



Guidage et filtrage des ondes dans les cristaux phononiques

Sarah Benchabane

► To cite this version:

Sarah Benchabane. Guidage et filtrage des ondes dans les cristaux phononiques. Acoustique [physics.class-ph]. Université de Franche-Comté, 2006. Français. NNT : . tel-00140347

HAL Id: tel-00140347

<https://theses.hal.science/tel-00140347>

Submitted on 5 Apr 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

présentée à

L'UFR DES SCIENCES ET TECHNIQUES
DE L'UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ

pour obtenir le

GRADE DE DOCTEUR
DE L'UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ
spécialité Sciences Pour l'Ingénieur

GUIDAGE ET FILTRAGE DES ONDES DANS LES CRISTAUX PHONONIQUES

par

Sarah BENCHABANE

Soutenue le 6 décembre 2006 devant la Commission d'Examen :

Président	M. DE LABACHELERIE	Directeur de Recherche CNRS, Institut FEMTO-ST, Besançon
Rapporteurs	B. JUSSERAND	Directeur de Recherche CNRS, INSP, Paris
	A. OUGAZZADEN	Professeur, Georgia-Tech Lorraine, Metz
	J. P. VIGNERON	Professeur, Facultés Universitaires Notre-Dame de la Paix, Namur, Belgique
Examineurs	B. DJAFARI-ROUHANI	Professeur, Université de Lille 1
	A. KHELIF	Chargé de Recherche CNRS, Institut FEMTO-ST, Besançon
	V. LAUDE	Directeur de Recherche CNRS, Institut FEMTO-ST, Besançon
	P. VIKTOROVITCH	Directeur de Recherche CNRS, LEOM, Écully
Invité	R. DE LA RUE	Professeur, Université de Glasgow Grande-Bretagne

Remerciements

Voici donc probablement l'un des chapitres les plus délicats de la thèse, celui dont l'écriture réclame le plus de justesse dans le verbe : celui des remerciements. Il n'est en effet guère aisé de retranscrire en quelques lignes ces trois années passées dans un environnement aussi remarquable.

Ces travaux ont donc été menés au sein du Département de Physique et de Métrologie des Oscillateurs de l'Institut FEMTO-ST. Je tiens donc à en remercier les directeurs successifs, Daniel Hauden, Bernard Cretin et Vincent Laude pour m'avoir accueillie puis gardée au sein de cette entité de recherche.

Je voudrais témoigner de ma gratitude envers les nombreux membres du jury qui ont bien voulu examiner ce mémoire, et dont la participation à cette commission d'examen a grandement permis d'ouvrir le champ d'investigation de ces travaux :

M. Bernard Jusserand, Directeur de recherche CNRS à l'Institut des NanoSciences de Paris, M. Abdallah Ougazzaden, Professeur à l'université Georgia-Tech, Atlanta et Metz ainsi que M. Jean-Pol Vigneron, Professeur à la Faculté Universitaire Notre-Dame de la Paix, pour m'avoir fait l'honneur de rapporter cette thèse ;

M. Bahram Djafari-Rouhani, Professeur à l'Université de Lille 1, avec qui j'ai par ailleurs eu le plaisir de collaborer, et M. Pierre Viktorovitch, Directeur de Recherche CNRS à l'École Centrale de Lyon pour avoir bien voulu examiner ces travaux ;

M. Michel de Labachellerie, Directeur de Recherche CNRS à FEMTO-ST pour avoir consacré une partie de son temps à la présidence de ce jury ;

eventually, Professor Richard De La Rue from the University of Glasgow for his interest in this work and for having accepted to attend my viva as a "special guest".

Enfin, je terminerai cette liste en remerciant très, très vivement mes encadrants Vincent Laude, Directeur de Recherche au CNRS et directeur de cette thèse et Abdelkrim Khelif, chargé de recherche CNRS, qui a co-encadré ces travaux. En premier lieu pour avoir proposé et posé les fondations de ce si beau sujet mais surtout pour l'avoir porté pendant ces trois années en étant d'une rare disponibilité et ouverture d'esprit. J'ai eu la chance de bénéficier de vos compétences théoriques et physiques au sens large et je vous remercie très sincèrement pour la confiance que vous m'avez accordée, en particulier sur la partie expérimentale de ces travaux ; pour la rigueur que vous aurez essayé de m'inculquer, et pour avoir fait de moi le héraut des cristaux phononiques bisontins (plein de conf'). J'espère que pour ma part, je vous aurais au moins permis de localiser géographiquement la salle blanche !

Ces travaux de thèse sont indiscutablement le fruit de maintes collaborations internes comme externes, sans lesquelles je n'aurais pu réaliser le 10^e de ce que j'ai ici rapporté.

Je tiens donc remercier Dieter Profunser de l'Université d'Hokkaido, ainsi que Kimmo Kokkonen, de l'Université Technologique d'Helsinki pour les superbes images optiques de la propagation des ondes de surface dans les cristaux phononiques.

J'ai également été ravie de pouvoir travailler avec l'équipe Nanophotonique du département d'optique, en particulier avec María-Pilar Bernal dont les qualités scientifiques et humaines n'ont pas manqué d'enrichir mes deux dernières années à Besançon, Nadège Courjal (mmmh, sirop de Babapapa), Brahim Guizal, Matthieu Roussey. Merci également à Bruno Wacogne, Jean-Charles Beugnot et surtout à Michaël Delqué, mon collègue d'InfoCom (futur auteur des "Contemplations d'un soliton").

Ensuite cette thèse n'aurait JAMAIS pu être menée à bien sans le soutien sans faille, la grande compétence et la disponibilité des membres de la centrale technologique MIMENTO. Merci donc à Jean-Claude pour m'y avoir accueillie ; Jean-Yves (le champion de l'atmosphère musicale et des couches minces exotiques) ; Laurent, qui m'a laissé mettre n'importe quoi dans son beau bâti d'AlN et qui a assuré le succès de ces travaux en tirant le nickel électrolytique de sa boîte à malices ; Denis (qui ne m'a jamais refusé un masque à 50 000 flashes) ; Blandine (sympathiques moments de détente à la scie) ; Roland ("j'aime les challenges") et Gwenn (qui s'est intégré avec une facilité qui m'a déconcertée, prenant tout de suite le pli des us et coutumes locales – surtout certaines, en fait) ; Julien et Jean-René (multiples coup de main). Enfin, je termine ce tour de table par l'extraordinaire Valérie, l'âme de cette salle blanche, notamment pour les chocolats à toute heure (enfin, ceux qu'elle a pas oubliés !) et pour les nombreuses parties de rigolade (hors salle blanche, il s'entend bien).

Vous avez tous fait, contre toute attente, de ces heures sous flux laminaire des vrais moments de plaisir (même si ça ne se voyait pas toujours !). Je vous en remercie sincèrement.

Je souhaiterais aussi témoigner de ma reconnaissance envers tout le personnel du DPMO, en commençant par celles qui rendent plus aisée notre vie de tous les jours : Joëlle pour le très agréable accueil quotidien et pour ne jamais se fâcher quand on oublie son badge, ainsi que Christiane et Fatiha (l'efficacité et la rigueur incarnées) et la méchante secrétaire de l'étage au dessus, Sandrine P. (qui détourne les adresses mails comme d'autres détournent les fonds).

Dans un registre d'aide plutôt technologique, je tiens à remercier Yannick pour les bondings très pénibles et pour sa bonne humeur inaltérable ; Jean-Claude (retouches, retouches, et initiation ludique à l'Espagnol) et Pierre de l'atelier de mécanique ; Gilles, Franck et David de l'électronique. Enfin, j'ai eu l'opportunité à quelques reprises de travailler avec Pascal Blind du CTMN, que je remercie vivement.

Merci aussi à Guillaume, ex-ELO/ENSMM, qui aura partagé les joies de la gravure du LiNbO₃.

Je saisis cette occasion pour remercier Sylvain Ballandras (ce que j'aurais préféré faire avec un cristal phononique sur OASIS), Abdelkrim Choujaa, William "TuX" Daniau et ses processus standards ("ben oui, SES processus standard"), Seb E. (lectures diverses) ; Mahmoud (qui sait dire beaucoup de choses très sages en peu de fois), Nicolas B. (not Dub addict) ; Pierre-Yves ; Réda ; Gonzalo le Taliban. Mention spéciale à Frederic Cherioux (CNRS) pour toutes les douces mélodies du matin, pour m'avoir initiée à l'art de "comment faire une review" et pour nous avoir appris à nous autres incultes de "physiciens" à différencier un becher d'un cristalliseur, pour une plus grande rigueur scientifique.

Mes pensées se tournent également vers quelques outsiders : Hicham "Old Fox" Majjad ; Davy Gérard, pour l'initiation au "trial and error" ; Thom. Pastureaud, la seule hotline 24/24 gratuite de l'univers et l'irremplaçable Stéphane Laurent pour avoir été mon acolyte pendant toutes ces douloureuses et pénibles conférences au bord de la Méditerranée.

Enfin, une thèse, ça se partage surtout avec... les autres doctorants (ou assimilés). Honneur aux anciens, donc, avec d'abord la charmante Gwladys, qui aura tout fait pour mon intégration au laboratoire ; Raphaël, a.k.a. IMDB.com, avec qui je dois encore prendre un Irn-Bru ; Seb A. (Grand poète des matins en salle blanche) ; Naïmi ; Rachid ; Rémi ; Farid ; Olivier V. ; Mike (qui n'a jamais essayé de m'expulser, pourtant j'ai essayé) et enfin Charles, mon 'tit gârs (avec l'accent stéphanois). Merci aussi à Cyrille (un interlocuteur Marvel de choix) ; Mickey (le gars le plus cool de l'univers), Stan (surréalisme au LPMX). Enfin les plus "jeunes" : Nolwenn (les micro-aiguilles c'est indolore, on a testé), Hanane (la phononique c'est fantastique), Lamia, Émilie (ma fidèle lectrice), Adel le Maghnaoui, Dorian, Carlos, Olivier (et dire qu'on n'est même pas allés aux Arcades), Mickaël G., Julian, Karim, Hichem, Julien M., Damien H., Feng et Fu-Li, qui je l'espère garderont de bons souvenirs de leur séjour bisontin.

Je n'oublie évidemment pas l'exceptionnel Jonathan Tiger Woods "I love acronyms" Bennès. Tant de qualités humaines dans un seul bonhomme, on se demande vraiment comment ça fait pour rentrer ;

Pitit Rodolphe, pour le petit plus dont je ne saurais retracer l'origine ;

Gino, déjà pour être Gino, parce que ça doit pas être tous les jours facile, ensuite pour les interminables conversations, les repas concoctés avec soin (surtout les cheesecakes). On n'oubliera pas ici d'ovationner Cécile qui aura été un véritable amour ;

Jay-TeX, my movie-buddy. Qu'est-ce que j'aurais fait sans toi, tant, tant de fois ?

Alexandre. Sache que le Lemon Curd aura contribué à mon équilibre mental de cette fin de thèse (liste non exhaustive) ;

Damien, l'anar' du dimanche qui fait du lobbying aux élections, qui va me manquer, parce que je suis sûre que je ne retrouverai jamais le même ;

Gaël a.k.a. Plastic Boy, le roi du DIY, pour les innombrables petits services sur d'innombrables petites choses et pour m'avoir fait découvrir le PDMS !

Enfin, Fabrice (ex-senior RA), pour tout, très accessoirement pour ses intarissables connaissances en ondes acoustiques alternatives.

Finalement, un énorme Merci à ma grande famille : mes parents pour leur soutien, mes adorables frères et sœurs, probablement les plus chouettes du monde, leurs époux(ses) et aussi mes neveux et nièces, à qui je fais plein de bisous.

Et en vrac, merci à l'Irn-Bru et aux Granolas (meilleurs que les Pepitos), à RadioblogClub, à Julien et au rayon BD de la librairie Campo Novo, à Neil Gaiman, au cinéma (surtout à ceux au centre ville) et à celui (encore une fois) qui a toujours su faire lire le bon livre au bon moment et fait écouter le truc qu'il fallait quand il fallait.

" – What did we make ? What was it in the end ?
– What is always is. A handful of yarn ; a little weaving and stitching ; some
embroidering perhaps. A few lose ends, but that's only to be expected..."
Neil Gaiman, *The Sandman*

" – What is your quest ?
– To seek the Hol**E**y Grail ! "
Monty Python and the Holy Grail

Table des matières

Introduction	1
 I Guidage et filtrage des ondes dans les matériaux à bandes interdites élastiques	 5
1 Une brève introduction aux cristaux phononiques	7
1.1 Introduction	7
1.2 Propagation des ondes dans les milieux périodiques	8
1.2.1 Généralités	8
1.2.2 Les cristaux photoniques	10
1.3 Les cristaux phononiques	18
1.3.1 Généralités sur les ondes élastiques et la piézoélectricité	19
1.3.2 Les cristaux phononiques : état de l'art	28
1.4 Interactions acousto-optiques dans les matériaux à bandes interdites	36
1.5 Conclusion	39
 2 Filtrage et guidage des ondes de volume dans un cristal phononique bidimensionnel	 41
2.1 Introduction	41
2.2 Choix de la structure	42
2.2.1 Brève introduction à la méthode des différences finies	42
2.2.2 Intérêt de la méthode et considérations géométriques	45
2.3 Mise en évidence expérimentale des phénomènes de guidage et de filtrage des ondes	46
2.3.1 Description de la structure	46
2.3.2 Travaux préliminaires : fonctions de filtrage et de guidage	48
2.3.3 Interactions entre modes guidés et localisés	54
2.4 Conclusion	63
 II Bandes interdites élastiques pour les ondes de surface dans un cristal	

phononique piézoélectrique	65
3 Conception d'un cristal phononique bidimensionnel pour les ondes de surface	69
3.1 Méthode de décomposition en ondes planes	69
3.1.1 Principes fondamentaux	70
3.1.2 Prise en compte de la piézoélectricité : formulation de Fahmy-Adler	72
3.1.3 Cas d'inclusions vides dans une matrice solide	73
3.1.4 Prise en compte des conditions de surface	73
3.2 Méthode des éléments finis	75
3.3 Considérations géométriques	77
3.3.1 Préambule : quelques notions générales sur la propagation d'ondes dans le niobate de lithium	77
3.3.2 Symétrie de la maille	79
3.3.3 Facteur de remplissage	80
3.4 Conclusion	81
4 Fabrication d'un cristal phononique piézoélectrique en niobate de lithium	83
4.1 Usinage collectif du niobate de lithium : état de l'art	83
4.1.1 Gravure directe du niobate de lithium	84
4.1.2 Gravure par altération des propriétés physico-chimiques du matériau . . .	86
4.1.3 Une technique alternative : l'ablation laser	89
4.2 Gravure ionique réactive du niobate de lithium au sein de l'institut FEMTO-ST .	91
4.2.1 Choix du masque de gravure	92
4.2.2 Paramètres de gravure	97
4.3 Conclusion	101
5 Mise en évidence d'une bande interdite complète pour les ondes de surface dans un cristal phononique piézoélectrique	103
5.1 Caractérisations électriques	104
5.1.1 Intégration du cristal phononique à un dispositif à ondes de surface . . .	104
5.1.2 Mesures en transmission d'un cristal phononique de rapport $\mathbf{d/a = 0,9}$.	107
5.2 Variation du rapport diamètre sur période	114
5.2.1 Transmission d'un cristal phononique de rapport $\mathbf{d/a = 0,94}$	115
5.2.2 Transmission d'un cristal phononique de rapport $\mathbf{d/a = 0,82}$	117
5.3 Caractérisations électriques : bilan	118
5.4 Cartographie des ondes de surface	119
5.4.1 Mesures par sonde interférométrique hétérodyne	119
5.4.2 Mesures par acoustique picoseconde : s'affranchir du <i>cône du son</i>	126
5.5 Conclusion et Perspectives	131

III Étude théorique de l'interaction acousto-optique dans les matériaux à bandes interdites	137
6 L'effet photoélastique en régime fortement confiné	141
6.1 Retour sur la relation de Pockels	143
6.1.1 Variation de l'indice de réfraction	144
6.2 Quelques remarques sur le tenseur photoélastique	145
6.3 Équations constitutives du milieu	146
6.3.1 Équations électromagnétiques constitutives du milieu	146
6.3.2 Tenseur des déformations élastiques	147
6.4 Détermination des équations d'ondes couplées suivant Pockels	148
6.4.1 Champ de déplacement	148
6.4.2 Champ électrique	151
6.4.3 Formulation suivant Pockels : Bilan	152
6.5 L'effet photoélastique : une interaction paramétrique à trois ondes	154
6.6 Conclusion	156
7 Exemple numérique : interactions acousto-optique dans un barreau de silice	159
7.1 Formes des modes élastiques	160
7.2 Formes des modes optiques	163
7.2.1 Équation caractéristique	165
7.2.2 Classification des modes	165
7.2.3 Fréquences de coupure	166
7.2.4 Détermination des paramètres pertinents pour une application acousto-optique	166
7.3 Résolution des équations d'ondes couplées	168
7.3.1 Rétrodiffusion	168
7.3.2 Couplage de polarisation	170
7.4 Conclusion	171
Conclusion	175
A Périodicité et zones de Brillouin	179
A.1 Structure des cristaux et réseaux réciproques	179
A.2 Cellules de Wigner-Seitz et zones de Brillouin	180
A.3 Modes de Bloch-Floquet	182
B Dérivations des équations d'ondes couplées	183
B.1 Cas du champ de déplacement \mathbf{D}	183
B.2 Cas du champ électrique \mathbf{E}	185
C Formes spatiales des modes optiques	187

Introduction générale

La fin du XIX^e siècle et le début du XX^e ont constitué une période particulièrement faste pour l'étude de la propagation des ondes de façon générale et dans les milieux périodiques en particulier. Les ondes optiques avec Rayleigh, la cristallographie avec Bragg, la diffraction des ondes optiques par les ondes élastiques par Brillouin notamment, ou encore les travaux de Bloch sur les fonctions d'ondes ne dressent même qu'un tableau partiel de l'intérêt porté aux phénomènes liés à la périodicité. Ces structures périodiques ont pour dénominateur commun leur capacité à inhiber la propagation des ondes en leur sein dans une certaine gamme de longueurs d'ondes (ou, plus rigoureusement de vecteurs d'ondes) : les pics étroits en réflexion observés par Bragg lors de l'étude de la diffraction des rayons X par un cristal, ou encore l'utilisation des miroirs dits *multicouches* en optique ou en acoustique en témoignent.

Malgré des concepts fondateurs similaires, seule la physique de l'état solide a su, initialement, tirer pleinement profit de ces *bandes interdites* dans les cristaux, qui deviendront un élément clef dans l'étude et la conception des matériaux semi-conducteurs. Mais les possibilités offertes par ces matériaux sur le contrôle des fonctions d'ondes électroniques se devait immanquablement de susciter, à terme, quelques idées quant à l'application d'un principe similaire à des ondes propagatives de différente nature. Il a pourtant fallu attendre la fin des années 80 pour réellement voir émerger une extension de la notion de bande interdite au moins aux ondes électromagnétiques et ainsi assister à la naissance des *cristaux photoniques*, des structures périodiques bi- ou tridimensionnelles constituées de deux matériaux présentant des propriétés diélectriques distinctes. Ces matériaux artificiels ont rapidement évolué d'un simple concept théorique proposé pour le contrôle de l'émission spontanée à un statut de véritables dompteurs de photons présentant des dimensions de l'ordre de la longueur d'onde et parvenant à imposer leur loi à la propagation des ondes lumineuses. Les progrès technologiques, liés par exemple, mais non exclusivement, à ceux des procédés de fabrication pour la microélectronique, ont rendu possibles maintes démonstrations expérimentales des phénomènes induits par les bandes interdites. Les fibres à cristaux photoniques, issues d'une utilisation ingénieuse des techniques de tirage de fibres optiques classiques, ont prouvé la viabilité et l'intérêt applicatif des cristaux photoniques : elles figurent maintenant en bonne place dans les catalogues de composants pour l'optique.

Il a en revanche fallu moins d'une décennie pour assister à une transposition de la plupart de ces mêmes phénomènes à l'acoustique. Les *cristaux phononiques*, mentionnés pour la première fois en 1993, exhibent en effet un potentiel tout aussi prometteur. Ils consistent également à mettre

à profit les phénomènes de diffusion se produisant dans un matériau composite périodique pour inhiber la propagation des ondes acoustiques dans toutes les directions de l'espace : le réseau fait donc office de réflecteur parfait, n'absorbant qu'une partie infime de l'onde incidente. Bien évidemment, les conditions de périodicité menant à une annulation de la propagation des ondes sont bien spécifiques, mettant en jeu la forme des inclusions, leurs dimensions, la symétrie du réseau, mais aussi l'anisotropie du substrat. Depuis lors, ils ont au même titre que leurs analogues électromagnétiques démontré leur capacité à assurer le contrôle de la propagation des ondes élastiques : filtres, guides d'ondes ou encore lentilles acoustiques comptent parmi les démonstrations expérimentales réalisées. Si les principes fondamentaux restent sensiblement identiques, les propriétés inhérentes aux ondes élastiques *per se* confèrent un caractère original à ces cristaux phononiques. La forte anisotropie de propagation ou le couplage entre polarisations des ondes rend plus délicat l'obtention de ces bandes interdites. En revanche, l'un des avantages de l'acoustique par rapport aux deux autres domaines évoqués, ceux des ondes optiques et électroniques, réside en la possibilité d'observer ces effets de bandes interdites élastiques sur de vastes gammes de fréquences, autorisant la fabrication, aisée, de dispositifs macroscopiques, et élargissant leur champ d'application. Celui-ci s'étend en effet de l'atténuation des ondes sismiques au filtrage radio-fréquence, en passant par l'isolation phonique ou les interactions acousto-optiques. Il n'en reste pas moins que, à l'heure actuelle, les réalisations expérimentales sont restées pour la plupart limitées à la mise en évidence du phénomène d'une part à basse fréquence, c'est-à-dire pour des structures de dimensions millimétriques, voire supérieures ; et d'autre part pour des ondes élastiques dites de volume, c'est-à-dire se propageant indifféremment dans tout le substrat. Cette thèse a donc pour objectif l'étude essentiellement expérimentale des effets de bandes interdites pour les ondes élastiques dans plusieurs configurations de cristaux : structures macroscopiques pour les ondes de volume, réseaux microscopiques pour les ondes de surface, ou encore fibres photoniques.

Elle est ainsi en premier lieu consacrée à une poursuite de l'exploration du potentiel offert par des matériaux à bandes interdites phononiques basses fréquences (de l'ordre de quelques dizaines de kiloHertz). Les phénomènes de propagation des ondes élastiques sont ainsi étudiés dans des structures simples en termes de réalisation pratique consistant en un arrangement périodique de cylindres d'acier de dimension millimétrique plongés dans une cuve d'eau. En plus de constituer un moyen d'appréhension aisément mis en œuvre du concept de bande interdite élastique, ce dispositif expérimental permet de mettre en évidence des effets de filtrage, de guidage ou encore de couplage, témoins de la richesse et de la complexité des fonctions de traitement du signal acoustique qu'il est possible d'implémenter avec ces cristaux.

La suite de ces travaux s'inscrit plutôt dans la tendance actuelle d'étude et de réalisation de matériaux micro- et nano-structurés pour des applications à la physique des ondes au sens large. L'échelle du réseau est en effet réduite, permettant de réaliser des structures à haute fréquence (quelques centaines de mégaHertz cette fois-ci). En particulier, le cas des ondes élastiques de surface est au cœur des études entreprises. Les objectifs visés ici relèvent aussi bien de l'appliquatif, avec la perspective d'intégrer des cristaux phononiques à des composants à ondes de

surface déjà largement répandus dans les télécommunications radio-fréquence, que d'un aspect plus fondamental. En effet, la possibilité de générer et de détecter ces ondes directement sur le substrat lui-même en usant de transducteurs à peignes interdigités permet de mettre en place une série d'expériences simples et illustratives visant à mettre en évidence les spécificités du réseau phononique dans ce cas particulier où l'onde élastique est confinée à la surface du substrat. Dans le cadre de ces travaux de thèse, nous avons choisi le niobate de lithium comme matériau de base, du fait de ses propriétés à la fois optiques et acoustiques, qui en font un candidat de choix pour la mise en place d'interactions acousto-optiques à plus long terme. Cette activité a bénéficié des outils théoriques préalablement mis en place au département LPMO de l'Institut FEMTO-ST pour procéder à la conception et au dimensionnement de structures pertinentes. Elle a ensuite consisté à fabriquer le dispositif complet par des procédés de salle blanche, en utilisant les moyens disponibles au sein de la centrale technologique MIMENTO. En particulier, un procédé de gravure ionique réactive du niobate de lithium a été développé à cet effet. Des caractérisations par voie électrique d'abord et optique ensuite, entreprises dans le cadre de diverses collaborations, ont ainsi permis de démontrer l'existence d'une bande interdite complète pour les ondes élastiques de surface, confirmant ainsi les prédictions théoriques.

Enfin, l'un des objectifs de ces travaux, à une échéance plus lointaine que celle de cette seule thèse, est de parvenir à une géométrie de cristal permettant de coupler les phénomènes de bandes interdites photoniques et phononiques dans le but d'étudier les interactions acousto-optiques pouvant se produire dans cette configuration particulière. Les fibres à cristaux photoniques constituent un support particulièrement intéressant pour la mise en place de ce type d'expériences. Elles sont en effet en mesure d'exhiber des bandes interdites à la fois pour les ondes optiques et élastiques, propriété à laquelle vient s'ajouter leur fonction de guide d'onde. La troisième et dernière partie de cette thèse est donc dédiée à une étude théorique de l'interaction acousto-optique dans ce milieu particulier. L'approche classique fondée sur la théorie linéarisée de Pockels est ainsi confrontée à un traitement de type interaction paramétrique du problème. Nous verrons à cette occasion que si ces travaux ne parviennent pas tout à fait à achever leur ambition première, ils révèlent toutefois l'importance du formalisme mis en jeu dans ce cas particulier où ondes optiques et acoustiques sont toutes deux fortement confinées, difficulté jusqu'alors éludée dans le cas d'interactions acousto-optiques classiques mettant en jeu des ondes acoustiques d'extension spatiale infinie.

Première partie

Guidage et filtrage des ondes dans les matériaux à bandes interdites élastiques

Chapitre 1

Une brève introduction aux cristaux phononiques

1.1 Introduction

L'étude de la propagation des ondes élastiques dans les milieux périodiques a connu un renouveau considérable au cours des dix dernières années du fait de l'introduction du concept de *cristal phononique*, des matériaux composites présentant des variations périodiques de leurs constantes élastiques et de leur densité. Ils détiennent de ce fait la particularité de pouvoir prohiber la propagation des ondes élastiques dans une gamme de longueurs d'ondes de l'ordre de la période de la structure. On parle alors, comme en physique du solide, d'un phénomène de *bande interdite*. Ce regain d'intérêt est directement lié à celui qui a été dédié à la propagation des ondes dans les milieux périodiques au sens large, du fait de l'étude et de la réalisation de matériaux micro- et nano-structurés pour l'optique. L'émergence de ces structures artificielles, dites *cristaux photoniques* a ouvert un champ d'investigation nouveau : au niveau fondamental, d'abord, du fait de possibilités inédites de contrôle de la propagation des ondes optiques qu'elles autorisent ; et applicatif ensuite, certains dispositifs photoniques parvenant même à s'imposer comme des composants optiques viables. Les cristaux phononiques s'annoncent tout aussi prometteurs, comme en témoigne le nombre de travaux consacrés à cette activité de recherche.

Cet état de l'art revient sur les concepts nécessaires à l'appréhension des matériaux à bandes interdites élastiques. À ce titre, il s'évertue dans un premier temps à fournir quelques notions sur la propagation des ondes dans les milieux périodiques, avant de s'attarder plus en détail sur les cristaux photoniques puis phononiques. Les différences fondamentales entre ondes élastiques et optiques dans ces structures périodiques y sont d'ailleurs soulignées. Quelques rappels généraux sur la propagation des ondes élastiques dans les milieux homogènes ainsi que sur la piézoélectricité sont ensuite donnés, de sorte à pouvoir aborder plus sereinement les phénomènes de propagation d'ondes dans les cristaux phononiques. Ces derniers sont d'ailleurs mis en exergue dans une troisième partie, où l'on s'efforce de montrer les potentialités offertes par ces matériaux composites. Enfin, dans une dernière partie, il est montré qu'il est possible de mettre à profit

les propriétés respectives des cristaux photoniques et phononiques pour donner naissance à une nouvelle génération de composants élasto-optiques.

1.2 Propagation des ondes dans les milieux périodiques

Avant de nous pencher plus en avant sur la notion de cristal phononique, nous introduisons ici quelques notions très générales sur la propagation des ondes dans les milieux périodiques. À ce titre, nous opérons un bref retour sur quelques principes de base de la physique de la matière condensée, mais aussi sur l'idée fondatrice de la diffraction de Bragg.

1.2.1 Généralités

L'étude de la propagation des ondes dans les structures périodiques est un champ d'investigation commun à maints domaines de la physique. Elle intervient par exemple lors de l'étude de la propagation des vibrations dues aux phonons se propageant dans une maille cristalline, de la diffraction des rayons X ou des ondes optiques en milieu solide ou liquide, des systèmes dits multicouches ou super-réseaux, très prisés dans les domaines optiques comme acoustiques ou encore la physique des semi-conducteurs. Dans tous ces éléments, on retrouve la notion de *bande d'arrêt*, qui définit une gamme angulaire ou fréquentielle pour laquelle toute propagation d'ondes est rendue impossible. Le principe fondateur sous-jacent à l'apparition de ces bandes interdites de quelque nature qu'elles soient (électroniques, électromagnétiques ou encore élastiques), est la diffraction de Bragg. La loi de Bragg a été mise en évidence lors d'expériences consistant à étudier la réflexion de rayons X incidents sur la surface d'un cristal. Elle peut toutefois être observée dans toute structure périodique artificielle, comme nous aurons l'occasion de le constater dans le cas des composites diélectriques ou élastiques. W.H. Bragg et W.L. Bragg ont ainsi observé en 1913 l'apparition de pics de réflexion intenses pour certains angles d'incidence à des longueurs d'ondes spécifiques. Ils ont interprété ces résultats en assimilant le cristal à une structure consistant en un arrangement périodique de plans parallèles, expliquant ainsi le spectre en réflexion obtenu par un phénomène d'interférences entre ondes X. Les ondes réfléchies par les couches successives n'interfèrent constructivement que si la différence de chemin de propagation est multiple de 2π ,

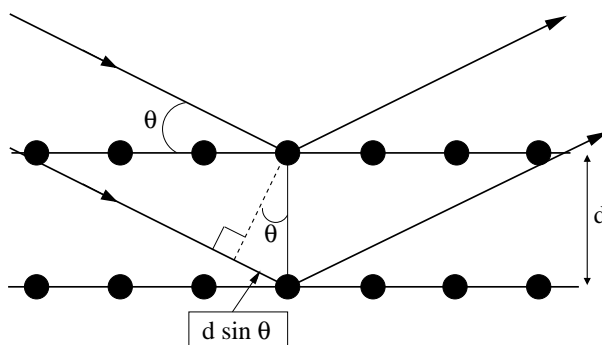


FIG. 1.1 – Illustration de la loi de Bragg.

conduisant à l'énonciation de la loi de Bragg, qui peut se déduire assez intuitivement de l'optique géométrique, comme l'illustre la figure 1.1 :

$$n\lambda = 2d \sin \theta \quad (1.1)$$

où n est un entier naturel, λ désigne la longueur d'onde du faisceau incident, d la distance entre deux plans successifs du réseau cristallin et θ l'angle formé par le faisceau incident et la face d'entrée du cristal. Les plans satisfaisant à la condition d'interférences constructives sont les plans de Bragg qui délimitent la première zone (ou zone irréductible) de Brillouin, concept détaillé en annexe A, et sur lequel nous reviendrons largement tout au long de ce manuscrit.

La formulation de Bragg part du principe que la réflexion des rayons X se fait de façon spéculaire sur un plan, et ne prend pas en compte la diffusion de l'onde incidente sur chaque atome constituant le réseau. La formulation de Von Laue, permet de s'affranchir de cette hypothèse. Dans le cadre de ce modèle, le cristal est assimilé à un ensemble d'atomes identiques tous susceptibles, et ce de façon indépendante, de jouer le rôle de diffuseur pour une onde incidente de longueur d'onde de l'ordre du pas du réseau. Dans ce contexte, la condition d'interférences constructives en chaque point est donnée par :

$$d(\mathbf{k} - \mathbf{k}') = 2\pi n \quad (1.2)$$

\mathbf{k} et \mathbf{k}' désignent les vecteurs d'ondes des ondes incidentes et réfléchies respectivement.

La transposition de ce type d'analyse aux ondes électromagnétiques s'est faite en deux temps. Elle a d'abord permis de généraliser les travaux théoriques initiés par Lord John Rayleigh en 1887 sur la propagation des ondes optiques dans un milieu périodique unidimensionnel, contribuant ainsi au développement des multicouches, encore connus sous la dénomination de miroirs de Bragg. Ces derniers consistent en un arrangement périodique de couches diélectriques alternées d'indices de réfraction différents (les indices n_H et n_B désignent respectivement les milieux d'indices haut et bas sur la figure 1.2).

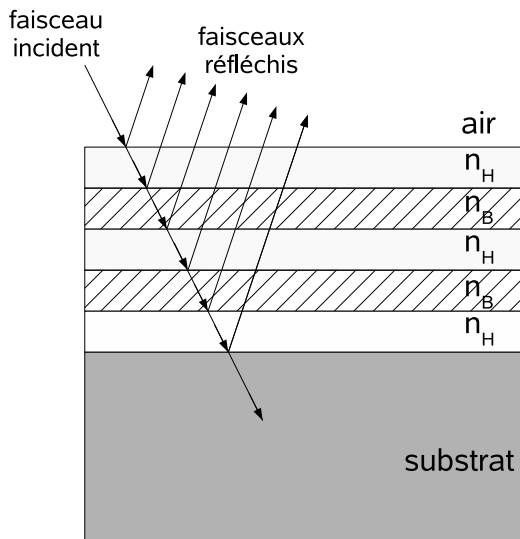


FIG. 1.2 – Principe de fonctionnement d'un miroir de Bragg.

Ils ont connu un vif succès dans le domaine des lasers à puits quantiques : les miroirs de Bragg intégrés dans les cavités lasers à semi-conducteurs (les DBR lasers, pour *Distributed Bragg Reflectors*) en sont un des exemples les plus convaincants. Des coefficients de réflexion au-delà de 99,9% dans la gamme angulaire et de longueurs d'onde de fonctionnement du miroir peuvent être aisément obtenus. Ces multicouches reposent donc sur un principe similaire à celui de la réflexion de Bragg, mais là où la différence d'indice de réfraction perçue par les rayons X est fine, de l'ordre de 1 pour 10 000, ne permettant d'obtenir que des pics de diffraction de largeur spectrale très faible, la différence d'indice encourue par les ondes optiques dans un composite diélectrique peut, elle, atteindre des valeurs de l'ordre de l'unité. Cette propriété offre donc une certaine latitude quant à la gamme de fonctionnement de l'empilement.

Mais c'est l'extension de ce principe à des systèmes périodiques bi- ou tridimensionnels qui nous intéresse plus particulièrement ici. L'utilisation de la simple formulation de Bragg, scalaire, ne suffit alors plus à rendre compte des phénomènes observés. On se voit alors contraint d'employer le formalisme de la propagation d'ondes mis en place initialement pour l'étude théorique des structures de bandes des matériaux semi-conducteurs.

1.2.2 Les cristaux photoniques

Les matériaux à bandes interdites pour les ondes électromagnétiques ont naturellement acquis la dénomination de *cristal photonique*, même s'il est rare que les aspects proprement quantiques y jouent un rôle. Quelques grandes réalisations ayant trait à ces structures périodiques sont ici rapportées. L'idée n'est pas de dresser un état de l'art exhaustif sur les développements réalisés sur ces matériaux, mais plutôt de fournir quelques éléments à des fins de comparaison avec les cristaux phononiques sur lesquels nous nous pencherons bien évidemment plus avant.

Bandes interdites complètes

En 1987, deux articles parus simultanément dans la revue *Physical Review Letters* évoquent la possibilité d'obtenir des systèmes interdisant la propagation des ondes électromagnétiques dans une certaine gamme de fréquences, à l'image des réflecteurs de Bragg, mais qui resteraient pour leur part insensibles à l'angle d'incidence (donc à la direction de propagation) de l'onde. Par analogie à la physique des semi-conducteurs, les auteurs de ces articles, à savoir Eli Yablonovitch des laboratoires Bell dans le New Jersey (États-Unis) d'une part et Sajeev John de l'université de Princeton d'autre part, émettent l'hypothèse suivant laquelle une périodicité spatiale tridimensionnelle de l'indice de réfraction, avec une période de l'ordre de la longueur d'onde, peut conduire à l'apparition de bandes interdites pour les ondes électromagnétiques, pouvant de ce fait induire une localisation des radiations électromagnétiques dans des volumes de l'ordre de la longueur d'onde [1, 2]. La particule élémentaire mise en jeu étant le photon, la terminologie de *bande interdite photonique* et de *cristal photonique* est adoptée. L'idée initiale était d'inhiber le procédé d'émission spontanée dû aux transitions radiatives dans les semi-conducteurs.

L'obtention de bandes interdites pour les ondes électromagnétiques est bien sûr soumise à nombre

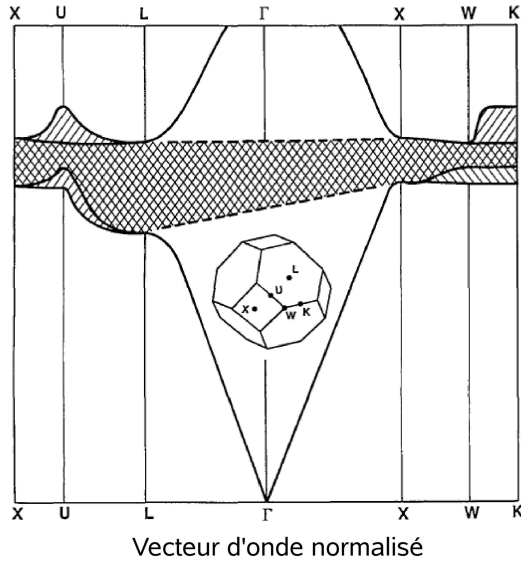


FIG. 1.3 – Diagramme de bandes pour une structure cubique à faces centrées (CFC) composée de sphères vides dans une matrice diélectrique. La première zone de Brillouin pour un tel réseau est représentée en encart. D'après [3]

de conditions, soit géométriques, soit liées aux matériaux constitutifs du système. Notamment, Yablonovitch énonce très tôt que le rapport d'indices minimum nécessaire à l'obtention d'une bande interdite pour les ondes électromagnétiques se situe aux alentours de 2 [3].

Les premières tentatives de conception de cristaux photoniques ont surtout mis en jeu des méthodes empiriques se fondant sur la symétrie du système étudié. Yablonovitch est ainsi arrivé à la conclusion que la probabilité d'obtention d'une bande interdite complète, c'est-à-dire pour toute direction de propagation, était intimement liée à la forme de la première zone de Brillouin du réseau périodique. La position de la bande interdite suivant une direction de l'espace étant fonction de la longueur du vecteur d'onde dans cette zone, il en a ainsi déduit qu'un recouvrement des différentes bandes directionnelles (ou *pseudo-gaps*, comme on les appelle parfois) se produirait plus probablement dans une structure présentant une zone de Brillouin quasi-sphérique. Le réseau commun répondant le plus à cette condition étant le réseau cubique à faces centrées (CFC ou FCC *Face-Centered-Cubic*) illustré sur la figure 1.3, il s'est donc trouvé au centre des premières considérations expérimentales de l'existence des bandes interdites photoniques.

Une série de travaux a donc suivi, mais dans le domaine fréquentiel des micro-ondes dans un premier temps. En effet, les difficultés de fabrication considérables qui auraient été rencontrées dans le cadre d'une seule démonstration de principe à des longueurs d'onde optiques (fabrication de réseaux tridimensionnels avec un paramètre de maille inférieur au micron) se sont en effet révélées rédhibitoires. Néanmoins, les matériaux choisis pour la réalisation du composite sont restés dans des gammes de rapports d'indices accessibles en optique (inférieurs à 3,6). Il n'a donc pas été fait usage des larges différences d'indice qu'il est possible d'obtenir en micro-ondes par souci de généralisation des résultats obtenus par simple application d'une loi d'échelle sur le pas du réseau et la fréquence centrale de la bande interdite. Il a ainsi été démontré que des inclusions vides de 6 mm de rayon dans une matrice d'alumine (Al_2O_3) dans un réseau cubique à faces centrées légèrement modifié permettaient l'ouverture d'une bande interdite complète

pour les micro-ondes centrée autour de 15 GHz [3]. Parallèlement à ces activités expérimentales, plusieurs groupes de recherche ont amorcé des développements théoriques visant à rendre compte de la dispersion des ondes optiques dans ces structures périodiques. Les théoriciens se sont alors largement inspirés de la physique du solide, traitant le problème de la propagation des ondes dans ces milieux à constantes diélectriques variant périodiquement comme celui, scalaire, des électrons dans les potentiels périodiques. Les équations d'ondes optiques ont ainsi été ramenées à une forme proche de celle de l'équation de Schrödinger dans un potentiel électrique périodique dans les trois dimensions de l'espace. Les fonctions de Bloch-Floquet sont par là-même devenues un outil indispensable à la modélisation des cristaux photoniques. Le théorème du mathématicien Gaston Floquet a en effet été introduit en physique par Felix Bloch en 1928 qui a ainsi démontré que la fonction d'onde ϕ d'une particule, en l'occurrence un électron dans un milieu périodique, pouvait s'écrire sous la forme du produit d'une onde plane, présentant une dépendance exponentielle, et d'une fonction périodique $u_k(\mathbf{r})$ de période égale à celle du réseau :

$$\phi_k(\mathbf{r}) = u_k(\mathbf{r}) e^{j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \quad (1.3)$$

Le vecteur \mathbf{k} intervenant dans cette expression est appelé vecteur d'onde de Bloch.

L'idée est alors de réécrire l'équation d'onde électromagnétique, tirée des équations de Maxwell, en exprimant les champs sous la forme de modes de Bloch. La périodicité spatiale de l'indice de réfraction est explicitement prise en compte. La périodicité du système permet alors d'appliquer le formalisme lié aux zones de Brillouin et de calculer des diagrammes de bandes pour les modes optiques comme on a l'habitude de les calculer pour les électrons dans les solides.

D'un point de vue théorique, les premiers travaux traitant du sujet se sont néanmoins révélés peu concluants, les bandes interdites prévues ne correspondant pas à l'expérience [4, 5, 6]. Il a en effet été montré que le modèle scalaire était inadéquat à la simulation des cristaux photoniques et qu'il était indispensable de prendre en compte l'aspect vectoriel de la propagation des ondes électromagnétiques [7, 8].

D'autres méthodes de fabrication, plus aisées à mettre en œuvre, ont par la suite été développées, permettant de confirmer expérimentalement l'existence de ces bandes interdites dans le régime micro-ondes [11]. Différents travaux ont ensuite tenté de réduire l'échelle des structures afin d'atteindre les fréquences optiques, mais c'est finalement l'émergence des systèmes d'opales artificielles auto-assemblées, des suspensions colloïdales de billes de silice [12] qui a réellement permis d'envisager la possibilité de mettre au point des cristaux photoniques 3D présentant des dimensions de l'ordre de 100 à 200 nm. En particulier, les structures dites *opales inversées* (voir figure 1.4a) telles qu'introduites par Wijnhoven et Vos [9] ont depuis confirmé la possibilité d'obtenir des bandes interdites complètes aux fréquences optiques. Les techniques de fabrication de ces opales artificielles ont maintenant atteint une maturité suffisante pour autoriser la réalisation de structures complexes [10], comme l'illustre par exemple la figure 1.4b. Il n'en reste pas moins que la fabrication d'autres types de cristaux photoniques 3D demeure une difficulté majeure. Ce dernier point, allié à la faible possibilité d'intégration des opales dans des circuits photoniques

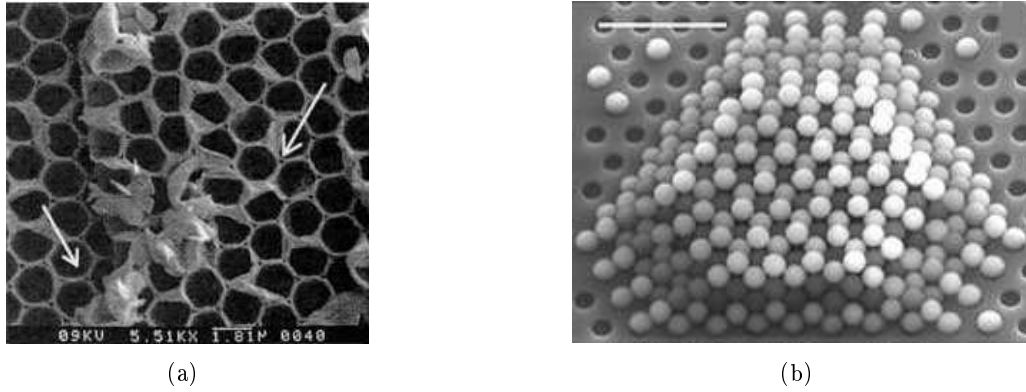


FIG. 1.4 – Images prises au microscope électronique à balayage : (a) un réseau tridimensionnel d’opales inversées. Le cristal photonique consiste en un arrangement de billes d’air dans une matrice de dioxyde de titane. D’après [9]. (b) Opales directes en silice arrangées suivant une structure cristalline de type diamant. Le cristal est obtenu après assemblage et gravure sèche [10].

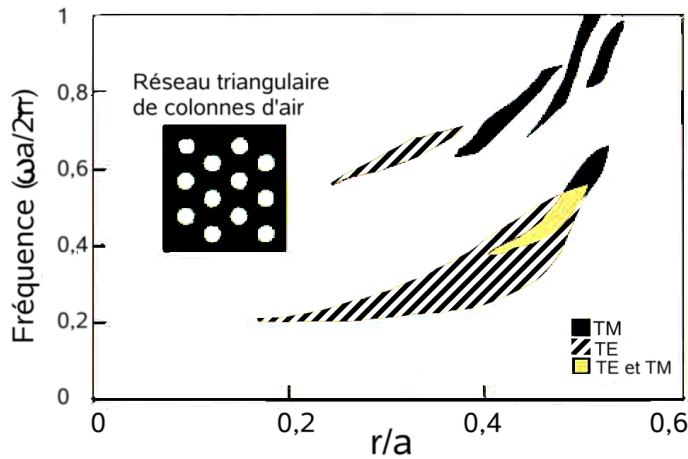


FIG. 1.5 – *Gap map* pour un réseau triangulaire de cylindres d’air inscrits dans un diélectrique tel que $\epsilon = 11.4$. Une bande interdite complète s’ouvre lorsque les bandes interdites pour les deux polarisations se superposent. D’après [8].

conventionnels, a poussé au développement de cristaux photoniques bidimensionnels.

Les cristaux photoniques 2D consistent en un arrangement périodique de cylindres parallèles d’indice distinct de celui de la matrice les environnant. Les bandes interdites photoniques produites par ces structures ne permettent bien sûr qu’une inhibition de la propagation d’ondes dans le plan transverse aux inclusions cylindriques, la laissant presque libre dans la troisième direction.

Il se pose toutefois un problème fondamental lié à la polarisation des ondes optiques dans un réseau bidimensionnel. En effet, les polarisations dites TE (pour *Transverse Electrique*, champ électrique transverse à la direction de propagation de l’onde) ou TM (pour *Transverse Magnétique*) présentent des relations de dispersion distinctes, rendant difficile l’obtention de bandes interdites complètes au sens propre du terme, c’est-à-dire quelles que soit la direction (dans le plan) et la polarisation de l’onde incidente. La figure 1.5 montre par exemple les positions re-

latives des bandes interdites pour les deux polarisations dans le cas d'un réseau triangulaire de cylindres d'air dans une matrice diélectrique. On y constate l'ouverture d'une première bande interdite pour les modes TE pour un cristal de rapport rayon sur période de maille (r/a) compris entre 0,2 et 0,5. La propagation des modes TM, dans cette même gamme de rapports de dimension, n'est prohibée que pour des r/a compris entre 0,4 et 0,5. Il n'est donc possible d'observer une bande interdite complète que pour ces derniers paramètres géométriques.

Les cristaux photoniques 2D demeurent pourtant un support intéressant dans la mesure où ils rendent l'étude de la plupart des phénomènes clé liés aux bandes interdites photoniques possibles, même si l'on se limite parfois à ne considérer qu'une des deux polarisations pour une structure donnée. Ils présentent par ailleurs l'avantage de pouvoir être réalisés en utilisant des techniques relativement standard de microfabrication préalablement développées pour la microélectronique, notamment la lithographie électronique et l'usinage par gravure ionique. Au-delà du seul silicium, il a été possible de bénéficier des capacités d'usinage des matériaux semi-conducteurs optiquement actifs (comme l'arseniure de gallium, le phosphore d'indium...), ce qui a ouvert des perspectives considérables quant à la réalisation de dispositifs pour l'optique intégrée. L'une des structures les plus largement employées, et sur laquelle nous reviendrons dans la suite de ce manuscrit, consiste à inscrire la structure périodique dans une couche guidante diélectrique superposée à un substrat d'indice de réfraction plus faible (*photonic crystal slab* en anglais), comme le montre la figure 1.6. En plus de s'affranchir des difficultés de réalisation de structures périodiques qui ne peuvent en aucun cas se ramener au cas idéal du cristal à proprement parler 2D, du fait de la profondeur inéluctablement finie en pratique du cristal, ces structures présentent deux avantages notables :

- elles autorisent un confinement quasi-tridimensionnel des ondes, le guidage dû à l'indice de réfraction plus élevé de la couche photonique assurant le confinement de l'onde dans la direction parallèles aux cylindres,
- elles permettent d'envisager une intégration directe à des systèmes complexes d'optique intégrée.

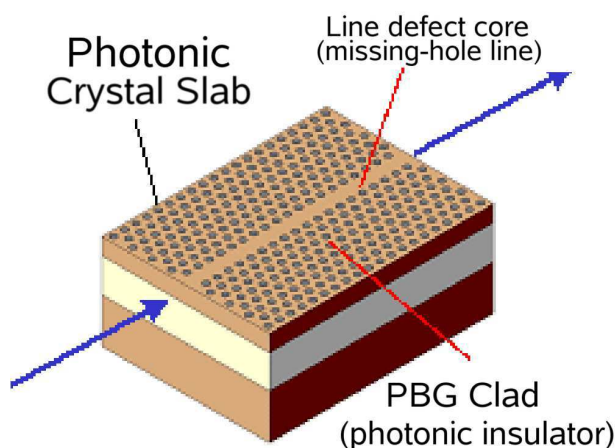


FIG. 1.6 – Schéma de principe d'un *photonic crystal slab*. Le cristal photonique est ici muni d'un guide d'ondes. D'après Notomi *et al.* [13].

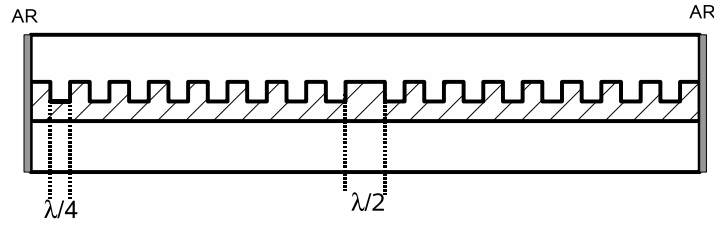


FIG. 1.7 – Schéma de principe d'un laser à contre-réaction distribuée. La zone hachurée représente l'empilement de Bragg, de période $\lambda/4$ au sein duquel un défaut de longueur $\lambda/2$ a été inséré. Le réseau complet peut donc être vu comme une cavité Fabry-Pérot entourée de deux miroirs de Bragg. Deux couches anti-réfléchissantes (AR) complètent le laser.

Il a donc suivi un développement rapide des activités de recherche dédiées aux cristaux photoniques bidimensionnels. Nous ne dresserons pas ici un état de l'art des avancées théoriques, technologiques et applicatives liées à ces systèmes ; il dépasserait en effet le cadre de cette étude. Nous allons toutefois nous intéresser aux phénomènes liés aux modes dits de défauts introduits dans un cristal 2D.

Modes de défaut

Si le principe du dopage a encore contribué à enrichir les phénomènes physiques attachés aux semi-conducteurs, on peut alors concevoir que l'introduction d'un effet équivalent dans les cristaux photoniques puisse également ouvrir de nouvelles perspectives. La notion de *modes de défaut* a ainsi été introduite, quasi-simultanément à celle de bande interdite [1, 2]. Le concept est donc d'affecter la symétrie du cristal par altération de l'indice de réfraction d'une ou plusieurs cellules élémentaires en introduisant un matériau diélectrique de haut indice dans une zone de bas indice, ou inversement. Une fois encore, l'idée n'est pas totalement nouvelle en optique, puisqu'elle est déjà largement employée dans les systèmes unidimensionnels. Les Lasers à contre-réaction distribuée (plus connus sous la terminologie de *Distributed Feed Back Lasers*, DFB) en sont certainement le plus illustre exemple. La cavité laser consiste en un milieu amplificateur d'épaisseur $\lambda/2$ entourés de deux miroirs de Bragg de période $\lambda/4$ (figure 1.7). Le milieu amplificateur correspond donc à un défaut de la structure périodique complète formée par les deux réflecteurs. Le mode admis par le défaut de la structure est réfléchi par les miroirs, le système formant ainsi une cavité Fabry-Pérot.

Du point de vue des cristaux photoniques, en particulier des cristaux 2D, l'altération d'une cellule unique dans la structure par élimination ou remplacement d'un des cylindres constituant le réseau, induit l'apparition d'un mode localisé : on crée ainsi une cavité qui, si elle est correctement conçue, supporte un mode dont la fréquence est comprise dans la bande interdite du cristal parfait l'entourant (figure 1.8a). Le mode reste ainsi *piégé* au niveau du défaut [14]. L'intérêt d'une telle structure est en particulier de pouvoir réaliser des cavités résonantes à très haut facteur de qualité, pour des applications relatives à la création de sources optiques par exemple [15].

Cette capacité de confinement de la lumière peut également être exploitée pour réaliser des

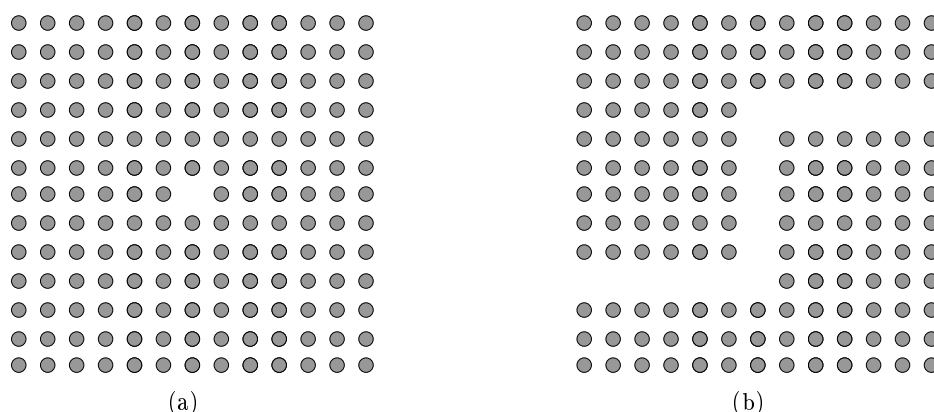


FIG. 1.8 – Exemples de défauts dans une structure photonique bidimensionnelle parfaite. (a) cavité, (b) guide.

guides d'ondes. Cette fois-ci, au lieu de n'affecter qu'une des cellules du réseau, il s'agit de modifier une rangée du cristal pour réaliser une ligne de guidage au sein de la structure parfaite. Toute radiation incidente de fréquence comprise dans la bande interdite sera donc contrainte de se propager le long de ce défaut linéaire. L'avantage remarquable de ces guides à cristaux photoniques, comparativement aux guides optiques classiques dont le fonctionnement repose sur le phénomène de réflexion totale, est la possibilité de produire des structures présentant des courbures très importantes, en principe sans perte pour le signal optique. En effet, dans tout guide conventionnel, y compris dans les fibres optiques, la présence de courbures modifie l'angle d'incidence de l'onde propagative. Le vecteur d'onde ne remplissant plus les conditions de réflexion totale, la lumière tend à fuir au niveau des points de courbure du guide. Le mécanisme de guidage par bande interdite intervenant dans les cristaux photoniques permet de s'affranchir de ces pertes de propagation. Ainsi, en plus de guides droits classiques, des guides imposant un changement abrupt de la direction de propagation [16] (figure 1.8b), mais aussi des dispositifs plus complexes, comme des systèmes de démultiplexage en longueur d'onde [17], ont également pu être démontrés.

En plus de ces simples fonctions de filtrage ou de guidage, les cristaux photoniques 2D ont permis de mettre en évidence plusieurs phénomènes originaux, sur lesquels nous reviendrons lors de notre introduction aux bandes interdites élastiques. Parmi d'autres, on peut mentionner les effets de réfraction négative [18, 19], super-prismes [20], ou encore de lumière lente (*slow light* [21]), qui sont actuellement au centre d'efforts de recherche significatifs.

Il n'en reste pas moins que si ces cristaux photoniques bidimensionnels sont riches d'applications potentielles, la dimension finie du système dans la direction transverse au plan du réseau demeure un facteur limitant. Les *slabs* ont certes permis de s'affranchir d'une partie des limitations induites, mais ils ne permettent pas d'étudier de façon rigoureuse les phénomènes de propagation dans le cas d'un signal se propageant dans la direction normale au cristal. Il faudrait pour cela pouvoir fabriquer une structure d'extension véritablement infinie devant la longueur d'onde, ce qui n'est guère envisageable avec les procédés de microfabrication classiques, qui ne

permettent finalement d'atteindre que des profondeurs souvent inférieures au millimètre. Ce sont finalement les *fibres à cristaux photoniques* qui ont rendu possible cette coexistence entre dimensions submicroniques et métriques. Nous finissons donc cette brève intrusion dans le domaine des cristaux photoniques en évoquant les grandes avancées relatives, du point de vue optique dans un premier temps, à cette activité de recherche qui a connu un essor considérable au cours de la dernière décennie. Nous aurons d'ailleurs l'occasion de constater dans la suite de ce manuscrit que les applications de ces fibres ne se limitent pas à l'optique.

Fibres à cristaux photoniques

Les fibres optiques classiques sont des guides d'ondes cylindriques à saut ou à gradient d'indice constituées d'un cœur de haut indice en silice dopée entouré d'une gaine de silice d'indice de réfraction plus faible. Le guidage se fait donc par réflexion totale de l'onde optique. Le diamètre du cœur et le contraste d'indice conditionnent le nombre de modes susceptibles de se propager dans la structure. Une fibre optique peut en général être monomode sur une gamme de longueurs d'onde et d'angles d'incidence donnée.

Les premières fibres fonctionnelles pour des applications aux télécommunications optiques ont été fabriquées en 1970 au sein des laboratoires Corning. Et c'est justement autour de cette période que l'idée d'utiliser un phénomène de réflexion totale lié à la présence d'un miroir périodique plutôt que par contraste d'indice a par ailleurs émergé. Yeh *et al.* [22] avaient alors proposé une fibre consistant en un miroir de Bragg enroulé de façon à laisser un cœur de bas indice au sein duquel la propagation par réflexion totale pourrait s'opérer. Ces fibres de Bragg ont à l'époque été jugées peu propices à la réalisation de fibres fonctionnelles, du fait de la grande difficulté de fabrication d'une telle structure. Il a d'ailleurs fallu attendre plus de deux décennies et les travaux de Johnson *et al.* en 2001 [23] pour en voir une réalisation pratique.

Peu avant, pourtant, en 1996, les fibres qui allaient recevoir la dénomination de *fibres à cristaux photoniques* (*Photonic Crystal Fibres*, PCF's, ou bien encore *holey fibres* pour fibres à trous) voyaient le jour à l'université de Bath en Grande-Bretagne, au sein de l'équipe de Philip St J. Russell. Ces fibres présentent un réseau photonique bidimensionnel, constitué de trous dans la silice, la troisième dimension du réseau étant normale à la section de la fibre. La première fibre photonique proposée par Knight *et al.* [24] en 1996 n'exploite toutefois pas les propriétés de bandes interdites des cristaux photoniques. Cette fibre constituée d'un cœur plein et d'une gaine microstructurée par des trous de 300 nm de diamètre espacés de 2 à 3 μm tire profit de la différence d'indice effectif introduite par les trous d'air entre le cœur et la gaine pour guider les ondes optiques par réflexion totale à l'interface. Le rapport diamètre sur période des trous, trop faible, n'autorise alors pas d'envisager l'existence d'une bande interdite complète dans la gaine. C'est pourtant ce type de structuration qui est exploité pour la réalisation de fibres possédant la remarquable propriété de rester monomodes quelle que soit la longueur d'onde (la fameuse *endlessly single mode* PCF [25], illustrée sur la figure 1.9a). Trois ans plus tard, Cregan *et al.* [26], toujours à l'université de Bath, proposent une fibre à cœur creux où le confinement de l'onde optique est cette fois-ci assuré par l'effet de bande interdite dû à la microstructuration de la

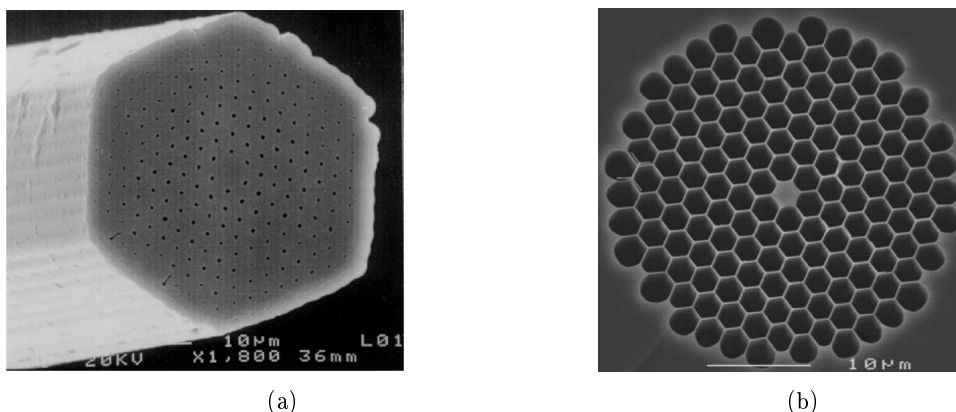


FIG. 1.9 – Images prises au microscope électronique à balayage (a) d’une *Endlessly single mode photonic crystal fibre* [25] (b) et d’une fibre photonique hautement non-linéaire (www.crystal-fibre.com).

gaine. Les perspectives offertes sont nombreuses. On s’attend en effet à ce que la propagation dans le cœur creux permette de réduire encore les pertes de propagation ou de s’affranchir des phénomènes réfractifs liés à l’injection de fortes puissances dans les fibres [27]. Un autre point, peut-être plus intéressant encore, consiste à remplir ce cœur d’espèces gazeuses par exemple, ouvrant la porte à l’exaltation de multiples phénomènes, non-linéaires notamment [28]. Sur ce dernier aspect, des PCF’s présentant un cœur plein entouré d’une gaine photonique avec une fraction surfacique d’air importante se sont montrées dotées de très forts coefficients non-linéaires (voir figure 1.9b). Un des plus beaux exemples de réalisation expérimentale faisant usage d’une telle fibre est la génération de super-continua de lumière blanche, sources très prometteuses pour des applications à la spectroscopie [29, 30]. Les fibres photoniques sont d’ailleurs à l’heure actuelle les seuls composants fondés sur les bandes interdites photoniques à avoir bénéficié d’un véritable transfert technologique. Les compagnies Blaze Photonics, issue de l’université de Bath, puis Crystal Fibers, associée au groupe de Andrei Bjarklev à l’université de Copenhague au Danemark, ont pu procéder à une commercialisation des PCF’s.

Il aura donc fallu près d’un siècle pour transposer les principes liés aux bandes interdites de la physique du solide vers l’électromagnétisme. En revanche, l’émergence des cristaux photoniques a très rapidement laissé penser que ces phénomènes de filtrage et de confinement dus à la périodicité d’un système donné pouvaient être observés pour tout type d’ondes, en particulier pour les ondes élastiques.

1.3 Les cristaux phononiques

Si le concept de *cristal phononique* ne voit réellement le jour qu’en 1993, la première étude de la propagation des ondes élastiques dans des structures périodiques tridimensionnelles a été effectuée par Liu *et al.* en 1990 [31]. Le cristal artificiel étudié consiste en un réseau de colloïdes sphériques immergées dans l’eau. Les expériences en question, dont le traitement théorique com-

plet a été réalisé *a posteriori* par Jing *et al.* [32, 33], se sont dans un premier temps contentées de déterminer la dispersion des phonons dans l'arrangement colloïdal. Liu *et al.* émettent pourtant déjà l'hypothèse d'obtenir des phénomènes de localisation des ondes élastiques, à l'image de ce qui a été proposé pour les ondes optiques. La première observation d'un phénomène de *repliement de bandes* lié à la périodicité du milieu, dans le cas unidimensionnel tout au moins, a été rapportée en tant que telle pour la première fois en 1992 par Dutcher *et al.* [34]. Notons toutefois ici que ce phénomène était déjà bien connu dans le domaine des ondes de surface : la notion de *bande d'arrêt* est largement répandue auprès des concepteurs de transducteurs ou réflecteurs à peignes interdigités. Mais il faudra attendre les travaux de Kushwaha *et al.* [35] et d'Economou et de Sigalas [36] sur la propagation des ondes élastiques dans des réseaux bi- ou tridimensionnels pour initier véritablement cet intérêt aujourd'hui croissant pour les cristaux dits *phononiques*.

Cette partie est donc consacrée à un état de l'art de la recherche actuelle sur les matériaux à bandes interdites élastiques. Cette introduction aux cristaux phononiques ainsi que les travaux rapportés dans ce manuscrit nécessitant quelques notions générales de propagation des ondes élastiques, nous revenons d'abord sur les concepts d'ondes élastiques d'une part, et de piézoélectricité d'autre part.

1.3.1 Généralités sur les ondes élastiques et la piézoélectricité

Propagation des ondes dans un milieu élastique

La théorie de l'élasticité a pour objectif d'étudier les phénomènes mécaniques mis en jeu lors de l'application d'une force à un corps donné. Ces forces affectent la forme comme le volume du corps étudié. Chaque point du corps subit donc un changement de position mesuré par un *vecteur déplacement* \mathbf{u} . La connaissance du vecteur de déplacement fournit un moyen de remonter aux déformations \mathbf{S} subies par le solide :

$$S_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right) \quad (1.4)$$

où la convention de sommation implicite d'Einstein sur les indices répétés est entendue. Un solide élastique retrouve son état initial lorsque les forces extérieures qui lui sont appliquées sont annulées. Cet effet met en jeu des contraintes internes \mathbf{T} qui, au repos, s'annulent avec les déformations. Ces deux grandeurs sont liées par la loi de Hooke :

$$T_{ij} = c_{ijkl} S_{kl} \quad (1.5)$$

Le tenseur des contraintes et des déformations étant symétriques ($T_{ij} = T_{ji}$) et $\S_{kl} = \S_{lk}$), les constantes élastiques c_{ijkl} caractéristiques du matériau, sont telles que :

$$c_{ijkl} = c_{jikl} = c_{ijlk} = c_{jilk}$$

c étant le tenseur des rigidités élastiques, de rang 4. L'équation (1.3.1) peut donc être écrite :

$$T_{ij} = c_{ijkl} \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \quad (1.6)$$

La symétrie des tenseurs \mathbf{T} et \mathbf{S} en implique une également pour le tenseur des rigidités : il reste inchangé par permutation des deux premiers indices ou des deux derniers.

Par ailleurs, la loi de conservation de la quantité de mouvement impose :

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial T_{ji}}{\partial x_j} + \mathbf{F}_i \quad (1.7)$$

ρ désignant la densité du corps et \mathbf{F}_i les forces extérieures mises en jeu. Une reformulation de cette dernière équation en utilisant la relation (1.6) permet d'obtenir l'équation de propagation, qui en l'absence de force extérieure se ramène à :

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = c_{ijkl} \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_j \partial x_k} \quad (1.8)$$

Pour un solide isotrope, le tenseur des rigidités C présente une invariance vis-à-vis des axes de référence du système : les propriétés du solide sont les mêmes quelle que soit la direction de l'espace considérée. Dans ce cas, deux paramètres suffisent à caractériser la relation liant les contraintes aux déformations : il s'agit par exemple des coefficients de Lamé λ et μ qui permettent de reformuler la loi de Hooke :

$$T_{ii} = \lambda S \delta_{ij} + 2\mu S_{ij}, \quad (1.9)$$

δ étant le symbole de Kronecker, ce qui revient à exprimer les constantes élastiques sous la forme :

$$c_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu \delta_{il} \delta_{jk} \quad (1.10)$$

Dans un milieu isotrope, les coefficients de Lamé autorisent donc, au même titre que les constantes élastiques, à remonter à la vitesse des modes élastiques.

Les fluides peuvent d'ailleurs être traités comme des solides isotropes, moyennant une adaptation du tenseur des rigidités élastiques (injection, par exemple, des coefficients de compressibilité). L'exemple du vide sera d'ailleurs traité au chapitre 3.

Dans les cristaux, la symétrie du tenseur des rigidités et le nombre de constantes élastiques indépendantes sont directement conditionnés par la classe de symétrie du cristal. Par exemple, pour le niobate de lithium, matériau trigonal de classe $3m$, le tenseur C possède 6 composantes indépendantes.

Milieu piézoélectrique

Le formalisme précédent ne décrit que les propriétés élastiques du solide. La prise en compte de la piézoélectricité, phénomène clef dans nombre d'applications liées aux ondes élastiques,

nécessite la mise en place d'un formalisme plus élaboré, qui est ici introduit après un rapide historique.

Historique — Alors même que les mécanismes de propagation des ondes élastiques, en particulier dans le cadre de la sismologie, faisaient l'objet d'études poussées, Pierre et Jacques Curie découvraient en 1880 un moyen de générer artificiellement ces ondes. La piézoélectricité est la propriété que présentent certains cristaux, de classes bien définies, de convertir les contraintes qui leur sont appliquées en charges électriques à leurs surfaces (effet piézoélectrique direct). Inversement, l'application d'un champ électrique entraîne une déformation mécanique du cristal (effet piézoélectrique inverse). Ce dernier effet permet alors de concevoir des systèmes dans lesquels la génération des ondes serait contrôlée. Les premières applications de cet effet piézoélectrique restent pourtant fondées sur l'effet direct : la balance à quartz permet en effet, par mesure des variations de la fréquence de vibration du cristal, de déterminer la masse déposée à sa surface. Il faudra attendre 1918 et la première guerre mondiale pour voir émerger des dispositifs actifs, avec le développement du SONAR (*SOund Navigation And Ranging*), rendu possible par les progrès réalisés en électronique à cette époque. Le SONAR fait usage des effets piézoélectriques inverse et direct : un transducteur (soit, un convertisseur électro-acoustique) est employé pour générer une onde élastique dans l'eau. Tout objet distant situé sur le trajet de l'onde sonore conduira à la réflexion de cette dernière, générant un écho pouvant être détecté par le transducteur, se comportant alors comme un dispositif passif. Depuis, la piézoélectricité a trouvé ses lettres de noblesse dans le domaine du traitement du signal acoustique : lignes à retard, résonateurs, filtres à ondes de volume et de surface. Ces composants actifs et passifs sont maintenant largement utilisés dans le domaine des télécommunications radio-fréquence (sans fil) : le principe fondamental reste à l'heure actuelle inchangé, les principaux développements ayant eu trait à la conception et aux substrats employés pour la réalisation de ces dispositifs.

