



**HAL**  
open science

# Apports et Intégration de la Robustesse pour la Supervision de Systèmes Manufacturiers

Nabil Jerbi

► **To cite this version:**

Nabil Jerbi. Apports et Intégration de la Robustesse pour la Supervision de Systèmes Manufacturiers. Automatique / Robotique. Ecole Centrale de Lille; Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis, 2006. Français. NNT: . tel-00141333

**HAL Id: tel-00141333**

**<https://theses.hal.science/tel-00141333>**

Submitted on 12 Apr 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**UNIVERSITE DE TUNIS EL MANAR  
ECOLE NATIONALE D'INGENIEURS DE TUNIS**

**UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LILLE  
ECOLE CENTRALE DE LILLE**

## **THESE**

présentée à

**L'ECOLE NATIONALE D'INGENIEURS DE TUNIS**

pour obtenir le

## **DIPLOME DE DOCTORAT**

en

**Génie Electrique**

par

**NABIL JERBI**

DOCTORAT DELIVRE CONJOINTEMENT  
PAR L'ECOLE NATIONALE D'INGENIEURS DE TUNIS, L'ECOLE CENTRALE DE LILLE  
ET L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LILLE

### **Apports et Intégration de la Robustesse pour la Supervision de Systèmes Manufacturiers**

soutenue le 09/12/2006 devant le Jury d'Examen composé de :

MM.	Noureddine ELLOUZE	Président
	Jean-Louis FERRIER	Rapporteur
	Jilani KNANI	Rapporteur
	Mohamed Naceur ABDELKRIM	Examineur
	Etienne CRAYE	Examineur
	Simon COLLART DUTILLEUL	Examineur
	Mohamed BENREJEB	Examineur



**A mes parents**

**A ma femme**

**A mes frères et sœurs**

**A ma fille Aya**

**A mon fils Ahmed**



# Remerciements

Le travail que nous présentons dans ce mémoire a été effectué dans le cadre d'une thèse en cotutelle entre le Laboratoire d'Automatique, Génie Informatique et Signal (LAGIS) de l'Ecole Centrale de Lille et l'Unité de Recherche LARA Automatique de l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis.

Nous sommes particulièrement sensible au grand honneur que nous a fait Monsieur le Professeur Noureddine ELLOUZE, Directeur du Laboratoire de Systèmes et Traitement du Signal (LSTS) de l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis, en acceptant de présider notre Jury de thèse. Qu'il trouve ici l'expression de notre profonde reconnaissance.

C'est un agréable devoir pour nous d'exprimer notre très vive reconnaissance à Monsieur le Professeur Etienne CRAYE, Directeur de l'Ecole Centrale de Lille et Directeur de l'équipe Systèmes à Evénements Discrets (SED) du LAGIS, qui a bien voulu nous accueillir au sein de son équipe. Qu'il trouve ici l'expression de notre très profonde gratitude pour l'enseignement qu'il a su nous dispenser, l'intérêt qu'il a porté à nos travaux et les conseils éclairés qu'il nous a prodigués.

Nous tenons à exprimer notre très vive reconnaissance à Monsieur Simon COLLART DUTILLEUL, Maître de Conférences à l'Ecole Centrale de Lille, pour nous avoir guidé durant toute l'élaboration de cette thèse avec le sérieux et la compétence qui le caractérisent. Qu'il trouve ici le témoignage de notre très profonde gratitude.

Nous tenons à exprimer notre très respectueuse et très vive reconnaissance à Monsieur le Professeur Mohamed BENREJEB, Directeur du LARA Automatique, qui a bien voulu nous accueillir au sein de son équipe. Qu'il trouve ici l'expression de notre très profonde gratitude pour l'enseignement qu'il a su nous dispenser, l'intérêt qu'il a porté à nos travaux et les conseils éclairés qu'il nous a prodigués.

Monsieur le Professeur Jean-Louis FERRIER, Directeur du Laboratoire d'Ingénierie des Systèmes Automatisés (LISA) de l'Université d'Angers, nous a grandement honoré en acceptant de juger notre travail et participer à notre Jury de thèse. Nous sommes heureux de lui exprimer notre profonde gratitude.

Monsieur Jilani KNANI, Maître de Conférences à l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis, est vivement remercié pour avoir accepté de juger notre travail et participer à notre Jury de thèse. Nous lui exprimons toute notre gratitude.

Que Monsieur Mohamed Naceur ABDELKRIM, Maître de Conférences et Directeur de l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Gabès, reçoive ici nos très sincères remerciements pour avoir bien voulu participer à notre Jury de thèse.

Enfin, nous ne pouvons que saluer l'esprit d'équipe et de fraternité qui règne entre les chercheurs du LARA Automatique et les chercheurs du LAGIS, qui n'ont cessé de nous apporter leur soutien. Nous adressons à chacun nos remerciements les plus vifs.



# Table des matières

<b>Introduction .....</b>	<b>1</b>
<b>Chapitre I : Sur la conduite de systèmes manufacturiers ..</b>	<b>5</b>
I.1 Introduction.....	7
I.2 Une architecture fonctionnelle pour la conduite : Approche du LAGIS .....	7
I.2.1 Introduction.....	7
I.2.2 Architecture générale .....	7
I.2.2.1 Planification/Ordonnancement .....	8
I.2.2.1.1 Planification fine .....	10
I.2.2.1.2 Linéarisation du modèle.....	12
I.2.2.1.3 Ordonnancement cyclique .....	12
I.2.2.1.4 Régimes transitoires.....	13
I.2.2.1.5 Discussion .....	14
I.2.2.2 Commande séquentielle .....	15
I.2.2.3 Surveillance.....	15
I.2.2.3.1 Surveillance de la commande .....	15
I.2.2.3.2 Surveillance du système opérant.....	15
I.2.2.3.2.1 Surveillance curative.....	17
I.2.2.3.2.2 Surveillance prédictive.....	17
I.2.2.3.3 Discussion .....	17
I.2.2.4 Supervision .....	17
I.2.2.4.1 Ordonnancement temps réel .....	17
I.2.2.4.2 Gestion des modes .....	18
I.2.2.4.3 Recouvrement .....	20
I.2.2.4.4 Discussion .....	21
I.2.2.5 Maintenance .....	22
I.2.2.5.1 Différents concepts de maintenance .....	22
I.2.2.5.2 Fonctions de la maintenance.....	24
I.2.2.5.2.1 Fonction Décision .....	25
I.2.2.5.2.2 Fonction Ordonnancement des tâches de maintenance .....	25
I.2.2.5.2.3 Fonction Opérationnelle.....	25
I.2.2.5.3 Discussion .....	26
I.2.2.6 Conclusion .....	26
I.3 Contribution au positionnement de travaux originaux.....	26
I.3.1 Travaux du LAMIH, Valenciennes.....	26
I.3.2 Travaux du LAAS, Toulouse.....	28
I.3.3 Travaux du LAI, Lyon .....	31
I.3.4 Approches orientées diagnostic .....	33



I.4 Conclusion .....	33
----------------------	----

## **Chapitre II : Outil de modélisation pour les ateliers à contraintes de temps ..... 35**

II.1 Introduction .....	37
II.2 Outil de modélisation orienté commande .....	38
II.2.1 Réseau de Petri .....	38
II.2.2 RdP P-temporels .....	42
II.2.2.1 Définitions .....	42
II.2.2.2 Propriétés .....	45
II.2.2.3 Evaluations de performances des GE P-temporels .....	47
II.2.3 RdP P-temporels commandés .....	49
II.2.3.1 Introduction .....	49
II.2.3.2 Définition .....	49
II.2.3.3 Conclusion .....	51
II.3 Outils de modélisation prospectifs .....	52
II.3.1 RdP à flux temporels .....	52
II.3.1.1 Définitions .....	52
II.3.1.2 Règles de franchissement et sémantiques de tir .....	53
II.3.1.3 Conclusion .....	56
II.3.2 RdP à Intervalles .....	56
II.3.2.1 Définitions .....	57
II.3.2.2 Calcul de l'état suivant .....	59
II.3.2.3 RdP P-temporels : une sous-classe des RdP à intervalles .....	60
II.3.2.4 Conclusion .....	61
II.4 Conclusion .....	61

## **Chapitre III : Robustesse des ateliers manufacturiers à contraintes de temps ..... 63**

III.1 Introduction .....	65
III.2 Présentation d'un modèle général de la topologie d'atelier .....	65
III.2.1 Approche classique .....	66
III.2.2 Décomposition orientée synchronisation .....	73
III.3 Robustesse .....	76
III.3.1 Définitions .....	76
III.3.2 Robustesse passive .....	78
III.3.3 Robustesse active .....	85
III.3.3.1 Introduction .....	85

III.3.3.2 Définitions.....	85
III.3.3.3 Méthodologie de construction.....	88
III.3.3.4 Théorème.....	97
III.3.3.5 Conclusion.....	105
III.4 Conclusion.....	105

## **Chapitre IV : Intégration de la robustesse dans la surveillance/supervision..... 107**

IV.1 Introduction.....	109
IV.2 Observabilité.....	109
IV.2.1 Observabilité des perturbations temporelles.....	110
IV.2.1.1 Définitions.....	110
IV.2.1.2 Lemmes.....	110
IV.2.1.3 Conclusion.....	120
IV.2.2 Observabilité des violations de contraintes.....	120
IV.2.2.1 Définitions.....	121
IV.2.2.2 Lemmes et théorème.....	121
IV.2.2.3 Conclusion.....	128
IV.3. Intégration de la robustesse dans le filtrage des comptes rendus.....	128
IV.3.1 Génération de symptômes.....	129
IV.3.2 Intégration de la robustesse.....	129
IV.3.2.1 RdP t-temporel interprété.....	130
IV.3.2.2 Mécanisme de filtrage.....	130
IV.4 Conclusion.....	135

**Conclusion .....137**

**Bibliographie.....141**

**Annexe .....155**



---

## Liste des notations

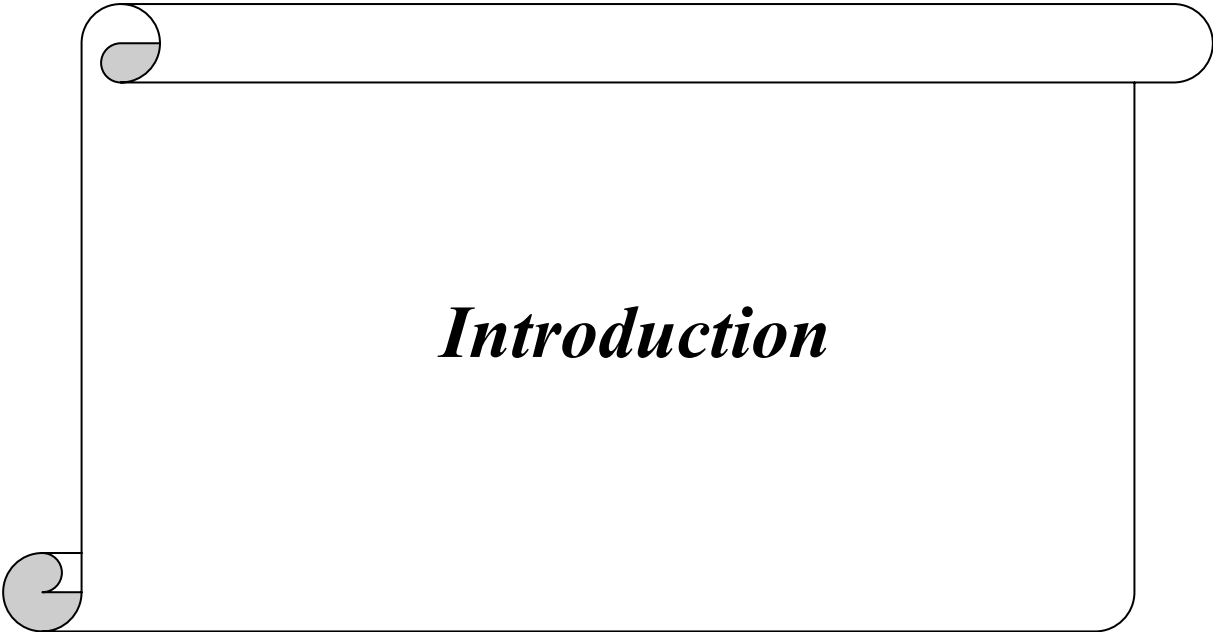
---

$G$	: Modèle réseau de Petri P-temporel.
$P$	: Ensemble fini et non vide de places.
$T$	: Ensemble fini et non vide de transitions.
$I$	: Application d'incidence avant correspondant aux arcs directs des places vers les transitions.
$O$	: Application d'incidence arrière correspondant aux arcs directs liant les transitions aux places.
$\mathbb{IN}$	: Ensemble des entiers naturels.
$t^\circ$	: Ensemble des places de sortie de la transition $t$ .
${}^\circ t$	: Ensemble des places d'entrée de la transition $t$ .
$p^\circ$	: Ensemble des transitions de sortie de la place $p$ .
${}^\circ p$	: Ensemble des transitions d'entrée de la place $p$ .
$n_0$	: Nombre de places ( $n_0 = \text{Card}(P)$ ).
$m_0$	: Nombre de transitions ( $m_0 = \text{Card}(T)$ ).
$M$	: Marquage du réseau de Petri.
$M_0$	: Marquage initial du réseau de Petri.
$M(p_i)$	: Nombre de marques dans la place $p_i$ .
$W^-$	: Matrice d'incidence avant.
$W^+$	: Matrice d'incidence arrière.
$W$	: Matrice d'incidence.
$S$	: Vecteur caractéristique correspondant à la séquence de franchissements $s$ .
$\mathbb{Q}$	: Ensemble des nombres rationnels.
$\mathbb{Q}^+$	: Ensemble des nombres rationnels positifs.
$IS_i = [a_i, b_i]$	: Intervalle statique de temps de séjour d'une marque dans la place $p_i$ .
$T_C$	: Ensemble des transitions commandables.
$T_{UC}$	: Ensemble des transitions non commandables.
$T_O$	: Ensemble des transitions observables.
$T_{UO}$	: Ensemble des transitions non observables.
$T_S$	: Ensemble des transitions de synchronisation.
$T_{NS}$	: Ensemble des transitions de non synchronisation (transitions simples).
$T_P$	: Ensemble des transitions de parallélisme.
$R_U$	: Ensemble des places représentant les machines utilisées.
$R_N$	: Ensemble des places représentant les machines non utilisées.
$\text{Trans}_C$	: Ensemble des places de transfert chargées ou encore ensemble des places modélisant chacune l'utilisation d'une ressource de transport pour le transfert d'un produit.
$\text{Trans}_{NC}$	: Ensemble des places de transfert non chargées ou encore ensemble des places modélisant chacune un déplacement d'une ressource de transport à vide. Il désigne aussi l'ensemble des places représentant les stocks des pièces non traitées.
$\text{Trans}_{NC}^\circ$	: Ensemble des transitions de sortie des places appartenant à $\text{Trans}_{NC}$ .

## Liste des notations

---

${}^{\circ}\text{Trans}_{\text{NC}}$	: Ensemble des transitions d'entrée des places appartenant à $\text{Trans}_{\text{NC}}$ .
$q_{ie}$	: Temps de séjour prévu du jeton dans la place $p_i$ , calculé par la couche d'ordonnancement cyclique.
$q_i$	: Temps de séjour instantané du jeton dans la place $p_i$ . Il désigne aussi le temps de séjour effectif dans la place $p_i$ lorsque le jeton est tiré. Ce temps de séjour effectif peut être différent de $q_{ie}$ , suite à une perturbation temporelle ou bien suite à une modification des instants de tir des transitions par la commande dans le but de compenser une perturbation.
$\pi$	: Temps de cycle.
$\text{St}_e(n)$	: $n^{\text{ème}}$ instant de tir prévu de la transition $t$ .
$\text{St}(n)$	: $n^{\text{ème}}$ instant de tir effectif de la transition $t$ .
$C_{\text{ms}}$	: Ensemble des sous chemins mono-synchronisés.
$C_{\text{se}}$	: Ensemble des sous chemins mono-synchronisés élémentaires.
$\text{IN}(\text{Lp})$	: Nœud d'entrée du chemin $\text{Lp}$ .
$\text{OUT}(\text{Lp})$	: Nœud de sortie du chemin $\text{Lp}$ .
$\delta$	: Perturbation temporelle.
$\delta r_{\text{Lpk}}$	: Retard acceptable à l'entrée du sous chemin mono-synchronisé $\text{Lp}_k$ .
$\delta a_{\text{Lpk}}$	: Avance acceptable à l'entrée du sous chemin mono-synchronisé $\text{Lp}_k$ .
$\Delta r_{\text{ck}}$	: Marge de retard compensable sur le sous chemin mono-synchronisé $\text{Lp}_k$ .
$\Delta a_{\text{ck}}$	: Marge d'avance compensable sur le sous chemin mono-synchronisé $\text{Lp}_k$ .
$\Delta r_{\text{tk}}$	: Marge de retard transmissible sur le sous chemin mono-synchronisé $\text{Lp}_k$ .
$\Delta a_{\text{tk}}$	: Marge d'avance transmissible sur le sous chemin mono-synchronisé $\text{Lp}_k$ .
$\text{RC}(\text{Lp})$	: Intervalle de capacité de rejet temporel passif du chemin $\text{Lp}$ .
$\text{Ca}(\text{Lp})$	: Capacité de rejet temporel passif à une avance.
$\text{Cr}(\text{Lp})$	: Capacité de rejet temporel passif à un retard.
$\text{V}(\text{Lp})$	: Voisinage du chemin $\text{Lp}$ .
$f_a(p_i)$	: Marge disponible de commande à l'avance associée à la place $p_i$ .
$f_r(p_i)$	: Marge disponible de commande au retard associée à la place $p_i$ .
$\text{EC}(h,m)$	: Ensemble des chemins orientés qui relie le nœud $h$ au nœud $m$ .
$\text{Lp}(t^*,t)$	: Sous chemin orienté de $\text{Lp}$ commençant par $t^*$ et se terminant par $t$ .
$M_{n-1}(\text{Lp}(t^*,t))$	: Nombre de jetons dans $\text{Lp}(t^*,t)$ après l'achèvement du cycle $(n-1)$ .
$\delta r_i(n)$	: Résidu de la perturbation $\delta$ quantifié à la transition $t$ qui est tirée à l'instant $\text{St}(n)$ .
$\text{DIF}(tp)$	: Ensemble des chemins commençant par la transition $tp$ .
$\text{R}(\text{Lp})$	: Perturbation maximale acceptable à l'entrée d'un chemin $\text{Lp}$ .
$\text{A}(\text{Lp})$	: Perturbation minimale acceptable à l'entrée d'un chemin $\text{Lp}$ .
$\text{R}_{\text{np}}(\text{Lp})$	: Perturbation maximale acceptable à l'entrée du chemin $\text{Lp}$ calculée sans tenir compte de l'influence des chemins mono-synchronisés de parallélisme issus de $\text{Lp}$ .
$\text{CR}_i$	: Compte rendu associé à l'opération $A_i$ .
$\text{S}_i^1$	: Classe de symptômes de type I.
$\text{S}_i^2$	: Classe de symptômes de type II.





## Introduction

Ce mémoire s'intéresse aux ateliers manufacturiers à contraintes de temps de séjour, où, à chaque opération est associé un intervalle de temps dont la borne inférieure désigne le temps minimum nécessaire à l'exécution de l'opération. Si le temps accordé à cette opération est inférieur à cette borne, cela signifie que l'opération n'a pas été achevée. La borne supérieure fixe le temps maximum à ne pas dépasser pour ne pas altérer la qualité des produits fabriqués.

L'industrie manufacturière fait régulièrement appel à ce type de procédés. C'est le cas par exemple de l'industrie utilisant des réactions chimiques pour établir le traitement d'une pièce. Le décapage d'une pièce par une immersion dans un bain d'acide nécessite un temps de trempe minimum et maximum, et que, par conséquent, la violation de ces spécifications peut avoir des conséquences graves sur la qualité de la production.

Dans l'industrie agroalimentaire et plus particulièrement dans une chaîne de froid, le fait de sortir un aliment du réfrigérateur oblige à respecter le temps minimum, qui est le temps nécessaire du traitement, et le temps maximum afin de ne pas dégrader la qualité du produit.

Les travaux proposés s'intéressent à la production manufacturière en très grandes séries où l'existence de pannes et de dérives doit être intégrée dans une évaluation globale de l'organisation de l'atelier [TOG, 96]. Nous supposons que les ressources ont été affectées et que l'ordre des opérations est déjà fixé par la couche d'ordonnancement. Les hypothèses de fonctionnement répétitif et d'absence de postes d'assemblage sont adoptées.

De manière assez classique pour ce type de problématique, le formalisme utilisé est celui des réseaux de Petri P-temporels et P-temporels commandés, pour l'étude des instants de débuts et de fins des opérations.

Le milieu industriel est assujéti à plusieurs événements perturbants qui obligent les variations des temps de séjour initialement fixés. La robustesse de l'atelier est sa capacité à conserver les propriétés spécifiées en présence de ces variations. Si ces perturbations temporelles sont dans les intervalles associés aux opérations, cela n'a pas d'influence sur la qualité des produits et le fonctionnement est qualifié de dégradé. C'est un cas de la robustesse passive où aucun changement dans la conduite n'est nécessaire pour que les propriétés spécifiées par le cahier des charges soient conservées.

Dans le cas où les perturbations temporelles dépassent les bornes des intervalles associés aux opérations, c'est un cas de la robustesse active où les propriétés spécifiées peuvent être maintenues, mais au prix d'un calcul total ou partiel de la conduite.

Une partie importante de nos travaux de recherche visent l'étude de la robustesse passive et active.

L'application de la robustesse active pose le problème de l'observabilité des perturbations temporelles. Un produit non conforme pose un problème d'observabilité des violations de contraintes.

Une étude concernant l'observabilité est alors présentée. Nous donnons des résultats concernant la détection et la localisation des perturbations et des violations de contraintes.



La situation des travaux de cette thèse, vis-à-vis d'une architecture générale de conduite d'atelier, s'est concrétisée par une proposition d'intégration de la connaissance analytique de la robustesse dans le filtrage des comptes rendus associés aux opérations. Le souci des perspectives ouvertes par l'approche préconisée a été développé tout au long du rapport.

Ce rapport est organisé en quatre chapitres.

Le chapitre I est d'abord consacré à la situation de notre travail dans une architecture de conduite d'atelier manufacturier. Notre contribution est ensuite mise en évidence au niveau des différents modules de la décomposition fonctionnelle envisagée.

L'outil de modélisation utilisé est décrit au chapitre II. Après la présentation des réseaux de Petri autonomes, les réseaux de Petri P-temporels et P-temporels commandés sont développés. D'autres outils de modélisation plus généraux sont aussi détaillés à savoir les réseaux de Petri à flux temporels et les réseaux de Petri à intervalles.

Le chapitre III est entièrement consacré à l'étude de la robustesse des ateliers manufacturiers à contraintes de temps. La robustesse est abordée avec et sans modification de la commande relative à la robustesse active et à la robustesse passive respectivement, face aux perturbations temporelles. Une axiomatique rigoureuse a été développée pour la caractérisation analytique de ces deux propriétés.

Le chapitre IV commence par présenter le problème d'observabilité. Nous distinguons l'observabilité des perturbations temporelles et l'observabilité des violations de contraintes du cahier des charges.

Notre contribution dans ce cadre porte sur l'intégration des résultats concernant la robustesse dans la génération de symptômes et la classification des comptes rendus associés aux différentes opérations.



***CHAPITRE I :***

***Sur la conduite de systèmes manufacturiers***



# Chapitre I

## Sur la conduite de systèmes manufacturiers

### I.1 Introduction

La robustesse d'un Système Automatisé de Production (SAP) est définie comme sa capacité à conserver les propriétés spécifiées en présence de variations ou d'incertitudes prévues ou imprévues. L'étude de la robustesse et son apport pour la conduite des SAP à contraintes de temps de séjour est le principal objectif de notre travail. Nous envisageons de régler les instants de débuts et de fins des opérations, en gardant les séquences initiales.

La finalité du présent chapitre est de situer notre contribution à l'intérieur d'une architecture de conduite d'un SAP.

La première partie détaille alors une décomposition fonctionnelle comportant plusieurs modules collaborant entre eux. Le choix de cette décomposition a été fait parmi les décompositions existantes.

La deuxième partie est construite un peu en opposition avec la première. Afin d'affiner notre positionnement, des approches originales sont présentées pour amener un éclairage intéressant qui n'apparaît pas, ou qui est peu mis en évidence dans la décomposition initialement choisie. Nous procédons ainsi par retouches successives.

### I.2 Une architecture fonctionnelle pour la conduite : Approche du LAGIS

#### I.2.1 Introduction

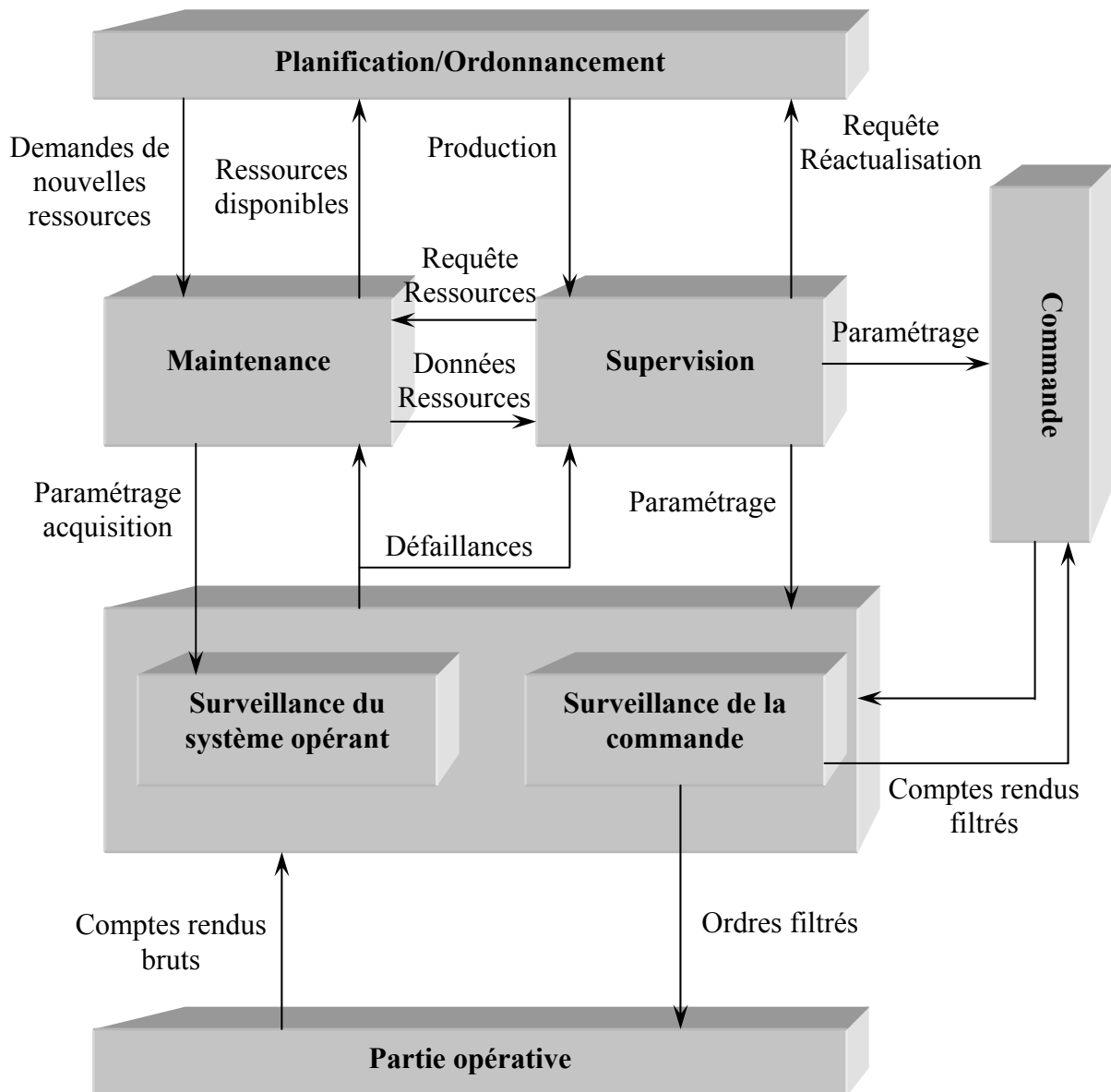
Le but de cette partie est de situer, dans une architecture relativement vaste, notre contribution qui utilise des hypothèses assez restrictives. Ainsi, nous choisissons une description de la conduite d'un SAP intégrant jusqu'à la maintenance préventive. Dans le même temps, nos travaux se concentrent sur les systèmes à contraintes de temps de séjour. Le fonctionnement est supposé répétitif et préétabli. Les tâches d'ordonnancement cyclique ou de ré-ordonnancement ne sont donc pas abordées.

Dans la suite, nous nous attachons à détailler les contributions et les apports de nos travaux au niveau du corps des blocs fonctionnels ou de leurs interactions entre eux.

#### I.2.2 Architecture générale

L'approche du Laboratoire d'Automatique, Génie Informatique et Signal (LAGIS) distingue, figure I.1, les fonctions commande séquentielle, surveillance, maintenance et supervision pour la mise en œuvre du niveau réactif. La surveillance est un système

d'informations, la supervision et la maintenance à la fois des systèmes décisionnels et opérants, et la commande séquentielle un système opérant [TOG, 02].



**Figure I.1 : Architecture fonctionnelle du système de contrôle/commande d'un SAP [TOG, 02]**

### I.2.2.1 Planification/Ordonnancement

L'ordonnancement fait partie des problèmes d'optimisation. Il s'agit de chercher à déterminer une solution minimisant (ou maximisant) un critère (ou fonction objectif ou fonction économique) [DUP, 05]. Dans la littérature, il y a plusieurs définitions du problème d'ordonnancement. Nous citons par exemple les deux suivantes :

« Le problème d'ordonnancement consiste à organiser dans le temps, la réalisation d'un ensemble de tâches, compte tenu de contraintes temporelles (délais, contraintes d'enchaînement, etc.) et de contraintes portant sur l'utilisation et la disponibilité des ressources requises par les tâches », [LOP, 01].

« Ordonner un ensemble de tâches, c'est programmer leur exécution en allouant les ressources requises et en fixant leurs dates de début », [GOT, 93].

Dans le domaine de l'ordonnancement d'ateliers, la notion structurante de « gamme opératoire » est souvent utilisée comme critère de classification [TRU, 05]. Une gamme opératoire décrit la succession des états d'avancement d'une pièce, ainsi que la succession des lieux opératoires par lesquels elle transite. Elle associe ainsi les moyens physiques (ressources de production) aux fonctions de la gamme logique visant à l'élaboration effective des produits. Plusieurs types de problèmes d'ordonnancement d'ateliers sont distingués, à savoir :

- le problème Flow shop où chaque travail a une gamme opératoire identique,
- le problème Flow shop de permutation où chaque travail a une gamme opératoire identique et où l'ordre de passage des travaux est le même pour chaque machine,
- le problème Jop shop où chaque travail a sa gamme opératoire propre,
- le problème Jop shop à machines dupliquées où chaque travail a sa gamme opératoire propre et où chaque opération est réalisée par une machine à sélectionner dans un ensemble,
- le problème Open shop où l'ordre de passage sur les machines est libre pour chaque travail,
- le problème à une machine où chaque travail est assimilé à une opération unique, exécutée par une seule et même machine de capacité unitaire,
- le problème à machines parallèles où chaque travail est assimilé à une opération unique, exécutée par une machine à sélectionner dans un ensemble.

Les travaux de recherche en ordonnancement peuvent être classés en deux catégories selon l'aspect même cyclique ou acyclique de la commande [KOR, 00a]. La commande acyclique concerne essentiellement des productions de tailles petites, voire unitaires, étant donné qu'elle considère toutes les tâches à effectuer. La commande cyclique est adaptée aux productions de moyennes et grandes séries [HIL, 89], [HAN, 95], [GEN, 01]. En effet, utiliser une commande cyclique permet de limiter le nombre illimité de pièces pour en optimiser la performance de production sur un cycle qui est répété suffisamment pour satisfaire la demande initiale. Une seconde justification de cette stratégie cyclique concerne la nécessaire maîtrise de la complexité. Bien entendu, l'optimisation d'un cycle reste sous-optimal en termes de performances mais il ne faut pas oublier que le problème considéré est souvent non polynomial au sens fort et que chercher l'optimum dans le cas général est inconcevable pour cause de très grande complexité combinatoire [KOR, 03].

Il a été aussi montré que cette commande cyclique est également pertinente pour les petites séries [KOR, 00a], [GEN, 01].

Le module Planification/Ordonnancement tente de transformer une demande initiale en une commande déterministe prête à être appliquée sur le système [GEN, 00]. Ceci peut être effectué en optimisant un ou plusieurs des différents critères suivants [CAM, 97], [CHA, 02] :

- ✓ Minimisation du temps total de production (également appelé makespan).

- ✓ Maximisation du flux de production.
- ✓ Minimisation de l'en-cours du système : dans le cas où les pièces sont supposées rester affectées à leurs supports physiques de transport (palettes, robots, filoguidés, etc.) durant le processus de transformation de la pièce, cette hypothèse permet d'assimiler en-cours et nombre de supports physiques et d'éviter les problèmes de synchronisation entre les deux. De plus, minimiser le nombre de produits dans le système revient ainsi à minimiser le nombre des supports, dont le coût est en général très élevé [KOR, 03].
- ✓ Simplicité de mise en œuvre de la commande trouvée : le temps de calcul de la commande prévisionnelle doit être rapide, et la commande facile à déterminer et à implémenter.
- ✓ Robustesse de la commande : la commande doit être robuste vis-à-vis des écarts possibles de temps opératoires entre les durées déterministes retenues par la commande prévisionnelle et le fonctionnement réel du système.
- ✓ Réactivité de la commande : il faut que la production soit capable de réagir face à des événements imprévus tels que : défaillances des ressources de l'atelier, perturbation au niveau de la production, arrivées de commandes non planifiées jugées prioritaires, etc.
- ✓ Minimisation de la taille des horizons de travail: cette minimisation permet à la commande d'être réactive en cas d'éventuelles perturbations.
- ✓ Minimisation du coût d'implantation hardware (capteurs, calculateurs), software (programmes), personnel : installation, mise en œuvre et maintenance.
- ✓ Compatibilité de la production au niveau de l'atelier flexible avec la gestion des stocks et les types de gestion respectifs en amont et en aval de la production considérée.

Dans le cas de l'élaboration d'une commande prévisionnelle, cyclique et déterministe, on distingue, figure I.2, plusieurs étapes : la planification fine, la linéarisation du modèle, l'ordonnancement cyclique et les régimes transitoires [CHA, 02].

#### **I.2.2.1.1 Planification fine**

L'étape de planification fine constitue la première étape de l'élaboration d'une commande cyclique et déterministe des Systèmes Flexibles de Production Manufacturière (SFPM).

La planification à moyen terme de la production MRP II (Manufacturing Resource Planning ou Méthode de calcul des besoins) détermine les quantités économiques des différents types de produits ainsi que leurs gammes opératoires. La planification fine consiste à réaliser ces quantités en une ou plusieurs quantités successives. Ces productions sont réalisées pendant des régimes permanents et caractérisées par des ratios de productions qui peuvent être distincts d'une production à une autre. Durant un régime permanent, un ensemble de produits fabriqués simultanément est répété jusqu'à la fin de la production des quantités prévues pendant ce régime. Un régime transitoire sépare chaque couple de régimes permanents successifs [CHA, 02].

Dans [KIM, 83], une approche par flux continu est développée afin de fournir une conduite optimale du flux de production en présence de pannes de machines. Le but est de produire les pièces de manière à ne pas saturer le système de production, ne pas engendrer des conflits et satisfaire des critères associés à la phase de planification. Le plan de production est

spécifié de façon à minimiser l'indice de performance associé à l'état des machines et des buffers.

Dans [OHL, 95], une autre approche, basée sur l'approche par flux continu, consiste à réaliser la production pendant un seul régime permanent. Un horizon cyclique de production est répété autant de fois que nécessaire pour réaliser les quantités économiques déterminées dans l'étape de planification de la production.

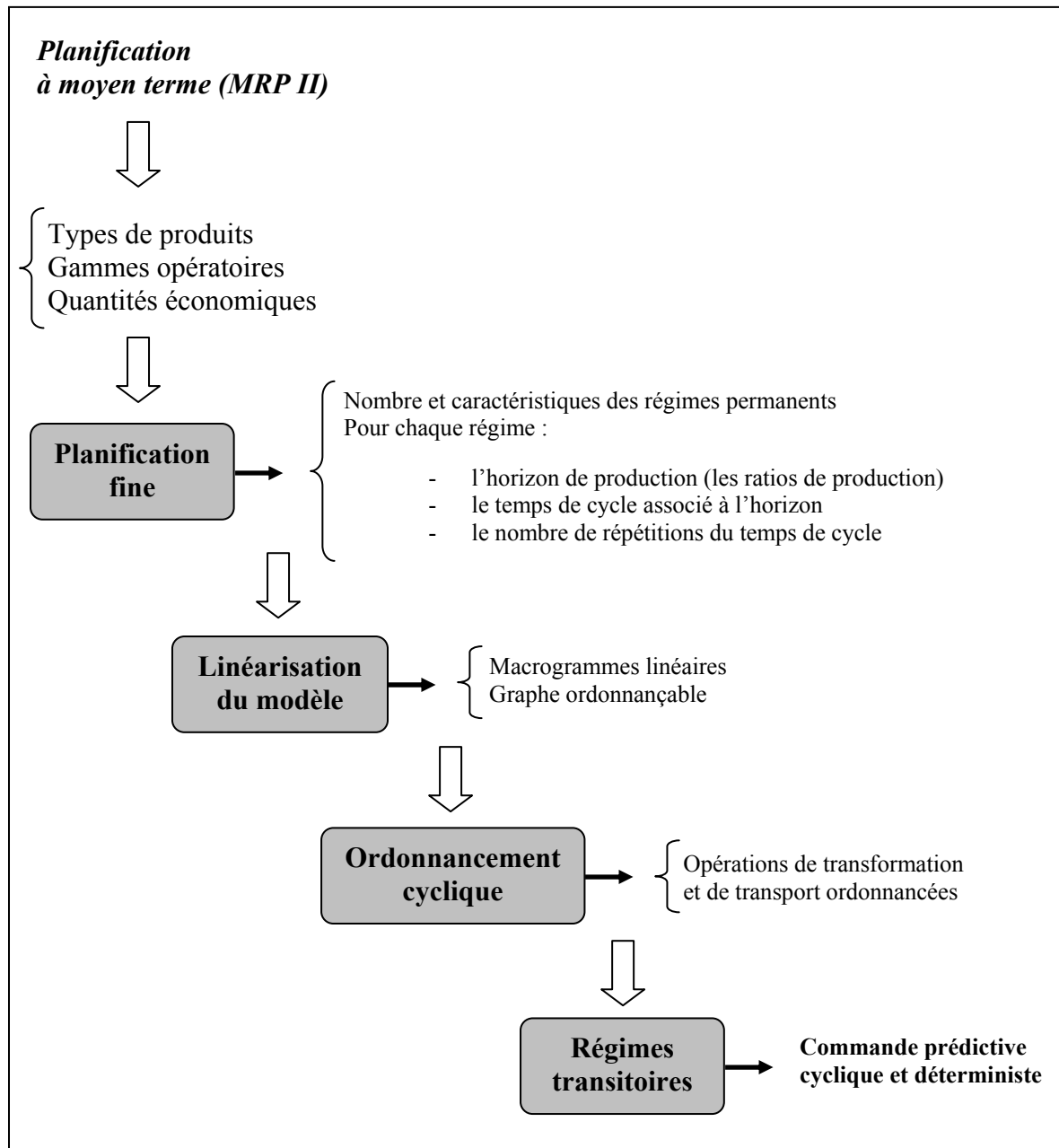


Figure I.2 : Les étapes d'élaboration d'une commande des SFPM [CHA, 02]



Une autre approche proposée dans [CHA, 02], [CHA, 01] basée sur le travail de H. Camus [CAM, 97], consiste à tenir compte, dès le début, du caractère discret de la production; les ratios de routage et les charges affectées aux différents exemplaires des ressources multiples ainsi sont entiers. La méthode de résolution comprend trois étapes. Dans la première étape sont gérés tous les horizons cycliques de production possibles. Dans la deuxième étape est effectuée la résolution, pour chaque horizon, du problème linéaire associé à l'optimisation de cet horizon. Le but est alors de déterminer la distribution discrète des machines fournissant le temps de cycle minimal associé à cet horizon. Ces horizons et temps de cycles constituent une base de données comportant tous les régimes permanents possibles. La dernière étape consiste à choisir parmi ces régimes permanents possibles ceux qui optimisent au mieux le temps total de production estimé. Le nombre, les caractéristiques et le nombre de répétitions des régimes permanents sont ainsi déterminés.

#### **I.2.2.1.2 Linéarisation du modèle**

L'objectif de cette étape d'évaluation de performances est la transformation des gammes opératoires en des gammes ordonnançables. Le résultat final est alors un graphe constitué de gammes (ou d'un ensemble de gammes) linéaires [CHA, 02].

La première étape consiste à résoudre les indéterminismes issus de deux types de flexibilités : les flexibilités des gammes opératoires (flexibilité enchaînée et flexibilité de permutation) et la flexibilité due aux ressources multiples de transformation.

Le rôle de la deuxième étape est de regrouper les gammes linéaires pour former des macrogrammes.

#### **I.2.2.1.3 Ordonnancement cyclique**

Une fois les gammes linéarisées, il devient possible de passer à l'ordonnancement proprement dit c'est-à-dire à la détermination de l'en-cours nécessaire ainsi que les dates d'exécution des opérations [CAM, 97]. Pour cela, l'algorithme d'ordonnancement a pour but de respecter le temps de cycle optimal (contrainte stricte) et de minimiser l'en-cours. Le résultat obtenu constitue une commande cyclique évoluant à débit maximal [DAN, 00], [KOR, 03].

Dans la littérature, il y a plusieurs méthodes d'ordonnancement cyclique qui sont proposées : l'ordonnancement k-cyclique [CHR, 95] et l'ordonnancement 1-cyclique [HIL, 89], [VAL, 94], [CAM, 96], [KOR, 00a]. Parmi les ordonnancements 1-cyclique les plus connus, on peut citer [CHA, 02] :

- **Ordonnancement de la machine critique [ERS, 82]**

Cette méthode se base sur la minimisation des tailles des buffers des machines comme critère principal et ne traite pas la minimisation de l'en-cours.

- **Ordonnancement 1-périodique [HIL, 89]**

Dans le but de minimiser le temps de cycle et le nombre total de ressources de transport utilisées, le problème d'ordonnancement est abordé sous deux aspects. Les séquences d'entrée

dans les machines sont d'abord supposées fixées; un état initial qui minimise le nombre de ressources de transport est alors déterminé. Ensuite, les séquences optimales d'entrée dans les machines ainsi que le nombre de ressources de transport utilisées sont déterminés simultanément. Pour cela, l'algorithme développé procède d'une manière itérative, en ordonnant à chaque itération une nouvelle opération. Chaque itération de l'algorithme comporte deux étapes essentielles : le choix de l'opération à ordonner et l'ordonnement de cette opération sur une période temporelle donnée. Dans le cas où l'algorithme conduit à un ordonnancement non réalisable, le temps de cycle est relaxé (augmenté). Dans ce cas, les séquences d'entrée dans les machines sont retenues et l'algorithme de minimisation des ressources de transport appliqué de nouveau permet le respect du temps de cycle optimal.

- **Ordonnement 1-périodique [VAL, 94]**

Cette méthode utilise le même principe que celle de H. Hillion et apporte quelques améliorations par introduction de la possibilité de récupération de la marge de machines non consommée ultérieurement.

- **Ordonnement par cycles disjoints [OHL, 94], [OHL, 95]**

L'algorithme développé par H. Ohl est une heuristique basée sur le principe d'une construction progressive. Il s'appuie sur la notion de marges de ressources et marges de gammes. A l'inverse des méthodes précédentes, cet algorithme fournit un ordonnancement admissible en une exécution du programme. La méthode proposée place toutes les opérations dans une fenêtre temporelle figée et n'autorise pas le chevauchement de cycles; une opération doit aussi commencer et se terminer pendant un même cycle.

- **Ordonnement par chevauchement de cycles [CAM, 97], [KOR, 97], [KOR, 98]**

L'heuristique d'ordonnement développée par H. Camus et O. Korbaa est basée sur quatre notions fondamentales, à savoir : le placement progressif des opérations selon trois stratégies de placement (placement au plus tôt dans la gamme, placement au plus tôt dans un intervalle de disponibilité, placement au plus tard dans l'intervalle), la recherche par faisceaux et exploration avec profondeur réglable, la fonction coût (prenant l'en-cours à minimiser, les marges de gammes à ne pas gaspiller, etc.) et la validité d'un ordonnancement courant. L'algorithme développé fournit un ordonnancement admissible en une exécution. A l'inverse de l'approche de H. Ohl, une opération peut démarrer dans un cycle et se terminer au cycle suivant. Cette notion de chevauchement de cycles permet de bien profiter du caractère cyclique de la commande et de diminuer l'en-cours utilisé.

#### **I.2.2.1.4 Régimes transitoires**

La commande élaborée dans l'étape précédente est en fait un régime permanent qui ne peut être implémenté sans un régime de lancement et d'arrêt (transitoires). Le régime permanent précédemment obtenu est défini sur un cycle. Par conséquent, il ne possède ni de date de début ni de date de fin. La détermination des régimes transitoires pour un fonctionnement cyclique revient à déterminer le meilleur instant de début du régime permanent [KOR, 00b]. Dans ce sens, toutes les dates comprises entre « zéro » et le temps de cycle sont candidates du fait que l'ordonnement cyclique obtenu n'est en fait qu'une

« fenêtre » glissante et ne possède pas de réelle date de référence. Les études menées sur ce sujet ont montré que, sous certaines hypothèses d'ordre pratique, il est possible de réduire la combinatoire constatée de toutes les dates possibles, à uniquement un nombre de dates égal au nombre de pièces réalisées par cycle [KOR, 98], [KOR, 00c].

### I.2.2.1.5 Discussion

Dans nos travaux, nous envisageons de nous placer dans le cas d'un ordonnancement cyclique monopériodique déjà élaboré, n'apportant donc pas de nouvelles méthodes d'ordonnancement ni de nouveaux algorithmes d'optimisation. Cependant, l'intérêt de nos résultats, concernant la robustesse vis-à-vis des perturbations temporelles, est qu'ils peuvent fournir un critère d'optimisation pour avoir un ordonnancement permettant une commande temporelle robuste.

Dans le cas où le cahier des charges n'impose pas une valeur prédéfinie de la robustesse vis-à-vis de perturbations données, les valeurs de robustesse peuvent être intégrées dans une fonction de coût. De cette façon, la commande la plus robuste, entre deux ordonnancements fournissant le même temps de cycle, est alors choisie.

Lorsque les contraintes de production fixent une valeur indispensable à la robustesse, cette dernière devient un critère d'admissibilité. Nous pouvons, par exemple, évaluer des ordonnancements partiels dans une procédure de séparation/évaluation de manière à éliminer des branches entières de l'arbre d'exploration des solutions. Le temps de calcul nécessaire à l'ordonnancement se trouve alors diminué.

Par exemple, si l'hypothèse  $H_{1,1}$ , figure I.3, ne correspond pas à une solution valide pour le critère de la robustesse, nous éliminons toute l'arborescence dont  $H_{1,1}$  est la racine. En effet, cette arborescence est constituée de sous hypothèses. Si  $H_{1,1}$  n'est pas vérifiée, aucune sous hypothèse n'est validée (les contraintes sont considérées comme cumulatives pour l'exemple considéré).

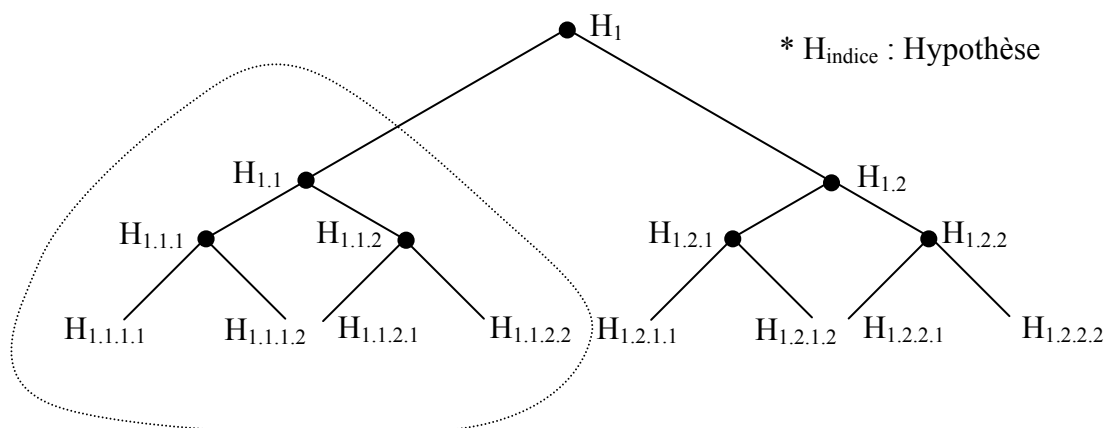


Figure I.3 : Apport de la robustesse à la couche d'ordonnancement

### **I.2.2.2 Commande séquentielle**

Elle a pour fonction d'appliquer l'ensemble des ordres de fabrication aux différentes ressources du procédé en assurant leur séquençement et leur coopération [CRU, 91], [AMA, 94], [TOG, 02]. Elle correspond à la modélisation d'un système de coordination mettant en jeu les opérateurs du système opérant en vue d'une production spécifique. Elle est hiérarchisée en plusieurs niveaux distinguant notamment les Gammes Opératoires Etendues (GOE) (Spécification des processus opératoires de fabrication des produits), le Graphe de Coordination du Système de Transport (GCST), et les graphes de commandes des ressources de transformation et de transport. Les GOE et le GCST comportent de nombreux indéterminismes modélisant les degrés de flexibilité de la commande. Ces indéterminismes sont levés en temps réel par la supervision.

### **I.2.2.3 Surveillance**

La surveillance intervient en phase d'exploitation bien qu'elle soit prise en compte dès la phase de conception [LY, 99]. Elle sert à filtrer les signaux et les événements issus du procédé et de la commande afin d'établir l'état du système. En fonctionnement normal, elle communique des comptes rendus filtrés à la commande. Elle permet également de détecter et diagnostiquer les fautes et les erreurs dans le système. En cas de dysfonctionnement, elle en informe le module de maintenance et le module de supervision [TOG, 02].

Nous distinguons, figure I.4, deux types de surveillance : la surveillance du système opérant et la surveillance de la commande. La surveillance du système opérant se décompose elle-même en deux types de surveillance : la surveillance curative et la surveillance prédictive.

#### **I.2.2.3.1 Surveillance de la commande**

Basée sur la notion de filtre de commande [ELK, 93], elle permet de vérifier que les ordres émis sont conformes à l'état de la partie opérative. Le concept d'Objet Commandable Elémentaire (OCE) a été développé pour la conception de ces filtres de commande.

#### **I.2.2.3.2 Surveillance du système opérant**

Elle a en charge la surveillance des défaillances du procédé qui, dans le cadre de la sûreté de fonctionnement, sont classées en deux catégories : les défaillances cataleptiques et les défaillances progressives [CEI, 74], [VIL, 88] :

- Les défaillances cataleptiques : Ce sont des défaillances soudaines et complètes. Il y a passage, sans transitoire, d'un état de fonctionnement normal à un état de panne.
- Les défaillances par dégradation (figure I.5) : Ce sont des défaillances partielles et progressives.

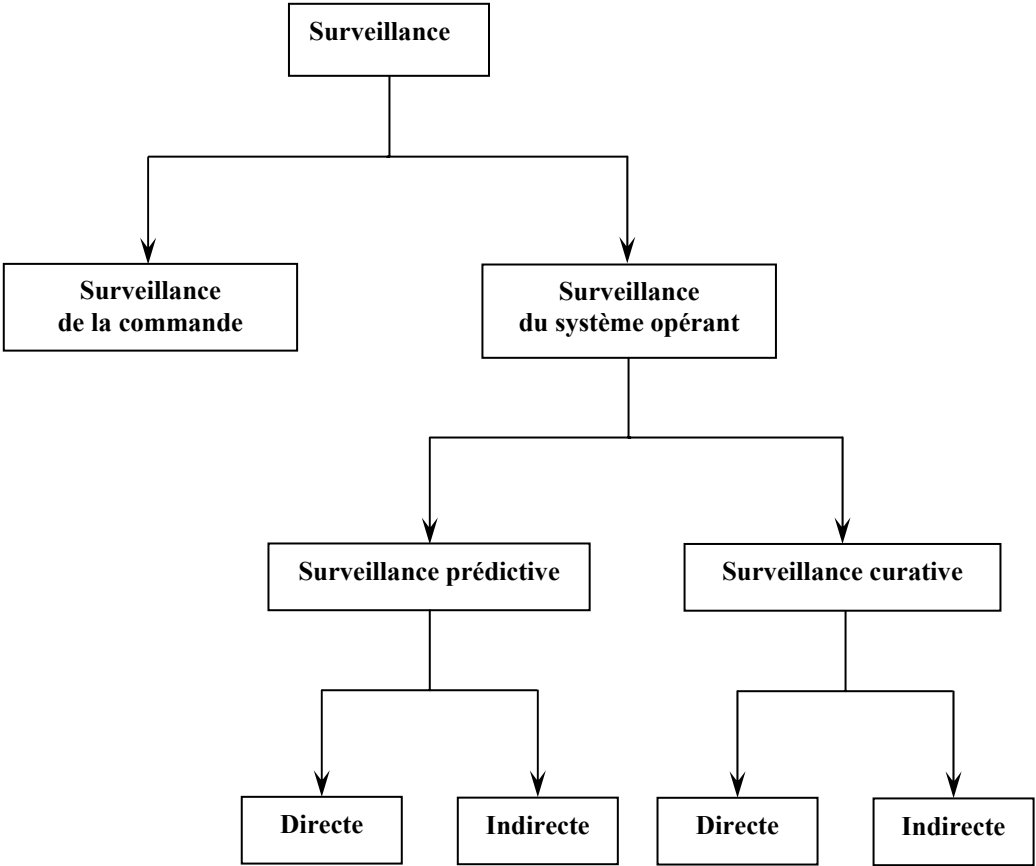


Figure I.4 : Les différents types de surveillance

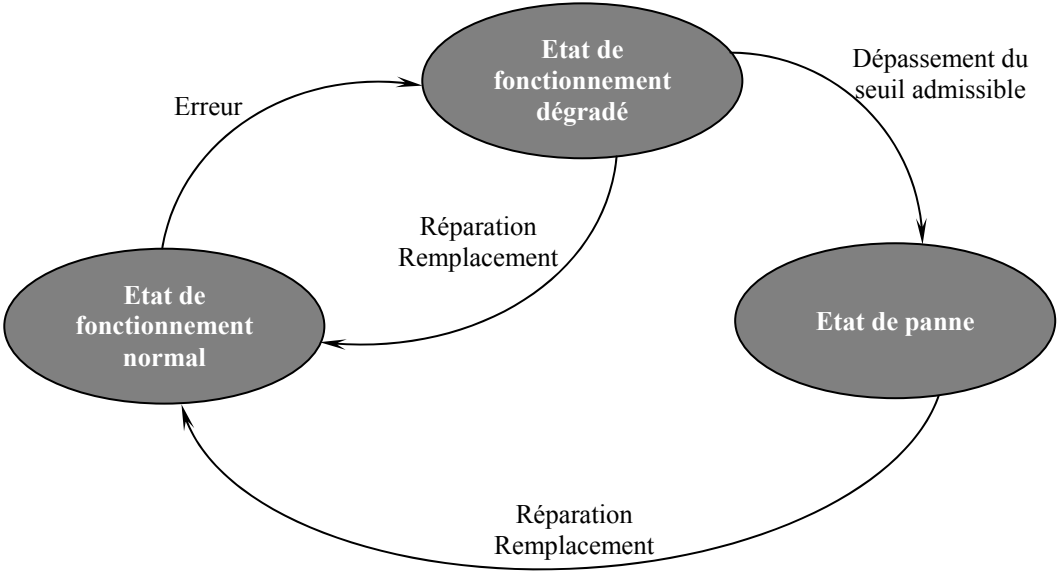


Figure I.5 : Défaillance par dégradation [TOG, 01a]

Les défaillances cataleptiques sont prises en compte par la surveillance curative [BRU, 90], [TOG, 92]. Les défaillances progressives sont prises en compte par la surveillance prédictive [MOB, 90], [TOG, 92], [LY, 98a], [LY, 98b].

#### **I.2.2.3.2.1 Surveillance curative**

Elle comporte deux fonctions : la détection et le diagnostic.

La fonction détection est fortement dépendante de la contrainte temps réel. Son rôle est d'analyser le comportement de la partie opérative pour générer des symptômes en cas de dysfonctionnement.

La fonction diagnostic est basée sur un mécanisme constitué de deux étapes.

La première étape consiste en une localisation du sous-système fonctionnel défaillant, à partir de symptômes produits par la détection. Elle est réalisée par une interprétation des symptômes au fur et à mesure de leurs occurrences. Cette étape utilise un modèle de connaissance obtenu à partir d'une analyse fonctionnelle du système à surveiller. Ce modèle est traduit sous forme de Signatures Temporelles Causales (STC) [TOG, 97], [TOG, 92].

