



HAL
open science

Filtrage particulaire et ouverture synthétique inverse sur cibles RADAR non-coopératives

Marco Antonio Chamon

► **To cite this version:**

Marco Antonio Chamon. Filtrage particulaire et ouverture synthétique inverse sur cibles RADAR non-coopératives. Automatique / Robotique. Ecole nationale supérieure de l'aéronautique et de l'espace, 1996. Français. NNT: . tel-00139730

HAL Id: tel-00139730

<https://theses.hal.science/tel-00139730>

Submitted on 3 Apr 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

présentée en vue de
l'obtention du titre de

DOCTEUR

de

**L'ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE L'AÉRONAUTIQUE ET DE L'ESPACE**

SPÉCIALITÉ : ÉLECTRONIQUE

par

Marco Antonio CHAMON

**FILTRAGE PARTICULAIRE ET OUVERTURE SYNTHÉTIQUE INVERSE
SUR CIBLES RADAR NON COOPÉRATIVES**

Soutenue le 17 décembre 1996 devant la Commission d'Examen :

MM.	J. FARRÉ	Président
	A. APPRIOU	Rapporteur
	M. CARPENTIER	
	G. FAVIER	Rapporteur
	A. FRAYSSE	
	J.-L. LAPEYRE	
	G. RUGET	
	G. SALUT	Directeur de thèse
	G. MAYNARD de la VALETTE	Membre invité

Thèse préparée au **LAAS-CNRS**
7, avenue du Colonel Roche
31077 TOULOUSE CEDEX 4 - FRANCE

Rapport LAAS n° 96503

a meu pai, pela sua confiança no meu taco
a minha mãe, pela sua infinita paciência
à Edna, por estar sempre lá

Remerciements

Je tiens à remercier Monsieur Jean FARRE, professeur à l'ENSAE, qui m'a fait l'honneur d'accepter la présidence de mon jury de thèse et qui m'a grandement soutenu par sa confiance.

Je voudrais aussi remercier M. Michel CARPENTIER, Ingénieur Général de l'Armement et Professeur à ENSTA, pour l'intérêt manifesté pour mes travaux et pour m'avoir honoré de sa participation au jury.

Je tiens encore à remercier M. Alain APPRIOU, Directeur de Recherches ONERA, pour la qualité des discussions entreprises et pour ses commentaires qui ont valorisé les études réalisées.

Je suis très reconnaissant à M. Gérard FAVIER, Directeur de Recherches CNRS, pour son travail minutieux de révision de mon manuscrit et l'attention portée à mes recherches.

Je remercie M. Jean-Louis LAPEYRE, Ingénieur en Chef de l'Armement, dont le soutien et la vision prospective ont permis le développement de la méthode particulière.

Je tiens aussi à remercier M. Alain FRAYSSE, Ingénieur en Chef de l'Armement, qui, par sa critique judicieuse, a beaucoup contribué à l'ensemble des études réalisées.

Ma reconnaissance va aussi à M. Guy MAYNARD de LA VALETTE, ingénieur DCN/TOULON, qui a suivi le développement de mes travaux et qui m'a toujours soutenu.

Mes remerciements à M. Gabriel RUGET, professeur à Orsay, détaché à Thomson CSF, pour l'honneur qu'il m'a fait en s'intéressant à mes travaux et en acceptant de les juger.

Je voudrais remercier vivement mon directeur de thèse Gérard SALUT, toujours présent, toujours disponible, et qui m'a soutenu tout au long de ce travail. Ses conseils et réflexions ont profondément marqué, non seulement ce travail de thèse, mais aussi ma conception de la science.

Je ne saurais oublier Monsieur André MONIN, qui m'a introduit au sein de l'équipe de filtrage non-linéaire au LAAS. Ce travail est aussi le fruit de ses indications pendant les débats, parfois passionnés, sur le particulier.

Mes remerciements vont aussi à la FIAS, et plus particulièrement à M. Jean-Paul MAYNADIER, dont l'accueil et le suivi administratif m'ont permis de me consacrer complètement à mon travail.

Je remercie mes amis, Gilles, Himilcon, Jean-Charles et Pierre pour leur soutien intellectuel et pour les bons moments passés ensemble.

Je voudrais exprimer toute ma reconnaissance au CNPq, du Brésil, et à la société DIGILOG (groupe STERIA) pour leur soutien financier et surtout pour la confiance portée à mes recherches.

Quero também dizer muito obrigado àquela que suportou duas teses, fins de semana no laboratório e horários impossíveis. Sem ela esse trabalho nunca teria sido terminado. Grande beijo, Edna.

Finalement, je remercie le LAAS, en la personne de son directeur, pour la qualité de l'accueil et pour les excellentes conditions de travail qui m'ont été offertes durant ces années.

Table des matières

1	Introduction	11
1	Fondements de l'imagerie radar	11
1.1	Introduction	11
1.2	Principe de l'imagerie radar	12
1.3	Traitement de la distance	13
1.3.1	La compression d'impulsion	14
1.3.2	L'agilité en fréquence	16
1.4	Traitement de l'angle	18
1.4.1	L'antenne réseau	19
1.4.2	L'ouverture synthétique	21
1.4.3	L'ouverture synthétique inverse	23
1.5	L'imagerie à deux dimensions	25
1.5.1	Décomposition dans l'espace distance-azimut	26
1.5.2	La reconstruction par tomographie	30
1.6	L'imagerie radar des cibles en mouvement	32
1.6.1	L'alignement des cases distances	33
1.6.2	L'estimation de la trajectoire	34
1.6.3	Analyse critique	38
2	Modélisation du problème	41
2.1	Introduction	41
2.2	La cible	41
2.2.1	Le modèle à un point	42
2.2.2	Le modèle multipoints	44
2.2.3	La reconstruction de l'image	44
2.3	Le radar	46
2.3.1	Le réseau d'antennes	47
2.3.2	Le signal radar	50
2.3.3	Le filtre adapté et le rapport S/B	55
2.4	Le mouvement de la cible	58
2.4.1	Le modèle de Singer modifié	58
2.5	Le phénomène de <i>glint</i>	59
2.5.1	Le modèle à deux points	60

2.5.2	Techniques anti- <i>glint</i>	61
3	Filtrage non-linéaire : le filtre particulaire	63
3.1	Le problème du filtrage non-linéaire	63
3.2	L'équation générale du filtrage en temps discret	64
3.2.1	L'étape de prédiction	64
3.2.2	L'étape de correction	65
3.2.3	Conclusion	65
3.3	Le filtrage particulaire	66
3.3.1	Principes de base : l'exploration <i>a priori</i>	66
3.3.2	La procédure de régularisation	69
3.3.3	Redistribution du support particulaire	72
3.3.4	Exploration n-conditionnelle	74
3.3.5	Extensions de l'algorithme	79
3.3.6	Méthodes hybrides	81
4	La formation de l'image ISAR par filtrage particulaire	85
4.1	Introduction	85
4.2	La formation de l'image	86
4.2.1	Le filtre conditionnel	86
4.2.2	Le filtre pour un réseau d'antennes	88
4.3	L'estimation du mouvement	89
4.3.1	Le filtre particulaire	89
4.3.2	La nature du filtre	90
4.4	La mise en œuvre de l'algorithme	90
4.4.1	Initialisation	91
4.4.2	Evolution du support	92
4.4.3	Pondération	92
4.4.4	Estimation	93
4.4.5	Redistribution du support	94
4.4.6	Adaptations de l'algorithme	95
5	Présentation des résultats	99
5.1	Conditions de simulation	99
5.1.1	La cible	99
5.1.2	La trajectoire	100
5.1.3	Le radar	101
5.1.4	Le filtre particulaire	102
5.2	Présentation des résultats	103
5.2.1	Poursuite d'une cible ponctuelle	103
5.2.2	Poursuite d'une cible bi-ponctuelle	113
5.2.3	Poursuite d'une cible étendue	116
5.2.4	Imagerie d'une cible étendue	129
5.2.5	Imagerie radar sur cible non-coopérative	135
6	Conclusion et perspectives	143

Liste des figures

1.1	Imagerie directe par balayage de la cible.	12
1.2	Résolution en distance pour une impulsion de durée T	13
1.3	Compression d'impulsion par codage de Barker.	15
1.4	Compression d'impulsion par modulation en fréquence (<i>chirp</i>).	16
1.5	Analyse temporelle d'une cible par une impulsion étroite.	17
1.6	Analyse fréquentielle d'une cible par agilité en fréquence.	17
1.7	Réseau d'antennes uniforme.	19
1.8	Balayage électronique à partir d'un réseau d'antennes.	20
1.9	Formation d'une ouverture synthétique : principe.	21
1.10	Formation d'une ouverture synthétique : géométrie.	22
1.11	Equivalence entre a) le SAR et b) l'ISAR.	24
1.12	Imagerie ISAR à partir du traitement du Doppler.	25
1.13	Imagerie bidimensionnelle par décomposition de la cible.	26
1.14	Ouverture circulaire engendrée par la rotation de la cible.	27
1.15	Focalisation sur un point arbitraire de la cible.	27
1.16	Dégradation de l'image par migration de case distance.	29
1.17	Image radar par technique de tomographie.	30
1.18	Réponse d'une cible ponctuelle ($f= 1$ GHz).	32
1.19	Réponse d'une cible ponctuelle (3 fréquences : 1, 2, 5 GHz).	32
1.20	Alignement des cases distances.	34
1.21	Estimation de trajectoire par la méthode du point dominant.	36
1.22	Géométrie pour l'estimation angulaire.	37
2.1	La grille d'observation.	46
2.2	Schéma bloc du radar.	47
2.3	Signal dans un réseau d'antennes.	48
2.4	Réseau linéaire uniforme pour l'imagerie.	49
2.5	Relations entre les repères de la cible et du RADAR.	52
2.6	Monopulse de phase simplifié.	54
2.7	Signal reçu avant démodulation.	56
2.8	Sortie du filtre adapté en fréquence intermédiaire.	56
2.9	Les signaux à l'entrée et à la sortie du filtre.	57
2.10	Modèle de Singer modifié.	58
2.11	Phénomène de <i>glint</i> pour un bi-point.	60

3.1	Exploration <i>a priori</i> de l'espace de probabilités.	67
3.2	Probabilité conditionnelle (après pondération).	69
3.3	Dégénérescence du poids à nombre fini de particules.	71
3.4	Redistribution du support particulaire : a) avant b) après.	74
3.5	Exploration conditionnelle.	77
3.6	Filtrage particulaire <i>a priori</i>	78
3.7	Filtrage particulaire <i>a priori</i> avec redistribution.	78
3.8	Filtrage particulaire <i>N-conditionnel</i> avec redistribution.	78
3.9	Filtrage particulaire d'un paramètre.	80
4.1	Mise en œuvre de l'algorithme particulaire.	91
4.2	Initialisation des particules	92
5.1	Cible étendue : quelques centres de rétrodiffusion.	100
5.2	Cible étendue : plusieurs points réfléchissants.	100
5.3	Trajectoire de la cible.	101
5.4	Erreur en position radiale (m) et angulaire ($mrad$).	105
5.5	Erreur en vitesse radiale (cm/s) et coefficient de rétrodiffusion.	105
5.6	Vitesse (m/s) et commande de pilotage (m/s^2) sur X.	106
5.7	Vitesse (m/s) et commande de pilotage (m/s^2) sur Y.	106
5.8	Erreur en position radiale (m) et angulaire ($mrad$).	108
5.9	Erreur en vitesse radiale (cm/s) et coefficient de rétrodiffusion.	108
5.10	Vitesse (m/s) et commande de pilotage (m/s^2) sur X.	109
5.11	Vitesse (m/s) et commande de pilotage (m/s^2) sur Y.	109
5.12	Erreur en position radiale (m) et angulaire ($mrad$).	111
5.13	Erreur en vitesse radiale (cm/s) et coefficient de rétrodiffusion.	111
5.14	Vitesse (m/s) et commande de pilotage (m/s^2) sur X.	112
5.15	Vitesse (m/s) et commande de pilotage (m/s^2) sur Y.	112
5.16	Erreur en position radiale (m) et angulaire ($mrad$).	114
5.17	Erreur en vitesse (cm/s) et commande (m/s^2) radiales.	114
5.18	Erreur en vitesse (m/s) et commande (m/s^2) angulaires.	115
5.19	Estimation conjointe des deux points brillants de la cible.	115
5.20	Cible étendue.	116
5.21	Erreur angulaire relative d'un monopulse de phase.	116
5.22	Erreur en position radiale (m) et angulaire ($mrad$).	118
5.23	Erreur en vitesse radiale (m/s) et coefficient de rétrodiffusion.	118
5.24	Vitesse (m/s) et commande de pilotage (m/s^2) sur X.	119
5.25	Vitesse (m/s) et commande de pilotage (m/s^2) sur Y.	119
5.26	Erreur en position radiale (m) et angulaire ($mrad$).	121
5.27	Erreur en vitesse radiale (m/s) et coefficient de rétrodiffusion.	121
5.28	Vitesse (m/s) et commande de pilotage (m/s^2) sur X.	122
5.29	Vitesse (m/s) et commande de pilotage (m/s^2) sur Y.	122
5.30	Grille à 3 points pour cible distribuée.	123
5.31	Erreur en position radiale (m) et angulaire ($mrad$).	124
5.32	Vitesse radiale (m/s) et erreur en vitesse radiale (m/s).	124
5.33	Vitesse (m/s) et commande de pilotage (m/s^2) sur X.	125
5.34	Vitesse (m/s) et commande de pilotage (m/s^2) sur Y.	125
5.35	Grille à 4 points pour cible distribuée.	126
5.36	Erreur en position radiale (m) et angulaire ($mrad$).	127

5.37	Vitesse radiale et erreur en vitesse radiale (m/s).	127
5.38	Vitesse (m/s) et commande de pilotage (m/s^2) sur X.	128
5.39	Vitesse (m/s) et commande de pilotage (m/s^2) sur Y.	128
5.40	Modèle de cible utilisé pour l'imagerie radar.	129
5.41	Estimation des amplitudes.	131
5.42	Représentation par intensité.	131
5.43	Représentation interpolée.	131
5.44	Image après 0.1 s d'intégration cohérente.	132
5.45	Image après 0.2 s d'intégration cohérente.	132
5.46	Image après 0.3 s d'intégration cohérente.	132
5.47	Image après 0.5 s d'intégration cohérente.	133
5.48	Image après 1.0 s d'intégration cohérente.	133
5.49	Image après 2.0 s d'intégration cohérente.	133
5.50	Image avec déconvolution en distance : impulsion de 2 m.	134
5.51	Image avec déconvolution en distance : impulsion de 5 m.	134
5.52	Grille pour estimation conjointe : localisation et image.	136
5.53	Erreur en position radiale (m) et angulaire ($mrad$).	137
5.54	Erreur en vitesse radiale (m/s) et angulaire (m/s).	137
5.55	Commandes sur X et Y (m/s^2).	138
5.56	Intensité totale estimée.	138
5.57	Image après 1.0 s d'intégration.	140
5.58	Image après 2.0 s d'intégration.	140
5.59	Image après 3.0 s d'intégration.	140
5.60	Image 1.0 s après la manœuvre.	141
5.61	Image 2.0 s après la manœuvre.	141

Liste des tableaux

1.1	Techniques de traitement de la distance.	18
2.1	Caractéristiques d'un radar d'imagerie	47
5.1	Paramètres du modèle de Singer modifié.	101
5.2	Caractéristiques du radar.	102
5.3	Paramètres du filtre particulaire.	102



Introduction

L'imagerie radar s'inscrit dans le champs des techniques destinées à l'identification, à la classification et, éventuellement, à la cartographie de "cibles" - au sens large du terme - mobiles ou non. Son domaine d'application est très varié, incluant la radio-astronomie, la cartographie aérienne, la télédétection et, plus récemment, la signature radar.

Les dernières années ont vu un développement croissant des recherches dans ce domaine, provoqué non seulement par le développement des moyens de calculs numériques mais aussi par les possibilités offertes par l'imagerie radar dans les applications militaires, en particulier l'identification de cibles non-coopératives.

Depuis longtemps les avancées obtenues dans les amplificateurs de puissance en microondes et l'avènement des techniques de compression d'impulsion avaient permis d'atteindre une résolution en profondeur de l'ordre de quelques mètres, ce qui étaient déjà satisfaisant pour l'identification d'un profil. Cependant l'imagerie 2D a besoin d'une résolution de cet ordre dans la dimension latérale, c'est-à-dire angulaire, qui est limitée par les dimensions des antennes. Pour les fréquences utilisées dans les applications radar - quelques dizaines de *GHz* maximum - cette résolution angulaire exigerait une antenne de taille inenvisageable.

Dans les années cinquante le traitement cohérent des échos radar récoltés par un avion qui se déplace, commençait à être utilisé comme moyen de "simuler" un réseaux d'antennes très grand. C'est l'équivalent de ce qui se faisait en radio-astronomie à la même époque pour obtenir des images de la lune et qui avait été baptisé "ouverture synthétique".

*

* *

Le radar à ouverture synthétique, qui exploite le mouvement relatif entre la cible et le radar, est au cœur des travaux actuels sur l'imagerie. La difficulté majeure à laquelle se heurtent les méthodes d'imagerie existantes réside dans l'estimation du mouvement de la cible, qui doit être compensé avant la formation de l'image.

Il s'avère que les précisions obtenues avec les techniques usuelles de localisation ne sont pas suffisantes pour les besoins de l'imagerie radar. De l'autre côté, les méthodes spécifiques de localisation développées dans le cadre de l'imagerie par ouverture synthétique inverse ne peuvent pas être récupérées dans les problèmes de trajectographie. Ainsi, les deux problèmes fondamentaux en radar - localisation et identification - restent séparés, au moins en ce qui concerne l'identification à partir d'une image.

*

* *

Ce mémoire concerne l'utilisation du concept d'ouverture synthétique dans un filtre non-linéaire qui estime de façon optimale et récursive à la fois la trajectoire et l'image d'une cible non-coopérative.

Cette approche par la théorie du filtrage permet de traiter les problèmes de localisation et d'imagerie de manière unifiée. Le mouvement de la cible est modélisé comme un processus stochastique non-linéaire et l'on montre que l'image peut s'écrire comme un problème inverse linéaire conditionnellement au processus de mouvement.

La technique de filtrage non-linéaire proposée pour résoudre ce problème, appelée *Filtrage Particulaire*, représente une approximation globale, uniformément convergente, du filtre optimal théorique qui, pour les problèmes non-linéaires et/ou non-gaussiens en général, n'a pas de réalisation en dimension finie.

*

* *

Dans le chapitre introductif sont discutées les principales techniques actuellement utilisées en imagerie radar, aussi bien pour l'estimation de la trajectoire que pour la formation de l'image.

Le deuxième chapitre est consacré à la modélisation du problème d'imagerie radar. On y présente les modèles de cible, aussi bien pour le mouvement que pour la réflexion électromagnétique, et les équations pour le signal radar reçu par un réseau linéaire d'antennes.

Le chapitre 3 expose brièvement le problème générale du filtrage en temps discret et présente sa solution en termes du filtre particulaire. Les différentes versions de l'algorithme particulaire y sont discutées ainsi que les adaptations utilisées dans le cas pratique qui nous intéresse.

L'estimation de la trajectoire et la formation de l'image radar par filtrage particulaire sont développées dans le chapitre 4. Ce chapitre discute aussi les détails de la mise en œuvre de l'algorithme particulaire.

Les résultats des simulations faites ainsi que leur analyse forment l'objet du cinquième chapitre.

Fondements de l'imagerie radar

1.1 Introduction

On entend par *image radar* la représentation de la distribution spatiale des réflexions électromagnétiques d'un objet. Comme cette distribution est, en général, continue l'image radar est considérée comme un ensemble de coefficients de réflexion complexes qui représente l'objet. Quand l'objet se réduit à un seul point, on a la réflexion moyenne de la cible, dont le module carré est connu comme SER (Surface **E**quivalente **R**adar).

Les images radar sont souvent utilisées dans la caractérisation et l'identification d'objets complexes, comme des avions, des bateaux ou des missiles, et dans la simulations des signatures pour mesurer la performance des radars. Bien que l'identification des cibles ne passe pas forcément par l'imagerie radar, elle est la technique la plus adaptée à l'utilisation par un opérateur humain.

La différence fondamentale entre les images radar et les images optiques tient aux plans de projection utilisés dans les deux cas. Un image optique bidimensionnelle est une image en deux angles, site et azimut. Une image radar exploite la mesure de distance disponible dans le radar pour générer une dimension en profondeur.

La qualité d'une image est liée à la *résolution* du système d'imagerie, c'est-à-dire à la capacité de séparer deux éléments réfléchissants de l'objet. La résolution d'un système radar est définie, comme on verra par la suite, par l'ouverture de l'antenne utilisée - qui donne la résolution en angle, et par la largeur de bande du récepteur - qui donne la résolution en profondeur. Comme le pouvoir séparateur d'un radar conventionnel ne correspond pas aux besoins de l'imagerie, des méthodes d'extensions de la résolution par le calcul ont été développées, basées sur la sommation cohérente de nombreuses récurrences radar.

1.2 Principe de l'imagerie radar

La méthode d'imagerie radar la plus simple - appelée méthode directe - consiste à balayer l'objet avec une antenne à faisceau étroit pour séparer les éléments de l'objet en angle (site et azimut) et utiliser une impulsion étroite pour les séparer en distance, comme illustré dans la figure 1.1.

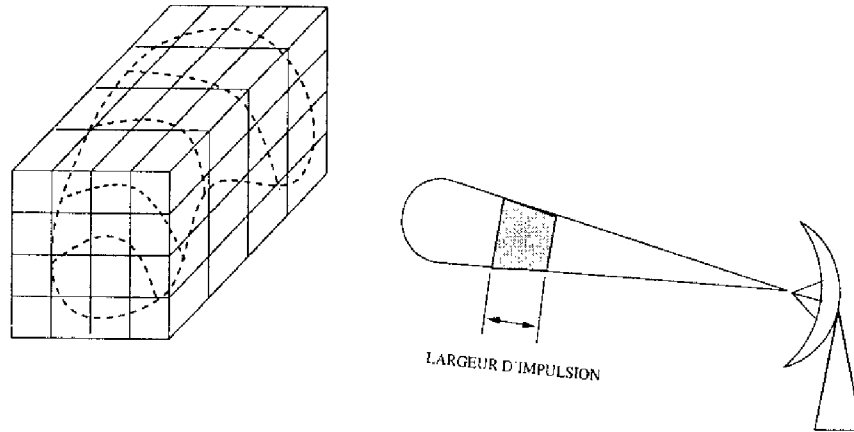


Figure 1.1: Imagerie directe par balayage de la cible.

Le traitement des signaux reçus est minime, de par la simplicité de la méthode. En revanche elle présente des inconvénients majeurs :

- La résolution dans la direction angulaire (mesurée en mètres) décroît avec la distance ;
- Une grande résolution angulaire exige, à fréquence donnée, une antenne de plus en plus grande ;
- Une grande résolution en profondeur exige une impulsion très brève (quelques nanosecondes pour une résolution d'un mètre), et, par conséquent, de faible contenu énergétique, ce qui pénalise le rapport signal/bruit ;
- La formation de l'image n'est possible que si l'objet est stationnaire pendant la période de balayage.

Ces difficultés limitent essentiellement une telle imagerie radar aux essais au banc, où les mouvements de l'objet sont maîtrisés, les distances sont petites et les équipements permettent l'utilisation de très hautes fréquences.

Pour résoudre ces problèmes plusieurs techniques ont été développées pour le traitement de la distance et de l'angle. Elles sont basées sur la modulation de l'impulsion émise, l'agilité en fréquence du système radar et la sommation cohérente d'impulsions successives. Ces techniques rejettent dans le module de traitement du signal les difficultés technologiques rencontrées dans les méthodes directes d'imagerie.

1.3 Traitement de la distance

La détermination de la distance dans les systèmes radar classiques se fait à partir de la mesure du temps écoulé entre l'émission et la réception d'un signal, par exemple une impulsion rectangulaire. La mesure du temps d'aller-retour τ du signal détermine la distance R par la relation

$$R = \frac{c\tau}{2}$$

où c est la vitesse de propagation de l'onde électromagnétique.

Si la durée d'impulsion est T , deux objets séparés par une distance supérieure à $\Delta R = cT/2$ peuvent être distingués à la réception car il n'y a pas de superposition entre les impulsions réfléchies par ces objets (figure 1.2). Le facteur 1/2 tient compte du trajet aller-retour de l'impulsion.

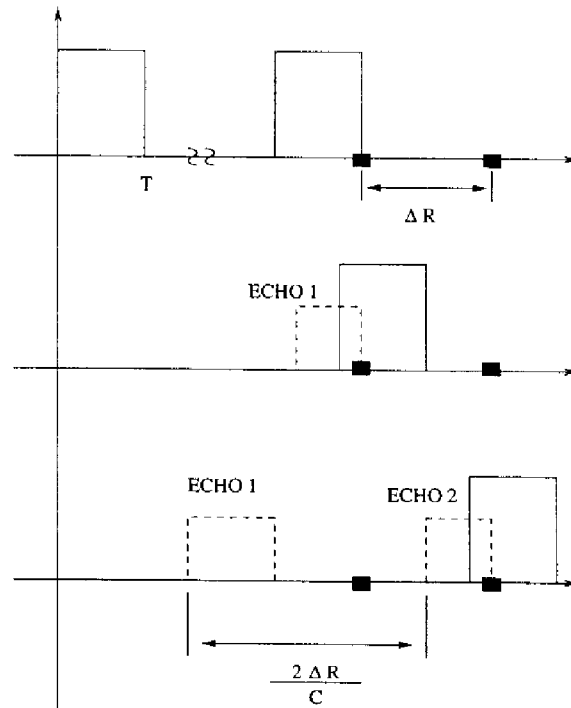


Figure 1.2: Résolution en distance pour une impulsion de durée T .

La quantité ΔR définit la *résolution en distance* du radar. Puisque l'occupation spectrale du signal est inversement proportionnelle à sa durée T , on arrive à la relation fondamentale entre la résolution en distance et la bande du signal β :

$$\Delta R = \frac{c}{2\beta} \quad (1.1)$$

Remarque 1 Bien que la définition de bande d'un signal varie selon les critères adoptés, la relation retenue précédemment, $\beta = 1/T$, est généralement acceptée comme une référence de base. Cette définition correspond à la bande spectrale d'un signal rectangulaire mesurée aux points de -4 dB.

A part l'utilisation d'une impulsion étroite, d'autres techniques exploitent la relation (1.1) pour arriver à des résolutions en distance très fines tout en gardant une durée de signal (et un contenu énergétique) élevée : la compression d'impulsion et l'agilité en fréquence (*stepped-frequency*).

1.3.1 La compression d'impulsion

La compression d'impulsion englobe un ensemble de techniques qui utilisent la modulation en phase ou en fréquence de la porteuse pour augmenter la bande occupée d'un signal sans pénaliser sa durée.

En effet, si $A(t) = |A(t)|e^{j\varphi(t)}$, $\varphi = \arg(A)$ désigne l'enveloppe complexe du signal envoyé, on peut montrer ([33, 39]) que la largeur de bande β de $A(t)$ est donnée par :

$$\beta^2 = \int |A(t)|'^2 dt + \int [\varphi'(t)]^2 |A(t)|^2 dt$$

où f' représente la dérivée de f par rapport au temps.

Ce résultat montre qu'une fonction de phase $\varphi(t)$ non-linéaire augmente la bande occupée du signal sans en principe restreindre sa durée (une phase linéaire dans le temps ne représente qu'une translation du spectre).

Si on utilise un filtre adapté ([39], [35]) à la réception, on obtient à la sortie du filtre la fonction d'autocorrélation du signal envoyé. Comme la "largeur" de cette fonction est inversement proportionnelle à la bande du signal envoyé, la précision sur la distance augmente avec la bande. La sortie du filtre est équivalent (en termes de résolution) à celle d'une impulsion plus étroite et sans modulation, d'où le nom *compression d'impulsion* donné à cette technique.

Pour les applications radar, deux types de modulation sont privilégiées [33] : le codage binaire de phase (code de *Barker*) et la modulation de fréquence linéaire (*Chirp*).

Codage binaire de phase

Dans le premier cas la phase de la porteuse est modulée à $\pm 180^\circ$ selon un code pré-défini (le code de *Barker*). Le signal de retour est "comprimé" par corrélation entre le signal reçu et le code de référence. La figure 1.3 montre cette méthode dans le cas d'un code à 3 bits et réflexion sur une cible ponctuelle. Ce genre de modulation peut être appliqué aussi bien au radar continu qu'au radar à impulsion.

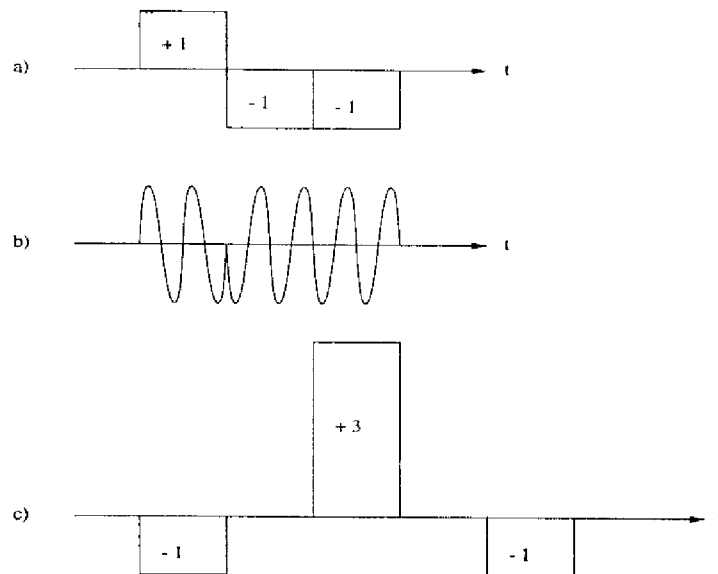


Figure 1.3: Compression d'impulsion par codage de Barker.
a) code de Barker b) forme d'onde c) autocorrélation

Modulation de fréquence linéaire

La modulation *chirp* est une des techniques les plus employées dans les radars à haute résolution. Elle consiste à moduler la porteuse avec une fréquence qui varie linéairement pendant la durée de l'impulsion. L'enveloppe du signal est rectangulaire. La figure 1.4 illustre les idées de base de ce système.

La modulation linéaire en fréquence correspond à une variation quadratique de la phase du signal qui peut être représentée par

$$s(t) = A \cos(2\pi f_0 t + \pi \beta t^2), \quad -\frac{\tau}{2} \leq t \leq \frac{\tau}{2}$$

La compression peut se faire par compensation de cette phase à la réception avec, par exemple, une ligne de retard. Cela permet une résolution en distance de l'ordre de $c/2\beta$ ([40]).

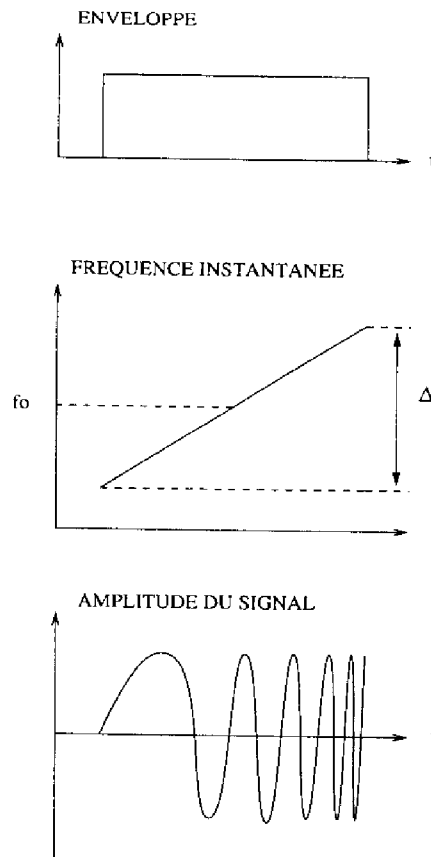


Figure 1.4: Compression d'impulsion par modulation en fréquence (*chirp*).

1.3.2 L'agilité en fréquence

Encore que la modulation *chirp* utilise l'agilité en fréquence, dans la forme d'une variation de la fréquence porteuse, on emploie l'expression *agilité en fréquence* ici dans le sens plus restreint d'un codage à valeurs discrètes de fréquences qui vont moduler une rafale d'impulsions.

Cette technique est basée sur l'échantillonnage en fréquence de la rétrodiffusion de l'objet illuminé. En effet, une impulsion étroite analyse ou "découpe" un objet étendu dans le temps (cf. figure 1.5), la durée de l'impulsion reçue étant proportionnelle à la longueur totale de l'objet.

Ce découpage peut se faire aussi dans le domaine fréquentiel : il suffit d'envoyer une succession d'impulsions à des fréquences $f_i = f_0 + i\Delta f$, Δf étant l'accroissement de fréquence. La réponse de la distribution de rétrodiffusion à chaque fréquence f_i est récoltée à la réception et l'ensemble forme le spectre de cette distribution (cf. figure 1.6). Une transformé de Fourier inverse reconstruit la distribution spatiale de la rétrodiffusion et, en prime, le profil en distance de l'objet.

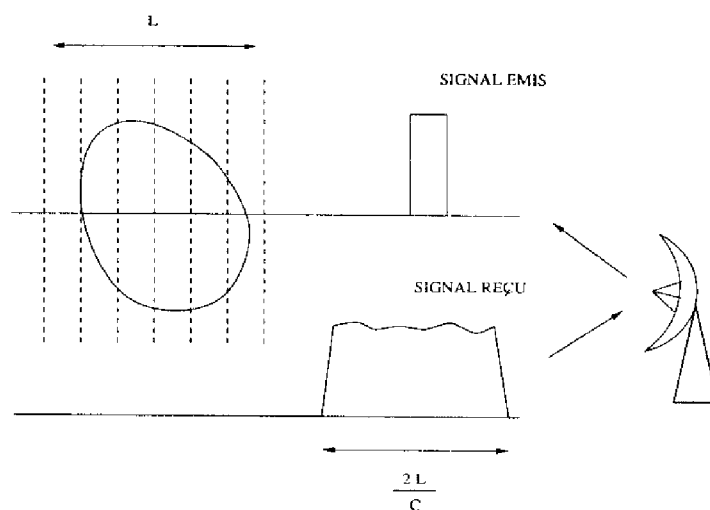


Figure 1.5: Analyse temporelle d'une cible par une impulsion étroite.

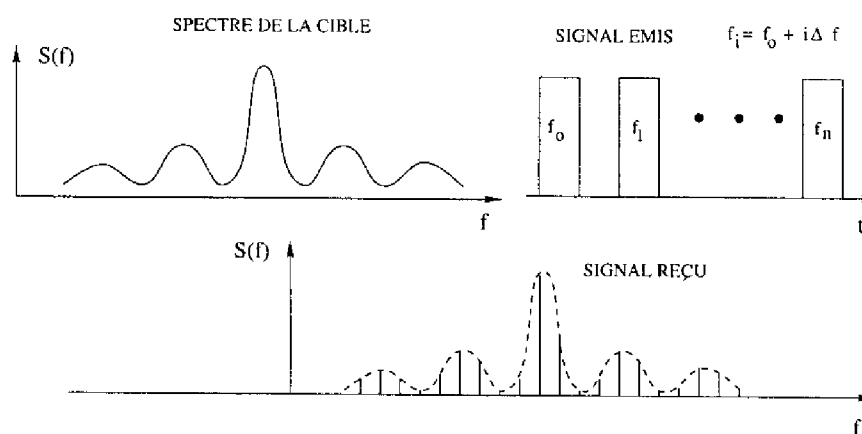


Figure 1.6: Analyse fréquentielle d'une cible par agilité en fréquence.

Cette technique permet la formation d'une image unidimensionnelle (en distance) de l'objet. Comme le profil est obtenu indirectement à partir de la réponse en fréquence de la rétrodiffusion, il est appelé *synthétique*. La résolution en distance est donnée par la bande totale de fréquence utilisée : $\Delta R = c/2n\Delta f$, où n est le nombre d'impulsions envoyées ([40]).

Le tableau 1.1 (adapté de [40]) résume les méthodes décrites ci-dessus.

Forme d'onde/modulation	Concept
Impulsion rectangulaire	Emission et réception d'une impulsion étroite
Code de Barker	Codage et décodage de la phase de la porteuse par un code binaire ($\pm 180^\circ$)
Chirp	Modulation linéaire en fréquence de l'impulsion émise
Agilité en fréquence (<i>stepped-frequency</i>)	Conversion des données de rétrodiffusion du domaine fréquentiel dans un profil de distance synthétique

Tableau 1.1: Techniques de traitement de la distance.

1.4 Traitement de l'angle

La localisation angulaire la plus simple d'une cible est donnée par le faisceau de l'antenne qui l'illumine. En général cette première indication, assez grossière, est faite par un radar de veille. Elle est ensuite passée à un radar de poursuite qui utilise des techniques plus sophistiquées pour raffiner cette première estimation.

Une technique très employée dans la poursuite angulaire est celle du monopulse (de phase ou d'amplitude). Dans ce cas, les signaux délivrés par deux antennes sont comparés et leurs différences (en phase ou amplitude) servent à l'estimation angulaire (voir [9, 35] pour plus de détails).

L'imagerie radar a des impératifs entièrement différents. En effet, il ne s'agit pas d'assimiler la cible à un point et déterminer sa position. Au contraire, il faut tenir compte de l'étendue de l'objet à imager et pouvoir le séparer en plusieurs points solidaires. Il s'agit de "découper" la cible en angle de la même façon qu'une impulsion étroite "découpe" la cible en profondeur.

Pour ce faire, l'ouverture de l'antenne doit être assez importante. En effet, la résolution angulaire d'une antenne est définie par son lobe principal (ouverture à 3 dB) et vaut :

$$\Delta\theta = \theta_{3dB} = \frac{\lambda}{D},$$

où λ est la longueur d'onde de la porteuse et D est l'ouverture de l'antenne. Cela implique que la résolution latérale (*cross-range*), à une distance R donnée de la cible est

$$\Delta R_{lat} = \frac{\lambda R}{D} \quad (1.2)$$

Remarque 2 En réalité le lobe à 3 dB d'une antenne est proportionnel à λ/D ,

avec D l'ouverture physique (longueur d'un réseau ou diamètre d'une parabole) de l'antenne. Le facteur de proportionnalité est une fonction de la géométrie et de l'illumination de l'antenne. Dans le cas d'une antenne linéaire à illumination uniforme, par exemple, on a $\theta_{3dB} = 0.886\lambda/D$.

1.4.1 L'antenne réseau

L'option d'une grande antenne et un balayage mécanique ne convient pas pour les raisons présentées dans la section 1.2. Par contre une antenne réseau, par sa capacité de balayage électronique du faisceau, s'avère très adaptée aux systèmes d'imagerie radar.

Un réseau d'antennes permet, à partir du traitement d'une seule impulsion reçue, le balayage de la cible. En effet, considérons le réseau représenté dans la figure 1.7 ci-après (on ne traite ici qu'une seule dimension angulaire, l'azimut) :

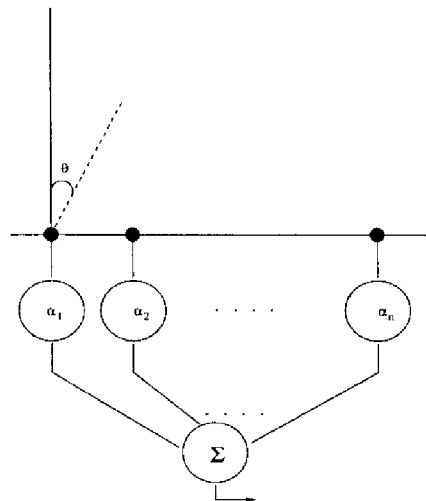


Figure 1.7: Réseau d'antennes uniforme.

Après démodulation du signal reçu on peut écrire le champ d'un élément du réseau comme :

$$V_n(\theta) = A_n \exp\left(-j\frac{2\pi}{\lambda}R_n + j\alpha_n\right) \approx A \exp\left[-j\frac{2\pi}{\lambda}(R_0 - nd \sin \theta) + j\alpha_n\right]$$

Ici, nous avons considéré les antennes omnidirectionnelles et une approximation de champ lointain. De cette façon, l'amplitude de l'onde reçue est la même pour tous les éléments du réseau ($A_n = A, \forall n$) et les rayons arrivent aux antennes en parallèle (la surface d'équiphase est un plan). On a alors $R_n = R_0 - nd \sin \theta$, où R_0 correspond à la distance entre l'objet et le premier élément du réseau.

Les déphasages α_n introduits permettent de déplacer le lobe du réseau de manière à pointer l'antenne vers une région précise de l'espace. Si on considère que le déphasage est uniforme le long du réseau, c'est-à-dire si on prend $\alpha_n = n\Delta\varphi$, le

champ total à la sortie est donné par :

$$V(\theta) = \Sigma V_n = A \exp\left(-j\frac{2\pi}{\lambda} R_0\right) \frac{\sin\left[N\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin\theta - \frac{\Delta\varphi}{2}\right)\right]}{\sin\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin\theta - \frac{\Delta\varphi}{2}\right)}$$

La figure 1.8 montre le diagramme normalisé de l'antenne réseau ($|V(\theta)|/N$) pour $d = \lambda/2$, $N = 10$ et deux valeurs de $\Delta\varphi$: 0 et 20°.

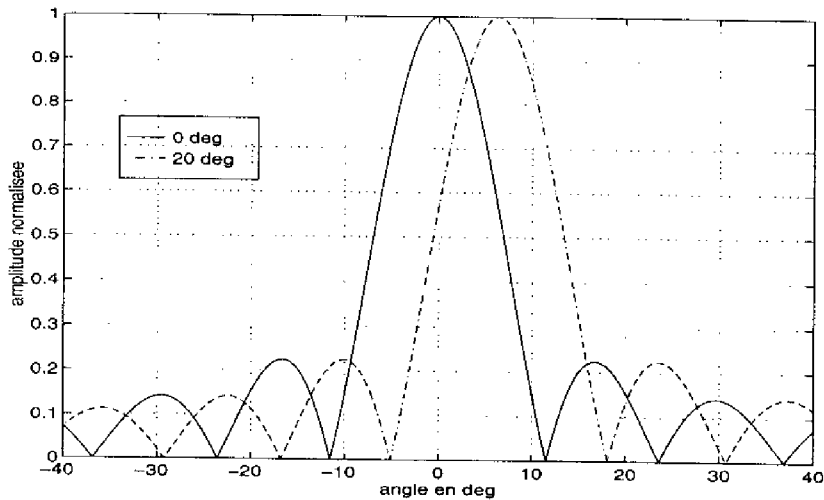


Figure 1.8: Balayage électronique à partir d'un réseau d'antennes.

Ainsi, si le signal reçu est numérisé et le balayage fait par le calcul, à partir de la variation de $\Delta\varphi$, une image radar unidimensionnelle (dans la direction azimutale) peut en principe être obtenue avec une seule impulsion émise.

Remarque 3 *A l'émission on peut supposer que l'impulsion a été envoyée par une antenne omnidirectionnelle placée sur l'antenne 1 du réseau représenté dans la figure 1.7 et dans ce cas le diagramme montré dans la figure 1.8 reste le même. Dans le cas général, si l'antenne émettrice présente un gain $G(\theta)$ donné alors le diagramme total d'émission-réception sera le produit des deux diagrammes $G(\theta)V(\theta)$.*

Cette technique de balayage par le calcul est à la base de la *Radio Camera* développée par B. Steinberg ([36],[37]). Comme pour obtenir des images à haute résolution il faut un réseau assez grand, le contrôle des distorsions géométriques de ce réseau (déformations mécaniques, tolérances de fabrication ...) devient le facteur clé de la technique. Steinberg propose des algorithmes pour corriger par le calcul ces distorsions.

Nous reviendrons plus tard sur ces algorithmes puisqu'ils peuvent être utilisés aussi dans la compensation du mouvement de la cible, étape fondamentale dans la formation d'une image à partir d'une ouverture synthétique.

1.4.2 L'ouverture synthétique

Une autre technique disponible pour obtenir des images avec une haute résolution angulaire consiste à utiliser le déplacement d'une antenne (installée sur un avion ou un satellite) pour construire par le calcul une grande ouverture. L'expression *ouverture synthétique* fait référence à la distance parcourue par l'antenne durant le temps que les données de rétrodiffusion sont récoltées.

Pendant ce temps plusieurs impulsions sont émises et reçues par l'antenne. La somme cohérente de ces impulsions donne lieu à une antenne équivalente beaucoup plus grande que l'antenne de base, dont le nom "synthétique". Le radar qui utilise cette technique est appelé *radar à ouverture synthétique* ou SAR (*synthetic aperture radar*).

La figure 1.9 montre le principe de formation d'une ouverture synthétique. A chaque instant l'antenne occupe une position différente où elle émet et reçoit une impulsion. L'ensemble de positions occupées par l'antenne correspond au réseau synthétique.

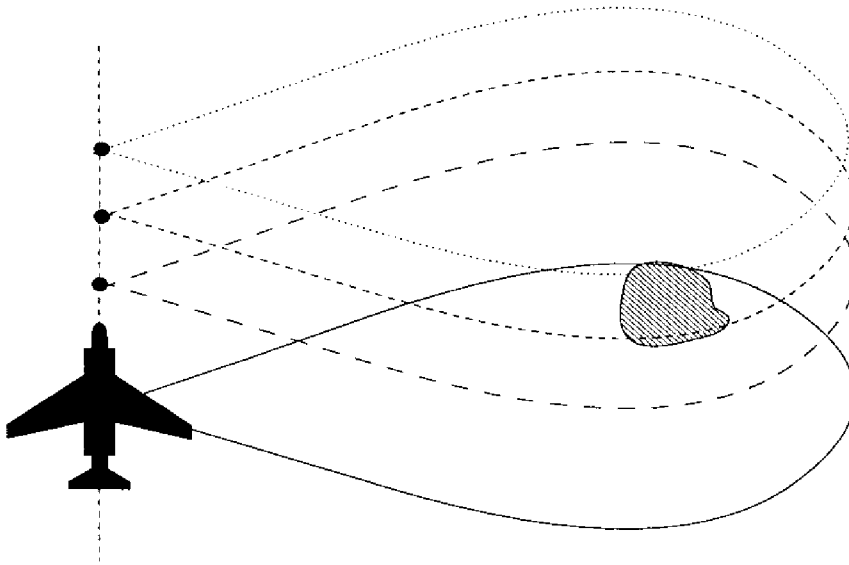


Figure 1.9: Formation d'une ouverture synthétique : principe.