Propagation des ondes planes dans un milieu piézoélectrique — Du point de vue du formalisme mathématique, la piézoélectricité est décrite par le système d'équations suivant :

$$T_{ij} = c_{ijkl}^E S_{kl} - e_{lij} E_l, \quad (1.11)$$

$$D_i = e_{ikl} S_{kl} + \epsilon_{ij} E_j \quad (1.12)$$

Les e_{ikl} sont les composantes du tenseur piézoélectrique et ϵ_{ij} celles du tenseur diélectrique. Les E_j et D_i sont celles du champ de déplacement électrique et du champ électrique respectivement. Fahmy et Adler [37] ont exploité ces équations initiales pour mettre en place une méthode générale de résolution des problèmes de propagation d'ondes planes monochromatiques dans un solide piézoélectrique. Ils ont cherché à écrire le problème sous forme matricielle, en posant pour inconnues les déplacements et les contraintes du système et en ne faisant intervenir comme coefficients que des grandeurs directement dépendantes des propriétés intrinsèques du substrat de propagation, à savoir les vitesses de propagation des ondes élastiques ainsi que les constantes du

matériau. A cette fin, les champs élastiques ont été considérés comme présentant une dépendance exponentielle du type :

$$\exp [j\omega(t - s_1x_1 - s_2x_2 - s_3x_3)]$$

où les s_i sont les composantes du vecteur des lenteurs de l'onde élastique (dont le module est l'inverse de la vitesse de propagation de l'onde). La formulation de Fahmy-Adler reste dans le cadre de l'approximation quasi-statique, valide du fait de l'écart considérable entre les vitesses des ondes électromagnétiques et élastiques, où l'on suppose :

$$E_l = - \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x_l} \right) \quad (1.13)$$

où le potentiel électrique Φ présente une dépendance harmonique $\Phi = \Phi_0 \exp [j\omega t (-s_i x_i)]$. Si l'on substitue aux composantes du tenseur des déformations leur expression en fonction des champs de déplacements élastiques donnée dans l'équation (1.4), il est possible, en utilisant les propriétés de symétrie du tenseur élastique sur les indices k et l , de récrire les équations (1.11) et (1.12) sous la forme :

$$T_{ij} = -j\omega s_l (c_{ijkl}^E u_k + e_{lij} \Phi), \quad (1.14)$$

$$D_i = -j\omega s_l (e_{ikl} u_k - \epsilon_{il} \Phi) \quad (1.15)$$

L'introduction des notions de déplacements et de contraintes généralisés $\tilde{\mathbf{u}}$ et $\tilde{\mathbf{T}}$ telles que définies par Peach [38] permet d'écrire plus simplement les équations (1.14) et (1.15) :

$$\tilde{\mathbf{T}}_i = -j\omega (s_1 A_{i1} + s_2 A_{i2} + s_3 A_{i3}) \tilde{\mathbf{u}} \quad (1.16)$$

avec

$$\tilde{\mathbf{u}} = (u_1 \ u_2 \ u_3 \ \Phi)^T, \quad (1.17)$$

$$\tilde{\mathbf{T}}_i = (T_{i1} \ T_{i2} \ T_{i3} \ D_i)^T \quad (1.18)$$

Les coefficients des matrices A_{ij} sont pour leur part seulement fonction des constantes du matériau :

$$\mathbf{A}_{ij} = \begin{pmatrix} c_{i11j}^E & c_{i12j}^E & c_{i13j}^E & e_{ji1} \\ c_{i21j}^E & c_{i22j}^E & c_{i23j}^E & e_{ji2} \\ c_{i31j}^E & c_{i32j}^E & c_{i33j}^E & e_{ji3} \\ e_{i1j} & e_{i2j} & e_{i3j} & -\epsilon_{ij} \end{pmatrix} \quad (1.19)$$

De façon assez similaire, il est possible de récrire deux des équations décrivant le comportement dynamique du matériau dans le cadre de l'approximation quasi-statique, à savoir l'équation de

Poisson d'une part :

$$\frac{\partial D_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1.20)$$

et la relation fondamentale de la dynamique d'autre part :

$$\frac{\partial T_{ij}}{\partial x_i} = \rho \frac{\partial v_j}{\partial t} \quad (1.21)$$

en les combinant sous la forme :

$$-\omega^2 \tilde{\rho} \tilde{\mathbf{u}} = -j\omega s_i \tilde{\mathbf{T}}_i \quad (1.22)$$

$\tilde{\rho}$ est alors la densité du matériau et s'écrit sous forme matricielle :

$$\tilde{\rho} = \begin{pmatrix} \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.23)$$

On choisit enfin d'exprimer le problème complet de la propagation d'ondes préférentiellement en fonction des composantes transverses des contraintes, que nous poserons comme étant \tilde{T}_2 . Ces grandeurs transverses présentent en effet l'avantage d'être continues au passage d'une interface, ce qui n'est pas nécessairement le cas des composantes \tilde{T}_1 et \tilde{T}_3 . Pour ce faire, on réécrit tout d'abord l'équation (1.16) comme :

$$s_2 \tilde{\mathbf{u}} = -\mathbf{A}_{22}^{-1} [\tau_2 + (s_1 \mathbf{A}_{21} + s_3 \mathbf{A}_{23}) \tilde{\mathbf{u}}] \quad (1.24)$$

où τ_i n'est autre que le tenseur des contraintes à un coefficient $j\omega$ près ($\tau_i = \tilde{T}_i / j\omega$). Il est ainsi possible d'exprimer \tilde{T}_1 et \tilde{T}_3 en fonction de $\tilde{\mathbf{u}}$ et \tilde{T}_2 en réinjectant l'équation précédente dans (1.16). Si l'on réarrange maintenant l'équation (1.22), il devient possible de n'écrire τ_2 qu'en fonction des lenteurs de l'onde élastique ainsi que des propriétés du matériau supportant la propagation :

$$\begin{aligned} s_2 \tau_2 = & -[\tilde{\rho} + s_1^2 (\mathbf{A}_{12} \mathbf{A}_{22}^{-1} \mathbf{A}_{21} - \mathbf{A}_{11}) + s_3^2 (\mathbf{A}_{32} \mathbf{A}_{22}^{-1} \mathbf{A}_{23} - \mathbf{A}_{33}) \\ & + s_1 s_3 (\mathbf{A}_{12} \mathbf{A}_{22}^{-1} \mathbf{A}_{23} + \mathbf{A}_{32} \mathbf{A}_{22}^{-1} \mathbf{A}_{21} - \mathbf{A}_{13} - \mathbf{A}_{31})] \tilde{\mathbf{u}} \\ & + (s_1 \mathbf{A}_{12} \mathbf{A}_{22}^{-1} + s_3 \mathbf{A}_{32} \mathbf{A}_{22}^{-1}) \tau_2 \end{aligned} \quad (1.25)$$

On peut ainsi finalement définir le vecteur d'état $\mathbf{h} = (\tilde{\mathbf{u}} \ \tau_2)^T$ qui est solution du problème aux valeurs propres :

$$s_2 \mathbf{h} = \mathbf{M} \mathbf{h} \quad (1.26)$$

\mathbf{M} est une matrice de dimension 8, composée de quatre sous-matrices de rang 4 :

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \\ \mathbf{M}_{21} & \mathbf{M}_{22} \end{bmatrix}$$

avec :

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{11} &= \mathbf{A}_{22}^{-1} (s_1 \mathbf{A}_{21} + s_3 \mathbf{A}_{23}) \\ \mathbf{M}_{12} &= \mathbf{A}_{22}^{-1} \\ \mathbf{M}_{21} &= \tilde{\rho} + s_1^2 (\mathbf{A}_{12} \mathbf{A}_{22}^{-1} \mathbf{A}_{21} - \mathbf{A}_{11}) + s_3^2 (\mathbf{A}_{32} \mathbf{A}_{22}^{-1} \mathbf{A}_{23} - \mathbf{A}_{33}) \\ &\quad + s_1 s_3 (\mathbf{A}_{12} \mathbf{A}_{22}^{-1} \mathbf{A}_{23} + \mathbf{A}_{32} \mathbf{A}_{22}^{-1} \mathbf{A}_{21} - \mathbf{A}_{13} - \mathbf{A}_{31}) \\ \mathbf{M}_{22} &= - (s_1 \mathbf{A}_{12} + s_3 \mathbf{A}_{32}) \mathbf{A}_{22}^{-1} \end{aligned} \quad (1.27)$$

Les valeurs propres de la matrice \mathbf{M} correspondent aux lenteurs des modes transverses susceptibles de se propager dans le milieu, alors que les vecteurs propres associés permettent de remonter à la polarisation des modes. Il est ainsi possible, en ne disposant que des informations relatives aux lenteurs des modes et aux propriétés physiques du milieu de déterminer les propriétés de propagation des modes élastiques dans un solide piézoélectrique en configuration ondes planes.

Cette introduction, quelque peu abrupte, à la formulation de Fahmy-Adler prendra sens au chapitre 3 de ce manuscrit, où elle sera exploitée pour le calcul des diagrammes de bandes d'un cristal phononique piézoélectrique.

Différents types d'ondes

Nous avons vu que la propagation des ondes élastiques résultait d'un équilibre entre les forces appliquées au solide faisant office de milieu de propagation et les forces élastiques internes de "rappel". Dans un volume, ces forces peuvent être des forces de *compression* ou de *cisaillement*, impliquant ainsi la propagation d'ondes du même type. Ces ondes peuvent se propager de façon découplée (milieu isotrope) ou non (solide anisotrope). Mais les milieux élastiques peuvent aussi, dans le cas où le substrat de propagation est de dimension finie, supporter d'autres types d'ondes, dont les propriétés de propagation sont liées aux conditions aux limites imposées. Nous donnons ici quelques notions générales sur la propagation des ondes élastiques dans différentes configurations.

Ondes de volume — On considère ici le cas de la propagation d'une onde élastique dans un solide d'extension spatiale infinie. On cherche alors une solution de l'équation de propagation sous la forme d'une onde plane monochromatique progressive se propageant suivant une direction définie par un vecteur d'onde \mathbf{k} :

$$u_i = U_i \exp[j(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{x})] \quad (1.28)$$

On peut réécrire cette expression en employant le vecteur des lenteurs tel que $\mathbf{k} = \omega \mathbf{s}$, en lieu et place du vecteur d'onde :

$$u_i = U_i \exp[j\omega(t - \mathbf{s} \cdot \mathbf{x})] \quad (1.29)$$

En substituant cette expression dans l'équation de propagation (1.8) et en définissant un vecteur unitaire \mathbf{n} tel que $\mathbf{n} = \frac{\mathbf{s}}{|\mathbf{s}|} = \frac{\mathbf{k}}{|\mathbf{k}|}$, on obtient l'équation dite de Christoffel :

$$\rho v^2 u_i = c_{ijkl} n_j n_k u_l \quad (1.30)$$

où v est la vitesse de propagation de l'onde élastique. En introduisant le tenseur du second ordre Γ , dit tenseur de Christoffel, tel que $\Gamma_{il} = c_{ijkl} n_j n_k$, l'équation de Christoffel s'écrit :

$$\Gamma_{il} u_l = \rho v^2 u_i \quad (1.31)$$

Une fois encore, du fait de la symétrie du tenseur de rigidité élastique, le tenseur de Christoffel est symétrique et admet des valeurs propres réelles et des vecteurs propres orthogonaux.

En régime d'ondes planes, l'équation de propagation a donc pour solution des modes élastiques dont la polarisation est un vecteur propre de Γ , les valeurs propres nous permettant de remonter aux vitesses. Dans le cas le plus général, il existe dans chaque direction trois modes de vitesses non nulles susceptibles de se propager dans le milieu infini. L'onde dont la polarisation est la plus proche de la direction de propagation est dite *quasi-longitudinale* (onde de compression), les deux autres ondes sont dites *quasi-transverses* (ondes de cisaillement) horizontale et sagittale. Dans tous les cas, et ce quelle que soit la direction de propagation des ondes, l'onde quasi-longitudinale est plus rapide que les deux ondes quasi-transverses. De plus, ces ondes ne deviennent complètement longitudinales ou transverses que selon des directions de propagation bien spécifiques dans les cristaux.

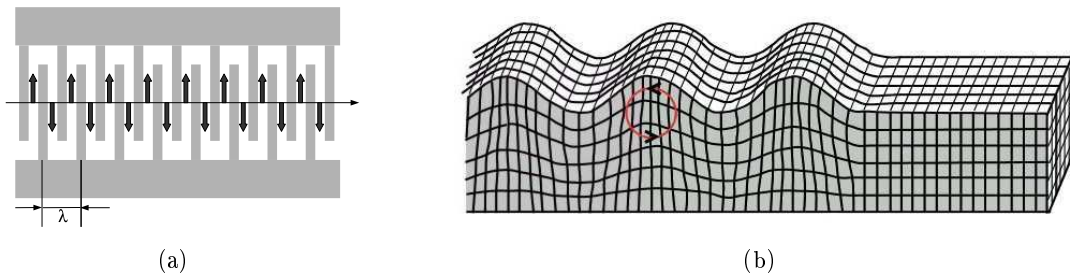


FIG. 1.10 – (a) Schéma de principe du fonctionnement d'un transducteur à peignes interdigités. Le champ électrique est alterné entre les électrodes. λ désigne la longueur d'onde centrale d'émission. (b) Ondulation de la surface correspondant au passage d'une onde de Rayleigh.

Ondes de Rayleigh – Si l'on impose maintenant une limite physique au milieu de propagation, comme par exemple une surface libre homogène, les conditions aux limites mécaniques comme électriques induites vont affecter les propriétés des ondes se propageant dans le milieu. Dans ce

cas précis, il existe un type particulier d'ondes dont l'amplitude décroît exponentiellement avec la profondeur et n'affecte donc le substrat que sur une épaisseur de l'ordre de la longueur d'onde du mode. Ces *ondes de surface* présentent en effet un vecteur déplacement dont la composante normale est évanescence. Cette famille de modes est bien connue des géophysiciens. En particulier, les ondes dites de *Rayleigh*, découvertes par Lord John Rayleigh en 1885, ont fait l'objet de nombreuses études. Ces ondes se propagent à une vitesse inférieure à celle des ondes de volume et sont de polarisation elliptique ; leurs composantes longitudinale et transverse demeurant donc couplées et en quadrature de phase. De plus, les ondes de Rayleigh ne sont pas dispersives et présentent une atténuation quasi-nulle lors de leur propagation dans un substrat (et nulle en l'absence de pertes). Elles ont acquis, depuis les travaux de White et Voltmer en 1965 [39] une importance considérable dans le domaine des composants à ondes élastiques. Les ondes de Rayleigh peuvent en effet être aisément générées à la surface d'un matériau piézoélectrique à l'aide de deux électrodes disposées sous la forme de peignes interdigités, la période du peigne fixant la longueur d'onde d'émission et son agencement la direction de propagation (cf. figure 1.10). Ces transducteurs à peignes interdigités (en anglais *InterDigitated Transducers*, IDT's) seront d'ailleurs largement employés pour la caractérisation des cristaux phononiques fabriqués dans le cadre de cette thèse.

Il existe par ailleurs des *pseudo-ondes de surface* qui apparaissent dans certains cristaux. On peut concevoir ces ondes comme étant issues du couplage entre les deux types d'ondes précédents. Une pseudo-onde de surface ne reste donc plus confinée à la proche surface du substrat. Elle présente de plus une atténuation non nulle lors de sa propagation.

On peut également évoquer ici le cas des ondes de *Stoneley*, ondes susceptibles de se propager le long d'une interface entre deux solides et présentant un caractère évanescent. Elles sont en ce sens très analogues aux ondes de Rayleigh et exhibent d'ailleurs aussi une polarisation elliptique.

Ondes de Lamb — Lorsque la longueur d'onde de l'onde élastique devient comparable à l'épaisseur du substrat de propagation, celui-ci se comporte comme un guide d'onde. Si le milieu est limité par deux surfaces libres parallèles, on constate, entre autres, la formation d'ondes de *Lamb* (nommées ainsi en hommage à l'importante contribution d'Horace Lamb). On peut concevoir certains de ces modes de Lamb comme deux modes de Rayleigh se propageant chacune sur une des surfaces. La distance entre les deux surfaces étant de quelques longueurs d'onde, on assiste à un couplage des ondes de surface donnant naissance à des déformations symétriques ou antisymétriques de la plaque : les ondes de Lamb. Ces ondes dispersives peuvent ainsi mettre en mouvement la totalité de la plaque.

Ondes de Love — Une plaque d'épaisseur de l'ordre de la longueur d'onde reposant sur une couche semi-infinie (cas, par exemple, d'une couche sur un substrat) autorise le guidage partiel de plusieurs modes qui sont évanescents dans le substrat. On parle alors d'ondes de *Love*, découvertes en 1911 par Augustus Love. La vitesse de propagation de cette onde est comprise entre les vitesses transverses des deux milieux. Les ondes de Love ne peuvent d'ailleurs exister sans pertes que si

la vitesse transverse du substrat est supérieure à celle de la couche. La profondeur de pénétration de l'onde augmente avec l'ordre du mode à fréquence donnée et décroît avec la fréquence pour un mode fixé. On peut parler de conditions de rayonnement et de fréquences de coupure qui vont définir la zone de fonctionnement dans laquelle une onde peut être considérée comme guidée.

Cette classification des ondes guidées est très académique et tout à fait réductrice, ne rendant nullement compte de la richesse des phénomènes de propagation des ondes élastiques. Il existe par exemple des ondes de surface ou d'interface de polarisation transverse ou encore générale. Nous nous sommes ici contentés d'introduire très brièvement des notions génériques utiles à la compréhension de la suite de ce manuscrit. Pour un traitement beaucoup plus exhaustif du sujet, nous suggérons au lecteur de se référer aux ouvrages de Auld [40], ou encore de Royer et Dieulesaint [41].

1.3.2 Les cristaux phononiques : état de l'art

Émergence du concept

Le concept de *cristal phononique*, c'est-à-dire de matériau composite périodique bi- ou tridimensionnel permettant l'ouverture de bandes interdites pour les ondes élastiques, a été introduit de façon quasiment simultanée par Kushwaha *et al.* [35] d'une part, et Economou et Sigalas [36] d'autre part en 1993. Pour ces auteurs, si la seule mise en évidence des propriétés liées à la périodicité du matériau présente un intérêt certain d'un point de vue purement fondamental, les possibilités d'applications des cristaux phononiques justifient plus encore leur étude : structures anti-vibratoires ou encore transducteurs figurent parmi les premiers systèmes évoqués. D'autres applications évidentes sont rapidement envisagées : systèmes d'isolation phonique [42, 43], structures anti-sismiques [44], filtrage et traitement du signal acoustique, etc.

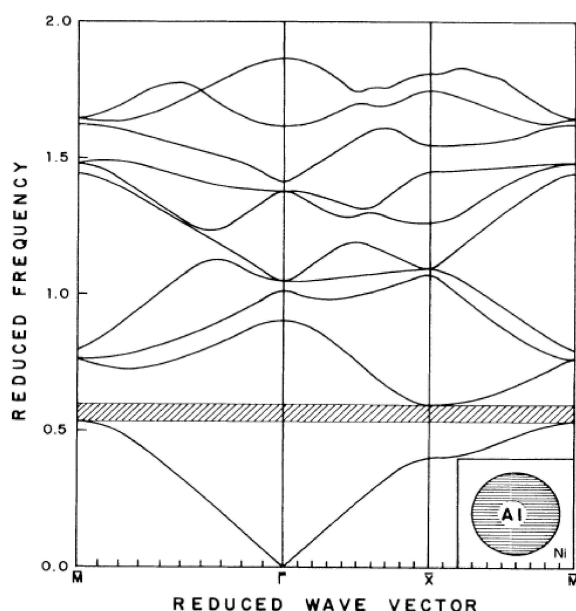


FIG. 1.11 – Structure de bandes pour un cristal phononique parfait consistant en un arrangement de tiges d'aluminium dans une matrice de nickel. D'après [35].

Les travaux théoriques présentés dans l'article fondateur de Kushwaha [35] traitent un exemple simple de réseau périodique bidimensionnel dont le diagramme de bandes est illustré sur la figure 1.11 : des cylindres d'aluminium dans une matrice de nickel. Les matériaux considérés sont isotropes, seuls les vecteurs d'onde dans le plan sont pris en compte et, par souci de simplification des équations et d'illustration du principe, le cas d'une onde purement transverse seulement est considéré. Les difficultés liées à un traitement théorique complet de ces cristaux phononiques sont d'ailleurs soulignées. L'aspect vectoriel de la propagation des ondes électromagnétiques avait déjà notablement compliqué le traitement de la propagation d'ondes en milieu périodique. Les cristaux phononiques et les ondes élastiques imposent de franchir un nouveau cap. Ces dernières présentent à la fois des polarisations longitudinales et transverses qui ne peuvent dans le cas général pas être considérées comme découplées. Kushwaha *et al.* résument d'ailleurs dans un tableau reproduit ici (voir tableau 1.1) les propriétés fondamentales régissant la propagation des ondes électroniques, électromagnétiques et optiques dans les structures périodiques.

1.3 Les cristaux phononiques

Propriété	Cristal <i>électronique</i>	Cristal <i>photonique</i>	Cristal <i>phononique</i>
Matériaux	Cristallin (naturel ou obtenu par croissance)	Composé de deux matériaux diélectriques	Composé de deux matériaux élastiques
Paramètres	Constantes universelles, nombres atomiques	Constantes diélectriques des constituants	Densités, vitesse du son dans les constituants
Constante de maille	1 - 5 Å (microscopique)	0.1 μm - 1 cm (mésoscopique ou macroscopique)	Mésoscopique ou macroscopique
Ondes	de Broglie (électrons) ψ	Électromagnétiques ou lumineuses (photons) \mathbf{E}, \mathbf{B}	Vibratoires ou sonores (phonons) \mathbf{u}
Polarisations	Spin (haut et bas)	Transverse : $\nabla \cdot \mathbf{D} = 0$ ($\nabla \cdot \mathbf{E} \neq 0$)	Trans.-longit. ($\nabla \cdot \mathbf{u} \neq 0$, $\nabla \times \mathbf{u} \neq 0$)
Équation différentielle	$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + V(r)\psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}$	$\nabla^2 \mathbf{E} - \nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) = \frac{\epsilon(\mathbf{r})}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$	$\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{1}{\rho} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\lambda \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \right) + \frac{\partial}{\partial x_l} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_i} \right) \right] \right\}$ (milieu isotrope)
Particules libres	$W = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ (électrons)	$\omega = \frac{c}{\sqrt{\epsilon}} k$ (photons)	$\omega = c_{t,l} k$ (phonons)
Bande interdite	Augmente avec le potentiel dans le cristal ; pas d'état électronique possible	Augmente avec $ \epsilon_a - \epsilon_b $; pas de photons, pas de lumière	Augmente avec $ \rho_a - \rho_b $; pas de vibration, pas de son
Gamme spectrale	Ondes radio, micro-ondes, optique, rayons X	Micro-ondes, optique	$\omega \lesssim \text{qq GHz}$

TAB. 1.1: Propriétés clés pour l'étude des structures de bandes dans les matériaux tridimensionnels isotropes. D'après [35]



FIG. 1.12 – Sculpture minimaliste de l'artiste Eusebio Sempere, qui a servi de support à la première démonstration expérimentale de bandes interdites pour les ondes élastiques. D'après [46].

On doit la généralisation de ces outils théoriques à Economou et Sigalas [36]. Si ces derniers ont restreint leurs travaux à un cas isotrope, un système tridimensionnel sans hypothèse préalable de découplage entre ondes longitudinales et transverses est étudié. Ils établissent avec Kushwaha et Halevi [45] quelques règles de base pour le dimensionnement de structures bidimensionnelles à bandes interdites complètes :

- la topologie de réseau la plus favorable à l'ouverture de bandes interdites complètes est donnée comme étant la topologie dite *cermet* (une contraction céramique-métal, en référence au matériau composite éponyme), dans laquelle chaque inclusion est isolée. La vitesse de l'onde dans le matériau constituant l'inclusion doit être inférieure à celle dans le matériau constituant la matrice,
- les structures de type diamant ou CFC sont préférables, la seconde se révélant encore plus concluante,
- le contraste de vitesses entre matrice et inclusion doit être élevé,
- le rapport entre les vitesses transverses et longitudinales pour les deux matériaux doit être le plus faible possible,
- le rapport entre les densités joue également un rôle important.

L'ensemble de ces conditions rend particulièrement difficile l'obtention de bandes interdites complètes pour les ondes élastiques. Economou et Sigalas démontrent néanmoins théoriquement l'existence d'une telle bande dans un cristal de type CFC constitué d'une matrice en silicium ou en béryllium et d'inclusions sphériques en or ou en plomb. Du point de vue expérimental, les cristaux phononiques bénéficient en revanche d'un avantage considérable par rapport à leurs homologues optiques. Les ondes élastiques existent en effet sur une très large gamme de fréquence s'étendant du Hertz, dans le cas des ondes sismiques, au gigaHertz, comme dans les réseaux de télécommunication sans fil. Les dimensions du cristal étant directement dépendantes de la longueur d'onde de travail, l'intégralité des effets de bandes interdites peut être démontrée sur des structures de dimensions macroscopiques et donc aisément réalisables. C'est ainsi que la première démonstration expérimentale d'une bande interdite pour les ondes élastiques n'a même pas néces-

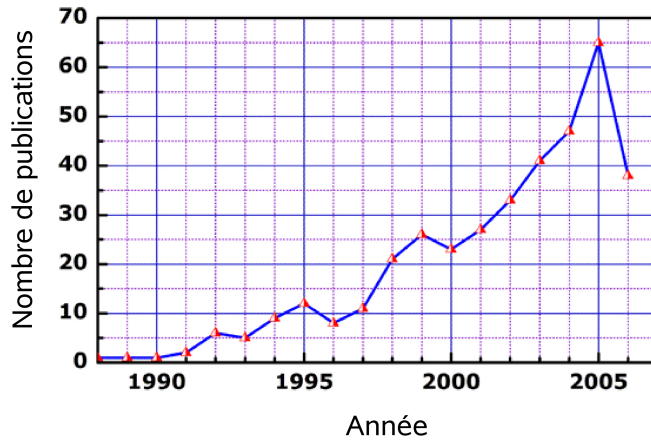


FIG. 1.13 – Évolution du nombre de publications ayant trait aux matériaux à bandes interdites élastiques de 1988 à août 2006. D'après [52].

sité la fabrication d'un dispositif dédié : Rosa Martinez-Sala et ses collaborateurs de l'université de Valence ont en effet employé comme objet de travail une sculpture minimaliste de l'artiste espagnol Eusebio Sempere exposée à la *Juan March Foundation* à Madrid [46] (figure 1.12). En entourant de microphones cette sculpture constituée de cylindres d'acier de 2,9 cm de diamètre disposés selon un réseau carré de 10 cm de paramètre de maille, ils ont pu constater une atténuation du signal transmis dans une fine gamme de fréquence autour de 2 kHz. Une étude théorique postérieure montrera certes qu'il ne s'agissait là que de bandes interdites directionnelles (on parle encore de *pseudo-gaps*), mais ces travaux marquent tout de même la première démonstration expérimentale de l'existence de bandes interdites pour les ondes élastiques de volume dans une structure périodique bidimensionnelle. De nombreux composites susceptibles de présenter des bandes interdites complètes ont ensuite été proposés [47, 48]. La première démonstration expérimentale ne viendra toutefois que trois ans plus tard, réalisée par l'équipe de Léon Dobrzynski à Lille [49] d'une part, et par cette même équipe espagnole d'autre part, en collaboration avec l'équipe de Jose Sanchez-Dehesa de l'université de Madrid [50]. Cette dernière communication introduit également la notion de *bandes sourdes* (en anglais *deaf bands*), des branches particulières de la structure de bandes du cristal qui ne peuvent être excitées expérimentalement, et ne donnent donc pas lieu à des transmissions. Montero de Espinosa *et al.* [51] proposeront ensuite une structure consistant en un arrangement de cylindres de mercure dans une matrice d'aluminium qui permet de s'affranchir de ces bandes sourdes.

Ces premières démonstrations ont conduit à une croissance considérable du nombre de travaux dédiés aux cristaux phononiques, engouement qui n'a cessé de croître à l'heure actuelle comme l'illustre la figure 1.13. De nombreux composites pertinents ont ainsi été proposés, l'objectif étant dans un premier temps de concevoir des cristaux *soniques* capables d'atténuer les ondes acoustiques dans les fréquences audibles [53]. Ces dernières s'étendant de 20 Hz à 20 kHz, les cristaux phononiques se doivent de présenter des dimensions au-delà du mètre, ce qui limite grandement les possibilités de mise en place d'un tel système anti-bruit. Des alternatives fondées sur l'utilisation de structures naturelles, par exemple des rangées d'arbres, ont été suggérées mais restent

encore actuellement au stade de simples démonstrations de principe [43]. D'autres structures susceptibles d'atténuer largement les ondes élastiques ont alors été rapportées par l'équipe de Zhengyou Liu à l'université de Hong Kong [54]. L'idée est d'introduire localement des diffuseurs résonants qui permettent au matériau de présenter des constantes élastiques négatives dans une gamme de fréquences bien définie. Il est ainsi possible de concevoir des cristaux dont le paramètre de maille peut être jusqu'à deux ordres de grandeur inférieur à la longueur d'onde de fonctionnement. Le concept se révèle très intéressant dans le cadre d'applications de filtrage des fréquences audibles dans la mesure où il permet de réduire très notablement la dimension des structures phononiques nécessaires à l'atténuation d'ondes sonores. Dans une gamme de fréquence encore plus faible, la réalisation de structures capables d'atténuer des ondes sismiques [44] ou des vibrations au sens large [55] a été évoquée.

Mais le potentiel des cristaux phononiques ne se limite pas à ces seuls systèmes soniques ou vibratoires. La loi d'échelle régissant ces matériaux composites permet aussi de concevoir des cristaux phononiques opérant à des fréquences supérieures au gigaHertz et qui peuvent donc influencer sur les propriétés physiques des matériaux, comme la conductibilité thermique [56] ou encore la capacité calorifique. Ces structures, de paramètres de maille de l'ordre de la centaine de nanomètres tout au plus, permettent également d'envisager des interactions avec les ondes électromagnétiques, comme nous le verrons un peu plus tard.

Enfin, la possibilité d'implémenter des fonctions de traitement du signal acoustique pour des applications sans fil (de quelques centaines de mégaHertz au gigaHertz) présente aussi un attrait considérable.

Cristaux phononiques et ondes de surface

Les cristaux phononiques pour les ondes élastiques de surface ont ainsi à leur tour suscité un engouement grandissant, l'intérêt étant notamment de réaliser des dispositifs acoustiques de traitement du signal fondés sur ces effets de bandes interdites pour les ondes élastiques. D'un point de vue plus fondamental, le confinement intrinsèque de ce type d'ondes à la surface du substrat de propagation permet un confinement quasi-tridimensionnel des ondes élastiques dans un cristal initialement dimensionné et conçu comme un simple cristal bidimensionnel. Ainsi, un cristal phononique 2D pour les ondes de surface devrait, dans une certaine mesure, présenter des propriétés similaires à celles observables dans un cristal 3D pour les ondes de volume. Tanaka et Tamura [57, 58] ont initié des développements théoriques visant à démontrer la possibilité d'obtenir des bandes interdites complètes pour les ondes de surface dans un cristal phononique bidimensionnel. Nous reviendrons plus en détail dans le chapitre 3 sur les travaux successifs relatifs au traitement théorique de ces cristaux phononiques de surface. Parallèlement à ces études, des réalisations expérimentales ont également été rapportées. Vines *et al.* [59] ont par exemple employé des ondes de surface se propageant sur l'eau afin de sonder les propriétés élastiques de multicouches et de cristaux phononiques bidimensionnels. Dans le même ordre d'idée, l'imagerie picoseconde permet de sonder un cristal en surface par génération d'une onde de Rayleigh propagative à l'aide d'une impulsion laser brève ou ultrabrève [60, 61]. Meseguer *et al.* ont étudié le

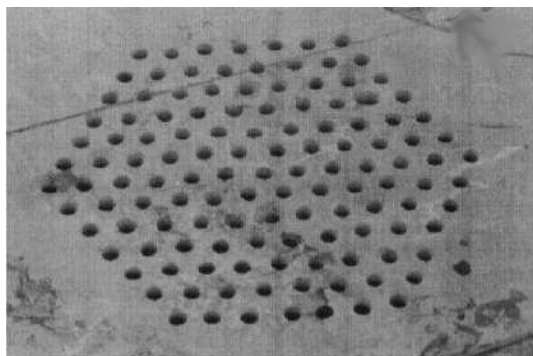


FIG. 1.14 – Cristal phononique pour les ondes de surface réalisé par perforation d'une plaque de marbre [44].

principe de l'atténuation d'ondes sismiques de surface [44] en excitant mécaniquement des ondes de surface sur une plaque de marbre percée de trous (voir figure 1.14), et Jeong *et al.* [62] ont démontré l'existence de bandes interdites complètes pour les ondes de surface de l'eau.

Enfin, beaucoup plus récemment a émergé l'idée d'intégrer ces cristaux phononiques à des dispositifs à ondes de surface conventionnels (transducteurs à peignes interdigités notamment) [63, 64, 65]. Ces dispositifs phononiques seront évoqués plus en détail dans la seconde partie de ce manuscrit. Les premiers travaux dédiés à ces applications hautes fréquences ont donc surtout été consacrés à la démonstration de bandes interdites complètes. Pourtant, filtres ou miroirs acoustiques fondés sur des réseaux parfaits n'offrent finalement qu'un spectre limité des possibilités des cristaux phononiques. L'influence de la périodicité du système, ou au contraire, celle d'imperfections judicieusement introduites dans celui-ci, laisse en effet envisager la mise en place de fonctions complexes permettant de manipuler les ondes élastiques de manière inégalée par les dispositifs acoustiques conventionnels.

Des guides phononiques ?

Sigalas [66] d'abord, puis Torres *et al.* [67] introduisent très tôt, théoriquement comme expérimentalement, des fonctions de guidage et la notion d'états de surface dans les cristaux phononiques. Si ces études sont le plus souvent restées limitées au cas bidimensionnel, le cas 3D a lui aussi bénéficié d'une certaine attention [68].

Par ailleurs, de façon très analogue à ce qui a été mentionné précédemment, la notion de guide phononique a été introduite. Ce type de structures permet un guidage sans perte des ondes élastiques à la fréquence de résonance d'un défaut linéaire. Nous verrons d'ailleurs dans le chapitre 2 que les travaux menés entre autres à la Faculté Universitaire Notre-Dame de la Paix à Namur (Belgique), à l'université de Lille, ou encore au sein du département LPMO de l'Institut FEMTO-ST, ont largement contribué au développement de ces aspects liés aux guides d'ondes élastiques dans les cristaux phononiques [69, 70, 71]. Des fonctions avancées ont également été proposées : Kafesaki *et al.* [72] ont par exemple suggéré de moduler la fréquence de transmission d'un guide phononique.

L'introduction de défauts supplémentaires, comme celle de résonateurs greffés le long du guide permet de réaliser des systèmes accordables, susceptibles d'influer sur la largeur ou encore la

position de la bande guidante [73, 70, 74]. Enfin, l'association entre guides et cavités résonantes permet d'envisager des couplages entre les deux types de défauts [75, 76], voire des systèmes de démultiplexage en longueur d'ondes [77, 78].

L'étude de ces fonctions a par ailleurs très tôt généré un certain besoin en termes d'outils de simulation, la seule méthode de décomposition en ondes planes (plus communément désignée par l'acronyme anglais PWE pour *Plane Wave Expansion*) ne fournissant pas de renseignement sur la transmission du système étudié. C'est ainsi que la méthode des différences finies (ou FDTD *Finite Difference Time Domain*) a été adaptée aux cristaux phononiques [79, 80]. Elle a depuis lors été largement employée et constitue maintenant un outil privilégié d'étude des cristaux phononiques isotropes en particulier. Nous reviendrons d'ailleurs sur cette méthode dans le chapitre 2.

Fonctions complexes

Une fois les principes de base démontrés, il devient alors intéressant de se pencher sur la conception de systèmes plus complexes, conférant une véritable originalité aux cristaux phononiques, notamment par la mise en évidence de phénomènes physiques ou encore la réalisation de fonctions non envisageables en acoustique classique. Parmi ces effets remarquables, on peut citer la démonstration par Yang *et al.* [81] d'un *effet tunnel* pour les ondes ultrasonores dans un réseau tridimensionnel. L'expérience en question a été réalisée dans un cristal phononique tridimensionnel consistant en un arrangement de billes de carbure de tungstène dans de l'eau dans une maille cubique à faces centrées. Le comportement de l'onde acoustique est alors tout à fait similaire à celui des électrons dans une barrière de potentiel en mécanique quantique : la vitesse de groupe de l'onde acoustique dans le cristal, qui augmente avec l'épaisseur de ce dernier, est supérieure à celle observée dans un milieu homogène constitué de l'un ou l'autre des constituants. La vitesse de phase est quant à elle indépendante de l'épaisseur de l'échantillon. Cet effet tunnel a déjà été exploité (théoriquement tout au moins) pour la réalisation d'un filtre de polarisation acoustique, permettant de discriminer et de séparer les polarisations longitudinales et transverses d'une onde [82]. Des systèmes réfractifs phononiques ont ensuite été proposés. Le premier, suggéré par Cervera *et al.* [83] est une lentille convergente. L'étude ici porte sur des longueurs d'onde inférieures à celle d'apparition de la première bande interdite de la structure, c'est-à-dire dans une région spectrale où le cristal phononique, bidimensionnel, est perçu comme transparent par l'onde acoustique propagative. Le principe mis en jeu est assez proche de l'optique géométrique : le profil de la lentille acoustique (c'est-à-dire celui du cristal phononique) est déterminé par calcul du chemin acoustique de l'onde à travers la structure. Celle-ci est conçue de sorte qu'un faisceau parallèle à l'entrée converge vers un point unique en sortie du cristal. La forme finale de ce dernier est ainsi très proche de celle usuellement adoptée en optique pour les lentilles convexes classiques constituées d'un milieu homogène comme le montre la figure 1.15a. Yang *et al.* [84], se sont au contraire consacrés à l'étude du même phénomène de focalisation dans un cristal phononique 3D pour des longueurs d'onde supérieures à celle de la première bande interdite complète du cristal parfait 1.15b. Le phénomène exploité ici est celui de la réfraction négative, déjà largement étudié dans le domaine des cristaux photoniques. L'idée est d'étudier

les surfaces équi-fréquences de la structure périodique et de travailler sur des branches présentant une courbure négative. Le cristal permet alors de focaliser de manière efficace un faisceau acoustique initialement divergent à une distance focale fortement dépendante de la fréquence d'excitation. Ce phénomène de réfraction négative a d'ailleurs quasi-simultanément été étudié

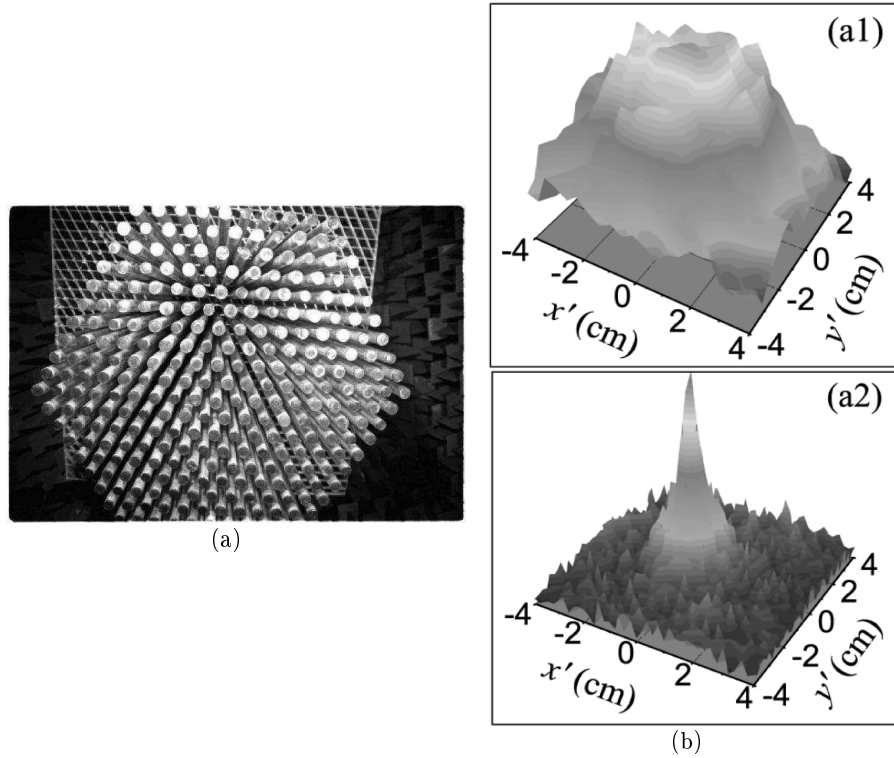


FIG. 1.15 – (a) Lentille acoustique fondée sur un cristal phononique. La dispersion du système périodique reste normale et donc positive [83]. (b) Réfraction négative dans un cristal phononique : cartes des champs mesurés lors des expériences de Yang *et al.* [84] (a1) en l'absence et (a2) en présence du cristal et à une fréquence d'excitation correspondant à une branche de courbure négative. Un léger décalage de la fréquence d'excitation conduit à un étalement du faisceau plutôt qu'à une focalisation, soulignant la forte dépendance fréquentielle du phénomène.

par Hu *et al.* pour les ondes de surface de l'eau [85] (figure 1.16), et par Zhang et Liu [86].

Les travaux présentés jusqu'alors ont permis de démontrer, d'un point de vue fondamental surtout, le potentiel offert par les cristaux phononiques pour le contrôle des ondes acoustiques au sens large. Nous avons également vu que la large gamme de fréquences à laquelle ces phénomènes de bandes interdites peuvent se produire permet d'envisager des applications à haute fréquence. Or, au-delà du gigaHertz, le paramètre de maille des cristaux phononiques passe en dessous du micromètre, dimension qui correspond à celles nécessaires à la formation de bandes interdites optiques. Gorishnyy *et al.* [87] ont ainsi présenté un cristal phononique *hypersonique* permettant d'observer des bandes interdites à des fréquences proches de 1,2 GHz. Le cristal utilisé consiste en un arrangement triangulaire de trous dans une matrice d'époxy (figure 1.17). On peut alors envisager de mettre en place des interactions que l'on qualifie souvent de *multiphysiques*, qui feraient intervenir des ondes élastiques comme optiques.

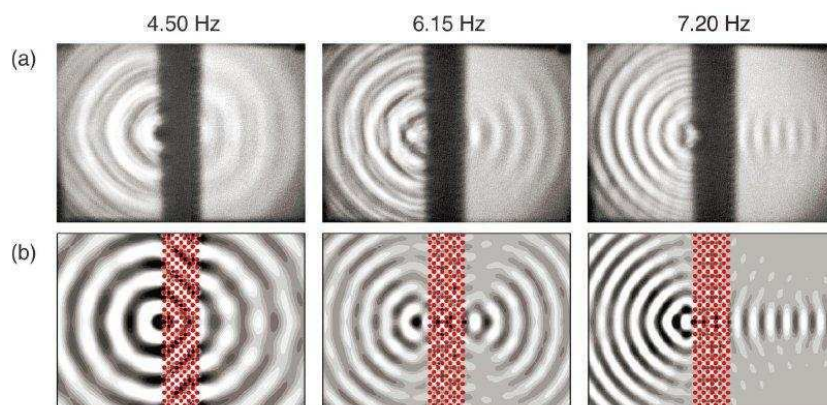


FIG. 1.16 – Réfraction négative pour les ondes de surface de l'eau. (a) Mesures expérimentales et (b) simulations. Les bandes noires et blanches représentent les amplitudes des déplacements, respectivement négatives et positives, du front d'onde acoustique. Le rectangle noir au centre est la zone où se situe le cristal phononique. Le comportement de l'onde est ici encore intimement lié à sa fréquence : 4,50 Hz - réfraction positive, l'image est formée dans le cristal - 6.15 Hz et 7.20 Hz : réfraction négative. D'après [85].

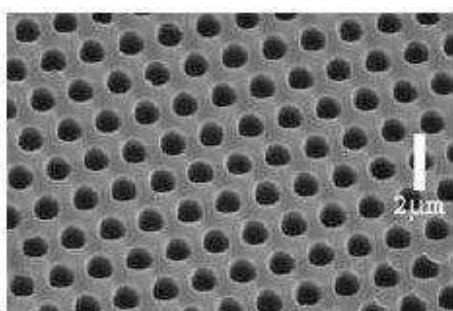


FIG. 1.17 – Image au microscope électronique à balayage d'un cristal phononique hypersonique [87] consistant en un arrangement triangulaire de trous d'air dans une matrice d'époxy. Le rapport diamètre sur période est de 0,66, la période étant de 1,36 μm .

1.4 Interactions acousto-optiques dans les matériaux à bandes interdites

Les interactions acousto-optiques ont fait l'objet d'études poussées dès la mise en évidence théorique de l'effet élasto-optique par Léon Brillouin au début du siècle dernier. Les développements théoriques successifs ainsi que les expériences de principe, sur lesquels nous revenons plus en détail dans la troisième partie de ce manuscrit, ont montré la richesse fondamentale comme applicative de ce phénomène de modification des propriétés optiques d'un matériau par une onde élastique. Mais c'est l'invention du laser dans les années 60 qui a le plus contribué à l'essor de ce qui est presque devenu à l'heure actuelle une discipline à part entière largement implantée dans le domaine du traitement du signal optique.

De façon générale, le concept d'interaction élasto-optique sous-entend la diffraction d'une onde optique par une onde acoustique ; la propagation de cette onde acoustique dans un milieu donné en modifie l'indice de réfraction par effet photoélastique, créant ainsi un réseau périodique consistant en une alternance de zones haut indice et bas indice. En ce sens, l'effet photoélastique peut

être conçu comme un moyen de générer un réseau de Bragg mobile qui autorise, tout aussi bien qu'un réseau d'indices fixes, la diffraction d'une onde lumineuse.

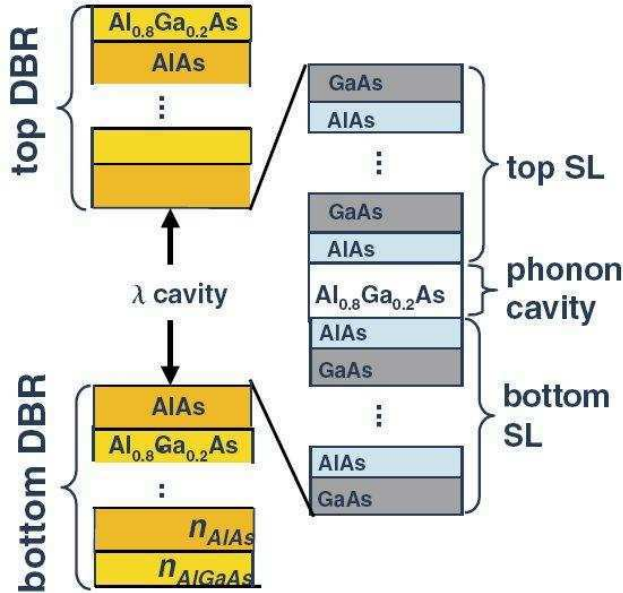


FIG. 1.18 – Cavité acoustique inscrite dans une cavité optique. D'après Trigo *et al.* [88].

Historiquement, la plupart des travaux dédiés à l'étude des interactions acousto-optiques se sont limités à cette configuration d'onde plane acoustique propagative diffractant une onde optique. Il faudra attendre 2002 et la communication de Trigo et de ses collaborateurs [88] pour voir émerger l'idée de tirer profit d'un confinement commun des ondes optiques et des ondes élastiques pour améliorer la force de l'interaction élasto-optique. Trigo *et al.* proposent en effet une structure consistant en une double cavité résonante, telle qu'illustrée sur la figure 1.18. Une cavité de Bragg destinée au confinement de phonons acoustiques (de fréquence de l'ordre de quelques centaines de GHz) est imbriquée dans une autre cavité résonante, optique cette fois-ci. La diffraction d'un photon de fréquence f_i dans une telle structure conduit à la génération d'un nouveau phonon de fréquence f_a , et d'un nouveau photon de fréquence f_o . Les cavités optiques et acoustiques ayant été conçues de sorte à assurer le confinement des ondes de fréquence f_o et f_a respectivement, les photons et phonons issus de l'interaction initiale sont ainsi majoritairement piégés dans la cavité. Le "majoritairement" est dû au fait que les deux miroirs de Bragg ne sont pas parfaits : il y a possibilité de fuite des deux types de particules hors de leurs cavités. Or il ne s'agit pas là nécessairement d'un inconvénient : très schématiquement, les cavités lasers sont constituées d'un réflecteur quasi-parfait d'une part, et d'un réflecteur que l'on peut qualifier de miroir de sortie, présentant un coefficient de réflexion plus faible, mais suffisant pour maintenir un niveau de pertes inférieur au gain du milieu amplificateur. L'onde optique résonante est ainsi libre de s'échapper de sa cavité, donnant naissance à un faisceau lumineux cohérent et monochromatique. Ces expériences ouvrent donc, comme l'ont souligné par ailleurs Worlock et Roukes [89], des perspectives intéressantes, d'une part quant à la mise en place d'interactions élasto-optiques exaltées, et d'autre part quant à la possibilité de réaliser des sources acoustiques cohérentes et monochromatiques, à l'image du laser en optique.

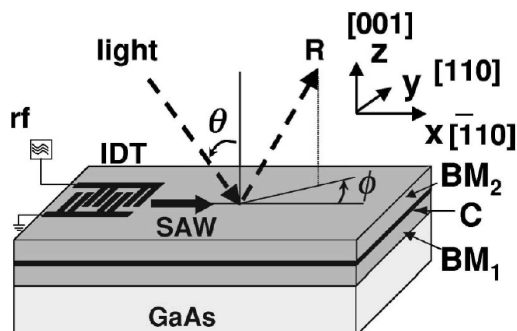


FIG. 1.19 – Résonateur optique consistant en deux miroirs de Bragg BM_1 et BM_2 commandable par ondes de surface. D'après [90].

L'équipe de Paulo Santos à Berlin a appliqué un principe similaire, mais a pour sa part introduit une latitude supplémentaire au système expérimental en utilisant cette fois-ci une onde acoustique de surface [90, 91]. Le dispositif met en jeu des ondes de surface générées par des transducteurs à peignes interdigités et ainsi commandables. Les IDT's sont déposés sur une cavité optique planaire constituée de deux miroirs de Bragg conçus de sorte à assurer le confinement des ondes optiques et acoustiques. La figure 1.19 souligne que la modulation du signal optique est principalement due à la composante transverse aux miroirs de l'onde acoustique de surface. La modulation de l'onde optique est de ce fait aussi bien due à l'effet photoélastique qu'à un effet mécanique lié à la déformation de la cavité résonante induite par l'onde acoustique. L'intensité de modulation est d'ailleurs très forte, celle du faisceau optique diffracté étant du même ordre que l'intensité d'excitation : on observe donc une interaction acousto-optique issue du confinement conjoint des deux types d'ondes. Cette micro-cellule de Bragg peut être employée pour moduler la fréquence comme l'intensité de l'onde optique. De plus, la possibilité de contrôler le signal acoustique par action sur la tension appliquée aux IDT's permet d'envisager également des applications de type commutation.

Les exemples précédents sont restés limités à des cavités planaires unidimensionnelles. Les travaux de Russell *et al.* ont étendu cette étude des interactions acousto-optiques en milieu confiné au cas 2D [92]. L'expérience reportée exploite cette fois-ci un phénomène de bande interdite phononique. En effet, une préforme de fibre microstructurée fait office de cristal sonique dans lequel deux cavités ont été introduites, comme le montre la figure 1.20a. Ces cavités induisent l'existence de modes élastiques confinés, comme le montre la courbe de transmission de la figure 1.20b. Le cristal consiste en un arrangement de cylindres d'air dans une matrice de silice suivant un réseau carré. Le diamètre de trou est de $59\text{ }\mu\text{m}$ pour une période de $80\text{ }\mu\text{m}$, conduisant à l'obtention d'une bande interdite complète autour de 25 MHz [92, 69]. Les deux défauts, qui font office de support de propagation pour les ondes optiques, permettent donc un confinement de l'onde élastique, ce qui laisse envisager la possibilité d'obtenir une exaltation des interactions acousto-optiques. Russell *et al.* évoquent également la possibilité de supprimer l'effet Brillouin stimulé dans les fibres photoniques par une structuration pertinente du cœur [92] : l'idée est de s'assurer que le cristal air-silice présente une bande interdite complète à la fréquence des phonons Brillouin. Laude *et al.* [93] ont ainsi proposé une géométrie de fibre permettant d'atteindre cet objectif. Ils ont également démontré qu'une fibre photonique pouvait également faire office de

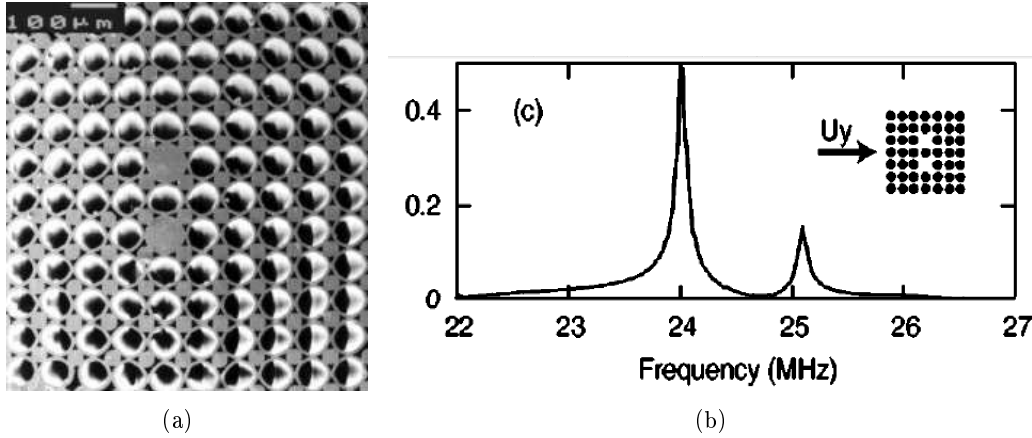


FIG. 1.20 – (a) Image au microscope électronique à balayage de la préforme de fibre photonique employée pour piéger des ondes acoustiques lors des travaux de Russell *et al.* [92]. (b) Spectre en transmission pour les ondes élastiques dans le cristal phononique correspondant. D’après [69].

fibre *phononique*, et permettre un guidage de l’onde acoustique par bande interdite phononique. Dans ce cas, il est possible d’envisager des ondes optiques et acoustiques co-propagatives, confinées dans la même région de l’espace. Une exaltation de l’interaction acousto-optique est ici aussi attendue, également due à une longueur d’interaction plus élevée que dans le cas statique. En particulier, on assiste à une localisation des ondes élastiques dans le cœur mais aussi dans la gaine de la fibre.

Ces modes de gaine ont d’ailleurs été exploités par Dainese *et al.* [94] : l’existence d’une bande interdite phononique permet de filtrer une partie des modes acoustiques liés aux phonons thermiques générés par propagation d’une onde optique dans la gaine (on appelle généralement ces modes *les modes de Brillouin de gaine*). On assiste donc à une modification du spectre optique en sortie de la fibre.

Ces derniers travaux ont ouvert la porte aux interactions acousto-optiques dans des conditions réelles de fonctionnement d’une fibre optique. Il est alors possible d’imaginer que la génération active d’ondes élastiques dans une fibre, à l’image de ce qui a été réalisé lors de l’expérience de Russel *et al.*, puisse donner naissance à de nouveaux composants opto-acoustiques actifs fibrés, bénéficiant des effets de confinement dus à l’existence d’une bande interdite phononique.

1.5 Conclusion

Les cristaux phononiques constituent finalement un domaine d’activité très jeune, même si les principes fondateurs de l’étude de la propagation des ondes dans les milieux périodiques remontent déjà, pour certains d’entre eux, à plus d’un siècle. La richesse des phénomènes physiques induits par cette périodicité, mais aussi les propriétés intrinsèques aux ondes élastiques confèrent à ces réseaux périodiques des propriétés non usuellement observables en acoustique classique. Jusqu’alors, la facilité de fabrication des cristaux soniques ou ultrasonores, alliée à leur riche po-

tentiel applicatif, a projeté ces cristaux de dimensions macroscopiques au centre de cette petite scène scientifique. Pourtant, une partie de la tendance actuelle est à la réduction d'échelle requise par le domaine des télécommunications haute fréquence ainsi que par celui, plus fondamental, des interactions photons-phonons. Ces derniers aspects n'en sont d'ailleurs qu'à leurs prémices. Enfin, les effets liés à la nature des modes élastiques forment eux-mêmes un champ d'investigation conséquent. Les ondes de volume et plus récemment les ondes de surface ont déjà fait l'objet de travaux concluants, ouvrant la voie à la mise en place de nombreuses fonctions de traitement du signal acoustique.

Chapitre 2

Filtrage et guidage des ondes de volume dans un cristal phononique bidimensionnel

2.1 Introduction

Nous avons vu dans le chapitre précédent que la plupart des travaux relatifs à la démonstration expérimentale d'effets de guidage, de confinement ou de filtrage des ondes dans les matériaux à bandes interdites élastiques avaient été menés sur des structures de dimensions millimétriques, voire supérieures. En effet, la large gamme de fréquences accessibles par les cristaux phononiques permet de mener des expériences tout à fait équivalentes du point de vue phénoménologique dans des réseaux métriques comme micrométriques. Ainsi, s'il n'en reste pas moins évident qu'une réduction d'échelle peut se révéler nécessaire dans un contexte plus porté vers les applications haute fréquence ou les interactions dites "multiphysiques", il est intéressant, en particulier dans un but de compréhension des phénomènes, de travailler sur des réseaux de dimensions macroscopiques. On s'affranchit de ce fait des difficultés technologiques inhérentes à la fabrication de structures à l'échelle du micron. C'est dans cette logique que certaines des activités de recherche de l'équipe Acoustique et Microsonique du département LPMO de l'Institut FEMTO-ST a été dédiée à l'étude théorique, la réalisation et la caractérisation de cristaux phononiques pour les ondes de volume consistant en un arrangement de tiges d'acier de dimension millimétrique plongées dans une cuve d'eau.

Ce chapitre est donc en partie consacré à ma contribution à ces activités de recherche. Il reviendra toutefois dans les deux premières sections sur les développements réalisés dans le cadre de cette thématique préalablement à ces travaux de thèse. En particulier, les outils de simulation développés pour le dimensionnement des cristaux et pour l'interprétation des mesures seront évoqués, ainsi que les expériences visant à démontrer les fonctions de guidage et de filtrage au sein d'une telle structure phononique. L'étude des phénomènes de couplage entre modes guidés et modes localisés du réseau réalisée dans le cadre de cette thèse par caractérisation d'une structure

présentant des résonateurs greffés sur un guide phononique sera ensuite abordée. Enfin, des travaux menés en collaboration avec l'université de Lille 1 mettant en application ces dernières démonstrations expérimentales au démultiplexage en longueur d'onde seront présentés.

2.2 Choix de la structure

De nombreuses méthodes de calcul ont été mises en œuvre afin de permettre le dimensionnement ou la prédiction du comportement des ondes élastiques au cours de leur propagation dans des cristaux phononiques. Au fur et à mesure de ce manuscrit, quelques-unes des méthodes mises au point dans le cadre des travaux menés au sein de l'équipe d'accueil seront évoqués. Nous nous attachons ici à donner quelques rappels sur la méthode des différences finies, communément désignée par l'acronyme anglais FDTD (pour *Finite Difference Time Domain*), qui a été largement employée pour le traitement théorique de ces cristaux phononiques pour les ondes de volume. Nous tirerons des résultats des simulations ainsi que de ceux issus de la littérature quelques règles de base utiles à la conception, d'un point de vue géométrique, de ces composites.

2.2.1 Brève introduction à la méthode des différences finies

La méthode des différences finies a été introduite pour les cristaux phononiques par Sigalas et Garcia [79, 80] pour pallier les problèmes de convergence numérique initialement rencontrés lors du calcul de diagrammes de bandes pour des systèmes mixtes (inclusions liquides dans une matrice solide ou inversement) par la méthode de décomposition en ondes planes [95]. La FDTD présente l'avantage considérable par rapport à sa consœur de permettre de modéliser une onde incidente sur un cristal phononique que l'on peut spécifier comme étant de dimension finie, sous la forme de paquets d'ondes, résultant en un système d'excitation plus proche de l'expérience qu'un modèle d'ondes planes. Cette méthode a préalablement été exploitée pour la simulation de matériaux périodiquement structurés, en particulier pour les cristaux photoniques, à l'image des travaux de Chan *et al.* [96, 97] ou encore de Fan *et al.* [98]. Le principe consiste de façon très sommaire à discrétiser dans le domaine spatial comme temporel les équations constitutives du problème ; à fixer des conditions aux limites adaptées et à calculer de manière explicite l'évolution dans le domaine temporel de la grandeur physique, dénotée ϕ , à considérer (par exemple le champ électrique ou magnétique dans le cas d'un cristal photonique, ou le champ de déplacement ou de vitesse dans celui d'un cristal phononique). Dans le cas d'une structure tridimensionnelle, une grille cubique est définie et inscrite dans l'espace direct. Les points de discrétisation sont donc séparés de distances élémentaires fixées $\Delta s = \Delta x, \Delta y$ ou Δz et Δt dans les domaines spatial et temporel, respectivement. On écrit alors les dérivées spatio-temporelles intervenant dans les équations constitutives du système physique sous la forme de différences du type :

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\phi(x + \Delta x, y, z) - \phi(x, y, z)}{\Delta x}$$

où Δx désigne une variation infinitésimale suivant l'axe des x .

Ici, l'équation de travail n'est autre que celle de propagation des ondes élastiques qui s'écrit par exemple dans le cas tridimensionnel et isotrope :

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{1}{\rho(\mathbf{r})} (\mathbf{r}) \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.1)$$

$$T_{ij} = \lambda(\mathbf{r}) S_{ii} \delta_{ij} + 2\mu(\mathbf{r}) S_{ij}, \quad (2.2)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad (2.3)$$

où u_i désigne la composante suivant i du vecteur des déplacements ; \mathbf{T} est le tenseur des contraintes, $\lambda(\mathbf{r})$ et $\mu(\mathbf{r})$ sont les coefficients de Lamé et $\rho(\mathbf{r})$ est la densité du milieu. Il apparaît assez intuitivement que la précision de calcul est directement fonction du pas de discrétisation, qui conditionne par ailleurs le temps de calcul. Le schéma de Yee [99] est une méthode largement employée : elle consiste à calculer le champ de déplacement sur le bord de chaque cellule (l, m, n et k entiers), mais à évaluer les contraintes appliquées au centre (l, m et n demi-entiers). Les contraintes appliquées au point d'existence du champ de déplacement (ou, respectivement, le champ de déplacement obtenu au point de définition des contraintes) sont ensuite numériquement évaluées par moyennage sur une cellule.

On exprime donc les composantes du champ de déplacement \mathbf{u} , par exemple u_x , en tout point de la grille spatio-temporelle mentionnée précédemment et défini par les indices (l, m, n, k) par une version discrète de l'équation (2.1) :

$$\begin{aligned} u_x(l, m, n, k+1) &= 2u_x(l, m, n, k) - u_x(l, m, n, k-1) \\ &+ \frac{\Delta t^2}{\Delta x \rho(l, m, n)} \left[T_{xx}(l + \frac{1}{2}, m, n, k) - T_{xx}(l - \frac{1}{2}, m, n, k) \right] \\ &+ \frac{\Delta t^2}{\Delta y \rho(l, m, n)} \left[T_{xy}(l, m + \frac{1}{2}, n, k) - T_{xy}(l, m - \frac{1}{2}, n, k) \right] \\ &+ \frac{\Delta t^2}{\Delta z \rho(l, m, n)} \left[T_{xz}(l, m, n + \frac{1}{2}, k) - T_{xz}(l, m, n - \frac{1}{2}, k) \right] \end{aligned} \quad (2.4)$$

où la composante T_{xx} , par exemple, du tenseur des contraintes s'écrit suivant le même principe à partir de (2.2) :

$$\begin{aligned} T_{xx} \left(l + \frac{1}{2}, m, n, k \right) &= \frac{\left[\lambda \left(l + \frac{1}{2}, m, n, k \right) + 2\mu \left(l + \frac{1}{2}, m, n, k \right) \right] [u_x(l + 1, m, n, k) - u_x(l, m, n, k)]}{\Delta x} \\ &+ \lambda \left(l + \frac{1}{2}, m, n, k \right) \frac{\left[u_y \left(l + \frac{1}{2}, m + \frac{1}{2}, n, k \right) - u_y \left(l + \frac{1}{2}, m - \frac{1}{2}, n, k \right) \right]}{\Delta y} \\ &+ \lambda \left(l + \frac{1}{2}, m, n, k \right) \frac{\left[u_z \left(l + \frac{1}{2}, m, n + \frac{1}{2}, k \right) - u_z \left(l + \frac{1}{2}, m, n - \frac{1}{2}, k \right) \right]}{\Delta z} \end{aligned} \quad (2.5)$$

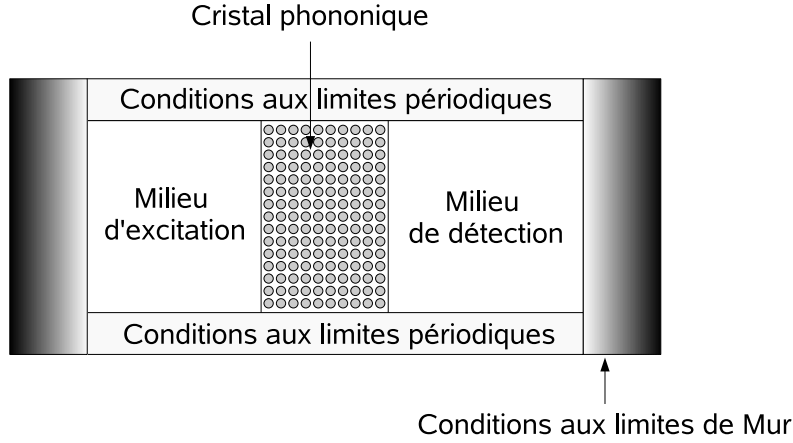


FIG. 2.1 – Schéma de principe décrivant l'application des conditions aux limites dans le cas du calcul de la transmission du cristal phononique. Des conditions aux limites périodiques sont appliquées dans la direction orthogonale à celle de propagation. Les conditions d'absorption de Mur sont en revanche imposées en sortie du cristal, le long de la direction de propagation.

Il est bien sûr possible d'exprimer de manière similaire les autres composantes du vecteur des déplacements ou du tenseur des contraintes. La composante T_{yy} de ce dernier est ainsi calculée au point $\left(l + \frac{1}{2}, m + \frac{1}{2}, n\right)$ et la composante suivant z est évaluée en $\left(l + \frac{1}{2}, m, n + \frac{1}{2}\right)$.

Le calcul numérique est ensuite effectué dans un domaine scindé en trois zones schématisées sur la figure 2.1 : deux zones homogènes constituées du matériau composant la matrice du cristal phononique, séparées par une troisième zone contenant le réseau périodique lui-même. L'une des zones homogènes est le milieu d'excitation, à partir duquel une onde acoustique propagative est générée. L'autre est une zone de détection, où le champ de déplacement en fonction du temps à l'issue du passage de l'onde à travers le cristal phononique est collecté.

Dans la direction orthogonale à la propagation, des conditions aux limites périodiques sont appliquées. En revanche, des conditions d'absorption, dites conditions de Mur [100, 79], sont imposées le long de la direction de propagation. Elles permettent notamment de simuler un milieu de propagation infini et de s'affranchir de réflexions parasites et sans signification physique que pourraient introduire des conditions aux limites périodiques. Pour la composante du champ de déplacement u_x , ces conditions s'écrivent de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
 u_x(l, m, n, k+1) &= u_x(l, m, n+1, k) \\
 &+ \frac{c_0 \Delta t - \Delta x}{c_0 \Delta t + \Delta x} [u_x(l, m, n+1, k+1) - u_x(l, m, n, k)]
 \end{aligned} \quad (2.6)$$

c_0 étant la vitesse transverse ou longitudinale de l'onde dans le matériau constitutif de la matrice. L'expression du champ à l'issue des différentes étapes de propagation parvient alors sous forme temporelle au niveau du collecteur numérique situé dans la seconde zone homogène. Les composantes du champ sont converties dans le domaine fréquentiel par application d'une transformée de Fourier rapide. On procède enfin à une normalisation du signal transmis par rapport au signal

incident afin de déterminer le coefficient de transmission du système.

2.2.2 Intérêt de la méthode et considérations géométriques

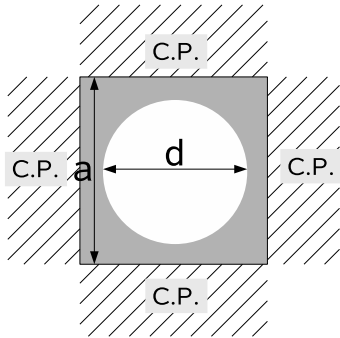


FIG. 2.2 – Principe du calcul du diagramme de bandes d'un cristal phononique supposé infini. Le calcul est effectué sur une cellule unique, et des conditions aux limites périodiques (C.P.) sont appliquées de part et d'autre de cette cellule élémentaire.

La méthode des différences finies permet donc de remonter à la fonction de transfert du réseau périodique fini. Des confrontations théorie/expérience par mesure de la transmission à travers un cristal phononique peuvent ainsi être directement réalisées. Elle donne également accès à la cartographie des amplitudes du champ de déplacement dans toute la structure, fournissant ainsi des informations importantes sur la propagation de l'onde acoustique et permettant d'affiner les interprétations tirées de l'étude du spectre. Enfin, du point de vue de la conception, il est possible en usant de ce même code de calcul de retrouver les diagrammes de bandes du réseau périodique, de façon à déterminer les paramètres géométriques pertinents, comme la période du réseau et son facteur de remplissage, pour l'obtention de bandes interdites lors de la mise en jeu de deux matériaux constitutifs donnés (matrice et inclusions). Dans ce cas, il s'agit de discrétiser une seule cellule et d'appliquer des conditions de périodicité sur chacun de ses côtés pour obtenir le diagramme de bandes du système infini. La figure 2.2 illustre de manière très sommaire le principe appliqué. La FDTD présente toutefois quelques inconvénients notables, à l'image de l'excessive difficulté de prise en compte de conditions aux limites à la surface pour les matériaux fortement anisotropes, sur laquelle nous reviendrons dans le chapitre suivant. La comparaison à d'autres méthodes de simulation a aussi mis en évidence l'existence de bandes dites sourdes [101], dont l'excitation est intimement corrélée à la symétrie de la source, et qui conduit parfois à supposer l'ouverture de bandes interdites dans des gammes de fréquences où des modes existent pourtant. Ces différences ont surtout été observées sur des cristaux phononiques à géométrie triangulaire ou hexagonale. Les cristaux phononiques sur lesquels nous avons porté notre intérêt consistent en un arrangement périodique suivant une géométrie de réseau carrée. La comparaison des diagrammes de bandes obtenus par FDTD avec ceux obtenus par d'autres moyens de calcul (PWE ou éléments finis) semblent nous indiquer que ce cas particulier au moins est exempt de ce type de branches.

Pour un traitement plus exhaustif de la méthode des différences finies, nous suggérons au lecteur de se référer à l'ouvrage de Taflové [100] en optique ou de Brac [102] en acoustique.

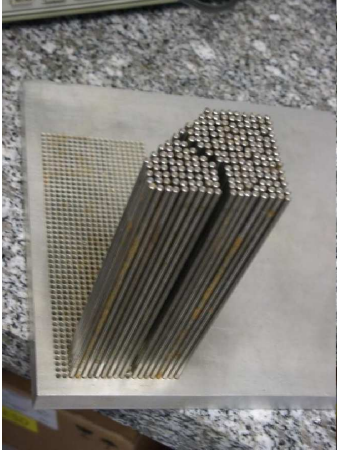


FIG. 2.3 – Cristal phononique consistant en un réseau de tiges d’acier de dimension millimétrique. La géométrie du système peut être remaniée par simple déplacement des cylindres et remplacement dans les trous percés dans la plaque d’acier de maintien prévue à cet effet.

2.3 Mise en évidence expérimentale des phénomènes de guidage et de filtrage des ondes

2.3.1 Description de la structure

Cristal phononique

Le cristal phononique consiste en un arrangement bidimensionnel de cylindres d’acier disposés selon une géométrie de réseau carrée, plongés dans une cuve d’eau.

À la lumière d’une série de résultats obtenus par les simulations préalablement mentionnées, nous avons opté pour un système de tiges d’acier de 2,5 mm de diamètre pour 150 mm de long. Celles-ci sont manuellement fixées sur une plaque rigide, en acier également, perforée de trous et assurant un paramètre de maille de 3 mm. La géométrie du cristal peut ainsi être modifiée par simple adjonction ou suppression de tiges. Le facteur de remplissage de la structure F , défini comme le rapport des surfaces d’une inclusion et d’une cellule élémentaire du réseau périodique (voir figure 2.2), est alors d’environ 55%. Une des configurations réalisées est donnée sur la figure 2.3. Dans ce cas précis, un guide courbé a été inscrit dans le réseau.

Un cristal parfait avec une géométrie de maille carrée de dix périodes de long a tout d’abord été assemblé. D’un point de vue théorique, le diagramme de bandes obtenu par méthode des différences finies prédit l’existence d’une gamme de fréquences interdites s’étendant de 240 à 325 kHz, comme illustré sur la figure 2.4. Le calcul a dans ce cas été effectué pour un cristal bidimensionnel, s’étendant à l’infini dans les trois directions de l’espace, pour les directions principales de la première zone de Brillouin irréductible du réseau carré (voir annexe A), c’est-à-dire le long du chemin fermé Γ -X-M- Γ . Pour ce qui est des simulations, seules les polarisations longitudinales ont été prises en compte pour la propagation dans l’eau (ce sont en effet les seules polarisations susceptibles de se propager dans un fluide), alors que les polarisations à la fois transverses et longitudinales ont été considérées dans les inclusions d’acier. Il est également possible d’uniformiser le traitement du problème pour les deux types de matériaux en imposant des vitesses transverses nulles dans le cas du fluide.

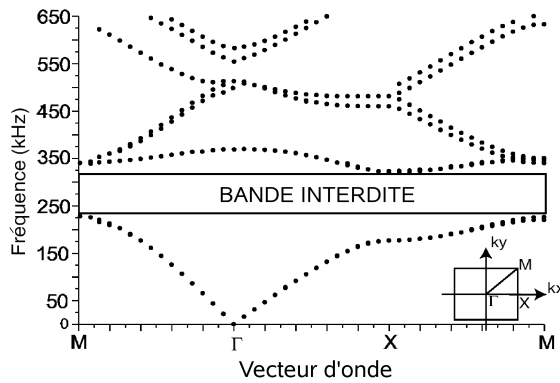


FIG. 2.4 – Diagramme de bandes pour des ondes de volume se propageant suivant les directions principales Γ -X-M- Γ de la première zone de Brillouin d'un cristal phononique consistant en un système d'inclusions d'acier dans une matrice d'eau avec un facteur de remplissage de l'ordre de 55%.