La deuxième étape permet l'identification des causes premières des défaillances ainsi que l'analyse de leurs conséquences. Elle est basée sur le graphe fonctionnel qui modélise les relations causales liant les fonctions internes du système à ses fonctions principales [TOG, 96], [TOG, 92]. Ce modèle est exploité pour propager les hypothèses de défaillances résultant de l'étape de localisation. Son exploitation est basée sur des techniques relevant du domaine de l'intelligence artificielle qui permettent de confirmer ou de réfuter les hypothèses ainsi propagées [TOG, 02].

#### **I.2.2.3.2.2 Surveillance prédictive**

La surveillance prédictive peut être directe ou indirecte [LY, 96].

La surveillance prédictive directe prend en compte les équipements critiques [MOR, 92], [BAS, 87], [CET, 95]. Les approches proposées sont fondées sur l'analyse des signaux, l'analyse des données et sur l'étude des processus stochastiques pour connaître l'état réel de l'élément et évaluer sa durée de vie restante. La défaillance est alors due à un changement dans l'état, c'est-à-dire dans les caractéristiques de fonctionnement de l'équipement surveillé [LY, 99].

La surveillance prédictive indirecte prend en compte tous les types de matériels ayant des défaillances se manifestant par une baisse de la qualité ou de la quantité des produits fabriqués. Elle utilise des paramètres tels que le flux de production [LY, 99], [TOG, 01b] ou la qualité des produits [BAJ, 88], [YAD, 97], [NAB, 00].

#### **I.2.2.3.3 Discussion**

Dans le quatrième chapitre, nous abordons le problème de l'observabilité des perturbations temporelles, supposées ponctuelles et de nature temporelle. L'hypothèse d'une perturbation unique est adoptée. La défaillance engendrée n'est pas de type cataleptique mais elle est plutôt considérée comme défaillance par dégradation. Nos travaux contribuent à la fonction surveillance par des résultats concernant la détection et la localisation des

perturbations. Nous traitons le cas de la surveillance prédictive indirecte du système opérant et non pas la surveillance de la commande. La qualité des produits fabriqués est surveillée en donnant des conditions de violation de contraintes imposées par le cahier des charges. La localisation de l'outil ou du matériel défaillant n'est pas notre objectif.

#### **I.2.2.4 Supervision**

La supervision assure un compromis entre les besoins en production définis par la planification/ordonnancement ou l'opérateur de conduite et les contraintes de productions issues du procédé. C'est donc une fonction qui est au carrefour d'une multitude de flux d'informations qui doit être intégrée pour réaliser une synthèse [TOG, 02]. Elle se décompose, figure I.6, en plusieurs fonctions : la gestion des modes [BOI, 91], [KER, 96], [DAN, 00], le recouvrement [CRA, 89], [SAH, 92], [BER, 98], [BER, 00a] et l'ordonnancement temps réel [TAW, 95].

##### **I.2.2.4.1 Ordonnancement temps réel**

En phase d'exploitation, le comportement des ressources de production et l'état d'avancement des produits vont conduire à des indéterminismes directionnels et à des conflits d'accès aux ressources. Ces problèmes sont liés à l'allocation simultanée d'une ressource de production à plusieurs gammes opératoires et à la gestion des indéterminismes locaux des ressources de production [DAN, 00].

Le module d'ordonnancement temps réel est chargé d'appliquer les décisions concernant la commande (principalement le routage des pièces) en levant les derniers indéterminismes de la commande [BER, 00b].

En fonctionnement normal, le rôle principal de la supervision est assuré par l'ordonnancement temps réel [TOG, 02].

##### **I.2.2.4.2 Gestion des modes**

Le module de gestion des modes est chargé d'appliquer les décisions concernant les ressources. Il amène les ressources du système d'une configuration à une autre [BER, 00b].

Il existe de nombreux modes associés à un SFPM. Cinq familles de modes sont identifiées : les modes de marche (automatique, semi-automatique, cycle par cycle, manuel, neutre), les modes d'arrêt (hors tension, initialisation, fin de cycle, état déterminé, neutre), les modes de fonctionnement (normal, dégradé, hors-service), les modes opératoires (repos, production, test, maintenance) et les modes de production (arrêt, démarrage, en production, clôture).

En phase d'exploitation, ces familles évoluent en parallèle, mais un seul état de chaque famille est actif à un instant donné. Cette formalisation de module de gestion des modes lui assure une dimension informationnelle au sein de la supervision. Il caractérise ainsi, selon ses différents points de vue, l'état du système de production. Cette caractérisation est définie au niveau des ressources élémentaires et aux niveaux des sous-systèmes ou du système. L'information donnée, la définition des contraintes liant les différents états entre eux ainsi que l'exigence de cohérence entre ces contraintes amènent le module de gestion des modes à jouer

deux rôles : outre sa dimension informationnelle fondamentalement nécessaire à la prise de décision du recouvrement, la gestion des modes remplit une fonction opérationnelle par la prise en considération conjointe de l'état objectif à atteindre ainsi que des contraintes à respecter pour atteindre cet état [BER, 00b].

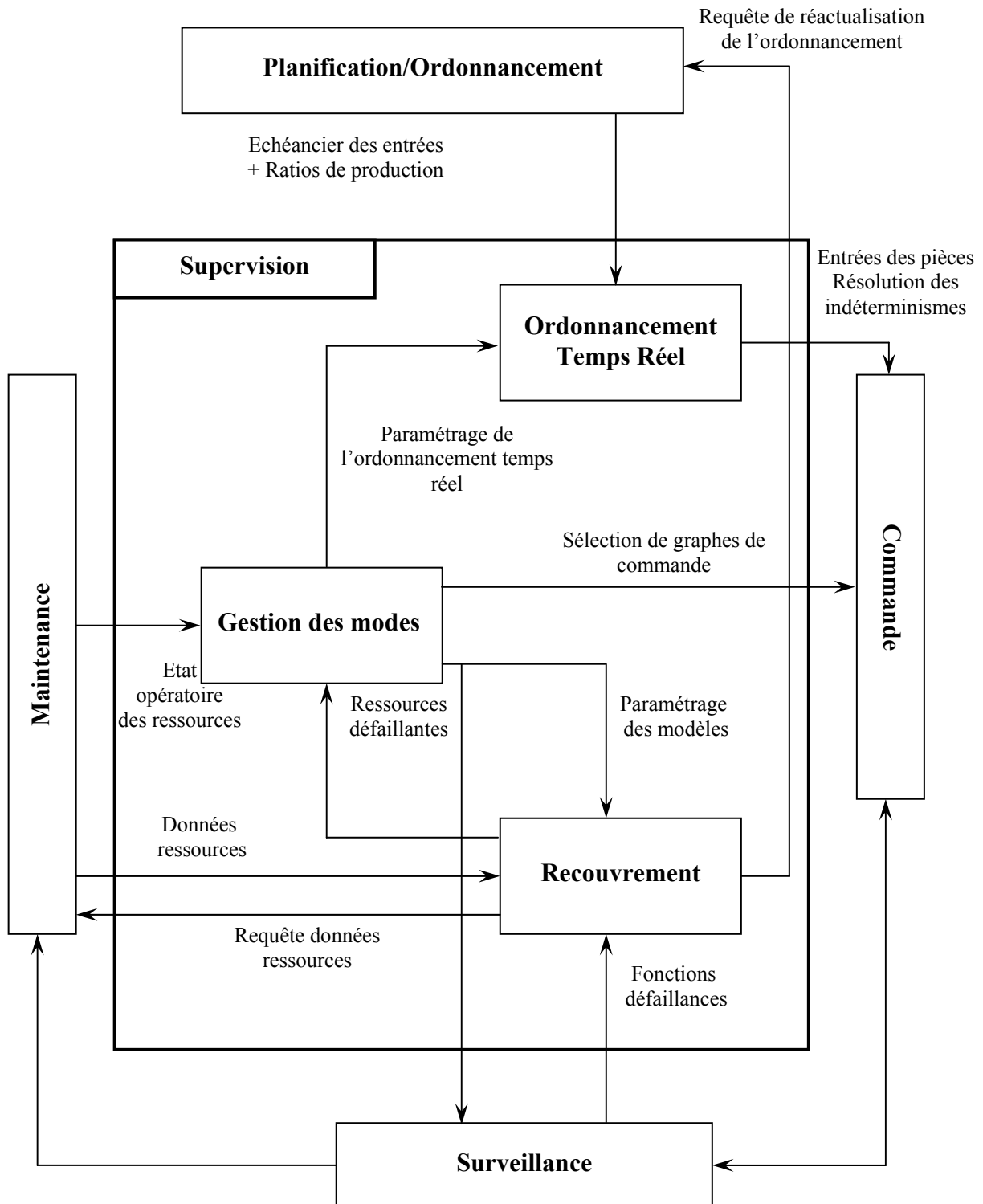


Figure I.6 : Architecture fonctionnelle et flux interne de la supervision [TOG, 02]



### I.2.2.4.3 Recouvrement

Le module de recouvrement décide de la nouvelle configuration du SFPM [BER, 00b]. Il détermine en particulier les ressources à mettre en fonctionnement, celles à arrêter, et les séquences d'opérations qui doivent être appliquées de façon à réaliser une production donnée [BER, 00a].

En cas de dysfonctionnement, le recouvrement doit déterminer en temps réel les actions correctives à appliquer pour arrêter le système ou lui permettre de poursuivre la production dans une configuration pouvant être dégradée [BER, 98]. Les décisions prises par le recouvrement sont mises en œuvre par la gestion des modes et l'ordonnancement temps réel. Le schéma de réaction face à une défaillance est donné par la figure I.7.

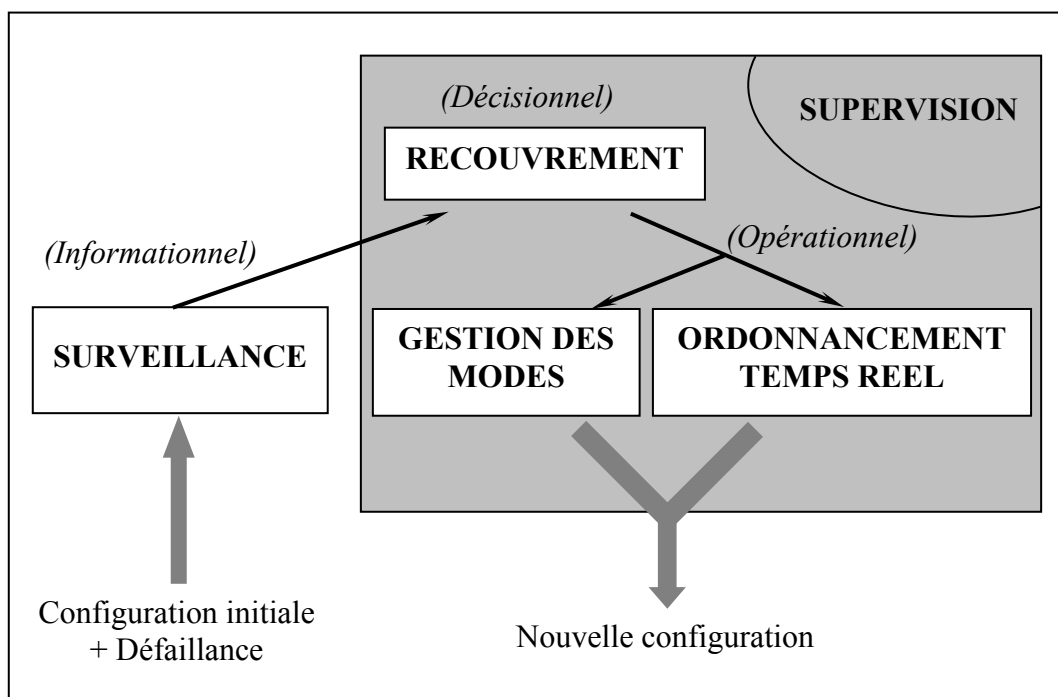


Figure I.7 : Schéma de réaction face à une défaillance [BER, 00b]

L'objectif principal du recouvrement est la poursuite de la totalité ou d'une partie des productions en cours. Pour cela, plusieurs niveaux de réaction sont établis correspondant à un niveau de complexité de mise en œuvre. Ces niveaux prennent en considération les modes des ressources. Trois types de ressources sont identifiés :

- les ressources engagées en production en considérant une configuration précise de ces dernières,
- les ressources utilisées en production avec toutes leurs configurations possibles ainsi que les ressources en attente,
- les ressources arrêtées, hors tension, mais non en panne.

Basé sur cette classification, le recouvrement va successivement présenter trois niveaux de réaction, jusqu'à en déterminer un acceptable. Un objectif de production est considéré

comme non valide si le dernier niveau de réaction envisagé par le recouvrement ne permet toujours pas de réaliser cet objectif. En se basant sur ce principe, le module de recouvrement détermine si le SFPM peut réagir à la défaillance en utilisant sa configuration actuelle, ou quel degré de reconfiguration doit être envisagé afin de poursuivre un type de production. Un échec aboutit alors à envisager un autre type de production, si l'on souhaite toujours utiliser le SFPM pendant la réparation de la ressource défaillante. Un objectif secondaire de disponibilité du SFPM est alors pris en compte. Pour un objectif (principal ou secondaire) donné, cette réaction progressive se fait en envisageant successivement trois niveaux de reconfiguration nommés : reconfiguration mineure, reconfiguration significative et reconfiguration majeure [BER, 00b].

- La reconfiguration mineure ne considère que les ressources engagées en production avec leur configuration actuelle. Elle consiste principalement à reparamétrer une commande déjà active au niveau du module de coordination de la commande. Au niveau des ressources, la commande locale a déjà été envisagée; il n'y a donc pas de reconfiguration à ce niveau. Le reparamétrage de la commande est réalisé en utilisant la gestion des modes et l'ordonnancement temps réel. La gestion des modes interdit d'emprunter une séquence de commande faisant appel à des opérations réalisées par des ressources en panne. L'ordonnancement temps réel lève les indéterminismes restants (essentiellement issus des flexibilités de routage).
- La reconfiguration significative prend en compte les redondances actives. Toutes les ressources déjà sous tension sont susceptibles d'être utilisées. Ce type de reconfiguration correspond principalement à une réorganisation profonde de la commande. Il s'agit des ressources déjà en mode *marche.automatique*. Une séquence de commande est activée au niveau du module de coordination de la commande. Le programme pièce est chargé au niveau du directeur de commande de la ressource. L'utilisation des ressources réservées ne demande pas de phase de préparation, pour passer du mode *exploitation.au\_repos* au mode *exploitation.production*. Le reste des mises en œuvres est identique à la reconfiguration mineure.
- La reconfiguration majeure consiste à utiliser toutes les ressources potentiellement disponibles (sous tension et hors-tension). Toutes les potentialités de l'architecture de production sont étudiées afin de vérifier si un objectif de production est réalisable. Pour les ressources en mode *arrêt.hors\_tension*, une phase de préparation est souvent nécessaire avant leur utilisation dans la mise en œuvre d'une option choisie. La mise en route, qui est coûteuse en temps, est réalisée par la gestion des modes.

#### I.2.2.4.4 Discussion

Notre apport à la fonction de supervision se situe dans les modules d'ordonnancement temps réel et de recouvrement.

Dans le troisième chapitre, nous abordons le problème de la commande robuste vis-à-vis des perturbations temporelles. Cette partie du travail se situe dans le module ordonnancement temps réel. La répartition des ressources a été effectuée par la couche d'ordonnancement et ne change pas. Seuls les instants de début des opérations sont modifiés. Une partie restreinte de l'ordonnancement temps réel est alors considérée.

Concernant le module de recouvrement, notre contribution majeure est la donnée d'une stratégie de filtrage des comptes rendus issus du module de surveillance.

### **I.2.2.5 Maintenance**

Elle a pour rôles de décider, d'organiser et de rendre opérationnelles les opérations de maintenance que doivent subir les ressources de production. Ces rôles doivent être assurés indépendamment de la politique de maintenance retenue pour la conduite du SFPM considéré [LY, 99].

Selon la norme AFNOR NF X60 010, la définition de la maintenance est formulée comme suit :

« Toutes les activités destinées à maintenir ou à rétablir un bien dans un état ou dans des conditions données de sûreté de fonctionnement pour accomplir une fonction requise. Ces activités sont une combinaison d'activités techniques, administratives et de management. »

#### **I.2.2.5.1 Différents concepts de maintenance**

Selon la norme AFNOR NF X60 010, nous donnons les définitions suivantes :

- **Maintenance préventive**

« Maintenance ayant pour objet de réduire la probabilité de défaillance ou de dégradation d'un bien ou d'un service rendu. Les activités correspondantes sont déclenchées selon un échéancier établi à partir d'un nombre prédéterminé d'usage (maintenance systématique), et/ou des critères prédéterminés significatifs de l'état de dégradation du bien ou du service (maintenance conditionnelle). »

Lorsqu'au cours d'une tâche préventive un composant interne du matériel est trouvé ou jugé défaillant, sa réparation ou son remplacement doit être considéré comme de la maintenance corrective. S'il est trouvé non défaillant mais dégradé, même au-delà de la valeur de défaillance potentielle, sa réparation ou son remplacement est de nature préventive [ZWI, 95].

- **Maintenance préventive systématique**

« Ce type de maintenance comprend l'ensemble des actions destinées à restaurer, en totalité ou partiellement, la marge de résistance des matériels non défaillants, lorsque ces tâches sont décidées en fonction du temps ou de la production, sans considération de l'état des matériels à cet instant. »

Il comprend le remplacement systématique de certains composants critiques en limite d'expiration de leur durée de vie, le remplacement de composants peu coûteux pour éviter les dépenses d'évaluation de leur état et l'essentiel des opérations de service (remplacement de fluides, filtres, etc.) [ZWI, 95].

- **Maintenance préventive conditionnelle**

« Ce type de maintenance comprend toutes les tâches de restauration de matériels ou de composant non défaillants, entreprises en application d'une évaluation d'état et de la comparaison avec un critère d'acceptation préétabli (défaillance potentielle). »

Ce type de maintenance préventive requiert donc des tâches additionnelles pour évaluer le niveau de dégradation. Ces tâches sont considérées comme appartenant à la maintenance conditionnelle car elles sont au cœur de la procédure de décision, bien que la plupart d'entre elles soient effectuées selon une programmation régulière [ZWI, 95].

- **Maintenance prévisionnelle**

« Maintenance préventive subordonnée à l'analyse de l'évolution surveillée de paramètres significatifs de la dégradation du bien, permettant de retarder et de planifier les interventions. »

- **Maintenance corrective**

« Ensemble des activités réalisées après la défaillance du bien, ou la dégradation de sa fonction pour lui permettre d'accomplir une fonction requise, au moins provisoirement: ces activités comportent notamment la localisation de la défaillance et son diagnostic, la remise en état avec ou sans modification, le contrôle du bon fonctionnement. »

- **Maintenance palliative**

« Activités de maintenance corrective destinées à permettre à un bien d'accomplir provisoirement tout ou partie d'une fonction requise. Appelée couramment dépannage, cette maintenance palliative est principalement constituée d'actions à caractère provisoire qui devront être suivies d'actions curatives. »

- **Maintenance curative**

« Activités de maintenance corrective ayant pour objet de rétablir un bien dans un état spécifié ou de lui permettre d'accomplir une fonction requise. Le résultat des activités réalisées doit présenter un caractère permanent. Ces activités peuvent être des réparations, des modifications ou aménagement ayant pour objet de supprimer la ou les défaillance(s). »

La figure I.8 présente le diagramme des différents concepts de maintenance et les événements associés.

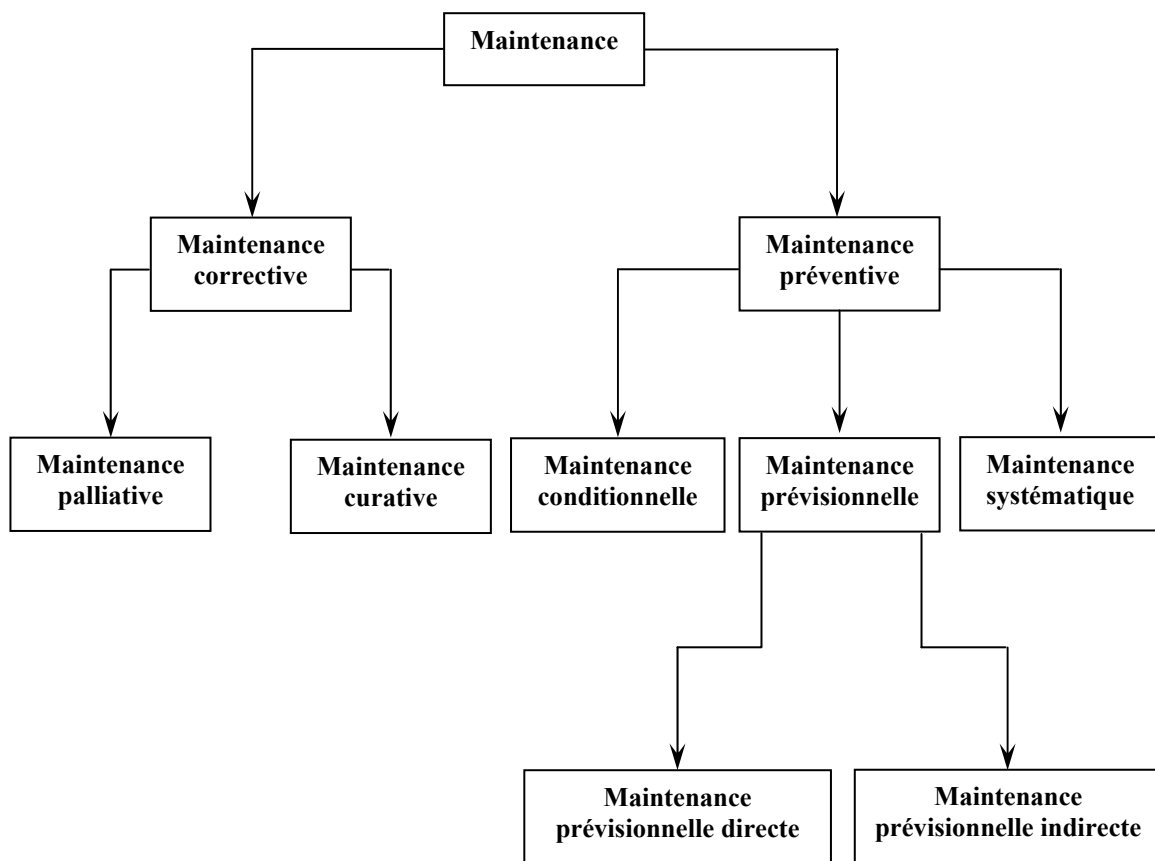


Figure I.8 : Diagramme des différents concepts de maintenance [LY, 99], [TOG, 01a]

### I.2.2.5.2 Fonctions de la maintenance

Dans [LY, 99], la maintenance est organisée en trois fonctions : une fonction Décision, une fonction Ordonnancement et une fonction Opérationnelle (Figure I.9).

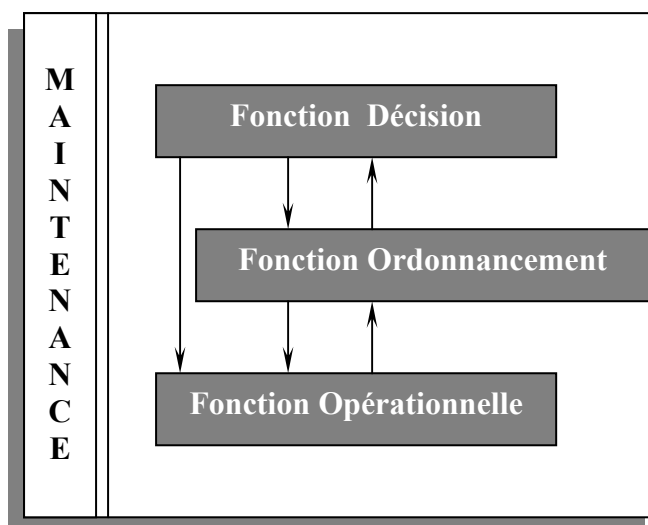


Figure I.9 : Les différentes fonctions de la maintenance [LY, 99]

#### **I.2.2.5.2.1 Fonction Décision**

C'est l'unité de coordination et de décision de la maintenance. Elle assure les fonctions suivantes :

- choix des stratégies de maintenance à appliquer,
- choix des types de surveillance à mettre en œuvre (visites, inspections, campagnes de mesures, surveillance prédictive, etc.) et de l'exploitation qui doit être faite des informations qui en découlent (maintenance palliative, maintenance curative, réglages, autres mesures, poursuite des activités de surveillance prédictives, etc.),
- gestion et exploitation de l'historique technique,
- déclenchement des tâches de maintenance ordonnancées par la fonction Ordonnancement,
- fixation des dates de maintenance non programmée sur la base des résultats de la surveillance prédictive et de l'historique technique,
- détermination de la durée d'indisponibilité d'une ressource défaillante dont les décisions du recouvrement peuvent en dépendre,
- information aux autres fonctions concernées sur les ressources disponibles.

#### **I.2.2.5.2.2 Fonction Ordonnancement des tâches de maintenance**

Elle gère et planifie les ressources matérielles et humaines nécessaires à la réalisation des opérations de maintenance.

Cinq niveaux d'ordonnancement sont distingués [MON, 88] :

- Les prévisions à long terme correspondent à la notion de « plan de charge ». Leur horizon s'étale sur 1 à 5 ans. Ces prévisions permettent, en fonction des commandes attendues (espérées), de prévoir globalement une charge de travail en termes d'effectifs et d'investissement en matériel.
- Les prévisions à moyen terme avec un horizon de 1 à 12 mois concernent la définition des charges mensuelles en stocks, pièces, outillages et les modifications à effectuer.
- Les prévisions à court terme sur 1 semaine à 1 mois concernent la définition du planning de lancement. C'est à ce stade que la disponibilité du matériel (matière et outillages) est vérifiée, en même temps que sont préparées les activités de maintenance de stratégie et de personnel.
- Les prévisions immédiates sur 1 heure à 2 jours correspondant à la prise en main par le chef de l'équipe, de tous les éléments permettant aux exécutants d'effectuer les interventions dans les conditions de temps, de qualité et de sécurité prévues.
- Le contrôle de l'avancement des opérations de maintenance, basé sur une étude des écarts par rapport aux prévisions, nécessitant une adaptation éventuelle.

#### **I.2.2.5.2.3 Fonction Opérationnelle**

Elle est chargée d'exécuter les interventions selon le plan établi par l'ordonnancement. L'ordonnancement des opérations de maintenance aboutit à la délivrance d'un ordre de travail spécifiant à l'équipe technique concernée le secteur d'intervention, le type d'intervention, les actions à effectuer en respectant les critères de sécurité et les délais spécifiés.

La composition de l'équipe chargée de mener une intervention peut être plus ou moins complexe. Chaque membre de l'équipe peut avoir une tâche bien spécifique qu'il doit effectuer à un moment précis de la procédure d'intervention. Par ailleurs, si une intervention de « routine » (par exemple les activités de maintenance de premier niveau) peut être assurée par un opérateur de production, des tâches plus complexes comme la révision peuvent faire appel à des spécialistes de plusieurs disciplines (électronique, automatique, mécanique etc.).

#### **I.2.2.5.3 Discussion**

D'un point de vue conceptuel, la recherche de robustesse peut entraver la mise en œuvre de la maintenance préventive en masquant les résidus des perturbations. Or ces perturbations sont peut être les signes annonciateurs d'une panne. Il est donc important d'intégrer la robustesse dans la politique de maintenance.

#### **I.2.2.6 Conclusion**

Dans cette partie, nous avons rapidement dépeint les interactions que notre travail peut avoir avec les différents modules d'une décomposition fonctionnelle de la conduite d'ateliers manufacturiers. Après cette description générale, nous allons mettre l'accent sur certains points d'intérêts.

### **I.3 Contribution au positionnement de travaux originaux**

Par travail original, on comprendra un travail qui introduit un point de vue qui est mal ou pas pris en compte dans la présentation de la partie précédente. Il n'est donc pas question d'originalité vis-à-vis de l'état de l'art scientifique. On ne pourra pas non plus interpréter leur présence comme une critique de l'architecture générale qui a été présentée. En effet, notre problématique est tellement spécialisée qu'il n'est absolument pas réhhibitoire qu'une décomposition fonctionnelle de haut niveau ne l'intègre parfaitement.

#### **I.3.1 Travaux du LAMIH, Valenciennes**

Les travaux de l'équipe Génie Industriel et Logiciel (GIL) du Laboratoire d'Automatique et de Mécanique Industrielles et Humaines de Valenciennes (LAMIH), se sont intéressés à l'exploitation et la reconfiguration du SFPM. Ils sont fondés sur une description des modes d'exploitation explicités à partir du Modèle d'Exploitation des Systèmes Automatisés de Production (MESAP) [PAR, 92].

Le MESAP décrit fonctionnellement le SAP, de manière descendante et modulaire selon les niveaux : flux de pièces, composants matériels et logiciels de base du SAP, et applications. Les niveaux composant et applications sont eux-mêmes décomposés en Unités Fonctionnelles (UF) qui développent chacune les modes de marche d'une partie d'un composant ou d'une application. Les modes de marche sont alors définis pour les postes de production mais également pour la cellule qu'ils constituent, voire l'atelier tout entier. Le MESAP comporte un modèle conceptuel objet qui assure le support des informations nécessaires aux différentes fonctions. Ce modèle interne est construit à l'aide d'une démarche de conception et d'un modèle de description qui reposent sur la méthode HOOD (Hierarchical Object Oriented Design).

M. Dupas [DUP, 99] définit la reconfiguration d'un SFPM comme étant une modification de son comportement dynamique et des modes de marche afin qu'il maintienne les performances souhaitées. Le processus d'élaboration de la reconfiguration est décomposé en deux niveaux (Figure I.10) :

- un niveau stratégique qui va décider des réglages à opérer sur le flux des produits et des modifications concernant les modes d'exploitation du SAP,
- un niveau tactique qui va surveiller le procédé commandé et mettre en œuvre les décisions élaborées par le niveau stratégique.

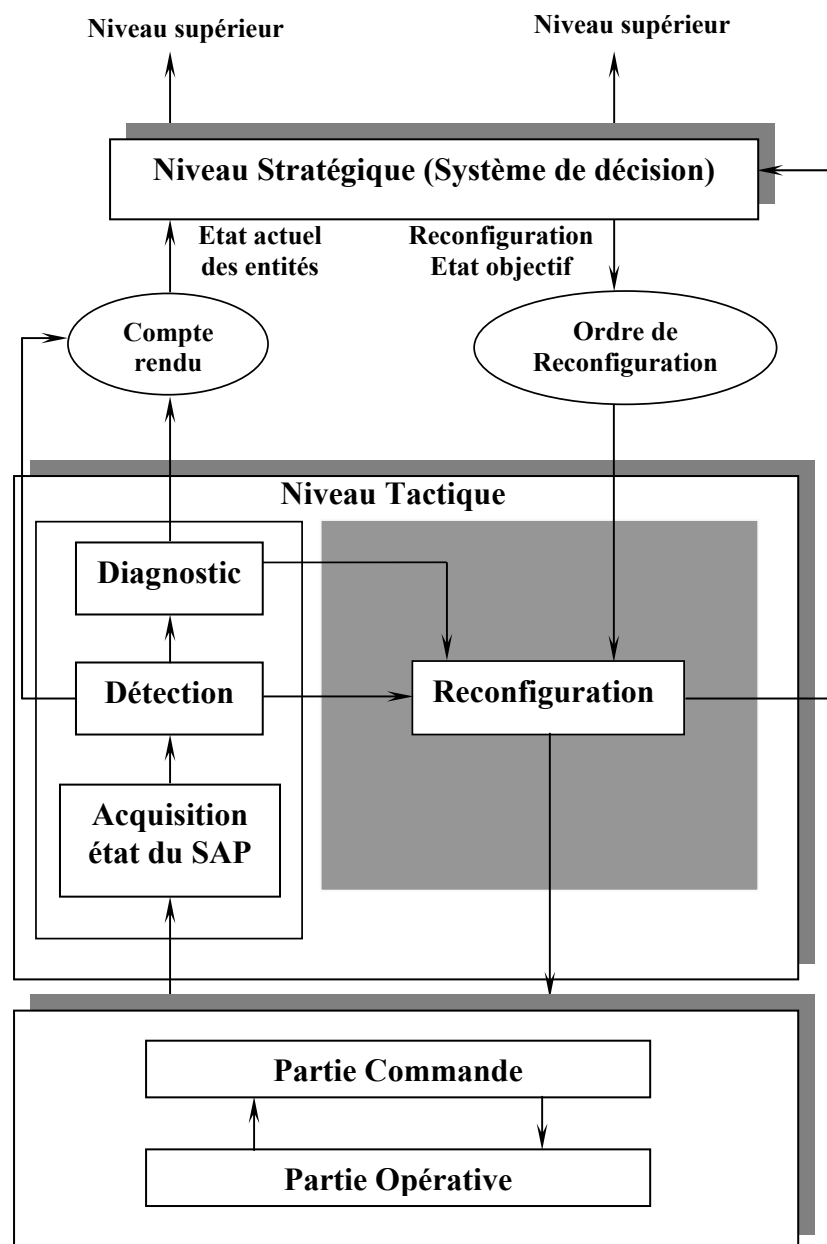


Figure I.10 : Structuration du système de contrôle/commande vue par le LAMIH



La détermination des actions à mener pour atteindre l'état objectif est basée sur l'évaluation des modes d'exploitation et de fonctionnement des ressources d'usinage [RAM, 96]. Ainsi, les solutions sont définies en se basant sur des stratégies à court terme utilisant le mode dégradé ou la réparation de la ressource défaillante, et sur des stratégies à moyen terme par la reconfiguration du système. La décision est fondée sur une évaluation du temps nécessaire à l'élaboration des solutions et sur une estimation du temps de production [RAM, 96].

### Discussion

La décomposition proposée met clairement en évidence l'influence que la loi de commande peut avoir sur les possibilités d'acquisition et donc de détection. Enfin, on ne peut évoquer les travaux du LAMIH sans préciser que nos travaux de thèse ne considèrent pas les interactions entre l'homme et les différents automatismes en présence [GUI, 04].

### I.3.2 Travaux du LAAS, Toulouse

Dans les travaux du Laboratoire d'Analyse et d'Architecture des Systèmes (LAAS), la surveillance et la supervision sont abordées globalement dans une architecture hiérarchisée [COM, 91], [ZAM, 97]. Le contrôle/commande de l'atelier est réalisé par une structure arborescente de modules Commande/Surveillance/Supervision (C/S/S) (Figure I.11) [TOG, 02].

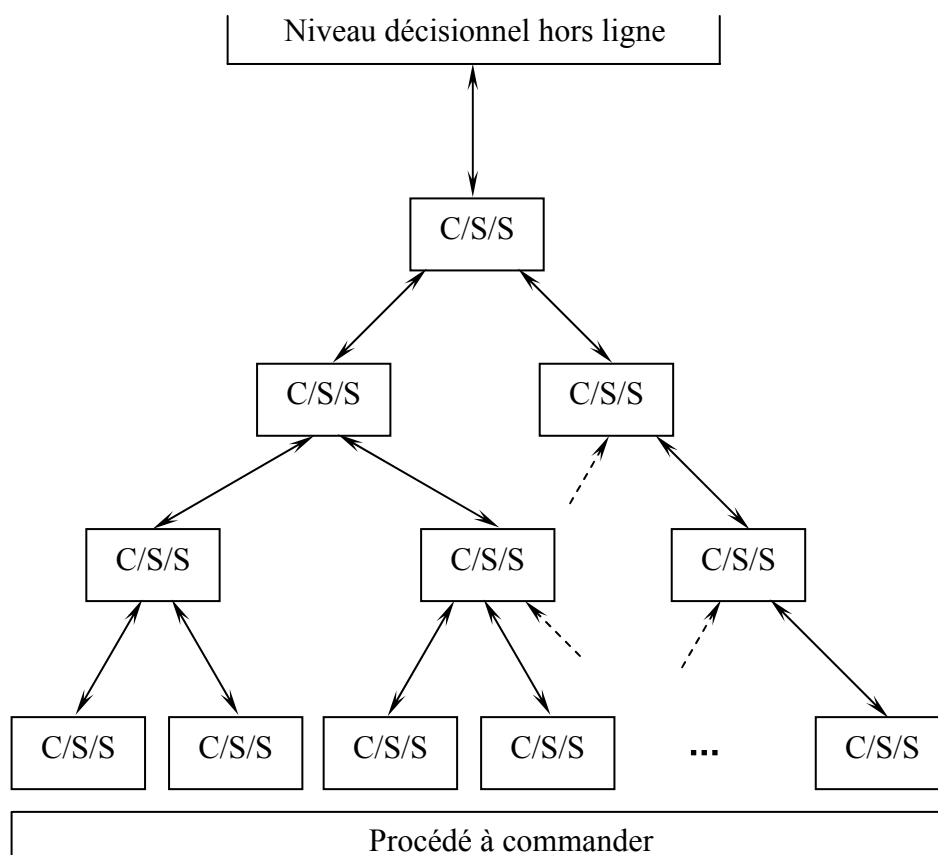
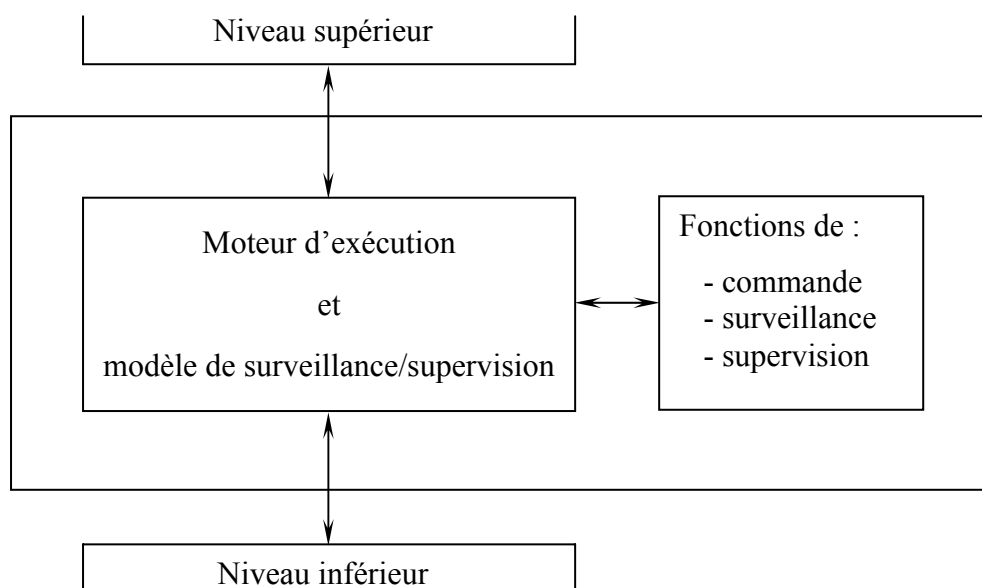


Figure I.11 : Commande/surveillance/supervision modulaire et hiérarchisée [TOG, 02]

Cette arborescence est construite à l'aide d'un module générique C/S/S constituant une vision fonctionnelle des solutions proposées. Cette proposition s'appliquant aux niveaux réactifs et opérationnels, les modules sont spécialisés en fonction de la position qu'ils occupent au sein de cette architecture : à très bas niveau, seules les fonctions commande, surveillance et action réflexe sont implémentées, alors que les niveaux de coordination sont spécialisés vers l'optimisation du fonctionnement, le diagnostic et la reconfiguration dynamique des modèles de commande et de la partie opérative à la suite d'aléas.

Un module regroupe toutes les fonctions nécessaires à la réactivité. Elles se déclinent en : commande, détection, diagnostic, pronostic, décision, reprise, urgence et suivi. Son fonctionnement est dicté par un élément central ayant pour rôle le réveil des différentes fonctions en réponse aux données temps réel qu'il perçoit et en fonction d'un modèle de surveillance indiquant la stratégie à adopter en cas d'aléas. Le rôle de cet élément est tout à fait comparable, vis-à-vis des fonctions de C/S/S, à celui d'un exécutif temps réel vis-à-vis de ses tâches. En effet, le rôle d'un exécutif temps réel est notamment de lancer et d'interrompre l'exécution des tâches informatiques qu'il gère en fonction d'une politique d'ordonnancement déterministe très souvent entièrement prédéfinie. La figure I.12 donne un aperçu de cette organisation.



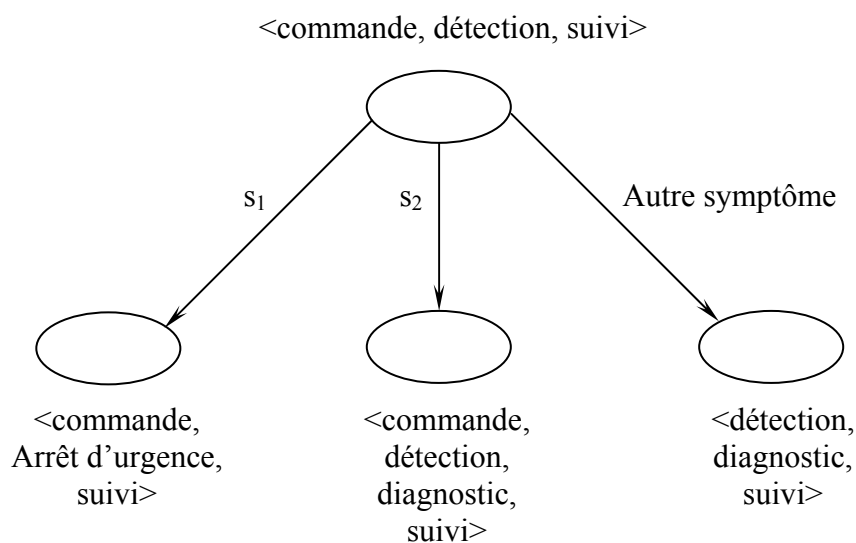
**Figure I.12 : Un module de commande, surveillance et supervision [TOG, 02]**

La principale spécificité de cette approche ne réside pas dans les fonctions, leur mise en œuvre ou les modèles associés. Elle provient de l'élément central « moteur d'exécution » qui impose le comportement global de l'application de supervision. Par son aspect décisionnel, cet élément fait partie de la supervision. Les décisions qui sont prises dépendent d'un modèle de surveillance [COM, 98] et des événements générés en temps réel par les niveaux adjacents et les fonctions C/S/S. Le modèle traduisant les comportements autorisés de la supervision est basé sur un graphe état. Chaque état est caractérisé par la liste des fonctions qui sont actives. Par exemple, l'état de production normale est caractérisé par la liste <commande, détection, suivi>. Chaque information reçue par le module doit être dirigée vers ces trois fonctions pour

traitement. Si la fonction détection reconnaît un symptôme de dysfonctionnement, elle le retourne vers le moteur d'exécution qui fait alors évoluer le modèle, active et désactive éventuellement des fonctions du module. L'existence de ce modèle permet d'adapter très finement la réaction du niveau réactif à la situation rencontrée. Par exemple, avec le modèle décrit dans la figure I.13, le symptôme  $s_1$  conduit à un arrêt d'urgence de la production, alors que le symptôme  $s_2$  entraîne un diagnostic sans arrêt de fonctionnement. Les autres symptômes déclenchent le diagnostic avec arrêt de la production.

Un autre intérêt de cette approche réside dans le formalisme des modèles qui sont préconisés : réseau de Petri pour la commande, et automate à états finis pour la surveillance. Ils autorisent en effet une validation formelle des propriétés essentielles de l'application. Le recours à des modèles intégrant explicitement le temps (automates temporisés, réseaux de Petri temporels ou stochastiques) permet la vérification des contraintes de temps réel auxquelles le superviseur est soumis.

Enfin, la mise en œuvre de la couche de commande opérationnelle est possible si les différents mécanismes à implémenter peuvent être représentés par réseau de Petri. C'est généralement le cas car, à ce niveau, l'action réflexe prime souvent sur le processus de diagnostic ou de décision complexe. Ces aspects de haut niveau d'abstraction sont effectués dans les niveaux supérieurs qui sont soumis à des contraintes temps réel moins dures.



**Figure I.13 : Exemple de modèle de surveillance [TOG, 02]**

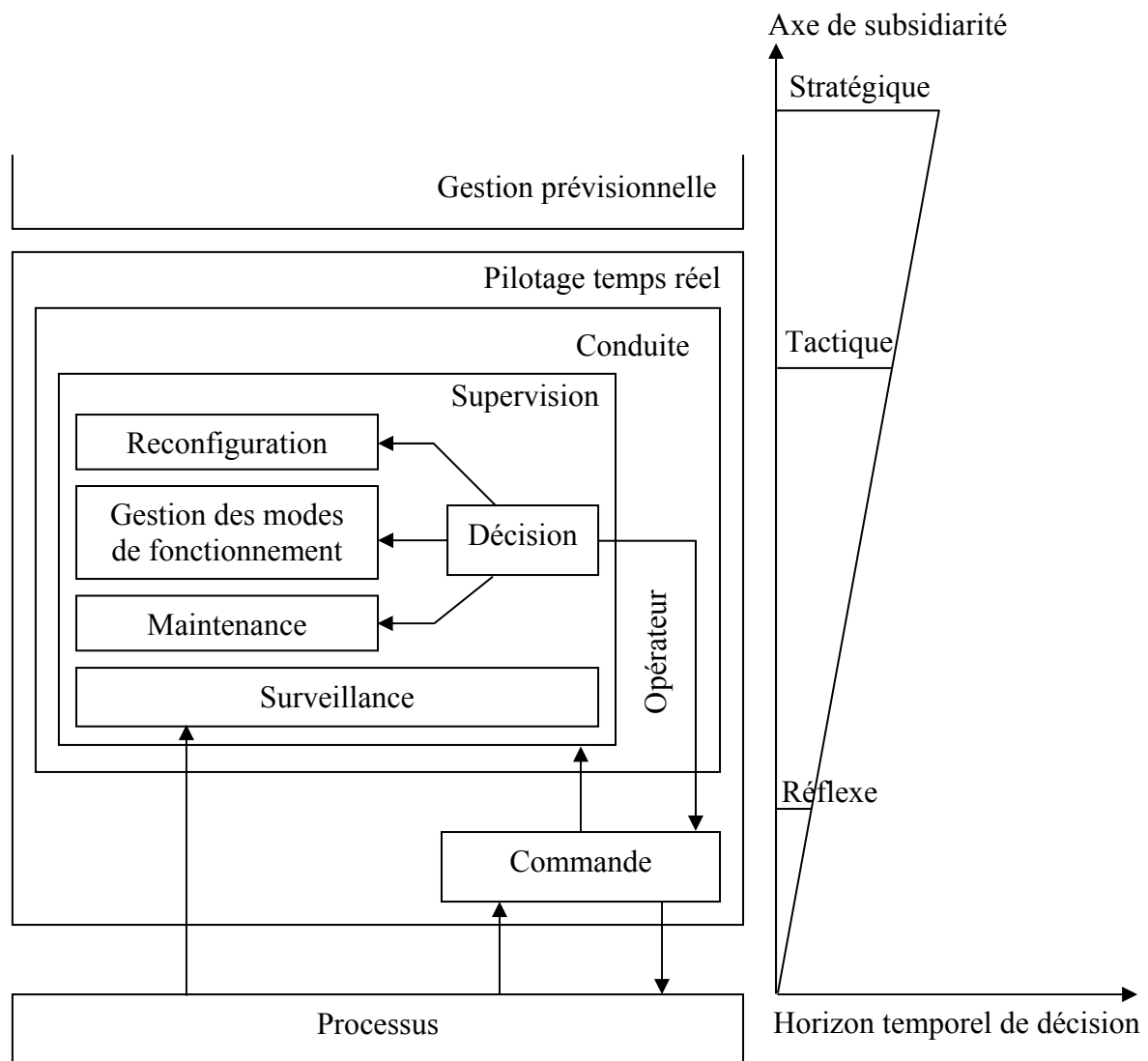
### ***Discussion***

L'aspect modulaire proposé ici semble prometteur pour les ateliers à contraintes de temps. Des résultats intéressants ont été élaborés dans le cas particulier de la galvanoplastie [COL, 01]. Pourtant cet aspect n'a pas été abordé dans ce mémoire. En effet, avant de travailler sur la commande hiérarchisée, nous travaillons à l'intégration de l'existence de capteurs et d'actionneurs dans le système de production pour la synthèse d'une commande robuste.

### I.3.3 Travaux du LAI, Lyon

Les travaux du Laboratoire d'Automatique Industrielle (LAI) de Lyon concernent l'étude, l'analyse, la commande des Systèmes à Evénements Discrets sujets à des perturbations. Basés sur la théorie des automates, ces travaux permettent de basculer d'un fonctionnement nominal à un fonctionnement dégradé, face aux perturbations.

La répartition fonctionnelle envisagée pour la conduite des systèmes manufacturiers est donnée par la figure I.14. L'axe de subsidiarité définit le niveau d'abstraction et de responsabilité.



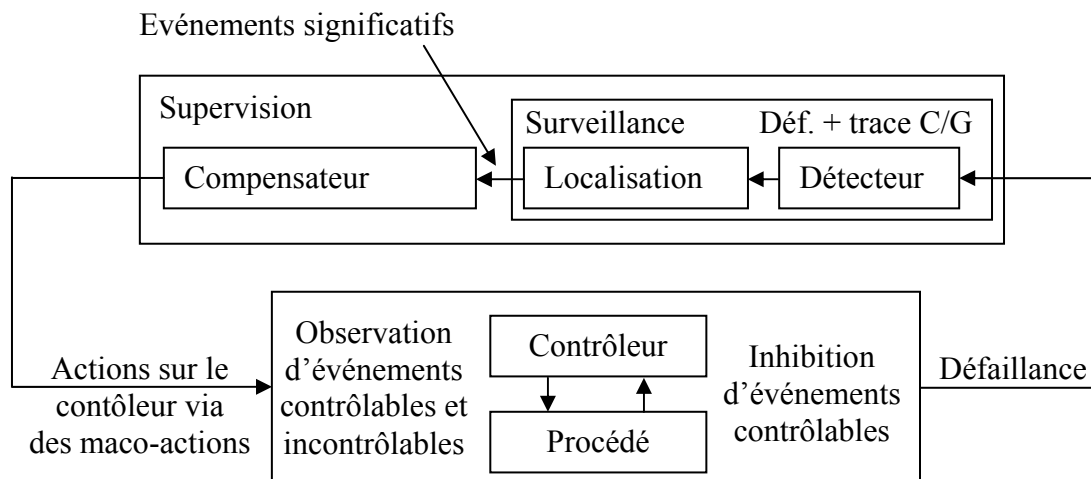
**Figure I.14 : Structure fonctionnelle de la conduite [NIE, 02]**

Dans cette structure, le pilotage temps réel d'un système intègre hiérarchiquement les niveaux réactifs de conduite et de commande. La conduite est distinguée explicitement de la commande. A la commande, qui est fonctionnellement la plus proche du procédé, est attribué le pouvoir ultime de faire appliquer les requêtes (ordres) sur les équipements et d'en recueillir

les informations qui témoignent de leur exécution (comptes rendus). Elle présente de ce fait, une réactivité de type réflexe. La conduite intègre, au-delà de la commande, les modules complémentaires nécessaires à une réactivité plus élaborée prenant en compte une image plus globale de la situation courante et de ses enjeux. A ce stade, les moyens de supervision, de surveillance et de maintenance matérialiseront la réactivité du système à son environnement. La supervision représente les moyens fonctionnels de la conduite qui dans de nombreux cas industriels sont associés aux opérateurs humains-pilotes de ligne. Les actions réflexes, tactiques et/ou stratégiques liées à l'ampleur des reconfigurations envisagées apparaissent ainsi selon l'échelle de temps considérée et le pouvoir décisionnel courant. [NIE, 02].

La réactivité face à une défaillance, figure I.15, est basée sur le principe de la commande par supervision. Le principe de cette approche est fondé sur la détection, la localisation des dérives comportementales du procédé et la compensation des défaillances apparues en vue de maintenir le système en état de fonctionnement. Durant la période de compensation, le système fonctionne en mode dégradé. Ce mode de fonctionnement débute dès l'apparition de la dérive jusqu'à la phase de reprise. Quand une défaillance est détectée et ce dans un état particulier du système commandé (trace C/G où C/G désigne le procédé G couplé à son contrôleur C), le contrôleur C est figé et le process se trouve alors dirigé par le compensateur. Après réparation de l'entité défaillante, et si l'état du process le permet (il est envisageable de forcer l'état du contrôleur C pour qu'il en soit ainsi), le contrôleur est libéré et le compensateur est mis en veille [NIE, 02].

Les macro-actions (activation/figeage/libération) reposent sur la formulation d'automates étendus pour lesquels elles sont naturellement considérées comme des événements contrôlables [NOU, 97].



**Figure I.15 : Structure de réactivité basée sur le principe de la commande par supervision [NIE, 02]**

**Discussion**

De manière un peu anecdotique, nous remarquons que dans la décomposition fonctionnelle proposée par le LAI, il existe un flux qui connecte directement la partie opérative à la commande avant d'être transmis à la surveillance. Il est représenté donc ici de

manière plus explicite, que dans la première partie de ce chapitre (figure I.1), l'influence que peut avoir l'implantation d'une commande robuste sur l'observation et la transmission de perturbations.

Un axe directeur des travaux de ce laboratoire est l'étude de fonctionnements dégradés pour les systèmes. Ces fonctionnements ne sont pas nominaux et amènent donc à faire des concessions sur les critères initiaux. Cependant, en présence de défaillances, le maintien de la production est jugé préférable. Nous citons ainsi la thèse de Kamach, utilisant une approche multimodèle [KAM, 04]. D'autres approches effectuent l'intégration de contraintes temporelles [KHA, 00]. Remarquons cependant qu'il n'y a pas d'intégration de la stratégie de conduite dans la commande et la surveillance. Au contraire, dans les chapitres qui suivent nous cherchons à exploiter au maximum le fait que le fonctionnement est répétitif.

Conceptuellement, nous menons une approche analogue aux travaux de Klein à l'Université Kaiserslautern [KLE, 05]. Ainsi, notre fonctionnement répétitif est une forme de modèle de référence. Cependant, nous supposons que le modèle de référence est déjà existant alors qu'une contribution majeure de Klein se situe au niveau de la construction de ce modèle.

### **I.3.4 Approches orientées diagnostic**

Nous considérons tout d'abord les travaux de Lafortune concernant le diagnostic [LAF, 05]. Ces travaux sont très généraux et particulièrement bien formalisés. Ils traitent de la détection et de l'identification d'événements non observables dans le comportement des systèmes à événements discrets. Ils s'intéressent aux méthodes de diagnostic dites décentralisées où plusieurs sites observent le comportement du système, chaque site ayant son propre ensemble d'événements observables.

Pour notre travail, nous reprenons le même type d'approche en considérant la détection et l'identification dans le cas des perturbations temporelles. Par contre, en l'état actuel, notre étude se limite aux ateliers manufacturiers et le diagnostic décentralisé n'est pas envisagé.

Concernant les travaux effectués au sein de l'équipe Automatique – SED du Centre de Recherche en Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication (CRESTIC), Philippot propose une démarche globale de diagnostic décentralisé avec coordinateurs pour détecter et localiser tous les défauts possibles pouvant survenir sur les procédés manufacturiers [PHI, 06]. L'étude présentée se situe très près de la partie opérative du système. Il n'est pas envisagé de faire la surveillance de la qualité des produits en vérifiant l'adéquation entre les opérations effectuées et les gammes de fabrication spécifiées. A l'inverse, la garantie du cahier des charges au niveau de la qualité de la production constitue l'objectif principal de notre démarche.

### **I.4 Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons situé notre contribution en la positionnant dans une architecture fonctionnelle de la conduite telle qu'elle est utilisée au LAGIS. Notre étude concernant la robustesse couvre une partie restreinte de l'ordonnancement temps réel faisant partie intégrante du module de supervision. Par contre, la spécification d'une commande robuste peut être utilisée comme fonction de coût ou comme critère d'admissibilité dans la phase d'ordonnancement dans le but d'atténuer l'explosion combinatoire.

Une meilleure précision est apportée au module de surveillance en lui intégrant une connaissance de la robustesse. Il est à vérifier que la robustesse de l'atelier ne masque pas de symptômes utiles à la maintenance préventive.

Dans une deuxième partie, l'utilisation de quelques références de l'état de l'art nous a permis de préciser que nos travaux n'intègrent ni de notion de modularité hiérarchique ni les aspects humains dans les ateliers manufacturiers. Les travaux du LAI, nous ont permis de situer nos travaux dans une architecture orientée commande. Il est à noter qu'une étude du fonctionnement dégradé est utilisée aussi dans notre démarche.

A propos du diagnostic, nous utilisons plutôt l'hypothèse de fonctionnement de très grandes séries pour obtenir un modèle de référence périodique. Cette utilisation de modèle de référence pour le diagnostic se retrouve dans les travaux de Klein. Nous utilisons cette référence pour effectuer une surveillance de la qualité des produits. Ce dernier aspect nous distingue fondamentalement des derniers travaux du CReSTIC qui se focalisent sur le diagnostic des appareils de production.

L'intégration de toutes ces hypothèses ne nous permet pas de prétendre à la généralité de l'approche de diagnostic développée par Lafortune. En effet, ce dernier développe une approche décentralisée susceptible d'être appliquée à des systèmes de grande taille. En outre, sa démarche couvre les systèmes à événements discrets de manière générale et dépasse donc le cadre des ateliers manufacturiers.

Le chapitre suivant est consacré à la robustesse du système de production vis-à-vis de ses spécifications en présence de perturbations temporelles uniques.



