesures acoustiques en champ semi-lointain que des mesures de pression en champ proche en amont et en aval de la section d'éjection ainsi que sur la circonférence du jet. Des mesures de vitesses stationnaires (sonde triple) et instationnaires (LDV) ont également été réalisées couvrant un plan de la zone source.

Les caractéristiques du jet ont été choisies de manière à intégrer progressivement la complexité de ce type d'écoulement en intégrant les effets de compressibilité sur le bruit de mélange tout en évitant les autres composantes du rayonnement acoustique des jets supersoniques.

Malheureusement, les qualifications du jet étudié, tant aérodynamiques qu'acoustiques, ont révélé une légère non adaptation entraînant la formation de cellules de chocs, et mis en évidence la génération du bruit large bande associée à ces formations. Une vitesse de convection supérieure à la célérité du son est également obtenue, occasionnant un rayonnement d'onde de Mach. Ces contributions acoustiques s'ajoutent au bruit de mélange et rendent les analyses, et en particulier les comparaisons à la configuration subsonique, plus complexes.

Les ondes de Mach sont de niveau élevé. Issues de la convection supersonique des ondes d'instabilités de la zone de cisaillement du jet, elles sont très cohérentes et parfaitement identifiées par les premiers modes POD en champ semi-lointain. Leur caractère dominant empêche l'utilisation de la POD à des fins de localisation des sources du bruit de mélange. Toutefois, des résultats similaires à ceux de la configuration subsonique sont obtenus en champ lointain, suffisamment éloigné de l'écoulement pour être exempt de ces contributions acoustiques de forte directivité ( $\approx 30^\circ$ ).

En champ proche du jet, contrairement à la configuration subsonique, ce sont des contributions de pression de nature propagative qui sont montrées par l'analyse POD comme étant dominantes. Il est alors délicat de déterminer s'il s'agit des ondes de Mach ou du bruit de mélange. Toutefois, celles-ci se propagent dans la direction amont de l'écoulement ce qui tendrait à invalider la première possibilité.

On retiendra également que le modèle de Arndt *et al.* [9] d'évolution des spectres de pression en champ proche n'est pas validé sur cette configuration et que le phénomène d'interaction entre les contributions de pression n'est pas retrouvé. Ceci peut être dû aux contributions supplémentaires du rayonnement acoustique de ce jet (ondes de Mach) dont les fréquences caractéristiques correspondent à celles des contributions hydrodynamiques, correspondant également aux fréquences auxquelles ces phénomènes pourraient être observables sur cette configuration.

Deux autres approches ont alors été abordées dans l'exploitation des mesures de pression champ proche de ce jet supersonique. La première s'est intéressée à la détermination du rayonnement acoustique lointain du jet par le calcul de la propagation des pressions champ proche. Une formulation intégrale de Kirchhoff est mise en œuvre. Elle donne des résultats mitigés avec des niveaux RMS proche des niveaux mesurés mais en une section angulaire réduite (autour de  $90^\circ$ ). Les répartitions spectrales d'énergie obtenues diffèrent également des mesures, principalement pour les basses fréquences du fait de la géométrie de la distribution des mesures utilisée. Celle-ci est fortement contrainte par l'application expérimentale de cette méthode de calcul. Cette application est toutefois prometteuse pour l'estimation des niveaux acoustiques rayonnés ainsi que dans une optique d'étude de l'influence des diverses contributions, par exemple POD, du champ de pression proche sur le champ lointain rayonné.

La seconde application entreprise a trait à l'étude des sources aéroacoustiques du jet ainsi qu'à l'étude de sa structuration cohérente et de l'importance de celle-ci dans les mécanismes de génération de bruit. Pour cela, une estimation du champ de vitesse instantanée de cet écoulement a été réalisée à partir de mesures de pression champ proche. Cette extension à une configura-

tion supersonique de l'approche développée en subsonique est abordé ici en trois dimensions, prenant en compte les contributions azimutales du champ de pression. Bien que les niveaux de corrélation pression/vitesse soient du même ordre de grandeur qu'en configuration subsonique, le niveau de fluctuation des vitesses estimées est plus faible. De plus, elles présentent un degré de cohérence limité permettant à peine la distinction de formation privilégiée. Aucune information pertinente n'a pu être obtenue quant à la forme et l'évolution des structures cohérentes de l'écoulement. Ce résultat est dû au faible niveau des contributions hydrodynamiques du champ de pression proche dans cette configuration. Ces estimations du champ de vitesse sont alors majoritairement obtenues à partir de pressions de nature acoustique, minimisant de ce fait le rôle des structures cohérentes du jet dans le mécanisme de génération acoustique.

## Perspectives

Afin de poursuivre la caractérisation du champ de pression proche des jets, l'extension des analyses proposées ici à une configuration de jet transonique peut être envisagée.

Elle permettrait la validation de la définition de la valeur de  $kr=1,3$  comme frontière du champ proche ainsi que la validation du modèle d'interaction hydrodynamique/acoustique proposé. Par ailleurs, ce modèle pourrait être amélioré en intégrant le phénomène d'entraînement dans l'expression de la phase hydrodynamique.

De même, la prise en compte de modes azimutaux du champ de pression dans les analyses POD doit être conservée. Celle-ci doit être réalisée sur une configuration de type conique. En effet, celle-ci est optimale car elle permet de conserver le caractère local des mesures pressions assurant ainsi la "capture" des événements cohérents de l'écoulement.

Plusieurs approches peuvent alors être envisagées. Ainsi, cette configuration peut être couplée à des mesures de vitesse synchrone pour poursuivre l'étude de la structuration tridimensionnelle du jet par le biais de l'estimation stochastique dans la formulation spectrale proposée ici.

Ce type d'approche peut également être étendue à l'analyse de l'influence de cette structuration sur le champ acoustique. Deux voies peuvent alors être envisagées. La première peut être basée sur une approche de type propagation par formulation de Kirchhoff dont le potentiel a pu être démontré. Une seconde approche pourrait s'appuyer sur des mesures synchrones pression champ proche/pression champ lointain. L'analyse de celles-ci pourrait permettre d'étudier le lien entre ces pressions par le biais de leur corrélation et de l'estimation stochastique. Un intérêt particulier devrait être porté aux contributions basses fréquences. Celles-ci étant dominées par des contributions de type hydrodynamique, induite par les structures cohérentes de l'écoulement, nous avons là un moyen direct d'étudier la contribution de ces dernières au rayonnement acoustique du jet.

Finalement, la séparation des contributions de pression doit être poursuivie. Celle-ci peut être également associée aux deux approches précédentes en vue de poursuivre l'investigation des mécanismes de génération aéroacoustique par les écoulements cisailés turbulents.

## Bibliographie

- [1] ADRIAN, R. J. On the role of conditionnal averages in turbulence theory. In *Turbulence in liquids* (Princeton, NJ, 1977), Science Press, pp. 323–332.
- [2] ADRIAN, R. J. Conditional eddies in isotropic turbulence. *Phys. Fluids* 22, 11 (1979), 2065–2070.
- [3] ADRIAN, R. J. Stochastic estimation of conditional structure : a review. *Applied Scientific Research* 53 (1994), 291–303.
- [4] AGÜÍ, J. C., AND HESSELINK, L. Flow visualization and numerical analysis of a coflowing jet : a three-dimensional approach. *J. Fluid Mech.* 191 (1988), 19–45.
- [5] ALBRECHT, H.-E., DAMASCHKE, N., BORYS, M., AND TROPEA, C. *Laser Doppler and Phase Doppler Measurement Techniques*. Springer, 2003.
- [6] ANDERSON, J. D. *Modern compressible flow, with historical perspective*. McGraw-Hill, New York, 1982.
- [7] ANTONIA, R. A. Conditional sampling in turbulence measurement. *Ann. Rev. Fluid Mech.* 13 (1981), 131–156.
- [8] ARMSTRONG, R. R., MICHALKE, A., AND FUCHS, H. V. Coherent structures in jet turbulence and noise. *AIAA Journal* 15, 7 (1977), 1011–1017.
- [9] ARNDT, R. E. A., LONG, D. F., AND GLAUSER, M. N. The proper orthogonal decomposition of pressure fluctuations surrounding a turbulent jet. *J. Fluid Mech.* 340 (1997), 1–33.
- [10] AUBRY, N., GUYONNET, R., AND LIMA, R. Spatio-temporal analysis of complex signals : theory and applications. *J. Stat. Physics* 64 (1991), 683–739.
- [11] AUBRY, N., HOLMES, P., LUMLEY, J. L., AND STONE, E. The dynamics of coherent structures in the wall region of a turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.* (1988).
- [12] BAILLY, C. *Modélisation du rayonnement acoustique des écoulements turbulents libres subsoniques et supersoniques*. PhD thesis, École Centrale de Paris, 1994.
- [13] BARNDORF-NIELSEN, O. Models for non-gaussian variation, with applications turbulence. *Proc. R. Soc. London, serie A* 368 (1979), 501–520.
- [14] BARNETT, D. O., AND BENTLEY, H. T. Statistical bias of individual realisation laser velocimeter. In *Second Int. Workshop on laser velocimetry* (1974), P. Univ., Ed., pp. 428–440.
- [15] BASSETTI, A., FISHER, M. J., AND MORFEY, C. L. A semi-empirical model for jet noise prediction in the geometric near field. *AIAA paper* 2831 (2004).
- [16] BÉCHARA, W., LAFON, P., BAILLY, C., AND CANDEL, S. Application of a  $k - \epsilon$  turbulence model to the prediction of noise for simple and coaxial free jets. *J. Acoust. Soc. Am.* 97, 6 (1995), 3518–3531.
- [17] BELLAUD, S. *Mesures et analyses détaillées des champs turbulents en couches de mélange annulaires supersoniques*. PhD thesis, Université de Poitiers, 1999.



- [18] BENDAT, J. S., AND PIERSOL, A. G. *Random Data : Analysis and Measurement Procedures, 2nd Edition*. Wiley-intersciences, New-York, 1986.
- [19] BERGÉ, P., POMMEAU, Y., AND VIDAL, C. *Ordre dans le chaos, vers une approche déterministe de la turbulence*. Hermann, éditeurs des sciences et des arts, 1988.
- [20] BERKOOZ, G., HOLMES, P., AND LUMLEY, J. L. The proper orthogonal decomposition in the analysis of turbulent flows. *Ann. Rev. Fluid Mech.* 25 (1993), 539–575.
- [21] BERNAL, L. P., AND ROSHKO, A. Streamwise vortex structure in plane mixing layers. *J. Fluid Mech.* 170 (1986), 499–525.
- [22] BLAKE, W. K. *Mechanics of flow-induced sound and vibration, Volume 1 : General concepts and elementary sources*, vol. 17-I. Academic Press, 1986.
- [23] BOGEY, C., BAILLY, C., AND JUVÉ, D. Computation of the sound radiated by a 3-d jet using large eddy simulation. *AIAA paper*, 2001-2009 (2001).
- [24] BOGEY, C., BAILLY, C., AND JUVÉ, D. Computation of flow noise using source terms in linearized euler's equations. *AIAA journal* 40, 2 (2002), 235–243.
- [25] BONNET, J.-P., COLE, D. R., DELVILLE, J., GLAUSER, M. N., AND UKEILEY, L. Stochastic estimation and proper orthogonal decomposition : complementary techniques for identifying structure. *Exp. Fluids* 17 (1994), 307–314.
- [26] BONNET, J.-P., AND DELVILLE, J. General concepts on structure identification. In *Eddy structure identification* (1996), J.-P. Bonnet, Ed., Springer-Verlag, pp. 1–60.
- [27] BONNET, J.-P., DELVILLE, J., GLAUSER, M. N., ANTONIA, R. A., BISSET, D. K., COLE, D. R., FIEDLER, H. E., GAREM, J. H., HILBERG, D., JEONG, J., KEVLAHAN, N. K., UKEILEY, L. S., AND VINCENDEAU, E. Collaborative testing of eddy structure identification methods in free turbulent shear flows. *Exp. Fluids* 25 (1998), 197–225.
- [28] BORÉE, J. Extended proper orthogonal decomposition : a tool to analyse correlated events in turbulent flows. *Exp. Fluids* 35 (2003), 188–192.
- [29] BRADSHAW, P. Irrotational fluctuation near a turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.* 27, 2 (1967), 209–230.
- [30] BRADSHAW, P., FERRISS, D. H., AND JOHNSON, R. F. Turbulence in the noise-producing region of a circular jet. *J. Fluid Mech.* 19, 4 (1964), 591–624.
- [31] BRAUD, C. *Étude de la dynamique d'un écoulement à cisaillements croisés : Interaction couche de mélange - Sillage*. PhD thesis, Université de Poitiers, 2003.
- [32] BRERETON, G. J. Stochastic estimation as a statistical tool for approximating turbulent conditional averages. *Phys. Fluids A* (1992).
- [33] BROWN, G. L., AND ROSHKO, A. On density effects and large structures in turbulent mixing layers. *J. Fluid Mech.* 64, 4 (1974), 775–816.
- [34] BRUNEAU, M. *Manuel d'acoustique fondamentale*. Hermes Science Publications, Paris, 1998.
- [35] BRYER, D. W., AND PANKHURST, R. C. *Pressure-probe methods for determining wind speed and flow direction*. National Physical Laboratory, London, 1971.
- [36] BUCHHAVE, P., GEORGE, W. K., AND LUMLEY, J. L. The measurement of turbulence with the laser-doppler anemometer. *Ann. Rev. Fluid Mech.* 11 (1979), 443–503. still useful for basic theory 15 years later.
- [37] CANDEL, S. Une analyse du champ acoustique rayonné par le lanceur ariane 1 au décollage. *La Recherche Aérospatiale* 6 (1983), 395–411.

- [38] CHAMBRES, O. *Analyse expérimentale de la modélisation de la turbulence en couche de mélange supersonique*. PhD thesis, Université de Poitiers, 1997.
- [39] CHAN, Y. Y. Wavelike eddies in a turbulent jet. *AIAA journal* 15, 7 (1977), 992–1001.
- [40] CITRINITI, J. H., AND GEORGE, W. K. Reconstruction of the global velocity field in the axisymmetric mixing layer utilizing the proper orthogonal decomposition. *J. Fluid Mech.* 418 (2000), 137–166.
- [41] COIFFET, F. Génération de conditions amonts. Master's thesis, Université de Poitiers, 2002.
- [42] COIFFET, F., DELVILLE, J., AND LAMBALLAIS, E. Dns/lse of a turbulent mixing layer using instantaneous experimental data as inflow conditions. In *Advances in turbulence IX* (2002), I. Castro, P. Hancock, and T. Thomas, Eds., CIMNE.
- [43] COIFFET, F., DELVILLE, J., RICAUD, F., AND VALIÈRE, J.-C. Near field pressure of subsonic free jet, estimation and separation of hydrodynamic and acoustic components. In *Advances in Turbulence X* (2004), H. Andersson and P.-A. Krogstad, Eds., CIMNE.
- [44] COIFFET, F., FOURMENT, C., BRAUD, P., DELVILLE, J., AND JORDAN, P. Correlation of the near-field pressure with mixing layer velocity in a supersonic jet. In *Mechanics of the 21st Century, proceeding of the 21th International Congress of Theoretical and Applied Mechanics* (2004), W. Gutkowski and T. A. Kowaleski, Eds., Springer, Dordrecht, The Netherlands.
- [45] COIFFET, F., JORDAN, P., DELVILLE, J., GERVAIS, Y., AND RICAUD, F. Coherent structures in subsonic jets : a quasi-irrotational source mechanism ? *Int. J. Aeroacoustics* 5, 1 (2006), 67–89.
- [46] COLLIN, E. *Etude de l'injection radiale de fluide dans une couche de mélange annulaire supersonique : Application à l'augmentation du mélange*. PhD thesis, Université de Poitiers, 2001.
- [47] COLONIUS, T., LELE, S. K., AND MOIN, P. Sound generation in a mixing layer. *J. Fluid Mech.* 330 (1997), 375–409.
- [48] CRAIG, R. R., NEJAD, A. S., HAHN, E. Y., AND SCHWARTZKOPF, K. G. Approach for obtaining unbiased laser doppler velocimetry data in highly turbulent flows. *J. Prop. Power* 2, 6 (1986), 541–545.
- [49] CRIGHTON, D. G. Basic principles of aerodynamic noise generation. *Prog. Aerospace Sci.* 16, 1 (1975), 31–96.
- [50] CROW, S. C., AND CHAMPAGNE, F. H. Orderly structure in jet turbulence. *J. Fluid Mech.* 48, 3 (1971), 547–591.
- [51] DAHAN, C. *Contribution à l'étude de l'émission acoustique des structures cohérentes dans un jet turbulent*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, Paris 6, 1976.
- [52] DAVIES, P. O. A. L., FISHER, M. J., AND BARRATT, M. J. The characteristics of the turbulence in the mixing region of a round jet. *J. Fluid Mech.* 15, 3 (1963), 337–367.
- [53] DELVILLE, J. *La décomposition orthogonale aux valeurs propres et l'analyse de l'organisation tridimensionnelle des écoulements turbulents cisailés libre*. PhD thesis, Université de Poitiers, 1995.
- [54] DOAK, P. E. Analysis of internal generated sound in continuous material : 2. a critical review of the conceptual adequacy and physical scope of existing theories of aerodynamic noise, with special reference to supersonic jet noise. *J. Sound Vib.* 25, 2 (1972), 263–335.

- [55] DRUAULT, P. *Développement d'interface expérience/simulation. Application à l'écoulement de couche de mélange plane turbulente*. PhD thesis, Université de Poitiers, 1999.
- [56] DRUAULT, P., LARDEAU, S., BONNET, J.-P., COIFFET, F., DELVILLE, J., LAMBALLAIS, E., LARGEAU, J.-F., AND PERRET, L. Generation of three-dimensional turbulent inlet conditions for large-eddy simulation. *AIAA Journal* 42, 3 (2004), 447–456.
- [57] DRUAULT, P., LARGEAU, J.-F., COIFFET, F., DELVILLE, J., BONNET, J.-P., AND LARDEAU, S. Numerical investigations of turbulent inflow condition generation for les. *J. Fluids Eng.* 127, 5 (2005), 945–948.
- [58] DRUAULT, P., LARGEAU, J.-F., COIFFET, F., LARDEAU, S., AND BONNET, J.-P. Numerical validation of a new methodology for the generation of realistic turbulent inflow conditions for les. *ASME Heat Transfer/Fluids Engineering Summer Conference*, paper HT-FED2004-56165 (2004).
- [59] DURST, F., MELLING, A., AND WHITELAW, J. H. *Principles and practice of laser-Doppler anemometry*. New York : Academic Press, London, 1976.
- [60] EDWARDS, R. V. Report of the special panel on statistical particle bias problems in laser anemometry. *J. Fluids Eng.* 109 (1987), 89–93.
- [61] EDWARDS, R. V., AND JENSEN, A. S. Particle-sampling statistics in laser anemometers : sample-and-hold systems and saturable systems. *J. Fluid Mech.* 133 (1983), 397–411.
- [62] EWING, D., AND CITRINITI, J. H. Examination of a lse/pod complementary technique using single and multi-time information in the axisymmetric shear layer. In *Iutam symposium on simulation and identification of organized structures in flows* (Dordrecht, Apr. 1999), J. Soresen, E. Hopfinger, and N. Aubry, Eds., Kluwer Academic Press, pp. Chap. 9 : POD, LSE and Other Techniques. IUTAM symposium held in Lynby, Denmark, 25-29 may 1997.
- [63] FARGE, M. Wavelet transforms and their applications to turbulence. *Ann. Rev. Fluid Mech.* 24 (1992), 395–457.
- [64] FLOWCS-WILLIAMS, J. E. The noise from turbulence convected at high speed. *Phil. Trans. Roy. Soc.* 255 (1963), 496–503.
- [65] FIEDLER, H. E. Coherent structures. In *Advances in turbulence* (1986), G. Comte-Bellot and J. Mathieu, Eds., First European Turbulence Conference, Springer-Verlag, pp. 320–336.
- [66] FOURGUETTE, D. C., MUNGAL, M. G., AND DIBBL, R. W. Time evolution of the shear layer of a supersonic axisymmetric jet. *AIAA journal* 29, 7 (1991), 1123–1130.
- [67] FRANCK, K. *Caractérisation statistique des sources aéroacoustiques en jets supersoniques par vélocimétrie laser à effet Doppler : application à la prédiction du bruit de jet*. PhD thesis, Université de Poitiers, 2002.
- [68] FREUND, J. ., AND COLONIUS, T. Pod analysis of sound generation by a turbulent jet. *AIAA paper 2002-0072* (2002).
- [69] FREUND, J. B. Acoustic sources in a turbulent jet : a direct numerical simulation study. *AIAA paper* (1999).
- [70] FREUND, J. B. Noise sources in a low-reynolds-number turbulent jet at mach 0.9. *J. Fluid Mech.* 438 (2001), 277–305.
- [71] FREUND, J. B., LELE, S. K., AND MOIN, P. Calculation of the radiated sound field using an open kirchhoff surface. *AIAA paper 95-061* (1995).

- [72] FREUND, J. B., LELE, S. K., AND MOIN, P. Direct simulation of a mach 1.92 jet and its sound field. *AIAA Paper*, 98-2291 (1998).
- [73] FUCHS, H. V., AND MICHEL, U. Experimental evidence of turbulent source coherence affecting jet noise. *AIAA journal* 16, 9 (1978), 871–872.
- [74] FUNG, Y. T., LIU, C. H., AND GUNZBURGER, M. D. Simulation of the pressure field near a jet by randomly distributed vortex rings. *AIAA Journal* 17, 6 (1979), 553–557.
- [75] GAMARD, S. *The axisymmetric turbulent jet*. PhD thesis, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden, 2002.
- [76] GAMARD, S., GEORGE, W. K., JUNG, D., AND WOODWARD, S. Application of a "slice" proper orthogonal decomposition to the far field of an axisymmetric turbulent jet. *Phys. Fluids* 14, 7 (2002), 2515–2522.
- [77] GAMARD, S., JUNG, D., AND GEORGE, W. K. Downstream evolution of the most energetic modes in a turbulent axisymmetric jet at high reynolds number. part 2. the far-field region. *J. Fluid Mech.* 514 (2004), 205–230.
- [78] GEORGE, W. K. The self-preservation of turbulent flow and its relation to initial conditions and coherent structures. In *Advances in Turbulence* (1989), W. George and R. Arndt, Eds., New York : Hemisphere Pub. Corp., pp. 39–73.
- [79] GEORGE, W. K., BEUTHER, P. D., AND ARNDT, R. E. A. Pressure spectra in turbulent free shear flows. *J. Fluid Mech.* 148 (1984), 155–191.
- [80] GIVOLI, D. Non-reflecting boundary conditions. *J. Comput. Phys.* 94 (1991), 1–29.
- [81] GLAUSER, M. N. *Coherent Structures in the axisymmetric turbulent jet mixing layer*. PhD thesis, University of Buffalo, USA, 1987.
- [82] GLAUSER, M. N., LIEB, S. J., AND GEORGE, W. K. Coherent structures in the axisymmetric jet mixing layer. In *International Symposium on Turbulent Shear Flows (5th : 1985 : Cornell University)* (1987), F. et al., Durst, Ed., Berlin ; New York : Springer-Verlag.
- [83] GOEBEL, S. G., AND DUTTON, J. C. Experimental study of compressible turbulent mixing layers. *AIAA Journal* 29, 4 (1991), 538–546.
- [84] GOLANSKI, F. *Méthode hybride pour le calcul de rayonnement acoustique d'écoulement anisothermes à faibles nombres de Mach*. PhD thesis, Université de Poitiers, 2004.
- [85] GOLDSTEIN, M. E. *Aeroacoustics*. Mc Graw-Hill Int. Book Company, New York, 1976.
- [86] GRUBER, M. R., MESSERSMITH, N. L., AND DUTTON, J. C. Three-dimensionnal velocity field in a compressible mixing layers. *AIAA journal* 31, 11 (1993), 2061–2067.
- [87] GUEZENNEC, Y. G. Stochastic estimation of coherent structures in turbulent boundary layers. *Phys. Fluids A* 1, 6 (1989), 1054–1060.
- [88] HARPER-BOURNE, M. Jet near-field noise prediction. *AIAA paper* 99-1838 (1999).
- [89] HARPER-BOURNE, M. On modelling the near-field noise of the High-speed jet exhausts of combat aircraft. *AIAA paper* 2002-2424 (2002).
- [90] HARPER-BOURNE, M. On modelling the hydrodynamic field of high-speed jets. *AIAA paper* 2004-2830 (2004).
- [91] HARPER-BOURNE, M., AND FISHER, M. J. The noise from shock waves in supersonic jets. In *AGARD Conference Proceedings No. 131 on Noise Mechanisms* (1973), AGARD-CP-131, pp. 1–13.
- [92] HINZE, J. O. *Turbulence. Second Edition*. McGraw-Hill Book Company, 1975.

- [93] HO, C. M., AND HUERRE, P. Perturbed free shear layers. *Ann. Rev. Fluid Mech.* 16 (1984), 365–424.
- [94] HOLMES, P., LUMLEY, J. L., AND BERKOOZ, G. *Turbulence, coherent structures, dynamical systems and symmetry*. Cambridge Univ. Press, Cambridge ; New York, 1996.
- [95] HOLMES, P., LUMLEY, J. L., BERKOOZ, G., MATTINGLY, J., AND WITTENBERG, R. Low-dimensional models of coherent structure in turbulence. *Physics Reports* 287, 4 (1997), 337–384.
- [96] HOWE, M. S. Contributions to the theory of aerodynamic sound, with applications to excess jet noise and the theory of the flute. *J. Fluid Mech.* 71, 4 (1975), 625–673.
- [97] HUSSAIN, A. K. M. F. Coherent structures and turbulence. *J. Fluid Mech.* 173 (1986), 303–356.
- [98] HUSSEIN, H. J., CAPP, S. P., AND GEORGE, W. K. Velocity measurements in a high-reynolds-number momentum-conserving, axisymmetric, turbulent jet. *J. Fluid Mech.* 258 (1994), 31–75.
- [99] JEONG, J., AND HUSSAIN, F. On the identification of a vortex. *J. Fluid Mech.* 285 (1995), 69–94.
- [100] JONES, B. G., ADRIAN, R. J., NITHIANANDAN, C. K., AND PLANCHON, H. P. Spectra of turbulent static pressure fluctuations in jet mixing layers. *AIAA Journal* 17, 5 (1979), 449–457.
- [101] JORDAN, P., COIFFET, F., DELVILLE, J., AND GERVAIS, Y. Coherent structures in subsonic jets : a wavy-wall source mechanism ? In *Euromech Colloquium 467 : Turbulent flow and noise generation* (2005).
- [102] JORDAN, P., COIFFET, F., DELVILLE, J., GERVAIS, Y., AND RICAUD, F. Acoustic-hydrodynamic interaction in the entrainment region of subsonic jet flow. *AIAA paper 2004-3020* (2004).
- [103] JORDAN, P., TINNEY, C., DELVILLE, J., COIFFET, F., GLAUSER, M., AND HALL, A. Low-dimensional signatures of the sound production mechanisms in subsonic jets : Towards their identification and control. *AIAA paper 2005-4647* (2005).
- [104] JUNG, D. *An investigation of the Reynolds-number Dependence of the Axisymmetric Jet Mixing Layer using a 138 Hot-wire Probe and the POD*. PhD thesis, Univ. of New York, 2001.
- [105] JUNG, D., GAMARD, S., AND GEORGE, W. K. Downstream evolution of the most energetic modes in a turbulent axisymmetric jet at high reynolds number. part 1. the near-field region. *J. Fluid Mech.* 514 (2004), 173–204.
- [106] KOSTAS, J., SORIA, J., AND CHONG, M. S. A comparaisn between snapshot pod analysis of piv velocity and vorticity data. *Exp. Fluids* 38 (2005), 146–160.
- [107] LAMMARI, M. R. *Mesures par vélocimétrie laser doppler dans une couche de mélange turbulente supersonique : quelques aspects du processus de mesure*. PhD thesis, Université de Poitiers, 1996.
- [108] LAU, J. C. Effect of exit Mach number and temperature on mean-flow and turbulence characteristics in round jets. *J. Fluid Mech.* 105 (1981), 193–218.
- [109] LAU, J. C., AND FISHER, M. J. The vortex-street structure of 'turbulent' jets. Part 1. *J. Fluid Mech.* 67, 2 (1975), 299–337.
- [110] LAU, J. C., FISHER, M. J., AND FUCHS, H. V. The intrinsic structure of turbulent jets. *J. Sound Vib.* 22, 4 (1972), 379–406.



- [111] LAU, J. C., MORRIS, P. J., AND FISHER, M. J. Measurements in subsonic and supersonic free jets using a laser velocimeter. *J. Fluid Mech.* 93, 1 (1979), 1–27.
- [112] LAUFER, J., SCHINKER, R., AND KAPLAN, R. E. Experiments on supersonic jet noise. *AIAA Journal* 14, 4 (1976), 489–497.
- [113] LESIEUR, M. Turbulence et structures cohérentes dans les fluides. In *Non Linear Partial Differential Equations and their Application* (1990), H. Brezis and J. Lions, Eds., vol. 11 of *Pitman Research Notes in Mathematics*, Séminaire Collège de France 1989-1990, Longman.
- [114] LESIEUR, M., AND METAIS, O. New trends in large-eddy simulation of turbulence. *Ann. Rev. Fluid Mech.* 28 (1996), 45–82.
- [115] LEWY, S. *Acoustique industrielle et aéroacoustique*. Hermes Sciences Publication, 2001.
- [116] LIEPMANN, D. Streamwise vorticity and entrainment in the near field of a round jet. *Phys. Fluids A* 3, 5 (1991), 1179–1185.
- [117] LIEPMANN, D., AND GHARIB, M. The role of streamwise vorticity in the near-field entrainment of round jets. *J. Fluid Mech.* 245 (1992), 643–668.
- [118] LIEPMANN, H. W., AND LAUFER, J. Investigations of three turbulent mixing. *NACA Technical Note, No 1257* (1947).
- [119] LIGHTHILL, M. J. On the sound generated aerodynamically. i : General theory. *Proc. R. Soc. London* 211 (1952), 564–587.
- [120] LIGHTHILL, M. J. On the sound generated aerodynamically. i : Turbulence as a source of sound. *Proc. R. Soc. London* 223 (1954), 1–32.
- [121] LIGHTHILL, M. J. Report on the final panel discussion on computational aeroacoustics. Tech. rep., ICASE Report, 1992.
- [122] LILLEY, G. M. The generation and radiation of supersonic jet noise. vlo iv - theory of turbulence generated jet noise, noise radiation from upstream sources, and combustion noise. part ii : Generation of sound in a mixing region. Tech. Rep. AFAPL-TR-53, Air Force Aero Propulsion Laboratory, 1972.
- [123] LIN, S. J., AND CORCOS, G. M. The mixing layer : deterministic models of a turbulent flow. part 3. the effect of plane strain on the dynamics of streamwise vortices. *J. Fluid Mech.* 141 (1984), 139–178.
- [124] LIU, C. H., MAESTRELLO, L., AND GUNZBURGER, M. D. Simulation by vortex rings of the unsteady pressure field near the jet. In *Progress in Astronautics and aeronautics - Aeroacoustics : Jet Noise, Combustion and Core Engine Noise* (New York, 1975), vol. 43, AIAA, I.R. Schwartz, pp. 47–64.
- [125] LIU, J. T. C. Developing large-scale wavelike eddies and the near jet noise field. *J. Fluid Mech.* 62, 3 (1974), 437–464.
- [126] LIU, J. T. C. Coherent structures in transitional and turbulent free shear flows. *Ann. Rev. Fluid Mech.* 21 (1989), 285–315.
- [127] LONG, D. F. *Noise radiation and coherent structure in turbulent jets : Viscous and compressibility effects*. PhD thesis, University of Minnesota, 1985.
- [128] LORENZ, E. N. Deterministic non-periodic flow. *J. Atmos. Sci.* 20 (1963), 130–141.
- [129] LUMLEY, J. L. The structure of inhomogeneous turbulent flows. In *Atm. Turb. And Radio Wave Prop.* (Nauka, Moscow, 1967), Yaglom and Tatarsky, Eds., pp. 166–178.
- [130] LUSH, P. A. Measurements of subsonic jet noise and comparison with theory. *J. Fluid Mech.* 46, 3 (1971), 477–500.

- [131] LYRINTZIS, A. S. Review : The use of kirchhoff's method in computational aeroacoustics. *J. Fluids Eng.* 116 (1994), 665–676.
- [132] LYRINTZIS, A. S., AND MANKBADI, R. R. On the Prediction of the Far-field Jet Noise Using Kirchhoff's Formulation. In *33rd Aerospace Sciences Meeting and Exhibit* (Rno, NV, Jan. 1995), vol. AIAA paper 95-0508. formulation temporelle et spectral de Kirchhoff, cas test avec conclusion sur mise en oeuvre, application sur données LES.
- [133] LYRINTZIS, A. S., AND MANKBADI, R. R. Prediction of the far-field jet using kirchhoff's formulation. *AIAA Journal* 34, 2 (1996), 413–416.
- [134] MAESTRELLO, L. On the relationship between acoustic energy density flux near the jet axis and far field acoustic intensity. TN D-7269, NASA, 1973.
- [135] MARCHESSE, Y. *Étude expérimentale de la contribution des sources d'origine thermique à l'émission acoustique des jets supersoniques*. PhD thesis, Université de Poitiers, 2001.
- [136] MATHIS, R. *Lui demander*. PhD thesis, Université de Poitiers, 2005.
- [137] MAUREL, S., BORÉE, J., AND LUMLEY, J. L. Extended proper orthogonal decomposition : Application to jet/vortex interaction. *J. Flow Turb. Combust.* 67 (2001), 125–136.
- [138] MC LAUGHLIN, D. K., AND TIEDERMAN, W. G. Biasing correction for individual realization of laser anemometer measurements in turbulent flows. *Phys. Fluids* 16 (1973), 2082–2088.
- [139] MEYERS, J. F. Biasing errors and corrections. In *Lecture series 1991-05*. Von Karman Institute for Fluid Dynamics, 1991, pp. 1–35.
- [140] MI, J., NOBES, D., AND NATHAN, G. Influence of jet exit conditions on the passive scalar field of an axisymmetric free jet. *J. Fluid Mech.* 432 (2001), 91–125.
- [141] MICHALKE, A., AND FUCHS, H. V. On turbulence and noise of an axisymmetric shear flow. *J. Fluid Mech.* 70, 1 (1975), 179–205.
- [142] MITCHELL, B. E., LELE, S. K., AND MOIN, P. Direct computation of the sound generated by vortex pairing in anaxisymmetric jet. *J. Fluid Mech.* 383 (1999), 113–142.
- [143] MOIN, P., AND MOSER, D. Characteristic-eddy decomposition of turbulence in a channel. *J. Fluid Mech.* 200 (1989), 471–509.
- [144] MOLLO-CHRISTENSEN, E. Jet noise and shear flow instability seen from an experimenter's viewpoint. *Journal of Applied Mechanics* 34 (1967), 1–7.
- [145] MONIN, A. S., AND YAGLOM, A. M. *Statistical fluid mechanics ; mechanics of turbulence*. Cambridge, Mass., MIT Press, 1971.
- [146] MONKEWITZ, P. A., LEHMANN, B., BARSIKOW, B., AND BECHERT, D. W. The spreading of self-excited hot jets by side jets. *Phys. Fluids A* 1, 3 (1989), 446–448.
- [147] MOORE, C. J. The role of shear-layer instability on jet exhaust noise. *J. Fluid Mech.* 80 (1977), 321–367.
- [148] NAGUIB, A. M., WARK, C. E., AND UFEL, J. Stochastic estimation and flow sources associated with surface pressure events in a turbulent boundary layer. *Phys. Fluids* 13, 9 (2001), 2611–2626.
- [149] NORUM, T. D. Screech suppression in supersonic jets. *AIAA Journal* 21, 2 (1983), 235–240.
- [150] OERTEL, H. Modern developments in shock tube research. *Shock Tube Research Soc.* (1975).