Principe de la mesure

Les cristaux phononiques ont été caractérisés par mesure de la transmission d'une onde acoustique incidente sur une face de la structure. On emploie à cette fin une paire de transducteurs opérant en milieu liquide, l'un faisant office d'émetteur, l'autre de récepteur, pour procéder à la génération et à la détection d'ondes acoustiques. Ces transducteurs, de diamètre 25 mm, ont une fréquence de fonctionnement autour de 450 kHz (Panametrics Videoscan V301). Un générateur/récepteur d'impulsions (Panametrics 5800) est employé pour transmettre une impulsion brève (d'une durée de l'ordre de 4 μ s) au transducteur émetteur, qui à son tour génère un signal large bande résultant en la propagation d'une onde acoustique longitudinale. Le transducteur récepteur, aligné avec l'émetteur, collecte alors le signal transmis. Ce signal est ensuite reçu par le récepteur d'impulsions, amplifié et enfin numérisé par un oscilloscope présentant une résolution temporelle de l'ordre de 2,5 ns. Une série de 500 mesures de ce type est effectuée avant de procéder à un moyennage puis à une transformée de Fourier rapide, toujours réalisée par l'appareil. On obtient ainsi le spectre en transmission du milieu, visualisable directement sur la trace de l'oscilloscope. Un schéma du montage est illustré sur la figure 2.5.

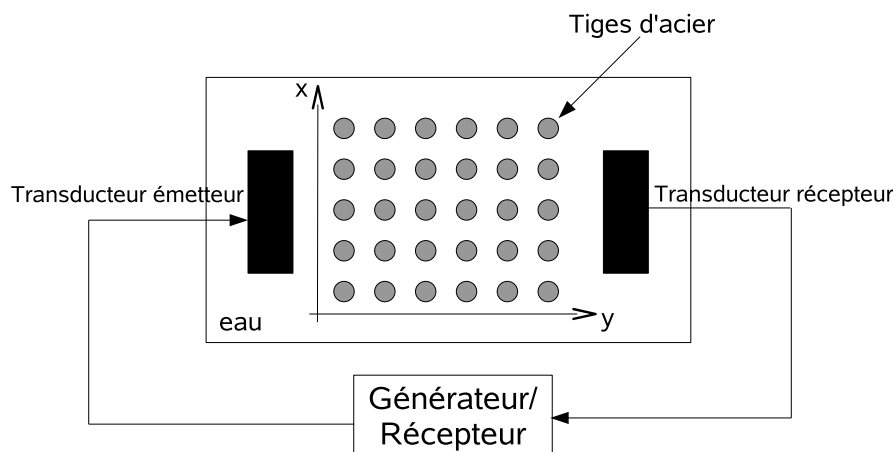


FIG. 2.5 – Montage expérimental permettant de mesurer la transmission du cristal phononique par utilisation de deux transducteurs acoustiques immergés dans l'eau.

Afin d'assurer une normalisation des signaux, on effectue au préalable la mesure d'un spectre de référence en mesurant le signal détecté par le récepteur lorsque l'onde acoustique incidente se propage en espace libre, c'est-à-dire sans cristal phononique interposé. Le traitement *a posteriori* des données est effectué directement sur les signaux temporels issus de l'oscilloscope : une transformée de Fourier numérique classique est tout d'abord appliquée, suivie d'une étape de normalisation par rapport au signal de référence mesuré.

Enfin, l'influence de la direction de propagation de l'onde incidente a été expérimentalement prise en compte en modifiant l'orientation du cristal phononique afin d'assurer une propagation de l'onde soit suivant ΓX , soit suivant ΓM , qui sont les directions qu'il faut évaluer dans le cas d'une structure isotrope pour s'assurer des propriétés des bandes interdites.

Quelques remarques

La normalisation du signal nécessite, comme nous l'avons mentionné un peu plus haut, la mesure et l'enregistrement d'un spectre de référence. Celui-ci est obtenu en mesurant la transmission du système du transducteur émetteur vers le transducteur récepteur en l'absence de cristal phononique. Cette référence n'est rigoureusement valable que si le cristal phononique, ou tout autre structure à caractériser, est inséré sans perturber le système initial, c'est-à-dire, sans déplacement de l'émetteur ou du récepteur. Il serait donc nécessaire soit de laisser les deux transducteurs en l'état, soit de pouvoir repérer et fixer leur position de façon absolue sur le banc de mesure, tout en assurant le positionnement absolu du cristal phononique. Or il se trouve que dans la configuration actuelle du système expérimental ni l'une, ni l'autre des possibilités ne sont exactement appliquées. Le problème se pose également pour ce qui est de la position du cristal phononique par rapport à la source notamment. Le montage mis en place présente donc une erreur systématique dont les conséquences se retrouveront sur les courbes de mesure représentées tout au long de ce chapitre. Si les spectres de référence successivement mesurés sont relativement proches, des fluctuations d'amplitude tendent à survenir et sont susceptibles de se retrouver au niveau des spectres de transmission normalisés des différentes configurations des réseaux périodiques étudiés. Généralement, ce type d'erreur se traduit par une variation d'amplitude des signaux, en particulier des pics ou des chutes de transmission observés. Il n'en reste pas moins que l'information qualitative tout au moins (voire quantitative dans certains cas) est préservée, nous permettant ainsi de réaliser une étude satisfaisante des phénomènes physiques mis en jeu.

2.3.2 Travaux préliminaires : fonctions de filtrage et de guidage

Cette section est consacrée à un bref retour sur les expériences menées préalablement à ces travaux de thèse. On reviendra notamment sur les démonstrations de phénomènes de bandes interdites ainsi que de guidage.

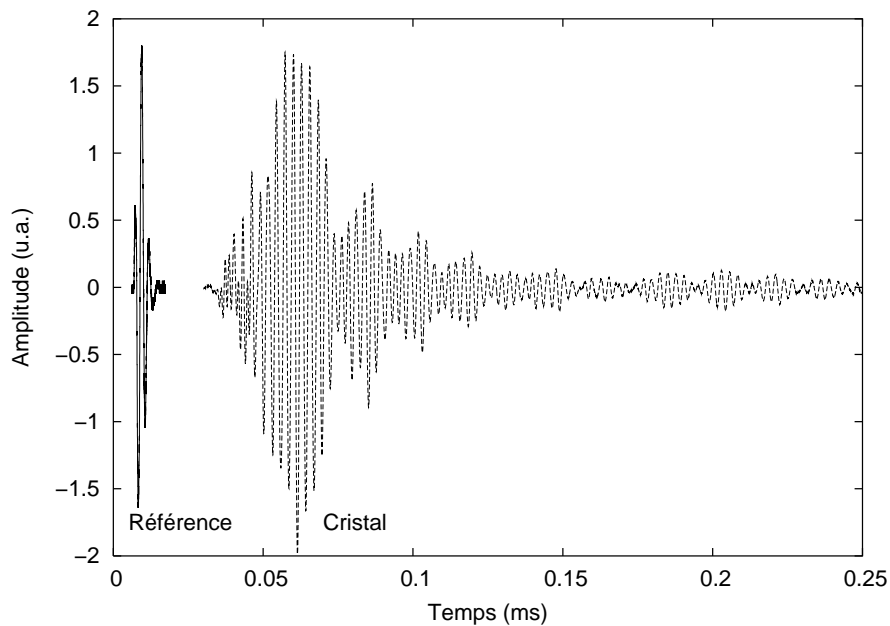


FIG. 2.6 – Signal temporel reçu par le transducteur avec et sans cristal phononique inséré (la normalisation est arbitraire).

Cristal parfait

On s'intéresse dans un premier temps au signal mesuré dans le domaine temporel à travers un cristal phononique parfait de dix périodes de long. La figure 2.6 met en évidence la forte dispersion de la propagation de l'onde acoustique induite par le cristal, qui résulte en un élargissement considérable de l'impulsion initiale [103]. Du point de vue de la transmission dans le domaine fréquentiel, les figures 2.7a et 2.7b montrent que l'onde acoustique subit une atténuation très marquée entre 240 et 350 kHz suivant ΓM , ainsi que dans deux gammes de fréquences distinctes, à savoir 185 à 325 kHz et 400 à 487 kHz, le long de la direction ΓX . Le recouvrement entre ces bandes interdites directionnelles démontre l'existence d'une bande interdite complète pour les ondes de volume entre 240 et 325 kHz [70]. Ces mesures expérimentales sont en très bon accord avec les prédictions théoriques tirées du diagramme de bandes présenté sur la figure 2.4 : on y visualise très clairement la présence d'une bande d'arrêt entre 245 et 340 kHz suivant ΓM , ainsi que l'ouverture de deux bandes d'arrêt distinctes entre 190 et 325 kHz et 400 et 480 kHz suivant ΓX . Le calcul par méthode des différences finies des spectres de transmission dans la structure, tracés en trait pointillé sur la figure 2.7, confirme encore la très satisfaisante concordance entre théorie et expérience.

Des mesures additionnelles ont ensuite été effectuées sur un cristal phononique de seize périodes de long afin d'étudier l'influence du nombre de périodes sur l'atténuation de l'onde acoustique [103]. En effet, les phénomènes de bandes interdites étant liés aux diffusions multiples encourues par l'onde propagative lors de son incidence sur les éléments individuels constitutifs du réseau, on s'attend à ce qu'une augmentation du nombre de diffuseurs, *via* une augmentation

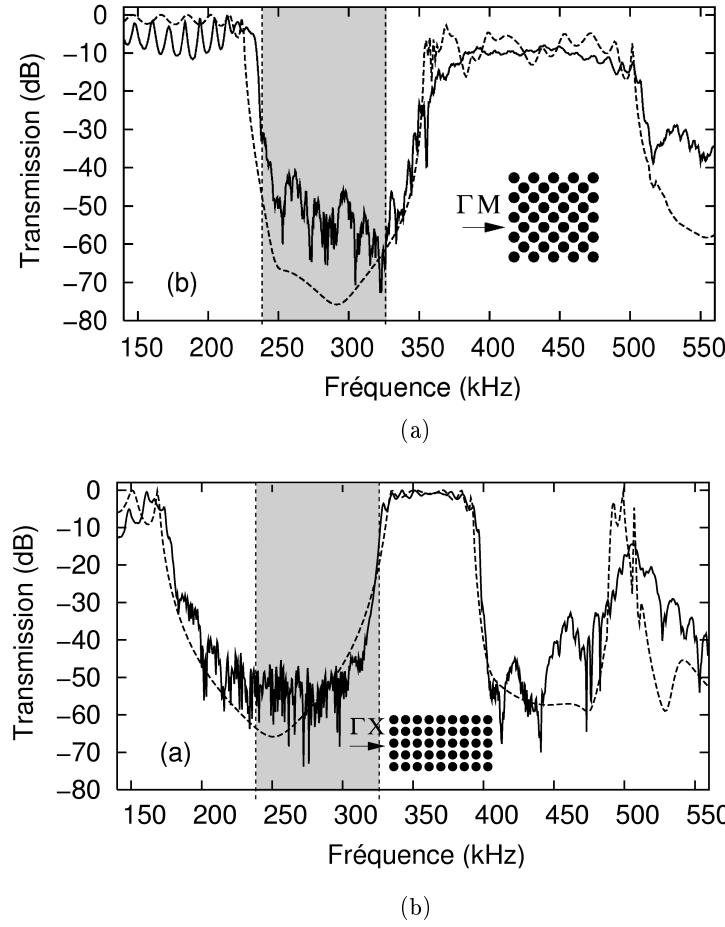


FIG. 2.7 – Spectres de transmission mesurés (trait plein) et calculés (tirets) du cristal le long des directions (a) ΓM et (b) ΓX de la première zone de Brillouin irréductible d'un cristal phononique à maille carrée consistant en un réseau de tiges d'acier dans de l'eau de 10 périodes de long. Il existe dans cette structure une bande interdite complète s'étendant de 250 à 325 KHz.

du nombre de périodes, conduite à une atténuation plus prononcée du signal pour les fréquences comprises dans la bande interdite. Si le bruit du système d'acquisition, comme le montre la figure 2.8, limite la dynamique d'acquisition et ne permet donc pas d'observer une accentuation de l'extinction en elle-même, les chutes de transmission en entrée et sortie des bandes d'arrêt se montrent en revanche beaucoup plus abruptes (pentes plus proches de la verticale) que dans le cas précédent.

L'obtention de ces bandes interdites très marquées peut trouver des applications dans le domaine du filtrage fréquentiel. Il n'en reste pas moins que l'une des propriétés les plus intéressantes des cristaux phononiques réside en leur capacité de confinement des ondes, propagatives comme localisées. Les fonctions de guidage qu'il est possible d'implémenter dans ces réseaux sont d'un intérêt tout particulier.

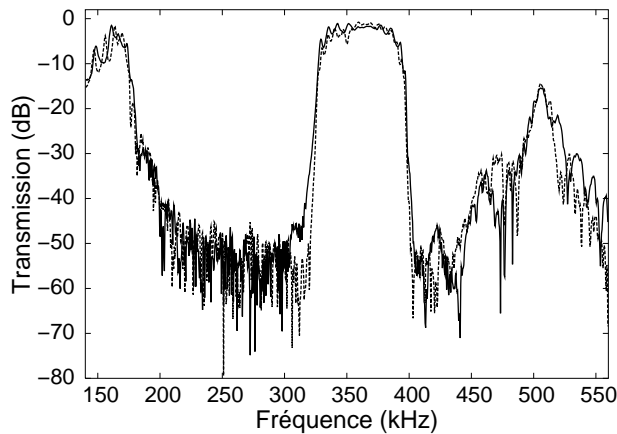
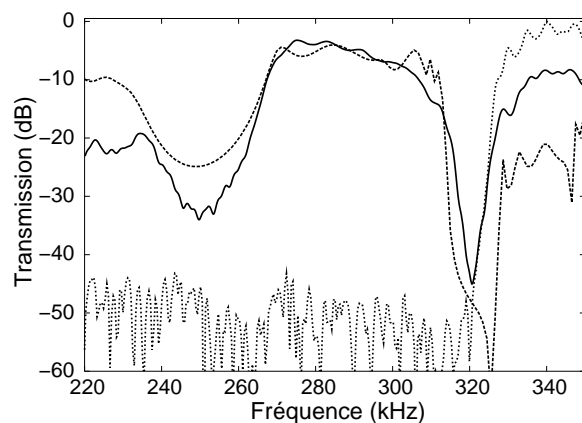


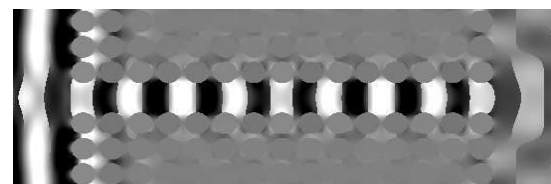
FIG. 2.8 – Spectre de transmission mesuré suivant la direction ΓX pour deux cristaux phononiques de longueur 10 périodes (ligne pleine) et 16 périodes (tirets)

Guidage

La suppression d'une simple rangée de cylindres permet en effet de confiner une onde acoustique dans un guide de dimension latérale inférieure à la longueur d'onde du signal incident. Des guides dits W1 ont ainsi été inscrits dans le cristal par suppression d'une rangée d'inclusions cylindriques colinéairement à la direction de propagation, en l'occurrence ΓX [71]. La largeur du guide est alors d'environ 3,5 mm, pour une longueur d'onde du signal autour de 5 mm. Les mesures réalisées sur la structure telles que reportées sur la figure 2.9a montrent les valeurs de la transmission normalisée par la référence prise en absence de cristal : il y a transmission de l'onde acoustique entre 260 et 315 kHz, fréquences initialement comprises dans la bande interdite



(a)



(b)

FIG. 2.9 – (a) Spectre de transmission mesuré (trait plein) et simulé (tirets) pour un guide de type W1 inscrit dans un cristal de 16 périodes de longueur le long de la direction ΓX . Le spectre à travers le cristal parfait est donné pour comparaison (trait pointillé). (b) Calcul FDTD du champ de déplacement longitudinal moyenné sur une période pour une fréquence d'émission de 287 kHz comprise dans la bande guidante. Les niveaux de gris sont représentatifs de l'amplitude du signal et s'échelonnent du noir pour les amplitudes négatives vers le blanc pour les amplitudes positives.

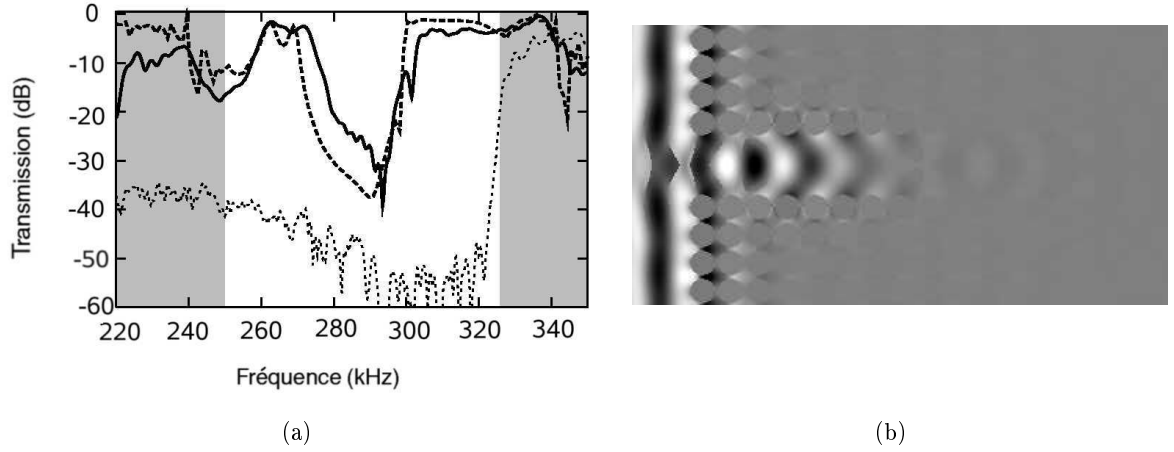


FIG. 2.10 – (a) Spectre de transmission mesuré (trait plein) et simulé (tirets) pour un guide de type W2 inscrit dans un cristal de 16 périodes de longueur. (b) Calcul FDTD du champ de déplacement longitudinal moyenné sur une période pour une fréquence d'émission de 287 kHz comprise dans la bande guidante.

du cristal parfait. L'amplitude de l'onde guidée est la même que celle d'une onde transmise de fréquence en amont ou en aval de la bande interdite initiale, ce qui indique de façon indirecte que les pertes de propagation dans le guide sont négligeables, et donc que l'onde est particulièrement bien confinée. Les simulations par FDTD de la propagation des ondes longitudinales dans le système sont encore une fois en accord avec les données expérimentales. Afin de normaliser les déplacements, elles ont été effectuées en simulant l'incidence d'une source monochromatique de fréquence 287 kHz sur l'entrée du cristal. Le champ de déplacement obtenu est partiellement réfléchi à l'entrée et à la sortie du cristal mais totalement transmis au niveau du guide, comme illustré par la figure 2.9b.

L'influence de la largeur du guide a également été évaluée par la réalisation et la caractérisation de guides dits W2, c'est-à-dire de largeur égale à deux périodes [71]. Les mesures de transmission comme les simulations par méthode des différences finies représentées sur la figure 2.10 montrent l'apparition de deux bandes guidantes distinctes dans la bande interdite initiale induite par le cristal parfait, séparées par une zone d'atténuation relativement forte (de l'ordre de 35 dB) autour de 285 kHz. Nous avons une fois de plus eu recours à la simulation des champs de déplacement longitudinaux dans la structure à une fréquence de 287 kHz, dont les résultats sont visibles sur la figure 2.10b. D'après ces calculs, l'origine de l'atténuation semble être l'apparition d'un phénomène d'interférences destructives, probablement lié à la périodicité de la structure. Le tracé des diagrammes de bandes reporté sur la figure 2.11 pour les guides W1 et W2 le long de la direction de propagation, confirme encore cette hypothèse. La bande interdite théorique se situe ici entre les deux régions grisées. L'introduction d'un guide, W1 comme W2, provoque l'apparition de courbes de dispersion dans la bande d'arrêt, qui correspondent aux modes susceptibles de se propager dans le guide. L'apparition de plusieurs branches de dispersion, même dans le cas d'un guide W1, monomode, s'explique par les conditions aux limites périodiques induites

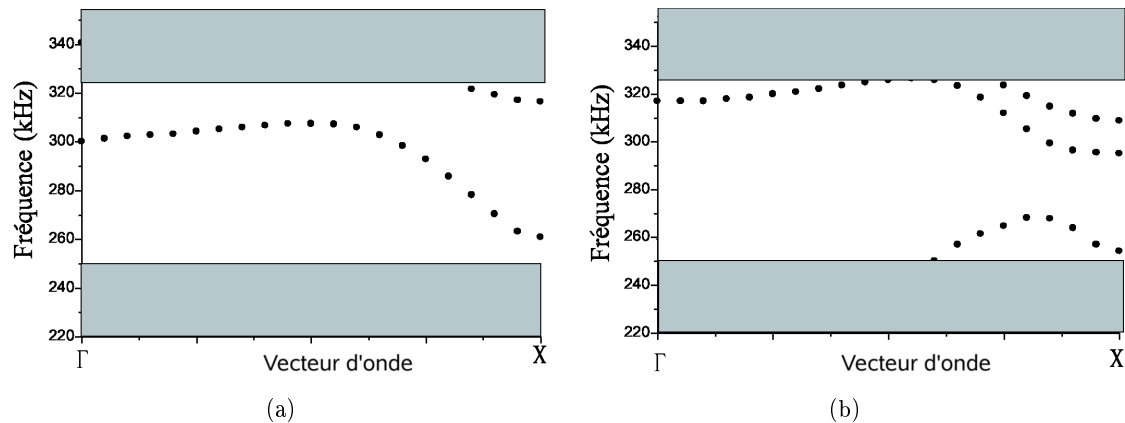


FIG. 2.11 – Relations de dispersion calculées pour un guide (a) W1 et (b) W2

par les parois du guide phononique : si la dispersion induite par un guide classique et celle liée à un guide phononique peuvent être considérées comme proches, on assiste à un repliement des branches dans la première zone de Brillouin irréductible du fait de la périodicité du système dans le second cas. L'interaction de ces branches dans la zone de Brillouin, en particulier dans le cas de croisements des deux modes, conduit à l'ouverture de bandes interdites. Pour ce qui est du guide à une rangée de trous (W1), seule s'ouvre une bande interdite de largeur relative faible (15 kHz, soit 20%), près de la limite supérieure de la bande interdite complète de la structure. En revanche dans le cas du guide W2, une large bande d'arrêt s'ouvre au centre de la bande interdite, induisant une inhibition de la propagation de l'onde dans la bande guidante.

Enfin, des expériences additionnelles ont été mises en place afin d'étudier l'influence de courbures franches lors de la propagation de l'onde élastique dans un guide coudé [71]. La structure concernée consiste en un guide W1 où deux virages abrupts (90°) ont été introduits, comme schématisé en encart sur la figure 2.12. Les résultats expérimentaux ont encore une fois été confrontés à une approche théorique FDTD. Une bande guidante s'ouvre cette fois-ci entre 270 et 310 kHz, avec deux chutes de transmission à 281 et 299 kHz respectivement, que l'on peut imputer à des modes résonants localisés dans les coins du guide. Le calcul de la pression acoustique, produit du gradient du champ de déplacement et de la densité, présenté sur la figure 2.12b confirme que le couplage entre les différentes sections du guide se fait effectivement sans perte notable.

Bilan

Cette série d'études théoriques comme expérimentales préalablement menées au sein de l'équipe Acoustique et Microsonique du département LPMO de l'Institut FEMTO-ST a permis de démontrer des phénomènes de bandes interdites, mais également de confinement et de guidage des ondes acoustiques dans un cristal phononique. Au-delà des perspectives applicatives directes en termes de filtrage et de guidage des ondes, ces travaux ont montré le potentiel offert par ces structures simples de tiges d'acier millimétriques dans de l'eau pour la démonstration d'effets plus complexes liés à la périodicité du système.

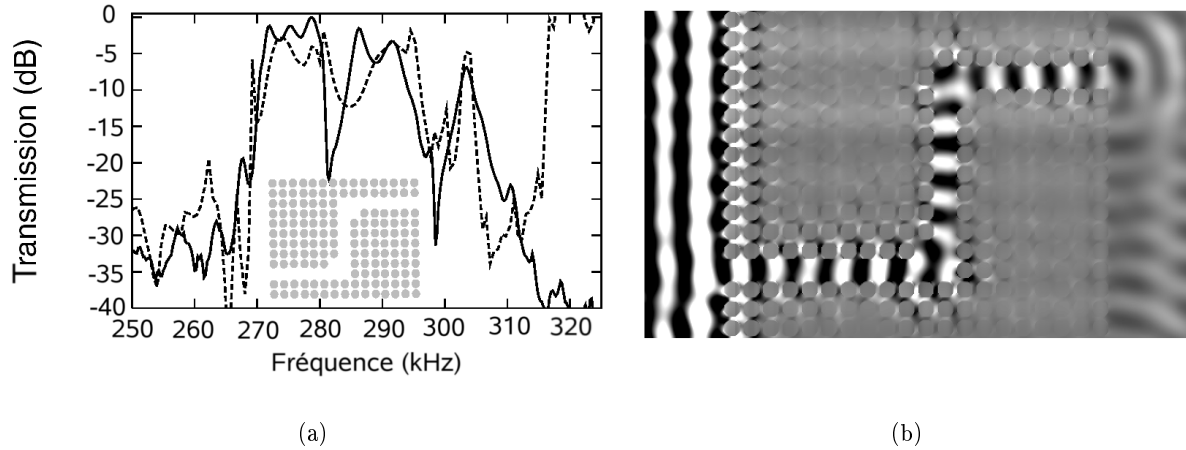


FIG. 2.12 – (a) Spectre en transmission mesuré (ligne pleine) et calculé (tirets) d'un guide droit coudé. (b) Calcul FDTD de la pression acoustique moyenné sur une période pour une fréquence d'émission de 275 kHz comprise dans la bande guidante.

2.3.3 Interactions entre modes guidés et localisés

Les phénomènes de bandes interdites, de confinement des ondes et de guidage ayant été mis en évidence avec succès, nous avons ensuite examiné la possibilité de faire interagir des modes de nature différente, ici des modes guidés et des modes localisés [74].

On travaille à cette fin avec un cristal phononique de 20 périodes de long consistant toujours en un arrangement identique de cylindres d'acier de diamètre 2,5 mm et de longueur 15 cm plongés dans une cuve d'eau. Le facteur de remplissage du cristal reste de 55%. La définition d'un guide droit par suppression d'une rangée de cylindres permet d'obtenir une transmission entre 260 et 317 kHz, soit sur plus de 75% de la largeur de bande interdite initiale correspondant au cristal complet comme indiqué sur la figure 2.13.

Étude en transmission - résonateur unique

On cherche à étudier l'influence de défauts de type résonateur (ou *stub* en anglais) sur la propagation d'une onde acoustique dans un guide W1. Ces résonateurs sont obtenus en ôtant un ou plusieurs cylindres adjacents au guide dans la direction orthogonale à celui-ci, comme illustré sur les figures 2.14b, c et d.

La création de ces défauts résulte en un comportement similaire, quelle que soit la géométrie considérée : résonateur unique de longueur une ou plusieurs périodes greffé sur un côté du guide seulement ; résonateur symétrique, pour lequel le même nombre de cylindres a été ôté de part et d'autre ; ou série périodique de résonateurs. Dans les trois configurations, on constate l'apparition de deux chutes de transmission dans le spectre initial du guide droit. Les fréquences auxquelles se produisent ces extinctions dépendent par contre de la géométrie du défaut. Par exemple, pour un résonateur long d'une période (figure 2.14b), les chutes de transmission se situent fréquemment à 274 et 291 kHz respectivement (figure 2.15a). Les figures 2.15b et 2.15c montrent que

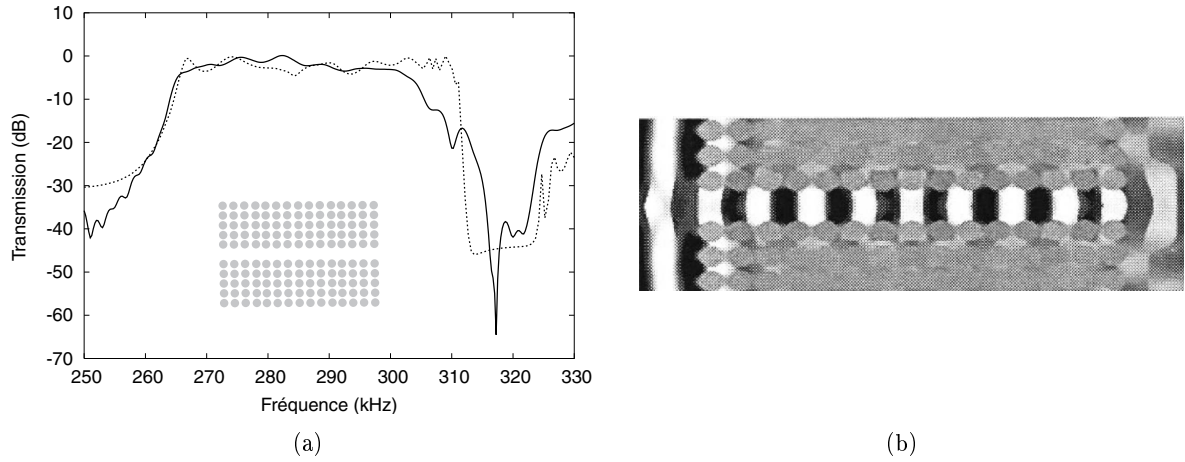


FIG. 2.13 – (a) Spectre en transmission mesuré (ligne pleine) et calculé (ligne pointillée) d'un guide droit W1 inscrit dans un cristal phononique à symétrie de réseau carrée de vingt périodes de longueur. (b) Calcul FDTD du champ de déplacement longitudinal moyenné sur une période pour une fréquence d'émission de 287 kHz comprise dans la bande guidante.

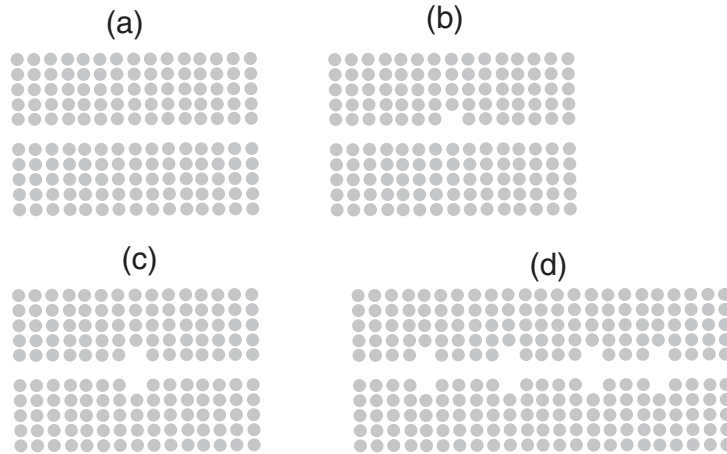


FIG. 2.14 – Schémas des différentes géométries expérimentalement étudiées : (a) guide droit W1, (b) guide et résonateur unique, (c) guide et résonateur unique symétrique, (d) guide et arrangement périodique de résonateurs symétriques.

la fréquence de la deuxième chute s'est très légèrement déplacée vers de plus basses fréquences lorsque la longueur totale du résonateur passe à deux ou trois périodes. Enfin, pour un résonateur symétrique d'une période de long (figure 2.14c), une seule fréquence de résonance à 283 kHz a pu être mesurée (cf. figure 2.16a).

De façon générale, ces extinctions peuvent s'expliquer par un phénomène de couplage ayant lieu entre le mode se propageant dans le guide parfait et le mode propre du résonateur formé par le cylindre manquant. Le résonateur semble donc assurer le confinement, *via* le cristal phononique environnant, d'un mode de nature évanescente issu de ce couplage. L'énergie est alors

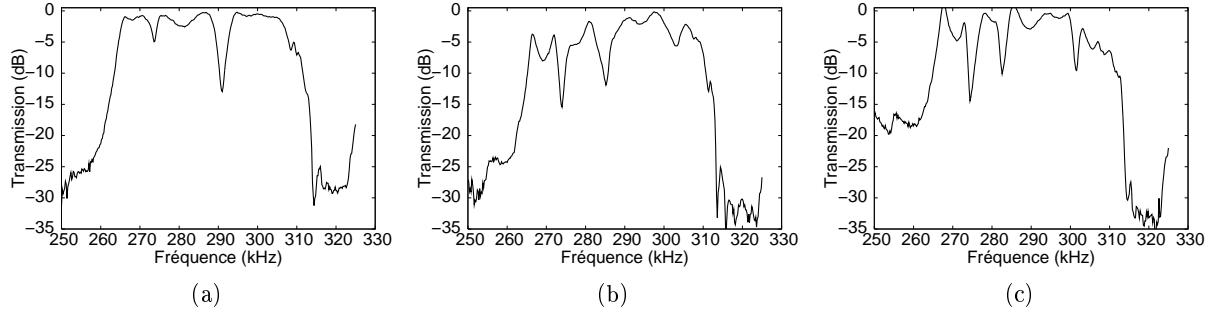


FIG. 2.15 – (a) Spectre en transmission mesuré à travers le guide droit greffé d'un résonateur unique asymétrique de longueur (a) une (b) deux et (c) trois périodes.

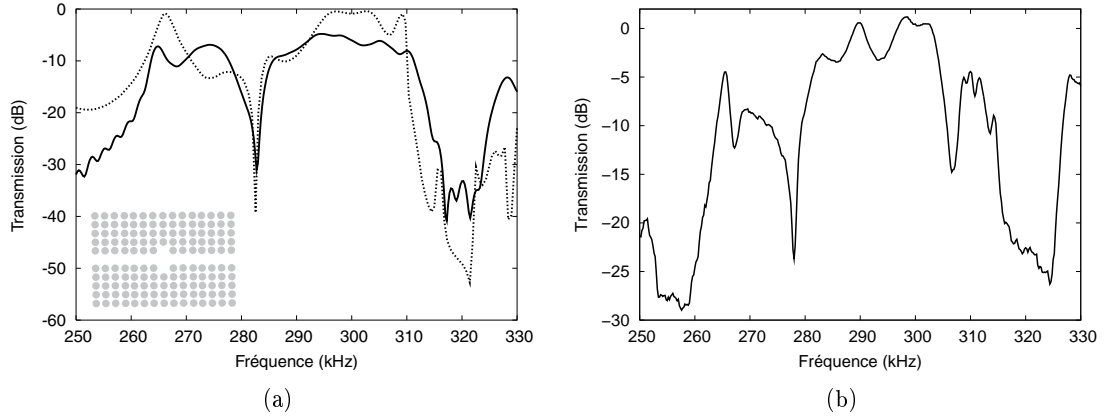


FIG. 2.16 – (a) Spectre en transmission mesuré (ligne pleine) et calculé (ligne pointillée) à travers le guide droit greffé d'un résonateur unique symétrique de longueur une période. (b) Mesure de la transmission pour un résonateur de longueur deux périodes.

re-transférée du résonateur vers le guide, résultant en l'apparition de zéros de transmission. La position fréquentielle de la seconde extinction est fonction de la longueur de la cavité résonante, comme le montrent les figures 2.15 et 2.16. La première résonance, elle, demeure à fréquence fixe et semble donc fonction de la largeur du résonateur seulement. Des expériences visant à valider cette dernière affirmation n'ont à l'heure actuelle pas encore été effectuées : il serait effectivement intéressant de modifier cette fois-ci la largeur du résonateur pour évaluer l'influence de cette dimension.

Pour les fréquences ne satisfaisant pas aux conditions de résonance, l'influence du résonateur est négligeable et l'onde est transmise normalement par le guide d'onde. Ce comportement est illustré numériquement sur la figure 2.17, où les champs de déplacement correspondant à des sources monochromatiques de fréquences respectives 283 et 291 kHz (soit à des fréquences respectivement hors résonance, et correspondant au premier et au deuxième zéro de transmission) ont été calculés par méthode FDTD. Le cas du résonateur asymétrique (figure 2.17a), comme celui du résonateur symétrique (figure 2.17b) montrent tous deux que le résonateur se comporte à ces deux fréquences comme un miroir localisé.

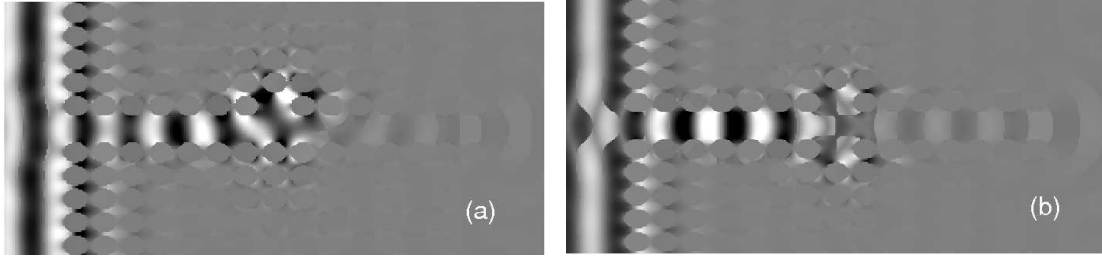


FIG. 2.17 – Calcul FDTD du champ de déplacement longitudinal à travers le guide greffé d'un résonateur unique asymétrique (a) et symétrique (b). Les fréquences des ondes numériquement excitées sont de 291 kHz pour (a) et de 283 kHz pour (a).

Comportement en terme de phase - résonateur unique

Si l'on se limite aux fréquences comprises dans la bande guidante, la relation liant phase entre entrée et sortie du guide et vecteur d'onde dans le cas de la propagation d'une onde dans un guide unimodal est linéaire et s'écrit :

$$\phi(\omega) = k(\omega) L$$

avec k le vecteur d'onde acoustique, ω la pulsation et L la distance de propagation. Il est ainsi possible, en mesurant la phase du signal transmis, de remonter à la relation de dispersion $k(\omega)$ du mode guidé.

Une mesure du déphasage dans le cas du guide parfait et dans celui du guide avec un résonateur greffé est donnée sur la figure 2.18. La pente des courbes pour les deux systèmes est la même, ce qui nous permet dans un premier temps d'évaluer la vitesse de groupe de l'onde, qui est en l'occurrence de 830 m.s^{-1} , contre 1490 m.s^{-1} pour le mode longitudinal dans l'eau.

Cette réduction de vitesse, usuellement observée dans les cristaux photoniques comme phononiques, est due à la périodicité du bord du guide et ainsi aux phénomènes d'interférence qui en résultent. La dispersion du système est donc affecté par cette "rugosité" de bord périodique,

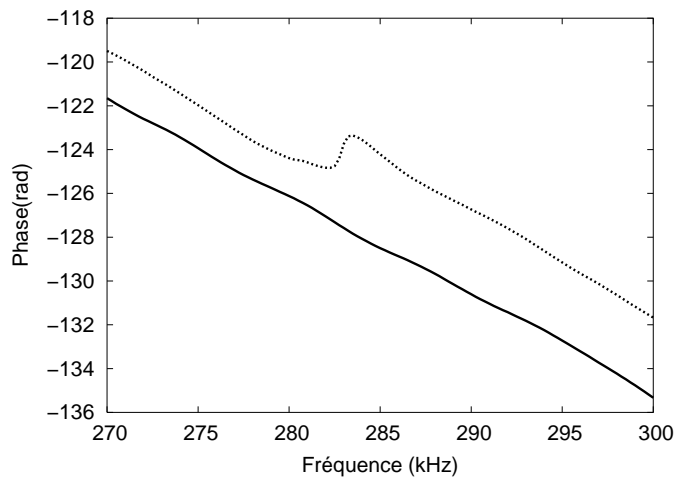


FIG. 2.18 – Mesure expérimentale de la phase en fonction de la fréquence du signal pour le guide droit (ligne pleine) et pour le guide greffé d'un résonateur symétrique (ligne pointillée).

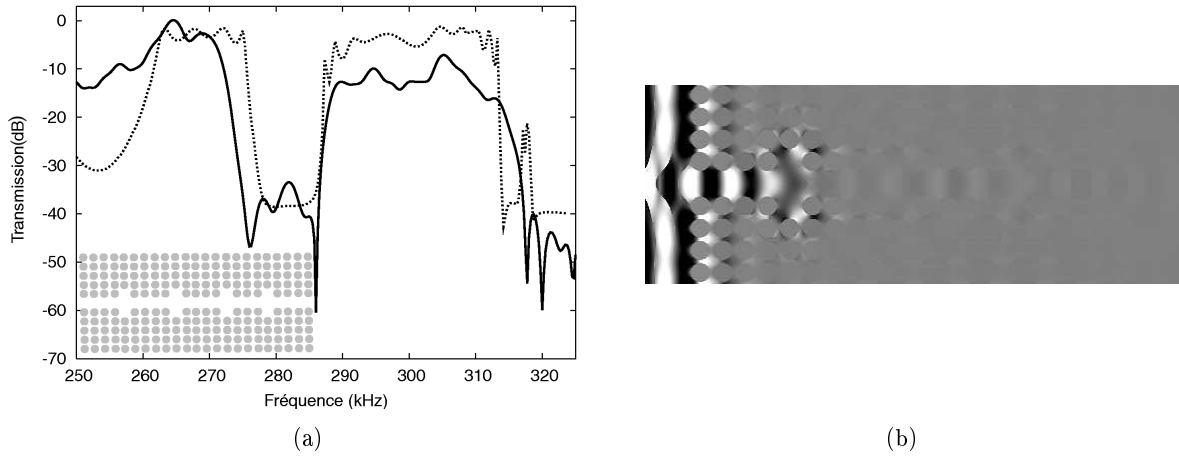


FIG. 2.19 – (a) Spectre en transmission mesuré (ligne pleine) et calculé (ligne pointillée) d'un guide droit greffé d'une série de résonateurs. (b) Calcul FDTD du champ de déplacement longitudinal pour une fréquence d'émission de 285 kHz se propageant dans la structure.

conduisant à un ralentissement de l'onde se propageant dans le réseau.

L'introduction du résonateur provoque une transition de phase à la fréquence de résonance du défaut. Le déphasage est expérimentalement évalué autour de $\pi/2$ sur la figure 2.18, alors que le phénomène de réflexion à l'origine des zéros de transmission laisserait prévoir un déphasage de π , caractéristique de la formation d'une onde contra-propagative. Une explication possible réside dans le fait que les chutes de transmission observées ne conduisent pas à une extinction complète du signal et l'onde continue à se propager le long du guide.

Étude de résonateurs en série

Les effets décrits dans les paragraphes précédents peuvent encore être améliorés par l'insertion d'une série de résonateurs identiques le long du guide. Afin de bénéficier d'un nombre suffisant de résonateurs pour mettre en évidence des phénomènes de couplage, on porte à vingt-deux le nombre total de périodes du cristal. On greffe alors une série de quatre résonateurs identiques, placés toutes les trois ou quatre périodes, comme illustré sur la figure 2.19a. L'idée ici est d'assurer un espace de propagation suffisant entre deux résonateurs afin d'éviter les phénomènes de couplage pouvant se mettre en place entre deux cavités résonantes et de garantir que les effets observés ne résultent que du couplage entre le guide et les cavités successives. Le spectre en transmission obtenu dans cette configuration est donné sur la figure 2.19a dans le cas d'une série de résonateurs espacés de quatre périodes. On observe une extinction du signal sur une large gamme de fréquences pourtant comprise dans la bande de guidage de la structure. Ces nouvelles fréquences interdites s'étendent de 276 à 286 kHz. L'introduction d'une série de résonateurs le long d'un guide permet donc d'ouvrir une bande interdite secondaire à l'intérieur de la bande guidante, comme le confirment les simulations FDTD présentées sur la figure 2.19b. L'excitation correspond ici à une fréquence d'émission de 285 kHz comprise dans la bande interdite secon-

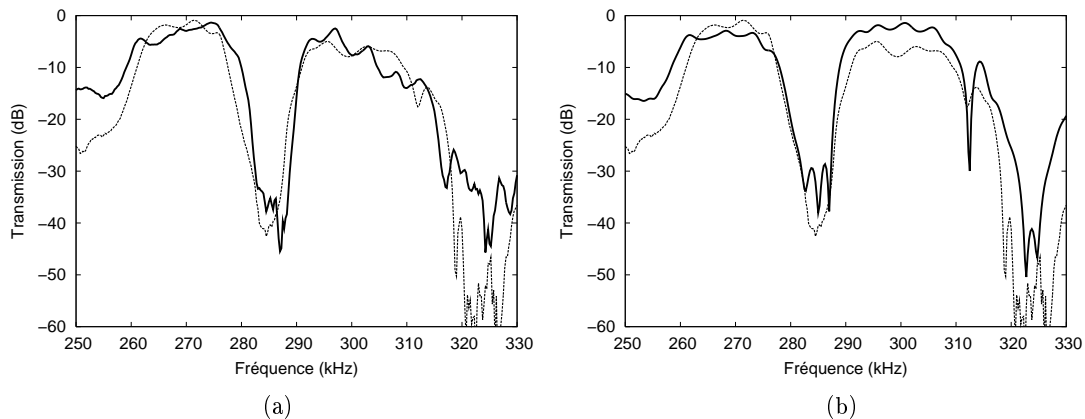


FIG. 2.20 – Spectres en transmission mesurés (trait épais) d’un guide droit greffé d’une série de résonateurs espacés de (a) 2 périodes et (b) 3 périodes. Le spectre en trait fin présent à l’identique sur les deux courbes est celui mesuré pour un espacement entre résonateurs de 4 périodes.

daire. L’atténuation mesurée dans ce cas est d’ailleurs supérieure à celle précédemment observée pour un résonateur unique, ce qui peut s’expliquer par les réflexions successives subies par l’onde au cours de sa propagation et de son couplage aux différents résonateurs. Le taux d’extinction mesuré serait ainsi fonction du nombre total de résonateurs greffés le long de la structure.

Afin de vérifier, au moins partiellement, ce dernier point, différentes configurations de résonateurs greffés ont été caractérisées. Les résonateurs sont alors disposés périodiquement ou non. Les mesures réalisées, reportées sur la figure 2.20 montrent que la périodicité de l’arrangement (ici deux ou trois périodes) n’affecte pas notablement la fonction de transfert de la structure. Seul le nombre de résonateurs conduit à une modification du spectre de transmission par une augmentation du taux d’extinction et un élargissement de la bande interdite secondaire ouverte.

Application au démultiplexage en longueur d’onde

La possibilité de confiner des modes évanescents dans ces cavités résonantes permet d’envisager la mise en place de fonctions de couplage entre deux guides parallèles. Les applications relèveraient alors de systèmes de type filtre accordable, ou encore de démultiplexage en longueur d’onde. Une étude expérimentale a d’ailleurs été menée en collaboration avec le Laboratoire de Dynamique des Structure des Matériaux Moléculaires (LDSMM, aujourd’hui équipe EUPHONI de l’IEMN) de l’université de Lille 1. L’idée était d’établir une démonstration théorique et expérimentale de la possibilité d’observer un couplage évanescent de l’onde acoustique d’un guide à l’autre [78].

Le cristal phononique initial est le même que celui qui a été au centre des travaux évoqués dans les sections précédentes. Deux guides W1 sont inscrits dans le cristal parfait. Ceux-ci sont séparés de cinq périodes et orientés de sorte à assurer une propagation suivant ΓX . On intègre alors à la structure deux types de défauts additionnels : des résonateurs, d’une part, et des cavités uniques, monomodes, destinées à confiner des modes de défaut d’autre part. Un schéma de la

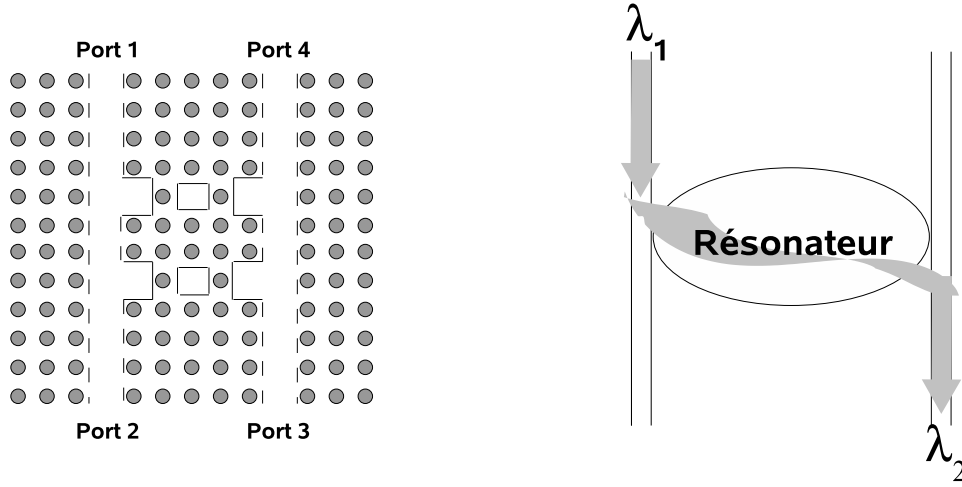


FIG. 2.21 – Agencement des défauts dans un cristal phononique pour application au démultiplexage en longueur d'onde.

structure globale est donné sur la figure 2.21.

Les résonateurs ont pour fonction d'assurer le couplage du guide 1 (respectivement, 2) vers la cavité puis de la cavité vers le guide 2 (resp. 1). Le comportement du défaut a été simulé numériquement par la méthode des différences finies. Les résultats de cette simulation sont reportés sur la figure 2.22. La cavité isolée permet de sélectionner une bande spectrale étroite (de l'ordre de 3 kHz) autour de 290 kHz. Cette fréquence coïncide avec celle de réjection de 290 kHz mesurée pour le guide greffé d'un résonateur unique, facilitant ainsi le transfert d'énergie par couplage évanescent de ce dernier vers la cavité.

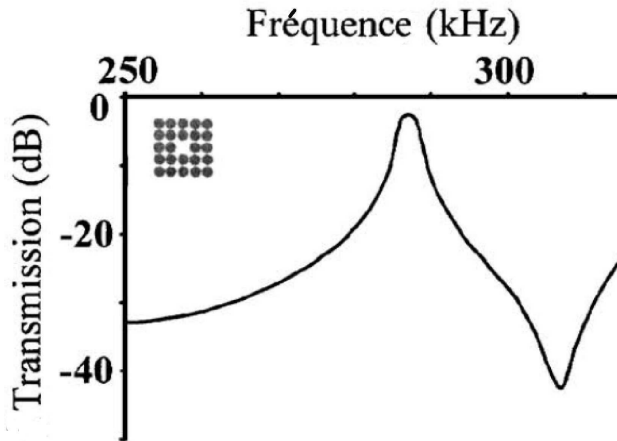


FIG. 2.22 – Spectre en transmission calculé pour un cristal phononique doté d'une cavité unique.

Lors des simulations numériques réalisées, on considère que l'onde incidente de profil spatial Gaussien ne pénètre que par l'un des deux ports de la structure (par exemple le port 1), laissant ainsi le port d'entrée parallèle (par exemple le port 4) in affecté. On évalue alors le signal transmis sur les ports 2, 3 et 4. La figure 2.23a donne le spectre de transmission simulé dans une telle configuration. A la fréquence de résonance des modes de défauts, à savoir 290 kHz, on

observe une chute de transmission sur le port 2, associée à l'apparition d'un pic en sortie sur le port 3 d'amplitude correspondant aux pertes subies sur le port précédent. On assiste donc à un transfert de l'énergie acoustique d'un guide à l'autre par couplage évanescent à travers les cavités résonantes inscrites dans le réseau à cette fréquence particulière. Cette hypothèse est théoriquement confirmée par les simulations FDTD de la figure 2.23b : le calcul du champ de déplacement le long de la direction de propagation à $f=290$ kHz met en évidence ce transfert énergétique du premier guide vers le second *via* les deux résonateurs greffés. La transmission sur le port 2 est alors nulle. On remarque toutefois la présence d'un signal sur le port 4, sur lequel nous reviendrons après confrontation à l'expérience.

Les résultats expérimentaux sont reportés sur la figure 2.24. Le signal est émis par le port 1 et collecté sur les ports 2 et 3. On observe un pic de transmission autour de 290 kHz sur le port 3 accompagné de pertes concomitantes en amplitude de l'ordre de 15 à 20 dB à cette même fréquence sur le port 2. Si, de façon qualitative, ces mesures sont conformes aux prévisions théoriques, on remarque toutefois que les niveaux maximums sur les deux ports ne se trouvent pas à amplitudes égales. Une différence de l'ordre de 5 dB est obtenue entre l'amplitude maximale détectée sur le port 2 (hors résonance) et celle mesurée sur le port 3 (à la résonance). On mesure par ailleurs expérimentalement un signal non nul sur le port 4, à l'image de ce qui a été déterminé théoriquement. Ce dernier point peut assez intuitivement s'expliquer par la méthode d'excitation de l'onde acoustique, expérimentalement comme numériquement. En effet, il est très difficile dans les deux cas de n'exciter que le port 1 : à la source non ponctuelle viennent s'ajouter les couplages potentiels entre inclusions voisines qui, du fait du faible nombre de périodes séparant les deux guides d'ondes, conduisent à un transfert énergétique, certes faible, mais non nul, du port 1 vers le port 4 avant même le confinement et la propagation de l'onde incidente dans le guide 1. Or, ce signal présent dans le guide 2 va naturellement affecter le signal mesuré sur les port 3 et 4 (la réponse mesurée par le transducteur ne pourra être nulle sur le port 4, même si l'on se situe hors résonance).

Ces mesures confirment la possibilité de transférer l'énergie d'un mode propagatif à un autre par couplage évanescent avec des modes de cavité. La fréquence à laquelle le transfert s'opère correspond à la fréquence de résonance des éléments de couplage (cavités et résonateurs). Une poursuite possible à ces travaux consisterait à jouer sur la nature et la géométrie (dimension, notamment) des cylindres environnant les cavités afin d'optimiser encore le couplage entre les différents éléments constituant le système.

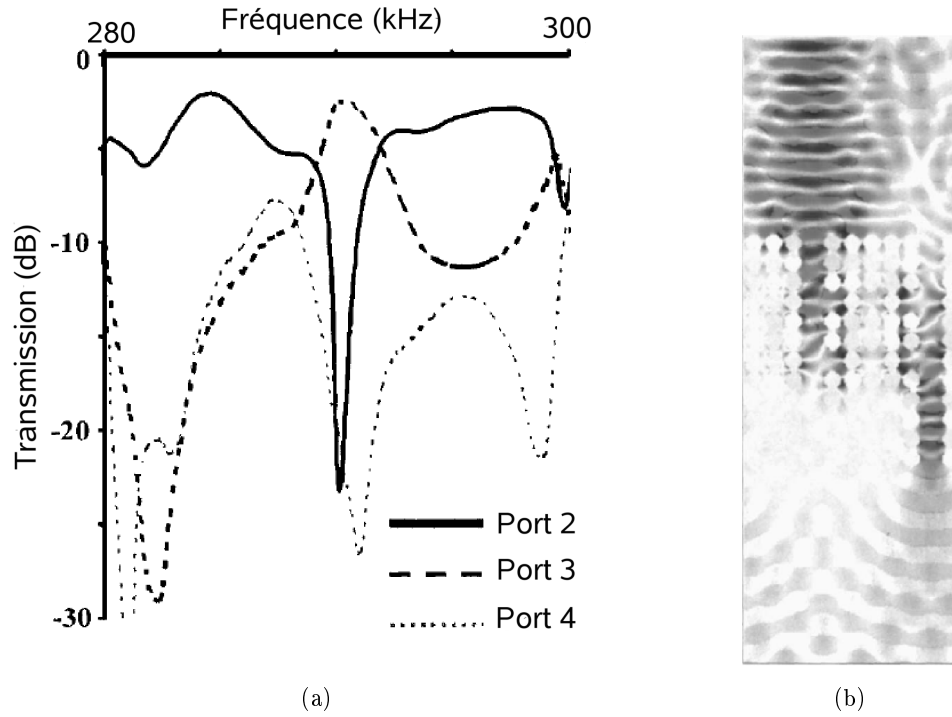


FIG. 2.23 – (a) Spectres en transmission simulés au niveau des ports 2, 3 et 4 pour une onde incidente pénétrant la structure par le port 1. (b) Calcul FDTD du champ de déplacement longitudinal pour une fréquence d'émission de 290 kHz se propageant dans la structure.

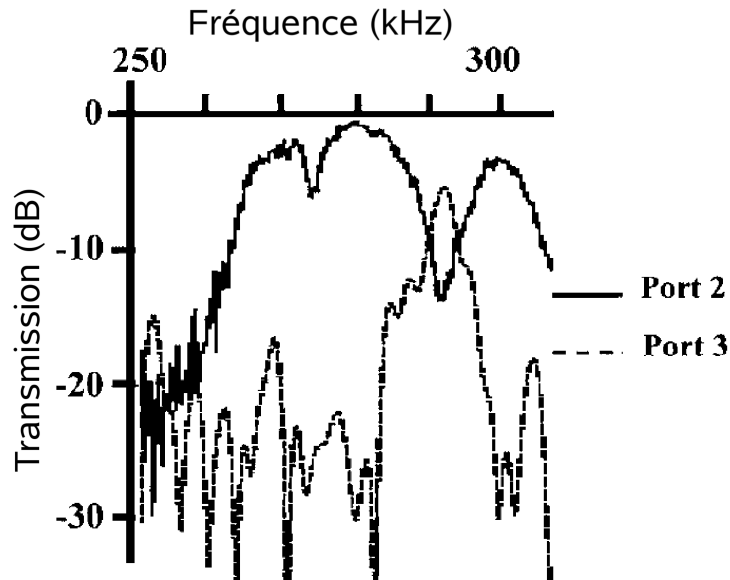


FIG. 2.24 – Spectre en transmission mesuré expérimentalement en sortie des ports 2 et 3. On observe bien un couplage de l'onde du guide 1 vers le guide 3 autour de 290 kHz.

2.4 Conclusion

La réalisation de structures simples consistant en un arrangement ordonné de cylindres d'acier pleins dans de l'eau nous a permis de mettre en évidence une série de propriétés propres aux matériaux à bandes interdites phononiques. En plus des phénomènes de filtrage fréquentiel et de guidage, nous avons étudié l'interaction entre modes propagatifs confinés dans un guide W1 et modes localisés d'un résonateur. Dans le cas d'un résonateur unique, l'insertion de ce type de défauts le long du guide induit l'apparition de zéros dans le spectre de transmission de la bande guidante de la structure. L'onde acoustique est alors atténuée sur une bande spectrale très étroite dont la fréquence centrale est fonction de la géométrie du résonateur et notamment de sa longueur. L'onde propagative dans le guide est alors réfléchie vers l'entrée du guide d'onde. Une géométrie spécifique consistant en un arrangement périodique ou non de ces cavités résonantes résulte en l'apparition de bandes interdites, dont la largeur, la position et le taux d'extinction sont contrôlés par la séquence et le type de résonateurs greffés : nombre total de cavités, symétrie (résonateur simple, symétrique, d'une ou plusieurs périodes de long, etc...).

De façon plus générale, ces couplages possibles entre modes propagatifs et localisés ont ouvert la voie à quelques expériences mettant en jeu une structure phononique plus complexe constituée d'un arrangement donné de guides, résonateurs et cavités pour des applications au démultiplexage en longueur d'onde. Il est en effet possible d'exploiter ce type d'interactions afin de procéder à un transfert d'énergie d'un guide vers un autre à des fréquences particulières conditionnées par les caractéristiques géométriques des résonateurs. Si des améliorations en termes de couplage restent néanmoins à apporter, ces premiers résultats permettent d'envisager la conception de dispositifs acoustiques de traitement du signal assurant des fonctions complexes fondés sur des cristaux phononiques.

Deuxième partie

Bandes interdites élastiques pour les ondes de surface dans un cristal phononique piézoélectrique

Introduction

L'état de l'art présenté au chapitre 1 et illustré expérimentalement par les démonstrations de principe du chapitre 2 nous a permis d'apprécier les possibilités offertes par les cristaux phononiques. Il ressort néanmoins de l'étude bibliographique précédemment dressée que les structures phononiques réalisées jusqu'à présent restent, du moins pour la plupart d'entre elles, dédiées à l'étude de bandes interdites dans des réseaux de dimensions millimétriques au moins, ne permettant donc que la mise en évidence du phénomène dans les gammes de fréquences audibles ou ultrasonores. De récents travaux ont toutefois mis en évidence la possibilité de réaliser des cristaux phononiques dans des gammes hypersoniques, c'est-à-dire avec des paramètres de maille de l'ordre du micron [87]. Si de tels résultats ouvrent d'encourageantes perspectives en termes d'applications haute fréquence, ils restent majoritairement limités au cas des ondes de volume. Or l'excitation de ces dernières dans des réseaux bidimensionnels nécessite l'apport de sources acoustiques extérieures, ce qui nuit à l'intégration de ces cristaux phononiques dans des dispositifs élastiques plus fonctionnels.

Le cas des ondes de surface (ou SAW : *Surface Acoustic Waves*) s'est ainsi naturellement trouvé au centre d'un intérêt croissant. D'un point de vue fondamental, le confinement intrinsèque de ce type d'ondes à la surface du substrat de propagation permet un confinement quasi-tridimensionnel des ondes élastiques dans un cristal initialement dimensionné et conçu comme un simple cristal bidimensionnel. Ainsi, un cristal phononique 2D pour les ondes de surface devrait, dans une certaine mesure, présenter des propriétés similaires à celles observables dans un cristal 3D pour les ondes de volume. D'autre part, la possibilité de générer ces ondes directement à la surface d'un matériau piézoélectrique par intégration de simples transducteurs à peignes interdigités permet la mise en place d'expériences simples et illustratives où émetteur et récepteur sont directement intégrés au cristal phononique lui-même. D'un point de vue plus applicatif, les composants à ondes de surface sont très employés dans le domaine des télécommunications sans fil, notamment sous forme de filtres radio-fréquence. Les cristaux phononiques peuvent ainsi être perçus comme un moyen d'étendre encore la gamme d'applications potentielles des dispositifs SAW classiques.

Deux voies technologiques principales (mais non exclusives) peuvent être suivies pour la réalisation de ces cristaux phononiques de surface : la première consisterait à venir déposer une couche piézoélectrique sur un substrat aisément usinable (typiquement en silicium) préalablement structuré, ce qui s'opérerait néanmoins au détriment de la réponse acoustique du dispositif en termes

de couplage électro-acoustique. La seconde serait d'inscrire la structure phononique directement dans un substrat piézoélectrique massif. Se pose alors le problème de la gravure de structures à haut rapport de forme dans des matériaux *a priori* plus exotiques que le silicium. Au cours de ce travail de thèse, l'accent a dans un premier temps été mis sur la seconde alternative, et nous avons adopté le niobate de lithium comme matériau de travail. Ce dernier présente à la fois de riches propriétés acoustiques (couplage électro-mécanique élevé,...) et optiques (électro-optique ou encore non-linéaire). Il est de plus possible d'inscrire des guides d'ondes optiques dans ce substrat, qui est de ce fait très largement répandu dans les dispositifs optiques intégrés. Le niobate de lithium se présente donc comme un candidat idéal pour la mise en place d'interactions acousto-optiques.

Nous avons ainsi, dans le cadre de cette thèse, étudié aussi bien théoriquement qu'expérimentalement la notion de cristal phononique de surface. Dans un premier temps, nous évoquons dans ce chapitre les outils de simulation développés au sein du laboratoire pour la conception de ces structures phononiques. Nous détaillons ensuite les procédés technologiques mis en œuvre pour la réalisation de ces cristaux. Une attention particulière est à cette occasion portée aux méthodes d'usinage collectif du niobate de lithium. Enfin, nous présentons les techniques de caractérisations employées, ainsi que les résultats expérimentaux obtenus sur les différents types de structures réalisées.

Chapitre 3

Conception d'un cristal phononique bidimensionnel pour les ondes de surface

Différentes méthodes de simulation de la propagation des ondes élastiques dans des cristaux phononiques ont été développées au sein du département de Physique et Métrologie des Oscillateurs du laboratoire FEMTO-ST, préliminairement à ces travaux de thèse. En plus des méthodes de différences finies mentionnées au chapitre 2, d'autres outils théoriques ont été mis en place dans le but de calculer les relations de dispersion des modes susceptibles de se propager dans la structure considérée. En particulier, un modèle de développement en ondes planes (ou PWE), ainsi qu'un modèle de type éléments finis, permettent d'obtenir les diagrammes de bandes de structures composites anisotropes quelconques. Ils offrent ainsi la possibilité de déterminer, le cas échéant, la position et la largeur des bandes interdites du cristal phononique. Nous ne revenons dans cette section que très succinctement sur les principes fondamentaux sous-jacents à ces modèles théoriques. Nous nous attachons en fait surtout à une étude synthétique de certains paramètres géométriques clef, avant de nous attarder plus longuement sur la géométrie finalement retenue dans le cadre de notre étude expérimentale.

3.1 Méthode de décomposition en ondes planes

Nous avons mentionné dans le chapitre précédent que la méthode des différences finies avait été introduite à la fois pour pallier les limitations liées à la méthode de décomposition en ondes planes, sur lesquelles nous reviendrons par la suite, mais également pour obtenir des informations supplémentaires, en termes de spectre de transmission notamment, sur la propagation d'ondes dans les cristaux phononiques. Elle n'introduit en revanche guère d'amélioration au niveau de la précision de calcul, la discrétisation du pas introduisant un nouveau facteur limitant. Par ailleurs, la formulation même du modèle rend difficile toute application de conditions aux limites à la surface, indispensables ici. Nous sommes ainsi revenus sur la méthode PWE qui, par sa

formulation plus versatile, permet l'intégration de nouvelles conditions relatives à la propagation comme au substrat. Une méthode de décomposition en ondes planes étendue a ainsi été développée, permettant la modélisation de cristaux phononiques pour les ondes de surface dans un matériau piézoélectrique.

3.1.1 Principes fondamentaux

La méthode PWE s'est imposée comme l'un des outils de modélisation privilégié des cristaux photoniques [8] et figure par ailleurs parmi les premiers formalismes à avoir été employés afin de mettre théoriquement en évidence l'existence de bandes interdites pour les ondes élastiques [104, 35]. Elle permet de représenter de façon assez directe, du point de vue du formalisme mathématique comme de la mise en œuvre numérique, la propagation de champs (électromagnétiques ou de déplacement, en l'occurrence) dans un milieu périodique. Elle est d'ailleurs bien connue en acoustique où elle est employée pour simuler des structures périodiques de type transducteurs composites qui trouvent leurs applications dans le domaine de l'imagerie médicale par exemple [105, 106].

Le principe de base de la méthode de décomposition en ondes planes consiste à décomposer en séries de Fourier les champs propagatifs dans le domaine fréquentiel, c'est-à-dire dans le référentiel défini par le réseau réciproque du cristal (voir annexe A). Kushwaha *et al.* [35] ont en particulier appliqué cette méthode au cas d'un réseau bidimensionnel, en limitant toutefois dans un premier temps leur analyse à des milieux isotropes et à des champs de déplacement purement transverses. Dans cette configuration, les polarisations dans le plan et hors plan du champ de déplacement peuvent être découplées. L'équation caractéristique du milieu, exprimée en fonction du champ de déplacement \mathbf{u} , n'est alors autre que l'équation du mouvement d'une particule de densité ρ , elle-même fonction du milieu et donc périodique :

$$\rho(\mathbf{r}) \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = \nabla_t \cdot (\rho c_t^2(\mathbf{r}) \cdot \nabla_t \mathbf{u}) \quad (3.1)$$

où ∇_t désigne l'opérateur gradient transverse, c_t est la vitesse transverse de l'onde acoustique dans le milieu qui adopte ici également la forme d'une fonction périodique. Les fonctions $\rho(\mathbf{r})$ et $\rho c_t^2(\mathbf{r})$ peuvent alors être décomposées sur la base des vecteurs d'onde du réseau réciproque de la maille considérée :

$$\begin{aligned} \rho(\mathbf{r}) &= \sum_{\mathbf{G}} \rho(\mathbf{G}) e^{j\mathbf{G}\mathbf{r}} \\ \rho c_t^2(\mathbf{r}) &= \sum_{\mathbf{G}} \rho c_t^2(\mathbf{G}) e^{j\mathbf{G}\mathbf{r}} \end{aligned} \quad (3.2)$$

où les coefficients de Fourier $\rho(\mathbf{G})$ et $\rho c_t^2(\mathbf{G})$ du développement précédent sont de la forme :

$$C(\mathbf{G}) = \frac{1}{A} \int_s C(\mathbf{r}) e^{-j\mathbf{G}\mathbf{r}} d^2\mathbf{r} \quad (3.3)$$

3.1 Méthode de décomposition en ondes planes

A désigne ici la surface de la cellule élémentaire du système. Il est ainsi possible d'exprimer la densité du milieu périodique en fonction d'une part d'une densité moyenne $\bar{\rho}$ et d'autre part d'un terme prenant en compte le contraste $\Delta\rho$ des densités de la matrice ρ_a et des inclusions ρ_b tels que :

$$\begin{aligned}\bar{\rho} &= \rho_a F + \rho_b (1 - F) \\ \Delta\rho &= (\rho_a - \rho_b)\end{aligned}\tag{3.4}$$

Ici, F est le facteur de remplissage de la structure, qui se définit comme le rapport des surfaces d'une inclusion et d'une cellule élémentaire du réseau périodique :

$$F = \frac{A_b}{A_a}$$

où A_a et A_b représentent respectivement les surfaces de la cellule élémentaire et de l'inclusion. Il est donc directement lié au rapport diamètre d sur période a de la structure, comme défini en annexe A.

$B(\mathbf{G})$ est par ailleurs un coefficient dépendant de la géométrie de la maille :

$$B(\mathbf{G}) = \frac{1}{A} \int_s e^{-j\mathbf{G}\mathbf{r}} d^2\mathbf{r}\tag{3.5}$$

Enfin, le théorème de Bloch-Floquet permet d'écrire le champ de déplacement sous la forme :

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)} \sum_{\mathbf{G}} u_{\mathbf{k}}(\mathbf{G}) e^{i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}}\tag{3.6}$$

En substituant ces dernières expressions dans l'équation du mouvement (3.1), on obtient un système d'équations linéaires admettant pour inconnues les coefficients de Fourier du champ de déplacement $u_{\mathbf{k}}(\mathbf{G})$ et les fréquences propres ω . Le diagramme de bandes s'obtient alors en faisant varier le vecteur d'onde \mathbf{k} afin de couvrir la première zone de Brillouin irréductible telle que définie en annexe A. Sigalas et Economou [104] ont généralisé le calcul aux milieux anisotropes, démontrant ainsi la possibilité d'ouvrir des bandes interdites pour les ondes élastiques dans des systèmes tridimensionnels. Tanaka et Tamura [57, 58] ont par la suite introduit la possibilité de simuler des structures cette fois-ci semi-infinies, mais à l'image de leurs prédécesseurs, leurs travaux sont initialement restés limités à des fluides ou à des solides purement élastiques.

La prise en compte de la piézoélectricité est finalement apparue sous l'impulsion de travaux menés dans le domaine de l'imagerie médicale, en particulier autour des transducteurs composites piézoélectriques. Ces piézocomposites consistent en un arrangement ordonné de cylindres de céramique piézoélectrique, généralement du titano-zirconiate de plomb ($\text{Pb}(\text{Zr}, \text{Ti})\text{O}_3$ ou PZT), entourés d'une matrice en polymère. Cette configuration périodique a naturellement poussé à user de la méthode de décomposition en ondes planes pour procéder à l'étude de la propagation d'ondes dans de telles structures [106]. Néanmoins, la prise en compte de la nature piézoélectrique

de ces composants n'a été rendue possible que plus tard, par l'intégration de la formulation de Fahmy-Adler aux équations de base du modèle PWE.

3.1.2 Prise en compte de la piézoélectricité : formulation de Fahmy-Adler

La formulation de Fahmy-Adler introduite au chapitre 1 nous a permis d'écrire l'équation de propagation des ondes planes dans un solide piézoélectrique en exprimant les tenseurs de contraintes et de déplacement généralisés en fonction des composantes des tenseurs élastiques, piézoélectriques et diélectriques du matériau. Cette section revient très brièvement sur les concepts de base de cette formulation avant de donner quelques pistes quant à son application au développement en ondes planes. Cette extension de la méthode PWE est issue des travaux de thèse de Mikaël Wilm [107] et a fait l'objet de diverses publications [108, 109, 110, 63].