***CHAPITRE II :***

***Outil de modélisation pour les ateliers  
à contraintes de temps***





# Chapitre II

## Outil de modélisation pour les ateliers à contraintes de temps

### II.1 Introduction

Lors de l'étude des systèmes à événements discrets, plusieurs modèles se présentent, parmi lesquels nous citons : les automates à états finis et les Réseaux de Petri (RdP). Les automates à états finis ont pour avantages une littérature importante et de très haute qualité concernant la synthèse de commande [RAM, 87]. Néanmoins, l'étude des ateliers à contraintes de temps de séjour contient une problématique singulière qui survient lorsqu'on est en présence d'un mécanisme de synchronisation. Il se trouve que les automates, par définition, ne représentent pas de manière explicite les structures de synchronisation. Dans le cas particulier qui nous intéresse, cela constitue un inconvénient majeur qui nous amène à leur préférer les RdP. En effet, les RdP sont reconnus comme étant un outil puissant de modélisation des synchronisations, des parallélismes, des conflits et des partages de ressources.

Les travaux qui sont mis en avant dans ce rapport traitent de la commande robuste, de sa synthèse et de son apport éventuel lors d'une intégration dans la couche de supervision. Ainsi, des considérations aussi triviales, que la possibilité d'éviter la reformulation de certaines propriétés sous un formalisme nouveau, sont prises en compte. D'un point de vue purement scientifique, ce parti pris pragmatique de l'efficacité peut apparaître comme secondaire. Pourtant, l'expression d'une propriété et la description d'une approche sous un formalisme riche et touffu peuvent en complexifier la forme. Le formalisme s'en trouve alors considérablement alourdi, gênant ainsi la compréhension et l'obtention de résultats. Bien plus, il n'est pas forcément opportun d'introduire des propriétés originales avec un outil qui n'est pas celui qui est communément utilisé par la communauté scientifique pour aborder le type de problématique des ateliers à contraintes de temps. Le présent chapitre ne constitue donc pas une réflexion fondamentale sur les outils de modélisation, mais plutôt une étude orientée vers une utilisation particulière : la robustesse des systèmes manufacturiers à contraintes de temps de séjour.

La première partie de ce chapitre est consacrée à la description motivée des RdP P-temporels qui sont utilisés dans les chapitres suivants. Sont présentés d'abord sommairement les RdP autonomes, ensuite, les RdP P-temporels et enfin les RdP P-temporels commandés, orientés vers la commande.

La présentation des RdP à flux temporels [DIA, 93] et les RdP à intervalles, pouvant ouvrir un champ applicatif de certains de nos résultats à des ateliers à contraintes non temporelles, est envisagée dans un deuxième temps.

## II.2 Outil de modélisation orienté commande

### II.2.1 Réseau de Petri

Les RdP ont été introduits par Carl Adam Petri en 1962. Ils constituent un puissant outil graphique de représentation de phénomènes complexes et des mécanismes séquentiels. Ils sont largement utilisés pour l'analyse et la modélisation des systèmes à événements discrets [MUR, 89].

#### *Définition II.1*

Un RdP non marqué est un graphe biparti constitué de places, de transitions (correspondant aux sommets du graphe) et d'arcs qui relient les transitions aux places et les places aux transitions. Il est représenté par un quadruplet  $Q = \langle P, T, I, O \rangle$  tel que [RAM, 80], [LAF, 91], [DAV, 92], [DIC, 93] :

- $P$  : est un ensemble fini et non vide de places.
- $T$  : est un ensemble fini et non vide de transitions.
- $P \cap T = \emptyset$  : les ensembles  $P$  et  $T$  sont disjoints.
- $I$  : est l'application d'incidence avant :  $I : P \times T \rightarrow \mathbb{N}$  (ensemble des entiers naturels), correspondant aux arcs directs des places vers les transitions.  
 $I(p,t) > 0$  signifie qu'il existe un arc orienté de  $p$  vers  $t$  et  $I(p,t)$  est la valuation de cet arc.  
 $I(p,t) = 0$  indique l'absence d'arc orienté reliant la place  $p$  à la transition  $t$ .
- $O$  : est l'application d'incidence arrière :  $O : T \times P \rightarrow \mathbb{N}$  correspondant aux arcs directs liant les transitions aux places.  
 $O(t,p) > 0$  signifie qu'il existe un arc orienté de  $t$  vers  $p$  et  $O(t,p)$  est la valuation de cet arc.  
 $O(t,p) = 0$  indique l'absence d'arc orienté reliant la transition  $t$  à la place  $p$ .

Si  $I(p,t) > 0$  (respectivement  $O(t,p) > 0$ ), la transition  $t$  est une transition de sortie (respectivement d'entrée) de la place  $p$ . La place  $p$  est dite place d'entrée (respectivement de sortie) de la transition  $t$ .

Lorsque les applications  $I$  et  $O$  prennent leurs valeurs dans la paire  $\{0, 1\}$ , le réseau est dit ordinaire. Dans la suite, nous supposons que le RdP considéré est ordinaire.

#### *Notations*

- $t^\circ$  (respectivement  ${}^\circ t$ ) : l'ensemble des places de sortie (respectivement d'entrée) de la transition  $t$ ,
- $p^\circ$  (respectivement  ${}^\circ p$ ) : l'ensemble des transitions de sortie (respectivement d'entrée) de la place  $p$ .

**Définition II.2 [DAV, 92]**

Un RdP marqué est un doublet  $R = \langle R', M_0 \rangle$  dans lequel  $R'$  est un RdP non marqué et  $M_0$  un marquage initial.

Dans un RdP marqué, chaque place contient un nombre entier (positif ou nul) de marques ou jetons. Le nombre de marques contenu dans une place  $p_i$  est noté  $M(p_i)$ . Le marquage du réseau  $M$  est défini par le vecteur de ces marquages. Le marquage à un certain instant définit l'état du RdP, ou plus précisément l'état du système décrit par le RdP.

**Règle de fonctionnement**

Une transition  $t$  est dite franchissable ou tirable ou validée pour un marquage  $M$  si et seulement si :

$$\forall p \in {}^\circ t, \quad M(p) \geq I(p,t)$$

La mise à feu d'une transition  $t$  a pour conséquence :

- de retirer  $I(p,t)$  marques de chaque place d'entrée  $p$  de la transition  $t$ ,
- d'ajouter  $O(t,p)$  marques dans chaque place de sortie  $p$  de la transition  $t$ .

Le tirage de la transition  $t$  provoque le passage d'un marquage  $M$  à un marquage  $M'$  tel que :

$$\forall p \in P, \quad M'(p) = M(p) + O(t,p) - I(p,t)$$

On appelle matrice d'incidence avant la matrice :

$$W^- = (w_{ij}^-) \quad \text{où} \quad w_{ij}^- = I(p_i, t_j)$$

On appelle matrice d'incidence arrière la matrice :

$$W^+ = (w_{ij}^+) \quad \text{où} \quad w_{ij}^+ = O(t_j, p_i)$$

On appelle matrice d'incidence la matrice :  $W = W^+ - W^-$ . Une colonne de cette matrice correspond à la modification du marquage apportée par le franchissement de la transition correspondante.

Pour une séquence de franchissements  $s$ , suite de transitions qui sont franchissables successivement (sans autres franchissements de transitions), partant d'un marquage initial  $M_0$  et conduisant au marquage  $M$ , l'équation fondamentale du RdP s'écrit :

$$M = M_0 + W.S$$

où  $S$  est le vecteur caractéristique correspondant à la séquence de franchissements  $s$ .

L'équation fondamentale donne le marquage final connaissant le marquage initial et la séquence de transitions franchies. Mais elle ne permet pas de vérifier si le franchissement d'une séquence donnée est possible. Elle constitue alors une condition nécessaire d'accessibilité.

### ***Définition II.3***

Une place  $p$  est dite bornée ou  $k$ -bornée pour un marquage initial  $M_0$  s'il existe un entier naturel  $k$ , tel que pour tout marquage accessible  $M_0$ , le nombre de marques dans  $p$  reste inférieur ou égal à  $k$ .

### ***Définition II.4***

Un RdP est  $k$ -borné pour un marquage initial  $M_0$ , si toutes les places sont  $k$ -bornées pour  $M_0$ .

Un RdP est dit sauf (ou binaire) s'il est 1-borné.

### ***Remarque***

La propriété de bornitude est une propriété importante qui donne lieu à de nombreux travaux. En effet, lorsque le marquage n'est pas borné, le nombre d'états différents susceptibles d'être atteints est infini. Dans notre étude, nous voulons garantir les temps de séjour des jetons dans les places. En l'absence de résultats sur la borne du RdP, le problème qui nous concerne n'est pas calculable.

### ***Définition II.5***

Un RdP marqué est vivant si et seulement si pour tout marquage accessible, et pour toute transition  $t$ , il existe une séquence de franchissements de transitions qui contient  $t$ .

### ***Définition II.6***

Un blocage (ou état puits) est un marquage tel qu'aucune transition n'est validée.

### ***Remarques***

- Lorsqu'aucune solution n'existe pour la mise à feu d'une transition, cela signifie souvent (pour les ateliers manufacturiers), qu'une opération prévue initialement ne peut pas être effectuée. La vivacité est donc une qualité souhaitable.
- Un blocage caractérise un état où le système ne peut plus évoluer. Dans le cas d'un système en production répétitive, c'est absolument à éviter.

### ***Définition II.7***

Un RdP a un état d'accueil  $M_a$  pour un marquage initial  $M_0$  si pour tout marquage accessible, il existe une séquence de franchissements de transitions tel que l'on puisse accéder à  $M_a$ .

**Définition II.8**

Un RdP est réinitialisable pour un marquage  $M_0$  si pour tout marquage accessible, il existe une séquence de franchissements de transitions tel que l'on puisse accéder à  $M_0$ .

**Définition II.9**

Un conflit structurel correspond à un ensemble de transitions qui ont au moins une place d'entrée en commun.

**Définition II.10**

Un conflit effectif correspond à l'existence d'un conflit structurel et d'un marquage  $M$  tel que le nombre de marques dans la place du conflit est inférieur au nombre de transitions de sortie de cette place qui sont validées par  $M$ .

**Remarques**

- Considérant le problème de production répétitive qui nous intéresse, les propriétés ci-avant sont particulièrement importantes. En effet, pour ne pas manipuler un très grand nombre d'états, il doit être possible de revenir régulièrement dans des états d'accueil correspondant notamment aux opérations à effectuer.
- En présence de choix, la nécessité de garantir un certain nombre d'états d'accueil pose un problème difficile.

**Définition II.11**

Un Graphe d'Événement (GE) est un RdP dans lequel chaque place a exactement une transition d'entrée et une transition de sortie. Il est caractérisé par l'absence de conflits structurels.

**Définition II.12**

Un Graphe d'Événements est Fortement Connexe (GEFC) si et seulement si il existe un chemin orienté qui relie tout sommet (place ou transition) à tout autre sommet.

**Définition II.13**

Un p-invariant ou p-semi-flot est un vecteur  $X$  d'entiers positifs de dimension  $n_0$  vérifiant :  $X^T \cdot W = 0$ .

Un p-invariant est minimal s'il ne peut pas être écrit sous la forme d'une combinaison linéaire d'autres invariants du réseau.

Pour tout marquage  $M$  du réseau et pour tout p-invariant  $X$ , on a :  $X^T \cdot M_0 = X^T \cdot M$ .

**Définition II.14**

Un vecteur de  $m_0$  entiers positifs  $Y$  est un t-invariant si :  $W \cdot Y = 0$ .

Soit une séquence de franchissements de vecteur caractéristique correspondant  $S$ . Soit  $M$  le marquage obtenu, à partir du marquage  $M_0$ , après la séquence de tir correspondant à  $S$ . Si  $S$  est un  $t$ -invariant alors  $M=M_0$ .

***Théorème II.1 [COM, 71]***

Dans un GE, le nombre de jetons dans tout circuit élémentaire est invariant quelle que soit la séquence de transitions franchies.

***Théorème II.2 [COM, 71]***

Un GEFC est vivant si et seulement si le marquage de tout circuit élémentaire est strictement positif.

En définitive, l'ensemble des propriétés souhaitées est assuré lorsque le modèle est un GEFC ayant un marquage initial correct. Si nous supposons qu'une première étape d'ordonnancement cyclique a fourni ce GEFC, il n'existe plus de problèmes à résoudre du point de vue des RdP autonomes.

Ainsi, le problème de commande que nous envisageons d'aborder va se consacrer uniquement au respect des contraintes de temps de séjour, assumant que le comportement est correct d'un point de vue des RdP autonomes. Pour intégrer les contraintes de temps de séjour au sein du modèle, les RdP P-temporels sont utilisés. La prochaine section leur est donc dédiée.

**II.2.2 RdP P-temporels**

Les RdP P-temporels, dont les fondements théoriques ont été élaborés par Khansa dans sa thèse [KHA, 97], sont utilisés pour modéliser et analyser les ateliers à contraintes de temps [COL, 99], [BON, 01]. Il a été montré qu'ils représentent un formalisme puissant et reconnu pour la modélisation de l'obligation de respect des temps de séjour (synchronisation sous obligation) [KHA, 97].

Les RdP temporisés ne modélisent que les contraintes de temps minimum [RAM, 74], [JUL, 95]. Aussi, les modèles temporels de Roux et Menasche ne traduisent pas cette obligation de temps de séjour sur les synchronisations [MEN, 82], [BER, 91], [ROU, 85], [DIA, 01]. Dans ces modèles, l'intervalle de temps est associé aux transitions et on ne commence à compter le temps que lorsque celles-ci sont validées. Ainsi, une marque peut rester indéfiniment dans une place en amont d'une transition de synchronisation (jusqu'à la validation de celle-ci). On perd alors l'histoire d'une marque en amont d'une telle transition. En conséquence, les RdP t-temporels ne traduisent pas l'obligation sur les synchronisations, ce qui montre qu'ils n'ont pas la puissance de spécification nécessaire à la modélisation de ce type de procédés.

**II.2.2.1 Définitions**

***Définition II.15 [KHA, 97]***

Un RdP P-temporel est donné par le doublet  $\langle R, IS \rangle$ , où :

- $R$  est un RdP marqué,

- $IS : P \rightarrow \mathbb{Q}^+ \times (\mathbb{Q}^+ \cup \{+\infty\})$   
 $p_i \rightarrow IS_i = [a_i, b_i]$  avec  $0 \leq a_i \leq b_i$ .

$IS_i$  définit l'intervalle statique de temps de séjour d'une marque dans la place  $p_i$  appartenant à l'ensemble des places  $P$ . Une marque dans la place  $p_i$  participe à la validation de ses transitions de sortie que si elle a séjourné au moins la durée  $a_i$  dans cette place. Elle doit quitter la place  $p_i$ , donc franchir l'une des transitions de sortie au plus tard quand sa durée de séjour devient égale à  $b_i$ . Après ce temps ( $b_i$ ), la marque sera « morte » et ne participera plus à la validation des transitions.

### **Définition II.16**

A un instant donné, l'état caractérisant la situation du réseau est défini par un doublet  $E = \langle M, Q \rangle$ , où :

- $M$  est l'application de marquage du réseau identique à la définition précédente,
- $Q$  est une application temps de séjour qui associe à chaque marque  $k$  dans la place  $p_i$  un nombre réel  $q_i^k$  où  $q_i^k$  est l'âge de cette marque (le temps écoulé depuis son arrivée dans la place  $p_i$ ). Le  $q_i^k$  associé à une marque  $k$  dans la place  $p_i$  doit être inférieur ou égal à  $b_i$  où  $[a_i, b_i]$  est l'intervalle statique associé à la place  $p_i$ . La marque  $k$  dans la place  $p_i$  peut participer à la validation de ses transitions de sortie quand son âge  $q_i^k$  est supérieur ou égal à  $a_i$ . Elle est morte quand son âge est strictement supérieur à  $b_i$ .

L'âge  $q_i^k$  d'une marque  $k$  (donné par une horloge locale associée à celle-ci) est relatif à l'instant d'arrivée de cette marque dans la place  $p_i$ . Supposons que la marque  $k$  arrive dans la place  $p_i$  à l'instant  $\tau$  (donné par une horloge globale par exemple), l'âge de cette marque à cet instant est égal à zéro. A l'instant absolu  $\tau'$ , son âge est  $q_i^k = \tau' - \tau$ . Elle ne participe à la validation des transitions de sortie de la place qui la contient, qu'à partir de l'instant  $\tau' = \tau + a_i$ , et elle est morte dès l'instant  $\tau' > \tau + b_i$ . Une marque est morte si son âge devient strictement supérieur à la borne supérieure de l'intervalle statique associé à sa place d'accueil et si aucune de ses transitions de sortie n'est validée à cet instant.

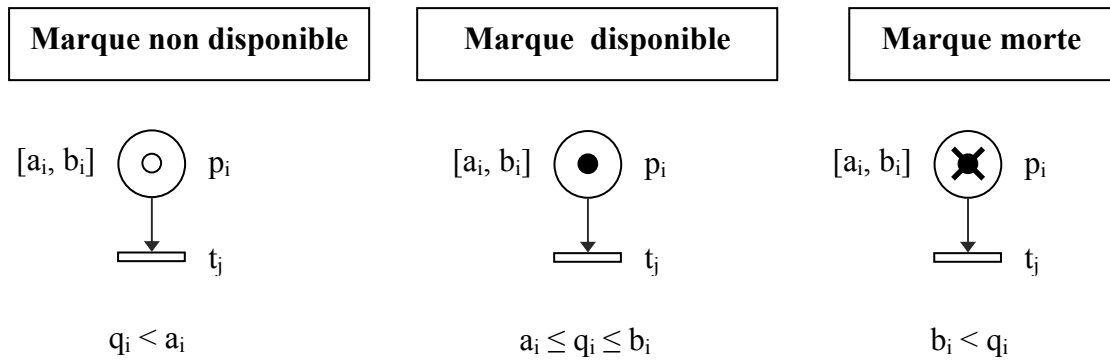
Une transition peut donc être validée au sens des RdP autonomes et ne pas l'être au sens des RdP P-temporels à cause des contraintes de temps.

Une marque peut avoir trois états comme l'indique la figure II.1 :

- marque non disponible,
- marque disponible,
- marque morte.

L'intérêt des RdP réside dans le fait qu'ils permettent l'analyse ainsi que l'étude des comportements des systèmes qu'ils modélisent. Dans le cas des RdP P-temporels, deux approches différentes permettent d'analyser le comportement et l'étude des propriétés d'un réseau : approche « intervalle de temps » et approche « âge de marques ». La première permet une meilleure étude du comportement alors qu'il est préférable d'utiliser la seconde pour l'analyse des propriétés d'un réseau.





**Figure II.1 : Différents états d'un jeton dans un RdP P-temporel**

**Définition II.17**

Une transition  $t_i$  est potentiellement tirable (validée au sens des RdP P-temporels) à partir de l'état  $E(M, Q)$  si et seulement si :

- 1- elle est validée au sens des RdP autonomes dans cet état, c'est-à-dire  $\forall p_i \in {}^\circ t_i : M(p_i) \geq I(p_i, t_i)$  [BRA, 82],
- 2-  $\forall p_i \in {}^\circ t_i$ , il existe au moins  $I(p_i, t_i)$  marques dans cette place tel que :

$$\min(b_i - q_i^k) - \max(0, \max(a_i - q_i^k)) \geq 0$$

où  $k=1, 2, \dots, I(p_i, t_i)$  et  $[a_i, b_i]$  est l'intervalle statique associé à la place  $p_i$ .

De plus, il n'existe pas de marques  $j$  (qui ne participent pas au franchissement de la transition  $t_i$ ) tel que :

$$(b_i - q_i^j) \leq \max(0, \max(a_i - q_i^k))$$

Sinon cette marque est morte. Il est associé alors à cette place l'intervalle :

$$[\max(0, \max(a_i - q_i^k)), \min(b_i - q_i^k)]$$

L'intersection de tous ces intervalles (pour chaque place d'entrée de  $t_i$ , on associe un intervalle) donne l'intervalle dans lequel la transition reste potentiellement tirable.

D'après la notion d'état, un nombre infini d'états peut en général exister à partir d'un état donné. Il y a donc deux possibilités d'avoir un nouvel état à partir d'un état donné : l'écoulement du temps et le franchissement d'une transition directement franchissable (la borne inférieure de l'intervalle de tir potentiel de cette transition est égal à zéro depuis cet état). Les deux définitions qui suivent donnent l'état suivant pour chacune de ces deux possibilités.

**Définition II.18**

L'état  $E'(M', Q')$  est un état accessible à partir de l'état  $E(M, Q)$  par l'écoulement d'un temps  $\tau$  si et seulement si :

- 1-  $M' = M$ ,
- 2-  $\forall j$  une marque dans la place  $p_i$ ,  $q_i^{j'} = q_i^j + \tau \leq b_i$  où  $q_i^j$  (respectivement  $q_i^{j'}$ ) est l'âge de la marque  $j$  dans l'état  $E$  (respectivement dans l'état  $E'$ ) et  $b_i$  est la borne supérieure de l'intervalle statique associé à la place  $p_i$ .

### **Définition II.19**

L'état  $E'(M', Q')$  est un état accessible à partir de l'état  $E(M, Q)$  par le franchissement d'une transition  $t_i$  si et seulement si :

- 1-  $t_i$  est directement franchissable (les âges de toutes les marques qui valident  $t_i$  sont supérieurs ou égaux aux bornes inférieures des intervalles statiques associés à leurs places) à partir de  $E$ ,
- 2-  $\forall p \in P, M'(p) = M(p) - I(p, t_i) + O(t_i, p)$ ,
- 3- les marques qui ne se déplacent pas, gardent les mêmes âges dans  $E$  et  $E'$  (on suppose que la durée de franchissement d'une transition est nulle). Les marques qui sont déplacées ou créées prennent l'âge zéro.

La règle de tir précédente permet de calculer les états et les relations d'accessibilité entre eux. L'ensemble des séquences de tir réalisables (séquences de transitions et dates de tir associées) depuis l'état initial caractérise le comportement du RdP P-temporel.

### **II.2.2.2 Propriétés**

#### **Définition II.20**

Un état  $E(M, Q)$  d'un RdP P-temporel est marques-vivantes si toutes les marques dans  $M$  sont vivantes.

#### **Définition II.21**

Un RdP P-temporel est marques-vivantes pour un marquage initial  $M_0$  (l'état initial  $E_0$ ) si tous les marquages accessibles depuis  $M_0$  sont des états marques-vivantes.

Si une marque dans un marquage d'un état accessible depuis  $E_0$  est morte, le réseau est marques-mortes. Une marque morte ne participe plus à la validation des transitions.

Le mécanisme de synchronisation est la raison de la mort des marques. Une marque morte signifie le non respect des spécifications et la rupture du cahier des charges. Il existe deux causes à travers lesquelles on peut avoir une mort de marques en amont d'une transition de synchronisation  $t$  :

- Les marques sur les circuits qui la contiennent n'arrivent pas à des instants compatibles dans ses places d'entrée. La figure II.2.a donne la représentation des contraintes imposées par les circuits.
- Les marques, sur les chemins élémentaires orientés d'une transition de parallélisme à  $t$ , n'arrivent pas à des instants compatibles en amont de  $t$ . La représentation graphique des contraintes imposées par les chemins est donnée par la figure II.2.b.

Il est à noter que les chemins qui ne sont pas élémentaires sont un mélange de ces deux possibilités.

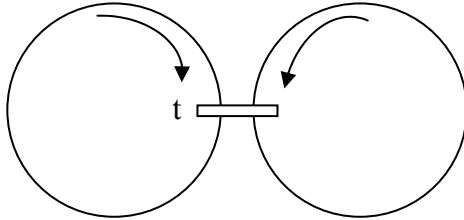


Figure II.2.a

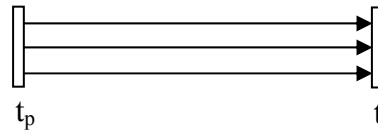


Figure II.2.b

**Figure II.2 : Structures pouvant entraîner la mort d'une marque [KHA, 97]**

***Définition II.22 [KHA, 96]***

Une séquence de franchissements (constituée des transitions et des dates des franchissements associés  $(s, u)$ ) est appelée séquence marques-vivantes (m-v-séquence) si et seulement si tous les états accessibles par cette séquence sont des états marques-vivantes.

***Définition II.23 [DAV, 92]***

Une séquence de franchissements  $(s, u)$  est répétitive si pour un état  $E$  accessible depuis l'état initial du réseau,  $E$  est accessible depuis  $E$  par franchissement des transitions de  $(s, u)$ .

***Définition II.24 [DAV, 92]***

Une séquence de franchissements  $(s, u)$  est complète si elle contient toutes les transitions du réseau.

***Théorème II.3 [KHA, 97]***

Si un RdP P-temporel a une m-v-séquence répétitive et complète alors, ce réseau a au moins un fonctionnement qui conduit à un régime stationnaire au bout d'un temps fini.

***Théorème II.4 [KHA, 97]***

Si un RdP P-temporel est borné, vivant et marques-vivantes alors chaque fonctionnement du réseau conduit à un régime stationnaire au bout d'un temps fini.

***Théorème II.5 [KHA, 97]***

Une condition nécessaire d'existence de m-v-séquences complètes et répétitives dans un GEFC P-temporel est que chaque circuit du graphe contient au moins une marque.

***Théorème II.6 [KHA, 97]***

Une condition nécessaire d'existence de m-v-séquences complètes et répétitives dans un GEFC P-temporel est que le graphe soit borné (que le marquage initial soit borné).

**II.2.2.3 Evaluations de performances des GE P-temporels**

Les RdP temporisés constituent une sous-classe des RdP temporels. Ils ont été introduits plus tôt que les RdP temporels, aussi la littérature scientifique qui les concerne est très abondante. Pour cette raison, un grand nombre de propriétés des RdP temporels ont été présentées comme une généralisation de propriétés préalablement établies pour les RdP temporisés. C'est le cas notamment du fonctionnement monopériodique qui sera défini dans le paragraphe qui suit.

***Théorème II.7 [RAM, 80]***

Le temps de cycle minimal de fonctionnement d'un GEFC temporisé est donné par  $C_{\max}$ , où  $C_{\max}$  est le maximum des temps de cycles de tous les circuits élémentaires du réseau.

***Théorème II.8 [CHR, 83]***

En régime permanent, atteint après un temps fini, le fonctionnement au plus tôt (l'initialisation du franchissement d'une transition débute dès que la transition est tirable) d'un GE est un fonctionnement K-périodique avec une fréquence moyenne de franchissement des transitions égale à  $1/C_{\max}$ . Autrement dit, il existe  $N_0$  et  $K$  tel que :

$$St(n+K)=St(n) + K.C_{\max} \quad \forall n \geq N_0 \text{ et } t \in T$$

où  $St(n)$  est la fin du  $n^{\text{ème}}$  franchissement de la transition  $t$ .

***Propriété II.1 [LAF, 91]***

Le marquage d'une solution optimale en fonctionnement 1-périodique est aussi le marquage d'une solution optimale pour le même problème en fonctionnement au plus tôt (dans un GEFC).

Le mode de fonctionnement monopériodique (1-périodique ou périodique) est complètement défini par la donnée du temps de cycle  $\pi$  et du temps de fin du premier franchissement  $St(1)$  de la transition  $t$  pour tout  $t \in T$ .

Pour ce mode de fonctionnement, nous avons la relation suivante :

$$St(n)=St(1) + (n-1).\pi \quad \forall n \in \mathbb{N}^* \text{ et } t \in T$$

Le mode monopériodique est réalisable si et seulement si la relation suivante est vérifiée :

$$S^{\circ}p_i(n) + q_i \leq Sp_i^{\circ}(n) + \pi.M_0(p_i) \quad \forall p_i \in P$$

où  $q_i$  est la durée associée à la place  $p_i$  et  $M_0(p_i)$  est son marquage initial.

Les définitions fondamentales établies pour les RdP temporisés étant présentées, nous allons énoncer leur généralisation pour les RdP P-temporels.

***Théorème II.9 [CAL, 97]***

Soit un GEFC P-temporel, ses performances ( $[\mu_{\min}, \mu_{\max}]$ ) peuvent être évaluées en résolvant les deux problèmes linéaires suivants :

la borne minimale,

$$\mu_{\min} = \min \left( \frac{X_j^T Q_e}{X_j^T M_0} \right) \text{ avec } j \in [1, n_0 - m_0 + 1]$$

la borne maximale,

$$\mu_{\max} = \max \left( \frac{X_j^T Q_e}{X_j^T M_0} \right) \text{ avec } j \in [1, n_0 - m_0 + 1]$$

sous les contraintes suivantes :

$$\begin{cases} A.[1] \leq Q_e \leq B.[1] \\ \frac{X_i^T Q_e}{X_i^T M_0} = \frac{X_j^T Q_e}{X_j^T M_0} \quad \forall i = 1, n_0 - m_0 + 1, i \neq j \end{cases}$$

avec :

- $n_0$  : nombre de places du GEFC P-temporel,
- $m_0$  : nombre de transitions du GEFC P-temporel,
- $(n_0 - m_0 + 1)$  : nombre de circuits élémentaires,
- $Q_e$  : vecteur colonne  $[n_0 \times 1]$  des durées opératoires moyennes associées aux places,
- $X_i$  : p-semiflot  $[n_0 \times 1]$  associé au  $i^{\text{ème}}$  circuit élémentaire ( $X_i^T W = 0$  et  $X_i \neq 0$  où  $W$  représente la matrice d'incidence du GEFC P-temporel),
- $M_0$  : vecteur colonne  $[n_0 \times 1]$  représentant le marquage initial du réseau,
- $A$  : matrice diagonale  $[n_0 \times n_0]$  des durées opératoires minimum  $a_i$ ,
- $B$  : matrice diagonale  $[n_0 \times n_0]$  des durées opératoires maximum  $b_i$ ,
- $[1]$  : vecteur colonne  $[n_0 \times 1]$  où toutes les composantes sont égales à l'unité.

***Théorème II.10 [CAL, 97]***

Les performances d'un GEFC P-temporel, obtenues pour le mode de fonctionnement périodique, sont les mêmes que celles obtenues pour le mode K-périodique. Ainsi, la période de fonctionnement  $\pi$  doit alors vérifier que :  $\pi \in [\mu_{\min}, \mu_{\max}]$ .

Le théorème II.10 nous amène à considérer que le système est en fonctionnement monopériodique afin de n'avoir à prendre en compte les instants de tirs des transitions que sur une seule période. De cette façon, la complexité et le temps de calcul induit seront limités, tant pour la localisation d'une perturbation que pour la synthèse de la commande qui est chargée de la gérer.

### II.2.3 RdP P-temporels commandés

#### II.2.3.1 Introduction

Le paragraphe précédent a présenté les conditions analytiques d'un fonctionnement répétitif. Les travaux de ce mémoire s'intéressent entre autres à la synthèse de commande permettant de faire face aux perturbations d'une nature quelconque ayant des conséquences temporelles. Rappelons que d'un point de vue fonctionnel, l'ordonnancement de l'atelier est supposé fixé et que cette commande n'agit que sur les instants de tirs des transitions, mais en aucun cas, la permutation dans une séquence de tir préétablie est envisageable. La définition informelle de la commande que nous venons de donner correspond à celle de la commande temporelle qui sera détaillée dans le chapitre suivant.

Concrètement, il s'agit d'introduire un mécanisme permettant de retarder ou d'avancer les instants de tir d'un GE P-temporel. De la même façon, il faut modéliser le fait que certaines parties du processus de fabrication sont instrumentées et d'autres ne le sont pas. En l'absence de capteurs, le début ou la fin de certaines opérations ne sont pas directement observables. Une proposition classique dans ce cas de figure est d'introduire une distinction entre les transitions : certaines sont observables et d'autres non, certaines sont commandables et d'autres non.

#### II.2.3.2 Définition

##### *Définition II.25*

En s'inspirant de la définition de Long des RdP commandés [LON, 93b], un RdP P-temporel commandé ( $R_{PC}$ ) est défini de la manière suivante :  $R_{PC}=(R_P, \varphi, U, U_0)$  tels que :

- $R_P$  est un RdP P-temporel qui décrit le système en boucle ouverte,
- $\varphi$  est une application de l'ensemble des places de  $R_P$  vers l'ensemble des opérations  $\Gamma$  :  $\varphi : P \rightarrow \Gamma$ ,
- $U$  est la commande externe sur les transitions de  $R_P$ , construite à partir des prédicats utilisant l'occurrence d'événements observables internes ou externes au système :  $U : T \rightarrow \{0, 1\}$ ,
- $U_0$  est la valeur initiale du vecteur des prédicats.

L'ensemble des transitions est décomposé en quatre sous-ensembles suivant que les transitions sont commandables ou observables :

$$T = T_C \cup T_{UC} \cup T_O \cup T_{UO},$$

$T_C$  : l'ensemble des transitions commandables,

$T_{UC}$  : l'ensemble des transitions non commandables,

$T_O$  : l'ensemble des transitions observables,  
 $T_{UO}$  : l'ensemble des transitions non observables.

Une transition est dite observable si la couche de commande sait si elle est tirée ou non sans qu'aucun calcul ne soit effectué [COL, 97]. Cela correspond notamment au cas où un capteur détecterait directement la fin ou le début d'une action.

Une transition  $t \in T$  est dite « état validé » pour le marquage  $M$  si elle est validée dans  $R_p$  pour  $M$ .

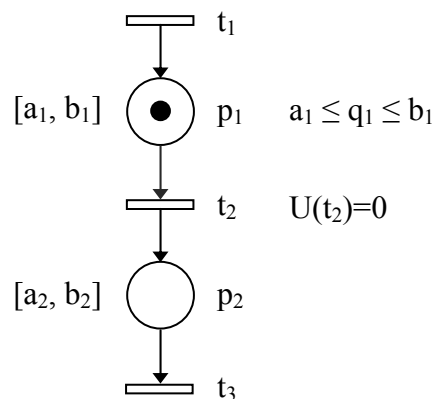
Une transition  $t$  est dite « commande validée » si  $U(t) = 1$ . Par définition, les transitions non commandables sont toujours commande validée.

Pour être mise à feu, une transition doit être « état validé » et « commande validée ». Ce franchissement consiste à :

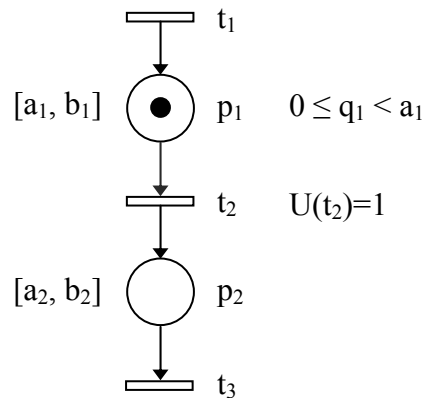
- retirer une marque de chacune de ses places d'entrée et rajouter une marque dans chacune de ses places de sortie,
- effectuer les opérations  $\varphi(p)$  associées à ses places de sortie.

La figure II.3 montre que la transition  $t_2$  n'est pas tirée car l'état est validé mais la commande n'est pas validée. Dans la figure II.4, la transition  $t_2$  n'est pas tirée car la commande est validée mais l'état n'est pas validé. La transition  $t_2$  de la figure II.5 est tirée puisque la commande et l'état sont validés.

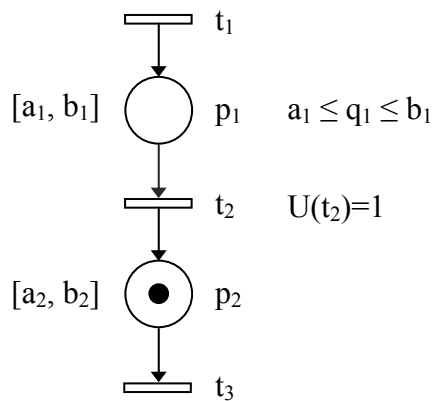
Une transition commandable correspond toujours à un événement physiquement commandable. Une transition non commandable correspond soit à un événement physiquement non commandable soit à un événement physiquement commandable pour lequel l'occurrence est toujours autorisée si l'état du système, représenté par son marquage, le permet [LON, 93b].



**Figure II.3 : Etat validé et commande non validée**



**Figure II.4 : Etat non validé et commande validée**



**Figure II.5 : Etat et commande validés**

**Remarque**

Les opérations sont associées aux places et non pas aux transitions comme l'a défini Long pour les RdP commandés de façon générale.

**II.2.3.3 Conclusion**

Dans le début de ce chapitre, un outil de modélisation est présenté. Il est utilisé pour le calcul de la robustesse, l'observation des perturbations et la synthèse de commandes robustes pour les systèmes à contraintes de temps de séjour. Cela nous ramène alors à traiter un cas particulier de la problématique décrite par Krogh et Holloway [KRO, 91]. Ces travaux traitent la synthèse de commande dans le but d'éviter des états qualifiés d' « états interdits ». Notre travail se cantonne lui, à éviter des états temporels correspondant aux dépassements des temps de séjour valides. Ces états interdits qui nous intéressent ici, correspondent d'ailleurs à des morts de marques.

Par ailleurs, certains travaux de recherche utilisent les possibilités de réglage des temps de séjour pour éviter des états interdits [CUL, 01]. Notre travail est cette fois encore un cas particulier puisque nous ne considérons que les états interdits induits par les contraintes de temps de séjour.



On peut objecter qu'il n'est pas utile de définir un cadre spécifique alors qu'un contexte plus général existe déjà. En fait, un outil dédié possède cette qualité de faire le vide sur les aspects qui ne nous intéressent pas et fournit donc une meilleure lisibilité et facilite la mise en évidence de propriétés. Concrètement, nous gardons la possibilité de faire une évaluation de performance sur un GE P-temporel intégrant dans sa structure les informations sur les états interdits.

De plus, il existe déjà une littérature s'appuyant sur les RdP P-temporels pour traiter des temps de séjour [KHA, 96], [CAL, 97], [BON, 04], [DID, 05], [OUE, 05], [CHE, 04] dont l'utilisation est très utile. Garder les P-temporels nous permet de le faire sans avoir à reformuler les propriétés dans un autre contexte.

Une fois l'outil de modélisation utilisé dans les chapitres suivants est décrit, nous pouvons évoquer d'autres outils de modélisation susceptibles d'ouvrir des perspectives applicatives intéressantes au travail présenté dans ce recueil.

### II.3 Outils de modélisation prospectifs

Dans un premier temps sont définis les RdP à flux temporels, introduits pour modéliser et valider des applications multimédias [DIA, 93], [SEN, 96]. Nous verrons cependant qu'ils sont capables entre autres de modéliser les contraintes de temps de séjour. Dans un deuxième temps sont introduits les RdP à intervalles [DHO, 05], susceptibles d'offrir des extensions fonctionnelles pour une partie de nos résultats.

#### II.3.1 RdP à flux temporels

Si la principale application des RdP à flux temporels est la résolution des problèmes de synchronisation pour les objets multimédias, d'un point de vue modèle, la principale originalité de cet outil est la possibilité de représenter les différents mécanismes de synchronisations possibles.

##### II.3.1.1 Définitions

###### *Définition II.26 [DIA 01]*

Soit  $A_j$  l'ensemble des arcs qui entrent dans une transition  $t_j$  (l'ensemble est noté  $A$  pour une transition  $t$ ) :

$$A_j = \{a_k = (p_k, t_j) / I(p_k, t_j) \neq 0\} \text{ où } I(p_k, t_j) \text{ est le poids de l'arc } a_k.$$

###### *Définition II.27 [DIA 01]*

Un RdP à flux temporels est un triplet  $(R, ITA, SYN)$  dans lequel :

- $R$  est un RdP places-transitions.
- $ITA$  est une application qui associe, à chaque arc  $a_i \in A_j$  un intervalle  $[\alpha_i, \beta_i]$  :

$$ITA : A_j \rightarrow \mathbb{Q}^+ \times (\mathbb{Q}^+ \cup \{+\infty\})$$

$\alpha_i$  représente la date de tir au plus tôt et  $\beta_i$  la date de tir au plus tard.

- SYN est une fonction de typage des transitions. Elle associe à chaque transition un type, c'est-à-dire une sémantique donnée.

$$\text{SYN: } T \rightarrow \{\text{sémantiques}\}$$

Ces différentes sémantiques définissent des valeurs d'intervalles possibles de tir.

### II.3.1.2 Règles de franchissement et sémantiques de tir

#### *Définition II.28 [DIA, 01]*

Un arc  $(p_i, t)$  est sensibilisé par un marquage  $M$  quand sa place d'entrée  $p_i$  reçoit un nombre de jetons supérieur au poids de l'arc, c'est-à-dire si et seulement si  $M(p_i) \geq I(p_i, t)$ .

Quand l'arc devient sensibilisé, une minuterie virtuelle associée à cet arc est initialisée, par exemple en l'instant  $\tau$ . La définition des intervalles, étendue de façon directe des transitions aux arcs, implique que le jeton lié à cet arc doit être tiré pendant l'intervalle  $[\alpha_i + \tau, \beta_i + \tau]$ .

La définition d'une règle de tir d'une transition dans les RdP à flux temporels constitue un choix fondamental, compte tenu des objectifs du modèle. En fait, il a été proposé plusieurs sémantiques temporelles de tir dans un RdP à flux temporels [DIA, 01] : Et-Pur, Et-Faible, Et, Ou-Fort, Ou, Maître, Ou-Maître, Maître-Fort, Maître-Faible et Et-Maître. Le contexte d'utilisation permet de décider si une sémantique est plus adaptée qu'une autre.

Dans les lignes qui suivent, sont présentées quelques sémantiques de tir.

- **Règle de tir « Et-Pur »**

Une transition  $t$  de type Et-Pur est tirable au temps absolue  $\tau^f$  si et seulement si les deux conditions suivantes sont satisfaites pour tout  $a_i \in A$  :

- $t$  est sensibilisée par  $M$  :

$$\forall p_i \in {}^\circ t, M(p_i) \geq I(p_i, t)$$

- la valeur  $\tau^f$  est telle que :

$$\forall p_i \in {}^\circ t, (\tau_i + \alpha_i) \leq \tau^f \leq (\tau_i + \beta_i)$$

- **Règle de tir « Et-Faible »**

Une transition  $t$  de type Et-Faible est tirable au temps absolue  $\tau^f$  si et seulement si les deux conditions suivantes sont satisfaites pour tout  $a_i \in A$  :

- $t$  est sensibilisée par  $M$  :

$$\forall p_i \in {}^\circ t, M(p_i) \geq I(p_i, t)$$

- l'instant de tir absolu  $\tau^f$  est tel que, pour tout  $a_i \in A$ , on a :

$$\forall p_i \in {}^\circ t, (\tau_i + \alpha_i) \leq \tau^f \text{ et } \exists p_i \in {}^\circ t, \tau^f \leq (\tau_i + \beta_i)$$

Les deux règles précédentes peuvent être écrites sous les formes :

$$\textbf{Et-Pur} : \max\{\tau_i + \alpha_i\} \leq \tau^f \leq \min\{\tau_i + \beta_i\}$$

$$\textbf{Et-Faible} : \max\{\tau_i + \alpha_i\} \leq \tau^f \leq \max\{\tau_i + \beta_i\}$$

- **Règle de tir « Ou-Fort »**

Une transition  $t$  de type Ou-Fort est tirable au temps absolu  $\tau^f$  si et seulement si les deux conditions suivantes sont satisfaites :

- $t$  est sensibilisée par  $M$  :

$$\forall p_i \in {}^\circ t, M(p_i) \geq I(p_i, t)$$

- l'instant de tir absolu  $\tau^f$  est tel que, pour tout  $a_i \in A$ , on a :

$$\exists p_i \in {}^\circ t, (\tau_i + \alpha_i) \leq \tau^f \text{ et } \forall p_i \in {}^\circ t, \tau^f \leq (\tau_i + \beta_i)$$

- **Règle de tir « Ou »**

Une transition  $t$  de type Ou est tirable au temps absolu  $\tau^f$  si et seulement si les deux conditions suivantes sont satisfaites :

- $t$  est sensibilisée par  $M$  :

$$\forall p_i \in {}^\circ t, M(p_i) \geq I(p_i, t)$$

- l'instant de tir absolu  $\tau^f$  est tel que, pour tout  $a_i \in A$ , on a :

$$\exists p_i \in {}^\circ t, (\tau_i + \alpha_i) \leq \tau^f \text{ et } \exists p_i \in {}^\circ t, \tau^f \leq (\tau_i + \beta_i)$$

- **Règle de tir « Maître »**

Une transition  $t$  de type Maître, définie à partir d'un de ses arcs entrants, soit  $(p_m, t)$  dit « Maître », est tirable au temps  $\tau^f$  si et seulement si les deux conditions suivantes sont satisfaites :

- $t$  est sensibilisée par  $M$  :

$$\forall p_i \in {}^\circ t, M(p_i) \geq I(p_i, t)$$

- la valeur  $\tau^f$  est telle que :

$$(\tau_m + \alpha_m) \leq \tau^f \text{ et } \tau^f \leq (\tau_m + \beta_m)$$

L'exemple de la figure II.6 illustre différents types de synchronisations que l'on peut associer à la transition  $t$ .

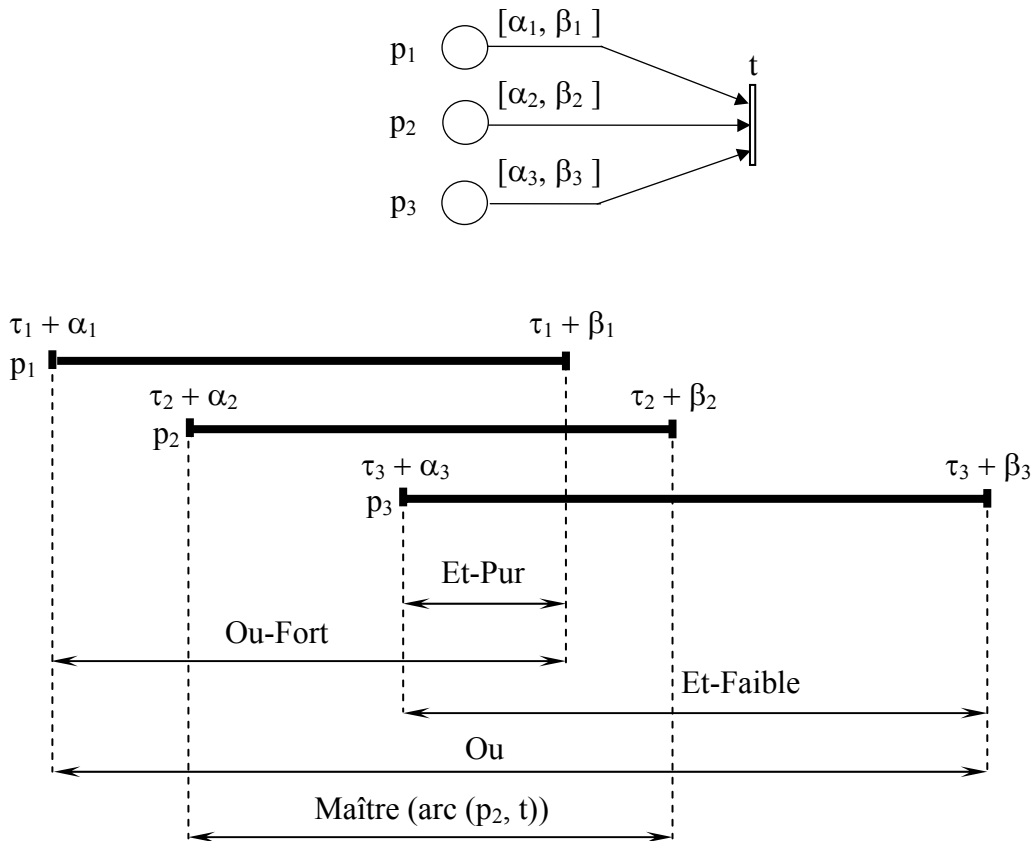
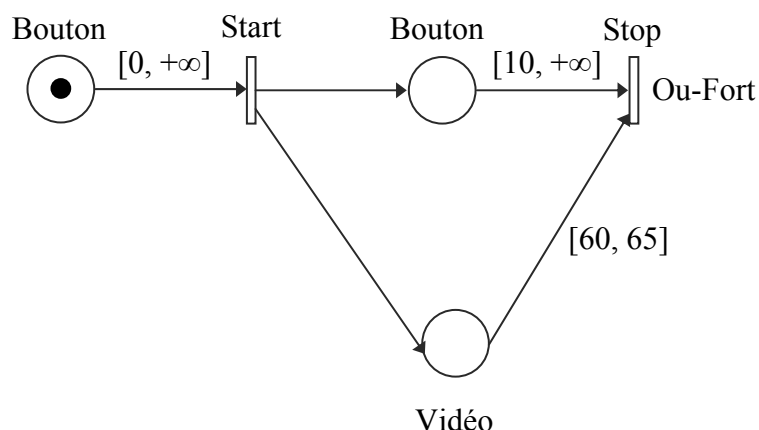


Figure II.6 : Quelques sémantiques de tir des RdP à flux temporels

### Exemple II.1

Nous spécifions, figure II.7, une vidéo à laquelle est associée un Start/Stop. Au début, le bouton est actif et le reste indéfiniment. Ceci est modélisé par l'intervalle  $[0, +\infty]$ . Lorsque l'utilisateur a appuyé sur le bouton, la vidéo débute et le bouton devient un bouton d'arrêt (STOP). La vidéo dure entre 60 et 65 unités de temps, et le bouton n'est actif qu'après 10 unités de temps. L'opérateur est obligé de regarder la vidéo pendant au moins 10 unités de temps. Le passage à la suite du scénario est effectué dès que la vidéo est finie, ou que l'utilisateur appuie sur le bouton (modélisé par la règle « Ou-Fort »).



**Figure II.7 : Spécification d'un objet multimédia en RdP à flux temporels [BOY, 01]**

### II.3.1.3 Conclusion

Nous remarquons que la règle « Et-Pur » traduit un comportement rigoureusement identique à celui d'un RdP P-temporel. Un RdP P-temporel est donc un RdP à flux temporels où toutes les transitions ne peuvent avoir que la sémantique « Et-Pur ».

Les RdP P-temporels étant une sous-classe des RdP à flux temporels, les résultats présentés dans ce mémoire peuvent être utilisés éventuellement dans le domaine du multimédia et, de manière plus générale, à d'autres problématiques.

Il est à noter que si l'évaluation des systèmes à contraintes de temps de séjour est souvent effectuée à l'aide des RdP P-temporels, la supervision et le diagnostic s'appuient le plus souvent sur des RdP t-temporels [TOG, 92], [BOU, 05]. C'est ce modèle que nous utilisons dans le quatrième chapitre pour mettre en œuvre un mécanisme de filtrage des comptes rendus en provenance de l'atelier. A ce point de la discussion, il est important de remarquer que les RdP t-temporels peuvent eux aussi être considérés comme une sous-classe des RdP à flux temporels où la sémantique de tir des transitions est le « Et-faible » [DIA, 01]. La proposition d'une approche intégrée s'appuyant sur les RdP à flux temporels comme modèle fédérateur des approches de commande robuste et de supervision est une problématique de recherche.

Si les RdP à flux temporels ont été écartés pour nos travaux sur la robustesse, c'est cependant l'outil intégrant les contraintes d'intervalles de temps qui offre le plus de perspective, tant d'un point de vue scientifique que d'un point de vue applicatif.

### II.3.2 RdP à Intervalles

Les RdP à intervalles sont introduits comme une extension et une abstraction fonctionnelle des RdP P-temporels pour la spécification. Ils sont considérés comme un nouvel outil de modélisation de procédés à contraintes non temporelles et de spécification des paramètres linéaires de natures très diverses tels que : le poids d'un produit, la contenance des réservoirs, la souplesse d'un tissu et la position d'un élément par rapport à un référentiel. Ils

constituent une sous-classe des RdP de Haut Niveau à Marquage Abstrait [YIM 96], [COL, 03].

Il est donc logique de retrouver rigoureusement la même définition mathématique de l'outil. Néanmoins, la restriction des intervalles associés aux places à des rationnels positifs se justifie quand la signification du paramètre associé est une durée. Par contre, elle n'a plus de raison d'être pour une variation d'un poids ou d'une position par exemple qui peut bien évidemment être positive ou négative.

### II.3.2.1 Définitions

#### *Définition II.29 [DHO, 05]*

Un RdP à intervalles est un tuple  $\langle R, m, IS, D, Val, Val_0, X, X_0 \rangle$ , dans lequel :

- R est un RdP non marqué.
- m est une application qui affecte un marquage au réseau telle que :

$$\begin{aligned} m : P &\rightarrow \mu V \\ p &\rightarrow m(p) \end{aligned}$$

où :

- $m(p)$  est le marquage d'une place,
- $V_a$  est un ensemble de variables à valeurs dans  $\mathbb{Q}$ ,
- $V$  est un ensemble non vide de formules utilisant des variables de  $V_a$ ,
- $\mu V$  est un multiensemble défini sur l'ensemble  $V$ .

On note  $M$  l'application qui associe à chaque place le cardinal de son marquage.

$$\begin{aligned} M : P &\rightarrow \mathbb{IN} \\ p &\rightarrow \text{Card}(m(p)) \end{aligned}$$

- $IS : P \rightarrow (\mathbb{Q} \cup \{-\infty\}) \times (\mathbb{Q} \cup \{+\infty\})$   
 $p_i \rightarrow IS_i = [a_i, b_i]$  avec  $a_i \leq b_i$

Cette application définit les intervalles associés aux places du réseau.

- D est une application qui associe à chaque couple (place, marque) une valeur rationnelle  $q$  qui doit être inférieure ou égale à  $b_i$ . Cette grandeur correspond à la modification de la valeur associée au jeton qui est intervenu sur la place  $p_i$ .

$$D : m(p) \times P \rightarrow V_a$$

$\forall i, 1 \leq i \leq n_0$ , avec  $n_0 = \text{Card}(P)$

Soit  $k$  un jeton,  $k \in m(p_i)$ ,

$k \rightarrow q_i$  tel que  $a_i \leq q_i \leq b_i$ , où  $a_i$  et  $b_i$  sont les valeurs fixées par IS.

- X est une application qui assigne à chaque variable une valeur :

$$X : Va \rightarrow \mathbb{Q}$$

$$va \rightarrow u$$

En fixant une valeur à chaque variable, X fixe les  $q_i$ .

- $X_0$  définit les valeurs initiales des variables.
- Val associe à chaque jeton une formule à valeur dans  $\mathbb{Q}$  dont la signification physique est volontairement non définie.  
Val est une application de l'ensemble des marques  $m(P)$  dans  $V$  :

$$Val : m(P) \rightarrow V$$

$$(k \in m(p)) \rightarrow v \in V \text{ où } k \text{ est une marque.}$$

- $Val_0$  définit les formules initiales associées aux jetons.

Une marque  $k$  dans la place  $p_i$  participe à la validation de ses transitions de sortie seulement si  $q_i(k)$  a acquis la valeur minimale  $a_i$  de cette place. Elle doit quitter la place  $p_i$ , au plus tard quand  $q_i(k)$  atteint la valeur maximale  $b_i$ . Dans le cas contraire, la marque devient morte.

Fort logiquement, après le franchissement d'une transition, des jetons sont générés dans les places de sortie et leurs variables associées sont égales à :

$$Val(k) + q_i(k)$$

Les significations physiques des paramètres  $q_i(k)$  et  $Val(k)$  sont volontairement non définies. Une abstraction fonctionnelle est alors introduite.

Bien plus, il est envisagé l'existence d'une relation entre l'évolution des variables associées aux couples (place, jeton), qui n'est pas fixée dans la définition du modèle. Par exemple, dans les RdP P-temporels, cette relation correspond à :

$$\forall q_i(k), dq_i(k)/dt=1 \text{ où } t \text{ désigne le temps.}$$

**Définition II.30 [DHO, 05]**

L'état est défini par un quadruplet  $E = \langle m, D, Val, X \rangle$ , où :

- $m$  affecte un marquage au réseau.
- $D$  et  $X$  s'associent pour assigner à chaque marque  $k$  dans la place  $p_i$  un nombre rationnel  $q_i(k)$ .  
Le  $q_i(k)$  associé à une marque  $k$  dans la place  $p_i$  doit être inférieur ou égal à  $b_i$  où  $[a_i, b_i]$  est l'intervalle statique associé à la place  $p_i$ . La marque  $k$  dans la place  $p_i$  peut participer à la validation de ses transitions de sortie quand sa valeur est

supérieure ou égale à  $a_i$ . Elle est morte quand sa valeur associée devient supérieure à  $b_i$ .

- Val associe une formule utilisant des variables rationnelles à chaque jeton. La valeur effective des ces variables rentre dans la définition de l'état (c'est X qui les fixe indirectement).

La fixation de valeurs est donc possible quand l'évolution des variables associées aux couples (place, jeton) est parfaitement définie. Dans le cas contraire, il existe une possibilité de faire évoluer le modèle et d'en extraire des propriétés. Une abstraction mathématique pourra être utilisée.

***Définition II.31 [DHO, 05]***

Une abstraction sur un ensemble de la forme  $\{x : A \bullet \psi\}$  est interprétée comme l'ensemble des valeurs du domaine associé à la formule A dont l'équation à x satisfait la formule  $\psi$ .

Les paramètres associés au jeton sont spécifiés sans que l'application X soit définie :

- $A = \sum q_j$ , où l'indice j définit la suite des places en entrées des transitions successivement tirées pour amener à la création du jeton  $x = \{q_j\}$ ,
- $\psi = \prod (a_j \geq q_j) \wedge (q_j \leq b_j)$ .

De cette façon, les conditions mathématiques pour le franchissement seront considérées, sans que les valeurs définitives des  $q_i$  ne soient fixées. Cette dernière technique est particulièrement utile pour faire de la spécification.