- [151] O'HARA, D. Évaluations d'une analyse des sources aérodynamiques et un outil prédictif du bruit. Master's thesis, Université de Poitiers, 2004.
- [152] OLLERHEAD, J. B. On the prediction of the near field noise of supersonic jets. CR 857, NASA, 1967.
- [153] PACK, D. C. A note on prandtl's formula for wave length of a supersonic gas jet. *Quart. J. Mech. And Appl. Math.* 11 (1950).
- [154] PANDA, J., AND SEASHOLTZ, R. G. Experimental investigation of density fluctuations in high-speed jets and correlation with generated noise. *J. Fluid Mech.* 450 (2002), 97–130.
- [155] PAPAMOSCHOU, D., AND BUNYAJITRADULYA, A. Evolution of large eddies in compressible shear layers. *Phys. Fluids* 9, 3 (1997), 756–765.
- [156] PAPOULIS, A. *Probability, random variables and stochastic theory, 2nd edn.* McGraw-Hill, New York, 1984.
- [157] PASCHEREIT, C. O., OSTER, D., LONG, T. A., FIEDLER, H. E., AND WYGNANSKI, I. Flow visualization of interactions among large coherent structures in an axisymmetric jet. *Exp. Fluids* 12, 3 (1992), 189–199.
- [158] PERRET, L. *Étude du couplage instationnaire calculs-expériences en écoulements turbulents.* PhD thesis, Université de Poitiers, 2004.
- [159] PETRIE, H. L., SAMINY, M., AND ADDY, A. L. Laser doppler velocity bias in separated flows. *Exp. Fluids* 6 (1988), 80–88.
- [160] PHILLIPS, O. M. The irrotational motion outside a free turbulent boundary. *Proc. Cambridge Phil. Soc.* 51, 1 (1955), 220–229.
- [161] PHILLIPS, O. M. On the generation of sound by supersonic turbulent shear layers. *J. Fluid Mech.* 9, 1 (1960), 1–28.
- [162] PICARD, C. *Étude expérimentale de l'identification des sources acoustiques dans les jets par l'analyse de la fluctuation de pression en champ proche.* PhD thesis, Université de Poitiers, 2001.
- [163] PICARD, C., AND DELVILLE, J. Pressure velocity coupling in a subsonic round jet. *Heat and Fluid Flow* 21 (2000), 359–364.
- [164] PONTON, M. K., UKEILEY, L. S., AND LEE, S. W. Aeroacoustic Data for a High Reynolds Number Axisymmetric Subsonic Jet. Tech. Rep. TM-1999-209336, NASA, 1999.
- [165] POWELL, A. On the mechanism of choked jet noise. *Proc. Phy. Soc.* 66 (1953), 1039–1056.
- [166] POWELL, A. Theory of vortex sound. *J. Acoust. Soc. Am.* 36, 4 (1964), 177–195.
- [167] RIBNER, H. S. New theory of jet noise generation. directionality, and spectra. *J. Acoust. Soc. Am.* 31 (1959), 245–246.
- [168] RIBNER, H. S. The generation of sound by turbulent jets. In *Advances in Applied Mechanics* (New York, 1964), A. Press, Ed., vol. 8, pp. 103–182.
- [169] RIBNER, H. S. Quadrupole correlations governing the pattern of jet noise. *J. Fluid Mech.* 28, 1 (1969), 1–24.
- [170] RIBNER, H. S. Perspectives in jet noise. *AIAA journal* 19, 2 (1981), 1513–1526.
- [171] RICAUD, F. *Étude de l'identification des sources acoustiques à partir du couplage de la pression en champ proche et de l'organisation instantanée de la zone de mélange de jet.* PhD thesis, Université de Poitiers, France, 2003.

- [172] ROBINSON, S. K., SEEGMILLER, H. L., AND KOSSOY, M. I. Hot-wire and laser doppler anemometer measurements in a supersonic boundary. *AIAA paper 83-1723* (1983).
- [173] RUDD, M. J. A new theoretical model for the laser dopplermeter. *J. Phys. E : Sci. Instrum.* 2 (1969), 55.
- [174] SAAD, M. *Compressible fluid flow*. Englewood Cliffs, N.J. : Prentice-Hall, 1985.
- [175] SHEN, H., AND TAM, C. K. W. Effects of jet temperature and nozzle-lip thickness on screech tones. *AIAA Journal* 38, 5 (2000), 762–767.
- [176] SIROVICH, L. Turbulence and the dynamics of coherent structures. part i : Coherent structures. *Quartely Appl. Math.* XLV, 3 (1987), 561–571.
- [177] STAFF, A. R. Equations, tables, and charts for compressible flow. Tech. rep., NACA Report 1135, 1953.
- [178] TAM, C. K. W. Supersonic jet noise. *Ann. Rev. Fluid Mech.* 27 (1995), 17–43.
- [179] TAM, C. K. W., SEINER, J. M., AND YU, J. C. Proposed relationship between broadband shock associated noise and screech tones. *J. Sound Vib.* 110, 2 (1986), 309–321.
- [180] TANNA, H. K. An experimental study of jet noise. part i turbulent mixing noise. *J. Sound Vib.* 50, 3 (1977), 405–428.
- [181] TAYLOR, J. A., AND GLAUSER, M. N. Towards practical flow sensing and control via pod and lse based low-dimensional tools. *J. Fluids Eng.* 126 (2004), 337–345.
- [182] TINNEY, C., JORDAN, P., GUITTON, A., DELVILLE, J., AND COIFFET, F. A study in the near pressure field of co-axial subsonic jets. *AIAA paper 2006-2589* (2006).
- [183] TINNEY, C. E. *Low-dimensional techniques for sound source identification in high speed jets*. PhD thesis, Syracuse University, New York, USA, 2005.
- [184] TINNEY, C. E., COIFFET, F., DELVILLE, J., HALL, A. M., JORDAN, P., AND GLAUSER, M. N. On spectral linear stochastic estimation. *Exp. Fluids Under-Publication* (2006).
- [185] TOWNSEND, A. A. *The Structure of Turbulent Shear Flow*. Second Edition, Cambridge University Press, 1976.
- [186] TROUTT, T. R., AND MCCLAUGHLIN, D. K. Experiments on the flow and acoustic properties of a moderate-Reynolds-number supersonic jet. *J. Fluid Mech.* 116 (1982), 123–156.
- [187] TSO, J., AND HUSSAIN, F. Organized motions in a fully developed turbulent axisymmetric jet. *J. Fluid Mech.* 203 (1989), 425–448.
- [188] UKEILEY, L., AND MURRAY, N. Velocity and surface pressure measurements in an open cavity. *Exp. Fluids* 38 (2005), 656–671.
- [189] UZUN, A., LYRINTZIS, A., AND BLAISDELL, G. Coupling of integral acoustics methods with les for jet noise prediction. *AIAA paper 2004-0517* (2004).
- [190] WANG, M., FREUND, J. B., AND LELE, S. K. Computational prediction of flow-generated sound. *Ann. Rev. Fluid Mech.* 38 (2006), 483–512.
- [191] WELLS, V. L., AND RENAUT, R. A. Computing aerodynamically generated noise. *Ann. Rev. Fluid Mech.* 29 (1997), 161–199.
- [192] WIDNALL, S. E., AND SULLIVAN, J. P. On the stability of vortex rings. *Proc. R. Soc. London, serie A* 332 (1973), 335–353.
- [193] WINTER, A. R., GRAHAM, L. J. W., AND BREMHORST, K. Effects of time scales on velocity bias in lda measurements using sample and hold processing. *Exp. Fluids* 11 (1991), 147–152.

- [194] YEH, H., AND CUMMINS, H. Z. Localized fluid flow measurements with he-ne laser spectrometer. *Appl. Phys. Lett.* 4 (1964), 176.
- [195] YULE, A. J. Large-scale structure in the mixing layer of a round jet. *J. Fluid Mech.* 89 (1978), 413–432.
- [196] ZAMAN, K. B. M. Flow field and near and far sound field of a subsonic jet. *J. Sound Vib.* 106, 1 (1986), 1–16.
- [197] ZAMAN, K. B. M. Q., AND HUSSAIN, A. K. M. F. Vortex pairing in a circular jet under controlled excitation. 1. general jet. *J. Fluid Mech.* 101 (1980), 449.
- [198] ZEMAN, O. Dilatation dissipation : The concept and application in modeling compressible mixing layers. *Phys. Fluids* 2 (1990), 178–188.



## **Annexe A**

### **Moyens de mesures**



# Annexe A

## Moyens de mesures

Cette étude expérimentale sur le champ de pression proche des jets a nécessité la mise en œuvre d'un certain nombre de moyens de mesures. Les champs de vitesses longitudinales et radiales du jet supersonique ont été mesurés ainsi que les champs de pression instationnaire de la frontière de l'écoulement jusqu'au champ lointain.

Cette annexe se propose de décrire les différents procédés utilisés pour les mesures de vitesse. Dans un premier temps, une sonde triple permettant l'acquisition des vitesses stationnaires de l'écoulement est décrite. L'anémométrie laser à effet Doppler, donnant accès à la mesure des vitesses instationnaires, est ensuite abordée.

### A.1 Sonde Triple

Pour réaliser une mesure stationnaire de la vitesse en écoulement supersonique, un tube de Pitot, permettant la mesure simultanée des pressions totale et statique, n'est pas suffisant. Les effets de compressibilité ne peuvent être négligés et le rapport de ces pressions ne fournit que le nombre de Mach. Pour déterminer la vitesse, la célérité du son doit être connue. Celle-ci étant fonction de la température, cette grandeur doit donc également être mesurée au même point.

#### A.1.1 Description

Afin de permettre l'acquisition des pressions totale et statique ainsi que l'acquisition de la température en un point de l'écoulement, une sonde dite "sonde triple" a été employée. Cette sonde, développée au CEAT, est constituée de trois tubes mesurant chacune l'une de ces dimensions (voir la photographie A.1).

L'introduction d'un obstacle dans un écoulement supersonique entraîne la formation de chocs devant celui-ci (décroissance non isentropique de la vitesse). Les tubes de cette sonde sont espacés de 6 mm afin qu'il n'y ait aucune interaction entre eux (la séparation minimale, après essais, devant être de l'ordre de 3 mm) et que les mesures ne soient pas perturbées par la présence des prises de pression voisines. Cette sonde doit alors être déplacée pour obtenir la mesure des trois grandeurs désirées en un seul et même point. Les mesures ne sont donc obtenues de manière différée et seules les contributions moyennes sont accessibles. De manière générale, du fait du retard engendré par la présence d'un capillaire reliant la prise de pression au capteur, les mesures par tube de Pitot sont de nature stationnaire.

Cette sonde est portée par une lame de sabre permettant son introduction dans l'écoulement et son déplacement en fixant cette dernière à un système de déplacement (moteur pas à pas couplé à une vis sans fin). Du fait de l'espacement entre les tubes, la réalisation de mesures sur un profil de points espacés de 1, 2, 3 ou multiple de 6 mm permet la mesure simultanée des



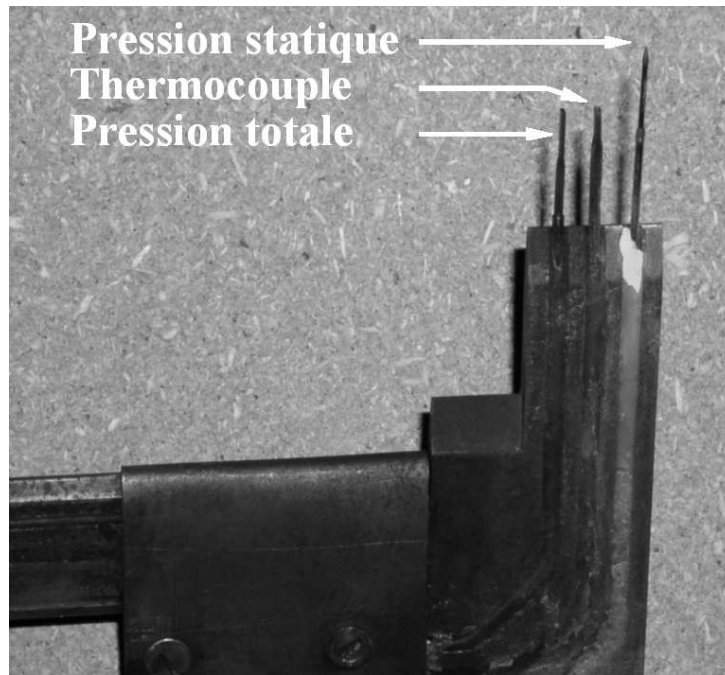


FIG. A.1 – Photographie de la sonde triple

données pour 3 points du maillage. Ainsi, une grande liberté dans la construction du maillage des points de mesures et une acquisition rapide des données sont possibles.

En ce qui concerne les capteurs, la sonde de température est constituée d'un thermocouple modèle *K* (chromel-Alumel) relié à un module de compensation. Les sondes de pression sont reliées, dans le cadre de la présente étude, à des capteurs de pression absolu *GE NovaSensor* de 2 bars. Ces capteurs peuvent supporter une pression quatre fois supérieure à leur pression nominale et leur étalonnage a montré une réponse parfaitement linéaire jusqu'à 4 bars.

### A.1.2 Traitement

Le dépouillement des données est classique. Le nombre de Mach  $M_j$  est calculé à partir de la relation de Pitot-Rayleigh A.1 ou de la relation isentropique A.2 lorsque le rapport  $P_{pit}/P_s$  est inférieure à 2,355, traduisant le caractère subsonique de l'écoulement.

$$\frac{P_{pit}}{P_s} = \left[ \frac{\gamma + 1}{2} M^2 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \left[ \frac{\gamma + 1}{2\gamma M^2 - (\gamma - 1)} \right]^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (\text{A.1})$$

$$\frac{P_s}{P_0} = \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_j^2 \right)^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}} \quad (\text{A.2})$$

La valeur de la pression d'arrêt isentropique  $P_T$  (pression totale en amont du choc droit induit par la présence de la sonde dans l'écoulement) peut alors être définie en fonction du nombre de Mach. La température statique  $T_s$  peut alors être calculée à partir de ce nombre de Mach et de la température totale mesurée (inchangée par le choc droit situé en amont de la sonde du thermocouple) par la relation 6.2. La vitesse du son  $c_0 = \sqrt{\gamma r T_s}$  puis finalement la vitesse longitudinale moyenne  $U = M/c_0$  sont obtenues.

Pour plus de détails sur cette sonde, son utilisation et le dépouillement des données, le lecteur pourra se rapporter à Collin [46]. Plus généralement, les relations d'écoulement compressible seront retrouvées dans le rapport NACA [177]. La détermination et l'utilisation de ce

type de sonde sont traitées par Bryer et Pankhurst [35].

## A.2 Anémométrie Laser à effet Doppler

L'anémométrie Laser à effet Doppler est un moyen de mesure des vitesses instationnaires non-intrusif. Elle est communément appelée par ses acronymes LDV ou encore LDA pour *Laser Doppler Velocimetry* et *Laser Doppler Anemometry*. Cette technique est issue des premières expériences réalisées par Yeh et Cummins [194] en 1964. Ces derniers ont mesuré la vitesse d'un écoulement laminaire au moyen d'un spectromètre laser. En 40 ans, cette technique a énormément évolué, pouvant s'appliquer désormais aux écoulements turbulents de grande vitesse.

### A.2.1 Principe

Cette technique, décrite de façon détaillée par Durst *et al.* [59] d'un point de vue théorique et par Buchhave *et al.* [36], ou plus récemment par Albrecht *et al.* [5], d'un point de vue de son application, repose sur l'illumination de particules solides entraînées par l'écoulement au moyen de faisceaux laser, sources lumineuses mono-chromatiques très stables. Un volume source est formé en focalisant deux faisceaux en un même point. En traversant ce volume, les particules alors éclairées rayonnent. L'intensité lumineuse de ce rayonnement est collectée et convertie en signaux électriques par des photo-multiplicateurs (PM). Celle-ci est linéairement fonction de la vitesse des particules. Ce signal est appelé "bouffée Doppler" (ou *burst*) et est exploité pour mesurer la vitesse. La forme classique de ce signal est une sinusoïde de fréquence  $f_D$ , nommée fréquence Doppler, modulée par une gaussienne. Cette modulation a pour origine la répartition radiale gaussienne de l'énergie lumineuse des faisceaux laser qui est également à l'origine de la forme elliptique du volume de mesure.

Historiquement, la première théorie expliquant la fréquence Doppler du rayonnement des particules traversant le volume de mesure fait appel à l'effet Doppler. Celui-ci désigne la variation apparente de la longueur d'onde émise par une source, acoustique ou lumineuse, en mouvement par rapport à un observateur mobile ou non. Ainsi, une particule se déplaçant à une vitesse  $v$ , éclairée par une source lumineuse fixe de longueur d'onde  $\lambda_i$ , ou de fréquence  $f_i$ , dont la direction d'incidence est donnée par le vecteur  $e_i$ , alors, compte tenu de l'effet Doppler, la fréquence apparente  $f_a$  de l'onde perçue par cette particule s'écrit :

$$f_a = \left(1 - \frac{v \cdot e_i}{c}\right) f_i \quad (\text{A.3})$$

En appliquant successivement cette théorie pour la fréquence d'une onde lumineuse mono-chromatique perçue par une particule solide se déplaçant à une vitesse  $v$  dans un écoulement, puis pour la fréquence de l'onde lumineuse diffusée par cette même particule dans une direction  $e_d$  et perçue par un observateur fixe, le décalage en fréquence entre la fréquence initiale  $f_i$  de l'onde lumineuse incidente et de la fréquence  $f_d$  perçue par l'observateur s'écrit :

$$f_d - f_i = (e_d - e_i) \cdot v / \lambda_i \quad (\text{A.4})$$

Notons que l'on suppose ici que la particule se déplace à une vitesse nettement plus faible que la célérité de la lumière, condition toujours vérifiée dans les applications de la dynamique des fluides.

Cette formulation indique donc que la vitesse de la particule peut être obtenue par une mesure du décalage en fréquence et par la connaissance préalable des directions d'observation et de propagation de la particule. Or, ce décalage est généralement de l'ordre de quelques MHz pour

les écoulements supersoniques alors que la fréquence d'émission  $f_i$  est de l'ordre de  $10^3$  MHz. La résolution temporelle des photo-multiplicateurs ne permettant pas de détecter des variations aussi rapides. Deux faisceaux issus d'une même source mono-chromatique, focalisés en un seul point, sont alors généralement employés afin d'éclairer la particule. Notons  $e_{i_1}$  et  $e_{i_2}$  les directions d'incidences de ces deux faisceaux. D'après la relation A.4 précédente, les fréquences des ondes lumineuses diffusées par la particule pour chacun de ces faisceaux sont :

$$\begin{aligned} f_{d_1} &= f_i + (\mathbf{e}_d - \mathbf{e}_{i_1}) \cdot \mathbf{v} / \lambda_i \\ f_{d_2} &= f_i + (\mathbf{e}_d - \mathbf{e}_{i_2}) \cdot \mathbf{v} / \lambda_i \end{aligned}$$

La superposition des deux faisceaux conduit à un phénomène de battements en fréquence. Pour une particule à vitesse constante, l'intensité lumineuse perçue par un observateur fixe est sinusoïdale à la fréquence de battement  $f_D$  donnée par :

$$\begin{aligned} f_D &= f_{d_2} - f_{d_1} \\ &= (\mathbf{e}_{i_1} - \mathbf{e}_{i_2}) \cdot \mathbf{v} / \lambda_i \end{aligned}$$

Si de plus  $\theta$  est l'angle formé par  $(\mathbf{e}_{i_1}, \mathbf{e}_{i_2})$ , et  $v$  la composante de vitesse projetée sur la perpendiculaire à la bissectrice intérieure de  $\theta$  (fig. A.2), alors cette dernière expression peut être formulée de la façon suivante :

$$f_D = v \frac{2 \sin(\theta/2)}{\lambda_i} \quad (\text{A.5})$$

L'angle  $\theta$  étant généralement faible, de l'ordre du degré, le battement en fréquence  $f_D$ , plus

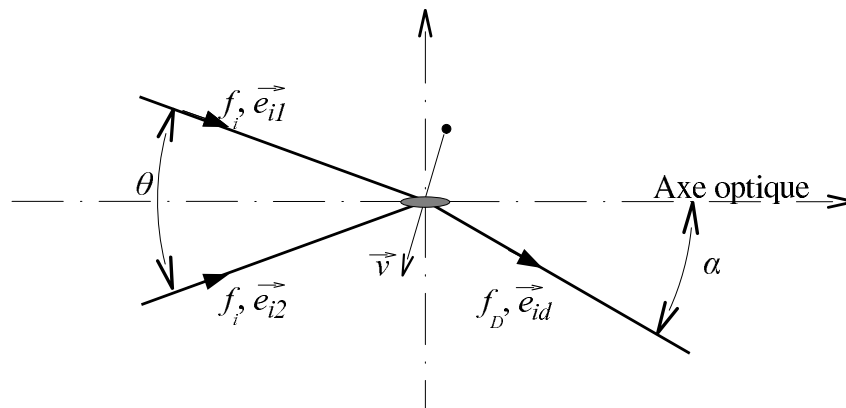


FIG. A.2 – Particule se déplaçant à la vitesse  $v$  à travers le volume de mesure formé par deux faisceaux incidents de directions  $e_{i_1}$  et  $e_{i_2}$  de même fréquence optique  $f_i$ . La fréquence Doppler de l'onde lumineuse perçue par un observateur fixe dans la direction de diffusion  $e_d$  est notée  $f_D$ .

communément dénommé fréquence Doppler, est mesurable. Cette dernière formulation est également intéressante puisque la fréquence Doppler ne dépend plus de la direction d'observation. La lumière diffusée peut alors être collectée dans un très grand angle solide. Cela conduit à une augmentation considérable de l'amplitude du signal d'intensité lumineuse collectée permettant l'augmentation du rapport signal sur bruit.

Une seconde théorie, proposée par Rudd [173] en 1969, est le modèle des franges d'interférences. Ce modèle permet une illustration explicite des signaux Doppler mesurés en s'appuyant sur le fait qu'un réseau de franges d'interférences, alternativement lumineuses et sombres, apparaît dans le volume de mesures où deux faisceaux laser issus d'une même source sont focalisés

(figure A.3). L'espace entre ces franges est fonction de la longueur d'onde de la source de lumière mono-chromatique et de la séparation angulaire  $\theta$  entre les faisceaux selon la relation déterminée géométriquement :

$$i = \frac{\lambda_i}{2 \sin(\theta/2)} \quad (\text{A.6})$$

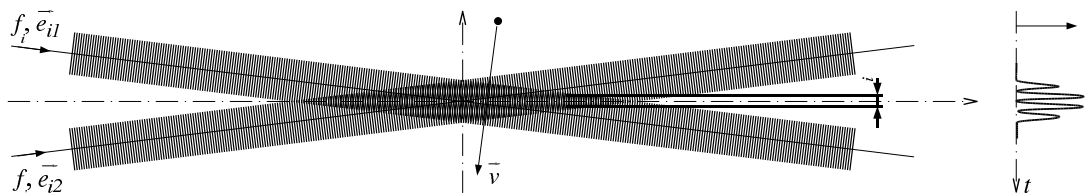


FIG. A.3 – Illustration du réseau de franges d'interférences formé au point de croisement de deux faisceaux de lumière mono-chromatique issus d'une même source. A droite, représentation de l'intensité lumineuse rayonnée par une particule traversant le réseau d'inter-franges à la vitesse  $v$ .

En traversant le réseau d'inter-franges constituant le volume de mesure, une particule animée d'une vitesse  $v$  diffuse une intensité lumineuse dans toutes les directions. La variation temporelle de ce rayonnement est caractérisée par une fréquence proportionnelle à la projection de sa vitesse suivant la direction normale à l'axe optique et à la séparation  $i$  des franges :

$$f_D = v/i \quad (\text{A.7})$$

La fréquence Doppler A.5 est alors retrouvée en substituant l'expression A.6 de l'inter-frange  $i$  dans cette expression.

La fréquence Doppler qui vient d'être définie permet de déterminer la vitesse, suivant la direction normale à l'axe optique, d'une particule traversant le volume de mesure par analyse de l'intensité lumineuse qu'elle rayonne. Toutefois, le sens du déplacement reste indéterminé. Afin de pallier cette ambiguïté, un modulateur acousto-optique (cellule de Bragg) est intercalé sur la trajectoire optique de l'un des deux faisceaux. La fréquence du faisceau est alors décalé, généralement d'une valeur de  $f_B=40$  MHz, entraînant un défilement du réseau de franges. La fréquence Doppler du rayonnement est alors centrée sur la fréquence de ce défilement, égale à celle du décalage, levant ainsi l'incertitude du sens de propagation, et s'exprime :

$$f_D = f_B + v \frac{2 \sin(\theta/2)}{\lambda_i}$$

Il est noté que de nombreux paramètres entrent en ligne de compte pour la mise en œuvre de mesure par vélocimétrie laser. En particulier, du fait de la répartition radiale d'énergie des faisceaux laser, l'intensité diffusée par les particules, ainsi que le nombre de pic dans une bouffée Doppler, dépendent de leurs trajectoires en traversant le volume de mesure. De plus, comme le montre la théorie de Mie traduisant le rayonnement de particule d'un diamètre de 0,1 à 10 fois la longueur d'onde incidente, cette intensité diffère fortement en fonction de l'angle d'observation. De manière générale, elle est plus importante dans la direction de propagation de l'onde incidente. De ce fait, le mode de diffusion avant, pour lequel l'angle  $\alpha$  est inférieur à  $90^\circ$  (voir figure A.2), est généralement préféré au mode de diffusion arrière ( $\alpha$  supérieur à  $90^\circ$ ), ou rétro-diffusion, nécessitant l'emploi de laser plus puissant. De plus, le rapport signal sur bruit est généralement plus important en diffusion avant.

## A.2.2 Avantages et limitations

Cette technique de mesures, comme toute autre, présente un certain nombre d'inconvénients. Parmi ceux ci, peuvent être cités :

- Le choix délicat des particules employées, la vitesse mesurée étant celle des traceurs et non de l'écoulement en lui-même ;
- Le caractère discontinu de la mesure (bouffées Doppler), apparaissant uniquement lorsqu'une particule traverse le volume de mesure, conduisant à des difficultés de post-traitement, en particulier dans le domaine spectral ;
- Le caractère ponctuel de la mesure pouvant être handicapant dans certaines situations comparativement à d'autres techniques telles que la PIV par exemple ;
- La mise en œuvre plus délicate par rapport à d'autres techniques de mesure telles que l'anémométrie fil chaud par exemple, nécessitant des réglage précis des lasers, de leurs puissances, de leurs alignements, convergences ;
- Le problème d'intégration de la vitesse suivant la troisième composante dans le cas d'une configuration 3C ;
- Les problèmes de biais pouvant apparaître sur les mesures, résultant généralement de l'un des inconvénients précédents, difficilement détectables et encore plus difficilement corrigibles ;
- Le prix du matériel.

Toutefois, les avantages de cette technique restent nombreux expliquant son fort intérêt dans le domaine de la mécanique des fluides. Pour dresser une liste des plus importants, peuvent être cités :

- Le caractère non-intrusif de la mesure ne perturbant donc pas l'écoulement et permettant également des mesures en milieu hostile (inflammable, corrosif, ...);
- L'insensibilité aux variations de pression ou de température, même si cette dernière nécessite une attention particulière du fait de la diffraction des faisceaux (voir Kerhervé [67] par exemple pour des mesures en jet chaud) ;
- Le caractère absolu de la mesure de vitesse ne nécessitant aucun étalonnage ;
- La mesure sur plusieurs composantes (2C et 3C) avec une discrimination parfaite ;
- La résolution spatiale élevée avec un petit volume de mesure ;
- Une gamme de vitesses mesurables importante allant de l'ordre du millimètre par seconde à plusieurs centaines de mètres par secondes ;
- L'insensibilité aux lumières du jour ou lumières d'intérieur car non polarisées ;

## A.2.3 Validité des mesures : Notions de biais

L'un des désavantages de cette technique de mesures, cité au paragraphe précédant, est le problème de la validation des mesures réalisées. Plus précisément, ces mesures peuvent être biaisées, et ce pour diverses raisons que l'on se propose de discuter ici. Bien que généralement difficile à détecter, il existe des méthodes permettant de quantifier certains de ces biais dont la plus importante est présentée avant d'exposer une technique de correction possible de ce biais.

### A.2.3.a Sources de biais

Comme avec d'autres moyens de mesures laser non-intrusif, telle que la vélocimétrie par imagerie de particules (PIV pour *Particle Image Velocimetry*), la vitesse mesurée par un système LDV n'est pas directement celle de l'écoulement mais celle des particules en suspension dans ce dernier. Ces traceurs, ainsi que leurs répartitions dans l'écoulement, peuvent induire un certain nombre de biais. L'écoulement lui-même, dans certains cas, peut aussi être une source de biais non négligeable.

**Entraînement des particules** L'un des biais couramment recensé dans la littérature est celui introduit par l'entraînement des particules. Ce concept traduit l'aptitude d'une particule à suivre les variations plus ou moins rapides de la vitesse dans l'écoulement. La densité des traceurs doit être proche de celle du fluide, faible dans le cas de l'air, pour ne pas perturber l'écoulement mais également suffisamment élevée pour diffuser assez de lumière afin de pouvoir en mesurer la vitesse. Leur inertie doit être telle qu'ils suivent fidèlement les accélérations du fluide.

**Ensemencement** L'ensemencement lui-même peut être une source de biais. Ce biais est essentiellement lié au caractère intermittent de l'écoulement. L'ensemencement doit donc être le plus homogène possible. Dans le cas d'écoulements cisailés, généralement obtenus à l'interface de plusieurs écoulements, chaque partie doit donc êtreensemencées. Dans le cas du jet libre, le milieu ambiant, dans lequel s'établit un "écoulement" d'entraînement, doit êtreensemencé au même titre que l'écoulement principal. De plus, la concentration d'ensemencement doit être importante pour assurer un rapport signal sur bruit élevé. Toutefois, elle ne doit pas être trop forte afin de ne pas conduire à un effet d'agglomération des particules qui entraînerait alors un biais sur les mesures.

**Vitesses** Le biais de vitesse est une conséquence intrinsèque au caractère turbulent de l'écoulement mesuré. Par définition, les particules animées d'une forte vitesse traversent le volume de mesure en un temps plus court que celles se déplaçant plus lentement. Sur un temps d'acquisition fini, leur nombre peut alors être plus élevé, biaisant ainsi les estimateurs classiques de moyenne d'ensemble vers les fortes vitesses.

Contrairement au biais précédent, aucun paramètre ne peut être réglé pour réduire ce biais et celui-ci ne peut être corrigé qu'*a posteriori* (voir les sections suivantes §A.2.3.b et §A.2.3.c pour la détection et la correction de ce type de biais).

**Gradients de vitesse** Un autre type de biais relatif à la nature de l'écoulement peut apparaître. L'existence de forts gradients de vitesse peut biaiser les mesures réalisées. En effet, dans ce cas, la vitesse des particules traversant le volume de mesure peut ne plus être constante. Un volume de mesure le plus petit possible est alors requis.

**Angulaire** Ce biais peut apparaître lorsque la trajectoire de la particule traversant le volume de mesures forme un angle important avec le plan de mesure (contenant les franges). La projection de la composante de vitesse mesurée est alors faible et le nombre de franges traversée par la particule peut s'avérer être trop faible pour pouvoir permettre la détermination de la fréquence Doppler et valider la mesure. Ce biais peut être d'autant plus marqué que la vitesse de l'écoulement est importante.

Dans le cas de mesures bidimensionnelles, ce biais sera évité en prenant l'axe des composantes mesurées symétriques par rapport à l'axe principal de l'écoulement (mesures des composantes à 45°). L'imposition d'une condition de concordance, validant une mesure uniquement si les deux composantes sont validées, permet également d'éviter ce biais.

**Convergence statistique** Comme pour tout autre moyen de mesures de vitesses en écoulement turbulent, une attention particulière doit être portée à la convergence des mesures LDV. On différenciera la convergence temporelle de la convergence statistique. La première est liée à la résolution temporelle de l'échantillonnage. Celui-ci étant aléatoire, conditionné par le passage d'une particule dans le volume de mesure, un taux d'échantillonnage (ou *Data Rate*) est défini par le rapport du nombre de mesures (*burst*) sur le temps total d'acquisition. Il s'agit d'une fréquence d'échantillonnage moyenne. Plus celui-ci est élevé, plus la résolution temporelle est fine.

La convergence statistique est liée, quant à elle, au nombre total d'échantillons. Plus celui-ci est élevé, plus les grandeurs statistiques sont convergées. Il est à noter que plus l'ordre du moment statistique considéré est élevé, plus sa densité de probabilité est faible. Ainsi,



les moments d'ordre élevé tels que le coefficient de dissymétrie (ou *skewness*, d'ordre 3) ou le coefficient d'aplatissement (ou *Flatness*, d'ordre 4) nécessiteront l'acquisition d'un nombre élevé d'échantillons de vitesse.

Le biais le plus important, car non intrinsèque à la nature de l'écoulement et non réductible par un ajustement judicieux des paramètres liés au matériel, est le biais de vitesse. Celui-ci peut être corrigé uniquement lors du post-traitement des données. Encore faut-il encore être en mesure de le quantifier et de définir si sa correction est nécessaire.