On cherche dans ce cadre à résoudre le problème de propagation des ondes élastiques en considérant comme inconnues les composantes normales des champs électro-acoustiques. On introduit donc pour cela le vecteur d'état $\mathbf{h} = (\mathbf{u} \ \tau_2)^T$ où \mathbf{u} et τ_2 ont été définis à la section 1.3.1 comme étant respectivement le champ de déplacement généralisé et le tenseur de contraintes généralisé à un coefficient $j\omega$ près. Les composantes normales des champs étant continues au passage d'une interface, ce vecteur d'état est solution du problème aux valeurs propres suivant :

$$s_2 \mathbf{h} = \mathbf{M} \mathbf{h}$$

où s_2 est la composante normale de la lenteur s . La matrice \mathbf{M} est une matrice de dimension 8, composée de quatre sous-matrices de rang 4 :

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}$$

avec :

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{11} &= -\mathbf{A}_{22}^{-1} (s_1 \mathbf{A}_{21} + s_3 \mathbf{A}_{23}) \\ \mathbf{M}_{12} &= \mathbf{A}_{22}^{-1} \\ \mathbf{M}_{21} &= \tilde{\rho} + s_1^2 (\mathbf{A}_{12} \mathbf{A}_{22}^{-1} \mathbf{A}_{21} - \mathbf{A}_{11}) + s_3^2 (\mathbf{A}_{32} \mathbf{A}_{22}^{-1} \mathbf{A}_{23} - \mathbf{A}_{33}) \\ &\quad + s_1 s_3 (\mathbf{A}_{12} \mathbf{A}_{22}^{-1} \mathbf{A}_{23} + \mathbf{A}_{32} \mathbf{A}_{22}^{-1} \mathbf{A}_{21} - \mathbf{A}_{13} - \mathbf{A}_{31}) \\ \mathbf{M}_{22} &= -(s_1 \mathbf{A}_{12} + s_3 \mathbf{A}_{32}) \mathbf{A}_{22}^{-1} \end{aligned} \tag{3.7}$$

$\tilde{\rho}$ désigne la densité et les matrices \mathbf{A}_{ij} sont uniquement fonction des constantes du matériau considéré comme introduit au chapitre 1. La matrice \mathbf{M} ne dépend finalement que des lenteurs transverses s_1 et s_3 et des propriétés des matériaux.

Dans le cas précis d'une application de cette formulation de Fahmy-Adler à un réseau périodique de type cristal phononique, on procède au préalable à un développement en séries de Bloch-Floquet ou de Fourier des grandeurs physiques du problème : contraintes et déplacements

généralisés ainsi que constantes matériaux, à l'image de ce qui a été présenté en section 3.1.1. Par combinaison dans l'équation définissant le vecteur d'état \mathbf{h} , on obtient alors un système d'équations qui reste valable quels que soient la dimension de la périodicité, la forme de l'inclusion et de la cellule élémentaire et le vecteur d'onde \mathbf{k} . Ce dernier point est capital, puisqu'il permet de prendre en compte la propagation d'une onde avec une incidence quelconque dans la structure. Il est alors possible de calculer les diagrammes de bandes pour les modes hors-plan dans des cristaux phononiques bidimensionnels [109]. On pourra alors parler avec une certaine rigueur de bandes interdites complètes pour les ondes de volume.

3.1.3 Cas d'inclusions vides dans une matrice solide

La méthode de calcul décrite dans les paragraphes précédents n'est applicable en l'état qu'à des systèmes de type inclusions solides dans une matrice solide. La prise en compte d'inclusions "vides" nécessite une adaptation de la notion de constantes matériau. On cherche en quelque sorte à définir un solide fictif présentant une série de propriétés reproduisant les conditions de propagation d'une onde élastique dans le vide parfait [63].

Une première étape consiste à annuler les constantes piézoélectriques dans la matrice représentative des constantes matériau de l'inclusion. On impose ensuite la valeur de la permittivité électrique du vide aux composantes diagonales du tenseur des constantes diélectriques, i.e. $\epsilon_{ii} = \epsilon_0$. Par ailleurs, l'absence de contraintes dans le vide impose l'adoption d'un tenseur élastique fictif c_{ijkl} nul pour satisfaire à l'équation constitutive (3.1) quel que soit le champ de déplacement. De ce fait, la densité ρ du matériau doit elle-même être ramenée à zéro pour satisfaire à la relation fondamentale de la dynamique :

$$\rho \frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2} = \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_i}$$

Cette solution doit néanmoins rester compatible avec les conditions aux limites imposées intrinsèquement par une surface libre, conditions qui découlent elles-mêmes de la relation de continuité des composantes des champs de déplacement et des composantes transverses des contraintes. Or une condition de surface libre impose une annulation des contraintes, ce qui est compatible avec les hypothèses de tenseur élastique et de densité nuls précédemment introduites.

3.1.4 Prise en compte des conditions de surface

La dernière étape de l'adaptation de cette méthode de décomposition en ondes planes à la simulation des cristaux phononiques étudiés a été de prendre en compte les conditions aux limites à la surface du substrat supportant la propagation.

Les modèles précédemment présentés considèrent pour la plupart un réseau phononique infini, ne rendant ainsi nullement compte des conditions aux limites observées à la surface d'une structure réelle. La propagation d'ondes à la surface d'une structure bidimensionnelle semi-infinie a en revanche été théoriquement étudiée puis observée par Torres *et al.* [67] lors d'une expérience mettant en jeu des inclusions cylindriques de mercure de dimension millimétrique dans une matrice

d'aluminium. Toujours d'un point de vue théorique, les travaux de Tanaka et Tamura [57, 58] puis de Wu *et al.* [111] ont montré la possibilité de calculer les courbes de dispersion pour les modes de surface, aussi bien pour les modes de type Rayleigh que pour les ondes de surface à pertes (pseudo-ondes de surface, sur lesquelles nous reviendrons dans la suite de ce document), pour des systèmes élastiques anisotropes de composition solide-solide. La prise en compte simultanée des conditions de surface, de la piézoélectricité et du cas de compositions solide-vide a été assurée par Vincent Laude [63], sur la base du code de calcul développé par Mikaël Wilm.

De façon très sommaire, la prise en compte des conditions de surface consiste à considérer le cristal phononique comme semi-infini et ainsi à imposer des contraintes normales à la surface T_2 nulles (conditions de surface libre), soit :

$$\sum_{q=1}^N A_q (T_{2j})_q = 0, \quad (3.8)$$

où N désigne le nombre d'ondes partielles physiquement susceptibles de se propager dans le milieu semi-infini [63] et A_q l'amplitude associée à la composante $(T_{2j})_q$.

D'un point de vue purement électrique, les conditions de surface libre imposent la continuité de la composante normale à la surface du champ de déplacement électrique :

$$\sum_{q=1}^N A_q [D_{2q} - \epsilon_0 |\kappa_m| \phi_q] = 0, \quad (3.9)$$

où $|\kappa_m| = \sqrt{(k_1 + G_1)^2 + (k_2 + G_2)^2}$.

La condition de court-circuit implique une annulation du potentiel électrique à la surface et se ramène alors à :

$$\sum_{q=1}^N A_q \phi_q = 0, \quad (3.10)$$

Dans ce dernier cas, les conditions à la limite en surface doivent satisfaire aux deux équations (3.8) et (3.10), ce qui conduit à un système à N équations admettant pour déterminant :

$$\Delta_{cc} = \begin{vmatrix} (T_{2j})_q \\ \phi_q \end{vmatrix} \quad (3.11)$$

Les ondes de surface susceptibles de se propager sur une surface libre dans un milieu semi-infini sont donc celles dont le vecteur d'onde réciproque \mathbf{G} satisfait à l'équation $\Delta_{cc} = 0$. De manière similaire, les ondes de surface se propageant en surface libre vérifient l'équation $\Delta_l = 0$ avec :

$$\Delta_l = \begin{vmatrix} (T_{2j})_q \\ D_{2q} - \epsilon_0 |\kappa_m| \phi_q \end{vmatrix}, \quad (3.12)$$

Le cas où les deux déterminants Δ_{cc} et Δ_l sont simultanément nuls se traduit par l'existence d'un mode de surface insensible aux conditions aux limites électriques et donc non piézoélectrique.

quement couplé. Dans le cas où il existerait en revanche un décalage en fréquence entre les zéros respectifs des deux déterminants, il est possible d'estimer la valeur du coefficient de couplage de l'onde de surface correspondante par la formule usuellement employée, à savoir :

$$K^2 = 2(\omega_l - \omega_{cc})/(\omega_l + \omega_{cc}) \quad (3.13)$$

La résolution des systèmes d'équations (3.12) et (3.11) nous permet donc de déterminer les couples vecteurs d'ondes - fréquences des modes se propageant dans le substrat considéré, et ainsi de tracer les courbes de dispersion des modes de surface dans une structure bidimensionnelle piézoélectrique. L'un des résultats phares de cette étude théorique est la coïncidence obtenue entre position et largeur de la bande interdite pour les ondes de volume et pour les ondes de surface, au moins pour le cas d'une matrice carrée d'inclusions d'air ou de vide dans le niobate de lithium [63]. La figure 3.1 nous permet d'établir une comparaison directe entre les courbes de dispersion des deux types d'ondes dans ce cas précis pour lequel le rapport entre diamètre de l'inclusion et constante de maille est de 0,9. Ces résultats revêtent une importance certaine d'un point de vue physique comme d'un point de vue pratique. Ils montrent en effet, du moins dans le cas considéré, que l'existence de modes propagatifs de surface est conditionnée par celle de modes de volume dans la structure. Si l'on se place d'un point de vue plus pratique, le calcul numérique des diagrammes de bandes pour les ondes de surface est souvent bien plus coûteux en termes de temps de calcul que pour les ondes de volume. En limitant les simulations de structures à ondes de surface à des simulations pour les ondes de volume, on peut procéder à des dimensionnements rapides des structures phononiques.

Le modèle de décomposition en ondes planes présenté ci-dessus nous a permis d'établir les positions et largeurs des bandes interdites dans un cristal phononique pour les ondes de volume comme pour les ondes de surface et autorise la prise en compte du cas d'inclusions d'air dans une matrice solide. Cependant, la méthode PWE reste une méthode intrinsèquement approchée : les séries de Fourier formant la base de décomposition peuvent certes s'écrire formellement sous la forme d'une somme infinie de termes, mais elles doivent nécessairement être tronquées lors d'une évaluation numérique de la fonction, introduisant inévitablement des erreurs d'autant plus importantes que le nombre d'harmoniques calculés est réduit. De plus, dans le cas de conditions géométriques quelque peu extrêmes, notamment dans celui de facteurs de remplissage très élevés, les calculs de diagrammes de bandes tendent à perdre en fiabilité. Des méthodes plus rigoureuses s'imposent alors.

3.2 Méthode des éléments finis

Les analyses par éléments finis permettent de s'affranchir des limitations énoncées. Elles présentent de plus le considérable avantage de prendre en compte de façon très précise les abrupts contrastes des conditions de propagation intervenant dans des cristaux phononiques air/solide. Des travaux ont donc été menés au sein de l'équipe Acoustique et Microsonique, principalement

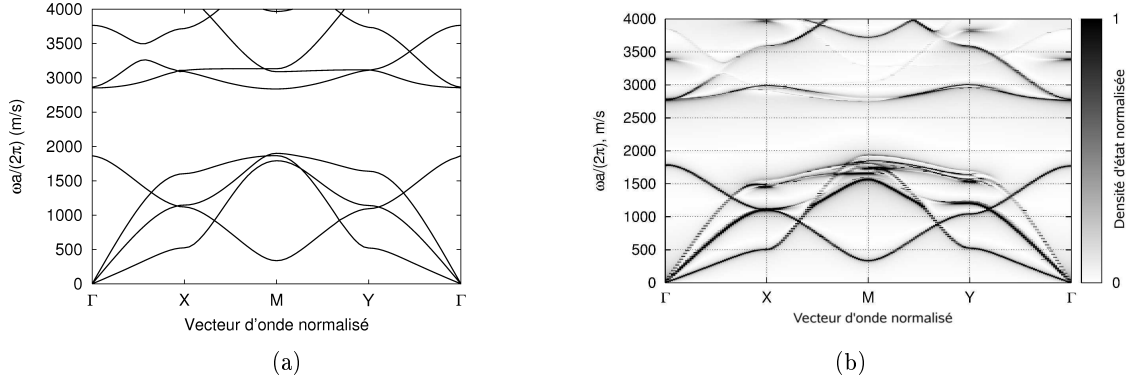


FIG. 3.1 – Diagrammes de bandes pour (a) les ondes de volume et (b) les ondes de surface se propageant suivant les directions principales Γ -X-M-Y- Γ de la première zone de Brillouin d'un cristal phononique consistant en un système d'inclusions d'air dans une matrice de niobate de lithium avec un facteur de remplissage de l'ordre de 64%.

par Abdelkrim Khelif, dans le but de définir un outil adapté aux cristaux phononiques. Ils ont abouti à l'implémentation d'un code éléments finis pour les ondes de volume.

Dans le cadre de ce modèle, le cristal phononique est considéré comme un arrangement périodique infini dans les directions X et Y. Le domaine est ensuite fragmenté en cellules élémentaires indexées par la paire d'entiers (m, p) , chacune étant composée d'un trou unique entouré du matériau constitutif de la matrice. Cette cellule élémentaire est ensuite divisée en éléments connectés par des nœuds. On excite alors la structure complète par une onde plane, caractérisée par un vecteur d'onde réel \mathbf{k} . Si l'on applique maintenant les conditions de Bloch-Floquet aux frontières de chaque cellule, les champs dans la structure doivent obéir aux conditions de périodicité du réseau. Le déplacement mécanique au niveau du nœud i s'écrit alors :

$$u_i(x + ma_1, y + pa_2, z) = u_i(x, y, z) \exp[-j(k_x ma_1 + k_y pa_2)]$$

où k_x et k_y sont les composantes du vecteur d'onde de Bloch suivant les directions X et Y et a_1 et a_2 désignent respectivement le pas de la structure suivant ces mêmes directions.

Ces conditions de périodicité permettent ainsi de réduire l'objet du modèle à une cellule élémentaire unique qui est alors maillée en prenant comme grandeurs physiques du problème le champ de déplacement mécanique \mathbf{u} et le potentiel électrique ϕ . Si l'on se restreint à une variation harmonique des champs en $\exp(j\omega t)$, où ω désigne la fréquence angulaire, l'équation générale de piézoélectricité en l'absence de force extérieure s'écrit :

$$\begin{bmatrix} K_{uu} - \omega^2 M_{uu} & K_{u\phi} \\ K_{\phi u} & K_{\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

Ici, K_{uu} et M_{uu} désignent respectivement les matrices de constantes de rigidité et de masses, $K_{\phi u}$ et $K_{u\phi}$ sont les matrices de couplage piézoélectrique et $K_{\phi\phi}$ est la partie purement diélectrique du problème. La périodicité de la variation de la fréquence angulaire en fonction du vecteur d'onde

permet encore une réduction du champ de considération du problème à la zone de Brillouin irréductible. Le diagramme de bandes de la structure considérée est alors obtenu par résolution de ce problème piézoélectrique pour différentes valeurs du vecteur d'onde \mathbf{k} dans la première zone de Brillouin.

Ce modèle nous a permis de lever les difficultés liées aux structures présentant des facteurs de remplissage élevés, ainsi que les erreurs et les incertitudes qui restent fonctions du nombre de termes évalués lors du calcul numérique de la décomposition en séries de Fourier. Dans la suite de ce document, notamment pour les simulations des cristaux phononiques en niobate de lithium à maille carrée, cette méthode de simulation par éléments finis est préférentiellement employée. Cette démarche a été adoptée du fait de la correspondance des positions et largeurs de bandes interdites pour les ondes de volume et les ondes de surface, au moins dans le cas d'un réseau carré de trous dans une matrice de niobate de lithium.

3.3 Considérations géométriques

On cherche maintenant à définir une géométrie de maille permettant l'ouverture d'une bande interdite large dans un cristal phononique consistant en un réseau de trous percés dans un substrat massif de niobate de lithium. Dans le cadre de ces travaux de thèse, nous nous sommes essentiellement focalisés sur l'étude d'une géométrie de maille carrée. Nous fournissons néanmoins quelques résultats ayant trait à un réseau triangulaire. Nous nous sommes ensuite penchés sur l'influence du facteur de remplissage de la structure, défini comme le rapport surfacique entre l'inclusion et la matrice dans la première zone de Brillouin.

3.3.1 Préambule : quelques notions générales sur la propagation d'ondes dans le niobate de lithium

Le niobate de lithium est un matériau fortement anisotrope sur le plan de la propagation d'ondes élastiques, présentant de ce fait des variations de vitesses de propagation conséquentes suivant les axes considérés. Il bénéficie néanmoins des propriétés de symétrie des matériaux de la classe cristallographique trigonale $3m$ à laquelle il appartient. Nous nous intéressons ici essentiellement à la propagation d'ondes dans un substrat de niobate de lithium en coupe Y, type de substrat qui est principalement exploité dans la suite de ce document. Dans ce cas précis, l'axe cristallographique Y du matériau est orienté normalement à la surface, qui est donc définie par le plan XZ.

Le niobate de lithium en coupe Y supporte la propagation (usuelle...) d'ondes de volume longitudinales et transverses, mais également de deux types de modes de surface, comme le montre la figure 3.2 :

- une onde de surface pure, correspondant à un mode de Rayleigh, sans perte, et dont la vitesse est inférieure à celles des modes de volume du substrat (3690 m.s^{-1} contre 4030 m.s^{-1} en propagation suivant X,

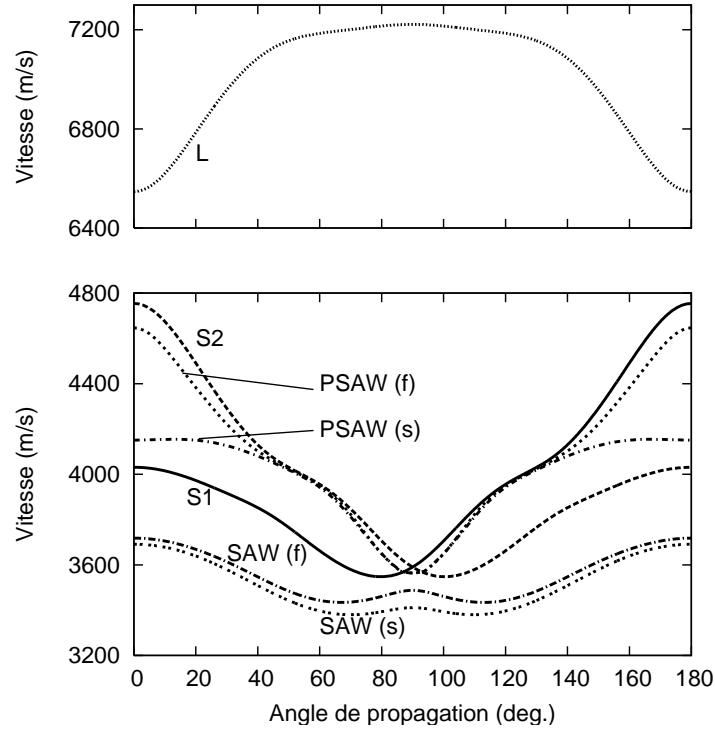


FIG. 3.2 – Vitesses des modes de volume et de surface dans le plan (XZ) pour un substrat de niobate de lithium en coupe Y. Les courbes de dispersion notées L, S_1 et S_2 correspondent aux modes de volume longitudinaux et transverses (*shear*) respectivement. Les vitesses de l'onde de Rayleigh (SAW) et de la pseudo-onde de surface (PSAW) sont également représentées pour des conditions de surface libre comme de court-circuit.

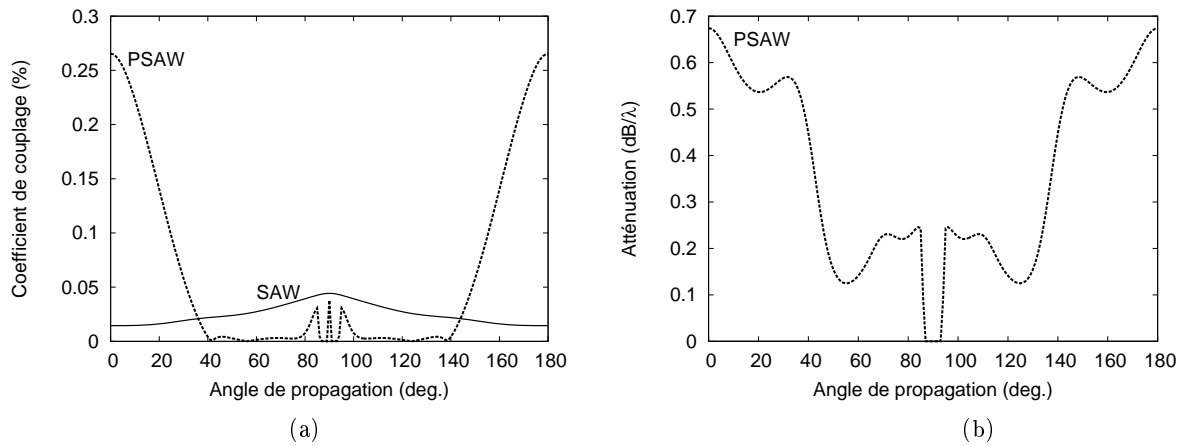


FIG. 3.3 – (a) Coefficients de couplage et (b) atténuation de l'onde de surface (SAW) et la pseudo-onde de surface (PSAW) dans le plan (XZ) pour un substrat de niobate de lithium en coupe Y. Le coefficient d'atténuation de l'onde de Rayleigh est bien évidemment nul, et ce quel que soit la direction de propagation.

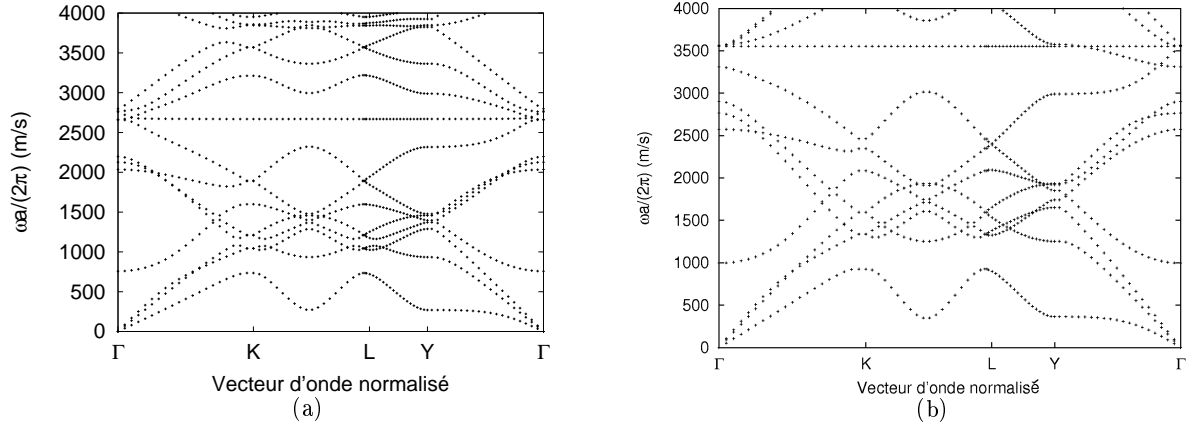


FIG. 3.4 – Diagrammes de bandes pour un cristal phononique à maille triangulaire consistant en un réseau de trous d'air dans une matrice (a) en niobate de lithium et (b) en silicium avec un rapport diamètre sur période de l'ordre de 90%.

- une onde de surface à pertes, dite pseudo-onde de surface (PSAW : *Pseudo-Surface Acoustic Wave*), plus lente que le mode longitudinal et le premier mode transverse de volume ($v=4150 \text{ m.s}^{-1}$).

Cette dernière onde présente un coefficient de couplage bien plus élevé que celui de l'onde de Rayleigh, comme l'illustre la figure 3.3 mais n'existe que dans une gamme angulaire limitée autour de l'axe X. Comme nous le verrons à l'étape de caractérisation de nos cristaux phononiques, cette PSAW affecte principalement les réponses électriques des dispositifs assurant une propagation d'onde selon (YX).

3.3.2 Symétrie de la maille

La transposition à l'acoustique de la plupart des phénomènes optiques observés dans ces structures périodiques peut dans un premier temps pousser à l'emploi de la géométrie de réseau la plus populaire en optique, le réseau triangulaire. En effet, cette symétrie permet l'obtention de larges bandes interdites photoniques pour les deux polarisations possibles des ondes optiques (TE – Transverse Electric ou TM – Transverse Magnétique) dans les structures 2D [8].

Nous avons ainsi en premier lieu étudié le cas d'un cristal phononique consistant en une maille triangulaire vide/niobate de lithium. Nous avons maintenu un facteur de remplissage de la structure identique à celui du réseau carré mentionné précédemment, c'est-à-dire égal à 64% environ. Le rapport diamètre sur longueur caractéristique est alors de $d/a = 0,84$. Le diagramme de bandes correspondant et obtenu par développement en ondes planes est représenté sur la figure 3.4a. Les courbes de dispersion sont tracées suivant les directions principales de la zone irréductible de Brillouin pour un réseau anisotrope A, c'est-à-dire suivant Γ -K-L-Y- Γ .

Il est intéressant de constater que ce réseau ne satisfait pas aux conditions nécessaires à l'ouverture d'une bande interdite complète. Si l'on pourrait au prime abord incriminer l'anisotropie du niobate de lithium, les résultats de simulation présentés sur la figure 3.4b montrent qu'il en est

en fait de même pour un matériau cubique comme le silicium.

Cette impossibilité d'ouvrir des bandes interdites phononiques complètes dans des structures triangulaires solide/vide témoigne des limites de l'analogie habituellement faite entre cristaux phononiques et cristaux photoniques. Plusieurs différences, de caractère fondamental, intrinsèques à la nature même de la propagation de ces deux types d'ondes, méritent ici d'être soulignées. Des interfaces de type diélectrique/vide en optique n'induisent en effet qu'une perturbation des conditions de propagation de l'onde, via le changement d'indice entre matrice et inclusions. En revanche, on observe une réflexion totale de l'onde acoustique à une telle interface. Par ailleurs, s'il est commun en optique de ne considérer qu'une polarisation de l'onde lumineuse (soit TE soit TM) lors de la conception et de la caractérisation d'un cristal photonique, le fort couplage des modes élastiques transverses et longitudinaux se propageant dans la structure rend cette simplification non applicable dans la plupart des cas. Enfin, le seul contraste de constantes élastiques entre matrice et inclusions ne suffit pas à rendre compte des phénomènes de bandes interdites phononiques : la vitesse de propagation des ondes dans les deux matériaux ainsi que leur densité entrent également en ligne de compte, là où l'onde optique n'est finalement sensible qu'au contraste de propriétés diélectriques.

La géométrie de maille carrée a par contre fait l'objet d'un nombre considérable de travaux et s'est révélée une base solide de travail pour l'obtention de bandes interdites complètes pour les ondes élastiques, comme nous avons eu l'occasion de le constater au chapitre 1. Les travaux menés au sein de l'équipe et présentés précédemment ont montré la possibilité d'obtenir une bande interdite de largeur relative de l'ordre de 30% dans un réseau carré niobate de lithium/vide présentant un rapport d/a de l'ordre de 0,9 (soit $F = 64\%$). C'est donc à partir de cette symétrie de maille que nous allons concevoir notre cristal phononique. Il convient maintenant d'évaluer l'influence du facteur de remplissage sur les propriétés de la bande interdite.

3.3.3 Facteur de remplissage

Nous nous attachons ici au cas d'inclusions cylindriques dans un réseau carré pour lequel le facteur de remplissage F est tel que :

$$F = \frac{\pi d^2}{4a^2}$$

La figure 3.5 illustre l'évolution de la largeur (ainsi que de la position) de la bande interdite théoriquement prévue dans un cristal phononique consistant en un réseau carré de trous cylindriques dans du niobate de lithium. La largeur de bande décroît rapidement avec le facteur de remplissage, et s'annule finalement pour des valeurs de F en deçà de 50%, ce qui correspond à un rapport diamètre sur période d'environ 0,8. Si la forte anisotropie du niobate de lithium peut paraître comme un facteur défavorable à l'ouverture de bandes interdites, elle ne semble pas être l'unique cause de la faible marge de manœuvre induite par cette condition sur le facteur de remplissage. En effet, des résultats similaires ont également pu être observés en simulant les structures de bandes de cristaux phononiques air/silicium. A la lumière de ces résultats théoriques, nous avons jeté notre dévolu sur des réseaux de rapport d/a une fois encore de l'ordre de

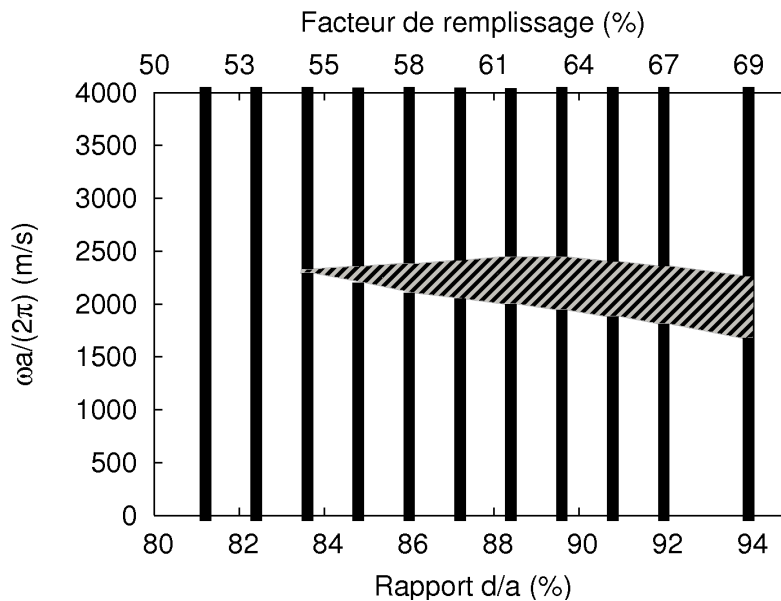


FIG. 3.5 – Position et largeur de la bande interdite en fonction du rapport diamètre sur période pour un cristal phononique en niobate de lithium à maille carrée.

0,9 pour mener la partie expérimentale de ces travaux. Nous verrons que d'autres dispositifs avec des facteurs de remplissage plus faibles ont toutefois été fabriqués dans un but de confrontation des résultats.

D'un point de vue relevant purement de la fabrication, ce comportement de la variation de la largeur relative de la bande interdite va imposer des conditions très spécifiques en termes de contrôle des dimensions du réseau, la résolution d'un système de lithographie optique rendant très difficile la réalisation de réseaux phononiques de période inférieure à 6 μm .

3.4 Conclusion

Ce chapitre a donc été consacré à une brève introduction des différents outils de simulation dédiés à la conception de structures à bandes interdites élastiques pour les ondes de surface. Ces modèles fondés sur la méthode de décomposition en ondes planes ou sur celle des éléments finis et développés préalablement à ces travaux de thèse nous ont permis d'évaluer l'influence de la géométrie de la maille et du facteur de remplissage de la structure sur les positions et largeur des bandes interdites. Il a en particulier été montré que dans le cas au moins d'un cristal phononique constitué d'un arrangement suivant une maille carrée de trous d'air dans une matrice de niobate de lithium, les bandes interdites pour les ondes de surface coïncident avec celles obtenues pour les ondes de volume. À la lumière de ces analyses, nous avons choisi de procéder à la fabrication d'un cristal phononique présentant un rapport diamètre de l'inclusion sur période du réseau de l'ordre de 0,90 (soit un facteur de remplissage autour de 64%). Dans ces conditions, une bande interdite de largeur relative de l'ordre de 34% est attendue, avec une fréquence normalisée $\omega a/2\pi$ centrée autour de 2000. Si la valeur réelle de la période du cristal importe peu du point de vue

théorique, elle est en revanche conditionnée par des impératifs relevant du procédé de fabrication, comme nous le verrons dans le chapitre à venir.

Chapitre 4

Fabrication d'un cristal phononique piézoélectrique en niobate de lithium

L'avènement des cristaux photoniques n'a fait qu'accentuer un besoin préexistant en termes de micro-usinage du niobate de lithium. En effet, l'importance acquise par ce matériau dans le domaine de l'optique intégrée a vite conduit à s'interroger sur les possibilités de le structurer afin d'améliorer encore l'efficacité des dispositifs existants. De nombreux efforts ont par exemple été dédiés au cas des guides d'ondes "en crête" (en anglais *ridge waveguides*). Une telle configuration permet surtout de placer de façon optimale les électrodes d'un modulateur électro-optique de type Mach-Zendher [112] ou encore d'améliorer l'efficacité d'un convertisseur de polarisation [113]. Des travaux visant à déterminer un procédé d'usinage approprié ont de ce fait été initiés dès le début des années 70. Pourtant, et ce malgré la multiplicité des méthodes employées, aucune voie n'a vraiment su s'imposer. Il perdure donc encore un champ d'investigation relativement vaste, dont témoigne par exemple le nombre de travaux encore consacrés à la réalisation de structures ne présentant pourtant pas une géométrie particulièrement complexe, ni même des dimensions très réduites.

Cette section, qui ne se prétend nullement exhaustive, revient donc sur différentes techniques d'usinage employées afin de graver le niobate de lithium, principalement en coupe Y. Des méthodes de structuration nécessitant une altération *a priori* du matériau comme celles visant à attaquer le LiNbO_3 dans sa forme massive sont présentées. L'idée ici est de dégager quelques procédés particulièrement adaptés à l'application cristaux phononiques visée, avant de nous intéresser à celui qui a été développé et mis en œuvre dans le cadre de ces travaux de thèse.

4.1 Usinage collectif du niobate de lithium : état de l'art

Le niobate de lithium, comme la plupart des autres matériaux piézoélectriques, a acquis au cours du temps la réputation d'être particulièrement difficile à usiner. La multitude de méthodes développées à cette fin en témoigne : gravures sèches comme humides, procédés standard de salle blanche comme techniques alternatives plus lourdes. Si aucune méthode privilégiée n'a

vraiment su se dégager de la littérature, nous verrons qu'additionnellement à une attaque directe du substrat, les propriétés physiques de ce matériau, en particulier sa ferroélectricité, peuvent également être employées à bon escient à des fins de structuration.

4.1.1 Gravure directe du niobate de lithium

Gravure sèche non réactive

La relative inertie du niobate de lithium dans son état initial dans des solutions de gravure humide – nous verrons en effet qu'une altération préalable des propriétés physico-chimiques du matériau s'impose – a très rapidement poussé au développement de techniques coûteuses et technologiquement exigeantes. De façon assez surprenante, la gravure ionique compte parmi les premières méthodes employées à cette fin. Les travaux de Kaminow *et al.* [112] ou encore de Minakata [114] ont mené à la réalisation de guides de type *ridge* pour des applications modulateurs dès 1974 et 1979 respectivement. Au-delà de la seule structuration, la gravure ionique a permis de combiner système de lithographie optique et attaque du matériau, dans le but de définir des motifs avec une relativement grande précision. D'autres moyens d'usinage que l'on peut qualifier de mécaniques, dans le sens où ils ne font pas appel à des procédés impliquant une réactivité chimique du niobate de lithium, ont également été exploités, comme l'usinage ultrasonore [115]. Ces techniques ont néanmoins rapidement atteint leurs limites : l'usinage ultrasonore permet seulement de définir des structures grossières, avec une flexibilité réduite en termes de géométries réalisables et le manque de sélectivité de la gravure ionique a rapidement conduit à chercher des alternatives. La gravure ionique réactive est alors apparue comme une solution pouvant laisser espérer une amélioration de cette sélectivité, et ce par la possibilité qu'elle offre de mettre en jeu des espèces chimiques susceptibles d'affecter plus nettement le niobate de lithium que le matériau constituant le masque.

Gravure ionique réactive

La gravure ionique réactive permet de combiner à la fois les avantages d'une attaque chimique, à savoir exploiter la réactivité des matériaux mis en jeu pour améliorer la vitesse de gravure ou assurer une meilleure sélectivité du masque, et ceux d'une attaque ionique du substrat cible. Elle consiste à exposer le substrat à un plasma provenant de l'ionisation d'espèces gazeuses judicieusement choisies. Le substrat est placé sur un support isolant (de silice, par exemple). Une puissance radio-fréquence est alors appliquée au porte-substrat générant ainsi un champ électrique à l'origine du plasma. La forte mobilité des électrons, comparativement à celle des ions en présence, va favoriser le déplacement des premiers dans la chambre, ainsi que leur collision et leur absorption par les parois de l'enceinte. Le porte-substrat développe ainsi une tendance à se charger négativement, attirant les ions chargés positivement du plasma. A l'action chimique se superpose donc une attaque mécanique dont la puissance dépend de l'énergie cinétique des ions incidents, et ainsi par là même de la tension d'accélération et du libre parcours moyen des ions. Ce dernier paramètre, s'il est élevé, assure le caractère anisotrope de la gravure.

Jackel *et al.* [116] ont très tôt obtenu des résultats satisfaisants en termes de vitesse de gravure. Trois espèces réactives, à savoir le tétrafluorométhane CF_4 , le trifluorométhane CHF_3 et le dichlorodifluorométhane CCl_2F_2 , ont été étudiées sous différentes conditions de pression ou de débit de gaz. L'influence de l'argon et de l'oxygène sur la vitesse et la qualité de gravure a également été évaluée. Les motifs gravés sont de dimension variant de 1 à 10 μm , la surface à préserver étant protégée par un masque de chrome ou de nickel. La gravure par dichlorodifluorométhane s'est révélée la plus concluante. Des vitesses de gravure de l'ordre de $55 \text{ nm} \cdot \text{min}^{-1}$ ont pu être mesurées, permettant d'obtenir des motifs de 1,5 μm de large pour 1,1 μm de profondeur. Néanmoins, à ce point de fonctionnement précis, la sélectivité du masque se trouve fortement réduite, et les rugosités de surface importantes. Chung *et al.* [117] se sont pour leur part intéressés à l'effet du CF_4 exclusivement, et à une pression de 20 Pa. Si une sélectivité de 10 avec le masque de chrome a pu être atteinte, la vitesse de gravure est très lente (de l'ordre de $1,5 \text{ nm} \cdot \text{min}^{-1}$) et n'atteint que $5 \text{ nm} \cdot \text{min}^{-1}$ si la sélectivité est sacrifiée et réduite à 5. D'autres travaux dédiés au développement de procédés de gravure ionique réactive, ne se sont pas montrés plus concluants [118]. Foglietti *et al.* [119] ont pour leur part tenté de graver des motifs submicrométriques en structurant une fine couche de chrome déposée sur le substrat de niobate de lithium par lithographie électronique. Ils ont de la sorte pu obtenir des réseaux de diffraction de 350 nm de période pour une profondeur de 400 nm, mais la gravure ionique réactive réalisée par action du CHF_3 à un débit de 10 sccm, une pression de 50 μbar et une densité de puissance de $0,53 \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$ montre une rugosité de surface (mesurée pic à pic) d'au moins 6 nm, croissante avec la profondeur, pour des vitesses de gravure autour de $7 \text{ nm} \cdot \text{min}^{-1}$ seulement. Enfin, Winnall et Winderbaum [120] ont étudié une gravure de type $\text{CF}_4 : \text{O}_2$ sur les coupes X et Z du niobate de lithium, avec un masque de gravure en chrome et nickel. Il ressort de leurs travaux que le rapport des vitesses de gravure entre ces deux coupes est de 8 : 15, témoignant du caractère très anisotrope de leur procédé. La vitesse de gravure maximale obtenue est de $3,8 \text{ nm} \cdot \text{min}^{-1}$, pour une sélectivité de masque de 4 seulement par rapport au niobate de lithium. Si la présence d'oxygène permet d'améliorer quelque peu la verticalité des flancs, cela se fait au détriment de l'état de surface. De plus, la pente observée demeure considérable, de l'ordre de 20° .

Usinage par faisceau d'ions focalisés

Les procédés présentés dans la section précédente sont fondés sur l'emploi de techniques de photolithographie et de transfert des motifs sur le substrat de niobate de lithium par gravure ionique. Une alternative à la définition de motifs de dimension submicrométrique, assez inexploitée jusqu'à présent, consisterait à graver le niobate de lithium par faisceau d'ions focalisés (FIB : Focused Ion Beam). Lacour *et al.* [121] ont en effet montré qu'il était possible d'obtenir des trous de 500 nm de diamètre et de 2 μm de profondeur par usinage FIB. Roussey *et al.* [122] ont pour leur part réduit la dimension des trous à 250 nm, pour une profondeur de l'ordre de 1,5 μm également. Les travaux poursuivis au sein de l'Institut FEMTO-ST laissent encore augurer d'une amélioration de ces résultats. Cette technique permet donc d'obtenir des trous de diamètre submicrométrique et avec un rapport de forme de l'ordre de 5 au moins dans du niobate

de lithium, ce qui, nous le verrons un peu plus loin dans ce chapitre, se révèle difficile par gravure ionique réactive. L'inconvénient majeur réside dans le temps d'usinage des structures : si la vitesse de gravure peut être optimisée, notamment en modifiant l'énergie d'exposition, ou en assistant chimiquement le procédé mécanique, chaque trou doit être usiné indépendamment, ce qui peut se révéler rédhibitoire si le nombre, la surface ou la profondeur des motifs à graver devient conséquente. Il est ainsi difficilement envisageable d'usiner par FIB des cristaux phononiques de dimensions micrométriques du fait de l'importante quantité de matière à graver. Cette méthode reste néanmoins parmi les plus efficaces pour réaliser des structures photoniques bidimensionnelles sur niobate de lithium aux échelles optiques.

4.1.2 Gravure par altération des propriétés physico-chimiques du matériau

La résistance du niobate de lithium aux procédés de gravure sèche comme humide ont poussé à chercher des moyens d'altérer la structure de ce matériau afin d'en faciliter une attaque physique et/ou chimique. La coupe Z du niobate de lithium s'est ainsi trouvée au centre d'un intérêt tout particulier du fait des possibilités offertes par l'inversion de domaines ferroélectriques. En effet, il a été observé dès 1966 par Nassau *et al.* [123] que les vitesses de gravure des deux domaines dans un bain humide étaient suffisamment distinctes pour pouvoir procéder à une gravure différentielle du matériau. Cette pratique s'est étendue à d'autres méthodes que l'inversion classique de domaines ferroélectriques, par exemple par exposition à un faisceau électronique ou encore par utilisation de la technique d'échange protonique.

Solutions de gravure humide

La gravure humide présente le net avantage d'être une technique collective, dont la mise en œuvre ne requiert guère d'équipements lourds. Largement répandue dans les procédés de salle blanche, elle présente usuellement l'avantage d'être sélective et de permettre un usinage isotrope comme anisotrope du matériau. Dans le cas du niobate de lithium, elle a dans un premier temps été employée par Nassau *et al.* [123] pour mettre en évidence l'orientation des domaines ferroélectriques, artificiellement imposée par la technique dite d'inversion de domaines (*periodic poling*). En effet, les vitesses de gravure des domaines positifs et négatifs ne sont pas égales, permettant de mettre en évidence l'orientation des dipôles dans le matériau par gravure différentielle. A cette fin, une solution composée d'un mélange à une proportion de 1 : 2 d'acide fluorhydrique HF et d'acide nitrique HNO₃ à 110°C (température d'ébullition du mélange) a été employée, solution qui demeure encore à l'heure actuelle la plus largement utilisée.

Gravure assistée par inversion de domaines ferroélectriques

Les expériences initiales de Nassau ont par la suite été appliquées à des fins d'usinage du niobate de lithium. Deux voies ont plus particulièrement été explorées :

- Inversion de domaine classique, c'est-à-dire par application d'un champ électrique élevé sur le substrat. Les zones à préserver, pour lesquelles les domaines doivent être maintenus dans

leur état initial, sont protégées par une couche de résine assurant une isolation électrique. Il est donc nécessaire de procéder à une photolithographie préliminaire afin de délimiter les motifs à inverser.

- Inversion de domaine par faisceau électronique. Cette technique permet d'inverser localement les domaines ferroélectriques, permettant d'une part de s'affranchir de l'étape de lithographie mentionnée sur le point précédent, et d'autre part de définir de façon beaucoup plus aisée des motifs submicroniques.

Les travaux de Barry *et al.* [124] et de Restoin *et al.* [125] ont respectivement mis ces techniques en application, en associant donc cette inversion de domaine à une attaque différentielle des domaines positifs et négatifs par voie humide ($\text{HF} + \text{HNO}_3$ ou HF seul). Le motif défini par photolithographie ou par faisceau électronique est fidèlement transféré sur la face $-z$ du cristal. La face $+z$ exhibe quant à elle une géométrie liée aux plans cristallins du niobate de lithium présentant des formes triangulaires ou hexagonales représentative de la classe de symétrie $3m$. Cette méthode présente toutefois deux inconvénients notables. Elle ne peut être employée que sur la coupe Z du niobate de lithium limitant ainsi la gamme d'applications potentielles des structures réalisables. Par ailleurs, la solution de gravure humide tend à attaquer de manière préférentielle les zones du substrat présentant des défauts structuraux (qui peuvent, par exemple, résulter des étapes de polissage du substrat effectuées chez le fournisseur) provoquant le transfert par gravure de motifs indésirables.

Gravure assistée par échange protonique

À l'image de l'inversion de domaine, l'échange protonique est une technique qui a été déviée de sa fonction initiale, à savoir la réalisation de guides d'ondes pour l'optique intégrée, afin d'induire une fragilité structurelle permettant une fois encore la réalisation d'une gravure différentielle [126]. De façon très sommaire, elle consiste à substituer des ions hydrogène H^+ aux ions lithium Li^+ par immersion du substrat de niobate de lithium dans un bain d'acide benzoïque [127] ou d'acide benzoïque dilué par du benzoate de lithium [128] (on parle alors de *soft proton exchange*) à des températures autour de 200°C . Les ions hydrogène sont implantés localement, induisant une modification de l'indice de réfraction de la zone échangée avec un profil de type saut d'indice. L'épaisseur de la couche échangée dépend à la fois du temps et de la température de diffusion. Cette technique présente toutefois le net désavantage d'affecter considérablement et négativement les propriétés électro-optiques ou encore non-linéaires du niobate de lithium et d'induire des contraintes mécaniques élevées au niveau de la zone échangée [129]. Cette étape d'échange est donc souvent suivie d'un recuit permettant de restaurer quelque peu les propriétés initiales du matériau et de réduire ces contraintes. Elle conduit par ailleurs à une migration plus en profondeur des ions hydrogène (et à une migration vers l'extérieur des ions lithium) et à l'établissement d'un gradient d'indice de réfraction en lieu et place du profil à saut d'indice obtenu par échange seul.

Dans les expériences de Laurell *et al.* [126], un masque de titane a été employé pour définir les zones à échanger. À noter que cette opération est souvent effectuée en usant d'un masque de ré-

sine photosensible, assurant les mêmes fonctions et permettant de s'affranchir des phénomènes de fluctuations des caractéristiques de l'échange du fait de la création de potentiels électrochimiques parfois observables près des zones métallisées. Le substrat de niobate de lithium est ensuite gravé chimiquement par la solution habituelle de HF et de HNO₃ évoquée plus tôt dans cette section. Il a été démontré que la profondeur de gravure est directement conditionnée par celle de la zone échangée, dans le cas d'un échange par acide benzoïque pur comme dilué. Du point de vue des dimensions latérales, les motifs gravés sont plus larges que ceux définis sur le masque, effet qui a été imputé à une diffusion latérale des ions H⁺. En revanche, l'étape de recuit, si elle permet de restaurer au moins partiellement les propriétés physiques du substrat, rétablit par ailleurs partiellement également la structure cristalline initiale, résultant ainsi en une réduction de la profondeur atteignable et une augmentation de la rugosité de surface à l'issue de la gravure. Wang *et al.* [130] ont cherché à réduire la diffusion latérale de l'échange de façon à améliorer la verticalité des flancs en appliquant un potentiel contradirectionnel au gradient de diffusion. Des motifs de 2,35 μm de profondeur présentant des profils de flancs verticaux sur 1,23 μm ont ainsi pu être obtenus. Enfin, Ting *et al.* [131] ont également tenté d'obtenir des profils de gravure plus lisses et verticaux en modifiant quelque peu la solution d'échange standard par addition d'acide adipique.

Malgré ces encourageants résultats, la profondeur maximale atteignable dans le cadre d'un tel procédé reste limitée par la profondeur de la zone échangée, qui excède très rarement les 3 μm . De plus, les deux dernières expériences présentées, si elles sont prometteuses, n'ont pas posé la problématique du recuit post-échange, nécessaire à la restauration des propriétés physiques du matériau. Or la plupart des applications mettant en jeu le niobate de lithium sont fondées sur ses hauts coefficients électro-optiques, photoélastiques, piézoélectriques ou encore non-linéaires.

Gravure assistée par irradiation laser

L'irradiation par laser constitue une alternative à la photolithographie pour la définition spatiale des zones à altérer en vue d'une attaque chimique.

Ashby et Brannon [132] ont adopté une méthode particulièrement originale consistant à déposer sur la surface du niobate de lithium à usiner un film de poudre de fluorure de potassium (KF). La surface est alors localement portée au point de fusion par un faisceau laser pulsé nanoseconde émettant dans l'ultraviolet avec une densité de puissance minimale de l'ordre de 5 MW.cm⁻². Les zones de LiNbO₃ en fusion vont alors subir une réaction avec le KF, résultant en la formation d'un solide soluble dans l'eau que l'on peut éliminer par simple rinçage. Des trous d'une profondeur de l'ordre de 5 μm ont ainsi pu être obtenus. Un tel procédé permet de s'affranchir des phénomènes de redépôt qui constituent généralement le facteur limitant des procédés d'ablation laser. Toutefois, le profil de gravure dépend de la répartition d'énergie initiale du faisceau incident, ce qui nuit à l'uniformité de la gravure, introduisant notamment un manque de verticalité des flancs, ou encore une rugosité de surface importante dans les zones exposées à de fortes densités de puissance.

Brown *et al.* [133] se sont penchés sur la possibilité d'induire à la fois une exaltation et une inhi-

bition (on parle alors de LIFE : *Light Induced Frustration Etching* [134]) des réactions chimiques se produisant avec le niobate de lithium. Il a été montré que sur un substrat de LiNbO_3 en coupe X, il était possible par irradiation d'une partie de la surface par un laser excimère KrF de longueur d'onde 248 nm, mais à une densité de puissance juste en dessous du seuil d'ablation, d'induire un endommagement des zones illuminées sans graver directement le matériau. Celui-ci est ensuite attaqué par gravure humide, laquelle affecte préférentiellement les zones irradiées.

4.1.3 Une technique alternative : l'ablation laser

Pour des motifs de taille supérieure, l'usinage laser constitue une bonne alternative aux procédés de salle blanche. Les lasers UV continus comme les lasers à impulsions femto-secondes permettent de générer des impulsions très énergétiques propices à l'attaque de tous types de matériaux. Nous revenons ici brièvement sur les gravures par lasers fluorés ou chlorés, ainsi que sur l'ablation laser femto-seconde. Dans ce dernier cas, nous présentons quelques résultats obtenus dans le cadre d'une tentative de fabrication de cristaux phononiques par la compagnie IBMM – Institute of Bioelectronic and Molecular Microsystems – basée au sein de *the School of Informatics of the University of Wales, Bangor* au Pays de Galles.

Ablation par laser ultraviolet

Les lasers à ultraviolets et parmi eux les lasers à gaz chlorés ou fluorés se sont révélés des candidats intéressants pour la réalisation de structures, à une échelle de plusieurs micromètres, dans le niobate de lithium. Eyett et Bäuerle [135] ont employé un laser chlorure de xénon (XeCl) à 308 nm, obtenant des motifs de diamètres entre 24 et 175 μm d'une rugosité satisfaisante, sans endommagement visible autour de la zone d'ablation. La vitesse de gravure est inversement proportionnelle au diamètre du faisceau laser incident. Des résultats similaires ont été obtenus en employant un laser fluorure de krypton (KrF) à 248 nm afin de réaliser des structures en "V" pour le positionnement de fibres optiques [136]. La société britannique Exitech Ltd s'est également largement impliquée dans l'étude de différentes sources lasers, notamment excimères à 248 nm ou 157 nm [137, 138] (cette dernière longueur d'onde ayant été écartée rapidement) pour des applications en réalisation de "V" de positionnement. D'autres tentatives ont été effectuées à des longueurs d'ondes plus élevées, hors de la gamme d'absorption du niobate de lithium, initiées par Christensen et Müllenborn [139] par laser argon à 351 nm. Exitech Ltd a fait usage de lasers à solide, en l'occurrence d'un vandamate dopé néodyme Nd : YVO_4 à 355 nm à des fins de découpe, notamment [137].

Ablation par laser impulsionnel

Ces résultats prometteurs en termes de qualité d'usinage nous ont conduits à entrer en contact avec la société IBMM, institut nouvellement fondé au Pays de Galles pour la réalisation d'un cristal phononique en niobate de lithium. Les systèmes optiques usuels ne permettant que très difficilement de focaliser un faisceau laser à des diamètres de l'ordre du micron, et le système

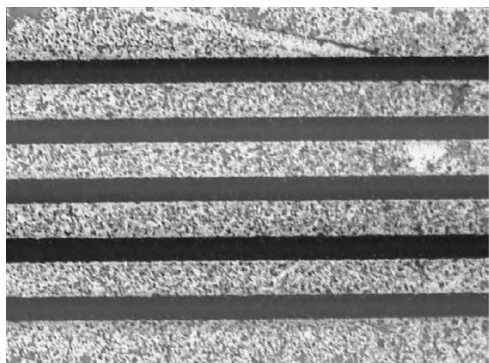


FIG. 4.1 – Pistes de $20\ \mu\text{m}$ de large et de $50\ \mu\text{m}$ de période usinées par laser femtoseconde dans un substrat de niobate de lithium en coupe Y. *Images Nadeem Rizvi, IBMM*

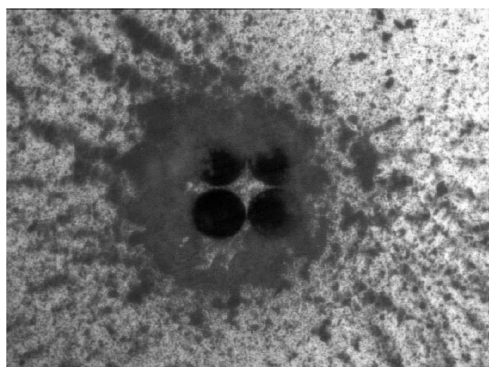


FIG. 4.2 – Illustration des phénomènes de redépôt observés lors de l'usinage d'un réseau de trous. Le trou percé en dernier lieu (en bas à gauche) est quasiment exempt de particules indésirables, celles-ci s'étant en fait redéposées dans tous les autres trous.

d'usinage laser par projection de masque étant exclu dans le cas d'un usinage par laser femtoseconde, l'idée a ici été de déterminer les conditions d'usinage optimales pour la réalisation d'un réseau carré avec un diamètre d'inclusion de l'ordre de 30 à $50\ \mu\text{m}$, présentant des rapports de forme aussi élevés que possible, et un rapport diamètre sur période supérieur à $0,9$ de façon à se placer dans les conditions d'obtention d'une bande interdite phononique complète. Le temps de fabrication d'une telle structure par laser excimère s'étant révélé rédhibitoire, cette option a été abandonnée au profit de l'ablation par laser femtoseconde, et ce malgré la bonne qualité de profil de trous obtenue.

Un motif test consistant en une série de pistes de $20\ \mu\text{m}$ de large par $25\ \mu\text{m}$ de profondeur a pu être réalisé sans difficulté majeure, comme le montre la figure 4.1. Le dispositif optique et les paramètres employés à cette fin ont ainsi servi de base à l'usinage plus spécifique des trous. Des trous de différents diamètres ont ensuite été définis par changement des lentilles de focalisation du faisceau laser. Le substrat, en l'occurrence une plaquette de niobate de lithium en coupe Y, est laissé fixe, le faisceau laser balayant la surface.

Les premiers essais ont laissé transparaître deux difficultés majeures :

- un endommagement de la surface du substrat (cassures) autour des trous,
- la présence d'un nombre conséquent de débris à l'intérieur des trous (figure 4.2).

Si une réduction de la densité d'énergie du faisceau a permis de réduire les fractures en surface, le phénomène de redépôt de ces débris, de dimension considérable par rapport au diamètre du trou n'a pu être complètement éradiqué. Il est en effet possible d'éliminer ces résidus par un

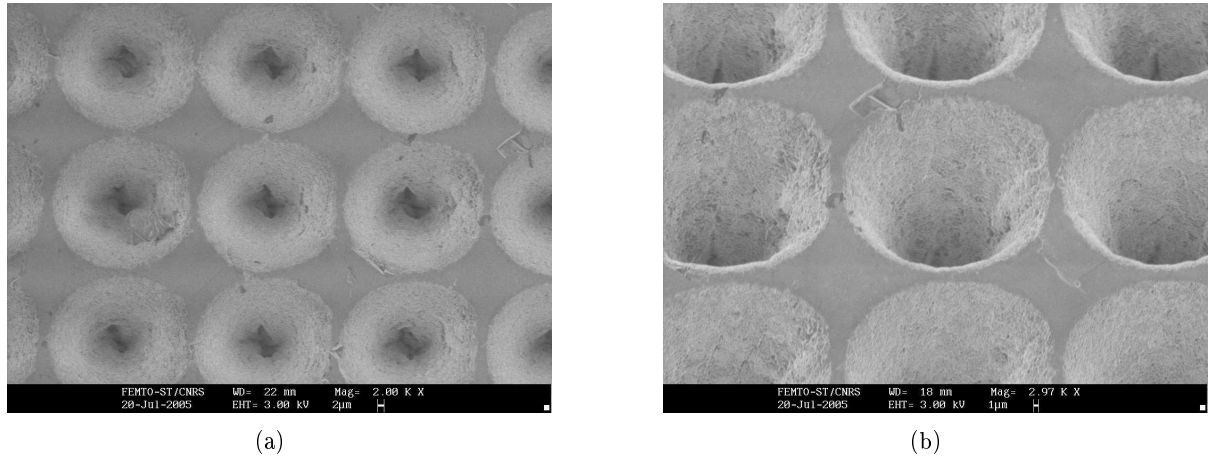


FIG. 4.3 – Images prises au microscope électronique à balayage de réseaux de trous usinés par impulsions laser femtosecondes.

bain ultrasonique subséquemment à l'usinage, mais la présence de ces particules empêchent une gravure en profondeur du substrat (figure 4.2). Le procédé employé a donc été optimisé afin de minimiser ces effets de redépôt. Pourtant, les rapports de forme obtenus sont restés inférieurs à 1,5. La figure 4.3 montre en effet que les trous tendent encore à se refermer assez rapidement. À cela vient s'ajouter une très forte rugosité des flancs, qui nous a poussés à écarter cette méthode d'usinage.

Bilan

Des difficultés technologiques certaines se posent donc pour la réalisation de structures à haut facteur de forme dans un substrat de niobate de lithium. Malgré la multitude de procédés développés, aucun d'entre eux n'a vraiment su s'imposer comme un moyen fiable et satisfaisant à l'échelle micrométrique ou submicrométrique. Les méthodes de gravure différentielles sont certes prédominantes, mais il n'en reste pas moins que la gravure ionique réactive demeure intéressante pour la production à grande échelle de structures usinées, en particulier si une altération du substrat de niobate de lithium n'est pas envisageable, que ce soit pour des motifs d'incompatibilité de coupe cristallographique ou de volonté de non altération des propriétés physiques. C'est pourquoi nous avons adopté ce type de procédé pour la réalisation de nos structures phononiques.

4.2 Gravure ionique réactive du niobate de lithium au sein de l'institut FEMTO-ST

La centrale technologique MIMENTO de l'Institut FEMTO-ST dispose de deux bâtis de gravure ionique réactive, l'un doté d'arrivées de gaz chlorés, l'autre d'arrivées de gaz fluorés. Nous avons dans un premier temps défini les objectifs à atteindre, afin d'établir une certaine hiérarchie quant aux paramètres de gravure à optimiser. En effet, nous verrons dans la suite de

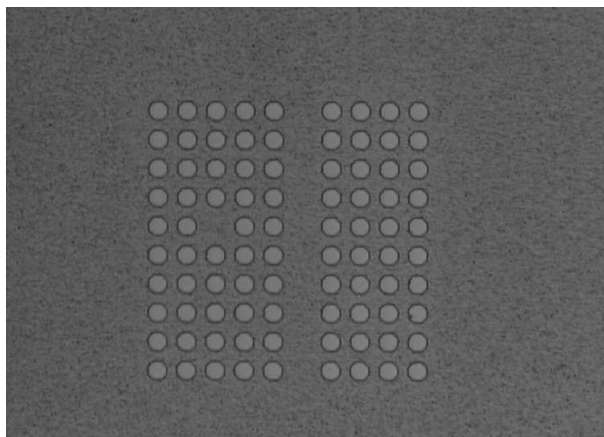


FIG. 4.4 – Agencement des trous du motif du masque Chrome/verre. La structure présentée comporte un guide de type W1 et une cavité.

ce document qu'il se révèle par exemple assez difficile de concilier homogénéité de gravure et hauts rapports de forme (mettant donc en jeu la vitesse de gravure et surtout la sélectivité avec le masque).

Nous nous sommes ainsi concentrés sur l'obtention de trous les plus profonds possibles, tout en assurant une bonne conservation de l'état de surface de la plaquette de niobate de lithium usinée, et ce dans les trous comme en surface du substrat. Dans ce cadre, l'un des paramètres clef du système est la sélectivité du masque.

4.2.1 Choix du masque de gravure

Une campagne de gravure de motifs tests a donc été initiée en prenant comme procédé de base un procédé dit "multi-matériaux" préalablement développé au sein de la centrale de technologie, dont les paramètres sont listés ci-dessous :

- pression de travail : 3 μ bar
- réactif : Hexafluorure de soufre SF_6 ,
- débit : 10 sccm
- puissance : 150 W.

Nous avons utilisé, en premier lieu, ce procédé pour déterminer le masque de gravure le plus approprié, c'est-à-dire présentant la meilleure sélectivité avec le niobate de lithium. En particulier, nous avons exploré les trois pistes suivantes : résines dites résistantes au plasma, masque métallique pulvérisé, masque métallique électroformé. Les étapes du procédés sont détaillées au début de chaque paragraphe les développant.

Dans tous les cas, les motifs à graver consistent en une série de réseaux de trous octogonaux de différents diamètres (1,2 - 1,5 - 3 - 7,5 - 11 et 16 μm). La forme octogonale des éléments a été imposée par les limites du masqueur optique utilisé. Un de ces réseaux est représenté sur la figure 4.4. Les substrats de gravure employés sont tous des plaquettes de niobate de lithium en coupe Y, polis simple face et d'épaisseur 500 μm .

Résine SPR-220

Nous avons réalisé nos premiers tests de gravure en utilisant la résine photosensible SPR-220-3.0 résistante au plasma d'épaisseur nominale 3 μm commercialisée par la société Rohm and Haas (anciennement Shipley). Cette résine positive est en principe surtout utilisée en tant que masque pour les procédés du type gravure ionique réactive profonde du silicium (DRIE pour *Deep Reactive Ion Etching*), la sélectivité par rapport à ce matériau étant de l'ordre de 100. L'utilisation d'un tel masque présente l'avantage notable de simplifier d'au moins deux étapes correspondant au procédé de définition des motifs préalable à la gravure. Elle permet aussi de s'assurer que le transfert des motifs du masque de lithographie vers le masque de gravure se fait quasiment sans perte de la définition originale. Le procédé se décompose en cinq étapes :

- A :** Enduction de résine SPR220-3.0.
Vitesse : 3000 m.s^{-1} , accélération : 4000 m.s^{-1} , temps : 30 s, recuit : 90 s à 120°C
- B :** Insolation (300 mJ.cm^{-2})
- C :** Développement (autour de 45 s)
- D :** Gravure ionique réactive
- E :** Élimination de la résine par plasma oxygène (100 W, 100 μbar , 20 sccm)

Si la résine SPR220 fournit des résultats plus que satisfaisants dans le cadre de son utilisation classique, les résultats obtenus lors de la gravure du niobate de lithium avec le procédé "multi-matériaux" mentionné plus haut n'ont pas été à la hauteur des attentes.

En effet, à l'issue de 30 minutes de gravure pour une épaisseur initiale comprise entre 3,3 μm (mesurés sur les bords de la plaquette) et 3,6 μm (au centre), l'intégralité de la résine déposée s'est trouvée consommée, causant ainsi une dégradation notable de l'état de surface de la plaquette de niobate de lithium par attaque irrégulière du substrat. La profondeur de gravure mesurée est alors de l'ordre de 1,25 μm . La vitesse de gravure correspondante, autour de 40 nm.min^{-1} , sera vérifiée par la suite pour ces mêmes paramètres de gravure. On observe par ailleurs une altération de la couche de résine résiduelle. Elle résiste en particulier aux bains classiques de dissolution : l'acétone reste sans effet. Un bain "piranha" (consistant ici en un mélange à proportions égales d'acide sulfurique H_2SO_4 et d'eau oxygénée H_2O_2) se révèle beaucoup moins efficace qu'à l'accoutumée et ne permet qu'une élimination partielle de la résine. L'exposition du substrat à un plasma oxygène réalisé dans le même bâti de RIE permet toutefois de l'éliminer.

Si l'enduction de couches de résines photosensibles plus épaisses ou l'introduction de phases de refroidissement par interruption du plasma pourraient se concevoir comme des possibilités de préserver la résine, les temps de gravure maximaux, dépendant de la tenue du masque, n'en resteraient pas moins réduits. Nous nous sommes de ce fait tournés vers des masques de gravure sèche plus classiques, en l'occurrence des masques métalliques.

Masque métallique pulvérisé

Nous avons donc procédé à différents essais de gravure en utilisant un masque métallique de chrome ou de nickel déposé par pulvérisation cathodique. Peu de différences ayant été constatées

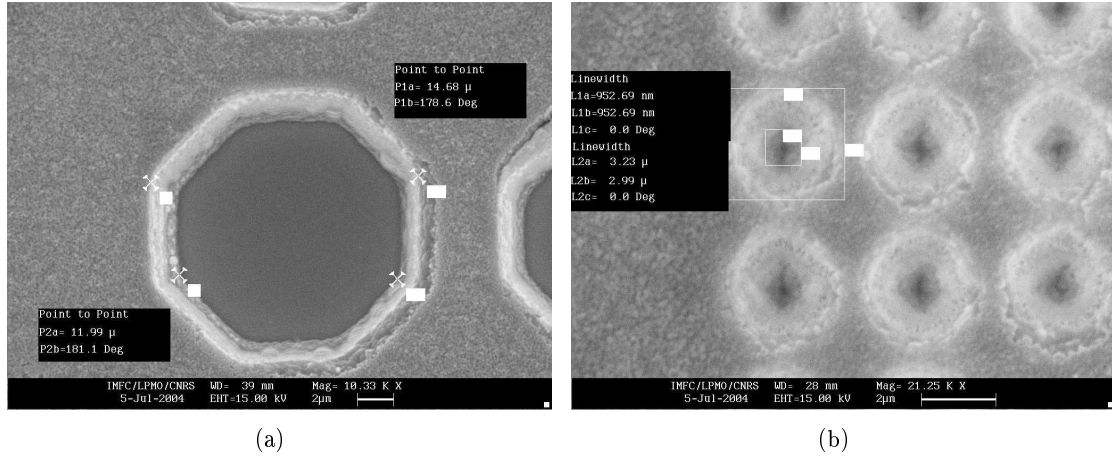


FIG. 4.5 – Images au microscope électronique à balayage de trous gravés dans du niobate de lithium avec un masque de nickel pulvérisé d'épaisseur 800 nm. Les diamètres des motifs sont respectivement de 14 μm (a) et de 1 μm (b).

quant à la tenue de ces deux métaux à la gravure, nous avons finalement opté pour un masque de nickel, dans l'idée de le comparer plus tard à un autre masque du même métal mais déposé par électroformage. Les motifs ont été définis par un procédé de *lift-off* qui permet de déposer des épaisseurs importantes de métal (ici autour de 800 nm) sans pertes de définition des motifs. Le détail du procédé employé est donné ci-dessous :

- A :** Activation plasma oxygène (10 min à 100 W, 100 μbar , 20 sscm),
ou utilisation d'un promoteur d'adhérence (TI Prime en l'occurrence),
ou étuvage de 10 min à 120°C.
- B :** Enduction de résine TI09XR –
Vitesse : 1000 m.s^{-1} , accélération : 4000 m.s^{-1} , temps : 30 s, recuit : 50 s à 100°C)
- C :** Insolation et développement :
- première insolation à 90 mJ.cm^{-2} , post-recuit : 60 s à 130°C,
- seconde insolation à 300 mJ.cm^{-2} , 1min30 de développement)
- D :** Dépôt de nickel par pulvérisation cathodique – 800 nm d'épaisseur
- E :** Élimination de la résine (bain d'acétone + ultrasons)
- F :** Gravure ionique réactive
- G :** Élimination du nickel par gravure humide

Le dépôt d'une épaisseur relativement forte de métal (par rapport à la dimension de certains motifs) a rendu le procédé de *lift-off* plus délicat à mettre en œuvre : de façon générale, sur les différents essais réalisés, seuls les trous de diamètre supérieurs à 5 μm ont pu être définis correctement et de manière reproductible, sans grande distorsion du contour initial. Les résultats liés à la gravure elle-même sont consistants avec ceux obtenus lors des essais précédents : la vitesse de gravure est de l'ordre de 40 nm.min^{-1} . La sélectivité mesurée entre le nickel pulvérisé

et le niobate de lithium est de l'ordre de 10 : 1, ce qui nous a permis de graver environ 6 μm de niobate de lithium sur une durée de trois heures environ.

Plusieurs problèmes se posent toutefois :

- la pente de gravure est inférieure à 70° (là où une gravure parfaitement verticale présente des pentes de 90°),
- on observe un phénomène de redépôt conséquent autour des trous de diamètre inférieur à 6 μm , comme l'illustre la figure 4.5
- Si l'épaisseur de nickel est trop faible, on assiste à une attaque ionique non uniforme de la surface supérieure du substrat de LiNbO_3 . Il est donc nécessaire de conserver une épaisseur importante de masque (de l'ordre de 200 nm) si l'on veut éviter une altération de l'état de surface du niobate de lithium.

Nous nous sommes par conséquent orientés vers un masque en nickel électrolytique.

Masque métallique électroformé

Le dépôt de nickel par électrodéposition a été effectué dans un bain de sulfamate de nickel, chauffé à 55°C . L'idée ici est d'utiliser le nickel électrolytique comme masque de gravure, en comptant notamment sur sa plus faible dureté et sur sa morphologie de croissance différente de celle du nickel pulvérisé pour assurer une meilleure tenue du masque lors du procédé très énergétique employé pour la gravure ionique réactive. Les vitesses de dépôt considérables, de l'ordre de 17 à 20 $\mu\text{m.h}^{-1}$, permettent de plus de d'obtenir des épaisseurs de métal élevées, de l'ordre de plusieurs micromètres au moins. Les différentes étapes d'élaboration du masque et de réalisation de la gravure sont les suivantes :

- A :** Dépôt d'un plan de masse – 10 nm de chrome, 40 nm de nickel
- B :** Enduction de résine TI09XR –
Vitesse : 1000 m.s^{-1} , accélération : 4000 m.s^{-1} , temps : 30 s, recuit : 50 s à 100°C)
- C :** Insolation et développement :
 - première insolation à 60 mJ.cm^{-2} , post-recuit : 60 s à 130°C ,
 - seconde insolation à 300 mJ.cm^{-2} , 45 s de développement.
- D :** Croissance du nickel électrolytique – épaisseur de 1 μm
- E :** Élimination de la résine (bain d'acétone + éthanol)
- F :** Gravure ionique réactive
- G :** Élimination du métal par bains successifs :
 - perchlorure de fer (FeCl_3 , attaque du nickel électrolytique),
 - solution de gravure du nickel (attaque du nickel pulvérisé),
 - solution de gravure du chrome (attaque du plan de masse de chrome)
- H :** Élimination des résidus par bain RCA (acide chlorhydrique + eau oxygénée – 1 : 1¹)

La croissance d'une couche de métal par électroformage nécessite le dépôt d'un plan de masse sur le substrat de niobate de lithium qui est isolant. Cuivre et nickel peuvent tous deux être utilisés à cette fin. Ce plan de masse métallique est donc à graver préliminairement pour permettre l'attaque du substrat de niobate de lithium. Nous avons écarté la gravure humide comme

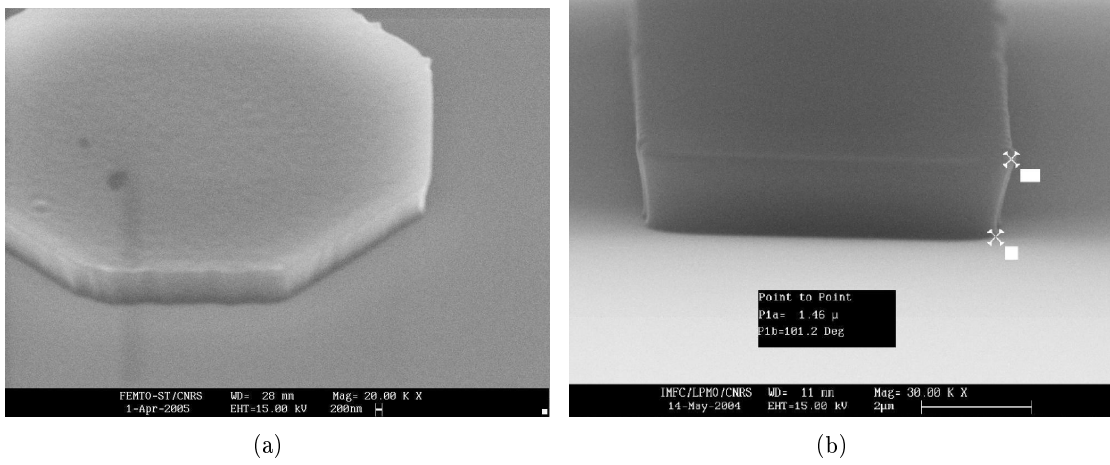


FIG. 4.6 – Images au microscope électronique à balayage de plots de résine inversible TI09XR insolée à (a) 60 mJ.cm^{-1} et (b) à 90 mJ.cm^{-1} .

moyen d'attaque, de crainte de sous-graver et donc d'affecter les motifs définis par le masque lithographique, ou encore d'altérer les propriétés de surface de la couche de nickel électrolytique. Le moyen le plus simple est alors de graver le plan de masse par gravure ionique réactive lors des premières minutes de gravure du substrat de niobate de lithium. Pour cette raison, nous avons préféré le nickel au cuivre, ce dernier se gravant moins efficacement en RIE fluorée. Nous avons également usé de deux couches d'accroche différentes, en l'occurrence du chrome et du titane. Dans ce dernier cas, nous avons constaté un noircissement de la surface du niobate de lithium à l'issue de la gravure, noircissement que nous avons imputé à une diffusion du titane. Le plan de masse a donc été fixé pour l'intégralité des essais présentés dans la suite de ce manuscrit à une couche de nickel déposée par pulvérisation cathodique d'épaisseur de l'ordre de 40 nm sur une couche d'accroche de chrome d'environ 10 nm.