**II.3.2.2 Calcul de l'état suivant**

D'après la notion d'état, on constate qu'un nombre infini d'états peut être atteint à partir d'un état donné. Il existe deux possibilités pour avoir un nouvel état à partir d'un état donné: l'évolution des variables associées et le franchissement d'une transition franchissable. Les deux définitions qui suivent donnent l'état suivant pour chacune de ces deux évolutions.

***Définition II.32 [DHO, 05]***

L'état  $E'(m', D', Val', X')$  est un état accessible à partir de l'état  $E(m, D, Val, X)$  par évolution des variables associées si et seulement si :

- 1-  $m' = m$ ,
- 2-  $\forall j$  une marque dans la place  $p_i$  :

$$q'_i(j) = q_i(j) + \Delta q_i(j), a_i \leq q'_i(j) \leq b_i$$

où  $a_i$  et  $b_i$  sont les valeurs associées minimum et maximum dans la place  $p_i$ .



**Définition II.33 [DHO, 05]**

L'état  $E'(m', D', Val', X')$  est un état atteignable depuis l'état  $E(m, D, Val, X)$  par le franchissement d'une transition  $t_i$  si et seulement si :

- 1-  $t_i$  est franchissable (tirable) à partir de  $E$ ,
- 2-  $\forall p \in P$ ,

$$m'(p) = m(p) - I(p, t_i) + O(t_i, p)$$

- 3- les marques qui restent dans la même place gardent la même valeur associée dans  $E$  et  $E'$ .  
Les marques qui sont créées prennent la valeur zéro pour le compteur  $q$  associé à leurs nouvelles places d'accueil.  
La valeur associée au jeton  $k'$  par  $Val$  est :

$$Val(k') = Val(k) + q(k)$$

où  $k$  est un jeton qui était dans une place  $p_j$  d'entrée de  $t_i$  et qui a été utilisé pour le tir de  $t_i$ .

La règle de tir précédente permet de calculer les états et les relations d'accessibilité entre eux. L'ensemble des séquences de tir réalisables depuis l'état initial caractérise le comportement du RdP de la même manière que l'ensemble des marquages accessibles ou les séquences de tir réalisables pour les RdP autonomes.

**II.3.2.3 RdP P-temporels : une sous-classe des RdP à intervalles**

Comme nous pouvons le constater, les RdP P-temporels peuvent être définis comme une sous-classe des RdP à intervalles en supposant que l'ensemble d'arrivée de l'application IS est restreint de  $(\mathbb{Q} \cup \{-\infty\}) \times (\mathbb{Q} \cup \{+\infty\})$  à  $\mathbb{Q}^+ \times (\mathbb{Q}^+ \cup \{+\infty\})$ .

La signification du paramètre est définie comme étant l'âge du jeton dans une place. Cette définition est acceptable pour les RdP à intervalles. L'application  $D$  régissant l'évolution des paramètres est complètement fixée puisqu'elle correspond à l'évolution linéaire du temps.

**Lemme II.1 [COL, 03]**

Un RdP P-temporel peut être représenté par un RdP à intervalles de validité où la valeur associée au couple (place, jeton) est :

- une durée d'un point de vue fonctionnel,
- un rationnel positif d'un point de vue mathématique.

Les RdP à intervalles peuvent donc être utilisés comme une abstraction fonctionnelle des RdP P-temporels. Le temps est une valeur particulière dans le domaine des interprétations possibles.

### II.3.2.4 Conclusion

Les RdP P-temporels sont donc une interprétation particulière des RdP à intervalles. Cependant, ces derniers permettent d'aborder un domaine d'application beaucoup plus vaste. Nous pouvons mentionner certains systèmes hybrides, notamment lorsque les contraintes d'intervalles introduisent une dynamique discrète. En effet, les contraintes d'intervalles peuvent imposer un certain nombre de cycles à un GEFC avant de pouvoir passer d'un point de fonctionnement cyclique à un autre. A notre connaissance, cet outil est le seul à fournir des résultats quantitatifs sur ce phénomène.

Toutes les propriétés des RdP P-temporels, n'exploitant pas l'homogénéité du temps, peuvent être étendues aux RdP à intervalles. Les RdP P-temporels sont certes une sous-classe des RdP à intervalles. Cependant, dans le cas particulier qu'on vient de mentionner les propriétés du RdP P-temporels peuvent être généralisées [COL, 03].

## II.4 Conclusion

Le présent chapitre a été consacré au choix d'un outil de modélisation. Ainsi, les RdP à flux temporels plus génériques ont été délaissés au profit des RdP P-temporels au motif que ce dernier outil est mieux connu de la communauté scientifique travaillant sur les ateliers à contraintes de temps de séjour. Le fait que les RdP à flux temporels offrent un spectre applicatif plus large notamment en direction des applications multimédias, n'est cependant pas négligé. Cet outil est donc présenté dans une deuxième partie qui traite des outils qui ouvrent des perspectives aux travaux développés dans ce mémoire.

La première partie de ce chapitre est dédiée aux RdP P-temporels commandés qui fournissent un outil orienté commande efficace pour l'intégration des contraintes de temps de séjour dans la structure du modèle. Les définitions et les propriétés fondamentales des RdP autonomes utiles pour la modélisation et l'analyse des systèmes en fonctionnement répétitif ont été rappelées. Ensuite, ce sont les RdP P-temporels qui ont été décrits dans leur fonctionnement. Enfin, l'addition d'une couche de commande fournit le modèle orienté commande que nous recherchons.

Dans la deuxième partie, sont d'abord introduits les RdP à flux temporels, en considérant de près les définitions et les différentes sémantiques qui peuvent être associées aux transitions dans ce modèle, qui apparaissent constituer un modèle général capable d'intégrer différentes approches intégrant des intervalles de temps. Parmi ces travaux, nous trouvons ceux qui utilisent les RdP P-temporels, mais aussi les RdP t-temporels. Le champ ouvert par cet outil concerne non seulement des applications nouvelles mais aussi une intégration de travaux existant en s'appuyant sur un outil de modélisation unique.

Un autre modèle a été présenté : les RdP à intervalles. Celui-ci n'offre pas la richesse sémantique au niveau des synchronisations d'intervalles que les RdP à flux temporels. En fait, leur intérêt se situe au niveau de leur possibilité d'interprétation fonctionnelle pour les paramètres soumis à des contraintes d'intervalles. Cela se traduit par la possibilité d'étendre certaines propriétés à des systèmes intégrant des contraintes d'intervalles non temporelles.

Pour l'heure, le chapitre suivant se focalise sur l'étude de la robustesse des ateliers à contraintes de temps de séjour en fonctionnement répétitif.



***CHAPITRE III :***

***Robustesse des ateliers manufacturiers  
à contraintes de temps***



## Chapitre III

# Robustesse des ateliers manufacturiers à contraintes de temps

### III.1 Introduction

Les ateliers, où le facteur temps est un paramètre critique, sont communément désignés : ateliers à contraintes de temps. Ce type d'ateliers fait appel à des procédés dont les temps opératoires doivent être compris entre des minima et des maxima. Les durées des opérations sont alors spécifiées par des intervalles de temps. Le respect de ces contraintes est imposé par une gamme opératoire spécifique à chaque produit.

Les contraintes de temps fixent un critère d'admissibilité strict. Par ailleurs, en présence d'aléas et de perturbations, il devient utile de mettre en œuvre une conduite robuste de l'atelier, maintenant une production correcte vis-à-vis du cahier des charges, malgré l'occurrence de ces événements perturbants. Quand l'atelier fonctionne à un réglage qui n'est pas nominal, ce fonctionnement est qualifié de « dégradé » [NOU, 97].

L'étude menée dans le cadre de cette thèse se restreint à la production en très grande série où le fonctionnement peut être considéré comme répétitif. Les ateliers traitent des produits de plusieurs gammes différentes sans envisager l'existence de synchronisation entre les flux de produits. En d'autres termes, il n'y a pas de postes d'assemblage. La taille du système qui nous intéresse est potentiellement très importante. Nous cherchons alors à construire un modèle permettant de décomposer l'étude en sous problèmes élémentaires.

Après la description de la structure de l'atelier étudié ainsi que toutes ses contraintes de production, un modèle, utilisant le formalisme des RdP P-temporels, est détaillé et analysé tout en s'appuyant sur les approches de l'état de l'art [HILL, 89], [LON, 93b]. Une décomposition originale, ayant pour finalité l'étude des potentielles morts de marques au voisinage des synchronisations, est ensuite exploitée.

L'étude de la robustesse est ensuite abordée. D'abord sans tenir compte de la dynamique du procédé, puis en fonction de l'état du système.

### III.2 Présentation d'un modèle général de la topologie d'atelier

L'atelier considéré correspond, au niveau des hypothèses, à celui étudié dans la thèse de Hillion [HIL, 89]. La seule différence est la présence, dans notre cas, de contraintes de temps de séjour nécessitant l'utilisation des RdP P-temporels à la place des RdP temporisés. Rappelons ensuite que le problème de l'allocation des ressources ou de l'ordonnancement n'est pas étudié dans ce recueil et que seule l'étude de la robustesse nous concerne. Nous mentionnons aussi les travaux de Long qui fournissent un formalisme plus orienté vers la

synthèse de commande d'ateliers [LON, 93a]. Cette première partie présentera une décomposition classique avant d'aborder une étude plus personnelle se focalisant sur la problématique des temps de séjour.

### III.2.1 Approche classique

Les systèmes considérés dans nos travaux sont :

- des ateliers multi-produits sans postes d'assemblage (pas de synchronisation entre les flux) et avec des ratios de production fixés,
- ordonnancés,
- à fonctionnement cyclique monopériodique,
- avec partage dynamique des machines entre les gammes des différents produits.

Nous supposons aussi que les ressources de transport (chariot, palettes, balancelles, etc.) sont en nombre limité et sont supposées ne charger qu'une seule pièce à la fois.

Les temps de séjour dans les places n'ont pas la même signification fonctionnelle lorsqu'ils sont associés à des places des gammes opératoires ou à des places représentant des ressources libres. En utilisant [LON, 93b], une décomposition fonctionnelle du RdP en quatre ensembles est établie :

- $R_U$  : ensemble des places représentant les machines utilisées,
- $R_N$  : ensemble des places représentant les machines non utilisées,
- $Trans_C$  : ensemble des places de transfert chargées ou encore ensemble des places modélisant chacune l'utilisation d'une ressource de transport pour le transfert d'un produit,
- $Trans_{NC}$  : ensemble des places de transfert non chargées ou encore ensemble des places modélisant chacune un déplacement d'une ressource de transport à vide. Il désigne aussi l'ensemble des places représentant les stocks des pièces non traitées.

#### *Remarques*

- Au niveau du cahier des charges, aucune contrainte temporelle n'est associée aux places appartenant à l'ensemble  $R_N$ .
- Les gammes opératoires des différents produits n'imposent aucune contrainte temporelle sur les places de l'ensemble  $Trans_{NC}$ .
- Les temps associés aux places des ensembles  $R_N$  et  $Trans_{NC}$  peuvent être modifiés en temps réel, sans que la qualité de la production ne se trouve impactée. Cette caractéristique est fondamentale dans le calcul de la robustesse.

#### *Exemple III.1*

Soit l'atelier de la figure III.1. Il est composé essentiellement de :

- trois machines  $M_1$ ,  $M_2$  et  $M_3$ ,

- sept tapis roulants :  $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6$  et  $T_7$ .

Cet atelier est destiné à fabriquer deux types de produits A et B, avec des ratios de 50%. La production envisagée est caractérisée par les deux gammes opératoires suivantes, u.t. désignant l'unité de temps :

$GO_1$  : Opération 1.1 :  $M_1$  ([15 u.t., 20 u.t.]); Opération 1.2 :  $M_2$  ([2 u.t., 20 u.t.]);  
Opération 1.3 :  $M_3$  ([15 u.t., 20 u.t.]);

$GO_2$  : Opération 2.1 :  $M_2$  ([5 u.t., 12 u.t.]); Opération 2.2 :  $M_1$  ([2 u.t., 20 u.t.]);

Les deux gammes opératoires  $GO_1$  et  $GO_2$  possèdent deux machines partagées ( $M_1$  et  $M_2$ ).

Pour fabriquer le produit A, une pièce non traitée est prise du stock  $S_1$ . Elle est transférée par le tapis  $T_1$  à la machine  $M_1$  où elle subit la première transformation. Une fois cette dernière est achevée, la pièce est transportée par le tapis  $T_7$  à la machine  $M_2$  où elle subit la deuxième transformation. Ensuite, la pièce arrive à la machine  $M_3$ , par la voie du tapis  $T_3$ , pour subir la dernière opération. Enfin, le produit fini A est déposé sur le tapis  $T_4$  à destination du stock des produits finis SA.

Pour fabriquer le produit B, une pièce non traitée est prise du stock  $S_2$ . Elle est transférée par le tapis  $T_2$  à la machine  $M_2$  où elle subit la première transformation. Une fois cette dernière est achevée, la pièce est transportée par le tapis  $T_6$  à la machine  $M_1$  où elle subit la deuxième transformation. Enfin, le produit fini B est déposé sur le tapis  $T_5$  à destination du stock des produits finis SB.

Il convient de noter que le transitaire de chargement de l'atelier n'est pas décrit dans ces lignes.

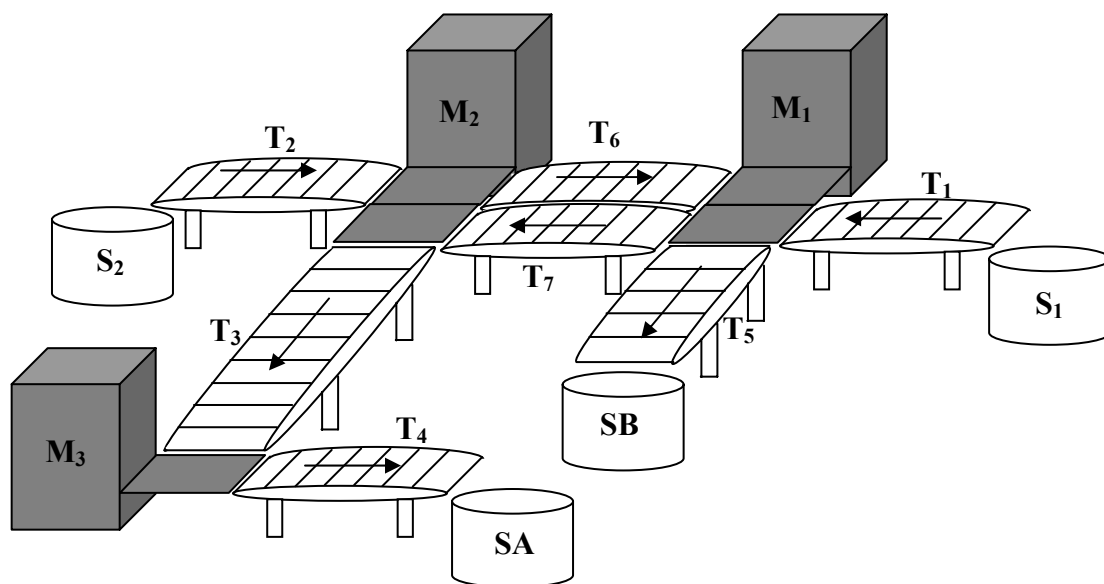


Figure III.1 : Exemple d'un atelier multi-produits



La figure III.2 montre le RdP P-temporel ordonné modélisant le processus de fabrication considéré. Rappelons que ce graphe est donné par la couche d'ordonnancement/planification.

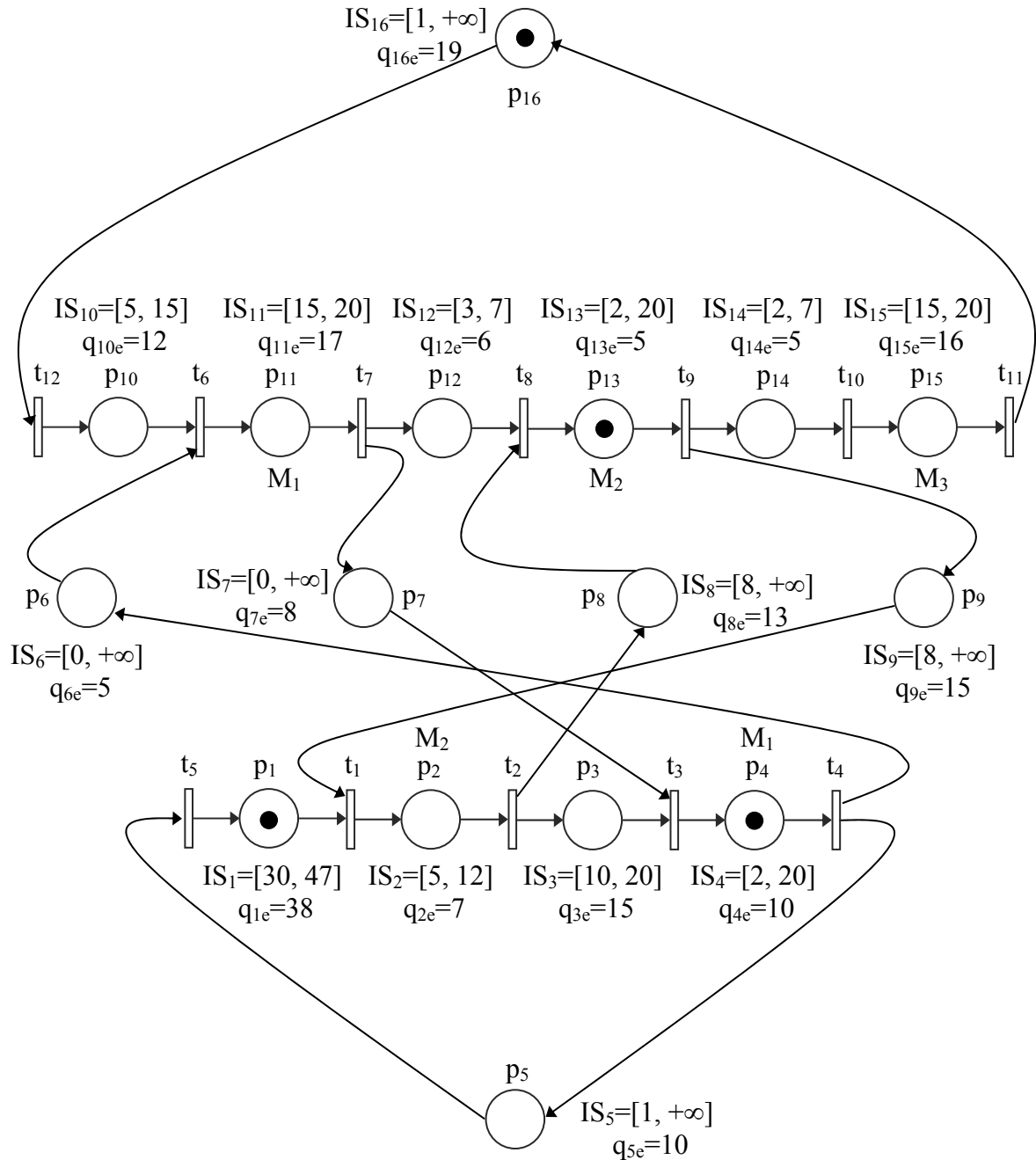


Figure III.2 : Exemple de modèle d'Hillion [HIL, 89]

**Notations**

- $q_{ie}$  : le temps de séjour prévu du jeton dans la place  $p_i$ , calculé par la couche d'ordonnancement cyclique.
- $q_i$  : le temps de séjour instantané du jeton dans la place  $p_i$ .

Il désigne aussi le temps de séjour effectif dans la place  $p_i$  lorsque le jeton est tiré. Ce temps de séjour effectif peut être différent de  $q_{ie}$ , suite à une perturbation temporelle ou bien suite à une modification des instants de tir des transitions par la commande dans le but de compenser une perturbation.

- $St_e(n)$  : le  $n^{\text{ème}}$  instant de tir prévu de la transition  $t$ .
- $St(n)$  : le  $n^{\text{ème}}$  instant de tir effectif de la transition  $t$ .
- $IS_i$  : l'intervalle de temps associé à la place  $p_i$ .
- $R_U^\circ$  : l'ensemble des transitions de sortie des places appartenant à  $R_U$ .
- $Trans_C^\circ$  : l'ensemble des transitions de sortie des places appartenant à  $Trans_C$ .
- ${}^\circ R_U$  : l'ensemble des transitions d'entrée des places appartenant à  $R_U$ .
- ${}^\circ Trans_C$  : l'ensemble des transitions d'entrée des places appartenant à  $Trans_C$ .
- $R_N^\circ$  : l'ensemble des transitions de sortie des places appartenant à  $R_N$ .
- $Trans_{NC}^\circ$  : l'ensemble des transitions de sortie des places appartenant à  $Trans_{NC}$ .
- ${}^\circ R_N$  : l'ensemble des transitions d'entrée des places appartenant à  $R_N$ .
- ${}^\circ Trans_{NC}$  : l'ensemble des transitions d'entrée des places appartenant à  $Trans_{NC}$ .

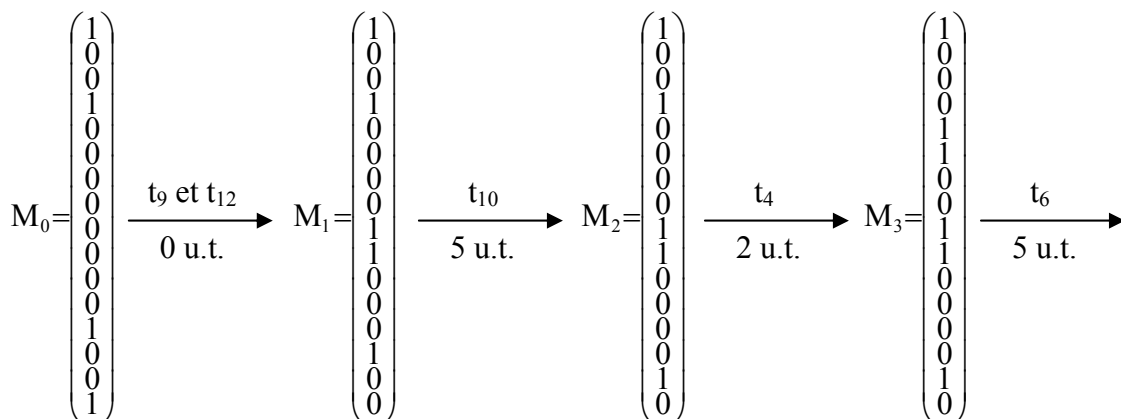
Les intervalles ( $IS_i$ ) et les temps de séjour prévus ( $q_{ie}$ ) associés aux différentes places sont :

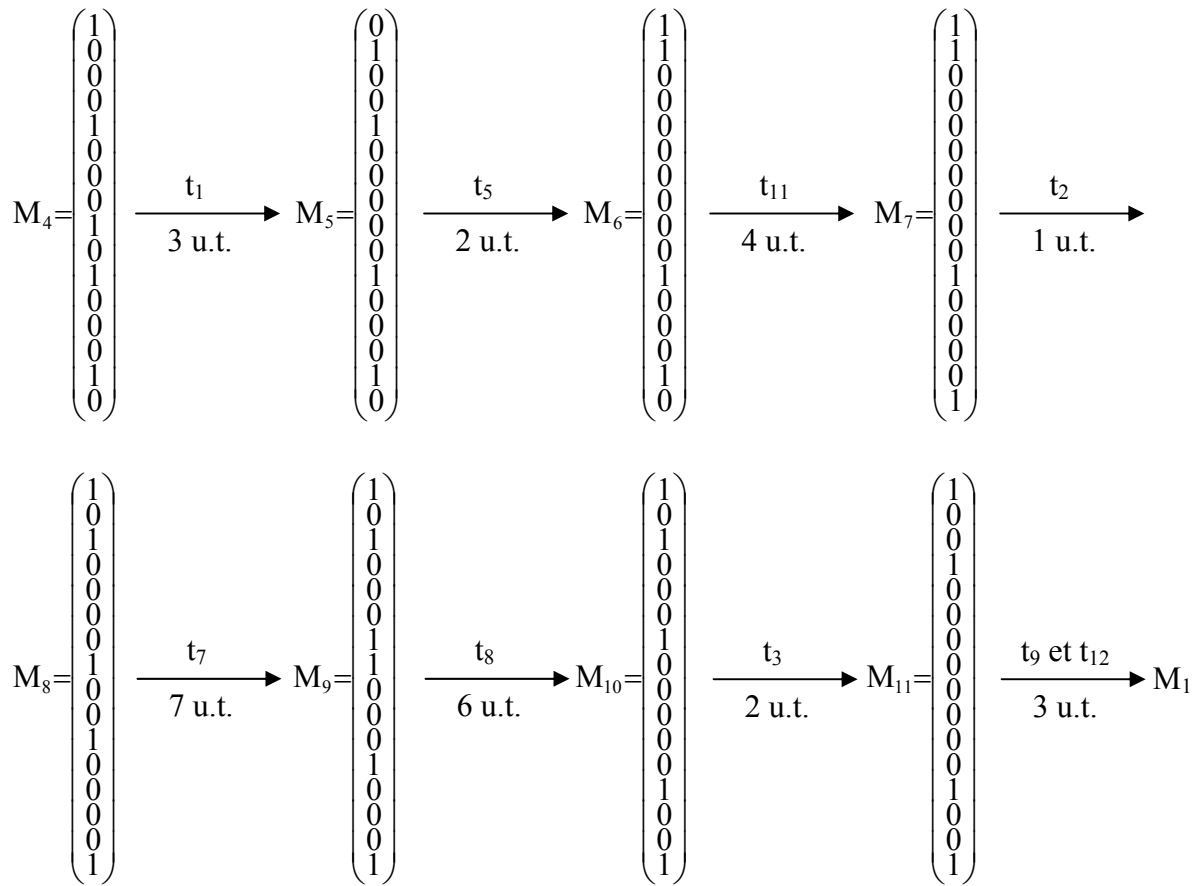
$IS_1=[30, 47]$ ,  $q_{1e}=38$ ,  $IS_2=[5, 12]$ ,  $q_{2e}=7$ ,  $IS_3=[10, 20]$ ,  $q_{3e}=15$ ,  $IS_4=[2, 20]$ ,  $q_{4e}=10$ ,  $IS_5=[1, +\infty]$ ,  $q_{5e}=10$ ,  $IS_6=[0, +\infty]$ ,  $q_{6e}=5$ ,  $IS_7=[0, +\infty]$ ,  $q_{7e}=8$ ,  $IS_8=[8, +\infty]$ ,  $q_{8e}=13$ ,  $IS_9=[8, +\infty]$ ,  $q_{9e}=15$ ,  $IS_{10}=[5, 15]$ ,  $q_{10e}=12$ ,  $IS_{11}=[15, 20]$ ,  $q_{11e}=17$ ,  $IS_{12}=[3, 7]$ ,  $q_{12e}=6$ ,  $IS_{13}=[2, 20]$ ,  $q_{13e}=5$ ,  $IS_{14}=[2, 7]$ ,  $q_{14e}=5$ ,  $IS_{15}=[15, 20]$ ,  $q_{15e}=16$ ,  $IS_{16}=[1, +\infty]$  et  $q_{16e}=19$ .

En faisant abstraction du régime transitoire, seul le régime permanent est considéré. Par conséquent, les instants initiaux de mise à feu des différentes transitions sont :

$St_{1e}(1)=15$ ,  $St_{2e}(1)=22$ ,  $St_{3e}(1)=37$ ,  $St_{4e}(1)=7$ ,  $St_{5e}(1)=17$ ,  $St_{6e}(1)=12$ ,  $St_{7e}(1)=29$ ,  $St_{8e}(1)=35$ ,  $St_{9e}(1)=0$ ,  $St_{10e}(1)=5$ ,  $St_{11e}(1)=21$  et  $St_{12e}(1)=0$ .

Les différents marquages correspondant à un cycle de fonctionnement sont les suivants :





Le fonctionnement répétitif monopériodique est caractérisé par la période  $\pi=40$ . Il est alors défini sur une fenêtre temporelle de largeur égale au temps de cycle. Cette fenêtre peut être représentée différemment puisqu'elle peut être déplacée arbitrairement sur l'axe temporel.

La décomposition fonctionnelle envisagée de ce réseau est la suivante (Figure III.3) :

$R_U = \{p_2, p_4, p_{11}, p_{13}, p_{15}\}$ ,  $R_N = \{p_6, p_7, p_8, p_9\}$ ,  $Trans_C = \{p_1, p_3, p_{10}, p_{12}, p_{14}\}$ ,  $Trans_{NC} = \{p_5, p_{16}\}$ ,  $GO_1 = (t_{12}, p_{10}, t_6, p_{11}, t_7, p_{12}, t_8, p_{13}, t_9, p_{14}, t_{10}, p_{15}, t_{11})$  et  $GO_2 = (t_5, p_1, t_1, p_2, t_2, p_3, t_3, p_4, t_4)$ .

La gamme opératoire, figure III.4, est alors le chemin qui commence par une transition  $p^\circ$  appartenant à  $Trans_{NC}^\circ$  et qui se termine par la transition  $^\circ p$  appartenant à  $^\circ Trans_{NC}$ , sans passer par une place de  $R_N$ .

Les jetons, qui figurent dans les places appartenant à  $Trans_{NC}$ , modélisent des ressources de transport disponibles. Les jetons dans les places de la gamme opératoire correspondent aux en-cours dans le système (pièce + ressource de transport).

### Définition III. 1

Un circuit élémentaire est un chemin orienté reliant un sommet à lui même sans passer plus qu'une fois par un même sommet [LAF, 91].

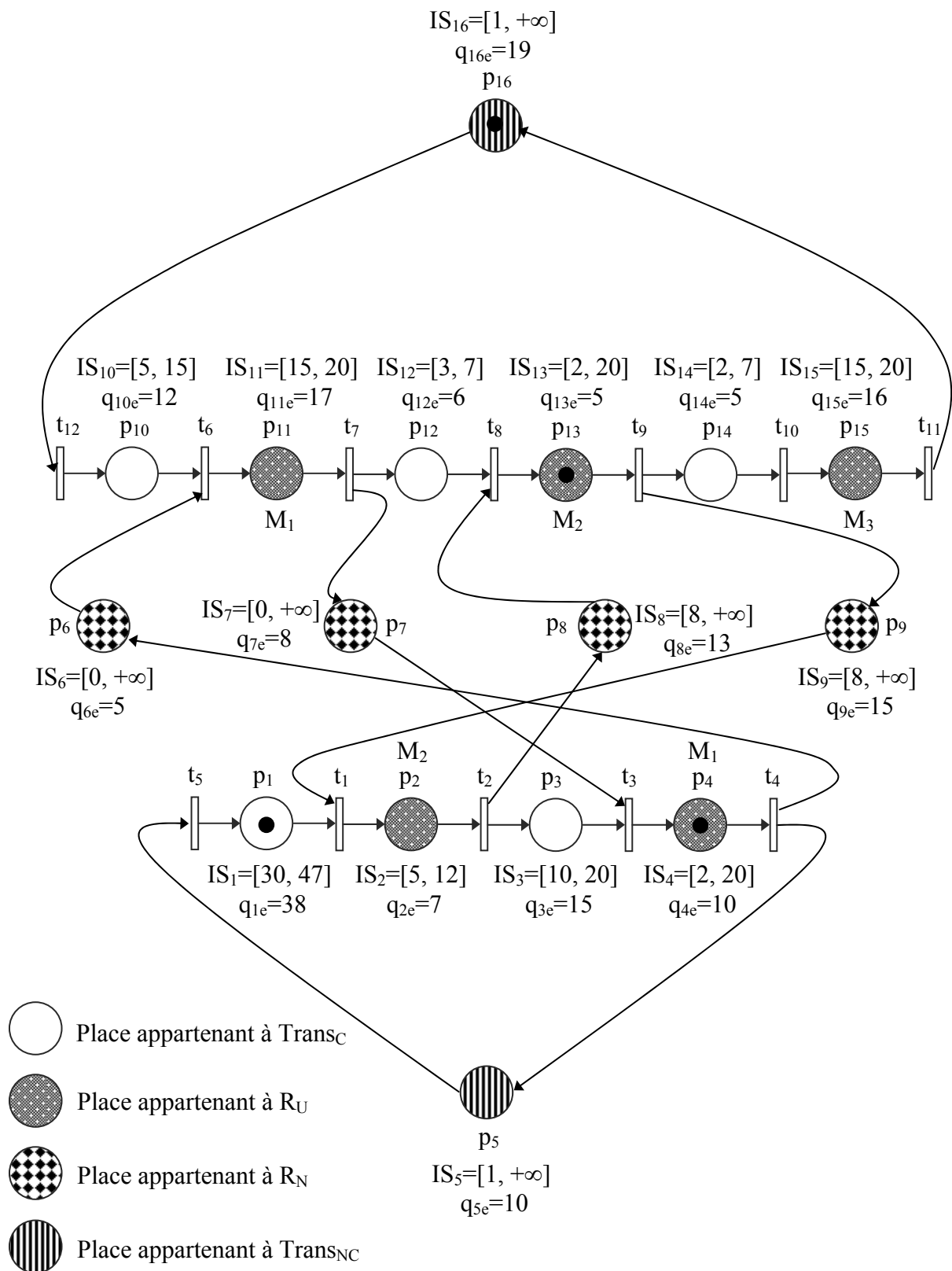
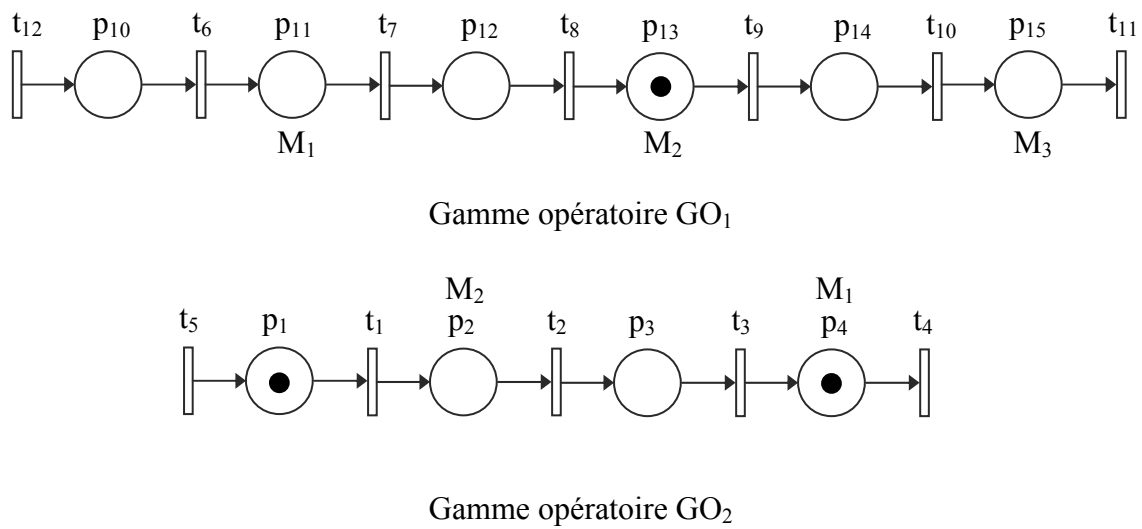


Figure III.3 : Décomposition fonctionnelle



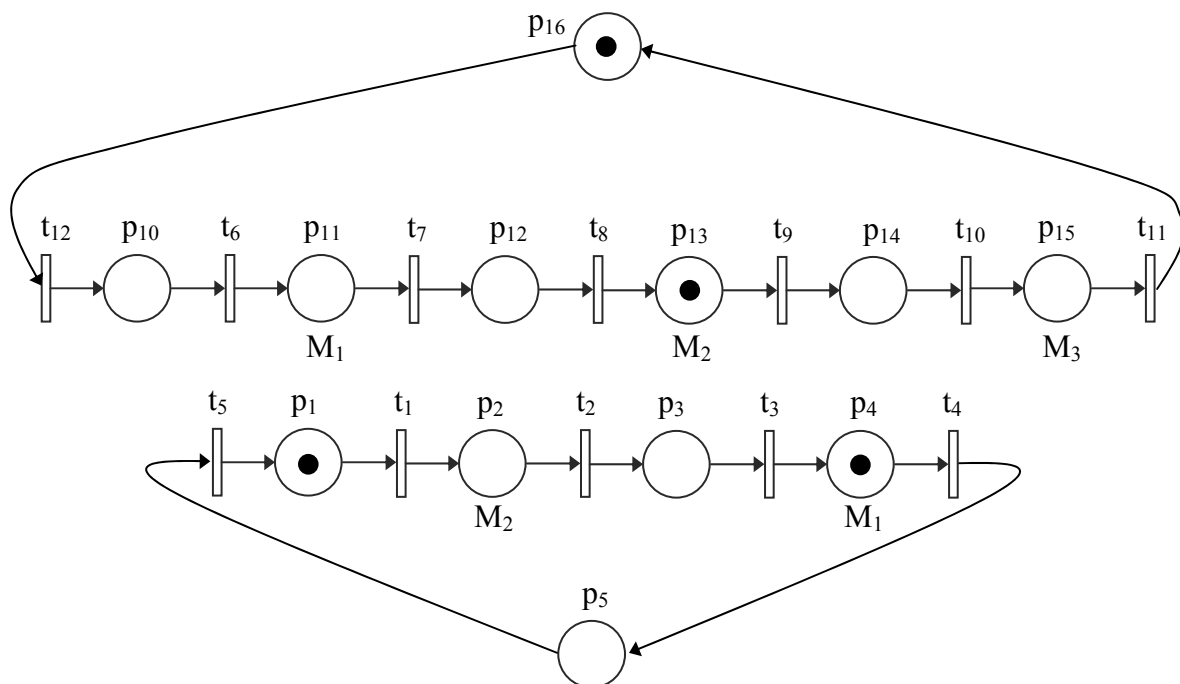
**Figure III.4 : Gammes opératoires  $GO_1$  et  $GO_2$**

**Définition III.2**

Un circuit de fabrication est un circuit élémentaire formé par la connexion de la gamme opératoire et de la place  $p$  associée, appartenant à  $Trans_{NC}$ .

**Exemple III.2**

Les deux circuits de fabrication, figure III.5, de l'atelier étudié sont :  
 $C_1=(t_{12}, p_{10}, t_6, p_{11}, t_7, p_{12}, t_8, p_{13}, t_9, p_{14}, t_{10}, p_{15}, t_{11}, p_{16})=(GO_1, p_{16})$  et  $C_2=(t_5, p_1, t_1, p_2, t_2, p_3, t_3, p_4, t_4, p_5)=(GO_2, p_5)$ .



**Figure III.5 : Circuits de fabrication de l'atelier considéré**

**Définition III.3**

Un RdP  $G$  modélise un procédé à  $n$  circuits de fabrication si  $G = (\cup C_i) \cup R_N$ , avec :

- $C_i$  : le  $i^{\text{ème}}$  circuit de fabrication,
- $i = 1$  à  $n$ .

**Exemple III.3**

$$G = C_1 \cup C_2 \cup \{p_6, p_7, p_8, p_9\}.$$

**III.2.2 Décomposition orientée synchronisation**

Au chapitre précédent, il a été présenté que la mort de marques potentielle survenait au voisinage d'une transition de synchronisation dans un RdP P-temporel. Notre démarche doit donc contenir une étude systématique de toutes les synchronisations du graphe. Ainsi, nous avons été amenés à considérer des composantes élémentaires ne contenant qu'une unique transition de synchronisation : ce sont les chemins élémentaires mono-synchronisés.

**Définition III.4**

Un chemin dans un RdP est un sous-ensemble ordonné et orienté d'éléments connexes de  $T \cup P$ , tel que :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Succ}(t \in T) = p \in P \\ \text{Succ}(p \in P) = t \in T \end{array} \right.$$

où  $\text{Succ}(N)$  désigne le successeur de  $N$  dans le chemin.

**Définition III.5 [JER, 04]**

Un sous chemin mono-synchronisé  $L_{p_k}$  est un chemin contenant une et une seule transition de synchronisation qui est son dernier élément.

**Définition III.6**

Un sous chemin mono-synchronisé élémentaire est un sous chemin mono-synchronisé commençant par une place  $p$  tel que  ${}^o p$  est une transition de synchronisation.

**Remarques**

- Le dernier sous chemin mono-synchronisé  $L_{p_{kd}}$  est constitué par la différence ensembliste entre le chemin global  $L_p$  et les sous chemins élémentaires mono-synchronisés :  $L_{p_{kd}} = L_p \setminus (\cup L_{p_k})$ .  
Par définition les sous chemins mono-synchronisés constituent une partition de  $L_p$  :  $L_p = (\cup L_{p_k}) \cup L_{p_{kd}}$ .
- Dans le cas où le RdP  $G$  est un circuit,  $G = L_{p_{kd}}$  constitue le seul chemin mono-synchronisé.

**Exemple III.4**

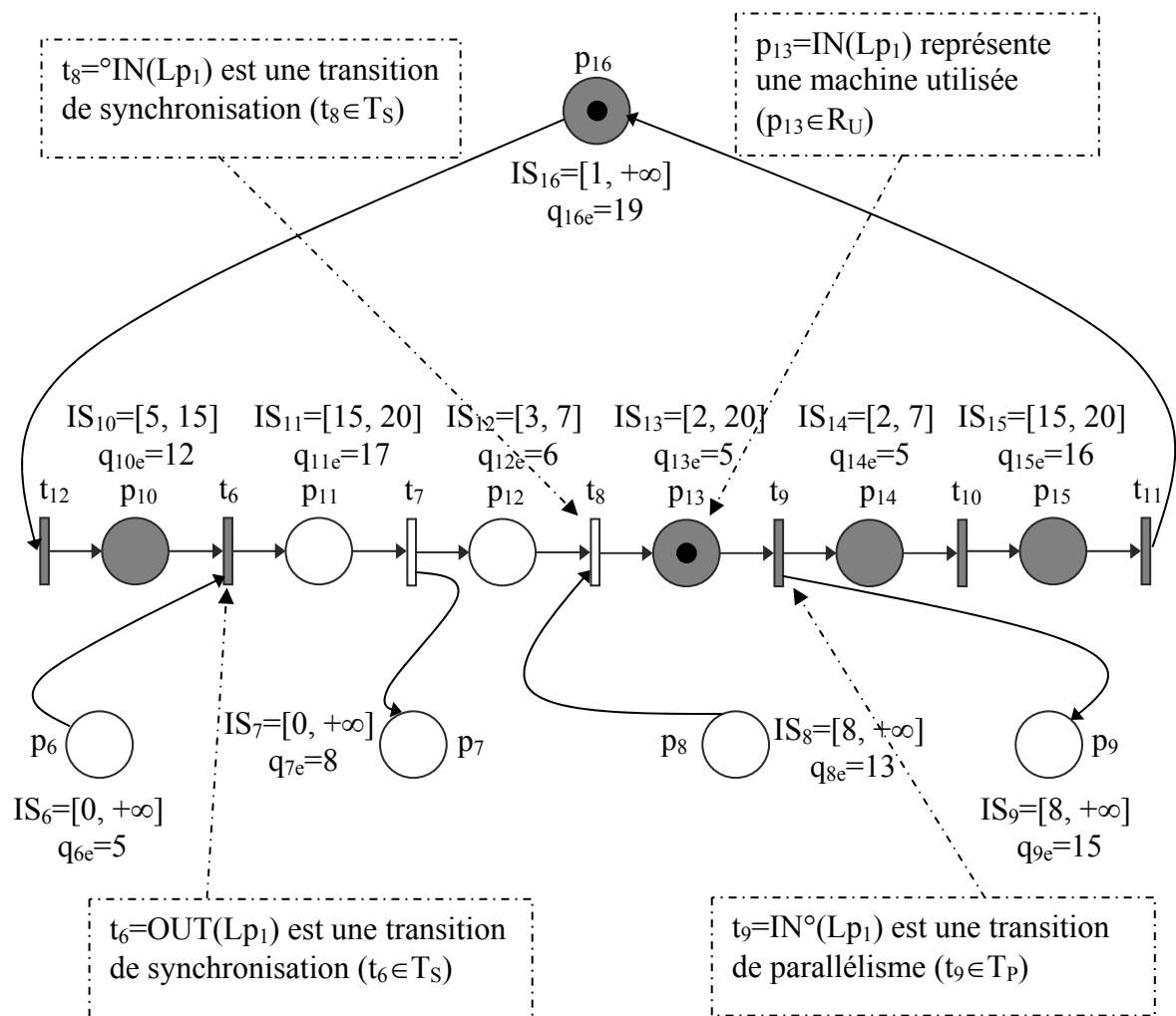
Les sous chemins mono-synchronisés élémentaires de la figure III.2 sont en nombre de huit :

$Lp_1=(p_{13}, t_9, p_{14}, t_{10}, p_{15}, t_{11}, p_{16}, t_{12}, p_{10}, t_6)$ ,  $Lp_2=(p_{13}, t_9, p_9, t_1)$ ,  $Lp_3=(p_2, t_2, p_3, t_3)$ ,  $Lp_4=(p_2, t_2, p_8, t_8)$ ,  $Lp_5=(p_4, t_4, p_5, t_5, p_1, t_1)$ ,  $Lp_6=(p_4, t_4, p_6, t_6)$ ,  $Lp_7=(p_{11}, t_7, p_7, t_3)$  et  $Lp_8=(p_{11}, t_7, p_{12}, t_8)$ .

**Notations**

- $C_{ms}$  est l'ensemble des sous chemins mono-synchronisés.
- $C_{se}$  est l'ensemble des sous chemins mono-synchronisés élémentaires.
- $IN(Lp)$  est le nœud d'entrée du chemin  $Lp$ .
- $OUT(Lp)$  est le nœud de sortie du chemin  $Lp$ .
- $T_S$  est l'ensemble des transitions de synchronisation.
- $T_P$  est l'ensemble des transitions de parallélisme.

La figure III.6 montre un sous chemin mono-synchronisé élémentaire  $Lp_1=(p_{13}, t_9, p_{14}, t_{10}, p_{15}, t_{11}, p_{16}, t_{12}, p_{10}, t_6)$  et différentes notations utilisées.



**Figure III.6 : Un sous chemin monosynchronisé élémentaire  $Lp_1=(p_{13}, t_9, p_{14}, t_{10}, p_{15}, t_{11}, p_{16}, t_{12}, p_{10}, t_6)$  et différentes notations**

**Lemme III.1**

La partition minimale d'un RdP G constituée de sous chemins mono-synchronisés est définie par :  $G = \cup Lp_k$  où  $Lp_k$  est le  $k^{ème}$  sous chemin mono-synchronisé élémentaire de G tel

que :  $Card(\{Lp_k\}) = \sum_{N_j \geq 2} N_j$  où  $N_j = \sum_{i=1}^{n_0} w_{ij}^-$ , sachant que  $(w_{ij}^-)$  sont les coefficients de la

matrice d'incidence avant de dimensions  $[n_0 \times m_0]$  ( $n_0 = Card(P)$  et  $m_0 = Card(T)$ ).

**Preuve**

Par construction de la matrice d'incidence avant, le nombre de « 1 » dans la colonne correspondante à une transition  $t_j$  indique le nombre de places ayant des arcs vers  $t_j$ . La transition  $t_j$  constitue alors une transition de synchronisation si et seulement si

$N_j = \sum_{i=1}^{n_0} w_{ij}^- \geq 2$ . Par conséquent,  $N_j$  indique le nombre des sous chemins mono-synchronisés

élémentaires dont la transition de synchronisation est  $t_j$ . Le nombre total des sous chemins mono-synchronisés élémentaires est alors :  $Card(\{Lp_k\}) = \sum_{N_j \geq 2} N_j$ .

**Exemple III.5**

La matrice d'incidence avant, de dimensions (16x12), du RdP considéré est la suivante :

$$W^- = \begin{matrix} & t_1 & t_2 & t_3 & t_4 & t_5 & t_6 & t_7 & t_8 & t_9 & t_{10} & t_{11} & t_{12} \\ \left( \begin{array}{cccccccccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) & \begin{matrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \\ p_6 \\ p_7 \\ p_8 \\ p_9 \\ p_{10} \\ p_{11} \\ p_{12} \\ p_{13} \\ p_{14} \\ p_{15} \\ p_{16} \end{matrix} \end{matrix}$$

Il vient :  $N_1=2$ ,  $N_3=2$ ,  $N_6=2$  et  $N_8=2$ . Le nombre de sous chemins mono-synchronisés élémentaires constituant une partition minimale de G est :  $Card(\{Lp_k\})=8$ .



### ***Propriété III.1***

Une place  $p_{mp}$  appartenant à la gamme opératoire représente une machine partagée si et seulement si ( $p_{mp} \in T_P$  ou  $p_{mp} \in T_S$ ).

### ***Preuve***

Une machine partagée est une machine utilisée par deux ou plusieurs gammes opératoires. Par construction du modèle du RdP adopté :

- le franchissement d'une transition de parallélisme correspond à la sortie d'une machine de la gamme opératoire pour pouvoir être utilisée par une autre gamme opératoire,
- le franchissement d'une transition de synchronisation correspond à l'entrée d'une machine en attente à la gamme opératoire.

Rappelons que les synchronisations entre les flux de produits ne sont pas envisagées.

### ***Propriété III.2***

La place d'entrée d'un sous chemin mono-synchronisé élémentaire est une place  $p_{mp} \in R_U$  correspondant à une machine partagée.

### ***Preuve***

Elle découle directement de la définition d'un sous chemin mono-synchronisé élémentaire et de la propriété précédente.

## **III.3 Robustesse**

La section précédente a présenté une décomposition pour l'étude de la robustesse des ateliers à contraintes de temps de séjour. Cette décomposition formelle étant effectuée, tout d'abord est définie dans la présente section la robustesse de manière générale, avant d'aborder le calcul effectif de cette dernière pour la topologie considérée.

Cette section constitue une contribution à la synthèse d'une commande robuste avec et sans boucle de retour [RAM, 87].

### **III.3.1 Définitions**

#### ***Définition III.7 [COR, 96]***

La robustesse d'un système est définie comme sa capacité à conserver les propriétés spécifiées en présence de variations ou d'incertitudes prévues ou imprévues.

La robustesse se définit par rapport à deux paramètres : le type de variations d'une part et la définition des qualités requises pour la sortie du système d'une autre part [COL, 97]. Pour un système manufacturier le critère de sortie est en général le respect de la gamme. Il peut se voir enrichi par divers critères comme le nombre d'en-cours, la régularité de sortie des

produits, ou le temps de séjour dans l'atelier.

Pour chaque système et chaque niveau dans le cas d'une conduite hiérarchisée, la robustesse peut être de deux types différents [COL, 97] :

- la robustesse interne concerne les changements de valeur des paramètres du modèle du procédé,
- la robustesse externe touche quant à elle les variations, intentionnelles ou non, acceptables à l'entrée du système.

Pour une cellule de production, les perturbations externes sont par exemple les variations des gammes de fabrication, des taux de production pour une même gamme et les variations des instants d'arrivée des produits. La robustesse externe de la cellule qualifiera sa capacité à changer d'objectifs (gamme et/ou taux de production) et à assurer ceux-ci indépendamment des fluctuations des entrées [COL, 97]. Les perturbations internes sont, par exemple, les variations des temps opératoires ou les pannes des machines.

Selon la nature de la réaction face à une perturbation, la robustesse peut être aussi décomposée en deux types : robustesse passive ou robustesse active.

***Définition III.8 [COL, 97]***

La robustesse passive correspond au cas où aucun changement dans la conduite n'est nécessaire pour que les propriétés spécifiées par le cahier des charges soient conservées en présence de variations.

***Remarque***

Dans le cas de la robustesse passive, les marges temporelles au niveau du procédé peuvent être utilisées. Les temps de séjour vont varier tout en restant dans les spécifications imposées par le cahier des charges.

***Définition III.9 [COL, 97]***

La robustesse active correspond au cas où les propriétés spécifiées peuvent être maintenues, mais au prix d'un calcul total ou partiel de la conduite.

Considérons un Système à Evénements Discrets (SED).

Soit  $G$  le modèle RdP P-temporel associé.

Appelons  $B(G)$  le comportement de  $G$  correspondant à la trajectoire des états successivement atteints.

Notons  $C(B(G))$  le cahier des charges établi sur le comportement du système  $B(G)$ . Ce cahier des charges se matérialise par une série de contraintes que doit vérifier  $B(G)$ . Le non respect de  $C(B(G))$  correspond à une violation du cahier des charges.

***Définition III.10 [JER, 04]***

Un sous-ensemble  $SG$  de  $G$  est robuste à une perturbation  $\delta$  si et seulement si  $\forall m \in SG$ , l'occurrence de la perturbation  $\delta$  au nœud  $m$  n'entraîne pas une violation de  $C(B(G))$ .

**Définition III.11 [JER, 04]**

Un SED est robuste en un noeud  $n$  à une perturbation  $\delta$  si l'occurrence de  $\delta$  au noeud  $n$  n'entraîne pas une violation de  $C(B(G))$ .

**Définition III.12**

Un chemin  $L_p \in G$  possède une robustesse sur  $[\delta_{\min}, \delta_{\max}]$  si l'occurrence d'une perturbation  $\delta \in [\delta_{\min}, \delta_{\max}]$ , soit à l'entrée soit en un noeud quelconque de ce chemin, ne provoque pas une violation de  $C(B(G))$ .

**III.3.2 Robustesse passive**

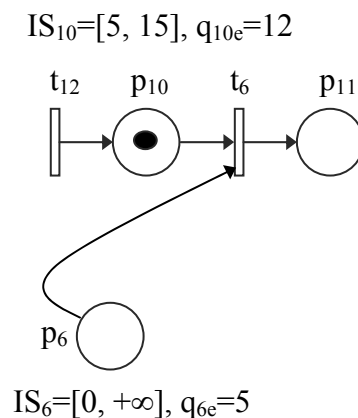
Dans cette partie, nous présentons des résultats concernant la robustesse passive, restreints dans un premier temps à une notion locale. Est présentée ensuite une méthode de calcul d'une borne inférieure de la robustesse en un noeud donné. Cette approche cherche à agréger les différentes informations de robustesse locale de tous les chemins du graphe.

**Définition III.13**

Un chemin  $L_p$  possède une robustesse passive locale sur  $[\delta_{\min}, \delta_{\max}]$  à son entrée si l'occurrence d'une perturbation  $\delta \in [\delta_{\min}, \delta_{\max}]$  à l'entrée de ce chemin ne provoque aucune mort de marque au niveau de ses transitions de synchronisation.

- **Méthode de calcul de la robustesse passive locale**

Considérons l'exemple de la figure III.7.



**Figure III.7 : Une transition de synchronisation**

Nous avons :  $p_{10} \in \text{Trans}_C$ ,  $p_6 \in \mathbb{R}_N$ ,  $a_{10}=5$ ,  $b_{10}=15$ ,  $q_{10e}=12$ ,  $a_6=0$ ,  $b_6=+\infty$  et  $q_{6e}=5$ . La transition  $t_6$  est une transition de synchronisation appartenant aux deux sous chemins mono-synchronisés  $L_1=(p_{10}, t_6)$  et  $L_2=(p_6, t_6)$ .

Calculons la plage de robustesse passive locale à l'entrée du chemin  $L_2$ .

Deux scénarios sont envisagés :

- *Scénario 1*

Supposons qu'il y a un seul jeton dans la place  $p_{10}$  et aucun jeton dans la place  $p_6$ . Si le temps de séjour effectif associé au couple (jeton, place  $p_{10}$ ) est  $q_{10e}=12$  alors ce jeton est bloqué dans  $p_{10}$  jusqu'à l'arrivée d'un autre à la place  $p_6$ . Le temps de séjour maximal permis dans la place  $p_{10}$  est  $q_{10M}=b_{10}=15$ . Ceci est accepté passivement sans modification de la commande initiale. Un retard égal à  $(b_{10}-q_{10e})$  à l'entrée de  $L_2$  est alors localement acceptable au niveau de la transition de synchronisation  $t_6$  puisqu'il ne provoque pas de mort de marque. Nous avons alors une marge de robustesse passive au retard au niveau de  $p_{10}$  égale à  $(b_{10}-q_{10e})=3$ . Cette marge est appelée : la marge de retard transmissible.

- *Scénario 2*

Supposons qu'un seul jeton dans la place  $p_{10}$  séjourne depuis 11 unités de temps ( $q_{10}=11$ ) alors qu'un seul jeton dans  $p_6$  est déjà arrivé avec un retard  $\delta=2$  et séjourne depuis 2 unités de temps ( $q_6=2$ ). La mise à feu de la transition  $t_6$  est effectuée lorsque  $q_{10}=q_{10e}=12$  et  $q_6=3$  alors que le temps de séjour prévu dans  $p_6$  est égal à  $q_{6e}=5$ . Vu que la place  $p_6 \in R_N$  représente une machine en attente, ceci est réalisé sans aucune perturbation de l'évolution du produit dans la gamme opératoire ni violation de contraintes. La transition  $t_6$  est tirée comme prévu et la perturbation est complètement rejetée en  $p_6$ . Nous avons alors une marge passive au retard au niveau de  $p_6$  égale à  $(q_{6e}-a_6)=5$ . Cette marge est appelée : la marge de retard compensable.

L'ajout de la marge de retard transmissible à la marge de retard compensable donne la marge de robustesse au retard disponible. Il vient que la marge de robustesse au retard du chemin  $L_2$  est égale à 8.

Au niveau de la place  $p_6$ , on remarque que  $b_6=+\infty$ . Ce qui permet de conclure qu'un jeton arrivant en avance en  $p_6$  ne causera aucune violation de contrainte en  $p_6$ . En effet, la place  $p_6$  est une place représentant une machine en attente. Nous pouvons admettre alors, théoriquement, une avance égale à  $-\infty$ .