### A.2.3.b Quantification du biais de vitesse

Le biais de vitesse se traduit par l'existence d'une corrélation entre le nombre de particules traversant le volume de mesures et leur vitesse de déplacement. Meyers [139] propose alors un indicateur permettant de quantifier ce biais par le calcul d'un coefficient de corrélation entre la vitesse des particules et leur cadence d'arrivée :

$$C_{u,r} = \frac{\sum_{i=1}^N (u_i - U)(r_i - R)}{N\sigma_u\sigma_r}$$

où :  $u_i$  est la vitesse instantanée mesurée,

$r_i = \Delta t_i^{-1}$  est la cadence d'arrivée,

$U = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_i$  est la vitesse moyenne calculée sur les N particules,

$R = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N r_i$  est la cadence moyenne calculée sur les N particules,

$\sigma_u = \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (u_i - U)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$  est l'écart-type de la vitesse calculé sur les N particules,

et  $\sigma_r = \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (r_i - R)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$  est l'écart-type de la cadence calculé sur les N particules.

Le nombre de particules  $N$  à prendre en compte correspond au nombre de particules traversant le volume de mesure en un temps caractéristique du phénomène étudié. Ce temps est sujet à controverse. Suivant les auteurs, celui-ci peut être égal à la micro-échelle de Taylor ou bien à l'échelle intégrale temporelle.

La valeur du coefficient à partir de laquelle les mesures peuvent être considérées comme biaisées est également arbitraire. Celle-ci dépend de l'écoulement considéré mais une valeur de l'ordre de 0,1 est généralement employée.

### A.2.3.c Correction du biais de vitesse

Les méthodes de corrections de biais peuvent être classées en deux catégories. La première de ces méthodes fait appel à un ré-échantillonnage régulier des données. Utilisée par Edwards & Jensen [61] ou encore Craig *et al.* [48], elle n'est applicable qu'à des données de densité élevée, i.e. lorsque le nombre de particules traversant le volume de mesure est élevé relativement à une échelle temporelle caractéristique de l'écoulement. Pour définir le degré de densité des données, Edwards [60] définit la classification suivante :

- $5 < N_2\tau_c$  : Forte densité ;
- $0,05 < N_2\tau_c < 5$  : Densité intermédiaire ;
- $N_2\tau_c < 0,05$  : Faible densité ;



où  $N_2$  désigne la cadence des données et  $\tau_c$  l'échelle caractéristique égale à la micro-échelle de Taylor (Meyers [139]) ou l'échelle intégrale temporelle (Winter *et al.* [193]) suivant les auteurs.

La seconde méthode prend en compte un facteur de poids dans les opérateurs de calcul des grandeurs statistiques. Afin de réduire l'influence des vitesses élevées ayant des temps d'arrivée rapprochés, Barnett et Bentley [14] pondèrent la vitesse par l'intervalle de temps entre les échantillons successifs. Cette formulation revient à une discrétisation de l'opérateur de moyenne :

$$\frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt \approx \frac{1}{t_N - t_1} \sum_{i=1}^N u_i \cdot (t_{i+1} - t_i)$$

Une autre possibilité, introduite par McLaughlin et Tiederman [138] pour une configuration monodimensionnelle, est de pondérer la vitesse par sa norme. Cette technique, étendue à une configuration bidimensionnelle par Petrie *et al.* [159], a donné de bons résultats sur le jet subsonique de Ricaud [171].

### A.3 Mesures synchrones pression/vitesse

Afin de calculer les corrélations entre les vitesses dans le jet et la pression en champ proche, des mesures ont été réalisées simultanément par vélocimétrie laser à effet Doppler (voir§6.1.3.b) et par des microphones (voir§6.1.3.c). Ces calculs nécessitent alors la synchronisation de ces deux systèmes d'acquisition.

Pour se faire, un signal de synchronisation, délivré par le système d'acquisition de la LDV, est enregistré par le système d'acquisition des microphones (chaîne ETEP), simultanément aux mesures de pression. Ce signal passe d'un niveau logique haut (5 Volts) à un niveau logique bas (0 Volt) en début de séquence d'acquisition des mesures de vitesse. Ce front descendant correspond à l'origine des temps de la datation des mesures de vitesse par le système d'acquisition LDV. Enregistré par la chaîne d'acquisition ETEP, ce signal permet de connaître l'origine des temps LDV dans le référentiel de temps des mesures de pression. Il est ainsi possible d'établir une correspondance des temps entre ces deux systèmes d'acquisition.

Le traitement du signal de synchronisation nécessite une attention particulière. En effet, la chaîne d'acquisition ETEP est dotée d'un filtre anti-repliement. Placé en amont du convertisseur Analogique-Numérique (CAN), ce filtre passe-bas atténue les fréquences supérieures au double de la fréquence d'acquisition. Le signal de synchronisation se révélant fortement discontinu, il contient de nombreuses hautes fréquences. Celles-ci sont coupées par le filtre, altérant ainsi le signal. Toutefois, se basant sur un filtre parfait, il est possible de calculer la réponse à un signal générique permettant l'identification du signal de synchronisation réel enregistré par le système d'acquisition. Après avoir détaillé le calcul de ce signal générique filtré, la procédure d'identification est exposée.

#### A.3.1 Signal générique

Afin de détecter les fronts descendants et montants du signal de synchronisation, correspondant respectivement au début et à la fin d'une séquence d'acquisition des mesures de vitesses, un signal générique est défini. Ce signal est la signature type correspondant au front dont nous cherchons à définir la position temporelle exacte dans le signal de synchronisation enregistré.

Pour cela, un front montant unitaire est défini par la fonction de Heaviside :

$$\begin{aligned} H(t) &= 0, 0, \forall t < 0 \\ &= 1, 0, \forall t \geq 0 \end{aligned}$$

dont la transformée de Fourier est la suivante :

$$\widehat{H}(f) = \frac{1}{2} \left[ \delta(f) - i \frac{1}{\pi f} \right],$$

où  $\delta(f)$  est la fonction de Dirac.

Pour respecter le théorème de Shanon, le filtre passe-bas consiste à éliminer les fréquences supérieures à  $\frac{f_e}{2}$ , où  $f_e$  est la fréquence d'échantillonnage du signal. Si ce filtre est considéré idéal, son action revient à multiplier, dans le domaine spectral, la transformée de Fourier  $\widehat{H}$  de la fonction d'Heaviside par une fonction fenêtre rectangle d'amplitude  $T_e$  et de largeur de bande  $f_e$  définie par :

$$\begin{aligned} T_e \text{rect}_{f_e}(f) &= T_e, \forall f \in \left[ -\frac{f_e}{2}; \frac{f_e}{2} \right] \\ &= 0, \forall f \notin \left[ -\frac{f_e}{2}; \frac{f_e}{2} \right] \end{aligned}$$

La fonction de Heaviside filtrée passe-bas s'écrit donc, dans le domaine spectral :

$$\widehat{H}_\gamma(f) = \widehat{H}(f) \cdot T_e \text{rect}_{f_e}(f)$$

soit, dans le domaine temporel, par transformée de Fourier inverse :

$$H_\gamma(t) = H(t) \otimes T_e f_e \text{sinc} [\pi f_e t]$$

où sinc est la fonction sinus cardinal, transformée de Fourier inverse de la fonction fenêtre, définie par :

$$\text{sinc}(x) = \frac{\sin(x)}{x}$$

Considérant ce produit de convolution, le signal obtenu peut alors s'explicitier :

$$\begin{aligned} H_\gamma(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} H(\tau) \cdot \text{sinc} [\pi f_e (t - \tau)] d\tau \\ &= \int_0^{+\infty} \text{sinc} [\pi f_e (t - \tau)] d\tau \end{aligned}$$

soit, en considérant le changement de variable  $\vartheta = t - \tau$  :

$$\begin{aligned} H_\gamma(t) &= \int_{-\infty}^t \text{sinc} [\pi f_e \vartheta] d\vartheta \\ &= \frac{1}{2} + \int_0^t \text{sinc} [\pi f_e \vartheta] d\vartheta \end{aligned}$$

La fonction sinus intégral, définie par :

$$\text{Si}(t) = \int_0^t \text{sinc}(x) dx$$

est alors introduite pour exprimer la fonction de Heaviside filtrée :

$$H_{\gamma}(t) = \frac{1}{2} + \text{Si}(\pi f_e t) \quad (\text{A.8})$$

La relation A.8 définit un créneau idéal filtré par un filtre passe-bas parfait. Un signal générique peut ainsi être calculé et retrouvé dans l'acquisition du signal de synchronisation réel afin de déterminer l'instant du début des acquisitions du système LDV.

### A.3.2 Procédure de détermination de la synchronisation

La détermination de l'instant du début de datation des mesures de vitesse LDV dans le référentiel de temps des mesures de pression est réalisée par détection, dans le signal de synchronisation, de la fonction de Heaviside filtrée définie par la relation A.8.

Dans un premier temps, les fronts descendants du signal de synchronisation sont déterminés par simple reconnaissance de passage d'un niveau logique haut à un niveau logique bas. Pour déterminer le temps exact de chaque front, la corrélation entre le signal de synchronisation et la fonction de Heaviside filtrée est calculée :

$$R(\tau) = \int_{-T}^T s(t) \cdot H_{\gamma}(t + \tau) dt$$

Le maximum de corrélation permet d'obtenir un retard  $\tau$  correspondant au retard entre le signal de synchronisation enregistré et l'instant exact du départ de la datation LDV.

L'origine des temps des mesures de vitesse étant alors connue dans le référentiel temporel des mesures de pression, le calcul des corrélations pression-vitesse est réalisé. Les acquisitions de vitesse étant irrégulièrement échantillonnées (mesure lorsqu'une particule d'ensemencement traverse le volume de mesures), une méthode spécifique est employée pour ces calculs. Celle-ci est explicitée au §3.3.2.



**Annexe B**

**Expériences subsoniques**



# Annexe B

## Expériences subsoniques

Au cours de cette étude, des mesures de pression en champ proche d'un jet supersonique ont été exploitées. La soufflerie utilisée pour réaliser ces mesures fut élaborée au LEA dans le cadre de la thèse de Ricaud [171]. Le diamètre de la buse d'éjection de ce jet est de  $D=50$  mm. La vitesse de l'écoulement est de 100 m/s ( $M_j=0,3$ ). Un soin particulier a été apporté au traitement acoustique de ces installations (isolation des circuits d'aspiration et de refoulement) afin d'isoler le bruit du ventilateur. L'ensemble des caractéristiques techniques ainsi que la qualification complète de cette soufflerie seront retrouvés dans le manuscrit de Ricaud [171].

Certaines mesures de pression réalisées par Fabienne Ricaud sur cette soufflerie ont été ré-exploitées dans le cadre de la présente étude (chap. 4). Des mesures supplémentaires ont également été effectuées sur ces installations en vue d'intégrer les contributions azimutales dans l'analyse du champ de pression proche.

Les mesures de pression effectuées dans le champ proche du jet sont réalisées à l'aide de microphones pression GRAS de type 40PB. L'ensemble de la chaîne de mesure acoustique est identique à celle utilisée sur la configuration supersonique et décrite au paragraphe 6.1.3.c (p. 152).

Les méthodes d'analyses employées sont de type stochastique (i.e. POD, LSE). Elles nécessitent la connaissance du tenseur de corrélation en deux points. Afin de prendre en compte les contributions azimutales, ce tenseur doit être connu sur une surface entourant le jet. Deux géométries ont été définies.

### B.1 Configuration conique

Une antenne linéique de microphones est placée le long du jet. Cette antenne est inclinée de  $9^\circ$  par rapport à l'axe du jet de manière à en suivre l'expansion. De position fixe, elle permet d'accéder à la distribution longitudinale de pression. Elle couvre la zone  $x/D=[0,46 : 5,60]$  et est constituée de 18 microphones. Les 7 premiers microphones sont espacés de  $\Delta x=9,8$  mm. Les 11 microphones suivant sont espacés de  $\Delta x=19,7$  mm. Les positions radiales de ces microphones s'étendent de  $r/D=1,06$  à  $r/D=1,88$ .

Cette antenne est couplée à une seconde antenne de forme circulaire. Orientée dans un plan normal à l'écoulement, sa position longitudinale est variable. Elle permet d'accéder aux contributions azimutales du champ de pression le long de l'écoulement. Elle est constituée de 17 microphones séparés d'un angle de  $20^\circ$ . Un 18<sup>e</sup> microphone vient compléter cette antenne. Il s'agit du microphone de l'antenne linéique situé à la position longitudinale de l'antenne circulaire. La position radiale des microphones de l'antenne linéique étant variable, la taille de cette antenne circulaire est ajustée pour chaque position longitudinale.

Un photographie de ce montage expérimental est donné en figure B.1.



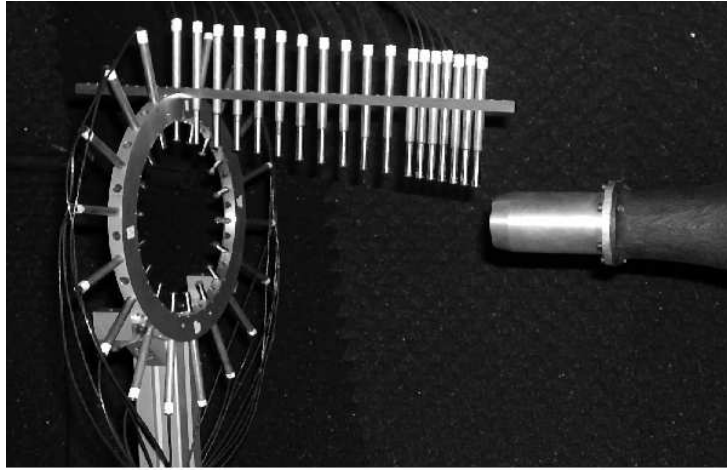


FIG. B.1 – Dispositif expérimental cône subsonique : antennes linéique et azimutale de microphones

## B.2 Configuration cylindrique

Une autre campagne de mesures a été effectuée. S'appuyant sur le même principe de couplage de deux antennes de microphones, une géométrie de forme cylindrique a été réalisée.

Pour cette configuration, l'antenne linéique est placée parallèlement à l'axe du jet. Elle est constituée de 39 microphones espacés de  $\Delta x = 10,0$  mm et couvre la zone  $x/D = [0,8 : 8,2]$ . Afin de pouvoir accéder aux gradients de pression normaux à la surface de mesure (en vue d'une application de la formulation de Kirchhoff similaire à celle présentée pour la configuration supersonique au §6.5), les microphones de cette antenne sont disposés en quinconce aux positions radiales  $r/D = 1,8$  et  $r/D = 2,0$ .

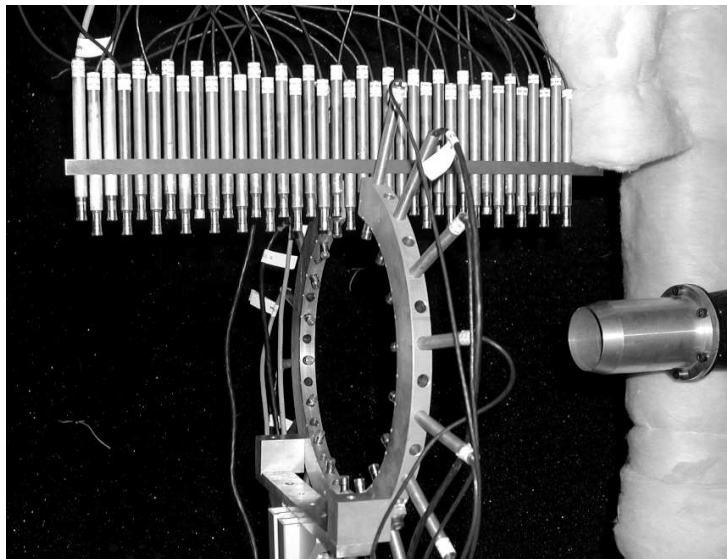


FIG. B.2 – Dispositif expérimental cône subsonique : antennes linéique et azimutale de microphones

Cette antenne est couplée à une antenne circulaire. Constituée de 17 microphones séparés de  $\Delta \theta = 20^\circ$ , celle-ci est identique à celle utilisée en configuration conique. Le rayon de cette antenne est constant, égale à  $r/D = 1,8$ . Plusieurs mesures sont réalisées pour différentes positions longitudinales de cette antenne circulaire. Celle-ci est successivement placée à la position

longitudinale de chaque microphone de l'antenne linéique de position radiale  $r/D=1,8$ , qui, de la sorte, vient compléter l'antenne circulaire (18<sup>e</sup> microphone)

Un photographie de ce montage expérimental est donné en figure B.2.

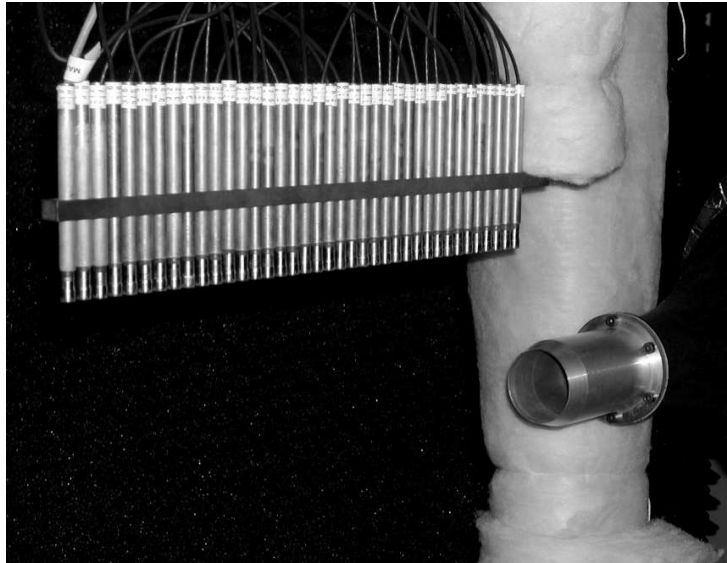


FIG. B.3 – Dispositif expérimental antenne droite subsonique

Dans le but d'estimer la pression sur deux surfaces concentriques par estimation stochastique (LSE), les corrélations entre l'ensemble des points de mesures de l'antenne linéique sont requises pour chacune des deux positions radiales. Des mesures supplémentaires sont alors réalisées. Pour celles-ci, l'antenne linéique est utilisée seule. Les 38 microphones sont tous placés à la même position radiale. Deux mesures sont effectuées respectivement pour les positions  $r/D=1,8$  et  $r/D=2,0$ . Une photographie de l'antenne linéique seule est donnée en figure B.2.



## **Annexe C**

### **Interprétation des modes POD**



# Annexe C

## Interprétation des modes POD

Dans le cadre de cette étude, ainsi que dans le cadre d'autres études menées antérieurement au LEA de Poitiers (Picard [162] et Ricaud [171]), une analyse POD du champ de pression proche des jets a été réalisée. Or, l'interprétation des modes propres obtenus est une question récurrente de ce type d'analyse. C'est pourquoi, une analyse POD d'un champ de pression simple, bien connu, a été réalisée. Ainsi, un champ de pression, engendré par une source acoustique académique, a été numériquement calculé en quelques points matérialisant une antenne de microphones. L'analyse POD du champ obtenu permet alors l'interprétation des résultats de ce type de décomposition.

Dans un premier temps, une POD est réalisée dans le domaine spatial sur une répartition circulaire puis linéique des points de calcul. La POD est ensuite examinée dans le domaine spectral, sur une répartition linéique des points de calcul, d'un champ de pression engendré par une ou plusieurs sources.

### C.1 Introduction

Pour ces analyses POD, un champ de pression est numériquement calculé en quelques points de l'espace bidimensionnel. Ce champ est engendré par une source acoustique académique unitaire et harmonique. L'expression de cette source est la suivante :

$$p(x, y, t) = \frac{1}{d(x, y)} \sin \left[ \omega_s \left( t - \frac{d(x, y)}{c} \right) + \varphi_s \right]$$

où  $\omega_s$  et  $\varphi_s$  sont respectivement sa pulsation et sa phase. La vitesse de propagation de l'onde est notée  $c$ . Les coordonnées du point de calcul sont  $(x, y)$  et la variable  $d$  est la distance de ce point à la source :

$$d(x, y) = \sqrt{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2}$$

où  $(x_s, y_s)$  sont les coordonnées de la source.

L'amplitude de cette source est unitaire et l'amplitude du signal généré décroît de manière inversement proportionnelle à la distance de celle-ci. Sa pulsation est unitaire ( $\omega_s=1$ ), et sa phase  $\varphi_s$  est nulle. La vitesse de propagation  $c$  est également fixée à 1.

### C.2 Étude de la POD spatiale

Dans un premier temps, une étude de la décomposition orthogonale dans le domaine spatial est réalisée. Une source unitaire, définie au §C.1, est utilisée pour calculer un champ fluctuant

en quelques points de l'espace. Fixés au nombre de 21, ces points sont répartis de part et d'autre de la source, matérialisant les microphones d'une antenne.

### C.2.1 Introduction

Deux configurations ont été analysées. Premièrement, les points de calcul ont été disposés sur un arc de cercle, centré sur la source. Positionnés à égale distance de celle-ci, tous les points sont sur le même front d'onde et matérialisent une antenne dite circulaire. Les résultats de cette configuration font l'objet du paragraphe §C.2.2.

Pour la deuxième configuration, les points de calcul sont alignés suivant une droite, matérialisant ainsi une antenne linéique correspondant au type d'antenne utilisée expérimentalement. Cette configuration fait l'objet du paragraphe §C.2.3.

Pour chacun de ces cas, les fluctuations temporelles de pression  $p(X, t)$  sont calculées aux points de calcul, la variable  $X$  étant les coordonnées  $(x, y)$ . Le tenseur de corrélation en deux points  $R_{pp}(X, X')$  est défini de la manière suivante :

$$R_{pp}(X, X') = \overline{p(X, t)p(X', t)}$$

où  $\overline{(\cdot)}$  désigne l'opérateur de moyenne temporelle.

Une décomposition orthogonale de ce tenseur est effectuée :

$$\int_{\mathcal{D}} R_{pp}(X, X')\phi^{(n)}(X')dX' = \lambda^{(n)}\phi^{(n)}(X)$$

où  $\mathcal{D}$  est l'espace des points de calcul.

Les valeurs propres  $\lambda^{(n)}$  et les vecteurs propres  $\phi^{(n)}(X)$  de ce tenseur, ainsi obtenus, peuvent être analysés.

### C.2.2 Antenne circulaire

Le maillage des points de calcul de cette première configuration est représenté sur la figure C.1(a). Un champ fluctuant est engendré par une source, représentée par un cercle plein ( $\bullet$ ), à l'origine d'un repère spatial adimensionné par la longueur d'onde  $\lambda_s$  de cette source. Les points de calcul sont représentés par des triangles pleins ( $\blacktriangle$ ). Ils sont répartis sur un arc de cercle, centré sur la source, matérialisant une antenne circulaire. Placés à la distance d'une longueur d'onde de la source, les points sont régulièrement répartis et couvrent une zone angulaire de  $2\pi/3$ .

Un extrait des signaux générés en chaque point est tracé sur la figure C.1(b). En abscisse, le temps est adimensionné par la période  $T_s$  de la source, inverse de sa fréquence. En ordonnée, chaque point de calcul est repéré par son indice (notés sur la figure C.1(a)), allant de -10 à 10. Le signal engendré par la source en chaque point est adimensionné par le double de l'amplitude, notée  $A_0$ , du signal au point d'indice 0, situé au centre de l'antenne.

Les corrélations entre ces signaux sont calculées. Une POD de ce tenseur est réalisée afin d'en définir les valeurs et vecteurs propres. Les résultats obtenus sont reportés sur la figure C.2.

Seule la première de ces valeurs propres, représentées sur la figures C.2(a) en fonction de leur ordre, est non nulle. Les trois premières fonctions propres, produit de la racine carré de la valeur propre par le vecteur propre associé, sont représentées sur la figure C.2(b) en fonction de l'indice des points de calcul. La première de ces fonctions propres, associée à la valeur propre non nulle, est constante sur le domaine. Les deux fonctions propres suivantes, produit d'un vecteur propre par une valeur propre nulle, sont nulles sur le domaine.



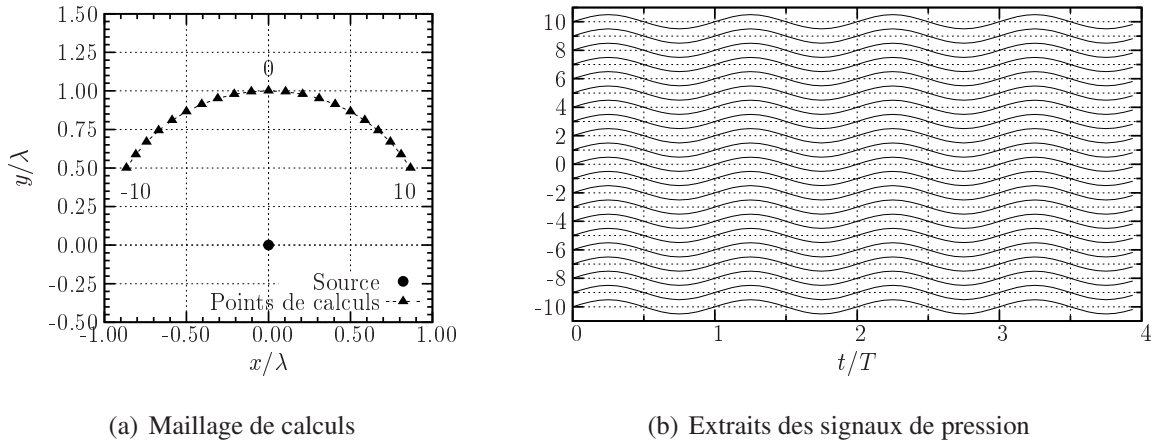


FIG. C.1 – POD spatiale sur source acoustique académique : Antenne circulaire

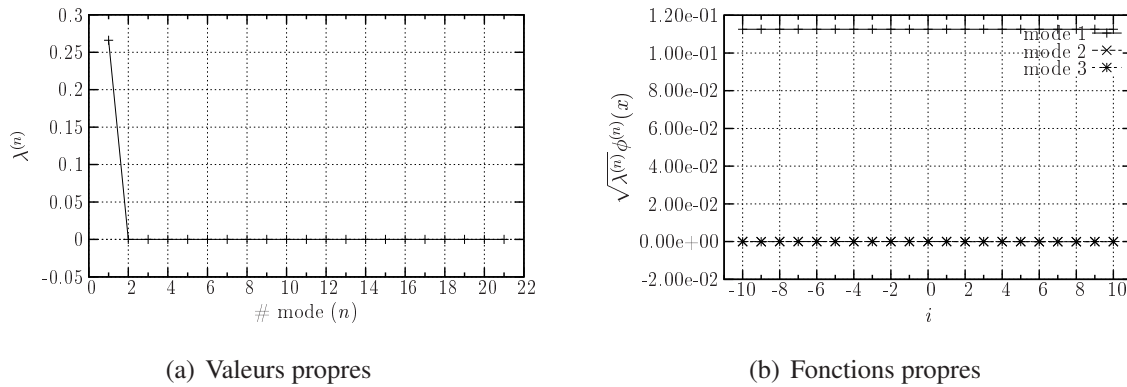


FIG. C.2 – Résultats POD spatiale sur source acoustique académique : Antenne circulaire

Ce résultat s'explique par le fait qu'en chaque point de calcul, les signaux perçus sont identiques. Ces points étant à la même distance de la source, l'ensemble de ces signaux sont de même amplitude et de même phase, comme cela peut se constater sur les extraits temporels de la figure C.1(b).

La décomposition orthogonale extrait donc de cet ensemble de signaux, un signal unique, de niveau d'énergie  $\lambda^{(1)}$  sur le domaine défini par l'ensemble des points. Le vecteur propre  $\phi^{(1)}(X)$ , associé à cette valeur propre non nulle, fait apparaître une répartition constante de cette énergie sur le domaine.

Le niveau de la première valeur propre est représentative de l'énergie comprise dans le domaine d'intégration sur lequel est appliqué la POD. La variance des signaux en chaque point de calcul, se trouvant à une distance  $d=\lambda_s$ , est de :

$$\overline{p(X, t)^2} = \frac{1}{2d^2} = \frac{1}{2\lambda^2} = \frac{1}{2} \left( \frac{\omega}{2\pi c} \right)^2 = 1,266 \times 10^{-2}$$

Le domaine comprenant 21 points de calcul, la somme des énergies sur son ensemble est de :

$$\begin{aligned} \sum_{\mathcal{D}} \overline{p(X, t)^2} &= 21 \overline{p(X, t)^2} \\ &= 0,266 = \lambda^{(1)} \end{aligned}$$

Alors que la valeur propre représente l'énergie sur l'ensemble du domaine, le vecteur propre représente sa répartition spatiale, qui est ici constante.

### C.2.3 Antenne linéique

Pour cette deuxième configuration d'essai de décomposition orthogonale dans le domaine spatial, les points de calcul sont alignés dans l'espace pour matérialiser une antenne linéique, se plaçant ainsi dans une configuration du type des configurations expérimentales réalisées. La figure C.3(a) représente le maillage de ces points. La source, représentée par un cercle plein ●, est placée à l'origine d'un repère adimensionné par sa longueur d'onde  $\lambda_s$ . Les points de calcul sont représentés par des triangles (▲). Au nombre de 21, ils sont séparés de  $\lambda_s/3$ , couvrant une zone allant de  $-10\lambda_s/3$  à  $10\lambda_s/3$  en  $x$ , à une distance  $\lambda_s$  de la source dans la direction  $y$ .

Des extraits temporels des signaux engendrés par la source en ces points sont tracés sur la figure C.3(b). Tracé en fonction du temps, adimensionné par la période  $T_s$  de la source, chaque signal est repéré en ordonnée en fonction de l'indice du point et est adimensionné par le double de l'amplitude du signal au point d'indice 0 (placé face à la source).

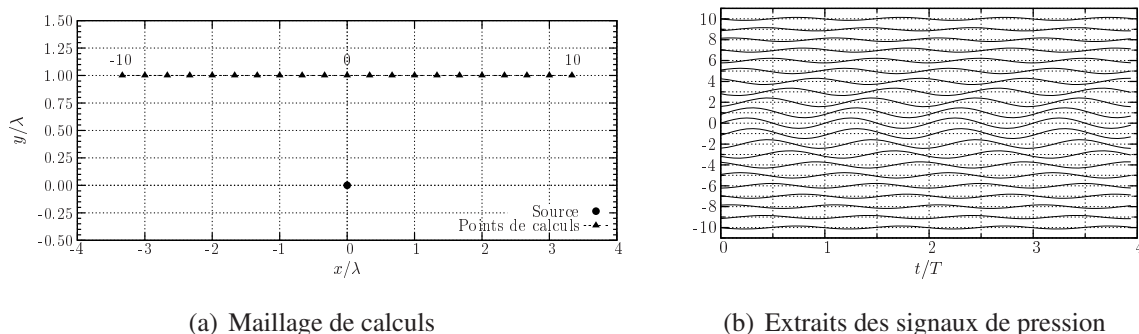


FIG. C.3 – POD spatiale sur source acoustique académique : Antenne linéique

La configuration en antenne linéique conduit à obtenir des points de calcul positionnés à des distances différentes de la source. Il s'en suit une décroissance de l'amplitude des signaux pour les points de calcul se situant de plus en plus près des extrémités de l'antenne (la distance à la source se révélant de plus en plus grande). De plus, ces distances plus importantes induisent un temps de propagation plus long, produisant un déphasage des signaux entre les différents points de calcul.

Les corrélations entre ces signaux sont calculées et une POD du tenseur obtenu est réalisée. Ses valeurs propres sont reportées sur la figure C.4(a), en fonction de l'ordre du mode auquel elles sont associées. Ces fonctions propres sont tracées en fonction de l'indice du point de calcul sur la figure C.4(b).

Contrairement au cas de l'antenne circulaire (§C.1), deux valeurs propres sont ici non nulles et les vecteurs propres, qui leur sont associés, ne sont pas constants sur le domaine mais de forme sinusoïdale amortie.

Ces résultats s'expliquent du fait des différences de distance entre les points du domaine d'analyse et la source. En effet, cela entraîne un déphasage entre les signaux obtenus. Un seul mode propre, pondéré par un coefficient instantané, n'est donc pas à même de représenter complètement l'ensemble des signaux sur le domaine. Un deuxième mode propre est donc nécessaire.

Le niveau des modes propres est décroissant sur les extrémités du domaine. Cette décroissance est due à l'atténuation de la variance des signaux en ces points (également dû à leur éloignement plus important à la source).

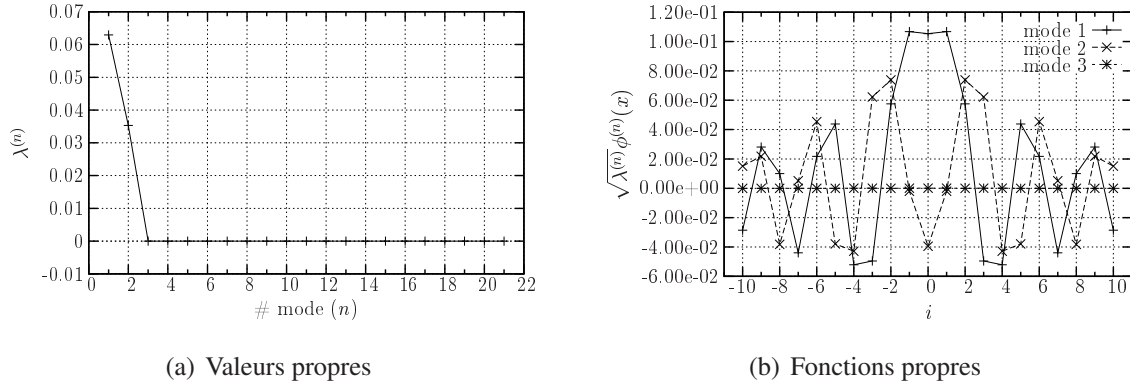


FIG. C.4 – Résultats POD spatiale sur source acoustique académique : Antenne linéique

Par ailleurs, les modes propres ne sont pas constants sur le domaine. Ces variations de niveau sont également induites par le déphasage entre les signaux des différents points du domaine. En effet, le temps de propagation du signal de la source à un point de calcul d'indice  $i$  est lié à sa vitesse de propagation  $c$  et à la distance  $d_i$  séparant ce point de la source. Ce temps induit une phase  $\varphi_i$  entre les signaux à la source et le point de calcul dont la valeur est la suivante :

$$\varphi_i = 2\pi \frac{d_i}{c} \quad (\text{C.1})$$

Il est alors possible de définir, sur l'axe des points de calcul, les positions où les signaux sont en phase avec le point d'indice 0. Leur phase s'exprimera :

$$\varphi_i = \varphi_0 + n \times 2\pi$$

où  $n \in \mathbb{Z}$  est un nombre entier relatif.