Nous avons opté pour une résine inversible haute résolution (la TI09-XR, commercialisée par Shipley) pour définir les motifs à graver. Cette résine est usuellement préconisée pour la réalisation de procédé en *lift-off* ; néanmoins, une adaptation de l'énergie d'insolation de la résine permet d'obtenir des motifs à flancs droits au lieu du profil en casquette habituellement visé. La figure 4.6a illustre cette verticalité des flancs de résine, obtenue pour une énergie d'insolation faible autour de 60 mJ.cm^{-1} , contrairement à ce qui est attendu pour une énergie d'insolation plus forte (autour de 90 mJ.cm^{-2} , voir figure 4.6b).

Une couche de nickel électrolytique d'épaisseur $1 \mu\text{m}$ a été déposée à une densité de courant de $1,5 \text{ A.dm}^{-2}$. La vitesse de dépôt dans ces conditions est de l'ordre de $20 \mu\text{m.h}^{-1}$. Le substrat est alors soumis à une gravure ionique réactive sous les mêmes conditions que celles évoquées précédemment pendant 3 heures. A l'issue de cette gravure, une profondeur de $6,5 \mu\text{m}$ est atteinte sur le niobate de lithium, avec une épaisseur de masque restante de l'ordre de 600 nm. La sélectivité du nickel électrolytique est par conséquent de l'ordre de 20 par rapport au niobate de lithium, soit une sélectivité double de celle obtenue avec le nickel pulvérisé.

La vitesse de gravure n'est ici pas une fonction linéaire du temps de procédé. En effet, les pre-

mières minutes de la gravure ne vont permettre qu'une attaque du plan de masse chrome/nickel. Cet élément pris en compte, on retombe sur la vitesse de 40 nm.min^{-1} précédemment évaluée. L'épaisseur de masque restante permet de préserver l'état de surface du substrat de niobate de lithium, même pour des profondeurs gravées supérieures à $8 \text{ }\mu\text{m}$, contrairement à ce qui a pu être observé dans les deux cas précédents. Cet aspect est bien entendu fondamental dans le cadre des applications aux ondes de surface. A l'issue de la gravure, la couche de nickel électrolytique ainsi que la couche d'accroche de nickel pulvérisé s'éliminent aisément dans une solution de perchlore de fer. La couche de chrome résiduelle peut être gravée par voie humide dans une solution de gravure humide de chrome commerciale. Enfin, des diamètres de trous de l'ordre du micron peuvent être obtenus sans difficultés particulières, ce qui est là encore un avantage certain par rapport au procédé *lift-off* décrit dans le paragraphe précédent.

C'est ainsi à ce type de masque que nous limiterons l'étude de l'influence des paramètres de gravure sur les caractéristiques des réseaux de trous. Les essais de gravure mentionnés dans la suite de ce document l'ont été sur des substrats préparés de la façon suivante :

- dépôt d'une couche d'accroche de chrome d'épaisseur 10 nm en pulvérisation cathodique,
- dépôt d'un plan de masse de nickel d'épaisseur 40 nm en pulvérisation cathodique,
- croissance d'une couche de nickel électrolytique d'épaisseur autour de $1,0 \text{ }\mu\text{m}$, dont la croissance s'est faite en employant les paramètres détaillés dans le tableau 4.1.

Plan de masse	Cr : 10nm + Ni : 40nm
Densité de courant	$1,5 \text{ A.dm}^{-2}$
Surface totale	$0,762 \text{ dm}^2$
Courant imposé	$-0,684 \text{ A}$
Durée	5 min
Épaisseur du masque	autour de $1 \text{ }\mu\text{m}$

TAB. 4.1 – Paramètres de croissance du nickel électrolytique.

4.2.2 Paramètres de gravure

Une fois le choix du masque arrêté, nous avons mené une étude de deux des paramètres de la gravure, en l'occurrence la puissance et la pression de travail. Les objectifs poursuivis restent principalement d'améliorer ou du moins de conserver la sélectivité du masque de nickel par rapport au niobate de lithium, et surtout d'améliorer le profil des flancs de gravure (rugosité et verticalité).

Puissance – Nous avons fait varier la puissance de gravure entre 100 et 250 W à la pression quasi-constante de $2 \text{ }\mu\text{bar}$. La verticalité des flancs a ensuite été évaluée pour deux des diamètres de trous gravés : 6 et $14,5 \text{ }\mu\text{m}$. Les substrats gravés ont ensuite été observés au microscope électronique à balayage (MEB). Les images obtenues sont données sur les figures 4.7 et 4.8. Les flancs semblent gagner en verticalité avec la puissance, comme le confirment les données du tableau 4.2. En revanche, l'application d'une puissance trop élevée, ici de 250 W , endommage

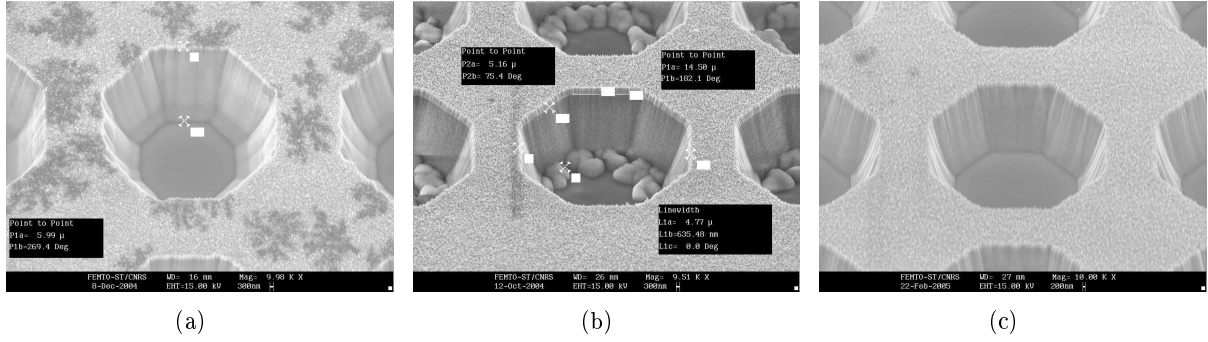


FIG. 4.7 – Images au microscope électronique à balayage de trous de diamètre $14,5 \mu\text{m}$ gravés dans le niobate de lithium à des puissances de (a) 100 W, (b) 150 W et (c) 200 W respectivement. Les excroissances observées au fond du trou sur la figure (b) sont probablement dues à un phénomène de redépôt.

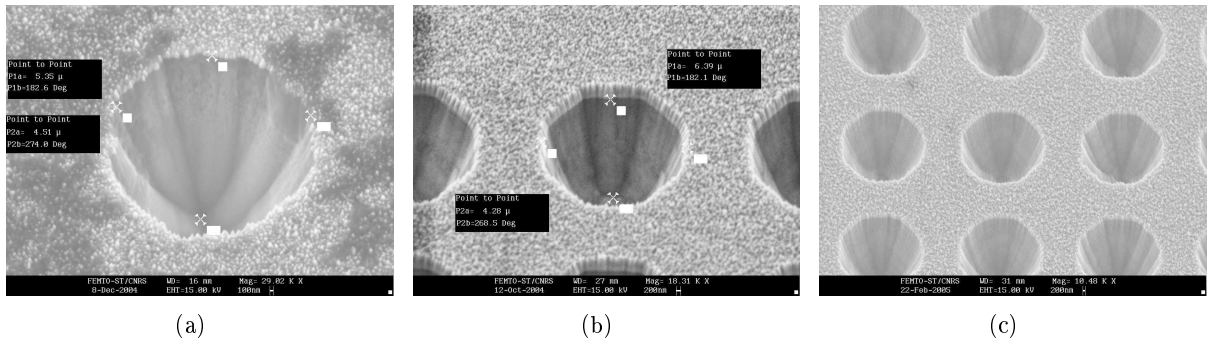


FIG. 4.8 – Images au microscope électronique à balayage de trous de diamètre $6 \mu\text{m}$ gravés dans le niobate de lithium à des puissances de (a) 100 W, (b) 150 W et (c) 200 W respectivement.

Puissance (W)	Diamètre (μm)		
	14.5	10	6
100		67,6	67
150	72,9	72,1	67,3
200	73,4	71,5	68,2
250	79	78,1	78,1

TAB. 4.2 – Pentas de gravure mesurées, en degrés, pour différents diamètres et puissances de trous.

considérablement la surface du LiNbO_3 et est par conséquent à proscrire. On se limitera donc à des puissances de travail de 200 W au maximum. Enfin, l'angle induit par la gravure, tel que rapporté sur le tableau 4.2, ne semble pas suivre une loi de variation constante, mais dépend fortement du diamètre du motif à graver.

S'il s'est révélé difficile de quantifier la valeur de la pente pour des motifs de diamètres inférieurs à $5 \mu\text{m}$, on peut néanmoins remarquer qualitativement que la pente de gravure diminue clairement (s'éloigne de la verticale) lorsque le diamètre du trou diminue. En particulier, le facteur de forme maximal atteignable est autour de 1,5, où l'on définit le facteur de forme comme le

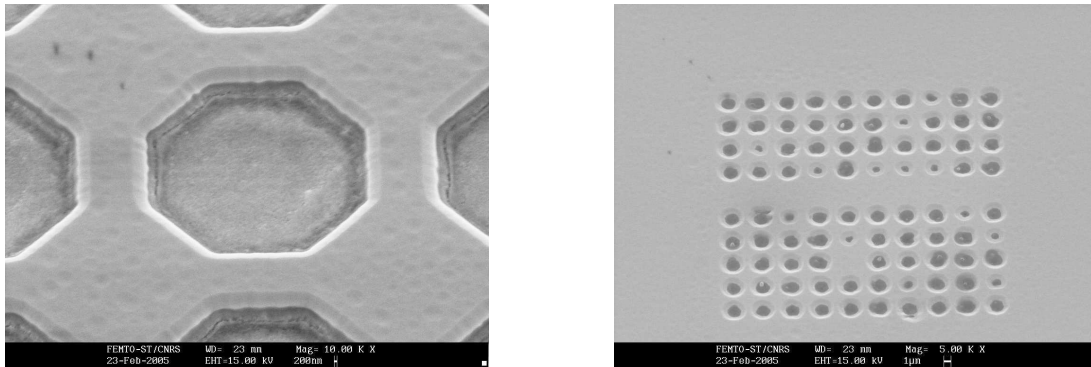


FIG. 4.9 – Structures obtenues dans le niobate de lithium après une gravure de 3 heures à 60 μbar .

rapport entre la profondeur et la plus faible dimension caractéristique du motif (ici le diamètre du trou). Au-delà, la conicité des trous devient telle que les phénomènes de redépôt deviennent rédhibitoires ; on atteint ainsi les limites de ce que peut nous permettre la gravure par RIE, du moins avec le type de procédé choisi.

Pression de travail – Le débit de gaz a été maintenu à 10 sccm durant les différents tests réalisés. Nous avons ensuite choisi de fixer la puissance à 200 W et de réaliser des gravures pour deux autres valeurs de pression de l'enceinte (en plus de l'essai effectué à $P = 2 \mu\text{bar}$), en l'occurrence $P = 9 \mu\text{bar}$ et $P = 60 \mu\text{bar}$. L'augmentation de la pression présente deux effets notables :

- Accroissement de la quantité d'espèces chimiques en présence,
- Diminution du libre parcours moyen des espèces ioniques (réduction de la tension d'accélération)

Si une attaque à caractère plus chimique devrait permettre de limiter l'apparition de rugosités sur les surfaces gravées, permettant notamment l'obtention de flancs plus lisses, elle réduit considérablement la sélectivité à 10 comme à 60 μbar . Le masque subit en effet une attaque beaucoup plus franche, se traduisant notamment par une sous-gravure, comme en témoigne la figure 4.9.

Choix des espèces réactives

Nous avons en parallèle réalisé une campagne de gravure en RIE chlorée dans le cadre du stage de 2^{ème} année de Mastère Électronique et Optique de Guillaume Rémy [140]. Le bâti de RIE concerné est usuellement employé pour la gravure de métaux selon un procédé mettant en jeu à la fois du dichlore (Cl_2), du tétrachlorosilane (SiCl_4) et de l'azote (N_2) avec des débits respectifs de 50, 40 et 80 sccm, sous une pression de 100 μbar et une puissance de 200 W. La transposition de ce procédé au niobate de lithium ne s'est guère montrée concluante, avec une profondeur gravée de quelques dixièmes de microns en une heure. La configuration du bâti de gravure ne nous permettant pas d'atteindre des conditions de pression et de puissance (et donc de tension d'accélération) suffisamment proches de celles imposées lors du procédé de gravure fluorée présenté précédemment, cette possibilité a rapidement été écartée. Nous avons néanmoins tenté de comparer les effets du SiCl_4 et du SF_6 dans les conditions suivantes :

- Pression dans l'enceinte : 15 μbar
- Puissance : 200 W
- Débit de gaz : 10 sccm
- Temps de gravure : 1 h

Notons ici que pour s'affranchir des incertitudes liées à l'attaque du plan de masse métallique, ce dernier a été préalablement gravé par voie humide. La profondeur gravée en SF_6 est de 2,3 μm contre 0,22 μm en SiCl_4 . Le procédé de gravure reste par ailleurs plus sélectif vis-à-vis du masque de nickel en SF_6 .

Procédé retenu

Nous avons ainsi arrêté les paramètres de gravure suivants :

- Réactif : Hexafluorure de soufre SF_6
- Pression de travail : autour de 2 μbar
- Débit : 10 sscm
- Puissance : 200 W

ce qui résulte en une tension d'accélération des ions de l'ordre de 700 à 800 V. Dans ces conditions, la vitesse de gravure du niobate de lithium s'élève à 50 $\text{nm} \cdot \text{min}^{-1}$, contre environ 2,5 $\text{nm} \cdot \text{min}^{-1}$ pour le nickel électrolytique. Si une telle sélectivité devrait nous permettre d'atteindre des durées de gravure de quasiment 7 heures avec un masque de 1 μm d'épaisseur seulement, soit des profondeurs au-delà de 20 μm , le manque de verticalité des flancs (pentes de l'ordre de 73°) fait office de facteur limitant dans cette configuration. Par ailleurs, le procédé n'est pas des plus homogènes puisque des variations de profondeur excédant les 25% ont pu être mesurées en fonction de la position du substrat par rapport à la chambre d'introduction des ions. S'il est possible de remédier à ce problème, c'est au prix d'une perte de la sélectivité du masque, et donc de la profondeur des trous creusés. Le procédé que nous avons présenté ici reste donc celui qui répond le mieux aux impératifs de profondeurs importantes des motifs imposés par notre application aux cristaux phononiques.

Nous n'avons pas ici réalisé une étude systématique de l'influence du débit de gaz (et donc du renouvellement des espèces dans l'enceinte). Il pourrait être intéressant d'évaluer l'effet de ce paramètre sur la vitesse de gravure et la sélectivité en particulier.

4.3 Conclusion

Les divers essais réalisés au sein de l'Institut FEMTO-ST, ainsi que l'étude bibliographique brièvement présentée confirment les difficultés liées à l'usinage chimique comme mécanique du niobate de lithium massif. Des travaux sont en ce moment même menés au sein de l'Institut FEMTO-ST sur la gravure du niobate de lithium en coupe X principalement par échange protonique suivi d'une attaque (physico-)chimique (gravure humide à l'acide fluorhydrique ou sèche en RIE fluorée). Dans ce cas, on s'attend à ce que l'introduction d'ions hydrogène dans la structure du niobate de lithium fragilise la maille cristalline du matériau, favorisant ainsi son ablation à l'image de ce qui a été rapporté dans la littérature et mentionné en 4.1. Les premiers essais, s'ils sont prometteurs, n'ont pas encore atteints une maturité suffisante à l'heure de la rédaction de ce manuscrit pour pouvoir être appliqués à la fabrication de cristaux phononiques aux dimensions géométriques visées. Un procédé d'usinage par gravure ionique réactive a pour l'instant été retenu et mis en œuvre pour réaliser un cristal phononique sur un substrat de niobate de lithium en coupe Y. Le réseau consiste en un arrangement de 10×25 trous de profondeur autour de $10 \mu\text{m}$ pour un diamètre de $9 \mu\text{m}$ et un paramètre de maille de $10 \mu\text{m}$. Les simulations obtenues par méthode PWE prévoient dans cette configuration une bande interdite complète entre 190 et 280 MHz pour les ondes de volume comme pour les ondes de surface. En éléments finis et pour les ondes de volume, une bande interdite complète est obtenue entre 190 et 245 MHz environ.

Chapitre 5

Mise en évidence d'une bande interdite complète pour les ondes de surface dans un cristal phononique piézoélectrique

Le moyen le plus intuitif *a priori* de caractériser une structure périodique à bandes interdites est de procéder à des mesures de la transmission du cristal, comme nous l'avons déjà constaté au chapitre 2. Le principe est donc de placer deux transducteurs de part et d'autre de la structure périodique, l'un faisant office d'émetteur et l'autre de récepteur. Dans le cas considéré ici, celui des ondes de surface sur un substrat piézoélectrique, les transducteurs à peignes interdigités sont des candidats tout désignés pour assurer cette fonction. Ils peuvent en effet être très aisément intégrés en configuration de ligne à retard au cristal phononique fabriqué, par simple structuration d'une couche métallique préalablement déposée sur la plaquette de niobate de lithium. Une caractérisation électrique peut alors être effectuée par mesure des paramètres S au moyen d'un analyseur de réseau. En plus de sa facilité de mise en œuvre, cette méthode de caractérisation permet de tester le cristal phononique dans une configuration de dispositif réaliste et adaptée au développement d'applications potentielles. En revanche, elle ne fournit que des informations partielles sur la propagation des ondes dans le système complet. L'emploi de techniques alternatives s'impose donc, de sorte à pouvoir procéder à une analyse plus complète des phénomènes mis en jeu.

Nous nous sommes principalement consacrés au cours de ces travaux de thèse à une caractérisation purement électrique des cristaux fabriqués. Des mesures en transmission de cristaux phononiques de différents facteurs de remplissage ont ainsi été réalisées. Si ces expériences nous permettent de définir de façon claire les fréquences atténuées par le cristal, nous verrons qu'elles ne nous autorisent pas en revanche à déterminer les propriétés en réflexion du réseau. Différentes collaborations ont été initiées dans le but de procéder à des caractérisations par voie optique des cristaux phononiques fabriqués. Des travaux actuellement en cours avec l'université technologique d'Helsinki (Finlande) consistent en effet à mesurer par voie optique le champ de déplacement des ondes acoustiques de surface électriquement générées par l'un des transducteurs à peignes

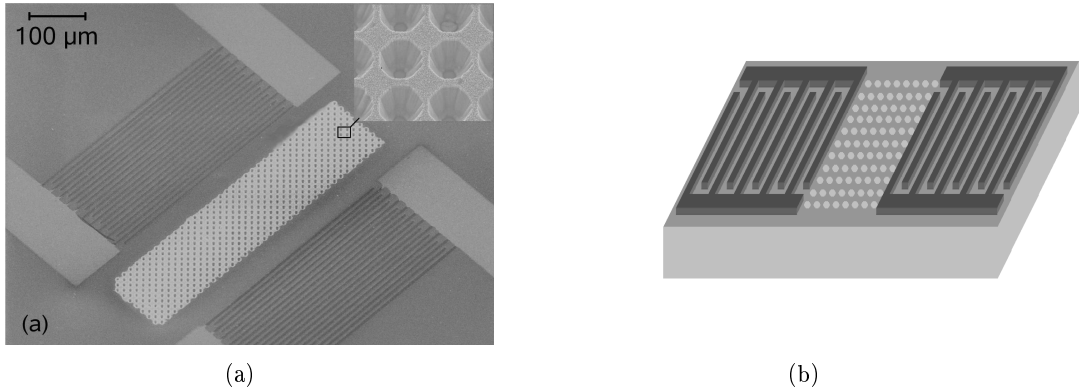


FIG. 5.1 – (a) Image prise au microscope électronique à balayage d'un cristal phononique et des composants à ondes de surface attenants (transducteurs émetteur et récepteur). La structure consiste en un réseau de trous d'air de diamètre $d = 9 \mu\text{m}$ et d'un pas de $10 \mu\text{m}$. L'encart montre une vue plus détaillée des trous de $10 \mu\text{m}$ de profondeur obtenus par gravure ionique réactive. (b) Schéma du dispositif expérimental employé pour la caractérisation électrique du cristal.

interdigités. D'autres expériences préliminaires effectuées au sein de l'université d'Hokkaido (Japon), fondées sur le principe d'excitation d'ondes de surface par impulsions lasers picosecondes sont aussi présentées ici. Nous verrons d'ailleurs que cette dernière technique de mesure permet de nous affranchir de l'utilisation d'un matériau piézoélectrique comme substrat de propagation.

5.1 Caractérisations électriques

Le cristal phononique a dans un premier temps été caractérisé par mesure de la transmission d'une onde acoustique générée en amont du réseau bidimensionnel de trous par un transducteur à peignes interdigités. L'onde transmise est alors détectée en sortie du cristal par un transducteur identique. Le schéma représenté sur la figure 5.1 illustre le principe du dispositif complet.

5.1.1 Intégration du cristal phononique à un dispositif à ondes de surface

La détermination de l'existence et, le cas échéant, de la position et de la largeur de la bande interdite nécessite une caractérisation en bande large du système étudié. Par exemple, pour la géométrie de cristal choisie, une gamme de fréquence s'étendant de 150 à 300 MHz au moins doit être couverte pour permettre l'observation de la bande complète. Les transducteurs à peignes interdigités "standard" ne satisfont pas ces besoins en fréquence. En effet, dans des transducteurs classiques, si la réduction du nombre de doigts constituant le transducteur permet une augmentation de la bande passante, le couplage électro-acoustique se trouve en revanche grandement réduit, ce qui affecte la réponse du dispositif en termes de dynamique de mesure même sur des matériaux très couplés comme le niobate de lithium. Différentes méthodes ont été proposées dans la littérature pour pallier ces limitations. On peut notamment citer les travaux initiaux de Camp-

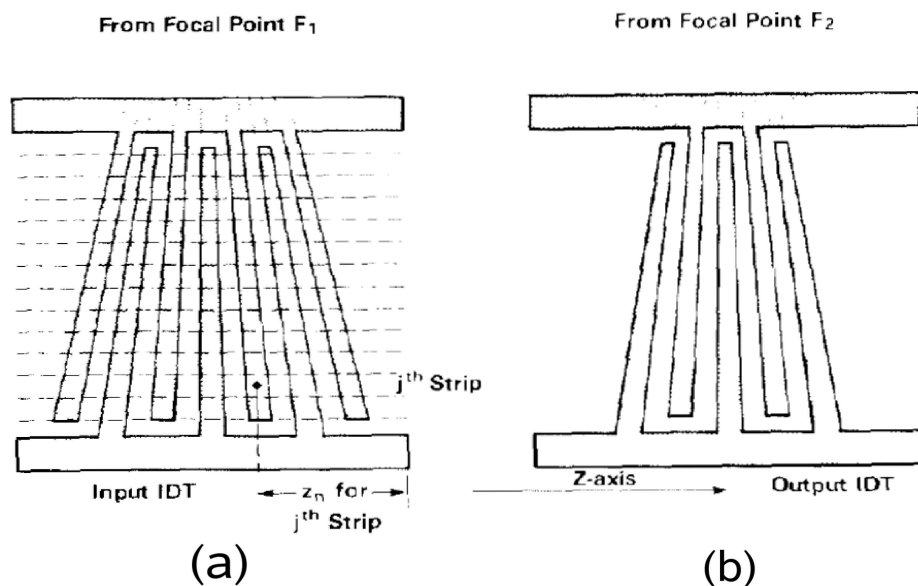


FIG. 5.2 – Exemple de configuration simple pour une ligne à retard employant deux transducteurs en éventail (*fan-shaped IDT's*), l'un en émission, l'autre en réception. Les doigts des transducteurs peuvent être vus comme suivant des rayons issus des points focaux F_1 et F_2 respectivement. Dans ce cas précis, l'intervalle angulaire entre deux doigts consécutifs est le même, résultant en un rapport de métallisation de 0,5. D'après [141].

bell *et al.* [141] ou encore de Yatsuda *et al.* [142] qui ont introduit le concept de transducteur en éventail (en anglais *fan shaped IDT* ou encore SFIDT – *Slanted Finger IDT* – figure 5.2). Dans ces structures particulières, l'intervalle entre les doigts du transducteur varie perpendiculairement à la direction de propagation des ondes. Le transducteur complet peut être décomposé en une série de transducteurs résonant chacun à une fréquence centrale différente, ce qui conduit à une large bande passante d'émission. Le nombre total de doigts, qui peut être élevé, permet alors d'assurer un couplage électro-acoustique suffisant. Nous verrons néanmoins plus avant dans ce chapitre qu'une excitation large bande de ce type peut s'accompagner de difficultés d'exploitation des résultats dans le cas où plusieurs modes de nature différente se propageraient à la surface du substrat choisi. Par ailleurs, la géométrie en éventail du réseau de peignes résulte en une perte de directivité de l'onde de surface générée, ôtant ainsi la possibilité d'imposer un vecteur d'onde unidirectionnel, ce qui représente un handicap certain si l'on cherche à caractériser le cristal suivant des directions de propagations particulières.

Nous avons donc opté pour une alternative consistant plus simplement à étudier individuellement la réponse d'une série de transducteurs présentant chacun une période mécanique différente. La bande passante qui nous intéresse est alors couverte par juxtaposition des réponses individuelles des transducteurs. L'inconvénient principal de cette méthode réside bien évidemment dans la nécessité de fabriquer un grand nombre de réseaux de trous identiques, au lieu d'un seul dans le cas d'un transducteur unique émettant en large bande. Néanmoins, cette contrainte est levée par le procédé de fabrication utilisé pour la réalisation du cristal phononique – lithographie optique

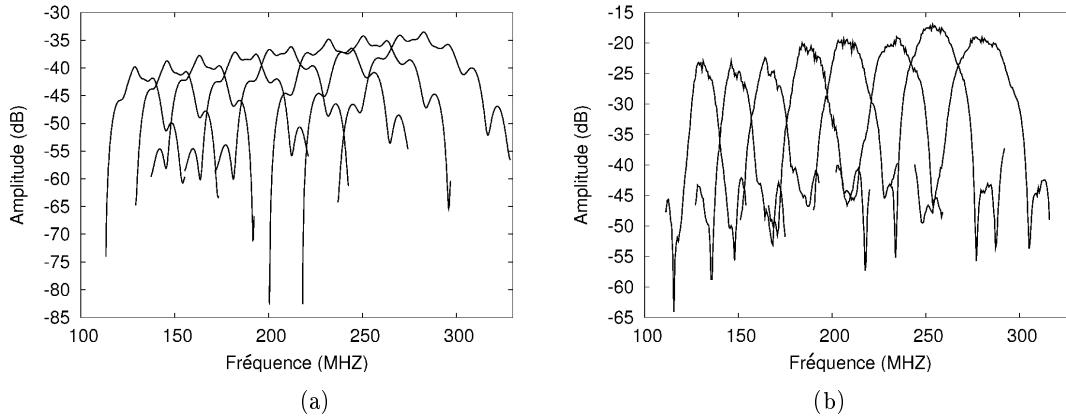


FIG. 5.3 – (a) Réponse simulée des huit transducteurs à peignes interdigités choisis pour la caractérisation du cristal phononique sur du niobate de lithium en coupe Y, propagation Z. (b) Réponse mesurée de ces mêmes transducteurs.

suivie d'une gravure ionique réactive – qui permet d'assurer une "fabrication collective" de ces cristaux. Nous restons bien évidemment conscients que ce facteur peut se révéler limitant dans le cadre d'un usinage trou par trou du réseau par exemple.

Les transducteurs ont été dimensionnés *via* un logiciel dont le développement a été initié par Thomas Pastureauud lors de sa thèse au LPMO [143], développement qu'il a ensuite poursuivi au sein de la société TEMEX S.A. Le logiciel en question, fondé sur la méthode de la matrice mixte [144], permet de simuler la réponse d'un transducteur à peignes interdigités sur un substrat piézoélectrique quelconque en prenant en compte l'intégralité de ses caractéristiques géométriques (nombre de doigts total, nombre de doigts par longueur d'onde, ouverture acoustique, rapport et épaisseur de métallisation, etc.). Nous avons ainsi opté pour la configuration suivante :

- huit transducteurs à peignes interdigités,
- 10 paires de doigts par transducteur,
- ouverture acoustique : 200 μm ,
- longueurs d'onde d'émission : 12,2 - 13,4 - 14,6 - 16,4 - 18,2 - 20,6 - 23,0 et 26 μm respectivement,
- rapport de métallisation : 0,5,
- épaisseur de métallisation : 150 nm.

Les peignes ont été réalisés par un procédé de lithographie optique suivi par gravure directe d'une couche d'aluminium déposée par pulvérisation cathodique. La réponse simulée des transducteurs sur un substrat en niobate de lithium en coupe Y, propagation Z, est donnée sur la figure 5.3a. Comme le montre par ailleurs la figure 5.3b, ces prédictions théoriques sont en très bon accord avec les mesures de transmission des dispositifs fabriqués. Ces derniers permettent de couvrir une bande passante s'étendant de 110 à 300 MHz variable suivant la direction de propagation considérée.

Pour mettre en évidence le caractère complet de la bande interdite, il est nécessaire d'effectuer ce type de mesure suivant les trois directions de propagation caractéristiques de la zone irréductible

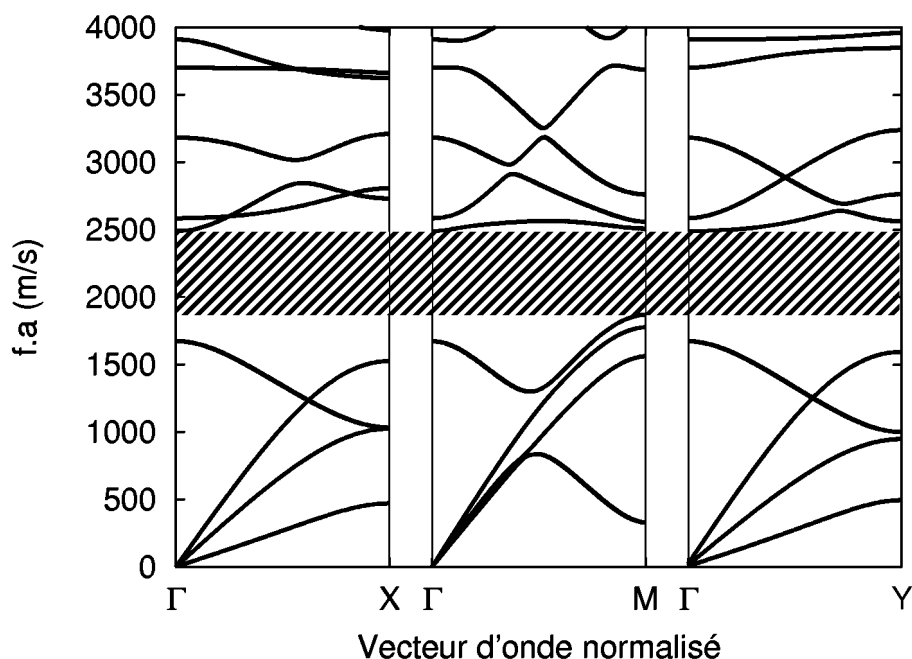


FIG. 5.4 – Diagrammes de bandes théoriques obtenus par méthode des éléments finis pour des ondes de volume se propageant dans le plan d'un cristal phononique en niobate de lithium à maille carrée présentant un rapport diamètre sur période de 90% le long des directions ΓX , ΓM et ΓY de la première zone de Brillouin irréductible.

de Brillouin pour un réseau carré, c'est-à-dire suivant les directions ΓX , ΓY et ΓM . Ces axes sont assimilés aux directions de propagation de l'onde de surface dans le cristal, définies par la norme *IEEE* [145], suivant la correspondance :

- ΓX à YX
- ΓY à YZ
- ΓM à $(YXt)/45$

Le diagramme de bandes pour chacune de ces directions, pour un cristal de rapport diamètre sur période de 0,9 est donné sur la figure 5.4. Une caractérisation complète du cristal phononique suivant la méthode adoptée nécessite donc la fabrication de trois séries de huit réseaux de trous, chacun étant entouré d'un transducteur émetteur et d'un transducteur récepteur, ainsi que d'une série de lignes à retard simples (sans cristal phononique intercalé) pour établir un signal de référence. Une image prise au microscope électronique à balayage d'une telle série de dispositifs phononiques est montrée sur la figure 5.5.

5.1.2 Mesures en transmission d'un cristal phononique de rapport $d/a = 0,9$

Les réponses en réflexion comme en transmission des dispositifs permettent d'apporter des informations complémentaires sur la propagation d'ondes dans le cristal. On attend en effet une extinction complète du signal transmis entre 180 et 230 MHz, conformément aux prédictions théoriques, contre un signal identique au signal de référence en dehors de cette gamme de fré-

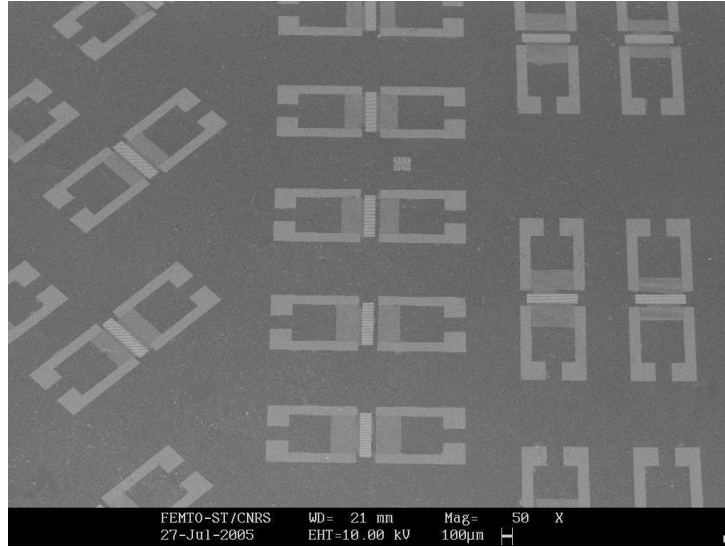


FIG. 5.5 – Image prise au microscope électronique à balayage d’une série de cristaux phononiques à ondes de surface fabriqués sur un substrat de niobate de lithium permettant d’assurer une propagation suivant les trois directions principales de la première zone de Brillouin.

quence. On espère par ailleurs un phénomène de réflexion exaltée dans la bande interdite et une transmission totale du signal aux autres fréquences.

Les spectres de transmission des ondes de surface à travers le cristal phononique sont donnés sur les figures 5.6 et 5.7 suivant les trois directions considérées. Dans les trois cas, la ligne en trait épais représente la réponse du dispositif phononique alors que la ligne en trait fin représente la réponse de la ligne à retard de référence. Si l’on s’intéresse tout d’abord aux résultats observés suivant les directions ΓY et ΓM (figure 5.6), on observe un très bon recouvrement entre signal émanant du dispositif phononique et signal de référence pour des fréquences se situant *a priori* en amont de la fréquence d’entrée théorique de la bande interdite, c’est-à-dire en dessous de 180 MHz suivant ΓY et en dessous de 200 MHz suivant ΓM . La propagation de l’onde de Rayleigh ne semble donc en rien affectée par la présence du cristal. Au-delà de ces fréquences, on observe une forte atténuation due au réseau périodique (de l’ordre de 20 dB suivant chacune des directions, pour un cristal de 10 périodes de long). En revanche, et contrairement aux prédictions théoriques, le signal transmis à travers le cristal phononique ne recouvre pas son amplitude initiale au-delà de 230 MHz. Il semblerait donc que les modes appartenant à la partie supérieure des diagrammes de bandes représentés sur la figure 5.4 ne soient pas transmis par le cristal. L’extinction du signal est complète suivant ΓY . On observe néanmoins la présence d’un pic de transmission étroit (de largeur d’environ 5 MHz) autour de 230 MHz suivant ΓM , mais la propagation de modes de fréquence supérieure semble prohibée suivant cette direction également. Des résultats similaires ont été obtenus suivant ΓX . L’interprétation des mesures est toutefois ici quelque peu plus délicate, puisqu’additionnellement à l’onde de Rayleigh attendue, il convient de prendre en compte l’existence d’une onde de surface à pertes, également appelée pseudo-onde

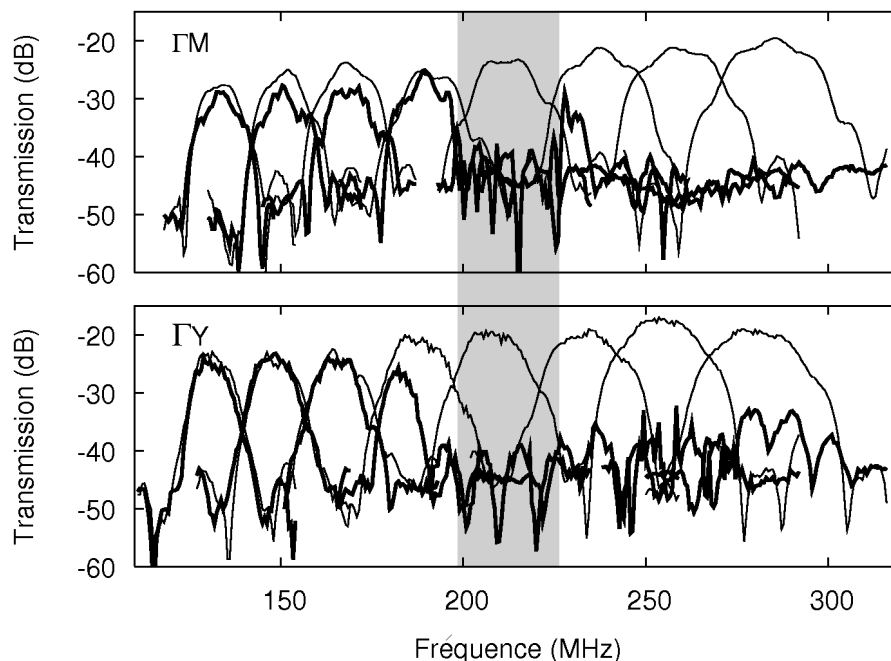


FIG. 5.6 – Mesure en transmission (paramètres S_{12}) des huit dispositifs de référence (traits fins) et des huit cristaux phononiques (traits épais) dans le cas d'une propagation suivant les directions ΓM et ΓY respectivement.

de surface (PSAW – *Pseudo-Surface Acoustic Wave* ou LSAW – *Leaky Surface Acoustic Wave*). Il s'agit là d'une onde à polarisation transverse, présentant un coefficient d'atténuation non nul à la différence des ondes de surface "pures" de type Rayleigh. Nous avons vu en section 3.3.1 que dans le cas du niobate de lithium en coupe Y, leur existence est limitée à une gamme angulaire très faible autour de l'axe de propagation (YX) (soit autour de la direction ΓX de la zone du Brillouin suivant le repère du cristal). Ces PSAW sont souvent beaucoup plus couplées que les ondes de Rayleigh, et présentent une profondeur de pénétration dans le substrat bien plus conséquente (de l'ordre de plusieurs dizaines de fois la longueur d'onde). La profondeur des trous usinés dans le substrat de niobate de lithium étant dans le cas présent de l'ordre d'une longueur d'onde seulement, on attend une influence très limitée, voire difficilement quantifiable, de la structure périodique sur la propagation de ces ondes. La vitesse de propagation de la PSAW étant relativement proche de celle de la SAW (4600 contre 3700 m.s⁻¹), les réponses électriques de ces deux types d'ondes se recouvrent partiellement, ce qui limite la pertinence de l'utilisation de transducteurs à peignes interdigités en éventail. En effet, s'il est possible, comme nous allons le voir un peu plus loin, de discriminer les réponses respectives des ondes de Rayleigh et des ondes à pertes sur la réponse de dispositifs individuels émettant autour d'une fréquence centrale donnée, la réponse électrique d'un SFIDT n'aurait guère permis de procéder à une telle différenciation. Pour les mêmes raisons, et afin d'ainsi assurer une meilleure lisibilité des courbes expérimentales, nous nous sommes contentés de tracer sur la figure 5.7 la superposition des réponses électriques des dispositifs de référence et des cristaux phononiques seulement pour quatre des huit trans-

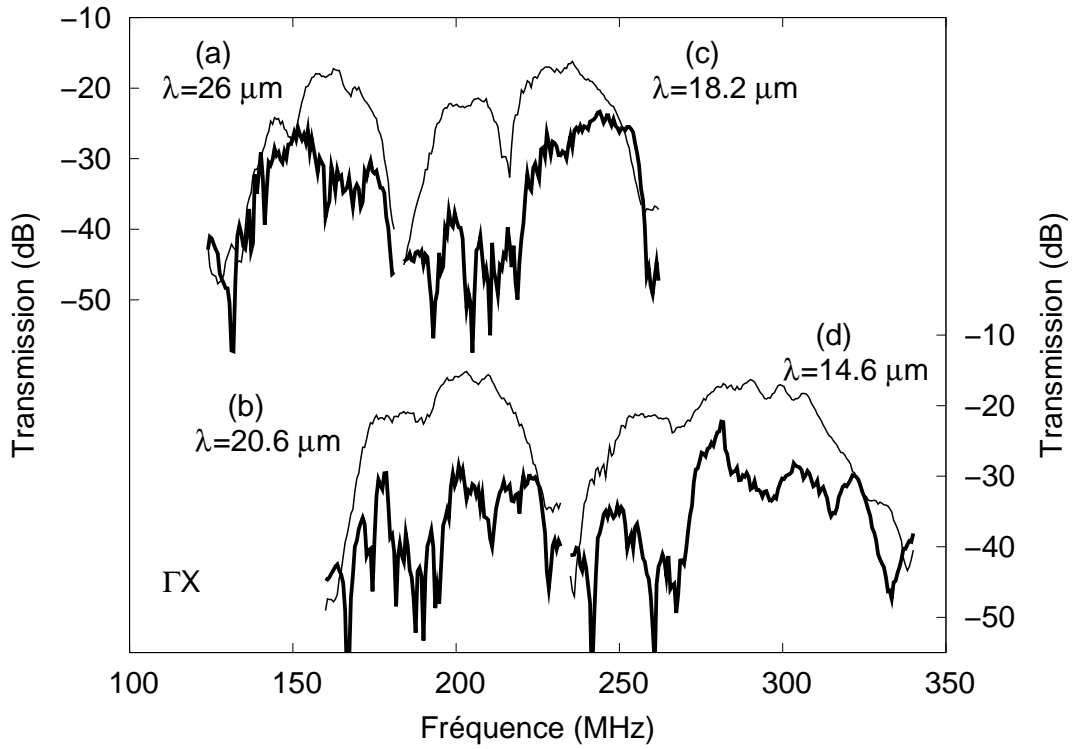


FIG. 5.7 – Mesure en transmission (paramètres S_{12}) de quatre dispositifs de référence (traits fins) et de quatre cristaux phononiques (traits épais) suivant la direction ΓX . En plus de l'onde de Rayleigh attendue, on observe l'existence d'une onde de surface à pertes se propageant à une vitesse suffisamment proche de celle de l'onde de Rayleigh pour pouvoir donner naissance à des réponses électriques adjacentes.

ducteurs interdigités employés. Ces transducteurs émettent à une longueur d'onde de 26, 20,6, 16,4 et 14,6 μm respectivement. Dans le cas par exemple de la figure 5.7a, on observe la présence de deux lobes sur la réponse électrique. Le premier lobe centré à une fréquence de 145 MHz (et donc de vitesse autour de 3770 m.s^{-1}) correspond à l'onde de Rayleigh, alors que le second lobe centré autour de 175 MHz (soit présentant une vitesse aux alentours de 4550 m.s^{-1}) correspond à la pseudo-onde de surface. Cette dernière est d'ailleurs très peu affectée sur la gamme de fréquence considérée. Si elle subit en effet une perte en amplitude de l'ordre de 8 dB lors de sa propagation dans le cristal phononique, cette atténuation reste observable quelle que soit la fréquence du signal considéré. La pseudo-onde de surface semble globalement ressentir la structuration du milieu propagatif, sans que l'on puisse pour autant imputer cet effet à la périodicité du milieu au sens strict. En revanche, si l'on s'attache maintenant à l'évolution du signal correspondant à l'onde de Rayleigh, on observe ici encore un excellent recouvrement entre le signal issu du cristal phononique et le signal de référence sur le dispositif opérant à $\lambda = 26 \mu\text{m}$ par exemple, alors qu'une atténuation de l'ordre de 20 dB du signal à travers le cristal phononique peut être constatée sur la figure 5.7c, à des fréquences théoriquement situées dans la bande interdite du système. Un examen des courbes de transmission obtenues pour la totalité des huit

transducteurs à peignes interdigités met en évidence pour l'onde de Rayleigh un comportement très similaire à celui observé le long de la direction de propagation suivant ΓY : pas d'effet du cristal phononique en dessous de 190 MHz, qui correspondrait à la limite théorique de la bande interdite, quasi-extinction du signal par la structure périodique au-delà de cette valeur et absence de recouvrement de l'énergie transmise à haute fréquence.

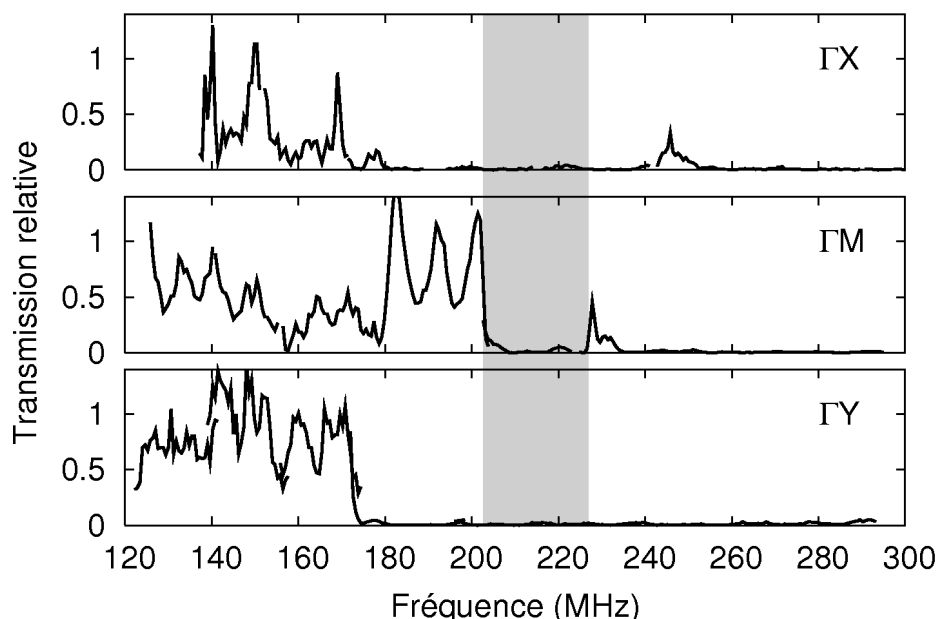


FIG. 5.8 – Transmission relative, définie comme le rapport entre les transmissions mesurées sur des lignes à retard avec et sans cristal phononique interposé. La bande interdite complète s'étend de 203 à 226 MHz.

La figure 5.8 résume les résultats obtenus en termes de transmission relative à travers le cristal suivant les trois directions de propagation. S'ils sont en accord à basse fréquence avec les prédictions théoriques, les modes élastiques de la structure qui devraient se propager à haute fréquence n'ont pu être observés lors d'une propagation suivant ΓX ou ΓY . Seule la direction ΓM , pour laquelle on observe un signal transmis à des fréquences au-delà de la bande d'arrêt attendue peut laisser penser que l'extinction du signal correspond bien à un phénomène de bande interdite.

Ces pertes à hautes fréquences peuvent être interprétées de deux façons. Dans les deux cas, les explications avancées mettent en jeu les relations de dispersion des modes de volume de plus faible vitesse, telles que reportées sur le diagramme de bande de la figure 5.9. La première consiste à expliquer ces pertes à hautes fréquences en termes de rayonnement dans le substrat. On s'attend en effet à ce que les modes élastiques se propageant dans la structure avec des fréquences situées au-delà de cette droite de dispersion, même s'il s'agit de modes initialement de surface, subissent un couplage avec les modes de volume du substrat. Il n'y aurait donc pas d'ondes de surface transmise à haute fréquence par le cristal, même dans le cas d'une structure parfaite.

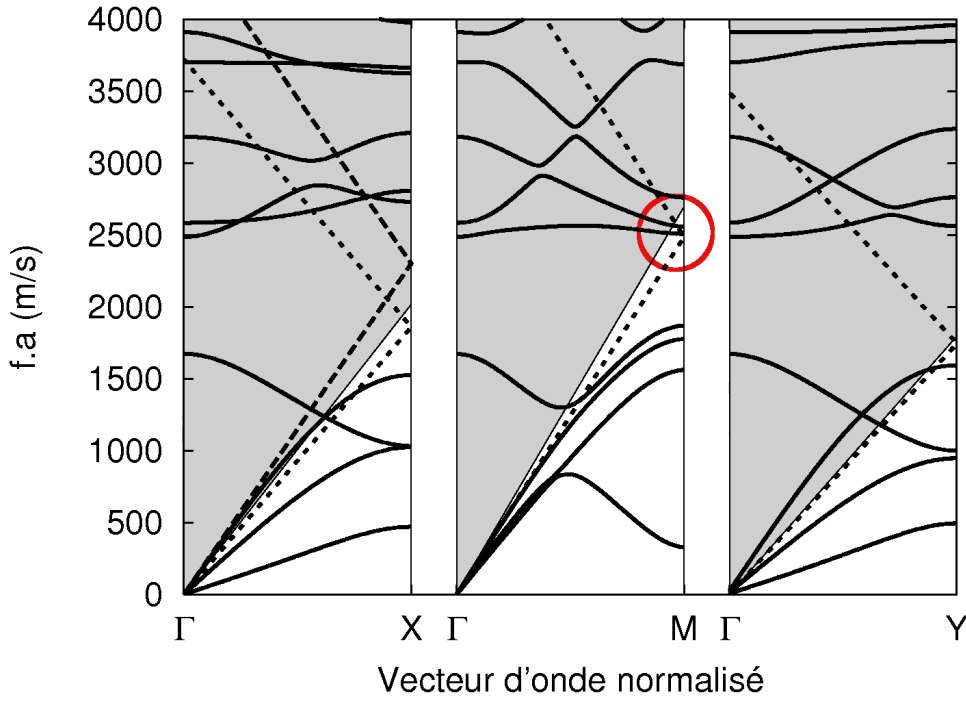


FIG. 5.9 – Diagrammes de bandes théoriques des ondes de volume du cristal phononique. Les lignes du son sont cette fois représentées. On attend un couplage des modes de surface se propageant dans la structure dans les modes de volume du substrat dans les zones grisées situées au dessus des lignes du son pour les modes de volume à vitesse lente. Les relations de dispersion des ondes de Rayleigh (en pointillés courts) et pour les pseudo-ondes de surface (pointillés longs, suivant ΓX) sont également indiquées.

La seconde consiste à imputer ces pertes de propagation à la profondeur finie du cristal. On s'appuie plutôt ici sur des considérations propres aux modes acoustiques guidés, voire sur des analogies optiques. En effet, les diagrammes de bandes obtenus par simulations en éléments finis du cristal phononique sont ceux d'une structure bidimensionnelle idéale, consistant en un réseau d'inclusions d'air parfaitement cylindriques de profondeur supposée infinie devant la longueur d'onde de l'onde de surface. Or la profondeur des trous dans le cristal fabriqué n'est que de l'ordre de $10\text{ }\mu\text{m}$, soit un rapport profondeur des trous sur longueur d'onde acoustique s'échelonnant entre 0,38 et 0,82 (0,61 à 200MHz) seulement dans notre cas. Une façon pertinente de décrire le cristal réel pourrait donc être de l'assimiler à une couche structurée d'épaisseur de $10\text{ }\mu\text{m}$ superposée à un substrat massif. On s'attend ainsi à ce que cette profondeur finie du cristal, à laquelle vient s'ajouter la forme conique des trous gravés tende à favoriser une diffusion hors-plan de l'onde acoustique de surface, résultant ainsi en des pertes de propagation par couplage à des modes de volume du substrat. Ces phénomènes de rayonnement sont bien connus pour les ondes de Love. Nous avons brièvement évoqué au chapitre 1 que ces ondes étaient susceptibles de se propager dans une plaque d'épaisseur de l'ordre de la longueur d'onde reposant sur une couche semi-infinie. Une telle structure autorise le guidage partiel de plusieurs modes, évanescents dans le substrat.

Les ondes de Love ne restent guidées que si la vitesse transverse du substrat est supérieure à celle de la couche. Dans le cas contraire, elles présentent une forte tendance à rayonner dans le substrat. Il n'est pas impossible que le profil des trous gravés conduise à l'apparition d'un phénomène similaire pour les ondes de Rayleigh cette fois-ci. On conçoit alors bien que le modèle idéal adopté ne permet de prendre en compte la propagation des ondes élastiques de surface dans le substrat que de façon limitée, et qu'une correction tenant compte de l'aspect fini du cristal est à apporter. Cette explication peut être reformulée par comparaison avec les matériaux à bandes interdites photoniques. À ce titre, nous avons poussé l'analogie en comparant le cristal en niobate de lithium à une structure stratifiée consistant en une couche phononique sur un substrat massif. Cette configuration est très proche de celle observée dans les cristaux photoniques 2,5D, encore appelés cristaux photoniques quasi-3D (ou *photonic crystal slabs*, tels qu'introduits au chapitre 1). Dans ce type de système, une structure périodique bidimensionnelle est usinée à travers une couche guidante d'indice de réfraction élevé reposant elle-même sur un substrat d'indice plus faible. Dans une telle configuration coexistent des modes guidés dans la couche d'une part ainsi que des modes rayonnant dans le substrat d'autre part. La limite entre ces deux types de modes est fixée par la ligne (ou le cône) de lumière (ou *light line* en anglais), définie comme étant la droite de dispersion du mode guidé, c'est-à-dire correspondant à l'équation $\omega = ck$ où c est la vitesse de la lumière dans le milieu considéré et $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ est le vecteur d'onde. On pourrait alors être tenté de définir de manière similaire une *ligne du son* qui correspondrait dans le cas présent à la droite de dispersion du mode de volume de plus faible vitesse se propageant dans le substrat. Si l'on retrace maintenant les diagrammes de bandes suivant les trois directions de propagation de la figure 5.4 en incluant ces lignes de son (comme sur la figure 5.9), on peut établir une corrélation certaine entre les résultats expérimentaux observés et le diagramme de bandes rectifié.

L'interprétation précédente, qu'elle soit exprimées en termes d'ondes de Love ou de ligne du son, laisse supposer que le phénomène d'atténuation à haute fréquence serait essentiellement dû à la profondeur finie du cristal phononique, et donc que la réalisation d'une structure bimensionnelle infinie au sens des ondes de surface permettrait de s'affranchir de ces effets et d'obtenir une transmission pour des fréquences supérieures à celle de sortie de la bande interdite. La première prévoit pour sa part l'existence d'un effet de rayonnement quel que soit le cristal étudié. Notre structure sur niobate de lithium ne nous permet malheureusement pas de trancher sur cet aspect. Les deux théories formulées interprètent jusqu'à présent de manière tout aussi satisfaisante nos résultats expérimentaux.

En effet, si l'on considère la direction ΓY , on constate que la limite entre modes guidés en surface et modes rayonnés dans le substrat définie par la droite de dispersion de ce mode de volume (ou de cette ligne du son) se situe quasiment à l'entrée de la bande d'arrêt. Les modes à plus haute fréquence étant, suivant cette hypothèse, rayonnés dans le substrat, on ne devrait pas pouvoir observer d'ondes se propageant en sortie du cristal après la sortie de la bande d'arrêt, ce qui a effectivement été constaté lors des mesures électriques.

Il est possible de faire une observation presque identique suivant ΓX : dans ce cas aussi, la posi-

tion de la ligne du son place la fréquence limite du rayonnement suffisamment bas pour inhiber la propagation des modes appartenant à la partie supérieure du diagramme de bandes présenté sur les figures 5.4 ou 5.9. En revanche, cette fois-ci, les fréquences limites d'entrée de bande interdite et de rayonnement sont distinctes : l'entrée de la bande interdite a été mesurée expérimentalement à 180 MHz, fréquence à laquelle elle se situe également théoriquement, alors que la ligne du son ne devrait, elle, couper les modes qu'au-delà de 230 MHz. Si l'on pouvait douter de l'existence réelle d'une bande interdite par la seule étude des résultats obtenus en ΓY , le cas de la direction ΓX est plus rassurant.

L'interprétation des mesures réalisées le long de ΓM confirme de manière encore plus solide l'existence d'une bande interdite pour les ondes de surface et l'influence du phénomène de radiation dans le substrat. Si l'on compare cette fois-ci le diagramme de bandes de la figure 5.9 avec la courbe en transmission relative de la figure 5.8, on constate que le pic de transmission étroit mesuré autour de 230 MHz correspond en fait aux modes de la partie supérieure du diagramme de bandes situé en deçà de la ligne du son, et qui sont donc susceptibles d'être transmis. En revanche, les modes de fréquences supérieures sont eux au delà de la ligne du son et sont perdus par rayonnement dans le substrat.

Enfin, la vitesse de la pseudo-onde de surface étant plus élevée que celle du mode de volume le plus lent de la structure, elle reste dans tous les cas au-dessus de la ligne du son, et subit ainsi une atténuation traduisant sa forte tendance à rayonner dans le substrat, et ce quelle que soit la fréquence considérée.

La caractérisation électrique réalisée semble donc montrer l'existence d'une bande interdite complète pour les ondes de surface, c'est-à-dire pour toute direction de propagation de l'onde incidente, dans un cristal phononique piézoélectrique en niobate de lithium. Elle s'étend de 203 à 226 MHz, contre 190 à 246 MHz selon les prédictions théoriques (soit une largeur de bande relative de 14% contre 26%). Cette largeur de bande réduite peut s'expliquer par la forme conique des trous gravés. En effet, si la structure présente bien un rapport d/a de 0,9 à la surface du substrat, celui-ci diminue dans la profondeur, ce qui contribue certainement à réduire la largeur de bande. Nous avons donc réalisé des structures de rapports diamètre sur période différents afin de confirmer ces résultats.

5.2 Variation du rapport diamètre sur période

Nous avons réitéré les expériences précédentes sur des structures présentant un facteur de remplissage différent. Il s'agit ici d'une part de confirmer l'existence de la bande interdite sur un dispositif de d/a égal à 0,94, et d'autre part de vérifier que l'on parvient bien à fermer la bande interdite pour des rapports d/a autour de 0,82.

5.2.1 Transmission d'un cristal phononique de rapport $d/a = 0,94$

Le cristal phononique a été fabriqué avec un rapport diamètre sur période légèrement différent ($d/a = 0,94$) dans le but principal de vérifier l'existence de la bande interdite. Le diagramme de bandes correspondant ainsi qu'une image MEB de la gravure sont présentés sur la figure 5.10. Les réponses électriques tracées sur les figures 5.11 et 5.12 ont été obtenues comme précédemment. Elles sont d'ailleurs très similaires à celles du cristal précédent, comme le laissait présager le diagramme de bandes : celui-ci prédit en effet l'existence d'une bande interdite complète entre 175 et 230 MHz (contre 180 et 230 MHz précédemment). Expérimentalement, la bande s'étend de 200 à 225 MHz, ce qui est quasiment identique au cas $d/a = 0,9$.

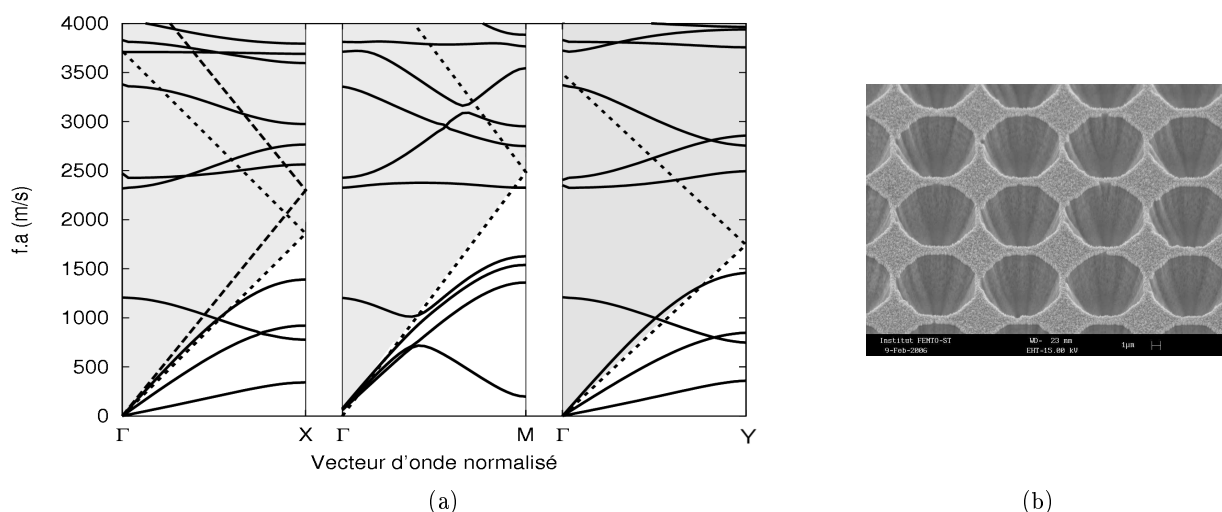


FIG. 5.10 – (a) Diagramme de bandes théorique obtenu par la méthode des éléments finis pour des ondes de volume se propageant dans le plan d'un cristal phononique en niobate de lithium à maille carrée présentant un rapport diamètre sur période de 94% le long des directions ΓX , ΓM et ΓY de la zone de Brillouin irréductible. (b) Image prise au microscope électronique à balayage de trous de diamètre 9,4 μm dans le réseau périodique de constante de maille $a = 10 \mu\text{m}$.

Ce dispositif, s'il n'apporte pas de renseignement supplémentaire du fait de la très forte similitude de la dispersion que les deux types de cristaux induisent, permet en tout cas de confirmer les résultats obtenus avec la première structure. De façon générale, l'augmentation du facteur de remplissage ne peut fournir qu'une information limitée sur l'influence de l'arrangement périodique sur la propagation des ondes de surface, du fait de la relative stabilité en termes de valeur en fréquence de la sortie de bande d'arrêt (qui se situe généralement autour de 230-240 MHz lorsque d/a excède 0,9). L'entrée de la bande demeure pour sa part trop proche de la fréquence de coupure imposée par la ligne du son. Si l'on additionne à ces deux points le fait que la conicité des trous, et la réduction du facteur de remplissage effectif qu'elle induit, ne nous permet pas de travailler effectivement avec des rapports d/a très élevés, on comprend que la réduction de la largeur de la bande interdite induite rend difficile la quantification exacte de l'influence du facteur de remplissage en lui-même. Il est donc finalement plus judicieux de procéder à l'étude

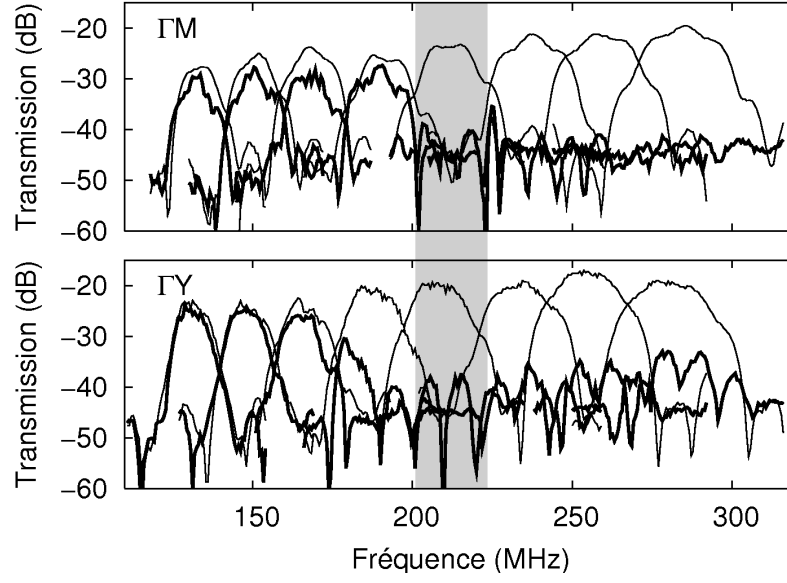


FIG. 5.11 – Mesure en transmission des huit dispositifs de référence (traits fins) et des huit cristaux phononiques de rapport $d/a = 0,94$ (traits épais) suivant ΓM et ΓY .

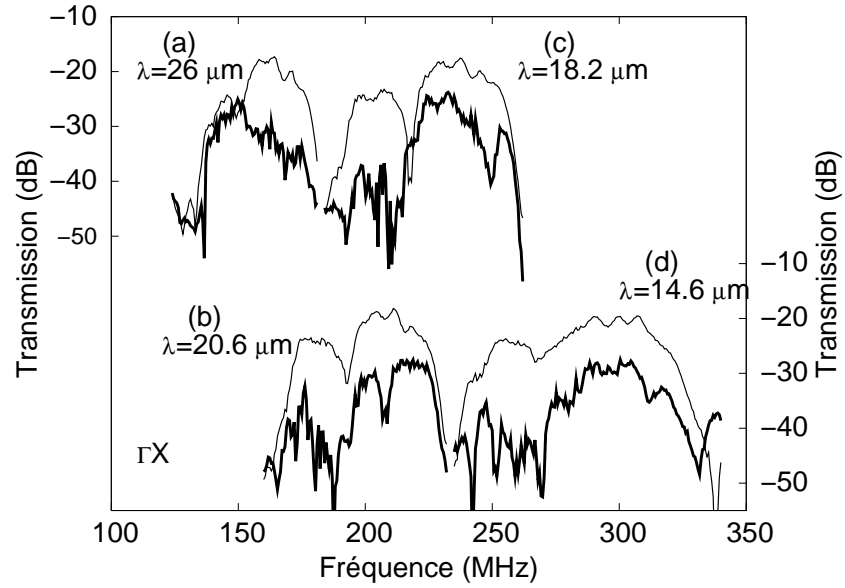


FIG. 5.12 – Mesure en transmission de quatre dispositifs de référence (traits fins) et de quatre cristaux phononiques (traits épais) suivant ΓX pour un cristal de rapport $d/a = 0,94$.

d'un cristal pour lequel on attend une fermeture de la bande interdite complète.

5.2.2 Transmission d'un cristal phononique de rapport $d/a = 0,82$

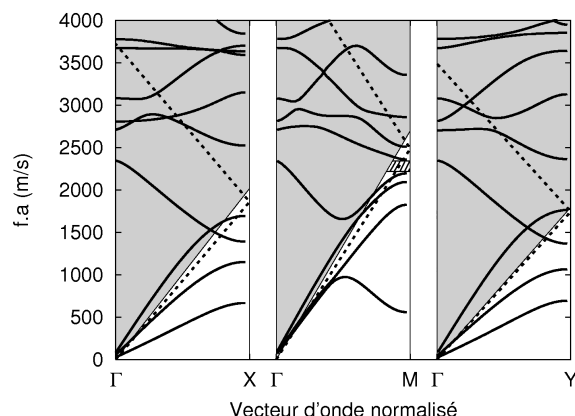


FIG. 5.13 – Diagrammes de bandes théoriques obtenus par méthode des éléments finis pour des ondes de volume se propageant dans le plan d'un cristal phononique en niobate de lithium à maille carrée présentant un rapport diamètre sur période de 82%.

Nous nous sommes ensuite placés en limite d'ouverture de la bande interdite en fabriquant un dispositif de rapport diamètre sur période de 82%. Si l'on prévoit tout de même dans ce cas une bande d'arrêt suivant la direction ΓM s'étendant d'environ 230 à 280 MHz, comme le montre la figure 5.13, on s'attend à réduire encore cette bande, voire à la fermer complètement du fait de la conicité des trous gravés, à l'image de ce qui a été constaté pour les deux systèmes précédents. Cette fermeture de la bande n'est certes pas des plus évidentes suivant la direction ΓY , du fait de la position de la ligne du son, qui inhibe la propagation des modes quasiment dès la sortie de la bande d'arrêt (figure 5.14). La fréquence de coupure est dans ce cas pratiquement la même que pour la structure en $d/a = 0,9$, c'est-à-dire autour de 180 MHz. Le changement de la position et de la largeur de la bande interdite se fait quelque peu plus manifeste suivant ΓX . On observe selon cette direction un décalage vers les plus hautes fréquences de la fréquence de coupure des modes de surface (190 MHz contre 180 MHz précédemment, voir figure 5.15). Or, cette fréquence de 190 MHz semble correspondre à la limite définie par la ligne du son suivant ΓX . Confirmation est finalement donnée par la direction ΓM . La valeur d'entrée de la bande d'arrêt s'est donc déplacée de 200 MHz pour $d/a = 0,9$ à 223 MHz dans le cas présent : on observe suivant cette direction une atténuation, quoique moins marquée que celles obtenues précédemment, se produisant jusqu'à 230 MHz environ. La figure 5.14 montre que signaux des cristaux phononiques et signaux de référence se superposent, si l'on excepte cette bande d'arrêt de 7 MHz, soit d'une largeur relative de 3% seulement, jusqu'à la fréquence de 248 MHz.

Enfin, comme dans le cas $d/a = 0,9$, les ondes de surface à plus haute fréquence ne sont pas transmises par le cristal. Ces résultats concordent une fois encore avec les positions fréquentielles limites définies par la ligne du son, en l'occurrence autour de 250 MHz le long de ΓM .

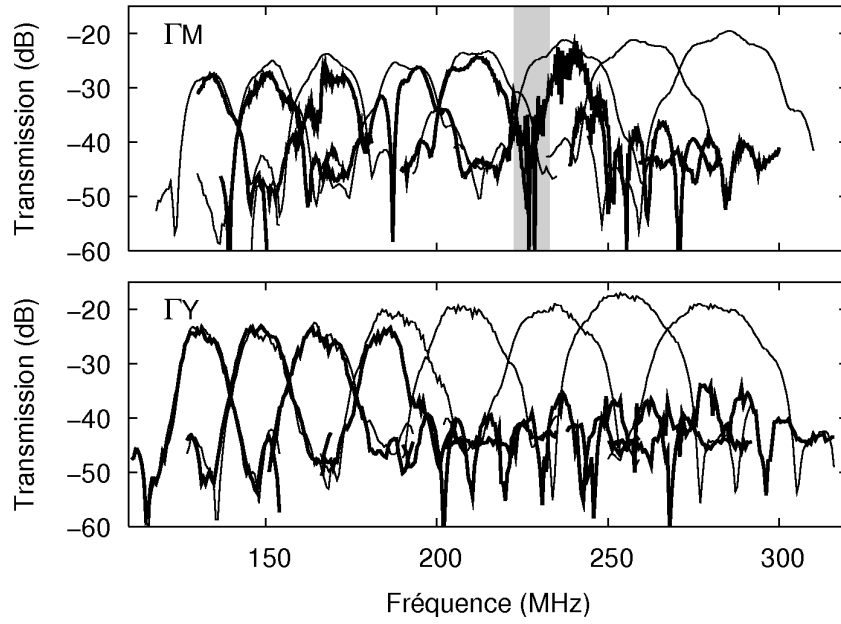


FIG. 5.14 – Mesure en transmission (paramètres S_{12}) des huit dispositifs de référence (traits fins) et des huit cristaux phononiques de rapport $d/a = 0,82$. (traits épais) dans le cas d'une propagation suivant les directions ΓM et ΓY respectivement.