Finalement, la plage de robustesse passive locale à l'entrée du chemin  $L_2$  est égale à  $[-\infty, 8]$ .

Dans la suite, nous donnons les formules analytiques de calcul des marges de robustesse passive locale à l'entrée d'un sous chemin mono-synchronisé [JER, 04].

**Notations**

- $\delta_{r_{Lpk}}$  (respectivement  $\delta a_{Lpk}$ ) : retard (respectivement avance) acceptable à l'entrée du sous chemin mono-synchronisé  $Lp_k$ ,
- $\Delta r_{ck}$  (respectivement  $\Delta a_{ck}$ ) : marge de retard (respectivement d'avance) compensable sur le sous chemin mono-synchronisé  $Lp_k$ ,

- $\Delta t_k$  (respectivement  $\Delta a_k$ ) : marge de retard (respectivement d'avance) transmissible sur le sous chemin mono-synchronisé  $Lp_k$ ,
- $p_z$  : la dernière place du chemin  $Lp_k$ ,
- $S^\circ p_{ze}(n)$  : le  $n^{\text{ème}}$  instant de tir prévu de la transition d'entrée de la place  $p_z$ ,
- $S^\circ p_z(n)$  : le  $n^{\text{ème}}$  instant de tir effectif de la transition d'entrée de la place  $p_z$ .

**Cas d'une avance**

avec :

$$\delta a_{Lp_k} = \Delta a_k + \Delta t_k \quad (III.1)$$

$$\Delta a_k = \sum_{p_i \in Lp_k \cap (R_N \cup Trans_{NC})} (q_{ie} - b_i) + [(q_{ze} - b_z) \text{ si } p_z \notin R_N] \quad (III.2)$$

$$\Delta t_k = \max_{\substack{p_i^\circ = OUT(Lp_k) \\ p_i \notin Lp_k \\ p_i \in R_N}} (a_i - q_{ie}) \quad (III.3)$$

D'après la topologie des ateliers considérés, la place  $p_z$  vérifie :  $p_z \in R_N$  ou  $p_z \notin R_N$  ( $p_z \in Trans_C$ ).

Dans le cas où  $p_z \in R_N$ , nous sommes en présence d'une place représentant une machine en attente. Une avance égale à  $-\infty$  peut être alors admise. Cette avance ne change pas l'instant de tir de la transition  $OUT(Lp_k)$ . Elle est alors complètement compensée ( $\Delta a_k = -\infty$ ) et par la suite  $\delta a_{Lp_k} = -\infty$ .

Dans le cas où  $p_z \notin R_N$ , la place vérifiant [ $p_i^\circ = OUT(Lp_k)$  et  $p_i \notin Lp_k$ ] serait une place appartenant à  $R_N$ . Le jeton dans cette dernière est disponible dès que le temps de séjour est égale à  $a_i$ , vu qu'elle représente une machine en attente. La marge ( $a_i - q_{ie}$ ) contribue à la marge transmissible ( $\Delta t_k$ ).

Pour ne pas avoir de mort de marque en  $p_z$ , le jeton arrivant en avance doit séjourner dans  $p_z$  au maximum  $q_z = b_z$ . La marge ( $q_{ze} - b_z$ ) disponible en  $p_z$  contribue à la marge compensable (l'avance est compensée par le retard ( $q_{ze} - b_z$ )).

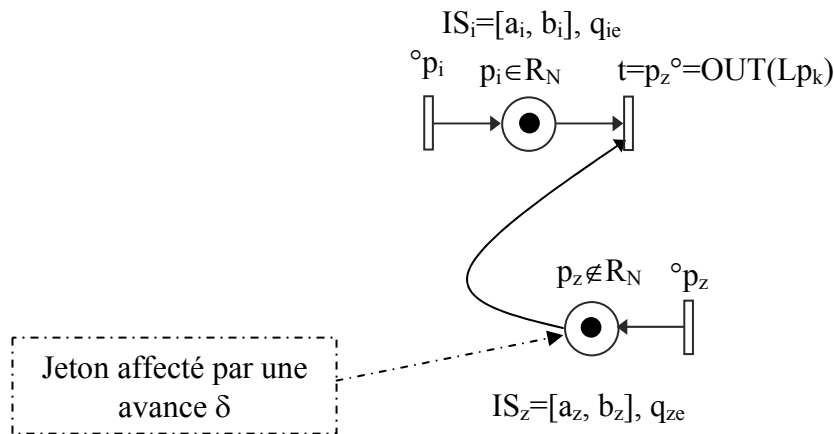
Montrons alors qu'une avance,  $\delta = (q_{ze} - b_z) + (a_i - q_{ie})$ , ne crée pas une mort de marque en  $p_z$  et se traduit par une avance de tir de la transition  $p_z^\circ$  égale à  $\Delta t_k = (a_i - q_{ie})$ .

Considérons la figure III.8 et notons  $t = p_z^\circ$ .

Nous avons :

$$\begin{aligned} S^\circ p_i(n) &= S^\circ p_{ie}(n) \\ S^\circ p_z(n) &= S^\circ p_{ze}(n) + \delta = S^\circ p_{ze}(n) + (q_{ze} - b_z) + (a_i - q_{ie}) \\ St_e(n) &= S^\circ p_{ie}(n) + q_{ie} = S^\circ p_{ze}(n) + q_{ze} \\ St(n) &= S^\circ p_z(n) + q_z \\ St(n) &= S^\circ p_{ie}(n) + q_i = S^\circ p_{ie}(n) + a_i \end{aligned} \quad (III.4)$$

$$(III.5)$$



**Figure III.8 : Robustesse passive locale à une perturbation à l'avance**

L'égalité entre (III.4) et (III.5) donne :

$$\begin{aligned} S^{\circ}p_z(n) + q_z &= S^{\circ}p_{ie}(n) + a_i \\ S^{\circ}p_{ze}(n) + (q_{ze} - b_z) + (a_i - q_{ie}) + q_z &= S^{\circ}p_{ie}(n) + a_i \\ (S^{\circ}p_{ze}(n) + q_{ze}) - b_z + q_z &= (S^{\circ}p_{ie}(n) + q_{ie}) \end{aligned}$$

Ce qui se traduit par :  $q_z = b_z$

Il vient aussi :  $St(n) - St_c(n) = a_i - q_{ie}$  (Marge transmissible)

#### *Cas d'un retard*

$$\delta r_{Lp_k} = \Delta rc_k + \Delta rt_k \quad (III.6)$$

avec :

$$\Delta rc_k = \sum_{p_i \in Lp_k \cap (R_N \cup Trans_{NC})} (q_{ie} - a_i) \quad (III.7)$$

$$\Delta rt_k = \min_{\substack{p_i^{\circ} = OUT(Lp_k) \\ p_i \notin Lp_k}} (b_i - q_{ie}) \quad (III.8)$$

Le raisonnement est le même pour le retard mais la possibilité de mort de marque est dans la place  $p_i$ .

Dans le cas où  $p_z \notin R_N$ , la place  $p_i$  serait une place appartenant à  $R_N$ . Le jeton dans cette dernière peut attendre indéfiniment puisqu'elle représente une machine en attente. Ce qui se traduit par :  $\delta r_{Lp_k} = +\infty$ .

Dans le cas où  $p_z \in R_N$ , la marge compensable serait égale à  $(q_{ze} - a_z)$ . En effet, la machine est disponible dès que le temps de séjour du jeton dans la place  $p_z$  est égal à  $a_z$ .

Dans la place  $p_i$ , il est admis un maximum de retard égal à  $(b_i - q_{ie})$ .

Le tableau III.1 donne les marges de robustesse passive locale à l'entrée des huit sous chemins mono-synchronisés élémentaires de l'atelier considéré.

**Tableau III.1 : Marges de robustesse passive locale**

Sous chemin mono-synchronisé élémentaire	$\Delta r_{c_k}$	$\Delta r_{t_k}$	$\delta r_{L_{pk}}$	$\Delta a_{c_k}$	$\Delta a_{t_k}$	$\delta a_{L_{pk}}$
$Lp_1=(p_{13}, t_9, p_{14}, t_{10}, p_{15}, t_{11}, p_{16}, t_{12}, p_{10}, t_6)$	8	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	-8	$-\infty$
$Lp_2=(p_{13}, t_9, p_9, t_1)$	7	9	16	$-\infty$	0	$-\infty$
$Lp_3=(p_2, t_2, p_3, t_3)$	0	$+\infty$	$+\infty$	-5	-8	-13
$Lp_4=(p_2, t_2, p_8, t_8)$	5	1	6	$-\infty$	0	$-\infty$
$Lp_5=(p_4, t_4, p_5, t_5, p_1, t_1)$	9	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	-7	$-\infty$
$Lp_6=(p_4, t_4, p_6, t_6)$	5	3	8	$-\infty$	0	$-\infty$
$Lp_7=(p_{11}, t_7, p_7, t_3)$	8	5	13	$-\infty$	0	$-\infty$
$Lp_8=(p_{11}, t_7, p_{12}, t_8)$	0	$+\infty$	$+\infty$	-1	-5	-6

**Remarque**

Pour la topologie de l'atelier étudié, l'utilisation d'une marge en une seule place suffit en lieu et place du minimum (respectivement maximum) sur un ensemble de places. En effet, dans le cas particulier considéré, il n'y a que deux places à l'entrée d'une transition de synchronisation. Une formulation plus générale a été préférée car elle permet l'implantation de l'approche proposée sur d'autres topologies.

**Définition III.14 [JER, 04]**

La robustesse passive est une robustesse assurée sans modification de la commande initiale sur l'ensemble  $R_U \cup Trans_C \cup Trans_{NC}$ . On utilise alors, pour le calcul de la plage de robustesse, les marges au niveau de  $R_N$ ,  $Trans_{NC}$  et les  $(b_i - q_{ie})$  et les  $(a_i - q_{ie})$  du procédé au niveau des synchronisations.

**Définition III.15**

La robustesse passive stricte est une robustesse passive avec respect strict du procédé qui interdit le changement des temps opératoires dans les gammes de fabrication.

La plage de robustesse passive stricte est calculée en utilisant uniquement les marges disponibles au niveau de  $R_N$  et  $Trans_{NC}$  sans tenir compte des  $(b_i - q_{ie})$  et des  $(a_i - q_{ie})$  du procédé au niveau des synchronisations. Cette caractéristique favorise le suivi de la qualité, en particulier lorsque l'atelier contient des procédés difficiles à régler.

Dans le cas où le procédé exigerait le respect strict des temps de séjour prévus ( $q_i = q_{ie}$ ), c'est la robustesse passive stricte qui est calculée en imposant l'invariance des temps de séjour dans chacun des éléments de l'ensemble  $R_U \cup Trans_C$ . Ce qui se traduit par :  $\Delta r_{t_k} = 0$  et  $\Delta a_{t_k} = 0$ .

• **Algorithme de calcul de la robustesse passive au retard d'un SED en un noeud n [JER, 04]**

Ci-après un algorithme de calcul d'une borne inférieure de la marge de robustesse passive au retard (Marge) d'un SED en un noeud n.

$$\varphi = \{Lp_j / (n^{\circ} = IN(Lp_j)) \wedge (Lp_j \in C_{ms}) \wedge (Lp_j \in G)\}$$

$$Marge \leftarrow \min_j [\Delta rc_j + F(G \setminus Lp_j, OUT(Lp_j)^{\circ}, \min(b_i - q_{ie}))]$$

$$p_i^{\circ} = OUT(Lp_j)$$

$$p_i^{\circ} \notin Lp_j$$

$\Delta rc_j$  : la marge de retard compensable sur le sous chemin mono-synchronisé  $Lp_j$

$$F(G^*, p^*, \Delta rt)$$

$$\{$$

$$\varphi^* = \{Lp_j / (p^* \in Lp_j) \wedge (Lp_j \in C_{se}) \wedge (Lp_j \in G^*)\}$$

$$\text{Si } (\varphi^* == \Phi \text{ ou } \Delta rt == 0) \text{ alors } (F \leftarrow \Delta rt)$$

$$\text{Sinon}$$

$$\{$$

$$F \leftarrow \min_j \{ \min[\Delta rt, (\Delta rc_j + F(G^* \setminus Lp_j, OUT(Lp_j)^{\circ}, \min(b_i - q_{ie}))) ] \}$$

$$p_i^{\circ} = OUT(Lp_j)$$

$$p_i^{\circ} \notin Lp_j$$

$$\}$$

$$\}$$

**Remarques**

L'enlèvement d'un sous chemin mono-synchronisé élémentaire de G est effectué pour la construction de l'ensemble  $\varphi^*$  uniquement. Les places, pour lesquelles nous recherchons les sous chemins mono-synchronisés qui les contiennent, appartiennent simplement à G.

Les places, ajoutant des contraintes sur une synchronisation, sont prises en compte, même si elles appartiennent à un sous chemin mono-synchronisé élémentaire qui a été éliminé.

La marge calculée par cet algorithme est une borne inférieure de la marge effective. Cette particularité apporte un problème de détection puisqu'il n'est pas possible de prouver qu'une défaillance a eu lieu quand une perturbation dépasse la dite borne inférieure.

Dans l'algorithme ci-dessus, les contraintes relatives au noeud d'occurrence de la perturbation n'ont pas été intégrées. Il faut considérer le minimum entre le résultat de l'algorithme et les marges localement disponibles sur le noeud perturbé.

Dans le cas de la robustesse vis-à-vis de l'avance, la stratégie est la même. Nous calculons la perturbation compensable sur un chemin et la perturbation transmise, puis, en utilisant le même algorithme que pour les retards, le parcours et l'évaluation de tous les sous chemins mono-synchronisés élémentaires sont effectués de manière systématique.



**Exemple III.6**

Calculons la marge de robustesse passive au retard en  $t_5$ .

$$\varphi = \{Lp'=(p_1, t_1)\}$$

$$\text{Marge} \leftarrow F(G \setminus Lp', p_2, +\infty)$$

$$\varphi^* = \{Lp_3, Lp_4\}$$

$$F \leftarrow \min \begin{cases} \min[+\infty, F(G \setminus Lp' \setminus Lp_3, p_4, +\infty)] \\ \min[+\infty, 5+F(G \setminus Lp' \setminus Lp_4, p_{13}, 1)] \end{cases}$$

Etape 1 : calcul de  $F(G \setminus Lp' \setminus Lp_3, p_4, +\infty)$

$$\varphi^* = \{Lp_6\}$$

$$F \leftarrow \min[+\infty, 5+F(G \setminus Lp' \setminus Lp_3 \setminus Lp_6, p_{11}, 3)]$$

Etape 1.1 : calcul de  $F(G \setminus Lp' \setminus Lp_3 \setminus Lp_6, p_{11}, 3)$

$$\varphi^* = \{Lp_7, Lp_8\}$$

$$F \leftarrow \min \begin{cases} \min[3, 8+ F(G \setminus Lp' \setminus Lp_3 \setminus Lp_6 \setminus Lp_7, p_4, 5)]=3 \\ \min[3, F(G \setminus Lp' \setminus Lp_3 \setminus Lp_6 \setminus Lp_8, p_{13}, +\infty)] \end{cases}$$

Etape 1.1.1 : calcul de  $F(G \setminus Lp' \setminus Lp_3 \setminus Lp_6 \setminus Lp_8, p_{13}, +\infty)$

$$\varphi^* = \{Lp_1, Lp_2\}$$

$$F \leftarrow \min \begin{cases} \min[+\infty, 18+F(G \setminus Lp' \setminus Lp_3 \setminus Lp_6 \setminus Lp_8 \setminus Lp_1, p_{11}, +\infty)] \\ \min[+\infty, 7+F(G \setminus Lp' \setminus Lp_3 \setminus Lp_6 \setminus Lp_8 \setminus Lp_2, p_2, 9)] \end{cases}$$

Etape 1.1.1.1 : calcul de  $F(G \setminus Lp' \setminus Lp_3 \setminus Lp_6 \setminus Lp_8 \setminus Lp_1, p_{11}, +\infty)$

$$\varphi^* = \Phi \text{ alors } F \leftarrow +\infty$$

Etape 1.1.1.2 : calcul de  $F(G \setminus Lp' \setminus Lp_3 \setminus Lp_6 \setminus Lp_8 \setminus Lp_2, p_2, 9)$

$$\varphi^* = \Phi \text{ alors } F \leftarrow 9$$

Etape 2 : calcul de  $F(G \setminus Lp' \setminus Lp_4, p_{13}, 1)$

$$\varphi^* = \{Lp_1, Lp_2\}$$

$$F \leftarrow \min \begin{cases} \min[1, 18+F(G \setminus Lp' \setminus Lp_4 \setminus Lp_1, p_{11}, +\infty)]=1 \\ \min[1, 7+F(G \setminus Lp' \setminus Lp_4 \setminus Lp_2 \setminus Lp_8, p_2, +\infty)]=1 \end{cases}$$

Il vient : Marge  $\leftarrow 6$

La place d'entrée de la transition  $t_5$  est une place appartenant à  $\text{Trans}_{\text{NC}}$ . Par conséquent, il n'y a pas de contraintes relatives à  $t_5$ . Finalement, la marge de robustesse passive au retard en  $t_5$  est égale à 6.

- **Conclusion**

Une définition locale de la robustesse passive à l'entrée d'un chemin a été établie et analytiquement étudiée. Une méthodologie d'intégration de ces robustesses locales a ensuite été présentée. L'algorithme de calcul fournit une borne inférieure de la robustesse au retard en un nœud donné. Le fait d'obtenir une borne inférieure montre clairement que notre intégration est perfectible. En effet, il n'a pas été considéré que la transmission d'une perturbation sur deux chemins parallèles puisse donner lieu à une compensation mutuelle.

### III.3.3 Robustesse active

#### III.3.3.1 Introduction

La possibilité de commander les systèmes à événements discrets, de manière à leur faire respecter un comportement spécifique, est une problématique fréquemment rencontrée dans la littérature sous une formulation assez générale [HOL, 90], [HOU, 04], [BON, 05], [HAM, 05], [OUE, 05], [RAM, 87].

Le travail présenté dans ces lignes s'attache à développer des outils théoriques pour aborder la commandabilité sous contraintes de temps de séjour. Les RdP P-temporels sont utilisés comme outils de modélisation. Le modèle est enrichi par une couche de commande pour aboutir à un RdP P-temporel commandé tel qu'il a été défini au chapitre II.

Une étude systématique visant à prouver la commandabilité locale sous contraintes de temps de séjour est développée. Elle a pour finalité de permettre la mise en œuvre de la robustesse active.

#### III.3.3.2 Définitions

##### *Définition III.16 [JER, 05]*

L'intervalle de capacité de rejet temporel passif d'un chemin  $L_p$  est  $\text{RC}(L_p)=[\text{Ca}(L_p), \text{Cr}(L_p)]$ ,

$$\text{Ca}(L_p) = \sum_{p_i \in L_p \cap (\mathbb{R}_N \cup \text{Trans}_{\text{NC}})} (q_{ie} - b_i), \quad (\text{III.9})$$

$$\text{Cr}(L_p) = \sum_{p_i \in L_p \cap (\mathbb{R}_N \cup \text{Trans}_{\text{NC}})} (q_{ie} - a_i). \quad (\text{III.10})$$

$\text{Ca}(L_p)$  (respectivement  $\text{Cr}(L_p)$ ) étant la capacité de rejet temporel passif à une avance (respectivement à un retard).

Sur l'exemple de la figure III.2, le chemin  $Lp=(p_{12}, t_8, p_{13}, t_9, p_9, t_1)$  possède un intervalle de capacité de rejet temporel passif égal à  $RC(Lp)=[-\infty, 7]$ . En effet, ce chemin possède une seule place appartenant à  $R_N \cup \text{Trans}_{NC}$  à savoir la place  $p_9$ . L'intervalle de temps associé et le temps de séjour prévu dans cette place sont respectivement :  $IS_9=[8, +\infty]$  et  $q_{9e}=15$ .

**Définition III.17**

$V(Lp)$  est nommé le voisinage du chemin  $Lp$ . Il est défini par :  $V(Lp)=\{Lp \cup \{p \in P / p^\circ \in Lp\}\}$ .

**Exemple III.7**

Le voisinage du chemin  $Lp=(p_1, t_1, p_2, t_2, p_3, t_3)$  est  $V(Lp)=\{Lp, p_9, p_7\}$ .

**Définition III.18 [JER, 06a]**

La marge disponible de commande à l'avance,  $f_a(p_i)$ , et la marge disponible de commande au retard,  $f_r(p_i)$ , associées à la place  $p_i$ , sont définies par :

$$f_a : P \rightarrow R$$

$$p_i \mapsto f_a(p_i) = \begin{cases} a_i - q_{ie} & \text{si } q_i \leq a_i \\ q_i - q_{ie} & \text{si } a_i < q_i < q_{ie} \\ 0 & \text{si } q_{ie} \leq q_i \leq b_i \end{cases}$$

$$f_r : P \rightarrow R$$

$$p_i \mapsto f_r(p_i) = \begin{cases} b_i - q_{ie} & \text{si } q_i \leq q_{ie} \\ b_i - q_i & \text{si } q_{ie} < q_i \leq b_i \end{cases}$$

**Définition III.19 [JER, 06b]**

Une transition  $t$  constitue un sous chemin élémentaire localement commandable sur la plage  $[\Delta_{\min}, \Delta_{\max}]$  si ( $t \in T_C$  et  $[\max_{p_i^\circ=t}(f_a(p_i)), \min_{p_i^\circ=t}(f_r(p_i))] \neq [0, 0]$ ).

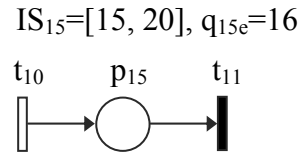
Il vient alors :  $\Delta_{\min} = \max_{p_i^\circ=t}(f_a(p_i))$  et  $\Delta_{\max} = \min_{p_i^\circ=t}(f_r(p_i))$ .

**Exemple III.8**

Considérons la transition  $t_{11}$  de la figure III.9 et supposons qu'elle est commandable ( $t_{11} \in T_C$ ).

La transition  $t_{11}$  n'est pas une transition de synchronisation et la place  $p_{15} = {}^\circ t_{11}$  n'est pas marquée. Les marges de commande disponibles sont respectivement :  $f_a(p_{15}) = -1$  et  $f_r(p_{15}) = 4$ .

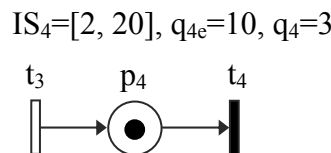
Nous concluons que la transition  $t_{11}$  constitue un sous chemin élémentaire localement commandable sur la plage  $[-1, 4]$ . C'est à dire qu'un décalage temporel appartenant à  $[-1, 4]$  peut être introduit sur le franchissement de  $t_{11}$ .



**Figure III.9 : La transition  $t_{11}$  est un sous chemin élémentaire localement commandable sur  $[-1, 4]$**

**Exemple III.9**

Considérons la transition  $t_4$  de la figure III.10 avec l'hypothèse qu'elle est commandable ( $t_4 \in T_C$ ).



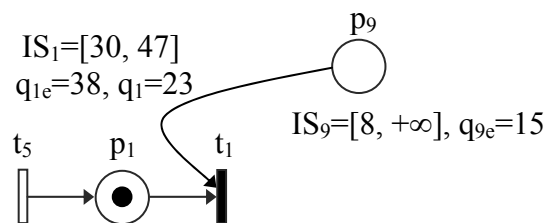
**Figure III.10 : La transition  $t_4$  est un sous chemin élémentaire localement commandable sur  $[-7, 10]$**

La place  $p_4$  contient un jeton depuis 3 unités de temps ( $q_4=3$ ). Si la transition  $t_4$  est commandable, alors  $f_a(p_4)=3-10=-7$  et  $f_r(p_4)=20-10=10$ . La transition  $t_4$  constitue un sous chemin élémentaire localement commandable sur  $[-7, 10]$ .

Si la place  $p_4$  ne contient pas de jeton ou qu'elle contient un jeton dont le temps de séjour est inférieur à 2, alors il vient  $f_a(p_4)=2-10=-8$  et  $f_r(p_4)=20-10=10$ . La transition  $t_4$  constitue un sous chemin élémentaire localement commandable sur  $[-8, 10]$ .

**Exemple III.10**

Considérons la transition  $t_1$  de la figure III.11 et supposons qu'elle est commandable ( $t_1 \in T_C$ ). La transition  $t_1$  est une transition de synchronisation ( $t_1 \in T_S$ ).



**Figure III.11 : Cas d'une transition de synchronisation commandable**

Il vient :

$$\begin{aligned}
 p_i^\circ = t_1 &\Rightarrow f_a(p_1) = 30 - 38 = -8 \text{ et } f_r(p_1) = 47 - 38 = 9 \\
 p_9^\circ = t_9 &\Rightarrow f_a(p_9) = 8 - 15 = -7 \text{ et } f_r(p_9) = +\infty \\
 \Delta_{\min} &= \max(f_a(p_i)) = \max(-8, -7) = -7 \\
 p_i^\circ &= t_1 \\
 \Delta_{\max} &= \min(f_r(p_i)) = \min(9, +\infty) = 9 \\
 p_i^\circ &= t_1
 \end{aligned}$$

La transition  $t_1$  constitue alors un sous chemin élémentaire localement commandable sur  $[-7, 9]$ .

**Définition III.20**

Un chemin  $L_p$  est localement commandable sur la plage  $[\Delta_{\min}, \Delta_{\max}]$  si une variation  $\delta \in [\Delta_{\min}, \Delta_{\max}]$  peut être générée par la commande sur son dernier élément sans occasionner de mort de marques au niveau de ses transitions de synchronisation.

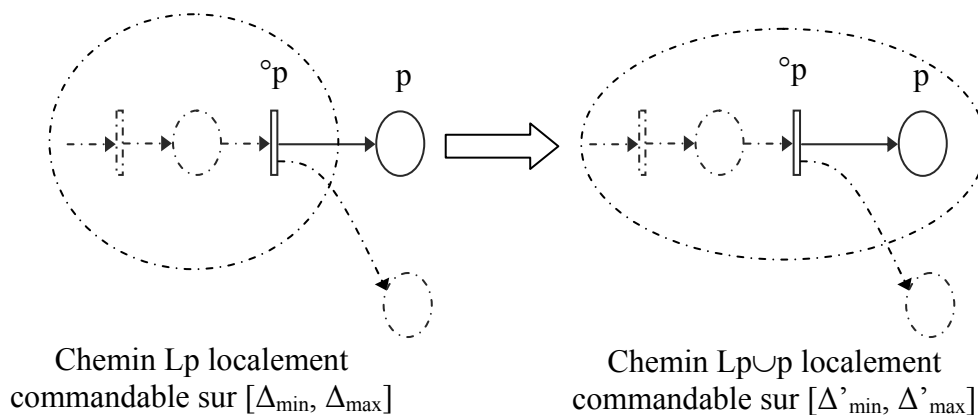
**Définition III.21**

Un chemin  $L_p$  est commandable sur la plage  $[\Delta_{\min}, \Delta_{\max}]$  si une variation  $\delta \in [\Delta_{\min}, \Delta_{\max}]$  peut être générée par la commande sur son dernier élément sans occasionner de violation de contraintes du cahier des charges.

**III.3.3 Méthodologie de construction**

**Lemme III.5 [JER, 0b]**

Si  $(L_p)$  est un chemin localement commandable sur la plage  $[\Delta_{\min}, \Delta_{\max}]$  et  ${}^\circ p \in T$  est son dernier nœud) alors  $(L_p \cup p)$  est un chemin localement commandable sur :  $[\Delta'_{\min}, \Delta'_{\max}] = [\min(0, (\Delta_{\min} - Ca(p))), \max(0, (\Delta_{\max} - Cr(p)))]$  (Figure III.12).



**Figure III.12 : Ajout d'une place à un chemin localement commandable**

**Preuve :** Deux cas peuvent se présenter.

- *Premier cas :*  $p \notin R_N \cup \text{Trans}_{NC}$

L'intervalle de capacité de rejet temporel passif de la place  $p$  est  $RC(p)=[Ca(p), Cr(p)]=[0, 0]$ . De plus, la commande temporelle est assurée par la modification des instants de tir des transitions. Par conséquent, l'ajout d'une place  $p \notin R_N \cup \text{Trans}_{NC}$  au chemin  $L_p$  ne modifie pas son voisinage et garde sa commandabilité locale sur  $[\Delta_{\min}, \Delta_{\max}]$ .

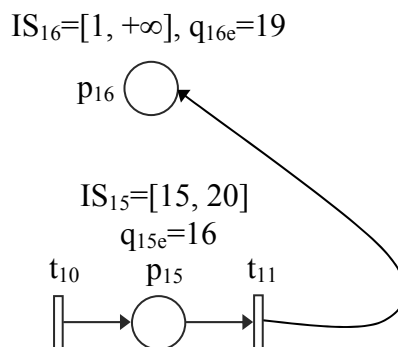
- *Deuxième cas :*  $p \in R_N \cup \text{Trans}_{NC}$

Par hypothèse, le chemin  $L_p$  est localement commandable sur  $[\Delta_{\min}, \Delta_{\max}]$ , c'est-à-dire qu'on peut injecter à la sortie de  $L_p$  un décalage temporel minimal égal à  $\Delta_{\min}$  et maximal égal à  $\Delta_{\max}$ . Selon la topologie des ateliers considérés, la place  $p$  représente une machine en attente ou une ressource de transport non chargée. Par définition, l'intervalle de capacité de rejet passif d'un chemin est déterminé par les marges de rejet disponibles sur ses places appartenant à  $R_N \cup \text{Trans}_{NC}$ . Par conséquent, un décalage temporel appartenant à  $[Ca(p), Cr(p)]$ , à l'entrée de la place  $p$ , est complètement rejeté. Cela veut dire que le placement d'un capteur à la transition de sortie de la place  $p$  donnera un résidu nul. C'est le cas si  $Ca(p) \leq \Delta_{\min} < \Delta_{\max} \leq Cr(p)$ . Le chemin  $L_p \cup p$  est alors localement commandable sur  $[0, 0]$  ou tout simplement n'est pas localement commandable. Dans le cas où  $\Delta_{\min} < Ca(p) \leq Cr(p) < \Delta_{\max}$ , nous obtenons un résidu minimal égal à  $(\Delta_{\min} - Ca(p) < 0)$  ou un résidu maximal égal à  $(\Delta_{\max} - Cr(p) > 0)$ . Le chemin  $L_p \cup p$  est alors localement commandable sur  $[\Delta_{\min} - Ca(p), \Delta_{\max} - Cr(p)]$ .

Tous les cas envisagés sont regroupés dans l'énoncé du lemme.

**Exemple III.11**

Supposons que la transition  $t_{11}$ , figure III.13, est localement commandable sur  $[-1, 4]$ . La place  $p_{16}$  est la place de sortie de la transition  $t_{11}$  :  $t_{11} = \circ p_{16}$ . De plus, la place  $p_{16}$  représente une place de transfert non chargée :  $p_{16} \in \text{Trans}_{NC}$ . Son intervalle de capacité de rejet temporel passif est  $RC(p_{16})=[-\infty, 18]$ .



**Figure III.13 :  $(t_{11} \cup p_{16})$  est un chemin non localement commandable**

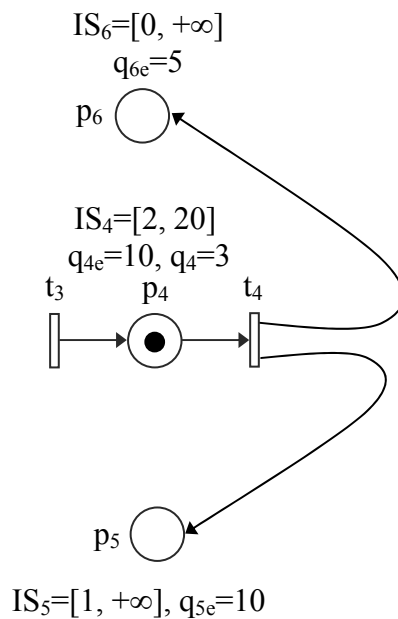
Le chemin  $(t_{11} \cup p_{16})$  est localement commandable sur  $[\min(0, +\infty), \max(0, -14)]=[0, 0]$  ou tout simplement  $(t_{11} \cup p_{16})$  n'est pas localement commandable. Ceci est justifié par le fait que toute avance appartenant à  $[-1, 0]$  injectée en  $t_{11}$  est complètement rejetée en  $p_{16}$ , vu que

$Ca(p_{16})=-\infty$ . De plus, tout retard appartenant à  $[0, 4]$  est complètement rejeté en  $p_{16}$ , vu que  $Cr(p_{16})=18 > 4$ .

**Exemple III.12**

Supposons que la transition  $t_4$ , figure III.14, est localement commandable sur  $[-7, 10]$ . La place  $p_5 \in \text{Trans}_{NC}$  vérifie  ${}^{\circ}p_5=t_4$ . Son intervalle de capacité de rejet temporel passif est  $RC(p_5)=[-\infty, 9]$ .

$(t_4 \cup p_5)$  est un chemin localement commandable sur  $[\min(0, +\infty), \max(0, 1)]=[0, 1]$ . En effet, toute avance injectée en  $t_4$  est complètement rejetée en  $p_5$ , vu que  $Ca(p_5)=-\infty$ . Le maximum de retard obtenu en  $p_5$  est égal à 1. Il est obtenu en injectant un retard égal à 10 en  $t_4$ , vu que  $Cr(p_5)=9$ .

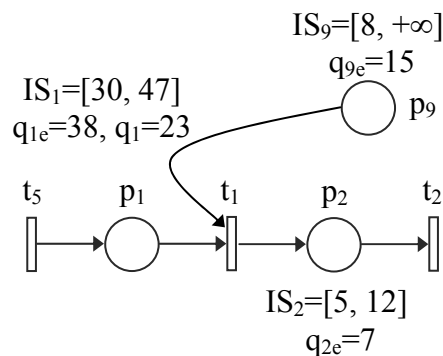


**Figure III.14 :  $(t_4 \cup p_5)$  est un chemin localement commandable sur  $[0, 1]$**

De la même manière, le chemin  $(t_4 \cup p_6)$  est localement commandable sur la plage  $[0, 5]$ .

**Exemple III.13**

Supposons que la transition  $t_1$ , figure III.15, est localement commandable sur  $[-7, 9]$ .



**Figure III.15 :  $(t_1 \cup p_2)$  est un chemin localement commandable sur  $[-7, 9]$**

La place  $p_2$  représente une machine utilisée ( $p_2 \in R_U$ ) et vérifie  ${}^{\circ}p_2 = t_1$ . Son intervalle de capacité de rejet temporel passif est  $RC(p_2) = [0, 0]$ . Le voisinage de  $t_1$  est  $V(t_1) = \{p_1, t_1, p_9\}$ . Le voisinage de  $(t_1 \cup p_2)$  est  $V(t_1 \cup p_2) = \{p_1, t_1, p_2, p_9\}$ . Tout décalage temporel appartenant à  $[-7, 12]$ , injecté en  $t_1$ , est transmis en intégralité en  $p_2$ . Il ne provoque pas de mort de marque puisque  $V(t_1 \cup p_2)$  ne comporte pas de transition de synchronisation autre que  $t_1$ . Ce qui amène à conclure que  $(t_1 \cup p_2)$  est un chemin localement commandable sur  $[-7, 9]$ .

**Lemme III.6 [JER, 0b]**

Soit une transition de synchronisation  $t = p_j^{\circ}$  non commandable ( $t \in T_S \cap T_{UC}$ ) telle que la place  $p_j$  est le dernier nœud d'un chemin  $L_p$  (Figure III.16).

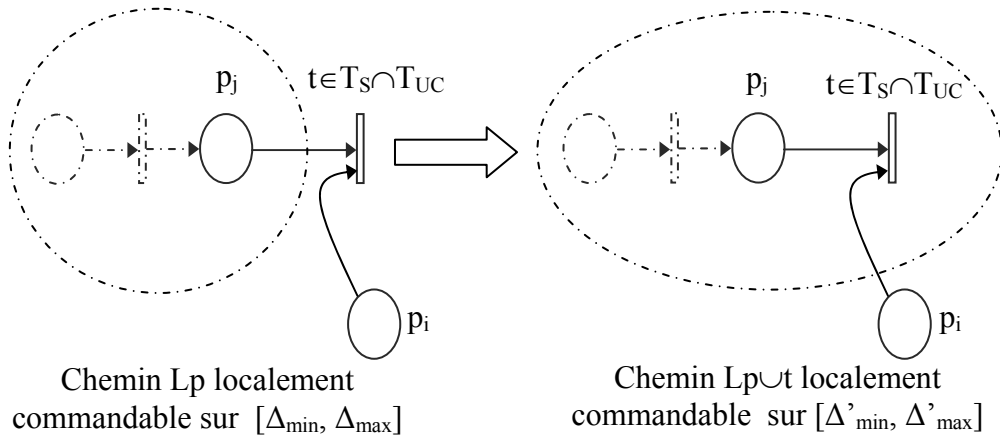
Si ( $L_p$  est localement commandable sur  $[\Delta_{\min}, \Delta_{\max}]$ ) alors ( $L_p \cup t$  est un chemin localement commandable sur  $[\Delta'_{\min}, \Delta'_{\max}]$ ), avec :

si  $p_j \in R_N$ , il vient :

$$\begin{cases} \Delta'_{\min} = 0 \\ \Delta'_{\max} = \min(\Delta_{\max}, \min_{\substack{p_i^{\circ} = t \\ p_i \notin L_p}} (b_i - q_{ie})) \end{cases} \quad (III.11)$$

si  $p_j \notin R_N$ , il vient :

$$\begin{cases} \Delta'_{\min} = \max(\Delta_{\min}, \max_{\substack{p_i^{\circ} = t \\ p_i \notin L_p}} (a_i - q_{ie})) \\ \Delta'_{\max} = \Delta_{\max} \end{cases} \quad (III.12)$$



**Figure III.16 : Ajout d'une transition de synchronisation non commandable à un chemin localement commandable**

**Preuve**

Le fait que  $t \in T_{UC}$  n'augmente en aucun cas la plage de commandabilité locale.



- *Premier cas* :  $p_j \in R_N$

Il est clair que toute avance injectée à l'entrée de  $p_j$  ne change pas l'instant de tir de la transition  $t$  qui est une synchronisation. Il n'y a pas non plus de violation de contraintes puisque  $p_j$  représente une machine en attente. Cela se traduit par :  $\Delta'_{\min}=0$ .

Tout retard à la disponibilité du jeton dans la place  $p_j$  doit être acceptable à la place  $p_i$  tel que  $((p_i^\circ=t) \wedge (p_i \notin Lp))$ , d'où la seconde relation de (III.11).

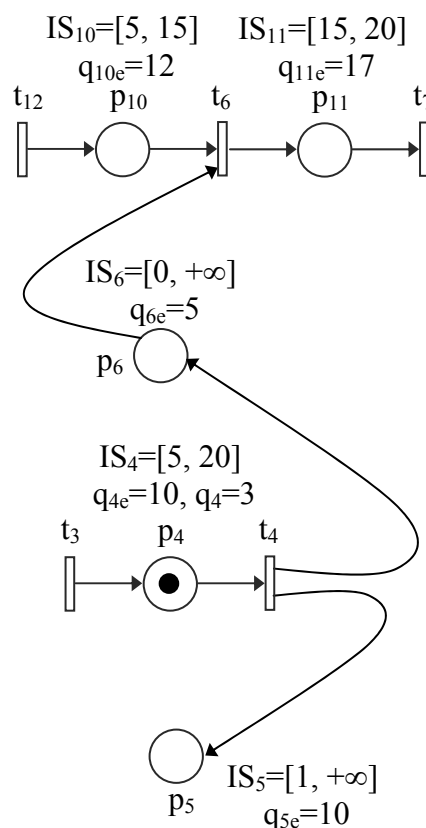
- *Deuxième cas* :  $p_j \notin R_N$

Vu que la transition  $t$  est une synchronisation, nécessairement la place  $p_i$  vérifiant  $((p_i^\circ=t) \wedge (p_i \notin Lp))$  est une place représentant une machine en attente ( $p_i \in R_N$ ). Cela découle de la topologie des ateliers étudiés. Par conséquent, tout retard en  $p_j$  est acceptable et retransmis par la transition  $t$ . D'où la seconde relation de (III.12).

S'il y a un jeton disponible en  $p_j$  avec une certaine avance, on dispose d'une marge minimale transmissible en  $p_i$  égale à  $(a_i - q_{ie})$ . De plus, vu que  $t \in T_{UC}$ , on a :  $\Delta'_{\min} \geq \Delta_{\min}$ . D'où la première relation de (III.12).

**Exemple III.14**

Supposons que le chemin  $Lp=(t_4, p_6)$ , figure III.17, est localement commandable sur  $[0, 5]$ .



**Figure III.17 : Influence de l'ajout d'une transition de synchronisation non commandable**

La place  $p_6$ , représentant une machine non utilisée ( $p_6 \in R_N$ ), vérifie  $p_6^0 = t_6$ . La transition  $t_6$  est une transition de synchronisation.

Si  $t_6 \notin T_C$ , le chemin  $(Lp \cup t_6)$  est localement commandable sur la plage  $[0, \min(5, (15-12))] = [0, 3]$ . En effet, le maximum de retard acceptable en  $t_6$  provenant de  $Lp$ , ne provoquant pas de mort de marque en  $p_{10}$ , est égal à 3. Ce retard est égal à la marge transmissible de robustesse au retard disponible en  $p_{10}$  ( $b_{10} - q_{10e} = 15 - 12 = 3$ ). Il est obtenu en injectant, par la commande, un décalage temporel en  $t_4$  égal à 8.

Considérons maintenant que le chemin  $Lp = (t_{12}, p_{10})$  est localement commandable sur la plage  $[0, +\infty]$ . La place  $p_{10}$ , place de transfert chargée ( $p_{10} \in Trans_C$ ), vérifie  $p_{10}^0 = t_6$ . Si  $t_6$  n'est commandable alors  $Lp \cup t_6$  est un chemin localement commandable sur  $[0, +\infty]$ . En effet, tout retard injecté en  $t_{12}$  est acceptable en  $p_6$  (machine en attente). De plus, il ne provoque pas de mort de marque en  $p_{10}$  puisqu'il ne change pas le temps de séjour en  $p_{10}$  ( $q_{10} = q_{10e}$ ). Il est alors totalement transmis de  $t_6$  à  $p_{11}$ .

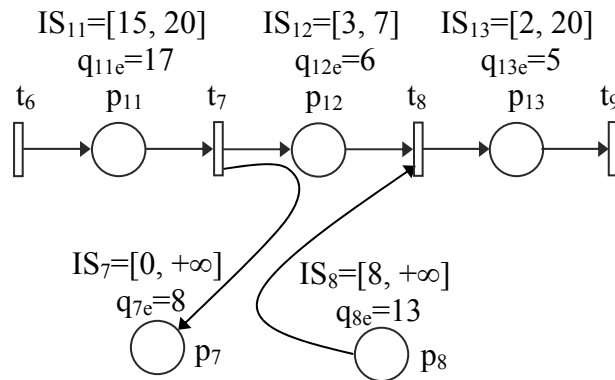
**Exemple III.15**

Supposons maintenant que le chemin  $(t_7, p_{12})$ , figure III.18, est localement commandable sur la plage  $[-2, 3]$ .

La place  $p_{12} \in Trans_C$  vérifie  $p_{12}^0 = t_8$ . La transition  $t_8$  est une transition de synchronisation.

Si  $t_8$  n'est pas commandable alors  $(t_7, p_{12}, t_8)$  est un chemin localement commandable sur  $[-2, 3]$ .

Une avance de  $-2$  injectée en  $t_7$  provoque l'arrivée d'un jeton en  $p_{12}$  en avance de  $-2$ . Lorsque le temps de séjour de ce dernier est égal à  $q_{12} = q_{12e} = 6$ , un jeton en  $p_8$  est en train de séjourner depuis 11 unités de temps. La transition  $t_8$  est alors franchie en avance de 2 unités de temps. De la même manière, un retard de 3 unités de temps, injecté en  $t_7$ , est transmis de  $t_8$  à  $p_{13}$  sans occasionner de mort de marque, vu que  $p_8$  représente une machine en attente ( $b_8 = +\infty$ ).



**Figure III.18 :  $(t_7, p_{12}, t_8)$  est un chemin localement commandable sur  $[-2, 3]$**

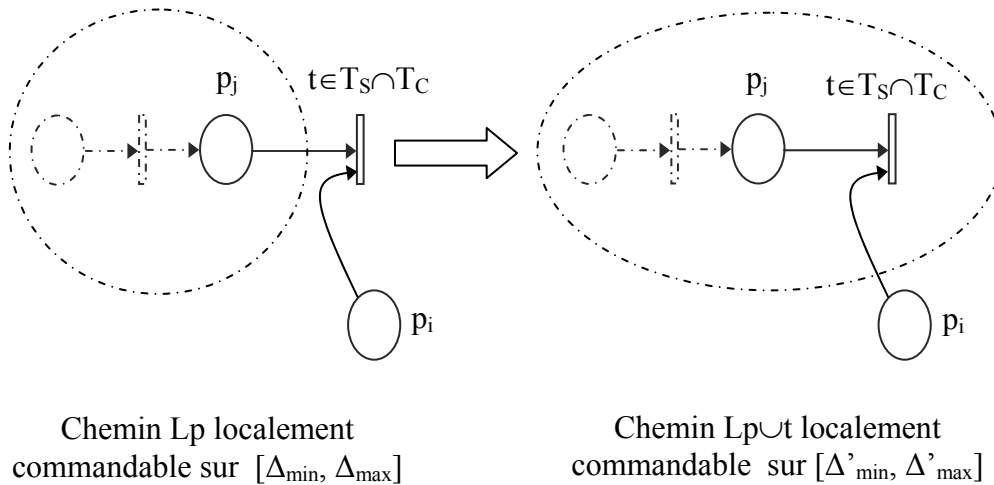
**Lemme III.7 [JER, 0b]**

Soit une transition de synchronisation  $t = p_j^0$  commandable ( $t \in T_S \cap T_C$ ) telle que la place  $p_j$  est le dernier nœud d'un chemin  $Lp$  (Figure III.19).

Si  $(Lp$  est localement commandable sur  $[\Delta_{min}, \Delta_{max}]$ ) alors  $(Lp \cup t$  est un chemin localement

commandable sur  $[\Delta'_{\min}, \Delta'_{\max}]$  ), avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta'_{\min} = \max[(\Delta_{\min} + f_a(p_j)), \max_{\substack{p_i^o = t \\ p_i \notin Lp}}(f_a(p_i))] \\ \Delta'_{\max} = \min[(\Delta_{\max} + f_r(p_j)), \min_{\substack{p_i^o = t \\ p_i \notin Lp}}(f_r(p_i))] \end{array} \right. \quad (III.13)$$



**Figure III.19 : Ajout d’une transition de synchronisation commandable à un chemin localement commandable**

**Preuve**

D’après la définition III.19, la transition  $t$  est localement commandable sur :  $[\max(f_a(p_i), \min(f_r(p_i)))]$ .  
 $p_i^o = t$        $p_i^o = t$

Cependant, si le chemin  $Lp$  est considéré comme une “macro place”, il est possible de lui faire accepter une avance (respectivement un retard) égale à :  $\Delta_{\min} + f_a(p_j)$  (respectivement  $\Delta_{\max} + f_r(p_j)$ ). La plage de commandabilité est considérée comme accessible potentiellement via l’application d’une commande au sein de  $Lp$ . Sous ces hypothèses et en appliquant la définition III.19, les deux égalités de (III.13) sont obtenues.

**Exemple III.16**

Supposons maintenant que  $(t_4, p_6)$ , figure III.20, est un chemin localement commandable sur la plage  $[0, 5]$  et que la transition de synchronisation  $p_6^o = t_6$  est commandable ( $t_6 \in T_S \cap T_C$ ).

Il vient :  $f_a(p_6) = -5$ ,  $f_r(p_6) = +\infty$ ,  $f_a(p_{10}) = -7$  et  $f_r(p_{10}) = 3$ .

D’après le lemme précédent, le chemin  $(t_4, p_6, t_6)$  est localement commandable sur la plage  $[\Delta'_{\min}, \Delta'_{\max}]$  avec :  $\Delta'_{\min} = \max((-5), -7) = -5$  et  $\Delta'_{\max} = \min((5 + \infty), 3) = 3$ .  $\Delta'_{\max} = 3$  est justifié par le fait que le retard maximum acceptable pour le franchissement de la transition  $t_6$  est

imposé par la marge transmissible de robustesse au retard disponible en  $p_{10}$  ( $b_{10}-q_{10e}=3$ ).  $\Delta'_{\min}=-5$  est obtenu en tirant la transition  $t_6$  en avance de 5 unités de temps. Cette avance, égale à la marge disponible de robustesse à l'avance en  $p_6$ , est acceptable en  $p_{10}$ .

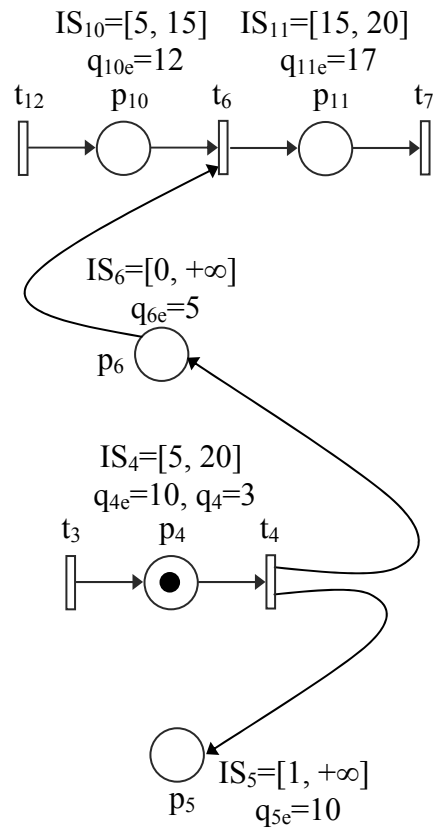


Figure III.20 : Influence de l'ajout d'une transition de synchronisation Commandable

**Lemme III.8 [JER, 0b]**

Soit une transition  $t=p_j^0 \notin T_S$  commandable telle que la place  $p_j$  est le dernier nœud d'un chemin  $L_p$  (Figure III.21).

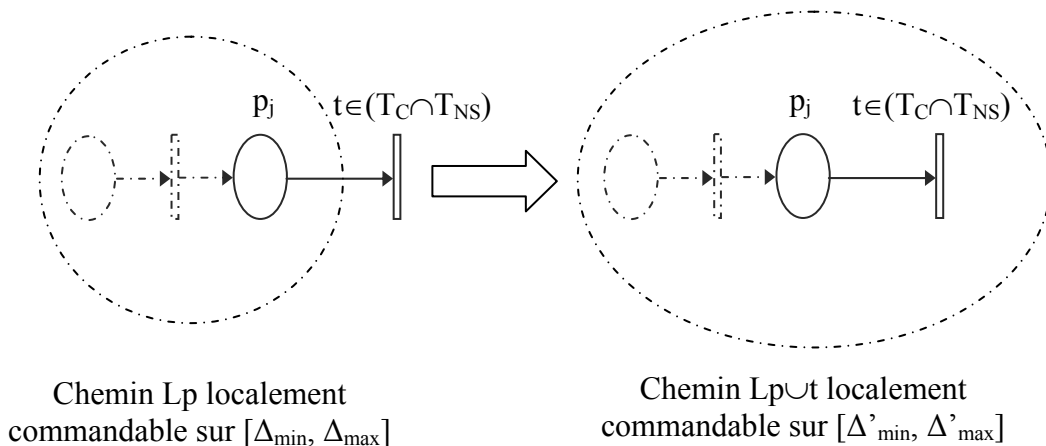


Figure III.21 : Ajout d'une transition simple et commandable à un chemin localement commandable

Si  $(L_p$  est localement commandable sur  $[\Delta_{\min}, \Delta_{\max}]$ ) alors  $(L_p \cup t$  est un chemin localement commandable sur  $[\Delta'_{\min}, \Delta'_{\max}]$ , avec :

$$\begin{cases} \Delta'_{\min} = \Delta_{\min} + f_a(p_j) \\ \Delta'_{\max} = \Delta_{\max} + f_r(p_j) \end{cases} \quad (III.14)$$

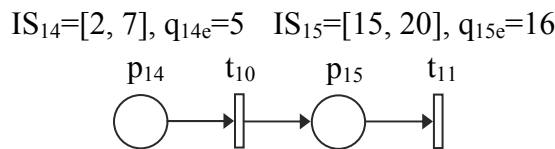
**Preuve**

C'est un cas particulier du lemme précédent.

**Exemple III.17**

Supposons que  $(t_{10}, p_{15})$ , figure III.22, est un chemin localement commandable sur  $[-3, 2]$  et que la transition  $t_{11}$  est commandable.

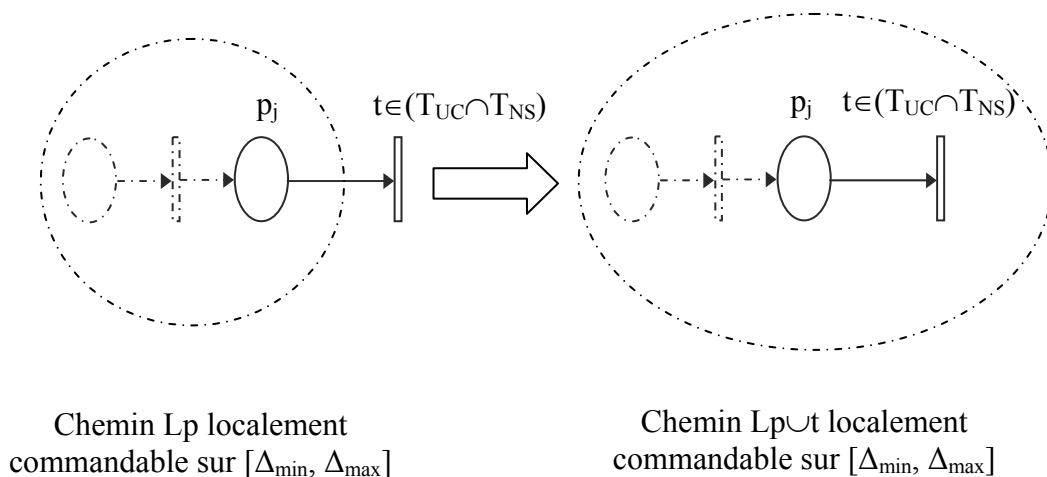
Vu que  $f_a(p_{15})=-1$  et  $f_r(p_{15})=4$ , nous pouvons conclure que  $(t_{10}, p_{15}, t_{11})$  est un chemin localement commandable sur la plage  $[-4, 6]$ .



**Figure III.22 :  $(t_{10}, p_{15}, t_{11})$  est un chemin localement commandable sur  $[-4, 6]$**

**Lemme III.9 [JER, 0b]**

Soit une transition  $t=p^0_j$  qui est ni commandable ni une transition de synchronisation ( $t \notin (T_S \cup T_C)$ ), telle que la place  $p_j$  est le dernier nœud d'un chemin  $L_p$  (Figure III.23).  
Si  $(L_p$  est localement commandable sur  $[\Delta_{\min}, \Delta_{\max}]$ ) alors  $(L_p \cup t$  est un chemin localement commandable sur  $[\Delta_{\min}, \Delta_{\max}]$ ).



**Figure III.23 : Ajout d'une transition simple non commandable à un chemin localement commandable**

**Preuve**

Tout décalage temporel appartenant à  $[\Delta_{\min}, \Delta_{\max}]$ , injecté par la commande dans le chemin  $L_p$ , est transmis à la transition  $t$  sans aucune modification ni violation de contraintes au voisinage de  $L_p$ , vu que  $t \notin (T_s \cup T_c)$ .

**Exemple III.18**

Si nous reprenons l'exemple de la figure III.22 avec l'hypothèse que la transition  $t_{11}$  n'est pas commandable, il n'y a aucun changement affectant la plage de commandabilité initiale. Le chemin  $(t_{10}, p_{15}, t_{11})$  est localement commandable sur la plage  $[-3, 2]$ .

**III.3.3.4 Théorème**

Pour résoudre un problème de commande temporelle robuste, est élaboré un théorème de robustesse active en une transition de synchronisation. Le but est d'envisager de résoudre les problèmes localement les uns après les autres afin de résoudre le problème global.

Pour la mise en œuvre de la robustesse active, nous posons le problème de commandabilité sur les chemins parallèles qui mènent à la transition de synchronisation considérée. La première étape consiste à rechercher, sur un chemin parallèle donné, une transition directement commandable. Sur cette transition, le problème suivant est posé : pouvons nous injecter un décalage temporel qui permet d'éviter la mort de marque ou de supprimer une condition qui mène à la mort de marque ?

Si la réponse à cette question est non; deux autres possibilités peuvent être considérées :

- la première est de regarder s'il n'existe pas de transition indirectement commandable par un chemin parallèle amont et le problème de robustesse active est reposé sur cette dernière,
- la deuxième consiste à allonger le chemin vers l'amont en recherchant une autre transition commandable. L'algorithme converge puisqu'il ne reste au bout d'un moment que des transitions dont les tirs ont été effectués.