Leur distance  $d_i$  de ces points à la source peut alors en être déduite :

$$d_i = d_0 + n\lambda$$

La distance  $\Delta x$  séparant le point d'indice  $i$  du point d'indice 0, en phase avec ce dernier, est alors définie :

$$\begin{aligned} \Delta x^2 &= d_i^2 - d_0^2 \\ &= (d_0 + n\lambda)^2 - d_0^2 \\ &= 2n\lambda d_0 + n^2\lambda^2 \end{aligned}$$

Dans notre configuration, le point d'indice 0 se situe à une longueur d'onde de la source, soit  $d_0 = \lambda_s$ . La séparation  $\Delta x$  entre ce point et un point, situé sur la ligne des points de calcul, en phase avec ce dernier, est alors définie par la relation :

$$\Delta x = \sqrt{2n\lambda^2 + n^2\lambda^2}$$

Les valeurs de cette séparation  $\Delta x$  sont regroupées dans le tableau C.1 pour les deux premiers points de part et d'autres du point 0. Ces distances sont également exprimées, dans la troisième colonne du tableau, en nombre d'intervalles  $\Delta i$  séparant les points de calcul.

L'influence de la phase entre les signaux sur lesquels est appliquée la POD se retrouve alors en observant les maximum de la fonction propre d'ordre 1, représentée sur la figure C.4(b). Ceux-ci se situent aux positions où les signaux sont en phase avec le point central d'indice 0.

n	$\Delta x$	$\Delta i$
$\pm 1$	$\pm\sqrt{3}\lambda_s$	$\pm 3\sqrt{3} = \pm 5, 2$
$\pm 2$	$\pm\sqrt{8}\lambda_s$	$\pm 3\sqrt{8} = \pm 8, 5$

TAB. C.1 – Positions des points de calcul en phase avec le point d'indice 0

Ses minimum se situent, quant à eux, aux positions où les signaux sont en opposition de phase avec le point d'indice 0.

## C.2.4 Conclusions

Les valeurs propres d'un tenseur de corrélations spatiales sont représentatives de l'énergie comprise sur le domaine considéré. Les vecteurs propres qui leurs sont associés représentent quand à eux, la répartition, moyennée dans le temps, de cette énergie sur le domaine.

Le nombre de valeurs propres significatives n'est pas lié au nombre de sources générant le champ fluctuant mais à la nature de la partie du champ sur laquelle est appliquée la décomposition. La position des points "d'observation" dans le champ étudié est donc primordiale. En effet, un champ fluctuant engendré par une source unique est très corrélé dans l'espace, mais s'il existe une phase entre les points d'observation, du fait de leur position, plusieurs modes propres d'une POD spatiale sont nécessaires à la description des signaux sur le domaine, et cela bien que le champ ne soit constitué que d'un seul "événement" qui est, dans le cas présent, un signal sinusoïdal.

## C.3 Étude de la POD spectrale

Dans ce paragraphe, la décomposition orthogonale réalisée dans le domaine de Fourier est analysée. Appliquée dans un premier temps à un champ de pression engendré par une source académique unique, cette analyse est ensuite réalisée sur un champ de pression généré par deux sources de fréquences différentes puis de fréquences identiques.

### C.3.1 Introduction

L'analyse est effectuée dans une configuration similaire à la configuration du paragraphe C.2.3. La source, placée à l'origine de l'espace, engendre un champ fluctuant en 21 points de calcul alignés pour matérialiser une antenne droite de microphones. L'échantillonnage temporel du calcul est de 16 itérations par période  $T_s$  du signal. Une transformée de Fourier des signaux obtenus en chaque point est réalisée sur des blocs d'une taille  $T_{fft}=2T_s$  de 32 itérations temporelles et les interspectres sont calculés par moyenne des produits croisés sur l'ensemble des blocs :

$$S_{pp}(X_i, X_j; \omega) = \frac{1}{T_{fft}} \langle \hat{p}(X_i; \omega) \hat{p}^*(X_j; \omega) \rangle$$

où  $\langle \cdot \rangle$  désigne l'opérateur de moyenne d'ensemble.

Pour chaque fréquence, ce tenseur est décomposé en valeurs et vecteurs propres :

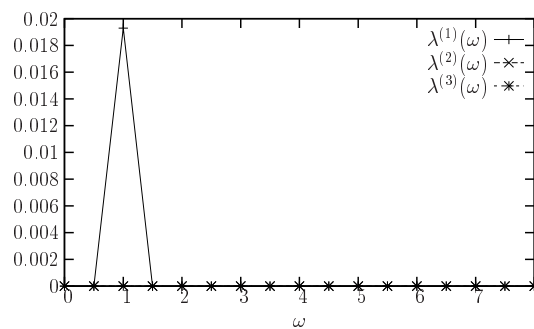
$$\int_{\mathcal{D}} S_{pp}(X_i, X_j; \omega) \Phi^{(n)}(X_j; \omega) dX_j = \lambda^{(n)}(\omega) \Phi^{(n)}(X_i; \omega) \quad (\text{C.2})$$

La nature du champ engendré par la source aux points de calcul étant connue, une analyse des grandeurs obtenues peut être menée.

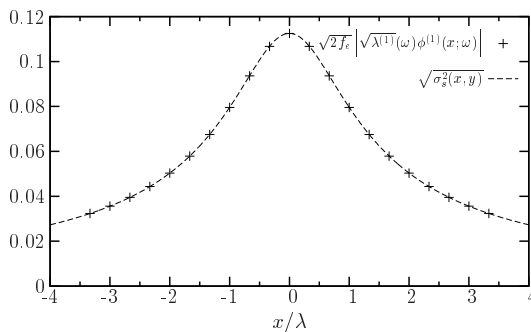
### C.3.2 Source unique

Une première analyse est accomplie pour le cas d'une source unique. La POD, réalisée dans le domaine de Fourier, est mise en œuvre sur la configuration décrite au paragraphe C.2.3.

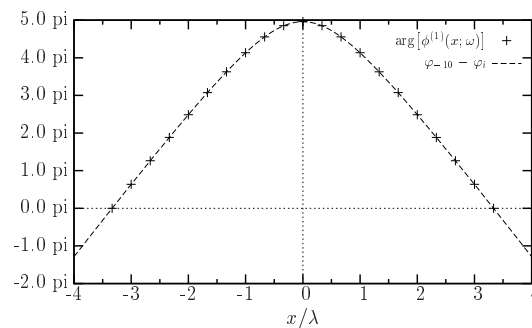
Les trois premières valeurs propres sont tracées en fonction de la fréquence sur la figure C.5(a). La valeur propre d'ordre 1 est non nulle pour la fréquence  $\omega_s=1$ , correspondant à la fréquence de la source. Pour toutes les autres fréquences, cette valeur propre est nulle, ainsi qu'à toutes les fréquences pour les valeurs propres d'ordre supérieur. La décomposition orthogonale du tenseur des interspectres indique donc que l'ensemble des signaux sur le domaine d'analyse n'est constitué que d'un seul signal, de fréquence  $\omega_s$ , dont la densité spectrale d'énergie, intégrée sur le domaine, est donnée par la première valeur propre.



(a) Valeurs propres



(b) Fonction propre d'ordre 1,  $\omega=1$  : module



(c) Fonction propre d'ordre 1,  $\omega=1$  : phase

FIG. C.5 – Résultats POD spectrale sur source acoustique académique unique

La répartition spatiale de l'écart type  $\sqrt{\sigma_s^2}(x, y)$  des fluctuations en chaque points de calcul est représentée sur la figure C.5(b). Son expression est la suivante :

$$\sqrt{\sigma^2}(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2}d(x, y)} \quad (\text{C.3})$$

où  $d(x, y)$  est la distance du point à la source.

Le module de la première fonction propre, dont la valeur propre associée est non nulle, est également reporté sur cette figure pour la fréquence  $\omega=1$ . Le tenseur des interspectres étant homogène à une densité spectrale d'énergie, la fonction propre est ici pondérée par un facteur  $\sqrt{f_e}$ , où  $f_e$  est la fréquence d'échantillonnage des signaux, afin d'être homogène à une énergie par bande de fréquence. Un facteur  $\sqrt{2}$  est également utilisé pour prendre en compte les fréquences

négligables. La fonction propre d'ordre 1 traduit exactement la répartition spatiale d'énergie sur le domaine de calculs.

Les modes propres étant complexes, ils sont constitués d'un module et d'une phase. La phase de la première fonction propre a été reportée, pour la fréquence  $\omega=1$ , sur la figure C.5(c) en fonction de la position  $x$  du point de calcul adimensionnée par la longueur d'onde  $\lambda_s$  de la source. L'expression analytique de la phase en chaque point de l'espace est connue et donnée par la relation C.1. Celle-ci a donc été reportée sur la figure C.5(c). Tracée sous la forme d'une différence de phase entre le premier point du domaine de calcul et le reste de l'espace, cette phase correspond exactement à la phase de la première fonction propre. La phase de la fonction propre traduit donc le déphasage entre les points du domaine sur lequel est appliquée la décomposition.

### C.3.3 Sources multiples

Après avoir analysé les résultats d'une décomposition orthogonale appliquée à un champ fluctuant engendré par une source académique unitaire, ce paragraphe s'intéresse aux résultats de cette décomposition appliquée à un champ fluctuant plus complexe. Celui-ci est alors généré par deux sources académiques, de fréquences différentes, puis de mêmes fréquences.

#### C.3.3.a Sources de fréquences différentes

La configuration précédente (§C.3.2) est utilisée. Les points de calcul, au nombre de vingt et un (21), sont alignés dans l'espace à une distance d'une longueur d'onde  $\lambda_1$  de la source, de pulsation  $\omega_1=1$ , placée à l'origine de l'espace, dans la direction  $y$ . Une seconde source, de pulsation  $\omega_2=0,5$ , est également placée à l'origine de l'espace. Une POD du tenseur des interspectres entre les points de calcul est réalisée. Les résultats sont présentés sur la figure C.6.

La figure C.6(a) montre les trois premières valeurs propres obtenues, tracées en fonction de la fréquence. Seule la première valeur propre  $\lambda^{(1)}$  est non nulle aux fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$  de chaque source. Les signaux obtenus aux points de calcul sont donc bien constitués d'un seul signal composé de deux fréquences distinctes.

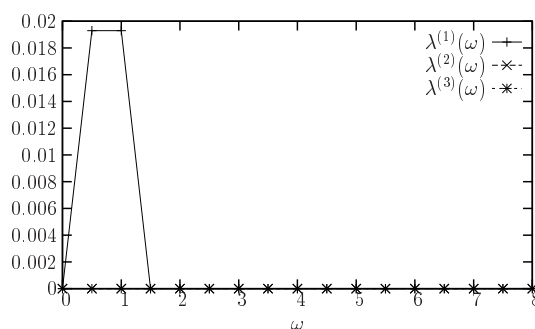
Le module et la phase de la première fonction propre sont représentés sur les figures C.6(b) et C.6(c) pour la fréquence  $\omega_1$  et sur les figures C.6(d) et C.6(e) pour la fréquence  $\omega_2$ . Ces fréquences correspondent respectivement aux fréquences de la première et de la seconde sources pour lesquelles la première valeur propre est non nulle. Une expression analytique du module et de la phase ont également été reportées sur chacune de ces courbes.

La POD étant appliquée indépendamment pour chaque fréquence, les résultats obtenus pour chacune d'elles sont similaires aux résultats obtenus dans le cas d'une source académique unique (§C.3.2).

#### C.3.3.b Sources de même fréquence

Pour cette application de la POD dans le domaine spectral, la configuration de calcul utilisée est similaire à la configuration du paragraphe précédent (§C.3.3.a), à savoir vingt et un points de calcul alignés dans l'espace. Les sources, harmoniques et au nombre de deux, sont de mêmes fréquences  $\omega_1=\omega_2=\omega_s=1$ . Elles sont placées de part et d'autre de l'origine, espacées d'une longueur d'onde  $\lambda_s$  de manière à générer en chaque point de calcul des signaux d'amplitude et de phase différentes. Une représentation de cette configuration de calculs est donnée sur le schéma C.7(a).

Les trois premières valeurs propres obtenues par POD sur cette configuration sont données en fonction de la fréquence sur la figure C.7(b). De nouveau, seule la valeur propre d'ordre 1 est non nulle à la fréquence  $\omega_s$  des sources. Bien que le champ fluctuant soit engendré par deux



(a) Valeurs propres

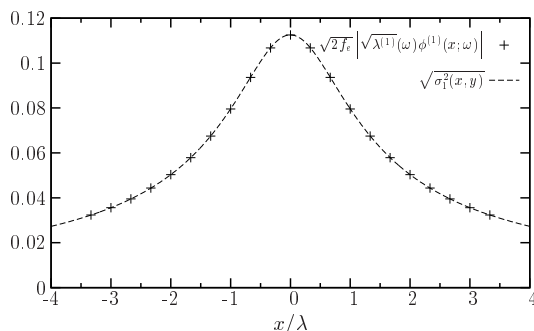
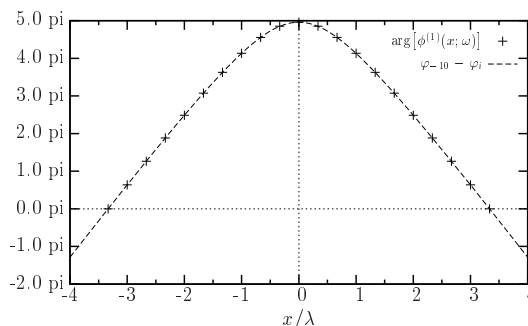
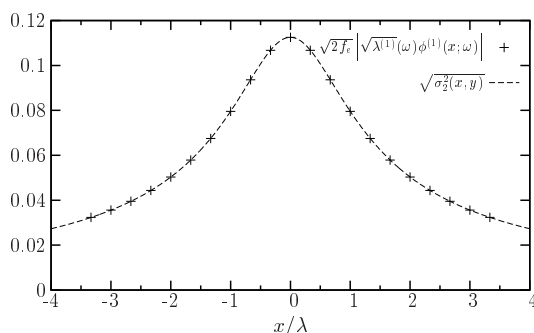
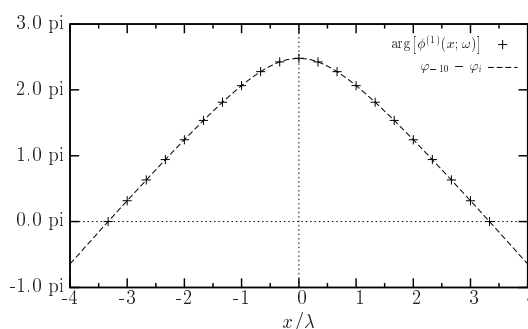
(b) Fonction propre d'ordre 1,  $\omega=\omega_1$  : module(c) Fonction propre d'ordre 1,  $\omega=\omega_1$  : phase(d) Fonction propre d'ordre 1,  $\omega=\omega_2$  : module(e) Fonction propre d'ordre 1,  $\omega=\omega_2$  : phase

FIG. C.6 – Résultats POD spectrale sur deux sources académique de fréquences différentes

sources, l'application de la POD sur le champ résultant ne fait apparaître qu'une seule et unique valeur propre non nulle. L'ensemble des signaux sur le domaine n'est alors composé que d'un seul signal. En effet, en chaque point de calcul, le champ fluctuant résulte de la sommation de deux contributions sinusoïdales, provenant de deux sources harmoniques, de même fréquence. Or, la somme de deux sinus d'amplitude et de phase différentes est un sinus :

$$A \sin(x + \alpha) + B \sin(x + \beta) = S \sin(x + \varphi)$$

L'expression de l'amplitude du sinus résultant vérifie alors la relation suivante :

$$S^2 = A^2 + B^2 + 2AB \cos(\alpha - \beta)$$

et sa phase vérifie :

$$\tan(\varphi) = \frac{A \sin(\alpha) + B \sin(\beta)}{A \cos(\alpha) + B \cos(\beta)}$$



Ces expressions analytiques du module et de la phase du champ fluctuant ont été reportées sur les figures C.7(c) et C.7(d) représentant respectivement le module et la phase de la première fonction propre pour la fréquence  $\omega=\omega_s$ . Ces expressions analytiques traduisent parfaitement cette fonction propre, laquelle décrit donc complètement les signaux sur l'ensemble du domaine constitué des points de calcul.

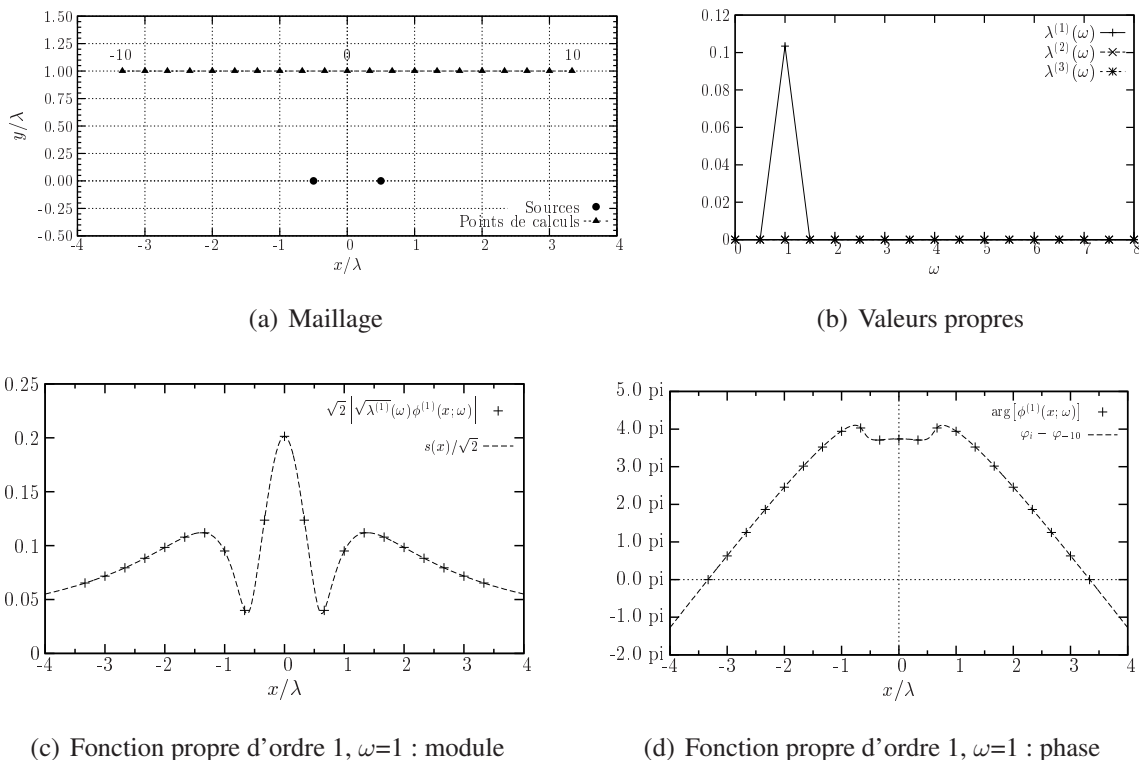


FIG. C.7 – Résultats POD spectrale sur deux sources académique de même fréquence

### C.3.4 Conclusion

L'utilisation de la POD spectrale permet de traiter chaque fréquence indépendamment. Pour chacune d'elle, les résultats obtenus sont similaires à ceux de la POD spatiale dans le sens où les distributions d'énergie et de phase du champ analysé sont parfaitement retrouvées.

En revanche, les vecteurs propres étant complexes, l'existence d'une phase entre les points d'analyse n'influence nullement le nombre de mode propre non nulle. De ce fait, dans toutes les configurations analysées, un vecteur propre unique est suffisant à la reconstruction complète et totale de l'ensemble des signaux.

## C.4 Synthèse

De par les propriétés de la POD, les valeurs propres du tenseur de corrélation, ou du tenseur des interspectres, représentent l'intégration, sur le domaine d'analyse, de l'énergie des signaux. Ses vecteurs propres, quant à eux, représentent la répartition spatiale, suivant la direction d'analyse, de cette énergie, moyennée dans le temps.

La POD permet, sur un domaine d'analyse, de décomposer l'ensemble des signaux en signaux décorrélés. La définition de ce domaine est donc conditionnée par la nature du champ fluctuant étudié et par le type de décomposition réalisée. En effet, il a été montré au paragraphe C.2 que le nombre de modes non nuls obtenus par une POD réalisée dans le domaine

temporel sur un champ fluctuant engendré par une source harmonique fixe est lié à la définition du domaine d'analyse considéré. Bien que le champ fluctuant ne soit constitué que d'un seul signal, la phase existant entre les points du domaine se traduit par l'apparition d'un deuxième mode propre.

En considérant la direction temporelle homogène, une transformée de Fourier est réalisée, et la POD est alors appliquée pour chaque fréquence. Les modes propres obtenus sont alors complexes. De la sorte, la phase existant entre les points du domaine d'analyse est prise en compte et la décomposition d'un champ fluctuant engendré par une source se traduit par l'existence d'une et une seule valeur propre non nulle.

L'utilisation du modèle de sources académiques fixes n'est pas suffisant pour pousser l'analyse des résultats de POD spectrale. En effet, quelque soit la position et la phase de ces sources, le champ fluctuant généré est sinusoïdal en tous points de l'espace. Les répartitions spatiales d'énergie et de phase sont seulement plus ou moins complexes. Ce champ harmonique ne peut alors pas être décomposé en plusieurs signaux décorrélés. La POD spectrale n'extrait donc de ce champ qu'une seule et unique valeur propre non nulle.

L'analyse de la décomposition orthogonale pourrait être approfondie en l'appliquant à un champ fluctuant possédant plusieurs valeurs propres. L'obtention de celui-ci devrait être réalisable en utilisant une ou plusieurs sources mobiles. Le champ obtenu présenterait alors plusieurs nombres d'onde sur le domaine d'analyse. Ils seraient fonctions de la vitesse de déplacement de ces sources et de leur fréquence (effet Doppler), et se traduisant certainement par l'obtention de plusieurs modes propres non nulle.



## **Annexe D**

# **Analyse tridimensionnelle du champ proche subsonique en configuration cylindrique**



## Annexe D

# Analyse tridimensionnelle du champ proche subsonique en configuration cylindrique

Dans le cadre de cette étude, le champ de pression proche d'un jet subsonique est analysé par le biais d'une décomposition orthogonale aux valeurs propres. Les contributions azimutales de ce champ de pression sont prises en compte par l'analyse d'une distribution de mesures répartie sur une surface entourant l'écoulement. Les analyses menées sur une surface de forme conique, suivant l'expansion du jet, sont présentées au chapitre 5. Toutefois, ce type d'analyse peut être influencée par la distribution des points de mesures. Des mesures de pression en champ proche du jet subsonique ont donc été réalisées sur une géométrie différente.

La forme de cette seconde géométrie est cylindrique. Tous les points de mesures se situent ainsi à une même position radiale  $r/D=1,8$ . Cette disposition est choisie du fait des propriétés du champ de pression proche. En effet, la délimitation entre les zones dominées par des contributions de nature hydrodynamique ou acoustique se situe à une valeur constante du paramètre  $kr$  (§2.4.1 et le chapitre 4). De ce fait, chaque fréquence, pour lesquelles la POD spectrale est réalisée indépendamment, est donc dominée par des perturbations d'un seul et même type sur l'ensemble de ce domaine.

Les résultats de l'analyse par POD spectrale sur cette géométrie sont présentés dans cet annexe suivant la démarche exposée pour la configuration conique au chapitre 5. Exploitant les séries de mesures microphoniques détaillées en annexe B.2, une première analyse monodimensionnelle est réalisée dans la direction longitudinale de l'écoulement. Une analyse modale azimutale du champ de pression sur la distribution cylindrique est ensuite exposée avant d'explicitier les détails et résultats d'une estimation stochastique linéaire mise en œuvre sur ces données de sorte à générer une base de données de pressions instantanées sur l'ensemble de la surface, données inaccessibles expérimentalement. L'analyse par POD spectrale est alors étendue à une configuration bidimensionnelle en intégrant la prise en compte des contributions azimutales du champ de pression sur cette surface. L'utilisation de la décomposition orthogonale comme outil de séparation de contributions hydrodynamique et acoustique est ensuite considérée avant de conclure.

### D.1 Analyses POD monodimensionnelle

Dans cette partie, nous nous intéressons à l'analyse POD suivant la direction longitudinale du jet. En effet, avant de s'intéresser aux contributions azimutales du champ de pression, il est bon d'aborder ce type d'analyse dans une configuration plus simple. Cela nous permet d'in-

roduire et de discuter le type de résultats obtenus et de fixer une référence pour analyse des contributions azimutales.

Ainsi, après une présentation des répartitions spatiale et spatio-fréquentielle de l'énergie en champ proche pour une position radiale constante, l'analyse des interspectres pression-pression  $S_{pp}(x, x', \Delta\theta = 0; \omega)$  est exposée pour une séparation azimutale nulle, de sorte que toutes les contributions azimutales sont intégrées.

### D.1.1 Distributions spatiale et fréquentielle d'énergie

Avant de s'intéresser aux résultats de l'analyse POD monodimensionnelle du champ de pression proche du jet subsonique sur un domaine parallèle à l'axe du jet, les statistiques de cette distribution de pression sont présentées.

La répartition longitudinale d'énergie est, pour cette configuration, très inhomogène. Les valeurs RMS de pression sont continûment croissantes le long de l'écoulement (voir fig. D.1(a)). Comme cela sera montré ultérieurement, cela affecte fortement les résultats de la décomposition orthogonale. Les modes POD obtenus, optimum aux sens de l'énergie, présentent alors la partie aval du domaine d'analyse comme le plus importante car le plus énergétique.

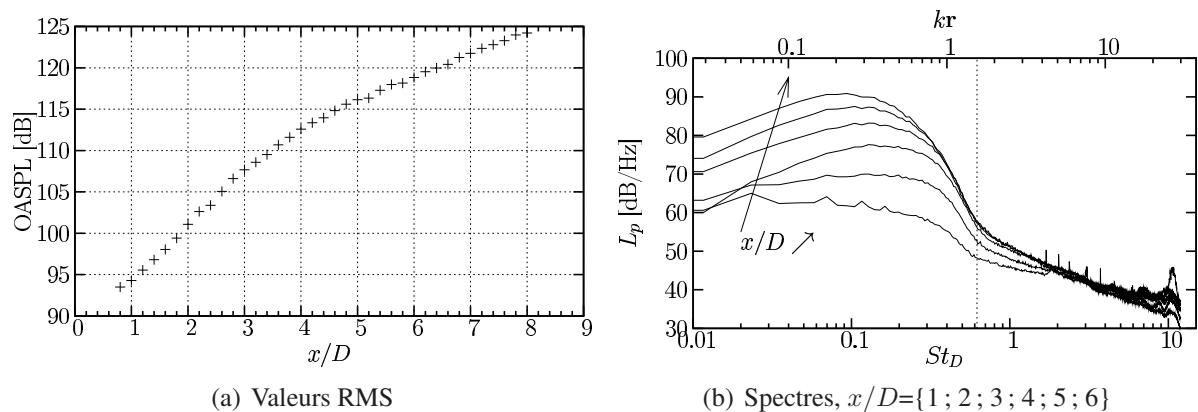


FIG. D.1 – Répartition longitudinale et spectrale d'énergie du champ de pression proche du jet subsonique, configuration cylindrique

La frontière entre les zones hydrodynamique et acoustique étant fonction de la fréquence, l'analyse POD est menée dans le domaine spectral. La distribution spectrale d'énergie est alors importante. Contrairement à la configuration conique analysée au chapitre 5, la fréquence particulière à laquelle ce changement de zones, qui se matérialise par un changement de pente du spectre, est la même sur l'ensemble du domaine d'analyse, du fait de la position radiale des capteurs indépendante de la position longitudinale (fig. D.1).

Outre l'influence que peut avoir le type de répartition des points de mesures sur l'analyse POD, on peut se demander comment ces répartitions peuvent agir sur les mesures en elles-mêmes. En effet, l'orientation de l'antenne et des microphones est différente et la séparation entre les points de mesures varie entre les deux configurations étudiées. Des effets d'intrusion des capteurs dans le champ de pression peuvent donc apparaître du fait, par exemple, de la réflexion des ondes de pression acoustiques sur le dispositif expérimental. D'ailleurs, il est à constater que le niveau de RMS  $\sigma_p^2(x, r)$  mesuré en un point commun aux deux configurations, en  $r/D=1,8$  à la position longitudinale  $x/D=5,2$ , varie effectivement de 119,4 dB pour la configuration conique à 117,3 dB pour la configuration cylindrique. Cette différence de 2 dB n'est que faiblement ressentie sur la répartition spectrale d'énergie, leurs densités, adimensionnées par la variance de la pression en ce point, étant similaires (fig. D.2). Cette variation semble donc



être plus imputable à un problème d'étalonnage des capteurs (mesure de la sensibilité des microphones) qu'à un réel biais de mesures induit par le dispositif expérimental. Une faible différence apparaît toutefois dans la pente de la zone inertielle de ces spectres. Celle-ci est probablement induite par la différence d'orientation des microphones. En effet, cette zone correspond à des perturbations de nature hydrodynamique assimilables à des ondes planes normales à l'axe du jet, se propageant dans la direction aval de l'écoulement (cf. §4.2.2).

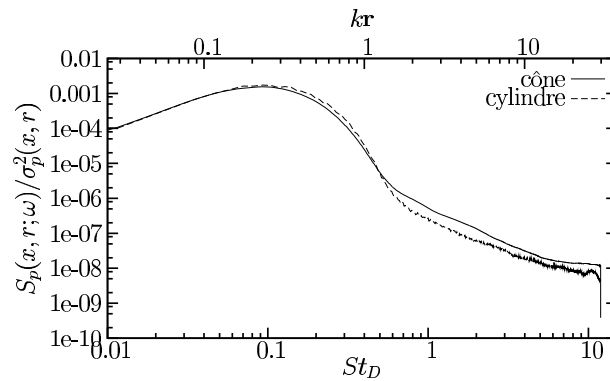


FIG. D.2 – Spectres de pression normalisés communs aux configurations expérimentales conique et cylindrique subsonique :  $x/D=5,2$ ,  $r/D=1,8$

Tout comme pour l'antenne inclinée, dans le cadre de la configuration conique, le changement de pente entre les zones de hautes et de basses fréquences des spectres se retrouve également dans les interspectres pression-pression  $S_{pp}(x, x', \Delta\theta; \omega)$  alors divisés en deux zones :

- Une zone basses fréquences de forts niveaux d'énergie sur l'ensemble de l'étendue longitudinale du domaine ;
- Une zone hautes fréquences où les niveaux d'énergie chutent rapidement de part et d'autre du point de référence.

La limite fréquentielle entre ces deux zones de comportement différent, discutée au chapitre 4 (cf. §4.1.3), est liée à une valeur constante du paramètre  $kr$  de 1,3. Elle est donc constante sur l'ensemble du domaine pour la configuration cylindrique (fig. D.3).

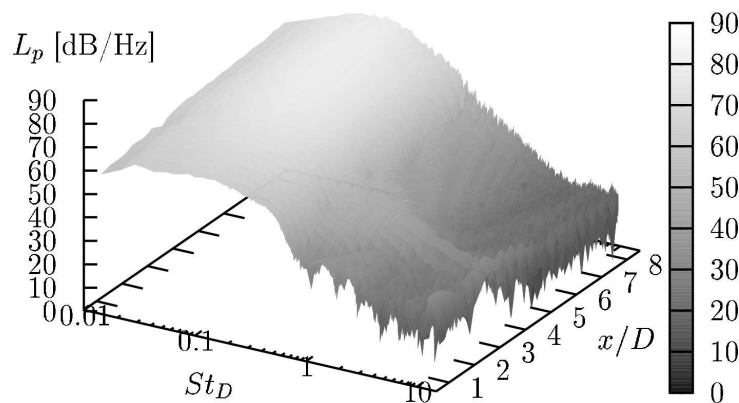


FIG. D.3 – Interspectres pression-pression en champ proche du jet subsonique,  $x_{ref}/D=3,0$

## D.1.2 Valeurs propres et convergence

Nous nous intéressons ici à la répartition fréquentielle des valeurs propres issues de la POD-1D. Les notations et les détails de la décomposition sont présentés au §5.2.2 dans le cadre de la

décomposition sur une surface conique.

La répartition spectrale des valeurs propres ainsi que leur convergence, respectivement reportées en figure D.4(b) et figure D.4(a) sont similaire aux résultats obtenus pour la configuration d'antenne inclinée exposés au §5.2.3. Le nombre de valeurs propres a ici été tronqué aux 17 premières valeurs afin de se placer dans une représentation comparable à celle de la configuration d'antenne inclinée sur la figure 5.4(a). La fréquence du maximum de ces valeurs propres est toutefois plus basse pour cette configuration, de l'ordre de 200 Hz ( $St_D=0,1$ ). Elle correspond à la fréquence de pic du spectre mesuré en  $x/D=6,0$  (fig. D.1(b)). En considérant l'évolution radiale des deux premières valeurs propres, Ricaud [171] obtient une fréquence du maximum d'énergie décroissante avec l'éloignement du jet. L'obtention sur cette configuration d'antenne droite d'une fréquence de maximum d'énergie plus basse que pour la configuration d'antenne inclinée recoupe ce résultat du fait de l'éloignement des points de mesures les plus en amont.

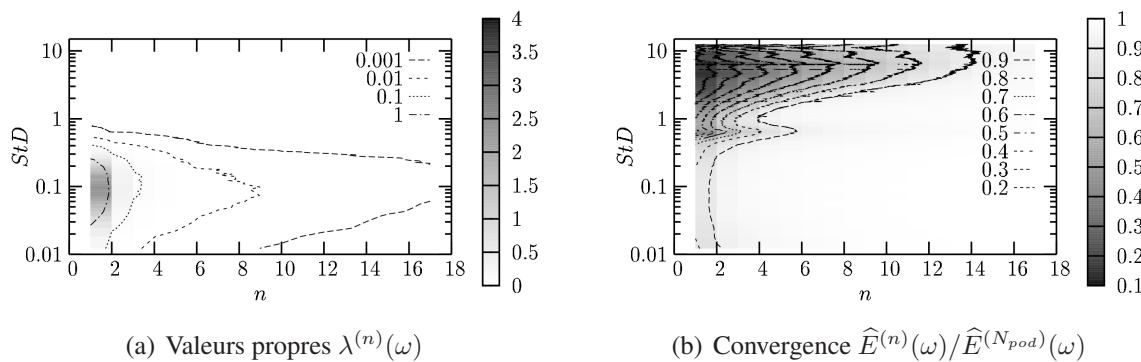


FIG. D.4 – Valeurs propres et convergence de la POD-1D sur configuration cylindrique subsonique

La convergence des valeurs propres, reportée en figure D.4(b) est également très proche de celle obtenue sur l'antenne inclinée. On remarquera toutefois la convergence plus rapide de la zones basses fréquences, hydrodynamique, et la convergence plus lente de la zone hautes fréquences, acoustique, que pour la configuration d'antenne inclinée (fig. 5.4(b)). Un autre points notable est le pic de moindre convergence obtenue dans la gamme fréquence du changement de pente des spectre. Celui-ci est ici beaucoup plus étroit que pour la configuration d'antenne inclinée et centré sur une fréquence correspondant à une valeur du paramètre  $kr=1,75$ . Bien que ne correspondant pas à la valeur de 1,3 définie comme valeur du passage de la zone hydrodynamique à la zone acoustique, le resserrement sur une fréquence unique pour un domaine d'analyse de position radiale constante montre que cet effet de moindre convergence, peut due aux interaction hydrodynamique/acoustique, est bien fonction et de la fréquence, et de la position radiale.