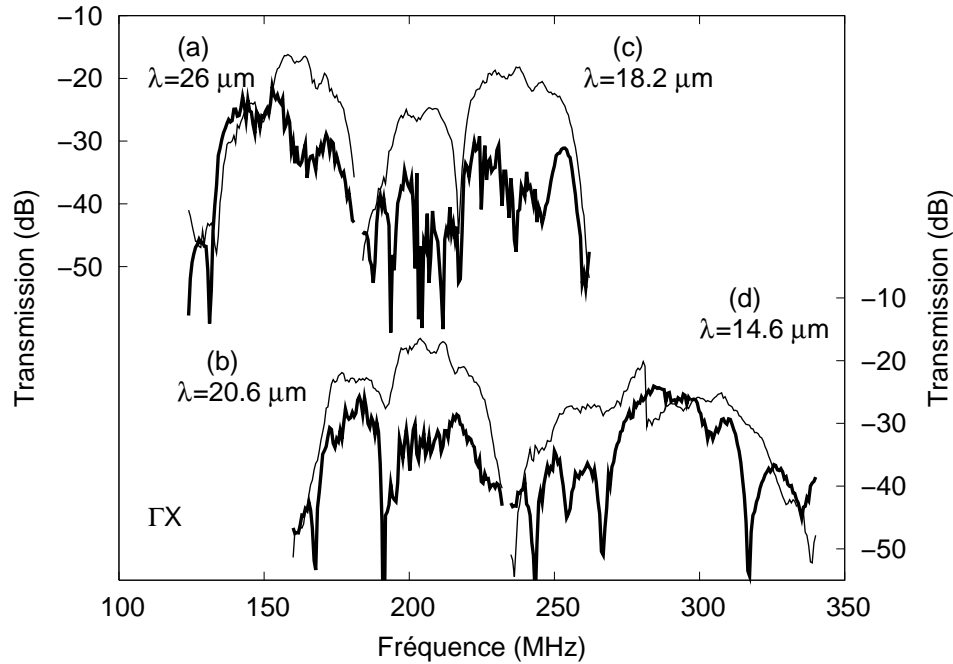


FIG. 5.15 – Mesure en transmission (paramètres S_{12}) de quatre dispositifs de référence (traits fins) et de quatre cristaux phononiques (traits épais) suivant la direction ΓX pour un cristal de rapport $d/a = 0,82$.

5.3 Caractérisations électriques : bilan

Les forts coefficients de couplage du niobate de lithium nous ont permis de procéder à la mise en évidence de bandes interdites pour les ondes de surface de manière très illustrative. Il a en

effet été possible de couvrir une bande passante suffisamment large pour permettre l'observation de fréquences situées en amont, en aval et dans les différentes bandes d'arrêt, de façon quasiment continue et avec un nombre limité de dispositifs. La structuration de la seule surface peut donc induire une quasi-extinction des signaux émanant de transducteurs interdigités émettant dans la gamme de fréquence interdite. Les expériences se sont révélées reproductibles, et relativement conformes à la théorie. Néanmoins, les difficultés d'usinage du niobate de lithium mentionnées précédemment ont constitué un paramètre limitant de l'étude des phénomènes se produisant en sortie de bande interdite. Des expériences supplémentaires doivent donc être menées afin de dissiper les derniers doutes relatifs à cet effet de bandes interdites. Deux pistes peuvent être poursuivies à ce titre :

- obtenir une cartographie des ondes de surface par un système d'imagerie optique ou électronique,
- éliminer les pertes de rayonnement liées à la profondeur finie du cristal et au concept de *ligne du son* que nous avons introduit.

Des études menées en collaboration avec différents groupes de recherche ont été initiées à cette fin.

5.4 Cartographie des ondes de surface

Les mesures électriques des dispositifs à ondes de surface ne fournissent donc qu'une information partielle et indirecte sur les propriétés liées à la propagation des ondes dans la structure périodique. Nous avons pu constater, dans notre cas en particulier, qu'elles ne nous permettaient pas de déterminer de manière totalement irréfutable l'origine des pertes en transmission observées en sortie du cristal. Des méthodes alternatives de mesure s'imposent donc, de façon à remonter aux informations relatives au comportement mécanique et propagatif des ondes de surface. Parmi celles proposées dans la littérature, l'utilisation de sondes optiques interférométriques, ou encore de visualisation de la propagation d'ondes élastiques générées par impulsions lasers picosecondes constituent des moyens efficaces et flexibles de procéder à la mesure de tout champ de déplacement normal à la surface. Nous avons de ce fait initié deux collaborations, d'une part avec le *Materials Physics Laboratory* de l'université technologique d'Helsinki en Finlande qui dispose d'une sonde interférométrique hétérodyne capable de mesurer des champs de déplacements acoustiques à des fréquences jusqu'à 5 GHz ; et d'autre part avec le *Laboratory of Applied Solid State Physics* de l'université d'Hokkaido (Japon) pour la caractérisation par acoustique picoseconde. Nous ne présentons ici que des résultats préliminaires issus de ces collaborations.

5.4.1 Mesures par sonde interférométrique hétérodyne

Principe de la mesure

La mesure des amplitudes de déplacements générées par les ondes de surface nécessite un système suffisamment sensible pour pouvoir détecter des variations d'amplitude de vibration

de l'ordre du nanomètre. L'interférométrie optique permet d'atteindre une telle résolution et présente par ailleurs l'avantage d'être une technique non-intrusive, sans influence donc sur le comportement propagatif des ondes à mesurer.

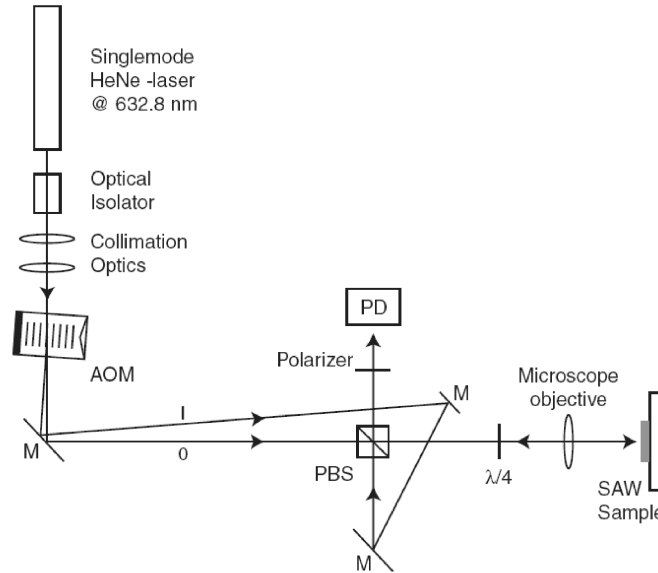


FIG. 5.16 – Partie optique du montage expérimental de l'interféromètre hétérodyne. D'après [146].

Le montage optique actuellement mis en place à l'université technologique d'Helsinki est représenté schématiquement sur la figure 5.16. Il s'agit d'un interféromètre de Mach-Zehnder légèrement modifié. Le faisceau lumineux issu d'un laser hélium-néon est scindé en deux après passage dans un modulateur acousto-optique. Le faisceau diffracté à l'ordre 1, défléchi et décalé en fréquence par rapport à celui à l'ordre 0 (qui est transmis à travers le modulateur sans être affecté), fait office de référence. Le second faisceau est envoyé sur l'échantillon à caractériser. Une lame séparatrice permet de recollecter les signaux issus du bras de référence et du bras sonde sur une photodiode rapide. La somme des champs au niveau du détecteur conduit à l'expression de l'intensité suivante :

$$I(t) = I_0 + I_1 + 2\sqrt{I_0 I_1} \cos(\omega_{mod}t + \phi(t)) \quad (5.1)$$

I_0 et I_1 sont les intensités mesurées sur chacun des bras et ω_{mod} est le décalage en fréquence induit par le modulateur acousto-optique. Le terme de phase $\phi(t)$ dépend de la différence de chemin optique entre les deux bras de l'interféromètre, mais également de celle due au déplacement (supposé sinusoïdal) de l'onde acoustique :

$$\phi(t) = \phi_0 + I_1 - \frac{4\pi}{\lambda} A \cos(\omega_{SAW}t + \phi) \quad (5.2)$$

où A est l'amplitude de la composante normale de l'onde acoustique, λ est la longueur d'onde du faisceau laser incident et ω_{SAW} et ϕ sont respectivement les phase et pulsation de l'onde de

surface. Si l'amplitude de vibration A est faible devant la longueur d'onde du laser, l'expression de l'intensité se ramène à :

$$I(t) = I_0 + I_1 + 2\sqrt{I_0 I_1} [\cos(\omega_{mod}t + \phi_0) + \frac{2\pi}{\lambda} A \sin((\omega_{mod} - \omega_{SAW})t + \phi_0 - \phi) + \frac{2\pi}{\lambda} A \sin((\omega_{mod} + \omega_{SAW})t + \phi_0 + \phi)] \quad (5.3)$$

On peut déduire de cette équation que la réponse de l'interféromètre hétérodyne dans le domaine fréquentiel consiste en un premier pic à une fréquence f_{mod} et en deux raies latérales de fréquences $(f_{mod} \pm f_{SAW})$. Il est ainsi possible de retrouver les informations d'amplitude et de phase de l'onde acoustique propagative.

Caractérisation d'un cristal phononique

Nous avons donc fait parvenir à cette équipe finlandaise trois cristaux phononiques identiques, entourés de part et d'autre par des transducteurs à peignes interdigités émetteur et récepteur. Les cristaux ont été fabriqués sur un substrat de niobate de lithium en coupe Y et présentent un rapport diamètre sur période de 94% environ. Les mesures électriques correspondantes ont été présentées en 5.2.1. Nous nous sommes pour l'instant contentés de réemployer les géométries de dispositifs utilisées jusqu'à présent pour ces expériences préliminaires. Les cristaux choisis émettent suivant la direction ΓM de la zone irréductible de Brillouin, direction suivant laquelle nous avons pu observer la sortie de bande d'arrêt.

Les fréquences centrales de fonctionnement des paires de transducteurs se situent respectivement en amont, en aval, et à l'intérieur de la bande interdite théoriquement prédite, à savoir : $f_1 = 133$ MHz, $f_2 = 212$ MHz et $f_3 = 260$ MHz. Les échantillons ont été fixés sur un circuit imprimé comme le montre la figure 5.17. Les deux transducteurs sont connectés aux pistes élec-

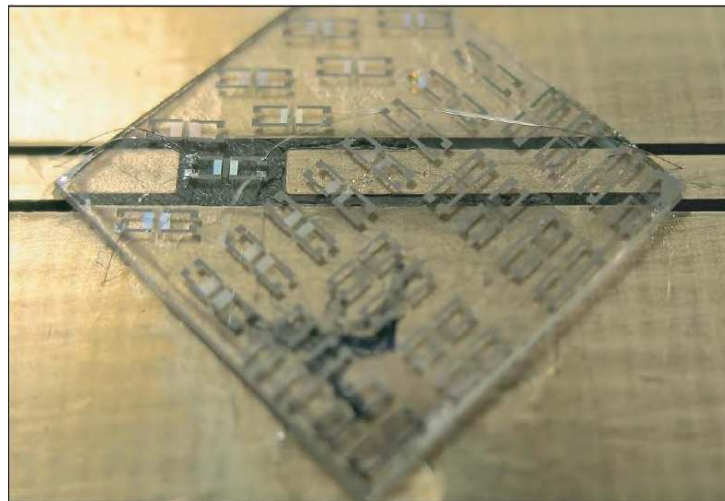


FIG. 5.17 – Exemple de connections réalisées pour la mesure de la transmission d'un cristal phononique par interférométrie hétérodyne.

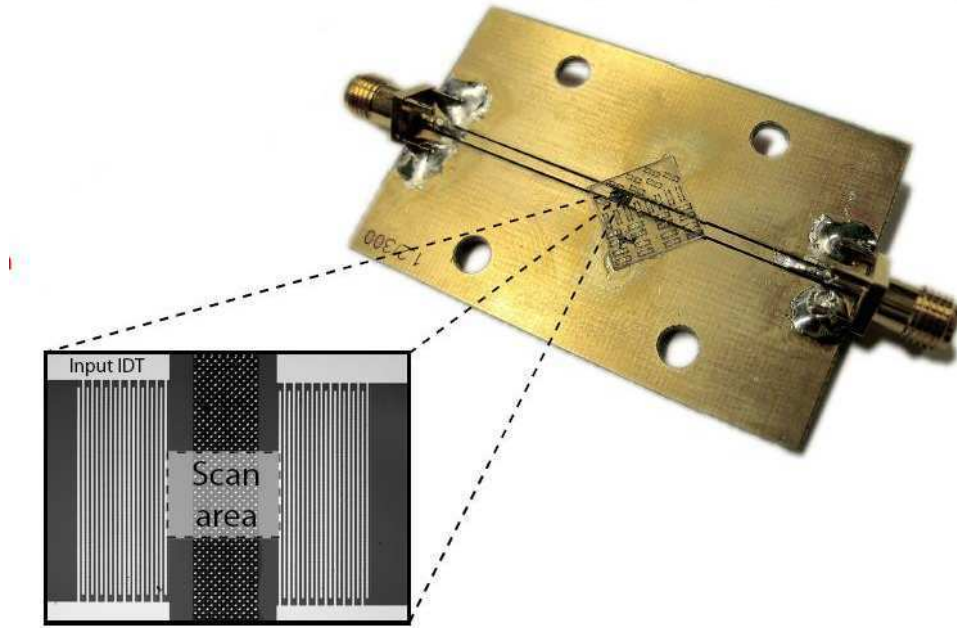


FIG. 5.18 – Détail de la zone visualisée au moyen de la sonde hétérodyne.

triques par connexion filaire par soudure thermomécanique (ou *wire bonding*), mais seul l'un des deux réseaux de peignes est destiné à être alimenté, la détection étant assurée par voie optique. La figure 5.18 précise la fenêtre de visualisation du signal. Celle-ci est un carré de dimension $x_L = y_L = 205.7 \mu\text{m}$. Jusqu'à présent, seuls deux des trois transducteurs ont pu être mesurés : le premier émet à une fréquence plus faible que celle d'ouverture théorique de la bande interdite. On attend, conformément aux mesures électriques, une transmission du signal, et donc l'existence d'une onde propagative traversant le cristal sans être affectée. Le second transducteur émet à une fréquence autour de 210 MHz, soit au centre de la bande interdite expérimentalement mesurée. Si l'atténuation observée par mesure électrique de la transmission est effectivement due à un phénomène de bandes interdites pour les ondes élastiques de surface, on attend en revanche la formation d'une onde stationnaire entre la sortie du transducteur et l'entrée du cristal. Dans le cas contraire, c'est-à-dire si l'atténuation électriquement mesurée n'est liée qu'à des pertes de propagation, par exemple par rayonnement dans le substrat, on ne devrait pouvoir observer qu'une onde propagative en entrée du cristal et un signal quasiment nul en sortie. Les mesures effectuées sur les premiers dispositifs sont rapportées sur la figure 5.19. La partie (a) de la figure montre l'amplitude du signal mesuré. Le faible nombre de doigts du transducteur émetteur (dix paires seulement) limite la dynamique de mesure, inférieure à 30 dB, ce qui nuit quelque peu à la visualisation du signal. On observe pourtant clairement l'existence d'une onde propagative de part et d'autre du cristal : l'onde acoustique est donc bien transmise à cette fréquence particulière. Cette réponse en amplitude est d'ailleurs confirmée par mesure de la phase (figure 5.19b). Les résultats obtenus pour le dispositif émettant à une fréquence autour de 210 MHz sont encore plus concluants. La figure 5.20 montre que l'on observe clairement dans ce cas la formation d'une

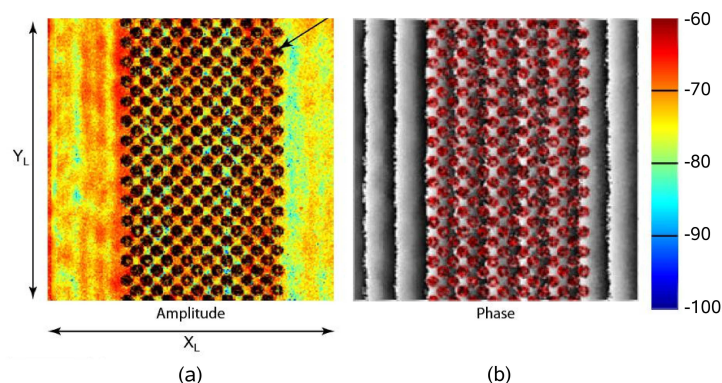


FIG. 5.19 – Images obtenues par interférométrie laser de l’amplitude (a) et de la phase (b) d’une onde acoustique de surface se propageant à travers le cristal phononique en niobate de lithium à une fréquence de 133 MHz, soit en dessous de la bande interdite définie par mesures électriques.

onde stationnaire entre la sortie du transducteur et l’entrée du cristal, preuve de l’existence d’un effet de réflexion dû à la structuration périodique du substrat. En revanche, en sortie, l’amplitude du signal mesurée est quasiment nulle (-70 dB à -80 dB contre -50 dB au moins en entrée). Ces mesures confirment donc que l’extinction du signal mesurée au moyen des paramètres S correspond bien à une réflexion de l’onde acoustique sur la face d’entrée et non à des pertes de propagation.

Les mesures de la variation de l’amplitude du signal le long de la direction de propagation fournissent également des renseignements intéressants, comme le montre la figure 5.21. Cette amplitude est évaluée à chaque pas du balayage suivant la direction de propagation x en moyennant les valeurs de l’amplitude correspondantes obtenues suivant l’axe y . Après traversée du cristal, l’onde acoustique présente une amplitude autour de -75 dB, contre une amplitude d’entrée légèrement inférieure à 50 dB. Cette atténuation de l’ordre de 25 dB est conforme aux mesures électriques obtenues en 5.2.1. Les phénomènes se produisant à l’intérieur du cristal sont en revanche un peu plus délicats à interpréter. On observe bien une atténuation graduelle du

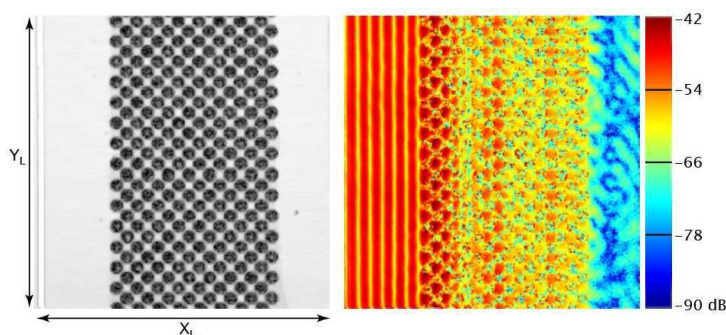


FIG. 5.20 – Images obtenues par interférométrie laser de l’amplitude d’une onde acoustique de surface se propageant à travers le cristal phononique en niobate de lithium à une fréquence de 212 MHz, comprise dans la bande interdite définie par mesures purement électriques.

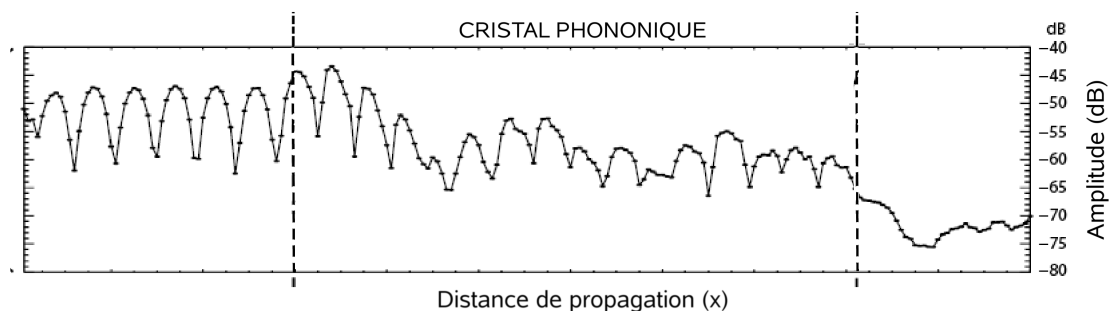


FIG. 5.21 – Évolution de l'amplitude du signal le long de la direction de propagation (x) mesurée à une fréquence de 213 MHz. La ligne pointillée délimite la zone dans laquelle se situe le cristal phononique.

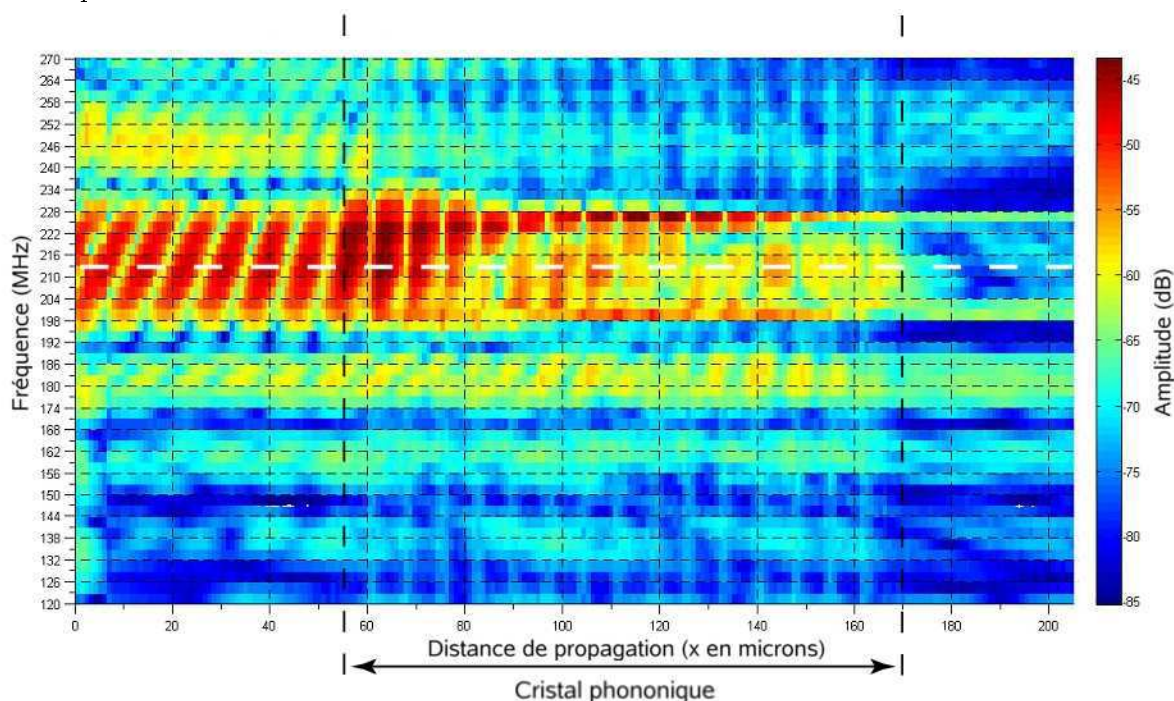


FIG. 5.22 – Évolution de l'amplitude du signal le long de la direction de propagation (x) mesurée à une fréquence de 213 MHz.

signal au cours de sa propagation dans le cristal, mais il semble, au-delà de ce simple fait, se former un système d'interférences au sein même du réseau de trous. Des analyses supplémentaires se révéleraient nécessaires ici pour interpréter plus correctement ce phénomène que l'on peut *a priori* imputer à des réflexions successives aux interfaces cristal/air.

Ces différents résultats nous ont permis d'apprécier le potentiel de ces méthodes de mesures optiques pour la caractérisation des cristaux phononiques. Les relevés d'amplitudes sont en effet des vecteurs d'information importants dans la mesure où ils autorisent une bien meilleure compréhension des phénomènes mis en jeu lors de la propagation de l'onde acoustique à travers la structure périodique. Là où les mesures électriques ne nous ont donné que des informations sur la transmission du cristal, les mesures optiques nous permettent de remonter à ses propriétés de

réflexion. Cette possibilité d’imager de façon directe les ondes de surface nous a permis de lever définitivement le doute sur l’existence effective d’une bande interdite pour les ondes élastiques de surface dans un cristal phononique en niobate de lithium : la formation d’une onde stationnaire très marquée entre l’entrée du cristal et la sortie du transducteur émetteur à des fréquences pertinentes témoigne de l’effet de bande interdite pour les ondes de surface. Nous avons également pu confirmer qu’à basse fréquence, l’onde acoustique était transmise sans altération particulière à travers le cristal. Cette collaboration n’en étant qu’à ses débuts, nombre d’analyses sont encore à effectuer. Des mesures similaires avec le dispositif restant, qui possède une fréquence d’émission plus élevée que celle de sortie de la bande interdite, sont d’ailleurs actuellement en cours. On s’attend dans ces conditions à observer plus clairement la perte du signal en transmission, qui cette fois-ci ne serait pas accompagnée par la présence d’une onde stationnaire. Un résultat préliminaire a d’ailleurs été obtenu en dressant la cartographie complète de l’amplitude de propagation à travers le système sur toute la gamme de fréquence d’émission du transducteur émettant autour de 210 MHz, présentée sur la figure 5.22. On voit ici clairement apparaître le profil d’amplitude en sinus cardinal typique d’un transducteur à peignes interdigités dans la zone située avant le cristal phononique : le lobe principal est centré autour de 216 MHz, et les deux lobes secondaires autour de 180 MHz et 250 MHz respectivement. L’amplitude de l’onde à ces deux fréquences d’émission secondaires est bien sûr beaucoup plus faible qu’à la fréquence centrale, mais malgré la faible dynamique de mesure, il est possible de tirer des informations intéressantes quant au comportement des ondes à des fréquences au-delà de la sortie de la bande interdite, tout en confirmant les résultats précédemment évoqués aux fréquences ponctuelles de 133 MHz et 212 MHz. On retrouve en effet autour de cette dernière fréquence le comportement déjà décrit pour l’onde acoustique : une réflexion totale à l’entrée du cristal, un phénomène d’interférence au sein de la structure périodique, et un signal quasi-nul au-delà du réseau. De même, autour de 180 MHz, fréquence située en dessous de la bande interdite théorique, on constate à nouveau l’existence d’une onde propagative, avant, dans et après le cristal phononique. En revanche, au niveau du troisième lobe, celui autour de 250 MHz, l’onde acoustique semble s’atténuer très rapidement, quasiment dès son entrée dans le cristal. L’amplitude mesurée en sortie est quasi-nulle, ce qui est conforme avec les mesures électriques présentées en 5.2.1. Il est possible d’améliorer encore les mesures obtenues en redimensionnant les transducteurs à peignes interdigités : un plus grand nombre de paires de doigts nous permettraient par exemple de gagner en dynamique de mesure. De plus, en répétant des mesures similaires, à condition de disposer de transducteurs adaptés à une émission large bande, il est possible de dresser une cartographie complète de l’amplitude de propagation à travers le système sur toute une gamme de fréquence, nous autorisant à visualiser directement, le cas échéant, la position et la largeur de la bande interdite ainsi que les phénomènes de propagation qui s’y rapportent.

Enfin, cette méthode de mesure offre d’intéressantes perspectives quant à la caractérisation de guides d’onde ou encore de cavités, quand bien même ces dernières fonctions gagneraient grandement à être implémentées dans un cristal véritablement bidimensionnel au sens des ondes de surface.

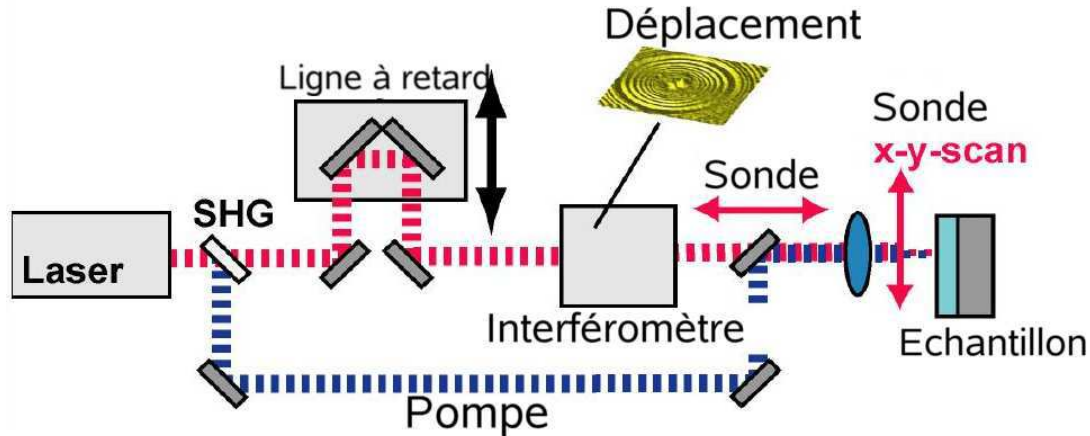


FIG. 5.23 – Montage expérimental employé pour la génération et la détection d'ondes de surface par impulsions laser picosecondes (Source : Dieter Profunser, Université d'Hokkaido)

5.4.2 Mesures par acoustique picoseconde : s'affranchir du cône du son

Les méthodes développées jusqu'à présent pour l'usinage du niobate de lithium ne permettent pas, du moins à notre connaissance, d'obtenir des structures à haut rapport de forme à l'échelle de quelques microns. La réalisation d'un cristal phononique semi-infini du point de vue d'ondes de surface se propageant sur le substrat n'est donc que très difficilement envisageable par usinage d'un substrat massif. Une alternative possible consisterait à utiliser comme matériau de base un autre matériau piézoélectrique plus aisément usinable à l'image du quartz. Mais la solution quasiment idéale en termes de fabrication de microstructures profondes reste d'employer le silicium. Dans le cadre d'une application réelle aux ondes de surface, il est alors bien évidemment nécessaire de déposer un film mince piézoélectrique, d'épaisseur typiquement de l'ordre du micron, afin d'assurer la transduction des ondes élastiques. Nous reviendrons d'ailleurs sur ce point dans les perspectives de ces travaux. Mais du point de vue de la caractérisation seulement, il est envisageable de procéder à une excitation d'ondes de surface sans pour autant avoir recours à la piézoélectricité.

Il est en effet possible d'exciter des ondes acoustiques dans les solides par utilisation d'impulsions lasers ultrabrèves, technique très largement employée en physique du solide pour la caractérisation de matériaux. Le substrat doit être opaque à la longueur d'onde de travail, pour permettre un échauffement de la surface (typiquement des 20 premiers nanomètres). L'effet thermo-élastique va alors conduire à la propagation d'une onde acoustique, dont la longueur d'onde dépend directement du diamètre du faisceau laser à la surface. Ce dernier étant de l'ordre de quelques microns, les fréquences acoustiques générées s'échelonnent de la centaine de mégahertz au gigahertz. Les paquets d'ondes générés sont constitués d'une superposition de modes de surface. La répartition en termes de direction de ces vecteurs d'onde permet de couvrir tout l'espace de propagation. Les vibrations hors plan sont détectées au moyen d'un système interférométrique mettant en jeu l'impulsion initiale et un faisceau sonde, comme l'illustre le montage de la figure 5.23 actuellement mis en place à l'université d'Hokkaido, et qui a été employé pour réaliser les mesures présentées

dans la suite de ce document. C'est en fait la mesure de la différence de phase entre les deux faisceaux sondes à un temps fixé t qui permet de remonter au déplacement de l'onde acoustique de surface. En incrémentant graduellement la valeur de t , il est même possible d'obtenir une animation retraçant le déplacement de l'onde¹.

Ce type de montage permet donc de remonter aux informations relatives à l'amplitude et à la phase d'une onde de surface se propageant dans un solide quelconque. Cette technique de mesure permet de s'affranchir de la nécessité d'employer un substrat piézoélectrique, mais ne permet pas de caractériser un cristal phononique pour les ondes en configuration réelle de fonctionnement, c'est-à-dire pour des ondes de surface cette fois-ci générées par un transducteur à peignes interdigités. En ce sens, ces expériences sont complémentaires à celles réalisées en collaboration avec l'université technologique d'Helsinki.

Conception et fabrication du cristal phononique en silicium

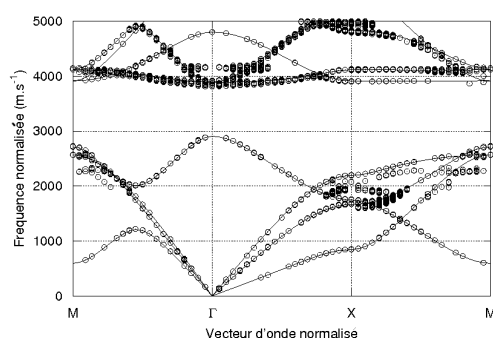


FIG. 5.24 – Diagramme de bandes pour les ondes de surface pour le même cristal calculé par méthode de décomposition en ondes planes. Les 'o' marquent les modes de surface, les lignes pleines marquent les modes de volume de la structure.

Nous nous sommes une nouvelle fois appuyés sur les modèles de décomposition en ondes planes pour les ondes de surface et sur ceux en éléments finis pour les ondes de volume pour procéder au dimensionnement du cristal phononique. La figure 5.24 montre le diagramme de bandes pour les ondes de surface et pour les ondes de volume obtenu dans le cas d'un cristal phononique en silicium, à géométrie de maille carrée présentant un rapport diamètre sur période de 0,85. On remarque à nouveau que les courbes de dispersion pour les deux types de modes sont très proches : la majorité des branches se superposent parfaitement, et bien qu'il existe quelques modes de surfaces susceptibles de se propager malgré l'absence de modes de volume, les positions et largeurs des bandes interdites de volume et de surface sont les mêmes. Nous procédons donc ici de la même façon que dans le cas du niobate de lithium : c'est la méthode en éléments finis pour les ondes de volume qui sera préférentiellement employée pour dimensionner le cristal.

La structure choisie et fabriquée présente un paramètre de maille de $6,3\ \mu\text{m}$ pour un diamètre d'inclusions de $5,8\ \mu\text{m}$ (soit un rapport d/a autour de 0,92). Le diagramme de bandes pour les ondes de volume dans une telle configuration géométrique est reporté sur la figure 5.25. On

¹Quelques-unes de ces animations sont en ligne sur le site de l'*Applied Solid State Physics Laboratory* de l'université d'Hokkaido : <http://kino-ap.eng.hokudai.ac.jp>

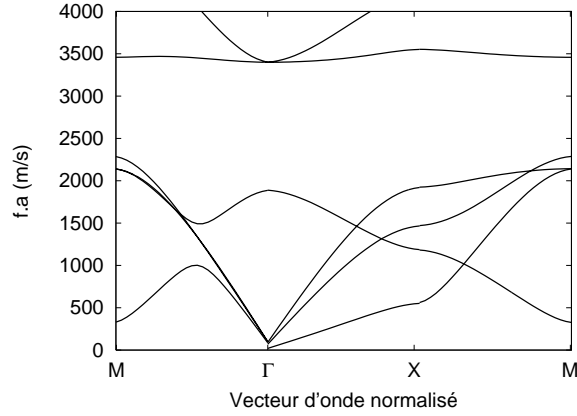


FIG. 5.25 – (a) Diagramme de bandes obtenu par méthode des éléments finis pour les ondes de volume dans un cristal phononique bidimensionnel en silicium, de rapport $d/a = 0,9$.

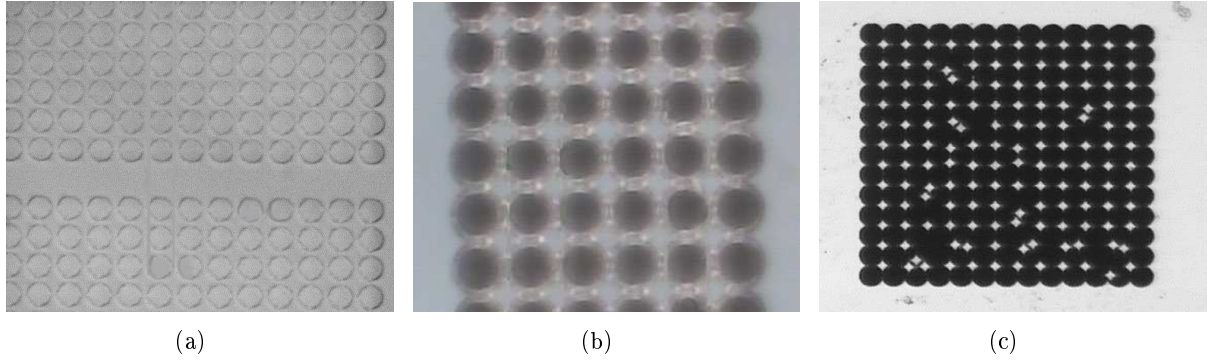


FIG. 5.26 – Images au microscope optiques des différentes étapes de gravure de cristaux phononiques en silicium en utilisant un masque résine SPR. (a) Après développement de la résine et avant gravure. (b) Après gravure, avec le masque résine toujours en place. (c) Après élimination de la résine.

prévoit ainsi l'existence d'une bande interdite de 360 à 540 MHz, soit une largeur relative de 20 %. Le cristal a ensuite été fabriqué par gravure ionique réactive profonde (Deep-RIE) du silicium suivant un procédé Bosch standard. Notons ici que deux masques différents ont été employés :

- Un masque SPR-220 3.0 du fait, encore une fois, de la simplicité de mise en œuvre,
- Un masque aluminium d'épaisseur de l'ordre de 200 nm déposé par pulvérisation cathodique (les structures ayant été définies indifféremment par *lift-off* ou par gravure directe humide de la couche d'aluminium).

En effet, la SPR, si elle s'est révélée pertinente dans le cas de structures présentant une distance inter-trous supérieures au micron, est en revanche assez peu adaptée à l'usinage de réseaux où cette distance est encore réduite. Il se produit dans ce cas une sous-gravure qui conduit à une ouverture des trous sur ceux adjacents. La séparation entre les motifs est en revanche conservée au niveau du masque de résine, comme le montre la figure 5.26. Le masque métallique s'est donc imposé comme l'alternative la plus intéressante. La gravure profonde a alors été effectuée suivant un procédé Bosch standard (alternance de deux étapes, une de passivation de durée trois secondes par introduction de C_4F_8 destinée à polymériser la surface, et une autre de gravure à

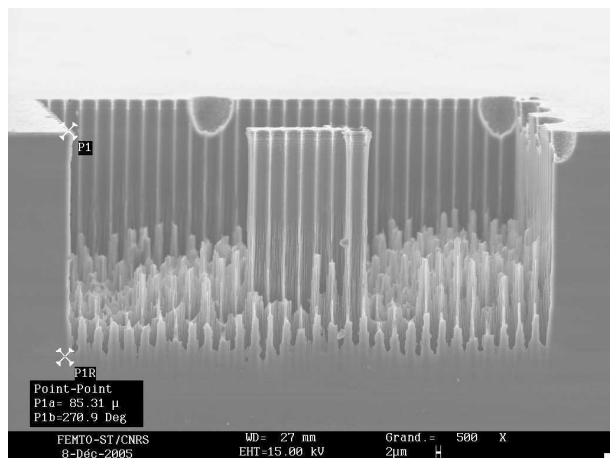


FIG. 5.27 – Image au microscope électronique à balayage d’un cristal phononique en silicium. L’effondrement de certains des trous est dû au clivage effectué pour réaliser cette vue en coupe.

l’hexafluorure de soufre SF_6 de durée 7 secondes, à une température de 20°C) ou un procédé Bosch rapide (2 secondes de passivation pour 7 secondes de gravure) à 15°C . Après élimination du masque métallique par gravure humide, et nettoyage du substrat de silicium dans un bain Piranha à 1 : 1, une couche de chrome a ensuite être déposée par pulvérisation cathodique pour faciliter la détection optique. Une profondeur de $80\text{ }\mu\text{m}$ a ainsi pu être atteinte, sans difficulté particulière, comme l’illustre la figure 5.27. Le cristal phononique est donc bien cette fois-ci bidimensionnel au sens des ondes de surface.

Résultats préliminaires

Deux séries de dispositifs ont été fabriquées et envoyées à l’heure de la rédaction de ce manuscrit. La première, la seule à avoir été caractérisée jusqu’à présent, comporte essentiellement des cristaux phononiques parfaits (sans défauts) de 12 périodes de long. Cette longueur de cristal excédant les dimensions de la zone qu’il est possible d’imager au moyen du système expérimental précédemment évoqué, seules des caractérisations en réflexion ont pu être effectuées.

La figure 5.28 montre une image obtenue dans le cas de la propagation d’une onde de surface de fréquence égale à 534 MHz (comprise dans la bande interdite) à travers le cristal phononique. Le point en bas au milieu de la figure correspond au point d’impact du laser, et les anneaux concentriques au front d’onde de l’impulsion générée. Nous avons donc bien ici à faire à une source ponctuelle, conduisant à la propagation d’ondes sphériques omnidirectionnelles. La partie supérieure du cristal correspond au réseau de trous : on constate très clairement que l’onde de surface ne pénètre pas dans le cristal, mais qu’elle est au contraire réfléchi, comme en témoignent la présence d’une onde contra-propagative et les interférences qui en résultent.

La figure 5.29 permet de comparer les courbes isofréquences mesurées pour des ondes de surface incidentes de fréquence respectivement en amont (148 MHz), à l’intérieur (592 MHz) et en aval (888 MHz) de la bande interdite théoriquement prédite, qui confirment encore ce phénomène. Ces courbes sont obtenues par transformée de Fourier du signal mesuré dans le domaine temporel, et permettent de déterminer la forme des modes dans le réseau réciproque. Les modes présentant un vecteur d’onde k_y (y étant la direction de propagation pour une onde traversant le cristal) positif

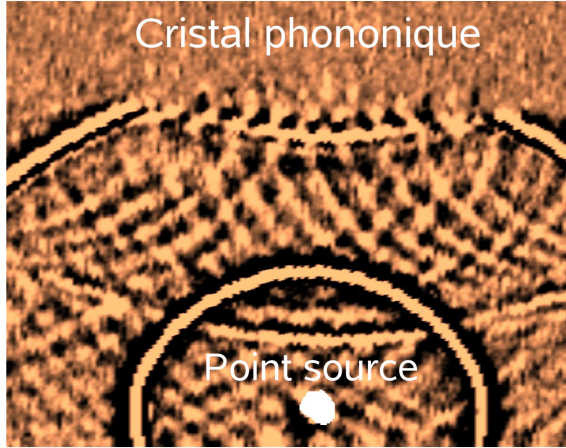


FIG. 5.28 – Image du déplacement des ondes acoustiques de surface à l'entrée du cristal phononique (en haut de la figure). Le point d'impact du laser, et donc la source de l'onde acoustique est visible en bas de la figure.

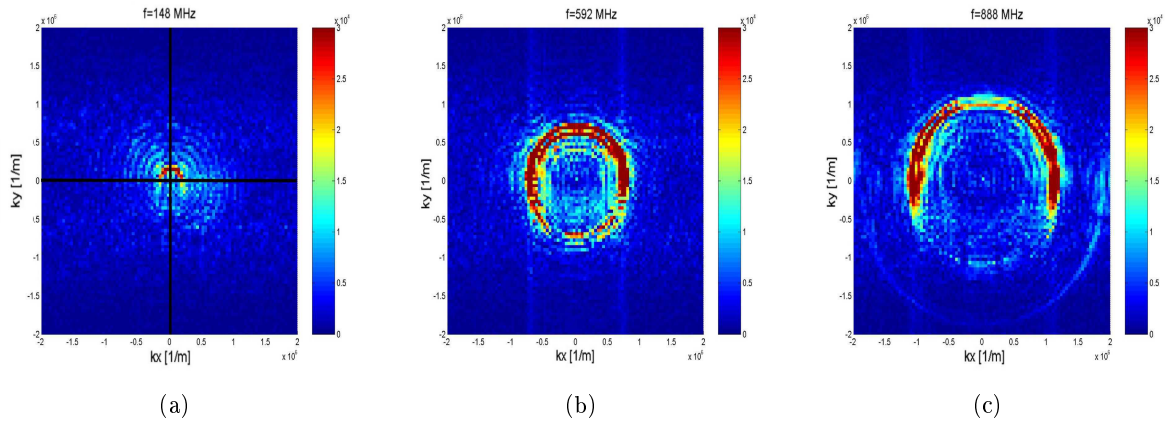


FIG. 5.29 – Courbes isofréquences obtenues par transformée de Fourier du signal temporel pour une onde de surface d'excitation de fréquence (a) inférieure à, (b) comprise dans, ou (c) supérieure à la gamme de fréquence interdite.

sont des modes propagatifs ; les modes de k_y négatifs sont contra-propagatifs et correspondent donc à des ondes réfléchies. On ne constate la présence de ces dernières que dans le second cas, preuve de l'existence d'un effet de réflexion dû au phénomène de bande interdite phononique. Ces résultats obtenus à des fréquences ponctuelles sont confirmés par la courbe de dispersion expérimentale de la figure 5.30a : il existe bien un signal réfléchi entre 350 et 650 MHz environ, témoin de l'existence d'une bande interdite complète pour les ondes de surface dans cette gamme de fréquence. Par comparaison, les courbes de dispersion mesurées dans la direction x , c'est-à-dire pour une propagation dans le milieu homogène, montrent clairement qu'il existe des vecteurs d'ondes positifs comme négatifs à toutes les fréquences, témoins d'une propagation en espace libre.

Cette première série de dispositifs ne nous a pas encore permis de procéder à des mesures en transmission sur ces structures, qui nous auraient permis de trancher sur les effets de rayonnement observés à haute fréquence. Une seconde série de cristaux phononiques présentant des dimensions adaptées (moins de périodes dans le réseau, pour permettre la visualisation du signal en sortie

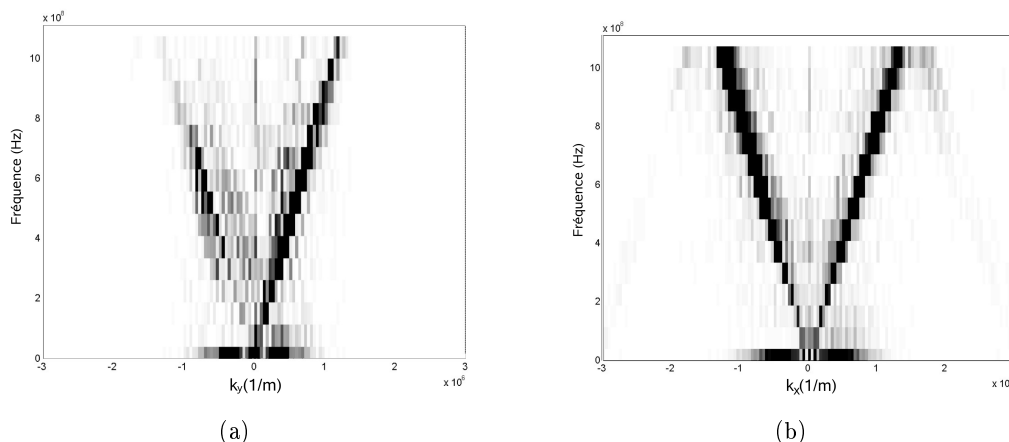


FIG. 5.30 – Courbes de dispersion expérimentales pour un cristal phononique en silicium de rapport $d/a = 0,9$ (a) dans la direction orthogonale au cristal phononique (on constate l’ouverture d’une bande interdite de 350 à 650 MHz environ) et (b) parallèlement au cristal (la propagation se fait alors sur le milieu homogène).

du cristal) est actuellement en cours d’analyse.

5.5 Conclusion et Perspectives

Les cristaux phononiques en niobate de lithium fabriqués au cours de ces travaux de thèse ont été caractérisés par des méthodes électriques et optiques. Les résultats obtenus suivant ces différentes techniques nous permettent d’affirmer l’existence d’un effet d’atténuation des ondes élastiques du fait de la structure périodique dans des gammes de fréquences bien définies. Cette atténuation, de l’ordre de 20 dB, a été mesurée suivant les trois directions de propagation considérées. Si d’autres travaux expérimentaux avaient auparavant été dédiés à l’étude de ces cristaux phononiques de surface, il s’agit véritablement de la première démonstration expérimentales d’une bande interdite complète dans une telle structure. Nous avons par ailleurs pu constater que les modes à haute fréquence tendent à rayonner dans le substrat, conduisant à des pertes de propagation. Ce rayonnement semble correspondre à un couplage vers les modes de volume du substrat et peut être considéré comme étant intrinsèquement lié aux relations de dispersion des différents modes mis en jeu ou uniquement dû à la profondeur finie du cristal. Les mesures électriques ne nous autorisent pas à trancher en faveur de l’une ou l’autre des deux approches, et la difficulté de réaliser des structures à haut facteur de forme dans le niobate de lithium aux dimensions micrométriques considérées écarte ce dernier matériau comme substrat d’étude de ce dernier phénomène. Il est en effet nécessaire de pouvoir fabriquer une structure bidimensionnelle au sens des ondes de surface, c’est-à-dire avec des trous de profondeur très grande devant la longueur d’onde des SAW excitées. Le silicium est bien évidemment un candidat très pertinent. Nous avons ainsi tenté de caractériser par mesures acoustiques picosecondes un cristal phononique en silicium. Nous n’avons pour l’instant obtenu que des résultats préliminaires qui nous

permettent certes de démontrer à nouveau l'existence d'une bande interdite complète pour les ondes de surface dans ce matériau, mais la géométrie des premiers dispositifs considérés ne nous ont pas permis d'observer la propagation (ou l'absence de propagation) des ondes en sortie du cristal.

Il serait par ailleurs intéressant de fabriquer un cristal véritablement bidimensionnel sur un substrat piézoélectrique. Nous avons déjà mentionné la possibilité d'utiliser le quartz à cette fin, mais le silicium reste le matériau de base le plus intéressant. Il est alors nécessaire de déposer un film mince piézoélectrique, d'épaisseur typiquement de l'ordre du micron, à la surface du substrat afin d'assurer la transduction des ondes élastiques. Si l'on opte encore une fois pour des fréquences de travail de l'ordre de quelques centaines de mégaHertz, l'épaisseur de la couche devient négligeable devant la longueur d'onde de l'onde élastique. Les propriétés du système étudié deviendront donc très proches de celle d'un cristal phononique essentiellement constitué de silicium, pour ce qui est notamment de la forme des courbes de dispersion des modes. La couche mince induira en revanche un effet certain sur la vitesse de propagation des ondes de surface, provoquant le plus souvent un ralentissement des modes, du fait que la vitesse de propagation des ondes est plus faible dans le matériau piézoélectrique que dans le silicium, ce qui permet d'assurer leur guidage.

Nous avons vu dans le chapitre 1 que ce type d'expériences avait déjà été mis en place dans un système oxyde de zinc (ZnO) sur silicium. Il serait intéressant de pousser les expériences menées par Wu *et al.* [64] afin de démontrer l'existence d'une bande interdite complète dans le silicium, ces auteurs ayant seulement montré l'existence d'une bande interdite directionnelle. Quelques tentatives ont été menées en ce sens en faisant usage des facilités de dépôt de nitrure d'aluminium (AlN) disponibles au sein de la centrale MIMENTO. Elles ne se sont pas encore montrées concluantes, du fait de la difficulté liée à l'obtention de couches minces piézoélectriques avec des coefficients de couplage élevés, mais méritent toutefois d'être poursuivies.

Une autre possibilité consisterait à reporter une couche de niobate de lithium monocristallin d'épaisseur de l'ordre de quelques centaines de nanomètres par exemple. L'intérêt est ici double :

- On bénéficierait toujours des avantages liés à l'emploi d'un système couche mince sur silicium, comme la vitesse de propagation élevée des ondes dans ce dernier matériau permettant d'obtenir des signaux à haute fréquence,
- Un tel dispositif nous permettrait d'exploiter les possibilités offertes par le fort coefficient de couplage ou encore les différentes orientations cristallines du niobate de lithium.

De telles expériences de report de couches ont été rapportées dans la littérature par Levy *et al.* [147] notamment. En interne, la fabrication d'une série de dispositifs sur un substrat de silicium sur lequel a été reportée une couche de niobate de lithium monocristallin d'épaisseur de l'ordre de 500 nm est envisageable. Ce substrat est issu d'une ancienne collaboration entre le, alors encore, Laboratoire de Physique et de Métrologie des oscillateurs et le Laboratoire d'Électronique et de Technologie de l'Information du Commissariat à l'Énergie Atomique (CEA-LETI) à Grenoble dans le cadre du projet dit OASIS (Ondes Acoustiques de Surface Intégrées sur Silicium). Les substrats réalisés dans le cadre de cette collaboration ont été exploités dans le cadre de la thèse de Thomas Pastureaud. Ils ont été fabriqués suivant un procédé donné ci-dessous

dans ses grandes lignes, mettant en jeu la méthode dite de *Smart Cut* [148] pour l'affinage du niobate de lithium massif :

- implantation ionique d'ions hydrogène ,
- collage moléculaire du substrat de niobate de lithium à un substrat de silicium,
- rupture par choc thermique au niveau de la zone implantée,
- rodage et polissage pour atteindre une épaisseur de l'ordre de 500 nm.

Le procédé de fabrication a déjà été validé sur un échantillon particulier, en combinant une attaque par RIE de la couche mince de niobate de lithium, suivant le procédé présenté au chapitre 4, suivie d'une gravure par DRIE du silicium. Nous espérons pouvoir d'ici peu réitérer l'expérience sur un substrat complet de sorte à pouvoir réaliser une caractérisation électrique de ces dispositifs.

Conclusion de la seconde partie

Nous avons présenté dans ce chapitre une série de dispositifs réalisés sur une coupe acoustique du niobate de lithium (la coupe Y) dans le but de mettre en évidence l'existence d'une bande interdite pour les ondes de surface dans un cristal phononique piézoélectrique. Les mesures électriques réalisées en transmission, essentiellement exprimées en termes de paramètres S_{12} , nous ont permis de démontrer l'effet d'atténuation encouru par des modes se propageant à une fréquence supérieure à celle, théoriquement attendue, de l'entrée de la bande du cristal. Dans le cas du cristal de dix périodes de long étudié, cette atténuation s'élève à 20 dB suivant les trois directions de propagation considérées. Elle ne peut en revanche être a priori imputée au seul phénomène de bande interdite pour les ondes élastiques : alors que l'on s'attend théoriquement à observer une transmission du signal aux fréquences situées au-delà de la fréquence de sortie de bande, le spectre en transmission mesuré, lui, témoigne d'une atténuation de l'onde sur tout le reste du spectre aux fréquences élevées suivant deux des trois directions considérées. Les directions ΓX et ΓY peuvent ainsi laisser planer un doute, malgré le déplacement de la fréquence de coupure des modes de surface en fonction du facteur de remplissage suivant ΓX . Les résultats obtenus suivant ΓM sont plus conformes à ce qui est attendu dans un cristal phononique 2D infini, puisque la sortie de la bande d'arrêt est bien visible, certes partiellement seulement, sur le spectre de transmission à des valeurs pertinentes du rapport diamètre sur période du cristal. Comme il est commun et souvent pertinent dans le domaines des ondes élastiques de se référer à leurs homologues optiques, nous avons comparé nos cristaux phononiques, constitués de trous coniques et de profondeur finie aux cristaux photoniques dits 2,5D. Ceux-ci consistent en une couche guidante d'indice fort structurée reposant sur un substrat d'indice plus faible. On observe dans ce cas un effet de rayonnement des modes guidés dans le substrat, la limite, du point de vue des relations de dispersion, entre modes guidés et rayonnés étant définie par le *cône* (ou la *ligne*) *de lumière* (ou *lightline*). Cette ligne correspond en fait à la droite de dispersion des modes du substrat massif ($\omega = ck$). Les cristaux phononiques pour les ondes de surface réalisés dans le cadre de cette thèse sont géométriquement très proches de cette configuration : ils peuvent en effet être décrits comme étant constitués d'une couche structurée reposant sur un substrat massif de niobate de lithium, la fonction de guidage dans la couche supérieure étant intrinsèquement assurée par la nature même des ondes de surface. Ces similitudes nous ont donc poussés à adopter le concept de *ligne du son*, correspondant à la droite de dispersion du mode de volume à plus basse vitesse se propageant dans le substrat. Elle définit la limite entre modes

propagatifs guidés par la couche phononique et modes rayonnant dans le substrat, et ainsi perdus dans le cadre d'une détection du signal par transducteurs à peignes interdigités. Cette hypothèse, associée aux diagrammes de bandes obtenus par simulation en éléments finis d'un cristal phononique bidimensionnel présentant des inclusions parfaitement cylindriques, a permis de rendre compte de manière très satisfaisante des mesures réalisées sur différents dispositifs. Mais il est également possible que ces pertes de propagation à haute fréquence soient liées au comportement intrinsèque des ondes dans le réseau périodique : on assisterait alors à des pertes de radiation et ce quel que soit le rapport de forme des inclusions du cristal. Des vérifications supplémentaires s'imposent donc. Dans un premier temps, nous avons confirmé l'existence de ces bandes interdites pour les ondes de surface pour le niobate de lithium, mais aussi pour le silicium, grâce à des mesures optiques réalisées au travers de collaborations avec l'université technologique d'Helsinki d'une part et l'université d'Hokkaido d'autre part. Dans le premier cas, la mesure des champs de déplacement d'une onde de surface générée dans la structure au moyen de transducteurs à peignes interdigités nous a permis d'observer la formation d'un front d'onde stationnaire entre le réseau de doigts et le cristal, témoin de la réflexion induite par le réseau périodique. La seconde méthode devrait nous permettre d'étudier les phénomènes se produisant en sortie du cristal pour un réseau 2D infini au sens de ondes de surface. À l'heure actuelle, seule la démonstration d'une bande interdite complète dans le silicium a pu être effectuée, mais des travaux complémentaires sont en cours.

Enfin, des pistes ont été données pour procéder à la réalisation de cristaux phononiques purement bidimensionnels du point de vue des ondes de surface en adoptant par exemple le silicium comme brique de base, du fait des facilités d'usinage de ce matériau. Il n'en reste pas moins qu'en leur état actuel, ces cristaux phononiques pour les ondes de surface nous fournissent un support privilégié pour l'étude d'effets phononiques dans des structures quasi-tridimensionnelles à haute fréquence de fonctionnement, en s'appuyant notamment sur des techniques largement maîtrisées comme la conception et la réalisation de transducteurs à peignes interdigités. Sur un plus long terme, ils ouvrent la voie à l'intégration de dispositifs phononiques exploitant les phénomènes liés aux bandes interdites élastiques. La démonstration de l'existence d'une bande interdite complète ne constitue qu'un premier pas vers la réalisation de dispositifs phononiques plus complexes.

Troisième partie

Étude théorique de l'interaction acousto-optique dans les matériaux à bandes interdites

Introduction

Il a maintes fois été fait mention, tout au long de ce manuscrit, du parallèle qu'il est possible de dresser entre matériaux à bandes interdites photoniques et phononiques. La première partie de ces travaux nous a permis de démontrer, aussi bien au travers de l'état de l'art présenté que du second chapitre, les capacités de guidage et de confinement des ondes élastiques des cristaux phononiques, principalement pour des structures macroscopiques. La seconde partie a pour sa part établi qu'il était possible de réduire l'échelle de ces composites, élargissant le spectre d'application et d'étude des cristaux phononiques à des fréquences de quelques centaines de mégaHertz. Rien, si ce n'est la difficulté technologique, n'empêche donc de concevoir des structures présentant des bandes interdites à des fréquences de l'ordre du gigaHertz cette fois-ci, impliquant des paramètres de maille compatibles avec l'optique et les cristaux photoniques. La possibilité de mise en place d'interactions acousto-optiques exaltées qui en découlerait a déjà été évoquée à plusieurs reprises, notamment dans le cadre des travaux menés sur le niobate de lithium. Si les démonstrations conjointes, au sein de l'Institut FEMTO-ST, de l'existence de bandes interdites pour les ondes optiques [122] et élastiques [65] offrent de prometteuses perspectives, les chemins technologique et théorique restant à parcourir ne sont pas nécessairement des plus immédiats : le dimensionnement d'une structure exhibant des bandes interdites à la fois photonique et phononique est aisé, mais la prédiction des phénomènes liés à l'interaction élasto-optique en elle-même ne peut se fonder sur les modèles conventionnels. En effet, la plupart des cas traités dans la littérature considèrent le cas de la diffraction d'une onde optique par une onde acoustique plane, et par conséquent d'extension infinie. Les cristaux phononiques posent donc le problème d'un confinement conjoint de ces ondes, et donc d'une situation où le recouvrement spatial des énergies optique et élastique est susceptible de changer au moins la force d'interaction, si ce n'est sa nature. Une étude poussée de ces interactions s'impose alors. Toutefois, le niobate de lithium, du fait des différents phénomènes induits par ses propriétés ferroélectriques, n'est pas nécessairement le candidat le plus pertinent pour faire office de support théorique à une étude préliminaire de ces effets élasto-optiques particuliers. Les récents travaux expérimentaux qui ont été consacrés à ces derniers ont par ailleurs désigné les fibres à cristaux photoniques comme présentant un potentiel certain. D'un point de vue expérimental, les PCF's sont bien évidemment d'excellents guides d'ondes optiques, mais présentent, pour certaines d'entre elles, une microstructuration adaptée à l'acoustique. Il est par ailleurs possible d'exciter indirectement des ondes acoustiques haute fréquence en leur sein par exploitation de phénomènes optiques non-linéaires bien connus. Sur un aspect plus théorique, la

silice est un matériau optiquement et acoustiquement isotrope, simplifiant de manière appréciable les équations mises en jeu.

Nous avons initié au cours de cette thèse quelques travaux dédiés à l'étude aussi bien théorique qu'expérimentale de ces interactions acousto-optiques dans les fibres optiques. Cette partie ne revient que sur les développements théoriques réalisés, les expériences menées jusqu'à présent n'ayant pas atteint une maturité suffisante pour être rapportés dans ce manuscrit. Nous nous sommes donc concentrés sur la mise en place d'un modèle prenant en compte les propriétés spatiales des ondes acoustiques. Ce modèle n'est qu'une première ébauche, mais il permet déjà de soulever quelques difficultés fondamentales relevant du traitement classique des interactions élasto-optiques.

Chapitre 6

L'effet photoélastique en régime fortement confiné

L'étude des interactions entre ondes optiques et acoustiques compte parmi ces activités de recherche dont les premiers balbutiements remontent au début du XXe siècle et qui demeurent pourtant à l'heure actuelle d'un riche intérêt, scientifique comme applicatif. L'introduction par Friedrich Pockels de la formulation phénoménologique éponyme largement répandue dans le traitement des interactions acousto-optiques remonte à 1889. La première étude théorique de l'effet photoélastique remonte à 1920 et aux travaux de Léon Brillouin sur la diffusion de la lumière par les fluctuations thermiques observées dans un solide. Cette étude théorique est rapidement suivie par les travaux Debye et Sears d'une part et de Lucas et Biquard d'autre part, qui ont mené dès 1932 une série d'expériences visant à observer les phénomènes prévus par Brillouin. La disparité entre résultats théoriques et expérience a alors poussé ce dernier en 1933 mais surtout Raman et Nath, de 1935 à 1936, à mettre en place de nouveaux outils théoriques permettant de rendre compte de manière satisfaisante des phénomènes de diffraction de la lumière par les ultrasons. Aujourd'hui encore, la plupart des dispositifs diffractifs acousto-optiques sont souvent définis par les régimes de fonctionnement dits de Bragg ou de Raman-Nath, faisant preuve de la pertinence pratique des théories introduites au début du siècle : celles-ci permettent en effet d'expliquer la plupart des situations expérimentales communément rencontrées. L'acousto-optique telle que nous l'entendons aujourd'hui, c'est-à-dire l'utilisation des propriétés de diffraction de la lumière par une onde acoustique cohérente artificiellement générée, n'a pour sa part connu son véritable essor qu'une trentaine d'années plus tard, avec l'avènement du laser années 60. Elle s'est depuis imposée comme un moyen efficace de manipulation des ondes lumineuses. La déflexion de la lumière ou encore la possibilité d'imposer un léger décalage en fréquence par effet Doppler entre onde incidente et onde diffractée, propriété cruciale dans les systèmes de sondes hétérodynes, comptent parmi les applications les plus prisées. Parallèlement aux développements expérimentaux rendus possibles, notamment du fait des recherches liées à la détermination de matériaux pertinents, de nouveaux problèmes d'ordre plus théoriques ont également été soulevés. Dixon [149] a souligné l'importance de l'anisotropie optique du substrat d'interaction pouvant résulter en un

changement de polarisation de l'onde optique, effet qui jusqu'alors avait été négligé. Nelson et Lax ont pour leur part montré que la formulation classique du tenseur photoélastique tel qu'employé dans la théorie de Pockels devait être corrigée par l'adjonction d'un terme additionnel dans le cas de l'intervention d'ondes acoustiques transverses lors du processus d'interaction.

De nombreux auteurs ont ensuite tenté de dépasser l'approximation des ondes planes admise pour les ondes optiques comme acoustiques en traitant le cas de formes spatiales de modes arbitraires (voir par exemple [150]). Les régimes intermédiaires entre ceux de Bragg et de Raman-Nath ont eux continué à être traités par la formulation de Pockels, en se limitant toutefois aux interactions mettant en jeu des ondes planes, essentiellement.

Une approche différente de l'interaction acousto-optique introduite par Bloombergen [151] consiste à traiter le problème comme une interaction paramétrique, à l'image de ce qui est traditionnellement admis en optique non-linéaire. L'effet élasto-optique peut être vu comme un mélange à trois ondes, deux ondes optiques et une acoustique par introduction d'un terme de polarisation non-linéaire mettant en jeu le tenseur photoélastique, dans sa forme corrigée, idéalement. Cette idée a été exploitée par Nelson et Lax dans une série de travaux visant à établir les limites de la théorie photoélastique de Pockels. Nous verrons dans la suite de ce document que cette approche, si elle n'a guère bénéficié de la popularité des précédentes, permet pourtant un traitement quasi-général des interactions.

Ces divers développements théoriques auxquels viennent s'ajouter nombre de réalisations pratiques ont fait des ondes élastiques des éléments clefs de certains dispositifs de traitement du signal optique. Dans la plupart des cas, c'est la modification de l'indice de réfraction du milieu par les déformations induites par le passage de l'onde élastiques qui est exploitée. Généralement, les fréquences acoustiques mises en jeu sont telles que l'onde élastique reste assimilée à une onde plane d'extension infinie par rapport à l'onde optique, de longueur d'onde plus faible. Dans la littérature, ce type de problème est généralement traité par la théorie de Pockels linéarisée : les déformations induites par la propagation de l'onde élastique affectent le tenseur de permittivité diélectrique. L'intégrale de recouvrement entre ondes optiques et ondes élastiques est généralement évaluée dans le cadre d'une approximation en ondes planes pour les deux types d'ondes. Or, l'onde élastique ne peut être considérée comme une superposition d'ondes planes que si la dimension latérale du milieu de propagation est grande devant la longueur d'onde acoustique. Les récents efforts consacrés aux matériaux microstructurés et particulièrement aux cristaux à la fois *phoToniques* et *phoNoniques* (aussi dits *phoXoniques*), c'est-à-dire présentant simultanément des bandes interdites pour les ondes optiques et pour les ondes élastiques, ont posé le problème d'interactions entre modes optiques et acoustiques conjointement guidés ou confinés dans des structures de dimensions comparables. Le cas d'un guide phononique est bien évidemment hors des limites de validité de ce modèle. Par ailleurs, dans le cas d'une fibre *phoXonique*, l'aspect propagatif liée aux ondes optiques comme acoustiques se doit d'être pris en compte. De nombreux travaux relatifs aux interactions acousto-optiques guidées ont certes été réalisés [152], mais ils demeurent, du moins à notre connaissance, limités à des approches reposant sur le modèle des ondes planes.

L'objet de ces travaux est donc de procéder à la description d'interactions acousto-optiques guidées, avec un fort confinement des deux types d'ondes en usant de la formulation de Pockels d'une part, et de Nelson et Lax d'autre part. Le cas général d'un matériau fortement fortement anisotrope (biréfringent) ou ferroélectrique n'est pas ici traité. Nous avons en effet restreint cette étude au cas d'interactions se produisant dans un matériau isotrope, gardant à l'esprit que nous restons dans le cadre de ces travaux particulièrement intéressés par les interactions acousto-optiques dans les fibres photoniques. Ces conditions, si elles limitent le champ de validité de la théorie mise en place, nous permettent de traiter le cas de la silice, et ainsi celui des fibres à cristaux photoniques, qui sont finalement les candidats les plus immédiats en termes de mise en place d'interactions acousto-optiques exaltées. Le formalisme présenté se veut toutefois général, dans la mesure où il ambitionne de déboucher sur un modèle valide quelle que soit la géométrie de la structuration de la fibre considérée. À cette fin, aucune hypothèse préalable n'est faite sur la forme spatiale des modes optiques ou élastiques.

6.1 Retour sur la relation de Pockels

Les interactions acousto-optiques classiques sont en général formellement décrites par la théorie linéarisée de Pockels. La prise en compte de la variation d'indice de réfraction du milieu induite par une onde acoustique propagative se fait par l'utilisation du produit tenseur photoélastique par tenseur des déformations élastiques. Les variations d'indice optique induites sont généralement de l'ordre de 10^{-4} . Dans la plupart des situations pratiques, l'onde acoustique est supposée d'extension infinie devant l'onde optique. Le problème se ramène donc à une étude de la diffraction induite par le réseau, supposé stationnaire du fait du contraste de vitesse entre ondes élastiques et optiques. L'épaisseur du milieu de propagation conditionne alors le régime de fonctionnement : Bragg pour un réseau épais (un seul ordre de diffraction) et Raman-Nath pour un réseau très fin (plusieurs ordres). Le cas traité ici se situe bien évidemment hors des limites de validité de cette théorie simplifiée dans la mesure où l'onde acoustique ne peut plus être supposée d'extension infinie devant l'onde optique. Il s'agit alors de traiter le problème en se plaçant dans le cas le plus général permis par le formalisme de Pockels, c'est-à-dire en prenant pleinement en compte les formes des modes acoustiques comme optiques dans le plan transverse à la direction de propagation. On suppose toutefois en adoptant ce formalisme que ces formes demeurent inchangées au cours de l'interaction élasto-optique : seule l'évolution de l'amplitude modale est en effet prise en compte. Cette dérivation de l'équation initiale de Pockels nous mènera à l'écriture d'équations d'ondes couplées dont la résolution se ramènera à un problème aux valeurs propres généralisé. Ce dernier sera abordé en prenant successivement comme bases de travail le champ électrique \mathbf{E} et le champ de déplacement \mathbf{D} , qui, comme nous le verrons mèneront à des systèmes d'équations non équivalents, notamment du fait de la présence de termes spatiaux additionnels dans le cas du champ de déplacement. Les deux modèles seront ensuite confrontés à l'approche non-linéaire du problème et éprouvés sur une série d'expériences numériques simples mettant en jeu le cas particulier et bien connu de la diffraction d'une onde plane optique par une onde élas-

tique, mais également les phénomènes de rétrodiffusion Brillouin et de couplage de polarisations (diffraction anisotrope).

6.1.1 Variation de l'indice de réfraction

Dans un milieu anisotrope, la permittivité diélectrique ϵ prend la forme d'un tenseur symétrique de rang 2. Son inverse, l'impermittivité η vérifie quant à elle la relation suivante :

$$\epsilon_{ij}\eta_{jk} = \delta_{ik} \quad (6.1)$$

où δ_{ik} est le symbole de Kronecker, avec des indices i, j et k variant de 1 à 3. La théorie phénoménologique de Pockels traduit l'effet élasto-optique par une modification du tenseur impermittivité diélectrique sous l'influence d'une onde acoustique, modification proportionnelle au champ des déformations induite par cette dernière et au tenseur des coefficients photoélastiques p , de rang 4 :

$$\begin{aligned} \Delta\eta_{ij}(t, \mathbf{r}) = p_{IJ}\mathbf{S}_J &= p_{ijkl}S_{kl} \exp(j(\Omega t - Kz)) \\ &= \Delta\eta_{ij}(\mathbf{r}) \exp(j(\Omega t - Kz)) \end{aligned} \quad (6.2)$$

où la contraction des paires d'indices symétriques ($I = (ij)$; $J = (kl)$) est employée.

L'impermittivité totale du milieu se ramène ainsi à :

$$\eta_{ij}(\mathbf{r}, t) = \eta_{ij}(\mathbf{r}) + \Delta\eta_{ij}(\mathbf{r}, t) \quad (6.3)$$

où $\eta_{ij}(\mathbf{r})$ est le tenseur impermittivité pour le milieu non perturbé. Réciproquement, le tenseur de permittivité relative s'écrit :

$$\epsilon_{ij}(\mathbf{r}, t) = \epsilon_{ij}(\mathbf{r}) + \Delta\epsilon_{ij}(\mathbf{r}, t) \quad (6.4)$$

La variation du tenseur de permittivité est donnée par l'expression $\Delta\epsilon_{il} = -\epsilon_{ij}\Delta\eta_{jk}\epsilon_{kl}$ [153]. Si le milieu d'interaction est initialement isotrope (cas de la silice), $\Delta\epsilon$ prend la forme suivante :

$$\begin{aligned} \Delta\epsilon(\mathbf{r}, t) &= -\epsilon(\mathbf{r})^2 \Delta\eta(\mathbf{r}, t) \\ &= -\epsilon(\mathbf{r})^2 \Delta\eta(\mathbf{r}) \exp(j(\Omega t - Kz)) \end{aligned} \quad (6.5)$$

La formulation de Pockels nous permettrait donc de remonter à l'indice de réfraction du milieu soumis à l'onde élastique. Elle est ainsi souvent employée en relation avec les équations de Maxwell de façon à pouvoir quantifier l'influence de cette variation d'indice sur l'onde optique par réinjection dans l'équation d'onde.