Le nombre d'impulsions émises correspond aux nombre d'éléments du réseau à synthétiser pour obtenir une image. Par conséquent, la cible à imager doit être immobile pendant le temps d'acquisition des données ou, le cas échéant, son mouvement doit être compensé. Le mouvement de l'antenne doit lui aussi être connu pour que la position des éléments du réseau synthétique puisse être identifiée.

La figure 1.10 montre la géométrie du problème d'imagerie par ouverture synthétique. On suppose un déplacement linéaire et uniforme de l'antenne pendant une durée T .

Une ouverture synthétique de longueur L est créée par le déplacement de l'antenne

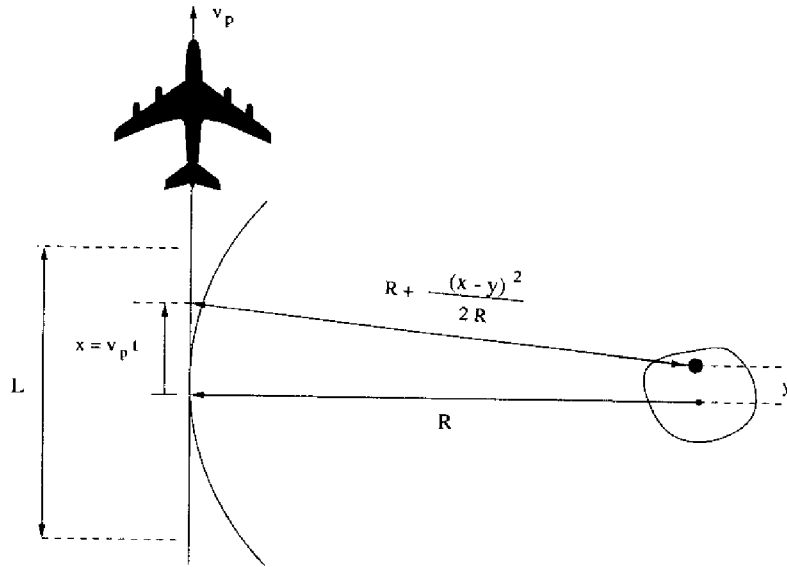


Figure 1.10: Formation d'une ouverture synthétique : géométrie.

pendant un temps T . Ce temps est déterminé par la distance entre le radar et la cible, la vitesse v_p de déplacement et la largeur du faisceau de l'antenne réelle.

A partir des paramètres indiqués dans la figure 1.10 on voit que la distance entre le point y de la cible et le point x de l'antenne (élément du réseau) est donnée par (cf. [40])

$$R + \frac{(x - y)^2}{2R}, \quad \text{pour } R \gg |x - y|.$$

La phase du signal reçu par l'antenne s'écrit

$$\Phi(x) = -\frac{4\pi}{\lambda} \frac{(x - y)^2}{2R} \quad (1.3)$$

soit

$$\Phi(t) = -\frac{4\pi}{\lambda} \frac{(v_p t - y)^2}{2R}, \quad -\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2} \quad (1.4)$$

puisque le mouvement de l'antenne est donné par $x = v_p t$.

L'équation (1.4) comporte un terme quadratique en t qui représente la différence entre la ligne droite décrite par l'antenne et le cercle de distance constante (cf. figure 1.10). La (non-)compensation de ce terme donne lieu au radar SAR (non-)focalisé. Ce terme est l'équivalent du terme quadratique qui apparaît dans l'expression de la phase du champ proche d'une antenne réelle (cf. [37]). Si on considère le SAR focalisé, on peut écrire l'expression du champ reçu après intégration des impulsions comme étant [40]

$$V(y) = \int_{-T/2}^{T/2} \exp \left[-j \frac{4\pi}{\lambda} \left(-\frac{v_p t y}{R} + \frac{y^2}{2R} \right) \right] dt$$

ce qui donne comme réponse normalisée du radar correspondant au diagramme de l'antenne :

$$\left| \frac{V(y)}{V(0)} \right|^2 = \frac{\sin^2 \left(\frac{2\pi v_p T y}{R\lambda} \right)}{\left(\frac{2\pi v_p T y}{R\lambda} \right)^2} \quad (1.5)$$

La résolution angulaire que l'on obtient avec l'ouverture représentée par l'expression (1.5) est

$$\Delta\theta = \theta_{3dB} = 0.443 \frac{\lambda}{v_p T} = 0.443 \frac{\lambda}{L}. \quad (1.6)$$

On remarquera que la compensation du terme quadratique en (1.4), place l'antenne sur le cercle indiqué dans la figure 1.10. Dans ce cas la résolution peut s'exprimer à partir de l'angle Φ décrit par l'antenne comme étant

$$\Delta\theta = \theta_{3dB} = 0.443 \frac{\lambda}{R\Phi} \approx \frac{\lambda}{2R\Phi} \Rightarrow \Delta R_{lat} = R\Delta\theta \approx \frac{\lambda}{2\Phi}, \quad (1.7)$$

expression très utilisée dans l'estimation de la résolution d'une antenne synthétique.

On peut aussi voir à partir de l'équation (1.6) que la résolution de l'antenne synthétique est deux fois plus grande que celle obtenue avec une antenne réelle de longueur L (voir éq. 1.2). Cela est dû à la variation de phase de l'onde reçue, le facteur $4\pi/\lambda$ étant deux fois plus grand que dans le cas d'une antenne réelle, en fonction du trajet d'aller-retour parcouru par le signal.

Si on considère que l'antenne qui se déplace a une dimension réelle l , alors la largeur L de l'antenne synthétisée peut s'écrire (cf. éq. 1.2) comme

$$L = 0.886 \frac{\lambda}{l} R$$

et, si on introduit cette expression en (1.6), on obtient pour la résolution d'une ouverture synthétique

$$\Delta\theta = \frac{l}{2R} \Rightarrow \Delta R_{lat} = \frac{l}{2}.$$

La résolution latérale ultime d'une ouverture synthétique est définie donc par la taille l de l'antenne réelle employée dans sa construction.

1.4.3 L'ouverture synthétique inverse

L'imagerie à ouverture synthétique inverse (ISAR - *inverse synthetic aperture radar*) utilise un radar fixe et une cible qui tourne autour d'un axe pour obtenir une image. Les données récoltées, comme l'indique la figure 1.11 ([26]), sont identiques à ceux obtenues avec une cible immobile et un radar tournant (SAR focalisé).

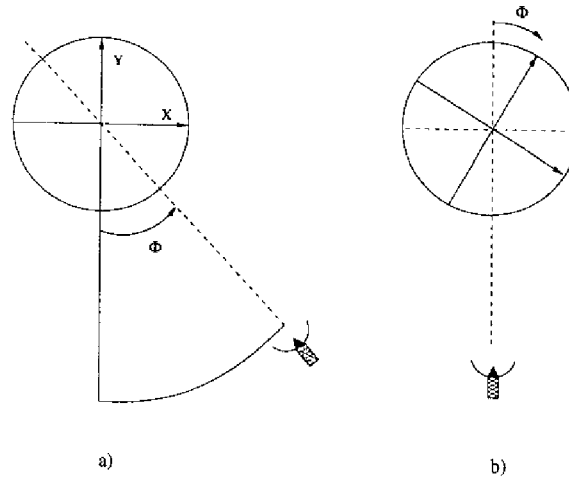


Figure 1.11: Equivalence entre a) le SAR et b) l'ISAR.

Le principe de fonctionnement est le même pour les deux techniques. Ici ce sont les diverses positions occupées par la **cible** qui correspondent aux éléments du réseau synthétisé. Cette technique a été utilisée pour la première fois en astronomie, en profitant du mouvement de rotation des corps célestes pour les imager. Elle est utilisée aujourd'hui dans l'obtention des signatures radar de cibles au banc.

La résolution de l'ISAR est donnée par l'équation (1.7), dans laquelle l'angle Φ est la rotation totale de la cible, comme indiqué dans la figure 1.11. Cette résolution augmente avec l'extension angulaire de l'ouverture synthétisée, jusqu'à la limite de 360° . Dans ce cas l'expression (1.7) n'est plus valide, une fois qu'elle a été déduite sous une approximation d'angle faible. Un résultat plus rigoureux sera présenté dans la section suivante.

Le principe d'imagerie par ouverture synthétique inverse peut aussi être vu comme un traitement du Doppler différentiel, c'est-à-dire le Doppler propre à chaque point de la cible. En effet, considérons le schéma de la figure ci-après (cf. [26]).

Sous l'hypothèse d'une cible petite par rapport à sa distance au radar ($R_0 \gg d$), on peut dériver les relations suivantes :

$$\begin{aligned} r(t) &= R_0 - d \sin(\Omega t) \\ V(t) &\propto \exp(j\omega_0 t - j4\pi r/\lambda) = \exp(j\omega_0 t - j4\pi R_0/\lambda + j4\pi/\lambda d \sin(\Omega t)) \end{aligned}$$

où $V(t)$ est l'enveloppe complexe du signal reçu.

La fréquence Doppler est égale à la variation temporelle de la phase de cette enveloppe, après démodulation. Elle s'écrit ([26]) :

$$f_d = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt} = -\frac{2}{\lambda} \frac{dr}{dt} = \frac{2\Omega}{\lambda} d \cos(\Omega t) = \frac{2\Omega}{\lambda} x.$$

On voit ici que la fréquence Doppler instantanée f_d est proportionnelle à la position x du point observé. Une analyse en fréquence du signal reçu permet alors

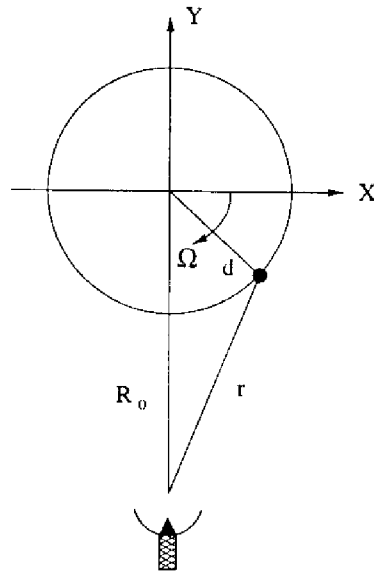


Figure 1.12: Imagerie ISAR à partir du traitement du Doppler.

la séparation angulaire des éléments qui constituent la cible et ainsi la formation de son image.

Comme la résolution en fréquence est inversement proportionnelle au temps T d'observation du signal, on a $\Delta f_d \approx 1/T$ et

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2\Omega} \Delta f_d \approx \frac{\lambda}{2\Omega} \frac{1}{T} = \frac{\lambda}{2\Phi},$$

et on retrouve bien l'expression de la résolution latérale donnée par l'équation (1.7).

1.5 L'imagerie à deux dimensions

Les techniques présentées précédemment (sec. 1.3 et 1.4) peuvent être combinées de façon à produire des images bidimensionnelles, dans le plan *distance* x *azimut*. La décomposition de l'image en deux traitements séparés - *distance* par une impulsion à large bande et *azimut* par une ouverture synthétique - est la méthode la plus évidente, exploitant directement les résultats déjà présentés. L'exploitation efficace de cette technique comporte, comme on verra, certaines approximations dans le processus de focalisation qui peuvent dégrader la qualité de l'image obtenue.

Une deuxième technique [25], qui s'inspire des méthodes d'imagerie médicale (tomographie) et de l'ISAR, peut être employée pour résoudre ce problème. Son application, par contre, dépend d'une ouverture beaucoup plus grande, correspondant à un tour complet de la cible.

1.5.1 Décomposition dans l'espace distance-azimut

Le principe de cette méthode est illustré dans la figure 1.13. Tout d'abord un traitement en distance découpe la cible en un certain nombre de cases distance (*range bin*) dont la résolution dépend de la bande du signal utilisé. Ici on n'abordera que le traitement en distance par une impulsion étroite. L'analyse d'autres techniques peut être trouvée dans [40].

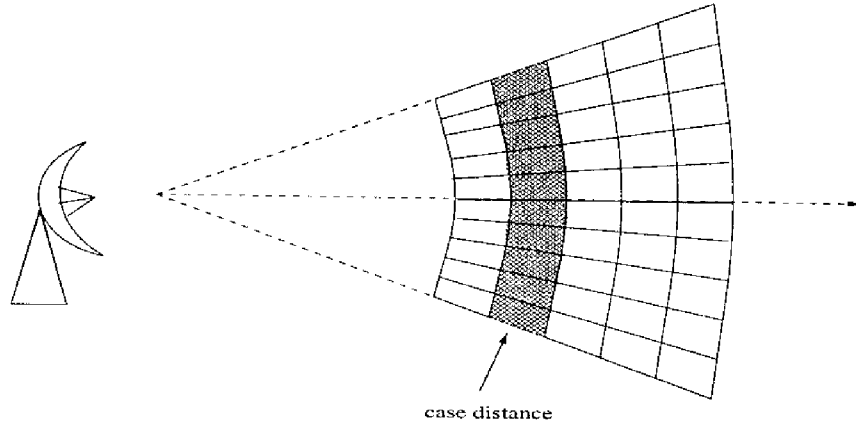


Figure 1.13: Imagerie bidimensionnelle par décomposition de la cible.

Ensuite, sur chaque case distance, un traitement en angle est effectué. Le résultat est une décomposition de la cible en éléments selon la grille indiquée dans la figure 1.13. Le traitement en azimut considéré ici utilise un radar fixe et la rotation de cible pour engendrer une grande ouverture. C'est la technique ISAR déjà présentée.

Pour construire l'image, le faisceau de l'ouverture synthétisée doit être dépointé de façon à balayer la cible. Ce dépointage consiste en une correction de la phase des signaux reçus avant la sommation, comme expliqué dans la section 1.4.2.

La figure 1.14 montre l'antenne synthétisée à partir de la rotation de l'objet. On utilise ici l'équivalence mise en évidence dans la figure 1.11.

A partir de ce diagramme la distance entre le radar et un point (x, y) s'écrit :

$$r(\theta, x, y) = R_0 \left[1 + (2/R_0)(y \cos \theta - x \sin \theta) + (x^2 + y^2)/R_0^2 \right]^{1/2}$$

Le champ électrique reçu par le radar est proportionnel au coefficient de rétrodiffusion complexe $\sigma(x, y)$ de la cible et présente un déphasage dû au trajet d'aller-retour du signal.

$$V(\theta, x, y) \propto \sigma(x, y) \exp \left\{ -j2\pi(2R_0/\lambda) \left[1 + (2/R_0)(y \cos \theta - x \sin \theta) + (x^2 + y^2)/R_0^2 \right]^{1/2} \right\} \quad (1.8)$$

Cette équation représente la variation de phase du signal reçu le long de l'ouverture, c'est-à-dire en fonction de θ . L'ouverture est focalisée au point $(x, y) = (0, 0)$,

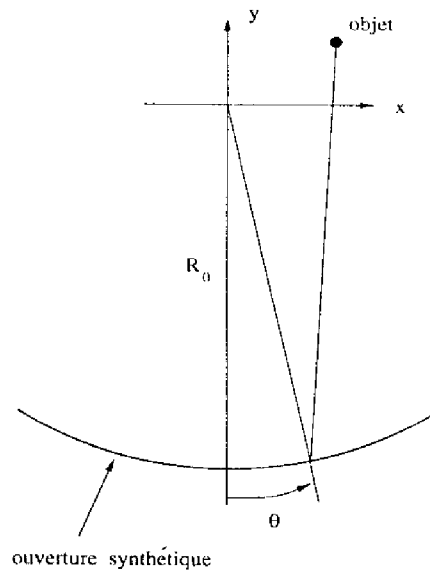


Figure 1.14: Ouverture circulaire engendrée par la rotation de la cible.

centre du cercle. La focalisation sur un point quelconque (x, y) dépend de la compensation de la phase indiquée dans l'équation (1.8). Cela équivaut à tourner l'antenne vers ce point, qui devient le nouveau centre de l'ouverture synthétisée (cf. figure 1.15).

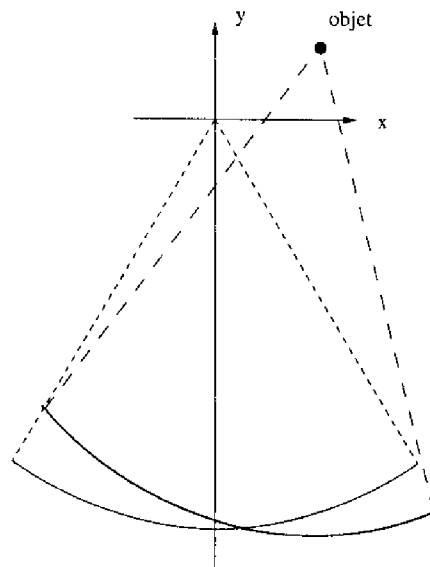


Figure 1.15: Focalisation sur un point arbitraire de la cible.

Le balayage de l'antenne pour la formation de l'image n'est rien d'autre que la sommation cohérente des signaux compensés en phase de façon à focaliser l'ouverture sur une région de l'espace. Cela est représenté par l'expression suivante :

$$\sigma(x, y) = \sum_{\theta} V(\theta, x, y) \exp\{j2\pi(2R_0/\lambda)[1 + (2/R_0)(y \cos \theta - x \sin \theta) + (x^2 + y^2)/R_0^2]^{1/2}\} \quad (1.9)$$

L'opération indiquée en (1.9) demande une quantité de calcul assez importante. Si on considère les approximations suivantes :

$$\begin{aligned} R_0 &\gg x, y \\ \theta &\ll 1 \Rightarrow \sin \theta \approx \theta, \cos \theta \approx 1, \end{aligned}$$

il est possible de simplifier l'expression (1.9) pour obtenir

$$\sigma(x, y) \approx \exp[j4\pi(R_0 + y)/\lambda] \sum_{\theta} V(\theta, x, y) \exp(-j2\pi 2x/\lambda\theta). \quad (1.10)$$

On voit qu'une image de la cible peut être obtenue par la transformée de Fourier du champ électrique $V(\theta, x, y)$. Cette formulation du problème permet l'utilisation d'algorithmes de calcul efficaces - transformée rapide de Fourier (FFT) - dans la formation de l'image.

L'approximation faite correspond à l'hypothèse d'une cible à grande distance, par rapport à ses dimensions, et d'une petite rotation. Cette approximation découple le traitement en distance du traitement en azimut : pour une distance y donnée l'analyse de Fourier (éq. 1.10) est faite, résultant en un balayage en azimut par case distance.

Ce découplage impose des limites à la résolution de l'image. Deux phénomènes interviennent dans ce processus : la migration de cases distance (*cell migration*) et la distorsion quadratique de phase.

Migration de cases distance

Considérons une case distance de résolution Δy , définie par la largeur de bande du signal émis (cf. éq 1.1). L'intégration des impulsions réfléchies par un élément de la cible peut être faite pendant le temps mis par cet élément pour traverser sa case distance. Une résolution fine en distance représente un temps d'intégration court et, en conséquence, une résolution pauvre en azimut. La figure 1.16 montre ce phénomène :

La situation la plus défavorable arrive au moment du passage de l'élément par l'axe d'azimut (axe x). A cet instant on peut écrire que $\Delta y = 2r \sin \Theta/2$ et, si $\Theta \ll 1$, alors $\Delta y \approx r\Theta$. Comme la résolution en azimut est inversement proportionnelle à l'ouverture Θ (cf. éq. 1.7) on arrive à l'expression

$$\Delta x \Delta y = \frac{\lambda r}{2}. \quad (1.11)$$

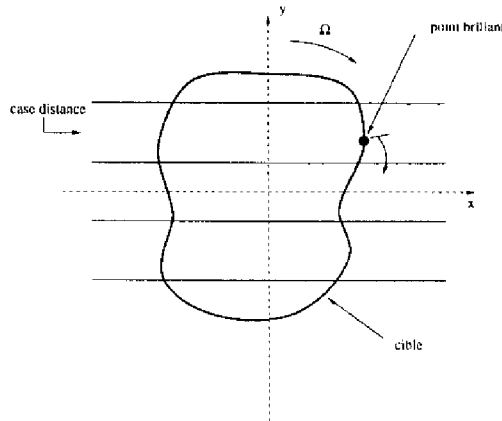


Figure 1.16: Dégradation de l'image par migration de case distance.

Remarque 4 La relation (1.11) dépend de la distance r de l'élément au centre de rotation. Ainsi, la limitation en résolution est définie par la dimension latérale de l'objet. L'élément placé au centre de rotation - $(x, y) = (0, 0)$ - est le seul focalisé.

Le découplage entre les traitements en distance et en azimuth limite la résolution de l'image par la relation précédente. Si le temps d'intégration est plus grand, c'est-à-dire si $\Theta > \Delta y/r$, l'élément dépasse sa "tranche" en distance et a lieu le phénomène de migration de case distance : le signal des éléments d'autres cases distance se mélangent au signal de la case distance qui est traitée et l'image se dégrade.

Distorsion de phase

A ce phénomène de migration s'ajoute une autre limitation due à l'hypothèse d'une petite ouverture angulaire ($\Theta \ll 1$) : un terme quadratique apparaît dans la compensation de phase du signal $V(\theta, x, y)$ reçu, similaire à celui de l'expression du SAR non focalisé (éq. 1.4). Cette erreur limite la résolution dans la direction latérale à ([26]) :

$$\Delta y = \frac{\lambda}{\Theta^2}$$

où Θ est l'angle total de rotation de la cible.

En général cette limitation ne représente pas une difficulté majeure dans les problèmes d'imagerie car les longueurs d'onde utilisées sont assez petites (quelques centimètres) et la rotation de la cible ne dépasse guère 30° . La résolution Δy est, dans ce cas, définie par la largeur de bande du signal envoyé.

1.5.2 La reconstruction par tomographie

Comme il a été montré dans la section précédente, l'imagerie en deux dimensions peut être obtenue par des techniques d'ouverture synthétique inverse (ISAR). L'opération indiquée dans l'équation (1.9) est à la base de cette technique.

Toutefois, la complexité du calcul nécessaire pour focaliser chaque point de la cible impose des simplifications qui ont mené à l'expression (1.10), où le calcul se ramène à une transformée discrète de Fourier, pour laquelle des algorithmes de calcul très efficaces sont connus. Ces simplifications, par contre, peuvent dégrader la qualité de l'image et limiter sa résolution.

La technique de tomographie représente une deuxième méthode pour traiter le problème d'imagerie. Elle utilise une onde continue pour illuminer l'objet et traite les données en coordonnées polaires, ce qui ramène la construction de l'image à une double transformée de Fourier.

Considérons le schéma montré dans la figure 1.17 ci-après. Le système de coordonnées (x, y) est solidaire à la cible et tourne avec elle. Le système (u, v) est fixé au radar. On suppose encore une fois que la distance entre le radar et la cible est assez grande pour que l'hypothèse d'onde plane puisse être appliquée ($R_0 \gg$ dimensions de l'objet).

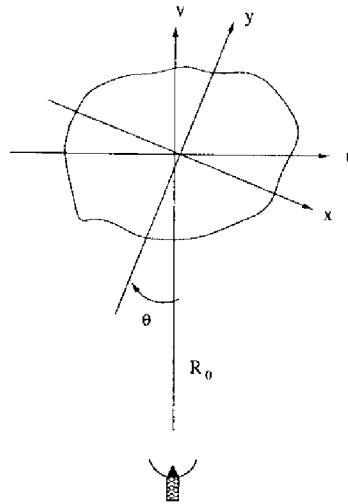


Figure 1.17: Image radar par technique de tomographie.

A un instant donné - qui correspond à une position θ donnée - le signal correspondant à une "tranche" de coordonnée v est égal, à une phase près, à la rétrodiffusion de cette "tranche" ([25]) :

$$E(v, \theta) \propto \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma(\theta, u, v) du.$$

Le signal total $V(\theta)$ reçu à cet instant-là est la somme de $E(v, \theta)$ sur toutes les

“tranches” v , c'est-à-dire

$$\begin{aligned} V(\theta) &= \int_{-\infty}^{+\infty} E(v, \theta) \exp(-j4\pi v/\lambda) dv \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma(\theta, u, v) \exp(-j4\pi v/\lambda) dudv. \end{aligned}$$

Le changement de coordonnées $(u, v) \rightarrow (x, y)$ donne comme résultat final

$$V(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma(x, y) \exp[-j(4\pi/\lambda)(y \cos \theta - x \sin \theta)] dx dy.$$

Si on définit les variables fréquentielles f_x et f_y comme étant

$$\begin{aligned} f_x &= \frac{2}{\lambda} \sin \theta \\ f_y &= -\frac{2}{\lambda} \cos \theta \end{aligned}$$

on peut écrire l'équation du signal reçu $V(\theta)$ comme

$$V(\theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma(x, y) \exp[j2\pi(f_x x + f_y y)] dx dy. \quad (1.12)$$

On reconnaît dans cette expression la transformée de Fourier de la rétrodiffusion $\sigma(x, y)$ de la cible. La transformée inverse donne l'image radar (appelée *image tomographique*, d'après [25]) recherchée.

L'étendue spatiale de la cible étant finie, sa transformée de Fourier occupe l'espace entier de fréquences, ce qui signifie que la reconstruction de $\sigma(x, y)$ par l'expression (1.12) n'est possible que si on dispose des données $V(\theta)$ pour toutes les fréquences f_x et f_y . Or, pour une illumination monochromatique de la cible (onde continue et $\lambda = \text{constante}$) on a

$$f_x^2 + f_y^2 = \frac{4}{\lambda^2}$$

ce qui représente un cercle dans le plan $f_x f_y$, dont le rayon est caractérisé par la longueur d'onde λ . L'image ainsi obtenue sera floue, lissée par la convolution avec une fenêtre qui limite les fréquences spatiales.

On peut montrer que la réponse de ce système d'imagerie (appelée aussi *point-spread fonction*) est donnée par ([25]) :

$$h(x, y) = h(r) = \frac{4\pi}{\lambda} J_0 \left(\frac{4\pi r}{\lambda} \right), \quad r = \sqrt{x^2 + y^2},$$

où J_0 est la fonction de Bessel d'ordre zéro. La figure 1.18 montre ce résultat, qui correspond à la réponse d'une cible ponctuelle placée à $(x, y) = (0, 0)$.

On peut remarquer que la réponse est bien centrée sur la cible mais que les lobes secondaires sont assez élevés. C'est la composition de ces lobes sur une cible multiponctuelle qui génère la dégradation de l'image reconstruite. L'utilisation d'un

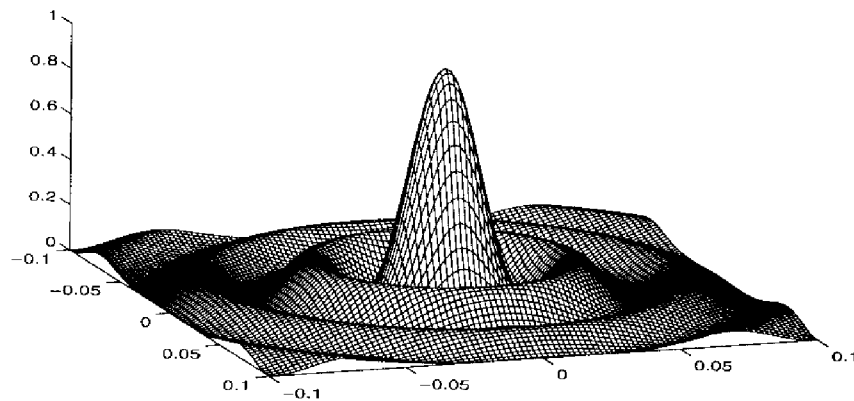


Figure 1.18: Réponse d'une cible ponctuelle ($f=1$ GHz).

Un système à large bande permet de résoudre ce problème. Les réponses correspondantes à des fréquences différentes coïncident pour le lobe principal mais tendent à s'annuler pour les lobes secondaires. La figure 1.19 montre ce comportement pour une superposition de 3 fréquences.

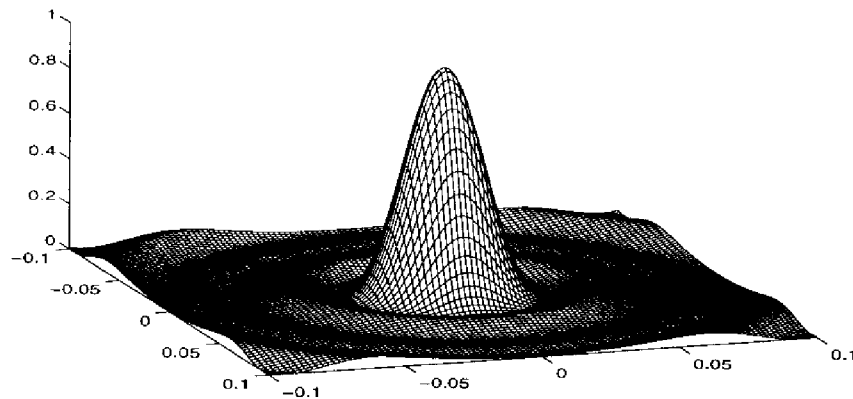


Figure 1.19: Réponse d'une cible ponctuelle (3 fréquences : 1, 2, 5 GHz).

Les techniques proposées ci-dessous se généralisent assez facilement à l'imagerie à trois dimensions. Il suffit, en principe, d'utiliser un réseau d'antennes bidimensionnel, ce qui ajoute une deuxième dimension angulaire et permet l'imagerie 3D ([16]). D'autres techniques sont disponibles, basées sur la reconstruction tomographique ([22]) ou sur le radar monopulse ([40]).

1.6 L'imagerie radar des cibles en mouvement

L'essentiel dans toutes les techniques d'ouverture synthétique est le mouvement relatif de la cible par rapport au radar. Il s'agit d'un mouvement de rotation, soit imposé directement sur la cible - cas des essais au banc - soit généré par le

mouvement. Il est évident que les techniques SAR ou ISAR ne peuvent pas être employées pour une cible qui se déplace vers le radar selon la direction radiale puisque dans ce cas il n'y a pas de rotation relative.

Si le mouvement de la cible est parfaitement connu le problème d'imagerie se ramène, après compensation du mouvement, à un des cas déjà présentés. Si ce n'est pas le cas, il faut l'estimer à partir des données reçues.

L'estimation du mouvement d'une cible manœuvrante fait objet d'intenses recherches dans le domaine du radar. Le problème est traité de différentes manières selon les hypothèses que l'on fait sur la nature de la cible à localiser. En général, pour l'estimation des paramètres cinématiques, on considère la cible comme ponctuelle. Dans quelques cas, où le phénomène de *glint* est important, des techniques - telles que l'agilité en fréquence ([35]) où la modification *ad hoc* du bruit de mesure ([42]) - sont mises en place pour essayer d'en tenir compte, tout en gardant un algorithme de recherche ponctuel.

Quant il s'agit d'estimer le mouvement de la cible pour des besoins d'imagerie, le modèle adopté est toujours celui d'une cible distribuée. On considère qu'une analyse en distance a été faite et que l'on dispose des données correspondantes à un ensemble de cases distance censées représenter la cible. L'algorithme d'imagerie doit traiter ces données de façon à :

- aligner les cases distances d'une impulsion à l'autre (*range bin alignement*) ;
- estimer la trajectoire d'un point de référence sur la cible. Ce point, après compensation du mouvement, sera le centre de rotation de la cible ;
- compenser le mouvement et former l'image de la cible par une des techniques présentées précédemment.

Les algorithmes classiques traitent chacune de ces étapes séparément, sans utiliser les informations d'une étape pour améliorer l'estimation de la précédente. L'algorithme particulier, développé dans le chapitre 3, permet de résoudre le problème globalement, toutes les étapes étant traitées conjointement.

1.6.1 L'alignement des cases distances

Les techniques d'imagerie décrites dans les sections précédentes supposent que la distance entre la cible et le radar est constante ou qu'elle ne varie pas beaucoup de telle sorte que le phénomène de migration de case distance (section 1.5.1) ne se produise pas. Ainsi, les cases distances se correspondent d'une impulsion à la suivante et la sommation cohérente des signaux peut être faite.

Or, pour une cible dotée de mouvement, la distance radiale peut varier entre les impulsions émises par le radar et ce mouvement doit être compensé par le calcul. Il s'agit d'aligner les enveloppes successives, comme indiqué dans la figure 1.20.

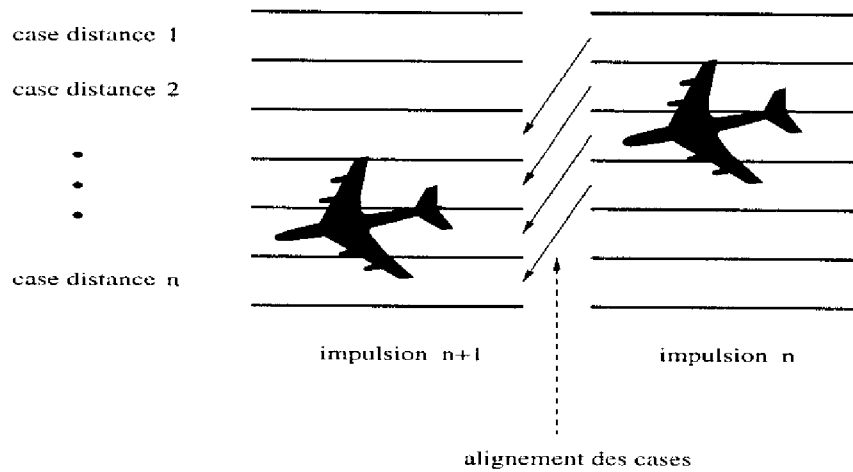


Figure 1.20: Alignement des cases distances.

Pour ce faire plusieurs techniques sont disponibles :

Méthode du point brillant

Cette méthode consiste à repérer dans le signal de retour le premier écho fort, correspondant à la case distance d'un point brillant de la cible. Le même point sert de référence dans les impulsions successives. Le phénomène de scintillation rends cette méthode peu fiable.

Méthode de corrélation de l'enveloppe

Les amplitudes des enveloppes complexes de deux impulsions successives, c'est-à-dire deux ensembles de cases distances - sont corrélées et le maximum de corrélation donne le déplacement de l'enveloppe entre les deux instants (cf. [7]). Un raffinement de cette technique est proposé en [13] où la corrélation se fait avec une enveloppe de référence qui se construit au fur et à mesure à partir des données passées.

Méthode des différences de phase

On peut montrer [7] que la transformée de Fourier (par rapport à la distance radiale) de la différence de phase entre deux impulsions successives présente une raie sur la valeur Δr (déplacement radial de la cible). Chaque enveloppe peut alors être alignée à partir de la première impulsion, prise comme référence.

1.6.2 L'estimation de la trajectoire

Après ce premier traitement il faut estimer le mouvement de la cible, c'est-à-dire la position (distance et angle) d'un point donné sur la cible à chaque impulsion

émise. L'estimation en distance sert à enlever les variations résiduelles laissées par l'alignement des enveloppes. Après cela, les données compensées correspondent à celles d'une cible qui se déplace sur un cercle, à distance constante du radar. L'estimation en angle va donner la position de la cible sur le cercle pour chaque impulsion émise ou, ce qui est équivalent, sa vitesse angulaire.

Le point repéré sur la cible peut être un point brillant ou un point de référence généré par le calcul. Plusieurs méthodes d'estimation de distance sont proposés dans la littérature. Les plus utilisées sont l'algorithme du point brillant dominant (DSA - *Dominant Scatterer Algorithm*, [37], [38]) et l'algorithme de poursuite du centre de rotation de la cible (*track-the-target-centroid*, [31], [34]).

Le point brillant dominant

Cette technique a été originalement développée par B. Steinberg pour l'imagerie avec un large réseau d'antennes [38], où la distorsion géométrique du réseau était très importante et devait être corrigée.

L'idée de base est d'imager la cible avec une grande antenne - qui donne un faisceau étroit et une bonne résolution angulaire - et un balayage électronique, qui permet la formation de l'image sur une seule impulsion (voir section 1.4.1). En général, un réseau assez grand pour donner la résolution angulaire souhaitée présente des distorsions géométriques et électriques qui détruisent la cohérence de phase entre ses éléments. Steinberg propose une méthode qui utilise le signal reçu pour corriger ces erreurs et permettre la formation de l'image. L'ensemble de ces techniques, c'est-à-dire correction des erreurs plus formation d'image, compose ce que Steinberg qualifie de *Radio Camera*.

Pour l'étape de correction, il est supposé qu'il existe un point sur la cible qui sert comme référence pour la distance. Ce point doit présenter un écho fort et stable tout au long du mouvement et doit de plus être le seul dans sa case distance (sinon des problèmes de *glint* peuvent se présenter). Dans ces conditions, ce point dominant se comporte comme une source ponctuelle, qui ce donne une amplitude constante du signal reçu et une phase qui varie linéairement le long de l'antenne.

Dans les problèmes d'ouverture synthétique inverse, l'ensemble des positions occupées par la cible joue le rôle d'une antenne réseau, une impulsion étant le signal reçu par un des éléments de cette antenne. La figure 1.21 montre une situation typique pour une rafale d'impulsions, après l'alignement des cases distance.

La case distance correspondant au point dominant est celle pour laquelle l'amplitude du signal est à peu près constante. Elle peut être trouvée à partir du calcul de la variance normalisée de l'amplitude sur chaque case distance. Le point dominant se trouve sur la case où la variance est minimale. Pour cela cet algorithme est parfois appelé algorithme du minimum de variance (MVA - *Minimum Variance Algorithm*).

Si alors on appelle E_{mn} le signal correspondant à la m -ième case distance et à la

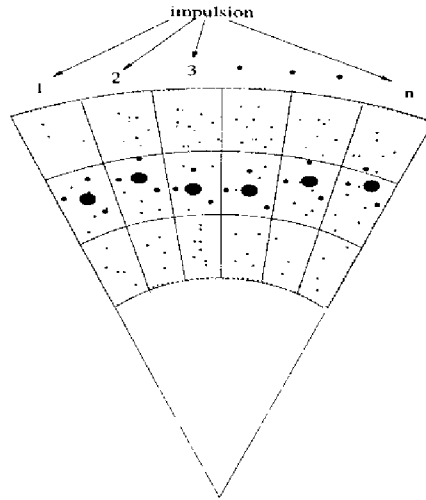


Figure 1.21: Estimation de trajectoire par la méthode du point dominant.

n -ème impulsion, on peut l'écrire en amplitude et phase :

$$E_{mn} = A_{mn} e^{j\phi_{mn}}$$

et le signal E_{0n} de la case distance de référence :

$$E_{0n} = A_{0n} e^{j\phi_{0n}} \approx A_0 e^{j\phi_{0n}}.$$

Maintenant si on recale la phase des signaux E_{0n} par rapport à celle de la première impulsion ($n = 1$), on a

$$\bar{E}_{0n} = E_{0n} e^{j(\phi_{01} - \phi_{0n})} = A_{0n} e^{j\phi_{01}}$$

et le point dominant (de référence) devient un point fixe par rapport au radar. Appliquant ce recalage à toutes les cases distance,

$$\bar{E}_{mn} = E_{mn} e^{j(\phi_{01} - \phi_{0n})} = A_{mn} e^{j(\phi_{01} + \phi_{mn} - \phi_{0n})},$$

on obtient une configuration d'ouverture synthétique focalisée. Vue du radar, la cible tourne maintenant autour d'un point fixe (le point dominant), ce qui permet de l'imager.

La poursuite du centre de rotation

Du point de vue des signaux reçus par le radar, le mouvement de la cible est équivalent à la composition d'un mouvement radial et d'un mouvement de rotation autour d'un point. Le premier donne lieu à une fréquence Doppler commune à tous les points de la cible ; le deuxième caractérise le Doppler différentiel qui permet la formation de l'image. Le centre de rotation est le point de la cible pour lequel le Doppler différentiel est nul.

Pour repérer ce point, l'algorithme calcule la différence de phase "moyenne" entre deux instants (impulsions) successifs. La moyenne calculée sert à annuler le Doppler différentiel, laissant seulement la variation de phase commune à toutes les cases distances. Si $f_t(r)$ et $f_{t+1}(r)$ représentent les signaux reçus aux instants t et $t + 1$ alors cette différence de phase $\Delta\Phi_t$ est donnée par [34] :

$$\Delta\Phi_t = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} f_t(r) f_{t+1}^*(r + \Delta r) dr}{\| \int_{-\infty}^{+\infty} f_t(r) f_{t+1}^*(r + \Delta r) dr \|},$$

où l'étoile (*) représente le complexe conjugué du signal.

Remarque 5 On voit que les cases distances des deux signaux ont été alignées, comme le montre le terme de correction Δr dans le signal f_{t+1} .

Le déphasage obtenu est retranché de toutes les cases distance du signal à l'instant $t + 1$. Ainsi la variation de phase entre deux signaux due au mouvement radiale est compensée.

L'estimation angulaire

Il ne manque maintenant que l'estimation du mouvement angulaire. Cela se fait à partir de la phase du point de référence mesurée par deux antennes, comme dans un monopulse de phase. Les principes de cette méthode sont illustrés dans la figure 1.22, où on considère que l'émission se fait par la première antenne.

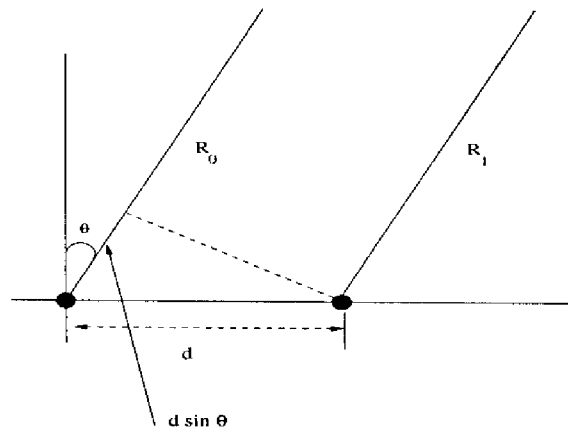


Figure 1.22: Géométrie pour l'estimation angulaire.

On peut voir que l'enveloppe du signal reçu est donnée, après démodulation, par :

$$Y_n = \sigma \exp \left[-j\omega_0 \left(\frac{R_0 + R_n}{c} \right) \right], \quad n = 0, 1 \quad (1.13)$$

où σ est le coefficient de rétrodiffusion du point de référence, ω_0 est la pulsation de la porteuse et c est la vitesse de la lumière.

De l'autre côté, la distance R_1 peut s'écrire en fonction de R_0 :

$$\begin{aligned} R_1 &= \sqrt{R_0^2 + d^2 - 2dR_0 \sin \theta} \\ &= R_0 \sqrt{1 - \frac{2d}{R_0} \sin \theta + \left(\frac{d}{R_0}\right)^2} \\ &\approx R_0 - d \sin \theta \end{aligned} \tag{1.14}$$

Si on introduit maintenant (1.14) dans (1.13) et on calcule la différence de phase entre les deux signaux Y_0 et Y_1 on obtient :

$$\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_0 = \frac{\omega_0}{c}(R_0 - R_1) \approx \frac{2\pi}{\lambda}d \sin \theta,$$

avec λ la longueur d'onde de la porteuse. On voit bien que cette différence de phase renseigne sur la position angulaire θ de la cible.

Si on considère que la durée d'observation du signal est relativement courte, on peut négliger l'accélération angulaire et approcher l'expression de θ par :

$$\theta = \theta(t) \approx \theta_0 + \dot{\theta}t.$$

C'est alors la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ qu'il faut estimer pour pouvoir imager la cible. Une erreur sur cette vitesse représente une distorsion d'échelle dans la direction transversale de l'image formée. Des méthodes d'analyse spectrale ou de moindres carrés peuvent être utilisés pour le calcul de $\dot{\theta}$ (cf. [13]).

Remarque 6 Dans le réseau d'antennes utilisé par Steinberg on n'a pas besoin de cette dernière étape d'estimation angulaire. En effet, la position nominale des éléments de l'antenne réseau fournit cette estimation, une fois que les phases relatives ont été corrigées (voir [36] pour plus de détails).

1.6.3 Analyse critique

Ces techniques ont toutes un caractère local car sont basées sur les variations entre deux impulsions successives et ne tiennent pas compte du mouvement global de la cible. De plus, elles ont besoin d'un rapport signal sur bruit assez élevé pour donner de résultats exploitables. Finalement, comme il a déjà été remarqué, l'estimation du mouvement est découpée en plusieurs étapes cloisonnées, sans rétroaction des résultats d'une étape sur les précédentes.

Dans le chapitre 3 on propose une technique très générale de filtrage non-linéaire de processus stochastiques - le Filtrage Particulaire - qui peut être appliquée au problème d'estimation du mouvement d'une cible manœuvrante. On modélise le

mouvement inconnu de la cible par un processus stochastique et les informations radar, entachées de bruit, par un autre processus, celui-ci non-linéaire. Le filtre particulière estime conjointement et de façon optimale le mouvement et l'image de la cible.

Modélisation du problème

2.1 Introduction

On développe dans ce chapitre la modélisation des deux composants d'un problème d'imagerie radar, à savoir le radar lui-même et la cible à imager.

La cible est analysée d'un point de vue électromagnétique - pour représenter ses caractéristiques de rétrodiffusion - et d'un point de vue cinématique, pour décrire son mouvement. Plusieurs modèles sont discutés aussi bien pour des cibles agrégées que pour des cibles étendues. Le mouvement d'une cible est représenté en toute rigueur par les équations de la dynamique du vol. A des fins de simulations, on pourra se contenter de modèles très simplifiés mais représentatifs des non-linéarités propres au mouvement d'une cible manœuvrante.

Un radar cohérent est utilisé pour l'imagerie et le signal renvoyé est décrit pour une configuration de cible étendue et d'une antenne réseau.

2.2 La cible

Nous utilisons ici le modèle des points brillants (*scattering centers* ou *glittering points*) souvent employé pour la modélisation de cibles. Il consiste à représenter la cible par un ensemble de réflecteurs élémentaires indépendants entre eux, qui sont caractérisés par un paramètre (le coefficient de rétrodiffusion). Ce modèle est obtenu à partir de la solution intégrale des équations de Maxwell simplifiées par diverses hypothèses (cf. [15, 5]). Il présente de nombreux avantages [6] :

- simplicité de représentation ;
- facilité de sommation des contributions ;
- support physique intéressant, constitué par l'analogie optique avec les points de réflexion spéculaire de la surface, considérée comme un miroir.