**Théorème [JER, 06c]**

Soient :

$t \in T_O, p_k \in P, h \in P \cup T, m \in T_S,$

$Sp_{ke}^{\circ}(n)$  : le  $n^{\text{ème}}$  instant de tir prévu de la transition  $p_k^{\circ}$ ,

$St(n)$  : le  $n^{\text{ème}}$  instant de tir effectif de la transition  $t$ ,

$Lp_k$  : le  $k^{\text{ème}}$  chemin dont la place d'entrée  $p_k$  contient un jeton synchronisé en  $m$  avec le jeton perturbé en  $h$  et tel que :  $(OUT(Lp_k)^{\circ} = m)$  et  $(Sp_{ke}^{\circ}(n) > St(n))$ ,

$p_j$  : la place par laquelle l'impact de la commande arrive à la transition  $m$  ( $p_j^{\circ} = m$  et  $p_j = OUT(Lp_k)^{\circ}$ ),

$p_z$  : la place par laquelle la perturbation arrive en  $m$  ( $p_z^{\circ} = m$ ),

$EC(h,m)$  : l'ensemble des chemins orientés qui relient  $h$  à  $m$ ,

$CP_r = \{Lp_j \in EC(h,m) / Cr(Lp_j) = \min(Cr(L_i)) \quad \},$   
 $L_i \in EC(h, m)$

$$CP_a = \{Lp_j \in EC(h,m) / Ca(Lp_j) = \max_{L_i \in EC(h,m)}(Ca(L_i))\}.$$

Une condition suffisante pour que le système considéré possède une robustesse active locale en une transition de synchronisation  $m$  suite à une perturbation  $\delta$  en  $h$ , observable en  $t$ , est qu'il existe au moins un chemin  $Lpc \in \{Lp_k\}$  commandable sur  $[\Delta_{min}, \Delta_{max}]$  tel que :

- $\delta_C \in [\Delta_{min}, \Delta_{max}]$ ,
- $(Lpc \cap CP_a) = \Phi$ , dans le cas d'une avance,
- $(Lpc \cap CP_r) = \Phi$ , dans le cas d'un retard.

La valeur de  $\delta_C$  peut être calculée de la manière suivante :

- considérant une avance :

$$\delta_C = \min_{L_i \in EC(h,m)} [0, \delta - \max(Ca(L_i)) - (a_j - q_{je}) - (q_{ze} - b_z)] \quad (III.15)$$

- considérant un retard :

$$\delta_C = \max_{L_i \in EC(h,m)} [0, \delta - \min(Cr(L_i)) - (b_j - q_{je})] \quad (III.16)$$

### ***Preuve***

Nous considérons la transition  $t$  où la perturbation est observée, afin de ne commander que les instants de tirs qui sont postérieurs au tir de  $t$ . De manière triviale, il n'est pas possible de modifier les instants des tirs qui ont déjà eu lieu.

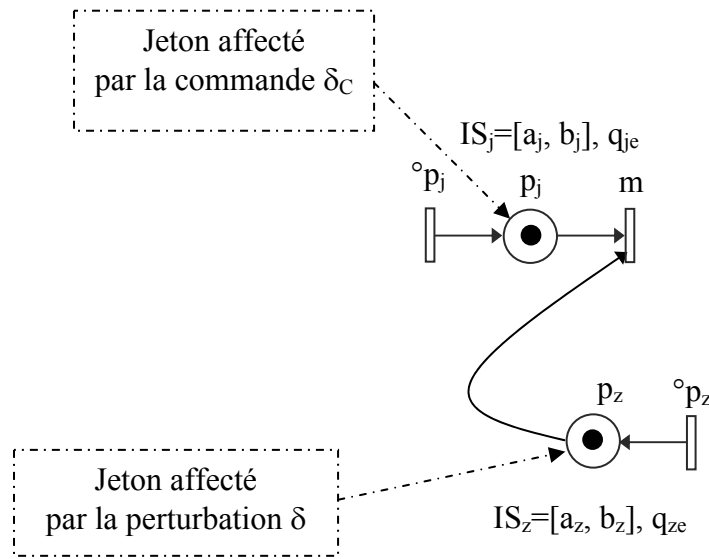
Si la perturbation est observable, son lieu d'occurrence  $h$  et sa grandeur  $\delta$  sont connus.

Sachant que la perturbation est transmise de  $h$  vers  $m$ , elle est évaluée sur l'ensemble des chemins possibles :  $EC(h,m)$ .

Le chemin qui a la plus petite capacité de rejet temporel passif en valeur absolue est évidemment celui qui transmet le plus grand résidu en valeur absolue pour cette perturbation.

Montrons qu'il n'y a pas de violation de contraintes (pas de mort de marque) lorsque la commande préconisée est appliquée (sur le chemin  $Lpc$ ) en présence de la perturbation considérée.

La figure III.24 montre la transition de synchronisation  $m$  et ses deux places d'entrée  $p_j$  et  $p_z$ . La place  $p_z$  appartient à un chemin de  $CP_r$ , dans le cas d'un retard, ou à un chemin de  $CP_a$  dans le cas d'une avance.



**Figure III.24 : Evitement de la mort de marque au niveau d'une transition de synchronisation**

#### *Cas d'un retard*

Dans le cas d'une perturbation au retard, il y a seulement risque d'avoir une mort de marque en  $p_j$ .

Nous prenons en compte l'instant d'entrée en  $p_j$  imposé par la commande, à savoir :

$$S^{\circ}p_j(n) = S^{\circ}p_{je}(n) + \delta_C \quad (\text{III.17})$$

Nous considérons d'un autre côté l'instant de tir prévu de la transition  $\circ p_j$  imposé par l'impact de la perturbation  $\delta$  et nous vérifions la conséquence sur le temps de séjour dans  $p_j$ . Si notre théorème est vrai, le temps de séjour  $q_j$  dans la place  $p_j$  est valide ( $a_j \leq q_j \leq b_j$ ). Rappelons que la définition de la commandabilité utilisée ici signifie que la variation  $\delta_C$  peut être générée par la commande en sortie du chemin spécifié.

Nous avons d'une part,

$$Sm(n) = S^{\circ}p_j(n) + q_j = S^{\circ}p_{je}(n) + \delta_C + q_j, \quad (\text{III.18})$$

et d'autre part,

$$\begin{aligned} Sm(n) &= Sm_e(n) + (b_j - q_{je}) + \delta_C \text{ où } Sm_e(n) = S^{\circ}p_{je}(n) + q_{je} \\ Sm(n) &= S^{\circ}p_{je}(n) + q_{je} + (b_j - q_{je}) + \delta_C \end{aligned} \quad (\text{III.19})$$

En faisant l'égalité entre (III.18) et (III.19), nous obtenons :  $q_j = b_j$ .

Il a été ainsi montré que, dans le cas de l'application de cette commande, il n'y a pas de violation de contraintes en présence d'une perturbation au retard.



**Cas d'une avance**

Dans le cas d'une perturbation à l'avance, il y a seulement risque d'avoir une mort de marque en  $p_z$  tel que  $p_z \notin R_N$ . Essayons de montrer, par un raisonnement analogue, qu'il n'y a pas de violation de contraintes dans le cas d'une avance.

Nous avons :

$$\begin{aligned} S^\circ p_j(n) &= S^\circ p_{je}(n) + \delta_C \\ S^\circ p_z(n) &= S^\circ p_{ze}(n) + \delta_C + (q_{ze} - b_z) + (a_j - q_{je}) \\ S m_e(n) &= S^\circ p_{je}(n) + q_{je} = S^\circ p_{ze}(n) + q_{ze} \\ S m(n) &= S^\circ p_z(n) + q_z \end{aligned} \tag{III.20}$$

$$S m(n) = S^\circ p_{je}(n) + \delta_C + q_j = S^\circ p_{je}(n) + \delta_C + a_j \tag{III.21}$$

Le temps de séjour effectif du jeton dans la place  $p_j$  est :  $q_j = a_j$ , puisqu'un jeton est disponible en  $p_z$ .

L'égalité entre (III.20) et (III.21) donne :

$$\begin{aligned} S^\circ p_z(n) + q_z &= S^\circ p_{je}(n) + \delta_C + a_j \\ S^\circ p_{ze}(n) + \delta_C + (q_{ze} - b_z) + (a_j - q_{je}) + q_z &= S^\circ p_{je}(n) + \delta_C + a_j \\ (S^\circ p_{ze}(n) + q_{ze}) - b_z + q_z &= (S^\circ p_{je}(n) + q_{je}) \end{aligned}$$

Ce qui se traduit par :  $q_z = b_z$

Il a été ainsi montré que, dans le cas de l'application de cette commande, il n'y a pas de violation de contraintes en présence d'une perturbation à l'avance.

**Remarques**

La topologie d'atelier choisie, nous permet d'affirmer qu'une transition n'a au plus que deux places en entrée. Dans ce cas, c'est une synchronisation entre le flux de produit et l'utilisation d'une machine.

Le théorème exclut l'injection par la commande d'une variation sur le ou les chemins où la capacité de rejet est la plus faible en valeur absolue.

Il existe une autre stratégie consistant à appliquer une commande sur les chemins à faible capacité de rejet pour atténuer la grandeur de la perturbation. Cette approche n'est pas considérée dans ce dernier théorème. Celle qui est mise en œuvre consiste à injecter par la commande une perturbation de même nature (c'est-à-dire retard ou avance) de manière à compenser les effets induits au niveau de la synchronisation  $m$ . La mort de marque au voisinage de  $m$  est ainsi évitée.

**Exemple III.19**

Soit une perturbation,  $\delta=15$  en  $p_{13}$ , observée en  $t_9$  (Figure III.25).

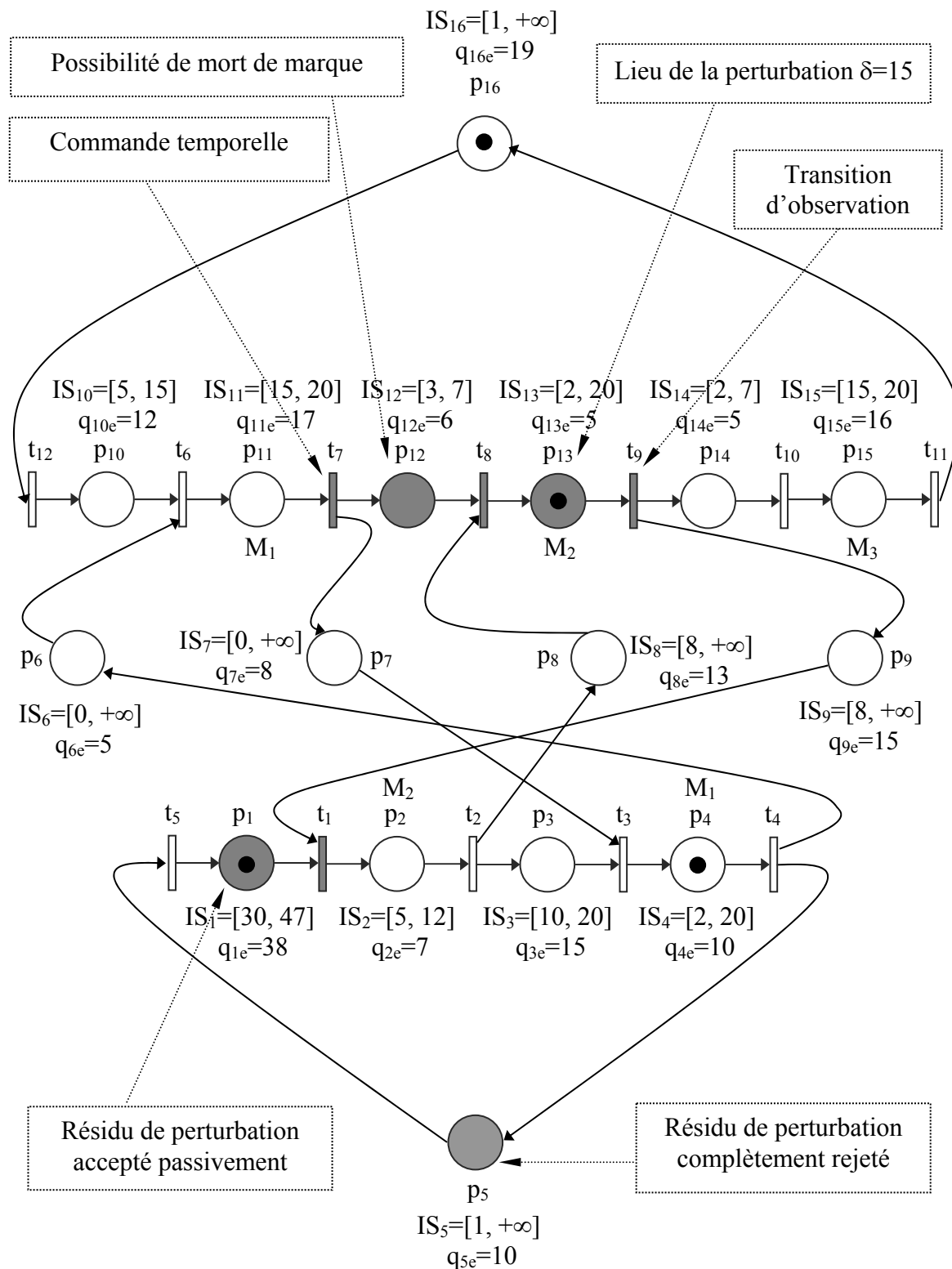


Figure III.25 : Perturbation dans la plage de robustesse active [JER, 06a]

Le temps de séjour réel du jeton dans la place  $p_{13}$  est alors égal à  $q_{13} = q_{13e} + 15 = 20$ . Par conséquent, il n'y a pas de mort de marque en  $p_{13}$  ( $IS_{13} = [2, 20]$ ) et l'on a  $St_9(n) = St_{9e}(n) + 15$ . La perturbation  $\delta$  est propagée vers les deux chemins  $L_{p_1} = (t_9, p_{14}, t_{10}, p_{15}, t_{11}, p_{16}, t_{12}, p_{10}, t_6)$

et  $Lp_2=(t_9, p_9, t_1)$ . Sur le chemin  $Lp_1$ , la perturbation est totalement rejetée en  $p_{16}$  ( $Cr(Lp_1)=18$ ) et l'on a  $St_{12}(n+1)=St_{12e}(n+1)$ . Sur le chemin  $Lp_2$  ( $Cr(Lp_2)=7$ ), la perturbation provoque le changement de l'instant de tir de  $t_1$  et le changement du temps de séjour dans la place  $p_1$  :  $St_1(n)=St_{1e}(n)+8$  et  $q_1=q_{1e}+8=46$ . Il n'y a pas de mort de marque en  $p_1$  puisque la marge transmissible au retard est égale à 9 ( $IS_1=[30, 47]$ ,  $q_{1e}=38$ ). Une fois passé par  $t_1$ , le résidu de la perturbation se propage vers les deux chemins  $Lp_3=(p_2, t_2, p_8, t_8)$  et  $Lp_4=(p_2, t_2, p_3, t_3)$ . Une partie du résidu est rejetée en  $p_8$  et le jeton perturbé est disponible en  $p_8$  avec un retard égal à 3 ( $Cr(Lp_3)=5$ ). Sachant que la marge disponible en  $p_{12}$  est égale à 1, une mort de marque en  $p_{12}$  est inévitable dans le cas de la robustesse passive.

La question qui se pose maintenant est : est-ce-que le système étudié possède une robustesse active locale en  $t_8$  suite à une perturbation,  $\delta=15$  en  $p_{13}$ , observée en  $t_9$  ? Appliquons le théorème déjà énoncé, afin d'éviter la mort de marque en  $p_{12}$  et par la suite éviter la violation de contraintes associée.

Soit  $\delta'=3$ , le résidu en  $t_8$  de la perturbation initiale  $\delta$ . L'équation (III.16) donne :  $\delta_C=15-12-1=2$ .

Lorsque la perturbation a été observée en  $t_9$  ( $St_9(n)=St_{9e}(n)+15$ ), un jeton est en train de séjourner en  $p_{11}$  depuis trois unités de temps, selon les instants initiaux de tir des transitions. Ce jeton appartient au chemin  $Lpc=(p_{11}, t_7, p_{12}, t_8)$ . Il est synchronisé en  $t_8$  avec le jeton perturbé en  $p_{13}$  et son instant de tir vérifie que :  $St_{7e}(n) > St_9(n)$ .

Si la transition  $t_7$  est commandable ( $t_7 \in T_C$ ), elle constitue un sous chemin localement commandable sur la plage  $[-2, 3]$ , selon la définition III.19. Il vient de même que le chemin  $Lpc$  est localement commandable sur  $[-2, 3]$ , selon la définition III.20. Il est à remarquer aussi que  $\delta_C \in [-2, 3]$ . Si nous forçons, par la commande, le franchissement de la transition  $t_7$  de façon à avoir  $St_7(n)=St_{7e}(n)+2$ , un retard volontaire égal à  $\delta_C=2$  est introduit en  $t_7$ . De ce fait, la mort de marque en  $p_{12}$  est évitée et l'instant de tir effectif de la transition  $t_8$  vérifie que :  $St_8(n)=St_{8e}(n)+3$ .

Le retard introduit par la commande est complètement rejeté sur le chemin  $Lp_7=(p_7, t_3)$  ( $Cr(Lp_7)=8$ ).

Après le franchissement de la transition  $t_8$ , le résidu  $\delta'=3$  est transmis aux deux chemins  $Lp_1$  et  $Lp_2$  à travers la place  $p_{13}$  de départ. Il est facile de vérifier que ce résidu est complètement rejeté par ces deux chemins. Ce qui se traduit par :  $St_{12}(n+2)=St_{12e}(n+2)$  et  $St_1(n+1)=St_{1e}(n+1)$ .

Dans le chemin  $Lp_4=(p_2, t_2, p_3, t_3)$ , un jeton est arrivé en  $p_3$  avec un retard égal à 8. Ceci ne provoque pas de mort de marque en  $p_7$  puisque la marge de robustesse au retard en  $p_7$  est égale à  $+\infty$  (machine en attente). La transition  $t_3$  est alors franchie à l'instant  $St_3(n)=St_{3e}(n)+8$ . Un résidu de perturbation égal à 8 est transmis aux chemins  $Lp_5=(p_4, t_4, p_6, t_6)$  et  $Lp_6=(p_4, t_4, p_5, t_5, p_1, t_1)$ . Sur le chemin  $Lp_6$ , il est complètement rejeté en  $p_5$  :  $St_5(n+1)=St_{5e}(n+1)$ . Sur le chemin  $Lp_5$ , une partie est rejetée ( $Cr(Lp_5)=5$ ) et le reste égal à 3 est transmis à la place  $p_{11}$  à travers  $t_6$ . Ce dernier résidu est complètement rejeté en  $p_7, p_9$  et  $p_{16}$ . Le système revient alors à son état normal sans aucune perturbation.

En somme, la perturbation  $\delta=15$  en  $p_{13}$  appartient à l'intervalle de robustesse active de l'atelier considéré. A l'aide d'un exemple, l'efficacité de la commande robuste envisagée est ainsi montrée.

**Lemme III.10**

Soit  $t_1$  et  $t_2$  deux transitions commandables possédant respectivement les plages de robustesse passive  $[\Delta_{1\min}, \Delta_{1\max}]$  et  $[\Delta_{2\min}, \Delta_{2\max}]$ .

Soit  $\delta_1 \in [\Delta_{1\min}, \Delta_{1\max}]$  et  $\delta_2 \in [\Delta_{2\min}, \Delta_{2\max}]$  les variations imposées par la commande des instants de tir respectifs de  $t_1$  et  $t_2$ .

Si  $\delta_1$  et  $\delta_2$  sont de même type (retard-retard ou avance-avance), l'application simultanée des commandes imposant respectivement  $\delta_1$  en  $t_1$  et  $\delta_2$  en  $t_2$  n'engendre pas de mort de marque.

**Preuve**

Considérons une transition de synchronisation  $t$  possédant deux places d'entrée  $p_1$  et  $p_2$ . Soient :

- $q_{11}$  (respectivement  $q_{12}$ ) : le temps de séjour effectif du jeton dans la place  $p_1$  en présence seulement de la perturbation  $\delta_1$  (respectivement  $\delta_2$ ),
- $q_{21}$  (respectivement  $q_{22}$ ) : le temps de séjour effectif du jeton dans la place  $p_2$  en présence seulement de la perturbation  $\delta_1$  (respectivement  $\delta_2$ ),
- $R_{11}$  : le résidu de la perturbation  $\delta_1$  en  $p_1$ ,
- $R_{12}$  : le résidu de la perturbation  $\delta_1$  en  $p_2$ ,
- $R_{21}$  : le résidu de la perturbation  $\delta_2$  en  $p_1$ ,
- $R_{22}$  : le résidu de la perturbation  $\delta_2$  en  $p_2$ .

Essayons de montrer le cas où les deux perturbations sont de type retard.

Nous avons :

$$\begin{aligned} St_e(n) &= S^\circ p_{1e}(n) + q_{1e} \\ St_e(n) &= S^\circ p_{2e}(n) + q_{2e} \end{aligned}$$

- En présence seulement de la perturbation  $\delta_1$ , il vient :

$$\begin{aligned} St(n) &= S^\circ p_{1e}(n) + q_{11} + R_{11} \\ St(n) &= S^\circ p_{1e}(n) + q_{21} + R_{12} \\ S^\circ p_{1e}(n) + q_{11} + R_{11} &= S^\circ p_{1e}(n) + q_{21} + R_{12} \\ S^\circ p_{1e}(n) + q_{1e} + (q_{11} - q_{1e} + R_{11}) &= (S^\circ p_{1e}(n) + q_{2e}) + (q_{21} - q_{2e} + R_{12}) \\ R_{11} - R_{12} &= (q_{21} - q_{2e}) - (q_{11} - q_{1e}) \Rightarrow R_{11} - R_{12} \leq (b_2 - q_{2e} - a_1 + q_{1e}) \end{aligned}$$

Ceci est dû au fait que  $\delta_1 \in [\Delta_{1\min}, \Delta_{1\max}]$  qui est la plage de robustesse passive en  $t_1$ .

- En présence seulement de la perturbation  $\delta_2$ , il vient :

$$\begin{aligned} St(n) &= S^\circ p_{1e}(n) + q_{12} + R_{21} \\ St(n) &= S^\circ p_{1e}(n) + q_{22} + R_{22} \\ S^\circ p_{1e}(n) + q_{12} + R_{21} &= S^\circ p_{1e}(n) + q_{22} + R_{22} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S^{\circ}p_{1e}(n) + q_{1e} + (q_{12} - q_{1e} + R_{21}) &= (S^{\circ}p_{1e}(n) + q_{2e}) + (q_{22} - q_{2e} + R_{22}) \\ R_{21} - R_{22} &= (q_{22} - q_{2e}) - (q_{12} - q_{1e}) \Rightarrow R_{21} - R_{22} \leq (b_2 - q_{2e} - a_1 + q_{1e}) \end{aligned}$$

Ceci est dû au fait que  $\delta_2 \in [\Delta_{2\min}, \Delta_{2\max}]$  qui est la plage de robustesse passive en  $t_2$ .

- En présence des deux perturbations  $\delta_1$  et  $\delta_2$ , il vient :

La perturbation qui arrive en  $p_1$  est égale à  $R_1 = \max(R_{11}, R_{21})$ .

La perturbation qui arrive en  $p_2$  est égale à  $R_2 = \max(R_{22}, R_{12})$ .

Nous supposons par exemple que :  $R_1 > R_2$ . Ce qui va déterminer la présence ou l'absence de la mort des marques en  $p_1$  ou en  $p_2$  est la différence  $(R_1 - R_2)$ . Montrons que cette différence est acceptable au niveau de la transition  $t$ . En d'autres termes, montrons que :

$$R_1 - R_2 \leq (b_2 - q_{2e} - a_1 + q_{1e}).$$

Quatre cas sont alors envisagés :

- cas 1 :  $R_1 - R_2 = R_{11} - R_{12}$
- cas 2 :  $R_1 - R_2 = R_{21} - R_{22}$
- cas 3 :  $R_1 - R_2 = R_{11} - R_{22}$
- cas 4 :  $R_1 - R_2 = R_{21} - R_{12}$

Les deux premiers cas sont déjà vérifiés. Ceci correspond aux scénarios relatifs à la perturbation  $\delta_1$  seule ou la perturbation  $\delta_2$  seule.

Cas 3 :

$$\begin{aligned} R_1 - R_2 &= R_{11} - R_{22} \\ R_2 &= R_{22} \Rightarrow R_{22} > R_{12} \\ R_1 - R_2 &= R_{11} - R_{22} < R_{11} - R_{12} \leq (b_2 - q_{2e} - a_1 + q_{1e}) \end{aligned}$$

Cas 4 :

$$\begin{aligned} R_1 - R_2 &= R_{21} - R_{12} \\ R_2 &= R_{12} \Rightarrow R_{12} > R_{22} \\ R_1 - R_2 &= R_{21} - R_{12} < R_{21} - R_{22} \leq (b_2 - q_{2e} - a_1 + q_{1e}) \end{aligned}$$

Par conséquent, c'est un cas plus favorable que celui de la perturbation unique. Les quatre cas sont alors vérifiés.

Un raisonnement analogue permet de conclure de la même façon concernant l'avance.

### ***Lemme III.11***

Soit un chemin  $L_p$  dont la plage de commandabilité locale est égale à  $[\Delta_{\min}, \Delta_{\max}]$ .

Soit  $\delta_i$  le décalage temporel injecté par la commande sur la transition  $t_i$  tel que l'ensemble  $\Gamma_{\delta} = \{\delta_i\}$  définit une suite de décalages de même nature correspondant à la génération du décalage temporel  $\delta \in [\Delta_{\min}, \Delta_{\max}]$  à la sortie du chemin  $L_p$ .

Soit  $[\Delta'_{\min}, \Delta'_{\max}]$  la plage de robustesse passive en  $t_i$ .

Si  $(\forall \delta \in [\Delta_{\min}, \Delta_{\max}], \forall \delta_i \in \Gamma_\delta, \delta_i \in [\Delta'_{i\min}, \Delta'_{i\max}])$  alors  $L_p$  est un chemin commandable sur  $[\Delta_{\min}, \Delta_{\max}]$ .

***Preuve***

A chaque décalage temporel  $\delta \in [\Delta_{\min}, \Delta_{\max}]$ , souhaité à la sortie de  $L_p$ , est associé un ensemble  $\Gamma_\delta$ . Si le décalage temporel  $(\delta_i \in \Gamma_\delta)$  injecté en  $t_i$  appartient à la plage de robustesse en  $t_i$ , cela n'implique aucune violation de contraintes du cahier des charges. D'après la définition III.21 et sachant le résultat du lemme III.10, il vient que le chemin  $L_p$  est commandable sur  $[\Delta_{\min}, \Delta_{\max}]$ .

***Lemme III.12***

Considérons la perturbation  $\delta$  en  $h$ , envisagée par le théorème. Supposons que  $m$  est le seul nœud au voisinage duquel il puisse y avoir une mort de marque en l'absence de commande.

Si la perturbation transmise en  $m$  est dans la plage de robustesse passive à l'entrée de  $m^\circ$ , la perturbation  $\delta$  appartient à la plage de robustesse active en  $h$ .

***Preuve***

C'est exactement le cas du lemme III.10. Les deux perturbations sont chacune dans les plages de robustesse aux points où elles surviennent.

**III.3.3.5 Conclusion**

Dans cette section, nous avons montré comment intégrer les diverses propriétés de commandabilité locale pour construire une commande globale fournissant une robustesse active. Rappelons que cette plage de robustesse active est plus large que la robustesse passive et fournit donc plus de possibilités pour poursuivre la production en mode dégradé. Ce fonctionnement dégradé permet de ne pas arrêter l'atelier tout en fournissant une qualité acceptable des produits fabriqués. Par contre, les instants de sorties des pièces de l'atelier ne sont plus garantis.

La contribution de cette partie est constituée par des apports méthodologiques en vue de la synthèse d'une commande étendant la plage de robustesse. A partir du théorème énoncé, nous voyons bien la manière avec laquelle est transmis de proche en proche un problème d'évitement de mort de marque, afin de se situer dans une plage de robustesse passive.

Par ailleurs, la stratégie consistant à atténuer la perturbation par la commande n'a pas été considérée. La compatibilité de l'utilisation de cette stratégie avec celle proposée dans cette section mérite d'être étudiée de manière approfondie.

**III.4 Conclusion**

Un atelier à contraintes de temps de séjour, minimums et maximums, est ici modélisé par un RdP P-temporel. Une violation de contraintes du cahier des charges est matérialisée par la mort de marque.

La robustesse passive caractérise la faculté du système à maintenir les qualités spécifiées pour les sorties sans qu'aucune nouvelle action spécifique ne soit mise en œuvre. Une caractérisation analytique de cette propriété a tout d'abord été établie localement. Puis un algorithme de calcul a permis de construire une borne inférieure à sa valeur en un point. Le fait de ne posséder qu'une borne inférieure pose des problèmes pour faire de la détection de violation de contraintes. En l'état, il existe une plage de valeurs où nous sommes incapables d'affirmer si le traitement effectué sur les produits est correct ou non.

La robustesse active quant à elle s'appuie sur le contrôle des instants de tirs des transitions. Cette commande temporelle permet, dans certains cas, d'éviter cette mort de marque. Elle garantit alors la continuité de la production tout en assurant la qualité des produits délivrés. C'est dans ce sens qu'une axiomatique visant la construction de chemins localement commandables a été élaborée. Elle a pour but de tracer la voie pour la mise en œuvre de la commande réactive. Elle est concrètement constituée par la présentation d'un théorème.



***CHAPITRE IV :***

***Intégration de la robustesse  
dans la surveillance/supervision***





# Chapitre IV

## Intégration de la robustesse dans la surveillance/supervision

### IV.1 Introduction

Le précédent chapitre a été consacré à la robustesse des ateliers à contraintes de temps. Remarquons que le théorème concernant la robustesse active utilise l'hypothèse que la perturbation est observable. L'observabilité doit donc être étudiée. De plus, au-delà de la commande, les besoins d'observabilités existent réellement dans les ateliers à contraintes de temps. Certaines perturbations sont des symptômes annonçant les pannes à venir. Ainsi, ils sont très utiles à la maintenance préventive. Bien plus, la fonction de production elle-même mérite d'être surveillée tant il est vrai que pour les ateliers considérés le non respect du cahier des charges pour le produit est inacceptable. C'est le cas, par exemple, lorsque le produit est un aliment.

Une violation de contraintes non observable signifie qu'il n'y a pas de preuve que le produit est correct. Dans le cas où le procédé serait peu stable (ce qui est souvent le cas dans les industries chimiques), il faut absolument que les dérives impactant la qualité soient instrumentées. En d'autres termes, les moyens matériels permettant leurs observations doivent exister. Une commande et même un ordonnancement peuvent être rejetés, au motif que des perturbations critiques ne peuvent pas être observées.

Les premiers efforts de ce chapitre, portent sur la théorie de l'observabilité des ateliers à contraintes de temps. En s'appuyant sur la décomposition en sous chemins mono-synchronisés élémentaires, définie au chapitre précédent, l'observabilité est considérée selon deux types de natures différentes : l'observabilité des perturbations, et l'observabilité des violations de contraintes qui affecte plus la qualité du produit que l'appareil de production.

L'intégration de la connaissance des différentes plages de robustesse dans la surveillance de l'appareil de production et de la production elle-même est par ailleurs étudiée.

### IV.2 Observabilité

Les travaux que nous voulons initier dans ces lignes ne comprennent pas le travail de diagnostic en tant que tel. En effet, nous ne cherchons pas à savoir si un outil est endommagé ou si tout ou une partie d'un robot est en panne.

Dans la présente étude, est considérée la composante temporelle des perturbations et posée la question de leur observation (à partir de la connaissance de cette seule composante).

## IV.2.1 Observabilité des perturbations temporelles

### IV.2.1.1 Définitions

#### *Définition IV.1*

Une perturbation temporelle est détectable si son occurrence crée un décalage temporel sur une transition observable  $t \in T_O$  tel que  $St(n) \neq St_e(n)$ .

#### *Définition IV.2*

Une perturbation temporelle est quantifiable s'il est possible de connaître de manière analytique la valeur temporelle de la perturbation initiale.

#### *Définition IV.3*

Une perturbation temporelle est localisable s'il est possible d'identifier son lieu d'occurrence.

#### *Définition IV.4*

Une perturbation temporelle est partiellement localisable si son nœud d'occurrence appartient à un sous-ensemble donné de  $P$ .

#### *Définition IV.5*

Une perturbation temporelle est observable si et seulement si elle est détectable, quantifiable et localisable.

#### *Définition IV.6*

Un RdP est dit observable si et seulement si toute perturbation, survenant en un nœud du réseau, est observable.

### IV.2.1.2 Lemmes

#### *Lemme IV.1 [JER, 05]*

Considérons un chemin  $L_p$  tel que  $OUT(L_p) \in T_O$ .

Si la capacité de rejet temporel passif à un retard du chemin  $L_p$  est nulle ( $Cr(L_p)=0$ ), l'occurrence d'une perturbation au retard à n'importe quel nœud de  $L_p$  est détectable et quantifiable à la transition  $OUT(L_p)$ .

#### *Preuve*

D'après la topologie des ateliers considérés, le rejet passif des perturbations ne peut avoir lieu que dans les places appartenant à  $R_N \cup Trans_{NC}$ . De ce fait, toute perturbation en un nœud de  $L_p$  est automatiquement détectée à sa transition de sortie supposée observable.

**Lemme IV.2 [JER, 05]**

Mettre un capteur à chaque transition d'entrée des places appartenant à  $\text{Trans}_{\text{NC}}$  est suffisant pour détecter et quantifier n'importe quelle perturbation temporelle dans les gammes opératoires.

**Preuve**

Ce résultat est déduit directement du lemme IV.1, sachant qu'une gamme opératoire ne contient aucune place appartenant à  $R_N \cup \text{Trans}_{\text{NC}}$ .

**Notations**

- $L_p(t^*, t)$  est le sous chemin orienté de  $L_p$  commençant par  $t^*$  et se terminant par  $t$ .
- $M_{n-1}(L_p(t^*, t))$  est le nombre de jetons dans  $L_p(t^*, t)$  après l'achèvement du cycle  $(n-1)$ .
- Etant donné une perturbation  $\delta$ ,  $\delta_{r_t}(n)$  est le résidu de cette perturbation quantifié à la transition  $t$  qui est tirée à l'instant  $St(n)$ .
- $T_{\text{NS}}$  est l'ensemble des transitions de non synchronisation (transitions simples),
- $EC(\text{IN}^\circ(L_p), t)$  est l'ensemble des chemins orientés reliant le nœud  $\text{IN}^\circ(L_p)$  du chemin  $L_p$  à la transition  $t$ .
- $H(\text{IN}^\circ(L_p), t) = \min(\text{Cr}(L_i)) + \delta_{r_t}(n)$   
 $L_i \in [EC(\text{IN}^\circ(L_p), t) \setminus L_p(\text{IN}^\circ(L_p), t)]$
- $H'(\text{IN}^\circ(L_p), t) = \min(\text{Cr}(L_i)) + \delta_{r_t}(n)$   
 $L_i \in EC(\text{IN}^\circ(L_p), t)$

**Lemme IV.3 [JER, 05]**

Soient  $L_p \in C_{\text{se}}$ ,  $t \in (L_p \cap T_O \cap T_{\text{NS}})$ ,  $t^* \in (L_p \cap T_O)$  et  $\delta$  une perturbation temporelle ayant un résidu  $\delta_{r_t}(n) \neq 0$  quantifié à la transition  $t$ . Les résultats suivants sont établis :

$$\delta_{r_{t^*}}(n - M_{n-1}(L_p(t^*, t))) = 0 \Rightarrow \delta \in [L_p(t^*, t) \setminus \{t^*\}] \quad (\text{IV.1})$$

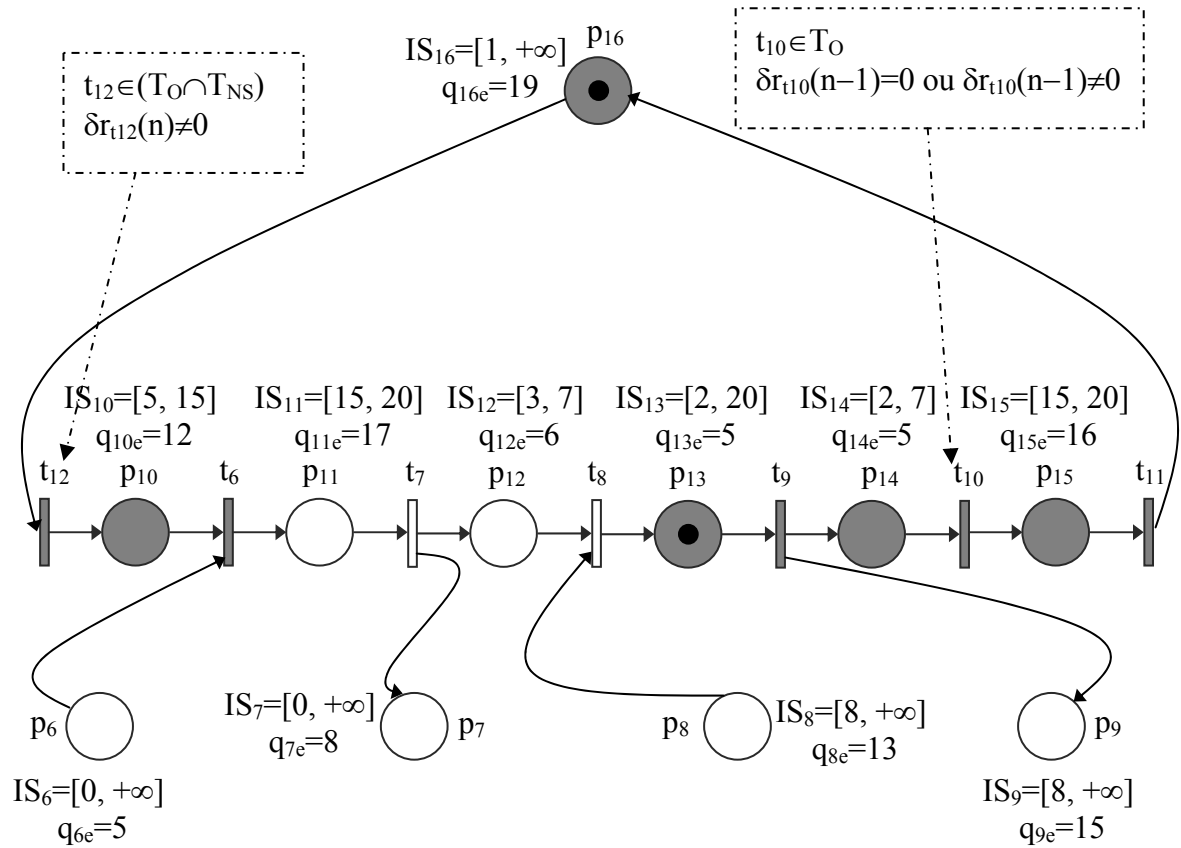
$$\delta_{r_{t^*}}(n - M_{n-1}(L_p(t^*, t))) \neq 0 \Rightarrow \delta \notin [L_p(t^*, t) \setminus \{t^*\}] \quad (\text{IV.2})$$

**Preuve**

La perturbation temporelle  $\delta$  est supposée être unique. Le nombre de jetons dans le chemin  $L_p(t^*, t)$  après le cycle  $(n-1)$  est égal à  $M_{n-1}(L_p(t^*, t))$ . Ceci veut dire que le jeton, franchissant la transition  $t$  à l'instant  $St(n)$  avec un résidu  $\delta_{r_t}(n)$ , a déjà franchi la transition  $t^*$  à l'instant  $St^*(n - M_{n-1}(L_p(t^*, t)))$ . Quand une perturbation est détectée en une transition  $t$  avale et quelle n'est pas détectée en une transition  $t^*$  amont, elle est nécessairement générée entre ces deux transitions. C'est-à-dire qu'elle appartient au chemin  $L_p(t^*, t)$ . Autrement, son lieu d'occurrence est en dehors de  $L_p(t^*, t)$ . Il est à remarquer aussi que le seul chemin orienté reliant la transition  $t^*$  à la transition  $t$  est bien  $L_p(t^*, t)$ . Ceci est dû au fait que le chemin  $L_p$  est un sous chemin mono-synchronisé élémentaire et que la transition  $t$  n'est pas une transition de synchronisation.

**Exemple IV.1**

Considérons la figure IV.1. Soient  $Lp=(p_{13}, t_9, p_{14}, t_{10}, p_{15}, t_{11}, p_{16}, t_{12}, p_{10}, t_6)$ ,  $t_{12} \in (Lp \cap T_O \cap T_{NS})$ ,  $t_{10} \in (Lp \cap T_O)$  et  $\delta r_{t_{12}}(n) \neq 0$ . Il vient :  $M_{n-1}(Lp(t_{10}, t_{12})) = 1$ .



**Figure IV.1 : Un sous chemin élémentaire mono-synchronisé  $Lp=(p_{13}, t_9, p_{14}, t_{10}, p_{15}, t_{11}, p_{16}, t_{12}, p_{10}, t_6)$  avec deux transitions observables**

- *Premier cas*

Si  $(\delta r_{t_{10}}(n-1)=0)$ , la perturbation  $\delta$  n'a pas traversé la transition  $t_{10}$ . Par conséquent, la relation (IV.1) est appliquée et la perturbation est partiellement localisée dans  $Lp(t_{10}, t_{12}) \setminus \{t_{10}\} : \delta \in \{p_{15}, t_{11}, p_{16}, t_{12}\}$ . En effet, le jeton en  $p_{16}$  a forcément franchi la transition  $t_{10}$  au cycle  $(n-1)$  à l'instant  $St_c(n-1)$  avec un résidu nul.

- *Deuxième cas*

Si  $(\delta r_{t_{10}}(n-1) \neq 0)$ , la relation (IV.2) est appliquée et  $\delta \notin \{p_{15}, t_{11}, p_{16}, t_{12}\}$ .

**Lemme IV.4 [JER, 06d]**

Soient  $Lp \in C_{se}$ ,  $t \in (Lp \cap T_O)$ ,  $tp \in (Lp \cap T_p)$ ,  $I_{Lp} = \{L_i \in C_{se} / \text{OUT}(L_i) = \text{IN}(Lp)\}$  et  $\delta$  une perturbation temporelle au retard ayant un résidu  $\delta r_t(n) > 0$  quantifié à la transition  $t$ .

L'assertion suivante est vraie :

$$\delta r_{tp}(n - M_{n-1}(L_p(tp, t))) < H'(tp, t) \Rightarrow \delta \notin \left( \bigcup_{L_i \in I_{L_p}} \{L_i \setminus \{IN(L_i), IN^\circ(L_i)\}\} \right) \cup \{^\circ tp, tp\} \quad (IV.3)$$

**Preuve**

Il est à remarquer que la transition  $tp$  vérifie que :  $tp=IN^\circ(L_p)$ , vu que le chemin  $L_p$  est un sous chemin mono-synchronisé élémentaire. Cette transition est supposée aussi être observable directement ou indirectement.

$I_{L_p}$  est l'ensemble des sous chemins mono-synchronisés élémentaires possédant en commun la transition  $^\circ IN(L_p)$  comme transition de synchronisation. Un sous chemin mono-synchronisé élémentaire  $L_i \in I_{L_p}$  permet de conclure que :  $OUT(L_i)=^\circ IN(L_p)=^\circ tp$ .

De plus,  $[L_i \setminus \{IN(L_i), IN^\circ(L_i)\}]$  est un sous chemin de  $L_i$  ne comprenant aucune transition de parallélisme.  $[L_i \setminus \{IN(L_i), IN^\circ(L_i)\}] \cup \{^\circ tp, tp\}$  possède une seule transition de parallélisme à savoir : la transition  $tp$ .  $EC(tp, t)$  est l'ensemble des chemins orientés connectant la transition  $tp$  à la transition  $t$ .

Essayons de prouver la relation (IV.3) par l'absurde.

Si la perturbation  $\delta$  est dans  $[L_i \setminus \{IN(L_i), IN^\circ(L_i)\}] \cup \{^\circ tp, tp\}$ , les chemins appartenant à  $EC(tp, t)$  sont les seuls chemins à pouvoir véhiculer la perturbation  $\delta$  à la transition  $t$ . Il existe alors un chemin  $L_k \in EC(tp, t)$  par lequel la perturbation  $\delta$  est arrivée à la transition  $t$ . Dans ce cas, on a :  $\delta r_{tp}(n - M_{n-1}(L_p(tp, t))) = [Cr(L_k) + \delta r_t(n)]$ . En se référant à la définition de  $H'(tp, t)$ , il vient que :  $[Cr(L_k) + \delta r_t(n)] \geq H'(tp, t)$ . En somme, l'assertion (IV.3) est vraie.

**Exemple IV.2**

Considérons les figures IV.2 et IV.3. Soient  $L_p=(p_{13}, t_9, p_{14}, t_{10}, p_{15}, t_{11}, p_{16}, t_{12}, p_{10}, t_6)$ ,  $t_6 \in (L_p \cap T_O)$ ,  $t_9 \in (L_p \cap T_P)$ ,  $\delta r_{t_6}(n)=2$  et  $\delta r_{t_9}(n-1)=8$ . Il vient :

$M_{n-1}(L_p(t_9, t_6))=1$ ,  $EC(t_9, t_6)=\{L_p(t_9, t_6), L_p'=(t_9, p_9, t_1, p_2, t_2, p_3, t_3, p_4, t_4, p_6, t_6)\}$ ,  $Cr(L_p(t_9, t_6))=18$ ,  $Cr(L_p')=12$ ,  $^\circ IN(L_p)=^\circ p_{13}=t_8$ ,  $H'(t_9, t_6)=\min(20, 14)=14$ ,  $I_{L_p}=\{L_1=(p_2, t_2, p_8, t_8), L_2=(p_{11}, t_7, p_{12}, t_8)\}$ ,  $L_1 \setminus \{p_2, t_2\}=(p_8, t_8)$  et  $L_2 \setminus \{p_{11}, t_7\}=(p_{12}, t_8)$ .

Evidemment, si  $\delta \in \{p_8, t_8, p_{12}, p_{13}, t_9\}$ , un résidu  $\delta r_{t_9}(n-1)=14$  doit être observé en  $t_9$  afin d'avoir un résidu  $\delta r_{t_6}(n)=2$  en  $t_6$ . En effet, la perturbation est complètement rejetée sur le chemin  $L_p(t_9, t_6)$  ( $IS_{16}=[1, +\infty]$ ,  $q_{16e}=19$  et  $Cr(L_p(t_9, t_6))=18$ ). Aussi, sur le chemin  $L_p'$  nous avons une capacité de rejet temporel passif au retard égale à  $Cr(L_p')=12$ , obtenue en  $p_9$  et en  $p_6$ . En conclusion, la perturbation  $\delta$  n'appartient pas à l'ensemble :  $\{p_8, t_8, p_{12}, p_{13}, t_9\}$ .

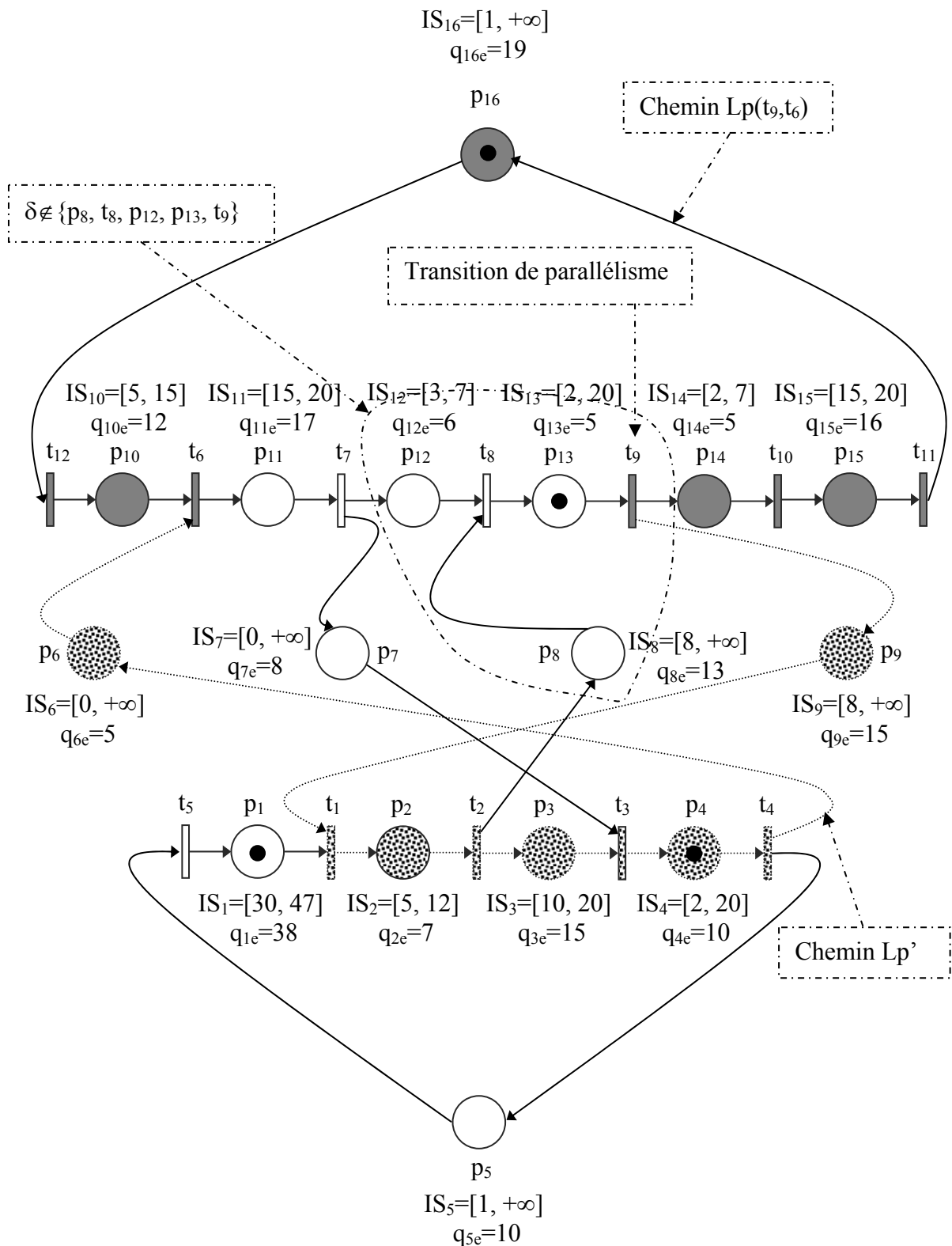


Figure IV.2 : Illustration du lemme IV.4 sur l'atelier considéré

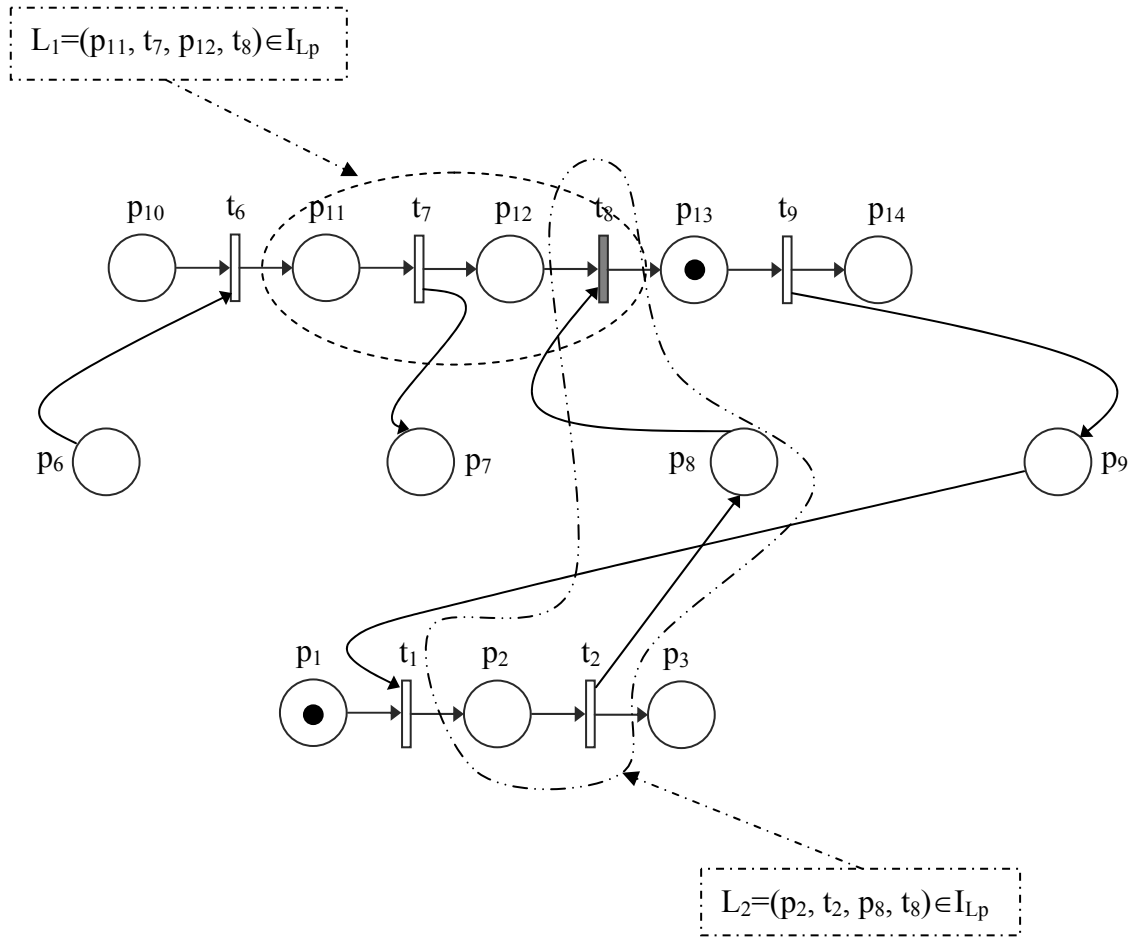


Figure IV.3 : Illustration du lemme IV.4 sur l'atelier considéré

**Lemme IV.5 [JER, 06d]**

Soient  $Lp \in C_{se}$ ,  $t \in (Lp \cap T_O \cap T_S)$ ,  $t^* \in (Lp \cap T_O)$  et  $\delta$  une perturbation temporelle au retard ayant un résidu  $\delta r_t(n) > 0$  quantifié en  $t$ . Les assertions suivantes sont vraies :

$$\delta r_{t^*}(n - M_{n-1}(Lp(t^*, t))) = 0 \Rightarrow \delta \notin [Lp(IN^\circ(Lp), t^*) \setminus \{IN^\circ(Lp)\}] \quad (IV.4)$$

$$\begin{cases} 0 \leq Cr(Lp(IN^\circ(Lp), t^*)) < H(IN^\circ(Lp), t) \\ \delta r_{t^*}(n - M_{n-1}(Lp(t^*, t))) = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \delta \notin [(Lp \setminus Lp(t^*, t)) \cup \{t^*\}] \\ \delta r_{IN^\circ(Lp)}(n - M_{n-1}(Lp(IN^\circ(Lp), t))) < H'(IN^\circ(Lp), t) \end{cases} \quad (IV.5)$$

$$\begin{cases} \delta r_{t^*}(n - M_{n-1}(Lp(t^*, t))) \neq 0 \\ \delta r_t(n) + Cr(Lp(t^*, t)) \neq \delta r_{t^*}(n - M_{n-1}(Lp(t^*, t))) \end{cases} \Rightarrow$$



$$\delta \notin [Lp(IN^\circ(Lp), t) \setminus \{IN^\circ(Lp)\}] \quad (IV.6)$$

**Preuve**

L'hypothèse d'une perturbation unique est adoptée. Le chemin  $Lp$  est un sous chemin mono-synchronisé élémentaire vérifiant  $OUT(Lp)=t$ , vu que la transition de synchronisation  $t$  appartient à  $Lp$ . Selon les propriétés III.1 et III.2 du chapitre III, le nœud  $IN^\circ(Lp)$  est la seule transition de parallélisme du chemin  $Lp$ .

- *Assertion (IV.4)*

Le sous chemin  $\Gamma=[(Lp(IN^\circ(Lp), t^*)) \setminus \{IN^\circ(Lp)\}]$  ne contient aucune transition de parallélisme. Si  $m$  est un nœud appartenant à  $\Gamma$ , il existe un et un seul chemin reliant ce dernier à la transition  $t$  à savoir :  $Lp(m, t)$ . Sachant que  $t^* \in Lp(m, t)$ , le résidu  $(\delta_{r_{t^*}(n-M_{n-1}(Lp(t^*, t)))=0})$  permet de prouver que l'occurrence de la perturbation  $\delta$  est en dehors de  $\Gamma$ .

- *Assertion (IV.5)*

Le résidu de la perturbation  $\delta$  à la transition  $IN^\circ(Lp)$  doit vérifier que :  $\delta_{r_{IN^\circ(Lp)}(n-M_{n-1}(Lp(IN^\circ(Lp), t))) \leq Cr(Lp(IN^\circ(Lp), t^*))$ , sinon un résidu  $\delta_{r_{t^*}(n-M_{n-1}(Lp(t^*, t))) \neq 0$  doit être observé en  $t^*$ . Par hypothèse,  $Cr(Lp(IN^\circ(Lp), t^*)) < H(IN^\circ(Lp), t)$ , ce qui permet de conclure que  $\delta_{r_{IN^\circ(Lp)}(n-M_{n-1}(Lp(IN^\circ(Lp), t))) < H(IN^\circ(Lp), t)$ .

Prouvons le premier résultat de (IV.5).

La perturbation  $\delta \notin [Lp \setminus Lp(t^*, t) \cup \{t^*\}]$  signifie que  $\delta \notin [\Gamma \cup \{IN(Lp), IN^\circ(Lp)\}]$ . Connaissant que  $(\delta_{r_{t^*}(n-M_{n-1}(Lp(t^*, t)))=0)$ , l'assertion (IV.4) donne  $\delta \notin \Gamma$ .