La distribution modale d'énergie, intégrée sur l'ensemble des fréquences présente une dynamique très proche de celle de la configuration d'antenne inclinée (voir respectivement les fig. D.5(a) et fig. 5.5(a)). Toutefois, la convergence des valeurs propres basse fréquence, très énergétique, étant plus rapide pour la configuration d'antenne droite présentée ici, seulement 3 modes propres sont nécessaires à la représentation de 95% de l'énergie (contre 4 modes sur l'antenne inclinée).

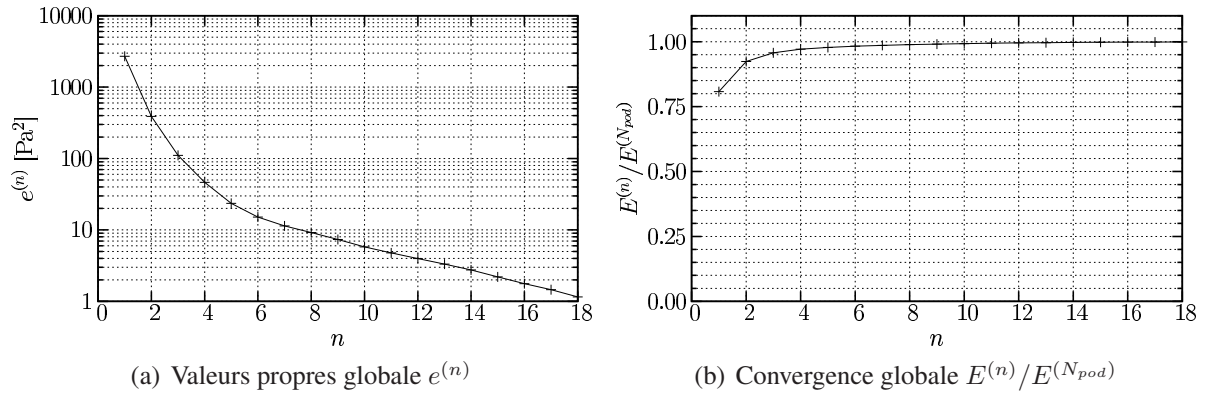


FIG. D.5 – Intégrale des valeurs propres et convergence de la POD-1D sur configuration cylindrique subsonique

### D.1.3 Fonction propres

Nous considérons ici l'évolution spatio-fréquentielle du module des fonctions propres  $|\Phi^{(n)}(x; \omega)|$  des modes POD (éq. 5.2). Comme pour l'antenne inclinée, §5.2.4, seuls les trois premiers modes propres sont considérés.

Du fait de l'inhomogénéité longitudinale de la répartition d'énergie sur cette configuration, voir fig. D.1(a), la distribution spatiale d'énergie des modes propres est concentrée sur la partie aval du domaine d'analyse où les niveaux RMS de pression sont les plus élevés (voir fig. D.6). Dès lors, les modes propres dominant de cette configuration caractérisent des événement du champ de pression proche très distinct de ceux pointé par les modes propres de la configuration d'antenne inclinée (représentés en figure 5.6). Cette différence de résultats dans l'analyse d'un même champ de pression montre l'importance de la répartition des points de mesures exploités.

### D.1.4 Conclusions

Une analyse par POD spectrale du champ de pression proche suivant une direction parallèle à l'axe du jet a été menée. La comparaison de ces résultats à ceux obtenus sur un domaine suivant l'expansion de l'écoulement montre l'influence de la répartition des points de mesures exploités. Bien que répartition modale POD d'énergie ainsi que le degré de structuration soient assez similaire, la localisation spatiale d'énergie des contributions dominante varie fortement, pointant sur la zone en aval du cône potentiel pour la présente configuration d'antenne droite, contrairement à une répartition couvrant l'ensemble du domaine pour la configuration d'antenne inclinée. Ce phénomène est due à la distribution d'énergie (i.e. valeur RMS) du champ de pression analysé.

## D.2 Analyses modale azimutale

Avant de prendre en compte les contributions azimutales du champ de pression proche du jet subsonique dans son analyse POD, sa structuration azimutale est analysée. Les coefficients de corrélation spatiale sont alors considérés sur la surface cylindrique de rayon  $r/D=1,8$  entourant le jet subsonique. Cette analyse constitue le pendant de l'analyse réalisée sur la surface conique présentée au §5.3. Les notations introduite au §5.3 sont ici reprise.

Les figures D.7 et D.8 représentent respectivement les coefficients de corrélations en fonction de la séparation azimutale  $\Delta\theta$ , exprimée en degrés, et leur décomposition en série de Fou-

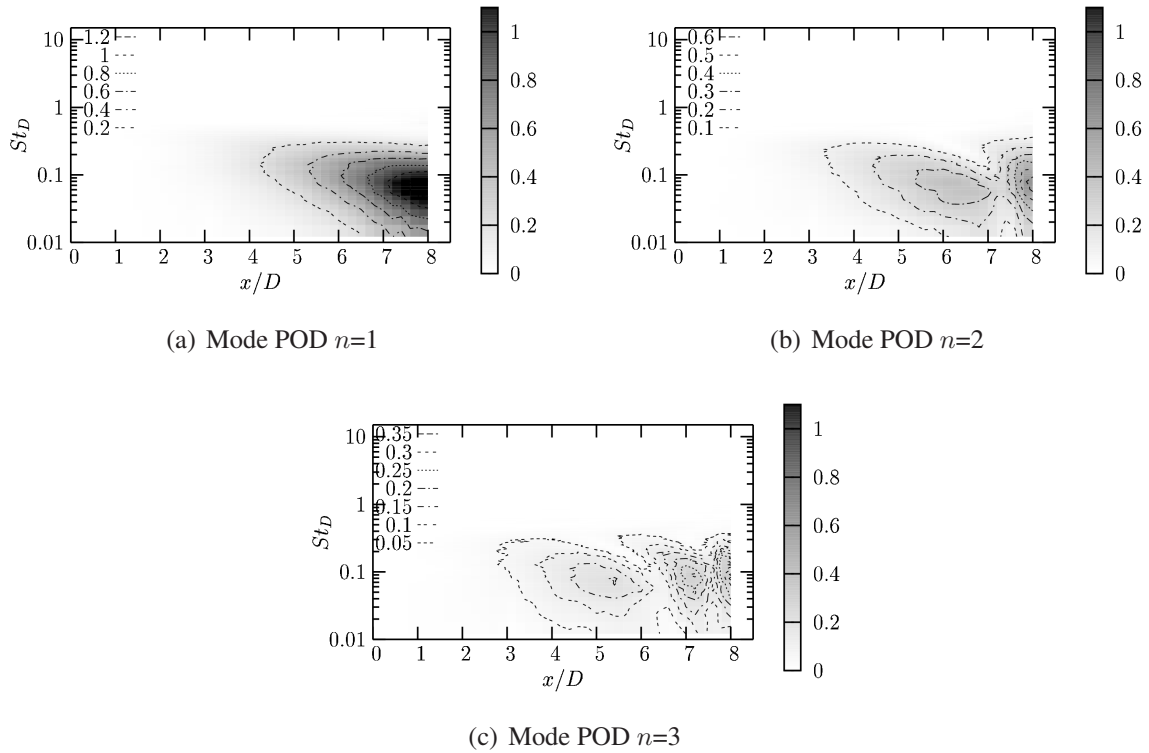


FIG. D.6 – Module des trois premières fonctions propres  $|\Phi^{(n)}(x ; \omega)|$  POD-1D sur configuration cylindrique subsonique

rier pour quelques positions longitudinales.

Globalement, pour de faibles séparations, le niveau de corrélation augmente avec l'éloignement longitudinal pour atteindre son maximum au niveau de la fin du cône potentiel. Pour les grandes séparations, le maximum est rapidement atteint, en position  $x/D=2$ , puis décroît avec l'éloignement de la sortie d'éjection (fig. D.7(a) et D.7(b)). Contrairement à la configuration conique, les coefficients de corrélation ne sont pas indépendants de la position longitudinale en aval du cône potentiel. En effet, leur niveau continue de décroître passé ce point.

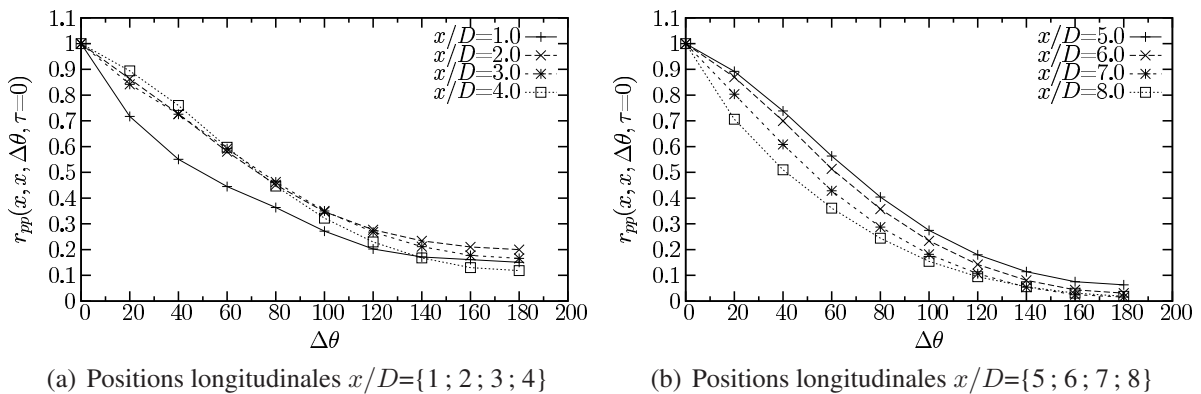


FIG. D.7 – Coefficients de corrélation azimutale de pression en configuration cylindrique subsonique

La décomposition en série de Fourier de ces coefficients de corrélations (fig. D.8) montre une forte prédominance des modes d'ordre bas. Plus de 75% de l'énergie est contenue dans les modes  $m_\theta=0, 1$  et  $-1$ . Le mode axisymétrique atteint un maximum en  $x/D=2$ . Ce maximum est conservé jusqu'à la fin du cône potentiel puis diminue fortement avec l'éloignement longitu-

dinal. Ce mode est la trace, dans le champ de pression fluctuant proche du jet, des instabilités de Kelvin-Helmholtz. Le mode antisymétrique augmente avec l'éloignement longitudinal et atteint son maximum en  $x/D=5$ . Passé la fin du cône potentiel, une conservation de l'énergie de ce mode est observée. L'ensemble des modes d'ordre plus élevé restent de niveau très bas sur l'ensemble du domaine. Toutefois, comme pour la configuration conique, une remontée de l'énergie est observée en  $x/D=1$  pour les modes d'ordres 4 et 5.

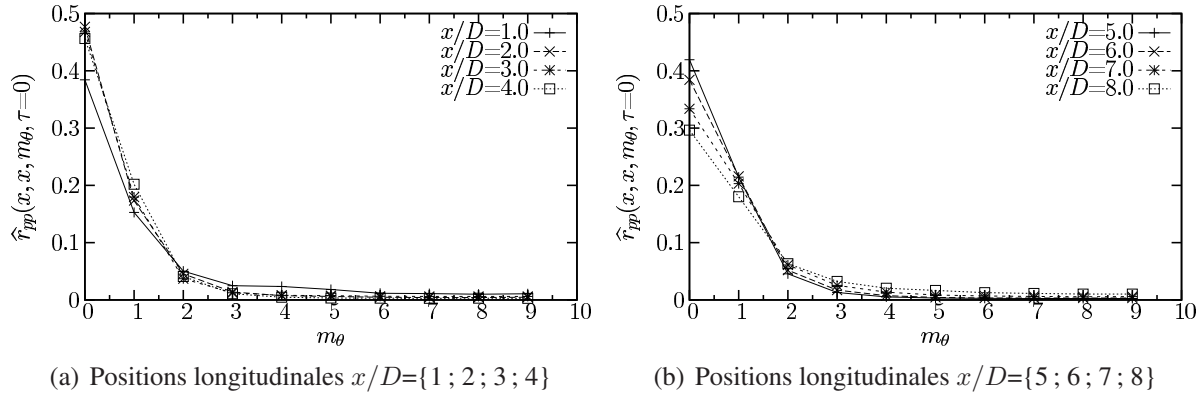


FIG. D.8 – Spectres azimutaux de pression en configuration cylindrique subsonique

### D.3 Estimation des pressions instantanées 3D

En vue de générer une base de données de pression instantanées sur l'ensemble de la surface cylindrique entourant le jet subsonique, une estimation stochastique est mise en œuvre. En effet, cette base de données est nécessaire à l'analyse des contributions modales POD instantanées mais est expérimentalement inaccessible (nombre de capteurs nécessaire trop important).

La série de mesures de pression dans la configuration cylindrique a été effectuée, entre autre, pour permettre l'estimation des pressions en champ lointain à partir de pressions mesurées en champ proche par l'utilisation d'une formulation intégrale de Kirchhoff (cf. §6.5 en configuration supersonique). Cette méthode nécessite non seulement la connaissance des pressions instantanées sur une surface entourant la zone source (i.e. l'écoulement) mais également leur dérivée instantanée normale à cette surface. Nous devons donc disposer des pressions instantanées sur deux surfaces concentriques, de rayons différents, afin de pouvoir déterminer ces gradients par différences finies. De ce fait, la répartition des points de mesures dans la direction longitudinale diffère de celle de la configuration conique. La démarche mise en œuvre pour l'estimation des pressions instantanées, basée sur l'extension spectrale de l'estimation stochastique, est alors identique à la démarche de la configuration conique développée au §5.4.1. Une étape préliminaire est toutefois nécessaire au traitement de la répartition longitudinale de points de mesures. Celle-ci est détaillée au paragraphe suivant, avant de la présentation des résultats de l'estimation sur la surface complète.

#### D.3.1 Estimation dans la direction longitudinale

Les mesures de pression le long du jet sont réalisées grâce à une antenne linéique de microphones couplée à une antenne circulaire de position longitudinale variable. Les microphones de l'antenne linéique sont placés en quinconce, alternativement aux positions radiales  $r/D=1,8$  et  $r/D=2,0$  (cf. annexe B.2). Ces mesures sont complétées par une série de mesures de pressions de références pour laquelle tous les microphones de l'antenne sont placés à la même position

radiale, successivement  $r/D=1,8$  puis  $r/D=2,0$ . Ces mesures permettent de déterminer les corrélations spatio-temporelles pression-pression  $R_{pp}(x, x', \tau)$  à ces deux positions radiales.

Ces corrélations de références sont utilisées pour estimer les pressions instantanées en toutes positions longitudinales  $x$ , simultanément aux deux positions radiales, en utilisant les mesures en quinconce de l'antenne linéique. Disposant ainsi d'une estimation des pressions instantanées en toute position  $x$  et des répartitions azimutales de pression à ces différentes positions longitudinales, il nous est possible de :

- calculer toutes les combinaisons possibles des corrélations spatio-temporelles pression-pression  $R_{pp}(x, x', \Delta\theta, \tau)$  sur le cylindre de rayon  $r/D=1,8$  entourant le jet ;
- calculer les corrélations spatio-temporelles pression-pression  $R_{pp}(x, x', r, r', \Delta\theta = 0, \tau)$  entre les deux positions radiales.

Les corrélations spatio-temporelles  $R_{pp}(x, x', \Delta\theta, \tau)$  sur le cylindre de rayon  $r/D=1,8$  permettent de réaliser une estimation stochastique de pressions instantanées sur cette surface à partir d'un nombre réduit de mesures de pression judicieusement choisies.

Les corrélations spatio-temporelles  $R_{pp}(x, x', r, r', \Delta\theta = 0, \tau)$  permettent d'estimer, pour chaque position angulaire  $\theta$  séparément, les pressions instantanées en  $r/D=2,0$  à partir des pressions estimées sur le cylindre en  $r/D=1,8$ .

La mise en œuvre de l'ensemble de cette procédure permet l'accès à une estimation des pressions instantanées sur deux cylindres concentriques entourant le jet, inaccessibles expérimentalement.

Les résultats de l'estimation des pressions sur le cylindre intérieur de rayon  $r/D=1,8$  font l'objet de la section suivante . Dans cette partie, nous nous intéressons uniquement aux résultats des premières estimations réalisées sur l'antenne linéique aux positions radiales  $r/D=1,8$  et  $r/D=2,0$ .

### D.3.1.a Corrélations spatio-temporelles de références

Nous nous intéressons ici aux corrélations spatio-temporelles pression-pression  $R_{pp}(x, x', \tau)$  aux positions radiales  $r/D=1,8$  et  $r/D=2,0$  calculées à partir des mesures de l'antenne linéique seule.

Ces mesures montrent un fort niveau de corrélation et présentent un caractère convectif très marqué. Cette convection est clairement illustrée par la direction des maxima de corrélations sur les figures D.9(a) et D.9(b), correspondant respectivement aux coefficients de corrélations en  $r/D=1,8$  et en  $r/D=2,0$ . La pente de la ligne décrite par ces maxima (tracée en trait plein sur les figures) dans l'espace spatio-temporel est égale à la vitesse de convection de l'écoulement  $U_c=66$  m/s.

Les iso-contours, tracés par incrément de 0,25, montrent que suivant cette direction, le niveau de corrélation est supérieur à 50% sur une zone couvrant  $2D$  en amont et  $2D$  en aval du point de référence situé ici en  $x/D=4,0$ .

L'estimation stochastique étant basée sur la cohérence entre les signaux estimés et les signaux conditionneurs, ces résultats mettent en évidence qu'une LSE spectrale (cf. §3.5) utilisant des pressions de références espacées de  $2\Delta x=20$  mm pour estimer des pressions situées entre ces points peut être performante car un grand nombre de signaux conditionneurs ayant un fort niveau de cohérence avec les signaux estimés sont utilisés.

### D.3.1.b Performance de l'estimation

Afin de tester la performance de l'estimation des pressions aux positions radiales  $r/D=1,8$  et  $r/D=2,0$ , les mesures de références ayant servi aux calculs des coefficients de LSE spectrale sont utilisées. Les mesures d'un microphone sur deux servent à estimer les pressions aux points



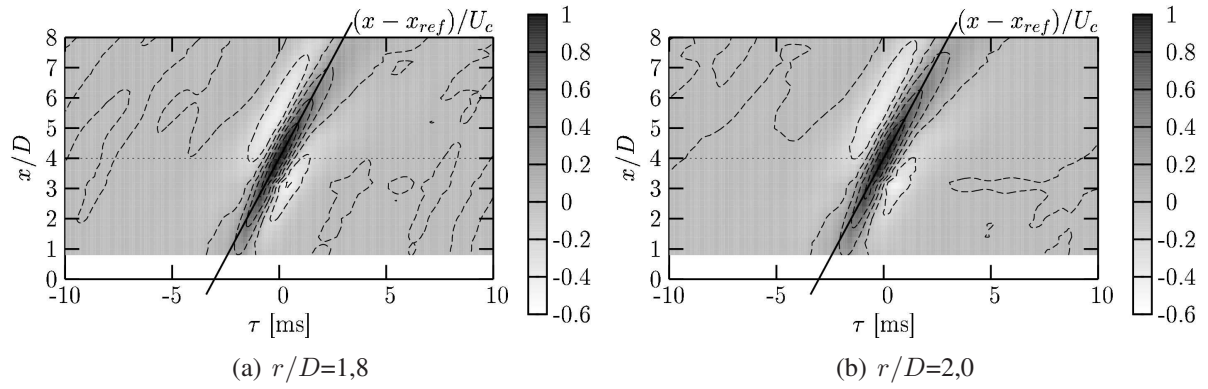


FIG. D.9 – Coefficients de corrélation spatio-temporelle de pression en champ proche le long du jet subsonique, antenne droite,  $x_{ref}/D=4$

des microphones non utilisés. Disposant des mesures aux points d'estimations, les signaux obtenus peuvent être comparés aux signaux originaux.

D'un point de vue global, le niveau de RMS des pressions estimées par LSE spectrale est très proche du niveau effectivement mesuré. Les répartitions longitudinales de ces niveaux, mesurés et estimés, sont reportées sur la figure D.10(a) pour la position radiale  $r/D=1,8$ . Le rapport entre ces deux répartitions est très proche de 1, et plus de 99% de l'énergie est estimée en chaque point (voir fig. D.10(b)). L'erreur obtenue est nulle pour les points de référence et les points d'estimation situés au centre de l'antenne. Cette erreur est de plus en plus importante au fur et à mesure que les points d'estimation se rapproche des extrémités de l'antenne. Cette sous-estimation de l'énergie est due au nombre réduit de signaux conditionneurs de pression fortement corrélés avec la pression au point d'estimation alors utilisé.

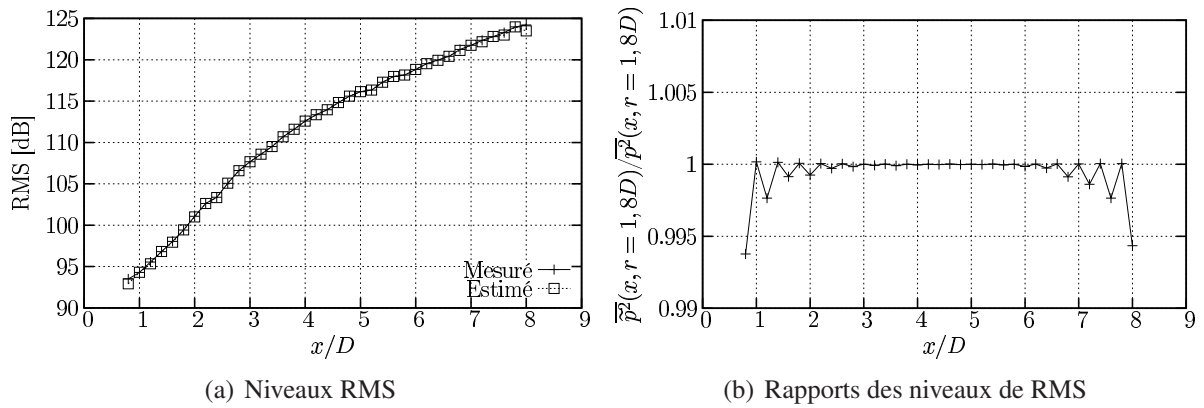


FIG. D.10 – Répartition longitudinale des niveaux RMS de pression et des rapports de niveaux RMS des pressions mesurées et estimées par LSE spectrale à la position radiale  $r/D=1,8$

D'un point de vue fréquentiel, le spectre des pressions est parfaitement estimé. Un exemple de spectres mesuré et estimé est donné sur la figure D.11(b) pour un point situé en  $x/D=4,0$  (au centre de l'antenne) pour la position radiale  $r/D=1,8$ . Une fréquence de coupure au-delà de laquelle les pressions sont sous-estimées apparaît. Cette fréquence est liée à la célérité du son  $c_0$  et au double de l'intervalle séparant les points de référence (condition de Shannon), soit :

$$f_c = \frac{c_0}{4\Delta x} \quad (D.1)$$

D'une valeur de  $f_c=8575$  Hz ( $St_D=4,08$ ), cette fréquence de coupure est représentée par un trait



plein sur la figure D.11(b).

Pour ces estimations, aucune fréquence de coupure passe-haut, liée à la longueur de l'antenne, n'est observée. En effet, contrairement à la fréquence de coupure  $f_c$  qui est liée à une vitesse maximale de propagation de la pression, la gamme des vitesses de déplacement des perturbations hydrodynamiques est large et il n'existe pas de vitesse minimale permettant de définir une telle fréquence. Toutefois, les estimations semblent généralement se détériorer en deçà d'une fréquence de l'ordre de  $f=50$  Hz ( $St_D=0,02$ ), liant la longueur de l'antenne ( $L=0,34$  m) à une vitesse de l'ordre de 20 m/s.

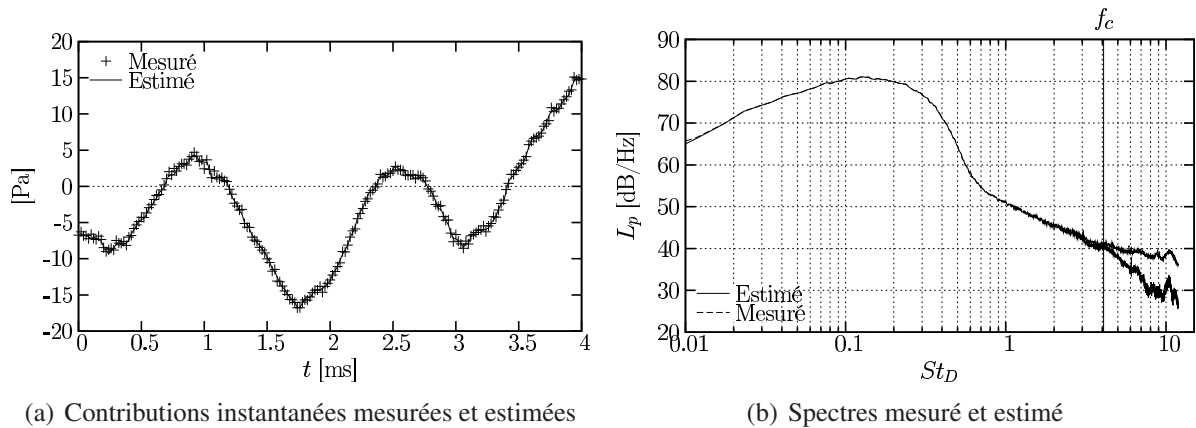


FIG. D.11 – Pressions mesurée et estimée en un point de la surface cylindre subsonique :  $x/D=4,0$ ,  $r/D=1,8$

D'un point de vue statistique, les résultats de l'estimation des pressions sont très bons. La dynamique des signaux est également parfaitement reproduite comme le montre la représentation des pressions instantanées mesurées et estimées sur la figure D.11(a) pour les positions longitudinale  $x/D=4,0$  et radiale  $r/D=1,8$ .

L'ensemble des résultats présentés et discutés ici se rapporte à la position radiale  $r/D=1,8$ , les résultats obtenus pour la seconde position,  $r/D=2,0$ , étant similaires.

### D.3.1.c Conclusions

Dans le cadre de la configuration cylindrique, la nécessité de connaître les gradients radiaux de pression nous a amené à utiliser une configuration expérimentale particulière pour laquelle les microphones de l'antenne linéique sont placés en quinconce à deux positions radiales distinctes.

Or, une LSE spectrale permet une estimation fidèle à chaque position radiale des pressions manquantes. De la sorte, la dérivée normale instantanée à la surface pourra être obtenue (cf. §6.5).

Toutes les corrélations spatio-temporelles sur le cylindre de rayon  $r/D=1,8$  peuvent également être calculées y compris aux positions des microphones décalés (en  $r/D=2,0$ ). Ces corrélations sont alors utilisées pour estimer les pressions sur l'ensemble de la surface par LSE.

L'application et les résultats de cette estimation font l'objet de la section suivante.

## D.3.2 Estimation sur la surface complète

Utilisant une démarche similaire à celle exposée au §5.4.1 dans le cadre de la configuration conique, les pressions instantanées sont estimées sur la surface cylindre à partir des mesures

expérimentale réalisée grâce à une antenne linéique et une antenne circulaire de microphones. Avant de présenter les résultats de cette estimation, le choix de la position longitudinale de l'antenne circulaire est abordé.

### D.3.3 Choix des mesures de référence

Le point délicat de l'estimation stochastique est le choix des signaux de références utilisés pour "alimenter" cette technique. Le résultat d'une estimation stochastique étant la contribution du signal vérifiant une moyenne conditionnelle avec les signaux de références, dits signaux conditionneurs, le choix de ces derniers est important car il influence fortement le résultat obtenu. Pour l'estimation des signaux de pression sur la surface cylindrique, le critère appliqué pour choisir ces signaux est basé, comme pour la configuration conique (cf. §5.4.1), sur une restitution d'une maximum d'énergie sur l'ensemble de la surface.

Les corrélations spatio-temporelle sont expérimentalement déterminées sur la surface cylindrique par la combinaison de plusieurs mesures utilisant une antenne linéique de position fixe couplée à une antenne circulaire de position mobile. Pour chaque essai, les coefficients d'estimation stochastique sont calculés dans le domaine spectral à partir des interspectres, en utilisant la relation 3.23. La valeur RMS  $\overline{\tilde{p}^2(x_i, \theta_j)}^{1/2}$  des signaux estimés est obtenue directement pour chaque point de la surface en utilisant la relation 3.27. Ces valeurs sont sommées sur l'ensemble des points de la surface afin de connaître la densité moyenne d'énergie estimée. La valeur ainsi obtenue est comparée à la densité moyenne d'énergie théorique  $P_{surf}$ .

Ce rapport de densité  $\tilde{P}_{surf}/P_{surf}$  est maximum pour la position  $x/D=7,6$  de la couronne (voir fig. D.12). L'utilisation des mesures de pression instantanée de l'antenne linéique couplée à l'antenne azimutale en cette position permet d'estimer plus de 75% de l'énergie sur l'ensemble de la surface.

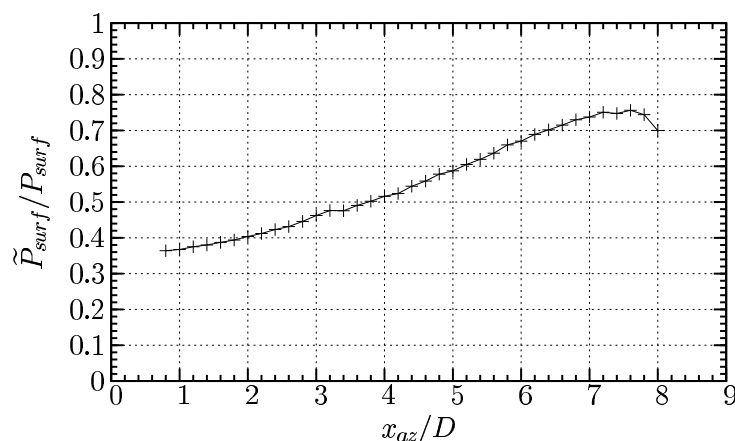


FIG. D.12 – Rapports des densités de niveaux RMS des pressions estimées et mesurées sur la surface cylindrique, en fonction de la position  $x_{az}$  de l'antenne azimutale

Il est à noter que la distribution longitudinale de pression étant marquée par un niveau croissant d'énergie (voir fig. D.1(a)), la position de la couronne restituant un maximum d'énergie se situe ici dans la partie aval du domaine. Le rapport d'énergie totale restitué par l'estimation est ici plus faible que dans le cadre de la configuration conique (85%, voir fig. 5.11(a)).

### D.3.4 Résultats de l'estimation

L'essai pour lequel la couronne azimutale de microphones se situe en position  $x/D=7,6$  est utilisé pour estimer les pressions instantanés sur l'ensemble de la surface cylindre entourant le jet subsonique. Plus de 75% de l'énergie est ainsi estimée sur l'ensemble de la surface. Ce rapport est plus faible que celui obtenu sur la configuration conique. Ceci est induit pas la position extrême de l'antenne linéique, très éloignée des points de la zone amont du domaine alors mal estimés. Ceux-ci présentent alors un rapport minimum de seulement 40% d'énergie estimée sur la surface quand celui-ci est de 50% sur la surface conique (voir fig. D.13 et fig. 5.12(a)).

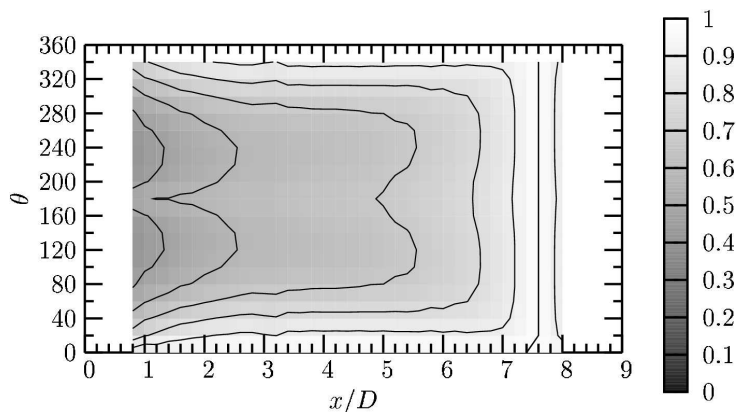


FIG. D.13 – Comparaison des niveaux de pression RMS mesurés estimés par LSE spectrale sur la surface cylindrique entourant jet subsonique

Une représentation tridimensionnelle des pressions estimées est donnée en figure D.14 pour un instant arbitraire quelconque. Le comportement observé sur ces estimations est alors identique à celle décrite en §5.4.2 pour la configuration conique. Une différence notable apparaît cependant au niveau de l'amplitude de ces fluctuations. En effet, les niveaux RMS étant à la fois plus faible et sous-estimés dans la partie amont du domaine, les fluctuations de pression en cette zone paraissent négligeable face aux fluctuations observées dans la partie aval du domaine.

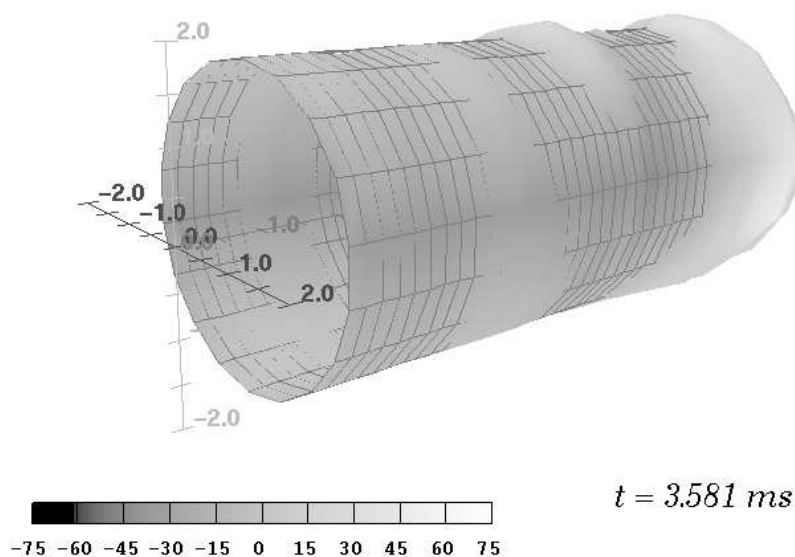


FIG. D.14 – Représentation tridimensionnelle de la pression estimée par LSE spectrale sur la surface cylindrique entourant le jet subsonique

## D.4 Analyses POD spectrale bidimensionnelle

L'un des objectifs de cette étude est l'analyse de la structuration du champ de pression proche des jets du point de vue de la décomposition orthogonale. Les résultats de cette décomposition suivant la direction longitudinale parallèle du jet subsonique ont été présentés au précédent paragraphe 5.2. Cette partie s'intéresse alors à la prise en compte des contributions azimutales du champ de pression dans cette décomposition. L'analyse POD d'une distribution de pressions formant une surface cylindre autour du jet étudiée ici est réalisée en vue de comparaison avec l'analyse de la distribution conique présentée au §5.5.1.