6.2 Quelques remarques sur le tenseur photoélastique

La formulation de Pockels fait intervenir le champ des déformations S_{kl} qui s'exprime, comme nous l'avons vu, en fonction des gradients du champ de déplacement :

$$S_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right) \quad (6.6)$$

S_{kl} , et ainsi le tenseur photoélastique p_{ijkl} sont donc supposés symétriques par rapport aux indices k et l . Nelson et Lax [154] ont fait remarquer que cette hypothèse revenait à admettre que les déformations transverses dues au champ élastique et subies par le milieu de propagation restaient uniformes, ce qui ne peut évidemment être le cas si l'onde acoustique est elle-même de nature transverse. Cette approximation est particulièrement dangereuse dans les milieux optiques fortement biréfringents, pour lesquels les effets de rotation liés à l'onde transverse ont une contribution non négligeable. Au-delà du seul effet des coefficients photoélastiques du matériau d'interaction, le tenseur de permittivité diélectrique subit également un effet "géométrique" de rotation, qui se traduit par l'introduction d'un tenseur photoélastique secondaire antisymétrique suivant les indices j et k :

$$p_{ij[kl]} = \frac{1}{2} [\eta_{il}\delta_{kj} + \eta_{lj}\delta_{ik} - \eta_{ik}\delta_{lj} - \eta_{kj}\delta_{il}] \quad (6.7)$$

Les crochets autour des indices k et l soulignent l'antisymétrie du tenseur par rapport aux parenthèses employées par Nelson et Lax pour préciser la symétrie des indices.

La variation totale du tenseur impermittivité s'exprime donc sous la forme :

$$\delta\eta = p'_{ijkl}u_{k,l} \quad (6.8)$$

où la convention de sommation sur les indices répétés est entendue et où la notation $u_{k,l}$ se rapporte à la dérivée partielle de la composante selon k du vecteur u par rapport à la variable l . Le tenseur p'_{ijkl} est lui-même la somme des deux contributions, rotationnelles et photoélastiques :

$$p'_{ijkl} = p_{ij(kl)} + p_{ij[kl]} \quad (6.9)$$

Le tenseur $p_{ij[kl]}$ n'est finalement qu'une fonction de la permittivité du milieu. Il ne sera non nul que si les indices k et l sont différents, c'est-à-dire, et comme prévu, seulement dans le cas d'une onde élastique transverse. L'expression du tenseur photoélastique total montre aussi qu'il est important de considérer comme variable du problème non pas le champ des déformations S_{kl} , mais le champ de déplacement u lui-même, de manière à s'affranchir des conditions de symétrie imposées par le tenseur des déformations.

Si la prise en compte de cette correction se révèle nécessaire dans le cas de matériaux optiques fortement anisotropes (qui, soulignons-le, ne sont pas rares en tant que milieux d'interactions acousto-optiques, à l'image du niobate de lithium ou du dioxyde de tellurium), elle reste négli-

geable dans les matériaux faiblement anisotropes, et s'annule dans le cas isotrope. Une description plus complète des modifications encourues par le tenseur photoélastique initial $p_{ij(kl)}$ du fait de la rotation induite est spécifiquement donnée dans la référence [154].

Dans le cadre de ces travaux, nous nous sommes concentrés sur le cas de l'étude des interactions acousto-optiques d'une fibre de silice, milieu isotrope et non-ferroélectrique. La formulation de la variation du tenseur impermittivité se ramènera donc simplement à la formule classique de Pockels, du fait (1) de la symétrie du tenseur photoélastique et (2) de l'équivalence entre traitement par champ de déplacement u ou par champ des déformations S qui en découle. Nous nous contenterons donc dans la sous-section suivante de traiter le problème d'interaction acousto-optique en adoptant complètement la formulation traditionnelle de Pockels.

6.3 Équations constitutives du milieu

Une fois l'influence de l'onde élastique sur l'indice de réfraction du milieu quantifiée, on peut assez naturellement songer à réinjecter les expressions de ϵ ou de η précédemment obtenues dans les équations régissant la propagation des ondes optiques, c'est-à-dire les équations de Maxwell.

6.3.1 Équations électromagnétiques constitutives du milieu

Dans un milieu libre de charges, les équations de Maxwell s'expriment de la manière suivante :

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}\end{aligned}\tag{6.10}$$

où \mathbf{E} désigne le champ électrique et \mathbf{B} et \mathbf{H} les inductions et champ magnétiques respectivement. \mathbf{E} (\mathbf{H}) sont liés à \mathbf{D} (\mathbf{B}) par les équations constitutives du milieu. Si l'on se place dans le cadre d'un milieu non magnétique :

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}\tag{6.11}$$

où μ_0 est la perméabilité magnétique du vide.

Dans un milieu sans pertes, c'est-à-dire dans lequel la permittivité diélectrique est indépendante de la longueur d'onde de travail, et dans le cas d'un champ électrique \mathbf{E} d'amplitude faible (milieu linéaire) :

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}\tag{6.12}$$

Enfin, les divergences de l'induction magnétique et du champ de déplacement sont nulles :

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{D} &= 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0\end{aligned}\tag{6.13}$$

L'équation d'onde optique peut donc s'écrire et se résoudre indifféremment en fonction du champ électrique ou du champ de déplacement. Nous verrons toutefois un peu plus tard dans ce chapitre que la modulation d'indice de réfraction induite par l'effet photoélastique n'intervient pourtant pas de façon équivalente dans les deux formulations suivant la théorie mise en œuvre.

6.3.2 Tenseur des déformations élastiques

Si l'on se tient à la théorie initiale de Pockels, négligeant notamment les effets de rotation introduits par Nelson et Lax tels que présentés en 6.2, la perturbation d'un milieu soumis à une onde élastique se quantifie généralement en termes de déformations élastiques qui se traduisent formellement par l'emploi du tenseur des déformations S :

$$S_{kl} = S_{kl} \exp [j(\Omega t - \mathbf{K}z)] \quad (6.14)$$

où S_{kl} désigne l'amplitude de la déformation, Ω est la pulsation de l'onde et \mathbf{K} le vecteur d'onde élastique. S_{kl} peut également s'exprimer en fonction du champ de déplacement du mode élastique $u_i(x, y)$, $i = x, y, z$:

$$u_i(x, y, z) = \begin{cases} u_x(x, y) \sin(\Omega t - \mathbf{K}z) \\ u_y(x, y) \sin(\Omega t - \mathbf{K}z) \\ u_z(x, y) \cos(\Omega t - \mathbf{K}z) \end{cases}$$

comme :

$$S_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right)$$

Par utilisation de la convention de sommation sur les indices répétés et en adoptant les contractions habituelles pour les indices i, j, k et l d'un tenseur symétrique de rang 2, l'équation précédente peut se réécrire sous la forme :

$$\begin{aligned} S_1 &= \frac{\partial \mathcal{U}_x}{\partial x} \sin(\Omega t - Kz) \\ S_2 &= \frac{\partial \mathcal{U}_y}{\partial y} \sin(\Omega t - Kz) \\ S_3 &= -jK \mathcal{U}_Z \cos(\Omega t - Kz) \\ S_4 &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \mathcal{U}_Z}{\partial y} - jK \mathcal{U}_Y \right) \cos(\Omega t - Kz) \\ S_5 &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \mathcal{U}_Z}{\partial x} - jK \mathcal{U}_X \right) \cos(\Omega t - Kz) \\ S_6 &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \mathcal{U}_x}{\partial y} + \frac{\partial \mathcal{U}_y}{\partial x} \right) \sin(\Omega t - Kz) \end{aligned} \quad (6.15)$$

Usuellement, c'est-à-dire dans le cas ondes planes, ou du moins pour un champ acoustique

d'extension spatiale suffisamment grande devant celle de l'onde optique, les dérivées du champ de déplacement élastique en fonction des variables x or y peuvent être négligées. Le cas d'une fibre photonique, ou de celui, plus simple, d'une fibre de très faible diamètre, présentant un confinement du mode acoustique invalide une telle approximation et impose de prendre en compte les dérivées des composantes transverses des deux types de champs. C'est d'ailleurs sur ce point précis que repose la différence fondamentale entre notre approche et celle classiquement employée pour le traitement des interactions élasto-optiques.

6.4 Détermination des équations d'ondes couplées suivant Po-ckels

Nous avons vu que l'équation d'onde optique dans un milieu anisotrope pouvait être exprimée indifféremment en fonction du champ électrique comme du champ de déplacement électrique selon :

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 [\epsilon \mathbf{E}]}{\partial t^2} = \nabla^2(\mathbf{E}) - \nabla[\nabla \cdot (\mathbf{E})] \quad (6.16)$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{D}}{\partial t^2} = \nabla^2(\eta : \mathbf{D}) - \nabla[\nabla \cdot (\eta : \mathbf{D})] \quad (6.17)$$

La notation $\alpha : \mathbf{A}$ se rapporte ici à la contraction à droite du tenseur α par le vecteur \mathbf{A} , i.e. à un vecteur de composantes $\alpha_{ij}A_j$.

On peut déjà remarquer par simple observation des différents termes de ces deux équations d'onde que la modulation élasto-optique intervient exclusivement comme dépendante du temps dans le cas de l'expression en fonction du champ électrique (6.16), alors qu'elle dépend des variables spatiales dans le cas du champ de déplacement (6.17), impliquant des différences fondamentales dans le traitement des interactions élasto-optiques. Les deux cas sont dérivés par la suite. Nous nous restreindrons dans cette section à une simple présentation des résultats finaux, le détail des calculs étant donné en annexe B.

6.4.1 Champ de déplacement

On s'intéresse ici à la forme (6.17) de l'équation d'onde. On adopte ici une approche très répandue dans le traitement des interactions élasto-optiques qui consiste à écrire, à l'image de ce qui est employé dans [153] le champ par la superposition :

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \sum_m D_m(z) \mathbf{d}_m(\mathbf{r}) e^{j\phi_m} \quad (6.18)$$

$$\begin{aligned} \phi_m &= \omega_m t - \mathbf{k}_m \mathbf{r} \\ \omega_m &= \omega + m\Omega \\ \mathbf{k}_m &= \mathbf{k} + m\mathbf{K} \end{aligned} \quad (6.19)$$

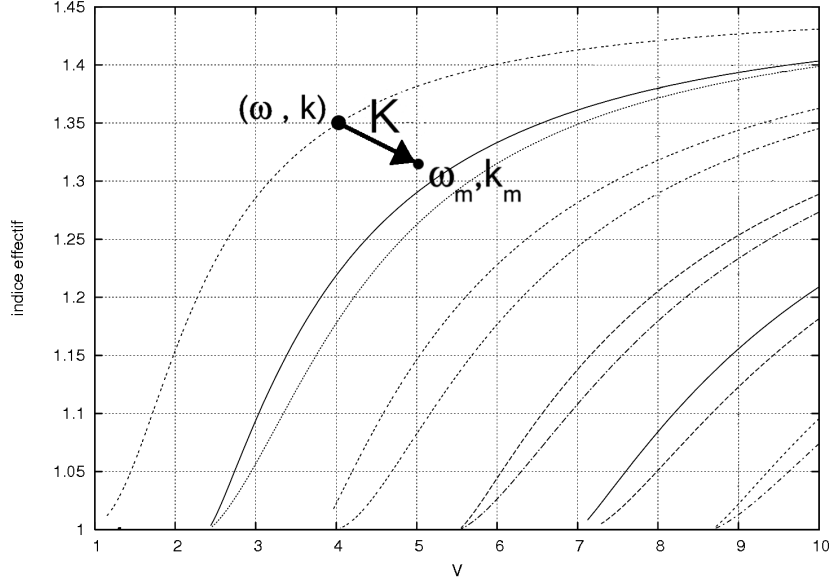


FIG. 6.1 – Exemple de diagramme de bandes pouvant être obtenu dans une fibre optique. Les courbes de dispersion sont celles obtenues dans le cas d'un milieu non perturbé. Le point marqué par le label (ω_m, k_m) montre la position adoptée par un mode optique acoustiquement modulé à une fréquence $f = 2\pi m\Omega$

m est ici un entier, \mathbf{k} (respectivement ω) et \mathbf{K} (resp. Ω) représentent les vecteurs d'onde (pulsations) optique et acoustique respectivement, $D_m(z)$ se réfère à l'amplitude complexe du champ, et $\mathbf{d}_m(\mathbf{r})$ est la forme spatiale du mode optique normalisée telle que : $\int_r d\mathbf{r} \mathbf{d}_m^\dagger(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{d}_m(\mathbf{r}) = 1$, où les composantes en x , y et z du mode sont notées d_{mx} , d_{my} et d_{mz} dans la suite du calcul.

Notons ici que les champs de déplacement élémentaires $\mathbf{D}_i(\mathbf{r}, t) = D_i(z)\mathbf{d}_i(\mathbf{r})e^{j\phi_i}$ ne satisfont pas nécessairement la relation de dispersion du milieu d'interaction. En revanche, leur superposition se doit d'être solution de l'équation d'onde (6.17).

Il est par ailleurs évident, au vu des équations présentées ci-dessus, que le modèle adopté ne permet pas une description complète des phénomènes d'interactions acousto-optiques confinées. Il suppose en effet que la forme spatiale du champ de déplacement $\mathbf{d}_m(\mathbf{r})$ reste inchangée au cours du processus d'interaction, puisqu'il lui est affecté tantôt le vecteur d'onde \mathbf{k} , dans le cas du milieu non perturbé, tantôt le vecteur d'onde $\mathbf{k}_m = \mathbf{k} + m\mathbf{K}$ après prise en compte de la modulation acoustique. Si le cas général ne peut ainsi être décrit, ce modèle demeure valide si la paire (ω_m, \mathbf{k}_m) correspondant au mode ayant subi la modulation maintient ce dernier au voisinage, en termes de position sur le diagramme de dispersion, d'un mode propre de la structure initiale, comme illustré sur la figure 6.1. Il s'agit heureusement du cas le plus communément rencontré lors du traitement de l'effet élasto-optique, le vecteur d'onde acoustique \mathbf{K} étant généralement très faible devant le vecteur d'onde optique \mathbf{k} .

Les équations d'ondes couplées sont ensuite obtenues par insertion de l'expression (6.18)

dans l'équation d'onde (6.17). Il est montré en Annexe B que dans le cadre d'une approximation pour des fonctions d'enveloppe lentement variables, et d'une variation faible de l'indice telle que $\Delta\eta \ll \eta$, l'équation d'ondes couplées prend la forme d'un équation différentielle du premier ordre :

$$N_D \mathbf{D}'(z) = M_D \mathbf{D}(z) \quad (6.20)$$

$\mathbf{D}(z)$ est un vecteur admettant pour composantes les amplitudes des champs $D_m(z)$, $D'(z) = \frac{dD}{dz}$, N_D est une matrice diagonale telle que :

$$\begin{aligned} N_{Dm} = & \int_S \mathbf{d}_m^\dagger(\mathbf{r}) \begin{pmatrix} d_{mz,x}(\mathbf{r}) \\ d_{mz,y}(\mathbf{r}) \\ d_{mx,x}(\mathbf{r}) + d_{my,y}(\mathbf{r}) - 2jk_m d_{mz}(\mathbf{r}) \end{pmatrix} dr \\ & + 2jk_m \int_S \mathbf{d}_m^\dagger(\mathbf{r}) \eta(\mathbf{r}) \mathbf{d}_m(\mathbf{r}) dr \end{aligned} \quad (6.21)$$

et M_D est une matrice carrée tridiagonale ayant pour éléments non nuls :

$$\begin{aligned} M_{Dm} = & \frac{\omega_m^2}{c^2} + \int_S \mathbf{d}_m^\dagger(\mathbf{r}) (\nabla_t^2 - k_m^2) \eta(\mathbf{r}) : \mathbf{d}_m(\mathbf{r}) dr \\ & - \int_S \mathbf{d}_m^\dagger(\mathbf{r}) \mathbf{V}_m(\eta : \mathbf{d}_m) dr \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} M_{D(m-1)} = & \left[\int_S \mathbf{d}_m^\dagger(\mathbf{r}) [(\nabla_t^2 - k_m^2) \Delta\eta : \mathbf{d}_{m-1}(\mathbf{r}) dr \right. \\ & \left. + \int_S \mathbf{d}_m^\dagger(\mathbf{r}) \mathbf{V}_{m-1}(\Delta\eta : \mathbf{d}_{m-1}(\mathbf{r})) dr \right] \end{aligned} \quad (6.22)$$

Enfin, $\mathbf{V}_n(F)$ est un vecteur dont les composantes consistent en une combinaison de dérivées spatiales de la fonction F , tel que défini en annexe B.

Les coefficients de l'équation (6.20) restent constants et peuvent être aisément obtenus à condition que les modes optiques et acoustiques soient connus. Cela est généralement le cas, dans la mesure où des méthodes numériques ou analytiques, à l'image de celles qui vont être introduites dans la suite de ce chapitre, sont disponibles, en particulier dans le cas d'une fibre optique.

L'équation (6.20) peut être vérifiée en traitant le cas de la diffraction d'une onde plane optique par une onde plane acoustique dans un régime quelconque [155]. (6.20) s'écrit alors :

$$\begin{aligned} & 2jk_m D'_m(z) \mathbf{d}_m(\mathbf{r}) : \eta : \mathbf{d}_m(\mathbf{r}) \\ = & D_m(z) \left[\mathbf{d}_m(\mathbf{r}) k_m^2 \eta \cdot \mathbf{d}_m(\mathbf{r}) + \frac{\omega_m^2}{c^2} \right] \\ & + D_{m-1}(z) \mathbf{d}_m(\mathbf{r}) k_m^2 \Delta\eta \cdot \mathbf{d}_{m-1}(\mathbf{r}) \end{aligned} \quad (6.23)$$

En usant des mêmes notations que dans la référence [155], i.e. :

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_m(\mathbf{r}) \cdot \eta \cdot \mathbf{d}_m(\mathbf{r}) &= \frac{1}{n_m^2} \\ \mathbf{d}_m(\mathbf{r}) \cdot \Delta \eta \cdot \mathbf{d}_{m\pm 1}(\mathbf{r}) &= \Delta n_m^{m\pm 1} \end{aligned} \quad (6.24)$$

où n_m est l'indice effectif du mode optique diffracté d'ordre m . On retrouve alors la forme finale de l'équation d'ondes planes couplées, à condition d'affecter une dépendance exponentielle au champ des déformations S :

$$\begin{aligned} D'_m(z) &= \frac{j}{2} k_m D_m(z) \left[1 - \frac{\omega_m^2 n_m^2}{c^2 k_m^2} \right] \\ &\quad - \frac{n_m^2 k_m}{2j} D_{m-1}(z) \Delta n_m^{m-1} \end{aligned} \quad (6.25)$$

6.4.2 Champ électrique

Une approche similaire peut être adoptée pour traiter le problème en fonction du champ électrique \mathbf{E} . Ce dernier peut également s'exprimer sous la forme d'une superposition du type :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_m E_m(z) \mathbf{e}_m(\mathbf{r}) e^{j\phi_m} \quad (6.26)$$

où $e^{j\phi_m}$, $E_m(z)$ et $\mathbf{e}_m(\mathbf{r})$ sont les homologues pour \mathbf{E} des grandeurs précédemment définies pour \mathbf{D} .

L'équation d'onde prend une fois de plus la forme d'une équation différentielle du premier ordre :

$$N_E \mathbf{E}'(z) = M_E \mathbf{E}(z) \quad (6.27)$$

où, à nouveau, $\mathbf{E}'_m(z)$ est le vecteur admettant pour composantes les amplitudes $\frac{dE_m(z)}{dz}$, et N_E et M_E sont des matrices respectivement diagonale et tridiagonale de termes respectifs :

$$N_{Em} = 2jk_m + \int_S \mathbf{e}_m^\dagger(\mathbf{r}) \begin{pmatrix} e_{mz,x}(\mathbf{r}) \\ e_{mz,y}(\mathbf{r}) \\ e_{mx,x}(\mathbf{r}) + e_{my,y}(\mathbf{r}) - 2jk_m e_{mz}(\mathbf{r}) \end{pmatrix} dr \quad (6.28)$$

$$\begin{aligned} M_{Em} &= -k_m^2 + \frac{\omega_m^2}{c^2} \int_S \mathbf{e}_m^\dagger(\mathbf{r}) \epsilon(\mathbf{r}) \mathbf{e}_m(\mathbf{r}) dr \\ &\quad + \int_S \mathbf{e}_m^\dagger(\mathbf{r}) [\nabla_t^2 \mathbf{e}_m(\mathbf{r}) - \mathbf{V}_m(\mathbf{e}_m(\mathbf{r}))] dr \\ &= \frac{\omega_m^2 n_m^2}{c^2} - k_m^2 \\ &\quad + \int_S \mathbf{e}_m^\dagger(\mathbf{r}) [\nabla_t^2 \mathbf{e}_m(\mathbf{r}) - \mathbf{V}_m(\mathbf{e}_m(\mathbf{r}))] dr \end{aligned} \quad (6.29)$$

et

$$\begin{aligned}
 M_{E(m-1)} &= \frac{\omega_m^2}{c^2} \int_S \mathbf{e}_m^\dagger(\mathbf{r}) \Delta \epsilon(\mathbf{r}) \mathbf{e}_{m-1}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \\
 &= \frac{\omega_m^2}{c^2} \Delta n|_m^{m-1}
 \end{aligned} \tag{6.30}$$

La déformation acoustique n'apparaît ici que dans les termes non diagonaux de la matrice M_E , ce qui constitue une différence fondamentale avec la formulation en champ de déplacement du problème, telle que donnée en (6.20).

6.4.3 Formulation suivant Pockels : Bilan

Dans les deux cas, les équations d'ondes couplées prennent la forme de simples équations différentielles vectorielles du premier ordre, admettant la forme commune suivante :

$$\frac{d\mathbf{a}}{dz} = \begin{pmatrix} \ddots & & \ddots & & 0 \\ & \ddots & & C_{12} & \\ \ddots & & M_{11} & & \ddots \\ & C_{12} & & \ddots & \\ 0 & & \ddots & & \ddots \end{pmatrix} \mathbf{a} \tag{6.31}$$

\mathbf{a} est le vecteur des amplitudes modales représentant indifféremment \mathbf{D} ou \mathbf{E} , les éléments diagonaux de la matrice M_{11} expriment pour leur part la déviation de la relation des modes optiques perturbés par l'onde élastique par rapport à celle observée dans un milieu non perturbé. Les éléments C_{12} , quant à eux, se réfèrent à des termes induisant potentiellement un couplage entre deux modes optiques distincts 1 et 2.

Dans le cas \mathbf{E} ,

$$C_{12} = \int_S \mathbf{E}_1^\dagger F \tag{6.32}$$

où $F(\mathbf{r}) = p_{ijkl} \mathbf{S}_{kl} \mathbf{E}_2$

Dans le cas \mathbf{D} ,

$$C_{12} = \int_S \mathbf{D}_1^\dagger G \tag{6.33}$$

$$\text{avec } \mathbf{G}(\mathbf{r}) = \begin{cases} g_x - \frac{1}{k_1^2} g_{x,yy} + \frac{1}{k_1^2} g_{y,xy} - \frac{jk_2}{k_1^2} g_{z,x} \\ g_y - \frac{1}{k_1^2} g_{y,xx} + \frac{1}{k_1^2} g_{x,xy} - \frac{jk_2}{k_1^2} g_{z,y} \\ -\frac{1}{k_1^2} (g_{z,xx} + g_{z,yy}) - \frac{j}{k_1} (g_{x,x} + g_{y,y}) \end{cases}$$

$$\text{et } \mathbf{g}(\mathbf{r}) = \Delta\eta_{ij}(\mathbf{r}) : \mathbf{D}_2(\mathbf{r}).$$

La formulation en \mathbf{D} introduit donc des termes de couplage additionnels issus des gradients des champs de déplacement élastiques. Ces termes sont absents de la formulation en \mathbf{E} comme du modèle en ondes planes usuel¹. Les résultats obtenus pour les équations (6.20) et (6.27) posent donc un problème assez important relatif à la pertinence de la formulation à adopter et à la conceptualisation classique de l'interaction acousto-optique. Généralement, cette dernière est interprétée comme résultant en une déformation de l'ellipsoïde des indices optiques (l'équivalent, en quelque sorte, des surfaces des lenteurs acoustiques). Cette représentation géométrique permet de retrouver les caractéristiques de propagation d'une onde optique (vitesse de phase, polarisation et direction du vecteur de Poynting) en connaissant le tenseur de permittivité diélectrique du milieu. En choisissant comme systèmes de coordonnées celui admettant pour axes les axes diélectriques principaux du cristal, l'équation de l'ellipsoïde s'écrit simplement :

$$\frac{x_1^2}{n_{11}^2} + \frac{x_2^2}{n_{22}^2} + \frac{x_3^2}{n_{33}^2} = 1 \quad \text{où} \quad n_{ii}^2 = \frac{\epsilon_{ii}}{\epsilon_0}.$$

Les x_i sont par ailleurs collinéaires au vecteur champ de déplacement \mathbf{D} . Par exemple, dans le cas d'un cristal optiquement uniaxial, ces axes principaux suivront les axes dits *ordinaires* et *extraordinaires* du substrat. La connaissance du vecteur d'onde d'un champ optique incident permet de remonter par construction géométrique aux deux champs de déplacements électriques susceptibles de se propager dans le cristal, comme illustré sur la figure 6.2. La corrélation généralement établie entre effet acousto-optique et ellipsoïde des indices laisse à penser que la formulation en champ de déplacement de l'interaction acousto-optique telle que donnée en (6.20) devrait être logiquement employée. En effet, cette grandeur physique permet de prendre intrinsèquement en compte l'anisotropie du milieu de propagation. Or il se trouve que dans la littérature (et, ainsi, majoritairement dans des configurations ondes planes, donc sans incidence...), le traitement théorique de ces interactions se fait majoritairement en usant du champ électrique comme variable. Le choix n'étant guère anodin dans le cas où les gradients spatiaux des champs élastiques ne sont plus négligés, il devient nécessaire de confronter cette approche à celle consistant à traiter l'interaction élasto-optique comme une interaction paramétrique à trois ondes, les deux théories s'étant révélées équivalentes dans le cas des ondes planes.

¹Ils s'annulent dans ce cas et les deux formulations redeviennent complètement équivalentes

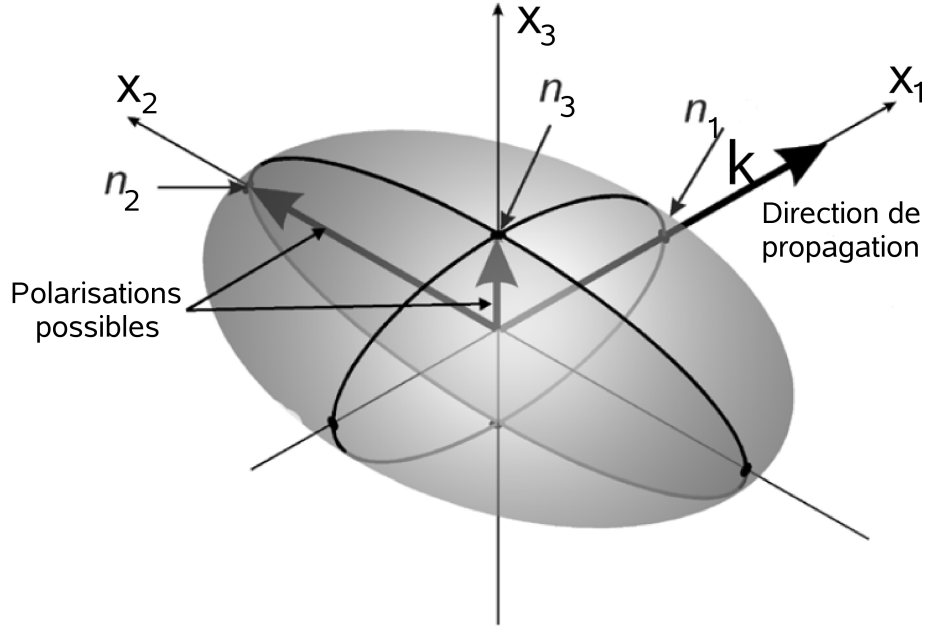


FIG. 6.2 – Exemple de construction géométrique au moyen du concept d'ellipsoïde des indices visant à déterminer les propriétés de propagation et de polarisation d'une onde optique dans un cristal. Les directions a , b et c désignent les axes principaux du cristal.

6.5 L'effet photoélastique : une interaction paramétrique à trois ondes

L'effet élasto-optique peut être conçu comme une interaction paramétrique à trois ondes mettant en jeu deux ondes optiques et une onde élastique [151, 156]. Une première onde optique de fréquence ω_0 se mélange ainsi avec l'onde acoustique incidente ω_a pour former une onde optique de sortie de fréquence ω_s pouvant être en principe égale à n'importe quelle somme ou différence des deux fréquences initiales. Dans le cas de l'interaction acousto-optique, nous limitons nos considérations à $\omega_s = \omega_0 \pm \omega_a$. Cette relation suppose bien évidemment des champs optiques et acoustiques monochromatiques. Nous nous contentons donc ici de traiter le problème en négligeant la partie rotationnelle introduite en 6.2 et la partie piézoélectrique. Pour un traitement mathématique complet du problème, nous suggérons au lecteur de se reporter aux articles cités, ainsi qu'à l'ouvrage de Nelson et Lax [157].

Les équations constitutives du milieu restent les équations de Maxwell, où l'on vient, cette fois, introduire un terme de polarisation non linéaire. Celui-ci s'intègre en particulier dans la relation liant le champ électrique \mathbf{E} et le champ de déplacement \mathbf{D} :

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (6.34)$$

\mathbf{P} est un terme de polarisation dépendant des tenseurs de susceptibilité du milieu. Pour une

interaction paramétrique entre deux ondes E_1 et E_2

$$\begin{aligned}\mathbf{P} &= \epsilon_0 \chi_T \mathbf{E} \\ &= \epsilon_0 \left(\chi^{(1)} \mathbf{E} + \chi^{(2)} E_1 E_2 + \dots \right)\end{aligned}\quad (6.35)$$

Les termes d'ordre plus élevés sont ici négligés. Par ailleurs, si l'on pose comme à l'accoutumée $1 + \chi^{(1)} = \epsilon_r$, on retrouve la formulation classique de champ de déplacement \mathbf{D} en milieu non-linéaire :

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E} + P_{NL} \quad (6.36)$$

où P_{NL} est la partie non-linéaire de la polarisation. Dans le cadre des hypothèses adoptées, celle-ci est donnée dans les références sus-citées sous la forme :

$$\mathcal{P}_i = \epsilon_0 \chi_{ij(kl)}^{\omega_s \omega_a \omega_0} E_j u_{k,l} \quad (6.37)$$

E_j désigne le champ électrique et $u_{k,l}$ le gradient du champ de déplacement. χ peut alors être définie comme la susceptibilité photoélastique. Nelson montre d'ailleurs la relation :

$$p_{ij(kl)} = -\eta_{im} \eta_{jn} \chi_{mn(kl)} \quad (6.38)$$

et son inverse :

$$\chi_{ij(kl)} = -\epsilon_{im} \epsilon_{jn} p_{mn(kl)} \quad (6.39)$$

On vient ensuite réinjecter les expressions obtenues dans les équations de Maxwell. Pour se faire, on redéfinit tout d'abord \mathbf{D} de sorte à ce que ce vecteur n'inclue plus que la partie linéaire de la polarisation, c'est-à-dire :

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}_L = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E} \quad (6.40)$$

Les équations de Maxwell sont alors réécrites pour un milieu libre de charge :

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\mu_0 \left(\frac{\partial^2 \mathbf{D}}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{P}_{NL}}{\partial t^2} \right) \quad (6.41)$$

soit, en les réécrivant en fonction du champ électrique :

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\frac{\epsilon_r}{c^2} \left(\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \frac{1}{c^2} \chi \frac{\partial^2 \mathbf{E} \cdot \nabla \cdot \mathbf{u}}{\partial t^2} \right) \quad (6.42)$$

Par souci de lisibilité, on écrira dans la suite des équations $\epsilon_r = \epsilon$. En se limitant au cas isotrope, pour lequel $p_{ijkl} = p_{ij(kl)}$ et $u_{k,l} = S_{kl}$, l'équation précédente devient, en notation tensorielle :

$$c^2 (\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}))_i + \epsilon_{ij} \frac{\partial^2 E_j}{\partial t^2} = -\chi_{ij(kl)} \frac{\partial^2 (E_j S_{kl})}{\partial t^2} \quad (6.43)$$

En posant maintenant $\mathbf{D} \equiv \frac{\mathbf{D}}{\epsilon_0} = \epsilon \mathbf{E}$, on peut exprimer l'équation (6.43) en fonction du champ

de déplacement électrique :

$$c^2 \eta_{ij} (\nabla \times (\nabla \times \mathbf{D}))_j + \frac{\partial^2 D_i}{\partial t^2} = \epsilon_{im} p_{mj(kl)} \frac{\partial^2 (D_j S_{kl})}{\partial t^2} \quad (6.44)$$

Contrairement à ce qui a pu être observé dans le cas des équations en champ électrique et de déplacement dérivées suivant la théorie de Pockels en section 6.4, les formulations en \mathbf{E} et \mathbf{D} obtenues ici sont parfaitement équivalentes. C'est d'ailleurs la forme d'équation (6.27), c'est-à-dire celle en fonction du champ électrique, qui concorde avec cette formulation de type interaction paramétrique. En effet, on peut réécrire cette équation de sorte à faire apparaître le tenseur des susceptibilités. L'équation de départ, suivant Pockels, est l'équation (6.16), soit :

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \frac{\partial^2 \epsilon E}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \Delta \epsilon E}{\partial t^2} \quad (6.45)$$

On peut alors faire intervenir la variation du tenseur permittivité diélectrique η , et ainsi le tenseur des susceptibilités χ :

$$\begin{aligned} c^2 \nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}_i) + \epsilon_{ij} \frac{\partial^2 E_j}{\partial t^2} &= \mu_0 \frac{\partial^2 \epsilon_{im} \epsilon_{in} \Delta \eta E_j}{\partial t^2} \\ &= \mu_0 \frac{\partial^2 \epsilon_{im} \epsilon_{in} p_{ijkl} S_{kl} E_j}{\partial t^2} \\ &= \mu_0 \chi_{ijkl} \frac{\partial^2 S_{kl} E_j}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (6.46)$$

6.6 Conclusion

Le cas général d'une interaction entre modes optiques et acoustiques de formes spatiales arbitraires dans un milieu isotrope a ici été traité. Il n'a été fait, dans cette étude théorique, aucune hypothèse sur le régime d'interaction : le champ couvert s'étend donc au-delà des régimes classiques de Bragg ou de Raman et Nath. Deux types d'approche ont été adoptées : la formulation linéarisée de Pockels d'une part, et l'approche non-linéaire proposée par Nelson et Lax d'autre part. Dans les deux cas, les problèmes ont été traités en fonction du champ électrique comme du champ de déplacement. Si le choix de la grandeur physique électromagnétique à considérer est sans conséquence dans le cas de la théorie de Nelson et Lax, elle est en revanche critique lors d'un traitement par la théorie de Pockels. L'expression des équations d'ondes couplées diffèrent en effet grandement suivant le champ considéré. Dans le cas d'un traitement suivant le champ électrique, les équations obtenues sont parfaitement équivalentes à celles prévues par la théorie non-linéaire, et ainsi très proches de celles déterminées dans une configuration d'ondes planes. La formulation en champ électrique reste donc cohérente quelle que soit la formulation employée. Seule une modification de l'amplitude de la force d'interaction est attendue (du moins dans le cas isotrope) : les coefficients d'interaction photoélastique sont en effet dépendants de l'intégrale de recouvrement entre les formes spatiales des modes acoustiques et optiques. En revanche, des gradients spatiaux des formes modales des champs optiques sont mis en jeu lors d'une approche

fondée sur l'expression du champ de déplacement. L'erreur introduite est loin d'être anodine. Si elle disparaît dans le cas de la diffraction d'une onde optique par une onde plane acoustique, ses implications sont en revanche beaucoup plus cruciales si les ondes optiques et acoustiques sont toutes deux confinées, leur interaction nécessitant la prise en compte complète de la forme de leurs modes respectifs.

Dans la littérature, c'est généralement la formulation de l'effet Pockels en fonction du champ électrique qui est privilégiée, bien que les interactions élasto-optiques soient souvent interprétées en termes de déformation de l'ellipsoïde des indices optiques. Or, seul le champ de déplacement électrique permet une prise en compte intrinsèque de l'anisotropie du milieu et ainsi de cet ellipsoïde. Ces résultats remettent donc en cause le fait que la déformation de l'ellipsoïde des indices acoustiquement induite est directement proportionnelle à la déformation élastique appliquée (ou aux gradients des champs de déplacements élastiques) en dehors du cas limite des ondes planes. Cette interprétation physique se révélerait donc fausse dans le cas de formes modales arbitraires si la théorie de la polarisation non-linéaire est acceptée comme valide.

Ces seules dérivations ne nous permettent pas de trancher complètement sur la pertinence de l'une ou l'autre des deux approches², mais elles ont permis de soulever un point souvent négligé lors du traitement des interactions élasto-optiques. Il est donc intéressant, dans un premier temps, d'évaluer sur un cas pratique la répercussion de ces termes additionnels sur la force d'interaction entre ondes élastiques et optiques.

²même si l'aspect phénoménologique de la théorie de Pockels est loin d'avoir le même statut théorique que la susceptibilité non-linéaire.

Chapitre 7

Exemple numérique : interactions acousto-optique dans un barreau de silice

Ce chapitre présente un exemple numérique qui a pour objectif d'évaluer l'erreur introduite sur le calcul des coefficients de couplage élasto-optique selon la formulation adoptée, c'est-à-dire, théorie linéarisée de Pockels en fonction du champ de déplacement ou en fonction du champ électrique. Cette dernière se ramène à la formulation non-linéaire de Nelson et Lax. Nous avons choisi de travailler sur le cas d'un barreau de silice, de diamètre un micron pour une longueur d'onde optique de $1,55\text{ }\mu\text{m}$. Cette fibre peut se concevoir comme une version très simplifiée d'une fibre à bande interdite simultanément acoustique et optique, dans la mesure où les deux types de champ restent confinés dans le même volume : elle présente donc, du point de vue d'une démonstration de principe tout au moins, le même intérêt phénoménologique que la PCF de la figure 7.1 par exemple. Dans les deux cas, la forme des modes élastiques du guide peut être obtenue au moyen de simulations en éléments finis de la section de la fibre, telles que présentées par Vincent Laude *et al.* [93]. Celle des modes optiques peut être calculée soit par utilisation d'un logiciel commercial, par exemple, dans le cas d'une fibre microstructurée, soit par calcul analytique des modes d'un guide d'onde optique cylindrique, comme rapporté dans de nombreux ouvrages (par exemple [158]), dans le cas du barreau de silice.

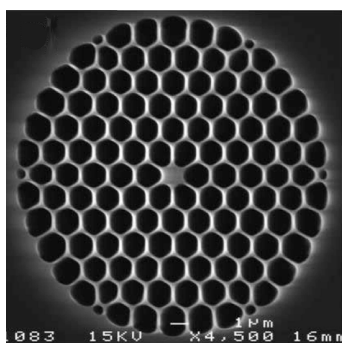


FIG. 7.1 – Image au microscope électronique à balayage d'une fibre à cristaux photoniques en silice. Le diamètre du cœur, solide, est de $1,25\text{ }\mu\text{m}$. La large fraction d'air de la gaine rend cette fibre photonique comparable à un simple barreau de silice dans l'air. D'après [94].

7.1 Formes des modes élastiques

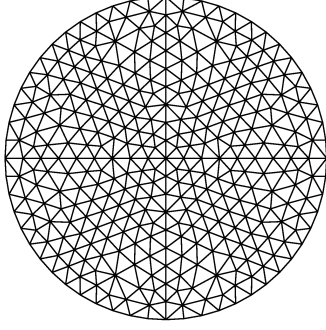


FIG. 7.2 – Exemple de maillage pour un barreau de silice de diamètre $1\ \mu\text{m}$.

Un calcul pertinent des courbes de dispersion des modes élastiques d'une fibre à cristaux photoniques, ou plus simplement dans notre cas d'un barreau de silice, nécessite la prise en compte de la dimension finie de la structure, que la méthode de décomposition en ondes planes ne permet pas d'assurer. Un code éléments finis modifié pour prendre en considération l'aspect propagatif des modes élastiques, a été développé par Vincent Laude [93]. Dans ce contexte, le cas plus général d'une fibre à cristaux photoniques quelconque, c'est-à-dire consistant en un arrangement de trous d'air disposés dans une matrice de silice peut être traité. D'un point de vue élastique, l'énergie élastique peut être considérée comme nulle dans les trous d'air, et reste donc confinée dans la silice. Les frontières de chaque cylindre creux sont supposées libres de toute contrainte et font office de diffuseurs des ondes élastiques incidentes, indépendamment de leur direction de propagation. Enfin, on bénéficiera des simplifications liées à l'isotropie de la silice.

L'analyse des modes élastiques est fondée sur la méthode dite *waveguide finite element method* qui permet de combiner une approche de type décomposition modale le long de la direction de propagation, supposée infinie, avec une autre de type éléments finis de façon à pouvoir simuler une section arbitraire de fibre. Cette dernière, que l'on supposera dans le plan (x, y) est donc maillée par des éléments triangulaires constitués de trois sommets et de six nœuds, un à chaque sommet de l'élément plus un au milieu de chaque arête, comme illustré sur la figure 7.2. Les inconnues du problème sont alors les champs de déplacement suivant x , y et z en chaque nœud. Enfin, on impose une dépendance harmonique en $\exp[j(\Omega t - Kz)]$ le long de la direction de propagation.

Pour des matériaux isotropes et une propagation axiale, les champs transverses u_x et u_y et le champ longitudinal u_z à la direction de propagation sont en quadrature [41]. Les parties réelles des composantes u_x et u_y sont donc couplées à la partie imaginaire de u_z , et réciproquement. Afin de déterminer une solution à caractère unique, les champs de déplacement du mode en chaque

noeud de la structure sont représentés par les fonctions réelles suivantes :

$$u_x(x, y, z, t) = \mathbf{p}(x, y)^T \cdot \hat{\mathbf{u}}_x \sin(\Omega t - Kz), \quad (7.1)$$

$$u_y(x, y, z, t) = \mathbf{p}(x, y)^T \cdot \hat{\mathbf{u}}_y \sin(\Omega t - Kz), \quad (7.2)$$

$$u_z(x, y, z, t) = \mathbf{p}(x, y)^T \cdot \hat{\mathbf{u}}_z \cos(\Omega t - Kz) \quad (7.3)$$

$\hat{\mathbf{u}} = (\hat{u}_x, \hat{u}_y, \hat{u}_z)^T$ est le vecteur champ de déplacement au noeud n , et \mathbf{p} est un polynôme d'interpolation de Lagrange. L'équation aux valeurs propres représentative du problème de la propagation des ondes élastiques est à nouveau :

$$(\mathcal{K} - \Omega^2 M) \mathbf{u} = 0 \quad (7.4)$$

avec \mathcal{K} et M les matrices de constantes de rigidité et de masses, respectivement.

La matrice de masse prend la forme d'une intégrale élémentaire, ici suivant les trois directions de l'espace, mettant en jeu la densité du matériau ρ et le vecteur des déplacements $\mathbf{u} = (u_x, u_y, u_z)^T$:

$$M = \int_0^{2\pi/K} dz \int_{\sigma} dx dy \mathbf{u}^T \cdot \rho \cdot \mathbf{u} \quad (7.5)$$

K désignant le vecteur d'onde. L'intégration en z est limitée à une période de l'onde, et σ est la section de l'élément fini. En injectant les équations (7.1) à (7.3) et après intégration suivant z , l'expression précédente devient :

$$M = \frac{1}{2K} \hat{\mathbf{u}}^T \cdot M_{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{u}}, \quad (7.6)$$

où la matrice de masse élémentaire M_{σ} de dimension $3n \times 3n$ s'écrit :

$$M_{\sigma} = \int_{\sigma} dx dy P^T \cdot \rho \cdot P \quad (7.7)$$

avec P la matrice des polynômes de dimension $3 \times 3n$ définie par :

$$P = \begin{pmatrix} \mathbf{p}^T & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{p}^T & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{p}^T \end{pmatrix} \quad (7.8)$$

La matrice de raideur \mathcal{K} s'exprime de façon assez similaire :

$$\mathcal{K} = \int_0^{2\pi/K} dz \int_{\sigma} dx dy \mathbf{S}_I^T C_{IJ} \mathbf{S}_J, \quad (7.9)$$

où \mathbf{S} et \mathbf{C} sont respectivement les tenseurs de déformations et de constantes élastiques dont les indices sont donnés en notation contractée.

Après intégration le long de l'axe des z , et en faisant usage des propriétés d'orthogonalité des

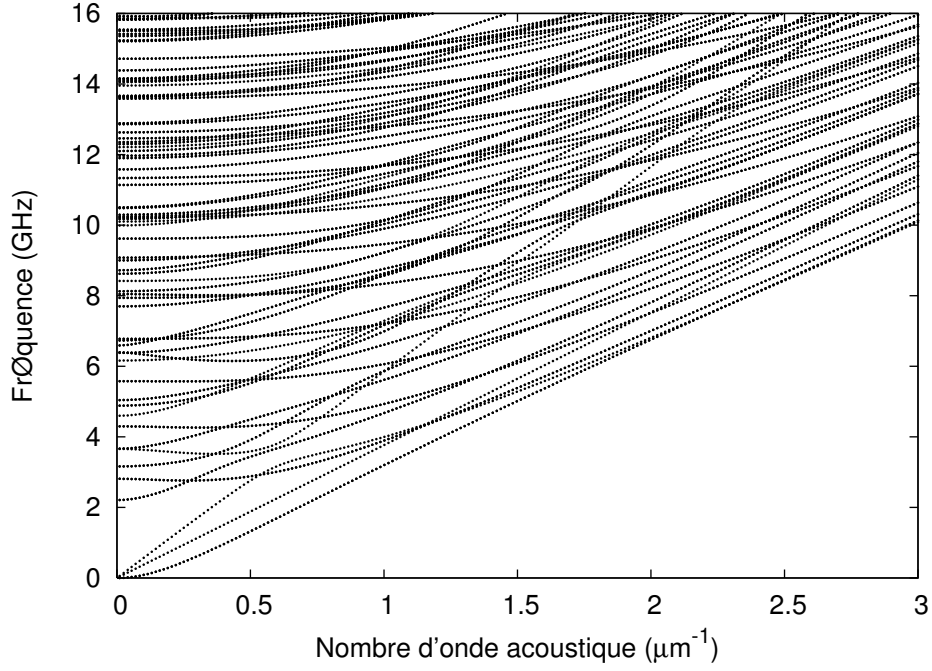


FIG. 7.3 – Diagramme de bandes pour des modes élastiques guidés dans un barreau de silice de diamètre 1 μm obtenu par méthode des éléments finis.

fonctions sinus et cosinus intervenant dans l'expression des champs de déplacement u_i , on obtient :

$$\mathcal{K} = \frac{1}{2K} (\hat{\mathbf{u}}^T \cdot \mathcal{K}_\sigma \cdot \hat{\mathbf{u}}) \quad (7.10)$$

avec

$$\mathcal{K}_\sigma = \int_\sigma (dxdy (A_S^T \cdot C \cdot A_S + A_C^T \cdot C \cdot A_C)), \quad (7.11)$$

où :

$$A_S = \begin{pmatrix} p_{,x}^T & 0 & 0 \\ 0 & p_{,y}^T & 0 \\ 0 & 0 & Kp^T \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ p_{,y}^T & -p_{,x}^T & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad A_C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ x & 0 & 0 \\ 0 & -Kp^T & p_{,y}^T \\ -Kp_{,x}^T & 0 & p_{,x}^T \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (7.12)$$

L'équation posée en (7.1) se ramène donc à un problème aux valeurs propres généralisé que l'on peut résoudre en termes de Ω^2 en admettant le vecteur d'onde K comme paramètre. Il est ainsi possible de déterminer les modes susceptibles de se propager dans la structure ainsi que leur relations de dispersion, nécessaires à la détermination de l'existence de potentielles bandes interdites élastiques.

Le diagramme de bandes d'un barreau de silice de un micron de diamètre entouré d'air est illustré sur la figure 7.3. La densité des modes acoustiques est très élevée, dans la mesure où toutes les polarisations sont prises en compte dans le calcul. Chacun de ces modes est susceptible d'interagir avec une onde optique se propageant dans le milieu, son vecteur d'onde, sa répartition d'énergie et sa polarisation influant sur la force d'interaction.

7.2 Formes des modes optiques

L'importance qu'ont revêtue les fibres optiques, en particulier les fibres à saut d'indice, ont conduit à l'élaboration de descriptions mathématiques précises rendant compte de la propagation des ondes optiques dans ces guides à symétrie cylindrique. Usuellement, la faible différence d'indice entre cœur et gaine, de l'ordre de quelques 10^{-4} permet de procéder à quelques simplifications des équations de propagation dans un tel milieu (approximation dite "du guidage faible"). On traite ici de manière quelque peu succincte le cas plus général d'un barreau de silice dans l'air. De plus amples détails sur le formalisme de la propagation d'ondes dans des guides diélectriques peuvent être obtenus en consultant les références [158, 159].

La géométrie du problème impose d'écrire le champ électrique en coordonnées cylindriques. Celui-ci s'exprime sous la forme d'un champ se propageant suivant z uniquement, i.e. :

$$\mathbf{E} = E(r, \phi) e^{j(\omega t - \beta z)}.$$

Ici, β est la constante de propagation du mode, soit son indice effectif multiplié par le vecteur d'onde dans le vide :

$$\beta = n_{eff} k_0 = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}.$$

On obtient ainsi pour l'équation d'onde une forme simple de type équation de Helmholtz, qui s'écrit en coordonnées cylindriques comme :

$$\nabla^2(E) - k \frac{\partial^2[\mathbf{E}]}{\partial t^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E}{\partial r} \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E}{\partial \phi^2} = (\beta^2 - k^2) E \quad (7.13)$$

Cette équation peut être résolue par séparation des variables spatiales d'une part et angulaires d'autre part, en prenant comme base de solutions potentielles des fonctions à symétrie circulaire dont la dépendance radiale est donnée par des fonctions de Bessel ou de Hankel. On étudie dans un premier temps les composantes axiales E_z et H_z . Le détail des calculs est donné en Annexe C. On se contentera ici de donner les formes finales de ces expressions que nous emploierons pour la détermination des autres composantes des champs.

On pose à cette fin :

$$u = a \sqrt{(n_c^2 k_0^2 - \beta^2)} \quad (7.14)$$

$$w = a \sqrt{(\beta^2 - n_g^2 k_0^2)} \quad (7.15)$$

où n_c et n_g sont les indices du cœur et de la gaine respectivement.

Après résolution de l'équation (7.13) pour la composante E_z (H_z) et insertion de ce terme dans les équations de Maxwell en coordonnées cylindriques, on obtient finalement les expressions des champs suivantes :

dans le cœur, en posant $\gamma = \frac{u}{a}$:

$$\begin{aligned} E_{rc} &= -ie^{im\phi} \left[Aa\beta \frac{J'_m\left(\frac{ur}{a}\right)}{u} - Ba^2\omega\mu \frac{m}{r} \frac{J_m\left(\frac{ur}{a}\right)}{u^2} \right] \sin(m\phi) \\ E_{\phi c} &= -i \left[Aa^2\beta \frac{m}{r} \frac{J_m\left(\frac{ur}{a}\right)}{u^2} - Ba\omega\mu \frac{J'_m\left(\frac{ur}{a}\right)}{u} \right] \cos(m\phi) \\ E_{zc} &= AJ_m\left(\frac{ur}{a}\right) \sin(m\phi) \end{aligned} \quad (7.16)$$

pour le champ électrique et

$$\begin{aligned} H_{rc} &= i \left[Aa^2\omega\epsilon_0 n_c^2 \frac{m}{r} \frac{J_m\left(\frac{ur}{a}\right)}{u^2} - Ba\beta \frac{J'_m\left(\frac{ur}{a}\right)}{u} \right] \cos(m\phi) \\ H_{\phi c} &= -i \left[Aa\omega\epsilon_0 n_c^2 \frac{J'_m\left(\frac{ur}{a}\right)}{u} - Ba^2\beta \frac{m}{r} \frac{J_m\left(\frac{ur}{a}\right)}{u^2} \right] \sin(m\phi) \\ H_{zc} &= BJ_m\left(\frac{ur}{a}\right) \cos(m\phi) \end{aligned} \quad (7.17)$$

pour le champ magnétique ;

dans la gaine, avec $\gamma = \frac{w}{a}$:

$$\begin{aligned} E_{rg} &= i \left[Ca\beta \frac{K'_m\left(\frac{wr}{a}\right)}{w} - Da^2\omega\mu \frac{m}{r} \frac{K_m\left(\frac{wr}{a}\right)}{w^2} \right] \sin(m\phi) \\ E_{\phi g} &= i \left[Ca^2\beta \frac{m}{r} \frac{K_m\left(\frac{wr}{a}\right)}{w^2} - Da\omega\mu \frac{K'_m\left(\frac{wr}{a}\right)}{w} \right] \cos(m\phi) \\ E_{zg} &= CK_m\left(\frac{wr}{a}\right) \sin(m\phi) \end{aligned} \quad (7.18)$$

pour le champ électrique et

$$\begin{aligned} H_{rg} &= -i \left[Ca^2\omega\epsilon_0 n_g^2 \frac{m}{r} \frac{K_m\left(\frac{wr}{a}\right)}{w^2} - Da\beta \frac{K'_m\left(\frac{wr}{a}\right)}{w} \right] \cos(m\phi) \\ H_{\phi g} &= i \left[Ca\omega\epsilon_0 n_g^2 \frac{K'_m\left(\frac{wr}{a}\right)}{w} - Da^2\beta \frac{m}{r} \frac{K_m\left(\frac{wr}{a}\right)}{w^2} \right] \sin(m\phi) \\ H_{zg} &= DK_m\left(\frac{wr}{a}\right) \cos(m\phi) \end{aligned} \quad (7.19)$$

pour le champ magnétique.

7.2.1 Équation caractéristique

Les conditions de continuité des champs aux interfaces (soit en $r = a$) vont ensuite nous permettre de déterminer les relations s'établissant entre les constantes A , B , C et D . Les composantes tangentielles de \mathbf{E} (E_z et E_ϕ ainsi que la composante normale de \mathbf{H} (H_r)) sont continues à l'interface entre les deux diélectriques. De même, en l'absence de charges libres, la composante normale de \mathbf{D} ($\epsilon E_r = n^2 E_r$) et les composantes tangentielles de \mathbf{H} le sont également. On obtient ainsi un système de six équations, dont quatre seulement sont indépendantes, par exemple, celles portant sur E_z , H_z , E_r , et H_r . Ce système n'admet de solution que si son déterminant est non nul, conduisant ainsi à l'équation caractéristique admettant pour paramètre la constante de propagation β :

$$\left[\frac{n_C^2}{n_G^2} \frac{J'_m(u)}{u J_m(u)} + \frac{K'_m(w)}{w K_m(w)} \right] \left[\frac{J'_m(u)}{u J_m(u)} + \frac{K'_m(w)}{w K_m(w)} \right] = m^2 \left[\frac{n_C^2}{n_G^2} \frac{1}{u^2} + \frac{1}{w^2} \right] \left[\frac{1}{u^2} + \frac{1}{w^2} \right] \quad (7.20)$$

Une première réduction de ce système nous donne par ailleurs la relation liant l'amplitude du champ électrique à celle du champ magnétique :

$$B = A \frac{\beta}{\omega \mu m} \left[\frac{J'_m(u)}{u J_m(u)} + \frac{K'_m(w)}{w K_m(w)} \right] \left[\frac{1}{u^2} + \frac{1}{w^2} \right]^{-1} \quad (7.21)$$

L'équation caractéristique (7.20) détermine donc la constante de propagation d'un mode guidé pour une valeur d'indice du cœur n_C et de la gaine n_G , un diamètre de fibre a et une longueur d'onde de travail λ fixée. Il est donc intéressant d'exprimer ces constantes du problème sous la forme d'une grandeur adimensionnelle, en l'occurrence la fréquence normalisée V :

$$V = \sqrt{(u^2 + w^2)} = \frac{2\pi a}{\lambda} \sqrt{n_C^2 - n_G^2} \quad (7.22)$$

7.2.2 Classification des modes

Les résultats liés à l'équation (7.20) nous permettent de dégager deux cas particuliers de familles de modes.

Modes hybrides

On considère dans un premier temps le cas général où $m \geq 1$. on parle de modes hybrides, pour lesquels les composantes Ψ_z des champs ne sont pas négligeables devant Ψ_r et Ψ_ϕ . Les modes HE (respectivement EH) ont une composante E_z (resp. H_z) significative en rapport aux deux autres. Ils sont de plus caractérisés par deux entiers m et n , où m intervient directement dans l'argument sinusoïdal ou cosinusoïdal des champs (qui ont, rappelons-le une dépendance en \cos ou en $\sin(m\phi)$), et l'indice n est utilisé pour distinguer les différentes solutions de l'équation caractéristique à m donné, les fonctions de Bessel étant périodiques. Il est intéressant de noter

par ailleurs que les courbes de dispersion des modes EH et HE deviennent très proches dans le cas d'une très faible différence d'indice entre le cœur et la gaine. Les modes deviennent alors dégénérés, et une nouvelle nomenclature est usuellement adoptée pour décrire cette configuration particulière (modes dits "Linearly Polarized, soit LP_{m,n})

Modes TEM

Lorsque $m=0$, l'équation caractéristique (7.20) se réduit à :

$$\left[\frac{n_C^2}{n_G^2} \frac{J'(u)}{uJ(u)} + \frac{K'(w)}{wK(w)} \right] \left[\frac{J'(u)}{uJ(u)} + \frac{K'(w)}{wK(w)} \right] = 0 \quad (7.23)$$

On distingue ainsi deux sous-familles de modes vérifiant respectivement :

$$\left[\frac{J'(u)}{uJ(u)} + \frac{K'(w)}{wK(w)} \right] = 0 \quad (7.24)$$

et

$$\left[\frac{n_C^2}{n_G^2} \frac{J'(u)}{uJ(u)} + \frac{K'(w)}{wK(w)} \right] = 0 \quad (7.25)$$

Ces deux équations (7.24) et (7.25) peuvent être obtenues en partant des relations de continuité des champs en en posant E_z et H_z nuls respectivement. On décrit donc dans un premier cas des modes de type TE_{0,n} et dans un second cas des modes de type TM_{0,n}. Le tracé de ces modes optiques pour les ordres 0 et 1 est donné sur la figure 7.4.

7.2.3 Fréquences de coupure

Lorsque l'indice effectif d'un mode donné se rapproche de celui de la gaine, le mode en question a tendance à fuir, et à ne plus être guidé par la structure. Cette condition, dite condition de coupure, se traduit mathématiquement par un paramètre w proche de zéro et donc par $V \simeq u$.

On montre que pour les modes d'ordre 0 (modes transverses, de type TE_{0n} ou TM_{0n}, la fréquence de coupure est donnée par la racine n^{ième} de la fonction de Bessel J_0 . Le premier mode TEM apparaît donc dès $V \simeq 2.4048$.

De même, les fréquences de coupure des modes hybrides de type HE_{mn} sont données par la racine n^{ième} J_m . A noter que le mode HE_{1,1} a une fréquence de coupure nulle, c'est-à-dire qu'il peut se propager dans des fibres de diamètre de cœur très faible.

7.2.4 Détermination des paramètres pertinents pour une application acousto-optique

On cherche à étudier deux cas particuliers :

- La rétrodiffusion Brillouin stimulée
- Le couplage de polarisation d'un mode à l'autre (diffraction anisotrope).

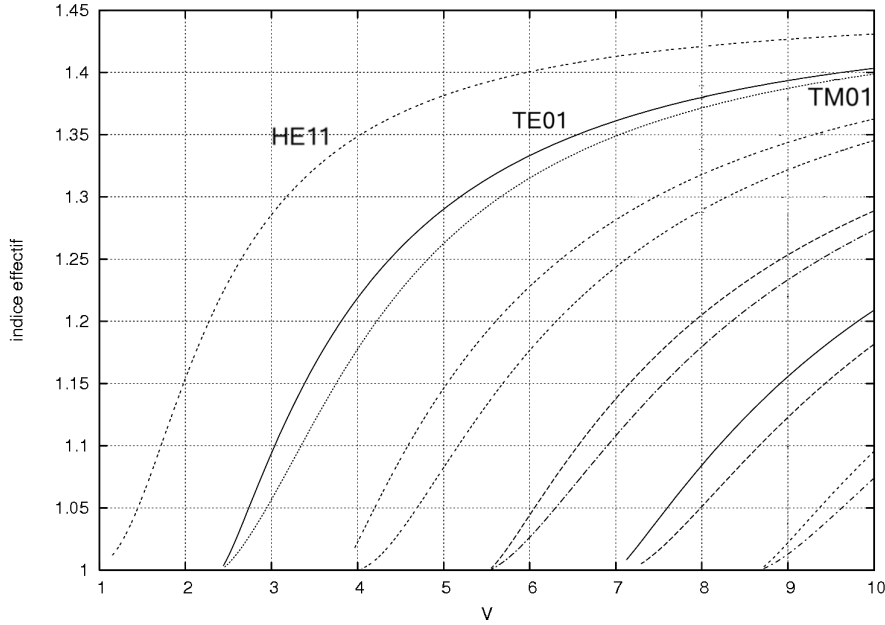


FIG. 7.4 – Constantes de propagation normalisées pour un barreau de silice (indice pris égal à 1,5) dans l'air. Seules les courbes de dispersion des modes TE, TM et HE d'ordre 0 et 1 sont reportés.

Le premier cas peut être observé dans une configuration monomode, i.e. en choisissant un diamètre du barreau de silice de l'ordre de $1\ \mu\text{m}$ à une longueur d'onde de $1.55\ \mu\text{m}$, en prenant un indice égal à 1.45 pour la silice.

Le second nécessite la présence de modes TE_0 et TM_0 suffisamment discernables dans la structure. On se place alors à une fréquence normalisée V égale à 3.5 (par exemple avec un diamètre de cœur de $1\ \mu\text{m}$ et à une longueur d'onde optique dans la silice de $500\ \text{nm}$). Dans ce cas précis, les indices effectifs des trois modes en présence sont :

$$n_{\text{HE}11} \simeq 1.3234$$

$$n_{\text{TE}01} \simeq 1.2575$$

$$n_{\text{TM}01} \simeq 1.1649$$

Si les sections précédentes ont été dédiées à l'étude la plus générale possible en termes de formalisme mathématique de l'interaction acousto-optique de modes guidés dans une fibre, les exemples numériques donnés à titre illustratif se contentent de traiter les interactions susceptibles de se produire sur ces trois modes particuliers. On ne calcule par ailleurs que la valeur des coefficients C_{12} tels qu'introduits dans en (6.4.3), qui contiennent l'information pertinente en termes de force d'interaction dans le cas du couplage d'un mode optique à un autre.

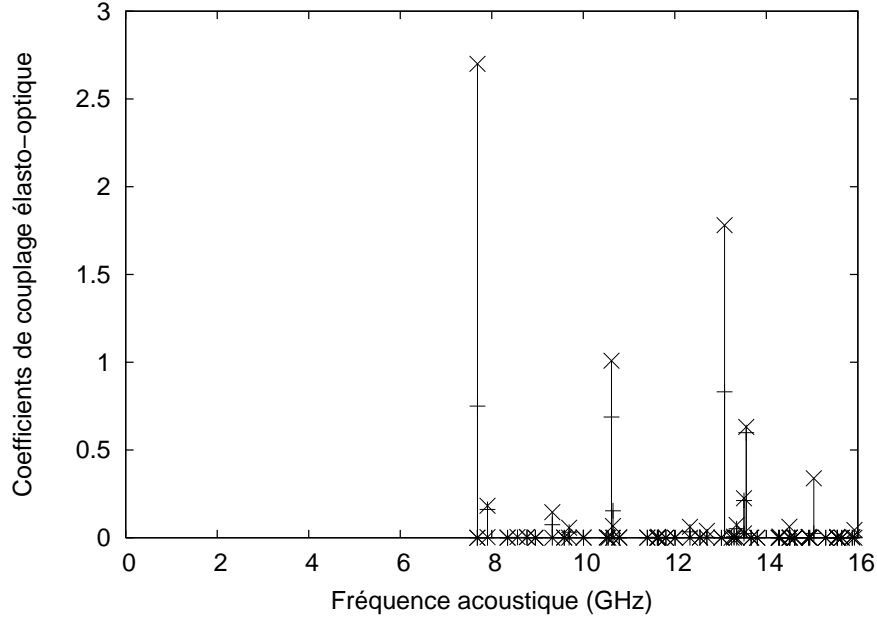


FIG. 7.5 – Coefficients de diffusion élasto-optiques dans le cas de la rétrodiffusion d'un mode sur lui-même pour le modes TE_{01} . Les points marqués par des croix ('x') donnent les amplitudes des coefficients obtenus par la formulation en **D** de la théorie linéarisée de Pockels ; ceux marqués par des plus ('+') se rapportent à la formulation en **E**.

7.3 Résolution des équations d'ondes couplées

7.3.1 Rétrodiffusion

Le premier exemple qui a été considéré est celui de la rétrodiffusion d'un mode optique sur lui-même. La rétrodiffusion Brillouin peut être de façon très simpliste vue comme le couplage d'un mode optique de vecteur d'onde β vers un second mode de vecteur d'onde $-\beta$. Le vecteur d'onde du mode acoustique permettant un tel couplage doit donc vérifier la relation :

$$K = 2\beta$$

Les coefficients de couplage élasto-optiques ont été évalués pour les deux modes optiques TE_{01} , TM_{01} et HE_{11} dans les cas de formulation en **E** comme en **D**, et sont reportés sur la figure 7.5 pour le premier mode. Ils ont été calculés en évaluant les termes de couplage non diagonaux C_{12} des expressions (6.4.3) et (6.4.3) du Chapitre précédent.

De manière générale, lorsque la formulation en **E** prévoit des coefficients de couplage non nuls, un phénomène d'interaction est également théoriquement prédit par la formulation en **D**. En revanche, la valeur des coefficients obtenus par cette dernière sont plus élevés. Les différences observées ne s'arrêtent pas à la seule amplitude : de façon beaucoup plus conséquente, on constate que la formulation **D** prévoit par ailleurs la possibilité d'obtenir une rétrodiffusion d'un mode optique pour d'autres modes acoustiques, en plus de ceux obtenus par la calcul fondé sur le champ

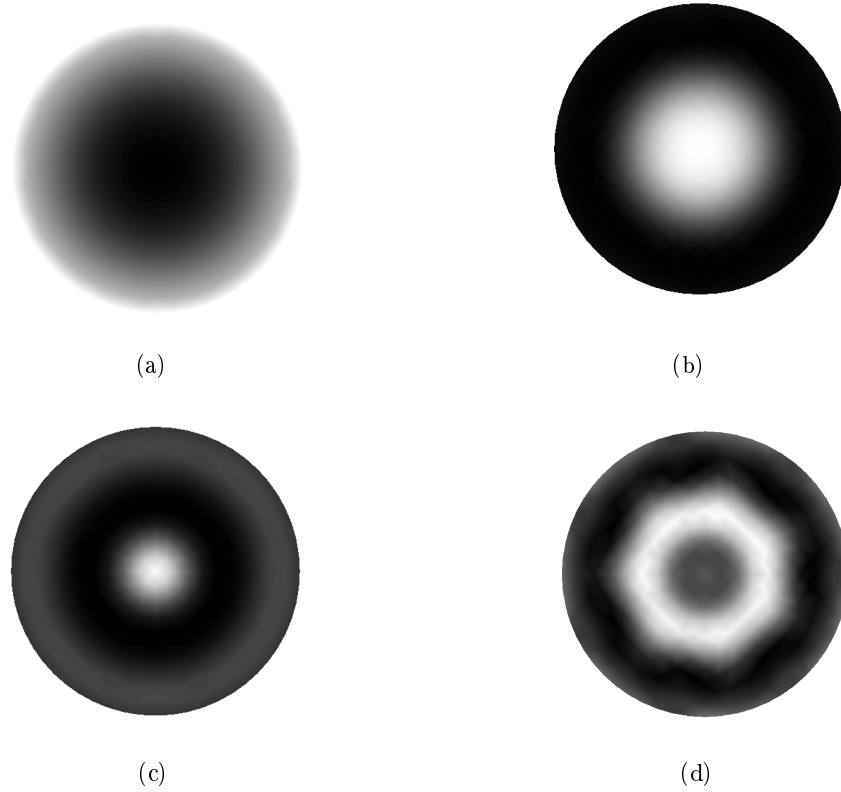


FIG. 7.6 – Distribution de l'énergie cinétique pour les modes acoustiques d'un barreau de silice de fréquence (a) 7,69 GHz, (b) 10,62 GHz, (c) 13,09 GHz et (d) 13,56 GHz. Ces quatre modes correspondent à ceux permettant d'obtenir les coefficients élasto-optiques les plus élevés lors de la rétro-diffusion du mode optique TE_{01} . Les maxima d'amplitude apparaissent en blanc sur la figure.

électrique. Ces modes restent toutefois minoritaires et résultent en une relativement faible force d'interaction.

Dans les deux cas, il est assez difficile d'établir une corrélation entre forme et polarisation des modes acoustiques d'une part et valeur des coefficients de couplage d'autre part. Les modes fondamentaux TE et TM présentant tous deux un profil spatial d'amplitude Gaussien, on s'attendrait à ce que les maxima de couplage soient obtenus, en partie, la polarisation de l'onde acoustique entrant par ailleurs en jeu, pour des modes élastiques ayant un profil spatial similaire. Or, si les modes générant les plus fortes interactions, c'est-à-dire, ceux se trouvant respectivement aux fréquences de 7,69 GHz, 10,62 GHz, 13,09 GHz et 13,56 GHz ont effectivement une symétrie circulaire, l'analogie avec la forme du mode optique s'arrête ici, comme le montre la figure 7.6. Il est donc nécessaire, même dans le cas très simple d'un barreau de silice plein, de calculer les coefficients élasto-optiques affectés à chaque mode acoustique susceptible de se propager dans le milieu.

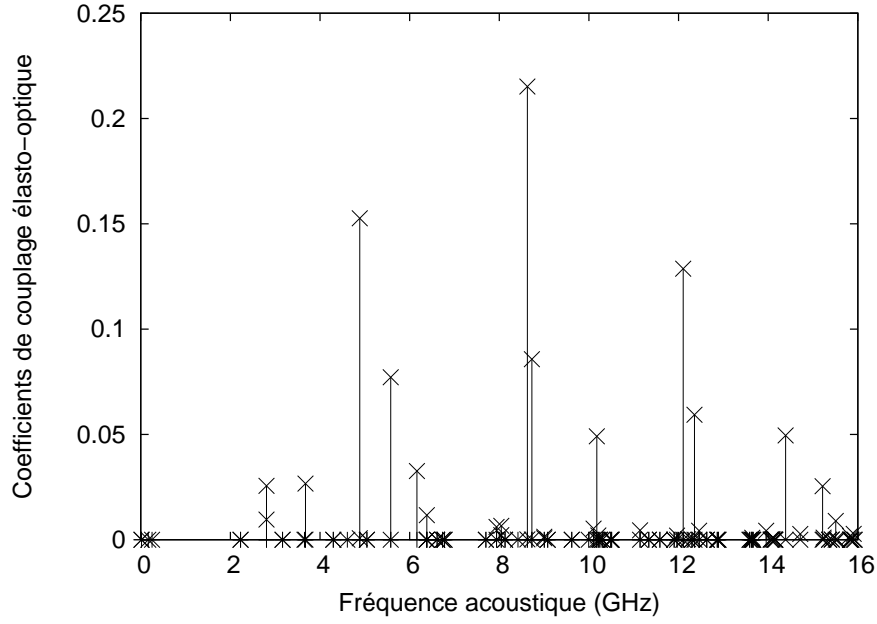


FIG. 7.7 – Coefficients de diffusion élasto-optiques dans le cas d'un couplage du mode TE_{01} vers le mode TM_{01} (couplage de polarisation).

7.3.2 Couplage de polarisation

Les différences observées entre théorie linéarisée de Pockels et modèle d'interaction paramétrique sont bien plus critiques dans le cas du couplage du mode TE_{01} avec le mode TM_{01} . La figure 7.7 montre les coefficients élasto-optiques calculés pour un mode acoustique de vecteur d'onde

$$K = \beta_{TE} - \beta_{TM}.$$

Les simulations réalisées en prenant pour base la polarisation non-linéaire n'autorisent pas ce couplage de polarisation à se produire, et ce quelle que soit la forme ou la polarisation du mode acoustique du barreau de silice considéré. On retombe ainsi sur les prévisions d'un modèle en ondes planes, pour lequel le couplage d'un ordre de diffraction de la lumière vers un autre n'est pas permis par l'interaction acousto-optique. La formulation en \mathbf{D} , elle, continue de fournir des coefficients de couplage non nuls, quand bien même les forces d'interaction calculées sont près d'un ordre de grandeur plus faible que dans le cas de la rétrodiffusion. Nous n'avons pas trouvé mention dans la littérature de phénomènes de couplage de polarisation induits dans un matériau isotrope par effet photo-élastique. Ce dernier point et la cohérence du traitement théorique entre les deux approches adoptées contribuent *a priori* à faire du champ électrique la variable la plus pertinente. Dans le cas d'un matériau élastiquement ou optiquement anisotrope, en revanche, ce type de transfert de polarisation pourrait être envisageable. Un arrangement judicieux des trous dans une fibre à cristaux photoniques permet de parvenir à une telle anisotropie et constituerait donc un champ d'investigation à privilégier [93].