Maintenant, essayons de prouver par l'absurde que  $\delta \notin \{IN(Lp), IN^\circ(Lp)\}$ .

Si  $\delta \in \{IN(Lp), IN^\circ(Lp)\}$ , il existe un chemin  $L_k \in [EC(IN^\circ(Lp), t) \setminus Lp(IN^\circ(Lp), t)]$  par lequel la perturbation  $\delta$  est arrivée à la transition  $t$ .

Il vient alors :  $\delta_{r_{IN^\circ(Lp)}(n-M_{n-1}(Lp(IN^\circ(Lp), t))) = [Cr(L_k) + \delta_{r_t}(n)]$ . Par hypothèse, ceci n'est pas possible vu que  $[Cr(L_k) + \delta_{r_t}(n)] \geq H(IN^\circ(Lp), t)$ . Il en découle immédiatement que  $\delta$  n'appartient pas à l'ensemble :  $\{IN(Lp), IN^\circ(Lp)\}$ .

Le second résultat de (IV.5) est prouvé comme suit.

Selon la définition de  $H'(IN^\circ(Lp), t)$  et connaissant que  $\delta_{r_t}(n) > 0$ ,  $Cr(Lp(IN^\circ(Lp), t^*)) \leq Cr(Lp(IN^\circ(Lp), t))$  et  $Cr(Lp(IN^\circ(Lp), t^*)) < H(IN^\circ(Lp), t)$ , il vient :  $H'(IN^\circ(Lp), t) > Cr(Lp(IN^\circ(Lp), t^*))$ . Ce qui implique :

$$H'(IN^\circ(Lp), t) \geq \delta_{r_{IN^\circ(Lp)}(n-M_{n-1}(Lp(IN^\circ(Lp), t)))$$

Il convient de remarquer que ce dernier résultat permet d'appliquer l'assertion (IV.3).

- *Assertion (IV.6)*

Selon la relation (IV.1),  $(\delta_{r_{t^*}(n-M_{n-1}(Lp(t^*, t))) \neq 0)$  donne  $\delta \notin [Lp(t^*, t) \setminus \{t^*\}]$ . Il reste alors à prouver que  $\delta \notin \Gamma=[(Lp(IN^\circ(Lp), t^*)) \setminus \{IN^\circ(Lp)\}]$ . Faisons le par l'absurde.

Supposons que  $\delta \in \Gamma$ . Si  $m$  est un nœud appartenant à  $\Gamma$ , il existe un et un seul chemin reliant ce dernier à la transition  $t$  à savoir :  $Lp(m,t)$ . Vu que  $t^* \in Lp(m,t)$ , forcément le résidu en  $t^*$  doit vérifier que :  $\delta_{r_{t^*}(n-M_{n-1}(Lp(t^*,t)))} = [\delta_{r_t(n)} + Cr(Lp(t^*,t))]$ . Pour cette raison, la perturbation  $\delta \notin \Gamma$ . Finalement, nous obtenons le résultat demandé à savoir :  $\delta \notin Lp(IN^\circ(Lp),t) \setminus \{IN^\circ(Lp)\}$ .

**Exemple IV.2**

Soient  $Lp = (p_{13}, t_9, p_{14}, t_{10}, p_{15}, t_{11}, p_{16}, t_{12}, p_{10}, t_6)$ ,  $t_6 \in (Lp \cap T_O \cap T_S)$ ,  $t_{12} \in (Lp \cap T_O)$  et  $\delta_{r_{t_6}(n)} = 2$ . On a :  $M_{n-1}(Lp(t_{12}, t_6)) = 0$ .

Si  $\delta_{r_{t_{12}}(n)} = 0$ , l'assertion (IV.4) est appliquée et  $\delta \notin \{p_{14}, t_{10}, p_{15}, t_{11}, p_{16}, t_{12}\}$ .

**Exemple IV.3**

Soient  $Lp = (p_{13}, t_9, p_{14}, t_{10}, p_{15}, t_{11}, p_{16}, t_{12}, p_{10}, t_6)$ ,  $t_6 \in (Lp \cap T_O \cap T_S)$ ,  $t_{10} \in (Lp \cap T_O)$  et  $\delta_{r_{t_6}(n)} = 2$

- *Premier cas* :  $(\delta_{r_{t_{10}}(n-1)} = 0)$

Il vient :

$M_{n-1}(Lp(t_{10}, t_6)) = 1$ ,  $IN^\circ(Lp) = t_9$ ,  $EC(t_9, t_6) = \{Lp(t_9, t_6), Lp' = (t_9, p_9, t_1, p_2, t_2, p_3, t_3, p_4, t_4, p_6, t_6)\}$ ,  $Cr(Lp') = 12$ ,  $Cr(Lp(t_9, t_6)) = 18$ ,  $Cr(Lp(t_9, t_6)) + \delta_{r_{t_6}(n)} = 20$ ,  $H(t_9, t_6) = Cr(Lp') + \delta_{r_{t_6}(n)} = 14$  et  $H'(t_9, t_6) = \min(14, 20) = 14$ .

Comme  $Cr(Lp(t_9, t_{10})) = 0 < H(t_9, t_6)$ , l'assertion (IV.5) est appliquée et  $\delta \notin \{p_{13}, t_9, p_{14}, t_{10}\}$ . En outre, le résidu de la perturbation en  $t_9$  vérifie que :  $\delta_{r_{t_9}(n)} < H'(t_9, t_6)$ . En utilisant l'assertion (IV.3), la perturbation  $\delta \notin \{p_8, t_8, p_{12}, p_{13}, t_9\}$ . En conclusion, la perturbation  $\delta$  n'appartient pas à l'ensemble :  $\{p_8, t_8, p_{12}, p_{13}, t_9, p_{14}, t_{10}\}$ .

- *Deuxième cas* :  $(\delta_{r_{t_{10}}(n-1)} \neq 0)$

Il vient :  $[\delta_{r_{t_6}(n)} + Cr(Lp(t_{10}, t_6))] = 2 + 18 = 20$ .

Si  $\delta_{r_{t_{10}}(n-1)} \neq 20$ , l'assertion (IV.6) est appliquée et  $\delta \notin \{p_{14}, t_{10}, p_{15}, t_{11}, p_{16}, t_{12}, p_{10}, t_6\}$ . En effet, si  $\delta \in \{p_{15}, t_{11}, p_{16}, t_{12}, p_{10}, t_6\}$ , le résidu en  $t_{10}$  au cycle  $(n-1)$  est nul ( $\delta_{r_{t_{10}}(n-1)} = 0$ ). De plus, si  $\delta \in \{p_{14}, t_{10}\}$ , on a  $\delta_{r_{t_{10}}(n-1)} = 20$  sachant que  $Lp(p_{14}, t_6)$  est le seul chemin connectant  $(p_{14}, t_{10})$  à  $t_6$ .

**Lemme IV.6 [JER, 06d]**

Soient  $Lp \in C_{se}$ ,  $tp \in (Lp \cap T_P \cap T_{UO})$ ,  $t \in (Lp \cap T_O)$  et  $Cr(Lp(tp, t))$  la capacité de rejet temporel passif au retard du tronçon du chemin  $Lp$  compris entre les transitions  $tp$  et  $t$ .

Notons :

$DIF(tp)$  l'ensemble des chemins commençant par  $tp$ .

$DIF_n(tp)$  la restriction de  $DIF(tp)$  tel que :  $\forall Lp' \in DIF_n(tp), \forall t' \in Lp', St'(n+m_{t'}) < St(n)$ , avec  $m_{t'} = M_{n-1}(Lp'(tp, t')) - M_{n-1}(Lp(tp, t))$ .

Soient  $Lp' \in DIF_n(tp)$ ,  $t^* \in (Lp' \cap T_O)$  et  $Cr(Lp'(tp, t^*))$  la capacité de rejet temporel passif au retard du tronçon du chemin  $Lp'$  compris entre les transitions  $tp$  et  $t^*$ . Etant donné une perturbation au retard  $\delta$ , les assertions suivantes sont établies :

$$\begin{cases} (t \notin T_S) \wedge (\delta r_t(n) > 0) \\ \delta r_t(n) + Cr(Lp(tp, t)) - Cr(Lp'(tp, t^*)) > 0 \Rightarrow \delta \in [Lp(tp, t) \setminus \{tp\}] \\ \delta r_{t^*}(n + m_{t^*}) = 0 \end{cases} \quad (IV.7)$$

$$\begin{cases} (t \notin T_S) \wedge (\delta r_t(n) > 0) \\ \delta r_{t^*}(n + m_{t^*}) \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \delta \notin [(Lp(tp, t) \cup Lp'(tp, t^*)) \setminus \{tp\}] \quad (IV.8)$$

$$\begin{cases} (t \in T_S) \wedge (\delta r_t(n) > 0) \\ Cr(Lp'(tp, t^*)) < H'(tp, t) \Rightarrow \begin{cases} \delta \notin \{^{\circ}tp, tp\} \\ \delta r_{tp}(n - M_{n-1}(Lp(tp, t))) < H'(tp, t) \end{cases} \\ \delta r_{t^*}(n + m_{t^*}) = 0 \end{cases} \quad (IV.9)$$

$$\begin{cases} (t \in T_S) \wedge (\delta r_t(n) > 0) \\ \delta r_{t^*}(n + m_{t^*}) \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \delta \notin [Lp(tp, t) \setminus \{tp\}] \quad (IV.10)$$

### *Preuve*

Pour conclure quant à la localisation de la perturbation  $\delta$  à l'instant  $St(n)$ , il est nécessaire que le jeton, qui a franchi la transition  $tp$  à l'instant  $Stp(n - M_{n-1}(Lp(tp, t)))$ , doit franchir la transition  $t^*$  avant l'instant  $St(n)$ .

Si  $m_{t^*} > 0$ , le nombre de jetons dans  $Lp'(tp, t^*)$  est strictement supérieur à celui dans  $Lp(tp, t)$ . Dans ce cas, il n'est pas possible de conclure puisque le jeton qui a franchi la transition  $tp$  à l'instant  $Stp(n - M_{n-1}(Lp(tp, t)))$  n'a pas encore franchi la transition  $t^*$ .

- *Assertions (IV.7) et (IV.8)*

Si  $\delta \notin Lp(tp, t)$  et que la transition  $t$  n'est pas une transition de synchronisation, la quantité  $[\delta r_t(n) + Cr(Lp(tp, t))]$  est l'effet résiduel de la perturbation  $\delta$  en  $tp$ . Lorsque  $tp$  est une transition de parallélisme non observable, l'assertion suivante peut être utilisée : si la perturbation modifie l'instant de tir de la transition  $tp$ , ceci peut être détecté en aval de  $tp$ . Quand la valeur de l'effet résiduel de la perturbation est supérieure à celle de la capacité de rejet temporel passif du chemin donné, une variation résiduelle différente de zéro doit être observée. Par conséquent (IV.8) est vraie. Autrement, ceci ne peut être expliqué que par l'occurrence d'une deuxième perturbation, ce qui est exclu par hypothèse. Il vient alors que la perturbation n'a pas traversé la transition  $tp$  et l'assertion (IV.7) est vraie.

Il est à noter que si la capacité de rejet temporel passif  $Cr(Lp'(tp, t^*))$  est supérieure à l'effet résiduel de la perturbation en  $tp$ , il est n'est pas possible de conclure.

- *Assertion (IV.9)*

Supposons que  $\delta \in \{^{\circ}tp, tp\}$ . Dans ce cas, il existe un chemin  $L_k \in EC(tp, t)$  par lequel  $\delta$  est arrivée à la transition  $t$ . Il vient :  $\delta_{r_{tp}(n-M_{n-1}(Lp(tp, t)))} = [Cr(L_k) + \delta_{r_t}(n)]$ . Sachant que  $[Cr(L_k) + \delta_{r_t}(n)] \geq H'(tp, t)$  et  $Cr(Lp'(tp, t^*)) < H'(tp, t)$ , un résidu en  $t^*$  différent zéro doit être observé ( $\delta_{r_{t^*}(n+m_{t^*})} \neq 0$ ). Ceci est en contradiction avec l'hypothèse de l'assertion (IV.9). En conséquence, (IV.9) est vraie.

Il convient de remarquer que le second résultat de cette assertion permet d'appliquer (IV.3).

- *Assertion (IV.10)*

Le sous chemin  $Lp(tp, t) \setminus \{tp\}$  ne contient aucune transition de parallélisme. Il est évident que si  $\delta \in Lp(tp, t) \setminus \{tp\}$  alors  $\delta_{r_{t^*}(n+m_{t^*})} = 0$ .

#### **Exemple IV.4**

Soient  $Lp = (p_{13}, t_9, p_{14}, t_{10}, p_{15}, t_{11}, p_{16}, t_{12}, p_{10}, t_6)$ ,  $t_{11} \in (Lp \cap T_O \cap T_{NS})$ ,  $t_9 \in (Lp \cap T_P \cap T_{UO})$ ,  $Lp' = (t_9, p_9, t_1)$  et  $t_1 \in (Lp' \cap T_O)$ .

Il vient :

$M_{n-1}(Lp(t_9, t_{11})) = 0$ ,  $M_{n-1}(Lp(t_9, t_1)) = 0$ ,  $Lp' \in DIF_n(t_9)$  ( $St_{9e}(1) = 0$ ,  $St_{11e}(1) = 21$  et  $St_{1e}(1) = 15$ ),  $Cr(Lp(t_9, t_{11})) = 0$ ,  $Cr(Lp'(t_9, t_1)) = Cr(Lp') = 8$  et  $m_{t_1} = 0$ .

- *Premier cas :  $\delta_{r_{t_{11}}}(n) = 10 > Cr(Lp')$*

Si  $\delta_{r_{t_{11}}}(n) = 0$ , les conditions de (IV.7) sont satisfaites et  $\delta \in \{p_{14}, t_{10}, p_{15}, p_{11}\}$ . Autrement, un résidu  $\delta_{r_{t_{11}}}(n) = 10 - Cr(Lp') = 2$  doit être observé en  $t_1$  avant le franchissement de la transition  $t_{11}$ .

Si  $\delta_{r_{t_1}}(n) = 2$ , les conditions de (IV.8) sont satisfaites et  $\delta \notin \{p_9, t_1, p_{14}, t_{10}, p_{15}, p_{11}\}$ .

- *Deuxième cas :  $\delta_{r_{t_{11}}}(n) = 6 < Cr(Lp')$*

Si  $\delta_{r_{t_1}}(n) = 0$ , il n'est pas possible de conclure puisque la capacité de rejet temporel passif au retard  $Cr(Lp')$  est supérieure à l'effet résiduel de la perturbation  $\delta$  à la place d'entrée du chemin  $Lp'$ . La perturbation envisagée ne peut pas être détectée en  $t_1$ .

#### **Exemple IV.5**

Soient  $Lp = (p_{13}, t_9, p_9, t_1)$ ,  $t_1 \in (Lp \cap T_O \cap T_S)$ ,  $t_9 \in (Lp \cap T_P \cap T_{UO})$ ,  $Lp' = (t_9, p_{14}, t_{10})$ ,  $t_{10} \in (Lp' \cap T_O)$  et  $\delta_{r_{t_1}}(n) = 1$ .

Nous avons :

$M_{n-1}(Lp(t_9, t_1))=0$ ,  $M_{n-1}(Lp(t_9, t_{10}))=0$ ,  $Lp' \in DIF_n(t_9)$  ( $St_{9e}(1)=0$ ,  $St_{1e}(1)=15$  et  $St_{10e}(1)=5$ ),  $m_{t_{10}}=0$ ,  $EC(t_9, t_1)=\{Lp(t_9, t_1), Lp_1=(t_9, p_{14}, t_{10}, p_{15}, t_{11}, p_{16}, t_{12}, p_{10}, t_6, p_{11}, t_7, p_7, t_3, p_4, t_4, p_5, t_5, p_1, t_1)\}$ ,  $Cr(Lp(t_9, t_1))=7$ ,  $Cr(Lp_1)=35$ ,  $H'(t_9, t_1)=8$  et  $Cr(Lp'(t_9, t_{10}))=Cr(Lp')=0 < H'(t_9, t_1)$ .

Si  $\delta_{r_{t_{10}}}(n)=0$ , les conditions de (IV.9) sont remplies. Les résultats sont :  $\delta \notin \{p_{13}, t_9\}$  et  $\delta_{r_{t_9}}(n) < H'(t_9, t_1)$ . En utilisant l'assertion (IV.3),  $\delta$  n'appartient pas à l'ensemble :  $\{p_8, t_8, p_{12}, p_{13}, t_9\}$ .

Si  $\delta_{r_{t_{10}}}(n) \neq 0$ , les conditions de (IV.10) sont satisfaites et  $\delta$  n'appartient pas à l'ensemble :  $\{p_9, t_1\}$ .

#### ***Lemme IV.7***

Soient  $t \in T_O$ ,  $t^* \in T_O$  et  $Lp \in EC(t^*, t)$ .

Si  $(\delta_{r_t}(n) \neq 0$  et  $\delta_{r_{t^*}(n-M_{n-1}(Lp))} \neq 0)$  alors  $\delta \notin EC(t^*, t) \setminus \{t^*\}$ .

#### ***Preuve***

Si la perturbation  $\delta \in EC(t^*, t) \setminus \{t^*\}$ , nécessairement le jeton sujet de la perturbation a franchi la transition  $t^*$  à l'instant  $St^*(n-M_{n-1}(Lp))$  avec un résidu nul :  $\delta_{r_{t^*}(n-M_{n-1}(Lp))}=0$ .

#### ***Algorithme***

Nous avons voulu montrer que l'ensemble des définitions et lemmes introduits dans la présente section permet d'effectuer une localisation au moins partielle d'une perturbation donnée. Cet algorithme figure dans l'annexe.

### **IV.2.1.3 Conclusion**

Cette partie consacrée à l'observabilité des perturbations temporelles a donné lieu à la présentation d'un certain nombre de lemmes visant à intégrer la notion de rejet temporel passif du système qui peut masquer les perturbations. Si dans l'introduction nous avons souligné l'importance de l'observation des perturbations, force est de constater après cette étude que ce problème est très difficile. Ainsi, l'algorithme que nous fournissons ne donne dans le cas général qu'une localisation partielle. C'est donc sans surprise que nous constatons que l'instrumentation et le positionnement de capteurs est une problématique clef pour les ateliers à contraintes de temps.

### **IV.2.2 Observabilité des violations de contraintes**

Une violation de contraintes est avant tout une rupture des spécifications du cahier des charges concernant la production. Concrètement, il y a l'assurance qu'au moins un temps opératoire n'a pas été respecté. En conséquence, il existe au moins un produit qui n'est pas conforme. Conformément à la définition des RdP P-temporels, les violations de contraintes se matérialisent par la mort de marques dans les places en amont des transitions de synchronisation. Rappelons simplement qu'un produit non conforme est absolument

inutilisable dans les ateliers à contraintes de temps et que dans ce cas il faut absolument l'identifier et l'éliminer.

#### **IV.2.2.1 Définitions**

##### ***Définition IV.7***

Une violation de contraintes est détectable si la détection de la perturbation permet d'affirmer qu'une violation de contraintes a eu lieu.

##### ***Définition IV.8***

Une violation de contraintes est quantifiable si sa valeur temporelle peut être connue de manière analytique.

##### ***Définition IV.9***

Une violation de contraintes est localisable s'il est possible d'identifier son le lieu d'occurrence.

##### ***Définition IV.10***

Une violation de contraintes est partiellement localisable si son occurrence est prouvée appartenir à un sous-ensemble donné de P.

##### ***Définition IV.11***

Une violation de contraintes est observable si et seulement si elle est détectable, quantifiable et localisable.

##### ***Définition IV.12***

La perturbation maximale,  $R(L_p)$ , acceptable à l'entrée d'un chemin  $L_p$  est la plus grande valeur de la perturbation injectée à l'entrée, parcourant toutes les places de  $L_p$  jusqu'à la dernière transition sans occasionner de mort de marque.

##### ***Définition IV.13***

La perturbation minimale,  $A(L_p)$ , acceptable à l'entrée d'un chemin  $L_p$  est la plus petite valeur de la perturbation injectée à l'entrée et parcourant toutes les places de  $L_p$  jusqu'à la dernière transition sans occasionner de mort de marque.

#### **IV.2.2.2 Lemmes et théorème**

##### ***Lemme IV.8 [JER, 05]***

La perturbation maximale acceptée à la place d'entrée d'un chemin  $L_p$  ne contenant pas de transition de synchronisation est :  $R(L_p) = +\infty$ .

**Preuve**

Sachant que la perturbation est à l'entrée de la place  $L_p$ , la possibilité de mort de marque n'est possible qu'au niveau des places juste en amont des transitions de synchronisation. Par hypothèse, cette éventualité est exclue.

**Lemme IV.9**

La perturbation maximale acceptée à l'entrée  $IN(L_p)$  d'un chemin mono-synchronisé ne contenant pas de transition de parallélisme est :

$$R(L_p) = Cr(L_p) + \min_{\substack{p_i^o = OUT(L_p) \\ p_i \notin L_p}} (b_i - q_{ie}) \quad (IV.11)$$

**Preuve**

Une partie de la perturbation est rejetée par le chemin  $L_p$  et ce qui reste doit être accepté au niveau de la transition de synchronisation  $OUT(L_p)$ .

**Lemme IV.10 [JER, 05]**

Supposons qu'il n'y a pas de changement au niveau de la boucle de commande initiale. L'occurrence d'une perturbation temporelle à l'entrée d'un chemin  $L_p$  dépassant la valeur  $R(L_p)$ , permet d'affirmer l'occurrence d'une violation de contraintes. Cette violation de contraintes est partiellement localisable dans le voisinage  $V(L_p)$  du chemin  $L_p$ .

**Preuve**

Ce lemme découle directement de la définition IV.12, relative à la perturbation maximale acceptée à l'entrée d'un chemin.

**Remarque**

Rappelons que l'application de la robustesse active (modification de la boucle de commande) permet dans certains cas d'éviter la violation de contraintes.

**Théorème [JER, 05]**

Soient :

- $L_p$  : un chemin ayant  $K$  transitions de parallélisme et  $N$  transitions de synchronisation tel que :  $K \neq 0$ ,  $N \neq 0$ ,  $IN(L_p) \in P$  et  ${}^oIN(L_p)$  n'est pas une transition de parallélisme,
- $R_{np}(L_p)$  : la perturbation maximale acceptée à l'entrée du chemin  $L_p$  calculée sans tenir compte de l'influence des chemins mono-synchronisés de parallélisme issus de  $L_p$ ,
- $tp_k$  : la  $k^{\text{ème}}$  transition de parallélisme de  $L_p$  ( $0 < k \leq K$ ),
- $\varphi_1 = \{Lp_j \in Lp / (\text{pour } j=1, Lp_1 \in C_{ms}) \wedge (IN(Lp_1) = IN(Lp)) \wedge (Lp_j \in C_{se} \text{ pour } j > 1)\}$ ,
- $\varphi_2 = \{Lpr_k \in Lp / (\text{pour } k=1, IN(Lpr_1) = IN(Lp)) \wedge (OUT(Lpr_k) = tp_k) \wedge (\text{pour } k > 1, tp_{k-1} = {}^oIN(Lpr_k))\}$ ,

$$\varphi_3 = \{L_{pp_k} \in C_{ms} / (\text{IN}(L_{pp_k}) = tp_k) \wedge (\text{IN}(L_{pp_k}) \notin L_p)\}.$$

Toute perturbation au retard  $\delta$  à l'entrée du chemin  $L_p$  vérifiant simultanément les inéquations (IV.12) et (IV.13) cause une violation de contraintes :

$$\delta > R_{np}(L_p) \quad (IV.12)$$

$$\delta - \sum_{j=1}^k Cr(L_{pr_j}) \leq Cr(L_{pp_k}), \quad \forall k \leq K \quad (IV.13)$$

Cette violation de contraintes est localisée dans :

$\text{OUT}(L_{p_m}) \setminus \{ps / (ps^\circ = \text{OUT}(L_{p_m})) \wedge (ps \in L_{p_m})\}$  avec  $L_{p_m} \in \varphi_1$  est le premier chemin vérifiant (IV.14) :

$$\delta - \sum_{j=1}^m Cr(L_{p_j}) > \min_{\substack{p_i^\circ = \text{OUT}(L_{p_m}) \\ p_i \notin L_{p_m}}} (b_i - q_{ie}) \quad (IV.14)$$

### *Preuve*

La borne  $R_{np}(L_p)$  est calculée sans tenir compte des chemins mono-synchronisés de parallélisme issus de  $L_p$ . Les chemins mono-synchronisés de parallélisme ont une influence sur la valeur de la perturbation maximale acceptée à l'entrée de  $L_p$  ( $R(L_p)$ ). En conséquence, la condition (IV.12) toute seule ne permet pas d'affirmer qu'il a eu une violation de contraintes. Cependant, si les effets résiduels de la perturbation à l'entrée des chemins appartenant à l'ensemble  $\varphi_3$  peuvent être rejetés et ceci en satisfaisant l'inéquation (IV.13), la condition (IV.12) devient une condition suffisante pour affirmer une violation de contraintes dans le voisinage  $V(L_p)$  du chemin  $L_p$ . De plus, forcément cette violation de contraintes a eu lieu au niveau d'une transition de synchronisation et plus précisément dans ses places d'entrée. Selon la topologie des ateliers considérés cette violation de contrainte a eu lieu dans une des places d'entrée de cette transition de synchronisation. Cette place ne peut pas appartenir au chemin  $L_p$  vu que l'occurrence de la perturbation au retard est à son entrée. Le premier chemin de l'ensemble  $\varphi_1$  satisfaisant l'inéquation (IV.14) permet de retrouver cette transition de synchronisation et par la suite localiser la violation de contraintes. En effet, (IV.14) donne la condition de mort de marque à l'entrée de ce chemin. Le test de la condition (IV.14) doit être effectué jusqu'à sa satisfaction.

Ce théorème constitue une condition suffisante de décision relative à l'occurrence d'une violation de contraintes comme conséquence de l'occurrence d'une perturbation à l'entrée d'un chemin donné.



Pour appliquer ce théorème, il est nécessaire d'avoir un outil pour calculer la borne  $R_{np}(Lp)$ . Un algorithme répondant à cette exigence a été développé [JER, 05] :

$$\varphi = \{Lp_j / (IN(Lp_j) = IN(Lp)) \wedge (Lp_j \in C_{ms}) \wedge (Lp_j \in Lp)\}$$

Si  $(\varphi = \Phi)$  alors  $R_{np}(Lp) \leftarrow +\infty$   
 Sinon  
 {  

$$R_{np}(Lp) \leftarrow \min_j [Cr(Lp_j) + F(Lp \setminus Lp_j, OUT(Lp_j)^\circ, \min(b_i - q_{ie}))]$$

$$p_i^\circ = OUT(Lp_j)$$

$$p_i^\circ \notin Lp_j$$
 }  
 }

$$F(Lp^*, p^*, \Delta t)$$

$$\{\varphi^* = \{Lp_j / (p^* \in Lp_j) \wedge (Lp_j \in C_{se}) \wedge (Lp_j \in Lp^*)\}$$

Si  $(\varphi^* = \Phi \text{ ou } \Delta t = 0)$  alors  $(F \leftarrow \Delta t)$   
 Sinon  
 {  

$$F \leftarrow \min_j \{ \min [ \Delta t, (Cr(Lp_j) + F(Lp^* \setminus Lp_j, OUT(Lp_j)^\circ, \min(b_i - q_{ie}))) ] \}$$

$$p_i^\circ = OUT(Lp_j)$$

$$p_i^\circ \notin Lp_j$$
 }  
 }

**Exemple IV.6**

Soit le chemin  $Lp = (p_{11}, t_7, p_{12}, t_8, p_{13}, t_9, p_{14}, t_{10})$  de la figure IV.4. Calculons  $R_{np}(Lp)$  en utilisant l'algorithme donné :

$$\varphi = \{Lp_1 = (p_{11}, t_7, p_{12}, t_8)\}, Cr(Lp_1) = 0,$$

$$R_{np}(Lp) \leftarrow F(Lp \setminus Lp_1, p_{13}, +\infty), \varphi^* = \Phi \text{ alors } R_{np}(Lp) = +\infty.$$

La première condition de notre théorème ne peut pas être satisfaite et par la suite il ne peut pas être appliqué. Cependant, nous pouvons déterminer la valeur de la perturbation maximale  $R(Lp)$  à l'entrée du chemin  $Lp$ .

La transition  $t_8$  est la seule transition de synchronisation du chemin  $Lp$ . La place  $p_8$  vérifie :  $p_8 \in R_N, p_8^\circ = t_8$  et  $b_8 = +\infty$ . Par conséquent, toute perturbation au retard injectée à l'entrée de la place  $p_{11}$  est acceptée tout le long du chemin  $Lp$  sans engendrer de mort de marque. Il n'y aura donc pas de violation de contraintes ( $R(Lp) = +\infty$ ).

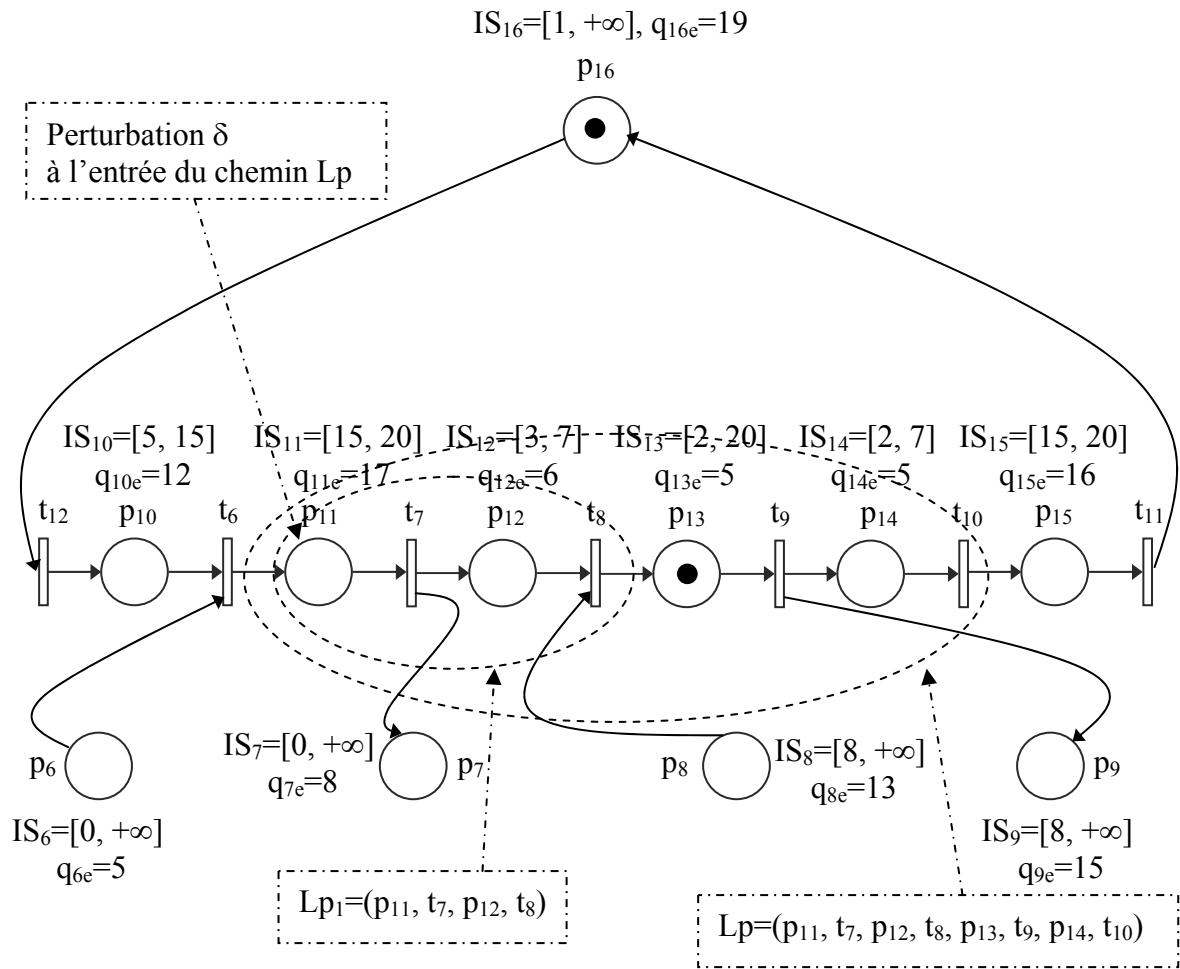


Figure IV.4

**Exemple IV.7**

Soit le chemin  $L_p = (p_{13}, t_9, p_9, t_1)$  de la figure IV.5. Calculons  $R_{np}(L_p)$  en utilisant l'algorithme donné :

$$\begin{aligned} \varphi &= \{L_{p_1} = L_p = (p_{12}, t_8)\}, Cr(L_{p_1}) = 15 - 8 = 7, \\ R_{np}(L_p) &\leftarrow F(L_p \setminus L_{p_1}, p_2, 9) + 7, \\ \varphi^* &= \Phi, \\ F &\leftarrow 9, \\ R_{np}(L_p) &= 9 + 7 = 16. \end{aligned}$$

La place  $p_9 \in L_p \cap R_N$  offre une capacité de rejet temporel passif au retard égale à  $Cr(L_{p_1}) = 7$ . Le chemin  $L_p$  contient une seule transition de synchronisation qui est la transition  $t_1$ . La place  $p_1$  offre une marge transmissible de robustesse au retard égale à  $b_1 - q_{1e} = 47 - 38 = 9$ . Par la suite, nous avons :  $R_{np}(L_p) = 16$ .

Soit  $\delta = 18$ , une perturbation à l'entrée de la place  $p_{12}$  du chemin  $L_p$ . Essayons de voir si les conditions de théorème sont vérifiées et par la suite conclure sur la détection et la localisation de la violation de contraintes si elle a eu lieu.

Il vient :

$\varphi_1 = \{Lp_1 = Lp = (p_{12}, t_8)\}$ ,  $\varphi_2 = \{Lpr_1 = (p_{13}, t_9)\}$ ,  $\varphi_3 = \{Lpp_1 = (p_{14}, t_{10}, p_{15}, t_{11}, p_{16}, t_{12}, p_{10}, t_6)\}$ ,  
 $Cr(Lpr_1) = 0$  et  $Cr(Lpp_1) = 18$ .

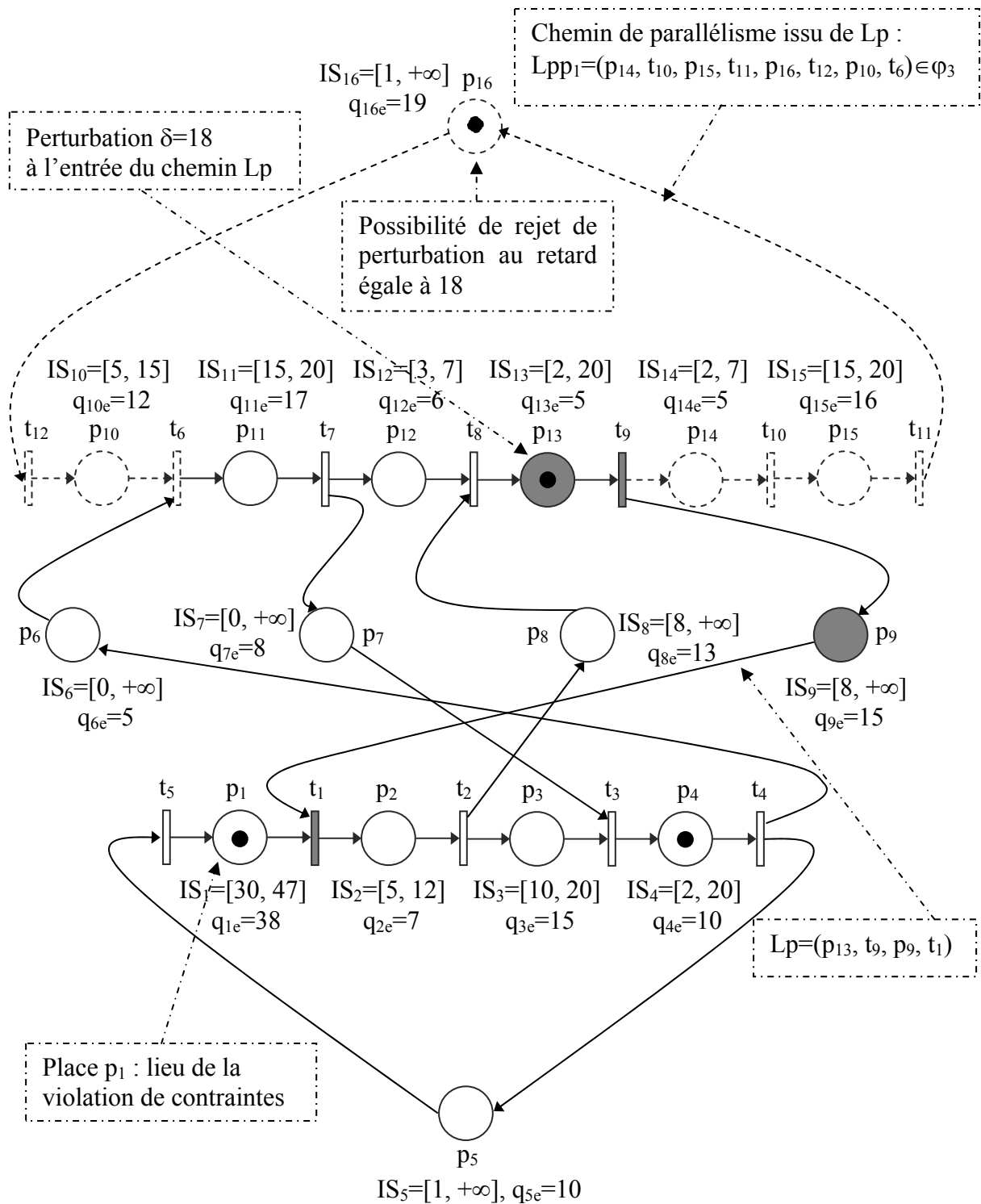


Figure IV.5 : Exemple de localisation d'une violation de contraintes.

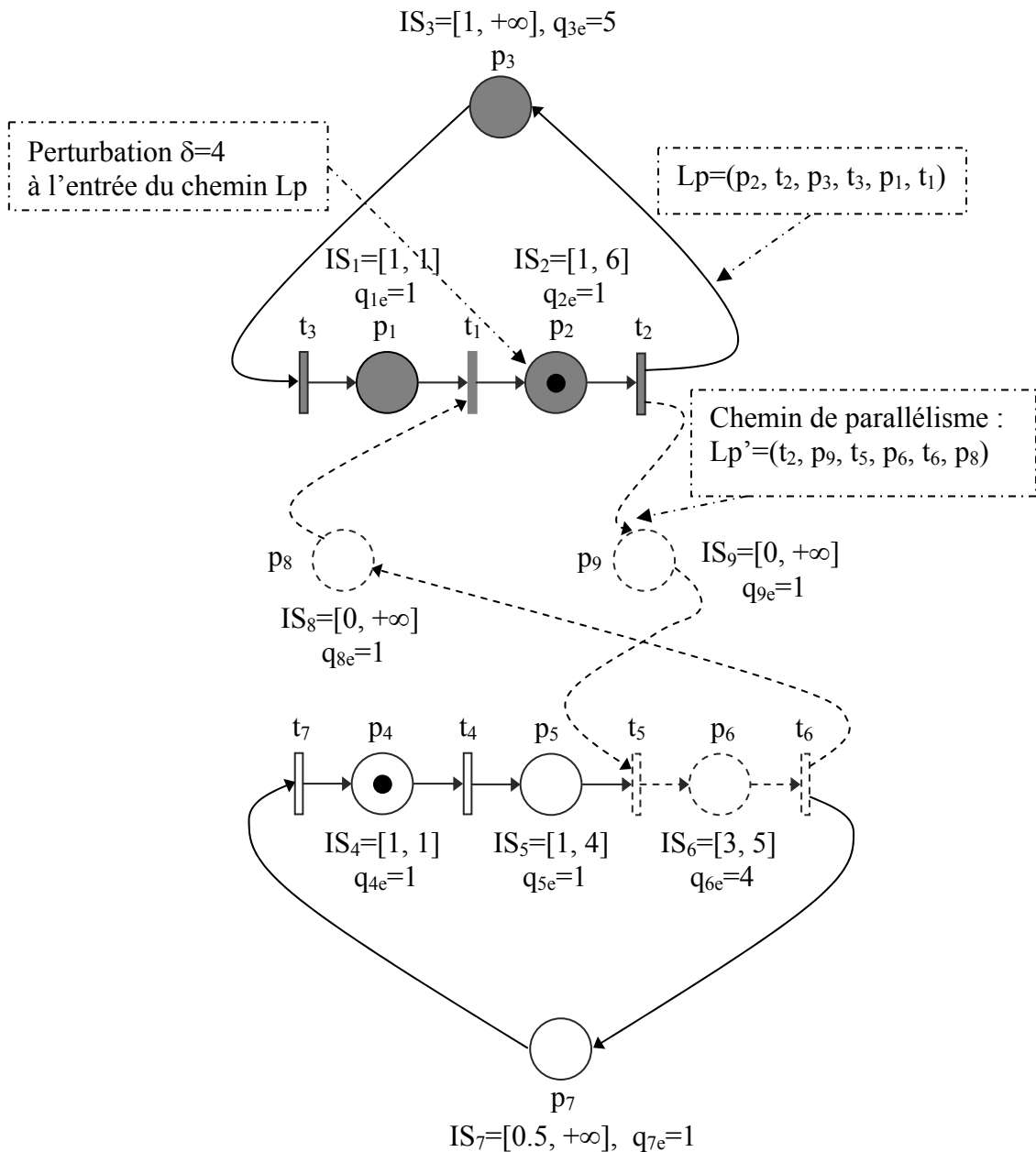
Les deux conditions de notre théorème sont satisfaites et ce dernier est donc applicable : la perturbation  $\delta=18$  cause une violation de contrainte localisée dans la place  $p_1$ .

Il vient de même que toute perturbation  $\delta$  appartenant à l'intervalle  $]16, 18]$  aura la même conséquence.

**Remarque**

Considérons un chemin  $L_p$  satisfaisant aux hypothèses de notre théorème. Nous allons donner maintenant un exemple d'influence des chemins de parallélisme, issus de ce chemin, sur la valeur de la perturbation maximale à l'entrée de  $L_p$ .

Soit l'atelier manufacturier représenté par le RdP P-temporel de la figure IV.6.



**Figure IV.6 : Influence d'un chemin de parallélisme sur la valeur maximale de la perturbation acceptée à l'entrée d'un chemin**

les instants initiaux de mise à feu des différentes transitions sont :  $St_{1e}(1)=6$ ,  $St_{2e}(1)=0$ ,  $St_{3e}(1)=5$ ,  $St_{4e}(1)=0$ ,  $St_{5e}(1)=1$ ,  $St_{6e}(1)=5$  et  $St_{7e}(1)=6$ .

Le temps de cycle est  $\pi=7$ .

Soit le chemin  $Lp=(p_2, t_2, p_3, t_3, p_1, t_1)$ . La perturbation maximale à l'entrée de ce chemin sans tenir compte de l'influence du chemin de parallélisme  $Lp'=(t_2, p_9, t_5, p_6, t_6, p_8)$  est :  $R_{np}(Lp)=+\infty$ , vu que  $p_8$  représente une machine en attente. Il est à remarquer que  $Lp'$  est à la fois un chemin de parallélisme et un chemin de synchronisation pour  $Lp$ .

Soit une perturbation au retard  $\delta=4$  affectant le jeton en  $p_2$ . Ce retard est totalement éliminé à la place  $p_3$  et le jeton arrive à la place  $p_1$  comme prévu. Les conséquences de cette perturbation sur les instants de tir effectifs des transitions sont :  $St_2(1)=4$ ,  $St_3(1)=5$ ,  $St_4(1)=0$ ,  $St_5(1)=4$ ,  $St_6(1)=8$  et  $St_7(1)=8.5$ . La conclusion est que le jeton arrivant à la place  $p_1$  est mort. Cela montre que les chemins de parallélisme peuvent modifier (dans ce cas diminuer) la valeur de la perturbation maximale calculée en les supprimant ( $R_{np}(Lp)$ ).

Notre théorème suppose qu'une perturbation est survenue à l'entrée d'un chemin  $Lp$  et que cette perturbation, diffusée par les transitions de parallélisme de  $Lp$ , est complètement rejetée par les chemins mono-synchronisés de parallélisme issus de  $Lp$ . Donc, les chemins parallèles mono-synchronisés ne vont rien rajouter ou diminuer à la borne calculée par l'algorithme décrit précédemment.

Ce théorème donne une condition de rejet de la perturbation sur les chemins de parallélisme mono-synchronisés issus du chemin considéré. Une extension de ce théorème est possible en considérant le rejet de la perturbation sur tous les chemins de parallélisme ayant une transition de synchronisation en commun avec le chemin considéré.

#### IV.2.2.3 Conclusion

Dans cette section, la violation de contraintes temporelles est caractérisée de manière analytique. Après avoir énoncé une série de lemmes et de définitions, nous avons pu prouver un théorème donnant une condition suffisante de détection et de localisation de violation de contraintes. Les hypothèses de ce théorème sont cependant assez restrictives et il serait judicieux de travailler à en étendre l'espace d'application.

### IV.3 Intégration de la robustesse dans le filtrage des comptes rendus

Lors de l'occurrence d'un dysfonctionnement dans un atelier manufacturier de production, il est crucial de réagir au plus tôt pour maintenir la productivité et assurer la sécurité du système. Il est reconnu depuis quelques années que le pilotage temps réel, sans intervention humaine, a un apport significatif face à ce type de problème [SAH, 87], [TOG, 90].

Dans la catégorie d'ateliers concernée par cet article, les opérations ont des contraintes temporelles associées qui doivent être impérativement respectées. La violation de ces contraintes peut mettre en cause la santé des clients. Ainsi, la détection d'une violation des contraintes d'intervalles associées aux différents états doit automatiquement entraîner un arrêt de la production. Par contre, lorsqu'on reste dans les domaines de robustesse du système il est prouvé que ce type de violation n'a pas eu lieu. Dans ce cas, nous envisageons de maintenir la production tout en la qualifiant de «production dégradée» [NOU, 97]. Bien entendu, le produit

n'est pas dégradé, mais la production est qualifiée comme telle car les instants de livraisons des produits ne sont pas ceux qui étaient prévus initialement. C'est ce contexte que nous proposons d'intégrer dans la génération de symptômes telle qu'elle a été présentée dans la thèse de A. Toguyeni [TOG, 92].

L'utilisation des travaux de Toguyeni peut paraître discutable car un certain nombre de travaux utilisant par exemple les chroniques [BOU, 05] vont plus loin dans le formalisme. Néanmoins, la finalité de cette section n'est pas de contribuer à l'état de l'art de la surveillance-diagnostic, mais de montrer comment la connaissance de la robustesse peut rendre la supervision plus efficace. En considérant ce critère, le filtrage des comptes rendus de [TOG, 92] nous a paru pédagogiquement intéressant.

### IV.3.1 Génération de symptômes

L'idée consiste à modéliser toute opération à partir d'une approche temporelle. A toute opération  $A_i$ , à laquelle est associée un compte rendu  $CR_i$ , est associé une fenêtre temporelle  $[\Delta t_{m/CR_i}, \Delta t_{M/CR_i}]$  (Figure IV.7).  $CR_i$  est valide uniquement à l'intérieur de la fenêtre.  $\Delta t_{m/CR_i}$  et  $\Delta t_{M/CR_i}$  sont des dates relatives à l'instant de déclenchement de  $A_i$  (Start-Event). Le principe du filtrage est de positionner la fenêtre temporelle de chaque compte rendu  $CR_i$  lorsque l'on a reçu son Start-Event. Deux types de symptômes sont distingués [TOG, 92].

Les symptômes de type I notés  $S^1_i$  : cette classe de symptômes correspond à un compte rendu attendu et non reçu à  $\Delta t_{M/CR_i}$ , date donnée par rapport à l'occurrence du Start-Event  $A_i$ . Le mécanisme de détection de ce type de symptôme correspond au mécanisme classique de chien de garde, mais mis en œuvre de manière séparée de la commande.

Les symptômes de type II notés  $S^2_i$  : correspondent à des comptes rendus intempestifs. Deux cas sont envisagés. Le premier correspond à une action mais son compte rendu survient avant l'intervalle de validation. Le deuxième cas correspond à l'occurrence d'un compte rendu en absence de toute commande pouvant la créer.

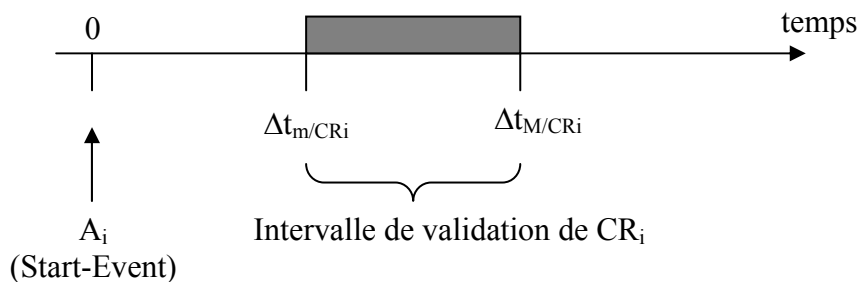


Figure IV.7 : Modèle associé à une opération [TOG, 92]

### IV.3.2 Intégration de la robustesse

L'outil utilisé pour représenter le mécanisme de filtrage est le RdP t-temporel interprété. Dans un premier temps, nous rappelons la définition d'un RdP t-temporel interprété. Dans un deuxième nous donnons le mécanisme de filtrage de comptes rendus intégrant les deux propriétés de robustesse passive et active.

### IV.3.2.1 RdP t-temporel interprété

#### Définition IV.14

Un RdP t-temporel est donné par le doublet  $\langle R, IS' \rangle$ , dans lequel R est un RdP et  $IS'$  est la fonction intervalle statique :  $IS' : T \rightarrow \mathbb{Q}^+ \times (\mathbb{Q}^+ \cup \{+\infty\})$  [DIA, 01].

#### Définition IV.15

Un RdP t-temporel interprété est un RdP t-temporel comprenant une partie opérative dont l'état est défini par un ensemble de variables. Cet état est modifié par des opérations qui sont associées aux places. Il détermine la valeur des conditions (prédicats) qui sont associées aux transitions.

Le mécanisme de chien de garde est facilement représenté par les RdP t-temporels interprétés. Par exemple, figure IV.8, la détection d'un état normal et d'un état de panne. Si le compte rendu arrive dans l'intervalle  $[t_m, t_M[$ , le système est dans un état normal. Si le signal arrive à l'instant  $t_M$ , le système est en état de panne.

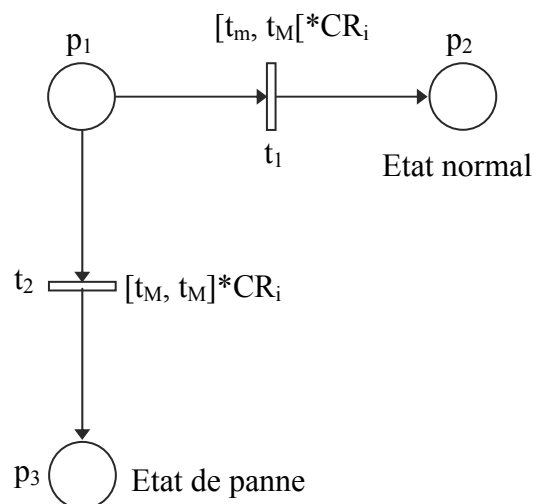


Figure IV.8 : Mécanisme de chien de garde à l'aide d'un RdP t-temporel interprété

### IV.3.2.2 Mécanisme de filtrage

Dans le cadre de l'intégration de la robustesse dans la supervision de systèmes manufacturiers à contraintes de temps, nous définissons, figure IV.9, cinq intervalles de temps, à savoir [JER, 06c] :

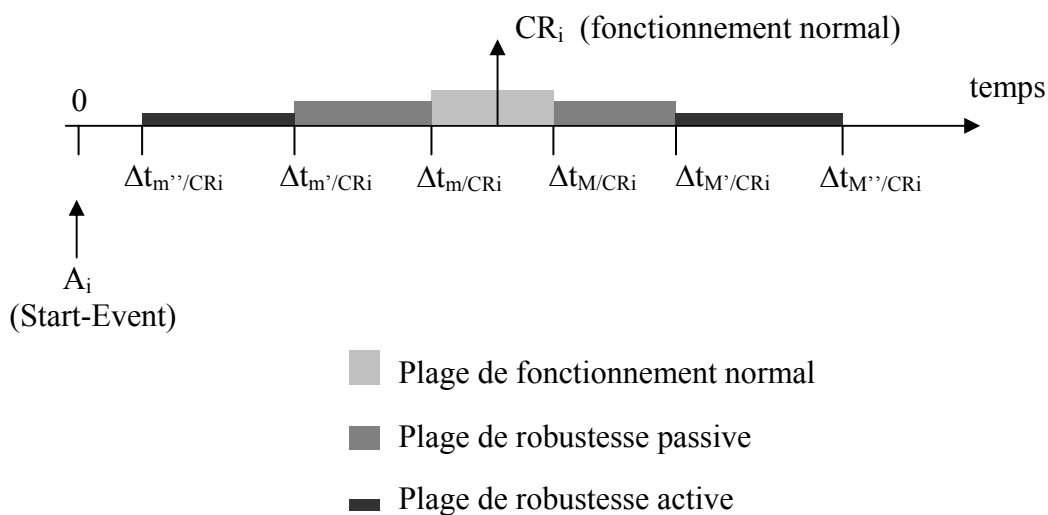
$I_{1i} = [\Delta t_m' / CR_i, \Delta t_m' / CR_i]$ ,  $I_{2i} = [\Delta t_m' / CR_i, \Delta t_m / CR_i]$ ,  $I_{3i} = [\Delta t_m / CR_i, \Delta t_M / CR_i]$ ,  $I_{4i} = [\Delta t_M / CR_i, \Delta t_M' / CR_i]$  et  $I_{5i} = [\Delta t_M' / CR_i, \Delta t_M' / CR_i]$ .

La marge de robustesse passive disponible est dans  $I_{2i} \cup I_{4i}$ , alors que la marge de robustesse active est dans  $I_{1i} \cup I_{5i}$ . D'un point de vue fonctionnel, il y a trois plages d'utilisation dont il est possible de prouver la validité : le fonctionnement normal, la plage de

robustesse passive et la plage de robustesse active. Dans le cas d'un fonctionnement anormal, il y a toujours dualité des scénarios d'avance et de retard.

Le mécanisme de filtrage adopté est décrit par le RdP t-temporel interprété de la figure IV.10. Plusieurs cas peuvent se présenter [JER, 06e].

- S'il y a absence de commande (pas de  $A_i$ ) et présence de  $CR_i$ , il y a gel de la commande et génération d'un symptôme  $S^2_i$  (place  $p_3$ ).
- Si le compte rendu  $CR_i$  arrive dans l'intervalle de temps  $[0, \Delta t_{m^*/CR_i}[$ , il y a gel de la commande et génération d'un symptôme  $S^2_i$  (place  $p_3$ ).



**Figure IV.9 : Intégration de la robustesse dans le modèle associé à une opération**

- Si le compte rendu  $CR_i$  arrive dans l'intervalle de temps  $I_{1i}=[\Delta t_{m^*/CR_i}, \Delta t_{m^*/CR_i}[$ , il y a changement de la conduite (robustesse active à une avance) et mémorisation d'un symptôme  $S^2_i$  (place  $p_4$ ).
- Si le compte rendu  $CR_i$  arrive dans l'intervalle de temps  $I_{2i}=[\Delta t_{m^*/CR_i}, \Delta t_{m/CR_i}[$ , il n'y a pas de changement de conduite (robustesse passive à une avance) mais seulement une mémorisation d'un symptôme  $S^2_i$  (place  $p_5$ ).
- Si le compte rendu  $CR_i$  arrive dans l'intervalle de temps  $I_{3i}=[\Delta t_{m/CR_i}, \Delta t_{M/CR_i}[$ , le comportement du système est normal (place  $p_6$ ).
- A l'instant  $\Delta t_{M/CR_i}$  (transition  $t_7$ ), il y a automatiquement une mémorisation d'un symptôme  $S^1_i$  (place  $p_7$ ).
- Si le compte rendu  $CR_i$  arrive dans l'intervalle de temps  $I_{4i}=[\Delta t_{M/CR_i}, \Delta t_{M^*/CR_i}[$ , c'est un cas de robustesse passive à un retard (place  $p_8$ ). Le symptôme  $S^1_i$  est déjà mémorisé (place  $p_7$ ).



- Si le compte rendu  $CR_i$  arrive dans l'intervalle de temps  $I_{5i}=[\Delta t_{M'/CR_i}, \Delta t_{M''/CR_i}]$ , un changement de la conduite est nécessaire (robustesse active à un retard, place  $p_9$ ).
- A l'instant  $\Delta t_{M''/CR_i}$  (transition  $t_{10}$ ), il y a gel de la commande (place  $p_{10}$ ).