Parmi ses limitations se trouve la difficulté de modélisation des réflexions multiples et des discontinuités de surface sur la cible.

D'autres modèles de cible peuvent être trouvés dans la littérature, adaptés à des situations spécifiques où le modèle de points brillants donne de moins bons résultats. C'est le cas du modèle à ellipsoïdes pour les problèmes de champ proche ou le modèle filaire pour des cibles observées en zone de Rayleigh (cf. [6]), ou encore le modèle aléatoire (cf. [24]) où le coefficient de rétrodiffusion est modélisé comme un processus aléatoire gaussien complexe, de moyenne nulle. On notera que ce dernier est une généralisation adaptée au traitement par filtrage particulière.

Dans cette étude nous utilisons le modèle de points brillants en considérant :

1. que ces points sont isotropes à court terme, c'est-à-dire que leurs coefficients de rétrodiffusion restent constants pour des faibles changements d'orientation ;
2. que le radar opère à bande étroite et ainsi qu'il n'y a pas de variation avec la fréquence.

Pour des modèles de cible à points brillants "colorés" et directifs une approche par des ondelettes à été proposé en [1]. Pour l'imagerie à très large bande, plusieurs techniques sont discutées dans [15].

2.2.1 Le modèle à un point

Le modèle le plus simple que l'on puisse concevoir est le modèle ponctuel. Dans ce cas, la réponse de la cible aux signaux envoyés par le radar est réduite à un nombre qui représente l'effet moyen de la cible sur l'impulsion radar. Ce paramètre, le coefficient de rétrodiffusion σ , indique la façon dont ont changé l'amplitude et la phase du signal envoyé. La valeur $\|\sigma\|^2$ est appelée *Surface Equivalente Radar* (SER) de la cible. Plus précisément, la SER est une mesure de la puissance réfléchiée par la cible dans une direction donnée quand elle est illuminée par une onde plane incidente sur une direction donnée. Par définition [20] :

$$SER = \lim_{r \rightarrow +\infty} 4\pi r^2 \frac{|\mathbf{E}^{ref}|^2}{|\mathbf{E}^{inc}|^2}$$

Cette définition tient compte des radars monostatique (incidence et rétrodiffusion dans la même direction) et bistatique (incidence et rétrodiffusion dans des directions différentes). On suppose ici que la polarisation du récepteur est adaptée à celle du signal reçu.

Remarque 7 La description complète de la rétrodiffusion d'une cible est obtenue par sa matrice de rétrodiffusion S qui relie la polarisation de l'onde rétrodiffusée à celle de l'onde incidente. L'onde rétrodiffusée est exprimée en fonction de l'onde incidente dans la base de polarisation (\mathbf{X}, \mathbf{Y}) par [30] :

$$\mathbf{E}^{ref} = \begin{bmatrix} S_{XX} & S_{YX} \\ S_{XY} & S_{YY} \end{bmatrix} \mathbf{E}^{inc}$$

avec le terme général complexe S_{ij} où i représente l'état de polarisation du signal à l'émission et j celui à la réception. Cette matrice peut s'exprimer en fonction d'une quelconque paire de vecteurs de polarisation orthogonaux. Les polarisations verticale et horizontale - $(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = (\mathbf{V}, \mathbf{H})$ - sont souvent employées dans les mesures de SAR polarimétrique.

Ce genre de représentation est très utilisé pour la détection de cibles par un radar de veille (cf. [9, 24, 39]). En général la SER d'une cible est modélisée comme un paramètre inconnu ou comme une variable aléatoire dont le radar ne voit qu'une réalisation. Il s'agit alors d'une cible *non fluctuante*.

Pour des cibles qui présentent une fluctuation de la SER, les modèles proposés par Swerling [35] sont souvent employés. Dans ces modèles la SER est représentée par un processus aléatoire de dynamique lente (au rythme des tours d'antenne) ou rapide (au rythme des impulsions envoyés) où les variables sont indépendantes et de même densité de probabilité :

Cas 1 Dans ce cas les échos reçus par le radar sont considérés d'amplitude constante pendant le temps d'illumination de la cible mais indépendants d'un tour à l'autre de l'antenne (fluctuation lente). La densité de probabilité marginale est exponentielle :

$$p(x) = \frac{1}{\bar{x}} \exp\left(-\frac{x}{\bar{x}}\right), \quad x \geq 0$$

où \bar{x} est la SER moyenne de la cible.

Cas 2 Ici on retrouve la même densité de probabilité que dans le cas précédent mais des fluctuations plus rapides. Les échos successifs sont pris comme indépendants.

Cas 3 Ce cas considère une fluctuation lente de la cible, comme dans le cas 1, mais avec une loi de probabilité Rayleigh,

$$p(x) = \frac{4x}{\bar{x}^2} \exp\left(-\frac{2x}{\bar{x}}\right), \quad x \geq 0.$$

Cas 4 Finalement, on a une cible à fluctuation rapide avec une densité de probabilité de Rayleigh.

Cette représentation relève du modèle aléatoire déjà mentionné. En fait, il s'agit d'une simplification de ce modèle dans la mesure où la variation ne porte que sur la SER, c'est-à-dire la phase du coefficient de rétrodiffusion n'intervient pas.

2.2.2 Le modèle multipoints

Ce modèle est une extension immédiate du précédent. On utilise plusieurs points brillants indépendants pour représenter la cible. Ce modèle est encore assez simple à manipuler et permet d'expliquer plusieurs phénomènes observés dans l'analyse des échos radar.

Par exemple, la variation de SER avec l'attitude de la cible s'explique par des variations de distance - donc de phase - des points brillants. La combinaison des échos élémentaires avec leur variation de phase donne la fluctuation observée. Ce genre de modèle permet une explication simplifiée du phénomène de *glint*, dont on parlera plus loin.

Ainsi, pour de faibles longueurs d'onde par rapport aux dimensions de la cible [5], une cible de forme complexe peut être considérée du point de vue de la SER comme un ensemble de points brillants fixes. Il s'agit de caractériser des surfaces réfléchissantes limitées de la cible (le nez de l'avion, les ailes, les réacteurs, etc.) et d'associer aux plus brillantes d'entre elles un point dominant. Cette représentation est valable pour un angle d'observation, une fréquence et une polarisation donnés.

Différents modèles de cibles seront ici utilisés. En premier lieu, la cible sera ponctuelle. Il s'agit là plutôt d'un problème de référence pour l'application de la méthode particulière, qui permet de régler les paramètres du filtre. Plusieurs travaux ont été déjà publiés sur ce sujet (cf. [32, 11, 28, 27]).

Pour l'étude du phénomène de *glint* et de l'imagerie radar une cible multiponctuelle sera utilisée. Cette représentation se justifie parce que l'on va considérer un radar à bande étroite et une faible variation d'attitude de la cible.

2.2.3 La reconstruction de l'image

Une cible réelle renvoie un écho très complexe, composition de toutes les réflexions et diffractions de l'onde envoyée sur l'ensemble de la cible. L'image formée, pour des raisons calculatoires, doit se réduire à un ensemble limité de paramètres, censés représenter au mieux cette cible.

Ces paramètres peuvent être les coefficients de la projection de l'image dans un espace fonctionnel (Fourier, etc.) ou bien les intensités d'une approxima-

tion par mesures ponctuelles (Dirac). On discute par la suite ces deux types d'approximation.

La représentation par transformée de Fourier

Si l'on considère la cible suffisamment distante du radar pour que l'approximation d'onde plane puisse être employée, le signal reçu par le radar s'écrit, après démodulation de la porteuse, sous la forme suivante :

$$Y(t) = \iint h\left(t - \frac{2R(x,y)}{c}\right) \sigma(x,y) \exp\left[-j\frac{4\pi}{\lambda}R(x,y)\right] dx dy \quad (2.1)$$

où

- $h(t)$ - forme de l'impulsion en sortie du filtre adapté ;
- $\sigma(x, y)$ - fonction de rétrodiffusion de la cible ;
- (R_0, θ) - coordonnées du barycentre de la cible ;
- (x, y) - coordonnées dans le repère lié à la cible ;
- $R(x, y)$ - $R_0 + y \cos \theta - x \sin \theta$.

Cette expression permet de retrouver les approximations, déjà introduites dans la section 1.5, pour la formation d'une image radar en 2D. Par exemple, si l'émission est continue et monochromatique, on a $h(t) = 1$ et le changement de variables

$$\begin{aligned} f_x &= \frac{2}{\lambda} \sin \theta \\ f_y &= -\frac{2}{\lambda} \cos \theta \end{aligned}$$

présente les données $Y(t)$ comme une double transformée de Fourier de la fonction de rétrodiffusion σ de la cible : c'est la méthode de reconstruction tomographique présentée dans la section 1.5.2.

Aussi, la décomposition dans l'espace distance-azimut, discutée dans la section 1.5.1, peut être obtenue de l'équation 2.1. Pour ce faire, on considère une succession d'impulsions de durée τ et un échantillonnage du signal $Y(t)$ à une fréquence $1/\tau$. A chaque échantillon correspond une case distance de largeur $c\tau/2$. Avec les approximations

$$\begin{aligned} R_0 &\gg x, y \\ \theta &\ll 1 \Rightarrow \sin \theta \approx \theta, \cos \theta \approx 1, \end{aligned}$$

on obtient une représentation des données $Y(t)$ comme la transformée de Fourier de la rétrodiffusion σ de la cible pour chaque case distance. ¹

¹On néglige, dans ce cas, le terme $x\theta$ présent dans $h(\cdot)$, qui engendre le phénomène de migration de case distance discuté dans la section 1.5.1.

La représentation par mesure de Dirac

Une autre approximation possible consiste à projeter la fonction de rétrodiffusion dans un espace de mesures de Dirac. Dans ce cas le support de l'image radar est défini à l'avance par une grille d'observation et on cherche alors l'intensité de l'image en chaque point de cette grille. Les points de la grille représentent les portions les plus brillantes de la cible. La figure 2.1 montre cette représentation.

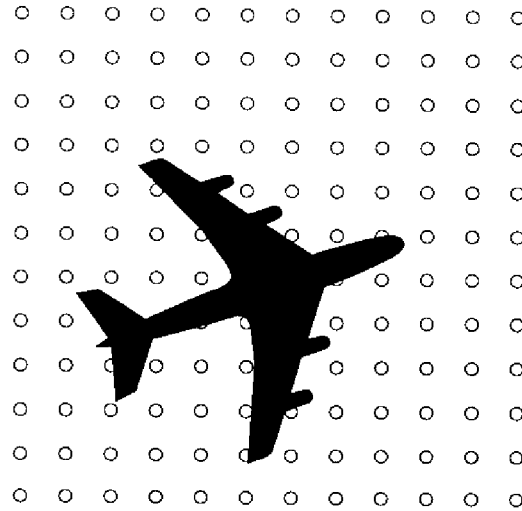


Figure 2.1: La grille d'observation.

La grille superposée à la cible est le support de l'image radar que l'on va construire. Chaque point de la grille devra représenter au mieux l'ensemble de points brillants qui l'entoure. Cette approximation correspond mieux au modèle de cible que l'on utilise (modèle des points brillants) et a été déjà employée par d'autres auteurs [44].

2.3 Le radar

Dans cette étude on va considérer que les signaux sont délivrés par un radar cohérent, c'est-à-dire un radar où une référence de phase est conservée entre l'émission et la réception du signal. De cette façon, la démodulation correspond tout simplement à la soustraction de la phase porteuse $\omega_0 t$ de l'écho reçu. Ainsi, on se placera à la sortie du filtre adapté après l'échantillonnage du signal. L'effet du CAG (Contrôle Automatique de Gain) sur le signal sera ici ignoré : on supposera que la variation d'amplitude du signal plus le bruit en fonction du mouvement de la cible n'entraîne pas de changement significatif de gain des circuits d'amplification.

La figure 2.2 montre un schéma bloc simplifié du radar.

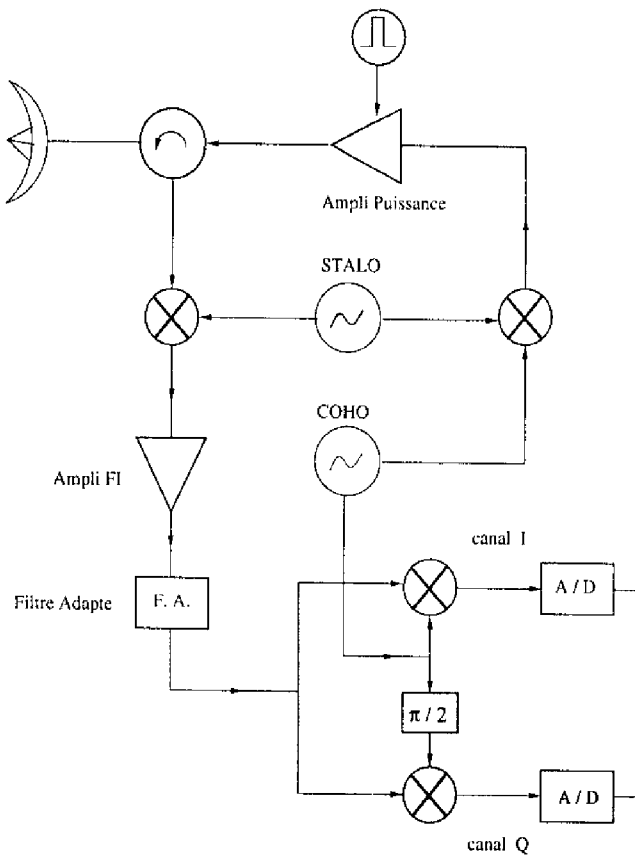


Figure 2.2: Schéma bloc du radar.

Les caractéristiques typiques d'un radar d'imagerie sont montrées dans le tableau 2.1 ci-dessous. Elles correspondent au système utilisé par Steinberg [37] qui a été repris par d'autres auteurs [13, 34].

Caractéristique	Spécification
Fréquence d'opération	9.60 GHz
Puissance de l'émetteur	1 Kw crête
Taux de récurrence des impulsions	400 Hz
Largeur d'impulsion	7 ns
Fréquence d'échantillonnage	200 MHz

Tableau 2.1: Caractéristiques d'un radar d'imagerie

2.3.1 Le réseau d'antennes

Considérons un ensemble de N sources représentées par leur centre de phase $S_0 \dots S_{N-1}$ (figure 2.3).

Soit $f_n(\mathbf{u})$ le diagramme de rayonnement de la source n en présence des autres.

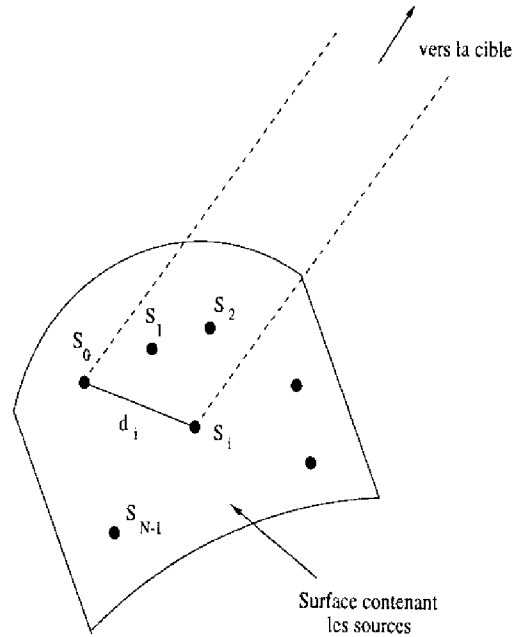


Figure 2.3: Signal dans un réseau d'antennes.

On définit la loi d'illumination du réseau comme étant l'ensemble des coefficients complexes d'alimentation des sources : $a_0 \dots a_{N-1}$.

Si S_0 est prise pour origine, le diagramme du réseau (champ rayonné à l'infini) s'écrit :

$$F(\mathbf{u}) = \sum_{n=0}^{N-1} a_n f_n(\mathbf{u}) \exp\left(j \frac{2\pi}{\lambda} \overrightarrow{S_0 S_n} \cdot \mathbf{u}\right)$$

Si chaque source, en présence des autres, admet le même diagramme :

$$f_n(\mathbf{u}) = f(\mathbf{u}), \quad \forall n,$$

alors le diagramme du réseau devient le produit de deux fonctions caractéristiques de rayonnement :

$$F(\mathbf{u}) = f(\mathbf{u}) \sum_{n=0}^{N-1} a_n \exp\left(j \frac{2\pi}{\lambda} \overrightarrow{S_0 S_n} \cdot \mathbf{u}\right)$$

$$F(\mathbf{u}) = f(\mathbf{u}) R(\mathbf{u})$$

Le terme $R(\mathbf{u})$ est appelé *facteur de réseau* et ne dépend que de la géométrie du réseau et de sa loi d'alimentation.

Le réseau linéaire uniforme

Nous n'allons considérer dans cette étude que le cas d'un réseau linéaire uniforme, avec des diagrammes élémentaires omnidirectionnels ($f(\mathbf{u}) = cte$), le diagramme

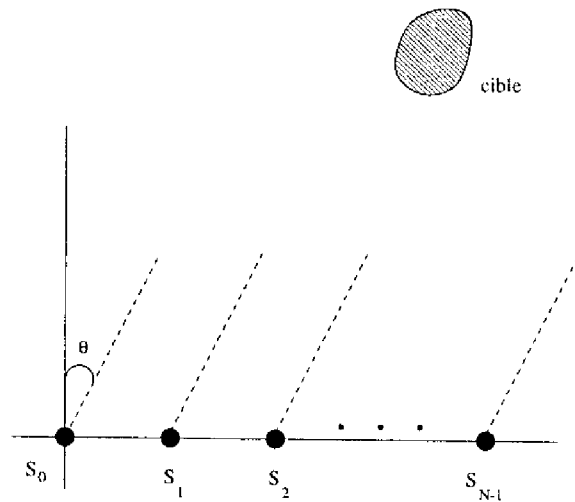


Figure 2.4: Réseau linéaire uniforme pour l'imagerie.

total de réception étant donné exclusivement par le facteur de réseau $R(u)$. La figure 2.4 indique cette configuration.

Remarque 8 Dans le cas du réseau linéaire uniforme on ne considère que le déplacement angulaire par rapport au zénith et on peut noter le facteur de réseau comme $R(\theta)$.

Ce facteur de réseau devient :

$$R(\theta) = \sum_{n=0}^{N-1} a_n \exp \left(j \frac{2\pi d}{\lambda} n \sin \theta \right), \quad (2.2)$$

où d est la distance entre deux éléments consécutifs du réseau.

La différence entre la configuration de la figure 2.4 et celle étudiée dans la section 1.4.1 repose sur le traitement du signal après réception : pour l'imagerie, la sortie de chaque élément du réseau est numérisée, mise en mémoire et traitée plusieurs fois, jusqu'à la formation de l'image finale ; pour la localisation dans un réseau classique la formation de voie se fait directement par déphasage et somme des signaux reçus, comme indiqué dans la figure 1.7, présentée dans la section 1.4.1.

Il est à noter que le schéma bloc de la figure 2.2 correspond à celui d'un radar monostatique. Dans le cas du réseau d'antennes utilisé, le fonctionnement des éléments du réseau sera considéré bistatique, et opérant en réception seulement. Par souci de simplicité, l'antenne émettrice sera placée au même endroit que la première antenne de réception. On considère alors un système de $N + 1$ antennes où la première émet le signal radar et toutes les autres le reçoivent.

L'opération multistatique propre à un réseau, où toutes les antennes émettent et reçoivent au même temps, peut être simulée par la configuration bistatique proposée. Il suffit de doter l'antenne émettrice d'un diagramme équivalent à celui du réseau.

2.3.2 Le signal radar

On utilise dans cette étude la notation complexe pour représenter les signaux à traiter (cf. [39]). Ainsi, les sorties des canaux I et Q (phase et quadrature) seront simplement les parties réelle et imaginaire du signal démodulé, le coefficient de rétrodiffusion σ sera un nombre complexe et la porteuse sera donnée par $\exp(j\omega_0 t)$.

On suppose qu'à l'émission un signal d'enveloppe rectangulaire est envoyé sur la cible.

$$s(t) = h(t) \exp(j\omega_0 t), \quad h(t) = \begin{cases} A & \text{si } 0 \leq t \leq \delta \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (2.3)$$

Ici $f_0 = \omega_0/2\pi$ est la fréquence porteuse, A est l'amplitude du signal et δ sa durée.

La cible ponctuelle

Le signal renvoyé par une cible ponctuelle peut s'écrire :

$$Y(t) = \frac{K_0}{R^2} G(\theta) \sigma s(t - \tau). \quad (2.4)$$

Le terme K_0/R^2 correspond à l'atténuation d'espace libre ; $G(\theta)$ est le gain de l'antenne dans la direction θ visée ; σ est le coefficient de rétrodiffusion qui introduit une atténuation et un changement de phase au signal ; τ est le retard, temps d'aller-retour de l'onde électromagnétique.

Pour les vitesses usuelles (i.e. non-relativistes) des cibles aériennes, le retard τ est donné par [24] :

$$\tau = \frac{2R(t)}{c},$$

où $R(t)$ est la distance de la cible au radar à l'instant d'émission et c est la vitesse de la lumière.

Si on introduit cette expression et l'équation (2.3) dans l'équation (2.4), et si on considère l'antenne omnidirectionnelle ($G(\theta) = G_0$) on obtient :

$$Y(t) = \frac{K}{R_t^2} \sigma h\left(t - \frac{2R_t}{c}\right) \exp\left[j\omega_0\left(t - \frac{2R_t}{c}\right)\right], \quad K = K_0 G_0,$$

qui, après démodulation, se réduit à :

$$Y(t) = \frac{K}{R_t^2} \sigma h\left(t - \frac{2R_t}{c}\right) \exp\left(-j2\pi \frac{2R_t}{\lambda}\right), \quad (2.5)$$

avec $\lambda = c/f_0$ la longueur d'onde du signal.

Si le déplacement radial de la cible est uniforme, c'est-à-dire si $R(t) = R_0 - vt$ avec v constant, on reconnaît dans l'expression (2.5) le terme $2v/\lambda$ qui représente la fréquence Doppler associée au mouvement radial de la cible.

La même équation (2.5) relie le signal renvoyé par la cible et celui émis par le radar dans le cas des mesures polarimétriques. Il suffit de remplacer le coefficient σ par la matrice de rétrodiffusion S , comme indiqué dans la remarque 7. Evidemment, dans ce cas, les signaux $Y(t)$ et $s(t)$ deviennent des vecteurs correspondant à chaque état de polarisation.

La cible étendue

Considérons maintenant une cible étendue modélisée par un ensemble de points brillants qui sont représentés par leurs coefficients de rétrodiffusion, σ_i (cf. section 2.2). Si l'antenne émet une impulsion comme celle donnée par l'équation (2.3), alors le signal reçu peut s'écrire comme

$$Y(t) = \sum_i \frac{K_i}{R_i^2} G(\theta_i) h(t - \tau_i) \sigma_i \exp[j\omega_0(t - \tau_i)]$$

où $\tau_i = 2R_i/c$ représente le retard imposé au signal $s(t)$ par un point i de la cible placé à une distance R_i du radar. Cette expression n'est que la généralisation à plusieurs points de l'équation 2.4 de la cible ponctuelle.

Après démodulation on obtient

$$\begin{aligned} Y(t) &= \sum_i \frac{K_i'}{R_i^2} h\left(t - \frac{2R_i}{c}\right) \sigma_i \exp\left(-j\omega_0 \frac{2R_i}{c}\right) \\ &= \sum_i \frac{K_i'}{R_i^2} h\left(t - \frac{2R_i}{c}\right) \sigma(R_i, \theta_i) \exp\left(-j \frac{4\pi}{\lambda} R_i\right), \end{aligned} \quad (2.6)$$

avec, comme auparavant, $K_i' = K_i G(\theta_i)$.

L'équation 2.6 est très générale. Elle s'applique à toute cible étendue, même déformable. Pour décrire la cible comme un corps rigide on se place dans un repère lié à cible. Dans ce nouveau repère, les coefficients σ_i ne changent pas au cours du temps (au moins pour le modèle de cible considéré), traduisant qu'il n'y a pas de mouvement relatif entre les points brillants qui constituent la cible.

Dans le nouveau repère - voir figure 2.5 ci-dessous - on peut écrire les équations pour un point quelconque $i = (x, y)$ sur la cible, par rapport au point de référence à distance R_0 comme étant

$$R_i = R(x, y) = R_0 + x \sin(\theta + \varphi) + y \cos(\theta + \varphi)$$

sous l'hypothèse où les dimensions de la cible sont petites par rapport à la distance R_0 . Cela équivaut à l'approximation d'onde plane, valable dans la région du champ lointain de l'antenne.

Ainsi, nous pouvons réécrire l'équation 2.6 dans ce nouveau repère comme étant

$$\begin{aligned} Y(t) &= \sum_{x,y} \frac{K'(x,y)}{R^2(x,y)} h\left(t - \frac{2[R_0 + x \sin(\theta + \varphi) + y \cos(\theta + \varphi)]}{c}\right) \\ &\quad \sigma(x, y) \exp\left\{-j \frac{4\pi}{\lambda} [R_0 + x \sin(\theta + \varphi) + y \cos(\theta + \varphi)]\right\} \end{aligned} \quad (2.7)$$

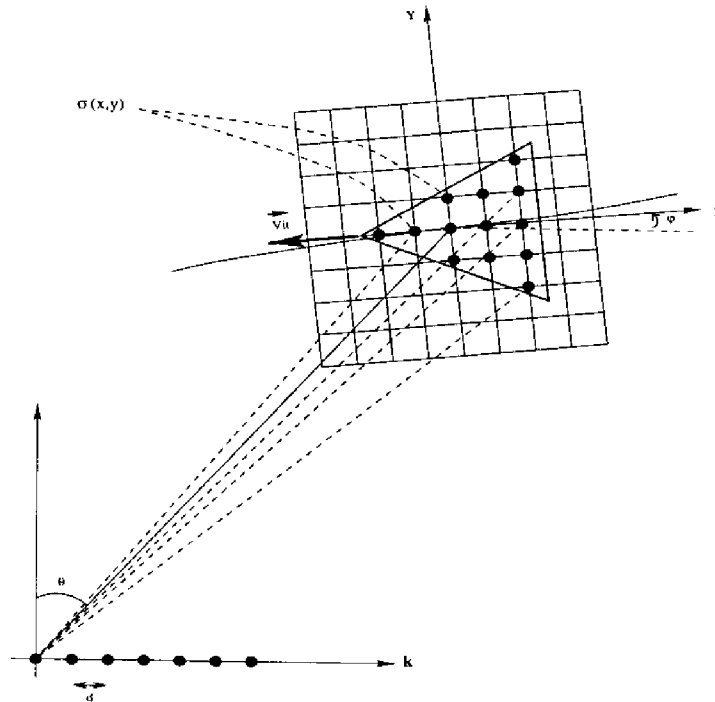


Figure 2.5: Relations entre les repères de la cible et du RADAR.

Aux observations s'ajoute un bruit complexe v supposé blanc et gaussien de covariance connue $R = \mathbb{E}(vv^*)$. L'analyse du rapport signal-sur-bruit (S/B) à la sortie du filtre adapté fait l'objet de la section suivante.

Remarque 9 R_0 , θ et φ sont ici fonctions du temps et représentent le mouvement du point de référence (R_{0t}) et la précession de la cible autour de ce point (θ_t et φ_t).

Remarque 10 Les variations de distance entre les points (x_i, y_i) de la cible sont surtout importantes au niveau de la phase du signal reçu, ayant peu d'influence sur son amplitude. Ainsi, on peut remplacer dans le dénominateur de l'expression précédente $R(x, y)$ par R_0 et $K'(x, y)$ par K'_0 .

Dans certains cas, où la vitesse de la cible est constante² et la variation angulaire $\Delta\theta$ est suffisamment faible, l'expression pour la phase en 2.7 se simplifie en un terme du type

$$\exp \left[-j \frac{4\pi}{\lambda} (R_0 + y + x\theta) \right]$$

Cette simplification est à la base de plusieurs techniques, en particulier celles qui utilisent la transformée de Fourier dans la reconstruction de l'image radar (cf. section 1.5). Néanmoins ces techniques ne sont pas récursivement adaptatives ce qui interdit leur utilisation conjointement à l'estimation du mouvement.

²L'angle φ est lié à la vitesse de la cible. Dans le cas d'une vitesse constante cet angle ne change pas et peut être égalé à zéro : cela ne fait que projeter l'image de la cible sur un plan tourné de φ par rapport au plan indiqué dans la figure 2.5.

Le signal radar dans un réseau d'antennes

Le signal renvoyé par une cible étendue et reçu par une antenne peut s'écrire (à la sortie du filtre adapté) sous la forme donnée par l'équation (2.7), que l'on reproduit ci-après avec une notation simplifiée mais évidente :

$$Y(t) = \sum_{x,y} h_t(x,y) \sigma(x,y) \exp\left(-j\frac{4\pi}{\lambda}R(x,y)\right) \quad (2.8)$$

L'échantillonnage du signal $Y(t)$ donne lieu à un vecteur de données, chaque échantillon correspondant à une case distance de longueur $c\delta/2$ (δ , durée du signal envoyé) sur la cible. L'expression précédente peut alors s'écrire comme un système d'équations non-linéaires :

$$\mathbf{Y}_t = H_t(x,y)D_t(e^{-j\Phi})\sigma \quad (2.9)$$

où chaque ligne de la matrice H correspond à une case distance sur la cible et D est une matrice diagonale avec termes du type $\exp[-j\Phi(x,y)]$, $\Phi(x,y) = \frac{4\pi}{\lambda}R(x,y)$.

Remarque 11 *Il est évident que chaque ligne de H est composée de plusieurs points brillants (x,y) de la cible, ceux qui sont dans la case distance correspondant à cette ligne.*

L'expression du signal radar pour un réseau d'antennes est une généralisation de l'équation (2.9). Pour chaque antenne n on écrit donc :

$$\mathbf{Y}_n = H_n(x,y)D_n(e^{-j\Phi})\sigma, \quad (2.10)$$

où nous avons laissé implicite la dépendance avec le temps. On suppose, de plus, que les bruits $v_n(t)$ ajoutés aux signaux reçus par les antennes sont indépendants et de même covariance $R = \mathbb{E}(vv^*)$.

Il y a trois points importants à noter dans cette modélisation du signal reçu :

1. Le vecteur des coefficients de rétrodiffusion σ est le même pour toutes les antennes (il s'agit de la même cible) ;
2. Le module du signal ne change pas d'une antenne à l'autre, c'est-à-dire les composants des matrices H_n ne dépendent pas de n ³ ;
3. La phase du signal reçu par la n -ième antenne est avancée de $(2\pi/\lambda)nd \sin \theta$ par rapport à l'antenne S_0 de référence (cf. éq. 2.2), supposée être l'antenne émettrice.

³Cela est vrai si toutes les antennes reçoivent au même temps le signal correspondant à une même case distance, ce qui est le cas si le réseau est plus petit que la longueur de la case distance ou s'il est pointé vers la cible.

Ces remarques permettent d'écrire les relations suivantes, qui simplifient considérablement les calculs du vecteur σ et de la position angulaire θ de la cible :

$$\begin{aligned} H_n &= H_0 \\ D_n &= D_0 \exp\left(j \frac{2\pi d}{\lambda} n \sin \theta\right). \end{aligned} \quad (2.11)$$

L'exemple suivant montre comme cette modélisation permet de retrouver les résultats plus familiers d'un monopulse de phase classique.

Exemple 1 *Considérons un réseau de deux antennes identiques (pointées dans la même direction, mais avec leurs centres de phase décalés) qui reçoit un signal venu d'une cible ponctuelle localisée à une distance R_0 et dans une direction θ inconnues, comme indiqué dans la figure 2.6 ci-après.*

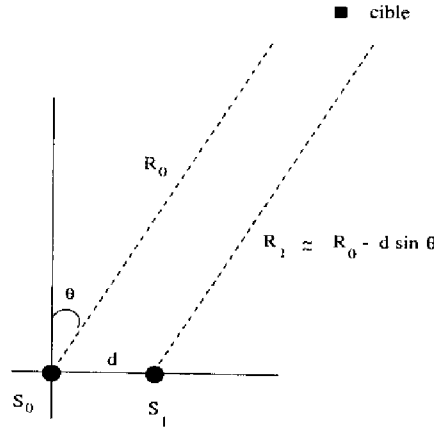


Figure 2.6: Monopulse de phase simplifié.

Le signal reçu par chaque antenne est donné par (les antennes sont considérées omnidirectionnelles) :

$$\begin{aligned} s_1 &= \frac{K'}{R_0^2} \sigma \exp\left[-j \frac{4\pi}{\lambda} R_0\right] \\ s_2 &= \frac{K'}{R_0^2} \sigma \exp\left[-j \frac{2\pi}{\lambda} (2R_0 - d \sin \theta)\right] \end{aligned}$$

En absence de bruit, l'estimation de la position angulaire $\hat{\theta}$ de la cible est donnée par :

$$\hat{\theta} = \frac{\lambda}{2\pi d} \arg\left(\frac{s_2}{s_1}\right).$$

Cette estimation suppose que l'on est en phase de poursuite, c'est-à-dire que l'antenne est déjà pointée vers la cible et que l'angle à estimer est faible.

Avec l'équation (2.10) on peut écrire :

$$\begin{bmatrix} Y_0 \\ \dots \\ Y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_0 D_0 \\ \dots \\ H_1 D_1 \end{bmatrix} \sigma = \begin{bmatrix} H_0 D_0 \\ \dots \\ H_0 D_0 \exp\left(j \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta\right) \end{bmatrix} \sigma$$

où la deuxième égalité fait usage des relations (2.11).

En absence de bruit et avec un seul échantillon on a :

$$Y_0 = Y_1 \exp\left(-j \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta\right)$$

ce qui donne, pour θ petit :

$$\hat{\theta} = \frac{\lambda}{2\pi d} \arg\left(\frac{Y_1}{Y_0}\right),$$

qui est le même résultat obtenu avant.

2.3.3 Le filtre adapté et le rapport S/B

Le filtre adapté représente le traitement linéaire optimal (sur cible immobile, i.e., à court terme) du signal radar en présence de bruit blanc gaussien additif, par rapport à plusieurs critères de performance. Il a été développé par North dans les années 40 (*op. cit.* [8]) avec un critère de maximisation du rapport signal-sur-bruit.

On peut montrer [8, 9, 35] que la réponse impulsionnelle $h(t)$ de ce filtre est donnée par :

$$h(t) = ks(T - t),$$

où $s(t)$ est la forme d'onde du signal envoyé, k est une constante et T est un retard nécessaire pour rendre le filtre réalisable. Le rapport signal-sur-bruit S/B à la sortie du filtre adapté vaut :

$$S/B = \frac{2E_0}{N_0}$$

avec E_0 l'énergie (en hyperfréquence) du signal et N_0 la densité spectrale de puissance (unilatérale) du bruit à l'entrée. On remarque ici un résultat bien connu : le rapport S/B ne dépend que de l'énergie du signal envoyé et non de sa forme.

Le filtre adapté représente la corrélation du signal reçu avec une copie du signal envoyé. En effet, si $r(t) = \alpha s(t - \tau) + n(t)$ est le signal renvoyé par la cible - où τ est le temps d'aller-retour, α est l'atténuation du signal et $n(t)$ est le bruit - alors la sortie du filtre nous donne :

$$\begin{aligned} C(t) = h(t) * r(t) &= \int_0^{+\infty} h(\lambda)r(t - \lambda)d\lambda \\ &= k\alpha \underbrace{\int_0^{+\infty} s(T - \lambda)s(t - \tau - \lambda)d\lambda}_{\text{corrélation}} + \text{terme de bruit.} \end{aligned}$$

Considérons maintenant que le signal émis est l'impulsion rectangulaire définie par l'équation (2.3). Le signal reçu est atténué en fonction de la distance radar-cible et noyé dans du bruit blanc, comme indiqué dans la figure 2.7 ci-après.

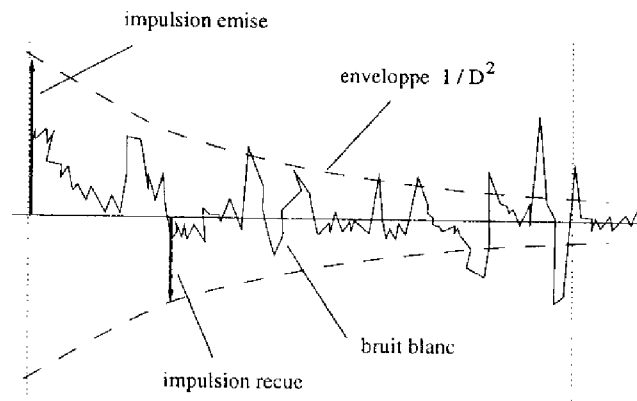


Figure 2.7: Signal reçu avant démodulation.

Après démodulation cohérente, le signal FI est la composition des voies I et Q (phase et quadrature) et est modulé par l'enveloppe de fréquence Doppler. En général, pour les radars non-ambigus en vitesse, la fréquence Doppler se présente à une échelle de plusieurs impulsions, comme montré dans la figure 2.8.⁴

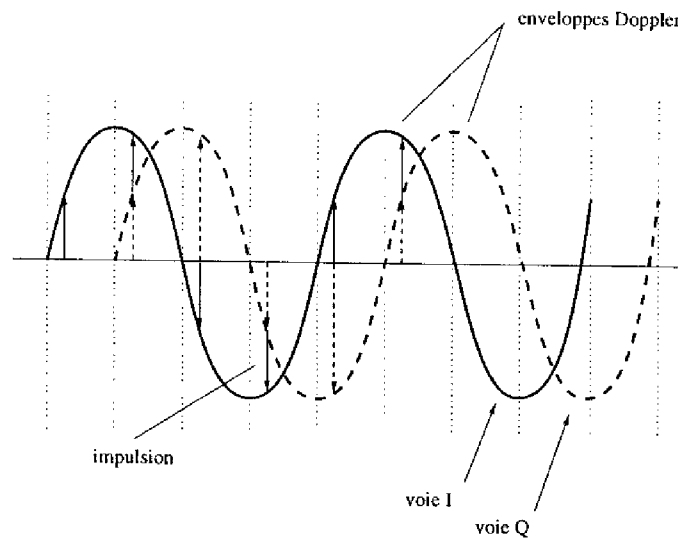


Figure 2.8: Sortie du filtre adapté en fréquence intermédiaire.

Finalement, après le filtre adapté, il y a séparation des voies I et Q qui sont, ensuite, numérisées (voir schéma bloc du radar, figure 2.2). La corrélation $C(t)$, dans ce cas, a la forme du triangle⁵ illustré dans la figure 2.9.

⁴Les deux voies sont indiqués séparément ici. En réalité la séparation n'a lieu qu'après la démodulation par le COHO.

⁵On ne considère ici que l'enveloppe du signal.

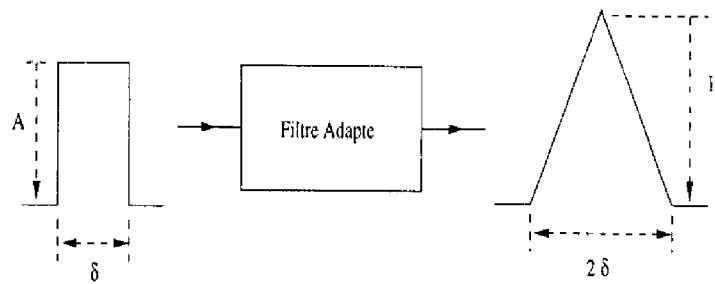


Figure 2.9: Les signaux à l'entrée et à la sortie du filtre.

L'échantillonnage du signal

Comme la démodulation du signal est supposée cohérente, on dispose de deux voies à la sortie du démodulateur : I et Q, la voie en phase et celle en quadrature. Avec la représentation complexe que l'on utilise ici, ces deux voies sont représentées par un nombre complexe et tout se passe comme si l'on échantillonnait directement l'enveloppe complexe du signal $C(t)$ à la sortie du filtre adapté. Ces échantillons, que l'on appelle des données brutes, sont livrés aux circuits de traitement numérique pour l'extraction des paramètres cinématiques de la cible et la formation de son image.

Cet échantillonnage de $C(t)$ est effectuée à une fréquence $1/\delta$, qui assure que les échantillons de bruit sont non-corrélés (et donc indépendants puisque le bruit est gaussien). Cela donne deux échantillons par triangle pour l'impulsion de la figure 2.9.

Ainsi, pour les besoins de modélisation du bruit de mesure, si le rapport signal-sur-bruit est spécifié à $10 \log(S/B)_0$ (en dB), le bruit peut être simulé par des tirages d'une variable aléatoire gaussienne de variance :

$$\sigma^2 = r = \frac{H^2}{(S/B)_0}$$

La génération des données correspond à ajouter à la partie réelle et à la partie imaginaire de chaque échantillon complexe une variable gaussienne de variance $r/2$.

Remarque 12 Dans les simulations présentées à la fin, on a considéré un signal triangulaire d'amplitude $H = 1$ à la sortie du filtre adapté. Du point de vue du calcul tout se passe comme si le triangle lui-même avait été envoyé par le radar et que l'on traitait le signal de retour directement. La variance du bruit est alors réglée de façon à donner le rapport S/B souhaité.

2.4 Le mouvement de la cible

On considère ici que le déplacement de la cible peut être assimilé au mouvement de son centre de gravité G . Dans ce cas, selon le modèle général de mécanique du vol, on a besoin d'un système non-linéaire à neuf équations [29] pour décrire ce mouvement à trois dimensions. Vu les non-linéarités de ce modèle, difficiles à traiter avec les algorithmes classiques de poursuite, plusieurs approximations, notamment linéaires, ont été proposées dans la littérature, dont le modèle du triple intégrateur et le modèle de Singer [2] sont les plus connues. Nous présentons ici une variante du modèle de Singer qui sera utilisée dans les simulations, pour des facilités de comparaisons. ⁶ Nous ne traitons que le cas à deux dimensions, l'extension au problème 3D étant immédiate.

2.4.1 Le modèle de Singer modifié

A des fins de comparaison, nous avons adopté une modélisation qui garde la relative simplicité du modèle de Singer [2] mais nous avons introduit une non-linéarité sous la forme d'une saturation sur l'accélération, aussi qu'une non-gaussianité sous forme d'un aléa de pilotage ponctuelle poissonnien.

Dans ce modèle les mouvements selon les axes sont indépendants, comme dans le modèle de Singer, et peuvent être représentés par le schéma de la figure 2.10.

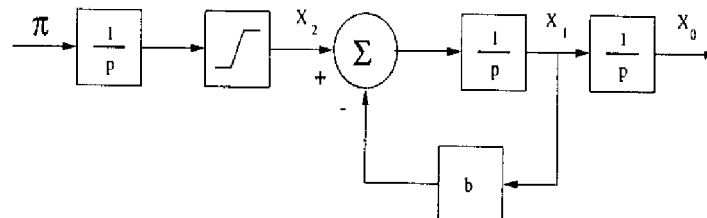


Figure 2.10: Modèle de Singer modifié.

On remarque ici l'existence d'une viscosité sur la vitesse et l'introduction d'une saturation sur les commandes de pilotage. Ces commandes sont supposées indépendantes, et ne sont pas un processus gaussien mais un processus de Poisson marqué : la commande change par sauts de consigne indépendants dans le temps dont l'amplitude est elle-même aléatoire.

Ce modèle est plus réaliste que celui de Singer dans la mesure où une cible réelle ne manœuvre pas constamment mais à des instants discrets imprévisibles. Le temps moyen de manœuvre est le taux moyen des sauts λ du processus de Poisson. L'amplitude des consignes est aléatoire et supposée ici bornée.

⁶On notera que la technique particulière présentée dans le chapitre 3 pourrait s'appliquer sans difficulté au modèle plus réaliste de mécanique de vol.

La représentation d'état pour ce modèle est donnée par :

$$x_{k+1} = \Phi(k+1, k)x_k + \pi_k \quad (2.12)$$

où la matrice de transition Φ est donnée par

$$\Phi(k+1, k) = \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{T^2}{2} \\ 0 & 1 - \alpha T & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.13)$$

conformément à l'approximation pour un intervalle de discrétisation T petit.

Le bruit π_k ajoute au moment d'un saut un aléa de moyenne nulle et variance σ_Q^2 à la commande de pilotage selon un tirage poissonnien de moyenne $\lambda = 1/T_{man}$, avec T_{man} le temps moyen de manœuvre. Le tirage de l'amplitude est effectué de façon à respecter la limitation imposée par la saturation de la commande.

Remarque 13 *Le radar délivre des observations en coordonnées polaires, c'est-à-dire une information de distance donnée par le temps d'aller-retour de l'impulsion émise et une information d'angle obtenue, par exemple, avec un système monopulse. On notera que les mesures polaires d'un système dynamique cartésien sont une source supplémentaire de non-linéarités (que l'on tente habituellement de linéariser par "filtrage de Kalman étendu").*

2.5 Le phénomène de *glint*

Les modèles développés dans ce chapitre nous permettent d'étudier certains problèmes dans le traitement des signaux radar liés à l'utilisation d'un algorithme ponctuel pour la localisation des cibles étendues. Nous nous proposons ici d'analyser le phénomène de *glint*, son rapport avec le problème d'imagerie radar et quelques stratégies souvent employées pour remédier aux problèmes qu'il pose.

Pour un radar, la localisation angulaire se fait, en général, à partir de la normale au front d'onde reçu. Cette procédure, efficace pour une cible ponctuelle, présente des inconvénients pour la localisation d'une cible étendue. L'interférence entre les ondes sphériques provenant des points brillants qui composent la cible provoque une erreur d'estimation angulaire désignée par le terme *glint*.

En effet, dans le cas d'une cible ponctuelle, l'onde renvoyée par la cible est sphérique et, à la distance du radar, assimilable à une onde plane. La normale au front d'onde dans ce cas donne effectivement la direction de la cible. Lorsque la cible est étendue l'onde n'est qu'approximativement sphérique et le front d'onde est perturbé par rapport à une onde plane. L'effet final est une erreur de localisation angulaire.