7.4 Conclusion

Ces exemples numériques nous ont permis de quantifier les différences induites par les termes de gradients spatiaux additionnels introduits par la formulation en champ de déplacement. Celles-ci s'étendent en effet bien au-delà d'une simple différence en termes de force d'interaction : ils tendent en effet à prévoir des coefficients élasto-optiques non nuls pour d'autres modes élastiques que ceux qu'ils partagent avec la formulation en champ électrique. En particulier, un couplage de polarisation entre les différents modes d'une fibre optique isotrope n'est prévue que par la seule approche en champ de déplacement.

La cohérence entre traitement suivant la théorie de Pockels et l'approche non-linéaire semble encore une fois pousser à l'adoption de cette dernière, équivalente à un traitement de la première en fonction du champ électrique. Mais le seul moyen définitif d'établir plus fermement la validité de cette dernière hypothèse reste, clairement, une démonstration expérimentale.

Conclusion de la troisième partie

L'étude théorique des interactions acousto-optiques en milieu confiné que nous avons esquissée n'en est finalement qu'à ses prémices : elle suscite à l'heure actuelle plus d'interrogations sur la validité du traitement classique qu'elle ne fournit réellement de réponses sur la méthode la plus rigoureuse à adopter. Deux approches ont en effet été confrontées : la théorie classique de Pockels et l'interaction paramétrique suivant Nelson et Lax. Les développements théoriques présentés n'ont certes rien de particulièrement novateurs dans la mesure où ils reposent sur des principes fermement implantés dans le domaine : la théorie linéarisée de Pockels a maintenant près de 120 ans d'existence, et Nelson et Lax l'ont remise en cause dans les années 1970 déjà. Pourtant, il a, du moins à notre connaissance, rarement été fait mention dans la littérature de l'incohérence entre le traitement largement répandu du problème en fonction du champ électrique et le fait admis que l'effet photo-élastique peut être retranscrit en termes de déformation de l'ellipsoïde des indices. Les exemples numériques traités, à savoir la rétrodiffusion d'un mode sur lui-même et le couplage de polarisation dans un barreau de silice isotrope, nous ont permis de quantifier les différences induites : leurs implications sont largement au-delà d'une simple différence de l'amplitude prédite pour la force d'interaction. Les perspectives attachées à ces travaux sont donc nombreuses. D'un point de vue numérique déjà, la mise en place d'une théorie valide dans le cas anisotrope et surtout dans celui d'une fibre photo-phononique (ou phoXonique) est nécessaire. Cette dernière application nécessite d'ailleurs la prise en compte de la longueur d'interaction du fait du guidage conjoint des modes élastiques et optiques. Quoi qu'il en soit, il est nécessaire dans ce cas de procéder à une étude expérimentale de ces phénomènes avant que des conclusions précises puissent être avancées avec certitude.

Conclusion générale

Les travaux entrepris au cours de cette thèse ont été consacrés à l'étude principalement expérimentale des effets de bandes interdites pour les ondes élastiques dans des structures périodiques. Les différents cristaux phononiques étudiés ont inscrit cette thèse au confluent de plusieurs disciplines : acoustique, optique ou encore microfabrication. En effet, une première partie de ces travaux a été dédiée à l'étude expérimentale de phénomènes de filtrage, guidage ou encore de couplage des ondes acoustiques de volume dans un réseau périodique consistant en un arrangement de tiges cylindriques d'acier plongées dans une cuve d'eau. En particulier, le problème de l'interaction entre modes guidés dans un défaut linéaire du cristal et modes propres de résonateurs greffés le long du guide a été abordé. Ces travaux se sont solidement appuyés sur l'expertise théorique pré-existante au sein de l'équipe Acoustique et Microsonique du département LPMO de l'Institut FEMTO-ST : les modèles de simulation par méthode des différences finies de la transmission des ondes acoustiques à travers le cristal se sont révélés des outils indispensables à la mise en place comme à l'interprétation des expériences. Par ailleurs, les démonstrations préalables à ces travaux des fonctions de filtrage et de guidage dans de telles structures ont assuré le bon déroulement des expériences subséquentes de couplage des ondes. Au-delà d'un simple moyen d'appréhension du phénomène, ces expériences simples, sans difficulté particulière de fabrication ou d'instrumentation, ont permis la mise en évidence de fonctions complexes de traitement du signal acoustique. L'un des exemples les plus aboutis a été obtenu par une collaboration avec l'IEMN de Lille, résultant en la démonstration expérimentale d'un système de démultiplexage en longueur d'onde.

Nous avons consacré la seconde partie de cette thèse à la démonstration expérimentale de l'existence d'une bande interdite complète pour les ondes de surface dans des cristaux phononiques bidimensionnels. Le confinement intrinsèque de ce type d'ondes à la surface du substrat où s'opère la propagation permet un confinement quasi-tridimensionnel des ondes élastiques dans un cristal phononique initialement conçu et fabriqué comme un simple cristal 2D. Par ailleurs, la possibilité de générer ces ondes directement à la surface d'un matériau piézoélectrique par intégration de transducteurs à peignes interdigités permet la mise en place d'expériences simples et illustratives où émetteur et récepteur sont directement intégrés au cristal phononique. D'un point de vue plus applicatif, les cristaux phononiques de surface peuvent être perçus comme un moyen d'étendre encore la gamme d'applications des dispositifs SAW classiques. La majeure partie de ces travaux a donc consisté à mettre en évidence une bande interdite complète pour les

ondes de surface à des fréquences autour de 200 MHz dans un cristal phononique consistant en un réseau carré de trous d'air dans une matrice de niobate de lithium. Dans ce cas également, nous nous sommes servis de modèles de simulation par la méthode de décomposition en ondes planes mis en place dans le cadre d'une thèse précédente [107], ainsi que de codes d'éléments finis par ailleurs développés au sein de l'équipe d'accueil pour fixer les paramètres géométriques et physiques pertinents pour la réalisation des structures. La fabrication des cristaux artificiels a quant à elle nécessité le développement d'un procédé de gravure du niobate de lithium permettant la réalisation d'inclusions cylindriques de dimension micrométrique avec un rapport de forme suffisant pour assurer le confinement transverse des ondes de surface. Des trous de diamètre 10 μm , et de même profondeur ont ainsi été obtenus. Ces cristaux phononiques ont ensuite été caractérisés par voie électrique ainsi que par voie optique. Les caractérisations électriques ont été assurées par mesure de transmission électrique à travers le cristal, permettant d'évaluer les caractéristiques du système dans une configuration applicable à des dispositifs fonctionnels. Nous avons ainsi pu mettre en évidence l'effet d'atténuation subi par des modes se propageant à une fréquence supérieure à celle, théoriquement attendue, de l'entrée de la bande interdite du cristal. Ces pertes semblent dues au phénomène escompté de bande interdite phononique d'une part, mais aussi à un effet de rayonnement des modes de fréquences élevées que nous avons imputé à un couplage avec les modes de volume du matériau massif. Des mesures additionnelles réalisées sur d'autres dispositifs nous ont permis de lever le doute quant à l'existence réelle d'une bande interdite complète pour les ondes de surface dans ce cristal phononique bidimensionnel. Ces résultats ont été solidement confirmés par une mesure optique des champs de déplacements des ondes de surface effectuée dans le cadre d'une collaboration avec l'université technologique d'Helsinki qui nous a permis d'observer l'effet de réflexion induit par le cristal parfait. Enfin, des cristaux phononiques pour les ondes de surface ont été fabriqués dans un substrat de silicium, permettant l'obtention de structures à haut facteur de forme. Ces cristaux sont en cours de caractérisation par voie optique dans le cadre d'une collaboration avec l'université d'Hokkaido au Japon.

La troisième et dernière partie de ces travaux a consisté à poser les fondations d'une étude théorique de l'interaction acousto-optique dans un matériau exhibant une bande interdite photonique et phononique simultanée. Dans ce cadre, il n'a été fait aucune hypothèse sur le régime d'interaction, ni sur la forme spatiale des modes optiques comme acoustiques. Le cas d'une fibre en silice, milieu optiquement isotrope, a été traité suivant deux approches distinctes : la formulation linéarisée de Pockels d'une part, et l'approche non-linéaire proposée par Nelson et Lax d'autre part, les équations du problème ayant été exprimées soit en fonction du champ électrique, soit en fonction du champ de déplacement électrique. Ces calculs analytiques des coefficients de couplage élasto-optiques ont ensuite été éprouvés sur un exemple numérique consistant à traiter le cas d'un barreau de silice de dimension micrométrique. Nous avons ainsi pu constater que les deux formulations, équivalentes dans le cas traditionnellement étudié de la diffraction d'une onde optique par une onde acoustique plane et donc d'extension spatiale infinie, présentaient ici des différences fondamentales, tant au niveau de la force d'interaction que de la nature des phénomènes prévus. Si la formulation mettant en jeu le champ électrique demeure en effet cohérente

quel que soit le modèle théorique adopté, celle impliquant le champ de déplacement introduit par contre des termes additionnels dans le cas de la formulation phénoménologique de Pockels. Ces résultats remettent donc en cause la relation généralement établie dans la littérature entre effet élasto-optique et déformation de l'ellipsoïde des indices optiques. Mais la mise en place d'une série d'expériences visant à valider l'un ou l'autre des modèles employés s'impose.

Sur ce dernier aspect, les perspectives de ces travaux consisteraient donc à mettre au point un système expérimental permettant de procéder à l'excitation d'ondes acoustiques à haute fréquence dans une fibre microstructurée présentant des propriétés de bandes interdites phononiques. Deux types de pistes peuvent être poursuivies. La première consisterait à exciter des modes acoustiques radiaux, statiques, en réalisant par exemple un transducteur annulaire directement intégré sur la fibre. Le dépôt d'un matériau piézoélectrique sur la circonférence de la fibre devrait permettre d'atteindre cet objectif. Des travaux similaires, visant à réaliser un modulateur tout fibré par dépôt d'oxyde de zinc sur fibre optique standard ont d'ailleurs été rapportés dans la littérature. Des essais préliminaires destinés à déposer du nitrure d'aluminium suivant le même principe ont été effectués au cours de cette thèse. S'ils se sont jusqu'à présent révélés infructueux, ils ont au moins permis de soulever les principales difficultés liées à l'adaptation des facilités de dépôt. Une autre possibilité consisterait à exciter des modes élastiques propagatifs, par exemple par couplage évanescent d'ondes de surface générées au moyen de transducteurs à peignes interdigités sur un substrat piézoélectrique. L'idée serait donc de mettre en contact (mécaniquement ou par collage) la fibre optique avec le transducteur. Pour une confrontation directe avec la théorie, il conviendrait de pousser encore le développement théorique précédent afin d'évaluer complètement la force d'interaction et de prendre également en compte l'influence de la longueur d'interaction. Une alternative à ces composants acoustiques actifs pour la génération d'ondes élastiques dans une fibre consisteraient à utiliser à bon escient les ondes acoustiques induites par des phénomènes d'optique non-linéaire, à l'image de l'effet Brillouin stimulé par exemple. Si une structuration pertinente du cœur d'une fibre photonique pourrait conduire, du fait de l'existence d'une bande interdite pour les ondes élastiques, à une inhibition de cet effet des plus nocifs dans le domaine des télécommunications optiques [93], il est également possible de tirer profit d'une famille particulière de ces modes, les modes de Brillouin de gaine, pour mettre en place des interactions acousto-optiques à haute fréquence. Une thèse en partie consacrée à l'exploitation de ces phénomènes est d'ailleurs actuellement en cours au sein de l'Institut FEMTO-ST.

Les travaux menés sur les ondes de surface ouvrent également de nombreuses perspectives. D'un point de vue théorique, d'abord, il serait intéressant de pouvoir calculer la cartographie des champs de déplacement, ou au moins la fonction de transmission du cristal phononique à la manière des prédictions théoriques réalisées par méthode des différences finies en milieu faiblement anisotrope. Un tel outil nous permettrait un dimensionnement beaucoup plus pertinent de structures périodiques plus complexes mettant en jeu des guides d'ondes ou encore des cavités. Ces fonctions de guidage restent d'ailleurs à démontrer sur matériau piézoélectrique, et pourraient être mises en évidence de façon probante par mesures optiques. Les résultats obtenus par ce moyen de caractérisation pourraient encore être améliorés en adaptant les caractéristiques du

transducteur émetteur au banc de mesures optiques dans le cas d'une mesure par interférométrie hétérodyne : adaptation de la fréquence de fonctionnement, multiplication du nombre de doigts, etc. D'autres moyens de caractérisation par mesures acoustiques picosecondes ou encore par visualisation au microscope électronique à balayage peuvent également être employés. Ces différentes études, si elles peuvent être réalisées sur les cristaux phononiques piézoélectriques présentés dans le cadre de cette thèse, gagneraient à l'être sur des structures bidimensionnelles réellement infinies au sens des ondes de surface. Pour cela, il est indispensable de s'affranchir des phénomènes de rayonnement liés à la profondeur finie du cristal. L'obtention de structures à très haut facteur de forme sur niobate de lithium s'annonçant difficile, les alternatives possibles résideraient donc en l'utilisation d'un matériau piézoélectrique plus aisément usinable (quartz, par exemple) ou d'un système couche piézoélectrique sur silicium. L'utilisation de ce dernier matériau permet par ailleurs de bénéficier de multiples moyens de microstructuration, notamment de procédés prêts à l'emploi de gravure ionique réactive profonde. Il devient ainsi possible de fabriquer des cristaux phononiques pour des modes de plaques, soit par fabrication (suivie par la structuration) d'une membrane piézoélectrique suspendue, soit par structuration directe d'une plaquette de silicium, la fréquence de fonctionnement du cristal dépendant bien évidemment de l'épaisseur de la plaque. Enfin, le choix du niobate de lithium n'ayant rien eu d'anodin, il s'agirait de tenter de tirer profit des propriétés optiques de ce matériau. La première possibilité consisterait à fabriquer un cristal photonique acoustiquement accordable, en s'appuyant sur différents travaux en cours au sein du département d'optique de l'institut FEMTO-ST : une modification de l'indice de réfraction du niobate de lithium par effets électro-optique et élasto-optique du fait des déformations induites par une onde de surface conduirait en effet en une modification du rapport d'indice existant entre matrice et inclusion au sein du cristal photonique. On s'attend ainsi à une modification de la fréquence centrale et/ou de la largeur de la bande interdite photonique. L'étape suivante est bien évidemment la réalisation d'un cristal exhibant des bandes interdites à la fois photoniques et phononiques. Des interactions acousto-optiques exaltées sont là encore attendues, mais une étude des plus intéressantes pourrait être consacrée à une extension au cas bidimensionnel des expériences de Trigo *et al.* [88] : la réalisation d'une cavité résonante acoustique mettant en jeu des ondes de surface d'une part, mais surtout celle d'une cavité résonante à la fois acoustique et optique laissent présager l'émergence d'une nouvelle génération de dispositifs élasto-optiques. Là encore, des développements théoriques plus poussés s'imposent, nécessitant l'extension du modèle présenté en troisième partie aux matériaux ferro-électriques et optiquement anisotropes.

Enfin, l'étude des propriétés physiques des cristaux phononiques laisse encore un champ d'investigation assez vaste, qui ne passe pas nécessairement par l'utilisation de techniques de microfabrication. Des démonstrations de principes similaires à celles présentées dans la première partie de ce manuscrit présentent un intérêt scientifique certain : études de structures tridimensionnelles, réseaux bidimensionnelles de différentes géométries, propriétés inédites liées à la nature de la matrice ou des inclusions ou encore étude de la propagation en milieu périodiques de différents types de modes acoustiques figurent parmi les nombreux projets envisageables.

Annexe A

Périodicité et zones de Brillouin

Cette annexe a pour but de fournir quelques définitions fondamentales ayant trait aux réseaux périodiques et en particulier à la notion de zone irréductible de Brillouin. Elle est largement inspirée d'ouvrages traitant de la physique des semi-conducteurs, auxquels nous suggérons au lecteur de se reporter pour de plus amples détails [160, 161, 162]

A.1 Structure des cristaux et réseaux réciproques

Un réseau périodique est caractérisé par trois vecteurs élémentaires \mathbf{a}_i , avec $i = 1, 2, 3$ (encore appelés vecteurs *primitifs*) tels que la structure est strictement invariante par translation de l'un des trois vecteurs ou de toute combinaison linéaire de ces vecteurs. Les \mathbf{a}_i sont ainsi les vecteurs de base du réseau dit de Bravais (ou réseau direct), défini par l'ensemble des points dont le vecteur position vérifie :

$$\mathbf{R} = h\mathbf{a}_1 + j\mathbf{a}_2 + l\mathbf{a}_3 \quad (\text{A.1})$$

Pour tout réseau direct, on peut définir une suite de vecteurs dits *réciproques* \mathbf{a}_i^* tels que :

$$\mathbf{a}_1^* = \frac{2\pi \mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3}{\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3}, \quad \mathbf{a}_2^* = \frac{2\pi \mathbf{a}_3 \times \mathbf{a}_1}{\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3} \quad \text{et} \quad \mathbf{a}_3^* = \frac{2\pi \mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2}{\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3} \quad (\text{A.2})$$

Notons ici que le facteur 2π est ramené à 1 par certains auteurs.

Les vecteurs directs et réciproques vérifient la relation :

$$\mathbf{a}_i \cdot \mathbf{a}_i^* = 2\pi \delta_{ij} \quad (\text{A.3})$$

Le vecteur réciproque général de la structure \mathbf{G} employé à plusieurs reprises au chapitre 3 est alors donné par :

$$\mathbf{G} = h.\mathbf{a}_1^* + j.\mathbf{a}_2^* + l.\mathbf{a}_3^* \quad (\text{A.4})$$

A.2 Cellules de Wigner-Seitz et zones de Brillouin

La cellule dite de *Wigner-Seitz* est une cellule primitive rendant compte de la symétrie élémentaire de la maille du système étudié. Elle possède donc la symétrie du réseau de Bravais. D'un point de vue géométrique, sa construction s'effectue dans le réseau direct en trois étapes, illustrées sur la figure A.1 :

- on définit un point origine dans la maille cristalline, à partir duquel on vient tracer des segments liant ce point à ses voisins immédiats,
- on trace ensuite les bissectrices à ces lignes de construction,
- le plus petit polyèdre compris entre les dites bissectrices est la cellule de Wigner-Seitz du cristal.

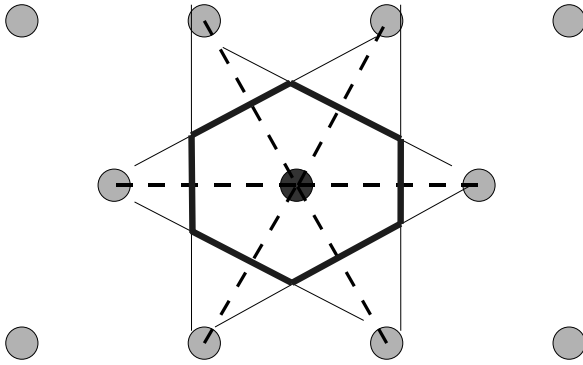
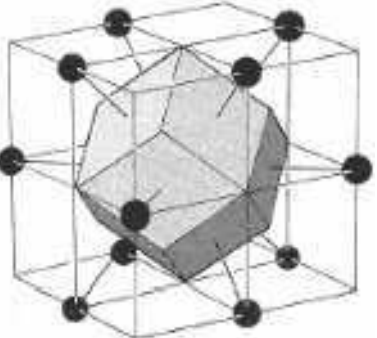
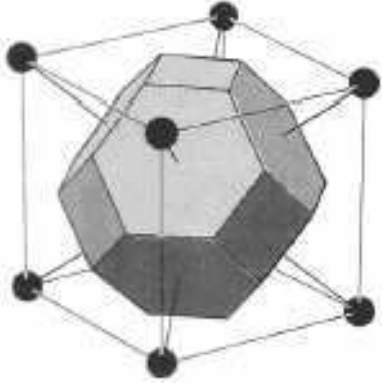
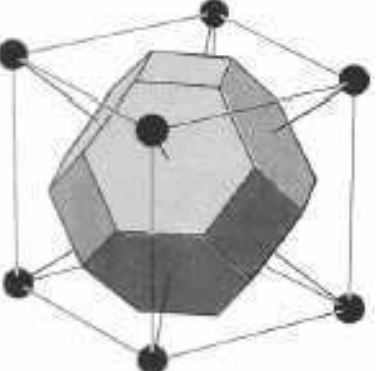
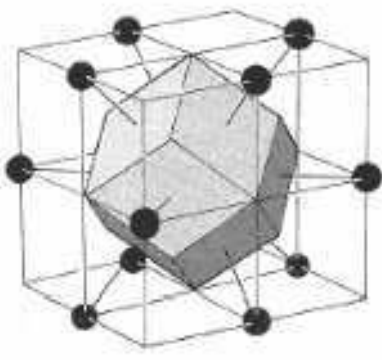


FIG. A.1 – Méthode de construction de la cellule de Wigner-Seitz.

La *première zone de Brillouin* est l'équivalent direct de cette cellule de Wigner-Seitz pour le réseau réciproque¹. Le tableau A.1 montre les cellules de Wigner-Seitz pour les réseaux cubique centré (CC) et cubique à faces centrées (FCC), ainsi que leurs homologues dans le réseau réciproque. On remarque que le réseau CC se mue en FCC et respectivement. La première zone de Brillouin ne définit pas nécessairement le volume élémentaire du réseau dans l'espace réciproque. Dans certains cas, du fait de symétries additionnelles propres au cristal concerné, il est possible de définir une *zone de Brillouin irréductible*, soit une partie de la première zone de Brillouin qui autorise la reconstruction du réseau réciproque dans son intégralité. Cette zone contient tous les points pertinents du cristal et permet une étude complète des vecteurs d'ondes du cristal tout entier.

Nous nous sommes plus particulièrement intéressés dans le cadre de cette thèse à des structures bidimensionnelles. Les zones de Brillouin se ramènent alors à de simples plans. Celles correspondant à des mailles bidimensionnelles carrées ou triangulaires sont reportées sur la figure A.2.

¹On définit par ailleurs des zones de Brillouin d'ordre supérieur : la $n^{\text{ème}}$ zone de Brillouin est délimitée par les éléments du réseau qui peuvent être atteints à partir du point d'origine choisi en coupant $(n - 1)$ bissectrices.

Espace direct	Espace réciproque
 <p>CC : Wigner-Seitz</p>	 <p>CFC : Zone de Brillouin</p>
 <p>CFC : Wigner-Seitz</p>	 <p>CC : Zone de Brillouin</p>

TAB. A.1 – Cellules de Wigner-Seitz et zones de Brillouin pour les mailles cubique centrée et cubique à faces centrées. D'après [163].

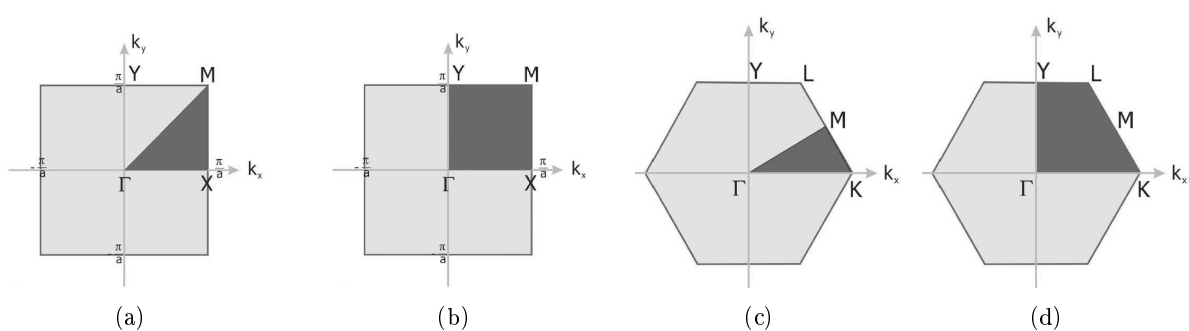


FIG. A.2: Zones de Brillouin et zones de Brillouin irréductibles (en noir) pour les réseaux carrés (a) isotrope et (b) anisotrope, ainsi que pour les réseaux triangulaires (c) isotropes et (d) anisotropes dans le cas d'une maille bidimensionnelle.

A.3 Modes de Bloch-Floquet

La méthode de décomposition en ondes planes présentée en 3.1.1 est directement issue de principes appliqués dans le domaine de la physique du solide. En effet, en physique des semiconducteurs, la structure de bande d'un solide cristallin est obtenue par résolution du problème à un corps (un électron) de l'équation de Schrödinger dans le réseau réciproque. La périodicité de l'énergie potentielle dans un cristal permet d'employer le théorème dit de Bloch-Floquet. Celui-ci établit que si l'énergie potentielle $E(\mathbf{r})$ est périodique avec la période de la structure, alors la fonction d'onde $\phi_k(\mathbf{r})$ solution de l'équation de Schrödinger est de la forme :

$$\phi_k(r) = u_k(\mathbf{r}) e^{j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \quad (\text{A.5})$$

où \mathbf{k} désigne comme à l'accoutumée le vecteur d'onde.

Ce théorème a été directement transposé aux structures périodiques photoniques et phononiques, pour lesquels la périodicité du potentiel a été remplacé par celle de l'indice de réfraction ou des constantes élastiques respectivement. Les fonctions de Bloch-Floquet sont périodiques, dans l'espace direct. Cette propriété permet de les réécrire sous la forme d'une série de Fourier :

$$\Phi(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{G}} \Phi(\mathbf{G}) e^{-i\mathbf{G} \cdot \mathbf{r}}, \quad (\text{A.6})$$

expression qui a largement été employé en 3.1.1.

Cette périodicité entraîne une redondance des valeurs des vecteurs d'onde déterminés par résolution de l'équation sur tout l'espace. Afin de ne se limiter qu'à des valeurs pertinentes de ce vecteur, l'équation n'est résolue que dans la zone irréductible de Brillouin, dans le réseau direct comme réciproque.

Annexe B

Dérivations des équations d'ondes couplées

Cette annexe relative au chapitre 6 détaille les différentes étapes menant aux équations (6.20) et (6.27). Les cas mettant en jeu les champs électromagnétiques \mathbf{D} et \mathbf{E} seront traités indépendamment.

B.1 Cas du champ de déplacement \mathbf{D}

Le point de départ de ces calculs est l'expression du champ de déplacement électrique comme donné dans l'équation (6.18), et son report dans l'équation d'onde (6.17).

Les dérivées temporelles du champ s'écrivent :

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 D}{\partial t^2} = -\frac{1}{c^2} \sum_m e^{j\phi_m} \omega_m^2 D_m(z) \mathbf{d}_m(\mathbf{r}) \quad (\text{B.1})$$

La dépendance spatio-temporelle du tenseur imperméabilité peut pour sa part être exprimée sous forme exponentielle :

$$\eta(\mathbf{r}, t) = \eta(\mathbf{r}) + \Delta\eta(\mathbf{r}) \exp(j(\Omega t - Kz)) \quad (\text{B.2})$$

Nous obtenons ainsi la forme suivante du champ électrique :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \eta : \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) &= \sum_m D_m(z) \left[e^{j\phi_m} \eta(\mathbf{r}) : \mathbf{d}_m(\mathbf{r}) \right. \\ &\quad \left. + e^{j\phi_{m+1}} \Delta\eta(\mathbf{r}) : \mathbf{d}_m(\mathbf{r}) \right] \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

Si l'on s'attache maintenant à traiter le cas des dérivées spatiales, le Laplacien du champ électrique peut être mis sous la forme :

$$\begin{aligned}
 \nabla^2[\eta : \mathbf{D}] &= \sum_m e^{j\phi_m} [D_m(z) (\nabla_t^2 - k_m^2) - 2jD'_m(z)k_m] \\
 &\quad \times \eta(\mathbf{r}) : \mathbf{d}_m(\mathbf{r}) \\
 &\quad + \sum_m e^{j\phi_{m+1}} [D_m(z) (\nabla_t^2 - k_{m+1}^2) - 2jD'_m(z)k_{m+1}] \\
 &\quad \times \Delta\eta(\mathbf{r}) : \mathbf{d}_m(\mathbf{r})
 \end{aligned} \tag{B.4}$$

Dans le cas de l'approximation de champs lentement variables, tous les termes du second ordre ou d'ordres supérieurs de la variation du tenseur impermittivité $\Delta\eta$, ainsi que ceux de la fonction enveloppe $D_m(z)$ peuvent être négligés. En prenant cette simplification en compte, et en réarrangeant les indices de sommation, l'on obtient :

$$\begin{aligned}
 \nabla^2[\eta : \mathbf{D}] &= \sum_m e^{j\phi_m} [[D_m(z) (\nabla_t^2 - k_m^2) \\
 &\quad - 2jD'_m(z)k_m]\eta(\mathbf{r}) : \mathbf{d}_m(\mathbf{r}) \\
 &\quad + D_{m-1}(z) (\nabla_t^2 - k_m^2) \Delta\eta : \mathbf{d}_{m-1}(\mathbf{r})]
 \end{aligned} \tag{B.5}$$

Après un réarrangement du même type, les termes spatiaux additionnels peuvent s'écrire :

$$\begin{aligned}
 \nabla[\nabla \cdot [\eta : \mathbf{D}]] &= \\
 \sum_m e^{j\phi_m} [D'_m(z) &\begin{pmatrix} d_{mz,x}(\mathbf{r}) \\ d_{mz,y}(\mathbf{r}) \\ d_{mx,x}(\mathbf{r}) + d_{my,y}(\mathbf{r}) - 2jk_m d_{mz}(\mathbf{r}) \end{pmatrix} \\
 &+ D_m(z) \mathbf{V}_m(\eta : \mathbf{d}_m(\mathbf{r})) + D_{m-1}(z) \mathbf{V}_{m-1}(\Delta\eta : \mathbf{d}_{m-1})]
 \end{aligned} \tag{B.6}$$

$$\text{avec} \quad d_{mi,j} = \frac{\partial d_{mi}}{\partial j}, \quad d_{mi,jk} = \frac{\partial^2 d_{mi}}{\partial j \partial k} \quad \text{et} \quad \mathbf{V}_n(\mathbf{h}_m) = \begin{pmatrix} h_{nx,xx} + h_{ny,yx} - jk_n h_{nz,x} \\ h_{nx,xy} + h_{ny,yy} - jk_n h_{nz,y} \\ k_m^2 h_{nz} - jk_m [h_{nx,x} + h_{ny,y}] \end{pmatrix}$$

En reportant les expressions précédentes dans l'équation d'onde et après projection des termes obtenus sur la base des modes propres optiques du système par multiplication à gauche par $\int_S dr \cdot \mathbf{d}_m^\dagger(\mathbf{r})$, (de sorte que l'intégrale $\int_S dr \cdot \mathbf{d}_m^\dagger(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{d}_m(\mathbf{r})$ est normalisée et égale à l'unité), on retrouve l'équation d'onde couplée posée en (6.20) :

$$\begin{aligned}
& D'_m(z) \left[\int_S \mathbf{d}_m^\dagger(\mathbf{r}) \begin{pmatrix} d_{mz,x}(\mathbf{r}) \\ d_{mz,y}(\mathbf{r}) \\ d_{mx,x}(\mathbf{r}) + d_{my,y}(\mathbf{r}) - 2jk_m d_{mz}(\mathbf{r}) \end{pmatrix} dr \right. \\
& \left. + 2jk_m \int \mathbf{d}_m^\dagger(\mathbf{r}) \eta(\mathbf{r}) \mathbf{d}_m(\mathbf{r}) \right] dr = \frac{\omega_m^2}{c^2} D_m(z) + \\
& D_m(z) \int_S \left(\mathbf{d}_m^\dagger(\mathbf{r}) [(\nabla_t^2 - k_m^2) \eta(\mathbf{r}) : \mathbf{d}_m(\mathbf{r}) - \mathbf{V}_m(\eta : \mathbf{d}_m(\mathbf{r}))] \right) dr + \\
& D_{m-1}(z) \int_S \mathbf{d}_m^\dagger(\mathbf{r}) [(\nabla_t^2 - k_m^2) \Delta \eta : \mathbf{d}_{m-1}(\mathbf{r}) - \mathbf{V}_{m-1} \Delta \eta : \mathbf{d}_{m-1}(\mathbf{r})] dr
\end{aligned}$$

B.2 Cas du champ électrique \mathbf{E}

Un traitement similaire peut être appliqué pour déterminer l'équation d'ondes couplées en fonction du champ électrique.

La dérivée temporelle peut s'écrire de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \epsilon \mathbf{E}}{\partial t^2} &= - \sum_m e^{j\phi_m} \omega_m^2 [\epsilon(\mathbf{r}) E_m(z) \mathbf{e}_m(\mathbf{r}) \\
&\quad + \Delta \epsilon(\mathbf{r}) E_{m-1}(z) \mathbf{e}_{m-1}(\mathbf{r})]
\end{aligned} \tag{B.7}$$

alors que d'un point de vue spatial, on obtient :

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \sum_m e^{j\phi_m} [E_m(z) (\nabla_t^2 - k_m^2) - 2jk_m E'_m(z)] \mathbf{e}_m(\mathbf{r}) \tag{B.8}$$

pour le Laplacien et :

$$\begin{aligned}
\nabla[\nabla \cdot \mathbf{E}] &= \sum_m e^{j\phi_m} [E'_m(z) \begin{pmatrix} e_{mz,x}(\mathbf{r}) \\ e_{mz,y}(\mathbf{r}) \\ e_{mx,x} + e_{my,y} - 2jk_m e_{mz} \end{pmatrix} \\
&\quad + E_m(z) \mathbf{V}_m(\mathbf{e}_m(\mathbf{r}))]
\end{aligned} \tag{B.9}$$

pour les autres termes spatiaux.

Après insertion dans l'équation d'onde et projection sur la base des modes propres optiques par multiplication à gauche par $\int_S dr \cdot \mathbf{e}_m(\mathbf{r})$, on retrouve :

$$\begin{aligned}
& E'_m(z) \left[2jk_m + \int_S \mathbf{e}_m^\dagger(\mathbf{r}) \begin{pmatrix} e_{mz,x}(\mathbf{r}) \\ e_{mz,y}(\mathbf{r}) \\ e_{mx,x} + e_{my,y} - 2jk_m e_{mz} \end{pmatrix} dr \right] \\
&= E_m(z) \left[-k_m^2 + \frac{\omega_m^2}{c^2} \int_S \mathbf{e}_m^\dagger(\mathbf{r}) \epsilon(\mathbf{r}) \mathbf{e}_m(\mathbf{r}) dr \right. \\
&\quad \left. + \int_S \mathbf{e}_m^\dagger(\mathbf{r}) [\nabla_t^2 \mathbf{e}_m(\mathbf{r}) - \mathbf{V}_m(\mathbf{e}_m(\mathbf{r}))] dr \right] \\
&\quad - \frac{\omega_m^2}{c^2} E_{m-1}(z) \int_S \mathbf{e}_m^\dagger(\mathbf{r}) \Delta \epsilon(\mathbf{r}) \mathbf{e}_{m-1}(\mathbf{r}) dr
\end{aligned} \tag{B.10}$$

Cette équation peut finalement se récrire sous la forme matricielle donnée en (6.27).

Annexe C

Formes spatiales des modes optiques

Les étapes du calcul menant aux formes spatiales des modes optiques dans une fibre à saut d'indice sont données ci-dessous.

L'équation de base est l'équation de Helmholtz en coordonnées cylindriques :

$$\nabla^2(E) - k \frac{\partial^2[\mathbf{E}]}{\partial t^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E}{\partial r} \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E}{\partial \phi^2} = (\beta^2 - k^2) E \quad (\text{C.1})$$

On étudie dans un premier temps les composantes axiales E_z et H_z des champs. La géométrie cylindrique de la fibre nous fait naturellement chercher des solutions à symétrie circulaire. Si l'on choisit de résoudre (7.13) par la méthode de séparation des variables, on pose, en notant Ψ_z indifféremment égal à E_z ou H_z :

$$\Psi_z(r, \phi) = R(r)\Phi(\phi) \quad (\text{C.2})$$

ce qui conduit aux deux équations différentielles suivantes :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} = -m^2 \Phi \quad (\text{C.3})$$

$$\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial r} + \left[(k^2 - \beta^2) - \frac{m^2}{r^2} \right] R = 0 \quad (\text{C.4})$$

où m^2 est la constante de séparation. On pose dans ce qui suit $\gamma_n^2 = k_n^2 - \beta^2$, $k_n = n_n k_0$, n_n étant l'indice du milieu de propagation.

On tire alors de (C.3) :

$$\Phi(\phi) = C_1 \cos(m\phi) + C_2 \sin(m\phi) \quad (\text{C.5})$$

m doit être entier, de façon à assurer que $\Phi(\phi + 2\pi) = \Phi(\phi)$. On choisira par la suite une solution sinusoïdale pour le champ électrique, et une cosinusoidale pour le champ magnétique.

L'équation (C.4) exprimant la dépendance radiale des champs prend d'autre part la forme d'une fonction de Bessel. Quelques considérations d'ordre physique nous permettent de sélectionner

tionner les fonctions de Bessel pertinentes dans le cadre du problème.

Dans le cœur, la réflexion totale à l'interface cœur-gaine impose une forme stationnaire à l'onde. Les fonctions de Bessel J_m et de Neumann N_m répondent toutes deux à cette condition. La fonction $N_m(\mathbf{r})$ prenant une valeur infinie en $r=0$, nous ne retiendrons que la solution mettant en jeu les fonctions de Bessel de la première espèce :

$$R(\mathbf{r}) = C_J J_m(\gamma_c(\mathbf{r})) \quad (\text{C.6})$$

Dans la gaine, les ondes sont de type évanescentes dans le cas d'un mode guidé et donc confinées dans le cœur. Seule la fonction de Hankel K_m vérifie cette condition, mais pour une valeur réelle de son argument seulement, d'où :

$$R(\mathbf{r}) = C_K K_m(-\gamma_g(\mathbf{r})) \quad (\text{C.7})$$

On réécrit alors les composantes E_z du champ dans le cœur comme dans la gaine en employant les paramètres réels u et w classiquement utilisés :

$$u = a\sqrt{(n_c^2 k_0^2 - \beta^2)} \quad (\text{C.8})$$

$$w = a\sqrt{(\beta^2 - n_g^2 k_0^2)} \quad (\text{C.9})$$

sous la forme :

$$\begin{aligned} E_{zc} &= A J_m\left(\frac{ur}{a}\right) e^{im\phi} \\ H_{zc} &= i B J_m\left(\frac{ur}{a}\right) e^{im\phi} \end{aligned} \quad (\text{C.10})$$

$$(\text{C.11})$$

$$\begin{aligned} E_{zg} &= C K_m\left(\frac{wr}{a}\right) e^{im\phi} \\ H_{zg} &= i D K_m\left(\frac{wr}{a}\right) e^{im\phi} \end{aligned} \quad (\text{C.12})$$

On a omis dans les équations précédentes les dépendances des champs en $e^{-i\beta z}$, où β désigne la constante de propagation du mode. Les équations de Maxwell nous permettent alors de remonter aux autres composantes de ces champs. En coordonnées cylindriques, elles s'écrivent :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \frac{\partial E_\phi}{\partial z} = -i\omega\mu H_r \quad (\text{C.13})$$

$$\frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} = -i\omega\mu H_\phi \quad (\text{C.14})$$

$$\frac{\partial E_\phi}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial E_r}{\partial \phi} = -i\omega\mu H_z \quad (\text{C.15})$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} - \frac{\partial H_\phi}{\partial z} = i\omega\epsilon E_r \quad (\text{C.16})$$

$$\frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r} = i\omega\epsilon E_\phi \quad (\text{C.17})$$

$$\frac{\partial H_\phi}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial H_r}{\partial \phi} = i\omega\epsilon E_z \quad (\text{C.18})$$

Les composantes suivant r et ϕ peuvent être réexprimées en fonction des composantes longitudinales seulement :

$$\begin{aligned} E_r &= \frac{-i}{\gamma^2} \left(\beta \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{\omega\mu}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} \right) \\ E_\phi &= \frac{-i}{\gamma^2} \left(\frac{\beta}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial r} \right) \\ H_r &= \frac{-i}{\gamma^2} \left(\beta \frac{\partial H_z}{\partial r} - \frac{\omega\epsilon}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} \right) \\ H_\phi &= \frac{-i}{\gamma^2} \left(\frac{\beta}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} + \omega\epsilon \frac{\partial E_z}{\partial r} \right) \end{aligned} \quad (\text{C.19})$$

où l'on a posé $\gamma^2 = \frac{\omega^2 n^2}{c^2} - \beta^2$.

En remplaçant E_z et H_z par leurs expressions respectives, on obtient finalement les expressions des composantes des champs électrique \mathbf{E} et magnétique \mathbf{H} telles que données dans les équations 7.16 à 7.19.

Bibliographie

- [1] E. Yablonovitch, Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics. *Phys. Rev. Lett.*, **58**, 2059 (1987).
- [2] S. John, Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices. *Phys. Rev. Lett.*, **58**, 2486 (1987).
- [3] E. Yablonovitch, Photonic band-gap structures. *J. Optic. Soc. Am.*, **10**, 283 (1993).
- [4] E. N. Economou et A. Zedetsis, Classical wave propagation in periodic structures. *Phys. Rev. B*, **40**, 1334 (1989).
- [5] S. Satpathy, Z. Zhang et M. R. Salehpour, Theory of photon bands in three-dimensional periodic dielectric structures. *Phys. Rev. Lett.*, **64**, 1239 (1990).
- [6] K. M. Leung et Y. F. Liu, Photon band structures : The plane-wave method. *Phys. Rev. B*, **41**, 10188 (1990).
- [7] K. M. Ho, C. T. Chan et C. M. Soukoulis, Existence of a photonic gap in periodic dielectric structures. *Phys. Rev. Lett.*, **65**, 3152 (1990).
- [8] J. D. Joannopoulos, R. D. Meade et J. N. Winn, *Photonic Crystals*. Princeton University Press, New Jersey (1995).
- [9] J. E. G. J. Wijnhoven et W. L. Vos, Preparation of photonic crystals made of air spheres in titania. *Science*, **281**, 802 (1998).
- [10] F. García-Santamaría, Miyazaki H. T., A. Urquía, M. Ibasate, M. Belmonte, N. Shinya, F. Meseguer et C. López, Nanorobotic Manipulation of Microspheres for On-Chip Diamond Architectures. *Adv. Mater. Lett.*, **14**, 1144 (2002).
- [11] E. Özbay, A. Abeyta, G. Tuttle, M. Tringides, R. Biswas, C. T. Chan, C. M. Soukoulis et K. M. Ho, Measurement of a three-dimensional photonic band gap in a crystal structure made of dielectric rods. *Phys. Rev. B*, **50**, 1945 (1994).
- [12] H. Míguez, C. López, F. Meseguer, A. Blanco, L. Vázquez, R. Mayoral, M. Ocaña, V. Fornès et A. Misfud, Photonic crystal properties of packed submicrometric SiO₂ spheres. *Appl. Phys. Lett.*, **71**, 1148 (1997).
- [13] M. Notomi, K. Yamada, A. Shinya, J. Takahashi, C. Takahashi et I. Yokohama, Extremely Large Group-Velocity Dispersion of Line-Defect Waveguides in Photonic Crystal Slabs. *Phys. Rev. Lett.*, **87**, 253902 (2001).

-
- [14] S. Noda, A. Chutinan et M. Imada, Trapping and emission of photons by a single defect in a photonic bandgap structure. *Nature*, **407**, 608 (2000).
 - [15] Y. Akahane, T. Asano, B.-S. Song et S. Noda, High-Q photonic nanocavity in a two-dimensional photonic crystal. *Nature*, **425**, 944–947 (2003).
 - [16] A. Mekis, J. C. Chen, I. Kurland, S. Fan, P. R. Villeneuve et J. D. Joannopoulos, High Transmission through Sharp Bends in Photonic Crystal Waveguides. *Phys. Rev. Lett.*, **77**, 3787 (1996).
 - [17] S. Fan, P. R. Villeneuve, J. D. Joannopoulos et H. A. Haus, Channel Drop Tunneling through Localized States. *Phys. Rev. Lett.*, **80**, 960 (1998).
 - [18] J. B. Pendry, Negative Refraction Makes a Perfect Lens. *Phys. Rev. Lett.*, **85**, 3966 (2000).
 - [19] R. A. Shelby, D. R. Smith et S. Schultz, Experimental Verification of a Negative Index of Refraction. *Science*, **292**, 77 (2001).
 - [20] H. Kosaka, T. Kawashima, A. Tomita, M. Notomi, T. Tamamura, T. Sato et S. Kawakami, Superprism phenomena in photonic crystals. *Phys. Rev. B*, **58**, 10096 (1998).
 - [21] H. Altug et J. Vučković, Experimental demonstration of the slow group velocity of light in two-dimensional coupled photonic crystal microcavity arrays. *Appl. Phys. Lett.*, **86**, 1102 (2005).
 - [22] P. Yeh, A. Yariv et E. Marom, Theory of Bragg fiber. *J. Optic. Soc. Am.*, **68**, 1196 (1978).
 - [23] S. Johnson, M. Ibanescu, M. Skorobogatiy, O. Weisberg, T. Engeness, M. Soljacic, S. Jacobs et Y. Fink, Low-loss asymptotically single-mode propagation in large-core OmniGuide fibers. *Opt. Exp.*, **9**, 748 (2001).
 - [24] J. C. Knight, T. A. Birks, P. S. J. Russell et D. M. Atkin, All-silica single-mode optical fiber with photonic crystal cladding. *Opt. Lett.*, **21**, 1547 (1996).
 - [25] T. A. Birks, J. C. Knight et P. S. J. Russell, Endlessly single-mode photonic crystal fiber. *Opt. Lett.*, **22**, 961 (1997).
 - [26] R. F. Cregan, B. J. Mangan, J. C. Knight, T. A. Birks, P. S. J. Russell, Roberts P. J. et D. C. Allan, Single-mode photonic band gap guidance of light in air. *Science*, **285**, 1537 (1999).
 - [27] J. Shephard, J. Jones, D. Hand, G. Bouwmans, J. C. Knight, P. S. J. Russell et B. Mangan, High energy nanosecond laser pulses delivered single-mode through hollow-core PBG fibers. *Opt. Exp.*, **12**, 717 (2004).
 - [28] F. Benabid, J. C. Knight, G. Antonopoulos et P. St. J. Russell, Stimulated Raman Scattering in Hydrogen-Filled Hollow-Core Photonic Crystal Fiber. *Science*, **298**, 399 (2002).
 - [29] J. K. Ranka, R. S. Windeler et A. J. Stentz, Visible continuum generation in air silica microstructure optical fibers with anomalous dispersion at 800nm. *Opt. Lett.*, **25**, 25 (2000).

- [30] S. Coen, A. Hing Lun Chau, R. Leonhardt, J. D. Harvey, J. C. Knight, W. J. Wadsworth et P. S. J. Russell, White-light supercontinuum generation with 60-ps pump pulses in a photonic crystal fiber. *Opt. Lett.*, **26**, 1356 (2001).
- [31] J. Liu, L. Ye, D. A. Weitz et P. Sheng, Novel acoustic excitations in suspensions of hard-sphere colloids. *Phys. Rev. Lett.*, **65**, 2602 (1990).
- [32] L. Ye, J. Liu, P. Sheng et D. A. Weitz, Sound propagation in suspensions of solid spheres. *Phys. Rev. E*, **48**, 2805 (1993).
- [33] X. Jing, P. Sheng et M. Zhou, Theory of acoustic excitations in colloidal suspensions. *Phys. Rev. Lett.*, **66**, 1240 (1991).
- [34] J. R. Dutcher, S. Lee, B. Hillebrands, G. J. McLaughlin, B. G. Nickel et G. I. Stegeman, Surface-grating-induced zone folding and hybridization of surface acoustic modes. *Phys. Rev. Lett.*, **68**, 2464 (1992).
- [35] M. S. Kushwaha, P. Halevi, L. Dobrzynski et B. Djafari-Rouhani, Acoustic band structure of periodic elastic composites. *Phys. Rev. Lett.*, **71**, 2022 (1993).
- [36] E. N. Economou et M. Sigalas, Stop bands for elastic waves in periodic composite materials. *J. Acous. Soc. Am.*, **95**, 1734 (1994).
- [37] A. H. Fahmy et E. L. Adler, Propagation of surface acoustic waves in multilayers : A matrix description. *Appl. Phys. Lett.*, **22**, 495 (1973).
- [38] R. C. Peach, A normal mode expansion for piezoelectric plates and certain of its applications. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, **35**, 593 (1998).
- [39] R. M. White et F. W. Voltmer, Direct piezoelectric coupling to surface elastic waves. *Appl. Phys. Lett.*, **17**, 314 (1965).
- [40] B. A. Auld, *Acoustic Fields and Waves in Solids*. Wiley, New-York (1973).
- [41] D. Royer et E. Dieulesaint, *Ondes élastiques dans les solides, Vol. 1*. Masson, Paris (1999).
- [42] C. Goffaux et J. P. Vigneron, Theoretical study of a tunable phononic band gap system. *Phys. Rev. B*, **64**, 075118 (2001).
- [43] R. Martínez-Sala, C. Rubio, L. M. García-Raffi, J. V. Sánchez-Pérez, E. A. Sánchez-Pérez et J. Llinares, Control of noise by trees arranged like sonic crystals. *J. Sound Vib.*, **291**, 100 (2006).
- [44] F. Meseguer, M. Holgado, D. Caballero, N. Benaches, J. Sánchez-Dehesa, C. López et J. Llinares, Rayleigh-wave attenuation by a semi-infinite two-dimensional elastic-band-gap crystal. *Phys. Rev. B*, **59**, 12169 (1999).
- [45] M. S. Kushwaha et P. Halevi, Band-gap engineering in periodic elastic composites. *Appl. Phys. Lett.*, **64**, 1085 (1994).
- [46] R. Martínez-Sala, J. Sancho, J. V. Sanchez, V. Gomez, J. Llinares et F. Meseguer, Sound attenuation by sculpture. *Nature*, **378**, 241 (1995).

-
- [47] J. O. Vasseur, B. Djafari-Rouhani, L. Dobrzynski, M. S. Kushwaha et P. Halevi, Complete acoustic band gaps in periodic fibre reinforced composite materials : the carbon/epoxy composite and some metallic systems. *Journ. Phys. Cond. Matt.*, **6**, 8759 (1994).
- [48] M. S. Kushwaha et B. Djafari-Rouhani, Complete acoustic stop bands for cubic arrays of spherical liquid balloons. *J. Appl. Phys.*, **80**, 3191 (1996).
- [49] J. O. Vasseur, P. A. Deymier, G. Frantziskonis, G. Hong, B. Djafari-Rouhani et L. Dobrzynski, Experimental evidence for the existence of absolute acoustic band gaps in two-dimensional periodic composite media. *Journ. Phys. Cond. Matt.*, **10**, 6051 (1998).
- [50] J. V. Sanchez-Perez, D. Caballero, R. Martinez-Sala, C. Rubio, J. Sanchez-Dehesa, F. Mesguer, J. Llinares et F. Galves, Sound attenuation by a two-dimensional array of rigid cylinders. *Phys. Rev. Lett.*, **80**, 5325 (1998).
- [51] F. R. Montero de Espinosa, E. Jiménez et M. Torres, Ultrasonic Band Gap in a Periodic Two-Dimensional Composite. *Phys. Rev. Lett.*, **80**, 1208 (1998).
- [52] Une liste à vocation exhaustive de références sur les cristaux phononiques peut être consultée sur le site de l'université nationale d'athènes (<http://www.phys.uoa.gr/phononics/PhononicDatabase.html>). Phononic Database.
- [53] C. Goffaux, *Caractérisation de la propagation des ondes acoustiques et élastiques dans des structures hétérogènes périodiques : optimisation de l'opacité acoustique de panneaux à ossature d'acier*. Thèse de Doctorat, Facultés Universitaires Notre-Dame de la Paix, Namur (2002).
- [54] Z. Liu, X. Zhang, Y. Mao, Y. Y. Zhu, Z. Yang, C. T. Chan et P. Sheng, Locally Resonant Sonic Materials. *Science*, **289**, 1734 (2000).
- [55] J. Wen, G. Wang, Y. Dianlong, H. Zhao et L. Yaozong, Theoretical and experimental investigation of flexural wave propagation in straight beams with periodic structures : Application to a vibration isolation structure. *J. Appl. Phys.*, **97**, 114907 (2005).
- [56] A. N. Cleland, D. R. Schmidt et C. S. Yung, Thermal conductance of nanostructured phononic crystals. *Phys. Rev. B*, **64**, 172301 (2001).
- [57] Y. Tanaka et S. Tamura, Surface acoustic waves in two-dimensional periodic elastic structures. *Phys. Rev. B*, **58**, 7958 (1998).
- [58] Y. Tanaka et S. I. Tamura, Acoustic stop bands of surface and bulk modes in two-dimensional phononic lattices consisting of aluminum and a polymer. *Phys. Rev. B*, **60**, 13294 (1999).
- [59] R. E. Vines, J. P. Wolfe et A. V. Every, Scanning phononic lattices with ultrasound. *Phys. Rev. B*, **60**, 11871 (1999).
- [60] L. Dhar et J. A. Rogers, High frequency one-dimensional phononic crystal characterized with a picosecond transient grating photoacoustic technique. *Appl. Phys. Lett.*, **77**, 1402 (2000).

- [61] D. M. Profunser, O. B. Wright et O. Matsuda, Imaging Ripples on Phononic Crystals Reveals Acoustic Band Structure and Bloch Harmonics. *Phys. Rev. Lett.*, **97**, 055502 (2006).
- [62] T. S. Jeong, J.-E. Kim, H. Y. Park et I.-W. Lee, Experimental measurement of water wave band gaps. *Appl. Phys. Lett.*, **85**, 1645 (2004).
- [63] V. Laude, M. Wilm, S. Benchabane et A. Khelif, Full Band Gap for Surface Acoustic Waves in a Piezoelectric Phononic Crystal. *Phys. Rev. E*, **71**, 036607 (2005).
- [64] T. Wu, L. Wu et Z. Huang, Frequency band-gap measurement of two-dimensional air/silicon phononic crystals using layered slanted finger interdigital transducers. *J. Appl. Phys.*, **97**, 094916 (2005).
- [65] S. Benchabane, A. Khelif, J.-Y. Rauch, L. Robert et V. Laude, Evidence for complete surface wave band gap in a piezoelectric phononic crystal. *Phys. Rev. E*, **73**, 065601(R) (2006).
- [66] M. M. Sigalas, Elastic wave band gaps and defect states in two-dimensional composites. *J. Acous. Soc. Am.*, **101**, 1256 (1997).
- [67] M. Torres, F. R. Montero de Espinosa, D. García-Pablos et N. García, Sonic Band Gaps in Finite Elastic Media : Surface States and Localization Phenomena in Linear and Point Defects. *Phys. Rev. Lett.*, **82**, 3054 (1999).
- [68] H. Chandra, P. A. Deymier et J. O. Vasseur, Elastic wave propagation along waveguides in three-dimensional phononic crystals. *Phys. Rev. B*, **70**, 054302 (2004).
- [69] A. Khelif, P. A. Deymier, B. Djafari-Rouhani, J. O. Vasseur et L. Dobrzynski, Two-dimensional phononic crystal with tunable narrow pass band : Application to a waveguide with selective frequency. *J. Appl. Phys.*, **94**, 1308 (2003).
- [70] A. Khelif, A. Choujaa, B. Djafari-Rouhani, M. Wilm, S. Ballandras et V. Laude, Trapping and guiding of acoustic waves by defect modes in a full-band-gap ultrasonic crystal. *Phys. Rev. B*, **68**, 214301 (2003).
- [71] A. Khelif, A. Choujaa, S. Benchabane, B. Djafari-Rouhani et V. Laude, Guiding and bending of acoustic waves in highly confined phononic crystal waveguides. *Appl. Phys. Lett.*, **84**, 4400 (2004).
- [72] M. Kafesaki, M. M. Sigalas et N. García, Frequency Modulation in the Transmittivity of Wave Guides in Elastic-Wave Band-Gap Materials. *Phys. Rev. Lett.*, **85**, 4044 (2000).
- [73] X. F. Wang, M. S. Kushwaha et P. Vasilopoulos, Tunability of acoustic spectral gaps and transmission in periodically stubbed waveguides. *Phys. Rev. B*, **65**, 035107 (2001).
- [74] S. Benchabane, A. Khelif, A. Choujaa, B. Djafari-Rouhani et V. Laude, Interaction of waveguide and localized modes in a phononic crystal. *Europhys. Lett.*, **71**, 570 (2005).
- [75] X. Li et Z. Y. Liu, Coupling of cavity modes and guiding modes in two-dimensional phononic crystals. *Solid State Comm.*, **133**, 397 (2005).

-
- [76] J. H. Sun et T. T. Wu, Analyses of mode coupling in joined parallel phononic crystal waveguides. *Phys. Rev. B*, **71**, 174303 (2005).
- [77] Y. Pennec, B. Djafari-Rouhani, J. O. Vasseur, A. Khelif et P. A. Deymier, Tunable filtering and demultiplexing in phononic crystals with hollow cylinders. *Phys. Rev. E*, **69**, 046608 (2004).
- [78] Y. Pennec, B. Djafari-Rouhani, J. O. Vasseur, A. Larabi, H. Khelif, A. Choujaa, S. Benchabane et V. Laude, Acoustic channel drop tunneling in a phononic crystal. *Appl. Phys. Lett.*, **87**, 261912 (2005).
- [79] M. M. Sigalas et N. Garcia, Theoretical study of three dimensional elastic band gaps with the finite-difference time-domain method. *J. Appl. Phys.*, **87**, 3122 (2000).
- [80] D. García-Pablos, M. Sigalas, F. R. Montero de Espinosa, M. Torres, M. Kafesaki et N. García, Theory and Experiments on Elastic Band Gaps. *Phys. Rev. Lett.*, **84**, 4349 (2000).
- [81] S. Yang, J. H. Page, Z. Liu, M. L. Cowan, C. T. Chan et P. Sheng, Ultrasound Tunneling through 3D Phononic Crystals. *Phys. Rev. Lett.*, **88**, 104301 (2002).
- [82] C. Qiu, Z. Liu, J. Mei et J. Shi, Mode-selecting acoustic filter by using resonant tunneling of two-dimensional double phononic crystals. *Appl. Phys. Lett.*, **87**, 4101 (2005).
- [83] F. Cervera, L. Sanchis, J. V. Sánchez-Pérez, R. Martínez-Sala, C. Rubio, F. Meseguer, C. López, D. Caballero et J. Sánchez-Dehesa, Refractive Acoustic Devices for Airborne Sound. *Phys. Rev. Lett.*, **88**, 023902 (2002).
- [84] S. Yang, J. H. Page, Z. Liu, M. L. Cowan, C. T. Chan et P. Sheng, Focusing of Sound in a 3D Phononic Crystal. *Phys. Rev. Lett.*, **93**, 024301 (2004).
- [85] X. Hu, Y. Shen, X. Liu, R. Fu et J. Zi, Superlensing effect in liquid surface waves. *Phys. Rev. E*, **69**, 030201 (2004).
- [86] X. Zhang et Z. Liu, Negative refraction of acoustic waves in two-dimensional phononic crystals. *Appl. Phys. Lett.*, **85**, 341 (2004).
- [87] T. Gorishnyy, C. K. Ullal, M. Maldovan, G. Fytas et E. L. Thomas, Hypersonic phononic crystals. *Phys. Rev. Lett.*, **94**, 115501 (2005).
- [88] M. Trigo, A. Bruchhausen, A. Fainstein, B. Jusserand et V. Thierry-Mieg, Confinement of acoustical vibrations in a semiconductor planar phonon cavity. *Phys. Rev. Lett.*, **89**, 227402 (2002).
- [89] J. M. Worlock et M. L. Roukes, Son et Lumière. *Nature*, **421**, 803 (2003).
- [90] M. M. de Lima, Jr., R. Hey et P. V. Santos, Active photonic crystals based on surface acoustic waves. *Appl. Phys. Lett.*, **83**, 2997 (2003).
- [91] S. Krishnamurthy et P. V. Santos, Optical modulation in photonic band gap structures by surface acoustic waves. *Journal of Applied Physics*, **96**, 1803 (2004).

- [92] P. S. J. Russell, E. Marin, A. Diez, S. Guenneau et A. B. Movchan, Sonic band gaps in PCF preforms : enhancing the interaction of sound and light. *Opt. Exp.*, **11**, 2555 (2003).
- [93] V. Laude, A. Khelif, S. Benchabane, M. Wilm, T. Sylvestre, B. Kibler, A. Mussot, J. M. Dudley et H. Maillotte, Phononic band-gap guidance of acoustic modes in photonic crystal fibers. *Phys. Rev. B*, **71**, 045107 (2005).
- [94] P. Dainese, P. S. J. Russell, G. S. Wiederhecker, N. Joly, H. L. Fragnito, V. Laude et A. Khelif, Raman-like light scattering from acoustic phonons in photonic crystal fiber. *Opt. Exp.*, **14**, 4141 (2006).
- [95] M. M. Sigalas et E. N. Economou, Elastic and acoustic wave band structure. *J. Sound Vib.*, **158**, 377 (1992).
- [96] C. T. Chan, S. Datta, Q. L. Yu, M. M. Sigalas, K. M. Ho et C. M. Soukoulis, New structures and algorithms for photonic band gaps. *Physica A*, **221**, 411 (1994).
- [97] C. T. Chan, Q. L. Yu et K. M. Ho, Order-n spectral method for electromagnetic waves. *Phys. Rev. B*, **51**, 16635 (1995).
- [98] S. Fan, P. Villeneuve et J. Joannopoulos, Large omnidirectional band gaps in metallodielectric photonic crystals. *Phys. Rev. B*, **54**, 11245 (1996).
- [99] K. Yee, Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equations in isotropic media. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, **14**, 302 (1966).
- [100] A. Taflove, *The Finite-Difference Time-Domain Method*. Artech, Boston (1998).
- [101] V. Sanchez-Perez, D. Caballero, R. Martinez-Sala, C. Rubio, J. Sanchez- Dehesa, F. Mesquer, J. Llinares et F. Galves, Sound attenuation by a two-dimensional array of rigid cylinders. *Phys. Rev. Lett.*, **80**, 5325 (1998).
- [102] J. Brac, *Propagation d'ondes acoustiques et élastiques*. Hermes Science Publishing, London (2003).
- [103] A. Khelif, A. Choujaa, S. Benchabane, B. Djafari-Rouhani et V. Laude, Experimental study of guiding and filtering of acoustic waves in a two dimensional ultrasonic crystal. *Z. Kristallogr.*, **219**, 836 (2004).
- [104] M. Sigalas et E. N. Economou, Band structure of elastic waves in two dimensional systems. *Solid State Comm.*, **86**, 141 (1993).
- [105] A. Smith et B. A. Auld, Modeling 1-3 composite piezoelectrics : Thickness-mode oscillations. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, **38**, 40 (1991).
- [106] D. Certon, F. Patat, F. Levassort, G. Feuillard et B. Karlsson, Lateral resonances in 1-3 piezoelectric periodic composite : Modeling and experimental results. *J. Acous. Soc. Am.*, **101**, 2043 (1997).
- [107] M. Wilm, *Étude et réalisation de transducteurs composites pour l'imagerie acoustique et le contrôle non-destructif*. Thèse de Doctorat, Université de Franche-Comté (2004).

-
- [108] M. Wilm, S. Ballandras, V. Laude et T. Pastureaud, A full 3D plane wave expansion model for 1-3 piezoelectric composite structures. *J. Acous. Soc. Am.*, **112**, 943 (2002).
- [109] M. Wilm, A. Khelif, S. Ballandras et V. Laude, Out-of-plane propagation of elastic waves in two-dimensional phononic band-gap materials. *Phys. Rev. E*, **67**, 065602(R) (2003).
- [110] A. Khelif, M. Wilm, V. Laude et S. Ballandras, Guided elastic waves along a rod defect of a two-dimensional phononic crystal. *Phys. Rev. E*, **69**, 067601 (2004).
- [111] T. Wu, Z. Huang et S. Lin, Surface and bulk acoustic waves in two-dimensional phononic crystal consisting of materials with general anisotropy. *Phys. Rev. B*, **69**, 094301 (2004).
- [112] I. P. Kaminow, V. Ramaswamy, R. V. Schmidt et E. H. Turner, Lithium niobate ridge waveguide modulator. *Appl. Phys. Lett.*, **24**, 622 (1974).
- [113] F. Heismann et R. Ulrich, Integrated-optical single-sideband modulator and phase-shifter. *IEEE J. Quantum Electron.*, **18**, 761 (1982).
- [114] M. Minakata, Efficient LiNbO₃ balanced bridge/modulator slit with an ion-etched slot. *Appl. Phys. Lett.*, **35**, 40 (1979).
- [115] B.-U. Chen, E. Marom et A. Lee, Geodesic lenses in single-mode LiNbO₃ waveguide. *Appl. Phys. Lett.*, **31**, 263 (1977).
- [116] J. L. Jackel, R. E. Howard, E. L. Hu et S. P. Lyman, Reactive ion-etching of LiNbO₃. *Appl. Phys. Lett.*, **38**, 907 (1981).
- [117] P. S. Chung, C. M. Horwitz et W. L. Guo, Dry etching characteristics of LiNbO₃. *Elec. Lett.*, **22**, 484 (1986).
- [118] C. L. Lee et C. L. Lu, CF₄ plasma etching on LiNbO₃. *Appl. Phys. Lett.*, **35**, 756 (1979).
- [119] V. Foglietti, E. Cianci, D. Pezzetta, C. Sibiliab, M. Marangonic, R. Osellamec et C. R. Ramponi, Fabrication of band-gap structures in planar nonlinear waveguides for second harmonic generation. *Microelec. Eng.*, **67-68**, 742 (2003).
- [120] S. Winnall et S. Winderbaum, *Lithium niobate reactive ion etching*. DSTO Electronics and Surveillance Research Laboratory, Salisbury, South Australia (2000).
- [121] F. Lacour, N. Courjal, M.-P. Bernal, A. Sabac, C. Bainier et M. Spajer, Nanostructuring lithium niobate substrates by focused ion beam milling. *Opt. Mat.*, **27**, 1421 (2004).
- [122] M. Roussey, M.-P. Bernal et F.I. Baida, Experimental and theoretical characterization of a lithium niobate photonic crystal. *Appl. Phys. Lett.*, **87**, 241101 (2005).
- [123] K. Nassau, H. J. Levinstein et G. M. Loiacono, The domain structure and etching of ferroelectric lithium niobate. *Appl. Phys. Lett.*, **6**, 228 (1965).
- [124] I. E. Barry, G. W. Ross, P. G. R. Smith, R. W. Eason et G. Cook, Microstructuring of lithium niobate using differential etch-rate between inverted and non-inverted ferroelectric domains. *Mat. Lett.*, **37**, 246 (1998).
- [125] C. Restoin, S. Massy, C. Darraud-Taupiac et A. Barthelemy, Fabrication of 1D and 2D structures at submicrometer scale on lithium niobate by electron beam bombardment. *Opt. Mat.*, **22**, 193 (2003).

- [126] F. Laurell, J. Webjorn, G. Arvidsson et J. Holmberg, Wet etching of proton-exchanged lithium niobate - a novel processing technique. *J. Lightwave Technol.*, **10**, 1606 (1992).
- [127] J. L. Jackel, C. E. Rice et J. J. Veselka, Proton exchange for high-index waveguides in LiNbO₃. *Appl. Phys. Lett.*, **41**, 607 (1982).
- [128] P. Baldi, M. P. De Micheli, E. H. Kacem, S. Nouh, A. C. Cino, P. Aschieri et D. B. Ostrowsky, Proton exchanged waveguides in LiNbO₃ and LiTaO₃ for integrated lasers and nonlinear frequency converters. *Opt. Eng.*, **37**, 1193 (1998).
- [129] C. Canali, A. Carnera, G. Della Mea, P. Mazzoldi, S. M. Al Shukri, A. C. G. Nutt et R. M. De La Rue, Structural characterization of proton exchanged LiNbO₃ optical waveguides. *J. Appl. Phys.*, **59**, 2643 (1986).
- [130] T.-J. Wang, C.-F. Huang, W.-S. Wang et P.-K. Wei, A novel wet-etching method using electric-field-assisted proton exchange in LiNbO₃. *J. Lightwave Technol.*, **22**, 1764 (2004).
- [131] T.-L. Ting, L.-Y. Chen et W.-S. Wang, A novel wet-etching method using joint proton source in LiNbO₃. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, **18**, 568 (2006).
- [132] C. I. H. Ashby et P. J. Brannon, Laser-driven chemical reaction for etching LiNbO₃. *Appl. Phys. Lett.*, **49**, 475 (1986).
- [133] P. T. H. Brown, S. Mailis, I. Zergiotti et R. W. Eason, Microstructuring of lithium niobate single crystals using pulsed UV laser modification of etching characteristics. *Opt. Mat.*, **20**, 125 (2002).
- [134] I. E. Barry, R. W. Eason et G. Cook, Light Induced Frustration Etching in Fe doped LiNbO₃. *App. Surf. Sci.*, **143**, 328 (1999).
- [135] M. Eyett et D. Bäuerle, Influence of the beam spot size on ablation rates in pulsed-laser processing. *Appl. Phys. Lett.*, **51**, 2504 (1987).
- [136] I. E. Barry, *Microstructuring of lithium niobate*. Thèse de Doctorat, University of Southampton (2000).
- [137] J. Greuters et N. H. Rizvi, UV laser micromachining of silicon, indium phosphide and lithium niobate for telecommunications applications. vol. **4876** de *Proc. of the SPIE*, page 479 (2002).
- [138] J. Greuters et N. H. Rizvi, Laser micromachining of optical materials using a 157-nm fluorine laser. vol. **4941** de *Proc. of the SPIE*, page 77 (2003).
- [139] F. K. Christensen et M. Müllenborn, Sub-band-gap laser micromachining of lithium niobate. *Appl. Phys. Lett.*, **66**, 2772 (1995).
- [140] G. Rémy, Micro-usinage du niobate de lithium par gravure ionique réactive. Mémoire de mastère recherche, Université de Franche-Comté (2000).
- [141] C. K. Campbell, Y. Ye et J. J. Sferazza, Wide-Band Linear Phase SAW Filter Design Using Slanted Transducer Fingers. *IEEE Trans. Sonics Ultrason.*, **29**, 224 (1982).

-
- [142] H. Yatsuda, Y. Takeuchi et S. Yoshikawa, New design techniques for SAW filters using slanted-finger IDTs. *IEEE Ultr. Symp.*, page 61 (1990).
- [143] T. Pastureauud, *Étude de nouvelles structures pour la conception et la fabrication de filtres à ondes acoustiques guidées haute fréquence*. Thèse de Doctorat, Université de Franche-Comté (2004).
- [144] Th. Pastureauud, V. Laude et S. Ballandras, Stable scattering-matrix method for surface acoustic waves in piezoelectric multilayers. *Appl. Phys. Lett.*, **80**, 2544 (2002).
- [145] IEEE standard on piezoelectricity 176-1949. **37**, 1378–1395 (1996).
- [146] K. Kokkonen, J. V. Knuuttila, V. P. Plessky et M. M. Salomaa, Phase-Sensitive Absolute-Amplitude Measurements of Surface Waves Using Heterodyne Interferometry. *Proc. IEEE Ultrasonics Symp.*, page 1145 (2003).
- [147] M. Levy, R. M. Osgood, Jr., R. Liu, L. E. Cross, G. S. Cargill, III, A. Kumar et H. Bakhru, Fabrication of single-crystal lithium niobate thin film by crystal ion slicing. *Appl. Phys. Lett.*, **73**, 2293 (1998).
- [148] M. Bruel, Silicon on insulator material technology. *Elec. Lett.*, **31**, 1201 (1995).
- [149] R. W. Dixon, Acoustic diffraction of light in anisotropic media. *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-3**, 85 (1967).
- [150] R. S. Chu et T. Tamir, Bragg diffraction of Gaussian beams by periodically modulated media : Errata. *J. Opt. Soc. Am.*, **66**, 1141 (1976).
- [151] N. Bloembergen, *Nonlinear Optics*. Benjamin, New York (1965).
- [152] C. S. Tsai (Ed.), *Guided-Wave Acousto-Optics*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg (1990).
- [153] J. Xu et R. Stroud, *Acousto-optic Devices : Principles, Design and Applications*. Wiley, New York (1982).
- [154] D. F. Nelson et M. Lax, New symmetry for acousto-optic scattering. *Phys. Rev. Lett.*, **24**, 379 (1970).
- [155] V. Laude, General solution of the coupled-wave equations of acousto-optics. *J. Optic. Soc. Am.*, **20**, 2307 (2003).
- [156] D. F. Nelson et M. Lax, Theory of the photoelastic interaction. *Phys. Rev. B*, **3**, 2778 (1971).
- [157] D. F. Nelson et M. Lax, *Electric, optic and acoustic interactions in dielectrics*. Wiley, New York (1979).
- [158] A. W. Snyder et J. D. Love, *Optical Waveguide Theory*. Chapman and Hall, London (1983).
- [159] D. Marcuse, *Theory of dielectric optical waveguides*. Academic Press, Boston (1991).
- [160] C. Kittel, *Introduction to Solid State Physics*. Wiley, New York (1976).
- [161] M. Sze, *Physics of semiconductor devices*. Wiley, New York (1969).

BIBLIOGRAPHIE

- [162] J. S. Blakemore, *Solid State Physics, 2nd Ed.* Cambridge University Press, Cambridge (1985).
- [163] Britney's guide to semiconductor physics (<http://britneyspears.ac/lasers.htm>).