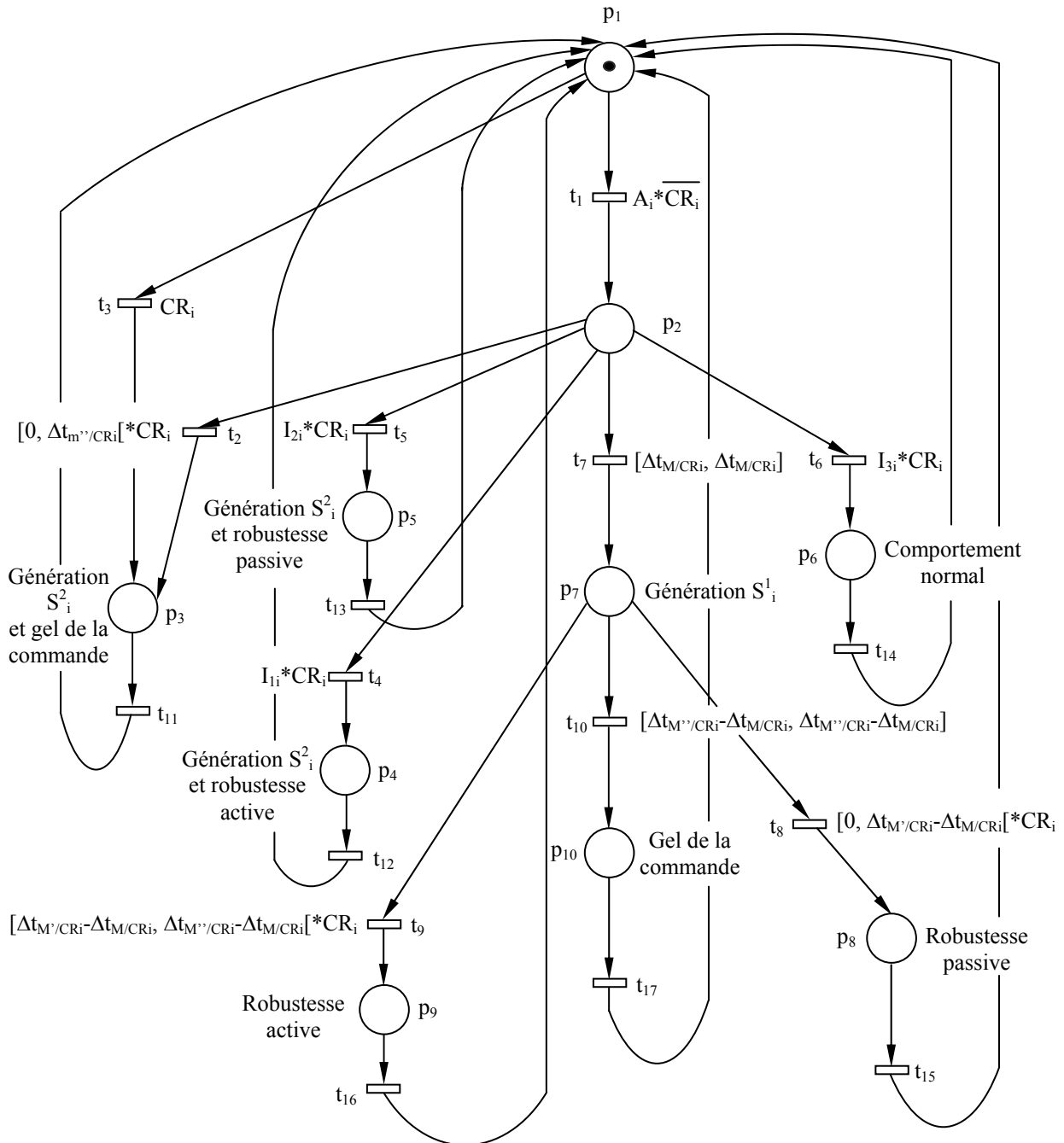


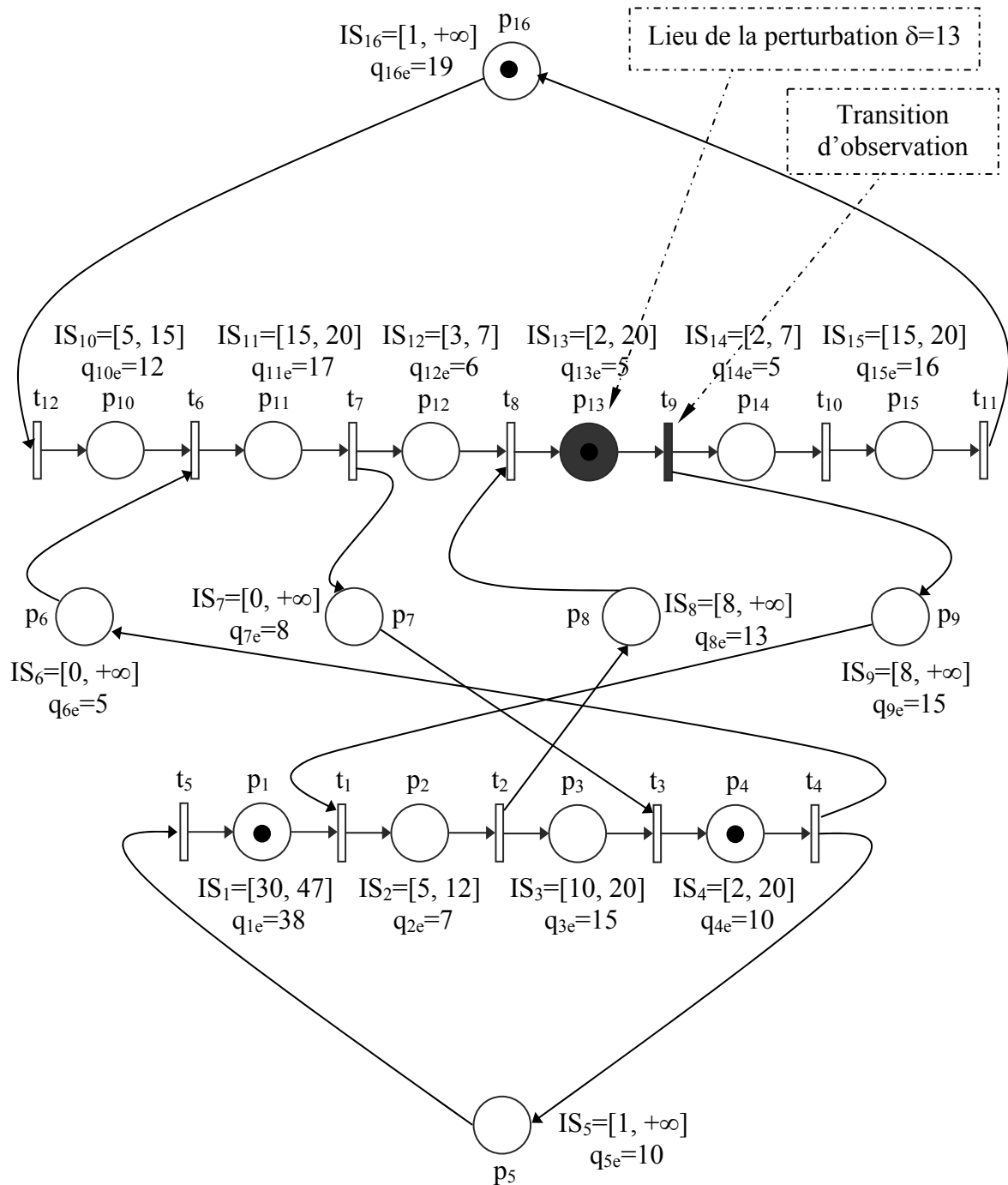
Figure IV.10 : Intégration de la robustesse dans le mécanisme de filtrage des comptes rendus [JER, 06e]

**Exemple IV.7**

Pour des raisons de simplification, supposons que  $\Delta t_{m/CRi} = \Delta t_{M/CRi}$ .

- *Perturbation dans la plage de robustesse passive*

Reprenons le RdP P-temporel de la figure IV.11. Considérons une perturbation,  $\delta=13$  en  $p_{13}$ , observée en  $t_9$ .



**Figure IV.11 : Perturbation dans la plage de robustesse passive**

Le compte rendu  $CR_i$  associé à l'opération en  $p_{13}$  arrive avec un retard égal à 13 ( $q_{13}=q_{13e}+13=18$  et  $St_9(n)=St_{9e}(n)+13$ ). Cette perturbation est transmise aux deux chemins  $Lp_1=(t_9, p_{14}, t_{10}, p_{15}, t_{11}, p_{16}, t_{12}, p_{10}, t_6)$  et  $Lp_2=(t_9, p_9, t_1)$ . Les capacités de rejet temporel passif à un retard de ces deux chemins sont respectivement  $Cr(Lp_1)=18$  et  $Cr(Lp_2)=7$ . Par conséquent, toute la perturbation est rejetée sur le chemin  $Lp_1$  (place  $p_{16}$ ) et l'instant de tir de la transition  $t_{12}$  vérifie que :  $St_{12}(n+1)=St_{12e}(n+1)$ .

Il est à remarquer que, dans ce cas, le placement d'un capteur en  $t_{12}$  donne un résidu nul.

Sur le chemin  $Lp_2$ , une partie de la perturbation est rejetée en  $p_9$  et le jeton en  $p_9$  est disponible après un retard égal à 6 ( $Cr(Lp_2)=7$ ). Ce retard est acceptable en  $t_1$  puisqu'il y a une marge transmissible de robustesse passive au retard égale à 9 en  $p_1$  ( $IS_1=[30, 47]$ ,  $q_{1e}=38$ ). L'instant de tir effectif de  $t_1$  est alors  $St_1(n)=St_{1e}(n)+6$ . Par la suite, le résidu de la perturbation est transmis aux deux chemins  $Lp_3=(p_2, t_2, p_8, t_8)$  et  $Lp_4=(p_2, t_2, p_3, t_3)$ . Le premier chemin possède une capacité de rejet temporel passif à un retard égale à  $Cr(Lp_3)=5$ . Le jeton en  $p_8$  est disponible après un retard égal à 1. Ce retard est acceptable en  $p_{12}$  puisqu'il est égal à la marge transmissible de robustesse passive en  $p_{12}$  ( $IS_{12}=[3, 7]$ ,  $q_{12e}=6$ ). L'instant de tir de la transition  $t_8$  est égal à  $St_8(n)=St_{8e}(n)+1$ .

Par la suite, il est facile de vérifier que ce résidu est totalement rejeté en  $p_9$  et en  $p_{16}$ . Concernant le deuxième chemin ( $Lp_4$ ), le retard égal à 6 est acceptable en  $t_3$  puisque la marge transmissible de robustesse passive en  $p_7$  est égale à  $+\infty$  (machine en attente). Donc, ce retard est totalement transmis aux chemins  $Lp_5=(p_4, t_4, p_6, t_6)$  et  $Lp_6=(p_4, t_4, p_5, t_5, p_1, t_1)$  puisque  $Cr(Lp_4)=0$ . Ce résidu est totalement rejeté en  $p_5$ , vu que  $Cr(Lp_6)=9$ . Sur le chemin  $Lp_5$ , seulement une partie de la perturbation est rejetée ( $Cr(Lp_5)=5$ ) et un résidu égal à 1 est transmis de  $t_6$  à  $p_{11}$ . Il n'a pas provoqué une mort de marque en  $p_{10}$ , vu que la marge de robustesse passive en  $p_{10}$  est égale à 3. De la même manière, ce retard est complètement rejeté en  $p_7$ ,  $p_9$  et  $p_{16}$ .

En conclusion, la perturbation  $\delta=13$  en  $p_{13}$  appartient à l'intervalle de robustesse passive de l'atelier considéré. Le compte rendu  $CR_i$  associé est filtré en générant un symptôme  $S^1_i$  en  $p_7$  (figure IV.10) et en laissant le système évoluer avec sa commande initiale : c'est la robustesse passive (place  $p_8$ , figure IV.10).

- *Perturbation dans la plage de robustesse active*

Reprenons l'exemple III.18 du chapitre précédent et considérons une perturbation,  $\delta=15$  en  $p_{13}$ , observée en  $t_9$ . Le compte rendu  $CR_i$  associé à l'opération en  $p_{13}$  arrive avec un retard égal à 15. Le temps de séjour réel du jeton dans la place  $p_{13}$  est alors  $q_{13}=q_{13e}+15=20$ . Nous avons montré que cette perturbation cause une mort de marque en  $p_{12}$  dans le cas de la robustesse passive. Cependant, si la transition  $t_7$  est commandable ( $t_7 \in T_C$ ) et que nous forçons, par la commande, son franchissement de façon à avoir  $St_7(n)=St_{7e}(n)+2$  ( $\delta_C=2$ ), la mort de marque en  $p_{12}$  est alors évitée.

En somme, la perturbation  $\delta=15$  en  $p_{13}$  appartient à l'intervalle de robustesse active de l'atelier considéré. Le compte rendu  $CR_i$  associé est filtré en générant un symptôme  $S^1_i$  en  $p_7$  (figure IV.10) et en effectuant un changement de la conduite : c'est la robustesse active (place  $p_9$ , figure IV.10).

#### **IV.4 Conclusion**

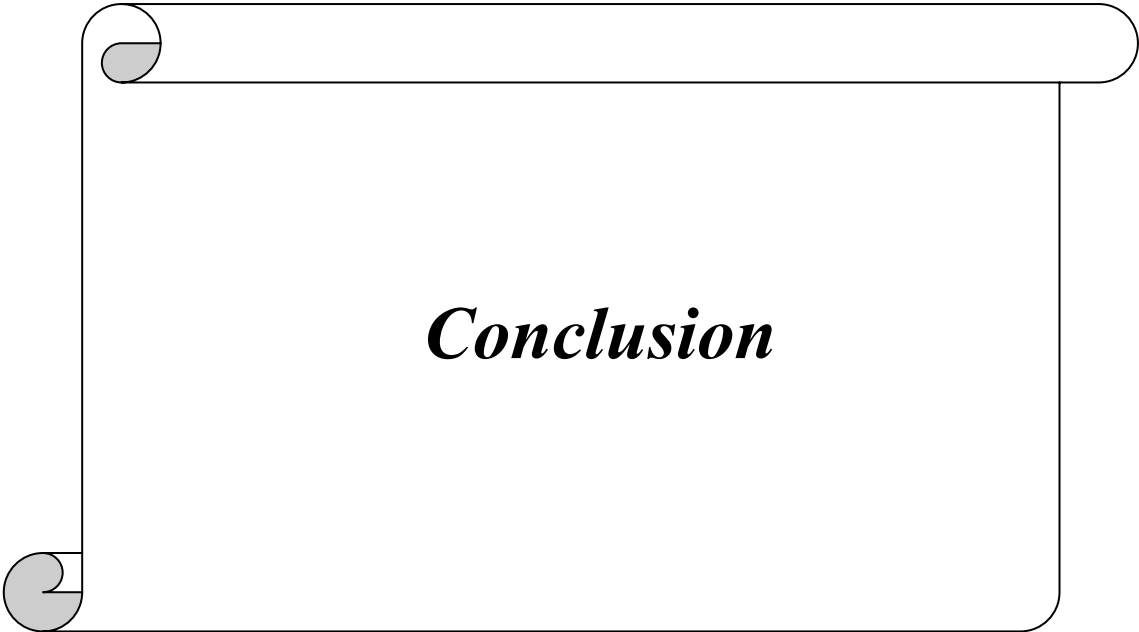
Ce chapitre a commencé par l'étude de l'observabilité des perturbations temporelles dans les ateliers à contraintes de temps. Ce problème s'est révélé ardu et dans un cas général nos travaux ne fournissent qu'une localisation partielle de ces perturbations.

Concernant les violations de contraintes, une condition suffisante a été établie. De manière générale, l'étude du positionnement des capteurs est une problématique clef pour l'observabilité d'un système à contraintes de temps de séjour.

Une contribution importante de ce chapitre est l'intégration des résultats concernant la robustesse dans la génération de symptômes et la classification des comptes rendus des différentes actions. Cette classification est très utile pour la supervision; car elle permet de préserver la fonction de production sur une plage étendue. Nous avons ainsi montré que la robustesse permet de poursuivre la production dans un mode qualifié de dégradé, fournissant des garanties de qualité et de sûreté satisfaisante.

Il reste, cependant, que les hypothèses formulées sont restrictives. Il est naturel d'envisager des scénarios où les spécifications temporelles du procédé n'ont pas été remplies, mais où la production peut néanmoins continuer. Il faudrait alors introduire une classification plus fine des types de pannes et de leur impact sur les systèmes considérés.







## Conclusion

Le présent mémoire a commencé par positionner notre contribution au sein d'une décomposition fonctionnelle de la conduite. Le cœur de notre travail se situe dans une restriction de l'ordonnancement temps réel tel qu'il est présenté. Par ailleurs, il a été relevé que nos travaux peuvent être utilisés comme critères d'admissibilité ou comme fonction de coût par la couche d'ordonnancement. A l'inverse, le module de maintenance est susceptible de nous fournir des spécifications de signatures temporelles à surveiller que la mise en œuvre d'une conduite robuste ne doit pas masquer.

De manière plus consistante, une partie de notre ouvrage ayant trait à l'observabilité prend directement place dans le module de surveillance. Une contribution intéressante est envisagée concernant la relation liant le module de surveillance et le module de recouvrement de la couche de supervision puisque nous proposons de filtrer les comptes rendus en provenance de l'atelier à l'aide de la connaissance de la robustesse.

Concernant l'outil de modélisation qui a été sélectionné, les RdP P-temporels permettent de modéliser de manière assez économique les contraintes de temps de séjour présentes dans les ateliers à contraintes de temps. Une couche de commande a été ajoutée de manière à permettre la mise en œuvre d'une commande temporelle.

Des formalismes plus puissants ont ensuite été présentés dans le but d'ouvrir le travail de ce recueil à des perspectives plus vastes. Les RdP à flux temporels ont été détaillés et leur capacité, à décrire différentes variétés de contraintes temporelles au niveau des synchronisations, a été mise en évidence.

Enfin, les RdP à intervalles méritent d'être considérés, car ils fournissent une interprétation fonctionnelle plus vaste.

L'étude de la robustesse constitue quant à elle une partie substantielle de ce mémoire. La topologie particulière considérée, est constituée par des ateliers à contraintes de temps sans postes d'assemblage où le fonctionnement est supposé répétitif. Une décomposition originale orientée vers l'étude des mécanismes de synchronisation a été développée.

Elle a permis l'étude de la robustesse passive du système sans modification de la commande initiale. Un algorithme de calcul agrégeant les robustesses locales a procuré une borne inférieure.

D'autre part, une axiomatique visant à construire la commandabilité locale sous contraintes de temps a été détaillée. Elle a débouché sur la présentation d'un théorème formulant une condition suffisante à la mise en œuvre de la robustesse active.

La robustesse active s'appuie sur l'observabilité des perturbations qui a fait l'objet du dernier chapitre de cette thèse. Une construction systématique à base de lemmes n'a su produire qu'un algorithme de localisation partielle.

Nous avons proposé d'intégrer la connaissance des plages de robustesse dans l'interprétation des comptes rendus en provenance de l'atelier en vue de la génération de symptômes. Une implantation utilisant les travaux de Toguyeni a été proposée. Cette



implantation est un signe encourageant en vue d'une intégration plus élaborée, par exemple à base de chroniques.

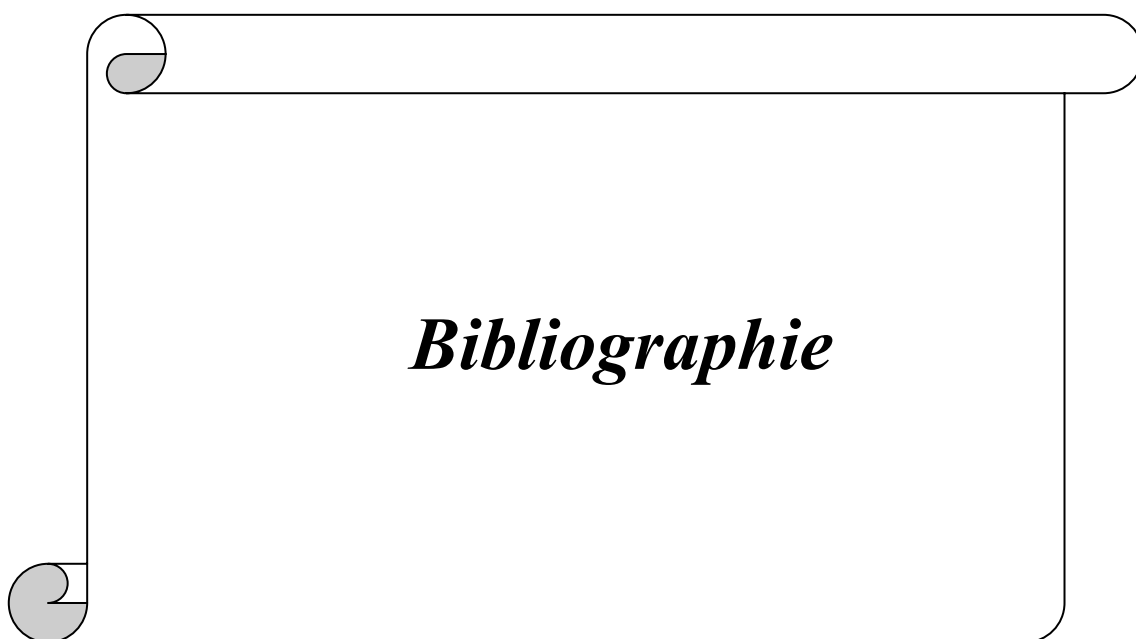
Concernant les perspectives, une des principales critiques des résultats vient du fait que c'est seulement une borne inférieure de la robustesse passive qui est calculée par notre algorithme. La mise en œuvre d'un calcul exact, ne dégradant pas trop les temps de calculs, s'impose donc à court terme. A ce propos, une étude de complexité des algorithmes proposés permettrait de donner plus de garanties sur les durées d'exécution face à un système où le temps est critique.

Du côté de la robustesse active, nous n'avons pas étudié la possibilité de compenser la perturbation temporelle par la commande. Conceptuellement, il ne faut pas exclure cette stratégie.

Afin d'élargir la portée des résultats présentés dans ces lignes, la topologie utilisée devrait à l'avenir être moins contrainte.

Pour le filtrage des comptes rendus, une étude s'appuyant sur des chroniques utilisant la logique floue permettrait de nourrir une prise de décision plus fine.

Il importera par ailleurs de développer l'aspect applicatif des méthodologies détaillées dans ce rapport. Une application à un atelier industriel de taille respectable permettrait d'avoir une évaluation chiffrée et concrète des apports de notre approche. Pour ce faire, une spécification pour l'implantation d'une commande robuste au niveau des automates programmables industriels reste à développer.





## Bibliographie

- [AMA, 94] S. Amar, "Systèmes automatisés et flexibles de production manufacturière: Méthode de conception du système de coordination par prototypage orienté objet de la partie procédé", Thèse de Doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille, Avril 1994.
- [BAJ, 88] E. Bajic, "Intégration du contrôle qualité en production automatisée: Application à un îlot automatisé de fabrication de pièces mécaniques", Thèse de Doctorat, Université de Nancy 1, Mars 1988.
- [BAS, 88] M. Basseville, "Detecting changes in signals and systems – A survey", *Automatica*, Vol. 24, n° 3, pp. 307–326, 1988.
- [BER, 91] B. Berthomieu et M. Diaz, "Modeling and verification of time dependent systems using time Petri nets", *IEEE Transactions on Software Engineering*, Vol. 17, n° 3, pp. 259–273, 1991.
- [BER, 98] P. Berruet, "Contribution au Recouvrement des Systèmes Flexibles de Production Manufacturière : Analyse de la tolérance et Reconfiguration", Thèse de Doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille 1, Décembre 1998.
- [BER, 00a] P. Berruet A. Toguyeni, S. Elkhatabi et E. Craye, "Toward an implementation of recovery procedures for flexible manufacturing systems supervision", *Computers in Industry*, Vol. 43, pp. 227–236, 2000.
- [BER, 00b] P. Berruet, A. Toguyeni et E. Craye, "Modèles et algorithmes pour la surveillance/supervision", Chapitre 6 de "Maîtrise des risques et sûreté de fonctionnement des systèmes de production", Edité par E. Niel et E. Craye, *Traité IC2 – Série Systèmes Automatisés*, Ed. Hermès, Paris, 2000.
- [BOI, 91] S. Bois, "Intégration à la gestion des modes de marche dans le pilotage d'un système automatisé de production", Thèse de Doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille, Novembre 1991.
- [BON, 01] P. Bonhomme, "Réseaux de Petri P-temporels : Contributions à la commande robuste", Thèse de Doctorat, Université de Savoie, Annecy, Juillet 2001.
- [BON, 04] P. Bonhomme, G. Berthelot, P. Aygalinc et S. Calvez, "Verification technique for time Petri nets", *IEEE Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC'04)*, The Hague, Vol. 5, pp. 4278–4283, Octobre 2004.

- [BON, 05] P. Bonhomme, "Control of time critical systems using partial order", 17<sup>th</sup> IMACS Word Congress on Scientific Computation, Applied Mathematics and Simulation, Paris, CD ROM, Juillet 2005.
- [BOU, 05] A. Boufaied, A. Subias et M. Combacau, "Distributed Time Constraints Verification Modelled With Time Petri Nets", 17<sup>th</sup> IMACS Word Congress on Scientific Computation, Applied Mathematics and Simulation, Paris, CD ROM, Juillet 2005.
- [BOY, 01] M. Boyer, "Contribution à la modélisation des systèmes à temps contraint et application au multimédia", Thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier, Juillet 2001.
- [BRA, 82] G. W. Brams (ouvrage collectif), "Réseaux de Petri : Théorie et pratique, Tome 1 : Théorie et analyse, Tome 2 : Modélisation et applications", Ed. Masson, Paris, 1982.
- [BRU, 90] J. Brunet, D. Jaume, M. Labarrère, A. Rault et M. Vergé, "Détection et diagnostic de pannes : Approche par modélisation", Traité des Nouvelles Technologies, Série Diagnostic et Maintenance, Ed. Hermès, Paris, 1990.
- [CAM, 96] H. Camus, H. Ohl, O. Korbaa et J.-C. Gentina, "Cyclic schedules in Flexible Manufacturing Systems with flexibilities in operating sequences", 17<sup>th</sup> International Conference on Application and Theory of Petri Nets (ICATPN'96), Osaka, pp. 97–116, Juin 1996.
- [CAM, 97] H. Camus, "Conduite des Systèmes Flexibles de Production Manufacturière par composition des régimes permanents cycliques : modélisation et évaluation de performance à l'aide des réseaux de Petri", Thèse de Doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille, Mai 1997.
- [CAL, 97] S. Calvez, P. Aygalinc, and W. Khansa, "P-time PN for manufacturing systems with staying times constraints", IFAC CIS Congress, Belfort, pp. 495–500, Mai 1997.
- [CEI, 74] Commission Electrotechnique Internationale, "Liste des termes de base, définitions et mathématiques applicables à la fiabilité", Référence 271, 1974.
- [CET, 95] "La maintenance préventive dans les ateliers d'usinage", CETIM Informations, n° 144, Juin 1995.
- [CHA, 01] I. Chaieb, O. Korbaa et H. Camus, "Short term planning of cyclic production in FMSs", 29<sup>th</sup> International Conference on Computers and Industrial Engineering, Montréal, CD ROM, Novembre 2001.
- [CHA, 02] I. Chaieb, "Conception et exploitation des systèmes flexibles de production manufacturière: Introduction des tâches de transport", Thèse de Doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille, Juin 2002.

- [CHE, 04] F. Chetouane, S. Collart Dutilleul, J. P. Denat, "Modeling and Analysis of Time Constraints Using P-Time Petri Nets for a Multi-Hoist Electroplating Line", 3<sup>rd</sup> Conference on Management and Control of Production and Logistics (MCPL'2004), Santiago, pp. 279–284, Novembre 2004.
- [CHR, 83] P. Chrétienne, "Les réseaux de Petri temporisés", Thèse de Doctorat d'Etat, Université Pierre et Marie Curie, Paris VI, Paris, Juin 1983.
- [CHR, 95] P. Chrétienne, E. G. Coffman, J. K. Lenstra et Z. Liu, "Scheduling Theory and Its Applications", Wiley Editorials, Chichester, 1995.
- [COL, 97] S. Collart-Dutilleul, "Commande robuste d'ateliers à contraintes de temps de séjour : application à la galvanoplastie", Thèse de Doctorat, Université de Savoie, Annecy, Décembre 1997.
- [COL, 99] S. Collart-Dutilleul et J.P. Denat, "Réseaux de Petri P-temporels et conduite d'ateliers à contraintes de temps de séjour", APII-JESA, Vol. 33, n° 5-6, pp. 593–610, Ed. Hermès, Juillet 1999.
- [COL, 01] S. Collart-Dutilleul et J.P. Denat, "Periodic patterned control and periodic output flows", IFAC conference Large Scale System (LSS'2001), Bucarest, Roumanie, pp. 108–113, Juillet 2001.
- [COL, 03] S. Collart-Dutilleul, H. Dhouibi et E. Craye, "Internal Robustness of Discrete Event System with internal constraints in repetitive functioning mode", ACS'2003 Conference, Miedzzydroje, 2003.
- [COM, 91] M. Combacau, "Commande et surveillance de systèmes à événements discrets complexes : application aux ateliers flexibles de production manufacturière", Thèse de Doctorat, Université de Toulouse 3, Décembre 1991.
- [COM, 98] M. Combacau, E. Zamai et A. Subias, "A discrete event model of a monitoring strategy as a control structure of a monitoring system", Computational Engineering in Systems Applications (CESA'98), Hammamet, Avril 1998.
- [COM, 71] F. Commoner, A. Holt, S. Even et A. Pnueli, "Marked Directed Graphs", Journal of Computer and System Science, Vol. 5, n° 5, pp. 511–523, 1971.
- [COR, 96] ARTEMIS-IMAG, ERIHST, LAG et LAMLII-CESALP <<CORINE>> : "COduite Robuste et INTelligente dans les Entreprises manufacturières", Rapport Technique, Mai 1996.
- [CRA, 89] E. Craye, "De la modélisation à l'implantation automatisée de la commande hiérarchisée de cellules de production flexibles dans l'industrie manufacturière", Thèse de Doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille, Janvier 1989.
- [CRU, 91] D. Cruette, "Méthodologie de conception des systèmes complexes à événements discrets : Application à la conception et à la validation hiérarchisée de la

- commande de cellules flexibles de production dans l'industrie manufacturière", Thèse de Doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille 1, Février 1991.
- [CUL, 01] J. Culita, S. I. Caramihai, A. M. Stanescu, "Monitoring the desynchronized dysfunctions in flexible manufacturing systems", IFAC LSS'2001 Symposium, Bucarest, Juillet 2001.
- [DAN, 00] N. Dangoumau, "Contribution à la gestion des modes des Systèmes Automatisés de Production", Thèse de Doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille 1, Décembre 2000.
- [DAV, 92] R. David et H. Alla, "Du Grafset aux réseaux de Pétri", Ed. Hermès, Paris, 1992.
- [DHO, 05] H. Dhouibi, "Utilisation des réseaux de Petri à intervalles pour la régulation d'une qualité : Application à une manufacture de tabac", Thèse de Doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille, Ecole Centrale de Lille, Décembre 2005.
- [DIA, 01] M. Diaz, "Les réseaux de Petri – Modèles fondamentaux", Série Informatique et Systèmes d'Information, Ed. Hermès, Paris, 2001.
- [DIA, 93] M. Diaz et P. Sénac, "Time stream Petri nets : A model for timed multimedia stream synchronization", Multimedia Modeling'93, Singapore, Novembre 1993.
- [DIC, 93] F. Di Cesar, G. Harhalakis, J. M. Proth, M. Silva et F. B. Vernadat, "Practice of Petri Nets in Manufacturing", Chapman et Hall, Londres, 1993.
- [DID, 05] M.K. Didi Alaoui, "Etude et supervision des graphes d'événements temporisés et temporels : vivacité, estimation et commande", Thèse de Doctorat, ISTIA, Université d'Angers, Décembre 2005.
- [DUP, 99] M. Dupas, Y. Sallez, T. Berger et R. Soenen, "Reconfiguration des systèmes automatisés de production", 3<sup>ème</sup> Congrès International de Génie Industriel, Montréal, Mai 1999.
- [DUP, 05] M. Dupuy, "Contributions à l'analyse des systèmes industriels et aux problèmes d'ordonnancement à machines parallèles flexibles : application aux laboratoires de contrôle qualité en industrie pharmaceutique", Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, Septembre 2005.
- [ELK, 93] S. El Khattabi, "Intégration de la surveillance de bas niveau dans la conception des systèmes à événements discrets : application aux systèmes de production flexibles", Thèse de Doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille, Septembre 1993.
- [ERS, 82] J. Erschler, D. Leveque et F. Roubellat, "Periodic loading of Flexible Manufacturing Systems", IFIP Congress, APMS, Bordeaux, pp. 327–339, 1982.

- [GEN, 01] J.-C. Gentina et O. Korbaa, "Problèmes d'ordonnancement cyclique", Chapitre 7 de "Ordonnancement de la production", P. Lopez et F. Roubellat, *Traité IC2, Série Systèmes Automatisés*, Ed. Hermès, Paris, 2001.
- [GEN, 00] J.-C. Gentina et O. Korbaa, "De l'apport spécifique des réseaux de Petri temporisés à l'optimisation de performances des SFPM en fonctionnement cyclique et à l'ordonnancement cyclique de production", *Conférence Internationale Francophone d'Automatique (CIFA'2000)*, Lille, Juillet 2000.
- [GOT, 93] GOTHa, "Les problèmes d'ordonnancement", *Recherche Opérationnelle*, Vol. 27, n° 1, pp. 77–150, 1993.
- [GUI, 04] B. Guiost, S. Debernard, T. Poulain et P. Millot, "Evaluation of a new ATC support system based on human machine task delegation", *9<sup>th</sup> IFAC/IFIP/IFORS/IEA Symposium, Analysis, Design, and Evaluation of Human-Machine Systems*, Atlanta, Georgia, Septembre 2004.
- [HAM, 05] S. Hamaci, J.-L. Boimond, S. Lahaye, "Performance analysis of timed event graphs with multipliers using (min, +) algebra", *International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics*, Barcelone, Vol. 4, pp. 16–21, Septembre 2005.
- [HAN, 95] C. Hanen, "Problèmes d'ordonnancement cycliques", *Habilitation à Diriger les Recherches*, LIPT, Institut Blaise Pascal, Université Paris VI, Février 1995.
- [HIL, 89] H. P. Hillion, "Modélisation et analyse des systèmes de production discrets par les réseaux de Petri temporisés", *Thèse de Doctorat*, Université Paris VI, Janvier 1989.
- [HOL, 90] L. E. Holloway et B. H. Krogh, "Synthesis of feedback control logic for a class of controlled Petri nets", *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 35, n° 5, pp. 514–523, Mai 1990.
- [HOU, 04] L. Houssin, S. Lahaye, J.-L. Boimond, "Modelling and Control of Urban Bus Networks in Dioids Algebra", *Workshop on Discrete Event Systems (WODES'04)*, Reims, pp. 103–108, Septembre 2004.
- [JER, 04] N. Jerbi, S. Collart Dutilleul, E. Craye et M. Benrejeb, "Robust Control of Multi-product Job-shops in Repetitive Functioning Mode", *IEEE Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC'04)*, The Hague, Vol. 5, pp. 4917–4922, Octobre 2004.
- [JER, 05] N. Jerbi, S. Collart Dutilleul, E. Craye et M. Benrejeb, "Observability of Tolerant Multi-product Job-shops in Repetitive Functioning Mode", *17<sup>th</sup> IMACS Word Congress on Scientific Computation, Applied Mathematics and Simulation*, Paris, CD ROM, Juillet 2005.
- [JER, 06a] N. Jerbi, S. Collart Dutilleul, E. Craye et M. Benrejeb, "Robustesse d'un atelier à tâches sans assemblage en fonctionnement répétitif", *Séminaire*



- d'Automatique – Industrie (SAI'06), Gabès – Matmata, CD ROM, Février 2006.
- [JER, 06b] N. Jerbi, S. Collart Dutilleul, E. Craye et M. Benrejeb, "Commandabilité de systèmes manufacturiers à contraintes de temps", JTEA'06, Hammamet, CD ROM, Mai 2006.
- [JER, 06c] N. Jerbi, S. Collart Dutilleul, E. Craye et M. Benrejeb, "Intégration de la robustesse dans la supervision de systèmes manufacturiers à contraintes de temps", Conférence Internationale Francophone d'Automatique (CIFA'06), Bordeaux, CD ROM, Mai 2006.
- [JER, 06d] N. Jerbi, S. Collart Dutilleul, E. Craye et M. Benrejeb, "Localization of Time Disturbances in Tolerant Multi-product Job-shops Without Assembling Tasks", Computational Engineering in Systems Applications (CESA'06), Beijing, pp. 45–50, Octobre 2006.
- [JER, 06e] N. Jerbi, S. Collart Dutilleul, E. Craye et M. Benrejeb, "Time Disturbances and Filtering of Sensors Signals in Tolerant Multi-product Job-shops with Time Constraints", International Journal of Computers, Communications & control, Vol. I, n° 4, pp. 61–72, 2006.
- [JUL, 95] S. Julia, R. Valette et M. Tazza, "Computing a feasible schedule under a set of cyclic constraints", 2<sup>nd</sup> International Conference on Industrial Automation, Nancy, pp. 141–146, Juin 1995.
- [KAM, 04] O. Kamach, "Approche Multi-modèle pour les systèmes à événements discrets : Application à la gestion des modes de fonctionnement", Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, Décembre 2004.
- [KER, 96] L. Kermad, "Contribution à la supervision et à la gestion des modes et des configurations des systèmes flexibles de production manufacturière", Thèse de Doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille 1, Janvier 1996.
- [KHA, 96] W. Khansa, P. Aygalinc, and J. P. Denat, "Structural analysis of P-Time Petri Nets", Computational Engineering in Systems Applications (CESA'96), Lille, pp. 127–136, Juillet 1996.
- [KHA, 97] W. Khansa, "Réseaux de Petri P-temporels: Contribution à l'étude des systèmes à événements discrets", Thèse de Doctorat, Université de Savoie, Annecy, mars 1997.
- [KHA, 00] A. Khatab, "Contrôle et Contrôle Stabilisant des Systèmes à Evénements Discrets Temporels : Application au recouvrement des défaillances des systèmes de production", Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, Décembre 2000.
- [KIM, 83] J. Kimemia et S. B. Gershwin, "An algorithm for the computer control of a Flexible Manufacturing System", IEE Transactions, Vol. 15, n° 4, pp. 353–362,

1983.

- [KLE, 05] S. Klein, "Identification of Discrete Event Systems for Fault Detection Purposes", Thèse de Doctorat, Université de Kaiserslautern, Ecole Normale Supérieure de Cachan, Juin 2005.
- [KOR, 97] O. Korbaa, H. Camus et J.-C. Gentina, "FMS Cyclic Scheduling with Overlapping Production Cycles", 18<sup>th</sup> International Conference on Application and Theory of Petri Nets (ICATPN'97), Toulouse, pp. 35–53, 1997.
- [KOR, 98] O. Korbaa, "Commande cyclique des systèmes flexibles de production manufacturière à l'aide des réseaux de Petri : de la planification à l'ordonnancement des régimes transitoires", Thèse de Doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille, Juillet 1998.
- [KOR, 00a] O. Korbaa et J.-C. Gentina, "Ordonnancement Cyclique en Production Flexible Manufacturière", Revue Internationale d'Ingénierie des Systèmes de Production Mécanique, n° 4, pp. 47–56, Juin 2000.
- [KOR, 00b] O. Korbaa et J.-C. Gentina, "Etude et optimisation des régimes transitoires pour une production cyclique", Journal Européen des Systèmes Automatisés (APII-JESA), Ed. Hermès, Vol. 34, n° 10, pp. 1233–1251, Paris, 2000.
- [KOR, 00c] O. Korbaa, P. Yim et J.-C. Gentina, "Solving transient scheduling problems with constraint programming", European Journal of Control, Vol. 6, pp. 511–524, 2000.
- [KOR, 03] O. Korbaa et J.-C. Gentina, "Optimisation de commandes cycliques par des réseaux de Petri", Chapitre 10 de "Evaluation des performances des systèmes de production", Tahon Christian, Traité IC2, Série Productique, Ed. Lavoisier, Paris, Mars 2003.
- [KRO, 91] B. H. Krogh, J. Magott, and L. E. Holloway, "On the Complexity of Forbidden State Problems for Controlled Marked Graphs", IEEE International Conference on Decision and Control, Brighton, Vol. 1, pp. 85–91, December 1991.
- [LAF, 05] S. Lafortune, Y. Wang, T.-S. Yoo, "Diagnostic Décentralisé des Systèmes à Evénements Discrets", Journal Européen des Systèmes Automatisés (RS-JESA), Vol. 99, n° 99, pp. 95–110, Ed. Hermès, Août 2005.
- [LAF, 91] S. Laftit, "Graphes d'événements déterministes et stochastiques : Application aux systèmes de production", Thèse de Doctorat, Université Paris VI Dauphine, Septembre 1991.
- [LON, 93a] J. Long et B. Descotes-Genon, "Flow Optimization Method for Control Synthesis of Flexible Manufacturing Systems Modeled by Controlled Timed Petri Nets", IEEE International Conference on Robotics and Automation, Atlanta, Georgia, Vol. 1, pp. 598–603, Mai 1993.

- [LON, 93b] J. Long, "Sur la conduite hiérarchisée des systèmes flexibles de production", Thèse de Doctorat, INPG Grenoble, Juin 1993.
- [LOP, 01] P. Lopez et F. Roubellat, "Ordonnement de la production", Traité IC2, Série Systèmes Automatisés, Ed. Hermès, Paris, 2001.
- [LY, 96] F. Ly, "La Problématique de la Maintenance", Note Interne NI/96/4, L.A.I.L. Ecole Centrale de Lille, Octobre 1996.
- [LY, 98a] F. Ly, A. Toguyeni et E. Craye, "A Detection Approach Applied to Production Flows Deviation in Flexible Manufacturing Systems", Computational Engineering in Systems Applications (CESA'98), Hammamet, Vol. 3, pp. 95–99, Avril 1998.
- [LY, 98b] F. Ly, A. Toguyeni et E. Craye, "A Real-Time Diagnosis Method of Production Flow Deviation in Flexible Manufacturing Systems", 4<sup>th</sup> Workshop On Discrete Event Systems (WODES'98), Cagliari, pp. 343–348, Août 1998.
- [LY, 99] F. Ly, "Contribution par la surveillance prédictive indirecte à l'optimisation de la maintenance dans les systèmes flexibles de production manufacturière", Thèse de Doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille, Mai 1999.
- [MEN, 82] M. Menasche, "Analyse des réseaux de Petri temporisés et application aux systèmes distribués", Thèse de Doctorat en Automatique, Université Paul Sabatier, Toulouse, 1982.
- [MOB, 90] R. K. Mobley, "La maintenance prédictive", Ed. Masson, Paris, 1990.
- [MON, 88] F. Monchy, "La fonction maintenance : formation à la gestion de la maintenance industrielle", Ed. Masson, Paris, 1988.
- [MOR, 92] J. Morel, "Vibration des machines et diagnostic de leur état mécanique", Ed. Eyrolles, Paris, 1992.
- [MUR, 89] T. Muratat, "Petri Nets : properties, analysis and application", Proceedings of the IEEE, Vol. 77, n° 4, pp. 541–580, 1989.
- [NAB, 00] L. Nabli, "Surveillance préventive conditionnelle prévisionnelle indirecte d'une unité de filature textile : approche par qualité", Thèse de Doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille, Avril 2000.
- [NIE, 02] E. Niel, L. Piétrac, A. Khatab et S. Chafik "Surveillance-supervision dans le contexte de la synthèse de lois de commande sûre", Chapitre 12 de «Maîtrise des risques et sûreté de fonctionnement des systèmes de production», E. Niel et E. Craye, Traité IC2, Série Productive, Ed. Hermès - Lavoisier, Paris, 2002.
- [NOU, 97] M. Nourelfath, "Extension de la théorie de la supervision à la commande des systèmes à événements discrets : application à la sécurité opérationnelle des systèmes de production", Thèse de Doctorat, INSA de Lyon, Juillet 1997.

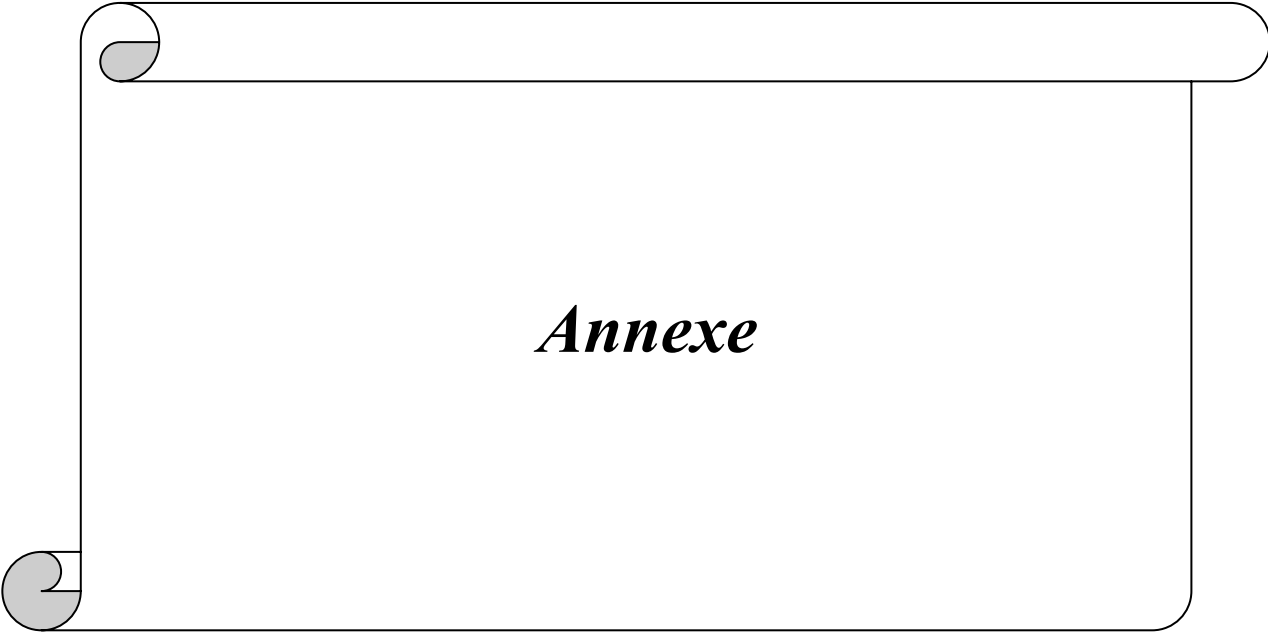
- [OHL, 94] H. Ohl, H. Camus, E. Castelain et J.-C Gentina, "A heuristic algorithm for the computation of cyclic schedules and the necessary WIP to obtain optimal cycle time", International Conference on Computer Integrated Manufacturing and Automation Technology (CIMAT'94), Troy, New York, Vol. 1, pp. 339–344, 1994.
- [OHL, 95] H. Ohl, "Fonctionnement répétitifs de systèmes flexibles de production manufacturière: analyse et optimisation de performances à l'aide des réseaux de Petri", Thèse de Doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille, Octobre 1995.
- [OUE, 05] I. Ouerghi, L. Hardouin, J.-Y. Morel et M. Bourcerie, "Verification and control of p-temporal event graphs", 17<sup>th</sup> IMACS Word Congress on Scientific Computation, Applied Mathematics and Simulation, Paris, CD ROM, Juillet 2005.
- [PAR, 92] T. Parayre, "Vers une méthode d'exploitation des systèmes automatisés de production", Thèse de Doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis, Mars 1992.
- [PHI, 06] A. Philippot, "Contribution au diagnostic décentralisé des systèmes à événements discrets : Application aux systèmes manufacturiers", Thèse de Doctorat, Université de Reims Champagne Ardenne, Juillet 2006.
- [RAM, 74] C. Ramchandani, "Analysis of asynchronous concurrent systems by timed Petri nets", Technical Report, n° 120, Laboratory for Computer science, MIT, Cambridge, 1974.
- [RAM, 80] C. VF. Ramamoorthy et G. S. Ho, "Performance evaluation of asynchronous concurrent systems using Petri Nets", IEEE Transactions on Software Engineering, Vol. SE-6, n° 5, pp. 440–449, 1980.
- [RAM, 96] J. R. Ramirz, "Etude de modes de marche des systèmes automatisés de production pour la définition des stratégies de conduite", Thèse de Doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis, Janvier 1996.
- [RAM, 87] P. J. Ramadge et W. M. Wonham, "Supervisory control of a class of discrete event processes", SIAM Journal on Control, and Optimization, Vol. 25, n° 1, pp. 206–230, Janvier 1987.
- [ROU, 85] J. L. Roux, "Modélisation et analyse des systèmes distribués par les réseaux de Petri temporels", Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse, France, Décembre 1985.
- [SAH, 87] A. E. K. Sahraoui, "Contribution à la surveillance et à la commande d'ateliers", Thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier, Toulouse, 1987.
- [SAH, 92] A. E. K. Sahraoui, "An approach for monitoring discrete event systems", AFCET APII, Vol. 26, n° 2, pp. 91–106, 1992.

- [SEN, 96] P. Sénac, "Contribution à la modélisation des systèmes multimédias et hypermédias", Thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier, Juin 1996.
- [TAW, 95] R. Tawegoum, "Contrôle temps réel du déroulement des opérations dans les systèmes de production flexibles", Thèse de Doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille, Avril 1995.
- [TRU, 05] L. H. Trung, "Utilisation d'ordres partiels pour la caractérisation de solutions robustes en ordonnancement", Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse, Janvier 2005.
- [TOG, 90] A. K. A. Toguyeni, E. Craye et J. C. Gentina, "A method of temporal analysis to perform on-line diagnosis in the context of Flexible Manufacturing System", IECON'90, Vol. 1, pp. 445–450, Pacific Grove-California, Novembre 1990.
- [TOG, 92] A. Toguyeni, "Surveillance et diagnostic en ligne dans les ateliers flexibles de l'industrie manufacturière", Thèse de Doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille, Novembre 1992.
- [TOG, 96] A. Toguyeni, S. El Khattabi, et E. Craye, "Functional and/or structural approach for the supervision of flexible manufacturing systems", Computational Engineering in Systems Applications (CESA'96), Symposium on Discrete Events and Manufacturing Systems, Lille, pp. 716–721, Juillet 1996.
- [TOG, 97] A. Toguyeni, E. Craye et J.-C. Gentina, "Time and reasoning for on-line diagnosis of failures in Flexible Manufacturing Systems", 15<sup>th</sup> IMACS World Congress on Scientific Computation, Applied Mathematics and Simulation, Berlin, Vol. 6, pp. 709–714, Août 1997.
- [TOG, 01a] A. Toguyeni, "Contribution à la tolérance aux fautes des systèmes flexibles de production manufacturières", Habilitation à Diriger les Recherches, Université des Sciences et Technologie de Lille, Octobre 2001.
- [TOG, 01b] A. Toguyeni et O. Korbaa, "Surveillance indirecte par le flux d'une production cyclique", MSR'2001, Toulouse, 2001.
- [TOG, 02] A. Toguyeni, K. Kouissi et M. Combacau, "Supervision d'atelier", Chapitre 4 de "Fondements du pilotage des systèmes de production", Edité par J. P. Kieffer et P. Pujo, Traité IC2 – Série Systèmes Automatisés, Ed. Hermès, Paris, 2002.
- [VAL, 94] C. Valentin, "Modeling and analysis methods for a class of hybrid dynamic systems", Symposium, Automatisation des Processus Mixtes : Les Systèmes Dynamiques Hybrides, ADPM'94, Bruxelles, pp. 221–226, Novembre 1994.
- [VIL, 88] A. Villemeur, "Sûreté de fonctionnement des systèmes industriels", Ed. Eyrolles, Paris, 1988.
- [YAD, 97] T. Yadayan et M. Burdekin, "In-process dimensional measurement and control of workpiece accuracy", International Journal of Machine Tools Manufacturing,

Vol. 37, n° 10, pp. 1423–1439, 1997.

- [YIM, 96] P. Yim, A. Lefort et A. Hebrard, "System Modelling with Hypernets", ETFA'96, pp 37-47, Paris, October 1996.
- [ZAM, 97] E. Zamai, "Architecture de surveillance commande pour les systèmes à événements discrets complexes", Thèse de Doctorat, Université de Toulouse 3, Toulouse, Septembre 1997.
- [ZWI, 95] G. Zwingelstein, "Diagnostic des défaillances : théorie et pratique pour les systèmes industriels", Traité des Nouvelles Technologies, Série Diagnostic et Maintenance, Ed. Hermès, Paris, 1995.









## Algorithme de localisation partielle des perturbations temporelles

```

 $E_{t_0} = \{Lp_j \in C_{se} / t_0 \in Lp_j\}$ 
% Il est à remarquer que si  $t_0 \in T_S$  alors  $\text{Card}(E_{t_0})=2$  sinon  $\text{Card}(E_{t_0})=1$  %
 $t_{do} = t_0$ 
% La transition  $t_{do}$  désigne la dernière transition observable %
F1(Lpj, tdo)
Pour chaque  $Lp_j \in E_{t_0}$  faire
   $t^* = (\circ \circ t_{do} \cap Lp_j)$ 
  Tant que  $t^* \in Lp_j$  faire
    Si  $t^*$  est observable alors
      Appliquer le lemme IV.3 si  $t_{do} \in T_S$  sinon appliquer le lemme IV.5
      Arrêt total si la formule (IV.1) a été appliquée
      Si c'est possible, appliquer le lemme IV.4
       $t_{do} = t^*$ 
    Sinon si  $t^*$  est un parallélisme alors
      Appliquer le lemme IV.6
      Arrêt total si la formule (IV.7) a été appliquée
      Si c'est possible, appliquer le lemme IV.4
     $t^* = \circ \circ t^*$ 
  Fin tant que

% S'il n'y a pas d'arrêt total, la transition  $t^*$  est une transition de synchronisation à la sortie
de la boucle Tant que %

 $E_{t^*} = \{Lp'_j \in C_{se} / t^* \in Lp'_j\}$ 

%  $E_{t^*}$  désigne l'ensemble des chemins mono-synchronisés élémentaires ayant comme
transition de synchronisation : la transition  $t^*$ . Forcément,  $\text{Card}(E_{t^*})=2$  %

  Pour chaque  $Lp'_j \in E_{t^*}$  faire  $F_2(Lp'_j, t_{do}, t^*)$ 

F2(Lp'j, tdo, t*)
Si  $t^*$  est observable ( $t^* \in T_O$ ) alors
  Si  $\delta_{r_{t^*}}=0$  alors
    Si  $t_{do} \in T_S$  alors
       $\delta \notin [\cup \{L_i(\text{IN} \circ \circ (L_i), t^*)\}]$  avec  $I_{t^*} = \{L_i \in C_{se} / t^* \in L_i\}$ 
       $L_i \in I_{t^*}$ 
      Arrêt partiel
    Sinon %  $t_{do} \notin T_S$  %
      Si il n'y a pas de synchronisation dans  $EC(t^*, t_{do})$  autre que  $t^*$  alors
         $\delta \in EC(t^*, t_{do}) \setminus \{t^*\}$  % Lemme IV.4 %
        Arrêt total
  
```

**Sinon**  
 $\delta \notin [\cup \{L_i(\text{IN}^{\circ\circ}(L_i), t^*)\}]$  avec  $I_{t^*} = \{L_i \in C_{se} / t^* \in L_i\}$   
 $L_i \in I_{t^*}$  % Lemme IV.4 %  
 Arrêt partiel

**Sinon** %  $\delta r_{t^*} \neq 0$  %  
**Si**  $0 < \delta r_{t^*} < H'(t^*, t_{do})$  **alors**  
 $\delta \notin [\cup \{L_i(\text{IN}^{\circ\circ}(L_i), t^*)\}] \cup EC(t^*, t_{do})$  avec  $I_{t^*} = \{L_i \in C_{se} / t^* \in L_i\}$   
 $L_i \in I_{t^*}$   
 Arrêt partiel  
**Si**  $\delta r_{t^*} = H'(t^*, t_{do})$  **alors**  
 $\delta \notin EC(t^*, t_{do}) \setminus \{t^*\}$  % Lemme IV.7 %  
 $t_{do} = t^*$   
**Pour chaque**  $L_{p_j} \in E_{t_{do}}$  **faire**  $F_1(L_{p_j}, t_{do})$

**Sinon** %  $t^*$  est non observable ( $t^* \in T_{UO}$ ) %  
**Pour chaque**  $L_{p_j} \in E_{t^*}$  **faire**  
 $t^* = (^{\circ\circ}t^* \cap L_{p_j})$   
**Si**  $\delta r_{t^*} = 0$  **alors**  
 $\delta \notin [\cup \{L_i(\text{IN}^{\circ\circ}(L_i), t^*)\}]$  avec  $I_{t^*} = \{L_i \in C_{se} / t^* \in L_i\}$   
 $L_i \in I_{t^*}$   
 Arrêt partiel

**Sinon** %  $\delta r_{t^*} \neq 0$  %  
**Si**  $0 < \delta r_{t^*} < H'(t^*, t_{do})$  **alors**  
 $\delta \notin [\cup \{L_i(\text{IN}^{\circ\circ}(L_i), t^*)\}] \cup EC(t^*, t_{do})$  avec  $I_{t^*} = \{L_i \in C_{se} / t^* \in L_i\}$   
 $L_i \in I_{t^*}$   
 Arrêt partiel  
**Si**  $\delta r_{t^*} = H'(t^*, t_{do})$  **alors**  
 $\delta \notin EC(t^*, t_{do}) \setminus \{t^*\}$  % Lemme IV.7 %  
 $t_{do} = t^*$   
**Pour chaque**  $L_{p_j} \in E_{t_{do}}$  **faire**  $F_1(L_{p_j}, t_{do})$