Chaque mode azimutal du champ de pression proche du jet subsonique est indépendamment décomposé par POD spectrale. Les valeurs et vecteurs propres sont systématiquement analysés puis utilisés pour filtrer la base de données de pression instantanés générée par LSE sur la surface entourant l'écoulement pour analyser la dynamique de ces contributions.

### D.4.1 Valeurs propres et convergence

Nous nous intéressons ici à la répartition fréquentielle des valeurs propres issues de la POD-2D appliquée à la configuration cylindrique.

Le nombre de modes POD obtenus dans cette configuration est égal au nombre de points de mesures dans la direction d'analyse, soit égal au nombre de microphones de l'antenne linéique. Ainsi, 37 modes POD sont obtenus. Afin de se placer sur une échelle comparable à celle de la configuration conique, seuls les 17 premiers modes POD sont pris en compte.

Comme dans le cadre de la configuration conique, les résultats par modes azimutaux sont proches des résultats en configuration 1D (cf. §D.1.2). Ainsi, deux zones fréquentielles se distinguent dans les valeurs propres. Une zone basses fréquences, inférieures à 1,4 kHz ( $St_D=0,7$ ), pour lesquelles les valeurs propres sont de niveau élevé et présentent une convergence rapide. Au-delà de cette fréquence, le niveau des valeurs propres est beaucoup moins élevé et leur convergence est plus lente (voir fig. D.15 et D.16).

Pour cette configuration, une différence de comportement apparaît également en fonction du mode azimutal considéré. En effet, la convergence des valeurs propres basses fréquences des modes azimutaux 0 et 1 est quasiment constante pour toutes les fréquences. En revanche, pour les modes azimutaux d'ordre supérieur, cette convergence est de plus en plus lente avec l'augmentation de la fréquence. De plus, la fréquence de pic de moindre convergence, séparant les zones de basses et de hautes fréquences, diminue avec l'augmentation de l'ordre du mode azimutal considéré.

L'information globale constituée par l'intégration fréquentielle des valeurs propres (éq. 5.3) et de leur convergence peut également être considérée pour chaque mode azimutal.

Contrairement à la configuration conique, un comportement quasi-similaire est obtenu pour chaque mode azimutal (voir fig. D.17(a)). La forte décroissance du niveau des valeurs propres d'ordre bas des deux premiers modes azimutaux est ici nettement moins marquée et une réhausse de l'énergie apparaît pour le mode POD d'ordre 4 du mode azimutal 0.

L'évolution des valeurs propres par mode azimutal est ici plus continue que dans le cadre de la configuration conique, ne présentant pas de hausse pour les modes azimutaux d'ordre 2 et 3 pour les modes POD d'ordre élevé (voir fig. D.17(b)).

Dans le cadre de la configuration conique, deux catégories de modes azimutaux se distinguent de par leur convergence. Dans le cadre de la configuration cylindrique présentée ici, cette classification n'apparaît pas. En effet, la convergence du mode azimutal d'ordre 0 est également très rapide (95% de l'énergie globale en 3 modes POD, fig. D.18) mais cette rapi-

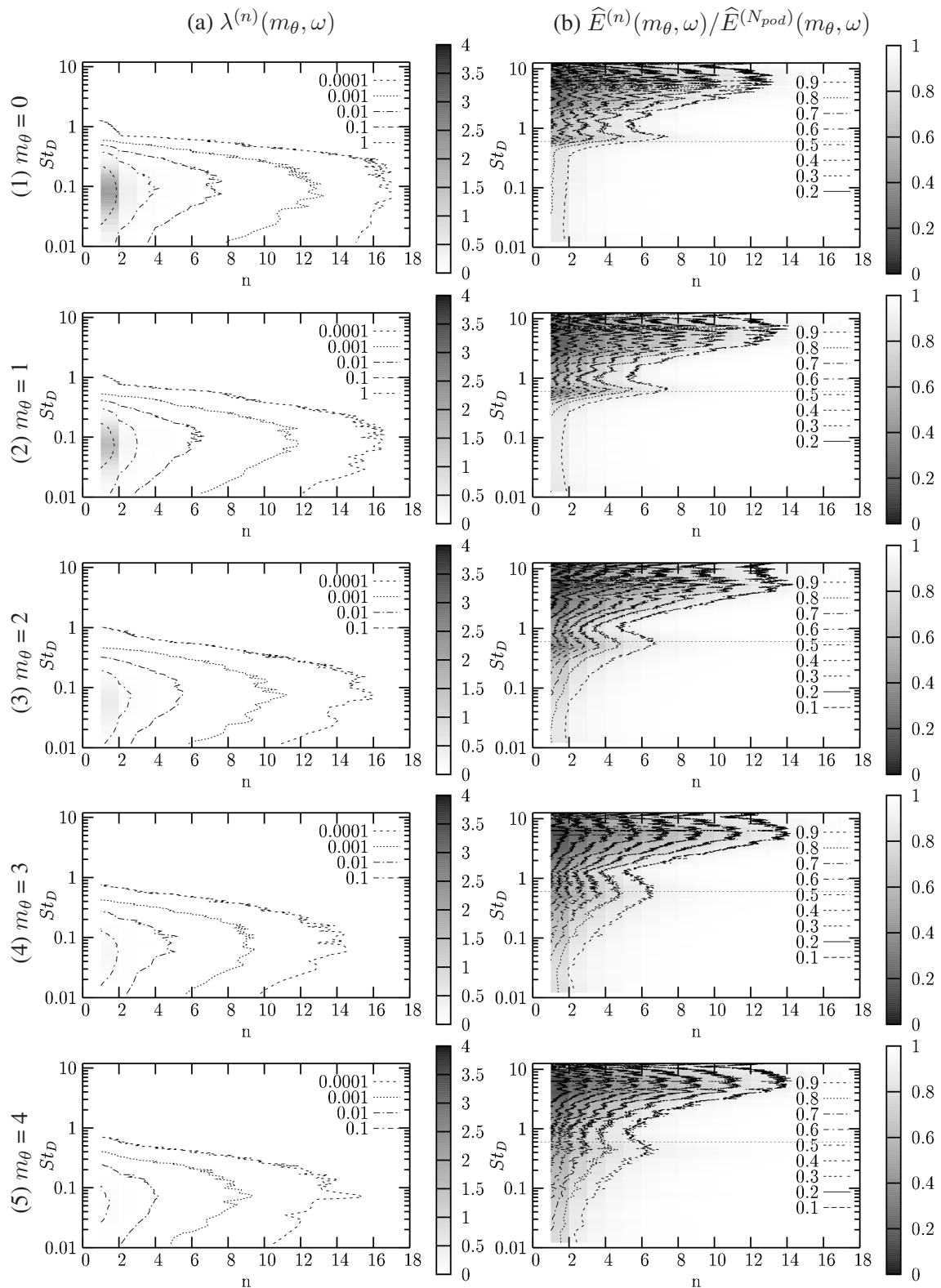


FIG. D.15 – Valeurs propres (col. a) et convergence (col. b), par mode azimutal d'ordre 0 à 4 (fig. 1 à 5) sur configuration cylindrique subsonique

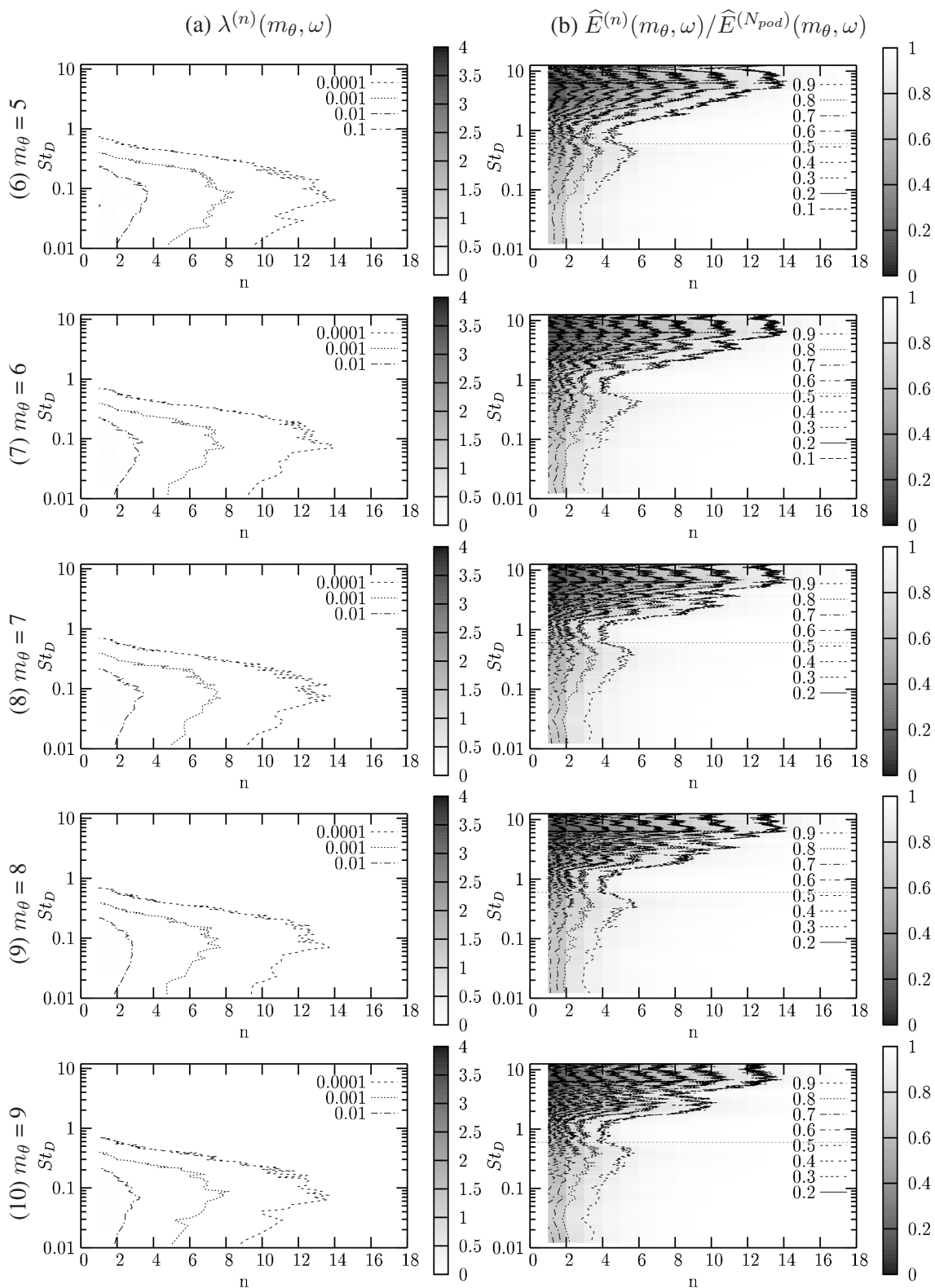


FIG. D.16 – Valeurs propres (col. a) et convergence (col. b), par mode azimutal d'ordre 5 à 9 (fig. 1 à 5) sur configuration cylindrique subsonique



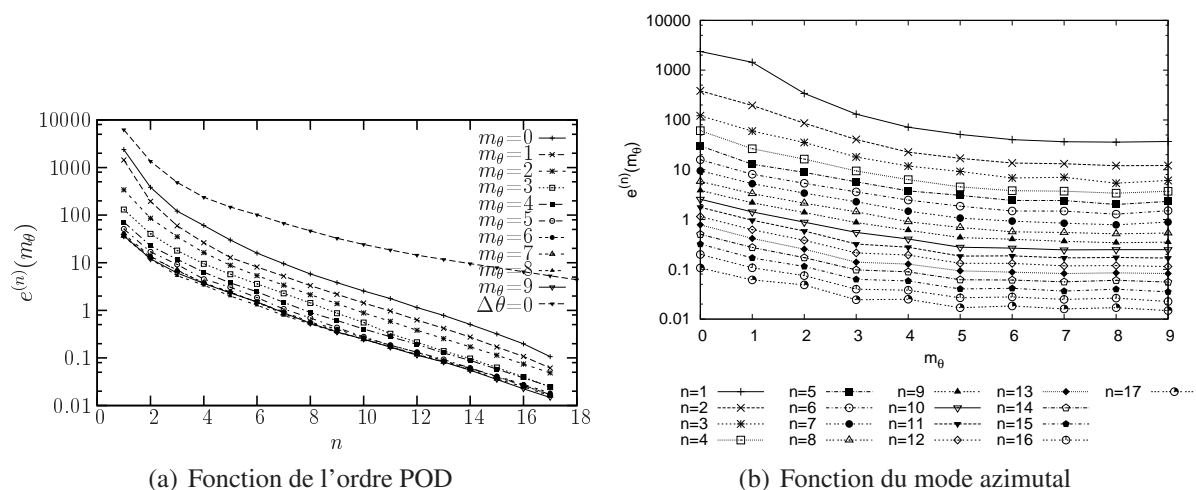


FIG. D.17 – Intégrale des valeurs propres POD-1D et POD-2D en configuration cylindrique subsonique

dité décroît avec l'ordre du mode azimutal jusqu'à devenir constante. Ainsi, le mode azimutal d'ordre 1 nécessite 4 modes POD pour décrire 95% de l'énergie globale et les modes azimutaux d'ordre supérieur en nécessitent 5. Du fait de l'éloignement radial des microphones amont de l'antenne, le comportement du mode azimutal d'ordre 1 diffère de celui de la configuration conique, présentant un degré de structuration moins important.

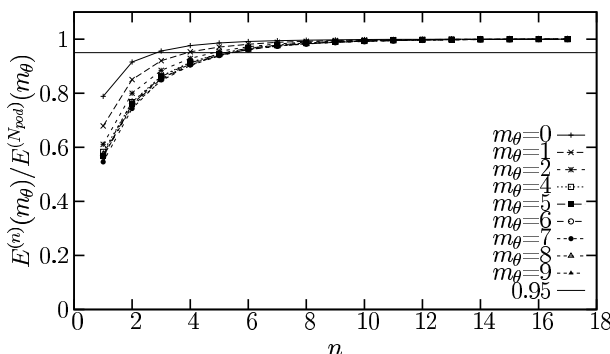


FIG. D.18 – L'intégrale des convergences POD-2D sur configuration cylindrique subsonique

## D.4.2 Fonctions propres

Nous considérons ici l'évolution spatio-fréquentielle du module des fonctions propres  $|\Phi^{(n)}(x; m_\theta, \omega)|$  des modes POD (éq. 5.4). Ces grandeurs permettent de prendre en compte la localisation spatiale de l'énergie associée aux modes propres issus de la POD pour chaque mode azimutal. Les deux configurations expérimentales conique et cylindrique sont examinées, apportant ainsi une information complémentaire à l'analyse de leur valeurs propres.

La figure D.19 regroupe le module des trois premières fonctions propres de manière similaire au §5.5.3 pour la configuration conique.

Portant ici sur un domaine d'analyse plus large ( $x/D \in [0, 6 : 8]$ ) et de position radiale constante, l'étendue spatio-fréquentielle de la zone d'énergie non négligeable de la première fonction propre est plus restreinte que pour la configuration conique. Plus l'ordre du mode azimutal considéré est élevé, plus cette zone est confinée à l'extrémité du domaine d'étude,



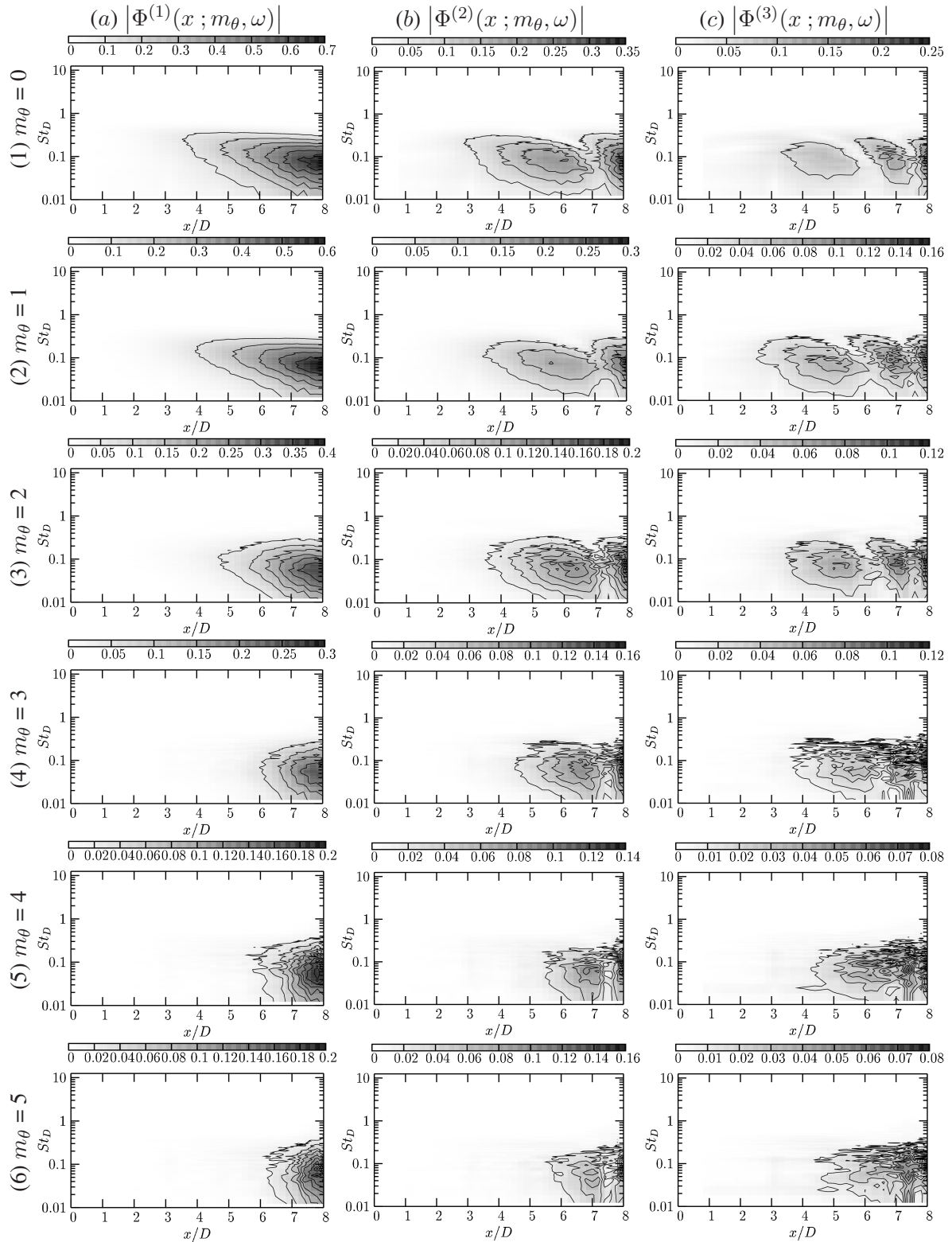


FIG. D.19 – Module des fonctions propres POD-2D d'ordre 1, 2 et 3 (col. *a*, *b* et *c*) pour les modes azimutaux d'ordre 0 à 5 (lig. 1 à 6) sur configuration cylindrique subsonique

en aval du cône potentiel. Le maximum se situe, pour chaque mode azimutal, à la position la plus en aval du domaine, où le niveau des fluctuations de pression est le plus élevé. Ces maxima apparaissent pour un nombre de Strouhal de l'ordre de 0,08 pour les deux premiers modes azimutaux et pour un nombre de Strouhal plus faible, de l'ordre de 0,06, pour les modes azimutaux d'ordre plus élevé. La zone d'énergie non négligeable reste limitée aux nombres de Strouhal inférieurs à 1,5.

La zone d'énergie non négligeable portée par les modes POD d'ordre plus élevé reste située dans le même domaine spatio-fréquentiel que le premier mode, présentant une séparation en deux ou trois zones, du fait de l'orthogonalité des modes propres.

### D.4.3 Contributions modales POD instantanées

Dans le cadre de cette étude, la décomposition orthogonale aux valeurs propres est conduite dans le domaine spectral, indépendamment pour chaque fréquence. La perte de phase alors induite interdit le retour au domaine physique des fonctions propres obtenues (cf. POD au §3.1.2.b). L'étude dans ce domaine est toutefois importante pour une meilleure compréhension des phénomènes mis en évidence par cette décomposition.

Pour se faire, nous nous intéressons donc, comme pour la configuration conique §5.5.4 aux contributions modales instantanées de la pression. Celles-ci sont obtenues par filtrage du champ de pression instantanées par les modes propres issus de la POD.

Le calcul de ces contributions est similaire à celui de la configuration conique, où les pressions instantanées, estimées par LSE spectrale sur la surface (cf. §D.3), sont projetées dans le domaine spectral sur les modes propres (éq. 5.5 et 5.6). Ces contributions sont alors ramenées dans le domaine physique, indépendamment pour chaque mode azimutal, par une transformée de Fourier inverse dans les directions temporelle (éq. 5.7) et azimutale (éq. 5.8). Une représentation 3D de ces contributions est donnée pour le premier mode POD des modes azimutaux d'ordre 0, 1 et 2 respectivement sur les figures D.20(a), D.20(b) et D.20(c).

Comme pour la configuration conique, ces contributions modales POD instantanées font ressortir des "événements" de pression très marqués se déplaçant dans la direction de l'écoulement et dont la taille augmente avec la position longitudinale. De manière à mieux caractériser ces contributions modales, leurs transformées de Fourier dans la direction azimutale sont considérées. Nous nous intéresserons alors plus particulièrement aux contributions modales des 3 premiers modes POD, les plus énergétiques, des modes azimutaux d'ordre 0, 1 et 2.

Le mode azimutal d'ordre 0 du champ de pression proche en configuration cylindrique est alors, comme dans le cas de la configuration conique, caractérisé par des fluctuations se déplaçant dans la direction de l'écoulement à la vitesse de convection du jet. Celle-ci est représentée par une ligne en trait continue sur la cartographie spatio-temporelle du module de la contribution modale azimutale d'ordre 0 du champ de pression complet sur la figure D.21(a). L'augmentation des échelles temporelles en fonction de la position longitudinale est également observable sur cette configuration.

Comme pour le cadre de la configuration conique, la contribution modale POD d'ordre 1, figure D.21(b), traduit parfaitement le champ de pression complet. Celui-ci présente les mêmes caractéristiques de convection et d'augmentation des échelles temporelles ainsi que des niveaux de fluctuations de pression élevés.

Les contributions modales d'ordre plus élevé conservent un caractère convectif mais font apparaître un phénomène de rupture des événements de pression en aval du cône potentiel (fig. D.21(c)). Ces ruptures sont l'image instantanée des maxima et minima des fonctions propres (cf. §D.4.2). De plus, contrairement au cas de la configuration conique, aucune pro-

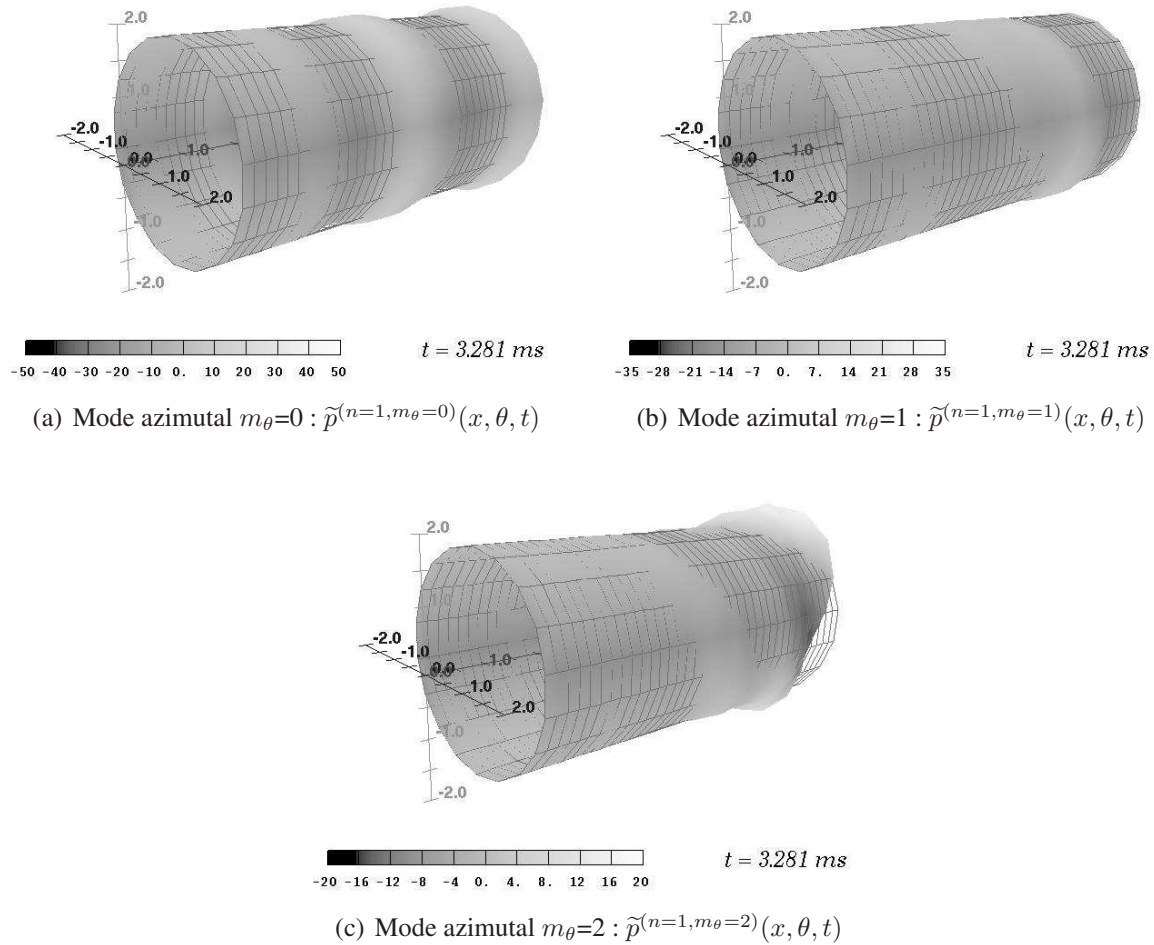


FIG. D.20 – Représentation 3D des contributions modales POD instantanées d'ordre 1 du champ de pression proche en configuration cylindrique pour les modes azimutaux d'ordre 0,1 et 2

pagation à la célérité du son ne se distingue pour la contribution modale POD d'ordre 3 (voir fig. D.21(d), tirets).

Tout comme le mode azimuthal d'ordre 0, le mode azimuthal d'ordre 1 est constitué d'événements de pression convectés dans la direction de l'écoulement. Les échelles temporelles augmentent également avec la position longitudinale (voir fig. D.22(a)). La forme hélicoïdale de ces événements de pression est mise en évidence par l'évolution spatiale de la phase de ce mode (voir fig. D.22(b)).

Lors de l'analyse des valeurs propres de cette configuration (cf. §D.4.1), la diminution de l'énergie portée par le premier mode POD de ce mode azimuthal a été relevée. Cette diminution est également retrouvée ici. En effet, contrairement à la configuration conique, la contribution au premier mode POD n'est pas à même de traduire complètement à elle seule ce mode azimuthal du champ de pression proche du jet (voir fig. D.22(c) et D.22(d)). Ce mode azimuthal est donc moins cohérent pour cette configuration où les microphones proches de la section de sortie du jet sont plus éloignés que pour la configuration conique.

Les contributions modales d'ordre plus élevé (voir fig. D.22(e) et D.22(g)) ont un comportement proche de celui du mode azimuthal d'ordre 0. Le caractère convectif de ces contributions est clairement identifié par leur phase sur la zone couvrant le cône potentiel (fig. D.22(f) et D.22(h)).

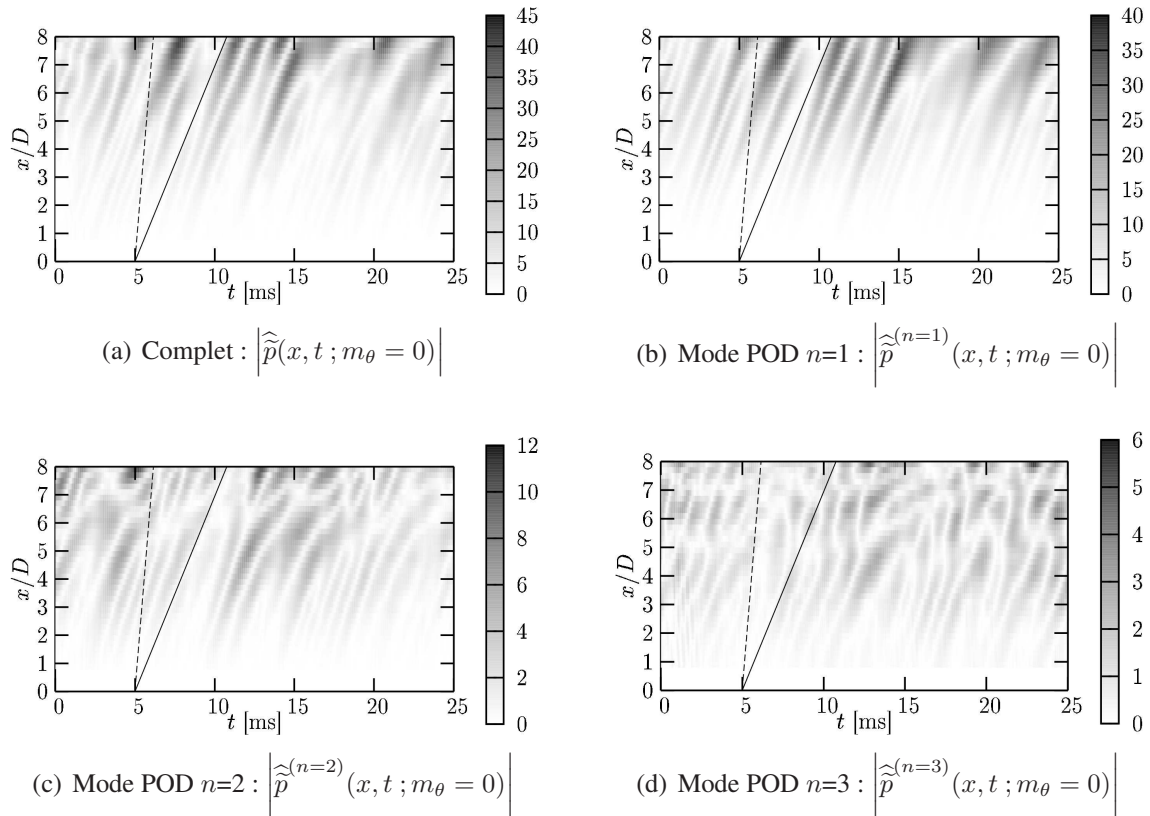


FIG. D.21 – Cartographie spatio-temporelle du module du mode azimutal d'ordre 0 du champ de pression estimé par LSE (a) et de ses contributions modales instantanées aux modes POD d'ordre 1, 2 et 3 (respectivement b, c et d). Configuration cylindrique du jet subsonique

La contribution modale azimutale d'ordre 2 du champ de pression proche présente un comportement particulier pour cette configuration. Celui-ci est également constitué d'événements de pression convectés dans la direction de l'écoulement. Mais la vitesse de convection est égale à la vitesse de convection de l'écoulement uniquement sur la zone couvrant le cône potentiel. En aval de cette zone, la vitesse diminue (voir fig. D.23(a)). Toutefois, la partie la plus cohérente de ce champ de pression, issue de la contribution modale POD d'ordre 1, conserve une vitesse de convection identique sur l'ensemble du domaine d'analyse (fig. D.23(c)). Ces événements de pression, de niveau élevé, en aval du cône potentiel semblent donc être non cohérents.

Comme pour les modes azimutaux d'ordre inférieur, les contributions modales POD d'ordre 2 et 3 (voir fig. D.23(e) et D.23(g)) présentent des ruptures des événements de pression qui leur sont associés. Ceux-ci sont également convectés dans la direction aval et aucun ne présente d'événement se déplaçant à la vitesse du son (représentée par les tirets).

#### D.4.4 Conclusions

Une analyse par POD spectrale du champ de pression proche du jet subsonique a été réalisée indépendamment pour chaque mode azimutale sur la surface cylindrique entourant l'écoulement. Comme dans le cas de la configuration conique exposé au §5.5, les valeurs propres et vecteurs propres présentent des similarités avec les résultats de l'analyse monodimensionnelle (§D.1). Les modes azimutaux axisymétrique et antisymétrique, respectivement d'ordre 0 et 1, sont toutefois dominant et présentent un degré de structuration plus important en basses fréquences que les modes azimutaux d'ordre supérieur. Comme cela a été démontré en configuration monodimensionnelle, les modes POD pointent sur la zone aval du domaine d'analyse

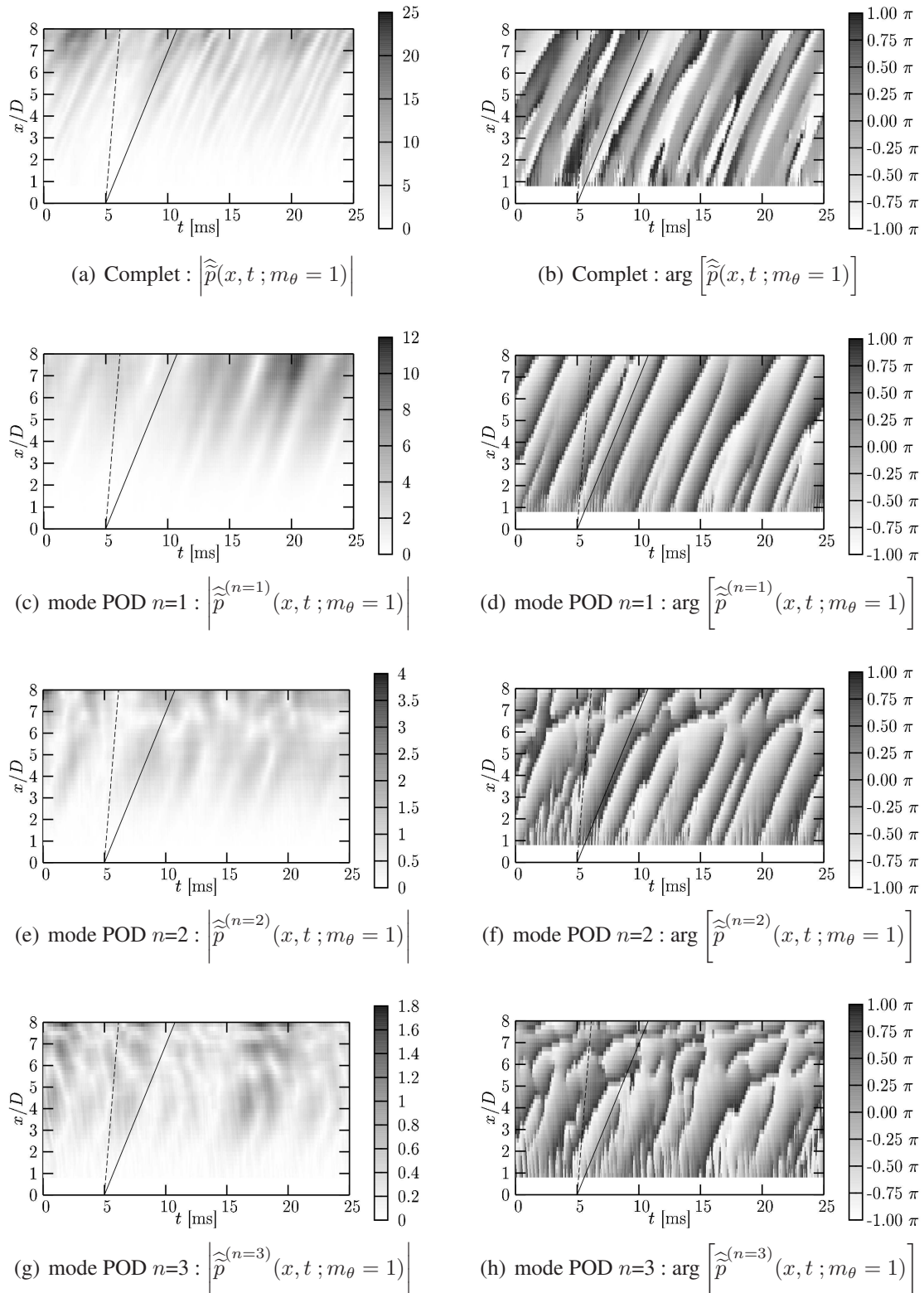


FIG. D.22 – Cartographies spatio-temporelle des module et phase du mode azimutal d'ordre 1 du champ de pression estimé par LSE (a et b) et de ses contributions modales instantanées aux modes POD d'ordre 1, 2 et 3 (respectivement c et d, e et f, g et h). Configuration cylindrique du jet subsonique.