2.5.1 Le modèle à deux points

Considérons une cible constituée de deux points brillants avec des coefficients de rétrodiffusion σ_1 et σ_2 respectivement. Ce modèle simplifié permet de saisir le phénomène de *glint*.

Si on considère $\|\sigma_1\| > \|\sigma_2\|$, autrement dit si le point 1 est le plus brillant, on peut montrer [35] que l'erreur angulaire (par rapport au point 1) fait par l'algorithme ponctuel de localisation est donnée par :

$$\frac{\Delta\theta}{\theta_D} = \frac{a^2 + a \cos \alpha}{1 + a^2 + 2a \cos \alpha},$$

où

- $\Delta\theta$ - erreur angulaire
- θ_D - distance angulaire entre les deux points
- a - rapport des amplitudes $\|\sigma_2/\sigma_1\|$
- α - différence de phase entre les points (due au trajet ou aux propriétés électromagnétiques des points brillants).

On remarquera que dans le cas où $\alpha = 0$, l'algorithme pointe vers la position $a/(1+a)\theta_D$, qui représente le barycentre des points brillants (moyenne des positions pondérées par l'intensité de réflexion).

Le comportement de l'erreur en fonction des paramètres a et α est montré dans la figure 2.11 ci-après (d'après [35]) :

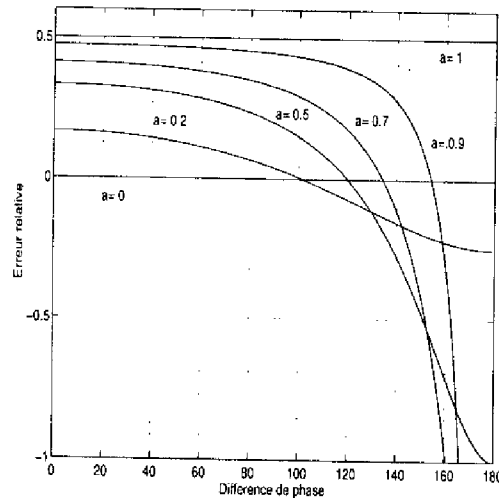


Figure 2.11: Phénomène de *glint* pour un bi-point.

Tant que l'erreur $\Delta\theta/\theta_D$ est positive, l'algorithme indique une position angulaire entre les deux points brillants, sur la cible. Les valeurs négatives de l'erreur signifient que le pointage se fait hors cible. Dans des cas très défavorables, quand $a \approx 1$ et $\alpha \approx 180^\circ$, l'erreur tend vers l'infini. Dans la pratique cette erreur est forcément limitée par le diagramme de l'antenne émettrice (voie somme) du

monopulse mais il peut encore être de plusieurs fois la longueur de la cible (cf. [43]).

2.5.2 Techniques anti-*glint*

Plusieurs solutions ont été envisagées pour résoudre le problème de *glint*. Ces solutions sont, en général, conçues autour de l'algorithme ponctuel, de façon à pouvoir utiliser les systèmes déjà installés sur le radar. Deux techniques peuvent être évoquées : l'agilité en fréquence et le filtrage du *glint* comme un bruit non-gaussien.

L'agilité en fréquence

Ce fut une des premières techniques utilisées contre le *glint*. Elle repose sur l'idée que la réponse électromagnétique (phases relatives) des points brillants qui composent la cible change avec la fréquence et transforme en bruit les erreurs de mesure angulaire ainsi obtenues. Cet effet s'obtient à condition que la variation totale de fréquence soit de l'ordre de [35] :

$$\Delta f = \frac{c}{2D}$$

où c est la vitesse de la lumière et D est la profondeur de la cible. Une moyenne de ces mesures réduit l'erreur de *glint*, mais aucune optimalité n'est garantie.

Le *glint* comme un bruit non-gaussien

Dans un radar de poursuite, les données de distance et position angulaire issues de l'extracteur sont traitées par un filtre (en général un filtre α - β - γ ou un filtre de Kalman) qui estime la trajectoire de la cible. Une modélisation possible du phénomène de *glint* consiste à considérer le bruit de mesure angulaire comme non-gaussien, avec une "queue" prononcée.

Par une analyse basée sur le modèle aléatoire du coefficient de rétrodiffusion (cf. section 2.2.1), on déduit pour la position angulaire une distribution du type *t de Student* [24] :

$$p_{\theta}(\theta) = \frac{R}{2\Delta y \left[1 + \frac{(\theta - y_0/R)^2}{(\Delta y/R)^2} \right]^{3/2}},$$

où

- R - distance entre la cible et le radar
- y_0 - coordonnée transverse du barycentre de la cible
- Δy - étendue transverse de la cible.

Remarque 14 *L'écart-type d'une telle distribution est infini. Dans la pratique l'erreur angulaire est toujours bornée par le diagramme antenne et sa variation est limitée par la bande passante de la boucle de poursuite.*

D'autres modèles considèrent la distribution du bruit de mesure de θ comme une gaussienne ϵ -contaminée [18, 42] :

$$p_\theta(\theta) = (1 - \epsilon)g_\theta(\theta) + \epsilon f_\theta(\theta), \quad 0 \leq \epsilon \leq 1,$$

où g_θ est une gaussienne et f_θ est une distribution quelconque. A partir de ces modèles, un filtre est construit pour tenir compte du caractère non-gaussien du bruit.

Bien que ne soit pas le cœur de ce mémoire, le filtre particulière développé ci-après s'adapte très bien à ce genre de problème. Dans ce cas, la technique particulière offre une approximation globale, uniformément convergente, du filtre optimal, avec l'avantage de pouvoir être utilisée pour une classe de distributions de bruit plus vaste que celle des distributions ϵ -contaminées. bi-modales notamment [4].

Imagerie radar et traitement anti-*glint*

La difficulté avec les techniques anti-*glint* ci-dessus vient du fait qu'elles utilisent toujours un modèle ponctuel de cible, ce qui est contradictoire avec la réalité physique du phénomène.

Un traitement plus fin consisterait en modéliser la cible comme un ensemble de points brillants (4 ou 5 seraient suffisants) et poursuivre le barycentre de cet ensemble supposé rigide.

Cette procédure correspond à imager les principaux points brillants simultanément présents dans l'écho radar, à la manière des techniques d'imagerie. La difficulté provient du caractère aléatoire d'une cible non-coopérative, qui doit être conjointement traité.

L'algorithme particulière développé dans le chapitre suivant pour l'imagerie radar s'adapte sans aucune modification à la poursuite angulaire anti-*glint*, en respectant ces principes.

Filtrage non-linéaire : le filtre particulaire

3.1 Le problème du filtrage non-linéaire

Nous envisageons ici le problème du filtrage non-linéaire en temps discret [19]. Ce problème concerne l'estimation d'un processus stochastique X_k (appelé *signal* ou *état du système*) et qui n'est pas directement observé, à partir des informations d'un autre processus Y_k (appelé *observation* ou *mesure*) relié au premier. Si les informations arrivent séquentiellement, ce qui est le cas dans plusieurs applications, il est souhaitable que cette estimation s'effectue par étapes *récurrentes*, c'est-à-dire que l'estimation à un instant donné ne s'appuie que sur l'étape précédente et l'information actuelle.

Plus précisément, considérons un processus stochastique X à valeurs dans \mathbb{R}^n . On recherche l'estimation récursive optimale, selon un critère donné, d'une fonction $\varphi(X_k)$ de X_k à partir des observations du processus Y , à valeurs dans \mathbb{R}^m , notées $Y_{\underline{k}} = \{Y_0, \dots, Y_k\}$.

L'estimateur optimum, au sens du minimum de variance, que l'on note $\widehat{\varphi(X_k)}$ - est donné par l'espérance conditionnelle

$$\mathbb{E} \left[\varphi(X_k) \mid Y_{\underline{k}} \right] = \int_{\mathbb{R}^n} \varphi(x_k) dP(x_k \mid Y_{\underline{k}}),$$

où $dP(x_k \mid Y_{\underline{k}})$ désigne la probabilité conditionnelle de X_k sachant les observations $Y_{\underline{k}}$.

Remarque 15 *En général, quel que soit le critère d'optimalité choisi, c'est la mesure conditionnelle elle-même qui contient toute l'information sur l'état courant, x_k . La reconstruction de cette mesure, tel que le fait, comme on verra plus*

loin, le filtre particulaire, offre à l'utilisateur la souplesse de pouvoir choisir l'estimateur qu'il juge plus approprié au problème.

Supposons maintenant que le processus X_k soit à réalisation markovienne et qu'il obéisse à l'équation suivante

$$X_{k+1} = f(X_k, k, \omega_k) \text{ , } X_0 \text{ condition initiale} \quad (3.1)$$

et que le processus d'observation Y_k soit donné par

$$Y_k = h(X_k, k) + v_k \text{ ,} \quad (3.2)$$

où $f(\cdot, k, \omega_k)$ et $h(\cdot, k)$ sont des fonctions mesurables et ω_k, v_k sont des variables aléatoires indépendantes.

Il est bien connu que l'estimateur $\varphi(\widehat{X}_k)$ n'est pas, en général, réalisable en dimension finie, à l'exception notable du modèle linéaire gaussien qui donne lieu au filtre de Kalman.

3.2 L'équation générale du filtrage en temps discret

La solution du problème posé dans la section précédente passe par le calcul récursif en dimension infinie de la mesure de probabilité conditionnelle $dP^{X_k|Y_k}(x_k|y_k)$. Ce calcul se fait en deux étapes : prédiction et correction. La première fait intervenir la dynamique d'évolution des états (éq. (3.1)) pour prédire l'état actuel sur la base de l'information passée (qui est résumée dans l'estimateur à l'instant précédent) tandis que la deuxième corrige cette prédiction en tenant compte de l'observation à l'instant courant (éq. (3.2)).

3.2.1 L'étape de prédiction

On suppose connue, à l'instant $k-1$, la loi conditionnelle aux informations passées, c'est-à-dire $dP(x_{k-1}|y_{k-1})$. En raison du caractère markovien du processus X_k , l'évolution temporelle de la mesure de probabilité $dP(x_k|y_{k-1})$ obéit à l'équation intégrale récursive suivante (équation de *Chapman-Kolmogorov*) :

$$dP(x_k|y_{k-1}) = \int dP(x_k|x_{k-1}) dP(x_{k-1}|y_{k-1}) \text{ .} \quad (3.3)$$

Cette équation représente la prédiction à un pas de la loi dP. La mesure de probabilité $dP(x_k|x_{k-1})$ représente la *probabilité de transition* de l'état x_{k-1} vers l'état x_k et doit être obtenue à partir de l'équation d'évolution du système (3.1), ce qui, dans le cas général, est un calcul fonctionnel non réalisable en dimension finie.

3.2.2 L'étape de correction

L'actualisation de dP par l'observation courante est une application directe de la règle de *Bayes* :

$$dP(x_k|y_k) = \frac{dP(y_k|x_k) dP(x_k|y_{k-1})}{dP(y_k|y_{k-1})}. \quad (3.4)$$

Remarque 16 Dans les situations où le bruit d'observation v_k est additif - qui est le cas considéré ici - le terme $dP(y_k|x_k)$ correspond à écrire que la variable $Y_k - h(X_k, k)$ est distribué selon la loi de probabilité de v_k .

L'expression récursive de la loi de probabilité dP s'obtient en injectant l'équation (3.3) dans l'équation (3.4).

Le résultat obtenu permet d'écrire directement l'expression de l'espérance conditionnelle de $\varphi(X_k)$ comme étant :

$$\mathbb{E}[\varphi(X_k) | Y_k = y_k] = \int_{\mathbb{R}^n} \varphi(x_k) dP(x_k|y_k). \quad (3.5)$$

3.2.3 Conclusion

Nous avons présenté une solution récursive au problème du filtrage non-linéaire en temps discret. Cette solution, comme nous l'avons déjà souligné, n'est pas réalisable en général en dimension finie, la caractérisation de la mesure dP faisant appel à un nombre infini de paramètres (sa densité point par point ou l'ensemble de tous ses moments, par exemple).

L'exception du modèle linéaire gaussien à initialisation gaussienne est due au fait que le caractère initial gaussien se préserve le long des transformations linéaires et de leurs corrections bayésiennes, et que la probabilité gaussienne peut s'exprimer à partir de ses statistiques de deuxième ordre : moyenne et covariance.

Le développement des applications du filtrage non-linéaire repose sur la mise en œuvre des approximations plus ou moins raffinées soit du système d'équations (3.1), (3.2) et (3.4), soit de la probabilité conditionnelle. Le filtre de Kalman étendu et le filtre du second ordre [41] sont dans la première catégorie. Le filtre particulière est dans la deuxième.

3.3 Le filtrage particulaire

Les solutions approchées du filtrage non-linéaire ne permettent pas d'assurer une convergence de l'estimateur approché vers l'estimateur optimal. Cela est une conséquence des approximations locales (troncatures, linéarisations ...) qui sont imposées au problème et à sa solution.

Le filtre particulaire que nous nous proposons d'introduire ici est une méthode globale qui repose sur une exploration de l'espace d'état du problème par des "particules" aléatoires dont la dynamique est pilotée par des tirages du type Monte-Carlo. L'ensemble de ses particules représente à chaque instant la mesure de probabilité conditionnelle $dP(x_k|y_{\underline{k}})$ et, par conséquent, toute l'information disponible sur le processus X_k .

3.3.1 Principes de base : l'exploration *a priori*

Dans sa version la plus simple l'algorithme "lance des copies" indépendantes (les particules) du système (3.1) qui évoluent selon des tirages aléatoires du bruit ω_k . La trajectoire de chaque particule est pondérée par les observations y_k selon l'équation (3.2). Cela donne à toute instant la probabilité associée à la particule et ainsi une approximation de la mesure $dP(x_k|y_{\underline{k}})$.

Pour fixer les idées considérons le modèle déjà présenté d'évolution de l'état et de son observation :

$$\begin{cases} X_{k+1} = f(X_k, k, \omega_k) , & X_0 \text{ condition initiale} \\ Y_k = h(X_k, k) + v_k \end{cases} \quad (3.6)$$

avec les bruits ω_k et v_k blancs, indépendants et de statistique connue. Par la suite nous allons considérer le bruit d'observation v_k gaussien de variance R .

Dans cette situation, une application immédiate de la règle de *Bayes* nous donne l'expression récursive suivante :

$$\begin{aligned} dP(x_{\underline{k}}|y_{\underline{k}}) &= \frac{dP(y_k|x_k) dP(x_k|x_{k-1})}{dP(y_k|y_{k-1})} dP(x_{k-1}|y_{k-1}) \\ &= \frac{\prod_{\tau=1}^k dP(y_{\tau}|x_{\tau})}{\prod_{\tau=1}^k dP(y_{\tau}|y_{\tau-1})} \prod_{\tau=1}^k dP(x_{\tau}|x_{\tau-1}) dP(x_0) \\ &= \frac{Z_k(X, Y)}{\int Z_k(X, Y) dP(X)} \prod_{\tau=1}^k dP(x_{\tau}|x_{\tau-1}) dP(x_0) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Pour obtenir la probabilité conditionnelle à l'instant k courant, il suffit de sommer l'expression précédente sur $x_{\underline{k-1}} = x_0 x_1 \dots x_{k-1}$.

La difficulté de mise en œuvre de cette expression pour $dP(x_k|y_k)$ vient de la probabilité de transition $dP(x_\tau|x_{\tau-1})$ qui ne peut, en général, être écrite de façon analytique.

En substance le filtre particulaire consiste à approcher à l'instant initial la probabilité $dP(x_0)$ par un peigne de N distributions de *Dirac* et faire agir la dynamique aléatoire du système sur le peigne. Autrement dit, il s'agit de "tirer N particules" selon la loi $dP(x_0)$ de manière à la représenter :

$$dP(x_0) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta_{x_0^i}(x_0)$$

où $\delta_{x_0^i}$ est la distribution de *Dirac* centrée en $x = x_0^i$.

Ensuite chaque particule x_0^i subit la dynamique $f(x_0^i, 0, \omega_0^i)$ du système avec des bruits ω_0^i tirés aléatoirement selon leur loi. L'évolution temporelle du peigne de *Dirac* est donnée par la répétition de cette opération à chaque instant. On obtient donc

$$\prod_{\tau=1}^k dP(x_\tau|x_{\tau-1}) dP(x_0) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta_{x_k^i}(x_k). \quad (3.8)$$

La figure 3.1 tente d'imager l'évolution décrite dans l'expression (3.8). La ligne pointillée montre la trajectoire de chaque particule et la concentration des particules indique les endroits *a priori* les plus probables.

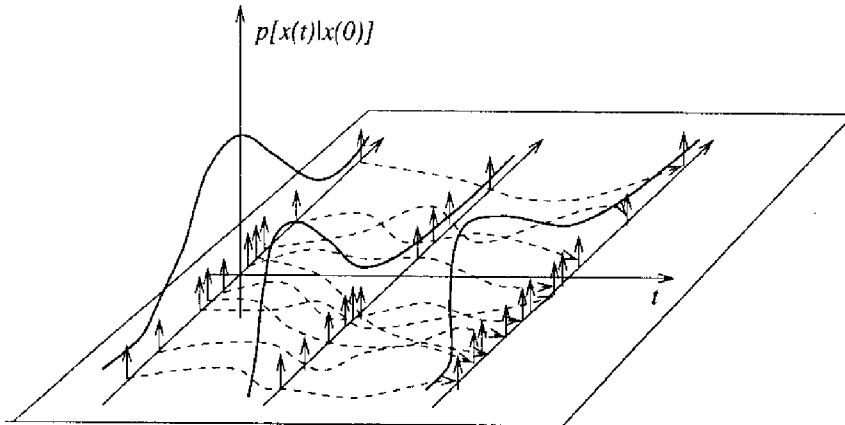


Figure 3.1: Exploration *a priori* de l'espace de probabilités.

L'étape suivante consiste à introduire l'information apportée par l'observation y_k , ce qui se fait par intermédiaire du terme $Z_k(X, Y)$ dans l'équation (3.7). L'information sur l'état x_k contenue dans y_k sert à "pondérer", c'est-à-dire "donner un poids" à la trajectoire de chaque particule.

Si on introduit l'approximation donnée en (3.8) dans l'équation (3.4), on peut écrire l'estimateur particulaire (à N particules) comme étant :

$$\hat{\varphi}^N(X_k) = \frac{\int_{\Omega_{x_k}} \varphi(x_k) \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta_{x_k^i}(x_k) Z_k(X, Y)}{\int_{\Omega_{x_k}} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta_{x_k^i} Z_k(X, Y)}$$

La somme par rapport à x_k donne finalement :

$$\hat{\varphi}^N(X_k) = \sum_{i=1}^N \varphi(x_k^i) \frac{Z_k^i}{\sum_{j=1}^N Z_k^j} \quad (3.9)$$

avec

$$Z_k^i = \prod_{\tau=1}^k p(y_\tau | x_\tau^i)$$

L'équation (3.9) détermine entièrement l'estimateur à N particules de $\varphi(X_k)$. Cette dernière expression peut se mettre sous la forme

$$\hat{\varphi}^N(X_k) = \sum_{i=1}^N p_k^i \varphi(x_k^i), \quad \text{avec } p_k^i = \frac{Z_k^i}{\sum_{j=1}^N Z_k^j}. \quad (3.10)$$

Ainsi les poids p_k^i vont corriger la représentation de la probabilité de la figure 3.1, où toutes les particules avait le même poids $\frac{1}{N}$. L'estimation particulaire de la probabilité conditionnelle

$$\sum_{i=1}^N p_k^i \delta_{x_k^i}(x_k)$$

est montrée dans la figure 3.2. Ici la ligne pointillé représente toujours la trajectoire de chaque particule et l'amplitude des flèches représente son poids.

En résumé, le filtre particulaire consiste en une procédure d'exploration et pondération de l'espace d'état par un maillage évolutif de particules obéissant aux équations du système dynamique (3.6).

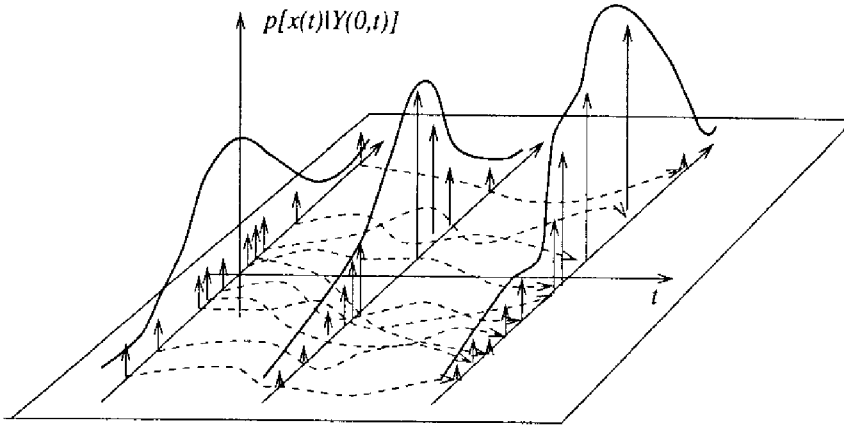


Figure 3.2: Probabilité conditionnelle (après pondération).

La convergence *en probabilité* (\mathbf{L}^0) de cet estimateur approché vers l'estimateur optimal (éq. (3.5)) est assuré par le théorème suivant [10] :

Théorème 1 *S'il existe une classe non vide de processus \mathcal{X} , dépendants de $Y_{\underline{k}}$ tels que*

$$\begin{cases} \|\mathcal{X}_k - X_k\|_{L^2(\mathbf{P})} < +\infty \\ \|h(\mathcal{X}_k) - h(X_k)\|_{L^2(\mathbf{P})} < +\infty \end{cases}$$

les processus X_k^i , ($i = 1, \dots, N$), appartenant à cette classe sont tels que

$$\sum_{i=1}^N p_k^i X_k^i \xrightarrow[N \rightarrow \infty]{L^0(\mathbf{P})} \mathbb{E}[X_k | Y_{\underline{k}}],$$

où

$$p_k^i = \frac{Z_k^i}{\sum_{j=1}^N Z_k^j}.$$

■

Ce théorème dit tout simplement que s'il existe une classe de processus stochastiques \mathcal{X} qui est "assez proche" (dans le sens à variance bornée) du processus X_k que l'on veut estimer alors l'exploration particulière dans cette classe permet d'approcher asymptotiquement l'estimateur optimal.

3.3.2 La procédure de régularisation

Le théorème 1 assure la convergence de l'estimateur particulière vers l'optimum, sans toutefois l'uniformité dans le temps : le nombre de particules nécessaire pour atteindre une précision donnée peut croître avec le temps. En effet on peut montrer que, à nombre de particules fini, le rapport de poids entre deux particules distinctes diverge en moyenne $\mathbf{L}^p(P)$.

Pour illustrer ce comportement considérons l'exemple suivant [3] :

Exemple 2 Soit le système

$$\begin{cases} X_k = \omega_k \\ Y_k = X_k + \nu_k, \end{cases}$$

où la condition initiale X_0 et les variables de bruit ω_k et ν_k sont indépendantes, gaussiennes et de variance unitaire.

Pour deux particules i et j , $i \neq j$, le rapport r_k entre les poids respectifs s'écrit :

$$r_k = \frac{p_k^i}{p_k^j} \quad (3.11)$$

$$= \frac{\exp\left\{-\frac{1}{2} \sum_{l=1}^k |y_l - x_l^i|^2\right\}}{\exp\left\{-\frac{1}{2} \sum_{l=1}^k |y_l - x_l^j|^2\right\}} \quad (3.12)$$

Les moments de r_k sont calculables de façon analytique :

$$\mathbb{E}[r_k^p] = \left(\frac{2}{\sqrt{1-5p^2}}\right)^k \xrightarrow{k \rightarrow \infty} +\infty$$

On peut voir que $\mathbb{E}[r_k^p]$ n'est défini que pour $p \in]0, \frac{1}{\sqrt{5}}[$ et que, dans ce cas, les moments tendent vers l'infini avec le temps.

Cela signifie que les poids des particules deviennent dégénérés : le rapport des poids diverge de sorte qu'asymptotiquement la "masse" de probabilité se concentre sur une seule particule. Les hypothèses de la loi de grands nombres ne sont plus respectées et la représentation de la probabilité conditionnelle n'a plus de valeur.

La figure 3.3 montre le phénomène que l'on vient de décrire. Elle présente la valeur de $\exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{l=1}^k |y_l - x_l^i|^2\right)$ - numérateur de l'expression (3.12) - pour un ensemble de particules qui suivent le modèle de l'exemple ci-dessus. On remarque la divergence de cette quantité pour toutes les particules. Les particules s'écartent de plus en plus non seulement de la vraie trajectoire mais aussi les unes par rapport aux autres. Une seule particule (indiquée en pointillé) finit par concentrer tout le poids.

Pour palier cette difficulté, une régularisation des poids est nécessaire. Il s'agit d'introduire une pondération α , fonction du nombre N de particules, qui privilégie les observations plus proches par rapport aux observations passées. Cet "oubli" du passé utilise le même genre de régularisation que celles employées dans les problèmes d'estimation adaptative où le modèle utilisé comporte des incertitudes [21]. Il a ici pour but d'assurer la stabilité des poids dans le temps, pour tout N fini.

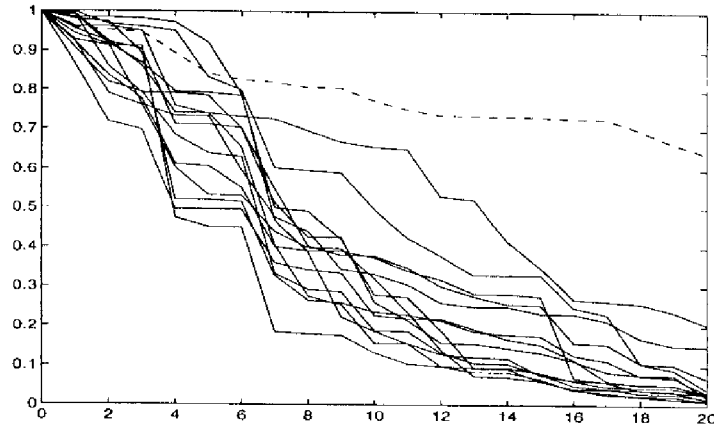


Figure 3.3: Dégénérescence du poids à nombre fini de particules.

Cet “oubli” du passé peut être asymptotiquement levé avec le nombre N de particules, sans affecter les propriétés de convergence du filtre particulaire.

Définissons maintenant la convergence uniforme, nécessaire dans la version régularisé du théorème 1 :

Definition 1 (Convergence uniforme dans le temps) Soit \mathcal{A} un processus aléatoire discret, et $(\mathcal{A}^N)_{N \geq 1}$ un ensemble de processus dans $\mathbf{L}^p(\mathbb{P})$, $p \geq 0$. \mathcal{A}^N converge uniformément dans le temps vers \mathcal{A} , noté

$$\mathcal{A}^N \xrightarrow[N \rightarrow \infty]{\mathbf{L}^p(\mathbb{P})^*} \mathcal{A},$$

quand

- si $p > 0$

$$\|\mathcal{A}_k^N - \mathcal{A}_k\|_p^* \stackrel{\text{def}}{=} \sup_{k \geq 0} \|\mathcal{A}_k^N - \mathcal{A}_k\|_{L^p(\mathbb{P})} \xrightarrow[N \rightarrow +\infty]{} 0$$

- si $p = 0$

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \sup_{k \geq 0} P \left(\|\mathcal{A}_k^N - \mathcal{A}_k\|_{\mathbb{R}^d} > \varepsilon \right) \stackrel{\text{def}}{=} P \left(\|\mathcal{A}_k^N - \mathcal{A}_k\|_{\mathbb{R}^d} > \varepsilon \right)^* \xrightarrow[N \rightarrow +\infty]{} 0$$

■

Le théorème suivant (extension du théorème 1), qui assure la convergence de l'estimateur régularisé vers l'estimateur optimum, peut maintenant être énoncé :

Théorème 2 ([10], [12]) Soit α une fonction $\mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow [0, 1]$ telle que

$$\begin{cases} \alpha(k, k) = 1 \\ \alpha(k, l_0) \leq \alpha(k-1, l_0), \quad \forall l_0 \in \mathbb{N} \\ \alpha(k_0, l) \geq \alpha(k_0, l-1), \quad \forall k_0 \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Si les hypothèses suivantes sont valides :

(H₁) : *Condition de détectabilité stochastique uniforme*

Il existe une classe non vide de processus \mathcal{X} , dépendants de Y_k , tels que

$$\begin{cases} \|\mathcal{X}_k - X_k\|_2^* < +\infty \\ \|h(\mathcal{X}_k) - h(X_k)\|_2^* < +\infty \end{cases}$$

et des processus $X_k^{i\alpha}$, ($i = 1, \dots, N$), appartenant à cette classe, et

(H₂) :

$$\widehat{X}_k^\alpha \xrightarrow{\alpha \rightarrow 1} \widehat{X}_k, \quad (\text{continuité})$$

alors, il existe une suite $\alpha(N) \rightarrow 1$, pour $N \rightarrow \infty$, assurant la convergence uniforme de l'estimateur régularisé :

$$\widehat{X}_k^{\alpha(N)} = \sum_{i=1}^N \frac{Z_k^{\alpha(N)}(X^i, Y)}{\sum_{j=1}^N Z_k^{\alpha(N)}(X^j, Y)} X_k^{i\alpha} \xrightarrow[N \rightarrow \infty]{L^0(\mathbb{P})^*} \mathbb{E}[X_k | Y_k].$$

■

La notation ici est essentiellement la même que celle utilisée dans le théorème 1. La fonction α a pour objectif d'atténuer l'information passée en modifiant le poids des particules. On voit apparaître maintenant le poids régularisé $Z_k^{\alpha(N)}(X^i, Y)$. L'hypothèse (H₂) sur la continuité dit simplement que lorsque la régularisation tend vers l'identité on doit retrouver l'estimateur non-régularisé du premier théorème.

Comme exemple de noyau régularisant α on peut citer le *facteur d'oubli* exponentiel et la *fenêtre glissante*. L'expression de Z_k^* (le poids non-normalisé) pour le système (3.6) devient alors :

Facteur d'oubli : $\alpha(k, l) = \gamma^{k-l}$, $\gamma \in (0, 1)$

$$Z_k^\alpha(X^i, Y) = \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{\ell=1}^k \gamma^{k-\ell} \|Y_\ell - h(X_\ell^i, \ell)\|_R^2 \right\}$$

Fenêtre glissante de longueur T : $\alpha(k, l) = 1_{[0, T]}(k-l)$

$$Z_k^\alpha(X^i, Y) = \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{\ell=k-T}^k \|Y_\ell - h(X_\ell^i, \ell)\|_R^2 \right\}$$

3.3.3 Redistribution du support particulaire

L'écartement des particules entraîne, comme on a vu, une dégénérescence du poids. La méthode de régularisation proposée dans la section précédente permet de contrôler ce phénomène.

En principe l'éloignement des particules fait que les poids de quelques unes deviennent trop petits par rapport au poids moyen $1/N$ et on s'écarte des conditions optimales de l'application de la loi des Grands Nombres. En outre, comme la contribution de ces particules au calcul de l'estimateur devient négligeable, l'algorithme passe la plupart de son temps à faire des calculs inutiles sur ces particules. La régularisation, par oubli du passé, ne fait que garder les particules "proches" de $1/N$.

Une autre forme de régularisation peut être envisagée, basée sur l'estimation à l'instant présent de la probabilité conditionnelle. Comme cette probabilité est définie par l'ensemble de particules et leurs poids respectifs, on peut imaginer à un instant donné une représentation équivalente par un autre peigne de *Dirac* ayant le même support du premier et où toutes les particules auraient le même poids $1/N$.

Cette procédure - appelée *redistribution du support* - consiste à redistribuer les N particules sur les supports ponctuels x^i , selon les poids $p(x^i|y_t)$ acquis en ce point. Cela peut se faire, par exemple, à partir d'un tirage aléatoire de N particules selon la loi conditionnelle estimée $p(x^i|y_t)$. Evidemment, après cette redistribution toutes les particules ont leurs poids réinitialisé à $1/N$.

Ainsi, pour les états plus probables, correspondant aux particules plus "lourdes", le tirage de redistribution donne naissance à plusieurs particules dans la même position tandis que les états moins probables sont peu choisis ou même peuvent disparaître. En moyenne une particule de poids p^i donne naissance à Np^i nouvelles particules de poids $1/N$. La redistribution de support regroupe de façon probabiliste les particules là où elles sont le plus utiles.

La figure 3.4 montre l'effet de la redistribution sur l'ensemble de particules. On remarque que plusieurs particules sont nées dans un même endroit (ce qui est indiqué par l'épaisseur des flèches) et que quelques unes disparaissent. Le poids de toutes les particules (amplitude des flèches) est le même.

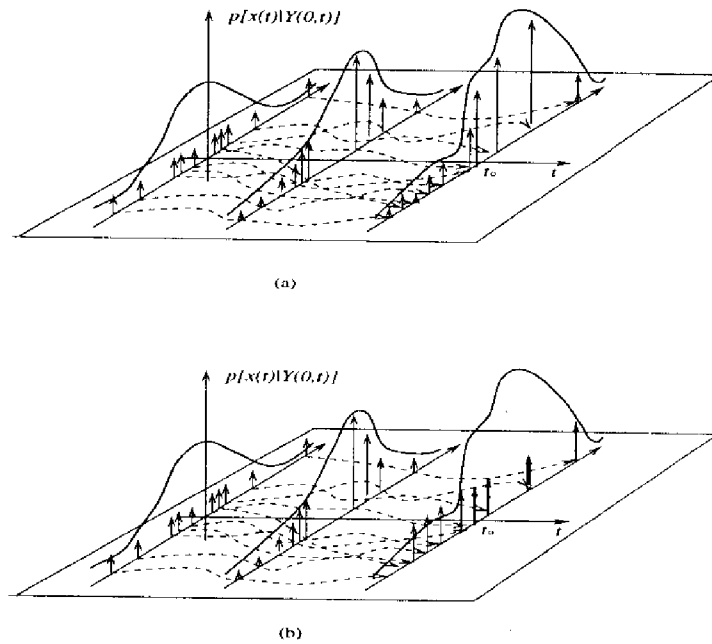


Figure 3.4: Redistribuition du support particulaire : a) avant b) après.

Contrairement aux techniques de régularisation préconisées précédemment (facteur d'oubli et fenêtre glissante) la redistribution de support n'est pas faite à tout instant. Il faut choisir les périodes de redistribution de manière à permettre aux particules un certain "apprentissage" de l'état avant de décider si elles doivent être gardées ou non. Cette période doit être d'autant plus grande que le bruit d'observation est important. En général cela se fait de manière adaptative, c'est-à-dire seulement quand le poids d'une fraction des particules devient très faible.

Cette technique, qui est une extension du principe de *Sampling/Resampling* (cf. [14], [17]), permet non seulement de résoudre le problème de dégénérescence du poids mais aussi d'accélérer la convergence de l'algorithme.

3.3.4 Exploration n-conditionnelle

L'algorithme présenté précédemment réalise une exploration de l'espace d'état dite *a priori* parce que l'évolution des particules est dictée exclusivement par la dynamique du système. Les observations sont utilisées ensuite, dans la phase de pondération.

Cette méthode est efficace pour le filtrage des systèmes stables, où les hypothèses du théorème 2 sont vérifiées d'emblée. Par contre, dans les systèmes instables l'exploration *a priori* du processus X_k que l'on veut estimer est non-bornée. Les particules s'écartent de plus en plus entre elles ainsi que de la vraie trajectoire. Un exemple de système stable serait la poursuite d'une phase ou d'un processus quelconque qui évolue sur un intervalle compact. Dans ce cas la variance du processus lui-même est bornée. Un exemple de système instable est le mouvement

brownien d'un mobile dont l'état **position** est défini dans l'espace entier \mathbb{R}^3 .

Cette classe de problèmes peut être traitée avec l'algorithme particulière à condition de modifier la stratégie d'exploration. Il s'agit d'utiliser une partie de l'information disponible sur l'état (contenue dans Y_k) pour orienter l'évolution des particules. Par exemple, on utilise l'observation récente (à n -pas, d'où la dénomination *n-conditionnelle*) pour diriger l'exploration de l'espace d'état. Ce conditionnement permet de rattraper la divergence des particules.

L'exploration *n-conditionnelle* vient elle aussi d'une interprétation "particulaire" de la formule de *Bayes*. Considérons la tautologie suivante pour la probabilité conditionnelle :

$$dP(\underline{x}_k | \underline{y}_k) = \frac{dP(\underline{y}_k | \underline{x}_k) dP(\underline{x}_k | \underline{x}_{k-1}) dP(\underline{x}_{k-1} | \underline{y}_{k-1})}{dP(\underline{y}_k | \underline{y}_{k-1})} \quad (3.13)$$

$$= \frac{dP(\underline{y}_{[k-n+1]} | \underline{x}_{k-n}) dP(\underline{x}_{[k-n+1]} | \underline{y}_{[k-n+1]}, \underline{x}_{k-n})}{dP(\underline{y}_{[k-n+1]} | \underline{y}_{k-n})} dP(\underline{x}_{k-n} | \underline{y}_{k-n}) \quad (3.14)$$

où $[k-n+1]$ représente l'intervalle de temps (discret) entre les instants $k-n+1$ et k .

Ces deux écritures de la probabilité conditionnelle admettent une interprétation particulière du type qui a été décrit dans la section 3.3.1. Le filtre particulière basé sur l'équation (3.13) est celui présenté précédemment. L'évolution des particules obéit à la loi de transition $P(\underline{x}_k | \underline{x}_{k-1})$ et est fonction exclusivement de la dynamique du système.

Le filtre particulière correspondant à l'équation (3.14) utilise aussi bien la dynamique du système que l'information des instants récents $\{k-n+1, \dots, k\}$ pour faire évoluer une particule de l'instant $k-n$ à l'instant k , ce qui est représenté par la loi de transition $P(\underline{x}_{[k-n+1]} | \underline{y}_{[k-n+1]}, \underline{x}_{k-n})$.

Dans ces conditions il est possible de démontrer la convergence de l'algorithme particulière avec des hypothèses similaires à celles énoncées auparavant dans les théorèmes 1 et 2. D'après (3.14), la probabilité conditionnelle est donc globalement définie par

$$\text{d'une part, la loi de transition : } dP_0(\underline{x}_k, \underline{y}_k) = \prod_{\ell=1}^T dP(\underline{x}_{[\ell]} | \underline{x}_{[\ell-1]}, \underline{y}_{[\ell]}),$$

où l'intervalle $0 \dots k$ a été partagé en T sous-intervalles de longueur n et où la notation $[\ell]$ indique le ℓ -ième sous-intervalle,

$$\text{d'autre part, le terme de Bayes : } Z_k(\underline{x}_k, \underline{y}_k) = \prod_{\ell=1}^T dP(\underline{y}_{[\ell]} | \underline{x}_{[\ell-1]})$$

qui donne le poids non-normalisé des particules.

Remarque 17 *Dans le filtre n-conditionnel l'estimation de l'état ne se fait pas à tout instant mais tout les n-pas. Pour obtenir l'estimation dans les instants intermédiaires il suffit de mettre n filtres en parallèle décalés dans le temps.*

Remarque 18 *Le filtre n-conditionnel a besoin de la trajectoire passée jusqu'à l'instant k-n. Cela signifie qu'il ne peut commencer à être utilisé qu'après les n premiers instants. Une procédure particulière assure l'initialisation.*

La loi de transition $P(x_{[k-n+1]}|y_{[k-n+1]}, x_{k-n})$ n'est pas en général connue sous une forme analytique et une approximation s'avère nécessaire pour effectuer les tirages suivant cette loi. Comme il s'agit d'approcher une probabilité on peut utiliser la même procédure déjà proposée, c'est-à-dire utiliser une approximation particulière de cette loi. Il suffit de récrire l'expression de cette probabilité de transition sous la forme d'une exploration *a priori* :

$$dP(x_{[k-n+1]}|y_{[k-n+1]}, x_{k-n}) = \frac{dP(y_{[k-n+1]}|x_{[k-n+1]})dP(x_{[k-n+1]}|x_{k-n})}{dP(y_{[k-n+1]}|x_{k-n})}$$

Maintenant il est possible d'utiliser M particules auxiliaires pour approcher cette loi. Autrement dit, à un instant $k-n$ donné chaque particule de base doit lancer un ensemble de M particules auxiliaires dont la dynamique suit une loi de transition *a priori* $P(x_{[k-n+1]}|x_{k-n})$. Ces particules auxiliaires seront pondérées par les observations $Y_{[k-n+1]}$. Leur poids final sera donné, à une normalisation près, par :

$$Z^j = \frac{dP(y_{[k-n+1]}|x_{[k-n+1]} = \{x_{[k-n+1]}^j\})}{dP(y_{[k-n+1]}|x_{k-n}^i)}$$

Il suffit maintenant de tirer une des trajectoires j sur la base de la probabilité ainsi construite.

La figure 3.5 illustre ces idées en montrant une des N particules de "base" et ses M particules auxiliaires qui approchent la loi conditionnelle.

Il est à noter que la méthode des tirages conditionnels peut être aussi utilisée dans le cas des systèmes stables. Cela permet d'obtenir, à nombre égal de particules, une précision supérieure de l'estimateur.

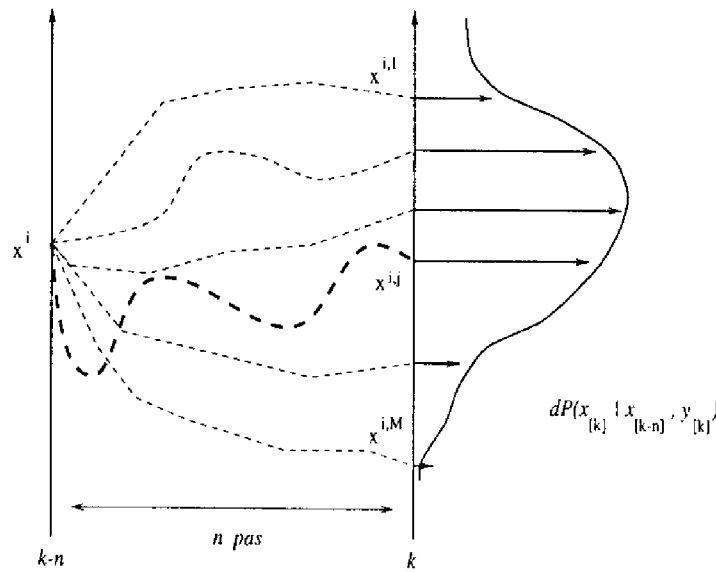


Figure 3.5: Exploration conditionnelle.

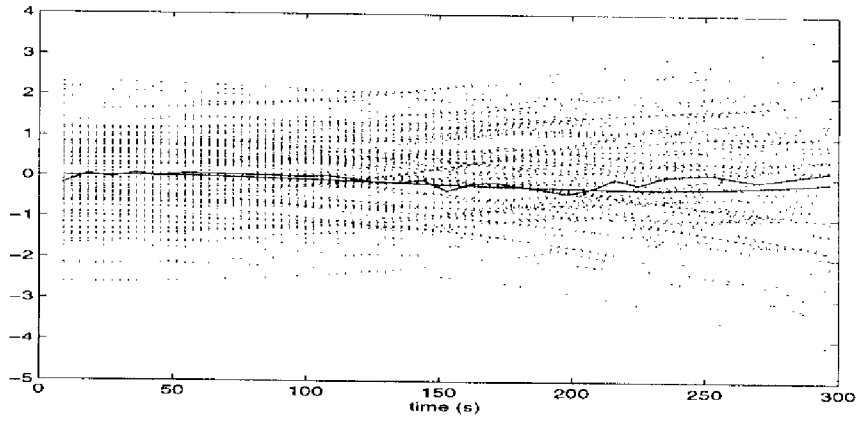
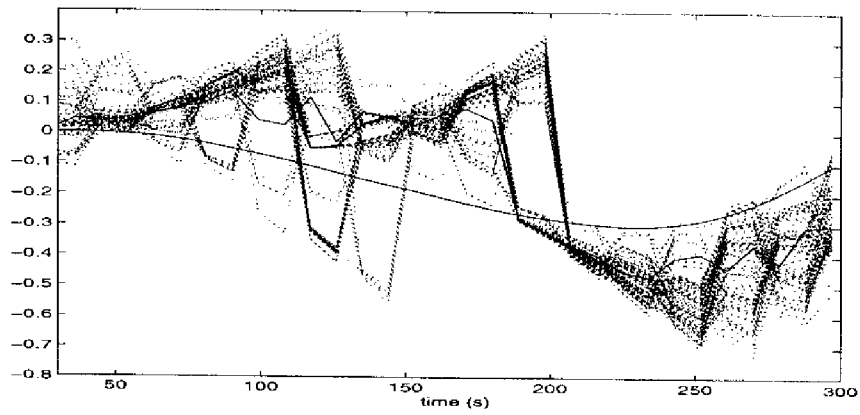
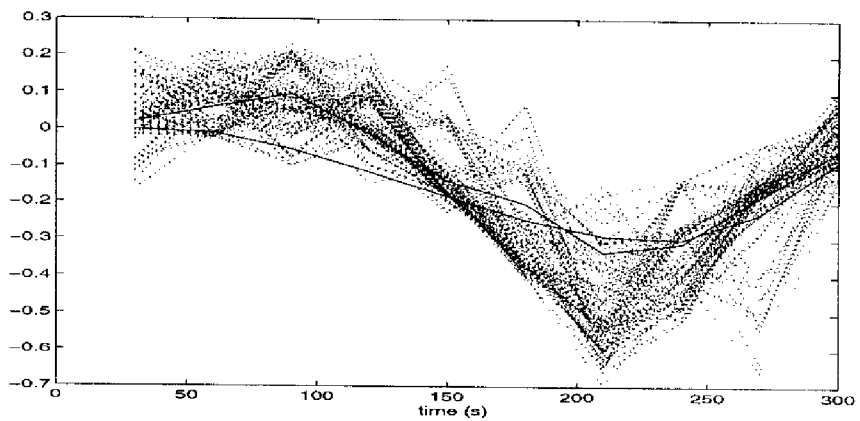
Exemple d'application sur un système instable

Les figures suivantes (cf. [3]) montrent un exemple où les différentes versions du filtre particulaire ont été utilisées dans le cas d'un système instable.