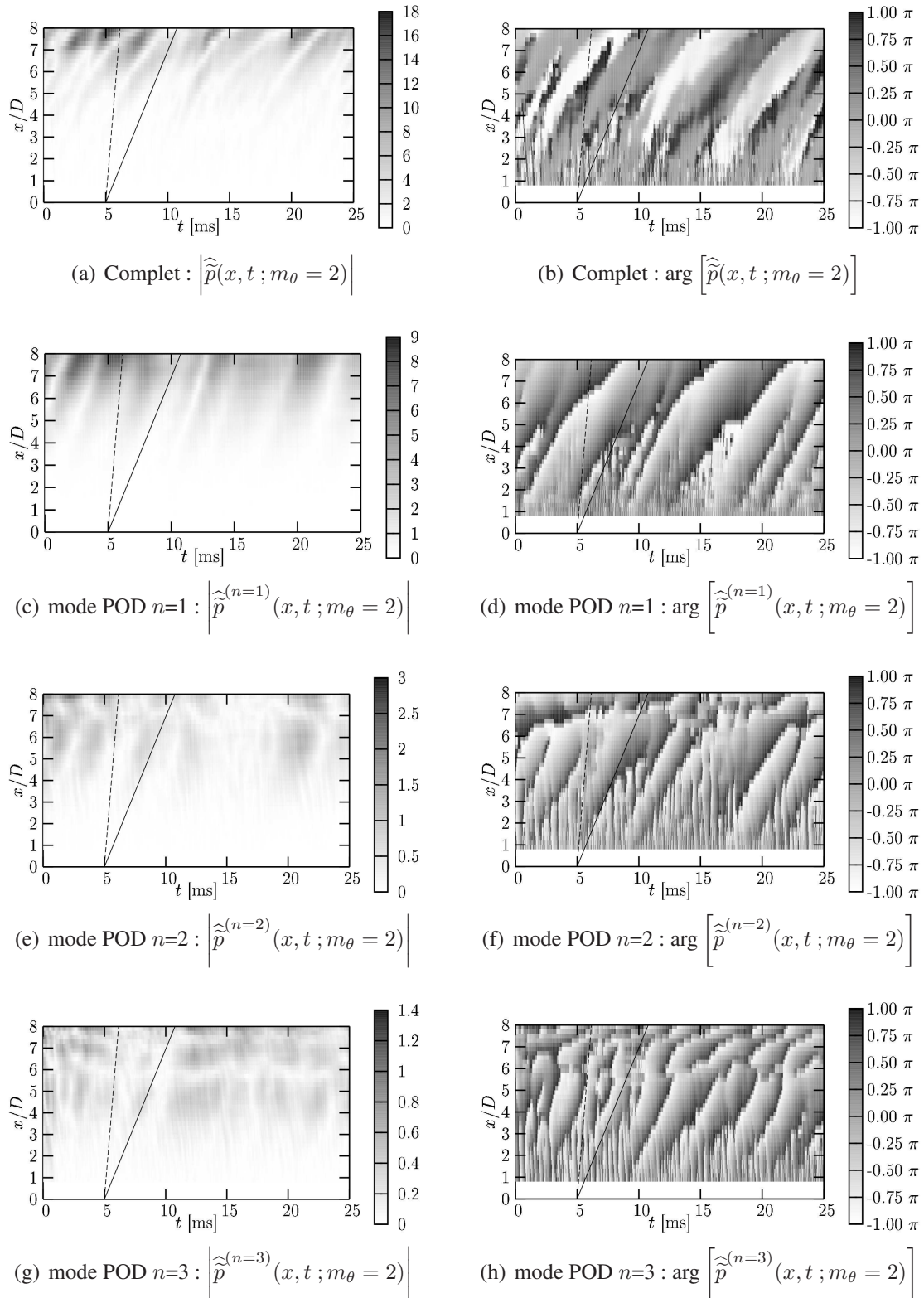


FIG. D.23 – Cartographies spatio-temporelle des module et phase du mode azimutal d'ordre 2 du champ de pression estimé par LSE (a et b) et de ses contributions modales instantanées aux modes POD d'ordre 1, 2 et 3 (respectivement c et d, e et f, g et h). Configuration cylindrique du jet subsonique.

où le niveau des fluctuations de pression est le plus élevé. Cela se vérifie pour l'ensemble de modes azimutaux.

Comme dans le cas de la configuration conique, les contributions modales POD sont assimilées à des événements convectés dans la direction de l'écoulement. Toutefois, dans cette configuration, aucune vitesse supérieure à la vitesse de convection des structures cohérentes du jet n'est identifiée.

## D.5 Séparation des contributions hydrodynamique et acoustique

L'analyse POD spectrale du champ de pression proche du jet subsonique sur une surface conique a montrée une aptitude à la séparation des contributions de nature hydrodynamique et acoustique. Cette analyse, basée sur le tenseur de corrélation spatio-temporelle des contributions POD, est ici développée dans le cadre de la configuration cylindrique. Celle-ci est tout d'abord menée dans une configuration monodimensionnelle avant d'être appliquée individuellement à chaque mode azimutal.

### D.5.1 Configuration 1D

Dans la configuration d'antenne inclinée (cf. §5.6.1), une trace de propagation acoustique a pu être mise en évidence par l'utilisation d'un filtrage du champ de pression proche par les modes POD. Cette POD est réalisée dans le domaine spectral, indépendamment pour chaque fréquence. Si l'on considère maintenant une antenne droite (i.e. de position radiale constante), cette décomposition est alors non seulement réalisée indépendamment par fréquence, mais également indépendamment par valeur du paramètre  $kr$ . Or, une valeur constante de ce paramètre caractérise la séparation entre les fréquences dominées par des contributions de nature hydrodynamique et celles dominées par des contributions de nature acoustique (cf. §4.1.2). Cette configuration est-elle alors plus appropriée au filtrage des contributions hydrodynamique et acoustique du champ de pression proche ?

Pour répondre à cette question, l'antenne linéique de la configuration cylindrique est considérée. Les coefficients de corrélations spatio-temporelles de chaque contribution modale POD sont calculés à partir des valeurs et vecteurs propres analysés au paragraphe §D.1.

Comme dans le cadre de l'antenne inclinée, les contributions modales d'ordre 1 et 2, respectivement représentées sur les figures D.24(a) et D.24(b), sont fortement marquées par une convection des fluctuations de pression à la vitesse de convection de l'écoulement, illustrée par la ligne en tirets. La contribution modale d'ordre 2 est, ici aussi, caractérisée par un passage par zéro dû au passage par zéro du vecteur propre de cet ordre POD. Aucune trace de propagation à la vitesse du son n'est décelable pour ces contributions modales. Le filtrage du champ de pression par ces modes POD permet donc d'obtenir des fluctuations de pression dominées par des perturbations de nature hydrodynamique.

Il est à noter que, contrairement à la configuration d'antenne inclinée, les échelles temporelles sont constantes sur l'étendue du domaine spatial. Une perte du caractère local des mesures de pression résulte donc de l'éloignement radial des points de la zone amont du domaine. Elles se focalisent alors sur la zone aval au cône potentiel où les niveaux de fluctuations sont élevés.

Comme précédemment, les contributions modales POD d'ordre 3 et 4 présentent conjointement un caractère convectif (tirets) et propagatif (pointillés) (voir fig. D.24(c) et D.24(d)). En effet, les maxima des coefficients de corrélation sont alignés, dans la partie amont du domaine, suivant une pente correspondant à la vitesse de convection de l'écoulement. Sur la partie aval du domaine, ceux-ci sont alignés suivant une pente correspondant, pour le mode POD d'ordre



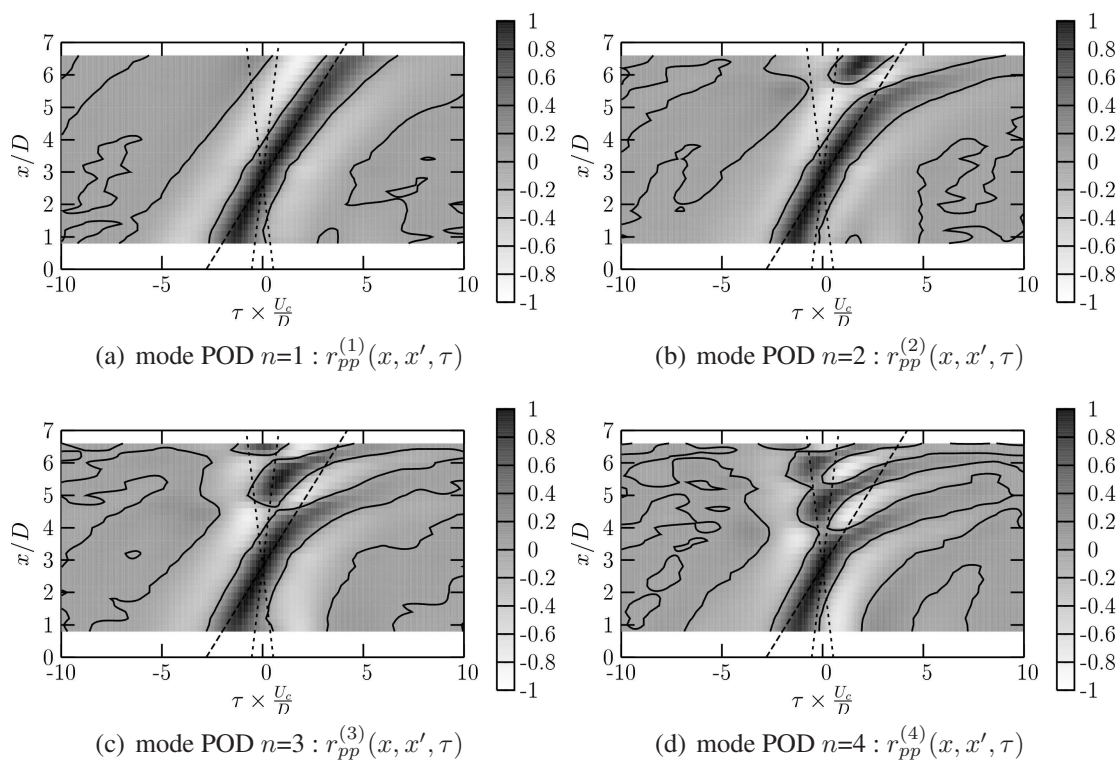


FIG. D.24 – Coefficients de corrélation spatio-temporelle  $r_{pp}^{(n)}(x, x', \tau)$  des contributions modales POD-1D d'ordre 1 à 4 par rapport au point de référence  $x'/D=2,8$ , configuration cylindrique subsonique

3, à une propagation dans la direction aval de l'écoulement, et correspondant à une propagation dans la direction amont de l'écoulement pour le mode POD d'ordre 4.

## D.5.2 Configuration 2D

L'analyse statistique des contributions modales POD sur l'antenne droite (cf. §D.5.1) a montré le caractère hydrodynamique des modes POD d'ordre 1 et 2 ainsi que la présence de fluctuations de pression de nature acoustique pour les modes POD d'ordre 3 et 4. La prise en compte des contributions azimutales de ce champ de pression est alors menée en les analysant chacune indépendamment. Il ressort de cette étude que le comportement statistique des contributions modales POD de l'ensemble des modes azimutaux est relativement similaire au comportement de la configuration 1D (cf. §D.5.1). Ainsi, les contributions modales POD d'ordre 1 et 2 (illustrées ici pour les modes azimutaux d'ordre 0, 1 et 2 par leurs coefficients de corrélations spatio-temporelles, voir fig. D.25, lig. 1 et 2), sont fortement marquées par une direction de convection de vitesse égale à la vitesse de convection de l'écoulement caractéristique des fluctuations de nature hydrodynamique.

Comme pour la configuration 1D, les contributions modales POD d'ordre 3 et 4 (fig. D.25, lig. 3 et 4) se divisent en 2 zones spatiales aux comportements distincts. En effet, pour tous les modes azimutaux, ces contributions modales montrent un caractère convectif sur la zone amont du domaine d'analyse. La zone aval est, quant à elle, difficile à qualifier mais des zones de coefficients de corrélations maximaux paraissent alignés suivant une direction du domaine spatio-temporel dont la pente correspond à la vitesse du son (représentée par des lignes en pointillés sur la figure D.25). L'identification des contributions acoustiques du champ de pression proche n'est pas ici aussi forte que dans le cadre de la configuration conique (cf. §5.6.2.b) mais ces contributions sont indéniablement présentes dans les contributions de pression issues du

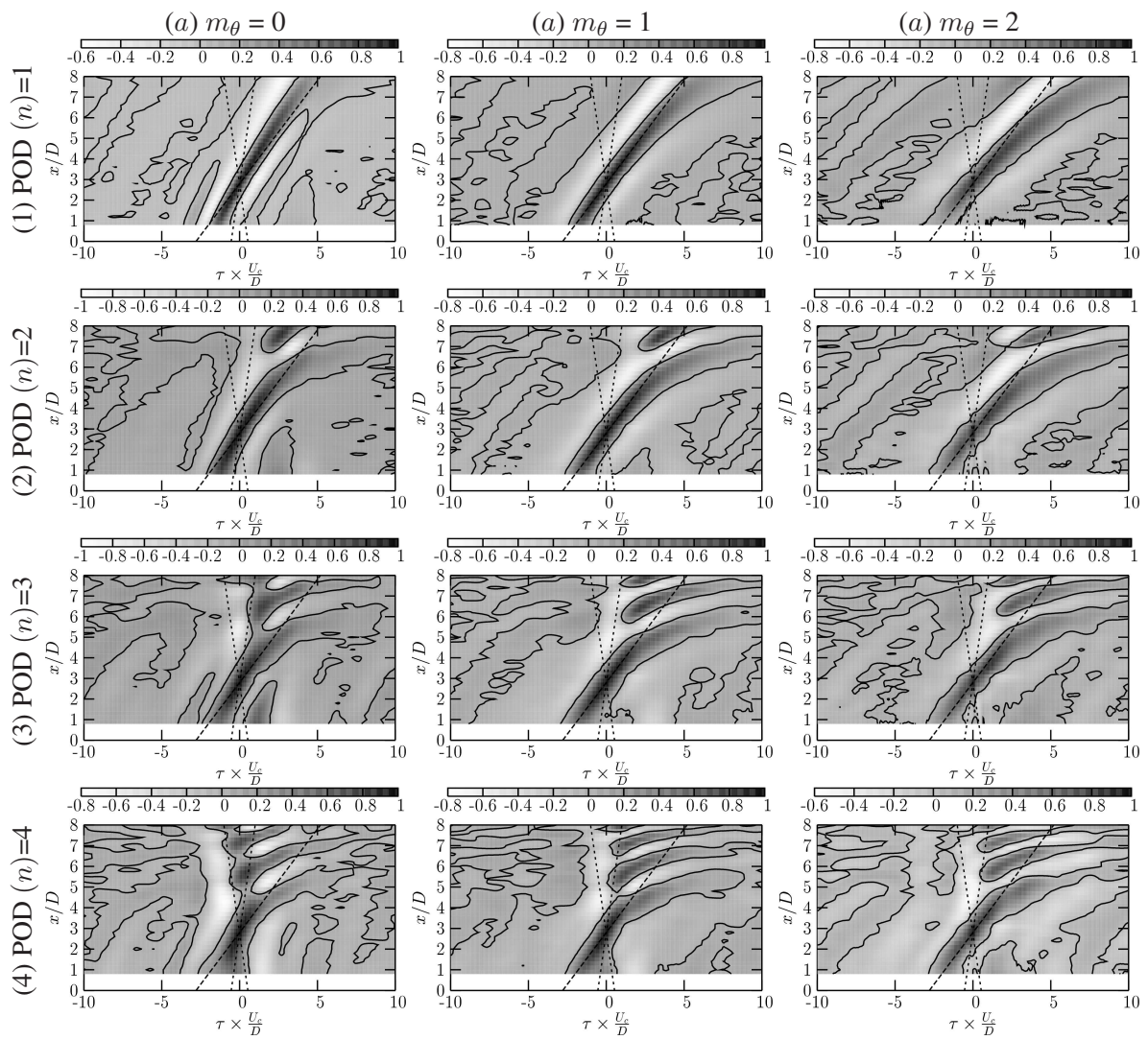


FIG. D.25 – Coefficients de corrélation spatio-temporelle  $r_{pp}^{(n)}(x, x', \tau; m_\theta)$  des contributions modales POD-2D d'ordre 1 à 4 (fig. 1 à 4) pour les modes azimutaux  $m_\theta$  d'ordre 0, 1 et 2 (col. a, b et c) de la configuration subsonique cylindrique, référence en  $x'/D=2,8$

filtrage POD.

## D.6 Conclusions

Les contributions azimutales du champ de pression proche ont été prises en compte dans l'analyse POD sur un domaine cylindrique entourant l'écoulement.

Les résultats obtenus sur cette géométrie présentent des similarités avec l'analyse réalisée sur la surface conique (chap.5) dans le sens où les contributions basses et hautes fréquences présentent un degré de structuration très différent. En revanche, on notera que le pic de moindre convergence obtenu entre ces deux gammes de fréquences est nettement plus étroit sur cette configuration à rayon constant. Ce phénomène est donc fortement lié à la distance à l'écoulement. De plus, on notera également que le mode azimutal  $m_\theta=5$  ne présente pas ici le pic de forte convergence relevé au nombre de Strouhal  $St_D=0,5$  sur la configuration conique. La forte structuration de ce mode pour cette fréquence est lié à la structuration de l'écoulement en sortie de tuyère (cf. §2.1.3) et n'est donc pas obtenu pour cette distribution de points de mesures plus éloignée du jet en ces positions.

De plus, la répartition d'énergie sur la surface cylindrique est très inhomogène dans la direction de l'écoulement. Il en résulte une perte du caractère local des mesures de pression se traduisant par des modes propres pointant sur la zone aval au cône potentiel (où les niveaux d'énergie sont les plus élevés). Les contributions hydrodynamiques du champ de pression étant induites par l'écoulement, et plus particulièrement par ses structures cohérentes, ce caractère local est très important et fait de la géométrie cylindrique une configuration moins bien adaptée à l'analyse du champ proche que la configuration conique.

## **Annexe E**

# **Propagation des pressions champ proche : Étude de faisabilité**



# Annexe E

## Propagation des pressions champ proche : Étude de faisabilité

Dans le cadre de cette étude sur le champ de pression proche des jets, nous nous intéressons à la propagation en champ lointain de ces pressions. Pour tenter d'estimer les niveaux acoustiques de cette zone à partir de mesures expérimentales en champ proche, l'utilisation d'une formulation intégrale de Kirchhoff a été envisagée. La mise en œuvre de cette technique, éprouvée en calcul aéroacoustique, nécessite une étude préalable de faisabilité avant son application dans le cadre d'une configuration expérimentale.

Après une introduction de cette méthode, du choix de cette dernière, et de sa possible mise en œuvre, les paramètres régissant la qualité des résultats sont identifiés. Ainsi, une étude numérique de faisabilité est définie en vue de quantifier l'influence de chacun de ces paramètres. Les résultats sont alors présentés avant d'être synthétisés pour définir les critères importants à prendre en compte dans la définition de l'application expérimentale de cette approche.

### E.1 Introduction

Au sein du LEA de l'université de Poitiers, des études précédemment menées par Picard [163, 162] ainsi que Ricaud [171] se sont déjà intéressées à la question de l'estimation du champ de pression acoustique d'un jet, en l'occurrence subsonique, à partir du champ de pression proche. Ces derniers s'intéressaient, entre autre, à la détermination du bruit de jet associé aux structures cohérentes de l'écoulement. Leur approche passait alors par l'estimation du champ de vitesses de l'écoulement et par l'utilisation de l'analogie de Lighthill (cf.§2.4.3 et§2.4.4).

L'approche de la présente étude diffère de ces dernières dans le sens où l'on s'intéresse directement à tout ou partie du champ de pression proche rayonné. En effet, de par sa dualité, ce champ permet d'obtenir à la fois des informations relatives au champ de vitesse de l'écoulement (contributions hydrodynamiques) et des informations sur le champ de pression rayonné (contributions acoustiques).

De ce fait, plusieurs approches peuvent alors être envisagées à partir de ce type de données. Il est possible de s'intéresser non seulement aux liens existant entre le champ proche de pression et le champ de vitesses de l'écoulement, mais aussi à celui existant entre le champ proche de pression et le champ lointain. C'est cette dernière approche qui est examinée ici.

Pour se faire, notre choix s'est porté sur une formulation intégrale. Dans ce type d'approche, une solution à l'équation de propagation homogène est définie par l'emploi d'une fonction de Green. La formulation générale de Ffowcs Williams et Hawkins exploitée dans le domaine

des simulations numériques aéroacoustiques présente l'avantage d'intégrer les non-linéarités du champ de pression proche. Or, cette formulation ne peut pas être utilisée dans la présente étude expérimentale car nous ne pouvons pas disposer de l'ensemble des informations nécessaires. En particulier, une connaissance précise en un grand nombre de points du champ de vitesses instantanées ne nous est pas accessible. Nous nous appuyerons donc sur la formulation de Kirchhoff (§2.2.3.b) dont la mise en œuvre, plus simple, ne requiert pas cette connaissance du champ de vitesse mais uniquement celle du champ de pression sur une surface entourant la zone source, en l'occurrence le jet.

Cette formulation possède néanmoins quelques restrictions. En particulier, la surface de contrôle utilisée doit se situer dans le domaine linéaire, c'est à dire dans une zone où l'équation de propagation d'onde homogène est vérifiée. Pour cette étude, la vérification stricte de cette condition n'a pas été recherchée.

La surface choisie pour réaliser la base de données expérimentales nécessaire à cette approche est de forme cylindrique, entourant le jet, d'un rayon de  $r/D=1,8$ , et couvrant le domaine  $x/D=[0,8; 8,0]$ . Celle-ci sert de base pour définir un cas test numérique permettant d'analyser l'influence des différents paramètres entrant en ligne de compte dans la mise en œuvre de cette approche.

## E.2 Identification des paramètres

Afin d'identifier les paramètres influents pour l'application de la formulation de Kirchhoff à cette étude, examinons l'expression générale du champ de pression :

$$p(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{4\pi} \iint_{S_0} \left[ \frac{1}{R} \frac{\partial p(\mathbf{r}_0, t_0)}{\partial n_s} + \frac{p(\mathbf{r}_0, t_0)}{R^2} \frac{\partial R}{\partial n_s} + \frac{1}{Rc_\infty} \frac{\partial p(\mathbf{r}_0, t_0)}{\partial t_0} \frac{\partial R}{\partial n_s} \right]_{t_0=t-\tau} dS_0$$

Considérant les différents termes de cette expression, deux classes de paramètres peuvent être identifiés. La première classe porte sur l'opérateur d'intégration surfacique. Elle regroupe les paramètres relatifs à la description de la surface considérée. La seconde classe porte sur la mise en œuvre de l'approximation numérique des dérivées normale et temporelle de la pression sur la surface.

### E.2.1 Paramètres de surface

Concernant la surface d'intégration, plusieurs points peuvent être dégagés. Dans un premier temps, l'influence de la forme du cylindre doit être analysée. En particulier, l'influence du rapport  $L/l$  entre la longueur du cylindre et son rayon doit être quantifiée. Par ailleurs, une dimension caractéristique de notre système est la longueur d'onde  $\lambda_s$  de l'onde propagée. L'influence du rapport entre les dimensions de la surface et cette longueur caractéristique doit donc être analysée. Enfin, d'un point de vue plus numérique, l'influence de la discrétisation de la surface doit être analysée. Cela passe par l'examen de l'influence du rapport des dimensions  $\lambda_s/\Delta x$ , où  $\Delta x$  est le pas d'espace de discrétisation de la surface.

Finalement, du fait de l'application de la méthode au cas d'un jet, nous ne pouvons disposer que des pressions sur une surface entourant celui-ci. Ne pouvant avoir accès aux pressions sur les bases du cylindre, la non prise en compte de ces surfaces doit être estimée.

Pour résumer, les paramètres gouvernant l'influence de la surface d'intégration sur la pression calculée par la formulation de Kirchhoff sont au nombre de quatre :

- $L/l$ ;
- $L/\lambda_s$ ;



- $\lambda_s/\Delta x$  ;
- non prise en compte des bases (surface ouverte).

## E.2.2 Paramètres de dérivation

L'implémentation numérique de la formulation de Kirchhoff passe par l'approximation des dérivées normale et temporelle de la pression sur la surface d'intégration  $S_0$ . Deux paramètres peuvent alors agir sur les résultats. Le premier est le type de schéma numérique utilisé et en particulier son ordre qui définira sa précision. L'erreur commise est également fonction de la "distance" entre les points de calculs. Cette séparation constitue le deuxième paramètre.

Pour la dérivée temporelle, ce paramètre se traduit par le rapport  $T_s/dt$  où  $T=1/f_s$  est la période du signal et où  $dt=1./f_e$  est le pas de temps, inverse de la fréquence d'échantillonnage. Pour la dérivée normale, ce paramètre peut être traduit par le rapport entre une longueur caractéristique du système qui peut être la longueur d'onde  $\lambda_s$  de la fréquence considérée et la distance  $\Delta n$  séparant les points de calcul dans la direction normale à la surface.

Nous distinguons donc ici quatre paramètres dont l'influence sur le résultat doit être évaluée :

- schéma numérique de la dérivée temporelle ;
- schéma numérique de la dérivée normale ;
- $T_s/dt$  ;
- $\lambda_s/\Delta n$ .

## E.3 Quantification de l'influence des paramètres

Ce paragraphe s'intéresse à quantifier l'influence des différents paramètres sur les résultats obtenus par la formulation intégrale de Kirchhoff. Pour se faire, ces résultats sont comparés aux résultats théoriques dans le cadre d'un cas test simple en faisant varier indépendamment chacun des paramètres identifiés.

### E.3.1 Définition de l'étude des paramètres

#### E.3.1.a Définition d'un cas test

Afin de se placer dans une configuration proche de la configuration expérimentale d'application de la formulation intégrale de Kirchhoff, une surface cylindrique est considérée. Sa longueur est notée  $L$  et son rayon est noté  $l$  (fig. E.1). Une source acoustique académique est

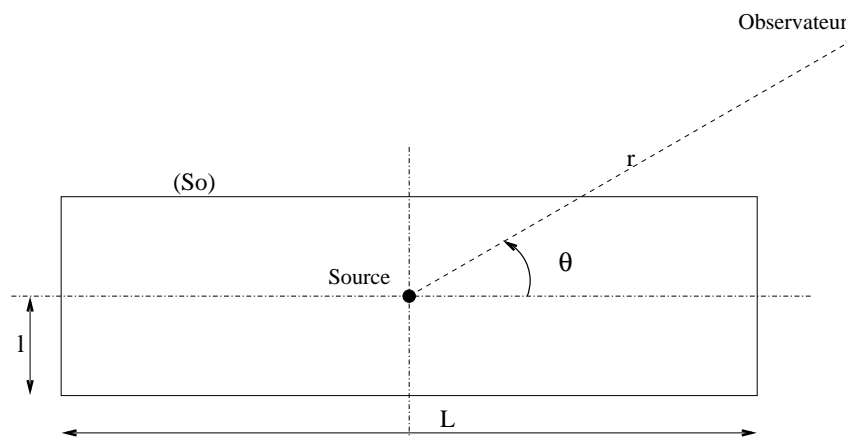


FIG. E.1 – Représentation schématique du cas test.

placée en son centre. La pression engendrée en un point quelconque  $\mathbf{r}$  de l'espace à l'instant  $t$  est :

$$p(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{|\mathbf{r}|} \sin \left[ \omega \left( t - \frac{|\mathbf{r}|}{c_0} \right) \right]$$

Afin de pouvoir étudier l'influence des différents paramètres de manière indépendante, il est important que seule la modélisation du paramètre en question intervienne dans l'évaluation de la pression. A ce titre, la dérivée temporelle analytique de la pression peut être notée :

$$\frac{\partial p(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \frac{\omega}{|\mathbf{r}|} \cos \left[ \omega \left( t - \frac{|\mathbf{r}|}{c_0} \right) \right], \quad (\text{E.1})$$

ainsi que sa dérivée spatiale analytique :

$$\frac{\partial p(\mathbf{r}, t)}{\partial r} = -\frac{\omega}{|\mathbf{r}| c_0} \cos \left[ \omega \left( t - \frac{|\mathbf{r}|}{c_0} \right) \right] - \frac{1}{|\mathbf{r}|^2} \sin \left[ \omega \left( t - \frac{|\mathbf{r}|}{c_0} \right) \right] \quad (\text{E.2})$$

### E.3.1.b Cas test de référence

A partir de ce cas test, une configuration particulière, que l'on nommera le cas test de référence, est définie. Il s'agit de la configuration de base à partir de laquelle l'influence des différents paramètres pourra être évaluée. Pour la définir, quelques critères doivent être choisis telles que, par exemple, le rapport des longueurs caractéristiques de la source académique et de la surface de contrôle. Cette configuration est alors choisie de manière à se rapprocher de la configuration expérimentale qui sera ultérieurement utilisée dans le cadre de l'application de la formulation intégrale de Kirchhoff sur le jet supersonique (cf. §6.5.2). Ainsi, notre intérêt se portera sur des nombres de Strouhal de l'ordre de  $St_D=0,2$ . Cela permet de définir une fréquence de la source académique de  $f_s=2$  kHz pour le cas test de référence. Sa longueur d'onde caractéristique est donc de  $\lambda_s=0,17$  m. L'utilisation d'une antenne de microphones d'une longueur de  $L=8D$  dans la configuration expérimentale conduit au rapport  $L/\lambda_s=0,23$ . Le rayon de l'antenne circulaire utilisée est de l'ordre de  $2D$ , d'où un rapport de forme du cylindre  $L/l=4,0$ .

### E.3.1.c Grandeurs d'analyses

L'influence des différents paramètres est évaluée par la comparaison du résultat obtenu avec la solution analytique exacte. Cette comparaison est réalisée en plusieurs points d'observation placés sur un arc de rayon  $r$  à des positions azimutales  $\theta$  différentes (fig. E.1). Une erreur quadratique moyenne normalisée sur une période  $T$  est alors définie en chacun de ces points :

$$\epsilon(\mathbf{r}) = \frac{1}{T} \int_T \frac{[p(\mathbf{r}, t) - \tilde{p}(\mathbf{r}, t)]^2}{\sigma_p(\mathbf{r})} dt, \quad (\text{E.3})$$

où  $\tilde{p}(\mathbf{r}, t)$  est la pression calculée par la méthode intégrale de Kirchhoff à partir des pressions sur la surface de contrôle ( $S_0$ ) et  $\sigma_p(\mathbf{r})$  est la variance de la solution exacte au point d'observation considéré :

$$\sigma_p(\mathbf{r}) = \frac{1}{T} \int_T p^2(\mathbf{r}, t) dt$$

Cette grandeur intègre l'erreur instantanée sur une période. Elle peut donc être induite, par exemple, par un déphasage entre la pression exacte et son estimation qui peuvent pourtant être de même niveau. La différence entre les variances de ces pressions peut alors être considérée.

Cette erreur relative sera exprimée en décibel :

$$\Delta\epsilon(\mathbf{r}) = 10. \log \left( \frac{\sigma_{\bar{p}}(\mathbf{r})}{\sigma_p(\mathbf{r})} \right) \quad (\text{E.4})$$

### E.3.1.d Points de calculs

Pour évaluer l'influence des différents paramètres du système, la solution exacte et celle obtenue par la formulation intégrale sont calculées et comparées en quelques points de l'espace. Du fait des symétries du système, seul un quart de cercle est considéré dans un plan 2D. Les points de calculs sont alors disposés sur un arc de cercle pour des angles variants de 0 à 90 degrés avec un pas de 30°, soit un total de 4 points.

Pour être significatifs, il est important que les résultats obtenus soient indépendants de la position radiale de ces points. Or, le champ de pression engendré par la source ponctuelle est sphérique et la surface de contrôle est de forme cylindrique. Les résultats seront donc obligatoirement fonction de la distance des points d'observations par rapport à cette surface présentant des discontinuités.

Pour un cas test de référence (cf. §E.3.1.b), l'évolution de l'erreur quadratique moyenne normalisée aux points de calculs, en fonction de leur distance  $r$  à la source, converge toutefois rapidement (fig. E.2(a)) vers une valeur constante. Ces résultats ont été obtenus pour une discrétisation spatiale de la surface de 10 points par longueur d'onde ( $\lambda_s/\Delta x$ ) et une discrétisation temporelle ( $T_s/dt$ ) de 20 points par période. Les dérivées temporelle et spatiale de la pression sont calculées acoustiquement (éq. E.1 et E.2).