La figure 3.6 illustre le problème de la divergence des trajectoires *a priori* par rapport à la trajectoire réelle. Le facteur d'oubli, utilisé dans ce cas, n'est pas capable de stabiliser le système et les particules s'éloignent de la vraie trajectoire.

La figure 3.7 montre l'impact de la redistribution. On remarque non seulement qu'elle régularise le poids des particules - puisque à chaque redistribution les poids sont ramenés à $1/N$ - mais aussi qu'elle a un effet stabilisateur sur les tirages.

Enfin, la figure 3.8 montre l'application de l'algorithme *n*-conditionnel avec redistribution. Les particules restent autour de la trajectoire de façon stationnaire. La redistribution est utilisée ici par son effet régularisateur des poids, la stabilité étant assurée par le tirage conditionnel.

Figure 3.6: Filtrage particulaire *a priori*.Figure 3.7: Filtrage particulaire *a priori* avec redistribution.Figure 3.8: Filtrage particulaire *N-conditionnel* avec redistribution.

3.3.5 Extensions de l'algorithme

L'algorithme de base, exposé précédemment, admet certaines adaptations en fonction du problème ou des informations supplémentaires que l'on peut avoir sur le système à filtrer. Ces adaptations servent à introduire les informations dans le filtre ou à palier des difficultés de l'algorithme dans quelques situations spécifiques.

Une des difficultés que l'on rencontre pour la mise en œuvre de la méthode particulière apparaît dans les problèmes d'estimation d'un paramètre ou d'un processus à dynamique très lente. Pour voir d'où vient cette difficulté, considérons le problème suivant :

$$\begin{cases} x_{t+1} = x_t \\ y_t = x_t + v_t, \quad v_t \sim N(0, R) \\ x_0 \sim N(0, P_0) \end{cases}$$

Dans ce cas, l'estimation de l'état actuel du système revient à l'estimation de son état initial x_0 . Comme le problème est linéaire gaussien, l'estimateur optimal est connu. A un instant $t = T$, il est donné par :

$$\hat{x}_0 = \left(\frac{TP_0}{R + TP_0} \right) \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_t$$

En plus, puisqu'il s'agit d'une estimation paramétrique, la variance d'erreur tend vers zéro et le filtre "apprend" la vraie valeur de x_0 de manière de plus en plus précise.

Considérons maintenant la solution du même problème par la méthode particulière. La figure 3.9 illustre la trajectoire des particules et de l'estimateur au cours du temps.

Puisque le système ne présente pas de dynamique, la trajectoire des particules coïncide avec leurs positions initiales. Au cours du temps, la particule la plus proche de la vraie trajectoire (particule i) attire toute la probabilité et, par redistribution, toutes les autres particules. Ainsi, dans ce problème, toutes les particules vont se concentrer sur une seule position et l'estimateur résultant sera biaisé.

Dans ce cas spécifique, le biais peut être corrigé si on enlève de l'algorithme particulière l'étape de redistribution du support. En effet, elle n'est pas nécessaire ici puisque il n'y a pas de phénomène de dégénérescence du poids. Ainsi, le poids des particules se distribue proportionnellement à leurs positions et l'estimateur tend vers la bonne valeur.

Cependant, dans des cas plus complexes, on a besoin de la redistribution pour régulariser le poids des particules. D'autres méthodes doivent alors être employées pour attaquer le problème du biais. Nous en proposons deux ici : l'introduction d'une dynamique de dérive dans le mouvement des particules et la redistribution diffuse.

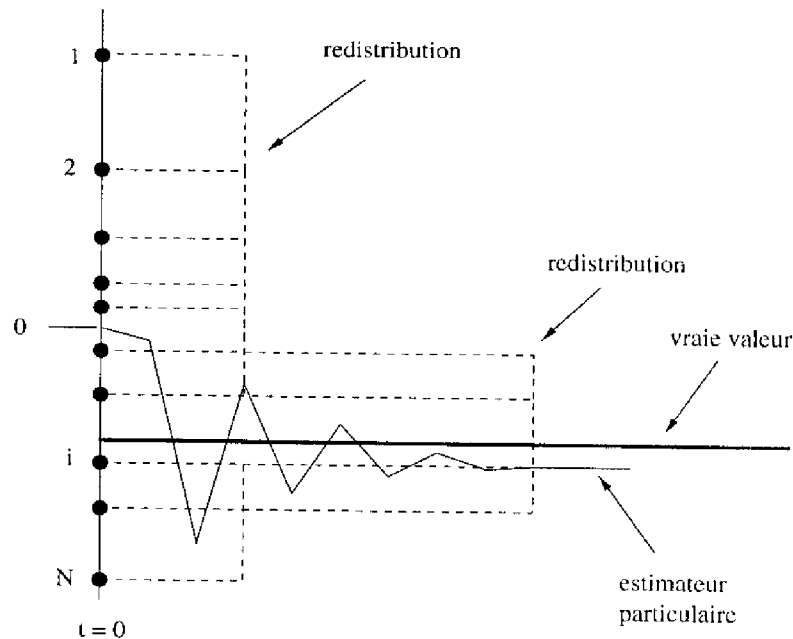


Figure 3.9: Filtrage particulaire d'un paramètre.

L'introduction d'une dynamique de dérive

La dynamique du système permet aux particules d'explorer l'espace d'état. Si cette dynamique est nulle (cas de l'exemple précédent) les particules sont figées dans leur positions initiales et perdent cette capacité d'exploration.

Si on ajoute au mouvement des particules une dynamique (un brownien de faible variance) elles auront la faculté de "chercher" dans l'espace d'état la vraie trajectoire. Les particules qui, en fonction de cette dynamique, s'éloignent de la bonne trajectoire, seront éliminées par le processus de redistribution. Si, à un moment donné, toutes les particules se concentrent sur une seule position, la dynamique propre à chacune se charge de les écarter, assurant une exploration convenable de l'espace d'état.

L'inconvénient de cette méthode est qu'elle ne permet pas la convergence asymptotique de l'estimateur vers la valeur correcte de x_0 . La raison est simple. En introduisant une dynamique brownienne, on a changé le problème de départ qui maintenant s'écrit :

$$\begin{cases} x_{t+1} = x_t + \omega_{t+1}, & \omega_t \sim N(0, Q) \\ y_t = x_t + v_t, & v_t \sim N(0, R) \end{cases}$$

$$x_0 \sim N(0, P_0)$$

Dans ce nouveau problème, le filtre optimal (filtre de Kalman) donne une variance d'erreur d'estimation qui ne tend pas vers zéro mais qui est limitée à :

$$P_\infty = E(\tilde{x}_t^2)_{t \rightarrow \infty} = \frac{\sqrt{Q + 4R} - 1}{2} Q.$$

Cela permet de choisir le paramètre Q pour les particules. Plus il est petit, meilleure la précision finale, mais aussi plus lente est l'élimination du biais et la convergence de l'algorithme.

La redistribution diffuse

D'après l'algorithme de redistribution, les particules "lourdes" (très probables) donnent naissance à plusieurs autres particules, qui sont placées sur la même position (même état) que la "particule-mère". La redistribution diffuse consiste à introduire une perturbation dans les positions de ces particules en les plaçant autour de la position nominale.

Cette méthode permet elle aussi de corriger le biais parce que la perturbation introduite crée un nuage (tache) de particules et permet ainsi la naissance d'une particule plus proche de la vraie trajectoire. La redistribution suivante va créer de nouvelles taches et des particules encore plus proches de la vraie valeur et ainsi de suite.

L'inconvénient de la méthode est la perturbation de la distribution de probabilité qu'elle produit. En effet, la technique particulière est basée sur la reconstitution de la loi de probabilité conditionnelle et la redistribution peut être faite à condition de ne pas perturber cette loi. Une redistribution diffuse crée des états qui n'existaient pas auparavant ce qui déforme localement la probabilité. Les résultats expérimentaux montrent que pour des problèmes typiques et des taches "petites" l'algorithme converge effectivement vers la bonne trajectoire.

3.3.6 Méthodes hybrides

D'autres techniques de filtrage peuvent être combinées au filtre particulier tout en gardant les propriétés de convergence de ce dernier. Cela est possible lorsque une partie du vecteur d'état possède, conditionnellement à la connaissance de l'autre partie, un modèle tel que un filtre exact peut être appliqué.

Dans ces cas, on utilise le filtre particulier pour estimer une partie de l'état et, conditionnellement à cette estimation, le filtre exact estime l'autre partie. Cela signifie que le long de la trajectoire de chaque particule un autre filtre est calculé. Ce genre de combinaison est très utile pour des systèmes à grand nombre de dimensions, où le coût algorithmique du filtre particulier devient trop important.

Considérons un système où le vecteur d'état $\mathbf{e} = (x, \theta)$ possède une partie x linéaire-gaussienne conditionnellement à l'autre partie θ .

$$\begin{cases} \theta_{k+1} &= F_k(\theta_k, \omega_{k+1}^\theta) \\ x_{k+1} &= A_k(\theta_k)x_k + B_k(\theta_k)\omega_{k+1}^x \end{cases} \quad (3.15)$$

observé par :

$$y_k = H_1(\theta_k) + H_2(\theta_k)x_k + \nu_k \quad (3.16)$$

où ω_k^x et ν_k sont des bruits blancs gaussiens.

Dans ce cas, si l'état θ_k est connu, l'estimateur optimal de x_k est donné par le filtre de Kalman. L'idée de base ici consiste à utiliser le filtre particulaire pour estimer l'état θ_k et, à partir de cette estimation, estimer l'état x_k par le filtre de Kalman.

En effet, le filtre optimal doit construire la probabilité conditionnelle $dP(e_k/Y_{\underline{k}})$. Une application simple de la règle de *Bayes* montre que cette loi peut être mise sous la forme :

$$\begin{aligned} dP(\theta_{\underline{k}}, x_{\underline{k}}|Y_{\underline{k}}) &= dP(x_{\underline{k}}|\theta_{\underline{k}}, Y_{\underline{k}}) dP(\theta_{\underline{k}}|Y_{\underline{k}}) \\ &= dP(x_{\underline{k}}|\theta_{\underline{k}}, Y_{\underline{k}}) \frac{dP(y_k|\theta_k, Y_{\underline{k-1}}) dP(\theta_k|\theta_{k-1})}{dP(y_k|y_{\underline{k-1}})} dP(\theta_{\underline{k-1}}|y_{\underline{k-1}}) \\ &= \underbrace{dP(x_{\underline{k}}|\theta_{\underline{k}}, Y_{\underline{k}})}_{\text{filtre de } x_k} \frac{\prod_{\tau=1}^k dP(y_\tau|\theta_\tau, y_{\tau-1})}{\prod_{\tau=1}^k dP(y_\tau|y_{\tau-1})} \prod_{\tau=1}^k dP(\theta_\tau|\theta_{\tau-1}) dP(\theta_0) \\ &\qquad\qquad\qquad \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{filtre de } \theta_k} \end{aligned} \quad (3.17)$$

Remarque 19 On remarque dans l'expression ci-dessus que l'observation présente y_k , étant donné θ_k , n'est pas indépendante du passé, autrement dit

$$dP(y_k|\theta_k, y_{\underline{k-1}}) \neq dP(y_k|\theta_k).$$

Le caractère markovien ne peut pas être invoqué ici car le conditionnement ne se fait que par une partie de l'état e . Par contre il est possible de remplacer l'ensemble des observations $y_{\underline{k}}$ par l'estimée de l'état $\hat{e}_k = (\hat{x}_{k-1}, \hat{\theta}_{k-1})$ ou simplement par \hat{x}_{k-1} , étant donné que θ_k est supposé connu.

L'équation (3.17) montre bien la décomposition du filtre et les conditions sous lesquelles elle peut être appliquée. Si le premier filtre (indiqué par *filtre de x_k*) est un filtre exact conditionnellement à θ_k alors il est possible d'utiliser le filtre particulaire pour θ_k et le filtre exact pour x_k . Dans le cas du modèle composé par les équations (3.15) et (3.16), c'est un filtre de Kalman qui sert à estimer x_k .

En effet, le filtre particulaire explore l'espace de la variable θ_k à partir d'un ensemble de N particules θ_k^i , chacune représentant une trajectoire possible du système. Le long de chaque trajectoire θ_k^i on construit un filtre de Kalman pour

la partie linéaire du problème, x_k :

$$\begin{cases} \hat{x}_{k+1|k}^i &= A_k(\theta_k^i) \hat{x}_{k|k}^i \\ P_{k+1|k}^i &= A_k(\theta_k^i) P_{k|k}^i A_k(\theta_k^i)^T + B_k(\theta_k^i) Q_{\omega^x} B_k(\theta_k^i)^T \\ K_{k+1}^i &= P_{k+1|k}^i H_2^T(\theta_{k+1}^i) \left[H_2(\theta_{k+1}^i) P_{k+1|k}^i H_2^T(\theta_{k+1}^i) + R_{\nu_k} \right]^{-1} \\ \hat{x}_{k+1|k+1}^i &= \hat{x}_{k+1|k}^i + K_{k+1}^i \left(y_{k+1} - H_1(\theta_{k+1}^i) - H_2(\theta_{k+1}^i) \hat{x}_{k+1|k}^i \right) \\ P_{k+1|k+1}^i &= P_{k+1|k}^i - K_{k+1}^i H_2(\theta_{k+1}^i) P_{k+1|k}^i \end{cases} \quad (3.18)$$

où Q_{ω^x} et R_{ν_k} désignent, respectivement, la variance de ω_k^x et de ν_k .

Il est possible maintenant d'écrire les expressions pour le filtre particulaire qui va estimer l'état θ_k . Le modèle à filtrer est le suivant :

$$\theta_{k+1}^i = F(\theta_k^i, \omega_{k+1}^{\theta})$$

observé par $\tilde{y}_k^i = y_k - H_2(\theta_k^i) \hat{x}_{k|k-1}^i = H_1(\theta_k^i) + H_2(\theta_k^i) (x_k - \hat{x}_{k|k-1}^i) + \nu_k$

Puisque le filtre de Kalman est un blanchisseur optimal, l'innovation représentée par $H_2(\theta_k^i) (x_k - \hat{x}_{k|k-1}^i) + \nu_k$ est un bruit blanc gaussien de moyenne nulle et variance :

$$H_2(\theta_k^i) P_{k|k-1}^i H_2^T(\theta_k^i) + R_{\nu_k}.$$

Les poids p_k^i sont alors déterminés par $p(\tilde{y}_k^i | \theta_k^i)$ qui correspond à une loi gaussienne de vraisemblance :

$$V_k^i = \frac{1}{2} \left(\tilde{y}_k - H_1(\theta_k^i) \right)^T \left[H_2(\theta_k^i) P_{k|k-1}^i H_2^T(\theta_k^i) + R_{\nu_k} \right]^{-1} \left(\tilde{y}_k - H_1(\theta_k^i) \right)$$

Enfin, l'estimation du vecteur d'état $\mathbf{e}_k = (x_k, \theta_k)$ se fait à partir de la loi de probabilité conditionnelle définie par les particules :

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_k &= \sum_i p_k^i \theta_k^i \\ \hat{x}_k &= \sum_i p_k^i \hat{x}_{k|k}^i \end{aligned}$$

Ainsi, pour appliquer cette technique, il suffit de construire N filtres de Kalman sur x_k conditionnés par N trajectoires particulières θ_k^i .



La formation de l'image ISAR par filtrage particulaire

4.1 Introduction

L'imagerie ISAR (*inverse synthetic aperture radar*) repose sur l'idée que, la trajectoire de la cible étant connue ou estimée, il est possible de compenser son mouvement d'ensemble et de ne garder que le mouvement de précession, utile à la formation de l'image. De cette manière on peut ramener le problème à la situation d'un objet tournant autour d'un centre de rotation fixe par rapport au radar. La trajectoire, qui représente le mouvement d'ensemble de la cible, peut être assimilée au mouvement de son barycentre (ou, d'une façon plus générale, d'un point de référence quelconque).

La difficulté de l'imagerie ISAR sur des cibles imprévisibles provient du caractère inconnu du mouvement de la cible à imager, qui doit faire l'objet d'une estimation concomitante, notamment en présence d'un faible rapport signal/bruit.

Les techniques usuelles séparent arbitrairement les deux problèmes, en considérant que l'estimation cinématique peut s'effectuer de façon ponctuelle sur tout point brillant dominant. Cela est évidemment contradictoire avec la nature d'une cible distribuée, dont les recombinaisons de réflexion rendent ce raisonnement en général invalide (le phénomène de *glint* peut engendrer d'énormes aberrations et/ou fluctuations).

Cette difficulté est résoluble par la technique de filtrage particulaire : le long de chaque trajectoire particulaire tirée selon la cinématique aléatoire de cible, une image-candidat est formée par pseudo-inversion des mesures bruitées accumulées. La vraisemblance associée à cette image détermine en retour la probabilité de la trajectoire particulaire considérée, ce qui permet l'estimation optimale de la vraie trajectoire par l'algorithme particulaire.

Nous présentons ici les équations de base qui permettent d'imager un ensemble de points brillants constituant une cible. Ces équations sont développées sous l'hypothèse d'un radar cohérent et d'une impulsion à enveloppe rectangulaire sans autre modulation de la porteuse, conformément aux modèles déjà présentés. Nous ne traiterons pas ici les techniques telles que la compression d'impulsion ou l'agilité en fréquence. Nous développons initialement l'algorithme de formation d'image pour une trajectoire donnée et ensuite l'algorithme pour l'ensemble des trajectoires particulières.

4.2 La formation de l'image

L'écho qui revient vers le radar est la convolution entre l'impulsion émise et la réponse électromagnétique de la cible, qui est analysée en profondeur par cette impulsion.

La résolution angulaire est obtenue par l'intégration cohérente des impulsions le long de la trajectoire de la cible. Cela correspond à la formation d'une antenne réseau dont les éléments occupent les différentes positions angulaires de la cible (cf. section 1.4.3).

On peut noter, à partir de l'équation (2.8), reproduite ci-après, que les observations $Y(t)$ sont linéairement liées aux coefficients de rétrodiffusion $\sigma(x, y)$ de la cible, pour une trajectoire donnée.

$$Y(t) = \sum_{x,y} h_t(x, y) \sigma(x, y) \exp\left(-j \frac{4\pi}{\lambda} R(x, y)\right) \quad (2.8)$$

Cela nous permet d'écrire un filtre linéaire (filtre de Kalman) conditionnel à la trajectoire de la cible. Cette propriété nous amène plus tard à écrire un filtre linéaire pour chaque trajectoire générée par le filtre particulaire. Chaque particule est porteuse d'une grille et par conséquent d'une image de la cible construite sur la trajectoire de cette particule.

4.2.1 Le filtre conditionnel

Le long d'une trajectoire on définit une grille de points qui représente la cible. Cette grille est l'approximation cherchée de la réponse électromagnétique de la cible sous forme d'un grand nombre de points brillants. L'emplacement de ces points correspond aux coordonnées (x, y) de l'équation (2.8).

Les équations du problème s'écrivent alors sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \sigma_{t+1} &= \sigma_t \\ Y_t &= H_t(x, y) D_t(e^{-j\Phi}) \sigma_t(x, y) + v_t \end{cases}$$

$$\sigma_0 \sim N(0, P_0)$$

A chaque instant t la réponse d'un ensemble de points brillants à l'onde émise est donnée par la matrice $H_t D_t$ (voir éq. (2.8) et (2.9)). Cette matrice est formée par des termes du type

$$h \left(t - \frac{2R(x, y)}{c} \right) \exp \left[-j \frac{4\pi}{\lambda} R(x, y) \right]$$

correspondant à chacun des points (x, y) de la grille.

On considère qu'à l'instant initial les coefficients de rétrodiffusion $\sigma_0(x, y)$ sont à priori aléatoires avec une incertitude P_0 (cela permet d'obtenir les images-candidats par pseudo-inversion du système, dès les premiers pas).

Remarque 20 *Notons, en passant, que ce formalisme permet de traiter également l'agilité en fréquence, en considérant la matrice D_t comme fonction à la fois du temps et de la fréquence du signal émis.*

Le long de la trajectoire, l'image-candidat pour $\sigma(x, y)$ est donnée par l'estimateur de Kalman suivant [19] :

$$\hat{\sigma}_{t+1} = P_{t+1} \left(P_{t+1/t}^{-1} \hat{\sigma}_{t+1/t} + D_{t+1}^* H_{t+1}^* R^{-1} Y_{t+1} \right) \quad (4.1)$$

$$P_{t+1}^{-1} = P_{t+1/t}^{-1} + D_{t+1}^* H_{t+1}^* R^{-1} H_{t+1} D_{t+1} \quad (4.2)$$

où A^* correspond à la matrice transposée conjuguée de A et $R = \mathbb{E}(vv^*)$ est la matrice de covariance du bruit de mesure.

S'il n'y a pas de dynamique dans l'évolution de σ , on peut écrire les équations de prédiction comme étant :

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_{t+1/t} &= \hat{\sigma}_t \quad (\hat{\sigma}_0 = 0) \\ P_{t+1/t} &= P_t \end{aligned}$$

Si on introduit ces simplifications dans l'équation du filtre de Kalman et on développe les récurrences, on arrive à l'expression de la pseudo-inverse régularisée suivante :

$$\hat{\sigma}_{t+1} = P_{t+1} \left(\sum_{\tau=0}^{t+1} D_{\tau}^* H_{\tau}^* R^{-1} Y_{\tau} \right) \quad (4.3)$$

$$P_{t+1}^{-1} = P_0^{-1} + \sum_{\tau=0}^{t+1} D_{\tau}^* H_{\tau}^* R^{-1} H_{\tau} D_{\tau} \quad (4.4)$$

Cette solution est aussi appelée *generalized ridge estimate* (cf. [15]) et est utilisée pour la solution des systèmes mal conditionnés. Comme on a vu, elle est équivalente au filtre de Kalman dans le cas où il n'y a pas de dynamique dans l'évolution de σ (rétrodiffusion stationnaire).

4.2.2 Le filtre pour un réseau d'antennes

Pour un réseau d'antennes les équations (4.3) et (4.4) restent les mêmes sauf que :

- le vecteur \mathbf{Y}_τ représente l'ensemble de toutes les mesures ;
- les matrices H_τ et D_τ sont composées des matrices correspondantes à chacune des N antennes élémentaires du réseau (voir l'exemple 1 proposé dans le chapitre 2).

Dans ces expressions, quelques simplifications peuvent être introduites, à partir des relations (2.11) mises en évidence dans le chapitre précédent :

$$\begin{aligned} H_n &= H_0 \\ D_n &= D_0 e^{jn\Phi}, \quad \Phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta. \end{aligned}$$

Pour montrer comment s'opèrent ces simplifications on va considérer alors la notation suivante pour un réseau de N antennes :

$$A = \begin{bmatrix} A_0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & A_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & A_{N-1} \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} P_0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & P_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & P_0 \end{bmatrix} \quad \text{et } Y = \begin{bmatrix} Y_0 \\ Y_1 \\ \vdots \\ Y_{N-1} \end{bmatrix}$$

avec $A = H$ ou D . Comme les bruits dans les récepteurs de chaque antenne sont indépendants et de même statistique, on peut écrire :

$$R = \mathbb{E}(vv^*) = rI$$

avec r la variance du bruit sur une des antennes et I la matrice identité. Cela nous permet de récrire les termes de l'équation (4.3) comme suit :

$$\begin{aligned} \left(\sum_{\tau} D_{\tau}^* H_{\tau}^* R^{-1} H_{\tau} D_{\tau} + P^{-1} \right)^{-1} &= \frac{r}{N} \left(\sum_{\tau} (D_0^* H_0^* H_0 D_0)_{\tau} + \frac{r P_0^{-1}}{N} \right)^{-1} \\ \sum_{\tau} D_{\tau}^* H_{\tau}^* R^{-1} Y_{\tau} &= \frac{1}{r} \sum_{\tau} \left(D_0^* H_0^* \sum_{n=0}^{N-1} Y_n e^{-jn\Phi} \right)_{\tau} \end{aligned}$$

Avec les simplifications apportées par les relations précédentes, l'estimée de σ peut finalement s'écrire sous la forme suivante (où la dépendance avec le temps τ n'est plus indiquée) :

$$\hat{\sigma}_t = \left(\sum_{\tau} D_0^* H_0^* H_0 D_0 + \frac{r P_0^{-1}}{N} \right)^{-1} \sum_{\tau} D_0^* H_0^* \frac{\sum_{n=0}^{N-1} Y_n e^{-jn\Phi}}{N} \quad (4.5)$$

Ce résultat montre que, pour obtenir l'estimée $\hat{\sigma}$, il faut remettre en phase les données captées par les antennes et ensuite prendre leur moyenne. La remise en phase est équivalente à tourner le réseau d'antennes et le pointer vers la cible. La moyenne parmi les antennes fait remonter le rapport S/B. Si la cible se déplace, alors la phase à compenser n'est pas la même au cours du temps : la variation des matrices H et D avec le temps (l'indice τ) tient compte de ce fait.

4.3 L'estimation du mouvement

Dans le chapitre 3 nous avons introduit le filtre particulaire comme une technique qui permet une approche global du problème de filtrage non-linéaire qui converge vers l'estimateur optimal avec le nombre de particules. Il a été remarqué que, si une partie du vecteur d'état possède un modèle linéaire conditionnellement à la connaissance de l'autre partie, un filtre exact pourrait être employé à l'intérieur du filtre particulaire, tout en gardant les propriétés de convergence de ce dernier (cf. section 3.3.6 - Méthodes hybrides).

La modélisation proposée dans le chapitre précédent (éq. (2.9)) permet d'écrire un modèle linéaire pour le coefficient de rétrodiffusion σ , conditionnellement à la position (x, y) , c'est-à-dire la trajectoire de la cible. L'estimation de cette trajectoire, par contre, est un problème non-linéaire, compte tenu de la dynamique de mouvement de la cible (le modèle de Singer modifié), des non-linéarités du capteur radar et du passage cartésien-polaire entre les deux.

Ainsi apparaît le couplage de deux fonctions, à savoir l'estimation (par filtrage non-linéaire) du mouvement de la cible et la formation de l'image à partir de l'estimation linéaire des coefficients de rétrodiffusion. La première fonction est réalisée par un filtre particulaire qui s'appuie sur la deuxième, réalisé par le filtre conditionnel décrit dans la section 4.2.

4.3.1 Le filtre particulaire

Dans le filtre particulaire, chaque particule évolue selon la dynamique du barycentre de la cible, qui correspond à son mouvement d'ensemble. En fait le filtre cherche une image dont le mouvement coïncide avec celui de la vraie cible.

Ce qui permet à l'algorithme de prendre en compte le caractère distribué de la cible est l'étape de pondération, où l'ensemble des coefficients de rétrodiffusion (correspondant aux points de la grille superposée à la cible - voir figure 2.1) intervient dans le calcul du poids. Ces coefficients sont calculés par le filtre conditionnel, lié à la trajectoire de la particule.

L'algorithme particulaire traite donc conjointement le problème d'estimation du mouvement et de l'image : l'image est calculée en fonction de la trajectoire particulaire et le poids de cette trajectoire est calculé à partir de la vraisemblance du mouvement de l'image formée. Un poids "fort" signifie une bonne trajectoire, ce qui permet la formation d'une bonne image et vice versa.

Cet algorithme comprend en particulier la technique anti-*glint* : elle n'est qu'un algorithme d'imagerie où la grille contient peu de points. Il n'en a pas assez pour former une image mais cela suffit à éviter le *glint*. Le cas limite où la grille n'est

composée que d'un seul point correspond à la poursuite d'une cible ponctuelle, et l'imagerie se réduit à l'estimation du coefficient moyen de rétrodiffusion de la cible, représentatif de la SER (cf. [27]).

4.3.2 La nature du filtre

L'analyse des équations du mouvement (2.12) et (2.13) et d'observation (2.7) montre que le système à filtrer est :

- *instable*, puisque l'état **position** n'est pas limité dans l'espace ;
- *non-linéaire*, aussi bien dans la dynamique que dans l'observation ;
- *linéaire* en σ , conditionnellement à la trajectoire.

Cela indique que la technique de tirage n -conditionnel (pour résoudre le problème d'instabilité) et le filtrage linéaire conditionnel (pour le calcul du coefficient de rétrodiffusion σ) peuvent s'appliquer.

Le filtre conditionnel a été déjà développé dans la section précédente. Le filtre n -conditionnel sera ici remplacé par un filtre *a priori* muni d'une redistribution de support, qui a été décrite dans la section 3.3.3, en raison des faibles rapports S/B qui rendraient les tirages n -conditionnels peu performants.

4.4 La mise en œuvre de l'algorithme

La mise en œuvre du filtre particulaire, décrite dans le chapitre 3, se fait selon l'algorithme indiqué dans la figure 4.1.

Les sections suivantes décrivent en détail les étapes de cet algorithme pour le problème d'estimation du mouvement de la cible.

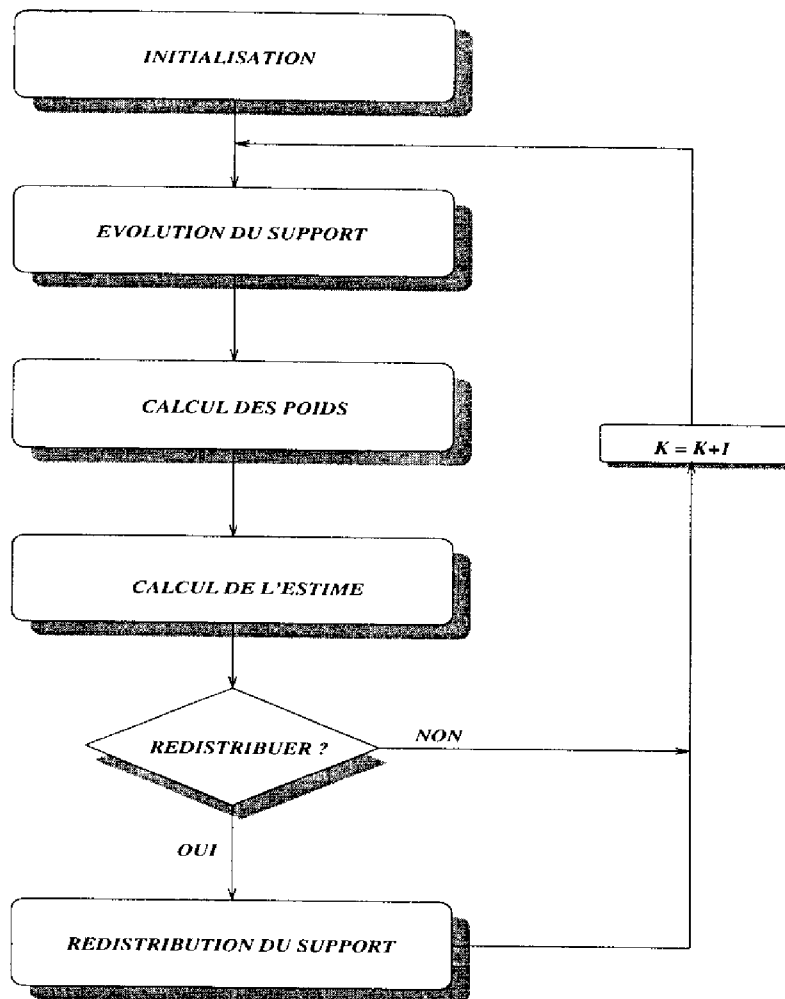


Figure 4.1: Mise en œuvre de l'algorithme particulaire.

4.4.1 Initialisation

A l'instant $t = 0$ on approche la densité $p(\mathbf{e}_0)$ par un peigne de Dirac. Cela revient à placer aléatoirement N "particules" de *masse* $\frac{1}{N}$ dans des positions ¹ \mathbf{e}_0^i , $i = 1, \dots, N$ "tirées" selon la loi $p(\mathbf{e}_0)$ (voir figure 4.2).

On a alors :

$$p(\mathbf{e}_0) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta(\mathbf{e}_0^i),$$

$\delta(\mathbf{e}_0^i)$ étant la distribution de Dirac centrée sur \mathbf{e}_0^i , et

$$\hat{\mathbf{e}}_0 \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{e}_0^i.$$

¹Les particules sont placées dans un espace n -dimensionnel, n étant la dimension du vecteur d'état \mathbf{e}_0 .

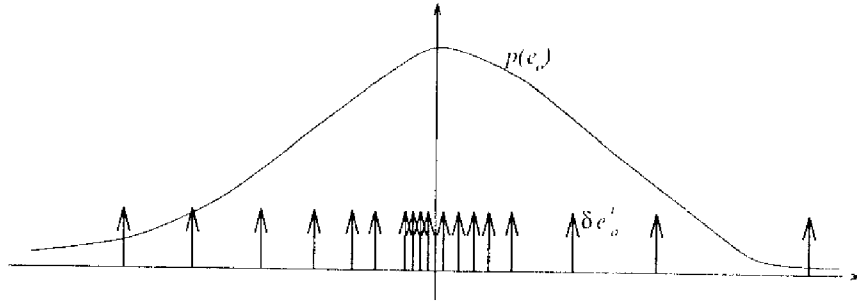


Figure 4.2: Initialisation des particules

4.4.2 Evolution du support

Pour le problème d'estimation du mouvement d'une cible, l'étape d'évolution consiste simplement à faire avancer chaque particule selon la dynamique du modèle de Singer modifié (section 2.4). Les différents tirages du bruit poissonnien permettent aux particules d'explorer l'espace d'état pour y retrouver la bonne trajectoire. Comme les particules ne situent que le barycentre de la cible, l'état est défini par les coordonnées cinématiques d'un point (position, vitesse et accélération), ce qui fait, pour une recherche à deux dimensions, un vecteur d'état \mathbf{e}_t à six composantes.

Pour chaque particule i on a alors :

$$\mathbf{e}_{t+1}^i = \Phi(t+1, t) \mathbf{e}_t^i + \pi_t^i$$

où la matrice Φ est diagonale par bloc, chaque bloc étant donnée par l'équation (2.13) et π^i est une réalisation (tirage) du bruit poissonnien d'aléa de pilotage.

4.4.3 Pondération

Le poids affecté à chacune des particules doit tenir compte du caractère multiponctuel de la cible. Cela se fait à partir de l'estimation des coefficients de rétrodiffusion $\sigma^i(x, y)$ sur les points de la grille qui accompagne chaque particule i .

La valeur de σ^i peut s'écrire comme $\sigma^i = \hat{\sigma}^i + \tilde{\sigma}^i$, où $\hat{\sigma}^i$ est l'estimée du coefficient de rétrodiffusion et $\tilde{\sigma}^i$ est l'erreur d'estimation pour chaque particule i . L'estimation est faite par le filtre conditionnel qui délivre la valeur de $\hat{\sigma}^i$ (cf. éq. (4.3)) et la variance de l'erreur $\tilde{\sigma}^i$ (cf. éq. (4.4)), que l'on notera P^i par la suite.

L'équation d'observation (2.7) peut s'écrire alors comme :

$$Y_t = H_t^i \sigma_t^i + v_t = H_t^i (\hat{\sigma}_t^i + \tilde{\sigma}_t^i) + v_t = H_t^i \hat{\sigma}_t^i + v_t^i$$

où on a changé la notation pour indiquer la matrice $H_t D_t$ simplement par H_t . Le nouveau bruit $v^i = H^i \tilde{\sigma} + v$ a une variance donnée par $H^i P^i H^{i*} + R$, qui dépend de la particule i . Le poids non-normalisé d'une particule (que l'on a noté Z^i dans

présente \mathbf{Y}_t . L'estimation de ce vecteur se fait simplement par la moyenne des états de chaque particule pondérée par le poids respectif.

$$\hat{\mathbf{e}}_t = \sum_{i=1}^N p^i \mathbf{e}^i$$

La même chose s'applique pour l'estimation du vecteur σ . Pour chaque particule est calculé, le long de sa trajectoire, l'estimée $\hat{\sigma}^i$. L'estimateur final est alors donné par :

$$\hat{\sigma}_t(x, y) = \sum_{i=1}^N p^i \hat{\sigma}_t^i(x^i, y^i), \quad (x, y) \in \bigcup_i (x^i, y^i)$$

Cet estimateur est celui du vecteur de rétrodiffusion associé à la cible et constitue l'estimation de l'image de la cible à cet instant.

4.4.5 Redistribution du support

Comme on l'a vu au chapitre précédent, la redistribution du support permet de regrouper de façon probabiliste les particules autour des régions les plus probables de l'espace d'état. Cette redistribution se fait selon la probabilité conditionnelle estimée par l'algorithme particulaire et consiste simplement en une ré-allocation des particules sur les supports explorés, renormalisant tous les poids à $1/N$.

Cette procédure "tue" les particules à faible poids (peu probables), qui consomment du temps de calcul et ne contribuent pas significativement à l'estimation, pour les faire "renaître" sur des positions plus probables. Le tirage doit être fait de manière à ne pas perturber la loi de probabilité.

Puisque cette procédure ne fait que représenter la même loi avec une nouvelle distribution des particules, les moments ne doivent pas changer à l'instant d'une redistribution. Le calcul des moments expérimentaux (la variance, par exemple) sert alors comme indicateur de la qualité de la nouvelle représentation et peut guider l'utilisateur quant au nombre de particules nécessaires dans l'algorithme. Autrement dit, on doit avoir pour chaque composante e du vecteur d'état \mathbf{e}

$$\sum_{i=1}^N p_i \varphi(e_i) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varphi(e'_i)$$

où φ est une fonction mesurable (e.g. $\varphi(x) = (x - \bar{x})^2$, \bar{x} - moyenne de x , pour le calcul de la variance) et e'_i représente les nouvelles positions des particules.

Le taux des redistributions peut être défini *a priori*, par exemple tous les P pas de l'algorithme, P une constante, ou de manière adaptative, en fonction du poids des particules. Par exemple, une redistribution peut être déclenchée quand une fraction du nombre de particules atteint un poids considéré faible. Comme la répartition uniforme du poids ($p_i = 1/N$) est optimale pour l'utilisation de la loi des grands nombres, un poids peut être considéré faible s'il atteint une valeur trop petite ($1/10$, par exemple) par rapport à ce seuil.

le chapitre 3) s'écrit maintenant :

$$Z^i = \frac{1}{(2\pi)^{N/2} |H^i P^i H^{i*} + R|^{1/2}} \exp \left[-\frac{1}{2} (Y - H^i \hat{\sigma}^i)^* (H^i P^i H^{i*} + R)^{-1} (Y - H^i \hat{\sigma}^i) \right]$$

Pour pouvoir utiliser les résultats déjà obtenus pour le filtre conditionnel, on doit récrire l'expression de la vraisemblance dans Z^i . En utilisant des équivalences matricielles connues [19], on obtient :

$$\begin{aligned} V &= (Y - H\hat{\sigma})^* (HPH^* + R)^{-1} (Y - H\hat{\sigma}) = \\ &= Y^* R^{-1} Y + \hat{\sigma}^* P^{-1} \hat{\sigma} - (Y^* R^{-1} H + \hat{\sigma}^* P^{-1}) (H^* R^{-1} H + P^{-1})^{-1} (H^* R^{-1} Y + P^{-1} \hat{\sigma}) \end{aligned}$$

Les mêmes simplifications qui ont menées aux équations (4.3) et (4.4) peuvent être employées ici, dont résultent les expressions suivantes (on a omis l'indice i pour simplifier la notation) :

$$\begin{aligned} V &= \sum_{\tau} Y_{\tau}^* R^{-1} Y_{\tau} - \left(\sum_{\tau} Y_{\tau}^* R^{-1} H_{\tau} \right) \left(\sum_{\tau} H_{\tau}^* R^{-1} H_{\tau} + P_0^{-1} \right)^{-1} \left(\sum_{\tau} H_{\tau}^* R^{-1} Y_{\tau} \right) \\ &= \sum_{\tau} Y_{\tau}^* R^{-1} Y_{\tau} - \left(\sum_{\tau} Y_{\tau}^* R^{-1} H_{\tau} \right) \hat{\sigma}. \end{aligned}$$

Remarque 21 *Le terme $\sum_{\tau} Y_{\tau}^* R^{-1} Y_{\tau}$, commun à toutes les particules, se simplifie au moment de la normalisation. D'un point de vue algorithmique, il est absent dans le filtre. D'autre part, le facteur de $\hat{\sigma}$ dans la vraisemblance ($\sum_{\tau} Y_{\tau}^* R^{-1} H_{\tau}$) a déjà été calculé dans le filtre conditionnel.*

Finalement, une dernière simplification est possible pour le calcul du déterminant $|H^i P^i H^{i*} + R|$ dans l'expression de Z^i . On peut montrer que ce déterminant s'écrit :

$$|H^i P^i H^{i*} + R| = |H^{i*} R^{-1} H^i + P^{i-1}| |P^i| |R|$$

Ces termes ont été calculés dans le filtre conditionnel et peuvent être re-utilisés ici.

Le poids final d'une particule est donné par l'expression (3.10) développée dans le chapitre 3 :

$$p^i = \frac{Z^i}{\sum_{j=1}^N Z^j}, \quad N - \text{nombre de particules}$$

4.4.4 Estimation

Une fois calculé le poids de chaque particule, on dispose d'une estimation de la probabilité du vecteur d'état \mathbf{e}_t conditionnelle aux observations passées et

4.4.6 Adaptations de l'algorithme

Pour le problème d'imagerie d'une cible, certaines adaptations peuvent être apportées à l'algorithme proposé dans la figure 4.1. Ces adaptations permettent une économie dans les calculs soit pour l'estimation du mouvement soit pour la reconstitution de l'image.

Deux modifications de l'algorithme seront utilisées ici : la méthode des redistributions diffuses (déjà analysée dans la section 3.3.5), pour l'estimation du mouvement, et la variation du coefficient de rétrodiffusion, pour la reconstitution de l'image.

La méthode des redistributions diffuses

Le modèle de Singer modifié - éq. (2.12) - utilisé pour le mouvement de la cible, admet des changements de dynamique à partir des sauts poissonniens sur la commande de pilotage, à un taux moyen de T_m , temps entre manœuvres de la cible.

Or, ce temps T_m est en général de l'ordre de quelques secondes, ce qui signifie, en moyenne, une cible en vol stationnaire (accélération constante) pendant ce temps-là. On voit bien que cette situation caractérise la recherche paramétrique, en fait à dynamique lente, analysée dans la section 3.3.5.

En effet, pour une initialisation donnée des particules, la recherche de bonnes valeurs de position, vitesse et accélération de la cible est pilotée exclusivement par des sauts sur la commande. Cela pose des problèmes dans la phase d'acquisition de l'algorithme, où la recherche se fait dans un espace à six dimensions. Le nombre de particules par dimension recherchée est très faible : si on dispose d'un total de $N_p = 100000$ particules, cela équivaut à un peu moins de 7 particules/dimension!

Remarque 22 *L'espace de recherche de l'algorithme particulière est défini par le nombre de bruits indépendants qui pilotent le système. Pour la poursuite d'une cible en 2D, cet espace est de dimension 2, correspondant aux deux bruits poissonniens du modèle de Singer modifié. Cependant, dans la phase initiale de la poursuite, il faut remplir suffisamment l'espace d'état puisque la dynamique de chaque particule ne permet pas assez de mobilité pour explorer tous les états possibles. Cette mobilité sera assurée par les redistributions diffuses introduites.*

Si on note le temps de récurrence du radar T_r et le temps moyen entre manœuvres T_m , alors pour un total de N_p particules, un nombre n , donné par

$$n = N_p(1 - e^{-T_r/T_m}) \approx N_p \frac{T_r}{T_m}, \quad T_r \ll T_m,$$

doit "sauter" à chaque itération de l'algorithme. Ces particules recherchent une accélération qui corrige vitesse et position vers la bonne valeur.

Il est évident que, si l'initialisation est assez précise, les particules ne recherchent que les manœuvres, puisque les autres paramètres sont corrects. Par contre, dans la phase d'acquisition, l'algorithme doit, en outre, retrouver les valeurs de vitesse et position initiales. C'est là que la méthode des redistributions diffuses est utile. Elle permet un réglage fin sur l'accélération (car les sauts ne sont jamais exacts) et une recherche plus flexible sur la vitesse et la position.

D'après les caractéristiques du problème on voit que les composantes radiales du vecteur d'état sont bien estimées car elles sont directement liées aux mesures : la position radiale est dictée par le retard de l'impulsion et la vitesse radiale par l'effet Doppler. Par ailleurs, comme la fréquence Doppler est fonction de la variation de phase de l'onde reçue dans la direction radiale, on conclue immédiatement que les sauts de phase perturbent l'acquisition du Doppler et doivent être évités.

Par contre les composantes angulaires du vecteur d'état sont plus lentement observables. La variation de la position angulaire ne se produit que par la composition des signaux dans l'antenne réseau de réception. Si la position est correcte (antenne pointée vers la cible) les signaux se renforcent, la vraisemblance est plus favorable et le poids de la particule est forte. Une mauvaise position se traduit pour une perte du signal (antenne dépointée) et un poids plus faible. C'est plus difficile pour la vitesse angulaire, dont l'erreur doit être intégrée pour donner lieu à une fausse position angulaire et ainsi être détectée par l'algorithme.

D'une façon générale, les redistributions diffuses ne doivent pas porter sur la position car elles créent une discontinuité du mouvement, et donc de la phase du signal. Elles ne doivent être employées que sur la vitesse angulaire et les accélérations.

La variation du coefficient de rétrodiffusion

Dans les équations qui définissent le filtre conditionnel (cf. section 4.2.1), le coefficient de rétrodiffusion est considéré comme un paramètre, sans dynamique d'évolution. Cela a permis l'écriture du filtre de Kalman comme une pseudo-inverse, ce qui est moins coûteux en termes de calcul. Si l'on veut introduire des fluctuations dans la valeur de σ , soit pour tenir compte des imperfections du modèle de ce coefficient, soit parce que la grille d'observation ne correspond pas exactement à la cible, il faut revenir aux filtre de Kalman complet. Cela signifie que, outre le système linéaire (4.5) à résoudre, une inversion matricielle est à faire pour calculer la variance d'erreur P_t .