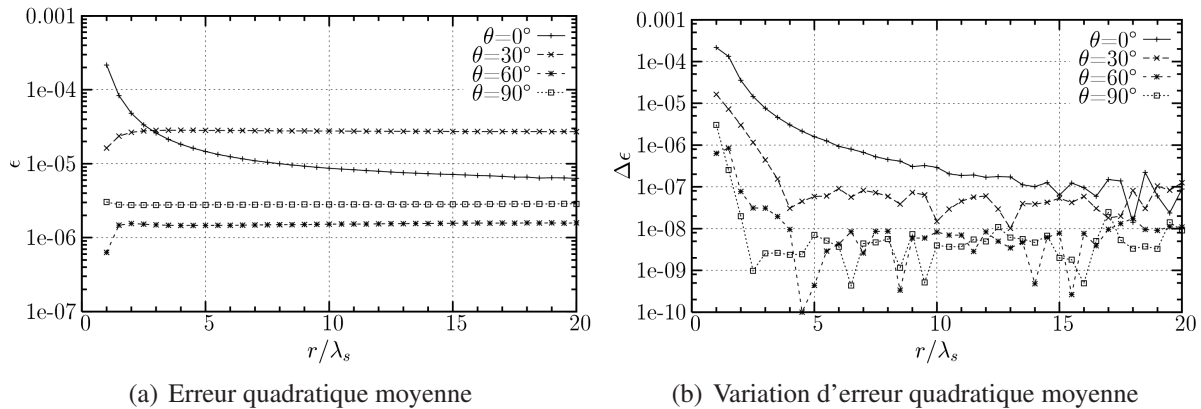


FIG. E.2 – Évolution et variation de l'erreur quadratique moyenne  $\epsilon$  de la pression calculée par formulation intégrale de Kirchhoff en 4 positions angulaires en fonction du rapport entre la position radiale de calcul et la longueur du cylindre dans le cadre d'un cas test de référence.

Pour les positions radiales supérieures  $6\lambda_s$ , la variations spatiale d'erreur quadratique moyenne est inférieure à  $10^{-6}$  (fig. E.2(b)).

Cette variation peut être considérée comme négligeable et les résultats indépendants de la position radiale pour des points d'observation situés à plus de  $6\lambda_s$  de la source.

Plusieurs rapports de forme  $L/l$  de la surface cylindrique ont également été testés conduisant à des résultats du même ordre. Pour les calculs suivants, les points d'observation sont alors placés sur un arc de cercle de position radiale supérieurs à  $r/\lambda_s=6$ .

## E.3.2 Étude de la surface

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons à l'influence des paramètres de la formulation intégrale de Kirchhoff relatifs à la surface de contrôle. Les calculs sont réalisés dans le cadre du

cas test de référence (cf. §E.3.1.b). Les influences de la discrétisation spatiale de la surface de contrôle, du rapport des dimensions et du rapport de forme sont traitées. La non prise en compte des bases de cette surface cylindrique est également considérée pour chacun de ces paramètres.

### E.3.2.a Discrétisation spatiale

Afin d'évaluer la pertinence de la méthode d'intégration spatiale, et plus particulièrement celle du raffinement du maillage de la surface de contrôle, un calcul a été réalisé en utilisant une discrétisation spatiale  $\lambda_s/\Delta x$  variable de 1 à 500 points par longueur d'onde suivant toutes les directions.

La méthode numérique mise en place pour le calcul de l'intégration surfacique est apparentée à la méthode des éléments finis. La surface est découpée en éléments au centre desquels sont calculées la pression et ses dérivées. La contribution de chaque élément est ajoutée, pondérée par la dimension de celui-ci.

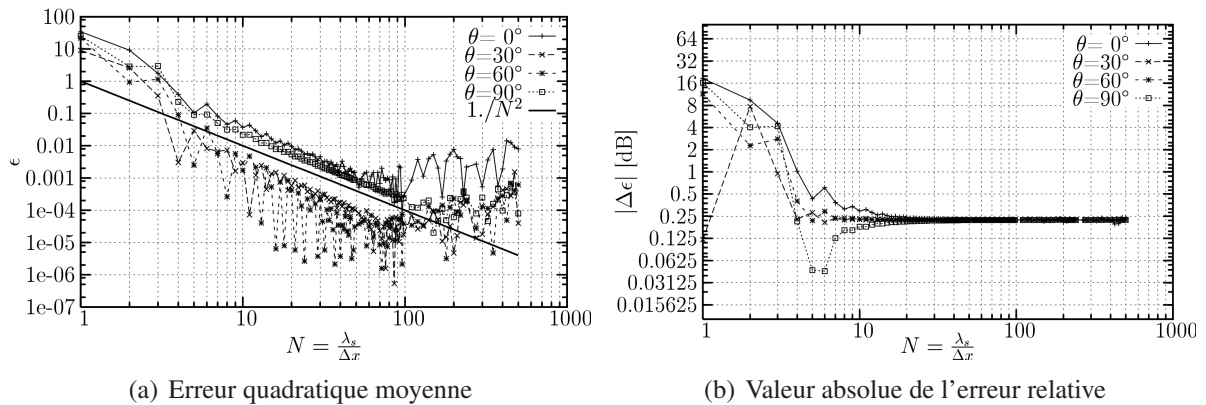


FIG. E.3 – Évolution de l'erreur de la formulation intégrale de Kirchhoff en fonction du raffinement  $\lambda_s/\Delta x$  de la surface de contrôle. Cas test de référence, échantillonnage  $T_s/dt=20$ .

Les figures E.3(a) et E.3(b) représentent respectivement l'erreur quadratique moyenne et l'erreur relative pour le cas test considéré. On peut noter que, le domaine d'intégration étant une surface, la précision est inversement proportionnelle au carré du nombre de points  $N$  par longueur d'onde. Pour 20 points par longueur d'onde, l'erreur sur le calcul est alors inférieure à 1% (fig. E.3(a)) ce qui se traduit par une erreur relative de l'ordre de 0,25 dB (fig. E.3(b)). Ce résultat est de l'ordre de celui obtenu par Lyrintzis et Mankbadi [132, 133], lesquels préconisent un raffinement de 8 à 12 points par longueur d'onde pour une erreur de 1%.

L'évolution de l'erreur est uniforme jusqu'à des valeurs de 50 à 100 points par longueur d'onde en fonction de l'angle d'observation. Au delà, la divergence obtenue est certainement induite par des erreurs liées à la programmation et à la précision de la machine ayant servi à réaliser ces calculs.

### E.3.2.b Rapport des dimensions

Nous nous intéressons ici à l'influence des dimensions de la surface de contrôle par rapport à la longueur d'onde de la fréquence considérée. Une gamme de fréquences de 200 à 20000 Hertz correspond à des longueurs d'ondes  $\lambda$  de 1,7 m à 0,017 m. En faisant varier la longueur  $L$  du cylindre, le rapport  $L/\lambda_s$  est modifié de manière à déterminer l'erreur obtenue par la formulation intégrale de Kirchhoff pour chacune de ces fréquences.

L'erreur quadratique moyenne et l'erreur relative sont calculées dans le cadre du cas test de référence pour lequel la discrétisation spatiale de la surface de contrôle est de  $\lambda_s/\Delta x=10$  (fig. E.4).

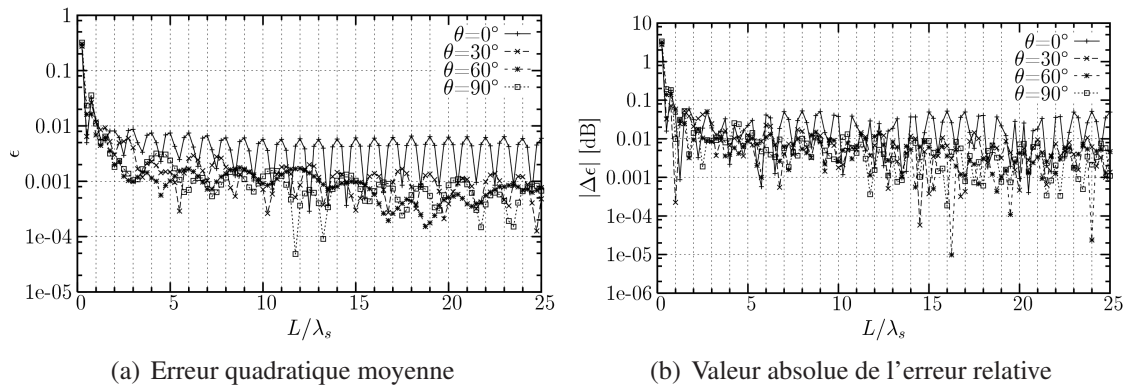


FIG. E.4 – Erreur quadratique moyenne et erreur relative obtenues par la formulation intégrale de Kirchhoff dans le cadre d'un cas test de référence en fonction du rapport entre la longueur  $L$  de la surface de contrôle cylindrique et la longueur d'onde  $\lambda_s$  de la source.

Une fréquence de coupure du système peut être définie à partir de la longueur du cylindre constituant la surface de contrôle telle que  $f_c=c_0/L$ . En effet, au-delà de cette fréquence, le rapport  $L/\lambda_s$  est supérieur à 1 et l'erreur quadratique est négligeable, inférieure à 1% (fig. E.4(a)). Le déphasage est également négligeable, l'erreur relative étant inférieure à 0,1 dB (fig. E.4(b)).

L'effet de la non prise en compte des bases de la surface de contrôle cylindrique est non négligeable. Dans ce cas, l'erreur est relativement importante, principalement pour les positions angulaires de  $0^\circ$  et  $30^\circ$  (fig. E.5(a)). Pour les positions angulaires de  $60^\circ$  et  $90^\circ$ , un rapport  $L/\lambda_s$  de 10 est requis pour limiter l'erreur quadratique moyenne à des valeurs de l'ordre de 10%. Cela signifie que pour une configuration expérimentale, où la dimension  $L$  de surface de contrôle est restreinte, l'erreur obtenue sur les basses fréquences est élevée.

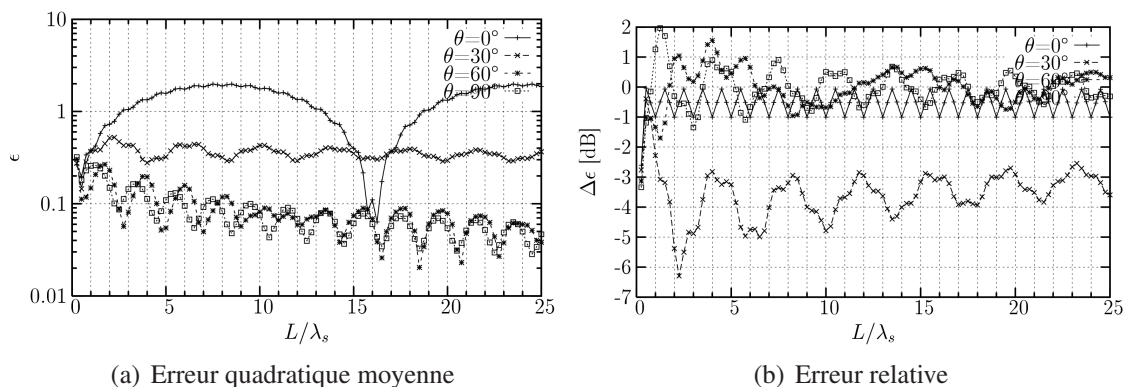


FIG. E.5 – Erreur quadratique moyenne et erreur relative obtenues par la formulation intégrale de Kirchhoff dans le cadre d'un cas test de référence en fonction du rapport entre la longueur  $L$  de la surface de contrôle cylindrique et la longueur d'onde  $\lambda_s$  de la source. Surface de contrôle tronquée.

Au-delà d'un rapport  $L/\lambda_s$  de deux, l'erreur relative reste toutefois assez homogène, de l'ordre de 3 à 4 décibel à  $30^\circ$  et de l'ordre de 1 dB aux autres positions angulaires. La non prise en compte des bases de la surface de contrôle a donc pour effet d'induire un déphasage sur les pressions calculées.

### E.3.2.c Rapport de forme

D'un point de vue expérimental, il n'est pas possible d'avoir accès aux pressions sur les parties de la surface de contrôle formant les bases du cylindre. La détérioration des résultats alors obtenus par la formulation intégrale est fonction de la proportion de surface de contrôle négligée.

En effet, dans le cadre d'un cas test de référence utilisant une discrétisation spatiale ( $\lambda_s/\Delta x$ ) de 10 points par longueur d'onde, quelque soit le rapport forme  $L/l$  du cylindre, l'erreur quadratique moyenne reste inférieure à 1% (fig. E.6(a)) et l'erreur relative reste inférieure à 0,1 dB (fig. E.6(b)) lorsque l'ensemble de la surface de contrôle est considérée. On pourra noter sur ces courbes l'augmentation rapide de l'erreur pour les rapports de forme supérieurs à  $L/l=25$ . Cette augmentation est due au fait que pour ce rapport de forme, le rayon  $l=25L$  du cylindre est égal au pas  $\Delta x$  de discrétisation de la surface de contrôle (cas test de référence :  $L/\lambda=2,5$  et  $\lambda_s/\Delta x=10$ ). Le raffinement du maillage des points de calculs n'est alors plus assez fin ce qui revient à négliger les bases du cylindre formant la surface de contrôle puisque celles-ci ne comprennent aucun point.

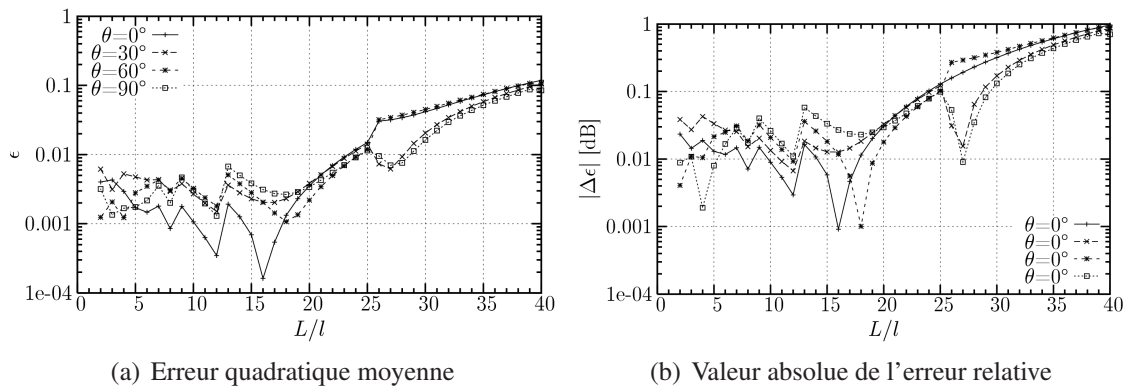


FIG. E.6 – Erreur quadratique moyenne et erreur relative obtenues par la formulation intégrale de Kirchhoff dans le cadre d'un cas test de référence en fonction du rapport entre la longueur  $L$  et le rayon  $l$  de la surface de contrôle cylindrique.

Si ces parties de la surface de contrôle ne sont volontairement pas prises en compte, l'erreur est alors d'autant plus importante que l'allongement du cylindre est faible (fig. E.7). L'erreur atteint un minimum pour le rapport  $L/l=25$ . Or, d'un point de vue expérimentale, un tel rapport de forme est impossible à mettre en œuvre.

Il peut être noté que l'erreur quadratique moyenne est identique pour les configurations avec et sans prise en compte des bases du cylindre (respectivement fig. E.6(a) et E.7(a)) pour les rapports de forme  $L/l$  supérieurs à 25, montrant bien l'effet du raffinement du maillage des points de calculs en cette zone.

### E.3.3 Étude des dérivées

Cette partie s'intéresse aux calculs des dérivées de la pression dans le cadre de la mise en œuvre de la formulation intégrale de Kirchhoff. Celles-ci sont en effet déterminées à l'aide de schémas aux différences finies. Mais quel schéma choisir pour quelle précision ? Le problème de la dérivée temporelle est alors examiné avant de s'intéresser au cas de la dérivée spatiale de la pression sur la surface de contrôle.



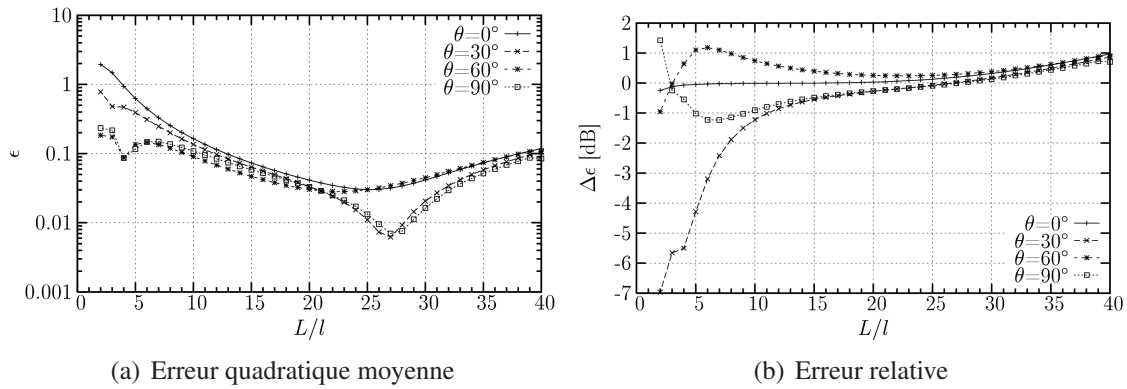


FIG. E.7 – Erreur quadratique moyenne et erreur relative obtenues par la formulation intégrale de Kirchhoff dans le cadre d'un cas test de référence en fonction du rapport entre la longueur  $L$  et le rayon  $l$  de la surface de contrôle cylindrique. Surface de contrôle tronquée.

### E.3.3.a Étude de la dérivation temporelle

Le choix du type de schéma aux différences finies ne pose pas vraiment un problème en soit pour le calcul de la dérivée temporelle. En effet, s'agissant d'une dérivation dans le temps, le nombre de points utilisable pour son calcul n'est pas limité. La précision du schéma est alors ici privilégié. Pour des raisons de simplicité, notre choix se portera sur un schéma centré explicite. La précision du calcul est alors fonction, d'une part, de son ordre et, d'autre part, du rapport  $T_s/dt$  entre la période  $T_s=1./f_s$  du signal et l'intervalle de temps  $dt$  séparant les points utilisés pour le calcul. Ainsi, pour une fréquence d'échantillonnage donnée ( $dt$  fixé), la précision varie en fonction de la fréquence du signal considérée.

Un schéma aux différences finies explicite d'ordre 6 convient ici parfaitement aux calculs de la dérivée temporelle de la pression. En effet, dans le cadre d'un cas test de référence utilisant une discrétisation spatiale de  $\lambda/\Delta x=10$ , l'erreur quadratique moyenne obtenue sur la pression aux points d'observation est inférieure à 1% pour les rapports  $T_s/dt$  supérieurs à 6 (fig. E.8(a)). Dans le cas des mesures de pression échantillonnées à 100 kHz, ce rapport correspond à une source de fréquence  $f_s=f_c/6$  supérieure à 16 kHz. L'erreur commise sur la gamme des fréquences inférieures à cette valeur est alors négligeable, inférieure à 0,05 dB (fig. E.8(b)).

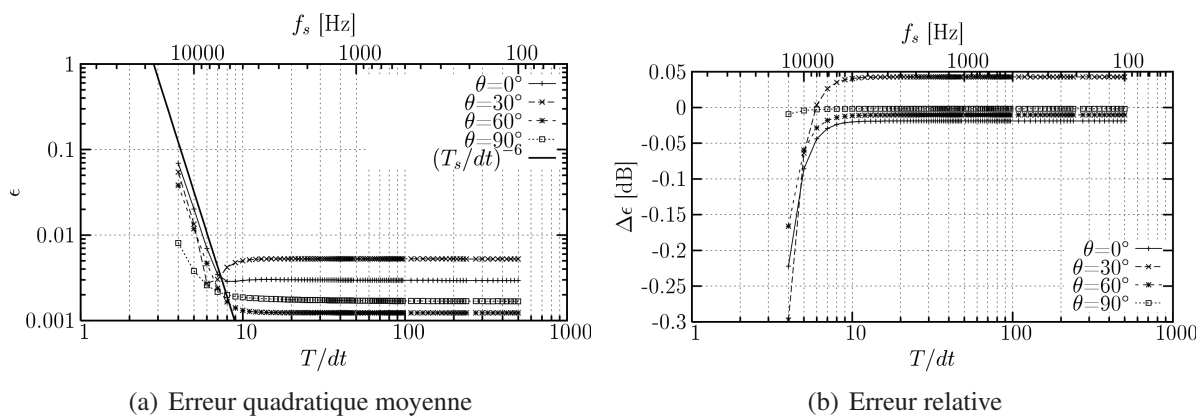


FIG. E.8 – Influence de la dérivée temporelle de la pression : Erreur quadratique moyenne et erreur relative de la pression aux points d'observation par formulation intégrale de Kirchhoff en fonction du rapport  $T_s/dt$ , schéma aux différences finies explicite centré d'ordre 6.



### E.3.3.b Étude de la dérivation spatiale

Le traitement de la dérivée spatiale de la pression est plus délicat que celui de la dérivée temporelle. En effet, on se heurte ici à deux contraintes importantes liées aux capteurs de pression :

- leur dimension ;
- leur nombre.

Ainsi, le nombre de points de mesures nécessaires à la détermination de la dérivée spatiale de la pression et leur séparation  $\Delta n$ , suivant la direction normale à la surface de contrôle, sont conditionnés par ces deux restrictions.

Les schémas aux différences finies utilisables pour ce calcul seront alors des schémas d'ordre bas, nécessitant peu de points. Des essais ont été menés pour déterminer l'erreur obtenue dans le cadre d'un cas test de référence utilisant des schémas décentrés d'ordre 1 et 3 (fig. E.9 et fig. E.10). La dérivée temporelle est calculée analytiquement et la discrétisation spatiale de la surface de contrôle est de  $\lambda_s/\Delta x=10$ . Le rapport  $\lambda_s/\Delta n$  entre la longueur d'onde de la fluctuation de pression, engendrée par la source acoustique, et la séparation  $\Delta n$  entre les points de mesures dans la direction normale à la surface de contrôle.

L'erreur quadratique moyenne obtenue est alors inversement proportionnelle à l'ordre du schéma utilisé (fig. E.9(a) et fig. E.10(a)). Plus les points de mesure sont proches, plus l'erreur commise sur l'évaluation de la pression aux points d'observation est faible. Pour le schéma d'ordre 1, un rapport de  $\lambda_s/\Delta n$  supérieur à 40 est requis pour obtenir une erreur quadratique moyenne inférieure à 10% (fig. E.9(b)) et une erreur relative inférieure à 0,5 dB (fig. E.9(b)). Donc, si la séparation entre les points de mesure est fixée à 1cm, l'erreur quadratique moyenne obtenue sur l'estimation des fluctuations de pression de fréquence inférieure à 1 kHz sera inférieure à cette valeur. Dans le cas du calcul de la dérivée spatiale par un schéma aux différences finies d'ordre 3, cette valeur de l'erreur quadratique moyenne est vérifiée pour les fréquences inférieures à 2 kHz (erreur de 1% pour un rapport  $\lambda_s/\Delta n=20$ , fig. E.10(a)).

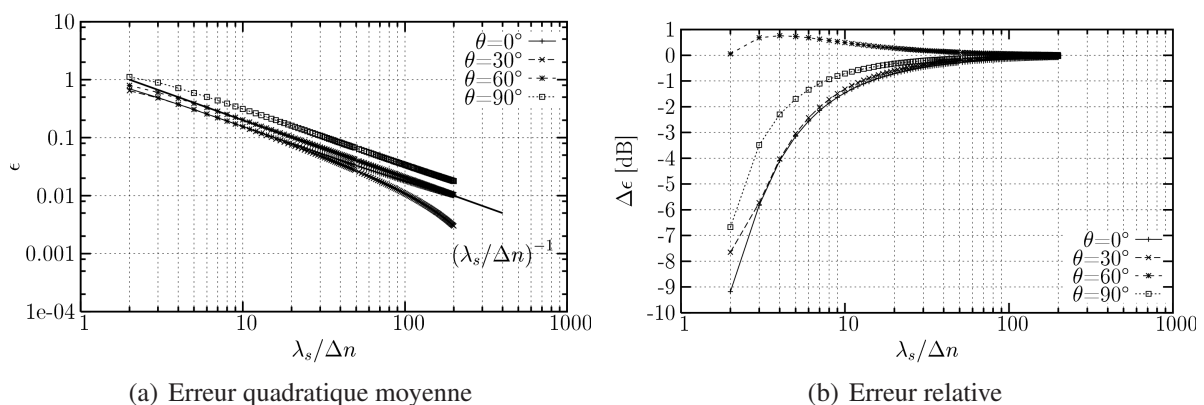


FIG. E.9 – Influence de la dérivée spatiale de la pression : Erreur quadratique moyenne et erreur relative de la pression aux points d'observation par formulation intégrale de Kirchhoff en fonction du rapport  $\lambda_s/\Delta n$ , schéma aux différences finies explicite décentré d'ordre 1.

L'augmentation de l'ordre du schéma numérique implique l'augmentation du nombre de points de mesures. D'un point de vue expérimental, cela pose des difficultés importantes. Ainsi, notre choix se portera donc sur le schéma d'ordre 1 qui ne nécessite que deux points de mesures.

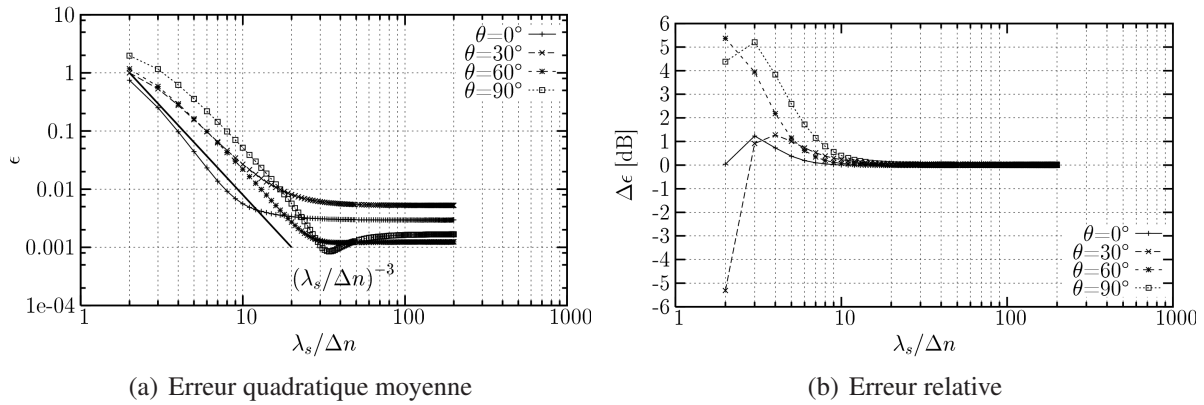


FIG. E.10 – Influence de la dérivée spatiale de la pression : Erreur quadratique moyenne et erreur relative de la pression aux points d'observation par formulation intégrale de Kirchhoff en fonction du rapport  $\lambda_s / \Delta n$ , schéma aux différences finies explicite décentré d'ordre 3.

## E.4 Synthèse

L'ensemble des paramètres intervenant dans la mise en œuvre de la formulation intégrale de Kirchhoff ont été analysés pour une configuration de surface de contrôle cylindrique. Du fait de la simplicité de la configuration analysée (une source harmonique unique), les résultats obtenus ne sont pas quantitativement représentatifs de l'application concrète de cette méthode au calcul du rayonnement acoustique d'un jet. Toutefois, leur intérêt réside dans le fait qu'ils permettent d'évaluer l'importance des différents critères intervenant dans cette méthode. Il en ressort que l'influence de certains de ces paramètres peut s'avérer être critique à l'égard de la précision des résultats, tout particulièrement dans le cadre d'une application expérimentale, celle-ci imposant un certain nombre de contraintes.

De manière générale, il est à noter que l'erreur commise est fonction de la fréquence. Le choix de la valeur des différents paramètres dépendra donc des fréquences auxquelles on s'intéresse. Il sera donc conditionné par les fréquences caractéristiques de l'écoulement étudié. Concernant la réalisation des mesures de pression permettant d'obtenir la base de données nécessaire aux calculs de la pression en champ lointain, le choix des dimensions et de la répartition de ces points est affaire de compromis entre l'erreur et le nombre de points de mesures qu'il est techniquement possible d'obtenir (nombre de capteurs disponibles, taille des capteurs, ...).

Deux paramètres se révèlent sources d'erreurs importantes sur les résultats. En premier lieu, le rapport de forme de la surface de contrôle est primordial. En effet, la surface de contrôle choisie est de forme cylindrique. Or, les bases de ce cylindre ne peuvent être prises en compte. En effet, comme la surface entoure le jet, ces bases sont des sections normales de l'écoulement. L'intrusion de capteurs dans l'écoulement est alors une source importante de bruit rendant les mesures de pression en champ proche inexploitable. De plus, la formulation intégrale de Kirchhoff est une solution de l'équation d'onde homogène. Or, celle-ci n'est pas vérifiée dans l'écoulement. Pour minimiser l'influence de ces extrémités, le cylindre doit être très allongé. Cela pose alors des problèmes techniques importants (nombre de capteurs, encombrement du dispositif, ...).

Une autre source d'erreurs importantes est la détermination de la dérivée de la pression normale à la surface de contrôle. En effet, s'agissant d'une dérivée spatiale, sa précision est conditionnée par le nombre de points de mesures, dans la direction normale à la surface, ainsi que par la distance séparant ces points, laquelle doit être la plus petite possible. Il est alors particulièrement délicat d'obtenir expérimentalement cette dérivée avec une grande précision.



## **Annexe F**

# **Base de données OPHÉLIE**



# Annexe F

## Base de données OPHÉLIE

Richesse	$T_i$	$r$	$\gamma_i$	$C^*$	$\gamma_e$	$T_{se}$	$\gamma_s$
0,0	293	287	1,400	420	1,400	90	1,400
0,1	619	293	1,369	626	1,392	134	1,392
0,2	916	298	1,334	775	1,373	303	1,373
0,3	1181	304	1,311	893	1,349	413	1,349
0,4	1421	309	1,294	993	1,328	524	1,328
0,5	1640	314	1,281	1079	1,311	632	1,311
0,6	1839	319	1,271	1155	1,297	737	1,297
0,7	2021	324	1,262	1224	1,285	837	1,285
0,8	2189	329	1,255	1287	1,276	932	1,276
0,9	2342	335	1,248	1344	1,267	1022	1,267
1,0	2465	341	1,244	1393	1,261	1094	1,261

- $T_i$  : Température génératrice en Kelvin ;  
 $r$  : Constante des gaz parfait (J/Kg.K) ;  
 $\gamma_i$  : Rapport des capacités thermiques génératrice ;  
 $C^*$  : Vitesse caractéristique au col ;  
 $\gamma_e$  : Rapport des capacités thermiques en sortie pour  $\Sigma = \Phi_e / \Phi_{col} = 6$  ;  
 $T_{se}$  : Température d'éjection en Kelvin ;  
 $\gamma_s$  : Rapport des capacités thermiques de sortie interpolé dans  $\gamma_i$  en fonction de  $T_{se}$ .

TAB. F.1 – Données tabulées calculées avec OPHÉLIE par Dessornes (ONERA OE) pour combustion Air/Hydrogène

Richesse	$T_i$	$r$	$\gamma_i$	$C^*$	$\gamma_e$	$T_{se}$	$\gamma_s$
0,035	406,05	289,08	1,389	491,44	1,397	105,26	1,397

TAB. F.2 – Paramètres du jet interpolés pour une température génératrice  $T_i=406^\circ$  K







**Résumé :** Le champ proche des jets est une zone où cohabitent des contributions de pression de nature hydrodynamique et acoustique. Leurs caractéristiques sont méconnues, conduisant à une définition controversée des frontières de cette région ainsi qu'à l'impossibilité d'y prédire les niveaux de pression effectivement rencontrés. Cette zone présente un fort intérêt pour l'étude de la dynamique du jet ainsi que pour celle du rôle que peuvent jouer les structures cohérentes dans les mécanismes de génération de bruit aéroacoustique. L'étude présentée ici porte sur un jet subsonique, de nombre de Mach  $M_j=0,3$ , et un jet supersonique,  $M_j=1,4$ . Elle s'appuie sur des mesures acoustiques en champs proche et lointain ainsi que des mesures de pression champ proche synchrones à des mesures de vitesse dans l'écoulement par vélocimétrie laser à effet Doppler (LDV). Une interaction forte entre les deux contributions de pression est mise en évidence par des pertes de cohérence importantes. Ce phénomène, dont un modèle est proposé, permet de définir précisément la frontière du champ proche par le produit du nombre d'onde et de la position radiale  $kr=1,3$ . L'analyse par décomposition orthogonale aux valeurs propres (POD), sur la base de laquelle est également proposée une méthode de normalisation des données, montre le caractère très cohérent du champ de pression proche à basse fréquence ainsi que l'importance de la prise en compte des contributions azimutales. Une séparation des contributions hydrodynamique et acoustique de pression est obtenue grâce à un filtrage POD. Le champ de pression instantané est déterminé sur une surface entourant le jet grâce à une extension au domaine spectral de l'estimation stochastique linéaire (LSE). Ces données sont utilisées pour estimer le rayonnement acoustique du jet par une formulation intégrale de Kirchhoff ainsi que pour extraire la structuration tridimensionnelle de l'écoulement.

### **Statistic study of the pressure field in the vicinity of turbulent axisymmetric jets at high Reynolds number**

**Abstract:** The jet near field is a region where hydrodynamic and acoustic pressure contributions coexist. Their characteristics are unidentified, leading to a controversial definition of the borders of this zone and the impossibility to predict the measured pressure levels. This zone is of strong interest in the study of the jet dynamic and for the role coherent structures can play in the aeroacoustic sound generation mechanisms. The present study involves a subsonic jet, Mach number  $M_j=0.3$ , and a supersonic jet,  $M_j=1.4$ . The results presented are based on near and far-field acoustic measurements, and on near-field pressure measurements synchronized with Laser Doppler Velocimetry (LDV) flow measurements. A strong interaction between both pressure contributions is brought to light with loss of coherence levels. This phenomenon, of which a model is proposed, allow to define precisely the near field border by the product of the wave number and the radial location  $kr=1.3$ . The analysis using proper orthogonal decomposition (POD), which a proposed data normalisation method is based on, point out the very coherent character of the near field pressure at low frequencies as well as the importance of considering its azimuthal contributions. A separation of the hydrodynamic and acoustic pressure contributions is obtained by a POD filtering. The instantaneous pressure field is determined on a surface surrounding the jet by a spectral extension of the linear stochastic estimation (LSE). These results are used to estimate the acoustic radiation from the jet using a Kirchhoff's integral formulation and also to extract the tridimensional organization of the flow.

**Discipline :** Mécanique des milieux fluides

**Mots-clés :** Bruit aérodynamique, décompositions orthogonales, aérodynamique supersonique, aérodynamique subsonique, vélocimétrie laser Doppler, microphones

**Adresse du laboratoire :** Laboratoire d'Études Aérodynamiques UMR CNRS 6609

Centre d'Études Aérodynamiques et Thermiques

43, route de l'aérodrome

86036 Poitiers Cedex