Pour éviter le coût de cette opération il faut re-interpréter la fluctuation du coefficient σ et ce qu'elle représente dans le filtre. L'ajout d'un bruit de dynamique à σ correspond à augmenter la variance d'erreur P_t . En effet, si on récrit l'équation (4.3) comme :

$$\sigma_t = \sigma_{t-1} + \omega_t, \quad \omega_t \sim N(0, Q)$$

alors la valeur de la variance P_t est donnée par :

$$P_t^{-1} = P_{t-1/t}^{-1} + H_t^* R^{-1} H_t = (P_{t-1} + Q)^{-1} + H_t^* R^{-1} H_t,$$

ce qui correspond à un accroissement de P_t (encore une fois, on a simplifié la notation et écrit H_t par $H_t D_t$).

Cela peut être vu comme une pondération différenciée des mesures intégrées au filtre. Les mesures passées sont moins considérées que les actuelles car la valeur de σ a subi une variation. Si on interprète ce phénomène comme un oubli partiel du passé il est possible de remplacer l'expression exacte du filtre par :

$$\begin{cases} P_t^{-1} &= H_t^* R^{-1} H_t + \alpha P_{t-1}^{-1} \\ \hat{\sigma}_t &= P_t \left(H_t^* R^{-1} Y_t + \alpha \sum_{\tau=0}^{t-1} H_\tau^* R^{-1} Y_\tau \right), \quad \text{où } 0 \leq \alpha \leq 1. \end{cases}$$

Le facteur α traduit l'augmentation de la variance et une évolution dans le modèle de σ . Il remplace de manière simplifiée l'adoption d'un temps moyen d'évolution de σ .



Présentation des résultats

Ce chapitre présente les résultats des simulations réalisées avec l'algorithme particulière pour les problèmes de localisation et imagerie radar de cibles manœuvrantes. Les conditions de simulations ainsi que les modèles et paramètres utilisés sont détaillés par la suite.

5.1 Conditions de simulation

5.1.1 La cible

Les modèles de cible utilisés dans les simulations sont décrits dans la section 2.2 du chapitre sur la modélisation. Les deux types de cible, ponctuel et étendu, sont considérés ici.

Le premier modèle, cible ponctuelle, est employé pour le problème de localisation et permet de montrer l'efficacité de l'algorithme pour la poursuite de la trajectoire. L'imagerie, dans ce cas, se résume à l'estimation du coefficient de rétrodiffusion σ , qui est considéré constant pour ce problème. Une étude détaillée de ce problème peut être trouvée dans [27].

Le deuxième modèle, cible distribuée, permet d'étudier les problèmes de *glint* et d'imagerie. Dans ce cas, on analyse deux types de cibles distribuées :

- une cible constituée de quelques points brillants assez espacés (cf. figure 5.1) représentant les centres de réflexion de la cible (réacteurs, nez, empennage, etc.) ;
- une cible représentée par un grand nombre de points réfléchissants (cf. figure 5.2), qui est approchée par la grille d'observation (cf. section 2.2.2).

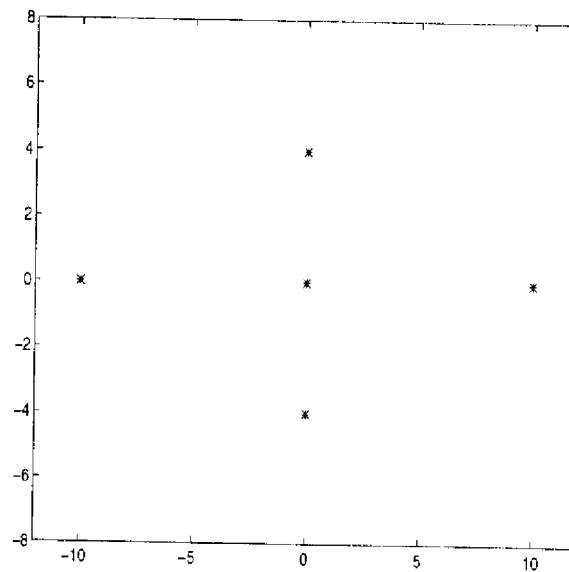


Figure 5.1: Cible étendue : quelques centres de rétrodiffusion.

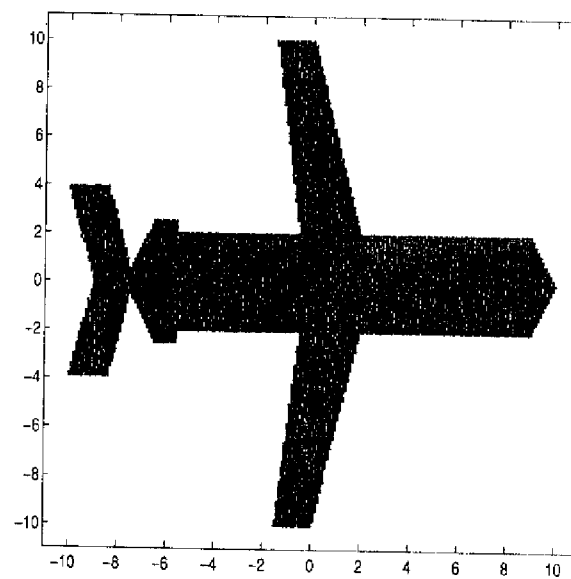


Figure 5.2: Cible étendue : plusieurs points réfléchissants.

5.1.2 La trajectoire

La trajectoire de la cible est décrite par un modèle de Singer modifié, comme indiqué dans la section 2.4.1. Le tableau ci-dessous montre les paramètres de ce modèle pour les simulations effectuées. L'initialisation de la trajectoire est uniformément distribuée dans la fenêtre indiquée dans le tableau.

Un exemple de trajectoire possible, qui est utilisé dans les simulations, est montré ensuite.

Paramètre	Valeur	Description
(X_0, Y_0)	(100, 10000) m	position initiale
Δd	± 100 m	incertitude sur la position
(V_{x0}, V_{y0})	(250, 0) m/s	vitesse initiale
Δv	± 50 m/s	incertitude sur la vitesse
(A_{x0}, A_{y0})	(0, 0) m/s ²	accélération initiale
Δa	± 10 m/s ²	incertitude sur l'accélération
α	0,05 s ⁻¹	coefficient de rappel sur la vitesse
A_{seuil}	40 m/s ²	limite pour la commande
T_m	3 s	temps moyen entre manœuvres
s_x, s_y	20m/s ²	écart-type de variation de la commande
T_{sim}	variable	durée de la simulation
dt	200 μ s à 2 ms	pas de discrétisation

Tableau 5.1: Paramètres du modèle de Singer modifié.

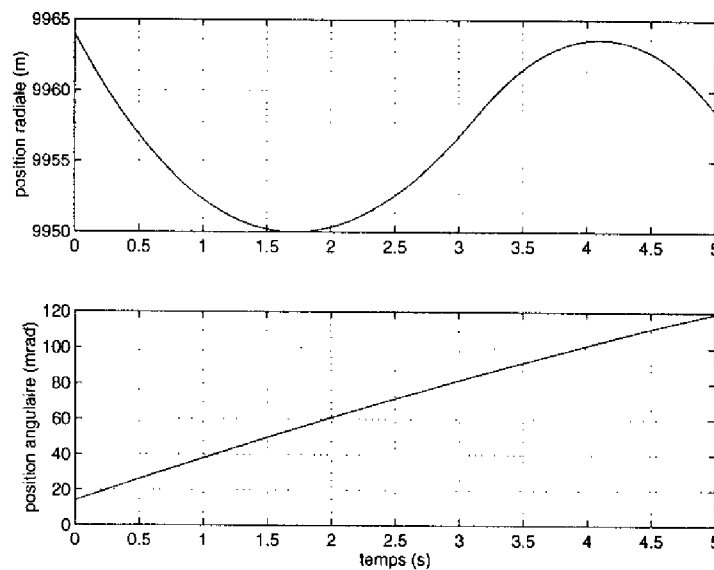


Figure 5.3: Trajectoire de la cible.

5.1.3 Le radar

On considère ici un radar cohérent, comme celui montré dans la figure 2.2 de la section 2.3. On se place à la sortie des canaux I et Q, déjà numérisés, et les échantillons sont représentés par des nombres complexes.

Le tableau 5.2 résume les caractéristiques principales du radar et du réseau d'antennes simulés.

Paramètre	Valeur	Description
S/B	0 dB	rapport signal sur bruit sur chaque récepteur
f_0	10 GHz	fréquence porteuse
δ	7 – 140 ns	largeur d'impulsion
dt	200 μ s à 2 ms	taux de récurrence radar
modèle du réseau		réseau linéaire uniforme
A_n	2-8	nombre d'antennes dans le réseau
d	50 $\lambda/2$	distance entre les antennes
$G(\theta)$	1 (isotrope)	gain de chaque antenne

Tableau 5.2: Caractéristiques du radar.

5.1.4 Le filtre particulière

On utilise ici la version *a priori* du filtre particulière avec la régularisation par redistribution diffuse du support. Pour les simulations avec une cible ponctuelle, le coefficient de rétrodiffusion σ est constant. Pour les cible distribuées, la composition des signaux renvoyés par les différents points brillants de la cible introduit une fluctuation sur σ qui peut être représentée dans le filtre par un coefficient de pondération α , comme indiqué dans la section 4.4.6.

Le tableau ci-après présente les principaux paramètres du filtre particulière utilisé dans les simulations.

Paramètre	Valeur	Description
N_p	7500-50000	nombre de particules
	Initialisation	
(X_0, Y_0)	$\mathcal{U}(100, 100), \mathcal{U}(10000, 100)$	position
(V_{x0}, V_{y0})	$\mathcal{U}(250, 50), \mathcal{U}(0, 50)$	vitesse
(A_{x0}, A_{y0})	$\mathcal{U}(0, 10), \mathcal{U}(0, 10)$	commande
T_{red}	variable	intervalle de redistribution
α	0.99-0.9998	facteur de variation de σ
N	1x1 - 23x23	grille d'observation

$\mathcal{U}(\mu, \delta)$: variable aléatoire uniforme de moyenne μ et variation $\pm\delta$.

Tableau 5.3: Paramètres du filtre particulière.

5.2 Présentation des résultats

Nous analysons ici plusieurs configurations pour la cible et l'algorithme d'estimation :

Poursuite d'une cible ponctuelle : Dans ce cas l'algorithme de recherche est ponctuel, c'est-à-dire poursuit une cible agrégée. Le coefficient de rétrodiffusion σ est considéré constant. Ce cas correspond à l'algorithme d'imagerie avec une grille singulière, constituée d'un seul point. L'image ici est équivalent à l'estimation de σ .

Poursuite d'une cible étendue : Dans ce cas la cible est multi-ponctuelle. On compare la performance des algorithmes ponctuel et multi-ponctuel.

- **L'algorithme ponctuel.** Ces simulations permettent d'évaluer la fluctuation du coefficient de rétrodiffusion due à la variation d'aspect de la cible et la dégradation de performance provoquée par le phénomène de *glint*.
- **L'algorithme multi-ponctuel.** La grille d'observation contient quelques points (3-5), qui ne suffisent pas à imager mais qui permettent de compenser le *glint* et améliorer l'estimation de la trajectoire.

Imagerie d'une cible étendue : La cible est distribuée et l'algorithme contient une grille assez fine pour construire une image radar. On admet une initialisation plus précise pour le filtre particulaire, donnée par exemple par un algorithme de localisation multi-ponctuel.

5.2.1 Poursuite d'une cible ponctuelle

On présente ici les résultats des simulations pour la localisation d'une cible ponctuelle. Deux configurations sont considérées pour le réseau d'antennes : un réseau à 2 (deux) éléments et un autre à 8 (huit) éléments. Les paramètres du radar, de la cible et de l'algorithme particulaire sont donnés par la suite.

Réseau à deux éléments - Redistribution adaptative

Les paramètres de cette simulation sont les suivants :

- cible** ponctuelle avec $\sigma = 1$;
- radar** impulsion de 133,33 ns (résolution de 20 m) et récurrence de 200 μ s ;
- antenne** distance inter-élément $d = 50\lambda/2$ (lobe à 3 dB de 20 mrad) ;
- signal** rapport $S/B = 0$ dB ;
- algorithme** grille ponctuelle avec redistribution adaptative :
20% des particules à 1/10 du poids $1/N$.

Les figures 5.4 à 5.7 montrent les résultats obtenus. La vraie trajectoire est montrée en trait plein tandis que l'estimateur particulaire est en pointillé.

Commentaires :

On peut constater que l'algorithme acquiert très vite la cible et assure sa poursuite même en cas de manœuvre. Les précisions atteintes en fin de simulation sont très bonnes : on arrive, en termes de position, à 1/40 de la largeur d'impulsion (≈ 0.5 m) et à 1/100 du lobe du réseau (≈ 0.2 mrad).

La vitesse radiale estimée est très précise ainsi que la commande d'accélération correspondente. On remarquera que la manœuvre en Y (fig. 5.7) - équivalente à un saut d'accélération - est estimée quasi instantanément.

On voit aussi que l'estimation des composantes angulaires est beaucoup plus lente que celle des composantes radiales, car elle traduit l'acquisition des phases sur chaque antenne. En outre, la vitesse angulaire n'est pas directement observée, ce qui est le cas pour la vitesse radiale, vue à partir de la mesure Doppler.

Pour la distance considérée ici, on voit que l'estimation de la vitesse et de la commande en X - correspondant essentiellement aux composantes angulaires - sont plus pauvres que leurs équivalents en Y .

On remarque également un léger biais sur l'estimation de la distance radar-cible. Ce biais est une caractéristique du filtre particulaire adopté. En effet, un changement de distance pour une particule implique une variation de sa vitesse radiale, ce qui est très pénalisée par l'algorithme. Il en résulte que le filtre accepte le biais sur la position plutôt qu'un changement de vitesse. Cela pourrait être corrigé par l'introduction d'une faible derive ou une redistribution diffuse sur la position.

Algorithme ponctuel sur cible ponctuelle
(réseau à deux éléments - $S/B = 0$ dB)

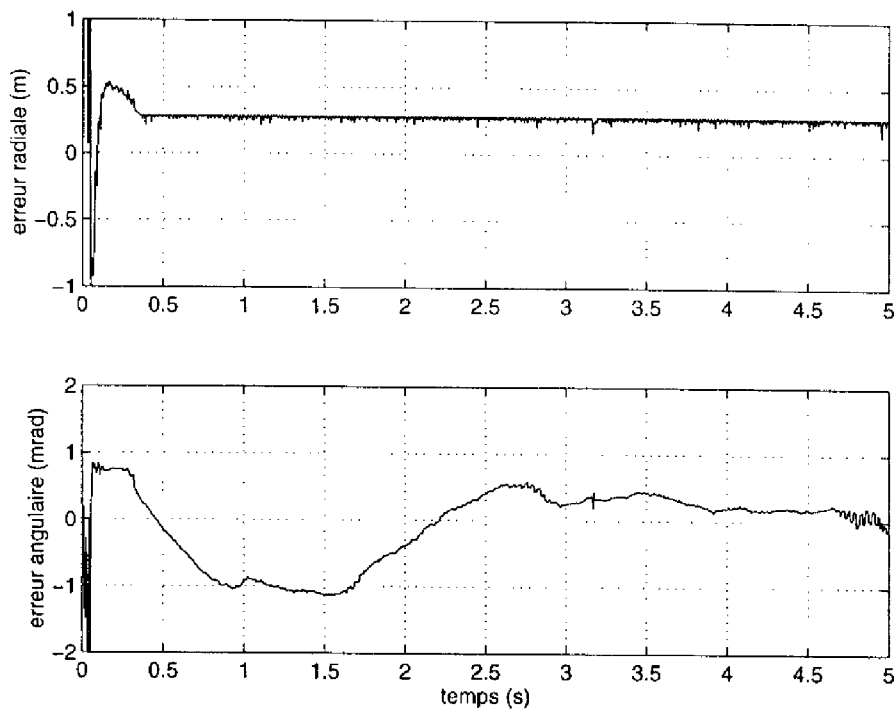


Figure 5.4: Erreur en position radiale (m) et angulaire ($mrad$).

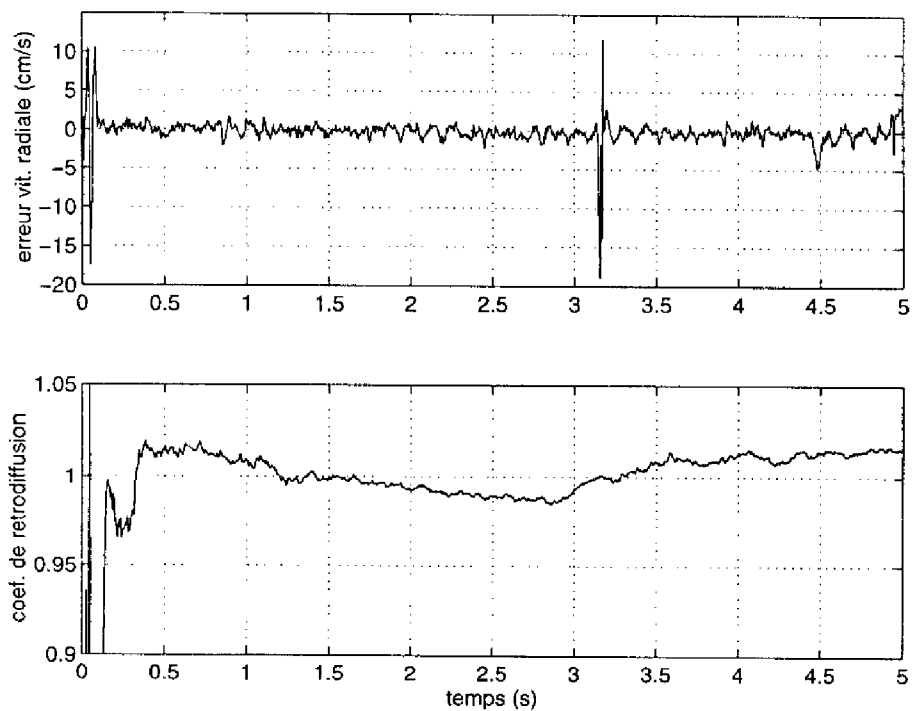


Figure 5.5: Erreur en vitesse radiale (cm/s) et coefficient de rétrodiffusion.

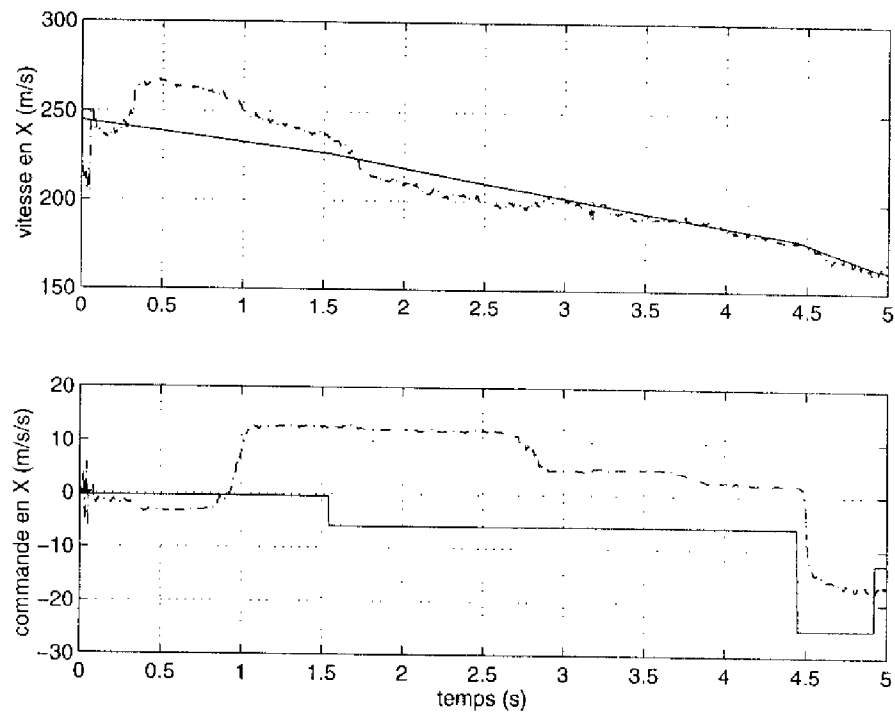


Figure 5.6: Vitesse (m/s) et commande de pilotage (m/s^2) sur X.

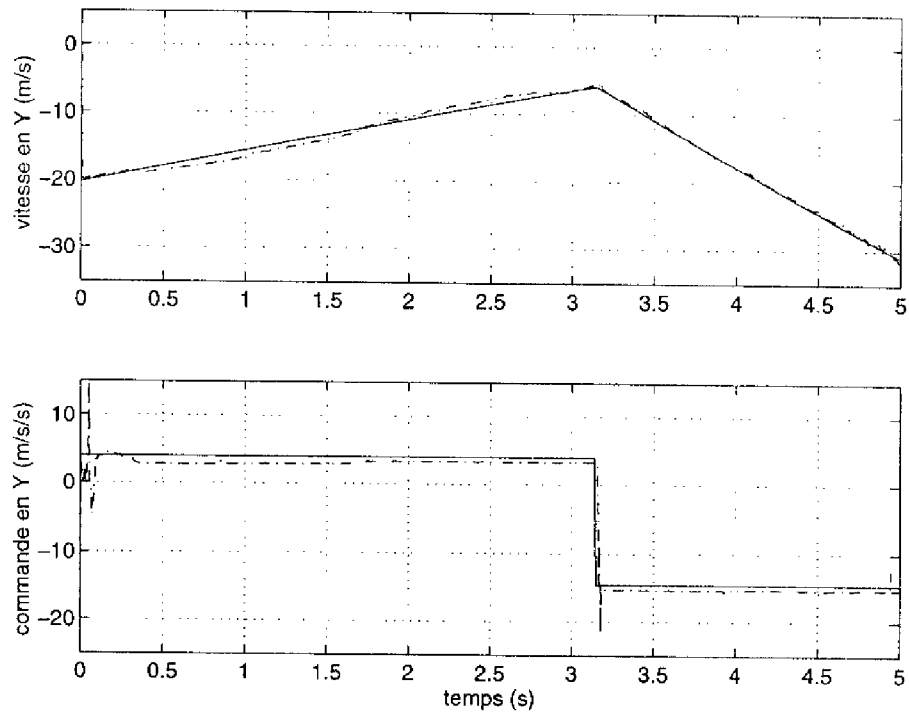


Figure 5.7: Vitesse (m/s) et commande de pilotage (m/s^2) sur Y.

Réseau à huit éléments - Redistribution adaptative

Les paramètres de cette simulation sont les suivants :

cible ponctuelle avec $\sigma = 1$;

radar impulsion de $133,33 \text{ ns}$ (résolution de 20 m) et récurrence de $200 \mu\text{s}$;

antenne distance inter-élément $d = 11\lambda/2$ (lobe à 3 dB de 20 mrad) ;

signal rapport $S/B = 0 \text{ dB}$;

algorithme grille ponctuelle avec redistribution adaptative :
20% des particules à $1/10$ du poids $1/N$.

Les figures 5.8 à 5.11 montrent les résultats obtenus. La vraie trajectoire est montrée en trait plein tandis que l'estimateur particulaire est en pointillé.

Commentaires :

Les mêmes remarques faites précédemment s'appliquent dans ce cas. On peut noter une amélioration des performances pour l'estimation des composantes angulaires et une acquisition plus rapide de la cible en général.

Algorithme ponctuel sur cible ponctuelle
(réseau à huit éléments - $S/B = 0$ dB)

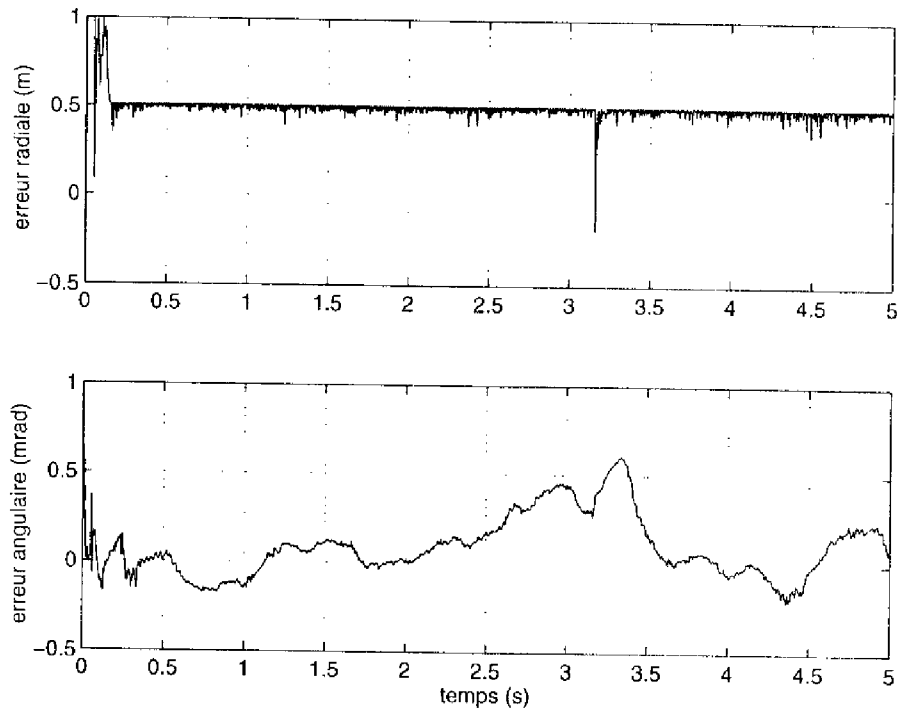


Figure 5.8: Erreur en position radiale (m) et angulaire ($mrad$).

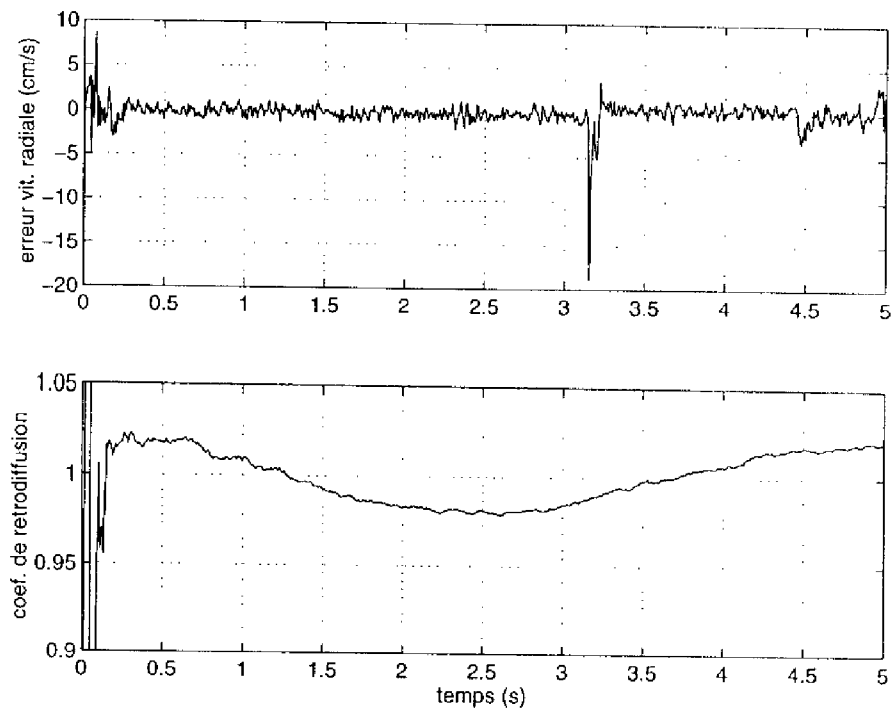
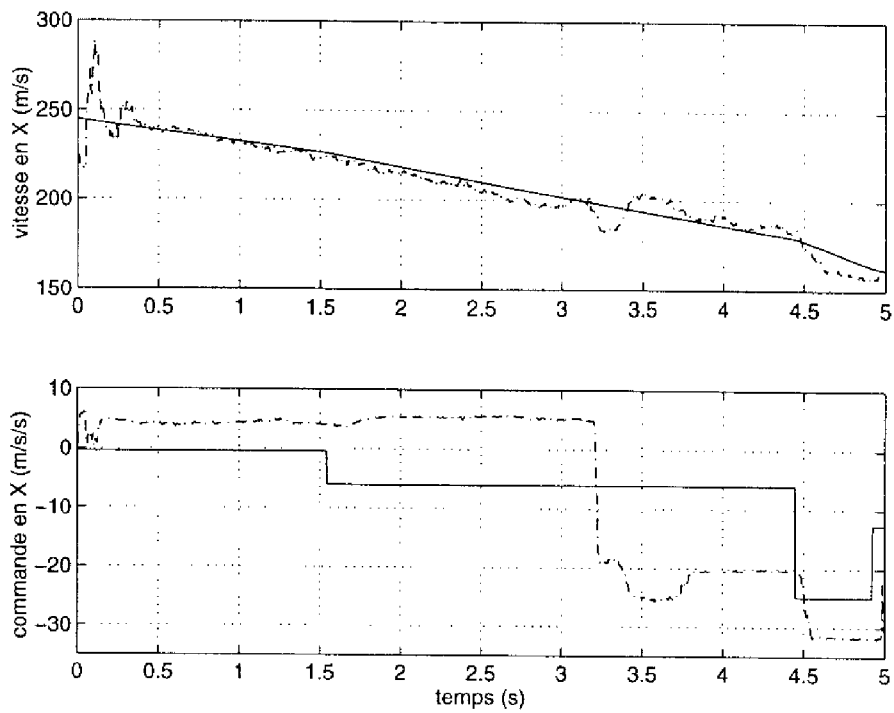
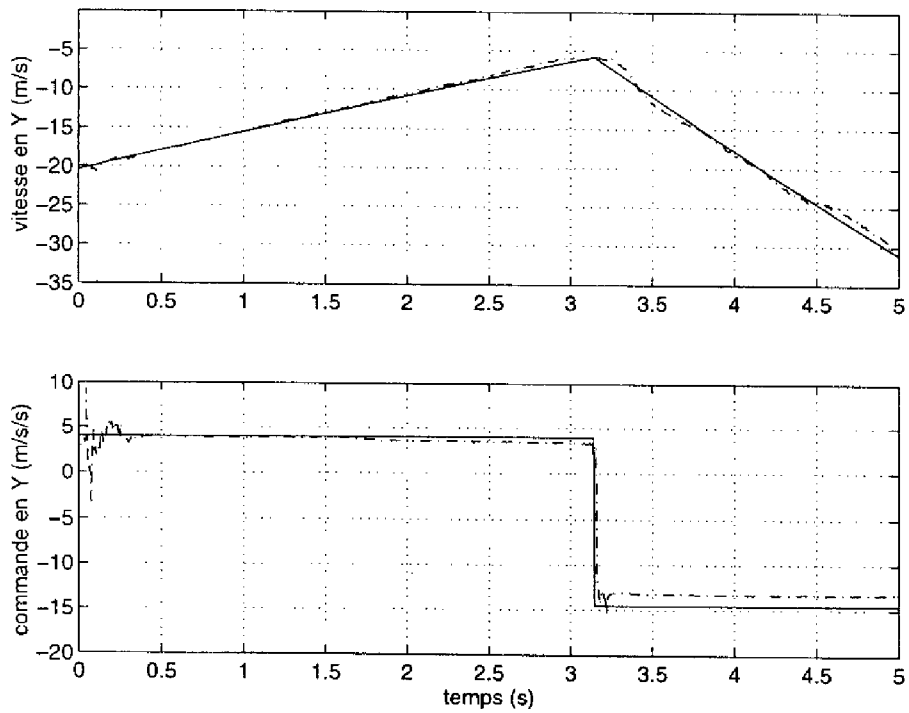


Figure 5.9: Erreur en vitesse radiale (cm/s) et coefficient de rétrodiffusion.

Figure 5.10: Vitesse (m/s) et commande de pilotage (m/s^2) sur X.Figure 5.11: Vitesse (m/s) et commande de pilotage (m/s^2) sur Y.

Réseau à deux éléments - Redistribution fixe

Les paramètres de cette simulation sont les suivants :

cible ponctuelle avec $\sigma = 1$;

radar impulsion de $133,33 \text{ ns}$ (résolution de 20 m) et récurrence de $200 \mu\text{s}$;

antenne distance inter-élément $d = 50\lambda/2$ (lobe à 3 dB de 20 mrad) ;

signal rapport $S/B = 0 \text{ dB}$;

algorithme grille ponctuelle avec redistribution tous les 50 ms .

Les figures 5.12 à 5.15 montrent les résultats obtenus. La vraie trajectoire est montrée en trait plein tandis que l'estimateur particulaire est en pointillé.

Commentaires :

On remarque ici des performances aussi bonnes que celles obtenues dans les cas précédents, et parfois supérieures, surtout sur les composantes radiales. L'estimation de distance est moins biaisée que pour un redistribution adaptative mais plus perturbée. L'estimation d'azimuth en fin de simulation est moins bonne mais elle atteint très vite une erreur de $\pm 0.5 \text{ mrad}$.

Il est à noter la robustesse du filtre particulaire par rapport aux réglages des paramètres de la redistribution.

Algorithme ponctuel sur cible ponctuelle
(réseau à deux éléments - redistribution fixe)

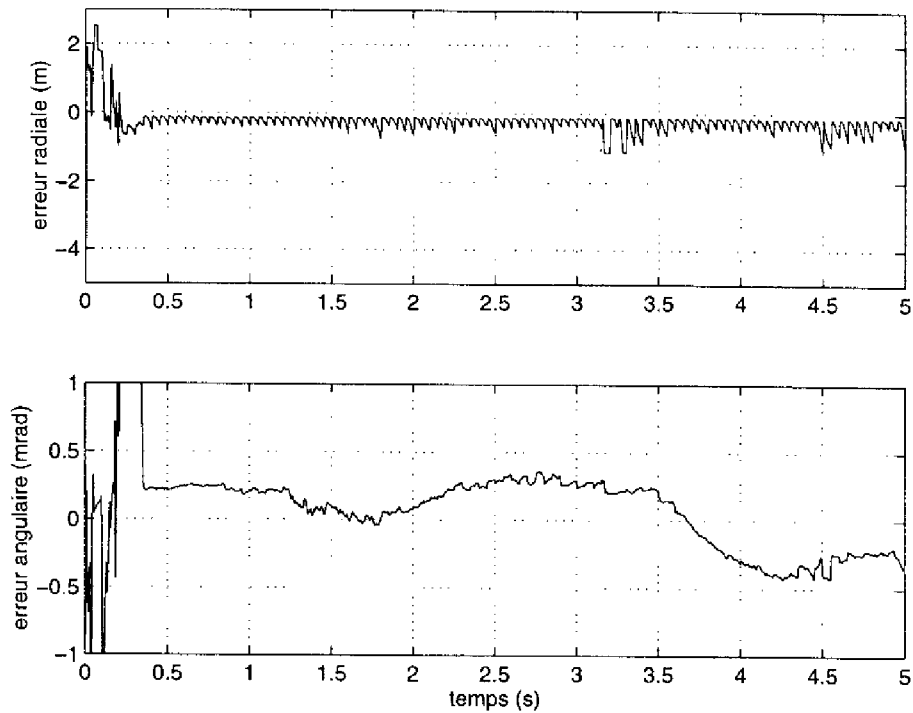


Figure 5.12: Erreur en position radiale (m) et angulaire ($mrad$).

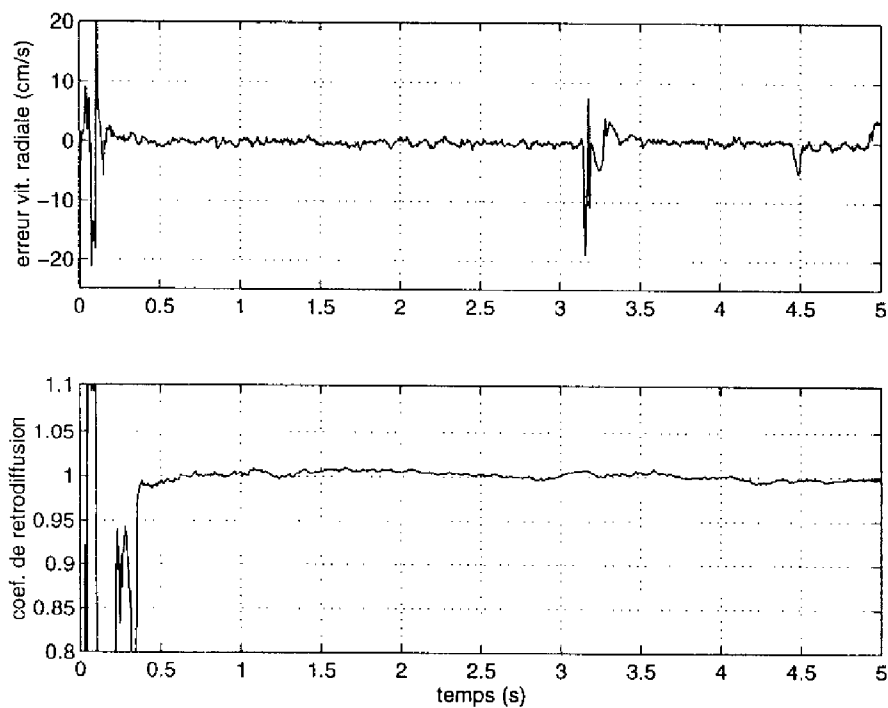


Figure 5.13: Erreur en vitesse radiale (cm/s) et coefficient de rétrodiffusion.

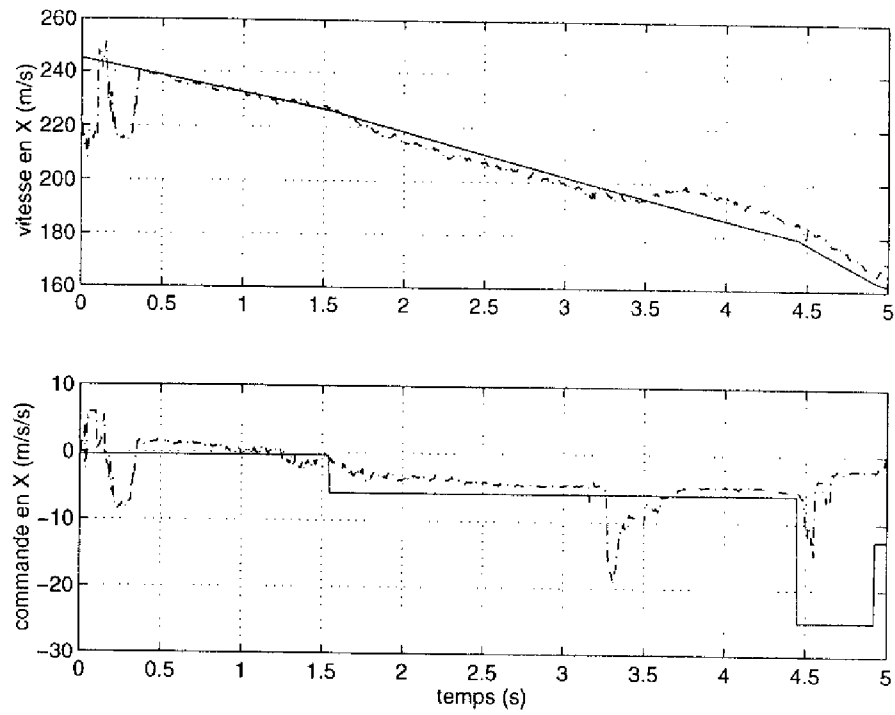


Figure 5.14: Vitesse (m/s) et commande de pilotage (m/s^2) sur X.

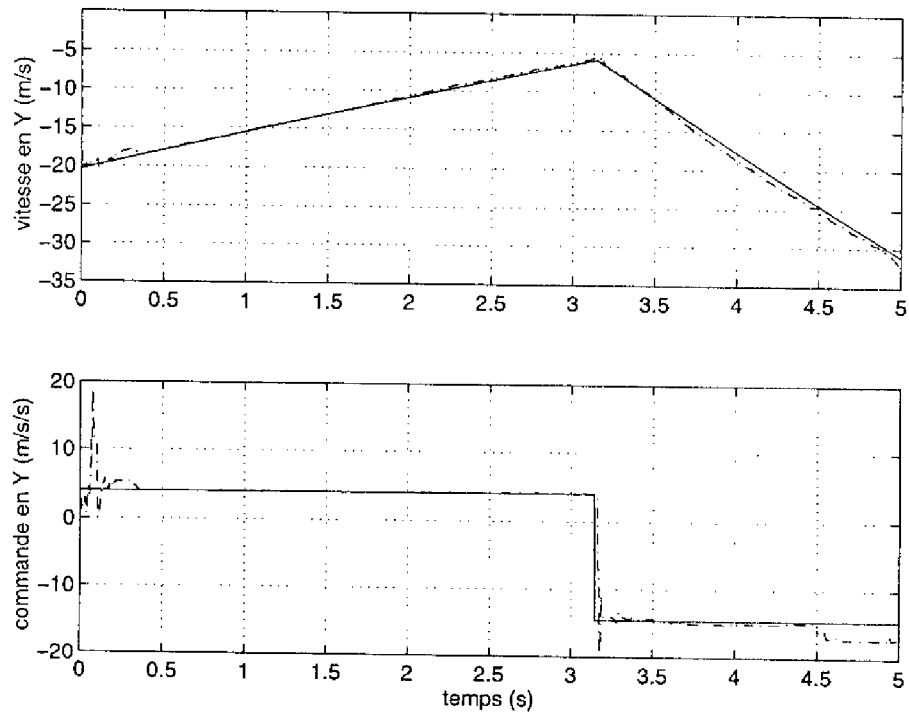


Figure 5.15: Vitesse (m/s) et commande de pilotage (m/s^2) sur Y.

5.2.2 Poursuite d'une cible bi-ponctuelle

A titre d'exemple on présente ici une application de l'algorithme particulière au problème de la poursuite d'une cible bi-ponctuelle, analysé dans la section 2.5.1. Cette application permet d'apprécier la performance d'un algorithme multi-ponctuel dans un problème où l'effet du glint engendre des perturbations significatives dans la mesure angulaire (voir figure 2.11).

Dans ce cas, la grille utilisée par le filtre particulière coïncide avec les deux points brillants qui constituent la cible. Cette situation peut correspondre, par exemple, à la poursuite d'une cible dont les caractéristiques électromagnétiques ont été répertoriées à l'avance.

Les paramètres de cette simulation sont les suivants :

cible étendue, modèle bi-points :

- points 1 : $\sigma = 2.05$;

- points 2 : $\sigma = 1.95$;

radar impulsion de 133,33 ns (résolution de 20 m) et récurrence de 200 μ s ;

antenne distance inter-élément $d = 50\lambda/2$ (lobe à 3 dB de 20 mrad) ;

signal rapport $S/B = 0$ dB ;

algorithme grille bi-ponctuelle avec redistribution adaptative :
20% des particules à 1/10 du poids $1/N$.

Les figures 5.16 et 5.19 montrent les résultats obtenus.

Commentaires :

On remarque ici des performances comparables à celles obtenues dans les cas mono-ponctuel. L'estimation d'azimut en fin de simulation atteint une erreur de ± 0.5 mrad. La superposition de la grille sur la cible (fig. 5.19) indique la précision du suivi.

Ces résultats montrent l'efficacité de l'algorithme multi-ponctuel dans le rejet du phénomène de *glint*.

Poursuite d'une cible bi-ponctuelle - ($S/B = 0$ dB)

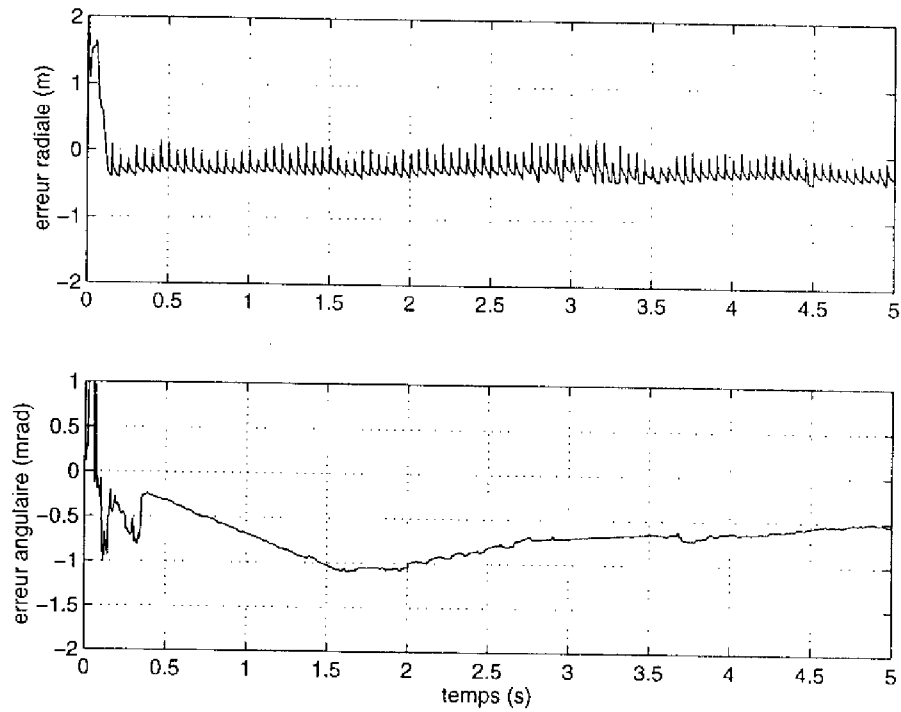


Figure 5.16: Erreur en position radiale (m) et angulaire ($mrad$).

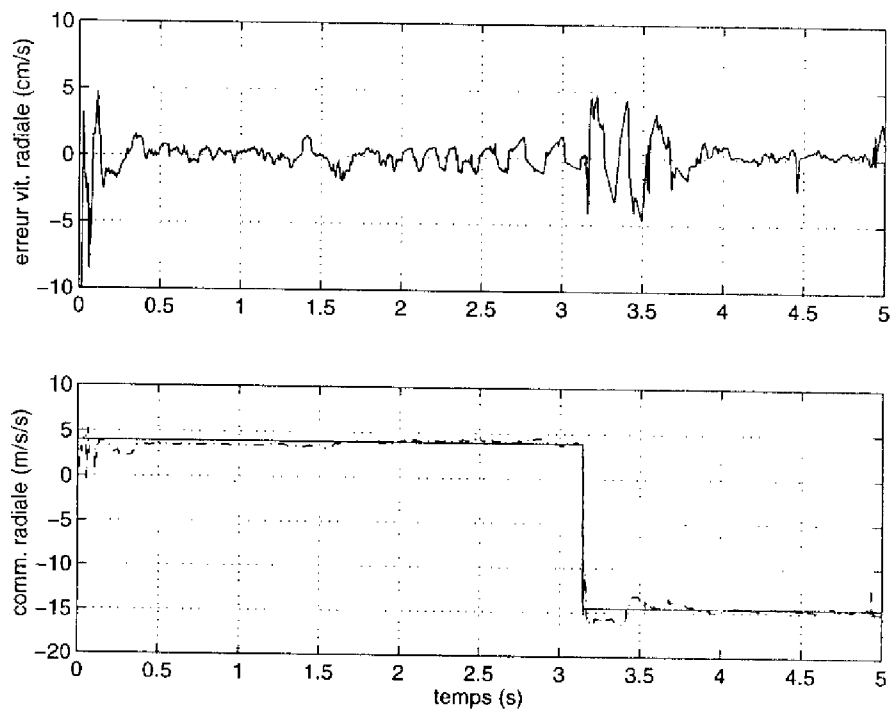


Figure 5.17: Erreur en vitesse (cm/s) et commande (m/s^2) radiales.

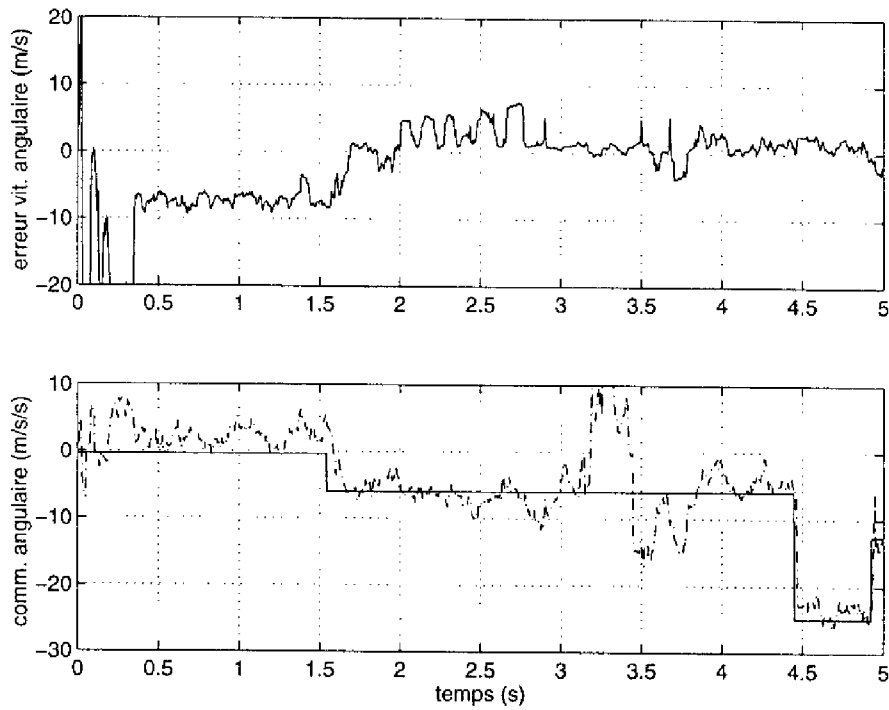


Figure 5.18: Erreur en vitesse (m/s) et commande (m/s^2) angulaires.

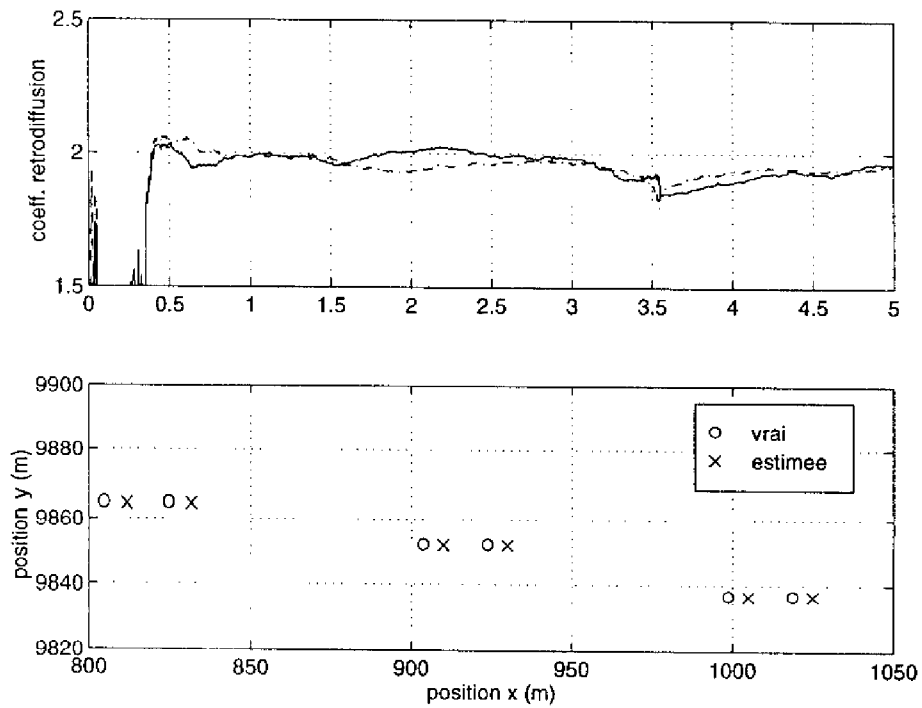


Figure 5.19: Estimation conjointe des deux points brillants de la cible.

5.2.3 Poursuite d'une cible étendue

On présente dans cette section les résultats des simulations pour la localisation d'une cible étendue. La configuration du réseaux à deux éléments est considérée ici. Pour cette configuration les deux algorithmes de recherche (ponctuel et multi-ponctuel) définis précédemment seront employés. On remarquera, pour l'algorithme multi-ponctuel, que la grille choisie ne coïncide pas avec les points brillants de la cible, ce qui est plus réaliste et qui constitue une difficulté supplémentaire.

La cible est représentée par l'ensemble discret de points brillants montré dans la figure 5.20. Les points indiqués (1 et 2) sont plus brillants que les autres.

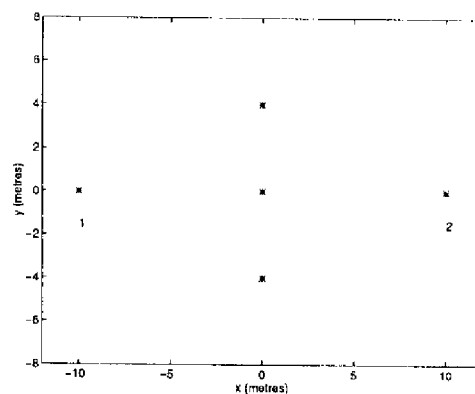


Figure 5.20: Cible étendue.

Avec cette cible le phénomène de *glint* est très accentué, comme l'indique la figure 5.21 ci-après. La courbe présentée montre l'erreur d'un monopulse de phase idéal (en absence de bruit) relative à la taille angulaire de la cible. Les points marqués d'une croix (+) indiquent des mesures hors cible.

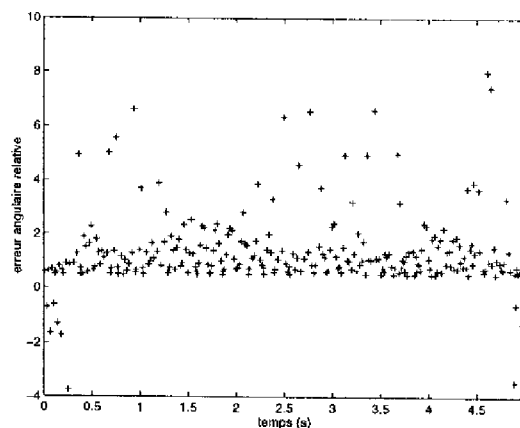


Figure 5.21: Erreur angulaire relative d'un monopulse de phase.

Cette situation permet d'apprécier l'efficacité de l'algorithme multi-ponctuel dans les problèmes de localisation des cibles étendues.

Algorithme ponctuel - Redistribution adaptative

Les paramètres de cette simulation sont les suivants :

cible étendue avec 5 points :

- points 1 : $\sigma = 3$;
- points 2 : $\sigma = 2$;
- autres points : $\sigma = 1$;

radar impulsion de 133,33 ns (résolution de 20 m) et récurrence de 200 μ s ;

antenne distance inter-élément $d = 50\lambda/2$ (lobe à 3 dB de 20 mrad) ;

signal rapport $S/B = 0$ dB ;

algorithme grille ponctuelle avec redistribution adaptative :
20% des particules à 1/10 du poids $1/N$.

Les figures 5.22 à 5.25 montrent les résultats obtenus. La vraie trajectoire est montrée en trait plein tandis que l'estimateur particulaire est en pointillé.

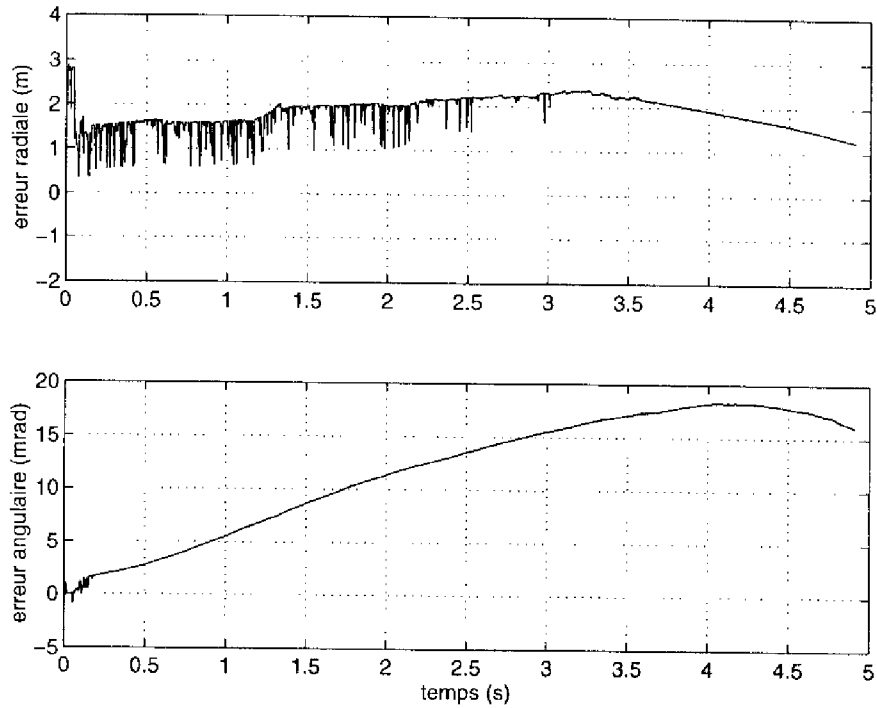
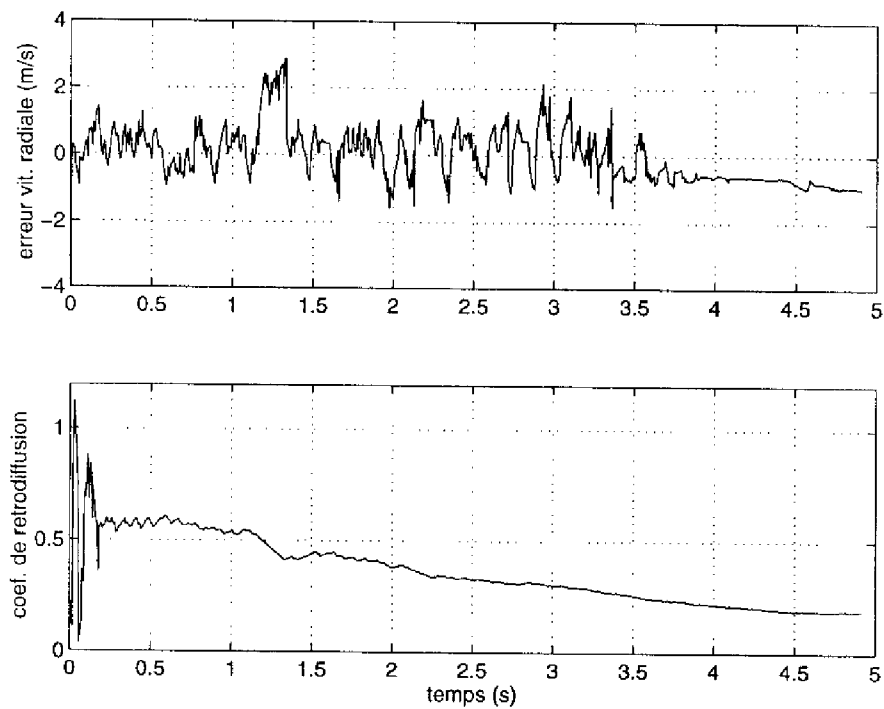
Commentaires :

On remarque ici une performance assez pauvre de l'algorithme ponctuel par rapport à ce qui a été obtenu auparavant, surtout sur la composante angulaire. En effet, la précision en termes de position angulaire (azimut) est de l'ordre du lobe réseau.

Ces résultats montrent l'effet du phénomène de *glint* sur l'estimation cinématique. Aussi on voit qu'un algorithme développé pour une cible ponctuelle n'est pas adéquat à une cible étendue.

Dans l'exemple suivant on remonte le seuil de redistribution à 50%, ce qui améliore les performances de l'algorithme ponctuel. Puisque l'effet du *glint* se présente comme une perturbation supplémentaire sur la mesure angulaire, le taux de redistribution doit diminuer pour permettre aux particules un meilleur apprentissage de l'état.

Les résultats seront ensuite comparés à ceux obtenus avec une grille multi-ponctuelle.

Algorithme ponctuel sur cible étendue ($S/B = 0$ dB)Figure 5.22: Erreur en position radiale (m) et angulaire ($mrad$).Figure 5.23: Erreur en vitesse radiale (m/s) et coefficient de rétrodiffusion.

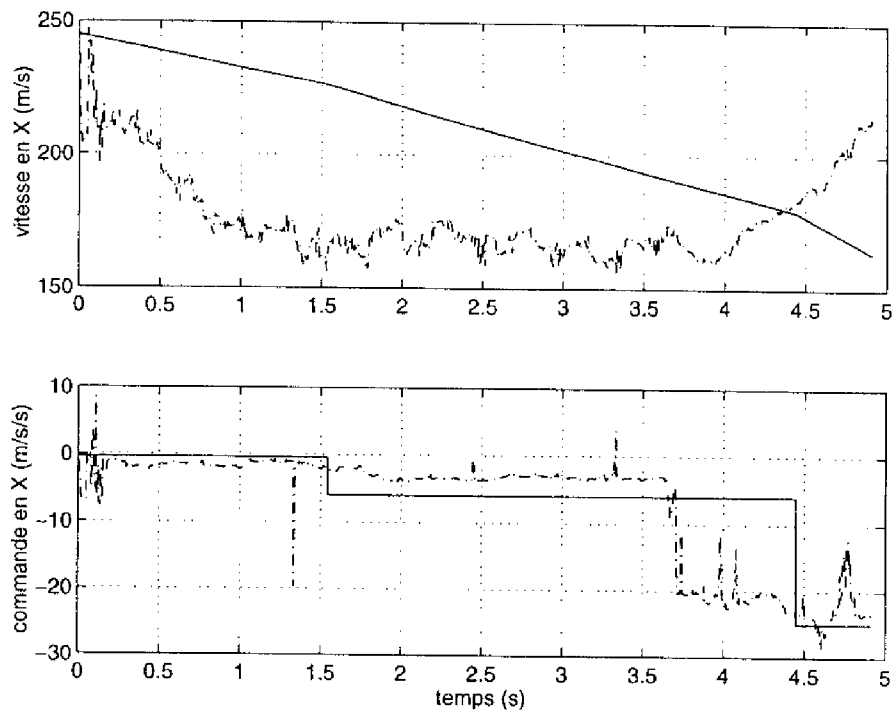


Figure 5.24: Vitesse (m/s) et commande de pilotage (m/s^2) sur X.

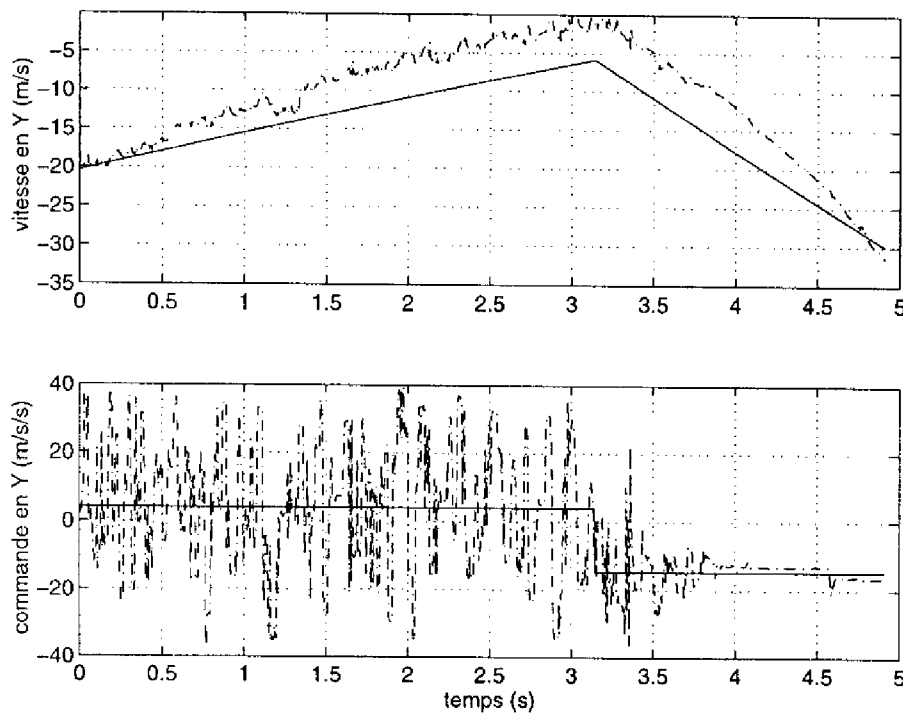


Figure 5.25: Vitesse (m/s) et commande de pilotage (m/s^2) sur Y.

Algorithme ponctuel - Redistribution avec seuil de 50%

Les paramètres de cette simulation sont les suivants :

cible étendue avec 5 points :

- points 1 : $\sigma = 3$;
- points 2 : $\sigma = 2$;
- autres points : $\sigma = 1$;

radar impulsion de 133,33 ns (résolution de 20 m) et récurrence de 200 μ s ;

antenne distance inter-élément $d = 50\lambda/2$ (lobe à 3 dB de 20 mrad) ;

signal rapport $S/B = 0$ dB ;

algorithme grille ponctuelle avec redistribution adaptative :
50% des particules à 1/10 du poids $1/N$.

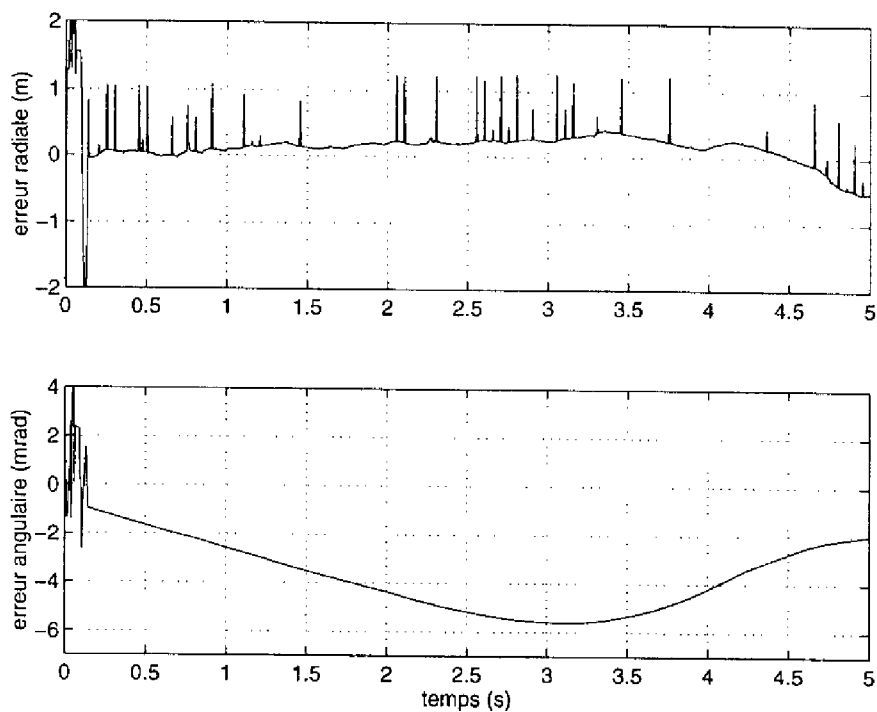
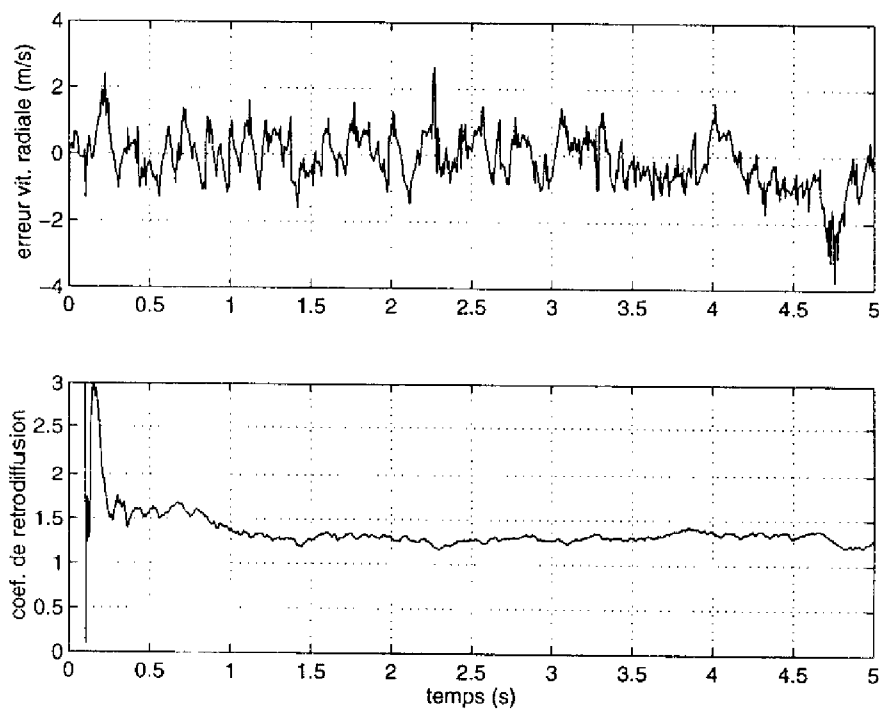
Les figures 5.26 à 5.29 montrent les résultats obtenus. La vraie trajectoire est montrée en trait plein tandis que l'estimateur particulaire est en pointillé.

Commentaires :

On note ici une amélioration nette des performances du filtre. L'erreur en position angulaire a été réduite d'un facteur trois et l'estimation des vitesses est plus fine. Par contre, la récupération de la commande, et surtout de la commande angulaire, a été dégradée.

En général, on arrive à affiner les résultats des estimations mais on est encore loin des performances obtenues dans le cas d'une cible ponctuelle. Par la suite on va utiliser une grille multi-ponctuelle pour améliorer davantage la précision des estimations.

Algorithme ponctuel sur cible étendue (seuil : 50%)

Figure 5.26: Erreur en position radiale (m) et angulaire ($mrad$).Figure 5.27: Erreur en vitesse radiale (m/s) et coefficient de rétrodiffusion.

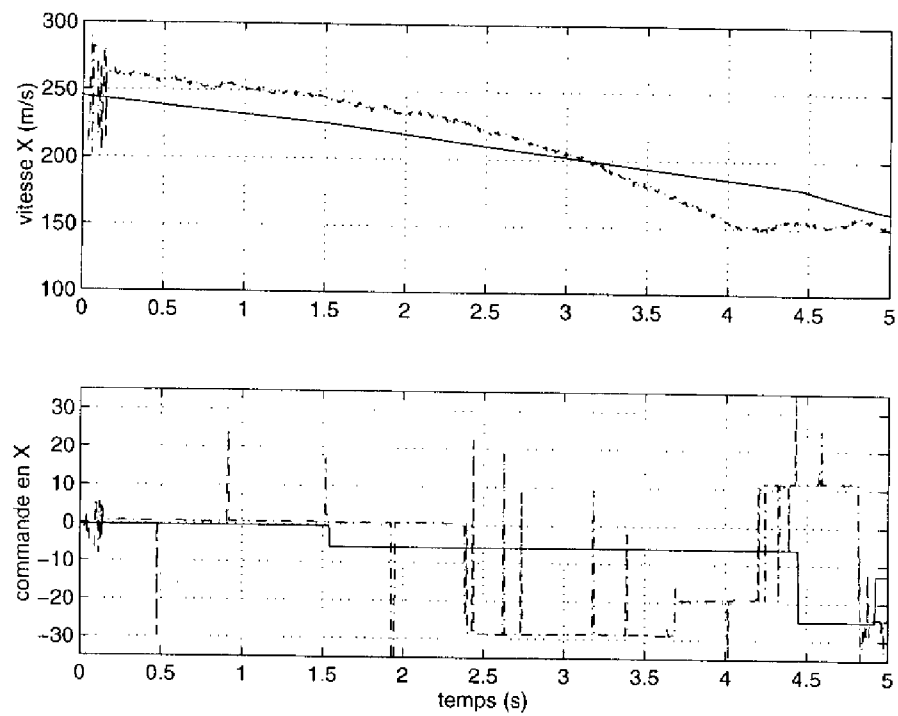


Figure 5.28: Vitesse (m/s) et commande de pilotage (m/s^2) sur X.

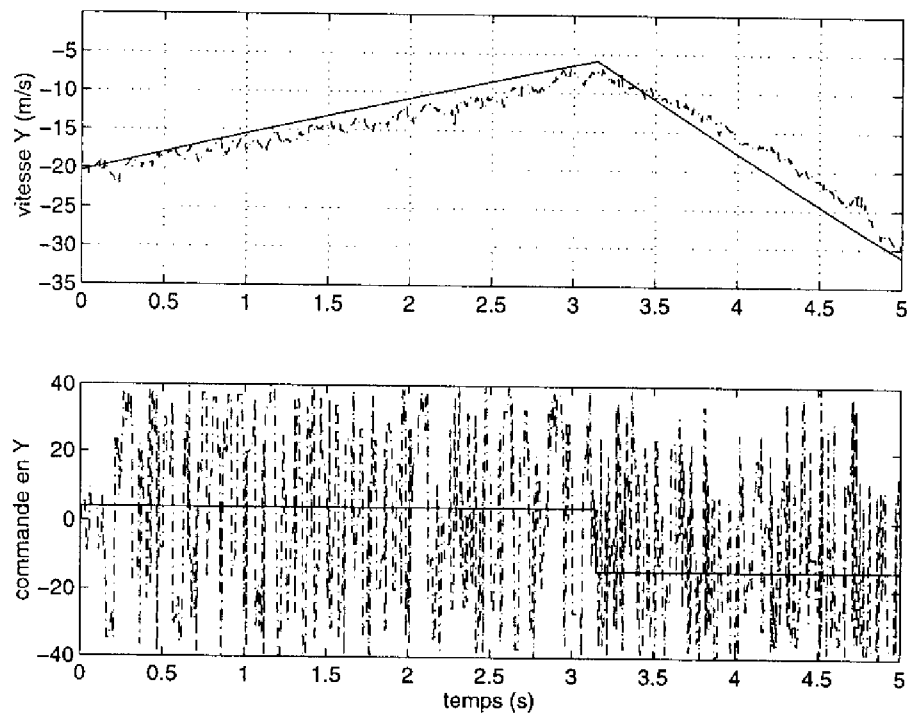


Figure 5.29: Vitesse (m/s) et commande de pilotage (m/s^2) sur Y.

Algorithme multi-ponctuel - Grille à 3 points

Les paramètres de cette simulation sont les suivants :

cible étendue avec 5 points :

- points 1 : $\sigma = 3$;
- points 2 : $\sigma = 2$;
- autres points : $\sigma = 1$;

radar impulsion de 133,33 ns (résolution de 20 m) et récurrence de 200 μ s ;

antenne distance inter-élément $d = 50\lambda/2$ (lobe à 3 dB de 20 mrad) ;

signal rapport $S/B = 0$ dB ;

algorithme grille à trois points avec redistribution adaptative :
50% des particules à 1/10 du poids $1/N$.

La figure 5.30 montre la grille à trois points superposée à cible. Les figures 5.31 à 5.34 montrent les résultats obtenus. La vraie trajectoire est montrée en trait plein tandis que l'estimateur particulaire est en pointillé.

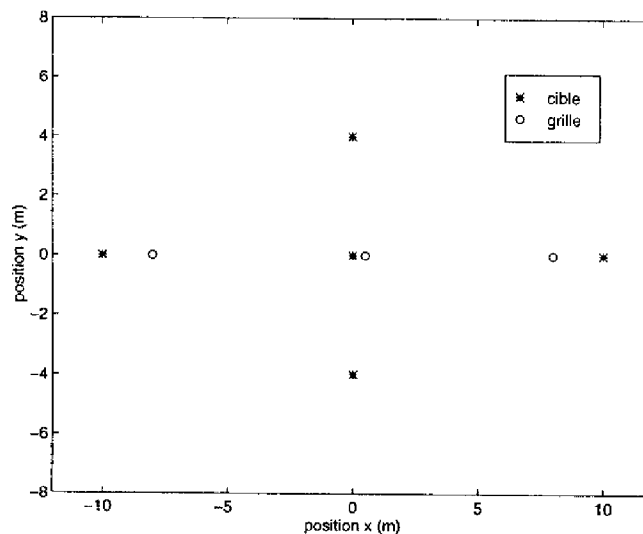
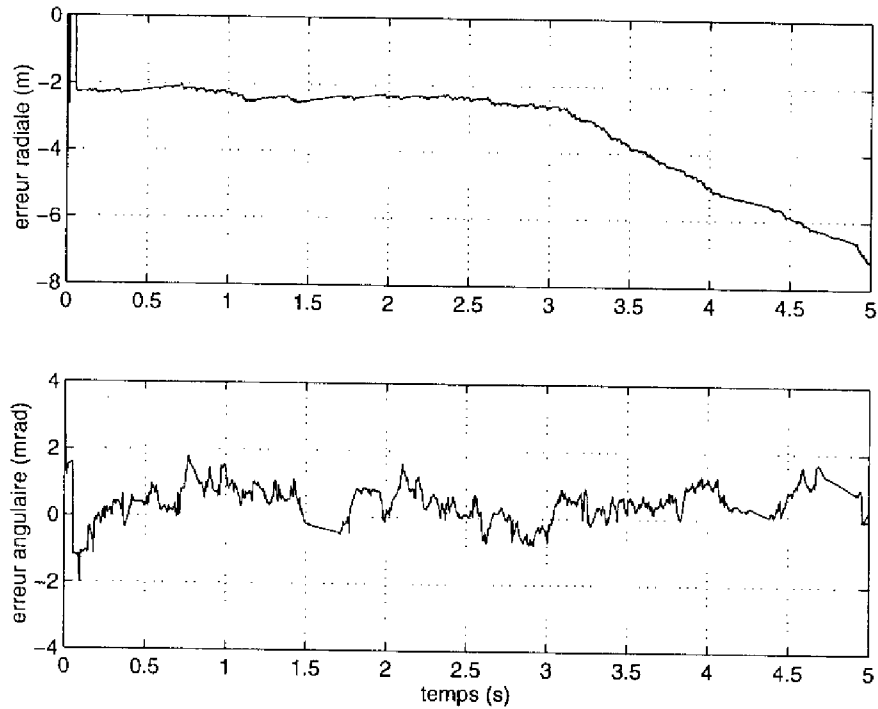
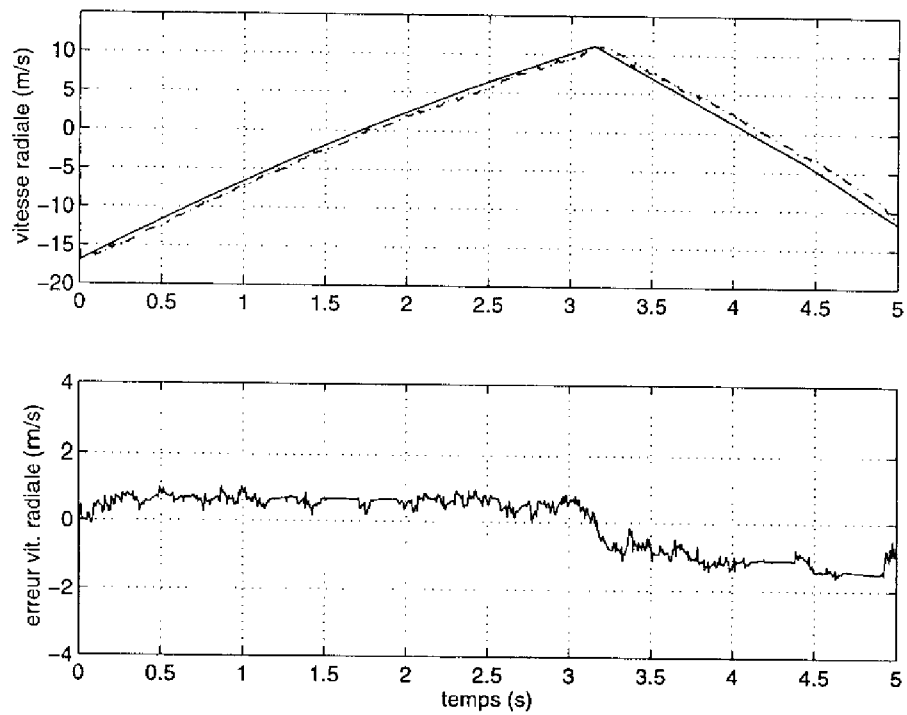


Figure 5.30: Grille à 3 points pour cible distribuée.

Commentaires :

On voit dans ce cas que l'estimation de la position angulaire est beaucoup plus précise que dans le cas précédent (grille ponctuelle). Aussi, la vitesse et la commande radiales sont mieux estimées avec cette grille à trois points. On remarquera, toutefois, une dégradation en ce qui concerne l'estimation de la distance radiale après la manœuvre. En effet, la grille choisie est alignée sur la cible de façon à favoriser l'estimation angulaire. Dans l'exemple suivant, une grille à quatre points sera employée de manière à couvrir les deux dimensions, angulaire et radiale.

Algorithme multi-punctuel - Grille à 3 points

Figure 5.31: Erreur en position radiale (m) et angulaire ($mrad$).Figure 5.32: Vitesse radiale (m/s) et erreur en vitesse radiale (m/s).

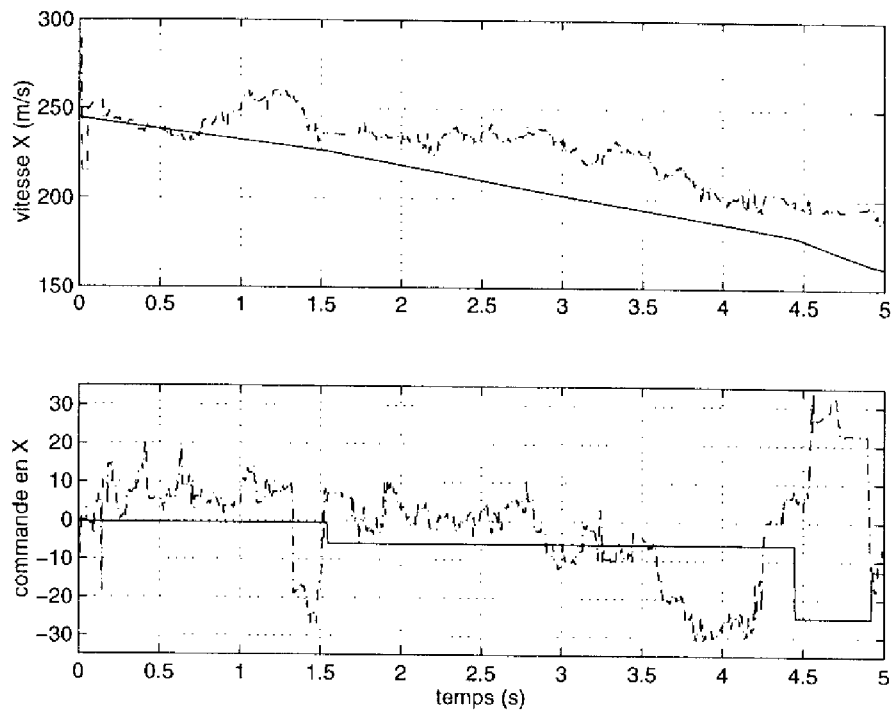


Figure 5.33: Vitesse (m/s) et commande de pilotage (m/s^2) sur X.

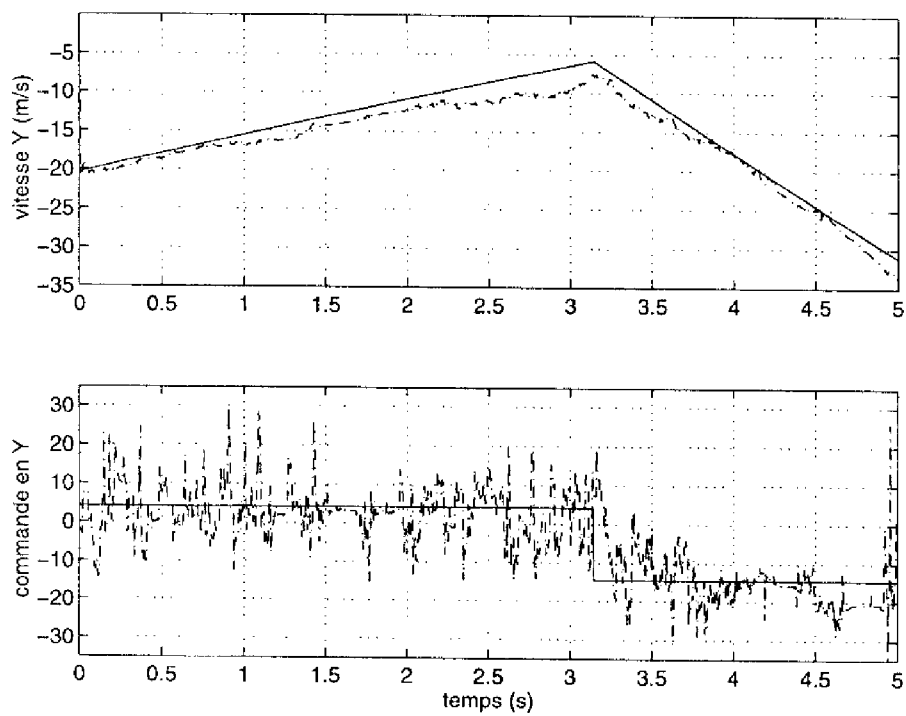


Figure 5.34: Vitesse (m/s) et commande de pilotage (m/s^2) sur Y.

Algorithme multi-ponctuel - Grille à 4 points

Les paramètres de cette simulation sont les suivants :

cible étendue avec 5 points :

- points 1 : $\sigma = 3$;
- points 2 : $\sigma = 2$;
- autres points : $\sigma = 1$;

radar impulsion de 133,33 ns (résolution de 20 m) et récurrence de 200 μ s ;

antenne distance inter-élément $d = 50\lambda/2$ (lobe à 3 dB de 20 mrad) ;

signal rapport $S/B = 0$ dB ;

algorithme grille à quatre points avec redistribution adaptative :
50% des particules à 1/10 du poids $1/N$.

La figure 5.35 montre la grille à quatre points superposée à cible. Les figures 5.36 à 5.39 montrent les résultats obtenus. La vraie trajectoire est montrée en trait plein tandis que l'estimateur particulaire est en pointillé.

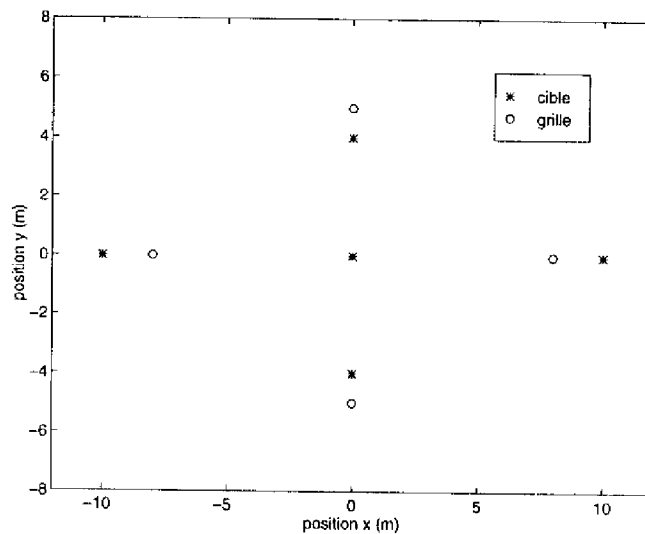
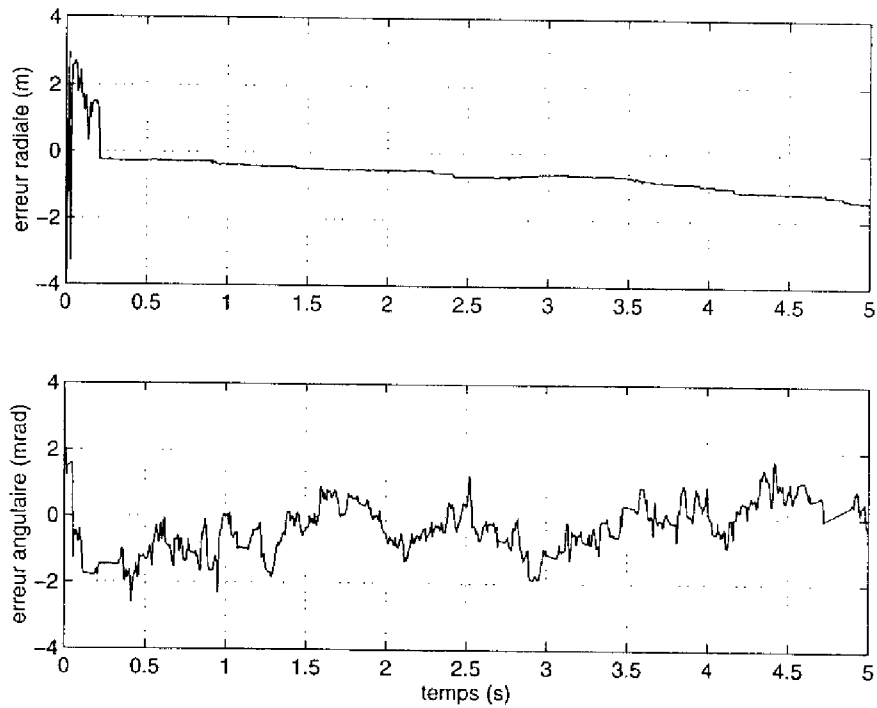
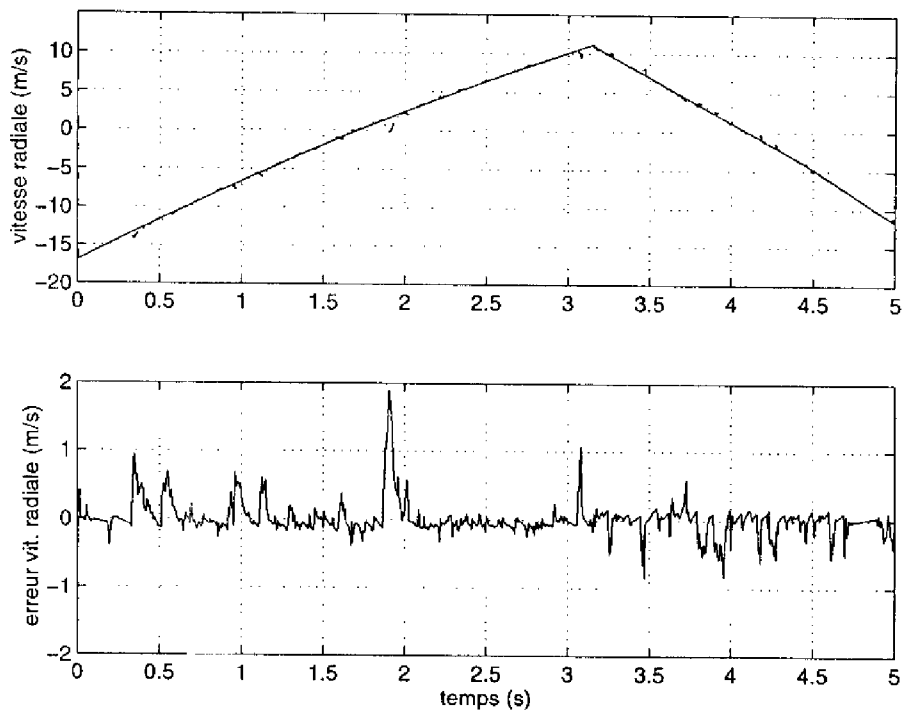


Figure 5.35: Grille à 4 points pour cible distribuée.

Commentaires :

Cette grille permet d'améliorer l'estimation radiale tout en gardant la précision déjà obtenue dans l'estimation angulaire avec la grille à trois points. On remarque une performance accrue pour la vitesse et la commande radiales et surtout une estimation beaucoup plus précise de la distance radiale. En revanche, la commande en X, qui correspond essentiellement à l'accélération angulaire, reste la composante la plus difficile à estimer comme, d'ailleurs, est le cas pour les résultats trouvés pour une cible ponctuelle (section 5.2.1).

Algorithme multi-pontuel - Grille à 4 points

Figure 5.36: Erreur en position radiale (m) et angulaire ($mrad$).Figure 5.37: Vitesse radiale et erreur en vitesse radiale (m/s).

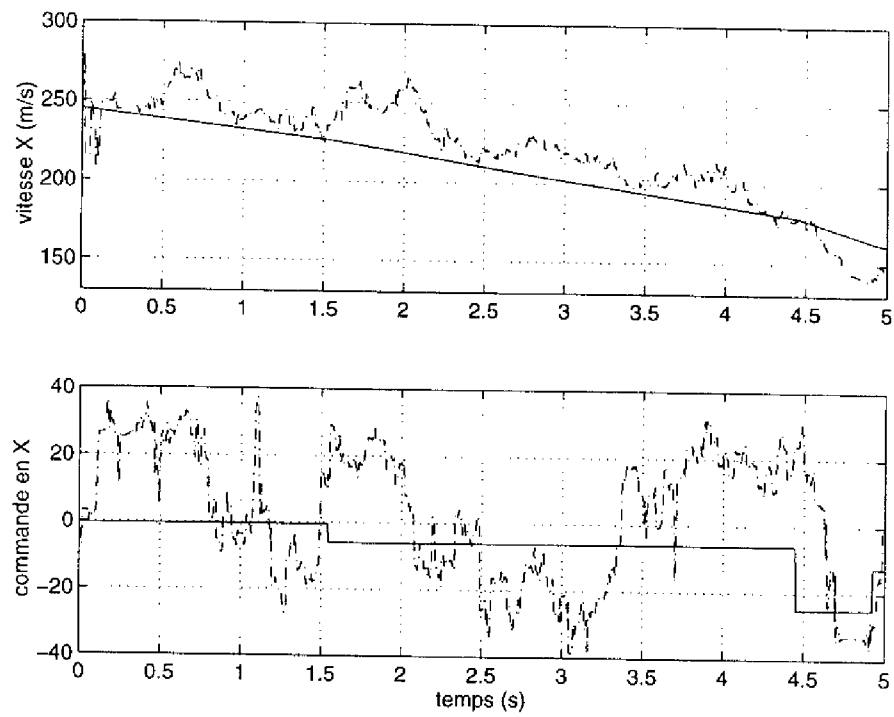


Figure 5.38: Vitesse (m/s) et commande de pilotage (m/s^2) sur X.

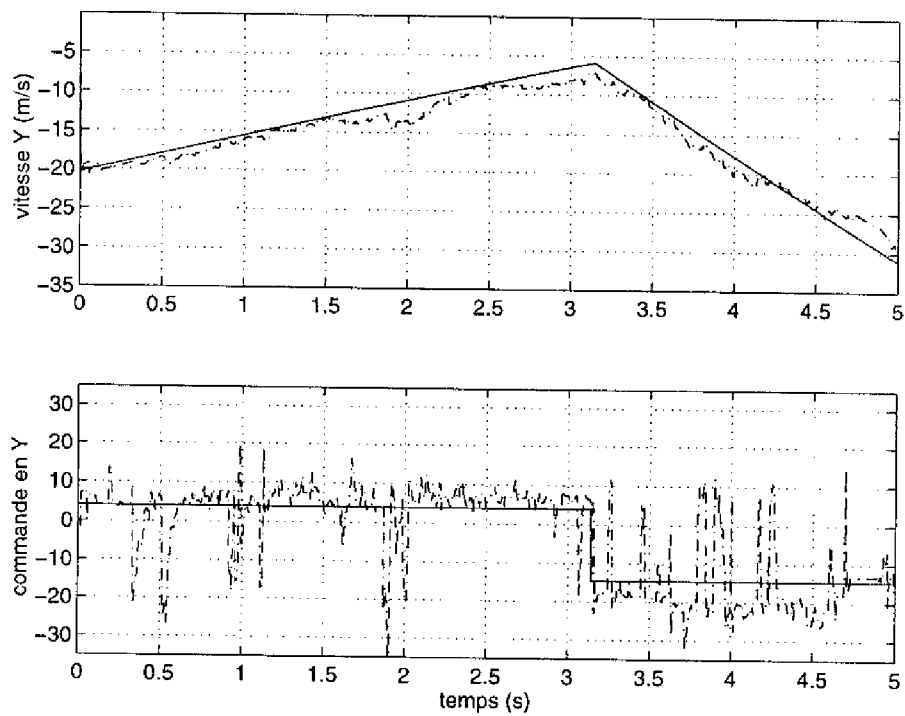


Figure 5.39: Vitesse (m/s) et commande de pilotage (m/s^2) sur Y.

5.2.4 Imagerie d'une cible étendue

On présente ici les résultats des simulations pour l'imagerie d'une cible distribuée. Dans ce cas on considère une cible étendue et une grille assez fine pour permettre d'obtenir une image radar de la cible. Le modèle de cible qui sera utilisé est celui indiqué sur la figure 5.2, que l'on reproduit ci-après.

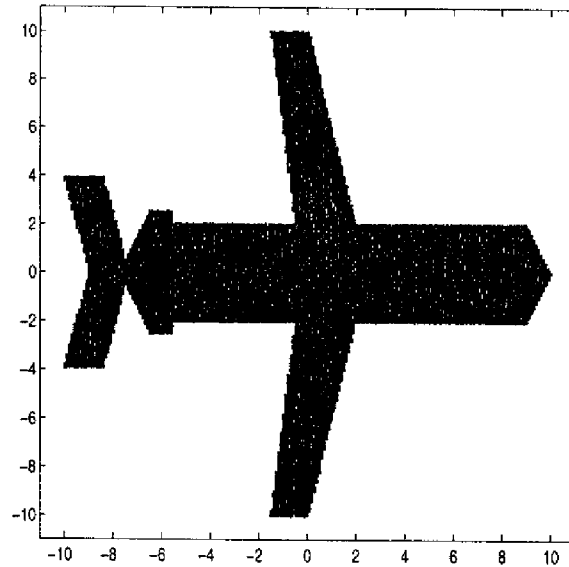


Figure 5.40: Modèle de cible utilisé pour l'imagerie radar.

Puisqu'il n'est pas envisageable d'imager une cible pendant la période d'acquisition de sa trajectoire, on va appliquer ici l'algorithme particulière au régime stationnaire, c'est-à-dire après avoir estimé les paramètres cinématiques de la cible. Cela se fait avec un algorithme multi-ponctuel, comme exposé précédemment. Dans le régime stationnaire ou régime de poursuite de la cible, l'algorithme particulière permet d'obtenir une précision de localisation assez fine, qui sera utilisée comme initialisation pour l'algorithme d'imagerie. Par contre on utilise des taux de récurrence plus faibles, $1 - 2 \text{ ms}$, qui s'approchent davantage des valeurs retrouvées dans la littérature ([37, 13, 34, 44]).

On présente par la suite les résultats obtenus pour l'imagerie à trajectoire donnée et pour l'estimation conjointe de l'image et de la trajectoire.

Imagerie radar sur trajectoire donnée

Pour permettre l'évaluation du filtre conditionnel (voir section 4.2.1), responsable pour la formation de l'image le long d'une trajectoire particulière, on présente ici les résultats issus des simulations faites à partir d'une trajectoire donnée de manière suffisamment précise.

Les paramètres de cette simulation sont les suivants :

cible étendue, comme indiquée dans la figure 5.40

radar impulsion de 6.7 ns (résolution de 1 m) et récurrence de 2 ms ;

antenne distance inter-élément $d = 50\lambda/2$ (lobe à 3 dB de 20 mrad) ;

signal rapport $S/B = 0 \text{ dB}$;

algorithme filtre conditionnel sur une trajectoire donnée ;
résolution de la grille : $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$.

Commentaires :

Les figures 5.41 à 5.43 montrent l'image de la cible après 3 s d'intégration du signal. Les images représentent, sous trois formes différentes, le coefficient de rétrodiffusion estimé pour les points de la grille choisie. La figure 5.43 a été obtenue par interpolation des valeurs estimées sur une grille plus fine.

Les figure suivantes, 5.44 à 5.49, montrent la représentation interpolée de l'image de la cible à divers instants de la trajectoire. On remarque qu'il est possible de définir assez tôt les contours de la cible.

Finalement, les figure 5.50 et 5.51 montrent des images reconstruites avec des impulsions de 13.4 ns et 33.3 ns (résolution de 2 m et 5 m respectivement), pour un temps d'intégration de 3 s . On voit que l'image est encore bien définie, ce qui montre que l'approche global proposé permet aussi bien la déconvolution en angle qu'en distance radiale.

Représentation de l'image après 3 s d'intégration

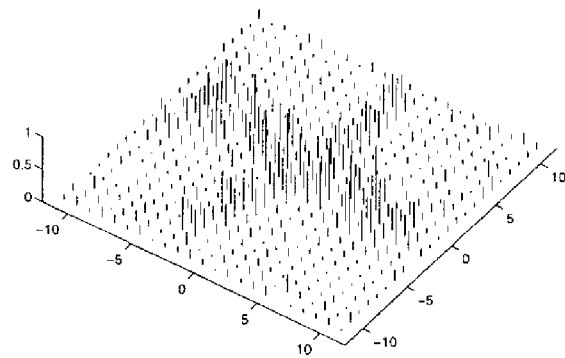


Figure 5.41: Estimation des amplitudes.

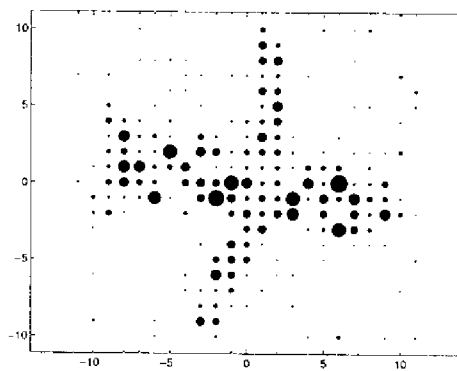


Figure 5.42: Représentation par intensité.

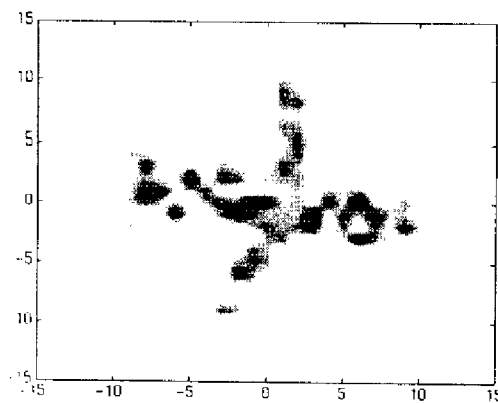


Figure 5.43: Représentation interpolée.

Image de la cible à différents instants

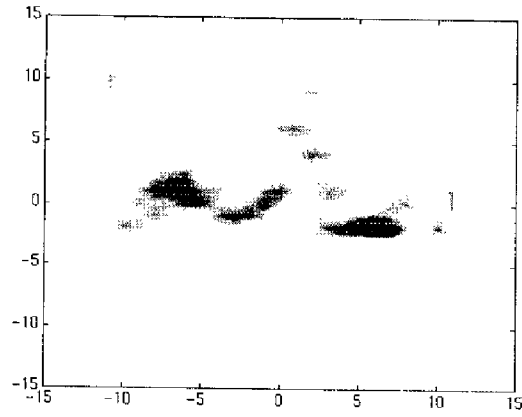


Figure 5.44: Image après 0.1 s d'intégration cohérente.

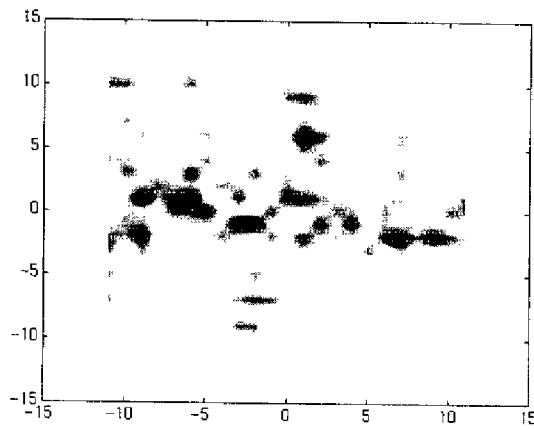


Figure 5.45: Image après 0.2 s d'intégration cohérente.

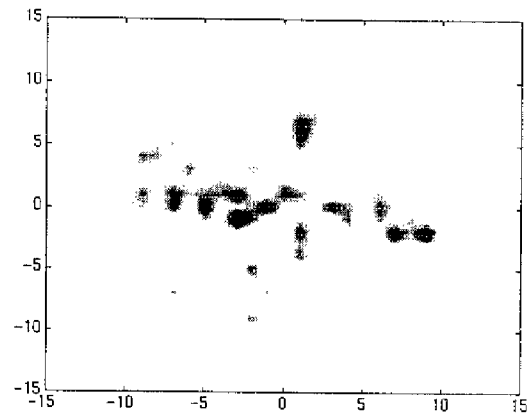


Figure 5.46: Image après 0.3 s d'intégration cohérente.

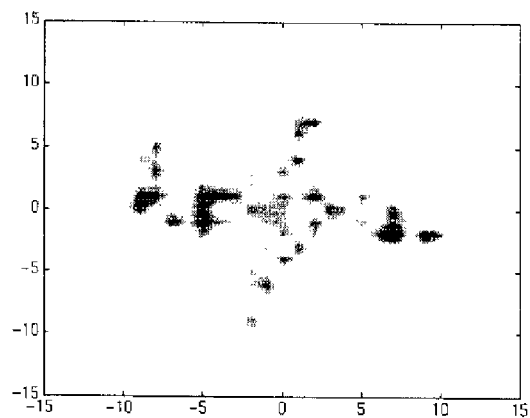


Figure 5.47: Image après 0.5 s d'intégration cohérente.

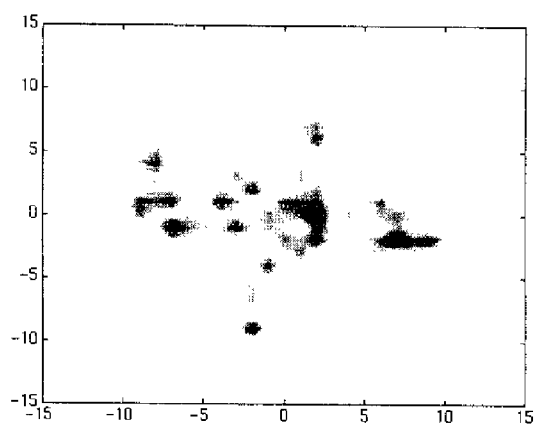


Figure 5.48: Image après 1.0 s d'intégration cohérente.

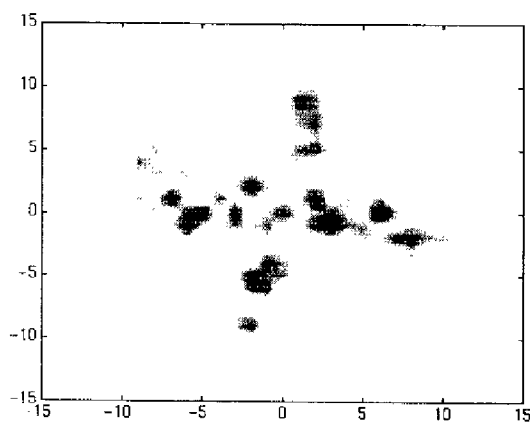
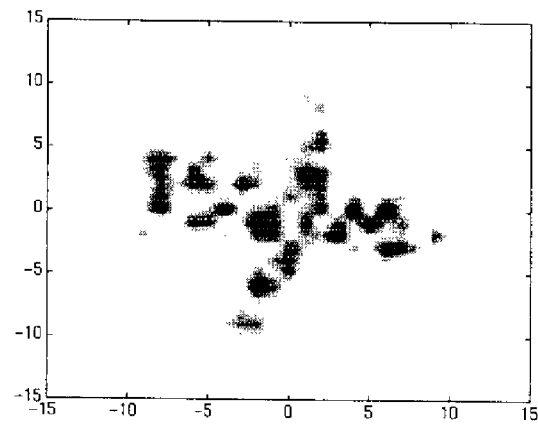
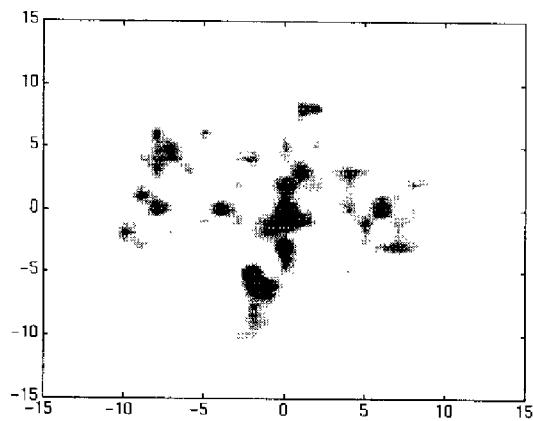


Figure 5.49: Image après 2.0 s d'intégration cohérente.

Image de la cible avec déconvolution en distance

Figure 5.50: Image avec déconvolution en distance : impulsion de 2 *m*.Figure 5.51: Image avec déconvolution en distance : impulsion de 5 *m*.

5.2.5 Imagerie radar sur cible non-coopérative

Estimation cinématique

On considère ici une grille multi-ponctuelle qui encadre complètement la cible (figure 5.52). Elle permet une estimation conjointe de la trajectoire et de l'image. Il s'agit, certes, d'une image schématique de la cible mais qui permet déjà une appréciation de quelques paramètres géométriques, notamment au niveau des dimensions.

Pour l'algorithme d'imagerie on admet une initialisation plus fine des paramètres cinématiques, qui correspond au régime stationnaire acquis pour l'algorithme multi-ponctuel précédent (cf. section 5.2.3). Cette initialisation correspond donc au tableau ci-dessous :

Paramètre	Valeur	Incertitude sur
$\Delta\theta$	± 1 mrad	position angulaire
Δr	± 5 m	distance radiale
Δv_{ang}	± 20 m/s	vitesse angulaire
Δv_{rad}	± 1 m/s	vitesse radiale

On considère aussi que le mouvement de la cible est moins perturbé, le temps moyen de manœuvre T_m passant de 3 s (valeur utilisé dans les problèmes de localisation) à 10 s.

Les paramètres de cette simulation sont les suivants :

cible étendue, comme indiquée dans la figure 5.40 ;

radar impulsion de 7 ns (résolution de 1 m) et récurrence de 1 ms ;

antenne distance inter-élément $d = 50\lambda/2$ (lobe à 3 dB de 20 mrad) ;

signal rapport $S/B = 0$ dB ;

algorithme grille à vingt-cinq points, comme indiqué dans la figure 5.52.

Nombre de particules : 7500.

Les figures 5.53 à 5.55 montrent les résultats obtenus pour l'estimation des paramètres cinématiques. La vraie trajectoire est montrée en trait plein tandis que l'estimateur particulaire est en pointillé.

La figure 5.56 montre l'intensité de la réponse électromagnétique de la cible reconstruite sur les points de la grille.

Commentaires :

Ces résultats montrent la précision obtenue pour l'estimation des paramètres cinématiques. On remarquera que l'estimation de la position angulaire, qui n'est pas centrée au départ, rejoint la vraie trajectoire.

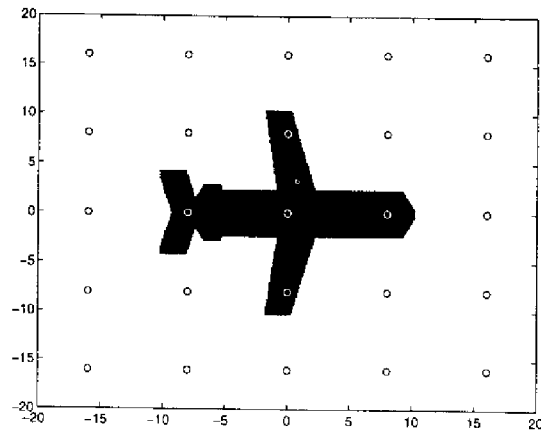
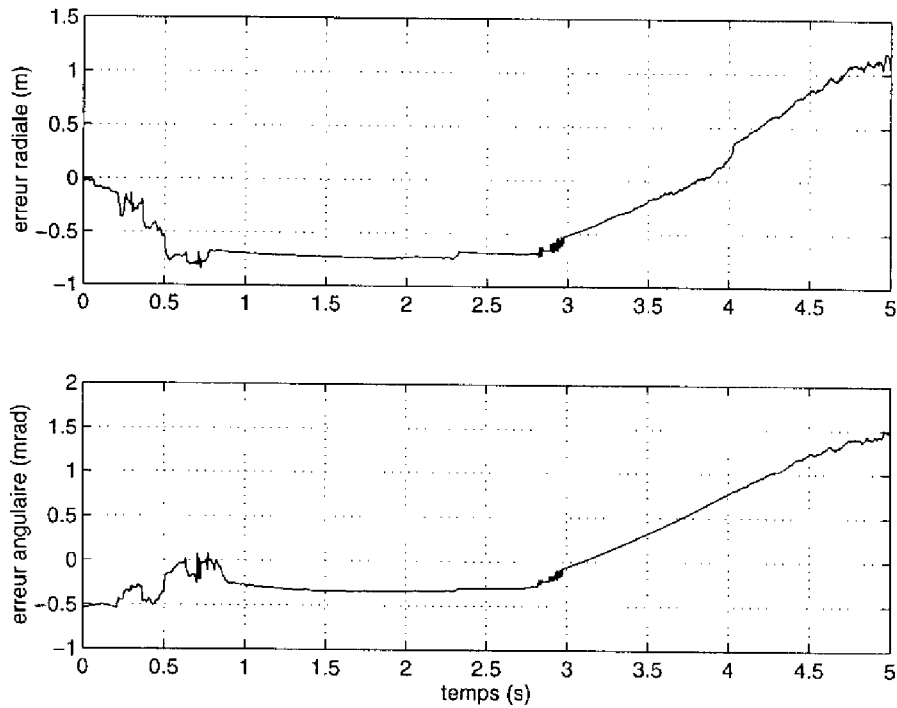
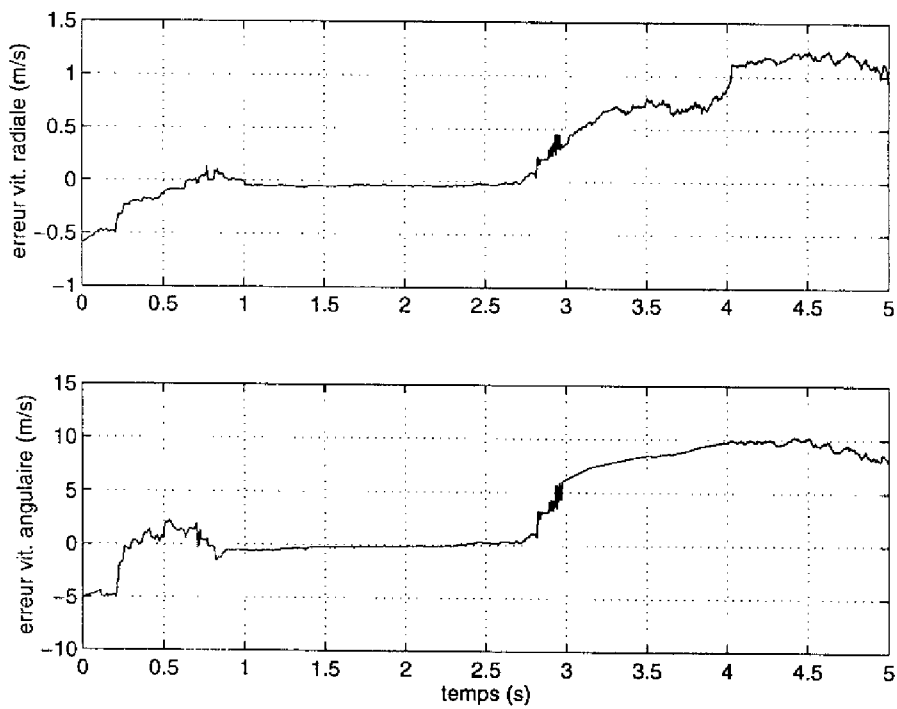


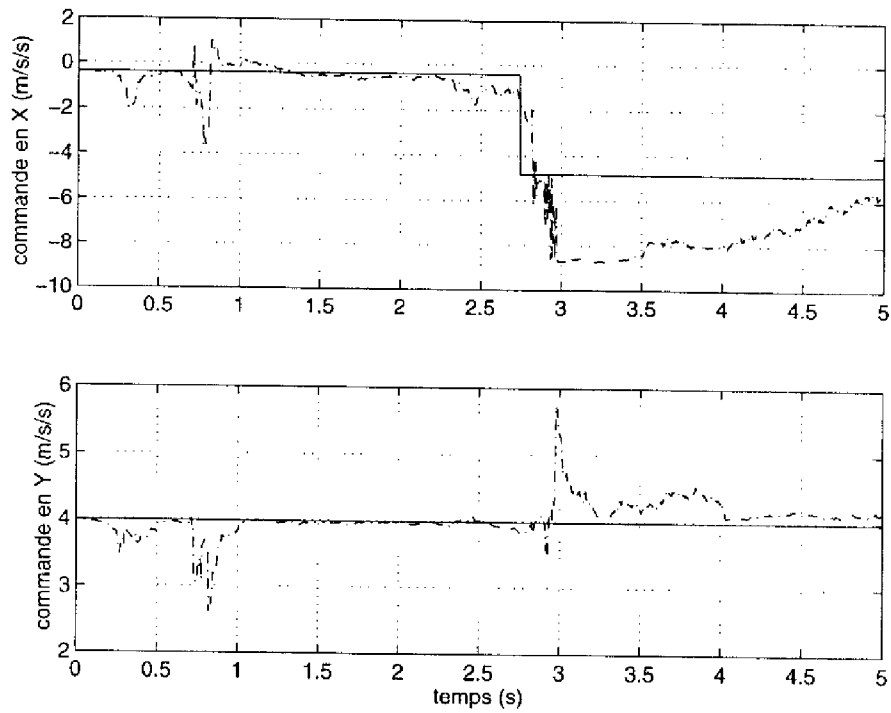
Figure 5.52: Grille pour estimation conjointe : localisation et image.

Au moment d'une manœuvre ($t = 3$ s) la performance est dégradée et l'algorithme, ici avec un nombre réduit des particules, subit un nécessaire trainage pour revenir vers la vraie trajectoire.

En ce qui concerne l'intensité des points de la grille (figure 5.56), on notera que la grille éparse considérée ne suffit évidemment pas à imager mais permet tout de même de bien localiser les points de la grille qui appartiennent à la cible.

Estimation de trajectoire - Grille à 25 points

Figure 5.53: Erreur en position radiale (m) et angulaire ($mrad$).Figure 5.54: Erreur en vitesse radiale (m/s) et angulaire (m/s).

Figure 5.55: Commandes sur X et Y (m/s^2).

Réponse électromagnétique sur la grille

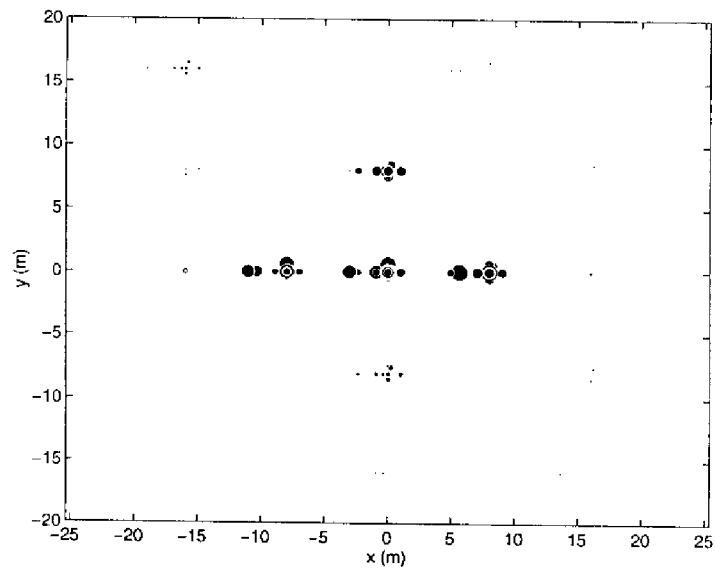


Figure 5.56: Intensité totale estimée.

Imagerie synthétique

Pour mettre en œuvre l'algorithme d'imagerie dans les conditions réelles, nous avons utilisé la trajectoire estimée précédemment par l'algorithme multi-ponctuel plus grossier (grille à 25 points) comme référence cinématique.

Ainsi, nous reprenons ici les conditions déjà utilisées pour l'imagerie radar à trajectoire donnée. Cela correspond à faire fonctionner en parallèle - mais décalés dans le temps - deux algorithmes : un premier pour estimer la cinématique en s'affranchissant du *glint*, un second pour imager la cible avec un ensemble de points suffisant.

Les conditions de cette simulation sont les suivantes :

cible étendue, comme indiquée dans la figure 5.40

radar impulsion de 6.7 ns (résolution de 1 m) et récurrence de 1 ms ;

antenne distance inter-élément $d = 50\lambda/2$ (lobe à 3 dB de 20 mrad) ;

signal rapport $S/B = 0 \text{ dB}$;

algorithme filtre conditionnel sur une trajectoire donnée ;
résolution de la grille : $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$.

Commentaires :

Les figures suivantes montrent l'image de la cible à divers instants de la trajectoire. On remarque une définition progressive des contours de la cible (figures 5.57, 5.58 et 5.59) jusqu'au moment de la manœuvre ($\approx 3 \text{ s}$), où l'image est dégradée pour se reconstituer à nouveau par la suite (figures 5.60 et 5.61).

Image pendant l'acquisition cinématique ($S/B = 0 \text{ dB}$)

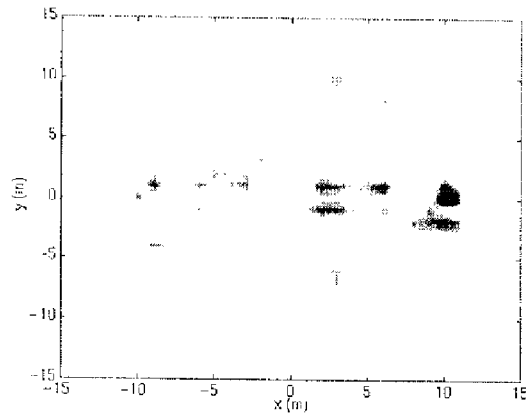


Figure 5.57: Image après 1.0 s d'intégration.

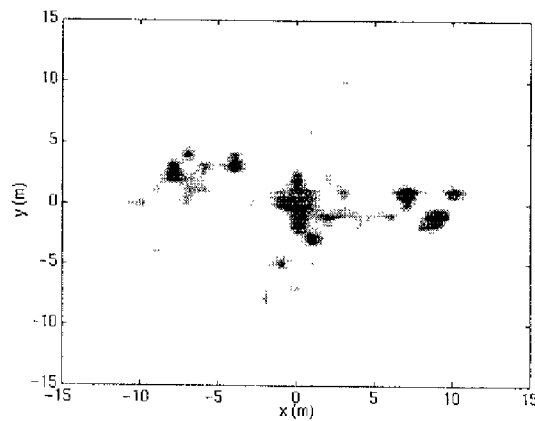


Figure 5.58: Image après 2.0 s d'intégration.

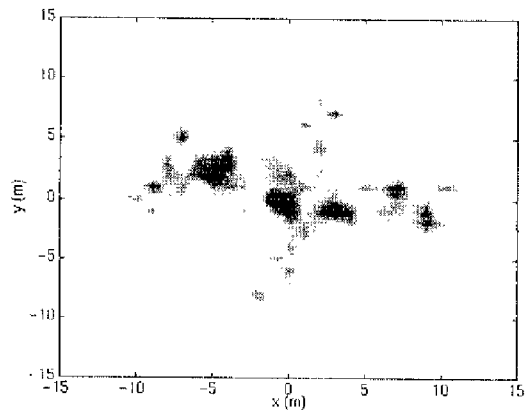


Figure 5.59: Image après 3.0 s d'intégration.

Image pendant une manœuvre aléatoire ($S/B = 0\text{ dB}$)

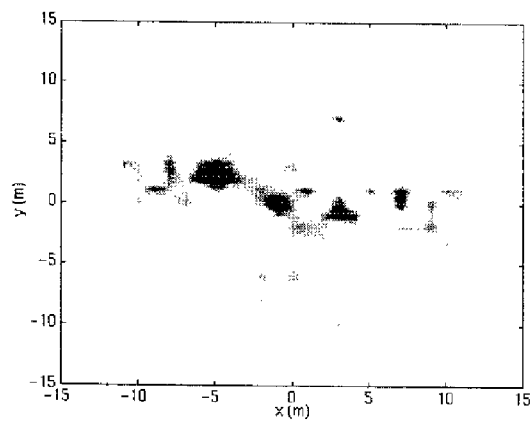


Figure 5.60: Image 1.0 s après la manœuvre.

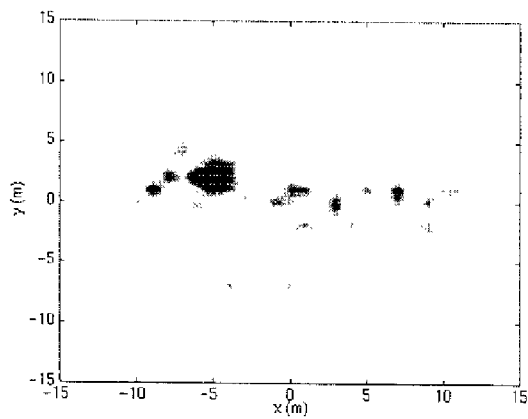


Figure 5.61: Image 2.0 s après la manœuvre.

Conclusion et perspectives

Nous avons étudié dans ce mémoire le problème de l'imagerie radar de cibles aériennes dotées de mouvement aléatoire, dans l'esprit de l'estimation optimale par résolution particulière.

Après un survol des techniques proposées dans la littérature pour aborder ce problème, nous avons développé un modèle qui intègre d'une part le caractère non-linéaire et stochastique du mouvement d'une cible, et de l'autre les non-linéarités propres au capteur radar.

Nous utilisons pour cela la théorie du filtrage particulière. L'originalité de ce travail consiste en l'application de cette nouvelle technique de filtrage à l'estimation conjointe de la trajectoire et de l'image d'une cible aérienne, en présence de faibles rapports signal-sur-bruit. Cette approche permet de tenir compte des deux points fondamentaux de la problématique du radar : le caractère aléatoire du mouvement et la nature distribuée des cibles réelles.

L'instationnarité du mouvement contraint les techniques actuelles de localisation radar à analyser des périodes nécessairement courtes du signal, en régime quasi-stationnaire. L'extension de cette période n'est possible que dans le cadre d'un filtrage dynamique du signal, le mouvement de la cible étant considéré comme un processus stochastique à estimer à partir de mesures partielles bruitées. Les caractéristiques spécifiques de ce mouvement et du capteur radar donnent lieu à un problème de filtrage non-linéaire, pour lequel l'algorithme particulière fournit une solution globalement convergente.

Par ailleurs, la nature distribuée de la cible engendre des effets de réflexion simultanée sur plusieurs points brillants, ce qui donne lieu au phénomène d'aberration angulaire connu comme *glint*. Les techniques classiques essayent traiter ce problème par assimilation du *glint* à un bruit supplémentaire qui s'ajoute aux mesures, tout en gardant un modèle ponctuel pour la cible. L'approche particulière introduit naturellement le modèle - plus réaliste - d'une cible multi-ponctuel et permet une reconstitution matricielle de l'intensité de réflexion. Dans ce sens, elle permet l'imagerie dynamique dans les conditions stochastiques de mouve-

ment évoquées plus haut. Cette approche s'applique en absence de tout point dominant stable sur la cible, hypothèse parfois contraignante dans le traitement des cibles complexes.

Les résultats présentés permettent d'évaluer les possibilités de l'application du filtrage non-linéaire aux problèmes de localisation et identification radar de cibles aériennes. Ils montrent, d'autre part, qu'il est possible de réduire les demandes en temps de calcul et mémoire par l'utilisation de deux filtres décalés dans le temps, un premier pour l'estimation cinématique anti-*glint* et un autre pour l'imagerie fine.

Une perspective intéressante est d'utiliser le critère de maximum de vraisemblance pour l'estimation de la trajectoire. En effet, le filtre particulière délivre notamment la probabilité conditionnelle des trajectoires du processus cible. L'estimation à maximum de vraisemblance reconstitue la trajectoire admissible du mouvement la moins perturbée possible et, par conséquent, sans variations instantanées de phase. Cela représente sans doute un avantage pour l'imagerie, qui se fait par intégration cohérente du signal radar. Toutefois, nous avons limité ici notre propos à l'estimation classique à minimum de variance, renvoyant le lecteur à [23], pour le développement concernant l'estimation à maximum de vraisemblance.

Finalement, nous pouvons remarquer que si le filtre particulière demande une quantité de ressources calculatoires importante, l'algorithme se prête naturellement à la parallélisation, technique qui devient de plus en plus à la portée de l'ingénieur.

Bibliographie

- [1] J. BERTRAND, P. BERTRAND, and OVARLEZ J.P. Dimensionalized wavelet transform with application to radar imaging. In *Proc. IEEE-ICASSP*, Toronto, may 1991.
- [2] C.A. BOZZO. *Le filtrage optimal et ses applications aux problèmes de poursuite*, volume tome III. Librairie Lavoisier, France, 1983.
- [3] H. CARVALHO. *Filtrage optimal non-linéaire du signal GPS NAVSTAR en recalage de centrales de navigation*. Thèse de l'Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace, LAAS-CNRS, Toulouse, 1995.
- [4] M.A. CHAMON, J-C. NOYER, and G. SALUT. Poursuite de cibles manœuvrantes en présence de *glint*. In *Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering*, Montréal, sep. 1995.
- [5] G. CHASSAY. Justification du modèle des points brillants. intégration dans le modèle des interactions entre différentes parties d'une cible. In *IX Colloque sur le Traitement du Signal et ses Applications*, Nice, mai 1983.
- [6] G. CHASSAY. Modélisation des discontinuités d'un objectif radar par des points brillants. *Annales de Télécommunication.*, 41(9-10):481-492, 1986.
- [7] C-C. CHEN and H.C. ANDREWS. Target-motion-induced radar imaging. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, AES-16(1):2-14, jan. 1980.
- [8] C.E. COOK and M. BERNFELD. *Radar Signals: An Introduction to Theory and Application*. Artech House, 1993.
- [9] J. DARRICAU. *Physique et théorie du radar.*, volume 2. SODIPE, Paris, 3^{ème} édition, 1993.
- [10] P. DEL MORAL. *Resolution particulière des problèmes d'estimation et d'optimisation non-linéaires*. Thèse de l'Université Paul Sabatier, LAAS-CNRS, Toulouse, 1994.

- [11] P. DEL MORAL, J-C. NOYER, G. RIGAL, and G. SALUT. Traitement non-linéaire du signal par réseau particulière : application RADAR. In 14^{ème} Colloque GRETSI, Juan les Pins, Sep. 1993.
- [12] P. DEL MORAL and G. SALUT. Filtrage non-linéaire : résolution particulière à la Monte-Carlo. *C.R.Acad.Sci. Paris*, t.320, Série I:p. 1147– 1152, 1995.
- [13] G.Y. DELISLE and H. WU. Moving target imaging and trajectory computation using isar. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, AES-30(3):887–899, jul. 1994.
- [14] B. EFRON. *The jackknife, the bootstrap and other resampling plans.*, volume 38 of *CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics*. Society for Industrial and Applied Mathematics., 1982.
- [15] ASTANIN, L.Yu. *et al. Radar Target Characteristics: Measurements and Applications*. CRC Press, 1994.
- [16] AUSERMAN, D.A. *et al.* Developments in radar imaging. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, AES-20(4):363–400, jul. 1984.
- [17] N.J. GORDON, D.J. SALMOND, and SMITH A.F.M. Novel approach to nonlinear/non-gaussian bayesian state estimation. *IEE PROCEEDINGS-F*, 140(2):p. 107– 113, Oct. 1992.
- [18] G.A. HEWER, R.D. MARTIN, and J. ZEH. Robust preprocessing for kalman filtering of glint noise. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, AES-23(1):120–128, jan. 1987.
- [19] A.H. JAZWINSKI. *Stochastic Processes and Filtering Theory*. Academic Press, 1970.
- [20] E.F. KNOTT, J.F. SHAEFFER, and M.T. TULEY. *Radar Cross Section*. Artech House, London, 2nd edition, 1993.
- [21] R. KULHAVÝ and M.B. ZARROP. On a general concept of forgetting. *Int. J. Control*, 58(4):p. 905– 924, 1993.
- [22] U.H.W. LAMMERS and R.A. MARR. Doppler imaging based on radar target precession. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, AES-29(1):166–173, jan. 1993.
- [23] F. LAMOLE. *Estimation à maximum de vraisemblance et commande à maximum de performance par la technique particulière*. Thèse de l'Université Paul Sabatier, LAAS-CNRS, Toulouse. A paraître.
- [24] F. LE CHEVALIER. *Principes de traitement de signaux radar et sonar*. Masson, Paris, 1989.
- [25] D.L. MENSA. Coherent doppler tomography for microwave imaging. *Proceedings of IEEE*, 71(2):254–261, feb. 1983.

- [26] D.L. MENSA. *High Resolution Radar Cross-Section Imaging*. Artech House, London, 1991.
- [27] J-C. NOYER. *Traitement non-linéaire du signal RADAR par filtrage particulaire*. Thèse de l'Université Paul Sabatier, LAAS-CNRS, Toulouse. A paraître.
- [28] J-C. NOYER, G. RIGAL, and G. SALUT. Poursuite RADAR de cibles fortement manœuvrantes par filtrage non-linéaire. Rapport LAAS N° 93444, sep 1993.
- [29] J-C. NOYER, G. RIGAL, and G. SALUT. Poursuite RADAR de cibles fortement manœuvrantes par filtrage non-linéaire : modélisation, méthodologie. Rapport LAAS N° 93232, fév 1993.
- [30] E. POTTIER and J. SAILLARD. Fondements mathématiques de la polarimétrie et son application au domaine du radar. *Annales de Télécommunication*, 47(7-8):314-336, 1992.
- [31] M.J. PRICKETT and C.C. CHEN. Principles of inverse synthetic aperture radar (ISAR) imaging. EASCON'80, pages 340-345, oct. 1980.
- [32] G. RIGAL. *Filtrage non-linéaire, résolution particulaire et applications au traitement du signal*. Thèse de l'Université Paul Sabatier, LAAS-CNRS, Toulouse, 1993.
- [33] A.W. RIHACZEK. *Principles of High-resolution Radar*. McGraw-Hill, New York, 1969.
- [34] Z.S. SHE and Z.D. ZHU. Isar motion compensation and superresolution imaging of aircraft. In *IEEE Conference*, pages 291-296. IEEE, 1992.
- [35] M.I. SKOLNIK. *Introduction to Radar Systems*. McGraw-Hill., New York, 2 edition, 1980.
- [36] B.D. STEINBERG. Radio imaging from a distorted array: The radio camera algorithm and experiments. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, AP-29(5):740-748, sep. 1981.
- [37] B.D. STEINBERG. Microwave imaging of aircraft. *Proceedings of IEEE*, 76(12):1578-1592, dec. 1988.
- [38] B.D. STEINBERG and H.M. SUBAARAM. *Microwave Imaging Techniques*. Remote Sensing. John Wiley & Sons, New York, 1991.
- [39] H.L. VAN TREES. *Detection, Estimation, and Modulation Theory*, volume 3. John Wiley, New York, 1971.
- [40] D.R. WEHNER. *High Resolution Radar*. Artech House, London, 2nd edition, 1995.
- [41] R.P. WISHNER, J.A. TABACZYNSKI, and M. ATHANS. A comparison of three nonlinear filters. *Automatica*, vol. 5, 1969.

- [42] W-R. WU. Target tracking with glint noise. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, AES-29(1), jan. 1993.
- [43] Y. YOGANANDAM and R. JITENDRA DAS. Performance analysis of a noncoherent monopulse processor in the presence of target glint and receiver imbalances. *IEE PROCEEDINGS-F*, 138(5):445-452, oct. 1991.
- [44] Z.D. ZHU, Z.R. YE, X.Q. WU, J. YIN, and Z.S. SHE. Super-resolution range-doppler imaging. *IEE Proc. Radar, Sonar and Navigation*, 142(1):25-32, feb. 1995.

Résumé

Filtrage particulaire et ouverture synthétique inverse sur cibles RADAR non-coopératives

Dans ce mémoire, une nouvelle approche au filtrage non-linéaire est utilisée pour le traitement dynamique du signal radar. Cette méthode, dite *Filtrage Particulaire*, permet de traiter de modèles non-linéaires sans restrictions sur la nature des non-linéarités ou sur la distribution des processus aléatoires qui représentent la dynamique du modèle et le bruit d'observation.

Le principe du filtrage particulaire est de construire la probabilité conditionnelle aux mesures des variables à estimer par un peigne de Dirac généralisé, dont les supports suivent le flot stochastique de la variable, et dont les masses sont issues de la correction Bayésienne due aux mesures.

L'application de cette nouvelle méthode aux techniques radar d'ouverture synthétique inverse (ISAR) permet d'estimer conjointement la trajectoire et l'image d'une cible non-coopérative à de faibles rapports signal/bruit.

Dans ce cas, chaque particule dans l'espace d'état est porteuse d'une grille rigide qui représente la cible et dont la vraisemblance fournit le poids. Selon la finesse de la grille, l'algorithme peut être adapté au problème d'imagerie radar ou simplement de poursuite d'une cible en présence de *glint*.

Mots clés : filtrage non-linéaire, filtrage particulaire, imagerie radar, radar à ouverture synthétique inverse (ISAR), poursuite radar, *glint*.

Abstract

Particle filtering and inverse synthetic aperture radar applied to manoeuvring targets

This report describes the application of optimal non-linear/non-Gaussian filtering to the radar signal processing problem. This approach, made feasible by a new technique named *Particle Filtering*, may cope with nonlinear models without any restrictions as well as non-Gaussian dynamic and observation noises.

The main feature of the *Particle Filtering* is that it constructs the conditional probability of the state variables, with respect to the measurements, through a random exploration of the state space by entities called particles. A weight is assigned to each particle by a Bayes correction term based on the measurements.

The application of this new filter to the inverse synthetic aperture radar (ISAR) technique allows the joint estimation of the path and the image of a manoeuvring target in weak signal to noise ratio situations. The same algorithm can be used also to deal with the simpler problem of target tracking in presence of *glint*.

Keywords: nonlinear filtering, particle filtering, radar imaging, inverse synthetic aperture radar (ISAR), radar tracking, *glint*.